



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

JEANNETTE EMMA GALLEGUILLOS BUSTAMANTE

**MODELAGEM MATEMÁTICA NA MODALIDADE *ONLINE*:
ANÁLISE SEGUNDO A TEORIA DA ATIVIDADE**

Rio Claro

2016

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“Júlio de Mesquita Filho”

Instituto de Geociências e Ciências

Exatas Câmpus de Rio Claro

JEANNETTE EMMA GALLEGUILLOS BUSTAMANTE

MODELAGEM MATEMÁTICA NA MODALIDADE ONLINE:
ANÁLISE SEGUNDO A TEORIA DA ATIVIDADE

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática.

Orientador: Marcelo de Carvalho Borba

Rio Claro - SP

2016

370.71 Galleguillos, Jeannette Emma
G166m Modelagem matemática na modalidade online : análise
segundo a Teoria da Atividade / Jeannette Emma Galleguillos
Bustamante. - Rio Claro, 2016
213 f. : il., figs., quadros

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Marcelo de Carvalho Borba

1. Professores - formação. 2. Modelagem na educação
matemática. 3. Teoria sociocultural da atividade. 4. Educação
a distância. 5. Formação continuada do professor. 6.
Seres-humanos-com-mídias. I. Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI - Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

JEANNETTE EMMA GALLEGUILLOS BUSTAMANTE

MODELAGEM MATEMÁTICA NA MODALIDADE ONLINE:
ANÁLISE SEGUNDO A TEORIA DA ATIVIDADE

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática.

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba - Orientador
IGCE/UNESP/Rio Claro (SP)

Profa. Dra. Daise Lago Pereira Souto
UNEMAT/Barra do Bugres (MT)

Profa. Dra. Telma Aparecida de Souza Gracias
Autônoma/Rio Claro (SP)

Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempo
IGCE/UNESP/Rio Claro (SP)

Profa. Dra. Aparecida Santana de Souza Chiari
INMA/UFMS/Campo Grande (MS)

Rio Claro/ SP, 22 de novembro de 2016

Resultado: APROVADA

DEDICATÓRIA

Aos meus pais,
Ema e Fernando (in memoriam).

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por permitir o surgimento das contradições em minha vida e brindar-me sempre com uma solução em situações que pareciam impossíveis.

EPÍGRAFE

“Se, a princípio, a ideia não é absurda, então não há esperança para ela.”

Atribuída a ALBERT EINSTEIN

RESUMO

Este trabalho situa-se na intersecção de Modelagem Matemática e da Teoria da Atividade. A pesquisa se desenvolveu num curso de formação continuada *online* para professores de matemática, no qual se tratou o tema de modelagem e aplicações, usando-se a rede social *Facebook* para interação. O curso contemplou grupos de professores desenvolvendo uma tarefa, que consistiu na proposta e resolução de um problema de modelagem. Cada grupo é visto como um sistema de atividade em que ocorrem inter-relações entre os sujeitos e seu mundo, trabalhando coletivamente para o desenvolvimento do sistema. O objetivo desta tese foi estudar como ocorre o desenvolvimento de processos de Modelagem Matemática segundo a Teoria da Atividade. A pesquisa é de cunho qualitativo, na qual os professores participantes interagiram em grupos na proposta e resolução de um problema de modelagem, a partir de um tema do seu interesse. Os dados foram produzidos num grupo fechado da rede social e se compuseram de: aulas de discussão, entrevistas dos participantes, discussão na construção das tarefas de modelagem e exposições das tarefas. Nas discussões emergiram contradições que foram visualizadas por meio de manifestações, como: dilema, conflito, conflito crítico e *beco sem saída*. A discussão emergiu a partir de dicotomias no sistema e foi evoluindo ou para uma *expansão* ou para uma *contração* do sistema. Primeiro, a discussão *problema-exercício* mobilizou os professores de uma proposta fechada a uma mais aberta. Segundo, a discussão de *fazer desenvolver - passar o modelo* aos alunos mobilizou os professores de uma abordagem de reprodução para uma que incluía construção de conhecimento. Terceiro, o interesse dos participantes pelo tema escolhido foi um *energizador* do desenvolvimento de modelagem e, o fato dos participantes pensarem nos interesses e motivos na escolha do tema, impulsionou a delimitação do problema, a proposta de variáveis e a obtenção de um modelo básico no processo de modelagem *online*. Quarto, as tecnologias participaram no sistema com *agency* (poder de ação), consistentemente com a noção de Seres-humanos-com-mídias: o *Geogebra* atuou “propondo modelos” gráfico-algébricos e a Internet atuou “dando vida” aos modelos propostos, levando os professores a refletirem criticamente sobre esses modelos em comparação com dados de previsão da Internet. Assim, a discussão sobre as dicotomias surgidas, as tecnologias e a possibilidade de escolha de um tema de interesse emergiram como fatores impulsionadores para o desenvolvimento de modelagem na modalidade *online*.

Palavras-chave: Modelagem na Educação Matemática. Teoria sociocultural da atividade. Educação a distância. Formação continuada do professor. Seres-humanos-com-mídias.

RESUMEN

Este trabajo se encuentra en la intersección de Modelación Matemática y la Teoría de la Actividad. La investigación se desarrolló en un curso de formación continua *online* para profesores de matemática, en el que se trató el tema de modelación y aplicaciones, usando la red social *Facebook* para interacción. El curso contempló grupos de profesores desarrollando una tarea, que consistió en la propuesta y resolución de un problema de modelación. Cada grupo es visto como un sistema de actividad en que ocurren interrelaciones entre los sujetos y su mundo, trabajando colectivamente para el desarrollo del sistema. El objetivo de esta tesis fue estudiar cómo ocurre el desarrollo de procesos de modelación matemática según la Teoría de la Actividad. La investigación es cualitativa, en la que los profesores participantes interactuaron en grupos en la propuesta e resolución de un problema de modelación, a partir de un tema de interés. Los datos fueron producidos en un grupo cerrado de la red social y se compusieron de: clases de discusión, entrevista a los participantes, discusión en la construcción de las tareas de modelación y exposiciones de las tareas. En las discusiones emergieron contradicciones que fueron visualizadas por medio de manifestaciones, como: dilema, conflicto, conflicto crítico y callejón sin salida. La discusión emergió a partir de dicotomías en el sistema y fue evolucionando para una expansión o para una contracción del sistema. Primero, la discusión *problema-ejercicio* movilizó a los profesores desde una propuesta cerrada, de estilo ejercicio, a una más abierta. Segundo, la discusión *hacer desarrollar – pasar el modelo a los alumnos* movilizó a los participantes desde un enfoque de reproducción para uno que incluyera construcción de conocimiento. Tercero, el interés de los participantes por el tema escogido fue un *energizador* del desarrollo de modelación y, el hecho que los participantes pensaran en los intereses y motivos en escoger su tema, les estimuló a la delimitación del problema, a la propuesta de variables y a la obtención de un modelo base en el proceso de modelación *online*. Cuarto, las tecnologías participaron en el sistema con *agency* (poder de acción), consistentemente con la noción de Humanos con medios: *Geogebra* actuó “proponiendo modelos” gráfico-algebraicos y la Internet actuó “dando vida” a los modelos propuestos, llevando a los profesores a reflexionar críticamente sobre esos modelos en comparación con datos de predicción de la Internet. Así, la discusión sobre las dicotomías emergidas, las tecnologías y la posibilidad de escoger un tema de su interés emergieron como factores que promovieron del proceso de modelación en la modalidad *online*.

Palabras clave: Modelación en Educación Matemática. Teoría sociocultural de la actividad. Educación a distancia. Formación continua del profesor. Humanos con medios.

ABSTRACT

This work lies between the Mathematical Modeling and the Activity Theory. The research has been developed in an *online* continuing education course for mathematics teachers, in which the issue of modeling and applications, using the social network *Facebook* for interaction was addressed. The course included teachers groups developing a task, which consisted in the proposal and resolution of a modeling problem. Each group is seen as an activity system in which there are interrelations between the subjects and their world, working collectively for the development of the system. The aim of this thesis was to study how the development of mathematical modeling process occurs according to the Activity Theory. The research has a qualitative approach, in which participating teachers interacted in groups in the proposal and resolution of a problem of modeling, from a theme of interest. The data were produced in a closed group of social network, which consisted of: discussion classes, interviews of participants, discussion on the construction of modeling and expositions of the tasks. In the discussions contradictions emerged, which were noticed through events such as: dilemma, conflict, critical conflict and deadlock. The discussion emerged because of dichotomies in the systems, and evolved to a system's expansion or contraction. First, the *problem-exercise* discussion mobilized teachers from a closed to a more open proposal. Second, the discussion *to develop the model - pass the model to the students* mobilized teachers from a reproduction approach to one that had included the construction of knowledge. Third, the interest of the participants by the theme was an *energizer* of modeling development and the motives and interests of teachers to choose a theme to develop, boosted the problem's delimitation, the variables' proposal and the obtaining of a basic model in the *online* modeling process. Fourth, the technologies acted with agency, consistently with the notion of humans-with-media: the *Geogebra* acted "proposing graphic-algebraic models" and the Internet acted "giving life" to the proposed models, making teachers reflect critically over models compared to the Internet estimate data. So, the discussion on the dichotomies, the technologies and the possibility of choice of an interest topic emerged as boosting factors of modeling in the *online* mode.

Keywords: Modeling in mathematics education. Cultural-historical activity theory. Distance education. Continuing education teachers. Humans-with-media.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Diagrama cíclico de modelagem.....	35
Figura 2 - Artefatos de Mediação.	46
Figura 3 - Esquema de estrutura da atividade.....	50
Figura 4 - Sistema de atividade.....	52
Figura 5 - Níveis de contradições.....	58
Figura 6 - Ciclo de ações de aprendizagem expansiva.....	61
Figura 7 - Sistema de Atividade “Tendências” idealizado.	92
Figura 8 - Sistema Professores-organizadores do curso Tendências.....	93
Figura 9 - Simulador de tarifas de Celular.....	109
Figura 10 - Imagem do vídeo de apresentações da tarefa Operadoras de Telefonia Celular.....	110
Figura 11 - Abordagem pedagógica.....	112
Figura 12 - Relação sistêmica entre o Sistema Professores-Organizadores do curso Tendências e o Sistema Operadoras de Telefonia Celular.	117
Figura 13 - Exemplo de uma função logística.....	142
Figura 14 -- Relação sistêmica entre o Sistema Professores-Organizadores do curso Tendências e o Sistema O <i>Facebook</i> no Brasil.....	149
Figura 15 – Relação sistêmica entre o Sistema Professores-Organizadores do curso de Tendências e o Sistema O <i>Álcool no Sangue</i>	180

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Cronograma do curso de Tendências	78
Quadro 2 - Tipos de manifestações discursivas de contradições.....	84
Quadro 3 - Contradições e ações do grupo “Operadoras de Telefonia Celular”	119
Quadro 4 - Contradições e ações do grupo “O <i>Facebook</i> no Brasil”	150
Quadro 5 - Contradições e ações do grupo “O Álcool no Sangue”	178
Quadro 6 - Evolução das contradições e suas manifestações	186

SUMÁRIO

1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA.....	15
1.1 A pesquisa e seu contexto	17
1.2 Justificativa da pesquisa	19
1.3 Como segue este escrito	22
2 EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA ONLINE E AULA INTERATIVA	25
2.1 Educação a Distância <i>online</i>	25
2.2 Aula Interativa na Sociedade do Conhecimento	28
3 MODELAGEM MATEMÁTICA.....	33
3.1 Modelagem na Educação Matemática	33
3.1.1 <i>Panorama internacional</i>	33
3.1.2 <i>Panorama nacional</i>	36
3.1.3 <i>Dificuldades na aplicação de modelagem</i>	37
3.2 Modelagem na perspectiva de Borba (1999).....	38
3.2.1 <i>Modelagem e o interesse pelo tema</i>	38
3.2.2 <i>O problema, o modelo e a realidade</i>	39
3.2.3 <i>Modelagem e sua relação com problem posing</i>	41
3.3 Cenário da pesquisa	42
4 TEORIA DA ATIVIDADE	45
4.1 Bases da Teoria da Atividade.....	46
4.1.1 <i>A mediação sujeito-objeto</i>	46
4.1.2 <i>A zona de desenvolvimento proximal</i>	47
4.1.3 <i>Coletividade</i>	48
4.1.4 <i>Atividade</i>	50
4.1.5 <i>Objeto</i>	52
4.2 Princípios da Teoria da Atividade	53
4.2.1 <i>Contradições internas</i>	55
4.2.2 <i>Transformação expansiva</i>	59
4.3 Seres-humanos-com-mídias	63

5 DISCUSSÃO BIBLIOGRÁFICA.....	65
5.1 Educação Matemática e Teoria da Atividade	65
5.2 Modelagem e Educação a distância <i>online</i>.....	71
6 OS CAMINHOS DA PESQUISA	75
6.1 Visão geral sobre a pesquisa	75
6.1.1 <i>Metodologia de pesquisa.....</i>	75
6.1.2 <i>Movimentos da pesquisa até a análise</i>	76
6.2 Descrição dos parâmetros da pesquisa.....	77
6.2.1 <i>Descrição do curso de extensão</i>	77
6.2.2 <i>Os sujeitos.....</i>	79
6.2.3 <i>Os dados</i>	80
6.2.4 <i>A tarefa de modelagem</i>	81
6.3 Análise dos dados.....	82
6.3.1 <i>Manifestações de contradições num Sistema de Atividade.....</i>	83
6.3.2 <i>Ações e Ciclo de aprendizagem expansiva</i>	85
6.4 Formato das Expressões.....	86
7 ANÁLISE E RESULTADOS.....	91
7.1 Olhar geral do curso	91
7.1.1 <i>Sistema de Atividade Tendências</i>	91
7.1.2 <i>Sistema de Atividade Professores-Organizadores</i>	93
7.2 Tarefas de Modelagem.....	94
7.3 Grupo Operadoras de Telefonia Celular.....	95
7.3.1 <i>Episódios.....</i>	96
7.3.2 <i>Sistema de Atividade Operadoras.....</i>	113
7.3.3 <i>Contradições sistêmicas.....</i>	121
7.3.4 <i>Ciclo de aprendizagem expansiva.....</i>	122
7.3.5 <i>Fatores impulsionadores de processos de modelagem</i>	125
7.3.6 <i>Conclusões relativas ao grupo</i>	126
7.4 Grupo O Facebook no Brasil.....	128
7.4.1 <i>Episódios.....</i>	129
7.4.2 <i>Sistema de Atividade O Facebook no Brasil</i>	145
7.4.3 <i>Tensões.....</i>	148
7.4.4 <i>Ciclo de aprendizagem expansiva.....</i>	151

7.4.5 Fatores impulsionadores de modelagem.....	152
7.4.6 Conclusões relativas ao grupo	153
7.5 O grupo O Álcool no Sangue	155
7.5.1 Episódios.....	155
7.5.2 Sistema de Atividade O Álcool no Sangue.....	179
7.5.3 Contradições e tensões.....	182
7.5.4 Ciclo de aprendizagem expansiva.....	183
7.5.5 Conclusões relativas ao grupo	185
7.6 Resumo de resultados	186
7.6.1 Grupo Operadoras de Telefonia Celular.....	187
7.6.2 Grupo O Facebook no Brasil	187
7.6.3 Grupo O Álcool no Sangue.....	188
8. CONCLUSÕES E DISCUSSÃO	191
REFERÊNCIAS.....	199
APÊNDICE A – TAREFA DE MODELAGEM	207
APÊNDICE B – SITUAÇÕES DE INVESTIGAÇÃO	210
B.1 Problema dos Cabelos	210
B.2 Adivinhe a Função.....	211
B.3 O Problema do Comprimido	213

1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

A construção do problema de pesquisa iniciou-se com o meu interesse em estudar o uso das tecnologias em Educação Matemática ao atuar como professora em algumas disciplinas no curso de Pedagogia em Matemática em uma universidade chilena (equivalente à Licenciatura em Matemática no Brasil). Uma dessas disciplinas estava relacionada com o ensino da matemática por meio do computador, que integrava o ensino de *Excel*, *Geogebra* e *Moodle* em processos de aprendizagem da matemática. Nessa disciplina senti a necessidade de apresentar aos alunos enfoques pedagógicos inovadores, que integrassem o uso das tecnologias no ensino e aprendizagem da matemática, mas também fiquei analisando minha própria docência nas diferentes disciplinas que ministrava. Com o apoio dela direção do Departamento de Matemática (agora Instituto de Matemática), cursei um mestrado em Informática Educativa na Universidad de La Frontera, na cidade de Temuco, no Chile. Cursar esse mestrado me permitiu orientar alunos em trabalhos de titulação do curso de Pedagogia, relacionados com tecnologias e ensino da matemática. Os trabalhos de orientação de pesquisas me fizeram procurar teorias que sustentassem esses temas. Nesse processo me encontrei com o livro *Humans-with-media*, de Borba e Villarreal (2005), que apresenta o construto teórico Seres-humanos-com-mídias e exemplos da introdução da tecnologia nas aulas de matemática. Então, me interessei em cursar um doutorado que aprofundasse esses temas, visualizando a possibilidade de estudar no Brasil.

Finalizando o mestrado, e passados algum tempo, solicitei autorização de afastamento para cursar o doutorado, considerando o Brasil como uma forte alternativa. Nesse período, participei da Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM) no ano de 2011, em Recife, onde encontrei o professor Dr. Marcelo C. Borba, coordenador do GPIMEM¹. A partir dessa conferência, começou o nosso diálogo, que se viu, algumas vezes, atrapalhado pelas responsabilidades que eu assumira com o processo de credenciamento do curso em que atuava. Depois, aproveitando minhas férias, viajei ao Brasil, para participar como ouvinte da

¹ GPIMEM: Grupo de Pesquisa em Informática outras Mídias e Educação Matemática, da UNESP – Rio Claro, web acessível de [HTTP://www.rc.unesp.br/gpimem](http://www.rc.unesp.br/gpimem).

disciplina Tendências em Educação Matemática do programa de pós-graduação em Educação Matemática da UNESP, Rio Claro, no ano de 2012, ministrada pelo professor Borba. Nessa disciplina, me interessei por me aprofundar no tema de Modelagem Matemática². Entretanto, confesso que não cheguei a compreender de modo profundo o que é modelagem até cursar uma disciplina de Modelagem Matemática, ministrada pela professora Dra. Ana Paula Malheiros, no segundo semestre de 2013, na UNESP. A perspectiva de modelagem de Borba (1999) me interessou, pois respondia à minha busca por abordagens pedagógicas inovadoras e, ao mesmo tempo, essa perspectiva foi um grande desafio: como abordar essa perspectiva numa aula? Essa situação me levou a pensar, a princípio, em estudar o papel do professor nos processos de modelagem, o que se reflete na edição do projeto de tese discutido no EBRAPEM³ (GALLEGUILLLOS, 2013).

Um segundo passo importante da minha pesquisa foi decidir entrar no tema de Educação a Distância, focando-me em integrar modelagem na formação continuada do professor num curso de extensão. Atuei então como observadora no curso de Tendências em Educação Matemática, no ano de 2013, e fiquei surpresa ao conhecer esse modelo de aula interativa num ambiente *online*. Essa experiência me ajudou a pensar nos processos envolvidos na minha pesquisa, mas a considerei também um desafio pelas dificuldades de incorporar o desenvolvimento de modelagem em um curso na modalidade *online*. Aceitei esse desafio, já compreendendo que o foco da minha pesquisa (o papel do professor) ia mudar, pois num curso interativo e nos processos de modelagem, era difícil isolar o papel do professor dos outros acontecimentos também interessantes.

Nessa mesma época, no GPIMEM, Daise Souto estava desenvolvendo sua pesquisa em relação à Teoria da Atividade, como um referencial teórico que harmonizava com o construto teórico Seres-humanos-com-mídias. Esse trabalho me inspirou a iniciar leituras da Teoria da Atividade e de Aprendizagem por Expansão (ENGSTRÖM, 1987). Estas leituras se refletem no meu segundo artigo discutido no EBRAPEM (GALLEGUILLLOS, 2014). No início, pensei em utilizar a Teoria da Atividade como um referencial teórico, que me permitisse apenas compreender os

² Utilizo “Modelagem Matemática” com maiúscula quando me refiro à área grande de estudo e, “modelagem” com minúscula quando me refiro a uma perspectiva ou enfoque determinado que se deriva dela.

³ EBRAPEM: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática.

dados da minha pesquisa, sem pensar em usá-la para analisar meus dados. Mas esta teoria começou a influir de modo mais profundo na pesquisa, trazendo novos ingredientes que foram moldando-a, enquanto me envolvia em leituras e descobertas dos aspectos dessa teoria. Ela me ofereceu também ferramentas de análise de dados que marcaram o rumo a seguir neste trabalho.

1.1 A pesquisa e seu contexto

A presente tese de doutorado se desenvolveu no curso de extensão *online* “Tendências em Educação Matemática”, ministrado pelo professor Marcelo C. Borba, orientador deste trabalho. Historicamente, este curso é ministrado desde o ano 2000 e é oferecido a professores de Matemática. As aulas integram atividades síncronas e assíncronas e promovem a participação ativa dos alunos-professores nas discussões e debates em bate-papo. Ao longo do tempo, essas aulas desenvolveram-se em diferentes ambientes virtuais de aprendizagem (AVA), como Teleduc⁴ e Tidia-Ae⁵. Alguns resultados do desenvolvimento dessas experiências podem ser encontrados em Borba, Malheiros e Amaral (2011).

Em 2013, o curso foi desenvolvido pela primeira vez com a utilização da rede social *Facebook*⁶, a qual apresenta características equivalentes a outras plataformas utilizadas como AVA ou LMS (Learning Management System) (MEISHAR-TAL; KURTZ; PIETERSE, 2012). Por exemplo, o *Facebook* apresenta a possibilidade de administrar material e fornecer ferramentas de interação (fórum ou *chat*). Entretanto, não apresenta possibilidades de avaliação e administração de contas dos alunos. Para os objetivos do curso de extensão, é vantajoso que o *Facebook* seja um ambiente conhecido, muito utilizado e de fácil acesso aos alunos participantes, o que dispensa a realização de um curso introdutório sobre como utilizá-lo. Esse tipo de aula favorece a ocorrência de múltiplas interações e fluxos de discussão entre os participantes, constituindo o que Silva (2000) chama de uma aula interativa, a que difere do modelo de aprendizagem *emissor/receptor*, criticado por Freire (1968), e

⁴Teleduc é uma plataforma *Open Source* que permite o gerenciamento de cursos via Internet. Disponível em <<http://www.teleduc.org.br>>, último acesso em março de 2016.

⁵TIDIA-AE é um ambiente desenvolvido por um consórcio de grupos de pesquisa, entre eles o GPIMEM, financiado pela FAPESP sob o projeto Tecnologias da Informação no Desenvolvimento da Internet Avançada – Aprendizado Eletrônico.

⁶*Facebook* é uma rede social acessível por meio de <http://www.facebook.com>.

mostra-se como aquela em que o aluno tem a possibilidade de participar ativamente podendo intervir, propor, escolher e ser coautor nos processos de aprendizagem. As discussões que ocorrem no curso formam um ambiente rico para a produção de conhecimento e aprofundamento de diferentes tendências em Educação Matemática.

Em 2014, o curso foi novamente desenvolvido no *Facebook* com o título de “Tendências em Educação Matemática: Modelagem, Aplicações e Investigação”⁷, integrando principalmente discussões relacionadas aos temas de modelagem e aplicações na Educação Matemática. O curso abordou, junto às discussões, a realização de uma tarefa em que os participantes, em grupos pequenos, teriam que propor um problema de modelagem e resolvê-lo, o que se tornou o foco desta pesquisa.

A Modelagem Matemática, em termos gerais, teve sua origem na ideia de trazer situações da realidade para serem desenvolvidas por meio da matemática em processos de ensino e aprendizagem. Ela é uma estratégia pedagógica que promove a relação da matemática com a realidade, permeando o envolvimento dos alunos no desenvolvimento de problemas. No entanto existem múltiplas formas de ver modelagem. Particularmente, a perspectiva de modelagem de Borba (em (BORBA; VILLARREAL, 2005)) é aquela em que os alunos, em grupos, escolhem um tema de seu interesse e, a partir dele, constroem um problema que pode ser resolvido com a utilização da matemática e as tecnologias digitais. Uma forma de enfatizar os princípios de modelagem na perspectiva de Borba (1999) é fazer com que os alunos proponham um problema de modelagem a partir de um tema de seu interesse.

Nesta tese utilizarei a Teoria da Atividade visando à compreensão das dinâmicas experimentadas por grupos de professores na proposta e resolução de um problema de modelagem na modalidade *online*. Para isto, adoto o conceito de *atividade*, não com o significado tradicional do termo, em que os alunos estão ocupados em alguma tarefa escolar, mas, sim, referindo-me às inter-relações dos sujeitos com o mundo para o seu desenvolvimento. Num âmbito mais geral, a atividade ocorre em um sistema de relações que contribui para satisfazer

⁷ Adiante, o curso “Tendências em Educação Matemática: Modelagem, aplicações e Investigação” será referido como curso de Tendências.

necessidades coletivas como parte da divisão do trabalho em sociedade (ROTH, 2013).

Em um sistema de atividade, os sujeitos têm suas próprias visões e opiniões em forma de múltiplas vozes, que podem produzir contradições internas. Estas são forças opostas que emergem no sistema e se contrapõem produzindo tensões e movimento. Para Holzkamp (1993) as contradições são vistas como obstáculos para a aprendizagem e, portanto, não deveriam ocorrer, mas, para Engeström (1987), elas são oportunidades de desenvolvimento do sistema. Assim, as contradições internas são vistas como fontes de movimento e mudança nos sistemas de atividade e como oportunidades de progresso (ENGESTRÖM, 1987). Um sistema é como um organismo que está sempre em movimento, mas quando as contradições são resolvidas, pode-se ter uma transformação qualitativa do sistema de atividade, resultando em uma situação de expansão, a qual representa desenvolvimento. Engeström (1987) introduz o termo aprendizagem expansiva, o qual é percebido como um processo que “deveria ser entendido como a construção e resolução das contradições evoluindo sucessivamente no sistema de atividade”⁸ (p. 12, tradução nossa).

O presente trabalho, desenvolvido no curso de Tendências, inclui uma tarefa de modelagem em que grupos de participantes, vistos como sistemas de atividade, constroem um problema de modelagem e o resolvem. O objetivo da pesquisa é responder a pergunta: **Como ocorre o desenvolvimento de processos de modelagem matemática em um curso de extensão *online*, segundo a Teoria da Atividade?** Esse objetivo traz consigo estudar a atividade dos participantes do curso em processos de modelagem, por meio das interações produzidas no sistema, detectando as ocorrências de contradições internas e a sua evolução em possíveis movimentos que indiquem uma situação de expansão ou de contração do sistema.

1.2 Justificativa da pesquisa

A relevância deste estudo se fundamenta em encontrar aspectos que favoreçam o desenvolvimento da modelagem matemática em processos de

⁸ [The process of expansive learning] should be understood as construction and resolution of successively evolving contradictions in the activity system (ENGESTRÖM, 1987, p. 12).

formação continuada de professores na modalidade *online*. O desenvolvimento de cursos de extensão para formação continuada de professores, por meio da Internet, possibilita atenuar o impasse da disponibilidade de tempo do professor em formação, como também da distância física dos centros de estudo habituais.

Os alunos atuais, sendo nativos da tecnologia e membros da Sociedade do Conhecimento, resistem a um estilo de ensino bancário (FREIRE, 1968) de transmissão/recepção de informação. O docente enfrenta novos desafios perante alunos da Sociedade do Conhecimento que gostam de intervir, de escolher e participar ativamente (SILVA, 2000), aspectos que devem ser levados em conta no sistema de ensino. O aperfeiçoamento pode ser então uma oportunidade de desenvolvimento docente que permita aos professores superar os novos desafios da sala de aula na Sociedade do Conhecimento. A utilização da tecnologia e os parâmetros de uma sala de aula interativa são essenciais para enfrentar esses novos desafios docentes.

A Modelagem Matemática é uma estratégia de ensino que rompe com os esquemas da educação bancária (FREIRE, 1968). O estudo de fatores que favoreçam a introdução de modelagem nas aulas permitiria facilitar sua introdução no âmbito escolar, fornecendo oportunidades aos alunos de “fazerem por si mesmos” e estabelecerem conexões da matemática com a realidade, contextualizando a matemática que se aprende ou aprofundando a matemática que se conhece. Por outro lado, a educação matemática descontextualizada é, em parte, responsável por fazer os alunos verem a matemática como inútil para a vida e, portanto, por limitar muitas das possibilidades dos cidadãos, como, por exemplo, a de seguir estudos profissionais.

Outra contribuição desse estudo se situa em desenvolver possibilidades de contribuir em processos de formação continuada *online* de professores de matemática, facilitando a introdução de modelagem matemática nesse ambiente, fortalecendo os mecanismos de ação e os diferentes processos docentes no âmbito da Educação Matemática a distância por meio da Internet.

A Teoria da Atividade se apresenta como um referencial teórico que permite compreender um curso de extensão *online* como um sistema de atividade. Por outro lado, esta teoria também se levanta como uma ferramenta de análise de dados de pesquisa, incorporada neste trabalho, permitindo analisar um sistema de atividade observando a ocorrência de contradições internas e a sua evolução no

desenvolvimento de modelagem. A resolução das contradições poderia levar a uma situação de expansão no sistema (desenvolvimento de modelagem), o que poderia revelar fatores que contribuam para a realização de processos de modelagem.

Menciono, a seguir, alguns estudos que se aproximam dos temas desta pesquisa. Os estudos de Malheiros (2008); Neves, Silva e Teodoro (2011) e Pereira (2015) envolvem os temas de Educação a Distância e Modelagem Matemática.

Malheiros (2008) pesquisou como ocorre a construção de projetos de modelagem na Educação Matemática totalmente *online*, focando em estudar o papel das tecnologias no desenvolvimento de projetos de modelagem. A autora indica que as tecnologias formaram parte de todo o processo de modelagem, tanto nos projetos como nas interações, e entrega apontamentos pedagógicos para o desenvolvimento de projetos de modelagem *online* segundo a experiência deste trabalho.

Neves et al. (2011) pesquisaram um curso de física na universidade, em modalidade semipresencial, através da plataforma *Moodle*, a qual dispôs documentos, vídeos e testes *online*; o curso incluiu também o uso do *software Modellus*. Como resultado a pesquisa mostrou melhoras no curso com respeito ao ano anterior, avaliando positivamente as atividades desenvolvidas e indicando sobre a facilidade de usar o *software Modellus*.

Pereira (2015) pesquisou um curso de extensão para professores de matemática do ensino básico em processos de Modelagem Matemática com o objetivo de estudar as possibilidades do ensino a distância. Este curso utilizou o *chat* e *fórum* da plataforma *Moodle*. Os resultados indicam que a Educação a Distância favoreceu a manifestação e o desenvolvimento de saberes da docência, permeando o desenvolvimento da autonomia das atividades propostas.

Agora passo a mencionar estudos que envolvem Modelagem Matemática e a Teoria da Atividade. Um trabalho que relaciona modelagem com a Teoria da Atividade é o de William e Goos (2013), no qual as autoras propuseram a Teoria da Atividade como um referencial teórico para estudos que envolvam modelagem e tecnologias e observaram a utilização da tecnologia em um ambiente de modelagem na escola e num posto de trabalho de uma indústria. Nesse artigo, as autoras indicam que a matemática se encontra incorporada na tecnologia e que, historicamente, ambas têm se desenvolvido conjuntamente ao ponto de se esquecer de que elas estão relacionadas e envolvidas, sendo como “caixas-pretas” para quem as utiliza. As autoras encontraram situações de *colapso* numa aula de matemática

quando uma calculadora, utilizada como CAS (*Computer Algebra Systems*, em inglês, ou Sistemas de Álgebra Computacional, em português), mostrou um resultado inesperado aos alunos. Dessa forma emergiu uma discussão generalizada sobre a expressão matemática analisada, que foi interpretada pelas autoras como uma situação de expansão.

Soares e Souto (2014) analisaram a ocorrência de contradições internas (vistas como tensões) em uma disciplina de um curso de Biologia que aborda temas de Cálculo Diferencial e Integral, introduzindo nas aulas uma proposta pedagógica que inter-relaciona conceitos do cálculo diferencial e integral com a análise de um modelo matemático. Como conclusão, a própria proposta pedagógica do curso foi uma fonte de contradição interna, como também um elemento-chave para a sua superação.

O foco destas pesquisas tem sido: o papel das tecnologias na elaboração de projetos de modelagem na modalidade *online* (MALHEIROS, 2008); as possibilidades da docência *online* que envolve processos de modelagem (PEREIRA, 2015); o uso da tecnologia no desenvolvimento de modelagem no Ensino Básico por meio da Teoria da Atividade (WILLIAMS; GOOS, 2013) e a detecção de tensões no âmbito da Teoria da Atividade (SOARES; SOUTO, 2014). Estudar a evolução das contradições internas que experimentam professores de matemática em processos de modelagem, na formação continuada *online*, pode contribuir para potencializar a introdução de modelagem nos diferentes níveis de atuação dos professores de matemática, para que eles possam visualizar as vantagens da modelagem e as possibilidades de implementação nas suas aulas. Deste modo, percebe-se a necessidade de estudar os temas que abrangem a presente pesquisa.

1.3 Como segue este escrito

Os capítulos seguintes mostram um esboço dos temas interligados nesta pesquisa. O capítulo dois aborda a Educação a Distância *online* e a noção de aula interativa. O capítulo três expõe o que é Modelagem Matemática com as diferentes formas de ver modelagem nos âmbitos nacional e internacional. O capítulo quatro aborda a visão da Teoria da Atividade adotada nesta tese.

O capítulo cinco apresenta uma revisão bibliográfica dos principais temas que se aproximam do referencial teórico desta pesquisa. O capítulo seis apresenta os

métodos e procedimentos utilizados no estudo. O capítulo sete mostra a análise dos dados e os resultados. Finalmente, no capítulo oito, exponho as conclusões finais e a discussão dos resultados esta pesquisa.

2 EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA *ONLINE* E AULA INTERATIVA

2.1 Educação a Distância *online*

A Educação a Distância vem se consolidando nos últimos anos, atingindo públicos cada vez mais amplos. Apresenta-se como um meio que diminui os problemas de distância, espaço e tempo dos centros educativos presenciais (MALTEMPI; MALHEIROS, 2010). Nessa modalidade de estudo, os centros educativos não necessitam de espaços físicos para receber os alunos, os quais podem participar das aulas de modo virtual, de sua própria residência, evitando perda de tempo no deslocamento.

A Educação a Distância *online*

pode ser entendida como a modalidade de educação que acontece primordialmente mediada por interações via Internet e tecnologias associadas. Cursos e disciplinas cuja interação aconteça utilizando interfaces como salas de bate-papo, videoconferências, fóruns, etc. se encaixam nessa modalidade (BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011, p. 15).

Segundo Borba, Malheiros e Amaral (2011), as tecnologias de comunicação associadas à Internet e às plataformas virtuais que se incorporam à prática educativa *online*, podem ser utilizadas sob uma abordagem pedagógica dialógica que integra aspectos, como: experimentação, interação e formulação de conjecturas, sob um ambiente rico em discussão. As discussões nos bate-papos de plataformas virtuais, como Teleduc e Tidia-Ae, deram origem ao termo *multiálogo*, que faz referência às interações em *chat* realizadas simultaneamente e muitas vezes, com participantes envolvidos em mais de uma discussão, saltando de um tema a outro. Nestes tipos de conversa, foi observado que o professor pode atender às perguntas feitas paralelamente e seguir o fluxo das discussões, por estas permanecerem registradas no sistema (BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011). Foi visto como uma vantagem o fato de o professor poder responder a postagens feitas pelos participantes ao mesmo tempo, sendo que, na modalidade presencial, é impossível escutar intervenções simultâneas.

Atualmente, também é possível aproveitar as vantagens dos sistemas de interação das redes sociais pela massificação e facilidade de uso por parte dos usuários do sistema, já que esses sistemas não são utilizados somente para

entretenimento, mas também estão presentes para diferentes práticas sociais, laborais e acadêmicas. Meishar-tal et al. (2012) estudaram o uso do *Facebook* como um *Learning Management System* (LMS). As autoras indicam que os LMS têm três principais funções: fornecer sistemas de administração de conteúdo, ferramentas de interação (como *fórum* e *chat*) e ferramentas de administração e avaliação dos aprendizes. A rede social *Facebook* cumpre com as duas primeiras funções, sendo essas fundamentais e suficientes ao curso em foco nesta pesquisa. As mudanças e avanços constantes da citada rede social permitiriam, no futuro, simplificar as limitações e potencializar as suas vantagens. Uma dessas vantagens é a facilidade de uso desse sistema, o qual dispensa fornecer um curso prévio de introdução ao funcionamento da plataforma, e a disponibilidade fácil e gratuita de espaços de discussão grupais, permitindo a formação de grupos com diferentes opções de privacidade (público, fechado ou secreto).

Mill, Oliveira e Ribeiro (2010, p. 14) percebem a docência, em geral, como uma atividade, “em parte, autônoma influenciada pelas características individuais daqueles que a exercem”. A docência na educação a distância *online*, devido à complexidade das tecnologias nas quais se apoia, raramente é um empreendimento individual. Isto é, na educação *online*, no contexto da formação inicial, os professores responsáveis pelas disciplinas frequentemente trabalham com outros indivíduos, muitos deles com formações diversas.

Mill et al. (2010) distinguem, em um curso *online* de formação inicial, os tipos de participação docente envolvidos, entre eles, o professor (responsável pela disciplina), os tutores virtuais e presenciais e a equipe multidisciplinar, com destaque para os projetistas educacionais ou *designers* instrucionais. Destacam também que, nesta modalidade educacional, mesmo os coordenadores pedagógicos de educação a distância e os coordenadores do curso desempenham um papel docente mais intenso do que fazem na educação presencial.

Na opinião de Mill et al. (2010, p. 25), a “intensificação do uso das tecnologias digitais na educação” produz um parcelamento no processo de trabalho dos educadores, uma fragmentação ainda mais intensa na educação a distância que na modalidade presencial. A partir disto, esses autores argumentam a impossibilidade da unidocência na modalidade de ensino *online*, com a conseqüente necessidade de fragmentação e colaboração entre os membros da equipe.

“Tendências” é um curso de curta duração, que demanda a leitura de textos, geralmente artigos e livros sobre determinados temas a serem discutidos nas aulas, que conta também com a participação de professores convidados. Nesse esquema, observamos que a equipe docente apresenta outras características das que falam Mill et al. (2010). Geralmente, o curso de Tendências tem o seguinte pessoal docente: um professor responsável pelo curso, professores convidados, professores colaboradores e pessoal técnico envolvido na realização do curso. Ao utilizar a rede social *Facebook* como sistema de comunicação, não é necessário ter um técnico em administração de sistemas, mas sim de um apoio técnico em alguns processos.

O grupo de pesquisa GPIMEM⁹, liderado pelo professor Marcelo C. Borba, desenvolveu um modelo interativo de aula *online* (BORBA; PENTEADO, 2001), em que os alunos levantam questões e participam ativamente das discussões sobre temas abrangentes em Educação Matemática. O grupo se iniciou no tema da Educação a Distância a partir do ano 1999, e desenvolve o curso de extensão Tendências em Educação Matemática, anualmente, desde o ano 2000 (GRACIAS, 2003). Nesse curso têm-se desenvolvido diferentes pesquisas que trazemos a seguir. Algumas delas serão discutidas em maior profundidade posteriormente no capítulo de Discussão Bibliográfica.

Gracias (2003) estudou a natureza da reorganização do pensamento, discutindo o papel das tecnologias nessa reorganização. Em seu trabalho utilizou o *chat*, uma página *Web*, uma lista de discussão e o correio eletrônico no estabelecimento das interações em um curso *online*. As tecnologias, nesse estudo, deram diversas possibilidades para a reorganização do pensamento, como: a necessidade de atribuição de sentido e interpretação, a extensão da imaginação e da percepção, a velocidade das interações, a possibilidade de comunicação em rede, o estabelecimento de um novo referencial espaço-temporal e a construção de um espaço de significado caracterizado pelo trabalho coletivo.

A pesquisa de Santos (2006) estudou a produção matemática em um ambiente virtual, desenvolvendo atividades no âmbito da geometria espacial. Na sua pesquisa utilizou lápis e papel, materiais manipulativos, o *software Wingeom* e a Internet com suas diferentes interfaces, mídias que condicionaram as formas de

⁹ GPIMEM: Grupo de Pesquisa em Informática, outras mídias e Educação Matemática da UNESP – Rio Claro, web acessível de [HTTP://www.rc.unesp.br/gpimem](http://www.rc.unesp.br/gpimem)

discussão das conjecturas no processo de construção geométrica, transformando a produção matemática.

Malheiros (2008) pesquisou como ocorre a construção de projetos de modelagem na Educação Matemática *online*, focando-se no papel das tecnologias no desenvolvimento de projetos de modelagem.

Souto (2013) estudou as transformações expansivas em um curso *online* desenvolvendo o tema das cônicas. Seu trabalho envolveu um aporte teórico da harmonização do construto Seres-humanos-com-mídias com a Teoria da Atividade.

Trazemos também um estudo “externo” do curso de Tendências realizado por Sacramento (2006) em sua dissertação de mestrado. A autora, que não pertence ao GPIMEM, estudou as concepções de docência que vêm se constituindo através das práticas educativas no curso de Tendências e como a docência *online* pode contribuir/modificar as outras formas de docência. Ela estudou as práticas desenvolvidas no curso de Tendências em Educação Matemática ministrado pelo professor Marcelo C. Borba em 2004, sendo esse professor o sujeito de sua pesquisa. Segundo a autora, vislumbra-se por meio do *chat* uma interatividade “aqui e agora” dos pares envolvidos no processo de ensino-aprendizagem em um *multiálogo* e observa-se uma prática educativa coletiva na qual professor e alunos foram coautores do curso. Percebe-se também que a docência *online* reorganiza e potencializa os saberes da docência, além de criar possibilidades de interatividade com várias mídias, digitais ou não, modificando a lógica em que o professor transmite o conhecimento aos alunos em um ambiente participativo. Assim, a docência *online* apresenta rupturas e possibilidades para a prática educativa.

O estilo de aula implantado no curso de Tendências em Educação Matemática nos remete a especificar os parâmetros de uma aula interativa, tema que é aprofundado a seguir.

2.2 Aula Interativa na Sociedade do Conhecimento

Apresentamos a noção de aula interativa, segundo Silva (2000), que é desenvolvida a partir do conceito de complexidade apresentado por Morin (1990). O pensamento complexo é aquele

pensamento que trabalha com um número extremadamente elevado de interações, de interferências que se dão entre as unidades do sistema considerado e também com as incertezas, as ambiguidades, as

interdeterminações, as interferências de fatores aleatórios, e o papel modelador do acaso (MORIN, 1990, p. 16).

Podemos observar que o atual ambiente de aula virtual síncrona, sobre um ambiente interativo mediado pela Internet, forma um ambiente complexo, pois nele existe um amplo número de interações e intervenções. Nesse ambiente está presente a incerteza, as interferências inesperadas e múltiplas possibilidades de imprevistos e erros. Silva (2000) nos convida a pensar na interatividade como uma modalidade comunicacional em emergência em um contexto complexo.

Apoiando-se nas ideias de Paulo Freire, Silva (2000) critica o estilo de aula tradicional baseado no modelo transmissor/receptor (FREIRE, 1968), no qual os alunos são receptores passivos dos conteúdos transmitidos massivamente pelo professor. Em contraposição, Silva (2000) apresenta um modelo de aula (em modalidade *online* ou presencial), no qual a interatividade está presente, e o aluno é capaz de modificar, criar, intervir e escolher, sendo um *novo receptor* na Sociedade do Conhecimento¹⁰.

A sala de aula interativa seria o ambiente em que o professor interrompe a tradição de falar/ditar, deixando de identificar-se com o *contador de histórias*, e adota uma postura semelhante a do *designer de software* interativo. Ele [o professor] constrói um conjunto de territórios a serem explorados pelos alunos e disponibiliza co-autoria e múltiplas conexões, permitindo que o aluno também *faça por si mesmo* (SILVA, 2000, p. 23).

Nesse sistema, o professor é desafiado a construir uma rede de possibilidades, em que o aluno possa atuar, percorrendo novos caminhos e experimentando novas possibilidades. No entanto, uma aula cheia de imprevistos pode incomodar tanto professores quanto estudantes. O professor sente que sai da sua *zona de conforto* e adentra em uma *zona de risco* (BORBA; PENTEADO, 2001). Ambos, professor e aluno, se encontram em um ambiente de múltiplas interações e possibilidades de erros e imprevistos, situando-se no âmbito da *complexidade* (SILVA, 2000). Além disso, na Sociedade do Conhecimento, o receptor é um participante ativo, que gosta de intervir, de criar e de comprar mercadorias sob medida. No âmbito educacional, o aluno deve ser estimulado a experimentar, construir, *fazer por si mesmo*, fato que se traduz em um grande desafio para o professor nesse ambiente dinâmico.

¹⁰ A Sociedade do Conhecimento é caracterizada pelo uso intensivo das Tecnologias Digitais em compartilhamento de recursos, construção coletiva do conhecimento e acesso livre às Tecnologias de Informação e Comunicação.

Nesse foco, o curso de Tendências permite aos participantes interagirem, discutirem e levantarem questões debatedoras, em vez de simplesmente “ouvirem” ou receberem informação. O professor, no seu novo desempenho dinâmico, deve promover a participação dos alunos. Uma forma de fazer isso é ensinar a perguntar.

O que o professor deveria ensinar – porque ele próprio deveria sabê-lo – seria, antes de tudo, ensinar a perguntar. Porque o início do conhecimento, repito, é perguntar. E somente a partir de perguntar é que se deve sair em busca de respostas e não o contrário (FREIRE, 1996, p. 46).

Para Silva (2000), na sala de aula interativa, o professor deixa de ser o contador de histórias, ou seja, aquele que imobiliza o conhecimento para transmiti-lo aos alunos. O autor não concorda com a imagem do professor como um “conselheiro, uma ponte entre a informação e o conhecimento”, ou um “parceiro”, que encaminhe e oriente o aluno, nem um “facilitador” da aprendizagem. Isso porque, em sua opinião, estes termos simplificam o trabalho do professor. Silva (2000) prefere adotar a formulação de Martín-Barbero, que o chama de um “sistematizador de experiências”, mais relacionado com o termo *ensejar*, que significa “oferecer a ocasião de”, e *urdir*, que quer dizer “dispor os fios da teia, tecer junto” (SILVA, 2000, p. 77).

“Sistematizar experiências” significa disponibilizar possibilidades de múltiplas experimentações e expressões. Silva (2000, p. 77) ilustra este papel como o de criar

uma montagem de conexões em rede que permite múltiplas recorrências. A saber, o professor deve tornar-se um formulador de problemas, provocador de situações, arquiteto de percursos, enfim, agenciador da construção do conhecimento na experiência viva da sala de aula.

Silva (2000) critica fortemente o modelo educativo tradicional e propõe novas características ao aluno dentro do modelo emissor/receptor. Nesse modelo o aluno pode ser também um emissor, mas em um ambiente de interatividade. Por outro lado, assinala que não se trata de substituir a figura do professor pelas novas tecnologias, nem de eliminar a leitura do livro em papel, mas de articular um com outro. Esta característica é percebida no modelo de aula do curso de Tendências em Educação Matemática, no qual se interconectam a leitura do livro e a sua discussão reflexiva e o uso das tecnologias digitais no ensino da matemática em processos interativos.

A importância de integrar a noção de aula interativa, neste trabalho, pauta-se por distinguir as características fundamentais do tipo de aula *online* que se vem estabelecendo no curso de Tendências em Educação Matemática, diferente de uma aula transmissora de conhecimentos que atende a ideia da domesticação da Internet

sob uma prática de ensino de transmissão de conhecimentos. O tipo de aula na modalidade *online* que o curso de Tendências apresenta fornece a possibilidade de participação ativa do aluno, dando oportunidades de quebrar seus esquemas de aula de transmissão e fazê-lo participar de uma aula que, em parte, o prepara em um paradigma dinâmico que não abandona a leitura do livro, assim como aproveita suas vantagens e fornece oportunidades para o desenvolvimento de uma aula dinâmica. Este modelo de aula pode representar essa montagem de conexões em redes que permite múltiplas recorrências. A leitura do livro e sua discussão permitiriam aos participantes serem coautores da sua aprendizagem por meio da conjugação de leituras e experiências dos docentes e participantes de diversos contextos.

A integração do desenvolvimento de modelagem matemática num ambiente *online*, no curso de Tendências, corresponde a uma abordagem que estabelece a construção de uma rede de caminhos que permitiriam aos alunos percorrê-los de diferentes formas, *fazendo por si mesmos*.

Uma discussão da compreensão do tema de Modelagem Matemática é abordada no próximo capítulo.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

3.1 Modelagem na Educação Matemática

A Modelagem Matemática, do ponto de vista da Educação Matemática, nasceu com a ideia de trazer problemas ou situações da realidade para serem resolvidos por meio da matemática em processos de ensino e aprendizagem.

Geralmente os alunos concebem a matemática como uma disciplina difícil, descontextualizada e inútil para a vida, causando-lhes rompimentos cognitivos e psicológicos ao abordarem-na. Diante dessa situação, a modelagem se apresenta como uma estratégia pedagógica que rompe com uma aula tradicional, na qual o professor é um transmissor de conteúdos e os alunos são simples receptores dos conhecimentos. Pelo contrário, ela permite aos alunos (dentro ou fora da aula) construir e participar do desenvolvimento de uma situação (real ou semirreal) com ajuda da matemática, fazendo, portanto, conexões entre a matemática e a realidade (ou outras áreas do conhecimento) e, desse modo, dando sentido à matemática envolvida nesse processo de aprendizagem. Embora os pesquisadores desta área concordem com a maioria destes parâmetros básicos de modelagem, existem diferentes entendimentos do que ela é. A seguir, mostramos o panorama internacional da pesquisa em modelagem e, em seguida, o brasileiro.

3.1.1 Panorama internacional

Diferentes autores concordam que não existe uma compreensão homogênea do que se entende por modelagem. Pelo contrário, existe uma diversidade sempre crescente de pontos de vista emergentes de modelagem em Educação Matemática (KAISER; SRIRAM, 2006; WILLIAMS; GOOS, 2013). Em um olhar internacional, Kaiser e Sriraman (2006) apresentaram uma classificação de diferentes formas de ver modelagem em relação aos seus objetivos, mostrando as diferentes formas que os autores a utilizam.

A modelagem **realística** ou **aplicada** tem um objetivo de uso pragmático, ou seja, a resolução de problemas do mundo real. A modelagem **contextual** envolve a resolução de problemas de palavras, com o objetivo de que, a partir do

desenvolvimento de conceitos psicológicos, surja a motivação para o desenvolvimento da matemática e se faça sentido às situações. A modelagem **educacional** (didática e pedagógica) tem objetivos pedagógicos. A parte didática refere-se à estruturação e desenvolvimento de processos de aprendizagem; a parte pedagógica refere-se à introdução e ao desenvolvimento de conceitos. A modelagem **sociocrítica** refere-se a uma compreensão crítica do mundo que nos rodeia, ou seja, à escolha de problemas sociais e políticos. A modelagem **epistemológica** ou **teórica** tem como objetivo a promoção do desenvolvimento de teoria.

