

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JÚLIO DE MESQUITA FILHO

**RETRATOS DE UMA SALA DE AULA – PROJETOS E RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS NA MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAIS**

MARIA ÂNGELA DIAS DOS SANTOS MINATEL

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Ivete Maria Baraldi

**BAURU
2014**

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JÚLIO DE MESQUITA FILHO

**RETRATOS DE UMA SALA DE AULA – PROJETOS E RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS NA MATEMÁTICA DOS ANOS INICIAIS**

MARIA ÂNGELA DIAS DOS SANTOS MINATEL

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Ivete Maria Baraldi

Dissertação apresentada à banca de mestrado composta pelas Professoras Doutoras Norma Suely Gomes Allevato e Sueli Liberatti Javaroni junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência para a obtenção do título de Mestre.

**BAURU
2014**

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE Mestrado de MARIA ANGELA DIAS DOS SANTOS MINATEL, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA, DO(A) FACULDADE DE CIÊNCIAS DE BAURU.

Aos 26 dias do mês de fevereiro do ano de 2014, às 14:00 horas, no(a) Sala 01 da Pós-graduação da Faculdade de Ciências, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Profa. Dra. IVETE MARIA BARALDI do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru, Profa. Dra. NORMA SUELY GOMES ALLEVATO do(a) CETEC - Universidade Cruzeiro do Sul - São Paulo, Profa. Dra. SUELI LIBERATTI JAVARONI do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE Mestrado de MARIA ANGELA DIAS DOS SANTOS MINATEL, intitulada "Retratos de uma sala de aula - projetos e resolução de problemas na Matemática dos Anos Iniciais". Após a exposição, a discente foi arguida oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADA _____. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que, após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.


Profa. Dra. IVETE MARIA BARALDI


Profa. Dra. NORMA SUELY GOMES ALLEVATO


Profa. Dra. SUELI LIBERATTI JAVARONI

Minatel, Maria Angela Dias dos Santos.

Retratos de uma sala de aula: Projetos e Resolução de Problemas na Matemática dos Anos Iniciais / Maria Angela Dias dos Santos Minatel, 2014

162 f.

Orientador: Ivete Maria Baraldi

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2014

1. Educação Matemática. 2. Ensino Fundamental I.
3. Ensino e Aprendizagem de Matemática. I.
Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências.
II. Título.

RESUMO

Nosso principal objetivo foi o de investigar e de retratar a aprendizagem matemática por meio de projetos e resolução de problemas (RP) com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Como questão norteadora, tivemos: “Como ocorre a aprendizagem matemática baseada em projetos e resolução de problemas?”. Essa pesquisa de caráter qualitativo caracteriza-se como um Estudo de Caso de uma sala multisseriada dos anos iniciais de uma escola bilíngue particular do município de Bauru (SP, Brasil). Utilizamos como instrumentos de pesquisa: observação participante, entrevistas, diário de campo, registros dos alunos, pré e pós-testes para a produção de dados durante um trimestre letivo. Os conteúdos matemáticos abordados foram: Sistema de Numeração, Tabelas e Gráficos, Unidades de Medidas Lineares, e Adição e Subtração. Propusemos uma análise descritiva do conjunto de dados produzidos, identificando e analisando como foram utilizadas as metodologias de ensino por projeto e RP para a aprendizagem matemática. Concluímos que nosso trabalho com a metodologia de projetos se voltou mais para a integração da matemática com temas e outras disciplinas, enquanto a metodologia de ensino através da resolução de problemas tinha como foco problematizar por meio de perguntas e situações problemas o conteúdo matemático a ser ensinado. Com nossos resultados também concluímos que em algumas atividades as duas metodologias coexistiram, compondo um emaranhado formado por características de ambas as teorias; em outros momentos ora o que predominou foi a resolução de problemas, ora o ensino por projetos. Aliado ao ensino por meio dessas duas metodologias, tivemos outros recursos como listas de exercício, registros no caderno e em diários de matemática dos alunos, avaliações e diálogos marcados pelo uso das entrevistas que contribuíram para a aprendizagem da matemática. Essa pesquisa espera colaborar com professores dos anos iniciais e com pesquisas em Educação Matemática, gerando possibilidades de reflexão e discussões sobre o ensino e a aprendizagem matemática em busca de melhores práticas.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino Fundamental I. Ensino e Aprendizagem de Matemática. Sala Multisseriada.

ABSTRACT

Our main objective was to investigate and report the math learning process through problems and projects with students from primary years. Our question problem was: How does math learning happen based on projects and problem-solving? This is a qualitative research characterized as a Case Study of a multi-grade classroom from a bilingual, private school located in Bauru (SP, Brazil). We used as research tools: participant observation, interviews, diaries, students' notes, pre and post-tests for producing data during one school trimester. The math contents were: number system, tables and graphs, linear measurement, addition and subtraction. We proposed a descriptive analysis identifying how projects and problem solving methods were used. We concluded project based learning was more focused on integrating math with themes and other subject matters while the problem based learning was focused on questions and problems that were posed to students about the math content. With our results, we also concluded that in some activities problem and project based learning happened together as a mix, with characteristics of both theories; in other moments problem solving and projects happened separately, in very distinct moments. Besides problems and projects, we had other resources that contributed with math learning, such as worksheets, writing on students' math notebooks and math diaries, conversations about math with the interviews and assessments. The results aim to collaborate with teachers from primary years and with researches in Math Education, offering possibilities for reflections and discussions on teaching and learning math seeking best practices.

Key words: Math Education. Elementary Education. Math teaching and learning. Multigrade classroom.

A Deus por minha saúde, pela oportunidade para a realização e conclusão desse trabalho e por me dar forças para que eu pudesse perseverar nos momentos de dificuldade.

Agradecimentos

Agradeço muito ao meu bom Deus pela vida, pela saúde e pela realização desse e de muitos trabalhos que virão com a ajuda dele, DEUS.

Agradeço à minha querida orientadora que teve um papel fundamental na realização desse trabalho. Obrigada por estar ao meu lado nesses dois anos. Obrigada pela paciência, pelos prazos e cronogramas. Obrigada pela atenção e pelo cuidado que teve comigo e com o meu trabalho. Obrigada por me ajudar a tornar esse emaranhado possível!

Agradeço ao meu esposo, Fábio, por me incentivar a retomar os estudos, pelo apoio, por acreditar em mim e por estar ao meu lado, mesmo estando distante, nos momentos de dificuldades e conquistas.

Agradeço à minha amada irmã, Jaque, por ser minha inspiração. A irmã mais nova que aprendeu comigo e que agora eu aprendo com ela. Seu sucesso acadêmico me deu forças e inspiração para tentar, para começar, para perseverar e para concluir esse trabalho.

Agradeço às minhas colegas de trabalho em especial minha querida Fernanda Pastori pela compreensão, pela força e por ter acompanhado de perto cada conquista e cada obstáculo desse percurso. Sua companhia e seu apoio foram muito importantes para a conclusão desse trabalho.

Agradeço à escola por ter me recebido enquanto pesquisadora e permitir que a pesquisa ocorresse na escola. Em especial agradeço minha coordenadora, Juliana, e as diretoras da escola, Sara e Ana Cristina, pela compreensão, pelas conversas, ideias e feedback.

Agradeço às professoras Norma e Sueli que trouxeram contribuições extremamente importantes para alavancar essa pesquisa. Com suas contribuições meu trabalho ganhou forma e tornou-se realidade.

Agradeço meus pais por terem se doado para tornar tantos dos meus sonhos possíveis e para que mais esse sonho se tornasse realidade.

Obrigada à todos os colegas, amigos e amigas da pós-graduação, companheiros de Bauru e de Rio Claro, que tive a maravilhosa oportunidade de conhecer e aprender junto deles.

Obrigada à todos os professores e professoras da pós-graduação pelas aulas, discussões e contribuições. Agradeço à toda equipe da seção de pós-graduação de Bauru, em especial a secretária Denise pela paciência e por todas as informações prestadas com muito carinho e atenção.

Obrigada aos professores e aos colegas do Ghoem pela acolhida, pelos momentos de partilha e aprendizagem que tivemos juntos, pela inspiração e pelas contribuições.

Agradeço à todos que direta ou indiretamente contribuíram comigo e com minha pesquisa, foram muitas as pessoas que fizeram parte dessa caminhada, pois sozinha eu não teria conseguido. Obrigada!

A sabedoria inspira a vida aos seus filhos,
Ela toma sob a sua proteção aqueles que a procuram,
Ela os precede no caminho da justiça.
Aquele que a ama, ama a vida,
Aqueles que velam para encontrá-la sentirão sua doçura.
(Eclesiástico, 4, 12-13)

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Etapas para a Resolução de Problemas	38
Figura 2 - Capa de um diário de matemática.....	51
Figura 3 - Estrutura da escola pesquisada	56
Figura 4 - Diário de Matemática sobre a atividade de Group Meeting	60
Figura 5 - Gráfico do Math Facts.....	61
Figura 6 - Cartaz “O que os números comunicam?”	67
Figura 7 - Uso de desenho para contagem	68
Figura 8 - Unidades para a contagem	69
Figura 9 - Base 10 para contagem	69
Figura 10 - Anotações da professora sobre o vídeo	70
Figura 11 - Tela do jogo da memória sobre números romanos	71
Figura 12 - Registro de uma aluna em seu caderno de matemática usando o material base 10.....	72
Figura 13 - Lista de exercícios #1 sobre contagem	73
Figura 14 - Lista de exercícios #2 sobre contagem	73
Figura 15 - Lista de exercícios #3 sobre números	73
Figura 16 - Exercício online sobre contagem.....	75
Figura 17 - Exercício online sobre contagem de 2 em 2.....	75
Figura 18 - Exercício online sobre valor posicional.....	75
Figura 19 - Menor que.....	82
Figura 20 - Maior que	83
Figura 21 - Igual	83
Figura 22 - Lista de exercícios sobre maior, menor, igual.....	86
Figura 23 - Alunas respondendo uma questão	92
Figura 24 - Exemplo de gráficos do tempo realizado pelos alunos	93
Figura 25 - Gráfico de barras	95
Figura 26 - Cartazes de gráficos e tabelas	96
Figura 27 - Diário de Matemática sobre gráficos – aluno de 3º ano.....	97
Figura 28 - Diário de Matemática sobre gráficos – aluna de 1º ano.....	98
Figura 29 - Registro de uma aluna em seu caderno de matemática sobre gráficos	99
Figura 30 - Continuação do registros sobre gráficos	99
Figura 31 - Exercício sobre gráficos	100
Figura 32 - Continuação.....	100
Figura 33 - Registro de uma aluna em seu caderno de matemática sobre adição e subtração	112
Figura 34 - Registro de uma aluna sobre diferentes estratégias de resolução de uma subtração	113
Figura 35 - Adição.....	114
Figura 36 - Subtração.....	114
Figura 37 - Linha do tempo de alguns meios de comunicação	115
Figura 38 - Situação-problema usando a linha do tempo	115
Figura 39 - Revisão sobre subtração.....	116
Figura 40 - Revisão sobre adição.....	117
Figura 41 - Adição #1 com agrupamento.....	122
Figura 42 - Adição #2 com agrupamento.....	123
Figura 43 - Subtração #1 com agrupamento	123
Figura 44 - Lista de exercícios sobre decomposição de números de quatro dígitos	126
Figura 45 - Mapa de Bauru com o trajeto casa escola traçado por um aluno	130
Figura 46 - Instrumentos de medida.....	131
Figura 47 - Cartaz: Unidades de medida	132

Figura 48 - Registro de um aluno em seu caderno de matemática sobre medidas não padrão	133
Figura 49 - Registro de uma aluna em seu caderno de matemática sobre medidas usando uma régua.....	134
Figura 50 - Caderno de um aluno com a colagem do metro feito com jornal	137
Figura 51 - Lista de exercícios sobre medidas	137
Figura 52 - Exercício online sobre medidas: nível básico	138
Figura 53 - Exercício online sobre medidas: nível médio.....	138
Figura 54 - Exercício online sobre medidas: nível avançado	138
Figura 55 - Anotação de um aluno sobre a distância escola - shopping	139
Figura 56 - Estimativas.....	140

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Arte e Matemática	16
Quadro 2 – Princípios e padrões de procedimento e conteúdo de acordo com o NCTM.....	34
Quadro 3 – Síntese do nosso emaranhado	42
Quadro 4 – Estrutura de análise.....	55
Quadro 5 – Resumo do projeto	64
Quadro 6 – Diário de Matemática: registro sobre números.....	76
Quadro 7 – Exemplo de entrevista e minilição sobre números	79
Quadro 8 – Diário de um aluno sobre gráficos	97
Quadro 9 – Exemplo de entrevista e minilição sobre gráficos	102
Quadro 10 – Exemplo de entrevista e minilição sobre adição e subtração	118
Quadro 11 – Atividade de leitura e escrita sobre o conteúdo de medidas	135
Quadro 12 – Exemplo de entrevista e minilição sobre medidas	141

SUMÁRIO

Introdução – Os caminhos que me trouxeram a essa pesquisa	14
CAPÍTULO 1. Um Emaranhado Possível– Projetos e Resolução de Problemas	22
1.1 Projetos – Algumas contribuições	22
1.2 Resolução de Problemas – algumas considerações	32
1.3 De volta ao emaranhado possível	41
CAPÍTULO 2. A pesquisa qualitativa e o estudo de caso – Algumas considerações	45
2.1 Metodologia da pesquisa – delineando nosso caso	47
2.2 Cenário da pesquisa	55
2.2.1 Sala Multisseriada	57
2.2.2 Bilinguismo	58
2.2.3 Escola de Tempo Integral	59
CAPÍTULO 3. Descrição e análise	63
3.1 Unidade de Estudo I – O que os números comunicam?	65
3.1.1 Considerações finais acerca da unidade sobre números	85
3.2 Unidade de estudo II – Meios e formas de comunicação – elaboração e interpretação de gráficos e tabelas.....	91
3.2.1 Considerações finais acerca da unidade de estudo sobre gráficos	106
3.3 Unidade de Estudo III – Adição e Subtração	109
3.3.1 Considerações finais acerca da unidade sobre adição e subtração	125
3.4 Unidade de estudo IV – Medidas	129
3.4.1 Considerações finais acerca da unidade sobre medidas	143
Conclusões e perspectivas – considerações finais	149
Referências.....	153
ANEXO 1 - Amostras das reflexões feitas pela professora-pesquisadora em seu diário de campo.....	158
ANEXO 2 - Exemplo de exercícios do pré/pós-teste.....	159
ANEXO 3 - Exemplo de WOW	1610
ANEXO 4 - Letras das músicas sobre matemática	161
ANEXO 5 –Termo de consentimento para participação na pesquisa.....	162

Introdução – Os caminhos que me trouxeram a essa pesquisa

A curiosidade como inquietação indagadora, como inclinação ao desvelamento de algo, como pergunta verbalizada ou não, como procura de esclarecimento, como sinal de atenção que sugere alerta faz parte integrante do fenômeno vital. Não haveria criatividade sem a curiosidade que nos move e que nos põe pacientemente impacientes diante do mundo que não fizemos, acrescentando a ele algo que fazemos. (FREIRE, 2002)

Buscando o porquê dessa pesquisa e o como cheguei até ela, resgatei memórias de acontecimentos determinantes da minha trajetória acadêmica, profissional e pessoal os quais me trouxeram até esse estudo, e contribuíram para sua iniciação e desenvolvimento.

Esse capítulo traz uma breve narrativa do caminho que percorri para chegar a esse mestrado, bem como a questão e os objetivos que sustentam esse estudo. A escrita flui como o registro em um diário pessoal de memórias da pesquisadora, professora e autora desse trabalho.

Querido diário

03/07/2013

Tudo começou quando iniciei minha trajetória na Educação em 2001, ingressando no curso de Magistério em minha cidade natal localizada no interior do estado de São Paulo.

Durante o ano de 2001, cursava o Magistério no período Matutino, fazia estágio curricular no período da tarde e, à noite, cursava o 3º ano do Ensino Médio.

Inicialmente, eu não estava certa se eu seguiria carreira na Educação, embora, como a maioria das garotas, eu tivesse sonhado, por muito tempo de minha infância, ser professora. Foi quando iniciei o estágio que comecei a me interessar mais pela docência e escolhi o curso superior de Pedagogia.

Prestei o vestibular para Pedagogia no final de 2001, mas não consegui ingressar na universidade pública.

Em 2002, no segundo e último ano do curso de Magistério, frequentava as aulas do curso pela manhã e, à tarde, me dividia com o último ano de estágio e lecionando Inglês para crianças em uma escola de idiomas da cidade. Eu havia terminado o curso de Inglês e, como também estava concluindo o Magistério, a escola na qual concluí o Inglês me convidou para atuar como professora.

Em 2003, já havia concluído o Magistério, continuava como professora de Inglês na escola de idiomas e, à noite, comecei a cursar Normal Superior em uma instituição particular próxima à minha cidade. No final de 2003, prestei vestibular para Pedagogia novamente. Aprovada, em 2004, eu desisti do Normal Superior e ingressei no curso noturno de Pedagogia do campus da Unesp – Bauru.

No primeiro ano de faculdade, em 2004, eu ainda morava com meus pais em minha cidade natal, continuava trabalhando como professora de Inglês durante o dia e, à noite, ia a Bauru para as aulas de Pedagogia.

Em 2005, no primeiro semestre, mesmo morando em outra cidade, comecei a participar do projeto de extensão “STEPE: Suporte Técnico e Pedagógico” do Laboratório de Tecnologia da Informação Aplicada (Ltia – Unesp/Bauru). Uma vez por semana, eu passava o dia todo em Bauru. Durante o dia, eu atendia professores de escolas participantes do projeto STEPE, auxiliando-os a preparar atividades pedagógicas aliadas ao uso da tecnologia e, à noite, eu frequentava as aulas do curso de Pedagogia.

No segundo semestre de 2005, deixei as aulas de Inglês que eu lecionava em minha cidade para participar do programa de intercâmbio – “Changing Perspectives: Technology Integration and the Multicultural Classroom” – financiado pela CAPES. Passei um semestre nos Estados Unidos na Utah State University.

O intercâmbio foi uma experiência muito marcante em minha vida pessoal, acadêmica e profissional. Além das disciplinas que cursei, visitei escolas norte-americanas, participei do “Pen Pal’s Project” baseado na elaboração e na troca de cartas entre alunos brasileiros e alunos norte-americanos, e desenvolvi uma proposta para o uso de filmes infantis para discussão de questões socioculturais na escola. Destaco, também, o contato com uma nova cultura e novas pessoas, a oportunidade de melhorar meu Inglês e a experiência de morar longe da família.

Em 2006, de volta ao Brasil, mudei-me para Bauru, comecei um estágio extracurricular em uma empresa de Tecnologia Educacional e dei continuidade ao curso de Pedagogia. Com o estágio, conheci uma possibilidade diferente de atuação do Pedagogo. Foi um conhecimento extremamente rico vivenciar outro ambiente que não o da sala de aula. Comecei esse estágio em 2006 e permaneci até 2008.

Em 2007 e 2008, reduzi minha carga horária no estágio extracurricular para realizar o Estágio Supervisionado I e II (estágio curricular obrigatório do curso de Pedagogia), e para realizar meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC).

Durante meu TCC e meu projeto de estágio, estudei algumas possibilidades de trabalho interdisciplinar, fazendo uso da informática com a intenção de dar maior

sentido ao que era produzido pelos alunos. Uma das possibilidades estudadas foi a publicação, em um blog, de situações-problema elaboradas e resolvidas pelos alunos. Outra atividade proposta foi o uso de efeitos audiovisuais, como jogos e apresentações multimídias. As diferentes propostas buscavam atingir o mesmo objetivo: ensinar matemática de forma integrada com outras áreas e disciplinas. Esperava-se que, ao integrar a matemática, o aluno teria mais possibilidades de fazer conexões e pudesse produzir maior compreensão sobre o conteúdo que estava sendo estudado, e, desse modo, a escola atingiria sua função social e educativa.

Meu projeto de estágio da graduação ocorreu em uma escola pública do município de Bauru/SP com alunos de um 5º ano. Dentre as atividades desenvolvidas, uma delas denominava-se “Arte e matemática” e propunha a integração de algumas disciplinas. Por meio do estudo da obra *Estrada de Ferro Central do Brasil* (EFCB), de Tarsila do Amaral, foi possível abordar em matemática questões de Geometria, tais como: figuras planas e objetos espaciais. Em História e Geografia, a história e localização da “EFCB” e, em Artes, a vida da pintora. O conteúdo foi exposto em uma apresentação multimídia, seguida de uma visita ao acervo virtual de Tarsila do Amaral (www.tarsiladoamaral.com.br).

No quadro 1, apresento um resumo do projeto de estágio.

Quadro 1 – Arte e Matemática

Matemática	História	Geografia	Artes
<ul style="list-style-type: none"> • Identificar as figuras geométricas que compõem a obra; • Reproduzir as figuras planas com papel; • Pensar sobre e reproduzir figuras tridimensionais partindo das bidimensionais; • Explorar particularidades das formas planas e tridimensionais. 	<ul style="list-style-type: none"> • Conhecer a história da Estrada de Ferro Central do Brasil. 	<ul style="list-style-type: none"> • Estudar regiões e localidades pela qual passou a estrada (impacto, consequências, benefícios e malefícios). 	<ul style="list-style-type: none"> • Conhecer a pintora, a história do período, técnicas e influências.

Fonte: A pesquisa

Foram esses projetos e histórias que me conduziram até o final de 2008,

quando conclui o curso de Pedagogia almejando conhecer melhor a dinâmica de uma sala de aula, a qual só conhecia sob as lentes dos estágios realizados. Os estágios, por sua vez, tiveram um papel central em minha curiosidade e diria até ansiedade por conhecer uma sala de aula. Assim como o estágio do curso de Magistério me levou a escolher o curso de Pedagogia; os estágios do curso de Pedagogia me levaram a escolher a atuação em sala de aula. Mas eu estava imersa em um ambiente muito diferente da escola. Há três anos, eu estagiava em uma empresa de tecnologia a qual me proporcionou conhecimento e experiências que eu não viveria como professora. Somado a esse turbilhão de escolhas e cenários, eu também era apaixonada pela vida acadêmica e, desde aquela época, pensava em fazer mestrado, doutorado e seguir carreira na pesquisa. Era preciso tomar uma decisão. Encerrei meu estágio extracurricular e “guardei” a opção de pesquisa acadêmica. Eu estava bastante determinada a conhecer a realidade de uma escola e viver, na prática, o que eu havia estudado em teoria durante os cinco anos de Pedagogia (2004 a 2008) e brevemente experimentado com os estágios.

As escolhas pareciam encerradas, mas fui aprovada em dois concursos da prefeitura de Bauru, um deles para atuar como professora de Educação Infantil e o outro para atuar nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. No entanto, nesse mesmo ano, eu estava participando de um processo seletivo para ingresso em uma escola particular da cidade e fui também aprovada. Precisei optar entre a escola pública municipal ou a escola particular. Foi uma decisão muito difícil, de um lado, havia uma estudante mergulhada em questões teórico-filosóficas que esperava ansiosamente ter uma sala de aula e que, durante todo o período de faculdade, pensou em atuar na escola pública; do outro lado, estava uma pessoa curiosa, interessada em saber como seria atuar em uma escola particular com várias peculiaridades, dentre elas, o fato de ser bilíngue e em período integral.

Minha trajetória, até aquele momento, somada às características da escola, me fizeram escolher a rede particular de ensino. Por meu histórico como professora de Inglês e por meu intercâmbio em 2005 para os Estados Unidos, quando me deparei com uma escola particular de ensino regular, bilíngue – Inglês/ Português, e com a oportunidade de aprofundar meu conhecimento acerca da cultura americana e da Língua Inglesa, além do contato com um ambiente totalmente novo e curioso, vislumbrei maiores possibilidades de aprendizagem e optei por essa escola.

A escola bilíngue de tempo integral funcionava com dois professores por sala, sendo um responsável pelo Inglês e outro pelo Português. As salas tinham um número máximo de 25 alunos. Educação Infantil e Anos Iniciais eram organizados

por ciclo e, assim, as salas eram multisseriadas. As salas do ciclo Infantil I tinham alunos de 2 e 3 anos, Infantil II alunos de 3 a 5 anos. O fundamental I era dividido em ciclo Primário I com alunos de 6 a 8 anos e ciclo Primário II com alunos de 9 e 10 anos. A escola também adotava temas trimestrais para a integração das atividades, os quais resultavam na elaboração de projetos de ensino. Estimulava-se a adoção de práticas problematizadoras por meio de questões e situações-problema.

Em 2009, já formada, comecei, então, a lecionar nessa escola da rede particular de ensino do município de Bauru como pedagoga em Língua Portuguesa, responsável por uma turma de Primário II. Foi um ano de muito entusiasmo, descobertas, realização e crescimento. Eu havia conquistado minha sala de aula e estava vivendo cada minuto de minha prática. Éramos duas professoras na sala, eu como pedagoga, por formação e legalmente responsável por Português, Matemática, História, Geografia e Ciências, e a outra professora responsável pelo Inglês, Matemática, História, Geografia e Ciências também. Ambas ensinavam os mesmos conteúdos, no entanto, uma ensinava em Língua Portuguesa e a outra em Língua Inglesa. Nesse ano, fui escolhida pela escola para participar de um curso nos Estados Unidos sobre o ensino de matemática. Após o intercâmbio em 2005, era a primeira vez que eu retornava aos Estados Unidos. O curso contribuiu com várias ideias para o ensino de uma matemática mais problematizadora pautada em questionamentos e situações-problema, que partisse do concreto para a construção do pensamento matemático abstrato. Retornei ao Brasil encantada com todas as ideias e ansiosa para colocá-las em prática com meus alunos. Particpei de alguns momentos de partilhar na escola para discutir com os demais professores um ensino baseado em perguntas, descobertas e no desenvolvimento do pensamento matemático. O ano de 2009 foi repleto de muita realização profissional.

Em 2010, continuei no ciclo Primário II, mas, nesse ano, como responsável pela Língua Inglesa. O desafio do ano anterior de assumir uma sala de aula pela primeira vez deu lugar ao desafio de assumir o ensino da Língua Inglesa em uma escola bilíngue. Nesse mesmo ano, retornei à Unesp (Bauru) para fazer uma complementação em Gestão e Supervisão Escolar. Esse retorno à Unesp despertou minha vontade de retomar minha vida acadêmica e iniciar uma pesquisa de mestrado. Mais por curiosidade, pois não havia me preparado, prestei a prova de ingresso no mestrado do programa de Pós-Graduação em Educação para Ciência da Unesp-Bauru. Não fui aprovada, e continuei em 2011 na escola e no ciclo Primário II lecionando em Inglês, mas com uma inquietação muito grande. Além do

desejo de iniciar uma pesquisa de mestrado, encontrei, em minha prática de sala de aula, várias questões que me motivavam a desenvolver uma pesquisa. Sentia uma necessidade enorme de investigar, cientificizar, redescobrir e retratar o trabalho que eu vinha desenvolvendo na prática pedagógica de uma sala de aula tão intrigante. O cenário escolar diferenciado: integral, multisseriado e bilíngue; o ensino problematizado e por temas trimestrais eram tópicos muito curiosos na minha percepção. Então, me dediquei a escrever um pré-projeto de mestrado e a participar do processo seletivo novamente. Fui aprovada e, em 2012, dei início ao curso de mestrado.

Em 2012, continuava na escola na qual iniciei minha carreira docente, mas com carga horária reduzida para poder cursar as disciplinas do mestrado. Fui remanejada e, junto com outro professor, assumi as aulas de Tecnologia. Foi um ano muito positivo acadêmica e profissionalmente. Em termos acadêmicos, por meu projeto tratar de matemática, a maioria das disciplinas que cursei tratava de matemática, configurando um cenário muito novo devido à minha origem na área de Educação. Com as disciplinas do mestrado, pude expandir meu repertório de autores, teorias e olhares. Em termos profissionais, como professora de Tecnologia, eu havia deixado a minha sala de aula para lecionar para alunos de todas as salas e idades. Lecionei para crianças da Educação Infantil a partir de 3 anos até alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Foi outra experiência muito positiva, pois conheci todos os alunos da escola, aprendi mais sobre Tecnologia e vivi, mais uma vez, uma atuação diferente do pedagogo multidisciplinar.

Embora muito produtivo, 2012 foi um ano em que me dividi entre cursar as disciplinas do mestrado, delinear meu projeto e atuar como professora.

A primeira etapa, em se tratando de delinear minha pesquisa, foi definir uma questão-problema.

Surgiram muitas questões: “Por que ensinamos matemática? “Os alunos que não gostam de matemática e enfrentam muitas dificuldades, precisam da matemática? “Esses alunos aprendem matemática?”, “O que é importante conhecer de matemática nos anos iniciais (até o 5º ano)?”, “A matemática auxilia o desempenho de atividades cotidianas de organização, seleção e classificação?”, “Como ensinar matemática de modo mais significativo?”, “A resolução de problemas seria uma forma de ensinar matemática de modo significativo?”, “A matemática de sala de aula está auxiliando os alunos a resolverem problemas, sejam eles matemáticos ou cotidianos?”, “Como auxiliar os alunos a resolverem diferentes tipos de problema?”, “Como os alunos resolvem problemas, sejam eles

matemáticos sejam cotidianos?” e “Quais inteligências são acionadas durante a resolução de problemas?”.

Com tantas questões em mente, era preciso definir uma para a pesquisa. Nesse momento, duas situações vieram à mente. A primeira delas foi o fato de que, mesmo trabalhando em uma escola que estimulava a problematização, o ensino por meio de problemas e questionamentos, e, mesmo eu tendo que elaborar diversas questões para as minhas aulas com alunos dos anos iniciais, tanto na escola quanto na minha pesquisa, eu enfrentava as mesmas dificuldades, a de elaborar boas questões. Questões que, no caso dessa pesquisa, precisavam dar abertura para uma investigação acadêmica e, no caso da sala de aula, abertura para descobertas e para a aprendizagem da matemática. O outro momento que me veio à mente quando eu elaborava minha questão foi o curso de matemática que fiz em 2009 nos Estados Unidos. A primeira atividade do curso foi responder duas perguntas que me marcaram bastante: “Como você aprendeu matemática?” e “E como você ensina matemática?”.

Dentre os vários pontos que me chamavam a atenção na escola, envolvendo minha prática, o que me chamava mais atenção era o ensino da matemática por meio de problemas e temas. Estava definido o que eu queria pesquisar, faltava dar “cor” e forma de uma pesquisa de mestrado.

A pesquisa deixava de ser singular para se configurar em uma pesquisa plural. Decorrente dos estudos, leituras e momentos de orientação, ao final de 2012, tínhamos uma questão-problema, objetivos a serem alcançados, um cronograma e muito trabalho a ser desenvolvido.

Em 2013, voltei para a realidade de uma sala de aula dos anos iniciais, assumi uma turma do ciclo Primário I com a qual desenvolvi essa pesquisa de mestrado.

Nossa ¹ questão norteadora foi assim definida: **“Como ocorre a aprendizagem matemática baseada em projetos e resolução de problemas?”**.

Nosso objetivo principal e geral era **investigar e retratar a aprendizagem matemática baseada em projetos e resolução de problemas com alunos dos anos iniciais**. Definimos algumas metas menores para auxiliar o desenvolvimento da pesquisa apresentadas aqui como objetivos específicos:

- Elaborar e desenvolver atividades baseadas na resolução de problemas;
- Descrever e analisar as atividades realizadas.

¹ A partir de então deixo de utilizar a primeira pessoa do singular para escrever na terceira pessoa do plural. Sendo assim de agora em diante será o nós, pesquisadora e orientadora, e não o eu falando.

Planejamos o primeiro ano de curso, 2012, e nos dedicamos às disciplinas obrigatórias do programa de mestrado e à elaboração do projeto. O primeiro semestre de 2013 foi destinado à produção dos dados e o segundo à qualificação, análise, escrita e finalização da dissertação.

A seguir, o primeiro capítulo intitulado “Projetos e Resolução de Problemas” trata dos fundamentos teóricos desse trabalho. Começamos com contribuições de alguns autores sobre a teoria de ensino por projetos apresentando algumas concepções e fatos marcantes; discutimos alguns dos porquês e como ensinar por meio de projetos. Para a resolução de problemas (RP) começamos também explorando contribuições e concepções de diferentes autores até chegarmos em pontos comuns presentes em ambas as teorias, o que nos ajudou a adotar nossa concepção de projetos e resolução de problemas.

O segundo capítulo sobre a metodologia adotada trata da pesquisa qualitativa, do estudo de caso e dos instrumentos utilizados para a produção e para a análise dos dados. Apresentamos nesse capítulo nosso referencial de pesquisa qualitativa, bem como o porquê ter optado por desenvolver um estudo de caso. Descrevemos cada instrumento utilizado para a produção de dados, trazendo detalhes do uso da observação participante, entrevista, pré e pós-teste e do registro feito nos cadernos e diários de matemática. Esse capítulo traz também a forma como estruturamos a produção de dados baseado em quatro atividades e a análise descritiva baseada em quatro questões de análise.

O terceiro capítulo apresenta a descrição e a análise dos dados organizados por unidades de estudo, por resultados obtidos com os diferentes instrumentos e pelas questões de análise. Sendo assim, primeiramente descrevemos cada uma das atividades baseadas na observação participante, seguida da descrição e análise das entrevistas, pré e pós-testes e registros, para finalizar respondendo nossas questões de análise.

O último capítulo traz considerações finais e futuras acerca da pesquisa.

CAPÍTULO 1. Um Emaranhado² Possível– Projetos e Resolução de Problemas

“Reconhecer e compreender a sabedoria que procede de gente de todos os lugares foi a atitude que predominou, desde o tempo dos egípcios, em todos os homens e mulheres que tiveram como paixão o conhecimento, e a equidade como guia de suas vidas.” (HERNÁNDEZ, 1998)

Após apresentar o caminho percorrido para chegarmos a essa pesquisa, aos objetivos e à questão-problema, esse capítulo apresenta nossas descobertas teóricas no campo do ensino e aprendizagem matemática por meio de projetos e da resolução de problemas.

Desde que nos propomos a investigar como ocorre a aprendizagem matemática em um ambiente baseado em projetos e resolução de problemas, nos dedicamos a construir esse emaranhado teórico que constitui a base de nossa investigação. Buscamos, inicialmente, explorar as diferentes perspectivas sobre projetos e resolução de problemas, buscando ampliar nosso conhecimento sobre ambos os temas.

Organizamos nossos resultados teóricos esboçando, então, o que, para nós, se constituiu como um emaranhado possível de ideias sobre as teorias estudadas.

1.1 Projetos – Algumas contribuições

Quando nos deparamos com a palavra projeto, diferentes conotações nos vêm à mente, a maioria delas, de acordo com Boutinet (2002), é positiva. Podemos pensar em um projeto de vida, em algum projeto profissional, em um projeto de pesquisa, dentre tantos outros. Isso porque, de acordo com uma definição básica, projeto é um “plano para a realização de um ato; é um desígnio ou intenção” (MICHAELIS, 1998, p.1706). Sendo assim, nas mais variadas situações de nossas vidas, quando temos um plano e estamos designados a realizá-lo com a intenção de alcançar um fim, meta ou objetivo, podemos dizer que temos um projeto. Um exemplo é elaborar um plano para a reforma de nossa casa. Nossa intenção é que a casa esteja reformada dentro de um determinado período de tempo e, para atingir esse objetivo, nos dedicamos à realização desse projeto para que a reforma da casa seja concretizada.

² Embora o significado da palavra emaranhado possa por vezes nos remeter a uma mistura desordenada, neste trabalho a ideia de se usar esse termo foi para enfatizar que, muitas vezes, resolução de problemas e projetos não podem ser dissociados. Assim, para nós, esse emaranhado possível é no sentido de mostrar que o trabalho com esses temas pode se enlaçar, enredar de maneira harmônica e ordenada.

Mas esse capítulo se ocupará de explorar projetos no âmbito educacional e, para tanto, apresentaremos referenciais que marcaram ao longo do tempo o uso de projetos na educação, juntamente com a concepção de alguns pesquisadores sobre o assunto.

Muito se fala das contribuições de Dewey e Kilpatrick³ para o ensino por projetos, mas as primeiras aplicações da proposta de projeto teriam surgido no século XVI com arquitetos italianos que propuseram a parceria com pintores e escultores, e criaram a primeira escola de arquitetura, a Academia Di San Luca, em Roma (BIOTTO, 2008).

A Academia realizava competições anuais, uma de caráter prático e outra de caráter acadêmico. Na categoria de caráter acadêmico, não era necessário uma construção real, e sim a apresentação de um projeto, sendo este o plano de alguma obra arquitetônica. E foi assim que a palavra projeto teria sido utilizada pela primeira vez no âmbito educacional (BIOTTO, 2008).

De acordo com Boutinet (2002), a criação da Academia Di San Luca foi uma tentativa marcante de separar execução de concepção, ou seja, de separar o ato de fazer do ato de planejar. Enquanto, antes da Academia, as ideias iam diretamente para o concreto, ou seja, para a construção na prática de alguma obra arquitetônica, com as competições da categoria acadêmica, valorizava-se a apresentação de um plano de execução, nessa categoria, eram premiados os melhores projetos arquitetônicos, aqueles que tivessem sido mais bem planejados. Esse novo modelo, no entanto, levou um certo tempo para ser aceito e, de fato, incorporado. Um dos grandes opositores a esse modelo de projetar no sentido de planejar antes de executar teria sido o famoso artista Michelangelo.

No final do século XVIII, surgiu a profissão do engenheiro que, por sua proximidade com a do arquiteto, também adotou o método de projetos. Os engenheiros elaboravam projetos e os construíam em oficinas. No entanto, percebeu-se que a execução de projetos práticos exigia muito tempo, o que comprometia o ensino da parte teórica. Com a necessidade de executar um projeto na prática, acabava não restando tempo para ensinar todo o conteúdo do curso. Isso fez com que a prática fosse separada do estudo teórico, surgindo um novo tipo de escola – Manual Training School – dedicada ao treinamento manual, ou seja, ao trabalho prático. Nessas circunstâncias, aparece Dewey lançando uma crítica ao caráter de treinamento baseado apenas nas exigências do trabalho do arquiteto e do

³ O autor Kilpatrick que aparece relacionado ao ensino por projetos trata-se de Willian Heard Kilpatrick (1870 – 1965), diferente de Jeremy Kilpatrick estudioso da área de Matemática que aparece em nossa seção sobre resolução de problemas.

engenheiro, e defendendo que o treinamento manual deveria levar em conta os interesses dos alunos (BIOTTO, 2008).

Ainda, Dewey elaborou quatro condições para a existência de um projeto. A primeira delas dizia que, embora o interesse dos alunos fosse fundamental, um projeto deveria ter objetivos e atividades. A segunda condição coloca o prazer em executar as atividades como algo central. A terceira está relacionada à existência de problemas que despertem novas curiosidades e por fim, a necessidade de tempo para se desenvolver um projeto (HERNÁNDEZ, 1998).

Segundo Hernández (1998; 1996), o ensino por projetos começou a ganhar reconhecimento por volta de 1919 quando Kilpatrick levou para a sala de aula algumas das contribuições de Dewey.

Em 1931, um professor espanhol, Fernando Sáinz, propunha aplicar o que se fazia no mundo dos negócios e no ensino superior especializado à escola fundamental, ou seja, aproximar a vida escolar da vida exterior à escola. Estavam surgindo algumas ideias para a primeira versão do que seria trabalhar com projeto. Essas ideias entendiam os projetos como um processo de aprendizagem vinculado ao mundo externo à escola e como uma alternativa ao ensino fragmentado. A repercussão foi tão grande que, em 1934, já havia 17 interpretações diferentes sobre o método de projetos (HERNÁNDEZ, 1998).

Mas, com a Segunda Guerra Mundial, essas ideias ficaram congeladas e voltaram a emergir nos anos de 1960 com o nome de trabalho por temas. Nessa época, estavam em destaque, nos Estados Unidos, as ideias de Piaget sobre inteligência e aprendizagem de conceitos. Reconhecida a importância do desenvolvimento conceitual, Bruner também estabelecia que a preocupação deveria voltar-se em desenvolver conceitos-chave das diferentes disciplinas e que os projetos seriam uma alternativa para essa abordagem em sala de aula.

Na década de 1980, os projetos retornam com o nome projetos de trabalho e voltam a ser alvo de interesse por uma série de fatores que fazem com:

(...) que o conteúdo das disciplinas necessite ser configurado e apresentado por meio de uma variedade de linguagens (verbal, escrita, gráfica e audiovisual) para abrir aos estudantes os processos de pensamento de ordem superior necessários para que compreendam e apliquem o conhecimento a outras realidades (HERNÁNDEZ, 1998, p. 72).

Segundo Hernández (1998, p. 72-3), as novas ideias sobre aprendizagem trazidas pela perspectiva construtivista mais os resultados de pesquisas socioculturais que mostravam a importância do contexto da aprendizagem, da

participação e da interação, não só entre alunos, mas também com a comunidade; somadas à nova noção de inteligência que surgiu com a teoria das Inteligências Múltiplas, foram definitivas para o surgimento da necessidade de um novo tipo processo de ensino e aprendizagem, o que fez com que os projetos voltassem a ser estudados e investigados.

