

unesp  **UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

GABRIEL HENRIQUE SEITI SASAO

**A UTILIZAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA A OTIMIZAÇÃO DE
PROCESSOS**

Guaratinguetá

2011

GABRIEL HENRIQUE SEITI SASAO

A UTILIZAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA A OTIMIZAÇÃO DE
PROCESSOS

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica.

Orientador: Prof. MSc. Fabrício Maciel Gomes

Guaratinguetá

2011

S252u	<p>Sasao, Gabriel Henrique Seiti</p> <p>A utilização de modelos matemáticos para a otimização de processos / Gabriel Henrique Seiti Sasao. - Guaratinguetá: [s.n.], 2011</p> <p>45 f.: il.</p> <p>Bibliografia: f. 40-41</p> <p>Trabalho de Graduação em Produção Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2011</p> <p>Orientador: Prof. Msc. Fabrício Maciel Gomes</p> <p>1. Planejamento experimental I. Título</p> <p style="text-align: right;">CDU 519.242</p>
-------	---

Dedico este Trabalho de modo especial aos meus pais, Kinji e Neuza, aos meus irmãos Rodrigo e Maurício e à todos aqueles que amo.



Universidade Estadual Paulista
Campus de Guaratinguetá
Faculdade de Engenharia

A UTILIZAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA A OTIMIZAÇÃO DE PROCESSOS

Gabriel Henrique Seiti Sasao

Este trabalho foi julgado adequado para a obtenção do título de
Graduado em Engenharia de Produção Mecânica

Aprovado em sua forma final pelo conselho de curso de graduação

Prof. Dr. Valério A. P. Salomon
Sub-coordenador
No Exercício da coordenação

Banca Examinadora:

Prof. MSc. Fabricio Maciel Gomes
FEG/UNESP (Orientador)

Prof. MSc. Marco Aurélio Reis dos Santos
FEG/UNESP

Prof. MSc. Ricardo Batista Pentead
FEG/UNESP

Novembro de 2011

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço aos meus pais, *Kinji e Neuza* que são minha inspiração, minha vida e sempre lutaram para me oferecer o melhor.

Aos meus irmãos, *Rodrigo e Maurício* que assim como meus pais são uma parte de mim.

Ao *Prof. MSc. Fabrício Maciel Gomes* por sua disposição e dedicação em me orientar no Trabalho de Graduação, contribuindo para a finalização da minha graduação.

Aos meus irmãos de República, *Alessandro Pedroso (Rokinho) e Frederico Lemos (Kiko)* que proporcionaram momentos únicos em meu melhor ano de faculdade.

À *República Vamointão* que foi minha família no período de graduação, que sempre me ajudou quando precisei e que criou amizades para uma vida inteira.

À meus grandes amigos que tive a oportunidade de conhecer nesses cinco anos de graduação, em especial, o pessoal da turma 142 e a turma da produção de 2007.

“Se você quer ser bem sucedido,
precisa ter dedicação total, buscar
seu último limite e dar o melhor de si
mesmo”

Ayrton Senna

SASAO, G. H. S. **A utilização de modelos matemáticos para a otimização de processos.** 2011. 45 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia de Produção Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

RESUMO

A presente dissertação aborda como tema principal a utilização de modelos matemáticos para a otimização de processos. O atual cenário de fortes concorrências para conquista do mercado consumidor torna necessário o desenvolvimento de melhorias para melhor desempenho do processo como um todo, seja para diminuir gastos, aumentar eficiência ou eficácia. Deste modo, a utilização de metodologias que auxiliem nesse processo está se tornando cada vez mais viável. Metodologias desenvolvidas no passado estão sendo estudadas e aprimoradas. Um exemplo é o *Desirability*, objeto de estudo deste trabalho, que foi desenvolvida na década de 80 e que vem sendo aprimorada com o passar do tempo. Para o entendimento e estudo dessa metodologia, aplicou-se a função *Desirability* em três exemplos, onde foi utilizado Planejamento de Experimentos (DOE), retirados de trabalhos científicos, utilizando as ferramentas Solver (Excel®) e *Desirability* (Minitab®). Desta forma, além de se estudar a metodologia, foi possível analisar o desempenho dessas ferramentas utilizadas para a otimização em diferentes situações. A partir dos resultados deste estudo, foi possível validar a superioridade de um dos modelos estudados, quando comparados de forma equitativa.

PALAVRAS-CHAVE: Otimização, *Desirability*, Metodologia, Planejamento de Experimentos (DOE).

SASAO, G. H. S. **The use of mathematical models for process optimization**. 2011. 45 f. Final Monograph (Undergraduation in Production Engineering) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

ABSTRACT

This dissertation has as main theme the discuss about how the use of mathematical models for process optimization. The current scenario of strong competition to conquer the consumer market necessitates the development of improvements to better performance of the process as a whole, is to reduce costs, increase efficiency or effectiveness. Thus, the use of methodologies to assist in this process is becoming increasingly viable. Methodologies developed in the past are being studied and improved. An example is the Desirability, the object of the present study, which was developed in the 80's and has been improved over time. To understand and study this methodology was applied to the desirability function in three instances, where it was used Design of Experiments (DOE), taken from scientific papers, using the Solver tool (Excel ®) and desirability (Minitab ®). Thus, in addition to studying the methodology, it was possible to compare the performance of tools used for optimization in different situations. From the results of this study, it was possible to validate the superiority of one of the models studied compared fairly.

KEY WORDS: Optimization, Desirability, Methodology, Design of Experiments (DOE)

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Folha do EXCEL® com o método de Ch'ng et al. para o primeiro caso	27
Figura 2 - Folha do Minitab® com a otimização. para o primeiro caso.....	28
Figura 3 - Folha do EXCEL® com o método de Ch'ng et al. para o segundo caso.....	31
Figura 4 - Folha do Minitab® com a otimização. para o segundo caso	32
Figura 5 - Folha do EXCEL® com o método de Ch'ng <i>et al.</i> para o terceiro caso.....	34
Figura 6 - Folha do Minitab® com a otimização. para o terceiro caso	34
Figura 7 – Gráfico comparativo dos resultados <i>DIS</i> para o primeiro caso.....	36
Figura 8 - Gráfico comparativo dos resultados <i>DIS</i> para o segundo caso.....	37
Figura 9 – Gráfico comparativo dos resultados <i>DIS</i> para o terceiro caso	38
Figura 10 - Tela do Excel® para o auxílio a implementação do método Ch'ng.....	43

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Níveis restritivos do primeiro processo.....	26
Tabela 2 - Níveis restritivos do processo para o segundo caso	30
Tabela 3 - Níveis restritivos do processo para o terceiro caso	33
Tabela 4 - Comparativa dos resultados obtidos por cada método no primeiro caso	35
Tabela 5 - Comparativo dos resultados obtidos por cada método no segundo caso	37
Tabela 6 - Comparativo dos resultados obtidos por cada método no terceiro caso	38
Tabela 7 - Arranjo experimental de Derringer e Suich	44
Tabela 8 - Arranjo experimental de Castillo et al.....	44
Tabela 9 - Arranjo experimental de Vining.....	45

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CCD	- Composite Central Design
DOE	- Design of Experiments
MSR	- Metodologia de Superfície de Resposta
NTB	- Nominal the Better
LTB	- Larger the Better
STB	- Smaller the Better
GRG	- Gradiente Reduzido Generalizado
DIS	- Distância Absoluta

LISTA DE SÍMBOLOS

k	Número de fatores investigados
y	Variável resposta
x	Variável independente
U	Valor máximo
L	Valor mínimo
R	Fator de ponderação
S	Fator de ponderação
p	Número de respostas a serem otimizadas
e	Vetor da resposta alvo
T	Valor alvo
e_i	Fator de ponderação

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 Considerações Iniciais	12
1.2 Objetivo Geral	13
1.2.1 Objetivos Específicos	13
1.3 Justificativa	13
1.4 Material e Métodos	14
1.5 Estrutura da Dissertação	14
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1 Considerações Iniciais	16
2.2 Metodologia de Projeto de Experimentos	16
2.2.1 Metodologia Superfície de Resposta	18
2.2.2 Planejamento Composto Central (CCD)	18
2.2.3 Planejamento Box-Behnken	19
2.3 Otimização de Múltiplas Respostas	19
2.3.1 Método <i>Desirability</i>	19
3. ESTUDO DE CASO	25
3.1 Considerações Iniciais	25
3.2 Caso 1 – Otimização de um processo de composto para borracha de pneu	25
3.2.1 Otimização do processo de composto para borracha de pneu pelo <i>Solver</i> (Excel)	27
3.2.2 Otimização do processo de composto para borracha de pneu pelo <i>Desirability</i> (Minitab®)	27
3.3 Caso 2 – Otimização de um processo de soldagem de fios	28
3.3.1 Otimização do processo de soldagem pelo <i>Solver</i> (Excel)	30
3.3.2 Otimização do processo de soldagem pelo <i>Desirability</i> (Minitab®)	31
3.4 Caso 3 – Otimização de um processo químico	32
3.4.1 Otimização do processo químico pelo <i>Solver</i> (Excel)	33
3.4.2 Otimização do processo químico pelo <i>Desirability</i> (Minitab)	34
4 ANÁLISE DOS RESULTADOS	35
4.1 Considerações Iniciais	35
4.2 Análise do caso 1	35
4.3 Análise do caso 2	36
4.4 Análise do caso 3	38
5 CONCLUSÃO	39
5.1 Sugestões para trabalhos futuros	39
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	40
APÊNDICE A – Metodologia para otimização em Excel®	42
APÊNDICE B – Planejamento de Experimento (DOE) desenvolvido para cada processo	44

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Iniciais

No ambiente altamente competitivo da economia atual, onde as organizações enfrentam situações cada vez mais dinâmicas e inovadoras, é fundamental identificar e comparar os nossos pontos fortes e fracos, analisando a exigência de busca de novas práticas de trabalho.