Apresenta-se também uma metaperspectiva, classificada como **cognitiva** que tem o objetivo de **investigar**, isto é, de analisar e compreender o processo cognitivo que ocorre durante o processo de modelagem; e o objetivo **psicológico**, de desenvolvimento de processos do pensamento matemático (sendo modelos no sentido de modelos mentais, imagens, representações, abstrações ou generalizações).

No âmbito mexicano, têm surgido formas próprias de ver modelagem. Cordero (2006) usa modelagem a partir da visão socioepistemológica, a qual assume que o conhecimento matemático se constrói por meio das práticas sociais. Ele vê modelagem como uma forma de construção do conhecimento matemático e, em particular, o uso de gráficos como um tipo de modelagem que pode ser utilizado nos processos de ensino e aprendizagem. Para o autor, “modelagem, no entanto não significa ‘ferramenta de ensino’ que ajuda ou facilita a construção do conceito de função, mas é uma atividade que transcende e resignifica, que transforma o objeto em questão”¹¹ (CORDERO, 2006, p. 66, tradução nossa).

Rodríguez (2010) utiliza modelagem no desenvolvimento de problemas de equações diferenciais com uso de tecnologia, analisando problemas dos livros didáticos sob o olhar da Teoria Antropológica de Chevallard. A autora, recentemente em (RODRÍGUEZ; QUIROZ, 2016), utilizou a perspectiva de modelagem educacional (segundo a classificação de Kaiser e Sriram (2006)), a qual vê modelagem matemática como uma estratégia didática que tem por objetivo dar

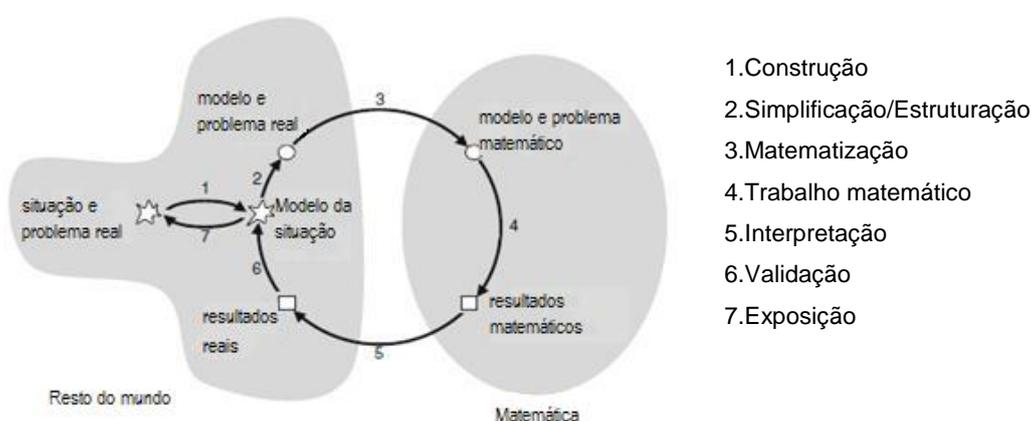
¹¹ modellizzazione si però non significa "strumento didattico" che aiuta o facilita la costruzione del concetto di funzione, ma è un'attività che transcende e si risignifica, che trasforma l'oggetto in questione (CORDERO, 2006).

contexto à matemática escolar. Ela tem desenvolvido um diagrama de processos de modelagem que inclui os domínios: real, pseudoconcreto e matemático.

Arrieta e Díaz (2015), a partir da visão socioepistemológica, apresentaram a *modelagem figural*, a que se preocupa da relação entre o real e o modelo, enfatizando a construção de *designs* de aprendizagem, como: gráficos, formas geométricas, trajetórias, dados organizados em tabelas, descrições verbais e elementos proporcionados pelas tecnologias, entre outros. Esta perspectiva vê a modelagem como uma prática que articula duas entidades com o objetivo de intervir em uma delas a partir da outra.

Além das diferentes formas de ver modelagem, outros autores se preocupam com os passos que os alunos experimentam no desenvolvimento de modelagem. Apresentamos o “diagrama cíclico” de modelagem, proposto por Blum e Leiß (2007), por ser um dos mais conhecidos entre os pesquisadores. Este diagrama mostrado na Figura 1 apresenta uma estrutura composta por possíveis passos experimentados pelos alunos envolvidos em modelagem.

Figura 1 - Diagrama cíclico de modelagem



Fonte: Blum e Leiß (2007); Blum (2015, p. 76, tradução nossa)

O processo descrito começa em uma situação e problema real, sendo o primeiro passo a construção de um modelo da situação. No segundo passo, aparece a simplificação das variáveis e a estruturação do modelo. Os seguintes passos correspondem à matematização, à obtenção dos resultados matemáticos, à interpretação dos resultados, à validação, e finalmente, à exposição dos resultados. Este modelo parte da realidade que ele chama de “resto do mundo” passando

depois na matemática e voltando à realidade para a interpretação dos resultados reais.

3.1.2 Panorama nacional

No Brasil, a modelagem tem se desenvolvido desde a década de 1970, surgindo, inicialmente, a partir da Matemática Aplicada, mas logo desenvolvendo diferentes enfoques posicionados na Educação Matemática. O seu desenvolvimento como uma tendência em Educação Matemática se baseia na existência de eventos acadêmicos de modelagem em níveis nacional, estadual e regional e, ainda, em diferentes projetos escolares (BIEMBENGUT, 2009). Observam-se sinergias nas formas de ver modelagem, mas também algumas diferenças em torno das suas definições. Apresentaremos algumas das perspectivas de modelagem em Educação Matemática, segundo a análise de Meyer, Caldeira e Malheiros (2011).

Alguns autores, como Bassanezi (2002), compreendem a modelagem como uma estratégia de ensino e como um método de investigação. Para eles, a modelagem é também um enfoque que permeia a integração da Matemática com outras áreas do conhecimento. Borba (1987) vê a modelagem como uma estratégia pedagógica, em que os alunos, em grupos, escolhem temas do seu interesse, a partir da realidade, para desenvolvê-los com a ajuda do professor. Burak (1987) e outros autores veem modelagem como um conjunto de procedimentos que têm como objetivo explicar matematicamente situações do cotidiano.

Outra forma de ver modelagem é a de Gazzetta (1989), que conceitua modelagem como uma relação entre a realidade e a ação. Barbosa (2001) compreende a modelagem como um ambiente de aprendizagem, no qual os alunos são convidados a investigar situações da realidade por meio da matemática. Caldeira (2009), por sua vez, vê a modelagem como uma estratégia tanto de ensino como de aprendizagem da matemática.

Araújo (2009) apresenta uma visão sociocrítica da modelagem, em que os alunos escolhem temas não matemáticos da sua realidade, para ser resolvidos em conjunto com o professor. Esta visão enfatiza a escolha de temas do meio ambiente, sociais ou políticos. Outro ponto de ênfase é que os alunos realizem ações oriundas das reflexões e discussões dos temas desenvolvidos.

Malheiros (2008) trabalhou com projetos de modelagem na educação matemática *online*, em que os alunos, em grupos, escolheram temas e os desenvolveram com a ajuda do professor. A perspectiva de projetos de modelagem aborda esquematicamente os processos característicos de um projeto, como: problema, objetivos, metas e resultados.

Em pesquisas mais recentes, Dalla Vecchia (2012) desenvolveu a modelagem no mundo cibernético com a utilização do software *Scratch*, observando a matemática que os alunos desenvolvem nesse ambiente amistoso de programação. O autor compreende problema como um conjunto de condições indeterminadas sobre uma dada situação. Essas condições geram um campo de conflitos que vai assumindo um caráter mais ou menos estável à medida em que vai sendo determinado. Ele define modelagem como um “processo dinâmico e pedagógico de construção de modelos sustentados por ideias matemáticas que visam encaminhar problemas de qualquer dimensão da realidade” (p. 123).

Por outro lado, Soares (2012) trabalhou com a perspectiva de análise de modelos, em que os alunos analisaram modelos com a ajuda do *software Modellus* sob uma abordagem pedagógica dupla que combina elementos didáticos e de análise. Esta perspectiva foi utilizada para desenvolver temas de cálculo diferencial e integral. Soares utiliza a análise de modelos para gerar oportunidades de visualização dos modelos nas suas dimensões gráfica e analítica, sob uma abordagem pedagógica.

A concepção de modelagem, conforme Borba e Villarreal (2005), por nós adotada nesta pesquisa, é aquela na qual os alunos, em grupos pequenos, escolhem um tema do seu interesse para desenvolver e, a partir dele, constroem um problema de modelagem e o resolvem com a ajuda do professor. Esta perspectiva de modelagem será aprofundada mais adiante.

3.1.3 Dificuldades na aplicação de modelagem

A modelagem através dos distintos enfoques não está isenta de dificuldades em sua aplicação nas instituições escolares. Os professores manifestam resistências em sua implementação, tais como: o tempo imprevisível para fazer modelagem; a insegurança do professor diante da matemática que pode envolver o problema; a não linearidade da modelagem em relação aos conteúdos matemáticos e; as

exigências para se cumprir o calendário escolar de provas e avaliações; entre outros (SILVEIRA; CALDEIRA, 2012). Por outro lado, os alunos também apresentam resistência em fazer modelagem, uma vez que precisam adotar um papel ativo nesse processo e nem sempre foram acostumados com isso.

Segundo Rocha e Araújo (2012), em relação ao desenvolvimento de projetos de modelagem, os alunos manifestaram dificuldades com o conteúdo matemático, apresentaram queixas por não dispor de um direcionamento de passos a serem seguidos e dificuldades para trabalhar em grupos.

3.2 Modelagem na perspectiva de Borba (1999)

Nesta seção apresenta-se a forma de ver modelagem neste estudo, bem como os elementos centrais que a caracterizam: o modelo, o problema e a realidade. Depois se inclui uma discussão acerca das características dessa perspectiva.

3.2.1 Modelagem e o interesse pelo tema

Para Borba (1999), modelagem é uma “concepção pedagógica na qual grupos de alunos escolhem um tema ou problema para ser investigado, e com auxílio do professor desenvolvem tal investigação que muitas vezes envolve aspectos matemáticos relacionados com o tema” (BORBA, 1999, p. 26). Esta perspectiva tem a característica de preparar os alunos para responder os problemas reais que se enfrentam na vida e desenvolver a matemática de maneira natural. Além disso, os alunos podem refletir sobre aspectos do meio ambiente, sociais e políticos, entrelaçando-se com a perspectiva sociocrítica (ARAÚJO, 2009).

Esta visão de modelagem considera o aprendiz um participante ativo da construção do problema.

(...) suas diversas acepções têm em comum a noção de que o aprendiz não deve ser visto apenas como resolvidor de problemas ou “reprodutor” da solução de problemas, mas sim como coadjuvante na própria elaboração do problema a ser estudado. O estudante, dependendo da vertente da Modelagem, participa da escolha do tema, do “recorte do problema” ou da definição de variáveis a serem incluídas no problema (HERMÍNIO; BORBA, 2010, p. 2).

Uma abordagem em que o aluno propõe seu tema de trabalho tem a vantagem de que ele pode escolher algo de seu próprio interesse. Hermínio e Borba (2010, p. 3), em relação à forma de escolha do tema do projeto, observam que

em geral é assumido como positivo o fato de o aluno escolher o tema, ou ao menos participar da escolha junto ao professor, levando-se em consideração que, desta maneira, ele passa a exercer um papel ativo e a lidar com um tema de seu próprio interesse.

A escolha do tema por parte dos alunos, ao fazerem modelagem, pode despertar-lhes o interesse por desenvolver temas matemáticos ou não matemáticos, dando-lhes direito de escolha e poder e, assim, levando-os a um envolvimento no trabalho. No entanto, às vezes, os alunos não exercem esse poder e escolhem um determinado tema com o intuito de agradar o professor da disciplina, tentando traduzir a vontade dele (HERMÍNIO; BORBA, 2010).

Por outro lado, o fato de os alunos escolherem o tema pode nem sempre ser um fator definitivo no interesse em fazer modelagem, pois algumas experiências mostram casos em que o problema foi imposto pelo professor, e os alunos viram-se engajados no trabalho (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). No entanto, a possibilidade de os alunos escolherem o tema apresenta diversas vantagens, pois permite fazê-los mobilizar novas capacidades no âmbito da criatividade, da definição de variáveis e da tomada de decisões, sendo também uma oportunidade para eles participarem da construção do currículo.

3.2.2 O problema, o modelo e a realidade

Um elemento importante em modelagem é a compreensão do que é o problema. Borba (1999) considera “problema” como algo com um componente subjetivo e outro objetivo (SAVIANI, 1985), sendo o primeiro relacionado a um interesse pessoal, e o segundo, vinculado a um obstáculo que se apresenta na vivência de uma pessoa ou grupo. Dessa mesma forma, Borba (1990, p. 40, tradução nossa) indica que, “se um obstáculo ocorre no curso da existência própria de alguém e se ele/ela não sabe como superar o obstáculo, então ele/ela tem um problema”¹². Mais precisamente, os alunos podem se encontrar com problemas da

¹² If an obstacle occurs in the course of someone's own existence and if s/he does not know how to overcome the obstacle, then s/he has a problem. (BORBA, 1990, p. 40)

comunidade, da vida diária ou com temas de seu interesse, em que, ao desenvolvê-los, tenham uma visão prática da utilidade da matemática.

Outro ingrediente fundamental em modelagem é o modelo. Para alguns, um modelo (matemático ou não matemático) pode ser visto como diferentes formas de representação de resultados ou soluções; um modelo pode ser uma função, equação, tabela, gráfico, ou, inclusive, uma figura que atue como meio de representação de resultados. Estas diferentes formas de ver o modelo estão em coerência com a definição de William e Goos (2013), inspirada em Wartofsky (1979): “Um modelo [...] é um meio de ver uma situação (o domínio destino, às vezes chamado de ‘real’) através de lentes de outra situação (o domínio origem ou ‘modelo’, às vezes a ‘matemática’)¹³ (WILLIAMS; GOOS, 2013, p. 550).

Nas diferentes visões de modelagem, a realidade para o aluno pode ser uma situação do seu cotidiano e, para um pesquisador matemático, um problema dentro da matemática pura. Na visão de Borba, destaca-se uma realidade concreta e palpável para o aprendiz, que nasce de uma necessidade cotidiana visível ou de um interesse pessoal.

Borba também considera as tecnologias digitais como mediadoras do processo de desenvolvimento de modelagem (BORBA, 2002) que, com suas potencialidades, atuam reorganizando o pensamento. Segundo o autor, a modelagem é “um enfoque pedagógico no qual os alunos e o professor negociam a escolha do problema a ser estudado – com as tecnologias da informação e comunicação com os *softwares* gráficos e com as interfaces como a *WWW*” (BORBA; PENTEADO, 2002, p. 2, grifos do autor). Esta indicação pode trazer a ideia da forte participação das tecnologias no desenvolvimento de modelagem, pela massificação do uso da Internet para a busca de informação e para a construção e resolução dos problemas de modelagem, como também, com maior força, em um curso na modalidade *online* em que todas as interações são por meio da Internet.

Um dos exemplos de fazer modelagem na perspectiva de Borba é mostrado no estudo de Borba, Villarreal e Soares (2016), em que se mostram possibilidades de desenvolvimento desta perspectiva na educação básica. Nesse estudo, um grupo de alunos desenvolveu um tema relacionado com o meio ambiente, o derretimento de

¹³ A model [(or modelling)] is a means of seeing a situation (the target domain, sometimes called as ‘real’) through the lens of another situation (the source domain or ‘model’, sometimes the ‘mathematics’) (WILLIAMS; GOOS, 2013, p. 550).

uma geleira, para o qual, depois de indagar, propuseram o problema de observar a porcentagem de redução da geleira Puncak Jaya, localizada na Indonésia. Os alunos encontraram dados na Internet sobre o derretimento da geleira dispondo de uma sequência de seis imagens num intervalo de 150 anos. Depois, com a ajuda do *Geogebra*, eles representaram as áreas da geleira, segundo as sequências das imagens, e as calcularam. Posteriormente, com a ajuda do *Graphmatica*, calcularam a variação da área no derretimento através desses anos. Os alunos indicaram que, segundo os dados obtidos, a geleira analisada já deveria ter desaparecido, assunto que foi comprovado posteriormente por novas informações achadas na Internet. Uma das observações dos autores, a partir desse estudo, é que a Internet permitiu o acesso a dados de diferentes partes do mundo que seriam difíceis de achar em livros, revistas ou nas aulas. Nesse estudo a Internet cumpriu o papel de ser uma fonte de dados que permeou o desenvolvimento de modelagem.

A proposta de problemas, por parte do aluno, tem uma similitude com um enfoque da resolução de problemas chamado *problem posing*. Na seguinte seção, se discute essa abordagem e a sua relação com a modelagem.

3.2.3 Modelagem e sua relação com *problem posing*

Uma análise das características de modelagem de Borba é feita em (BORBA; VILLARREAL, 2005). Para eles, a modelagem oferece uma maneira natural de conectar a matemática com outros temas do saber. Também mostra uma forma experimental de fazer matemática, por exemplo, quando os alunos e professores se encontram engajados com problemas de sua comunidade, a matemática pode emergir de forma natural, e os alunos têm a opção de estudar um tema de sua necessidade ou interesse. O fato de os alunos escolherem um tema a desenvolver está associado ao enfoque chamado *problem posing*, que vem da resolução de problemas, sendo uma forma tanto de gerar problemas como de reformular problemas dados (BORBA; VILLARREAL, 2005). Este é um enfoque pouco explorado pelos alunos nas aulas, pois, no geral, cabe aos professores a responsabilidade de propor problemas, que comumente são extraídos dos livros didáticos.

Alguns estudos (SILVER; BURKETT, 1994; ENGLISH, 1998; SILVER; CAI, 1996), mostram que quando se solicita aos alunos a proposta de problemas,

percebe-se neles uma falta de compreensão da matemática envolvida e a incapacidade de propor problemas ou situações coerentes, dentro de contextos formais ou informais. Os alunos propuseram problemas artificiais e incoerentes na tentativa de conectar a matemática com situações reais. Essa situação mostrou as dificuldades deles para darem sentido à matemática que estão apreendendo. Observando essas dificuldades, Borba (1999) e Borba e Villarreal (2005) propõem uma perspectiva de modelagem que inclui um estilo de *problem posing*, ou seja, de gerar ou propor problemas matemáticos, mas com algumas diferenças na sua implementação.

Nessa perspectiva, primeiro os alunos escolhem um tema a estudar e então propõem problemas relacionados a esse tema, que podem ser reformulados caso necessário. Além disso, esses problemas podem não ser necessariamente matemáticos e, assim, terem uma forte possibilidade de interagir com outras áreas do conhecimento, promovendo a interdisciplinaridade no seu desenvolvimento.

3.3 Cenário da pesquisa

O cenário em que se desenvolveu o presente estudo foi um curso de extensão *online* que tratou dos temas de modelagem, aplicações e investigação matemática. O curso foi pensado para considerar a discussão dos principais enfoques de modelagem, bem como a discussão de temas relacionados a ela, como, por exemplo, interdisciplinaridade, investigação matemática, matemática e arte e *problem posing*. Além disso, foram indicados alguns problemas para serem resolvidos pelos participantes, tanto em grupos, como por toda a turma. Esses problemas envolveram situações de investigação matemática, extraídas de pesquisas e livros (ver Apêndice B), e tiveram como objetivo fornecer uma compreensão geral e aprofundada de modelagem e aplicações de modo prático. Nas duas últimas semanas do curso, foi dada uma tarefa de modelagem para ser desenvolvida pelos participantes em pequenos grupos (ver Apêndice A). Os grupos escolheram um tema a desenvolver e, a partir dele, construíram um problema de modelagem. Essa tarefa final do curso teve o intuito de enfatizar as características de modelagem na perspectiva de Borba (1999). Na última aula, os grupos apresentaram seus temas, os problemas gerados e os resultados desenvolvidos. A pesquisa desenvolvida centrou-se em analisar essa tarefa final do curso, bem como

as discussões geradas a partir de sua elaboração e desenvolvimento. Neste estudo, criaram-se oportunidades de trabalho em grupo, pois o interesse foi estudar o desenvolvimento coletivo de processos de modelagem na modalidade *online*, o que se relaciona com estudar as inter-relações entre os sujeitos e o seu mundo numa atividade coletiva, em coerência com o referencial teórico da Teoria da Atividade, o qual se apresenta no próximo capítulo.

Neste capítulo, foram apresentadas diferentes formas de ver modelagem, tanto no âmbito internacional quanto no nacional brasileiro, e apresentaram-se os obstáculos e resistências para o desenvolvimento de modelagem nas instituições escolares. Depois, foi discutida a perspectiva de modelagem de Borba, adotada neste trabalho, e descrito brevemente um estudo em que se implementa esta na educação básica. Posteriormente, se apresentou modelagem e a sua relação com o enfoque *problem posing* entregando-se relações e diferenças entre eles. Finalmente, se apresentou o cenário desta pesquisa com as formas de adoção de modelagem.

4 TEORIA DA ATIVIDADE

A Teoria histórico-cultural da Atividade, conhecida também como Teoria da Atividade, se constituiu a partir dos estudos de Vygotsky, Leontiev e Engeström, entre outros autores. Vygotsky estudou essencialmente o desenvolvimento do pensamento humano, assunto que trouxe influências em educação pela estreita relação deste tema com a aprendizagem humana. O trabalho de Vygotsky contribuiu para desenvolver a noção de mediação, na qual as relações entre o sujeito e o objeto são mediadas pelos artefatos. Em um modo mais amplo da noção de mediação na aprendizagem, se estabelece que a aprendizagem ocorre em um processo dialético, em que o sujeito é transformado pelo mundo e, por sua vez, o mundo é transformado pelo sujeito.

A Teoria da Atividade tem sido utilizada como referencial em diversas áreas de estudo, no mundo do trabalho, da tecnologia e das organizações, sendo utilizada também em processos de ensino e aprendizagem. Ela pode ser vista em três gerações de desenvolvimento segundo Engeström (1987). A primeira geração foi marcada pelo trabalho de Vygotsky com a noção de mediação entre o sujeito e o objeto por meio dos artefatos. A segunda geração foi inspirada pelo trabalho de Leontiev, discípulo de Vygotsky, o qual integrou mais fortemente a coletividade na mediação, pensando em um indivíduo social, por meio do exemplo da *caça do homem primitivo*. Assim, as inter-relações, inicialmente focadas entre o sujeito e o objeto, passaram a considerar a atividade coletiva de sujeitos organizados. A terceira geração encontra-se ainda em desenvolvimento e considera diferentes redes de sistemas de atividade em interação. Esta geração se estende para considerar no mínimo dois sistemas de atividade em interação mútua.

O conceito de atividade aqui utilizado não significa que os alunos estejam ocupados em alguma tarefa escolar, mas sim que eles, em interação com o mundo, participem coletivamente na produção e reprodução do conhecimento.

Neste capítulo, abordamos noções relacionadas com a Teoria da Atividade, com o intuito de que estas nos permitam interpretar posteriormente os dados do nosso espaço de pesquisa e os processos que acontecem nos sistemas estudados.

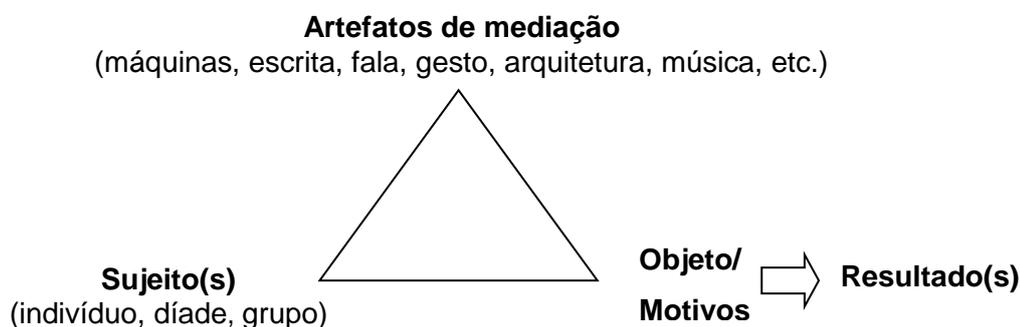
4.1 Bases da Teoria da Atividade

Nesta seção abordaremos os temas-bases da Teoria da Atividade, como a mediação sujeito-objeto, a zona de desenvolvimento proximal, a coletividade e a noção de atividade.

4.1.1 A mediação sujeito-objeto

Vygotsky (1978) desenvolveu a noção de mediação dos artefatos (vistos por ele como instrumentos, ferramentas ou signos). A importância de considerar os artefatos baseia-se em que, para Vygotsky, “o desenvolvimento ocorre pelo uso das ferramentas disponíveis num tempo e num espaço particulares” (DANIELS, 2003, p. 23). Ele vê o artefato como algo impregnado de significado e valor, e o indivíduo é um agente ativo no desenvolvimento.

Figura 2 - Artefatos de Mediação



Fonte: Cole (1999)

Para Vygotsky, os artefatos se dividem em ferramentas e signos, estes últimos pertencem à categoria de ferramentas psicológicas. As ferramentas psicológicas, na visão vygotskyana, podem ser usadas para influenciar a mente e o comportamento; alguns exemplos delas dados por Vygotsky (1981) são: linguagem, técnicas de memorização, sistemas de símbolos algébricos, obras de arte, esquemas, diagramas e mapas, entre outros. Os artefatos materiais portam significado, pois eles foram construídos para um uso determinado, para um propósito humano. Ambos os tipos de artefatos medeiam a atividade humana.

A noção de mediação estabelece as possibilidades de relações entre o sujeito e o objeto por meio dos artefatos culturalmente disponíveis (ver a Figura 2). Os artefatos são “mediadores”, que “servem como meios pelos quais o indivíduo age

sobre fatores sociais, culturais e históricos e sofrem a ação deles” (DANIELS, 2003, p. 24). Ou seja, a mediação é um processo dialético em que o sujeito é transformado pelo mundo e, por sua vez, o mundo é transformado pelo sujeito por meio de artefatos.

Em relação à pedagogia e mediação, Daniels (2003) vê a pedagogia como um processo de reprodução cultural, em que o sujeito internaliza o que escolhe, o transforma e logo o externaliza, sendo esse um processo de produção e reprodução cultural. A seguir apresento a noção vygotskyana de aprendizagem e seu desenvolvimento.

4.1.2 A zona de desenvolvimento proximal

A Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) é uma das noções mais importantes desenvolvidas por Vygotsky. Ele desenvolveu esse conceito como uma metáfora para explicar como ocorre a aprendizagem humana. No processo de aprendizagem, de produção e reprodução cultural, os humanos se envolvem com as coisas do mundo e seus significados e agem sobre essas coisas em uma atividade social. Os sujeitos transformam esses significados e são transformados nesse processo, que ocorre na ZDP.

Esta é a distância entre o nível de desenvolvimento atual quando está determinado pela resolução de um problema de forma independente e o nível de desenvolvimento potencial quando está determinado através da resolução de um problema sob a orientação de um adulto ou em colaboração com pares mais capazes¹⁴ (VYGOTSKY, 1978, p. 86, tradução nossa).

Segundo Vygotsky, a ZDP é aquela distância entre o conhecimento atual do sujeito e aquele conhecimento que o sujeito pode alcançar com a orientação de um especialista ou alguém mais capaz. A ZDP pode ser vista também como a distância entre as ações cotidianas atuais e o conhecimento científico que espera ser apreendido. Apesar de os termos conhecimento cotidiano e conhecimento científico poderem ser vistos como opostos entre si, ambos devem estar entrelaçados, indo do conhecimento cotidiano ao científico, para percorrer a área da ZDP. A esse respeito,

¹⁴It is the distance between the actual developmental level as determined by independent problem solving and the level of potential development as determined through problem solving under adult guidance or in collaboration with more capable peers (VYGOTSKY, 1978, p. 86).

Engeström (1987) observa a ZDP como uma área delimitada pelas ações cotidianas e a resolução das contradições levantadas nesse processo.

Uma formulação provisória da Zona de Desenvolvimento Proximal é agora possível. Esta é a distância entre as ações cotidianas atuais dos indivíduos e a nova e histórica forma de atividade social que pode ser coletivamente gerada como a solução ao duplo vínculo potencialmente incorporado nas ações cotidianas¹⁵ (ENGESTRÖM, 1987, p. 164, tradução nossa).

O duplo vínculo (*double bind*) na psicologia refere-se a um relacionamento contraditório de dois opostos, o que é interpretado como uma contradição. Na definição de Engeström, citada acima, a resolução das contradições (duplo vínculo) corresponderia ao recorrido pela ZDP.

Apesar da ZDP ser uma noção muito importante, na visão de Roth (2012), Vygotsky não teoriza a aprendizagem que o professor está experimentando simultaneamente com o aluno nesse processo; por outro lado, uma má compreensão da ZDP poderia levar a pensar que as oportunidades de aprendizagem do aluno surgem da presença e habilidades do professor (ou um par mais capaz), deixando a responsabilidade da aprendizagem para o professor. Engeström (1987), na citação acima, faz uma nova interpretação da ZDP, considerando-a uma nova forma de atividade social, que é gerada coletivamente sob a resolução das contradições (solução ao duplo vínculo).

A dimensão social da Teoria da Atividade foi integrada por Leontiev, discípulo de Vygotsky, na etapa conhecida como a segunda geração da Teoria da Atividade. Esta é discutida na seguinte seção sob o título de coletividade.

4.1.3 Coletividade

Leontiev, continuando com o trabalho de Vygotsky, estendeu a noção de mediação integrando as inter-relações do indivíduo com a sua comunidade. Ele apresentou o exemplo da caça coletiva do homem primitivo, em que enfatiza as potencialidades da organização em sociedade em uma atividade coletiva.

O exemplo da *caça coletiva do homem primitivo* (LEONTIEV, 1978) mostra a divisão de trabalho dos indivíduos envolvidos na caça, que têm necessidades

¹⁵ A provisional reformulation of the zone of proximal development is now possible. It is the distance between the present everyday actions of the individuals and the historically new form of the societal activity that can be collectively generated as a solution to the double bind potentially embedded in the every actions (ENGESTRÖM, 1987, p. 164).

individuais, e se organizam no processo de caça, atribuindo um trabalho particular a cada um deles. O estímulo particular do indivíduo (motivo) para participar da caça é o de satisfazer as suas necessidades individuais, como, por exemplo, comida e roupa. A ação individual de um sujeito nesse processo da caça poderia ser, por exemplo, afugentar um bando de animais e enviá-los a outros caçadores que têm organizada uma emboscada; uma vez feito, o trabalho do indivíduo finaliza aí, e outros caçadores continuam com o resto do processo.

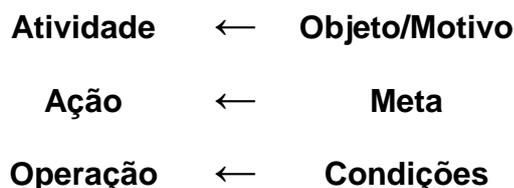
Engeström (1987) comenta que o exemplo da caça do homem primitivo mostra as limitações de uma ação individual e as potencialidades de uma atividade coletiva. A organização dos humanos em uma vida em sociedade trouxe o surgimento da noção de atividade como um processo orientado às metas ou ações.

As ações que constituem atividade são energizadas por seu motivo [superposto], mas são direcionadas para um objeto. Tomemos o caso da atividade de um ser humano que é motivado por comida. A comida é o motivo. No entanto, a fim de satisfazer... [esta] ... necessidade de comida, ele / ela deve realizar ações que não são imediatamente direcionadas para a obtenção de alimentos. Por exemplo, seu / sua meta pode ser fazer uma ferramenta para a caça. [Pouco importa se a arma é usada pelo fabricante ou dado a outro em troca da parte da captura total]. Em ambos os casos, o que energizou sua atividade e aquilo para o qual foi dirigido não coincidem¹⁶ (LEONTIEV, 1979, s. p., tradução nossa).

A atividade humana está então composta de ações e operações, segundo mostra o diagrama da Figura 3. A atividade é energizada pelo motivo e as ações são dirigidas às metas individuais. Por outro lado, uma operação é o resultado da automatização de uma ação individual segundo as possibilidades de realização.

¹⁶The actions that constitute activity are energized by its [overlying] motive, but are directed toward a goal. Let us take the case of a human being's activity that is motivated by food. The food is the motive. However, in order to satisfy ... [this] ... need for food, he/she must carry out actions that are not immediately directed toward obtaining food. For example, his/her goal may be to make a tool for hunting. [It matters little whether the weapon is used by the maker or given to another in exchange for part of the total catch]. In both cases, that which energized his/her activity and that toward which it was directed do not coincide (LEONTIEV, 1979, s. p.).

Figura 3 - Esquema de estrutura da atividade.



Fonte: Baseado em Leontiev (1978)

Uma operação é simbolizada por Leontiev (1979) mediante o exemplo de um homem que dirige um carro e efetua a troca das marchas de forma automática, depois de assimilado o processo de condução. As operações então são os componentes básicos que possibilitam realizar as ações e se relacionam com as condições de realizá-las. Já introduzido o conceito de atividade, podemos aprofundá-lo.

4.1.4 Atividade

O conceito de atividade foi traduzido de escritos russos e alemães trazendo um significado mais profundo do que sua definição na língua portuguesa. Tal conceito difere do tipo de evento que os educadores normalmente nomeiam *atividade* e que geralmente faz alusão a uma tarefa escolar. Refere-se aos alunos que, em um ambiente determinado, participam de uma atividade que “contribui significativamente para a produção e reprodução da sociedade e sua relação com o ambiente natural”¹⁷ (ROTH; LEE, 2007, p. 201, tradução nossa).

A definição de atividade que Leontiev oferece envolve a ideia de um sistema em constante transformação:

A atividade é uma unidade da vida do sujeito material e físico, molar não aditiva. Em um sentido mais restrito, ou seja, no nível psicológico, é uma unidade da vida mediada pela reflexão psíquica, cuja função real é a de orientar o sujeito no mundo objetivo. Em outras palavras, a atividade não é uma reação nem uma totalidade de reações, mas um sistema que tem a sua própria estrutura, suas próprias transições e transformações internas, e o seu próprio desenvolvimento¹⁸ (LEONTIEV, 1981, p. 46, tradução nossa).

¹⁷ (...)meaningfully contributes to the production and reproduction of society and its relation to the natural environment (ROTH; LEE, 2007, p. 201).

¹⁸ Activity is a molar, not an additive unit of the life of the physical, material subject. In a narrower sense, that is, at the psychological level, it is a unit of life, mediated by psychic reflection, the real function of which is that it orients the subject in the objective world. In other words, activity is not a reaction and not a totality of reactions but a system that has structure, its own internal transitions and transformations, its own development (LEONTIEV, 1981).

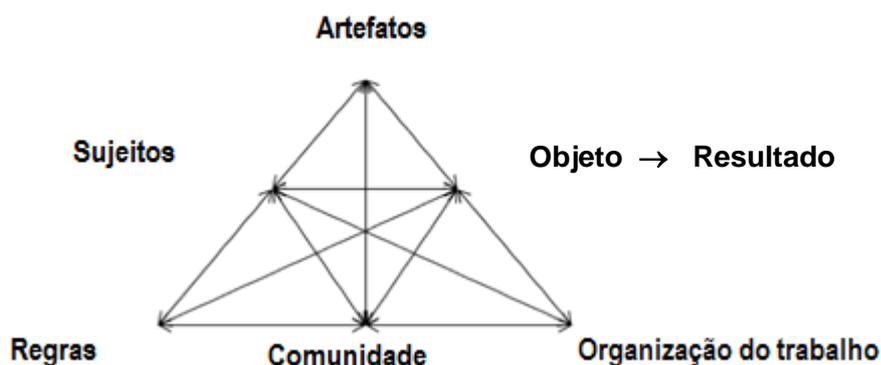
A concepção de atividade para o autor tem um sentido físico e mental. A atividade é mediada pela reflexão mental e tem a função de orientar o sujeito no mundo real. Por outro lado, para Kuutti (1996, p. 27, tradução nossa), “uma atividade é uma forma de fazer algo dirigida a um objeto e as atividades distinguem-se de outras atividades de acordo com seus objetos. Transformar um objeto em um resultado é o motivo da existência de uma atividade”¹⁹.

Engeström (1987) é um dos teóricos que tem se dedicado ao desenvolvimento da Teoria da Atividade. Ele, com base nas contribuições de Vygotsky e de Leontiev e também em ideias originais, elaborou um diagrama para a representação de um sistema de atividade coletiva, o que se pode observar na Figura 4. O diagrama está composto de sujeito(s), objeto, artefatos, regras, comunidade e organização do trabalho. O diagrama do sistema de atividade tenta representar as múltiplas interações entre os componentes do sistema.

O diagrama da Figura 4 mostra os componentes do sistema e as inter-relações que podem ocorrer entre seus componentes, baseado nas definições de Engeström e Sannino (2010) e nas contribuições de Souto e Borba (2016). Os sujeitos geralmente se referem a um indivíduo ou um grupo de indivíduos em um determinado sistema. São considerados sujeitos todos os atores que têm *agency*, ou seja, poder de ação. O objeto é a matéria-prima ou o espaço do problema que é orientado pela atividade do sistema, e este objeto é transformado em resultado, por meio da atividade. Os artefatos são tanto ferramentas como signos. A comunidade é constituída por todos os sujeitos que compartilham o mesmo objeto. As regras correspondem às normas e convenções, explícitas e implícitas, que regulam as ações e as interações dentro do sistema de atividade. A divisão do trabalho (ou organização do trabalho) refere-se à forma como são divididas ou organizadas as ações.

¹⁹ An activity is a form of doing directed to an object and activities are distinguished from each other according to their objects. Transforming the object into an outcome motivates the existence of an activity (KUUTTI, 1996, p. 27).

Figura 4 - Sistema de atividade



Fonte: Baseado em Engeström (1987)

O termo “organização do trabalho” foi utilizado por Souto (2013) no lugar de “divisão de trabalho”, visto que o termo organização representa mais claramente a forma de trabalho colaborativa em processos de ensino e aprendizagem que o termo divisão, que, segundo Souto (2013), poderia “remeter à ideia de algo fragmentado” (p. 123), e estar mais relacionado ao não envolvimento de um aluno com o trabalho do outro. Neste estudo então adoto o termo organização do trabalho.

4.1.5 Objeto

Em um sentido geral, o conceito de objeto tem evoluído historicamente, sendo visto inicialmente num sentido material, mas os objetos podem ser materiais ou ideais (ou seja, conceituais).

Leontiev (1978) expõe que o objeto é o verdadeiro motivo, e Engeström (1999), em sua visão de atividade coletiva, acrescenta que os motivos estão incorporados no objeto da atividade e que, o objeto e os motivos dão às ações coerência e significado. Na perspectiva de Engeström (1999), o objeto é entendido como um projeto em construção transformando-se em um produto a partir de matéria-prima. A característica de transformação do objeto é retratada, segundo Engeström (2006), através do exemplo de um trabalhador de *design*. Aí se exemplifica como o objeto, em um sistema de atividade, passa por várias transformações até materializar-se como um resultado (ou produto).

Se pensarmos um designer como o *sujeito* do seu trabalho de design, o *objeto* inicial seria uma ideia, ordem ou atribuição que desencadeia o processo de design. O objeto inicial é necessariamente ambíguo, requerendo de interpretação e conceitualização. O objeto é investido passo a passo com sentido pessoal e significado cultural. O objeto atravessa várias transformações até estabilizar-se como um resultado acabado, por exemplo, um protótipo ou mesmo um produto comercial. Este processo é somente possível por meio de artefatos de mediação, ferramentas materiais ou sinais. O designer pode utilizar caneta e papel, modelos de barro, ou computação gráfica em 3D, juntamente com imagens internalizadas e conceitos que parecem relevantes para a formação do objeto. O processo se altera, às vezes até mesmo gera inteiramente novos artefatos de mediação²⁰ (ENGESTRÖM, 2006, p. 3, tradução nossa, grifos do autor).

Nesse exemplo, o objeto é representado como uma ideia inicial do *designer* que desencadeia o processo de produção. Nesse processo está inserido o sentido pessoal e o significado cultural do *designer*, em que o objeto é transformado passo a passo com múltiplas influências, incluindo o uso de diferentes artefatos (nesse exemplo: caneta e papel, modelos de barro, computação gráfica em 3D, imagens e conceitos). Assim, o objeto vai sofrendo alterações devido à atividade até transformar-se em um resultado.

Hardman (2007a; 2007b) comenta que a noção de atividade de Leontiev é mais focada no indivíduo social, e, portanto, esse motivo tem um sentido individual. No entanto, para Engeström, a atividade não é individual, e sim coletiva, portanto, refere-se ao objeto como o conjunto dos motivos e vê o objeto como a matéria-prima em evolução, que vai se transformando em um produto pela atividade. Assim os termos 'objeto/motivos' juntos refletem o interesse coletivo que vai além dos interesses gerais (ROTH; RADFORD, 2011).

4.2 Princípios da Teoria da Atividade

O modelo do sistema de atividade é explicado por meio de cinco princípios regentes: (1) o sistema de atividade é a principal unidade de análise, (2)

²⁰ If we think of a designer as the *subject* of her design work, the initial *object* would be an idea, order or assignment that triggers the design process. The initial object is necessarily ambiguous, requiring interpretation and conceptualization. Thus, the object is step-by-step invested with personal sense and cultural meaning. The object goes through multiple transformations until it stabilizes as a finished outcome, for example a prototype or even a commercial product. This process is only possible by means of mediating artifacts, both material tools and signs. The designer may use pencil and paper, clay models, or 3D computer graphics, along with internalized images and concepts that seem relevant for the forging of the object. The process alters, sometimes even generates entirely new mediating artifacts (ENGESTRÖM, 2006, p. 3).

multivocalidade, (3) historicidade, (4) contradições internas e (5) transformações expansivas.

Observamos que Leontiev (1978) visualizou a coletividade na aprendizagem, mas sua unidade de análise na pesquisa permaneceu focada no sujeito individual. Logo, Wertsch (1998 apud DANIELS, 2003) visualiza a unidade de análise no uso da ação mediada, levando-se em consideração que as ações mediadas pelas ferramentas culturais estão em ligação com o contexto cultural e histórico em que ocorrem essas ações, sendo esta uma visão mais ampla da unidade de análise. Diante desta visão ampla de unidade de análise, Cole (1999, apud DANIELS, 2003) observa que a ação mediada e os seus contextos de atividade são dois momentos de um único processo, sendo possível a análise de coisas individuais na prática, pois a análise 'no geral' pode resultar em abstrações vazias. Engeström (1987) se posiciona organizando um sistema de atividade composto de sujeito, objeto, artefatos, comunidade, regras e organização do trabalho. Este sistema é a principal unidade de análise, dando a entender que os componentes são aspectos entrelaçados e inseparáveis para considerar na análise. O sistema de atividade é coletivo e orientado ao objeto.

(1) O primeiro princípio da Teoria da Atividade refere-se à atividade como a principal unidade de análise. A atividade pode apresentar ações individuais e grupais, assim como operações automáticas (cada uma com unidades de análise independentes), as quais devem estar subordinadas à atividade e são compreensíveis apenas quando são interpretadas no contexto da atividade do sistema (ENGESTRÖM, 2001).

(2) O segundo princípio, a multivocalidade, refere-se a que a atividade, por ser coletiva, é sempre heterogênea e apresenta múltiplas vozes. Os indivíduos têm um contexto e opinião própria e trazem diferenças que são mutuamente compartilhadas no sistema.

(3) No terceiro princípio tem-se que um sistema de atividade é construído e transformado de forma irregular ao longo do tempo, e só pode ser compreendido ao ser estudada a sua história. A história da organização, dos conceitos teóricos, das ferramentas, do objeto e da atividade mesma.

(4) O quarto princípio integra as contradições internas do sistema. As opiniões opostas num sistema podem colidir produzindo tensões. A noção de contradição traz a ideia de forças ou pontos opostos em colisão produzindo tensões, o que para

Engeström (1987) não constituem situações incômodas que não deveriam ocorrer, mas, sim, oportunidades de desenvolvimento que atuam como forças de mudança no sistema.

(5) O quinto princípio se refere à possibilidade de ocorrerem transformações expansivas no sistema; elas ocorrem “quando o objeto e o motivo da atividade são reconceitualizados para incorporar um horizonte de possibilidades radicalmente mais amplo que no anterior modo da atividade”²¹ (ENGESTRÖM, 2001, p. 137) e, mais explicitamente, é a ocorrência de contradições internas e a sua resolução baseada em uma “nova forma de fazer” no sistema (ENGESTRÖM, 1987). Elas também são entendidas como uma aprendizagem expansiva.

Devido à profundidade da noção de contradições internas e de aprendizagem expansiva, discutiremos estes temas em seções específicas, pois existem diferentes formas de ver as contradições internas de um sistema, sendo necessário esclarecer a noção adotada neste trabalho.

4.2.1 Contradições internas

As contradições são entendidas regularmente como “a existência de definições mutuamente excludentes na expressão teórica de uma coisa”²² (IL’ENKOV, 1982, s. p.), tendo o caráter de que elas são assuntos que se anulam ou se opõem reciprocamente. Segundo comenta Il’enkov (1982), para alguns uma contradição é “um mero fantasma *subjetivo* que, lamentavelmente, repete-se no pensamento devido às imperfeições deste último”²³ (IL’ENKOV, s. p., tradução nossa, grifos do autor). Pelo contrário, na dialética as contradições são “a forma lógica *necessária* do desenvolvimento do pensamento, da transição da ignorância ao conhecimento, de uma reflexão abstrata do objeto no pensamento a uma reflexão cada vez mais concreta dela”²⁴ (s. p., tradução nossa, grifos do autor).

²¹ [An expansive transformation is accomplished] when the object and motive of the activity are reconceptualized to embrace a radically wider horizon of possibilities than in the previous mode of the activity (ENGESTRÖM, 2001, p. 137).

²² (...) the existence of mutually exclusive definitions in the theoretical expression of a thing (IL’ENKOV, 1982).

²³ (...) as a mere *subjective* phantom which regrettably recurs in thought due to the imperfections of the latter (IL’ENKOV, 1982).

²⁴ (...) the *necessary* logical form of the development of thought, of the transition, from ignorance to knowledge, from an abstract reflection of the object in thought to an ever more concrete reflection of it. (IL’ENKOV, 1982).

Para Il'enkov (1982), a realidade é como um sistema vivo que se desenvolve através do surgimento e resoluções de suas contradições internas com a necessidade de buscá-las de uma maneira dirigida às metas para encontrar sua solução racional. Do mesmo modo, para Engeström (1987), as contradições internas do sistema são fontes de movimento e mudança no sistema de atividade.

A importância das contradições na aprendizagem é vista na literatura principalmente por dois pontos de vista diferentes, discutidos em (LANGEMEYER, 2005). Para Holzkamp (1993), as contradições internas são uma obstrução ou um impedimento para a aprendizagem e elas não podem ser eliminadas, pois são parte inerente do sistema; no entanto, para Engeström (1987), elas não são uma obstrução, mas uma oportunidade para desenvolver uma aprendizagem expansiva e elas podem, sim, ser resolvidas. Este estudo segue a noção de contradições de Engeström no sentido de vê-las como oportunidades de desenvolvimento do sistema quando elas são resolvidas.

Outros autores compreendem as contradições como se fossem tensões, conflitos ou paradoxos, mas Engeström fez uma distinção. A noção de contradição sistêmica que entregam Engeström e Sannino (2011) esclarece que “as contradições geralmente se referem a proposições que afirmam coisas aparentemente incompatíveis ou opostas”²⁵ (p. 369, tradução nossa); uma contradição tem a ideia de uma oposição ou incoerência, por exemplo, “A e não A”. Além disso, as contradições não podem ser observadas diretamente, mas podem ser identificadas por meio de suas manifestações (ENGESTRÖM; SANNINO, 2011). As contradições se manifestam no discurso ou por gestos através de expressões que as revelam, sendo possível analisá-las por meio dos textos que as manifestam. Yamagata-Lynch (2010) também distingue entre tensões e contradições sistêmicas, mas ambas são possíveis de analisar no âmbito da Teoria da Atividade.

Neste trabalho utilizamos o termo tensão como um termo geral para expressar manifestações de uma contradição. Então, podemos interpretar que as contradições produzem tensões, mas nem toda tensão é produto de uma contradição interna. Contradições e tensões estão presentes em processos de aprendizagem, e é importante estudá-las e observar a sua evolução, seja em uma *atividade expandida* (que representa crescimento, desenvolvimento ou aprendizagem), seja em uma

²⁵ Contradiction generally refers to propositions which assert apparently incompatible or opposite things (ENGESTRÖM; SANNINO, 2011).

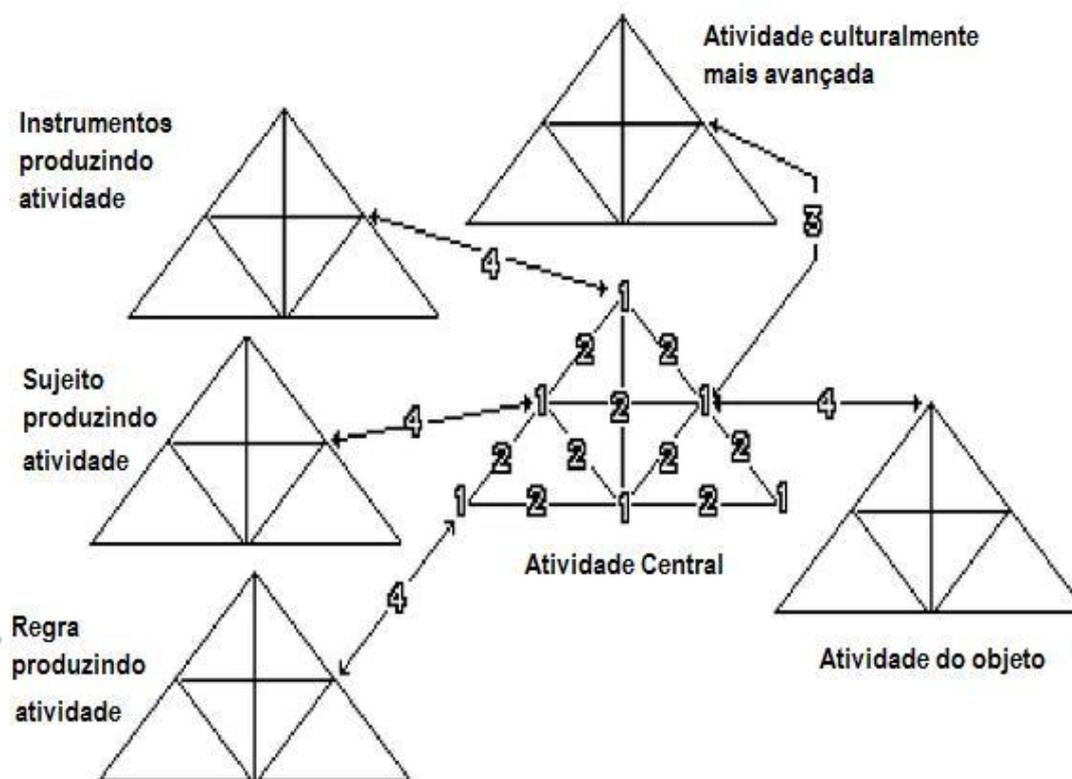
atividade contraída (que representa contração, perda ou destruição de oportunidades) (ENGESTRÖM, 1999).

