

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“Júlio de Mesquita Filho”

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Câmpus de Rio Claro

Edson Rogério Papesso

O estudo de caos na propagação do raio de som em um guia de onda no oceano.

Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Campus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em **Física**.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Egidio de Carvalho.

Rio Claro – SP

2015

Edson Rogério Papesso

O estudo de caos na propagação do raio de som em um guia de onda no oceano.

Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Campus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em **Física**.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Ricardo Egidio de Carvalho (Orientador)
IGCE – UNESP Rio Claro (SP)

Prof. Dr. Nelson Callegari Junior
IGCE – UNESP Rio Claro (SP)

Prof. Dr. Edmo José Dias Campos
Instituto Oceanográfico – USP - SP

Rio Claro, 10 de março de 2015.

Resultado: Aprovado.

Dedico essa dissertação à minha Família.

Agradecimentos,

Aos meus pais Antonia e Osvaldo, os meus heróis.

A minha esposa Silmara pelo apoio irrestrito, amor e na dedicação em cuidar de nossos filhos.

Aos meus filhos Pamela e Julio pelos momentos de ausência e serem a razão maior de minha luta.

Ao Professor Dr. Ricardo Egydio de Carvalho por me aceitar como seu orientando e conduzir o projeto de pesquisa com muita paciência, amizade e sabedoria.

Ao Professor Dr. Edson Denis Leonel por possibilitar o meu ingresso no Programa de Pós Graduação da UNESP – RC, ser sempre um Professor atencioso, motivador e amigo.

A minha irmã Simone e meu cunhado Marcelino pelo apoio, incentivo e ajuda em todos os momentos difíceis de minha vida.

A minha irmã Sonia e meu cunhado Ricardo Borgo pelo apoio e incentivo durante os anos de graduação.

A D. Izaura e Sr. Sergio Gotardo pais de minha esposa, por me acolherem em sua família e tratarem meus filhos, seus netos, com enorme carinho, minimizando a minha ausência.

Aos meus cunhados Ana, Sidinei e Ricardo (in memoriam) por cuidarem e protegerem os meus filhos com muito carinho.

A minha colega de trabalho Professora Elisane pelos inúmeros debates sobre as questões matemáticas envolvidas nesta área.

A todos os Professores e Professoras que tive em minha vida escolar, em especial ao professor de Ciências Sr. J e a minha primeira Professora Dona Cleide.

Aos funcionários da UNESP – RC por se esforçarem em deixar tudo correto e me tratarem de uma forma muito cordial.

A todas as Professoras e Professores que tive na UNESP – RC, pois o conhecimento que me ensinaram foi de fundamental importância em minha vida.

A UNESP – RC por proporcionar todo o desenvolvimento intelectual que tenho e proporcionar uma vida mais tranqüila a minha família.

A CAPES – Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior pelo apoio financeiro e demonstrar que podemos ter um Brasil diferente daquele que conhecemos em nosso dia a dia.

Resumo:

Papesso, E. R., Dissertação de Mestrado, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro – SP, 2015.

Este trabalho consiste em um estudo sobre o perfil Munk e o perfil biexponencial para a velocidade do som no mar, onde é feita uma generalização. No perfil Munk estudamos duas perturbações, uma dependente da distância r e outra da profundidade z . Variando seus parâmetros em simulações numéricas obtemos o espaço de fases, onde podemos observar as propriedades do modelo idealizado, que apresenta regiões de caos, ilhas de ressonância e toros invariantes que são características de sistemas quase integráveis. Para o perfil biexponencial propomos uma substituição do expoente quadrático por um expoente k , que consiste em uma generalização para o modelo idealizado. Variando os valores para o parâmetro k , simulamos o resfriamento e ou aquecimento das águas do oceano. Utilizando o espaço de fases podemos analisar as propriedades do sistema.

Palavras chaves: Propagação do som no oceano. Perfil Munk. Perfil biexponencial. Perfil k exponencial. Caos. Aquecimento.

Abstract:

Papesso, E. R., Master Dissertation, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro - SP, 2015.

This work is a study on the profile Munk and the bi-exponential profile for the speed of sound at sea, where it made a generalization. Profile Munk studied two disturbances, a dependent of another re distance of z depth. By varying the parameters in numerical simulations we obtain the phase space, where we can observe the properties of the idealized model, which has chaos regions, islands and resonance logs that are invariant features of integrable almost systems. To propose a biexponential profile exponent quadratic replacement by an exponent k that consists of a generalization for the idealized model. By varying the values for the parameter k , we simulate the cooling or heating and the ocean waters. Using the space of phases we can analyze the system properties.

Keywords: Sound propagation in the ocean. Munk profile. Biexponential. Profile k exponential. Chaos. Warming.

Relação de variáveis e constantes

v	Número de Lyapunov
$C(z)$	Velocidade do som dependente da profundidade $\left[\frac{km}{s}\right]$
C_0	Velocidade mínima e constante do som $\left[\frac{km}{s}\right]$
ϵ	Constante relacionada a pressão e temperatura
z	Eixo da profundidade do oceano $[km]$
z_a	Profundidade no centro do canal de som $[km]$
B	Escala de estratificação do oceano $[km]$
a	Constante relacionada a temperatura, salinidade e pressão hidrostática $[km^{-1}]$
b	Constante adimensional relacionada a temperatura, salinidade e pressão hidrostática.
ξ	Constante adimensional relacionada a temperatura, salinidade e pressão hidrostática.
p	Momentum da trajetória do raio de som
χ	Ângulo de passagem do raio de som pelo eixo do canal som
$H(r, p, z)$	Hamiltoniana dependente da distancia r, momentum p e da profundidade z.
$H_0(p, z)$	Hamiltoniana dependente do momentum p e da profundidade z.
$U(z)$	Potencial não perturbado dependente da profundidade z.
$\Delta C(z)$	Variação da velocidade do som dependente da profundidade z $[km/s]$.
$V(r, z)$	Potencial perturbado dependente da distância r e da profundidade z.
$\delta C(r, z)$	Potencial perturbado da velocidade do som dependente da distância r e da profundidade z.
n	Número inteiro positivo.
τ	Representa um conjunto de funções.
ι	Representa um número real.
γ	Constante que determina a amplitude da perturbação.
λ	Comprimento de onda no seno dependente do eixo r $[km]$
λ_1	Comprimento de onda no seno dependente do eixo r $[km]$
λ_2	Comprimento de onda no seno dependente do eixo z $[km]$
K	Expoente do perfil K exponencial
x	Número real
y	Número real
α	Coefficiente de ajuste para a temperatura no gradiente de velocidade do som no oceano $[^{\circ}C^{-1}]$
β	Coefficientes de ajuste para a salinidade no gradiente de velocidade do som no oceano $[‰_0]$
θ	Coefficiente de ajuste para a pressão no gradiente de velocidade do som no oceano $[km^{-1}]$
ζ	Coefficiente de ajuste para a temperatura no gradiente de densidade no oceano $[^{\circ}C^{-1}]$
ς	Coefficientes de ajuste para a salinidade no gradiente de densidade no oceano $[‰_0]$
θ_A	Fração adiabática do gradiente da velocidade do som no oceano $[km^{-1}]$
T	Temperatura $[^{\circ}C]$
T_A	Temperatura adiabática a grande profundidade no oceano $[^{\circ}C]$
S	Salinidade $[‰_0]$
P	Pressão hidrostática $[Pa]$

T_u	“Número de Turner” $\left[\frac{\%_0}{^\circ C} \right]$
g	Aceleração da gravidade $\left[\frac{m}{s^2} \right]$
ρ	Densidade da água no oceano $\left[\frac{g}{cm^3} \right]$
$N(z)$	Frequência de Brunt – Väisälä $[Hz]$
N_0	Frequência natural de Brunt – Väisälä $[Hz]$
PSU	Unidade Pratica de Salinidade
μ	Constante de estabilidade da coluna de água entre a salinidade e o gradiente de temperatura.
η	Termo dependente de z
φ	Número real
$u(s, \sigma)$	Representa a trajetória do raio de som no oceano [km]
σ	Frequência angular do campo de onda [Hz]
s	Vetor posição do raio de som no oceano [km]
f	Frequência da onda de som [Hz]
λ_3	Comprimento da onda acústica [km]
k	Vetor da onda acústica [km]
A	Amplitude da onda acústica [km]
t	Tempo de viagem de uma onda sonora [s]
t_s	Tempo semelhante para cada raio de som [s]
i	Número natural
j	Número natural
\mathcal{L}	Lagrangiano

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	01
1.1 Motivação e importância do estudo.....	01
1.2 Objetivos.....	01
1.3 Um breve resumo histórico.....	02
2 CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS OCEANOS.....	05
2.1 Os oceanos.....	05
2.2 A temperatura dos oceanos.....	05
2.3 A salinidade nos oceanos.....	08
2.4 A pressão hidrostática nos oceanos.....	09
2.5 As estruturas de pequena, média e grande escala dos oceanos.....	09
3 O CANAL DE SOM.....	13
3.1 – A formação do canal de som.....	13
3.1.1 - O perfil Munk.....	13
3.1.2 - O perfil biexponencial.....	14
3.2 Um formalismo Hamiltoniano para a dinâmica do raio de som.....	15
3.3 – Aspectos históricos e as principais estruturas do caos.....	16
4 O ESTUDO DE CAOS NO PERFIL MUNK.....	18
4.1 O estudo de caos na propagação do raio de som em um guia de onda formado pelo perfil Munk, com uma perturbação periódica ao longo da distância r	18
4.2 O estudo de caos na propagação do raio de som em um guia de onda formado pelo perfil Munk, com duas perturbações periódicas uma ao longo da distância r e da profundidade z	21
4.2.1 O estudo da variação da perturbação, parâmetro γ	21
4.2.2 O estudo da variação do comprimento de onda λ_2 da perturbação no eixo z	27

4.2.3 O estudo da variação do comprimento de onda λ_1 da perturbação no eixo r.	30
5 O ESTUDO DE CAOS NO PERFIL k EXPONENCIAL.	35
5.1 O estudo de caos na propagação do raio de som, em um guia de onda formado pelo perfil k exponencial.	35
6 CONCLUSÕES.	44
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.	46
APÊNDICE A – O perfil Munk.	48
APÊNDICE B – O perfil biexponencial.	51
APÊNDICE C – Estudo matemático do expoente K.	53
APÊNDICE D – Estudo das perturbações no perfil Munk.	55
APÊNDICE E – As equações do raio de som e um formalismo Hamiltoniano.	63

.

1 Introdução

1.1 Motivação e importância do estudo

O som no oceano é utilizado pelos seres vivos que o habitam, desta forma é de fundamental importância compreender, todas as suas características e consequências do uso. Assim desenvolver estudos, para não perturbar, interferir e ou danificar os seres vivos marinhos.

A propagação do som varia em função da temperatura, salinidade e pressão hidrostática. Em águas rasas a temperatura e a salinidade são os principais fatores que influenciam na variação da velocidade do som.

Em águas profundas, cerca de um quilometro de profundidade a pressão hidrostática passa a ter uma importância significativa. Assim simular variações no perfil da velocidade do som pode trazer informações relevantes sobre as mudanças de temperatura das águas do oceano, o que pode interferir no clima local e global.

Durante a primeira e segunda Guerra Mundial o uso de submarinos foi determinante no curso das guerras e sua detecção só foi e provavelmente é possível com o uso do som.

Durante todo o período de Guerra Fria, estudos de submarinos mais silenciosos ocorreram e nos dias atuais estão em pleno desenvolvimento.

Na exploração de petróleo ou qualquer outro recurso mineral, utilizam-se equipamentos que em geral, podem ser guiados por uma frequência de som específica. Interferências ou mal funcionamento destes equipamentos, podem gerar acidentes ambientais de grandes proporções. Estas são questões que tornam estes estudos de fundamental importância.

O estudo de caos na propagação do som no oceano teve inicio nos anos de 1980, onde através de cálculos numéricos mais precisos, percebeu-se que a partir dos 100 km já ocorre caos na propagação do raio de som. Portanto deve ser levado em consideração nas medidas dos tempos de viagem do som no oceano [1,2].

Em 1991 foi realizado um experimento de propagação do som a grandes distâncias, com um novo experimento, poderíamos estimar se ocorreu um resfriamento ou aumento da temperatura das águas do oceano. Com o aumento da temperatura a velocidade do som se torna maior, assim os tempos de viagem do som se tornam menores.

O fato de o oceano ser um fluido, que é influenciado por muitos fenômenos, como a variação do clima das mais variadas regiões do planeta, o tornam um meio de difícil simplificação, mas estudá-lo é de fundamental importância.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo estudar a propagação de raios de som no oceano a grandes distâncias, levando em consideração o estudo do caos que ocorre na dinâmica do raio de som.

As primeiras simulações numéricas ocorreram em 1991 utilizando o perfil Munk e os detalhes podem ser vistos no apêndice A. Foram introduzidas pequenas perturbações periódicas no eixo r (distância), para o estudo do caos na dinâmica do raio de som, que pode ser observado em uma seção de Poincaré[3].

Em uma primeira parte, faremos simulações numéricas utilizando o perfil Munk com uma perturbação periódica ao longo do eixo da distância r . São dadas condições iniciais logo

abaixo da superfície do oceano até 20 metros, simulando embarcações ruidosas, entre outros, a fim de notarmos o comportamento dos raios de som em um perfil no Oceano.

Em uma segunda parte, faremos simulações numéricas utilizando o perfil Munk com perturbações periódicas ao longo dos eixos z (profundidade) e r (distância). Variando os parâmetros; perturbação γ , comprimento de onda λ_2 da perturbação ao longo do eixo z e o comprimento de onda λ_1 da perturbação ao longo do eixo r .

No ano de 2003 novos estudos sobre a dinâmica do raio de som foram realizados, utilizando o perfil biexponencial, consiste em uma simplificação e ou aproximação do perfil Munk[4]. Os detalhes podem ser vistos no apêndice B.

Em uma terceira parte, faremos uma generalização para o perfil biexponencial. O termo que está elevado a um expoente ao quadrado, será generalizado com a substituição por um expoente K . Com a variação do expoente K , obtemos uma aproximação mais realista, para os perfis que são encontrados no oceano, simulando o aquecimento das águas do oceano.

Alterando os valores para o expoente K , mudamos a abertura ou o fechamento da concavidade do perfil, o que simula uma variação no termocline, ou seja, variações de temperatura e salinidade.

1.3 Um breve resumo histórico

A propagação do som no Oceano é motivo de estudos desde a Grécia antiga, mas devido às navegações na idade média, em 1490 Leonardo da Vinci em seus estudos escreveu, "Se você parar com o seu navio no mar, introduzir a extremidade de um tubo na água e colocar o seu ouvido na outra extremidade do tubo, você ouvirá navios a grande distância de você".

Muitos estudos foram realizados sem apresentar resultados relevantes, quando em 1826 no lago Léman o físico suíço Daniel Colladon e o matemático francês Charles Sturm, mediram o intervalo de tempo entre um feixe luminoso e o som produzido por um sino submerso[5].

Sabendo a distancia entre os pontos puderam calcular um valor aproximado para a velocidade de $1,435 \text{ km/s}$, que esta a 2% de valores aceitos como correto nos dias atuais.

Com o surgimento dos primeiros submarinos no final do século XIX e inicio do século XX e a sua utilização na primeira guerra mundial, estudos sobre a navegação submersa mostraram ser necessárias.

Em 15 de abril de 1912 ocorre o acidente que resultou no naufrágio do navio RMS Titanic, onde 1517 pessoas perderam suas vidas.

Os estudos para tornar a navegação mais segura se intensificaram. O desenvolvimento de Sonares permitiu aos submarinos e navios, perceber o que ocorria a sua volta e assim detectarem icebergs, entre outros a distâncias seguras.

O uso de ondas eletromagnéticas no oceano não foi possível, pois à luz se propaga por pequenas distâncias o que inviabiliza sua utilização para este propósito.

Em um esforço entre a Marinha Britânica e a Francesa, a fim de se defenderem dos submarinos alemães, em 1918 o primeiro sistema ASDIC (Allied Submarine Detection Investigation Committee) foi demonstrado por Paul Langevin com a colaboração do engenheiro elétrico russo Constantin Chilowsky. Usando um transmissor de ressonância mecânica de 38KHz.

O desenvolvimento de sonares mais precisos levou a pesquisas relacionadas à eletrônica, assim como às características do oceano, fatores como a temperatura, pressão da coluna de água e salinidade foram sendo estudadas.

Relatos sobre a propagação do som a longas distâncias foram feitas em 1919 pelo engenheiro alemão Hugo Lichte, que previu que o som se propagaria a grandes distâncias em águas profundas.

Em 1935 o U. S. Coast detonou pequenas cargas de TNT no oceano profundo e o som foi captado a 56 km de distância.

Mais tarde em 1945, Ewing fazendo pesquisas sobre Geofísica em Eleuthera nas Bahamas, detonou uma carga de TNT no oceano, a uma grande profundidade e o som foi captado no oeste da África, em Dakar. Ewing interpretou esses dados concluindo que o som se propagaria por milhares de quilômetros, o que possibilitaria a construção de uma rede SOFAR (Sound Fixing And Ranging), que através de três estações sísmicas captariam o tempo de viagem do som[6,7].

Fazendo uma triangulação, saberiam a posição exata de um naufrágio, a explosão de um submarino, a queda de um avião ou algum evento similar.

Nos anos de 1945 a 1948, W. M. Ewing e J. L. Worzel nos EUA e L. M. Brekhovskikh na URSS, trabalhando independentemente relataram a existência de um canal de som subaquático[8].

Assim perceberam que na parte superior do oceano o som se propaga com uma velocidade maior devido ao aumento da temperatura e salinidade. Com o aumento da profundidade a temperatura e salinidade vão diminuindo, assim como a velocidade do som, até um valor mínimo, aproximadamente a 1 km .

A partir desta profundidade a pressão hidrostática passa a aumentar a velocidade de propagação do som, criando assim um canal de som, onde o raio de som não tem contato nem com a superfície ou com o fundo do oceano, não sendo absorvido, podendo se propagar por longas distâncias.

Pelo princípio de Fermat o raio de som refrata para cima e para baixo de forma que fique confinado próximo ao eixo de mínimo na velocidade de propagação do som, formando um canal que produz o guia de onda.

Desta forma o som passa a se propagar por dezenas de milhares de quilômetros. Em experimentos realizados é observada uma pequena atenuação, cerca alguns decibéis em 1000 km , com frequências da ordem de 100 Hz e os sinais captados apresentam uma boa qualidade. Em frequências superiores a 1000 Hz o sinal recebido tem uma qualidade inferior e sofrem uma atenuação maior.

Por volta de 1970 M. A. Pedersen e D. W. White estudaram vários ajustes de curvas para o perfil de velocidade do som, utilizando dados medidos experimentalmente para o canal de som[9]. Mas como os dados experimentais variam de acordo com a latitude, estação do ano e possuem pontos de inflexão. O ajuste de curvas se tornou algo difícil e nem sempre realista. Mas contribuiu enormemente para uma compreensão mais detalhada do perfil do canal de som e suas propriedades matemáticas.

Em 1973 W. H. Munk propôs um perfil denominado canônico, o perfil Munk, tomando como base uma propriedade intrínseca do oceano. Utilizou o gradiente vertical de densidade da água no Oceano (frequência de “Brunt-Vaisala”), que decai exponencialmente em função da temperatura e salinidade. No caso da pressão hidrostática ocorre um aumento linear em relação à profundidade [10].

Dependendo da região do oceano usa-se um ajuste diferente para a escala de estratificação B das camadas de água no oceano.

Neste período imaginava-se que tudo sobre a propagação do som no oceano, já havia sido descoberto e que apenas medições mais precisas levariam a obter resultados de tempos de viagem com uma precisão melhor.

Durante mais de 60 anos, desde o final da Primeira Guerra Mundial iniciaram – se as medições quantitativas sobre a propagação do som no oceano, foram intensificadas durante a Segunda Guerra Mundial e perduram até os dias atuais.

No ano de 1981 S. S. Abdullaev e G. M. Zaslavsky começaram os estudos de caos na dinâmica do raio de som, com um formalismo Hamiltoniano, onde o índice de refração das águas do oceano desempenham um papel importante na propagação do raio de som.

Devido a perturbações acumulativas no meio de propagação, um meio heterogêneo, que provoca ressonâncias não lineares, em raios de sons emitidos em condições iniciais muito próximas, apresentam trajetórias bem diferentes, proporcionais a exponencial do número de Lyapunov ν em função da distância r . Assim o caos na propagação do raio de som a grandes distâncias, estaria completamente disseminando [11,12].

No decorrer da década de 90 começaram os estudos de caos na propagação do raio de som, utilizando o perfil descrito por Munk. As equações que descrevem as trajetórias dos raios de som no guia de onda, em um meio heterogêneo podem ser formuladas em termos das equações de Hamilton, sendo a energia total conservada dentro do canal de som.

Em 1992 K. B. Smith, M. G. Brown, F. D. Tappert, escreveram um artigo com o título “Acoustic ray chaos induced by mesoscale ocean structure”, publicado no The Journal of the Acoustical Society of America, onde utilizando as equações de Hamilton, introduziram uma perturbação periódica ao longo da distância r . Integrando numericamente obteve o espaço de fase, o que permitiu um estudo mais detalhado sobre a propagação do raio de som no oceano.

Vários outros trabalhos se seguiram durante a década de 90, na mesma linha de pesquisa e em 2003 um novo estudo se iniciou com os trabalhos de D.V. Makarov, M.Yu. Uleysky, e S.V. Prants, que propuseram o perfil biexponencial. Com isso puderam desenvolver importantes trabalhos no estudo de caos no raio e nas ondas de som.

No ano de 2010 os pesquisadores Denis Makarov, Sergey Prants, Anatoly Virovlyansky e George Zaslavsky publicaram o livro “**Ray and wave chaos in ocean acoustics – Chaos in waveguides**”, onde é descrito um resumo dos trabalhos feitos durante os muitos anos de pesquisa nesta área.

2 Características gerais dos Oceanos

2.1 Os Oceanos

No planeta temos um grande oceano que é subdividido em cinco, são eles: Atlântico, Pacífico, Índico, Ártico e o Antártico. Os oceanos encontram - se em diferentes regiões da superfície do planeta e desta forma, são influenciados pela radiação solar, atmosfera e correntes marinhas de formas diferentes, apresentando características específicas.

Estes três fatores, associados a outros de menor escala estão completamente interligados, sendo que a alteração de qualquer fator influencia a dinâmica dos oceanos, assim como a atmosfera do planeta. Este mecanismo se caracteriza por um sistema não linear, onde pequenas alterações podem produzir grandes mudanças.

Fatores como salinidade, temperatura e pressão hidrostática influenciam diretamente a velocidade de propagação do som no oceano[13].

2.2 A temperatura dos Oceanos

A energia solar que é recebida pelo planeta Terra, onde aproximadamente a metade é absorvida pelo oceano e a maior parte é liberada na atmosfera localmente (evaporação e radiação). Uma parte inferior é distribuída a outras regiões através das correntes marinhas.

O fato de a radiação solar elevar a temperatura superficial da água do oceano altera a sua densidade, assim as águas mais quentes permaneçam na parte superior. A ação dos ventos provocam ondas na superfície dos oceanos que misturam a camada superior e inferior (de 10 a 250m), apresentando correntes de água verticais com diferentes fluatibilidade e isso faz aparecer uma região chamada de termoclino.

Consiste em uma camada que apresenta uma brusca variação de temperatura entre a camada superior de maior temperatura e a camada inferior com menor temperatura, como pode ser observado na figura 1.

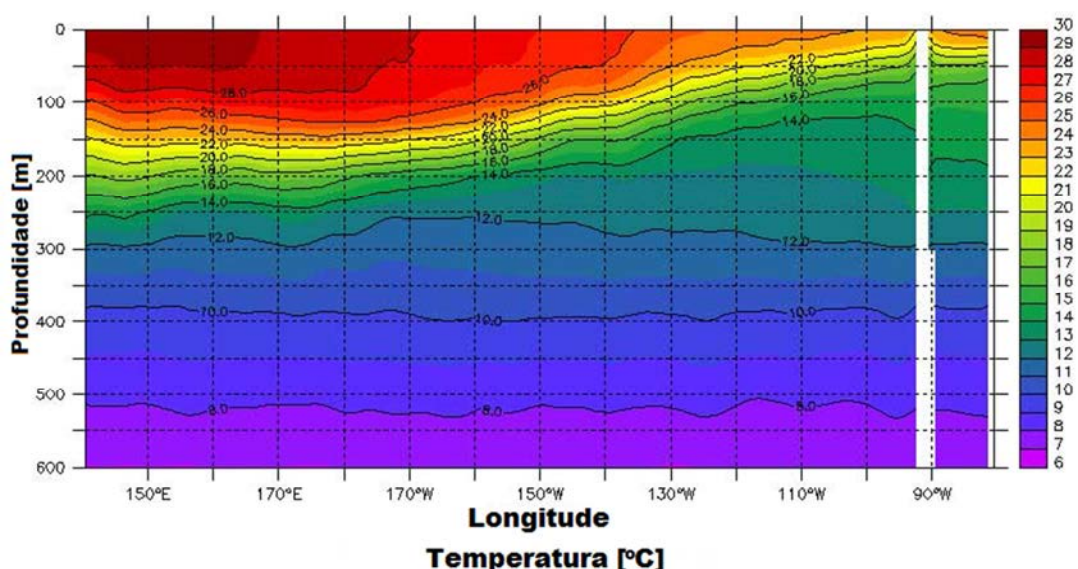


Figura 1

Figura 1 - Mostra a estrutura da camada superficial das águas do oceano Pacífico do norte da Nova Guiné até o trópico do equador. Gráfico retirado do atlas oceânico do mundo (1998). (origem do gráfico do NOAA Pacific Marine Environmental Laboratory).

A figura 1 apresenta regiões ou “linhas” com a mesma temperatura denominadas de isotermas.

Nos oceanos não ocorre uma mudança significativa na temperatura ao longo da longitude, apenas pequenas variações locais, mas devido à radiação solar as maiores variações de temperatura ocorrem ao longo da latitude. Sendo entre os trópicos onde ocorrem às maiores temperaturas, como pode ser visto na figura 2. Embora a figura 2 mostre a temperatura superficial da água do oceano, ao longo do aumento da profundidade a temperatura tem um comportamento de acordo com a figura 1.

As correntes oceânicas têm uma participação fundamental nesta questão, pois possibilitam uma enorme transferência de calor entre diferentes regiões do oceano.

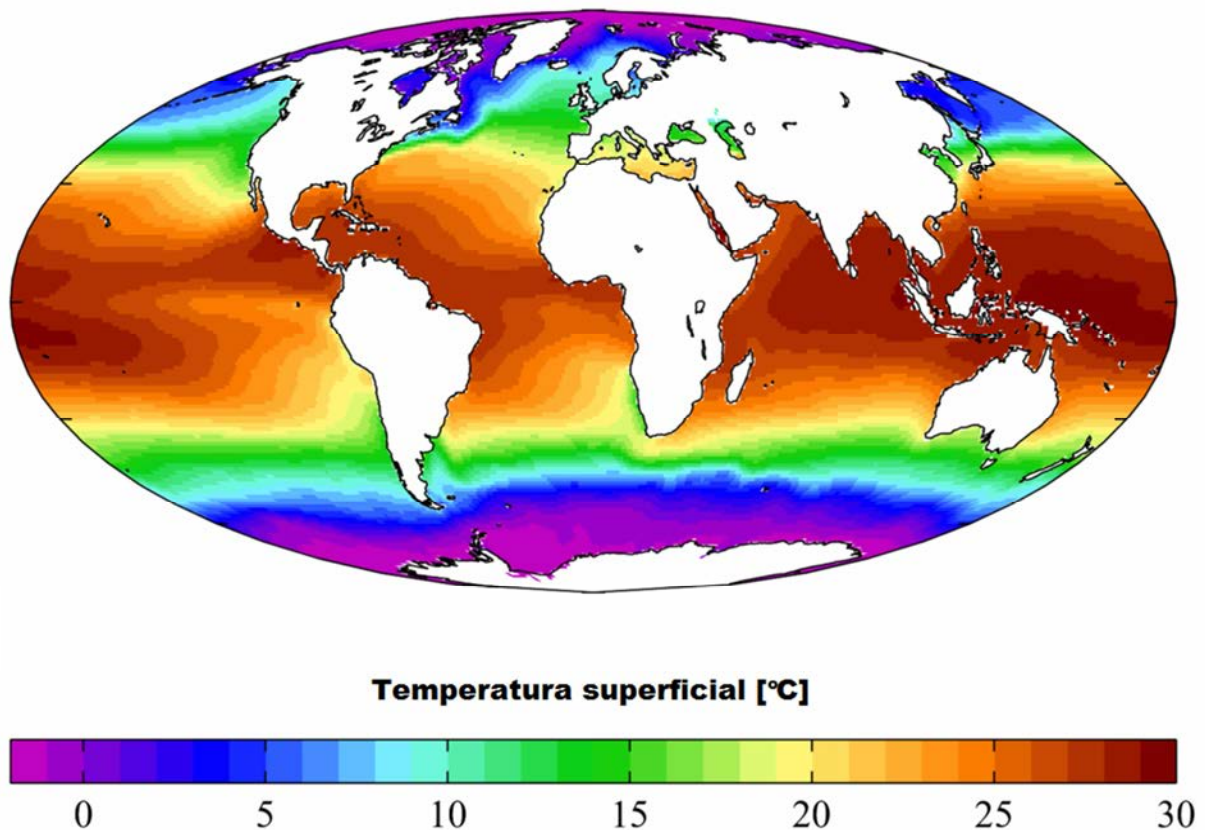


Figura 2

Figura 2 – Mostra a temperatura medida na superfície da água do oceano "Wiki figura 02". Licenciado sob Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0, via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wiki_plot_03.png#mediaviewer/Ficheiro:Wiki_plot_03.png. [14]

Algumas questões especiais devem ser observadas, como os fenômenos conhecidos como “La Niña e El Niño” que ocorrem no oceano Pacífico, mais precisamente na costa do Peru, Equador, Chile, entre outros. Pois envolvem alterações nas condições de temperatura e por consequência salinidade da água do oceano.