O conhecimento é bem mais importante da empresa, ainda que não seja contabilizado nos sistemas de informação econômico-financeiros tradicionais (Machado e Francisco, 2005). Por isso, as empresas devem estar sempre em busca de novos conhecimentos e buscando o desenvolvimento daqueles que já possui. A otimização de processos, a partir da análise de situações com respostas múltiplas, é um tema que vem sendo muito abordado nos dias de hoje, devido a sua contribuição no desenvolvimento das empresas.

A análise de problemas com respostas múltiplas tem sido alvo de um interesse crescente em diferentes áreas do conhecimento (XU *et al.*, 2004). A resolução deste tipo de problemas exige que se modele cada uma das respostas que se pretende otimizar por uma função que descreva a denominada Superfície de Resposta, ou seja, que permita estimar o valor da resposta dentro do intervalo de variação definido para as variáveis envolvidas no estudo. Essas funções (equações de regressão múltipla) são normalmente obtidas da análise do resultado das experiências desenhadas pelo modelo de Box-Behnken, Compósito Central ou de desenhos fatoriais a três níveis, sendo em geral equações de segunda ordem. Wu e Hamada (2000) caracterizam estes modelos e afirmam que o modelo Compósito Central (CCD – *Composite Central Design*) é o mais utilizado.

Neste contexto, em estudos de otimização que envolvem um pequeno número de respostas e de variáveis, em geral duas ou três, têm sido utilizada uma prática que consiste na sobreposição dos gráficos da superfície de cada uma das respostas para que, através da simples observação, se identifiquem os valores das variáveis que permitirão alcançar os melhores resultados nessas respostas (CARLILE *et al.*, 2000). Porém, esta é uma prática não recomendada para um maior número de respostas e/ou variáveis. Nestes casos é necessário utilizar um algoritmo de otimização para determinar o valor das variáveis que poderá permitir encontrar o melhor compromisso entre os valores das respostas.

Este trabalho, apresenta um estudo comparativo entre dois métodos de otimização de processos, que serão comparados, a partir da resposta ótima alcançada por cada modelo quando aplicado a diferentes situações que foram retiradas da literatura.

1.2 Objetivo Geral

O principal objetivo deste trabalho é avaliar a utilização de dois métodos para a otimização de processos, por meio de análise comparativa dos resultados de otimização obtidos ao se aplicar cada método nos processos selecionados para serem estudados.

1.2.1 Objetivos Específicos

- Utilizar as ferramentas *Desirability* (Minitab®) e *Solver* (Excel®) para solucionar problemas encontrados na teoria;
- Analisar a influência de modelos matemáticos na otimização de processos;
- Analisar a correlação entre número de variáveis do problema proposto e o método de otimização utilizado;

1.3 Justificativa

A otimização simultânea de múltiplas variáveis é uma necessidade inerente frente as grandes exigências de mercado. A busca por melhorias nos processos, é uma prioridade nas empresas devido a grandes concorrências de mercado e a necessidade das aplicações de melhorias contínuas.

Segundo Van Gyseghem *et al.* (2004), o *Desirability* é um método multicritério que possibilita a determinação do conjunto de condições desejáveis como ótimo para aquelas propriedades que estão sendo estudadas e, capaz de avaliar um conjunto de respostas simultaneamente.

De acordo com Costa (2007), a utilização da análise de respostas múltiplas é cada vez mais uma exigência no contexto em que atualmente se faz negócio, além disso, afirma a eficácia e eficiência do método de Ch'ng *et al.* para a otimização de respostas múltiplas, sugerindo a aplicação do mesmo.

Segundo Paiva (2008), a otimização multicriterial baseada em índices de capacidade é uma opção bastante apropriada ao contexto atual e precisa se tornar mais acessível, além disso, a compreensão dos métodos de otimização dos complexos processos de múltiplas

características, exigíveis ou desejáveis, abundantes no universo da manufatura, já seria razão suficiente para a realização de um estudo mais aprofundado sobre o assunto.

1.4 Material e Métodos

De acordo com Bertrand e Fransoo (2002), podemos classificar este trabalho como uma pesquisa específica, com objetivos empíricos descritivos, pois o modelo desenvolvido descreve de forma adequada as relações causais que podem existir na realidade, favorecendo a compreensão de processos reais.

O método *Desirability* é um método multicritério que possui a capacidade de avaliar inúmeras respostas simultaneamente e também determinar a resposta ótima para o problema que está sendo estudada. De acordo com especialistas, a essência do método é transformar um problema de otimização multivariada em um problema univariado.

Serão utilizados duas diferentes ferramentas para a otimização de processos, *Desirability* e o *Solver*. O *Desirability* que é uma função do software Minitab®, utiliza o método dos Mínimos Quadrados, enquanto o solver do Excel®, utiliza o método de Newton Raphson.

Para a modelagem na ferramenta *Solver*, será implementado o método de Ch'ng *et al.*, que consiste em uma recente proposta para a otimização de processos com múltiplas respostas. Na ferramenta do Minitab®, o método para a otimização de resposta é o próprio *Desirability* (mesmo nome da ferramenta).

De acordo com Costa (2007) o método multicriterial proposto por Ch'ng *et al.*, ganhou grande credibilidade quando aplicado para a otimização de respostas múltiplas, em particular quando essas respostas são modeladas por equações com termos quadráticos independentemente do número de termos que possam conter, do tipo de respostas e do número de variáveis.

1.5 Estrutura da Dissertação

Neste capítulo inicial foi realizada uma breve introdução daquilo que será apresentado neste trabalho, assim como os objetivos, as justificativas e os materiais e método.

No capítulo 2 será apresentada a fundamentação teórica deste trabalho, abordando informações sobre o método e os modelos estudados, além de pontos-chaves que contribuem como base para a otimização.

No capítulo 3 será apresentado os três casos estudados no presente trabalho, assim como as informações necessárias para a realização da otimização de cada processo. Além dos resultados obtidos por meio da otimização de cada modelo.

No capítulo 4 será apresentada a análise dos resultados obtidos, comparando os métodos para cada processo estudado. Por fim, no capítulo 5, será apresentado as conclusões do presente trabalho e propostas para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Considerações Iniciais

Neste capítulo é apresentada a fundamentação teórica relativa aos conceitos que foram aplicados a este trabalho. O objetivo deste capítulo é contribuir para o entendimento das metodologias abordadas e aplicadas ao presente trabalho de graduação.

Inicialmente, será abordada uma visão geral sobre a Metodologia de Projeto de Experimentos e a Metodologia de Superfície de Respostas. Em seguida, apresenta-se duas abordagens utilizadas no planejamento de experimentos (Compósito Central – CCD, e Box-Behnken). Por fim, apresenta-se a função *Desirability*, principal objeto de estudo deste trabalho.

2.2 Metodologia de Projeto de Experimentos

O Planejamento de Experimentos (do inglês *Design of Experiments* - DOE) é uma metodologia criada no século passado, por volta da década de 20. Sir Ronald A. Fischer foi o responsável pela formalização da experimentação e lhe é atribuído a denominação de criador do método. Os primeiros estudos realizados utilizando o DOE foram em experimentos no ambiente agrícola e em ciências biológicas. Atualmente é utilizado constantemente em diversas áreas, sendo principalmente aplicado na indústria, auxiliando contínua melhora dos processos.

Uma técnica muito utilizada para se planejar experimentos, ou seja, definir quais dados serão estudados, em que quantidade e a quais condições serão submetido para coleta de dados, é o DOE. Portanto, pode-se classificá-la como uma técnica de extrema importância para a indústria, pois seu emprego permite resultados mais confiáveis economizando dinheiro e tempo. Além da sua importância no estudo de processos já existentes, sua aplicação no desenvolvimento de novos produtos é essencial, uma vez que é necessária maior qualidade e confiabilidade nos resultados e com isso levar a um projeto com desempenho superior em termos de suas características funcionais (COLEMAN,1993).

O planejamento experimental é uma ferramenta de engenharia criticamente importante para melhorar um processo de fabricação, possuindo aplicação extensiva no desenvolvimento de novos processos (GOMES, 2007).

De acordo com Montgomery (1997), existe um roteiro básico a ser seguido para a elaboração de um planejamento de experimentos, as etapas que compõe este roteiro é mostrado a seguir:

- Identificação do problema - importância do envolvimento de pessoas de todas as áreas para identificar o problema e, traçar os objetivos a serem alcançados e direcionar as ações de melhoria;
- Escolha dos fatores e níveis – analisa todos os fatores que possam estar influenciando o processo e os níveis de atuação de cada um deles;
- Seleção da variável resposta – normalmente a média ou o desvio padrão do fator estudado é a variável resposta, podendo em alguns casos ser ambas. Pode acontecer de existirem respostas múltiplas;
- Escolha do planejamento experimental – escolha do planejamento que melhor se adéque as condições experimentais, tais como o tamanho da amostra e restrições;
- Realização do experimento – o fator mais importante nesta etapa é a monitoração do processo, falhas neste processo podem arruinar todo o estudo;
- Análise de dados – utiliza métodos estatísticos para análise dos dados obtidos, possibilitando tirar conclusões sobre o efeito do fatores estudados no processo;
- Conclusões e recomendações – realiza a conclusão sobre o estudo feito e recomenda possíveis ações a serem tomadas para a melhoria do problema identificado inicialmente;

Muitas vezes, acaba se realizando um experimento de triagem para poder analisar o processo como um todo e, desta forma, definir quais os fatores e níveis, a resposta e o planejamento experimental. Normalmente, para entendimento do comportamento do sistema, são realizados planejamentos fatoriais completos ou fatoriais fracionários.