Em 1997, os PCN trazem para o cenário da educação brasileira, de forma oficial, ideias para a utilização de projetos na escola, defendendo que:

Os projetos proporcionam contextos que geram a necessidade e a possibilidade de organizar os conteúdos de forma a lhes conferir significado. É importante identificar que tipos de projetos exploram problemas cuja abordagem pressupõe a intervenção da Matemática, e em que medida ela oferece subsídios para a compreensão dos temas envolvidos (BRASIL, 1997, p. 26).

Assim, percebemos que o trabalho com projetos é bastante discutido, atualmente, como uma metodologia possível para o ensino e aprendizagem (de matemática). No entanto, houve, nos últimos anos, uma proliferação de expressões e siglas (BOUTINET, 2002), dentre elas: “métodos de projetos, centros de interesse, trabalho por temas, pesquisa do meio, projetos de trabalho” (HERNÁNDEZ, 1998, p.67). Ainda segundo Hernández (1998) e Boutinet (2002), os termos são utilizados de modo indistinto, mas correspondem a visões diferentes.

Juntamente a esses desacordos semânticos, estão inúmeras discussões sobre o real conceito do ensino por projetos e de como eles deveriam ser concebidos e desenvolvidos. Dessa maneira, tentamos clarear o que podemos entender como uma forma de trabalhar com projetos nas aulas (de matemática).

Para Kilpatrick (apud TORRES, 1998, p.203), um dos grandes precursores dessa abordagem de ensino, um projeto é “uma proposta entusiasta de ação a ser desenvolvida em um ambiente social”. O aluno mais entusiasmado com o que vai aprender, tende a prestar mais atenção e, com isso, aprender mais. Para Kilpatrick, a aprendizagem deveria servir para melhorar a qualidade de vida dos alunos. Percebemos, no modelo de Kilpatrick, uma relação muito marcante entre vida e ensino por projetos.

Em um plano mais filosófico, Boutinet (2002, p.27) afirma que projeto pode designar “(...) uma classe de objetos muito atual: aquela dos objetos em evolução cultivados pela modernidade” ou uma “(...) figura que remete a um paradigma, simbolizando uma realidade que parece preexistir e escapar-nos: aquela de uma capacidade a ser criada, de uma mudança a ser operada” e finaliza definindo projeto como um “(...) avatar individual e coletivo de um desejo primitivo de apropriação.”.

Ao pensar em projeto como algo atual, o autor considera a área de projetos como algo ainda novo e em desenvolvimento, que, nas palavras dele, seria algo em evolução. Sua segunda definição aproxima-se da que encontramos em nosso dicionário de Língua Portuguesa; é a ideia de plano, de algo que parece preexistir, mas que nos escapa à medida que se detém ao papel. Essa segunda concepção é reafirmada quando o autor define projeto como um desejo de apropriação, pois é algo que ainda se detém ao mundo das ideias. Para Boutinet (2002, p.180), “(...) uma das razões que encorajaram a pedagogia do projeto vem da necessidade de quebrar o quadro coercitivo dos programas escolares para suscitar uma certa criatividade.”.

Dizzoti (2009, p.36) também apresenta uma definição e, para ela, um projeto é entendido “como uma atividade organizada que tem o objetivo de contribuir para que os alunos investiguem e interpretem significados inconstantes de indivíduos de diferentes culturas.”.

A equipe do Buck Institute for Education (MARKHAM *et al.*, 2008, p.18) adota a terminologia de aprendizagem baseada em projeto e a define como:

um método sistemático de ensino que envolve os alunos na aquisição de conhecimentos e de habilidades por meio de um extenso processo de investigação estruturado em torno de questões complexas e autênticas e de produtos e tarefas cuidadosamente planejados.

Para alguns docentes, “método” pode dar a ideia de rigidez, mas, em termos filosóficos, método pode ser entendido como uma forma concreta de realizar algo ou de aplicar o pensamento com o objetivo de conhecer a realidade, compreender fatos, interpretar dados, resolver um problema ou uma questão. (HERNÁNDEZ, 1998)

Thomas (2000) também utiliza o termo aprendizagem baseada em projeto e a define como um conjunto de tarefas complexas, baseadas em questões ou problemas desafiadores, que envolvem os alunos na modelagem, problematização, tomada de decisão ou atividades investigativas que oferecem a oportunidade de trabalho relativamente autônomo ao longo de um período de tempo e culmina em produtos ou apresentações mais realistas.

Percebemos que a definição de Thomas (2000) e de Markham (2008) contém traços comuns, como a questão da complexidade que, para um, aparece como um conjunto de tarefas complexas e, para outro, como questões complexas e autênticas. O segundo ponto comum é o uso de questões ou problemas em ambas as definições.

Torres (1998, p.203) contribui com uma definição sobre o método de projeto; para ele, esse método:

É uma forma de integração curricular que se preocupa pela característica de 'interessante' que deve acompanhar a realização do trabalho nas salas de aula, pela proposta de problemas interessantes que os alunos devem resolver em equipe.

Mas o que mais nos chama atenção nas contribuições apresentadas por Torres (1998) é a sua flexibilidade e leitura de ensino por projetos. Primeiramente, ele afirma que:

A denominação de currículo integrado pode resolver a dicotomia e/ou o debate colocado na hora de optar por uma denominação do currículo que por sua vez integre os argumentos que justificam a globalização e os que procedem da análise e defesa de maiores parcelas de interdisciplinaridade no conhecimento e da mundialização das inter-relações sociais, econômicas e políticas (TORRES, 1998, p.112).

Em termos práticos, aceitando a ideia de currículo integrado, já rompemos com o debate em torno das diferentes terminologias referentes a projetos. Que, como afirma Torres (1998), Estrada (2007), assim como outros autores (BOUTINET, 2002; HERNÁNDEZ, 1998); essas diferentes denominações existem, se diferem e são, muitas vezes, utilizadas de modo indistinto. Mas, para Estrada (2007), assim como para Torres (1998), haveria um núcleo comum a todas essas propostas. Todas propõem o tratamento do currículo baseado no desenvolvimento de problemas ou investigações ligados a temas significativos, essa dinâmica construtiva e participativa seria um marco genérico para todas as propostas.

Sendo assim, para Torres (1998, p.191): “Os projetos curriculares são uma maneira de estruturar as diferentes áreas do conhecimento e experiência ou disciplinas, para tornar realidade outras concepções educacionais (...)”.

Torres (1998) defende que o ensino de uma ciência integrada pode auxiliar os alunos a olhar e a analisar um problema de diferentes formas, e não só da perspectiva de uma única disciplina. O autor expõe diferentes propostas de integração curricular e uma das razões a favor do currículo integrado é que ele seria uma forma de equilibrar um ensino baseado na memorização com um ensino que possibilite a valorização de processos.

Encontramos, de acordo com as diferentes fontes pesquisadas, que um projeto pode ser um plano (MICHAELLIS, 1998), uma proposta (KILPATRICK apud TORRES, 1998), uma atividade organizada (DIZZOTI, 2009) até a ideia de um

desejo primitivo de apropriação (BOUTINET, 2002), um método sistemático de ensino, um conjunto de tarefas complexas (THOMAS, 2000) ou, ainda, uma forma de integração curricular. (TORRES, 1998).

Mas, por que ensinar por meio de projetos?

“O ensino mediante ‘projetos de trabalho’, ‘centros de interesse’, ‘projetos interdisciplinares’, ‘currículo integrado’, ‘pesquisa sobre o meio’, ‘créditos de síntese’” (HERNÁNDEZ, 1998, p.38) foram algumas das alternativas encontradas para as várias demandas e necessidades sociais, econômicas e culturais que a escola precisa atender. O currículo integrado, por exemplo, é uma forma de organizar os conhecimentos escolares partindo de temas-problema que podem auxiliar aos alunos a buscarem, ordenarem, analisarem, interpretar e representarem informação, bem como explorarem diversos temas e questões com um pouco mais de autonomia (HERNÁNDEZ, 1998). Ensinar por meio de projetos é um caminho para explorar diversas habilidades e saberes que não se resumem ao ensino fragmentado por disciplina. Essa oposição à experiência fragmentada e a necessidade de conferir mais autonomia aos alunos é algo que contribui para aumentar a discussão em torno do ensino por projetos, pois ora o pêndulo da educação está mais para o aluno, ora mais para o professor. Em algumas épocas da história da educação, o foco foi dar voz e vez aos alunos, o que foi algo muito positivo, no entanto, para alguns professores e até mesmo para alguns sistemas de ensino, o professor ao dar voz aos alunos saía de cena, como se a educação escolar estivesse apenas baseada nos interesses e nas vontades dos alunos, com esse movimento os alunos começaram a apresentar muitas falhas conceituais básicas e lacunas no conhecimento. A educação voltava-se, então, para uma linha mais rígida do treino e repetição. Mas o que muitos hoje buscam é o equilíbrio entre a autonomia que se pode conferir ao aluno e o direcionamento do professor.

Ludke (2003) afirma que a ideia de projeto procura romper a lógica de evolução linear das disciplinas na medida em que relaciona um problema com um ou mais temas que acabam levando a tantos outros, utilizando os conhecimentos oferecidos pelas disciplinas de maneira criativa.

Nacarato, Mengali e Passos (2009) explicitam que conceber a aprendizagem e a aula de matemática de modo investigativo e problematizado exige uma nova postura do professor, o qual não deixa de ter sua função no processo de ensino e aprendizagem, pois é ele quem deve escolher atividades significativas e desafiadoras para seus alunos, elaborar perguntas interessantes e assumir uma postura investigativa diante de imprevistos que podem surgir na sala de aula.

Hernández (1998) expõe que o maior objetivo da organização dos conhecimentos por projetos é levar os alunos a interpretar o que lhes é apresentado para que eles, de fato, compreendam o que estão aprendendo. A compreensão, por sua vez, estaria vinculada às diferentes capacidades, dentre elas a:

“(...) de pesquisar um tema mediante estratégias como explicar, encontrar evidências e exemplos, generalizar, aplicar, estabelecer analogias e representar um tema mediante uma nova forma.”
(HERNÁNDEZ, 1998. p. 51).

O trabalho com projetos constitui uma aproximação sobre o conhecimento escolar vinculado a uma concepção que não valoriza somente a aquisição de conteúdos, mas também o papel do estudante como responsável por sua aprendizagem. Isso supõe aprender a investigar um tema relacionando-o com ideias-chave e diferentes disciplinas. (HERNÁNDEZ, 1998)

A importância de se desenvolver diferentes capacidades nos alunos está também nas novas exigências sociais e profissionais. Segundo Abrantes (1994 apud DIZOTTI, 2009, p. 34): “o trabalho com projetos favorece a formação de (...) indivíduos com iniciativa, consciência dos problemas atuais, sensibilidade para trabalhar com outros, aptidão e flexibilidade para agir num mundo em mudanças permanentes.”

Para Dizotti (2009), os projetos permitem que, por meio de uma problemática, os alunos explorem, relacionem, aprendam e aprofundem cada vez mais seu conhecimento, promovendo uma organização curricular que ultrapassa as barreiras disciplinares.

Ainda segundo Hernández e Ventura (1998), a função de um projeto é favorecer a criação de estratégias para a organização dos conhecimentos escolares de forma que o aluno seja capaz de fazer relação entre os diferentes conteúdos, interpretar, utilizar e transformar a informação proveniente de diferentes fontes em conhecimento próprio.

Como organizar um projeto?

A equipe do Buck Institute for Education (MARKHAM *et al.* 2008, p.27) enfatiza a necessidade do planejamento e afirma que “bons projetos não ocorrem por acidente. Eles são resultado de rigoroso planejamento...”. Essa equipe sugere alguns passos que podem auxiliar o planejamento de um projeto:

1 – Desenvolva uma ideia de projeto: é preciso ter noção se o projeto atende o que é importante ser ensinado. Esse primeiro momento é também quando ocorrem visitas a sites e projetos bem-sucedidos para se ter boas ideias, bem como explorar a comunidade exterior à escola: eventos locais ou nacionais;

2 – Decida o escopo do projeto: sua duração, as atividades, recursos e parcerias devem ser decididos antes do início. Alguns projetos podem durar de 5 a 10 dias, outros até um semestre; eles podem ser baseados em um tópico ou em várias disciplinas, podem se deter à sala de aula ou envolver a comunidade;

3 – Selecione padrões: esse é o momento de definir padrões que orientarão o ensino por meio do projeto. A capacidade de ler e de escrever é, por exemplo, padrão para a maioria dos projetos;

4 – Incorpore resultados simultâneos: a aprendizagem baseada em projeto permite que o professor avalie mais que conhecimento acadêmico, mas que avalie, também, habilidades e hábitos mentais dos alunos;

5 – Trabalhe a partir de critérios de formulação de projetos: algumas perguntas podem ajudar na definição de critérios que ajudam a estruturar um bom projeto, são elas: “O projeto satisfaz padrões e critérios pré-determinados?”, “Envolve alunos?”, “Concentra-se na compreensão do essencial?”, “Incentiva pensamentos de nível superior?”, “Ensina a ler e escrever, e reforça habilidades básicas?”, “Permite que todos os alunos sejam bem-sucedidos?”, “Utiliza avaliações claras e precisas?”, “Requer uso sensato de tecnologia? “Aborda questões autênticas?”;

6 – Crie o ambiente de aprendizagem ideal: estabelecer conexões com a comunidade, mudar o visual da sala, proporcionar situações em que os alunos tenham que aplicar o conhecimento em situações de resolução de problemas e situações próximas de um cenário real.

Essas foram algumas ideias apresentadas por Markham *et al.* (2008) sobre como estruturar e planejar um projeto.

Para Boutinet (2002), um projeto tem dois tempos característicos: o início e o final. O início do projeto compreende um diagnóstico da situação, uma negociação do que poderá ser explorado dentro da situação diagnosticada, seguida de um descritivo para a realização do projeto. O final trata do planejamento das atividades e seus prazos, da realização do projeto em si e da avaliação do projeto.

Hernández e Ventura (1998) entendem que o ponto de partida de um projeto é a escolha do tema.

(...) o tema pode pertencer ao currículo oficial, proceder de uma experiência comum (como os acampamentos), originar-se de um

fato da atualidade, surgir de um problema proposto pela professora ou emergir de uma questão que ficou pendente em outro projeto (HERNÁNDEZ e VENTURA. 1998. p.67).

De acordo com Gunning (apud HERNÁNDEZ, 1998, p. 70), ensinar por meio de temas possibilita ultrapassar os limites das disciplinas, conectando experiências próximas e interessantes para os alunos com a aprendizagem de conceitos.

Depois de escolhido o tema, Hernández e Ventura (1998. p.68-70) discorrem sobre as etapas para o desenvolvimento de um projeto. A primeira delas é a especificação de um fio condutor. Nesse ponto, a escola não interfere, mas o que guia essa especificação são os objetivos de aprendizagem que os alunos devem atingir ou um subtema muito evidente. São os objetivos que conduzirão toda aprendizagem e todo o projeto.

A segunda etapa é a especificação dos conteúdos, definindo o que os alunos aprenderão com o projeto. A próxima etapa é estudar e preparar o tema, é o momento que o professor planeja suas ações e atividades. A quarta etapa é quando o projeto começa a ser desenvolvido pelos alunos. A quinta é manter os alunos envolvidos. Ainda, a sexta etapa é o monitoramento do que os alunos sabem, quais dúvidas eles têm e o que eles aprenderam. Hernández e Ventura (1998) discorrem sobre uma avaliação inicial e uma formativa. A avaliação inicial é necessária para conhecer “o que os alunos sabem sobre o tema, quais são suas hipóteses e referências de aprendizagem.” (HERNÁNDEZ e VENTURA, 1998. p.69). Essa avaliação ocorre antes da quarta etapa, quando o projeto ainda não foi iniciado pelos alunos. A avaliação formativa ocorre ao longo do projeto e são evidências que nos levam à avaliação da aprendizagem dos alunos. A última etapa refere-se ao recapitular e avaliar o que foi aprendido durante o processo para contrastar e planejar novas propostas. Sendo assim, temos sete etapas: especificação do fio condutor e dos conteúdos, busca de materiais, preparação, início do projeto, manutenção do projeto, avaliação contínua e recapitulação do processo.

Biotto (2008) destaca as três fases de avaliação propostas presentes no modelo apresentado por Hernández e Ventura (1998): inicial, formativa e recapitulativa. Embora a avaliação inicial possa ser criticada por levar alguns professores a rotular a capacidade de seus alunos, essa avaliação é essencial para identificar conhecimento prévio e para que, baseado nesse conhecimento, o ensino seja mais bem planejado para um determinado grupo. O professor deve preocupar-se em coletar evidências que demonstrem quais conhecimentos prévios os alunos já possuem e como eles aprendem. Essa coleta pode ser realizada por meio de

situações em que os alunos expressem suas opiniões ou por perguntas sobre determinado assunto.

Tanto a avaliação inicial quanto a avaliação final ou recapitulativa, quando encaradas dentro da perspectiva da avaliação contínua, são aliadas do processo de aprendizagem que auxiliam professores e alunos a aprimorar, redirecionar e corrigir suas ações (LUIS, 2003).

Baseadas em nossas descobertas teóricas, adotamos a definição apresentada pela equipe do Buck Institute for Education (MARKHAM et. al., 2008) e entendemos projetos como um método que envolve os alunos na produção de conhecimentos e de habilidades por meio da investigação. Concordamos com Hernández (1998) que o maior objetivo de ensinar por meio de projeto é levar os alunos a compreender de fato o que estão aprendendo. Essa compreensão seria atingida olhando para uma mesma situação de diferentes formas, buscando diversas soluções para um mesmo problema, relacionando conteúdo com experiências, e opiniões pessoais e diárias. Ainda, e por fim, acreditamos em um núcleo central para o trabalho com projetos e temas, que seria a integração de áreas e conhecimentos como proposto por Torres (1998). Por isso, nos propusemos a investigar e retratar como ocorre a aprendizagem em um ambiente no qual ensinamos matemática questionando, relacionando-a com o dia a dia, com um tema e com o que o aluno já conhece.

1.2 Resolução de Problemas – algumas considerações

Após explorarmos ideias acerca de projetos, discutiremos, a seguir, definições e concepções sobre resolução de problemas que nos auxiliaram a adotar um referencial de trabalho e a elaborar o que estamos chamando de emaranhado.

Decorrente de muitas reformas sociais e movimentos educacionais é que temos hoje essa discussão e ampliação do conhecimento relacionado à resolução de problemas. Historicamente, a resolução de problemas remonta a Antiguidade. O Papiro de Ahmes consiste em uma das mais antigas lista de problemas de cerca de 1650 anos a.C. Outros registros históricos apontam para a existência de mais evidências de situações-problema desde o tempo dos antigos egípcios, chineses e gregos. Mas a matemática presente em registros tão antigos tinha como objetivo melhorar o pensamento das pessoas. Essa ideia perdurou até o século XX e, durante todos esses séculos, o estudo de qualquer matemática, incluindo a resolução de problemas, era dedicada a melhorar as capacidades de pensar,

raciocinar e resolver problemas do dia a dia. (STANIC; KILPATRICK⁴, 1989). De fato, não podemos negar que a matemática contribui para o desenvolvimento do poder de raciocinar, mas, hoje, sabemos que outras áreas também contribuem para melhorar o raciocínio.

No século XX, as pesquisas sobre resolução de problemas ganham destaque com George Polya em 1944 (ONUICHIC; ALLEVATO, 2008). Mais tarde, nas décadas de 1960 e 1970, inicia-se um movimento chamado Matemática Moderna. Seu objetivo era aproximar a matemática ensinada na escola, da matemática produzida por pesquisadores; propondo assim uma revolução no ensino. No entanto, devido alguns exageros, esse movimento não obteve grande sucesso e não perdurou. Na década de 1970, iniciaram-se investigações mais precisas sobre resolução de problemas e, em 1980, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM – Conselho Nacional de Professores de Matemática) publicou An Agenda for Action, destacando que resolver problemas seria o foco da matemática escolar para os anos de 1980. O NCTM publicou mais uma série de documentos que contribuíram para a discussão sobre práticas de ensino e avaliação em educação matemática. Em 1989, foi publicado Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics com contribuições acerca do currículo de Matemática. Em 1991, Professional Standards for Teaching Mathematics traz contribuições para auxiliar o professor a desenvolver o currículo sugerido no documento de 1989. (ONUICHIC e ALLEVATO, 2004; 2011). Em 1995, o NCTM publicou Assessment Standards for School Mathematics voltado para discussões sobre a avaliação em matemática. Em 2000, o mais recente documento do NCTM foi publicado, um compilado revisado de documentos anteriores intitulado Principles and Standards for School Mathematics, e trouxe para o cenário da Educação Matemática princípios e padrões de conteúdos e de procedimentos (ONUICHIC; ALLEVATO, 2004; 2011; VAN DE WALLE, 2007) que organizamos e apresentamos no quadro 2.

⁴ Jeremy Kilpatrick professor norte-americano, docente do Instituto de Educação em Matemática da Universidade da Geórgia.
<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/unica-saida-capacitacao-427743.shtml>

Quadro 2 – Princípios e padrões de procedimento e conteúdo de acordo com o NCTM

Princípios	Padrões de procedimento	Padrões de conteúdo
Equidade Currículo Ensino Aprendizagem Avaliação Tecnologia	Resolução de problemas Raciocínio e Prova Comunicação Conexões Representação	Números e Operações Álgebra Geometria Medida Análise de Dados e Probabilidade

Fonte: A pesquisa

Esses princípios e padrões apresentados pelo NCTM influenciaram muitas pesquisas e documentos oficiais, situou a resolução de problema como um procedimento e não mais como um conteúdo que deveria ser ensinado.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) também discutem a resolução de problemas como recurso de aprendizagem, apontando aspectos importantes para o seu uso. O primeiro desses aspectos diz que as atividades matemáticas devem partir da exploração de problemas de modo que os alunos tenham que desenvolver estratégias para resolver determinada situação. Em seguida explicita que um problema não é um exercício mecânico e que algo só pode ser considerado problema quando levar o aluno a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada. O terceiro aspecto relata que o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros problemas. O quarto aspecto diz que o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas um campo de conceitos e, por fim, a resolução de problemas não é uma atividade a mais ou mesmo um conteúdo a mais do currículo, ela é uma orientação ou, ainda, um recurso para o ensino de conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (BRASIL, 1997)

Concepções – algumas contribuições

Começamos com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) caracterizando problemas como algo que “demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la.” (BRASIL, 1997, p.33). Dessa forma, diante de uma atividade, se não precisarmos elaborar uma estratégia de resolução, pois a situação é algo que já conhecemos e lembramos facilmente, essa atividade não pode ser considerada uma situação-problema.

Onuchic e Allevato (2004, p.221) definem problema como “tudo aquilo que não sabemos fazer mas que estamos interessados em fazer” e complementam afirmando que (...) “um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta.”.

Tanto os PCN (BRASIL, 1997) quanto as autoras Onuchic e Allevato (2004) definem problema como algo que não se sabe resolver, mas que nos dispomos a construir uma solução.

Onuchic e Allevato (2011) utilizam o termo metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas. O termo provém de muitas reformas no ensino da matemática, as quais mostraram que o ensino e a aprendizagem deveriam ocorrer de forma simultânea, por isso o termo metodologia de ensino-aprendizagem que, mais tarde, se tornou ensino-aprendizagem-avaliação devido a pesquisas e descobertas sobre a importância de uma avaliação contínua e formativa. Percebemos aqui que essa avaliação formativa é a mesma que aparece na concepção de Hernández e Ventura (1998), tão importante também para a realização de um projeto. A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problema estabelece um modelo de trabalho baseado em problemas geradores buscando favorecer a compreensão de conceitos e conteúdos matemáticos de forma mais significativa.

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos (ONUCHIC e ALLEVATO, 2011, p.81).

Mas outros autores também definem problema e apresentam suas contribuições para a área de resolução de problemas.

Thompson (1989 apud ALLEVATO, 2005, p.35), ao apresentar os resultados de uma pesquisa com professores, expôs duas concepções sobre o que é um problema. Segundo a primeira concepção, um problema é a

(...) descrição de uma situação envolvendo quantidades estabelecidas, seguida de uma pergunta sobre alguma relação entre as quantidades cuja resposta pede a aplicação de uma ou mais operações aritméticas.

De acordo com essa concepção, resolver um problema é chegar à resposta correta por meio de operações matemáticas. Percebemos nessa definição uma

visão mais tradicional da própria Matemática, reduzida às operações aritméticas. Definição essa que também se difere da concepção de situação-problema dos PCN e das autoras citadas anteriormente.

Já sobre a segunda concepção encontrada por Thompson dentre os professores investigados, Allevato (2005, p.40) relata que essa concepção considera uma situação-problema como algo que:

(...) inclui quebra-cabeças, labirintos e atividades envolvendo ilusão de ótica e considera que problemas devem possibilitar uma variedade de abordagens para a resolução; não devem depender só de elementos conhecidos, mas conduzir à busca e descoberta de novas idéias e, em geral, envolvem desafio, diversão e frustração.

Também Bittar (2005, p. 23) define, em um estudo sobre a metodologia da matemática voltado para os anos iniciais do ensino fundamental, problema como uma atividade que exige “uma parada para pensar sobre a proposta, e não algo automático que o aluno possa resolver seguindo um modelo, sem ter que ler, interpretar e elaborar estratégias”.

Bittar (2005, p.25) nos dá uma ideia da complexidade de trabalhar com situações-problema ao afirmar que:

A prática de resolução de problemas dá oportunidade aos alunos de “fazer Matemática”, isto é, de desenvolver habilidades de reconstrução de propriedades Matemáticas, bem como de comunicar ideias, resultados e experiências. Dessa forma, ele deverá confrontar resultados fazendo uso de argumentos próprios e de procedimentos de validação. Aceitar erros e estar aberto para outras formas de resolução pode contribuir para o aprimoramento da linguagem, da capacidade de inferir, generalizar, deduzir, argumentar e sintetizar.

Smole (1996, p.73-4) conceitua resolução de problema como:

(...) uma metodologia de trabalho, através da qual os alunos são envolvidos em “fazer” Matemática, isto é, eles se tornam capazes de formular e resolver por si questões matemáticas e através da possibilidade de questionar e levantar hipóteses adquirem, relacionam e aplicam conceitos matemáticos.

E complementa:

A resolução de problemas é um processo que permeia todo o trabalho e todas as atividades, fornecendo um contexto, no qual as noções e competências são desenvolvidas, enquanto as atividades se realizam (ibidem, p. 163).

Por fim, Rossi (2012, p.48) contribui definindo resolução de problema como a realização de

(...) uma produção, em que o aluno utiliza o que já aprendeu como uma via para construir conhecimento. A resolução de problemas pode se constituir a partir de questões que coloquem o resolvidor em busca de uma ou mais respostas.

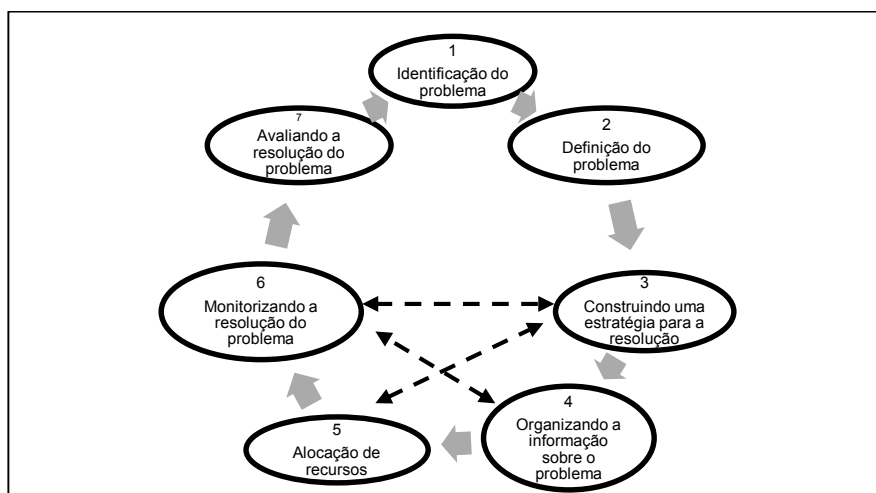
No entanto, além das questões que dizem respeito às várias definições acerca de problema, Allevato (2005), pautada nos primeiros estudos desenvolvidos por Shroeder e Lester, aborda a existência de diferentes concepções sobre o ensino baseado na resolução de problema. Podemos ensinar:

- sobre
- para; ou
- através da resolução de problema.

Ensinar **sobre** a resolução de problemas é algo que surgiu com o Movimento da Matemática Moderna quando a resolução de problemas foi considerada um novo conteúdo matemático. George Polya e seus estudos são grandes representantes dessa abordagem cuja ideia era ensinar os alunos a resolver problemas. Um exemplo de como ensinar sobre resolução de problemas acontece quando preparamos uma aula sobre as etapas para a resolução.

Polya (1986) elaborou, na década de 1950, quatro etapas para a resolução de problemas: compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e verificação dos resultados. Segundo Onuchic e Allevato (2011), Polya pode ser considerado o pai dos estudos sobre resolução de problemas e, depois dele, pesquisadores mais atuais como Sternberg (2000, p. 306-9), do campo da Psicologia da Aprendizagem, elaborou outras etapas (figura 1) que podem ser utilizadas para essa abordagem de ensino sobre resolução de problema.

Figura 1 – Etapas para a Resolução de Problemas



Fonte: Sternberg, 2000. p.307

Na figura 1 podemos observar que a primeira etapa é o momento que o aluno reconhece o que lhe é proposto como sendo um problema. Na segunda etapa, o aluno deve ter claro qual é o problema para, na terceira, formular estratégias. Nessa etapa, o aluno escolhe se usará desenhos para resolver, operações ou outros recursos. Na quarta etapa, as informações fornecidas pelo problema e as obtidas da interpretação devem ser organizadas de modo que a compreensão e o acesso a elas sejam facilmente obtidos. Somente na quinta etapa, o aluno aloca recursos para começar a resolver o problema. A sexta etapa é momento de monitorização dos resultados que começam a ser obtidos certificando-se de que o plano para a resolução do problema está em andamento. A monitorização é a constante checagem de que as descobertas estão levando à resolução do problema. E, por fim, na sétima etapa, o aluno avalia o trabalho e a resposta com relação ao problema inicial. A questão problema foi respondida? Temos a solução para o problema? A resposta encontrada é razoável como solução para o problema proposto? O que o meu resultado quer dizer? Nesse momento, os alunos respondem a questão do problema e podem, com a resposta, elaborar novas indagações.

A próxima abordagem é a do ensino **para** a resolução de problema, o qual tenta quebrar a rigidez dos conteúdos matemáticos e propõe a resolução de problemas para aplicação desses. Dessa maneira, a matemática passa a ser vista como utilitária, sendo que, primeiro, se deve apresentar um conteúdo para, depois, os alunos resolverem problemas.

Ensinar **por meio** da resolução de problemas deixa de ser uma atividade a mais ou de aplicação para servir como orientadora da aprendizagem. Por meio de problemas, o professor ensina conteúdos matemáticos, verifica o que o aluno sabe,

o que ele ainda precisa de ajuda para desenvolver e quais estratégias o aluno está utilizando, além de favorecer a construção de novos conceitos. Foi essa abordagem de ensino por meio de problemas que foi caracterizada por Onuchic (2008) como uma “Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática”.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais também discutem a resolução de problemas como recurso de aprendizagem, apontando princípios importantes para o seu uso. O primeiro desses princípios diz que as atividades matemáticas devem partir da exploração de problemas de modo que os alunos tenham que desenvolver estratégias para resolver determinada situação. O princípio seguinte explicita que um problema não é um exercício mecânico e que algo só pode ser considerado problema quando levar o aluno a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada. O terceiro princípio relata que o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros problemas. O quarto princípio diz que o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas um campo de conceitos e, por fim, a resolução de problemas não é uma atividade a mais ou mesmo um conteúdo a mais do currículo, ela é uma orientação ou, ainda, um recurso para o ensino de conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 1997).

Outros autores, como Van De Walle (2007), também trazem suas contribuições sobre essa abordagem e a consideram uma metodologia de ensino capaz de tornar uma tarefa classificada como um exercício em uma situação-problema se tal tarefa for desconhecida para o grupo, se levar os alunos a pensar sobre estratégias de resolução e se for resolvida de diferentes maneiras. É o que Van De Walle (2007, p.38) relata ao comentar um caso em que se pediu para alunos identificarem que fração era maior, dadas $\frac{4}{5}$ e $\frac{6}{8}$. No caso de um ensino tradicional, o professor pediria aos alunos para encontrar um denominador comum e compararem os numeradores. No caso de um ensino baseado em problemas, os alunos foram encorajados a desenvolver suas próprias estratégias para encontrar a maior fração. Em uma dessas experiências, um aluno, usando seu conhecimento prévio, disse que sabia que $\frac{4}{5}$ era o mesmo que $\frac{8}{10}$ e que, com mais $\frac{2}{10}$, ele completava um inteiro. No caso dos $\frac{6}{8}$, com mais $\frac{2}{8}$, se completaria um inteiro também, no entanto, $\frac{2}{8}$ era maior que $\frac{2}{10}$, por isso, $\frac{4}{5}$ era maior que $\frac{6}{8}$. Nesse último caso, o aluno se ocupou de descobrir o tamanho das partes e de entender o verdadeiro significado de fração e não de resolver um exercício sobre fração. Outro exemplo como esse de problematização é dado por Van de Walle (2007, p.40) com uma situação de adição: $48 + 25$. Ao expor essa situação a um grupo que não conhece os mecanismos formais da adição, essa operação é um problema a ser

resolvido. Utilizando a metodologia de resolução de problemas, antes de apresentar o algoritmo, deixar os alunos fazerem descobertas é uma forma de prepará-los para considerar uma diversidade de métodos e desenvolver ideias significativas sobre o processo de adicionar.

Segundo Van de Walle (2007), é importante perceber que ensinar por meio de problemas ou o ensino baseado na resolução de problemas não se limita, necessariamente, a listas de situações-problema, mas que atividades ou tarefas baseadas em problemas significam problematizar.

Segundo Domite (2009 apud MENGALI, 2011. p.52), problematizar indica um processo similar ao perguntar e formular problemas. Uma pergunta é algo que leva o outro a querer responder; a problematização é um processo fértil de construção de perguntas e respostas. Mengali (2011) afirma sua tentativa de criar nos ambientes de aprendizagem uma comunidade de investigação matemática, buscando encorajar os alunos a realizar análises de situações problemáticas, bem como partir delas para problematizar.

Um dos porquês de problematizar está na necessidade de dar sentido à aprendizagem matemática diante de um mundo que:

(...) está cada vez mais matematizado, e o grande desafio que se coloca à escola e aos professores é construir um currículo de Matemática que transcenda o ensino de algoritmos e cálculos mecanizados, principalmente nas séries iniciais, onde está a base da alfabetização Matemática. (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009. p.32)

Boavida (1993 apud BARALDI, 1999, p.36) ressalta que todo cidadão, para ter acesso ao mundo de conhecimento científico e tecnológico, precisa possuir uma cultura matemática básica que o torne capaz de interpretar e compreender criticamente a matemática subjacente a diferentes situações do dia a dia, e, também, o torne capaz de resolver problemas e tomar decisões diante dos mais variados aspectos de sua vida, nos quais a matemática esteja presente.

Allevato (2005) destaca que essa abordagem de ensino por meio da resolução de problema: 1) envolve os estudantes nos cinco padrões de processo descritos pela publicação de 2000 do NCTM: resolução de problemas, raciocínio e prova, comunicação, conexões e representação; 2) desenvolve nos estudantes a crença de que eles são capazes de fazer matemática; 3) fornece, ao professor, dados de avaliação que permite ao professor auxiliar os alunos na aprendizagem; 4) entusiasma os alunos ao perceberem que são capazes de compreender matemática por meio de estratégias próprias de raciocínio.

Foi de extrema importância delinear alguns aspectos históricos da resolução de problemas, pois isso nos possibilitou assumir nosso lugar no cenário de resolução de problema.

Adotamos a concepção de ensino por meio da resolução de problemas, considerando-a uma metodologia de ensino (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011) e um ponto de partida (BRASIL, 1997; ONUCHIC; ALLEVATO, 2011) na sala de aula. Definimos problema como sendo uma tarefa que os alunos não têm métodos ou regras estabelecidas para chegar à solução correta (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004), e sim uma situação que necessita ser investigada e que estratégias sejam elaboradas. Principalmente em se tratando dos anos iniciais do Ensino Fundamental, acreditamos, como exposto por Van de Walle (2007), que até mesmo uma tarefa básica de adição pode ser tida como um problema se o grupo não tiver mecanismos e técnicas formais de resolução.

Assim, adotamos a concepção de ensino através da resolução de problemas discutida por Onuchic e Allevato (2004; 2005; 2011), Van de Walle (2007) e apresentada oficialmente pelo documento do ano de 2000 do NCTM. Buscamos nessa pesquisa, ensinar matemática pela resolução de problema, mas destacamos uma citação de Allevato (2005, p.61) sobre as diferentes formas de conceber resolução de problema:

(...) a resolução de problemas como metodologia de ensino (...) não exclui as demais concepções. Isso significa que, quando o professor adota essa metodologia, os alunos podem aprender tanto sobre resolução de problemas, quanto aprendem Matemática para resolver novos problemas, enquanto aprendem Matemática através da resolução de problemas.

Na teoria, essas concepções podem ser separadas, mas, na prática, elas tendem a ocorrer conjuntamente, em diferentes momentos e combinações (ONUCHIC e ALLEVATO, 2004).

Apresentaremos, no capítulo de “Descrição e análise” o uso da metodologia de ensino através da resolução de problema, como outras concepções apareceram no trabalho que desenvolvemos e como contribuíram com a aprendizagem matemática.

1.3 De volta ao emaranhado possível

Retornamos ao emaranhado explicitando pontos da teoria de projetos e resolução de problemas que se misturam por ambos tratarem do ensino baseado

em questões, na investigação e na elaboração de estratégias que buscam aumentar a compreensão dos alunos.

No quadro 3, destacamos algumas partes do nosso referencial teórico que explicitam esse emaranhado entre as teorias estudadas.

Quadro 3 – Síntese do nosso emaranhado

Projeto	Resolução de problemas
<p>Os projetos proporcionam contextos que geram a necessidade e a possibilidade de organizar os conteúdos de forma a lhes conferir significado. É importante identificar que tipos de projetos exploram problemas cuja abordagem pressupõe a intervenção da Matemática, e em que medida ela oferece subsídios para a compreensão dos temas envolvidos (BRASIL, 1997, p. 26).</p> <p>... uma proposta entusiasmante de ação para se desenvolver em um ambiente social e tem que servir para melhorar a qualidade de vida das pessoas. Kilpatrick (apud Torres, 1998, p. 203).</p> <p>... uma atividade organizada que tem o objetivo de contribuir para que os alunos investiguem e interpretem significados inconstantes de indivíduos de diferentes culturas (DIZZOTI, 2009, p.36).</p> <p>... um método sistemático de ensino que envolve os alunos na aquisição de conhecimentos e de habilidades por meio de um extenso processo de investigação estruturado em torno de questões complexas e autênticas, e de produtos e tarefas cuidadosamente planejados (MARKHAM <i>et al.</i>, 2008).</p> <p>Conjunto de tarefas complexas, baseadas em questões ou problemas desafiadores, que envolvem os alunos na modelagem, problematização, tomada de decisão ou atividades investigativas que oferecem a oportunidade de trabalho relativamente autônomo ao longo de um período de tempo e culmina em produtos ou apresentações mais realistas (THOMAS,</p>	<p>...demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la (BRASIL, 1997, p.33).</p> <p>Onuchic e Allevato (2004, p.221) definem problema como “tudo aquilo que não sabemos fazer mas que estamos interessados em fazer” e complementam afirmando que (...) “um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não tem métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta.”</p> <p>A metodologia de ensino aqui apresentada constitui uma forma de trabalho, em sala de aula, a partir de problemas geradores. Valendo-se da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, a construção de conhecimentos, relacionados a conceitos e conteúdos matemáticos, se realiza de forma mais significativa e efetiva pelos alunos. As experiências, em pesquisas com alunos e atividades de formação de professores em que esta forma de trabalho tem sido utilizada, têm favorecido significativos avanços na compreensão de conceitos e conteúdos matemáticos, e no aprimoramento da prática docente pelo professor (ONUCHIC e ALLEVATO, 2011, p. 95).</p> <p>Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é ponto de partida e, na sala de aula, com a resolução de problemas,</p>

2000).

Hernández (1998) expõe que o maior objetivo da organização dos conhecimentos por projetos é levar os alunos a interpretar o que lhes é apresentado para que eles de fato compreendam o que estão aprendendo. A compreensão, por sua vez, estaria vinculada a diferentes capacidades, dentre elas a "(...) de pesquisar um **tema** mediante estratégias como explicar, encontrar evidências e exemplos, generalizar, aplicar, estabelecer analogias e representar um tema mediante uma nova forma." (HERNÁNDEZ, 1998. p. 51).

