

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Campus de Rio Claro

TRABALHANDO CONCEITOS MATEMÁTICOS COM
TECNOLOGIAS INFORMÁTICAS POR MEIO DA
ELABORAÇÃO DE PROJETOS DE CONSTRUÇÃO CIVIL

JOÃO LUÍS ANTONIAZZI DE AZEVEDO

Orientador: Marcus Vinicius Maltempi

Dissertação de Mestrado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Área de Concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e Seus Fundamentos Filosóficos-Científicos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Rio Claro (SP)
2008

Banca Examinadora

Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi (orientador)

Profa. Dra. Odete Sidericoudes

Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin

Prof. João Luís Antoniazzi de Azevedo (aluno)

Rio Claro, 07 de Abril de 2008

Resultado: _____

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Orlando (em memória) e Martha, que sempre foram meus maiores educadores e amores, mostrando-me os verdadeiros caminhos e valores da vida.

Ao meu filho João Pedro, que sempre me estimulou a superar todas as barreiras; sendo o motivo da minha felicidade; da minha determinação e do meu viver, considerado por mim, como o meu oxigênio.

AGRADECIMENTOS

Inicialmente agradeço a Deus e também a Maria, Nossa Senhora, pela presença e auxílio em todos os momentos da minha vida, tanto nos felizes como nos difíceis.

Feito esse agradecimento, me questiono se na seqüência desta página escrevo uma frase sucinta com um belo pensamento, ou aproveito o momento para lembrar, de modo mais extenso, de pessoas que contribuíram para o meu crescimento. Fico com a segunda opção, mesmo correndo o risco de não citar todas as pessoas que contribuíram comigo, e que nem por isso deixam de ser importantes de receber todo o meu carinho.

Agradeço ao Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi, que foi fundamental para o meu desenvolvimento e também deste trabalho, mostrando-se sábio nas relações acadêmica e pessoal, sempre disponível para compartilhar seu tempo, seus conhecimentos e também sua amizade.

À Profa. Odete Sidericoudes, que sempre esteve à disposição para ajudar no enriquecimento deste trabalho, tanto na fase de qualificação, oferecendo propostas interessantes e relevantes, como também nas conversas eletrônicas ou mesmo por meio de suas publicações.

À Profa. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin, que desde o início dos meus trabalhos na Pós-Graduação, se apresentou disponível, compartilhando informações, oferecendo sugestões e, posteriormente, no processo de qualificação, continuou contribuindo de maneira objetiva e eficaz para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos alunos e amigos Maiza, Priscila, Rosana, Diego, João Antonio e Tiago, pelo comprometimento durante todo o andamento do projeto de construção civil, tornando-se fundamentais para o desenvolvimento dos trabalhos.

De modo especial ao meu irmão Orlando, que sempre esteve presente nesta caminhada, sempre oferecendo sua amizade e apoio.

A todos os meus amados familiares, que não são poucos, e que estão aqui representados pelo Thiaguinho, Julinha, Thais, Natália, Laurinha, Aninha, Luiz (Tati), João Antonio e Lucinho, os quais sempre foram acolhedores e receptivos em todos os momentos que precisei.

Aos meus amigos de orientador, Maurício, Adriana e Simone, que sempre estiveram disponíveis, como amigos ou pesquisadores, colaborando bastante para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos amigos do GPIMEM Adriana Richit, Ana Paula Malheiros, Antonio Olímpio Junior, Leandro Diniz, Maurício Rosa, Norma Alevatto, Ricardo Scucuglia, Rubia Zulatto, Sandra Barbosa, Simone Gouvea, Silvana Santos, Sueli Liberatti Javaroni, Maria Helena G. B. Hermínio, Jussara de Loiola Araújo, Orlando de Andrade Figueiredo, Geraldo Lima Sobrinho, Luís H. De Rossi e, em especial, ao Prof. Marcelo de Carvalho Borba, que muito contribuiu para esse trabalho, sempre com sugestões relevantes e pontuais, além de ter sido um grande amigo e, também a Professora Telma Aparecida de Souza Gracias, pelas contribuições na fase final da pesquisa.

Aos amigos que ganhei na pós-graduação, Marco Escher, Jamur, Cezão, Luzia, Rodriguin, Lucieli, Carla, Miriam, Pitta, Marli, Marcos Lübeck, Paula, Ana Paula, Adelino, Vanda, Duelci, Elivanete, Fernando, Luciane, Adailton, Roger, Márcio, Sabrina, Mariana, Rejane, Rejeane, Carlos, Heloisa, Patrícia, Augusto, Romélia, Fabiane, Mabel e Carol.

Também agradeço a todos os professores da pós-graduação da Unesp de Rio Claro que, de alguma maneira, contribuíram para o meu amadurecimento, em especial aos professores doutores que ministraram as disciplinas das quais participei. São eles o Sérgio Roberto Nobre, Marcos Vieira Teixeira, Miriam Godoy Penteado, Ole Skovsmose, Maria Ap. Viggiani Bicudo, Ubiratan D'Ambrósio, e aos que contribuíram de modo geral, Marcelo de Carvalho Borba, Pedro Paulo Scanduzzi, Rômulo Campos Lins, Geraldo Garcia (em memória), Ruy Madsen Barbosa, Suzinei Aparecida Siqueira Marconato (Depto. Matemática).

Não poderia deixar de me lembrar e também de agradecer a todos os meus educadores, desde o jardim da infância até as duas graduações. Para homenagear a todos eles, resolvi escolher alguns para representar cada nível escolar que percorri. Da primeira fase do ensino fundamental agradeço à professora Nilce e da segunda fase à professora Regina (em memória) e ao professor Douglas; do ensino médio à professora Virginia; do curso de Administração de Empresas ao professor Acorsi; para a graduação em Matemática, da Unesp de Rio Preto, aos professores doutores Mário Barone Júnior (em memória – Depto. Matemática), Eurípides Alves Silva (Depto. Matemática), Marinonio Lopes Cornelio (Depto. Física), Cleonice Fátima Bracciali (D.C.C.E.) e Maria Dalva Silva Pagoto (Depto. Educação).

Aos amigos de Rio Preto e Goiânia, Mario Augusto, Estela Maris, Elisandra, Rafael, Marcos Felix, Rodriguin, Piragibe, Piragibe Jr., Ricardo, Arthur, João Evangelista e Sônia.

À dona Maria de Lourdes, a Naninha, que sempre cuidou com muito amor do meu bem mais precioso, o pequeno João Pedro e de mim também.

À sra. Júlia Eugênia Cury pela receptividade e atenção em minha chegada a Goiânia.

À Elisandra, Ana Paula, Josiane e Moema pelo carinho e competência que mostraram nas sugestões e correções do texto.

Ao pessoal da biblioteca da Unesp de Rio Claro, que sempre foram extremamente profissionais e prestativos, em especial a Gislaine e a Moema.

À Elisa, Ana, Zezé, Alessandra e Diego do departamento de Matemática da Unesp de Rio Claro, pois nunca mediram esforços em oferecer condições para o bom andamento dos trabalhos.

Aos amigos da E.E. Padre Clemente M. Segura, o meu agradecimento vai em nome do diretor, professor José Carlos Teixeira Lopes; da E.E. Monsenhor Gonçalves, da diretora, professora Alice Baida; do Centro de Ensino e Pesquisa Aplicado a Educação, da professora Gene Lyra; do Instituto Maria Auxiliadora, da diretora e Irmã Mônica Maria Santana e da Universidade Católica de Goiás, do professor e amigo Adelino Candido Pimenta.

Às dirigentes de Ensino Maria Silvia Zangrando Nakaoski e Leila Maria Homsy Kerbauy, da Diretoria de Ensino de Rio Preto e, em especial, ao Supervisor de Ensino, Prof. José Edson Nogueira de Freitas, para representar todos os outros funcionários e amigos.

Ao Pedro e o Eduardo, da Pini Engenharia, que foram muito receptivos oferecendo o *software* Arcon para o desenvolvimento da pesquisa.

Finalizando essa sessão, parafraseando Isaac Newton, posso afirmar que no desenvolvimento deste trabalho eu também tive o privilégio de me apoiar em ombros de gigantes.

EPÍGRAFE

"Tenha em mente que tudo que você aprende na escola é trabalho de muitas gerações. Receba essa herança, honre-a, acrescente a ela e, um dia, fielmente, deposite-a nas mãos de seus filhos".

Albert Einstein, 1947

RESUMO

Nesta pesquisa trabalhamos diversos conceitos matemáticos como, por exemplo, a Geometria, Matemática Financeira, Trigonometria e Álgebra, com o uso das Tecnologias Informáticas por meio da elaboração de projetos de construção civil, englobando a construção de casas e seus orçamentos. Para isso procuramos nos pautar nas teorias do Construcionismo (PAPERT, 1985, 1986) e da Espiral de Aprendizagem (VALENTE, 1993, 2002), buscando a elaboração de um ambiente de ensino e aprendizagem motivador. As cinco dimensões construcionistas – pragmática, semântica, sintônica, sintática e social – foram priorizadas na elaboração desse ambiente e, em decorrência disto, a espiral de aprendizagem, por meio das fases de descrição, execução, reflexão e depuração se manteve em movimento constante, auxiliando na construção de novos conhecimentos matemáticos por parte dos alunos. Na composição desse ambiente de aprendizagem utilizamos o *software* Arcon para a construção das casas e a planilha eletrônica Excel para a elaboração do orçamento das mesmas. Nesse contexto, objetivamos investigar o potencial pedagógico de projetos de ensino e aprendizagem na exploração e construção de conceitos matemáticos segundo a abordagem construcionista, no contexto da construção e orçamento de casas. Em relação à Metodologia, a pesquisa foi de cunho qualitativo, focando os trabalhos na aprendizagem dos alunos. O desenvolvimento dos Projetos se deu no laboratório de Informática de uma escola Pública da Rede Paulista de ensino, utilizando o *software* Camtasia para o registro e auxílio na transcrição, apresentação e análise dos dados. Acreditamos que essa investigação colaborou com a Educação Matemática, no sentido de oferecer uma opção para a elaboração de um ambiente de aprendizagem, no qual se podem desenvolver projetos de ensino e aprendizagem que privilegiem o estudo de conceitos matemáticos. Uma outra contribuição desta pesquisa foi a apresentação do *software* Arcon para o desenvolvimento dos projetos de ensino e aprendizagem. Esse *software* ofereceu uma ótima interface e conseguiu representar as construções virtuais das casas de maneira muito próxima ao dia-a-dia dos alunos, por meio da visualização, a qual foi valorizada pelas ferramentas de rotação, translação, *zoom*, entre outras. Além disso, juntamente com a planilha eletrônica Excel, esse *software* ofereceu a oportunidade de explorarmos simultaneamente diversos conceitos matemáticos. Desse modo, acreditamos que esse conjunto de ações supracitado, os quais foram pautados na teoria do Construcionismo, serviram de guia para elaborar projetos de ensino e aprendizagem com elevado potencial pedagógico, pelos quais exploramos diversos conceitos matemáticos decorrentes da construção e orçamentos de casas, tendo como resultado a ocorrência de construção de novos conhecimentos matemáticos pelos alunos participantes da investigação.

Palavras-chaves: Educação Matemática, Construcionismo, Espiral de Aprendizagem, Tecnologias Informáticas, Projetos de Construção Civil.

ABSTRACT

In this research we have worked with several Mathematics concepts, such as Geometry, Financial Mathematics, Trigonometry and Algebra, with the use of Technologies of Information through the elaboration of projects of civil building, including the building of houses and their budget. For that, we looked to be suited on theories of Constructionism (PAPERT, 1985, 1986) and the Learning Spiral (VALENTE, 1993, 2002), searching for an elaboration of a motivated environment of teaching and learning. The five constructionist dimensions – pragmatics, semantics, synchronic, syntactic and social – were prioritized during the elaboration of this environment and, according to this, the Learning Spiral, through the stages of description, execution, reflection and deputation was in a constant movement, helping in the building of new Mathematics knowledge of the pupils. In the composition of this learning environment we used the *Arcon* software for the building of houses and the electronic plan Excel for the elaboration of their own budget. In this context, we aim to investigate the pedagogical potential of the teaching-learning projects in the exploration and building of the Mathematics concepts according to the constructionist bordage, in the context of building and houses budget. Related to the methodology, the research is a qualitative study, focusing on the works of students' learning. The developing the Projects made in the computer laboratory of a Public School of the paulista teaching system, using the *Camtasia* software for the register and help on transcription, presentation and data analyses. We believe that this investigation collaborated with the Mathematics Education, in a way to offer an option for the elaboration of a learning environment, in which we can develop teaching and learning projects that privilege the study of Mathematics concepts. Another contribution of this research was the presentation of the *Arcon* software to the development of the teaching and learning projects. This software offered a great interface and it could represent the virtual building of the houses in a very close way to the day-by-day of the students, through the visualization which was appreciated for the tools of rotation, translation, zoom, among others. Also, with the electronic plan Excel, that software offered and opportunity to explore several Mathematics concepts simultaneously. In this way, we believe that this group of actions, described above, which were based on the theory of Constructionism, served like guides to elaborate teaching and learning projects and with a high pedagogical level, for the ones we explored several Mathematics concepts which are from building and houses budget, as a result the occurrence of building of new mathematics knowledge by the students who participated of the investigation.

Key-words: Mathematics Education, Constructionism, Learning Spiral, Technologies of Information, Civil Building Projects.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Representação do Ambiente construcionista e espiral de aprendizagem.....	32
Figura 2	Área de trabalho do <i>software</i> Arcon, em duas dimensões, reproduzindo a planta baixa da sala de informática onde ocorreram as sessões da pesquisa	55
Figura 3	Área de trabalho do <i>software</i> Arcon, em três dimensões, reproduzindo em perspectiva a vista noturna da sala de informática da escola onde ocorreram os encontros e também, no detalhe, parte da biblioteca do <i>software</i> com alguns dos sólidos geométricos.....	55
Figura 4	Área de trabalho do <i>software</i> Arcon, em três dimensões, com vista interna em perspectiva da sala de informática da escola onde ocorreram os encontros	56
Figura 5	Área de trabalho da planilha eletrônica Excel	57
Figura 6	Alunos trabalhando no desenvolvimento dos projetos	60
Figura 7	Área de trabalho do Camtasia Studio, registrando projeto do G2.....	65
Figura 8	Ficha de resumo	66
Figura 9	Organização para a análise referente à espiral de aprendizagem	70
Figura 10	Transformando um círculo em um octógono regular.....	72
Figura 11	Visualização em três dimensões da construção da casa e a indicação da divisão da sala octogonal em triângulos isósceles semelhantes	75
Figura 12	Inserção da cota de 5,6m, indicando uma das diagonais do octógono.....	76
Figura 13	Inserem o apótema pensando numa diagonal	77
Figura 14	A sala octogonal é dividida por diagonais, formando oito triângulos	79
Figura 15	Representação equivocada da medida da base do triângulo isósceles.....	81
Figura 16	Representação da eventual altura, em um dos oito triângulos.....	81
Figura 17	Imagem utilizada pelo professor para explicar as leis trigonométricas	83
Figura 18	Imagem que tomaram por base para buscar novas alternativas de solução do problema	89
Figura 19	Medida da base do triângulo isósceles, indicada através da lei dos senos ..	96
Figura 20	Traçando a altura do triângulo isósceles	98
Figura 21	Vista da varanda da casa, em três dimensões, indicando algumas das portas	104
Figura 22	Fase inicial do cálculo do período n para a compra das portas	106
Figura 23	Algumas das janelas presentes na casa.....	109
Figura 24	Alunos lançam os dados referentes à compra da janela na planilha eletrônica.....	110
Figura 25	Cálculo da taxa de juros $i = 0,06$ presente na compra das janelas da casa.	115
Figura 26	Vista aérea em 3D do projeto da casa construída pelo G3 até 01 de fevereiro de 2006	117
Figura 27	Vista aérea em 2D do projeto da casa construída pelo G3 até 01 de fevereiro de 2006	118
Figura 28	Vista aérea da casa e em destaque a parte do telhado, associada a um trapézio, visando o cálculo de sua área	119
Figura 29	Tomada lateral da casa em 3D, a qual pode ser associada a dois triângulos retângulos semelhantes	120
Figura 30	A aluna descreve a solução do problema numa folha de papel.....	123
Figura 31	Lançamento dos dados do trapézio e cálculo equivocado de sua área	131
Figura 32	Lançamento dos dados do trapézio e cálculo correto de sua área	133

SUMÁRIO

	Página
Introdução	14
1. Referencial teórico	23
1.1 O Construcionismo e a Espiral de Aprendizagem	23
1.2 Projetos e TI: um casamento teórico visando à construção do conhecimento	33
1.2.1 Os trabalhos pautados na teoria de Aprendizagem por Projetos	33
1.2.2 Os trabalhos por Projetos apoiados nas Tecnologias Informáticas.....	38
1.2.2.1 Software comerciais apoiando atividades educacionais.....	41
1.2.2.2 Visualização e TI: importantes aliados na construção de conhecimento em ambientes construcionistas	44
1.3 Projetos de construção e orçamento de casas: a matemática envolvida e o construcionismo	46
2. Metodologia de pesquisa	49
2.1 Pesquisa qualitativa: o entrelaçamento da concepção de conhecimento e os procedimentos metodológicos	49
2.1.1 Procedimentos metodológicos: uma aproximação para experimentos de ensino.....	51
2.2 Metodologia de pesquisa e contexto de estudo: desde a sala de aula tradicional até às Investigações pautadas no Construcionismo	52
2.2.1 As primeiras inquietações.....	52
2.2.2 O amadurecimento da pesquisa e escolha do software Arcon e da planilha Eletrônica Excel	53
2.2.2.1 O Arcon	53
2.2.2.2 O Excel	56
2.2.3 O projeto piloto	57
2.2.4 A escolha do local para a realização da pesquisa e os sujeitos participantes	58
2.2.5 O cenário da investigação.....	60
2.2.6 Os encontros	61
2.2.7 A transcrição e análise dos dados	64
2.2.7.1 O registro dos dados através do software Camtasia.....	64
2.2.7.2 A ficha de resumo	66
3. Apresentação e análise dos dados	68
3.1 A organização e análise dos dados.....	68

3.2 A organização da transcrição dos dados.....	69
3.3 A apresentação e análise dos dados dos grupos 1, 2 e 3	71
3.3.1 Grupo 1 – Maiza e Diego: uma sala de TV em formato de octógono	71
Primeiro evento: Construção do octógono a partir de um círculo.....	72
Segundo evento: Primeiras reflexões sobre o cálculo da área da sala de TV	73
Terceiro evento: Identificando os triângulos inscritos no octógono.....	78
Quarto evento: Buscando a base e a altura do triângulo isósceles em vista da fórmula da área dos triângulos.....	80
Quinto evento: Um novo caminho: equações de 1º grau! Será?	82
Sexto evento: A procura dos ângulos internos do triângulo continua	88
Sétimo evento: Procurando descobrir a base do triângulo isósceles	94
Oitavo evento: O Teorema de Pitágoras e a altura do triângulo isósceles.....	97
Nono evento: Enfim a determinação da área da sala de TV: 28,32 m².....	100
3.3.2 Grupo 2 – Rosana e Thiago: calculando o preço da casa.....	103
Primeiro evento: Qual o prazo para comprar as portas?.....	104
Segundo evento: As janelas e as taxas de juros!	109
3.3.3 Grupo 3 – João Antonio e Priscila: calculando a área do telhado	117
Primeiro evento: O telhado da casa e o polígono chamado Trapézio.....	118
Segundo evento: Qual é a altura do telhado mais alto em relação à laje? Ou melhor: qual a medida do cateto oposto do triângulo retângulo maior considerando o ângulo de 25º?	120
Terceiro evento: A hipotenusa do triângulo retângulo menor; a base menor do trapézio e um pedaço de telhado de casa.....	127
Quarto evento: A lógica matemática evidenciada na planilha eletrônica Excel	130
3.4 Considerações sobre a apresentação e análise dos dados.....	133
3.4.1 Análise da espiral de aprendizagem representada a partir do ambiente Arcon/Excel e suas possíveis contribuições para construção de conhecimentos	134
3.4.1.1 Indicação das diferenças entre a espiral de aprendizagem nos ambientes Logo e Arcon/Excel.....	135
3.4.1.2 A busca por conceitos matemáticos no ambiente Arcon/Excel e as decorrentes Influências na espiral de aprendizagem.....	137
3.4.1.3 As contribuições do ambiente construcionista para esta configuração de espiral de aprendizagem.....	139

3.4.2 Análise do ambiente de aprendizagem construcionista para a construção de conhecimentos.....	141
3.4.2.1 A dimensão sintônica	141
3.4.2.2 A dimensão pragmática	142
3.4.2.3 A dimensão semântica.....	143
3.4.2.4 A dimensão sintática	144
3.4.2.5 A dimensão social	145
3.4.3 Algumas conclusões em relação ao desenvolvimento dos projetos.....	146
Considerações finais.....	148
Referências	155
Apêndices	158

INTRODUÇÃO¹

Nesta introdução apresento um pouco da minha história pessoal e acadêmica, a origem da pesquisa, a qual encontra-se intrinsecamente ligada ao trabalho com Projetos e também às Tecnologias Informáticas (Doravante TI). Procuo ainda apresentar a relevância desta pesquisa, assim como a sua justificativa para a Educação, sobretudo, a Educação Matemática. Ainda no decorrer do presente capítulo procuro apontar o objetivo e a pergunta norteadora desta pesquisa. E ainda apresentarei a maneira como esta dissertação encontra-se organizada.

Uma breve história

Minha caminhada como pesquisador iniciou-se efetivamente aos 35 anos de idade, no ano de 2004, e este fato sugere um lado positivo, pois oferece à este trabalho alguns anos a mais de experiências vividas, influências pessoais e profissionais, como poderão ser vistas no decorrer da dissertação, as quais certamente contribuiram muito para o desenvolvimento desta pesquisa.

Coelho (1996, p. 20) corrobora essa opinião, apontando os benefícios trazidos pelas experiências pessoais e profissionais do indivíduo, afirmando que:

Ao se repensar uma trajetória pessoal, acadêmica, a dimensão profissional surge como essencial. Afinal, é no mundo do trabalho, da produção, da divisão social do trabalho, que cada um garante a perpetuação de sua existência, constrói sua identidade, realiza sua historicidade, bem como as instituições passam a existir, ganham vida.

Comecei a trabalhar formalmente em 1985, como contínuo, num escritório de contabilidade na cidade de São José do Rio Preto (SP). Com o passar dos anos, passei por várias empresas, desenvolvendo diferentes funções, tais como auxiliar de escritório, escriturário fiscal, bancário e, depois, empresário nos ramos de alimentação, confecção e informática, sendo esse último já no ano de 2003. Acredito ter herdado dessa trajetória profissional a extensão da importância que a Escola possui na formação dos jovens para assumirem suas futuras profissões.

¹ Nesta primeira seção, por se tratar de um percurso da pesquisa visto por um viés mais pessoal, decidimos empregar a primeira pessoa do singular, tornando a exposição um pouco mais próxima da idéia de vivência do pesquisador.

Minha formação educacional se deu, quase que totalmente, em escolas públicas da Rede Estadual Paulista, com exceção do terceiro ano do Ensino Médio, que foi cursado em um colégio particular.

Em 1992, terminei meu primeiro curso de Graduação, formando-me Bacharel em Administração de Empresas, pela então FIRP – Faculdades Integradas Rio-Preenses, atual UNIRP. No ano de 1997, terminei o segundo curso de Graduação, licenciando-me em Matemática, pela UNESP, Campus de São José do Rio Preto.

Durante o curso de graduação em Matemática participei de um Projeto de Iniciação Científica junto a uma empresa de condicionadores de ar, com o objetivo de oferecer propostas para otimizar alguns setores da empresa como, por exemplo, os departamentos de Projetos e Finanças. O principal desafio junto ao departamento de Projetos era otimizar o corte de chapas de aço que seriam utilizadas para a construção dos dutos dos condicionadores de ar central, e nessa busca da melhor alternativa era utilizado o *software* Autocad. No departamento de Finanças procurávamos estabelecer conexões mais eficientes entre o departamento de Expedição e o de Finanças da empresa e, para isso, utilizávamos a Planilha Eletrônica Excel².

Entre 1994 e 1998 trabalhei, paralelamente às atividades empresariais e acadêmicas, como professor em algumas escolas de acompanhamento escolar³, mas foi em 1999 que realmente comecei minhas atividades como professor, assumindo uma sala de terceiro ano do Ensino Médio na Escola Estadual Antônio de Barros Serra, em São José do Rio Preto, como professor admitido em caráter temporário (ACT). No ano seguinte, efetivei-me professor da Rede Pública Paulista, na cidade de Catanduva (SP).

Ao ocupar a posição de professor efetivo, comecei a perceber que existiam melhores condições para desenvolver trabalhos pedagógicos mais bem elaborados, tanto pela dedicação quase que exclusiva à escola quanto pelo engajamento que esta nova realidade proporcionou na relação entre professor e escola. No primeiro semestre desse mesmo ano, ministrei aulas em duas sextas séries, uma sétima e uma oitava do Ensino Fundamental, além de dois segundos anos do Ensino Médio.

Entendia cada vez mais a necessidade de relacionar os conceitos matemáticos apresentados em sala de aula ao dia-a-dia daqueles alunos, buscando respostas para os

² O *Microsoft Excel* é um programa de planilha eletrônica com interface intuitiva e capacitadas ferramentas de cálculo e de construção de gráficos.

³ Essas escolas promoviam aulas de acompanhamento individual a estudantes da rede pública ou particular de ensino e também preparatórias para concursos.

mesmos, que por muitas vezes questionavam sobre a aplicação dos conceitos matemáticos, buscando saber onde usariam tais conhecimentos.

Essa busca por respostas, a qual servia de motivação para o meu desenvolvimento profissional, também pode ser considerado o embrião da pergunta que norteou esta pesquisa, conforme destacarei mais explicitamente em outro momento.

Juntamente com a motivação por novas descobertas, esta situação de questionamento quanto à aplicação da Matemática gerava em meu ser, um enorme desconforto na prática docente. Nesta fase, o livro didático era tomado como o principal guia para o desenvolvimento das aulas.

Durante esse percurso também passei a observar que muitos alunos tinham em seu círculo de amigos parentes, amigos ou conhecidos envolvidos com a construção civil. Com isso, comecei a associar, nas aulas de Geometria Plana e Espacial, os conceitos matemáticos relacionados à construção de casas.

No ano de 2001, transferido para a Escola Estadual Guines Affonso Morales, em Neves Paulista (SP), notei que o perfil dos alunos, em relação à construção civil, era semelhante aos alunos de Catanduva. Nesse período, trabalhei também em um colégio particular em São José do Rio Preto e a proximidade dos alunos com a construção civil também parecia se manter, embora, neste caso, na maioria das vezes, os profissionais ocupassem cargos de engenheiros ou arquitetos, ao passo que nas escolas públicas eram pedreiros, mestres de obras ou serventes de pedreiro. Porém, essa diferença entre classes sociais não inviabilizava a associação entre a Matemática e a construção de casas.

Desse modo, resolvi investir ainda mais nesta estratégia de aulas, agora unindo a Geometria à Matemática Financeira. A idéia era que os alunos calculassem todas as áreas envolvidas na planta baixa⁴ de uma casa, usando a Geometria Plana, assim como todos os volumes presentes no *croqui*⁵, da mesma casa, através da Geometria Espacial, e por fim fornecessem o preço final da construção, utilizando a Matemática Financeira.

Para isso, era fornecido ao aluno, em papel A4, a planta baixa e o *croqui* de uma casa (Apêndices I e II), desenvolvidos no *software* AutoCad⁶, bem como uma tabela de preços elaborada na planilha eletrônica Excel (Apêndice III), contendo os itens da construção e seus preços, tais como parede, piso, grama dentre outros. Os alunos eram divididos em grupos e

⁴ Representa o projeto de construção de uma casa em duas dimensões.

⁵ Representa o projeto de construção de uma casa em três dimensões.

⁶ AutoCAD é um *software* do tipo CAD — computer aided design ou projeto assistido por computador — utilizado principalmente para a elaboração de desenho técnico em duas ou tres dimensões (2D) (3D).

simulavam uma empresa de engenharia que deveria fornecer um orçamento da casa a um comprador fictício.

Esta fase do meu trabalho como professor certamente sofreu influências do meu desenvolvimento profissional, principalmente aquela proveniente do projeto de iniciação científica junto à empresa de condicionadores de ar, a qual ofereceu-me a oportunidade de manipular os *software* AutoCad e Excel.

No ano de 2003, trabalhando na Escola Estadual Padre Clemente Marton Segura, também em São José do Rio Preto, tomei uma decisão, resolvi abandonar totalmente as atividades empresariais e dedicar-me exclusivamente ao magistério. Nesta nova fase, sabia que era de fundamental importância investir em minha capacitação como educador, deste modo, matriculei-me, no primeiro semestre de 2004, como aluno especial do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática na Unesp de Rio Claro.

Nesse primeiro semestre de vivência no ambiente acadêmico, tive acesso ao artigo *Construcionismo: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à Educação Matemática*, de autoria do Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi, o qual me mostrou a possibilidade de aprimorar as aulas de Matemática utilizando os recursos das TI, apoiado em trabalhos com Projetos, tendo por base a teoria educacional construcionista. A partir das primeiras leituras sobre essa teoria e percebendo as enormes semelhanças com o trabalho que já desenvolvia em sala de aula, busquei transformar a situação inicial em um Projeto de pesquisa e investigação no Mestrado.

Feito isso, dei início a um intenso levantamento, a fim de substituir a planta baixa da casa, o *croqui* e a tabela de preços, que eram estáticos, posto que tinham que ser impressos em papel A4, por *software* que oferecessem situações dinâmicas. Nessa empreitada acabei por avaliar mais de trinta *software*, nas categorias de construção de casas e planilha eletrônica, sejam educacionais, comerciais ou *games*.

Entre aqueles que não foram escolhidos, referentes à construção da casa, destaco o DataCad11, o M2Arq, o AutoCad, o Arch3D, o 3DHome, ArchiCad 8.0, o CollabCad, o IntelliCad e o InstaCad 1.0. Todos esses *software* são de uso profissional, utilizados também por empresas do ramo de construção civil ou arquitetura. Ainda foram avaliados o *Logo* Gráfico e o *Logo* Tridimensional pertencentes à categoria de *software* educacionais.

Além de todos esses, outro que pareceu atraente foi o *game* *The Sim's*, que poderia ter sido deveras atraente para se trabalhar com os alunos, porém apresentava limitações para desenvolver atividades matemáticas, por não construir cômodos circulares e não oferecer a opção de colocar as medidas das extensões (cotas), apesar de apresentar uma malha

quadriculada de fundo (lembrando um Plano Cartesiano, mas sem os eixos \overrightarrow{OX} e \overrightarrow{OY}) apenas possibilitando cálculos a partir do conjunto dos números naturais ou inteiros.

Esta pesquisa para escolher os *software* exigiu muita perseverança, pois para a avaliação das diversas opções era necessário aprender a manipular cada um deles. Em alguns casos foi necessária a minha participação em cursos promovidos pelas empresas responsáveis pela comercialização ou visita ao centro de processamento de dados das empresas que os utilizavam no desenvolvimento de seus Projetos. Cheguei a visitar a FEICON – Feira Internacional da Construção Civil – no Anhembi, em São Paulo, e duas Faculdades de Engenharia Civil e Arquitetura em busca das melhores opções.

Dentre as características procuradas para os *software* de construção de casas, priorizei aqueles que oferecessem ambientes virtuais atraentes, que conseguissem simular situações próximas das reais, tanto na planta baixa (duas dimensões) como na maquete eletrônica (três dimensões), ou seja, deveriam ser estimulantes para os alunos.

Esses *software* também deveriam propiciar situações para a exploração da Matemática envolvida no desenvolvimento dos Projetos de construção das casas, com visualização atraente e de fácil programação.

A partir dessas considerações, o *software* escolhido foi o *Arcon 5.0* (Apêndice IV), versão para estudantes dos Cursos de Graduação em Engenharia Civil e Arquitetura. Esse *software* foi gentilmente cedido para a pesquisa pela empresa Pini Engenharia, assim como um curso de como utilizá-lo. A empresa também ofereceu para escolas da rede pública e particular do Ensino Fundamental e Médio um plano especial de aquisição do *software*, sem fins lucrativos, mesmo porque seu ramo de atuação era junto às empresas da área de construção civil ou de Cursos de Graduação em Engenharia Civil e Arquitetura.

A pesquisa desenvolvida para escolher a planilha eletrônica, a qual seria utilizada para o cálculo do orçamento da casa, foi mais simples, e selecionou inicialmente os seguintes programas: Excel (*Microsoft*), Lotus (*Apple*), Spreadsheet e a planilha eletrônica Linux (*OpenOffice*). Dentre todos, foi escolhido o Excel (Apêndice V), visto que várias escolas da Rede Pública do Estado de São Paulo o têm presente em seus Laboratórios de Informática, assim como empresas de variados ramos.

Selecionados o *software* Arcon e a planilha eletrônica Excel, estava mais preparado para dar seqüência à pesquisa, unindo a situação inicial, de inquietações enquanto professor, com as oportunidades oferecidas pelo Construcionismo.

Importância e Objetivo da Pesquisa

A Matemática, por muitas vezes, é considerada por parte dos alunos como uma ciência de difícil compreensão e sem muita aplicação no seu dia-a-dia. Apesar e por conta deste contexto, e apoiando-se na Educação Matemática, esta pesquisa visa contribuir com o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos, a partir de uma abordagem pautada na teoria educacional construcionista (PAPERT, 1986; VALENTE, 2002; MALTEMPI, 2004), privilegiando trabalhos por Projetos de construção civil com o auxílio da TI.

Em um ambiente criado para desenvolvimento de trabalhos, sob a perspectiva de Projeto, busca-se propiciar aos alunos um local acolhedor e motivador para a aprendizagem, oferecendo-lhes autonomia desde a definição até a resolução do problema. Os alunos podem ser os atores principais no desenvolvimento de sua aprendizagem, com postura ativa nas tomadas de decisões e nas concretizações das tarefas, envoltos por discussões e reflexões, sempre sob a mediação do professor.

Durante as últimas décadas e, sobretudo atualmente, a sociedade assiste a um desenvolvimento tecnológico desenfadado em vários setores, principalmente no de Informática. Desse modo, é muito importante que a Educação se valha das potencialidades oferecidas por essas novas tecnologias, em especial as informáticas, extraindo seus recursos para privilegiar a aprendizagem dos alunos.

Dessa forma, o Construcionismo (PAPERT, 1986) mostra que, juntamente com os trabalhos por meio de Projetos, as TI tornam-se importantes ferramentas para a aprendizagem, podendo oferecer como resultado um engajamento satisfatório entre alunos, professor e ambiente virtual, propiciando-lhes situações que dificilmente seriam criadas numa sala de aula tradicional como, por exemplo, a construção de uma casa, que é possível no ambiente do Arcon, ou mesmo a elaboração de uma planilha de custos que possibilite o registro de alguns processos mentais desenvolvidos pelos alunos, como no Excel.

Tomando por base todos esses fatores, pode-se dizer, de forma sucinta, que a relevância desta pesquisa se dá na medida em que se pretende investigar como trabalhar conceitos matemáticos através de Projetos e do uso das TI, buscando contribuições para a construção de conhecimentos dos alunos.

Paralelamente a isto existiam questionamentos que guiavam e impulsionavam todos os meus passos como pesquisador. E isto é uma característica marcante das pesquisas de cunho qualitativo. Esses questionamentos, apoiados em muitas discussões e reflexões, eram

expressos, principalmente, na forma da pergunta “Onde utilizaremos estes conceitos matemáticos?”, a qual amadureceu juntamente com o pesquisador, tomando diversas formas.

É possível observar, conforme citado anteriormente, que o embrião desta pesquisa nasce da vivência de sala de aula, a partir de questionamentos e angústias vividos pelo professor/pesquisador durante a sua formação educacional e a sua prática pedagógica e também a partir dos questionamentos de seus alunos, referentes à aplicabilidade de certos conceitos matemáticos.

Em outra fase de amadurecimento da minha ação pedagógica, procurei o desenvolvimento de trabalhos por meio de Projetos contextualizados. Depois os Projetos ganharam o dinamismo das TI, até finalmente tornarem-se um Projeto de pesquisa, baseado na teoria educacional construcionista.

Mesmo depois, como Projeto de pesquisa, as transformações continuaram, de modo que a pergunta norteadora era constantemente “questionada” e, por muitas vezes, alterada. Sobre este processo de construção, Araújo e Borba (2004, p. 28) afirmam que:

A primeira pergunta diretriz, entretanto, pode ser modificada à medida que a própria experiência com o trabalho de campo e as leituras de novas referências levem o autor a ganhar uma nova perspectiva que transforma o foco em questão.

Desse modo, a primeira pergunta diretriz, ainda na fase de projeto de pesquisa, questionava *como os alunos do Ensino Médio tratariam os assuntos Geometria Plana, Geometria Espacial e Matemática Financeira a partir de Projetos de Engenharia Civil, utilizando os software Arcon e Excel?*

O processo de depuração era constante e essa pergunta foi tomando novas formas. Num primeiro momento, deixei de restringir os estudos somente aos alunos do Ensino Médio, não enfatizei tanto os *software* utilizados, embora importantes no processo, e restringi o projeto apenas a conceitos matemáticos relacionados à construção de casas.

Em um outro momento, tomou força a questão de como se daria o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos da Geometria em conexão com a Matemática Financeira, e o foco deixava de ser como os alunos tratariam a Matemática em um ambiente construcionista para focalizar-se na relação ensino e aprendizagem.

Por fim, os conceitos matemáticos foram expandidos da Geometria e Matemática Financeira para a Matemática em geral e a aprendizagem ganhou maior espaço no desenvolvimento da pesquisa, sempre tomando como pano de fundo o Construcionismo.

Ao final de tantas mudanças, posso dizer que objetivo desta pesquisa é investigar o potencial pedagógico de Projetos de ensino e aprendizagem na exploração e construção de

conceitos matemáticos segundo a abordagem construcionista, no contexto da construção de casas e seus orçamentos.

Desse modo, a pergunta que norteou essa pesquisa foi:

Como o desenvolvimento de Projetos envolvendo a construção civil e o uso das Tecnologias Informáticas pode contribuir para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos?

Provavelmente, esta pergunta está impregnada de influências do meu desenvolvimento pessoal como pesquisador. As atividades como trabalhador, empresário e a formação no curso de Administração de Empresas influenciaram na minha busca constante por situações contextualizadas, carregadas de significados, projetando a figura do aluno como um futuro trabalhador que necessita dos conhecimentos exigidos pelo mercado.

Ao encontro dessas idéias, foi importante a minha formação no curso de Matemática e, principalmente, o Mestrado em Educação Matemática, que abriram horizontes no que se refere a trabalhos por meio de Projetos e TI, que oferecem ao aluno a oportunidade de ser membro central na construção de seus próprios conhecimentos.

Organização da Dissertação

A presente dissertação inicia-se com a Introdução, seguida pelos capítulos de Referencial Teórico, Metodologia, Análise de Dados e Considerações Finais, além das Referências Bibliográficas e Apêndices.

A Introdução traz a minha trajetória pessoal, minhas primeiras experiências como professor, o início do Mestrado, como aluno especial, a harmonia entre a minha prática docente e a teoria educacional construcionista; a relevância, o objetivo e a pergunta norteadora da pesquisa.

No Capítulo 1 está apresentada, como fundamentação teórica do estudo, a teoria do Construcionismo e suas cinco dimensões, propostas por Papert (1986), além da Espiral de Aprendizagem sugerida por Valente (1993, 2002). Na revisão literária, está exposta uma articulação entre os temas pertinentes, como trabalhos por Projetos, Tecnologias Informáticas, Visualização, entre outros, assim como as possíveis contribuições que os mesmos trazem para a aprendizagem e para a Educação Matemática.

A Metodologia de Pesquisa, de cunho qualitativo, foi baseada em autores como: Araújo e Borba (2004), D'Ambrosio (1996), Bogdan e Biklen (1994), Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (2004), Powell et al. (2004), entre outros. Ela encontra-se discutida no

Capítulo 2. Ainda neste capítulo são apresentados os procedimentos metodológicos adotados para a Coleta e Análise de Dados da pesquisa.