Em Educação Matemática, Goodchild e Jaworski (2005) encontraram algumas *contradições* entre as necessidades de cumprir com um amplo currículo e as formas inovadoras de ensino-aprendizagem (que levam mais tempo de desenvolver nas aulas) e, entre o desejo dos professores de inovar sua prática docente e a certeza de que estão desenvolvendo sua prática tradicional de forma certa. Hardman (2005) identificou *contradições* na introdução do computador na aula de matemática; Zevenberger e Lerman (2007) encontraram *tensões* entre os artefatos e a divisão do trabalho na introdução do uso da lousa digital na aula de matemática; Williams e Goos (2011) reportaram uma situação de *colapso* que foi transformada em uma situação de expansão no uso de calculadoras como Sistemas de Álgebra Computacional (CAS); Roth (2013) encontrou *contradições* e *incerteza* nas interpretações gráficas de uma função matemática, feitas por um grupo de cientistas; Soares e Souto (2014) encontraram *tensões* no processo de análise de modelo num curso de graduação de Biologia; e Souto e Borba (2015) encontraram *tensões, movimentos, estagnações e transformações* na educação matemática *online*.

Alguns pesquisadores indicam que as *contradições* ou suas manifestações são construídas. Segundo Hatch (1997), as manifestações são visualizadas quando os sujeitos as constroem ou articulam em palavras e ações. Os sujeitos decidem abordar uma situação da qual discordam, com ações concretas, ou decidem manter uma posição passiva que não interfere na situação. No primeiro caso, o sujeito que enfrenta uma situação estaria construindo uma *contradição*, no sentido de fazê-la visível por meio das suas manifestações.

Na análise da atividade humana podem se diferenciar quatro níveis de *contradições* (ENGESTRÖM, 1987). A Figura 5 representa, por meio de números, os setores de atuação dos diferentes níveis de *contradições*, que podem acontecer tanto no interior de um sistema de atividade como entre sistemas de atividade. Para descrever isto, na Figura 5, Engeström mostra um sistema de atividade central (em análise) e seus sistemas vizinhos. No sistema central de análise, aparecem as *contradições primárias* nos componentes do sistema e, nas inter-relações entre os componentes do sistema, aparecem as *secundárias*; nas relações entre o sistema central com os sistemas vizinhos, aparecem as *contradições terciárias* e *quaternárias*.

Figura 5 - Níveis de contradições



- Nível 1: Contradição primária *dentro* de cada componente que constitui o sistema de atividade central.
- Nível 2: Contradições secundárias *entre* os componentes da atividade central.
- Nível 3: Contradição terciária *entre* o objeto/motivo da forma dominante da atividade central e o objeto/motivo de uma forma mais avançada de atividade central.
- Nível 4: Contradições quaternárias *entre* a atividade central e *suas* atividades vizinhas.

Fonte: Engeström (1987)

As contradições podem ser *primárias* quando acontecem em algum componente que constitui o sistema de atividade. Por exemplo, uma contradição primária, numa instituição educacional que adota uma visão de educação de mercado, pode acontecer quando o professor vê o aluno como aprendiz e ao mesmo tempo deve vê-lo como cliente, exemplo encontrado em Bonneau (2013). A contradição se produz quando o professor desenvolve seu trabalho, pois o aluno paga para cursar seus estudos e espera o retorno de seu investimento, independentemente do seu rendimento, sendo a aprendizagem quase uma transação comercial.

As contradições *secundárias* são aquelas que acontecem entre dois componentes do sistema de atividade. Por exemplo, uma contradição secundária ocorrida entre os *sujeitos* e os *artefatos* seria aquela em que um novo artefato introduzido no sistema de atividade produz resistência dos sujeitos por estarem eles acostumados ao uso de um antigo artefato. Assim, acontecem tensões entre os sujeitos e o novo instrumento, podendo produzir-se uma contradição (ENGESTRÖM, 2001).

As contradições *terciárias* acontecem entre o objeto/motivo da forma dominante da atividade central e o objeto/motivo de uma forma culturalmente mais avançada da atividade central. Um exemplo é o de uma criança que vai à escola com o intuito de brincar com seus colegas (motivo dominante), mas seus pais e professor tentam fazê-la estudar de uma forma comprometida (motivo de um sistema de atividade culturalmente mais avançado). O sistema culturalmente mais avançado (pais e professor) introduz um objeto/motivo no sistema do aluno, que estará lutando (colidindo) ativamente com ele (ENGESTRÖM, 1987).

Por último, as contradições *quaternárias* são as que acontecem entre um sistema de atividade central e sistemas de atividade vizinhos. Um exemplo é quando um médico (sistema de atividade vizinha) detecta uma doença no paciente (sistema de atividade central) e ordena ou sugere que o paciente adote uma nova forma de vida para tratar a sua doença, mas o paciente tem uma reação de resistência. A forma de vida do paciente discorda do comportamento saudável que recomenda o médico. O sistema de atividade do paciente tem o objeto de manter sua forma tradicional de vida, e esta não condiz com a regra que o médico recomenda ou impõe ao paciente, ou seja, que adote um estilo de vida saudável. Nesse caso, as regras do médico poderiam produzir movimento no sistema do paciente (ENGESTRÖM, 1987).

Engeström indicou que o processo de resolução sucessiva das contradições sistêmicas leva a uma transformação expansiva no sistema. Esta noção é um dos eixos principais da Teoria da Atividade, tema que será aprofundado na próxima seção.

4.2.2 Transformação expansiva

Engeström (1987) introduziu o conceito de expansão na aprendizagem, o qual

envolve uma transformação expansiva do sistema. Tem-se uma transformação expansiva quando ocorre uma reconceitualização do objeto no sistema, ou seja, uma transformação qualitativa do objeto ou do sistema. O objeto se encontra em movimento e transformação constante, pois ele se transforma por meio de variações sucessivas avançando para o produto. No entanto, uma transformação expansiva ocorre quando existe uma mudança qualitativa do objeto (ENGESTRÖM, 1987). Uma aprendizagem expansiva implica uma mudança de *modelo* no sistema de atividade motivada pelos sujeitos organizados. A palavra *modelo* aqui é utilizada no sentido de um novo princípio ou método, ou uma *nova forma de fazer*, que resolva as contradições sistêmicas. Uma aprendizagem expansiva corresponde ao surgimento e resolução sucessiva das contradições internas (ENGESTRÖM, 1987).

Engeström fez uma redefinição da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) na Teoria da Atividade. A viagem pela ZDP corresponde à aprendizagem expansiva que os sujeitos experimentam em um sistema de atividade no surgimento e resolução das contradições. Este entrelaçamento remete à busca de contradições sistêmicas que se apresentam a partir de uma prática ou método existente, que é a causa fundamental dessas contradições, e procura a sua resolução coletiva. Uma vez recorrida a ZDP, os sujeitos podem construir uma nova zona e começar outra viagem de aprendizado, como um processo cíclico de desenvolvimento constante.

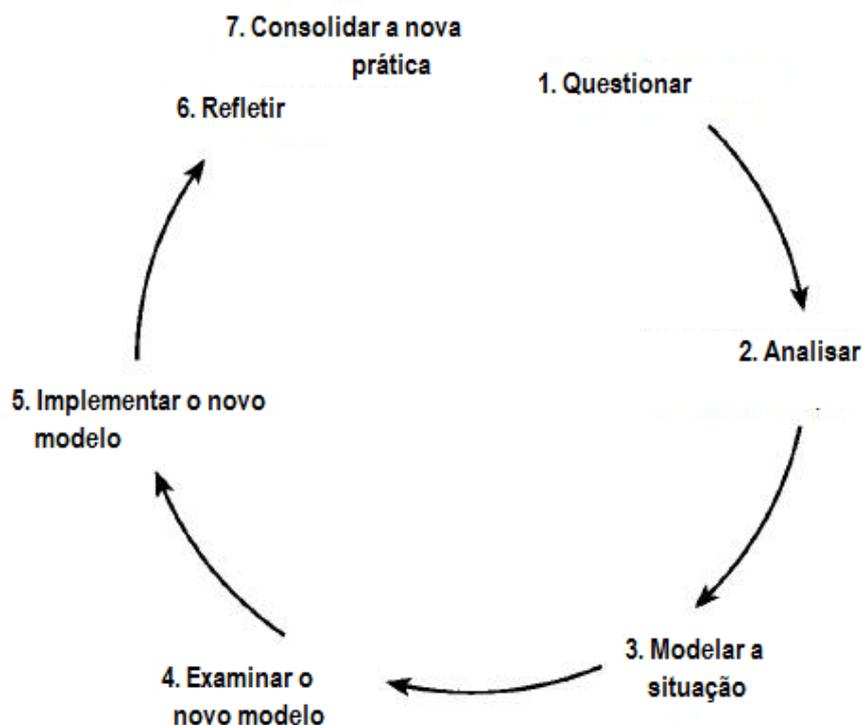
A aprendizagem expansiva de Engeström (2000) é vista como uma abordagem de pesquisa que pode experimentar os seguintes estágios:

- Questionar: Esta fase traz a ação de questionar, criticar ou rejeitar alguns aspectos da prática aceita ou do método existente.
- Analisar: A análise da situação envolve a ideia de uma transformação mental, discursiva ou prática da situação, com o objetivo de descobrir causas ou um mecanismo explanatório. A análise envolve perguntas, como “por quê?”, e princípios explanatórios.
- Novo *Modelo*: A terceira ação é modelar a relação explanatória. Implica construir um *modelo* explícito (ou uma *nova forma de fazer*), simplificando a nova ideia que explica e oferece uma solução para a situação problemática.
- Examinar: Observar o *modelo* fazendo-o atuar e operar, experimentando seu desenvolvimento com o objetivo de compreender seus processos, potencialidades e limitações.
- Implementar: O *modelo* é implementado para visualizar seus melhoramentos

e alcances.

- Refletir: Reflexão sobre os processos que ocorrem no novo *modelo*.
- Consolidar: Consolidação do novo *modelo* ou nova prática.

Figura 6 - Ciclo de ações de aprendizagem expansiva



Fonte: Engeström (2000)

Um ciclo completo de transformação expansiva (ver Figura 6) pode ser entendido como uma viagem coletiva através da Zona de Desenvolvimento Proximal da atividade (na definição que Engeström apresenta da ZDP) e como o surgimento e resolução das contradições internas, levando ao desenvolvimento do sistema.

Esses momentos do ciclo expansivo foram propostos no contexto de pesquisas sobre organizações e instituições em processos ocorridos em longos períodos de tempo (meses ou anos). Em relação ao desenvolvimento de modelagem na Educação Matemática, foco desta pesquisa, poderíamos observar processos de avanço de curta duração, em um período muito menor de tempo (dias ou semanas), o que corresponderia a movimentos de uma potencial aprendizagem expansiva, mais do que a ocorrência do ciclo completo (ENGESTRÖM, 1987; ENGESTRÖM; SANNINO, 2010). Esses movimentos teriam que ser bem definidos, para determinar os alcances da dinâmica do sistema.

A noção de aprendizagem na Teoria da Atividade se distancia daquela visão

tradicional considerada uma transação bancária, sob um modelo emissor-receptor, que faz ênfase numa aprendizagem de estilo individual e com ausência do contexto do que se aprende. Tampouco corresponde a um resultado numérico de avaliação produto da diferença de testes antes ou depois da transmissão/recepção de conteúdos.

Pelo contrário, na Teoria da Atividade, o sujeito aprende em sua interação com o mundo, sendo parte de um coletivo que recebe a influência do seu entorno e, neste processo, é transformado por ele. Mas também o sujeito retorna sua produção influenciando em seu entorno e transformando-o. A Teoria da Atividade se vale das contradições para produzir uma aprendizagem expansiva, pois as contradições são vistas na ótica dialética como uma oportunidade de desenvolvimento ou aprendizagem. O termo *expansão* tem a ideia de crescimento e desenvolvimento, o que contrasta com o termo *contração*, que indicaria a perda ou destruição das oportunidades (ENGESTRÖM, 1999). Esta forma de ver a aprendizagem está em sintonia com nossa forma de ver modelagem, em que o aluno, num coletivo, se envolve em uma situação de seu interesse e, com a ajuda das tecnologias digitais, colegas e o professor, se transforma, dando sentido à matemática que conhece ou aprendendo aquela matemática que não conhece (BORBA; VILLARREAL, 2005; BORBA; VILLARREAL; SOARES, 2016).

Por outro lado, a possibilidade de o aluno escolher um tema de interesse, a partir do qual constrói um problema de modelagem, está de acordo com a ideia de que os sujeitos se envolvem na busca de um objeto que eles mesmos escolheram e resolvem um problema que eles mesmos visualizaram e/ou construíram. Deste modo, os possíveis resultados obtidos pelos alunos tomam sentido na sua realidade, e a matemática toma sentido para os alunos. Assim, ambas, modelagem e Teoria da Atividade, se adaptam à noção de aprendizagem aqui discutida. Na modalidade *online*, os sujeitos geralmente se envolvem em um tema por meio da Internet, que é uma fonte de dados (BORBA; VILLARREAL; SOARES, 2016), proporcionando informações que livros, revistas e salas de aula nem sempre podem oferecer.

Seguindo essa perspectiva, neste trabalho se analisam grupos de sujeitos desenvolvendo modelagem por meio da Internet, vistos como sistemas de atividade, observando suas dinâmicas no surgimento e resolução de suas contradições, o que poderia revelar movimentos de uma potencial aprendizagem expansiva.

4.3 Seres-humanos-com-mídias

O construto teórico Seres-humanos-com-mídias (BORBA, 2002; BORBA; VILLARREAL, 2005) se baseia no conceito de pensamento coletivo de Lévy (1993) e na teoria da reorganização do pensamento de Tikhomirov (1981).

Segundo o já observado neste trabalho, Vygotsky vê a linguagem como um artefato que medeia as relações sujeito-objeto no processo de desenvolvimento humano, em particular a aprendizagem. Dessa mesma forma, Tikhomirov (1981), influenciado pela perspectiva vygotskyana, vê o computador (um tipo de artefato) como mediador no processo de aprendizagem humana. Considerando que a comunicação por meio do computador permite possibilidades potencialmente diferentes daquelas que ocorrem apenas por meio da linguagem usual, o autor argumenta que ocorre uma reorganização na atividade de comunicação. O computador fornece *feedbacks* aos sujeitos proporcionando informações que reorganizam a forma de aprender.

Por outro lado, Lévy (1993) explica que as tecnologias (como a oralidade e a escrita) sempre estiveram entrelaçadas com a história da humanidade. Primeiramente, a oralidade foi o meio de comunicação que atuou como uma extensão da memória para, por meio de histórias e mitos, manter vivos aspectos sociais e culturais da época. Em seguida, surge a escrita como uma extensão de nossa memória, contudo, resguardando de modo mais preciso acontecimentos e fatos, que antes não eram possíveis apenas por transmissão oral. Esta tecnologia foi aperfeiçoada com a invenção da imprensa que facilitou a reprodução de textos em grandes quantidades.

Ainda, para Lévy (1993), a informática poderia também ser considerada uma nova extensão da memória, permeando outras formas de pensamento e com novas formas de expressão nos âmbitos visual, auditivo e sensorial. Um exemplo disso é o hipertexto, que permite a cada usuário percorrer seu próprio caminho num processo não linear de inter-relação com as mídias. Essa inter-relação fornece *feedbacks* que condicionam o comportamento do sujeito. Desse modo, o raciocínio estaria sendo transformado de um modo linear para novas formas de raciocínio.

O construto teórico Seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005) envolve a ideia de que os humanos estão em constante interação com as mídias e, por sua vez, estas transformam seu raciocínio, possibilitando outras formas de

produção e representação de significados. Ao mesmo tempo, os humanos estão também transformando as mídias, processo chamado de *moldagem recíproca*. Assim, neste construto, o conhecimento é produzido por um coletivo de Seres-humanos-com-mídias e não de um ser humano individual, tampouco de coletivos compostos apenas por humanos (BORBA; VILLARREAL, 2005). Nesse construto, a ideia de *agency*, poder de ação, está presente. As tecnologias da inteligência, como as tecnologias digitais, são parte ativa na produção de conhecimento.

Nos trabalhos de Souto (2013), Souto e Araújo (2013) e Souto e Borba (2013), se estabelecem relações entre a Teoria da Atividade e o construto Seres-humanos-com-mídias. Segundo Souto e Borba (2013, p. 5), “o conhecimento não é descoberto, nem transmitido, e sim produzido nas inter-relações entre seres humanos e tecnologias”, sendo esta visão muito próxima da Teoria da Atividade, que estuda as inter-relações entre sujeito e objeto num processo de mediação múltipla.

Os *feedbacks* que as tecnologias oferecem em processos de aprendizagem estariam oportunizando a resolução de contradições que emergem em um sistema e, assim, elas poderiam apoiar uma eventual aprendizagem expansiva ou promover transformações no sistema.

5 DISCUSSÃO BIBLIOGRÁFICA

Esta pesquisa reúne as temáticas de Modelagem na Educação Matemática, a Teoria da Atividade e a Educação a Distância *online*. Neste capítulo, apresento uma discussão envolvendo esses temas que se aproximam deste estudo. Em primeiro lugar, abordo estudos com temas em Educação Matemática e a Teoria da Atividade e, em seguida, aqueles de Modelagem Matemática e Educação a Distância *online*.

5.1 Educação Matemática e Teoria da Atividade

Começo por apresentar estudos que envolvem Educação Matemática e a Teoria da Atividade, procurando especialmente aqueles relacionados com Modelagem Matemática e Aplicações, em ordem cronológica, e em seguida trago uma discussão.

Primeiramente, apresento uma pesquisa baseada no projeto Comunidades de Aprendizagem em Matemática (LCM: *Learning Communities in Mathematics*) (GOODCHILD; JAWORSKI, 2005), que tinha por objetivo formar uma comunidade de professores de matemática atuando sob uma metodologia de investigação (*inquiry*), em que atuam professores e professores pesquisadores. Cada professor deveria levantar uma proposta pedagógica de aula para ser discutida pelos outros professores no interior da comunidade. Os pesquisadores utilizaram a Teoria da Atividade, vendo cada professor como um sujeito (também visualizaram outras possíveis formas de ver os sujeitos, por exemplo, grupos de professores ou o grupo todo). Cada proposta de prática pedagógica foi vista como um novo objeto no sistema. O estudo revela algumas contradições internas no sistema. Uma delas relaciona-se ao desejo dos professores de serem parte do projeto LCM e formarem uma comunidade de colaboração entre professores, mas, ao mesmo tempo, percebe-se neles uma aparente distância em compartilhar as responsabilidades da comunidade como um todo. Outra contradição foi visualizada entre as metas do projeto e as restrições do currículo, pois no projeto os professores teriam que desenvolver abordagens de investigação, mas a escola demanda a preparação dos alunos para as provas conforme o currículo. Também foi observada uma contradição entre os professores que experimentaram práticas inovadoras e o estado de

incerteza deles no processo de investigação. Outra contradição identificada entre os professores foi, por um lado, o desejo deles de aperfeiçoarem sua prática de ensino (participando do projeto), por outro, a confiança na prática que eles vêm reproduzindo ao longo do tempo. Uma contradição dos professores pesquisadores é a de ser percebidos com um papel autoritário na tentativa de levar à frente o projeto, quando a intenção deles era serem parceiros dos professores e coaprendizes com eles.

Hardman (2005) introduziu o uso do computador na aula de matemática em ensino fundamental, para compreender como o professor usa o computador para ensinar frações numa escola rural. Neste estudo, foram registradas contradições que emergiram tanto em aulas em que se utilizou o computador, como em aulas em que não se utilizou. Uma contradição detectada nas aulas sem uso de computador foi a demanda da cobertura curricular versus produzir alunos literatos matematicamente, o que leva a uma pedagogia de reprodução com o objetivo de cobrir o currículo. Em aulas com uso do computador, se encontrou uma contradição entre os artefatos e o objeto, porque a aprendizagem com o computador levou mais a uma estratégia de ensaio e erro do que a desenvolver uma compreensão de frações. No entanto, o uso do computador (em duplas) propiciou aos alunos atuarem como professores de outros alunos, abrindo possibilidades para uma pedagogia centrada no aluno. A contradição sobre o uso do computador foi vista como uma força de mudança no sistema, sendo possível cultivar a exploração de conteúdos com um ensino mais centrado no aluno do que baseado na reprodução.

Zevenbergen e Lerman (2007) estudaram o uso que faz o professor da lousa digital na sala de aula de matemática no ensino médio. Os autores pesquisaram a pedagogia do professor no uso da lousa digital, observando que o uso dessa tecnologia produziu tensões, focalizadas entre o artefato e a divisão de trabalho, e que o uso do artefato foi realizado de modo tradicional, ou seja, com um excessivo controle do comportamento dos alunos na aula, evitando um uso interativo dessa tecnologia. Os autores concluem que a transformação da aprendizagem por meio dos artefatos deve incluir a transformação da pedagogia no ensino da matemática com essa tecnologia.

A pesquisa de Zurita e Nussbaum (2007) introduziu computadores *handheld* (portáteis de mão) em ensino fundamental nas disciplinas de matemática e ciências. Os *handhelds* são parte de um sistema de *software* que inclui materiais didáticos,

exercícios e avaliações em modo de testes. Um ponto a destacar é que o pacote de material didático digital, contido no *handheld*, permite a colaboração em rede por meio dos aparelhos entre grupos de alunos, fornece possibilidades de controle do professor nos avanços dos grupos e dos alunos e a correção automática de tarefas e provas. A introdução desse sistema completo, visto como artefato segundo a Teoria da Atividade, permitiu observar positivos efeitos na interação social, motivação e aprendizagem nos alunos participantes do projeto.

Hardman (2007b) analisou como os professores agem em aulas de matemática do ensino fundamental com o uso do computador, tentando visualizar o objeto em determinados episódios para modelar a atividade no sistema. A autora comenta sobre duas correntes da teoria da atividade, uma, marcada pela noção de objeto do ponto de vista de Leontiev, que vê o objeto relacionado ao motivo e está focado no indivíduo social; e a outra, de Engeström, que apresenta uma visão de objeto como matéria-prima orientada pela atividade e com a visão de coletividade nas ações. A autora adota a noção de objeto de Engeström e apresenta um método para fazer visível o objeto nas aulas, procurando o que ela chama de *episódios avaliativos*: aqueles episódios em que o professor interrompe a sua aula e volta a explicar um determinado conteúdo aos alunos. Esses episódios foram o foco do estudo para observar o objeto, e assim a autora propõe uma forma de análise rastreando o objeto. Ela caracteriza a intervenção do professor nesses *episódios avaliativos* em tipos de questões e de afirmações emergentes dos dados. Como resultado dessa pesquisa, o professor aparece como instrutor diante do aluno, que é um receptor. No entanto ele (o professor) também medeia a interação dos alunos e do professor com o objeto da atividade. A importância deste estudo detém-se na forma de visualizar o objeto em episódios avaliativos determinados para sua pesquisa e, em seu resultado, de encontrar o papel do professor nesses episódios, como de um instrutor e de um mediador entre as interações estabelecidas com o objeto da atividade.

Hardman (2007a) pesquisou *episódios avaliativos* numa sala de aula de matemática (em ensino de frações no nível 6 de escolaridade), ou seja, a ocorrência de rupturas pedagógicas (chamadas aqui de *incidentes críticos*), nas quais o professor detém o fluxo da sua aula e volta a explicar aos alunos algum conceito que não ficou claro (o que chama de *restabelecimento*). O intuito do pesquisador é de fazer neste episódio uma análise em profundidade. Por outro lado, como o objeto

pedagógico está ligado ao motivo, propõe entrevistas aos professores questionando sobre os motivos que eles tiveram para realizar essas ações no *incidente crítico*. Deste modo, a autora fez visível o objeto pedagógico nos episódios avaliativos. Como resultado, o objeto do professor nos episódios foi o desenvolvimento da compreensão de frações pelos alunos.

Araújo, Santos e Silva (2010) apresentaram um estudo em que alunos de um curso de geografia, em grupos, trabalharam desenvolvendo projetos de modelagem, na perspectiva sociocrítica, na disciplina de matemática. Foi analisada a atividade de um grupo, observando a apresentação do seu projeto diante de outros alunos do curso. O grupo desenvolveu o tema de análise do impacto socioeconómico da construção de uma rodovia elevada. A exposição do projeto se desenvolveu em duas partes: na primeira, a discussão do impacto do projeto nos âmbitos social, político e no meio ambiente; e na segunda parte, a discussão dos aspectos matemáticos do projeto. Na primeira parte, participaram todos os alunos do grupo, discutindo o impacto da construção na comunidade pela alteração dos atuais espaços de que ela dispõe, e o objeto de atividade do grupo foi comprovar a veracidade dos argumentos do governo para a construção da rodovia, posta em dúvida pelo grupo. Os motivos dos alunos para envolverem-se neste tema foram: (1) dar voz a sua identidade de geógrafos; e (2) ter sucesso na disciplina de Matemática. Na segunda parte, uma aluna ficou responsável por explicar os cálculos matemáticos. A conclusão foi que a saturação do tráfego da nova rodovia poderia levar 27 anos. A seguir, questionaram se compensa construir uma via que produzirá uma intervenção negativa na comunidade. Nesta segunda parte não foi possível encontrar um objeto compartilhado pelo grupo, impedindo assim uma reconceitualização do objeto e motivo em uma transformação expansiva.

Williams e Goos (2013) propõem o referencial teórico da Teoria da Atividade para Modelagem Matemática e tecnologias. As autoras apresentam dois exemplos de modelagem, um deles no âmbito do trabalho em uma indústria, e o outro, no ambiente escolar. Em relação ao ambiente de trabalho, os alunos, o professor e o pesquisador foram a um lugar de trabalho e indagaram que tipo de matemática estava sendo utilizada. Um determinado trabalhador calculou quanto gás precisa pedir à empresa que o vende, a partir da quantidade de gás já utilizado e a taxa de consumo de gás. O trabalhador realizou os cálculos em uma planilha eletrônica e, a pedido dos alunos, explicou a sua fórmula, considerada pelas pesquisadoras uma

caixa-preta, aos outros colegas de trabalho que desconhecem as explicações do autor da fórmula.

O segundo exemplo refere-se ao uso de calculadoras gráficas utilizadas como Sistemas de Álgebra Computacional (CAS) no ensino médio. O problema proposto aos estudantes foi: “Quando deixará de existir uma população de 50 mil bactérias se a taxa de decaimento é de 4% por dia?”. Um grupo de alunos achou a expressão exponencial: $y=50.000 \cdot (0.96)^x$ e tentou resolver o problema igualando a expressão a zero na calculadora, a que respondeu com um ‘falso’. A resposta levou a uma discussão conjunta de toda a aula sobre a matemática envolvida nessa expressão. As autoras indicam que os sistemas CAS foram utilizados pelos alunos como uma caixa-preta até se produzir um erro, chamado por elas de uma situação de *colapso*. A partir disso é que os alunos discutiram de maneira conjunta para compreender a expressão matemática encontrada, o que foi chamado de uma *situação de expansão*. Assim, neste exemplo, ocorreu uma atividade de resolução de problemas de maneira conjunta entre alunos, professores e calculadoras.

Souto (2013) analisou as transformações expansivas em um curso *online* desenvolvendo o tema das cônicas com a utilização de GeoGebra. Seu trabalho envolveu a harmonização do construto teórico Seres-humanos-com-mídias²⁶ e a Teoria da Atividade. O contexto do desenvolvimento do seu estudo foi um curso de extensão *online*, realizado por professores de matemática desenvolvendo problemas ligados às cônicas, por meio de uma plataforma virtual. A análise de dados se fez procurando-se nos dados episódios de conflito ou tensão que foram ativar transformações expansivas. Foram identificadas algumas tensões que logo chegaram a ser transformações expansivas. Como resultado obteve-se a expansão do objeto e do motivo da atividade, a expansão da produção matemática e a expansão dos artefatos.

Roth (2013) encontrou contradições e *incerteza* na modelação matemática de uma equipe científica no momento de expor seu trabalho. O autor encontrou uma contradição entre o modelo matemático que os cientistas utilizaram e as interpretações gráficas que eles produziram. O autor, no seu artigo, introduziu uma discussão sobre o papel das contradições na aprendizagem e apontou implicações

²⁶ Seres-humanos-com-mídias é um construto teórico que sustenta que o conhecimento é desenvolvido em um coletivo de seres humanos e tecnologia (BORBA, 2002; BORBA; VILLARREAL, 2005).

na matemática escolar, pois os aprendizes podem não ser sensíveis em perceber este tipo de contradições, visto que, em seu processo de investigação, o conhecimento matemático está em construção e ainda não é conhecido como produto final.

Soares e Souto (2014) analisaram contradições internas em uma proposta pedagógica de análise de modelos. A pesquisa foi desenvolvida num curso de graduação em Biologia, em uma disciplina de matemática que aborda temas de cálculo diferencial e integral. O curso incluiu uma abordagem pedagógica que integrou a análise de um modelo matemático, da forma de contágio da malária e a análise do modelo como um sistema dinâmico, usando ferramentas matemáticas e o *software* matemático *Modellus*. Nesse artigo, foi analisada a ocorrência de contradições internas (vistas como tensões), resultando que a proposta pedagógica do curso foi uma fonte de contradição interna e, ao mesmo tempo, foi um elemento-chave para a sua superação.

Souto e Borba (2015) estudaram os movimentos, estagnações, tensões e transformações que podem ocorrer num curso de educação matemática *online*, no qual professores estudaram matemática por meio de um *software* dinâmico. Os resultados indicam que as tecnologias atuaram como agentes mobilizadores, pois os professores se mobilizavam em relação às respostas produzidas pelo *software*. O *software* participou gerando tensões que contribuíram para a aprendizagem dos professores, para que assim eles saíssem de um processo de reprodução matemática para a busca do “novo”. Quando a Internet foi consultada, houve uma relativa estagnação porque as soluções construídas pelos professores estavam próximas das apresentadas nos *sites* consultados. Apesar disso, os professores conseguiram estabelecer relações entre as representações algébricas e geométricas presentes nas cônicas, de uma forma não esperada por eles até então.

Nesses trabalhos encontram-se pesquisas em que as tecnologias são usadas como artefatos para processos de ensino e aprendizagem da matemática (HARDMAN, 2005; ZEVENBERGEN; LERMAN, 2007; ZURITA; NUSSBAUM, 2007; HARDMAN, 2007; WILLIAMS; GOOS, 2013; SOUTO, 2013); pesquisas em que se utilizam métodos de ensino como artefatos do sistema (GOODCHILD; JAWORSKI, 2005); e estudos em que ambos os aspectos (tecnologias e métodos) são vistos como artefatos (ZURITA; NUSSBAUM, 2007; SOARES; SOUTO, 2014).

Observando o foco de estudo dos pesquisadores, alguns concentram-se em rastrear o objeto da atividade pedagógica em processos de ensino e aprendizagem (HARDMAN, 2007; ARAÚJO, 2010); outros, em encontrar contradições sistêmicas (HARDMAN, 2005; ZEVENBERGER; LERMAN, 2007; GOODSCHILD; JAWORSKI, 2005; SOARES; SOUTO, 2014); por último, há estudos em que se encontram situações de expansão ou aprendizagem expansiva (SOUTO, 2013; WILLIAMS; GOOS, 2013).

Em pesquisas que envolvem Educação Matemática e Teoria da Atividade, pesquisadores encontraram *contradições* na introdução do computador na aula de matemática (HARMAN; 2005); *tensões* na introdução da lousa digital na aula de matemática (ZEVENBERGEN; LERMAN, 2007); *contradições* e *incerteza* nas interpretações gráficas que os sujeitos fazem de um modelo (ROTH, 2013); *contradições* (vista como tensões) em processos de análise de modelos produto da introdução de uma abordagem pedagógica (SOARES; SOUTO, 2014); situações de *colapso* no momento de avaliar uma expressão matemática exponencial, o que ofereceu oportunidades de expansão (WILLIAMS; GOOS, 2013); *tensões* ao introduzir um *software* dinâmico que não se sabe usar bem, o que contribuiu para os professores saírem de sua prática de reprodução; *estagnações* quando a matemática produzida concordou com a encontrada na Internet, mas também *movimentos*, uma vez que a Internet atuou como um agente mobilizador para os professores, que agiam de acordo com as respostas da Internet; e *transformações* nas representações algébrica e geométrica de uma forma não pensada antes (SOUTO; BORBA, 2015).

5.2 Modelagem e Educação a distância *online*

Encontraram-se poucos estudos que abordam Modelagem em Educação a Distância *online*. Mais precisamente, encontrou-se a pesquisa de doutorado de Malheiros (2008), em que professores elaboraram projetos de modelagem num curso de extensão totalmente a distância; a pesquisa de Neves, Silva e Teodoro (2011) sobre modelagem num curso de física e matemática; e a pesquisa de doutorado de Pereira (2015) num curso de extensão semipresencial, que incluiu o desenvolvimento de modelagem.

Malheiros (2008), em seu trabalho de tese de doutorado, introduziu

modelagem em ambientes de aprendizagem *online*, estudando como se dá a elaboração de projetos de modelagem de professores de matemática em um curso de aperfeiçoamento acadêmico. Algumas conclusões de seu trabalho indicam que as tecnologias formaram parte de todo o processo, tanto nos projetos como nas interações, e que os alunos-professores utilizaram distintos recursos da Internet e de software para a elaboração dos projetos de modelagem. A escolha dos recursos aconteceu de acordo com a familiaridade, conveniência e interesse de cada dupla com as mídias, e de acordo com o tipo de projeto que se realizava. A autora menciona alguns outros aspectos que se destacam, como a importância de valorizar todo o processo de produção de projetos, tanto ou mais que o produto final, pois esta característica ajuda os participantes no desenvolvimento dos projetos. Outra característica apontada é a necessidade de uma pedagogia diferenciada para cada participante, em interação, diálogo e colaboração através de diversas estratégias. Ela descreve também as dificuldades dos alunos em escolher um tema para investigar e a tensão em relacioná-lo com conteúdos matemáticos.

Neves et al. (2011) utilizaram o *software Modellus*, para processos de modelagem computacional, e a plataforma Moodle para apoio dentro e fora da aula. A pesquisa, de caráter exploratório, se desenvolveu numa disciplina de física de um curso de graduação em engenharia biomédica. Os alunos trabalharam em grupos de dois ou três diante de um computador desenvolvendo problemas de modelagem com a ajuda do *software Modellus* e os recursos disponíveis no *Moodle* (documentos PDF potencializados com texto e vídeos explicativos e testes). Os problemas desenvolvidos se relacionaram com o movimento de uma partícula e um problema de contexto astronômico. Uma avaliação quantitativa do desenvolvimento do curso obteve como resultado um ganho de 22% de média (em testes pré e pós-instrução). Um questionário de satisfação, na escala de Likert, mostrou melhoras com respeito ao ano anterior, avaliando positivamente as atividades desenvolvidas e indicando sobre a facilidade de usar o *software Modellus* (como um *software* amigável ao usuário). Os alunos fizeram também sugestões para melhorar alguns procedimentos das atividades do curso, como: aumentar o valor do componente computacional na nota, reduzir os conteúdos, disponibilizar mais tempo para o desenvolvimento das tarefas de modelagem, escolher problemas mais relacionados com a sua área de formação e introduzir menos guias e mais aspectos orientados ao descobrimento, como também incorporar problemas de modelagem computacional.

Pereira (2015), em sua pesquisa de doutorado, estudou as contribuições da Educação a Distância em um curso de formação continuada de professores de matemática atuando em processos de modelagem matemática. Os professores participantes desta pesquisa atuavam na Educação Básica e utilizaram a plataforma *Moodle* para o desenvolvimento do curso. Como resultado, o autor indica que a Educação a Distância favoreceu a manifestação e o desenvolvimento de saberes da docência, permeando o desenvolvimento da autonomia das atividades propostas.

Nessas pesquisas observa-se o interesse por analisar o papel das tecnologias nos processos de modelagem *online* (MALHEIROS, 2008); em potencializar a aula de matemática e física com uso de modelagem e apoio de plataforma (NEVES; SILVA; TEODORO, 2011); e em melhorar a docência por meio de um curso a distância (PEREIRA, 2015). A presente pesquisa distingue-se das mencionadas aqui, por estudar como ocorre o desenvolvimento de modelagem em um curso de extensão *online* segundo a Teoria da Atividade.

6 OS CAMINHOS DA PESQUISA

6.1 Visão geral sobre a pesquisa

6.1.1 Metodologia de pesquisa

A abordagem metodológica deste estudo é qualitativa, procurando responder à pergunta da pesquisa de forma indutiva a partir dos dados (GOLDENBERG, 1999). A pesquisa qualitativa, do ponto de vista histórico, emergiu fazendo uma diferença nas formas de pesquisar reinantes, geralmente orientadas a obter dados estatísticos, que apontam a generalizações confirmando ou rejeitando uma teoria, a partir de uma hipótese previamente estabelecida. Foi desenvolvida com a necessidade de se observarem casos particulares dos quais não se quer obter generalizações numéricas, mas sim, que seu estudo resulta interessante pelo fato de se produzir informação aprofundada referente aos próprios casos de estudo. Por outro lado, a pesquisa qualitativa, geralmente, não tem hipóteses preestabelecidas e estruturadas, mas sim um foco de estudo sujeito a transformações, que levaria a gerar nova teoria ou conclusões, possivelmente não pensadas previamente pelo pesquisador.

As pesquisas qualitativas apresentam as seguintes características: (1) na investigação qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo-se o investigador em instrumento principal; (2) a investigação qualitativa é descritiva; (3) os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; (4) os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; e (5) o significado é de importância vital na abordagem qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Segundo o item um, cabe perguntar se os ambientes virtuais são considerados ambientes naturais e se a coleta de dados, por exemplo, discussões virtuais e entrevistas através dos *emails*, bate-papos e *fóruns*, são consideradas válidas para uma pesquisa. Borba, Malheiros e Amaral (2011), baseados em suas experiências em pesquisas *online*, têm uma resposta afirmativa para isso. Os dados da rede social podem ser acessados e recuperados posteriormente, e cada

mudança fica registrada identificando-se o nome de usuário e data de mudança. A transcrição dos dados é automática, no entanto, precisa-se de sua organização.

Segundo o item dois, a pesquisa qualitativa é descritiva sendo de maior interesse o processo do que os resultados. Dessa forma, o objetivo é descrever mais como ocorrem os processos durante o estudo do que reportar resultados em forma de produto, como é indicado no item três. Os resultados da pesquisa emergem em forma indutiva a partir dos dados analisados (item quatro) e o pesquisador interpreta o significado desses resultados respondendo à pergunta de pesquisa (item cinco). Nesta pesquisa, além de considerar estas características, integra-se uma ferramenta de análise baseada na Teoria da Atividade.

As pesquisas de Engeström na Teoria da Atividade têm um caráter interventivo, pois uma equipe pesquisadora trabalha, em períodos longos de tempo, detectando contradições internas em uma instituição (no âmbito do trabalho), e essa equipe atua analisando o sistema e integrando novos métodos ao mesmo para tentar resolver as contradições, o que é chamado de Laboratório de Mudança (*Change Laboratory*) (ENGESTROM *et al.*, 1996). Nesta pesquisa, por ser um curso de extensão de curta duração, não se dispõe de tempo para uma intervenção profunda. Então, a resolução das tensões e/ou contradições que surgiram é um trabalho dos próprios alunos com a ajuda do professor (ou professores) e as diferentes formas de mediação histórica, social e cultural. A minha intervenção como pesquisadora, neste estudo, se remete a um trabalho de organização e preparação do curso, em conjunto com a equipe de professores-organizadores.

6.1.2 Movimentos da pesquisa até a análise

Esta pesquisa partiu do interesse em estudar o papel do professor na condução de um curso de extensão *online* em que se desenvolvem processos de Modelagem Matemática. No entanto, o tipo de aula do curso em estudo é aquele em que os estudantes têm uma ativa participação; eles são debatedores e levantam questões para a discussão conjunta de todos os participantes. Os alunos são também coautores do processo de aprendizagem produzido nas múltiplas discussões e no desenvolvimento de atividades. Neste tipo de aula, o professor compartilha seu papel com os alunos nos processos interativos, e há uma docência coletiva, caracterizada pela participação de uma equipe no curso. Neste cenário é

difícil isolar a atuação do professor sem considerar o ambiente conjunto de desenvolvimento da aula virtual. Esta situação trouxe movimentos no objetivo da pesquisa.

O olhar do curso como um sistema de atividade possibilitou outras movimentações a esta pesquisa, em particular em relação ao método de análise. Inicialmente foi planejado analisar os dados fazendo categorizações que emergissem dos próprios dados, seguindo uma análise qualitativa. Mas, a Teoria da Atividade tem métodos próprios para analisar os dados, que foram adequados aos dados disponíveis para a pesquisa.

A pergunta norteadora desta pesquisa passou a ser: Como ocorre o desenvolvimento de processos de modelagem matemática em um curso de extensão *online* segundo a Teoria da Atividade? Em particular, o intuito é estudar não só as possíveis ocorrências de contradições sistêmicas e a sua evolução no desenvolvimento da modelagem, mas também os fatores que impulsionam o desenvolvimento de processos de modelagem.

6.2 Descrição dos parâmetros da pesquisa

6.2.1 Descrição do curso de extensão

A coleta de dados se realizou no curso de “Tendências em Educação Matemática: Modelagem, Aplicações e Investigação”, na edição do ano de 2014. O curso compreendeu aulas virtuais síncronas de discussão e o desenvolvimento de alguns problemas no âmbito das situações investigativas (síncronas e assíncronas) e de uma tarefa de modelagem desenvolvida em grupos. A análise de dados desta pesquisa é focada no desenvolvimento da tarefa de modelagem.

A metodologia de aula do curso compreende a participação ativa dos alunos em discussões sobre temas em Educação Matemática e o levantamento de questões debatedoras por parte dos participantes em torno das leituras delineadas no programa do curso. Os conteúdos envolvidos no curso encontram-se no cronograma do Quadro 1.

Quadro 1 - Cronograma do curso de Tendências

Aula /Dia	Conteúdo
Aula 1: Dia 9/setembro	Aritmética, população e energia.
Aula 2: Dia 16/setembro	Modelagem na Educação Matemática
Aula 3: Dia 23/setembro	Investigações Matemáticas
Aula 4: Dia 30/setembro	Matemática e Arte
Aula 5: Dia 7/outubro	Diálogo e Aprendizagem
Aula 6: Dia 14/outubro	Resolução de problemas, <i>problem-posing</i> e modelagem
Aula 7: Dia 21/outubro	Interdisciplinaridade
Aula 8: Dia 28/outubro	Apresentação de trabalhos de modelagem

Fonte: Programação do Curso de Tendências

O curso desenvolveu-se na modalidade a distância, totalmente *online*, sendo ofertadas 20 vagas para professores de matemática graduados, e contemplou uma carga horária de 32 horas, das quais 16 horas foram síncronas e 16 horas assíncronas. Os encontros síncronos se desenvolveram às terças-feiras, das 19h30 às 21h30, entre os dias 9 de setembro e 28 de outubro de 2014. Em concordância com os alunos, se desenvolveu uma aula extra no dia 4 de novembro para a apresentação de algumas tarefas de modelagem restantes.

Como parte do curso, desenvolveram-se três tarefas práticas no âmbito das investigações matemáticas, anteriores à tarefa final de modelagem:

- (1) “O problema dos cabelos” (Apêndice B.1), que se desenvolveu em dois grandes grupos, de modo síncrono, na aula 3.
- (2) “Adivinhe a função” (Apêndice B.2). As partes (a) e (b) desenvolveram-se em dois grandes grupos (aula 4) e a parte (c) desenvolveu-se de modo assíncrono.
- (3) “O problema do comprimido” (Apêndice B.3), que se desenvolveu em grande grupo (aula 5), em que duas das três partes do problema foram desenvolvidas.

Estas tarefas não formam parte dos dados analisados, mas formam parte da formação necessária dos participantes do grupo no tema de modelagem e aplicações.

Em relação à plataforma de trabalho *online*, o curso utilizou como base a rede social *Facebook* em um grupo fechado, criando-se eventos para cada aula. Cada evento foi dividido em blocos de discussão e foi administrado pelos professores organizadores do curso; a divisão do bloco dependeu das fases e discussões das aulas. Para o desenvolvimento das tarefas de modelagem, foram criados grupos fechados no *Facebook*, um para cada grupo. Um grupo fechado é aquele em que somente os membros do grupo podem ver as publicações, e só o administrador pode aprovar a integração de um membro ao grupo.

6.2.2 Os sujeitos

Os sujeitos desta pesquisa se dividem em professores-organizadores do curso de Tendências, os professores convidados e os alunos participantes, que são descritos a seguir.

A equipe de professores-organizadores do curso é formada pelo professor responsável, um professor colaborador e organizador do curso e a pesquisadora. Como pesquisadora, elaborei uma proposta de temas e tarefas, tendo a equipe de professores-organizadores participado diretamente na proposta final utilizada no curso, que contou com três professoras convidadas para diferentes aulas virtuais síncronas, cada uma num dia diferente, mas elas não atuaram na tarefa de modelagem analisada. O professor responsável pelo curso e o professor colaborador interagiram com os grupos no desenvolvimento da tarefa final de modelagem.

Os alunos do curso foram chamados nesta pesquisa como participantes ou de alunos-participantes quando foi necessário, por serem eles também professores de matemática. Ao todo foram 20 inscritos, que se dividiram em 17 professores de matemática de diferentes Estados do Brasil, 2 professores de matemática da Colômbia e uma professora da Venezuela. Destes, 15 participantes finalizaram e foram aprovados no curso: 13 professores do Brasil e 2 professores da Colômbia; todos estes trabalharam em processos de modelagem.

A partir de um questionário de inscrição no curso, os participantes analisados neste trabalho optaram na sua maioria por manter suas identidades preservadas. Desta maneira, utilizamos nomes fictícios para os sujeitos.

6.2.3 Os dados

Os dados foram produzidos nos eventos em que os grupos de participantes desenvolveram modelagem, sendo estes fontes primárias de dados, ou seja, dados produzidos especialmente para esta pesquisa e não tomados de outras pesquisas ou de outros documentos.

A pesquisa qualitativa utiliza muitas vezes a triangulação dos dados, que se refere ao uso de múltiplas fontes de dados atuando como múltiplos pontos de referência para a compreensão do estudado com o objetivo de abranger uma amplitude na descrição, explicação e compreensão do objeto da pesquisa (GOLDENBERG, 1999). Nesta pesquisa, observamos, como principal fonte de dados, os espaços em que os diferentes grupos de participantes desenvolveram suas tarefas de modelagem. Os dados principais compreendem espaços de discussão em forma de postagens em grupos fechados de *Facebook*. Esses espaços incluem ambientes para o desenvolvimento da tarefa de modelagem, espaços em bate-papo para entrevistas, e alguns eventos de discussão do curso em que os participantes fornecem informação pessoal.

Outras fontes correspondem às tarefas de modelagem preparadas pelos alunos (geralmente em formato *PPT*) e a apresentação expositiva delas, por meio da plataforma virtual *Adobe Connect*²⁷, a que foi gravada em vídeo por meio do *software BlueBerry*²⁸. Dispõe-se também de um questionário de avaliação do curso, que uma vez finalizado, cada participante respondeu.

Devido à possibilidade de extrair as discussões e postagens da rede social, não foi necessária a transcrição dos dados, mas sim sua organização em textos sequenciais, pois no *Facebook* as discussões encontram-se ordenadas a partir de uma lógica diferente, porque os blocos das postagens mais recentes aparecem primeiro, podendo aparecer desordenados, e muitas vezes a informação mostra-se abreviada (especialmente quando a postagem é longa). Todos os dados das aulas

²⁷ *Adobe Connect* é um software que oferece o desenvolvimento de conferências *online* para a realização de eventos que requerem colaboração virtual. Disponível em <http://www.adobe.com/products/adobeconnect.html>.

²⁸ *Blueberry* é um software que permite gravar eventos da teia de computador criando um vídeo. Disponível em <http://www.flashbackrecorder.com/>.

foram carregados no *software NVivo*²⁹ versão 9, licenciado para o grupo de pesquisa GPIMEM, mas foi utilizado também o *Word* para armazenar as principais discussões no desenvolvimento das tarefas, organizando os dados em relação às datas registradas das postagens.

6.2.4 A tarefa de modelagem

Como parte do trabalho final do curso, os participantes tiveram que construir/propor um problema de modelagem a partir de um tema de interesse do grupo. Os grupos foram formados pela pesquisadora com base nas políticas discutidas com a equipe de professores-organizadores: que os membros de um determinado grupo não tivessem trabalhado previamente juntos e que fossem provenientes de regiões distintas, de forma que houvesse prevalência de interação *online*.

O enunciado da tarefa final do curso foi:

(Apêndice A.1)

Vamos formar grupos de 2 a 3 membros, cada grupo deverá construir/propor um problema relacionado com um tema de interesse do grupo e no domínio de modelagem. Cada grupo apresentará o problema e possíveis resultados na aula do 28/10.

Pensem em uma proposta que seja interessante e identifique suas características em relação aos temas tratados no curso.

Obs:

- Os grupos deverão discutir e fazer consultas no espaço de um evento do *Facebook* que se criará para esse efeito.
- Ressaltamos a importância do processo mais do que o resultado final da tarefa.

Esta tarefa tinha dois objetivos: os participantes deviam construir ou propor um problema de modelagem e resolverem-no. As características indicadas no enunciado enfatizavam três pontos: construir/propor um problema; o problema devia nascer a partir de um tema de interesse do grupo, e o trabalho devia ser desenvolvido em grupos pequenos (duplas ou trios). Estas características solicitadas

²⁹ *Nvivo* é um software orientado a apoiar a pesquisa que usa métodos qualitativos e mistos. Está produzido para ajudar nas tarefas de análise de dados. Disponível em <http://www.qsrinternational.com>.

tinham o intuito de mobilizar os pontos principais de ênfase da perspectiva de modelagem de Borba (2002) e Borba e Villarreal (2005), permeando assim o engajamento dos participantes no trabalho coletivo. Por outro lado, os alunos tinham que se comunicar pela Internet num espaço determinado, pois os grupos foram formados por participantes de diferentes lugares. As orientações e objetivos da tarefa se encontram no Apêndice A.1.

O trabalho se desenvolveu em um prazo de duas semanas. A tarefa foi dada em 14/outubro/2014 e, passando a primeira semana (21/outubro/2014), solicitou-se aos grupos participantes que indicassem seus temas escolhidos. Nos dias 28/outubro/2014 e 4/novembro/2014, os grupos apresentaram os seus resultados.

A tarefa de modelagem foi introduzida depois de seis semanas de transcorrido o curso, de modo que as diferentes instâncias, como leituras, discussões, problemas e exemplos, fossem alicerces para providenciar aos alunos elementos necessários para o desenvolvimento de um problema de modelagem no tempo estabelecido.

Os espaços em que deviam trabalhar os grupos participantes foram grupos fechados da rede social, ou seja, um grupo não podia ver a discussão dos outros, mas os professores-organizadores eram integrantes de cada grupo fechado de trabalho.

6.3 Análise dos dados

A análise dos dados quer revelar o que os dados estão falando na pesquisa. Os principais dados de que dispomos para análise são postagens de discussão de grupos construindo e resolvendo um problema de modelagem. Para a análise dos dados, observei acontecimentos na ótica da Teoria da Atividade, por exemplo, a ocorrência de possíveis contradições internas e a sua evolução numa *expansão ou contração* do sistema, e a ocorrência de ações que sejam indicadores de progresso na atividade coletiva do sistema. Para estudar e identificar possíveis contradições, utilizei o método de análise que propõem Engeström e Sannino (2011), em que se analisam *manifestações discursivas de contradições sistêmicas* nos dados que refletem contradições sistêmicas, ou seja, expressões textuais que podem ser indícios da existência de uma contradição. Este método de análise é útil tanto para identificar e fundamentar a existência de contradições como para classificá-las.