Em anos normais sem a ocorrência de “La Niña ou El Niño” a temperatura das águas do oceano Pacífico são mais frias nas regiões próximas a costa do Peru, Equador e Chile.

Enquanto que é mais quente nas regiões próximas a Indonésia, desta forma os ventos alísios sopram na região tropical do oceano Pacífico do leste para o oeste, permitindo que ocorra a ressurgência de águas mais profundas e frias carregadas de nutrientes na costa tropical da América do Sul. Isso pode ser observado na figura 3.

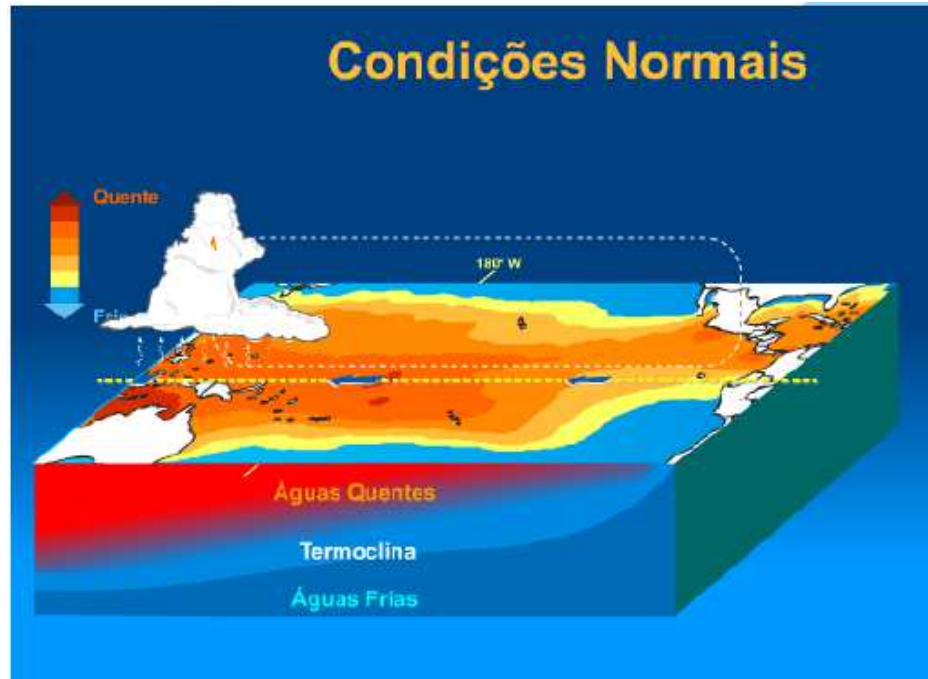


Figura 3

Figura 3 – Ilustra a normalidade de condições para as águas do oceano Pacífico nos trópicos, entre a América do Sul e a Indonésia. Figura elaborada pelo Dr. Michael McPhaden do Pacific Marine Environmental Laboratory (PMEL) / National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA).

Quando ocorre o fenômeno do “El Niño” as águas do oceano Pacífico em sua região tropical, se tornam bem mais quentes. Desta forma os ventos sopram com uma intensidade bem menor em todo o centro do oceano Pacífico e as ressurgências de águas profundas ocorrem com um volume menor, prejudicando os seres vivos que habitam essa região.

O “El Niño” ocorre em intervalos irregulares de 2 a 7 anos e dura em média de 15 a 18 meses. A figura 4 abaixo mostra os detalhes.

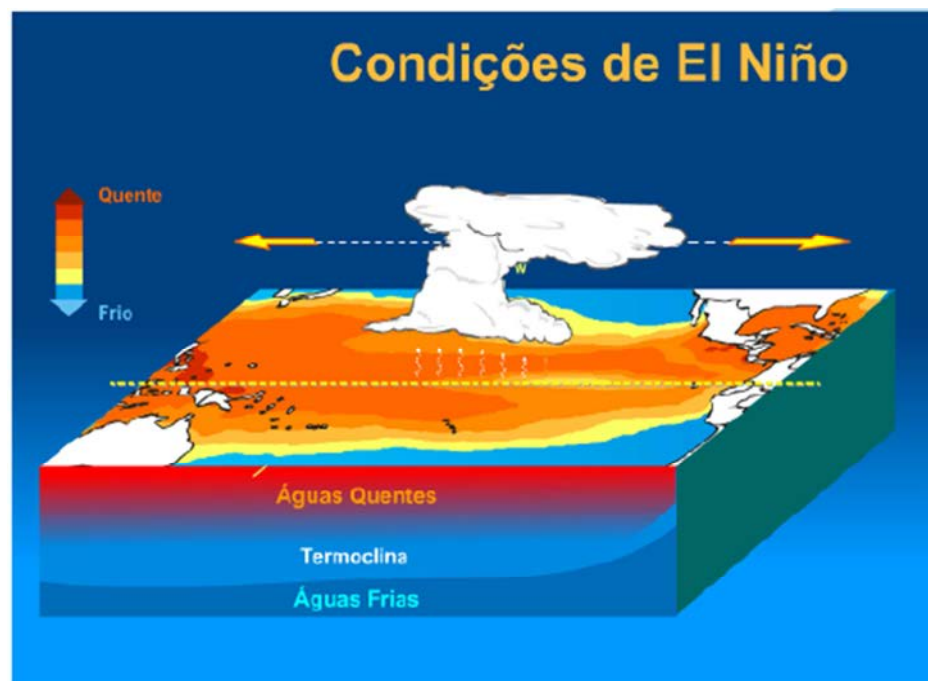


Figura 4

Figura 4 – Ilustra o fenômeno do “El Niño” para as águas do oceano Pacífico nos trópicos, entre a América do Sul e a Indonésia. Figura elaborada pelo Dr. Michael McPhaden do Pacific Marine Environmental Laboratory (PMEL) / National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA).

O fenômeno do “La Niña” caracteriza – se por um resfriamento das águas do oceano Pacífico equatorial, o que produz um aumento na intensidade dos ventos alísios do leste para o oeste na região tropical do oceano Pacífico. Uma representação do “La Niña” pode ser observada na figura 5.

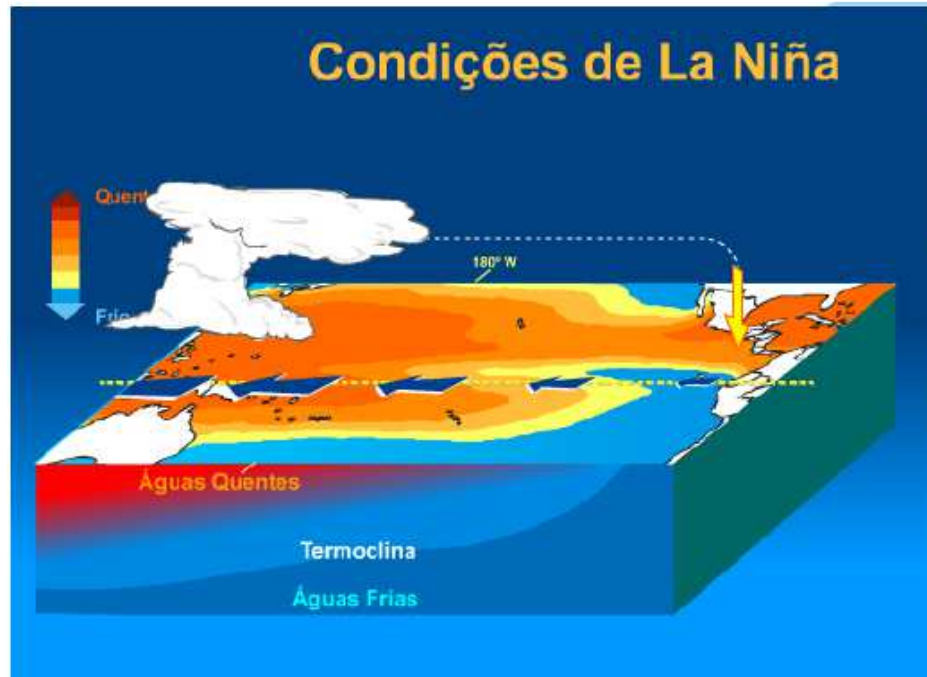


Figura 5

Figura 5 – Mostra o fenômeno do “La Niña” para as águas do oceano Pacífico nos trópicos, entre a América do Sul e a Indonésia. Figura elaborada pelo Dr. Michael McPhaden do Pacific Marine Environmental Laboratory (PMEL) / National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA).

Esses fenômenos interferem significativamente na propagação do som, pois modificam as condições de temperatura e salinidade das águas do oceano. Algo importante é o fato destes fenômenos ocorrerem por determinados períodos e depois desaparecerem, assim alteram as condições de propagação do som apenas nestes períodos.

2.3 A salinidade nos oceanos

No caso da salinidade das águas nos oceanos (aproximadamente de 3,5%) não apresentam uma diferença muito grande entre os oceanos (Atlântico, Pacífico e Índico). Quando comparada com alguns mares específicos (Mar do Aral 34,8% e o Mar Morto 27%) a diferença se torna muito grande.

Muitos fatores influenciam no coeficiente de salinidade regionalmente, principalmente nas camadas superiores dos oceanos.

Entre os principais fatores está a forte evaporação da água do mar em regiões quentes.

Uma temperatura maior ou menor da água do mar o que facilita ou dificulta o aumento da concentração de sal.

O derretimento ou congelamento da água do mar, a foz de um grande rio e até mesmo uma chuva intensa, altera temporariamente e localmente a salinidade.

Podemos observar a salinidade dos oceanos na figura 6.

A salinidade varia com a profundidade, sendo constante próximo a superfície e apresentando um decaimento em função da temperatura no termocline. Nas camadas mais profundas do oceano a salinidade passa a ter um valor praticamente constante.

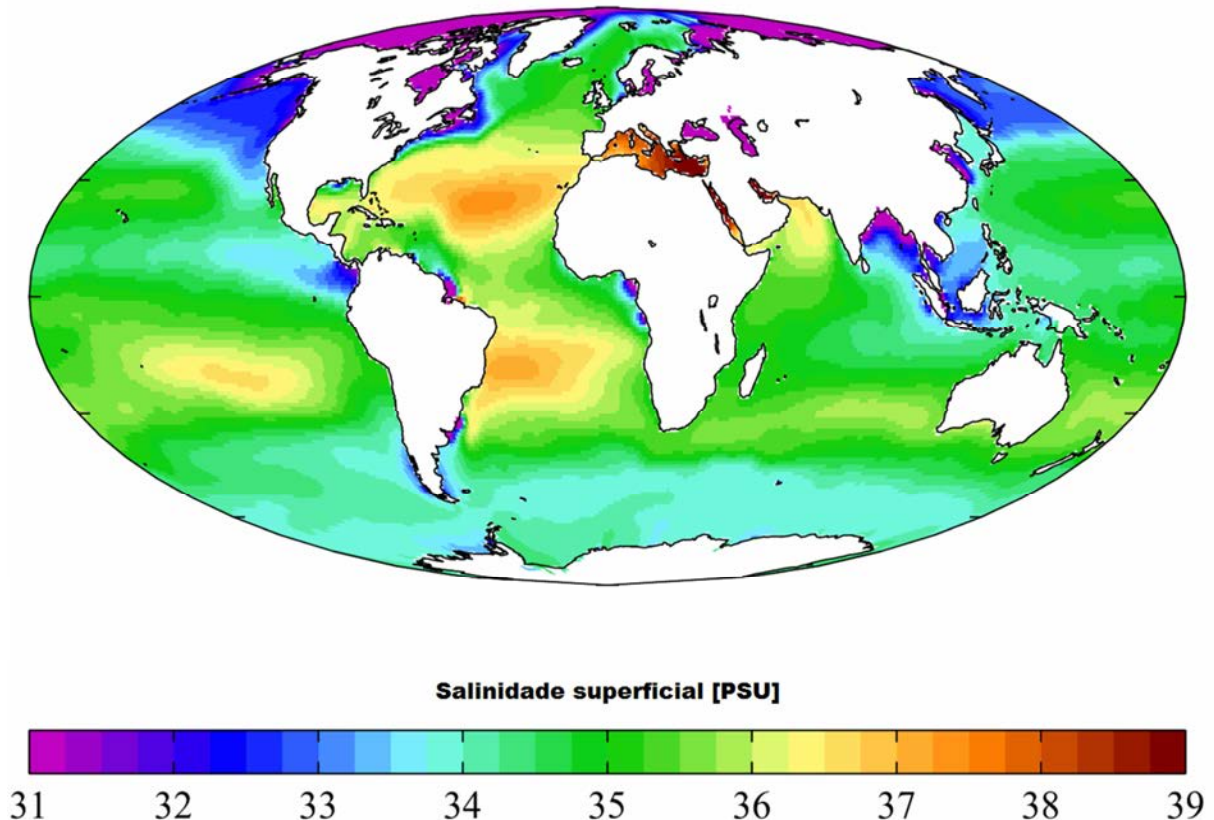


Figura 6

Figura 6 – Descreve a salinidade encontrada na camada superficial (10 a 200m) das águas do Oceano "Wiki figura 04". Licenciado sob Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0, via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wiki_plot_04.png#mediaviewer/Ficheiro:Wiki_plot_04.png.

2.4 A pressão hidrostática nos oceanos

A pressão hidrostática devido à coluna de água possui um aumento proporcional à profundidade z , mas isso não impede que ocorram pequenas variações causadas por alterações na temperatura, vórtices e correntes marinhas.

A uma profundidade de 1km a pressão hidrostática é da ordem de 1000dbar (decibar) ou $1,0 \times 10^7 \text{Pa}$ (Pascal)[15].

2.5 As estruturas de pequena, média e grande escala dos oceanos

Para este estudo o oceano será considerado como um meio fixo em relação à propagação do som e alguns fatores devem ser levados em consideração.

Um primeiro fator são as microestruturas, que são pequenas variações na temperatura, salinidade e micro bolhas de ar presentes no oceano, mas estas não afetam a refração das ondas sonoras de pequena frequência (*de 10 a 100Hz*), apenas atenuam o volume do som.

Um segundo fator são as estruturas finas do oceano, são pequenas ondas internas que apresentam um comprimento de onda em escala semelhante às ondas acústicas, que se propagam a grandes distâncias, os efeitos destas pequenas ondas internas produzem perturbações que provocam o aparecimento do caos.

Este tema é motivo de estudos no tempo presente, uma linha importante de pesquisas nesta área são perturbações que modificam na pequena escala a estabilidade da estratificação do oceano, alterando a densidade e o movimento de pequenas camadas de água o que altera a refração do som[16].

Um terceiro fator são as estruturas de grande escala, como vórtices, correntes marinhas, ondas internas com grande comprimento de onda e ondas de Rossby. Esses fatores apresentam uma perturbação de menor escala na refração do som, mas podem fazer desaparecer por quilômetros com o canal de som.

As ondas de Rossby são uma consequência da força de Coriolis, que a partir do equador em direção aos pólos, produz o aparecimento de grandes ondas com comprimento de centenas de quilômetros, amplitude de aproximadamente dez centímetros depende da latitude e deslocamento de umas dezenas de centímetros por segundo.

Grandes correntes oceânicas interferem sensivelmente na propagação do som entre o emissor e o receptor.

As correntes podem gerar vórtices estacionários ou não estacionários e também existem correntes verticais locais, ou seja, o grau de heterogeneidades é muito extenso.

No oceano ocorre o aparecimento de grandes vórtices, que podem durar por semanas e ter a profundidade de centenas de metros e o diâmetro de cem a duzentos quilômetros.

Estes produzem uma diferença de temperatura muito grande entre o centro e a borda do vórtice, a alteração na temperatura da água modifica o perfil do canal de som, levando a perturbações em sua propagação.

Importante ressaltar que no oceano como um todo não existe uns poucos vórtices, mas tantos que de certa os vórtices ficam um ao lado do outro, tornando o oceano um ambiente de difícil simplificação.

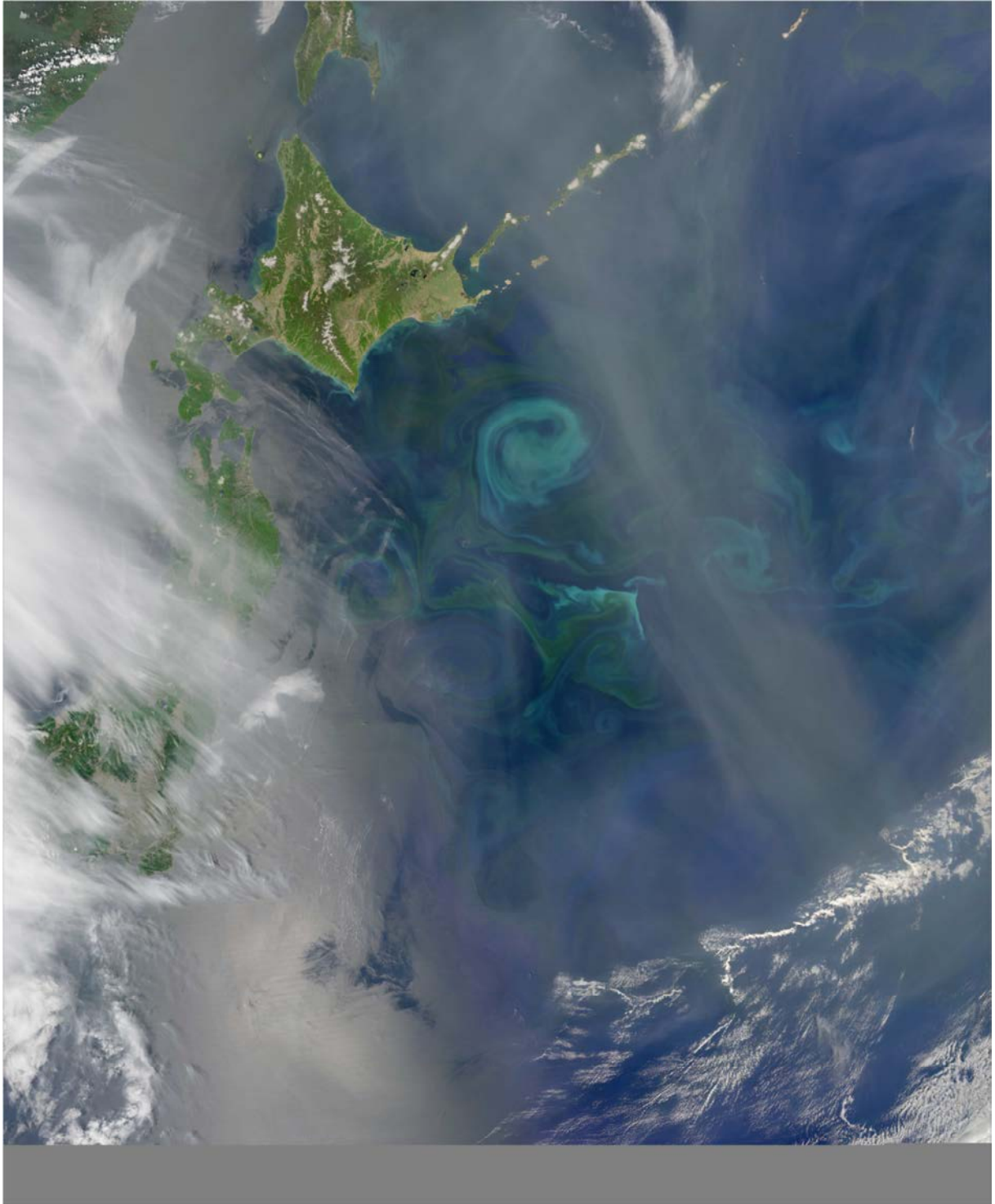


Figura 7

Figura 7 – Mostra um grande vórtice formado na costa do Japão "Cores da flor da Primavera no Pacífico, perto da ilha Hokkaido" elaborado por Norman Kuring – imagem de um satélite da NASA . Licenciado sob domínio público, via Wikimedia Commons.

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Spring_Bloom_Colors_the_Pacific_Near_Hokkaido.jpg#media_viewer/Ficheiro:Spring_Bloom_Colors_the_Pacific_Near_Hokkaido.jpg.

http://pt.wikipedia.org/wiki/Corrente_Oyashio

O oceano apresenta uma estratificação exponencial de densidade em camadas de água, isso ocorre devido à variação da temperatura e salinidade ao longo do aumento da profundidade.

Assim quando uma camada mais densa esta acima de outra camada menos densa, temos uma instabilidade que é reorganizada com a subida da camada de água menos densa e a descida da camada mais densa.

Esse fenômeno é denominado de Frequência de Brunt – Väisälä ou Frequência de Estratificação.

A Frequência de Brunt – Väisälä apresenta oscilações de alguns ciclos por hora e em geral é mais profunda em regiões frias e mais elevada em regiões tropicais.

Em 1974 foi publicado por J. Northrup e J. G. Colborn, “Sofar channel axial sound speed and depth in the Atlantic Ocean” no The Journal of the Acoustical Society of America, uma secção do Oceano Atlântico desde as proximidades do pólo Norte até as proximidades do pólo Sul, onde podem ser observadas curvas de mesma velocidade para o som na figura 8 [17].

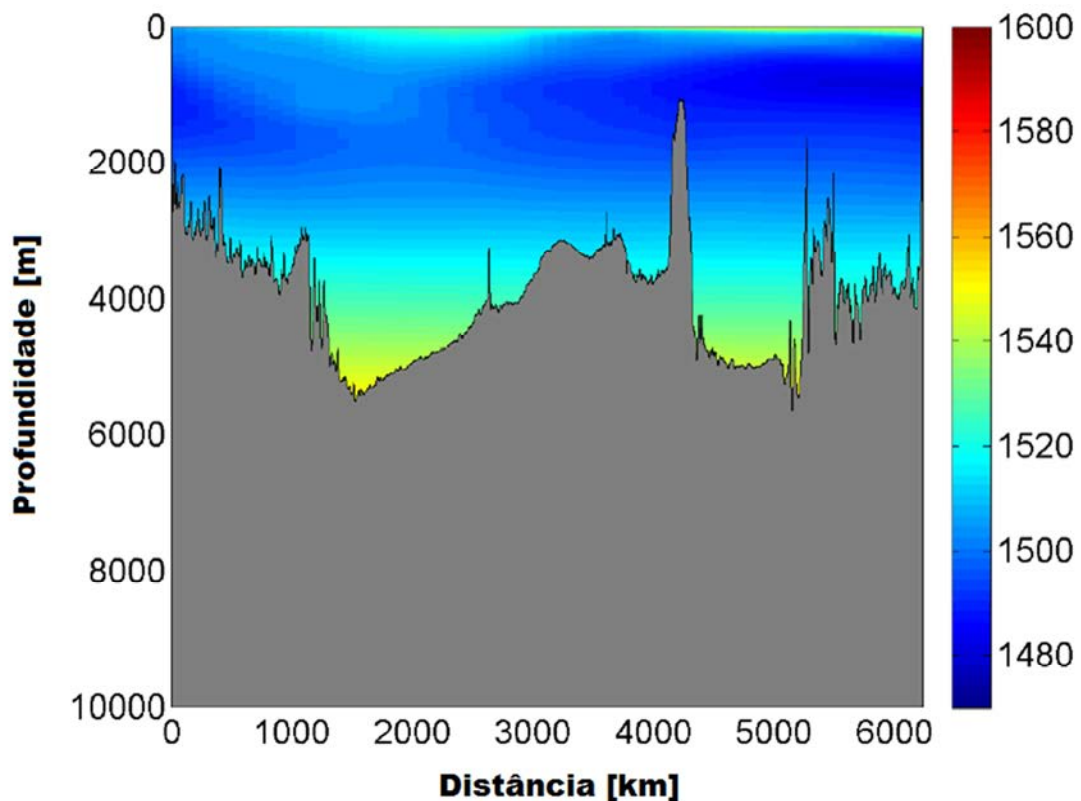


Figura 8

Figura 8 - Secção do oceano Atlântico desde as proximidades do pólo Norte até a do pólo Sul, ao longo do meridiano $30.50^{\circ}W$, onde são apresentadas medidas da velocidade do som em curvas de mesmas velocidades. Artigo publicado 1974 no The Journal of the Acoustical Society of America por J. Northrup e J. G. Colborn, "Sofar channel axial sound speed and depth in the Atlantic Ocean,".

3 O canal de som

3.1 A formação do canal de som

Nos anos 40, W. M. Ewing e J. L. Worzel nos EUA e L. M. Brekhovskikh na URSS, trabalhando de forma independente notaram a formação de um guia de onda a cerca de um quilômetro de profundidade no oceano, o que permite que ondas sonoras de pequena frequência, quase não sofram atenuação, conseguindo se propagar no oceano a longas distâncias. Estudos para saber por que isso ocorre se iniciaram.

Desde 1919 já havia estudos que relatavam a importância das características do oceano influenciando a propagação do som, desta forma observou-se que para formar o canal de som a temperatura, a salinidade e a pressão da coluna de água são fundamentais.

3.1.1 O perfil Munk

Utilizando a frequência de Brunt – Väisälä ou frequência exponencial de estratificação, W. H. Munk obteve um perfil canônico a partir do gradiente estratificado da velocidade do som, que pode se escrito da seguinte forma:

$$C(z) = C_0 \left[1 + \epsilon \left(e^{-\left[\frac{2(z-z_a)}{B} \right]} + \left[\frac{2(z-z_a)}{B} \right] - 1 \right) \right] \quad (\text{eq. 1}).$$

Os detalhes do perfil Munk são discutidos no apêndice A.

Usando a equação (eq. 1) podemos obter o gráfico para o perfil Munk.

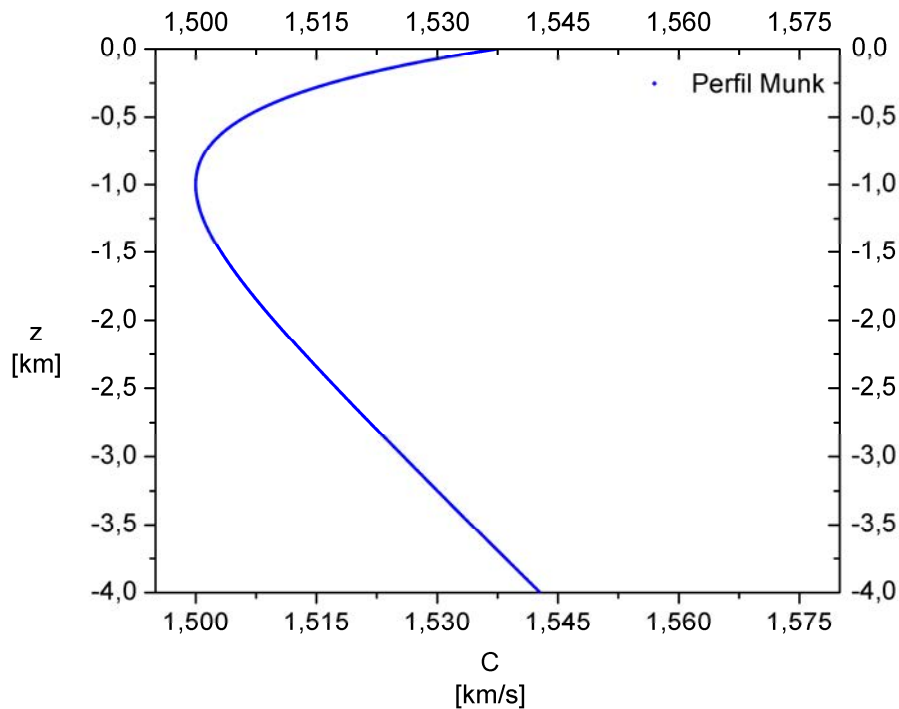


Figura 9

Figura 9 – Gráfico do perfil Munk com os seguintes parâmetros: $C_0 = 1,5 \text{ km/s}$, $z_a = 1 \text{ km}$, $\epsilon = 0,0057$, e $B = 1 \text{ km}$.

O perfil Munk da figura 9 é o mais usado e conhecido na acústica oceânica. Vamos introduzir perturbações ao longo da distância r e da profundidade z e variar seus parâmetros, a fim de entender melhor as propriedades da propagação do som no oceano.

As ondas sonoras permanecem em torno do eixo de menor velocidade para o som, de acordo com o princípio da refração das ondas, criando assim um guia de onda que irá impedir o som de atingir a superfície ou o fundo do oceano, evitando a absorção do som [18].