No Capítulo 3 foram apresentados e analisados os dados, buscando respostas à pergunta norteadora da pesquisa. Nessa busca, a pesquisa desenvolveu-se de maneira árdua e minuciosa, sob o prisma do Construcionismo, da Espiral de Aprendizagem e dos procedimentos metodológicos adotados, visando à confiabilidade dos resultados aqui apresentados. Provavelmente, um recurso inédito para registro de dados utilizado nesta pesquisa foi o *software* Camtasia⁷, que tem a potencialidade de registrar no disco rígido do computador todas as imagens de procedimentos dos alunos, em particular no uso dos *software* Arcon e Excel, assim como o áudio das conversas entre os grupos de alunos.

O Capítulo 4 destaca algumas considerações referentes aos resultados obtidos na pesquisa e suas contribuições para a Educação Matemática. Além disso, indica algumas características que se mostraram evidentes no desenvolver do trabalho como, por exemplo, a ocorrência da conexão entre diversos conceitos matemáticos e as potencialidades do *software* Arcon verificadas por meio da Visualização.

⁷ O Camtasia Studio é um *software* de criação de vídeo, que permite que o usuário crie vídeos, como tutoriais, capturando a tela do computador.

1 – REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo encontram-se apresentados os pressupostos teóricos do Construcionismo (PAPERT, 1985, 1986) e também da Espiral de Aprendizagem (VALENTE, 1993, 2002), os quais são tomados como a base teórica desta pesquisa em Educação Matemática.

De forma geral, o Construcionismo é entendido como uma teoria de aprendizagem que busca a construção do conhecimento a partir de ambientes baseados no desenvolvimento de Projetos, em comunhão com as TI.

A idéia de Espiral de Aprendizagem é representada por meio das ações de descrição, execução, reflexão e depuração. Essas ações podem ocorrer num ambiente de ensino e aprendizagem planejado e preparado pelo professor, no qual participam os alunos e computador, desenvolvendo Projetos que podem envolver conceitos matemáticos e, desse modo, auxiliando o processo de construção de novos conhecimentos.

Sendo assim, num primeiro momento, são destacadas as características do ambiente construcionista de aprendizagem, por meio de cinco dimensões e os decorrentes ciclo e espiral⁸ da aprendizagem. Posteriormente, são abordadas as características da teoria de Projetos de Aprendizagem, das TI e as contribuições que essas teorias podem propiciar à construção do conhecimento.

1.1 O Construcionismo e a Espiral de Aprendizagem

A teoria educacional construcionista teve início na década de 60, a partir de pesquisas desenvolvidas pelo sul-africano Seymour Papert. Entre 1959 e 1964, Papert trabalhou nos Alpes suíços, em aldeias próximas a Genebra, diretamente com Jean Piaget. No desenvolvimento do Construcionismo, Papert (1985, p.188) utiliza-se da teoria epistemológica piagetiana, o Construtivismo⁹, afirmando que a contribuição de Piaget em seu trabalho vai muito além da teoria e da filosofia:

[...] estarei preocupado com o Piaget epistemológico, em como suas idéias têm contribuído para a teoria do conhecimento da aprendizagem que tenho

⁸ O conceito de Espiral de Aprendizagem transcorre da idéia de Ciclo de Aprendizagem.

⁹ Construtivismo é uma das correntes teóricas empenhadas em explicar como a inteligência humana se desenvolve partindo do princípio de que o desenvolvimento da inteligência é determinado pelas ações mútuas entre o indivíduo e o meio.

descrito [o construcionismo], uma teoria que não divorcia o estudo de como a matemática é aprendida do estudo da própria matemática.

Em 1964, Papert transfere-se para o *Massachusetts Institute of Technology (MIT)*, onde além da influência piagetiana, sofre aquela gerada pelo desenvolvimento de duas teorias: a Computacional e a Inteligência Artificial – IA.

Nesta nova fase, Papert (1985, p. 244) afirma que “[...] ainda tinha minha atenção focalizada na natureza do pensamento, mas agora minha preocupação imediata estava no problema da Inteligência Artificial: como fazer máquinas que pensem?”, mesmo porque a IA tem sua teorização fortemente embasada nas teorias computacionais.

De posse dessa teoria, Papert desenvolveu o *Logo*¹⁰, no qual se consegue as melhores representações das idéias construcionistas. Nas décadas de 80 e início de 90, as escolas eram limitadas em recursos computacionais, e os pequenos espaços que restavam para desenvolvimento de atividades que associavam informática e educação, eram disputados pelos *software* educacionais, como jogos ou tutoriais, e a linguagem de programação *Logo* levava a vantagem por não ser um programa pronto, propiciando aos alunos a oportunidade de criar seus próprios programas. A esse respeito, Maltempo (2004, p.266) pondera que:

Na utilização do Logo Gráfico, segundo as idéias construcionistas, o aprendiz assume uma postura ativa frente ao seu aprendizado e ao computador e vai, através do desenvolvimento de Projetos pessoais, explorando novos conceitos e progredindo em seu próprio ritmo. Além disso, todos os “comandos” ensinados para a tartaruga ficam registrados e podem ser manipulados por meio do computador; o aprendiz tem à sua disposição um recurso bastante concreto que lhe permite visualizar o que foi feito e aprimorar seus projetos. Este tipo de potencial, propiciado pela tecnologia, é um ponto-chave enfatizado pelo construcionismo.

Atualmente, além do *Logo* existem outros materiais que podem ser favoráveis no desenvolvimento de atividades sob a perspectiva construcionista como, por exemplo, as planilhas eletrônicas, os editores de textos, alguns *games* ou CAD. Entretanto, qualquer que sejam esses materiais, se não forem utilizados à luz da perspectiva construcionista, corre-se o risco de promover resultados diferentes do esperado, podendo comprometer a construção de novos conhecimentos por parte dos alunos envolvidos.

Para fugir desta possível “armadilha” é necessário salientar que além do aluno e do computador existe o professor, o qual tem papel fundamental para uma configuração satisfatória do ambiente construcionista de aprendizagem.

¹⁰Trata-se de uma linguagem de programação que oferece a oportunidade do aluno expressar suas idéias por meio de uma linguagem formal, obtendo como benefício tanto a compreensão do problema proposto quanto a representação formal do raciocínio que o aluno usa na resolução deste problema.

Ao professor cabe o papel de regente no desenvolvimento das atividades, devendo ser profundo conhecedor dos conteúdos envolvidos, levando os alunos a refletirem, investigarem, ou seja, conduzindo o desenvolvimento do projeto de modo que privilegie os conceitos matemáticos; intervindo sempre de maneira conveniente. O professor que consegue agir desta maneira estará contribuindo para que o ambiente construcionista se torne eficaz e que ocorra a construção de novos conhecimentos.

Essa terna, formada pelos alunos, computadores e professor deve funcionar como uma perfeita engrenagem, gerando um ambiente agradável e acolhedor, que propicie reflexões e discussões, oferecendo materiais de referência e respeitando as características de cada um.

Fundamentando-se em todas essas considerações, Maltempi (2004, p. 265) define o Construcionismo como sendo:

[...] tanto uma teoria de aprendizagem como uma estratégia para a educação, que compartilha a idéia construtivista de que o desenvolvimento cognitivo é um processo ativo de construção e reconstrução das estruturas mentais, no qual o conhecimento não pode ser simplesmente transmitido do professor para o aluno. O aprendizado deve ser um processo ativo, em que os aprendizes ‘colocam a mão na massa’ (*hands-on*) no desenvolvimento de projetos, em vez de ficarem sentados atentos à fala do professor.

Diante disso, colocando as idéias construcionistas em prática na escola, o professor poderá ter mais condições de criar um ambiente propício à construção do conhecimento por parte de seus alunos. Nessa configuração os alunos podem ter a oportunidade de participar de aulas nas quais o professor deixa de ser o centro das atenções, cedendo espaço para maior participação dos próprios alunos.

Papert (1986) sugere *cinco dimensões* como base para a construção de um ambiente de aprendizagem construcionista, a saber: *pragmática, sintônica, sintática, semântica e social*. Maltempi (2004) destaca as características de cada uma dessas dimensões e reforça a importância que cada uma delas exerce na elaboração de ambientes de aprendizagem baseados no Construcionismo.

A dimensão pragmática postula que as construções mentais devam ser apoiadas por construções concretas, cujo produto pode ser examinado, discutido; buscando o desenvolvimento de Projetos mais bem elaborados. Maltempi (2004, p. 267) afirma que “Refere-se à sensação que o aprendiz tem de estar aprendendo algo que pode ser utilizado de imediato, e não em um futuro distante”.

Na dimensão sintônica, busca-se Projetos contextualizados e de importância para os alunos, sendo que estes participam da escolha do tema do projeto, têm a liberdade para

direcionar as decisões, cabendo ao professor o papel de mediador. A esse respeito Maltempi (2004, p. 267) afirma que:

Ao contrário do aprendizado dissociado, normalmente praticado em salas de aula tradicionais, a construção de projetos contextualizados e em sintonia com que o aprendiz considera importante fortalece a relação aprendiz-projeto, aumentando as chances de que o conceito trabalhado seja realmente aprendido.

O autor ainda afirma que “o computador, muitas vezes, viabiliza Projetos que seriam impossíveis no ambiente real devido a limitações físicas de materiais e do meio” (MALTEMPI, 2004, p.267). Por exemplo, seria muito difícil e trabalhoso desenvolver um projeto de construção de casas por meio de maquetes confeccionadas a partir de cartolina ou madeira no ambiente de uma sala de aula convencional e, além disso, mesmo que as mesmas fossem construídas, corre-se o risco de não oferecerem o dinamismo característico de alguns programas de computador.

Já na dimensão sintática, destaca-se a importância de o aluno ter acesso fácil aos elementos básicos do ambiente de aprendizagem e progressão na manipulação desses elementos, de acordo com sua necessidade e desenvolvimento cognitivo. Nesse aspecto, Maltempi (2004, p. 267-8) pondera que “[...] o ideal seria que os materiais usados pudessem ser acessados sem nenhum pré-requisito e que também oferecessem um escopo de desenvolvimento ilimitado. Na prática, isso acaba por se tornar inviável, mas é um ideal que deve ser perseguido o máximo possível”.

Outra dimensão é a semântica, que diz respeito à multiplicidade de significados que os materiais devem oferecer. Neste sentido, Maltempi (2004, p. 268) nos aponta um fator interessante que é a importância de:

[...] o aprendiz manipular elementos que carregam significados que fazem sentido para ele, em vez de formalismos e símbolos. Para que, através da manipulação e construção, os aprendizes possam ir descobrindo novos conceitos, é necessário que os materiais usados carreguem significados múltiplos. Além de serem psicologicamente evocativos para o aprendiz, eles também devem trazer dentro de si conceitos e idéias que sejam representativas do assunto que está sendo estudado.

A última dimensão é a social, a qual enfatiza a conexão que deve existir entre as pessoas, a cultura local e os trabalhos desenvolvidos. A esse respeito Maltempi (2004, p. 268) afirma que deve ocorrer:

A integração da atividade com as relações pessoais e com a cultura do ambiente no qual ela se encontra. O ideal é criar ambientes de aprendizagem

que utilizem materiais valorizados culturalmente. Nesse sentido a programação de computadores e o domínio da tecnologia em geral representam bons materiais a serem aproveitados, uma vez que são bem valorizados na sociedade atual. A questão é aproveitá-los de modo educacionalmente produtivo.

Valente (1993, 2002) pondera ainda que as ações e procedimentos desenvolvidos pelos alunos, a partir da perspectiva do Construcionismo e, conseqüentemente, das cinco dimensões, por intermédio do ambiente *Logo*, podem ser visualizados na forma de um ciclo/espiral, contendo as fases de *descrição*, *execução*, *reflexão* e *depuração*.

Para desenvolver essa teoria, do ciclo e Espiral de Aprendizagem, Valente valeu-se do advento da Informática, através do desenvolvimento do *Logo*, que contribuiu para a visualização dessas fases. Nos tempos de Piaget existiam muitas dificuldades para representar essas ações, pois os objetos de estudo não ofereciam a capacidade de executar ordens, situação que foi modificada com o aparecimento dos computadores.

Ao implementar o seu projeto em *Logo*, o aluno concretiza as suas idéias através de uma seqüência de comandos, a partir de uma linguagem de programação, iniciando, assim, a fase de *descrição* da Espiral de Aprendizagem. Essa seqüência de comandos fica armazenada no computador, tornando-se fundamental na fase de *depuração*. Feita a *descrição* o computador realiza a fase de *execução* da seqüência de comandos, que determina as ações da tartaruga, sendo representadas na tela do computador.

A partir dessas informações, o aluno inicia um processo de *reflexão*, comparando a resposta obtida do computador em relação ao que havia planejado anteriormente ao implementar o projeto. Nesta ocasião, podem ocorrer duas situações. Em uma delas seria que o aluno pode alcançar uma resposta satisfatória em relação ao que havia planejado e, assim, o seu problema estará resolvido. Na outra situação, a resposta obtida não é satisfatória, com um resultado diferente do esperado, iniciando-se então a fase de *depuração* do programa.

Nessa fase, o aluno focaliza-se no *erro* que provavelmente deve estar relacionado a alguma convenção da linguagem *Logo*; a conceitos que podem ser matemáticos; ou a estratégias, considerando então que o aluno deve rever as técnicas utilizadas na resolução do problema.

O *erro* e a *depuração* têm papel primordial no processo de construção do conhecimento. O *erro* pode proporcionar perturbações que se manifestam através de desequilíbrios e conflitos. Após a *depuração*, a tendência é que o equilíbrio seja retomado, gerando uma *descrição* em nível mais elevado de conhecimento. A este respeito Maltempo (2004, p. 272) afirma que:

A atividade de depuração tem origem no erro, e este está intimamente relacionado com a construção do conhecimento, pois atua como um motor que desequilibra e leva o aprendiz a procurar conceitos e estratégias para melhorar o que já conhece. Nessa busca, novas informações são processadas e agregadas ao conhecimento já existente. Portanto, o aprendizado se dá através da construção de uma série de teorias transitórias. Esse processo ocorre via tentativas e erros, no qual o aprendiz parte dos aspectos já conhecidos da solução de problemas e segue construindo suas próprias teorias. As teorias que não forem adequadas vão sendo descartadas ou alteradas até se tornarem cada vez mais estáveis.

Ao cometer um *erro* durante a resolução de um problema, o aluno tem a oportunidade de refletir sobre os procedimentos adotados, buscar o *feedback* necessário por meio da análise da descrição, de discussões com os colegas e/ou professor, realizar pesquisas buscando novas informações, fatos que se explorados e conduzidos eficazmente pelo professor podem tomar um lugar fundamental, contribuindo para aprimorar o pensamento e acarretar a construção de novos conhecimentos.

Uma outra vantagem do *erro* quando identificado pelo ambiente *Logo* é que o computador pode ajudar a não causar bloqueios cognitivos nos alunos, decorrentes de traumas emocionais, pois o aluno tende a aceitar com maior naturalidade quando a máquina indica que algum procedimento está errado. Martins e Campestrini (2007, p. 157) indica que o computador quando identifica um erro do aluno “[...] não grita, não pune, não faz julgamentos sobre o comportamento do usuário, repete os procedimentos quantas vezes forem necessárias, não humilha, é rápido e mais barato”.

O erro também pode ser bem aproveitado em outros ambientes computacionais, ou até mesmo em salas de aula tradicionais. Nesse sentido, muitas pesquisas em Educação Matemática vêm sendo desenvolvidas. Cury (2007, p. 80) sugere que “[...] o erro se constitui como um conhecimento, é um saber que o aluno possui, construído de alguma forma, e é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas levando o estudante a um questionamento sobre suas respostas”.

Valente (2002, p. 28) associa as potencialidades oferecidas pelo *erro* dos alunos à teoria do ciclo e Espiral de Aprendizagem, percebendo que a idéia de espiral é mais apropriada para representar as fases de descrição, execução, reflexão e depuração, pois o aluno, ao cometer um *erro*, tem a oportunidade de buscar o *feedback* que necessita para resolver o problema, podendo elaborar uma nova descrição para o mesmo, promovendo, assim, uma evolução do seu pensamento. Desse modo, o autor afirma que “[...] esse constante aprimoramento do pensamento e as equilibrações majorantes são mais bem apresentadas por intermédio de espirais em vez de ciclos” e justifica afirmando que:

O ciclo sugere a idéia de repetição, de periodicidade, de uma certa ordem, de fechamento, com pontos de início e fim coincidentes, porém os conhecimentos não poderiam crescer e estariam sendo repetidos, em círculo. Assim, a utilização da idéia de espiral para explicar o processo de construção de conhecimento, que cresce continuamente, é mais adequada enquanto modelo do que se passa na interação aprendiz-computador (VALENTE, 2002, p. 28).

Valente (2002) ainda nos mostra que a Espiral de Aprendizagem é apresentada de maneira independente e seqüencial, por meio das fases de descrição, execução, reflexão e depuração para facilitar a compreensão, mas elas podem ocorrer de modo simultâneo, podendo ter a aparência de um remoinho:

Embora as ações estejam sendo apresentadas de modo independente e seqüencial, na prática, elas podem ocorrer simultaneamente. Essa separação é feita para compreender o papel de cada uma dessas ações no processo de construção de conhecimento. Por exemplo, durante a execução, à medida que o resultado vai sendo produzido, o aprendiz pode estar refletindo. Portanto, a melhor representação desta espiral poderia ser um remoinho, no qual as ações estão ocorrendo simultaneamente (VALENTE, 2002, p. 30).

Ainda corroborando o formato que a Espiral de Aprendizagem possa assumir, em relação à ordenação de suas ações, Rosa (2004, p. 133) indica o turbilhão de aprendizagem, indo ao encontro da idéia de remoinho, como segue:

A idéia de Ciclo de Aprendizagem, que já foi, de certa forma, substituída pela a de Espiral de Aprendizagem, não sustenta a ordem que as ações de aprendizagem ocorriam durante a pesquisa. Do mesmo modo, a idéia de Espiral, mesmo que ampliando muito o conceito que existia no ciclo, mantinha a idéia de ordenação das ações, ou seja, a idéia de seqüência de acontecimentos. No entanto, durante nossa pesquisa, percebemos que esse processo linear não ocorria, mesmo conseguindo identificar todas as ações de aprendizagem de uma maneira particular. Assim, percebemos que, em nossa concepção, a idéia de espiral ainda precisava ser moldada, pois o significado de espiral remete-nos a uma visão de sentido único, o qual segue uma seqüência um tanto lógica. Por isso, aumentando a noção de espiral dada por Valente (2002), criamos a expressão Turbilhão de Aprendizagem.

Desse modo, pode-se pensar em representar o processo de construção de novos conhecimentos por meio do remoinho de aprendizagem ou até mesmo do turbilhão de aprendizagem, no entanto, adotaremos nesta pesquisa, para a análise de dados, a Espiral de Aprendizagem, uma vez que entendemos que essa idéia contempla a nossa necessidade de interpretação das ações dos alunos no desenvolvimento dos Projetos.

Esse amadurecimento de idéias, iniciando-se pelo ciclo de aprendizagem, seguido pela Espiral de Aprendizagem e remoinho de aprendizagem ocorre, principalmente, pelo desenvolvimento das TI e seus decorrentes e avançados recursos. Piaget, em sua época, na

qual se iniciava o desenvolvimento computacional, encontrava dificuldades em representar/expressar as ações dos “alunos” por falta do computador. Valente, tempos depois, utilizando a linguagem *Logo*, passou a representar essas ações por meio do ciclo e posteriormente da espiral.

Apesar da enorme contribuição que os computadores prestam na realização dessas ações, existe o grande desafio de fazer com que o aluno mantenha a espiral em ação, e esta difícil tarefa cabe ao professor, conforme afirma Valente (2002, p. 21) :

A figura do professor ou de um agente de aprendizagem que tem a função de manter o aluno realizando o ciclo. Para tanto, o agente pode explicitar o problema que o aluno está resolvendo, conhecer o aluno e como ele pensa, incentivar diferentes níveis de descrição, trabalhar os diferentes níveis de reflexão, facilitar a depuração e utilizar e incentivar as relações sociais.

Fortalecendo ainda mais a importância da postura e do conhecimento do professor, exercidos nestas circunstâncias, Valente (2002, p. 21) nos mostra que:

O ciclo que se estabelece na interação aprendiz-computador pode ser mais efetivo se mediado por um agente de aprendizagem ou professor que saiba o significado do processo de aprender por intermédio da construção de conhecimento. O professor precisa compreender as idéias do aprendiz e sobre como atuar no processo de construção de conhecimento para intervir apropriadamente na situação, de modo a auxiliá-lo neste processo. No entanto, o nível de envolvimento e a atuação do professor são facilitados pelo fato de o programa ser a descrição do raciocínio do aprendiz e explicitar o conhecimento que ele tem sobre o problema que está sendo resolvido.

Portanto, o professor, o aluno e o computador fazem parte de um ambiente que pode ser propício à construção do conhecimento. Apesar da inegável relevância da linguagem de programação *Logo* na Espiral de Aprendizagem, atualmente há outros *software*, com os já citados *games*, aplicativos, CAD, que podem mostrar-se eficazes no desenvolvimento dessas atividades.

Talvez a maior deficiência desses *software* esteja nas fases de descrição e/ou execução, quando o aluno descreve a seqüência de comando através da programação¹¹ e/ou quando o computador realiza a execução dessas ordens. Geralmente esses outros *software* não oferecem o recurso que registra as idéias do aluno.

Maltempo (2004, p. 273) julga que, apesar dessas deficiências, não devemos descartar atividades por intermédio de outros *software*, e, para contornar esses problemas, sugere que haja:

¹¹ Existem vários *software* nos quais não há programação e a conseqüente execução das ordens.

[...] elaboração de relatórios e diagramas que acompanhem todo o processo de construção do projeto em questão, estimulando o planejamento e a explicitação das idéias do aprendiz. Para enriquecer a fase de execução apostamos na realização de apresentações do projeto em desenvolvimento a outros aprendizes da turma, a toda comunidade escolar e as pessoas que tenham noção das idéias que norteiam o ambiente de aprendizagem e que, assim, possam contribuir como um *feedback* pertinente.

Ao conseguir êxito na elaboração desses ajustes, esses *software*, assim como o *Logo*, tornam-se importantes materiais na criação de ambientes construcionistas. É importante salientar que, por outro lado, esses outros *software*, podem ser muito eficientes ao contemplar os requisitos previstos nas dimensões construcionistas, mostram-se atraentes, dinâmicos, modernos aos olhos dos alunos.

Portanto, é possível notar que a teoria educacional construcionista tem seus alicerces edificados a partir do Construtivismo e das teorias computacionais, mas para que ocorra um ambiente propício à construção do conhecimento, é importante observarmos as peculiaridades referenciadas nas cinco dimensões construcionistas e o permanente movimento da Espiral de Aprendizagem.

Indicando esse contexto, a figura a seguir busca representar o desenvolvimento de Projetos de Aprendizagem inseridos no ambiente construcionista, onde os alunos, envolvidos na resolução de problemas, podem contar com a presença do professor como mediador, os colegas para discutirem/refletirem sobre suas ações e resultados obtidos, diversos recursos didáticos, tais como os *software*, livros, calculadoras, lousa, entre outros. Neste cenário, quando construído de maneira propícia, a espiral tende a permanecer em movimento constante, privilegiando a construção de conhecimentos.



Figura 1: Representação do Ambiente construcionista e Espiral de Aprendizagem

As circunferências da figura acima buscam indicar as cinco dimensões que permeiam o ambiente construcionista, o qual, ao nosso entender, não é estático, pois tem como característica privilegiar o desenvolvimento de Projetos de maneira contextualizada, oferecendo a oportunidade de se desenvolver ações que dificilmente aconteceriam em outro ambiente, com os alunos podendo realizar discussões/reflexões entre si, com as construções mentais apoiadas em discussões concretas, associando os conceitos matemáticos decorrentes dos Projetos ao dia-a-dia dos alunos e a sua cultura, de maneira fácil e eficiente. No conjunto dessas ações aparecem as interações entre professor, alunos, *software*, livros didáticos, ou outros recursos que se fizerem necessários para o desenvolvimento dos Projetos. Desse modo, entendemos que o ambiente construcionista, apesar da aparência estática, pode se tornar dinâmico e em movimento constante, privilegiando a construção de novos conhecimentos.

No centro da Figura, a partir da representação da interação dos alunos com professor, computador, inseridos no ambiente construcionista, são representadas as fases da Espiral de Aprendizagem, a partir das fases de descrição, execução, reflexão e depuração, além do *erro* e conseqüente *feedback*. Também há de se reforçar que a representação dessas fases possa aparecer de maneira não-linear, reforçando a idéia de remoinho.

O papel do professor merece destaque, pois cabe a ele a tarefa de elaborar e manter o ambiente acolhedor e motivador aos alunos e também estimular o movimento constante da Espiral de Aprendizagem. Com o professor conseguindo êxito nestas tarefas, provavelmente os alunos, ao desenvolverem seus Projetos, serão beneficiados com a construção de novos conhecimentos.

Ainda no desenvolvimento desse capítulo, destacarei as particularidades de Projetos e TI, assim como algumas implicações referentes à utilização dessas duas teorias, buscando exaltar a importância das dimensões na busca pela construção do conhecimento.

1.2 Projetos e TI: um casamento teórico visando à construção do conhecimento

Para que o casamento entre Projetos e TI seja satisfatório é necessário que o professor tenha conhecimento dos requisitos construcionistas e, segundo esta teoria de aprendizagem, elabore ambientes favoráveis ao desenvolvimento das atividades pedagógicas, propiciando a construção de novos conhecimentos.

Nos próximos parágrafos, são destacadas algumas das características dos trabalhos desenvolvidos a partir de Projetos em ambientes pautados nas TI. Veremos que o Construcionismo sugere, conforme as cinco dimensões, uma forte relação com os trabalhos por Projetos e que as TI sempre tomaram papel marcante nesta teoria, inicialmente a partir do *Logo* e, posteriormente, através de outros *games* ou *software*, como o caso particular de um CAD e de uma planilha eletrônica adotados nesta pesquisa.

1.2.1 Os trabalhos pautados na teoria de Aprendizagem por Projetos

O termo projeto, que no sentido etimológico significa “lançado para diante”, pode ser interpretado de diversas maneiras. O projeto já era utilizado no século XV, tanto nas Ciências Exatas como nas Humanas, mas, recentemente, sua utilização ampliou-se para outros fins, podendo existir diversos tipos de Projetos ou formatos de Projetos, conforme afirma Andrade (2003), sendo que alguns se relacionam à Engenharia, à Arquitetura, à Economia ou outras áreas, mas também há os Projetos acadêmicos de pesquisa, além dos Projetos educacionais.

Alguns pesquisadores associam o termo projeto ao termo *design*, porém, Miskulin (1999) ressalta que nenhum termo da Língua Portuguesa retrata com precisão o significado de *design*. Alguns dicionários apontam *design* como sendo substantivo ou verbo. No primeiro caso, pode-se assumir alguns sentidos como os de plano, esquema, projeto, planejamento,

modelo, objetivo. Já como verbo, encontram-se as traduções tais como planejar, idear, projetar, esquematizar, delinear, traçar, objetivar, entre outros.

Nesta pesquisa, utilizaremos o termo Projeto de Aprendizagem ou simplesmente Projeto, o qual encontra-se ligado ao contexto da sala de aula, como estratégia fundamental para a elaboração de um ambiente construcionista. Ainda na sala de aula, segundo nos aponta Andrade (2003), existe o Projeto de Ensino, o qual não apresenta nenhuma inovação, pois concentra todas as decisões no professor ou nos gestores da escola, cabendo a esses escolher o tema, o problema e as questões que vão gerar o Projeto.

Projetos sob esta perspectiva correm o risco de não incentivar os alunos no desenvolvimento satisfatório das atividades, prejudicando a construção de novos conhecimentos.

De acordo com Resnick (1996), deve-se tomar o cuidado para que as atividades por Projetos não se tornem uma repetição de passos executados pelos alunos, sendo que o ideal é deixá-los no controle da situação, na definição e resolução do problema.

Ainda no início do século passado, como precursor das idéias de Projetos Educacionais, Dewey (1959) defendia que as atividades escolares deveriam estar envoltas às emoções e desejos dos alunos, buscando significados para o próprio indivíduo. Além disso, deveria ocorrer a busca por novas informações, com atividades de valor intrínseco, despertando novas curiosidades, com uma duração de tempo adequada a sua execução.

Corroborando essas idéias, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), sugere o desenvolvimento de trabalhos com Projetos, buscando uma integração entre as disciplinas que constituem os currículos escolares.

Andrade (2003) ainda afirma que o projeto de aprendizagem atribui aos alunos as tomadas de decisões, que têm a competência e a responsabilidade no seu desenvolvimento. A esse respeito o autor indica que:

A nosso ver, na aprendizagem por projetos o tema até pode estar inserido no currículo, na disciplina, ser proposto pelo professor ou até pela escola, por se tratar de um tema emergente (como foi o tema “Brasil 500 anos” no ano 2000), mas pelo menos o problema deve ser do aluno. É importante que nesta modalidade seja respeitada a autonomia dos autores, mas não significa que esta autonomia deve ficar fora dos conteúdos do programa escolar de cada nível de ensino que são necessários a formação das competências, habilidades e conhecimentos dos seus autores (ANDRADE, 2003, p. 75).

Respeitando essas características os trabalhos por Projetos podem se tornar mais significativos para os alunos, os quais têm a oportunidade de tomar decisões e refletir sobre seus efeitos, contribuindo para a construção de novos conhecimentos.

Nesse sentido, Andrade (2003, p. 76) assegura que para se obter resultados positivos no desenvolvimento dessas atividades deve-se seguir algumas diretrizes, tais como:

[...] o respeito ao propósito ou intenção do seu autor pois isto significa motivação, envolvimento e responsabilidade com os resultados. Só uma atividade querida e projetada exige comprometimento e responsabilidade. A aprendizagem por projetos deve ser uma oportunidade para que os alunos possam pensar e julgar por si, desenvolvendo o pensamento, a autonomia e o senso criativo. Em consequência o problema proposto deverá ser resolvido por eles, ainda que possam e devam ser orientados por um educador.

No contexto desta pesquisa, construção e orçamento de casas foi o assunto proposto pelo professor/pesquisador, motivado pela sua vivência e observação enquanto professor, pois percebeu a forte associação entre o tema e o cotidiano de seus alunos, e deste modo procurou privilegiar situações significativas aos mesmos, por meio do desenvolvimento de Projetos de Aprendizagem.

Esse tema, a construção civil, é comum em nossa sociedade, seja por meio da construção e reforma da própria casa, que está intimamente ligada à idéia de lar e família, ou também, por muitas vezes, à vida profissional dos próprios alunos ou seus conhecidos, que estejam envolvidos no ramo de construção civil.

Ao propor para que o aluno também forneça o orçamento da construção da casa, juntamente com a planta baixa e maquete eletrônica, buscou-se realizar conexões entre conceitos da própria matemática, fato este que pode contribuir ainda mais para a atribuição de sentido aos conceitos estudados, buscando relações da matemática ao o dia-a-dia dos alunos.

Na elaboração da planta baixa e maquete eletrônica, por exemplo, podem ser explorados conceitos como geometria, álgebra e trigonometria e no orçamento da casa, a álgebra e a matemática financeira. Desse modo, pode-se propiciar a conexão entre esses variados conceitos matemáticos, buscando beneficiar a construção de novos conhecimentos matemáticos nos alunos.

Chica e Jesus (2007, p. 34) corroboram essas idéias, da conexão entre conceitos matemáticos, e afirmam que a matemática “[...] trata-se de uma área do conhecimento que, além de estar integrada e relacionada a outras, possui uma lógica interna, estabelecendo a conexão entre diferentes temas que possuem aproximações ou semelhanças de estratégias, de linguagem, de situações problema”.

Esses mesmos autores sugerem ainda que o ensino de Matemática dividido por eixos, priorizando a conexão entre diferentes conceitos matemáticos, pode ser uma opção didática, a qual envolve uma concepção de ensino e aprendizagem, se contrapondo a tendência do ensino fragmentado, afirmando que:

Didaticamente falando, pensar em um ensino organizado por eixos nas aulas significa assumir que, embora o ensino se organize de modo linear, os alunos aprendem fazendo conexões, o que acontece quando podem estabelecer relações entre diferentes conceitos e procedimentos matemáticos (CHICA; JESUS, 2007, p. 37).

Outro fato interessante a se ressaltar é que, ao se iniciar o desenvolvimento do projeto de construção e orçamentos de casas, apenas foi indicado aos alunos o tema de construção civil, o perfil dos futuros moradores da casa e a indicação de uma tabela de preços com os itens de construção, a qual poderia ser alterada, no caso de optarem por uma aproximação dos valores com a realidade do comércio local. As demais decisões de encaminhamento do projeto ficaram a cargo dos alunos, o que provavelmente contribuiu para o desenvolvimento satisfatório dos trabalhos.

Skovsmose (2001, p. 35), que faz uso dos termos *tematização* ou *organização-em-Projetos* na seleção do problema, também corrobora essas idéias, indicando que ao se desenvolver um projeto de aprendizagem seria interessante que o aluno percebesse que “[...] o problema é de importância. Isto é, o problema deve ter relevância subjetiva para os estudantes. Deve estar relacionado a situações ligadas às experiências deles”.

Hernández (1998, p. 88-9) preconiza que a concepção da palavra projeto vem se modificando ao longo das últimas décadas. Outrossim, afirma que:

Os projetos de trabalho constituem um planejamento de ensino e aprendizagem vinculado a uma concepção da escolaridade em que se dá importância não só à aquisição de estratégias cognitivas de ordem superior, mas também ao papel do estudante como responsável por sua própria aprendizagem. Significa enfrentar o planejamento e a solução de problemas reais e oferece a possibilidade de investigar um tema partindo de um enfoque relacional que vincula idéias-chave e metodologias de diferentes disciplinas.

Já Schön (2000) propõe algumas idéias, as quais são denominadas por ele de ensino prático reflexivo, que vão ao encontro da perspectiva de trabalhos por Projetos. As principais características dessa teoria são o aprender fazendo, a instrução ao invés de ensino e um diálogo de *reflexão-na-ação* recíproca entre o professor e o aluno.

Maltempo (2004, p. 269) complementa as idéias de Schön, dizendo que:

De acordo com Schön (1990), projetar não inclui somente a criação de objetos físicos, mas também organização, planos, políticas, estratégias de ação, comportamentos e construções teóricas. Esse processo é visto como um diálogo com os elementos envolvidos, de modo que novas experiências são normalmente baseadas no aprendizado de experiências anteriores. Esta atividade é vista como um processo social no qual os projetistas constroem soluções diferentes para um problema, e são capazes de discutir (aprender) sobre soluções divergentes.

Na concepção de Valente (2003a, p. 411), os trabalhos por Projetos tratam-se de:

[...] uma tentativa de criar oportunidades para o aluno “aplicar conteúdos” e não “ser ensinado sobre conteúdos”. Essa aplicação é uma maneira de contextualizar conhecimentos adquiridos e propiciar ao aprendiz a chance de poder desenvolver habilidades sobre como resolver problemas, sobre estratégias e, com isto, poder atribuir significado ao conceito que está sendo trabalhado. Assim, ele – desde o início de sua formação – tem a

oportunidade de criar e desenvolver a autonomia para definir e implementar projetos, como deverá ocorrer na sua vida profissional.

Dessa forma, o autor indica que a concepção de aprender é a de *construir conhecimentos*, quando o aluno realiza as interpretações e o processamento das informações obtidas. Esses processos são fortemente privilegiados quando em atividades por Projetos. Nesse sentido, Valente (2003b, p. 2) afirma que “o aprendiz deve processar a informação que obtém interagindo com o mundo dos objetos e das pessoas. Na interação com o mundo, o aprendiz se coloca frente a problemas e situações que devem ser resolvidos e, para tanto, é necessário buscar certas informações”.

Ainda no contexto desta pesquisa, os alunos, além de terem autonomia nas tomadas de decisões, fato que os deixava no controle da situação, tiveram a oportunidade de buscar novas informações para resolverem os problemas oriundos do desenvolvimento do projeto de construção das casas. Nesse processo puderam agregar novas informações aos seus conhecimentos prévios, puderam expor aos outros alunos e ao professor seus pontos de vista, discutir e refletir sobre novas informações e tomadas de decisões, práticas essas que provavelmente serão comuns em sua vida profissional e que contribuem para a construção de novos conhecimentos.

Para Sidericoudes (2004, p. 78), *Projetos e Aprendizagem* estão intimamente vinculados, por se tratar de:

Uma situação em que o aluno possa estar envolvido na tarefa, que possa criar e produzir algo com prazer, que seja uma atividade equilibrada, permitindo que a aprendizagem flua, que seja capaz de estabelecer uma relação entre o cognitivo e o afetivo, que possa gerar a construção e a contextualização dos conceitos na prática e a formalização dos mesmos, possibilitando assim a autonomia do aluno para fazer novas relações e compreensões.

E complementa afirmando que

Quando me proponho a trabalhar com projetos, não estou pensando em uma readaptação de propostas do passado, mas sim em mudanças que, ressituem as concepções e práticas educativas na escola, supondo-a como geradora e produtora de conhecimento e não apenas como consumidora. Estou pensando em novas formas de aprender e ensinar, no sentido de criar situações de aprendizagem significativas para o aluno. (SIDERICOUDES, 2004, p.78).

Corroborando a idéia de que trabalhos por Projetos não podem ser vistos como uma “readaptação de propostas do passado”, destacamos o desenvolvimento das Tecnologias

Informáticas, as quais nos oferecem *software* que podem ser eficientes na “criação de situações de aprendizagem significativas para os alunos”.

Essas idéias de Projetos de Aprendizagem estão em sintonia com as idéias construcionistas. Neste sentido, Maltempi (2004, p. 268-9) percebe essa forte relação entre as características dos trabalhos por Projetos e o Construcionismo, ao enfatizar que:

A elaboração de um projeto envolve a construção de artefatos ou objetos, que podem ser concretos ou abstratos (uma escultura, uma tese, um programa de computador). Esses artefatos são frutos de idéias e do meio usado para expressar e materializar essas idéias – justamente o que fazemos quando resolvemos um problema do dia-a-dia.

O autor ainda afirma que:

Projetar compreende, portanto, uma atividade completamente diferente daquela em que se resolvem problemas dissociados da realidade cotidiana, normalmente encontrados no sistema de ensino tradicional. Geralmente o objetivo a ser atingido é mal definido, sendo que definir o problema faz parte do trabalho do projetista. Além disso, o resultado de uma atividade de projeto depende do meio, não é único, e pode variar de acordo com o projetista, ou seja, segundo os critérios que ele definiu como sendo uma solução satisfatória. Assim, o que pode ser uma ótima solução para um indivíduo, pode não satisfazer um outro (MALTEMPI, 2004, p. 269).

Portanto, esse encontro de idéias, formando a concepção de Projeto de Aprendizagem, está intrinsecamente ligado às cinco dimensões construcionistas propostas por Papert (1986), indicando que para se criar um ambiente propício à aprendizagem, os alunos devem ser participantes ativos no processo de aprendizagem, sendo estimulados à reflexão e à discussão, privilegiando a utilização de múltiplas estratégias e soluções para a resolução dos problemas, favorecendo a criação e apresentação de artefatos, gerando a troca de opiniões entre os mesmos.

1.2.2 Os trabalhos por Projetos apoiados nas Tecnologias Informáticas

Atualmente, as Tecnologias Informáticas têm influenciado praticamente todos os segmentos da sociedade, incluindo a Educação, estando fortemente presente no cotidiano das crianças e adolescentes. Desse modo, não se deve ignorá-las, mas sim tê-las como importantes aliadas no desenvolvimento dos conteúdos escolares.