Em conjunto com o anterior, utilizei o método de análise proposto por Engeström (2000), em que o autor identifica ações que denotem *distúrbios*, ou seja, situações não normais acontecendo, que sejam indicadores da existência de uma contradição; por outro lado, identifica *cadeias de ações*, idealmente coletivas, que denotem inovações e levem a identificar situações de expansão em desenvolvimento, que correspondam a um potencial ciclo de aprendizagem expansivo nas etapas vivenciadas nos dados.

Ambas as formas de análise nos levariam a encontrar contradições sistêmicas por meio das suas manifestações, se elas existirem, tanto ações e cadeias de ações inovadoras, como indicadores de progresso no sistema; pois, uma situação de expansão é dada pelo surgimento e resolução das contradições internas.

Nas seguintes seções, aponto os métodos de análise introduzidos por Engeström e utilizados na análise dos dados desta pesquisa.

6.3.1 Manifestações de contradições num Sistema de Atividade

As contradições sistêmicas não são visíveis diretamente, mas é possível vislumbrá-las por meio de manifestações ou expressões discursivas nos dados. Engeström e Sannino (2011) encontraram em seus dados de pesquisa algumas expressões discursivas que davam conta da existência de contradições sistêmicas; essas manifestações de contradições foram caracterizadas como dilema, conflito, conflito crítico e beco sem saída. O Quadro 2 resume estes tipos de manifestações discursivas categorizadas por Engeström.

O procedimento de análise desenvolvido por Engeström e Sannino (2011) compõe-se de três fases. Primeiro, analisar sinais linguísticos elementares que expressem potenciais manifestações discursivas de contradições. Segundo, identificar e analisar as manifestações no corpo de dados, compreendida esta fase como a de identificar se a situação corresponde a uma determinada manifestação. Terceiro, trazer os resultados das manifestações discursivas junto com um olhar histórico dos sujeitos para identificar as contradições sistêmicas. Neste trabalho, apresentarei primeiro o contexto dos sujeitos para compreender seu comportamento no grupo; em seguida, procurarei encontrar sinais linguísticos nos dados, para logo analisar a situação envolvida em relação ao tipo de manifestação.

Quadro 2 - Tipos de manifestações discursivas de contradições

Manifestações	Características	Dicas linguísticas
Beco sem saída ou Duplo vínculo	Beco sem saída: situação que não oferece alternativas de prosseguir.	“nós”, “nos”, “devemos” ou “teremos que”. Perguntas retóricas de pressão, expressões de impotência.
	<i>Duplo vínculo</i> : situação em que se enfrentam duas alternativas igualmente inaceitáveis ou indesejáveis.	
Conflito crítico	Resolução: transformação prática ou mudança radical (indo além das palavras)	“Permita a nós fazer isso”, “o faremos”.
	Enfrentando motivos contraditórios em interação social, sentindo-se maltratado ou culpado.	Estrutura narrativa pessoal, emocional, moral, metáforas.
Conflito	Resolução: Encontrando novo sentido pessoal e negociando um novo significado.	“Eu agora realizo isso [...]”
	Fundamentando, argumentando e criticando.	“não”, “eu discordo”, “isto não é verdade”.
Dilema	Resolução: Encontrando um compromisso ou submissão	“Sim”, “isto eu posso aceitar”.
	Expressão ou intercâmbio de avaliações incompatíveis.	“por um lado [...] por outro lado”; “sim, mas”, “mas”.
	Resolução: negação, reformulação.	“Eu não quis dizer isso”, “eu agora quero dizer”.

Fonte: Baseado em Engeström e Sannino (2011, tradução nossa)

Engeström e Sannino (2011) associam significados a cada expressão discursiva que pode estar indicando contradições internas não resolvidas. Um **dilema** é uma expressão ou intercâmbio de avaliações incompatíveis entre pessoas. É comumente expresso em forma de barreiras ou vacilações nas expressões discursivas, tais como: “por um lado [...], por outro lado” e “sim, mas”. No decorrer do discurso, o dilema é reproduzido mais do que resolvido, frequentemente é resolvido com a ajuda da negação ou reformulação.

Os **conflitos** tomam a forma de resistência, discordância, argumento e crítica. No conflito verbal, os participantes se opõem a enunciados, ações ou a assuntos ditos por outros ou até por eles mesmos no passado. As expressões comuns de conflito em discursos são de confrontação, como: “não”, “eu discordo” ou “isto não é verdade”. A negação expressa com um “não” é um forte indicador da existência de

um conflito. A resolução de um conflito acontece por meio de um compromisso ou submissão à autoridade ou à maioria.

O **conflito crítico** é manifestado por meio de uma estrutura narrativa que dá conta de um nível emocional de tom elevado, por exemplo, o relato de metáforas no meio das discussões que manifesta um nível emocional alto. Esse conflito crítico é resolvido encontrando um novo sentido pessoal e negociando um novo significado.

O **duplo vínculo** (*double bind*) corresponde a duas demandas irreconciliáveis ou à eleição entre duas coisas indesejáveis. Pode ser manifestado em expressões de impotência e de pressão nos sujeitos. O duplo vínculo pode ser resolvido por uma transformação na prática. As mesmas expressões de impotência e pressão poderiam indicar um **beco sem saída**, representando uma situação em que os sujeitos não visualizam possibilidades de prosseguir ou que esgotaram suas possibilidades de avanço para resolver o seu problema. Um beco sem saída pode ser solucionado por meio de uma mudança radical, que demande intervenção externa ou em muitos casos ele poderia ficar sem solução. O dilema, conflito, conflito crítico e duplo vínculo são manifestações de contradições achadas por Engeström e Sannino (2011); a situação de beco sem saída representa melhor algumas situações encontradas neste trabalho, como se aprecia posteriormente.

Podem-se encontrar outras manifestações não exploradas por Engeström, como a ironia ou paradoxo. A ironia corresponde a uma contradição em si mesma, em que o irônico diz uma coisa, mas com expressões ou gestos está dizendo exatamente o contrário. A ironia dos sujeitos numa organização foi estudada por Hatch (1997) como uma forma de contradição. Behrend (2014) utilizou a noção de paradoxo para explicar uma situação em que convivem dois pontos de vista divergentes num sistema.

6.3.2 Ações e Ciclo de aprendizagem expansiva

Engeström (2000) utiliza um método de análise para identificar ações que denotem distúrbios que, por sua vez, revelem contradições. O surgimento de distúrbios num sistema e a sua evolução poderiam estar indicando o percurso de um ciclo de aprendizagem expansiva.

O ciclo de aprendizagem expansiva é composto por sete etapas: (1) o questionamento de uma situação, identificando uma contradição; (2) a análise

histórica e atual da situação; (3) o desenvolvimento de um novo *modelo* que resolva a contradição; (4) a exame do novo *modelo*; (5) a implementação do novo *modelo*; (6) a reflexão sobre o funcionamento do novo *modelo*; e (7) a consolidação desse *modelo* como uma prática assumida no sistema. Os estágios se mostram como parte de um ciclo de aprendizagem expansivo, já mostrado na Figura 6.

Um conjunto de ações corresponde a uma *cadeia de ações*. Engeström (2000) procura nos dados cadeias de ações mais do que ações isoladas, que denotem distúrbios ou inovação. A situação é representada por meio de diagramas de atividade que representam essas cadeias de ações. Tais cadeias podem mostrar, por um lado, uma situação anormal no agir dos sujeitos, sendo um indicador de um distúrbio que precisa de atenção e análise. Esse distúrbio, colapso ou tensão pode ser o reflexo de uma contradição. Por outro lado, as cadeias de ações podem mostrar iniciativas que sejam indicadoras de desenvolvimento do sistema.

Nesta pesquisa procuro distinguir dois tipos de ações, uma em que as ações refletem manifestações de contradições, e outra, em que as ações expressem desenvolvimento e aprendizado no sistema. A análise dessas ações coletivas permitiria visualizar o comportamento de um sistema por meio de ações que impulsionem processos de modelagem.

6.4 Formato das Expressões

Para cada tipo de fonte de dados, utilizei uma numeração diferente. As discussões dos sujeitos no desenvolvimento de modelagem são a fonte principal dos dados, que correspondem a intervenções dos sujeitos em forma de postagens numeradas sequencialmente, dando um sinal de ordem de aparição no texto das discussões. Cada postagem é da forma 1, 2, 3,... etc. e está seguida por um nome fictício de quem a realizou. Em geral os textos foram deixados tais como foram escritos pelos sujeitos, mas alguns deles apresentam ajustes necessários para dar uma melhor compreensão ao leitor.

21. João: Poderíamos fazer uma pesquisa em algumas operadoras só para vermos as vantagens [...].
27 de outubro às 21:16

22. Peterson: Eu só estou lembrando disso pq os adolescentes são viciados no whatapp e internet.

27 de outubro às 21:16
(//)

23. João: Exatamente, mas tem outras vantagens: como disse, **ligação para mesma operadora, número de ligações**, etc.
27 de outubro às 21:18

Os colchetes [...] são utilizados para indicar que o texto entre eles foi tirado com o objetivo de mostrar só os trechos que interessam no contexto dado. O texto entre os colchetes indica uma adição do texto para uma maior compreensão. O símbolo (//) entre texto e texto, é utilizado para indicar que na discussão original os textos não são sucessivos, que eles apresentam outros textos entre eles. Um dos principais motivos da utilização de (//) é a necessidade de organizar os dados na sequência da conversa pelos múltiplos diálogos (*multiálogos*), em paralelo, que se produzem em uma comunicação por meio de *chat* (BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011). A utilização deste sistema ajuda a melhorar a compreensão do discurso no seu contexto.

Antes de iniciar o curso, os participantes se apresentaram. Os textos obtidos dessa apresentação se mostram numerados na forma A1, A2, A3, ... etc., seguido do nome de quem realizou a postagem. Os textos obtidos das exposições das tarefas apresentadas na plataforma *Adobe Connect* (gravadas em vídeo) estão numerados na forma V1, V2, V3, ..., etc., indicando as linhas das intervenções na exposição da tarefa; as tarefas representam as contribuições do grupo, portanto não aparece o nome pessoal. Os *slides* das apresentações foram numerados como slide 1, slide 2, slide 3, etc. As linhas das entrevistas, por sua parte, estão sinalizadas por E1, E2, E3, ..., etc. Esta numeração tem o objetivo de sinalizar a fonte de dados de cada expressão na análise, identificando se a expressão foi produzida numa discussão na construção da tarefa, na aula de apresentação, num trecho do vídeo ou num trecho da entrevista.

- A1 Peterson: Olá a todos. Meu nome é Peterson. Sou formado em Licenciatura e Bacharelado em Matemática, com mestrado em Matemática todas pela U [...]. Sou professor efetivo, na cidade de [...], da U [...]
16 de agosto de 2014 às 17:47
(//)
- A2 João: Caros amigos! Sou João, licenciado em Matemática e Especialista em Educação Matemática. Leciono na Rede Pública Estadual da [...]. Faço parte do Movimento pela EM desde 1990, quando me filiei à SBEM. [...].
19 de agosto de 2014 às 0:16

-
- E1 Flávio: Bem, a **Bia já havia trabalhado com MM. Eu estou fazendo minha dissertação sobre MM e já fiz uma proposta com MM em uma turma de pós [...]**
(Entrevista, 5/12/2014 , 11:40)
-

- V1. Ficou perceptível que para que **trabalhássemos com alunos de ensino fundamental e médio**, seria mais apropriado utilizarmos o contexto de utilização de chips de várias operadoras de modo a fazermos que os alunos levantarem os seguintes questionamentos [...].Esse modo de pensar torna-se mais simples quando se busca usar Modelagem Matemática com pessoas que não possuem muita prática nesse tipo de metodologia de ensino.
(Vídeo de exposição da tarefa, 6:08)
-

Utilizando a função que expressa a concentração de álcool no sangue devido a quantidade de álcool ingerida em gramas por uma pessoa de 70 Kg, temos que:

Se essa pessoa tomar uma lata de cerveja de 350 ml ela terá a concentração de álcool no sangue igual a:

$$T = 16 \frac{A}{P} = \frac{16}{70} \times 14 = 3,2h$$

Logo, o indivíduo vai ter zero de álcool no sangue aproximadamente 3 horas depois de ingerir um alata de cerveja.

Slide 8

32. Daniela: O plasma é a parte líquida do sangue, de coloração amarelo palha, composto por água (90%).
<http://www.prosangue.sp.gov.br/artigos/estudantes>

Fundação Pró-Sangue

Você sabia que o sangue é um tecido vivo? Que é formado por quatro componentes básicos? Quando foram feitas as primeiras transfusões de sangue? E, afinal, para que ele serve?

prosangue.sp.gov.br

24 de outubro às 20:28

(//)

46. Professor: Marissa, aconteceu alguma coisa?

26 de outubro de 2014 às 14:21

Os textos que são *hipervínculos* da *Web* aparecem sublinhados na postagem. Da mesma forma, quando um sujeito é referenciado na discussão do *Facebook*, seu nome é sublinhado. Algumas frases do texto aparecem ressaltadas em negrito para enfatizar as expressões que estão sendo discutidas. Finalmente, as postagens apresentam a data e hora em que foram geradas.

7 ANÁLISE E RESULTADOS

Neste capítulo, utilizo a Teoria da Atividade como uma ferramenta de análise de dados e não apenas como um referencial para compreender e interpretar os dados. Na pesquisa, utilizarei principalmente dois métodos de análise de dados extraídos do trabalho de Engeström (2000) e Engeström e Sannino (2011). Estes métodos atuam como uma ferramenta para identificar contradições internas por meio de suas manifestações e, do mesmo modo, para identificar cadeias de ações que sejam indicadores de desenvolvimento e aprendizagem no ciclo de aprendizagem expansiva.

7.1 Olhar geral do curso

Na Teoria da Atividade, podem-se analisar múltiplos sistemas de atividade em interação e influência mútua (ENGESTRÖM, 1987; ENGESTRÖM, 2001; JUNIOR, 2011; SOUTO, 2013; BEHREND, 2014). Isso nos remete a definir os sistemas de atividade representados nesta pesquisa e depois estabelecer as possíveis relações que se produzam entre eles.

Com base nas ideias de Souto (2013, 2014) e Souto e Borba (2016), representarei primeiramente o sistema de atividade idealizado do curso, chamado Tendências (ver Figura 7), depois, o sistema dos professores-organizadores do curso (Figura 8). Em seguida, analisarei como um sistema de atividade, cada grupo do curso desenvolvendo processos de modelagem. Por fim, analisarei o modo como um sistema influenciou a outro, representando as contradições sistêmicas e tensões que emergiram de tais influências.

7.1.1 Sistema de Atividade Tendências

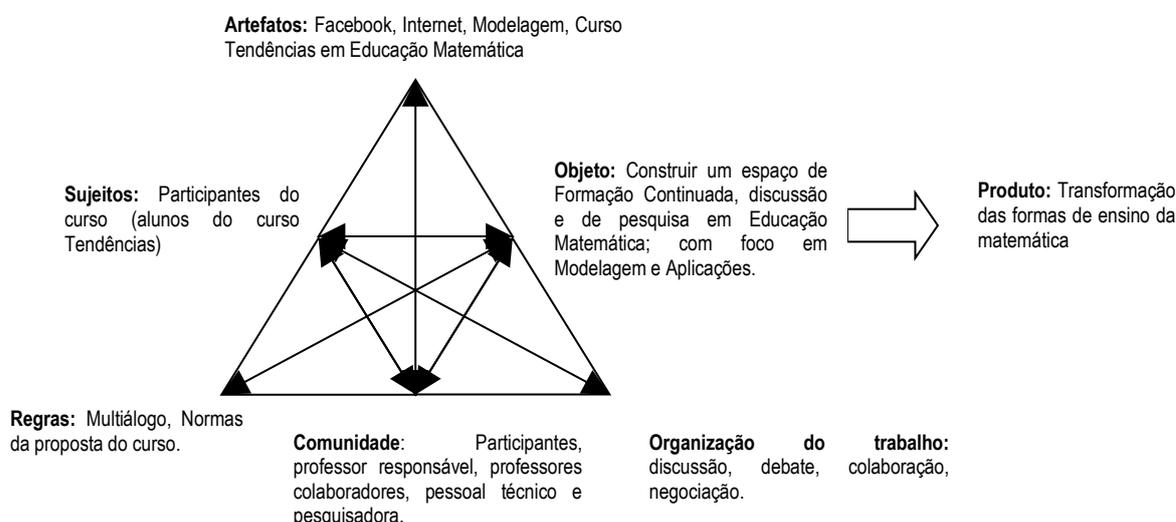
O Sistema de Atividade Tendências (diagrama da Figura 7) é um diagrama idealizado em que tenta representar a atual edição do curso analisada.

Os sujeitos do sistema Tendências são os alunos participantes do curso, que são professores de matemática em diferentes níveis de exercício de sua profissão. Os artefatos do sistema são: o *Facebook*, a Internet e o curso de Tendências. O

objeto idealizado do curso é o de construir um espaço de Formação Continuada, de discussão e pesquisa em Educação Matemática, com foco em Modelagem e Investigação Matemática.

A comunidade corresponde a todos os que interagem com os sujeitos e que compartilhem o mesmo objeto. Inicialmente está composta por todos aqueles que estão em alguma interação com os sujeitos durante o curso, principalmente o professor responsável do curso, os professores colaboradores, os participantes (alunos do curso) e pessoal técnico.

Figura 7 - Sistema de Atividade “Tendências” idealizado



Fonte: Elaborado pela pesquisadora, baseado em Engeström (1987) e Souto (2013; 2014).

Algumas das regras do curso foram estabelecidas na proposta deste. Por exemplo: os temas a serem desenvolvidos no curso, a bibliografia, as tarefas envolvidas, as ferramentas requeridas (computador, conexão a internet, perfil *Facebook*), o horário de encontros síncronos para participar do curso, etc. Algumas das regras foram estabelecidas pela instituição (UNESP), como o mínimo de 75% de presença para concluir o curso com aprovação.

Uma das regras estabelecidas tradicionalmente no curso de Tendências é o *multiálogo*, entendido como um mecanismo de comunicação, no qual diferentes diálogos ocorrem simultaneamente no processo de discussão. O *multiálogo* é considerado uma regra na presente edição do curso de Tendências, pois neste estudo é usado o ambiente de discussão *Facebook*, com postagens sequenciais, sob o entendimento de que podem existir diálogos em paralelo numa mesma discussão; no estudo de Souto (2013; 2014), o *multiálogo* também foi considerado

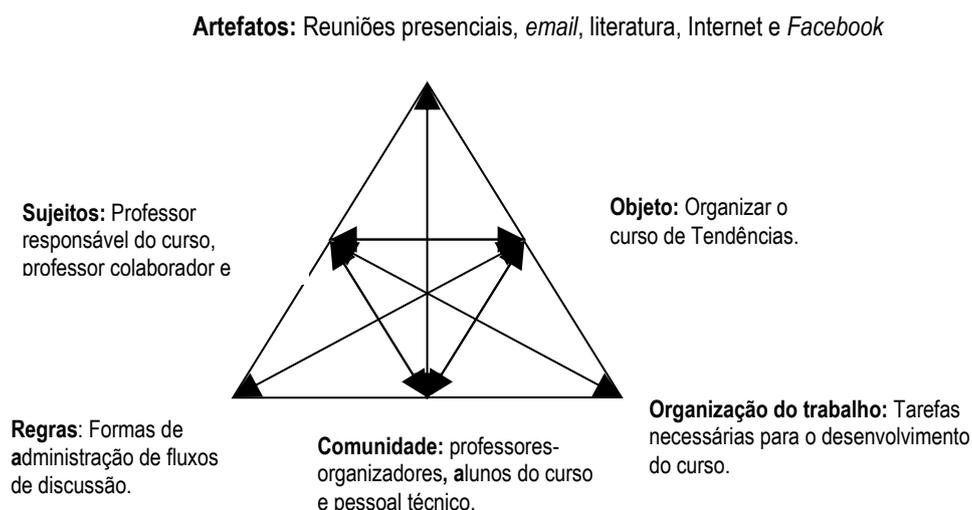
uma regra. Além disso, se espera que os participantes adotem regras internas de forma a cumprir seus objetivos, o que será analisado a partir dos dados.

A organização do trabalho inclui discussão e debate de todos os participantes, tanto alunos como professores, colaboração no trabalho em grupos e do grupo todo, e negociação diante da diversidade de opiniões que se levantem no curso.

7.1.2 Sistema de Atividade Professores-Organizadores

O sistema dos professores-organizadores do curso de Tendências (diagrama da Figura 8) é constituído para organizar a atual edição do curso de Tendências. Os sujeitos deste sistema são aqueles professores envolvidos na organização do curso: o professor responsável pelo curso, o professor organizador e a pesquisadora. O objeto é a organização do curso de Tendências. O curso foi organizado por meio de reuniões presenciais, comunicação por *email* para entregar propostas, preparação de espaços de discussão na rede social e revisão de informação da literatura e da Internet, por exemplo, textos e vídeos integrados no curso. Assim, os artefatos foram então as reuniões presenciais, *email*, a literatura envolvida no curso, a Internet e o *Facebook*, por meio dos quais foi preparado o curso.

Figura 8 - Sistema Professores-organizadores do curso Tendências



Fonte: Elaborado pela pesquisadora

A comunidade esteve composta pelos professores-organizadores, os alunos do curso, com quem se interagiu em diversas instâncias, e o pessoal técnico de apoio, que participou em diversas formas da organização. As regras são regulações

adotadas para administrar os fluxos de discussão do curso no sistema, como, por exemplo, as discussões em *Facebook* foram realizadas em um grupo fechado, no qual cada aula foi ministrada em eventos criados nesse grupo para esse efeito; as discussões foram organizadas em blocos (conjunto de postagens organizadas geralmente para discutir sobre um mesmo tema) cujas discussões apresentavam *multiálogos* (múltiplos diálogos simultâneos ao interior de um bloco). A organização do trabalho foi dada pelas diversas tarefas necessárias para o desenvolvimento do curso, como, preparar a bibliografia a integrar no curso, construir tarefas, postar materiais, criar eventos e enviar mensagens, entre outras.

7.2 Tarefas de Modelagem

No desenvolvimento das tarefas de modelagem, os temas escolhidos pelos grupos de trabalho foram os seguintes:

- (1) O uso de *Facebook* no Brasil
- (2) Dispersão de poluentes ao longo de um rio
- (3) O álcool no sangue
- (4) Construção do significado do número PI
- (5) Operadoras de telefonia celular
- (6) Tarifas de táxi
- (7) Água potável

Todos os grupos desenvolveram suas tarefas de modelagem e a apresentaram por meio de uma exposição *online*, mas alguns apresentaram alguma profundidade maior nas discussões e formas de construção e resolução do problema. Assim, os escolhidos para análise são aqueles que mostraram suas discussões de modo mais explícito. Estes foram três grupos: “Operadoras de Telefonia Celular”, “O uso de *Facebook* no Brasil” e “O álcool no sangue”.

O primeiro grupo a ser analisado é o grupo “Operadoras de Telefonia Celular”, por mostrar discussões ricas que permitem visualizar expressões discursivas textuais de contradições e desenvolvimento. Para maior compreensão, os dados da discussão dos sujeitos foram divididos em episódios sequenciais como uma forma de relatar os fatos na sequência em que foram produzidos. Um *episódio* na análise deste trabalho não é um trecho ou fragmento da discussão, mas tenta ser um capítulo organizado da história do grupo, e o conjunto de episódios corresponde a

toda a dinâmica experimentada pelo grupo, ou seja, a sua historicidade (terceiro princípio da Teoria da Atividade).

7.3 Grupo Operadoras de Telefonia Celular

A Teoria da Atividade considera como um elemento importante os aspectos culturais, sociais e o contexto dos sujeitos, o que também é parte do marco de análise em Engeström (2000). Os seguintes trechos correspondem à apresentação inicial que fizeram os participantes deste caso, o que será utilizado para conhecer o contexto dos sujeitos para ter em consideração na análise do grupo.

- A1 Peterson: Olá a todos. Meu nome é Peterson. Sou formado em Licenciatura e Bacharelado em Matemática, com mestrado em Matemática todas pela U [...]. Sou professor efetivo, na cidade de [...]/PB, da U [...] em cursos de graduação de Engenharia (Alimentos, Ambiental, Agronomia e a partir de outubro Civil) e do Programa Nacional de Acesso ao Ensino Técnico e Emprego - PRONATEC, com alunos do ensino médio da rede pública. Por fim, estou satisfeito em fazer parte deste grupo, com o qual aprenderei bastante.
16 de agosto de 2014 às 17:47
(//)
- A2 João: Caros amigos! Sou João, licenciado em Matemática e Especialista em Educação Matemática. Leciono na Rede Pública Estadual da Bahia. Faço parte do Movimento pela EM desde 1990, quando me filiei à SBEM. [...]. Espero com esse curso, atualizar-me nas Tendências e conhecer novos pensamentos. Abraços e até breve!
19 de agosto de 2014 às 0:16

Observamos que Peterson, possuindo um bacharelado e mestrado em matemática e lecionando majoritariamente em cursos de graduação de engenharia, tem formação na Matemática Aplicada; enquanto João, como Licenciado em Matemática e especialista em Educação Matemática, com participação em entidades de Educação Matemática, está mais fortemente relacionado à Educação Matemática. Os participantes residem em Estados diferentes do Brasil. Peterson reside na Paraíba e João, na Bahia. Os diferentes aspectos que apresentam os sujeitos mostram a “multiculturalidade” dos membros deste grupo.

Coube a essa dupla desenvolver uma tarefa de modelagem, em que devia propor/construir um problema de modelagem a partir de um tema de interesse de ambos. Essa tarefa tinha duas semanas para o seu desenvolvimento, mas inicialmente estes sujeitos não formavam uma dupla de trabalho. Eles compunham grupos diferentes, porém seus parceiros de grupo desistiram da tarefa, sendo

necessário reagrupar ambos em um novo grupo. Deste modo, ficou para eles pouco mais de uma semana para o desenvolvimento da sua tarefa.

A tarefa e suas regras marcam uma influência do sistema dos professores-organizadores do curso no sistema do grupo trabalhando em modelagem e, para este grupo em particular, a circunstância de recompor um grupo e dispor de menos tempo que os outros grupos é um aspecto a considerar na sua análise.

Especificamente, olhamos o grupo de trabalho de João e Peterson em processos de modelagem como um sistema de atividade, o que será chamado de “Sistema Operadoras”. Os dados foram divididos em episódios para diferenciar as etapas que experimentou este sistema de atividade.

7.3.1 Episódios

Este grupo experimentou uma dinâmica de nove episódios de discussão para o desenvolvimento de sua tarefa de modelagem. Os sujeitos começam a sua discussão no espaço Facebook, no dia 24 de outubro às 00:55 horas. Mas, evidentemente, eles já tinham discutido alguns temas. Eles começam a interagir neste espaço quando aparecem aspectos sobre os quais discordam.

Episódio 1: As diferenças

Os seguintes textos mostram como os sujeitos comunicam, no espaço de trabalho, o tema concordado previamente por eles: “Escolha de operadoras de celulares”. Em seguida, mostram suas diferenças na forma de abordar a tarefa.

1. João: Olá Peterson! Conforme discussão inicial, pensamos em realizar um trabalho na perspectiva da Modelagem Matemática sobre a escolha da Operadora de celulares por parte dos alunos, aproveitando o discurso das vantagens oferecidas por cada uma delas.
24 de outubro às 0:55
2. João: Lançarei algumas ideias para que possamos amadurecê-las: 1ª) Poderíamos fazer um comentário sobre a vantagem que uma certa Operadora oferece para o seu pré-pago, e daí, lançaríamos a pergunta sobre o que achavam desta. 2ª) Com a discussão iniciada, perguntaríamos que Operadora cada um usava, e qual a mais vantajosa. 3ª) Poderíamos dividir os alunos em grupos (por Operadora) e solicitaríamos que listassem as vantagens de cada uma delas
24 de outubro às 1:02
3. Peterson:Eu falei com o João e pensei em mais algumas proposta. **A proposta do João é muito boa**, principalmente por fazer a pessoa pensar em economia. **Mas** imaginei também se poderíamos fazer a seguinte pergunta: 1) "Uma pessoa muda de celular em media a cada 2

anos. Sendo assim quantos celulares você a de comprar durante sua vida?". 2) "Com os celulares que você descartou, qual seria o impacto na natureza?". 3) "Sabendo do problema quantos celulares seriam adquiridos e descartados pela população brasileira em todos de 50 anos?". 4) "Qual o tamanho do impacto ambiental disso?"
24 de outubro às 16:30

4. Peterson: Sabendo que ela começa a adquirir celulares, na época atual, com 10 anos e que a expectativa atual de vida do Brasileiro é de 75,14,
<http://brasilemsintese.ibge.gov.br/.../esperancas-de-vida...>

IBGE | Brasil em síntese | população | esperanças de vida ao nascer
brasilemsintese.ibge.gov.br|De IBGE
24 de outubro às 16:42

5. João: **Entendi** sua questão, **mas** para o ambiente de Modelagem ela é fechada. É, de certa forma, um exercício. Entendeu?
24 de outubro às 16:56
6. João: **Temos que** trabalhar questões ou levantar questionamentos que os levem a buscar...
24 de outubro às 16:56
7. Peterson: **Mas** a modelagem entraria quando a pessoa tivesse de ver o crescimento populacional que é variante
24 de outubro às 16:58
8. Peterson: dai existe uma modelagem para uma possível razão de crescimento.
24 de outubro às 16:58
9. João: Ok! É porque estamos trabalhando com duas perspectivas de Modelagem.
24 de outubro às 16:58
10. João: Vc, com a aplicada. Que busca um modelo. E eu, na questão de um ambiente que discutam matemática, sem necessariamente resultar num modelo matemático para resolver uma questão.
24 de outubro às 16:59

João e Peterson escolheram o tema “Operadoras de Telefonia Celular” sem aparente discordância. A visão de João é a de fazer uma proposta pedagógica de modelagem com base em um problema aberto, para criar um ambiente de discussão na aula sobre as vantagens das operadoras. João deseja primeiro engajar os alunos, produzir uma discussão entre eles e logo formar grupos de trabalho. Ele valoriza mais as discussões que se produzirem em relação à matemática do que os alunos encontrarem um modelo matemático idealizado. Entretanto, Peterson, propõe perguntas quantitativas (ver linha 4), características de um exercício, de estilo fechado, dando importância à obtenção de resultados numéricos por meio de um

modelo. Assim, eles apresentam diferentes formas de ver modelagem; a proposta de cada um reflete essa diferença de visão de conhecimento dos sujeitos, a que está produzindo tensões entre os sujeitos na produção da sua tarefa. A intenção compartilhada deles é a de propor um problema de modelagem, só que João quer propor um problema aberto que dê espaço para discussão, enquanto Peterson quer um problema estilo exercício em que os alunos procurem dados variáveis, mas que cheguem a um resultado numérico concreto usando um modelo. Notamos também que Peterson utiliza postagens da Internet para mostrar como os alunos encontrariam as informações para resolver o problema proposto por ele.

João dá uma explicação a essa situação: “Ok! É porque estamos trabalhando com duas perspectivas de Modelagem. Vc, com a aplicada. Que busca um modelo. E eu, na questão de um ambiente que discutam matemática, sem necessariamente resultar num modelo matemático para resolver uma questão.” (linha 10). Esta expressão denota uma compreensão das suas diferentes posturas e de tentar uma resolução da tensão.

Os objetos dos participantes deste grupo estariam diferenciados por suas perspectivas; estas seriam: **(João) Propor um problema aberto por meio de uma abordagem que envolva discussão; (Peterson) Propor um problema fechado, estilo exercício, de resultado numérico.** Os objetos de cada um se chocam no avanço pela diferença de visões mostrando uma possível contradição sistêmica.

Expressões de estilo “sim, mas” ou simplesmente “mas” (linha 3, 5 e 7) poderiam denotar a existência de um dilema no qual os sujeitos apresentam pontos de vista incompatíveis. Mas, nas linhas 5 e 6 João faz uma crítica à proposta de Peterson, dizendo que sua proposta é fechada e representa mais um exercício do que um problema; e a linha 7, Peterson defende-se, dizendo que o crescimento populacional, indicado em sua proposta, é variável, e seu cálculo faria entrar no terreno de modelagem. Estas expressões mostram não apenas posicionamentos diferentes, mas ações de crítica à proposta do outro e de defesa (argumentação) da própria proposta. Ações de crítica e defesa representam um conflito segundo a classificação dada em (ENGESTRÖM; SANNINO, 2011). Vemos então como as ações de criticar e argumentar foram indicadores mais precisos para delimitar a manifestação, que está passando de um dilema a um conflito. As ações que se observam são: propor um problema (ambos), criticar a proposta do outro,

argumentar e defender a proposta própria, sendo ações que refletem a existência de uma contradição.

Episódio 2: Crítica e defesa

Neste episódio observa-se como se desenvolvem as tensões no sistema de atividade que compõem os sujeitos.

11. João: Bem... e agora como resolvermos?
24 de outubro às 17:01
12. João: Sugiro que comecemos com as discussões iniciais que postei, e no desenvolvimento da atividade lançássemos essas questões.
24 de outubro às 17:02
13. João: Na questão q coloquei inicialmente, o interesse era que eles descobrissem qual a Operadora que realmente oferecia mais vantagens. **O resultado geraria uma boa discussão e até mudança de Operadoras** por parte de alguns deles.
24 de outubro às 17:04
14. Peterson: A sua proposta se torna **mais interessante** que a minha, pois os alunos discutiriam e analisariam uma questão que eles podem se deparar **imediatamente**. Já com a minha proposta os alunos quando fossem imaginar nas quantidades de celulares comprados eles teriam de lembrar da taxa de crescimento populacional, aumento na taxa de vida do brasileiro, o poder aquisitivo da população no passar dos anos, ou seja, o meu envolver **um número de variáveis bem maior** e que trás a reflexão de varias vertentes. Portanto a sua proposta é a **mais viável para se trabalhar com crianças e jovens**.
24 de outubro às 17:07

As expressões de João (linha 11 e 12) mostram uma tentativa de construir o problema a partir da sua proposta inicial: encontrar qual operadora ofereceria as melhores vantagens. Em defesa da sua proposta, ele ressalta a ideia de gerar discussão entre os alunos. A expressão “geraria [...] até mudanças de operadoras por parte de alguns deles” (linha 13) indica que sua proposta visa a que os alunos tomem decisões a partir de seu envolvimento com modelagem.

Seguindo, observamos as expressões de Peterson. Por um lado, na linha 14, ele fala que a proposta de João se torna “mais interessante” que a dele, e que os alunos chegariam ao resultado “imediatamente”; por outro, ressalta positivamente as características da sua proposta como uma que tem “um número de variáveis bem maior e que traz a reflexão de várias vertentes”, e, finalmente, que a proposta de João “é a mais viável a se trabalhar com crianças e jovens”. Neste caso observamos um tom de ironia (HATCH, 1997) nas expressões de Peterson, pois, ao mesmo tempo em que elogia a proposta de João, destaca as características positivas de sua

própria proposta. A ironia é utilizada por Peterson para expressar a discordância sobre esta situação, pois, segundo ele, a proposta de João não é para alunos de nível universitário. Assim, estas expressões são de crítica e defesa (argumentação); crítica de Peterson à proposta de João e defesa de sua própria proposta. Lembremos que no episódio anterior a proposta de Peterson foi criticada também. Essas ações de crítica e argumentação mútua são um indicador de conflito (ENGESTRÖM; SANNINO, 2011) ainda não resolvido.

As principais ações observadas nesses episódios são de criticar e defender as propostas. Estas ações manifestam uma situação de conflito que estaria revelando uma contradição interna. Para caracterizar essa contradição, observamos que os sujeitos têm diferentes formas de ver um problema de modelagem. Enquanto um sujeito quer propor um problema tipo exercício, em que os alunos utilizem um modelo e encontrem resultados numéricos, o outro sujeito propõe um problema aberto que envolva discussão em grupos. Essas perspectivas de um problema de modelagem são opostas entre si, sendo esta uma contradição na visão de problema que apresentam os sujeitos, produzindo um dilema (episódio 1) e passando a ser um conflito (episódios 1 e 2). Esta contradição seria entre os sujeitos e seus objetos, ou seja, entre dois componentes de um sistema de atividade. Uma contradição que ocorre entre dois componentes de um sistema de atividade é caracterizada como contradição secundária (ENGESTRÖM, 1987). Assim, esta é uma contradição secundária entre sujeitos e objeto assim expressa: um sujeito propõe um problema estilo exercício e, em contraposição, o outro propõe um problema aberto sob uma abordagem que integre uma discussão grupal (problema versus exercício). Esta contradição ainda não é resolvida neste episódio.

Episódio 3: Definir público-alvo

Como uma tentativa de atender à crítica de Peterson a respeito de que a proposta de João não é para nível universitário, neste episódio, aparece uma tentativa de negociação do público-alvo a quem será dirigida a proposta. Neste momento a discussão se encontra em aberto com possibilidades de a proposta ser implementada na Educação Básica e na Universitária, níveis em que cada um deles atua ministrando aula.

15. João: Na realidade Peterson podemos pensar em atividades para dois grupos diferentes: A EJA ou alunos da Educação Básica e alunos da Graduação.
24 de outubro às 17:08
16. Peterson: Podemos sim. Daí eu posso organizar a ideia de desperdício e consumismo aos alunos de Ambiental.
24 de outubro às 17:26

João manifesta a possibilidade de pensar em atividades para dois grupos, diferentes, da Educação Básica ou EJA (Educação de Jovens e Adultos) e da graduação, mostrando a vontade de negociação para aproximar seus objetos. Peterson concorda com essa negociação, assim poderiam preparar propostas diferentes para os grupos que eles lecionam. Peterson lança a ideia de incorporar assuntos de “desperdício e consumismo” para o curso de Engenharia Ambiental, que formou parte da sua proposta inicial, refletida na linha 3 no ponto (4), sobre calcular o impacto ambiental. Contudo, o objeto focou-se agora **na definição do público-alvo da proposta**, aspecto que foi negociado e acordado. Esta ação de negociação indica como os participantes começam a tomar acordos para resolver as tensões.

Episódio 4: As variáveis

Depois de três dias, os sujeitos voltam para tentar avançar na sua tarefa.

17. Peterson: E ai quais os questionamentos que devemos fazer sobre a questão com as operadoras?
27 de outubro às 21:11
18. João: Como disse, essa foi uma ideia, mas não tenho nada fechado. Algumas questões: Valor mínimo para créditos? Quais as vantagens de **ligar para a mesma Operadora e operadoras diferentes**. Na realidade essa gama de vantagens, quem deve trazer são eles.
27 de outubro às 21:13
19. Peterson: Assim como o valor do **pacote de dados e de voz**
27 de outubro às 21:13
20. João: Sim. E depois eles agrupariam, e chegariam as conclusões sobre a melhor.
de outubro às 21:16
21. João: Poderíamos fazer uma pesquisa em algumas operadoras só para vermos as vantagens.
27 de outubro às 21:16

22. Peterson: Eu só estou lembrando disso pq os adolescentes são viciados no whatsapp e internet.

27 de outubro às 21:16

(//)

23. João: Exatamente, mas tem outras vantagens: como disse, **ligação para mesma operadora, número de ligações**, etc.

27 de outubro às 21:18

Neste episódio, o dilema e conflito manifestados nos episódios 1 e 2 desapareceram. Observa-se que Peterson, depois da negociação, retoma a conversa dando continuidade à proposta de João como uma forma de aceitação dela. Assim um dos sujeitos consentiu à proposta do outro, depois de passar por etapas de crítica, defesa, argumentação e reflexão, o que corresponde a uma resolução da contradição.

No avanço, os sujeitos começam a criar as variáveis envolvidas na resolução do problema visando obter as vantagens das operadoras, a de ligação para a mesma operadora e ligação para uma operadora diferente, propostas por João, e a de considerar os valores do pacote de dados e voz, proposta por Peterson. Estas definições de variáveis são *ações coletivas* acordadas pelos sujeitos, as que dão conta de avanço no desenvolvimento da tarefa.

Episódio 5: Os motivos e mais variáveis

Observamos neste episódio a integração do professor na conversa, que permite que os sujeitos avancem na procura de mais variáveis.

24. Professor: Uma coisa que pode ser pensado também gente é o que **motivou vocês** a pensar nisso, se foi **interesse** particular ou tem outro qualquer

27 de outubro às 21:18

(//)

25. João: Na realidade Professor, como é um trabalho para apresentar num curso, **não tivemos tempo hábil** para discutir ou mesmo criar um ambiente de Modelagem ou mesmo investigação em nossas salas de aula. Entretanto, bem sabemos que lançar uma observação sobre uma determinada promoção de uma operadora, gera discussão e a partir daí, o ambiente começaria a ser formado. Existe um interesse geral nessa questão, não discutida na perspectiva que estamos levantando (para eles, alunos)

27 de outubro às 21:22

26. Professor: Entendo. Sabe aquelas promoções com celular grátis mais fidelizado...é uma vertente.

27 de outubro às 21:24

27. Peterson: E ao analisarmos os **motivos** que nós leva a adquirir um determinado chip de operadora é muitas vezes pela **quantidade de contatos em determinada operadoras**, mas isso não significa que ela seja a **mais barata**
27 de outubro às 21:24
28. Peterson: Se essa pesquisa fosse direcionada em algumas **regiões**, veríamos que existiria apenas uma operadora funcionando.
27 de outubro às 21:26
29. João: Então. Esse **levantamento de vantagens e desvantagens**, os alunos fariam em grupos por Operadora e depois abriríamos um painel de apresentação e discussão, onde eles chegariam a conclusão da melhor (ou não).
27 de outubro às 21:28

O professor participa desta discussão perguntando sobre os seus motivos e interesses para trabalhar nesse tema que escolheram, a partir do qual a conversação flui para encontrar outras variáveis relacionadas ao tema. Pensar nos motivos e interesses envolvidos nesse tema faz Peterson discorrer na variável “quantidade de contatos em determinada operadora” (linha 27), pois as ligações a contatos da mesma operadora geralmente são gratuitas ou de menor custo, dependendo do plano, e também, deve levar em consideração a região da residência ao se escolher a operadora. A abordagem vai tomando forma ao indicar que os alunos deveriam fazer um levantamento das vantagens e desvantagens das operadoras para eles concluírem qual oferece maior vantagem. João retoma a ideia de trabalhar em grupos e gerar discussão na aula como uma característica pedagógica a considerar na proposta.

As ações acontecidas aqui são: definir variáveis do problema e definir o procedimento para fazer uma pesquisa das vantagens e desvantagens das operadoras, sendo estas ações acordadas pelos sujeitos, que permitem avançar na tarefa.

No seguinte trecho, continua a intervenção do professor, que faz uma postagem da Internet com a sugestão de observar um trabalho de tese de doutorado que pode apoiá-los nesse tema. Os sujeitos avançam em definir o problema, encontrar a operadora que ofereça o melhor custo/benefício, pensando em exemplos contextualizados em sua região de moradia.

30. Professor: É interessante isso. Parece muito o trabalho de doutorado da Paula Malheiros
27 de outubro às 21:29

31. João: Não sei. Na realidade ainda não li, mas pelo debate que tivemos sobre Trabalho por Projetos, me interessei e vou lê-lo.
27 de outubro às 21:30
32. Professor: Da uma olhada no capítulo 5, 5.2.2..só que era com telefonia fixa http://www.rc.unesp.br/.../teses/tese_malheiros_2008.pdf
27 de outubro às 21:31
33. João: Ok!
27 de outubro às 21:32
34. Peterson: Mas poderíamos pensar em um outro trajeto tb, que seria o aluno verificar além do melhor valor, **qual oferece os melhores serviços**, ou seja, para que ele fizesse uma **análise entre custo/benefício**.
27 de outubro às 21:53
35. João: Ok! Deveremos fazer esse levantamento. Você poderia verificar isso? O q seria esses benefícios? Vamos criar um alguns exemplos?
27 de outubro às 22:01
36. Peterson: Por exemplo: Na minha região (Pombal, Patos, Campina Grande PB) a TIM é a que cobra mais barato para ligações entre números da mesma operadora, mas em contra partida **a ligação cai muito**.
27 de outubro às 22:02
37. João: Essa questão de **cai ou não cai**, não é muito subjetivo?
27 de outubro às 22:02
38. Peterson: Pois é. Mas deve ser analisado. Pois é o chamado: Barato que sai caro.
27 de outubro às 22:04
39. João: Aham
27 de outubro às 22:09

Peterson consegue orientar melhor o problema em construção: “qual [operadora] oferece os melhores serviços[?]” (linha 34) e agrega a necessidade de fazer uma análise de custo/benefício entre as operadoras. As expressões de João depois do apontado por Peterson mostram uma aprovação dessa ideia, e o conjunto de perguntas que posta reflete uma animosidade para continuar com a construção do problema.

Outra variável proposta por Peterson para a análise é a de qualidade da ligação, por meio da expressão “ligação cai muito” (linha 36). Eles discutem que os alunos deveriam incluir a análise dessa variável na sua discussão, o que corresponde finalmente a uma ação acordada.

As novas ações realizadas nesse episódio foram discutidas e acordadas pelos sujeitos; elas definiram o problema com mais precisão e possibilitaram o surgimento de uma nova variável, qualidade da ligação.

Episódio 6: O modelo

Com as variáveis definidas, Peterson propõe um modelo básico para trabalhar na resposta ao assunto de custo/benefício das operadoras de telefonia celular.

40. Peterson: E aí. Qual seria então um modelo básico para construir tal argumentação.

Eu pensei no seguinte:

Valor gasto por operadora = (Ligações feitas por dia para a mesma operadora X tempo gasto em cada) + (Ligações feitas por dia para a outras operadora X tempo gasto em cada)+ Utilização de pacote de dados.

27 de outubro às 22:13

41. João: Ok! Seria um modelo que poderíamos fazê-los chegar a eles, e não darmos pronto.

27 de outubro às 22:14

Peterson propõe um modelo básico a partir de algumas das variáveis discutidas (ver linha 40). Notamos que João concorda com o modelo proposto (linha 41) e pensa em como integrar esse modelo na sala de aula, comentando que eles, como professores, não teriam que apresentar o modelo pronto para os alunos e sim fazer com que eles o construíssem. Esta expressão prepara a discussão para o seguinte episódio sobre como usar o modelo.

Neste trabalho vemos um modelo como um meio de ver uma situação através de lentes de outra situação (WILLIAMS; GOOS, 2013), sendo coerente com a forma de modelo obtido pelos sujeitos como uma representação matemática para calcular o custo de cada operadora.

As ações deste episódio são as de propor um modelo básico, concordar com o modelo e propor um princípio sobre como integrá-lo na aula. Estas ações mostram avanços sob uma nova *forma de fazer* no sistema, sendo construída coletivamente.

Episódio 7: Como usar o modelo

Neste episódio os participantes trazem à discussão a forma de incorporar na aula o modelo construído, em uma abordagem pedagógica. Aparece uma tensão pelo fato de pensar em formas opostas de integrar o modelo na aula.

42. João: Ok! Seria um modelo que **poderíamos fazê-los chegar a ele, e não darmos pronto**.
27 de outubro às 22:14
(//)
43. Peterson: **Mas** João, seria bom pensarmos em um **modelo matemático para termos como base** o como sendo o ideal, para que eles saibam o que classificar como a operadora mais em conta.
27 de outubro às 22:22
44. João: É isso Peterson, como disse inicialmente, e poderemos colocar essas duas vertentes no trabalho, pois **não comungo** em "ter" que apresentar algo. Pra mim, valerão as discussões matemáticas que brotaram daquele problema inicial. Caso chegemos (os alunos) a um modelo, ótimo. Caso contrário, ótimo!
27 de outubro às 22:26
45. João: Levaremos as duas concepções. Pode ser?
27 de outubro às 22:26
46. Peterson: Pode sim. Eu acredito que uma discussão mais ampla sobre qualquer tema nós ajuda a pesquisar mais.
27 de outubro às 22:29

Os sujeitos mostram as suas diferenças de perspectiva. Agora seus objetos vão em torno à forma de utilizar esse modelo na abordagem pedagógica que integre modelagem. João propõe **fazer os alunos construírem esse modelo, em vez de lhes dar pronto** (linha 42), enquanto Peterson **quer apresentar esse modelo aos alunos como um modelo básico ideal** (linha 43), para que com ele os alunos encontrem a operadora que oferece o melhor custo/benefício. A ideia de Peterson é utilizar uma abordagem da Matemática Aplicada, por meio da qual os alunos avaliem a melhor operadora usando um modelo. João manifesta que podem “colocar as duas vertentes” (linha 44), mas que ele não compartilha a ideia de ter que apresentar um modelo aos alunos por meio da expressão “não comungo em ‘ter’ que apresentar algo” (linha 44), pois para ele um modelo ótimo não é mais importante que a construção matemática por meio da discussão. A expressão “não comungo”, ligada geralmente a um conflito, está inserida em uma postagem que está expressando negociação a pesar das diferenças. Assim, a situação é caracterizada como um dilema composto por duas diferentes formas de integrar o modelo na aula.

Esse dilema revela uma contradição interna, em que um dos sujeitos quer definir uma abordagem pedagógica na qual os professores “passem o modelo construído aos alunos”, enquanto o outro sujeito defende a ideia de “fazer os alunos

construírem o modelo”. Mais precisamente, nota-se uma abordagem pedagógica de reprodução versus uma de construção de conhecimento, que representam os objetos dos sujeitos. Assim, esta contradição é uma contradição secundária entre os sujeitos e seus objetos.

Aparecem expressões para confirmar essa negociação (linha 45), de levar as duas concepções. Isto nos leva a entender que o que eles querem é fazer construir o modelo matemático aos alunos, mas também apresentar-lhes um modelo básico quando fosse necessário. Observa-se uma rápida tentativa de negociação do objeto que leve em conta as duas vertentes, o que expressa a vontade de sanar a tensão.

Episódio 8: Dados para o problema

Neste episódio, os sujeitos fazem postagens da Internet para observar os dados que ela fornece sobre os valores cobrados pelas operadoras, dados que são úteis para tomar as decisões a respeito do seu problema.

47. Peterson: Olha ai esta paginas **que poderiam da base nos valores cobrados** por região e por operadora

<http://www.proteste.org.br/.../simu.../tarifas-de-celular...>

The screenshot shows the 'SIMULADOR Tarifas de celular' page on the website 'PROTESTE'. The page is in Portuguese and shows a form for selecting a state and a profile. The state is set to 'Acre'. The profiles listed are: Básico (sem internet), Frequente (sem internet), Pouco conectado, and Conectado.

<http://www.tudocelular.com/.../melhores-operadoras...>

Tarifas de celular - PROTESTE - Associação de Consumidores

<p>Nosso simulador de tarifas de celular demonstra...

proteste.org.br

27 de outubro às 22:17

48. João: Ótimas! No momento inicial, **deixaríamos que procurassem ou trouxessem algumas alternativas**. Depois poderíamos lançar essas para um paralelo.