3.1.2 O perfil biexponencial

O perfil biexponencial foi proposto em 2003 D.V. Makarov, M.Yu. Uleysky, e S.V. Prants com o objetivo de aprofundar o entendimento sobre a dinâmica do som no oceano. O perfil biexponencial é definido pela equação (eq. 2):

$$C(z) = C_0 \left(1 + \frac{b^2}{2} (e^{-az} - \xi)^2 \right) \quad (\text{eq. 2}).$$

Os detalhes do perfil biexponencial são discutidos no apêndice B.

Usando a equação (eq. 2) podemos obter o gráfico para o perfil biexponencial.

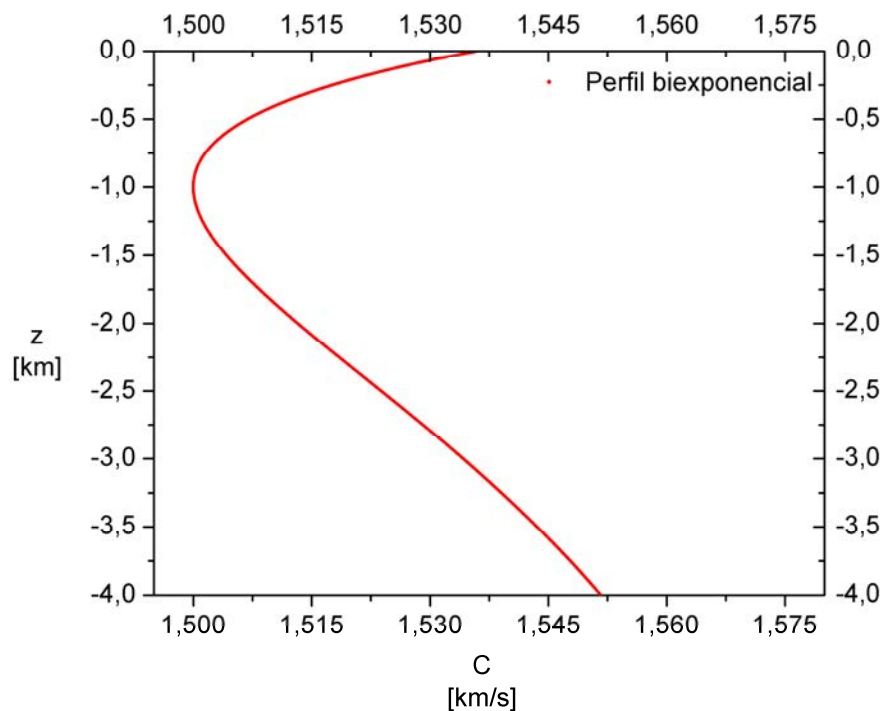


Figura 10

Figura 10 – Gráfico do perfil biexponencial, onde foram utilizados os seguintes valores para os parâmetros: $C_0 = 1.50 \text{ km/s}$, $a = 0.5 \text{ km}^{-1}$, $b = 0.557$ e $\xi = 0.6065$.

Os ajustes realizados nos parâmetros do perfil biexponencial, foram feitos de forma a aproximar o perfil biexponencial do perfil Munk. Como o perfil Munk é obtido de uma propriedade intrínseca do oceano e o perfil biexponencial é ajustado com base no perfil Munk, as dependências da temperatura, salinidade e pressão hidrostática são de certa forma, preservadas.

Lembrando que oceano apresenta características diferentes nas mais variadas regiões. Desta forma são necessários novos ajustes para o perfil Munk e por consequência no biexponencial, quando for utilizado em outras regiões do oceano ou mesmo em diferentes estações do ano.

3.2 Um formalismo Hamiltoniano para a dinâmica do raio de som

Para descrever a trajetória do raio de som, será usado um formalismo Hamiltoniano. Uma analogia óptico-mecânica permite a utilização do mesmo formalismo Hamiltoniano, para a descrição da dinâmica de raios de som e a dinâmica de uma partícula mecânica. Todos estes detalhes podem ser vistos no apêndice E e nas referências [1,22].

As coordenadas do raio de som são a profundidade z e o momentum p . À distância r é utilizada como uma quantidade discreta, onde é feita uma analogia com o tempo.

O momentum p se relaciona com o ângulo de passagem χ do raio de som, pelo eixo z_a , que é o centro do canal de som. Quanto maior o ângulo, maior é a velocidade de passagem do raio de som em relação ao centro do canal de som. Desta forma, acima de um determinado ângulo, o raio de som escapa do canal de som e é absorvido, pela superfície ou fundo do oceano.

O momentum p está conectado com o ângulo de passagem χ pela definição:

$$p = \tan(\chi) \quad (\text{eq. 3}).$$

A expressão para a Hamiltoniana $H(r, p, z)$ é dada por:

$$H(r, p, z) = H_0(p, z) + V(r, z) \quad (\text{eq. 4}).$$

Sendo que $H_0(p, z)$ é definida por:

$$H_0(p, z) = \frac{p^2}{2} + U(z) \quad (\text{eq. 5}).$$

Onde a energia potencial dependente da profundidade $U(z)$ é dada por:

$$U(z) \cong \frac{\Delta C(z)}{c_0} \quad (\text{eq. 6}).$$

Sendo que a variação da velocidade do som $\Delta C(z)$ pode ser escrita:

$$\Delta C(z) = C(z) - C_0 \quad (\text{eq. 7}).$$

Onde $C(z)$ é a velocidade do som em função da profundidade z e C_0 é a velocidade constante do som no centro do canal de som em uma profundidade z_a .

O potencial perturbado $V(r, z)$ dependente da profundidade z e da distância r é definido como:

$$V(r, z) \cong \frac{\delta C(r, z)}{c_0} \quad (\text{eq. 8}).$$

Onde $\delta C(r, z)$ é uma perturbação que pode ser dependente apenas da distância r , como pode ser visto na equação (eq. 15). Mas podemos também acrescentar uma dependência

em termos da profundidade z como pode ser visto na equação (eq. 20). Assim, a perturbação simulando as refrações no raio de som que dão origem ao caos.

A Hamiltoniana pode ser reescrita substituindo a equação (eq. 5) na equação (eq. 4), fica da seguinte forma:

$$H(r, p, z) = \frac{p^2}{2} + U(z) + V(r, z) \quad (\text{eq. 9}).$$

Substituindo as equações (eq. 6) e (eq. 8) na equação (eq. 9), obtemos:

$$H(r, p, z) = \frac{p^2}{2} + \frac{\Delta C(z)}{c_0} + \frac{\delta C(r, z)}{c_0} \quad (\text{eq. 10}).$$

Desta forma a Hamiltoniana pode ser reescrita, quando substituída a equação (eq. 7) na equação (eq. 10):

$$H(r, p, z) = \frac{p^2}{2} + \frac{c(z) - c_0}{c_0} + \frac{\delta C(r, z)}{c_0} \quad (\text{eq. 11}).$$

Reescrevendo:

$$H(r, p, z) = \frac{p^2}{2} + \frac{c(z) + \delta C(r, z) - c_0}{c_0} \quad (\text{eq. 12}).$$

Os caminhos do raio de som são descritos pelas equações de Hamilton.

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{\partial H}{\partial z}, \quad \frac{dz}{dr} = \frac{\partial H}{\partial p} \quad (\text{eq. 13}).$$

3.3 Aspectos históricos e as principais estruturas do caos

Estudos de sistemas dinâmicos que apresentam um comportamento não linear, tiveram início com Henri Poincaré sobre o problema de três corpos nos anos finais de 1800. Em 1931 G. D. Birkhoff escreveu o teorema ergódico que relaciona a trajetória de uma partícula para tempos longos e estabelece que esta visita volumes iguais em um espaço de fase.

O estudo de sistemas dinâmicos onde a introdução de uma pequena perturbação não apresentava mudanças significativas em trajetórias quase periódicas foi descoberto por A. Kolmogorov em 1954 e na década de 60 V. Arnold e J. Moser demonstraram este resultado, propondo o teorema denominado KAM.

Essa área não despertou grandes interesses até os anos de 1950, quando o uso de computadores permitiu então observar o comportamento de certas equações de uma forma muito mais detalhada. Assim em 1963 E. Lorenz ao estudar numericamente o comportamento de correntes de convecção na atmosfera notou a formação de um “atrator estranho”, onde as trajetórias apresentavam um comportamento aperiódico e com condições iniciais muito próximas tinham em pouco tempo, resultados bem diferentes. Posteriormente Feigenbaum demonstrou que mapas quadráticos apresentavam leis universais para o aparecimento de caos no sistema [19].

O espaço de fases de um sistema dinâmico pode ser considerado, como o conjunto de todos estados possíveis deste sistema.

Uma trajetória que apresenta um padrão bem definido, onde conseguimos prever com exatidão suas posições ao longo do tempo é definida como uma trajetória regular, caso contrário é definida como uma trajetória caótica.

Existem trajetórias que são quase periódicas, pois apresentam uma grande densidade de pontos aleatoriamente próximos às condições iniciais, de forma que pareça uma curva continua denominada de toros invariantes.

Bacias de atração podem ser definidas como um conjunto local de estados possíveis de um sistema, que no decorrer do tempo (iteradas), o fluxo destes estados tende para um ponto comum no espaço de fase.

Para sistemas dissipativos podem aparecer pontos ou conjunto de pontos que no decorrer de tempos longos, trajetórias que pertençam a uma bacia de atração, irão convergir para um destes pontos, denominados atratores.

No caso de mapas onde a evolução temporal ocorre de forma discreta, podemos estudar a estabilidade de ilhas ou toros invariantes utilizando uma secção de Poincaré.

Seja um mapa $(z_{n+1}, r_{n+1}) = \tau(z_n, r_n)$, onde o numero real ι definimos a equação (eq. 14).

$$\left| \frac{\partial(r_{n+1})}{\partial(z_n)} \right| \geq \iota > 0 \quad (\text{eq. 14}).$$

Onde τ recebe o nome de mapa twist se a condição da equação (eq. 14) for obedecida, caso contrario será definido como um mapa não twist[20].

4 O estudo de caos no perfil Munk

4.1 O estudo de caos na propagação do raio de som em um guia de onda formado pelo perfil Munk, com uma perturbação periódica ao longo da distancia r .

Este estudo foi realizado em 1992 K. B. Smith, M. G. Brown, F. D. Tappert, em um artigo com o titulo “Acoustic ray chaos induced by mesoscale ocean structure”, publicado no The Journal of the Acoustical Society of America.

Neste artigo apenas uma perturbação ao longo da distancia r foi considerada e o espaço de fase pode ser observado na figura 11.

Assim este trabalho esta revisitando este artigo, a fim de enfatizar as mudanças que ocorrem no espaço de fase, quando introduzimos perturbações dependentes de r e também de z no espaço de fase.

Devido à formação de um guia de onda o som se propaga por longas distâncias e trajetórias caóticas irão ocorrer devido às heterogeneidades existentes ao longo do canal de som.

Na propagação do som é introduzida uma perturbação senoidal, onde o seno é dependente apenas da distância r , conforme equação (eq. 15).

$$\delta C(r, z) = \frac{\gamma C_0 z}{B} e^{\left(\frac{-2z}{B}\right)} \text{sen}\left(\frac{2\pi r}{\lambda}\right) \quad (\text{eq. 15}).$$

Utilizando a equação (eq. 12):

$$H(r, p, z) = \frac{p^2}{2} + \frac{C(z) + \delta C(r, z) - C_0}{C_0} \quad (\text{eq. 12}).$$

Substituindo a equação (eq. 1) e a equação (eq. 15), na equação (eq. 12), obtemos:

$$H(r, p, z) = \frac{p^2}{2} + \frac{\left\{ C_0 \left[1 + \epsilon \left(e^{-\left[\frac{2(z-z_a)}{B} \right]} + \left[\frac{2(z-z_a)}{B} \right] - 1 \right) \right] + \left\{ \frac{\gamma C_0 z}{B} e^{\left(\frac{-2z}{B}\right)} \text{sen}\left(\frac{2\pi r}{\lambda}\right) \right\} - C_0 \right\}}{C_0} \quad (\text{eq. 16}).$$

Simplificando a equação (eq. 16), obtemos:

$$H(r, p, z) = \frac{p^2}{2} + \epsilon \left(e^{-\left[\frac{2(z-z_a)}{B} \right]} + \left[\frac{2(z-z_a)}{B} \right] - 1 \right) + \frac{\gamma z}{B} e^{\left(\frac{-2z}{B}\right)} \text{sen}\left(\frac{2\pi r}{\lambda}\right) \quad (\text{eq. 17}).$$

Derivando a equação (eq. 17) com relação à profundidade z , temos:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{\partial H}{\partial z} = \epsilon \left(-\frac{2}{B} + \frac{2}{B} e^{-\left[\frac{2(z-z_a)}{B} \right]} \right) + \left\{ \left[\left(-\frac{2\gamma z}{B^2} e^{\left(\frac{-2z}{B}\right)} \right) + \left(\frac{\gamma}{B} e^{\left(\frac{-2z}{B}\right)} \right) \right] \left(\text{sen}\left(\frac{2\pi r}{\lambda}\right) \right) \right\} \quad (\text{eq. 18}).$$

Agora, derivamos a equação (eq. 17) com relação ao momentum p , obtemos:

$$\frac{dz}{dr} = \frac{\partial H}{\partial p} = p \quad (\text{eq. 19}).$$

Podemos integrar numericamente as equações, utilizando o método de Runge-Kutta para representar as trajetórias dos raios de som em uma secção de Poincaré.

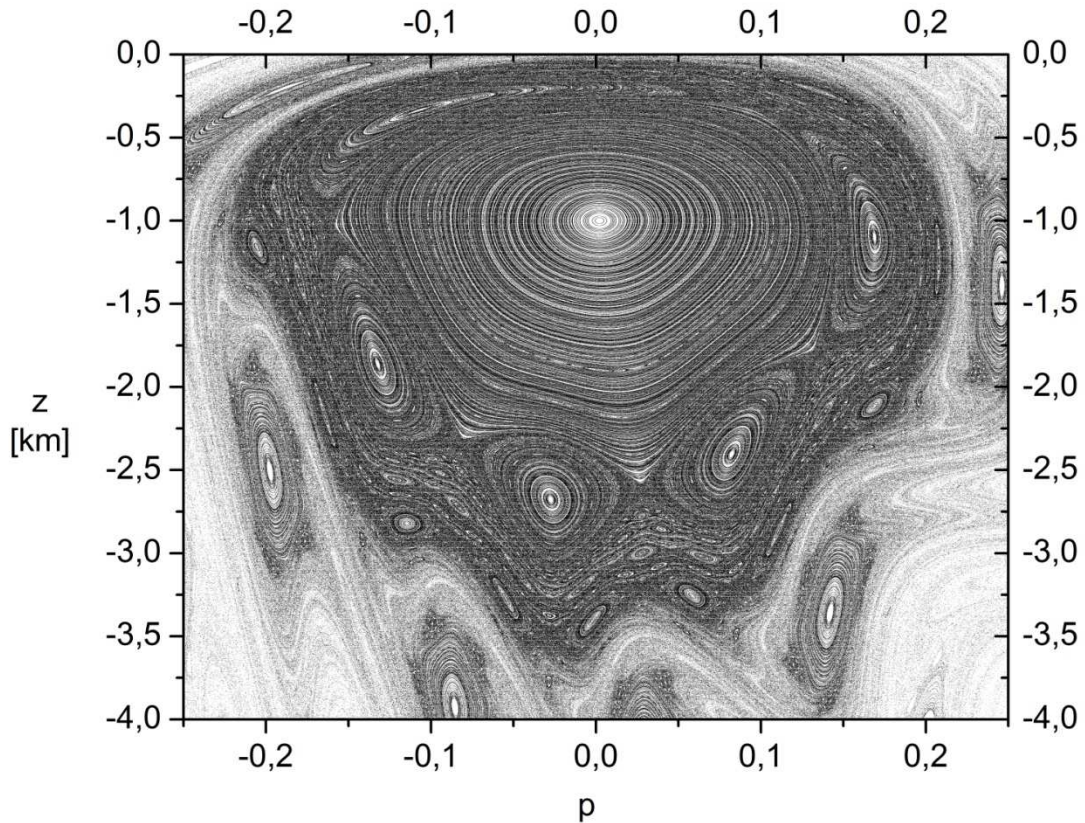


Figura 11

Figura 11 – Secção de Poincaré para o perfil Munk (eq. 3) com uma perturbação dependente da distancia r (eq. 15), sendo r uma quantidade discreta, os valores utilizados são $\epsilon = 0,0057$, $z_a = 1\text{km}$, $B = 1\text{km}$, $\gamma = 0,01$ e $\lambda = 10\text{km}$.

O espaço de fase apresenta duas características distintas para a trajetória dos raios de som, uma formada por ilhas KAM e toros invariantes onde os raios podem se propagar por longas distâncias de forma regular. Enquanto que outras trajetórias apresentam uma característica caótica para a dinâmica do raio de som.

A parte central do diagrama de fases apresenta toros invariantes e à medida que ocorre um distanciamento do centro do canal, os toros invariantes vão sendo destruídas e formando estruturas menores que são as ilhas KAM, até o aparecimento somente de trajetórias caóticas.

Com o aumento da perturbação o mar de caos passa a dominar primeiramente as ilhas e após os toros invariantes, ficando apenas um mar de caos.

Sons que são emitidos no interior das ilhas KAM ou toros invariantes ficam confinados em seu interior, assim a qualidade do som deve ser preservada ao longo de sua propagação no oceano por longas distâncias.

Sons que são emitidos em regiões que apresentam trajetórias caóticas devem perder sua qualidade se tornando apenas um ruído.

Os detalhes relacionados à perturbação podem ser observados na figura (fig. 1D) no apêndice D.

Essa é uma perturbação robusta, que simula uma perturbação maior na parte superior do oceano, enquanto que na parte mais profunda a perturbação se torna muito menor.

Muitas trajetórias sofrem um efeito denominado “Stickiness”, quando se aproximam de uma ilha KAM ou toro invariante sofrem uma aderência, passando grande parte de sua trajetória próxima desta região.

Em simulações numéricas condições iniciais dadas próximas da superfície do oceano apresentam este comportamento. As ondas sonoras são aprisionados por ilhas KAM ou toros invariantes, confinando o raio de som em uma determinada região, conforme pode ser visto na figura 12.

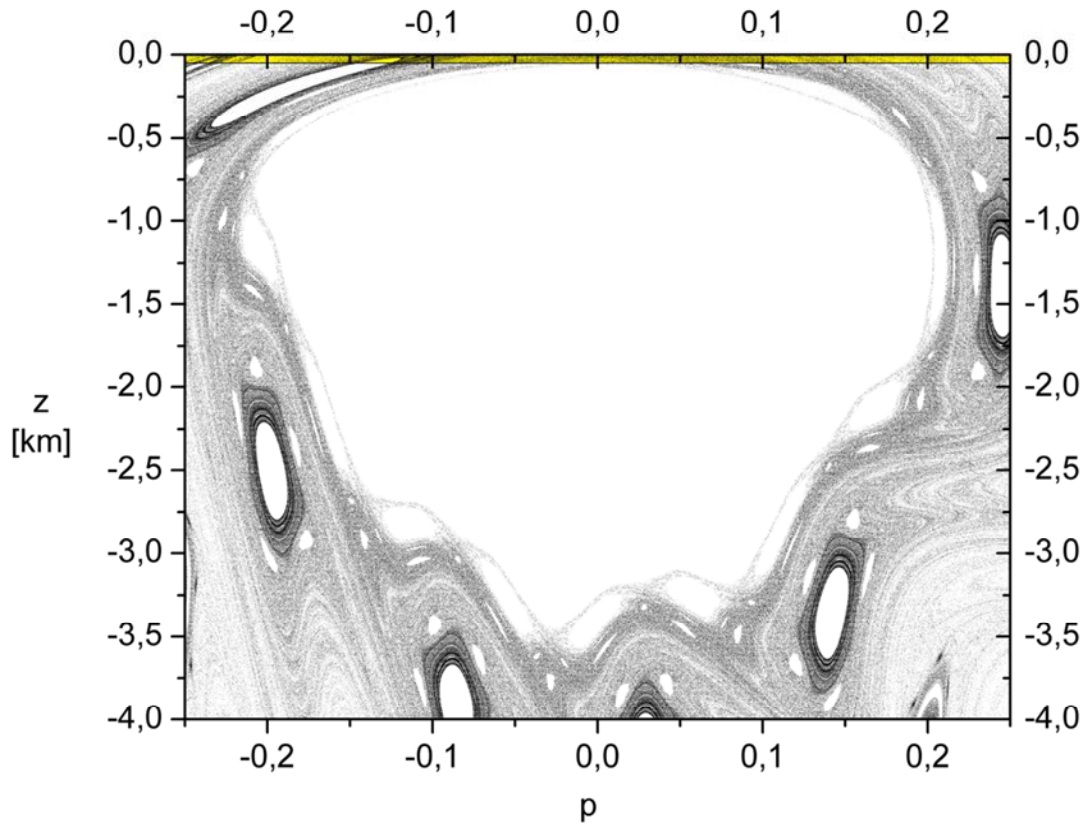


Figura 12

Figura 12 – Seção de Poincaré para o perfil Munk, onde as condições iniciais foram dadas com $p_i = -0,25$ à $p_f = 0,25$, e uma profundidade variável de $z_i = 0,0$ à $z_f = 0,020$ km que mesmo muito próxima da superfície do oceano, os raios de som se espalham até os limites das ilhas e toros invariantes, onde as trajetórias dos raios apresentam um fenômeno denominado “Stickiness”.

Desta forma o ruído (sons) produzido por navios, plataformas, entre outros tem uma barreira natural que é um toro invariante, impedindo o som de penetrar no interior do canal de som. Assim os sons que não são capturados pelo canal de som, não conseguem se propagar por distâncias muito longas, apenas pequenas distâncias, o que é bom para o meio ambiente.

Nos tópicos seguintes estudaremos variações nas perturbações, simulando condições adversas para o oceano.

4.2 O estudo de caos na propagação do raio de som em um guia de onda formado pelo perfil Munk, com duas perturbações periódicas uma ao longo da distância r e da profundidade z .

Aplicamos uma perturbação periódica onde temos dois termos para o seno, um dos senos dependente da distância r e o outro depende da profundidade z , dada pela equação (eq. 20):

$$\delta C(r, z) = \frac{\gamma C_0 z}{B} e^{\left(\frac{-2z}{B}\right)} \text{sen}\left(\frac{2\pi r}{\lambda_1}\right) \text{sen}\left(\frac{2\pi z}{\lambda_2}\right) \quad (\text{eq. 20}).$$

Feitas as alterações na Hamiltoniana, podemos integrar numericamente para construir o espaço de fase, com uma secção de Poincaré. Onde o objetivo deste estudo é verificar como cada parâmetro interfere na dinâmica dos raios de som. No oceano os raios de som atravessam regiões onde existem perturbações maiores e menores, assim como formatos diversos, justificando este estudo.

4.2.1 O estudo da variação da perturbação, parâmetro γ .

Observe que o parâmetro γ está sendo variado desde um valor de $\gamma = 0,001$ a um valor de $\gamma = 0,01$, enquanto que todos os outros parâmetros permanecem constantes com os seguintes valores $\epsilon = 0,0057$, $z_a = 1\text{km}$, $B = 1\text{km}$, $\lambda_1 = 10\text{km}$ e $\lambda_2 = 0,6\text{km}$.

Todos os detalhes relacionados à perturbação podem ser observados no apêndice D.

Nas figuras a seguir observamos a variação do parâmetro γ desde valores da ordem de $\gamma = 0,001$ até $\gamma = 0,01$.

No espaço de fase da figura 13 utilizamos um valor de $\gamma = 0,001$.

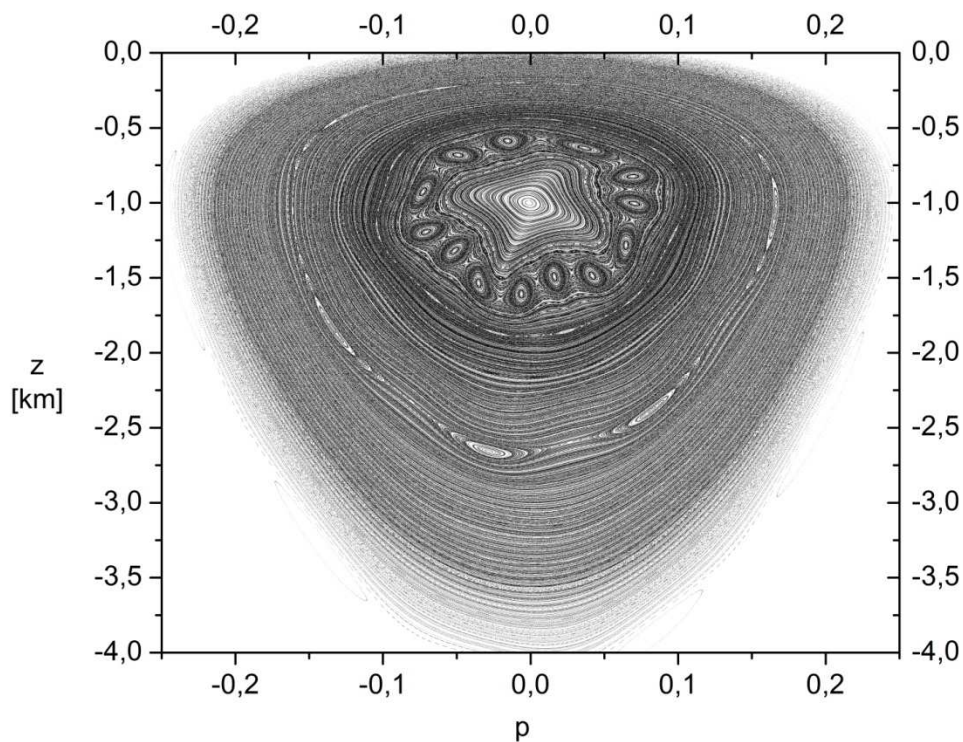


Figura 13

Figura 13 – Secção de Poincaré para o perfil Munk, com uma perturbação periódica, com dois termos para o seno, onde um dos senos depende da distância r e o outro depende da profundidade z . O valor do parâmetro $\gamma = 0,001$.

A figura 13 mostra o espaço de fase onde em sua parte central apresenta toros invariantes. Sons que são emitidos no interior dos toros invariantes ficam confinados em seu interior, pois funcionam como barreiras, impedindo que o raio de som escape desta região.

Com um distanciamento do centro do espaço de fases os toros invariantes vão sendo destruídos, aparecendo ilhas KAM de vários tamanhos. Neste caso isso ocorre por consequência do aumento da amplitude da perturbação, que simula pequenas refrações que ocorrem na dinâmica do raio de som no oceano.

O espaço de fase mostra que esta região intermediária apresenta uma estabilidade menor para a dinâmica do raio de som, em relação ao centro do espaço de fase. Raios de som emitidos nesta região intermediária, podem ser capturados por um destas ilhas KAM e tendem a ficar confinados nesta trajetória.

Na parte mais externa do espaço de fase da figura 14, ocorre a formação de ilhas KAM, cercada por toros invariantes, demonstrando uma estabilidade maior na dinâmica dos raios de som emitidos ou capturados por esta região do espaço de fase.

Nas regiões próximas a superfície ou do fundo do oceano, a perturbação tem um valor que se aproxima de zero. Isto pode ser observado na figura 2D do apêndice D e a dinâmica dos raios nestas regiões apresentam estabilidade.

No espaço de fase da figura 14 utilizamos um valor de $\gamma = 0,002$.

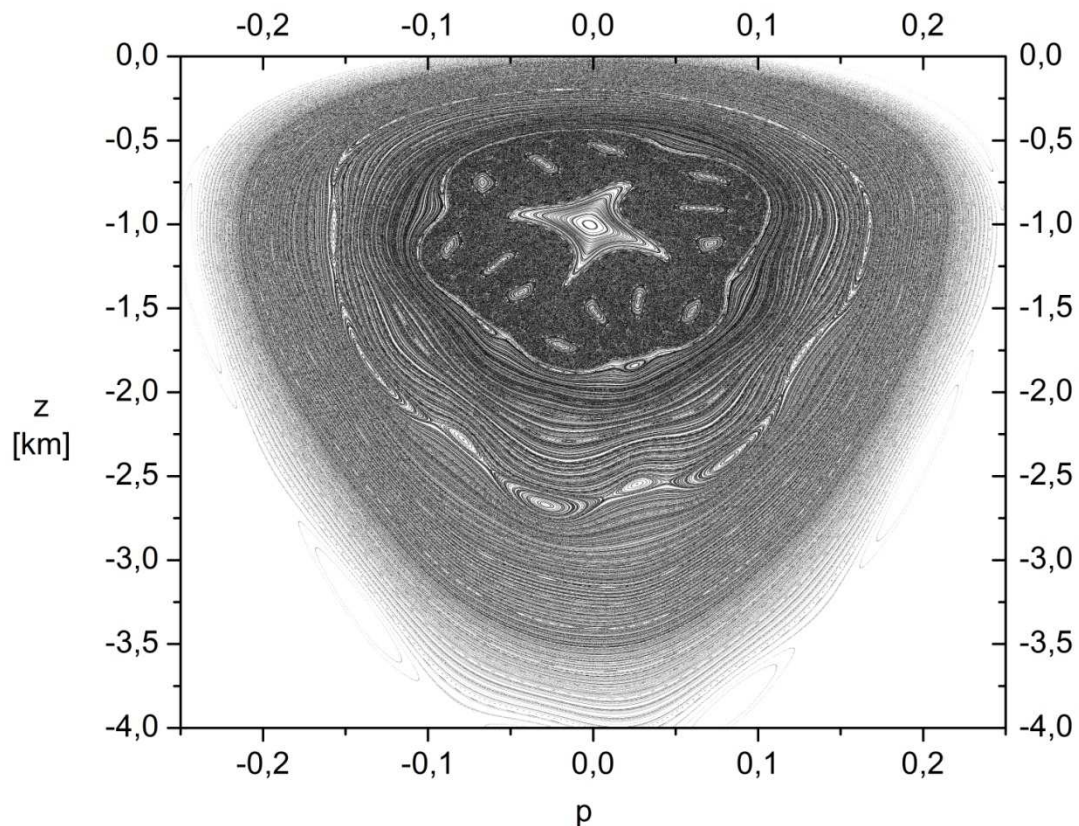


Figura 14

Figura 14 – Secção de Poincaré para o perfil Munk, com uma perturbação periódica, com dois termos para o seno, onde um dos senos depende da distância r e o outro depende da profundidade z . O valor do parâmetro $\gamma = 0,002$.