Sobre o advento da informática e sua aplicação à Educação, Maltempi (2005, p. 1) comenta que:

Desde a invenção dos primeiros computadores eletrônicos, em meados do século passado, pesquisa-se a utilização desses na educação. Naquela época

grande parte da população vivia em uma sociedade baseada na produção em massa, com uma educação pautada no ensino, na transmissão de informações do professor para o aluno, na qual aprender era sinônimo de memorizar, somente. Dessa forma, em sintonia com a sociedade, as primeiras iniciativas de unir informática e educação visavam transformar o computador em máquina de ensinar, “transmissoras de conhecimentos”. Nos últimos 30 anos assistimos a uma revolução tecnológica que se propagou por toda a sociedade, influenciando a maneira de ser, de viver, fazer e aprender da maioria das pessoas, de modo que ter a tecnologia a serviço da transmissão de conhecimentos não é mais suficiente (MALTEMPI, 2005, p. 1).

Dessa maneira, o autor aponta a importância que esses recursos oferecem ao desenvolvimento de Projetos, afirmando que “o computador, muitas vezes, viabiliza Projetos que seriam impossíveis em ambientes reais devido a limitações físicas de materiais e do meio” Maltempi (2004, p. 267).

Valente (2003b), por sua vez, acredita que o computador, na educação, possa ser utilizado para a representação e construção do conhecimento por meio das fases de descrição, execução, reflexão e depuração, da Espiral de Aprendizagem; para buscar e acessar informações e para a comunicação entre pessoas.

Desse modo, os computadores, além da Espiral de Aprendizagem citados no início deste capítulo, oferecem ricas situações para o desenvolvimento de práticas pedagógicas, inclusive a de Projetos, permitindo uma ampla diversidade de atividades, como o uso da Internet, de *software* de simulação ou programação ou ainda a comunicação à distância (VALENTE, 2003b).

Essa busca, no contexto dessa pesquisa, por integrar as TI ao desenvolvimento do projeto de aprendizagem foi metódica, procurando oferecer aos alunos programas de computador que promovessem, com dinamismo e praticidade, a oportunidade de construção das casas e respectivos orçamentos, sempre tendo em vista a ocorrência de situações significativas para os alunos, e que contribuíssem para que a Espiral de Aprendizagem se mantivesse em movimento constante.

Do mesmo modo, com o auxílio da Informática, muitos trabalhos vêm sendo desenvolvidos envolvendo Projetos juntamente com as TI, nos quais os professores e seus alunos têm a oportunidade de encontrar um vasto campo para a construção do conhecimento, pois essa prática oferece a possibilidade de conectar a escola ao mundo.

O papel do professor como mediador no desenvolvimento de trabalhos apoiados nas TI é fundamental, pois do mesmo modo que se tem um aliado, corre-se o risco de pensar que se desenvolveu um belo trabalho, mas sem que haja a produção do conhecimento por parte dos alunos.

Neste sentido, Valente (2004, p. 3) considera que:

O produto pode ser sofisticado, mas não ser efetivo na construção de novos conhecimentos. Por exemplo, o aluno pode estar buscando informações na rede Internet, na forma de texto, vídeo ou gráficos, colocando-os na elaboração de uma multimídia, porém sem ter criticado ou refletido sobre os diferentes conteúdos utilizados. Com isso, a multimídia pode ter um efeito atraente, mas ser vazia do ponto de vista de contribuição ao processo de construção de conhecimento do aluno.

Assim, a responsabilidade do professor ao propor um trabalho por Projetos é imensa, devendo estar atento ao desenvolvimento das atividades, provocando os alunos a exporem suas idéias, gerando discussões, aprofundando os conceitos matemáticos que surgirem, cuidando para que o computador seja um aliado na construção de novos conhecimentos.

Nessa busca, pela construção de novos conhecimentos, Borba e Penteadó (2005, p. 45) confirmam a importância das TI no contexto atual da Educação, enfatizando que:

Entendemos que uma nova mídia, como a informática, abre possibilidades de mudanças dentro do próprio conhecimento e que é possível haver uma ressonância entre uma dada pedagogia, uma mídia e uma visão de conhecimento.

Miskulin (1999, p. 191), reforça a relevância das TI no processo de ensino e aprendizagem, particularizando sua influência na Matemática, pois para ela:

O impacto de novas tecnologias no conteúdo do currículo de Matemática, através da adoção universal de novos produtos, especialmente da calculadora eletrônica e do computador, faz com que a Educação dos tempos modernos exija uma nova dimensão do conhecimento e da competência dos alunos na utilização desses recursos, especialmente nas aulas de Matemática. As funções desses novos recursos tornam o currículo tradicional de Matemática obsoleto e ultrapassado. Com calculadoras eletrônicas e softwares computacionais, números inteiros, frações e cálculos decimais não precisam ser 'tratados à mão'.

Dessa forma, a utilização das TI no desenvolvimento de Projetos pode gerar resistência por parte dos professores, pois os trabalhos por Projetos apoiados na utilização de *software* podem ocasionar situações desconhecidas ao próprio professor, podendo provocar certa instabilidade na regência das tarefas.

Penteadó (2004, p. 284) sugere que os professores, para enfrentarem essas situações, realizem pesquisas em livros, conversas com colegas ou alunos, entre outros, pois:

Uma combinação de teclas pode levar ao surgimento de situações que o professor nunca pensou antes. É possível que os alunos façam perguntas sobre matemática que o professor não previu. Muitas dessas situações requerem uma exploração cuidadosa e nem sempre o professor consegue uma resposta imediata.

Desse modo, também nessa pesquisa, as TI assumem papel fundamental, para junto com Projetos auxiliar na aproximação da Escola ao Mundo, por meio de situações significativas, tornando-se essencial para que o ambiente construcionista seja acolhedor e a Espiral de Aprendizagem permaneça em movimento, buscando sempre a construção de novos conhecimentos dos alunos envolvidos.

1.2.2.1 Software comerciais apoiando atividades educacionais

Nesta pesquisa, as TI se apresentam a partir da utilização de dois *software* comerciais: um pertencente ao ramo da Engenharia Civil e Arquitetura – Arcon, o qual simula a construção de casas; o outro é a planilha eletrônica Excel, presente em inúmeras empresas, a qual foi utilizada para elaboração dos orçamentos das casas virtuais construídas através do Arcon.

Essas escolhas, do Arcon e do Excel, ocorreram buscando respostas à pergunta que rege esta investigação e, conseqüentemente, indo ao encontro das idéias propostas para trabalhos no ambiente construcionista e que privilegiem a Espiral de Aprendizagem.

Para Chaves (1988 apud OLIVEIRA, 1997) existem diversificadas justificativas para a aplicação dos computadores em sala de aula, e também de *software* de uso comercial. Esse autor destaca ao menos quatro formas universalizadas de utilização do computador na escola: instrução programada, aprendizagem por descoberta, simulações e pacotes aplicativos.

Aqui destacaremos as simulações e os pacotes aplicativos. As simulações, indo ao encontro do propósito construcionista, oferecem também a oportunidade de os alunos criarem situações que seriam impossíveis em um ambiente real.

Neste sentido, como poderemos verificar no capítulo de apresentação e análise de dados, o *software* Arcon se mostrou muito eficaz, viabilizando aos alunos a oportunidade de construir os Projetos das casas, fornecendo ferramentas de fácil manipulação, como a de rotação, translação, *zoom*, inserção de objetos, transição instantânea entre duas e três dimensões, visualização do projeto por infinitas tomadas, oferecendo a sensação de realismo. Ao professor proporcionou a oportunidade, entre outras, de direcionar o desenvolvimento do projeto, buscando conceitos matemáticos diversos como, por exemplo, ao propor, em certo momento, a inserção de um determinado modelo de telhado, buscando conceitos relacionados à trigonometria.

Nesse sentido, Oliveira (1997, p. 120) pondera que:

A simulação é uma atividade que coloca o aluno diante do computador como manipulador de situações ali desenvolvidas, que imitam ou se aproximam de um sistema real ou imaginário. Embora estas simulações não sejam dependentes da existência do computador, é nesse ambiente que se permite ao aluno manipular variáveis e observar resultados imediatos, decorrentes da modificação de situações e condições.

O autor afirma que para o professor obter maior êxito através de um *software* que realize simulações, é necessário que este ofereça uma boa interface e consiga ao máximo aproximações a realidade proposta:

Uma simulação que atenda aos interesses pedagógicos requer algumas características, tais como ser um sistema simplificado, de modo a permitir, por um lado, que haja interação com o aluno na manipulação de variáveis e, por outro lado, que se aproxime ao máximo possível do real. (CHAVES apud OLIVEIRA, 1997, p.121).

Dessa maneira, é necessário um *software* específico que reúna todas essas características, cabendo ao professor escolhê-lo, sendo bem provável que esses recursos sejam encontrados em *software* comerciais. Por tal motivo é que Chaves (1988 apud OLIVEIRA, 1997, p. 121) afirmará que:

Nesta perspectiva, resta aos professores a utilização de *software* comerciais, contudo faz-se necessária uma prévia seleção do material a ser utilizado, visto que, o que se tem disponível no comércio é de qualidade duvidosa para os interesses educacionais.

Concluindo a idéia de utilização de *software* de simulação, Santarosa (1985, p. 16) enumera algumas vantagens obtidas com este uso.

Garante ao participante a vivência de experiências semelhantes às que realizará na vida real; propicia, potencialmente, maior transferência da situação de treinamento à situação de vida real; oferece oportunidades para solucionar problemas difíceis mais do que observar formas de solução economiza tempo, uma vez que pode simular em minutos ou horas acontecimentos que levariam dias, meses ou anos para ocorrerem.

Assim como os *software* de simulação, que devem ser adquiridos no comércio, os pacotes integrados¹² são de uso comercial e não educacional, utilizados principalmente em empresas. As planilhas eletrônicas integram estes pacotes, sendo imensamente utilizadas nas empresas, local provável onde futuramente a maioria de nossos alunos poderá desenvolver suas atividades profissionais. Essa característica, aliada à vastidão de conceitos matemáticos que ocorrem na sua utilização, torna-a um importante recurso educacional.

¹² Os pacotes integrados, segundo Oliveira (1997), são compostos por: processador de texto, planilha eletrônica e banco de dados.

Nesse sentido, Oliveira (1997, p. 126) faz a seguinte afirmativa sobre os pacotes integrados:

Não tendo como finalidade o processo educacional, os pacotes integrados – processador de texto, planilhas eletrônicas e banco de dados – podem oferecer, segundo os defensores da informática educativa, grandes vantagens se forem utilizados no processo de ensino, principalmente nos dias atuais em que a informática domina todos os campos da sociedade.

E particulariza o uso das planilhas eletrônicas, citando que:

[...] as planilhas eletrônicas prestam-se ao trabalho de ensino da matemática. Ao se aproveitar a capacidade do computador de processar informações numa fração de tempo infinitamente pequena, o aluno pode, com esse aplicativo, observar vários conteúdos da matemática que, em sala de aula, com o quadro e giz, o professor teria maior dificuldade em demonstrar (OLIVEIRA, 1997, p.126).

Para Santos e Ferreira (1993 apud OLIVEIRA, 1997, p.129), justifica-se a utilização de uma planilha eletrônica em sala de aula se o objetivo for propiciar [...] “a tentativa de desenvolver no aluno o gosto pelo enfrentamento de uma situação nova, o aguçamento da curiosidade e do espírito crítico, a autoconfiança intelectual e o gosto pela matemática”, e enumera, a partir deste contexto, alguns benefícios obtidos a partir do uso das planilhas eletrônicas.

Propicia a aprendizagem ativa e não como um fim em si mesmo; permite desenvolver capacidades mentais e adquirir competências ligadas a aspectos numéricos (relacionar variáveis, descobrir regularidades, etc.); permite ao aluno libertar-se de cálculos fastidiosos e centrar-se no processo de resolução dos problemas; permite diversificar estratégias de resolução de problemas (SANTOS; FERREIRA, 1993 apud OLIVEIRA, 1997, p. 129).

É interessante evidenciar que as planilhas eletrônicas como, por exemplo, o Excel, são de fácil acesso aos alunos, por estarem presentes nos computadores das escolas, empresas e residências.

Desse modo, o *software* Arcon e a planilha eletrônica Excel, que originalmente foram produzidos para fins comerciais, foram adotados para contribuir na elaboração do ambiente construcionista, indo ao encontro das características de trabalhos por Projetos pautados nas TI, oferecendo a oportunidade de aproximar conceitos matemáticos ao dia-a-dia dos alunos, podendo facilitar a construção de novos conhecimentos.

1.2.2.2 Visualização e TI: importantes aliados na construção de conhecimento em ambientes construcionistas

Normalmente a visualização, no contexto da sala de aula, pode ser entendida como as informações, matemáticas ou não, passadas pelo professor, por meio de imagens reproduzidas na lousa ou em folha de papel. Nesses casos, os desenhos devem ser organizados utilizando os recursos disponíveis em sala, como giz de diversas cores, respeitando suas propriedades originais.

Geralmente, no estudo da Geometria, tanto plana quanto espacial, uma visualização satisfatória das figuras geométricas torna-se fator importante na busca da construção de conhecimentos, embora também seja importante para outros conceitos matemáticos, como numa demonstração algébrica bem estruturada e organizada.

Muitas vezes, os professores utilizam-se da visualização do espaço da sala de aula para representar propriedades da Geometria como, por exemplo, quando associam conceitos de planos paralelos ou perpendiculares às paredes da sala. Analogamente, esses conceitos podem ser representados em desenhos feitos na lousa, por meio de quadrados, retângulos, cubos, paralelepípedos, dentre outros.

Esta tarefa de representação é trabalhosa e exige talento artístico do professor, além de certa capacidade de abstração por parte dos alunos para visualizarem os objetos ou propriedades matemáticas.

No contexto desta dissertação, a visualização, embora assuma papel secundário perante a colaboração na construção de conhecimentos, é observada através dos subsídios oferecidos pelas TI através do *software* Arcon e da planilha eletrônica Excel. Indo ao encontro das dimensões construcionistas e da Espiral de Aprendizagem, os *software*, além de simularem situações que seriam difíceis numa sala de aula, propiciam aos usuários a sensação de realidade, oferecendo ao aluno a oportunidade de construir uma casa ou mesmo refletir sobre a lógica matemática presente no desenvolvimento de uma equação algébrica, por exemplo.

A maneira que os *software* atuais, como os adotados nesta pesquisa, interagem com seus usuários, principalmente por meio da visualização, a qual pode se tornar mais sofisticada pelas ferramentas que os mesmos oferecem, interfere na apresentação das fases da Espiral de Aprendizagem, conforme sugerido no capítulo de apresentação e análise de dados.

Variadas pesquisas sobre visualização vêm sendo desenvolvidas em diversas áreas do conhecimento e também na Matemática e na Educação Matemática, nas quais os autores defendem sua importância no processo de aprendizagem e a classificam em diversas categorias.

Miskulin (1999, p. 292) ressalta que:

No artigo de Gutiérrez (1996), delineou-se um modelo, caracterizando o campo da visualização em Geometria, e definiram-se seus quatro principais elementos: imagens mentais, representações externas, processos de visualização e habilidades de visualização. Esse autor menciona que, esse modelo é uma tentativa de integrar e completar vários elementos previamente definidos por Presmeg (1986), Bishop (1983), Clements (1982) e outros que, parcialmente, explicaram as atividades dos professores e alunos quando eles usaram a visualização como um componente do ensino, da aprendizagem ou do raciocínio em Matemática.

Villarreal (1999, p. 35) entende que “a pesquisa sobre visualização em Educação Matemática é extensa e tem sido associada à habilidade espacial, ao conceito de *imagery* (refere-se a imagens mentais), às representações gráficas e também à intuição”, e afirma que, recentemente, artigos trazem contribuições e diferentes definições para o termo *visualização*, tais como habilidade espacial, *imagery*, imagem visual e visualização.

Miskulin (1999, p. 197-98) analisa os efeitos que as TI exercem na Educação, enfatizando o potencial da visualização na construção de conhecimentos geométricos.

[...] a revolução tecnológica, que ocorreu na última década, com a popularização dos computadores e outras ferramentas de multimídia, ofereceu aos professores e pesquisadores novos elementos que podem remoldar os caminhos do ensino da geometria espacial. Essas novas possibilidades têm que ser investigadas e analisadas em profundidade, como um primeiro passo em direção à sua implementação na sala de aula. Uma das novas ferramentas que pode ser usada nas salas de aula são os programas de computadores dando uma representação tridimensional de objetos espaciais e permitindo aos usuários transformar esses objetos dinamicamente (transformações como rotações, traduções, amplificação ou seção por planos). Apesar do aspecto tridimensional dos objetos apresentados na tela, eles, como desenhos, são representações planas de objetos espaciais, assim, algumas das dificuldades bem conhecidas que os estudantes apresentam quando interpretam representações planas tradicionais de sólidos aparecem também com esses ambientes computacionais.

Corroborando tais idéias, Valente (2002, p. 31) afirma que as TI, como já vimos no decorrer deste capítulo, além de contribuírem do ponto de vista cognitivo para o desenvolvimento de Projetos, também colaboram nos aspectos estéticos, tendo a visualização um importante papel, pois:

Neste projeto também estão presentes aspectos estéticos que não podem ser ignorados. Eles também estão representados por intermédio de comandos e podem ser analisados de modo idêntico ao que normalmente é feito com o aspecto cognitivo. Este é o lado emocional, afetivo do trabalho com o computador que, normalmente, tem sido ignorado. À medida que recursos de combinação de textos, imagens, animação estão se tornando cada vez mais

fáceis de ser manipulados e explorados, é possível entender como as pessoas expressam esses sentimentos por intermédio dos *software*. Representar e explicitar esse conhecimento estético constituem o primeiro passo para compreender o lado emocional, que na Educação tem sido sobrepujado pelo aspecto cognitivo, racional.

De acordo com as idéias desses pesquisadores, e a partir das concepções de Projetos presentes nesta investigação, a visualização toma papel importante no desenvolvimento desta pesquisa, principalmente ao que se refere às dimensões Pragmática, Social, Sintônica e Semântica presentes na teoria construcionista e na Espiral de Aprendizagem.

Particularmente, nesta pesquisa, a visualização contribui para os seguintes aspectos pertinentes às dimensões expostas. São importantes na contextualização do problema proposto (dimensão Sintônica); colaboram ao relacionar as construções mentais às concretas (dimensão Pragmática); contribuem na representação das idéias e dos conceitos matemáticos explorados na resolução do problema (dimensão Semântica); sugerem a integração entre os alunos, os ambientes onde residem e o desenvolvimento das atividades pedagógicas (dimensão Social).

Em relação a Espiral de Aprendizagem, o *software* Arcon possibilitou, em vários momentos, por intermédio da ferramenta rotação e translação, a possibilidade de novas descrições dos problemas matemáticos estudados, podendo ocasionar também as fases de execução, reflexão e depuração. O Excel também se mostrou eficiente para a visualização da Espiral de Aprendizagem, e talvez, tenha se aproximado mais da linearidade proposta pela espiral do que nas representações feitas a partir do Arcon.

1.3 Projetos de construção e orçamento de casas, a matemática envolvida e o Construcionismo

A Matemática pode ser encontrada facilmente no cotidiano das pessoas e diversos temas podem ser levados para a sala de aula. Um vendedor ou gerente de banco realiza diversos cálculos financeiros no desenvolvimento de suas atividades profissionais; as empresas de transporte urbano de ônibus ou táxi procuram otimizar seus percursos para percorrer menores caminhos, obter maiores lucros e atender satisfatoriamente a população; a dona de casa, ao ir ao mercado, em geral, compara os preços das mercadorias, visando levar o máximo de produtos pelo menor custo; o agricultor tem que calcular a melhor distância entre as mudas para obter as melhores colheitas; os engenheiros e arquitetos procuram aperfeiçoar as obras de construção de casas buscando oferecer conforto aos moradores, utilizando as melhores matérias pelos menores custos.

Em todas essas situações, como em diversas outras, a Matemática está presente, desafiando os educadores e, em particular, os educadores matemáticos, a levá-la para a sua prática docente, explorando seus diversos conceitos e as outras características dos trabalhos por Projetos.

Mesmo que o professor tenha ao seu dispor inúmeras situações que facilitem a associação de conceitos matemáticos ao dia-a-dia dos alunos, oferecendo-lhes significados para determinados conteúdos, por muitas vezes essas situações não são exploradas, o que pode inibir ou até mesmo afastar os alunos de suas aulas.

Santos (apud VIKTOR, 2002, p. 30) alerta para este perigo e adianta que “[...] é preciso mudar a forma de apresentar os conteúdos ao aluno, mostrando a matemática como uma ciência de descoberta prazerosa”. “Há alguns movimentos, especialmente entre quem lida com educação matemática, no sentido de tornar a matéria mais próxima do aluno, mas ainda são iniciativas isoladas”.

Como descrito anteriormente, esta pesquisa é pautada nos trabalhos por Projetos com auxílio das TI, tomando, assim, como pano de fundo o Construcionismo. Uma forte característica existente nesses ambientes é a aproximação dos conceitos desenvolvidos ao dia-a-dia dos alunos, que podem ser representados por meio dos exemplos acima referidos.

Ao partir do princípio desta contextualização, o professor tem a oportunidade de responder aos alunos a freqüente pergunta “onde usaremos isso professor?”, a qual também foi a pergunta que gerou esta investigação em Educação Matemática.

Além de ajudar a responder esta pergunta, após contextualizar e dar significados a diversas situações, o professor tem a excelente oportunidade de aprofundar os estudos, visando conceitos matemáticos mais aprimorados, exigindo um maior grau de dificuldade na resolução dos problemas, explorando a beleza matemática em toda sua extensão.

Desse modo, foi escolhida a situação da construção e orçamentos de casas para contextualizar esta investigação e ajudar a encontrar respostas para tais perguntas. Este tema também é reforçado e freqüentemente utilizado pelos autores de livros didáticos e professores no desenvolvimento de atividades matemáticas, principalmente na Geometria plana e espacial.

Burak (1987) observa que ao propor a construção da maquete de uma casa aos alunos de uma 5ª série do Ensino Fundamental, conceitos matemáticos como unidades de medida, números racionais, potenciação, ângulos, áreas, volumes, entre outros, fluíram naturalmente no desenvolvimento dos trabalhos. O autor enfatiza também que os cálculos das áreas de

figuras planas ficaram restritos a quadrados e retângulos, devido às características das plantas das casas, as quais geralmente são baseadas nessas formas geométricas.

Para Miskulin (1999, p. 433), a arquitetura das casas, edifícios, praças e outras construções presentes em nossas cidades exprimem situações matemáticas, principalmente em três dimensões.

No cotidiano do lar, do ambiente de trabalho, dentro de um edifício, ou mesmo em ambientes externos, como, em ruas e avenidas, em estradas ou parques, enxerga-se cenas e objetos como eles existem no mundo real, isto é, com a presença da terceira dimensão, qual seja, da profundidade. Essa característica, que possui associada à sua presença a idéia de espaço ou de volume, é mais facilmente identificada na presença de objetos ou componentes de ambientes que apresentem linhas retas, como é o caso da maioria das construções, dos móveis e de outros componentes ao nosso redor.

Miskulin (1999, p. 434) relaciona essas imagens em três dimensões às de duas dimensões, por intermédio da *perspectiva*, que é a arte de representar figuras de três dimensões em duas dimensões, enfatizando ainda, que “Atualmente, com a ampla possibilidade da utilização de computadores, várias ferramentas de *software* estão disponíveis para auxiliar o usuário na representação plana de objetos espaciais”.

Desse modo, finalizando este capítulo de referencial teórico, mais uma vez têm-se evidências de que quando o professor desenvolve atividades junto com seus alunos, auxiliados pelas TI e observando as características de Projetos de Aprendizagem, à luz dos ideais construcionistas, explorando a Espiral de Aprendizagem de maneira adequada, propicia a oportunidade para que ocorra a construção de novos conhecimentos dos alunos envolvidos.

2 – METODOLOGIA DE PESQUISA

Neste capítulo encontra-se apresentada a Metodologia de pesquisa assumida, desde as primeiras inquietações do pesquisador, as quais acabaram por motivar o processo de planejamento e realização deste trabalho, até a coleta de dados, com os procedimentos metodológicos que têm como base a Metodologia Qualitativa de pesquisa.

As pesquisas de cunho qualitativo, segundo Araújo e Borba (2004), têm como característica a necessidade de coerência entre os procedimentos metodológicos utilizados no desenvolvimento da pesquisa e a concepção de conhecimento do pesquisador.

D'Ambrosio (1996) indica que uma outra característica interessante a se destacar nas pesquisas de cunho qualitativo é o tratamento a ser dado aos indivíduos participantes da mesma. Particularmente, nesta pesquisa, destaca-se que a mesma ocorreu por meio da exploração de conceitos matemáticos, provenientes de uma ciência exata, desenvolvidos a partir de um trabalho que tem como foco um grupo de alunos, indivíduos que estão inseridos numa sociedade complexa, devendo-se, então, respeitar seus valores sociais e culturais.

De acordo com Alves-Mazzotti e Gewandszajder (2004), e reforçando ainda mais o teor qualitativo desta pesquisa, é possível destacar ainda outras características que marcaram este trabalho e que serão exploradas no decorrer deste capítulo como, por exemplo, a construção e a reconstrução da pergunta norteadora, a mudança de foco, os critérios que nortearam a seleção dos alunos-participantes, os procedimentos adotados nas etapas de coleta e análise dos dados e a postura do professor-pesquisador perante os alunos.

2.1 Pesquisa qualitativa: o entrelaçamento da concepção de conhecimento e os procedimentos metodológicos

Considerando a ressonância que deve ocorrer entre os procedimentos metodológicos e a concepção de conhecimento que o pesquisador traz consigo, Araújo e Borba (2004) comentam a relação harmônica que necessita existir entre a pergunta norteadora, a revisão de literatura e o delineamento do foco e do *design* da pesquisa. Assim sendo, serão apresentadas, nos próximos parágrafos, cada uma dessas etapas, ocorridas no contexto desta pesquisa.

Esses mesmos autores afirmam que a pergunta norteadora surge a partir de alguma inquietação do pesquisador, que é tomada como um ponto de partida para o início da pesquisa indicando que:

Quando um professor (de Matemática) se dispõe a realizar uma pesquisa na área de Educação (Matemática), talvez seja porque ele vem problematizando sua prática, o que poderá levá-lo a se dedicar com afinco ao desenvolvimento de uma pesquisa originada dessa problematização, e, para isso, é preciso que ela sintetize suas inquietações iniciais em uma (primeira) pergunta diretriz (ARAÚJO; BORBA, 2004, p. 28).

No caso particular desta pesquisa, essa primeira pergunta geratriz surgiu no desenvolvimento das atividades deste pesquisador enquanto docente. Esse questionamento inicial referia-se à utilização de vários dos conceitos matemáticos estudados em sala de aula no dia-a-dia dos alunos. De modo geral, os alunos se manifestavam por meio de perguntas, tais como “para que estudar isto professor?”, ou ainda “Onde aplicaremos estes conceitos?”.

Esses questionamentos acabaram causando um enorme desconforto ao então professor, deixando-o insatisfeito quanto ao desenvolvimento de suas atividades junto ao magistério.

A partir dessas perturbações, foi gerado um interesse em investigar esses questionamentos dos alunos, iniciou-se o processo de aprimoramento das leituras por parte do professor, agora pesquisador, fazendo com que ele adquirisse novas impressões da realidade, às quais são incluídas nas concepções iniciais a respeito do conhecimento. Este processo por busca de respostas às aflições enquanto professor ocasionou o início desta pesquisa, com o delineamento do foco e do *design*.

A tendência é que o foco se altere conforme novos conhecimentos são adquiridos pelo professor/pesquisador insatisfeito, a partir das novas leituras, e que o mesmo ocorra com a pergunta, de acordo com as necessidades do pesquisador. Essa mudança realmente ocorreu, no desenvolvimento dessa pesquisa, tanto que a inquietação inicial do professor desembocou na seguinte pergunta, que se constituiu guia para o desenvolvimento desta pesquisa:

Como o desenvolvimento de Projetos envolvendo a construção civil e o uso das Tecnologias Informáticas pode contribuir para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos?

O *design* desta pesquisa pode ser entendido como sendo um plano de estratégias utilizado para responder à questão proposta pelo estudo, que abrange os procedimentos de coleta de dados, os instrumentos utilizados, a análise de dados e a sua interpretação, ou simplesmente como foram desenvolvidos os procedimentos metodológicos da pesquisa. Estes procedimentos estão descritos no decorrer deste capítulo.

O caminho percorrido no processo de amadurecimento, do pesquisador e da pesquisa, que se iniciou pela pergunta norteadora, passando à revisão de literatura e depois delineando o foco e também o *design*, tem a aparência de uma espiral, e se desenvolve de maneira harmoniosa, podendo (e devendo) se repetir por diversas vezes. Esse percurso acarreta o desenvolvimento e ajustamento da pergunta norteadora e do foco e, principalmente, propicia ao pesquisador a oportunidade de construir novos conhecimentos.

Para contemplar o objetivo desta pesquisa, o qual é investigar o potencial pedagógico de Projetos de Ensino e Aprendizagem na exploração e construção de conceitos matemáticos e também responder sua pergunta norteadora, foi adotado como base teórica o Construcionismo (PAPERT, 1985, 1986) e também a Espiral de Aprendizagem (VALENTE, 1993, 2002).

Desse modo, conseguiu-se a harmonia entre os procedimentos metodológicos adotados para o desenvolvimento desta pesquisa e a concepção de conhecimento do pesquisador, como poderemos ver neste capítulo e também no Capítulo 3, no qual se encontram a análise e apresentação dos dados desta pesquisa.

2.1.1 Procedimentos metodológicos: uma aproximação para experimentos de ensino

Considerando o fato de que este professor/pesquisador foi membro participante do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática - GPIMEM, o qual tem como tema maior de estudo a Informática na Educação Matemática, não é de se espantar que exista alguma influência de tal perspectiva sobre o desenrolar desta pesquisa, não só em relação ao tema central do grupo, mas pelas demais linhas lá desenvolvidas.

As principais influências provenientes das demais pesquisas desenvolvidas por membros do GPIMEM¹³, relacionam-se aos experimentos de ensino, mesmo que de modo parcial, e também na maneira como foram analisados os dados coletados.

Segundo Scucuglia (2006, p. 23), os experimentos de ensino:

[...] podem ser entendidos como séries de encontros entre estudantes e pesquisador, que se estendem por um certo período de tempo, referente a ensino-aprendizagem onde o pesquisador que os promove busca uma estruturação da forma como os estudantes estão pensando no processo de exploração de problemas.

Para Steffe e Thompsom (2000), as principais características dos experimentos de ensino que vão ao encontro desta pesquisa são: a seqüência de episódios constituídos por um agente de ensino; um ou mais estudantes ou um método de gravação.

As idéias do experimento de ensino tomadas neste trabalho iniciaram-se na fase de planejamento da coleta de dados, depois nos encontros com os alunos, ao buscar indícios da ocorrência de construção de conhecimento num ambiente de aprendizagem pautado pelo Construcionismo.

¹³ Página na Internet: <http://www.rc.unesp.br/igce/pgem/gpimem.html>

Para o registro dos dados foram utilizadas as gravações em vídeos, fichas de trabalhos dos alunos, diário de campo e, particularmente, o *software* Camtasia Studio. No decorrer deste capítulo e principalmente no do próximo – o de apresentação e análise dos dados – cada um desses recursos serão apresentados mais detalhadamente, por meio de suas características, qualidades e contribuições à captação, apresentação e análise dos dados obtidos na pesquisa.

2.2 Metodologia de Pesquisa e Contexto de Estudo: desde a sala de aula tradicional até as investigações pautadas no Construcionismo

Nesta sessão são relatadas as fases desta pesquisa, desde a elaboração dos problemas matemáticos, a criação do ambiente construcionista de ensino, até os procedimentos para se registrar e analisar todos os dados procedentes da relação dos alunos e professor/pesquisador durante as sessões de aprendizagem.

Esse processo que se iniciou com as inquietações do professor/pesquisador, enquanto professor, prossegue com o amadurecimento do Projeto de pesquisa, a pesquisa para escolha dos *software*, o projeto piloto, a escolha do cenário para a realização da pesquisa e seus sujeitos, a criação do ambiente construcionista de ensino, as sessões de trabalho, as atividades matemáticas desenvolvidas e o planejamento para a apresentação descrição e análise dos dados.

2.2.1 As primeiras inquietações

Conforme já mencionado, esta pesquisa teve como embrião as indagações originadas da prática docente do professor/pesquisador enquanto professor. Deste modo, é natural que essas inquietações iniciais reflitam nas demais fases da pesquisa, tornando necessário retomar algumas passagens que já foram descritas anteriormente, visando melhor entendimento dos procedimentos metodológicos adotados.

Ainda na época em que era aluno do Ensino Básico ou mesmo da Graduação em Matemática, o agora pesquisador, sempre se questionava sobre a utilidade/aplicação de certos conceitos matemáticos transmitidos pelos professores em sala de aula. Depois, como professor, esses questionamentos aumentaram, juntos com os dos alunos, os quais também se mostravam aflitos sobre os conceitos matemáticos vistos em sala de aula.

Percebeu-se que desenvolvendo atividades relacionadas ao dia-a-dia dos alunos, aproximando a sala de aula de situações significativas, os alunos demonstravam maior interesse em estudar os conceitos matemáticos envolvidos do que nas aulas anteriores, nas quais esses assuntos eram abordados de maneira expositiva, utilizando principalmente a lousa,

o giz e o livro didático como guia, o qual nem sempre trazia significados para os conceitos matemáticos ali apresentados.

A partir dessa prática, ficava ainda mais notória a importância de se tentar relacionar os conceitos matemáticos ao dia-a-dia dos alunos, abrindo caminho para aprofundamento dos conceitos matemáticos envolvidos, buscando influências positivas para privilegiar a sua aprendizagem.

2.2.2 O amadurecimento da pesquisa e escolha do *software* Arcon e da planilha eletrônica Excel

Em 2004, com o incentivo em direcionar a prática docente para o uso das TI, por meio do artigo intitulado *Construcionismo: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à Educação Matemática* (MALTEMPI, 2004), foi iniciada uma intensa pesquisa sobre *software* que pudessem substituir a planta baixa, o croqui e a tabela de preços, referentes ao projeto de construção da casa, que eram estáticos, procurando gerar situações dinâmicas, oferecendo aos alunos a oportunidade de construção virtual do imóvel e seu orçamento.

Para a escolha dos *software* que integrariam a pesquisa, foram considerados aqueles cuja características mais privilegiassem situações significativas aos alunos no decorrer do desenvolvimento do Projeto de construção e orçamentos das casas e que contemplassem os conceitos matemáticos abordados, sempre tendo como meta responder às perguntas que nortearam esta pesquisa.

A partir desses requisitos, vários *software* foram avaliados, buscando mesclar a sensação de realismo, a interface, a visualização, o preço, entre outros, sendo escolhidos o Arcon e o Excel.

2.2.2.1 O Arcon

Antes da escolha do *software* Arcon ocorreu uma extensa e intensa pesquisa na Internet, em empresas e faculdades do ramo de construção civil. Nesta pesquisa foram avaliados cerca de trinta *software* e *games*.

Depois dessa meticulosa análise, foi escolhido o Arcon, devido à sua capacidade de produzir “sensação” de realidade ao usuário por meio da simulação de situações presentes na construção civil. Tal competência se justifica por apresentar algumas características como a passagem instantânea da planta baixa (duas dimensões) para maquete eletrônica (três

dimensões) e vice-versa; a visualização por meio de diversas tomadas; movimentos de rotação e translação, a perspectiva; a biblioteca, com aproximadamente três mil itens, entre eles, inúmeros sólidos geométricos; a fácil utilização; o idioma em português; indo ao encontro dos princípios construcionistas, no qual o trabalho por Projetos e as TI são privilegiados.

Por fim, o envolvimento da empresa Pini Engenharia, responsável pela tradução e comercialização do *software* no Brasil, também foi determinante para a escolha, pois cederam uma versão, a qual é originalmente destinada aos cursos de Engenharia Civil e Arquitetura, para o desenvolvimento desta pesquisa, além de um curso gratuito de manipulação do *software* oferecido a este pesquisador.

A seguir são apresentadas algumas figuras construídas por meio do Arcon, em duas e três dimensões, reproduzindo o laboratório de informática da escola, na qual ocorreram os encontros. Essas figuras, além de indicarem esse local, sugerem o potencial do *software* ao representar situações reais em virtuais, conseguindo com êxito a aproximação visual desses dois ambientes.

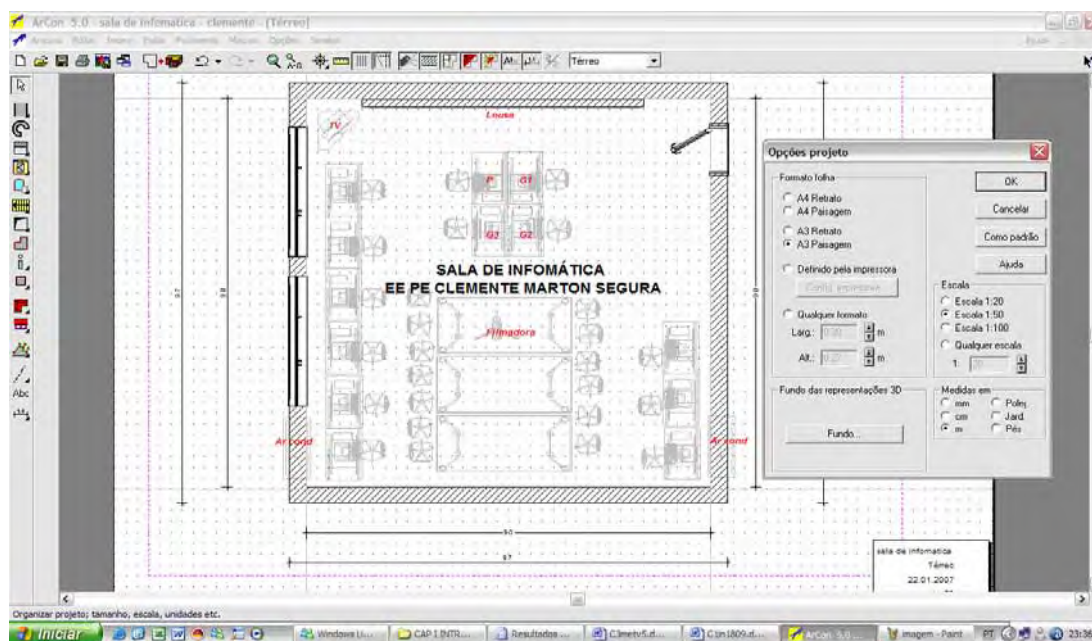


Figura 2: Área de trabalho do *software* Arcon, em duas dimensões, reproduzindo a planta baixa da sala de informática onde ocorreram as sessões da pesquisa.

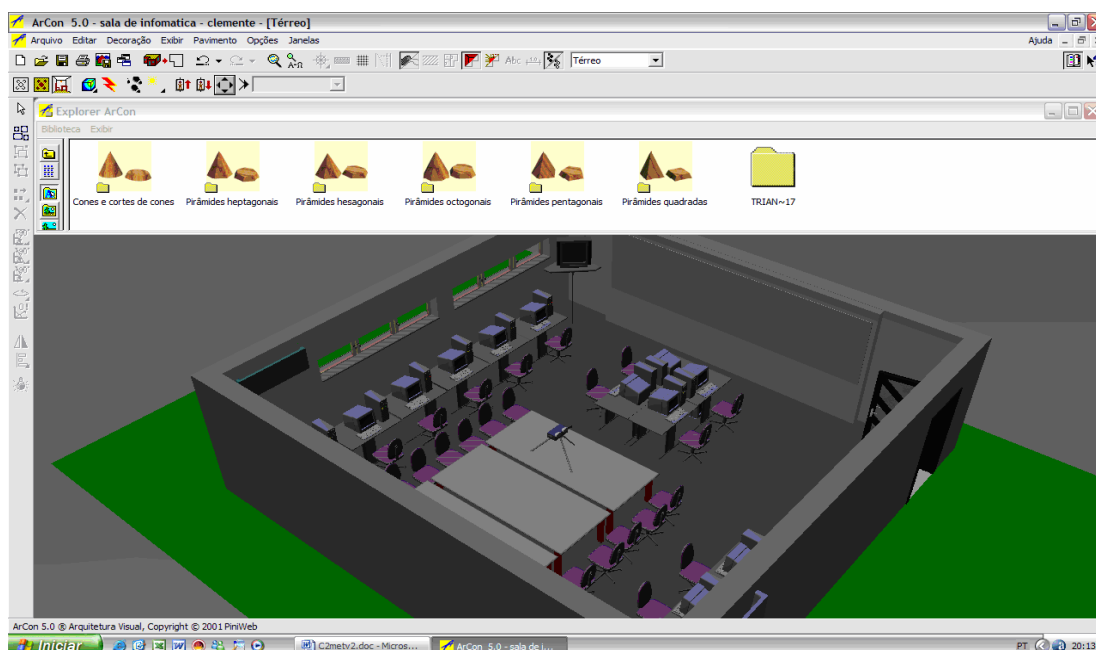


Figura 3: Área de trabalho do *software* Arcon, em três dimensões, reproduzindo em perspectiva a vista noturna da sala de informática da escola onde ocorreram os encontros e também, no detalhe, parte da biblioteca do *software* com alguns dos sólidos geométricos.

