



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Ilha Solteira

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

DOUGLAS DA COSTA FERREIRA

**PROJETO DE CONTROLADORES PARA A MAXIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE
CAPTAÇÃO DE ENERGIA CONSIDERANDO EXCITAÇÃO NÃO IDEAL**

Ilha Solteira
2015

DOUGLAS DA COSTA FERREIRA

Projeto de Controladores para a Maximização de Sistemas de Captação de Energia considerando Excitação Não Ideal

Prof. Dr. Fábio Roberto Chavarette

Orientador

Prof. Dr. Nelson José Peruzzi

Co-orientador

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia -
UNESP – Campus de Ilha Solteira, para obtenção
do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Área de Conhecimento: Mecânica dos Sólidos

Ilha Solteira
2015

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

F383p Ferreira, Douglas da Costa .
Projeto de controladores para a maximização de sistemas de captação de energia considerando excitação não ideal / Douglas da Costa Ferreira. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2015
160 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2015

Orientador: Fábio Roberto Chavarette
Co-orientador: Nelson José Peruzzi
Inclui bibliografia

1. Sistemas dinâmicos. 2. Captação de energia. 3. Controle.
4. Fonte não-ideal.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Projeto de controladores para a maximização de sistemas de captação de energia considerando excitação não ideal

AUTOR: DOUGLAS DA COSTA FERREIRA

ORIENTADOR: Prof. Dr. FABIO ROBERTO CHAVARETTE

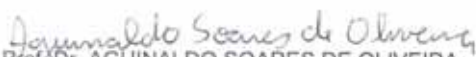
CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. NELSON JOSÉ PERUZZI

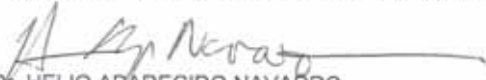
Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Mecânica, Área: MECÂNICA DOS SÓLIDOS, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. FABIO ROBERTO CHAVARETTE
Departamento de Matemática / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. LUIS ANTONIO F DE OLIVEIRA
Departamento de Matemática / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Profa. Dra. MARA LÚCIA MARTINS LOPES
Departamento de Matemática / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. AGUINALDO SOARES DE OLIVEIRA
Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade Federal de Mato Grosso


Prof. Dr. HELIO APARECIDO NAVARRO
Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade de São Paulo

Data da realização: 27 de fevereiro de 2015.

Does the flap of a butterfly's wings in Brazil set off a tornado in Texas?"
"Efeito Borboleta", Lorenz, 1972, sobre a teoria do Caos

AGRADECIMENTOS

A Gislane, minha esposa, companheira, amiga, incentivadora; aquela que me dá ânimo para continuar e me faz sentir o recomeço todas as manhãs, mostrando que o dia vale ser vivido.
TE AMO.

A meu orientador e amigo, a quem nunca estarei grato o suficiente. Não existe um orientador melhor no mundo e pessoa mais agradável de conviver. Prof. Chavarette é um exemplo de pessoa, de pesquisador e de orientador.

A meu co-orientador, Prof. Peruzzi, que sempre com seu bom humor e suas correções acrescentaram ânimo ao trabalho e mais precisão aos resultados.

A meus pais, Ivo e Natália, que liam meus escritos para me incentivar e colocar fé no meu trabalho. Aos meus sogros, Nauri e Diva e cunhados Maiara, Rafael, Marcos e Marciele, que me deram muito apoio. Aos meus tios Célio e Sônia e primos Bruno, Ityara, Raquel e Marianna, que não me deixaram ficar louco, me fazendo dosar o trabalho e o lazer.

Aos meus amigos de pós-graduação, a meus familiares e aos amigos da UFMT.

Ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da UNESP de Ilha Solteira pela oportunidade, incentivo e cooperação científica.

A Universidade Federal de Mato Grosso pelo apoio, me liberando das funções docentes para poder me dedicar a esse processo de qualificação.

Resumo

Sistemas de captação aproveitam a energia do ambiente, tais como solar, térmica, eletromagnética e de vibração. Grande parte dos projetos de sistemas de captação de energia por vibração utiliza excitação periódica em ressonância com a frequência natural do sistema para que a amplitude de vibração seja máxima, resultando em uma quantidade de energia desejável para transdução. No entanto, na natureza o espectro de vibração é grande, o que dificulta o projeto físico de um sistema de captação de energia com esse propósito, acrescenta-se que a vibração do ambiente é de baixa frequência, o que dificulta ainda mais o projeto de um dispositivo de tamanho reduzido. Acrescenta-se, ainda, que a vibração do ambiente, em geral, não permanece em uma única faixa, variando constantemente. Esse tipo de vibração do meio ambiente pode ser modelado como uma excitação não-ideal. O objetivo principal dessa tese é modelar um sistema de captação de energia por vibração para sistemas lineares e não-lineares, sujeitos a excitação periódica e não-ideal e projetar controladores para melhorar a interação do sistema de captação com a fonte de excitação aumentando sua eficiência. Como principal resultado, observou-se que a vibração não-ideal oferece mais energia ao sistema de captação do que a excitação periódica e que os controladores projetados, em especial o LMI, conseguiu atingir um resultado expressivo no ganho de eficiência.

Palavras-Chave: Sistema de captação de energia por vibração. Excitação não-ideal. Controladores. Eficiência.

Abstract

Harvesting systems harness the energy from the environment such as solar, thermal, electromagnetic and vibrational. Many projects of vibration energy harvesting systems use harmonic excitation in resonance with the system natural frequency to maximum vibration amplitude, resulting in a desirable amount of energy to transduction. However, the ambient vibration spectrum is large, which hampers the physical design of a system to capture energy for this purpose, it adds that the vibration environment is low frequency, which further complicates the design of a device of reduced size. In addition the ambient vibration in general does not remain in a single band and varying constantly. The ambient vibration can be modeled as a non-ideal excitation. The main objective of this thesis is to model a linear and non-linear vibration energy harvesting systems subject to periodic and non-ideal excitation and project controllers to improve the interaction of the system with excitation source increasing its efficiency. As a main result, it was observed that the non-ideal vibration provides more energy to the harvesting system than periodic excitation and that the controllers designed in particular LMI, achieved a significant result in efficiency gain.

Key-words: Vibration energy harvesting system. Non-ideal excitation. Controllers. Efficiency.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Saída de voltagem em função da frequência de excitação	25
Figura 2 -	Fontes de energia do meio ambiente e formas de transdução	31
Figura 3 -	Sistemas de captação eletromagnética	35
Figura 4 -	Captação de energia eletromagnética com viga vibratória.....	36
Figura 5 -	Comparação da transdução piezoelétrica e eletromagnética.....	39
Figura 6 -	Materiais piezoelétricos e suas classes.....	39
Figura 7 -	Transdução piezoelétrica x espessura	40
Figura 8 -	Projeto de sistema de captação para baixas frequências	41
Figura 9 -	Saída de potência do AlN x PZT quanto a espessura.....	43
Figura 10 -	Modos de viga piezoelétrica - (a), (c) modo 33 e (b), (d) modo 31	43
Figura 11 -	Viga piezoelétrica bimorfa	44
Figura 12 -	Associações de piezoelétrico em série (a) e paralelo (b)	44
Figura 13 -	Perdas em sistemas captação de energia de vibração.....	45
Figura 14 -	Transdução e perdas em sistemas de captação de energia de vibração.....	46
Figura 15 -	Ressonância de acordo com o fator de amortecimento e fator de qualidade (Q).....	46
Figura 16 -	Comparativo por formato da viga	48
Figura 17 -	Captação de energia da membrana x viga.....	49
Figura 18 -	Ganho de eficiência com uso do impacto	49
Figura 19 -	Captação de energia utilizando impacto	50
Figura 20 -	Sistema de captação com múltiplas vigas	50
Figura 21 -	Sistema multimodal com múltiplos graus de liberdade	51
Figura 22 -	Sistema multimodal em dois eixos.....	51
Figura 23 -	Sistema multimodal com vigas bimorfas	52
Figura 24 -	Viga biestável por efeito de ímãs	53
Figura 25 -	Modelo não-linear de viga bimorfa.....	53
Figura 26 -	Voltagem de acordo com a força de excitação e condições iniciais	55
Figura 27 -	Comparação do modelo linear e não-linear	56
Figura 28 -	Dispositivo protótipo para análise experimental.....	56
Figura 29 -	Voltagem pela força de excitação e condições iniciais - experimento.....	57
Figura 30 -	Potência do modelo linear x não-linear.....	58
Figura 31 -	Modelo não-linear com excitação aleatória	58

Figura 32 -	Retrato de fase. (a) $\sigma f = 0,025$ Hz; (b) $\sigma f = 0,045$ Hz; (c) $\sigma f = 0,065$ Hz	59
Figura 33 -	Comparação da saída de voltagem	60
Figura 34 -	Controlador ativo genérico em sistema de captação de energia	64
Figura 35 -	Potência líquida com controle ativo em sistema de captação de energia.....	66
Figura 36 -	Experimento de controlador ativo em sistema de captação de energia.....	66
Figura 37 -	Resultado experimental de potência líquida em função do uso de controle ativo.....	67
Figura 38 -	Projeto de controlador com mudança de capacitância	67
Figura 39 -	Estudo numérico de controle ativo para sistemas de captação de energia	68
Figura 40 -	Resultado numérico com uso do controlador ativo.....	69
Figura 41 -	Dispositivo de controle ativo para sistemas de captação de energia.....	70
Figura 42 -	Dispositivo ativo de controle para sistemas de captação de energia.....	70
Figura 43 -	Ajuste mecânico de sistema não-linear	71
Figura 44 -	Ajuste mecânico da massa sísmica	72
Figura 45 -	Ajuste mecânico com aplicação de tensão	72
Figura 46 -	Sistema com ajuste por mola eletromagnética	73
Figura 47 -	Ganho de potência com ajuste de amortecimento por ação eletromagnética	74
Figura 48 -	Projeto de ajuste de frequência com controle eletromagnético.....	74
Figura 49 -	Ganhos de voltagem em controle eletromagnético	75
Figura 50 -	Controle piezoelétrico com captador e atuador.....	75
Figura 51 -	Picos de ressonância de acordo com a frequência de excitação.....	76
Figura 52 -	Atuador controlado com grampo de pressão.....	76
Figura 53 -	Análise dinâmica para o modelo linear com excitação periódica	79
Figura 54 -	Potência - modelo linear e excitação periódica - experimental x numérico.....	80
Figura 55 -	Amostra no tempo dos expoentes de Lyapunov - modelo linear e excitação periódica.....	81
Figura 56 -	Análise dinâmica para o modelo não-linear com excitação periódica e $x_0 = 0$	82
Figura 57 -	Análise dinâmica para o modelo não-linear com excitação periódica e $x_0 = 1,3$	83

Figura 58 -	Potência - modelo não-linear e excitação periódica - experimental x numérico e $x_0 = 0$	83
Figura 59 -	Potência - modelo não-linear e excitação periódica - experimental x numérico - ajuste para $x_0 = 1,3$	84
Figura 60 -	Expoente de Lyapunov - modelo não-linear com excitação periódica	84
Figura 61 -	Viga excitada por um motor desbalanceado	86
Figura 62 -	Captador de energia com fonte não-ideal - sistema massa-mola	87
Figura 63 -	Captador de energia com fonte não-ideal.....	88
Figura 64 -	Análise dinâmica para o modelo linear com excitação não-ideal	90
Figura 65 -	Potência adimensional - modelo linear com excitação não-ideal	91
Figura 66 -	Amostra no tempo dos expoentes de Lyapunov - modelo linear e excitação não-ideal.....	92
Figura 67 -	Análise dinâmica para o modelo não-linear com excitação não-ideal	94
Figura 68 -	Potência adimensional - modelo não-linear com excitação não-ideal	94
Figura 69 -	Amostra no tempo dos expoentes de Lyapunov - modelo não-linear e excitação não-ideal.....	95
Figura 70 -	Comparativo modelo linear - excitação periódica x não-ideal.....	97
Figura 71 -	Potência adimensional - modelo linear - excitação periódica x não-ideal	98
Figura 72 -	Comparativo modelo não-linear - excitação periódica x não-ideal - $x_0 = 0$	99
Figura 73 -	Comparativo modelo não-linear - excitação periódica x não-ideal - $x_0 = 1,3$	101
Figura 74 -	Potência adimensional - modelo não-linear - excitação periódica x não-ideal	102
Figura 75 -	Potência adimensional - excitação não-ideal - modelo linear x não-linear.....	103
Figura 76 -	Viga bimorfa para teste de material piezoelétrico como captador e atuador.....	105
Figura 77 -	Diagrama de controle via LMI.....	108
Figura 78 -	Sistema linear + excitação periódica - controlado x sem controle (LMI) - $\Omega = 0,4$	111
Figura 79 -	Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado (LMI)	112

Figura 80 -	Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado (LMI)	114
Figura 81 -	Sistema linear + excitação não-ideal - controlado x sem controle (LMI) $\alpha = 0,4$	116
Figura 82 -	Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação não-ideal sistema sem controle x controlado (LMI)	117
Figura 83 -	Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação não-ideal - sistema sem controle x sistema controlado (LMI) - taxa de potência de atuação e líquida.....	118
Figura 84 -	Taxa de potência (Φ) excluindo ressonância - modelo linear com excitação não-ideal - sistema sem controle x sistema controlado (LMI)...	119
Figura 85 -	Sistema linear e excitação periódica - controlado x sem controle (OLC) - $\Omega = 0,4$	121
Figura 86 -	Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado (OLC)	122
Figura 87 -	Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida.....	123
Figura 88 -	Taxa de potência (Φ) - excluindo ressonância - modelo linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida.....	123
Figura 89 -	Sistema linear e excitação não-ideal - controlado x sem controle (OLC) - $\alpha = 0,4$	125
Figura 90 -	Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação não-ideal sistema sem controle x controlado (OLC)	127
Figura 91 -	Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação não-ideal - sistema sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida.....	127
Figura 92 -	Taxa de potência (Φ) - excluindo ressonância - modelo linear com excitação não-ideal - sistema sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida.....	128
Figura 93 -	Taxa de potência (Φ) - excluindo ressonância e pico negativo de taxa de potência líquida - modelo linear com excitação não-ideal - sistema	

	sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida.....	128
Figura 94 -	Sistema não-linear + excitação periódica - controlado x sem controle (OLC) $\Omega = 0,4$	130
Figura 95 -	Taxa de Potência (Φ) - modelo não-linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado - (OLC) - $f = 0,5$ e $x_0 = 0$	132
Figura 96 -	Taxa de potência (Φ) - modelo não-linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado - (OLC) - $f = 0,08$ e $x_0 = 0$	133
Figura 97 -	Taxa de potência (Φ) - modelo não-linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado - (OLC) - $f = 0,08$ e $x_0 = 1,3$	133
Figura 98 -	Taxa de potência (Φ) - modelo não-linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida $f = 0,5$ e $x_0 = 0$	134
Figura 99 -	Taxa de potência (Φ) - modelo não-linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida $f = 0,08$ e $x_0 = 0$	135
Figura 100 -	Taxa de potência (Φ) - modelo não-linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida $f = 0,08$ e $x_0 = 1,3$	135
Figura 101 -	Expoente de Lyapunov - modelo não-linear com excitação periódica - sistema controlado (OLC)	136
Figura 102 -	Sistema não-linear e excitação não-ideal - controlado x sem controle (OLC) $\alpha = 0,5$	138
Figura 103 -	Taxa de potência (Φ) - modelo não-linear com excitação não-ideal sistema sem controle x controlado (OLC)	140
Figura 104 -	Taxa de potência (Φ) - modelo não-linear com excitação não-ideal - sistema sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida	140
Figura 105 -	Expoente de Lyapunov - modelo não-linear com excitação não-ideal - sistema controlado (OLC)	141
Figura 106 -	Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação periódica LMI x OLC	143

Figura 107 -	Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação periódica LMI x OLC - taxa de potência líquida	143
Figura 108 -	Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação periódica LMI x OLC - taxa de potência líquida - suprimindo a ressonância $\Omega =$ 0,7.....	144
Figura 109 -	Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação não-ideal LMI x OLC	144
Figura 110 -	Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação não-ideal LMI x OLC - sem valores de ressonância.....	145
Figura 111 -	Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação não-ideal LMI x OLC - taxa de potência líquida	145
Figura 112 -	Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação não-ideal LMI x OLC - taxa de potência líquida - suprimindo os picos de ressonância e valores muito negativos do controlador OLC.....	146

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Consumo de energia em dispositivos eletrônicos	30
Tabela 2-	Consumo de energia no estado passivo e ativo	30
Tabela 3 -	Densidade de potência para sistemas de captação de energia.....	31
Tabela 4 -	Sistemas de captação de energia pela fonte	32
Tabela 5 -	Sistemas de captação de energia baseados no corpo humano como fonte.....	33
Tabela 6 -	Captação de energia eletromagnética ($R= 1,000 \Omega$).....	33
Tabela 7 -	Comparação dos conversores vibracionais	34
Tabela 8 -	Dispositivos para as formas de transdução	35
Tabela 9 -	Potência pela frequência de excitação ($\zeta = 0,3$)	36
Tabela 10 -	Resumo comparativo - transdutores eletromagnéticos	37
Tabela 11 -	Resumo comparativo - transdutores eletrostáticos.....	38
Tabela 12 -	Comparação de κ conforme o modo de tensão	44
Tabela 13 -	Sistemas de ganho de eficiência em captação de energia	61
Tabela 14 -	Resumo de dispositivos de controle em sistemas de captação de energia	62
Tabela 15 -	Resumo de estratégias de dispositivos de controle piezoelétricos	62
Tabela 16 -	Sistemas de controle para captação de energia	63
Tabela 17 -	Resumo dos sistemas de captação de energia com atuadores ativos	77
Tabela 18 -	Sistemas de captação de energia com atuadores semi-ativos.....	77
Tabela 19 -	Valores dos expoentes de Lyapunov - modelo linear e excitação periódica.....	81
Tabela 20 -	Valores dos expoentes de Lyapunov - modelo não-linear e excitação periódica.....	85
Tabela 21 -	Valores dos expoentes de Lyapunov - modelo linear e excitação não-ideal	92
Tabela 22 -	Valores dos expoentes de Lyapunov - modelo não-linear e excitação não-ideal	95
Tabela 23 -	Coefficientes de materiais piezoelétricos comerciais.....	105
Tabela 24 -	Parâmetros de realimentação do sistema linear com excitação periódica (LMI) $\Omega= 0,4$	110
Tabela 25 -	Realimentação - linear + periódica (LMI) $\Omega= 0,5$ a $0,9$ e $f = 0,08$	111

Tabela 26 -	Valores da taxa de potência (Φ) para sistema sem controle e controlado - LMI.....	112
Tabela 27 -	Parâmetros de realimentação e de atuação para taxa de excitação (Ω).....	113
Tabela 28 -	Valores da taxa de potência (Φ) para sistema sem controle e controlado - LMI.....	113
Tabela 29 -	Ganho de potência (LMI) - modelo linear com excitação periódica.....	114
Tabela 30 -	Realimentação do sistema linear com excitação não-ideal (LMI) - $\alpha = 0,4$	115
Tabela 31 -	Realimentação - linear + não-ideal (LMI) $\alpha = 0,5$ a $5,0$	116
Tabela 32 -	Modelo linear com excitação não-ideal - valores da taxa de potência (Φ) para sistema sem controle e controlado (LMI).....	117
Tabela 33 -	Ganho de potência (LMI) - modelo linear com excitação não-ideal.....	119
Tabela 34 -	Parâmetros de realimentação do sistema linear com excitação periódica (OLC) $\Omega = 0,4$	121
Tabela 35 -	Realimentação - linear + periódica (OLC) $\Omega = 0,5$ a $0,9$ e $f = 0,08$	122
Tabela 36 -	Valores da taxa de potência (Φ) para sistema sem controle e controlado (OLC).....	122
Tabela 37 -	Ganho de potência (OLC) - modelo linear com excitação periódica.....	124
Tabela 38 -	Realimentação do sistema linear com excitação não-ideal (OLC) - $\alpha = 0,4$	125
Tabela 39 -	Realimentação - linear + não-ideal (OLC) $\alpha = 0,5$ a $5,0$	126
Tabela 40 -	Modelo linear com excitação não-ideal - valores da taxa de potência (Φ) para sistema sem controle e controlado (OLC).....	127
Tabela 41 -	Ganho de potência (OLC) - modelo linear com excitação não-ideal.....	129
Tabela 42 -	Parâmetros de realimentação do sistema não-linear com excitação periódica (OLC) $\Omega = 0,4$	130
Tabela 43 -	Realimentação - não-linear + periódica (OLC) $\Omega = 0,5$ a $0,9$ e $f = 0,08$	131
Tabela 44 -	Valores da taxa de potência (Φ) para sistema sem controle e controlado - (OLC).....	132
Tabela 45 -	Ganho de potência (OLC) - modelo não-linear com excitação periódica $f = 0,5$ e $x_0 = 0$	136
Tabela 46 -	Valores dos expoentes de Lyapunov - modelo não-linear e excitação periódica - sistema controlado (OLC).....	137

Tabela 47 -	Realimentação do sistema não-linear com excitação não-ideal (OLC) - $\alpha = 0,4$	138
Tabela 48 -	Realimentação - não-linear + não-ideal (OLC) $\alpha = 0,9$ a $5,0$	139
Tabela 49 -	Modelo não-linear com excitação não-ideal - valores da taxa de potência (Φ) para sistema sem controle e controlado (OLC)	140
Tabela 50 -	Ganho de potência (OLC) - modelo não-linear com excitação não-ideal	141
Tabela 51 -	Valores dos expoentes de Lyapunov - modelo não-linear e excitação não-ideal - sistema controlado (OLC).....	142
Tabela 52 -	Resumo dos ganhos de potência líquida	147

LISTA DE SIGLAS E SÍMBOLOS

FEM	<i>Finite Elements Method</i> - Método de Elementos Finitos, utilizado para projeto e análise de sistemas
LMI	<i>Linear Matrix Inequalities</i> - Equações Matriciais Lineares, utilizado em Controle Dinâmico
MEMS	<i>Microeletromechanical System</i> - Sistemas Micro Eletro Mecânicos
OLC	<i>Ótimo Linear Control</i> - Controle Linear Ótimo, utilizado em Controle Dinâmico
PZT	titanato zirconato de chumbo ($\text{Pb} [\text{Zr}_x \text{Ti}_{1-x}] \text{O}_3$ com $0 < x < 1$) - Material piezoelétrico muito utilizado em captação de energia de vibração
λ	Autovalor
L	Expoente de Lyapunov
<i>rms</i>	<i>Root Mean Square</i> - Raiz média quadrática
P	Potência
P_{act}	Potência de atuação
P_{net}	Potência líquida ($P_{net} = P - P_{act}$)
Φ	Taxa de Potência adimensional
Φ_{act}	Taxa de Potência de atuação adimensional
Φ_{net}	Taxa de Potência líquida adimensional ($\Phi_{net} = \Phi - \Phi_{act}$)
V	Voltagem ao passar pela resistência de carregamento
v	Taxa de voltagem adimensional ao passar pela resistência de carregamento
R	Resistência

Ψ	Taxa de resistência adimensional
k	Rigidez
ϑ	Taxa de rigidez adimensional. Para o modelo utilizado na tese $\vartheta = \frac{1}{2}$
l	Amortecimento mecânico
ζ	Fator de amortecimento mecânico adimensional
θ	Acoplamento piezoelétrico na equação que descreve a dinâmica mecânica do sistema
χ	Taxa de acoplamento piezoelétrico adimensional na equação que descreve a dinâmica mecânica do sistema
δ	Acoplamento piezoelétrico na equação que descreve o circuito elétrico do sistema
κ	Taxa de acoplamento piezoelétrico adimensional na equação que descreve o circuito elétrico do sistema
g	Força de aceleração imposta ao sistema
f	Taxa de força de aceleração adimensional imposta ao sistema
ω	Frequência de excitação
Ω	Taxa de frequência de excitação adimensional
τ	Recíproco da constante de tempo de carga do capacitor (relacionado à $1/R_l C_p$, onde R_l é a resistência de carregamento e C_p é o equivalente da capacitância dos filmes piezoelétricos)
Λ	Taxa adimensional do recíproco da constante de tempo de carga do capacitor
C	Capacitância
φ	Posição angular de uma massa excêntrica em um motor não-ideal
z	Posição angular adimensional de uma massa excêntrica em um motor não-ideal
X	Posição linear

x	Posição linear adimensional
a	Constante do torque líquido linear de um motor não-ideal
α	Taxa de torque líquido aplicado ao motor pelo momento de inércia
b	Constante de resistência do torque líquido linear de um motor não-ideal
β	Taxa de resistência do torque líquido pelo momento de inércia
r	Raio de giração de uma massa excêntrica em um motor não-ideal
μ	Taxa de excentricidade da massa desbalanceada
ξ	Taxa de excentricidade pelo momento de inércia
J	Momento de inércia

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	24
1.1	CONTRIBUIÇÃO CIENTÍFICA.....	27
1.2	OBJETIVOS.....	28
1.2.1	Objetivo geral	28
1.2.2	Objetivos específicos.....	28
1.3	DELIMITAÇÃO DA PESQUISA	28
1.4	ESTRUTURA DA TESE	29
2	CAPTADORES DE ENERGIA: ESTADO DA ARTE	30
2.1	FONTES DE ENERGIA PARA CAPTAÇÃO.....	30
2.2	FORMAS DE TRANSDUÇÃO DE VIBRAÇÃO EM ENERGIA ELÉTRICA.....	34
2.2.1	Transdução Eletromagnética	35
2.2.2	Transdução Eletrostática.....	37
2.2.3	Transdução Piezoelétrica.....	38
2.3	PERDAS EM SISTEMAS DE CAPTAÇÃO DE ENERGIA DE VIBRAÇÃO VIA PIEZOELETRICIDADE.....	45
2.4	GANHO DE EFICIÊNCIA SEM CONTROLE	46
2.4.1	Circuitos Eletrônicos.....	47
2.4.2	Solução topológica	48
2.4.3	Utilização de Impacto.....	49
2.4.4	Solução Multimodal	50
2.4.5	Efeito da Não-Linearidade	52
2.5	GANHO DE EFICIÊNCIA COM CONTROLE.....	60
2.5.1	Controle Mecânico	71
2.5.2	Controle Magnético	73
2.5.3	Controle Piezoelétrico	75
3	MODELOS DINÂMICOS PARA ESTUDO	78

3.1	MODELO LINEAR COM EXCITAÇÃO PERIÓDICA.....	78
3.2	MODELO NÃO-LINEAR COM EXCITAÇÃO PERIÓDICA.....	81
3.3	MODELO LINEAR COM EXCITAÇÃO NÃO-IDEAL.....	85
3.3.1	Fontes não-ideais acoplados a sistemas de captação de energia	87
3.4	MODELO NÃO-LINEAR COM EXCITAÇÃO NÃO-IDEAL.....	92
4	ENERGIA DISPONÍVEL PARA CAPTAÇÃO.....	96
4.1	MODELO LINEAR - EXCITAÇÃO PERIÓDICA X NÃO-IDEAL.....	96
4.2	MODELO NÃO-LINEAR - EXCITAÇÃO PERIÓDICA X NÃO-IDEAL	98
4.3	EXCITAÇÃO PERIÓDICA - MODELO LINEAR X NÃO-LINEAR	102
4.4	EXCITAÇÃO NÃO-IDEAL - MODELO LINEAR X NÃO-LINEAR	102
5	PROJETO DE CONTROLADORES.....	104
5.1	LMI - MODELO LINEAR + EXCITAÇÃO PERIÓDICA.....	107
5.1.1	Custo garantido H_2.....	108
5.1.2	Custo garantido H_∞	109
5.1.3	Taxa de Potência.....	112
5.1.4	Taxa de Potência Líquida	112
5.2	LMI - MODELO LINEAR + EXCITAÇÃO NÃO-IDEAL	114
5.2.1	Taxa de Potência.....	117
5.2.2	Taxa de Potência Líquida	118
5.3	OLC - MODELO LINEAR + EXCITAÇÃO PERIÓDICA	119
5.3.1	Taxa de Potência.....	122
5.3.2	Taxa de Potência Líquida	123
5.4	OLC - MODELO LINEAR + EXCITAÇÃO NÃO-IDEAL	124
5.4.1	Taxa de Potência.....	126
5.4.2	Taxa de Potência Líquida	127
5.5	OLC - MODELO NÃO-LINEAR + EXCITAÇÃO PERIÓDICA	129
5.5.1	Taxa de Potência.....	132

5.5.2	Taxa de Potência Líquida	134
5.5.3	Controle do Caos	136
5.6	OLC - MODELO NÃO-LINEAR + EXCITAÇÃO NÃO-IDEAL	137
5.6.1	Taxa de Potência.....	139
5.6.2	Taxa de Potência Líquida	140
5.6.3	Controle do Caos	141
5.7	CONTROLADOR LMI X OLC - MODELO LINEAR COM EXCITAÇÃO PERIÓDICA.....	142
5.8	CONTROLADOR LMI X OLC - MODELO LINEAR COM EXCITAÇÃO NÃO-IDEAL	144
6	CONCLUSÃO	147
6.1	SUGESTÕES PARA CONTINUAÇÃO DESSE ESTUDO	147
6.2	CONSIDERAÇÕES FINAIS	148
	REFERÊNCIAS	149

1 INTRODUÇÃO

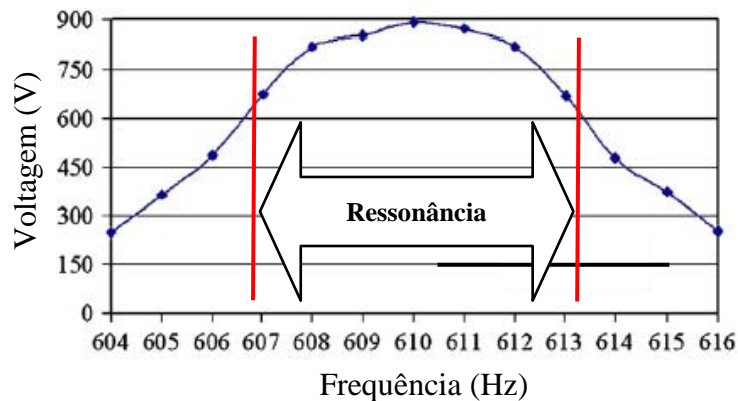
A proliferação de dispositivos remotos como sensores, transmissores e atuadores gera a necessidade de uma fonte de energia que não dependa de conexões físicas (CHEN et al., 2010). Cada vez mais também se utilizam monitoradores de integridade estrutural em pontes, prédios e outras construções civis (JUNG et al., 2013) que precisam de uma fonte de energia remota. A utilização de baterias poderia ser uma solução para esses dispositivos, no entanto sua vida curta e necessidade de manutenção desencorajam sua utilização para esse fim (SODANO; INMAN, 2004; LEFEUVRE et al. 2006; CHEN et al., 2010; YOUNGSMAN et al., 2010; RAHIMI et al., 2012; SCHLICHTING et al., 2013). Apesar de haver estudos para melhoria da vida das baterias, como no projeto de supercapacitores (YOUNGSMAN et al., 2010), algumas operações de troca de baterias se tornam mesmo impossíveis, como no caso de sensores embutidos em estruturas civis (SODANO; INMAN, 2004). As baterias também apresentam problemas de efeito nocivo ao meio ambiente, haja vista que são constituídas de metais pesados e que necessitam de descarte especial após o fim da sua vida útil (TANG et al., 2013). Outro aspecto que desencoraja o uso de baterias é a miniaturização dos dispositivos eletrônicos, onde as baterias apresentam um tamanho e peso que não se adequam a esses dispositivos (SARI et al., 2008).

Para os dispositivos eletrônicos de baixa potência, a captação de energia se mostra uma alternativa promissora, sendo que pode converter pequenas fontes, tais como energia térmica, luminosa e mecânica, em energia elétrica. Há de se considerar, também, que os dispositivos eletrônicos estão ficando mais eficientes em relação ao consumo de energia, sendo que alguns sensores remotos já podem operar com até 100 μ W (TANG et al., 2013).

Essa tese irá focar nos captadores de energia mecânica baseados em vibração, porque para muitas aplicações em sensores remotos e de monitoramento de integridade estrutural, a energia luminosa (de fonte solar) e energia térmica, não estão disponíveis no local de sua aplicação e necessidade de captação (YOUNGSMAN et al., 2010; SCHLICHTING et al., 2013). Além disso, os captadores de energia baseados em vibração costumam apresentar baixa necessidade de manutenção e podem ser utilizados em ambientes hostis, os quais muitas vezes se configuram como necessários para alocação de sensores (CHALLA et al., 2008).

Os primeiros projetos de captadores de energia baseados em vibração possuem respostas consideradas eficientes somente se a frequência da vibração de excitação for coincidente com a frequência natural do sistema excitado, causando o efeito chamado de ressonância (WU et al., 2006; SARI et al., 2008; EICHHORN et al., 2009; BLARIGAN et al., 2012; TANG et al., 2013). A frequência natural de um corpo é dada por $\bar{\omega} = \sqrt{k/m}$, onde k é a rigidez do material e m é sua massa (LIU et al., 2008); então a ressonância ocorre quando a frequência de excitação externa (ω) for igual à frequência natural do corpo. No entanto a maior parte da vibração do meio ambiente tem uma ampla faixa de frequência (HARNE; WANG, 2013; TANG et al., 2013) e se comporta de forma aleatória, como por exemplo, a vibração de estruturas de construção civil sujeitas a ação do vento (JUNG et al., 2013) e por consequência o efeito da ressonância é muito limitado. A **Figura 1** mostra que em apenas uma estreita faixa de ± 3 Hz acontece o efeito de ressonância e a máxima saída de voltagem para um sistema de captação de energia baseado em vibração, nesse caso uma viga engastada sujeita a excitação harmônica.

Figura 1 - Saída de voltagem em função da frequência de excitação



Fonte: Liu et al. (2008).

Essa estreita faixa de frequência limita as aplicações práticas para sistemas de captação de energia baseados em vibrações do meio ambiente que são focadas no efeito de ressonância (ROUNDY et al., 2003; YOUNGSMAN et al., 2010).

Outro aspecto da vibração do meio ambiente é sua baixa potência, onde a maior parte da vibração do meio ambiente está abaixo de 1000 Hz (LIU et al., 2008), sendo que a aceleração desse tipo de excitação está em torno de 0,2 a 12 m/s^2 (YOUNGSMAN et al., 2010). Segundo Zhu et al. (2010), para aplicações práticas de sistemas de captação de energia, deve ser considerada uma excitação menor que 1,0 m/s^2 e frequências em vibrações naturais do meio ambiente em torno de 50 Hz a 60 Hz. Mesmo a vibração forçada de dispositivos

eletromecânicos, que apresenta diferentes picos de vibração, tem baixa frequência de excitação. Um exemplo é do laptop modelo W500 da Lenovo, que apresenta picos de frequência de 85,2 e 119 Hz (LIU et al., 2013). A vibração do meio ambiente também pode ser considerada não harmônica e apresenta um comportamento aleatório com variação de frequência, amplitude, velocidade e potência (ZHAO; ERTURK, 2013).

Uma alternativa para melhorar a eficiência de sistemas de captação de energia é a utilização de controladores. No entanto, estudos realizados por Roundy e Zhang (2005) desencorajam a utilização de sistemas ativos de controle para aumento da eficiência de sistemas de captação de energia. Segundo os autores a quantidade de energia ganha com o aumento de eficiência do controlador nunca será maior que o gasto energético para fazer o controlador funcionar. Mais tarde, Lallart e Inman (2010) realizam um estudo numérico que contradiz os resultados de Roundy e Zhang (2005), obtendo um resultado positivo com o controle piezoelétrico ativo. Esse resultado foi confirmado por meio de um experimento, sendo que o controle ativo aumentou a banda de ressonância de 4,1 Hz para 17 Hz, um aumento superior a 4 vezes para o sistema controlado. Em outro trabalho, Lallart e Guyomar (2010) conseguiram aumentar a eficiência de captação por meio do uso de controlador em até 40 vezes. Esses resultados contrariam aquele obtido por Roundy e Zhang (2005) e a explicação para esse antagonismo foi dada por Zhu et al. (2010) que encontrou uma falha no equacionamento de Roundy e Zhang (2005), sendo que esses últimos utilizaram a potência máxima do atuador na análise da potência líquida no lugar de utilizar o conceito de potência média e chegaram a errada conclusão de que um sistema de controle ativo não poderia nunca atingir uma potência líquida positiva. Adicionalmente, Zhu et al. (2010) consideram que no estudo de Roundy e Zhang (2005) não foi avaliado que a energia necessária para conduzir o comportamento do sistema vai depender da direção do deslocamento, sendo que a atuação na mesma direção do deslocamento tende a gastar menos energia.

Dado esse cenário, onde a vibração do meio ambiente é aleatória e varia em uma larga banda de frequência e também possui baixa potência, Wang e Inman (2012) sugerem que a solução mais promissora para ganho de eficiência em sistemas piezoelétricos de controle ativo são aquelas baseadas em controle ótimo. Esse tipo de controle não faz o aumento da banda de frequência de ressonância, como os trabalhos apresentados até então, mas faz a maximização da energia captada, independente da banda e da frequência. Além disso, a solução com controle ótimo pode fazer uso das não-linearidades do sistema e dessa maneira otimizar o seu comportamento.

Dessa maneira, essa tese propõe um controle ativo por meio de controle ótimo utilizando Inequações Matriciais Lineares (LMI - *Linear Matrix Inequalities*) e Controle Linear Ótimo (OLC - *Optimal Linear Control*), que segundo Wang e Inman (2012) são o estado da arte em projetos de ganho de eficiência em sistemas de captação de energia. A utilização de dois controladores diferentes é para comparar o desempenho entre eles, sendo que sua abordagem no processo de otimização do comportamento é diferente, e também porque as Inequações Matriciais Lineares são aplicáveis somente a sistemas lineares e um dos modelos a ser estudado nessa tese é não-linear, portanto o uso do Controle Linear Ótimo se faz necessário a esse caso.

Além do projeto de controladores, essa tese também utiliza a vibração do meio ambiente modelada na forma periódica e também como uma fonte não-ideal. As fontes não-ideais se configuram como uma nova proposta para modelar excitações de baixa potência, as quais são influenciadas pela resposta do sistema excitado, conforme (BALTHAZAR et al., 2003; PALÁCIOS et al., 2003; EL-BADAWY, 2007; CHAVARETTE, 2012; ILIUK et al., 2013). O acoplamento de fontes não-ideais aos modelos propostos não foi estudada até o momento, configurando uma nova abordagem para esse sistema de captação de energia. O acoplamento da fonte não-ideal é abordada tanto para o modelo linear, quanto para o não-linear e são projetados controladores para essas duas configurações.

1.1 CONTRIBUIÇÃO CIENTÍFICA

Existem quatro principais contribuições científicas resultantes dessa tese, sendo:

1. Avaliação do comportamento dos sistemas de captação de energia sujeitos a excitação não-ideal.
2. Análise da eficiência dos sistemas de captação de energia sujeitos a excitação não-ideal em relação a excitação periódica.
3. Projeto de controladores de sistemas de captação de energia sujeitos a excitação periódica e não-ideal e que aumentem sua eficiência.
4. Comparação de eficiência dos controladores projetados para os modelos de sistemas de captação de energia propostos.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Analisar o comportamento dinâmico de dois sistemas de captação de energia de vibração, sendo um linear e outro não-linear e sujeitos a excitação periódica e não-ideal e propor dois controladores ótimos usando a técnica de desigualdades matriciais lineares (LMI) e controle linear ótimo (OLC) de forma a aumentar o ganho de eficiência em captação de energia.

1.2.2 Objetivos específicos

São apresentados os seguintes objetivos específicos de forma a esclarecer e complementar o objetivo geral dessa tese:

- Analisar o comportamento dinâmico de um sistema de captação de energia sujeito a excitação não-ideal em comparação a excitação periódica;
- Propor dois controladores ótimos e realizar simulações numéricas para verificar o aumento da eficiência dos sistemas de captação de energia sujeitos a excitação não-ideal e periódica;
- Comparar o desempenho dos dois controladores ótimos propostos.

1.3 DELIMITAÇÃO DA PESQUISA

Essa pesquisa se limita ao estudo numérico da eficiência dos sistemas de captação de energia de acordo com a fonte de excitação e sua eficiência com o projeto de controladores para maximizar a interação com cada fonte de excitação proposta.

Não serão abordados, por exemplo: resultados experimentais, modelamento da viga por FEM (Método de Elemento Finito), projeto da massa sísmica, posicionamento da massa sísmica (ou outro estudo topológico), estudo do material piezoelétrico, melhoria no acoplamento piezoelétrico, tipo de ligação de saída de voltagem (série ou paralelo), retificação de voltagem, projeto do circuito eletrônico de controle e avaliação do consumo de potência do circuito eletrônico de controle.

1.4 ESTRUTURA DA TESE

Essa tese está dividida em seis capítulos, sendo essa introdução e uma revisão bibliográfica do estado da arte em sistemas de captação de energia como parte do preâmbulo desse trabalho. No capítulo 3 são apresentados os estudos numéricos dos modelos dinâmicos a serem explorados nessa tese, sob efeito da excitação periódica e excitação não-ideal e no capítulo 4 são comparados os resultados desses estudos dinâmicos. No capítulo 5 estão apresentados os projetos dos controladores e as análises numéricas do resultado do controle sobre os sistemas de captação de energia estudados. Por fim, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões sobre o estudo realizado.

2 CAPTADORES DE ENERGIA: ESTADO DA ARTE

2.1 FONTES DE ENERGIA PARA CAPTAÇÃO

Captação de Energia é o aproveitamento da energia do ambiente para utilização em baixas potências. Segundo Vullers et al. (2009) e Lee et al. (2013) o consumo de energia em dispositivos eletrônicos vem diminuindo ao longo dos anos devido ao seu aprimoramento tecnológico. O consumo de potência médio de alguns dispositivos é dado na **Tabela 1**.

Tabela 1 - Consumo de energia em dispositivos eletrônicos

Dispositivo	Consumo de Potência
Laptop	50 W
Telefone Celular	1 W
Tocador MP3	50 mW
Aparelho de audição	1 mW
Sensores sem fio	100 μ W
Marcapasso cardíaco	50 μ W
Relógio de Quartzo	5 μ W

Fonte: Vullers et al. (2009) e Lee et al. (2013).

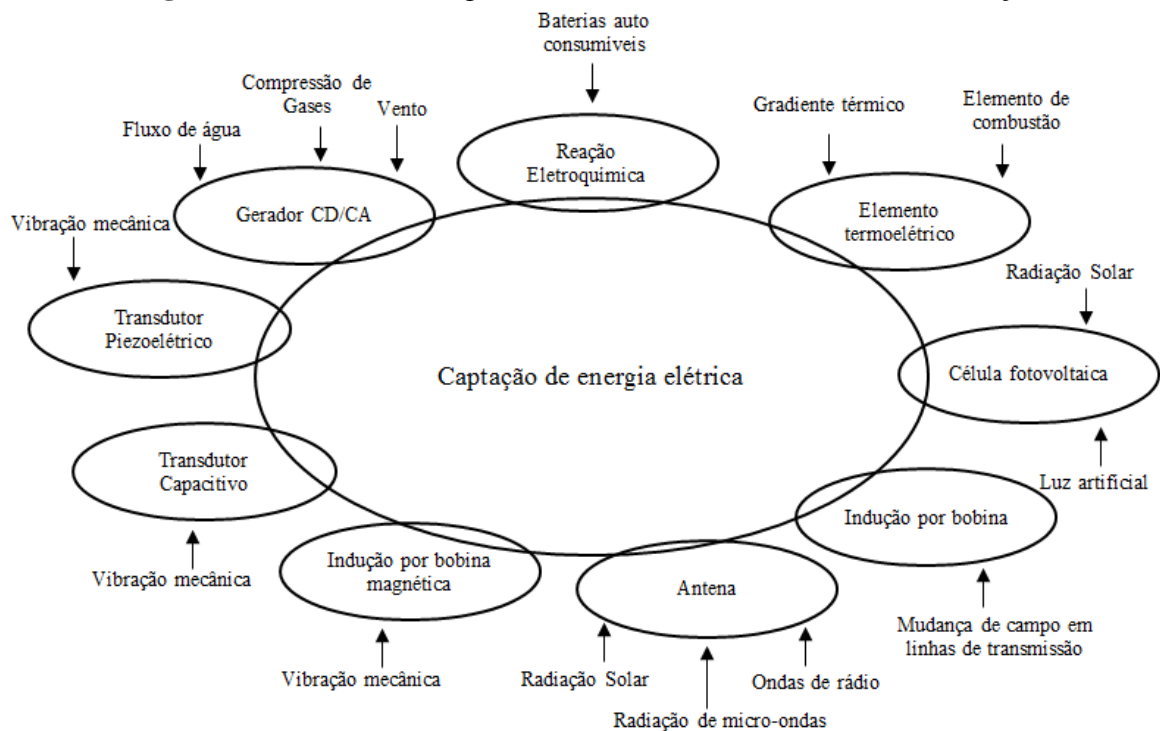
Em outro trabalho Howells (2009) apresenta o consumo de dispositivos eletrônicos considerando o estado ativo e passivo, como mostra a **Tabela 2**.

Tabela 2- Consumo de energia no estado passivo e ativo

Dispositivo	Consumo de Potência Passivo (W)	Consumo de Potência Ativo (W)
Telefone Celular	0,042	1,7
Comunicador de duas vias	0,158	0,675
Comunicador de texto	0,023	0,030

Fonte: Howells (2009).

Thomas et al. (2006) apresentaram um resumo das fontes de energia disponíveis no meio ambiente e forma de transdução para energia elétrica em sistemas de captação de energia, conforme mostra a **Figura 2**.

Figura 2 - Fontes de energia do meio ambiente e formas de transdução

Fonte: Thomas et al. (2006).

A forma mais comum de fontes de energia do ambiente para sistemas de captação de energia são a energia solar, gradientes térmicos e vibrações acústicas e mecânicas (RAGHUNATHAN et al., 2005; VULLERS et al., 2009; HOWELLS, 2009; LEE et al., 2013).

Tabela 3 - Densidade de potência para sistemas de captação de energia

Tecnologia de Captação	Densidade de Potência
Luz solar (externo, ao meio dia - células solares)	15 mW / cm ²
Força do vento do meio ambiente	1 mW / cm ²
Luz interna	1 μW / cm ²
Caminhada (palmilha piezoelétrica)	330 μW / cm ³
Vibração de pequeno forno micro-ondas	116 μW / cm ³
Gradiente térmico de 10° C	40 μW / cm ³
Rádio frequência (telefone celular)	0,1 μW / cm ²
Ruído Acústico de 100 dB	960 nW / cm ³

Fonte: Raghunathan et al. (2005), Vullers et al. (2009), Howells (2009) e Lee et al. (2013).

Conforme mostra a **Tabela 3**, a energia mais significativa para utilização em tecnologias de captação é a solar, no entanto a captação de energia solar somente é eficiente para ambientes externos com exposição direta ao Sol e muitas das soluções para captação de energia não podem contar com ambientes abertos para sua utilização. Com isso, a captação de energia solar exige o armazenamento da energia captada mesmo para ambientes externos, para os momentos em que não há exposição à luz, contudo o armazenamento de energia não é uma opção interessante. Muitas soluções de gradiente térmicos foram apresentadas nos últimos anos (GAMBIER et al., 2012), mas da mesma forma que a energia luminosa, os gradientes térmicos necessitam de um sistema de armazenamento de energia (RAGHUNATHAN et al., 2005).

Tabela 4 - Sistemas de captação de energia pela fonte

Autor¹	Potência captada	Fonte
[24]	14,17 μ W	Vibração de pessoa correndo
[1]	1,38 μ W	Vibração
[29]	50 mW	Vibração
[30]	0,95 mW	Vibração de pessoa andando
[30]	2,46 mW	Vibração de pessoa correndo
[30]	983 μ W	Vibração média de pessoa andando e correndo
[32]	230 - 290 μ W	Vibração
[34]	0,3 μ W	Vibração de 4 MHz
[35]	100 μ W	Vibração
[38]	0,25 nW por viga	Vibração de baixa frequência
[41]	288 μ W	Vibração de baixa frequência
[43]	0,5 mJ	Térmica (com duas células paralelas)
[45]	34 μ W	Térmica
[48]	18 μ W	Térmica
[49]	10 μ W	Térmica
[52]	-86 dBm	RF, 13 dBm a 4 cm
[52]	12,39 μ W	RF, 316,23 Mw
[55]	10^{-5} - 0,1 mW/cm ²	RF

Fonte: Harb (2011).

A energia do vento foi explorada por Sirohi e Mahadik (2011) e Wu et al. (2013a). A energia da radiação solar e de pequenos gradientes de temperatura foi explorado por Gambier et al. (2012). Uma lista de diversos sistemas de captação de energia para diversas fontes foi

¹ Referências podem ser consultadas em Harb, 2011.

elaborada por Harb (2011), como mostra a **Tabela 4**. Outra lista, mais extensa, de sistemas de captação de energia para variadas fontes pode ser encontrada em Cepnik et al. (2013).

Uma lista de dispositivos de captação de energia que utilizam o corpo humano como fonte de extração foi elaborada por Zhu (2011), como mostra a **Tabela 5**.

Tabela 5 - Sistemas de captação de energia baseados no corpo humano como fonte

Tipo de transdução	Posição no corpo humano	Princípio de operação	Potência extraída (mW)
Lâminas de PVDF	Frente do sapato	Pressão	1,8
PZT unimorfo	Calcanhar	Pressão	1,1
Eletromagnético	Calcanhar	Pressão	230
Eletromagnético	Calcanhar	Força de chute	8,5
Não-Linear	Mochila	Andar	0,95
Não-Linear	Mochila	Correr	2,46
Tira de PVDF	Mochila	Carga 40N a 5 Hz	3,75
Tira de PVDF	Mochila	Carga 20N a 5 Hz	1,36
Pilha de Piezoelétrico	Mochila	Andar	0,176

Fonte: Zhu (2011).