27 de outubro às 22:18

49. Peterson: E a descobriremos coisas interessantes como esta

<http://economia.estadao.com.br/.../geral.custo-de-ligacao...>

Custo de ligação entre celulares terá redução - Economia - Estadão

Norma da Anatel permitirá baixar de R\$ 0,23 para R\$...

economia.estadao.com.br

27 de outubro às 22:30

50. João: Ok!

27 de outubro às 22:30

Os participantes procuraram na Internet dados sobre as tarifas de celulares e operadoras (linha 47 e 49), mostrando que a Internet foi usada como motor de busca de informação que faz parte dos artefatos do sistema. Além disso, na linha 47, ocorre uma postagem não simples, pois esse *hipervínculo* leva a um simulador de tarifas de celular, que, em relação ao Estado de residência e preferências de uso de celular (minutos para ligações, uso de internet, SMS, etc.), proporciona uma comparação dos planos que oferecem as operadoras. Oferece também uma relação de custo e qualidade da operadora (a qualidade é calculada segundo pesquisas anuais de satisfação dos usuários), indicando qual é a melhor escolha. Esses dados fornecidos na Internet para a escolha de um plano/operadora representam uma influência importante nas decisões dos participantes, pois a aplicação do sítio Web apresenta a melhor alternativa no mercado (ver Figura 9), ou seja, já poderia responder ao problema levantado pelos participantes.

Duas formas de influência derivadas do uso do simulador no sistema são que, primeiro, a Internet disponibiliza um simulador que atua entregando *feedbacks* no sistema de atividade como se fosse um parceiro com *agency* (poder de ação), pois é capaz de apresentar a operadora que oferece o melhor custo/benefício, ou seja, pode responder o problema proposto. Segundo, os professores querem que os seus alunos desenvolvam modelagem e, para isso, conforme a linha 48, João propõe deixar os alunos desenvolverem suas próprias alternativas e depois eles, como professores, apresentarem este simulador para comparações de resultados. Então, esta é uma forma de integrar o simulador na abordagem pedagógica em que seria,

no futuro, aplicada nas suas aulas. A interação da Internet mostra uma participação de Seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005) no sistema de atividade, reorganizando a forma dos professores planejarem a integração do modelo na aula. As influências do uso da Internet poderiam ser apreciadas apenas no seguinte episódio, dependendo dos avanços dos participantes no desenvolvimento da tarefa.

Figura 9 - Simulador de tarifas de Celular

SERVIÇO	QUALIDADE DA OPERADORA	CUSTO TOTAL
<input type="checkbox"/> COMPARE	52 Qualidade Média	R\$ 49,99
<input type="checkbox"/> CO...	51 Qualidade Média	R\$ 49,99
<input type="checkbox"/> COI...	52 Qualidade Média	R\$ 54,99
<input type="checkbox"/> COI...	51 Qualidade Média	R\$ 60,99

Fonte: Sítio Web Proteste, <http://www.proteste.org.br/suas-contas/telefonica-fixe-e-movel/simulador/tarifas-de-celular>

As ações deste episódio são de efetuar postagens da Internet (informações e simulador) e propor uma forma de integrar estas postagens na aula.

Com este episódio finalizam as discussões no espaço fechado da rede social, mas os sujeitos mostram reflexões e avanços posteriores no seu trabalho, visíveis na exposição da sua tarefa, gravada em vídeo, que dão origem a um novo episódio.

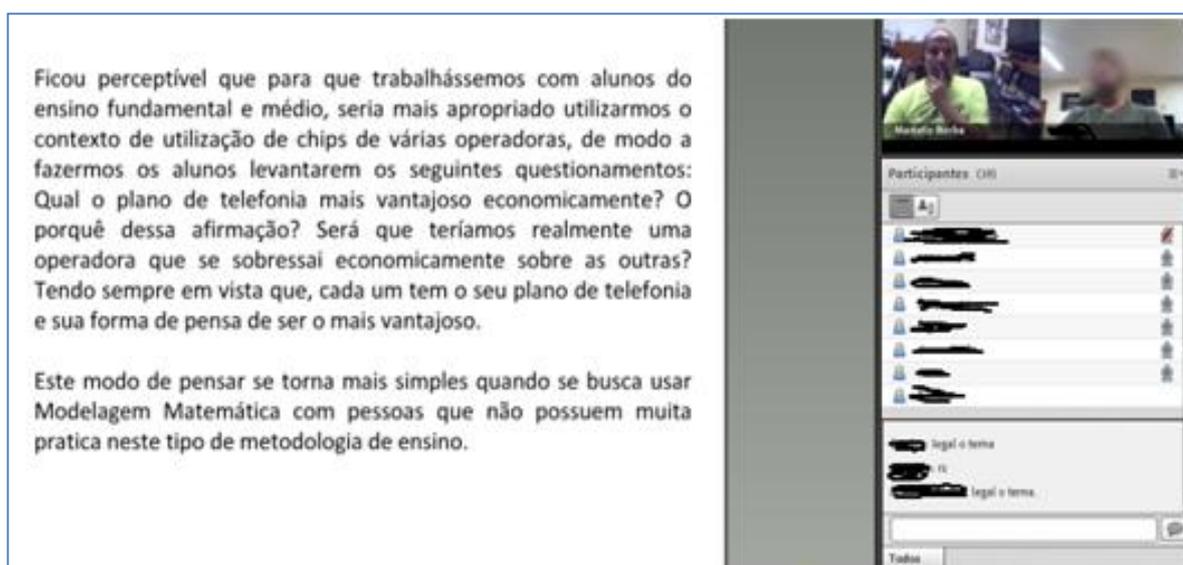
Episódio 9: Reflexão e avanços da tarefa

Na apresentação da tarefa, os participantes mostraram adições e modificações ao seu trabalho, devido a avanços e novos acordos. A exposição da tarefa (gravada em vídeo, ver Figura 10) mostra que finalmente os sujeitos decidiram que seria mais apropriado trabalhar com alunos dos ensinos fundamental e médio, pois, segundo os sujeitos, é mais simples usar modelagem com pessoas que não têm prática neste enfoque (ver a linha V1).

- V1. Ficou perceptível que para que **trabalhássemos com alunos de ensino fundamental e médio**, seria mais apropriado utilizarmos o contexto de utilização de chips de várias operadoras de modo a fazermos que os alunos levantarem os seguintes questionamentos [...].Esse modo de pensar torna-se mais simples quando se busca usar Modelagem Matemática com pessoas que não possuem muita prática nesse tipo de metodologia de ensino.

(Vídeo de exposição da tarefa, 6:08)

Figura 10 - Imagem do vídeo de apresentações da tarefa Operadoras de Telefonia Celular



Fonte: Vídeo de exposição da tarefa do Grupo Operadoras (6:08)

O modelo básico inicial (linha 40) foi aperfeiçoado trazendo uma evolução dele em três fases, para apresentá-lo aos seus alunos. Eles decidiram que teriam de fazer os alunos pensarem em alternativas e/ou vantagens, para assim tomar a decisão de comprar um *chip* de determinada operadora (linha V2). Os alunos teriam

que pensar na promoção de determinada operadora (plano) e no número de contatos (amigos) que possuem essa mesma operadora.

- V2. Em princípio o modo mais simples é fazer pensar aos alunos que fazer para adquirir um chip de determinada operadora [...]
(Vídeo de exposição da tarefa, 6: 38)
- V3. Para adquirir um chip devemos pensar=Qual é a promoção que estamos adquirindo+Quantas pessoas que conheço possuem essa mesma operadora
(Vídeo de exposição da tarefa, 7:25)

Depois os alunos seriam levados a pensar um pouco mais profundamente em relação aos custos, fazendo-os chegar à expressão da linha V4.

- V4. Para adquirir um chip devemos pensar=(preço de cada ligação)x(tempo gasto em cada ligação)+(Preço pago no pacote de dados).
(Vídeo de exposição da tarefa, 7:29)

Finalmente, eles apresentam um modelo refinado na linha V5, incluindo as variáveis de ligar para a mesma operadora e para uma operadora diferente, dando conta de um refinamento do modelo.

- V5. Plano ideal = (Promoção de plano) + (Preço de cada ligação na mesma operadora)x(tempo gasto em cada ligação) + (Preço de cada ligação para outras operadoras)x(tempo gasto em cada ligação) + (Preço gasto no pacote de dados)x(velocidade de conexão).
(Vídeo de exposição da tarefa, 7:33)

O anterior mostra o intuito dos sujeitos de facilitar aos alunos o processo de criar o modelo, integrando variáveis aos poucos. Assim eles apresentam uma abordagem pedagógica para fazer os alunos construírem o modelo. Esta forma de integração do modelo à aula passa por um modelo simples em V3 para logo avançar a uma expressão que inclui variáveis na linha V4 e, finalmente, chegar a uma expressão refinada da linha V5. Esses modelos construídos podem ser vistos como um objeto em evolução, ou seja, como matéria-prima que foi transformada em um produto por meio de transformações sucessivas (ENGESTRÖM, 1987). Assim, corresponde a uma construção do produto baseada na inter-relação dos sujeitos com seus contextos, formação e experiência, com o professor e as informações fornecidas pela Internet, entre outros, numa relação dialógica, impulsionada pela necessidade de construir um problema de modelagem e resolvê-lo.

É possível sugerir que esta evolução do modelo foi impulsionada por dados fornecidos pela Internet no episódio anterior, que “deram vida” ao modelo inicial permitindo seu aperfeiçoamento, sendo esta uma forma de apoiar a construção de um modelo dentro de uma abordagem que integra construção de conhecimento.

Figura 11 - Abordagem pedagógica

Etapa 1 - Lançaríamos uma observação sobre uma determinada promoção de uma operadora que geraria uma discussão. Perguntaríamos então: Qual a operadora mais vantajosa?

Etapa 2 - Esse levantamento de vantagens e desvantagens, os alunos fariam em grupos por Operadora. Sem outros meios, a não ser as lembranças das vantagens que os levaram a escolher uma operadora ou outra, solicitaríamos que pesquisassem juntos as operadoras ou na internet.

Poderíamos sugerir alguns endereços, como:

<http://www.proteste.org.br/dinheiro/nc/simulador/tarifas-de-celular?ssAction=Index&forceProfileChoice=True>

<http://www.tudocelular.com/planos/noticias/n39698/melhores-operadoras-chamadas-operadoras.html>

Etapa 3 - Abriríamos um painel de apresentação e discussão, o qual eles chegariam a conclusão da melhor (ou não).

Etapa 4 – Lançaríamos alguns questionamentos, como

Qual(is) das Operadoras oferece os melhores serviços, buscando deles uma análise entre custo/benefício.

FONTE: Apresentação do Grupo Operadoras de Telefonia Celular

A abordagem pedagógica que emergiu coletivamente neste grupo é mostrada na Figura 11. Nela se observam quatro etapas de desenvolvimento; na primeira,

gerar discussão em torno ao tema e perguntar qual operadora é mais vantajosa; na segunda, levantamento de vantagens em grupos por operadora e depois sugerir o uso de um simulador da Internet; na terceira, abrir um painel de apresentações no qual se escolha a melhor opção; e na quarta, levantar o questionamento de qual operadora oferece o melhor custo/benefício.

A integração do modelo na abordagem pedagógica pode responder mais fortemente a uma perspectiva pedagógica inovadora que integra discussão, com a integração de um simulador, disponível num sítio *Web* e, depois, apresenta o problema, que poderia ser resolvido por meio dos modelos em evolução já apresentados. Esta abordagem, gerada pela diferença na formação dos sujeitos, baseia-se em uma negociação dos sujeitos no processo de construção de seu problema e abordagem pedagógica, que corresponde finalmente ao produto da atividade do sistema.

7.3.2 Sistema de Atividade Operadoras

Nesta seção apresento os elementos do “Sistema Operadoras de Telefonia Celular” e seu correspondente diagrama de atividade.

Sujeitos

Os sujeitos participantes do Sistema Operadoras de Telefonia Celular foram João e Peterson. Ambos são professores de matemática; João tem formação e experiência em Educação Matemática, e Peterson, em Matemática Aplicada.

Artefatos

Os artefatos que se utilizaram na atividade do sistema foram: a Internet, o *Facebook*, o curso de Tendências e a tarefa de modelagem. A Internet foi utilizada pelos participantes para busca de informações, dados e documentos; além disso, proporcionou um simulador de tarifas de celular que seria usado pelos futuros alunos que desenvolvessem modelagem e pelos próprios participantes na preparação da proposta. Assim, no episódio 8, a Internet forneceu *feedbacks* aos sujeitos que lhes permitiram obter parâmetros que “deram vida ao modelo”, influenciando em refinamentos e melhoras do modelo e da abordagem pedagógica, mostrados no episódio 9. O

Facebook, que foi parte de todo o processo de discussão visível nesta análise; e, de modo implícito, o curso de Tendências foi um artefato que trouxe leituras e discussões que foram apoiando os processos vivenciados. Pode-se perceber a influência do curso no desenvolvimento das tarefas de modelagem, visto que este ofereceu, nas primeiras seis semanas prévias à tarefa, informações, discussões e exemplos, podendo-se assim considerar as influências do curso no sistema de atividade. De um modo específico, a tarefa de modelagem atuou como um artefato no sistema que produziu contradições internas.

Regras

As regras do sistema correspondem às normas e convenções que regulam as ações deste. A tarefa de modelagem, em seu enunciado, regulou o tempo de desenvolvimento a duas semanas. Este tempo delimitou a forma de desenvolver a tarefa, pois os sujeitos pensaram a princípio em aplicar a proposta nas suas aulas, o que não foi possível no tempo dado.

Outro tipo de regras corresponde àquelas adotadas no sistema pelos sujeitos na atividade. Os sujeitos utilizaram o espaço gerado no *Facebook* para suas discussões. Um dos grupos não utilizou esse espaço, mesmo sendo uma das regras da tarefa. Alguns grupos escreveram nesse espaço depois do desenvolvimento da tarefa, perdendo-se assim aspectos importantes da discussão. Outros grupos mantiveram uma discussão muito discreta no espaço, o que não permitiu uma análise. Portanto, a decisão deste grupo de discutir e apresentar as suas discordâncias no espaço preparado é uma determinação deles mesmos, o que corresponde a uma regra, imposta na tarefa, mas adotada e assumida por este grupo em particular. As tensões geradas pelas diferenças dos sujeitos podem ter influenciado em fazer-lhes compartilhar as suas discussões com os professores-organizadores do curso neste espaço para conseguir ajuda na sua resolução.

Comunidade

No “Sistema Operadoras”, a comunidade foi representada pelos sujeitos participantes, João e Peterson, que interagiram em todos os episódios, e pelo professor, que participou em alguns deles. Mais precisamente, no episódio 5, o professor colaborador participou em apontamentos importantes aos sujeitos, para fazer-lhes pensar nos motivos e interesses que eles tiveram para escolher o tema a

desenvolver e forneceu informações para seu trabalho. Desse modo o professor fez parte da comunidade.

Organização do trabalho

A organização do trabalho deste grupo evidenciou-se nos aportes dos sujeitos em relação a sua formação e experiência. Na definição da abordagem pedagógica, o sujeito mais experiente em Educação Matemática expressou a sua visão de modelagem na Educação Matemática, tornando visíveis as tensões por meio das críticas a uma proposta de estilo exercício, e liderou as contribuições de uma abordagem de construção de conhecimento. Por outro lado, o sujeito mais experiente em Matemática Aplicada fez importantes apontamentos para lançar o modelo matemático em função das variáveis discutidas. Assim, a organização do trabalho mostra que as contribuições dos sujeitos foram feitas em relação à área de especialidade deles, evidenciando uma participação coletiva no desenvolvimento da proposta, a que envolveu discussão, reflexão, negociação e consentimento dos participantes.

Objeto

O objeto, visto como um processo de transformações sucessivas, que foi transformando-se no produto final (ENGESTRÖM, 1987), passou pelas seguintes etapas: Construir um problema de modelagem aberto, orientado a diferentes níveis de educação, sob uma abordagem pedagógica que contempla discussão e trabalho em grupos; e a construção de um modelo que apoie o desenvolvimento do problema construído. Notamos que, finalmente, houve outros ajustes de objeto, especialmente em orientar o problema apenas na educação básica, como também em aperfeiçoar o modelo e a abordagem pedagógica. Este último objeto, aperfeiçoamento da abordagem pedagógica, desvia-se dos objetivos da tarefa entregue a este grupo, que foi de propor um problema de modelagem e resolvê-lo, e corresponde a um levantamento dos sujeitos do grupo representando um movimento qualitativo no objeto, sobre como integrar modelagem em suas aulas.

Produto

O produto do Sistema Tendências é aquele de “desenvolver habilidades de modelagem”. No “Sistema Operadoras”, foram desenvolvidos três produtos: o

problema, o modelo e a abordagem pedagógica. Esses produtos são indicadores das habilidades desenvolvidas pelos sujeitos para fazer modelagem.

A abordagem pedagógica desenvolvida pelo grupo consiste de quatro etapas de desenvolvimento (descritas na Figura 11):

- (1) Gerar discussão em torno ao tema e perguntar qual operadora é mais vantajosa.
- (2) Levantamento de vantagens em grupos por operadora e depois sugestão para o uso de um simulador da Internet.
- (3) Abrir um painel de apresentações no qual se escolha a melhor opção.
- (4) Levantar o questionamento de qual operadora oferece o melhor custo/benefício.

O problema levantado pelo grupo se observa na Etapa 4: Qual operadora oferece o melhor custo/benefício?

O modelo inicial que emergiu coletivamente foi:

Valor gasto por operadora = (Ligações feitas por dia para a mesma operadora X tempo gasto em cada) + (Ligações feitas por dia para a outras operadora X tempo gasto em cada)+ Utilização de pacote de dados.

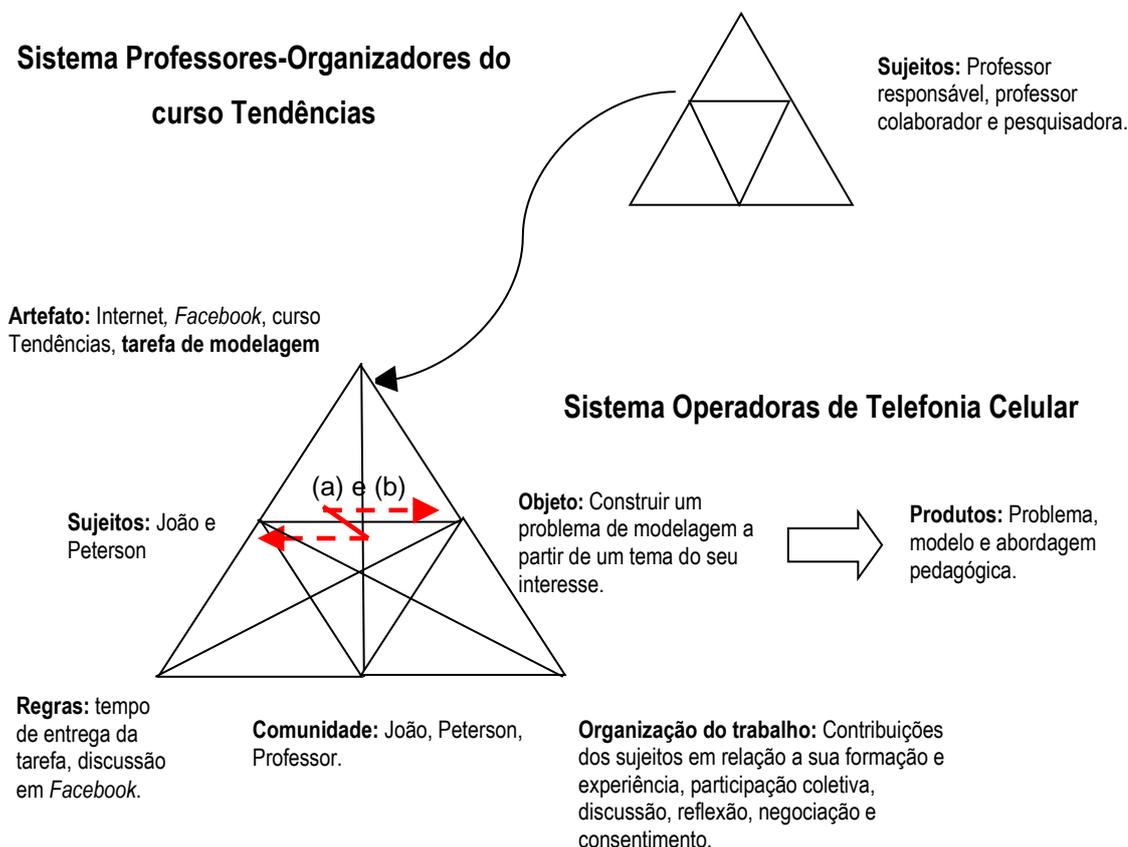
O modelo final integrou um plano de alguma operadora:

Plano ideal = (Promoção de plano) + (Preço de cada ligação na mesma operadora)x(tempo gasto em cada ligação) + (Preço de cada ligação para outras operadoras)x(tempo gasto em cada ligação) + (Preço gasto no pacote de dados)x(velocidade de conexão).
(Vídeo de exposição da tarefa, 7:33)

Em resumo, neste grupo emergiu uma abordagem pedagógica, um problema dentro dessa abordagem e modelos que poderiam ajudar a desenvolver o problema.

Apresento a seguir o diagrama do “Sistema Operadoras de Telefonia Celular” em uma relação sistêmica com o “Sistema Professores-Organizadores” do curso Tendências. A Figura 12 mostra a relação dos sistemas e as contradições sistêmicas experimentadas.

Figura 12 - Relação sistêmica entre o Sistema Professores-Organizadores do curso Tendências e o Sistema Operadoras de Telefonia Celular.



- (a) Contradição secundária entre sujeito e objeto: proposta de problema aberto versus proposta de problema estilo exercício.
- (b) Contradição secundária entre sujeito e objeto: passar o modelo ao aluno versus fazer o aluno desenvolver o modelo.

Fonte: Elaborado pelo autor

O “Sistema Professores-Organizadores” é mais desenvolvido (em relação a serem professores organizadores do curso de extensão) que o “Sistema Operadoras”, exercendo influência sobre este. A tarefa de modelagem atuou como um artefato sobre o “Sistema Operadoras”, para influir nos sujeitos o desenvolvimento de habilidades de modelagem. A introdução desse novo artefato (tarefa de modelagem) no sistema principal produziu contradições secundárias entre os sujeitos e o objeto. Isto está em coerência com as expressões em Engeström (2001), que trago a seguir.

Quando um sistema de atividade adota um novo elemento do exterior (por exemplo, uma nova tecnologia ou um novo objeto), frequentemente este

leva a uma contradição secundária agravada onde algum antigo elemento (por exemplo, as regras ou a divisão de trabalho) colida com o novo³⁰ (ENGESTRÖM, 2001, p. 137, tradução nossa).

Nesse caso, as visões opostas dos sujeitos (objetos) colidiram entre si fazendo emergirem as contradições. As contradições foram enfrentadas por meio de discussão, crítica e argumentação e foram resolvidas pela reflexão, consentimento e negociação.

A seguir, o Quadro 3 resume as tensões e contradições sistêmicas junto com as ações acordadas pelos sujeitos ocorridas no sistema de atividade principal.

³⁰“When an activity system adopts a new element from the outside (for example, a new technology or a new object), it often leads to an aggravated secondary contradiction where some old element (for example, the rules or the division of labor) collides with the new one.” (ENGESTRÖM, 2001, p. 137).

Quadro 3 - Contradições e ações do grupo “Operadoras de Telefonia Celular”

Episódio	Tensões/Contradições	Ações
1 As diferenças	<p>Manifestações de contradição: - propostas opostas (linha 3, 5, 7) denotam dilema. - crítica (linhas 5 - 6) e defesa/ argumentação (linha 7-8), que denotam conflito.</p> <p>Tentativa de negociação de perspectivas (linha 9-10).</p>	<p>Tema escolhido: Escolha da Operadora de celulares por parte dos alunos (linha 1). Propostas dos sujeitos (linhas 2-4).</p>
2 Crítica e defesa	<p>Manifestações de contradição: crítica e defesa (linha 14), que denotam conflito.</p> <p>Contradição (problema-exercício): Diferentes perspectivas de modelagem, aparentemente contraditórias, que os sujeitos querem adotar na sua tarefa.</p> <p>Contradição entre sujeitos e objeto (produção-reprodução).</p>	
3 Definição do público alvo	<p>Contradição (problema-exercício) resolvida parcialmente por meio da <u>negociação</u> para atender diferentes níveis educacionais.</p>	<p>Definir o público-alvo do problema: Diferenciar proposta para Educação básica ou EJA e para graduação (linhas 15-16). Modificações posteriores.</p>
4 As variáveis	<p>Contradição (problema-exercício) desapareceu, resolvida mediante um processo de discussão, negociação, reflexão (episódios anteriores) e, finalmente, <u>consentimento</u>.</p>	<p>Definir variáveis: -Ligação à mesma operadora (linha 18) -Ligação a operadoras diferentes (linha 18) -Pacote de dados e de voz (linha 19) -Quantidade de ligações (em minutos) (linha 23).</p>

Continuação Quadro 3 - Contradições e ações grupo “Operadoras de Telefonia Celular”

Episódio	Tensões/Contradições	Ações
5 Os motivos e mais variáveis		Fazer pensar em motivos e interesse do tema (professor). Definir outras variáveis: -Quantidade de contatos em determinada operadora (linha 27) -Ligação cai muito/qualidade da ligação (linha 36-39). Definir procedimento de levantamento de vantagens e desvantagens (linha 29). Definir o problema: Qual operadora oferece o melhor custo/benefício? (linhas 34-35).
6 O modelo		Definição do modelo matemático (linha 40).
7 Como usar o modelo	Manifestações de contradição:, Diferentes formas de integrar o modelo na aula (linha 43 e 44) denotam um Dilema . Contradição entre sujeitos e objeto , de entregar o modelo aos alunos frente a fazê-los produzir o modelo. Abordagens opostas. Resolvida mediante <u>negociação</u> de levar as duas vertentes (linhas 45-46).	Definição de aplicar uma abordagem pedagógica que contemple aspectos das duas vertentes (linha 45 e 46).
8 Dados para o problema		Exemplos de dados da internet para integrar na aplicação/validação do modelo (linhas 47-50). - Postagem de informação de tarifas de celulares. - Postagem de informação de redução de tarifas de ligações entre celulares.
9 Reflexão e avanços		Público-alvo é ensino básico (linha V1). Refinamento da abordagem pedagógica (linhas V2 a V5). Refinamento do modelo (linhas V3 a V5).

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

7.3.3 *Contradições sistêmicas*

Neste grupo de trabalho, encontraram-se dois tipos de manifestações de contradição, dilema e conflito, as quais foram revelando duas contradições sistêmicas secundárias, que se descrevem a seguir.

As manifestações de contradição mostradas no Quadro 3, coluna esquerda, foram de dilema passando para conflito. O dilema se manifestou no episódio 1, devido a formas incompatíveis de ver modelagem, o qual foi evoluindo para um conflito. O conflito se manifestou em ações de crítica e defesa (argumentação) no episódio 1 e 2, o que fundamenta a existência de uma contradição secundária entre sujeitos e objeto. A contradição é aquela em que os sujeitos possuem perspectivas de modelagem opostas e incompatíveis: um deles quer propor um problema aberto e gerar discussão nos alunos versus o outro que quer propor um problema de estilo exercício, orientado a obter resultados numéricos produto da aplicação de um modelo. Estas propostas opostas entre si compõem a dicotomia problema - exercício. Esta contradição, representada no diagrama de relação sistêmica da Figura 12 (a) foi resolvida mediante uma combinação de fatores, pois os sujeitos discutiram, um criticou a proposta do outro e argumentaram a favor da sua proposta, negociaram e refletiram, mas finalmente houve consentimento. Assim, o dilema foi resolvido por meio de um processo de discussão – reflexão – negociação – consentimento.

A segunda contradição se manifestou no episódio 7 em forma de dilema por meio de expressões de avaliações incompatíveis na maneira de querer aplicar o modelo nas aulas. Esta é uma contradição secundária entre sujeitos e objeto que corresponde a objetos contraditórios dos sujeitos: um sujeito quer adotar uma abordagem pedagógica em que se entregue o modelo aos alunos para que eles o avaliem e gerem resultados numéricos versus a ideia do outro sujeito de adotar uma abordagem que faça construir o modelo aos alunos. Estas visões opostas formam a dicotomia “passar o modelo aos alunos” - “fazê-los construir” (reprodução versus construção). Observa-se uma perspectiva de modelagem derivada da Matemática Aplicada de um dos sujeitos ante uma posicionada na Educação Matemática do outro. A contradição, representada no diagrama de relação sistêmica da Figura 12 (b), foi resolvida rapidamente por meio da negociação dos parâmetros da

abordagem pedagógica em construção, que integrou características de ambas as perspectivas de modelagem, o que corresponde a uma resolução da contradição.

Essas contradições foram encontradas por meio de ações dos sujeitos, como: levantar propostas opostas, criticar, defender e argumentar. O levantamento de enfoques incompatíveis ou contraditórios dos sujeitos fundamenta a existência do dilema, e a existência de crítica e argumentação fundamenta o conflito. Na seguinte seção, analiso as ações coletivas que foram indicadores de aprendizagem e progresso do sistema.

7.3.4 Ciclo de aprendizagem expansiva

Nesta seção, ressaltamos aquelas *cadeias de ações* dos episódios que foram acordadas coletivamente pelos sujeitos do sistema e podem ser indicadores de desenvolvimento e aprendizagem. Estas cadeias de ações encontram-se no Quadro 3, coluna da direita, e permitem observar ações concretas como indicadores de progresso do sistema.

A primeira ação acordada entre eles é a de estabelecer o tema escolhido a ser desenvolvido (ver episódio 1, linha 1), cuja discussão não é visível claramente nos dados. Os sujeitos enfrentam e resolvem as contradições e, como resultado, depois da resolução de cada contradição, seguem sequências de ações que denotam desenvolvimento e progresso. Por exemplo, uma vez resolvido o estilo de problema a construir, passando por discussão, reflexão, consentimento e negociação, se estabeleceram as variáveis a considerar na construção do modelo, junto com a definição mais concreta do problema. Essas variáveis definidas em uma *cadeia de ações* foram alicerces importantes para a construção do modelo. As variáveis principais foram: ligação para a mesma operadora, ligação para operadoras diferentes, pacote de dados e de voz, quantidade de contatos em determinada operadora e número de ligações, com alguns ajustes posteriores.

Outra forma de desenvolvimento foi dada pela intervenção do professor que os fez pensar nos motivos e interesses deles em escolher o tema de operadoras de celulares. Essa ação de questionar seus motivos desencadeou o levantamento de novas variáveis e a definição mais clara do problema. Depois desta chuva de ideias, a primeira proposta de modelo foi lançada, sendo este um avanço muito importante no referente a uma aprendizagem expansiva.

Uma vez proposto o primeiro modelo, os sujeitos pensaram em como integrá-lo à aula, aparecendo suas diferentes visões novamente. Os sujeitos tiveram que negociar alguns aspectos da abordagem pedagógica para integrar o modelo na aula, e, havendo concretizado a negociação, se desencadeou a construção de uma abordagem pedagógica que incluiu discussão, trabalho em grupos e a estratégia de “fazer os alunos construir” um modelo. No meio do processo, outras cadeias de ações de progresso foram motivadas pelo fato de procurar dados na Internet, as quais deram vida aos modelos, oferecendo uma ideia aos sujeitos do tipo de dados que os alunos dispunham para trabalhar na proposta. Esses dados foram dando vida aos modelos, pois observa-se no episódio 9 uma reflexão e refinamento do produto. Assim, o produto corresponde a um modelo em três fases de evolução, para primeiro fazer os alunos pensarem e desenvolver e, a seguir, entregar a eles cada modelo até fazê-los chegar a um mais refinado.

Pode-se notar que as transformações do objeto discorreram avançando sucessivamente num produto composto de três partes: de propor um problema de modelagem, de construir um modelo que solucione o problema e de construir uma abordagem pedagógica em que se possa integrar na aula o problema e o modelo. A abordagem de reprodução ou transmissão, levantada inicialmente por um dos sujeitos, não foi considerada coerente ao teor do curso, entretanto a proposta baseada na discussão em grupos de um problema aberto não pareceu adequada para alunos de nível universitário.

Agora, apresento as etapas de um ciclo de aprendizagem expansiva com os momentos vivenciados pelo grupo através dos episódios:

- 1) Questionamento, em forma de crítica e argumentação, das propostas iniciais de problema baseadas em diferentes perspectivas (episódio 1).
- 2) Análise que envolve a compreensão das diferentes perspectivas e aspectos devido à formação dos sujeitos (episódios 1 e 2).
- 3) Modelo preliminar e abordagem pedagógica construídos pelos sujeitos (episódios 3 e 4).
- 4) Exame/avaliação do modelo e abordagem (episódios 8 e 9).
- 5) Implementação do modelo (não visível nos dados). A implementação da prática numa aula não é experimentada neste grupo.
- 6) Refletindo sobre o modelo e abordagem (episódios 8 e 9). Os sujeitos refletem sobre possíveis formas de implementar nas suas aulas.

7) Consolidação do modelo e abordagem (não visível nos dados).

As etapas experimentadas por este grupo podem ser vistas como um potencial ciclo de aprendizagem expansiva. A abordagem de reprodução e o problema de estilo exercício, propostos inicialmente, correspondem a “ações cotidianas” enraizadas no professor no seu trabalho habitual, e a nova abordagem desenvolvida corresponde a uma nova forma de atividade coletivamente gerada, vista como uma solução às contradições sistêmicas (ENGESTRÖM, 1987). Neste grupo, a discussão sobre uma proposta de estilo exercício versus uma de estilo problema (dicotomia exercício-problema) provocou um conflito. Essa discussão e a sua resolução levaram a um movimento de uma proposta fechada, estilo exercício, para uma mais aberta que representava melhor um problema de modelagem.

A segunda situação emersa neste grupo foi a proposta de uma abordagem pedagógica baseada em “passar o modelo aos alunos” versus uma baseada em “fazê-los construir” (dicotomia “passar o modelo” - “fazer construir o modelo”). Estas diferentes abordagens pedagógicas chocaram produzindo um dilema no sistema, mas que foi resolvido por meio da negociação de alguns aspectos dela. Esta discussão e a sua resolução provocaram um movimento de uma abordagem baseada na reprodução para uma que fornecera possibilidades de construção do modelo.

Esses movimentos no sistema, a partir de dois pontos opostos (ou dicotomias) emersos no sistema e que foram resolvidos, correspondem à viagem pela Zona de Desenvolvimento Proximal na definição de Engeström (1987, p. 164): “É a distância entre as ações cotidianas atuais dos indivíduos e a nova e histórica forma de atividade social que pode ser coletivamente gerada como a solução ao duplo vínculo potencialmente incorporado nas ações cotidianas”³¹. Por outro lado, para Engeström (1987, p. 12)³², “o processo de aprendizagem expansiva deveria ser entendido como a construção e resolução de contradições evoluindo sucessivamente”. O processo de surgimento de contradições e a sua resolução correspondem a movimentos de uma potencial aprendizagem expansiva. Esses

³¹ [A provisional reformulation of the zone of proximal development is now possible.] It is the distance between the present everyday actions of the individuals and the historically new form of the societal activity that can be collectively generated as a solution to the double bind potentially embedded in the every actions (ENGESTRÖM, 1987, p. 165).

³² The process of expansive learning should be understood as construction and resolution of successively evolving contradictions in the activity system (ENGESTROM, 1987, p. 12).

movimentos que foram parte de uma transformação do sistema revelam fatores impulsionadores de processos de modelagem.

Peterson, na sua entrevista, revela sua opinião de que o curso de Tendências “ajuda a ter outros pontos de vista” (linha E1), por exemplo, abordar um esquema de aula inovador, na procura de um método de ensino adequado baseado no cotidiano ou na comunidade. Tudo isso, ele assume como uma nova forma de abordagem gratificante e esclarecedora.

- E1. Peterson: O curso de tendências ajuda aos profissionais da área educação matemática a terem **outros pontos de vista** e a **direcionar**, em alguns aspectos, a visão do modo como o assunto esta sendo abordado e como rerepresentá-lo aos estudantes. Tendo isto em mente, o educador por moldar de forma mais adequada o conteúdo que deverá ser abordado, buscando assim um **método de ensino que mais se enquadre no cotidiano ou na comunidade** a qual o estudante se encontra. Logo, com toda essa **nova forma de abordagem** o curso foi extremamente gratificante e esclarecedor no que se refere ao **modo de abordagem** e explicação de conteúdos aos estudantes.

(Entrevista 29/01/2015 0:50)

Essas expressões são mais um indicador de que a construção e resolução prática de um problema de modelagem foram um aprendizado para conhecer e assimilar uma abordagem contextualizada na realidade dos alunos. Sua expressão de “nova abordagem” confirma que um “novo enfoque pedagógico” de aula foi trabalhado e negociado pelos sujeitos.

Por outro lado, foram obtidos outros movimentos do sistema devido às cadeias de ações inovadoras do sistema, geradas coletivamente, que denotam desenvolvimento. Essas cadeias de ações também possibilitaram a determinação de fatores impulsionadores de processos de modelagem.

7.3.5 Fatores impulsionadores de processos de modelagem

As *cadeias de ações* encontradas no desenvolvimento da tarefa podem nos fornecer dados interessantes no que se refere a encontrar fatores impulsionadores de processos de modelagem vivenciados neste sistema de atividade. Neste caso os dados revelam duas *cadeias de ações*, acordadas pelos sujeitos, que aconteceram depois de uma contradição e a sua resolução. Assim, podemos observar dois fatores importantes que impulsionaram o desenvolvimento de modelagem.

A primeira cadeia de ações aconteceu no episódio 5 (ver Quadro 3), quando o professor interagiu com os participantes perguntando os seus próprios motivos e interesses na escolha do tema. O fato de pensar no que os motivou a escolher esse tema de operadoras de celulares levou os sujeitos a descobrir novas variáveis envolvidas no problema e, posteriormente, a desenvolver a proposta de um modelo inicial para resolver o problema, apresentada no episódio 6. Assim, o fato de os sujeitos pensarem nos motivos e interesses próprios para desenvolver esse tema se levanta como um fator impulsionador no processo de desenvolver modelagem. Nesse âmbito, o fato de visualizar as variáveis envolvidas no problema aparece como um fator influente na construção do modelo.

A segunda cadeia de ações acordada aconteceu no episódio 8 (ver Quadro 3). Lembremos que os sujeitos geraram um modelo inicial para resolver o problema das operadoras de celular e, depois disso, se produziu uma contradição devido às maneiras opostas de os sujeitos quererem implementar esse modelo na aula. Depois de resolvida essa contradição, por meio da negociação das características da abordagem pedagógica, os sujeitos interagiram com a Internet (episódio 8: dados da Internet) para conseguir dados úteis e preencher o seu modelo inicial, sendo assim um processo de “dar vida ao modelo” com os dados proporcionados pela Internet. No episódio seguinte (episódio 9: Reflexão e avanços), se mostra um progresso importante no aperfeiçoamento do modelo e na refinação de uma abordagem pedagógica que permitisse integrá-lo à aula. O uso da Internet aparece em um conjunto de ações acordadas na procura de dados que deram vida ao modelo, o que sugere ser outro fator impulsionador de processos de modelagem.

7.3.6 Conclusões relativas ao grupo

O grupo de Operadoras de Telefonia Celular experimentou duas contradições internas baseadas nas dicotomias exercício - problema e “passar o modelo aos alunos” - “fazê-lo construir”. A dicotomia exercício - problema gerou movimento no qual os participantes, a partir de uma proposta fechada, de estilo exercício, produziram um problema aberto que incluiu discussão. Outro desenvolvimento no sistema foi dado pela dicotomia “passar o modelo aos alunos” - “fazer desenvolvê-lo”, que produziu um movimento de uma abordagem pedagógica de reprodução para uma de construção de conhecimento. Estas situações correspondem a elementos

impulsionadores do processo de modelagem experimentado pelos professores, ou seja, a discussão destas dicotomias trouxe desenvolvimento nos processos de modelagem.

Além do desenvolvimento mobilizado pelas contradições e a sua resolução, foram encontrados mais dois impulsionadores de processos de modelagem nesse grupo: os motivos e interesses dos sujeitos e a Internet. O professor fez os sujeitos pensarem nos motivos e interesses na escolha do seu tema a desenvolver, o que os fez delimitar o problema e visualizar as variáveis envolvidas no problema, as quais foram alicerces para a construção de um modelo básico. A Internet entregou *feedbacks* no modo de informações sobre as tarifas de operadoras por meio de um simulador; as informações proporcionadas lhes permitiram dar vida ao modelo, o que forneceu a este um aperfeiçoamento e refinamento.

Em resumo, os fatores impulsionadores de processos de modelagem no grupo Operadoras de Telefonia Celular foram: a discussão das dicotomias, os motivos e interesses dos sujeitos na escolha do seu tema a desenvolver e a Internet.

7.4 Grupo O *Facebook* no Brasil

Este grupo de trabalho é composto por Bia e Flávio. Alguns aspectos do contexto dos sujeitos se fazem visíveis por meio da apresentação pessoal inicial de cada membro do curso, e outros, pela entrevista. Temos dos sujeitos as seguintes informações:

- A1 Bia: Olá, gente. Eu sou Bia, aluna do curso de doutorado em ensino de ciências e Matemática, [...] PR. Terminei a graduação, licenciatura em Mát, em 2011, na U[...] e o mestrado este ano, aqui no mesmo programa, [...]. Além de mim, algumas colegas de programa estão no curso, Daniele, Ivania... também estou ansiosa para o início do curso. Penso que as discussões com pessoas de formações e pontos de vista diferentes (em programas, regiões diferentes...) nos enriquecerão muito. Abraços
(14 de agosto de 2014 às 18:57)
- A2 Flávio: Boa noite! Sou Flávio, sou licenciado em Matemática e estou cursando o mestrado em Ciências [...], no Rio de Janeiro. Tive a oportunidade de Conhecer o Marcelo no ano passado no Ebrapem. Estou animado com o curso. Um grande abraço e até breve.
(1 de Setembro de 2014 às 22:26)
- E1 Flávio: Bem, **a Bia já havia trabalhado com MM. Eu estou fazendo minha dissertação sobre MM e já fiz uma proposta com MM em uma turma de pós [...]**
(Entrevista, 5/12/2014 , 11:40)

Bia é aluna de doutorado em uma universidade no Estado do Paraná. Ela expressa sua motivação de participar do curso para interagir com pessoas que têm formação e pontos de vista diferente, entendendo que isso vai enriquecer a sua formação. Com esta informação podemos dizer que Bia se sente motivada pela possibilidade de discussão e interação com pessoas que têm diferentes pontos de vista no curso.

Flávio é Licenciado em Matemática, cursando mestrado em uma universidade no Estado do Rio de Janeiro. O tema da sua dissertação é de Modelagem Matemática. Ele expressa que está muito animado com o curso. Assim, ambos os participantes do grupo têm conhecimentos prévios em Modelagem Matemática, mas são de diferentes Estados do Brasil.

Os sujeitos narraram o desenvolvimento de sua tarefa, no espaço de trabalho do *Facebook*, depois de tê-lo desenvolvido. Assim, analisaremos aquelas narrações que eles acharam importante reproduzir nesse espaço de discussão,

complementadas com os dados da entrevista e os da exposição da sua tarefa, que foi gravada em um vídeo. O relato no espaço de trabalho da tarefa corresponde a uma explicação da apresentação dos resultados de sua tarefa em *slides* do *Power Point*, relatadas pelos sujeitos ao professor (antes da sua apresentação). Os relatos foram realizados quando as possíveis tensões já tinham se resolvido, de tal modo que, é difícil identificar expressões mais precisas sobre as problemáticas experimentadas que puderam mostrar uma manifestação de contradição segundo o método de análise de Engeström e Sannino (2011). No entanto, utilizei as características de cada situação para determinar ou sugerir uma manifestação determinada. Mostrarei os textos em forma de episódios para oferecer uma maior compreensão dos fatos.

7.4.1 Episódios

Os participantes deste grupo escolheram inicialmente o tema da falta de água, mas optaram por estudar o *Facebook* no Brasil. O processo se desenvolveu em quatro episódios.

Episódio 1: Escolha do tema

Os sujeitos manifestaram a necessidade de mudar o seu tema inicial. Eles começaram este episódio fazendo um relatório da escolha do tema e das razões para a mudança do tema inicial.

1. Bia: Professor, **o Flávio e eu optamos por estudar o uso e a dinâmica de usuários do facebook no Brasil.**
21 de outubro às 10:42
(//)
2. Bia: Flávio, então vamos por partes...Da nossa busca pelo tema: **Inicialmente pensamos em estudar o problema da falta de água, no Brasil. Para tanto pensamos em analisar nossos estados: PR e RJ. No entanto, não obtivemos muito sucesso na busca pelos dados que permitissem essa análise. Isso dificultou o processo de problematização, pela gente. Então, pensamos no nosso curso, via facebook e, pensando nas possibilidades proporcionadas pelo uso dessa rede social, bem como nos problemas gerados nela, optamos por estudar o facebook...**
25 de outubro às 11:20
3. Professor: Nossa, estou curioso.
25 de outubro às 11:22

4. Bia: Professor, **Flávio e eu nos empolgamos**, fizemos uma espécie de relatório do que fizemos até agora, mas o arquivo está muito grande e vamos ter q arrumar outra forma de apresentar. [...].
25 de outubro às 11:23
5. Bia: **Particularmente, escolhi o facebook pq poderia usar o face, que eu adoro, sem peso na consciência**, já que era pra estudar matemática! ahahaha
25 de outubro às 11:27

O tema inicial escolhido pelos sujeitos foi “A falta de água no Brasil” (linha 2), e, para desenvolvê-lo, procuraram dados na Internet a respeito de seus Estados de residência. A motivação pelo tema da falta de água no Brasil está fortemente ligada à data (outubro de 2014), quando diversos Estados do Brasil apresentavam problemas de escassez de água, chegando inclusive ao racionamento em alguns lugares. Isso mostra que este primeiro tema foi motivado por uma necessidade importante que vivia o país, e que eles assumiram como cidadãos. Nos seguintes trechos da entrevista, os sujeitos explicaram suas razões para mudar seu tema, as quais complementam os trechos anteriores.

- E1. Flávio:** Bem, a Bia já havia trabalhado com MM. Eu estou fazendo minha dissertação sobre MM e já fiz uma proposta com MM em uma turma de pós e, com isso não tivemos muita dificuldade. **O problema foi encontrar um tema que conseguíssemos desenvolver em uma semana.**
Começamos com o tema Água
Mas vimos que não seria tão fácil, pois ao considerarmos o Rio de Janeiro e lá no Sul, onde a Bia mora, seria um trabalho que iríamos precisar de mais tempo
Para a fase de interação
Então ela propôs a utilização do facebook
Ok?
(Entrevista, 5/12/2014, 11:21)
- E2. Bia:** [...] **pesquisamos um tema do nosso interesse (e que achávamos que alunos da Ed. Básica se interessariam): o uso do facebook; Delimitamos o tema: o uso do facebook, especificamente, no Brasil; delimitamos um problema: sobre o aumento de usuários do face no Brasil; Procuramos dados que nos auxiliariam nesse estudo, tais como: quando o face foi aberto no Brasil, o número de usuários nesses anos, número de perfis e donos dos perfis, dentre outros. [...]**
(Entrevista, 9/12/2014, 10:21)

Nesses trechos, observamos que o tema foi mudado por causa do pouco tempo disponível para desenvolvê-lo (“O problema foi encontrar um tema que conseguíssemos desenvolver em uma semana”, Flávio, linha E1). Outro problema que influenciou a mudança do tema foi a dificuldade de encontrar dados

padronizados de ambos os Estados, o que se mostra na expressão “não obtivemos muito sucesso na busca pelos dados que permitissem essa análise” (linha 2). Notamos que, para fazer a tarefa, os grupos tinham duas semanas segundo as regras estabelecidas. Quando eles fazem referência a uma semana, seguramente reportam-se ao tempo restante, depois de terem gastado uma semana no tema anterior. As expressões dos sujeitos, como: “Isso dificultou o processo de problematização” (linha 2) e “vimos que não seria fácil” (linha E1), poderiam mostrar uma situação de impotência experimentada pelos sujeitos, retratada como um beco sem saída, no qual os sujeitos não tinham opções de progredir com esse tema, considerando o pouco tempo disponível. O objeto dos sujeitos, visto como uma matéria-prima que se transforma em um produto (ENGSTRÖM, 1987), estava impulsionado pela necessidade de estudar o tema da falta de água em seus Estados, mas surgiu uma tensão entre este tema escolhido (objeto) e o tempo disponível (regra), que era insuficiente para desenvolver a tarefa. Este beco sem saída corresponde a uma tensão entre o objeto e as regras; tensão, pois nela não são claros esses opostos que fundamentam uma contradição interna.

Na linha E2, percebemos que o novo tema foi delimitado a “O uso de *Facebook* no Brasil”, com algumas variáveis já pensadas pelos sujeitos. A nova escolha para desenvolver o tópico do *Facebook* foi muito interessante para Bia; de fato ela foi quem o propôs (“então ela propôs o tema do Facebook”, Flávio, E1). O interesse dela observa-se na expressão “Particularmente, escolhi o Facebook pq poderia usar o face, que eu adoro, sem peso na consciência (...)” (linha 5). Também porque esse tema resultaria mais interessante para trabalhar com alunos da Educação Básica, pois Bia expressa: “pesquisamos um tema do nosso interesse (e que achávamos que alunos da Ed. Básica se interessariam): o uso do *Facebook*” (linha E2). Na opinião da Bia, também foi interessante para o Flávio (“Flávio e eu nos empolgamos com o tema”, Bia, linha 4). Estudar o *Facebook* então resulta ser do interesse dos sujeitos e dos possíveis alunos, que no futuro trabalhariam com esse tema. Por outro lado, a seguinte expressão: “Então, pensamos no nosso curso, via Facebook e, pensando nas possibilidades proporcionadas pelo uso dessa rede social, bem como nos problemas gerados nela, optamos por estudar o Facebook...” (linha 2) nos mostra que o curso de Tendências foi também um motivador para pensar na rede social como tema a desenvolver. Um dos aspectos que ressaltam

neste episódio é o interesse pelo tema, que aqui atuou como um impulsionador de modelagem.

Com a mudança de tema, os sujeitos resolvem o beco sem saída inicial eliminando a opção de trabalhar no primeiro, processo que chamo de *eliminação do impossível*. Observo que a escolha de um tema e a viabilidade de coletar os dados dentro do tempo dado é uma variável que o grupo analisou e resolveu. Superando essa dificuldade com a escolha de outro tema e os dados encontrados na Internet, o grupo avançou no seu trabalho de modelagem.

Alguns *slides* da apresentação da tarefa do grupo foram postados no espaço *Facebook*, o que se aprecia na postagem da linha 6.

6. Bia: A sequência de slides com que havíamos feito até ontem ficou assim...
Mas aqui não estão as publicações que o Flávio postou na publicação abaixo...

Estudos trazem conclusões sobre o uso do Facebook

Jovens de Maria, 15 de Junho de 2014 às 07h00.