Os projetos de trabalho se constituem uma aproximação sobre o conhecimento escolar vinculado a uma concepção que não valoriza somente a aquisição de conteúdos, mas também o papel do estudante como responsável por sua aprendizagem. Isso supõe aprender a investigar um **tema** relacionando-o com ideias-chave e diferentes disciplinas (HERNÁNDEZ, 1998).

Para Dizotti (2009), os projetos permitem que, por meio de uma **problemática**, os alunos explorem, relacionem, aprendam e aprofundem, cada vez mais, seu conhecimento, promovendo uma organização curricular que ultrapassa as barreiras disciplinares.

Ainda segundo Hernández e Ventura (1998), a função de um projeto é favorecer a criação de **estratégias** para a organização dos conhecimentos escolares de forma que o aluno seja capaz de fazer **relação** entre os diferentes conteúdos, interpretar, utilizar e transformar a informação proveniente de diferentes fontes em conhecimento próprio.

É uma forma de **integração** curricular que se preocupa pela característica de "interessante" que deve acompanhar a realização do trabalho nas salas de aula, pela proposta de **problemas** interessantes que os alunos devem

os alunos devem fazer **conexões** entre diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.81).

Segundo Van De Walle (2007), é importante perceber que ensinar por meio de problemas ou o ensino baseado na resolução de problemas não se limita necessariamente a listas de situações-problema, mas que atividades ou tarefas baseadas em problemas significa **problematizar**.

Segundo Domite (2009 apud Mengali, 2011. p.52) problematizar indica um processo similar ao perguntar e formular **problemas**. Uma pergunta é algo que leva o outro a querer responder; a **problematização** é um processo fértil de construção de perguntas e respostas.

Mengali (2011) afirma sua tentativa de criar, nos ambientes de aprendizagem, uma comunidade de **investigação** matemática, buscando encorajar os alunos a realizar análises de situações **problemáticas**, bem como partir delas para **problematizar**.

resolver em equipe (TORRES, 1998, p.203).	
---	--

Fonte: A pesquisa

Percebemos, no estudo sobre projetos e resolução de problemas, algumas características, termos comuns, e uma sintonia no sentido de uma teoria se apoiar na outra.

O quadro mostrou algumas ideias, termos e palavras-chaves relacionados a projeto, sendo elas:

- significados, significativa;
- problemas, problemática, problematizar;
- investigar, investigação;
- método, metodologia;
- questões;
- tema;
- relação, contexto, conexão;
- estratégias;
- integração.

Em se tratando de resolução de problemas, observamos que alguns termos e ideias se repetiram, como:

- significados, significativa;
- problemas, problemática, problematizar;
- investigar, investigação;
- método, metodologia;
- relação, contexto, conexão.

Dessa forma, concluímos que o ensino baseado em projetos e resolução de problemas diferem por conta de suas trajetórias, concepções e definições, no entanto, se entrelaçam na medida que ambos se constituem como métodos de ensino voltados para a problematização de forma a criar um ambiente de investigação que leve o aluno a ampliar sua compreensão sobre conhecimentos matemáticos à medida que elabora suas próprias estratégias, contextualiza e estabelece relações entre seu conhecimento prévio, suas vivências e a matemática.

Assim, também entendemos que podemos trabalhar com projetos como uma perspectiva mais ampla, ou seja, como se essa fosse a metodologia que direcionasse nosso trabalho com as diferentes disciplinas (conteúdos) dos anos iniciais e a resolução de problemas ocorrendo em momentos específicos, principalmente, nas aulas para o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

CAPÍTULO 2. A pesquisa qualitativa e o estudo de caso – Algumas considerações

Nesse capítulo, apresentaremos detalhes sobre a metodologia adotada, iniciando com nossas considerações sobre a pesquisa qualitativa e sobre o estudo de caso, para, posteriormente, apresentar os instrumentos utilizados e o cenário em que a pesquisa ocorreu.

Lüdke e André (1996, p.1) afirmam que “para se realizar uma pesquisa é preciso promover o confronto entre os dados, as evidências, as informações coletadas sobre determinado assunto e o conhecimento teórico acumulado a respeito dele.”. Para tanto, há diversos métodos e instrumentos para se confrontar dados e teorias, tanto qualitativos quanto quantitativos. Deter-nos-emo à pesquisa de caráter qualitativo.

Bogdan e Biklen (1994) afirmam que a investigação qualitativa envolve a obtenção de dados descritivos, provindos do contato direto do pesquisador com a realidade de estudo, dando maior destaque ao olhar dos participantes e ao processo do que ao produto. A pesquisa qualitativa busca perceber o indivíduo, seja este uma comunidade individual, uma pessoa, um grupo específico ou situação; ela surge dando à pesquisa científica um caráter humanizador, sem deixar de seguir passos e uma análise rigorosa daquilo que se propõe estudar.

Lüdke e André definem a pesquisa qualitativa:

[...] como um termo genérico que agrupa diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características. Os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico. As questões a investigar não se estabelecem mediante a operacionalização de variáveis, sendo outrossim formuladas com o objetivo de investigar os fenômenos em toda a sua complexidade e em contexto natural (Lüdke e André, 1996, p.16).

Por se tratar de um termo genérico, a abordagem qualitativa abrange diversos tipos de pesquisa, dentre elas, o estudo de caso. Apresentaremos a seguir, baseado em Lüdke e André (1996) e Goldenberg (2001), algumas características do estudo de caso as quais nos ajudaram a conhecer as bases da pesquisa qualitativa em educação.

Essa expressão, estudo de caso, surgiu da pesquisa médica e psicológica que procurava pormenorizar um caso específico para explicar uma determinada

doença. Passou por algumas adaptações e tornou-se uma das principais modalidades da pesquisa qualitativa e educacional.

O estudo de caso não é uma técnica específica, mas uma análise holística, a mais completa possível, que considera a unidade social estudada como um todo, seja um indivíduo, uma família, uma instituição ou uma comunidade, com o objetivo de compreendê-los em seus próprios termos. O estudo de caso reúne o maior número de informação detalhadas, por meio de diferentes técnicas de pesquisa, com o objetivo de apreender a totalidade de uma situação e descrever a complexidade de um caso concreto. Através de um mergulho profundo e exaustivo em um objeto delimitado, o estudo de caso possibilita a penetração na realidade social, não conseguida pela análise estatística (GOLDENBERG, 2001. p.34).

Um estudo de caso é caracterizado por ter um quadro teórico inicial que serve de esqueleto, pois visa à descoberta, parte de alguns pressupostos teóricos como base, mas se dispõe a descobrir; leva em conta o contexto em que está inserido, necessita demarcar o território da pesquisa; busca retratar a realidade de forma completa e profunda; utiliza uma variedade de fontes de informação; permite generalizações do que se observa com o que foi vivido pelo pesquisador; procura representar pontos de vista conflitantes com uma linguagem mais acessível.

Associado ao termo estudo de caso está a Escola de Chicago, termo este utilizado em 1930 para denominar um grupo cujas pesquisas eram realizadas sob a perspectiva interacionista, as quais exerceram forte influência sobre o modelo e a difusão do estudo de caso em pesquisas científicas. Uma das mais importantes contribuições da Escola de Chicago foi o desenvolvimento de métodos inéditos, à época, de pesquisa qualitativa com o uso científico de cartas, diários e o desenvolvimento do trabalho de campo sistemático na cidade.

A Escola de Chicago surgiu no departamento de Sociologia da Universidade de Chicago. Seus principais estudos eram de caráter multidisciplinar, envolvendo Sociologia, Antropologia, Ciência Política, Psicologia e Filosofia. As pesquisas ganharam força quando começaram a abordar as necessidades de Chicago, buscando solucionar os problemas existentes naquele momento.

Muitas pesquisas de Chicago voltaram-se para um problema cadente nos EUA: os conflitos étnicos e as tensões raciais. Pesquisas sobre as comunidades de imigrantes, sobre os conflitos raciais entre brancos e negros, sobre a criminalidade, desvio e delinquência juvenil, tornaram a sociologia de Chicago famosa em todo o mundo (GOLDENBERG, 2001, p.29).

Como exemplo, Goldenberg (2001) cita um estudo desenvolvido entre os anos de 1918 e 1920, sobre a emigração de poloneses para os Estados Unidos e os problemas enfrentados por eles. Os pesquisadores W. I. Thomas e F. Znaniecki coletaram dados nos EUA e na Polônia, e dedicaram um volume inteiro de sua obra para um relato autobiográfico feito por um imigrante. Esse estudo marcou o período mais expressivo da pesquisa qualitativa de Chicago.

Todo desenvolvimento da Escola de Chicago, nas décadas de vinte e trinta do século XX, contribuíram enormemente para os avanços nos métodos de investigação que, atualmente, chamamos de qualitativos. Bogdan e Biklen (1994) explicam que, dentre as várias características do método da Escola de Chicago, duas são extremamente importantes para entender a pesquisa qualitativa em Educação. A primeira característica é que os pesquisadores se baseiam em dados produzidos diretamente da ou na fonte de pesquisa, e a segunda está na ênfase dada à vida da cidade, da comunidade ou do grupo como um todo.

Dentro desse contexto de pesquisa qualitativa, vale ressaltar, como colocado por Bourdieu (apud BOGDAN; BIKLEN, 1994), que o pesquisador que optar pela pesquisa qualitativa deve buscar a “objetivação”. Esse termo apresentado por Bourdieu trata de um esforço por parte do pesquisador para não fazer do objeto construído algo inventado. O fato do estudioso escolher determinado objeto de pesquisa já é por si só uma atividade subjetiva, que partiu dos interesses de uma determinada pessoa. Na busca pela objetivação, o estudo deve procurar ser o mais claro possível na explicitação do problema, justificativa, plano de trabalho e apresentação dos resultados.

Quanto mais o pesquisador tem consciência de suas preferências pessoais mais é capaz de evitar o bias, muito mais do que aquele que trabalha com a ilusão de ser orientado apenas por considerações científicas (GOLDENBERG, 2001, p.45).

Bias, termo em Inglês, refere-se ao preconceito que a pesquisa qualitativa pode sofrer por seu caráter propriamente subjetivo, alertando que, quanto mais consciente for o pesquisador sobre suas preferências e quanto mais focado em responder sua questão-problema com fidedignidade à realidade, mais distante ficará de pré-conceitos e de falsas conclusões.

2.1 Metodologia da pesquisa – delineando nosso caso

Propusemo-nos a desenvolver uma pesquisa qualitativa com características próprias de um estudo de caso. Isso se deve a seus contornos bem definidos, e por

constituir-se como um retrato de como se dá o ensino e a aprendizagem baseados em projetos e resolução de problemas em uma determinada sala de aula de uma escola específica.

Sendo assim, adotamos como instrumentos para a produção de dados:

- Observação participante;
- Registro dos alunos;
- Entrevistas;
- Pré e pós-testes dos conteúdos matemáticos abordados.

Essa pesquisa foi desenvolvida na sala de aula da professora-pesquisadora, a qual atuava em uma escola bilíngue, Inglês – Português, da rede particular de ensino da cidade de Bauru (SP). A produção de dados ocorreu durante o primeiro trimestre letivo de 2013, com alunos de 6 a 8 anos de 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental I, durante as aulas de matemática.

A seguir, discutiremos os instrumentos adotados, seguidos da apresentação de algumas peculiaridades do cenário em que a pesquisa foi desenvolvida.

A **observação participante** foi instrumento utilizado do início ao fim da pesquisa, pela presença e atuação da professora-pesquisadora em sua própria sala de aula. Ludke e André (1996, p.28) caracterizam esse tipo de observação como (...) *uma estratégia que envolve, pois não só a observação direta, mas todo conjunto de técnicas metodológicas pressupondo um grande envolvimento do pesquisador na situação estudada.*

Além do envolvimento da professora-pesquisadora, pelo fato de sua investigação ocorrer em seu ambiente de trabalho, a pesquisa partiu do desejo de investigar e documentar uma prática de sala de aula.

Em busca de atingir o objetivo da pesquisa – investigar e retratar como ocorre o ensino e a aprendizagem da matemática baseado em projetos e resolução de problemas nos anos iniciais; realizamos o levantamento bibliográfico, planejamos as atividades, e iniciamos o processo de produção e análise dos dados. Os dados produzidos e analisados nos guiaram na resposta de nossa questão-problema e acabaram gerando, também, a possibilidade de uma profunda reflexão sobre a própria prática, essa reflexão aparecerá no capítulo de descrição e análise, mas sem o rigor de uma pesquisa na área de estudos que trata do professor reflexivo. Reflexão que surgiu como possibilidade para pesquisas futuras.

Os dados resultantes da observação eram registrados em um diário de campo da professora-pesquisadora contendo suas percepções e reflexões acerca do desenvolvimento das atividades propostas e dos resultados produzidos.

Sobre a confecção de diários, Souza *et al.* (2011) afirmam que um dos aspectos mais importantes da escrita de um diário é que ele nos permite assumir e expressar um ponto de vista, e ainda apresenta que

(...) a produção de diário é uma prática social bastante recorrente entre escritores, cientistas e filósofos, os quais salientam a importância do seu uso para o desenvolvimento da escrita, do trabalho intelectual e para o desenvolvimento pessoal. (SOUZA *et al.*, 2011. p.23)

Dentre as importâncias apontadas por Souza *et al.* (2011), destacamos o desenvolvimento do trabalho intelectual e pessoal. Foi com os diários de campo da pesquisadora que parte das teorias estudadas fizeram, de fato, maior sentido na prática. Conceitos e ideias que antes pareciam claros, com a escrita no diário, tornaram-se quase que palpáveis. Ao registrar e descrever determinado dia, aula ou atividade, a teoria ia se encontrando com a prática e a compreensão acerca do dia a dia, das atividades e das teorias se ampliavam. Essas descobertas e reflexões foram, no entanto, um processo gradativo. Inicialmente, os registros no diário de campo eram bem sucintos e, depois, foram se tornando mais ricos em detalhes e reflexões. Alguns dias, a escrita se tornava um verdadeiro diálogo entre a professora-pesquisadora e seu diário. Alguns registros chegavam a indicar alegria, desabafo, cansaço e conquistas (anexo 1). Foi por permitir a expressão de tantos sentimentos e percepções *in natura* que optamos por apresentar a introdução do trabalho no formato de diário.

O diário deve ser visto como um instrumento de auto reflexão, um espaço de intercâmbio. Ao longo da narração, o escritor (professor, aluno ou investigador) vai estabelecendo uma conversação consigo mesmo e com os destinatários virtuais do seu relato (POWELL; BAIRRAL, 2006. p.76).

Com relação ao **registro dos alunos**, ele se fez por meio dos cadernos de matemática e também de um diário de matemática do aluno.

O diário dos alunos foi nomeado pela turma de “Math Diary” e era um instrumento no qual os alunos podiam anotar descobertas, descrições, sentimentos e comentários sobre as atividades realizadas.

Concordamos com Nacarato, Mengali, Passos (2009. p.45) que

(...) quando o aluno fala, lê, escreve ou desenha, ele não só mostra quais habilidades e atitudes estão sendo desenvolvidas no processo de ensino, como também indica os conceitos que domina e as dificuldades que apresenta. Com isso, é possível verificar mais

um aspecto importante na utilização de recursos de comunicação para interferir nas dificuldades e provocar cada vez mais o avanço dos alunos.

Os diários de matemática dos alunos eram justamente um recurso a mais para auxiliar a aprendizagem de conceitos matemáticos. Segundo Powell e Bairral (2006, p.82), (...) *a categoria que melhor incentiva o pensamento matemático é a escrita pessoal e reflexiva, cujo conteúdo é a Matemática e as respectivas respostas afetivas dos alunos sobre o assunto.*

A escola já adotava a escrita em um diário como parte da rotina, era uma escrita espontânea desenvolvida todas as manhãs, no entanto, dissociada da matemática. O hábito de escrever em um diário foi um fator que influenciou positivamente os alunos a aceitarem e a se empolgarem com um novo diário, dessa vez, elaborado a partir das aulas de matemática.

A proposta apresentada foi de manter o diário do início do dia e acrescentar o diário de matemática no final do dia. Inicialmente, a proposta de implantação de um novo diário foi levada à coordenação e, depois, ao time de professores que lecionavam no mesmo ciclo. A proposta foi aceita e começamos a utilizar o diário.

Encaramos a escrita do diário de matemática como uma atividade genuína de reflexão que não viria como uma atividade a mais para alunos e professores de modo a alterar a rotina existente, por isso, tranquilizamos os alunos e os professores, dizendo que, inicialmente, 5 a 10 minutos eram suficientes (POWELL; BAIRRAL, 2006) e, para isso, reservamos os últimos minutos de aula.

As aulas se encerravam às 15h40. A escrita do diário foi programada para acontecer diariamente a partir das 15h e, conforme os alunos fossem terminando seus diários, eles começavam a organizar o material e preparavam-se para a reunião final da turma e para a saída.

Quando usamos diários com nossos alunos, eles são convidados a escrever diariamente, ou pelo menos depois de cada aula ou tarefa, sobre qualquer questão ou tópico relacionado ao aprendizado matemático ou à aprendizagem num espectro mais amplo, ou mesmo sobre a disciplina em si (POWELL; BAIRRAL, 2006. p.72).

O objetivo do diário foi proporcionar um trabalho inicial de reflexão sobre matemática com alunos dos primeiros anos, somado a uma fonte a mais de registro que pudesse contribuir com a aprendizagem e com o nosso entendimento de como ocorre a aprendizagem de matemática por meio de projetos e problemas com alunos

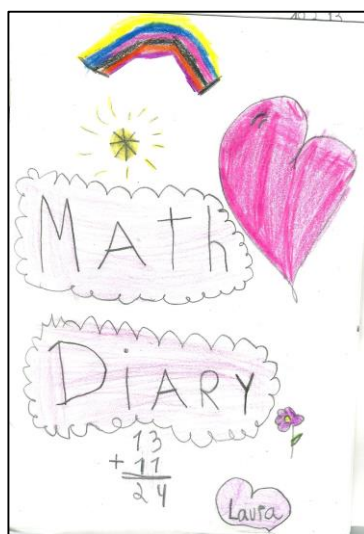
dos anos iniciais. Dessa forma, concordamos com Mengali (2011. p.67), reconhecendo

(...) que utilizar o registro nas aulas de Matemática pode ter múltiplas funções, contribuindo com os alunos e com o professor. Aos alunos, a escrita dá oportunidade de expressar os pensamentos, bem como a possibilidade de (re)construí-los. Para mim, professora pesquisadora, além da ajuda para entender os processos de pensamento matemático dos alunos, proporciona refletir sobre a própria prática e efetuar mudanças necessárias para o avanço de meus alunos.

O tipo de registro nos diários, pictórico ou textual-verbal, ficou à escolha dos alunos, mesmo porque, por ser uma sala multisseriada, tínhamos alunos alfabetizados e não alfabetizados. Nosso papel era incentivar, discretamente, os alunos alfabetizados a utilizarem palavras e esquemas mais elaborados para expressar suas reflexões, bem como valorizar os registros pictóricos de alunos mais novos e não alfabetizados. Van De Walle (2007) afirma que mesmo crianças de Educação Infantil podem realizar esse processo de registro e resgate do pensamento matemático utilizando desenhos. Além de uma reflexão, os alunos estavam registrando parte de sua memória matemática, fosse por meio do texto verbal, fosse por desenhos e esquemas.

A iniciação do uso de um diário de matemática envolveu os alunos na confecção de um “caderno” (Figura 2) próprio para relatar suas experiências diárias. A definição do número de páginas e a decoração do diário foram atividades que aproximaram os alunos dessa ferramenta.

Figura 2 - Capa de um diário de matemática



Fonte: A pesquisa

Por se tratar de uma escola bilíngue, os alunos podiam optar pelo uso do Inglês ou Português para a escrita no diário. No momento de escrita, no entanto, não havia intervenções para correção ortográfica, gramatical ou estrutural, devido ao objetivo de estimular a reflexão matemática dentre os alunos. Além dos registros nos diários, tínhamos os cadernos de matemática para o registro das aulas, dos conceitos e das atividades.

A pesquisa contou também com algumas **entrevistas** na busca por compreender os caminhos e as estratégias adotadas pelos alunos, bem como necessidades e dúvidas mais específicas. Embora denominadas aqui de entrevistas, na escola, esses momentos eram chamados de “*conference ou mini-lesson*”. Um instrumento didático-pedagógico que fazia parte da rotina da escola e tinha o objetivo de estabelecer um tempo de atenção mais individualizada do professor para com o aluno. As *mini-lessons* eram, como o termo nos diz, minilições que poderiam acontecer em pequenos grupos ou individualmente. Os momentos individuais foram utilizados nessa pesquisa de mestrado como instrumento para a produção de dados e, desse modo, foram momentos entendidos, em termos de metodologia científica, como entrevistas.

Utilizamos a audiogravação para a produção de dados provenientes das entrevistas. Após a gravação, realizamos a transcrição do diálogo entre professora-pesquisadora e aluno. Para sermos mais específicos no momento de análise, as linhas da transcrição foram numeradas e o texto da entrevista foi dividido em partes. Utilizamos também imagens dos exercícios que eram discutidos com os alunos nos momentos de entrevista para ilustrar pontos específicos do diálogo transcrito. No capítulo “Descrição e análise”, apresentamos quatro exemplos de entrevista, sendo uma para cada unidade de estudo. Utilizamos o critério fluidez do diálogo para a escolha das quatro entrevistas, pois por se tratar de crianças algumas ainda tinham uma produção oral mais limitada, dessa forma escolhemos entrevistas nas quais o diálogo havia se desenvolvido com mais fluidez e detalhes.

Segundo Lakatos e Marconi (2010, p.195), “*a entrevista é um encontro entre duas pessoas, a fim de que uma delas obtenha informações a respeito de determinado assunto, mediante uma conversação de natureza profissional*”.

Baseado nos dados obtidos com a observação participante, na avaliação contínua e formativa que ocorria em sala de aula, a professora se reunia com os alunos individualmente para obter maiores informações sobre a aprendizagem matemática e para ajudá-los com as dúvidas e dificuldades. Preparavam-se previamente os tópicos para a conversa e iniciavam-se as questões com o caráter

de identificar conhecimentos que estavam na zona de desenvolvimento proximal do aluno e que, por isso, ele ainda precisava de auxílio para realizar. Identificados esses conhecimentos, continuavam ocorrendo perguntas e uma conversa, as quais guiavam o pensamento do aluno.

Foram momentos de fortalecimento de vínculos com os alunos entrevistados, de modo que a interação proporcionou caminhos tanto para o aluno atingir maior consciência de sua aprendizagem, superar suas dificuldades, saber que tinham alguém com quem podiam contar; quanto para a professora-pesquisadora ampliar seu conhecimento sobre seus alunos e poder dar suporte a eles.

Enquanto outros instrumentos têm seu destino selado no momento em que saem das mãos do pesquisador que os elaborou, a entrevista ganha vida ao se iniciar o diálogo entre o entrevistador e o entrevistado (LÜDKE; ANDRÉ, 1996, p. 34).

Alguns desses diálogos foram transcritos, e serão apresentados na seção de descrição e análise.

Os **pré/pós-testes** (anexo 2), assim denominados na escola na qual essa pesquisa ocorreu, foram incorporados à produção de dados como mais uma forma de obter evidências sobre a aprendizagem matemática.

Embora uma ferramenta característica da pesquisa experimental quantitativa (BAPTISTA; CAMPOS, 2007), os pré e pós-testes foram utilizados em nosso estudo de caso, primeiramente, como um instrumento pedagógico que já era utilizado pela escola em que a pesquisa se realizou considerando a ideia de pré-teste como avaliação diagnóstica e o pós-teste como uma, e não única, forma de verificar o que o aluno aprendeu ao final de uma unidade de estudo. Além de instrumento pedagógico, vimos, nessas ferramentas, um potencial metodológico capaz de fornecer mais detalhes para a nossa análise. Sendo assim, adotamos os pré e pós-testes como instrumentos de coleta sem adotar o rigor metodológico da pesquisa quantitativa.

Esses testes foram elaborados baseados nos conteúdos de matemática que seriam desenvolvidos no trimestre, sendo eles: números (sistema de numeração, valor posicional), gráficos de barra, adição e subtração de números naturais. Antes da introdução de cada um desses conteúdos, os alunos realizaram os pré-testes, em seguida, iniciaram-se as aulas e o conteúdo foi desenvolvido ao longo do trimestre baseado em diversos recursos didático-pedagógicos, dentre eles, o ensino baseado em um tema e o ensino de matemática por meio da metodologia de resolução de problemas. Ao final do trimestre, decorridas as aulas sobre os conteúdos

matemáticos, os alunos realizaram os pós-testes. Os mesmos exercícios do pré-teste do início do trimestre foram refeitos no final do trimestre. Por fim, vale destacar que os pré e pós-testes estavam inseridos em um contexto de avaliação contínua entendida, de acordo com Luis (2003, p.39), como

(...) um processo amplo que vai desde a apreensão dos pontos de partida – avaliação diagnóstica, passando pelo acompanhamento intensivo no decorrer do processo – avaliação formativa, até a busca dos pontos de chegada (resultados) e sínteses provisórias – avaliação somativa.

Essa diversidade de instrumentos pedagógicos utilizados também como metodológicos de pesquisa, auxiliaram na compreensão do processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Embora parte desses instrumentos, como os testes e as entrevistas, já fossem utilizados pela escola, a combinação desses instrumentos foi crucial para a análise e a formação de um retrato específico sobre como os alunos aprenderam matemática.

Decorrido o processo de produção dos dados por meio dos instrumentos apresentados, iniciamos o processo de análise dos dados.

Segundo Bogdan e Biklen (1994, p.205)

Análise de dados é o processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou.

Ainda de acordo com Marconi e Lakatos (2010, p.151), a análise de dados “é a tentativa de evidenciar as relações existentes entre o fenômeno estudado e outros fatores”.

Buscando evidenciar as relações entre a teoria com a realidade estudada, iniciamos o processo de organização dos dados, realizamos uma descrição das aulas apoiada na observação participante e no diário de campo da professora-pesquisadora; apresentando a transcrição de algumas entrevistas, comentários sobre os pré e pós-testes e sobre os registros dos alunos.

De acordo com Lüdke e André (1996. p.45), “analisar os dados qualitativos significa ‘trabalhar’ todo o material obtido durante a pesquisa” e, para isso, a primeira etapa é a organização desse material em partes de forma a identificar “tendências e padrões relevantes”, organizamos todo nosso material por unidades de estudo e elaboramos um padrão descritivo apoiado em questões de análise.

Como observamos no quadro 4, tínhamos quatro unidades de estudo com a descrição das atividades, dos dados produzidos com os diferentes recursos, uma reflexão sobre a relevância do conteúdo matemático proposto, sobre o uso da metodologia de ensino por meio da resolução de problema, sobre o uso do método de projetos, e se outros recursos contribuíram com o ensino e a aprendizagem.

Quadro 4 – Estrutura de análise

Organização dos dados por Unidades de Estudo (UE)			
UE 1 – Números	UE 2 – Gráficos	UE 3 - Medidas	UE 4 – Adição e Subtração
Análise descritiva baseada: <ul style="list-style-type: none"> • observação participante; • entrevistas; • avaliações (pré-pós-teste); • registros dos alunos. 			
Questões de análise: <ul style="list-style-type: none"> • Qual a relevância do conteúdo para os anos iniciais? • Como ocorreu a aprendizagem baseada em projetos? • Como ocorreu a aprendizagem baseada em resolução de problema? • Outros recursos contribuíram com a aprendizagem? 			

Fonte: A pesquisa

Destacamos que essas perguntas foram recursos essenciais para a orientação de nossa análise. Foram essas questões que nos auxiliaram a atingir o nosso objetivo e a responder nosso problema de pesquisa.

Perguntas que podem indicar os percursos, mesmo que aparentemente tortos, pelos quais os conhecimentos vão sendo tecidos, expondo os fios que estão sendo puxados e os modos de fazer a trama. Perguntas que podem nos ajudar a ver, no aparente desconhecimento, aprendizagens relevantes e processos significativos. Perguntas que permitem nos aproximarmos do intenso diálogo que se estabelece entre as muitas lógicas que se entrelaçam no cotidiano escolar e perceber como essa diferença vai produzindo diferentes aprendizagens, sem que isso signifique atribuir às aprendizagens valores diferenciados. Perguntas que colocam ensinar e aprender como processos interativos, que não podem ser circunscritos e que constituem, simultaneamente, as ações dos alunos, alunas, professoras e professores. Perguntas que tornam a avaliação um processo articulador da dinâmica ensino-aprendizagem (ESTEBAN, 2003).

2.2 Cenário da pesquisa

Como apresentado anteriormente, a pesquisa foi desenvolvida em uma escola **bilíngue**: Inglês/Português de **período integral** da rede particular de ensino

de Bauru, com alunos de uma **sala multisseriada** de 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental.

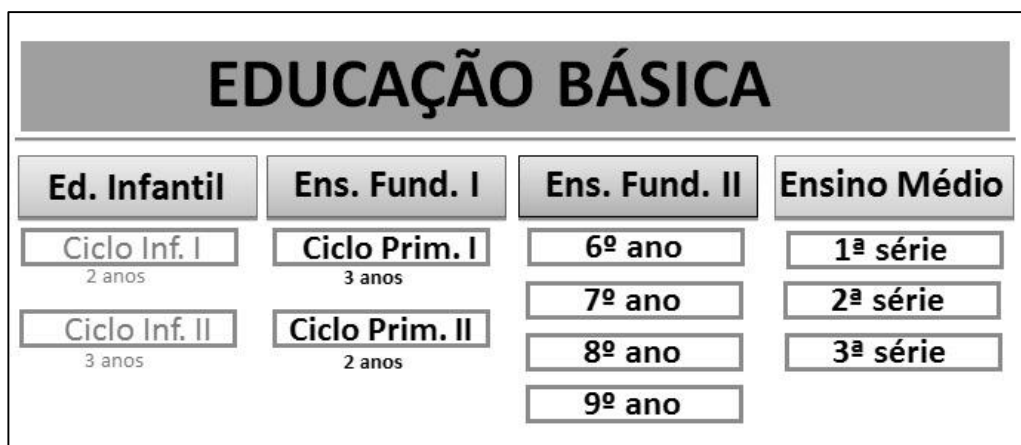
Vale ressaltar que essa escola se caracteriza como uma escola brasileira de educação básica, como definida pela própria Lei Nº 9394/96 (BRASIL, 1996), Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDBEN (BRASIL, 1996), que, em seu artigo 4º, apresenta a educação básica obrigatória dos 4 (quatro) aos 17 (dezessete) anos de idade organizada em:

- a) pré-escola;
- b) ensino fundamental;
- c) ensino médio.

Como também previsto pela LDBEN/1996 e pela Lei Nº11.274/2006, a escola em que a pesquisa ocorreu oferece ensino fundamental de 9 anos e está organizada em ciclos. A organização por ciclos é também prevista pela LDBEN/1996 que, em seu artigo 23, dispõe sobre diferentes possibilidades de organização dos alunos da educação básica em “séries anuais, períodos semestrais, ciclos, alternância regular de períodos de estudos, grupos não-seriados, com base na idade, na competência e em outros critérios”.

A figura 3 ilustra a organização da escola incluindo o ensino fundamental de 9 anos e a estruturação por ciclos.

Figura 3 - Estrutura da escola pesquisada



Fonte: A pesquisa

A Educação Infantil é composta por dois ciclos:

- i - Ciclo Infantil I - com crianças de 1,5 a 2 anos e onze meses;
- ii - Ciclo Infantil II - com crianças de 3 a 5 anos.

O Ensino Fundamental I é também composto por dois ciclos:

- i - Ciclo Primário I - crianças de 6, 7 e 8 anos;

ii - Ciclo Primário II - crianças de 9 e 10 anos.

O Ensino Fundamental II é apresentado de forma seriada, com os 6º, 7º, 8º e 9º anos. O Ensino Médio bilíngue apresenta as três séries, 1ª, 2ª e 3ª

O ano letivo, para todos os níveis de ensino, exceto Ensino Médio, é dividido em três trimestres, cada um com o seu tema. O objetivo dos temas é propiciar a convergência de trabalho das grandes áreas de conhecimento de modo que as ciências se fundam na busca por responder às perguntas levantadas a partir de um tema. São nove temas trimestrais, compondo o ciclo de três anos. Ao fim do terceiro ano, os temas recomeçam, para o aprofundamento e um novo estudo, com diferentes perspectivas.

- Ano 1 – Comunidade – Tempo – Sistemas;
- Ano 2 – Comunicação – Cultura – Poder;
- Ano 3 – Identidade – Invenções e Descobertas – Mudanças.

Diante desse panorama geral, nossa pesquisa ocorreu com uma turma de Primário I, inserida no nível de Ensino Fundamental I, no primeiro trimestre do ano 2, por isso, nosso trabalho ocorreu com crianças de 6 a 8 anos e o tema foi Comunicação.

2.2.1 Sala Multisseriada

O ciclo estudado foi o Primário I, um ciclo marcado pela alfabetização com alunos de 1º, 2º e 3º anos. Ao mesmo tempo em que tínhamos alunos iniciando a alfabetização, tínhamos alunos em processo de alfabetização e outros já alfabetizados. O trabalho era muito enriquecido com o estabelecimento de parcerias entre alunos alfabetizados com os não alfabetizados. O mesmo ocorria com a questão do Inglês, tínhamos parcerias de alunos que dominavam o código falado com alunos que estavam chegando à escola e ainda não compreendiam o Inglês. Tivemos, nesse ano da pesquisa, o caso de uma aluna de 3º ano que chegou à escola já alfabetizada em Língua Portuguesa, lendo e escrevendo muito bem, mas que não compreendia o Inglês. Em alguns momentos, ela era o apoio dos alunos mais novos na leitura e escrita em Língua Portuguesa, e, em momentos de Inglês, ela era apoiada por alunos do 1º ano que, como estavam na escola há mais de um ano, compreendiam muito bem as explicações e atividades em Inglês.

Além das situações envolvendo a linguagem, a sala multisseriada proporcionava diversos momentos de colaboração e aplicação de conhecimentos. Um aluno auxiliava o outro, sem destacarmos idade ou ano escolar, buscando desenvolver nos alunos a consciência de suas facilidades e dificuldades para que eles pudessem ajudar e ser ajudados de forma natural.

Baseado em Miller (1991), a sala multisseriada é um ambiente no qual as rotinas são claramente compreendidas e seguidas. Os alunos aprendem a agir com mais autonomia, a ajudar o outro e a ser modelo para seus colegas.

O termo multisseriada vem do Inglês “multi-grade classroom” e difere-se das salas multisseriadas de escolas rurais onde uma professora leciona conteúdos diferentes para uma sala com vários anos escolares, ou seja, o espaço físico é o mesmo, mas nas escolas rurais as crianças ficam separadas por idade e conteúdo, diferente da proposta da sala multisseriada onde a pesquisa foi desenvolvida. As atividades, projetos e conteúdos eram os mesmos para todos os alunos. Todos participavam das mesmas atividades e discussões. A diferença estava, no entanto, na avaliação dos alunos, os quais tinha objetivos de aprendizagem diferentes a serem atingidos. Em matemática, por exemplo, alunos de 1º ano poderiam tentar resolver 34×56 , mas a professora sabia que esses alunos não precisavam dominar esse tipo de multiplicação.

2.2.2 Bilinguismo

A integração do ensino da língua com o ensino de conteúdo é a marca da abordagem de escolas bilíngues, sendo assim, os conceitos curriculares são ensinados por meio da língua materna e de uma língua estrangeira.

Na escola onde essa pesquisa ocorreu, utilizava-se 20% da Língua Inglesa na Educação Infantil I, 80% da Língua Inglesa na Educação Infantil II 40% no Ensino Fundamental e 30% no Ensino Médio.

O bilinguismo era encarado como mais uma ferramenta de acesso à informação e à cultura de forma a possibilitar a exploração e a descoberta.

As aulas eram planejadas baseadas nas quatro habilidades linguísticas de ouvir, falar, ler e escrever. O aluno era imerso num contexto em que ele ouvia muito Inglês, tinha muito contato com o código escrito por meio de letras de músicas, cartazes, livros e atividades. Sendo assim, uma das primeiras habilidades adquiridas pelos alunos nesse contexto de imersão era a compreensão do Inglês falado (*listening*). De modo gradativo, o aluno adquiria as outras habilidades: de fala, de leitura e de escrita em Inglês.

Considerando esse contexto bilíngue, o conteúdo matemático foi ensinado em Inglês e Português. No entanto, os dados dessa pesquisa se detêm ao ensino da matemática em Inglês por se tratar de dados produzidos pela professora-pesquisadora, pedagoga responsável pelo Inglês na sala de aula pesquisada.

2.2.3 Escola de Tempo Integral

As aulas na escola em que a pesquisa ocorreu iniciavam-se às 8h e terminavam às 15h40, diariamente de segunda à sexta-feira.

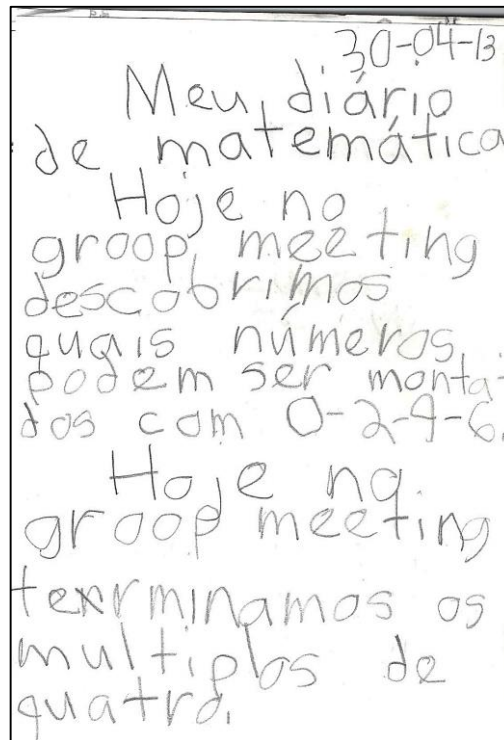
Dentre as atividades escolares, estavam as diversas disciplinas curriculares: História, Geografia, Ciências e Matemática desenvolvidas em Inglês e em Português, somadas ao ensino das duas línguas propriamente ditas; aulas de Teatro, Música, Tecnologia, Educação Física, Educação Artística, Xadrez e Leitura/Literatura. Os alunos tinham também lanche da manhã e almoço na escola, ambos seguidos de um momento de parque.

Diante desse cenário de uma escola de período integral, a matemática era ensinada partindo de um tema trimestral e baseada na metodologia de resolução de problemas. Mas havia também as atividades de rotina que não se encaixam necessariamente no ensino por projetos e resolução de problemas, mas que contribuíam para a aprendizagem da matemática. A seguir, comentaremos atividades de rotina diretamente relacionadas à matemática.

A atividade denominada Group Meeting consistia na atualização de um calendário da sala alterando dia do mês e da semana, contando quantos dias de aula já haviam se passado, quantos ainda faltavam, elaborando operações cujo resultado fosse o dia do mês, prevendo e completando padrões pictóricos, realizando desafios e cálculos de área e perímetro, multiplicações e divisões básicas (múltiplos e divisores). O mais interessante é que, no primeiro mês de aula, o professor realizava o Group Meeting, apresentando modelos para postura, tom de voz e atividades, pois, ao longo do ano, essa atividade era realizada pelos alunos.

Um exemplo da contribuição dessa atividade de Group Meeting está no comentário feito por um aluno em seu diário de matemática, como observa-se na figura 4.

Figura 4 - Diário de matemática sobre a atividade Group Meeting

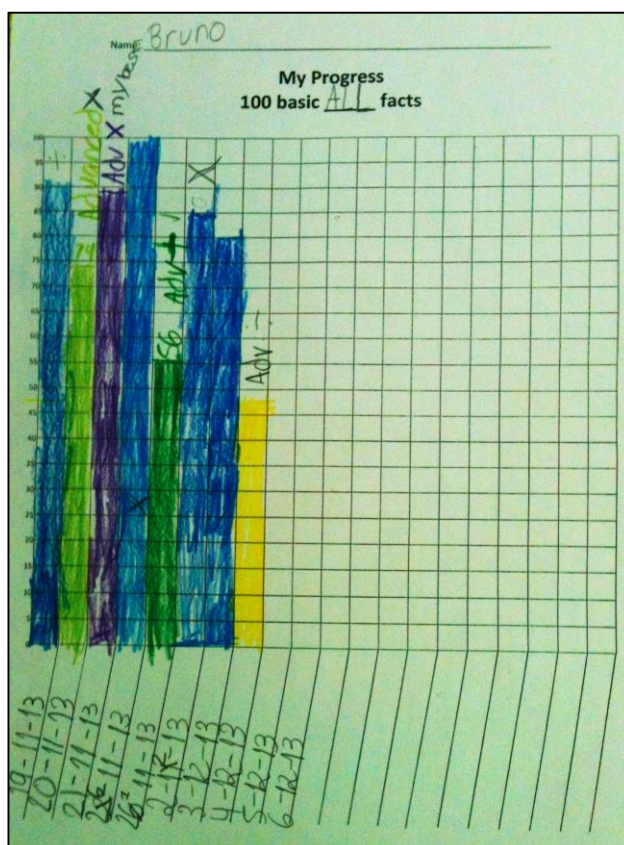


Fonte: A pesquisa

Outra atividade matemática de muito destaque entre os alunos era o “Math Facts”. Vale mencionar, nessa seção, pois o Math Facts aparecerá, futuramente, como um comentário muito recorrente nos diários dos alunos.