No espaço de fase da figura 14 apresenta em sua parte central toros invariantes, que ainda não foram destruídas devido ao aumento da amplitude da perturbação. Logo a sua volta forma-se um mar de caos com algumas ilhas KAM. O mar de caos esta confinado entre toros invariantes. Um raio de som pode se movimentar com grande liberdade por este mar de caos, apresentando uma trajetória caótica.

Na parte externa do espaço de fase ocorre uma região com uma estabilidade maior, formado quase que totalmente por toros invariantes. Mas nas regiões mais externas do espaço de fase, próximo da superfície e fundo do oceano a perturbação tem um valor pequeno e mesmo assim ocorre à formação de ilhas KAM, que são regiões que estão perdendo a estabilidade.

A figura 15 é construída com um valor de $\gamma = 0,003$.

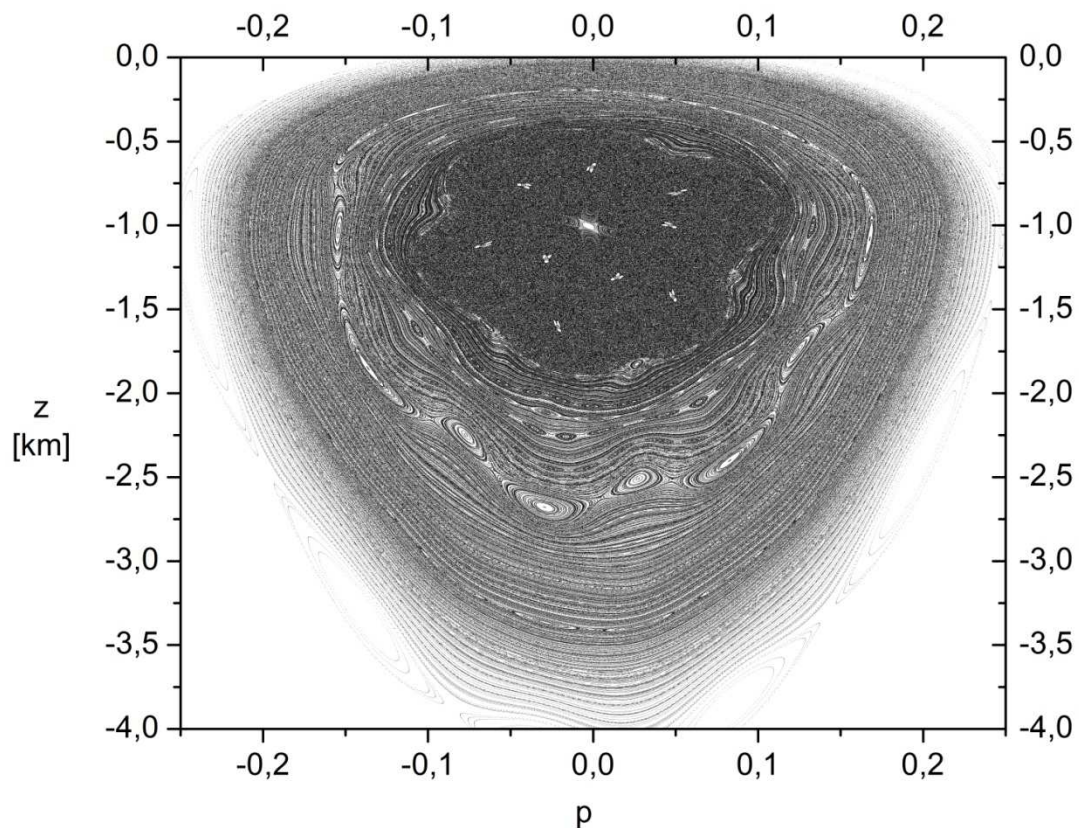


Figura 15

Figura 15 – Secção de Poincaré para o perfil Munk, com uma perturbação periódica, com dois termos para o seno, onde um dos senos depende da distância r e o outro depende da profundidade z . O valor do parâmetro $\gamma = 0,003$.

Com o aumento do parâmetro γ , a amplitude da perturbação se torna maior, as ilhas e toros invariantes que podiam ser observados no espaço de fase da figura 14, vão sendo destruídos provocando um aumento no mar de caos, o que pode ser observado no espaço de fase da figura 15. Uma pequena região no centro do espaço de fase, ainda apresenta toros invariantes e no interior do mar de caos umas poucas ilhas KAM ainda são preservadas.

Os raios de som têm uma liberdade grande em sua movimentação por todo o mar de caos. Muitos raios de som quando se aproximam dos toros invariantes que envolvem o mar de caos, acabam sofrendo um processo de aderência a esta curva, passando a se propagar por uma distância muito grande nesta região.

Observando os dois toros invariantes que envolvem o mar de caos, nota-se que estas apresentam uma quantidade maior de raios de som, em relação aos toros invariantes um pouco mais externos. Isso demonstra que um toro invariante se comporta como uma barreira, impedindo que os raios de som passem através dela.

Outro detalhe é o efeito “stickiness”, que faz com que um raio de som sinta uma aderência nas proximidades do toro invariante, passando a se propagar nesta região por uma longa distância. Isso explica o fato de o espaço de fase apresentar estes dois toros invariantes com um número maior de raios de som. O fato de serem dois toros invariantes e não um, se deve ao fato de ocorrer uma aproximação grande entre eles e assim pode haver uma mútua transferência de raios de som entre os toros invariantes.

Na parte intermediária do espaço de fase, os toros invariantes vão sendo destruídos pelo aumento da amplitude da perturbação, com a formação de ilhas KAM. Esta é a região que está deixando de ter uma estabilidade na dinâmica do raio de som, passando a ter uma instabilidade. Com o aumento de γ o mar de caos irá dominar esta região intermediária como pode ser visto na figura 16. Em sua parte externa do espaço de fase os toros invariantes dão estabilidade à dinâmica do raio de som.

A figura 16 é construída com um valor de $\gamma = 0,006$.

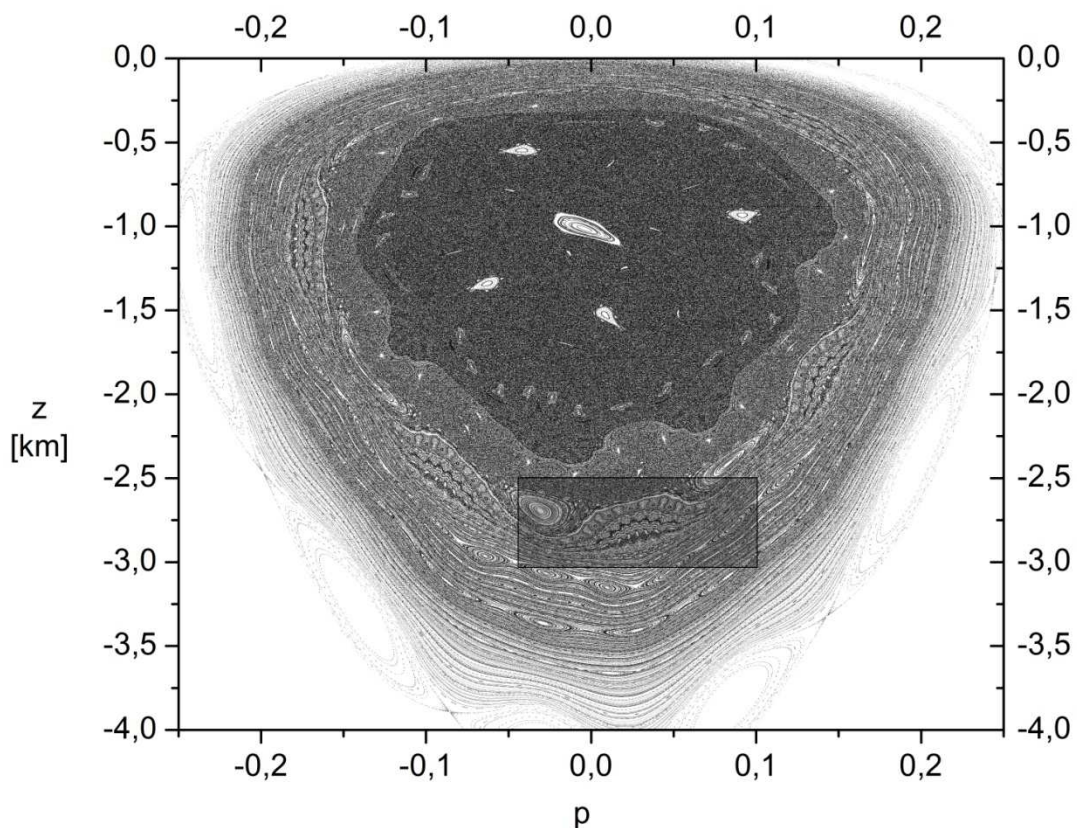


Figura 16

Figura 16 – Secção de Poincaré para o perfil Munk, com uma perturbação periódica, com dois termos para o seno, onde um dos senos depende da distância r e o outro depende da profundidade z . O valor do parâmetro $\gamma = 0,006$.

No centro do espaço de fase o mar de caos não evoluiu significativamente, demonstrando que o centro do canal de som possui uma estabilidade forte. Mas o mar de caos avançou em direção a parte externa do espaço de fase, devido ao aumento do parâmetro γ , que faz com que a amplitude da perturbação se torne maior.

Na região intermediária os toros invariantes vão sendo destruídos com a formação de ilhas KAM. Essa é a região onde está ocorrendo a transição entre caos e estabilidade na dinâmica do raio de som.

Na parte mais externa do espaço de fase ocorre a formação de toros invariantes, demonstrando ocorrer uma estabilidade na dinâmica do raio de som, mas observando a figura 5D no apêndice D, podemos notar que a perturbação tem um valor pequeno a esta profundidade.

Na figura 17 podemos observar uma ampliação do detalhe marcado na figura 16.



Figura 17

Figura 17 – Ampliação do detalhe da secção de Poincaré para o perfil Munk, com uma perturbação periódica, com dois termos para o seno, onde um dos senos depende da distância r e o outro depende da profundidade z . O valor do parâmetro $\gamma = 0,006$.

Na figura 17 podemos observar a formação de cadeias de ilhas KAM em ressonância, o que denota um fenômeno local não – twist. As ilhas KAM estão confinadas entre toros invariantes, com o aumento do parâmetro γ a ressonância entre as ilhas KAM se dará por completo com a formação de um toro invariante neste local do espaço de fase.

A figura 18 é construída com um valor de $\gamma = 0,01$.

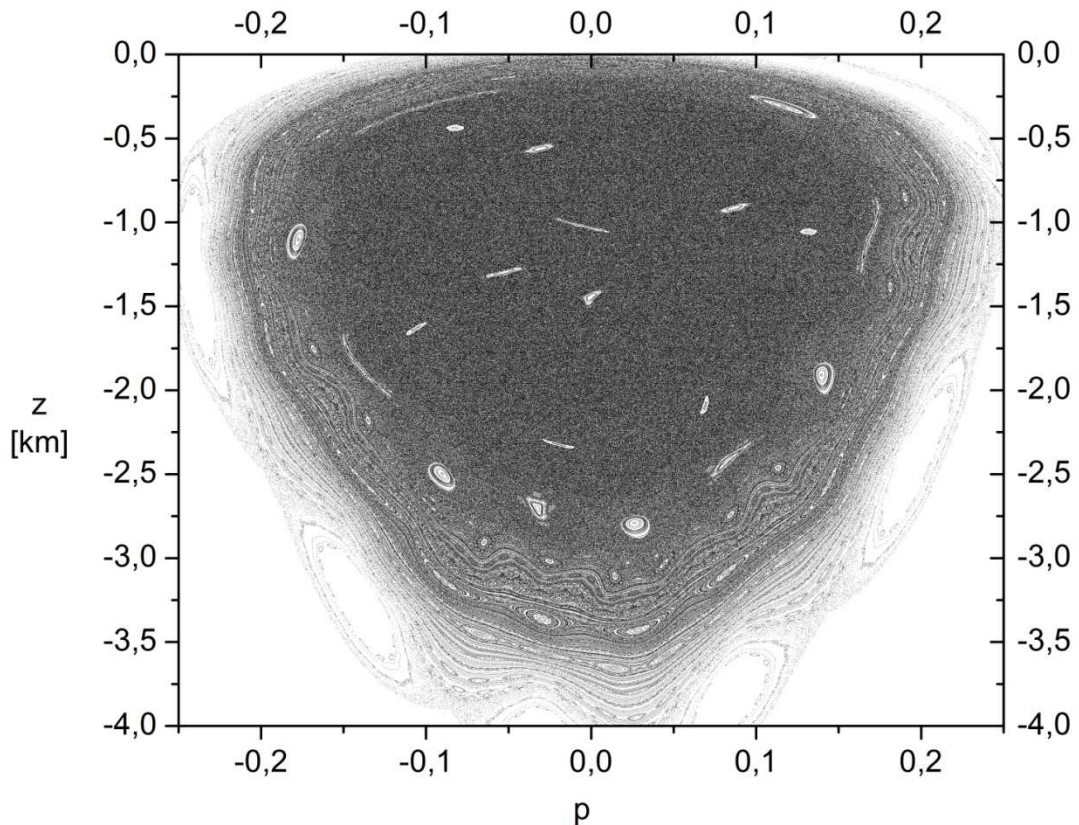


Figura 18

Figura 18 – Seção de Poincaré para o perfil Munk, com uma perturbação periódica, com dois termos para o seno, onde um dos senos depende da distância r e o outro depende da profundidade z . O valor do parâmetro $\gamma = 0,01$.

A figura 18 apresenta uma evolução do mar de caos no centro do espaço de fase. Isso ocorre devido ao aumento do parâmetro γ .

Os toros invariantes funcionam como barreiras impedindo que raios de som que estão no mar de caos, passem a se propagar por outras regiões do espaço de fase. Na parte externa do espaço de fase os toros invariantes vão sendo destruídos dando origem a ilhas KAM. Podemos notar que o aumento do parâmetro γ , produz o aparecimento do mar de caos no centro do espaço de fase em direção as bordas. Assim ocorre uma mudança na dinâmica do raio de som, quando analisamos a figura 11 em relação à figura 18.

O valor para o parâmetro γ é o mesmo, a diferença consiste na introdução de um seno dependente da profundidade z na perturbação do espaço de fase da figura 18. Agora no espaço de fase da figura 11, essa perturbação não existe. As diferenças nas perturbações podem ser vistas nas equações (eq. 20) em relação à (eq. 15). As diferenças entre as perturbações podem ser analisadas nas figuras 1D e 6D do apêndice D.

A mudança mais aparente é o fato de na figura 11 o mar de caos aparecer nas bordas externas do espaço de fase, distante do centro do canal de som. No caso da figura 18 o mar de caos aparece no centro do espaço de fase, bem próximo ao centro do canal de som.

Com o aumento do parâmetro γ na equação (eq. 15) o mar de caos aumenta de fora para dentro no espaço de fase da figura 11, enquanto que com o aumento do parâmetro γ na equação (eq. 20), o mar de caos aumenta do centro para fora no espaço de fase da figura 18.

4.2.2 O estudo da variação do comprimento de onda λ_2 da perturbação no eixo z.

Um segundo caso que está sendo estudado é a variação do comprimento de onda λ_2 , do seno dependente da profundidade z.

Todos estes parâmetros permanecem constantes com os seguintes valores $\epsilon = 0,0057$, $z_a = 1\text{km}$, $B = 1\text{km}$, $\gamma = 0,002$ e $\lambda_1 = 10\text{km}$.

O comprimento de onda λ_2 começa com valores da ordem de $\lambda_2 = 0,1$ até $\lambda_2 = 0,9$ e os resultados podem ser observados nas figuras a seguir.

Todos os detalhes relacionados à perturbação podem ser observados no apêndice D.

O espaço de fase da figura 19 é construído com um valor de $\lambda_2 = 0,1\text{km}$.

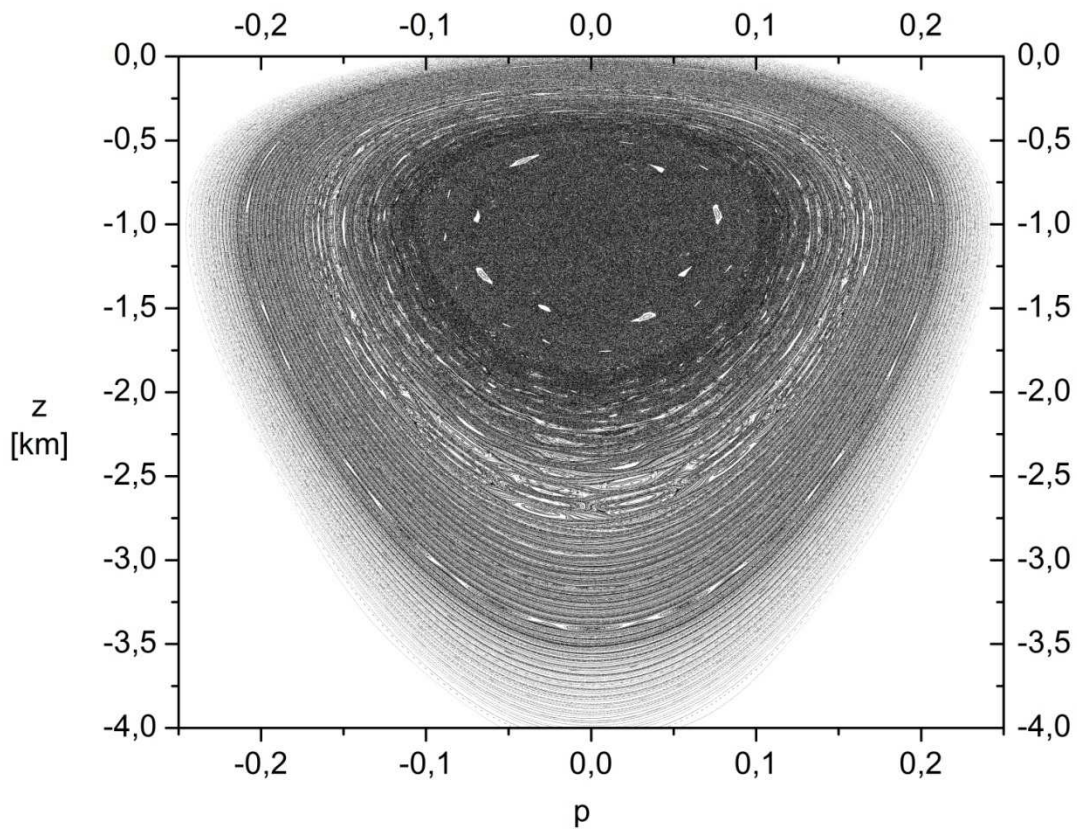


Figura 19

Figura 19 – Seção de Poincaré para o perfil Munk, com uma perturbação periódica, com dois termos para o seno, onde um dos senos depende da distância r e o outro depende da profundidade z. O valor do parâmetro $\lambda_2 = 0,1\text{km}$.

Na figura 19 começamos com um estudo de como o parâmetro λ_2 , afeta a dinâmica do raio de som.

Podemos observar que no centro do espaço de fase temos um mar de caos, que aumenta em direção a parte externa, quando o comprimento de onda λ_2 se torna maior. Notamos que os toros invariantes que se encontram na área de transição do espaço de fase, estão sendo destruídas pela perturbação. Assim vão se formando ilhas KAM e mar de caos nas regiões intermediária entre os toros invariantes.

No centro do canal de som esta ocorrendo perda de estabilidade na dinâmica do raio de som. Mas isso ocorre devido ao tipo de perturbação que esta sendo aplicada, que é mais intensa no centro do canal do som, devido à elevada frequência de oscilações.

As características da perturbação que estão sendo aplicadas podem ser observadas na figura 7D – A no apêndice D.

Na parte mais externa do espaço de fase temos a formação de toros invariantes, que proporcionam estabilidade na dinâmica do raio de som. Podemos notar que a perturbação em uma profundidade maior diminui sua amplitude, tornando menor a intensidade da perturbação.

O espaço de fase da figura 20 é construído com um valor de $\lambda_2 = 0,5km$.

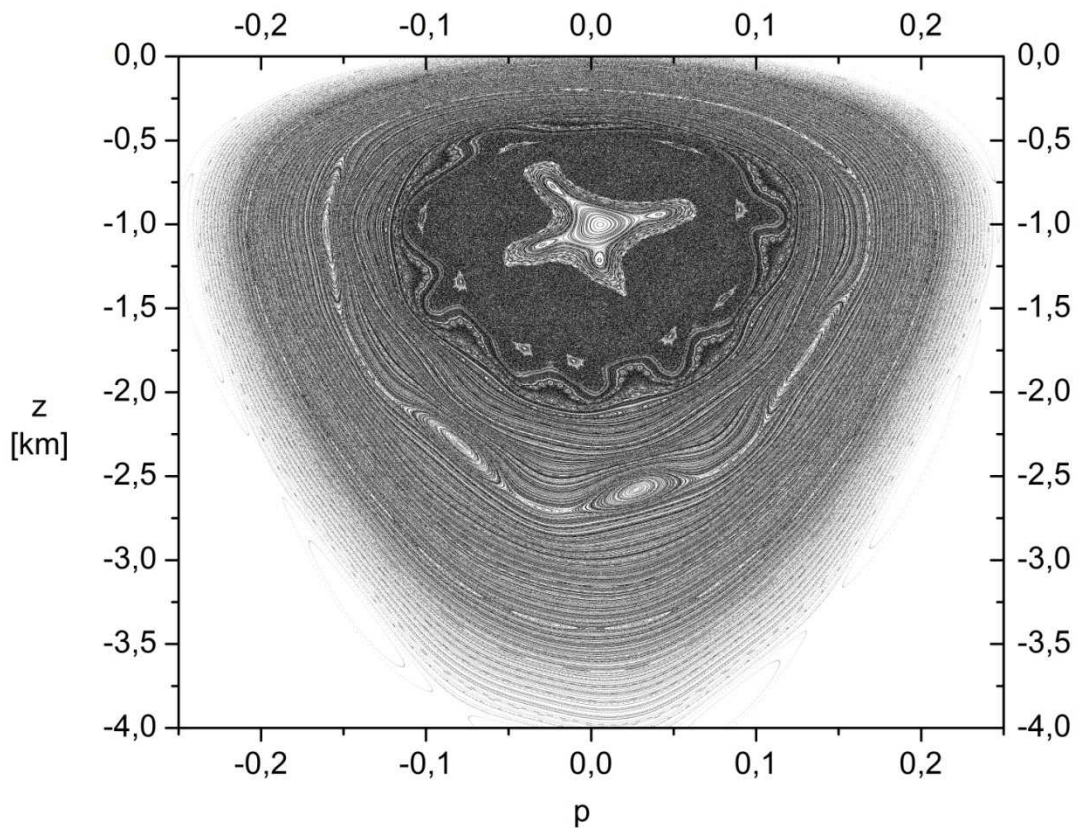


Figura 20

Figura 20 – Seção de Poincaré para o perfil Munk, com uma perturbação periódica, com dois termos para o seno, onde um dos senos depende da distância r e o outro depende da profundidade z . O valor do parâmetro $\lambda_2 = 0,5km$.

No espaço de fase da figura 20, podemos observar que o mar de caos teve uma redução em seu tamanho. Isso ocorre devido ao aumento do comprimento de onda λ_2 , que diminui a frequência de oscilações, conseqüentemente reduzindo a intensidade da perturbação.

Agora aparece no centro do espaço de fase, que representa a parte central do canal de som, uma região com uma grande estabilidade na dinâmica do raio de som, ou seja, a formação de toros invariantes e uma cadeia de quatro ilhas KAM.

Raios de sons que são emitidos no interior das ilhas KAM ou nos toros invariantes que aparecem no centro do canal de som, ficam confinados dentro das ilhas KAM ou nos toros invariantes. Esses raios de som possuem uma grande estabilidade em sua dinâmica.

Na parte mais externa desta região do espaço de fase, aparece um mar de caos, onde os raios de som apresentam uma liberdade de se propagarem por qualquer parte do mar de caos, possuindo uma trajetória caótica. Em seu interior temos a formação de ilhas KAM. Raios de som emitidos dentro de uma dessas ilhas KAM se propagam por todas as ilhas KAM, desde que façam parte da mesma cadeia de ilhas KAM. Podemos observar a presença de toros invariantes que impendem o escape de raios de som da região de mar de caos.

Observando a figura 8D – A do apêndice D, notamos que a perturbação a partir dos 2km de profundidade tem uma diminuição, como conseqüência o espaço de fase apresenta uma região de estabilidade para a dinâmica do raio de som, formada por ilhas KAM e toros invariantes.

O espaço de fase da figura 21 é construído com um valor de $\lambda_2 = 0,9km$.

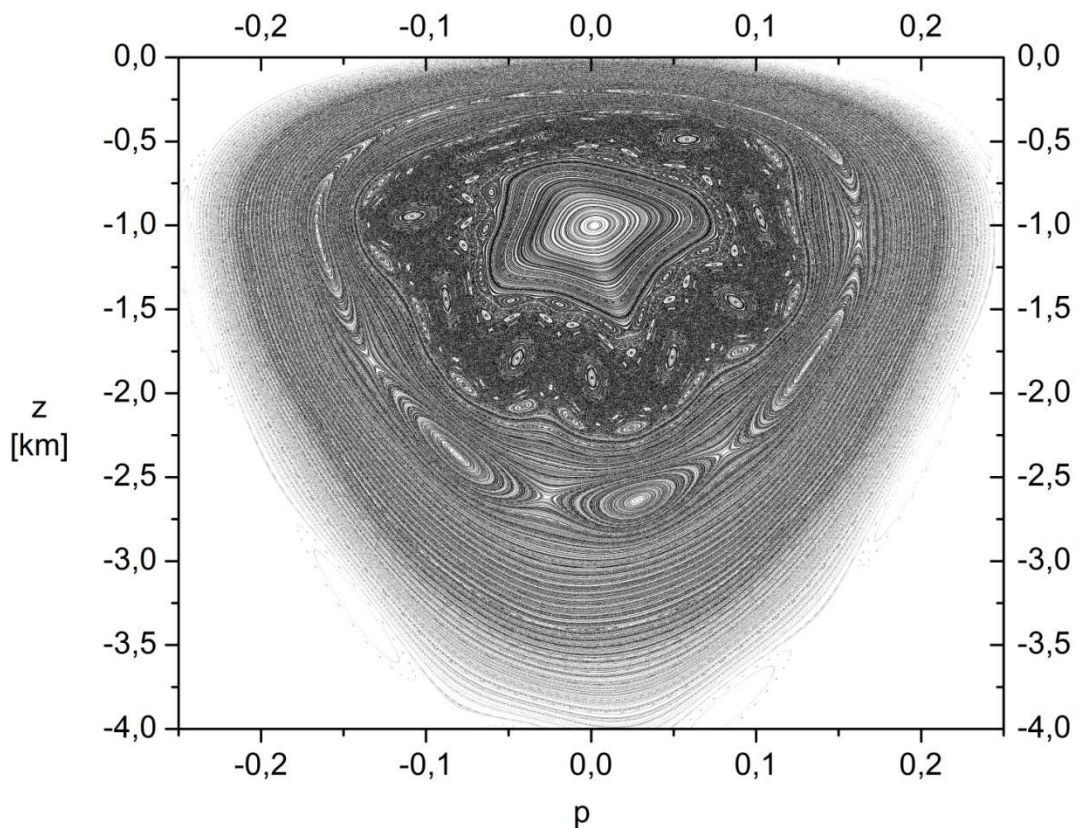


Figura 21

Figura 21 – Seção de Poincaré para o perfil Munk, com uma perturbação periódica, com dois termos para o seno, onde um dos senos depende da distância r e o outro depende da profundidade z . O valor do parâmetro $\lambda_2 = 0,9km$.