De acordo com Teófilo e Ferreira (2006), investiga-se a influência de todas as variáveis experimentais e os efeitos de suas interações na resposta, ao se utilizar em um planejamento fatorial completo. Se a combinação de k fatores é investigada em dois níveis, um planejamento fatorial consistirá de 2^k experimentos.

Fazendo um comparativo entre um planejamento completo e um fracionário, a principal diferença está no número de experimentos a serem realizados a cada fator adicionado ao estudo. Segundo Teófilo e Ferreira (2006), especialistas afirmam que para planejamentos com $k > 4$, os efeitos de algumas ordens são quase sempre não significativos, tornando

desnecessário o estudo dos mesmos. Além disso, experimentos fracionários são aplicados em estudos onde seria inviável economicamente a realização de inúmeros experimentos para analisar o processo.

2.2.1 Metodologia Superfície de Resposta

A metodologia de superfície de resposta (MSR) possui uma extensa gama de aplicação nas pesquisas industriais, em específico em situações onde uma grande quantidade de variáveis de um sistema influencia de alguma forma características fundamentais deste processo. Ela pode ser entendida como uma combinação de técnicas de planejamento de experimentos, análise de regressão e métodos de otimização (Barbetta & Lehrer, 2001).

De acordo com Paiva (2008), a primeira etapa da metodologia é encontrar uma razoável aproximação do relacionamento real entre as respostas (y) e o conjunto de variáveis independentes (x). Isso porque geralmente, o relacionamento entre as variáveis dependentes e independentes não é conhecido.

Montgomery (2001) afirmar que quando se abrange todo o espaço experimental coberto pelas variáveis independentes dificilmente um modelo polinomial possa se aproximar de um modelo real. Porém, realizando o estudo para uma região específica, a aproximação realizada se mostra bastante eficiente.

A Metodologia de Superfície de Respostas tem como finalidade principal determinar as condições operacionais ótimas para o sistema ou determinar uma região do espaço fatorial, em que as especificações operacionais sejam satisfeitas (Paiva, 2008).

2.2.2 Planejamento Composto Central (CCD)

Os planejamentos compostos centrais (CCD) foram apresentados por Box e Wilson, em 1951, como uma evolução dos planejamentos 3^3 , que necessitavam de muitos experimentos para um pequeno número de fatores, mesmo para planejamentos fracionários (Teófilo e Ferreira, 2006). Paiva (2008), diz que o CCD é um arranjo largamente utilizado na prática, devido à sua relativa eficiência com respeito ao número de corridas requeridas.

O CCD é definido como uma matriz formada por três grupos distintos de elementos experimentais: um conjunto de pontos centrais; um fatorial completo ou fracionado e, adicionalmente, um grupo de níveis extras denominados *Pontos Axiais*. A distância do centro

ao ponto axial será maior que a unidade, caso aconteça da distância entre o centro do arranjo e o ponto fatorial (+1; -1) for aproximadamente 1 (em módulo). Esta distância, normalmente representada por a , depende do número de fatores envolvidos e de certas propriedades desejadas para o experimento em estudo (MONTGOMERY, 2001).

De acordo com Teófilo e Ferreira (2006), para construção de um planejamento CCD é necessário a realização de algumas definições. Precisa-se decidir o número de variáveis a serem estudadas (k), qual planejamento fatorial será empregado (completo 2^k ou fracionário 2^{k-b}) e quantos experimentos serão realizados no ponto central ($2k$). Desta forma, o número de experimentos a ser realizado para que seja possível estudar o processo é dado por 2^k+2k+1 .

2.2.3 Planejamento Box-Behnken

Box e Behnken (1960) descreveram uma classe de projetos de experimentos fatoriais incompletos de nível 3 para a estimativa de coeficientes em um polinômio de segundo grau. Estes projetos satisfazem aproximadamente o critério de rotatibilidade e, em sua maioria, podem ser bloqueados ortogonalmente (Souza, 2002). Os experimentos são considerados uma boa alternativa a utilização do Composto Central e, ambos são aplicadas em conjunto a metodologia de superfície de respostas.

2.3 Otimização de Múltiplas Respostas

Segundo Paiva (2008), o objetivo fundamental da metodologia de superfície de resposta é o de encontrar uma condição ótima para operação de um processo que o viabilize ou produza resultados com consideráveis melhorias. A forma para se alcançar tais resultados é a de se utilizar diversos algoritmos de modelagem para estabelecer funções de transferência entre os dados e as variáveis de controle experimentais, viabilizando a determinação do ponto ótimo global.

A seguir, será apresentado o método *Desirability*, um dos métodos de otimização de múltiplas respostas, e alguns dos algoritmos utilizados na sua resolução.

2.3.1 Método *Desirability*

Uma das técnicas mais utilizadas para otimizar simultaneamente várias respostas consiste em transformar as equações que modelam cada uma dessas respostas em funções utilidade individuais, e depois proceder à otimização de uma função utilidade global, conhecido com *Total Desirability (D)*, que é descrita em termos das funções utilidade individuais. A otimização simultânea de várias respostas transforma-se assim na otimização de uma única função. Os grandes impulsionadores desta abordagem foram Derringer e Suich (1980), que continua a ser uma base de comparação para outros métodos em termos dos resultados que permite obter. Além disto a sua fácil interpretação e implementação motivaram que o método seja descrito e o seu desempenho reavaliado neste trabalho.

Derringer e Suich (1980) apresentam funções utilidade individuais para respostas do tipo Nominal é Melhor (NTB – *Nominal The Better*), Maior é Melhor (LTB – *Larger The Better*) e Menor é Melhor (STB - *Smaller The Better*).

Quando o valor alvo (T) de uma resposta ($\hat{y}(x)$) está entre um valor máximo (U) e um valor mínimo (L), diz-se que a resposta é do tipo NTB com a correspondente função utilidade $d(\hat{y}(x))$, que por uma questão de simplificação será aqui representada por d , podendo ser definida como na Equação 1

$$d = \begin{cases} \left[\frac{\hat{y} - L}{T - L} \right]^S & L \leq \hat{y} \leq T \\ \left[\frac{\hat{y} - U}{T - U} \right]^R & T \leq \hat{y} \leq U \\ 0 & \hat{y} < L \text{ ou } \hat{y} > U \end{cases} \quad (1)$$

onde R e S são fatores de ponderação.

Quando o valor alvo T deve atingir o valor máximo da função, a resposta diz-se do tipo LTB e a correspondente função utilidade d pode ser definida como na equação 2.

$$d = \begin{cases} 0 & \hat{y} < L \\ \left[\frac{\hat{y} - L}{U - L} \right]^R & L \leq \hat{y} \leq U \\ 1 & \hat{y} > U \end{cases} \quad (2)$$

Quando o valor alvo deve atingir o valor mínimo da função, a resposta diz-se do tipo STB com a correspondente função utilidade d pode ser definida como apresentado na equação 3.

$$d = \begin{cases} 0 & \hat{y} > U \\ \left[\frac{\hat{y} - U}{L - U} \right]^R & L \leq \hat{y} \leq U \\ 1 & \hat{y} < L \end{cases} \quad (3)$$

De acordo com Derringer e Suich (1980), a otimização das respostas envolvidas no estudo pode ser efetuada por meio da maximização da função utilidade global dada pela equação 4.

$$D = (d_1 \times d_2 \times d_3 \times \dots \times d_p)^{1/p} \quad (4)$$

onde p corresponde ao número de respostas a serem otimizadas.

De acordo com Derringer (1994) pode-se utilizar as equações 4 e 5 na determinação do valor de D :

$$D = \left(d_1^{w_1} \times d_2^{w_2} \times d_3^{w_3} \times \dots \times d_p^{w_p} \right)^{\frac{1}{\sum_{i=1}^p w_i}} \quad (5)$$

Entretanto, segundo Castillo e Montgomery (1993), basta que uma das funções d tenha um valor inaceitável, por exemplo o valor mínimo ($d = 0$), para que a solução global também se torne inaceitável ($D = 0$).

Khuri e Colon (1981) apresentaram o método de otimização pela Aproximação da Distância Generalizada, onde são consideradas duas etapas. Na primeira etapa são obtidos os valores ótimos individuais para cada resposta por meio da região obtida experimentalmente. Na segunda etapa, o ótimo global é determinado minimizando-se a função distância p , dada por (6), associada à distância do ótimo global, sendo a variância e a covariância das respostas utilizadas como pesos na função:

$$p = \left[(\hat{y}(x) - \theta)^T \cdot \{\text{var}[\hat{y}(x)]\}^{-1} \cdot [\hat{y}(x) - \theta] \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

onde $\hat{y}(x)$ é o vetor de respostas previstas na localização x , $\text{var}[\hat{y}(x)]$ é a variância e covariância da matriz de respostas previstas na localização x e θ é o vetor das respostas alvo.