A conversão de energia eletromagnética em energia elétrica também vem sendo estudada, por exemplo, Motjoloane et al. (2009) apresenta, conforme mostrado na **Tabela 6**, os resultados de um experimento que faz uso de uma antena para captar energia eletromagnética gerada em micro-ondas de transmissão de sinal. Em um trabalho parecido Costanzo et al. (2012) propõem um protótipo capaz de gerar até 59 μW de potência.

Tabela 6 - Captação de energia eletromagnética ($R= 1,000 \Omega$)

Frequência (GHz)	Saída de Voltagem (mV)	Saída de Potência (μW)
0,8	0,10	0,00001
1,2	0,40	0,00016
1,6	0,60	0,00036
2,0	0,60	0,00036
2,4	0,40	0,00016
2,8	0,30	0,00009
3,2	0,30	0,00009
3,6	0,35	0,00012
4,0	0,40	0,00016

Fonte: Motjoloane et al. (2009).

A utilização de vibração gerada por ondas acústicas em sistemas de captação de energia foi estudada por Wu et al. (2009) onde um cilindro de cristais sônicos de polimetil metacrilato (PMMA) foi utilizado para gerar vibração em um filme de fluoreto de polivinilideno (PVDF), que foi o material piezoelétrico utilizado na transdução de energia da deformação para elétrica. Esse dispositivo gerou aproximadamente 18 mV para uma frequência de excitação de 4,2 kHz. Outro exemplo utiliza o efeito termo acústico para excitar uma membrana de PZT (SMOKER et al., 2012) e também existe o trabalho de Lv et al. (2013) usando cristais fotônicos.

A conversão de energia térmica em sistemas de captação de energia utiliza o chamado efeito Seebeck por meio da junção de pares de material, ou termo acoplamentos. Vários projetos foram propostos como os de Qiao et al. (2008), Cuadras et al. (2010), Yu et al. (2012) e McKay e Wang (2013). A captação da energia do vento (eólica) utilizando um projeto inspirado em árvores foi proposta por (HOBBS; HU, 2012).

2.2 FORMAS DE TRANSDUÇÃO DE VIBRAÇÃO EM ENERGIA ELÉTRICA

Os captadores de energia de vibração podem ser divididos em três classes: eletromagnéticos, eletrostáticos e piezoelétricos, conforme **Tabela 7** (ROUNDY et al., 2003).

Tabela 7 - Comparação dos conversores vibracionais

Mecanismo	Vantagem	Desvantagem
Eletromagnético	Não precisa de fonte de voltagem.	Voltagem resultante entre 0,1 e 0,2 V.
Eletrostático	Fácil de integrar em microssistemas	Necessidade de fonte de voltagem separada
Piezoelétrico	Não precisa de fonte de voltagem. Voltagem resultante entre 3 e 8 V	Dificuldade de integrar em microssistemas ²

Fonte: Roundy et al. (2003).

A **Tabela 8** (IANNACCI et al., 2013) mostra um resumo de dispositivos de captação de energia de vibração comparando os três tipos de transdução; informando a frequência de excitação e a potência gerada para cada dispositivo.

² Dificuldade já superada pelos materiais piezoelétricos mais recentes.

Tabela 8 - Dispositivos para as formas de transdução

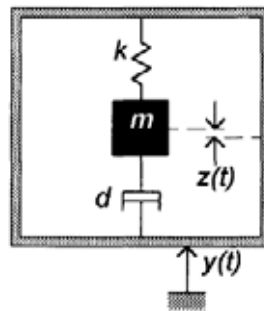
Autor³	Tipo de conversão	Frequência de Excitação (Hz)	Potência gerada (μW)
24	Piezoelétrica	167	2,74
25	Piezoelétrica	1011	489
26	Eletromagnética	280	17,2
27	Eletromagnética	1615	0,104
28	Eletrostática	1460	3,5
29	Eletrostática	10	6,0

Fonte: Iannacci et al. (2013).

2.2.1 Transdução Eletromagnética

Um dos primeiros trabalhos com proposta de sistema de captação de energia de vibração foi utilizando a transdução eletromagnética no estudo de Williams e Yates (1996). Em um estudo numérico, os autores determinaram a quantidade de potência gerada em uma massa vibrando em movimento em um único eixo de translação dentro de uma casca geradora de corrente (bobina), conforme mostra a **Figura 3**.

Figura 3 - Sistemas de captação eletromagnética



Fonte: Williams e Yates (1996).

Como resultado, percebeu-se que a quantidade de potência gerada dependia de vários fatores, tais como o amortecimento do sistema e frequência de excitação, sendo que o valor de excitação que resulta em potência mais significativa são aquelas que causam ressonância, ou seja, onde a frequência de excitação coincide com a frequência natural do dispositivo. Os picos de ressonância acontecem quando a frequência de excitação é igual à frequência natural

³ Referências podem ser consultadas em Iannacci et al., 2013.

do sistema para o experimento realizado por Williams e Yates (1996). Esse experimento também mostra que menores valores de amortecimento resultam em maior geração de energia.

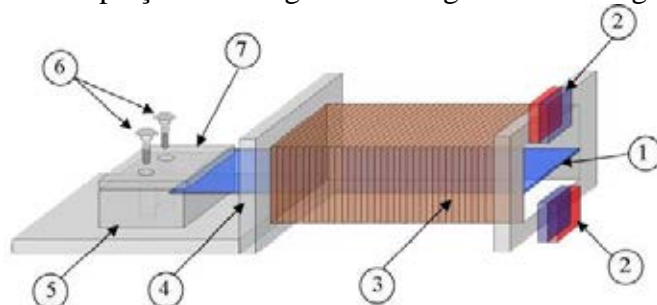
Tabela 9 - Potência pela frequência de excitação ($\zeta = 0,3$)

Frequência de Vibração (Hz)	Pico de deslocamento da massa ($\pm\mu\text{m}$)	Amplitude da fonte de vibração ($\pm\mu\text{m}$)	Potência gerada (μW)
70	50	30	1
200	10	6	1
730	1,5	0,9	1
330	50	30	100
1.000	10	6	100
3.300	1,5	0,9	100

Fonte: Williams e Yates (1996).

A explicação para esse fato reside no maior deslocamento da massa para menores valores de amortecimento (menor resistência ao deslocamento), no entanto, há de se considerar os limites físicos para o amortecimento, que no estudo numérico não encontra barreiras, ou seja, o sistema poderia ter um deslocamento causando deformação plástica, por exemplo, ou até mesmo chegando à ruptura. A **Tabela 9** mostra a variação da potência gerada de acordo com o aumento da frequência para um determinado valor de amortecimento, nesse caso, $\zeta = 0,3$. A captação de energia eletromagnética também foi explorada por Glynne-Jones et al. (2004), Wang et al. (2007), Kulkarni et al. (2008), Cepnik et al. (2011), Elvin e Elvin (2011), Zhu (2011), Roundy e Takahashi (2013). A proposta de Chiriac et al. (2014) é apresentada na **Figura 4**.

Figura 4 - Captação de energia eletromagnética com viga vibratória



. (1) viga metálica, (2) ímãs, (3) bobina, (4) suporte da bobina, (5) suporte de fixação, (6) parafusos, (7) placa de fixação.

Fonte: Chiriac et al. (2014).

Segundo Rahimi et al. (2012) a transdução eletromagnética apresenta como uma das vantagens em relação aos meios piezoelétricos e eletrostáticos a sua sensibilidade para baixas frequências. O autor apresenta um estudo numérico e experimental, e como resultado a potência obtida de acordo com diferentes frequências de excitação atingiu picos de 300 μW com uma excitação de 10 Hz e 1,81 g. Beeby et al. (2006) apresenta uma lista de dispositivos de captação de energia que utilizam a transdução eletromagnética, fazendo uma comparação entre eles, conforme mostra a **Tabela 10**.

Tabela 10 - Resumo comparativo - transdutores eletromagnéticos

Autor ⁴	P (mW)	F (Hz)	A (m/s ²)
[81,84]	0,3	4400	382
[92]	400	94	-
[24]	530	322	-
[85]	$0,4 \times 10^{-6}$	700	12,4
[91]	180	322	2,7
[96]	4000	100	0,4
[86]	2,5	11400	-
[87]	0,16	100	“Impulso”
[88]	1,44	400	-
[90]	0,5	9500	1,92
[93]	10	64	16,16
[94]	830	110	95,5
[89]	7000	35	-

Fonte: Beeby et al. (2006).

2.2.2 Transdução Eletrostática

A base da transdução eletrostática está na restrição de carga no capacitor, sendo que a voltagem irá aumentar se a capacitância for reduzida (ROUNDY et al., 2003), no entanto, a potência gerada nesses dispositivos geralmente estão associados a vibrações na casa de GHz, tornando sua aplicação muito restrita e normalmente fora da atuação da vibração encontrada no meio ambiente.

Outra solução seria aumentar o tamanho do dispositivo, mas essa solução torna inviável sua aplicação em sistemas eletrônicos de tamanho reduzido. Para solucionar esses

⁴ Referências completas em Beeby et al. (2006).

problemas, Sheu et al. (2011) propôs uma solução para baixas frequências utilizando um circuito integrado conseguindo 0,0924 μW para uma frequência de excitação de 105 Hz em um dispositivo de 3000 μm x 3000 μm x 500 μm . A solução em circuito integrado, além de conseguir gerar mais potência para baixas frequências, também possibilita a utilização em dispositivos eletrônicos de tamanho reduzido. A **Tabela 11** (BEEBY et al., 2006) mostra um resumo de vários autores que desenvolveram dispositivos para sistemas de captação de energia baseados na transdução eletrostática.

Tabela 11 - Resumo comparativo - transdutores eletrostáticos

Autor⁵	P (μW)	F (Hz)	V (mm^3)
[104]	58	4,76	-
[101]	64	2520	75
[103]	36	6	-
[107]	3,7	30	750
[108, 109]	100	1200	-
[100]	100	120	1000
[105]	0.12	45	-
[102]	0,065	4200	-
[110]	6	10	800
[99]	1052	50	1800
[99]	70	50	32,4
[111]	50	911	-

Fonte: Beeby et al. (2006).

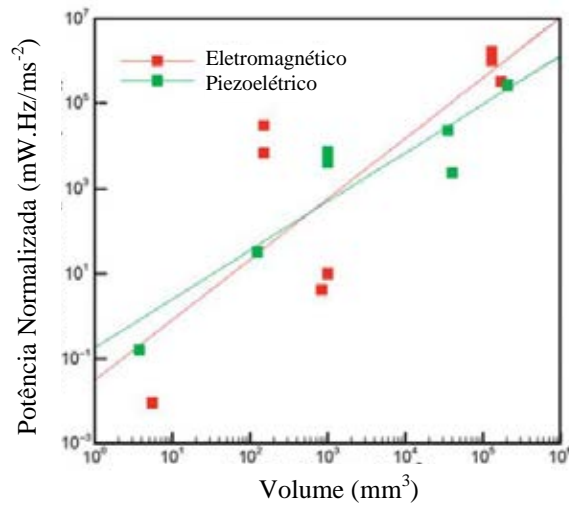
2.2.3 Transdução Piezoelétrica

A transdução piezoelétrica é baseada em vibração e utiliza o efeito piezoelétrico direto, o qual converte energia mecânica em energia elétrica. A aplicação mais importante de sistemas de captação de energia é na alimentação de eletricidade para dispositivos de baixo consumo, nesse caso, dispositivos de reduzido tamanho.

Um estudo realizado por Kim et al. (2012) mostra que a transdução piezoelétrica é mais adequada para dispositivos de pequeno tamanho do que dispositivos baseados no efeito eletromagnético, conforme mostra a **Figura 5**.

⁵ Referências completas em Beeby et al. (2006).

Figura 5 - Comparação da transdução piezoelétrica e eletromagnética

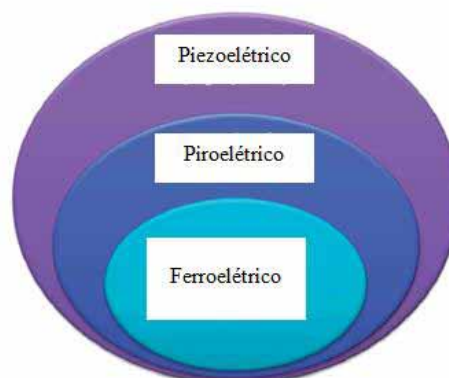


Fonte: Kim et al. (2012).

Os captadores piezoelétricos se configuram como uma grande classe de captadores de energia, sendo que os trabalhos científicos atuais tem dado mais ênfase a esse tipo de transdução. O efeito piezoelétrico é aquele onde um material separa a carga positiva e negativa quando submetido a uma tensão mecânica, criando um campo elétrico no material; esse é o efeito piezoelétrico direto. A de aplicação de um campo elétrico nesse material resulta em aparição de tensões mecânicas no caso inverso (DIBIN, 2011).

O efeito piezoelétrico foi descoberto pelos irmãos Curie em 1880-1881. A história da piezoeletricidade pode ser dividida em quatro estágios, sendo o primeiro dos cristais singulares de quartzo, depois o cristal singular com sal Rochelle, o terceiro os cerâmicos de titanato de bário e o quarto do titanato zirconato de chumbo cerâmico, (FUJISHIMA, 2000).

Figura 6 - Materiais piezoelétricos e suas classes



Fonte: Bowen et al. (2014).

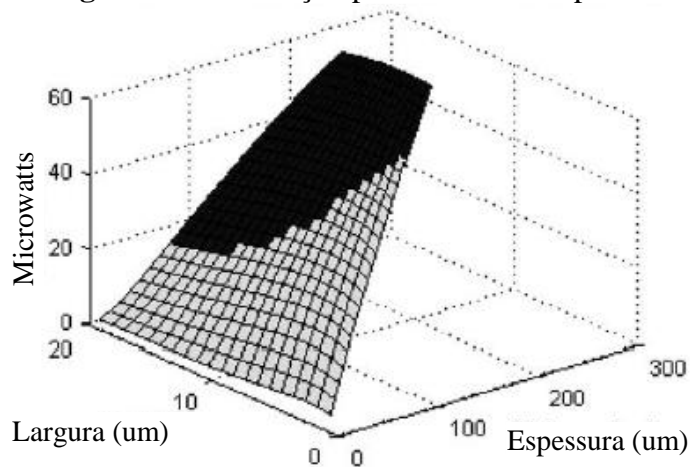
Os materiais piezoelétricos podem ser divididos em subclasses (BOWEN et al., 2014), como mostra a **Figura 6**, sendo os materiais piroelétricos aqueles que geram energia elétrica à

partir de um gradiente de temperatura e os ferroelétricos os quais convertem radiação luminosa em energia elétrica.

Os sistemas de captação de energia baseados no efeito piezoelétrico levam em consideração sua grande saída de potência, fácil integração com circuitos eletrônicos de tamanho reduzido e sua durabilidade (STOPPEL et al., 2011). Conforme Zhu (2011), os materiais piezoelétricos mais comumente encontrados em projeto de dispositivos de sistemas de captação de energia são o titanato de bário (BaTiO_3), titanato zirconato de chumbo cerâmico (PZT-5A, PZT-5H) e fluoreto de polivinilideno (PVDF).

O titanato zirconato de chumbo cerâmico, muito conhecido pela sua abreviação PZT é dado pela fórmula ($\text{Pb} [\text{Zr}_x \text{Ti}_{1-x}] \text{O}_3$ com $0 < x < 1$), e se destaca entre os diversos materiais piezoelétricos. O PZT foi descoberto em 1954 por Jaffe, Roth e Marzullo (JAFJE.; ROTH; MARZULLO, 1954) e tem larga aplicação em sensores, atuadores e mais recentemente em sistemas de captação de energia por vibração.

Figura 7 - Transdução piezoelétrica x espessura



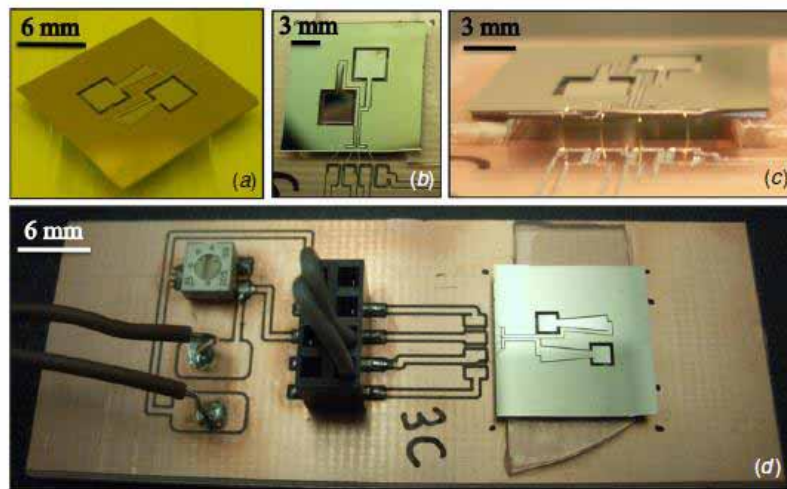
Fonte: Roundy et al. (2003).

A preferência pelo uso do PZT em sistemas de captação de energia se deve principalmente pelo seu alto coeficiente piezoelétrico (STOPPEL et al., 2011). A maior parte da vibração do meio ambiente está em baixa potência (MILLER et al., 2011) o que dificulta o projeto de captadores de tamanho reduzido baseados em piezoelectricidade porque os PZT perdem sua capacidade de transdução com a diminuição da espessura, conforme mostra a **Figura 7** (ROUNDY et al., 2003). No entanto essa dificuldade vem sendo estudada

largamente e diversos trabalhos propuseram filmes de baixa espessura e com bons resultados de captação de energia (BAÛ et al., 2011).

Além da espessura, a capacidade de transdução do PZT depende da temperatura, sendo que a frequência de ressonância e a saída de voltagem são reduzidas com o aumento da temperatura (XU et al., 2012b). A **Figura 8** se apresenta um modelo de sistema de captação de energia para baixas frequências utilizando uma viga de tamanho reduzido.

Figura 8 - Projeto de sistema de captação para baixas frequências



Fonte: Miller et al. (2011).

Um resultado médio de geração de energia de uma viga em balanço com uma camada de PZT, excitada por uma fonte de vibração periódica é de $0,1 \mu\text{W}$ para uma frequência de 70 Hz e de $0,1 \text{ mW}$ para uma excitação de 330 Hz; assumindo uma deflexão da viga de $50 \mu\text{m}$. Como conclusão, considera-se que a geração de energia é muito influenciada pela frequência de excitação e para baixas frequências (que agrupam a maior parte da vibração do meio ambiente) a geração de energia é muito pequena. No entanto, estudos recentes estão melhorando a capacidade piezoelétrica para filmes de baixa espessura utilizando silício na sua formulação (BAEK et al., 2011) ou mudando sua disposição cristalográfica (YEAGER; TROLIER-MCKINSTRY, 2012).

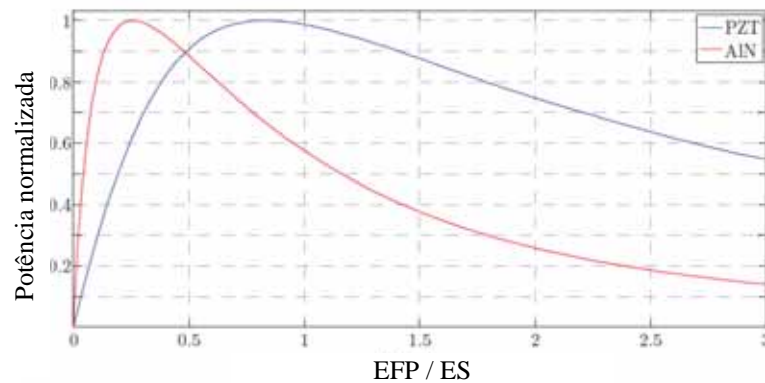
Outra solução para vencer a barreira das baixas potências e amplas faixas de frequência da vibração do meio ambiente é utilizar modelos não-lineares. Um estudo realizado por Neiss et al. (2013) determina qual PZT é mais adequado para utilização em sistemas não-lineares de captação de energia, sendo que os PZT mais duros demonstraram um resultado quase quatro vezes superior na transdução de energia em elétrica do que os PZT menos duros.

Estudos de Nanofibras de PZT também se apresentam como uma solução futura para efeitos gigantes de piezoeletricidade (ESPINOSA et al., 2012) onde resultados mostraram um efeito piezoelétrico constante na faixa de 0,079 Vm/N para nanofibras de PZT com diâmetro igual a 10 nm. A utilização de nanofibras piezoelétricas se apresenta como uma nova fronteira para projeto de sistemas de captação de energia. Um estudo de Hoang et al. (2013), utilizando nanofibras de nitreto de gálio (GaN), nitreto de alumínio (AlN) e óxido de Zinco (ZnO) fez uma comparação da efetividade piezoelétrica em relação aos mesmos materiais na forma de elemento agrupado e o resultado mostrou uma eficiência drasticamente superior das nanofibras em relação ao material agrupado, e que sua eficiência aumenta com a diminuição do diâmetro, ao contrário do material agrupado. Em outro trabalho Koo et al. (2012) apresentam os valores comparativos entre a carga por tensão no material piezoelétrico na forma de filme comparado com um nanomaterial piezoelétrico, sendo que o nanomaterial apresenta um valor superior. A utilização de nanofibras piezoelétricas em sistemas de captação de energia ainda são estudos preliminares, mas já se mostram uma alternativa muito interessante pela sua alta capacidade de transdução e por sua sensibilidade para baixas potências (MA et al., 2013).

A presença de chumbo na formulação do PZT tem um impacto no meio ambiente. Estudos recentes (SEUNG-HYUN, et al., 2012) propõem a substituição do chumbo pelo sistema de formulação de niobato tantalato de potássio e sódio $(\text{Na,K})(\text{Nb,Ta})\text{O}_3$ (NKNT) com pequena concentração de BiFeO_3 (BF), que também atende ao requisito efeito piezoelétrico gigante de filmes de baixa espessura para aplicação em sistemas de captação de energia de vibração.

Uma alternativa ao uso de PZT para sistemas de captação de energia se faz pelo uso de nitreto de alumínio (AlN) que possui a mesma capacidade de transdução do PZT com a vantagem de conseguir o mesmo resultado com um terço da espessura, além de não possuir chumbo (Pb) na sua composição (STOPPEL et al., 2011). Na **Figura 9** está apresentada a capacidade de transdução de energia mecânica em elétrica entre um filme de PZT e outro de AlN, de acordo com a relação de espessura do substrato da viga (ES) em relação a espessura do filme piezoelétrico (EFP). Quando a espessura do filme piezoelétrico se torna 1/3 da espessura do substrato, o AlN se mostra quase 4 vezes mais eficiente que o PZT.

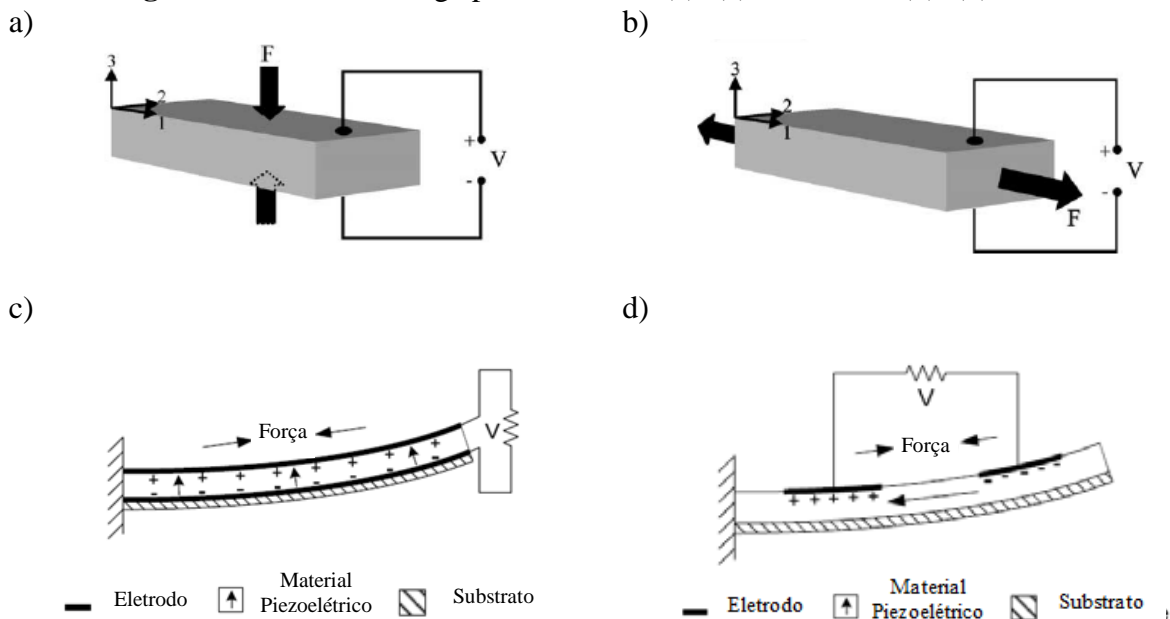
Figura 9 - Saída de potência do AlN x PZT quanto a espessura



Fonte: Stoppel et al. (2011).

Os transdutores piezoelétricos podem ter seu projeto constituído de diversas formas tais como filme, anel, mola, membrana e viga em balanço (MINAZARA et al., 2006).

Figura 10 - Modos de viga piezoelétrica - (a), (c) modo 33 e (b), (d) modo 31



Fonte: Roundy et al. (2003) e Zhu (2011).

O estudo do melhoramento do projeto da viga e demais itens de projeto chama-se topologia. Para essa tese, o foco será dado para o projeto na forma de vigas em balanço, que se trata do projeto mais estudado de transdutores piezoelétricos para captação de energia. Conforme Sodano e Inman (2004), as vigas também podem ter diversos projetos e seus modos podem ser classificados como 31 e 33, de acordo com o eixo de tensão, conforme mostra a **Figura 10** (ROUNDY et al., 2003).

De acordo com o modo de tensão na viga (33 ou 31) a capacidade de transdução é alterada. A **Tabela 12** mostra uma comparação do coeficiente de acoplamento (κ) de diversos materiais piezoelétricos de acordo com o modo de tensão (LEFEUVRE et al., 2009).

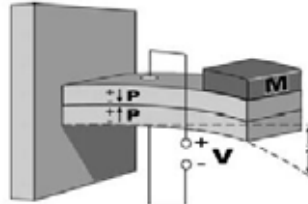
Tabela 12 - Comparação de κ conforme o modo de tensão

Material	κ_{33}	κ_{31}
PZT-5H	0,75	0,64
PZT-5A	0,68	0,57
BaTiO ₃	0,70	0,59
PVDF	0,20	0,12

Fonte: Lefeuvre et al. (2009).

As vigas também podem ter uma configuração chamada de bimorfa, ou seja, composta de materiais diferentes em uma mesma viga. Normalmente a solução bimorfa é composta de uma viga metálica com uma camada de PZT em cada lado da viga. Para melhorar o efeito da vibração são utilizadas massas sísmicas nas vigas, na **Figura 11** a viga possui uma massa na ponta para ajustar a dinâmica do sistema com a vibração externa buscando a ressonância.

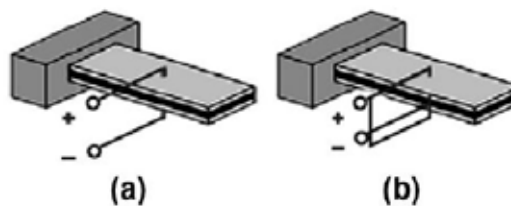
Figura 11 - Viga piezoelétrica bimorfa



Fonte: Roundy et al. (2003).

Outro aspecto topológico ao se analisar sistemas de captação de energia se dá pela associação dos elementos piezoelétricos, que podem ser em série ou paralelo, conforme mostra a **Figura 12**.

Figura 12 - Associações de piezoelétrico em série (a) e paralelo (b)



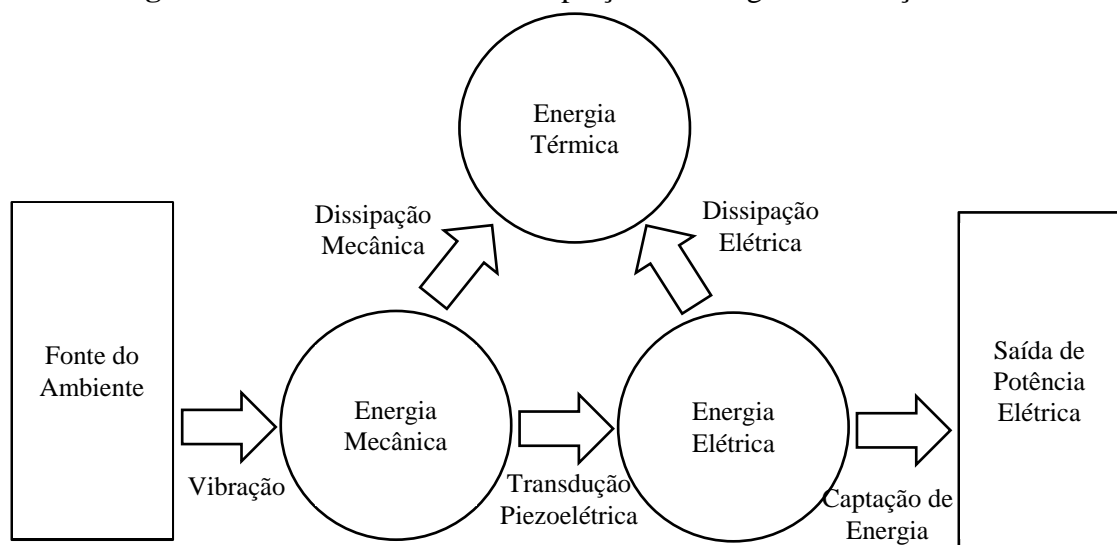
Fonte: Saadon e Sidek (2011).

As associações em paralelo produzem um melhor resultado para excitações de média e baixa frequência enquanto as associações em série apresentam melhor resultado para altas frequências (SAADON; SIDEK, 2011).

2.3 PERDAS EM SISTEMAS DE CAPTAÇÃO DE ENERGIA DE VIBRAÇÃO VIA PIEZOELETRICIDADE

Na maior parte dos casos, a vibração mecânica do ambiente se apresenta em uma vasta variedade de formas, tais como oscilação induzida, ruído sísmico, movimento de veículos, ruído térmico e demais ruídos do meio ambiente e de equipamentos. Dessa maneira, a energia é distribuída em um amplo espectro de frequência, de poucos a milhares de Hz, o que levou a diversas pesquisas para determinar métodos de otimização para aumentar a conversão e extração de energia ou melhorar os mecanismos de transdução (ANDÒ et al., 2010). A representação de um sistema de captação de energia baseado na vibração e utilizando material piezoelétrico é apresentado na **Figura 13** (LIANG; LIAO, 2011), incluindo suas perdas.

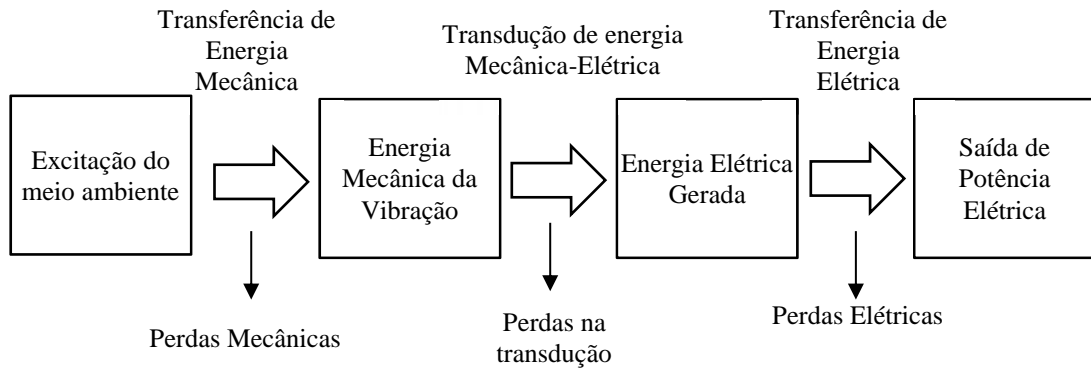
Figura 13 - Perdas em sistemas captação de energia de vibração



Fonte: Liang e Liao (2011).

Existem muitas perdas em sistemas de captação de energia de vibração utilizando materiais piezoelétricos que precisam ser eliminadas ou diminuídas, sendo que essas perdas podem ser divididas em mecânicas, de transdução e elétricas, conforme mostra a **Figura 14** (KIM et al., 2012).

Figura 14 - Transdução e perdas em sistemas de captação de energia de vibração

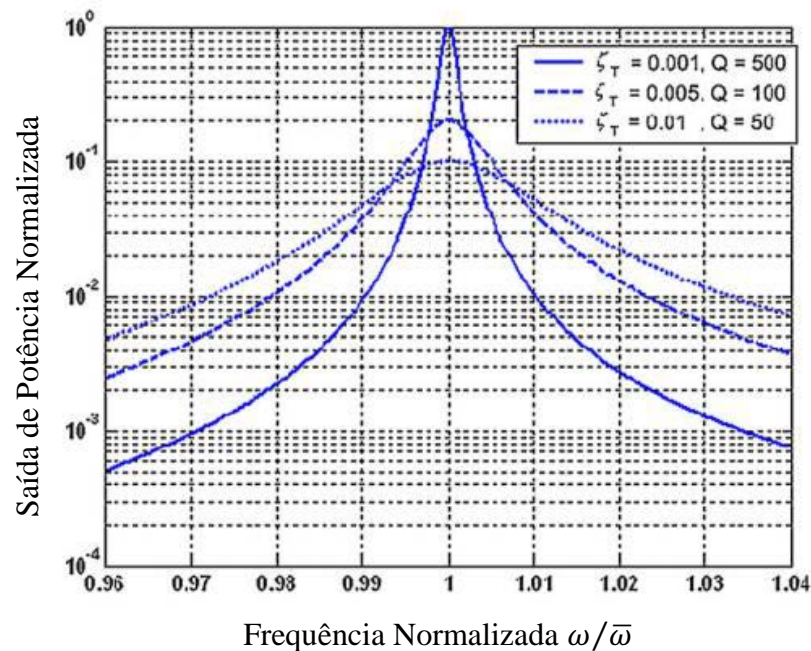


Fonte: Kim et al. (2012).

2.4 GANHO DE EFICIÊNCIA SEM CONTROLE

A maneira mais fácil de aumentar a eficiência em sistemas de captação de energia que utilizam a vibração como fonte de energia é aumentar o amortecimento do sistema, o que acarreta em uma maior banda de frequência de extração de energia, no entanto isso acarreta em redução da capacidade de transdução de energia, não caracterizando uma solução viável se aplicada sem o devido cuidado (COTTONE et al., 2012).

Figura 15 - Ressonância de acordo com o fator de amortecimento e fator de qualidade (Q)



Fonte: Zhu et al. (2010).

O ganho de eficiência do processo de captação de energia depende basicamente de três fatores: aumento do fator de qualidade mecânica (Q), aumento do coeficiente de acoplamento

eletromecânico e redução da perda dielétrica (WANG; INMAN, 2012). O primeiro fator está relacionado basicamente com as soluções topológicas, sendo que o estudo do formato da viga e da massa sísmica está nessa classe de soluções (DIYANA et al., 2012; NOH; YOON, 2012; TANG et al., 2013) que resultam no aumento do fator de qualidade mecânica. No entanto, o aumento de Q reduz a faixa de ressonância do sistema (ZHU et al., 2010; MASUDA; SENDA, 2011), como mostra a **Figura 15**, o que dificulta a utilização das soluções baseadas em ressonância.

O segundo fator é relacionado ao desenvolvimento de materiais piezoelétricos para melhorar o desempenho na transdução de energia mecânica em energia elétrica. O terceiro fator reside nas soluções de projetos elétricos, com novos materiais e novas soluções de circuitos eletrônicos (WANG; INMAN, 2012).

2.4.1 Circuitos Eletrônicos

Além de trabalhos que investigam soluções mecânicas e físicas para aumentar a eficiência, também existem diversos trabalhos que exploram o aumento da eficiência no comportamento elétrico com ajuste de carregamento capacitivo e indutivo por meio do controle da impedância do sistema, e dessa maneira aumentando a extração de energia. Exemplos desses estudos são o chaveamento de amortecimento sincronizado (SSD - *synchronized switch damping*), Ji et al. (2011), a extração de carga sincronizada (SDE - *synchronized charge extraction*), Tang e Yang (2011), extração síncrona de carga elétrica (SECE - *synchronous electric charge extraction*), Lefeuvre et al. (2007) e Wu et al. (2013b), captação com chaveamento sincronizado (SSH - *Synchronized Switch Harvesting*) Guyomar et al. (2007), captação com chaveamento sincronizado no indutor (SSHI - *Synchronized Switch Harvesting on Inductor*) (LALLART et al., 2008; GUYOMAR; LALLART, 2011; SAYED et al., 2013).

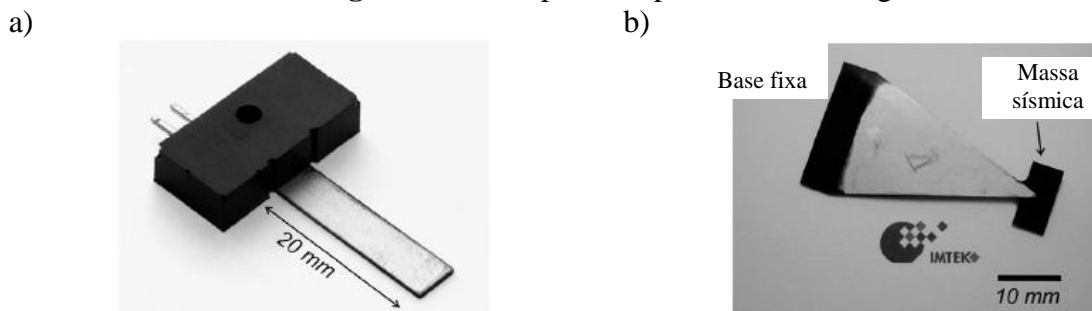
A saída de voltagem e sua transformação de corrente alternada (CA) em corrente direta (CD), acarretam em aumento de amortecimento do sistema (LESIEUTRE et al., 2004) e conseqüentemente aumenta as perdas de potência líquida, sendo que o projeto de uma ponte de retificação também se mostra importante no ganho de eficiência para os sistemas de captação de energia. Na otimização dos sistemas de transdução e carregamento elétrico também se apresenta o trabalho de Scruggs et al. (2012) que utiliza um controlador ótimo para

ajuste da ponte elétrica, conceito chamado de controle ótimo multi-objetivo (MOOC - *Multi-objective optimal control*).

2.4.2 Solução topológica

Dentre os trabalhos de ajustes físicos, existem aqueles que procuram melhorar o formato da viga de maneira a aumentar a transformação da fonte de excitação em energia cinética (LEE et al., 2009).

Figura 16 - Comparativo por formato da viga



Fonte: Goldschmidtboeing e Woias (2008).

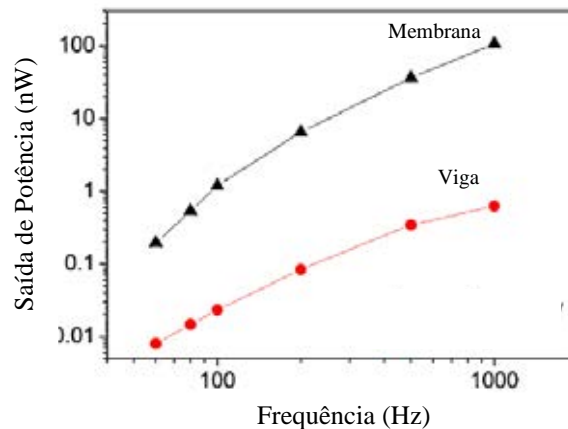
Diferentes formatos de viga foram testados numericamente por meio de elementos finitos (GOLDSCHMIDTBOEING; WOIAS, 2008) e comparados com resultados experimentais, sendo um comparativo realizado entre o formato retangular (**Figura 16a**) e triangular (**Figura 16b**) e como resultado pode-se perceber uma significativa diferença na captação de energia de acordo com o formato da viga. Esses estudos focam a ressonância e buscam adaptar o formato do sistema de captação de energia com a vibração para que o efeito da ressonância seja mais significativo.

Em um estudo parecido, Stoppel et al. (2011) verificaram por meio de análise de elementos finitos que uma viga trapezoidal consegue gerar até 20% mais saída de potência em uma viga com camada de AlN (Nitreto de Alumínio) do que uma viga retangular. Outro estudo com elementos finitos buscando melhor a resposta em ressonância foi realizado por Vatanabe et al. (2012). Em estudos mais recentes Yang et al. (2013) modelaram diversas massas de prova com o objetivo de aumentar a eficiência do captador de energia.

Em outro trabalho topológico Xu et al. (2012a) desenvolveram um método matemático para determinar o melhor ângulo α de uma viga inclinada em relação ao solo, sujeito a ação da gravidade e com utilização de uma massa sísmica, de tal maneira a maximizar a extração de energia. Outro estudo topológico para melhoria da eficiência em sistemas de captação de

energia foi realizado por Heidrich et al. (2013), comparando uma membrana corrugada de AlN com uma viga do mesmo material piezoelétrico e para a mesma fonte de excitação, de forma a verificar sua eficiência em captação de energia. O resultado foi uma maior extração de energia para a membrana, como mostra a **Figura 17**.

Figura 17 - Captação de energia da membrana x viga

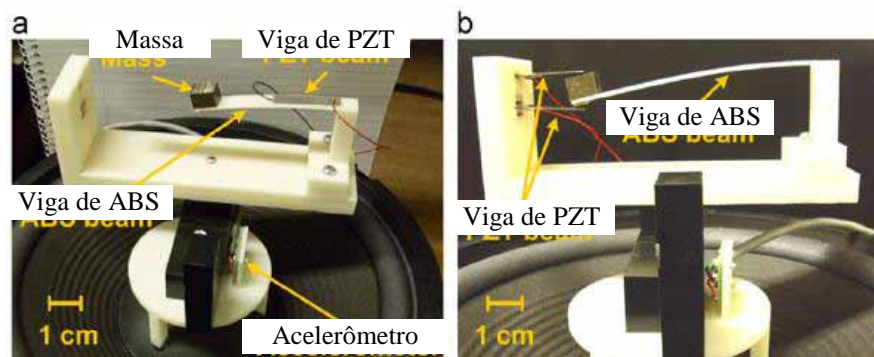


Fonte: Heidrich et al. (2013).

2.4.3 Utilização de Impacto

Em outro estudo de ganho de eficiência, Gu (2011) avaliou a utilização do impacto como fonte de ganho de eficiência na captação de energia mecânica para transdução em elétrica. Na **Figura 18a** é mostrada a viga sem elementos que causa impacto e na **Figura 18b** existem elementos que impedem o movimento livre da viga, causando impacto.

Figura 18 - Ganho de eficiência com uso do impacto

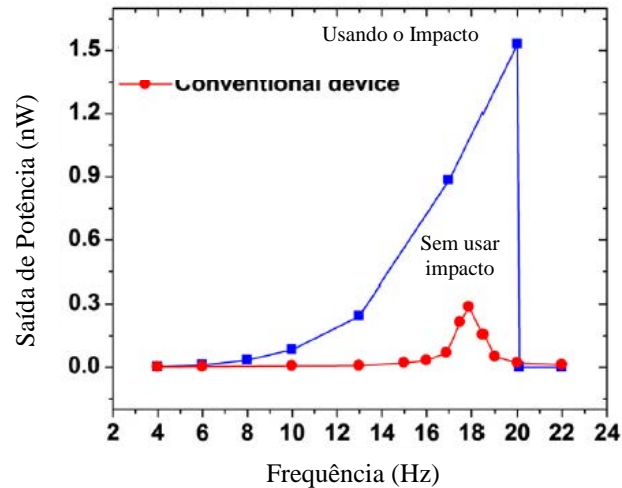


Fonte: Gu (2011).

Como resultado, houve maior extração de energia no modelo com os elementos que limitam o movimento da viga, do que sem esses limitadores. A explicação para o fato é que

apesar dos limitadores diminuïrem a amplitude do movimento da viga, a força do impacto é suficiente para suprir essa perda de energia e acrescentar ainda mais energia ao sistema, como mostra a **Figura 19**.

Figura 19 - Captação de energia utilizando impacto



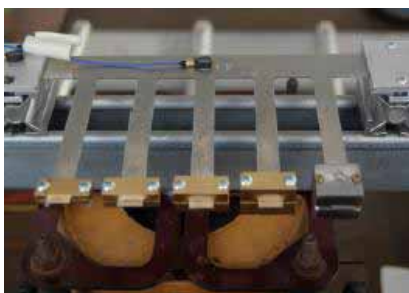
Fonte: Gu (2011).

2.4.4 Solução Multimodal

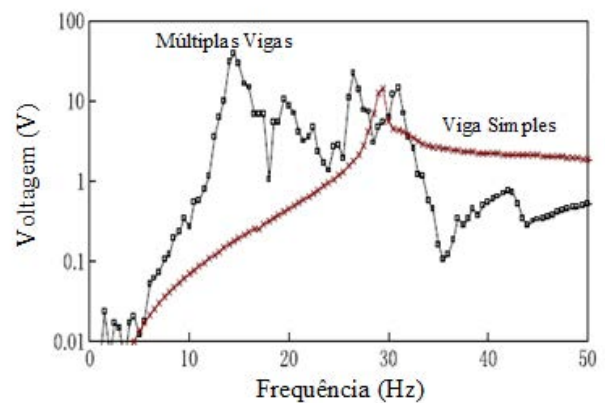
Na solução proposta por Liu et al. (2008) é montado um conjunto de várias micro vigas com filmes de PZT de tal maneira que o conjunto sempre tenha pelo menos uma delas em ressonância.

Figura 20 - Sistema de captação com múltiplas vigas

a)



b)

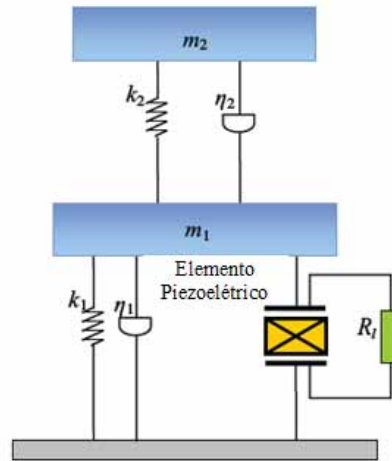


Fonte: Qi et al. (2010).

No protótipo proposto pelo autor, três vigas estão montadas em conjunto e a banda de frequência para ressonância passou para 200 a 400 Hz, para uma aceleração de 0,5 g, sendo

que o dispositivo resultou uma potência elétrica efetiva de $3,98 \mu\text{W}$ e uma saída de voltagem de 3,93 DC.

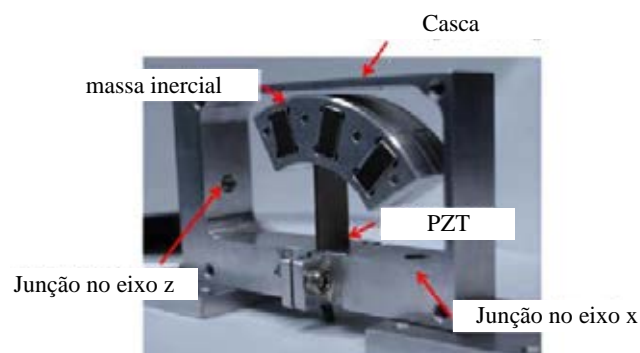
Figura 21 - Sistema multimodal com múltiplos graus de liberdade



Fonte: Tang e Yang (2012).

Uma solução proposta por Qi et al. (2010) também se baseia em múltiplas vigas, como mostra a **Figura 20a**, resultando em uma maior banda de frequência de ressonância, como mostra a **Figura 20b**. Múltiplas vigas também foram exploradas por Ferrari et al. (2008). Uma solução proposta por Tang e Yang (2012) é utilizar múltiplos graus de liberdade para aumentar a faixa de frequência de transdução, conforme mostra a **Figura 21**. O sistemas com múltiplos graus de liberdade (MDF - *multiple degree of freedom*) apresenta maior banda de frequência de ressonância e, conseqüentemente, maior extração de energia que o sistema equivalente de apenas um grau de liberdade (SDF - *single degree of freedom*).

Figura 22 - Sistema multimodal em dois eixos



Fonte: Park e Park (2013).

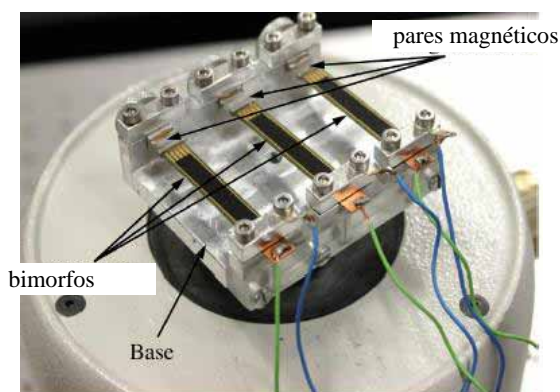
Na proposta de Park e Park (2013) uma massa com um valor significativo em relação ao conjunto foi incorporada ao sistema de forma assimétrica em relação à viga com camada

de PZT, sendo que a massa excitada causa um efeito em dois eixos para o sistema de captação de energia, como mostra a **Figura 22**. Como resultado, o dispositivo apresentou saída de potência para baixas frequências, com ressonância em torno de 45 Hz e sensível para acelerações inferiores a 1,0 g ($9,81 \text{ m/s}^2$), ou seja, o sistema é capaz de gerar potência para vibrações que normalmente ocorrem no meio ambiente.

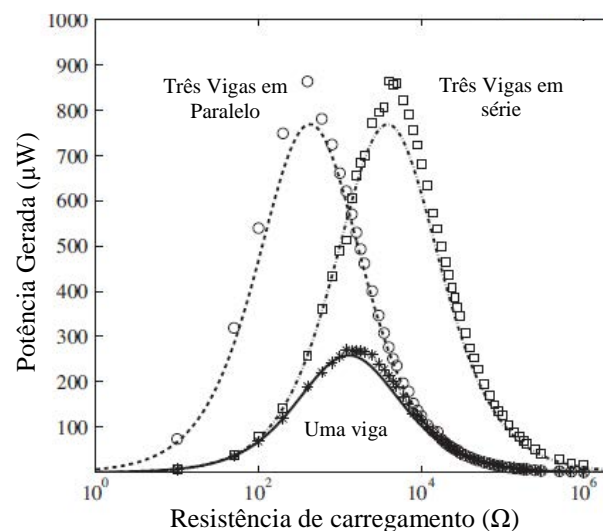
O dispositivo multimodal apresentado por Al-Ashtari et al. (2013), além de utilizar múltiplas vigas ainda faz uso de vigas bimorfas, conforme mostra a **Figura 23a** e conseguiu uma saída de potência muito mais significativa na frequência de 225,2 Hz, independente da ligação (série ou paralelo), como mostra a **Figura 23b**. O efeito multimodal também pode ser realizado pela utilização de camadas diferentes de material piezoelétrico (JEONG et al., 2008).