Na figura 21 notamos que os toros invariantes no centro do espaço de fase ocupam uma região maior. O mar de caos vai dando lugar a formação de ilhas KAM, o que caracteriza que o aumento do comprimento de onda λ_2 , torna o espaço de fase mais estável na dinâmica do raio de som. Ilhas KAM e toros invariantes dominam a parte mais externa do espaço de fase.

Ao longo do estudo da variação do parâmetro λ_2 , o aumento do comprimento de onda λ_2 , causa uma perda de estabilidade da região mais interna do espaço de fase em direção a região intermediária. Com aumentos sucessivos no comprimento de onda λ_2 , torna a dinâmica dos raios de som mais estáveis.

4.2.3 O estudo da variação do comprimento de onda λ_1 da perturbação no eixo r .

Um terceiro caso a ser estudado é a variação do comprimento de onda λ_1 , do seno dependente da distância r .

Todos estes parâmetros permanecem constantes com os seguintes valores $\epsilon = 0,0057$, $z_a = 1\text{km}$, $B = 1\text{km}$, $\gamma = 0,002$ e $\lambda_2 = 0,6\text{km}$. O comprimento de onda λ_1 da perturbação ao longo do eixo r é o parâmetro a ser variado, começando com valores da ordem de $\lambda_1 = 2\text{km}$ até $\lambda_2 = 15\text{km}$ e os resultados podem ser observados nas figuras a seguir.

Todos os detalhes relacionados à perturbação podem ser observados no apêndice D.

O espaço de fase da figura 22 é construído com um valor de $\lambda_1 = 2\text{km}$.

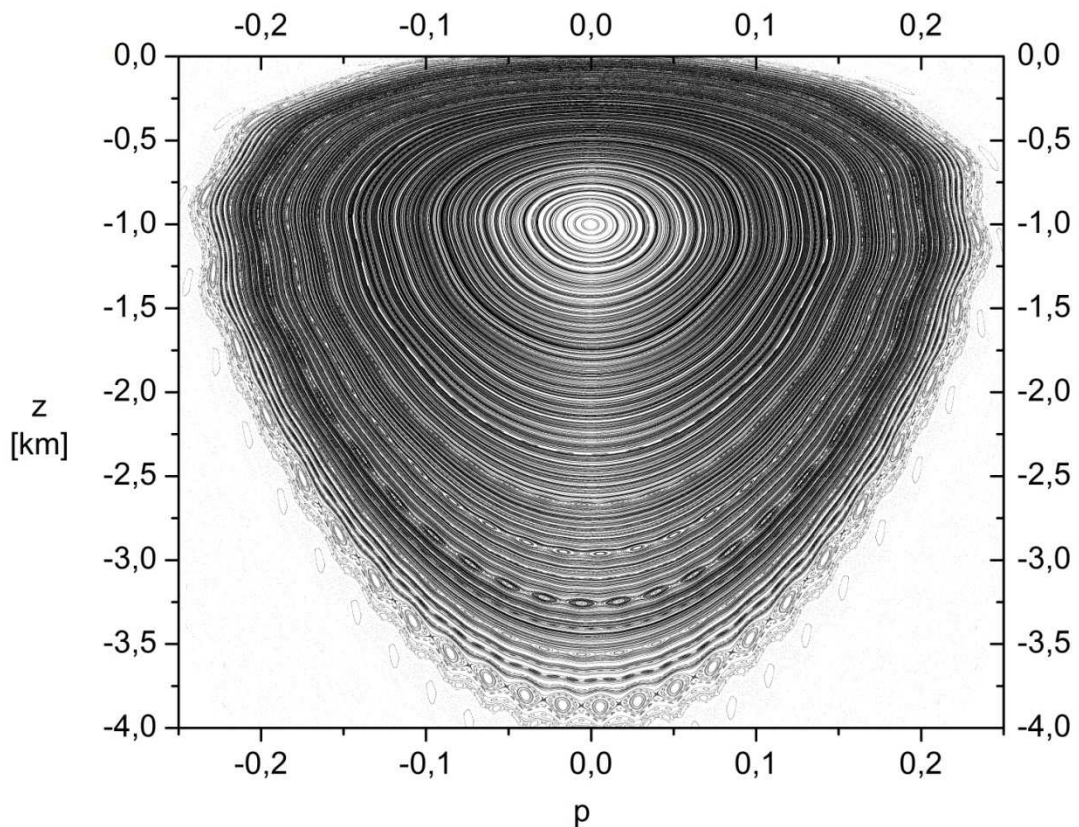


Figura 22

Figura 22 – Seção de Poincaré para o perfil Munk, com uma perturbação periódica, com dois termos para o seno, onde um dos senos depende da distância r e o outro depende da profundidade z . O valor do parâmetro $\lambda_1 = 2\text{km}$.

A figura 22 apresenta um espaço de fase dominado por toros invariantes, mesmo com uma perturbação que possui uma frequência intensa ao longo do eixo r .

Na parte mais externa do espaço de fase temos a formação de ilhas KAM, mostrando que esta região apresenta uma estabilidade inferior em relação ao centro do espaço de fase, quando aplicamos este tipo específico de perturbação.

O espaço de fase da figura 23 é construído com um valor de $\lambda_1 = 3\text{km}$.

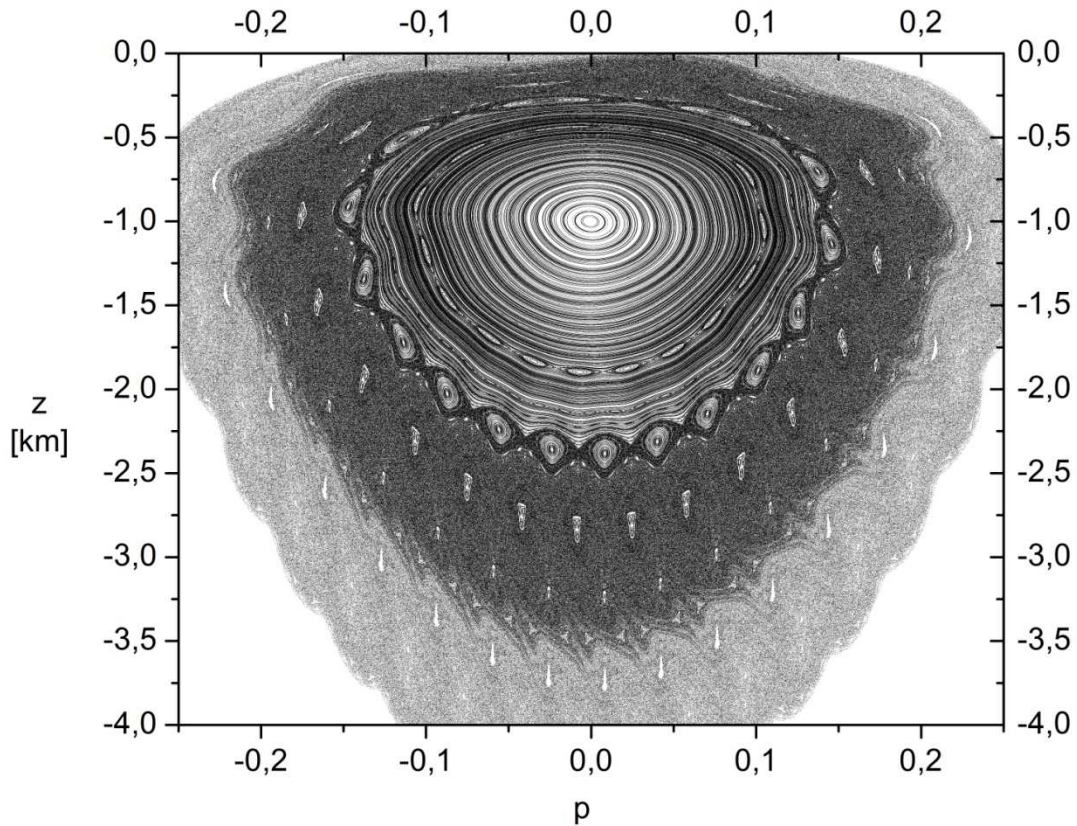


Figura 23

Figura 23 – Seção de Poincaré para o perfil Munk, com uma perturbação periódica, com dois termos para o seno, onde um dos senos depende da distância r e o outro depende da profundidade z . O valor do parâmetro $\lambda_1 = 3\text{km}$.

O espaço de fase da figura 23 tem uma mudança grande em relação ao espaço de fase da figura 22, embora aparentemente não ocorra uma grande alteração nas características da perturbação. Comparar as figuras 11D – B em relação a 12D – B, poderá notar que ocorre uma mudança na frequência de oscilações em relação ao eixo r .

Agora na parte mais externa do espaço de fase temos a formação de um mar de caos confinado entre toros invariantes que funcionam como barreiras, impedindo que os raios de som escapem destas regiões. Dentro do mar de caos há várias cadeias de ilhas KAM, onde o raio de som que for confinado em uma destas ilhas KAM, irá se propagar por todas as ilhas KAM que compõem a mesma cadeia.

Na parte interna do espaço de fase, apenas toros invariantes caracterizando que o centro do canal de som não perde estabilidade na dinâmica do raio de som, devido a este tipo específico de perturbação.

O espaço de fase da figura 24 é construído com um valor de $\lambda_1 = 8\text{km}$.

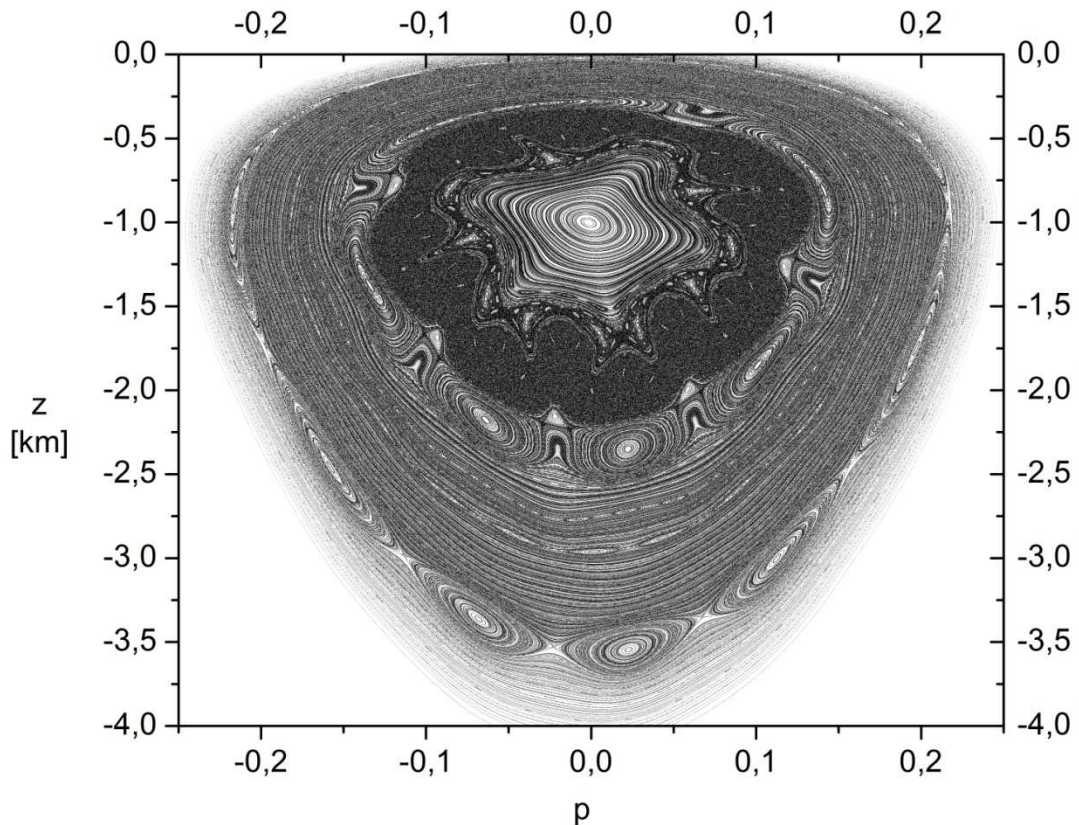


Figura 24

Figura 24 – Secção de Poincaré para o perfil Munk, com uma perturbação periódica, com dois termos para o seno, onde um dos senos depende da distância r e o outro depende da profundidade z . O valor do parâmetro $\lambda_1 = 8\text{km}$.

Com o aumento do comprimento de onda λ_1 , a frequência de oscilações diminui, o que pode ser observado na figura 12D – B do apêndice D.

Podemos notar uma mudança significativa no espaço de fase da figura 24. Na região mais externa observamos a formação de ilhas KAM e toros invariantes, caracterizando ser uma região com estabilidade na dinâmica do raio de som.

Enquanto que na parte intermediária do espaço de fase o raio de som perde estabilidade em sua dinâmica. Ocorre a formação de um mar de caos confinado entre dois toros invariantes que funcionam como barreiras, impedindo que raios de som que estão no mar de caos passem para outras regiões. Nesta região os raios de som se movimentam por todo o mar de caos, tornando a dinâmica do raio caótica.

Na parte central do espaço de fase ocorre a formação de ilhas KAM e toros invariantes, caracterizando o centro do canal de som com estabilidade na dinâmica do raio de som.

O espaço de fase da figura 25 é construído com um valor de $\lambda_1 = 15\text{km}$.

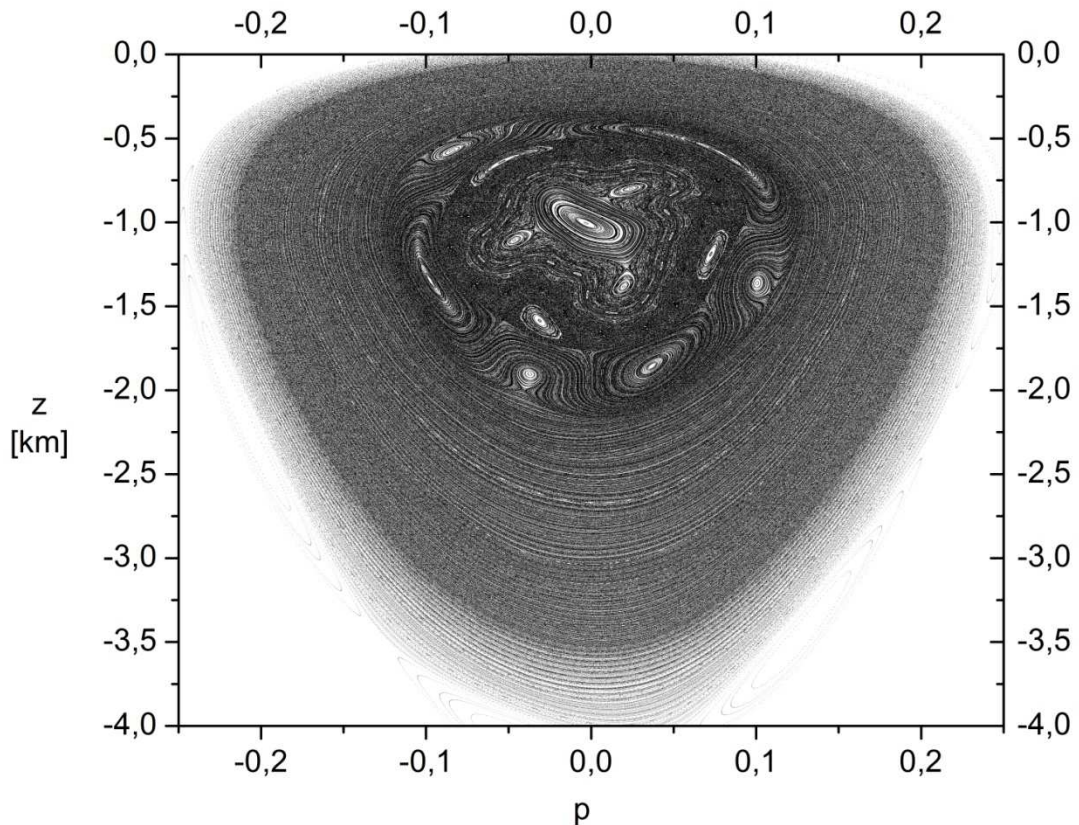


Figura 25

Figura 25 – Secção de Poincaré para o perfil Munk, com uma perturbação periódica, com dois termos para o seno, onde um dos senos depende da distância r e o outro depende da profundidade z . O valor do parâmetro $\lambda_1 = 15\text{km}$.

O espaço de fase da figura 25 apresenta em sua região mais externa apenas toros invariantes, caracterizando esta região como estável para a dinâmica do raio de som. Este tipo específico de perturbação, não afeta significativamente a dinâmica do raio de som na parte externa do espaço de fase.

Note que ocorreu um aumento da região com toros invariantes no espaço de fase da figura 25, em relação ao espaço de fase da figura 24. Isso demonstra que a diminuição da frequência de oscilações ao longo do eixo r , torna o espaço de fase com uma dinâmica mais estável em sua parte externa.

Na parte intermediária do espaço de fase, temos a formação de ilhas KAM, com o mar de caos confinado entre toros invariantes. No interior do mar de caos temos a formação de ilhas KAM. O espaço de fase em sua parte central tem uma região de transição, entre as ilhas KAM e os toros invariantes.

Ao longo do estudo da variação do parâmetro λ_1 , o aumento do comprimento de onda λ_1 , causa uma perda de estabilidade da região mais externa do espaço de fase em direção a região mais interna.

5 O ESTUDO DE CAOS NO PERFIL K EXPONENCIAL

5.1 O estudo de caos na propagação do raio de som, em um guia de onda formado pelo perfil K exponencial

Foi proposto por D. V. Makarov, M. Yu. Uleysky e S. V. Prants o perfil biexponencial, que é uma aproximação e simplificação do perfil Munk. Os detalhes do perfil biexponencial podem ser vistos no apêndice B.

Devido à importância do perfil na dinâmica dos raios e os fatores envolvidos na formação do canal de som, neste trabalho tivemos como foco principal experimentar uma mudança na forma do perfil biexponencial e em seu conceito.

O perfil biexponencial foi modificado para um perfil com um expoente K , mais geral, onde é possível ver a dinâmica dos raios de som para uma vasta região do oceano. Devido à variabilidade de condições envolvidas na temperatura, salinidade e pressão hidrostática, essa parece ser uma condição mais realista.

A equação (eq. 2) é generalizada em seu expoente, sendo escrita da seguinte forma:

$$C(z) = C_0 \left(1 + \frac{b^2}{2} (e^{-az} - \xi)^K \right) \quad (\text{eq. 21})$$

O expoente K é definido como a razão de dois números inteiros, a fim de evitar problemas na integração da derivada da Hamiltoniana, pois sempre que um expoente par fosse formado haveria a possibilidade de termos a raiz par de um número negativo o que geraria uma inconsistência matemática. Os detalhes do expoente K podem ser observados no apêndice C.

Definindo o expoente K :

$$K = \frac{x}{y} \quad (\text{eq. 22})$$

Onde x e y são números inteiros, variando o expoente K podemos construir vários gráficos para o perfil K exponencial utilizando a equação (eq. 21).

Os gráficos são construídos com os seguintes valores para os parâmetros: $C_0 = 1,50 \text{ km/s}$, $a = 0,5 \text{ km}^{-1}$, $b = 0,557$ e $\xi = 0,6065$. Iremos estudar variações nos valores do expoente K . As variações sendo entre $K = 1,5$ até $K = 3,0$ e podemos observar nas figuras abaixo.

A figura 26 apresenta o perfil K exponencial, com um valor para o expoente $K = 1,50$.

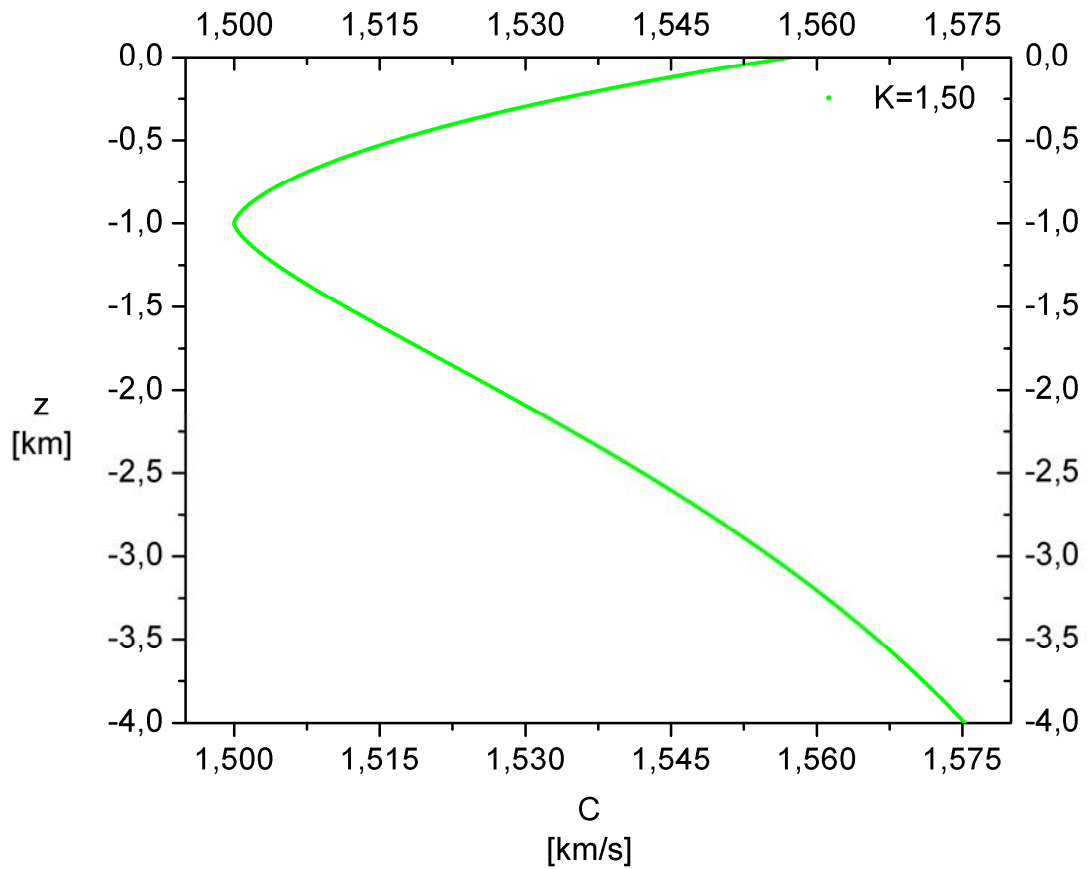


Figura 26

Figura 26 – Gráfico do perfil K exponencial construído com a equação (eq. 21), utilizando $K = 1,50$.

O perfil K exponencial da figura 26 tem uma concavidade fechada, assim o perfil possui uma aproximação para regiões onde o oceano apresenta uma temperatura mais elevada para a água. Isso em geral ocorre em regiões tropicais. No estudo de propagação de raios de som a longas distâncias, o perfil do canal de som tem uma importância fundamental na dinâmica do raio de som.

A figura 27 apresenta o perfil K exponencial, com um valor para o expoente $K = 2,0$.

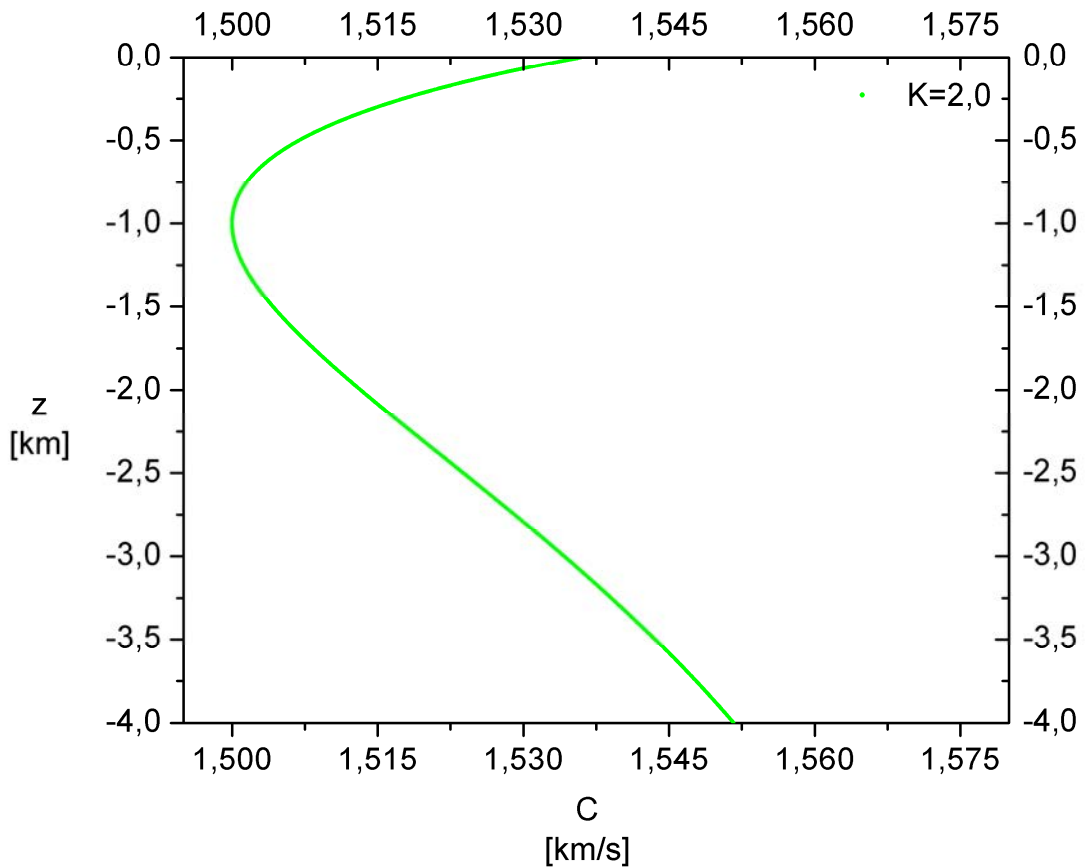


Figura 27

Figura 27 – Gráfico do perfil K exponencial construído com a equação (eq. 21), utilizando $K = 2,0$.

Com esta mudança a concavidade do perfil se torna maior e podemos simular a propagação dos raios de som a grandes distâncias, utilizando um perfil mais realista para o canal de som.

Uma abertura maior para o canal de som pode ser utilizadas em regiões onde a temperatura das águas do oceano se torna um pouco mais frias em relação às regiões tropicais. Quando nos afastamos dos trópicos, onde as águas do oceano em geral são mais quentes, possivelmente este ajuste se torna necessário para obtermos uma aproximação maior em relação às condições encontradas no oceano. Os efeitos das estações do ano também são de fundamental importância.

Na figura 4 podemos observar o fenômeno do “El Niño”, enquanto que na figura 5 o fenômeno do “La Niña” e é possível perceber como esses fenômenos alteram o perfil do canal do som quando ocorrem.

A figura 28 apresenta o perfil K exponencial, com um valor para o expoente $K = 3,0$.

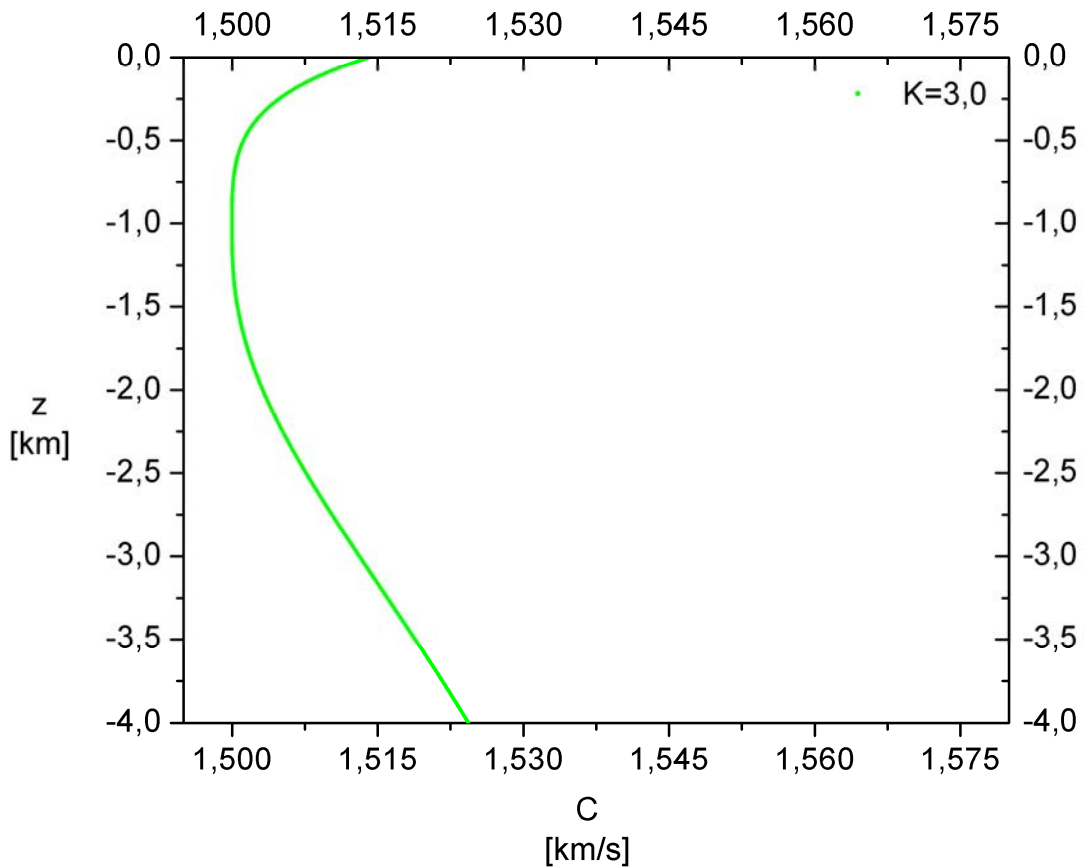
**Figura 28**

Figura 28 – Gráfico do perfil K exponencial construído com a equação (eq. 21), utilizando $K = 3,0$.