Ao ingressarem na escola e no ciclo Primário I, os alunos começavam a praticar uma lista de 100 fatos básicos de adição em 3 minutos. Completados, passavam para subtração, multiplicação, divisão. Ao completarem os cem fatos básicos das quatro operações em 3 minutos, recomeçavam pela adição, fazendo todas as operações novamente em 2 minutos. Essa atividade acontecia diariamente. Os alunos registravam a quantidade de operações realizadas dia a dia em um gráfico de barras para acompanhamento do progresso. Na figura 5 observamos o gráfico de um aluno.

Figura 5 - Gráfico do Math Facts



Fonte: A pesquisa

Diariamente, os alunos também tinham um momento para WOW (working our way), que consistia em um roteiro escrito com atividades a serem realizadas independentemente pelos alunos durante uma semana ou quinzena. No ciclo Primário I, as atividades de WOW (anexo 3) eram organizadas em centros, sendo assim, dentre os diferentes centros, havia o de matemática com atividades específicas dessa área de conhecimento. O objetivo dessa rotina era desenvolver autonomia, disciplina, colaboração e aprendizagem, pois eram os alunos que administravam a ordem de realização e a escolha das atividades, sob a supervisão dos professores. Todas as atividades que iam para a WOW tratavam de conceitos já explorados pelo grupo todo e foram apresentados previamente pelas professoras.

Dessa forma, a matemática era trabalhada baseada nos temas, na resolução de problemas e nas rotinas de Group Meeting, WOW e Math Facts. No final do dia, havia também os diários de matemática para a reflexão por parte dos alunos. Nossos dados, no entanto, se detêm ao ensino da matemática baseado em um tema e na resolução de problemas.

Baseado em uma realidade bastante peculiar, rica e complexa, delineamos esse estudo de caso de caráter qualitativo para investigar como ocorre a

aprendizagem de alguns conteúdos matemáticos abordados por meio de projetos e resolução de problemas em uma sala de aula multisseriada, de uma escola bilíngue, de tempo integral.

CAPÍTULO 3. Descrição e análise

Como professor devo saber que sem a curiosidade que me move, que me inquieta, que me insere na busca, não aprendo nem ensino. (FREIRE, 2002)

Após discutir a metodologia de trabalho, apresentando os instrumentos de produção de dados utilizados, o tipo de pesquisa e o cenário em que ocorreu esse estudo. Neste capítulo, apresentaremos uma análise descritiva dos dados produzidos durante o primeiro trimestre letivo de 2013, que compreendeu o período de 28 de janeiro a 30 de abril.

Antes de chegarmos à produção e análise de dados, realizamos a revisão bibliográfica e o estudo teórico, elaboramos unidades de estudo sobre os conteúdos matemáticos do primeiro trimestre para, em seguida, desenvolvermos as atividades com os alunos em busca de dados que nos auxiliassem a retratar como ocorre a aprendizagem da matemática em ambiente mediado por projetos e resolução de problemas.

A escola em que a pesquisa foi desenvolvida estava organizada por temas trimestrais. Desse modo, partimos do tema do trimestre – “Comunicação” – quando a produção de dados se iniciou, para elaborarmos as unidades de estudo.

Iniciamos o trimestre contextualizando “Meios e Formas de Comunicação”, com o estudo de gráficos e de tabelas. Demos continuidade com a questão problema “O que os números comunicam?” para estudarmos o Sistema de Numeração Decimal. Seguida da parceria com a disciplina de Geografia, partimos de outra questão problema – “O que os mapas comunicam?” – para estudar mapas, distâncias, estimativas e unidades de medida linear. Finalizamos o trimestre retornando aos “Meios e Formas de Comunicação” para praticar adição e subtração, utilizando uma linha do tempo sobre Meios de Comunicação.

Em síntese, o quadro 5 traz o desenho do projeto “Comunicação”.

Quadro 5 – Resumo do projeto

Tema: Comunicação						
	Linguagem	Matemática	História	Geografia	Ciências	Disciplinas específicas
Fio condutor (ou subtema): formas e meios de comunicação						
Conexão	Como comunicar-se por meio de cartas e poemas?	O que os números comunicam?	Linha do tempo sobre os meios de comunicação	O que os mapas comunicam?	O que faz os meios de comunicação funcionarem?	Artes –comunicação por meio de pinturas rupestres até a arte dos dias atuais.
Conteúdos	Cartas, cartões, poemas e rimas.	Sistema de numeração decimal, adição e subtração, medidas lineares, gráficos e tabelas.	Linha do tempo, cronologia, temporalidade.	Pontos cardeais, mapas, meu bairro, minha escola, minha cidade.	Eletricidade, magnetismo.	Teatro – oralidade e expressão corporal (poemas)
Exemplos de Atividades	Visita aos Correios. Escrita de cartas e poemas para comunicar algo. “O que os números comunicam?” para introduzir Sistema de Numeração Decimal. Uso da linha do tempo para adição e subtração. Uso de meios de comunicação para criar tabelas e gráficos. Uso do mapa da cidade para estudar medidas. Feira de experimentos sobre eletricidade e magnetismo.					

Fonte: A pesquisa

Os dados produzidos com as atividades foram organizados em quatro categorias, sendo uma para cada unidade de estudo e em subcategorias baseadas em nossos instrumentos de produção de dados: observação participante, registros dos alunos, entrevista e avaliações (pré/pós-teste).

A seguir, iniciaremos nossa análise descritiva das unidades de estudos, lembrando que todas as unidades estavam inseridas no projeto trimestral baseado no tema Comunicação.

3.1 Unidade de Estudo I – O que os números comunicam?

Essa atividade teve por objetivo tornar o aluno capaz de:

- Ler e escrever números até quatro dígitos;
- Usar marcações para contagem (*tally marks*);
- Decompor números diversos;
- Reconhecer o valor posicional até centenas;
- Identificar algarismos romanos 1 – 20 (I – XX);
- Contar de: dois em dois, três, cinco, e dez em dez a partir de qualquer número dado.

Além dos objetivos de Matemática, essa lição e as demais buscaram desenvolver habilidades linguísticas, pois os alunos necessitavam opinar, questionar, resolver problemas e fazer descobertas; sendo assim, buscamos desenvolver os seguintes objetivos de linguagem oral, aplicáveis para ambas as línguas – Inglês e Português:

- Seguir instruções para completar tarefas;
- Participar de discussões em sala de aula;
- Fazer uso de regras para conversação, levantar as mãos, alternar a vez, prestar atenção no falante em busca de informações específicas;
- Responder a perguntas de professores e outros membros do grupo, e formular mais perguntas para maior esclarecimento;
- Resumir oralmente o que foi aprendido ou finalizado após o término de uma atividade ou tarefa.

Antes de iniciar qualquer atividade, os alunos realizaram o pré-teste sobre números, mais especificamente: representação, noção e sequência numérica. A professora de Português fez a leitura dos exercícios, sem explicações e interpretações gerais ou individuais. Após a leitura os alunos, individualmente, realizaram os exercícios.

Como comentamos anteriormente, o pré-teste era uma ferramenta pedagógica utilizada pela escola para auxiliar o professor a identificar o conhecimento prévio de seus alunos. Baseado nos resultados do pré-teste, o professor adequava o foco de suas aulas, entrevistas e intervenções individuais.

Descrição e análise dos dados produzidos por meio da Observação Participante

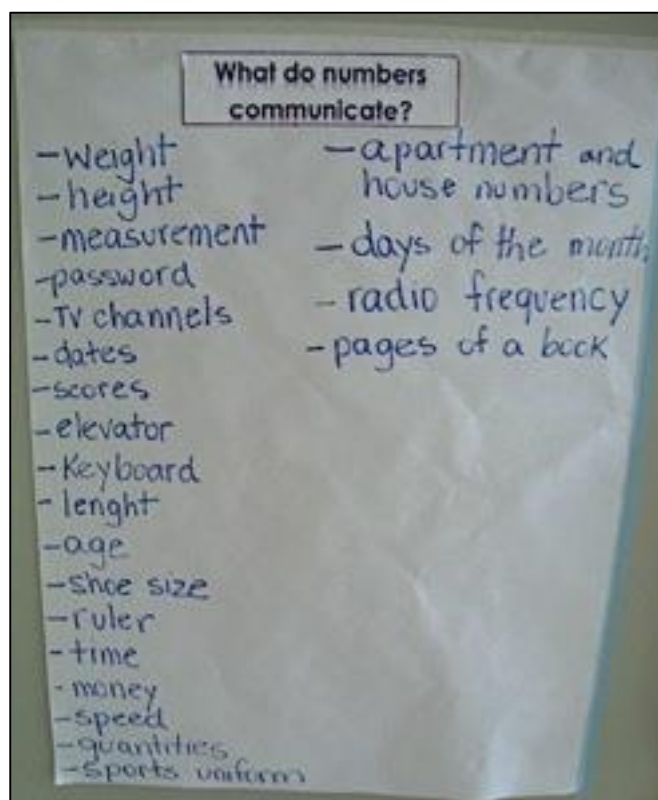
Aula 1

Após a realização do pré-teste, iniciamos a unidade sobre números com a pergunta: “O que os números comunicam?”⁵. Ela foi feita em Inglês e a atividade dirigida pela professora-pesquisadora, em Língua Inglesa. De início, os alunos disseram não saber responder tal questão.

Iniciou-se, então, uma conversa sobre como podemos nos comunicar, se era somente por meio de palavras, texto e fala ou se havia outras formas de comunicação. Os alunos mencionaram a linguagem de sinais como sendo uma forma de se comunicar sem utilizar a fala e com isso fomos chegando a outras formas de comunicação, como a expressão corporal e o desenho, diferenciando linguagem verbal de não verbal até voltarmos para a matemática. Quando a professora perguntou a idade de um dos alunos, escreveu a idade dele na lousa e perguntou novamente o que aquele número estava comunicando, todos responderam que estava comunicando a idade de alguém e, com isso, começaram a surgir ideias que respondiam a questão inicial: “O que os números comunicam?”.

Os alunos logo concluíram que, se um número poderia comunicar a idade de uma pessoa, poderia também comunicar uma série de outras informações. Eles se empolgaram bastante pensando em uma variedade de informações que poderiam ser comunicadas por meio de números. Conforme os alunos expunham suas ideias, a professora as anotava em um cartaz (Figura 6).

⁵*What do numbers communicate?*

Figura 6 - Cartaz "O que os números comunicam?"⁶

Fonte: A pesquisa

Percebemos que, inicialmente, os alunos não tinham a resposta para a pergunta, dessa forma, tinham um problema, pois, como expõe Onuchic (1999), um problema "é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver". Ocorreu o que Bittar (2005, p. 23) também chama de "uma parada para pensar sobre a proposta", pois, como expõe o PCN (1997, p. 33), "a solução não estava disponível de início".

Os alunos se envolveram na resolução de um problema que, por sua vez, estava integrado com um tema, o qual estava regendo todo trimestre, isso fez com a Matemática não se isolasse, mas mobilizou uma série de habilidades linguísticas, e conhecimentos sobre meios e formas de comunicação que permitiram que os alunos se aproximassem da matemática e que percebessem essa disciplina de forma mais significativa.

Como nossos objetivos eram voltados para o estudo dos números, fomos buscar números que pudessem comunicar algo a esses alunos e que tivessem

⁶ Tradução do cartaz: O que os números comunicam? Peso, altura medida, senha, canais de tv, datas, pontuação, elevador, teclado, comprimento, idade, tamanho de sapato, régua, hora, dinheiro, velocidade, quantidades, uniformes esportivos, número de casas e apartamentos, dias do mês, frequência de rádio e páginas de um livro.

algum significado para eles, pois, de acordo com o PCN, “os projetos proporcionam contextos que geram a necessidade e a possibilidade de organizar os conteúdos de forma a lhes conferir significado”. (BRASIL, 1997, p. 26). O projeto Comunicação gerou a necessidade de encontrarmos alguma conexão entre a matemática e o tema. Encontramos uma possibilidade discutindo formas de comunicação e explorando o número como forma de comunicar algo.

Aula 2

Na segunda aula, a atividade foi baseada na questão: “E antes dos algarismos existirem, como as pessoas registravam quantidades?”⁷. Os alunos pensaram por um tempo e a maioria respondeu que era usando os dedos. Então, a professora questionou novamente sobre como era feito o registro se não havia números. A resposta não veio de imediato, então, pedimos para os alunos pensarem em um número e registrá-lo sem usar os algarismos. De início, eles resistiram um pouco, dizendo que não era possível, até um aluno perguntar se poderia usar o material base 10 (material dourado); a pergunta desse colega foi disparadora de ideias, pois, após descobrirem que desenhar certa quantidade com o material base 10 era uma possibilidade, começaram a surgir outras, como o uso de bolinhas e desenhos. Além de ter exigido uma parada para pensar, como expõe Bittar (2005), vemos essa pergunta como um exemplo de problema aberto. De acordo com Allevato (2005), os problemas abertos dão chance para que a pessoa faça escolhas, pois admite várias estratégias para se obter a resposta. Depois que os alunos compreenderam o problemas, cada um selecionou uma estratégia diferente para registrar um determinado número, como observamos nas figuras 7, 8 e 9.

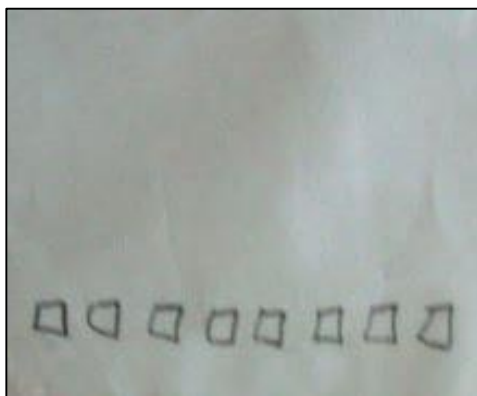
Figura 7 - Uso de desenho para contagem



Fonte: A pesquisa

⁷*And before numerals, how did people count and record quantities?*

Figura 8 - Unidades para a contagem



Fonte: A pesquisa

Figura 9 - Base 10 para contagem



Fonte: A pesquisa

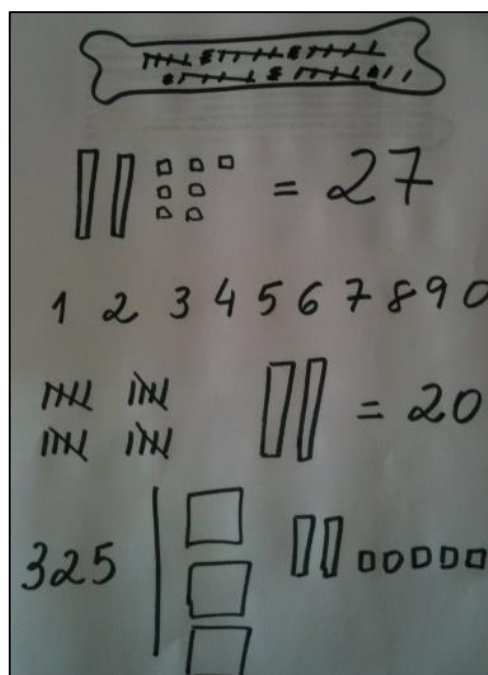
Essa foi outra forma de problematizar o conteúdo sobre números. Ao invés de contar, simplesmente, uma história dos números ou partir logo para exercícios que os alunos precisassem completar sequência numérica, entre outros; pedimos, primeiro, que os alunos se colocassem na situação de pessoas que viveram em um tempo sem os algarismos. Foi uma oportunidade também para discutir a diferença entre números e algarismos.

Aula 3

Após a discussão e vivência inicial, utilizamos o vídeo “História dos números – Das pedrinhas ao computador” (<http://www.youtube.com/watch?v=uquJRmQhbls>) para ilustrar um pouco da história e para auxiliar os alunos a perceberem que viver sem algarismos foi algo que realmente aconteceu e que a humanidade precisou inventar uma forma para facilitar o registro de quantidades.

Após o vídeo, conversamos sobre as possibilidades de contagem e registro. Conforme discutíamos, a professora fazia algumas anotações em um cartaz (Figura 10) sobre o uso de marcações (*tally marks*) em ossos e galhos, uso de agrupamentos, base 10, até chegarmos aos algarismos e ao nosso sistema de numeração decimal.

Figura 10 – Anotações da professora sobre o vídeo



Fonte: A pesquisa

Ao percorrermos o caminho de fazer marcações em ossos, desenhar dezenas e unidades até a representação numérica, os alunos foram concluindo que os algarismos facilitavam o registro da contagem.

Aula 4

Dando continuidade, conversamos sobre outros sistemas de numeração e sobre as questões: “Por que nosso sistema de numeração é chamado Sistema de Numeração Decimal ou base 10?” e “Existe algum outro sistema de numeração?” Baseado nessas questões, em grupos, os alunos tiveram em torno de 20 minutos para conversar com os colegas e consultarem alguns livros a fim de descobrirem informações sobre o sistema de numeração romano e egípcio. Após as descobertas e discussões em grupo, proporcionamos a partilha das descobertas e para comentários. Durante a partilha, perguntamos se alguém já havia visto números romanos ou egípcios, tentando aproximar esse conteúdo matemático da vida real, e alguns alunos falaram de relógios e numeração de capítulos de livros com números

romanos. Na partilha, também, a maioria dos alunos enfocou a descoberta dos valores dos símbolos e letras. Não nos aprofundamos no conteúdo e na discussão, pois nosso objetivo era que os alunos conhecessem outras possibilidades de se registrar quantidades e que conhecessem o valor de alguns números romanos.

Por termos como objetivo tornar os alunos capazes de “Identificar algarismos romanos 1 – 20 (I – XX)”, enfocamos no sistema romano e, usando a lousa digital do laboratório de Ciências, jogamos coletivamente um jogo da memória (Figura 11) sobre números romanos (<http://www.smartkids.com.br/jogos-educativos/jogo-da-memoria-numeros-romanos.html>). Alguns alunos pediram para praticar em casa e levaram o endereço de acesso ao jogo.

Figura 11 – Tela do jogo da memória sobre números romanos



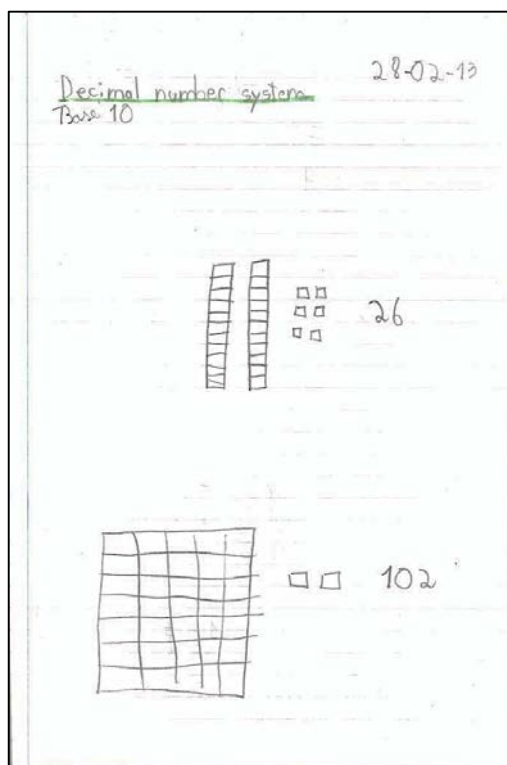
Fonte: A pesquisa

Descrição e análise dos Registros dos alunos

Após essas primeiras atividades integradas com o tema Comunicação e conduzidas por meio do ensino via resolução de problema, os alunos realizaram o registro e a prática do conteúdo sobre números no diário e no caderno de matemática. O registro dos alunos foi outro instrumento utilizado para a produção e análise de dados.

Depois das discussões sobre números, a professora-pesquisadora propôs o registro, utilizando o “material base 10” seguido dos algarismos, de alguns números que ela ditou, como observamos na figura 12.

Figura 12 – Registro de uma aluna em seu caderno de matemática usando o material base 10



Fonte: A pesquisa

Podemos notar que o desenho da aluna foi uma alusão ao material utilizado. Tanto a dezena quanto a centena não foram desenhadas com a quantidade exata de unidades. Discutimos isso com os alunos, o que os ajudou a reconhecer quão mais fácil era registrar quantidades utilizando algarismos, pois desenhar com detalhes centenas e dezenas exigia um tempo maior.

Outro registro feito nos cadernos de matemática dos alunos foi o de exercícios de prática sobre os conteúdos estudados. Nas figuras 13, 14 e 15 observamos alguns exemplos de exercícios realizados.

Figura 13 – Lista de exercícios #1 sobre contagem

EXERCISE 3

1. Color the two sets that have the same number of objects.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

Unit 1: Numbers 0 to 10

Fonte: A pesquisa

Figura 14 – Lista de exercícios #2 sobre contagem

EXERCISE 2

1. Fill in the blanks.

(a) $24 = 20$ tens 4 ones

(b) $42 = 40$ tens 2 ones

(c) $67 = 60$ tens 7 ones

2. Write the numbers.

(a) 4 tens 9 ones = 49

(b) 5 tens 2 ones = 52

(c) 6 tens 6 ones = 66

(d) 10 tens = 100

Unit 1: Numbers to 1000

Fonte: A pesquisa

Observa-se na figura 13 o exemplo de um exercício básico de contagem e comparação de quantidades. Os alunos tinham que contar os diferentes conjuntos de objetos e colorir aqueles com a mesma quantidade.

A figura 14 traz o exemplo de um exercício um pouco mais elaborado de contagem baseada em agrupamentos.

Figura 15 – Lista de exercícios #3 sobre números

EXERCISE 1

1. Write the numbers.

(a) 1306

(b) 248

(c) 344

(d) 406

(e) 2009

Unit 1: Numbers to 10,000

Fonte: Apesquisa

Por fim, a figura 15 traz o exemplo de um exercício relacionado ao sistema de numeração decimal, utilizando números maiores com quatro dígitos.

Ressaltamos que esses exercícios estavam voltados para a prática do conhecimento matemático. A aprendizagem da matemática já deveria ter ocorrido durante as aulas problematizadas e integradas com o tema. No entanto, tínhamos alunos que era atingidos pelo ensino por meio de projetos e resolução, sendo assim quando chegavam nas listas de exercício eles apresentavam dificuldades. Para esses alunos com dificuldades, tínhamos as entrevistas e minilições que serão discutidas posteriormente.

Assim como os registros nos cadernos e os exercícios nos indicavam quais alunos haviam aprendido o conteúdo e eram capazes de aplicar o conhecimento de forma independente em outro contexto; o envolvimento, a participação, os questionamentos, e a expressão corporal e facial que os alunos faziam durante as aulas também nos davam evidências da aprendizagem de cada um.

Em se tratando de prática, havia, também, a prática de matemática em casa por meio de exercícios que eram realizados no site IXL (www.ixl.com). Cada aluno tinha seu *login* e senha, e, para o professor, o site oferecia uma série de relatórios que permitiam acompanhar o desenvolvimento da turma e de cada aluno.

Todas as sextas-feiras, os alunos recebiam uma tarefa de matemática com 50 exercícios para realizarem em casa durante o final de semana ou durante a semana, de acordo com a escolha de cada aluno. Os exercícios eram liberados às sextas-feiras e os alunos tinham até a próxima sexta pela manhã para realizar o mínimo solicitado de 50 exercícios. A maioria dos alunos fazia mais do que 50 exercícios, dizendo que gostavam de matemática ou de brincar no computador.

As figuras 16, 17 e 18 são exemplos de atividades do site IXL que foram realizadas pelos alunos em casa e estavam relacionadas com o conteúdo matemático do trimestre estudado em sala, nesse caso, números.

Figura 16 – Exercício online sobre contagem⁸

Fonte: www.ixl.com

Figura 17 – Exercício online sobre contagem de 2 em 2⁹

Fonte: www.ixl.com

Figura 18 – Exercício online sobre valor posicional¹⁰

Fonte: www.ixl.com

⁸ Tradução da imagem: Primeiro ano – Revisão de contagem – 0 a 10. Quantos pássaros há na imagem? Submeter.

⁹ Tradução da imagem: Segundo ano – Sequências de contagem alternada. Digite o número que está faltando nessa sequência. Submeter.

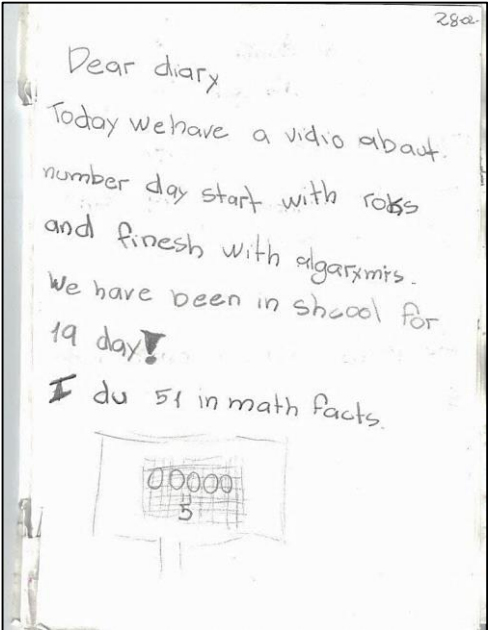
¹⁰ Tradução da imagem: Terceiro ano – Valor de um dígito. Que número sublinhado tem valor igual a 80? Submeter.

Outras formas de registro utilizadas pelos alunos foram os diários de matemática ou Math Diary, como eram chamados pela turma.

O registro nos diários foi outra oportunidade para que a professora-pesquisadora tivesse mais evidências de como estava ocorrendo a aprendizagem matemática. Lendo o diário dos alunos, percebíamos o que havia sido mais marcante de matemática naquele dia, para cada um dos alunos, e o que e como eles estavam compreendendo tal conteúdo matemático.

O quadro 6 apresenta a reflexão realizada por uma aluna em seu diário de matemática.

Quadro 6 – Diário de matemática: registro sobre números

Texto do aluno	Reescrita e tradução
	<p>28/02 Dear diary, Today we watched a video about numbers, it started with rocks and it finished with numerals. We have been in school for 19 days! I did 51 in Math facts.</p> <p>28/02 Querido diário, Hoje nós assistimos um vídeo sobre números, começou com pedras e terminou com algarismos. Nós já tivemos 19 dias de aula! Eu fiz 51 no Math Facts.</p>

Fonte: A pesquisa

No caso dessa aluna, ao final do dia, os pontos a serem destacados foram o vídeo, a quantidade de operações que ela havia feito na atividade de Math Facts e quantos dias letivos já tinham se passado. Sobre o vídeo, a aluna compreendeu que a contagem começou com pedras até chegar aos algarismos que usamos hoje. O comentário sobre os dias letivos e o Math facts pode ter ficado na memória dessa aluna por serem atividades de rotina realizadas diariamente.

No entanto, descobrimos que, com o diário de matemática, muitos deles resumiam a aprendizagem matemática ao Math Facts. Analisando os diários de um determinado dia, dos 20 alunos que realizaram os diários, todos comentaram sobre o Math Facts. Alguns alunos, inclusive, escreviam somente sobre essa atividade. Ao

percebermos essa redução da matemática à atividade de Math Facts, conversamos com os alunos estimulando o resgate e a escrita de outros episódios matemáticos que ocorriam durante o dia.

Aos poucos, os alunos foram escrevendo mais em seus diários, apresentando mais descrições e detalhes às suas reflexões, e o Math Facts foi aparecendo menos; às vezes, nem aparecia.

O uso e a análise dos diários de matemática foram muito positivos por proporcionarem maiores evidências sobre a aprendizagem dos alunos e a mudança de paradigma com relação à aprendizagem matemática. Foi um ganho muito significativo, em termos de ensino e aprendizagem, verificar que alunos que produziam registros muito breves ou suas reflexões resumidos à atividade de Math Facts, ao longo trimestre, foram realizando reflexões mais completas e descritivas.

Descrição e análise dos dados produzidos com os pré e pós-testes

Os dados produzidos com os pré e pós-testes compuseram nosso conjunto de evidências sobre a aprendizagem matemática dos alunos e foi entendido como parte integrante de nosso trabalho por meio de projetos de acordo com a proposta de avaliação inicial proposta por Hernández e Ventura (1998), além de entendido como parte de nossa avaliação formativa (LUIS, 2003).

O pré-teste, realizado antes de qualquer aula, nos auxiliou a identificar o conhecimento prévio dos alunos com relação ao conteúdo sobre números e o pós-teste, realizado no final do trimestre após todas as aulas e exercícios, indicou que alguns alunos conseguiram ampliar seus conhecimentos matemáticos e que outros continuaram apresentando algumas dificuldades.

Dos 20 alunos, seis dos sete alunos de 3º ano e um dos seis alunos de 2º ano responderam todas as questões do pré-teste corretamente, o que indicou que eles precisariam de novos desafios durante as aulas, pois todos demonstraram, com o pré-teste, já dominar noção, representação e sequência numérica. Os demais 13 alunos, sendo um aluno de 3º ano com Transtorno Global do Desenvolvimento¹¹, cinco de 2º ano e sete de 1º ano, acertaram algumas questões, erraram ou deixaram em branco outras, demonstrando que eles tinham algum conhecimento sobre o

¹¹ O aluno portador de Transtorno Global do Desenvolvimento tinha 8 anos de idade e era um caso de inclusão; dessa forma, participava de todas as atividades de sala de aula, mas com um currículo adaptado. Cumpre destacar que *“Os Transtornos Globais do Desenvolvimento (TGD) são distúrbios nas interações sociais recíprocas que costumam manifestar-se nos primeiros cinco anos de vida. Caracterizam-se pelos padrões de comunicação estereotipados e repetitivos, assim como pelo estreitamento nos interesses e nas atividades.”* Extraído de <http://revistaescola.abril.com.br/inclusao/educacao-especial/transtornos-globais-desenvolvimento-tgd-624845.shtml>

assunto números, mas que também precisavam construir e ampliar suas descobertas.

Os pós-testes mostraram que o número de acertos aumentou para nove dos 13 alunos que realizaram o pré-teste com alguns erros.

Dos quatro alunos que não apresentaram avanços no pós-teste, um deles era o aluno com Transtorno Global do Desenvolvimento, outras duas alunas (MCM e MLL) demonstravam um comportamento imaturo, no sentido da necessidade ainda de muitas brincadeiras, desenhos e, por isso, se distraíam facilmente. O outro aluno (JOM), no entanto, combinava um comportamento bastante indisciplinado com desenhos, brincadeiras e atitudes que pareciam indicar, além da imaturidade, algum Transtorno de Aprendizagem que poderia estar interferindo em sua aprendizagem.

Os quatro alunos que não apresentaram resultados satisfatórios nos pós-testes foram os mesmos que apresentaram dificuldades com o registro individual e independente no caderno, e que, nas aulas, perdiam a atenção e o foco na atividade. Essa análise nos levou a redobrar nossa atenção e observação buscando entender se foram os instrumentos de ensino que não haviam atendido às necessidades desses alunos, se era uma questão de imaturidade e que, com o tempo, melhoraria ou, até mesmo, se o aluno precisaria passar por alguma avaliação específica para investigação de distúrbio ou dificuldade de aprendizagem. Nosso papel foi de apenas levantar essas hipóteses e como professora não realizar nenhum tipo de diagnóstico. O plano de ação foi, em sala de aula, para com esses quatro alunos, manter a observação, as entrevistas e minilições voltadas para suas necessidades.

Destacamos a importância de o professor buscar conhecer seus alunos e procurar formas de ajudá-los, seja em parceria com a família e outros profissionais, seja em sala de aula, tentando atender necessidades individuais ou mesmo observando com calma e atentamente, respeitando o ritmo de cada um, sem rotular, nivelar ou poupar alguns alunos devido a dificuldades ou a um ritmo diferenciado de aprendizagem.

Como já dito, o número de acertos era apenas uma outra forma de olhar para a aprendizagem matemática. Nossa análise não se estende e não se resume ao número de erros e acertos nos pré e pós-testes. Mas foi interessante perceber que os alunos aprenderam por meio da resolução de problemas e do ensino por projeto, e que foram capazes de aplicar o conteúdo aprendido de forma contextualizada e problematizada em um cenário mais tradicional que foi o pós-teste, assim como as listas de exercícios.

Reforçamos que os pré e pós-testes não foram utilizados como únicos instrumentos avaliativos e não foram analisados quantitativamente. Tais testes foram utilizados por fazer parte da rotina da escola e por constituírem-se como mais uma evidência sobre a aprendizagem dos alunos.

Descrição e análise dos dados produzidos com as entrevistas

Outra parte dos dados sobre como ocorre a aprendizagem em um ambiente mediado por projetos e resolução de problemas foi produzida com as entrevistas, seguidas de minilições.

Baseada na observação do envolvimento e desenvolvimento dos alunos com a matemática, a professora planejava momentos de intervenção individual para identificar dificuldades específicas dos alunos e, em seguida, auxiliá-los com suas necessidades. Esses momentos de atendimento individualizado ou em pequenos grupos já eram uma prática na escola e eram chamados de minilição (em Inglês, chamados *mini-lesson*).

Por se tratar, inicialmente, de um *encontro entre duas pessoas, a fim de que uma delas obtenha informações a respeito de determinado assunto* (Lakatos e Marconi, 2001, p.195), chamamos esse momento de entrevista, pois o professor planejava uma conversa com determinado aluno para obter informações sobre seu conhecimento matemático. Como destacam Ludke e André (1996), “a grande vantagem da entrevista sobre outras técnicas é que ela permite a captação imediata e corrente da informação desejada, praticamente com qualquer tipo de informante e sobre os mais variados tópicos.”. Descobertas as necessidades dos alunos, iniciava-se uma minilição. Sendo assim, adotamos a minilição com todo o seu caráter didático-pedagógico combinada com as entrevistas enquanto instrumento de produção de dados.

A seguir, no quadro 7, a transcrição de uma entrevista e de minilição.

Quadro 7 – Exemplo de entrevista e minilição sobre números

Entrevista (00:01 – 09:07)
P: professora A: Aluno
<p>Parte 1</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. P: Hello ES, how are you?! 2. A: fine. 3. P: I have some challenges for you. You are going to try to solve them first, then we'll talk about it, ok?!

4. A: O aluno afirmou mexendo a cabeça e começou a resolver as atividades propostas. Ao concluir, a conversa recomeçou.

Parte 2

5. P: Can you read it to me?

A handwritten number comparison on a green background. The number 28 is written on the left, followed by a less-than sign (<), and the number 380 is written on the right. A horizontal line is drawn under the less-than sign.

6.
7. A: 28 ... smaller and 380
8. P: ok, and this one?

A handwritten addition equation on a green background. The equation is $300 + 80 + 9 = 389$. The equals sign is crossed out with a diagonal line.

9.
10. A: Three hundred plus eighty plus nine. Ah.... is bigger that three hundred and eighty one. (O aluno pegou o lápis e alterou o sinal de maior que para menor que. Mesmo incorreto, a professora prosseguiu.)
11. P: ok, and the next?

A handwritten number comparison on a green background. The number 1010 is written on the left, followed by a greater-than sign (>), and the number 110 is written on the right. A horizontal line is drawn under the greater-than sign.

12.
13. A: One... Thousand and ... ten
14. P: Very good! One Thousand and ten is less than, greater than or equal to? What's the other number?
15. A: É... one hundred and ten... é... is bigger.
16. P: Bigger! Ok.
17. P: Now, let's go back and check this one. Three hundred plus eighty plus nine. Let's see this operation: three hundred, plus eighty, plus nine. Can you solve this for me?

A handwritten vertical addition on a green background. The numbers are stacked vertically: 300, 80, and 9. A plus sign (+) is to the left of the numbers. A horizontal line is drawn under the 9, and the result 389 is written below the line.

18.
19. P: Can you read the number?
20. A: É... Three hundred and eighty nine
21. P: Do you want to change something here? (Foi quando o aluno riscou o sinal de menor que e escreveu o sinal de igual.)

A handwritten addition equation on a green background. The equation is $300 + 80 + 9 = 389$. The equals sign is crossed out with a diagonal line.

22.
23. A: Ah yes!
24. P: What did it happen?
25. A: Is... equal.
26. P: Equal!

Parte 3

27. P: So now, could you please complete with the numbers? 200 plus 7, what is the number?
28. A: Two hundred and seven.

29. P: Good, very good!

Handwritten math problems:

$$200 + 7 = 207$$

$$30 + 9 = 39$$

30.

31. P: Now, can you write here for me the number.... a Thousand two hundred and fifty one (1251)?

Handwritten number 1251 inside a hand-drawn box.

32.

33. P: hmmm, good job!

34. P: And here can you write eight hundred and eight (808)?

Handwritten number 808 inside a hand-drawn box.

35.

36. P: ok!

Parte 4

37. P: Now, could you please read this number here?

Handwritten number 470 inside a hand-drawn box.

38.

39. A: Here... (aluno pegou o lápis para fazer algo)

40. P: Read, can you just read it?

41. A: Ah.... é (aluno ficou parado por alguns segundos, mexendo no lápis)

42. P: Can you read in Portuguese?

43. A: Quatrocentos e setenta e sete.

44. P: Again, please

45. A: Quatrocentos e setenta.

46. P: Hmmm! And this one in Portuguese.

Handwritten number 5.038 inside a hand-drawn box.

47.

48. A: Quinhen.... é...é....

49. P: Look, does the point help?

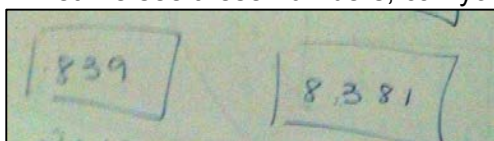
50. A: Yes... é... quinhentos e mil, no, é... (ficou quieto)

51. P: Say only this number, what is this number? The first one?

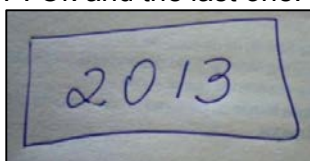
52. A: Five

53. P: Ok, so, it's five what? Five hundred, five Thousand?

54. A: Five Thousand.
 55. P: Can you read now?
 56. A: Five Thousand and thirty eight.
 57. P: And in portuguese?
 58. A: É... quinhentos mil trinta e oito.
 59. P: Say only the first number in Portuguese.
 60. A: Ah...
 61. P: The first number, this number here.
 62. A: (ficou quieto)
 63. P: what is this number?
 64. A: cinco mil...
 65. P: hmmm!!!
 66. A: ... e trinta e oito.
 67. P: Let me see these numbers, can you read?



68.
 69. A: Oitocentos e trinta e nove.
 70. P: Ok, great!
 71. A: (um tempo parado e calado)
 72. P: Say the first number, what is this number? Look at this.
 73. A: Oito mil e trin... e trezentos e oitenta e um.
 74. P: Ok and the last one!



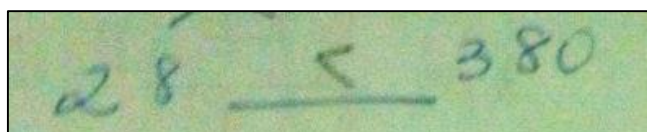
75.
 76. A: Dois mil e treze.
 77. P: In english?
 78. A: two Thousand and thirty
 79. P: thirteen.
 80. A: ah, thirteen.
 81. P: ok, congratulations. Very good job! Thank you!

Fonte: A pesquisa

Na parte 1 da entrevista, iniciamos colocando algumas situações para o aluno comparar números maiores, menores ou iguais.

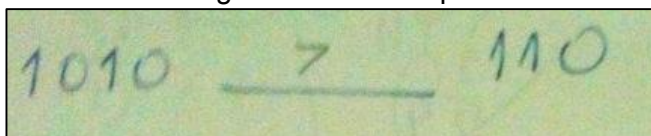
Na parte 2 da entrevista, discutimos o que o aluno havia realizado e observamos que, nas duas situações similares, o aluno havia obtido sucesso, como podemos observar nas figuras 19 e 20.

Figura 19 – Menor que



Fonte: Apesquisa

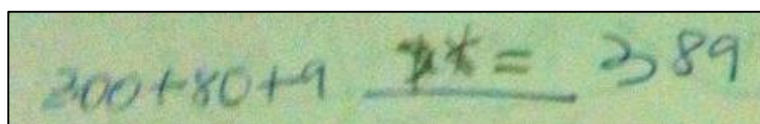
Figura 20 – Maior que


 A photograph of a piece of paper with handwritten text. On the left, the number '1010' is written. In the center, a greater-than sign '>' is written above a horizontal line. On the right, the number '110' is written.

Fonte: A pesquisa

Já na situação que se diferenciava do padrão comparativo e que exigia uma parada para pensar, o aluno precisou de apoio, como ilustra a figura 21.

Figura 21 – Igual


 A photograph of a piece of paper with handwritten text. On the left, the expression '300+80+9' is written. In the center, an equals sign '=' is written above a horizontal line. On the right, the number '389' is written.