O Facebook é a rede social mais usada pela população mundial, portanto, é objeto de muitos estudos. Sua capacidade de ditar comportamentos e manipular opiniões pode ser vista em pesquisas recentes que trazem resultados engraçados e inusitados. Confira abaixo:
Quanto mais tempo as pessoas passam no Facebook, mais infelizes ficam

Em setembro de 2013, uma pesquisa conduzida pelo Laboratório de Estudos da Emoção e Autocontrole da Escola de Psicologia da Universidade de Michigan chegou à conclusão que quanto mais tempo as pessoas passam na rede social de Mark Zuckerberg, mais infelizes elas ficam. Realizado com 82 jovens com menos de 30 anos, o trabalho acadêmico notou que a cada acesso ao Facebook, aumentavam a preocupação e a sensação de isolamento e infelicidade dos participantes.

Ser ignorado no Facebook causa sofrimento psicológico

Duas pesquisas realizadas em maio pela Escola de Psicologia da Universidade de Queensland, na Austrália, indicam que "a falta de compartilhamento de informações e feedback podem ameaçar as necessidades de pertencimento" dos usuários do Facebook. Ou seja, que não recebe likes, sente-se infeliz e triste.
O estudo foi realizado com 76 participantes.

<http://www.a12.com/jovens-de-maria/noticias/detalhes/estudos-trazem-sobre-o-uso-do-facebook>





A partir deste questionamento, outras questões surgiram:

Quanto da população brasileira tem acesso à rede social *facebook*?

Como tem se dado esta dinâmica no Brasil?

Que fatores influenciam a criação de perfis no *facebook*?

Questão a ser investigada:

Como tem se dado o crescimento de perfis no *facebook*, no Brasil?

Do processo de busca e delimitação dos dados

1. O facebook foi criado em 2004, mas a versão brasileira dele foi lançada em 2008;
2. Qual a quantidade de perfis criados, ano a ano nesta rede social?

Tabela 1 – Número de usuários do facebook no Brasil.

<i>t</i>	<i>Ano</i>	<i>Número de usuários (em milhões)</i>
0	2008	0,209
1	2009	2,413
2	2010	8,821
3	2011	35,157
4	2012	64,6

Fonte: Organizada pelos autores.

27 de outubro às 11:04

Nessas postagens de sua tarefa, os sujeitos mostram diversas informações que refletem o envolvimento deles com o tema. Eles mostram informações de estudos que indicam, por exemplo, que, quanto mais tempo as pessoas passam na rede social mais infelizes elas ficam ou que o fato de ser ignorado por seus amigos do *Facebook* traz sofrimento psicológico para o usuário. A partir das informações, eles trazem questionamentos que os leva a delimitar o tema e o problema a: **como tem se dado o crescimento de perfis no Facebook no Brasil?** O último *slide* mostra os dados em uma tabela do número de usuários de *Facebook* no Brasil, a partir do ano 2008, quando o *Facebook* foi lançado no Brasil, até o ano 2012.

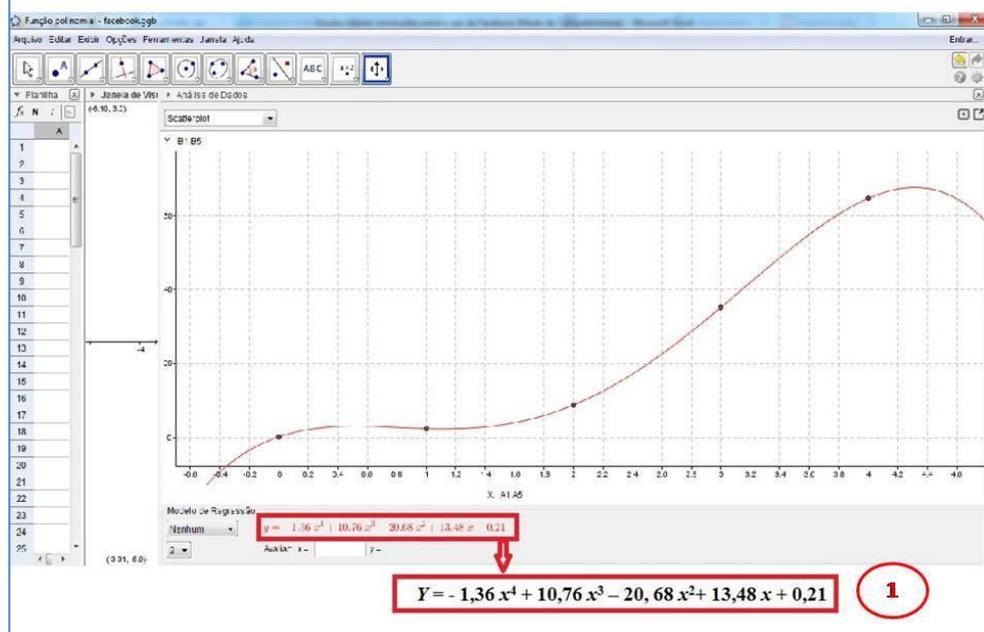
Nesse episódio se visualizam cadeias de ações de propor um tema, busca de informação na Internet, análise de viabilidade de prosseguir com o tema, eliminação e escolha de novo tema, busca de dados na Internet sobre o novo tema e construção de uma tabela de dados. Depois se percebe o desenvolvimento de tentativas de modelos em construção, o que ocorre no seguinte episódio.

Episódio 2: Tentativas de representação do modelo

Nesse episódio, o professor pergunta a Bia por que não utilizaram um modelo exponencial para representar seus dados. Bia explica ao professor as razões e modo de desenvolvimento do seu modelo.

7. Professor: Porque vocês não pensaram em um modelo exponencial? já que é um modelo que representa bem o crescimento da população.
25 de outubro às 11:31 ·
8. Bia: Professor, quando plotamos os pontos no geogebra, usando a ferramenta "modelo de regressão", a primeira que escolhemos foi o modelo exponencial. No entanto, quando validamos os dados para os anos de 2008 à 2012, usando o modelo exponencial, havia uma diferença grande entre os dados reais e os obtidos por esse modelo...
25 de outubro às 11:35 ·
9. Bia: a função obtida foi: $y=0.3734*e^{(1.4146x)}$
25 de outubro às 11:37
10. Bia: usando este modelo, o número de usuários do face em 2012 seria de 107 milhões, aproximadamente. E **segundo dados publicados pela eMarkete**, esse é o número de usuários de 2013. Em 2012 haviam cerca de 65 milhões de usuários...
25 de outubro às 11:40
11. Professor: Entendi
25 de outubro às 11:40 ·
12. Bia: então, tentamos descrever por outro modelo, que representasse melhor esses dados, mas nos deparamos com outros problemas...
25 de outubro às 11:42 ·
13. Bia: Ao optarmos pelo modelo polinomial de grau 4, pros anos de 2013 e 2014, também estariam incoerentes, como escrevemos no nosso relatório:
25 de outubro às 11:43 ·
14. Bia: Representações gráfica e algébrica da função polinomial de grau 4, que representa o número de usuários do facebook no Brasil (em milhões), em função do tempo (em anos):

Figura 2 – Representações gráfica e algébrica da função polinomial de grau 4, que representa o número de usuários do facebook no Brasil (em milhões), em função do tempo (em anos).



25 de outubro às11:44

15. Bia: Por meio da função ($f(x) = -1,36x^4 + 10,76x^3 - 20,68x^2 + 13,48x + 0,21$), que representa o número de usuários no facebook, anualmente no Brasil, estimamos qual seria, de acordo com esta função, o número de usuários do face nos anos de 2008 a 2014 e os comparamos com os dados "reais", como mostrado na tabela:

Tabela 2 – Avaliação da função 1 determinada.

t	Ano	Número de usuários (em milhões) de acordo com a tabela 1	Número de usuários (em milhões) obtidos pela função 1
0	2008	0,209	0,209
1	2009	2,413	2,413
2	2010	8,821	8,821
3	2011	35,157	35,157
4	2012	64,6	64,6
5	2013	-	47,784
6	2014	-	-97,202

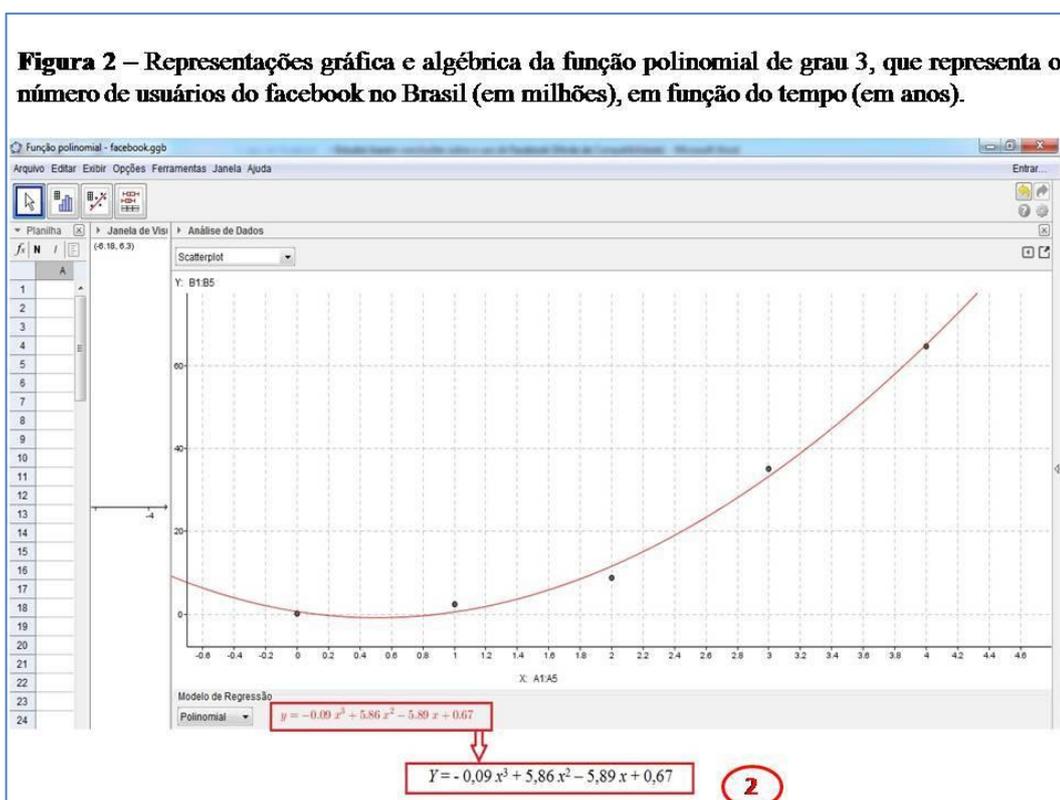
25 de outubro às11:47

16. Bia: Como se pode observar, o número de usuários obtidos para os anos de 2013 e 2014 não parecem ser adequados, pois nestes dois anos, **de acordo com os dados apresentados na página Meio & mensagem o número de usuários brasileiros do facebook continuou a cresce**. Os valores obtidos por meio da função determinada, entretanto, não condizem com os reais para os anos de 2013 e 2014. O ponto máximo desta função se dá no ano de 2012; a partir de então, o número de usuários começa a decrescer.

Neste sentido, voltamos à etapa anterior e procuramos analisar a situação quando representada por uma função polinomial de grau 3. Para tanto, apenas modificamos o grau da função no geogebra, usando novamente o método de interpolação polinomial. Obtivemos as seguintes representações gráfica e algébrica:

25 de outubro às 12:27 ·

17. Bia: Representações gráfica e algébrica da função polinomial de grau 3, que representa o número de usuários do facebook no Brasil (em milhões), em função do tempo (em anos).



25 de outubro às 12:28

Fernando Grimaldi o trabalho está muito bom, eu acho, rs

25 de outubro de 2014 às 12:35 · Curtir

Os participantes procuraram informações na Internet sobre o uso de *Facebook* no Brasil com as quais construíram uma tabela. Uma vez completada com os dados anuais, de 2008 a 2012, eles procuraram um modelo que representasse esses dados, mas que atingisse também os anos 2013 e 2014, que não foram achados na Internet³³. Foi gerado um modelo polinomial do número de perfis de usuários do *Facebook* no Brasil usando o *Geogebra*. O professor colaborador questionou por que não escolheram um exponencial (linha 7), mostrando assim uma possível tensão nos sujeitos devido à incerteza no modelo proposto. Bia explicou que escolheram primeiro um modelo exponencial, mas este apresentava uma diferença grande com os dados reais, razão pela qual escolheram uma função polinomial de grau 4 (linha 8). Com essa última função, os dados entre 2008 e 2012 pareciam bem representados, mas os gerados para 2013 e 2014 eram errados, mostrando um declínio em 2013 e um valor negativo em 2014. Então os sujeitos voltaram a representar os dados com uma função polinomial de grau 3, oportunizando um gráfico que melhor representava o comportamento dos dados nesses anos. A linha 8 explica que eles utilizaram o *software Geogebra* para gerar o modelo por meio da ferramenta “modelo de regressão”. Eles usaram o método de “interpolação polinomial” (linha 16).

Os sujeitos usaram dados da Internet para compará-los com os dados dos modelos gerados no *software*, o que se mostra nas expressões “E segundo dados publicados pela eMarkete(…)” (linha 10) e “de acordo com os dados apresentados na página Meio & mensagem o número de usuários brasileiros do Facebook continuou a crescer” (linha 16). Possivelmente os sujeitos enfrentaram tensões no processo de modelar, quando o modelo resultante foi repetidamente contraditório com os dados previstos. O questionamento do professor sobre o porquê de não utilizarem uma função exponencial (linha 7) indica incerteza nos resultados e possibilidades de encontrar uma função que represente melhor o comportamento do crescimento de perfis do *Facebook*.

Esta situação é retratada como uma tensão no objeto, pois o mesmo objeto (gráfico visto como um modelo em construção) era contraditório com os dados de previsão (tanto o exponencial quanto o polinomial de grau 4). Os sujeitos eliminaram os modelos que foram considerados contraditórios em relação às predições achadas

³³ A coleta de dados se desenvolveu no ano de 2014, razão pela qual não se encontraram dados desse ano e do ano anterior (2013).

na Internet, processo que aqui chamo de *eliminação do contraditório*³⁴. Uma situação similar foi reportada por Roth (2013), que visualizou uma contradição e incerteza em cientistas diante de um modelo matemático e suas interpretações dos dados. Então, o processo de eliminar o contraditório é um princípio para descartar modelos em processo de produção ou evolução por serem contraditórios com os dados de previsão. Nesta tensão, não se visualizam expressões claras que manifestem uma contradição nos dados, possivelmente pelo fato de os participantes neste grupo terem escrito seus comentários depois de experimentadas as situações.

Nesse episódio, o *Geogebra* cumpriu um papel fundamental em oferecer ou propor modelos gráficos a partir dos dados proporcionados pela Internet. O *software* atuou neste sistema “propondo modelos”, o que permitiu a realização da tarefa no tempo disponível pelos usuários, fazendo-os “esquecer” a tensão referente ao pouco tempo restante para os sujeitos. Isto mostra que o *Geogebra* participou com *agency* (poder de ação) como um parceiro dos sujeitos e, portanto, foi um impulsionador do processo de modelagem.

Ocorreram, neste episódio, cadeias de ações de: coletar dados, modelar por meio de tabelas e gráficos, avaliar os modelos (comparando-os com os dados de previsão) e eliminar modelos contraditórios. As ações de oportunizar dados e propor modelos ocorreram pela mediação da Internet e do *Geogebra* como um coletivo de Seres-humanos-com-mídias (BORBA, VILLARREAL; 2005), que participaram ativamente no desenvolvimento dessas cadeias de ações.

Em seguida, Flávio apresentou valores e análise de outra variável. Então os sujeitos foram aconselhados pelo professor a delimitarem seu trabalho para analisar apenas o número de usuários de *Facebook* no Brasil, pela grande quantidade de informação já produzida. Esses trechos não são considerados aqui por não terem impacto na tarefa final nem na análise.

Episódio 3: O modelo final

Neste episódio, os sujeitos mostram as decisões sobre o modelo final que representa como tem sido o crescimento do número de usuários do *Facebook* no Brasil.

³⁴ O termo *eliminação do contraditório* não é usado no sentido de eliminar uma contradição interna, mas sim de descartar modelos propostos pelas mídias que requerem de avaliação e senso crítico.

18. Bia: voltando `tabela anterior (para finalizarmos) ...

A comparação entre os números de usuários apresentados na tabela 1 e os obtidos pela função 2, evidenciam que o modelo obtido **não representa tão bem os dados referentes aos anos de 2008 à 2010. No entanto, representa bem os dados referentes aos anos de 2011 e 2012**. Desta forma, a descrição matemática que melhor representa o crescimento do número de usuários no facebook no Brasil, no período de 2008 à 2014, de acordo com nossa análise ,pode ser a seguinte função definida por partes:

$$U(t) = -1,36 t^4 + 10,76 t^3 - 20,68 t^2 + 13,48 t + 0,21$$

$$U(t) = -0,09 t^3 + 5,86 t^2 - 5,89 t + 0,67$$

em que U representa os usuários do facebook em milhões e t o tempo, em anos.

25 de outubro às 12:44 .

19. Bia: Optamos por restringir o domínio da função até o sexto ano, 2014. Caso não a fizéssemos, e estendéssemos a condição da segunda função para $3 > t \leq 7$, a previsão do número de usuários para o ano de 2015, seria de aproximadamente 215 milhões. Este valor é incoerente, pois a população brasileira no ano de 2014 é de aproximadamente 203 milhões de pessoas; nesse sentido, teríamos um número de usuários maior que o da população brasileira em 2015. Ainda que consideremos que o número de usuários como o número de perfis criados (assim, uma pessoa poderia ter mais de um perfil), este valor ainda é incoerente. Acreditamos que a análise de outros fatores que influenciam o acesso a este rede social precisam ser analisados concomitantemente, como: acesso à redes por meio de celular (aquisição de aparelhos com acesso à internet); acesso à internet pela população brasileira. Este último fator é, ao nosso ver, o que mais influencia o acesso e criação de perfis no facebook...

25 de outubro às 12:45 .

Ainda que a função polinomial de grau 3 parecesse representar bem o comportamento do número de usuários do *Facebook* no Brasil, os sujeitos decidiram utilizar uma função por partes, uma função

$$U_1(t) = -1,36 t^4 + 10,76 t^3 - 20,68 t^2 + 13,48 t + 0,21$$

polinomial de grau 4 para os anos 2008 – 2011 ($0 \leq t \leq 3$) e uma função

$$U_2(t) = -0,09 t^3 + 5,86 t^2 - 5,89 t + 0,67$$

polinomial de grau 3 para os anos 2012 – 2014 ($3 < t \leq 6$)³⁵. Notamos a preocupação dos sujeitos para que os pontos de dados passassem muito próximos (talvez fossem os mesmos) da função que os representa, e se preocuparam com a previsão deles

³⁵ Os intervalos foram arrumados neste escrito (em relação às postagens) para dar sentido à expressão matemática.

para o ano 2015. Na apresentação da tarefa, o professor responsável do curso esclareceu para Bia e Flávio que o problema de ter dados preditos muito diferentes com respeito à função simulada pode ter acontecido porque eles utilizaram a ferramenta “interpolação”, que gera uma função que passa por todos os pontos considerados, não considerando a tendência da função.

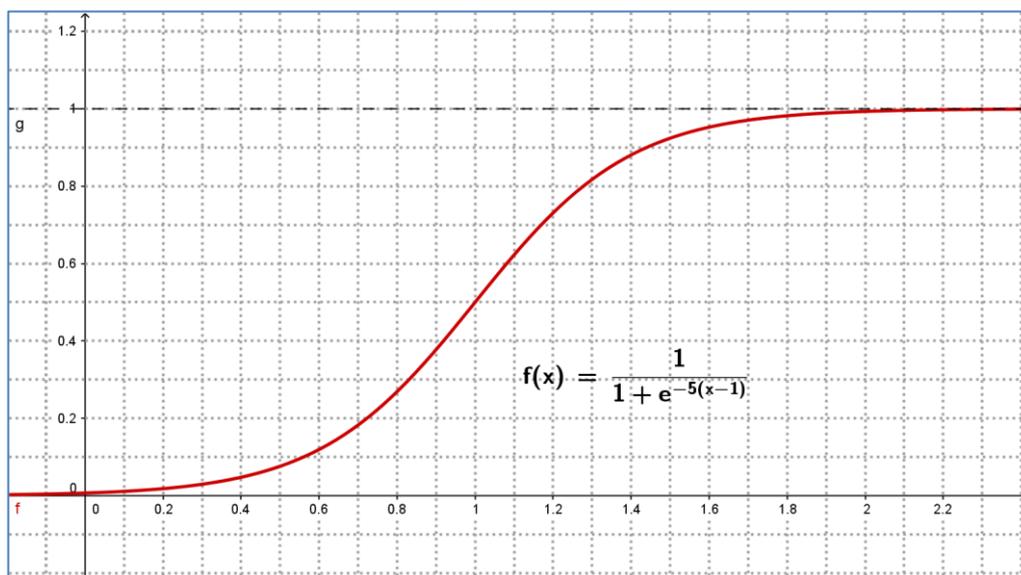
E3: Bia: Isso...

Ele [o Marcelo] disse que aconteceu isso Pq usamos **interpolação** e a ferramenta que usamos nos daria uma função que "passasse" por tds os pontos considerados.

(Entrevista, 6/11/2014,21:09)

Também destacamos que na linha 15 os participantes perceberam que a função utilizada não representa o ano 2015 (e daí em diante), pois o número de perfis de usuários (215 milhões) seria maior que a população brasileira (203 milhões). Esta situação os levou a delimitar o crescimento de usuários representando-o até o ano 2014, o que respondeu ao seu problema (**como tem se dado o crescimento de perfis de Facebook no Brasil?**). Diante disto, o professor comentou, na apresentação, que o modelo polinomial não ia fazer uma previsão completa do crescimento, “por exemplo, se eu tiver um modelo logístico posso ajustar parâmetros para representar uma população de [aprox.] 200 milhões” (professor, vídeo, 17:02 min). O professor explicou que a curva *logística* começa sendo côncava (segunda derivada positiva) e logo ela é convexa (segunda derivada negativa), situação que fica mais bem representada por uma função *logística* (com forma de S) que por uma função polinomial. Neste momento, pode ter aparecido um novo objeto nos participantes (outro problema), de como representar o comportamento da função contemplando os anos futuros, quando o número de perfis se aproxima ao da população brasileira. A sugestão foi feita pelo professor, mas não se dispunha de mais tempo, então eles não desenvolveram essa questão, ficando resolvida apenas por uma função por partes polinomial (entre 2008 e 2014). Um exemplo de uma função *logística* sugerida pelo professor é apresentado na Figura 13 para maior compreensão do comentário.

Figura 13 - Exemplo de uma função logística



FONTE: Elaborado pela pesquisadora

Observa-se que o Geogebra foi utilizado pelos participantes para gerar um modelo gráfico (no episódio 2) e, a seguir, algébrico (no episódio 3) que resultou ser próximo dos dados da tabela que eles construíram (linha 15) e dos dados previstos nos sites da Internet. Esta participação do *software* em “propor modelos” foi qualitativamente importante para o desenvolvimento da tarefa, sendo talvez uma forma de agir esperada mais por um parceiro do grupo (com *agency*) do que por um artefato, pelo poder de ação desempenhado pelo *software* na geração tanto gráfica quanto algébrica de possíveis funções que representassem como tem se dado o crescimento de perfis do *Facebook*.

As ações nesse episódio foram de modelar algebricamente o modelo e avaliá-lo, também se visualizou questionamentos e contribuições do professor para responder mais precisamente à situação.

Episódio 4: Possibilidades na sala de aula

Neste último episódio, os sujeitos refletiram sobre outras possibilidades a serem analisadas com os estudantes na sala aula a partir desse tema escolhido.

20. Bia: A partir de agora várias coisas poderiam ser estudadas, como: o acesso da população brasileira à internet; os meios de acesso à internet (via redes móveis, p ex.); a qt de tempo

que os usuários dedicam ao facebook; diferenciação entre perfil e usuários... etc. Todos estes temas podem desencadear possibilidades **pra que nós, professores, discutamos aspectos sociais, como crimes na rede, o acesso à informação e a qualidade destas informações, a influência que as redes sociais vêm exercendo sobre nossas vidas e como isso tem crescido, perante o crescimento evidente do acesso à internet e às redes sociais... como esse crescimento se deu de forma rápida, etc.**

25 de outubro às 12:50 ·

21. Bia: Tudo isso, é claro, depende do tempo disponível para o desenvolvimento do estudo, o interesse dos alunos pelo tema (que embora possa ser sugerido pelo professor, precisa ser "comprado" pelos alunos), a quantidade de alunos, o repertório matemático da turma etc. Desses fatores dependem a forma como mediáramos esse estudo numa sala de aula; e esse processo de mediação é, ao meu ver, o mais difícil, pois é por meio dele que vamos contribuir com o processo de problematização e investigação do tema, por meio de um processo dialógico. Nesse momento, nossa vontade de agir, pode "podar" o pensamento criativo dos nossos alunos, ou então, não estimulá-los...

25 de outubro às 12:53 ·

22. Flávio: Se pensarmos nos alunos do Ensino Fundamental, alunos do nono ano por exemplo temos discussões interessantes.

27 de outubro às 8:23 ·

23. Flávio: Podemos começar fazendo a análise do gráfico dos usuários do face:

27 de outubro às 8:24 ·

24. Flávio:

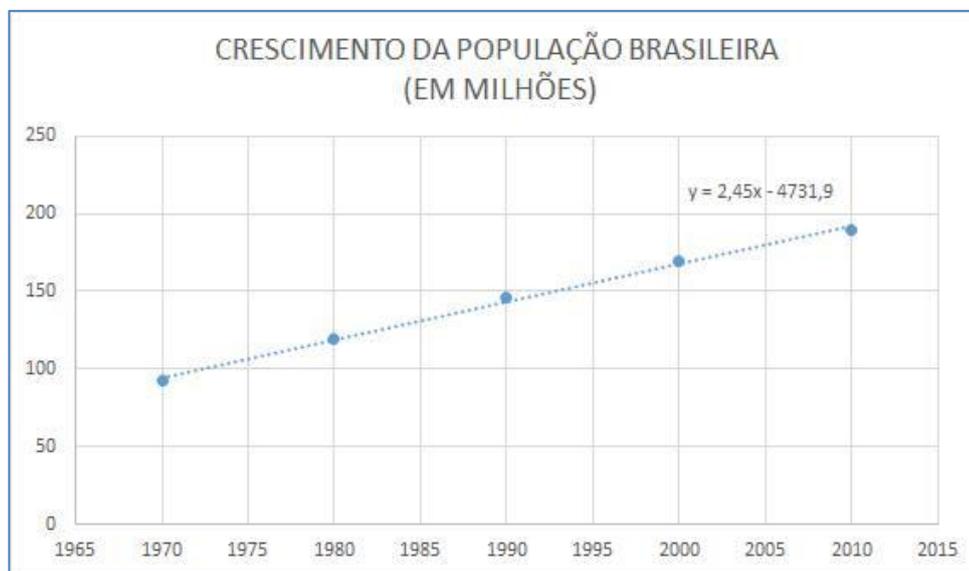


27 de outubro às 8:24 ·

25. Flávio: Depois verificar o crescimento da população brasileira.

27 de outubro às 8:26 ·

26. Flávio:



27 de outubro às 8:28 ·

27. Flávio: Podemos, então, tentar estabelecer a relação entre os dois crescimentos.
27 de outubro às 8:30

28. Flávio:



27 de outubro às 8:30 ·

29. Flávio: a partir daí, surgirão vários questionamentos e as devidas análises citadas anteriormente
27 de outubro às 8:32 ·

Bia expressa outras possibilidades de análise diante do tema do *Facebook*, como, o acesso à Internet e o tempo que usuários passam no *Facebook*. Ela também expressa sua intenção de levantar aspectos sociocríticos que podem ser

discutidos pelos professores nas salas de aulas por meio do desenvolvimento de modelagem (“pra que nós, professores, discutamos aspectos sociais, como crimes na rede, o acesso à informação e a qualidade destas informações, a influência que as redes sociais [...]”, linha 20).

Flávio propõe fazer análise de gráficos, nas aulas do Ensino Fundamental, do número de usuários do *Facebook* e do número de crescimento da população brasileira, com a incorporação de gráficos de relações entre essas informações (linhas 22 – 29).

Esse episódio evidencia ações de reflexão dos sujeitos, que também são professores, em como tratar esse tema nas suas salas de aulas. Esta etapa corresponde a um planejamento da possível implementação de modelagem em uma aula e a uma reflexão dos processos experimentados no desenvolvimento de modelagem. As ações envolvidas nesse episódio são de planejar uma implementação de modelagem para a sala de aula e refletir sobre os processos experimentados por eles desenvolvendo modelagem.

7.4.2 Sistema de Atividade O Facebook no Brasil

Nesta seção, apresento o “Sistema O *Facebook* no Brasil” e seus componentes. A Figura 14 mostra a relação sistêmica entre o “Sistema Professores-Organizadores do curso de Tendências” e o “Sistema O *Facebook* no Brasil”. O Quadro 4 resume as tensões e ações acordadas entre os sujeitos que mostram o desenvolvimento do sistema.

Sujeitos

Os sujeitos participantes deste grupo foram os professores Bia e Flávio, ambos com experiência no desenvolvimento de modelagem.

Artefatos

Os artefatos que estão atuando nesse sistema, como em todos os sistemas de atividade que trabalharam no desenvolvimento de modelagem e que foram analisados, são a Internet (para interação), o curso de Tendências, o *Facebook* e a tarefa de modelagem. Alguns deles atuando de modo implícito.

Os artefatos utilizados de forma especial nesse sistema, em particular, foram o *software Geogebra* e a Internet (com *agency*). Observamos que o *software Geogebra* foi fundamental para gerar o modelo matemático do número de perfis de usuários do *Facebook* no Brasil, tanto na sua representação gráfica como algébrica, participando no sistema em propor modelos. A Internet foi usada com o fim de coletar informações para a construção de uma tabela (número de perfis de usuários de *Facebook* entre 2008 e 2012) e busca de informações sobre a previsão do modelo (para os anos 2013 a 2014). Também foi utilizada no processo de interação sujeitos-professor e sujeito-sujeito no espaço fechado do *Facebook* como nos outros grupos.

Comunidade

A comunidade se viu representada pelos sujeitos, Bia e João, pelo professor colaborador e pelo professor responsável. O professor colaborador participou com questionamentos aos sujeitos e o professor responsável, com explicações e propostas nas apresentações da tarefa.

Regras

As regras correspondem a normas e convenções que regulam as ações do sistema. O tempo estabelecido para o desenvolvimento da tarefa, de duas semanas, delimitou o tema a desenvolver, porque os sujeitos tiveram que analisar as possibilidades de desenvolver o tema, segundo o tempo e dados disponíveis. O tempo disponível para a tarefa resultou apertado, considerando o tempo gasto no desenvolvimento de um tema inicial, produzindo tensões nesse processo que revelaram uma incompatibilidade entre as regras e o tema escolhido (objeto), sendo representado como uma tensão entre as regras e o objeto. Essa tensão desapareceu no desenvolvimento do segundo tema, mas restringiu o afinamento do modelo.

Organização do trabalho

Não é visível explicitamente como os sujeitos dividiram/organizaram seu trabalho. Mas podemos apreciar pelos comentários que Bia estava encarregada de apresentar (e talvez desenvolver) a variável “número de usuários de *Facebook*”, e Flávio tinha analisado outras variáveis que não foram consideradas no trabalho final.

Contudo, não parece que as ações desenvolvidas tenham sido um produto individual, ou não acordadas entre os sujeitos, ou sem a participação do outro sujeito. Ambos os participantes mostraram suas formas de reflexão sobre como integrar este trabalho nas aulas.

Objeto

O objeto geral do sistema foi o de construir um problema de modelagem a partir de um tema de interesse do grupo. As transições do objeto passaram por: definir o tema do *Facebook* no Brasil, definir o problema: como tem sido o crescimento dos perfis de usuários no Brasil (2008 – 2014), coletar os dados da Internet, construir o modelo e possibilitar algumas formas de aplicação desta experiência na sala de aula. Esse objeto transformou-se em um produto: problema e modelo. Mas quando eles construíram seu modelo, pode ter aparecido outro alvo (um novo objeto), porque o modelo produzido não representava bem os dados previstos para o futuro (a partir de 2015). Então o novo objeto poderia ser o de construir uma função que representasse o crescimento dos perfis de usuários do *Facebook*, considerando os anos futuros, especialmente quando esse número se aproximasse ao da população do Brasil. O professor responsável explanou que uma função logística poderia representar matematicamente melhor o crescimento dos perfis do *Facebook*, incluindo os anos futuros.

Produto

O produto neste sistema foi o problema e o modelo. O problema foi de **determinar como tem se dado o crescimento do número de perfis de usuários do *Facebook* no Brasil**, e o modelo produzido foi evoluindo em gráficos produzidos no Geogebra e funções polinomiais até serem representados por uma função definida por partes:

$$U_1(t) = - 1,36 t^4 + 10,76 t^3 - 20,68 t^2 + 13,48 t + 0,21$$

$$U_2(t) = - 0,09 t^3 + 5,86 t^2 - 5,89 t + 0,67$$

para $U_1(t)$ representando os anos de 2008 a 2011 com $0 \leq t \leq 3$ e para $U_2(t)$ representando os anos de 2012 a 2014 com $3 < t \leq 6$.

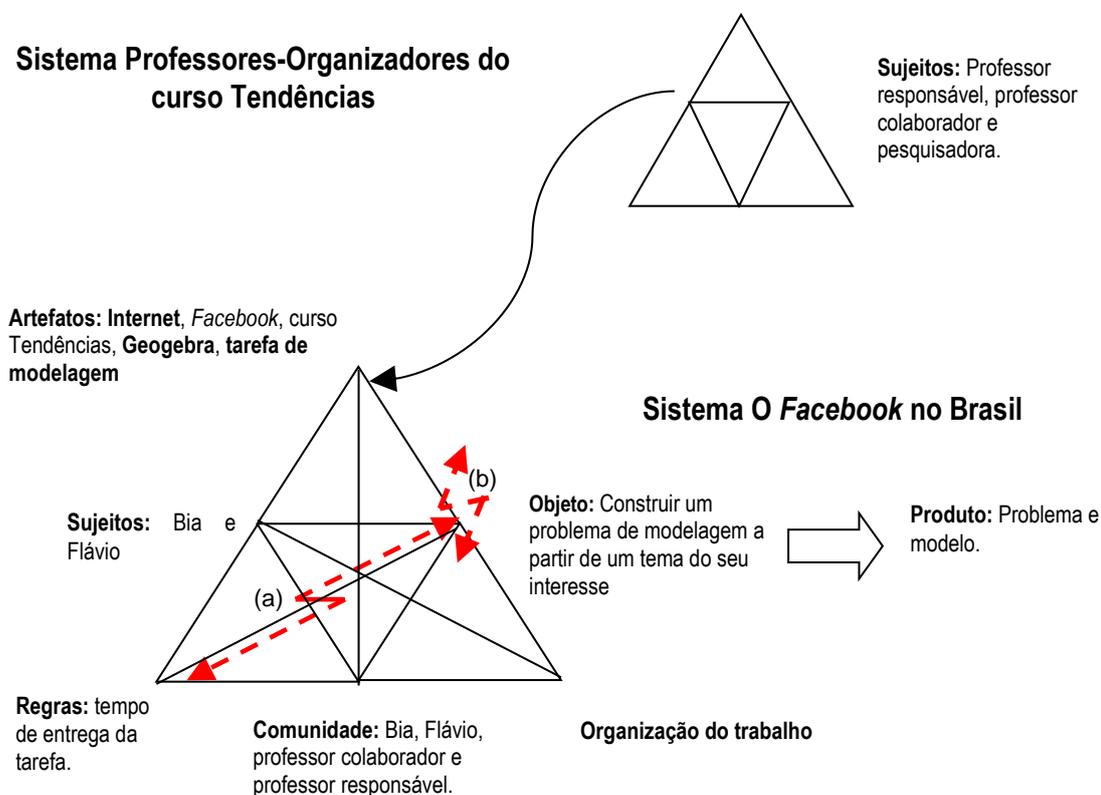
Observamos que os modelos em construção não são vistos como errôneos. Um modelo que represente o comportamento de um fenômeno não é único nem absoluto, mas é um processo em evolução que, com as interações, pode se reestruturar em um modelo mais adequado.

7.4.3 Tensões

Os dados deste grupo foram produzidos em forma de relatório, depois do desenvolvimento do projeto, não sendo possível identificar expressões textuais, como, por exemplo, discordâncias e críticas entre os sujeitos. No entanto os sujeitos foram capazes de reproduzir os eventos que consideraram influentes no desenvolvimento de sua tarefa. No episódio 1, eles parecem experimentar um beco sem saída devido à incompatibilidade do tema escolhido e do tempo disponível para desenvolvê-lo, pois os participantes não tinham alternativas para prosseguir com o tema inicialmente escolhido. O beco sem saída lhes entrou durante a primeira semana de trabalho. Essa tensão foi dada porque os sujeitos queriam desenvolver o tema da falta de água nos seus Estados de residência, porém eles não encontraram os dados adequados para essa análise nem dispunham de tempo para seguir investindo nesse tema. Os sujeitos resolveram essa tensão mediante a eliminação desse tema (*eliminação do impossível*), mudando para outro mais viável.

Outra possível tensão ocorreu no processo de modelar, em que se obtiveram modelos contraditórios. Alguns modelos propostos, gerados pelo *software*, foram contraditórios em relação aos dados previstos pela Internet. Este processo (*eliminação do contraditório*) pode ser muito comum na tarefa de modelar quando os modelos propostos pelas mídias não representam os dados de previsão e precisam ser analisados criticamente, apresentando-se tensões.

Figura 14 -- Relação sistêmica entre o Sistema Professores-Organizadores do curso Tendências e o Sistema O *Facebook* no Brasil



Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

Quadro 4 - Tensões e ações do grupo “O Facebook no Brasil”

Episódio	Tensões	Ações acordadas
<p>1 Escolha do tema</p>	<p>Beco sem saída entre regras e objeto.</p> <p>Resolvido por meio da <u>eliminação do impossível</u>. Eliminação do tema inicial, proposta de novo tema de interesse (linha 2, 1, 4, 5).</p>	<p>Tema escolhido: Uso e dinâmica de usuários do <i>Facebook</i> no Brasil (linha 1).</p> <p>Informações da Internet para abordar o tema do projeto e delimitar o problema: Número de usuários do <i>Facebook</i> no Brasil, (linha 6, último <i>slide</i>).</p> <p>Construção da tabela do número de usuários do <i>Facebook</i> no Brasil.</p>
<p>2 Tentativas de representação do modelo</p>	<p>Tensão no objeto (modelos contraditórios em relação à predição dos dados).</p> <p>Resolvido por meio da <u>eliminação do contraditório</u>. Eliminação dos modelos contraditórios em relação às previsões.</p>	<p>Uso de Geogebra para representar modelos dos dados</p> <ul style="list-style-type: none"> - exponencial - polinomial de grau 4 - polinomial de grau 3. <p>Uso de Internet para corroborar os dados próprios com os da <i>web</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>eMarkete</i> - Meio & mensagem
<p>3 O modelo final</p>		<p>Decisão de definição do modelo por meio de uma função por partes: polinomial de grau 4 e polinomial de grau 3.</p> <p>Predição dos anos 2014 e 2015</p>
<p>4 Lineamentos pedagógicos</p>		<p>Outras possibilidades de serem analisadas na aula com este tema:</p> <ul style="list-style-type: none"> - aspectos sociocríticos - análise de gráficas no Ensino Fundamental.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

7.4.4 Ciclo de aprendizagem expansiva

Os problemas de incompatibilidade entre o tema a desenvolver e o tempo e dados disponíveis levaram os participantes deste grupo a mudar para um tema mais adequado. Esta situação desencadeou a escolha de um tema de grande interesse para os participantes e viável de desenvolver dentro do pouco tempo disponível. A partir daí, os sujeitos experimentaram cadeias de ações (ver Quadro 4) nos seguintes processos: na busca de dados para formação da tabela por meio da Internet (episódio 1); na procura de modelos por meio do Geogebra e na comprovação dos dados por meio de páginas *Web* da Internet (episódio 2); na predição de dados e na decisão de um modelo final (episódio 3); e na observação de possibilidades de realização na aula a partir deste tema (episódio 4). Estas etapas correspondem aos primeiros momentos que poderiam ser parte de um potencial ciclo expansivo de aprendizagem.

As etapas experimentadas neste grupo são:

- 1) Questionar/analisar a viabilidade de levar adiante o tema da falta de água com dados de dois Estados diferentes (episódio 1). Os dados necessários não foram encontrados na Internet.
- 2) Analisar a viabilidade de um novo tema escolhido (o *Facebook*) em relação ao tempo e dados disponíveis (episódio 1). Os dados necessários foram encontrados na Internet.
- 3) Modelos em evolução proporcionados pelo Geogebra e modelo final construído pelos sujeitos (episódios 2 e 3).
- 4) Avaliação do modelo (episódios 2 e 3). Tentativas de modelos foram avaliadas em comparação com os dados disponíveis e com a previsão do ano atual. Novo alvo (objeto) de construir um modelo que inclua o comportamento dos dados no futuro.
- 5) Implementação do modelo (não visível nos dados).
- 6) Refletindo sobre a experiência (episódio 4). Os sujeitos refletem sobre as possibilidades de aplicar essa experiência nas suas aulas.
- 7) Consolidação do modelo e abordagem (não visível nos dados).

No ciclo experimentado, não se visualizam etapas de implementação nem de consolidação da nova prática, correspondentes às etapas 5 e 7 do ciclo de

Engeström (2000). Um refinamento do modelo desenvolvido pelos participantes poderia corresponder a outro ciclo de aprendizagem devido à mudança do objeto para representar o crescimento do número de perfis de usuários que incluía anos futuros, o que neste grupo não foi possível por não dispor de mais tempo.

7.4.5 Fatores impulsionadores de modelagem

A análise mostrou dois fatores influentes nos processos de modelagem, detectados a partir das cadeias de ações. Primeiro, a possibilidade de escolha do tema a se desenvolver deu a oportunidade aos participantes de trabalhar num de seu interesse no qual estiveram engajados (episódio 1), sendo o interesse pelo tema um impulsionador importante no seu desenvolvimento, em todos os episódios, como se mostra na expressão “transparecemos nosso interesse e engajamento na atividade em todas as etapas” (Bia, linha E4).

- E4. Bia: **Acredito que os outros membros possam ter se interessado pela atividade, tanto quanto Flávio e eu, porque: transparecemos nosso interesse e engajamento na atividade em todas as etapas** (e isso pode ter estimulado os outros membros do curso); procuramos evidenciar as características investigativas da atividade, bem como os processos de problematização, de investigação e de resolução do problema e sua interpretação; utilizamos um software livre que auxiliou no processo; partimos de um tema de interesse dos jovens, em sua maioria.

A meu ver, **o sucesso de uma atividade está relacionado às formas de participação dos sujeitos envolvidos**; quando essa participação se dá de forma plena, ela pode ser considerada um sucesso. **Nesse sentido, de acordo com a forma como meu grupo se relacionou com a proposta, entendo que a atividade foi um sucesso.** É claro, não posso fazer essa afirmação com base no envolvimento dos outros alunos, pois não temos informações para fazer essa afirmação quanto ao envolvimento deles.

- E5. Bia: **pesquisamos um tema do nosso interesse (e que achávamos que alunos da Ed. Básica se interessariam): o uso do facebook**; Delimitamos o tema: o uso do facebook, especificamente, no Brasil; delimitamos um problema: sobre o aumento de usuários do face no Brasil; Procuramos dados que nos auxiliariam nesse estudo, tais como: quando o face foi aberto no Brasil, o número de usuários nesses anos, número de perfis e donos dos perfis, dentre outros.
(entrevista, 9/12/2014, 10:21)

Segundo, se infere dos dados que tanto o Geogebra como a Internet foram mediadores fundamentais no desenvolvimento deste trabalho em diversas etapas. O Geogebra possibilitou a geração de modelos gráficos e algébricos (nos episódios 2 e

3), que representassem o número de usuários de *Facebook* no Brasil. É possível perceber uma participação importante do *Geogebra* no sistema em “propor modelos”, com um nível de *agency* (poder de ação) na proposta de modelos a partir das informações disponíveis; e a Internet proporcionou os dados necessários para construir uma tabela de dados, como: o número de usuários de *Facebook* no Brasil, quando o *Facebook* foi aberto no Brasil, número de perfis e de donos de perfis e número de habitantes do Brasil (Bia, E6).

E6. Bia: pesquisamos um tema do nosso interesse (e que achávamos que alunos da Ed. Básica se interessariam): o uso do facebook; Delimitamos o tema: o uso do facebook, especificamente, no Brasil; delimitamos um problema: sobre o aumento de usuários do face no Brasil; **Procuramos dados que nos auxiliariam nesse estudo, tais como: quando o face foi aberto no Brasil, o número de usuários nesses anos, número de perfis e donos dos perfis, dentre outros.**

(entrevista, 9/12/2014, 10:21)

Por outro lado, os modelos propostos pelo *Geogebra* foram comparados com dados de previsão da Internet, e assim os sujeitos tomaram decisões em relação a essas informações. Deste modo, o *Geogebra* e a Internet foram impulsionadores de processos de modelagem.

7.4.6 Conclusões relativas ao grupo

Neste grupo emergiram duas tensões, a primeira, relativa à incompatibilidade entre tema e tempo disponíveis, e a segunda, à existência de modelos contraditórios na proposta. A incompatibilidade entre o tema e tempo disponíveis fez os sujeitos sentirem-se como em um *beco sem saída*, mas, por meio da *eliminação do impossível* eles puderam sair para uma nova alternativa de desenvolvimento.

A proposta de modelos contraditórios no processo de modelar foi uma possível tensão, mas, por meio da *eliminação do contraditório*, os participantes puderam eliminar modelos propostos que apresentassem alguma contradição relativa aos dados de previsão.

O grande interesse dos participantes em estudar o novo tema escolhido os fez se “esquecerem” da tensão a respeito do tempo perdido e os levou a desenvolverem com impulso esse novo tema, sendo assim o interesse pelo tema um impulsionador de modelagem.

O Geogebra atuou propondo modelos gráficos e algébricos que representaram o número de perfis de usuários de *Facebook* no Brasil, e a Internet atuou entregando informações, em forma de dados de previsão, para corroborar a precisão dos modelos propostos. Estas tecnologias foram impulsionadores de modelagem. O sistema mostra ações de expansão (desenvolvimento, crescimento) com uma participação de Seres-humanos-com-mídias (BORBA, VILLAREAL; 2005), em que o pensamento dos sujeitos no sistema foi reorganizado perante a participação com *agency* (poder de ação) das mídias.

7.5 O grupo O Álcool no Sangue

Primeiro trazemos os contextos dos sujeitos que formam parte deste grupo. Os sujeitos deste sistema são Daniela e Marissa. Daniela é do Estado do Paraná, Brasil, e Marissa, da Colômbia. Fazemos notar que Marissa usou sua língua materna (espanhol) para se comunicar com Daniela, havendo uma compreensão dos escritos em português e em espanhol por parte das participantes.

Ambas têm formação em matemática e alguma experiência prévia em modelagem, mas não com os parâmetros de modelagem enfatizados neste trabalho. Elas vivenciaram, como alunas, o processo de escolher o tema e desenvolvê-lo.

A1: Daniela: Oi, sou formada em licenciatura matemática e concluí o mestrado em 2013 em Educação Matemática sendo minha pesquisa em Modelagem Matemática, no programa [...] de [...].
14 de agosto de 2014 às 18:56

Marissa não se apresentou no curso, mas pelos dados dos documentos de inscrição sabemos que ela é Licenciada em Educação Básica com ênfase em Matemática, de uma universidade colombiana, e estudante de mestrado em Educação na mesma universidade. Na entrevista ela indicou que trabalhou na sua dissertação de mestrado em Modelagem Matemática.

7.5.1 Episódios

Esse grupo desenvolveu o tema “O álcool no sangue”, mostrando muito interesse nele por ser um tema em discussão em cada país de residência das participantes. O grupo gerou discussões em nove episódios no espaço *Facebook*. As participantes começaram interagindo ativamente nos primeiros episódios.

Episódio 1: Sobre o tema

Passada uma semana de formação dos grupos, os sujeitos começaram a desenvolver o tema escolhido compartilhando-o com o professor: “O álcool no sangue”. Elas entregaram informações a respeito das leis em relação ao álcool tanto no Brasil quanto na Colômbia, apoiadas em postagens da Internet.

1. Professor: Olá gente, bom dia. Vocês já decidiram a temática do trabalho de vocês? Que tal vocês pensarem nisso até nossa aula de amanhã?
20 de outubro às 10:43
2. Daniela : Marissa e eu estamos pensando no tema quantidade de álcool no sangue.
21 de outubro às 22:14
3. Professor: Hehe...me interessei muito Daniela
21 de outubro às 22:17
4. Daniela: é de utilidade pública kkk
21 de outubro às 22:18
5. Marissa: Acá en Colombia este tema está causando cierta conmoción, porque el recién salió una ley muy rígida que sanciona a los conductores que han tomado licor.
21 e outubro às 22:18
6. Daniela : aqui no brasil era tolerado acho 0.3 agora é A chamada lei seca
21 de outubro às 22:19
7. Daniela : se comer um bombom de licor de sobremesa já é multado
21 de outubro às 22:20
8. Marissa: Esta es la actual sanción en Colombia:
21 de outubro às 22:20
9. La ley colombiana no tiene tres sino cuatro grados de alcohol. Las sanciones para las personas que sean sorprendidas conduciendo con algún grado de alicoramiento tendrán:
Para el grado inicial (20 a 39 miligramos de alcohol por cada 100 mililitros de sangre): entre 6 y 12 meses de suspensión de la licencia de conducción, inmovilización del vehículo y una multa de 45 salarios mínimos diarios legales vigentes.
Para el primer grado de alcoholemia: suspensión de la licencia entre 1 y 3 años, inmovilización del vehículo y multa de 45 SMDLV.
Para el segundo grado de alcoholemia: Suspensión de la licencia entre tres y cinco años, inmovilización del vehículo, multa de 45 SMDLV y asistencia por mínimo de 40 horas a cursos de sensibilización sobre las consecuencias del alcoholismo y la drogadicción.
Para el tercer grado de alcoholemia: Suspensión de la licencia entre 5 y 10 años, inmovilización del vehículo, multa de 45 SMDLV y asistencia al curso de sensibilización por 80 horas.
- See more at: <http://www.sura.com/blogs/autos/grados%20alcohol.aspx...>

grados de alcoholemia y sanciones para conductores ebrios.
entérate de las disposiciones del ministerio de...
sura.com
21 de outubro às 22:21

Observamos que Daniela e Marissa mostraram interesse nesse tema, trazendo informações das leis nos seus respectivos países (linhas 5-9) e destacando a rigorosidade das penas em interação com o professor. Elas compartilharam, no

espaço de desenvolvimento da tarefa, suas informações iniciais, e observa-se uma postagem da Internet de Marissa (linha 9) sobre as penas da lei em relação ao grau de álcool ingerido. Os comentários de Marissa são feitos em espanhol, sua língua materna, o que não dificultou a comunicação neste grupo. Neste episódio, não se visualizam tensões nos participantes, pelo contrário, elas estavam engajadas no trabalho.

As ações desse episódio se resumem em comentar informações da Internet, que mostram um envolvimento inicial com o tema escolhido.

Episódio 2: Envolvimento com o tema e o problema

Daniela e Marissa deram um passo à frente nas informações do tema, mostrando-se envolvidas, delimitando-o à eliminação do álcool do organismo e apoiando-se em postagens da Internet. Elas escreveram que o seu problema era achar um modelo que lhes permitisse determinar em quanto tempo a quantidade de álcool no sangue chega a zero.