Figura 23 - Sistema multimodal com vigas bimorfas

a)



b)

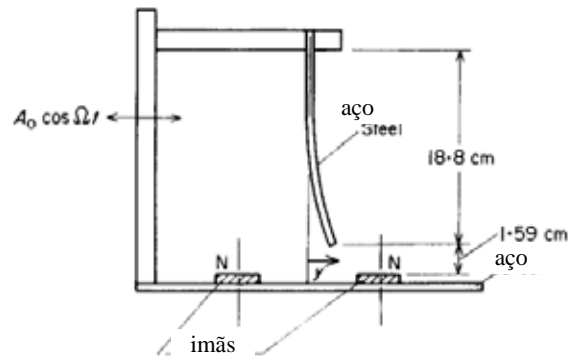


Fonte: Al-Ashtari et al. (2013).

2.4.5 Efeito da Não-Linearidade

O primeiro trabalho que envolveu a não-linearidade em uma viga sob o efeito de ímãs foi realizado por Moon e Holmes (1979), conforme mostra a **Figura 24**. Os autores identificaram o comportamento caótico nesse sistema e modelaram matematicamente a dinâmica que descreve esse movimento por meio de equações diferenciais ordinárias. Essa solução ficou conhecida com biestável.

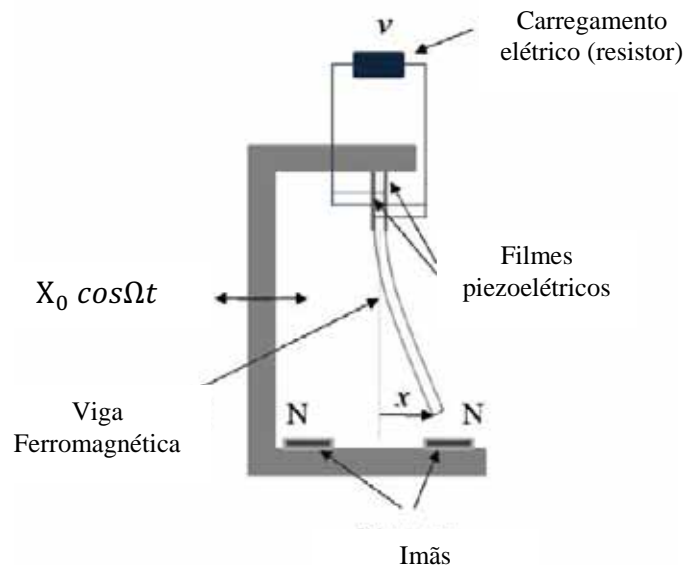
Figura 24 - Viga biestável por efeito de imãs



Fonte: Moon e Holmes (1979).

Mais tarde, Erturk e Inman (2011) utilizaram o modelo de viga biestável de Moon e Holmes (1979) e acoplaram um filme piezoelétrico em cada face da viga (viga bimorfa) e também um sistema de aquisição de saída de voltagem, conforme mostra a **Figura 25**.

Figura 25 - Modelo não-linear de viga bimorfa



Fonte: Erturk e Inman (2011).

No trabalho de Erturk e Inman (2011) foi realizado um estudo numérico e experimental para avaliar e comparar o comportamento dinâmico e o resultado em produção de energia elétrica do modelo linear da viga (sem utilização de ímãs, ou seja, modelo baseado em ressonância) e o modelo biestável (que apresenta um comportamento caótico e uma maior faixa de banda de frequência de resposta para a transdução de energia); essa comparação foi realizada para a mesma faixa de aceleração de excitação.

O modelo matemático que descreve o movimento da viga ferromagnética e a saída de voltagem para o modelo biestável e bimorfo são dados na equação (13), onde x é a taxa de deslocamento da ponta da viga na direção transversa ao seu comprimento, v é a taxa de voltagem ao passar pela resistência de carregamento, ζ é o fator de amortecimento mecânico, Ω é a taxa de frequência de excitação (como a investigação foi para valores de excitação abaixo da ressonância, então $\Omega < 1$), f é a força de excitação de acordo com a aceleração imposta ao sistema na base da viga (f está relacionado a $\Omega^2 X_0$, onde X_0 é a taxa de amplitude de deslocamento da base da viga), χ é a taxa de acoplamento piezoelétrico na equação mecânica, κ é a taxa de acoplamento piezoelétrico na equação que descreve o circuito elétrico, Λ é o recíproco da taxa da constante de tempo (Λ está relacionado a $1/R_l C_p$, onde R_l é a resistência de carregamento e C_p é o equivalente da capacitância dos filmes piezoelétricos).

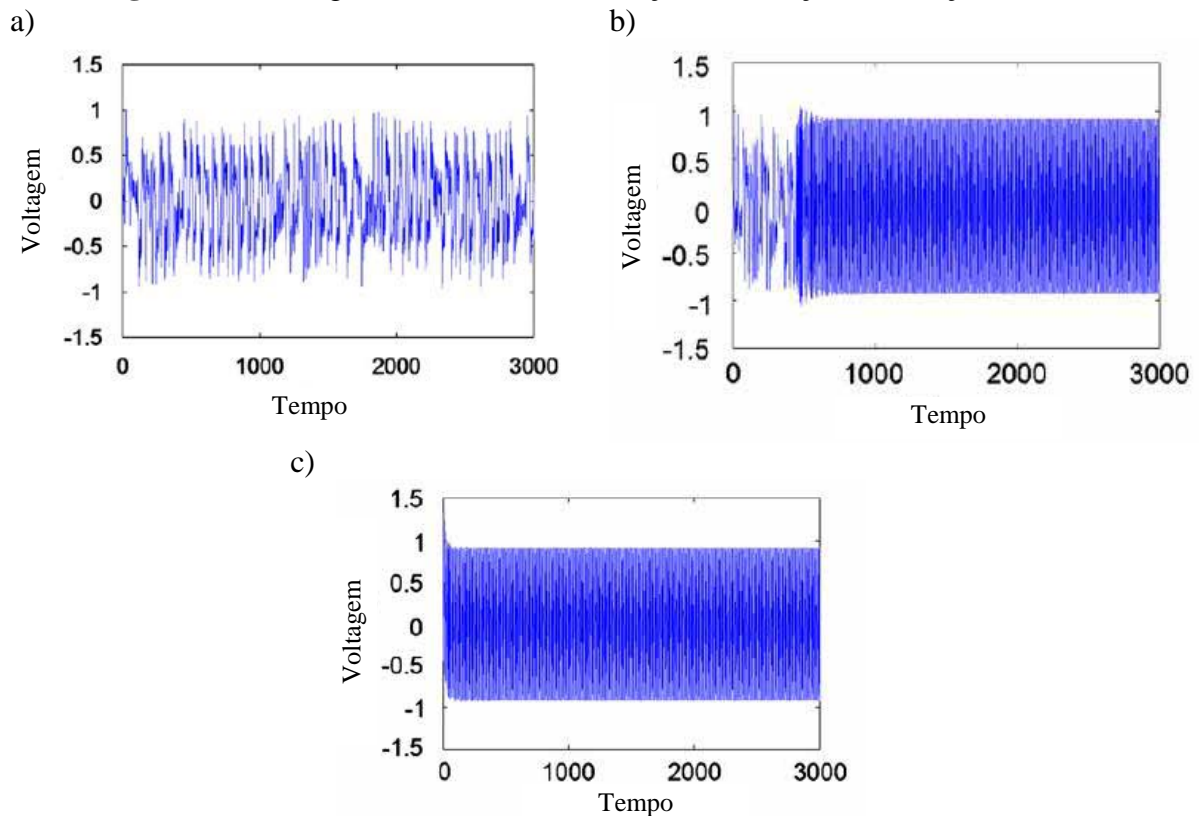
$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\zeta\dot{x} - \frac{1}{2}x(1 - x^2) - \chi v &= f \cos \Omega t \\ \dot{v} + \Lambda v + \kappa \dot{x} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Os autores perceberam que a força de excitação (f) afeta a resposta da geração de voltagem do sistema, mas que também as condições iniciais impostas ao sistema interferem no seu comportamento, porque a órbita de atração dos ímãs será afetada por essa condição inicial.

Considerando valores do sistema $\zeta = 0,01$, $\Omega = 0,8$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$ e $\Lambda = 0,05$, na **Figura 26a** a força de excitação foi $f = 0,08$ e na **Figura 26b** a força foi $f = 0,12$, resultando em muito mais energia. No entanto, para essas duas simulações as condições iniciais foram $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$. Na **Figura 26c** a força de excitação foi $f = 0,08$, igual a excitação da **Figura 26a**, no entanto as condições iniciais foram $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 1,3$ e $v(0) = 0$ e com a mesma força de excitação, gerou-se muito mais energia.

A explicação do fato é porque com mais energia inicial no sistema, a órbita de estabilização das forças de atração magnéticas também ficam em uma órbita de maior energia.

Figura 26 - Voltagem de acordo com a força de excitação e condições iniciais



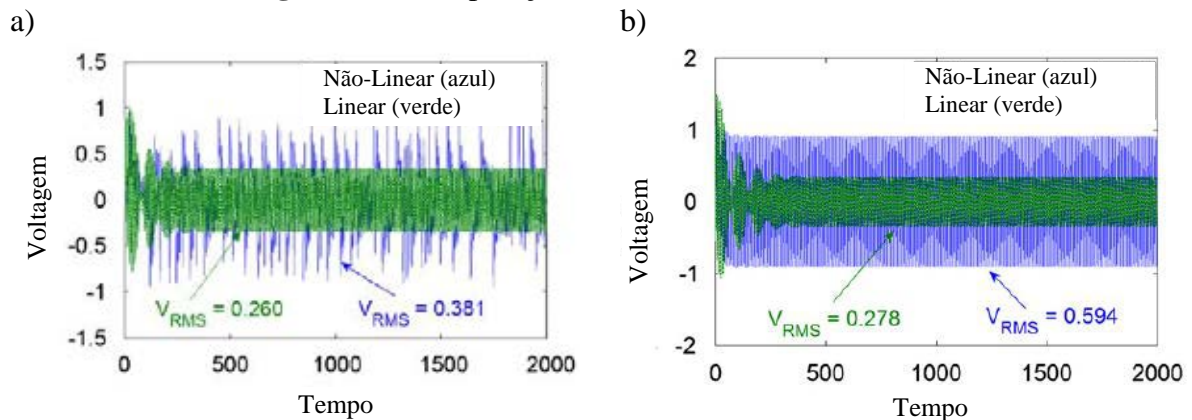
Fonte: Erturk e Inman (2011).

Considerando o mesmo sistema de captação de energia, mas sem a ação dos ímãs que causam o comportamento caótico, o modelo matemático é descrito pela equação (2).

$$\ddot{x} + 2\zeta\dot{x} + \frac{1}{2}x - \chi v = f \cos \Omega t \quad (2)$$

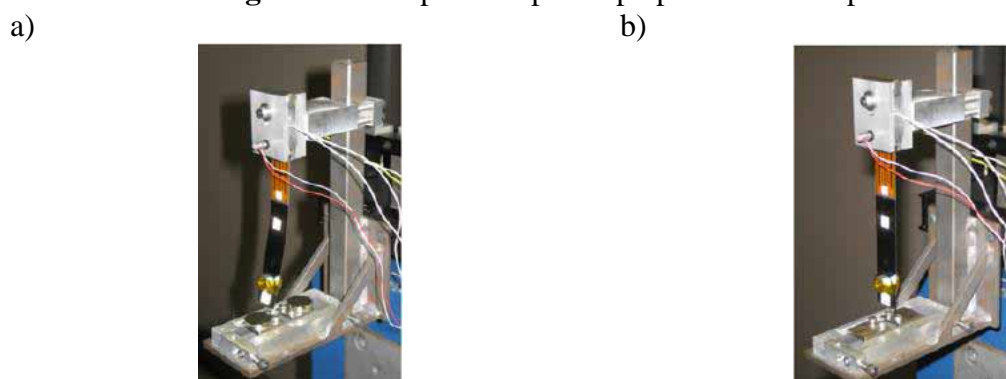
$$\dot{v} + \Lambda v + kx = 0$$

A comparação do modelo não-linear (com ímãs) com o modelo linear (sem ímãs) pode ser observado pela voltagem RMS resultante, conforme mostra a **Figura 27**, considerando os parâmetros de simulação sistema $\zeta = 0,01$, $\Omega = 0,8$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$, $\Lambda = 0,05$ e $f = 0,08$. Na **Figura 27a** as condições iniciais são $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$ e na **Figura 27b** as condições iniciais são $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 1,3$ e $v(0) = 0$. Pode-se perceber que a voltagem RMS para o sistema não-linear é 46,5% maior na condição inicial da **Figura 27a** e 113,7% maior na condição inicial da **Figura 27b**.

Figura 27 - Comparação do modelo linear e não-linear

Fonte: Erturk e Inman (2011).

Foi realizado um experimento para comprovar os resultados numéricos obtidos nas simulações numéricas das equações diferenciais do sistema. O dispositivo utilizado é apresentado na **Figura 28**, sendo a **Figura 28a** respectiva ao modelo não-linear (com ímãs) e a **Figura 28b** ao modelo linear (sem ímãs). Ambos os modelos foram excitados com um shaker sísmico em uma frequência harmônica (periódica), modelo Acoustic Power Systems APS-113. A aceleração da base foi medida com um acelerômetro modelo PCB Piezotronics U352C67 e a resposta de velocidade da viga foi medida por meio de um vibrômetro modelo Polytec PDV-100. A aquisição de dados de aceleração e velocidade foi obtida por meio de um sistema de aquisição de dados da National Instruments NI-cDAQ.

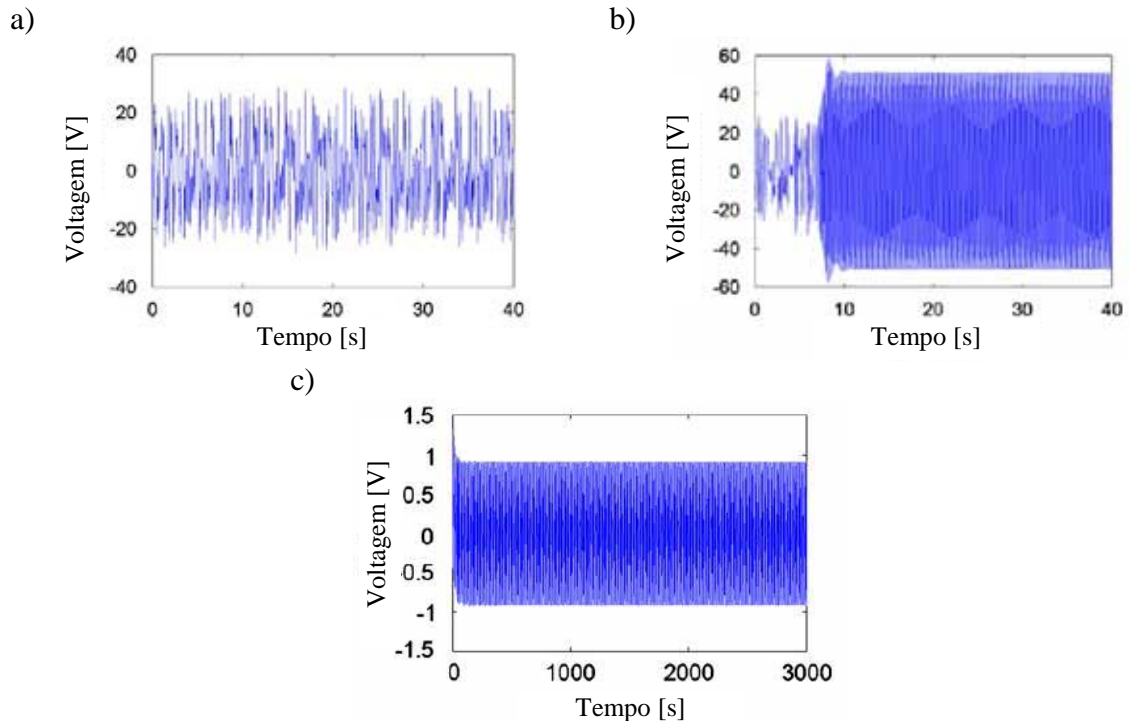
Figura 28 - Dispositivo protótipo para análise experimental

Fonte: Erturk e Inman (2011).

A viga testada tem 145 mm de comprimento, 26 mm de largura e 0,26 mm de espessura e feita de aço. Uma massa sísmica de 14 g foi adicionada à ponta da viga para aumentar sua flexão. Foi colocado um filme de PZT 5A (Midé Corporation, modelo QP16N) em cada face da viga, fixados com cola epóxi e ligados à saída de voltagem por uma ligação

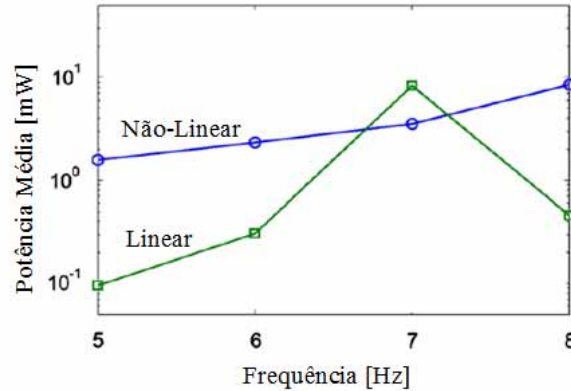
em paralelo. A frequência natural do sistema é de 10,6 Hz no caso linear e de 7,4 Hz para o sistema não-linear.

Figura 29 - Voltagem pela força de excitação e condições iniciais - experimento



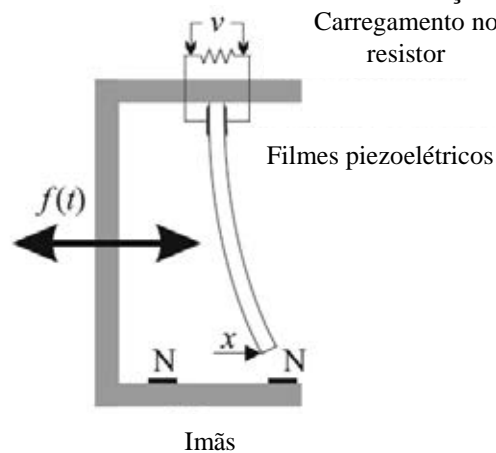
Fonte: Erturk e Inman (2011).

Repetindo experimentalmente o que foi analisado numericamente, com uma excitação de 0,5 g e 8 Hz foi gerada a voltagem conforme mostra a **Figura 29a**. Aumentando a excitação para 0,8 g o sistema apresenta um comportamento conforme mostra a **Figura 29b**. Se as condições iniciais forem mudadas, causando uma aceleração inicial (um toque com a mão na viga aos 11s), o sistema mostra um comportamento conforme apresentado na **Figura 29c**. Esses resultados estão muito adequados aos resultados numéricos, mostrando que a modelagem matemática utilizada descreve bem o comportamento real do sistema. Por fim, foi medida a saída de potência em mW e comparados os resultados para o modelo linear e não-linear. A **Figura 30** mostra que o modelo não-linear gera mais potência que o modelo linear, a menos do valor de ressonância em torno de 7 Hz, no entanto, considerando a larga banda de frequência da vibração do meio ambiente, então o modelo não-linear é mais adequado. A potência máxima encontrada para esse dispositivo protótipo foi de 8,45 mW para valores próximos de 10 Hz a uma aceleração da base de 0,5 g (0,35 g RMS).

Figura 30 - Potência do modelo linear x não-linear

Fonte: Erturk e Inman (2011).

Em um trabalho parecido, utilizando o mesmo modelo de Moon e Holmes (1979), Litak et al. (2010) descreveram o comportamento da viga não-linear sujeita a ação de uma frequência de excitação aleatória $f(t)$, sendo uma excitação com ruído branco, zero de média e desvio-padrão σ_f ; conforme mostra a **Figura 31** e a equação (3).

Figura 31 - Modelo não-linear com excitação aleatória

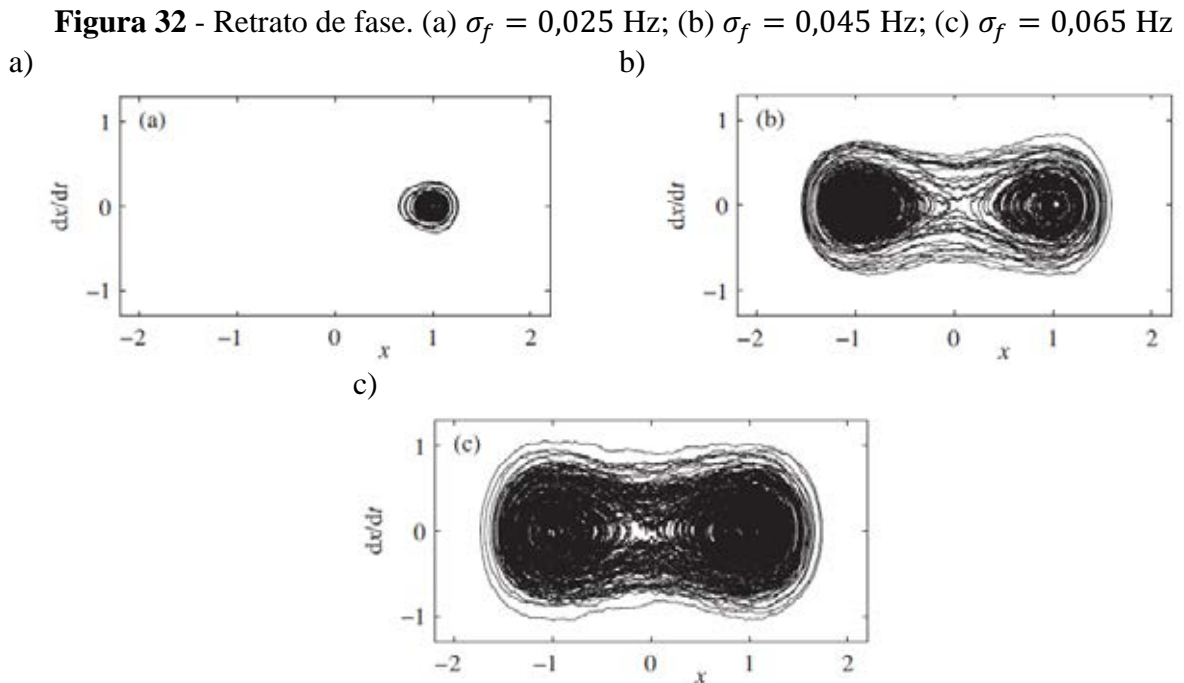
Fonte: Litak et al. (2010).

$$\ddot{x} + 2\zeta\dot{x} - \frac{1}{2}x(1 - x^2) - \chi v = f(t) \quad (3)$$

$$\dot{v} + \Lambda v + \kappa\dot{x} = 0$$

Com a variação do desvio-padrão, o comportamento do sistema é alterado, sem que haja incremento do valor médio da excitação. Variando os parâmetros σ_f , os retratos de fase desse sistema são apresentados na **Figura 32**. É possível visualizar um incremento significativo de energia no sistema quando o desvio-padrão é alterado de 0,025 (**Figura 32a**) para 0,045 (**Figura 32b**) e novamente existe um aumento significativo quando o desvio-padrão passa para 0,065 (**Figura 32c**). Considerando que o valor médio é o mesmo, ou seja, a quantidade de excitação média oferecida ao sistema é o mesmo, a explicação para esse fato

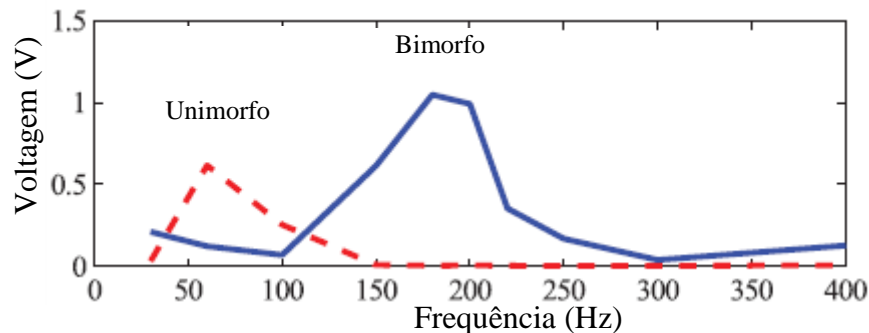
reside no comportamento caótico que foi inserido no sistema com maior desvio-padrão (LITAK et al., 2010).



Fonte: Litak et al. (2010).

As não linearidades também se apresentam como uma maneira de melhorar o fator de qualidade mecânica (Q) de um sistema piezoelétrico em favor do aumento da energia mecânica resultante, nesse caso, utilizando materiais com comportamento não-linear para que o sistema possa utilizar uma maior parte da banda de frequência. No micro captador de energia proposto por Liu et al. (2008), foi possível extrair até 900 mV de voltagem resultante quando o sistema entra em ressonância com a frequência de excitação.

Uma solução não-linear foi proposta por Blarigan et al. (2012) onde um sistema com um elemento bimorfo (duas camadas de material piezoelétrico) é conectado com uma viga com apenas uma camada de material piezoelétrico (unimorfo) resultando em um comportamento caótico e com maior energia do que um simples elemento bimorfo. Como resultado, o sistema consegue atender a baixas faixas de frequência pelo elemento unimorfo e a maiores faixas de frequência pelo elemento bimorfo, conforme mostra a **Figura 33**. Pellegrini et al. (2013) classifica as soluções não-lineares biestáveis de sistemas de captação de energia em dois grupos distintos, sendo um aqueles que utilizam a biestabilidade como parte do ciclo de vibração, aumentando a energia mecânica para conversão em elétrica e outro grupo que utilizam o efeito da biestabilidade para auxiliar no processo de transdução de energia mecânica em elétrica.

Figura 33 - Comparação da saída de voltagem

Fonte: Blarigan et al. (2012).

Outra solução não-linear foi proposta por Harne e Wang (2013), onde uma viga bimorfa com um ímã acoplado na ponta e outro ímã colocado de forma a interagir com o primeiro causa um efeito não-linear ao movimento da viga e aproveita melhor a faixa de excitação. Outro exemplo é o projeto de Andò et al. (2013) em que duas vigas bimorfa são colocadas em um ângulo entre elas, variando de 0°, 45° e 90°. Cada viga possui um ímã na ponta o que causa o efeito não-linear ao sistema.. O experimento confirmou os resultados numéricos que o ângulo influencia no resultado da geração de energia e a potência resultante para esse experimento chegou a 5,6 μW para um ângulo de 90° entre as vigas.

Os projetos multimodais e o aproveitamento da não-linearidade ajudam a aumentar a banda de frequência e contornar o problema da larga banda de frequência dos sistemas naturais, sendo que as soluções citadas aumentam a banda de ressonância e, dessa maneira, aumentam a eficiência dos dispositivos de captação de energia. No entanto a banda dos sistemas naturais é muito larga e mesmo com o aumento de banda de ressonância das soluções apresentadas, existe uma vasta faixa de banda não aproveitada. Nesse sentido, apresentam-se as soluções utilizando controle (ajustes), que podem ser mecânicos, magnéticos ou piezoelétricos.

2.5 GANHO DE EFICIÊNCIA COM CONTROLE

Os projetos de captadores de energia de vibração piezoelétricos baseados na ressonância encontram duas grandes barreiras, sendo:

- Limitação de tamanho porque a vibração do meio ambiente é de baixa potência;

- Limitação do efeito de ressonância, porque a vibração do meio-ambiente está em uma larga faixa de frequência mantendo e o efeito de ressonância ocorre em pouco tempo durante o processo de captação.

Para vencer essas duas barreiras e aumentar a eficiência dos captadores de energia várias soluções foram pensadas, como utilizar um captador ajustável mecanicamente (BLARIGAN et al., 2012; PARK; PARK, 2013), eletricamente (EICHHORN et al., 2009), magneticamente (CHALLA et al., 2008). Os sistemas de controle podem ser classificados como ATIVOS ou PASSIVOS, sendo os ativos aqueles que não precisam de energia externa para seu funcionamento, ou seja, a própria energia captada alimenta o controlador e o passivo é aquele que necessita de uma fonte externa para alimentar o controlador (WANG; INMAN, 2012; TANG et al., 2013). O SEMI-ATIVO ou também conhecido como SEMI-PASSIVO, é aquele que armazena parte da energia captada (normalmente em um supercapacitor) para então fazer o controle no momento que for necessário (MONACO et al., 2013).

Os controladores também podem ser classificados como contínuos, onde a ação do controlador ocorre todo o tempo e intermitentes, onde o controle somente ocorre quando o sistema está fora da ressonância. Um resumo de diversos trabalhos utilizando controladores é apresentado na **Tabela 13** (ZHU et al., 2010; TANG et al., 2013), onde são avaliados os controladores ativos e passivos.

Tabela 13 - Sistemas de ganho de eficiência em captação de energia

Métodos	Avaliação
Ajuste da frequência de ressonância: ATIVO	Normalmente utiliza o efeito piezoelétrico. Ajuste limitado. Moderado consumo de potência no controle. Ganho de potência líquida somente em uma estreita faixa de frequência. Fácil de implantar. Ajuste automático e contínuo. Ideal para frequências aleatórias e que variam constantemente.
Ajuste da frequência de ressonância: PASSIVO	Normalmente por ajuste mecânico ou eletromagnético. Ampla faixa de ajuste. Grande consumo de potência de controle. Ganho de potência líquida somente em uma estreita faixa de frequência. Difícil implantar. Ajuste automático de difícil operação. Ideal para movimentos de rotação.

Fonte: Tang et al. (2013).

Considerando as soluções com dispositivos que utilizam controle, sejam ajustes automáticos (autônomos) ou manuais, eles podem ser classificados de acordo com o tipo de ajustes em Mecânico, Magnético e Piezoelétrico. A **Tabela 14** mostra um resumo de

dispositivos de controle para sistemas de captação de energia considerando esses três tipos de ajustes e de acordo com os autores de estudos realizados sobre esse tema (PETERS et al., 2009).

Tabela 14 - Resumo de dispositivos de controle em sistemas de captação de energia

Autor⁶	Tipo de ajuste	Ressonância (Hz)	Faixa de Frequência (Hz)
[7]	Mecânico	250	208 - 250
[8]	Mecânico	380	290 - 380
[12]	Mecânico	155	130 - 180
[9]	Magnético	26	22 - 32
[10]	Magnético	98	67,8 - 98
[11]	Magnético	45	30 - 60
[5]	Piezoelétrico	94,5	91 - 94,5
[6]	Piezoelétrico	67	61,8 - 67
Peters et al., 2009	Piezoelétrico	78	66 - 89

Fonte: Peters et al. (2009).

Em um estudo parecido, Zhu et al. (2010) também fizeram um resumo dos controladores de sistemas de captação de energia segundo suas vantagens e desvantagens. Nesse caso eles analisaram somente os sistemas com controle piezoelétricos e classificaram em ajuste mecânico e ajuste elétrico, conforme a **Tabela 15**.

Tabela 15 - Resumo de estratégias de dispositivos de controle piezoelétricos

Estratégia	Vantagens	Desvantagens
Ajuste Mecânico: mudança de dimensão	- Não afeta o amortecimento	- Difícil de implantar - Não permite controle ativo
Ajuste Mecânico: mudança do centro de gravidade	- Não afeta o amortecimento	- Não permite controle ativo
Ajuste Mecânico: mudança da rigidez internamente	- Permite controle ativo	- Controle consome energia mesmo em ressonância

⁶ Referências completas podem ser consultadas em Peters et al., (2009).

Estratégia	Vantagens	Desvantagens
Ajuste Mecânico: aplicação de carregamento axial (mudança externa da rigidez)	<ul style="list-style-type: none"> - Fácil implantar - Permite controle ativo - Não consome energia em ressonância - Não afeta o amortecimento para carregamento de tensão 	- Afeta o amortecimento para carregamento de compressão
Ajuste Elétrico	<ul style="list-style-type: none"> - Fácil de implantar - Permite controle ativo - Não consome energia em ressonância 	- Baixa eficiência

Fonte: Zhu et al. (2010).

Em outro trabalho, Tang et al. (2013) fizeram um resumo dos sistemas de controle para aumento de eficiência em sistemas de captação de energia baseado no efeito piezoelétrico, classificando o tipo de controle entre mecânico, magnético e piezoelétrico e na forma de atuação do controlador, como ativo, passivo e semi-passivo, conforme mostra a **Tabela 16**.

Tabela 16 - Sistemas de controle para captação de energia

Autor⁷	Método	Tipo de Controle	Faixa de Ajuste (Hz)	Energia para Ajuste
[11]	Mecânico	Passivo	200 - 250	-
[12]	Mecânico	Passivo	292 - 380	-
[13]	Mecânico	Passivo	58,1 - 169,4	-
[14]	Mecânico	Passivo	80 - 235	-
[16]	Mecânico	Passivo	52 - 62	-
[17]	Mecânico	Passivo	130 - 180	-
[19]	Mecânico	Passivo	24 - 32	-
[18]	Mecânico	Passivo	6,2 - 16,2	-
[20]	Magnético	Passivo	22 - 32	85 mJ
[21]	Magnético	Passivo	88 - 99,38	-
[24]	Magnético	Passivo	13 - 22	3,2 - 3,9 J
[22]	Magnético	Passivo	67,6 - 98	2,04 mJ/mm
[23]	Magnético	Passivo	64,1 - 77,86	0,191 J

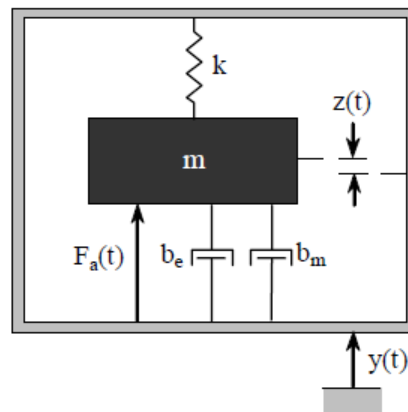
⁷ Referências completas podem ser consultadas em Tang et al. (2013).

Autor ⁷	Método	Tipo de Controle	Faixa de Ajuste (Hz)	Energia para Ajuste
[25]	Piezoelétrico	Ativo	91,5 - 95,5	Na ordem de μW
[26]	Piezoelétrico	Ativo	66 - 89	150 mW
[10]	Piezoelétrico	Ativo	64,5 - 67	440 μW
[27]	Piezoelétrico	Avivo	8,1 - 112	-
[29]	Piezoelétrico	Semi-passivo	20 (na faixa útil)	200 μJ

Fonte: Tang et al. (2013).

Um dos primeiros estudos de aumento de eficiência de sistemas de captação de energia com uso de controladores foi realizado por Roundy e Zhang (2005).

Figura 34 - Controlador ativo genérico em sistema de captação de energia



Fonte: Roundy e Zhang (2005).

A análise numérica realizada pelos autores utiliza um sistema “massa-mola” equivalente ao sistema de captação de energia conforme mostra a **Figura 34**, onde m é a massa sísmica, k é a rigidez do sistema, $F_a(t)$ é a força de excitação do sistema (que será derivada da atuação ativa do controlador), b_m representa o amortecimento mecânico viscoso (ou perda pura), b_e representa o amortecimento introduzido ao sistema pelo carregamento elétrico do atuador, $z(t)$ o deslocamento na direção de atuação e $y(t)$ a excitação externa.

Desconsiderando a atuação do controlador, a dinâmica do sistema massa-mola proposto pode ser expressa conforme a equação (4).

$$m\ddot{z} + (b_e + b_m)\dot{z} + kz = -m\ddot{y} \quad (4)$$

A saída de potência pode ser expressa pela equação (5).

$$P = \frac{1}{2} b_e \dot{z}^2 \quad (5)$$

Para uma excitação periódica (harmônica) senoidal, a saída de potência $|P_{out}|$ pode ser expressa pela equação (6).

$$|P_{out}| = \frac{m \zeta_e g^2}{4 \omega \zeta^2} \quad (6)$$

Onde ω é a frequência da excitação externa e coincidente com a frequência natural do sistema ($\omega = \bar{\omega}$) causando o efeito de ressonância, ζ_e é a taxa de amortecimento induzida eletricamente pelo atuador, ζ é a taxa de amortecimento composta do sistema, resultante da taxa de amortecimento eletricamente induzido ζ_e somada à taxa de amortecimento mecânico puro ζ_m e g é a magnitude da aceleração imposta ao sistema.

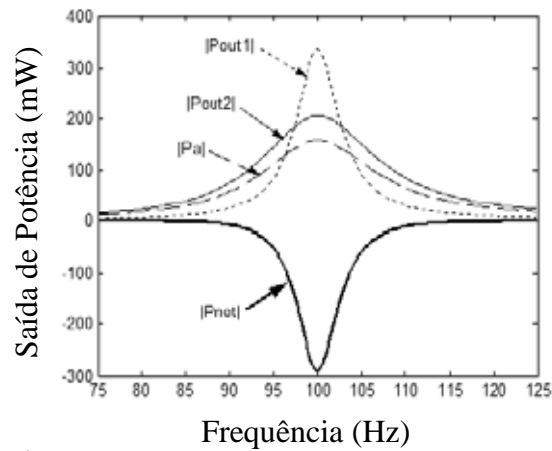
Considerando o caso onde o atuador altera a frequência natural do sistema de ω_1 (sem atuação do controlador) para ω_2 (com atuação do controlador), sendo essa alteração possível se houver uma atuação do controlador proporcional ao deslocamento, ocasionando uma alteração na rigidez efetiva do sistema; então a potência de atuação do controlador $|P_a|$ pode ser expressa de acordo com a equação (7).

$$|P_a| = \frac{m(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{8 \zeta^2 \omega_2^3} \quad (7)$$

Com essas equações, é possível determinar a potência de saída líquida com o uso de controle ativo $|P_{net}|$, expressa pela equação (8), onde $|P_{out1}|$ é a potência de saída sem atuação do controlador e $|P_{out2}|$ é a saída de potência com atuação do controlador.

$$|P_{net}| = |P_{out2}| - |P_a| - |P_{out1}| \quad (8)$$

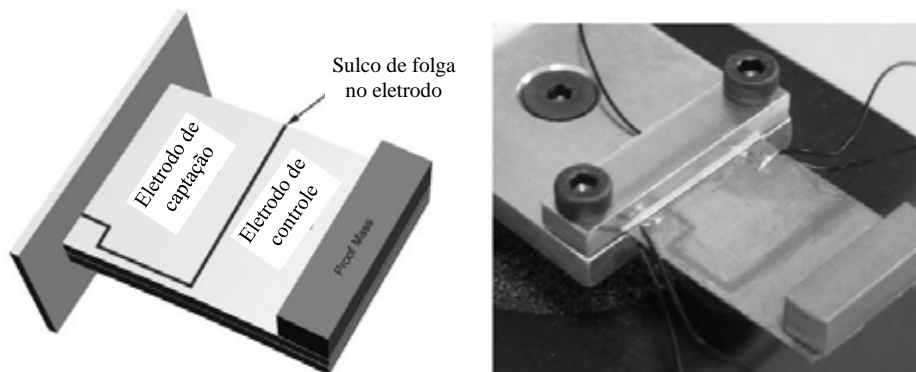
Figura 35 - Potência líquida com controle ativo em sistema de captação de energia



Fonte: Roundy e Zhang (2005).

O resultado numérico dessas equações, utilizando amortecimentos variando de 0,01 a 0,2 pode ser visualizado na **Figura 35**. Pode-se perceber que o valor da potência de saída líquida com uso de controle ativo $|P_{net}|$ não possui valores positivos, ou seja, numericamente está provado que o atuador ativo nunca resultará em potência positiva, e a explicação para o fato é que a potência de atuação sempre será maior que o ganho de potência usando o atuador por controle piezoelétrico (ROUNDY; ZHANG, 2005).

Figura 36 - Experimento de controlador ativo em sistema de captação de energia

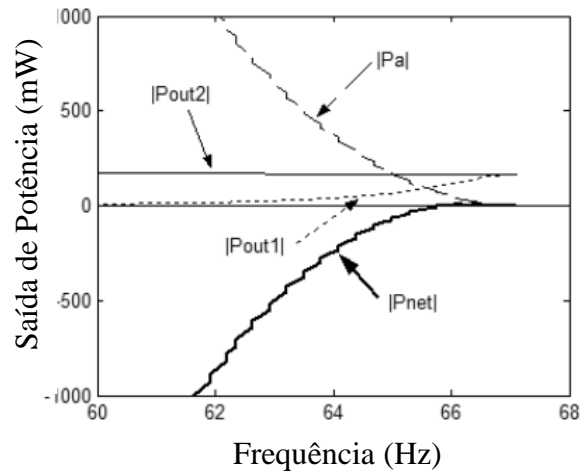


Fonte: Roundy e Zhang (2005).

Para testar os resultados numéricos e comprovar que a atuação com controlador piezoelétrico ativo nunca resulta em potência líquida positiva, Roundy e Zhang (2005), montaram um protótipo para realizar um experimento, como mostra a **Figura 36**. Nesse protótipo, parte do filme piezoelétrico é utilizada para captação de energia e parte atua no controle do comportamento do sistema.

Como resultado desse experimento, foi confirmado o resultado numérico que um controle ativo não gera um resultado positivo em termos de potência líquida resultante, conforme mostra a **Figura 37**.

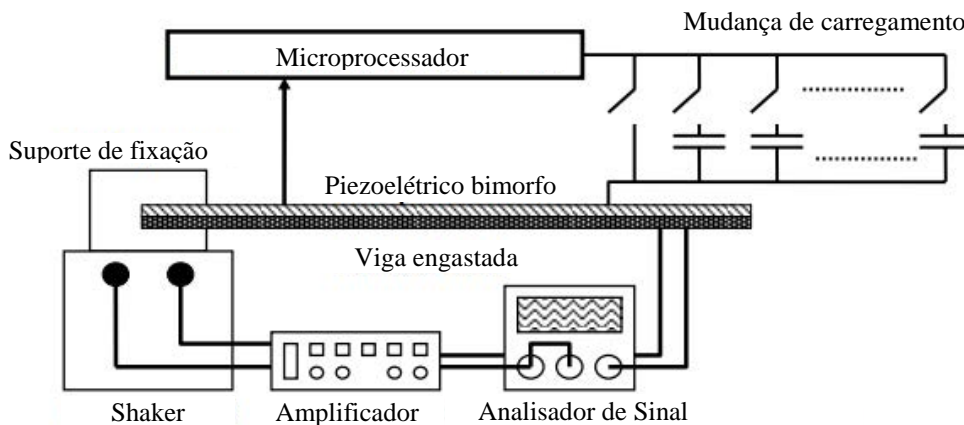
Figura 37 - Resultado experimental de potência líquida em função do uso de controle ativo



Fonte: Roundy e Zhang (2005).

O resultado do trabalho de Roundy e Zhang (2005) não desencorajou pesquisas sobre o controle ativo para ganho de eficiência em sistemas de captação de energia por vibração.

Figura 38 - Projeto de controlador com mudança de capacitância

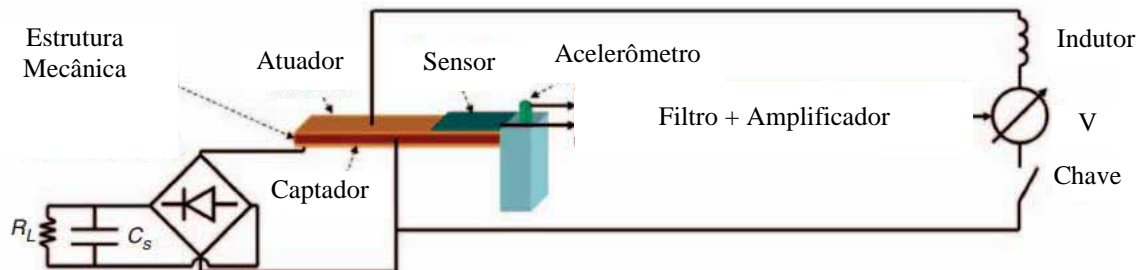


Fonte: Wu et al. (2006).

Wu et al. (2006) propõe um sistema que utiliza um controlador para alterar uma série de capacitores de tal forma a alterar o carregamento capacitivo do sistema e, dessa maneira, alterando a frequência natural do dispositivo para coincidir com a frequência de excitação, e gerar ressonância, conforme mostra a **Figura 38**. Como resultado o sistema teve um ganho de

eficiência de até 0,53 mW o que corresponde a 27,4% de ganho, sendo que o microcontrolador utilizou uma potência na ordem de μW , ou seja, um consumo muito inferior ao ganho, o que justifica sua utilização.

Figura 39 - Estudo numérico de controle ativo para sistemas de captação de energia



Fonte: Lallart e Inman (2010).

Lallart et al. (2008) propõem um controle semiativo baseado em chaveamento para sistemas com captação de energia, mas para supressão da vibração onde o resultado final é o controle, não a geração de energia. Em um estudo mais recente, Lallart e Inman (2010) propuseram um dispositivo de controle ativo para sistemas de captação de energia baseado no projeto de Guyomar et al. (2008), conforme mostra a **Figura 39**.

No estudo de Lallart e Inman (2010), o consumo de energia necessário para fazer o controle ativo pode ser dividido em duas partes, sendo uma delas referente à aquisição do sinal de frequência de vibração e processamento desse sinal. Esse consumo é referente à operação computacional de processamento de sinal e a quantidade de energia requerida para esse processamento deve ser reduzida para apenas alguns mW ou até mesmo μW para que o balanço energético seja positivo, sendo que esse consumo está diretamente relacionado ao tipo de circuito digital utilizado. Dessa maneira é necessária a utilização de um microprocessador com baixo consumo e a evolução tecnológica nesse sentido afeta a eficiência no desenvolvimento de sistemas de captação de energia com atuadores por controle ativo. Alguns processadores comerciais como o PIC16F688 da Microchip® podem atingir um consumo na casa dos nW (LALLART; INMAN, 2010). A outra parte do consumo energético está relacionada à atuação de controle, sendo essa a mais significativa.

Lallart e Inman (2010) utilizando o modelo de Guyomar et al. (2008) definem esse consumo energético pela equação (6), onde P_{act} é a potência de atuação, ω é a frequência de vibração angular, γ é o coeficiente de perda interna do circuito elétrico ($0 \ll \gamma \ll 1$), α_{act} é o fator de força de atuação, $(C_0)_{act}$ é a capacitância piezoelétrica de atuação, β_0 é o fator de

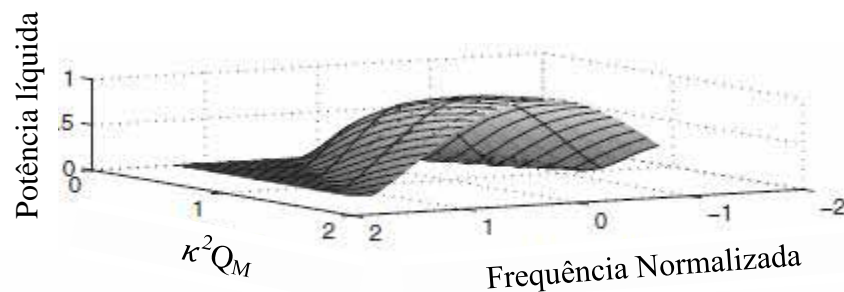
atuação de controle, φ é o ângulo de fase da vibração periódica (harmônica) e u_M é o complexo conjugado referente a magnitude de deflexão da viga.

Para esse caso, quanto mais longe a frequência de excitação estiver da frequência de ressonância, maior será a atuação do controlador e, conseqüentemente, maior será a potência despendida no controle. Quando a o sistema está em ressonância ($\varphi = 2\pi$) a potência de atuação é igual a zero.

$$P_{act} = \frac{\omega (1 + \gamma) \alpha_{act}^2}{2\pi (1 - \gamma) (C_0)_{act}} \beta_0^2 \cos(\varphi)^2 u_M^2 \quad (9)$$

Considerando o fator de atuação de controle $\beta_0 = 1$ e o coeficiente de perda interna do circuito elétrico $\gamma = 0,75$, então o resultado da análise numérica está apresentado na **Figura 40**, que apresenta o valor normalizado da potência líquida (descontando a potência de atuação de controle), pelo valor do fator de qualidade mecânica (Q_M) multiplicado pelo quadrado do coeficiente de acoplamento (κ^2), sendo possível observar um ganho de potência líquida por meio do uso do controlador ativo.

Figura 40 - Resultado numérico com uso do controlador ativo



Fonte: Lallart e Inman (2010).

Para confirmar os resultados numéricos, Lallart e Inman (2010) propuseram um experimento com um dispositivo de controle ativo para sistemas de captação de energia, conforme mostra a **Figura 41**.

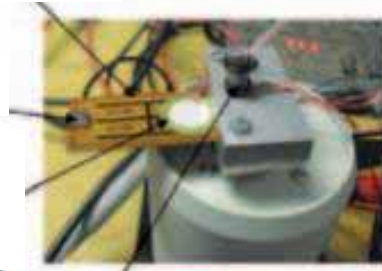
Esse dispositivo foi excitado por meio de um shaker com uma força de 0,5 g. Uma das camadas de material piezoelétrico foi utilizada para o controle ativo, enquanto a outra para a captação de energia.