Fonte: A pesquisa

Quando o aluno leu essa atividade, parou por um tempo e parece ter percebido que algo estava errado, ele mudou o sinal de maior para menor, mas continuou não percebendo que $300+80+9$ era igual a 389. Retornamos à situação incorreta, escrevendo a adição na direção vertical. Pedimos para o aluno resolver. Após ler o resultado da adição, perguntamos se ele gostaria de mudar sua resposta e o aluno respondeu que sim com um tom quase que dizendo “nossa, claro que sim!”.

Na parte 3, trabalhamos com números decompostos e ditado dos números 1251 e 808. O aluno realizou essas atividades com facilidade.

Na última parte da entrevista, diferente da facilidade do aluno no ditado dos números, o aluno teve dificuldades para ler os números dados: 470, 5038, 8388 e 2013.

Primeiramente, o aluno leu 477, sendo que o número era 470. Com o pedido da professora de reler, o aluno se autocorrigiu. O número 5038 foi difícil para esse aluno. Ele, de início, hesitou em iniciar uma resposta e só com os questionamentos da professora ele conseguiu ler o número em Inglês, mas, depois, quando solicitado que lesse em Português, o aluno teve as mesmas dificuldades do início da leitura. Tentamos a leitura de um novo número, 8388, para verificar se, após os questionamentos com o número 5038, ele conseguiria ler 8388 com mais facilidade, mas o aluno continuou apresentando dificuldades. Tentamos um último número também da ordem da unidade de milhar, o 2013, e o aluno rapidamente leu esse número corretamente. Além do número 2013 ter significado para o aluno, era um número escrito e mencionado diariamente na escrita das datas.

A maior dificuldade apareceu com números de quatro dígitos, o que nos mostrou que esse aluno precisava de mais experiências concretas com material base 10, desenhos, mais entrevistas e minilições para o trabalho com números maiores.

Ressaltamos que analisamos uma entrevista realizada em Inglês pelo fato de a professora-pesquisadora ter sido a professora responsável pela Língua Inglesa em sala de aula e ter que falar somente nesse idioma na escola. Mas essas entrevistas e minilições também eram realizadas pela professora que falava em Português.

Como descrito no capítulo de Metodologia, as entrevistas e minilições eram uma prática da escola e ocorriam ao longo de todo ano letivo. Nos momentos em que a professora de Inglês estava dirigindo e desenvolvendo uma atividade de rotina (atividades que ocorriam todos os dias) com os alunos, a professora de Português estava com alguns alunos fazendo as entrevista e minilições. E vice-versa, quando era a professora de Português dirigindo a atividade, era a de Inglês reunida com um aluno ou com um pequeno grupo de alunos.

Com as entrevistas, percebemos que o ensino por meio de resolução de problemas e projetos, a escrita no diário de matemática e os exercícios de prática atendiam uma parte dos alunos, mas aqueles com maiores dificuldades precisavam do apoio direto das professoras, questionando e guiando o pensamento matemático, além de um tempo maior para compreender os conteúdos em estudo. Por isso, entrevistas e minilições como essas foram realizadas ao longo do trimestre com todos os alunos individualmente ou em pequenos grupos. Os alunos com mais dificuldade tinham mais momentos de entrevista e minilições do que os alunos que demonstravam domínio dos conteúdos. Para esses alunos com mais facilidade, as professoras lançavam desafios ao longo do dia que os motivassem e exigissem mais de seu pensamento.

Mas foi também a entrevista uma das partes mais complexas do processo. Mesmo considerando um modelo de escola de tempo integral que contava com duas professoras por sala, uma das maiores dificuldades era realizar constantemente avaliações, por isso o uso de avaliações formativas, para que baseado nas reais dúvidas dos alunos pudessemos realizar as entrevistas e minilições com cada um deles. A dificuldade então era avaliar e atender à todos constantemente, num processo cíclico. A complexidade aumentava por sabermos que aquele momento individual com a professora era o que, de fato, fazia a diferença na aprendizagem de muitos alunos.

Buscamos, ao máximo, nos aproximar dos alunos nesse primeiro trimestre letivo por meio das aulas, atividades em geral, mas, principalmente, por meio das

entrevistas, por sua natureza interativa capaz de criar “(...)uma atmosfera de influência recíproca entre quem pergunta e quem responde.” (Ludke e André, 1996, p. 33).

Algo que ficou muito nítido com as entrevistas é que, assim como em aulas tradicionais e dentre outros modelos de aulas, há sempre alunos que precisarão de maior apoio. Esse cuidado em investigar a real dificuldade desses alunos e dedicar um tempo mais individualizado a eles foi o que mais atingiu os alunos que perdiam o foco nas aulas, que não participavam ou que não acompanhavam as discussões. As entrevistas, de alguma forma, além de atender dúvidas pontuais, eram uma forma de dar mais confiança a esses alunos, e mostrar que eles eram capazes e sabiam matemática.

3.1.1 Considerações finais acerca da unidade sobre números

Nosso foco com essa unidade de estudo foi desenvolver os conteúdos do bloco Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, na perspectiva de um ensino por meio de resolução de problemas e projetos com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental. Elaboramos algumas questões que nos ajudarão a concluir nossa análise.

Qual a relevância de desenvolver uma unidade de estudo sobre números para os anos iniciais do Ensino Fundamental?

De acordo com os PCN, o conhecimento sobre números é construído e assimilado ao longo do ensino fundamental como instrumento eficaz para resolver problemas e considerando suas propriedades, suas relações e o modo como se configuram historicamente (BRASIL, 1997).

Devido a esse caráter de uma aprendizagem que deve ser construída ao longo dos anos de ensino fundamental, sustentada por nossa abordagem baseada em projetos, não nos propusemos a esgotar o assunto com os alunos, mas sim integrar o conteúdo com um tema, de forma que os alunos tivessem problemas que os indagassem e os levassem a resolver diversas situações, conhecendo, com esse, um pouco da trajetória dos números que utilizamos hoje e sua importância em nossas vidas.

Olhando para os conteúdos sobre números propostos pelos PCN, encontramos alguns deles pontualmente atendidos pela unidade de estudo planejada.

Para o conteúdo “reconhecimento de números no contexto diário” (BRASIL, 1997, p.50), uma das atividades propostas relacionada a esse conteúdo foi discutir

“O que os números comunicam?”, e buscar um significado e um contexto para os números partindo de conhecimento apresentado pelos alunos.

Sobre o conteúdo “observação de critérios que definem uma classificação de números (maior que, menor que, estar entre) e de regras usadas em seriações (mais 1, mais 2, dobro, metade)” (BRASIL, 1997, p. 50) tivemos uma lista de exercícios, como mostra figura 22, especificamente voltada para a comparação de números considerando maior, menor ou igual.

Figura 22 – Lista de exercícios sobre maior, menor, igual

EXERCISE 3

1. (a) Which is greater, 4037 or 4073? 4073
 (b) Which is smaller, 5001 or 5010? 5001

2. 3747, 4082, 3761, 3671
 (a) Which is the greatest number? 4082
 (b) Which is the smallest number? 3671

3. Fill in each \circ with $>$, $<$ or $=$.
 (a) 7685 \circ 7865
 (b) 5025 \circ 5031
 (c) 9803 $=$ 9803
 (d) 5203 $>$ 5199

4. (a) Arrange the numbers in order.
 Begin with the greatest.
7640 7604 7406 7064
 (b) Arrange the numbers in order.
 Begin with the smallest.
8709 8790 8907 8970

Fonte: A pesquisa

Sobre o conteúdo de “contagem em escalas ascendentes e descendentes de um em um, de dois em dois, de cinco em cinco, de dez em dez, etc., a partir de qualquer número dado” (BRASIL, 1997, p.50), praticamos esse conteúdo em vários momentos, desde a organização da fila até o uso de músicas (anexo 4) sobre contagem de um em um, de dois em dois, de cinco em cinco.

A atividade do vídeo, discussão sobre esse e elaboração de um cartaz (figura 6) com os alunos tratou um pouco da “organização em agrupamentos para facilitar a contagem e a comparação entre grandes coleções” (BRASIL, 1997 p.50) e um registro em específico do caderno dos alunos retrata o trabalho com o conteúdo

sobre “leitura, escrita, comparação e ordenação de notações numéricas pela compreensão das características do sistema de numeração decimal (base, valor posicional)” (BRASIL, 1997, p.50).

Os demais conteúdos sobre números propostos pelos PCN foram desenvolvidos nos momentos de Group Meeting¹², e na resolução de exercícios para a aplicação e prática da matemática, foram eles:

- Leitura, escrita, comparação e ordenação de números familiares ou frequentes;
- Utilização de diferentes estratégias para quantificar elementos de uma coleção: contagem, pareamento, estimativa e correspondência de agrupamentos;
- Utilização de diferentes estratégias para identificar números em situações que envolvem contagens e medidas;
- Comparação e ordenação de coleções pela quantidade de elementos e ordenação de grandezas pelo aspecto da medida;
- Formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela identificação da quantidade de algarismos e da posição ocupada por eles na escrita numérica;
- Identificação de regularidades na série numérica para nomear, ler e escrever números menos frequentes;
- Utilização de calculadora para produzir e comparar escritas numéricas. (BRASIL, 1997, p.50)

Além dos conteúdos propostos pelos PCN, nossa unidade de estudo sobre números também contemplou os objetivos de aprendizagem os quais nos propusemos desenvolver, apresentados no início da unidade. Destacamos, também, que esse trabalho foi desenvolvido pela professora-pesquisadora em Língua Inglesa, baseado na metodologia de projeto e resolução de problemas, mas que o ensino da matemática não se resumiu a essas experiências, pois ocorreu também por meio das rotinas mencionadas no capítulo de metodologia e por meio de aulas em Língua Portuguesa.

¹² Group Meeting era uma atividade de rotina mencionada no capítulo de Metodologia que tinha como objetivo principal desenvolver conteúdos matemáticos em língua inglesa e que por sua vez contribuiu para a aprendizagem matemática, mas não foi descrita e analisada nessa pesquisa por não estar relacionada com o ensino baseado em projetos e resolução de problemas.

Como ocorreu a aprendizagem baseada em projetos?

Utilizamos as etapas elencadas por Hernández e Ventura (1998) para iniciar o nosso projeto.

Tema: comunicação

1 – Fio condutor: Meios e formas de comunicação;

2 – Especificação dos conteúdos: números – baseado nos conteúdos propostos pelos PCN e em nossos objetivos de aprendizagem;

3 – Estudo e preparação das unidades de estudo pela professora-pesquisadora.

Avaliação inicial: alunos responderam um pré-teste sobre números. Os resultados mostraram o conhecimento prévio dos alunos e serviram para direcionar a unidade de estudo para as necessidades dos alunos;

4 – Iniciação do projeto com os alunos;

5 – Desenvolvimento do projeto;

6 – Monitoramento do processo de aprendizagem: avaliação diária e formativa. No caso desse projeto, os alunos que estavam apresentando dificuldades eram chamados para as entrevistas e minilições durante o desenvolvimento do projeto;

7 – Recapitulação: fechamento com os alunos das descobertas realizadas ao longo do trimestre e avaliação final.

Nosso maior objetivo, concordando com Hernández (1998), foi organizar o conteúdo sobre números integrado ao tema Comunicação para que os alunos pudessem interpretar o que lhes era apresentado, obtendo maior compreensão do que estavam aprendendo.

Buscamos, com a organização do conteúdo dessa maneira, criar um contexto que gerasse maior significado para os alunos, sendo esta uma das vantagens em se trabalhar com projetos apresentada pelos PCN (BRASIL, 1997).

Como ocorreu a aprendizagem baseada na resolução de problemas?

Baseamo-nos, primeiramente, nas contribuições de Van De Walle (2007) sobre a importância de perceber que ensinar por meio de problemas não se limita, necessariamente, a listas de situações-problema, mas que atividades ou tarefas baseadas em problemas significa ensinar de forma a problematizar o conteúdo. Diante da faixa etária dos alunos, seis a oito anos, e por se tratar de um primeiro trimestre letivo em que muitos alunos ainda estavam se conhecendo, fazendo novas amizades, e alguns deles também aprendendo a ler e escrever, nosso foco não foi

ensinar Matemática resolvendo problemas com enunciados, mas sim como exposto por Domite (2009 apud Mengali, 2011. p.52) foi problematizar elaborando perguntas que levassem os alunos a querer responder. Cai e Lester (2012) também afirmam que, quando nos referimos a problemas, logo nos vem à mente os problemas com enunciado, mas que nem por isso tais problemas sejam, de fato, um problema para o resolvidor. Desse modo, não nos limitamos a situações-problema com enunciado para promover a aprendizagem baseada em resolução de problema.

Ao elaborarmos nossa primeira pergunta, que serviu de elo conector com o tema comunicação, estávamos, também, propondo um problema aos alunos. “O que os números comunicam?”. Para muitos deles, era uma pergunta inédita e os levaram a pensar no número em um contexto diferente da sala de aula.

A próxima questão: “Como registrar uma quantidade sem utilizar algarismos?” foi uma situação em que, como sugerido pelos PCN (BRASIL, 1997), a solução não estava disponível de início e, de acordo com Onuchic e Allevato (2004, p.221), foi também um problema por considerarmos que “tudo aquilo que não sabemos fazer mas que estamos interessados em fazer” pode ser considerado um problema.

O tema do projeto, as questões elaboradas, o vídeo sobre números foi uma forma de partir de problemas geradores para construir conhecimentos, relacionados a conceitos e conteúdos matemáticos de forma mais significativa como propõem as autoras Onuchic e Allevato (2011) com a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação por meio da resolução de problemas.

Mais uma vez, vale ressaltar que, devido à faixa etária dos alunos, os problemas apresentados – pensar sobre o que os números comunicam e registrar uma quantidade sem utilizar algarismos – talvez fossem uma atividade muito básica em termos matemáticos, mas um problema para alunos de 6 a 8 anos.

Outros recursos contribuíram com a aprendizagem dos conceitos matemáticos dessa primeira unidade de estudo?

Sim. Mesmo nos propondo a trabalhar com a metodologia de resolução de problemas e com a metodologia de projetos, o registro e a prática dos conceitos matemáticos foi indispensável para a aprendizagem. Utilizamos os cadernos de Matemática para registro de conceitos, diários para reflexão e listas de exercícios para praticar matemática, sem deixar de trabalhar com o que nos propomos inicialmente.

É muito bom poder escrever isso, pois, como professora-pesquisadora, me encontrei, muitas vezes, frustrada com minha prática docente e, mais tarde, quando

inicie o mestrado, frustrada com minha pesquisa por perceber que, embora eu pesquisasse resolução de problemas e projetos, as listas de exercício e os registros no caderno de matemática, modelos mais antigos e mais tradicionais, não deixavam de aparecer no meu trabalho de sala de aula e, depois, de pesquisa.

Relutei um pouco para aceitar que, talvez, eu estivesse sendo tradicional ou que eu não estivesse ensinando como eu me propunha em teoria, mas, após refletir muito sobre como responder minha questão de pesquisa, com os dados que eu havia produzido e após olhar para a aprendizagem dos meus alunos, conclui que, se eu estivesse sendo um pouco mais tradicional ao propor as listas de exercício e, com isso, eu estivesse ensinando matemática para a resolução de problemas ao invés de ensinar através, era por que eu estava pensando na aprendizagem do meu aluno, pois, como exposto por Allevato (2005), a resolução de problemas como metodologia de ensino não exclui as demais concepções e, embora, em teoria, tenhamos as três concepções bem definidas (ensino para, sobre e através), na prática, elas tendem a ocorrer conjuntamente, uma apoiando a outra.

Por meio das listas de exercícios, os alunos estavam aplicando o conhecimento matemático que havia sido ensinado por meio da resolução de problemas, dos questionamentos, das problematizações e da elaboração de diferentes estratégias.

Enfim, diante disso, consideramos que:

- Ocorreu ensino e aprendizagem baseada em projeto e problemas. Os alunos aprenderam matemática por meio da metodologia de ensino e aprendizagem através da resolução de problemas, e foram capazes de aplicar o conhecimento em outras situações, como nos exercícios e pós-testes;
- A prática de exercícios aliada ao ensino por meio da resolução de problemas foi extremamente importante para a construção e solidificação do conhecimento sobre números;
- A combinação de instrumentos didático-pedagógicos e de produção de dados nos permitiu olhar para a aprendizagem de conteúdos matemáticos de uma forma bastante minuciosa;
- A aprendizagem do conteúdo sobre números, para alguns alunos, não ocorreu no primeiro trimestre, um dos motivos pode estar relacionado à maturidade, que, em se tratando de alunos do 1º ano do ciclo, esses têm mais dois anos para construir seu conhecimento sobre números;

- A aprendizagem do conteúdo sobre números, para outros alunos, só ocorreu em momentos de entrevista e minilição, e uma das razões pode ser a necessidade de um atendimento mais individualizado ou o fato de as estratégias de ensino utilizadas não terem sido suficientes para tais alunos;
- Esse exercício de análise proporcionou uma reflexão muito vasta sobre como os alunos aprendem, mas uma reflexão muito mais profunda sobre a minha prática.

3.2 Unidade de estudo II – Meios e formas de comunicação – elaboração e interpretação de gráficos e tabelas

Nessa unidade de estudo, nos propusemos a desenvolver alguns conteúdos matemáticos do bloco Tratamento da Informação proposto pelos PCN. Tínhamos como objetivos tornar os alunos capazes de:

- Criar e interpretar gráficos simples pictóricos e de barras;
- Interpretar e construir tabelas usando marcações (*tally marks*) ou figuras;
- Registrar resultados de um evento simples (por exemplo, jogando um dado) e mostrar os resultados graficamente;
- Identificar e adotar o uso de tabelas e gráficos como forma de facilitar a leitura e interpretação de informações.

A primeira parte dessa atividade ocorreu durante a segunda semana letiva, concomitante com a unidade de números apresentada anteriormente.

Durante três dias, ao chegarem em sala, logo pela manhã, os alunos respondiam uma pergunta relacionada aos meios e formas de comunicação (Figura 23). As perguntas ficavam em um cartaz na porta da sala de aula e foram elas: - Qual o seu meio de comunicação preferido?/ what's your favorite mean of communication? Radio, TV, Internet or Telephone; - Você lê jornal?/ Do you read newspaper? Yes or No; - Qual meio de comunicação você usaria para vender um brinquedo que não quer mais?/ Which mean of communication would you use to sell an old toy? Radio, TV, Computer/Internet.

Inserimos essa primeira parte da unidade logo na segunda semana de aula, pois observamos a oportunidade de atingir tanto objetivos matemáticos de realização de coleta de dados para, posteriormente, elaborarem um gráfico, quanto os objetivos de integração dos alunos, por se tratar do início de um ano letivo. Os

alunos se encontravam na porta da sala, trocavam opiniões e, dessa maneira, interagiam, uns com os outros.

Os alunos demonstraram bastante interesse pela atividade de responder perguntas que exigiam a opinião pessoal. Utilizando um *post-it*, o aluno escrevia seu nome e o fixava na opção de sua escolha. Os alunos gostavam de dar sua opinião, descobrir a opinião dos colegas e discutir a pergunta uns com os outros.

Figura 23 – Coletando dados: alunas respondendo uma questão



Fonte: A pesquisa

Na semana de 4 a 8 de fevereiro, os alunos apenas responderam às perguntas. Eles já tinham conhecimento do tema do trimestre, mas ainda não sabiam que os dados coletados com as questões seriam utilizados para a elaboração de gráficos.

Os cartazes com as respostas dos alunos ficaram afixados em sala até darmos início às aulas sobre gráficos.

Antes de iniciarmos as aulas, os alunos realizaram um pré-teste sobre gráficos. Como já dito anteriormente, o pré-teste era uma avaliação diagnóstica, parte da avaliação formativa.

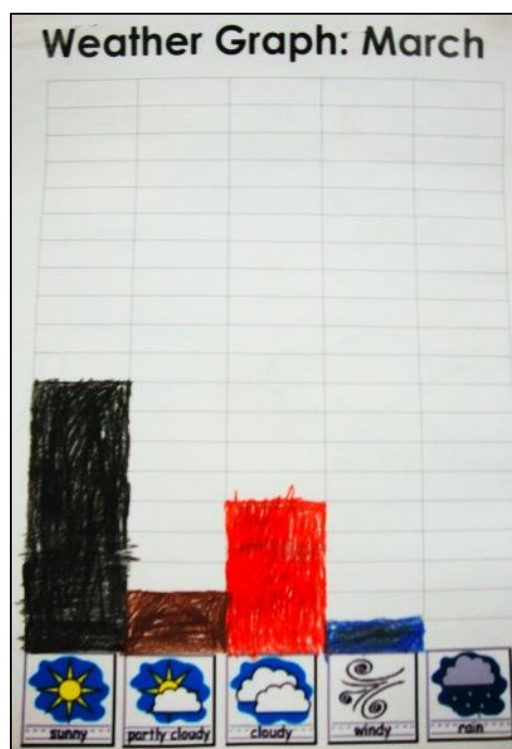
Vale ressaltar que nessa unidade de estudo utilizamos o termo coleta de dados para tratar da coleta realizada com os alunos. Quando nos referimos, no entanto, a nossa pesquisa adotamos o termo produção de dados.

Descrição e análise dos dados produzidos com a observação participante

Aula 1

Após responderem às perguntas durante a segunda semana de aula e após as aulas sobre números, sentados em círculo no tapete da sala, alguns alunos receberam partes de um gráfico confeccionadas em papel (título, eixo x, eixo y e legenda) e demos início a uma conversa sobre o que os alunos conheciam sobre gráficos. A maioria respondeu que conhecia gráficos do tempo, por realizarem, diariamente, a observação e anotação do tempo ou temperatura em um gráfico coletivo da sala. A figura 24 traz um exemplo de gráfico do tempo, no entanto, sem detalhes matemáticos específicos como eixos, legenda e valores.

Figura 24 – Exemplo de gráfico do tempo realizado pelos alunos



Fonte: A pesquisa

Esse gráfico era utilizado diariamente decorrente da observação feita pelos alunos sobre o tempo. Para cada dia observado, pintávamos um retângulo de acordo com a característica do tempo naquele dia de observação. Sendo assim o eixo x trazia a variável tempo: ensolarado (sunny), parcialmente nublado (partly cloudy), nublado (cloudy), com vento (windy) ou chuvoso (rainy) e o eixo y a variável número de dias que era representados pelos retângulos pintados que formavam as barras do gráfico.

Perguntamos aos alunos o que era necessário para elaborar um gráfico, fomos anotando suas respostas em um cartaz, auxiliando e guiando as respostas. Dentre as primeiras ideias, os alunos responderam que precisávamos de números para elaborar um gráfico. Perguntamos, então, o que precisávamos ter antes de números e o que um gráfico poderia comunicar, até chegarmos à necessidade de dados para se fazer um gráfico.

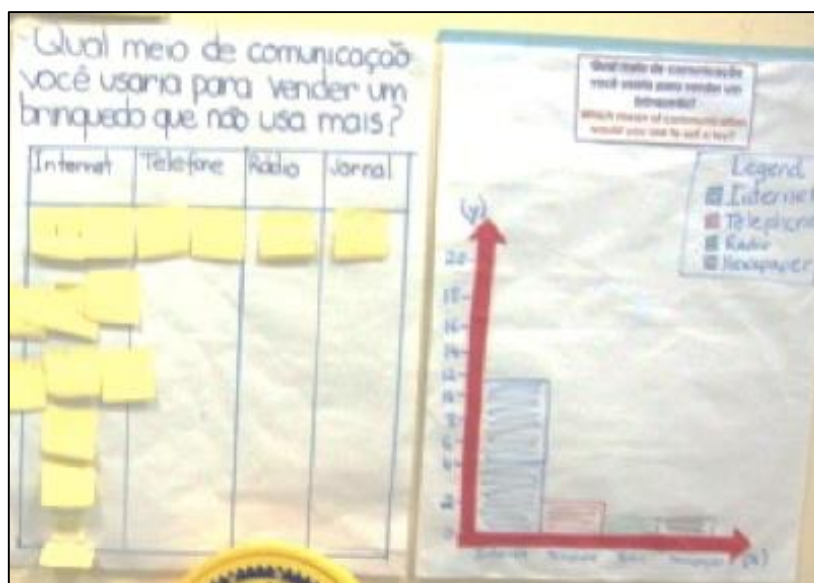
Ao chegarmos no momento de coleta de dados, pegamos os cartazes que estavam na parede com as perguntas e as repostas do início do ano, e perguntamos se aquelas informações poderiam ser consideradas dados. Os alunos responderam que sim e decidimos, então, organizar aqueles dados em um gráfico.

Conversamos sobre tipos de gráficos e quais eles conheciam. Após discutirmos sobre gráfico de barras, linha e setores, exemplificando por meio de imagens, a professora pediu que os alunos escolhessem duas questões para organizarmos seus dados em um gráfico. Um dos gráficos foi decidido pela professora e foi o gráfico de barras, devido aos objetivos de aprendizagem estarem voltados para esse tipo de gráfico e o outro a professora deixou que fosse escolhido pelos alunos, os quais quase que unanimemente estavam curiosos para saber como elaborar um gráfico de setores.

Iniciamos perguntando como construir um gráfico de barras. Um dos alunos que estava com o “eixo x” disse que precisávamos fazer as “linhas” e desenhar o gráfico. Colamos, em um cartaz, o eixo x e o y, nomeando-os corretamente. Fizemos, rapidamente, uma brincadeira que a professora dizia “horizontal” e os alunos diziam “x”, “vertical” e eles diziam “y”. Em seguida, fizemos a análise dos dados, contando quantas respostas tínhamos em cada opção. Discutimos, também, a escala que utilizaríamos, os alunos decidiram contar de 2 em 2. Anotamos a escala e desenhamos as barras. Perguntamos se faltava algo e eles logo responderam que precisávamos de uma legenda. E, depois da legenda, deram o gráfico por concluído até chegarem à necessidade de um título.

Encerramos essa primeira aula com a criação coletiva de um gráfico de barras que ficou exposto na sala, ao lado do cartaz com os dados como observamos na figura 25.

Figura 25 – Cartaz de coleta de dados seguido de gráfico de barras



Fonte: A pesquisa

Aula 2

Com a outra questão escolhida, elaboramos um gráfico de setores. No entanto, por se tratar de alunos de 6 a 8 anos e de um primeiro trimestre letivo, não calculamos graus e ângulos para montarmos o gráfico. Nosso objetivo era que os alunos conhecessem um gráfico e entendessem a relação entre o todo e as partes que era expressa com um gráfico de setores. Chegamos a usar fração para falar do todo e das partes e transformá-la em porcentagem, tendo em mente que seria um momento breve de explicação, além de apenas um primeiro contato para os alunos mais novos e que, por isso, não iríamos cobrar esse conteúdo deles, além de uma forma de elevar o nível de pensamento dos alunos que pudessem se interessar por fração e porcentagem.

Usamos uma base circular já dividida em vinte partes, pois esse era o número de alunos que havia respondido a questão; e, analisando os dados, pintamos as partes correspondentes a cada resposta. Ao final, fizemos uma fração para cada região pintada da mesma cor. Nesse momento, os alunos mais interessados, ou que já tinham algum conhecimento sobre fração, participaram ativamente encontrando as frações para cada parte e curiosos para a divisão, que resultaria em uma porcentagem.

Após a análise dos dados e os cálculos, os alunos logo notaram a necessidade de um título e de uma legenda para esse gráfico.

Fizemos algumas perguntas para testar a interpretação dos dois gráficos criados pelo grupo e retomamos que, para elaboração de um gráfico, precisamos de

dados, título, legenda, escala, eixos ou um todo circular, dependendo do tipo do gráfico.

Os gráficos ficaram expostos na sala de aula ao lado dos cartazes com os dados coletados, como mostra figura 26.

Figura 26 – Cartazes de gráficos e tabelas



Fonte: A pesquisa

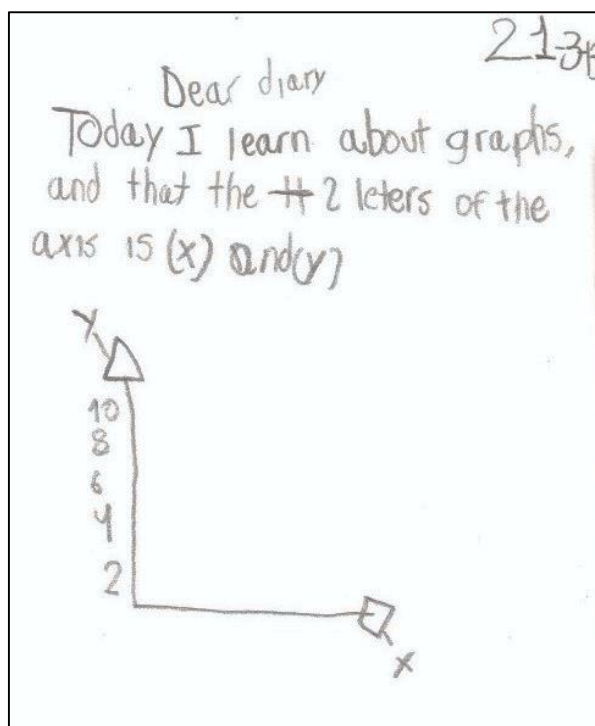
Foi muito interessante verificar que a noção inicial dos alunos sobre gráficos estava voltada para números e que fomos construindo todo um processo de coleta, análise, elaboração e interpretação. Gostei de ver a participação e o interesse de alguns alunos pela nova nomenclatura que estavam adquirindo e pelas discussões sobre todo e partes, fração e porcentagem.

Ao final, os alunos ainda escreveram em seus diários e a maioria dos alunos desenhou algo sobre gráficos. Um dos alunos ressaltou que havia aprendido que gráficos de barras têm eixos e eles são chamados de x e y, como mostra a seção a seguir sobre os registros dos alunos.

Descrição e análise dos dados produzidos a partir do registro dos alunos

Observamos na figura 27 a escrita de um aluno em seu diário de matemática sobre as aulas de gráficos.

Figura 27 – Diário de matemática sobre gráficos – aluno de 3º ano



Fonte: A pesquisa

Embora muito breve, o aluno expressou que foi, para ele, relevante nesse percurso sobre gráficos. A transcrição, tradução e comentários sobre a escrita desse aluno são apresentadas no quadro 8.

Quadro 8 – Diário de um aluno sobre gráficos

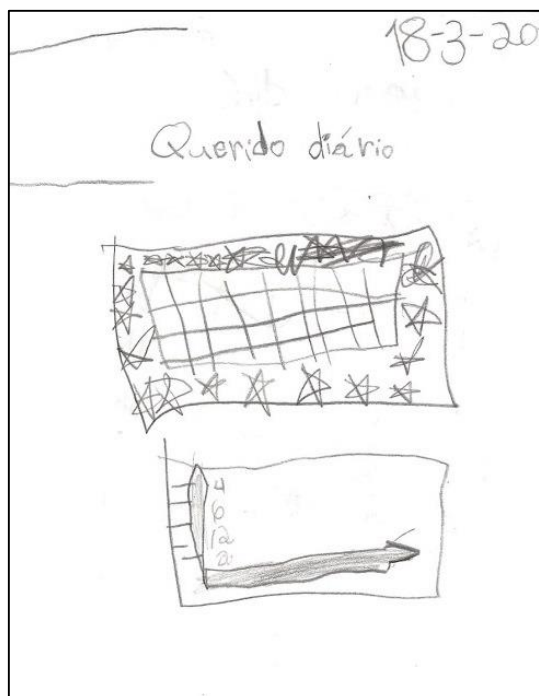
Transcrição	Tradução	Comentários
Dear diary, Today I learnt about graphs and that the two letters of the axis are (x) and (y).	Querido diário, Hoje eu aprendi sobre gráficos e que as 2 letras dos eixos são (x) e (y).	Poucos alunos fizeram esse tipo de observação, mas, no caso desse aluno, nossas observações de sala de aula mostravam sua busca por aprender coisas novas. Em sala de aula, sua atenção e expressão facial e corporal indicavam o quanto esse aluno estava gostando de aprender algo novo, como essa informação que gráficos de barra têm eixos chamados de x e y. Além de ser um aluno de 3º ano, ele apresentava bastante facilidade para aprender e interesse por desafios.

Fonte: A pesquisa

O interesse por retratar algo que havia aprendido sobre gráficos também estava presente entre os alunos de 1º ano, os quais ainda não estavam alfabetizados, mas que não deixavam de fazer seus diários de matemática.

A seguir, uma aluna de 1º ano representou, por meio de um desenho, sua reflexão sobre gráficos (Figura 28).

Figura 28 – Diário de matemática sobre gráficos – aluna de 1º ano



Fonte: A pesquisa

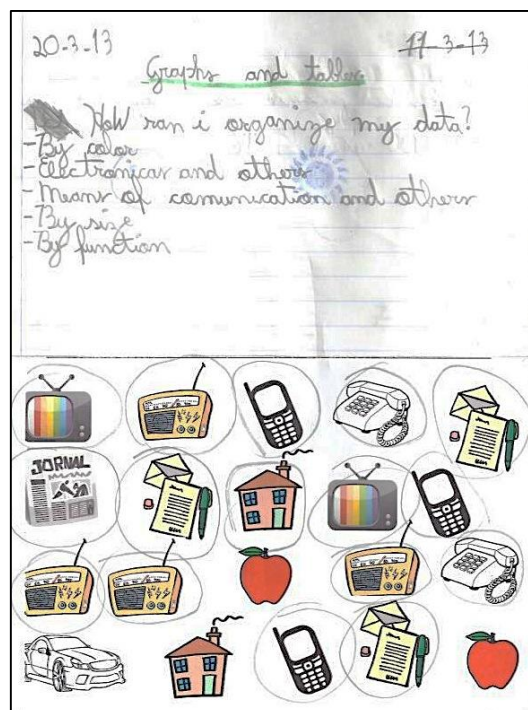
Vemos, na segunda imagem produzida por essa aluna, que, ao se referir aos gráficos, ela já utilizou eixos e escala. Parece ter contado de 2 em 2, mas ainda não apresentava domínio desse estilo de contagem. No entanto, foi muito positivo perceber que essa aluna estava se apropriando do conhecimento sobre gráfico, pois algo havia feito sentido a ela.

Aula 3

Após a elaboração coletiva de gráficos, os alunos precisavam fazer o registro desse conteúdo. Entregamos uma imagem contendo várias figuras de meios de comunicação, além de imagens de casas, carros e maçãs. Falamos que eles estavam recebendo alguns dados e perguntamos se eles conheciam uma forma de organizá-los. Os alunos logo disseram que poderiam fazer um gráfico.

Iniciamos o que chamamos de “prática guiada”. Discutimos e anotamos várias possibilidades de organizar os dados, dentre elas, organizar por: cor, função ou meios e “não meios” de comunicação. A professora-pesquisadora fazia as anotações na lousa e os alunos em seus cadernos. A figura 29 traz como exemplo o caderno de um aluno.

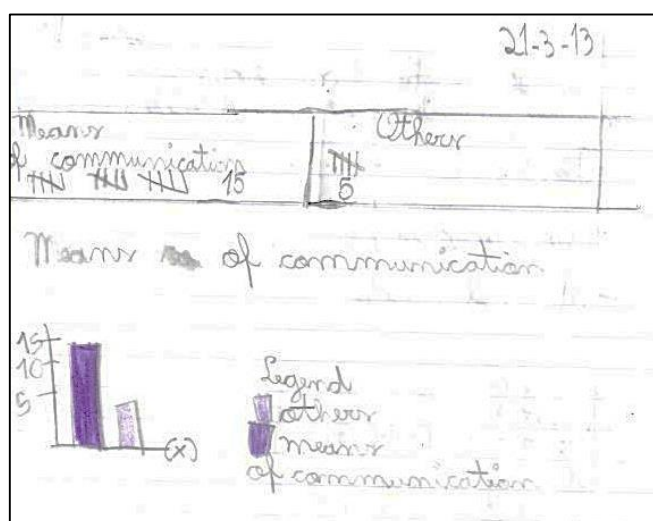
Figura 29 – Registro de uma aluna em seu caderno de matemática sobre gráficos



Fonte: A pesquisa¹³

Os alunos decidiram separar o que eram meios de comunicação do que não era, criaram, primeiramente, uma tabela e, depois, um gráfico de barras, como observamos na figura 30.

Figura 30 – Continuação do registros sobre gráficos

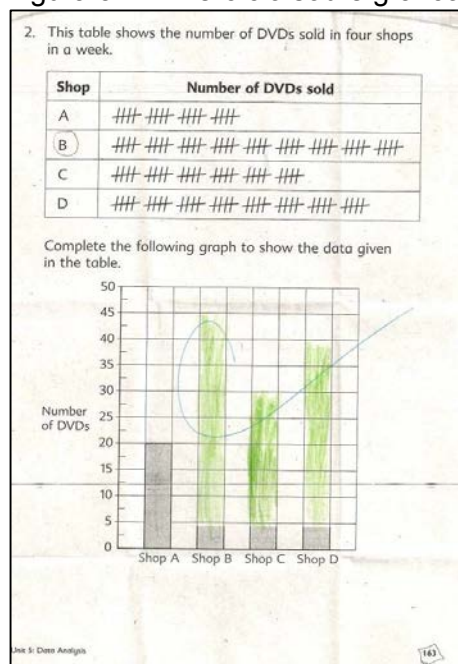


Fonte: A pesquisa

¹³ Gráficos e tabelas. Como posso organizar meus dados? Por cor. Eletrônicos e outros. Meios de comunicação e outros. Por tamanho. Por função.

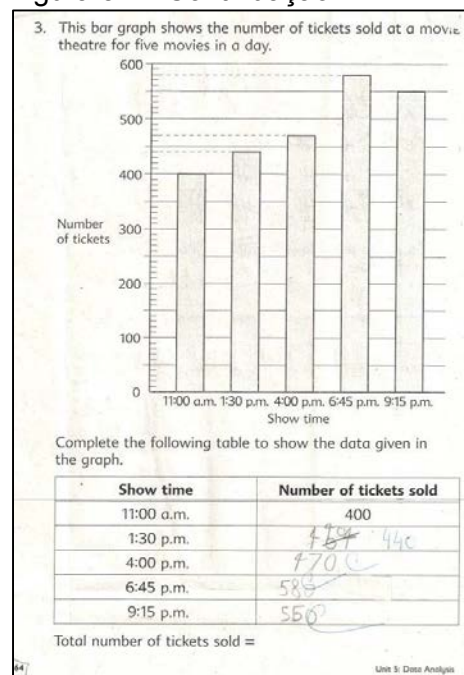
Os alunos fizeram também em sala listas de exercícios sobre interpretação de gráficos de barras para praticar o conteúdo aprendido como exemplificam figuras 31 e 32. Esse foi um momento de prática independente, cada aluno com sua lista de exercício e, ao final, a professora fazia a correção. Não foi um momento para ensinar os conteúdos e sim apenas para praticar.

Figura 31 – Exercício sobre gráficos



Fonte: A pesquisa

Figura 32 – Continuação



Fonte: A pesquisa

Essas foram as aulas voltadas para o conteúdo de gráficos, as quais partiram do tema Comunicação. No entanto, ao logo do trimestre e de todo ano letivo, o assunto gráficos continuou sendo revisitado em sala de aula para elaboração dos gráficos do tempo, gráficos do Math Facts e outras situações em que o uso de tabelas e gráficos fosse necessário.

Tínhamos em sala também outras listas de exercícios sobre gráficos que, durante os momentos de W.O.W, os alunos poderiam escolher realizar; e, em casa, os alunos praticavam o conhecimento sobre gráficos por meio de exercícios do site IXL.

No trimestre seguinte, cujo tema foi “Cultura”, os alunos tiveram, em especial, uma atividade de interpretação de gráficos sobre a imigração no Brasil, o que fez com que tivessem que acionar o conhecimento construído na unidade sobre gráficos para interpretar os gráficos propostos.

Mais uma vez no terceiro trimestre, cujo tema foi “Poder”, os alunos tiveram como subtema a relação de poder entre o homem e a água, e uma das atividades foi tabular quanto de água eles gastaram durante um dia. Além do trabalho com a matemática, a atividade simulou como seria viver sem água encanada, ter que buscar água em um rio ou poço e carregar essa água em baldes ou garrafas. Os alunos utilizaram uma garrafa de 2 litros como recipiente para a coleta de água e o bebedouro da escola como poço ou rio. Durante um dia, eles não puderam utilizar água das torneiras para beber, escovar os dentes e lavar as mãos; somente a água da sua garrafa. Cada vez que recarregavam essa garrafa, era preciso anotar, em um gráfico individual, o gasto de água. Foi uma proposta muito entusiasmante e que possibilitou diversas conexões por parte dos alunos da matemática com a ciências, geografia e questões sociais.

Descrição e análise dos dados produzidos a partir dos pré e pós-testes

Os pré-testes mostraram que a maioria dos alunos sabia interpretar gráficos de barra simples. A maior incidência de erros se deu com relação à identificação do título do gráfico. Dado um gráfico de barras, uma das questões perguntava qual era o título do gráfico e a maioria dos alunos criou um, ao invés de apenas identificar o título do gráfico daquela questão.

Dos vinte (20) alunos, dez (10) acertaram todas as questões do pré-teste sobre gráficos. Cinco (5) erraram na identificação do título no pré-teste e acertaram no pós-teste. Duas (2) alunas não realizaram o pré-teste, sendo assim, seus dados não entraram na comparação e três (3) alunos não avançaram comparando seus resultados obtidos no pré e no pós-teste.