E a aproximação considera o desvio das respostas alvo e os valores da variância e correlação das respostas. Porém, este método é bastante limitado, uma vez que requer que o número de respostas e o número de variáveis sejam iguais.

Vining (1998) estendeu a aproximação feita por Kuri e Colon (1981) e Pignatiello (1993), levando em consideração os valores da função perda dada por (7).

$$\hat{E} = \left[(\hat{y}(x) - \theta)^T \cdot C(\hat{y}(x) - \theta) + \text{trace}[C\{\text{var}[\hat{y}(x)]\}] \right] \quad (7)$$

onde C é uma matriz positiva definida pelos pesos, e os outros termos têm as mesmas definições como apresentado na equação 6. O primeiro termo $\left[(\hat{y}(x) - \theta)^T \cdot C(\hat{y}(x) - \theta) \right]$ representa a penalidade imposta para o desvio de qualquer resposta do respectivo valor alvo, e o segundo termo $\text{trace}[C\{\text{var}[\hat{y}(x)]\}]$ representa a penalidade imposta pela qualidade dos valores preditos.

O método considera a correlação entre as respostas e a economia do processo; Além disso, leva em conta a habilidade do modelo na previsão das condições ótimas. Segundo Xu *et al.* (2004), a dificuldade de implementação deste método é que a estimativa do parâmetro C pode ser subjetiva e o cálculo da matriz variância-covariância é complexo quando as respostas provêm de diferentes formas de modelos.

Castillo e Montgomery (1993) afirmam que há outros algoritmos de otimização mais eficientes, como o Gradiente Reduzido Generalizado (GRG), que é um dos mais populares algoritmos de otimização não linear.

Ch'ng *et al.* (2005) propõem que a função utilidade global seja definida na forma de uma média aritmética, como na equação 7, para evitar que o GRG apresente falsos valores ótimos. Isto pode acontecer se o valor de uma das respostas for igual ao valor alvo, fazendo com que $(d(\hat{y}_i) - d(T_i)) = 0$ em (8) e, por conseqüência, D atinja o valor mínimo zero:

$$D = \frac{\left(\sum_{i=1}^p e_i |d(\hat{y}_i) - d(T_i)|\right)}{p} \quad (8)$$

onde $d(\hat{y}_i)$ é a função utilidade da resposta i , $d(T_i)$ é o valor dessa função utilidade no valor alvo, e_i é o fator ponderação da resposta i com $\sum_{i=1}^p e_i = 1$ e p é o número de respostas.

As funções utilidades individuais são definidas por (9).

$$d_i = \frac{2 \cdot \hat{y}_i - (U + L)}{U - L} + 1 = \frac{2 \cdot \hat{y}_i}{U - L} + \frac{-2 \cdot L}{U - L} = m \cdot \hat{y}_i + c \quad (9)$$

com $0 \leq d_i \leq 2$.

Em seu trabalho, Costa (2007), utiliza a medida denominada Distância absoluta (DIS) para a comparação de métodos numa base equitativa. Essa distância é definida por (10):

$$DIS = \sum_{i=1}^p |\hat{y}_i - T_i| \quad (10)$$

onde, T_i corresponde ao valor alvo da resposta \hat{y}_i . Quanto menor o valor DIS , melhor é o desempenho da otimização, levando em consideração que os valores das variáveis respostas obtidos ficaram mais próximos de seus valores alvos. A medida de desempenho DIS , foi apresentada por Xu et al. (2004), para proceder uma comparação numa base equitativa

Ainda em seu trabalho, Costa (2007), realiza uma análise comparativa entre diferentes abordagens de otimização utilizando o método *Desirability*. As principais metodologias estudadas foram propostas por:

- Derringer e Suich (1980);
- Castillo et al.(1996);
- Ch'ng et al.(2005);
- Xu et al. (2003);

Das metodologias estudadas por Costa (2007), a que obteve melhor desempenho na otimização dos processos estudados, foi a metodologia proposta por Ch'ng et al.(2005). Por este motivo, essa metodologia foi selecionada para o estudo desenvolvido neste trabalho.

3. ESTUDO DE CASO

3.1 Considerações Iniciais

Neste Capítulo, serão desenvolvidos três estudos, envolvendo casos de planejamento de experimentos retirados da literatura. Para cada objeto de estudo, foi aplicado duas abordagens de otimização de processos, por meio do método *Desirability*.

O primeiro caso a ser analisado, trata-se de um processo de composto para borracha de pneu, que foi o processo estudado por Derringer e Suich (1980) e, foco de outros especialistas que buscam aprimorar o método *Desirability*.

O segundo caso é um processo de soldagem de fios, retirado do artigo de Castillo, (1996), que traz uma modificação na abordagem das funções *Desirability*, para a otimização de casos de múltiplas respostas.

Por último, será analisado um processo químico, estudado por Vining (1998). Neste artigo, eles realizam um estudo de caso, onde engenheiros buscam descobrir os ajustes necessários para fazer com que a reação desenvolva melhor resultado possível.

Numa primeira fase, cada um dos casos foi otimizado utilizando a ferramenta Solver (Excel®), com a metodologia de melhora proposta por Ch'ng *et al.*, a partir do método *Desirability*. Posteriormente, os casos foram replicados fazendo-se uso da ferramenta *Desirability* (Minitab®).

3.2 Caso 1 – Otimização de um processo de composto para borracha de pneu

Esse primeiro caso de otimização consiste no desenvolvimento de um composto para a borracha de pneus, onde três elementos deveriam ser combinados, buscando otimizar tal combinação.

Os três fatores de controle estudados estão representados a seguir:

- X_1 : sílica hidratada ($\text{SiO}_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$);
- X_2 : agente de acoplamento silano (SiH_4);
- X_3 : enxofre (S).

Os quatro índices de qualidade do pneu que estão associados ao três fatores da borracha dos pneus são:

- Y_1 : Índice de abrasão PICO;
- Y_2 : Modulus 200%;
- Y_3 : Alongamento e quebra;
- Y_4 : Dureza.

Para se obter os valores de correlação entre os índices de qualidade do pneu e os três fatores, neste caso foi realizado um estudo experimental através de um arranjo de composta central com seis pontos centrais.

Os valores da correlação encontrados a partir da realização desse arranjo, pode ser encontrado a seguir

$$\hat{y}_1 = 139,12 + 16,49 x_1 + 17,88 x_2 + 10,91 x_3 - 4,01 x_1^2 - 3,45 x_2^2 - 1,57 x_3^2 + 5,13 x_1 x_2 + 7,13 x_1 x_3 + 7,88 x_2 x_3$$

$$\hat{y}_2 = 1261,11 + 268,15 x_1 + 246,50 x_2 + 139,48 x_3 - 83,55 x_1^2 - 124,79 x_2^2 + 199,17 x_3^2 + 69,38 x_1 x_2 + 94,13 x_1 x_3 + 104,38 x_2 x_3$$

$$\hat{y}_3 = 400,38 - 99,67 x_1 - 31,40 x_2 - 73,92 x_3 + 7,93 x_1^2 + 17,31 x_2^2 + 0,43 x_3^2 + 8,75 x_1 x_2 + 6,25 x_1 x_3 + 1,25 x_2 x_3$$

$$\hat{y}_4 = 68,91 - 1,41 x_1 + 4,32 x_2 + 1,63 x_3 + 1,56 x_1^2 + 0,06 x_2^2 - 0,32 x_3^2 - 1,63 x_1 x_2 + 0,13 x_1 x_3 - 0,25 x_2 x_3$$

Para a realização da otimização do processo, deve-se definir os valores mínimos e máximos de cada índice, além do valor alvo (valor que se deseja alcançar). Os valores, que foram retirados de estudos científicos, para esse estudo são encontrados na Tabela 1.

Tabela 1 - Níveis restritivos do primeiro processo

	Mínimo	Alvo	Máximo
Y1	120	170	170
Y2	1000	1300	1300
Y3	400	500	600
Y4	60	67,5	75

Como pode ser visto na Tabela 1, os índices Y_1 e Y_2 são do tipo “Maior é Melhor” (*LTB – Larger-The-Better*), enquanto os índices Y_3 e Y_4 são “Nominal é Melhor” (*NTB – Nominal-The-Better*). Com os valores obtidos em experimento da correlação entre os índices, os intervalos de restrição e o valor alvo, pode-se realizar a otimização do processo estudado.

Portanto, este é um exemplo com três variáveis, duas respostas LTB e duas respostas NTB.

3.2.1 Otimização do processo de composto para borracha de pneu pelo *Solver* (Excel)

Para aplicação do método de Ch'ng *et al.*, foi seguido as instruções apresentadas por Costa (2007). Essas instruções podem ser vistas em anexo neste presente trabalho.

Realizando a otimização do processo utilizando o *Solver*, foi possível obter os valores dos fatores e dos índices de qualidades estudados, além dos valor *DIS*, que será o valor utilizados para a comparação das ferramentas. Na Figura 1, serão mostrados os valores obtidos.