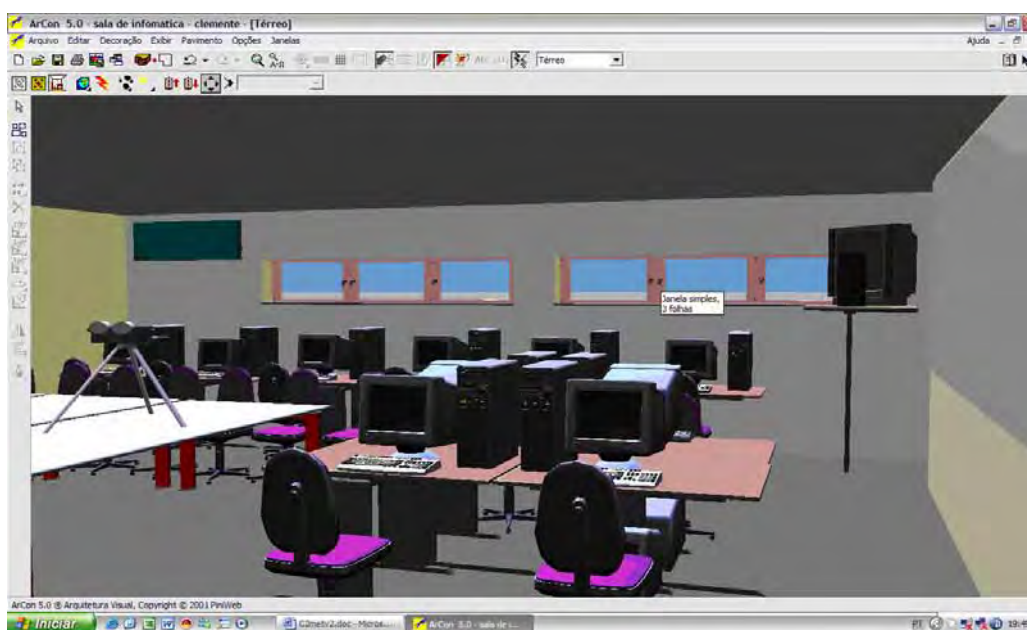


Figura 4: Área de trabalho do *software* Arcon, em três dimensões, com vista interna em perspectiva da sala de informática da escola onde ocorreram os encontros

2.2.2.2 O Excel

A pesquisa para escolher a planilha eletrônica utilizada para o cálculo do orçamento da casa foi mais simples, sendo que o aplicativo Excel foi selecionado por ser de fácil

programação e propício para elaborar orçamentos, como o proposto para calcular o custo da casa a ser construída pelos alunos.

Alguns pontos foram decisivos para a escola do Excel como o fato de estar presente na maioria dos laboratórios de informática da Rede Pública Estadual Paulista; sua maciça utilização no meio empresarial; estar presente em várias residências; além da elevada quantidade de jovens que fazem cursos de programação em Excel em escolas de informática.

Desse modo, além de colaborar na busca por respostas a pergunta norteadora desta pesquisa e construção de novos conhecimentos, os alunos ainda poderiam aplicar esses conhecimentos adquiridos em suas futuras profissões.

Sabe-se que muitas pesquisas foram realizadas focando o Excel e a sua utilização no ensino e aprendizagem da Matemática, porém, nesta investigação, a Matemática desenvolvida na elaboração do orçamento, no ambiente Excel, em conexão com a matemática desenvolvida no ambiente Arcon, complementa a sensação de realismo e de utilidade desses conceitos matemáticos no dia-a-dia dos alunos, tornando-se muito importante na investigação.

A figura a seguir representa a área de trabalho da planilha eletrônica Excel.

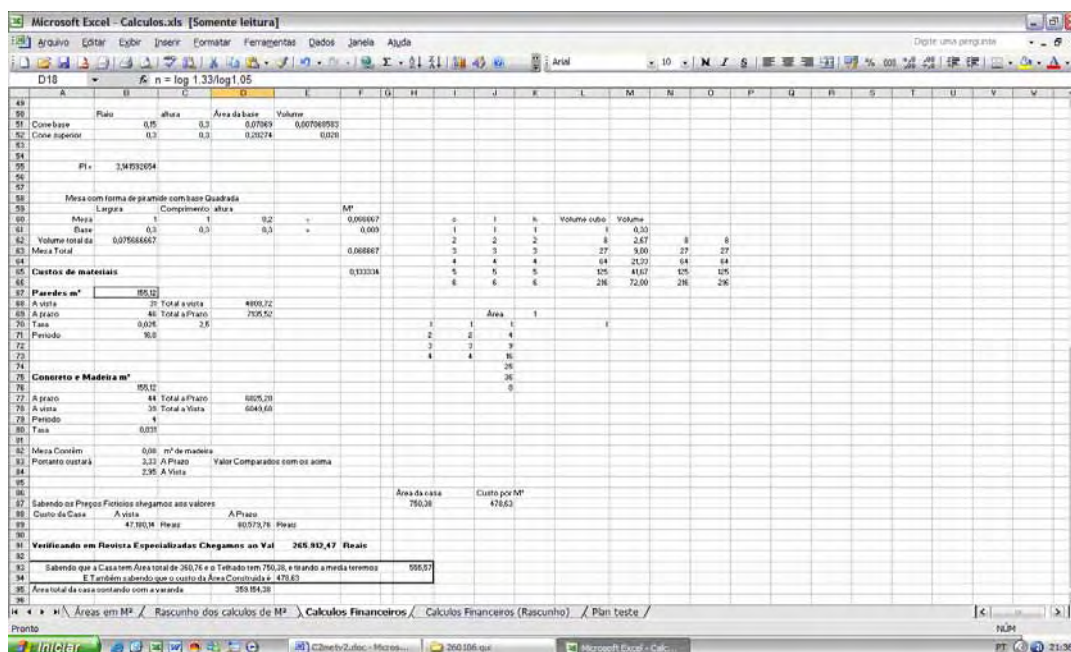


Figura 5: Área de trabalho da planilha eletrônica Excel

2.2.3 O projeto piloto

Em março de 2005, como aluno regular do Programa de Pós-Graduação da Unesp de Rio Claro, foi desenvolvido um projeto piloto¹⁴ junto aos alunos do Ensino Médio da Escola Estadual Monsenhor Gonçalves¹⁵, em São José do Rio Preto, para avaliação do *software* Arcon e da planilha eletrônica Excel, em relação às idéias construcionistas.

Para selecionar os alunos-participantes, foi distribuído entre todos um questionário, referente ao seu interesse em participar do Projeto e disponibilidade de horários. Com essas informações foram criadas três turmas, uma para cada período.

A definição das dimensões do terreno, no qual seria construída a casa no ambiente virtual Arcon foi previamente discutida com os grupos de aluno. Também houve a discussão sobre como deveria ser o perfil da família que ali residiria, ficando totalmente a critério dos alunos o desenvolvimento da construção da casa como, por exemplo, a quantidade de cômodos, suas dimensões e disposição, sendo esta uma característica de trabalhos por Projetos de Aprendizagem.

Para explorarem múltiplas formas geométricas na construção dos cômodos, foi dito aos alunos construtores que a família em questão apreciava muito a Matemática, sugerindo assim o uso dessas diversas formas na elaboração do Projeto de construção.

Na elaboração do orçamento, os alunos fizeram uso da planilha eletrônica Excel e da tabela de preços, previamente fornecida pelo professor. O objetivo era explorar a Matemática Financeira, através da equação de juros compostos $M = C(1+i)^n$, onde M = montante, C = capital, i = taxa de juros e n = período.

As atividades desenvolveram-se de maneira satisfatória, com os alunos aprovando o uso dos *software*, principalmente pela motivação que os mesmos trouxeram para o desenvolvimento das atividades envolvendo a Matemática, as quais mostravam-se de maneira natural e associadas ao seu dia-a-dia, oferecendo também a oportunidade de o professor aprofundar os estudos em diversos conceitos. A motivação foi tamanha que em certa ocasião um aluno levou seu pai, que era pedreiro, para que pudesse conhecer e opinar sobre o seu projeto de construção.

Considerando esses aspectos podemos assegurar com clareza que aquele ambiente computacional era adequado para satisfazer os pressupostos construcionistas. A respeito da Espiral de Aprendizagem o pesquisador ainda se encontrava na fase de estudo dessa teoria, como sugere o já citado delineamento do foco e do *design* da pesquisa e, desse modo, o

¹⁴ O projeto piloto foi autorizado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, por intermédio do projeto.

¹⁵ Esta escola é exclusivamente destinada ao Ensino Médio.

projeto piloto serviu para provocar-lhe reflexões e busca de novas leituras referentes ao assunto.

2.2.4 A escolha do local para a realização da pesquisa e seus sujeitos

Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (2004) apontam que, por muitas vezes, a coleta de dados é realizada em instituições em que o pesquisador já tem familiaridade. Um dos maiores problemas para a escolha de outros locais acontece em função de dificuldades de tempo ou mesmo de acesso a esses outros locais.

De fato, a coleta de dados desta pesquisa ocorreu no laboratório de informática da Escola Estadual Padre Clemente Marton Segura, escola-sede¹⁶ de atuação do professor/pesquisador e que se localiza no distrito de Engenheiro Schimidt, em São José do Rio Preto. Esta escola foi escolhida mesmo sabendo-se das limitações técnicas do seu laboratório de informática.

Outros locais foram avaliados para sediar os encontros, tais como a própria Unesp ou mesmo a Diretoria de Ensino da cidade de Rio Preto, porém esses locais tornaram-se inviáveis devido a problemas burocráticos para a liberação dos laboratórios e também devido à dificuldade de adequar o horário de funcionamento dos mesmos à disponibilidade dos alunos ou ainda devido à distância que deveria ser percorrida pelos mesmos.

Inicialmente, a coleta de dados estava prevista para o mês de dezembro de 2005, com alunos formandos do terceiro ano de Ensino Médio, da escola acima citada. Esse grupo de alunos já havia sido convidado pelo professor a participar da pesquisa no ano anterior, uma vez que foram alunos do professor/pesquisador nos dois primeiros anos do Ensino Médio. Quando cursavam o terceiro ano do ensino, mesmo com o afastamento do professor da sala de aula devido estar cursando o Mestrado, o compromisso da realização das investigações perante o grupo permaneceu. Infelizmente, por vários motivos, esse grupo de alunos, previamente escolhido, não participou da pesquisa.

Para substituí-los, foi convidado um outro grupo, composto por ex-alunos da mesma escola e também antigos alunos do professor/pesquisador, sendo eles: Thiago, Maiza e Rosana (formados em 2004); Diego e Priscila (formados em 2003). O último aluno integrante do grupo foi o João Antonio, que cursava o segundo ano do Ensino Médio em uma escola da rede particular. Inicialmente, ele participaria da pesquisa operando a filmadora, mas devido ao seu próprio interesse em participar da pesquisa como sujeito e à necessidade de mais uma pessoa para formar as três duplas, ele acabou sendo convidado para participar da investigação como sujeito.

Desse modo, os grupos foram nomeados e divididos da seguinte maneira: G1 – Maiza e Diego, G2 – Rosana e Thiago e G3 – Priscila e João Antonio (Figura 6). Esta configuração foi feita a critério dos próprios alunos. Os nomes são reais, mediante autorização escrita dos alunos.

¹⁶ Escola onde os professores da rede estadual paulista concentram todas ou a maioria das suas aulas.

A escolha por trabalhar, em primeira opção, com alunos do terceiro ano do Ensino Médio, e posteriormente com alunos que haviam concluído o Ensino Médio, se deu pela facilidade encontrada pelo professor/pesquisador em convidá-los, uma vez que ministrava aulas no Ensino Médio desta escola. Esta situação, que ajudou o direcionamento da escolha dos sujeitos, também é prevista em Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (2004), por se tratar do ambiente de trabalho do professor/pesquisador.



Figura 6: Alunos trabalhando no desenvolvimento dos Projetos

2.2.5 O cenário da investigação

O laboratório de informática, no qual foram realizados os encontros tinha 81m². Também existiam dois condicionadores de ar e dois ventiladores de teto, uma lousa de fórmica, uma televisão 29", além de 13 computadores configurados com o sistema operacional Windows XP¹⁷ e com os *software* Arcon, Excel e Camtasia. Além de funcionar como laboratório de informática a sala servia como local para reuniões, principalmente para os HTPC¹⁸, e por esse motivo havia muito mais cadeiras e mesas do que computadores.

¹⁷ Os *software* Arcon e Excel são compatíveis com a versão do sistema operacional Windows 95 ou superiores, porém o Camtasia 2.0, utilizado para o registro dos dados, necessita de uma versão superior ao do Windows 98.

¹⁸ Horário de trabalho pedagógico coletivo.

Para o desenvolvimento da investigação, foram utilizados apenas quatro computadores, sendo três efetivamente utilizados pelas duplas durante as sessões de trabalho e o quarto somente no primeiro encontro para explicações de funcionamento dos *software* via *transcoder*¹⁹.

A lousa também foi muito útil para apresentação de informações pertinentes ao Projeto de construção da casa, assim como para auxiliar nas discussões entre alunos e pesquisador.

Essa descrição detalhada do ambiente escolhido ocorreu para justificar alguns dos prejuízos verificados no registro dos dados. Muitos ecos e ruídos de cadeiras arrastando-se, ventiladores e condicionadores de ar funcionando e vozes dos alunos de grupos vizinhos foram registradas juntamente com o áudio que interessava à investigação, causando em alguns momentos dificuldades no processo de análise. Talvez esses problemas tenham ocorrido devido à extensão avantajada da sala que não foi projetada para a gravação de áudio.

2.2.6 Os encontros

A primeira sessão de trabalho foi realizada no dia 3 de janeiro de 2006, numa terça-feira, com início às 19h e término às 22h30. Neste primeiro encontro foram passadas aos sujeitos algumas informações relativas à pesquisa, como a exposição pessoal a que seriam submetidos pelas gravações e a maneira como esses dados seriam tratados, a atenção que deveriam ter para que o áudio fosse registrado com clareza, o cronograma constando as datas dos encontros e sua duração, hora de início das sessões, entre outros.

Neste mesmo dia, num segundo momento, os alunos tiveram liberdade para manipular o *software* Arcon, sendo assistidos pelo pesquisador, que lhes passava as informações necessárias por meio do *transcoder*. Esse trabalho teve a duração de aproximadamente duas horas.

No dia 4 de janeiro, aconteceu o segundo encontro. Neste dia foi exposto o problema a ser resolvido, ou seja, a construção de uma casa e seu orçamento por meio dos *software* Arcon e Excel. Também foram explicitadas aos alunos algumas das maneiras sobre como os trabalhos seriam desenvolvidos, tomando como pano de fundo os ideais construcionistas de aprendizagem, de modo que trabalhariam em grupos de duas pessoas, com liberdade de manifestar suas idéias, dúvidas e sugestões entre si ou entre os grupos, com a mediação ou não deste professor/pesquisador.

¹⁹ Aparelho que transfere a imagem da tela do computador para a televisão.

Teriam autonomia para a tomada das decisões relativas ao desenvolvimento do projeto de construção da casa e seu orçamento, com total liberdade para buscar informações em outros locais como, por exemplo, em livros, Internet, lojas de materiais para construção, revistas especializadas, jornais, entre outros.

Para efetivamente começarem o desenvolvimento do Projeto, abriu-se uma discussão sobre quais deveriam ser as dimensões do terreno onde seria construída a casa. Ficou definido um terreno em forma de retângulo de 20m x 30m.

Também se discutiu como seria a família que ali residiria. Nesta escolha, foi indicado aos alunos que os pais dessa família eram professores de Matemática e que apreciariam cômodos que lembrassem formas das Geometrias plana e espacial. Os sujeitos acataram sem problemas essa sugestão e até se divertiram com ela, questionando se professores teriam condições de comprar uma casa própria.

A idéia do pesquisador, com essa sugestão era direcionar a exploração de formas geométricas que vão além de quadrados e retângulos, muito freqüentes nas construções tradicionais.

Desse modo, ficou definido que a família seria formada por pai e mãe, ambos professores de Matemática, além de um casal de filhos, cujo menino tinha 14 anos e a menina 12. Por fim, também foi sugerido que os três grupos trabalhassem como três empresas de engenharia, que deveriam apresentar um projeto de construção da casa, contendo a planta baixa e a maquete eletrônica (Arcon), bem como a planilha de orçamento (Excel) que, a pedido dos clientes/professores, ao final, contratariam o melhor projeto.

Fixadas essas condições, os sujeitos iniciaram suas atividades, que se desenvolveram por várias sessões, até seu término, no dia 03 de fevereiro de 2006. Nesse período ocorreram 17 encontros com duração aproximada de duas horas e meia cada.

Na quarta sessão, quando os Projetos das casas já tomavam formato, foi passado aos sujeitos uma tabela constando todos os itens presentes na construção como portas, janelas, piso, grama, telhado, etc. Nesta tabela eram indicadas três das quatro grandezas presentes na equação de juros compostos $M = C(1 + i)^n$, com M sendo o Montante, C o capital, i a taxa de juros e n o período. Os alunos também tiveram a oportunidade de opinar sobre os preços dos produtos desta tabela.

Dependendo do item de construção a ser comprado, um dos termos da equação ficava como incógnita e os outros três determinados. Por exemplo, para a compra do telhado foram

fornecidos o capital $C = R\$32,00$; a taxa de juros $i = 2,75\%$ a.m. e o período para pagamento a prazo $n = 8$ meses, para determinarem o montante M .

Desse modo, os alunos tiveram a oportunidade, ao elaborarem a planilha de custo no Excel, de aplicar conceitos matemáticos como potenciação, radiciação, logaritmos, exponencial, entre outros. No capítulo seguinte, de apresentação e análise de dados, é evidenciada uma sessão envolvendo o grupo 2, a qual expressa o desenrolar dessas atividades e o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, na compra de janelas e portas para a casa.

Inicialmente, era prevista a exploração de conceitos matemáticos pertinentes às Geometrias plana e espacial e também à Matemática Financeira, porém com o desenvolvimento do Projeto, surgiram várias situações matemáticas inesperadas que acabaram por interferir no direcionamento da pesquisa, reorganizando principalmente a pergunta norteadora.

Os sujeitos demonstraram admirável engajamento no desenvolvimento do Projeto de construção da casa, tanto que algumas das reuniões passaram das 23h, envolvidos em intensas discussões matemáticas, conforme será observado no capítulo seguinte, cabendo à caseira²⁰ da escola avisar que o horário já se estendia além do previsto.

É interessante ressaltar que o trabalho de investigação foi realizado no mês de janeiro, no período noturno e de férias escolares, no qual a escola estava aberta exclusivamente para a pesquisa. Alguns dos sujeitos participantes vinham direto do trabalho, sem a refeição da noite, e para amenizar esse problema foram servidos lanches antes do início das reuniões ou no decorrer das mesmas, quando todos estivessem presentes. No entanto, João Antônio deixou de ir aos encontros na segunda metade da pesquisa, talvez por ser o único aluno do grupo oriundo de uma outra escola, podendo ter se sentido deslocado.

Como já apresentado anteriormente, um dos principais artifícios para registrar os dados produzidos pelos alunos foi o *software* Camtasia, sendo necessário o uso de microfones de computadores para a captação do áudio. Os computadores utilizados na coleta dispunham desse equipamento internamente, mas infelizmente, ao ser feita a análise da primeira reunião, foi notado que os mesmos apresentavam problemas com a gravação de áudio, prejudicando as falas dos alunos em vários intervalos.

Para solucionar o problema, foi necessária a aquisição de três novos microfones, o que não ocorreu de imediato, gerando certo transtorno no desenvolvimento das reuniões seqüentes, que estavam com suas datas definidas. A situação foi totalmente contornada

²⁰ Pessoa contratada pela Secretaria da Educação para morar numa casa construída nas dependências da escola, ficando ao seu encargo a tarefa, entre outras, de abrir e fechar a escola.

somente na quinta reunião, realizada no dia 10 de janeiro e, infelizmente, até então, perderam-se algumas ricas discussões.

Além desses problemas com os microfones ocorreram outros ao registrar os dados no Camtasia, provocados pela acústica da sala e também pela pouca memória das máquinas, o que resultou na perda de arquivos de duas reuniões inteiras dos grupos 1 e 2 e de vários trechos do grupo 3.

Em determinados momentos, os dados foram registrados com o auxílio de uma filmadora (quatro fitas de 45 minutos cada). O professor/pesquisador ao notar discussões mais relevantes, pedia a um dos alunos que não estivesse efetivamente participando desses momentos para que fizesse a filmagem. Na maioria das vezes, esse escolhido acabava participando das discussões, em outras, quando essas se estendiam, ficava preocupado, pois aqueles momentos de filmagem poderiam atrasar o desenvolvimento de seu próprio Projeto.

2.2.7 A transcrição e análise dos dados

Inicialmente, todo o material coletado foi organizado segundo os grupos e as datas das sessões de trabalho. Depois, foi realizada uma primeira avaliação do conteúdo gravado para identificar eventuais falhas técnicas.

Posteriormente, seguindo sugestão de Powell et al. (2004), foi elaborada uma tabela, denominada *ficha resumo* (Apêndice VI), na qual foram registrados vários *momentos*, buscando respostas à pergunta norteadora da pesquisa, tomando como base o Construcionismo e a Espiral de Aprendizagem.

O Camtasia acabou registrando aproximadamente 21 *gigabytes* de dados, proporcionando uma ampla quantidade de informações e, desse modo, foram selecionados alguns dos *momentos* a serem transcritos. Também foram analisados os vídeos, as anotações feitas pelas duplas e as realizadas pelo pesquisador no desenrolar das atividades.

2.2.7.1 O registro dos dados através do *software* Camtasia

Esta pesquisa, no âmbito da Educação Matemática, provavelmente, traz como inovação a maneira como os dados foram registrados, pois além da tradicional filmadora de vídeo e das anotações dos alunos em folhas de papel, foi utilizado o *software* Camtasia, o qual substituiu o gravador de áudio, e ainda contava com a vantagem de apresentar outros recursos.

Esse *software* registrou em vídeo²¹ e áudio todos os procedimentos dos alunos ao manipularem o computador, convertendo-os em arquivos com extensão *avi*²², os quais foram arquivados no disco rígido da máquina ao final de cada sessão.

O *software* também foi eficiente na transcrição e análise dos dados, pois contém a *barra de reprodução*²³ que localiza rapidamente trechos das sessões, fornecendo instantaneamente o áudio ou vídeo desejado, além de um *marcador*²⁴, que registra a fração em que se encontra o determinado trecho, em relação à sessão como um todo (Figura 7).

Para a transcrição dos dados a tecla “*enter*” indicava “parar ou continuar” com a apresentação da gravação coletada, assim como a tecla “seta esquerda” indicava “voltar” e “seta direita” “adiantar”. Por meio do comando “*alt+tab*” mudava-se rapidamente do ambiente do Camtasia para o editor de texto Word²⁵, no qual os dados foram transcritos.

O Camtasia ainda forneceu a possibilidade de recortar trechos, especificando informações e, conseqüentemente, diminuindo o tamanho do arquivo original. Ofereceu também a oportunidade de converter os arquivos para outros *software* que reproduzem vídeos, tais como *Windows Média Player*, *Real Player* ou *Quick Time*²⁶.

²¹ Esses vídeos são imagens da tela do computador, que registram os procedimentos dos alunos ao programarem o Arcon, o Excel ou a Calculadora – ver exemplo na Figura 7.

²² Extensão para arquivos em vídeos.

²³ Ver detalhe da *Barra de Reprodução*, na figura 7, com a indicação do momento no qual a gravação apresentava-se em relação ao total gravado.

²⁴ Ver detalhe do *Marcador* na figura 7, indicando a fração em que a gravação encontrava-se em relação à gravação total.

²⁵ Editor de textos presente no pacote *Microsoft Office*.

²⁶ Programas de computador que, dentre outras funções, permitem executar arquivos de áudio e vídeos.

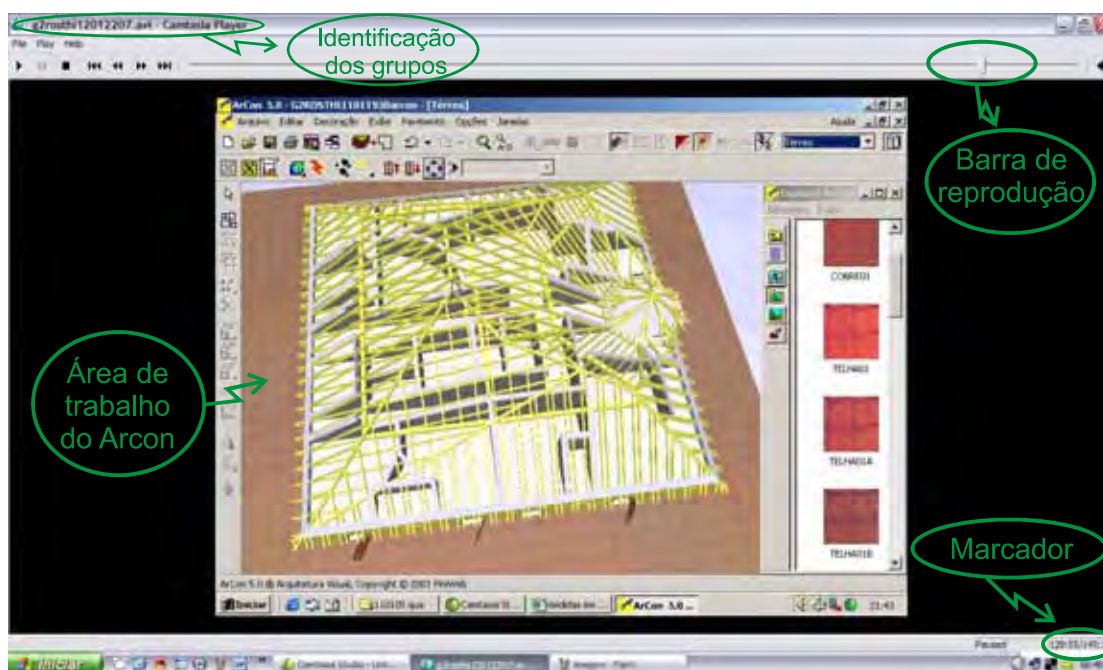


Figura 7: Área de trabalho do Camtasia Studio, registrando Projeto do G2.

Além de todos esses benefícios, o *software* propiciou também a opção de gravar as imagens das duplas que permaneciam defronte às máquinas, mas infelizmente estas não foram arquivadas por falta de espaço no disco rígido dos computadores utilizados na pesquisa, forçando, assim, a utilização de uma *filmadora* para tais registros.

2.2.7.2 A ficha resumo

Para preparar o início da análise dos dados, primeiramente, todos os arquivos do Camtasia foram cuidadosamente apreciados e transcritos parcialmente para a ficha resumo, a qual é constituída de uma tabela desenvolvida no Excel composta de cabeçalho e corpo.

No cabeçalho da ficha resumo constava as informações do grupo, descrição do CD (referência ao CD no qual a sessão ficou arquivada), data da sessão, data da análise, hora de início e de término da sessão, duração da sessão e nome do arquivo.

No corpo da ficha apareciam, em colunas, as seguintes informações: tema, trecho, áudio, observações, vídeo da construção e orçamento da casa (2 dimensões e 3 dimensões), observações, observações gerais e nível.

Algumas das informações referentes ao cabeçalho podem ser observadas no exemplo da Figura 8, que trata de uma sessão realizada em 12 de janeiro de 2006, pelo grupo 2 –

coincidindo com fim da sessão, então, o intervalo seria dado por 129:55/145:15 (min:seg/min:seg).

- **3ª e 4ª colunas:** áudio/observações (transcrição do diálogo entre os participantes).
- **5ª e 6ª colunas:** vídeo e observações [imagens geradas pelo Arcon (2D = duas dimensões ou 3D = três dimensões) ou pelo Excel].
- **7ª coluna:** observações gerais.
- **8ª coluna:** nível (na escala de 1 a 10, para identificar a relevância, conforme entendimento do pesquisador, daquele trecho, segundo a base teórica proposta).

Também é importante salientar que para a estruturação da Dissertação, a qual foi disposta nas partes pré-textuais, textuais, pós-textuais e seus respectivos elementos, nos baseamos nas sugestões de Cervo et al. (2007), nas normas da ABNT (2005), além daquelas oferecidas pelo orientador e colegas do grupo de pesquisa, o GPIMEM.

Desse modo, terminamos a apresentação dos procedimentos metodológicos utilizados nesta pesquisa. No capítulo a seguir, que trata da Apresentação e Análise dos Dados, encontra-se exposto como os dados foram organizados, transcritos, e posteriormente analisados, com base no Construcionismo (PAPERT, 1985, 1986) e na Espiral de Aprendizagem (VALENTE, 1993, 2002).

3 – APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

No presente capítulo encontra-se a apresentação e a análise dos dados obtidos na pesquisa, bem como os apontamentos acerca das possíveis contribuições que a mesma oferece para a Educação Matemática, no que tange o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, indicando traços da ocorrência da construção de conhecimentos pelos alunos envolvidos, norteados pela seguinte pergunta:

Como o desenvolvimento de Projetos envolvendo a construção civil e o uso das Tecnologias Informáticas pode contribuir para o Ensino e a Aprendizagem de conceitos matemáticos?

3.1 A organização da análise dos dados

A análise dos dados foi observada sob dois prismas: a **Espiral de Aprendizagem** (PAPERT, 1985, 1986) e o **ambiente construcionista de aprendizagem** (VALENTE, 1993, 2002).

Paralelamente à análise do ambiente construcionista, analisamos como o desenvolvimento do Projeto de construção de casas possibilitou/estimulou o movimento da **Espiral de Aprendizagem**, representado pelas fases de **descrição, execução, reflexão e depuração**, sugeridas em Valente (1993, 2002), e suas contribuições para a construção de novos conhecimentos. Para isso foram selecionadas três sessões envolvendo os grupos 1, 2 e 3. Cada sessão foi analisada separadamente, sempre fundamentadas na Espiral de Aprendizagem.

Para a análise referente ao **ambiente de aprendizagem construcionista** foram escolhidos somente alguns excertos dos três grupos participantes, buscando interpretar as contribuições que o ambiente pode trazer para o ensino e aprendizagem da Matemática. Acreditamos que mostramos, ao final da análise, que o ambiente colabora com a aprendizagem de conceitos matemáticos, entretanto se tornaria muito repetitivo analisar toda a transcrição sob esta perspectiva, por que embora aparentemente o ambiente seja estático (fisicamente) apresentou-se dinâmico durante praticamente todo o desenvolvimento dos Projetos. Esta característica ocorreu por se privilegiar principalmente as dimensões **pragmática, sintônica, sintática, semântica e social**, sugeridas por Papert (1986).

Na busca para evidenciar as potencialidades deste ambiente e da Espiral foram escolhidos alguns problemas matemáticos os quais fluíram do desenvolvimento do Projeto da

construção da casa. No desenvolvimento desses problemas os alunos, juntamente com o professor, puderam “passar” por diversos conceitos matemáticos. Nesse contexto, surgiram duas características marcantes desse Capítulo.

A primeira característica relaciona-se à intervalos mais extensos, os quais não são tão relevantes quanto à análise baseada na Espiral de Aprendizagem, no entanto, são importantes para percebermos as qualidades/potencialidades do ambiente construcionista e suas dimensões.

A outra característica acentuada refere-se a diversos momentos nos quais os alunos desenvolveram os Projetos de construção das casas quase sem o apoio do professor (e que não foram transcritos), uma vez que este fora requisitado, na maioria das vezes, para discussões sobre conceitos matemáticos. Desse modo, os intervalos transcritos e analisados priorizam essas discussões matemáticas, indo ao encontro à nossa pergunta diretriz, referente à aprendizagem de conceitos matemáticos.

Em relação ao grupo 1, de Maiza e Diego, foi selecionada a sessão ocorrida em 09 de janeiro de 2006, com duração de 203 minutos. O objetivo principal dos alunos nesta ocasião foi calcular a área da sala de TV da casa, em formato octogonal.

Para o grupo 2, dos alunos Rosana e Tiago, foi privilegiado o estudo da Matemática Financeira. A sessão selecionada ocorreu em 26 de janeiro de 2006, com duração de 180 minutos.

Por fim, no grupo 3, de Priscila e João Antonio, a sessão escolhida ocorreu no dia 01 de fevereiro de 2006, durando aproximadamente 188 minutos. Nesse dia os objetivos dos trabalhos voltaram-se ao descobrimento da área de uma parte do telhado da casa. No desenvolvimento dessas atividades, a Geometria e a Trigonometria receberam maior destaque.

3.2 A organização da transcrição dos dados

Como já citado anteriormente, esta pesquisa teve seus dados registrados principalmente por intermédio do *software* Camtasia, o qual também se mostrou eficiente para a transcrição dos mesmos. Cada sessão transcrita foi dividida em **eventos**, os quais receberam **títulos** e um breve **resumo**. A cada evento foram transcritos **intervalos**, que indicam os diálogos ocorridos entre alunos/alunos e alunos/professor. A cada expressão oral dos participantes chamamos de **momento**, os quais foram numerados.

A seguir (Figura 9) indicamos exemplo dessa organização, simulando uma sessão desenvolvida pelo grupo 1.

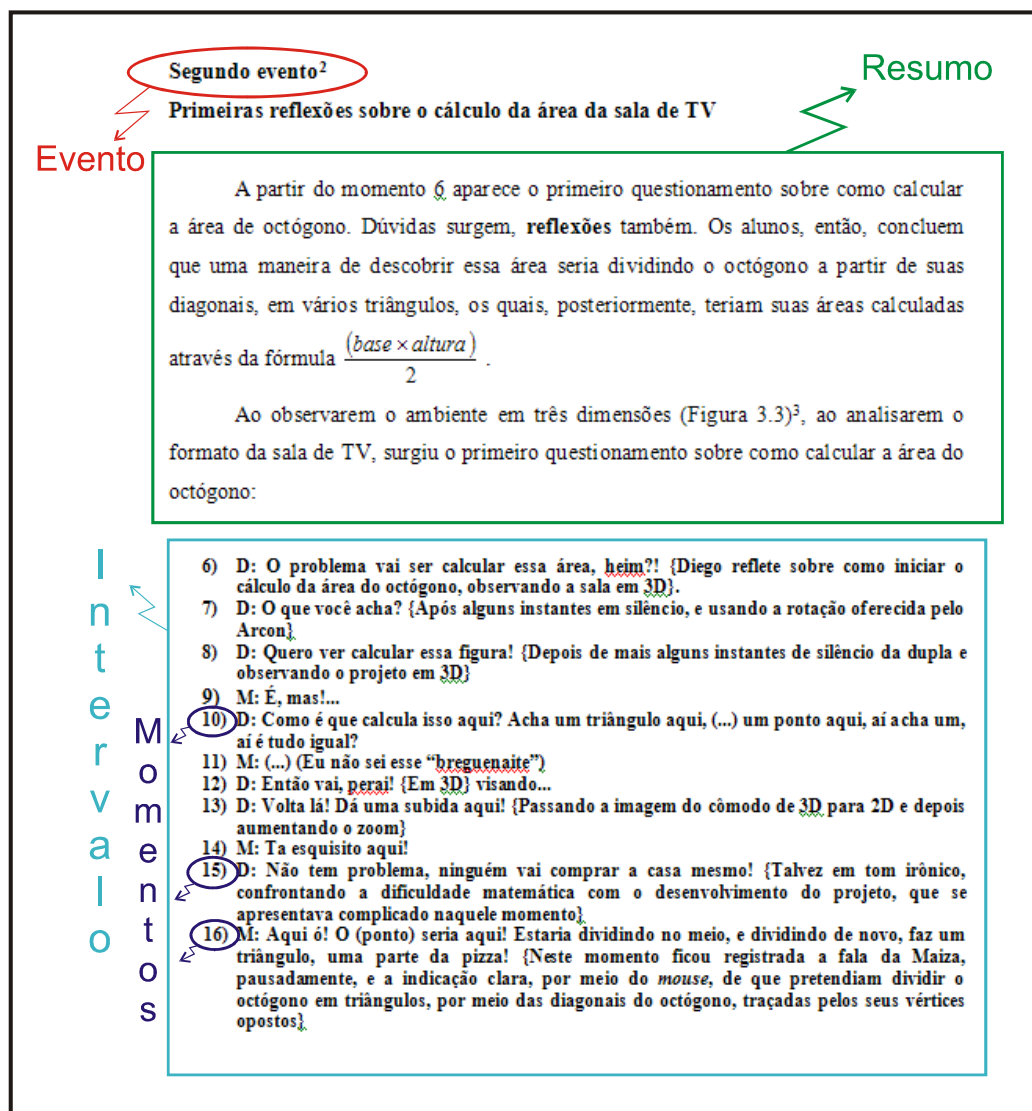


Figura 9: Organização para a análise referente à Espiral de Aprendizagem.

Para privilegiar a análise e a compreensão do leitor em relação a este trabalho, ocorreram ainda outras convenções como as que seguem:

- Para a identificação das falas dos sujeitos (momentos) foram usadas letras maiúsculas referentes aos seus nomes, com fonte no formato negrito: Grupo 1: Maiza (**M**) e Diego (**D**); Grupo 2: Rosana (**R**) e Tiago (**T**); Grupo 3: Priscila (**Pr**) e João Antonio (**J**) e para o professor (**P**). Para um melhor entendimento dos diálogos, também foram usados os símbolos:

(...) → Para quando não foi possível entender o que foi dito;

[...] → Para suprimir trechos irrelevantes;

{texto} → Comentários do pesquisador referentes ao momento;

Desse modo, valendo-se dessa estruturação, são apresentados os dados acompanhados da análise.

3.3 A apresentação e análise dos dados dos grupos 1, 2 e 3²⁷

Como já exposto, para a apresentação e análise dos dados, os quais foram baseados na Espiral de Aprendizagem e Ambiente Construcionista, selecionamos três sessões, uma para cada um dos grupos, iniciando-se pelo grupo 1, como segue.

3.3.1 Grupo 1 – Maiza e Diego: uma sala de TV em formato de Octógono

Maiza e Diego já haviam construído alguns cômodos da casa e começaram a construção da sala de TV. O interessante foi que escolheram o formato octogonal para esse cômodo, aproveitando a sugestão inicial do professor, que era a de explorarem diversas formas matemáticas para a elaboração da planta da casa.

A partir desta escolha tiveram a oportunidade de “passar” por diversos conceitos matemáticos envolvidos no cálculo da área de um octógono, tais como resolução de equações de 1º grau, soma dos ângulos internos de polígonos, propriedades de triângulos, relações trigonométricas nos triângulos, divisão de ângulos, entre outros.

É interessante ressaltar que o objetivo dos alunos ao final do Projeto era apresentar o orçamento de construção da casa e, para isso seria necessário que calculassem as áreas e volumes de itens presentes na construção, pois a tabela de preços fornecida a eles indicava os materiais por unidades, metros quadrados ou metros cúbicos. Na busca desse propósito eles teriam necessariamente que calcular as áreas e volumes, como ocorreu também para a sala de TV. Esta situação, que foi previamente planejada pelo professor, buscou a conexão entre vários conceitos matemáticos o que realmente ocorreu, conforme podemos verificar no decorrer deste capítulo.