Com nossa avaliação diagnóstica realizada com o pré-teste, concluímos que 50% dos alunos eram capazes de interpretar gráficos de barras simples. Baseado no conhecimento prévio desses alunos, percebemos que tínhamos que elevar o nível das discussões e das atividades sobre gráficos.

Ao final, analisando pré e pós-testes, tivemos 50% de avanço, dos 10 alunos que não tinham acertado todas as questões no pré-teste, 5 deles, após as aulas sobre gráficos, acertaram as questões do pós-teste e somente três alunos não avançaram.

Os alunos que não apresentaram avanço com os testes conseguiram realizar as atividades propostas ao longo das aulas com o apoio das professoras, mas não conseguiram realizar tarefas autonomamente, por isso, nos testes, por se tratar de uma atividade individual, esses três alunos, sem a mediação das professoras, não apresentaram avanços. Esses alunos também apresentavam dificuldades em outras disciplinas e, em parceria com os pais e com a coordenação da escola, estávamos investigando e buscando alternativas com o apoio de outros profissionais para melhor atendê-los.

Descrição e análise dos dados produzidos a partir das entrevistas

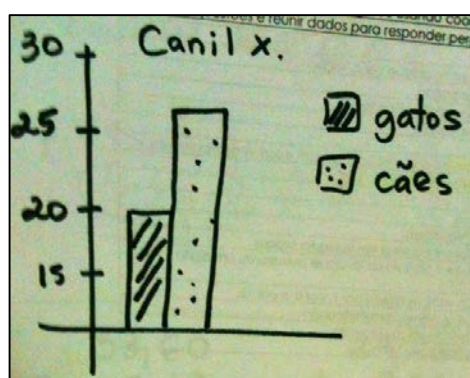
Baseado nas dificuldades que identificávamos ao longo das aulas e das listas de exercícios, realizamos entrevistas seguidas de minilições para auxiliar os alunos com o conteúdo sobre gráficos. No entanto, o número de encontros com os alunos para discutir esse conteúdo foi bem menor que o número de encontros sobre números. De modo geral, os alunos conseguiam entender o que determinado gráfico estava informando, e interpretar os dados baseados na legenda e no título. Os próprios pré-testes mostraram que era um conteúdo de maior domínio por parte dos alunos.

A seguir, entrevista de um aluno que estava apresentando dificuldades para interpretar gráficos (quadro 9). Vale mencionar que esse aluno apresentava com frequência cansaço e irritabilidade perante várias situações de aprendizagem, o que fazia com que ele fosse normalmente atendido em entrevistas e minilições. Mesmo individualmente, o aluno relutava para se envolver com a aprendizagem. Ele começava a entrevista demonstrando baixo interesse, momentos de cansaço e irritabilidade para, aos poucos, se envolver, fazendo descobertas e conclusões.

Quadro 9 – Exemplo de entrevista e minilição sobre gráficos

Entrevista - Gráficos (00:01 - 7:45)
P: Professora A: Aluno
<p>Parte 1</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. P: Hi! First of all, let me ask you, do you remember when we use graphs in the classroom? Do you remember any classes about graphs? 2. A: Não. 3. P: nothing? 4. A: nada. 5. P: But what is a graph for you? 6. A: É... um papel que ajuda a gente?

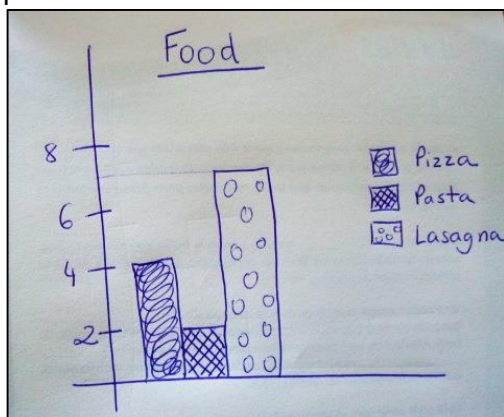
7. P: It's a paper? a graph is a paper that help us?
8. A: que ajuda a gente com as contas.
9. P: so graph is equation for you?
10. A: yes.
11. P: are you sure?
12. A: acho que sim.
13. P: what do we do everyday with the weather graph? Equations?
14. A: Pinta?
15. P: Do you do equations?
16. A: ah graph, de pinta, de pinta o tempo.
17. P: to paint what?
18. A: pra pintar o tempo que... (aluno ficou quieto, pensando)
19. P: Ok. We had a lot of classes about graphs, we discussed what we have to have in a graph. Remember that wall, in the math center? We had posters with different types of graphs.
20. A: yes.
21. P: Do you remember?
22. A: Acho que eu fiz.
23. P: So look at this graph here and: can you tell me how many cats do we have according to this graph?



- 24.
25. A: O quê?
26. P: You have to observe the graph. What do we have in a graph?
27. P: (Apontando para o título, a professora perguntou) What is this called in a graph?
28. A: Can... Canil?
29. P: But what is this for the graph?
30. A: É... tem uma linha com uns risquinhos que nem uma mini régua, mas não é 1, 2, 3; é 15, 20, 25, 30.
31. P: And what is the name of this mini ruler?
32. A: É graphs?
33. P: It's the scale of the graph. (depois voltou a apontar para o título e perguntou) And what is the name of this?
34. A: Canil?
35. P: This is the title of the graph. And what is this part of the graph? (apontando para a legenda)
36. A: É a parte que ajuda a gente saber quais eram cães e quais eram gatos?
37. P: But what is the name of this part?
38. A: É... gráfico?
39. **Parte 2**
40. P: The graph is everything, so we have the scale, we have the title, we have the legend and we have the information. Now based on the information and

the legend, how many cats do I have in this place?

41. A: cinco.
 42. P: five?
 43. A: um, dois, três, quatro, cinco.
 44. P: How do you know it's five?
 45. A: três mais dois (disse o aluno apontando para os riscos dentro da barra referente a gatos.)
 46. P: And here, what is this indicating here? The bar stops in which number?
 47. A: vinte.
 48. P: So how many cats do I have?
 49. A: vinte.
 50. P: Can you write twenty? O aluno escreveu 20 para a resposta à pergunta e a professora continuou: And how many dogs?
 51. A: É ... vinte e cinco mais ou menos?
 52. P: Twenty five!
 53. P: How many animals in total? O aluno escreveu a resposta correta para a questão, mas não verbalizou.
 54. P: You see, it's just a matter of paying attention. This bar stops at the number twenty, so it's twenty, what if I put another bar... a bar for birds. How many birds do I have?
 55. A: Vinte e cinco.
 56. P: Twenty five! Very good!
 57. P: And now what is the title of this graph?
 58. A: Canil. Canil X.
 59. **Parte 3**
 60. P: Ok let me make another one for you. So here I am making a graph about food. Look! Here will be pasta, here will be pizza and here will be?
 61. A: feijão?
 62. P: beans?
 63. A: pode ser.
 64. P: lasagna!
 65. A: ah não (risos)
 66. P: (risos) Ah yes! Italian food! So according to this graph, how many kids like pasta?



67.
 68. A: duas.
 69. P: How many kids like pizza?
 70. A: quatro.
 71. P: And lasagna?
 72. A: seis.
 73. P: six?
 74. A: opa, oito.
 75. P: eight? What do we have between six and eight?

76. A: sete.
 77. P: Hmm! So how many kids like lasagna?
 78. A: Sete. Ah, professora, deveria ser pasta sete. (Risos.)
 79. P: (risos) So what is the title of this graph?
 80. A: Food.
 81. **Parte 4**
 82. P: hmm! Ok! So what is a graph for you now? An equation?
 83. A: Não, é uma... tem uma linha, tem aqueles retângulos, é... tem bolinhas ou escrita alguma coisa, tipo que nem pasta, é... e ai quando chega, o quadrado, é a ponta do quadrado quando chega no número quer dizer que por ai tem duas crianças.
 84. P: So a graph is not an equation anymore?
 85. A: No, é alguma coisa de matemática.
 86. P: It's something about mathematics, but we can say it's a way to show information?
 87. A: Sim!
 88. P: All right! We'll keep talking about this in another moment.

Fonte: A pesquisa

Esse aluno começou pouco envolvido com a proposta, parecia não parar para entender o que estava sendo questionado e simplesmente respondia as questões com suas primeiras ideias. A primeira parte da entrevista traz respostas breves e sem muita conexão com o que estava sendo mostrado e perguntado.

Na segunda parte, o aluno começa a explicar suas respostas e a fazer conclusões mais assertivas. Mas, no final da entrevista, ele foi fazendo descobertas e fazendo conclusões.

Na parte 3 da entrevista, fizemos outro gráfico para o aluno na tentativa de que ele aplicasse o que havíamos discutido anteriormente sem o apoio direto da professora. O aluno conseguiu interpretar com mais facilidade o gráfico, mas, propositalmente, colocamos uma das barras entre o seis e o oito em uma escala que se comportava de 2 em 2. Foi somente diante desse dado que o aluno ficou confuso e precisou das questões da professora para guiá-lo até a resposta correta.

Na parte 4, o conceito de gráfico também não ficou claro para o aluno que falou em linhas, bolinhas, retângulos e quadrados, mas, mesmo tendo uma fala muito confusa, o aluno compreendeu “a ponta do quadrado quando chega no número quer dizer que por aí tem duas crianças”, ou seja, a informação não estava atrelada ao desenhos das legendas, mas ao número indicado pelas barras. Ao final, também o aluno concordou com a professora que um gráfico era uma maneira de expressar informações e que não era uma conta como ele pensava no início.

Mesmo não sendo objetivo dessa pesquisa, mais uma vez, ao ouvir e analisar as entrevistas, surge um desejo imenso de corrigir expressões, de alterar questionamentos, de poder voltar no tempo e perguntar de outra forma, vibrar mais

com os pequenos acertos, fazer diferente e melhor. Esse exercício de análise intensificou o processo de reflexão sobre minha prática.

3.2.1 Considerações finais acerca da unidade de estudo sobre gráficos

Nosso objetivo com essa lição foi desenvolver os conteúdos do bloco Tratamento da Informação propostos pelos PCN de forma mais significativa, por isso o uso da metodologia de ensino e aprendizagem por meio de problemas e projeto foi utilizada. Diante disso, as aulas eram iniciadas com uma pergunta e as respostas dos alunos eram os dados para desenvolver as próximas atividades. Apoiadas em nossas questões de análise, discutiremos nossos resultados.

Qual a relevância do ensino sobre gráficos para os anos iniciais?

De acordo com os PCN (BRASIL, 1997), o conteúdo sobre gráficos está inserido no bloco Tratamento da Informação e tem sua importância relacionada à demanda social atual. Integram este bloco noções de estatística, de probabilidade e de combinatória.

Em especial, para o primeiro ciclo, estão os conteúdos de estatística que devem levar o aluno a construir procedimentos para “coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia a dia.” (BRASIL, 1997, p. 40).

Com relação aos conteúdos propostos, as atividades desenvolvidas abordaram:

- “leitura e interpretação de informações contidas em imagens, coleta e organização de informações”, e “interpretação e elaboração de listas, tabelas simples, de dupla entrada e gráficos de barra para comunicar a informação obtida” – dentre as várias atividades, destacamos a atividade realizada no caderno dos alunos, descrita e analisada na página 95 e 96 desse capítulo;
- “criação de registros pessoais para comunicação das informações coletadas” – um exemplo do trabalho com esse conteúdo está no gráfico do Math Facts (ver pág. 57, figura 5) que cada aluno utilizava para manter o registro de seu progresso e de suas conquistas pessoais;
- “Exploração da função do número como código na organização de informações (linhas de ônibus, telefones, placas de carros, registros de identidade, bibliotecas, roupas, calçados)” – em especial, exploramos número no momento de decisão da escala que utilizaríamos em nossos gráficos;

- Somente o conteúdo “Produção de textos escritos a partir da interpretação de gráficos e tabelas” não foi explorado nesse primeiro trimestre, a interpretação ficou apenas na oralidade.

Como ocorreu a aprendizagem baseada em projetos?

Foi essencial olhar para essa atividade com os olhos de uma pesquisadora e perceber que, embora a atividade tivesse sido dialogada e os alunos questionados durante toda unidade, estávamos mais próximos de um projeto do que da resolução de problemas, pois, como afirma Dizotti (2009, p.36):

...o trabalho com projetos é um trabalho que se caracteriza pelo diálogo sendo uma das alternativas que possibilita construir um currículo aberto, em movimento. A partir de um tema, de uma problemática, de uma dúvida, pode nascer um projeto, que pode ser sugerido pelo professor, de acordo com seu planejamento.

E foi exatamente assim. De acordo com os objetivos de aprendizagem que tínhamos para desenvolver, baseado na realidade de início de ano e no tema do trimestre, planejamos algumas perguntas sobre o tema comunicação e, com isso, proporcionamos a integração dos alunos e uma aproximação deles com o tema para, depois, construirmos um conhecimento matemático sobre gráficos e tabelas. O diálogo como uma das características do ensino por projetos esteve o tempo todo presente, além da integração com o tema.

Percebemos ainda a relação dessa unidade com a proposta de Ventura e Hernández (1998) pela conexão com o tema, existência de objetivos de aprendizagem, preparação prévia das atividades pelo professor, avaliação diagnóstica, e momentos de recapitulação e fechamento

Acreditamos que nossa proposta de se trabalhar com projeto, proporcionou, como apresenta os PCN, contextos que geraram a necessidade e a possibilidade de organizar os conteúdos de forma mais significativa (BRASIL, 1997).

Como ocorreu a aprendizagem baseada em resolução de problemas?

No caso dessa unidade de estudo – diferente das situações referentes à unidade de números que os alunos tiveram que pensar e elaborar significações próprias para responder o que os números comunicam e, depois, elaborar uma estratégia também própria para resolver o problema de registrar quantidades sem utilizar algarismos – acabamos nos detendo a questionamentos que não proporcionaram a elaboração de estratégias particulares de solução, além de não ter considerado um tempo entre as atividades para o aluno construir o seu próprio

gráfico e resolver o problema da organização dos dados baseado nos recursos que tinham.

Alguns dos porquês desse tempo de resolução de problemas não ter sido planejado está na necessidade, talvez, simplesmente, criada pela professora-pesquisadora de fazer dessa unidade algo mais rápido, pelo fato dos pré-testes terem mostrado que a maioria dos alunos já dominavam tal conteúdo e por ser necessário desenvolver outros conteúdos matemáticos. Outro porquê está relacionado à própria palavra gráfico, que, diferente da palavra número, na percepção da professora-pesquisadora, não seria uma palavra tão familiar para crianças entre 6 a 8 anos, o que tornava necessária a elaboração de aulas com mais informação sobre o assunto.

No entanto, esses porquês não estavam tão claros nos momentos de planejamento e execução da unidade de estudo, hesitamos em elaborar situações de maior exploração por parte dos alunos, mas não tomamos um tempo para refletir sobre os prós e os contras dessa situação. A ansiedade de avançar em termos de conteúdo, mais precisamente, a ansiedade de chegar ao ensino das quatro operações nos impediu de realizar um trabalho ainda mais significativo, pautado, também, na resolução de problemas.

De acordo com a definição dos PCN (BRASIL, 1997) sobre problemas, as atividades não suscitaram a necessidade da realização de uma sequência de ações ou operações para obtenção de um resultado. Baseados no diálogo e no questionamento, chegamos à elaboração dos gráficos que nos propomos elaborar.

Por outro lado, baseados na nossa ideia de emaranhado e baseados nas contribuições de Mengali (2011), embora não tenhamos ensinado por meio da resolução de problemas, não deixamos de problematizar por meio do processo de construção de perguntas e respostas sobre gráficos como forma de não entregar o conteúdo pronto aos alunos.

Outros recursos auxiliaram a aprendizagem?

Sem dúvida, a possibilidade de poder contar com uma variedade de recursos didáticos e metodológicos auxiliou o processo de aprendizagem dos alunos. Embora nosso foco fosse ensinar baseado em projeto e resolução de problemas, não dispensamos a importância de praticar o conteúdo por meio de exercícios, tínhamos como recurso também as entrevistas e minilições para auxiliar alunos com dificuldades, a sistematização dos conteúdos nos cadernos e as reflexões nos diários.

Por fim, concluímos que:

- O trabalho com o conteúdo sobre gráficos já era algo com que a maioria dos alunos estava familiarizada;
- A forma como o conteúdo foi desenvolvido, diferente de uma aula teórica sobre o assunto, aproximou os alunos da matemática, pois, além de proporcionar a integração da turma no início do ano, utilizou opiniões e conhecimentos dos alunos para se desenvolver;
- Os alunos gostaram de opinar sobre meios e formas de comunicação;
- As aulas foram mais dialogadas do que problematizadas. Não tivemos situações em que os alunos precisaram elaborar estratégias e resolver problemas;
- A conexão com o tema “Comunicação” proporcionou maior envolvimento dos alunos com o conteúdo matemático;
- Os alunos ampliaram o conhecimento sobre gráficos por meio da unidade de estudo inserida no projeto do trimestre e também por meio das aulas dialogadas, das entrevistas e dos exercícios;
- A resolução de problemas esteve mais ausente nessa unidade de estudo.

3.3 Unidade de Estudo III – Adição e Subtração

Por se tratar de uma unidade sobre adição e subtração, que deveria ser ensinada por meio de projeto e resolução de problemas, tínhamos o desafio de não começarmos falando do “vai 1” e dos alunos resolvendo uma série de “continhas”. Sendo assim, tínhamos em mente que não começaríamos com o algoritmo da adição e subtração, mas que chegaríamos a ele, nos agrupamentos de unidades, dezenas e centenas, e na prática das operações devido a nossos objetivos de aprendizagem. Ao final dessa unidade, os alunos deveriam ser capazes de:

- Resolver operações de adição e subtração de dois e três dígitos com e sem reagrupamento;
- Encontrar a soma e a diferença (até 999) de quaisquer dois números inteiros;
- Adicionar com e sem reagrupamento: encontrar a soma (até 10.000) de quaisquer dois números inteiros;
- Subtrair com e sem reagrupamento: dados dois números inteiros de 10 mil ou menos, encontrar a diferença;
- Compreender a adição e subtração como operações inversas; usar adição para verificar subtração.

Buscando atingir esses objetivos integrados com o tema comunicação e de uma forma que uma simples adição, como exemplifica Van De Walle (2007), pudesse se tornar um problema, elaboramos as aulas que serão descritas a seguir.

Descrição e análise dos dados produzidos com a observação participante e com o registro dos alunos

Aula 1

Em nossa primeira aula, por se tratar de uma sala multisseriada, tínhamos situações para as diversas faixas etárias. Não fazíamos distinção do que era para 1º, 2º ou 3º anos, mas apresentávamos diferentes situações, sabendo que alguns alunos resolveriam todas, outros resolveriam apenas algumas delas; mas que todas as situações de aprendizagem estavam disponíveis para todos os alunos. Dessa forma, não havia barreiras para a aprendizagem, um aluno de 1º ano que quisesse e conseguisse resolver exercícios de 2º ou 3º anos, por exemplo, tinha essa possibilidade. Organizamos os alunos em pequenos grupos e iniciamos propondo a seguinte situação aos alunos:

“We have a problem! You have to solve a couple of additions without paper and pencil. If you do it mentally, you have to find a way to show me the strategy that was used, proving how you got the result. Remember you can't use paper and pencil to prove the result, how are you going to do that?”¹⁴

A primeira reação diante dessa situação foi similar a que os alunos tiveram quando, na unidade sobre números, solicitamos que eles registrassem certa quantidade sem utilizar algarismos; eles diziam que não era possível realizar tal atividade sem o lápis e o papel. Um deles, veementemente, disse: “Como assim? Eu sei fazer mentalmente, já sei o resultado, não sei provar o resultado sem lápis e papel, me dá um papel que eu faço a conta e te provo”. Mantivemos a questão dizendo que a situação era um problema e que a solução não era algo disponível de imediato (BRASIL, 1997), e que, por isso, eles deveriam pensar e encontrar uma estratégia para resolver e provar o resultado das adições propostas: $11 + 8$; $29 + 17$ e $139 + 25$.

¹⁴ Tradução: Temos um problema. Temos que resolver algumas adições sem papel e lápis. Se fizer mentalmente, você tem que encontrar uma forma de mostrar a estratégia utilizada, provando como você chegou no resultado. Lembre-se que você não pode usar papel e lápis, como fará isso?

Foi nesse momento que os alunos mais novos, pela necessidade de um material mais concreto, propuseram o uso de pequenas peças cúbicas que tínhamos em sala. Logo, todos os alunos começaram a utilizar os cubos para visualizar e provar o resultado das adições propostas. Foi, então, que um grupo de alunos chegou à adição $139 + 25$ e um deles disse: “Nossa, vou ficar aqui até amanhã contando 139 cubos mais 25”. A professora-pesquisadora, então, questionou se havia outro material na sala que pudesse os ajudar com esse problema. O grupo de alunos saiu pela sala à procura de outro recurso manipulativo e chegaram ao material dourado. Rapidamente, os alunos utilizaram 1 placa que contém 100 unidades equivalente a uma centena, 3 dezenas igual a 30 unidades e 9 cubos equivalente a 9 unidades para fazer o número 139 e, depois, 2 dezenas e 5 unidades para fazer o 25. Juntaram unidades com unidades, dezenas com dezenas e logo perceberam que eles poderiam agrupar 9 unidades com mais 1 das 5 unidades, formando 10 unidades que o grupo trocou por 1 dezena. Eles organizaram 1 centena, 6 dezenas e as 4 unidades, e, muito satisfeitos, disseram “Conseguimos, vem ver!”, chamando seus colegas para verificar o processo que haviam feito. Eles apresentaram a descoberta usando o retroprojetor da sala.

Outros grupos também partilharam as estratégias encontradas para as diferentes adições propostas.

Além de uma atividade muito gratificante para a professora-pesquisadora, que viu os alunos envolvidos e atingindo o objetivo da atividade, que era resolver os problemas propostos; foi um atividade de muita aprendizagem que exigiu habilidades não somente matemáticas, mas habilidades de raciocínio, diálogo e comunicação.

Aula 2

Essa aula foi dedicada ao registro do processo desenvolvido na aula 1. Como exposto por Onuchic e Allevato (2011), na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, o problema é ponto de partida para os alunos fazerem conexões entre diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. Dessa forma, decorrente da aula problematizada sobre adição, chegamos a um novo conceito, expresso pela necessidade de os alunos conhecerem o algoritmo da adição, e resolver operações com e sem agrupamento.

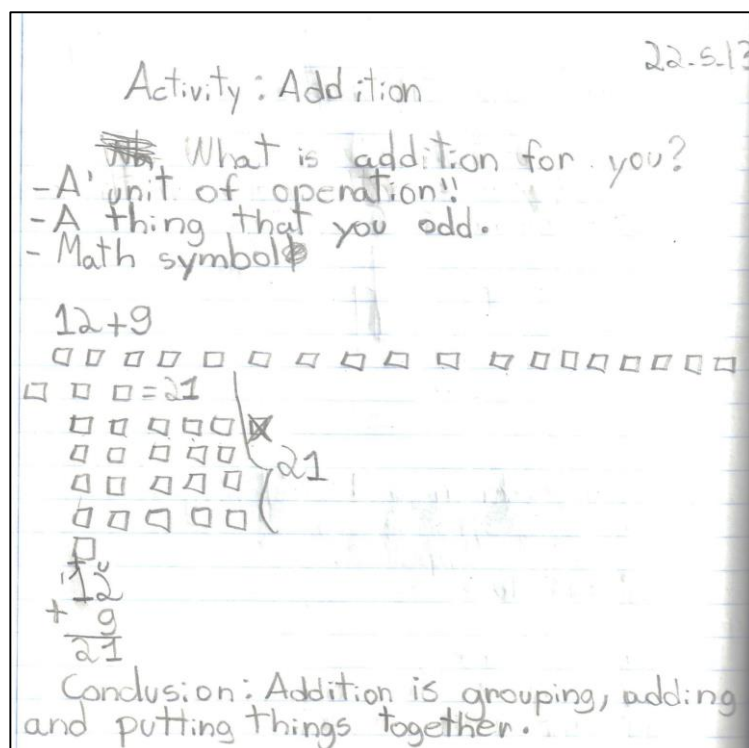
O registro do processo realizado com o material dourado foi nosso elo de ligação com o objetivo: “Adicionar com e sem reagrupamento: encontrar a soma de quaisquer dois números inteiros.”

Antes de darmos início ao registro, pedimos que os alunos anotassem em seus cadernos de matemática o que era adição para eles. Feito isso, pedimos que eles resolvessem $12 + 9$ sem usar números, papel, lápis ou cálculo mental, como na aula anterior.

Em pequenos grupos, os alunos se organizaram e representantes de cada grupo apresentaram as estratégias utilizadas. Alguns usaram os cubos coloridos, outros usaram o material dourado.

A professora foi anotando todas as estratégias na lousa, até chegar ao algoritmo da adição e explicar que o “um que vai para o outro lado é uma dezena”. Os alunos fizeram as anotações em seus cadernos (Figura 33).

Figura 33 – Registro de uma aluna em seu caderno de matemática sobre adição e subtração¹⁵



Fonte: A pesquisa

A figura 33 traz o registro de uma aluna, começando pela pergunta feita no início da aula 2: “O que é adição para você?”. A aluna responde:

- Uma unidade de operação;
- Uma coisa que você adiciona;

¹⁵Tradução: Atividade: Adição. O que é adição para você? – Uma unidade de operação. – Uma coisa que você adiciona. – Um símbolo matemático. Conclusão: Adição é agrupar, adicionar e colocar coisas juntas.

- Símbolo matemático.

Abaixo de suas ideias sobre adição, a aluna anotou diferentes formas de resolver $12 + 9$ sem usar lápis e papel. A primeira estratégia foi juntar 12 cubos com mais 9 e contar de um em um até chegar ao resultado. A próxima estratégia foi juntar 12 mais 9 peças, mas agrupá-las de cinco em cinco, ao invés de contar uma a uma. E a última forma de resolver $12 + 9$ foi utilizando o algoritmo da adição.

Abaixo das diferentes estratégias, chegamos a um consenso com os alunos de que adição era agrupar, adicionar e juntar itens.

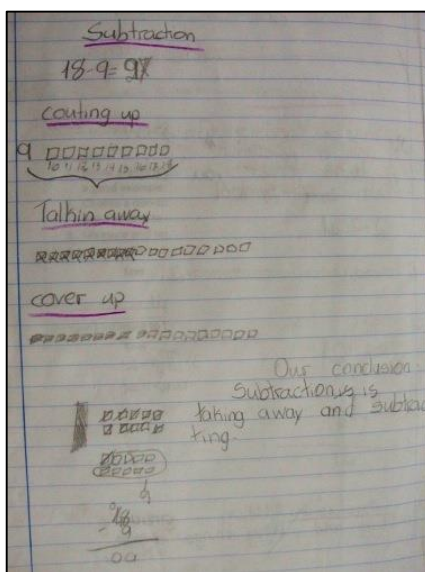
Questionamos os alunos sobre qual era a vantagem de fazer adição usando números ao invés de usar pedrinhas, cubos e desenhos, e chegamos à conclusão de que era uma forma de facilitar e tornar mais rápido o processo de adicionar. Essa conversa foi importante para os alunos refletirem sobre o valor de aprender matemática, que não aprendemos simplesmente porque temos, mas pelo fato de muitos processos matemáticos facilitarem nossa vida.

Aula 3

Os alunos fizeram o mesmo processo usando peças e material base 10 para representar $18 - 9$.

Descobrimos e discutimos várias estratégias de resolução. A figura 34 apresenta anotações de um aluno sobre as diversas estratégias exploradas para a resolução de $18 - 9$.

Figura 34 – Registro de uma aluna sobre diferentes estratégias de resolução de uma subtração



Fonte: A pesquisa

A primeira estratégia registrada no caderno, de acordo com a figura 36, foi a de contar para chegar ao número 18, o que chamamos em Inglês de “Counting up”. Comentamos que essa forma de se resolver uma subtração é bastante utilizada por comerciantes em momentos de troco.

Em seguida, temos o método de tirar, em Inglês, chamado “Take away”. Desenhamos 18 peças e riscamos nove, o que sobrou foi o resultado. Por fim, anotamos a estratégia “Cover up” de cobrir nove peças de um grupo de 18 e verificar quantas restavam, parecida com a de tirar peças, que se diferencia, na prática, com o material concreto, pois os alunos cobriram nove peças com material de outra cor, de forma que o que não estava coberto era o resultado da subtração.

Todas essas estratégias foram descobertas e apresentadas pelos grupos de alunos. Eles utilizaram o retroprojetor da sala para apresentar suas descobertas. Conforme o grupo apresentava, a professora fazia as anotações na lousa. Foi somente após descobrir e explorar diferentes formas de resolver $18 - 9$ que os alunos registraram as estratégias encontradas e a subtração na vertical apoiada pelo material base 10 como mostra a última parte do registro dessa aula na figura 34.

Após essas experiências com material concreto, discussões e registro; os alunos praticaram algumas operações no caderno, como exemplificam as figuras 35 e 36.

Figura 35 – Adição

2. Add.

$\begin{array}{r} 4105 \\ + 5 \\ \hline 4110 \end{array}$ B	$\begin{array}{r} 7254 \\ + 92 \\ \hline 7346 \end{array}$ T	$\begin{array}{r} 1082 \\ + 736 \\ \hline 1818 \end{array}$ E
$\begin{array}{r} 1902 \\ + 4563 \\ \hline 6465 \end{array}$ S	$\begin{array}{r} 3058 \\ + 16 \\ \hline 3074 \end{array}$ V	$\begin{array}{r} 7620 \\ + 671 \\ \hline 8291 \end{array}$ L
$\begin{array}{r} 5108 \\ + 4829 \\ \hline 9937 \end{array}$ E	$\begin{array}{r} 3443 \\ + 2270 \\ \hline 5713 \end{array}$ A	$\begin{array}{r} 6355 \\ + 824 \\ \hline 7179 \end{array}$ G

What tables do we eat?
Write the letters which match the answers above to find out.

V	E	G	E	T	A	B	L	E	S
3074	1818	7179	1818	7346	5713	4110	8291	9937	6465

Fonte: A pesquisa

Figura 36 – Subtração

2. Subtract.

$\begin{array}{r} 2138 \\ - 966 \\ \hline 1172 \end{array}$ ①	$\begin{array}{r} 3533 \\ - 584 \\ \hline 2949 \end{array}$ ②	$\begin{array}{r} 6147 \\ - 4275 \\ \hline 1872 \end{array}$ ③
$\begin{array}{r} 2860 \\ - 2475 \\ \hline 585 \end{array}$ ④	$\begin{array}{r} 6781 \\ - 585 \\ \hline 6786 \end{array}$ ⑤	$\begin{array}{r} 34216 \\ - 1379 \\ \hline 28837 \end{array}$ ⑥
$\begin{array}{r} 67152 \\ - 2426 \\ \hline 4726 \end{array}$ ⑦	$\begin{array}{r} 19542 \\ - 5683 \\ \hline 3854 \end{array}$ ⑧	$\begin{array}{r} 7530 \\ - 247 \\ \hline 7683 \end{array}$ ⑨

Write the letters which match the answers.
You will find the name of a fruit.

I - 2949	E - 5785	P - 4726
P - 2837	E - 7683	L - 3859
A - 6786	N - 1872	P - 8272

P	I	N	E	A	P	D	L	E
①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

Fonte: A pesquisa

Aula 4

Foi na aula 4 que conseguimos fazer o *link* com o tema “Comunicação”.

Nas aulas de História, os alunos utilizaram o tema meios de comunicação para montar uma linha do tempo como mostra figura 37.

Figura 37 – Linha do tempo de alguns meios de comunicação

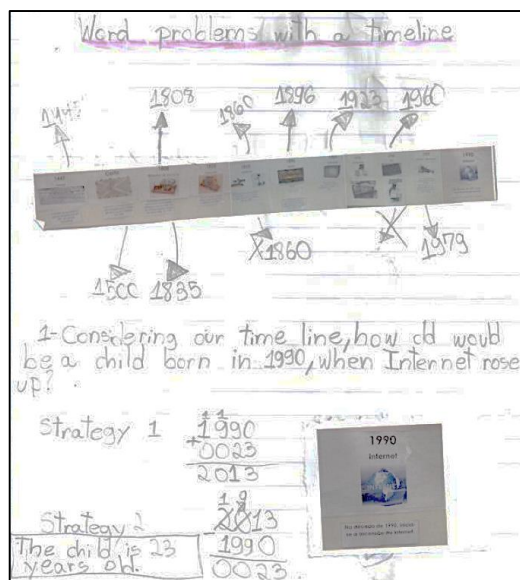


Fonte: A pesquisa

A montagem da linha foi feita pela professora de Português. Ela distribuiu as imagens e os textos aos alunos, estes deveriam organizá-los de acordo com o ano de cada meio de comunicação, utilizando a ordem crescente. Após organizado, os alunos iam lendo as descrições e fazendo as associações aos respectivos meios de comunicação.

Baseadas nessa linha, elaboramos com os alunos algumas situações-problema. A figura 38 apresenta um dos problemas elaborados e sua resolução.

Figura 38 – Situação-problema usando a linha do tempo¹⁶



Fonte: A pesquisa

¹⁶ Tradução: Situações-problema com uma linha do tempo. 1 – Considerando nossa linha do tempo, quantos anos teria alguém nascido em 1990 quando a Internet estava surgindo?

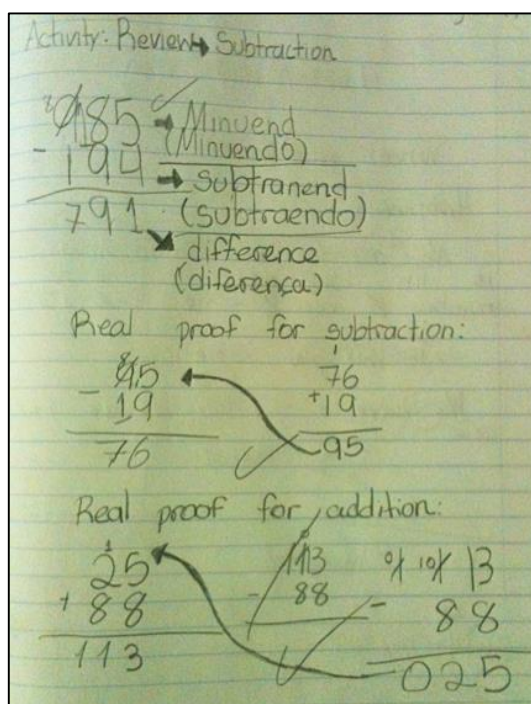
Notamos que a aluna registrou duas possíveis estratégias de resolução. Na estratégia 1, ela realizou uma adição, escreveu os números 1990, deixou um espaço, escreveu o resultado 2013 e chegou a 0023. Na estratégia 2, a aluna realizou a convencional subtração. Ou seja, explorou duas formas diferentes de se resolver um mesmo problema.

Aula 5

Finalizamos essa lição sobre adição e subtração conversando sobre a aprendizagem matemática e registrando algumas conclusões.

Conversamos com os alunos sobre a terminologia própria da subtração, retomamos a troca de dezenas e centenas, quando houvesse a necessidade, e encerramos falando de operação inversa e de como checar o resultado de uma adição e de uma subtração, conforme indicado pela figura 39.

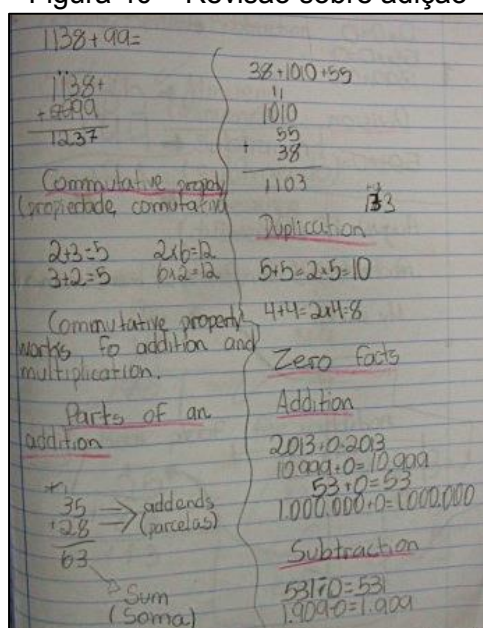
Figura 39 – Revisão sobre subtração



Fonte: A pesquisa

Guiamos a mesma conversa voltada para adição. Retomamos a resolução de adição com agrupamento. Registramos nossas conversas, normalmente realizadas nos momentos de Group Meeting sobre a propriedade comutativa, elemento neutro, duplicação e a terminologia própria da adição, como indica a figura 40.

Figura 40 – Revisão sobre adição



Fonte: A pesquisa

O objetivo dessa aula foi realmente fazer uma síntese do que havíamos estudado sobre as operações de adição e subtração. Nessa aula, não estávamos integrando o tema ou propondo a resolução de problemas, mas sim sintetizando nossas experiências.

Descrição e análise de pré e pós-testes

Realizamos um pré-teste simples baseado em nosso objetivo principal sobre adição e subtração: “Resolver operações de adição e subtração de dois e três dígitos com e sem reagrupamento.”.

Diante disso, tínhamos um fato básico de adição com dois números de um dígito. Outra operação de adição sem agrupamento e uma com agrupamento. Esse mesmo padrão utilizamos para a subtração, um fato básico, uma subtração com agrupamento e outra sem.

Dos 20 alunos, 8 apresentaram melhoras no pós-teste, 3 alunos não realizaram os dois testes e 9 alunos mantiveram os mesmos resultados do pré-teste.

As maiores dificuldades, tanto no pré quanto no pós-teste, estavam relacionadas à adição e subtração com agrupamento.

Por se tratar de uma sala multisseriada, de acordo com os resultados, dos 9 alunos que mantiveram os mesmos resultados, encontramos que 4 alunos eram do 1º ano e que teriam mais dois anos no ciclo para se apropriar desse conteúdo. Outros 2 alunos eram do 2º ano e 3 eram do 3º ano. Esses 3 alunos do 3º ano

estavam finalizando o ciclo primário I e precisavam desse conhecimento. Diante disso, mesmo com o encerramento do trimestre e do conteúdo de adição e subtração, os alunos de 2º e 3º anos foram atendidos em minilições para que pudessem atingir o domínio dessas operações.

Podemos afirmar que, após as minilições, os alunos foram capazes de realizar as operações com agrupamento.

Descrição e análise da entrevista

O quadro 10 traz uma entrevista, que teve como objetivo descobrir, com mais profundidade, o conhecimento dessa aluna sobre adição e subtração, e, em seguida, auxiliar a ampliação do conhecimento sobre o conteúdo.

Quadro 10 – Exemplo de entrevista e minilição sobre adição e subtração

<p>Entrevista – Adição e subtração Duração: 11'30"</p> <p>P : Professora A: Aluna</p>
<p>Parte 1</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. P: We are going to talk a little bit about addition and subtraction, ok. Do you know addition and subtraction? 2. A: Eu sou, eu não so... eu não tô boa no subtraction, só que na addition eu tô. 3. P: so let's learn subtraction now! Let's see. I'm gonna put a very easy one here for you... 4. A: Ai esse daqui eu já sei. 5. P: Let's see additions first. 6. A: É muito moleza essa daqui. 7. P: Easy! 8. A: Ai, eu faço a mesma coisa na minha casa. 9. P: Can you tell me what you did here? Can you read it to me? <div data-bbox="338 1525 531 1765" style="text-align: center;"> </div> <ol style="list-style-type: none"> 10. 11. A: Por que se, se nov... dez mais cinco é igual a 15 e se a gente tira 1 do cinco e coloca no nove porque se a gente faz nove mais cinco não é igual a 15, a gente tem que tirar um do cinco e colocar lá no nove, igual a 14. 12. P: Wow, where did you learn this? 13. A: Meu pai! 14. P: Oh! Ok! Ok, go ahead. (aluna continuou resolvendo as demais operações) 15. P: Can you read to me what you have to do?

16. A: twelve plus six.

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 6 \\ \hline 18 \end{array}$$

17.

18. P: Equals? (aluna ficou pensando)

19. P: You know what's happening... I think you are trying to do this: thirteen, fourteen, fifteen, sixteen... Instead of counting by one, look, you have to start from the unit, so 2 units plus 6 units?

20. A: 12.

21. P: 2 plus 6?

22. A: Eight.

23. P: Eight! So put 8 here.

24. A: Dezoito.

25. P: And one plus nothing.

26. P: And here? Start from the unit.

$$\begin{array}{r} 28 \\ + 4 \\ \hline 32 \end{array}$$

27.

28. A: Aqui vai ter que ser três.

29. P: First start from the unit.

30. A: É trinta e dois.

31. P: Thirty two. How do you know it's thirty two?

32. A: Porque se eu tinha oito e mais dois igual a dez e se, se eu coloco um quatro, eu coloco outra coisa que vai ser igual a 2 porque aí eu tiro dois do quatro e coloco lá no trinta porque vai forma já dez.

33. P: Hmmm, very good! (Aluna continuou resolvendo as demais operações.)

34. A: Meu pai ta me ensinando bastante conta de matemática, eu tenho um caderno de matemática!

35. P: And in school, are you learning anything?(risos)

36. A: Sinalizou sim com a cabeça. (risos)

37. P: hm! (risos e a aluna começou a resolver a próxima operação.)

$$\begin{array}{r} 1 \\ 148 \\ + 57 \\ \hline 205 \end{array}$$

38.