Respostas	X0	X1	X2	X3	X11	X22	X33	X12	X13	X23
Y1	139,12	16,49	17,88	10,91	-4,01	-3,45	-1,57	5,13	7,13	7,88
Y2	1261,07	268,13	246,49	139,46	-83,5	-124,74	199,14	69,38	94,13	104,38
Y3	400,38	-99,66	-31,39	-73,91	7,93	17,3	0,44	8,75	6,25	1,25
Y4	68,91	-1,41	4,32	1,63	1,56	0,06	-0,32	-1,63	0,13	-0,25
m	c		Função	Utilidade			Mínimo	Alvo	Máximo	
0,04	-4,80		d1(T1)	2		Y1	120	170	170	
0,01	-6,67		d2(T2)	2		Y2	1000	1300	1300	
0,01	-4,00		d3(T3)	1		Y3	400	500	600	
0,13	-8,00		d4(T4)	1		Y4	60	67,5	75	
e1	0,25		d1(Y1)	0,6892		Y1	137,23			
e2	0,25		d2(Y2)	2,0000		Y2	1300,00		X1	0,36432
e3	0,25		d3(Y3)	0,0000		Y3	400,00		X2	-0,0436
e4	0,25		d4(Y4)	1,0109		Y4	67,58		X3	-0,4675
			D =	0,58043		DIS =	132,85			

Figura 1 - Folha do EXCEL® com o método de Ch'ng et al. para o primeiro caso

3.2.2 Otimização do processo de composto para borracha de pneu pelo *Desirability* (Minitab®)

A otimização do processo por meio do software Minitab®, é realizada utilizando a ferramenta *Desirability*, que aplica a metodologia proposta por Derringer e Suich em 1980. Para o desenvolvimento da otimização, é necessário os valores obtidos para as variáveis

respostas do planejamento de experimento desenvolvido para o processo. Além disso, os valores dos níveis restritivos são necessários para a aplicação da metodologia.

Os valores da otimização utilizando o *Desirability*, podem ser vistos na Figura 2. A análise dos dados obtidos e a comparação dos resultados, serão desenvolvidas no próximo capítulo.

Otimização da resposta

Parâmetros

	Meta	Mínimo	Alvo	Máximo	Peso	Importância
Y1	Máximo	120	170,0	170	1	1
Y2	Máximo	1000	1300,0	1300	1	1
Y3	Alvo	400	500,0	600	1	1
Y4	Alvo	60	67,5	75	1	1

Solução Global

X1	= -0,051
X2	= 0,145
X3	= -0,869

Respostas

Y1	= 129,40; desirability = 0,18805
Y2	= 1300,00; desirability = 1,00000
Y3	= 465,94; desirability = 0,65935
Y4	= 68,00; desirability = 0,93337

Total Desirability = 0,58325

Figura 2 - Folha do Minitab® com a otimização. para o primeiro caso

3.3 Caso 2 – Otimização de um processo de soldagem de fios

Este segundo caso, consiste em um processo de soldagem de fios que é realizado a partir de um módulo híbrido, em embalagens pré-moldadas, por soldagem entre condutores (posição A) e as chapas de silício (posição B). Para garantir soldagem de alta qualidade, ela deve ser realizada em temperaturas elevadas, no entanto, a temperatura não pode exceder o ponto de fusão do composto plástico utilizado no produto.

O processo possui algumas características que afetam a temperatura da ligação dos fios. Essas características são:

- X_1 : taxa de fluxo de nitrogênio ;
- X_2 : temperatura do nitrogênio ;
- X_3 : temperatura do bloco de aquecimento .

Para alcançar a condição ótima do processo estudado, as características do processo dependem do desempenho de algumas variáveis resposta. As respostas para esse processo estão ligadas a temperatura em duas posições de soldagem. Essas respostas do experimento são:

- Y_1 : temperatura máxima na posição A;
- Y_2 : temperatura inicial da ligação na posição A;
- Y_3 : temperatura final da ligação na posição A;
- Y_4 : temperatura máxima na posição B;
- Y_5 : temperatura inicial da ligação na posição B;
- Y_6 : temperatura final da ligação na posição B.

Para investigar o modelo de três fatores e as seis variáveis respostas, foi utilizado o modelo de Box-Behnken. O modelo gerado para cada resposta em função dos fatores que interferem no processo é apresentado a seguir.

$$\hat{y}_1 = 179,93 + 23,83 x_2 + 3,62 x_3 - 0,318 x_2 x_3$$

$$\hat{y}_2 = 141,00 + 6,00 x_1 + 21,02 x_2 + 14,12 x_3$$

$$\hat{y}_3 = 139,53 + 7,25 x_1 + 16,00 x_2 + 19,75 x_3$$

$$\hat{y}_4 = 154,90 + 10,10 x_1 + 30,60 x_2 + 6,30 x_3 - 11,20 x_1^2 + 11,30 x_1 x_2$$

$$\hat{y}_5 = 139,29 + 4,63 x_1 + 19,75 x_2 + 16,13 x_3 - 5,41 x_1^2 + 7,00 x_1 x_2$$

$$\hat{y}_6 = 146,86 + 4,87 x_1 + 15,62 x_2 + 27,00 x_3 - 3,91 x_1^2 + 4,75 x_1 x_2$$

Novamente, para a realização da otimização do processo, deve-se definir os valores mínimos e máximos de cada índice, além do valor alvo (valor que se deseja alcançar). Os valores, que foram retirados de estudos científicos, para esse estudo são encontrados na Tabela 2.

Tabela 2 - Níveis restritivos do processo para o segundo caso

	Mínimo	Alvo	Máximo
Y1	185	190	195
Y2	170	185	195
Y3	170	185	195
Y4	185	190	195
Y5	170	185	195
Y6	170	185	195

Como pode ser visto na tabela acima, todos os índices estudados nesse processo são qualificados como “Nominal é Melhor” (*NTB – Nominal-The-Better*). Com os valores obtidos em experimento da correlação entre os índices, os intervalos de restrição e os valores alvos, pode-se realizar a otimização do processo estudado. Portanto, este é um exemplo com três variáveis e seis respostas do tipo NTB.

3.3.1 Otimização do processo de soldagem pelo *Solver* (Excel)

Assim como no primeiro caso, utilizou-se a metodologia sugerida por Ch’ng et al., para a otimização do processo com a ferramenta *Solver*.

Realizando a otimização do processo utilizando o *Solver*, foi possível obter os valores dos fatores e dos índices de qualidades estudados, além dos valor *DIS*, que será o valor utilizados para a comparação das ferramentas. A Figura 3 mostra os valores obtidos.

Respostas	X0	X1	X2	X3	X11	X22	X33	X12	X13	X23	
Y1	174,93	0	23,38	3,62	0	0	0	0	0	-19	
Y2	141	6	21,02	14,12	0	0	0	0	0	0	
Y3	139,53	7,25	16	19,75	0	0	0	0	0	0	
Y4	154,9	10,1	30,6	6,3	-11,2	0	0	11,3	0	0	
Y5	139,29	4,63	19,75	16,13	-5,41	0	0	7	0	0	
Y6	146,86	4,87	15,62	27	-3,98	0	0	4,75	0	0	
m	c		Função	Utilidade			L	T	U		
0,20	-37,00		d1(T1)	1		Y1	185	190	195		
0,08	-13,60		d2(T2)	1		Y2	170	185	195		
0,08	-13,60		d3(T3)	1		Y3	170	185	195		
0,20	-37,00		d4(T4)	1		Y4	185	190	195		
0,08	-13,60		d5(T5)	1		Y5	170	185	195		
0,08	-13,60		d6(T6)	1		Y6	170	185	195		
e1	0,16666667		d1(Y1)	0,0000		Y1	185,00				
e2	0,16666667		d2(Y2)	0,3591		Y2	174,49		X1	0,49156	
e3	0,16666667		d3(Y3)	0,2952		Y3	173,69		X2	0,90438	
e4	0,16666667		d4(Y4)	2,0000		Y4	195,00		X3	0,8165	
e5	0,16666667		d5(Y5)	0,3522		Y5	174,40				
e6	0,16666667		d6(Y6)	1,3261		Y6	186,58				
			D =	0,55762		DIS =	44,00				

Figura 3 - Folha do EXCEL® com o método de Ch'ng et al. para o segundo caso

3.3.2 Otimização do processo de soldagem pelo *Desirability* (Minitab®)

Como dito anteriormente, a metodologia utilizada pela ferramenta *Desirability*, do software Minitab®, é aquela desenvolvida por Derringer e Suich, em 1980. Utilizando as respostas obtidas a partir do planejamento de experimento e, as restrições para cada resposta, assim como seus valores alvos, é possível obter os seguintes resultados, como é demonstrado na Figura 4.

Otimização da resposta

Parâmetros

	Meta	Mínimo	Alvo	Máximo	Peso	Importância
Y1	Alvo	185	190	195	1	1
Y2	Alvo	170	185	195	1	1
Y3	Alvo	170	185	195	1	1
Y4	Alvo	185	190	195	1	1
Y5	Alvo	170	185	195	1	1
Y6	Alvo	170	185	195	1	1

Solução Global

X1	=	1,00000
X2	=	0,78324
X3	=	1,00000

Respostas

Y1	=	191,255; desirability =	0,74902
Y2	=	179,229; desirability =	0,61525
Y3	=	180,878; desirability =	0,72523
Y4	=	190,470; desirability =	0,90607
Y5	=	175,021; desirability =	0,33471
Y6	=	190,561; desirability =	0,44385

Total Desirability = 0,59637

Figura 4 - Folha do Minitab® com a otimização. para o segundo caso

3.4 Caso 3 – Otimização de um processo químico

Neste terceiro caso, o experimento de estudo consiste na otimização de um processo de químico. Os fatores de controle que foram ajustados são alguns parâmetros relacionados ao processo de reação de um polímero. Amostras de tratamentos experimentais foram avaliados em relação a duas variáveis respostas e, cada tratamento (experimento) realizado apenas uma única vez, ou seja, sem replicação.