Figura 41 - Dispositivo de controle ativo para sistemas de captação de energia Piezoelétrico bimorfo

Massa sísmica

Sensor de deslocamento Piezoelétrico

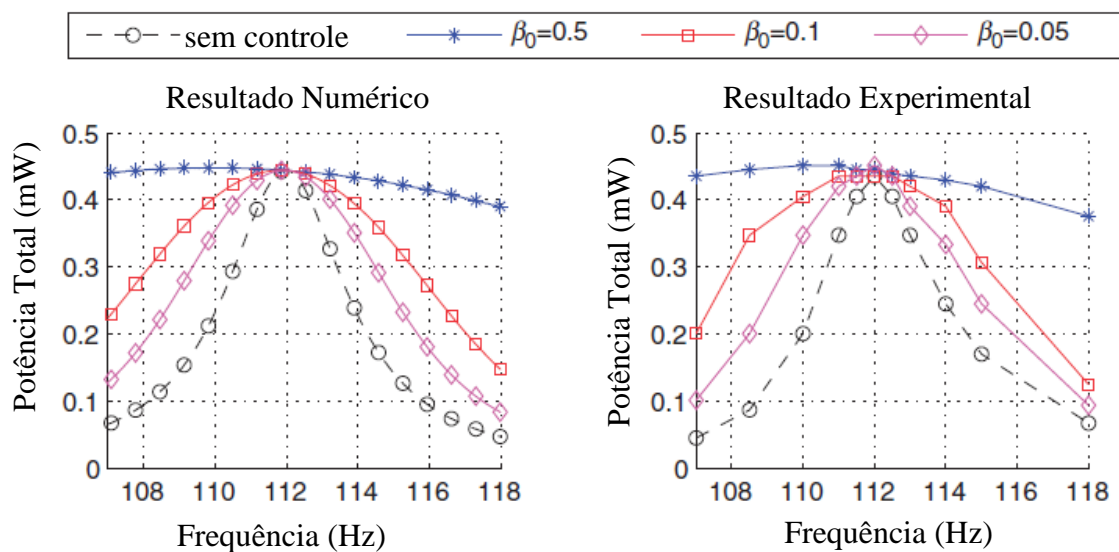
Acelerômetro



Fonte: Lallart e Inman (2010).

O valor máximo de potência captada pelo sistema foi de 4,5 mW, sendo que este valor ficou muito próximo do resultado numérico, mostrando que o modelo matemático descreve bem o comportamento real do sistema.

Figura 42 - Dispositivo ativo de controle para sistemas de captação de energia



Fonte: Lallart e Inman (2010).

O controle ativo aumentou a banda de ressonância de 4,1 Hz para 17 Hz, um aumento superior a 4 vezes para o sistema controlado, com significativa eficiência para baixas frequências, conforme mostra a **Figura 42**. Os autores definiram fatores e atuação de controle, ou seja, a quantidade de atuação pode variar segundo um parâmetro imposto, chamado de β_0 , que nesse estudo variou de 0,05 a 0,5, sendo que o melhor resultado obteve-se para o valor de 0,5. Como conclusão, mostrou-se numericamente e comprovou-se experimentalmente que um dispositivo de controle ativo piezoelétrico para sistemas de captação de energia de vibração é eficaz no aumento de banda de captação sem afetar o valor

máximo de potência captada e se torna uma alternativa viável para desenvolvimento e aprimoramento dessa tecnologia.

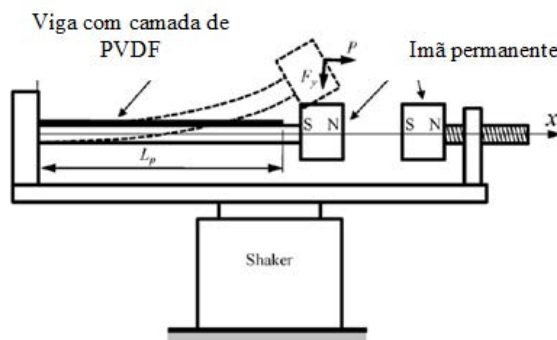
Em outro trabalho Lallart e Guyomar (2010) utilizam um pulso de controle para aperfeiçoar o comportamento do sistema de captação de energia em um controle passivo, sendo que esse estudo busca melhorar o comportamento em ressonância e conseguiu aumentar o resultado de captação de energia em até 40 vezes.

A explicação para resultados diferentes da potência líquida em controle piezoelétricos aplicados a sistemas de captação de energia foi avaliado por Zhu et al. (2010) que encontrou uma falha no equacionamento de Roundy e Zhang (2005), sendo que esses últimos utilizaram a potência máxima do atuador na análise da potência líquida no lugar de utilizar o conceito de potência média e chegaram a errada conclusão de que um sistema de controle ativo não poderia nunca atingir uma potência líquida positiva. Adicionalmente, Zhu et al. (2010) consideram que no estudo de Roundy e Zhang (2005) não foi avaliado que a energia necessária para conduzir o comportamento do sistema vai depender da direção do deslocamento, sendo que a atuação na mesma direção do deslocamento tende a gastar menos energia.

2.5.1 Controle Mecânico

No dispositivo proposto por Mansour et al. (2010), baseado no projeto não-linear de Pellegrini et al. (2013), a distância dos ímãs é alterada mecanicamente, de maneira a ajustar o comportamento do sistema de acordo com a frequência de excitação, como a **Figura 43**.

Figura 43 - Ajuste mecânico de sistema não-linear

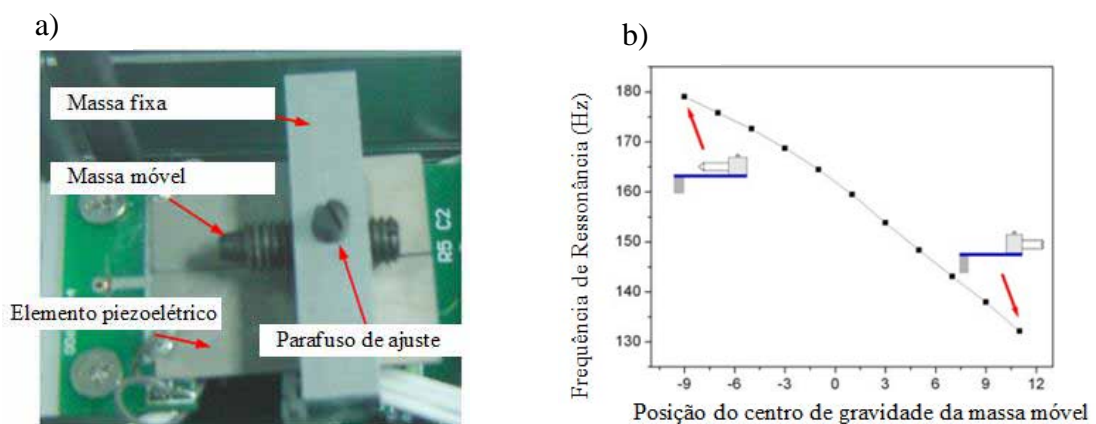


Fonte: Mansour et al. (2010).

Como resultado, foi possível ajustar a faixa de frequência entre 3,9 a 12 Hz e o sistema consegue dobrar a faixa de frequência de ressonância do sistema, aumentando a extração de potência elétrica em quatro vezes.

No projeto de Wu et al. (2008), uma massa sísmica é ajustada de acordo com ação da força da gravidade por meio de um parafuso móvel, como mostra a **Figura 44a**. Foi possível fazer o ajuste de frequência de ressonância de 130 a 180 Hz de acordo com a posição do parafuso, conforme mostra a **Figura 44b**.

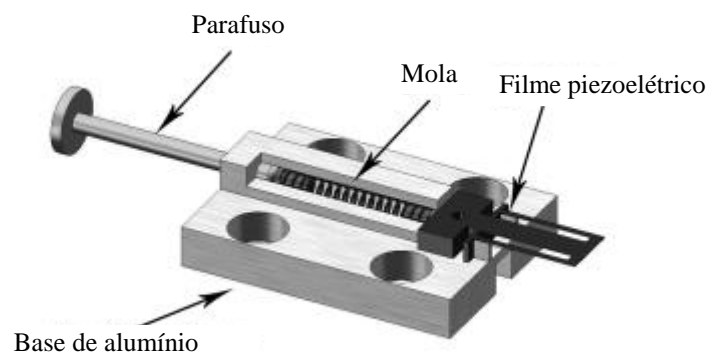
Figura 44 - Ajuste mecânico da massa sísmica



Fonte: Wu et al. (2008).

Outro projeto foi apresentado por Eichhorn et al. (2008), que utiliza uma força mecânica (parafuso) para alterar a tensão sobre uma placa com filme de PZT, como mostra a **Figura 45**.

Figura 45 - Ajuste mecânico com aplicação de tensão



Fonte: Eichhorn et al. (2008).

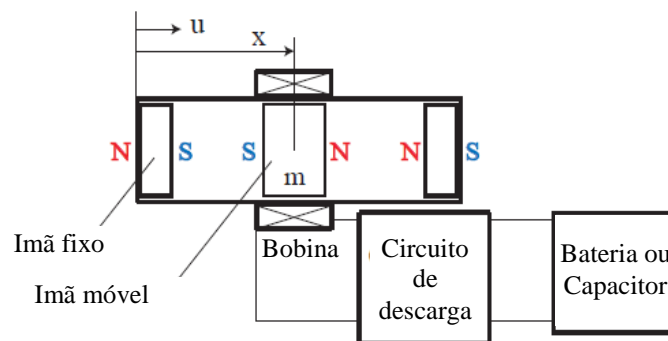
Uma placa com filme de PZT é tensionada por uma mola que, por sua vez, é empurrada por um parafuso. Foi possível ajustar a faixa de frequência de ressonância entre

270 e 400 Hz, dependendo da pressão colocada no sistema pela carga axial. Os autores ressaltam que a análise de potência líquida, descontando o gasto para realizar o ajuste, não é objetivo da pesquisa, sendo que o estudo apenas pretende analisar a capacidade de ajuste mecânico da faixa de frequência perante a aplicação de uma tensão sobre o sistema.

2.5.2 Controle Magnético

Uma solução com controle ajustável foi proposta por Masuda e Senda (2011) onde um ímã móvel se altera de posição de acordo com a frequência de excitação de tal maneira a ajustar o comportamento para a ressonância do sistema, conforme mostra a **Figura 46**. Esse sistema aumentou o ganho total de eficiência do sistema de captação de energia de 0,00287 mW (sem controle) para 0,304 mW (com controle), resultando em um aumento de potência de 106 vezes. No entanto esse sistema utiliza uma fonte externa de energia para gerar o controle, não sendo calculada a potência líquida, somente o ganho de potência com o uso do controle; segundo o autor, a tecnologia para ajuste ainda deve ser estudada para esse caso, como a fabricação de um sistema microeletrônico dedicado.

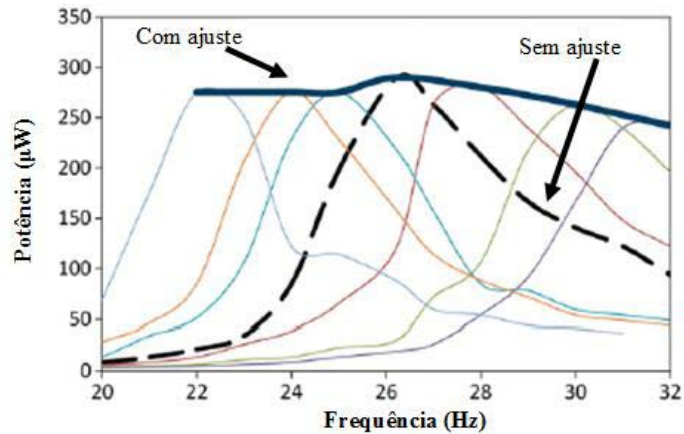
Figura 46 - Sistema com ajuste por mola eletromagnética



Fonte: Masuda e Senda (2011).

Challa et al. (2008) propuseram um ajuste de amortecimento do sistema de captação de energia por meio de forças eletromagnéticas, alterando a distância entre os ímãs, de tal maneira a adequar o fator de amortecimento relativo à frequência de excitação, causando o efeito de ressonância em uma faixa variável maior que o sistema sem ajuste. Como resultado, houve uma grande ampliação da faixa de geração de Potência, que era limitada a uma estreita faixa de ressonância, conforme mostra a **Figura 47** e foi possível obter 240-280 μ W para uma faixa de 22-32 Hz.

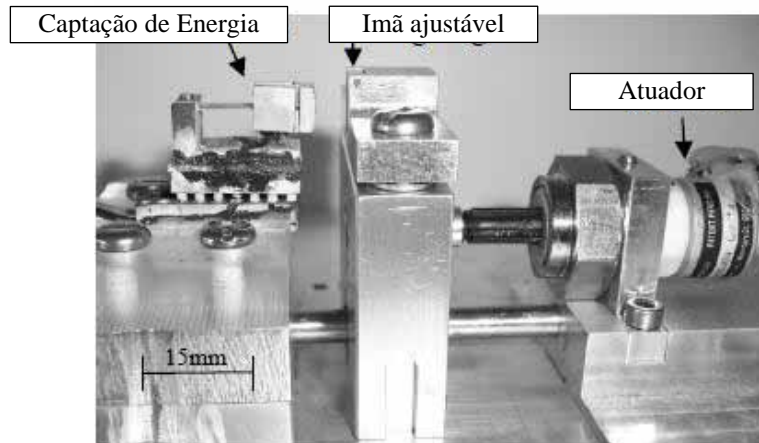
Figura 47 - Ganho de potência com ajuste de amortecimento por ação eletromagnética



Fonte: Challa et al. (2008).

Um projeto de ajuste de frequência de ressonância apresentado por Ayala et al. (2009) utiliza ímãs móveis, como no projeto de (MASUDA; SENDA, 2011; CHALLA et al., 2008). Esse sistema tem um ajuste automático, utilizando um atuador que move a posição do ímã de acordo com a frequência de excitação, de tal forma a ajustar o sistema para a ressonância, como mostra a **Figura 48**.

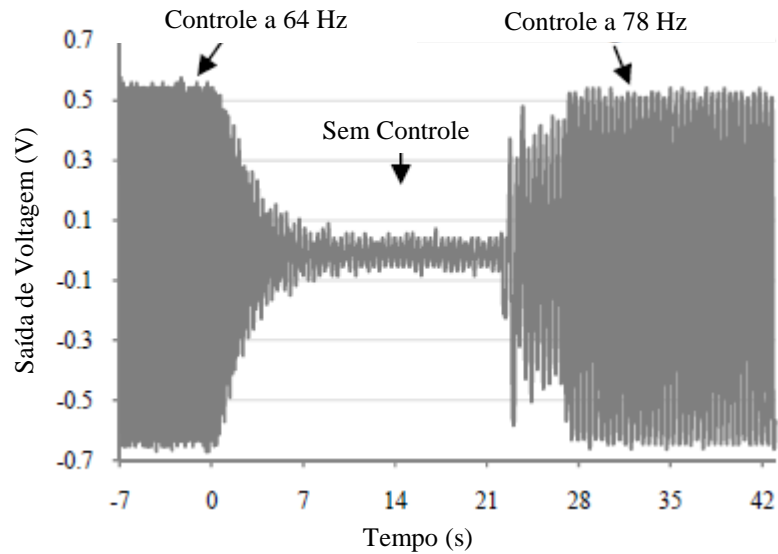
Figura 48 - Projeto de ajuste de frequência com controle eletromagnético



Fonte: Ayala et al. (2009).

A **Figura 49** apresenta o sistema em diferentes situações no tempo, sendo que o atuador foi desativado próximo aos 5s e reativado em torno de 20s na faixa de tempo. Na primeira faixa de atuação o sistema está em ressonância a 64 Hz e na segunda faixa, está em ressonância a 78 Hz. Fica evidente a capacidade do atuador em melhorar a saída de tensão do sistema.

Figura 49 - Ganhos de voltagem em controle eletromagnético



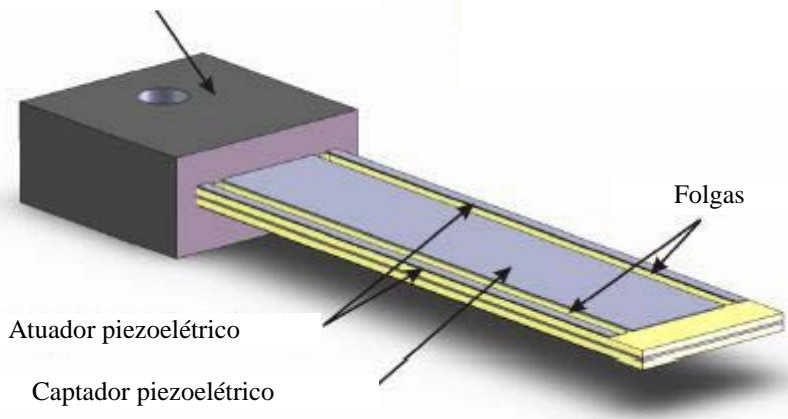
Fonte: Ayala et al. (2009).

2.5.3 Controle Piezoelétrico

Um estudo realizado por Eichhorn et al. (2009) considera o uso do material piezoelétrico como captador e como atuador no ajuste de forças axiais, de tal forma a melhorar o desempenho do sistema de captação de energia, conforme mostra a **Figura 50**.

Figura 50 - Controle piezoelétrico com captador e atuador

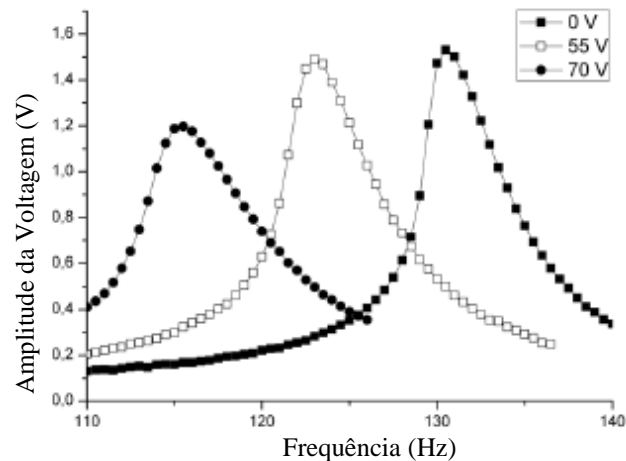
Base a ser conectada ao shaker



Fonte: Eichhorn et al. (2009).

Como resultado, foram obtidos picos de ressonância para frequências de excitação mais baixa, considerando a mesma topologia do sistema de captação sem uso do controlador piezoelétrico, conforme mostra a **Figura 51**.

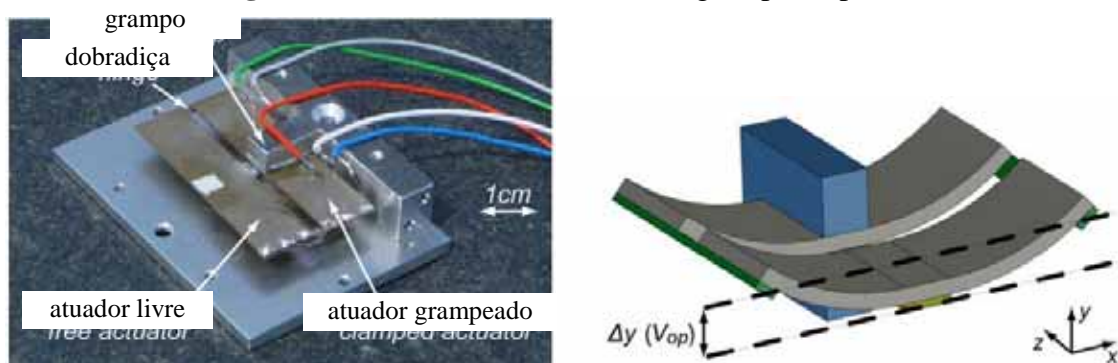
Figura 51 - Picos de ressonância de acordo com a frequência de excitação



Fonte: Eichhorn et al. (2009).

Peters et al. (2009) propõe uma solução com controlador piezoelétrico, de tal maneira a causar uma tensão na viga com filme de material piezoelétrico por meio de um grampo de pressão, alterando seu amortecimento e consequentemente mudando a frequência natural do sistema para que ela coincida com a frequência de excitação, causando ressonância, como mostra a **Figura 52**. Nesse projeto o autor não projetou um microcontrolador, utilizando um controlador comercial que consome 150 mV, sendo que o sistema de captação de energia gera 1,4 mV. Obviamente que o controle não resulta em um balanço energético positivo. No entanto, um microcontrolador projetado para o fim específico pode consumir valores na ordem de μW (WU et al., 2006).

Figura 52 - Atuador controlado com grampo de pressão



Fonte: Peters et al. (2009).

De forma a resumir a infinidade de soluções em sistemas de captação de energia baseados em material piezoelétrico que utilizam controladores, Zhu et al. (2010) fez um

comparativo, conforme mostra a **Tabela 17** e **Tabela 18**, onde são apresentados os controladores ativos e semi-ativos ou intermitentes, respectivamente.

Tabela 17 - Resumo dos sistemas de captação de energia com atuadores ativos

Autor⁸	Frequência sem controle (KHz)	Frequência com controle (KHz)
[16]	25	1,9 - 36,5
[17]	19	5,55 - 19
[18]	719	713 - 716
[19]	960	900 - 960
[19]	149,5	139,5 - 149,5
[23]	31	31 - 33
[30]	15,5	15,4 - 16

Fonte: Zhu et al. (2010).

Tabela 18 - Sistemas de captação de energia com atuadores semi-ativos

Autor⁹	Frequência sem controle (Hz)	Frequência com controle (Hz)
[22]	26	22 - 32
[29]	250	200 - 250
[32]	380	290 - 380
[33]	45	67,6 - 98

Fonte: Zhu et al. (2010).

⁸ Referências completas podem ser consultadas em Zhu et al., 2010.

⁹ Referências completas podem ser consultadas em Zhu et al., 2010.

3 MODELOS DINÂMICOS PARA ESTUDO

Antes de propor um controlador piezoelétrico ao sistema de captação de energia por vibração, que é foco dessa tese, é preciso entender a dinâmica dos sistemas dos diversos modelos a serem estudados. A base do estudo são os modelos linear e não-linear desenvolvidos por Erturk e Inman (2011). A esses modelos será acoplado uma fonte de excitação não-ideal, a qual não foi estudada até o momento para o modelo proposto.

Nas seções 3.1 e 3.2 são apresentadas as análises numéricas do comportamento dinâmico e da geração de potência dos modelos linear e não-linear de Erturk e Inman (2011) sujeitos a excitação periódica. A contribuição nesse caso se dá pela determinação matemática da potência adimensional do sistema e pela determinação do comportamento caótico por meio da análise dos Expoentes de Lyapunov.

Na seção 3.3 e 3.4 os modelos linear e não-linear de Erturk e Inman (2011) são acoplados a uma fonte não-ideal de excitação, o que se configura como uma nova abordagem para esses modelos. Então é determinado o comportamento dinâmico desses acoplamentos, como também a análise de potência adimensional resultante e o comportamento caótico do sistema por meio de análise dos Expoentes de Lyapunov.

3.1 MODELO LINEAR COM EXCITAÇÃO PERIÓDICA

Isolando \ddot{x} e \dot{v} , a equação (2) pode ser escrita na forma da equação (10).

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= -\frac{1}{2}x - 2\zeta\dot{x} + \chi v + f \cos \Omega t \\ \dot{v} &= -\kappa\dot{x} - \Lambda v\end{aligned}\tag{10}$$

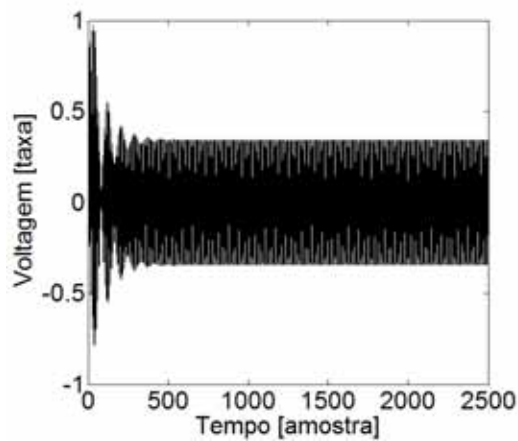
Nomeando $x = x_1$, $\dot{x}_1 = x_2$ e $v = x_3$, tem-se:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{2}x_1 - 2\zeta x_2 + \chi x_3 + f \cos \Omega t \\ \dot{x}_3 &= -\kappa x_2 - \Lambda x_3\end{aligned}\tag{11}$$

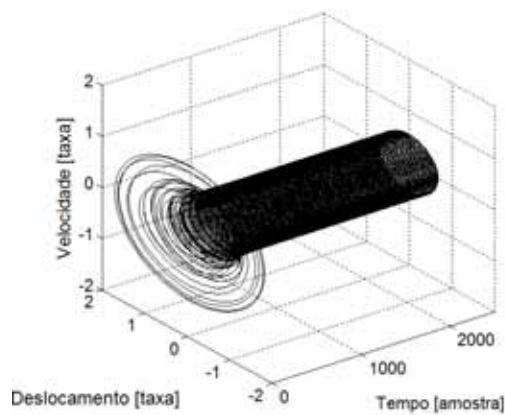
Aplicando Runge-Kutta de quarta ordem na equação (11) para os parâmetros $\zeta = 0,01$, $\Omega = 0,8$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$, $\Lambda = 0,05$ e $f = 0,08$ para as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$; é determinada a taxa de voltagem e histórico no tempo considerando amostras de 0 a 2500 com intervalo de 0,1 totalizando 25.000 amostras conforme **Figura 53a** e 53b e retrato de fase com amostras de 2000 a 2500 com intervalo de 0,1 para excluir o comportamento transiente, conforme Figura 53c.

Figura 53 - Análise dinâmica para o modelo linear com excitação periódica

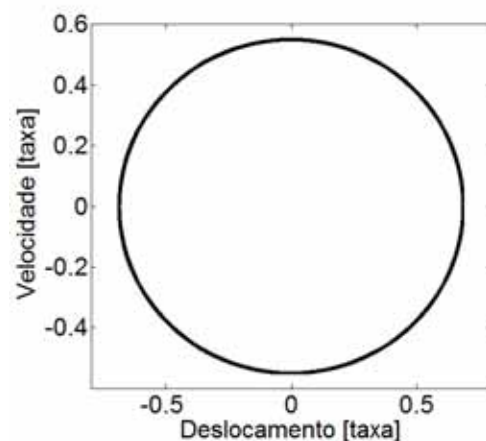
a)



b)



c)



(a) taxa de voltagem, (b) histórico no tempo, (c) retrato de fase sem transiente.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Conforme Tang e Zuo (2011) a potência do sistema (P) é dada de acordo com a equação (12), com a relação da raiz média quadrática da voltagem (V_{rms}) ao quadrado, pela resistência de carregamento (R).

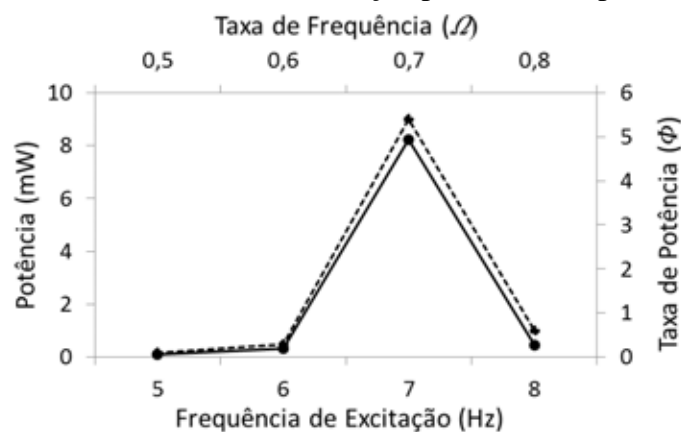
$$P = \frac{V_{rms}^2}{R} \quad (12)$$

Como está sendo dado um tratamento adimensional ao modelo, para efeito de análise qualitativa de comparação com o resultado experimental realizado por Erturk e Inman (2011) e a análise numérica dessa tese, adota-se um fator de resistência adimensional $\Psi = 0,1$ e varia-se a taxa de frequência de excitação adimensional Ω de 0,5 a 0,8; na mesma proporção de variação de escala como explorado na análise experimental. O valor adimensional da potência (Φ) é dado pela raiz média quadrática da taxa de voltagem adimensional (v_{rms}) ao quadrado, pela taxa de resistência adimensional (Ψ), como mostra a equação (13).

$$\Phi = \frac{v_{rms}^2}{\Psi} \quad (13)$$

A comparação da potência adimensional numérica com a potência experimental é apresentada na **Figura 54**, que comprova com muita assertividade os resultados numéricos (linha tracejada) com os resultados experimentais (linha cheia), por meio de análise qualitativa. Os dados experimentais apresentam um valor de ressonância do sistema em uma frequência próxima a 7 Hz (ERTURK; INMAN, 2011), sendo que os resultados numéricos ficaram adequados a essa variação.

Figura 54 - Potência - modelo linear e excitação periódica - experimental x numérico



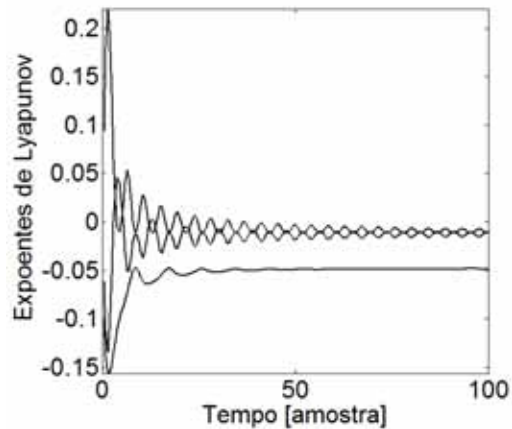
Resultado numérico (linha tracejada) - Elaborado pelo autor; experimental (linha cheia).

Experimento: aceleração de 0,5 g ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$) com 0,35 rms, Numérico: taxa de aceleração adimensional $f = 0,08$.

Fonte: Erturk e Inman (2011).

Aplica-se o método de Wolf (WOLF et al., 1985) para determinar os Expoentes de Lyapunov do sistema, que representam o estado caótico do modelo, conforme mostra a **Figura 55** e a **Tabela 19**.

Figura 55 - Amostra no tempo dos expoentes de Lyapunov - modelo linear e excitação periódica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 19 - Valores dos expoentes de Lyapunov - modelo linear e excitação periódica

L_1	-0,010615
L_2	-0,011083
L_3	-0,048302

Todos os expoentes são negativos, indicando que o sistema não é caótico. Dessa maneira, pode-se concluir que o sistema de captação de energia linear proposto por Erturk e Inman (2011), com excitação periódica, possui um comportamento não caótico.

3.2 MODELO NÃO-LINEAR COM EXCITAÇÃO PERIÓDICA

Isolando \ddot{x} e \dot{v} na equação (1):

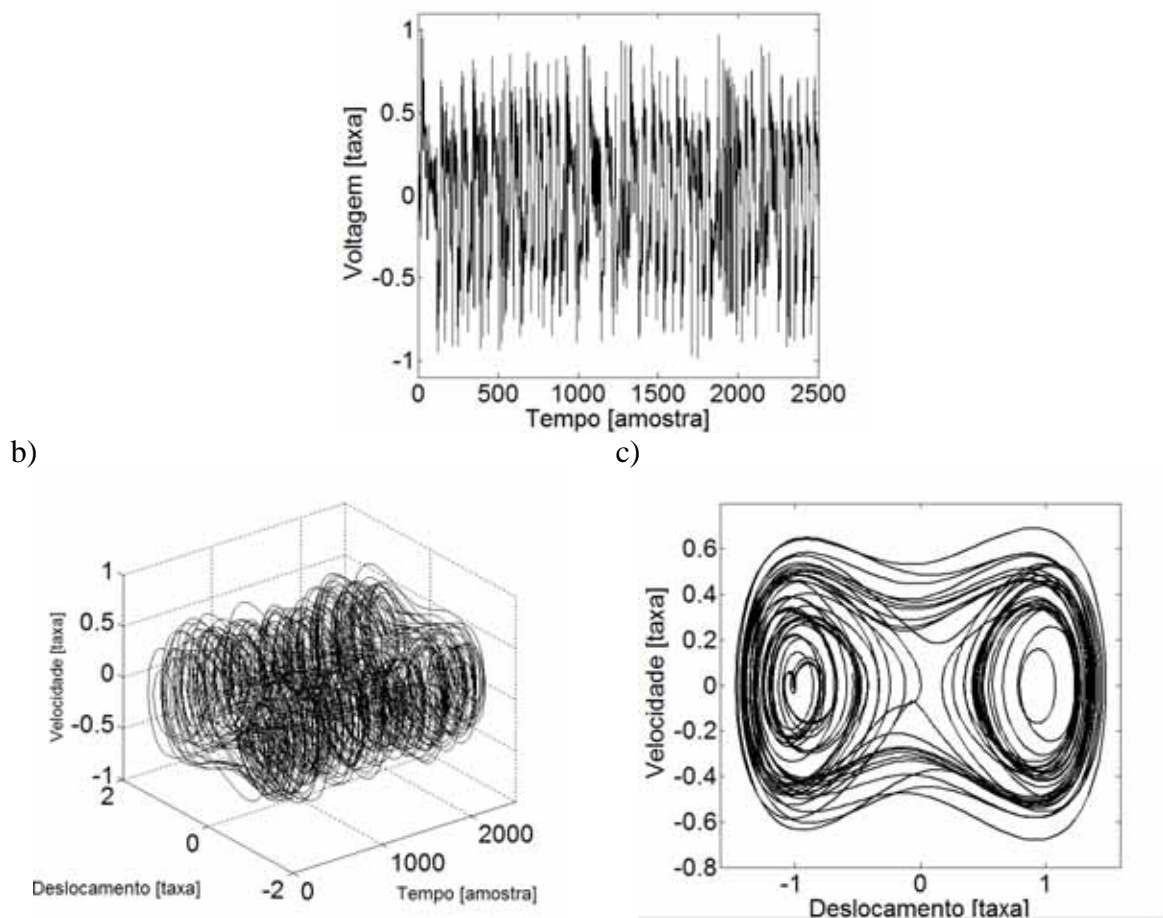
$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{1}{2}x(1-x^2) - 2\zeta\dot{x} + \chi v + f\cos\Omega t \\ \dot{v} &= -\lambda v - \kappa\dot{x} \end{aligned} \quad (14)$$

Adotando $x = x_1$, $\dot{x}_1 = x_2$ e $v = x_3$, tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{2}x_1(1 - x_1^2) - 2\zeta x_2 + \chi x_3 + f \cos \Omega t \\ \dot{x}_3 &= -\Lambda x_3 - \kappa x_2 \end{aligned} \quad (15)$$

Aplicando Runge-Kutta de quarta ordem na equação (15) para os parâmetros $\zeta = 0,01$, $\Omega = 0,8$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$, $\Lambda = 0,05$ e $f = 0,083$ para as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$; foi determinada a taxa de voltagem e histórico no tempo considerando amostras de 0 a 2500 com intervalo de 0,1 totalizando 25.000 amostras de tempo, conforme **Figura 56a** e **56b** e retrato de fase com amostras de 2000 a 2500 com intervalo de 0,1 para excluir o comportamento transiente, conforme **Figura 56c**.

Figura 56 - Análise dinâmica para o modelo não-linear com excitação periódica e $\dot{x}(0) = 0$
a)

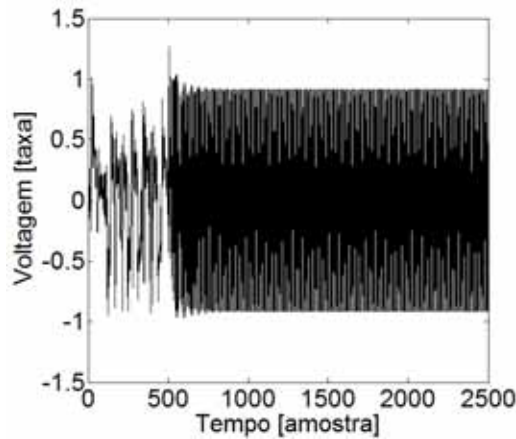


(a) taxa de voltagem, (b) histórico no tempo, (c) retrato de fase sem transiente.

Fonte: Elaborado pelo autor.

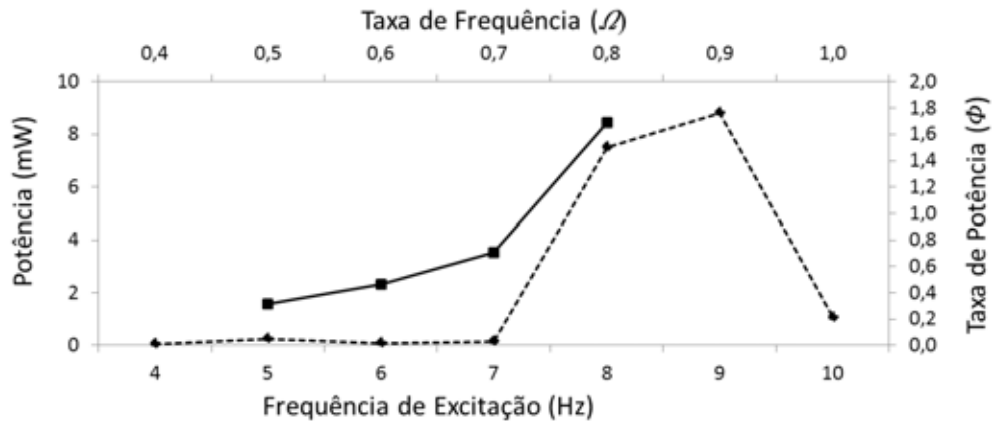
Segundo Erturk e Inman (2011), a órbita de atração magnética é alterada para esse sistema se a condição inicial também for alterada. Dessa maneira, foi alterada a condição inicial $\dot{x}(0) = 1,3$ a partir da amostra de tempo 500 até 2500 amostras, conforme **Figura 57**. A mudança de órbita de energia pela condição inicial confirma os estudos realizados por Moon e Holmes (1979) e consegue atribuir maior saída de potência ao sistema sem a necessidade de aumentar a aceleração imposta.

Figura 57 - Análise dinâmica para o modelo não-linear com excitação periódica e $\dot{x}(0) = 1,3$



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 58 - Potência - modelo não-linear e excitação periódica - experimental x numérico e $\dot{x}(0) = 0$



Resultado numérico (linha tracejada) - Elaborado pelo autor. Resultado experimental (linha cheia).

Experimento: aceleração de 0,5 g ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$) com 0,35 rms. Numérico: taxa de aceleração adimensional $f = 0,08$.

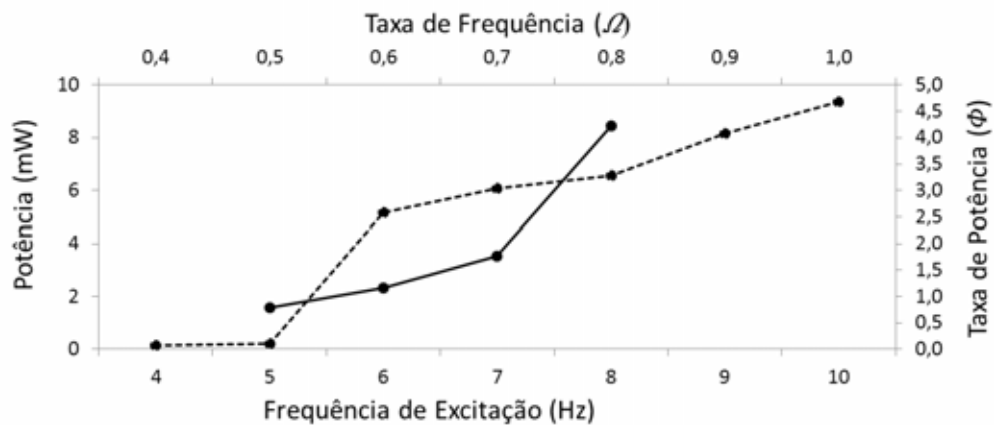
Fonte: Erturk e Inman (2011).

Considerando um fator de resistência adimensional $\Psi = 0,1$ e considerando a taxa de frequência de excitação adimensional Ω variando de 0,5 a 0,8 e $f = 0,08$ na mesma proporção

de variação de escala como explorado na análise experimental realizada por Erturk e Inman (2011), foi determinado o valor numérico da potência adimensional (Φ) de acordo com a equação (13) e comparado com os resultados experimentais. Na **Figura 58** foram utilizadas as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$ nas amostras de tempo de 0 a 2500.

Para atingir uma maior órbita de energia os autores impuseram uma velocidade inicial aos 11s para eliminar esse comportamento (empurrão manual na viga). Realizando esse mesmo procedimento, impondo uma condição inicial $\dot{x}(0) = 1,3$ na amostra de tempo 500, então o comportamento ajustado do sistema é mostrado na **Figura 59**.

Figura 59 - Potência - modelo não-linear e excitação periódica - experimental x numérico - ajuste para $\dot{x}(0) = 1,3$

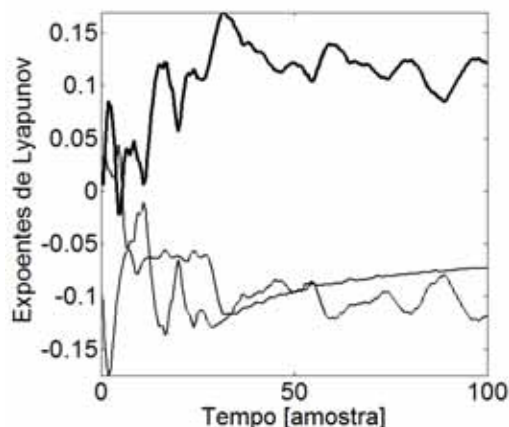


Resultado numérico (linha tracejada) - Elaborado pelo autor. Resultado experimental (linha cheia).

Experimento: aceleração de 0,5 g ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$) com 0,35 rms e impulso manual aos 11s. Numérico: taxa de aceleração adimensional $f = 0,08$ e $\dot{x}(0) = 1,3$ na amostra de tempo igual a 500.

Fonte: Erturk e Inman (2011).

Figura 60 - Expoente de Lyapunov - modelo não-linear com excitação periódica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Aplicando o método de Wolf (WOLF et al., 1985) são determinados os Expoentes de Lyapunov do sistema, que representam o estado caótico do modelo, conforme mostra a **Figura 60**, que destaca o expoente com valor positivo, e a **Tabela 20**.

Um dos expoentes de Lyapunov é não negativo (destacado na **Figura 60**) indicando que o sistema tem comportamento caótico. Dessa maneira, pode-se concluir que o sistema de captação de energia não-linear proposto por Erturk e Inman (2011) com excitação periódica possui um comportamento caótico.

Tabela 20 - Valores dos expoentes de Lyapunov - modelo não-linear e excitação periódica

L_1	0,12146
L_2	-0,073117
L_3	-0,11835

3.3 MODELO LINEAR COM EXCITAÇÃO NÃO-IDEAL

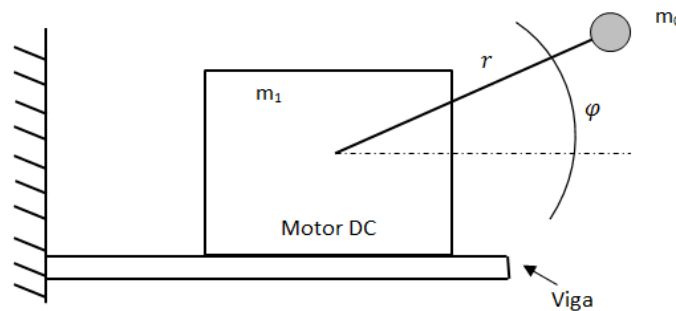
A vibração do meio-ambiente não pode ser considerada periódica, porque ela varia de amplitude, frequência e potência (YOUNGSMAN et al., 2010; ZHU et al., 2010; LIU et al., 2013; ZHAO; ERTURK, 2013). Normalmente está em uma ampla faixa de espectro de frequência e possui baixa potência. Dada essa configuração, faz-se a utilização de uma excitação que possui características semelhantes, nesse caso, a fonte de excitação não-ideal.

As fontes de baixa potência de energia e vibração na qual o objeto excitado influencia a própria fonte de excitação podem ser consideradas como uma fontes não-ideais (BALTHAZAR et al., 2003; DANTAS; BALTHAZAR, 2004; CHAVARETTE, 2012). As fontes não-ideais são aquelas com limitado suprimento de potência e são influenciadas pelo objeto que está sendo excitado (SOUZA et al., 2008). Dessa maneira, o modelo dinâmico do sistema em análise é acrescentado de um termo de realimentação de excitação e, sendo assim, aumentando um grau de liberdade do modelo estudado (BELATO et al., 2001; BALTHAZAR et al., 2003; PICCIRILLO, et al., 2008; CHAVARETTE, 2010; CHAVARETTE, 2013a). De acordo com Balthazar et al. (2003) e Tsuchida et al. (2005), para sistemas não-ideais, quando a fonte de vibração está próxima da frequência natural do objeto excitado, então surge um fenômeno de salto, ou seja, o sistema não atinge a frequência de ressonância. Esse comportamento é chamado de efeito Sommerfeld, o qual torna impossível atingir a ressonância do sistema como máxima resposta de vibração para excitação não-ideal. Esse

fenômeno também é conhecido como “salto”, onde a frequência do sistema excitado salta de um lado ao outro do valor de ressonância, quando a excitação não-ideal se aproxima do valor da frequência natural do sistema (ILIUK et al, 2011).

Exemplo comum de fonte não-ideal de vibração é um rotor desbalanceado sobre um corpo sujeito a ação de rigidez e amortecimento de movimento; outro exemplo é a força de impacto mecânico (SOUZA et al., 2010). As fontes não-ideais de excitação normalmente ocasionam um comportamento caótico ao sistemas, sendo que um sistema caótico pode ser considerado um sistema não-linear determinístico que possui um comportamento complexo e imprevisível (CHEN; HAN, 2003). Cvetičanin (2010) fez uma revisão sobre vários modelos de fontes não-ideais, sendo que a influência do sistema excitado na fonte de excitação foi primeiramente observado por Laval em 1989 e em 1904 Sommerfeld observou uma considerável quantidade de energia em um sistema não-ideal próxima a frequência de ressonância, que foi modelado em detalhes em 1980 por Kononenko. Ainda segundo Cvetičanin (2010), desde os primeiros estudos de controladores para sistemas não-ideais realizados e também os trabalhos futuros, geralmente focam o uso de controladores para eliminar o comportamento caótico de sistemas excitados por fontes não-ideais. Dentre os diversos modelos de fontes não-ideais de excitação, será considerado o modelo de uma viga sob o efeito de um motor desbalanceado em sua ponta livre.

Figura 61 - Viga excitada por um motor desbalanceado



Fonte: El-Badawy (2007).

Baseado no modelo de Kononenko e El-Badawy (2007) define o modelo dinâmico de uma viga excitada por um motor desbalanceado de corrente contínua (DC - *direct current*), como mostra a **Figura 61**, sendo esse modelo descrito de acordo com a equação (16), onde o motor DC tem massa m_1 , dando torque a uma massa em rotação m_0 , com um momento de inércia definido por $(I + m_0 r^2)$, a qual está a uma distância r do centro de rotação, em uma posição angular φ ; k é a rigidez do sistema, X é o deslocamento da ponta da viga na direção

transversal ao comprimento. Considerando que o torque líquido é função da velocidade angular $\dot{\varphi}$, então o comportamento linear do movimento do motor é dado pela relação $S(\dot{\varphi}) = a - b\dot{\varphi}$ definido por Palácios et al. (2003) e Tusset et al. (2013), onde a e b são constantes do motor que está sendo utilizado.

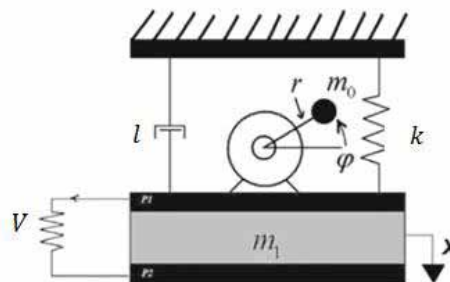
$$\begin{aligned} (m_1 + m_0)\ddot{X} + l\dot{X} + kX &= m_0r(\dot{\varphi}^2 \cos \varphi + \ddot{\varphi} \sin \varphi) \\ (I + m_0r^2)\ddot{\varphi} - m_0r\ddot{X} \sin \varphi &= S(\dot{\varphi}) \end{aligned} \quad (16)$$

As fontes não-ideais de excitação podem ser uma alternativa interessante para modelar a excitação natural do meio-ambiente, considerando que ela seja de baixa potência, então pode-se considerar que seja influenciada pelo sistema a qual está excitando. Dessa maneira, os sistemas de captação de energia podem ser acoplados dinamicamente a fontes não-ideais para modelar matematicamente o comportamento desse sistema como se estivesse sob influência da excitação natural do meio ambiente. Na seção seguinte serão apresentados modelos de acoplamento de fontes não-ideais a sistemas de captação de energia.

3.3.1 Fontes não-ideais acoplados a sistemas de captação de energia

Fontes não-ideais aplicadas a sistemas de captação de energia são uma alternativa para modelar a vibração do meio ambiente. Uma proposta do modelo desse acoplamento foi apresentada por Iliuk et al. (2013), conforme mostra a **Figura 62**, considerando um sistema massa-mola.

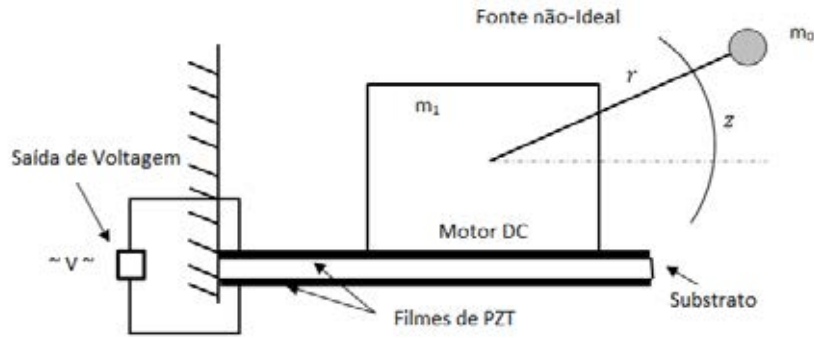
Figura 62 - Captador de energia com fonte não-ideal - sistema massa-mola



Fonte: Iliuk et al. (2013).

Adaptando a nomenclatura do modelo de Iliuk et al. (2013) ao modelo de El-Badawy (2007), o sistema de captação de energia com fonte não-ideal é apresentado na **Figura 63**.

Figura 63 - Captador de energia com fonte não-ideal



Fonte: Elaborado pelo autor.