39. A: Aqui é cinco e aqui é um.

40. P: Ok! So, let's go! (Aluna ficou pensando.)

41. P: One plus four?

42. A: Dei... cinco, eu acho que aqui é dez.

43. P: There you go, congratulations! In addition you are very good! Now let me see subtraction.

Parte 2

(A professora escreveu algumas subtrações. A aluna começou a resolver a primeira delas.)

$$\begin{array}{r} 28 \\ - 3 \\ \hline 25 \end{array}$$

44.
 45. P: Can you read the first one to me?
 46. A: Ah esse daqui eu já sei... 25!
 47. P: Good job! Twenty-five!
 (A aluna disse vinte e cinco, mas escreveu 24 para o resultado de 28-3 e rapidamente alterou para 25.)
 48. P: Twenty-four?
 49. A: Ai... eu não sou tão boa nisso... porque, porque aqui... na adição vinte e cinco mais três é igual a oito, então vinte e oito menos três igual vinte e cinco.

$$\begin{array}{r} 99 \\ - 37 \\ \hline 62 \end{array}$$

50. P: You have very good strategies. And this one?
 51. A: Sessenta e dois.
 52. P: Ok, don't try to guess. I want to see you starting from the unit, so start! Nine minus seven?
 53. A: Nine minus seven...
 54. P: Nine... take out seven.
 55. A: Two... porque se sete mais dois é igual a nove, nove menos ...
 56. P: Very good! Inverse operation. And? (E a professora apontou para as dezenas)
 57. A: Nove menos três é igual... a seis.
 58. P: You are right! Sixty-two!
 59. A: Porque se sete menos três é igual a cinco, então se eu coloco cinco mais um é igual a seis.
 60. P: Seven minus three equals five?
 61. A: Quatro.
 62. P: Hmm! So actually it's like this, you are using the inverse operation, if six plus three is nine, nine minus three is?
 63. A: Seis.

Parte 3

$$\begin{array}{r} 80 \\ - 26 \\ \hline 66 \end{array}$$

64. P: Six. And the last one.
 65. A: É mais fácil.
 66. P: Easy?!
 67. A: Ahã!
 68. P: Hmmm...It's tricky.
 69. A: Porque se zero mais seis é igual a seis.
 70. P: It's a trick! Look at this. Eighty minus twenty-six. (professora reescreveu a operação).
 71. P: Zero, look at my hands. I have zero. Can I take six?
 72. A: Não, ahhh eu peço pro vizinho.

73. P: Ãhã.
 74. P: Ok, you have eight, your neighbor has eight. You are gonna ask one to your neighbor.
 75. A: Ai ele vai ficar com sete.
 76. P: yeah!
 77. A: Ai esse daqui, dez menos seis... quatro.
 78. P: Four!
 79. A: Sete menos dois, cinco.

$$\begin{array}{r} 7 \\ 80 \\ - 26 \\ \hline 54 \end{array}$$

80.
 81. P: Good job! Let's practice a little bit more the subtractions you have to ask your neighbor something.
 82. A: Oito minutos e seis, sete... (risos. Enquanto a professora escrevia novas subtrações a aluna olhou para o cronometro do gravador).
 83. P: (risos) Look at this one. (professora escreveu 91-18) Let me see this. Ninety-oneminuseighteen.
 84. A: Aqui vai dar sete.
 85. P: Ah ah. Pay attention to the trick. You are doing eight minus one or one minus eight?
 86. A: One minus eight.
 87. P: All right, how do you do that? Here you were doing zero minus six. (professora apontou para a operação anterior) here is one minus eight. I have one, can I take eight?
 88. A: Não, então eu peço pro vizinho. Ele tem nove, esse daqui vai ficar com oito e esse aqui fica com onze. Onze menos oito é igual a três.
 89. P: Three!
 90. A: Oito menos um é igual a sete. Setenta e três.

$$\begin{array}{r} 8 \\ 91 \\ - 18 \\ \hline 73 \end{array}$$

91.
 92. P: And the two last ones to see if you are paying a lot of attention. Be careful with the trick ok. I'm gonna put a trick here for you.

$$\begin{array}{r} 38 \\ - 25 \\ \hline 13 \end{array}$$

93. A: nove...
 94. P: Pay attention... pay attention, it's a trick.
 95. A: oito menos cinco igual a três, porque dá pra tirar oito menos cin... tira o cinco do oito... mais esse daqui... é um... treze!
 96. P: Perfect!
 97. A: Essa daqui dá... dá pra tirar... essa daqui dá pra tirar? Dá!

$$\begin{array}{r} 83 \\ - 29 \\ \hline 54 \end{array}$$

98.
 99. P: Yes? You have three, you have to take nine.
 100. A: Acho que não dá. Então esse daqui vai ficar com sete e esse com treze. Então aqui a resposta é dois.
 101. P: Two?
 102. A: Quatro!
 103. P: Nine to get to thirteen... ten, eleven, twelve, thirteen. Four! There you go!
 104. A: Sete menos dois, nove.
 105. P: Seven minus two, nine?
 106. A: Ah é subtração! (E corrigiu riscando o nove e escrevendo cinco)
 107. P: Thank you very much! Congratulations!

Fonte: A pesquisa

Parte 1

Sentimos a aluna muito a vontade pelo tom de voz e expressão corporal. Começamos com uma adição básica e a aluna logo disse que era fácil. Resolveu com facilidade e apresentou a estratégia utilizada, sendo esta o arredondar para 10. Mentalmente, ela deu uma unidade do cinco para o nove, com isso, formou 10 com mais 4 que havia sobrado do 5, chegou ao resultado 14, como ela explica no item 10 da entrevista.

Fomos aumentando o nível das operações de adição e percebendo que a aluna estava tentando fazer tudo mentalmente, ela hesitava um pouco em usar os cubos e material base 10 que tínhamos disponível ou mesmo em usar os dedos, pois queria fazer mentalmente. Ela hesitava inclusive a escrever a dezena que estava mandando para a ordem vizinha, como mostra figura 41 a seguir:

Figura 41 – Adição #1 com agrupamento

$$\begin{array}{r} 28 \\ + 4 \\ \hline 32 \end{array}$$

Fonte: A pesquisa

No entanto, com números maiores a aluna começou a detalhar mais o seu registro, como indica figura 42, quando a aluna registra o agrupamento de dezenas e centenas.

Figura 42 – Adição #2 com agrupamento

$$\begin{array}{r} 1 \\ 148 \\ +57 \\ \hline 105 \end{array}$$

Fonte: A pesquisa

Percebemos que, em adição, como a aluna havia falado no início da entrevista, ela apresentava domínio. Partimos, então, para a subtração.

Parte 2

Percebemos que a aluna continuava tentando realizar cálculos com rapidez e acabava, com isso, se confundindo, no entanto, dominava subtração sem agrupamento.

A aluna também tinha uma estratégia que a ajudava, era a checagem da subtração utilizando a operação inversa que ela comenta nos itens 57, 63 e 67 da entrevista.

Parte 3

Na terceira parte dessa entrevista, nossa ideia era uma última subtração para a aluna realizar. No entanto, percebemos que era preciso uma minilição sobre subtração com agrupamento, e acabamos realizando e discutindo uma série de outras subtrações. Deixamos a aluna realizar sozinha a primeira subtração com agrupamento e detectamos uma dificuldade, como mostra a figura 43.

Figura 43 – Subtração #1 com agrupamento

$$\begin{array}{r} 80 \\ -26 \\ \hline 66 \end{array}$$

Fonte: A pesquisa

Ao invés de fazer zero menos seis, a aluna estava fazendo seis menos zero. No entanto, nos primeiros questionamentos que fizemos a aluna logo percebeu seu

erro (item 80 da entrevista). Com os questionamentos, ela conseguiu realizar corretamente essa operação. Escrevemos, então, mais algumas subtrações.

Dentre as últimas subtrações propostas, colocamos duas com agrupamento e uma sem, mas a aluna se confundiu e só conseguiu resolver com os questionamentos da professora.

Concluimos que essa aluna estava desenvolvendo seu conhecimento sobre subtração e que precisaria de mais experiências com esse conteúdo e mais minilições para atingir o domínio.

Além das minilições, percebemos nessa entrevista que:

- A aluna estava feliz e interessada em compartilhar seus pensamentos matemáticos;
- A aluna estava desenvolvendo uma série de mecanismos de cálculo para agir com rapidez diante das operações;
- Tinha o apoio em casa, quando ela menciona que havia aprendido tais estratégias com seu pai e, em outro momento, quando ela diz, que, em casa, ela tem um caderno de matemática;
- A aluna apresentou domínio das operações sem agrupamento e necessidade de apoio diante de situações com agrupamento, pois terminou ainda precisando ser questionada para conseguir realizar as operações corretamente. Podemos dizer que esse apoio que ainda era necessário situava a aluna no que Vigotsky (1994) chama de “zona de desenvolvimento proximal”, uma fase na qual as crianças realizam as atividades apenas com o apoio de algum adulto e é com esse apoio que a criança se tornará capaz de realizar as atividades com autonomia;
- A linguagem, no caso, o Inglês, não foi mais uma vez barreira para a aprendizagem. A aluna compreendia todos os questionamentos em Inglês, mas, nessa ocasião, escolheu responder em Português.

Embora não seja objetivo dessa pesquisa, para investigações futuras, enquanto professora-pesquisadora, ao transcrever essa entrevista, refleti muito sobre a minha prática e linguagem enquanto professora. Percebi erros de Inglês e me perguntei várias vezes por que usei tanto o termo “neighbor” (vizinho) e o termo *trick* (pegadinha). Acredito que essa percepção e reflexão sobre minha prática foi um ganho muito precioso que ocorreu devido a essa atividade profunda de investigação, observação, análises e conclusões.

3.3.1 Considerações finais acerca da unidade sobre adição e subtração

Qual a relevância do conteúdo para os anos iniciais?

Nos anos iniciais do ensino fundamental, adição e subtração estão inseridas, junto com multiplicação e divisão, no bloco números e operações proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997).

De acordo com os PCN (BRASIL, 1997), quando os alunos se depararam com situações-problema — envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação, eles estão ampliando seu conceito de número, compreendendo o significado de cada operação e a relação existente entre elas.

Dentre os conteúdos de adição e subtração propostos para o primeiro ciclo do ensino fundamental I, temos (BRASIL, 1997, p.51):

- Análise, interpretação, resolução e formulação de situações-problema, compreendendo alguns dos significados das operações, em especial, da adição e da subtração;
- Cálculos de adição e subtração, por meio de estratégias pessoais e algumas técnicas convencionais.

Abordamos esses conteúdos tanto nas situações iniciais propostas para resolver algumas operações sem lápis e papel, quanto na resolução de problemas com a linha do tempo.

- Reconhecimento de que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e de que diferentes operações podem resolver um mesmo problema.

Um exemplo desse conteúdo foi quando resolvemos o problema de quantos anos teria alguém nascido no mesmo ano que a Internet atingiu seu auge e, para isso, resolvemos usando tanto a subtração $2013 - 1990$, quanto a adição $1990 + 123$ mais o que igual a 2013, de acordo com a figura 38 desse capítulo.

- Construção dos fatos básicos das operações a partir de situações-problema, para constituição de um repertório a ser utilizado no cálculo.

Esse conteúdo foi sendo trabalhado ao longo das aulas e junto com a rotina do MathFacts cujo objetivo era justamente auxiliar os alunos a atingir o domínio de fatos básicos para construção de um repertório de adições e subtrações básicas que os ajudassem com cálculos e problemas mais complexos.

- Organização dos fatos básicos das operações pela identificação de regularidades e propriedades;

- Utilização da decomposição das escritas numéricas para a realização do cálculo mental exato e aproximado;
- Utilização de estimativas para avaliar a adequação de um resultado e uso de calculadora para desenvolvimento de estratégias de verificação e controle de cálculos.

Tais conteúdos eram praticados diariamente durante os momentos de Group Meeting quando discutíamos o conteúdo das aulas sobre adição e subtração, regularidades e propriedades, como a comutativa e o elemento neutro. As listas de exercícios disponibilizadas nos momentos de WOW também eram uma forma de os alunos praticarem tais conteúdos. Um exemplo está na lista de exercício apresentada na figura 44 sobre decomposição numérica.

Figura 44 – Lista de exercícios sobre decomposição de números de quatro dígitos

2. Write the numbers.

(a) $5000 + 200 + 70 + 8 = 52078$

(b) $2000 + 50 = 2050$

(c) $4000 + 200 + 7 = 4207$

(d) $6000 + 30 + 5 = 6035$

Fonte: A pesquisa

Como ocorreu a aprendizagem baseada em projetos?

O projeto nessa lição ficou menos evidente. Nosso maior objetivo foi ensinar o conteúdo de matemática de adição e subtração de forma problematizada, de um modo que os alunos fizessem descobertas e que entendessem o algoritmo das operações para que a matemática fizesse mais sentido.

Buscamos a integração com o tema comunicação, após termos já ensinado o conteúdo matemático e como forma dos alunos aplicarem o que tinham aprendido. Diante disso, não estávamos mais ensinando utilizando a metodologia de resolução de problema e sim ensinando para a resolução de problemas (ALLEVATO, 2005).

Entendemos que, pelo fato de termos utilizado o tema comunicação e a linha do tempo realizada nas aulas de História, estávamos propondo uma integração, o que, de acordo com Torres (1998), seria o eixo comum para todas as propostas de trabalho com projetos; no entanto, essa integração interferiu na forma como estávamos ensinando matemática. Os problemas criados e propostos com a linha do tempo eram uma forma dos alunos aplicarem o que haviam aprendido e não de aprenderem matemática.

Como ocorreu a aprendizagem baseada em resolução de problema?

Como comentamos anteriormente, houve um momento em que a matemática que havia sido ensinada estava sendo utilizada para a resolução de problemas, no entanto essa matemática foi ensinada por meio da metodologia de resolução de problemas.

Onuchic (2008) destaca que não há formas rígidas de ensinar por meio da resolução de problemas, no entanto, desenvolveu um roteiro que pode auxiliar no trabalho com essa metodologia.

Analisando o roteiro proposto por Onuchic e essa lição, chegamos às seguintes conclusões:

- Formar grupos e entregar uma atividade – essa é a primeira etapa do roteiro e o objetivo é fazer com que os alunos vivenciem um processo colaborativo de forma que possam aprender uns com os outros. Em nossa lição, nosso primeiro problema foi definir a adição. Essa questão os alunos responderam em seus cadernos de matemática individualmente, mas logo em seguida, organizamos os alunos em pequenos grupos, entregamos algumas operações e pedimos que resolvessem e provassem o resultado sem utilizar lápis e papel; fazendo uso material base 10 ou outros objetos da sala.
- O papel do professor – a segunda etapa do processo diz respeito ao professor, o qual deixa de comunicar o conhecimento para observar e lançar questões desafiadoras que ajudem os alunos na resolução do problema. Foi o que buscamos fazer com essa lição, ao invés de dizer aos alunos como resolver uma adição e subtração, pedimos que, em grupos, eles encontrassem diversas formas de resolver tais operações.
- Resultados na lousa – A próxima etapa do roteiro trata de colocar os resultados na lousa. Por se tratar de crianças, conforme os alunos apresentavam suas descobertas, a professora fazia as anotações na lousa.

- Plenária – Discussão das diferentes estratégias. Os alunos explicavam o que haviam pensado, ouviam uns aos outros e, com isso, construíam seu conhecimento sobre adição e subtração.
- Análise dos resultados – Nessa fase, discutimos com nossos alunos as diferentes estratégias apresentadas.
- Consenso – Após a plenária e a análise dos resultados, chegamos ao consenso de que o uso do algoritmo da adição era uma forma mais fácil e rápida de resolução, e juntos também conceituamos adição e subtração.
- Formalização – Nessa última etapa do roteiro, baseado nas discussões e descobertas feitas em conjunto com os alunos, o professor, na lousa, coloca as definições, identifica as propriedades, faz as demonstrações e uma síntese do que se procurou aprender com o problema proposto. A formalização ocorreu na aula 6, quando buscamos revisar com os alunos o que eles haviam aprendido ao final do trimestre sobre adição e subtração.

Outros recursos contribuíram com a aprendizagem?

Os exercícios de prática continuaram apoiando a aprendizagem matemática nessa lição e o material concreto contribuiu para as descobertas realizadas.

Concluimos com essa unidade que:

- Os alunos tiveram a oportunidade de aprender adição e subtração de diferentes maneiras, isso foi um fator positivo para a aprendizagem de um maior número de alunos;
- As entrevistas, em se tratando desse conteúdo, foram extremamente importantes para os alunos que tinham dificuldade de acompanhar as descobertas dos colegas durante as aulas e para aqueles que se distraíam com mais facilidade. Foi somente por meio do trabalho individualizado, do manuseio do material concreto para, depois, chegar ao algoritmo das operações que alguns alunos se tornaram capazes de adicionar e subtrair;
- Sentimos um maior aprofundamento no conteúdo matemático dessa lição;
- Prevaleceu, nessa unidade, o ensino por meio de resolução de problemas e menos da teoria de projetos;
- O ensino por projeto apareceu somente no final da unidade com a proposta de uso da linha do tempo da história de alguns meios de comunicação para a aplicação do conteúdo matemático.

3.4 Unidade de estudo IV – Medidas

No primeiro trimestre com os alunos de 1º, 2º e 3º anos do ensino fundamental I, tínhamos, dentre alguns dos nossos objetivos e necessidades, explorar com as crianças o conhecimento sobre seu entorno; sendo assim, os alunos deveriam estudar os mapas, os bairros, a cidade e os pontos cardeais. Foi utilizando esse conteúdo que integramos a matemática e o tema do trimestre.

Conectado com o tema do trimestre – Comunicação – propusemos aos alunos as seguintes questões: “Os mapas comunicam algo?” e “O que eles podem comunicar?”¹⁷.

Integrando o tema comunicação e as disciplinas de Geografia e de Matemática, desenvolvemos nossos objetivos sobre unidades de medida linear. Dentre as atividades dessa unidade de estudo, os alunos precisavam localizar o bairro da escola e o bairro de suas casas em uma mapa da cidade. A matemática foi mobilizada no momento quando eles precisaram estimar a distância entre casa e escola como ponto de partida para os nossos estudos sobre medidas.

Tínhamos como objetivos de Matemática tornar os alunos capazes de:

- Identificar instrumentos familiares de medição, tais como régua, escala, termômetro;
- Medir comprimento usando unidade não padrão;
- Fazer medições lineares em milímetros, centímetros e metros;
- Saber que $1\text{m} = 100\text{cm}$;
- Conhecer abreviaturas: mm, cm, m;
- Estimar medidas lineares, e, depois, medir para verificar estimativas;
- Determinar quando a estimativa de uma medida é racional;
- Utilizar instrumentos de medida, usuais ou não, estimar resultados e expressá-los por meio de representações não necessariamente convencionais.

Descrição e análise da observação participante e dos registros dos alunos

Aula 1

A primeira atividade dessa unidade de estudo foi contextualizar a matemática com o tema do trimestre e com o que os alunos estavam estudando nas aulas de Geografia por meio das questões apresentadas anteriormente: “Os mapas comunicam algo?” e “O que eles podem comunicar?”. Nessa discussão inicial,

¹⁷Do maps communicate anything? What can they communicate?

algumas das respostas foram: “os mapas podem comunicar onde ficam os lugares”, “onde fica minha casa”, “se é perto ou se é longe”, “o Google maps comunica quanto tempo gasta”.

Após a discussão, pedimos que os alunos fechassem os olhos e fizessem mentalmente o trajeto de casa para escola. Seguido desse exercício mental, cada aluno pegou seu caderno de Geografia em que tinham um mapa da cidade de Bauru com o bairro da escola e de sua casa já assinalados, como indica a figura 45.

Figura 45 – Mapa de Bauru com o trajeto casa – escola traçado por um aluno



Fonte: A pesquisa

Pedimos que, baseado no exercício mental que tinham acabado de fazer e observando o trajeto traçado no mapa, anotassem uma primeira estimativa referente à distância de um lugar a outro.

Aula 2

Feita a primeira estimativa sobre a distância de casa até a escola, continuamos o trabalho com o conteúdo sobre medidas.

Nesse momento, os alunos pegaram seus cadernos de matemática e responderam a seguinte questão: “O que é unidade de medida linear para você?”. Feito isso, os alunos guardaram seus cadernos e começaram a realizar atividades práticas de medição. Dessa maneira, a figura 46 mostra que em uma das mesas da sala, disponibilizamos vários instrumentos, tais como: termômetro, relógio, régua, fita métrica e balança.

Figura 46 – Instrumentos de medida



Fonte: A pesquisa

Ao verem todos aqueles objetos disponíveis, a primeira reação dos alunos foi a de querer manuseá-los. Demos 10 minutos para os alunos manusearem os objetos e, depois, com os alunos organizados ao redor da mesa, perguntamos o que tínhamos ali e para o que cada um servia. Os alunos falaram que o termômetro era para medir temperatura, o relógio media o tempo, balança media peso, e que a régua e a fita métrica mediam “tamanho”.

Continuamos questionando os alunos sobre o que obtínhamos após medir a temperatura de algo. A primeira resposta foi “Celsius”. Dissemos que poderia ser “Celsius” ou “Fahrenheit” ou, ainda, outra unidade de medida, então, “O que é Celsius e Fahrenheit?”. Chegamos à palavra “graus”. Continuamos questionando sobre o que obtínhamos com o relógio, balança e com a régua. Listamos para o relógio: horas, minutos e segundos; para a balança, a primeira palavra foi “peso”, até chegarmos a quilogramas e gramas; para a régua, foi um pouco mais difícil. Eles manusearam a régua, pegaram a fita métrica, e só depois chegaram a centímetros, metros e milímetros. Questionando os alunos, a professora-pesquisadora foi anotando algumas conclusões sobre unidades de medidas em um cartaz (figura 47).

Figura 47 – Cartaz: Unidades de medida



Fonte: A pesquisa

Explicamos que nosso foco seria nos centímetros, metros e quilômetros, e que essas unidades de medida são conhecidas como lineares.

Aula 3

Em nosso próximo encontro sobre medidas, propomos a seguinte situação aos alunos:

*We have a problem! We need to measure the carpet, table, door and the white board from our classroom, but we can't use any tool of measurement, how can we measure them, though?*¹⁸

¹⁸ Temos um problema! Precisamos medir o tapete, a mesa, a porta e a lousa branca, mas não podemos usar instrumentos de medida, como podemos medir esses objetos?

Os alunos começaram a dar suas opiniões utilizando partes do corpo ou objetos para fazer as medições. Delimitamos o uso de mãos, pés ou antebraço. Fizemos pares de alunos, sendo um aluno maior e outro menor, pois mãos, pés e antebraço seriam de tamanhos diferentes, o que geraria medidas diferentes. Pedimos que os dois medissem um mesmo objeto ou mesma parte da sala, usando uma parte do corpo comum para a dupla. Os pares mediram e encontraram divergências no resultado. Fizeram anotações em seus cadernos.

Como observamos na figura 48, a dupla escolheu medir a porta da sala com as mãos. Para o aluno, a porta mediu “7 mãos” e para a aluna o resultado foi “8 mãos”.

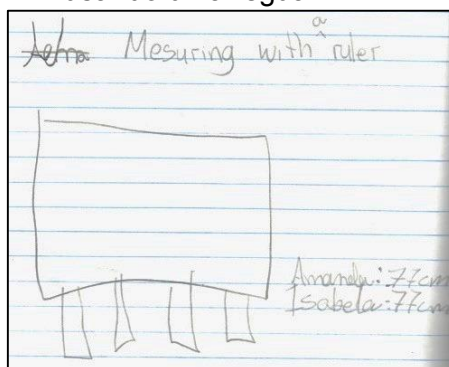
Figura 48 – Registro de um aluno em seu caderno de matemática sobre medidas não padrão



Fonte: A pesquisa

Continuamos problematizando e perguntamos aos alunos como resolver essa diferença nas medidas encontradas até chegarmos ao uso da régua e na importância de uma medida padrão. Os alunos voltaram a medir o mesmo objeto ou parte da sala, usando a régua e chegaram à mesma medida. Na figura 49 observamos as anotações de uma dupla de meninas que mediu a largura da mesa e encontraram medida igual a 77 cm.

Figura 49 – Registro de uma aluna em seu caderno de matemática sobre medidas usando uma régua




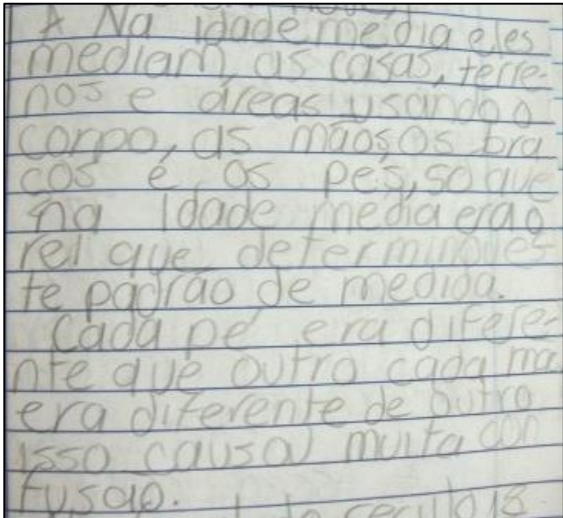
Fonte: A pesquisa

Foi uma atividade muito interessante de ser desenvolvida. Vimos movimento na sala de aula e uma aula de matemática muito diferente daquela em que o professor explica o conteúdo e os alunos resolvem exercícios. Mas diferente das aulas tradicionais, esse tipo de aula leva mais tempo, os alunos ficam mais agitados e requer mais esforço do professor. No entanto, os ganhos em termos de experiência e envolvimento com a matemática interferem positivamente na relação desses alunos com a aprendizagem.

Finalizamos essa aula com a partilha dos alunos sobre a experiência que tiveram ao medir com partes do corpo e, depois, com régua e fitas métricas os objetos. Os alunos perceberam que medir com os instrumentos de medida era mais fácil e com eles não havia divergências. Utilizamos, para encerrar essa aula, como recurso, a história da matemática para contar aos alunos que, antigamente, as medidas eram baseadas no tamanho de partes do corpo de um rei. Com a morte do rei, mudavam-se as medidas; foi então, que resolveram criar um sistema padrão. Para aqueles que quisessem saber mais sobre a história das medidas, disponibilizamos o exemplar da revista *Ciência Hoje das Crianças* (ano 26, n.264, setembro de 2013) para leitura em casa ou em sala de aula.

Um dos alunos que levou a revista para ler em casa realizou o seguinte registro sobre o assunto (quadro 11):

Quadro 11 – Atividade de leitura e escrita sobre o conteúdo de medidas

	 <p>Na idade média eles mediam as casas, terrenos e áreas usando o corpo, as mãos, os braços e os pés, só que na idade média era o rei que determinava o padrão de medida. Cada pé era diferente que outro cada mão era diferente de outro isso causou muita confusão.</p>
---	--

Fonte: A pesquisa

Além de tratar de um material lúdico, pois era uma revista voltada para o público infantil, o contato com esse material integrou Matemática, História, leitura e escrita.

De acordo com os PCN, a história da matemática apresenta contribuições importantes para o processo de ensino e aprendizagem:

ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente. (BRASIL, 1997, p.34)

Por meio da história da matemática, o professor pode desenvolver atitudes e valores, além da conexão entre conceitos e histórias tornarem-se grandiosos veículos de informação cultural, sociológica e antropológica. Esse recurso também pode servir para esclarecer ideias matemáticas para alunos mais questionadores e pode também contribuir para a formação de um olhar mais crítico sobre conceitos matemáticos (BRASIL, 1997).

As atividades de exploração, o recurso da história, a conexão com algo externo à escola representado pela distância entre lugares da cidade foram elementos muito importantes para o envolvimento dos alunos com a Matemática e com o problema inicial de descobrir a distância de um lugar a outro.

Aula 4

Iniciamos um novo momento da aula de medidas. Sentados em roda, conversamos com os alunos que, assim como no nosso sistema de numeração decimal, quando agrupamos 10 unidades trocamos por uma dezena, 10 dezenas trocamos por 1 centena, e assim por diante; os agrupamentos também eram importantes para as medidas.

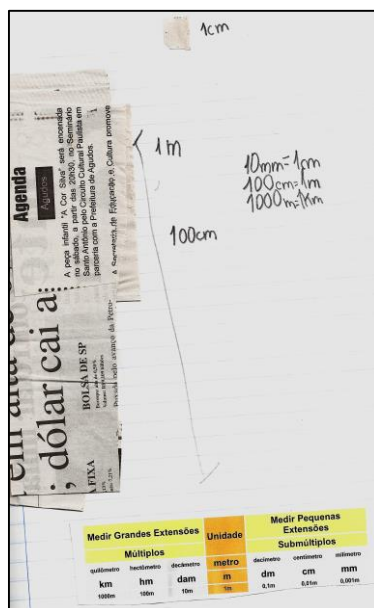
Cada aluno pegou uma régua e, no centro da roda, deixamos uma régua de madeira de 1 metro. Elaboramos algumas questões para discussão: “Qual é a medida da sua régua?”, “Há algum tipo de agrupamento na sua régua?”, “O que você pode perceber ao observar essa régua?” e “O que você pode concluir ao observar a régua maior?”. Com essa conversa, chegamos às seguintes conclusões: ao agruparmos 10 mm formávamos um cm, com 100 centímetros formávamos 1 metro.

Feito isso, cada aluno deveria, então, construir o seu metro de jornal. A professora-pesquisadora realizou o passo a passo da construção do metro de jornal. Ela pegou jornal, recortou tiras, colou um pedaço no outro, mediu 100 cm com uma fita métrica, recortou, colou a tira de jornal de 1 metro em um cartaz e, questionando os alunos, anotou no cartaz que 1m era igual a 100 cm. Esse cuidado em modelar e realizar o passo a passo com os alunos foi extremamente importante para que os alunos pudessem, após a explicação e demonstração da professora, construir seus próprios metros de jornal, recortando, colando e medindo.

Antes que eles iniciassem a construção, perguntamos se haveria outra forma de medir 100 cm sem usar a fita métrica. Os alunos disseram que também era possível fazer isso com a régua de madeira ou com as régua de 30 centímetros. Um dos alunos disse que, se alguém resolvesse usar a régua de 30 centímetros, teria mais trabalho, porque teria que medir 30, depois mais 30, até chegar ao 100. Cada aluno, então, pegou sua régua ou fita métrica e começaram a construção do metro de jornal.

Após explorar o instrumento de medida criado por eles, os alunos dobraram e colaram o metro de jornal no caderno de matemática seguido de algumas anotações, como observamos na figura 50.

Figura 50 – Caderno de um aluno com a colagem do metro feito com jornal



Fonte: A pesquisa

Para finalizar, de maneira lúdica, elaboramos questões orais para os alunos responderem, por exemplo: falávamos 5m e os alunos respondiam 500cm, 8m e os alunos 800cm, 700cm igual a 7m. Fizemos essa atividade com vários números e em seguida, os alunos praticaram a conversão metro-centímetros e centímetro-metro com uma lista de exercícios (Figura 51).

Figura 51 – Lista de exercícios sobre medidas

EXERCISE 1

1. Write in centimeters.

(a) 2 m = 200 cm (b) 3 m = 300 cm
(c) 5 m = 500 cm (d) 9 m = 900 cm

2. Write in meters.

(a) 400 cm = 4 m (b) 600 cm = 6 m
(c) 700 cm = 7 m (d) 800 cm = 8 m

3. Write in centimeters.

(a) 1 m 50 cm = 150 cm
(b) 3 m 28 cm = 328 cm
(c) 5 m 9 cm = 509 cm

4. Write in meters and centimeters.

(a) 210 cm = 2 m 10 cm
(b) 275 cm = 2 m 75 cm
(c) 206 cm = 2 m 6 cm

5. Fill in each with >, < or =.


(a) 135 cm 1 m 40 cm =
(b) 108 cm 1 m 8 cm
(c) 230 cm 2 m 3 cm


Fonte: A pesquisa


Mais listas de exercícios como essa ficaram disponíveis no centro de matemática para ser realizada nos momentos de WOW. A prática também ocorria em casa, por meio de exercícios do site IXL, como mostram as figuras 52, 53 e 54..

Figura 52 – Exercício online sobre medidas: nível básico¹⁹

Which pencil is the **longest**?







Fonte: A pesquisa

Figura 53 – Exercício online sobre medidas: nível médio²⁰

Which is a better estimate for the length of a house key?

7 meters

7 centimeters

Fonte: A pesquisa

Figura 54 – Exercício online sobre medidas: nível avançado²¹

Which is more, 114 centimeters or 1 meter?

114 centimeters

1 meter

neither; they are equal

Fonte: A pesquisa

Aula 5

A próxima etapa foi a de aplicar o conhecimento construído sobre medidas em um contexto real e fomos medir a distância da porta da escola até um shopping próximo. Para essa medição, utilizamos uma fita de 50 metros. Obtivemos uma distância de, aproximadamente, 304 m. Mais uma vez, os alunos puderam vivenciar uma atividade de maneira interessada e envolvente. Por conseguinte, estavam também mais agitados e falantes, pois queriam, de fato, participar da atividade.

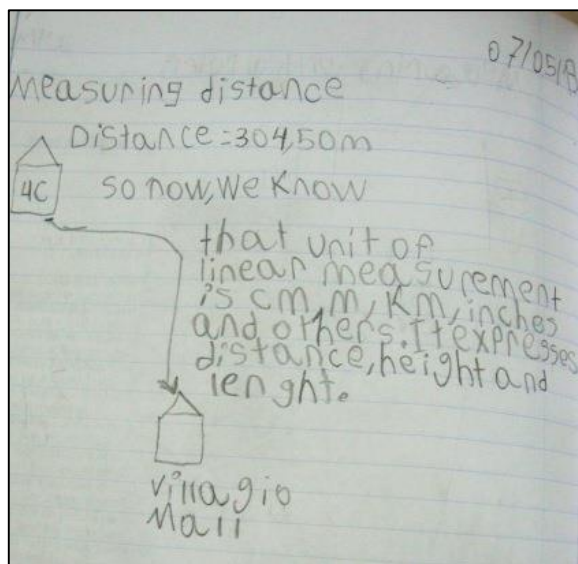
¹⁹Qual lápis é o mais longo?

²⁰Qual é a melhor estimativa para a chave de uma casa?

²¹Qual é maior, 114 centímetros ou 1 metro?

Retornando à escola, os alunos fizeram anotações em seus cadernos de matemática, como observamos na figura 55 e concluímos a pergunta lançada nas primeiras aulas “O que é unidade de medida linear?”.

Figura 55 – Anotação de um aluno sobre a distância escola - shopping²²



Fonte: A pesquisa

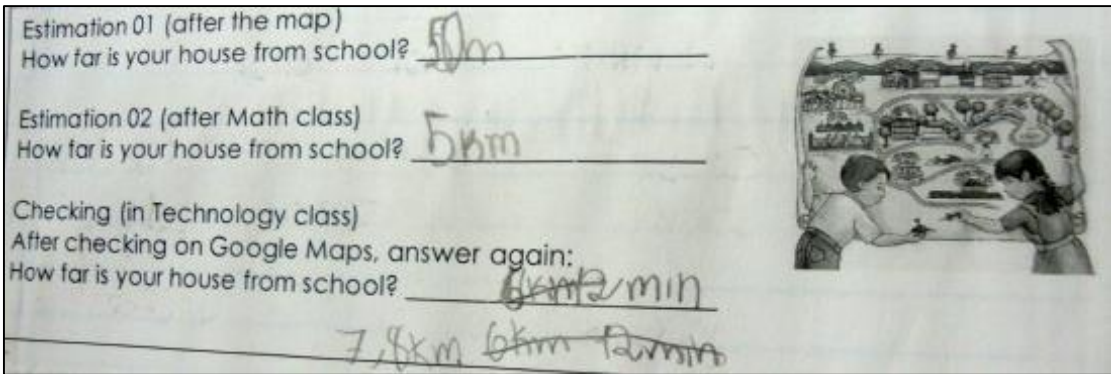
Aula 6

Decorridas essas várias atividades e vivências em torno dos conteúdos de medida, voltamos ao caderno de Geografia para os alunos analisarem a estimativa que fizeram antes de estudar medidas. Pedimos que, baseados em todas as nossas experiências sobre medidas, os alunos repensassem a distância escola-casa e elaborassem uma nova estimativa.

Para finalizar, fomos ao laboratório de informática, cada aluno em um computador checkou a distância entre sua casa e a escola utilizando o Google Maps. Mais um momento de interesse e muito envolvimento dos alunos. Assim que obtinham a distância, eles vibravam com o resultado e comentavam se a estimativa tinha sido próxima ou muito longe da real distância.

Na figura 56 observamos as estimativas e descobertas de uma aluna.

²²Medindo distância. Distância: 304,5m. Agora sabemos que unidade de medida linear é cm, m, km, polegadas e outras. Elas expressam distância, altura e comprimento.

Figura 56 – Estimativas²³


Estimation 01 (after the map)
How far is your house from school? 50m

Estimation 02 (after Math class)
How far is your house from school? 5km

Checking (in Technology class)
After checking on Google Maps, answer again:
How far is your house from school? 7,8km

7,8km 5km 2min

Fonte: A pesquisa

Analisando a figura 56, observamos que inicialmente essa aluna estimou 50 metros para a distância de sua casa até a escola. Após as aulas e as experiências com medidas, sua estimativa passou a 5 km, que, por sua vez, se aproximou da distância encontrada no Google Maps de 7,8 km.

Descrição e análise dos pré e pós-testes

Diferentemente da unidade de números e da unidade de gráficos que tínhamos um conjunto de exercícios sobre o conteúdo a ser respondido antes e após as aulas, nessa unidade, nosso pré e pós-testes estavam baseados nas estimativas dos alunos.

A primeira estimativa da distância da casa até a escola nos deu evidências sobre a noção de distância que os alunos tinham. A segunda estimativa, feita após as aulas, nos indicava se o aluno havia ampliado ou não sua noção de medidas.

Analisando a figura 56, notamos que, baseada em seu conhecimento prévio sobre o assunto, essa aluna estimou que a distância entre sua casa e a escola era de 50 metros. Após as aulas, a aluna demonstrou ter ampliado sua compreensão sobre medidas e sua noção sobre distâncias, pois sua estimativa passou a 5 km. Todas essas estimativas foram feitas individualmente, sem a intervenção ou auxílio de professores e colegas. Essa segunda estimativa foi um ganho muito grande para as professoras e para a aluna, pois, além de ter mudado significativamente de 50 metros para 5 quilômetros, ela se aproximava da real distância de 7,8 km.

Destacamos que esse pré e pós-teste é um exemplo importante de que, mesmo sem uma lista de perguntas e de respostas, sem uma prova formal, foi

²³Estimativa 01 (depois do mapa). Qual é a distância entre sua casa e a escola? Estimativa 02 (após aulas de Matemática). “Qual é a distância entre sua casa e a escola?”. Verificação (na aula de Tecnologia). Após verificar no GoogleMaps, responda novamente: “Qual é a distância entre sua casa e a escola?”.

possível identificar o conhecimento prévio dos alunos sobre medidas e, ao final, identificar os avanços com relação à aprendizagem.

Muitas vezes, deixamos de avaliar e conhecer o que os alunos já sabem por nos determos apenas a resultados de provas, perdemos, com isso, evidências significativas da aprendizagem de nossos alunos.

Descrição e análise da entrevista

Essa entrevista traz o caso de uma aluna que de modo geral tinha facilidade com a matemática, mas por ter apresentado algumas dúvidas nas lições sobre medidas, foi chamada para uma entrevista. Com isso conseguimos uma avaliação mais precisa sobre o conhecimento dessa aluna o que nos levou a concluir que as dificuldades nas aulas poderiam ter sido devido a distrações ou outros fatores, pois a aluno demonstrou ter uma noção muito boa sobre medidas, o que fez também com que a entrevista e a minilição fluíssem com muita naturalidade e tranquilidade, como podemos acompanhar no quadro 12.

Quadro 12 – Exemplo de entrevista e minilição sobre medidas

<p>Entrevista – Medidas Duração: 5'35''</p> <p>P: Professora A: Aluno</p>
<ol style="list-style-type: none"> 1. P: Hello!! I am gonna ask you some questions about measurement. What do you know about measuring? 2. A: That we can measure with the measuring tape, the clock, we can measure the time with the clock... 3. P: wow! She knows a lot! 4. A: we can measure with a ruler. 5. P: And what if I tell you have to measure the classroom, what would you use to measure the classroom? 6. A: A ruler bigger like the one we have in our classroom. 7. P: And what is the size of the big ruler? 8. A: Aluna ficou pensando. 9. P: Do you know? 10. A: Mexeu a cabeça indicando que não sabia. 11. P: What if I tell you the big ruler is one meter. How many centimeters do I have in one meter? 12. A: Aluna pensando. 13. P: Do you remember when we made one meter with newspaper? 14. A: Aluna disse que sim com a cabeça. 15. P: That was one meter, how many centimeters did it have? 16. A: Newspaper? 17. P: Yes, the one that stays in you math notebook. 18. A: Ah! Yes!