As características que foram estudadas neste experimento são:

- tempo da reação química;
- temperatura da reação;
- quantidade de catalisador utilizado;

O objetivo da otimização desse processo é o de encontrar os valores ideais para se realizar a atividade de reação do polímero. As duas variáveis respostas que foram estudadas neste experimento são:

- conversão do polímero que está reagindo;
- valor da atividade térmica;

Para investigar o modelo de três fatores e duas variáveis respostas, foi utilizado o modelo de Planejamento Composto Central – CCD, com vinte respostas experimentais. O modelo gerado para cada resposta em função dos fatores que interferem no processo é apresentado a seguir.

$$\hat{y}_1 = 81,09 + 1,03 x_1 + 4,64 x_2 + 6,20 x_3 - 1,83 x_1^2 + 2,94 x_2^2 - 5,19 x_3^2 + 2,13 x_1 x_2 + 11,37 x_1 x_3 - 3,87 x_2 x_3$$

$$\hat{y}_2 = 60,23 + 4,26 x_1 + 2,23 x_3$$

Assim como nos processos anteriores, neste caso, para a realização da otimização do processo, deve-se definir os valores mínimos e máximos de cada índice, além do valor alvo (valor que se deseja alcançar). Os valores para esse estudo são encontrados na Tabela 3.

Tabela 3 - Níveis restritivos do processo para o terceiro caso

	Mínimo	Alvo	Máximo
Y1	80	100	100
Y2	55	57,5	60

Como pode ser visto na tabela acima, o índice Y_1 é do tipo “Maior é Melhor” (*LTB – Larger-The-Better*), enquanto o índice Y_2 é do tipo “Nominal é Melhor” (*NTB – Nominal-The-Better*). Com os valores obtidos em experimento da correlação entre os índices, os intervalos de restrição e o valor alvo, pode-se realizar a otimização do processo estudado. Portanto, este é um exemplo com três variáveis e duas respostas, sendo uma delas *LTB* e a outra resposta *NTB*.

3.4.1 Otimização do processo químico pelo *Solver* (Excel)

Como nos casos anteriores, utilizou-se a metodologia sugerida por Ch’ng et al., para a otimização do processo com a ferramenta *Solver*.

Realizando a otimização do processo utilizando o *Solver*, foi possível obter os valores dos fatores e dos índices de qualidades estudados, além dos valor *DIS*, que será o valor utilizados para a comparação das ferramentas. Na Figura 5, serão mostrados os valores obtidos.

Respostas	X0	X1	X2	X3	X11	X22	X33	X12	X13	X23
Y1	81,09	1,03	4,64	6,2	-1,83	2,94	-5,19	2,13	11,37	-3,87
Y2	60,23	4,26	0	2,23	0	0	0	0	0	0
m	c		Função	Utilidade			Mínimo	Alvo	Máximo	
0,10	-8,00		d1(T1)	2		Y1	80	100	100	
0,40	-22,00		d2(T2)	1		Y2	55	57,5	60	
e1	0,5		d1(Y1)	1,3444		Y1	93,44		X1	-0,034
e2	0,5		d2(Y2)	1,8843		Y2	59,71		X2	1,433
									X3	-0,168
			D =	0,76994		DIS =	8,77			

Figura 5 - Folha do EXCEL[®] com o método de Ch'ng *et al.* para o terceiro caso

3.4.2 Otimização do processo químico pelo *Desirability* (Minitab)

Da mesma forma como no estudo dos processos anteriores, neste processo foi aplicado a metodologia utilizada pela ferramenta *Desirability*, do software Minitab[®], que é aquela desenvolvida por Derringer e Suich, em 1980. Utilizando as respostas obtidas a partir do planejamento de experimento e, as restrições para cada resposta, assim como seus valores alvos, é possível obter os seguintes resultados, como é demonstrado na Figura 6.

Otimização da resposta

Parâmetros

	Meta	Mínimo	Alvo	Máximo	Peso	Importância
Y1	Máximo	80	100,0	100	1	1
Y2	Alvo	55	57,5	60	1	1

Solução global

X1	= -0,54118
X2	= 1,68179
X3	= -0,60097

Respostas

Y1	= 95,1838; desirability = 0,75919
Y2	= 57,5000; desirability = 1,00000

Total Desirability = 0,87131

Figura 6 - Folha do Minitab[®] com a otimização. para o terceiro caso

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 Considerações Iniciais

Neste capítulo serão mostrados as análises dos resultados obtidos para cada um dos casos, utilizando os softwares Excel® e Minitab®. Um comparativo dos valores finais será feito por meio do uso de gráficos, a partir, dos valores *DIS* que possibilita a comparação numa base equitativa.

4.2 Análise do caso 1

Para se fazer a comparação entre os métodos abordados neste trabalho, optou-se por analisar o valor *DIS* encontrado para cada otimização. A Tabela 4 apresenta os valores encontrados para cada variável resposta e o valor da distância entre o valor encontrado em cada otimização e o valor alvo do processo.

Tabela 4 - Comparativa dos resultados obtidos por cada método no primeiro caso

Alvo	Desirability	DIS Des	Solver	DIS
170	129,4	40,6	137,23	32,77
1300	1300	0	1300,00	0
500	465,94	34,06	400,00	100
67,5	68	0,5	67,50	0

A Figura 7, ilustra a diferença dos valores encontrados para cada variável resposta, assim como a diferença total para cada método de otimização. Desta forma, é possível visualizar a diferença da efetividade de cada método para alcançar o valor alvo do processo estudado.

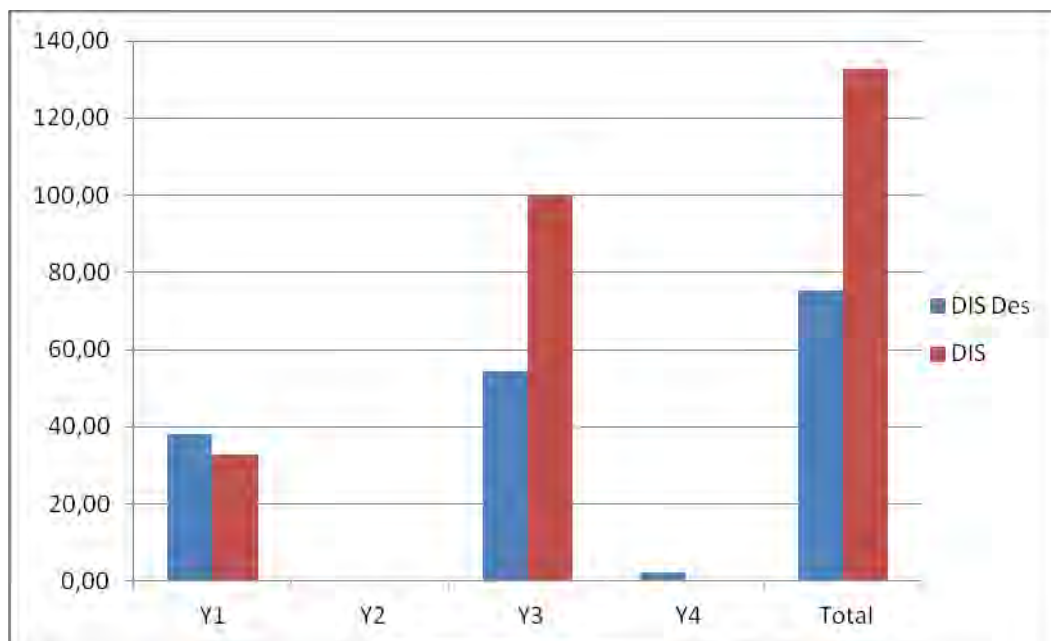


Figura 7 – Gráfico comparativo dos resultados *DIS* para o primeiro caso

Analisando de forma global os resultados obtidos, a otimização desenvolvida utilizando o software Minitab® teve melhor desempenho. O valor final *DIS* alcançado pelo Minitab® foi de 75,16, enquanto o valor utilizando o Excel® foi de 132,77. No entanto, caso fosse feita uma análise, para cada variável resposta, a otimização desenvolvida por meio do Excel, obteve melhor desempenho em um maior número de índices estudados no processo.

Neste caso, a otimização utilizando a metodologia desirability desenvolvida por Derringer e Suich foi superior a proposta por Ch'ng et al., mesmo possuindo um menor número de variáveis mais próximas ao valor desejado.