A figura 28 mostra o perfil K exponencial com uma concavidade mais aberta. Podemos utilizar este tipo de ajuste para regiões do oceano onde a temperatura das águas nas camadas superiores não apresentam grandes diferenças em relação às águas mais profundas do oceano. No caso da salinidade a evaporação das águas do oceano e o derretimento de geleiras alteram significativamente sua concentração, isso faz com que seu ajuste ocorra em períodos e regiões específicas do oceano. A velocidade do som no oceano aumenta diretamente proporcional a pressão hidrostática, assim quanto maior a profundidade maior será a velocidade do som.

Para o estudo da dinâmica do raio para o perfil K exponencial, introduzimos uma perturbação periódica, com um seno dependente da distancia r e outro dependente da profundidade z . Conforme a equação (eq. 20).

$$\delta C(r, z) = \frac{\gamma C_0 z}{B} e^{\left(\frac{-z}{B}\right)} \text{sen}\left(\frac{2\pi r}{\lambda_1}\right) \text{sen}\left(\frac{2\pi z}{\lambda_2}\right) \quad (\text{eq. 20})$$

A Hamiltoniana do sistema pode ser escrita:

$$H(r, p, z) = \frac{p^2}{2} + \frac{b^2}{2} (e^{-az} - \xi)^K + \frac{\gamma z}{B} e^{\left(\frac{-z}{B}\right)} \text{sen}\left(\frac{2\pi r}{\lambda_1}\right) \text{sen}\left(\frac{2\pi z}{\lambda_2}\right) \quad (\text{eq. 23})$$

Podemos integrar numericamente as equações, utilizando o método de Runge-Kutta para representar as trajetórias dos raios de som em uma secção de Poincaré, utilizando os seguintes valores $a = 0.5\text{km}^{-1}$, $b = 0.557$, $\gamma = 0,001$, $\xi = 0.6065$, $B = 1\text{km}$, $\lambda_1 = 10\text{km}$ e $\lambda_2 = 0,6\text{km}$. Todos esses valores são constantes.

Na figura 29 temos a secção de Poincaré para o perfil K exponencial, com um valor para o expoente $K = 1,5$.

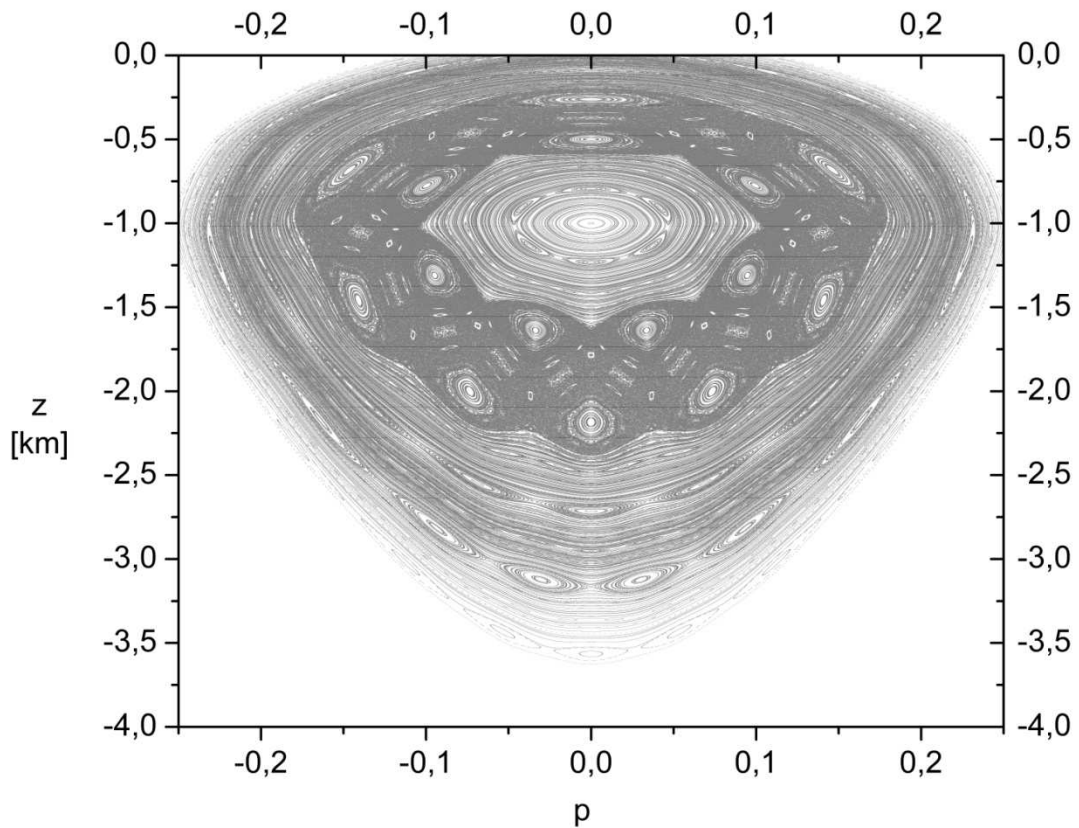


Figura 29

Figura 29 – Secção de Poincaré para o perfil K exponencial com $K = 1,50$.

O espaço de fase da figura 29 apresenta em sua parte central toros invariantes, duas cadeias de ilhas KAM. Isso demonstra que ocorre uma estabilidade na dinâmica do raio no centro do canal de som.

Na região intermediária do espaço de fase temos a formação de um mar de caos confinados entre toros invariantes, que impedem que raios de som que se propaguem por esta região, escape para outras regiões do espaço de fase. No interior do mar de caos temos a formação de duas cadeias de ilhas KAM maiores e várias outras com dimensões menores. Os raios de som confinados no mar de caos se propagam em trajetórias caóticas e os raios de som que se propagam nas ilhas KAM no interior do mar de caos possuem uma trajetória regular.

Na parte mais externa do espaço de fase temos a formação de toros invariantes e ilhas KAM, o que caracteriza trajetórias regulares para os raios de som.

Na figura 30 temos a secção de Poincaré para o perfil K exponencial, com um valor para o expoente $K = 2,0$.

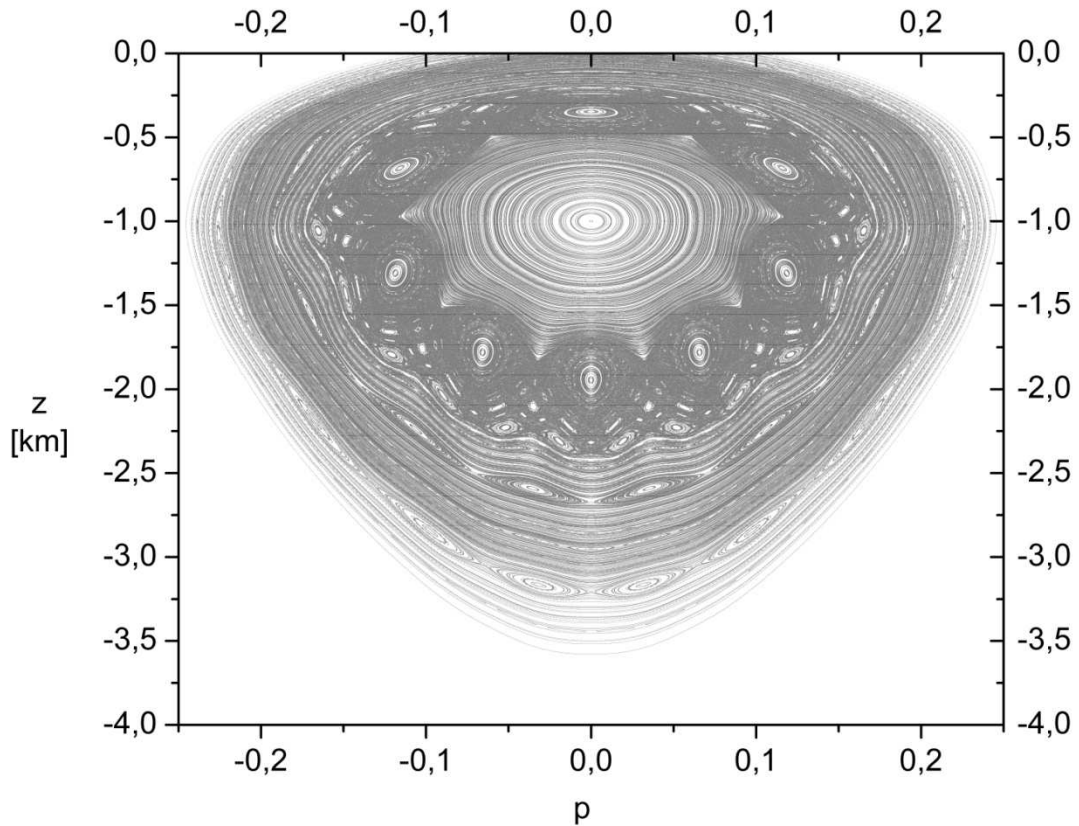


Figura 30

Figura 30 – Secção de Poincaré para o perfil K exponencial com $K = 2,0$.

Na figura 30 o espaço de fase mostra que com o aumento do expoente K , os toros invariantes passaram a ocupar uma região maior no centro espaço de fase. A cadeia com sete ilhas KAM foi destruída, dando origem a toros invariantes. O mar de caos ocupa uma região mais externa no espaço de fase em relação ao que ocorre na figura 29. Toros invariantes confinam o mar de caos e em seu interior, temos a formação de uma cadeia com oito ilhas KAM.

Na região mais externa ao mar de caos, ocorre uma transição na estabilidade da dinâmica do raio de som. O mar de caos avança em direção a parte externa do espaço de fase, com a destruição de toros invariantes e ilhas KAM.

A parte externa do espaço de fase apresenta a formação de ilhas KAM e toros invariantes, o que caracteriza uma estabilidade na dinâmica do raio de som, mesmo distante do centro do canal de som.

Na figura 31 temos a secção de Poincaré para o perfil K exponencial, com um valor para o expoente $K = 2,25$.

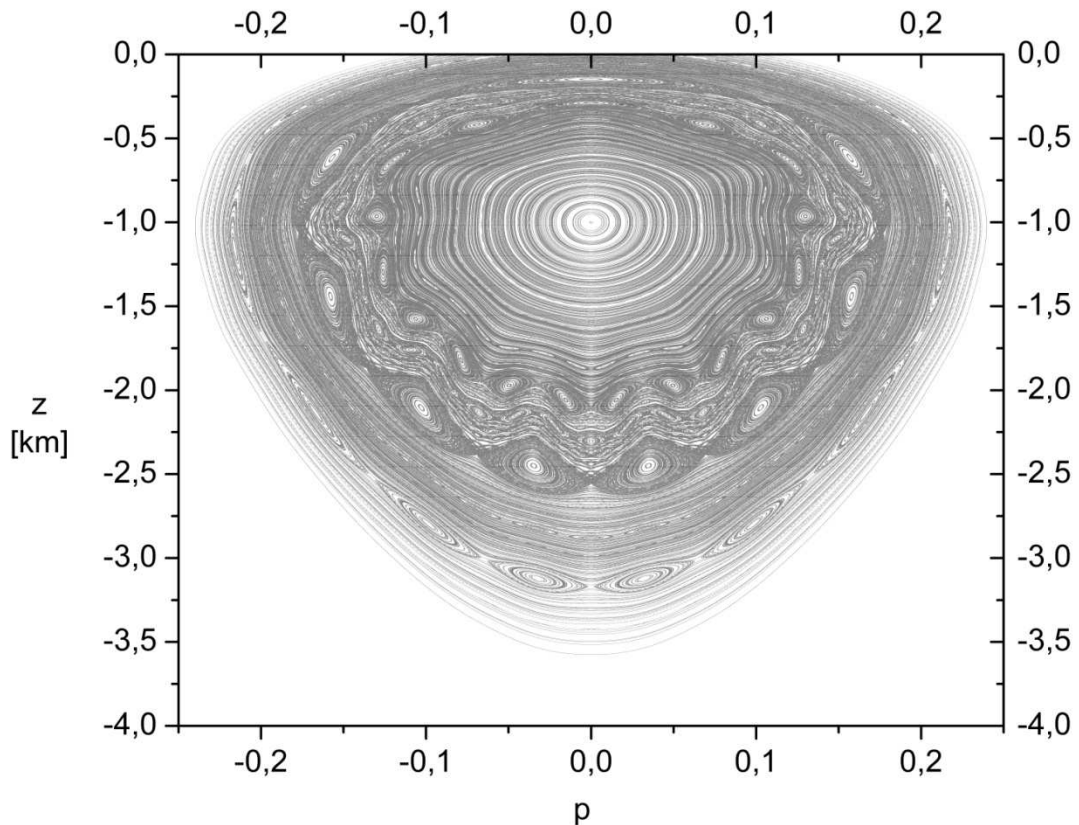


Figura 31

Figura 31 – Secção de Poincaré para o perfil K exponencial com $K = 2,250$.

No caso da figura 31 o espaço de fase apresenta em sua região interna toros invariantes, na parte externa do espaço de fase, uma cadeia de ilhas KAM e toros invariantes, o que caracteriza trajetórias regulares para a dinâmica do raio de som.

Enquanto que na parte intermediária do espaço de fase, onde ocorria a formação de um mar de caos, com a evolução do expoente $K = 2,25$, temos uma mudança importante. Agora não temos mais a formação de um mar de caos, poucas trajetórias caóticas ainda existem confinadas entre toros invariantes e as proximidades de ilhas KAM.

Ainda na parte intermediária do espaço de fase temos a formação de uma cadeia com nove ilhas KAM e em sua parte externa temos a formação de uns poucos toros invariantes que ocupam uma parte expressiva do espaço de fase. Muitas trajetórias de raios de som estão confinadas nestes toros invariantes, pelo fato de possuir uma grande estabilidade.

Importante ressaltar que ocorreu uma transição na dinâmica dos raios de som, praticamente não temos mais trajetórias caóticas apenas trajetórias regulares. Isto ocorreu devido à variação da concavidade do perfil do canal de som.

Na figura 32 temos a secção de Poincaré para o perfil K exponencial, com um valor para o expoente $K = 2,582...$

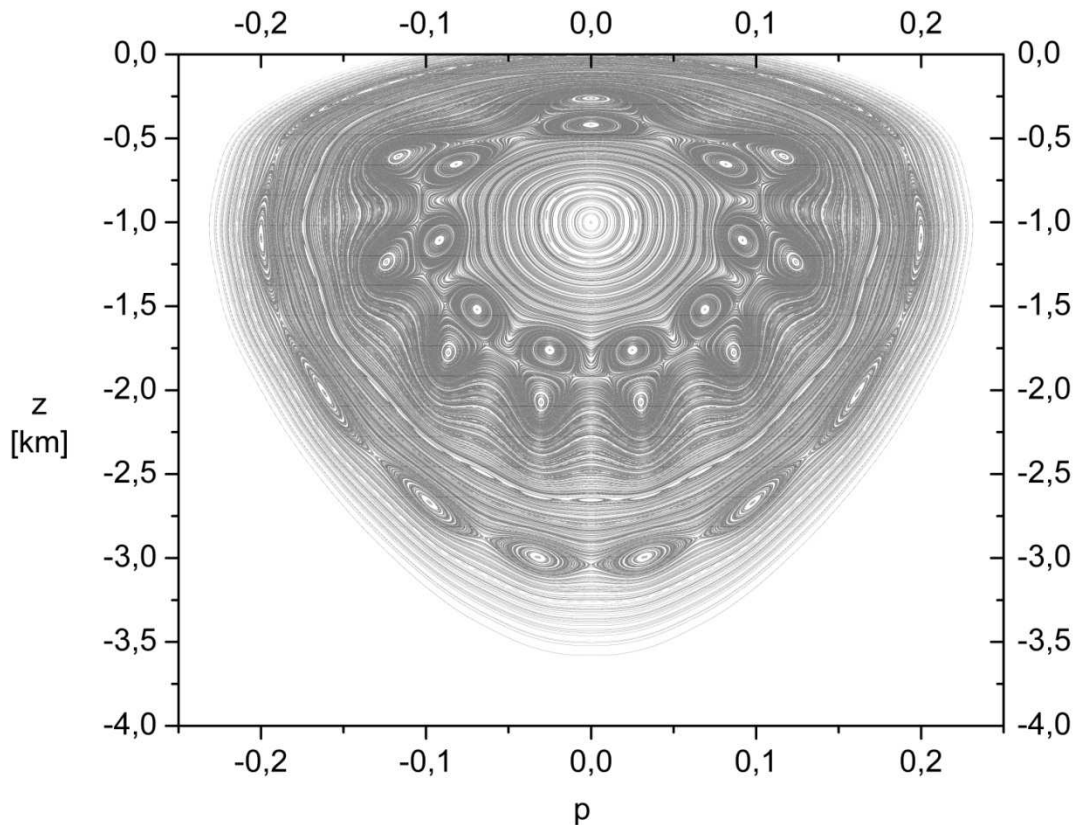


Figura 32

Figura 32 – Secção de Poincaré para o perfil K exponencial com $K = 2,582$.

O espaço de fase da figura 32 apresenta apenas trajetórias regulares, o mar de caos não ocorre em nenhuma região do espaço de fase.

Regiões do oceano que apresentam um perfil para o canal de som com uma concavidade próxima a $K = 2,5$, apresentam uma boa qualidade na propagação dos raios de som.

Na parte central do espaço de fase, temos a formação de duas cadeias com o mesmo número de ilhas KAM. Com o aumento do expoente K , ocorre uma aproximação cada vez maior entre as cadeias até um ponto onde começa uma reconexão ou um “overlap” entre as cadeias. Continuando este processo aparecem apenas toros invariantes.

O espaço de fase da figura 32 e 33 apresentam cadeias de ilhas iguais, demonstrando se tratar de um fenômeno “não twist”, ou seja, que não são previstos pela teoria KAM. Portanto o perfil K exponencial mostra um sistema físico “não twist”. Importante ressaltar que em outro trabalho [referência1], aparece também um fenômeno “não twist”. Mas trata-se de um fenômeno proveniente do tipo de perturbação e não do perfil do canal de som[21].

Na figura 33 temos a secção de Poincaré para o perfil K exponencial, com um valor para o expoente $K = 3,0$.

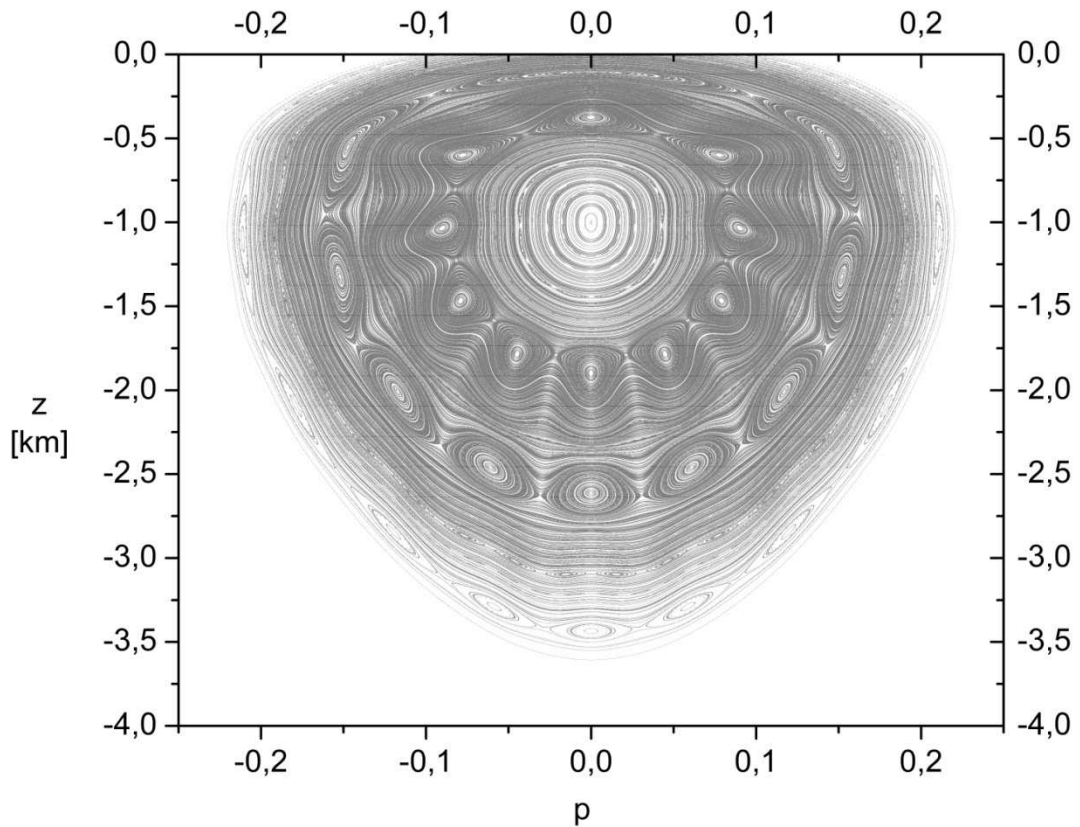


Figura 33

Figura 33 – Secção de Poincaré para o perfil K exponencial com $K = 3,0$.

A figura 33 mostra duas cadeias de ilhas KAM com uma mesma quantidade. Com o aumento do expoente K , ocorre um “overlap” entre elas formando uma região com uma grande estabilidade para a propagação de raios de som.

Observe que na figura 32 temos a formação de duas cadeias com nove ilhas KAM, enquanto que na figura 33 temos a formação de duas cadeias com dez ilhas KAM.

Com isso regiões do oceano que apresentam este tipo específico de perfil para o canal de som, apresentam uma qualidade maior na propagação dos raios de som.

6 Conclusões

Quando simulamos as embarcações ruidosas, notamos que os raios de som não conseguem penetrar nas regiões internas do espaço de fase, devido aos toros invariantes que funcionam como barreiras.

Ao longo de todas as simulações que foram feitas, percebemos muitos toros invariantes formados ao redor do centro do canal de som, assim são muitas as barreiras que impedem os raios de som de atingirem o interior do canal de som.

Isso mostra que sem essa característica do oceano, os ruídos seriam muito maiores. Raios de som que atingem o canal de som se propagam por grandes distâncias, enquanto que os raios de som que não atingem são absorvidos pelo fundo ou superfície do oceano.

Quando variamos os parâmetros da perturbação na equação (eq. 20), γ , λ_2 e λ_1 podemos concluir que os parâmetros apresentam características distintas.

O parâmetro γ determina a amplitude da perturbação e produz o aparecimento de regiões de caos na dinâmica do raio de som. No espaço de fase o mar de caos surge na região intermediária, e com o aumento do parâmetro γ faz com que este mar de caos aumente em ambas as direções, interna e externa do espaço de fase.

O parâmetro λ_2 determina o comprimento de onda do argumento do seno dependente da profundidade z . O seu aumento produz caos na dinâmica do raio de som da região interna em direção a região externa do espaço de fase.

O parâmetro λ_1 determina o comprimento de onda do argumento do seno dependente da distância r . O seu aumento produz caos na dinâmica do raio de som da região externa em direção a região interna do espaço de fase.

Muitas vezes ao analisar o espaço de fase esperamos que o centro do canal de som, deveria apresentar uma estabilidade à dinâmica do raio de som, mas isto depende do tipo específico de perturbação que esta sendo aplicada.

Na figura 22 podemos observar que mesmo aplicando uma perturbação com uma frequência intensa, pode não provocar instabilidade na dinâmica do raio de som.

Um ajuste entre os três parâmetros possibilita obter uma perturbação adequada para cada região do oceano a ser estudada.

O estudo do perfil K exponencial fornece informações importantes sobre a dinâmica do raio de som. Antes conhecíamos a dinâmica do raio de som para dois tipos de perfil para o canal de som. Agora sabemos como é o comportamento da dinâmica do raio de som quando variamos a concavidade para o perfil do canal de som.

A concavidade do perfil para o canal de som depende especificamente da temperatura, salinidade e pressão hidrostática das águas do oceano. No caso da pressão hidrostática depende do tamanho da coluna de água.

Neste estudo foi possível demonstrar que a propagação do raio de som, em regiões onde temos uma temperatura mais elevada, existe trajetórias caóticas. Isso ocorre devido à concavidade do perfil do canal de som, como pode ser visto nas figuras 29 e 30.

Em regiões onde a temperatura das águas mais próximas a superfície do oceano, não são tão diferentes das águas mais profundas, a concavidade do perfil para canal de som se torna mais aberto, tornando a trajetória dos raios de som regulares, como pode ser visto nas figuras 31, 32 e 33.

Agora podemos ressaltar que o fato de ter uma transmissão de som com uma qualidade melhor ou pior, pode nos dizer muito sobre as condições de temperatura, salinidade e pressão hidrostática das águas do oceano em certa região.

Possivelmente com as mudanças climáticas e ou efeitos climáticos, como o “El Niño” e o “La Niña” serão necessários ajustes para o perfil do canal de som. Com a utilização do perfil K exponencial, será possível estimar através de uma grande região a velocidade dos raios de som com uma qualidade melhor.

Pequenas variações na velocidade dos raios de som indicam mudanças principalmente na temperatura, mas também na salinidade e pressão hidrostática em distâncias e áreas muito grandes.

Referências bibliográficas

- [1] Makarov, D. et al. Ray and wave chaos in ocean acoustics. New Jersey. World Scientific, 2010. v.1.
- [2] Virovlyansky, A. L.; Makarov, D. V.; Prants, S. V. Ray and wave chaos in underwater acoustic waveguides. Physics-Uspekhi, Moscou, v. 182, n. 1, p. 19-48, 2012.
- [3] Smith, K. B.; Brown, M. G.; Tappert, F. D. Acoustic ray chaos induced by mesoscale ocean structure. Journal of the Acoustical Society of America, Melville, v. 91, n. 1, p. 1950-1959, abril, 1992.
- [4] Makarov, D. V.; Uleysky, M. Y.; Prants, S. V. Ray chaos and ray clustering in an ocean waveguide. American Institute of Physics, v. 14, p. 1-32, dezembro, 2003.
- [5] D'Amico, A.; Pittenger, R.; A Brief History of Active Sonar. Journal of Aquatic Mammals, v. 35, p. 426-434, 2009.
- [6] Bullard, E.; William Maurice Ewing a biographical by Edward Bullard. Washington D. C. National Academy of Sciences, 1980.
- [7] Bjorno L. Features of Underwater Acoustics from Aristotle to Our Time. Journal Acoustical Physics, v. 49, n. 1, 2003, p. 24–30.
- [8] Brekhovskikh, L. M.; Lysanov, Y. P. Fundamentals of ocean acoustics. 3. ed. Moscou. Springer-Verlag. 2003.
- [9] Pedersen, M. A.; White, D. Ray theory for sources and receivers on an axis of minimum velocity. Journal of the Acoustical Society of America, v. 48, n. 5, 1970, p. 1219-1248.
- [10] Walter H. Munk, W. H. Sound channel in an exponentially stratified ocean, with application to sofar. Journal of the Acoustical Society of America, v. 55, n. 2, fevereiro, 1974, p. 220-226.
- [11] Abdullaev, S. S.; Zaslavsky, G. M. Nonlinear dynamics of rays in inhomogeneous media. Soviet Physics Uspekhi, v. 53, fevereiro, 1981, p. 265-270.
- [12] Abdullaev, S. S.; Zaslavsky, G. M. Nonlinear and stochastic dynamics of rays in regular transversely inhomogeneous media. v. 58, novembro, 1983, p. 915-921.
- [13] Herman, M. Clay, C. S. Fundamentals of Acoustical Oceanography. Boston. Academic Press. 1998.
- [14] Wikipédia, Disponível em : <http://pt.wikipedia.org/wiki> acesso em: maio 2014.
- [15] Stewart, R. H. Introduction to physical oceanography. Texas, 2008.
- [16] Flatté S. M. Calculation of the effect of internal waves on oceanic sound transmission. Journal of the Acoustical Society of America v. 58, n. 6, dezembro, 1975, p. 1151-1159.