19. P: That's one meter, the same size as the meter stick.
20. A: One hundred centimeters.
21. P: Wow! Very nice!
22. P: So I'm gonna write somethings here and I would like you to tell me how many centimeters I have in 1 meter, in 5 meters and in 8 meters.
23. P: How many centimeters in 1 meter?
24. A: One hundred.
25. P: How many in 5 meters?
26. A: Fifty.
27. P: Fifty? If one meter is a hundred...
28. A: Ah, five... five hundred.
29. P: Five hundred!
30. P: What is the symbol for centimeter? It's a hundred what?
31. A: "s"
32. P: "s"? Centimeter.
33. A: "c"!
34. P: We have that in a poster, if you look at the poster you are gonna see. C what?
35. A: "cm".
36. P: "cm"! Very good!
37. P: And 8 meters equals to?
38. A: Eight hundred!
39. P: Eight hundred what?
40. A: Centimeters.
41. P: And now what if I invert... I'm gonna give you 700cm, how many meters?
42. A: Seventy?
43. P: Seventy? Look, eight hundred is 8, seven hundred is?
44. A: Seven!
45. P: Seven! Seven what?
46. A: Centimeters.
47. P: Centmeters? Seven hundred centimeters is 7 centimeters?!
48. A: meters.
49. P: Last questions, can I buy centimeters and meters of rice in a supermarket?
50. A: No.
51. P: Can I measure...
52. A: Nothing to eat we can measure with this, meters and centimeters.
53. P: Hmm, ok! Let me see what else... now you are gonna make some estimations. What is your estimation for the lenght of this paper? What are you gonna use here? Meters or centimeters?
54. A: Centimeters!
55. P: Very good because a meter is very big, right?!
56. A: Yes.
57. A: This is a meter. (A aluna disse "this is a meter" apontando para uma parede).
58. P: To measure the wall I would use meters and to measure the classroom, the library! Yes!
59. P: But here (apontando para uma das dimensões do papel)...
60. A: A escola inteira. (A aluna interrompeu a professora com empolgação ainda pensando no que ela poderia medir com o metro.)
61. P: Yes! The whole school!
62. P: And this paper (apontando novamente para uma das dimensões do papel), how many centimeters do we have?
63. A: Fifty. (A aluna olhou para o papel, apontando o lápis ao longo da dimensão, de forma que parecia estar contando os centímetros.)
64. P: Ok, let's grab a ruler and measure it.

65. A: vinte e nove e...
66. P: Ah... twenty nine centimeters and one, two, three, four, five, six and seven millimeters!
67. P: Ok, you did a very good job!

Fonte: A pesquisa

A aluna começou muito bem expondo seus conhecimentos sobre medidas, como identificamos nos itens 2, 4 e 6 da transcrição da entrevista. Ela apresentou algumas grandezas e instrumentos de medida que ela conhecia, e afirmou que mediria a sala com uma régua grande, fazendo referência à régua que temos em classe.

Precisou de apoio nas conversões de metros e centímetros, mas, com as mediações da professora, a aluna demonstrou ter ampliado sua compreensão sobre a relação metros-centímetros e vice-versa.

No final da entrevista, os itens 52, 57 e 60 demonstram a noção da aluna sobre medidas ao explicar que não compramos comida em centímetros e metros, e ao encontrar outras grandezas que pudessem ser mensuradas com medidas lineares.

3.4.1 Considerações finais acerca da unidade sobre medidas

Essa unidade buscou integrar a matemática com o tema Comunicação e com outras áreas do conhecimento. Conseguimos integrar a matemática e a Geografia com o tema, buscando explorar o que os mapas comunicavam.

A abordagem por projeto nos auxiliou na integração da matemática e a resolução de problemas foi a abordagem utilizada para ensinar matemática.

Baseado em nossas questões de análise, apresentamos nossas conclusões sobre essa unidade de estudo.

Qual a relevância do conteúdo para os anos iniciais?

De acordo com os PCN (BRASIL, 1997), o conhecimento sobre medidas está inserido no bloco de conteúdos “Grandezas e Medidas”. Destaca-se desse bloco o caráter prático e sua relevância social, pois, na vida, as grandezas e as medidas estão presentes na maior parte das atividades que realizamos. Os conteúdos desse bloco permitem que o aluno perceba a matemática como algo necessário para a vida em sociedade, pois, com grandezas e medidas, “a matemática passa a estar ao nosso redor”.

Estão inseridos nesse bloco os seguintes conteúdos (BRASIL, 1997, p.52):

- Comparação de grandezas de mesma natureza, por meio de estratégias pessoais e uso de instrumentos de medida conhecidos —

fita métrica, balança, recipientes de um litro, etc.;

- Identificação de unidades de tempo — dia, semana, mês, bimestre, semestre, ano — e utilização de calendários.
- Relação entre unidades de tempo — dia, semana, mês, bimestre, semestre, ano;
- Reconhecimento de cédulas e moedas que circulam no Brasil, e de possíveis trocas entre cédulas e moedas em função de seus valores;
- Identificação dos elementos necessários para comunicar o resultado de uma medição e produção de escritas que representem essa medição;
- Leitura de horas, comparando relógios digitais e de ponteiros.

O foco dessa lição estava no primeiro conteúdo do bloco: “Comparação de grandezas de mesma natureza, por meio de estratégias pessoais e uso de instrumentos de medida conhecidos — fita métrica, balança, recipientes de um litro, etc.”; mais especificamente, nas medidas lineares. Diante dessa amplitude dos conteúdos apresentados pelos PCN, tínhamos os objetivos de aprendizagem:

- Identificar instrumentos familiares de medição, tais como régua, escala, termômetro;
- Medir comprimento usando unidades não padrão;
- Fazer medições lineares em milímetros, centímetros e metros;
- Saber que um $1\text{m} = 100\text{cm}$;
- Conhecer abreviaturas: mm, cm, m;
- Estimar medidas lineares, e, depois, medir para verificar estimativas;
- Determinar quando a estimativa de uma medida é racional;
- Utilizar instrumentos de medida, usuais ou não, estimar resultados e expressá-los por meio de representações não necessariamente convencionais.

As aulas e atividades dessa lição buscaram atender todos os objetivos que precisávamos desenvolver com o ciclo. Trabalhamos, desde o reconhecimento de instrumentos de medida, até a realização de medições com unidades de medida padrão e não padrão, com estimativas, com a conversão de metros em centímetros e com o reconhecimento e uso de milímetros, centímetros e metros.

A utilidade e a praticidade proporcionada pelo trabalho com medidas é um dos fatores que pode ter tornado essa lição mais interessante para os alunos. Pois, como descrito na análise decorrente da observação participante e dos registros dos alunos, tivemos momentos de muita vibração e interesse, como, por exemplo: o

momento em que tiveram que medir a sala usando partes do corpo, a medida da distância da escola até um shopping próximo e a checagem da distância casa-escola no Google Maps.

Ainda de acordo com os PCN, atividades sobre noções de grandezas e medidas auxiliam na compreensão de conceitos relativos ao espaço e às formas, auxiliam, também, na ampliação do significado dos números e das operações, além de ser um campo propício para uma abordagem histórica.

Como ocorreu a aprendizagem baseada em projetos?

A característica de projeto que marca essa unidade de estudo é a integração com o tema comunicação e a questão “O que os mapas comunicam?”. No entanto, com essa lição, percebemos que a característica mais marcante foi a integração curricular proposta por Torres (1998), que tornou a aprendizagem da matemática mais interessante.

Dentro do projeto cuja temática era comunicação, partimos do que os mapas, que os alunos estavam estudando em Geografia, podiam comunicar para chegar ao estudo sobre medidas.

É nesse ponto da análise que concordamos com Torres (1998, p.25), que:

O currículo pode ser organizado não só em torno de disciplinas, como costuma ser feito, mas em núcleos que ultrapassam os limites das disciplinas, centrados em temas, problemas, tópicos, instituições, períodos históricos, espaços geográficos, grupos humanos, idéias, etc.”

Buscamos, com essa unidade de estudo, ultrapassar os limites da disciplina de Matemática ou de Geografia e explorar os espaços geográficos do bairro da escola e outros bairros da cidade em que as diferentes moradias estavam localizadas, lidar com diferentes ferramentas, desde o manuseio de diferentes instrumentos de medida até o uso de ferramentas tecnológicas, como o Google Maps ao final da lição.

No entanto, reconhecemos que tivemos picos do trabalho com projetos. Começamos com bastante integração, até chegarmos a um ponto em que a lição se concentrou mais nos conteúdos matemáticos e finalizamos retornando ao nosso problema inicial de descobrir a distância de um lugar a outro.

Consideramos que essa unidade de estudo sobre medidas gerou mais integração e experiências práticas mais interessantes do que as outras unidades, embora todas estivessem baseadas no mesmo tema gerador, que foi

“Comunicação”. Isso pode ter ocorrido devido ao caráter mais utilitário do bloco Grandezas e Medidas, como exposto pelos PCN (BRASIL, 1997).

Foi uma unidade muito gratificante de ser desenvolvida e que rendeu muita aprendizagem. Como professora-pesquisadora²⁴, foi possível perceber que este estudo sobre unidades de medida linear, ocorrido no primeiro trimestre, permaneceu vivo na memória dos alunos e os auxiliou no aprendizado de unidades de medida de capacidade e peso, que ocorreu no terceiro e último trimestre letivo. Ou seja, no final do ano, experiências do início do ano ainda faziam sentido para os alunos e auxiliavam os conteúdos já aprendidos no aprendizado de novos conteúdos.

Para finalizar, concordamos, novamente, com Torres (1998, p. 115), que:

Um sistema de ensino desvinculado da realidade ou que a apresenta de um modo tão fragmentado aos estudantes, tornando-a praticamente irreconhecível, não serve para estimular o interesse, que é o verdadeiro motor da atividade construtiva. Por isso, um dos argumentos utilizados para não apresentar o conhecimento de forma disciplinar aos alunos é o distanciamento existente entre tal forma de organização e o mundo experiencial da infância.

Como ocorreu a aprendizagem baseada em resolução de problema?

A primeira problemática que tínhamos era a distância casa-escola. Esse foi um problema proposto no início da unidade e resolvido ao final dela.

A resolução desse problema exigiu o contato e a manipulação por parte dos alunos de referenciais teóricos, conceitos, procedimentos, habilidades de diferentes disciplinas, para compreender e solucionar o que havia sido proposto. Essas contribuições ilustram, para nós, o emaranhado que propusemos entre a metodologia de resolução de problemas e o método de projetos.

Outro exemplo de resolução de problemas se baseou na situação apresentada aos alunos na aula 3 dessa unidade: “We need to measure the carpet, table, door and the white board from our classroom, but we can’t use any tool of measurement, how can we measure them, though?”²⁵.

Os alunos apresentaram diferentes possibilidades para medir a sala utilizando as mãos, um lápis ou os pés. Alguns, em tom de brincadeira, sugeriram usar a ponta dos dedos ou a cabeça e foi por isso que delimitamos mãos, pés e antebraço. Mas valorizamos todas as possibilidades, questionamos os alunos sobre

²⁴ Apenas para destacar que, a professora-pesquisadora, trabalhou o ano letivo de 2013 com a mesma turma. No entanto, somente reforçamos que o foco do trabalho foi no primeiro trimestre do ano letivo.

²⁵ Precisamos medir carpete, mesa e porta e a lousa branca da sala, mas não podemos utilizar nenhum instrumento de medida; como podemos medir tais objetos então?

o tempo, se decidíssemos medir o carpete da sala, por exemplo, com a ponta dos dedos e concluímos que levaria muito tempo, alguns até disseram que poderíamos perder a conta. Cada dupla de alunos escolheu uma parte do corpo para resolver o problema de medir um objeto da sala sem usar um instrumento de medida padrão.

O uso da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação se constituiu, como exposto por Onuchic e Allevato (2011), uma forma de trabalho partindo de problemas geradores, de modo que a construção de conhecimentos, relacionados a conceitos e conteúdos matemáticos, ocorreu de forma mais significativa e efetiva para os alunos.

Outros recursos contribuíram com a aprendizagem?

Assim como as outras unidades de estudo, embora nos dispuséssemos a ensinar baseadas em temas e problemas, a prática de matemática por meio de exercícios foi uma atividade indispensável que contribuiu com a aprendizagem.

Mais do que os exercícios, os materiais manipulativos e as experiências as quais os alunos tiveram acesso foram essenciais para a aprendizagem. O contato com os instrumentos de medida disponibilizados na segunda aula da unidade e as várias experiências, como a de medir a distância de um lugar a outro, contribuíram imensamente para dar sentido aos números que eram encontrados.

Contudo, destacamos sobre essa unidade:

- As aulas foram mais dinâmicas e, com isso, os alunos se envolveram mais;
- O emaranhado entre projeto e resolução de problemas fez-se mais presente nessa unidade pela integração com o tema, com a Geografia e com a realidade dos alunos;
- Podemos dizer que a maior parte da aprendizagem matemática ocorreu por meio de projeto e de resolução de problemas, auxiliada por alguns exercícios, pelas entrevistas, pelos registros e pelo uso de material concreto.
- Ao final dessa unidade, após descrever e analisar quatro unidades de estudo, é que nos foi possível concluir que buscando retratar a aprendizagem matemática por meio de projetos e problemas, acabamos retratando um cenário mais amplo não só de aprendizagem, mas também de ensino. Pois, ao procurar retratar e analisar como estava ocorrendo a aprendizagem matemática por meio de projetos e problemas, retratamos também como a matemática estava sendo ensinada e como outros recursos, que não

somente a metodologia de projetos e de resolução de problemas, fazia parte e auxiliava os alunos no movimento de ensino e aprendizagem da matemática.

Conclusões e perspectivas – considerações finais

Foi um trabalho muito prazeroso de ser desenvolvido, primeiramente, pela alegria de fazer descobertas diárias com as crianças e, segundo, por eu estar registrando, a cada dia, uma parte da minha história e da minha prática enquanto professora. Essa pesquisa foi também um marco na minha trajetória enquanto pesquisadora. Foi a minha descoberta enquanto pesquisadora, foi quando, de fato, comecei a compreender como se faz uma pesquisa, todos os sentimentos e o real trabalho envolvido em um trabalho como esse.

Atingimos nosso objetivo inicial de **investigar e retratar o ensino e a aprendizagem matemática baseada em projetos e resolução de problemas com alunos dos anos iniciais**.

Por meio de um método e de instrumentos de pesquisa bem definidos, investigamos o dia a dia de uma sala de aula criando um retrato do ensino e da aprendizagem baseados em projetos e resolução de problemas.

Descobrimos que as duas metodologias coexistiram, ocorrendo conjuntamente como em um emaranhado, mas que também se sobrepuseram, prevalecendo ora a resolução de problemas, ora o ensino por projeto, e que tais metodologias não se fizeram sozinhas, mas que foram apoiadas por outros recursos e práticas didática.

Respondemos nossa questão de pesquisa descrevendo minuciosamente todas as atividades utilizadas para a produção de dados. Além da descrição analítica, elaboramos algumas questões de análise que, pontualmente, nos ajudaram a responder nossa questão principal de pesquisa: **“Como ocorre a aprendizagem matemática baseada em projetos e resolução de problemas?”**. Com nossa análise descritiva, concluímos que a aprendizagem matemática não ocorreu somente por meio de problemas e projetos, mas que, em se tratando da aprendizagem dos alunos, outros recursos fizeram-se necessários e foram utilizados, como o atendimento individualizado nas minilições seguidas das entrevistas, as listas de exercícios, as revisões, os registros, as sínteses, o contato e o manuseio de materiais concretos.

Como resultado, temos esse retrato do ensino e da aprendizagem da matemática baseada em projetos e resolução de problemas de uma sala de aula multisseriada, de uma escola de ensino integral e bilíngue.

Dentre tantas peculiaridades e conquistas, estão também os desafios. Permeou essa pesquisa o desafio físico e intelectual de atuar como professora e como pesquisadora. Como professora, eu precisava guiar meus alunos no processo

de aprendizagem e auxiliar no desenvolvimento de atitudes, procedimentos e conteúdos; diante disso, eu estava na escola em período integral, durante o dia todo e tinha as noites e finais de semana para desenvolver meu trabalho enquanto pesquisadora de minha própria prática. Esse teria sido o primeiro desafio encontrado, o trabalho físico de dedicação exclusiva dia e noite a essa pesquisa, recompensado pelas descobertas, redescobertas, construção e registro de uma história.

O próximo desafio foi intelectual, representado pela dificuldade de me desvincular da visão de professora e olhar para os meus dados com os olhos de uma pesquisadora. E, embora sejam essas as minhas considerações finais, utilizo das palavras de Wax (1971 apud Bogdan e Biklen, 1994, p.122) para concluir que:

Uma pessoa que não consegue suportar sentir-se atrapalhada ou deslocada, que se sente esmagada sempre que comete um erro – embaraçoso ou não – que não é psicologicamente capaz de ser, ou ser tratada como, parva, não apenas por um dia ou uma semana, mas durante meses sem conta, deverá pensar duas vezes antes de decidir ser um observador participante. (Wax, 1971, p.370 apud Bogdan e Biklen, 1994, p.122)

A citação anterior pode parecer bastante intensa, mas expressa um sentimento possível quando se é um observador participante, pois é preciso que se saiba lidar e enfrentar erros e dificuldades constantemente. Embora o caminho seja por vezes tortuoso, a sensação de conquista ao final do processo é muito gratificante para o pesquisador.

O desafio de refletir e retomar constantemente o seu objetivo de pesquisa quando se é um observador participante é um exercício inerente a essa observação, pois foram muitos os momentos em que o que prevalecia era o ser professora. Em vários momentos, me senti dividida e embebida no dia a dia de uma professora, com dificuldades de sair da sala de aula, olhar para os meus dados e voltar-me para a minha pesquisa.

Mas, diante de meus objetivos e questão-problema, a situação não haveria de ser diferente, pois as indagações, o cenário e a necessidade de investigar e retratar minhas descobertas havia surgido da realidade da minha sala de aula, por isso, o ser professora sempre foi algo muito marcante.

No entanto, com o apoio da minha orientadora e das professoras que me acompanharam nesse trabalho, quando tomei consciência dessa relação tão forte e tão próxima entre a professora e a pesquisadora, o trabalho de pesquisa foi

alavancado. A tomada de consciência foi essencial para a separação do meu olhar de professora do meu olhar de pesquisadora.

Foi muito importante vivenciar essas dificuldades físicas e intelectuais para chegar ao final e encontrar os resultados que eu estava procurando, um retrato da minha realidade de sala de aula, o meu olhar sobre o meu fazer. Com isso, muitos momentos de reflexão sobre minha própria prática surgiram ao longo da pesquisa, mas tiveram que ser levemente suprimidos pelo fato dessa pesquisa ter como foco o ensino e a aprendizagem matemática, e não se tratar de uma pesquisa na área do professor reflexivo. No entanto, essa possibilidade surge como perspectiva para pesquisas futuras e, com isso, surge uma nova questão: “De que forma, como e em quais momentos o professor pode refletir sobre sua prática e como essa reflexão pode, de fato, impactar, contribuir e melhorar a prática educativa?”. Sobre a resolução de problemas (RP) concluímos que ensinar por meio de RP é um ganho tanto para o professor, que deve se superar, a cada dia, na elaboração de questões que conduzam o aluno ao pensamento criativo e estratégico, quanto para o aluno, que encontra diferentes formas de resolver uma mesma situação, que aprende com os outros, que partilha e que tem mais possibilidades de sucesso quando o que se busca, inicialmente, são diferentes soluções e não simplesmente a resposta correta.

Sobre projetos, concluímos que a característica do ensino por projeto que marcou as práticas analisadas foi a integração de temas e disciplinas, mas que não foi nosso enfoque trabalhar com projeto como sendo ele um agente transgressor de mudanças e como forma de romper com as barreiras disciplinares. Consideramos que houve a integração entre disciplinas, como a História e a Geografia com a Matemática, bem como a integração de habilidades matemáticas com habilidades interpessoais, investigativas e linguísticas de leitura e de escrita em Língua Portuguesa e Inglesa. Ou seja, o ensino por projeto ajudou na integração e contextualização dos conteúdos, mas não existiu para romper com tais conteúdos. Com essas conclusões sobre o ensino por projetos, surgem mais curiosidades e questões: “Qual seria a importância do currículo no ensino hoje?” e “Como seria o ensino e a aprendizagem em ambientes baseado em projetos transgressores aos padrões disciplinares?”.

Encerramos essa pesquisa com o retrato que procurávamos sobre a aprendizagem matemática baseada em projetos e problemas, reconhecendo que a aprendizagem ocorreu por meio das duas vertentes teóricas adotadas: projetos e resolução de problemas (RP); mas apoiada também por uma série de outros recursos, os quais foram indispensáveis por termos como foco, enquanto professoras, a aprendizagem dos alunos. Devo destacar também que o ensino de

matemática por meio de projetos e RP só foi possível devido um intenso trabalho de planejamento e re-planejamento das atividades e da prática docente.

Esperamos que os resultados dessa pesquisa possam contribuir com professores dos anos iniciais e com pesquisas em Educação Matemática, gerando reflexões e discussões sobre o ensino e a aprendizagem matemática em busca de melhores práticas e novas possibilidades.

Referências

- ALLEVATO, N. S. G. **Associando o computador à resolução de problemas fechados: análise de uma experiência**. 2005. 370f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. 2005.
- BARALDI, Ivete Maria. **Matemática na escola: que ciência é essa?** Bauru: EDUSC, 1999.
- BAPTISTA, M. N.; CAMPOS, D. C. **Metodologias de Pesquisa em Ciências: análises quantitativa e qualitativa**. Rio de Janeiro: LTC, 2007.
- BIOTTO FILHO, D. **O desenvolvimento da Matemática no trabalho com projetos**. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2008.
- BITTAR, M. **Fundamentos e Metodologia de Matemática para os Ciclos Iniciais do Ensino Fundamental**. Campo Grande, MS: Ed. UFMS, 2005.
- BOGDAN, R. C. BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução: Maria João Alvarez, Sara Baia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Editora Porto, 1994.
- BOUTINET, Jean-Pierre. **Antropologia do projeto**. 5ª ed. Trad. Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artmed, 2002.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Lei n. 11.274**, 6 de fevereiro de 2006. Altera a redação dos arts. 29, 30, 32 e 87 da Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, dispondo sobre a duração de 9 (nove) anos para o ensino fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 (seis) anos de idade. Diário Oficial da União, Brasília, 7 fev. 2006.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Lei n. 9.394**, 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, 23 dez 1996.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1997.
- CAI, J. LESTER, F. **Por que o ensino com resolução de problemas é importante para a aprendizagem do aluno**. Tradução: Antonio Sérgio Abrahão Monteiro Bastos e Norma Suely Gomes Allevato. Boletim Gepem 60: jan./jun. 2012.
- CIÊNCIA hoje das crianças**. O pé do rei e o tamanho das coisas – Curiosidades tiradas da história das unidades de medida. Ano 26, n. 249, set/2013.
- DIZOTTI, F. P. **O trabalho com projetos e a construção do conhecimento matemático**. Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo: SP, 2009.

ESTRADA, F. J. P. **Trabalho por proyectos en el aula: descripción, investigación y experiencias**. 1ª edición, Morón de la Frontera (Sevilla), 2007.

Disponível em:

[http://edu.jccm.es/cpr/competenciascuencia/files/libro_trabajo_por_proyectos\(1\).pdf](http://edu.jccm.es/cpr/competenciascuencia/files/libro_trabajo_por_proyectos(1).pdf)

Acesso em 20 de out de 2013.

ESTEBAN, Maria Teresa. **Pedagogia de projetos: entrelaçando o ensinar, o aprender e o avaliar à democratização do cotidiano escolar**. In: SILVA, J. F. da. HOFFMAN, J. ESTEBAN, M. T. Org. Práticas avaliativas e aprendizagens significativas em diferentes áreas do currículo. 2 ed. Porto Alegre: Ed. Mediação, 2003. P.81-92.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar – Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 5ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2001.

HERNÁNDEZ, F. **Transgressão e mudança na educação – os projetos de trabalho**. Tradução: Jussara Haubert Rodrigues. Porto Alegre: Artmed, 1998.

HERNÁNDEZ, F. VENTURA, M. **A organização do currículo por projetos de trabalho – o conhecimento é um caleidoscópio**. 5ª ed. Trad. Jussara Haubert Rodrigues. Porto Alegre: Artmed, 1998.

LÜDKE, M. ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: EPU, 1996.

LUDKE, Menga. **O trabalho com projetos e a avaliação na educação básica**. In: SILVA, J. F. da. HOFFMAN, J. ESTEBAN, M. T. Org. Práticas avaliativas e aprendizagens significativas em diferentes áreas do currículo. 2 ed. Porto Alegre: Ed. Mediação, 2003. P.67-80.

LUIS, S. M. B. **De que avaliação precisamos em arte e educação física?** In: SILVA, J. F. da. HOFFMAN, J. ESTEBAN, M. T. Org. Práticas avaliativas e aprendizagens significativas em diferentes áreas do currículo. Porto Alegre: Mediação, 2003.

MARCONI, M.A. LAKATOS, E.M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 7ª ed. São Paulo: Atlas, 2010.

MARKHAM, T. LARMER, J. RAVITZ, J. Buck Institute for Education. **Aprendizagem baseada em projetos: guia para professores de ensino fundamental e médio**. Tradução: Daniel Bueno. 2ªed. Porto Alegre: Artmed, 2008.

MICHAELIS. **Moderno dicionário da Língua Portuguesa**. São Paulo: Companhia Melhoramentos, 1998.

MILLER, B. A. **A Review of the Qualitative Research on Multigrade Instruction**.

Journal of Research in Rural Education, Winter 1991, Vol. 7, No. 2, pp. 3-12.

Disponível em: <http://www.jrre.psu.edu/articles/v7,n2,p3-12,Miller.pdf>. Acesso em 20 de out de 2013.

MENGALI, Brenda Leme da Silva. **A cultura da sala de aula numa perspectiva de resolução de problemas: o desafio de ensinar Matemática numa sala**

multisseriada. Dissertação (mestrado). Programa de Pós-*Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco. Itatiba, 2011.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. da S.; PASSOS, C. L. B. **A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

NADAL, P. O que são os transtornos globais do desenvolvimento (TGD)? **Nova Escola**, Abril, 2011. Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/inclusao/educacao-especial/transtornos-globais-desenvolvimento-tgd-624845.shtml>. Acesso em Abril de 2013.

ONUCHIC, L. de L. R. **Ensino-aprendizagem de matemática através de resolução de problemas.** In: BICUDO, M.Ap.V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da Unesp, 1999. p. 199-218.

ONUCHIC, L.R. ALLEVATO, N. S. G. **Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.** In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (orgs.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p.213-231

ONUCHIC, L.R. **ISERP – Palestra de Encerramento: Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo.** Unesp. Rio Claro, 2008. Disponível em:<www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo3.pdf> Acesso em 31 jun. 12.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. As Diferentes “Personalidades” do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas. **BOLEMA**, Rio Claro (SP), Ano 21, n. 31, p. 79-102, 2008.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA**, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 2 ed, 1986.

POWELL, Arthur. BAIRRAL, Marcelo. **A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades.** Papyrus: Campinas, SP. 2006.

POWELL, Arthur., FRANCISCO, J. M., MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento das ideias Matemáticas e do raciocínio de estudantes. **BOLEMA**, Rio Claro (SP) n. 21, p. 81 -120, 2004.

ROSSI, M. I. **A aprendizagem das aplicações das integrais indefinidas em equações diferenciadas através da resolução de problemas.** Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, 2012.

SATO, P. Para Jeremy Kilpatrick, a única saída é a capacitação. Disponível em <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/unica-saida-capacitacao-427743.shtml>. Acesso em 01 de Março de 2014.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco. **A Matemática na educação infantil: a teoria das inteligências múltiplas na prática escola.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SOUZA, A. S. MACIEL, N. M. CÂMARA, T. C. B. da. Diário de leitura como instrumento de ação didática: uma experiência. In: **Cadernos de formação docente II**. João Pessoa: Ideia, 2011.

STANIC, G. M. A., & KILPATRICK, J. **Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum**. In: The teaching and assessing of mathematical problem solving. Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum, 1989. p.1-22

STERNBERG, R. J. **Psicologia Cognitiva**. Tradução Maria Regina Borges Osório. Porto Alegre: Artmed, 2000.

THOMAS, J. W. **A review of research on Project based learning**. The AutoDesk Foundation, California, 2000. Disponível em: <http://www.bie.org/images/uploads/general/9d06758fd346969cb63653d00dca55c0.pdf>. Acesso em: 1 ago. 2012.

TORRES, J. S. **Globalização e interdisciplinaridade: o currículo integrado**. Tradução: Cláudia Schilling. Porto Alegre: Artmed, 1998.

VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics**. 6 ed. New York: Longman, 2007.

VIGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1994

ANEXOS

ANEXO 1 – Amostras das reflexões feitas pela professora-pesquisadora em seu diário de campo

21/03/2013

Querido diário

Foi muito interessante perceber que a noção inicial dos alunos sobre gráficos estava voltada para números e que fomos construindo todo um processo de coleta, análise, elaboração e interpretação de gráficos.

Gostei de ver a participação e interesse de alguns alunos pela nova nomenclatura que estavam adquirindo e pelas discussões sobre todo e partes, fração e porcentagem.

Ao final, os alunos ainda escreveram em seus diários e a maioria dos alunos desenhou algo sobre gráficos. Um dos alunos ressaltou que havia aprendido que gráficos de barras tem eixos e eles são chamados de x e y.

Foi uma aula bastante dialogada, de construção em conjunto, e muito gratificante!

01/04/2013

Querido diário

Hoje tentei começar a falar de unidades de medidas, digo tentei, pois a aula foi muito difícil, as crianças pareciam não entender o que eu dizia.

Apresentei alguns instrumentos de medida e fui perguntando o nome e o que ele media.

Contei, retomando nossa aula sobre números, que antigamente não tínhamos algarismos e não tínhamos esses instrumentos.

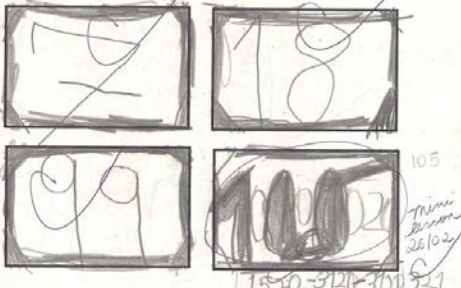

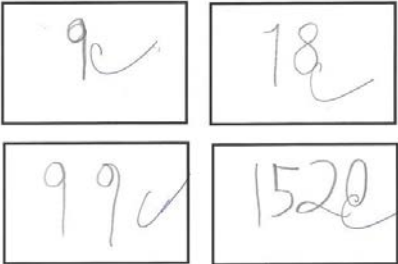

Perguntei se eles tinham uma ideia de como as pessoas mediam as coisas antigamente. Os alunos pensaram... ninguém teve uma ideia. Eles estavam muito dispersos. Mostrei o desenho de uma mão e de um pé, disse que as pessoas mediam com palmos e pés.

Medi o carpete usando meus pés, depois chamei um aluno para medir. Eu havia usado 12 pés e o aluno 16. Conversamos sobre a adoção do tamanho do pé do rei para tentar padronizar, mas que mesmo assim quando um rei morria, alterava-se a medida. Foi assim que chegamos em unidades padrões. Conversamos sobre o que era uma unidade padrão e chegamos nos mm, cm, m e km.


Paramos aqui e os alunos estimaram e anotaram no caderno de Geografia, após o mapa com a rota traçada, a distância da escola até suas casas. Os resultados foram bem “assustadores” (rsrsrs). Ficaram entre 4 metros e 10 metros.

Como suspeitava, essa noção sobre medidas, que além da inteligência lógico-Matemática exigia também a inteligência espacial, seria mais difícil de construirmos com os alunos.

ANEXO 2 - Exemplo de exercícios do pré/pós-teste

Pré-teste	Pós-teste
<p style="text-align: center;">Pré - teste - Matemática 1º trimestre - comunicação/2013 Bloco de conteúdo: Números</p> <p style="text-align: right;">$\frac{9}{14}$</p> <p>1- Escreva os números que a sua professora irá ditar.</p>  <p>2- Represente o número 24 usando o material base 10.</p> 	<p style="text-align: center;">Pós - teste - Matemática 1º trimestre - comunicação/2013 Bloco de conteúdo: Números</p> <p style="text-align: right;">$\frac{12}{14}$</p> <p>1- Escreva os números que a sua professora irá ditar.</p>  <p>2- Represente o número 24 usando o material base 10.</p> 

ANEXO 3 - Exemplo de WOW

WOW – Working Our Way _____ a _____ / _____ 2013	
Nome: _____	
<input type="checkbox"/> Penmanship _____	<input type="checkbox"/> _____
<input type="checkbox"/> _____	<input type="checkbox"/> _____
<input type="checkbox"/> _____	
No dia, _____, encontre-se com a sua professora para fazer uma leitura em grupo (leitura guiada).	
Palavras do Spelling: Português: arroz, corrida, carro, carreta, verde, sorvete, corte, careta Inglês: mug, bug, plug, hug, slug, tug, dug.	
Centro de Leitura e Escrita	
<input type="checkbox"/> Convide um colega para jogar o Jogo do stop com você. <input type="checkbox"/> Crie um cartão postal para um amigo da sala. <input type="checkbox"/> Crie legendas para as fotos do seu Scrapbook. <input type="checkbox"/> Em uma folha de penmanship, treine mais as palavras do Spelling desta semana.	
Poema: <input type="checkbox"/> primeiro rascunho <input type="checkbox"/> segundo rascunho <input type="checkbox"/> edição <input type="checkbox"/> publicação 03/05	
Centro de Matemática	
<input type="checkbox"/> Escolha dois objetos diferentes da sala de aula. Desenhe os objetos em seu caderno de Matemática. Faça um sketch em seu caderno, meça as dimensões de cada objeto e escreva suas notas.	
<input type="checkbox"/> Pratique matemática! Escolha uma das listas de exercícios para realizar.	
<input type="checkbox"/> Escolha um material da sala para criar um "Probability Jar", usando as 3 das diferentes chances: likely, equally likely, certain, unlikely, impossible . Depois registre no seu caderno de Matemática e explique seu pensamento. Registro: W.O.W / Math Center / Probability Utilize o cartaz de recurso	
<input type="checkbox"/> Monte sua rotina diária! No seu caderno de Matemática, use o carimbo do relógio e represente a hora de, no mínimo, quatro (4) atividades do seu dia. Começando pelo horário da manhã e terminando com o horário da tarde. Registro: W.O.W / Math Center / Daily Routine	
Centro de Artes e Escrita	
<input type="checkbox"/> Faça um cartão para um amigo aniversariante. <input type="checkbox"/> Make a card for Mother's Day.	
Listening Center	
<input type="checkbox"/> Write a new end. <input type="checkbox"/> Draw your favorite part of the story. <input type="checkbox"/> Retell the story to a friend, using puppets.	
Centro de Ciências	
<input type="checkbox"/> Nas semanas anteriores realizamos muitos experimentos no laboratório de Ciências sobre Eletricidade Estática, Elétrica e Magnetismo. Pense sobre os experimentos e faça um sketch do seu experimento preferido, informe o tipo de eletricidade testada e suas descobertas.	
<input type="checkbox"/> Realize os experimentos do centro de Ciências e conte para um amigo suas descobertas.	
Comentários das professoras: _____ _____ _____ _____ _____ _____	
Assinatura dos pais: _____ POR FAVOR, ASSINE E DEVOLVA PELO COMFOLDER DE SEU(SUA) FILHO(A).	

ANEXO 4 - Letras das músicas sobre Matemática

<p>Song: Count to 100 Count to 100 everyday</p> <p>Keep your mind and body in shape</p> <p>Let's get fit, have some fun, counting 100 by ones</p> <p>Get ready to exercise and count</p> <p>Stretch your arms 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10</p> <p>Stretch your legs 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20!</p> <p>Pump each arm up 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30!</p> <p>Do arm circles 31... 39, 40!</p> <p>Shoulder shrunk 41.. 48, 49, 50!</p> <p>Pump elbows back 51, 52... 60!</p> <p>Do wingles 61.. 69, 70!</p> <p>Walk in place 71... 80!</p> <p>Jog in place 81, 82... 90!</p> <p>Clap up high 91, 92.. 98, 99, 100!</p>	<p>Song: Dancing 2's Let me introduce you to the dancing 2's</p> <p>They make you dance right to the groove</p> <p>It's really cool just do like I do</p> <p>And sing and move with the dancing 2's</p> <p>2, 4, 6, 8... 98, 100!</p>	<p>Song: Count by 5 Five fingers on my right hand stretch to the left</p> <p>Five fingers on my right hand stretch to the right</p> <p>Now, stretch each hand up side-to-side</p> <p>Use your body and your brain and exercise</p> <p>And count by fives.</p> <p>5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100!</p>
---	--	---

ANEXO 5 - Termo de consentimento para participação na pesquisa

TERMO DE CONSENTIMENTO
<p>Título do Projeto: Retratos de uma sala de aula – projetos e resolução na Matemática dos anos iniciais</p> <p>Pesquisador responsável: Maria Ângela Dias dos Santos Minatel (coordenadora do projeto)</p> <p>Local em que será desenvolvida a pesquisa: Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciência – UNESP/Bauru – FourC Bilingual Academy – Bauru, SP.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resumo: A presente pesquisa de mestrado teve início em Janeiro de 2012 junto ao programa de pós-graduação em Educação para Ciência da Universidade Estadual Paulista, UNESP – campus de Bauru. Temos como principal objetivo investigar, relatar e documentar a aprendizagem de matemática de alunos dos anos iniciais por meio de projetos e resolução de problemas. Os fundamentos teóricos desse trabalho funcionam como um emaranhado de saberes integrados, sendo eles: a teoria das Inteligências Múltiplas (GARDNER 1995; 2002) utilizada para fundamentar o movimento de integração dos conteúdos matemáticos com a teoria que trata de projetos (HERNÁNDEZ, 1998) e com a resolução de problemas (ONUCHIC, 1999, 2008; STERNBERG, 2000; ALLEVATO, 2005; KILPATRICK & STANIC, 1989; SMOLE, 1996; BRASIL, 1997; VAN DE WALLE, 2007). A pesquisa tem como questão problema: Como ocorre a aprendizagem de matemática de alunos dos anos iniciais em um ambiente baseado em projetos e resolução de problemas? Como metodologia, a pesquisa é de caráter qualitativo (BOGDAN & BIKLEN, 1994; LÜDKE & ANDRE, 1996; GOLDENBERG, 2001), a qual tem como campo de estudo uma sala multisseriada dos anos iniciais de uma escola particular da cidade de Bauru (SP), caracterizando-se assim como um estudo de caso. Para a coleta dos dados serão utilizados diários, para o professor e para os alunos; observação participante, entrevistas, pré/pós testes. Antes de um conteúdo matemático ser apresentado será avaliado o conhecimento prévio dos alunos através de um pré-teste, instrumento este já utilizado pela escola. Após o teste serão desenvolvidas atividades por meio de projeto e da resolução de problemas integrados com as demais disciplinas e com uma determinada temática. O professor, também pesquisador, desenvolverá um diário contendo observações e anotações sobre o desenvolvimento das atividades; o mesmo farão os alunos que terão um diário para anotar seus sentimentos e percepções sobre as atividades. Ao final dessa pesquisa, será realizada uma análise descritiva dos diários dos alunos e do professor, das atividades realizadas, junto aos resultados do pré e do pós teste, buscando relatar e analisar como se deu a aprendizagem matemática mediada por projetos e pela resolução de problemas. Essa pesquisa busca contribuir com professores dos anos iniciais e com pesquisas em Educação, gerando indicativos para o desenvolvimento de uma aprendizagem mais significativa baseada na resolução de problemas e em uma Matemática integrada com diferentes áreas do conhecimento. • Riscos e Benefícios: O desenvolvimento do projeto não acarretará risco algum e favorecerá o aprimoramento da aprendizagem matemática. • Custos e Pagamentos: não existem encargos para a participação e desenvolvimento deste estudo. • Confidencialidade Eu entendo que, qualquer informação obtida sobre meu(minha) filho(a), será confidencial. Esclareceram-me que a identidade de meu(minha) filho(a) não será revelada em publicações desta pesquisa. • Direito de Desistência Eu entendo que estou livre para recusar minha participação neste estudo ou para desistir a qualquer momento e que a minha decisão não causará perda de benefícios para os quais eu poderei ser indicado. • Consentimento Voluntário. Eu certifico que li ou foi-me lido o texto de consentimento e entendi seu conteúdo. Uma cópia deste formulário ser-me-á fornecida. Minha assinatura demonstra que concordei livremente que meu(minha) filho(a) participe deste estudo. Assinatura do responsável pelo participante da pesquisa: Data:..... Eu certifiquei que expliquei a(o) Sr.(a), acima, a natureza, propósito, benefícios e possíveis riscos associados à sua participação nesta pesquisa, que respondi todas as questões que me foram feitas e testemunhei assinatura acima. Assinatura do Pesquisador Responsável:..... Data:.....