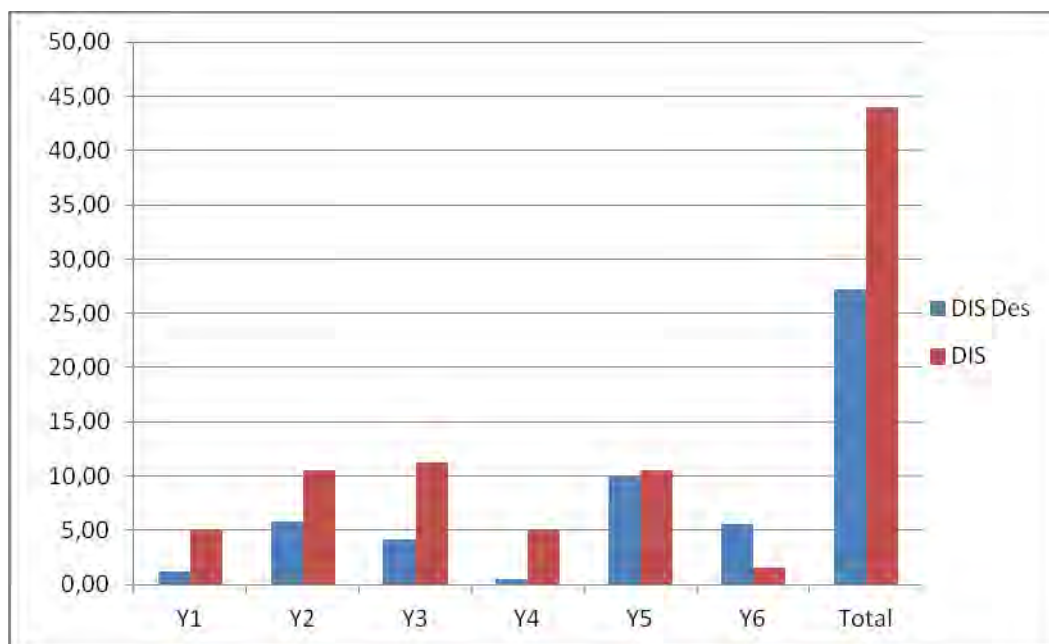
4.3 Análise do caso 2

Os resultados das variáveis respostas obtidas para cada otimização realizada, assim como os valores absolutos da diferença entre o valor alvo e o valor obtido, podem ser encontrados na Tabela 5.

Tabela 5 - Comparativo dos resultados obtidos por cada método no segundo caso

Alvo	Desirability	DIS Des	Solver	DIS
190	191,255	1,255	185,00	5
185	179,229	5,771	174,49	10,512
185	180,878	4,122	173,69	11,31
190	190,47	0,47	195,00	5
185	175,021	9,979	174,40	10,598
185	190,561	5,561	186,58	1,5759

O Figura 8, apresenta uma ilustração da diferença dos valores obtidos para cada variável resposta e o valor alvo para o processo. A diferença global para cada método também pode ser visualizada.

Figura 8 - Gráfico comparativo dos resultados *DIS* para o segundo caso

Analisando a Figura 8, pode-se ver claramente que a otimização realizada no Minitab®, obteve melhor desempenho. Apenas a variável “temperatura final da ligação na posição B”, teve melhor desempenho na otimização realizada pelo Excel®. O resultado final dos valor *DIS* obtido por meio do *Desirability* foi de 27,16, enquanto o valor obtido pelo Solver foi de 44,00.

Neste processo, a otimização desenvolvida no Minitab®, utilizando a metodologia do desirability desenvolvida por Derringer e Suich, obteve melhor desempenho.

4.4 Análise do caso 3

Como descrito anteriormente, o comparativo entre as metodologias abordadas para cada otimização, será realizado por meio da diferença entre resultados das variáveis respostas obtidas e o valor definido como desejado. Os valores para cada resposta, assim como o valor da diferença total, podem ser encontrados na Tabela 6.

Tabela 6 - Comparativo dos resultados obtidos por cada método no terceiro caso

Alvo	Desirability	DIS Des	Solver	DIS
100	95,18	4,82	93,44	6,5559
57,5	57,5	0	59,71	2,2107

O Figura 9, apresentada a seguir, ilustra a diferença dos valores obtidos para cada variável resposta e o valor alvo para o processo (valor *DIS*). O valor da diferença total para cada método também pode ser visualizada.

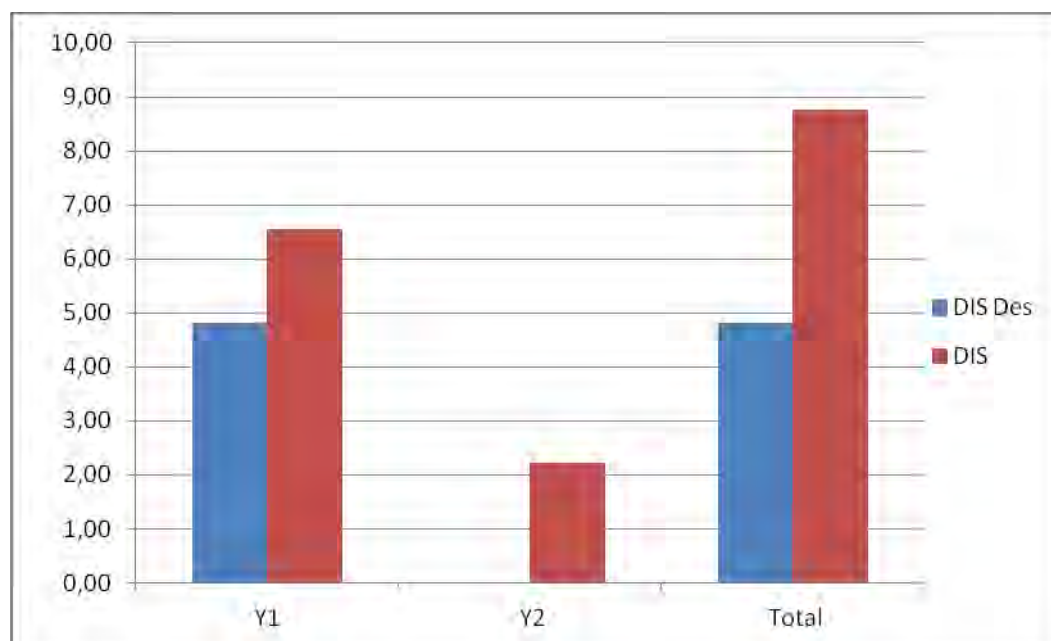


Figura 9 – Gráfico comparativo dos resultados *DIS* para o terceiro caso

Analisando a Figura 9, pode-se ver claramente que a otimização realizada no Minitab®, obteve melhor desempenho. O resultado final dos valor *DIS* obtido por meio do *Desirability* foi de 4,82, enquanto o valor obtido pelo Solver foi de 8,77.

Novamente, a otimização desenvolvida no Minitab®, utilizando a metodologia do *desirability* desenvolvida por Derringer e Suich, obteve melhor desempenho.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho estudou o desempenho de dois métodos para otimização de processos, utilizando duas ferramentas de dois diferentes *softwares*. Por meio de diferentes processos descritos na teoria, foi possível comparar a eficiência dos métodos de acordo com as respostas obtidas para cada índice estudado.

Foi possível verificar que o método *Desirability*, proposto em 1980, obteve melhor desempenho em todos os processos estudados e, que o número de variáveis ou de índices do processo, não interferiu na resposta final.

O método proposto por Ch'ng et al. originalmente foi desenvolvido para a otimização de respostas do tipo *NTB*. Os resultados obtidos revelam que o método realmente alcança melhores respostas para as variáveis que buscam atingir o valor nominal. Por outro lado, mesmo possuindo um maior número de variáveis do tipo *NTB* nos processos estudados, o método proposto por Derringer e Suich foi melhor nas três otimizações.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

- Desenvolvimento de outros trabalhos, realizando a análise de um maior número de processos, com uma maior variedade dos tipos de resposta (*NTB*, *LTB* e *STB*);
- Realizar o estudo comparativo com outras metodologias e também utilizando outras ferramentas de otimização;
- Desenvolvimento completo de um estudo, desde o desenvolvimento do Planejamento de Experimento para um processo, até a realização da otimização do mesmo;

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARBETA, P. A., LEHRER, C.; O Uso Da Metodologia De Superfície De Resposta Para Adequar Os Parâmetros De Entrada De Um Algoritmo Genético, In: ENEGEP, Salvador, Brasil, 2001.
- BERTRAND, J. W. M. & FRANSOO, J. C.; **Operations management research methodologies using quantitative modeling**, International Journal of Operations & Production Management, Vol. 22, n.2, p.241-264, 2002.
- BOX, G. E. P., BEHNKEN, D. W.; **Some new Three level Design for the Study of quantitative Variable**, Technometrics, Vol. 1, pp. 445-476, 1960.
- CARLILE, W., MONTGOMERY, D., RUNGER, K.; **Optimization Problems and Methods in Quality Control and Improvement**. *Journal of Quality Technology*, Vol. 32, p. 1-17, 2000.
- CASTILLO, E., MONTGOMERY, D.; **A Nonlinear Programming Solution to the Dual Response Problem**. *Journal of Quality Technology*, Vol. 25, p. 199-204, 1993.
- CASTILLO, E., MONTGOMERY, D., McCARVILLE, D. **Modified Desirability Functions for Multiple Response Optimization**. *Journal of Quality Technology*, Vol. 28, p. 337-345, 1996.
- CH'NG, C.; QUAH, S.; LOW, H.; **A New Approach for Multiple-Response Optimization**. *Quality Engineering*. Vol 17, p. 621-626, 2005.
- COSTA, R. P. N., **Respostas Múltiplas, Uma abordagem para melhorar os processos e os produtos**. In: 8º Congresso Ibero-Americano de Engenharia Mecânica, Cusco, Peru, 2007.
- DERRINGER, G.; **A Balancing Act: Optimizing a Product's Properties**. *Quality Progress*, p. 51-58, 1994
- DERRINGER, G., SUICH, R. **Simultaneous Optimization of Several Response Variables**. *Journal of Quality Technology*, v 12, n 4, pp.214-219, 1980.
- FRANCISCO, A. C. DE., MACHADO, R.; **Melhoria Contínua Como Ferramenta Para O Aumento Da Competitividade Organizacional: Um Estudo De Caso No Setor Metal Metalúrgico**. In: SIMPEP, XII, Bauru, Brasil, 2005
- GOMES, U. R.; **Otimização do Processo de Laminação a Frio através de planejamentos de Experimentos**. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2007.
- KURI, A., CONLON, M.; **Simultaneous Optimization of Multiple Responses Represented by Polynomial Regression Functions**. *Technometrics*, Vol. 23, p. 363-375, 1981.
- MYERS, R.H. e MONTGOMERY, D.C.; **A Tutorial on Generalized Linear Models**, *Journal of Quality Technology* 29, 274-291, 1997.