O sistema é descrito de acordo com a equação (17), adaptando a equação descrita por Iliuk et al. (2013) aos termos utilizados por El-Badawy (2007) e Chavarette (2012), onde m_1 é a massa da viga bimorfa, X é o deslocamento da ponta da viga bimorfa na direção transversa ao seu comprimento, l é o amortecimento do sistema, k a rigidez do sistema, θ o coeficiente de acoplamento piezoelétrico na equação que descreve a dinâmica mecânica do sistema, V é a voltagem que passa na resistência de carregamento, m_0 é a massa desbalanceada que gira ligada ao centro do motor DC, $(I + m_0 r^2)$ é o momento de inércia da massa desbalanceada, r é o raio que distancia a massa desbalanceada ao centro de rotação, φ é a posição angular da massa desbalanceada, a é a constante do torque líquido linear de um motor não-ideal, b é a constante de resistência do torque líquido linear de um motor não-ideal, τ é o recíproco da constante de tempo, δ é o coeficiente de acoplamento piezoelétrico na equação que descreve o circuito elétrico do sistema.

$$\begin{aligned}
 (m_1 + m_0)\ddot{X} + l\dot{X} + kX - \theta V &= m_0 r (\dot{\varphi}^2 \cos \varphi + \ddot{\varphi} \sin \varphi) \\
 (I + m_0 r^2)\ddot{\varphi} &= m_0 r \ddot{X} \sin \varphi + a - b\dot{\varphi} \\
 \dot{V} + \tau V + \delta \dot{X} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Para realizar a análise numérica que se propões essa tese, a equação (17) deve ser adimensional. Considerando como unitária a massa do sistema $m_1 + m_0 = 1$ Kg, e

considerando parâmetros relativos com sufixo r , então se definem os parâmetros adimensionais, sendo $x = \frac{X}{X_r}$ taxa de deslocamento, $v = \frac{V}{V_r}$ taxa de voltagem e $z = \frac{\varphi}{\varphi_r}$ taxa de posição angular, $\zeta = \frac{l}{(l_r - l_{r-1})}$ fator de amortecimento por massa ou $2\zeta = \frac{l}{l_r}$, $\vartheta = \frac{k}{k_r}$ taxa de rigidez e nesse estudo $\vartheta = \frac{1}{2}$ (ERTURK; INMAN, 2011), $\chi = \frac{\theta}{\theta_r}$ taxa de acoplamento piezoelétrico-mecânico, $\Lambda = \frac{\tau}{\tau_r}$ taxa de recíproco da constante de tempo, $\kappa = \frac{\delta}{\delta_r}$ taxa de acoplamento piezoelétrico-elétrico.

Chamando a excentricidade da massa desbalanceada de $\Gamma = m_0 r$, então se define $\mu = \frac{\Gamma}{\Gamma_r}$ como a taxa de excentricidade da massa desbalanceada. O momento de inércia do motor DC é dado por $J = I + m_0 r^2$, então se definem $\xi = \frac{\mu}{J}$ como taxa de excentricidade pelo momento de inércia. Define-se também, a taxa de torque líquido aplicado ao motor pelo momento de inércia como $\alpha = \frac{a}{a_r J}$ e $\beta = \frac{b}{b_r J}$ como a taxa de resistência do torque líquido pelo momento de inércia. Dessa maneira, o modelo adimensional da viga proposta por Erturk e Inman (2011) excitada por uma fonte não-ideal é dada na equação (18).

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\zeta\dot{x} + \frac{1}{2}x - \chi v &= \mu(\dot{z}^2 \cos z + \ddot{z} \sin z) \\ \ddot{z} &= \xi \ddot{x} \sin z + \alpha - \beta \dot{z} \\ \dot{v} + \Lambda v + \kappa \dot{x} &= 0 \end{aligned} \tag{18}$$

Isolando \ddot{x} , \dot{v} e \ddot{z} , a equação (18) pode ser escrita na forma da equação (19).

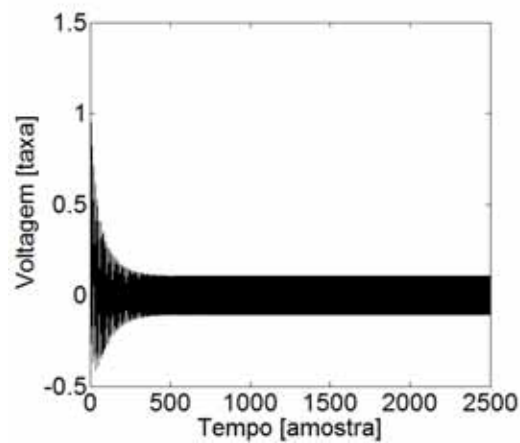
$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{-\frac{1}{2}x - 2\zeta\dot{x} + \chi v + \mu\dot{z}^2 \cos z + (\alpha - \beta\dot{z})\mu \sin z}{1 - \mu\xi(\sin z)^2} \\ \ddot{z} &= \frac{\left(-\frac{1}{2}x - 2\zeta\dot{x} + \chi v\right)\xi \sin z + \mu\xi\dot{z}^2 \cos z \sin z + \alpha - \beta\dot{z}}{1 - \mu\xi(\sin z)^2} \\ \dot{v} &= -\kappa\dot{x} - \Lambda v \end{aligned} \tag{19}$$

Adotando $x = x_1$, $\dot{x}_1 = x_2$, $z = x_3$, $\dot{x}_3 = x_4$ e $v = x_5$, tem-se:

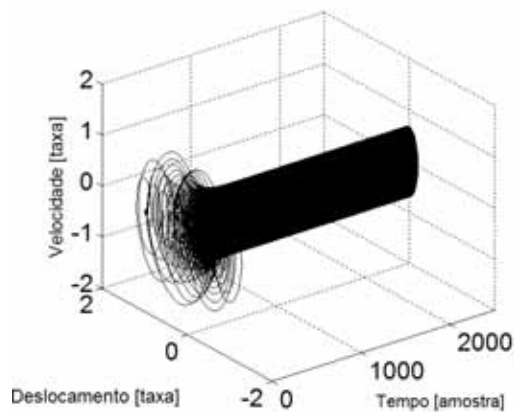
$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{-\frac{1}{2}x_1 - 2\zeta x_2 + \chi x_5 + \mu x_4^2 \cos x_3 + (\alpha - \beta x_4)\mu \operatorname{sen} x_3}{1 - \mu\xi(\operatorname{sen} x_3)^2} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{\left(-\frac{1}{2}x_1 - 2\zeta x_2 + \chi x_5\right)\xi \operatorname{sen} x_3 + \mu\xi x_4^2 \cos x_3 \operatorname{sen} x_3 + \alpha - \beta x_4}{1 - \mu\xi(\operatorname{sen} x_3)^2} \\ \dot{x}_5 &= -\kappa x_2 - \Lambda x_5\end{aligned}\tag{20}$$

Figura 64 - Análise dinâmica para o modelo linear com excitação não-ideal

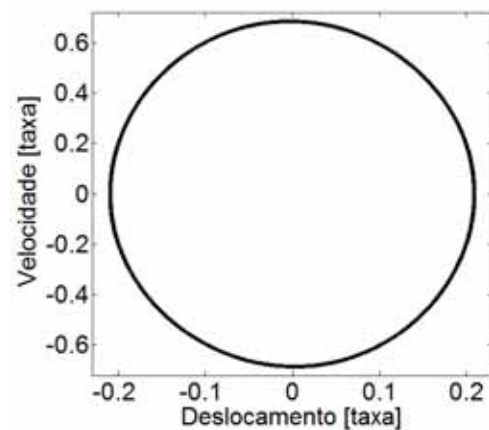
a)



b)



c)



(a) taxa de voltagem, (b) histórico no tempo, (c) retrato de fase sem transiente.

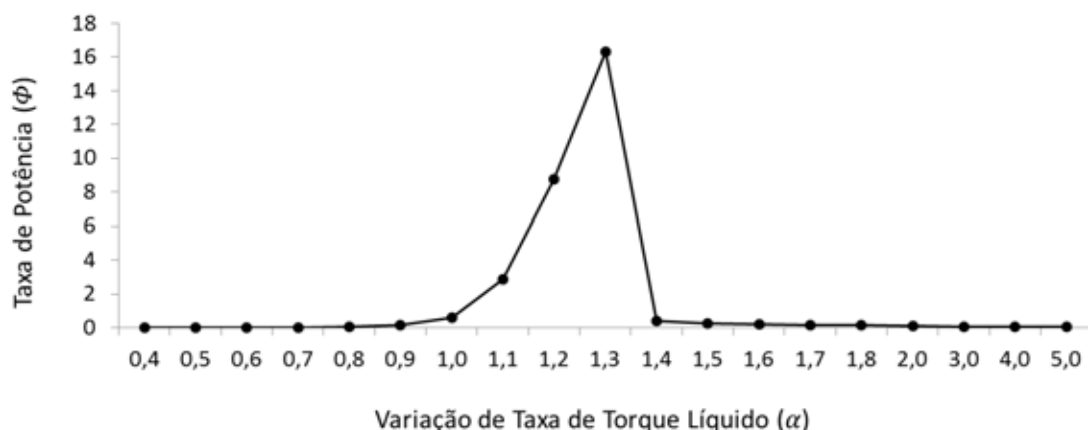
Fonte: Elaborado pelo autor.

Da mesma forma que na seção anterior, será realizada a análise dinâmica do sistema, agora acoplado a uma fonte não-ideal. Aplicando Runge-Kutta de quarta ordem na equação (20). Os parâmetros $\zeta = 0,01$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$ e $\Lambda = 0,05$ são os mesmos utilizados nas simulações realizadas na seção 3.1 e definidas por Erturk e Inman (2011). Os parâmetros da fonte não-ideal foram definidas por Balthazar et al. (2003), Palácios et al. (2003), El-Badawy (2007), Chavarette (2012) e Iliuk et al. (2013), sendo $\mu = 0,2$, $\xi = 0,3$, $\alpha = 5,0$ e $\beta = 1,5$. A análise numérica foi realizada para as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$, $z(0) = 0$ e $\dot{z}(0) = 0$, conforme seção 3.1 e de acordo com (ERTURK; INMAN, 2011; BALTHAZAR et al., 2003; PALÁCIOS et al., 2003; EL-BADAWY, 2007; CHAVARETTE, 2012; ILIUK et al., 2013).

Foi determinada a taxa de voltagem e histórico no tempo considerando amostras de 0 a 2500 com intervalo de 0,1 totalizando 25.000 amostras de tempo, conforme **Figura 64a** e 64b e retrato de fase com amostras de 2000 a 2500 com intervalo de 0,1 para excluir o comportamento transiente, conforme **Figura 64c**.

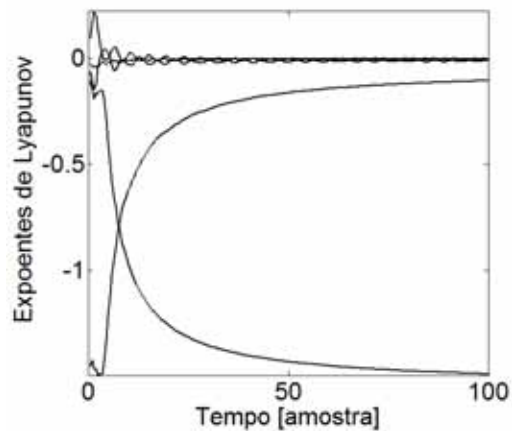
Da mesma forma que realizado na seção 4.1, foi calculada a taxa de potência adimensional do sistema (Φ) para uma taxa de resistência adimensional $\Psi = 0,1$. Para avaliar e mudança de comportamento do sistema foi alterada a taxa de torque líquida α , conforme avaliado por Palácios et al. (2003), variando de $\alpha = 0,4$ a $\alpha = 5,0$, como mostra **Figura 65**. A ressonância do sistema foi observada para uma taxa de torque $\alpha = 1,3$.

Figura 65 - Potência adimensional - modelo linear com excitação não-ideal



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 66 - Amostra no tempo dos expoentes de Lyapunov - modelo linear e excitação não-ideal



Fonte: Elaborado pelo autor.

Aplicando o método de Wolf (WOLF et al., 1985) determina-se os Expoentes de Lyapunov do sistema, que representam o estado caótico da equação (20), conforme mostra a **Figura 66** e a **Tabela 21**. Todos os expoentes são negativos, indicando que o sistema não é caótico.

Tabela 21 - Valores dos expoentes de Lyapunov - modelo linear e excitação não-ideal

L_1	-0,010245
L_2	-0,010571
L_3	-0,001436
L_4	-0,10486
L_5	-1,49

3.4 MODELO NÃO-LINEAR COM EXCITAÇÃO NÃO-IDEAL

Essa seção traz o modelo não-linear apresentado por Erturk e Inman (2011), o qual foi explorado na seção 2.4.5 e seção 3.2, mas agora acoplado a uma fonte não-ideal de excitação, de tal maneira que o modelo não-linear possa estar sujeito a uma fonte de excitação que procura simular a vibração natural do meio ambiente. O modelo matemático do acoplamento dos modelos dinâmicos é apresentado na equação (21).

$$\begin{aligned}\ddot{x} + 2\zeta\dot{x} - \frac{1}{2}x(1-x^2) - \chi v &= \mu(\dot{z}^2 \cos z + \ddot{z} \sin z) \\ \ddot{z} &= \xi\ddot{x} \sin z + \alpha - \beta\dot{z} \\ \dot{v} + \Lambda v + k\dot{x} &= 0\end{aligned}\tag{21}$$

Isolando \ddot{x} , \dot{v} e \ddot{z} , na equação (21):

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= \frac{\frac{1}{2}x(1-x^2) - 2\zeta\dot{x} + \chi v + \mu\dot{z}^2 \cos z + (\alpha - \beta\dot{z})\mu \sin z}{1 - \mu\xi(\sin z)^2} \\ \ddot{z} &= \frac{\left(\frac{1}{2}x(1-x^2) - 2\zeta\dot{x} + \chi v\right)\xi \sin z + \mu\xi\dot{z}^2 \cos z \sin z + \alpha - \beta\dot{z}}{1 - \mu\xi(\sin z)^2} \\ \dot{v} &= -\kappa\dot{x} - \Lambda v\end{aligned}\tag{22}$$

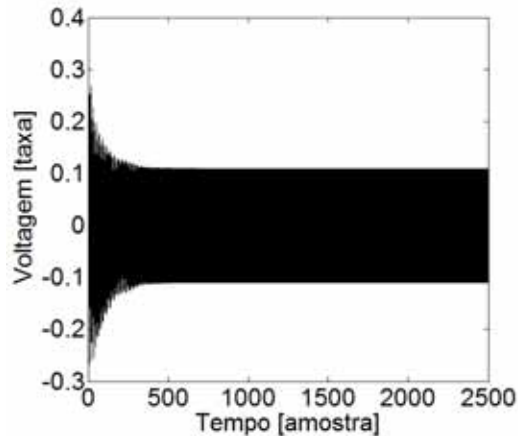
Adotando $x = x_1$, $\dot{x}_1 = x_2$, $z = x_3$, $\dot{x}_3 = x_4$ e $v = x_5$, tem-se:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{\frac{1}{2}x_1(1-x_1^2) - 2\zeta x_2 + \chi x_5 + \mu x_4^2 \cos x_3 + (\alpha - \beta x_4)\mu \sin x_3}{1 - \mu\xi(\sin x_3)^2} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{\left(\frac{1}{2}x_1(1-x_1^2) - 2\zeta x_2 + \chi x_5\right)\xi \sin x_3 + \mu\xi x_4^2 \cos x_3 \sin x_3 + \alpha - \beta x_4}{1 - \mu\xi(\sin x_3)^2} \\ \dot{x}_5 &= -\kappa x_2 - \Lambda x_5\end{aligned}\tag{23}$$

Da mesma forma que nas seções anteriores, foi realizada a análise dinâmica do sistema, aplicando Runge-Kutta de quarta ordem na equação (23). Os parâmetros $\zeta = 0,01$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$ e $\Lambda = 0,05$ são os mesmos utilizados nas simulações realizadas nas seções anteriores e definidas por Erturk e Inman (2011). Os parâmetros da fonte não-ideal são as mesmas utilizadas e definidas na seção 3.3, sendo $\mu = 0,2$, $\xi = 0,3$, $\alpha = 5,0$ e $\beta = 1,5$. A análise numérica foi realizada para as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$, $z(0) = 0$ e $\dot{z}(0) = 0$, conforme definido na seção 3.2. Foi determinada a taxa de voltagem no

tempo considerando amostras de 0 a 2500 com intervalo de 0,1 totalizando 25.000 amostras de tempo, conforme **Figura 67**.

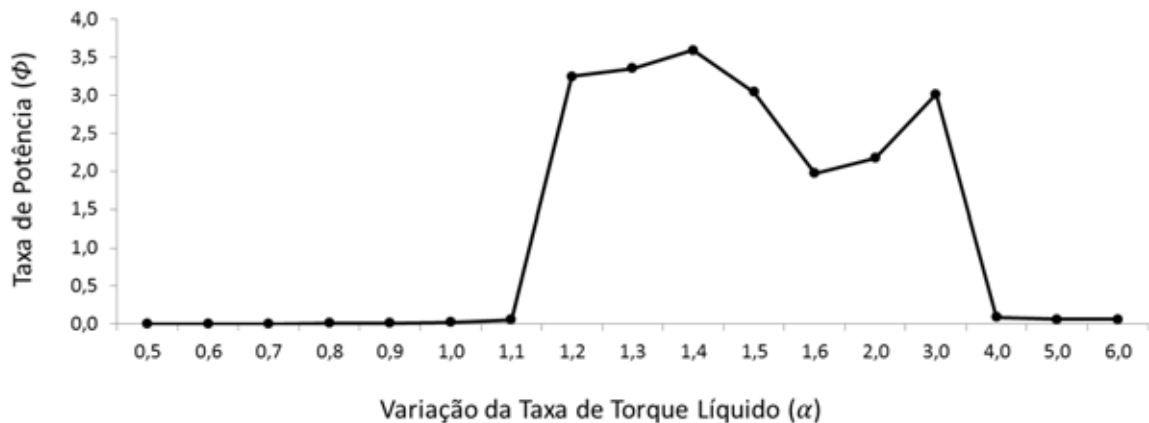
Figura 67 - Análise dinâmica para o modelo não-linear com excitação não-ideal



Fonte: Elaborado pelo autor.

Da mesma forma que realizado nas seções anteriores, foi calculada a taxa de potência adimensional do sistema para um fator de resistência adimensional $\Psi = 0,1$.

Figura 68 - Potência adimensional - modelo não-linear com excitação não-ideal

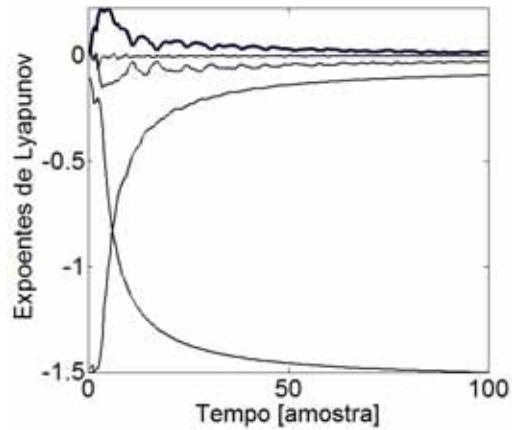


Fonte: Elaborado pelo autor.

Para avaliar e mudança de comportamento do sistema foi alterada a taxa de torque líquida α , variando de $\alpha = 0,5$ a $\alpha = 6,0$, como mostra a **Figura 68**. A ressonância do sistema foi observada para uma taxa de torque entre $\alpha = 1,2$ a $\alpha = 3,0$ com pico em $\alpha = 1,4$ e $\alpha = 3,0$. Essa mudança de comportamento do sistema nessa faixa é ocasionada pela mudança de órbita de energia devido a componente caótica do sistema.

Aplicando o método de Wolf (WOLF et al., 1985) é possível determinar os Expoentes de Lyapunov do sistema, conforme mostra a **Figura 69** e a **Tabela 22**.

Figura 69 - Amostra no tempo dos expoentes de Lyapunov - modelo não-linear e excitação não-ideal



Fonte: Elaborado pelo autor.

Um dos expoentes é não negativo, indicando que o sistema é caótico. Dessa maneira, pode-se concluir que o sistema de captação de energia linear proposto excitado por vibração não-ideal possui um comportamento caótico.

Tabela 22 - Valores dos expoentes de Lyapunov - modelo não-linear e excitação não-ideal

L_1	0,015402
L_2	-0,031778
L_3	-0,000714
L_4	-0,094798
L_5	-1,5051

4 ENERGIA DISPONÍVEL PARA CAPTAÇÃO

Nesse capítulo é apresentada a comparação de energia cinética disponível para conversão em energia elétrica considerando a excitação periódica e a não-ideal. A comparação foi realizada a partir dos modelos matemáticos que descrevem cada modelo (linear e não-linear) acoplados a suas fontes de excitação (periódica e não-ideal). Esses modelos foram simulados pela aplicação de Runge-Kutta de quarta ordem e foram determinados e comparados o deslocamento, velocidade, voltagem e retrato de fase. Também foram determinadas e comparadas as potências geradas para cada sistema acoplado com suas referidas fontes de excitação.

Na seção 4.1 é apresentada a análise para o modelo linear do Erturk e Inman (2011), comparando o comportamento dinâmico para o modelo com excitação periódica versus o modelo com excitação não-ideal. Essa comparação gerou um artigo publicado na revista *Advanced Materials and Research (AMR)*¹⁰. Na seção 4.2 é apresentada a análise realizada para o modelo não-linear do Erturk e Inman (2011) comparando o comportamento dinâmico para o modelo com excitação periódica versus o modelo com excitação não-ideal. Essa comparação gerou um artigo publicado na revista *International Journal of Pure and Applied Mathematics (IJPAM)*¹¹. Na seção 4.3 é citada a comparação do modelo linear versus não-linear para a excitação periódica, a qual já foi realizada por Erturk e Inman (2011); por fim, na seção 4.4 é apresentada a comparação do modelo linear versus não-linear para a excitação não-Ideal.

4.1 MODELO LINEAR - EXCITAÇÃO PERIÓDICA X NÃO-IDEAL

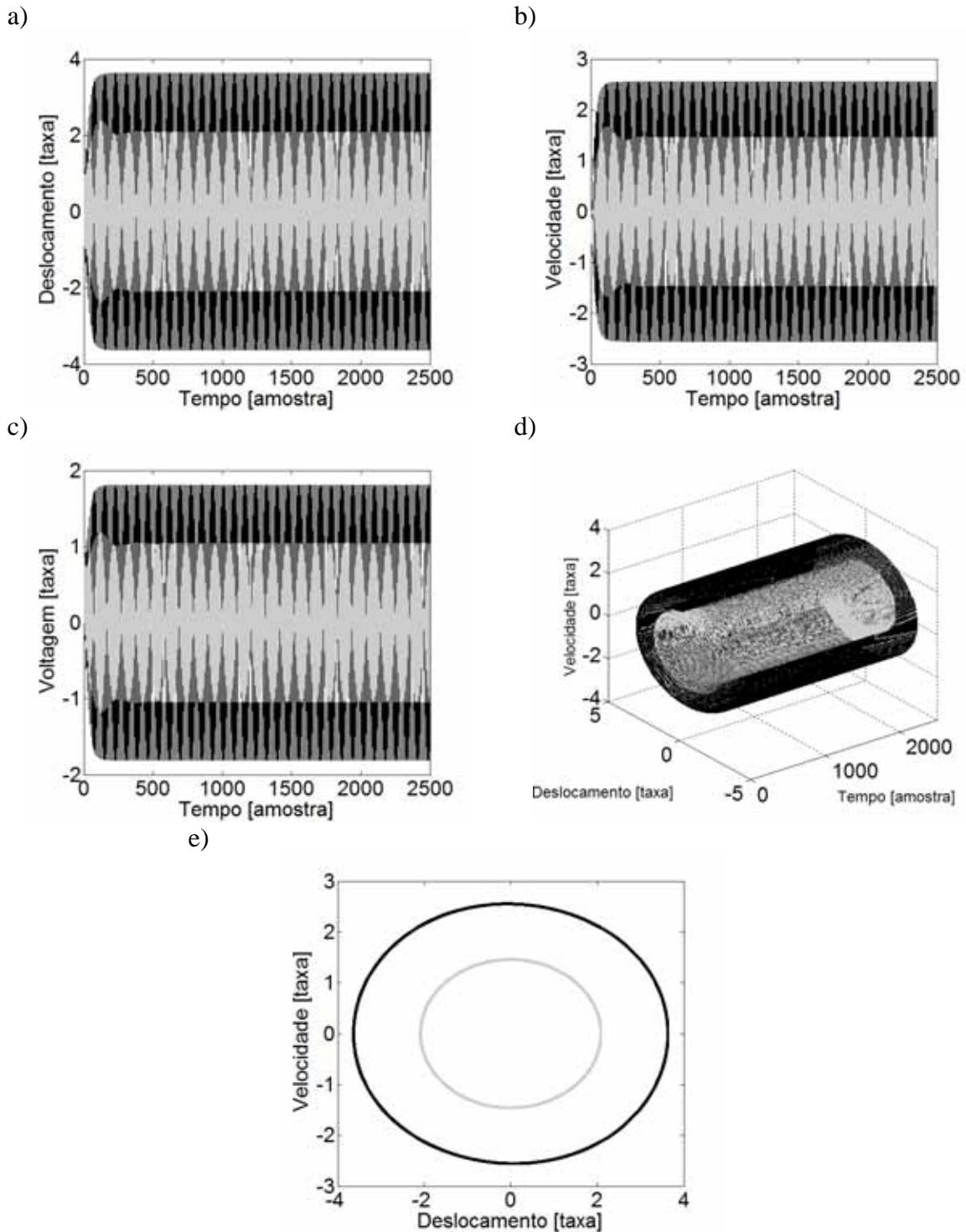
Para comparar os sistemas de captação de energia linear com excitação periódica e com excitação não-ideal foi aplicado Runge-Kutta de quarta ordem e determinou-se os deslocamentos, velocidades, voltagens e os históricos no tempo, sendo consideradas amostras de tempo de 0 a 2500 com intervalo de 0,1 totalizando 25000 amostras de tempo na **Figura 70a,b,c,d** e amostras de tempo de 2000 a 2500 na **Figura 70e** excluindo o comportamento transiente. Os parâmetros utilizados foram $\zeta = 0,01$, $\Omega = 0,7$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$, $\Lambda = 0,05$ e $f = 0,08$ para o caso periódico em ressonância e $\mu = 0,2$, $\xi = 0,3$, $\alpha = 1,3$ e $\beta = 1,5$, para o caso não-ideal em ressonância, considerando as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) =$

¹⁰ Non-ideal excitation approach for piezoelectric vibration based energy harvesting.

¹¹ Non-linear energy harvesting system efficiency comparison from periodic to non-ideal excitation

0, $z(0) = 0$ e $\dot{z}(0) = 0$ em ambos os casos. Nessa figura foram utilizadas linhas da cor cinza para a excitação periódica e linhas da cor preta para a excitação não-ideal.

Figura 70 - Comparativo modelo linear - excitação periódica x não-ideal

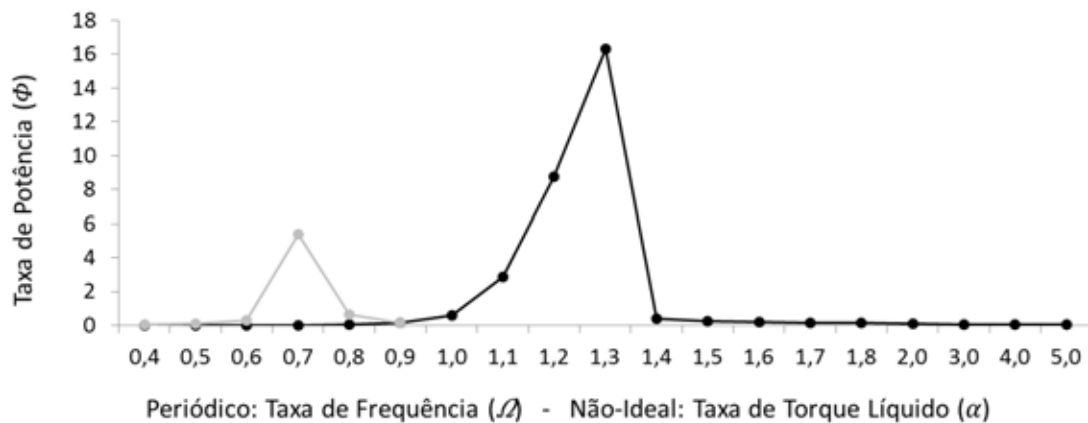


(a) taxa de deslocamento, (b) taxa de velocidade, (c) taxa de voltagem, (d) retrato de fase no tempo, (e) retrato de fase sem transiente. Excitação Periódica (Linha Cinza), Excitação Não-Ideal (Linha Preta).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Pode-se notar que a excitação não-ideal oferece mais energia ao sistema linear do que a excitação periódica, em termos de deslocamento, velocidade, voltagem e energia cinética (retrato de fase sem transiente). A maior eficiência da excitação não-ideal em termos de geração de energia em relação a excitação periódica pode ser confirmada pela análise comparativa da potência adimensional dos sistemas. Para uma resistência adimensional $\Psi = 0,1$ e considerando a taxa de frequência de excitação adimensional Ω variando de 0,5 a 0,9 para a excitação periódica e a taxa de torque líquida α , variando de $\alpha = 0,5$ a $\alpha = 1,8$ para a excitação não-ideal, é possível comparar a potência gerada pelo sistema linear de acordo com a excitação, conforme mostra a **Figura 71**. Nessa figura foram utilizadas linhas da cor cinza para a excitação periódica e linhas da cor preta para a excitação não-ideal.

Figura 71 - Potência adimensional - modelo linear - excitação periódica x não-ideal



Excitação Periódica (linha cinza). Excitação Periódica (Linha Cinza), Excitação Não-Ideal (Linha Preta).

Fonte: Elaborado pelo autor.

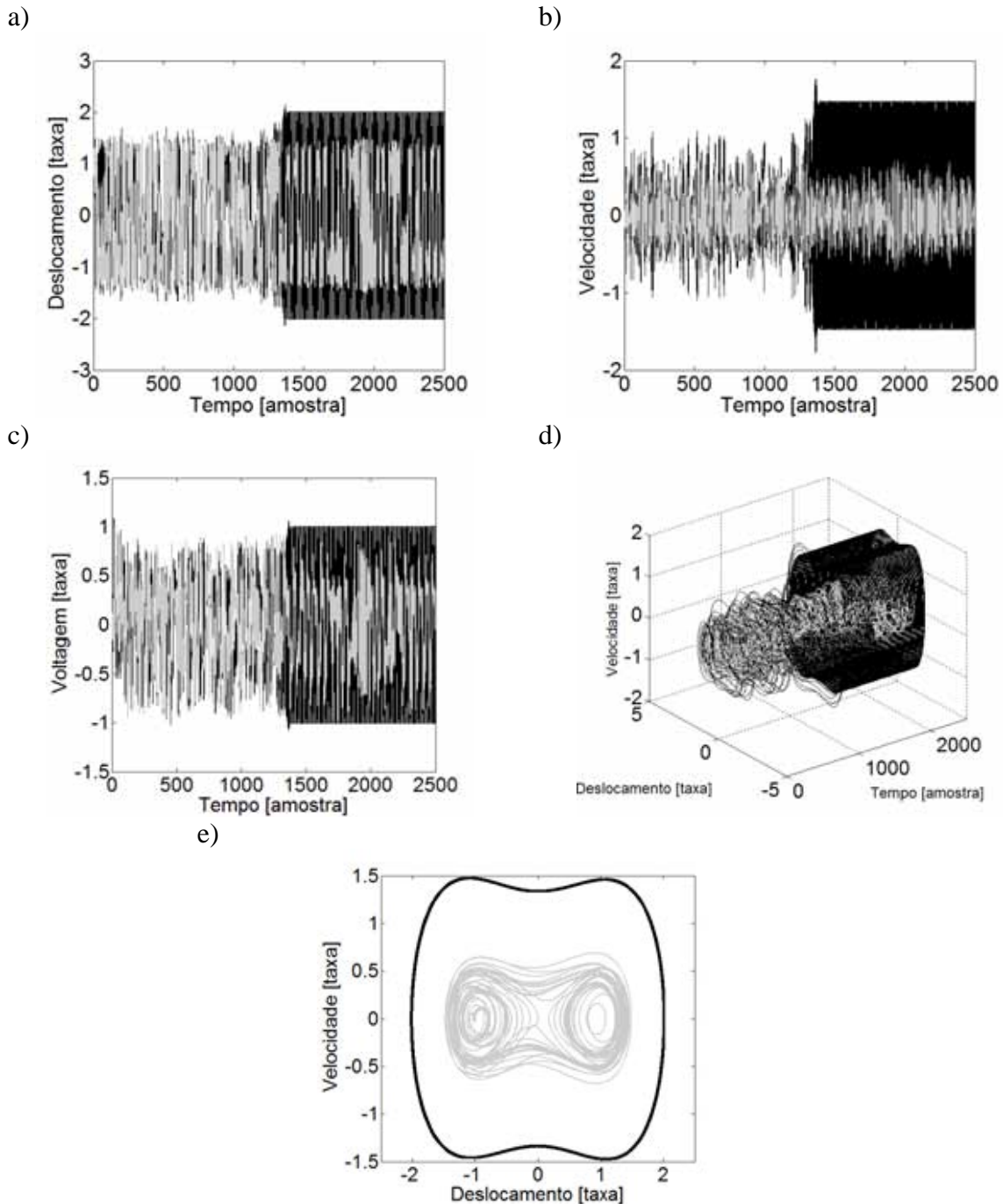
Percebe-se que os picos de energia são diferentes, sendo que a ressonância para o modelo com excitação periódica ocorre para uma excitação $\Omega = 0,7$ e para a excitação não-ideal a ressonância ocorre para uma excitação $\alpha = 1,3$. Essa diferença é atribuída principalmente pela realimentação do sistema devido ao comportamento não-ideal (BALTHAZAR et al., 2003; PALÁCIOS et al., 2003).

4.2 MODELO NÃO-LINEAR - EXCITAÇÃO PERIÓDICA X NÃO-IDEAL

Com o objetivo de comparar a excitação periódica com a não-ideal para um sistema de captação de energia não-linear foi calculado, por meio da aplicação do Runge-Kutta de

quarta ordem, os deslocamentos, velocidades, voltagens e histórico no tempo, sendo consideradas amostras de tempo de 0 a 2500 com intervalo de 0,1 totalizando 25000 amostras de tempo e o retrato de fase sem transiente considerando amostras de tempo de 2000 a 2500, conforme mostra a **Figura 72**.

Figura 72 - Comparativo modelo não-linear - excitação periódica x não-ideal - $\dot{x}(0) = 0$



(a) taxa de deslocamento, (b) taxa de velocidade, (c) taxa de voltagem, (d) retrato de fase no tempo, (e) retrato de fase sem transiente. Excitação Periódica (Linha Cinza), Excitação Não-Ideal (Linha Preta).

Fonte: Elaborado pelo autor.

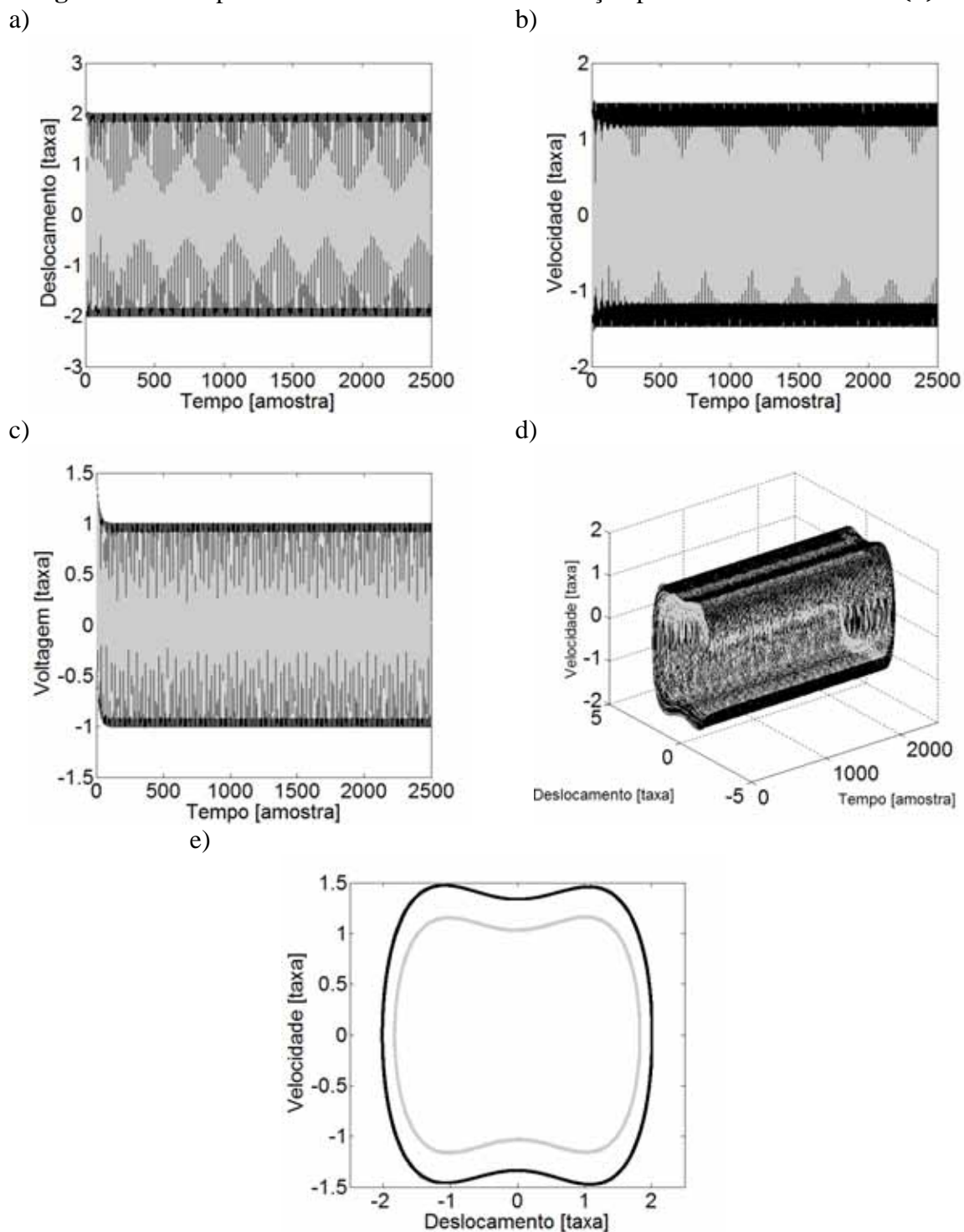
Os parâmetros utilizados foram $\zeta = 0,01$, $\Omega = \mathbf{0,8}$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$, $\Lambda = 0,05$ e $f = 0,08$ para o caso periódico em ressonância e $\mu = 0,2$, $\xi = 0,3$, $\alpha = \mathbf{1,5}$ e $\beta = 1,5$, para o caso não-ideal em ressonância, considerando as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$, $z(0) = 0$ e $\dot{z}(0) = 0$ em ambos os casos. Nessa figura foram utilizadas linhas da cor cinza para a excitação periódica e linhas da cor preta para a excitação não-ideal.

Novamente, pode-se notar que a excitação não-ideal oferece mais energia ao sistema não-linear do que a excitação periódica, em termos de deslocamento, velocidade, voltagem e energia cinética (retrato de fase sem transiente). No entanto pode-se observar que o sistema muda de órbita de energia para a excitação não-ideal por volta da amostra de tempo igual a 1500 e no caso da excitação periódica, essa órbita não é atingida. O modelo não-linear, apresenta duas órbitas de energia, sendo que a órbita de menor energia mantém o movimento vibratório limitado. Com uma força maior de excitação, ou com um impulso, o sistema atinge uma órbita maior de energia, mesmo que a força de excitação diminua ou o impulso cesse. Para contornar esse problema, no experimento realizado por Erturk e Inman (2011), uma força impulsiva foi aplicada ao sistema não-linear periódico (empurrão na viga) aos 11s e o sistema entrou em uma órbita superior de energia.

Para a simulação numérica são alteradas as condições iniciais impondo uma velocidade inicial ao sistema, que simula o “empurrão” realizado no experimento, sendo as novas condições iniciais para simulação dadas por $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = \mathbf{1,3}$, $v(0) = 0$, $z(0) = 0$ e $\dot{z}(0) = 0$, conforme **Figura 73**. Nessa figura foram utilizadas linhas da cor cinza para a excitação periódica e linhas da cor preta para a excitação não-ideal.

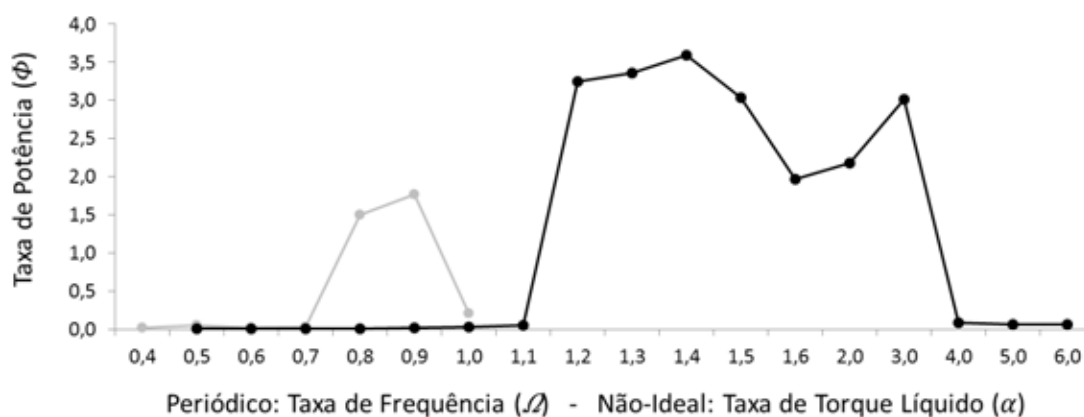
A maior eficiência da excitação não-ideal, em termos de geração de energia, em relação a excitação periódica pode ser confirmada pela análise comparativa da taxa de potência adimensional dos sistemas. Para a excitação periódica é considerada uma taxa de resistência adimensional $\Psi = 0,1$ e taxa de frequência de excitação adimensional Ω variando de 0,5 a 1,0 e $f = 0,08$. Para a excitação não-ideal é considerada a taxa de torque líquida α variando de $\alpha = 0,5$ a $\alpha = 6,0$. As condições iniciais da simulação são $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0,0$ e $v(0) = 0$, $z(0) = 0$ e $\dot{z}(0) = 0$ em ambos os casos, conforme mostra a **Figura 74**. Nessa figura foram utilizadas linhas da cor cinza para a excitação periódica e linhas da cor preta para a excitação não-ideal.

Figura 73 - Comparativo modelo não-linear - excitação periódica x não-ideal - $\dot{x}(0) = 1,3$



(a) taxa de deslocamento, (b) taxa de velocidade, (c) taxa de voltagem, (d) retrato de fase no tempo, (e) retrato de fase sem transiente. Excitação Periódica (Linha Cinza), Excitação Não-ideal (Linha Preta).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 74 - Potência adimensional - modelo não-linear - excitação periódica x não-ideal

Excitação Periódica (Linha Cinza), Excitação Não-Ideal (Linha Preta).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Da mesma forma que no caso linear, percebe-se que os picos de energia são diferentes, sendo que a ressonância para o modelo com excitação periódica ocorre para uma excitação Ω na faixa de 0,8 a 0,9 e para a excitação não-ideal a ressonância ocorre para uma excitação α na faixa de 1,2 a 3,0. Essa diferença é atribuída principalmente pela realimentação do sistema devido ao comportamento não-ideal (BALTHAZAR et al., 2003; PALÁCIOS et al., 2003). Acrescenta-se o comportamento caótico do sistema para ambos os modelos.

4.3 EXCITAÇÃO PERIÓDICA - MODELO LINEAR X NÃO-LINEAR

Esta comparação já foi realizada por Erturk e Inman (2011) e explorada em detalhes pelos autores, sendo que o modelo não-linear se mostra muito mais eficiente para sistemas de captação de energia, considerando uma fonte periódica de excitação, conforme Figura 27.

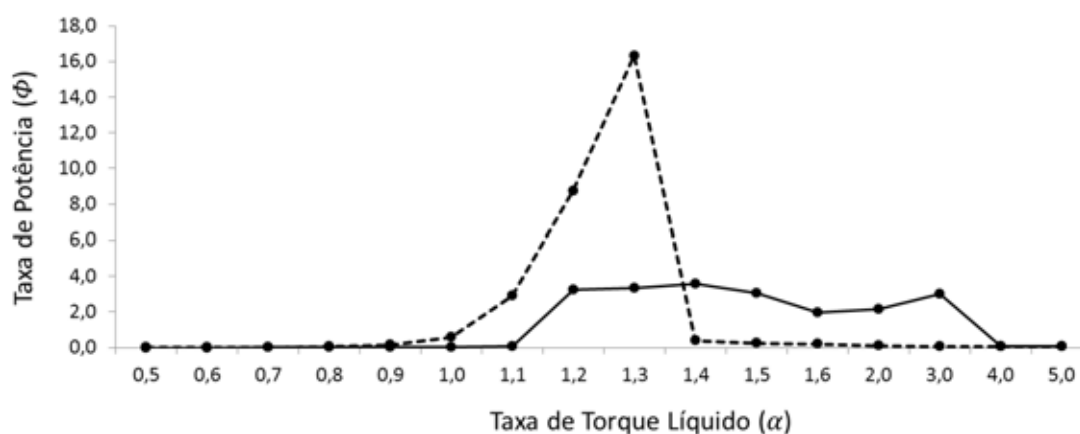
4.4 EXCITAÇÃO NÃO-IDEAL - MODELO LINEAR X NÃO-LINEAR

Essa seção apresenta o modelo linear com excitação não-ideal comparado ao modelo não-linear com excitação não-ideal, em termos de geração de energia. Aplicando Runge-Kutta de quarta ordem são determinadas as voltagens dos sistemas para as condições iniciais utilizadas são $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0,0$ e $v(0) = 0$, $z(0) = 0$ e $\dot{z}(0) = 0$ em ambos os modelos. A

taxa de potência adimensional dos sistemas comparados é determinada considerando uma taxa de resistência adimensional $\Psi = 0,1$ e taxa de torque líquida α , variando de $\alpha = 0,5$ a $\alpha = 5,0$, conforme mostra a **Figura 75**. Nessa figura é utilizada linha sólida para o modelo linear e linha tracejada para o modelo não-linear.

Para baixas potências ($\alpha < 1,4$) o modelo não-linear se mostra mais eficiente em termos de geração de energia do que o sistema linear, chegando a oferecer até 50 vezes mais potência do que o sistema linear para $\alpha = 1,1$. Para excitação de $\alpha \geq 1,4$ o sistema linear se mostra mais eficiente em termos de geração de energia, gerando até 45 vezes mais potência que o sistema não linear para $\alpha = 3,0$.

Figura 75 - Potência adimensional - excitação não-ideal - modelo linear x não-linear



Modelo Linear (Linha Sólida). Modelo Não-Linear (Linha Tracejada).

Fonte: Elaborado pelo autor.

5 PROJETO DE CONTROLADORES

A partir de um circuito eletrônico é possível que parte da energia captada por um sistema de captação de energia baseado em material piezoelétrico seja retornado para conduzir o comportamento do sistema de tal maneira a melhor interagir com a fonte de excitação e dessa maneira aumentar a eficiência do processo de transdução. Essa ideia não é nova e já existem muitos projetos de controle utilizando materiais piezoelétricos. Os projetos de controladores existentes são voltados para aumentar a banda de ressonância.

Nessa tese tem-se o objetivo de se utilizar técnicas de controle inovadoras, e nesse ponto a contribuição é mais significativa: o controle não irá conduzir a dinâmica do sistema para a ressonância, mas sim buscar a maior interação entre fonte de excitação e o sistema excitado. Eventualmente a melhor interação poderá ser a ressonância, no entanto, nem sempre a ressonância é possível por meio do controle, como no caso do comportamento caótico em sistemas não-lineares, e nesse caso que a maximização da vibração se torna uma alternativa interessante. Sistemas de captação de energia que utilizam controladores, sendo ativos ou passivos, precisam atender a algumas características para que sejam viáveis (ZHU et al., 2010), sendo:

- O balanço energético deve ser positivo, ou seja, a energia consumida pelo controlador deve ser a menor possível e nunca exceder a energia gerada pelo sistema;
- A frequência de operação deve ser a maior possível de maneira a atender as características da vibração do meio ambiente;
- O sistema de controle deve ser capaz de conduzir comportamento do sistema com precisão suficiente para a faixa de frequência a que está submetido;
- O sistema deve ter o maior fator de qualidade mecânica (Q) possível para garantir maior transdução de energia mecânica em elétrica, e dessa maneira o controlador não deve aumentar o fator de amortecimento o que acarreta em perda de Q.