- [17] Northrop, J.; Colborn, J. G. Sofar channel axial sound speed and depth in the Atlantic ocean. *Journal of Geophysical Research*. V. 79, n. 36, 1974, p. 5633-5641.
- [18] Virovlyansky, A. L.; Zaslavsky, G. M. Ray and Wave Chaos in Problems of Sound Propagation in the Ocean. *Acoustical Physics*. v. 53, n. 3, 2007, p. 282-297.
- [19] Strogatz, S. H. *Nonlinear dynamics and chaos*. Massachusetts. Perseus Books. 1994.
- [20] A.I. Lichtenberg M.A. Lieberman *Regular and Chaotic Dynamics*, 2. ed. New York, Springer – Verlag, 1992.
- [21] Carvalho, R. E.; Almeida A. M. Integrable approximation to the overlap of resonances, *Physics Letters A*. v. 162, n. 6, 1992, 457-463.
- [22] Brown, M. G.; Colosi, J. A.; Tomsovic, S.; Virovlyansky, A. L.; Wolfson, M. A.; Zaslavsky, G. M. Ray dynamics in ocean acoustics, *Journal of the Acoustical Society of America*, arXiv e-print (arXiv:nlin/0109027), Setembro, 2001.

Apêndice A – O perfil Munk

W. H. Munk em seu artigo “Sound channel in an exponentially stratified ocean, with application to SOFAR”, publicado no The Journal of the Acoustical Society of America em 1974, propôs o perfil Munk baseado em uma propriedade intrínseca do oceano.

Conhecendo o trabalho de outros pesquisadores, que buscavam curvas que se ajustassem ao canal de som, propôs a utilização do gradiente estratificado da densidade da água.

Assim a temperatura e a salinidade produzem camadas de água com densidades diferentes, estratificando em coluna de água. Com o aumento da profundidade a temperatura e a salinidade passam a ter seus valores praticamente constantes.

A pressão hidrostática da coluna de água tem um aumento linear, pois a água tem uma compressibilidade muito pequena, tendo uma pequena variação em sua densidade devido ao aumento da profundidade.

O gradiente estratificado da densidade da água no oceano tem a sua estabilidade descrita em termos da frequência de Brunt - Vaisala. Esta frequência é interpretada como o movimento vertical, sentido por uma parcela de água que é deslocada de sua posição de equilíbrio por uma perturbação que provoca um deslocamento vertical.

O gradiente estratificado da velocidade do som no oceano pode ser descrito em termos da temperatura, salinidade e pressão hidrostática:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial c}{\partial z} = \alpha \frac{\partial T}{\partial z} + \beta \frac{\partial S}{\partial z} + \theta \frac{\partial P}{\partial z} \quad (\text{eq. 1A}).$$

Onde C representa a velocidade do som no oceano, z a profundidade, T temperatura, S salinidade e P pressão hidrostática. As letras α , β e θ representam coeficientes de ajuste para a temperatura, salinidade e pressão hidrostática respectivamente. Os coeficientes α , β e θ possuem valores específicos para cada região do oceano.

O gradiente estratificado de densidade possui uma forma similar:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\zeta \frac{\partial T'}{\partial z} + \varsigma \frac{\partial S}{\partial z} \quad (\text{eq. 2A}).$$

Onde ρ é a densidade da água do oceano, ζ e ς são coeficientes de ajuste para a temperatura e salinidade. O termo $\frac{\partial T'}{\partial z}$ representa o gradiente de temperatura a uma grande profundidade, onde este se aproxima de um gradiente adiabático

A equação (eq. 1A) então pode ser escrita:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial c}{\partial z} = \alpha \frac{\partial T'}{\partial z} + \beta \frac{\partial S}{\partial z} + \theta_A \quad (\text{eq. 3A}).$$

Definindo θ_A temos:

$$\theta_A = \theta \frac{\partial P}{\partial z} + \alpha \frac{\partial T_A}{\partial z} \quad (\text{eq. 4A}).$$

Sendo T_A a temperatura adiabática a grandes profundidades no oceano. Onde θ_A é definido como sendo a fração do gradiente da velocidade em um oceano adiabático.

As contribuições relativas do gradiente de salinidade e de temperatura são definidas por Tu que é o “número de Turner”, representado por:

$$Tu = \frac{\zeta \frac{\partial S}{\partial z}}{\zeta \frac{\partial T'}{\partial z}} \quad (\text{eq. 5A}).$$

A frequência de Brunt - Vaisala é definida pela equação:

$$N(z) = \sqrt{g \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z}} \quad (\text{eq. 6A}).$$

Sendo $N(z)$ a estratificação exponencial dependente da profundidade z e g a aceleração da gravidade.

Substituindo a equação (eq. 2A) na equação (eq. 6A), obtemos:

$$\frac{1}{g} N^2(z) = -\zeta \frac{\partial T'}{\partial z} + \zeta \frac{\partial S}{\partial z} \quad (\text{eq. 7A}).$$

Isolando $\frac{\partial T'}{\partial z}$ na (eq. 5A) e substituindo na equação (eq. 3A), obtemos:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial C}{\partial z} = -\frac{\mu}{g} N^2(z) + \theta_A \quad (\text{eq. 8A}).$$

Onde:

$$\mu = \frac{\alpha^2 \zeta + \zeta \alpha \beta Tu}{\zeta - \zeta Tu} \quad (\text{eq. 9A}).$$

A equação (eq. 8A) representa a estabilidade estratificada da coluna de água em função da velocidade do som. A constante μ depende do “número de Turner” Tu , mas a grandes profundidades esse valor é praticamente constante.

Para obter o perfil Munk é necessário integrar a equação (eq. 8A) em relação à profundidade z :

$$C^{-1} \partial C = -\frac{\mu}{g} N^2(z) \partial z + \theta_A \partial z \quad (\text{eq. 10A}).$$

Mas a estratificação exponencial é definida por:

$$N(z) = N_0 e^{\left(-\frac{z}{B}\right)} \quad (\text{eq. 11A}).$$

Sendo N_0 a frequência natural de oscilação e B a escala de estratificação do oceano. Integrando a equação (eq. 10A), temos:

$$\int_{C_0}^C C^{-1} \partial C = \int_{z_a}^z -\frac{\mu}{g} N^2(z) \partial z + \int_{z_a}^z \theta_A \partial z \quad (\text{eq. 12A}).$$

Onde C_0 representa a velocidade mínima para o som no oceano, o que ocorre no centro do canal de som. A profundidade z_a é o centro do canal de som e onde a velocidade do som é mínima.

Mas no centro do canal de som $\frac{\partial C}{\partial z} = 0$ obtemos:

$$0 = -\frac{\mu}{g} \left(N_0 e^{\left(-\frac{z_a}{B} \right)} \right)^2 + \theta_A \quad (\text{eq. 13A}).$$

Resolvendo a equação (eq. 13A) em função de z_a temos:

$$z_a = \frac{B}{2} \ln \left(\frac{\mu N_0^2}{g \theta_A} \right) \quad (\text{eq. 14A}).$$

Chamando ϵ de:

$$\epsilon = \frac{B \theta_A}{2} \quad (\text{eq. 15A}).$$

Definido η como:

$$\eta = \frac{2(z-z_a)}{B} \quad (\text{eq. 16A}).$$

A solução da equação (eq. 8A) fica:

$$C(z) = C_0 [1 + \epsilon(\eta + e^{-\eta} - 1)] \quad (\text{eq. 1}).$$

A equação (eq. 1) é definida como o perfil Munk. Algo importante sobre este perfil Munk é o fato de ser obtido de uma propriedade intrínseca do oceano, mas também consiste em um ajuste para uma região específica do oceano. Assim não corresponde com a devida precisão para descrever o perfil do canal de som para outras regiões do oceano. Existe, portanto uma grande lacuna a ser estudada. A criação de um novo perfil que contenha a possibilidade de oferecer um ajuste mais adequado as varias regiões do oceano.

Apêndice B – O perfil biexponencial

No de 2003 D.V. Makarov, M.Yu. Uleysky, e S.V. Prants propuseram o perfil biexponencial:

$$C(z) = C_0 \left(1 + \frac{b^2}{2} (e^{-az} - \xi)^2 \right) \quad (\text{eq. 2}).$$

Onde $C(z)$ é a velocidade do som no oceano, C_0 representa a menor velocidade para o som no oceano, o que ocorre no centro do canal de som. A constante b^2 é o equivalente a constante ϵ no perfil Munk, e esta relacionada com a escala de estratificação do oceano B e a constante θ_A .

O termo $(e^{-az} - \xi)^2 = (e^{-2az} - 2\xi e^{-az} + \xi)$ apresenta semelhanças com o termo $(\eta + e^{-\eta} - 1) = \left[\left(\frac{2(z-z_a)}{B} \right) + e^{-\left(\frac{2(z-z_a)}{B} \right)} - 1 \right]$, mas consiste em um ajuste de curvas. O perfil biexponencial teve sua curva ajustada a curva do perfil Munk, promovendo ajustes em seus coeficientes a , b e ξ .

Observe o gráfico comparativo entre o perfil biexponencial (eq. 2) e o perfil Munk (eq. 1) na figura 1B:

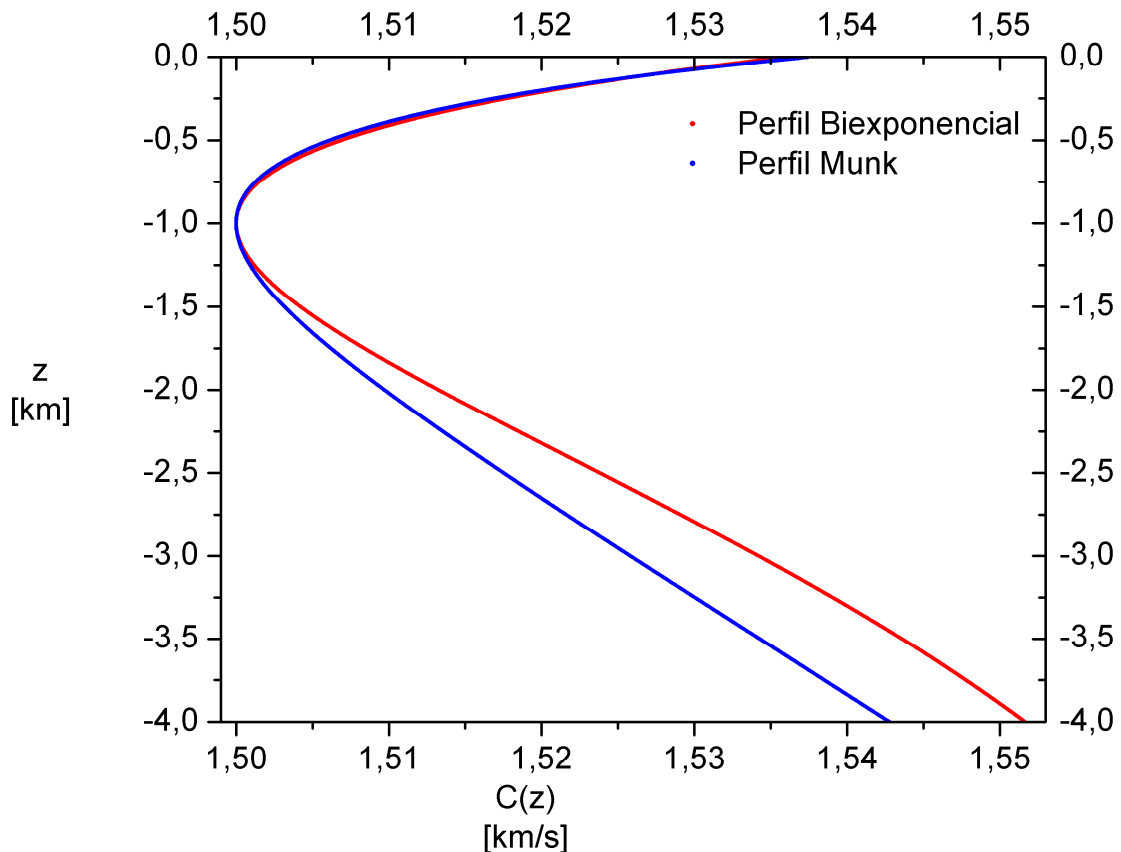


Figura 1B

Figura 1B – Mostra um comparativo entre o perfil biexponencial e o perfil Munk. Para o gráfico do perfil biexponencial foram utilizados os seguintes valores para os parâmetros $C_0 = 1,50 \text{ km/s}$, $a = 0,5 \text{ km}^{-1}$, $b = 0,557$ e $\xi = 0,6065$ e para o perfil Munk foram utilizados os seguintes valores para os parâmetros $C_0 = 1,50 \text{ km/s}$, $z_a = 1 \text{ km}$, $\epsilon = 0,0057$, e $B = 1 \text{ km}$.

Na parte superior dos perfis o ajuste é preciso, enquanto que na parte inferior apresenta uma diferença de velocidade na propagação do som.

Mas o perfil biexponencial possui uma simplicidade matemática maior, ou seja, pode ser integrado analiticamente, com isso informações sobre a dinâmica do raio de som podem ser obtidas. No caso do perfil Munk, este só pode ser integrado numericamente.

O perfil biexponencial é ajustado em função do perfil Munk. Mas o perfil Munk tem uma dependência em relação às propriedades do oceano, temperatura, salinidade e pressão hidrostática. Para cada região do oceano a temperatura, salinidade e pressão hidrostática apresentam variações em seus valores, o que torna necessário novos ajustes.

Apêndice C – Estudo matemático do expoente K .

Neste apêndice faremos um estudo sobre a mudança de um expoente quadrático da equação (eq. 2):

$$C(z) = C_0 \left[1 + \frac{b^2}{2} (e^{-az} - \xi)^2 \right] \quad (\text{eq. 2}).$$

Para um expoente K que pode ser observado na (eq. 21):

$$C(z) = C_0 \left(1 + \frac{b^2}{2} (e^{-az} - \xi)^K \right) \quad (\text{eq. 21}).$$

Em sua derivada com relação à profundidade z temos a seguinte equação:

$$C'(z) = -C_0 a K \frac{b^2}{2} e^{-az} (e^{-az} - \xi)^{K-1} \quad (\text{eq. 1C}).$$

Mas como o expoente K tem a forma:

$$K = \frac{x}{y} \quad (\text{eq. 22}).$$

Podemos reescrever a equação (eq. 1C) da seguinte forma:

$$C'(z) = -C_0 a K \frac{b^2}{2} e^{-az} (e^{-az} - \xi)^{\left(\frac{x-y}{y}\right)} \quad (\text{eq. 2C}).$$

Estudando os possíveis casos para o termo $(e^{-az} - \xi)^{\left(\frac{x-y}{y}\right)}$ da equação (eq. 2C), pois para os casos onde $e^{-az} < -\xi$ o resultado é um número real negativo $-\varphi$ e o expoente $\left(\frac{x-y}{y}\right)$ não pode assumir qualquer valor, como pode ser visto na equação (eq. 3C):

$$\sqrt[y]{(-\varphi)^{[x-y]}} \quad (\text{eq. 3C}).$$

Primeiro, queremos apenas expoentes positivos, portanto:

$$\left(\frac{x-y}{y}\right) > 0 \quad (\text{eq. 4C}).$$

O que resulta em:

$$x > y \quad (\text{eq. 5C}).$$

Analisando a equação (eq. 2C), podemos subdividir em quatro casos principais.

O primeiro caso quando x e y forem pares o valor do argumento $((-\varphi)^{[x-y]})$ será elevado a um expoente par o que resulta em um valor positivo para (φ) , não apresentando, portanto inconsistência matemática, sendo possível este caso.

O segundo caso quando x for ímpar e y for par o valor do argumento $((-\varphi)^{[x-y]})$ será elevado a um expoente ímpar o que resulta em um valor negativo para $(-\varphi)$ e como y é

par, a raiz par de um valor negativo apresenta uma inconsistência matemática, não sendo possível este caso.

O terceiro caso quando x for par e y for ímpar o valor do argumento $((-\varphi)^{|x-y|})$ será elevado a um expoente ímpar o que resulta em um valor negativo para $(-\varphi)$ e como y é ímpar, a raiz ímpar de um valor negativo não apresenta uma inconsistência matemática, sendo possível este caso.

O quarto caso quando x for ímpar e y for ímpar o valor do argumento $((-\varphi)^{|x-y|})$ será elevado a um expoente par o que resulta em um valor positivo para (φ) e a raiz ímpar de um valor positivo não apresenta uma inconsistência matemática, sendo possível este caso.

Como podemos notar os únicos valores conjugados que não podemos utilizar para x e y é para o caso em que x for ímpar e y for par.

Apêndice D – Estudo das perturbações nos perfis.

As perturbações são usadas para simular as pequenas ondas internas que ocorrem no oceano. As ondas de som que se propagam no oceano a grandes distâncias, possuem frequência semelhante às estruturas finas do oceano que são responsáveis pelo aparecimento do caos no raio de som. Este é um problema que ainda não foi completamente entendido e continua sendo estudado.

A figura 1D possui uma perturbação senoidal, onde o seno depende apenas da distância r dada pela equação (eq. 15):

$$\delta C(r, z) = \frac{\gamma C_0 z}{B} e^{\left(\frac{-2z}{B}\right)} \text{sen}\left(\frac{2\pi r}{\lambda}\right) \quad (\text{eq. 15}).$$

Os parâmetros utilizados são $C_0 = 1,5\text{km/s}$, $B = 1\text{km}$, $\gamma = 0,01$ e $\lambda = 10\text{km}$. Na figura abaixo podemos observar o comportamento da perturbação em relação à profundidade z figura 1D - A e em relação à distância r na figura 1D - B:

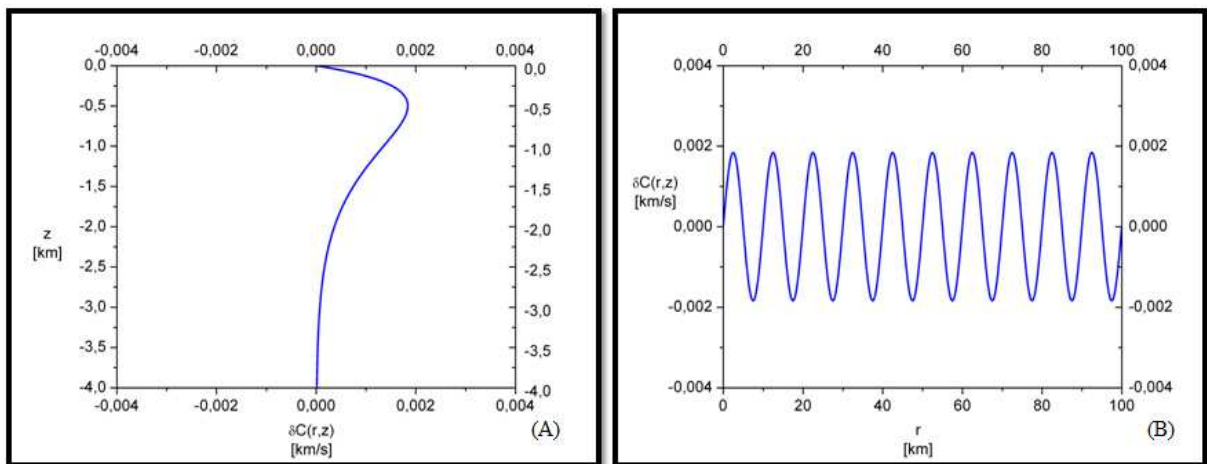


Figura 1D

Figura 1D – Os gráficos mostram uma perturbação dada pela equação (eq. 15). O gráfico (A) mostra a perturbação variando em função da profundidade z com $\text{sen}\left(\frac{2\pi r}{\lambda}\right) = 1$ e o gráfico (B) mostra a perturbação variando em relação à distância r com $z = 0,5\text{km}$.

Consiste em uma perturbação robusta, que simula uma grande perturbação na parte superior do oceano, aumenta até uma profundidade aproximada de 1km e após esta profundidade z a perturbação passa ter uma intensidade menor.

Mas a perturbação possui um aspecto uniforme em seu aumento e em sua diminuição, devido ao termo da equação (eq.1D).

O aumento que ocorre na amplitude é devido ao termo:

$$\delta C(r, z) = z e^{\left(\frac{-2z}{B}\right)} \quad (\text{eq. 1D}).$$

O termo da equação (eq. 1D) faz a perturbação começar em zero na superfície e chegar novamente próximo a zero no fundo oceano. O seno dependente da distância r é o que produz a oscilação na perturbação, figura 1D – B e pode ser visto na equação (eq. 15).

Para os próximos gráficos utilizaremos uma perturbação periódica dada pela equação (eq. 20), onde temos dois termos para o seno, um dos senos depende da distância r e o outro depende da profundidade z .

$$\delta C(r, z) = \frac{\gamma C_0 z}{B} e^{\left(\frac{-2z}{B}\right)} \text{sen}\left(\frac{2\pi r}{\lambda_1}\right) \text{sen}\left(\frac{2\pi z}{\lambda_2}\right) \quad (\text{eq. 20}).$$

Na equação (eq. 20) podemos observar o mesmo termo da equação (eq. 1D). O seno dependente da distância r produz uma oscilação em função do comprimento de onda λ_1 enquanto que o seno dependente da distância z produz uma oscilação devido ao valor do comprimento de onda λ_2 .

Usaremos para todos os gráficos a seguir os valores para os parâmetros $C_0 = 1,5 \text{ km/s}$, $B = 1 \text{ km}$ e os outros parâmetros serão modificados.

Para a obtenção dos gráficos abaixo, usaremos valores de r e z nos respectivos senos, a fim de obter o valor máximo para a amplitude de oscilação.

Nos gráficos (A) que são funções de z , usaremos o termo $\text{sen}\left(\frac{2\pi r}{\lambda_1}\right) = 1$ e para os gráficos (B) que são funções de r usaremos o $\text{sen}\left(\frac{2\pi z}{\lambda_2}\right) = 1$. Desta forma obtemos a máxima amplitude da perturbação em função da variável em estudo.

No gráfico da figura 2D os parâmetros utilizados são $\lambda_1 = 10 \text{ km}$, $\lambda_2 = 0,6 \text{ km}$ e o parâmetro que está sendo estudado γ com valor de $\gamma = 0,001$, observe na figura 2D:

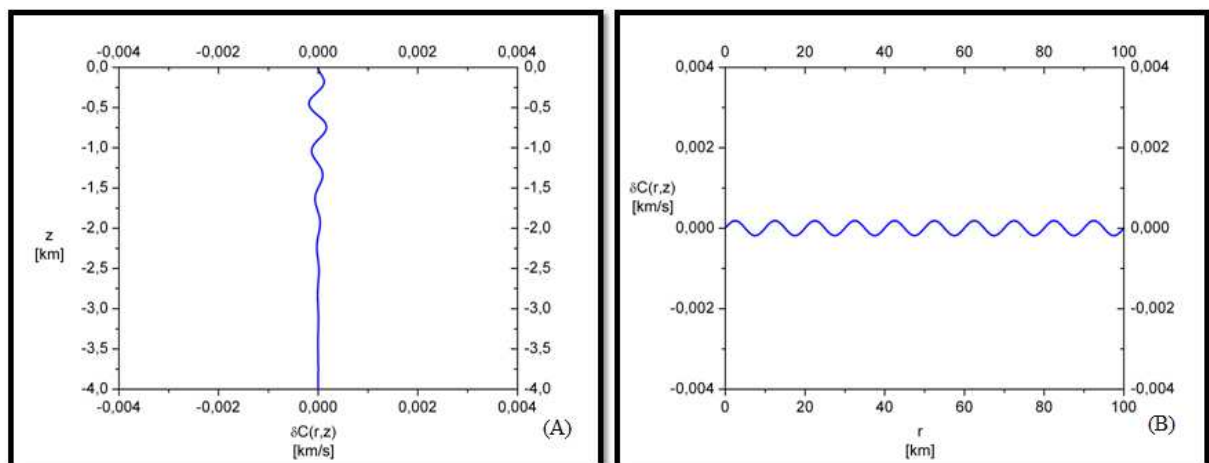


Figura 2D

Figura 2D – Os gráficos mostram uma perturbação dada pela equação (eq. 20), onde o parâmetro que está sendo variado é $\gamma = 0,001$. O gráfico (A) mostra a perturbação variando em função da profundidade z . O gráfico (B) mostra a perturbação variando em relação à distância r , com $z = 0,5 \text{ km}$.

Consiste em uma perturbação com uma amplitude pequena, com as oscilações do seno dependente de z bem definidas, como pode ser observado na figura 2D - A. As oscilações do seno dependente de r são máximas.

Mas mesmo pequenas oscilações afetam significativamente a dinâmica do raio.

No gráfico da figura 3D os parâmetros utilizados são $\lambda_1 = 10 \text{ km}$, $\lambda_2 = 0,6 \text{ km}$ e o parâmetro que está sendo variado é $\gamma = 0,002$, observe:

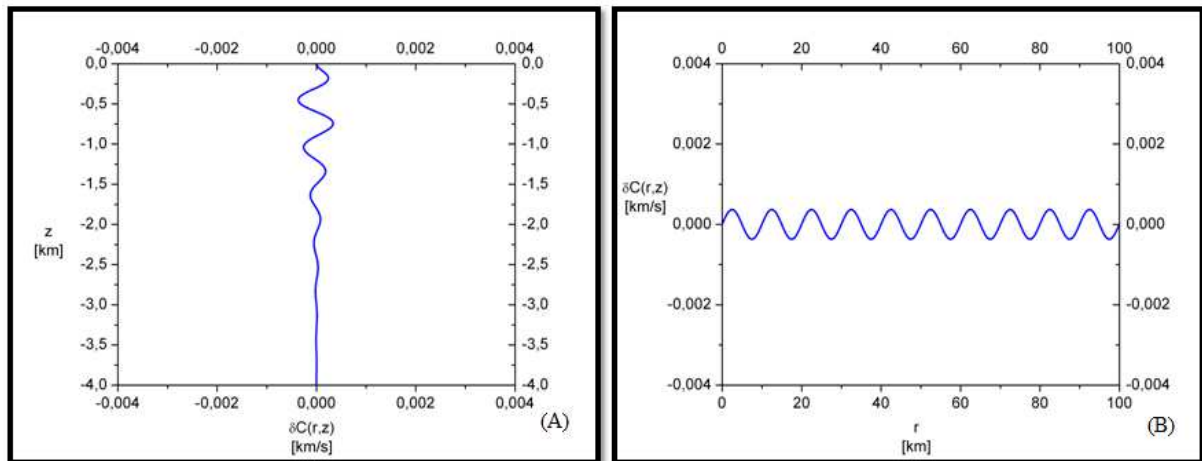


Figura 3D

Figura 3D – Os gráficos mostram uma perturbação dada pela equação (eq. 20), onde o parâmetro que esta sendo variado é $\gamma = 0,002$. O gráfico (A) mostra a perturbação variando em função da profundidade z . O gráfico (B) mostra a perturbação variando em relação à distância r , com $z = 0,5\text{km}$.

Com a elevação do parâmetro γ , a amplitude da perturbação tem um aumento. As oscilações que correspondem ao seno dependente de z ficam mais evidentes. Mas como os comprimentos de onda λ_1 e λ_2 permanecem constantes, o número de oscilações permanecem constantes também.

No gráfico da figura 4D os parâmetros utilizados são $\lambda_1 = 10\text{km}$, $\lambda_2 = 0,6\text{km}$ e o parâmetro que esta sendo variado é $\gamma = 0,003$, observe:

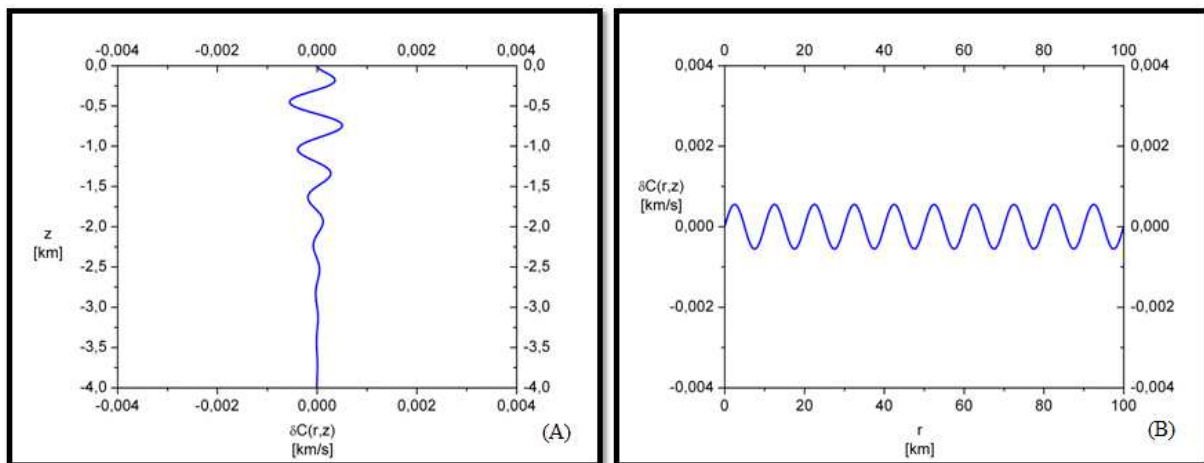


Figura 4D

Figura 4D – Os gráficos mostram uma perturbação dada pela equação (eq. 20), onde o parâmetro que esta sendo variado é $\gamma = 0,003$. O gráfico (A) mostra a perturbação variando em função da profundidade z . O gráfico (B) mostra a perturbação variando em relação à distância r , com $z = 0,5\text{km}$.

Na figura 4D podemos notar o aumento na amplitude das oscilações, devido o aumento do parâmetro γ . Como λ_1 e λ_2 permanecem constantes o número de oscilações não se alteram.