10. Daniela :
Pesquisando no google eu obtive a seguinte informação: O organismo elimina, em média, 0,10 g/l de álcool no sangue, por hora, e não há modo de acelerar isto.
21 de outubro às 22:21
11. Professor: Coloca o link aqui Daniela
21 de outubro às 22:21
12. Marissa: Pero este porcentaje varia, según el "medio" de eliminación de la información:
21 de outubro às 22:22
13. Marissa: Básicamente, el cuerpo elimina el alcohol de tres formas elementales: mediante la evaporación, la excreción o la defecación y el metabolismo propio del organismo. Cerca de un 10% del alcohol ingerido es excretado por lo riñones, mientras que apenas un 1% se elimina mediante la evaporación, es decir, mediante la respiración, el sudor y las lágrimas. Finalmente, el resto se elimina gracias al metabolismo del hígado
21 de outubro às 22:22
14. Marissa: <http://curiosidades.batanga.com/.../cuanto-tiempo-dura-el...>
¿Cuánto tiempo dura el alcohol en la sangre?
El tema del alcohol, sus efectos en el cuerpo humano y sus consecuencias en la sociedad, lo hemos tratado...
curiosidades.batanga.com
21 de outubro às 22:22
15. Daniela : <http://www.cienciahoje.pt/index.php?oid=51066&op=all>
Se bebeu e pensa em conduzir...

cienciahoje.pt
21 de outubro às 22:22

16. Daniela: Como nosso objetivo é determinar em quanto tempo a quantidade de álcool no sangue decresce até 0, precisamos associar a informação que utilizaremos com o tempo.
21 de outubro às 22:25
17. Marissa: Habría que utilizar todas las variables que aparecen para determinar esto ¿quizás obtengamos varios modelos para ello?
21 de outubro às 22:27
18. Daniela: tem muitas váriveis envolvidas, acredito que nós temos que diminuir esse número para o modelo ser viável
21 de outubro às 22:28
19. Daniela: simplificar
21 de outubro às 22:29

Daniela e Marissa procuraram na Internet informações sobre o seu tema. Daniela utilizou *Google* para a sua busca de informação (linha 10), e encontraram informações sobre as formas de eliminação do álcool do organismo. Motivadas pelo professor (linha 11), ambas as participantes fizeram as postagens neste espaço do *Facebook* (linha 14 e 15). Na linha 16, Daniela aclarou que o objetivo delas era determinar em quanto tempo o álcool no sangue decresce até zero, tendo então delimitado o problema a resolver. Por serem muitas as variáveis envolvidas, elas conversaram sobre limitar/simplificar as variáveis para tornar viável a construção do modelo (linha 19).

As ações nesse episódio se resumem em comentários relativos a informações achadas na Internet, à delimitação do problema e à decisão de delimitação das variáveis.

Episódio 3: Modelo de concentração do álcool e questionamento

Neste episódio, Marissa iniciou a conversa postando um modelo de concentração de álcool no sangue (linha 20), como um modelo a considerar para prosseguir com seu trabalho.

20. Marissa: He encontrado que el químico sueco Erik M. P. Widmark desarrolló una fórmula para determinar la concentración de alcohol en la sangre (control o test de alcoholemia), quizás nos ayude para nuestro modelo. ¿no se?

$$c = \frac{A}{m \cdot r}$$

donde:

- **c** es la concentración de alcohol en la sangre
- **A** es la masa (cantidad) de alcohol ingerida en g
- **r** es el factor de distribución del individuo
 - varones: 0,68 a 0,70
 - mujeres o varones jóvenes: 0,55 a 0,60
 - lactantes o niños pequeños: 0,75 a 0,80
- **m** es la masa de la persona en kg (kilogramos)

21 de outubro às 22:36

21. Daniela: eu pensei nisso também, **mas** não sabia desse modelo.
21 de outubro às 22:41
22. Daniela: pois nós precisamos saber a quantidade de álcool que um indivíduo tem no corpo, para depois ver o tempo que demora para sair
21 de outubro às 22:42
23. Daniela: e como o álcool dilui no nosso na água do nosso organismo antes de ser absorvido é só dividir a quantidade de álcool ingerida pela quantidade de água que temos no nosso corpo
21 de outubro às 22:43
24. Daniela: nosso corpo é composto em média de 55% de água
21 de outubro às 22:44
25. Marissa: Pensamos em un posible modelo entonces?, y lo discutimos más tarde o mañana?
21 de outubro às 22:44
26. Daniela: **mas** o fato é o seguinte o teste da alcoolemia verifica a quantidade de álcool no nosso sangue e não na água do corpo e aí?
21 de outubro às 22:45
27. Marissa: Sí, en la sangre
21 de outubro às 22:46
28. Daniela: a fórmula que você postou é de água e não de sangue
21 de outubro às 22:47
29. Marissa: No, creo que es en la sangre. Bueno... eso leí
21 de outubro às 22:49

30. Daniela: **não pode ser sangue**, pois no denominador está multiplicando o peso por digamos 0.5 para mulheres... 0,5=50% e **nao temos isso de sangue no corpo**, certo?
21 de outubro às 22:51

Neste episódio, observamos várias expressões “mas” com um indicador de divergências de opinião (linha 2, 26) e expressões de negação em espanhol (“No, creo que es en la sangre”, linha 29) e em português (“não pode ser sangue”, linha 30). O assunto de divergência nesta discussão é o modelo a ser utilizado proposto por Marissa.

O modelo de Wismark postado por Marissa é:

$$c = \frac{A}{m \cdot r}$$

- c : concentração do álcool no sangue
 A : massa (quantidade) de álcool ingerida em gramas
 r : fator de distribuição do indivíduo
 - homens: 0.68 a 0.70
 - mulheres: 0.55 a 0.60
 - lactantes ou crianças: 0.75 a 0.80
 m : massa da pessoa em quilogramas

A partir desse modelo, Daniela discutiu que como o álcool ingerido se dilui com a água de nosso organismo, então se deve dividir a quantidade ingerida de álcool pela quantidade de água no organismo (linha 22 e 23). Marissa desejava discutir isto depois (linha 25), mas Daniela continuou com seu argumento e levantou uma dúvida em relação ao modelo postado por Marissa, afirmando que se trata da quantidade de álcool diluída na água do corpo (linhas 26, 28 e 30). Este é um questionamento ao modelo proposto por Marissa. Podemos verificar que a fórmula postada pela Marissa refere-se efetivamente à concentração de álcool no sangue, o que ela afirma na linha 27 e, quase com um tom de dúvida, na linha 29.

Observamos o enfrentamento de dois pontos de vista diferentes a respeito da interpretação do modelo. Assim, temos uma discordância de opiniões que poderia indicar um dilema, pela controvérsia de o modelo medir o álcool dissolvido na água ou no sangue do corpo. A situação ficou nesse questionamento até o seguinte episódio depois de três dias.

Visualizam-se ações de propor modelo, questionar esse modelo e argumentar sobre o modelo.

Episódio 4: As contribuições de Daniela e o silêncio virtual da Marissa

Neste episódio, Daniela toma a liderança seguindo com seu argumentação de que o álcool está diluído na água do corpo humano.

31. Daniela: Encontrada a quantidade de álcool presente em um litro de água do corpo de um indivíduo que consumiu uma certa quantidade alcoólica, agora basta saber qual a concentração de água por litro de sangue que será possível determinar a concentração de álcool no sangue de um indivíduo a partir da quantidade de álcool ingerida. O que acha?
24 de outubro às 20:26
32. Daniela: O plasma é a parte líquida do sangue, de coloração amarelo palha, composto por água (90%).
<http://www.prosangue.sp.gov.br/artigos/estudantes>
Fundação Pró-Sangue
Você sabia que o sangue é um tecido vivo? Que é formado por quatro componentes básicos? Quando foram feitas as primeiras transfusões de sangue? E, afinal, para que ele serve?
prosangue.sp.gov.br
24 de outubro às 20:28
33. Daniela: Bom, vou considerar que você concorda.
25 de outubro às 11:40
34. Daniela: Então para calcular a quantidade de álcool no sangue basta cacular 90% da fórmula anterior.
25 de outubro às 11:41
35. Daniela: Concorda??

$$Q_{aa} = \frac{A}{0,6 \cdot P}$$

Q_{aa} = Quantidade de álcool na água

P = peso em kg

0,6 = média da porcentagem de água que homens e mulheres tem n corpo (60%)

A = Quantidade de álcool ingerido em gramas

Como temos 90% de água no nosso corpo, basta calcular 90% do valor determinado pela fórmula acima. Para isso vamos multiplicar a fórmula por 0,9 e simplificar.

$$Q_{aa} = \frac{A}{0,6 \cdot P} \cdot 0,9 = 1,5 \frac{A}{P}$$

Assim podemos determinar a quantidade de álcool no sangue (Q_{as}):

$$Q_{as} = 1,5 \frac{A}{P}$$

25 de outubro às 15:43

36. Daniela: Assim nós podemos calcular quanto de álcool uma pessoa terá no sangue depois de ingerí-lo. O ponto agora é o seguinte, essa fórmula considera a quantidade de álcool em gramas e não em mililitros como estamos acostumados, então precisamos transformar a quantidade de álcool em ml para g, eu acho que isso é fácil de fazer por meio de regra de três, o que voce acha?

25 de outubro às 15:45

37. Daniela: O teor alcoólico de uma bebida é a taxa de álcool encontrada por litro de bebida. Por exemplo, o teor alcoólico da cerveja é de aproximadamente 5%, ou seja, a cada 1 litro de cerveja, 0,05 litros é a quantidade de álcool que a compõe. (basta ler o rótulo de uma cerveja comum)

Já a densidade de uma substância é a relação entre a massa da substância por unidade de volume que no caso do álcool é de 0,8 g/ml, ou seja, a cada 1 mililitro temos a massa de 0,8 gramas de álcool.

25 de outubro de 2014 às 21:55

38. Daniela: Com o conhecimento desses conceitos é possível calcular a massa ingerida de álcool a partir da quantidade volumétrica consumida em litros.

Exemplo:

Uma lata de cerveja possui uma quantidade de 350ml e teor alcoólico de 5%. Determine qual a massa de álcool contida nessa lata.

25 de outubro de 2014 às 21:57

39. Daniela:

Para isso utilizaremos a regra de três.

$$\frac{1000(\text{ml}) \text{ de cerveja}}{350(\text{ml}) \text{ de cerveja}} = \frac{50(\text{ml}) \text{ de álcool}}{x}$$

$$x = 17,5(\text{ml})$$

onde x é a quantia de álcool de uma lata (ml).

Para encontrar a massa de álcool usaremos o conceito de densidade.

$$\frac{1\text{ml de álcool}}{17,5\text{ml de álcool}} = \frac{0,8 \text{ gramas de massa}}{y \text{ gramas}}$$

$$y = 14 \text{ gramas de álcool}$$

25 de outubro de 2014 às 22:01

40. Daniela:

Utilizando a função que expressa a concentração de álcool no sangue devido a quantia de álcool ingerida em gramas por uma pessoa de 70 Kg, temos que:

Se essa pessoa tomar uma lata de cerveja de 350 ml ela terá a concentração de álcool no sangue igual a:

$$Q_{a_a}(14) = 0,0208 \times 14$$

$$Q_{a_a}(14) = 0.2912 \text{ g / l}$$

25 de outubro de 2014 às 22:06 ·

41. Daniela: Logo um indivíduo que ingere 1 lata comum de cerveja de 350 ml fica com aproximadamente 0,3 g/l de álcool no sangue.

25 de outubro de 2014 às 22:07

42. Daniela: Uma curiosidade vinho tem 12% de álcool e uísque 40%

25 de outubro de 2014 às 22:08

43. Daniela: O próximo passo é analisar o decrescimento da taxa de álcool no sangue e tentar construir um modelo para determinar em quanto tempo essa quantidade será zero. Precisamos usar a seguinte informação: O organismo elimina, em média, 0,1 g/l de álcool no sangue por hora.

25 de outubro de 2014 às 22:10

44. Daniela: Marissa quer dar alguma contribuição?

25 de outubro de 2014 às 22:12

45. Daniela: ?

26 de outubro de 2014 às 13:56

46. Marissa: Hola. Yo he estado analizando la disminución de la tasa de alcohol en la sangre.

27 de outubro de 2014 às 23:13

Daniela, seguindo com seu argumento, encontrou a informação na Internet, que o sangue de nosso corpo contém 90% de água (linha 32). Então calculou 90% da expressão (linha 34 e 35) para “retirar” a água da fórmula. A fórmula da postagem da linha 35 utiliza a quantidade de álcool ingerida em gramas. Então ela prosseguiu transformando a quantidade de álcool de mililitros para gramas usando regra de três, para ser incorporada na fórmula (linha 36). A seguir, exemplificou essa transformação com uma lata de cerveja (linhas 37-41). Deixou na postagem que o próximo passo seria calcular o decréscimo da taxa de álcool no sangue até atingir zero (linha 43).

Depois de Daniela apresentar seus desenvolvimentos pergunta a Marissa se quer dar alguma contribuição (linha 44). Marissa respondeu, tardiamente, que estava analisando o decréscimo da taxa de álcool no sangue (linha 46).

Esse episódio finaliza deixando ver as tensões de Daniela por não ter respostas de Marissa, que não se conectou ao *Facebook* durante cinco dias. Os silêncios prolongados de Marissa estavam provocando fortes tensões em Daniela que se refletem em expressões contínuas de: “o que acha?” (linha 31, 24/out) e no seguinte dia: “bom, vou considerar que você concorda” (linha 33, 25/out), “concorda?” (linha 35, 25/out), e: “o que você acha?” (linha 36, 25/out). O ponto de maior tensão pode ser esse da linha 44 na expressão: “Marissa, quer dar alguma contribuição?” (linha 44, 25/out), seguido de um: “?”, (linha 45, 26/out) no seguinte dia. Nessa expressão, Daniela deixou ver seu incômodo porque Marissa não estava contribuindo com a tarefa.

Essas expressões foram tomando forma de conflito crítico, pois Daniela estava argumentando em relação a sua proposta e sentindo-se abandonada no desenvolvimento dessa tarefa, mostrando uma narrativa emocionalmente elevada (ver Quadro 2). O próximo episódio mostra o que aconteceu durante o silêncio de Marissa.

As ações desse episódio se resumem em postar informações, propor um modelo e dar um exemplo, também de questionar a participação do outro sujeito, por parte de Daniela. Por um lado, correspondem a desenvolvimentos individuais da tarefa e, por outro, a expressões com conteúdos emocionais elevados.

Episódio 5: A confrontação

Neste episódio, Daniela perguntou a Marissa se ela ia ajudar na tarefa ou se desistira dela e apresentou ao professor a ausência de Marissa, perguntando o que podia fazer nessa situação.

47. Daniela: Marissa o trabalho é para entregar na terça. Você vai me ajudar ou desistiu? O que eu faço nessa situação Professor?
26 de outubro de 2014 às 13:58
48. Professor: Marissa, aconteceu alguma coisa?
26 de outubro de 2014 às 14:21
49. Marissa: Hola, es un poco difícil para mi conectarme los fines de semana porque trabajo en un lugar alejado donde es muy mala la conexión a internet. Pero ya publico lo que he mirado con respecto al tiempo para eliminar el alcohol ingerido.
28 de outubro de 2014 às 00:44

Marissa informou no dia 27 (às 23h13) o assunto que ela estava trabalhando (linha 46) e respondeu essas perguntas desse episódio poucos minutos depois, no dia 28 (às 00h14). Ela então respondeu que o lugar onde ela trabalha o fim de semana tem conexão a Internet lenta, o que explica a sua ausência virtual, e reafirmou que estava analisando o assunto da eliminação do álcool ingerido (linha 49). Tal justificativa expressa que ela não desistira da tarefa. Nessas linhas se aprecia um alto nível de tensão devido ao silêncio de Marissa desde o dia 24 até grande parte do dia 27. As citações dos nomes das pessoas (perfis sublinhados em *Facebook*) são um indicador de uma confrontação, forçando o ausente a responder e o professor a intervir na situação. Este episódio contém expressões de pressão e de impotência (“vai me ajudar ou desistiu?”, linha 47), em que uma das participantes se sente em um beco sem saída, abandonada no processo de modelar, e sente a necessidade da intervenção do professor na situação.

Na educação a distância *online*, e não só na modelagem *online*, podem suscitar-se essas tensões no trabalho em grupo, diante dos silêncios prolongados de algum sujeito, o que se chama de *silêncio virtual* (KALMAN, 2008). Mas a tensão é tanto para Daniela pelo silêncio de sua colega devido a uma data próxima de entrega da tarefa, quanto para Marissa, por não conseguir se conectar à Internet para explicar suas razões e, portanto, não conseguir digerir toda a informação de uma vez para lançar suas opiniões, sugestões e contribuições. Por outro lado, também é uma tensão para os professores, pois a pergunta “o que fazer?” pode ser

considerada uma solicitação de autorização para tirar do grupo a pessoa que permanece em silêncio virtual por um tempo prolongado. A decisão dos professores foi esperar a réplica da Marissa até o último dia, mas que Daniela podia avançar na tarefa.

Ros (2001) indica que, na sua experiência, uma das causas do silêncio virtual foi o desconhecimento da língua dos alunos, pois nesse estudo, na Espanha, o curso incluía pessoal falando espanhol e catalão. Neste caso, observamos que esse não é o problema, pois nos episódios anteriores se visualiza uma comunicação fluida entre os sujeitos e entre os sujeitos e o professor, por serem o português e espanhol línguas semelhantes na sua forma escrita. Temos um *silêncio virtual* involuntário ou uma *pausa virtual prolongada* involuntária por inacessibilidade à Internet. Esta situação reflete uma das características da Educação a Distância *online*, em que se deve ter maior nível de tolerância ante estas situações do que na educação presencial.

As ações deste episódio são de questionamento (em forma de crítica) e desculpa (em forma de defesa), mas com alto nível de tensão.

Episódio 6: As contribuições de Marissa

O dia 27/out Marissa se encontra trabalhando na tarefa, a partir do que foi postado por Daniela no episódio 4 (que faltava calcular a taxa de decrescimento do álcool). Marissa citou Daniela e o professor (sublinhados no texto) para assegurar que eles percebam suas postagens. Ela seguiu seu próprio caminho de análise, provavelmente por não concordar com as sugestões de Daniela.

50. Marissa: Daniela, Professor Para calcular el tiempo podemos usar el concepto de unida de alcohol.
27 de outubro de 2014 Medellín Editado
51. Marissa: Una unidad de alcohol es una medida estándar que supone entre 8 y 13 gramos de alcohol puro
27 de outubro de 2014 às 23:52
52. Marissa: El cuerpo (con condiciones de salud "normales") tarda aproximadamente una hora en eliminar una unidad de alcohol.
27 de outubro de 2014 às 23:54 Editado
53. Marissa: Podemos entonces calcular cuántas unidades de alcohol tiene lo que se ingiera y así determinar el tiempo en que la tasa de alcohol es cero.

27 de outubro de 2014 às 23:54

54. Marissa: pensando el tiempo de eliminación del alcohol:

Según la OMS:
 14,23 gr de alcohol puro \approx 1 UBE
 (Unidad de bebida estándar)

-Además el cuerpo tarda aproximadamente una hora para eliminar 1 UBE
 Podemos determinar la cantidad de UBE según el alcohol puro.

28 de outubro de 2014 às 01:03

55. Marissa: Gramos de alcohol puro:

Gramos de alcohol puro (GAP) = $\frac{\text{cantidad de alcohol} \cdot \text{densidad del alcohol}}{100}$

28 de outubro de 2014 às 01:03

56. Marissa: Volviendo al ejemplo de Daniela: "Uma lata de cerveja possui uma quantidade de 350ml e teor alcoólico de 5%" Determinemos cuánto tarda en eliminar.

• Una cerveza de 350 ml con
Contenido de alcohol del 5%

$$GAP = \frac{350 \cdot 5 \cdot 0,8}{100}$$

$$GAP = 14$$

$$\frac{10,23 \text{ grAP}}{14 \text{ grAP}} = \frac{1 \text{ UBE}}{x}$$

$$x = 1,37 \text{ UBE}$$

28 de outubro de 2014 às 01:06

57. Marissa:

1 UBE se elimina aproximadamente en una hora
1,37 UBE se eliminará en 1,37 horas aproximadamente, es decir 1 hora y 22 minutos aproximadamente

28 de outubro de 2014 às 01:08

58. Marissa: Según esto entonces podríamos determinar el tiempo de eliminación del alcohol ingerido a partir de las unidades de bebida estándar consumidas:

$$t = \text{UBE} \cdot 1 \qquad \text{UBE} = \frac{GAP}{10,23}$$

$$t = \frac{GAP}{10,23} \qquad \text{donde } t = \text{tiempo de eliminación del alcohol ingerido.}$$

28 de outubro de 2014 às 01:10

(//)

Marissa apresentou seus avanços. Isto pode mostrar que efetivamente se encontrava analisando o tema e que agora estava em um lugar que dispõe de conexão adequada à Internet. Ela compartilhou seus resultados por meio das postagens das imagens do já realizado no papel.

O modelo de Marissa utiliza uma Unidade de Bebida Padrão (UBE, sigla em espanhol), que corresponde a 10,23 gramas de álcool puro e indica que o corpo elimina uma UBE em uma hora (linha 54). Também indica a forma de calcular os gramas de álcool puro (linha 55) e exemplifica com uma cerveja de 350 ml, cujo conteúdo de álcool é de 5%, que é eliminado pelo corpo em uma hora e 22 minutos (linhas 56-58).

Enfatizamos também que o horário em que a Marissa está trabalhando (meia-noite) se deve à diferença de fuso horário entre Colômbia e Paraná-Brasil, que é de 3 horas; ou seja, para ela não é a meia-noite, são aproximadamente às 21 horas do dia 27 de outubro.

As ações de Marissa, neste episódio, são de propor modelos que desenvolvem o problema: calcular os gramas de álcool puro de uma lata de cerveja, calcular o tempo em eliminar-se o álcool do corpo por meio das UBE.

Episódio 7: Proposta de apresentação

Marissa, na Colômbia, neste episódio, pensou em suas contribuições para construir a apresentação para o dia seguinte (no fuso horário dela). Ela cita Daniela na conversa propondo-lhe como fazer a apresentação.

59. Marissa: Daniela He publicado lo que realicé. Propongo que nuestra presentación de mañana se oriente así: (estaré al pendiente del facebook todo el día, pues mañana si tengo una conexión estable)
28 de outubro de 2014 Medellín

60. Marissa: Escogiendo el tema:
Primero dialogamos sobre algunos temas sobre los que podíamos trabajar, pensamos en:
a. Resistencias y distancias para el mejoramiento deportivo de los nadadores.
b. Gasto energético de las personas.
c. Expectativa de vida y el cigarrillo.
d. Consumo de alcohol
Después de dialogar decidimos trabajar sobre el consumo de alcohol. Esto porque en Brasil existe la llamada "ley seca" que no puede conducir si ha consumido alcohol, debe tener 0 alcohol en la sangre. Y en Colombia existe una ley muy nueva que ha generado bastantes inconvenientes, y se sanciona desde 20 miligramos de alcohol por cada 100 mililitros de sangre.
28 de outubro de 2014 às 01:31

61. Marissa: Ideas preliminares:

Decidimos concentrarnos en la cantidad de alcohol en la sangre, para ello buscamos unos datos iniciales, como:

El BAC se determina mediante un porcentaje de la masa, la masa por el volumen o bien una combinación de ambos, razón por la cual las cantidades de alcohol en la sangre se expresan en porcentajes. De esta manera, apenas un 0,08% de alcohol ya puede detectarse en la sangre, así como también en el aliento o en la orina de cualquier persona que haya ingerido esta sustancia en un determinado período de tiempo. No obstante, existen factores como el sexo y el peso de una persona, la cantidad de alcohol que se ha consumido o el tiempo que ha transcurrido desde la ingesta, que pueden afectar los niveles que el control de alcoholemia va a registrar.

El organismo elimina, en media, 0,10 g / l de alcohol en la sangre, por hora, y no hay modo de acelerar esto

Básicamente, el cuerpo elimina el alcohol de tres formas elementales: mediante la evaporación, la excreción o la defecación y el metabolismo propio del organismo. Cerca de un 10% del alcohol ingerido es excretado por los riñones, mientras que apenas un 1% se elimina mediante la evaporación, es decir, mediante la respiración, el sudor y las lágrimas. Finalmente, el resto se elimina gracias al metabolismo del hígado.

28 de outubro de 2014 às 01:33

62. Marissa: Algunas discusiones:

A medida que revisamos la información nuestro objetivo se tornó en determinar ¿en cuánto tiempo la cantidad de alcohol en la sangre se reduce a 0?, para esto pensamos en que teníamos que asociar la información que se va a utilizar en el tiempo; así como determinar las variables y procurar reducirlas para obtener un modelo viable o quizás obtener varios modelos de la situación.

Además pensamos en ayudarnos de otros elementos adelantados en este campo.

28 de outubro de 2014 às 01:38

63. Marissa: Posibles modelos:

Al analizar la información pensamos en dos posibles modelos:

Uno para determinar la concentración de alcohol en la sangre a partir de los gramos de alcohol.

Otro para determinar el tiempo de eliminación del alcohol ingerido a partir de las unidades de bebida estándar consumidas.

28 de outubro de 2014 às 01:42

64. Marissa: No se ¿qué te parece?

28 de outubro de 2014 às 01:43

(//)

Nesta proposta de apresentação, aparecem algumas informações sobre os temas pensados inicialmente pelos sujeitos (linha 60), as ideias preliminares que os sujeitos pensaram em analisar (linha 61), o problema e objetivo do trabalho com a simplificação das variáveis (linha 62) e os dois possíveis modelos: um para determinar a concentração de álcool no sangue a partir das gramas de álcool, e o

outro, para determinar o tempo de eliminação do álcool ingerido a partir das unidades de bebida padrão (linha 63).

Observam-se, nesse episódio, ações de proposta sobre como abordar a apresentação expositiva por parte de Marissa.

Episódio 8: A resolução de Daniela

Finalmente, durante a manhã do Brasil, Daniela encontrou as postagens de Marissa, mas ela tinha dado por finalizado o trabalho. Decidiu então enviar os seus *slides* para Marissa, que recebe a tarefa de “entender” os raciocínios de Daniela e de ajudar na apresentação da tarefa perante a aula.

65. Daniela: Marissa, eu já finalizei o trabalho, vou te mandar os slides e voce tenta entender, ficou parecido com o que você está propondo agora, mas eu nao vou ter tempo para mudar nada, hoje a noite você pode me ajudar na apresentação, eu vou postar cada slide como uma imagem e depois a gente fala sobre ela. Ok
28 de outubro de 2014 às 08:25

Essa postagem indica o descontentamento de Daniela consumado em uma decisão radical de deixar tudo do jeito como ela havia pensado. As expressões “eu já finalizei o trabalho” e “eu não vou ter tempo para mudar nada” (linha 65) não dão oportunidades de diálogo ou mudança.

Episódio 9: A exposição

Na exposição final, o grupo apresentou a versão da tarefa desenvolvida por Daniela. Por motivos de espaço apresento aqueles *slides* mais importantes das argumentações sobre o modelo.

Formulação das Hipóteses

Vamos tentar escrever uma expressão que relacione a quantidade de álcool ingerida com a concentração de álcool no sangue em g/l.

Depois da absorção, o sangue distribui o álcool por todos os tecidos e órgãos do corpo. Desta forma para calcularmos a concentração de álcool no sangue devemos primeiro calcular a concentração de álcool por litro de água do corpo de um indivíduo.

A eliminação do álcool pelo corpo é feito pela transpiração, urina e a maior parte pelo fígado.

Slide 1

Como calcular a quantidade de água no corpo de uma pessoa?

A quantidade de água depende da massa corporal e do sexo da pessoa. Para homens equivale a aproximadamente 60% de sua massa e para as mulheres 50%.

Buscando facilitar nossos cálculos vamos procurar uma quantidade média de água por indivíduo que será obtida através da média aritmética das porcentagens das concentrações de água no corpo do homem e da mulher, assim sendo, 55%.

Slide 2

Fazendo essas considerações conseguimos encontrar a concentração de álcool na água (g/l) presente no corpo de um indivíduo após ingerir uma quantidade de álcool (em gramas).

$$Q_{aa} = \frac{A}{0,55 \cdot P}$$

Q_{aa} = Quantidade de álcool na água

P = peso em kg

0,6 = média da porcentagem de água que homens e mulheres tem no corpo (60%)

A = Quantidade de álcool ingerido em gramas

Como temos 90% de água no nosso corpo, basta calcular 90% do valor determinado pela fórmula acima. Para isso vamos multiplicar a fórmula por 0,9 e simplificar.

$$Q_{aa} \cdot 0,9 = \frac{A}{0,55 \cdot P} \cdot 0,9 = 1,6 \frac{A}{P}$$

Slide 3

Assim podemos determinar a quantidade de álcool no sangue (Q_{as}):

$$Q_{as} = 1,6 \frac{A}{P}$$

O próximo passo é analisar o decréscimo da taxa de álcool no sangue e tentar construir um modelo para determinar em quanto tempo essa quantidade será zero. Precisamos usar a seguinte informação: O organismo elimina, em média, 0,1 g/l de álcool no sangue por hora. Logo basta dividir a quantidade de álcool ingerida em gramas por 0,1. Esse comportamento é linear:

$$\left(Q_{as} = 1,6 \frac{A}{P} \right) \div 0,1 = T$$

$$T = 16 \frac{A}{P}$$

Lembrando que T é em horas.

A é a quantidade de álcool ingerida em gramas.

P é o peso da pessoa.

Slide 4

Álcool em gramas

Como encontrar a quantidade ingerida em gramas de álcool, visto que as bebidas alcoólicas vêm graduadas na unidade de litros e que a quantidade líquida da bebida não é composta somente da substância álcool.

Para conseguirmos definir a quantidade alcoólica de uma bebida de litros para gramas, devemos conhecer dois conceitos importantes:

- O teor alcoólico de uma bebida.
- A densidade do álcool.

Slide 5

O teor alcoólico de uma bebida é a taxa de álcool encontrada por litro de bebida.

Quantidade (Volume da bebida)	Graduação de álcool	% de álcool	Volume de álcool	Gramas de álcool (volume x dens.)
Lata de cerveja (350ml)	5°	5 %	17,5 ml	13,8 gramas
Taça de vinho (150ml)	12°	12 %	18 ml	14,2 gramas
Dose destilado (60ml)	40°	40%	24 ml	19,0 gramas

Obs. A densidade do álcool é igual a 0,79 g/ml.

Já a densidade de uma substância é a relação entre a massa da substância por unidade de volume que no caso do álcool é de aproximadamente 0,8 g/ml, ou seja, a cada 1 mililitro temos a massa de 0,8 gramas de álcool.

Slide 6

Exemplo:

Uma lata de cerveja possui uma quantidade de 350ml e teor alcoólico de 5%. Determine qual a massa de álcool contida nessa lata.

Para isso utilizaremos a regra de três.

$$\frac{1000(ml) \text{ de cerveja}}{350(ml) \text{ de cerveja}} = \frac{50(ml) \text{ de álcool}}{x}$$

$$x = 17,5(ml)$$

onde x é a quantia de álcool de uma lata (ml).

Para encontrar a massa de álcool usaremos o conceito de densidade.

$$\frac{1ml \text{ de álcool}}{17,5ml \text{ de álcool}} = \frac{0,8 \text{ gramas de massa}}{y \text{ gramas}}$$

$$y = 14 \text{ gramas de álcool}$$

Slide 7

Utilizando a função que expressa a concentração de álcool no sangue devido a quantia de álcool ingerida em gramas por uma pessoa de 70 Kg, temos que:

Se essa pessoa tomar uma lata de cerveja de 350 ml ela terá a concentração de álcool no sangue igual a:

$$T = 16 \frac{A}{P} = \frac{16}{70} \times 14 = 3,2h$$

Logo, o indivíduo vai ter zero de álcool no sangue aproximadamente 3 horas depois de ingerir um alata de cerveja.

Slide 8

(*Slides* do grupo O Álcool no sangue, 31 de outubro de 2014)

Na exposição do trabalho se visualiza um ambiente de concordância entre as participantes; não se apreciaram expressões de tensão. Marissa apresentou oralmente o trabalho (com som baixo que não ficou registrado no vídeo) e Daniela apoiou com postagens. O *slide 7* mostra que uma lata de cerveja possui 14 gramas

de álcool, o que concorda com o achado por Marissa (linhas 55 e 56). O slide 8 indica que ao beber uma lata de cerveja de 350 ml o álcool vai ser eliminado do corpo depois de 3,2 horas (3 horas e 12 minutos). O resultado obtido por Marissa para o mesmo exemplo é de 1 hora e 22 minutos (1,37 horas) (linhas 56 e 57). As diferenças nos resultados correspondem possivelmente ao dilema não resolvido sobre o modelo de Wismark (se esse modelo refere-se a álcool no sangue ou a álcool diluído na água do corpo) somado ao problema de conexão à Internet, que impediu a discussão. Uma discussão sã teria enriquecido a tarefa, esclarecendo o porquê das diferenças nos procedimentos e resultados.

Nesse grupo observamos principalmente desenvolvimentos individuais dos sujeitos a partir do episódio 4, devido aos problemas de comunicação que produziram um *silêncio virtual* involuntário, dando a ideia de desistência da tarefa. A diferença do fuso horário influenciou também ao impedir encontros síncronos em horários adequados (ao menos o último dia). São então diversos fatores que estavam influenciando nas tensões deste sistema. As expressões de impotência e de pressão de Daniela, diante do silêncio virtual de Marissa, mostram a existência de um beco sem saída (ver Quadro 2). Por outro lado, Marissa teve que aceitar um modelo que ela não desenvolvera, sem oportunidade de discussão. Esse beco sem saída estaria representando uma contradição secundária entre artefatos e objeto, pois a ausência da Internet impediu um trabalho coletivo entre os sujeitos para produzir o objeto (modelo) compartilhado. Mas qual é a contradição? A de estar fazendo modelagem num curso *online*, que tem como requisito dispor de conexão à Internet, e um dos sujeitos não dispor dela durante um tempo que era crucial para trabalhar nessa tarefa de modelagem. Esse *beco sem saída* foi agravado pela tensão do tempo disponível, pois se os sujeitos dispusessem de mais tempo para a tarefa, a situação poderia ter sido remediada, mas emergiram aspectos que dificultaram uma comunicação síncrona. Tampouco se apreciaram expressões de negociação dos sujeitos sobre os aspectos que discordaram, portanto o dilema não foi resolvido. Estes comentários sugerem a existência de outras tensões relacionadas às contradições analisadas, mas nesta análise considere os resultados relevantes para a Educação Matemática e a Educação Matemática *online*.

Daniela tomou a liderança do grupo, desde os primeiros episódios, tentou a comunicação, se manteve firme em sua hipótese e, finalmente, não ofereceu à

colega oportunidades de trabalhar na última hora. Marissa então assumiu os problemas, devido a seu silêncio, aceitando sem reclamar a resolução de Daniela, o que parece uma forma de consentimento para esconder as tensões (mais do que resolvê-las). Na entrevista, Marissa expressou a importância do grupo “ter uma pessoa líder” (Entrevista, 09/12/2014 às 12h30) para ter sucesso em fazer modelagem. Isso pode indicar as razões do consentimento dela diante da liderança de Daniela. Aprecia-se que o grupo levou à frente o problema e uma alternativa de resolução, deixando de lado a situação crítica. Apesar disso, não podemos falar de atividade coletiva nem de objeto compartilhado nesse grupo. O Quadro 5 mostra um resumo dos acontecimentos experimentados neste grupo.

Quadro 5 - Contradições e ações do grupo “O Álcool no Sangue”

Episódio	Tensões/Contradições	Ações
1. Sobre o tema		Tema: O álcool no sangue Informações do tema: - Leis na Colômbia - Leis no Brasil
2. Envolvimento com o tema		Delimitação do problema: encontrar um modelo que permita determinar o tempo de eliminação de álcool ingerido. Informação na Internet (<i>Google, Web</i>) Simplificação das variáveis.
3. Um modelo de concentração de álcool na literatura e um questionamento	Tensões: Diferentes interpretações do modelo postado (dilema) Contradição entre sujeitos e objeto: Interpretações divergentes do modelo a utilizar. Não resolvida	Modelo proposto por Marissa: - Modelo de <i>Widmark</i> : $c = \frac{A}{m \cdot r}$ Questionamentos a esse modelo por parte de Daniela
4. As contribuições de Daniela e o silêncio virtual de Marissa	Tensões: - Silêncio virtual prolongado de Marissa. - Expressões emocionais de impotência de Daniela (Conflito crítico)	Ações individuais de Daniela: - Encontrar o álcool diluído na água do organismo. - Multiplicar por 90% da água (do organismo) - Passar álcool de ml para gramas. - Exemplo da lata de cerveja
5. A confrontação	Tensões: - Sentimento de abandono na tarefa de modelar. Confrontação, pressão (Beco sem saída) Contradição entre artefatos e objeto: inacessibilidade à Internet na educação a distância <i>online</i> . Não resolvida.	Ações de tensão: - Questionar o sujeito ausente sobre possível desistência do trabalho. - Desculpa pela ausência.

Continuação Quadro 5 - Contradições e ações do grupo “O Álcool no Sangue”

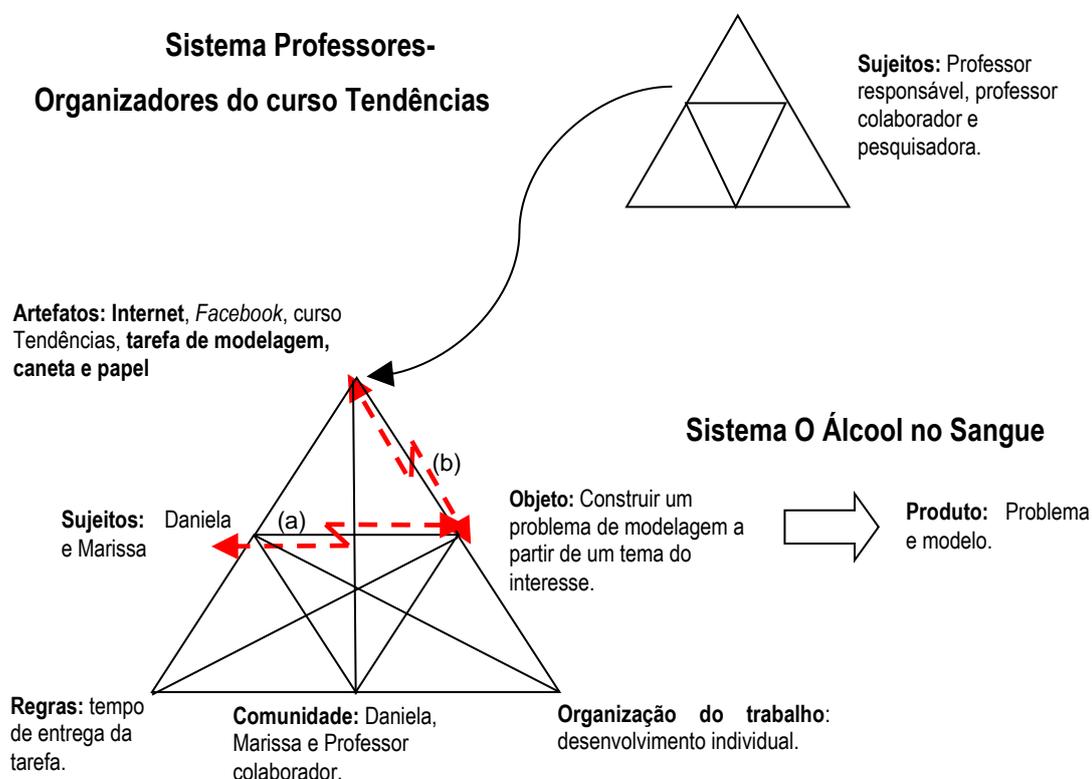
Episódio	Tensões/Contradições	Ações
6. As contribuições de Marissa		Ações individuais de Marissa: - Cálculo de UBE - Cálculo de gramas de álcool puro - Exemplo da lata de cerveja (350ml) - Cálculo de tempo de eliminação do álcool de 350 ml de cerveja.
7. Proposta de apresentação	Não aparece sinal de concordância de Daniela.	Proposta de apresentação da tarefa de Marissa: - Escolhendo o tema - Ideias preliminares - Discussões - Possíveis modelos
8. Resolução de Daniela	Tensões: - Desatenção de Daniela com a proposta de Marissa. - Pressão de Daniela para manter sua proposta.	Daniela resolve enviar seus <i>slides</i> a Marissa e que ela compreenda seu modelo e apresente a tarefa.
9. Exposição	Tensões escondidas por meio de <u>consentimento</u> .	

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

7.5.2 Sistema de Atividade O Álcool no Sangue

Nesse sistema de atividade, um dos sujeitos ficou em silêncio involuntariamente por enfrentar problemas de conexão à Internet no lugar onde trabalhava. Esse silêncio virtual se manteve por vários dias, sendo um fator muito provável de ocorrer na Educação a Distância *online*, ainda hoje. Esse sistema não apresenta atividade coletiva na sua parte final, apenas contribuições individuais, com alguma interação assíncrona, não suficiente para uma produção coletiva acordada por ambas. Entretanto, a causa visível é um problema de comunicação da Internet, impossível de ser resolvido pelos sujeitos, pois é uma causa externa às suas decisões.

Figura 15 – Relação sistêmica entre o Sistema Professores-Organizadores do curso Tendências e o Sistema O Álcool no Sangue



- (a) Contradição secundária entre sujeito e objeto: interpretação de que o modelo se refere ao álcool no sangue versus interpretação de que o modelo refere ao álcool diluído na água do corpo.
- (b) Contradição secundária entre artefatos e objeto: desenvolvimento de modelagem na modalidade *online* versus inacessibilidade à Internet.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

O diagrama da Figura 15 mostra o “Sistema O Álcool no sangue” em interação com o “Sistema Professores-Organizadores do curso Tendências”. A tarefa de modelagem atuou como um instrumento para os sujeitos mobilizarem capacidades de modelagem. Encontram-se duas contradições internas que produziram tensões no sistema: (a) as diferentes interpretações dos sujeitos de um modelo (dilema e conflito crítico) e (b) a contradição movida pela dicotomia *interação* – *silêncio virtual*, produzida pela ausência de conexão à Internet de uma das participantes (beco sem saída).

Sujeitos

Os sujeitos desse grupo foram as professoras Daniela e Marissa, que têm experiência no desenvolvimento de modelagem.

Artefatos

Os artefatos que estão atuando nesse sistema, como em todos os sistemas de atividade que trabalharam no desenvolvimento de modelagem neste estudo, são a Internet, o curso de Tendências, o *Facebook* e a tarefa de modelagem. Alguns deles atuando de modo implícito.

Os artefatos utilizados de forma especial nesse sistema foram a Internet, papel e caneta. Observamos que a Internet foi usada na busca de informações sobre a ingestão de bebidas alcoólicas, que deram conta do envolvimento no tema de ambas as participantes. Elas se apoiaram na Internet para buscar um modelo que representasse os graus de álcool no corpo e outras informações envolvidas. A Internet, por meio do *Facebook*, atuou no processo de comunicação sujeitos-professor e sujeito-sujeito no espaço fechado do *Facebook*. Mas também, a inacessibilidade à Internet (ou sua ausência) por um tempo prolongado provocou uma contração da atividade. Observa-se a utilização de caneta e papel e fotografia postada por uma das participantes.

Comunidade

A comunidade se viu representada pelos sujeitos, Daniela e Marissa, e pelo professor colaborador.

Regras

As participantes decidiram usar o espaço *Facebook* para interagir no desenvolvimento de suas tarefas. O tempo disponível para desenvolver a tarefa afetou também este grupo, e o fuso horário, de três horas de diferença, foi contribuindo nas tensões, tornando mais difícil a interação síncrona entre as participantes.

Organização do trabalho

O trabalho começou com contribuições coletivas das participantes em interação com a Internet e o professor. Mas, quando apareceram as diferenças,

cada participante seguiu seu próprio caminho no desenvolvimento. Esta situação foi agravada pela inacessibilidade à Internet que aprofundou o trabalho individual e as tensões. Finalmente, um dos processos desenvolvidos foi apresentado como resultado do grupo, descartando o outro.

Objeto

O objeto geral do sistema é o de construir um problema de modelagem a partir de um tema de interesse do grupo. As transições do objeto passaram por definir o tema: o álcool no sangue; definir o problema: determinar quanto tempo demora a quantidade de álcool ingerida para chegar a zero; a busca de informações na Internet relativas à ingestão de álcool e a modelos associados; e definir a apresentação da tarefa. Ainda que os primeiros objetos tivessem sido compartilhados por ambas as participantes, os seguintes foram parcialmente compartilhados ou não compartilhados, mostrando um desenvolvimento truncado do sistema, embora tivessem concordado com alguns procedimentos efetuados separadamente. Esses objetos evoluíram em dois produtos para resolver o problema.

Produto

O produto é o problema e os modelos. O problema foi de **determinar quanto tempo a quantidade de álcool ingerida chega a zero**. Os procedimentos seguidos se resumem em:

-Representar a quantidade de álcool em miligramas.

-Dada uma quantidade de álcool ingerida, determinar em quanto tempo essa quantidade chega a zero.

No primeiro processo, para representar a quantidade de álcool em miligramas, as participantes apresentam modelos equivalentes, mas no segundo, apresentam caminhos e resultados diferentes.

7.5.3 *Contradições e tensões*

Nesse grupo se observa primeiro uma tensão entre os sujeitos e seus objetos em forma de dilema, pois os sujeitos apresentam avaliações diferentes do modelo proposto (episódio 3). Um dos sujeitos propôs um modelo interpretando que ele

calcula o nível de álcool no sangue, diante do outro sujeito, que interpretou que esse modelo calcula o sangue diluído na água do corpo, portanto, tem que fazer um processo para tirar a água dessa fórmula. Essa diferente avaliação as levou a desenvolver modelos diferentes em resposta à tarefa. Assim temos interpretações incompatíveis sobre o modelo a usar, um dilema, que não foi resolvido. Esta é uma contradição secundária entre *sujeito e objeto* dada pela diferença de percepção dos sujeitos sobre um modelo a utilizar na tarefa, pois um dos sujeitos mencionou que o modelo refere-se ao álcool no sangue versus o outro, que argumentou que o modelo refere-se ao álcool diluído na água do corpo.

As expressões de tensão entre os episódios foram avançando (de dilema para conflito crítico) até ser um beco sem saída, caracterizado por expressões de pressão e impotência de Daniela, devido ao silêncio virtual de Marissa. Os sujeitos tinham duas alternativas (dois procedimentos) desenvolvidas separadamente, mas apresentaram uma solução não discutida entre eles. Esse beco sem saída pareceu ser mais bem escondido do que resolvido no transcurso da história do grupo, agravado por não dispor de tempo para uma discussão. Também reflete uma contradição surgida entre aspectos da qualidade da conexão a Internet (artefato) e o objeto (fazer modelagem como grupo), impedindo uma interação dialógica que favoreceria o desenvolvimento do sistema. Assim, esse beco sem saída está revelando uma contradição secundária entre *instrumento e objeto*. A contradição é aquela de desenvolver modelagem na modalidade *online* versus a inacessibilidade a Internet, pois a inacessibilidade temporal por parte de um dos sujeitos impediu os diálogos nos momentos em que foram requeridos. No entanto, um desligamento temporal da Internet pode ocorrer em qualquer momento. Estas situações produziram um desenvolvimento separado de seus modelos. Observamos que os participantes, apesar dos impasses, trabalharam e expuseram sua tarefa, ocultando as tensões, para dar cumprimento a uma meta parcial de entrega da tarefa, mas não conseguindo uma atividade coletiva no desenvolvimento dela.

7.5.4 Ciclo de aprendizagem expansiva

Este grupo experimentou questionamentos (episódio 3) entre suas participantes a respeito da interpretação de um modelo proposto para desenvolver o

problema. Uma interpretou que o modelo fazia referência ao nível de álcool no sangue, e a outra, ao nível de álcool diluído na água do corpo. Esta diferença manifestou um dilema. As participantes experimentaram nesse momento uma análise individual da proposta de modelo (episódios 3 e 4), mas elas tiveram uma interpretação diferente e discordaram entre si. A falta de conexão à Internet de uma delas prejudicou sua discussão, então elas seguiram caminhos diferentes de desenvolvimento, dando origem a modelos considerados como contribuições individuais (episódio 4 e 6). Ainda que a exposição mostre um ambiente de concordância entre as participantes, os diferentes modelos desenvolvidos mostram uma *contração do sistema*, por indicar a perda de oportunidades de discutir sobre essas diferenças nos resultados, o que teria enriquecido a tarefa.

As etapas que podemos considerar no ciclo de aprendizagem expansiva são:

- 1) Questionamento em forma de diferenças na interpretação de um modelo proposto (episódio 3).
- 2) Análise parcial das diferenças das participantes na forma de perceber o modelo (episódios 3 e 4).
- 3) Dois modelos desenvolvidos de modo individual. Modelo de Daniela (episódios 4) e modelo de Marissa (episódio 6).
- 4) Exame/avaliação dos modelos (não visível nos dados).
- 5) Implementação do modelo (não visível nos dados).
- 6) Refletindo sobre o modelo e abordagem (no visível nos dados).
- 7) Consolidação do modelo e abordagem (não visível nos dados).

O ciclo de aprendizagem experimentado nesse grupo se encontra truncado, aparecendo apenas as etapas de Questionar e Analisar, pois a etapa de Modelar foi desenvolvida de modo individual. Estas duas etapas não podem representar um potencial ciclo expansivo de aprendizagem, porque a construção de um novo modelo ou *nova forma de fazer* em um sistema é um dos aspectos essenciais no desenvolvimento do ciclo e, neste caso, foram vivenciados de modo individual. Por outro lado, as contradições não se resolveram e as tensões foram escondidas.

Nesse grupo surgiram situações de altas tensões, um dilema, conflito crítico e um beco sem saída. A primeira contradição está dada pela divergência dos participantes na interpretação de um modelo, o que levou os participantes a seguirem caminhos diferentes de desenvolvimento da tarefa. Um ponto que podemos levantar deste caso é que a discussão do assunto divergente não foi feita

com a profundidade que merecia, assim como não foram percebidas expressões de negociação ou reflexão que permitiriam resolver a contradição. A contradição baseada em diferentes interpretações de um modelo tem uma similitude com o narrado por Roth (2013) sobre uma contradição e incerteza entre um modelo matemático e as interpretações gráficas que os sujeitos fizeram desse modelo.

As contradições surgidas não foram resolvidas, mais bem elas foram escondidas, assim este sistema não apresenta uma situação de expansão. O sistema foi evoluindo para desencadear em uma situação de *contração*, apresentando um desenvolvimento mais individual do que coletivo.

Um dos aspectos mais críticos surgidos nesse grupo é o silêncio virtual prolongado de uma das colegas da dupla desenvolvendo modelagem. O silêncio virtual foi o responsável por produzir expressões de impotência e provocar um sentimento de abandono no desenvolvimento da tarefa. Desse modo, a inacessibilidade à Internet foi um fator crítico no desenvolvimento de modelagem na modalidade *online*. Este caso é um exemplo das situações que podem se encontrar quando os artefatos não estão facilitando a interação e discussão na Educação a Distância *online*. Quando um curso *online* é de caráter interativo, a qualidade da comunicação é um elemento crucial para facilitar o desenvolvimento produtivo das tarefas.