MONTGOMERY, D. C.; **Introduction to Statistical Quality Control**, New York: John Wiley and Sons, 4ª Edição, 2001.

PAIVA, E. J. DE., **Otimização de Processos de manufatura com Múltiplas Respostas Baseada em Índices de Capacidade**. Universidade Federal de Itajuba, 2008.

PIGNATIELLO, J. J.; **Strategies for robust multiresponse quality engineering**, IIE Transactions, Vol. 25, p. -15, Texas A&M University, 1993

RIBEIRO, J. L. D., Fogliatto, F. S., Caten C. S. T.; **Minimizing Manufacturing And Quality Costs In Multiresponse Optimization**, Quality Engineering, Vol 13, p. 191 – 201, 2000

SOUZA, V. Z. DE; **Otimização Dos Parâmetros De Controle De Um Processo De Fabricação De Latas: Uma Abordagem 6 Sigma**. Universidade Federal de Itajubá, 2002.

TEÓFILO, R. F., FERREIRA, M. M. C., **Quimiometria II: Planilhas Eletrônicas Para Cálculos De Planejamentos Experimentais, Um Tutorial**. *Quim. Nova*, Vol. 29, No. 2, p.338-350, 2006

VAN GYSEGHEM, E., JIMIDAR, M., SNEYERS, R., REDLICH, D., VERHOEVEN, E., MASSART, D. L., VANDER HEYDEN, Y. **Selection of Reversed-Phase Liquid Chromatographic Columns with Diverse Selectivity Towards the Potential Separation of Impurities in Drugs**, Journal of Chromatography A, Vol. 1042, p. 69-80, 2004.

VINING, G. **A Compromise Approach to Multiresponse Optimization**. Journal of Quality Technology, Vol. 30, p. 309-313, 1998.

WU, C., HAMADA, M.; **Experiments: Planning, Analysis, and Parameter Design Optimization**. Wiley-Interscience, New York, April 2000.

XU, K., LIN, D., TANG, L., XIE, M.; **Multiresponse Systems Optimization Using a Goal Attainment Approach**. IIE Transactions, Vol.36, p. 433-445, 2004.

MA, Y., ZHAO, F., **An Improved Multivariate Loss Function Approach to Optimization**. JOURNAL OF SYSTEMS SCIENCE AND SYSTEMS ENGINEERING, Vol. 13, No. 3, p 318-32 , 2004.

APÊNDICE A – Metodologia para otimização em Excel®

Para exemplificar a implementação do método de Ch'ng é apresentado o procedimento utilizado. O procedimento mostrado é uma adaptação daquilo apresentado por Costa (2007).

- 1 - Registrar nas células B3:K6 os coeficientes das equações que modelam as respostas;
- 2 - Registrar nas células H9:J12 o valor mínimo (L), o máximo (U) e o valor objectivo (T) das respostas;
- 3- Escrever nas células H14:H17 a fórmulas das equações que modelam as respostas, assumindo que os valores das variáveis irão ser apresentados (determinados pelo EXCEL-Solver®) nas células K15:K17.
- 4- Registrar nas células B14:B17 o valor dos pesos atribuídos às funções utilidade individuais.
- 5- Escrever nas células A9:B12 a fórmula para determinar o valor dos coeficientes das funções utilidade individuais ($m; c$).
- 6- Escrever nas células E9:E12 a função utilidade para cada variável
- 7- Escrever (9) nas células E14:E17 e determinar o seu valor em função dos valores das respostas (células H14:H17).
- 8- Escrever (8) na célula E19 e (10) na célula H19.
- 9- Na barra de ferramentas do EXCEL® seleccionar *Tools* e a opção *Solver*. No *Solver* activar a célula E19 (em *Set Target Cell*) e a opção Minimizar (em *Equal to:*); Activar as células L15:L17 (em *By Changing Cells*); Adicionar os constrangimentos (em *Subject to the Constraints*) $-1 \leq K15:L17 \leq 1$, $D14:D17 \geq 0$ e $L \leq H14:H17 \leq U$. Carregar em Opções (*Options*) e activar a Escala automática (em *Use Automatic Scaling*), Estimativas quadráticas (em *Estimates*) e Forward (em *Derivatives*). Detalhes sobre estas opções são apresentados no EXCEL® - Help.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2	Respostas	X0	X1	X2	X3	X11	X22	X33	X12	X13	X23	
3	Y1	139,12	16,49	17,88	10,91	-4,01	-3,45	-1,57	5,13	7,13	7,88	
4	Y2	1261,07	268,13	246,49	139,46	-83,5	-124,74	199,14	69,38	94,13	104,38	
5	Y3	400,38	-99,66	-31,39	-73,91	7,93	17,3	0,44	8,75	6,25	1,25	
6	Y4	68,91	-1,41	4,32	1,63	1,56	0,06	-0,32	-1,63	0,13	-0,25	
7												
8	m	c		Função	Utilidade			Mínimo	Alvo	Máximo		
9	0,04	-4,80		d1(T1)	2		Y1	120	170	170		
10	0,01	-6,67		d2(T2)	2		Y2	1000	1300	1300		
11	0,01	-4,00		d3(T3)	1		Y3	400	500	600		
12	0,13	-8,00		d4(T4)	1		Y4	60	67,5	75		
13												
14	e1	0,25		d1(Y1)	0,6892		Y1	137,23				
15	e2	0,25		d2(Y2)	2,0000		Y2	1300,00		X1	0,36432	
16	e3	0,25		d3(Y3)	0,0000		Y3	400,00		X2	-0,0436	
17	e4	0,25		d4(Y4)	1,0109		Y4	67,58		X3	-0,4675	
18												
19				D =	0,58043		DIS =	132,85				

Figura 10 - Tela do Excel® para o auxílio a implementação do método Ch'ng

Fonte: Adaptado de Costa (2007)

APÊNDICE B – Planejamento de Experimento (DOE) desenvolvido para cada processo

Tabela 7 - Arranjo experimental de Derringer e Suich

No.	Parâmetros			Resultados			
	X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
1	-1	-1	-1	102	900	470	67,5
2	+1	-1	-1	120	860	410	65,0
3	-1	+1	-1	117	800	570	77,5
4	+1	+1	-1	198	2294	240	74,5
5	-1	-1	+1	103	490	640	62,5
6	+1	-1	+1	132	1289	270	67,0
7	-1	+1	+1	132	1270	410	78,0
8	+1	+1	+1	139	1090	380	70,0
9	-1,633	0	0	102	770	590	76,0
10	+1,633	0	0	154	1690	260	70,0
11	0	-1,633	0	96	700	520	63,0
12	0	+1,633	0	163	1540	380	75,0
13	0	0	-1,633	116	2184	520	65,0
14	0	0	+1,633	153	1784	290	71,0
15	0	0	0	133	1300	380	70,0
16	0	0	0	133	1300	380	68,5
17	0	0	0	140	1145	430	68,0
18	0	0	0	142	1090	430	68,0
19	0	0	0	145	1260	390	69,0
20	0	0	0	142	1344	390	70,0

Fonte: Paiva (2008)

Tabela 8 - Arranjo experimental de Castillo et al.

Flow Rate	Flow Temp	Block Temp	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6
-1	-1	0	139	103	110	110	113	126
1	-1	0	140	125	126	117	114	131
-1	1	0	184	151	133	147	140	147
1	1	0	210	184	169	199	169	171
-1	0	-1	182	130	122	134	118	115
1	0	-1	170	130	122	134	118	115
-1	0	1	175	151	153	143	146	164
1	0	1	180	152	154	152	150	171
0	-1	-1	132	108	103	111	101	101
0	1	-1	206	143	138	176	141	135
0	-1	1	183	141	157	131	139	160
0	1	1	181	180	184	192	175	190
0	0	0	172	135	133	155	138	145
0	0	0	190	149	145	161	141	149
0	0	0	180	141	139	158	140	148

Fonte: Adaptado de Castillo (1996)

Tabela 9 - Arranjo experimental de Vining

X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_2
-1	-1	-1	74	53.2
1	-1	-1	51	62.9
-1	1	-1	88	53.4
1	1	-1	70	62.6
-1	-1	1	71	57.3
1	-1	1	90	67.9
-1	1	1	66	59.8
1	1	1	97	67.8
-1.682	0	0	76	59.1
1.682	0	0	79	65.9
0	-1.682	0	85	60.0
0	1.682	0	97	60.7
0	0	-1.682	55	57.4
0	0	1.682	81	63.2
0	0	0	81	59.2
0	0	0	75	60.4
0	0	0	76	59.1
0	0	0	83	60.6
0	0	0	80	60.8
0	0	0	91	58.9

Fonte: Ma (2004)