²⁷ Para atender ao fim de uma análise não somente particularizada, mas voltando-se para uma experiência que pode ser generalizada, fizemos a opção por uma alteração no uso da linguagem. Assim, ao invés de utilizarmos a primeira pessoa do singular “**Pedi** para que os alunos...”, ou qualquer ocorrência desse tipo, optamos por usar formas como “**O professor** questionou tal conceito” e formas similares. Esperamos, dessa maneira, construir uma real descrição dos dados coletados.

Primeiro evento

Construção do octógono a partir de um círculo

Neste evento é destacado o início da construção da sala de TV em formato de octógono, a qual se iniciou a partir de uma circunferência, que estava no final de um corredor (Figura 10), ligando este cômodo ao hall de entrada, sala de jogos, escritório, biblioteca, banheiro, sala de jantar, cozinha, quarto e banheiro de empregada.

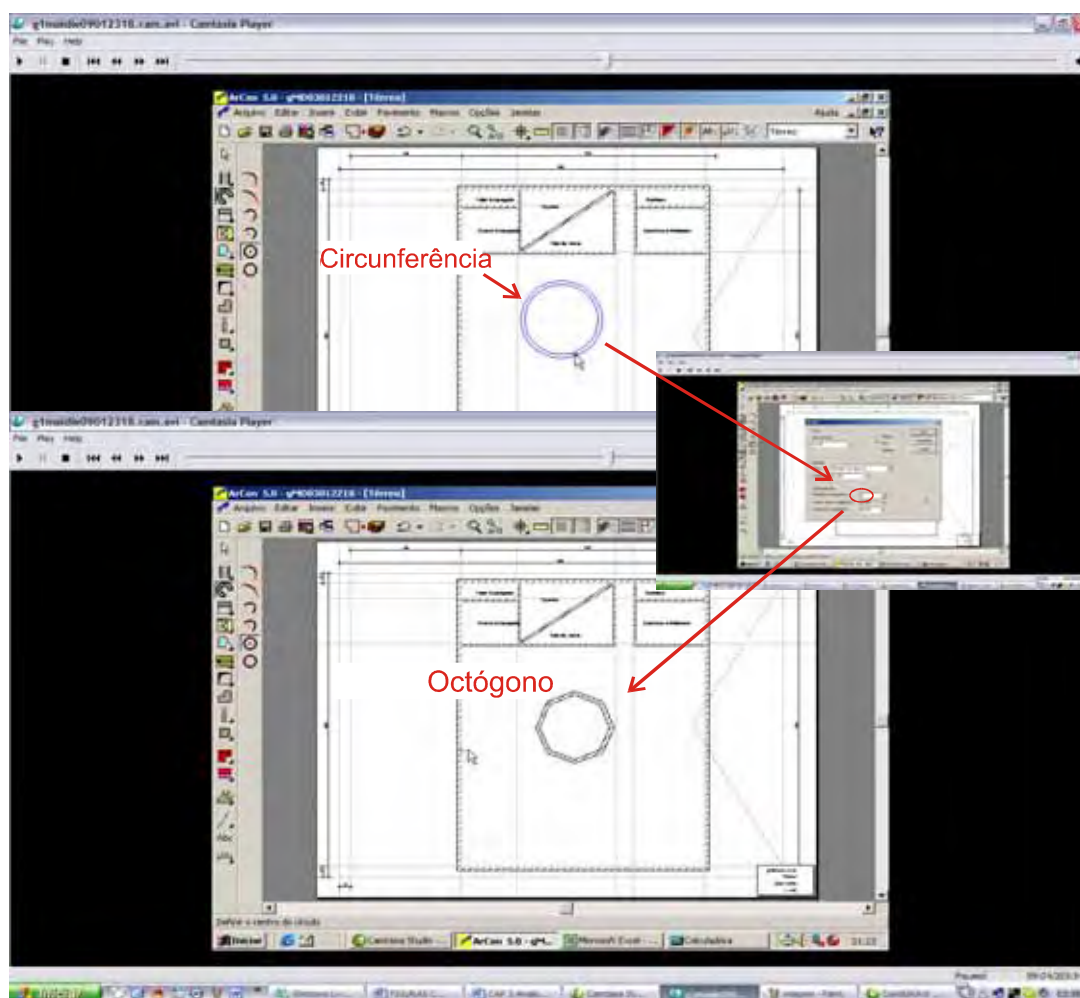


Figura 10: Transformando uma circunferência em um octógono regular.

A seguir, encontra-se apresentado o diálogo entre os alunos Diego e Maiza, para determinarem a localização e formato da sala de TV.

- 1) D: Corredor!...O corredor vem reto aqui, né ó?! {Depois de analisar, na tela do computador, a construção dos primeiros cômodos da casa, utilizando recursos de rotação, translação e zoom, em três dimensões, começam a indicar com o zoom e mouse, em duas dimensões, o local onde seria

inserido o corredor de ligação da parte já construída da casa com a sala de vídeo – enquanto desenvolve estas ações, canta descontraído uma música}.

- 2) M: O corredor vai até na sala!
- 3) D: Como é que nós vamos fazer esta figura aqui? {Diego refere-se ao formato da sala a ser construída, que é um octógono, já previsto na planta feita no papel}
- 4) M: É simples, coloca um círculo, mas o círculo não fica correto, ele fica...
- 5) D: Tirei dez, tireeeeei!!! {Diego brinca fazendo uma alusão a um programa de TV, em que o personagem ganhava nota dez ao acertar a resposta de um problema – e enquanto brincava, Diego construía uma sala em formato de círculo}

Os alunos ainda estavam na fase de planejamento da construção da sala, deste modo as discussões matemáticas foram superficiais. No entanto, no decorrer das atividades estas discussões apareceram de modo gradativo, evidenciando o movimento da Espiral de Aprendizagem e conseqüentemente a construção de novos conhecimentos matemáticos, por meio de situações-problemas mais elaboradas.

O que já se demonstrou claro desde o início foi a motivação que os alunos apresentaram para desenvolver o Projeto de construção da casa. Muito provavelmente este engajamento foi ocasionado pelo poder de decisão concedido aos mesmos ao desenvolverem as tarefas, pois eles próprios planejaram e construíram a casa. Outra contribuição importante para fortalecer este engajamento foi oferecida pelo *software* que simulava a construção da casa por meio da inserção das paredes, visualização em duas ou três dimensões, e nesta última, oferecia movimentos de rotação e translação, além da função *zoom* e também a oportunidade de redefinir rapidamente as ações referentes à construção da casa.

Essa característica do *software*, de simular a situação de construção da casa de maneira eficaz e dinâmica, tornou o desenvolvimento do projeto viável, sendo que dificilmente estas atividades seriam tão bem desenvolvidas em outro ambiente que não fosse os da TI. Essas situações, nas quais o aluno toma frente ao desenvolvimento do projeto e é apoiado pelo computador, vão ao encontro da **dimensão sintônica** do ambiente de aprendizagem construcionista, a qual privilegia Projetos contextualizados e de importância para os alunos, nos quais o computador viabiliza o seu desenvolvimento.

Segundo evento

Primeiras reflexões sobre o cálculo da área da sala de TV

A partir do momento 6 aparece o primeiro questionamento sobre como calcular a área da região delimitada pelo octógono. Dúvidas e **reflexões** surgem. Os alunos, então, concluem que uma maneira de descobrir essa área seria dividindo o octógono a partir de suas diagonais,

em vários triângulos, os quais, posteriormente, teriam suas áreas calculadas através da fórmula $\frac{(base \times altura)}{2}$.

Ao observarem o ambiente em três dimensões (Figura 11)²⁸, ao analisarem o formato da sala de TV, surgiu o primeiro questionamento sobre como calcular a área do octógono:

- 6) D: O problema vai ser calcular essa área, heim?! {Diego reflete sobre como iniciar o cálculo da área do octógono, observando a sala em 3D}.
- 7) D: O que você acha? {Após alguns instantes em silêncio, e usando a rotação oferecida pelo Arcon}
- 8) D: Quero ver calcular essa figura! {Depois de mais alguns instantes de silêncio da dupla e observando o projeto em 3D}
- 9) M: É, mas!...
- 10) D: Como é que calcula isso aqui? Acha um triângulo aqui, (...) um ponto aqui, aí acha um, aí é tudo igual?
- 11) M: (...) (Eu não sei esse “breguenaite”)
- 12) D: Então vai, perai! {Em 3D} visando...
- 13) D: Volta lá! Dá uma subida aqui! {Passando a imagem do cômodo de 3D para 2D e depois aumentando o zoom}
- 14) M: Ta esquisito aqui!
- 15) D: Não tem problema, ninguém vai comprar a casa mesmo! {Talvez em tom irônico, confrontando a dificuldade matemática com o desenvolvimento do projeto, que se apresentava complicado naquele momento}
- 16) M: Aqui ó! O (ponto) seria aqui! Estaria dividindo no meio, e dividindo de novo, faz um triângulo, uma parte da pizza! {Neste momento ficou registrada a fala da Maiza, pausadamente, e a indicação clara, por meio do *mouse*, de que pretendiam dividir o octógono em triângulos, por meio das diagonais do octógono, traçadas pelos seus vértices opostos}

²⁸ A indicação dos triângulos na sala octogonal da Figura 11, assim como nas demais deste capítulo, foi editada, inserindo-se informações adicionais, buscando uma melhor visualização/interpretação do leitor, no entanto os alunos não dispunham deste recurso ao desenvolverem o Projeto.

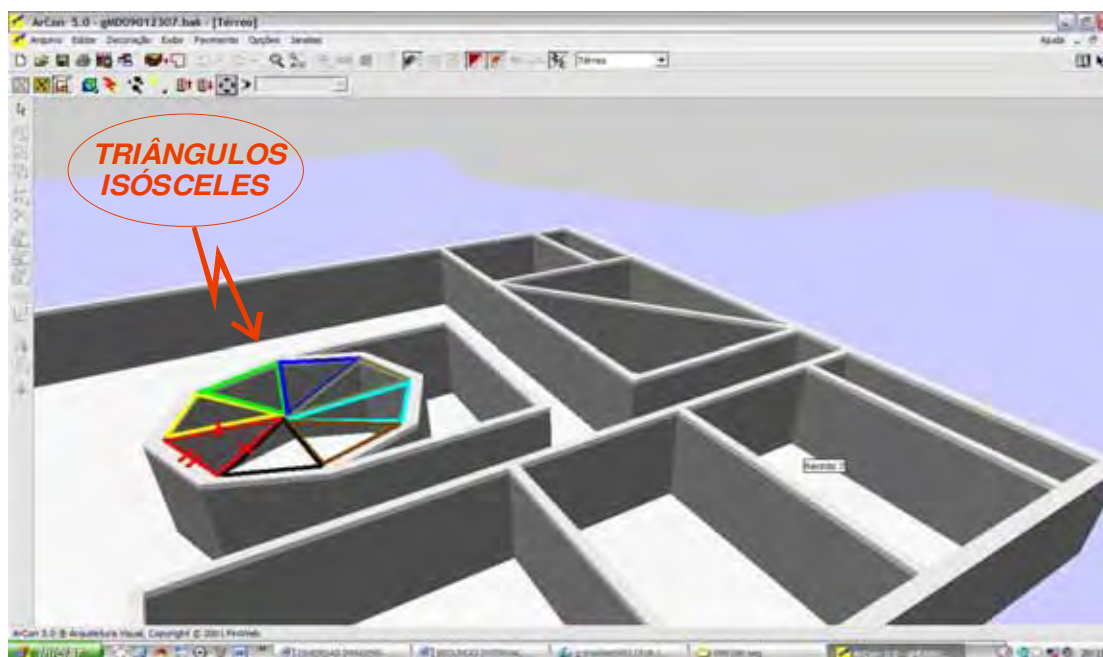


Figura 11: Visualização em três dimensões da construção da casa e a indicação da divisão da sala octogonal em triângulos isósceles semelhantes.

Nesse intervalo, entre os momentos 6 e 16, com as idéias iniciais **descritas** pelos alunos e **executadas** pelo computador, que representava a construção do cômodo em sua tela, os alunos iniciam um processo que envolve **reflexões** e **discussões** de como calcular a área da sala de TV, em formato octogonal.

Num primeiro momento eles aparentavam não saber quais procedimentos adotar para calcular a área, o que gerou **reflexões/discussões**. Essa troca de opiniões provocou uma realimentação das idéias e, auxiliados pela **visualização** da sala em duas e três dimensões, concluíram, ao **depurarem** o conjunto de informações obtidas desde a **descrição** inicial, que um caminho seria a divisão do octógono em triângulos.

E os dois continuaram as discussões sobre a construção da sala octogonal:

- 17) D: Ô João {professor}, agora nós vamos chegar num ponto culminante aqui da parada musical (...){Visualizando o octógono em 2D e passando o *mouse* sobre a diagonal, que já estava traçada}
- 18) D: Bom, tá aqui, né!? Então é 5,6... {Indicando a medida 5,6m de uma das diagonais. O professor não se manifesta e eles continuam discutindo - Figura 12}
- 19) M: É 5 ponto 6... {Inserem a cota, que é uma ferramenta de *software*, indicando que a medida da diagonal é de 5,6m}
- 20) D: 5 ponto 6...
- 21) M: Do quê? {Maiza questiona o que seria esses 5,6m; que já estavam indicados na planta baixa}
- 22) D: Daqui aqui óóó!
- 23) M: Do raio!
- 24) D: Não é o raio! Não é um círculo!
- 25) D: Então tem que traçar essas coisas todas assim! {Provavelmente referindo-se as demais diagonais}
- 26) D: Fazer vários triângulos! Vamos voltar aqui! {Desfaz a cota que indicava 5,6m e tenta utilizar a ferramenta "Linhas Auxiliares" para traçar as diagonais}

No intervalo acima a dupla discute como inserir as diagonais na sala octogonal, conforme representado na figura a seguir.

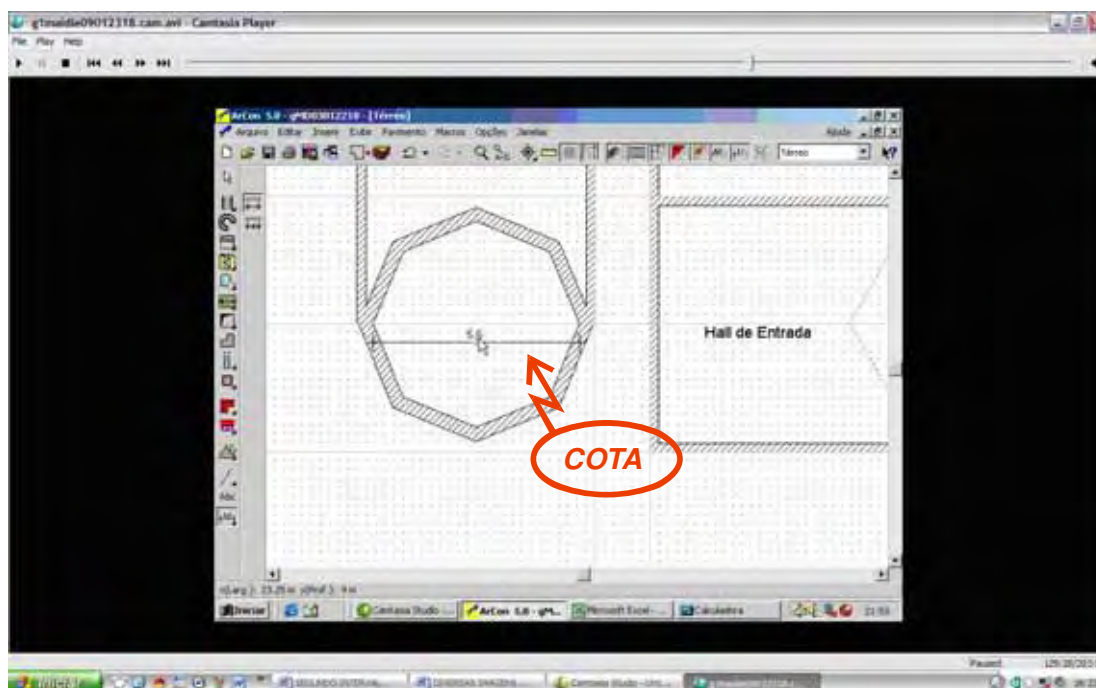


Figura 12: Inserção da cota de 5,6m, indicando uma das diagonais do octógono.

Os alunos **refletiam** sobre a divisão do octógono por diagonais, e a aluna sugere que as diagonais seriam os raios (23)²⁹, porém Diego a repreende, afirmando que o raio está relacionado ao círculo. Talvez, neste momento de **reflexão**, tenha faltado a presença do professor ou da pesquisa em um livro didático para apoiar/definir as novas idéias, uma vez que relacionaram o raio do círculo ao octógono.

Mesmo assim as discussões continuaram, inclusive Diego indica³⁰ para Maiza como ele realiza mentalmente os cálculos de divisão, para encontrar a metade das medidas das diagonais, as quais seriam os lados dos triângulos procurados.

Num momento Diego acaba confundindo/**errando** a metade da diagonal do octógono com apótema (Figura 13) e para resolver a questão requisita novamente a presença do professor, como segue:

²⁹ Os momentos indicados entre parênteses indicam a fala do aluno no intervalo transcrito.

³⁰ Este diálogo não foi transcrito, por não ser relevante à análise, mas para indicar a continuidade das discussões entre os alunos.

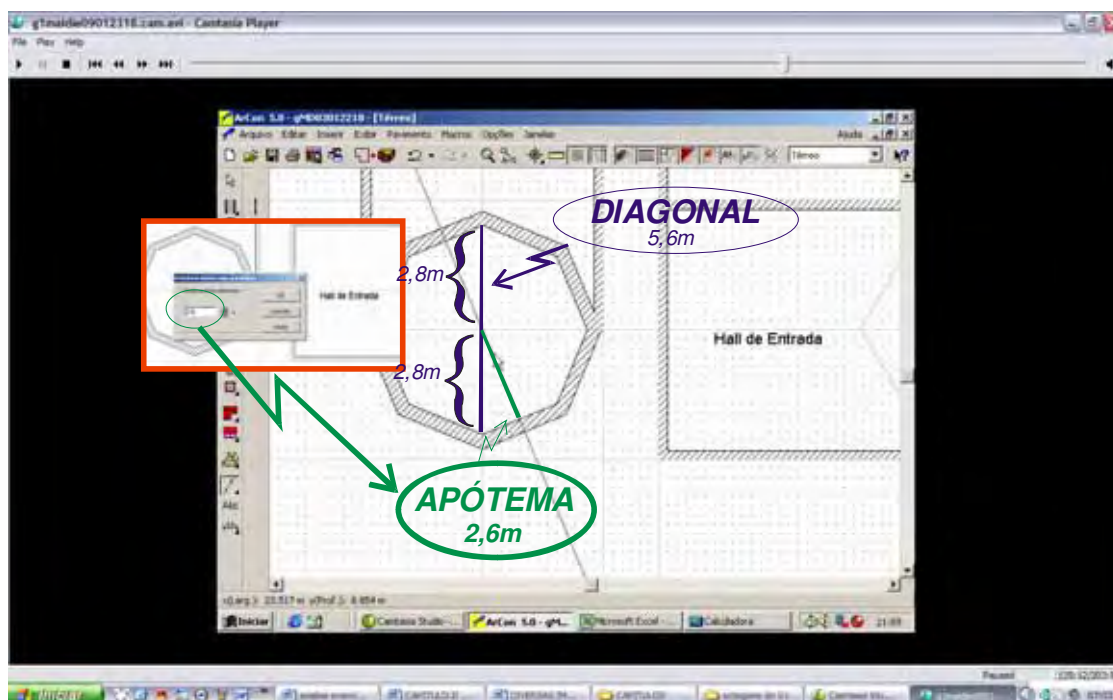


Figura 13: Inserem o apótema pensando numa diagonal.

- 27) D: Aqui né?! 2.6..., não virou nada, né?! {Dá um suspiro e diz não ter obtido resultado desejado. Na verdade estava cometendo um erro, pois estava inserindo o apótema ao invés da metade da diagonal, que seria 2,8m}
- 28) M: Não! Aqui tá errado!
- 29) D: Tá errado, porque... Eu tô fazendo alguma coisa errada! {Eles sabiam que a diagonal media 5,6m, e que sua metade era 2,8m, no entanto ao inserirem a metade da diagonal, erroneamente, o *software* informava que a medida era 2,6m. O problema é que a medida 2,6m tratava-se do apótema e não da metade da diagonal}
- 30) D: Mas eu consegui passar...
- 31) M: Deixa eu ver um negócio...
- 32) D: João!!! {Requisitam a presença do professor}

O Professor conversou alguns instantes com a dupla, mas não percebeu que a dúvida dos alunos relacionava-se a diagonal e apótema. Depois a conversa segue para outros conceitos matemáticos que não serão descritos aqui. Por exemplo, Diego pergunta ao professor se a disposição das diagonais dos polígonos regulares influenciava-se pela quantidade dos lados, pares ou ímpares.

Eles continuaram na busca da solução do problema, fazendo a **descrição** do que entendiam por diagonal, dialogando e fazendo uso dos recursos do computador, utilizando para isto as linhas auxiliares e cotas. O computador **executa** os comandos propostos pelos alunos e devolve as informações que podiam ser vistas no monitor, através da imagem em duas dimensões. Ao **refletirem** sobre a imagem apresentada, percebem que havia algum **erro**, pois a medida da diagonal do octógono era de 5,6m e, conseqüentemente a metade deveria ser 2,8m. No entanto, o computador remetia à informação de que a diagonal era de 2,6m,

referindo-se, claro, à medida do apótema, provocando uma desestabilização nas idéias da dupla.

Mesmo que o professor não tenha explorado, neste momento, a definição de apótema, eles perceberam a diferença deste em relação à metade da diagonal. Quem lhes proporcionou este *feedback* foi o computador, através das ferramentas linha auxiliar e cota, que indicavam as construções geométricas e suas medidas.

A partir daí, eles já tinham definido que para encontrar a área da região delimitada pelo octógono deveriam dividi-lo em triângulos, a partir das diagonais, as quais mediam 5,6m. Essa idéia surge do método do cálculo de área por exaustão.

Um outro assunto interessante que surgiu entre os alunos dos grupos, enquanto estavam na fase inicial de construção da casa, foi referente à construção do quarto e banheiro da empregada doméstica. Uns achavam que o quarto não deveria ter banheiro, outros achavam que sim. O G1 construiu o quarto e o banheiro com as mesmas dimensões do quarto dos patrões, gerando discordância entre alguns dos alunos, pois diziam que a empregada não poderia ter seus aposentos como os dos patrões.

Essa discussão sugere que os alunos efetivaram uma conexão entre suas vidas reais e o desenvolvimento do Projeto, além de abordarem um tema que envolve a diferença de classes econômicas em nossa sociedade. Nesse sentido, a **dimensão social** do ambiente construcionista afirma que ao se desenvolver Projetos de aprendizagem, deve ocorrer uma coesão entre as pessoas envolvidas no Projeto, a cultura local e o próprio Projeto, fato este que ficou evidente nesta ocasião.

Terceiro evento

Identificando os triângulos inscritos no octógono

As discussões para determinar a área do octógono continuaram com as diagonais indicadas na planta baixa (Figura 14), e agora se concentraram no cálculo das áreas dos triângulos inscritos no octógono, assim como em identificar suas propriedades.

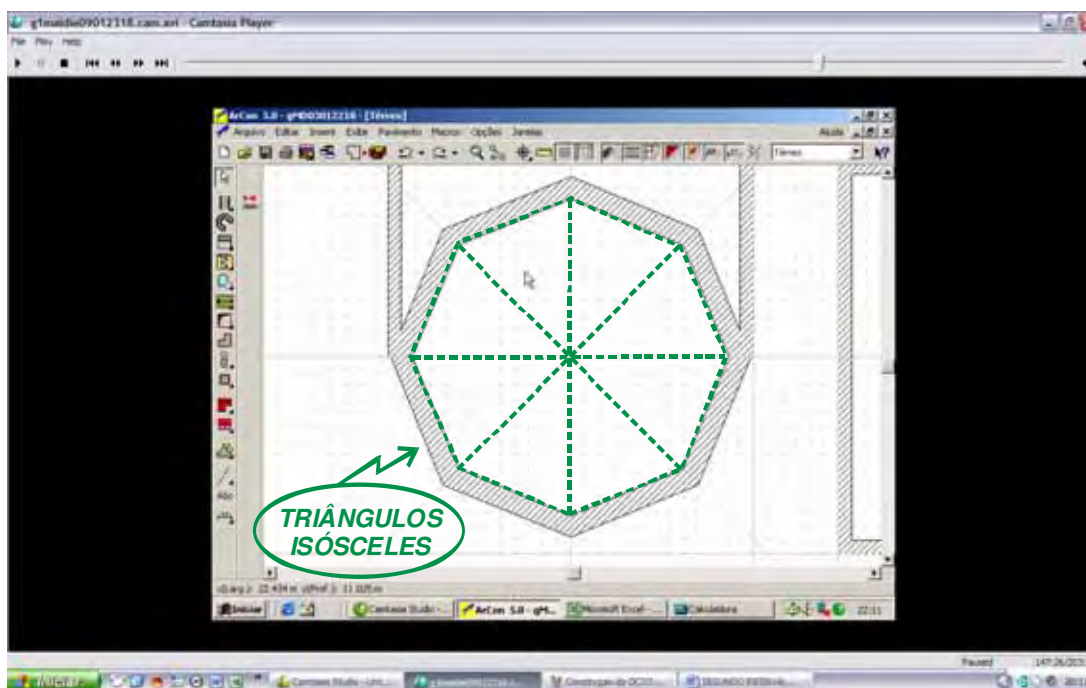


Figura 14: A sala octogonal é dividida por diagonais, formando oito triângulos.

- 49) P: E aí? {Professor pergunta como eles calculariam a área dos triângulos}
 50) D: E aí nós vamos fazer,..., ééé,..., chegamos ao teorema de Pitágoras?

A sugestão inicial de Diego foi calcular a área dos triângulos isósceles utilizando o Teorema de Pitágoras (50). A princípio esta sugestão era **equivocada**, gerando, assim, uma oportunidade para o professor direcionar as discussões/**reflexões** envolvendo triângulos retângulos e suas relações trigonométricas, triângulos equiláteros e triângulos isósceles.

Nesse processo também surgiu a oportunidade das duplas recordarem a construção da cozinha e da sala de jantar, as quais eram formadas por dois triângulos retângulos. A partir desta **descrição** o professor aproveitou para oferecer o **feedback**, indicando que os triângulos retângulos estão relacionados ao teorema de Pitágoras e às relações trigonométricas. Na seqüência o professor procurou induzi-los a perceberem que os triângulos inscritos no octógono eram isósceles, como segue:

- 73) P: Nós tínhamos um retângulo, passamos a diagonal, geramos dois triângulos retângulos. {ainda citando a construção da cozinha e sala de jantar}
 74) P: Agora não, agora a gente tem um triângulo... {referindo-se aos triângulos isósceles inscritos no octógono}
 75) D: Equilátero! {resposta equivocada, pois o triângulo inscrito no octógono é isósceles}
 76) P: Equilátero! {professor não se atem ao erro e confirma que o triângulo é equilátero}
 77) D: Equilátero, mas não é equilátero! Ele é um triângulo isósceles! {o aluno percebe o erro e corrige, indicando que os triângulos eram isósceles}
 78) P: É sim,... a gente tem dois lados iguais...

Para chegarem à conclusão de que os triângulos inscritos no octógono eram isósceles, **refletiram e depuraram** idéias sobre alguns conceitos matemáticos relacionados a triângulos.

No início da conversa levantaram a hipótese de aplicarem o Teorema de Pitágoras, o que seria uma **maneira equivocada** para descobrir os lados dos triângulos, que não eram retângulos, e ao final, depois de várias **reflexões, feedback** do professor e **depurações**, concluíram que os triângulos eram isósceles, tendo consequentemente dois lados iguais e um diferente, e que esses lados poderiam ser indicados pelo *software*, através do comando cotas, como veremos a seguir. Este processo não foi transcrito na íntegra devido a extensão dos diálogos, optando-se apenas por mostrar que no final o Diego concluiu que os triângulos eram isósceles (77).

Quarto evento

Buscando a base e a altura do triângulo isósceles em vista da fórmula da área dos triângulos

Nesse intervalo os alunos já haviam **descrito** as medidas dos lados iguais do triângulo isósceles (2,8m) através das cotas, porém o *software* **executava/apresentava** uma imprecisão³¹ (Figura 15) ao inserir a base do triângulo (2,2m). Assim, o professor sugeriu que utilizassem outros conceitos matemáticos para encontrar essa medida (base).

³¹ Em algumas ações o *software* não aceitava os comandos descritos pelos alunos. Nesse caso particular, a cota de 2,2m não era coincidente com a base do triângulo isósceles, e esta diferença/erro podia ser observada por meio da visualização da planta baixa.

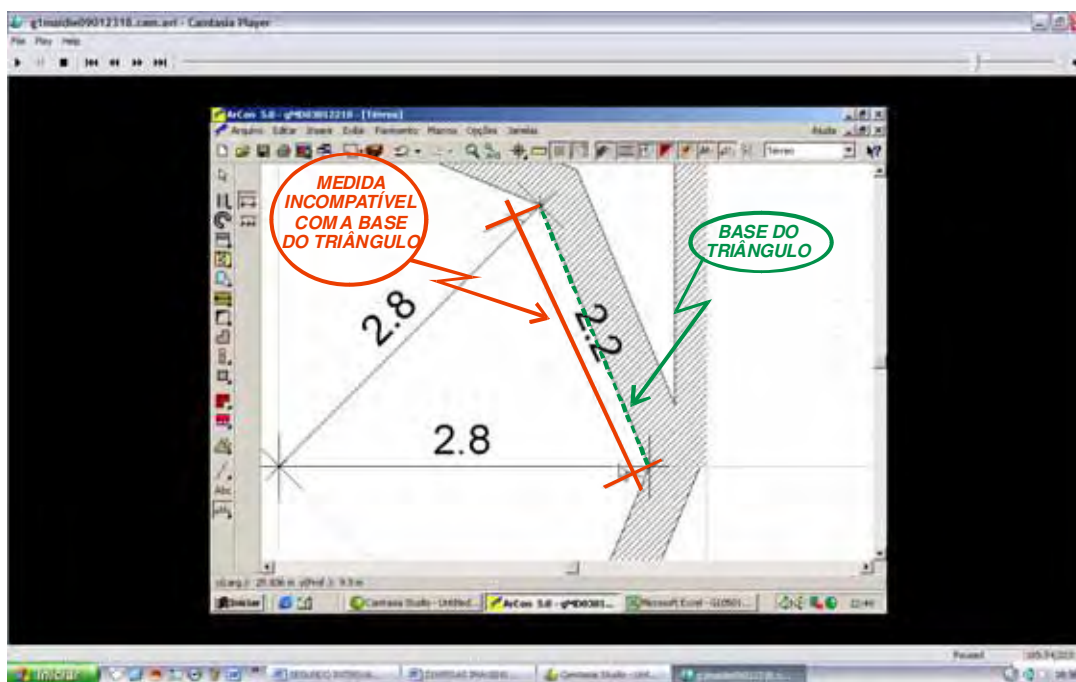


Figura 15: Representação equivocada da medida da base do triângulo isósceles.

Baseando-se nas informações apresentadas pelo computador, a sugestão inicial de Maiza (88) foi de se traçar a altura (Figura 16) desse triângulo, o que ocasionou novas **discussões/reflexões** matemáticas sobre a garantia de que essa “altura” realmente atendesse à propriedade de ser perpendicular à base do triângulo.

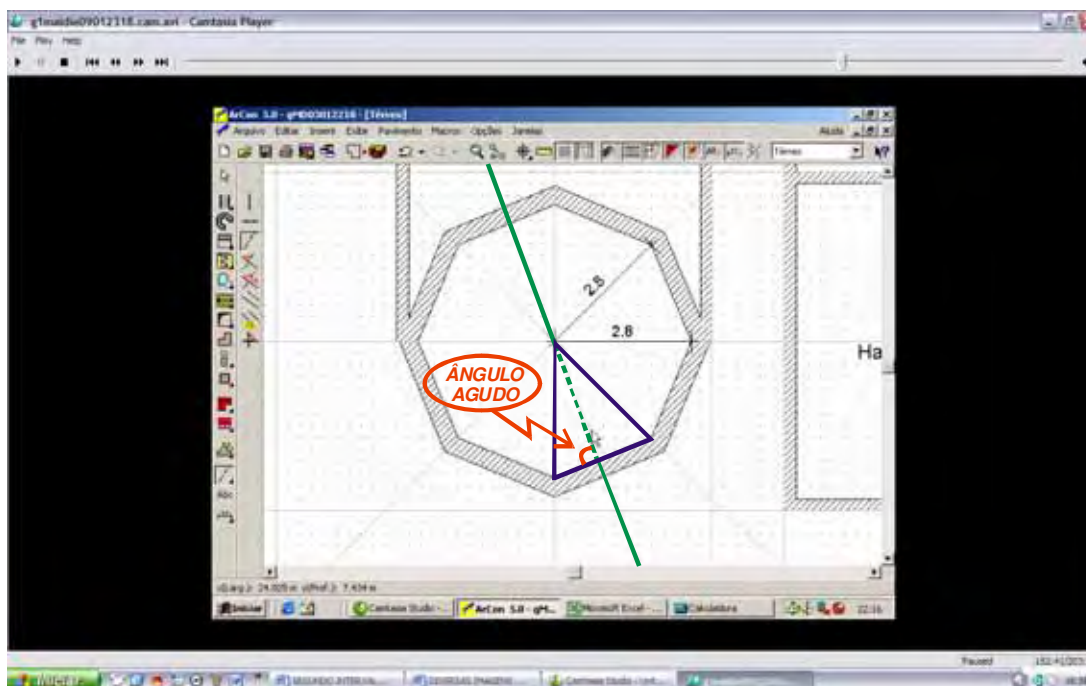


Figura 16: Representação da eventual altura, em um dos oito triângulos.

- 88) P: A tá, a Maiza tá sugerindo o seguinte, ó! De a gente calcular essa altura!
 89) D: Mas eu não sei qual que é o ponto exato aqui ó! {Diego questiona qual seria o ponto de intersecção da altura e da base do triângulo}
 90) D: Eu preciso ter esse ponto exato? Não! É, seria isso?
 91) D: Porque se eu traçar a partir desse ponto pra lá,... eu vou ter uma altura! {Indicando com o mouse a altura do triângulo – figura 3.8}

Maiza percebe que o ideal para calcular a base do triângulo isósceles seria traçar a altura, perpendicular à base (lado diferente), para depois aplicar o Teorema de Pitágoras.

Para isso ela constrói a altura através do recurso linha auxiliar do *software*, iniciando uma nova **descrição**. A partir da visualização em duas dimensões dessa suposta altura, **executada** pelo programa de computador, os alunos iniciam o processo de **reflexão** sobre a construção obtida (90).

Utilizando o *zoom*, num processo de **reflexão** das informações obtidas, percebem que a altura não estava perpendicular à base, e não satisfeitos iniciaram o processo de **depuração** do resultado obtido. A imagem gerada e melhor observada através do *zoom* propiciou-lhes um *feedback* necessário para perceberem que o segmento **descrito** não poderia ser a altura do triângulo, ocasionando novas **reflexões** (91) sobre como poderiam traçar a altura corretamente.

Ao final perceberam que não havia como garantir que aquele segmento era a altura do triângulo isósceles, perpendicular à sua base. A partir disso o professor indicou a pesquisa em um livro didático do Ensino Médio e explicou a lei dos senos, definindo os vértices A, B e C com sendo de um dos oito triângulos isósceles inseridos no octógono regular, onde o vértice C coincidia com o centro do octógono.

Nessa ocasião os alunos tiveram a oportunidade de aplicar a lei dos senos para ajudá-los a descobrir a área da sala de TV da casa virtual. Essa situação sugere que os alunos puderam aplicar conceitos matemáticos, com sua formalidade e simbologia à uma situação que lhes apresentava muitos significados, por meio da construção da sala. Essa característica é atribuída à dimensão **semântica** do ambiente construcionista.

Quinto evento

Um novo caminho: equações de primeiro grau! Será?

O professor explica a lei dos senos $\frac{a}{\text{sen}\hat{A}} = \frac{b}{\text{sen}\hat{B}} = \frac{c}{\text{sen}\hat{C}}$ (com a, b e c representando os lados do triângulo) para determinarem a base dos triângulos isósceles, utilizando para isso o

livro didático e a visualização da sala octogonal em 2D (Figura 17), a qual estava na tela do computador e que também mostrava triângulos isósceles.

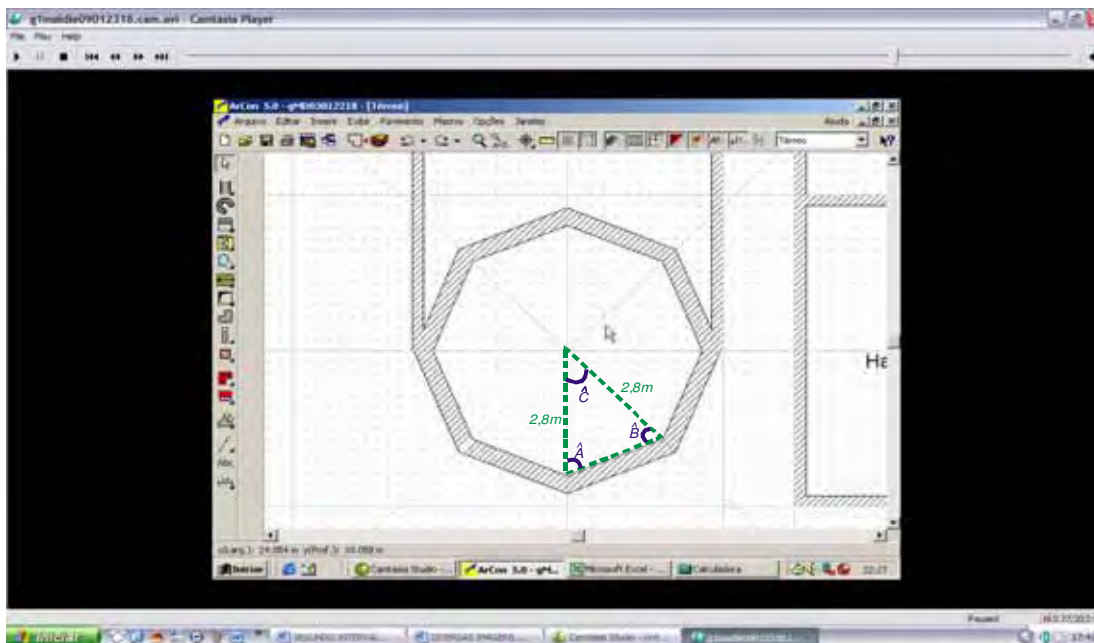


Figura 17: Imagem utilizada pelo professor para explicar as leis trigonométricas.

A partir dessa **explicação/reflexão**, com a necessidade de encontrar o ângulo \hat{C} os dois continuam a discussão matemática, com o professor estimulando os alunos, os quais iniciaram **reflexões** no sentido de descobrirem os ângulos internos desse triângulo. O ângulo \hat{C} ficou definido a partir da visualização na tela do computador, como sendo o ângulo oposto à base do triângulo isósceles e a figura anterior foi usada para representar os vértices, lados e ângulos definidos pelo professor, em sua explicação sobre a lei dos senos, com o auxílio do *mouse*.