Observe que na superfície com um pequeno aumento da profundidade a perturbação experimenta um valor significativo. Isso ocorre também para os gráficos das figuras 5D e 6D.

No gráfico da figura 5D os parâmetros utilizados são $\lambda_1 = 10\text{km}$, $\lambda_2 = 0,6\text{km}$ e o parâmetro que esta sendo variado é $\gamma = 0,006$, observe:

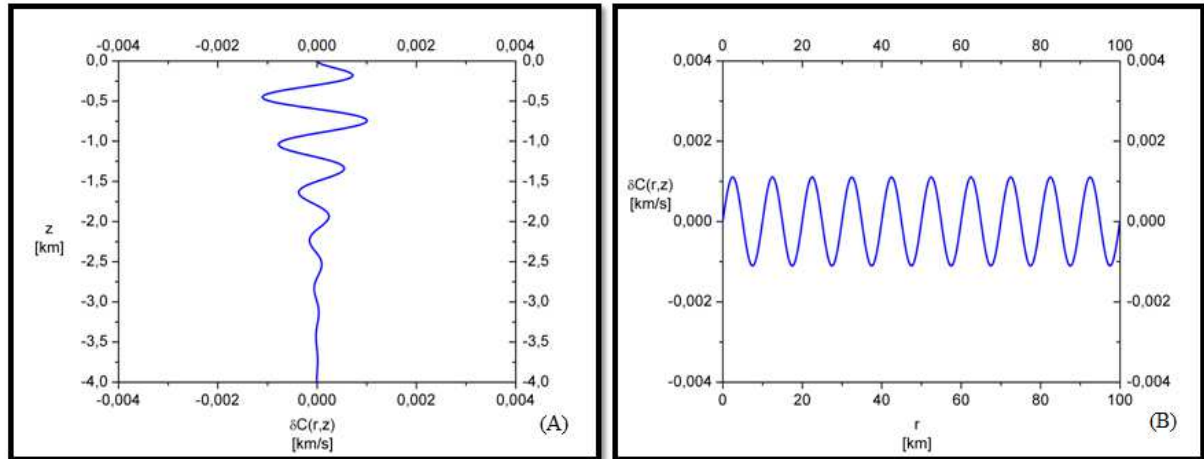


Figura 5D

Figura 5D – Os gráficos mostram uma perturbação dada pela equação (eq. 20), onde o parâmetro que esta sendo variado é $\gamma = 0,006$. O gráfico (A) mostra a perturbação variando em função da profundidade z . O gráfico (B) mostra a perturbação variando em relação à distância r , com $z = 0,5\text{km}$.

Na figura 5D a amplitude das oscilações aumenta, devido ao parâmetro γ . Como λ_1 e λ_2 permanecem constantes, o número de oscilações não se alteram.

No gráfico da figura 6D os parâmetros utilizados são $\lambda_1 = 10\text{km}$, $\lambda_2 = 0,6\text{km}$ e o parâmetro que esta sendo variado é $\gamma = 0,01$, observe:

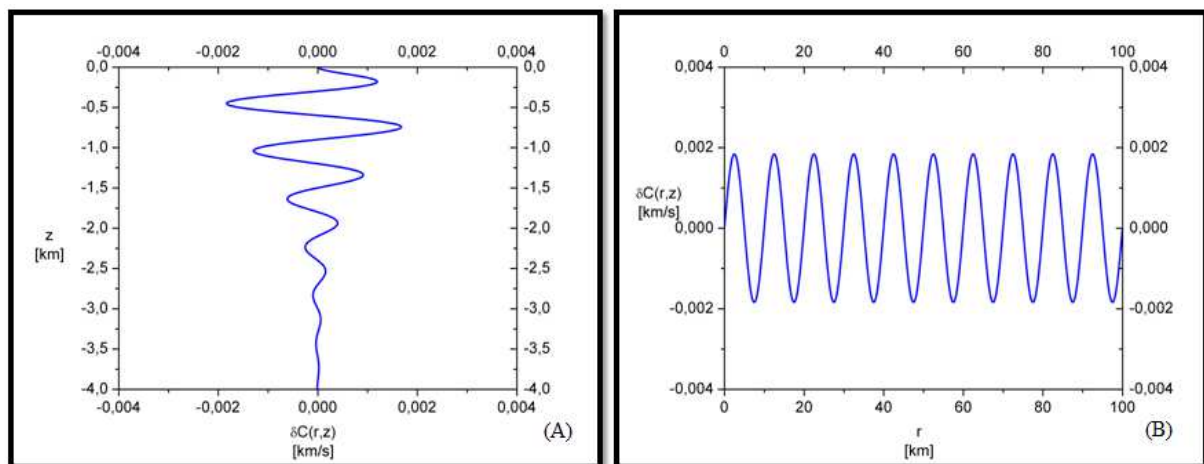


Figura 6D

Figura 6D – Os gráficos mostram uma perturbação dada pela equação (eq. 20), onde o parâmetro que esta sendo variado é $\gamma = 0,01$. O gráfico (A) mostra a perturbação variando em função da profundidade z . O gráfico (B) mostra a perturbação variando em relação à distância r , com $z = 0,5\text{km}$.

Na figura 6D a amplitude das oscilações aumenta, devido ao parâmetro γ . Como λ_1 e λ_2 permanecem constantes, o número de oscilações não se alteram.

O parâmetro que esta sendo estudado nas figuras a seguir é λ_2 .

No gráfico da figura 7D os parâmetros utilizados são $\gamma = 0,002$, $\lambda_1 = 10\text{km}$, e o parâmetro que esta sendo variado é $\lambda_2 = 0,1\text{km}$ observe:

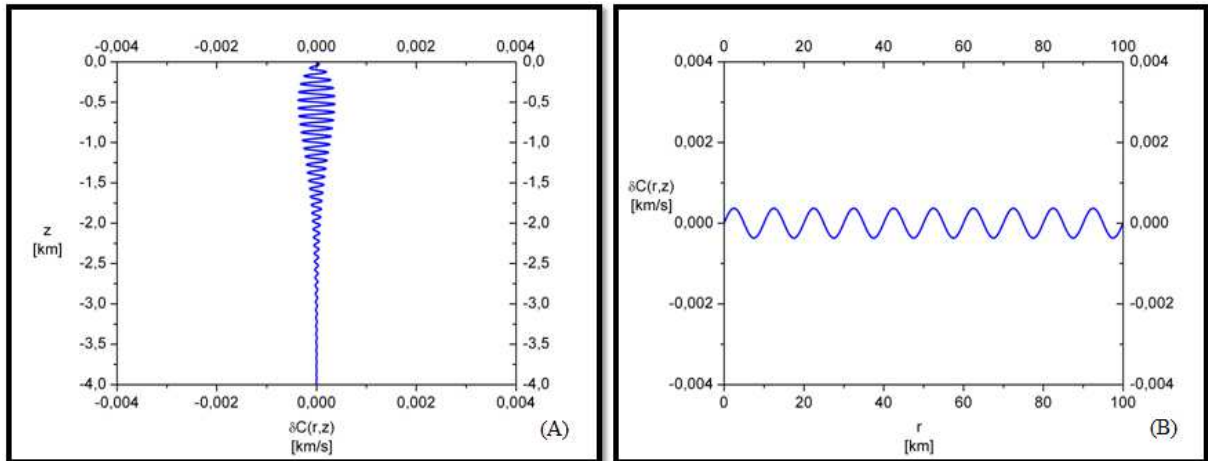


Figura 7D

Figura 7D – Os gráficos mostram uma perturbação dada pela equação (eq. 20), onde o parâmetro que esta sendo variado é $\lambda_2 = 0,1\text{km}$. O gráfico (A) mostra a perturbação variando em função da profundidade z . O gráfico (B) mostra a perturbação variando em relação à distância r , com $z = 0,5\text{km}$.

Na figura 7D – A podemos observar uma grande frequência. A amplitude das oscilações tem seu valor $\gamma = 0,002$ constante. O fato de ocorrer um aumento na amplitude das oscilações até uma profundidade aproximada de $0,5\text{km}$. Após essa profundidade ocorre uma diminuição na amplitude, é devido ao termo da equação (eq. 1D).

Neste estudo da variação do comprimento de onda λ_2 do seno dependente da profundidade z , onde o aumento de λ_2 nos gráficos das figuras 8D – A e 9D – A ocorre uma diminuição da frequência de oscilação em relação à profundidade. Assim podemos observar o seu impacto na dinâmica do raio de som.

No gráfico da figura 7D – B a frequência e a amplitude das oscilações não se alteram, pois os valores para os parâmetros γ e λ_1 são constantes.

No gráfico da figura 8D os parâmetros utilizados são $\gamma = 0,002$, $\lambda_1 = 10\text{km}$, e o parâmetro que esta sendo variado é $\lambda_2 = 0,5\text{km}$, observe:

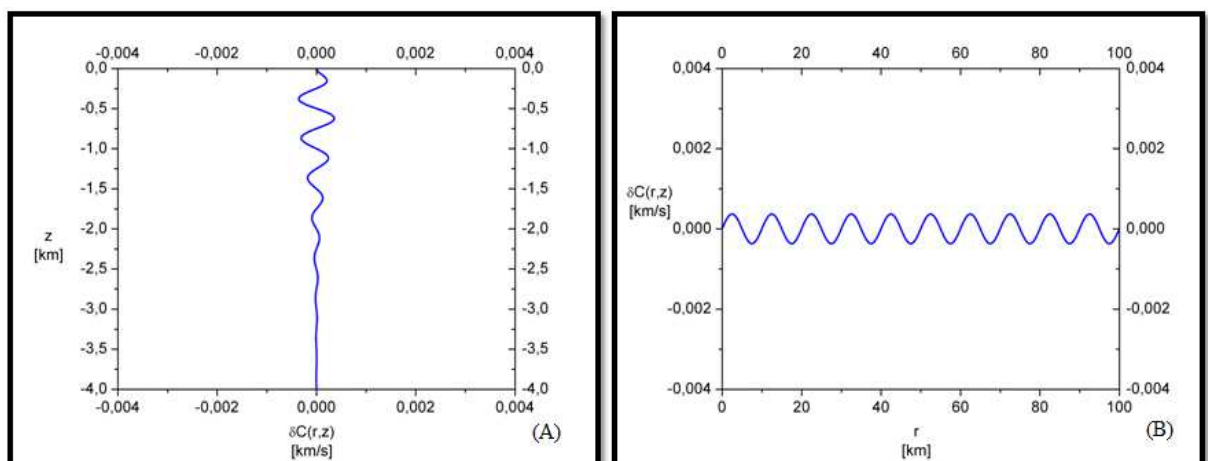


Figura 8D

Figura 8D – Os gráficos mostram uma perturbação dada pela equação (eq. 20), onde o parâmetro que esta sendo variado é $\lambda_2 = 0,5\text{km}$. O gráfico (A) mostra a perturbação variando em função da profundidade z . O gráfico (B) mostra a perturbação variando em relação à distância r , com $z = 0,5\text{km}$.

Na figura 8D – A tem a frequência de oscilações diminuída em função do aumento do comprimento de onda λ_2 . Assim ocorre uma diminuição da perturbação.

As figuras 8D – B e 9D – B são iguais a figura 7D – B, pois os parâmetros γ e λ_1 são constantes.

No gráfico da figura 9D os parâmetros utilizados são $\gamma = 0,002$, $\lambda_1 = 10\text{km}$, e o parâmetro que esta sendo variado é $\lambda_2 = 0,9\text{km}$, observe:

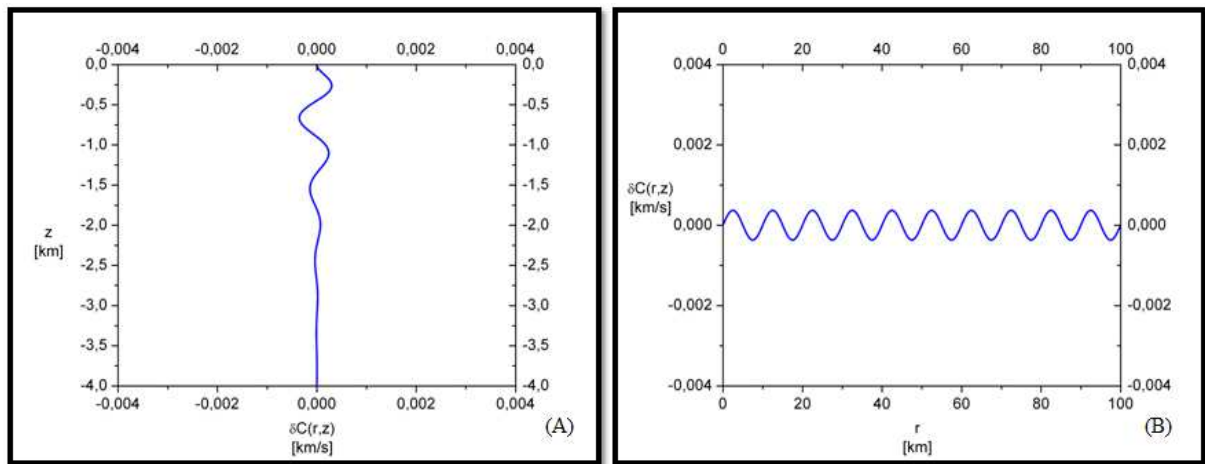


Figura 9D

Figura 9D – Os gráficos mostram uma perturbação dada pela equação (eq. 20), onde o parâmetro que esta sendo variado é $\lambda_2 = 0,9\text{km}$. O gráfico (A) mostra a perturbação variando em função da profundidade z . O gráfico (B) mostra a perturbação variando em relação à distância r , com $z = 0,5\text{km}$.

O estudo agora é a variação do parâmetro λ_1 .

No gráfico da figura 10D os parâmetros utilizados são $\gamma = 0,002$, $\lambda_2 = 0,6\text{km}$, e o parâmetro que esta sendo variado é $\lambda_1 = 2\text{km}$ observe:

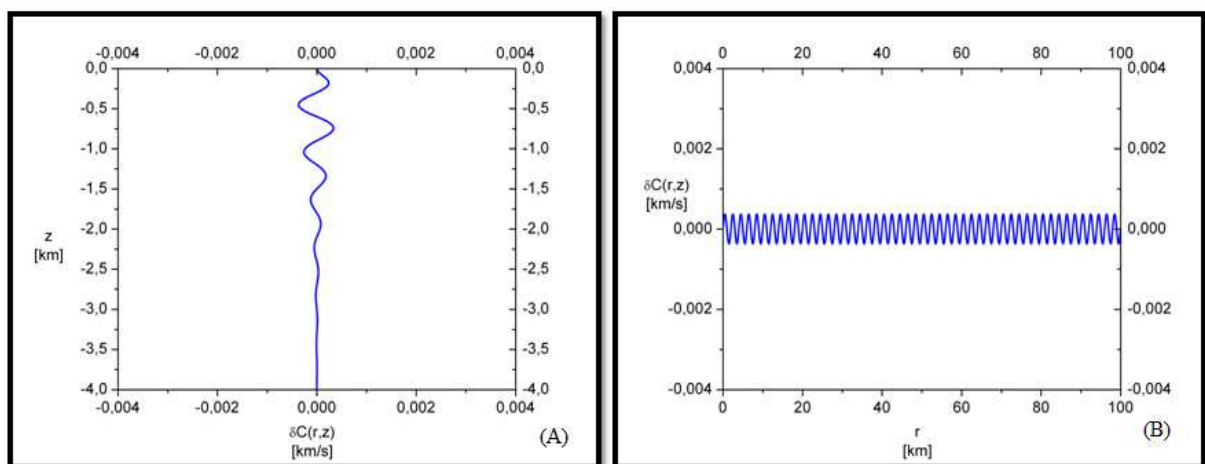


Figura 10D

Figura 10D – Os gráficos mostram uma perturbação dada pela equação (eq. 20), onde o parâmetro que esta sendo variado é $\lambda_1 = 2\text{km}$. O gráfico (A) mostra a perturbação variando em função da profundidade z . O gráfico (B) mostra a perturbação variando em relação à distância r , com $z = 0,5\text{km}$.

O gráfico da figura 10D – A a frequência e a amplitude das oscilações não se alteram, pois os valores para os parâmetros γ e λ_2 são constantes.

Isto ocorre da mesma forma para as figuras 11D – A, 12D – A e 13D – A, que estão em seqüência abaixo.

No caso da figura 10D – B como o comprimento de onda λ_1 , depende da distância r tem um valor de $\lambda_1 = 2\text{km}$, produz uma alta frequência de oscilações. Isto produz uma perturbação de grande intensidade.

Com o aumento do comprimento de onda λ_1 em estudo, as figuras abaixo 11D – B, 12D – B e 13D – B, apresentam uma diminuição na frequência de oscilação em relação ao eixo r . Desta forma a intensidade da perturbação diminui em função do aumento do comprimento de onda λ_1 .

No gráfico da figura 11D os parâmetros utilizados são $\gamma = 0,002$, $\lambda_2 = 0,6\text{km}$, e o parâmetro que esta sendo variado é $\lambda_1 = 3\text{km}$, observe:

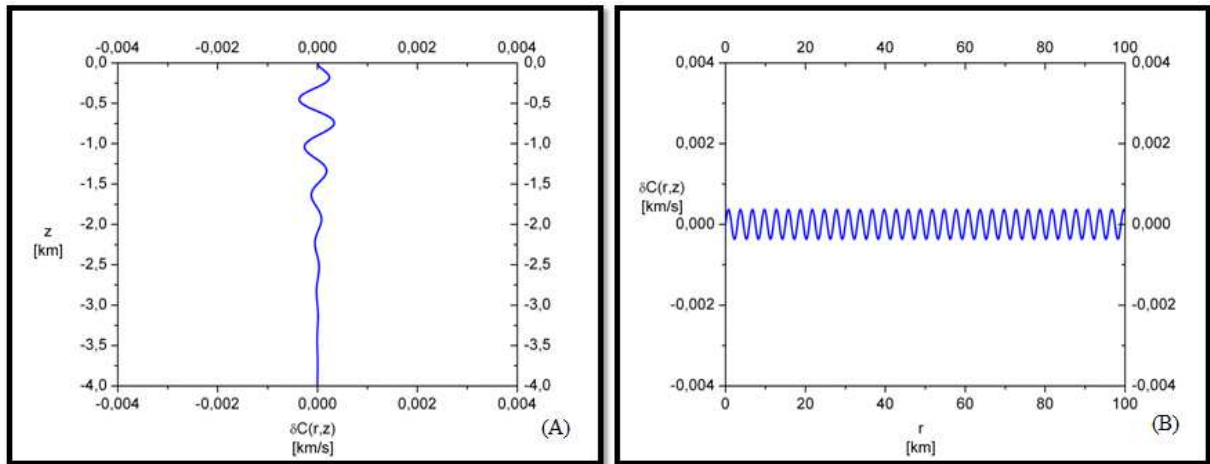


Figura 11D

Figura 11D – Os gráficos mostram uma perturbação dada pela equação (eq. 20), onde o parâmetro que esta sendo variado é $\lambda_1 = 3\text{km}$. O gráfico (A) mostra a perturbação variando em função da profundidade z . O gráfico (B) mostra a perturbação variando em relação à distância r , com $z = 0,5\text{km}$.

No gráfico da figura 12D os parâmetros utilizados são $\gamma = 0,002$, $\lambda_2 = 0,6\text{km}$, e o parâmetro que esta sendo variado é $\lambda_1 = 8\text{km}$ observe:

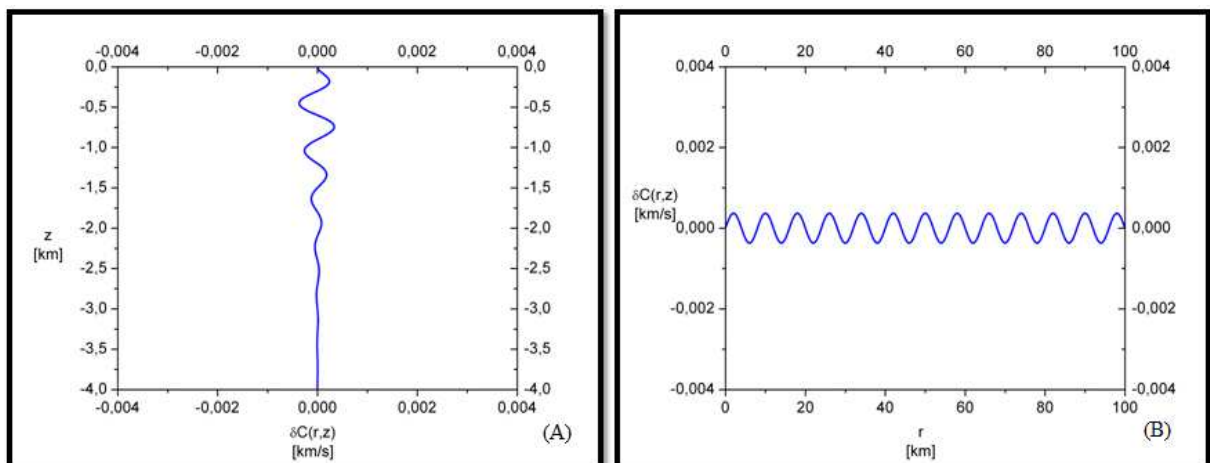


Figura 12D

Figura 12D – Os gráficos mostram uma perturbação dada pela equação (eq. 20), onde o parâmetro que esta sendo variado é $\lambda_1 = 8\text{km}$. O gráfico (A) mostra a perturbação variando em função da profundidade z . O gráfico (B) mostra a perturbação variando em relação à distância r , com $z = 0,5\text{km}$.

No gráfico da figura 13D os parâmetros utilizados são $\gamma = 0,002$, $\lambda_2 = 0,6\text{km}$, e o parâmetro que esta sendo variado é $\lambda_1 = 15\text{km}$ observe:

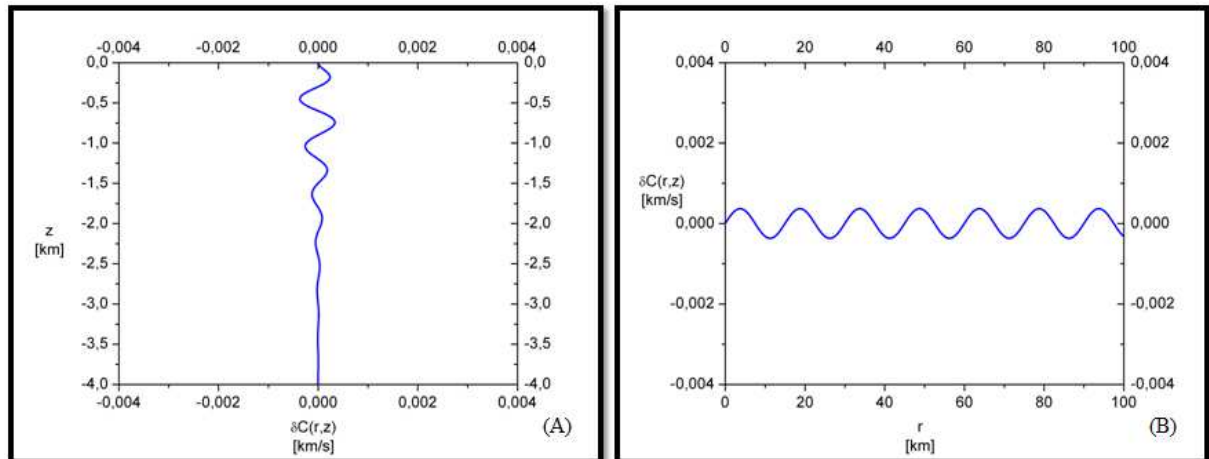


Figura 13D

Figura 13D – Os gráficos mostram uma perturbação dada pela equação (eq. 20), onde o parâmetro que esta sendo variado é $\lambda_1 = 15\text{km}$. O gráfico (A) mostra a perturbação variando em função da profundidade z . O gráfico (B) mostra a perturbação variando em relação à distância r , com $z = 0,5\text{km}$.

Apêndice E – As equações do raio de som e um formalismo Hamiltoniano.

No artigo “Ray dynamics in ocean acoustics” escrito no ano de 2001, pelos cientistas Michael G. Brown, John A. Colosi, Steven Tomsovic, Anatoly L. Virovlyansky, Michael A. Wolfson e George M. Zaslavsky é realizado um amplo debate sobre a formulação matemática, que relaciona a propagação de uma onda sonora em um guia de onda com a dinâmica de uma partícula [22]. Assim este apêndice E, consiste em breve reprodução do artigo citado acima e pode ser consultado utilizando a referencia 22.

Começando pela equação de Helmholtz:

$$\nabla^2 u + \sigma^2 C^{-2}(s)u = 0 \quad (\text{eq. 1E}).$$

Sendo C a velocidade do som no oceano dependente da distância r e da profundidade z , a frequência angular do campo de onda σ é definida por:

$$\sigma = 2\pi f \quad (\text{eq. 2E}).$$

Assumindo que a propagação do som ocorre ao longo da profundidade z e da distância r . O vetor s tem a seguinte forma:

$$s = z\hat{j} + r\hat{i} \quad (\text{eq. 3E}).$$

Utilizaram uma aproximação, sendo que para um pequeno ângulo a onda de som no oceano seja praticamente plana. Podemos utilizar esta aproximação para a onda quando temos:

$$\sigma \gg \nabla C \quad (\text{eq. 4E}).$$

Ou seja, quando as variações da velocidade do som C no oceano forem muito menores que a frequência angular do campo de onda σ .

O comprimento da onda acústica é definido por:

$$\lambda_3 = \frac{2\pi}{k} \quad (\text{eq. 5E}).$$

Onde o vetor de onda é definido por:

$$k = \frac{\sigma}{c} \quad (\text{eq. 6E}).$$

Escreveram a solução para a equação (eq. 1E) da seguinte forma:

$$u(s, \sigma) = \sum_j A_j(s) e^{i\sigma t_j(s)} \quad (\text{eq. 7E})$$

Representaram por $u(s, \sigma)$ a trajetória do raio de som no oceano se deslocando de uma fonte emissora até uma fonte receptora.

Onde A representa a amplitude da onda que varia lentamente, enquanto que a fase (σt) representa a variação rápida para a onda. O tempo de viagem para a onda é representado pela variável t .

Substituindo a equação (eq. 7E) na equação (eq. 1E), obtemos a equação para eikonal:

$$(\nabla C)^2 = \frac{1}{c^2} \quad (\text{eq. 8E})$$

Obtiveram a equação de transporte:

$$\nabla(A^2 \nabla t) = 0 \quad (\text{eq. 9E})$$

A equação (eq. 8E) foi escrita:

$$|\nabla t| = \frac{1}{c} \quad (\text{eq. 10E})$$

A equação (eq. 10E) foi simplificada:

$$\frac{dt}{ds} = \frac{1}{c} \quad (\text{eq. 11E})$$

A equação (eq. 11E) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$dt = \frac{ds}{c} \quad (\text{eq. 12E})$$

O tempo de viagem de um sinal sonoro entre dois pontos pode ser calculado pela equação:

$$t = \int \frac{ds}{c} \quad (\text{eq. 13E})$$

Com base em um formalismo Lagrangiano, podemos escrever uma solução Hamiltoniana para a equação (eq. 8E):

$$\frac{ds}{dt_s} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p} \quad \frac{dp}{dt_s} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial s} \quad (\text{eq. 14E})$$

Definiram o t_s como um tempo semelhante para que cada raio de som viagem da fonte emissora até o receptor pelos mais variados caminhos.

Temos também que:

$$\frac{dt}{dt_s} = \mathcal{L} = p \frac{ds}{dt_s} - \mathcal{H} \quad (\text{eq. 15E})$$

Onde o momentum p é definido como sendo o gradiente de t :

$$p = \nabla t \quad (\text{eq. 16E})$$

A equação (eq. 15E) toma a seguinte forma para \mathcal{H} :

$$\mathcal{H}(p, s) = \frac{1}{2} \left(p^2 - \frac{1}{(c(s))^2} \right) = 0 \quad (\text{eq. 17E})$$

Como não ocorre variação da energia ao longo do tempo de viagem do raio, tratamos como um sistema conservativo:

$$\frac{d\mathcal{H}}{dt_s} = 0 \quad (\text{eq. 18E})$$

As equações (eq. 14E) e (eq. 17E) permitem descrever uma analogia óptico – mecânica, onde a trajetória de uma onda de som em guia de onda se comporta da mesma forma que uma partícula. Temos que observar a condição de aproximação para uma onda plana.

Para a propagação de um raio de som em guia de onda, podemos reescrever as equações (eq. 14E) e (eq. 17E) da seguinte forma:

$$\frac{dz}{dr} = \frac{\partial H}{\partial p} \quad \frac{dp}{dr} = -\frac{\partial H}{\partial z} \quad (\text{eq. 19E})$$

Onde o momentum p é definido como:

$$p = \frac{\partial t}{\partial z} \quad (\text{eq. 20E})$$

A equação (eq. 17E) toma a seguinte forma:

$$H(p, z, r) = -\sqrt{\left(\frac{1}{(c(z,r))^2} - p^2\right)} \quad (\text{eq. 21E})$$

Um estudo detalhado deste tema será feito, na tentativa de obter cálculos mais precisos, visto que muitas das aproximações feitas podem significar informações relevantes no estudo da propagação do som no oceano a longas distâncias.