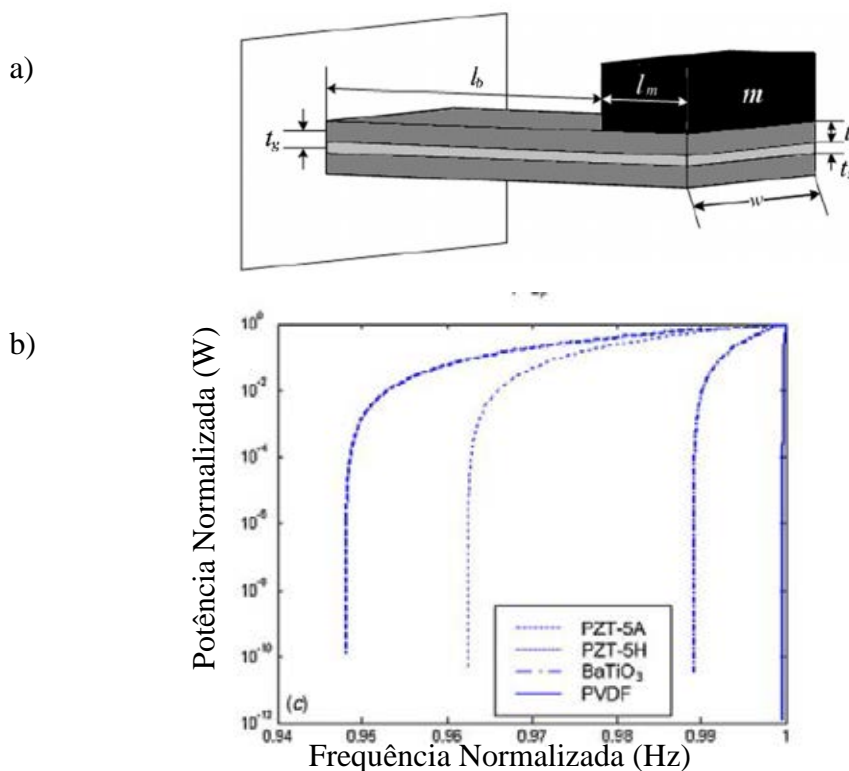
Para controle piezoelétrico, Zhu et al. (2010) apresentam uma lista de características de materiais piezoelétricos comerciais, conforme a **Tabela 23**.

Tabela 23 - Coeficientes de materiais piezoelétricos comerciais

	PZT-5 H	PZT-5 A	BaTiO ₃	PVDF
d_{31} (10^{-12} C N ⁻¹)	-274	-171	78	23
Módulo de Young (GPa)	50	50	67	2
Permissividade relativa (ϵ/ϵ_0)	3400	1700	1700	12

Fonte: Zhu et al. (2010).

Esses materiais piezoelétricos foram testados em relação à sua capacidade de atuar como captadores de energia e controladores em um sistema ativo, utilizando uma viga bimorfa, conforme mostra a **Figura 76a** (ZHU et al., 2010).

Figura 76 - Viga bimorfa para teste de material piezoelétrico como captador e atuador

Fonte: Zhu et al. (2010).

A viga é composta de uma camada de substrato e duas camadas de material piezoelétrico, sendo uma em cada face do substrato e uma massa sísmica na ponta da viga. O controle interfere no carregamento capacitivo do sistema. A frequência de ressonância é reduzida com o aumento do carregamento capacitivo. Utilizando a mesma viga com as mesmas configurações, somente alterando o material piezoelétrico, o material PZT-5 H se apresentou com o melhor desempenho em relação a sua capacidade de atuar como captador de energia e controlador em um sistema de controle ativo, conforme mostra a **Figura 76b**. As

recomendações para utilizar material piezoelétrico no controle ativo devem seguir os princípios (ZHU et al., 2010):

- O material da camada de substrato e sua massa não interferem na capacidade de controle;
- Materiais piezoelétricos com maior módulo de Young, coeficiente de tensão e menor permissividade, proveem uma maior banda de ajuste de controle;
- A relação entre a espessura da camada de material piezoelétrico e a espessura da camada de substrato deve ser a menor possível para maior faixa de ajuste de controle;
- A capacitância da camada de material piezoelétrico deve ser a menor possível para uma maior faixa de ajuste de controle;
- Em uma viga bimorfa, se as duas camadas de material piezoelétrico forem utilizadas para fazer o controle, então a ligação em paralelo fornece uma maior faixa de atuação do controlador do que a ligação em série;
- O amortecimento total do sistema deve ser o menor possível para aumentar a faixa de controle.

Iliuk et al. (2012) utilizou um controlador OLC para estabilizar a órbita e eliminar o comportamento caótico em um sistema de captação de energia sujeito a excitação por uma fonte não-ideal, no entanto, não foi considerada a possibilidade de utilizar o controlador para maximizar a energia, sendo o foco do controle a estabilização do sistema. Nesse capítulo serão apresentados dois controladores que podem ser utilizados em sistemas de captação de energia, sendo: LMI e OLC. O objetivo dessa tese é propor a aplicação de controlador para maximizar a vibração dos sistemas de captação de energia e, dessa maneira, aperfeiçoar o seu desempenho.

Nesse capítulo são apresentados projetos de controladores para sistemas de captação de energia. A hipótese principal é de que os sistemas controlados (malha fechada), mesmo que utilizando parte da energia captada, são mais eficientes do que os sistemas sem controle (malha aberta). Serão projetados os controladores LMI e OLC e comparadas as suas eficiências na geração de energia cinética. O aumento da eficiência no uso dos controladores já foi discutido em detalhes os projetos existentes foram abordados na seção 2.5.

Essa tese apresenta uma nova abordagem no uso de controladores para aumento da eficiência de sistemas de captação de energia. Os projetos existentes buscam aumentar a banda de frequência de ressonância, mas aqui serão apresentados projetos de controladores para maximização da energia do sistema. O projeto de controladores via LMI são aplicados

somente para os casos lineares, sendo que o controle linear ótimo OLC pode ser aplicado a todos os casos. Onde possível, a eficiência os controladores será comparada.

5.1 LMI - MODELO LINEAR + EXCITAÇÃO PERIÓDICA

O Controle de um sistema dinâmico, como a atenuação de vibração, pode ser realizado por H_2 ou H_∞ , onde normalmente se busca a minimização da energia de um sistema. O estado atual de um sistema dinâmico estável, seja ela de qualquer natureza, possui uma energia resultante da interação desse sistema com o meio. Essa interação normalmente é descrita como uma vibração. Dessa maneira, um problema controle por H_2 ou H_∞ busca um novo estado de equilíbrio, mas que resulte em minimização ou maximização da energia resultante da interação entre o sistema e a sua fonte de excitação. Assim, o problema de controle para otimização de energia pode ser formulado como um problema de otimização convexa envolvendo desigualdades matriciais lineares (*Linear Matrix Inequalities* - LMI) (CHILALI; GAHINET, 1996; MENDES et al., 2010).

A forma de uma LMI é muito geral, podendo ser desigualdades lineares, desigualdades convexas lineares e desigualdades matriciais normais. Diversas formas de restrição da teoria de controle como desigualdades de Lyapunov e Riccati podem ser escritas na forma de LMI (VAN ANTWERP; BRAATZ, 2000). As LMI são dadas conforme a equação (26) (ANDREA, et al., 2008).

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (24)$$

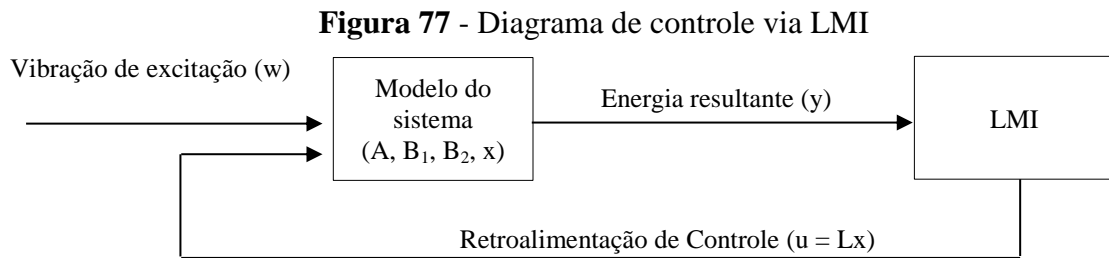
Onde $x \in \mathbb{R}^m$ e $F_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Essa desigualdade implica em que $F(x)$ seja uma matriz positiva definida, então:

$$P'F(x)P > 0, \forall P \neq 0, P \in \mathbb{R}^n \quad (25)$$

As LMI são muito utilizadas em controle, principalmente porque mantem a estabilidade de um sistema baseado em restrições de uso, podendo ser empregado em controle de sistemas dinâmicos com parâmetros que estejam em uma faixa determinada (WAN; KOTHARE, 2003). Por exemplo, um modelo robusto de Controle Preditivo (*Robust*

Model Predictive Control - RMPC) considerando incerteza politópicas¹² pode ser realizado por meio de LMI (DING et al., 2008).

Importante notar que em problemas de otimização utilizando LMI, pequenas variações de decaimento σ , podem resultar em enormes custos na solução de controle σ (COSTA; PAIVA, 2002). É preciso considerar, também, que a convergência global não é garantida somente com as desigualdades de Lyapunov (CHILALI; GAHINET, 1996). O diagrama geral de um controlador LMI pode ser visualizado pela **Figura 77**.



Fonte: elaborado pelo autor

5.1.1 Custo garantido H_2

Considerando o sistema incerto:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ y = Cx \end{cases} \quad (26)$$

Uma condição suficiente para o custo garantido H_2 desse sistema incerto é a existência da matriz $X = X' \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $Y \in \mathcal{R}^{m \times n}$ e $Z \in \mathcal{R}^{m \times 1}$, tais que:

$$\begin{cases} \min \rho \\ s. a. \begin{bmatrix} Z & B_1' \\ B_1 & X \end{bmatrix} > 0 \\ \begin{bmatrix} AX + XA' - B_2 Y - Y' B_2' & XC' \\ CX & -I \end{bmatrix} < 0 \\ \rho > Tr(Z) \end{cases} \quad (27)$$

com $j = 1, \dots, r$

Quando as LMI da equação (27) são factíveis, uma matriz de realimentação de estados que estabiliza o sistema pode ser dada por $L = YX^{-1}$.

¹² Incerteza Politópicas são aquelas contidas em conjuntos que pertencem a regiões convexas em \mathcal{R}^n .

5.1.2 Custo garantido H_∞

Considere o sistema incerto dado na equação (26), Uma condição suficiente para o custo garantido H_∞ desse sistema incerto é a existência da matriz $X = X' \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $Y \in \mathcal{R}^{m \times n}$, tais que:

$$\begin{cases} \min \mu \\ \begin{bmatrix} AX + XA' - B_2 Y - Y' B_2' & XC' + Y' D' & B_1 \\ CX + DY & -I & 0 \\ B_1' & 0 & -\mu I \end{bmatrix} < 0 \\ X > 0 \end{cases} \quad (28)$$

com $j = 1, \dots, r$

Quando as LMI da equação (28) são factíveis, uma matriz de realimentação de estados que estabiliza o sistema pode ser dada por $L = YX^{-1}$.

O controlador apresentado nessa seção foi proposto em um artigo científico intitulado *Linear Matrix Inequalities Control Driven Applied to Bimorph Piezoelectric Energy Harvesting* e apresentado no I Congresso de Matemática Aplicada e Computacional, I CMAC-SUL, 2014.

O modelo dinâmico apresentado na equação (11) da seção 3.1 pode ser escrito na forma matricial de espaço de estados, conforme equação (29).

$$\begin{cases} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{cases} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -2\zeta & \chi \\ 0 & -\kappa & -\Lambda \end{bmatrix} \begin{cases} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{cases} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} f \cos \Omega t \quad (29)$$

Dado um sistema incerto de acordo com a equação (26) e substituindo os parâmetros $\zeta = 0,01$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$ e $\Lambda = 0,05$ e $f = 0,08$ nas matrizes dadas na equação (29), tem-se as matrizes de estado conforme equação (30).

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0,5 & -0,02 & 0,05 \\ 0 & -0,5 & -0,05 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,08 \cos \Omega t \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (30)$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ e } C = [1 \ 0 \ 0]$$

A matriz A é a matriz de estado e dada pelas condições do sistema. A matriz B_1 é de excitação e a matriz B_2 de realimentação de estados, sendo sua determinação de acordo com os parâmetros realimentados. A matriz C é a resposta do sistema, nesse caso pode ser alterada de acordo com a resposta desejada. Esse é um sistema ativo de controle, ou seja, em todo momento irá existir uma leitura do estado e será gerado um sinal de controle para um novo estado controlado. O estado atual é dado pelos parâmetros da matriz A e o sinal de controle é o ajuste de estados, ou nova matriz de estados realimentada pelo sistema (A_R), dada pela matriz de realimentação B_2 multiplicada por uma matriz de realimentação de estados L , conforme equação (31).

$$A_R = A - B_2L \quad (31)$$

Para realizar a simulação, o parâmetro a ser alterado será a taxa de frequência Ω , que irá variar de 0,4 a 0,9, o que irá afetar a matriz de excitação B_1 . Para uma taxa de excitação $\Omega=0,4$ o vetor de excitação é dado conforme equação (32).

$$B_{1_{0,4}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,08 \cos 0,4t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

Substituindo as matrizes A , $B_{1_{0,4}}$, B_2 e C dados na equação (30) e equação (32) e aplicando as LMI da equação (28), conforme apresentado em 5.1.2, e resolvendo as inequações matriciais lineares, então a vetor de retroalimentação é dada na equação (33).

$$L = [0,0194 \quad 0,4894 \quad - 0,1587] \quad (33)$$

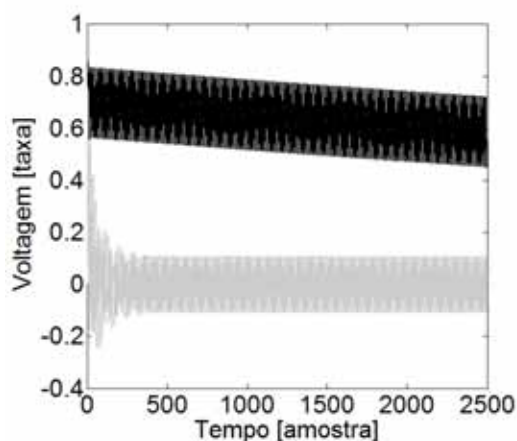
Considerando a vetor de realimentação L dada na equação (33), a matriz A e B_2 da equação (30) e substituindo na equação (31), então os novos parâmetros de estado são dados na **Tabela 24**.

Tabela 24 - Parâmetros de realimentação do sistema linear com excitação periódica (LMI)
 $\Omega=0,4$

Parâmetros de realimentação	ζ	χ	κ	Λ
Valores	0,2547	0,2087	0,9894	0,0001

Aplicando Runge-Kutta de quarta ordem na equação (17) da seção 3.1 para os parâmetros $\zeta = 0,01$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$ e $\Lambda = 0,05$ do sistema sem controle e para os parâmetros da Tabela 24 para os parâmetros controlados e para uma taxa de excitação adimensional $\Omega = 0,4$ e uma taxa de força de aceleração adimensional $f = 0,08$ e para as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$; foi determinada a taxa de voltagem considerando amostras de 0 a 2500 com intervalo de 0,1 totalizando 25000 amostras de tempo, conforme **Figura 78**. Nessa figura foram utilizadas linhas da cor cinza para o sistema sem controle e linhas da cor preta para sistema controlado.

Figura 78 - Sistema linear + excitação periódica - controlado x sem controle (LMI) - $\Omega = 0,4$



Sem Controle (Linha Cinza), Controlado (Linha Preta).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Esse procedimento foi repetido para os demais valores de taxa de excitação, sendo os vetores de realimentação e os valores da matriz de realimentação dados na **Tabela 25**.

Tabela 25 - Realimentação - linear + periódica (LMI) $\Omega = 0,5$ a $0,9$ e $f = 0,08$

Taxa de excitação (Ω)	L	Parâmetros de realimentação
0,5	[0,0172 0,4783 - 0,1527]	$\zeta = 0,2491, \chi = 0,2027, \kappa = 0,9783, \Lambda = 0,0001$
0,6	[0,0146 0,4640 - 0,1456]	$\zeta = 0,2420, \chi = 0,1956, \kappa = 0,9640, \Lambda = 0,0001$
0,7	[0,0121 0,4449 - 0,1363]	$\zeta = 0,2324, \chi = 0,1863, \kappa = 0,9449, \Lambda = 0,0001$
0,8	[0,0095 0,4213 - 0,1257]	$\zeta = 0,2206, \chi = 0,1757, \kappa = 0,9213, \Lambda = 0,0001$
0,9	[0,0069 0,3932 - 0,1137]	$\zeta = 0,2066, \chi = 0,1637, \kappa = 0,8932, \Lambda = 0,0001$

Aplicando Runge Kutta de quarta ordem para os parâmetros realimentados, considerando $f = 0,08$ e para as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$, conforme

Erturk e Inman (2011); foi determinada a taxa de voltagem para cada valor de taxa de excitação.

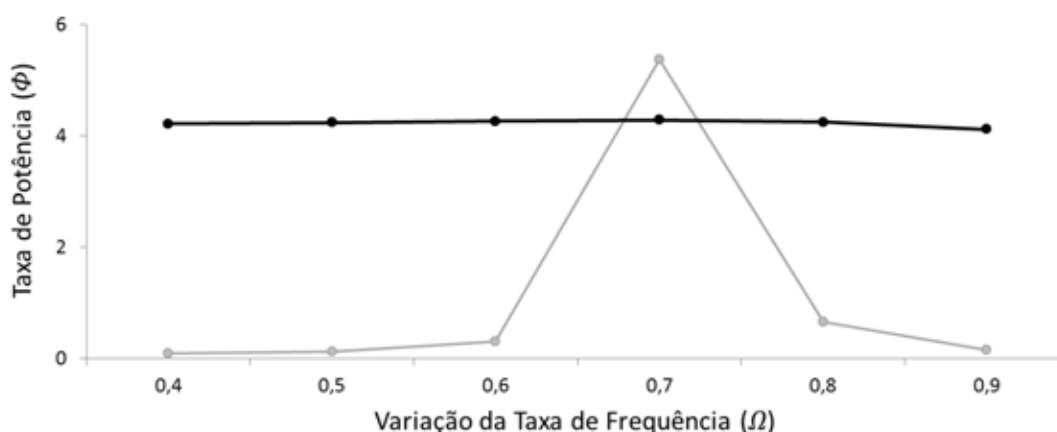
5.1.3 Taxa de Potência

Foi calculada a taxa de potência adimensional do sistema (Φ) de acordo com a equação (19) para um fator de resistência adimensional $\Psi = 0,1$ para a taxa de excitação (Ω) variando de 0,4 a 0,9, tanto para o sistema sem controle, como para o sistema controlado e os resultados estão apresentados na **Tabela 26** e **Figura 79**.

Tabela 26 - Valores da taxa de potência (Φ) para sistema sem controle e controlado - LMI

Taxa de excitação (Ω)	Φ - Sem controle	Φ - Controlado
0,4	0,0805	4,2202
0,5	0,1238	4,2416
0,6	0,3043	4,2644
0,7	5,3812	4,2847
0,8	0,6570	4,2511
0,9	0,1409	4,1175

Figura 79 - Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado (LMI)



Sistema Controlado (Linha Preta); Sistema Sem Controle (Linha Cinza). Taxa de aceleração adimensional $f = 0,08$, conforme Erturk e Inman (2011).

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.1.4 Taxa de Potência Líquida

Para avaliar a taxa de potência líquida (Φ_{net}) Roundy e Zhang (2005) apresentam o cálculo da potência de atuação na equação (4) e a potência líquida na equação (5). Mais tarde

Lallart e Inman (2010) apresentam uma equação melhorada da potência de atuação, que consideram os valores médios (no lugar dos picos) e um fator de atuação, conforme equação (6). Em ambos os casos, o valor da potência de atuação é referente à mudança de estados, ou seja, o custo energético para realizar a mudança de estado do sistema de captação de energia.

Tabela 27 - Parâmetros de realimentação e de atuação para taxa de excitação (Ω)

Taxa de excitação (Ω)	Parâmetros de Realimentação	Parâmetros de atuação sem controle - realimentação
0,4	$\zeta = 0,2491, \chi = 0,2027,$ $\kappa = 0,9783, \Lambda = 0,0001$	$\zeta = 0,2447, \chi = 0,1587,$ $\kappa = 0,9394, \Lambda = 0,0499$
0,5	$\zeta = 0,2420, \chi = 0,1956,$ $\kappa = 0,9640, \Lambda = 0,0001$	$\zeta = 0,2391, \chi = 0,1527,$ $\kappa = 0,9283, \Lambda = 0,0499$
0,6	$\zeta = 0,2324, \chi = 0,1863,$ $\kappa = 0,9449, \Lambda = 0,0001$	$\zeta = 0,2320, \chi = 0,1456,$ $\kappa = 0,9140, \Lambda = 0,0499$
0,7	$\zeta = 0,2206, \chi = 0,1757,$ $\kappa = 0,9213, \Lambda = 0,0001$	$\zeta = 0,2224, \chi = 0,1363,$ $\kappa = 0,8949, \Lambda = 0,0499$
0,8	$\zeta = 0,2066, \chi = 0,1637,$ $\kappa = 0,8932, \Lambda = 0,0001$	$\zeta = 0,2106, \chi = 0,1257,$ $\kappa = 0,8713, \Lambda = 0,0499$
0,9	$\zeta = 0,2491, \chi = 0,2027,$ $\kappa = 0,9783, \Lambda = 0,0001$	$\zeta = 0,1966, \chi = 0,1137,$ $\kappa = 0,8432, \Lambda = 0,0499$

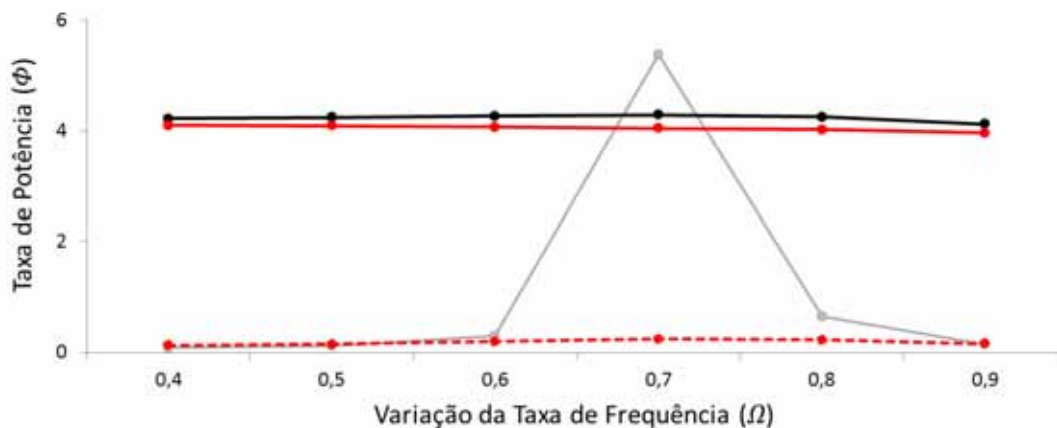
Baseado nesses modelos matemáticos, os quais foram comprovados experimentalmente, é realizado o cálculo da potência de atuação e a potência líquida a partir da mudança de estados. A **Tabela 27** mostra o estado realimentado e a diferença entre o estado atual e o novo estado com realimentação do controlador para cada parâmetro, considerando as simulações realizadas com taxa de excitação (Ω) variando de 0,4 a 0,9. Aplicando Runge Kutta de quarta ordem para os parâmetros de atuação, considerando $f = 0,08$ e para as condições iniciais $x(0) = 1; \dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$, conforme Erturk e Inman (2011), a taxa de voltagem no tempo é determinada para cada valor da taxa de excitação (Ω). Foi calculada a taxa de potência adimensional de atuação do sistema (Φ_{act}) e a taxa de potência adimensional líquida do sistema (Φ_{net}) para um fator de resistência adimensional $\Psi = 0,1$ para a taxa de excitação (Ω) variando de 0,4 a 0,9, como mostra a **Tabela 28**.

Tabela 28 - Valores da taxa de potência (Φ) para sistema sem controle e controlado - LMI

Taxa de excitação (Ω)	Φ - Sem controle	Φ - Controlado	Φ_{act}	Φ_{net}
0,4	0,0805	4,2202	0,1261	4,0941
0,5	0,1238	4,2416	0,1535	4,0881
0,6	0,3043	4,2644	0,1953	4,0691
0,7	5,3812	4,2847	0,2396	4,0451
0,8	0,6570	4,2511	0,2296	4,0215
0,9	0,1409	4,1175	0,1558	3,9617

Considerando os valores a taxa de potência de atuação (Φ_{act}) e da taxa de potência líquida (Φ_{net}), a **Figura 80** mostra a comparação das potências sem controle, controlado, considerando a atuação e o resultado líquido do sistema.

Figura 80 - Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado (LMI)



Sistema Controlado (Linha Preta); Sistema Sem Controle (Linha Cinza); Taxa de Potência de Atuação (Linha Vermelha Tracejada); Taxa de Potência Líquida (Linha Vermelha Sólida). Taxa de aceleração adimensional $f = 0,08$.

Fonte: Erturk e Inman (2011).

Por fim, considerando os valores da taxa de potência sem controle e da taxa de potência líquida, é apresentado na **Tabela 29** o valor do ganho para cada taxa de frequência de excitação.

Taxa de excitação (Ω)	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Ganho de Potência	50,84	33,03	13,37	0,75	6,12	28,11

5.2 LMI - MODELO LINEAR + EXCITAÇÃO NÃO-IDEAL

A equação (20) da seção 4.3, pode ser escrita na forma matricial de espaço de estados, conforme equação (34).

$$\begin{cases} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{cases} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -2\zeta & \mu\alpha & 0 & \chi \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}\xi & -\beta & 0 \\ 0 & -\kappa & 0 & 0 & -\Lambda \end{bmatrix} \begin{cases} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{cases} \quad (34)$$

Substituindo os parâmetros $\zeta = 0,01$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$ e $\Lambda = 0,05$ definidos por Erturk e Inman (2011) e os parâmetros $\mu = 0,2$, $\xi = 0,3$ e $\beta = 1,5$ da fonte não-ideal, definidos por Balthazar et al. (2003), Palácios et al. (2003), El-Badawy (2007), Chavarette (2012) e Iliuk et al. (2013), nas matrizes dadas na equação (34), tem-se:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0,5 & -0,02 & 0,2\alpha & 0 & 0,05 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -0,15 & -1,5 & 0 \\ 0 & -0,5 & 0 & 0 & -0,05 \end{bmatrix}, \quad (35)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ e}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Para realizar a simulação, o parâmetro a ser alterado será a taxa de torque líquida α , que irá variar de 0,4 a 5,0. Considerando $\alpha = 0,4$ e substituindo as matrizes A , B_1 , B_2 e C dados na equação (35) e aplicando e resolvendo as inequações matriciais lineares, então a vetor de retroalimentação é:

$$L = 10^3 [6,1648 \quad 0,0004 \quad -0,0000 \quad -0,0007 \quad -0,0000] \quad (36)$$

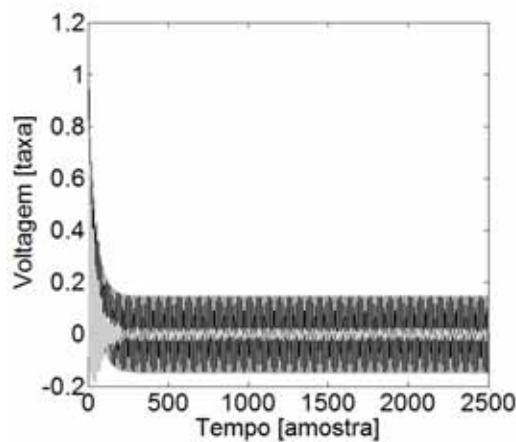
Considerando a vetor de realimentação L , a matriz A para o valor de $\alpha = 0,4$ e o vetor B_2 da equação (35), então os novos parâmetros de estado são dados na **Tabela 30**.

Tabela 30 - Realimentação do sistema linear com excitação não-ideal (LMI) - $\alpha = 0,4$

Parâmetros de realimentação	ζ	χ	κ	Λ	μ	ξ	β
Valores	0,2308	0,0749	0,9416	0,0251	0,2988	0,2210	0,8244

Aplicando Runge-Kutta de quarta ordem para os parâmetros $\zeta = 0,01$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$, $\Lambda = 0,05$, $\mu = 0,2$, $\xi = 0,3$ e $\beta = 1,5$ do sistema sem controle e para os parâmetros da Tabela 35 do sistema controlado, e para as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$, $z(0) = 0$ e $\dot{z}(0) = 0$; foi determinada a taxa de voltagem considerando amostras de 0 a 2500 com intervalo de 0,1 totalizando 25000 amostras de tempo, conforme **Figura 81**. Nessa figura foram utilizadas linhas da cor cinza para o sistema sem controle e linhas da cor preta para sistema controlado.

Figura 81 - Sistema linear + excitação não-ideal - controlado x sem controle (LMI) $\alpha = 0,4$



Sem Controle (Linha Cinza), Controlado (Linha Preta).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Esse procedimento foi repetido para os demais valores de taxa de excitação, sendo os vetores de realimentação e os valores da matriz de realimentação dados na **Tabela 31**. Para fins de ilustração, serão mostrados somente os valores para $\alpha = 0,5$, $\alpha = 1,3$, $\alpha = 4,0$ e $\alpha = 5,0$, considerando o comportamento do sistema antes e após a ressonância, que ocorre no valor de $\alpha = 1,3$.

Tabela 31 - Realimentação - linear + não-ideal (LMI) $\alpha = 0,5$ a $5,0$

α	$L (10^3)$	Parâmetros de realimentação
0,5	[4,7795 0,0004 - 0,0000 - 0,0007 - 0,0000]	$\zeta = 0,2304$, $\chi = 0,0742$, $\kappa = 0,9408$, $\Lambda = 0,0258$, $\mu = 0,2689$, $\xi = 0,2311$ e $\beta = 0,8449$
1,3	[2,2552 0,0005 - 0,0000 - 0,0007 - 0,0000]	$\zeta = 0,2537$, $\chi = 0,0691$, $\kappa = 0,9873$ $\Lambda = 0,0309$, $\mu = 0,2173$, $\xi = 0,2551$ e $\beta = 0,8212$
4,0	[5,4827 0,0006 0,0000 - 0,0006 - 0,0000]	$\zeta = 0,3105$, $\chi = 0,0639$, $\kappa = 1,1011$ $\Lambda = 0,0361$, $\mu = 0,1983$, $\xi = 0,3134$ e $\beta = 0,9385$
5,0	[2,4482 0,0006 0,0000 - 0,0007 - 0,0000]	$\zeta = 0,3096$, $\chi = 0,0639$, $\kappa = 1,0991$ $\Lambda = 0,0361$, $\mu = 0,1957$, $\xi = 0,3425$ e $\beta = 0,8231$

Aplicando Runge Kutta de quarta ordem para os parâmetros sem controle e realimentados, e para as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$, $z(0) = 0$ e $\dot{z}(0) = 0$, é determinada a taxa de voltagem cada valor de taxa de excitação.

5.2.1 Taxa de Potência

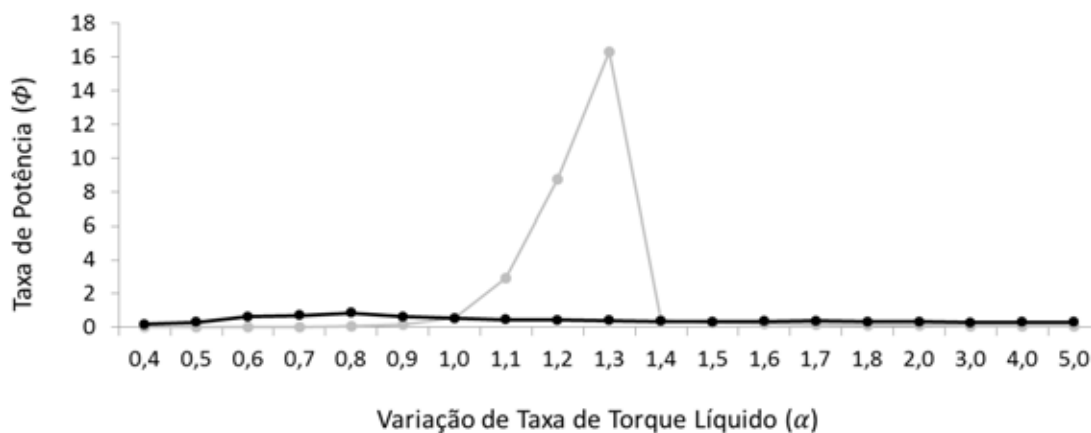
Foi calculada a taxa de potência adimensional do sistema (Φ) para um fator de resistência adimensional $\Psi = 0,1$ para a taxa de torque líquida (α) variando de 0,4 a 5,0, tanto para o sistema sem controle, como para o sistema controlado e os resultados estão apresentados (para alguns valores) na Tabela 32 e

Figura 82 (de forma mais completa).

Tabela 32 - Modelo linear com excitação não-ideal - valores da taxa de potência (Φ) para sistema sem controle e controlado (LMI)

Taxa de torque (α)	Φ - Sem controle	Φ - Controlado
0,4	0,0247	0,1695
0,5	0,0250	0,3040
1,3	16,0565	0,4015
4,0	0,0996	0,3125
5,0	0,0953	0,2995

Figura 82 - Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação não-ideal sistema sem controle x controlado (LMI)



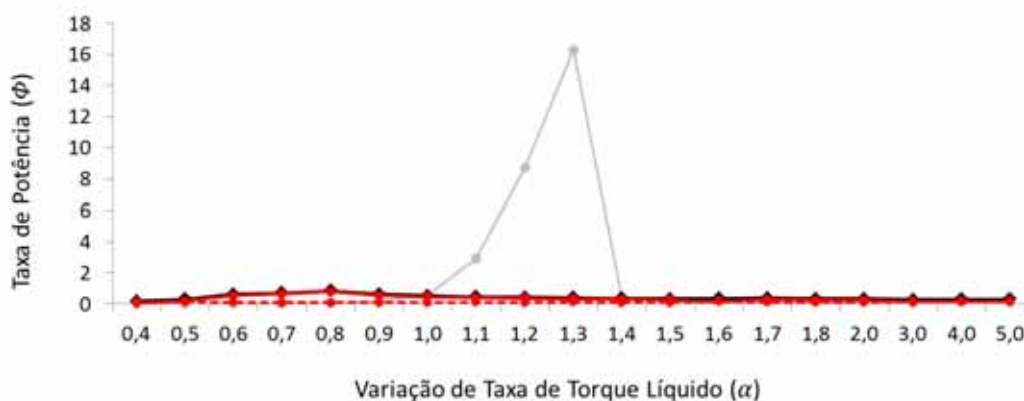
Sistema Controlado (Linha Preta) e Sem Controle (Linha Cinza).

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2.2 Taxa de Potência Líquida

Para avaliar a taxa de potência líquida (Φ_{net}) foi realizado o mesmo estudo apresentado na seção 5.1.2, onde os parâmetros de controle foram utilizados para cálculo da potência de atuação (Φ_{act}) e da potência líquida. A **Figura 83** mostra a comparação das potências sem controle e controlado, considerando a atuação e o resultado líquido do sistema.

Figura 83 - Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação não-ideal - sistema sem controle x sistema controlado (LMI) - taxa de potência de atuação e líquida

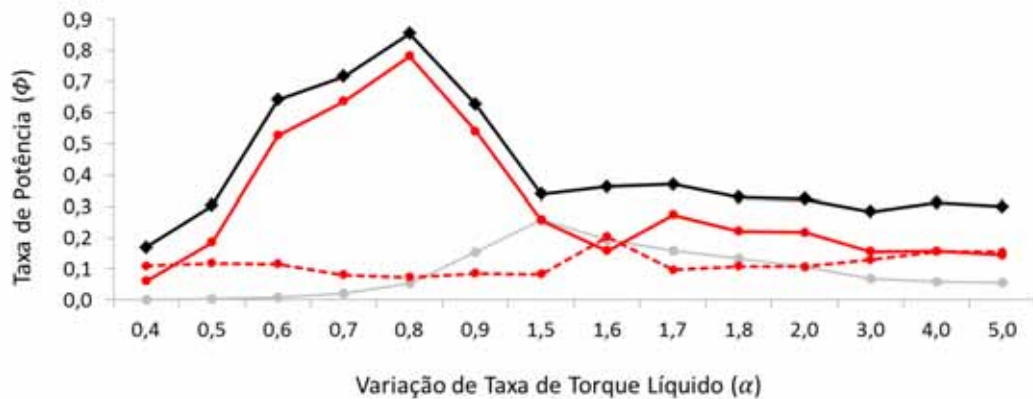


Sistema Controlado (Linha Preta); Sistema Sem Controle (Linha Cinza); Taxa de Potência de Atuação (Linha Vermelha Tracejada); Taxa de Potência Líquida (Linha Vermelha Sólida).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para facilitar a visualização da eficiência do controlador, suprimiu-se o valor de ressonância e valores próximos, resultando na **Figura 84** e a **Tabela 33** apresenta o valor do ganho potência para cada taxa de torque líquida.

Figura 84 - Taxa de potência (Φ) excluindo ressonância - modelo linear com excitação não-ideal - sistema sem controle x sistema controlado (LMI)



Sistema Controlado (Linha Preta); Sistema Sem Controle (Linha Cinza); Taxa de Potência de Atuação (Linha Vermelha Tracejada); Taxa de Potência Líquida (Linha Vermelha Sólida).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 33 - Ganho de potência (LMI) - modelo linear com excitação não-ideal

Taxa de torque líquido (α)	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3
Ganho de Potência	40,69	59,67	65,85	31,70	14,99	3,54	0,77	0,13	0,04	0,02
Taxa de torque líquido (α)	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	2,0	3,0	4,0	5,0	
Ganho de Potência	0,68	0,99	0,82	1,74	1,64	2,03	2,28	2,65	2,59	

5.3 OLC - MODELO LINEAR + EXCITAÇÃO PERIÓDICA

Controle Linear Ótimo (*Optimal Linear Control* - OLC) garante a aplicação do controle linear em sistemas não-lineares. Considerando um sistema não-linear controlado dado pela equação (37) (RAFIKOV;e BALTHAZAR, 2008; CHAVARETTE et al., 2011; CHAVARETTE, 2013a; CHAVARETTE, 2013b; TUSSET et al., 2012).

$$\dot{y} = A(t)y + h(y) + Bu, \quad y(0) = y_0 \quad (37)$$

Onde $y \in \mathfrak{R}^n$ é um vetor de estados, $A(t) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ é uma matriz de condições de contorno (parâmetros), cujos elementos são dependentes do tempo, $B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ é uma matriz constante, $u \in \mathfrak{R}^m$ é um vetor de controle e $h(y) \in \mathfrak{R}^n$ é um vetor cujos elementos são funções contínuas não-lineares, $h(0) = 0$. Ressaltando que a escolha de $A(t)$ não é única e influencia na eficiência do controlador.

Para um intervalo de tempo infinito e A, B, Q e R sendo matrizes de elementos constantes, a matriz positiva definida P é solução da equação algébrica não-linear de Riccati, dada pela equação (38).

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (38)$$

Nessa seção será apresentado o projeto de um controlador OLC para o modelo linear com excitação periódica, tornando possível comparar o resultado com o controlador LMI projetado na seção 5.1. Sendo A uma matriz de estados de um sistema incerto, B a matriz de excitação do sistema e Q e R matrizes de elementos constantes; dado o modelo dinâmico apresentado na equação (11) da seção 3.1 e substituindo os parâmetros $\zeta = 0,01$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$ e $\Lambda = 0,05$ a matriz de estados do sistema é dada pela equação (39).

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0,5 & -0,02 & 0,05 \\ 0 & -0,5 & -0,05 \end{bmatrix} \quad (39)$$

Também se define a matriz de excitação para $f = 0,08$ e as matrizes constantes pela equação (40).

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,08 \cos \Omega t \\ 1 \end{bmatrix}, \quad Q \text{ e } R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (40)$$

Aplicando o controle ótimo, para as matrizes A, B, Q e R , então existe uma matriz P que é solução da equação algébrica não-linear de Riccati. O estado atual é dado pelos parâmetros da matriz A e o sinal de controle é o ajuste de estados, ou nova matriz de estados realimentada pelo sistema (A_R), dada pela matriz de realimentação B multiplicada por vetor de realimentação de estados G , conforme equação (41).

$$A_R = A - BG \quad (41)$$

Para essa simulação numérica, o parâmetro a ser variado é a taxa de frequência Ω , que irá assumir valores de 0,4 a 0,9 para comparação do sistema controlado e sistema sem controle (malha aberta). Para uma taxa de excitação $\Omega = 0,4$ o vetor de excitação é dado:

$$B_{0,4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,08 \cos 0,4t \\ 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

Substituindo as matrizes A , $B_{0,4}$, Q e R e resolvendo as LMI, então a vetor de retroalimentação é dado por:

$$G = [0,0557 \quad 0,2877 \quad 0,0193] \quad (43)$$

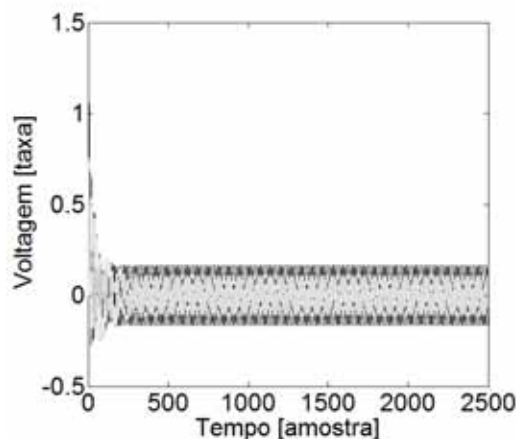
Considerando a vetor de realimentação G , a matriz A e B e substituindo na equação (41), então os novos parâmetros de estado são:

Tabela 34 - Parâmetros de realimentação do sistema linear com excitação periódica (OLC)

$\Omega = 0,4$				
Parâmetros de realimentação	ζ	χ	κ	Λ
Valores	0,0206	0,0486	0,7877	0,0693

Aplicando Runge-Kutta de quarta para os parâmetros $\zeta = 0,01$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$ e $\Lambda = 0,05$ do sistema sem controle e para os parâmetros da Tabela 49 para o sistema controlado e para uma taxa de aceleração adimensional $f = 0,08$ e uma taxa de frequência adimensional $\Omega = 0,4$ e para as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$; foi determinada a taxa de voltagem no tempo considerando amostras de 0 a 2500 com intervalo de 0,1 totalizando 25000 amostras de tempo, conforme **Figura 85**. Nessa figura foram utilizadas linhas da cor cinza para o sistema sem controle e linhas da cor preta para sistema controlado.

Figura 85 - Sistema linear e excitação periódica - controlado x sem controle (OLC) - $\Omega = 0,4$



Sem Controle (Linha Cinza), Controlado (Linha Preta).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Esse procedimento foi repetido para os demais valores de taxa de excitação, sendo os vetores de realimentação e os valores da matriz de realimentação dados na **Tabela 35**.

Tabela 35 - Realimentação - linear + periódica (OLC) $\Omega = 0,5$ a $0,9$ e $f = 0,08$

Taxa de excitação (Ω)	L	Parâmetros de realimentação
0,5	[0,0533 0,2878 0,0196]	$\zeta = 0,0201, \chi = 0,0486, \kappa = 0,7878, \Lambda = 0,0696$
0,6	[0,0504 0,2878 0,0199]	$\zeta = 0,0195, \chi = 0,0487, \kappa = 0,7878, \Lambda = 0,0699$
0,7	[0,0470 0,2879 0,0203]	$\zeta = 0,0188, \chi = 0,0488, \kappa = 0,7879, \Lambda = 0,0703$
0,8	[0,0431 0,2879 0,0207]	$\zeta = 0,0180, \chi = 0,0488, \kappa = 0,7879, \Lambda = 0,0707$
0,9	[0,0388 0,2879 0,0211]	$\zeta = 0,0172, \chi = 0,0489, \kappa = 0,7879, \Lambda = 0,0711$

Aplicando Runge Kutta de quarta ordem para os parâmetros realimentados, considerando $f = 0,08$ e para as condições iniciais $x(0) = 1; \dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$, conforme Erturk e Inman (2011); foi determinada a taxa de voltagem para cada valor de taxa de excitação.

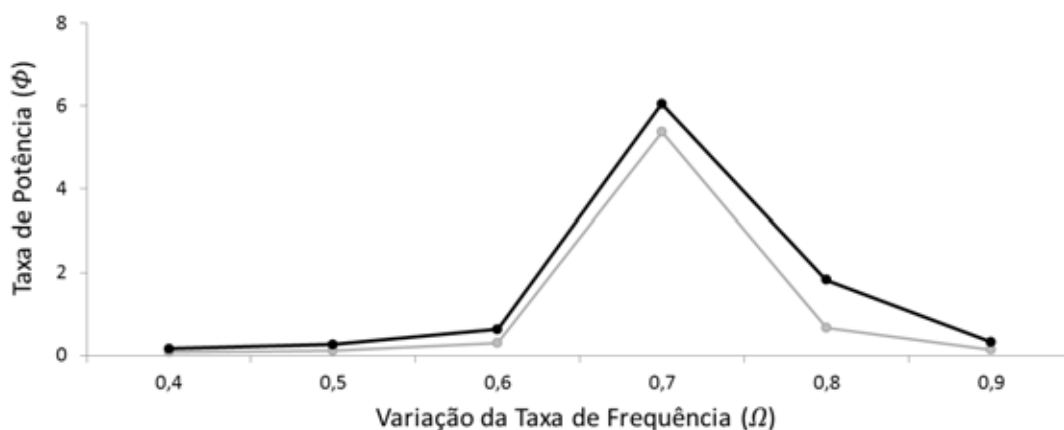
5.3.1 Taxa de Potência

Foi calculada a taxa de potência adimensional do sistema (Φ) para um fator de resistência adimensional $\Psi = 0,1$ para a taxa de excitação (Ω) variando de 0,4 a 0,9, tanto para o sistema sem controle, como para o sistema controlado.

Tabela 36 - Valores da taxa de potência (Φ) para sistema sem controle e controlado (OLC)

Taxa de excitação (Ω)	Φ - Sem controle	Φ - Controlado
0,4	0,0805	0,1650
0,5	0,1238	0,2614
0,6	0,3043	0,6267
0,7	5,3812	6,0543
0,8	0,6570	1,8240
0,9	0,1409	0,3258

Figura 86 - Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado (OLC)



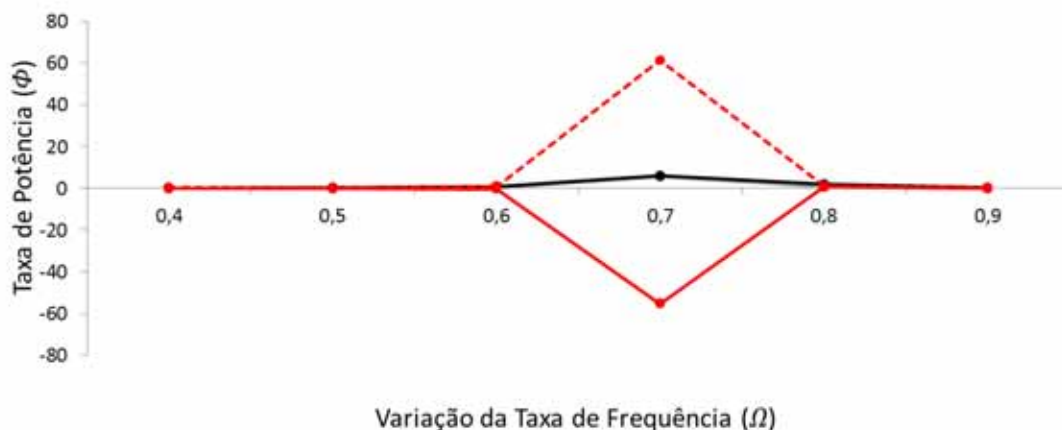
Sistema Controlado (Linha Preta); Sistema Sem Controle (Linha Cinza). Taxa de aceleração adimensional $f = 0,08$.

Fonte: Erturk e Inman (2011).

5.3.2 Taxa de Potência Líquida

Para avaliar a taxa de potência líquida (Φ_{net}) foi realizado o mesmo estudo apresentado na seção 5.1.1, onde os parâmetros de controle foram utilizados para cálculo da potência de atuação (Φ_{act}) e da potência líquida.

Figura 87 - Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida

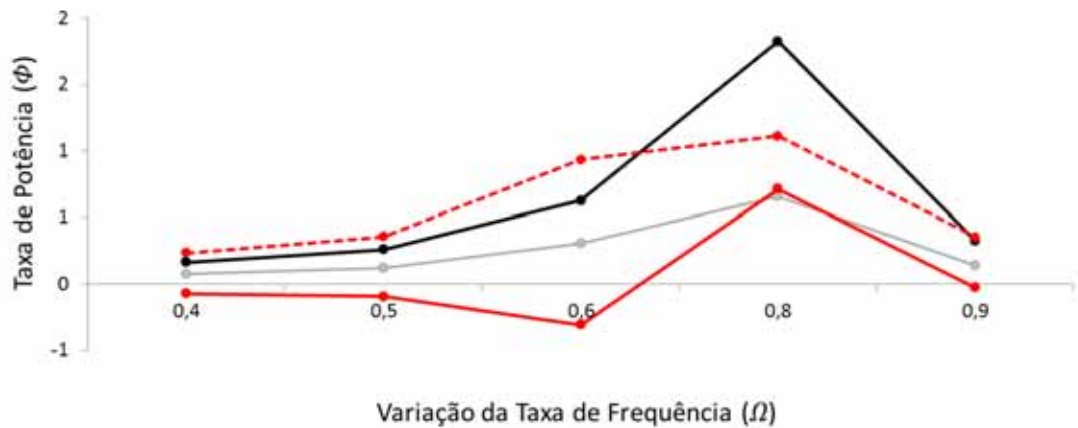


Sistema Controlado (Linha Preta); Sistema Sem Controle (Linha Cinza); Taxa de Potência de Atuação (Linha Vermelha Tracejada); Taxa de Potência Líquida (Linha Vermelha Sólida).

Fonte: Elaborado pelo autor.

A **Figura 87** mostra a comparação das potências sem controle e controlado, considerando a atuação e o resultado líquido do sistema.

Figura 88 - Taxa de potência (Φ) - excluindo ressonância - modelo linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida



Sistema Controlado (Linha Preta); Sistema Sem Controle (Linha Cinza); Taxa de Potência de Atuação (Linha Vermelha Tracejada); Taxa de Potência Líquida (Linha Vermelha Sólida).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Pode-se ver que a potência líquida resultou em valores inferiores do que o sistema sem controle, indicando que o controlador gasta mais energia para atuar no sistema do que o resultado positivo do sistema controlado. Para facilitar a visualização, na **Figura 88** foi excluído o valor de ressonância.

A **Tabela 37** mostra o valor do ganho de potência para cada taxa de frequência de excitação.