- 103) P: E agora gente, como que eu descubro este ângulo aqui? {Referindo-se ao ângulo \hat{C} }
- 104) M: A soma dos ângulos internos tem que dar 180?
- 105) P: A soma dos ângulos internos de quem tem que dar 180? Do octógono? {Professor investigando a qual figura geométrica presente na tela do computador a Maiza se referia, pois poderia estar se referindo aos triângulos ou ao octógono}.
- 106) M: Não, do triângulo, né?!
- 107) P: Ah, do triângulo! A soma dos ângulos internos do triângulo é 180!
- 108) P: Maiza, mas,... tudo bem! Mas aí você sabe que... se a gente for chamar aqui de... {Indicando com o *mouse* os ângulos internos do triângulo isósceles} você não tem valores, né?! {professor já prevendo que se tratava de uma equação com duas incógnitas e com infinitas soluções}
- 109) P: Você só sabe que esse é igual a esse! {Usando o *mouse* para indicar os dois ângulos \hat{A} e \hat{B} "iguais" da base do triângulo}
- 110) P: Como que você pode falar, então? Que esse aqui vale?? {Professor resolve explorar a situação de equações, indicando com o *mouse* a posição do ângulo \hat{A} na tela do computador}
- 111) D: X!!!
- 112) P: E esse vale? {Indicando o ângulo \hat{B} }

- 113) D: Y! Não, vale X também! {Corrigi-se rapidamente, percebendo que os ângulos da base eram iguais}
- 114) P: X, eles são iguais!
- 115) P: E esse aqui vale? {Indicando na tela do computador o ângulo \hat{C} }
- 116) D: Y!
- 117) P: A sim! Então você sabe que $X + X + Y$ dá?
- 118) M: 180!
- 119) D: Z!
- 120) P: Então $X + X...$ {Professor querendo induzir a resposta $2X$ }
- 121) P: Não, dá 180!
- 122) P: $X + X$ dá $2X$
- 123) D: Por que dá 180?
- 124) P: A soma dos ângulos internos do triângulo dá 180! {Professor indica a Diego a propriedade da soma dos ângulos internos dos triângulos, que é sempre 180° }
- 125) P: A Maiza começou a conversa com isso aí! Maiza, então você vai ficar com... $X + X + Y$
- 126) M: Dá 180!
- 127) P: Dá 180...Escreve aí, vamos ver a conclusão que você chega... $2X+Y=180$

Neste episódio fica evidente a importância do papel do professor no desenvolvimento dos Projetos, pois mesmo sabendo que o problema não se resolveria por equações do primeiro grau (já havia indicado as leis trigonométricas para solucionar o problema) deixou que as discussões caminhassem nesse sentido, prevendo que assim poderia explorar conceitos matemáticos pertinentes à essa teoria.

Desse modo, o professor induziu os alunos a elaborarem a equação $2X + Y = 180^\circ$, por intermédio de uma seqüência de perguntas, baseando-se na propriedade matemática que indica que a soma dos ângulos internos do triângulo é 180° e na imagem **descrita** pelo computador.

Ao **descrever** essa seqüência de perguntas relacionadas à soma dos ângulos internos do triângulo, o professor levou os alunos a **executarem** ações matemáticas no papel, com o lápis (construção da equação), e a **refletirem** sobre a propriedade matemática da soma dos ângulos internos do triângulo.

No entanto, como veremos no intervalo abaixo, Diego, ao contrário de Maiza, provavelmente não completa satisfatoriamente a Espiral de Aprendizagem. Ele indica com uma pergunta sua incompreensão, confundindo o comprimento 2,8m com a medida dos ângulos, dados em graus.

Essa pergunta foi o **feedback** necessário para que o professor redirecionasse as idéias do aluno em relação aos conceitos matemáticos que o mesmo estava construindo. Observemos:

- 128) D: Ah, eu sei que X... eu sei que...
- 129) D: Esse aqui e esse aqui nós temos o valor, que é 2,8, seria isso? {Diego pergunta ao professor se o X seria 2,8m, que é a medida do lado do triângulo}
- 130) P: Você tá falando aí de ângulo, tá!? Você não tem valor! {Referindo-se aos ângulos}
- 131) P: Você tem valor de lado! {Lado do triângulo}

Pode-se perceber claramente que Diego, a partir da **execução** das idéias na folha de papel, inicia um processo de **reflexão** das informações expostas, e exhibe sua dúvida por meio de uma resposta equivocada (**erro**). Assim o professor oferece-lhe um *feedback*, indicando-lhe o **erro**, provocando a **depuração** das idéias, reiniciando o processo com uma nova **descrição**.

É relevante a importância da **discussão/reflexão** de idéias entre os presentes, que é favorecida no ambiente construcionista, tomando papel fundamental na aprendizagem dos mesmos, privilegiando o *feedback*, que é fundamental para o movimento da Espiral de Aprendizagem.

O papel do professor nesta passagem também foi muito importante, direcionando o desenvolvimento das idéias matemáticas, mesmo sabendo que o resultado desse desenvolvimento não solucionaria o problema, enxergando que o **erro** cometido pelos alunos, logo no início do processo, favoreceria a ação de **depuração** das idéias e, conseqüentemente, na construção de novos conhecimentos.

Sanada essa dúvida, os alunos continuaram discutindo a resolução da equação de primeiro grau com duas incógnitas, através de **descrições** feitas a lápis na folha de papel. Os alunos questionavam o desenvolvimento algébrico da equação a partir dessas **descrições** no papel e dos questionamentos/intervenções do professor.

Ao concluir o desenvolvimento da equação Maiza leva um susto, observando que a mesma não apresenta solução esperada, indo de encontro àquilo que havia planejado e conseqüentemente dos seus conceitos matemáticos iniciais.

132) **P: Você chegou que o X é igual ao 180 menos o Y dividido por 2! {Referindo-se ao desenvolvimento da equação, feita por Maiza, usando papel e lápis}**

133) **D: Porque menos o Y?**

134) **M: Porque tá mais e passa pra menos!**

A **descrição** realizada por Maiza e a intervenção do professor ocasionaram uma **reflexão** por parte de Diego, que questiona porque o Y que era positivo transformou-se em negativo. Maiza rapidamente indica o procedimento realizado, dizendo ter “passado” o Y de um membro da equação para o outro, oferecendo um *feedback* ao colega, que **reflete** sobre a ocorrência. Talvez essa não tenha sido a melhor maneira de explicar o ocorrido, no entanto muitos professores utilizam-se desse linguajar para expressar o desenvolvimento algébrico de equações matemáticas.

O professor não se atém a esse fato e prossegue com a discussão:

- 135) P: O que que você fez Maiza?
 136) M: Vou substituir o X! {Maiza indica que isolou a incógnita X na equação, no intuito de substituí-la posteriormente}
 137) P: Então continua para você ver o que que acontece!
 138) M: O Diego, só eu que faço conta aqui?! {Maiza esbraveja com Diego, pedindo auxílio nos cálculos}
 139) D: Eu não, você que é filha de professor de Matemática! Eu não!
 140) M: Pode fazer assim? Não né?!
 141) M: Fica menos!
 142) P: É! Não pode, né?!
 143) M: É! Então...tem que achar o mínimo... {Referindo-se ao mínimo múltiplo comum, utilizado para resolver adições e/ou subtrações de números racionais}
 144) D: Eu não sei nem o que eu tô falando aqui! {Diego mostra não saber como resolver a equação}
 145) M: Você vai achar o mínimo, Diego! {Maiza tenta animar o colega, mas já indica a resposta do m.m.c.}
 146) M: O mínimo é dois!

O desenvolvimento da equação continua, e o professor sabendo que o resultado final não seria satisfatório, continua instigando a resolução da mesma. O processo de **descrição** persiste e em certo momento (138) Maiza reclama ao colega que somente ela realiza os cálculos.

Nesse processo de **descrição** e **reflexão** a aluna continua pedindo auxílio/*feedback* ao professor (140) e amadurecendo suas idéias, enquanto isso Diego mostra-se confuso em relação ao desenvolvimento da equação (144).

O professor permanece como observador, esperando que os alunos percebam que aquela equação não teria uma única solução, com a intenção de “movimentar” a Espiral de Aprendizagem.

- 147) M: Tá certo João, minhas contas? {Maiza pergunta ao professor se seus cálculos estariam corretos}
 148) P: Continua... {Professor avalia os cálculos da Maiza, feitos na folha de papel, e aguarda o desfecho}
 149) M: Ah, mas vai cancelar o Y! {Referindo-se as incógnitas X e Y}
 150) P: Vai cancelar tudo, porque Maiza?!
 151) M: Então! Acho que eu tô ficando louca!

Ao final da discussão matemática Maiza mostra-se surpresa com o desfecho da situação, a qual parece ter colocado à prova seus prévios conhecimentos matemáticos. Essa chegou à conclusão que em algum momento cometera algum **erro**, pois depois de diversos cálculos, não havia descoberto a solução da equação, que deveria indicar os valores dos ângulos internos do triângulo. Esse **erro** parece ter-lhe provocado uma desestabilização, tanto que questiona se estaria ficando “louca” (151).

Após perceberem que a equação apresentava infinitas soluções, o professor fornece o retorno/*feedback* aos alunos, usando papel e caneta, fazendo recordar todas as fases do

problema, até chegar à equação $2X + Y = 180^\circ$. Depois reforça que para descobrir os valores de X e Y precisariam de duas equações e só conheciam uma, ou seja, o que recairia em sistemas de equações de primeiro grau. Desse modo, concluem que a estratégia inicial não era eficiente para determinar os ângulos internos dos triângulos isósceles³².

Mesmo assim, toda essa situação, com início no momento 103 e término no 151, indicou a **descrição** das idéias por intermédio do lápis e do papel, o que ocasionou **reflexões** diversas e ofereceu ao professor a oportunidade de retomar conceitos (**feedback**) relacionados à resolução de equações e sistemas de equações de primeiro grau, e permitiu aos alunos **depurarem** as idéias apresentadas, e retomá-las de forma mais consistente, sugerindo a construção de novos conhecimentos. Mesmo que o professor não tenha resolvido o sistema de equação de primeiro grau esse amadurecimento provavelmente ocorreu, pois os alunos perceberam que para resolver uma equação com duas incógnitas necessitariam de uma segunda equação com as mesmas incógnitas. Antes de prosseguir com o Projeto, o professor sugeriu aos alunos que deveriam pesquisar sobre este assunto.

Como já dito anteriormente, o professor já havia previsto que o problema não se resolveria por resolução de equações, conforme sugestão de Maiza (104), mas assim mesmo optou por seguir a proposta da aluna, com o intuito de explorar esses conteúdos. Desse modo, evidenciamos a importância do papel do professor no desenvolvimento/direcionamento dos Projetos, pois ao tomar esta decisão o professor já havia identificado que para solucionar o problema deveriam utilizar-se das leis do seno ou cosseno, pois as relações trigonométricas no triângulo retângulo ou o teorema de Pitágoras tornaram-se inviáveis pela inconsistência apresentada pelo *software*.

Essa decisão do professor, de escolher o caminho incorreto, teve que ser imediata, exigindo que ele fosse conhecedor dos conceitos matemáticos envolvidos. É claro que numa situação dessas os alunos poderiam ter sugerido outro caminho, podendo surpreender o professor, por isso mesmo ele deve estar sempre atento e preparado para o inesperado, conforme indica Penteadó (2004). No entanto, neste episódio os alunos seguiram constantemente as sugestões do professor.

Para um melhor entendimento dessa leitura, mais à frente será apresentado como o professor continuou a direcionar/induzir a resolução do problema, fato que se concretizou após muitas discussões/reflexões, conforme se encontra indicado no próximo evento.

Tendo em mente que necessitava dos ângulos internos dos triângulos isósceles, o professor tinha conhecimento de que poderia determiná-los dividindo a circunferência cujo

³² Esta parte não foi transcrita por ter se tornado extensa e não ser tão relevante para a pesquisa.

centro coincidia com o centro do octógono regular por oito, encontrando assim um dos ângulos internos dos triângulos inscritos e, conseqüentemente os outros dois ângulos congruentes. No entanto, o professor resolveu provocar ainda mais reflexões entre seus alunos, conduzindo o raciocínio para a divisão do octógono em triângulos, mas agora traçando as diagonais a partir de um único vértice (158). Nesse percurso, o qual teve início com a análise dos triângulos, quadrados, pentágonos, hexágonos, heptágonos, até os octógonos, surgiram novas discussões/**descrições/execuções/reflexões/depurações/erros/feedback** e provavelmente a construção de novos conhecimentos, como sugere a próxima sessão.

Provavelmente o professor optou por essas “voltas” para explorar novos conceitos matemáticos, pois existem problemas que podem não ser percebidos de imediato pelos alunos. O professor, as vezes, necessita mediar o processo educativo de forma a oferecer ao alunos recortes/*feedback* no problema explorado para que eles possam compreender melhor a natureza do problema proposto.

Sexto evento

A procura dos ângulos internos do triângulo continua

Neste evento o professor continua a incentivar os alunos a buscarem um novo caminho para solucionarem o problema e, para isso, usando o *mouse* e a vista da sala em forma de octógono (Figura 18), na tela do computador, indica novamente as medidas dos lados dos triângulos isósceles e a posição de seus ângulos, aguardando sugestões dos alunos.

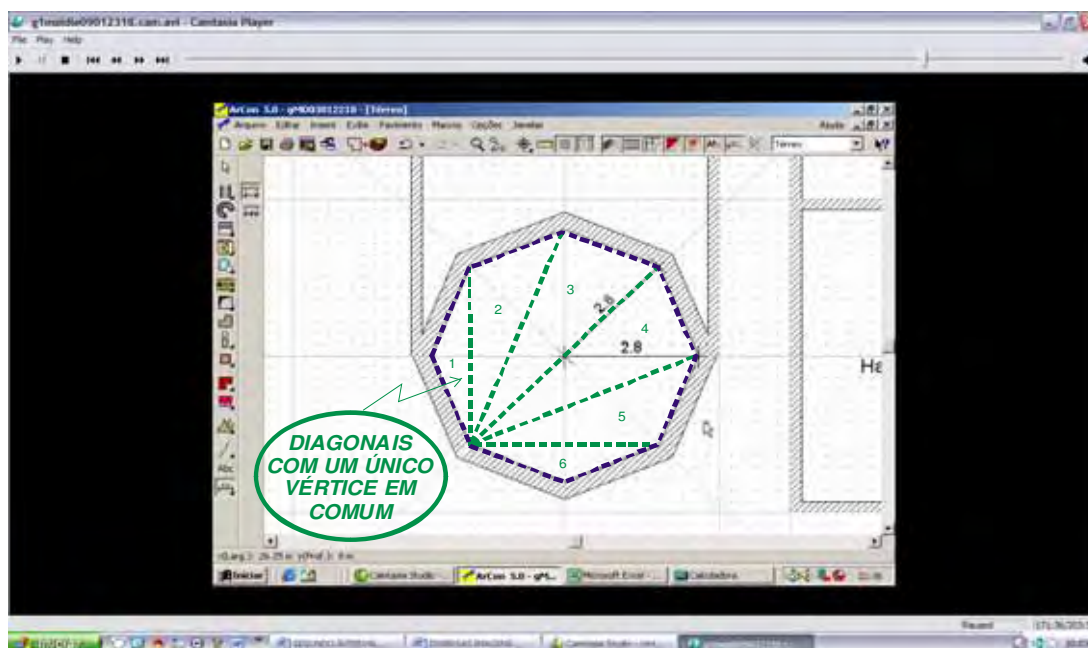


Figura 18: Imagem que tomaram por base para buscar novas alternativas de solução do problema.

- 152) D: Eu tenho a medida desse lado e desse lado! Ajuda? {Colocando novamente as cotas com medidas de 2,8m nos triângulos isósceles}
- 153) P: E aí??
- 154) P: Olha lá (...) para a sala de vocês! {Indicando o octógono, na tela do computador}
- 155) G3 – J: Passa pra um quadrado, que é mais fácil de fazer! {Indicando que seria mais simples de encontrar a área de um quadrado do que a de um octógono}
- 156) D: (...) Não, mas nós gostamos de desafios.

Como os alunos permaneceram em silêncio, o professor sugeriu um novo caminho, indicando a soma dos ângulos internos de polígonos regulares. Com isto, uma nova **descrição/reflexão** era proposta, pois avaliariam a sala como um todo (octógono) e não mais por partes (triângulos). É interessante observar que a sala, ou octógono, permanecia idêntica, no entanto, a nova proposta do professor provocava uma nova **descrição/reflexão** dos alunos, pois nesse momento as diagonais do octógono passavam a ser traçadas a partir de um único vértice. Também é bom observar que por alguns instantes o professor aguardou sugestões dos alunos, as quais só sugeriram alguma coisa após a sua intervenção/provocação (157).

- 157) P: Eu acho que eu tô vendo uma solução aí! {Depois de alguns instantes, professor querendo indicar uma solução para encontrarem os ângulos dos triângulos}
- 158) P: Você pode sair como... os ângulos internos de um polígono regular {propriedade da soma dos ângulos internos de polígonos}
- 159) G3 – J: Soma dele tem que dar 180?
- 160) P: Depende né, se for um triângulo!
- 161) D: Só de triângulo dá, né? {Diego questiona se a soma dos ângulos internos é exclusiva para triângulos}
- 162) P: Se for um quadrado!... Você pode pensar né!
- 163) P: Essa é uma das saídas: um quadrado, um triângulo, um pentágono, um hexágono, ..., e assim por diante. {Aqui o professor inicia a explicação, usando papel e lápis, construindo um

- triângulo, um quadrado, um pentágono e um hexágono, indicando a soma dos respectivos ângulos internos, na expectativa que eles percebessem a variação dessas somas}
- 164) P: Aqui a soma era 180... {Indicando no papel um triângulo}
- 165) P: Aqui a soma era 360...{ Indicando no papel um quadrado}
- 166) P: Aqui era 540... {indicando o pentágono}
- 167) P:...E estou dando uma dica pra vocês, heim! {Aguardando que os alunos fizessem relações}
- 168) P:... E aqui é 720 {Indicando o hexágono}

Com a afirmação feita por João Antônio (159), sobre a soma dos ângulos internos dos polígonos regulares, o professor inicia uma seqüência de questionamentos/afirmações sobre a soma dos ângulos internos de variados polígonos, visando a provocar **reflexões** nos alunos.

É importante ressaltar que não ficou claro se João Antônio, em sua afirmação, considerava somente a soma dos ângulos internos dos triângulos como 180° ou se essa propriedade valeria para qualquer polígono. Desse modo, pode-se interpretar essa situação de duas maneiras: se o aluno sabia que 180° é a soma dos ângulos internos somente para os triângulos, este teria oferecido o *feedback* necessário para que o grupo continuasse os trabalhos; caso contrário o professor é que teria lhe oferecido o *feedback* ao afirmar que a propriedade era exclusiva para os triângulos (160). Neste caso o aluno teria a oportunidade de **refletir/depurar** seus conceitos matemáticos, restabelecendo-os.

Os alunos permanecem em silêncio, provavelmente em **reflexão/depuração**. O professor chega a sugerir que eles pesquisem/estudem o assunto num outro momento (171), sugerindo que recorram a um *feedback* externo para continuarem a discussão no próximo encontro, até que Diego, depois de aparentemente praticar uma **reflexão/depuração**, oferece o *feedback* que o professor necessitava para continuar a explicação, indicando que a soma dos ângulos internos do heptágono é 900° (172), como segue:

- 169) P: Mas tem um outro jeito mais fácil lá, viu gente! {como os alunos não perceberam as relações, resolveu explicar traçando as diagonais em cada um dos citados polígonos}
- 170) P: Aqui sempre aumenta 180, né?!
- 171) P: Depois eu quero que vocês estudem isto, tá?! Pra amanhã!
- 172) D: Então dá 900 {Enfim o Diego manifesta-se, indicando que a próxima soma resultaria em 900 graus, que seria a soma dos ângulos internos do heptágono. Nesse momento o professor reinicia a explicação dividindo os polígonos por diagonais, partindo de um único vértice}
- 173) P: Olha, na hora em que eu pego o quadrado e passo a diagonal, eu fico com quantos triângulos?
- 174) D: Dois!
- 175) P: Qual que é a soma dos ângulos internos de um triângulo?
- 176) M, D: 180!
- 177) G3 – J: 180! {os três alunos respondem simultaneamente}
- 178) P: Então quanto tem nesse aqui? {indicando um dos triângulos inscritos no quadrado}
- 179) D, M, J: 180!
- 180) P: E nesse? {Referindo-se ao outro triângulo inscrito no quadrado}
- 181) D, M, J: 180!
- 182) P: Então quanto que é 180 mais 180? {referindo-se a soma dos ângulos dos dois triângulos inscritos no quadrado}
- 183) D, M, J: 360! {concluído o raciocínio para o quadrado, passa para o pentágono}

- 184) P: Olhem o pentágono... Tracem as diagonais... Quantos triângulos temos?
 185) J: Três!
 186) P: Quanto que é a soma dos ângulos internos?
 187) D: 180 de cada um!
 188) P: Então aqui é 180, aqui é 180, e aqui é 180, que dá 540!
 189) P: Quantos triângulos eu tenho dentro do hexágono?
 190) D, M: Quatro!
 191) P: Um, dois, três, quatro... Qual que é a soma dos ângulos internos de cada triângulo?
 192) D: Cheguei!!! {Diego diz que “chegou” no cálculo dos ângulos internos do octógono}
 193) D: Então são oito vezes 180! {Neste momento o professor faz o octógono na folha de papel, traçando suas diagonais, gerando seis triângulos internos, e continua}
 194) P: Quantos triângulos temos aí?
 195) P: Um, dois, três, quatro, cinco, seis, né?!
 196) P: Seis vezes 180, né?
 197) P: 1080, é isso?
 198) D: É!
 199) P: Então a gente sabe que a soma dá 1080, tá certo?
 200) D: Aham!

Nesta seqüência de perguntas elaboradas/**descritas** pelo professor, os alunos provavelmente **executaram** cálculos mentais, e induzidos pelas perguntas, concluíram, após **reflexões/depurações**, que a soma dos ângulos internos de qualquer polígono poderia ser determinada dividindo-se o mesmo em triângulos a partir de suas diagonais com um vértice em comum, os quais tem 180° como soma de seus ângulos internos e multiplicando-se pelo número de triângulos encontrados.

É interessante notar que no desenvolvimento deste diálogo, em certo momento Diego cometeu um **erro** (193), indicando que o octógono poderia ser dividido em oito triângulos. A partir desse **feedback** equivocado o professor **descreveu** novamente a situação numa folha de papel, provocando novas **reflexões/depurações** e, ao final, Diego concluiu que a soma dos ângulos internos do octógono era de 1080° .

Neste momento eles já haviam descoberto que a soma dos ângulos internos do octógono era 1080° , porém as **reflexões** deveriam continuar, pois necessitavam da medida dos ângulos internos dos triângulos (visando a sua área) e não do octógono.

O professor conduz o diálogo/**descrições** da mesma maneira, sugerindo/questionando os alunos sobre quais caminhos matemáticos deveriam seguir, induzindo-os a novas **descrições/reflexões**.

- 201) P: E aí? {esperando que dividissem o 1080 pelo número de vértices do octógono, que é regular}
 202) D: E aí...
 203) P: Esse ângulo, mais esse ângulo, mais esse ângulo, mais esse ângulo, mais esse ângulo... mais esse dá quanto? {professor indica com o *mouse* os ângulos internos do octógono}
 204) G3 – J: Éééé...1080! {João Antonio confirma a soma dos ângulos internos do octógono}.
 205) P: Lembra do triângulo gente! O triângulo não era 180, porque esse mais esse mais esse dava 180! {indicando o triângulo, provavelmente na tela do computador ou no papel que havia desenhado os polígonos}
 206) D: Aham!

- 207) P: Esse, mais esse, mais esse,..., dá 1080, né! Porque ele é regular! {indicando os ângulos internos do octógono. (Obs.: valeria também se não fosse octógono regular)}
- 208) P: E aí, o que que eu faço pra descobrir um deles só?! {Indicando com o *mouse*}
- 209) G3 – J: Divide 1080!
- 210) P: Por quanto?
- 211) G3 – J: Pelos oito lados!
- 212) P: 1080 pelos oito lados ou pelos oito vértices? {Colocando uma outra questão que poderia ser discutida, mas não foi}
- 213) P: Quanto que dá aqui Maiza?
- 214) P: Então vai dar... 1 né? {Professor inicia a divisão proposta pelo João e pede para que os alunos terminem}
- 215) P: Vai dar??? Faz a conta aí pra gente!
- 216) D: Porque 1?
- 217) M: Faz aí Diego!!! {Querendo usar a calculadora}
- 218) P: Não, não, sem a calculadora, faz aqui, uma vez só! {Professor pede que faça o cálculo no papel, prevendo que por ser divisão de graus, chegariam em minutos e segundos}
- 219) M: 135!
- 220) P: 135 graus!
- 221) P: Então esse ângulo aqui ó, ... esse ângulo,... tem 135! {Indicando o ângulo na tela do computador, com o *mouse*}

Nesse intervalo ocorre a participação dos três alunos e essa integração entre os grupos por meio de discussões/reflexões é uma das características do ambiente construcionista.

Depois que o professor **descreve** a situação, num primeiro momento João Antonio indica, após **reflexão**, que dividindo os 1080° por 8 teriam um dos ângulos internos do octógono. Diego, a partir deste **feedback**, e sempre muito atento, questiona o resultado parcial do cálculo indicado pelo professor. O professor sugere que o mesmo efetue a operação de divisão sem o uso de calculadora, somente com o lápis e papel, pois já havia previsto que ao final o ângulo interno do triângulo seria representado também através da unidade em minutos, a qual a calculadora não representaria fielmente. Paralelamente, Maiza desenvolve os cálculos, num processo de **reflexão/depuração** de toda aquela circunstância e apresenta a medida correta do ângulo interno do octógono, ou seja, 135° .

As discussões/investigações não param; o professor se esforça para manter a Espiral de Aprendizagem em movimento, e já segue com outra pergunta/**descrição**, induzindo sempre os alunos a descobrirem/**refletirem** sobre a medida dos ângulos internos do triângulo. Neste momento ele retoma a equação $2X + Y = 180^\circ$, pois agora já teriam como determinar dois dos ângulos internos do triângulo isósceles, medidas estas provenientes dos 135° .

- 222) P: Quanto que é o X então? {Retomando a discussão, associando o ângulo encontrado a equação}
- 223) D: Cento e trinta e..., não! Metade
- 224) P: 135 dividido por 2?
- 225) D: 67,5
- 226) P: É?! Então tá! Sessenta e sete vírgula cinco,... ou sessenta e sete...{Professor induzindo o cálculo na base 10 ou 60}
- 227) D: Não sei, vê direito aí!
- 228) P: Sessenta e sete graus... e o quê?

- 229) P: Olha quanta matemática heim gente!
 230) D: Cinco... minutos! {Diego percebe que existe a diferença entre as bases, mas não corretamente}
 231) P: Sessenta e sete e meio,... ou trinta minutos, não é?
 232) P: Então você tá falando de grau,...então se você tá falando de grau...
 233) D: Eu falei ali minuto, você não ouviu?
 234) P: Você falou 30?
 235) D: Não, eu falei 5, né!
 236) P: A tá!
 237) D: E por que o 5?... e por que o 30?
 238) P: É a metade de 60! {Professor utiliza a divisão de 60 (uma hora) por dois para indicar que o trinta refere-se a minutos}
 239) D: A tá, é é é!!!
 240) P: Tá! Essa é...
 241) D: Mas lembrei dos minutos! {Diego aceita o erro, mas releva que ao menos lembrara-se dos minutos}

Novamente, a partir da **descrição** feita pelo professor, Diego **reflete** e indica que ao dividir o ângulo de 135° por 2 teria o ângulo interno do triângulo. Neste processo surge uma nova **descrição**, focada na operação de divisão do ângulo. Diego indica um cálculo **errado**, confundindo a base decimal com a sexagesimal, e com isso oferece ao professor a oportunidade de manifestar o *feedback* necessário para abordar o assunto. Após as novas **descrições** elaboradas pelo professor, ocorreram novas **reflexões/depurações**, que levam os alunos a concluírem que a medida do ângulo era $67^\circ 30'$.

- 242) P: Bom, mas esse aí não é o nosso foco!
 243) D: Não, mas nós chegamos no 67 que é o que eu quero chegar!
 244) P: Então tá! Aí, quando você faz isso, você tem, na verdade, que era 2 vezes 67, ..., e você já poderia ter usado o... 135... pois 2 vezes 67 né?... 2 vezes 67,5, não é Maiza,..., que a equação ó, voltando aqui,..., era $2X + Y = 180$, mas você descobriu que o X é o sessenta e sete e meio,..., mas por acaso você quer sessenta e sete e meio aqui e sessenta e sete e meio ali! {Professor substitui os valores obtidos para o ângulo na equação da soma dos ângulos internos do triângulo, provavelmente mostrando esta equação na folha de papel}
 245) D: Então dá 135!
 246) P: Então fica $135 + Y$ que é igual a 180...
 247) D: Joga o Y...
 248) P: Então o Y é 180... Subtrai, então, 135 dos dois lados,..., eu fico com Y sendo?
 249) D: Y é 45° !
 250) P: E agora...Isso tudo pra usar a fórmula... a lei do seno e do cosseno, não é Maiza?

Com essa nova informação ($67,5^\circ$), o professor **descreve** novamente a equação de primeiro grau ($2X + Y = 180^\circ$) sugerida anteriormente por Maiza, buscando **reflexões** sobre a solução da mesma, agora com uma única incógnita. Com essa nova informação, a partir de **reflexões/depurações**, os alunos concluem rapidamente que os ângulos internos do triângulo mediam $67,5^\circ$; $67,5^\circ$ e 45° .

- 251) P: Mas tem outra maneira de descobrir? Só pra provocar vocês! {Referindo-se às medidas dos ângulo X e Y}
 252) D: Não, perai! Agora nós achamos que aqui é 67, aqui é 67, e que aqui é 35

- 253) P: Mas olha só, gente, isso aqui, ó! Lá na tela João! {Pedindo para que o João Antonio filmasse a tela do computador, que mostrava o octógono regular, em duas dimensões}
- 254) P: Isso aqui não é uma circunferência? {Girando o *mouse* em torno de centro do octógono}
- 255) D, M: É!
- 256) P: Qual que é a soma destes ângulos aqui? {Referindo-se aos ângulos dos oito triângulos, todos com vértice no centro do octógono}
- 257) G3 – J: 360!
- 258) P: E agora, e a meia circunferência? Qual que é a soma? {Professor passou a dividir os arcos da circunferência ao meio, sucessivamente, até 45°}
- 259) D: Metade! 180!
- 260) P: A tá! E a metade (...) olha só pro primeiro quadrante...
- 261) D: 90!
- 262) D: A tá! E metade?
- 263) G3 – J: 45!
- 264) D, M, J: Risos!!!!

Ao final, o professor busca explorar ainda mais a questão matemática que trata dos ângulos internos do octógono, tomando por base o centro do octógono coincidente com uma eventual circunferência, a qual tem arco de 360°, divididos sucessivamente, até resultar em 45°. Desse modo, prosseguindo com a seqüência de **descrições**/perguntas e utilizando a visualização do octógono em duas dimensões, leva os alunos a **refletirem** sobre os mesmos ângulos, mas através do novo caminho. Os alunos **refletem/depuram** com aparente facilidade a nova **descrição** proposta pelo professor e rapidamente descobrem os mesmos resultados para os ângulos internos do triângulo, o que provoca manifestações através de risos.

É interessante observar que na busca pela área da sala de TV, que lhes é uma situação concreta, os alunos precisam abordar diversos temas matemáticos, por meio de construções mentais. Desse modo, como sugere a dimensão **pragmática** do ambiente de aprendizagem construcionista, as construções mentais dos alunos podem estar apoiadas em construções concretas.

Sétimo evento

Procurando descobrir a base do triângulo isósceles

Determinados os ângulos internos dos triângulos isósceles (67°30', 67°30' e 45°) e os dois lados congruentes (2,8m), o problema para o cálculo da área do octógono passava a ser encontrar a medida da base dos triângulos isósceles inscritos no mesmo octógono. Feito isto, bastaria que os alunos calculassem a área da região delimitada por um dos triângulos e conseqüentemente a do octógono. Toda essa situação foi ocasionada por uma inconsistência do *software*, a qual impedia a indicação exata da medida do lado do octógono, acarretando toda a discussão matemática.

O professor prosseguiu com as considerações e indicou novamente que um bom caminho a seguir seria a utilização da lei dos senos ou também a lei dos cossenos. É importante não perder de vista que o professor, sabendo um dos lados do triângulo isósceles e um dos ângulos internos, poderia direcionar a resolução do problema por meio das relações trigonométricas para triângulos retângulos, no entanto, ele insistiu por usar as relações para triângulos quaisquer (269), pois tinha a intenção de abordar esses conceitos matemáticos.

- 265) P: Na verdade a situação aqui é a seguinte, ó!
 266) P: A gente tem um triângulo lá, e esse ângulo mede 45° , esse lado mede 2,8; esse lado mede 2,8; não é Maiza?
 267) M: É!
 268) P: Então aí você quer descobrir esse aqui, que é o X!{Nesse momento o professor utiliza-se da visualização em duas dimensões do octógono e seus triângulos internos, do mouse e define a base do triângulo como sendo a incógnita X}
 269) P: E a lei do cosseno, o que que ela fala?
 270) P: A lei do cosseno ou a lei do seno que você quer usar? {Professor deixa a entender que as duas leis trigonométricas podem resolver o problema}
 271) M: Peraí?!
 272) D: Por quê? Qual que é a diferença, que eu não me lembro!
 273) P: A lei do cosseno... olha lá, a Maiza tá pesquisando no livro {Livro do ensino médio, que compunha o ambiente de aprendizagem}
 274) M: Cadê a lei...
 275) P: a ao quadrado...
 276) M: é igual a b ao quadrado...
 277) M: a ao quadrado é igual a b ao quadrado mais c ao quadrado menos duas vezes b vezes c vezes o cosseno de a !
 278) D: O que que é o a ?
 279) P: Seria o lado!
 280) D: O lado, tá!
 281) P: Se você quer descobrir o a , que no nosso caso seria o X...
 282) P: E a lei dos senos seria a sobre...
 283) M: ... sobre o seno de...
 284) P: O lado, né Maiza, sobre o seno desse lado...
 285) P: O b sobre o $\text{sen } b$... igual o c sobre o...
 286) M: seno de c

Inicialmente o professor **descreve** que o problema, a partir das medidas obtidas, poderia ser resolvido através da lei dos senos (novamente) ou também por meio da lei dos cossenos. Depois Maiza inicia uma pesquisa no livro didático (273) e, desse modo, os alunos tiveram a oportunidade de pesquisar os conceitos matemáticos envolvidos, obtendo o *feedback* necessário para resolver o problema, tendo a chance de confirmar que poderiam utilizar a lei dos senos ou dos cossenos.

Na seqüência aplicam aos dados do triângulo a lei dos senos e nesse processo utilizam-se da calculadora presente no computador para realizarem os cálculos.

Maiza indica que o $\text{sen } 45^\circ$ é igual a $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Diego, ao realizar esta operação de divisão, percebe que a calculadora não computa raízes, desse modo o professor indica que para este cálculo bastava transformar a raiz em potência. O aluno também recebe a informação de que a calculadora oferece a oportunidade de se trabalhar em diversas bases numéricas e que os arcos podem ser representados por graus, radianos ou grados.

Realizados os cálculos através da lei dos senos, descobrem que a base do triângulo mede 2,12m (Figura 19) e ao comparar esta medida com os 2,2m indicados pelo computador, concluem que realmente havia uma diferença, a qual era de 0,08m. Desse modo, para calcularem a área do triângulo isósceles percebem que a medida a ser utilizada como base do triângulo é 2,12m.

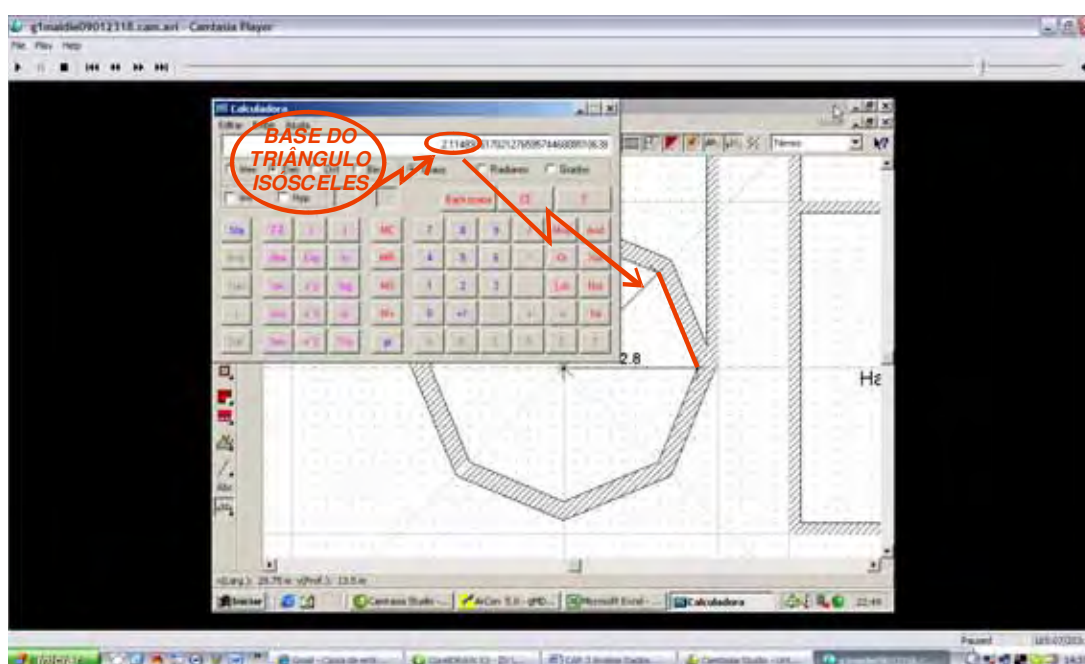


Figura 19: Medida da base do triângulo isósceles, indicada através da lei dos senos

Ao final os alunos concluem que realmente a ferramenta “Cotas” oferecida pelo *software* apresentava uma inconsistência ao indicar a medida dos lados do octógono (ou base dos triângulos). Esta pequena diferença, como já frisado anteriormente, foi percebida visualmente, a partir da planta baixa da sala, em duas dimensões.

- 287) D: Tá, então espera aí, nós chegamos à conclusão de que esse lado mede 2,12 metros?
 288) P: É! E o computador tava dando como sendo 2,2, mas a gente sabia que ele não tava passando essa dimensão direitinho {Professor mostra com o *mouse*, que a cota inserida pelo programa não correspondia à base do triângulo}

Neste momento o professor indica/recorda quais são os conceitos matemáticos abordados até aquele momento, tais como ângulos internos de polígonos, equações com uma ou duas incógnitas, divisão de ângulos, lei dos senos e dos cossenos, e também as medidas obtidas.

Oitavo evento

O Teorema de Pitágoras e a altura do triângulo isósceles

Neste momento os alunos já haviam despendido aproximadamente 190 minutos empenhados na construção de uma parte da casa e, em particular, para calcular da área da sala de TV em formato octogonal, aproximadamente 105 minutos. Talvez este esforço demonstrado pelos alunos no desenvolvimento das atividades possa indicar que o ambiente construcionista ofereça sensação acolhedora, mantendo os alunos atentos, provocando-lhes reflexões, propiciando exposição/discussão de idéias, apresentando diversos conteúdos matemáticos.

É apropriado recordar que o *software* Arcon não forneceu de maneira esperada a medida da altura do triângulo isósceles e também da sua base, o que ajudou ainda mais na “aventura” dos alunos e do professor por diversos conceitos matemáticos. Esta “aventura” também sofreu interferência direta do professor, pois em diversos momentos ele determinou os conceitos matemáticos a serem utilizados, considerando suas expectativas. Essas interferências do professor devem ser providenciais, pois cabe a ele o papel de direcionar/induzir a manifestação de determinados conteúdos e ao mesmo tempo manter o ambiente acolhedor e a Espiral de Aprendizagem em movimento.

A partir da imagem fornecida pelo computador (Figura 20) Diego indica que a base do triângulo era dividida pelo ponto médio em dois segmentos congruentes com medida 1,05m (valor arredondado) e que poderiam utilizar-se do teorema de Pitágoras para encontrarem a altura do triângulo.

289) **D:** Mas perai, nós não chegamos no teorema de Pitágoras de novo?

290) **P:** Exatamente! Agora desenvolve o teorema de Pitágoras!