7.5.5 Conclusões relativas ao grupo

Esse grupo experimentou manifestações que chegaram a representar um conflito crítico e *beco sem saída*, que não foram resolvidos. Observou-se um desenvolvimento que começou sendo coletivo e acabou sendo individual, encontrando-se discordância entre os caminhos de desenvolvimento escolhidos pelas participantes, mais particularmente, entre as diferentes interpretações de um modelo. Estes aspectos foram agravados pelas diferenças entre fusos horários e o tempo disponível para o desenvolvimento, mas o maior agravante foi a falta de conexão à Internet de uma das participantes. Desta forma, este sistema apresenta uma atividade contraída, ou seja, uma perda das oportunidades de desenvolvimento, fundamentado em um movimento de uma participação coletiva para uma individual e da interação para o silêncio virtual.

7.6 Resumo de resultados

Nesta seção, apresento a dinâmica vivenciada nos grupos fazendo modelagem na modalidade *online*. Esta dinâmica é mostrada no Quadro 6 por meio do resumo das tensões/contradições e sua evolução.

Quadro 6 - Evolução das contradições e suas manifestações

Manifestações	Tensões/ Contradições	Descrição da contradição	Resolução
Dilema e conflito Produto da diferente formação e perspectiva de modelagem dos sujeitos	Sujeitos - objeto	Proposta tipo exercício versus proposta tipo problema. <u>Dicotomia</u> : problema-exercício	Discussão dos pontos de vista contraditórios, reflexão, consentimento em alguns parâmetros e negociação de outros.
Dilema Produto da diferente formação e perspectiva de modelagem dos sujeitos	Sujeitos - objeto	Proposta de “passar o modelo aos alunos” versus “fazer aos alunos desenvolver o modelo”. <u>Dicotomia</u> : fazer desenvolver – passar o modelo aos alunos	Negociação da abordagem pedagógica
(não expressa)	Objeto	Modelo gráfico-algébrico contraditório diante da predição dos dados.	Eliminação do contraditório: Eliminação de modelo contraditório e geração/proposta de modelo mais adequado às predições.
Beco sem saída Produto do pouco tempo disponível para desenvolver a tarefa	Regras - objeto	Tema escolhido é incompatível com o tempo e dados disponíveis.	Eliminação do impossível: Eliminação de tema não factível de desenvolver e proposta de novo tema.
Dilema e conflito Avaliação incompatível dos sujeitos do modelo postado	Sujeitos - Objeto	Diferente interpretação de um modelo por parte dos sujeitos.	Não resolvida
Conflito crítico e Beco sem saída Produto do silêncio virtual de um dos sujeitos	Objeto - artefatos	Ser parte de um curso interativo versus inacessibilidade à Internet. <u>Dicotomia</u> : interatividade – silêncio virtual	Não resolvida. Consentimento para encobrir as tensões.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

7.6.1 Grupo Operadoras de Telefonia Celular

Neste grupo emergiram duas contradições internas. Relato-as a seguir, assim como a sua evolução.

- Contradição secundária entre sujeito e objeto: Foi causada pelas diferentes formas de ver modelagem dos sujeitos e sua divergente formação (matemática aplicada/ educação matemática). A contradição foi manifestada em forma de dilema e conflito, devido à existência de avaliações incompatíveis sobre as características de um problema de modelagem (dilema), e logo, por expressões de crítica, defesa e argumentação mútua de suas propostas (conflito). A contradição foi resolvida por meio da discussão dos diferentes pontos de vista, da reflexão dessa discussão, do consentimento em assuntos em que o outro sujeito é mais experiente e da negociação de alguns parâmetros.
- Contradição secundária entre sujeito e objeto: Foi causada pela diferente forma de pensar em integrar o modelo à aula (abordagem pedagógica). Esta contradição foi manifestada em forma de dilema pela existência de pontos de vista opostos a respeito de como integrar o modelo na aula. Foi resolvida por meio da negociação da construção de uma abordagem misturada, relativa a ambas as perspectivas dos sujeitos (matemática aplicada/educação matemática).

Os fatores influentes nos avanços dos processos de modelagem foram: o interesse dos participantes em escolher o seu tema; e a Internet, que atuou propondo os dados que deram vida aos modelos.

7.6.2 Grupo O Facebook no Brasil

O grupo O Facebook no Brasil registrou poucas tensões, pelo fato de relatar os acontecimentos depois de já resolvidos. No entanto, se levou em conta que os sujeitos relataram aquelas situações que acharam importante descrever dentro das ocorrências no desenvolvimento de modelagem.

- Tensão (beco sem saída) entre regras (tempo para fazer a tarefa) e objeto (tema escolhido): Foi provocada porque os sujeitos não tiveram o tempo adequado para desenvolver o primeiro tema escolhido. Esta tensão não é

claramente manifestada nos dados, mas mostra-se como um beco sem saída, visto que os sujeitos expressaram que foi uma situação difícil em relação à pressão do tempo e dados disponíveis (não tiveram outra opção). Esta tensão foi resolvida por meio da eliminação do tema escolhido e da proposta de um novo tema mais adequado.

- Tensão no objeto: Foi visualizada quando os modelos propostos pelo *software Geogebra* se contradiziam com os dados de predição da realidade. Esta tensão não teve manifestação clara e foi resolvida por meio da eliminação sucessiva dos modelos contraditórios e a geração de novos modelos mais adequados às previsões.

Os fatores influentes nos processos de modelagem foram: O interesse no tema escolhido (o *Facebook*) permitiu aos sujeitos procurar informação de seu gosto e propor variáveis para compor o modelo a construir. Por outro lado, a Internet atuou fornecendo os dados necessários na fase de coleta de dados para a construção das tabelas e, o *Geogebra*, participou propondo modelos a partir dos dados das tabelas num processo sucessivo de proposta e revisão em relação às predições para o modelo.

7.6.3 Grupo O Álcool no Sangue

O grupo O Álcool no sangue teve momentos de interação fluida e construtiva nos primeiros momentos do desenvolvimento de modelagem. Os problemas surgiram quando o grupo apresentou avaliações divergentes sobre um modelo, e depois os problemas se agravaram pelo silêncio virtual de um dos sujeitos. As contradições surgidas neste grupo foram:

- Contradição secundária entre sujeito e objeto: Foi manifestada como um dilema e conflito pelos diferentes pontos de vista do modelo postado (dilema) e pelas críticas e argumentação sobre suas diferenças (conflito). Esta contradição não foi resolvida.
- Contradição secundária entre artefato e objeto: Foi causada pela má qualidade da conexão à Internet, o que impediu a comunicação entre os sujeitos para discutir sobre as suas diferenças e desenvolver em conjunto sua tarefa como um coletivo. Esta contradição não foi resolvida, mas foi escondida por meio do consentimento de uma na proposta da outra.

Esse grupo apresentou um desenvolvimento individual das tarefas, por causa da impossibilidade de se comunicar nos momentos cruciais para desenvolvê-lo. Desenvolveram-se, de modo individual, dois procedimentos para calcular o tempo que determinada quantidade de álcool demora em ser absorvida pelo corpo, com algumas similitudes.

A Internet, por um lado, forneceu as primeiras informações que permitiram o envolvimento dos sujeitos com o tema. Mas também, a ausência da Internet impediu a atividade coletiva dos sujeitos para desenvolver modelagem. Observamos então a importância da Internet na intercomunicação entre os participantes ao desenvolverem modelagem na modalidade *online*.

8. CONCLUSÕES E DISCUSSÃO

Neste estudo, modelagem matemática é entendida como uma abordagem pedagógica na qual os alunos, em grupos, escolhem um tema do seu interesse para desenvolver e, a partir desse tema, propõem um problema. Esta perspectiva de modelagem apresenta características que estão em concordância com as de uma aprendizagem na Teoria da Atividade. A aprendizagem na Teoria da Atividade não é um processo de reprodução de conteúdos, mas uma aprendizagem coletiva, de discussão, na qual os alunos aprendem num processo dialético mediado pelo seu mundo e orientado para o objeto, resolvendo as contradições que emergem. Da mesma forma, em modelagem os alunos aprendem num processo coletivo, engajados em um tema de seu próprio interesse, escolhido por eles, e propõem um problema que visualizem no seu entorno, resolvendo-o com a ajuda das tecnologias digitais e do professor.

Esta pesquisa permitiu estudar Modelagem Matemática na modalidade *online* e a Teoria da Atividade para responder à pergunta: Como ocorrem os processos de modelagem em um curso de extensão *online*, segundo a Teoria da Atividade? A resposta à pergunta se dá pelos eventos que emergiram deste estudo e produziram movimentos de *expansão* ou de *contração*. Nos processos de modelagem *online*, emergiram situações de tensão que manifestaram contradições. Estas contradições foram energizadas por dicotomias presentes nos sistemas que produziram movimentos.

Embora diversos resultados surgidos nesta pesquisa tenham sido discutidos enquanto se fazia o relato deles, apresento as conclusões e discussão dos resultados que considero mais relevantes. Neste estudo, emergiram contradições nos sistemas enquanto os professores propunham um problema de modelagem e o desenvolviam. Nessas contradições, geralmente apareciam situações opostas que possibilitaram movimentos de transformação em modelagem, os quais são mencionados a seguir.

Os sujeitos, organizados em grupos e desenvolvendo modelagem no grupo Operadoras de Telefonia Celular, tinham em geral aspectos comuns. Eram professores de matemática, participando de um curso *online* em formação continuada sobre os temas de modelagem e aplicações. Dentro dessas similitudes,

o grupo, com membros que tinham formas opostas de ver modelagem, evidenciou tensões em forma de dilema, evoluindo para uma situação de conflito no momento de construir o problema. O professor com formação em Matemática Aplicada via um problema como um exercício, de estilo fechado, em que o aluno teria que usar um modelo para chegar a um resultado concreto, enquanto o professor com formação na Educação Matemática via um problema como uma situação “mais aberta” que incluía discussão dos alunos em grupos. Nesta situação, a dicotomia *problema-exercício* foi criando movimento no sistema, pois esta interpretação oposta da noção de problema energizou a discussão dos professores, e os levou de uma proposta fechada de problema a o desenvolvimento de uma proposta aberta. A discussão que surgiu nesse sistema, junto com a reflexão, o consentimento e a negociação, permitiu ver o problema de uma forma mais rica, transformando uma proposta fechada em uma mais aberta. Assim houve um movimento na forma de ver um problema de modelagem dos professores participantes desse grupo.

Do mesmo modo, os contextos diferentes dos professores produziram um dilema ao trazer formas opostas de integrar o modelo na sala de aula, produzindo choques entre os professores. A dicotomia, nesta situação, foi: *fazer desenvolver o modelo – passar o modelo aos alunos*, duas perspectivas opostas de uma abordagem pedagógica. Os professores, por meio da negociação, construíram uma abordagem pedagógica misturada, na qual os alunos teriam que discutir, em grupos, sobre o tema e, por meio de modelos em evolução, seriam apoiados pelo professor até desenvolver seus próprios modelos. Observou-se, na discussão, que os professores concordavam com a necessidade de conhecer abordagens inovadoras (assunto percebido na apresentação inicial do curso), mas um deles defendia sua prática tradicional, assunto também observado por Goodchild e Jaworski (2005), o que pode mostrar quão enraizadas encontram-se as práticas docentes nos professores de matemática. Nessa experiência, as tensões emergiram no momento dos professores agirem numa tarefa prática, pois alguns deles pensaram em modelagem segundo a prática que eles aprenderam ou a prática que eles vinham reproduzindo ao longo do tempo (CUNHA, 1989). Esta prática foi transformada ao se integrar o princípio de “fazer desenvolver” em lugar de “passar o modelo aos alunos”. Os processos de discussão, reflexão, negociação e consentimento dos professores, aparecidos neste estudo, foram uma maneira de eles se envolverem

em uma *nova forma de fazer*, dando-lhes a oportunidade de refletir sobre a sua prática.

O grupo de Operadoras de Telefonia Celular ficou travado no processo de criar um modelo. O professor os fez pensar nos motivos e interesses que eles tiveram para escolher esse tema. Então, os participantes pensaram na importância de saber escolher uma determinada operadora de telefonia celular e delimitaram seu problema a determinar a operadora que oferecesse o melhor custo/benefício para o usuário. Da mesma forma, pensaram nas variáveis que eram importantes para eles na escolha da melhor opção, como: custo de ligação à mesma companhia, custo de ligação para outra companhia, qualidade da ligação, etc. Em seguida, usando algumas dessas variáveis, construíram um modelo inicial que os guiaria ao desenvolvimento da situação. Em conclusão, os motivos e interesses impulsionaram a delimitação do problema, a proposta de variáveis e a obtenção de um modelo básico no processo de modelagem *online*.

O grupo O *Facebook* no Brasil ficou travado num *beco sem saída* no seu tema inicial sobre a falta de água no Brasil, por não encontrar dados adequados para desenvolver o seu tema, considerando que precisariam mais tempo do que o disponível para resolvê-lo. Assim, eles mudaram para o tema do *Facebook*, que bateu fortemente no interesse dos sujeitos. Então, o interesse no tema escolhido atuou impulsionando o processo de busca de informação, o qual lhes forneceu dados para compor seu problema. Também os seus resultados foram contrastados com informações produzidas na Internet. Assim o interesse no tema escolhido agiu como um impulsionador do processo de modelagem. Essa perspectiva de modelagem, que promove a escolha do tema a desenvolver segundo o interesse dos participantes, traz consigo um impulsionador para o engajamento dos alunos no desenvolvimento de modelagem. Os participantes não memorizaram conteúdos nem operaram com números sem sentido, pelo contrário, encontraram informação do seu interesse com dados reais, e construíram coletivamente um problema achando resultados coerentes no contexto analisado. Isso se resume em ações inovadoras que podem fazer parte de um potencial ciclo de aprendizagem expansiva.

As tecnologias tiveram uma intensa participação no desenvolvimento de modelagem, em concordância com as apreciações de Mill et al. (2010) quando se referem à intensificação do uso das tecnologias na educação a distância *online*. Da mesma forma, na pesquisa de Malheiros (2008), observou-se uma intensa

participação das tecnologias em todo o processo de elaboração de projetos de modelagem. Neste estudo, a Internet entregou as informações necessárias aos sujeitos, geralmente por meio do *Google*, para a construção de tabelas de dados, e informações para o envolvimento com o tema. O *Geogebra* atuou “propondo modelos”, tanto gráficos quanto algébricos, a partir dos dados das tabelas. Os professores participantes compararam os modelos propostos (pelo *Geogebra*) e os dados de predição (obtidos da Internet) para avaliar seus resultados. A Internet também, por meio dos dados que disponibilizou, atuou “dando vida” aos modelos propostos, permeando seu aperfeiçoamento posterior. Essas ações correspondem a *feedbacks* fornecidos pelas tecnologias, as quais adotaram papéis fundamentais no desenvolvimento de modelagem, influenciaram nas decisões dos participantes e nos resultados de cada grupo, atuando mais como parceiros com *agency* do que como artefatos, ou seja, com poder de ação no desenvolvimento de processos fundamentais na tarefa de modelar. Isto está em coerência com o encontrado por Souto e Borba (2015), em que as tecnologias atuaram como agentes mobilizadores, fazendo os sujeitos saírem na busca do novo. Por outro lado, o fato de os participantes compararem seus resultados com dados de previsão da Internet permitiu o desenvolvimento do sentido crítico nos sujeitos, pois eles teriam que compreender a coerência dos modelos propostos pelas mídias e a sua previsão na realidade, assunto também encontrado em Borba, Villarreal e Soares (2016).

Esses resultados podem significar que as tecnologias atuaram como agentes que podem reorganizar o pensamento em processos de modelagem, em uma participação de Seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL; SOARES, 2016), pois sem esses *feedbacks* oferecidos pelas mídias, com ações de modelar gráfica e algebricamente e de “dar vida aos modelos”, os caminhos de modelagem poderiam ter-se truncado ou possivelmente teriam sido qualitativamente diferentes.

Outras observações neste estudo mostram que a experiência de modelar foi gerando tensões nos sujeitos quando um modelo em forma de função foi contraditório a respeito das previsões da realidade. Nesse processo, os sujeitos possivelmente experimentaram tensões, que não foram expressas no mesmo momento, mas foram relatadas depois de finalizada a tarefa. Essa situação poderia refletir uma tensão ao obterem-se modelos contraditórios em relação aos dados da previsão. Uma contradição semelhante foi vivenciada por Roth (2013) quando cientistas experimentaram uma contradição e um sentimento de incerteza entre o

modelo matemático encontrado e as interpretações gráficas que eles fizeram desse modelo. Este tipo de tensão pode ser muito comum quando os sujeitos (ou as mídias) propõem modelos, que logo precisam ser criticamente analisados, aperfeiçoados, modificados ou descartados. Esses processos não devem ser vistos como situações indesejáveis ou erradas dos participantes, pois os alunos aprendem na prática analisando, modelando e avaliando seus modelos. Esta tensão (ou possível contradição) não apresentou manifestações, possivelmente pelo assunto notado por Bonneau (2013). Ela percebeu, a partir da literatura, que geralmente as contradições primárias não apresentam manifestações claras. A eliminação dos modelos contraditórios, em relação às previsões, foi uma forma de resolver essas tensões, processo que chamei de *eliminação do contraditório*.

O silêncio virtual (KALMAN, 2008) de uma das participantes trouxe à sua parceira uma sensação de se encontrar num *beco sem saída*, sentindo-se abandonada na tarefa de modelar. O curso de Tendências tem um caráter interativo, portanto, momentos de silêncio prolongado de alguns dos participantes em horas cruciais pode trazer sentimentos de impotência nos sujeitos, surgindo a dicotomia *interação - silêncio virtual*, fazendo que os participantes se sintam como em um *beco sem saída*. No entanto, um silêncio virtual pode se apresentar inesperadamente. A inacessibilidade à Internet é um problema externo aos participantes do curso, que sempre pode se apresentar no ensino *online*. Ainda que geralmente disponha de uma conexão de alta velocidade, o participante se mobiliza em diferentes locais (trabalho, escola, faculdade e rua), sendo imprevisível assegurar a qualidade da conexão no momento em que se demanda do sujeito alguma resposta em relação a uma tarefa. O silêncio virtual encontrado neste trabalho tem um caráter involuntário, ou seja, o sujeito não pôde se manifestar, devido a um fator externo a sua vontade, em particular, por causa da indisponibilidade da conexão a Internet (ou sua baixa qualidade).

Neste grupo uma participante falava a língua portuguesa e a outra a espanhola, mas não foi a dificuldade de entender outra língua que produziu as tensões, como é o caso encontrado em Ros (2001), pois nenhuma tensão apareceu por terem as participantes língua materna diferente (e não conhecer uma a língua da outra), o que nos faz pensar que a linguagem escrita (usada na modalidade *online*) apresenta uma facilidade em relação à língua falada, possivelmente pela ajuda dos tradutores *online* ou mesmo do *Facebook*, que oferece uma tradução quando

percebe postagens em uma língua diferente da configuração do perfil do usuário. Esta facilidade rompe as barreiras idiomáticas e promove a interação por meio da Internet. Voltando à causa do silêncio neste estudo, podemos apreciar a importância da Internet (e a sua qualidade/velocidade de conexão) na educação *online*, pois sua ausência (ou má qualidade) pode gerar graves tensões.

Os professores dispunham de duas semanas para propor um problema de modelagem e desenvolvê-lo, mas alguns consideraram pouco o tempo oferecido. Isto, junto com a dificuldade em encontrar dados adequados para o seu tema escolhido, foi fazendo os professores sentirem-se em um *beco sem saída*. Esta sensação foi experimentada por não terem opção de desenvolvimento do tema escolhido, sendo necessário voltar por esse caminho para se aventurarem em outro. A limitação do tempo disponível para desenvolver a tarefa de modelagem foi um fator que produziu tensões nos grupos participantes. Mas, lembremos que o tempo para desenvolver modelagem é imprevisível, sendo um dos motivos de obstáculo ou resistência para desenvolver modelagem nas escolas, segundo Silveira e Caldeira (2012). Neste estudo, uma análise da situação (em relação ao tempo e dados disponíveis) foi revelando a inviabilidade de levar adiante o tema, e a necessidade da tomada de decisão de eliminar essa alternativa impossível de realizar, estratégia que neste estudo chamo de *eliminação do impossível*. Em contrapartida, uma vez mudado o tema para um de maior interesse, a possibilidade de escolher um tema atuou como um *energizador* do processo de modelagem, fazendo superar a dificuldade do tempo perdido no desenvolvimento do tema anterior.

Em pesquisas em Educação Matemática e Teoria da Atividade encontram-se resultados em que as *contradições* (SOARES; SOUTO, 2014), situações de *colapso* (WILLIAMS; GOOS, 2013), *tensões* e *estagnações* (SOUTO; BORBA, 2015) produziram movimentos nos sistemas de atividade, que, em alguns casos, contribuíram para uma aprendizagem expansiva. A presente pesquisa encontrou situações de dilema, conflito, conflito crítico e *beco sem saída* quando professores de matemática se encontraram em processos de modelagem em um curso de extensão *online*. Essas situações de tensão trouxeram uma transformação no sistema que impulsionou uma aprendizagem expansiva no processo de modelagem.

Por fim, os principais resultados que se apresentaram como fatores impulsionadores de modelagem, encontrados neste estudo, foram: a discussão das dicotomias presentes no sistema, as tecnologias digitais atuando como parceiros

dos sujeitos, com poder de ação (*agency*), e a possibilidade de os participantes escolherem um tema de interesse para desenvolver. As discussões foram uma oportunidade para os professores debaterem aspectos enraizados na sua prática tradicional que se chocaram com uma prática inovadora. Assim, a discussão permitiu movimentos de uma prática tradicional e cotidiana do professor para uma inovadora em fazer modelagem, atuando, assim, a discussão, como um impulsionador do processo de modelagem. As tecnologias atuaram impulsionando o processo de modelagem ao fornecer *feedbacks* mais como parceiros com *agency* do que como artefatos. A possibilidade de escolha de um tema de interesse atuou *energizando* o processo de modelagem, levando os participantes a resolverem os impedimentos surgidos neste processo.

Os momentos experimentados pelos grupos analisados neste trabalho, que mostraram situações de expansão, revelaram as primeiras etapas de um ciclo expansivo de aprendizagem. As etapas vivíveis foram: Questionar, Analisar, Modelar, Examinar/Avaliar e Refletir. No ciclo experimentado não aparecem as etapas Implementar e Consolidar, propostas por Engeström. Ainda a etapa Refletir não se refere a uma reflexão sobre uma nova prática já implementada, e sim a um planejamento de como poderia ela ser integrada nas aulas, tomando assim uma nova definição. Os questionamentos aparecem, nos dados desta pesquisa, ao momento de um sujeito propor um tema, um problema ou parâmetros iniciais de um modelo. Assim, os questionamentos podem emergir em diferentes fases do desenvolvimento de modelagem. Por outro lado, as contradições ou tensões apareceram em diferentes etapas do ciclo de aprendizagem, por exemplo, na etapa de Questionar ou de Modelar. Os processos experimentados neste estudo dão conta de ações que corresponderiam a movimentos de uma potencial aprendizagem expansiva.

O surgimento das tensões ou contradições e a sua resolução foram fatores impulsionadores do desenvolvimento de modelagem na modalidade *online*, em concordância com o assinalado por Engeström (1987) que as contradições internas são oportunidades de desenvolvimento do sistema. Mas também, quando a tensão ou contradição não foi resolvida, experimentou-se uma *contração* do sistema. Assim, as dicotomias emergentes das tensões atuaram como motores produzindo movimento de expansão ou de contração nos sistemas.

A Teoria da Atividade é uma teoria em desenvolvimento, portanto, os resultados desta pesquisa abrem caminhos para futuros estudos que integrem Modelagem Matemática e a Teoria da Atividade. Em particular a forma de conduzir a análise abre caminhos para pesquisas que optem pela Teoria da Atividade. A noção de poder de ação das mídias, em projetos de modelagem contribui para a o entrelaçamento da noção de Seres-humanos-com-mídias, a modelagem vista como estratégia pedagógica e a Teoria da Atividade. Esta pesquisa mostra possibilidades de pesquisa tanto em Educação Matemática, em particular Modelagem, quanto em Tecnologias Digitais, uma vez que dela podem emergir elementos influentes que produzam movimentos expansivos. Abre-se a possibilidade de usar esta teoria para influenciar a ocorrência desses movimentos nas velhas práticas docentes, comumente enraizadas nos professores de matemática.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. *Modelagem Matemática na Educação Básica*. Contexto ed. [S.l: s.n.], 2012.
- ARAÚJO, J. L. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2009. 2, p. 55–68.
- ARAÚJO, J. L.; SANTOS, M.; SILVA, T. Identificando o(s) Objeto(s) em Atividade(s) de Modelagem Matemática. In: X ENEM - ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7 jul. 2010, Salvador - Bahia. *Anais...* Salvador - Bahia: [s.n.], 7 jul. 2010.
- ARRIETA, Jaime; DÍAZ, Leonora. Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 2015. 1, p. 19–48.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e os Professores: a questão da formação. *Bolema. Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro - SP, 2001. , p. 5–23.
- BASSANEZI, R. *Ensino e aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia*. São Paulo, Brasil: Contexto, 2002.
- BEHREND, M. Engeström's Activity Theory as a tool to analyse online resources embedding academic literacies. *Journal of Academic Language & Learning*, 2014. 1, p. A109–A120.
- BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de Modelagem matemática na educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. *Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2009. 2, p. 7–32.
- BLUM, W. Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? In: CHO, S. J. (Org.). . *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*. Cham: Springer International Publishing, 2015. p. 73–96. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-12688-3_9>. Acesso em: 24 nov. 2016.
- BLUM, W.; LEIß, D. How do students and teachers deal with modelling problems? In: HAINES, C. *et al.* (Org.). . *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics*. ICTMA. [S.l.]: Woodhead Publishing, Ltd, 2007. .
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.
- BONNEAU, C. Contradictions and their concrete manifestations: an activity-theoretical analysis of the intra-organizational co-configuration of open source software. In: THE 29TH EGOS COLLOQUIUM, 2013, [S.l: s.n.], 2013.

- BORBA, M. C. Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção matemática. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, I., 2002, Curitiba. *Anais...* Curitiba: SBPEM, SBEM, 2002. p. 135–146.
- BORBA, M. C. Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização do Pensamento. In: BICUDO, M. A. V. *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 285–295.
- BORBA, M. C. *Um estudo de Etnomatemática e sua incorporação na elaboração de uma proposta pedagógica para o “Núcleo-escola” da Favela da Vila Nogueira-São Quirino*. 1987. 265 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro - SP, 1987.
- BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; AMARAL, R. B. *Educação a Distância online*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. *Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. New York: Springer, 2005. v. 39.
- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M.; SOARES, D. S. Modeling Using Data Available on the Internet. In: HIRSCH, C. R.; MCDUFFIE, A. R. *Mathematical Modeling and Modeling Mathematics*. Annual Perspectives in Mathematics Education. United States of America: NCTM National Council of Teachers of Mathematics, 2016. p. 143–152.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. Pesquisas em Informática e Educação Matemática. *Dossiê: A Pesquisa em Educação Matemática no Brasil*, v. 36, p. 239–253, 2002.
- BURAK, D. *Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino da Matemática na 5ª série*. 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, 1987.
- CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática: um outro olhar. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v. 2, n. 2, p. 33–54, jul. 2009.
- COLE, M. *Psicologia cultural: Una disciplina del pasado y del futuro*. Ediciones Morata ed. España: [s.n.], 1999.
- CORDERO, F. La modellazione e la rappresentazione grafica nell’insegnamento-apprendimento della matematica. *La Matematica e la sua Didattica*, 2006. 1, p. 59–79.
- DALLA VECCHIA, R. *A Modelagem Matemática e a Realidade do Mundo Cibernético*. 2012. 275 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2012.
- DANIELS, H. *Vygotsky e a Pedagogia*. São Paulo, Brasil: Edições Loyola, 2003.

ENGESTRÖM, Y. Activity Theory and expansive design. *Theories and practices of interaction design*, 2006. , p. 3–24.

ENGESTRÖM, Y. Activity Theory as a framework for analyzing and redesigning work. *Ergonomics*, v. 43, n. 7, p. 960–974, 2000.

ENGESTRÖM, Y. *et al.* Change Laboratory as a tool for transformation work. *Lifelong Learning in Europe*, v. 1, n. 2, p. 10–17, 1996.

ENGESTRÖM, Y. Expansive Learning at Work: Toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of Education and Work*, 2001. 1, p. 133–156.

ENGESTRÖM, Y. Expansive Visibilization of Work: An Activity-Theoretical Perspective. *Computer Supported Cooperative Work*, v. 8, p. 63–93, 1999.

ENGESTRÖM, Y. *Learning by Expanding: an activity-theoretical approach to developmental research*. versão online ed. Hesinki: Orienta-Konsultit, 1987. Disponível em: <<http://lchc.ucsd.edu/mca/Paper/Engestrom/Learning-by-Expanding.pdf>>. Acesso em: 21 ago. 2014.

ENGESTRÖM, Y.; SANNINO, A. Discursive manifestations of contradictions in organizational change efforts. *Journal of Organizational Change Management*, 2011. 3, p. 368–387.

ENGESTRÖM, Y.; SANNINO, A. Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges. *Educational Research Review*, 2010. , p. 1–24.

ENGLISH, L. Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 29, n. 1, p. 83–106, 1998.

FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido*. 1. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1968.

GALLEGUILLOS, J. A atuação do professor na Educação Matemática online. In: XVIII EBRAPEM - ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 18, 2014, Recife. *Anais...* Recife: SBEM, 2014. p. 1–12.

GALLEGUILLOS, J. Modelagem matemática online: o papel do professor. In: XVII EBRAPEM - ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Vitória - ES. *Anais...* Vitória - ES: [s.n.], 2013. p. 1–8.

GAZZETTA, M. *A Modelagem como estratégia de ensino da Matemática em cursos de aperfeiçoamento de professores*. 1989. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro - SP, 1989.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais*. 3a. ed. Rio de Janeiro: Record, 1999.

GOODCHILD, S.; JAWORSKI, B. Using contradictions in a teaching and learning development project. In: PROCEEDINGS OF DE 29TH CONFERENCE OF THE

INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 2005, Melbourne. *Anais...* Melbourne: PME, 2005. p. 41–48.

GRACIAS, T. A. *A natureza da reorganização do pensamento em um curso a distância sobre Tendências em Educação Matemática*. 2003. 165 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2003.

HARDMAN, J. An Activity Theory approach to surfacing the pedagogical object in a primary school mathematics classroom. *Critical Social Studies*, v. 1, p. 53–69, 2007a.

HARDMAN, J. An exploratory case study of computer use in a primary school mathematics classroom: new technology, new pedagogy? *Perspectives in Education*, v. 23, n. 4, p. 1–13, 2005.

HARDMAN, Joanne. Making Sense of the Meaning Maker: tracking the object of activity in a computer-based mathematics lesson using activity theory. *International Journal of Education and Development using Information and Communication Technologies*, 2007b. 4, p. 111–130.

HATCH, M. J. Irony and the social construction of contradiction in the humor of a management team. *Organization Science*, v. 8, n. 3, p. 275, 1997.

HERMÍNIO, M. H.; BORBA, M. C. A Noção de Interesse em Projetos de Modelagem Matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, 2010. 1, p. 111–127.

HOLZKAMP, K. *Lernen. Subjektwissenschaftliche Grundlegung*. Frankfurt: M: Campus, 1993.

IL'ENKOV, E. V. *The Dialectics of the Abstract and the Concrete in Marx's Capital*. Progres Publishers ed. Moscow: [s.n.], 1982. Disponível em: <<http://www.marxists.org/archive/ilyenkov/works/abstract/index.htm>>. Acesso em: 20 jan. 2015.

JUNIOR, P. DE C. *Podcasts no ensino de Alemão como Língua Estrangeira: um estudo do impacto de uma nova tecnologia*. 2011. 175 f. Dissertação (Mestrado em Letras) – PUC, Rio de Janeiro, 2011. Disponível em: <http://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/22783/22783_1.PDF>. Acesso em: 20 jan. 2015.

KAISER, Gabriele; SRIRAM, B. A Global Survey of International Perspectives on Modelling in Mathematics Education. *The International Journal on Mathematics Education*, London, England, 2006. 3, p. 302–310.

KALMAN, Y. M. Silence in Online Education: The Invisible Component. In: LEARNING IN THE TECHNOLOGICAL ERA, 2008, [S.l.]: Raana: The Open University of Israel, 2008. p. 53–59.

KUUTTI, K. Activity Theory as a Potencial Framework for Human-Computer Interaction Research. In: NARDI, A. (Org.). *Context and Consciousness: Activity Theory and Human-Computer Interaction*. MIT Press ed. Cambridge, MA: [s.n.], 1996. p. 17–44.

LANGEMEYER, I. Contradictions in Expansive Learning: Towards a Critical Analysis of Self-dependent Forms of Learning in Relation to Contemporary Socio-technological Change. *Forum: Qualitative Social Research*, v. 7, n. 1, 2005.

Disponível em: <<http://www.qualitative-research.net/index.php/fqs/rt/printerFriendly/76/155>>.

LEONTIEV, A. N. *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LEONTIEV, A. N. The problem of activity in psychology. In: WERTSCH, J. V. (Org.). *The concept of activity in Soviet psychology*. [S.l.]: Sharpe, 1979. .

LEONTIEV, A. N. The Problem of Activity in Psychology. In: WERTSCH, J. V. *The concept of activity in soviet psychology*. New York: M. E. Sharpe. Inc, 1981. .

LÉVY, P. *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

MALHEIROS, A. P. S. *Educação Matemática online: a elaboração de projetos de Modelagem*. 2008. 186 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2008.

MALTEMPI, M. V.; MALHEIROS, A. P. S. Online distance mathematics education in Brazil: research, practice and police. *ZDM Mathematics Education*, v. 42, p. 291–303, 2010.

MEISHAR-TAL, H.; KURTZ, G.; PIETERSE, E. Facebook Groups as LMS: A Case Study. *The International Review of Research in Open and Distance Learning*, v. 13, n. 4, p. 33–48, out. 2012.

MEYER, J. F. C.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. *Modelagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

MILL, D.; OLIVEIRA, M. R. G.; RIBEIRO, L. . R. C. Múltiplos enfoques sobre a polidocência na Educação a Distância virtual. In: MILL, D.; RIBEIRO, L. R. C.; OLIVEIRA, M. R. G. *Polidocência na Educação a Distância: múltiplos enfoques*. São Carlos - SP: EduUFSCar, 2010. p. 13–22.

MORIN, E. *Introducción al pensamiento complejo*. Barcelona, España: Editorial Gedisa, 1990.

NEVES, R. G.; SILVA, J. C.; TEODORO, V. D. Improving Learning in Science and Mathematics with Exploratory and Interactive Computational Modelling. In: KAISER, G. *et al.* (Org.). *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling*.

Dordrecht: Springer Netherlands, 2011. v. 1. p. 331–339. Disponível em: <http://www.springerlink.com/index/10.1007/978-94-007-0910-2_33>. Acesso em: 5 mar. 2016.

PEREIRA, R. S. G. *A educação a distância e a formação continuada de professores de matemática: contribuições de um contexto formativo para a base de conhecimento docente*. 2015. 191 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – UNESP, Presidente Prudente, 2015.

- ROCHA, A. P. F. P.; ARAUJO, J. L. Resistências dos alunos em projetos de modelagem. In: ENCONTRO MINEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2012, Juiz de Fora - Minas Gerais. *Anais...* Juiz de Fora - Minas Gerais: SBEM, 2012.
- RODRÍGUEZ, R. Aprendizaje y enseñanza de la modelación: el caso de las ecuaciones diferenciales. *RELIME: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, v. 13, n. 4, p. 191–210, 2010.
- RODRÍGUEZ, R.; QUIROZ, S. El papel de la tecnología en el proceso de modelación matemática para la enseñanza de ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, v. 19, n. 1, p. 99–124, mar. 2016.
- ROS, A. Risks and opportunities of virtual learning: the experience of UOC. *Revista Digital d'humanitats*, jun. 2001. Disponível em: <http://www.uoc.edu/humfil/articles/eng/ros/ros_imp.html>.
- ROTH, W.-M. Contradictions and uncertainty in scientific's mathematical modeling and interpretation of data. *Journal of Mathematical Behavior*, v. 32, p. 593–612, 2013.
- ROTH, W.-M. Cultural-historical activity theory: Vygotsky's forgotten and suppressed legacy and its implication for mathematics education. *Mathematics Education Research Journal*, v. 24, n. 1, p. 87–104, mar. 2012.
- ROTH, W.-M.; LEE, Y.-J. "Vygotsky's Neglected Legacy": Cultural-Historical Activity Theory. *Review of Educational Research*, v. 77, n. 2, p. 186–232, 1 jun. 2007.
- ROTH, W.-M.; RADFORD, L. *A cultural-historical perspective on mathematics teaching and learning*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, 2011. (Semiotic perspectives on the teaching and learning of series).
- SACRAMENTO, M. C. A. F. *Docência online: Rupturas e possibilidades para a prática educativa*. 2006. 183 f. Mestrado em Educação e Contemporaneidade – Universidade do Estado da Bahia, Salvador, 2006.
- SANTOS, S. C. *A Produção Matemática em um ambiente virtual de aprendizagem: o caso da geometria euclidiana espacial*. 2006. 145 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2006.
- SAVIANI, D. *Do senso Comum a Consciência Filosófica*. São Paulo, Brasil: Cortez Editora, 1985.
- SILVA, M. *Sala de aula interativa*. Rio de Janeiro: Quartet, 2000.
- SILVEIRA, E.; CALDEIRA, A.D. Modelagem na sala de aula: resistências e obstáculos. *Bolema. Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro - SP, ago. 2012. 43, p. 1021–1047.

SILVER, E.; BURKETT, M. The posing of division problems by preservice elementary school teachers. In: AMERICAN EDUCATIONAL RESEARCH ASSOCIATION, 1994, New Orleans, LA. *Anais...* New Orleans, LA: [s.n.], 1994.

SILVER, E.; CAI, J. An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 27, n. 5, p. 521–539, 1996.

SOARES, D. S. *Uma Abordagem Pedagógica baseada na Análise de Modelos para Alunos de Biologia: qual o papel do software?* 2012. 341 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2012.

SOARES, Débora Silva; SOUTO, Daise Lago Pereira. Tensões no processo de Análise de Modelos em um curso de Cálculo Diferencial e Integral. *REMATEC - Revista de Matemática, Ensino e Cultura*, set - dez de 2014. 17, p. 44–74.

SOUTO, D. L. P. *Transformações expansivas na produção matemática on-line*. 1a. ed. São Paulo: Cultura acadêmica, 2014.

SOUTO, D. L. P.; BORBA, M. C. Movimentos, estagnações, tensões e transformações na aprendizagem da matemática on-line. In: SIPEM, 15 nov. 2015, Pirenópolis - Goiás. *Anais...* Pirenópolis - Goiás: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 15 nov. 2015. p. 1–12.

SOUTO, D. L. P.; BORBA, M. C. Seres Humanos-com-Internet ou Internet-com-Seres Humanos : uma troca de papéis? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, v. 19, n. 2, jul. 2016. Disponível em: <<http://www.relime.org/doi/13/1924/>>. Acesso em: 1 jul. 2016.

SOUTO, D. L. P.; BORBA, M. C. Transformações Expansivas em Sistemas de Atividade: o Caso da Produção Matemática com a Internet. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 6, p. 70–89, 2013.

SOUTO, D. P. L. *Transformações expansivas em um curso de Educação Matemática a distância online*. 2013. 279 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2013.

SOUTO, D. P. L.; ARAÚJO, J. L. Possibilidades expansivas do sistema seres-humanos-com-mídias: um encontro com a teoria da atividade. *Tecnologias Digitais e Educação Matemática*. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2013. p. 71–90.

TIKHOMIROV, O. K. The psychological consequences of computerization. In: WERTSCH, J. V. (Org.). *The concept of activity in soviet psychology*. New York: M. E. Sharpe. Inc, 1981. p. 256–278.

VYGOTSKY, L. *Mind and Society*. MA: Harvard University Press, 1978.

VYGOTSKY, L. The instrumental method in psychology. In: WERTSCH, J. (Org.). *The concept of activity in Soviet psychology*. Sharpe ed. Armonk, N. Y.: [s.n.], 1981. p. 134–143.

WARTOFSKY, M. *Models, Representations and the Scientific Understanding*. Boston Studies in the Philosophy of Sciences ed. Dordrecht/Boston/London: D. Reidel Pub. Co., 1979. v. 48.

WERTSCH, J. V. *Mind as action*. New York: Oxford University Press, 1998.

WILLIAMS, J.; GOOS, M. Modelling with Mathematics and Technology. In: CLEMENTS, M. A. *et al. Third International Handbook of Mathematics Education*. Springer International Handbook of Education. [S.l.]: Springer, 2013. v. 27. p. 1120.

YAMAGATA-LYNCH, L. C. *Activity Systems Analysis Methods*. Boston, MA: Springer US, 2010. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-6321-5>>. Acesso em: 5 mar. 2016.

ZEVENBERGEN, R.; LERMAN, S. Pedagogy and Interactive Whiteboard: using an activity theory approach to understand tensions in practice. In: MERGA, 2007, Hobart, Tasmania. *Anais...* Hobart, Tasmania: MERGA, Inc, 2007. p. 853–862.

ZURITA, G.; NUSSBAUM, M. A Conceptual framework based on Activity Theory for mobile CSCL. *British Journal of Educational Technology*, 2007. 2, p. 211–235.

APÊNDICE A – TAREFA DE MODELAGEM



CURSO DE TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: MODELAGEM, APLICAÇÕES E INVESTIGAÇÃO

14/Outubro/2014

Trabalho final do curso Tarefa de Modelagem

Data de Entrega: 28/outubro/2014

Vamos formar grupos de 2 ou 3 membros, cada grupo deverá construir/propor um problema relacionado com um tema de interesse do grupo e no domínio de modelagem. Cada grupo apresentará o problema e possíveis resultados na aula de 28/10.

Pensem em uma proposta interessante e identifiquem suas características em relação aos temas tratados no curso.

Observações:

- Os grupos deverão discutir e fazer consultas no espaço de um evento do *Facebook* que se criará para esse efeito.
- Ressaltamos a importância do processo mais do que o resultado final da tarefa.

OBJETIVOS

O objetivo desta tarefa, como atividade final do curso, foi que os participantes, depois de seis semanas de leituras, discussões de questões, resolução de exemplos e situações de investigação, aplicassem seus conhecimentos e desenvolvessem em grupos uma tarefa de modelagem. Foram dadas a eles duas semanas para trabalhar no desenvolvimento da sua tarefa.

O enunciado da tarefa entrega os principais pontos que se deseja enfatizar com esta tarefa de modelagem, Esses pontos correspondem a parâmetros dentro da perspectiva de modelagem de Borba.

O enunciado solicita aos participantes construir/propor um problema, dando-se a opção dupla de construir ou propor. Considera-se que a ideia é que os alunos construam o problema, porém também outorgando-lhes a oportunidade de proporem um problema, possivelmente não original, mas que eles possam transformá-lo.

O problema deveria nascer de um tema de interesse do grupo com o intuito de engajar os sujeitos na proposta, construção e resolução do problema. Do mesmo modo, se trabalhou com grupos pequenos de 2 ou 3 membros, atingindo-se a ideia de trabalho coletivo e engajamento dos alunos neste trabalho. Organizei, como pesquisadora, os grupos a partir dos parâmetros discutidos com os professores-organizadores, privilegiando assim a comunicação por meio da Internet.

O enunciado indica que a proposta devia ser interessante em relação ao teor do curso e aos temas desenvolvidos nele. Também se pediu para identificar as características do seu problema, providenciando que os sujeitos identificassem aspectos das perspectivas de modelagem, por exemplo, aspectos sociocríticos, fins educacionais, objetivos teóricos, etc.

Outro aspecto mencionado é que, na aula de apresentação, os membros do grupo entreguem deveriam entregar o problema e possíveis resultados dele, para atingir a ideia de que um resultado não é uma resposta única, diferentes resultados podem ser desenvolvidos e trazidos à discussão nessa tarefa.

Nas observações se indica que os alunos devem discutir e fazer consultas no espaço *Facebook* preparado para esse fim, com o objetivo de os professores do curso e o pesquisador observarem como acontece o desenvolvimento da tarefa.

Nesta tarefa destacou-se a importância de se apresentar mais o processo do desenvolvimento de modelagem do que seu resultado, pois a finalidade era levar os participantes a compreenderem mais a necessidade de discutirem os detalhes nesse espaço do que só entregar os resultados finais.

APÊNDICE B – SITUAÇÕES DE INVESTIGAÇÃO

B.1 Problema dos Cabelos



CURSO DE TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: MODELAGEM, APLICAÇÕES E INVESTIGAÇÃO

Setembro/2014

Um Problema de Cabelos

PROBLEMA

Pode-se assegurar que em Recife existem ao menos duas pessoas com o mesmo número de fios de cabelo na cabeça? Encontra um argumento que confirme a veracidade de sua resposta.

B.2 Adivinhe a Função



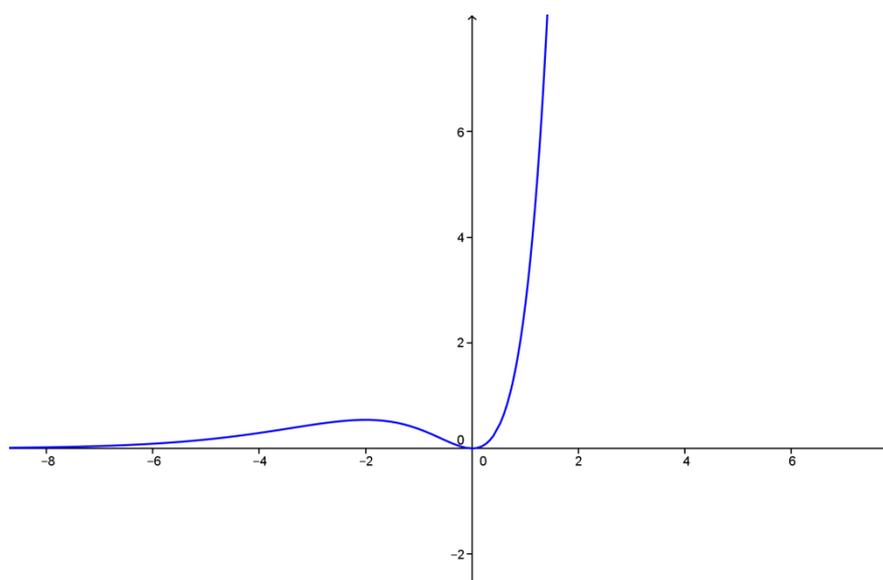
CURSO DE TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: MODELAGEM, APLICAÇÕES E INVESTIGAÇÃO

Prof. Dr.: Marcelo de Carvalho Borba
Prof. Msc: Helber Almeida
Profa. Msc: Jeannette Galleguillos
Setembro/2014

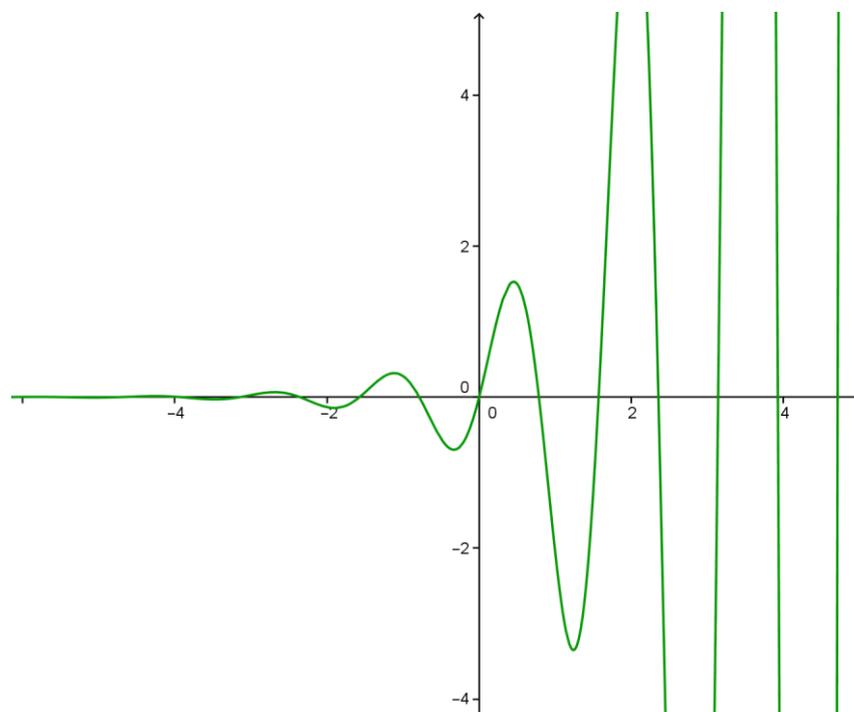
Adivinhe a função

Dados os seguintes gráficos, adivinhe qual é a função representada:

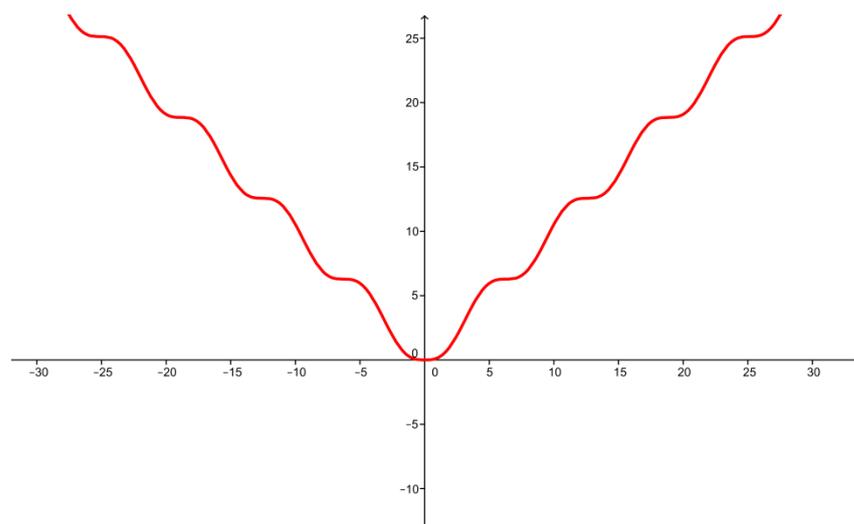
(a)



(b)



(c)



B.3 O Problema do Comprimido



CURSO DE TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: MODELAGEM, APLICAÇÕES E INVESTIGAÇÃO

7/Outubro/2014

Comprimido

PROBLEMA

Um comprimido é ministrado aos pacientes com certa doença. Pacientes que têm em torno de 80 quilogramas de peso devem tomar um comprimido de 100 miligramas tomado com intervalos de seis horas. Em casos normais, o corpo elimina vinte por cento do medicamento ingerido a cada hora.

PERGUNTAS

- a) Represente um modelo da quantidade do medicamento no organismo durante as primeiras horas antes de ingerir a segunda pílula.
- b) Depois de 10 horas, que quantidade do medicamento tem o corpo?
- c) Represente um modelo da quantidade do medicamento no organismo durante 2 dias completos.