Tabela 37 - Ganho de potência (OLC) - modelo linear com excitação periódica

Taxa de excitação (Ω)	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Ganho de Potência	-0,87	-0,76	-1,01	-10,30	1,08	-0,19

5.4 OLC - MODELO LINEAR + EXCITAÇÃO NÃO-IDEAL

Dado o modelo dinâmico apresentado na seção 4.3 e substituindo os parâmetros $\zeta = 0,01$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$ e $\Lambda = 0,05$, $\mu = 0,2$, $\xi = 0,3$ e $\beta = 1,5$ a matriz de estados do sistema A é dada por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0,5 & -0,02 & 0,2\alpha & 0 & 0,05 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -0,15 & -1,5 & 0 \\ 0 & -0,5 & 0 & 0 & -0,05 \end{bmatrix}, \quad (44)$$

Define-se a matriz de excitação e as matrizes constantes como:

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad Q \text{ e } R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (45)$$

O estado atual do sistema sem controle é dado pelos parâmetros da matriz A e o sinal de controle é dado pela matriz de estados realimentada. Para essa simulação numérica, o parâmetro a ser variado é a taxa de torque líquida α , que irá variar de 0,4 a 5,0 para comparação do sistema controlado e sistema sem controle (malha aberta). Considerando $\alpha = 0,4$ então a matriz de estados é dada:

$$A_{0,4} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0,5 & -0,02 & 0,08 & 0 & 0,05 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -0,15 & -1,5 & 0 \\ 0 & -0,5 & 0 & 0 & -0,05 \end{bmatrix}, \quad (46)$$

Substituindo as matrizes $A_{0,4}$, B , Q e R e resolvendo as LMI, então a vetor de retroalimentação é dado:

$$G = [0,1629 \quad -0,0462 \quad 0,1723 \quad 0,8113 \quad -0,0146] \quad (47)$$

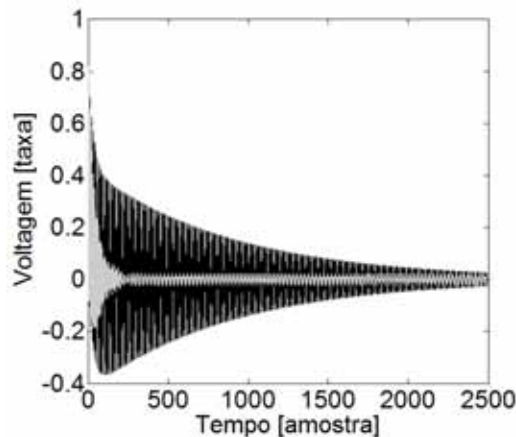
Considerando a vetor de realimentação G , a matriz $A_{0,4}$ e B e substituindo na equação (41), então os novos parâmetros de estado são dados na **Tabela 38**.

Tabela 38 - Realimentação do sistema linear com excitação não-ideal (OLC) - $\alpha = 0,4$

Parâmetros de realimentação	ζ	χ	κ	Λ	μ	ξ	β
Valores	0,0001	0,0668	0,4538	0,0354	0,0001	0,7352	2,3233

Aplicando Runge-Kutta de quarta ordem para os parâmetros $\zeta = 0,01$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$, $\Lambda = 0,05$, $\mu = 0,2$, $\xi = 0,3$ e $\beta = 1,5$ do sistema sem controle e para os valores apresentados na Tabela 38 do sistema controlado, e condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$, $z(0) = 0$ e $\dot{z}(0) = 0$; foi determinada a taxa de voltagem no tempo considerando amostras de 0 a 2500 com intervalo de 0,1 totalizando 25000 amostras de tempo, conforme **Figura 89**, Nessa figura foram utilizadas linhas da cor cinza para o sistema sem controle e linhas da cor preta para sistema controlado.

Figura 89 - Sistema linear e excitação não-ideal - controlado x sem controle (OLC) - $\alpha = 0,4$



Sem Controle (Linha Cinza), Controlado (Linha Preta).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Esse procedimento foi repetido para os demais valores de taxa de excitação, sendo os vetores de realimentação e os valores da matriz de realimentação dados na **Tabela 39**. Para fins de ilustração, serão mostrados somente os valores para $\alpha = 0,5$, $\alpha = 1,3$, $\alpha = 4,0$ e $\alpha = 5,0$, considerando o comportamento do sistema antes e após a ressonância, que ocorre no valor de $\alpha = 1,3$.

Tabela 39 - Realimentação - linear + não-ideal (OLC) $\alpha = 0,5$ a $5,0$

α	$L (10^3)$	Parâmetros de realimentação
0,5	[0,1631 - 0,0458 0,1702 0,8095 - 0,0145]	$\zeta = 0,0001, \chi = 0,0668, \kappa = 0,4542,$ $\Lambda = 0,0355, \mu = 0,0001, \xi = 0,7310$ e $\beta = 8,2535$
1,3	[0,1637 - 0,0421 0,1528 0,7956 - 0,0145]	$\zeta = 0,0001, \chi = 0,0667, \kappa = 0,4579$ $\Lambda = 0,0355, \mu = 0,0001, \xi = 0,6961$ e $\beta = 2,3076$
4,0	[0,1609 - 0,0236 0,0920 0,7472 - 0,0138]	$\zeta = 0,0001, \chi = 0,0660, \kappa = 0,4764$ $\Lambda = 0,0362, \mu = 0,0040, \xi = 0,5746$ e $\beta = 2,2592$
5,0	[0,1571 - 0,0142 0,0722 0,7300 - 0,0133]	$\zeta = 0,0034, \chi = 0,0655, \kappa = 0,4858$ $\Lambda = 0,0367, \mu = 0,0318, \xi = 0,5350$ e $\beta = 2,2419$

Aplicando Runge Kutta de quarta ordem para os parâmetros sem controle e realimentados, e para as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$, $z(0) = 0$ e $\dot{z}(0) = 0$; foi determinada a taxa de voltagem para cada valor de taxa de excitação.

5.4.1 Taxa de Potência

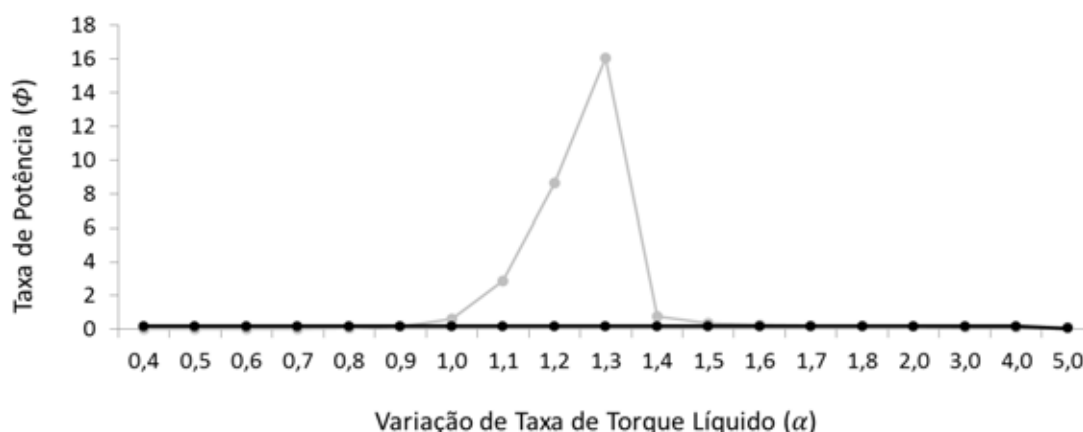
Foi calculada a taxa de potência adimensional do sistema (Φ) para um fator de resistência adimensional $\Psi = 0,1$ para a taxa de torque líquida (α) variando de 0,4 a 5,0, tanto

para o sistema sem controle, como para o sistema controlado e os resultados estão apresentados (para alguns valores) na **Tabela 40** e **Figura 90** (de forma mais completa).

Tabela 40 - Modelo linear com excitação não-ideal - valores da taxa de potência (Φ) para sistema sem controle e controlado (OLC)

Taxa de torque (α)	Φ - Sem controle	Φ - Controlado
0,4	0,0247	0,1728
0,5	0,0250	0,1726
1,3	16,0565	0,1737
4,0	0,0996	0,1877
5,0	0,0953	0,0645

Figura 90 - Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação não-ideal sistema sem controle x controlado (OLC)



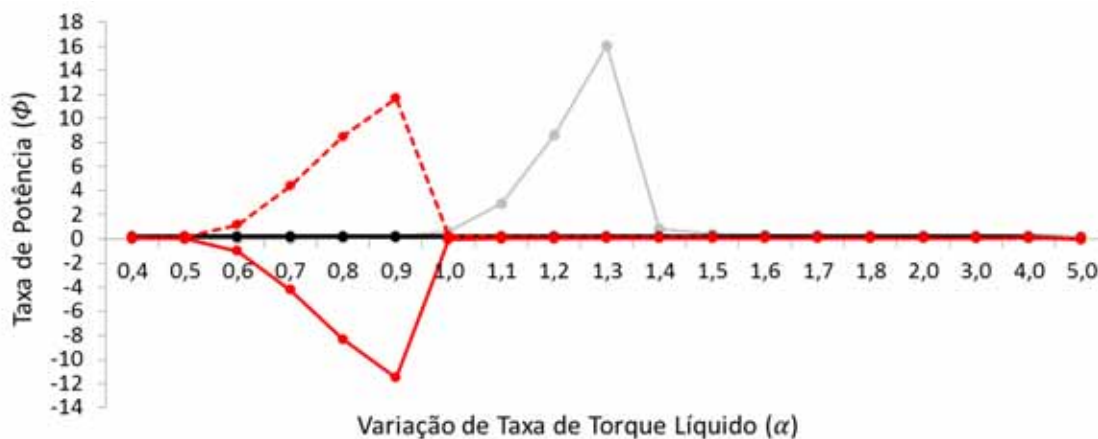
Sistema Controlado (Linha Preta) e Sem Controle (Linha Cinza).

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.4.2 Taxa de Potência Líquida

Para avaliar a taxa de potência líquida (Φ_{net}) foi realizado o mesmo estudo apresentado na seção 7.1.1, onde os parâmetros de controle foram utilizados para cálculo da potência de atuação (Φ_{act}) e da potência líquida. A **Figura 91** mostra a comparação das potências sem controle e controlado, considerando a atuação e o resultado líquido do sistema.

Figura 91 - Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação não-ideal - sistema sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida

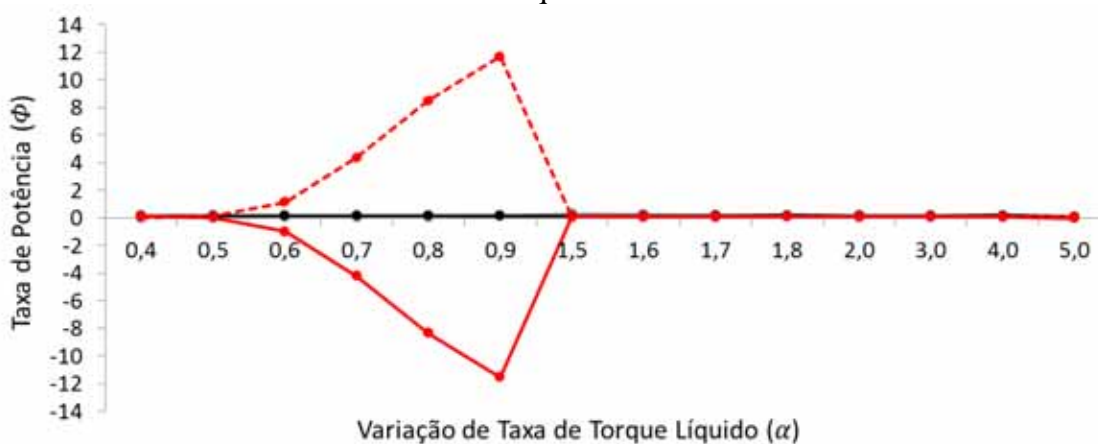


Sistema Controlado (Linha Preta); Sistema Sem Controle (Linha Cinza); Taxa de Potência de Atuação (Linha Vermelha Tracejada); Taxa de Potência Líquida (Linha Vermelha Sólida).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para facilitar a visualização, na **Figura 92** foi excluído o valor de ressonância e na **Figura 93** foi excluído o pico negativo do valor da taxa de potência líquida.

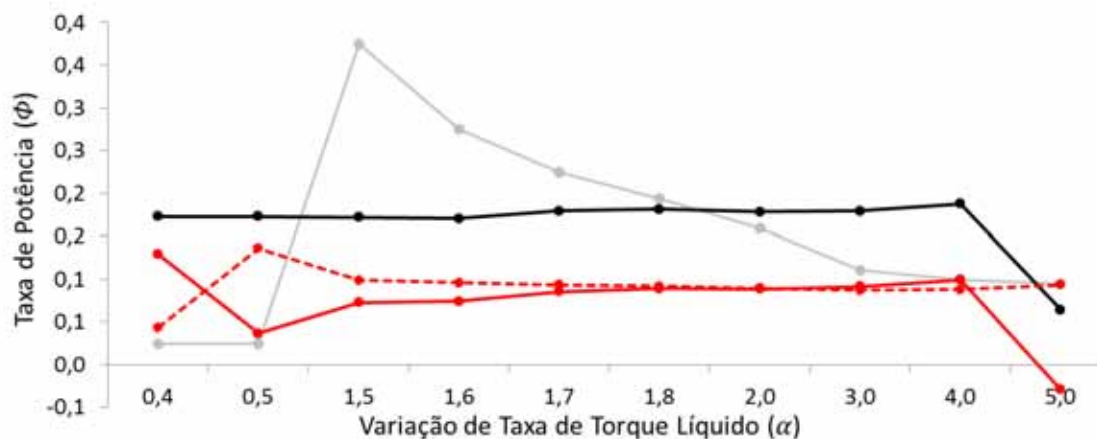
Figura 92 - Taxa de potência (Φ) - excluindo ressonância - modelo linear com excitação não-ideal - sistema sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida



Sistema Controlado (Linha Preta); Sistema Sem Controle (Linha Cinza); Taxa de Potência de Atuação (Linha Vermelha Tracejada); Taxa de Potência Líquida (Linha Vermelha Sólida).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 93 - Taxa de potência (Φ) - excluindo ressonância e pico negativo de taxa de potência líquida - modelo linear com excitação não-ideal - sistema sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida



Sistema Controlado (Linha Preta); Sistema Sem Controle (Linha Cinza); Taxa de Potência de Atuação (Linha Vermelha Tracejada); Taxa de Potência Líquida (Linha Vermelha Sólida).

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 41 apresenta o valor do ganho potência para cada taxa de torque líquida. A potência líquida resultante somente apresenta valores superiores ao sistema sem controle para baixas taxas de torque líquido

Tabela 41 - Ganho de potência (OLC) - modelo linear com excitação não-ideal

Taxa de torque líquido (α)	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Ganho de Potência	5,22	1,46	-33,90	-107,80	-121,33	-69,41	-0,027
Taxa de torque líquido (α)	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
Ganho de Potência	0,012	0,006	0,004	0,091	0,19	0,27	0,38
Taxa de torque líquido (α)	1,8	2,0	3,0	4,0	5,0		
Ganho de Potência	0,46	0,56	0,83	1,00	-0,31		

5.5 OLC - MODELO NÃO-LINEAR + EXCITAÇÃO PERIÓDICA

Sendo A uma matriz de estados de um sistema incerto e B a matriz de excitação do sistema e Q e R matrizes de elementos constantes; dado o modelo dinâmico apresentado na seção 4.2 e substituindo os parâmetros $\zeta = 0,01$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$ e $\Lambda = 0,05$ e $f = 0,5$ a matriz de estados do sistema é:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -0,02 & 0,05 \\ 0 & -0,5 & -0,05 \end{bmatrix} \quad (48)$$

Também se define a matriz de excitação e as matrizes constantes.

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \cos \Omega t \\ 1 \end{bmatrix}, \quad Q \text{ e } R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (49)$$

Para realizar a simulação, o parâmetro a ser alterado será a taxa de frequência Ω , que irá variar de 0,4 a 0,9, o que irá afetar a matriz de excitação B_1 . Para uma taxa de excitação $\Omega=0,4$ o vetor de excitação é:

$$B_{1,0,4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \cos 0,4t \\ 1 \end{bmatrix} \quad (50)$$

Aplicando o controle ótimo para as matrizes A , $B_{1,0,4}$, B_2 e C é determinado o vetor de realimentação de estados G .

$$G = [0,8237 \quad 0,2855 \quad -0,0254] \quad (51)$$

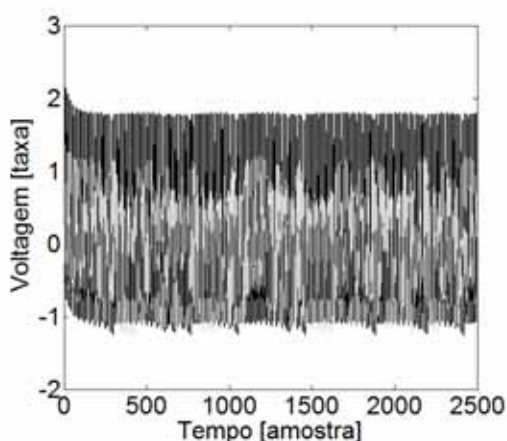
Considerando a vetor de realimentação G , a matriz A e B , são determinados os novos parâmetros de estado.

Tabela 42 - Parâmetros de realimentação do sistema não-linear com excitação periódica (OLC) $\Omega=0,4$

Parâmetros de realimentação	ζ	χ	κ	Λ
Valores	0,0757	0,0617	0,7855	0,0246

Aplicando Runge-Kutta de quarta ordem para os parâmetros $\zeta = 0,01$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$ e $\Lambda = 0,05$ do sistema sem controle e para os parâmetros da **Tabela 42** para os parâmetros controlados e para uma taxa de excitação adimensional $\Omega = 0,4$ e uma taxa de força de aceleração adimensional $f = 0,5$ e para as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$.

Figura 94 - Sistema não-linear + excitação periódica - controlado x sem controle (OLC) $\Omega = 0,4$



Sem Controle (Linha Cinza), Controlado (Linha Preta).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Foi determinada a taxa de voltagem no tempo considerando amostras de 0 a 2500 com intervalo de 0,1 totalizando 25000 amostras de tempo, conforme **Figura 94**. Nessa figura foram utilizadas linhas da cor cinza para o sistema sem controle e linhas da cor preta para sistema controlado.

Esse procedimento foi repetido para os demais valores de taxa de excitação e os resultados estão apresentados na **Tabela 43**.

Aplicando Runge Kutta de quarta ordem para os parâmetros realimentados, considerando $f = 0,5$ e para as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$; foi determinada a taxa de voltagem para cada valor de taxa de excitação.

Tabela 43 - Realimentação - não-linear + periódica (OLC) $\Omega = 0,5$ a $0,9$ e $f = 0,08$

Taxa de excitação (Ω)	L	Parâmetros de realimentação
0,5	[0,8332 0,2936 - 0,0256]	$\zeta = 0,0744, \chi = 0,0612, \kappa = 0,7936, \Lambda = 0,0244$
0,6	[0,8449 0,3043 - 0,0257]	$\zeta = 0,0728, \chi = 0,0606, \kappa = 0,8043, \Lambda = 0,0243$
0,7	[0,8587 0,3179 - 0,0259]	$\zeta = 0,0708, \chi = 0,0599, \kappa = 0,8179, \Lambda = 0,0241$
0,8	[0,8746 0,3355 - 0,0261]	$\zeta = 0,0684, \chi = 0,0591, \kappa = 0,8355, \Lambda = 0,0239$
0,9	[0,8926 0,3582 - 0,0263]	$\zeta = 0,0657, \chi = 0,0582, \kappa = 0,8582, \Lambda = 0,0237$

5.5.1 Taxa de Potência

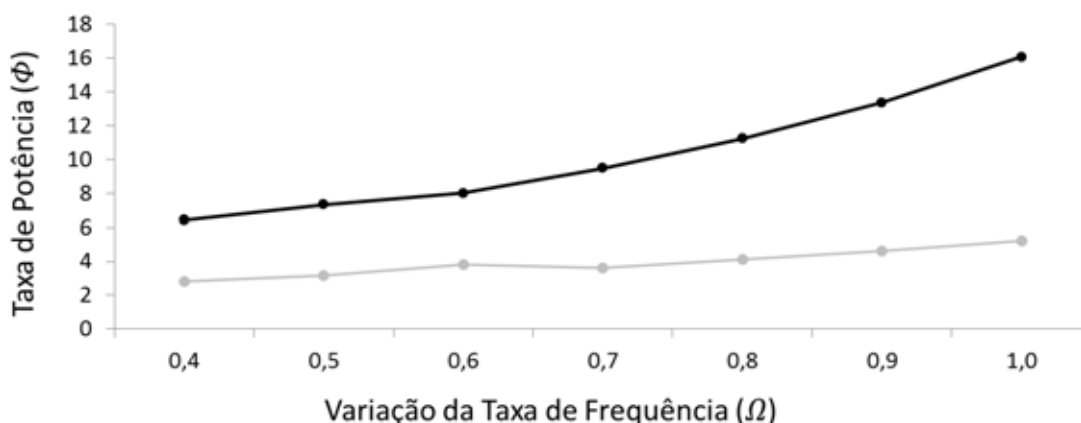
Foi calculada a taxa de potência adimensional do sistema (Φ) para um fator de resistência adimensional $\Psi = 0,1$ para a taxa de excitação (Ω) variando de 0,4 a 0,9; tanto para o sistema sem controle, como para o sistema controlado.

Tabela 44 - Valores da taxa de potência (Φ) para sistema sem controle e controlado - (OLC)

Taxa de excitação (Ω)	Φ - Sem controle	Φ - Controlado
0,4	2,8216	6,4225
0,5	3,1529	7,3110
0,6	3,8063	8,0045
0,7	3,6254	9,4831
0,8	4,1266	11,2251
0,9	4,6219	13,3606

Na **Figura 95** foi considerado o valor de $f = 0,5$ e condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$. Nessa figura foram utilizadas linhas da cor cinza para o sistema sem controle e linhas da cor preta para sistema controlado.

Figura 95 - Taxa de Potência (Φ) - modelo não-linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado - (OLC) - $f = 0,5$ e $\dot{x}(0) = 0$

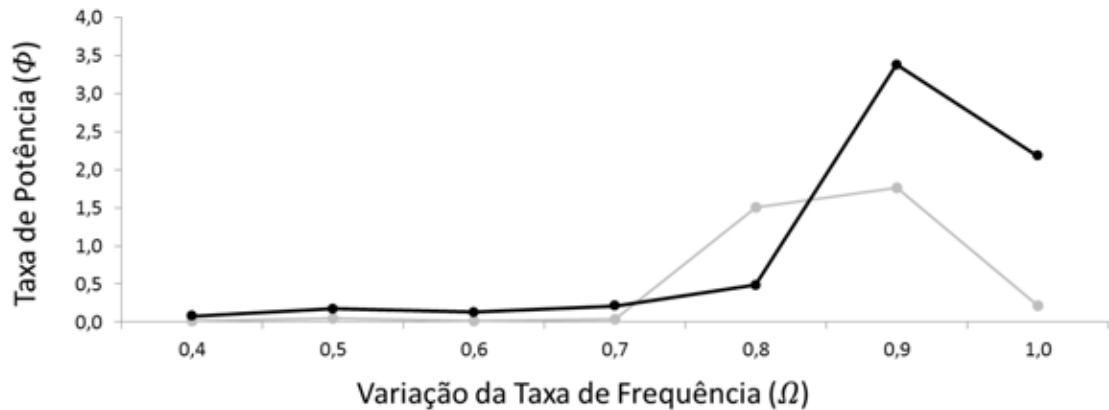


Sistema Controlado (Linha Preta); Sistema Sem Controle (Linha Cinza). Taxa de aceleração $f = 0,5$ e condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para fins de comparação, foi calculada a taxa de potência adimensional em outros dois cenários, sendo que na **Figura 96** foi considerando a taxa de aceleração adimensional $f = 0,08$ e as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$.

Figura 96 - Taxa de potência (Φ) - modelo não-linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado - (OLC) - $f = 0,08$ e $\dot{x}(0) = 0$

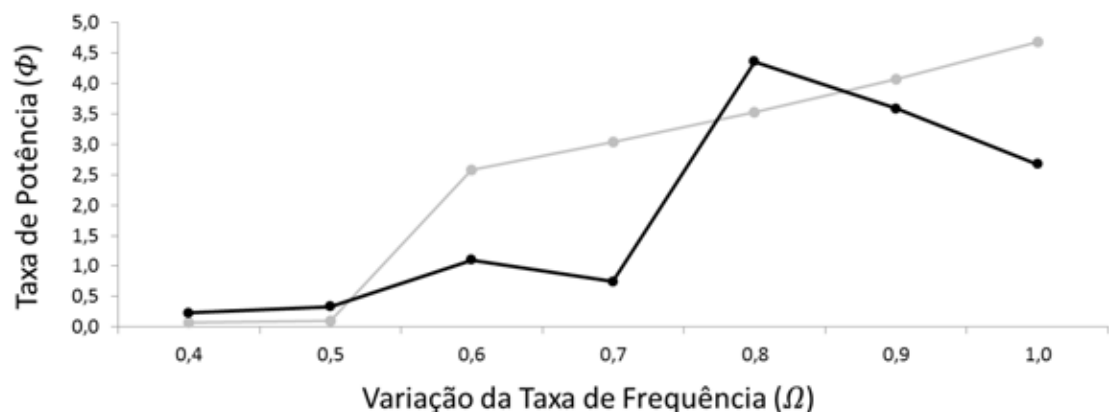


Sistema Controlado (Linha Preta); Sistema Sem Controle (Linha Cinza). Taxa de aceleração $f = 0,08$ e condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na **Figura 97** foi considerando a taxa de aceleração adimensional $f = 0,08$ e as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 1,3$ e $v(0) = 0$. Dessa maneira, com uma velocidade inicial maior, o sistema atinge uma maior órbita de energia.

Figura 97 - Taxa de potência (Φ) - modelo não-linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado - (OLC) - $f = 0,08$ e $\dot{x}(0) = 1,3$



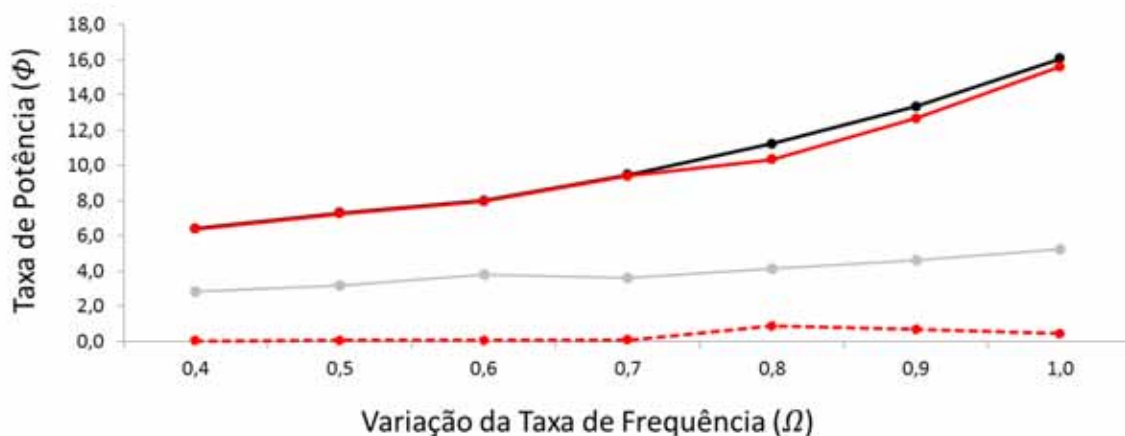
Sistema Controlado (Linha Preta); Sistema Sem Controle (Linha Cinza). Taxa de aceleração $f = 0,08$ e condições iniciais $x(0) = 0$; $\dot{x}(0) = 1,3$ e $v(0) = 0$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.5.2 Taxa de Potência Líquida

Para avaliar a taxa de potência líquida (Φ_{net}) foi realizado o mesmo estudo apresentado na seção 7.1.1, onde os parâmetros de controle foram utilizados para cálculo da potência de atuação (Φ_{act}) e da potência líquida. A **Figura 98** mostra a comparação das potências sem controle e controlado, considerando a atuação e o resultado líquido do sistema e para a taxa de aceleração $f = 0,5$ e condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$.

Figura 98 - Taxa de potência (Φ) - modelo não-linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida $f = 0,5$ e $\dot{x}(0) = 0$

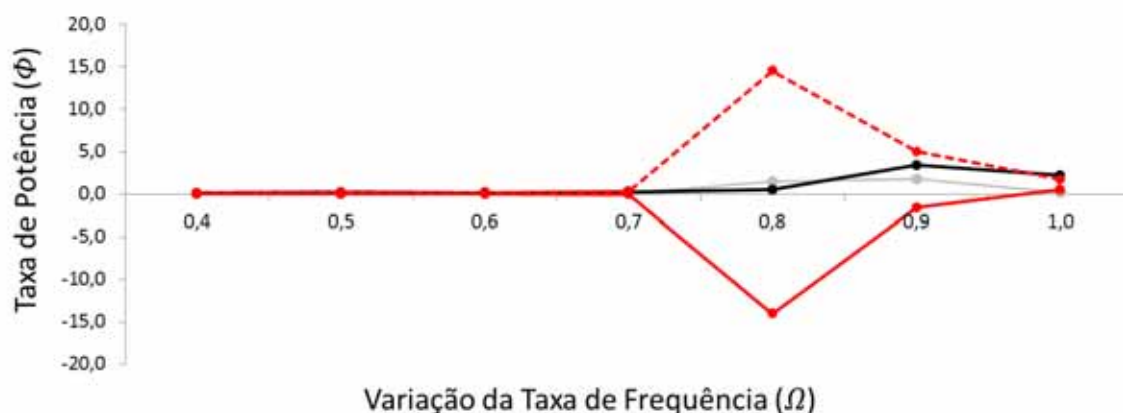


Sistema Controlado (Linha Preta); Sistema Sem Controle (Linha Cinza); Taxa de Potência de Atuação (Linha Vermelha Tracejada); Taxa de Potência Líquida (Linha Vermelha Sólida).

Fonte: Elaborado pelo autor.

A **Figura 99** mostra a comparação das potências sem controle e controlado, considerando a atuação e o resultado líquido do sistema e para a taxa de aceleração $f = 0,08$ e condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$.

Figura 99 - Taxa de potência (Φ) - modelo não-linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida
 $f = 0,08$ e $\dot{x}(0) = 0$

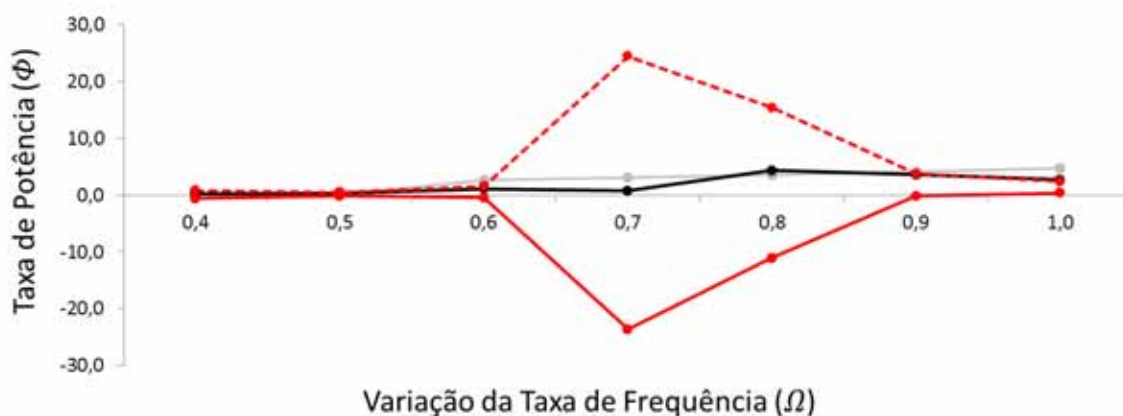


Sistema Controlado (Linha Preta); Sistema Sem Controle (Linha Cinza); Taxa de Potência de Atuação (Linha Vermelha Tracejada); Taxa de Potência Líquida (Linha Vermelha Sólida).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, a **Figura 100** mostra a comparação das potências sem controle e controlado, considerando a atuação e o resultado líquido do sistema e para a taxa de aceleração $f = 0,08$ e condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 1,3$ e $v(0) = 0$.

Figura 100 - Taxa de potência (Φ) - modelo não-linear com excitação periódica - sistema sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida
 $f = 0,08$ e $\dot{x}(0) = 1,3$



Sistema Controlado (Linha Preta); Sistema Sem Controle (Linha Cinza); Taxa de Potência de Atuação (Linha Vermelha Tracejada); Taxa de Potência Líquida (Linha Vermelha Sólida).

Fonte: Elaborado pelo autor.

A **Tabela 45** mostra o valor do ganho de potência para cada taxa de frequência de excitação para a taxa de aceleração $f = 0,5$ e condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$. O melhor resultado foi com $f = 0,5$ porque o sistema já inicia a trajetória em uma maior

órbita de energia e faz com que o controlador possa otimizar seu desempenho de forma satisfatória.

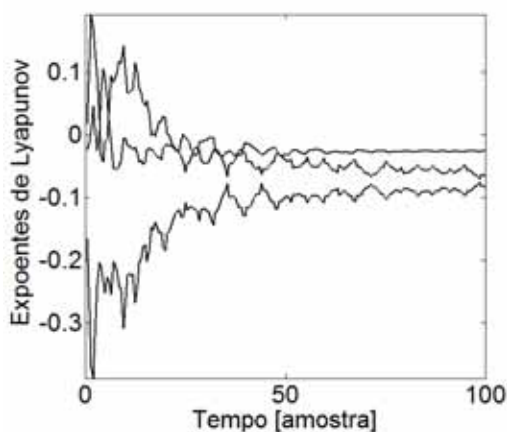
Tabela 45 - Ganho de potência (OLC) - modelo não-linear com excitação periódica
 $f = 0,5$ e $\dot{x}(0) = 0$

Taxa de excitação (Ω)	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Ganho de Potência	2,27	2,31	2,09	2,59	2,51	2,74	2,99

5.5.3 Controle do Caos

Aplicando o método de Wolf (WOLF et al., 1985) são determinados os Expoentes de Lyapunov do sistema, que representam o estado caótico do modelo, conforme mostra a **Figura 101**.

Figura 101 - Expoente de Lyapunov - modelo não-linear com excitação periódica - sistema controlado (OLC)



Fonte: Elaborado pelo autor.

O controlador OLC eliminou o comportamento caótico do sistema, sendo que todos os Expoentes de Lyapunov tornaram-se negativos, como mostra a **Tabela 46**.

Tabela 46 - Valores dos expoentes de Lyapunov - modelo não-linear e excitação periódica - sistema controlado (OLC)

L_1	-0,026146
L_2	-0,065321
L_3	-0,081734

5.6 OLC - MODELO NÃO-LINEAR + EXCITAÇÃO NÃO-IDEAL

A forma matricial de espaço de estados do modelo não-linear sujeito a excitação não-ideal é dado:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{cases} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -2\zeta & \mu\alpha & 0 & \chi \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{20}\xi & -\beta & 0 \\ 0 & -\kappa & 0 & 0 & -\Lambda \end{bmatrix} \begin{cases} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{cases} \quad (52)$$

Substituindo os parâmetros $\zeta = 0,01$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$ e $\Lambda = 0,05$, $\mu = 0,2$, $\xi = 0,3$ e $\beta = 1,5$ a matriz de estados do sistema A é:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1,0 & -0,02 & 0,2\alpha & 0 & 0,05 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,015 & -1,5 & 0 \\ 0 & -0,5 & 0 & 0 & -0,05 \end{bmatrix}, \quad (53)$$

Também se define a matriz de excitação e as matrizes constantes.

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad Q \text{ e } R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (54)$$

O estado atual do sistema sem controle é dado pelos parâmetros da matriz A e o sinal de controle é dado pela matriz de estados realimentada. Para essa simulação numérica, o parâmetro a ser variado é a taxa de torque líquida α , que irá variar de 0,5 a 6,0 para

comparação do sistema controlado e sistema sem controle (malha aberta). Considerando $\alpha = 0,4$ então a matriz de estados é:

$$A_{0,5} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1,0 & -0,02 & 0,1 & 0 & 0,05 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,015 & -1,5 & 0 \\ 0 & -0,5 & 0 & 0 & -0,05 \end{bmatrix}, \quad (55)$$

Substituindo as matrizes $A_{0,5}$, B , Q e R e resolvendo as LMI, então a vetor de retroalimentação é:

$$G = [0,2789 \quad - 0,0219 \quad - 0,0367 \quad 0,8528 \quad - 0,0124] \quad (56)$$

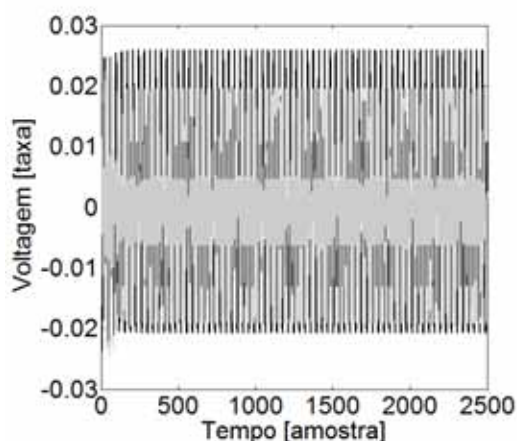
Considerando a vetor de realimentação G , a matriz $A_{0,5}$ e B , então os novos parâmetros de estado são:

Tabela 47 - Realimentação do sistema não-linear com excitação não-ideal (OLC) - $\alpha = 0,4$

Parâmetros de realimentação	ζ	χ	κ	Λ	μ	ξ	β
Valores	0,0001	0,0624	0,4781	0,0376	0,2734	1,0338	2,3528

Aplicando Runge-Kutta de quarta ordem para os parâmetros $\zeta = 0,01$, $\chi = 0,05$, $\kappa = 0,5$, $\Lambda = 0,05$, $\mu = 0,2$, $\xi = 0,3$ e $\beta = 1,5$ do sistema sem controle e para os parâmetros apresentados na Tabela 60 do sistema controlado, e para as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$, $z(0) = 0$ e $\dot{z}(0) = 0$; foi determinada a taxa de voltagem no tempo considerando amostras de 0 a 2500 com intervalo de 0,1 totalizando 25000 amostras de tempo, conforme **Figura 102**. Nessa figura foram utilizadas linhas da cor cinza para o sistema sem controle e linhas da cor preta para sistema controlado.

Figura 102 - Sistema não-linear e excitação não-ideal - controlado x sem controle (OLC)
 $\alpha = 0,5$



Sem Controle (Linha Cinza), Controlado (Linha Preta).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Esse procedimento foi repetido para os demais valores de taxa de excitação. Para fins de ilustração, serão mostrados somente os valores para $\alpha = 0,9$, $\alpha = 1,4$, $\alpha = 2,0$ e $\alpha = 5,0$, considerando o comportamento do sistema antes e após a ressonância, que ocorre com maior pico no valor de $\alpha = 1,4$.

Tabela 48 - Realimentação - não-linear + não-ideal (OLC) $\alpha = 0,9$ a $5,0$

α	$L (10^3)$	Parâmetros de realimentação
0,9	[0,2861 - 0,0116 - 0,0602 0,8448 - 0,0126]	$\zeta = 0,0042, \chi = 0,0626, \kappa = 0,4884,$ $\Lambda = 0,0374, \mu = 0,2669, \xi = 1,5047$ e $\beta = 2,3448$
1,4	[0,2941 0,0046 - 0,0910 0,8331 - 0,0129]	$\zeta = 0,0123, \chi = 0,0629, \kappa = 0,5046$ $\Lambda = 0,0371, \mu = 0,2650, \xi = 2,1206$ e $\beta = 2,3331$
2,0	[0,3012 0,0302 - 0,1291 0,8163 - 0,0131]	$\zeta = 0,0251, \chi = 0,0631, \kappa = 0,5302$ $\Lambda = 0,0369, \mu = 0,2646, \xi = 2,8826$ e $\beta = 2,3163$
5,0	[0,2003 0,2320 - 0,2100 0,7002 - 0,0076]	$\zeta = 0,1260, \chi = 0,0576, \kappa = 0,7320$ $\Lambda = 0,0424, \mu = 0,2420, \xi = 4,5004$ e $\beta = 2,2002$

Aplicando Runge Kutta de quarta ordem para os parâmetros sem controle e realimentados, e para as condições iniciais $x(0) = 1$; $\dot{x}(0) = 0$ e $v(0) = 0$, $z(0) = 0$ e $\dot{z}(0) = 0$; foi determinada a taxa de tensão para cada valor de taxa de excitação.

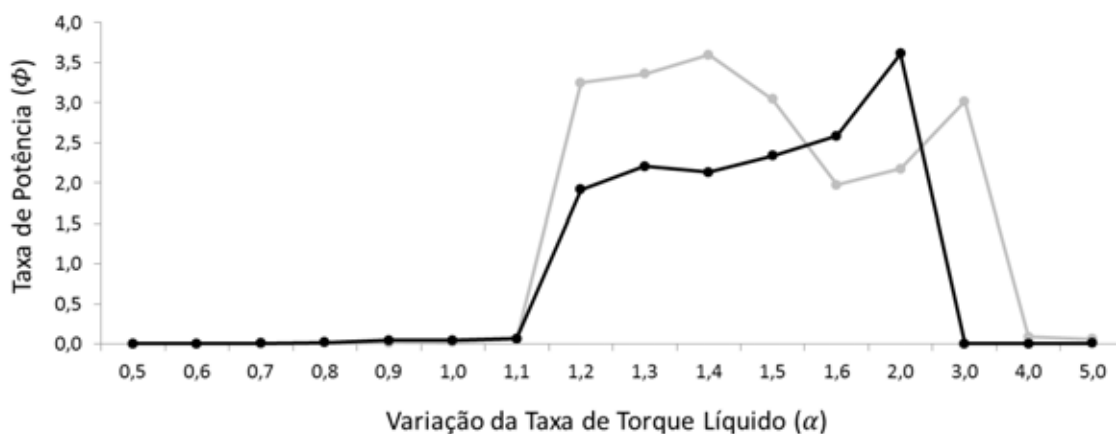
5.6.1 Taxa de Potência

Foi calculada a taxa de potência adimensional do sistema (Φ) para um fator de resistência adimensional $\Psi = 0,1$ para a taxa de torque líquida (α) variando de 0,5 a 6,0, tanto para o sistema sem controle, como para o sistema controlado e os resultados estão apresentados (para alguns valores) na **Tabela 49** e **Figura 103** (de forma mais completa).

Tabela 49 - Modelo não-linear com excitação não-ideal - valores da taxa de potência (Φ) para sistema sem controle e controlado (OLC)

Taxa de torque (α)	Φ - Sem controle	Φ - Controlado
0,5	0,0010	0,0020
0,9	0,0122	0,0442
1,4	3,5959	2,1286
2,0	2,1737	3,6109
5,0	0,0639	0,0079

Figura 103 - Taxa de potência (Φ) - modelo não-linear com excitação não-ideal sistema sem controle x controlado (OLC)



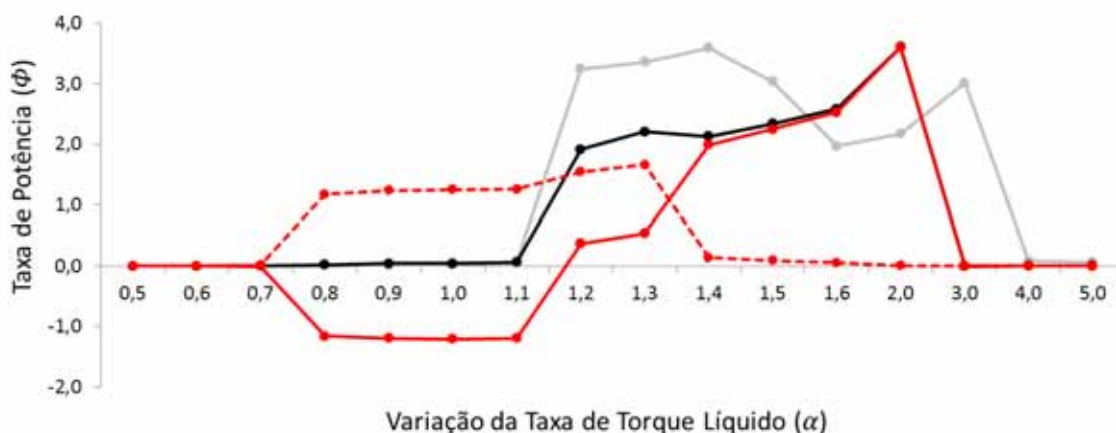
Sistema Controlado (Linha Preta) e Sem Controle (Linha Cinza).

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.6.2 Taxa de Potência Líquida

A **Figura 104** mostra a comparação das potências sem controle e controlado, considerando a atuação e o resultado líquido do sistema. O sistema controlado apresenta menor potência líquida do que o sistema sem controle, mostrando que o controlador OLC não é adequado para o modelo proposto e a **Tabela 50** apresenta o valor do ganho potência para cada taxa de torque líquida.

Figura 104 - Taxa de potência (Φ) - modelo não-linear com excitação não-ideal - sistema sem controle x sistema controlado (OLC) - taxa de potência de atuação e líquida



Sistema Controlado (Linha Preta); Sistema Sem Controle (Linha Cinza); Taxa de Potência de Atuação (Linha Vermelha Tracejada); Taxa de Potência Líquida (Linha Vermelha Sólida).

Fonte: Elaborado pelo autor.

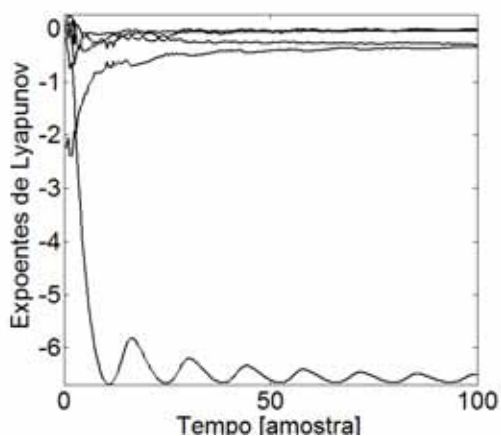
Tabela 50 - Ganho de potência (OLC) - modelo não-linear com excitação não-ideal

Taxa de torque líquido (α)	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Ganho de Potência	0,90	0,63	-1,45	-120,38	-97,70	-49,51
Taxa de torque líquido (α)	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
Ganho de Potência	0,90	-21,25	0,11	0,16	0,55	0,74
Taxa de torque líquido (α)	1,6	2,0	3,0	4,0	5,0	
Ganho de Potência	1,28	1,66	-0,001	-0,017	0,053	

5.6.3 Controle do Caos

Aplicando o método de Wolf (WOLF et al., 1985) são determinados os Expoentes de Lyapunov do sistema, que representam o estado caótico do modelo, conforme mostra a **Figura 105**.

Figura 105 - Expoente de Lyapunov - modelo não-linear com excitação não-ideal - sistema controlado (OLC)



Fonte: Elaborado pelo autor.

O controlador OLC eliminou o comportamento caótico do sistema, sendo que todos os Exponentes de Lyapunov tornaram-se negativos, como mostra a **Tabela 51**.

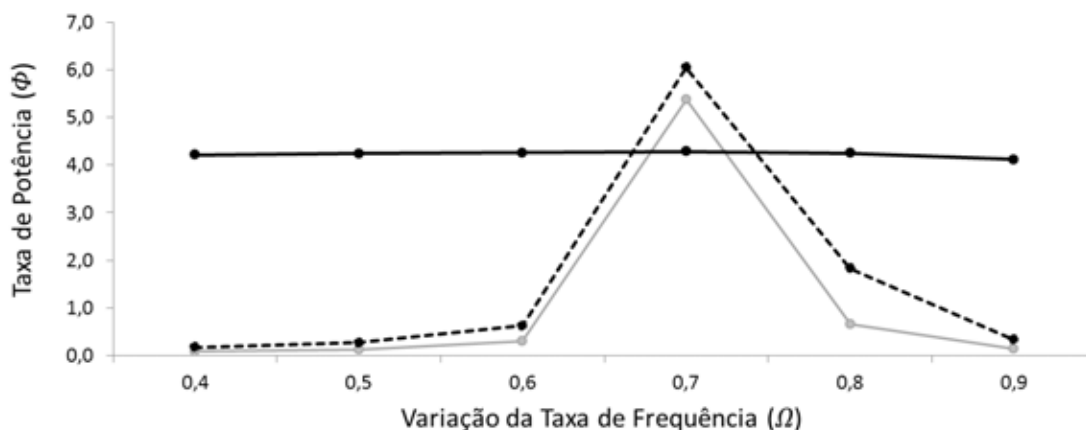
Tabela 51 - Valores dos expoentes de Lyapunov - modelo não-linear e excitação não-ideal - sistema controlado (OLC)

L_1	-0,0047805
L_2	-0,043446
L_3	-0,29996
L_4	-0,35547
L_5	-6,5116

5.7 CONTROLADOR LMI X OLC - MODELO LINEAR COM EXCITAÇÃO PERIÓDICA

O modelo linear com excitação periódica teve como projeto os controladores LMI (seção 7.1) e OLC (seção 7.3). A **Figura 106** mostra que o controlador LMI apresenta maior potência em quase toda a faixa da taxa de frequência (Ω), menos na faixa de ressonância, onde o controlador OLC se mostra mais eficiente.