291) **M:** Desenvolve aí Diego!

292) **D:** Eu não me lembro mais!

293) **D:** Eu não sei não!

294) **P:** Vai! Você sabe sim! {Professor afasta-se da dupla para que eles terminem os cálculos sozinhos, e indica Diego para a realização do mesmo, o qual se julga inapto para realizar a tarefa}

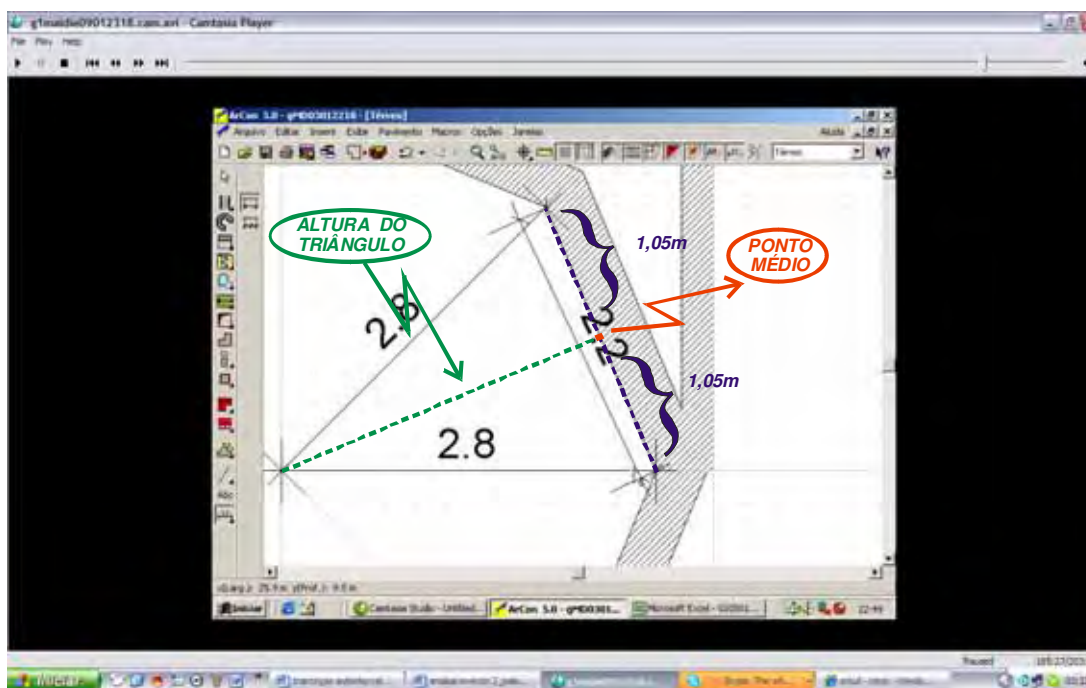


Figura 20: Traçando a altura do triângulo isósceles.

A partir da nova **descrição**/situação, na qual os alunos sabiam as medidas dos lados e ângulos do triângulo isósceles, Diego apresenta **reflexões** de como calcular a altura do triângulo e, provavelmente, a conclusão satisfatória foi influenciada a partir da **depuração** das idéias sobre a utilização do Teorema de Pitágoras iniciadas ainda na construção da sala de jantar e da cozinha, nesta mesma sessão, dois cômodos em formato de triângulo retângulo.

O aluno aparenta perceber que o teorema de Pitágoras poderia ser utilizado para descobrir a medida da altura do triângulo isósceles (ou cateto do triângulo retângulo inscrito). No entanto, demonstra insegurança para **descrever**/desenvolver por meio do lápis/papel as medidas obtidas na fórmula proposta pelo teorema e o posterior desenvolvimento algébrico.

É importante que o professor esteja atento a ocorrências como essas, nas quais os alunos possam demonstrar certo receio em descrever e organizar suas idéias por meio da linguagem e raciocínio matemático.

O ambiente é importante para ajudar a atribuir significado a determinadas ocasiões como, por exemplo, determinar a medida de uma parede pela lei dos senos, ou então, a utilização do teorema de Pitágoras para o cálculo da área de uma sala. No entanto, é importante que os alunos consigam desenvolver essas construções utilizando a linguagem lógico-formal típica da Matemática, pois apesar de o aluno perceber que o Teorema de Pitágoras poderia ser útil, mostrou dificuldades em aplicá-lo (292) e (293).

Assim, o professor incentiva o aluno a realizar os cálculos e este, mesmo com receio, inicia os procedimentos de resolução, apoiado por Maiza e João Antonio, do grupo 3. Para isso, utilizam-se do teorema de Pitágoras, a partir da equação $2,8^2 = 1,05^2 + x^2$, com x representando um dos catetos do triângulo retângulo, o qual também representava a altura do triângulo isósceles.

A partir da **descrição** do problema, Diego e Maiza trocaram informações, as quais provocaram **reflexões**, principalmente em Diego, que se mostrava mais inseguro no desenvolvimento do cálculo.

Inicialmente, Maiza forneceu os *feedbacks* necessários para o desenvolvimento da equação matemática. Diego lançava/**descrevia** os valores/medidas na calculadora oferecida pelo computador, e a cada resultado obtido discutia/**refletia** com Maiza se os cálculos estavam corretos.

Num certo momento Diego diz ter entendido/recordado como desenvolver a equação. Esta situação, de resolução de equações (de primeiro e segundo grau) já havia ocorrido anteriormente, quando Maiza tentou equivocadamente encontrar os ângulos internos do triângulo isósceles. Naquele episódio Diego mostrou-se alheio ao desenvolvimento algébrico da equação.

Agora, o mesmo conceito matemático foi retomado, porém num outro contexto, por meio do cálculo do cateto do triângulo retângulo inscrito no triângulo isósceles. Esta situação ofereceu a Diego e também a Maiza a oportunidade de novas **reflexões/depurações** sobre como resolver a equação.

É interessante salientar que eles utilizaram nesse desenvolvimento a calculadora oferecida pelo computador e também lápis e papel, onde registravam os resultados e desenvolviam a equação. Também ficou claro que Diego utilizou outros conceitos discutidos/**refletidos/depurados** no decorrer desta mesma sessão: primeiro arredondando a medida 1,05m para 1,1m e depois transformando $\sqrt[2]{6,74} = 3,37$.

Ficou evidente o equívoco cometido pelos alunos no cálculo desta raiz quadrada ao teclarem na calculadora, pois $\sqrt[2]{6,74} = 2,59$ e não 3,37. No entanto, também ficou claro que Diego e Maiza sabiam quais procedimentos deveriam adotar, pois **descreveram** verbalmente e com clareza como transformar a raiz em potência ($(6,74)^{\frac{1}{2}} = 2,596$).

Com base nesta experiência é importante ressaltar que *software* como o Arcon, o Excel ou mesmo a calculadora não são precisos como o *Logo* na fase de **descrição** da Esprial

de Aprendizagem, pois podem omitir um *feedback* necessário em determinadas situações, como na ocorrência acima citada. Maltempi (2004) já previa esta dificuldade, indicando que apresentações dos trabalhos a outros colegas, **descrição** manuscrita, elaboração de diagramas e a presença do professor no desenvolvimento das atividades podem inibir a ocorrência desses equívocos.

Provavelmente um fator positivo gerado por essa situação é a proximidade com a realidade, pois se realmente ocorresse um erro de cálculo desse tipo no projeto de construção de uma casa, poderia suscitar dúvidas quanto à capacidade profissional do responsável (ou de seus conhecimentos matemáticos).

Por falta do *feedback* indicando o erro no cálculo da raiz os alunos assumiram a medida de 3,37m para o cateto do triângulo retângulo (ou altura do triângulo isósceles), tornando-a elemento do projeto.

295) D: Então nós chegamos na seguinte conclusão!

296) D e J (G3): Temos que fazer 1,05 vezes 3,37 dividido por dois {Enfim, aplicando a fórmula para o cálculo da área de um dos triângulos isósceles inscritos no octógono}

297) D: Pronto!

Nono evento

Enfim a determinação da área da sala de TV: 28,32 m²

Neste décimo e último evento os alunos trabalharam sem a presença do professor na conclusão do problema de cálculo da área do octógono. Mesmo nessa última parte da resolução do problema ocorreram várias **reflexões/depurações** de idéias por parte dos alunos, mas provavelmente, se o professor estivesse presente para oferecer o *feedback* essas ações teriam sido mais exploradas/beneficiadas.

298) D e J (G3): Temos que fazer 1,05 vezes 3,37 dividido por dois. { (304) e (305) já foram transcritos no evento anterior}

299) D: Pronto!

300) G3 – J: Alias, não precisa dividir por dois! Se você não dividir ele por dois já vai ter a área dele inteira! {Observação correta considerando o triângulo isósceles de base 2,12m}

301) D: Se não dividir por dois?

302) G3 – J: Porque eu já vou ter a área dele inteira, essa parte vai ser igualzinha a que encaixa aqui! {Indicando que os dois triângulos retângulos formam um retângulo}

303) D: Não!

304) G3 – J: Claro que sim!

305) D: Não, porque não é um retângulo! {Diego não enxerga que os dois triângulos retângulos podem formar o triângulo isósceles}

306) G3 – J: Experimenta recortar essa parte e colocar ela aqui, e vê se não vai dar igualzinho! {Sugerindo dividir o triângulo isósceles em dois triângulos retângulos e posteriormente em um retângulo}

307) D: Ó, dá uma olhada na tela! {Que mostrava a calculadora}

- 308) D: Três vírgula trinta e sete vezes um vírgula zero cinco! {Utilizando o triângulo retângulo}
- 309) D: Três vírgula cinquenta e quatro!
- 310) M: O quê {questionando o que seria a medida 3,54}
- 311) G3 – J: Metros quadrados!
- 312) D: Três vírgula cinquenta e quatro metros quadrados o quê?
- 313) D: É essa área aqui! É esse triângulo inteiro! {Referindo-se ao triângulo isósceles}
- 314) G3 – J: Iiiiiisso!!!
- 315) M: Do triângulo inteiro, por quê?
- 316) G3 – J: Por quê? Ó o que que eu faria, para conseguir a área desse triângulo!
- 317) M: Ah?
- 318) G3 – J: Base! A é, tá certo, vou ter que multiplicar... Eu vou ter que dividir ele... E multiplicar...
- 319) M: (...) Quer achar do triângulo retângulo?
- 320) G3 – J: Porque eu tô fazendo essa base pequena aqui!
- 321) D: Não é a base inteira! É a base...
- 322) G3 – J: Tá certo! {Abandona a sua idéia, a qual era muito boa, para utilizar o formalismo da fórmula da área de triângulos}
- 323) D: Então até agora tem... Então perai, nós achamos então a área desse triângulo aqui ó!
- 324) G3 – J: Então você tem que dividir ela por dois primeiro! {Agora o João vai contra a sua idéia inicial, utilizando a fórmula, calculando a área do triângulo retângulo}
- 325) D: Não *baby*!
- 326) G3 – J: Claro que sim!
- 327) D: Não! {Nesse momento, numa inversão de propostas, o Diego indica que não há a necessidade de dividir a área obtida por dois}
- 328) G3 – J: Área do triângulo é base vezes altura dividido por dois!
- 329) G3 – J: Você fez base vezes altura e não dividiu por dois! Então 3,53...
- 330) G3 – J: Dividido por dooooois!!!
- 331) D: Dividido por dois {Diego acata a sugestão do colega, dividindo a área obtida por dois, por intermédio da calculadora}
- 332) D: 1,77!
- 333) M: Diego, será que tá certo isso?
- 334) D: Eu acho que nós fugimos muito, porque 1,77 o quê?
- 335) D: É a área...
- 336) G3 – J: Metros quadrados!
- 337) D: 1,77 metros quadrados aí?
- 338) G3 – J: São quase dois metros quadrados!
- 339) D: Então, vamos imaginar que seja assim então ó!
- 340) M: Não, não, perai, perai, perai!!!
- 341) D: Não, não! Nós temos aqui nosso, nosso octógono! {Suprime a fala da Maiza, que estava preocupada com o desenvolvimento do cálculo}
- 342) D: Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito! {Confirmando a quantidade de triângulos isósceles inscritos no octógono}
- 343) D: Aí nós traçamos essas seguintes retas aqui! {Referindo-se as alturas dos triângulos isósceles}
- 344) D: Aí o que que aconteceu? Além de nós dividirmos ela {O octógono em triângulos isósceles} nós dividimos na metade ainda! {Os triângulos isósceles em triângulos retângulos}
- 345) (...)
- 346) D: Então nós vamos fazer um vírgula setenta e sete vezes...
- 347) D: Vezes um, dois, três, quatro,... {Diego contando todos os triângulos retângulos}
- 348) M: Vezes dezesseis!
- 349) D: Um vírgula setenta e sete vezes dezesseis! {efetivando o cálculo através da calculadora do computador}
- 350) D, M: Vinte e oito vírgula trinta e dois...
- 351) M: É a área total!
- 352) G3 – J: Eu falei pra fazerem uma sala quadrada! {Em tom de alívio e brincadeira}
- 353) M: Ahhhh, Nossa Senhora, não acredito nessas coisas!!! {E com aplausos indicam que a área do octógono é de 28,32m²}

Neste evento, como o professor esteve ausente, o *feedback* também deixou de ser mais bem explorado. Os alunos Diego e João Antonio (do grupo 3) iniciaram os diálogos **descrevendo** como calculariam a área do triângulo retângulo. A idéia dos dois alunos era utilizar a fórmula para cálculo da área de triângulos $\frac{base \times altura}{2}$. A base do triângulo era 1,05m e a altura 3,37m.

João Antonio sugeriu, após **reflexões**, que não era necessário dividir o produto da base pela altura por dois (306), pois a área dos dois triângulos retângulos era congruente à área do triângulo isósceles.

Inicialmente Diego questionou a indicação de João Antonio, afirmando que não se tratava de área de retângulo (311), mesmo por que João queria multiplicar somente a base pela altura.

Talvez fosse interessante neste momento o *feedback* do professor, pois os dois triângulos retângulos poderiam ser “vistos” como um retângulo. Como esse retorno não foi passado aos alunos, eles continuaram no processo de **reflexão** das idéias.

Diego **depurou a descrição/reflexão** feita por João Antonio, acreditando que a mesma estava equivocada. O embate entre os dois alunos continuou até que Maiza se manifestou, também questionando a idéia proposta por João. Neste momento João abandonou seu conceito (324), afirmando que realmente era necessário dividir o produto da altura e base por dois.

Neste mesmo momento João recebeu um *feedback* não totalmente equivocado, mas que prejudicou o desenvolvimento de sua idéia. Por outro lado, Diego também poderia ter sido melhor assessorado no processo de **reflexão/depuração** da idéia proposta pelo colega. Maiza também se mostrou muito insegura com o desenvolvimento do problema, e o **erro**/equivoco cometido pelos alunos também poderia contribuir para a criação de novos conceitos.

Ao final, mesmo sem uma posição/*feedback* incisiva do professor, que poderia ser passada aos alunos naquele instante, eles concluem que a área do octógono deveria partir das áreas dos triângulos retângulos, enquanto cabia o cálculo baseado também nos triângulos isósceles. Nesta situação o professor poderia ter explorado o cálculo de áreas de diversas figuras geométricas planas regulares.

Talvez essa confusão demonstrada pelos alunos mostre indícios da ocorrência da **descrição/reflexão/depuração** das idéias propostas por João para o cálculo da área do triângulo. Depois que definiram/**descreveram** a área do triângulo retângulo como 1,77m²,

iniciaram um novo processo de **reflexão**, agora no sentido de determinar a área total do octógono.

Diego recorda/**descreve/reflete** todo o processo realizado até construírem o triângulo retângulo, afirmando que o octógono fora dividido em oito triângulos isósceles e depois em dezesseis triângulos retângulos. Com essa informação calculam a área total do octógono, multiplicando 1,77 por 16 (área e quantidade de triângulos retângulos). Esta reflexão feita pelo aluno Diego foi muito positiva, pois durante todo o desenvolvimento do projeto, analisados por meio desta sessão, foi ele que mais demonstrou dúvidas em relação aos conceitos matemáticos, entretanto também foi mais efetivo em suas colocações, sempre provocando reflexões e discussões entre os participantes.

Desse modo, multiplicando 1,77 por 16 concluem o problema proposto, indicando que a área do octógono era de 28,32 m².

3.3.2 Grupo 2 – Rosana e Thiago: calculando o preço da casa

Como já descrito, foi proposto aos alunos participantes desta pesquisa que realizassem a construção de uma casa para uma família composta por quatro pessoas, num terreno de 30 x 40m.

Neste contexto, buscando explorar principalmente conceitos da Matemática Financeira, foi-lhes fornecida uma tabela de preços, contendo diversos itens necessários para a construção da casa, tais como piso, janelas, portas, condicionadores de ar, grama, entre outros.

Ao realizarem as compras os alunos se deparavam com as grandezas estudadas em Juros Compostos, tais como o Montante (M), Capital (C), Período (*n*) ou Taxa de Juros (*i*). Para cada item de construção da casa a ser comprado, três das quatro grandezas eram indicadas na tabela de preço e uma precisava ser determinada pelos alunos.

Aqui serão analisados dois eventos nos quais os alunos calculavam os prazos para comprarem portas e a taxa de juros para comprarem janelas.

Esses dados foram transcritos da sessão ocorrida no dia 26 de janeiro de 2006, principalmente envolvendo os alunos Thiago e Rosana, do grupo 2, o qual teve duração aproximada de 180 minutos.

Primeiro Evento

Qual o prazo para comprar as portas?

Neste evento os alunos estiveram envolvidos em descobrir qual o período (n) em que as portas da casa (Figura 21) poderiam ser compradas, a partir das seguintes informações:

Preço a prazo da porta (M): R\$120,00

Preço a vista da porta (C): R\$90,00

Taxa de juros (i): 5% ao mês

Todas as peças eram vendidas por unidades, não havendo diferença de preço entre os diversos modelos oferecidos pelo *software*.

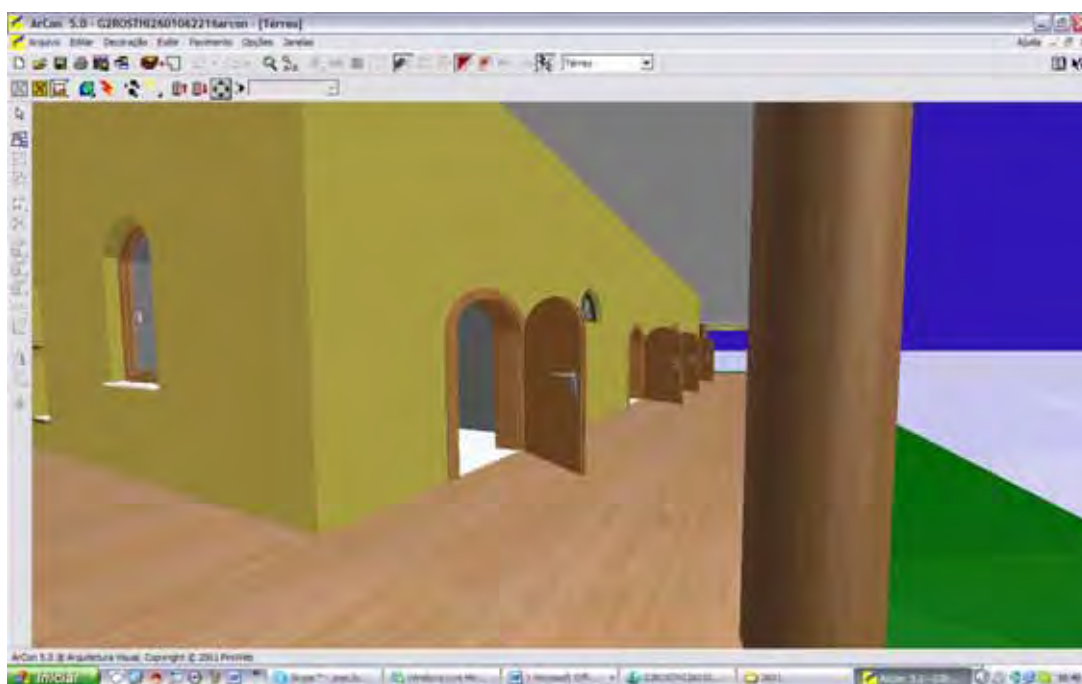


Figura 21: Vista da varanda da casa, em três dimensões, indicando algumas das portas.

O professor já havia explicado aos alunos dos três grupos, usando a lousa, a teoria referente a Juros Simples e Juros Compostos e definido a equação $M = C \times (1 + i)^n$, que é utilizada para resolver problemas relacionados a Juros Compostos.

Dependendo da grandeza a ser encontrada, foi proposto a eles que deveriam isolar a incógnita equivalente em um dos membros da equação. No caso da compra da porta, a

incógnita procurada era o período n , desse modo a equação adequada era dada por

$$n = \frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1+i)}$$

proveniente do desenvolvimento algébrico da equação $M = C \times (1+i)^n$.

O procedimento para isolar as incógnitas já havia sido comentado e **descrito** pelo professor na lousa, porém, neste intervalo, Tiago questionava/**refletia** sobre a utilização da base 10 dos logaritmos, após a **descrição/execução** da equação na/pela planilha eletrônica (Figura 3.15), como analisado após a transcrição a seguir.

- 1) T: Professor, explica um negócio aqui, por favor! {Tiago requisita a presença do professor. Neste momento o aluno tentava determinar $\log\left(\frac{M}{C}\right)$ (Figura 3.15), mas encontrava dificuldades relacionados a base 10 do logaritmo}
- 2) T: Ontem o senhor estava explicando pra mim isolar o expoente, no caso aqui seria o n né?
- 3) T: Aí o senhor falou que para isolar o n ficaria $\frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1+i)}$. Não é isso?
- 4) P: Isso!
- 5) T: O senhor passou também que... {Pensativo por alguns instantes}
- 6) T: Seria M dividido por C... Dividido por $1+i$!
- 7) P: Isso! O logaritmo né? {Professor indicando que deveria aplicar o logaritmo no numerador e denominador antes de realizar a divisão}
- 8) T: Isso!
- 9) T: Por que que você pediu pra por 10 aqui? {Referindo-se a base 10 do logaritmo}
- 10) P: É a base, né?!
- 11) T: Então, mas de onde que vem esse 10 aí?
- 12) P: Qual que é a definição de logaritmo?

Podemos observar³³ (Figura 22) que os alunos, antes de questionarem a origem/significado da base 10 já haviam **descrito** (duas vezes), na planilha eletrônica, parte

do problema, calculando o numerador da equação $n = \frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1+i)}$. Desse modo concluíram que

$\log\left(\frac{M}{C}\right) = \log\left(\frac{120}{90}\right) = \log 1,33 = 0,124939$. Os comandos utilizados para essa **descrição** foram “= LOG (B22/B23:10)”.

O computador, por intermédio dos comandos da planilha eletrônica Excel, forneceu/**executou o** cálculo, oferecendo o resultado 0,124939. Para isso utilizou o montante

³³ Quando necessário, as informações mais relevantes presentes na planilha serão evidenciadas.

R\$120,00 indicado na célula B22, o capital R\$90,00 na célula B23 e o cálculo/execução de $\log\left(\frac{M}{C}\right)$ nas células C21 e D21.

Essa repetição de resultados indica que a seqüência de procedimentos foi refeita e que, portanto, o aluno **descreveu/refletiu** sobre a **execução** dupla efetuada pelo computador.

Após **reflexão**, o aluno questionou o uso da base 10, presente na **descrição** da equação pela planilha eletrônica, requisitando assim a ajuda/**feedback** do professor (11).

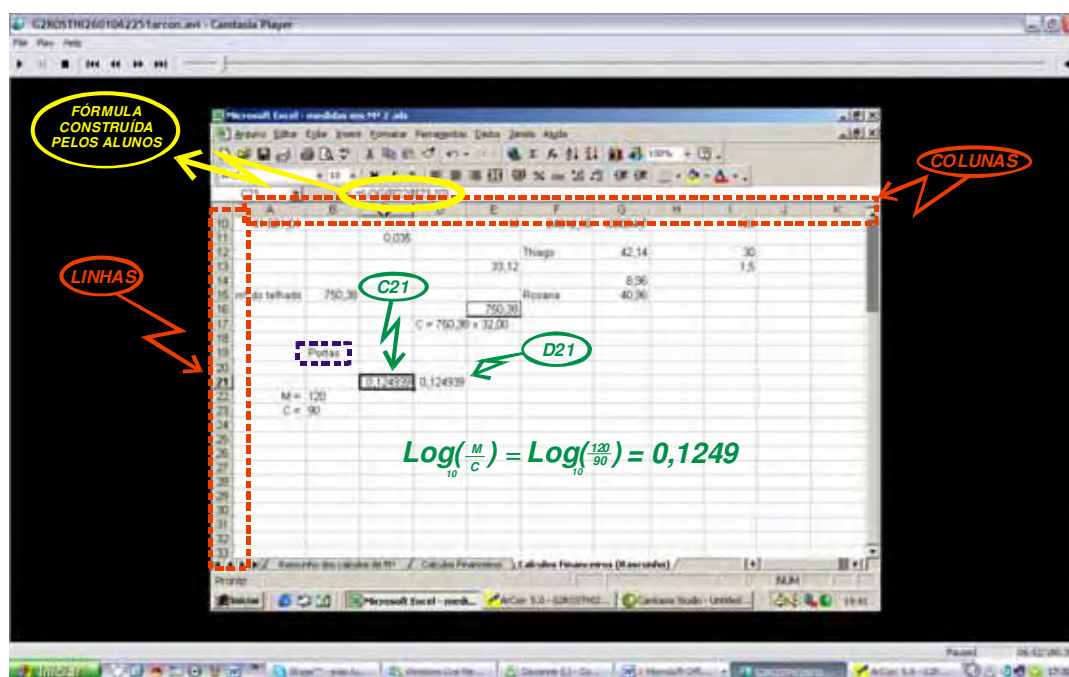


Figura 22: Fase inicial do cálculo do período n para a compra das portas.

Nesta ocasião o professor retoma a explicação sobre logaritmos, fazendo uma sinopse desde a parte histórica, relacionada aos exponenciais, esclarecendo que entre as diversas bases existentes, a base 10 era muito utilizada e que era usual não indicá-la na equação, e para terminar a explicação indicou a utilização de Logaritmos na Matemática Financeira.

Para esta explicação o professor preferiu ser abrangente. No entanto essa decisão pode ser alterada de acordo com suas necessidades e expectativas, buscando explorar conceitos mais específicos e de maneira sucinta.

Após a explicação/**feedback** do professor, a qual durou alguns minutos, os alunos recomeçam o processo algébrico para isolarem a incógnita n na fórmula $M = C \times (1 + i)^n$. Eles

já tinham a equação em função de n das sessões anteriores, porém resolveram redefini-la,

utilizando o lápis e papel, determinando que $n = \frac{\log_{10}\left(\frac{M}{C}\right)}{\log_{10}(1+i)}$ ou $n = \log_{1,05}\left(\frac{120}{90}\right)$.

A partir da nova **descrição**, o computador efetivou uma nova **execução** oferecendo o resultado $n = 5,85$. Esta informação ocasionou uma nova discussão/**reflexão**, pois não tinham certeza se o período 5,85 tratava-se de dias ou meses, como pode ser observado na transcrição que se segue:

- 13) R: Então n é igual a cinco vírgula oito quatro?! {Aqui a aluna indica o valor de n sem arredondamento (5,8450089) o qual foi arredondado para 5,85}
- 14) R: Então vai ser um período de 5 dias e... De 6 dias aproximadamente... {Erro!}
- 15) T: Ao mês! {A Rosana permanece em silêncio, atenta a explicação do Tiago}
- 16) T: Esse é ao mês! Por enquanto! Entendeu?! Esse é ao mês, agora pega e divide por 30 e sai o dia! Igual ao cinco por cento lá! Entendeu?! Como você calculou cinco por cento, é ao mês! Não é ao dia! Esse valor é ao mês! Então esse cinco aqui ó! É o valor ao mês! {Indicando com o mouse a célula que indicava o valor 5,85}
- 17) T: Então a gente pega cinco ponto oito cinco dividido por trinta que vai dar...
- 18) R: Zero vírgula dois ao dia... {Resultado obtido era 0,199 o qual foi arredondado para 0,2}
- 19) R: Tiago, a gente tá falando a mesma coisa?
- 20) T: Esse é o período! Quanto tempo dá?!
- 21) R: Quanto tempo?
- 22) R: Zero vírgula dois quem é? É por dia? {Risos}
- 23) R: O mais viável seria ali ó! Seis dias! {Indicando que 5,85 poderia ser aproximado a 6 dias}
- 24) T: Aqui é meses! {Indicando que a taxa de juros era dada por 5% a.m.}
- 25) R: Tiago, aí você pergunta para o João, porque aí eu já não sei! {Indicando que deviam chamar o professor}
- 26) T: Vamos chamar o João! {Depois de alguns instantes de reflexão o Tiago concorda em chamar o professor}

Tomando por base a **execução** realizada pelo computador, a partir da **descrição**

$n = \frac{\log_{10}\left(\frac{M}{C}\right)}{\log_{10}(1+i)}$ que indicou o período n igual a 5,85 os alunos iniciaram um novo processo de

reflexão, questionando se esta quantidade referia-se a dias ou meses.

Inicialmente Rosana acreditava que se tratava de 5,85 dias, porém Tiago acreditava que deveriam dividir 5,85 por 30 (16). Nesta ação, mesmo que equivocada, pois deveriam multiplicar o 5,85 por 30 ao invés de dividi-lo, os alunos, a partir das considerações feitas por Tiago, entraram num processo de **reflexão/depuração**, em que o aluno forneceu o **feedback**, indicando a divisão de 5,85 por 30.

Desse modo, o aluno **descreveu** o novo problema, dividindo 5,85 por 30, de maneira equivocada. O computador **executou** os comandos indicados pelo aluno, fornecendo a resposta 0,2. Essa resposta gerou/motivou novas **reflexões/depurações** dos alunos,

principalmente Rosana, que chegou a questionar se eles estavam conversando sobre o mesmo assunto (19).

É interessante ressaltar que possivelmente os alunos só perceberam o **erro** cometido, pois a resposta obtida – 0,2 dias ou meses – mostrava-se incomum em relação a condições normais de compra em seu dia-a-dia, para qualquer que seja o produto.

Este fato indica que o professor sempre deve estar atento às ações dos alunos, pois podem ocorrer *feedback* equivocados, como o fornecido por Tiago, podendo comprometer o processo de aprendizagem dos mesmos.

Nesse instante os alunos requisitaram a presença do professor, no entanto, ele estava atendendo outro grupo, e desse modo os alunos aproveitaram para discutir sobre Poliedros, tema explorado por outro grupo, enquanto aguardavam o *feedback* do professor. Nesse momento todos os alunos presentes participaram da discussão sobre Poliedros, proposta pelo G2, indicando a riqueza oferecida pelo ambiente, fazendo com que todos estivessem engajados numa mesma discussão matemática.

Por conta dessa discussão, os alunos Rosana e Tiago esqueceram-se de questionar o professor a respeito do período $n = 5,85$. Dessa maneira, o professor dirigiu-se ao grupo 3, envolvendo-se numa outra discussão matemática.

Com a ausência do professor, Maiza³⁴, do grupo 1, acabou fornecendo o *feedback* necessário para que continuassem a desenvolver os trabalhos, ao ser questionada por Rosana, conforme pode ser visto na transcrição seguinte:

- 27) **R:** No de vocês, a porta, quanto deu? Foi mais ou menos seis dias? {Rosana pergunta a Maiza e Diego, do grupo 1, qual era o período n encontrado para a compra das portas}
 28) **M (G1):** Seis meses!
 29) **R:** Seis meses?
 30) **M:** É! Deu cinco vírgula nove...

Notamos que a partir da afirmação/*feedback* de Maiza, Rosana e Tiago concluíram que o período era de 6 meses (aproximados) e não os 5,85 dias ou 0,2 dias como haviam encontrado.

Esta situação, na qual os alunos têm a oportunidade de apresentar seu trabalho aos colegas, torna-se muito importante para que a Espiral de Aprendizagem permaneça em

³⁴ As casas dos grupos 1, 2 e 3 eram diferentes, porém a lista de preços para comprarem os materiais era comum. Desse modo, o período encontrado para a compra das portas deveria ser idêntico. No entanto o preço final gasto com as portas poderia ser diferente entre os grupos, pois este estava relacionado à quantidade de portas existentes em cada casa. Aqui fica evidente o poder de decisão dos alunos na elaboração dos Projetos, sendo que cada grupo tomou caminhos diferentes, evidenciando uma importante característica de Projetos de Aprendizagem.

movimento, pois em ambientes em que a fase de **execução** (e também da **descrição**) é pobre, essas ações tornam-se importantes aliados para a aprendizagem, conforme previsto em Maltempi (2004). Nesse processo de interação entre os alunos (ou grupo de alunos) é muito importante a presença do professor para mediar as discussões e, nesse caso em particular, o professor poderia ter explorado mais as dúvidas referentes ao período n para a compra das janelas, pois ao final, aparentemente Rosana e Tiago, embora tenham utilizado a unidade de tempo correta (meses) deixaram a entender não terem percebido que trocaram as operações de divisão por multiplicação.

Segundo Evento

As janelas e as taxas de juros!

Nesse evento é retratada a busca dos alunos Rosana e Tiago em descobrir a taxa de juros (i) referente à compra das janelas da casa (Figura 23). As informações referentes a este item estavam indicadas na tabela fornecida pelo professor, os preços eram indicados por unidade e não eram consideradas as diferenças entre os diversos modelos disponibilizados pelo *software*:

Preço a prazo da janela (M): R\$62,00

Preço a vista da janela (C): R\$49,00

Prazo para pagamento: (n): 4 meses

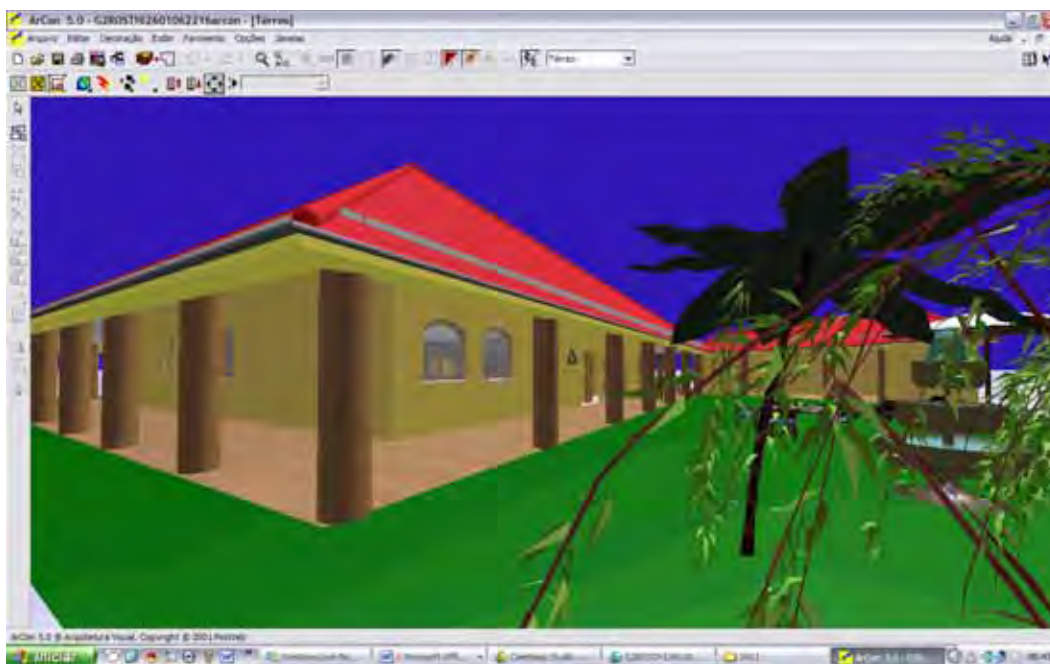


Figura 23: Algumas das janelas presentes na casa.

Desse modo, os alunos iniciaram os procedimentos com o auxílio do Excel (Figura 24) para o cálculo da taxa de juros i , a qual era a incógnita a ser encontrada para compra das janelas.

Com a solução do novo problema **descrita**, ou seja, determinar a taxa de juros i na compra das janelas, os alunos estavam **refletindo** sobre qual a melhor maneira de determinar/**descrever** a equação da taxa de juros i .

Primeiro buscaram/pesquisaram em suas anotações a equação pronta, mas não a encontraram. Depois tentaram associá-la, sem sucesso, à fórmula do período n , a qual havia acabado de utilizar para os cálculos envolvendo as portas. Por fim concluíram que precisariam isolar a incógnita i , mas que provavelmente precisariam da ajuda/**feedback** do professor.

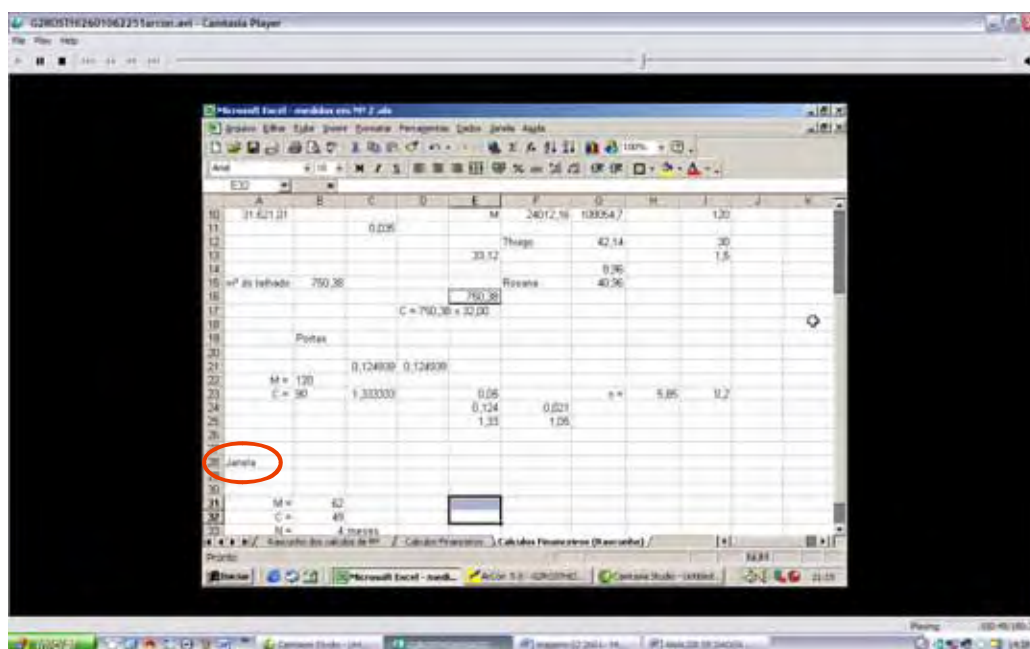


Figura 24: Alunos lançam os dados referentes a compra da janela na planilha eletrônica.

Após uma breve parada para lancharem, os alunos retomam as discussões/**reflexões** sobre como isolar o i :

Neste momento os alunos estavam muito empenhados em isolar a incógnita i . Tiago fez algumas tentativas, mas sem êxito. Rosana então sugeriu que substituíssem os valores da tabela na fórmula, obtendo a equação $\frac{62,00}{49,00} = (1+i)^4$, mas mesmo assim não conseguiram isolar o i , então depois de alguns minutos **refletindo** resolveram chamar o professor.

- 31) T: Professor, o senhor pode vir um pouquinho aqui?
 32) R: Como calcular a taxa de juros?
 33) R: A gente já foi por trezentos lados aqui! {Referindo-se as diversas maneiras que tentaram solucionar o problema}
 34) P: Quais são os dados que vocês têm?
 35) R: A gente tem o montante, o capital e o período!
 36) P: Montante, capital e período!
 37) R: É! E eu quero saber a taxa!
 38) P: E quanto que é o montante?
 39) T e R: Sessenta e dois!
 40) R: Quarenta e nove o outro! {Referindo-se ao capital}
 41) P: A taxa é que vocês querem descobrir?
 42) R: Isso!
 43) P: E o período?
 44) R e T: Quatro!
 45) P: Tá jóia! O problema desse i é que ele tá dentro de um parênteses, né?!
 46) R: É! É esse que é o nosso maior problema!
 47) P: E esses parênteses é a base de uma potência de expoente quatro!