Figura 106 - Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação periódica LMI x OLC

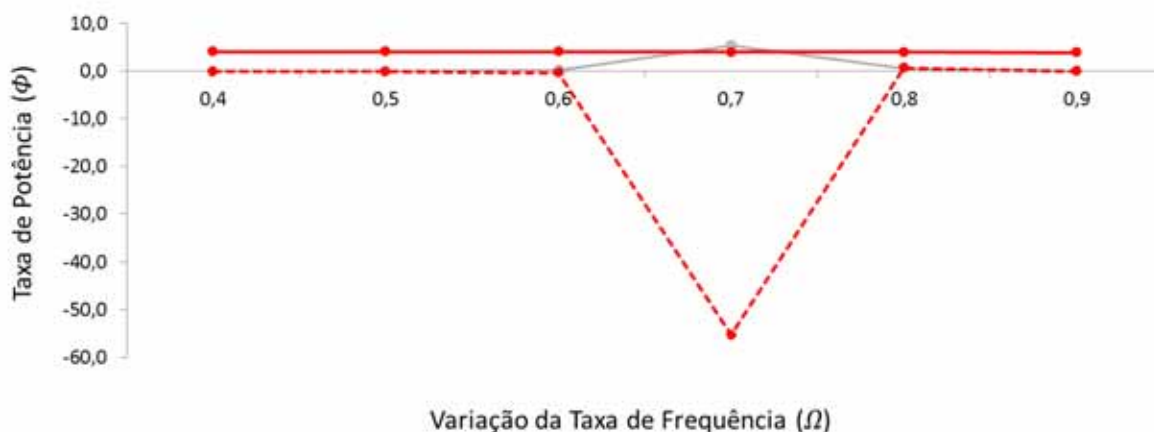


Sistema Sem Controle (Linha Cinza), Controle LMI (Linha Preta Sólida) e Controle OLC (Linha Preta Tracejada).

Fonte: Elaborado pelo autor.

A comparação mais importante entre os controladores se dá por meio da análise da taxa potência líquida Φ_{net} , a qual está apresentada na **Figura 107**.

Figura 107 - Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação periódica LMI x OLC - taxa de potência líquida



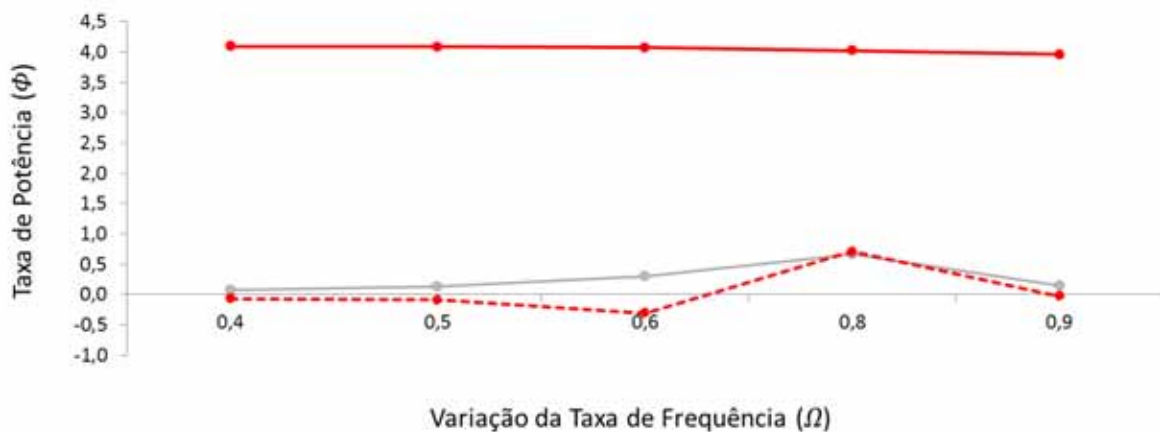
Sistema Sem Controle (Linha Cinza), Controle LMI (Linha Vermelha Sólida) e Controle OLC (Linha Vermelha Tracejada).

Fonte: Elaborado pelo autor.

O controlador LMI se mostrou muito mais eficiente do que o controlador OLC para o modelo Linear com excitação Periódica. Para facilitar a visualização da superioridade do

modelo LMI em relação ao OLC, na **Figura 108** foi suprimido o valor da ressonância $\Omega = 0,7$.

Figura 108 - Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação periódica
LMI x OLC - taxa de potência líquida - suprimindo a ressonância $\Omega = 0,7$



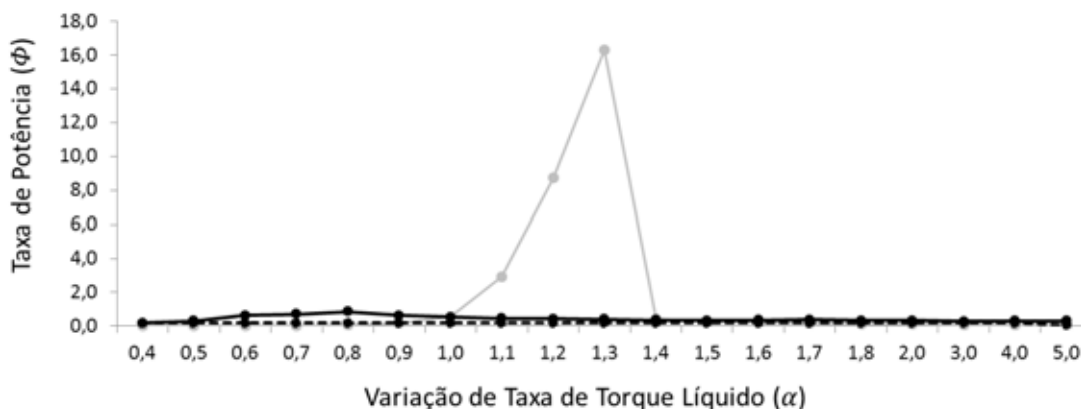
Sistema Sem Controle (Linha Cinza), Controle LMI (Linha Vermelha Sólida) e Controle OLC (Linha Vermelha Tracejada).

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.8 CONTROLADOR LMI X OLC - MODELO LINEAR COM EXCITAÇÃO NÃO-IDEAL

O modelo linear com excitação não-ideal teve como projeto os controladores LMI (seção 7.2) e OLC (seção 7.4). A **Figura 109** mostra que tanto o controlador LMI quanto o OLC não consegue maior potência na faixa da taxa de torque líquido (α) correspondente à ressonância.

Figura 109 - Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação não-ideal
LMI x OLC

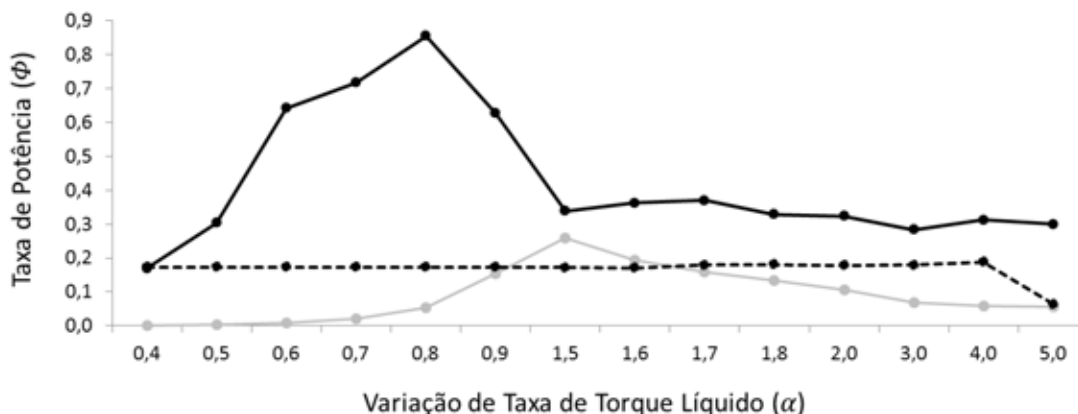


Sistema Sem Controle (Linha Cinza), Controle LMI (Linha Preta Sólida) e Controle OLC (Linha Preta Tracejada).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 110 - Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação não-ideal x OLC - sem valores de ressonância

LMI

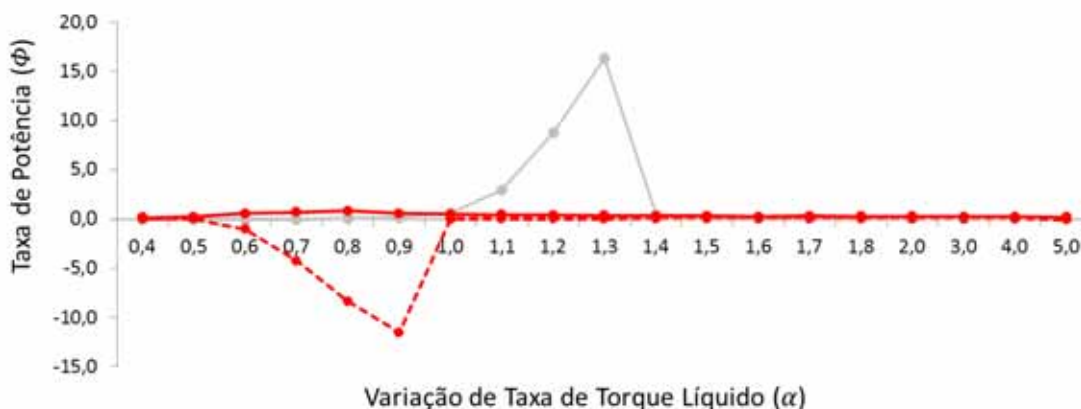


Sistema Sem Controle (Linha Cinza), Controle LMI (Linha Preta Sólida) e Controle OLC (Linha Preta Tracejada).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para melhor visualizar as demais faixas da taxa de torque líquida (α) foram suprimidos os valores correspondentes à ressonância, que variam de $\alpha = 1,1$ a $\alpha = 1,4$, resultando na **Figura 110**. Fica possível visualizar que o controlador LMI se mostrou mais eficiente em toda a faixa fora da ressonância, comparado ao controlador OLC. A comparação mais importante entre os controladores se dá por meio da análise da taxa potência líquida Φ_{net} , a qual está apresentada na **Figura 111**.

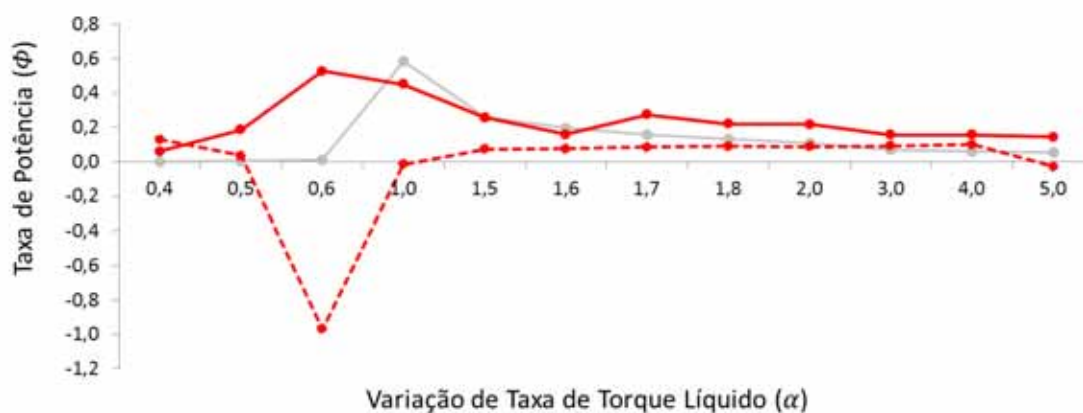
Figura 111 - Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação não-ideal LMI x OLC - taxa de potência líquida



Sistema Sem Controle (Linha Cinza), Controle LMI (Linha Vermelha Sólida) e Controle OLC (Linha Vermelha Tracejada).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 112 - Taxa de potência (Φ) - modelo linear com excitação não-ideal LMI x OLC - taxa de potência líquida - suprimindo os picos de ressonância e valores muito negativos do controlador OLC



Sistema Sem Controle (Linha Cinza), Controle LMI (Linha Vermelha Sólida) e Controle OLC (Linha Vermelha Tracejada).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para melhor visualizar as demais faixas da taxa de frequência (Ω) foram suprimidos os valores correspondentes à ressonância, que variam de $\Omega = 1,1$ a $\Omega = 1,4$ e também foram suprimidos os picos negativos do modelo OLC que variam de $\Omega = 0,7$ a $\Omega = 0,9$, resultando na **Figura 112**. Fica possível visualizar que o controlador LMI se mostrou mais eficiente comparado ao controlador OLC.

6 CONCLUSÃO

A excitação não-ideal oferece mais energia ao sistema, tanto para o modelo linear, quanto para o modelo não-linear. Considerando a excitação periódica, o modelo não-linear oferece mais energia ao sistema, como foi estudado por Erturk e Inman (2011). Considerando a excitação não-ideal, o modelo não-linear também oferece mais energia ao sistema.

O controlador LMI e OLC se mostraram eficientes no ganho de potência líquida oferecida ao sistema. A **Tabela 52** mostra um resumo dos ganhos de potência líquida.

Tabela 52 - Resumo dos ganhos de potência líquida

Modelo	Excitação	Controlador	Fator Máximo de Ganho de Potência Líquida
Linear	Periódica	LMI	50,84
Linear	Não-Ideal	LMI	59,67
Linear	Periódica	OLC	1,08
Linear	Não-Ideal	OLC	5,22
Não-Linear	Periódica	OLC	2,99
Não-Linear	Não-Ideal	OLC	1,66

O controlador LMI se mostrou mais eficiente do que o controlador OLC, quando foi possível compará-los.

O modelo não-linear, tanto com excitação periódica, quanto com excitação não-ideal, apresentavam comportamento caótico. O controlador aplicado ao modelo foi o OLC e, além do ganho de potência líquida, também apresentou a eliminação do comportamento caótico.

6.1 SUGESTÕES PARA CONTINUAÇÃO DESSE ESTUDO

Uma continuação direta dessa pesquisa é realizar o experimento para confirmar os resultados numéricos e também a aplicação do projeto de controladores em outros modelos de sistemas de captação de energia.

6.2 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa teve como intuito fazer uma análise matemática de um modelo de sistemas de captação de energia (linear e não-linear) bem definido para uma excitação periódica, mas com a análise inédita do acoplamento de uma fonte não-ideal. Também foi inédita e considerada uma contribuição importante da pesquisa o projeto de controladores ótimos para melhorar o desempenho desses sistemas de captação de energia.

REFERÊNCIAS

AL-ASHTARI, W.; HUNSTIG, M.; HEMSEL, T.; SEXTRO, W. Enhanced energy harvesting using multiple piezoelectric elements: Theory and experiments. **Sensors and Actuators**, Suíça, v. A200, p. 138-146, 2013.

ANDÒ, B.; BAGLIO, S.; MAIORCA, F.; TRIGONA, C. Analysis of two dimensional, wide-band, bistable vibration energy harvester. **Sensors and Actuator**, Suíça, v. A200, 2013. in press.

ANDÒ, B.; BAGLIO, S.; TRIGONA, C.; DUMAS, N.; LATORRE, L.; NOUET, P. Nonlinear mechanism in MEMS devices for Energy Harvester applications. **Journal of Micromechanics and Microengineering**, Reino Unido, v.20, n. 125020, p. 1-12, 2010.

ANDREA, C. Q.; PINTO, J. O. P.; ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M. C. M. GALOTTO JUNIOR, L. Controle ótimo H_∞ de sistemas não-lineares com modelos fuzzy takagi-sugeno. **Revista Controle & Automação**, Minas Gerais, v. 19, n. 3, p. 1-14, 2008.

AYALA, I. N.; ZHU, D.; TUDOR, M. J.; BEEBY, S. P. Autonomous tunable energy harvester. **PowerMEMS**, Estados Unidos, p. 1-4, 2009.

BAEK, S. H. et al. Giant piezoelectricity on Si for hyperactive MEMS. **Science**, Estados Unidos, v. 334, n. 958, p. 958-961, 2011.

BALTHAZAR, J. M.; MOOK, D. T.; WEBER, H. I.; BRASIL, R. M. L. R. F.; FENILI, A.; BELATO, D., FELIX, P.J. L. An Overview on Non-Ideal Vibrations. **Meccanica**, Holanda, v. 38, p. 613-621, 2003.

BAÙ, M.; FERRARI, M.; TONOLI, E.; FERRARI, V. Sensors and energy harvesters based on piezoelectric thick films. **Procedia Engineering**, Holanda, v. 25, p. 737-744, 2011.

BEEBY, S. P.; TUDOR, M. J.; WHITE, N. M. Energy harvesting vibration sources for microsystems applications. **Measurement Science and Technology**, Reino Unido, v. 17, p. R175-R195, 2006.

BELATO, D.; WEBER, H. I.; BALTHAZAR, J. M.; MOOK, D. T. Chaotic vibrations of a nonideal electro-mechanical system. **International Journal of Solids and Structures**, Reino Unido, v. 38, p. 1699-1706, 2001.

BLARIGAN, L. V.; DANZL, P.; MOEHLIS, J. A broadband vibrational energy harvester. **Applied Physics Letters**, Estados Unidos, v. 100, n. 253904, p. 1-4, 2012.

BOWEN, C. R.; KIM, H. A.; WEAVER, P. M.; DUNN, S. Piezoelectric and ferroelectric materials and structures for energy harvesting applications. **Energy Environ. Sci.**, Estados Unidos, v. 7, p. 25-44, 2014.

CEPNIK, C.; LAUSECKER, R.; WALLRABE, U. Review on electrodynamic energy harvesters - A classification approach. **Micromachines**, Suíça, v. 4, p. 168-196, 2013.

CEPNIK, C.; RADLER, O.; ROSENBAUM, S.; STRÖHLA T.; WALLRABE, U. Effective optimization of electromagnetic energy harvesters through direct computation of the electromagnetic coupling. **Sensors and Actuators**, Suíça, v. A167, p. 416-421, 2011.

CHALLA, V. R.; PRASAD, M. G.; SHI, Y.; FISHER, F. T. A vibration Energy Harvester device with bidirectional resonance frequency tunability. **Smart Materials and Structures**, Reino Unido, v. 17, n. 015035, p. 1-10, 2008.

CHAVARETTE, F. R. Control design applied to a non-ideal structural system with behavior chaotic. **International Journal of Pure and Applied Mathematics**, Bulgária, v. 86, n. 3, p. 487-500, 2013a.

CHAVARETTE, F. R. On an optimal linear control of a chaotic non-ideal duffing system. **Applied Mechanics and Materials**, Suíça, v. 138-139, p. 50-55, 2012.

CHAVARETTE, F. R. Optimal linear control to parametric uncertainties in a micro electro mechanical system. **International Journal of Pure and Applied Mathematics**, Bulgária, v. 83, n. 4, p. 539-548, 2013b.

CHAVARETTE, F. R.; BALTHAZAR, J. M.; FELIX, J. L. P. Remarks on an optimal linear control design applied to a nonideal and an ideal structure coupled to an essentially nonlinear oscillator. **Journal of Computational and Nonlinear Dynamics**, Estados Unidos, v. 5, p. 1-9, 2010.

CHAVARETTE, F. R.; PERUZZI, N. J.; BALTHAZAR, J. M.; BARBANTI, L.; DAMASCENO, B. C. On an optimal linear control applied to a non-ideal load transportation system, modeled whit periodic coefficients. **Applied Mechanics and Materials**, Suíça, v. 52-54, p. 13-18, 2011.

CHEN, M.; HAN, Z. Controlling and synchronizing chaotic Genesio system via nonlinear feedback control. **Chaos, Solitons and Fractals**, Reino Unido, v. 17, p. 709-716, 2003.

CHEN, S.; GONELLA, S.; CHEN, W.; LIU, W. K. A level set approach for optimal design of smart energy harvesters. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, Holanda, v. 199, p. 2532-2543, 2010.

CHILALI, M.; GAHINET, P. H_∞ design with pole placement constraints: an LMI approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Estados Unidos, v. 41, n. 3, p. 358-367, 1996.

CHIRIAC, H.; IBU, M.; LUPU, N.; SKORVANEK, I.; ÓVÁRI, T.-A. Nanocrystalline ribbons for energy harvesting applications. **Journal of Applied Physics**, Estados Unidos, v. 115, n. 17A320, p. 1-4, 2014.

COSTA, O.L.V.; PAIVA, A.C. Robust portfolio selection using linear-matrix inequalities. **Journal of Economic Dynamics & Control**, Holanda, n. 26, p. 889-909, 2002.

COSTANZO, A.; ROMANI, A.; MASOTTI, D.; ARBIZZANI, N.; RIZZOLI, V. RF/baseband co-design of switching receivers for multiband microwave energy harvesting. **Sensors and Actuators**, Suíça, v. A179, p. 158-168, 2012.

COTTONE, F.; GAMMAITONI, L.; VOCCA, H.; FERRARI, M.; FERRARI, V. Piezoelectric buckled beams for random vibration energy harvesting. **Smart Mater. Struct.**, Reino Unido, v. 21, n. 035021, p. 1-11, 2012.

CUADRAS, A.; GASULLA, M.; FERRARI, V. Thermal energy harvesting through pyroelectricity. **Sensors and Actuators**, Suíça, v. A158, p. 132-139, 2010.

CVETIĆANIN, L. Dynamics of the non-ideal mechanical systems: a review. **Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics**, Sérvia, v. 4, n. 2, p. 75-86, 2010.

DANTAS, M. J. H.; BALTHAZAR, J. M. On local analysis of oscillations of a non-ideal and non-linear mechanical model. **Meccanica**, Holanda, v. 39, p. 313-330, 2004.

DIBIN, Z. Vibration energy harvester: machinery vibration; human movement and flow induced vibration. **Sustainable Energy Harvester Technologies**, Estados Unidos, p. 25-54, 2011.

DING, B.; XI, Y.; CYCHOWSKI, M. T.; O'MAHONY, T. A synthesis approach for output feedback robust constrained model predictive control. **Automatica**, Reino Unido, v. 44, p. 258-264, 2008.

DIYANA, N. H.; MUTHALIF, A. G. A.; FAKHZAN, M. N.; NORDIN, A. N. Vibration energy harvesting using single and comb-shaped piezoelectric beam structures: Modeling and simulation. **Procedia Engineering**, Holanda, v. 41, p. 1228-1234, 2012.

EICHHORN, C.; GOLDSCHMIDTBOEING, F.; WOIAS, P. A. A frequency tunable piezoelectric energy converter based on a cantilever beam Proc. **PowerMEMS**, Estados Unidos, p. 309-312, 2008.

EICHHORN, C.; GOLDSCHMIDTBOEING, F.; PORRO, Y.; WOIAS, P. A. Piezoelectric Harvester with an Integrated Frequency-tuning Mechanism. **PowerMEMS**, Estados Unidos, p. 45-48, 2009.

EL-BADAWY, A. A. Behavioral investigation of a nonlinear nonideal vibrating system. **Journal of Vibration and Control**, Reino Unido, v. 13, n. 2, p. 203-217, 2007.

ELVIN, N. G.; ELVIN, A. A. An experimentally validated electromagnetic energy harvesters. **Journal of Sound and Vibration**, Reino Unido, v. 330, p. 2314-2324, 2011.

ERTURK, A.; INMAN, D. J. Broadband piezoelectric power generation on high-energy orbits of the bistable duffing oscillator with electromechanical coupling. **Journal of Sound and Vibration**, Reino Unido, v. 330, n. 10, p. 2339-2353, 2011.

ESPINOSA, H. D.; BERNAL, R. A.; MINARY-JOLANDAN, M. A Review of Mechanical and Electromechanical Properties of Piezoelectric Nanowires. **Advanced Materials**, Alemanha, v. 24, p. 4656-4675, 2012.

FERRARI, M.; FERRARI, V.; GUIZZETTI, M.; MARIOLI, D.; TARONI, A. Piezoelectric multifrequency energy converter for power harvesting in autonomous microsystems. **Sensors and Actuators**, Suíça, v. A142, p. 329-335, 2008.

FUJISHIMA, S. The history of ceramic filters. **IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control**, Estados Unidos, v. 47, n. 1, p. 1-7, 2000.

GAMBIER, P.; ANTON, S. R.; KONG, N.; ERTURK, A.; INMAN, D. J. Piezoelectric, solar and thermal energy harvesting for hybrid low-power generator systems with thin-film batteries. **Meas. Sci. Technol.**, Reino Unido, v. 23, p. 1-11, 2012.

GLYNNE-JONES, P.; TUDOR, M. J.; BEEBY, S. P.; WHITE, N. M. An electromagnetic, vibration-powered generator for intelligent sensor systems. **Sensors and Actuators**, Suíça, v. A110, p. 344-349, 2004.

GOLDSCHMIDTBOEING, F.; WOIAS, P. Characterization of different beam shapes for piezoelectric energy harvesting. **Journal of Micromechanics and Microengineering**, Reino Unido, v. 18, p. 1-7, 2008.

GU, L. Low-frequency piezoelectric energy harvesting prototype suitable for the MEMS implementation. **Microelectronics Journal**, Reino Unido, v. 42, p. 277-282, 2011.

GUYOMAR, D.; LALLART, M. Recent progress in piezoelectric conversion and energy harvesting using nonlinear electronic interfaces and issues in small scale implementation. **Micromachines**, Suíça, v. 2, p. 274-294, 2011.

GUYOMAR, D.; LALLART, M.; MONNIER, T. Stiffness tuning using a low-cost semi-active nonlinear technique. **IEEE/ASME Trans. Mech.**, Estados Unidos, v. 13, p. 604-607, 2008.

GUYOMAR, D.; JAYET, Y.; PETIT, L.; LEFEUVRE, E.; MONNIER, T.; RICHARD, C.; LALLART, M. Synchronized switch harvesting applied to selfpowered smart systems: Piezoactive microgenerators for autonomous wireless transmitters. **Sensors and Actuators**, Suíça, v. A138, p. 151-160, 2007.

HARB, A. Energy harvesting: state-of-the-art. **Renewable Energy**, Estados Unidos, v. 36, p. 2641-2654, 2011.

HARNE, R. L.; WANG, K. W. A review of the recent research on vibration energy harvesting via bistable systems. **Smart Mater. Struct.**, Reino Unido, v. 22, p. 1-12, 2013.

HEIDRICH, A.; KNÖBBER, F.; POLYAKOV, V.; CIMALLA, V.; PLETSCHEN, W.; SAH, R. E.; KIRSTE, L.; LEOPOLD, S.; HAMPL, S.; AMBACHER, O.; LEBEDEV, V. Corrugated piezoelectric membranes for energy harvesting from aperiodic vibrations. **Sensors and Actuators**, Suíça, v. A195, p. 32-37, 2013.

HOANG, M.-T.; YVONNET, J.; MITRUSHCHENKOV, A.; CHAMBAUD, G. First-principles based multiscale model of piezoelectric nanowires with surface effects. **Journal of Applied Physics**, Estados Unidos, v. 113, p. 1-10, 2013.

HOBBS, W. B.; HU, D. L. Tree-inspired piezoelectric energy harvesting. **Journal of Fluids and Structures**, Reino Unido, v. 28, p. 103-114, 2012.

HOWELLS, C. A. Piezoelectric energy harvesting. **Energy Conversion and Management**, Reino Unido, v. 50, p. 1847-1850, 2009.

IANNACCI, J.; GOTTARDI, M.; SERRA, E.; DI CRISCIENZO, R.; BORRIELLI, A.; BONALDI, M. Multi-modal vibration based MEMS energy harvesters for ultra-low power wireless functional nodes. **Smart Sensors, Actuators, and MEMS VI**, Estados Unidos, v. 8763, p. 1-12, 2013.

ILIUK, I.; BALTHAZAR, J. M.; TUSSET, A. M.; FELIX, J. L. P.; PONTES JUNIOR, B. R. On non-ideal and chaotic energy harvester behavior. **Differ Equ Dyn Syst**, Índia, v. 21, p. 93-104, 2013.

ILIUK, I.; BALTHAZAR, J. M.; TUSSET, A. M.; FELIX, J. L. P.; PONTES JR., B. R. Nonlinear dynamics and control strategies: On an energy harvester vibrating system with a linear form to non-ideal motor torque. **Matec Web of Conference**, França, v. 8003, p. 1-6, 2012.

ILIUK, I.; BALTHAZAR, J. M.; TUSSET, A. M.; FELIX, J. L. P.; PONTES JR., B. R. Sommerfeld effect in a vibration model of non-linear energy harvester excited by a non-ideal energy source. In: **DINCON 2011**: conferência brasileira de dinâmica. Águas de Lindóia: [s.n.], 2011. p. 243-246.

JAFFE, B.; ROTH, R. S.; MARZULLO, S. Piezoelectric properties of lead zirconate-lead titanate solid solution ceramics. **Journal of Applied Physics**, Estados Unidos, v. 25, n. 809, p. 809-810, 1954.

JEONG, S. J.; KIM, M.S.; SONG, J. S.; LEE, H. K. Two-layered piezoelectric bender device for micro-power generator. **Sensors and Actuators**, Suíça, v. A148, p. 158-167, 2008.

JL, H.; QIU, J.; XIA, P. Analysis of energy conversion in two-mode vibration control using synchronized switch damping approach. **Journal of Sound and Vibration**, Reino Unido, v. 330, p. 3539-3560, 2011.

JUNG, H.-J.; KIM, I.-H.; MIN, D.; SIM, S.-H.; KOO, J.-H. A hybrid electromagnetic energy harvesting device for low frequency vibration. **Proc. of SPIE**, Estados Unidos, v. 8688, p. 1-4, 2013.

KIM, S.-G.; PRIYA, S.; KANNO, I. Piezoelectric MEMS for energy harvesting. **Materials Research Society**, Estados Unidos, n. 37, p. 1039-1050, 2012.

KOO, J. H.; SEO, J.; LEE, T. Nanomaterials on flexible substrates to explore innovative functions: From energy harvesting to bio-integrated electronics. **Thin Solid Films**, Holanda, v. 524, p. 1-19, 2012.

KULKARNI, S.; KOUKHARENKO, E.; TORAH, R.; TUDOR, J.; BEEBY, S.; O'DONNELL, T.; ROY, S. Design, fabrication and test of integrated micro-scale vibration-based electromagnetic generator. **Sensors and Actuators A**, Suíça, v. A200, p. 336-342, 2008.

LALLART, M.; GUYOMAR, D. Piezoelectric conversion and energy harvesting enhancement by initial energy injection. **Appl. Phys. Lett.**, Estados Unidos, v. 97, n. 014104, p. 1-4, 2010.

LALLART, M.; GUYOMAR, D.; JAYET, Y.; PETIT, L.; LEFEUVRE, E.; MONNIER, T.; GUY, P.; RICHARD, C. Synchronized switch harvesting applied to self-powered smart systems: piezoactive microgenerators for autonomous wireless receivers. **Sensors and Actuators**, Suíça, v. A147, p. 263-272, 2008.

LALLART, M.; INMAN, D. J. Frequency self-tuning scheme for broadband vibration energy harvesting. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Reino Unido, v. 21, p. 897-906, 2010.

LEE, C.; LIM, Y. M.; YANG, B.; KOTLANKA, R. K.; HENG, C.-H.; HE, J. H.; TANG, M.; XIE, J.; FENG, H. Theoretical comparison of the energy harvesting capability among various electrostatic mechanisms from structure aspect. **Sensors and Actuators A**, Suíça, v. A156, p. 208-216, 2009.

LEE, D.; DULAI, G.; KARANASSIOS, V. Survey of energy harvesting and energy scavenging approaches for on-site powering of wireless sensor- and microinstrument-networks. **Proc. of SPIE**, Estados Unidos, v. 8728, n. 4, p. 1-9, 2013.

LEFEUVRE, E.; BADEL, A.; RICHARD, C.; PETIT, L.; GUYOMAR, D. A comparison between several vibration-powered piezoelectric generators for standalone systems. **Sensors and Actuators**, Suíça, v. A126, p. 405-416, 2006.

LEFEUVRE, E.; BADEL, A.; RICHARD, C.; GUYOMAR, D. Energy harvesting using piezoelectric materials: Case of random vibrations. **J Electroceram**, Estados Unidos, v. 19, p. 349-355, 2007.

LEFEUVRE, E.; SEBALD, G.; GUYOMAR, D.; LALLART, M.; RICHARD, C. Materials, structures and power interfaces for efficient piezoelectric energy harvesting. **J Electroceram**, Estados Unidos, v. 22, p. 171-179, 2009.

LESIEUTRE, G. A.; OTTMAN, G. K.; HOFMANN, H. F. Damping as a result of piezoelectric energy harvesting. **Journal of Sound and Vibration**, Reino Unido, v. 269, p. 991-1001, 2004.

LI, P.; ZHANG, C.; ZUO, L. Review of power electronics for kinetic energy harvesting systems. *Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems*, **Proc. of SPIE**, Estados Unidos, v. 8688, p. 1-12, 2013.

LIANG, J.; LIAO, W.-H. Energy flow in piezoelectric energy harvesting systems. **Smart Mater. Struct.**, Reino Unido, v. 20, n. 015005, p. 1-11, 2011.

LITAK, G.; FRISWELL, M. I.; ADHIKARI, S. Magnetopiezoelastic energy harvesting driven by random excitations. **Applied Physics Letters**, Estados Unidos, v. 96, n. 214103, p. 1-3, 2010.

LIU, H.; QIAN, Y.; LEE, C. A multi-frequency vibration-based MEMS electromagnetic energy harvesting device. **Sensors and Actuators**, Suíça, v. A204, p. 37-43, 2013.

LIU, J.-Q.; FANG, H.-B.; XU, Z.-Y.; MAO, X.-H.; SHEN, X.-C.; CHEN, D.; LIAO, H.; CAI, B.-C. A MEMS-based piezoelectric power generator array for vibration energy Harvesting. **Microelectronics Journal**, Reino Unido, v. 39, p. 802-806, 2008.

LV, H.; TIAN, X.; WANG, M. Y.; LI, D. Vibration energy harvesting using a phononic crystal with point defect states. **Appl. Phys. Lett.**, Estados Unidos, v. 102, n. 034103, p. 1-4, 2013.

MA, T.; WANG, Y.; TANG, R.; YU, H.; JIANG, H. Pre-patterned ZnO nanoribbons on soft substrates for stretchable energy harvesting applications. **Journal of Applied Physics**, Estados Unidos, v. 113, n. 204503, p. 1-6, 2013.

MANSOUR, M. O.; ARAFA, M. H.; MEGAHED, S. M. Resonator with magnetically adjustable natural frequency for vibration energy harvesting. **Sensors and Actuators**, Suíça, v. A163, p. 297-303, 2010.

MASUDA A.; SENDA, A. A vibration energy harvester using a nonlinear oscillator with self-excitation capability. **Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems**, Coréia, v. 7977, p. 1-9, 2011.

MCKAY, I. S.; WANG, E. N. Thermal pulse energy harvesting. **Energy**, Reino Unido, v. 57, p. 632-640, 2013.

MENDES, R. A. T.; ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M. C. M.; ANDREA, C. Q. Dynamic tracking with zero variation and disturbance rejection applied to discrete-time systems. **Mathematical Problems in Engineering**, Estados Unidos, v. 842896, p. 1-20, 2010.

MILLER, L. M.; HALVORSEN, E.; DONG, T.; WRIGHT, P. K. Modeling and experimental verification of low-frequency MEMS Energy Harvester from ambient vibrations. **Journal of Micromechanics and Microengineering**, Reino Unido, v. 21, p. 1-13, 2011.

MINAZARA, E.; VASIC, D.; COSTA, F.; POULIN, G. Piezoelectric diaphragm for vibration energy harvesting. **Ultrasonics**, Holanda, v. 44, p. e699–e703, 2006.

MONACO, F. D.; TEHRANI, M. G.; ELLIOTT, S. J.; BONISOLI, E.; TORNINCASA, S. Energy harvesting using semi-active control. **Journal of Sound and Vibration**, Reino Unido, v. 332, p. 6033-6043, 2013.

MOON, F. C.; HOLMES, P. J. A magnetoelastic strange attractor. **Journal of Sound and Vibration**, Reino Unido, v. 65, n. 2, p. 275-296, 1979.

MOTJOLOPANE, B. P.; LESOTHO, R.; LESOTHO, M.; ZYL, R. V. A review of rectenna models for electromagnetic energy harvesting. **Journal of Engineering, Design and Technology**, v. 7, n. 3, p. 282-292, 2009.

NEISS, S.; GOLDSCHMIDTBOEING, F.; KROENER, M.; WOIAS, P. Piezoelectric materials for nonlinear energy harvesting generators. **Journal of Physics: Conference Series**, Reino Unido, v. 476, n. 012035, p. 1-6, 2013.

NOH, J. Y.; YOON, G. H. Topology optimization of piezoelectric energy harvesting devices considering static and harmonic dynamic loads. **Advances in Engineering Software**, Reino Unido, v. 53, p. 45-60, 2012.

PALÁCIOS, J. L.; BALTHAZAR, J. M.; BRASIL, R. M. L. F. R. A Short Note on a Nonlinear System Vibrations under Two Non-Ideal Excitations. **J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.**, Brasil, v.25, n. 4, p. 391-395, 2003.

PARK, J. C.; PARK, J. Y. Asymmetric PZT bimorph cantilever for multi-dimensional ambiente vibration harvesting. **Ceramics International**, Reino Unido, v. 39, p. S653–S657, 2013.

PELLEGRINI, S. P.; TOLOU, N.; SCHENK, M.; HERDER, J. L. Bistable vibration energy harvesters: A review. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Reino Unido, v. 24, n. 11, p.1303-1312, 2013.

PETERS, C.; MAURATH, D.; SCHOCK, W.; MEZGER, F.; MANOLI, Y. A closed-loop wide-range tunable mechanical resonator for energy harvesting systems. **J. Micromech Microeng**, Reino Unido, v. 19, p. 1-9, 2009.

PICCIRILLO, V.; BALTHAZAR, J. M.; PONTES JR, B. R.; FELIX, J. L. P. On a nonlinear and chaotic non-ideal vibrating system with shape memory alloy (SMA). **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, Polônia, v.46, n. 3, p. 597-620, 2008.

QI, S.; SHUTTLEWORTH, R.; OYADIJI, S. O.; WRIGHT, J. Design of a multiresonant beam for broadband piezoelectric energy harvesting. **Smart Mater. Struct.**, Reino Unido, v. 19, p. 1-10, 2010.

QIAO, Y.; PUNYAMURTUAL, V. K.; HAN, A.; LIM, H. Thermal-to-electric energy conversion of a nanoporous carbon. **Journal of Power Sources**, Holanda, v. 183, p. 403-405, 2008.

RAFIKOV, M.; BALTHAZAR, J. M. On control and synchronization in chaotic and hyperchaotic system via linear control feedback. **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, Holanda, v. 13, p. 1246-1255, 2008.

RAGHUNATHAN, V.; KANSAL, A.; HSU, J.; FRIEDMAN, J.; SRIVASTAVA, M. Design considerations for solar energy harvesting wireless embedded systems. **IEEE**, Estados Unidos, p. 457-462, 2005.

RAHIMI, A.; ZORLU, O.; MUHTAROGLU, A.; KULAH, H. An electromagnetic energy harvesting system for low frequency applications with a passive interface ASIC in standard CMOS. **Sensors and Actuators**, Suíça, v. A188, p. 158-166, 2012.

ROUNDY, S; TAKAHASHI, E. A planar electromagnetic energy harvesting transducer using a multi-pole magnetic plate. **Sensors and Actuators**, Suíça, v. A195, p. 98-104, 2013.

ROUNDY, S.; WRIGHT, P. K.; RABAEY, J. A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes. **Computer Communications**, Holanda, v. 26, p. 1131-1144, 2003.

ROUNDY, S.; ZHANG, Y. Toward self-tuning adaptive vibration based micro-generators. Smart Structures, Devices, and Systems II, **Proc. of SPIE**, Estados Unidos, v. 5649, p. 373-384, 2005.

SAADON, S.; SIDEK, O. A review of vibration-based MEMS piezoelectric energy harvesters. **Energy Conversion and Management**, Reino Unido, v. 52, p. 500-504, 2011.

SARI, I.; BALKAN, T.; KULAH, H. An electromagnetic micro power generator for wideband environmental vibrations. **Sensors and Actuators A**, Suíça, v. A156, p. 405-413, 2008.

SAYED, F.; AFTAB, T.; EKER, M.; HOHLFELD, D.; BECHTOLD, T.; KORVINK, J. G. Reduced order modeling enables system level simulation of a MEMS piezoelectric energy harvester with a self-supplied SSHI - scheme. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THERMAL, MECHANICAL AND MULTI-PHYSICS SIMULATION AND EXPERIMENTS IN MICROELECTRONICS AND MICROSYSTEMS- EUROSIME, 14., 2013. **Conference...** Polônia:Wroclaw University of Technology, 2013. p. 1-6.

SCHLICHTING, A. D.; FINK, E.; GARCIA, E. A low-loss hybrid rectification technique for piezoelectric energy harvesting. **Smart Mater. Struct.**, Reino Unido, v. 22, p. 1-11, 2013.

SCRUGGS, J. T.; CASSIDY, I. L.; BEHRENS, S. Multi-objective optimal control of vibratory energy harvesting systems. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Reino Unido, v. 23, n. 18, p. 2077-2093, 2012.

SEUNG-HYUN, K. et al. Lead-free $(\text{Na}_{0.5}\text{K}_{0.5})(\text{Nb}_{0.95}\text{Ta}_{0.05})\text{O}_3\text{-BiFeO}_3$ thin films for MEMS piezoelectric vibration energy harvesting devices. **Materials Letters**, Holanda, v. 69, p. 24-26, 2012.

SHEU, G. J.; YANG, S. N.; LEE, T. Development of a low frequency electrostatic comb-drive energy harvester compatible to SoC design by CMOS process. **Sensors and Actuators**, Suíça, v. A167, p. 70-76, 2011.

SIROHI, J.; MAHADIK, R. Piezoelectric wind energy harvester for low-power sensors. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Reino Unido, v. 22, n. 18, p. 2215-2228, 2011.

SMOKER, J.; NOUH, M.; ALDRAIHEM, O.; BAZ, A. Energy harvesting from a standing wave thermoacoustic-piezoelectric resonator. **Journal of Applied Physics**, Estados Unidos, v. 111, n. 104901, p. 1-12, 2012.

SODANO, H. A.; INMAN, D. J. A review of power harvesting from vibration using piezoelectric materials. **The Shock and Vibration Digest**, Estados Unidos, v. 36, n. 3, p. 197-205, 2004.

SODANO, H. A.; INMAN, D. J. Comparison of Piezoelectric Energy Harvester Devices for Recharging Batteries. LA-UR-04-5720. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Reino Unido, v. 16, n. 10, p. 799-807, 2005.

SOUZA, S. L. T.; CALDAS, I. L.; VIANA, R. L.; BALTHAZAR, J. M. Control and chaos for vibro-impact and non-ideal oscillators. **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, Polônia, v. 46, n. 3, p. 641-664, 2008.

SOUZA, S. L. T.; CALDAS, I. L.; BALTHAZAR, J. M.; BRASIL, R.M.L.R.F. Characterization of non-ideal oscillators in parameter space. Proceedings of the 9th In: BRAZILIAN CONFERENCE ON DYNAMICS CONTROL AND THEIR APPLICATIONS-DINCON, 9, 2010, Serra Negra. **Conference...** Serra Negra: [s.n.], 2010. p. 91-95.

STOPPEL, F.; SCHRÖDERA, C.; SENGERA, F.; WAGNERA, B.; BENECKEA, W. AIN-based piezoelectric micropower generator for low ambient vibration energy harvesting. **Procedia Engineering**, Holanda, v. 25, p. 721-724, 2011.

TANG, L.; YANG, Y. A multiple-degree-of-freedom piezoelectric energy harvesting model. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Reino Unido, v. 23, n. 14, p. 1631-1647, 2012.

TANG, L.; YANG, Y. Analysis of synchronized charge extraction for piezoelectric energy harvesting. **Smart Mater. Struct**, Reino Unido, v. 20, n. 085022, p. 1-15, 2011.

TANG, L.; YAOWEN, Y.; SOH, C. K. Broadband vibration energy harvesting techniques. **Advances in Energy Harvesting Methods (Chapter Two)**. New York : Springer Science & Business Media, 2013. 46 p.

TANG, X.; ZUO, L. Enhanced vibration energy harvesting using dual-mass systems. **Journal of Sound and Vibration**, Reino Unido, v. 330, p. 5199-5209, 2011.

THOMAS, J. P.; QIDWAI, M. A.; KELLOGG, J. C. Energy scavenging for small-scale unmanned systems. **Journal of Power Sources**, Holanda, v. 159, p. 1494-1509, 2006.

TSUCHIDA, M.; GUILHERME, K. L.; BALTHAZAR, J. M. On chaotic vibrations of a non-ideal system with two degrees of freedom: 1 : 2 resonance and sommerfeld effect. **Journal of Sound and Vibration**, Reino Unido, v. 282, p. 1201-1207, 2005.

TUSSET, A. M.; BALTHAZAR, J. M.; FELIX, J. L. P. On elimination of chaotic behavior in a non-ideal portal frame structural system, using both passive and active controls. **Journal of Vibration and Control**, Reino Unido, v. 19, n. 6, p. 803-813, 2013.

TUSSET, A. M.; BALTHAZAR, J. M.; CHAVARETTE, F. R.; FELIX, J. L. P. On energy transfer phenomena, in a nonlinear ideal and nonideal essential vibrating systems, coupled to a (MR) magneto-rheological damper. **Nonlinear Dyn**, Holanda, p. 1-22, 2012

VAN ANTWERP, J. G.; BRAATZ, R. D. A tutorial on linear and bilinear matrix inequalities. **Journal of Process Control**, Reino Unido, v. 10, p. 363-385, 2000.

VATANABE, S. L.; PAULINO, G. H.; SILVA, E. C. N. Influence of pattern gradation on the design of piezocomposite energy harvesting devices using topology optimization. **Composites: Part B**, Reino Unido, v. 43, p. 2646-2654, 2012.

VULLERS, R. J. M.; SCHAIJK, R.; DOMS, I.; HOOFF, C. V.; MERTENS, R. Micropower energy harvesting. **Solid-State Electronics**, Reino Unido, v. 53, p. 684-693, 2009.

WAN, Z.; KOTHARE, M. V. An efficient off-line formulation of robust model predictive control using linear matrix inequalities. **Automatica**, Reino Unido, v. 39, p. 837-846, 2003.

WANG, Y.; INMAN, J. D. A survey of control strategies for simultaneous vibration suppression and energy harvesting via piezoceramics. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Reino Unido, v. 23, n. 18, p. 2021-2037, 2012.

WANG, P.-H.; DAI, X.-H.; FANG, D.-M.; ZHAO, X.-L. Design, fabrication and performance of a new vibration-based electromagnetic micro power generator. **Microelectronics Journal**, Reino Unido, v. 38, p. 1175-1180, 2007.

WILLIAMS, C. B.; YATES, R. B. Analysis of a micro-electric generator for microsystems. **Sensors and Actuators**, Suíça, v. A52, p. 8-11, 1996.

WOLF, A.; SWIFT, J. B.; SWINNEY, H. L.; VASTANO, J. A. Determining Lyapunov exponents from a time series. **Physica 16D**, Holanda, p. 285-317, 1985.

WU, L.-Y.; CHEN, L.-W.; LIU, C.-M. Acoustic energy harvesting using resonant cavity of a sonic crystal. **Applied Physics Letters**, Estados Unidos, v. 95, n. 013506, p. 1-4, 2009.

WU, N.; WANG, Q.; XIE, X. Wind energy harvesting with a piezoelectric harvester. **Smart Mater. Struct.**, Reino Unido, v. 22, n. 095023, p. 1-9, 2013a.

WU, W.-J.; CHEN, Y.-Y.; LEE, B.-S.; HE, J.-J.; PENG, Y.-T. Tunable resonant frequency power harvesting devices. Smart Structures and Materials, **Proc. of SPIE**, Estados Unidos, v. 6169, n. 1, p. 1-8, 2006.

WU, X.; LIN, J.; KATO, S.; ZHANG, K.; REN, T.; LUI, L. A frequency adjustable vibration energy harvester Proc. **PowerMEMS**, Estados Unidos, v. 8, p. 245-248, 2008.

WU, Y.; BADEL, A.; FORMOSA, F.; LIU, W.; AGBOSSOU, A. E. Piezoelectric vibration energy harvesting by optimized synchronous electric charge extraction. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Reino Unido, v. 24, n. 12, p. 1445-1458, 2013b.

XU, J. W.; LIU, Y. B.; SHAO, W. W.; FENG, Z. Optimization of a right-angle piezoelectric cantilever using auxiliary beams with different stiffness levels for vibration energy harvesting. **Smart Mater. Struct.**, Reino Unido, v. 21, n. 065017, p. 1-13, 2012a.

XU, R.; BORREGAARD, L. M.; LEI, A.; GUIZZETTI, M.; RINGGAARD, E.; ZAWADA, T. Preliminary performance evaluation of MEMS-based piezoelectric energy harvesters in extended temperature range, **Procedia Engineering**, v. 47, p. 1434-1437, 2012b.

YANG, Y.; ZHAO, L.; TANG, L. Comparative study of tip cross-sections for efficient galloping energy harvesting. **Applied Physics Letters**, Estados Unidos, v. 102, n. 064105, p. 1-5, 2013.

YEAGER, C. B.; TROLIER-MCKINSTRY, S. Epitaxial $\text{Pb}(\text{Zr}_x\text{Ti}_{1-x})\text{O}_3$ ($0.30 \leq x \leq 0.63$) films on (100) MgO substrates for energy harvesting applications. **Journal of Applied Physics**, Estados Unidos, v. 112, n. 074107, p. 1-8, 2012.

YOUNGSMAN, J. M.; LUEDEMAN, T; MORRIS, D. J.; ANDERSON, M. J.; BAHR, D. F. A model for an extensional mode resonator used as a frequency-adjustable vibration energy harvesters. **Journal of Sound and Vibration**, Reino Unido, v. 329, p. 277-288, 2010.

YU, Z.; JAWORSKI, A. J.; BACKHAUS, S. Travelling-wave thermoacoustic electricity generator using an ultra-compliant alternator for utilization of low-grade thermal energy. **Applied Energy**, Reino Unido, v. 99, p. 135-145, 2012.

ZHAO, S.; ERTURK, A. Electroelastic modeling and experimental validations of piezoelectric energy harvesting from broadband random vibrations of cantilevered bimorphs. **Smart Mater. Struct.**, Reino Unido, v. 22, n. 015002, p. 1-14, 2013.

ZHU, D. Vibration energy harvesting: machinery vibration, human movement and flow induced vibration. **Sustainable Energy Harvesting Technologies**, Estados Unidos, v. 2, p. 1-31, 2011.

ZHU, D.; TUDOR, M. J.; BEEBY, S. P. Strategies for increasing the operating frequency range of vibration energy harvesters: a review. **Meas. Sci. Technol.**, Reino Unido, v. 21, p. 1-29, 2010.