O professor foi requisitado (31), oferecendo-lhes um *feedback* por meio de uma explicação teórica e depois direcionando-os em como proceder na resolução do problema.

Neste momento ocorreu um fato interessante, pois o professor indicou a equação $\frac{62,00}{49,00} = 1,27 = (1+i)^4$ esperando que os alunos concluíssem o cálculo. Para concluírem de maneira satisfatória os alunos deveriam elevar 1,27 a 0,25 e subtrair 1 para determinarem a taxa de juros i que era 0,06.

No entanto, eles desprezaram o expoente 4 da potência e subtraíram 1 de 1,27 determinando a taxa de juros como sendo $i = 0,27$. O professor havia se afastado logo após a explicação e não percebeu o erro dos alunos, porém na seqüência foi muito feliz, pois propôs aos alunos que elaborassem uma fórmula, na própria planilha, para que pudessem verificar se os cálculos estariam corretos.

Esta fórmula acabou servindo como *feedback* para os cálculos deste e dos diversos outros itens de construção, pois era possível fazer a verificação da igualdade da equação, por meio da substituição das informações fornecidas na tabela.

No caso das janelas, por exemplo, os alunos sabiam que $M = 62,00$; $C = 49$ e $n = 4$. O valor encontrado para a taxa de juros i era 0,27 (valor errado!). A proposta do professor era que substituíssem esses valores na equação $M = C \times (1+i)^n$, **descritas** em duas células do Excel, separadas pelos membros da equação, para que verificassem a igualdade.

Ao substituírem os dados o resultado obtido foi $62,00 = 127,47$, o qual era um absurdo, indicando que havia algum **erro** e que o processo precisaria ser revisto.

O interessante foi que o professor propôs a verificação e se afastou e os próprios alunos iniciaram os procedimentos de verificação. Concluíram por meio da fórmula de verificação que havia algum **erro**.

Esta conclusão só foi possível porque **descreveram** a solução para o problema de uma maneira diferente, usando a planilha, e após a **execução** o computador ofereceu uma resposta (*feedback*), indicando um **erro** e provocando novas **reflexões/depurações**.

Nesses momentos Tiago continuava fazendo testes, procurando encontrar o **erro** indicado pela diferença de resultados, chegando a cinco tentativas consecutivas, sendo quatro por meio da planilha e outra usando a calculadora.

Rosana também continuava empenhada em resolver o problema, mas parecia não perceber que não deveria utilizar-se da propriedade distributiva antes de resolver a potência (56), mesmo mantendo-se em silêncio na seqüência do diálogo, como segue:

- 48) T: Professor, não deu certo não! {Chamando o professor e comparando as respostas (62,00 e 127,47) obtidas na planilha, a partir da taxa de juros $i = 0,27$, a qual estava errada}
- 49) R: Faz na caneta aí! {Sugerindo que refizessem os cálculos no papel}
- 50) T: Um vírgula vinte e sete... {Tiago prefere usar a calculadora do computador para resolver o segundo membro da equação: $(1+i)^n = (1+0,27)^4 = 1,27^4 = 2,6$ (com o valor de $i = 0,27$ equivocado)}
- 51) R: De onde você tá tirando isso?
- 52) T: Aqui não é um ponto vinte e sete?
- 53) R: Não, não pode ser Tiago!
- 54) R: Ó! Quarenta e nove vezes um é quarenta e nove... primeiro é a multiplicação! {A aluna realiza equivocadamente a operação de multiplicação antes da de potência: $62 = 49(1+0,27)^4 \Rightarrow 62 = (49+13,23)^4$ }
- 55) R: Dois vírgula sessenta vezes quarenta e nove! Não vai dar! Vai dar oitenta e tralálá... noventa e tralálá! {Na verdade $2,6 \times 49 = 127,40$ que ainda assim seria diferente do montante (62,00). Depois desta fala, ficaram alguns instantes em silêncio, enquanto que o Tiago continuava a checar as fórmulas digitadas no Excel}
- 56) R: Eu acho que primeiro vem a multiplicação, depois vem esse negócio de período aí! {Questionando a ordem de realização entre a potência e multiplicação}

Os alunos tinham a solução do problema **descrito**, que era a verificação da equação, promovido pela busca da taxa de juros i , para a compra das janelas. Substituíram por diversas vezes os dados na equação (**descrição**) utilizando-se da planilha eletrônica e da calculadora para **executarem** os cálculos. Todas as respostas oferecidas pelo computador indicavam **erro**, provocando **reflexões** nos alunos. Todas as **reflexões/depurações** realizadas pelos dois alunos não serviram para solucionar o problema, até que depois de alguns minutos resolveram chamar o professor para que lhes oferecessem o *feedback* necessário para resolverem aquele problema.

- 57) T: Aqui tá errado, né? Tinha que dar meia dois! {Referindo-se ao valor de R\$62,00 presente no primeiro membro na equação de verificação}
- 58) P: Quem que é esse vinte e sete? De onde chegaram nesse valor? {Professor questionando a origem do valor obtido para $i = 0,27$ }
- 59) R: Foi você que chegou! {Rosana indica que teria sido o próprio professor que determinou $i = 0,27$. Esta afirmação sugere o início da confusão que recaiu no erro da taxa}
- 60) P: Então, mas não chegou na planilha? {Questionando se o 0,27 teria sido calculado no Excel ou somente na calculadora}
- 61) T: Não!
- 62) R: Não! Chegou aqui ó!
- 63) T: No papel! {Indicando que o cálculo errado fora feito no papel}
- 64) P: Ah tá! Porque a idéia era vocês fazerem isso que está no papel, depois substituir! {Professor indicando que a sua idéia inicial era de que os cálculos deveriam ter sido passados/concluídos para a planilha eletrônica}
- 65) P: Porque no lugar do 0,27 vai ser uma célula, né?!
- 66) T: Ahã!
- 67) P: No lugar desse 4, por exemplo, vai ser essa célula aqui! {Indicando com o *mouse* a célula B33}
- 68) T: Ahã!
- 69) R: Uai! Mas se assim não dá, porque se só trocar a célula vai dar?
- 70) P: Talvez você descubra onde está errando! {Professor sugere que utilizem as células para receberem valores incógnitas ao invés de lançarem ali os dados fornecidos pela tabela de matérias}

Nesse momento, novamente usando lápis e papel, o professor retoma a fórmula já **descrita** anteriormente para o cálculo da taxa de juros, definida por $i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1$, no entanto, transfere/**descreve** as informações do papel para a planilha eletrônica e, por meio de explicações e questionamentos, procura promover novas **reflexões** nos alunos.

Desse modo, o professor procurou oferecer o *feedback* que os alunos precisavam para encontrar a taxa de juros i além de provocar novas **reflexões/depurações**. Com essas novas informações, incidindo sobre a taxa de juros, na qual a incógnita i aparece isolada no primeiro membro da equação, os alunos apresentaram uma nova **descrição** para o problema, tanto no papel quanto na planilha eletrônica, como segue:

- 71) P: Então põe lá! (...){Indicando a substituição na planilha eletrônica}
- 72) P: M dividido pelo C! Põe lá! {Indicando a divisão do montante pelo capital. O Tiago é quem formatava a célula}
- 73) T: Seria aqui! {Tiago indicando a célula B34 para receber a fórmula}
- 74) P: Fecha os parênteses! (...) Elevado a quem?
- 75) P: Abre os parênteses! Depois vocês vão avaliar se precisava de todos esses parênteses! {Enquanto o professor descrevia a fórmula o aluno continuava programando a célula}
- 76) P: Um dividido... O um é o único número que é fixo... Dividido pelo n !
- 77) P: Quem que é o n ?
- 78) P: Isso! Feche os parênteses! (...)
- 79) P: E dá *enter*! {Após concluírem a configuração da célula para o cálculo de i o professor pede para concluírem pressionando o botão *enter* do teclado}
- 80) P: Ah! Então não era nada de 0,27! {Confrontando a resposta fornecida pelo computador ($i = 0,06$) com o resultado anterior ($i = 0,27$)}

Aqui o professor, juntamente com os alunos, descobre que a taxa de juros era 0,06 e não 0,27 como acreditavam inicialmente. Para descobrirem este **erro** eles valeram-se de uma nova **descrição** da equação de juros composto em função da incógnita i .

Para a confirmação desse novo valor, a própria planilha eletrônica ofereceu o *feedback* por meio da verificação da igualdade da equação (provocando a movimentação da espiral), conforme sugestão proposta pelo professor.

- 81) **P:** Agora, vamos tirar a prova! (...) Que é essa aqui, ó! {Professor indicando a formatação da célula para verificação}
- 82) **P:** Uma mais o quê? {Em silêncio o Tiago inicia a configuração da célula A36 (Figura 3.19), para verificação}
- 83) **T:** Um mais i , fecha o parênteses! {Indicando $(1 + i)$ }
- 84) **R:** Elevado a quatro!
- 85) **T:** Elevado a n !
- 86) **T:** Sessenta e dois! {Confirmando que ao substituir os valores em $M = C(1 + i)^n$ obtiveram 62,00 = 62,00}
- 87) **P:** Bateu!
- 88) **R:** Até que enfim! Duas horas!

Tiago encarregou-se de **descrever** a fórmula de verificação, e após substituírem os valores do montante, capital, período e a taxa $i = 0,06$ o computador **executou** os comandos propostos pelo aluno indicando que R\$62,00 = R\$62,00. Baseando-se nesta igualdade, **refletiram/depuraram/concluíram** que realmente a taxa de juros i era 0,06.

Ao final, para concluírem o problema, o professor sugeriu aos alunos que apagassem (*del*) as **descrições** que haviam feito no Excel e as refizessem.

- 89) **P:** Agora dá um *del* aí...
- 90) **R:** Que *del*? Nada de *del*! Deixa esse aí!
- 91) **P:** Faz de novo! Fui eu que fiz! {Professor brinca com os alunos indicando que havia ajudado os alunos a descreverem as equações, propondo que refizessem o processo sozinhos}

Inicialmente Rosana relutou em refazer os cálculos, mas depois os refez rapidamente e reorganizaram a planilha eletrônica em relação à compra das janelas (Figura 25). Conforme veremos a seguir:

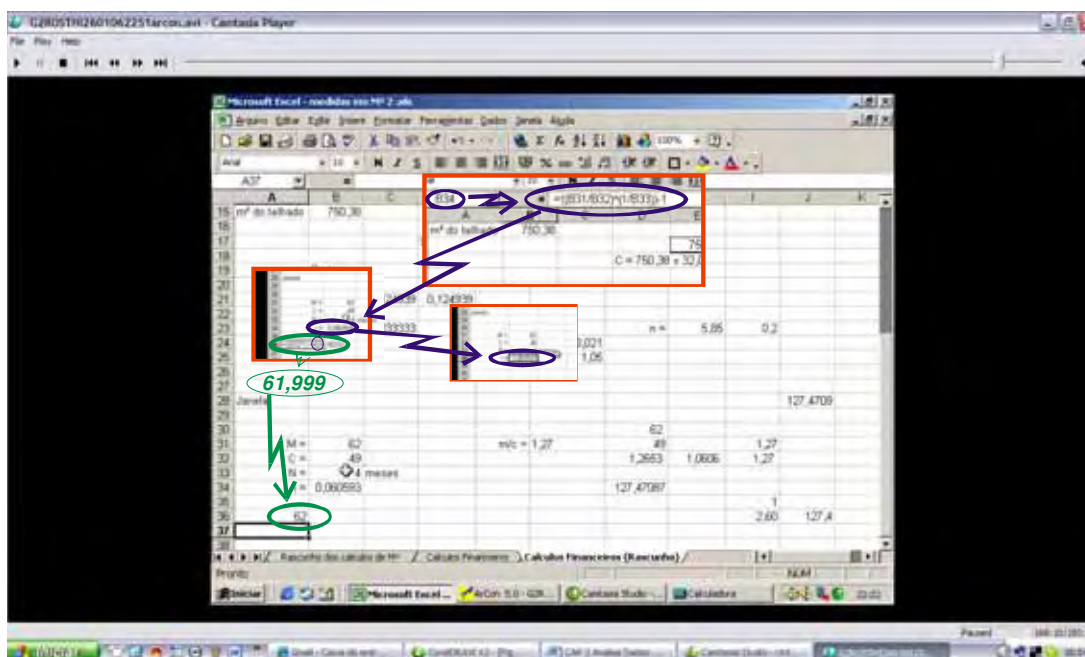


Figura 25: Cálculo da taxa de juros $i = 0,06$ presente na compra das janelas da casa.

Na seqüência os alunos ainda determinaram o capital (C), que era a incógnita procurada para a compra do piso. Neste momento cometeram o erro de não dividir a taxa $i = 2,75\%$ por 100 ao substituí-la na equação $M = C \times (1+i)^n$, mas conseguiram solucionar rapidamente e sozinhos este problema.

É muito importante salientar que no processo para a resolução dos problemas propostos nessa atividade os alunos **descreveram** várias situações/equações no computador, o qual realizou diversas **execuções** a partir dos comandos indicados pelos alunos, oferecendo-lhes a oportunidade de variadas **reflexões**. Em diversas ocasiões essas **reflexões** provocaram novas **reflexões** e **depurações**, muitas vezes estimuladas pelos **erros** cometidos nos desenvolvimentos/resolução dos problemas. Neste contexto o professor, os alunos entre eles e até informações externas puderam proporcionar o **feedback** necessário para revisão/reconstituição de conceitos equivocados.

Neste processo o movimento da Espiral de Aprendizagem se tornou evidente, apoiado pelo ambiente construcionista e suas dimensões. Os alunos, na busca pela taxa de juros e período tiveram a oportunidade de simular a compra de uma porta e uma janela, as quais seriam inseridas em sua casa virtual, o que pode, claramente, indicar que este trabalho trouxe significado aos alunos. A característica de desenvolver Projetos com significados é indicada pela **dimensão semântica** do ambiente construcionista.

Provavelmente o desenvolvimento deste projeto em um outro ambiente, diferente do oferecido pelos *software* Arcon e Excel, tornaria o trabalho inviável, pois ambos os programas, além de oferecer a sensação de realismo ao usuários, também se apresentaram práticos e dinâmicos, caracterizando a **dimensão sintônica**.

Notamos também que os alunos puderam discutir vários conceitos da matemática, desde logaritmo até a matemática financeira, associando as construções mentais abstratas às concretas, discutindo e refletindo sobre esses conteúdos, o que é uma particularidade da **dimensão pragmática**.

Muito provavelmente estes problemas de compras de materiais de construção ou mesmo de outros itens de consumo, estão inseridos no convívio social dos alunos. O desenvolvimento de um projeto como esse pode ser explorado pelo professor em seu sentido econômico e/ou político, indicando uma conexão entre as pessoas envolvidas, o trabalho desenvolvido e a cultura local. Essa característica é indicada pela **dimensão social** do ambiente construcionista.

A **dimensão sintática** indica que os materiais utilizados no desenvolvimento do Projeto devam ser acessados com facilidade. Nesta pesquisa, os principais materiais são os *software* Arcon e Excel. Programas como o Arcon, que pode ser considerado como uma novidade no âmbito de pesquisas em Educação Matemática, por ser de uso comercial, ainda necessitam de ser mais oferecidos pelo mercado da informática, no entanto o Excel já está presente em diversos laboratórios de informática das escolas públicas e privadas, além das escolas que oferecem cursos específicos de programação e computadores domésticos. Também é utilizado em larga escala nos diversos ramos empresariais, podendo assim ser facilmente acessado pelos alunos.

É importante destacar que tanto Tiago quanto Rosana já sabiam manipular a planilha eletrônica antes mesmo de iniciarem suas participações no desenvolvimento do projeto. Talvez ele um pouco mais por estar no mercado de trabalho há mais tempo, e esse fato vem confirmar a acessibilidade a esse *software*.

Enfim, a elaboração do ambiente pautado na teoria construcionista mostrou-se muito eficaz para o desenvolvimento do projeto de construção e orçamento das casas, propiciando aos alunos a oportunidade de divagar por diversos conceitos matemáticos, tais como logaritmos, potenciação, radiciação, resolução de equações, além da Matemática Financeira, contribuindo para a construção de novos conhecimentos.

3.3.3 Grupo 3 – João Antonio e Priscila: Calculando a área do telhado

Esta sessão, envolvendo o grupo 3, de Priscila e do João Antonio, ocorreu no dia 01 de fevereiro de 2006 e teve a duração aproximada de 188 minutos. João Antonio estava ausente. O projeto de construção da casa estava bastante avançado (Figuras 26 e 27) e neste dia a aluna calculava a área do telhado. Para efetuar esse cálculo foi necessário dividir as águas³⁵ do telhado em seis partes. Essas partes foram associadas a retângulos e trapézios³⁶. Especificamente analisaremos uma parte do telhado que foi representada por um trapézio, como na visualização em 3D da Figura 28.

Talvez o fato mais interessante ocorrido no desenvolvimento para o cálculo dessas áreas tenha sido a investigação para descobrir a base menor do trapézio, pois este segmento não era paralelo à laje da casa e assim o *software* não fornecia essa informação.

Nessa busca vários conceitos matemáticos foram explorados, tais como o Teorema de Tales, Teorema de Pitágoras, ângulos correspondentes, relações trigonométricas no triângulo retângulo, resolução de equações, além da aplicação da fórmula da área do trapézio, definida por $\frac{(B+b) \times h}{2}$, sendo **B** a base maior, **b** a base menor e **h** a altura.

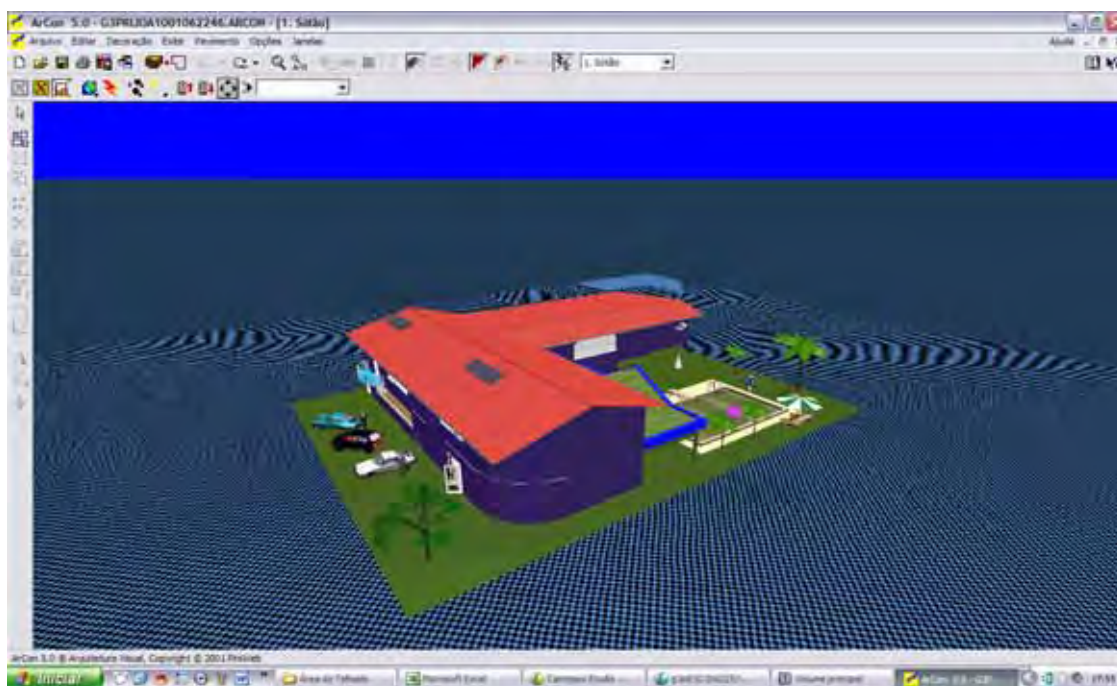


Figura 26: Vista aérea em 3D do projeto da casa construída pelo G3 até 01 de fevereiro de 2006.

³⁵ Divisões ou faces do telhado.

³⁶ Aqui analisaremos as discussões referentes a um, entre os quatro trapézios, no qual o telhado poderia ser dividido. Estas divisões do telhado provavelmente eram as mais evidentes, no entanto poderiam surgir outras maneiras de dividi-lo.

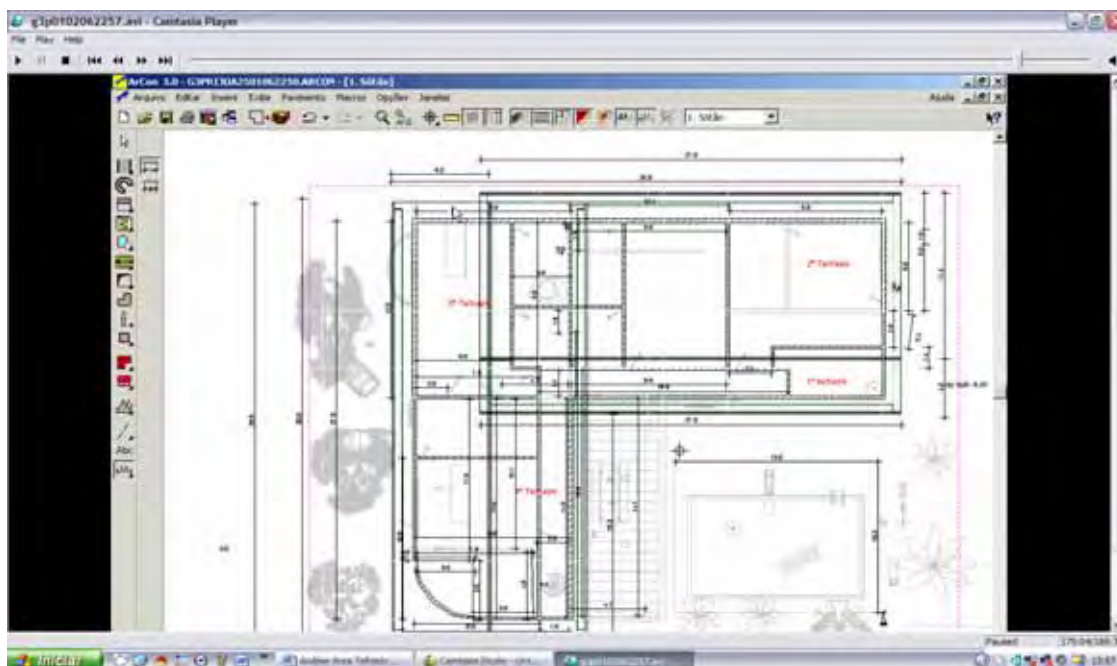


Figura 27: Vista em 2D do projeto da casa construída pelo G3 até 01/02/2006.

Primeiro Evento

O Telhado da casa e o polígono chamado Trapézio

Neste evento a aluna e o professor **refletiam** sobre a aplicação/utilização da fórmula que leva a relacionar a área de trapézios ao problema do telhado. Ao substituírem/**descreverem** as medidas do telhado na fórmula da área percebem duas incógnitas para uma única equação, o que gerou uma nova **descrição** da situação pelo professor, a qual provavelmente provocou **reflexões** na aluna.

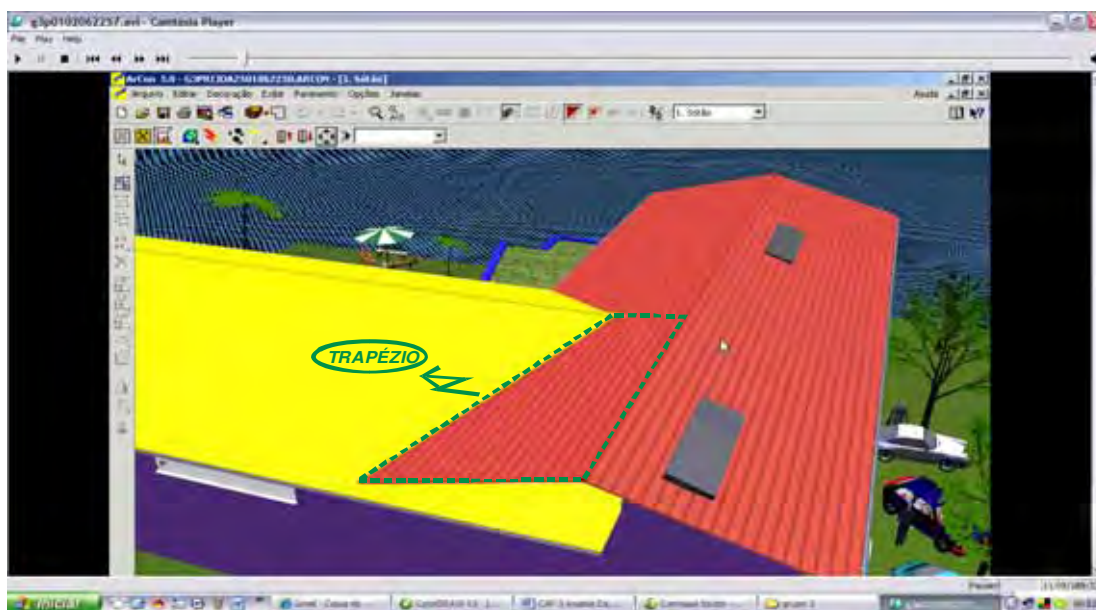


Figura 28: Vista aérea da casa e em destaque a parte do telhado, associada a um trapézio, visando o cálculo de sua área.

Inicialmente o professor sugere que a aluna **descreva** a fórmula da área do trapézio numa folha de papel e nela substitua os valores conhecidos. Nesse processo a aluna esqueceu que deveria multiplicar a soma das bases do trapézio por sua altura e pede autorização ao professor para “colá-la” de suas anotações. Essa ajuda externa, por meio da pesquisa em suas anotações, foi o *feedback* que a aluna necessitava naquele momento.

Após rever a fórmula a aluna continua substituindo as medidas que possuía, percebendo que não havia a da base menor. Essa falta de informação deixava a equação $A_{\text{trapézio}} = \frac{(B+b) \times h}{2}$ com duas incógnitas (área e base menor³⁷), e assim podendo apresentar infinitas soluções. Neste momento o professor aproveitou para brevemente **descrever/refletir** sobre esta situação (uma equação com duas incógnitas), afirmando que estas incógnitas eram a área e a base menor do trapézio.

Ao final deste momento a aluna conclui/afirma/**depura** que para determinarem a área daquela região do telhado em forma de trapézio, necessitariam determinar a base menor do trapézio, indicando-a com o *mouse* no módulo de visualização em 3D (figura 28).

³⁷ A base maior e a altura do trapézio foram indicadas pelo *software* .

Segundo evento

Qual é a altura do telhado mais alto em relação à laje? Ou melhor: qual a medida do cateto oposto do triângulo retângulo maior considerando o ângulo de 25° ?

Para determinarem a base menor do trapézio e conseqüentemente a sua área, o professor direciona/conduz/**descreve** o desenvolvimento das atividades por meio da utilização de dois triângulos retângulos semelhantes, os quais podiam ser visualizados na tomada lateral da casa em 3D (figura 29). O comprimento da hipotenusa do triângulo retângulo menor era congruente à base menor do trapézio³⁸. Neste momento já era evidente para a aluna que o plano no qual o trapézio estava contido não era paralelo ao plano no qual a laje da casa estava contida.

Por meio desses dois triângulos retângulos e das medidas que o *software* fornecia a aluna teria a oportunidade, apoiada pelo professor, de avaliar e aplicar alguns conceitos matemáticos, tais como semelhança de triângulos, teorema de Tales e as relações trigonométricas no triângulo retângulo. Depois continuaram as discussões em busca da área do telhado.

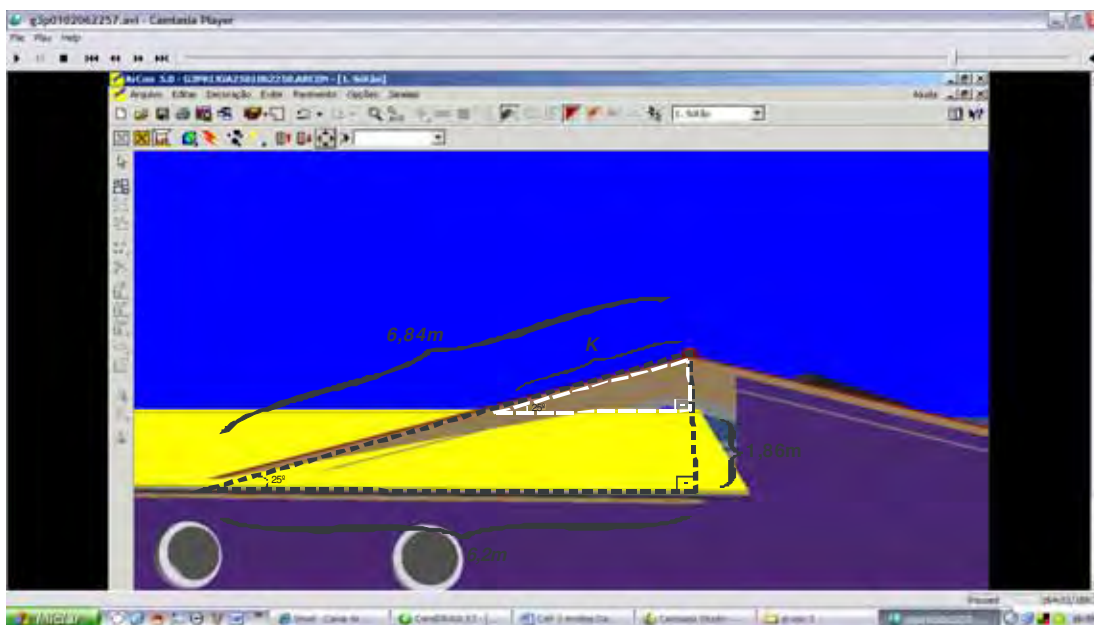


Figura 29: Tomada lateral da casa em 3D, a qual pode ser associada a dois triângulos retângulos semelhantes.

- 1) P: Essa altura aqui você tem: 1 e 86, que é a altura do telhado amarelo!
- 2) P: A altura do telhado vermelho você não tem, mas se você tivesse o que você faria? {Professor induzindo a aluna a enxergar dois triângulos retângulos e posterior diferença entre suas alturas}
- 3) P: Para que te importa a altura do telhado vermelho?

³⁸ Comparar Figura 28 (vista aérea do trapézio) com Figura 29 (vista lateral dos triângulos).

- 4) **Pr:** Dava pra calcular, junto com o meu ângulo, qual que é o comprimento do meu telhado, como eu fiz pra calcular o outro lado do meu telhado. {Referindo-se ao cálculo da outra água do telhado, realizado numa outra sessão}
- 5) **P:** Exatamente, (...) porque esse ângulo aqui é 25° , não é? Então quanto que é esse ângulo aqui? {O ângulo de 25° o *software* fornecia}
- 6) **Pr:** Eu tenho que calcular...
- 7) **P:** Pensa! Pensa nesse ângulo e nesse! {Professor indica os ângulos em 3D e se afasta, pedindo que a aluna reflita sobre as medidas dos ângulos}

Nessa ocorrência o professor inicia o diálogo resumindo as informações que o *software* fornecia ou não. Utilizando o recurso da visualização em 3D (figura 29³⁹) induz a aluna a “visualizar” os triângulos retângulos, baseando-se principalmente em suas alturas.

Utilizando-se de perguntas e afirmações procurou provocar **reflexões** por parte da aluna, que após alguns instantes de silêncio, realizou uma importante relação para resolver o problema, indicando que o ângulo entre os planos da laje e do telhado, que era de 25° , poderia ser associado ao comprimento do telhado, especificamente naquele espaço visualizado (4). Essa associação entre ângulo e comprimento sugeriu a utilização das relações trigonométricas no triângulo retângulo, as quais foram úteis para o posterior cálculo da área do trapézio.

Depois o professor indicou uma nova situação, na qual reafirmou que o ângulo entre a laje e o telhado vermelho (maior) era de 25° e continuando, a partir da visualização lateral do telhado e utilizou-se do *mouse* para indicar os dois triângulos, questionando qual seria a medida do ângulo interno do triângulo menor (ângulo agudo e da base⁴⁰ do triângulo menor – na figura 29 indicado por 25°). Em seguida, afastou-se deixando a aluna sozinha para que pudesse **refletir** calmamente sobre aquele questionamento/situação.

Após alguns instantes o professor retornou e procurou explicar o Teorema de Talles⁴¹ usando o lápis e papel, e estendeu a discussão para as propriedades que tratavam de ângulos correspondentes.

- 8) **P:** Tem um teorema que diz assim... {Voltando após alguns instantes}
- 9) **Pr:** Pitágoras?
- 10) **P:** Não, o de Talles, que é um outro muito famoso! (...)
- 11) **P:** Se você tiver um feixe de retas paralelas, e não importa a distância entre elas...

³⁹ Muito importante fixar que a aluna não tinha os triângulos e suas medidas definidas/editadas como na Figura 29, assim como para qualquer outra figura editada.

⁴⁰ A base do triângulo retângulo menor coincide com parte da cumeeira do telhado amarelo.

⁴¹ Nesta ocasião ocorreram problemas técnicos relacionados ao registro do áudio, o qual ficou severamente prejudicado, e desse modo este trecho da análise foi baseado nos registros feitos pela aluna numa folha de papel; num caderno de anotações no qual o professor, ao final de cada sessão, anotava os fatos que entendia serem mais relevantes; e também de acordo com a própria experiência vivenciada pelo professor naqueles momentos, porque também foi o pesquisador que analisou estes dados.

Posteriormente à explicação do professor, a aluna conclui que a posição das águas do telhado em relação à laje da casa as e respectivas alturas poderiam ser representadas por triângulos, os quais eram semelhantes e, conseqüentemente, com ângulos internos correspondentes, contemplando que dois dos ângulos agudos da base mediam 25° (Figura 29).

Depois, com a situação dos triângulos **descritas**/definidas, o professor continuou com as atividades, questionando a aluna em relação ao triângulo menor, no qual a hipotenusa é coincidente com a base menor do trapézio em questão:

- 12) P: O que mais que você tem? Desenhe pra mim nessa folha... {Pedindo para que a aluna represente os telhados através de triângulos}
- 13) Pr: Eu tenho meu ângulo de 25° ...
- 14) P: O que mais? Essa altura aqui você tem? {Referindo-se à altura do triângulo menor, que é a distância entre as duas águas dos telhados}
- 15) Pr: Não!
- 16) P: Isso aqui você tem? É a hipotenusa! {Do triângulo menor, sempre visualizando em 3D}
- 17) P: Quem que é a hipotenusa?
- 18) Pr: É ela que eu to procurando! É o meu x .
- 19) P: A tá! E o que mais que você tem?
- 20) P: E isso aqui, você tem? {Indicando com o *mouse* a altura do triângulo menor}
- 21) Pr: A altura? Não!

O professor pede para que a aluna **descreva** aquela situação numa folha de papel (Figura 30) e continua questionando-a, buscando provocar **reflexões** na mesma. Em meio às perguntas do professor, após **depurar** aquelas informações, a aluna indica com clareza que o objetivo para solucionar o problema da área do trapézio passava por definir a hipotenusa do triângulo retângulo menor, chamando-a de x (18).

Para determinarem o comprimento de x (hipotenusa do triângulo menor) o professor procura direcionar a resolução do problema induzindo a aluna, através de questionamentos, a encontrar a altura do triângulo menor, pois esta medida seria o lado oposto ao ângulo de 25° . De posse dessas duas informações (ângulo e cateto oposto) a aluna poderia utilizar-se da relação trigonométrica dos senos para triângulos retângulos, que resultaria em x .

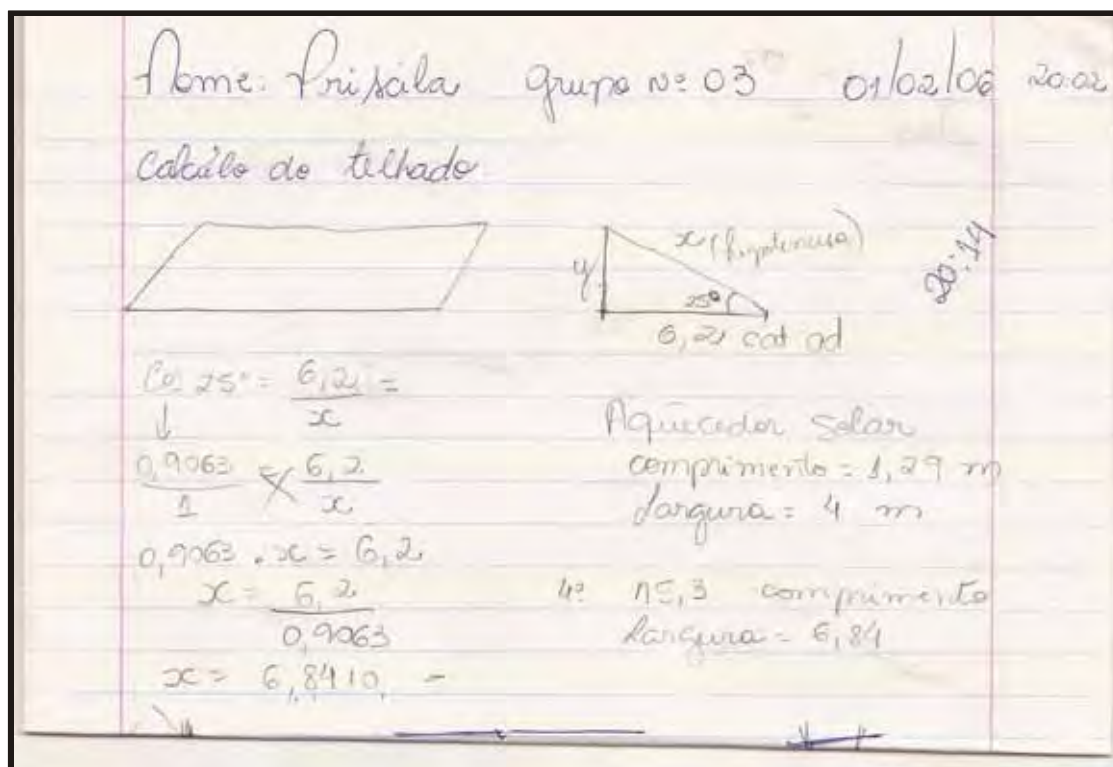


Figura 30: A aluna descreve a solução do problema numa folha de papel.

Interessante notar o papel do professor nesta ocasião, pois este já havia **refletido** sobre a resolução do problema, já havia previsto que usariam as relações trigonométricas e ainda traçado uma estratégia para a mesma. Depois, utilizando a estratégia de perguntas/afirmações em seqüência, e apoiando-se na **descrição** da solução do problema, tenta induzir a aluna a **refletir** sobre possíveis soluções matemáticas para o mesmo. É bem possível que o aluno possa surpreender o professor, indicando soluções alternativas; mas independente da situação, o professor não pode perder o foco de colocar a Espiral de Aprendizagem em movimento, tentando sempre provocar destabilizações nos conceitos apresentados pelos alunos. Esta ação seria o âmago para ocorrência da construção de novos conhecimentos num ambiente construcionista. Envolver neste ambiente é necessário que o professor domine os conceitos matemáticos envolvidos, a fim de propor estratégias e **refletir/depurar** sobre as sugestões oferecidas pelos alunos.

Ainda nesse sentido, uma característica marcante de Projetos desenvolvidos em ambientes de informática é o aparecimento de situações inesperadas, as quais podem fugir ao controle do professor (PENTEADO, 2004), cabendo a esse estar preparado para enfrentar o inesperado. No entanto, essas situações são essenciais para se privilegiar os Projetos de

aprendizagem, em que os alunos assumem papel determinante nas tomadas de decisões e direcionamento das atividades. Com certeza, neste episódio, o professor não havia previsto que apareceriam dois telhados sobrepostos, e que o *software* não forneceria uma das dimensões necessárias para o cálculo das áreas dos telhados.

No intervalo transcrito a seguir, o professor e a aluna continuam **refletindo** sobre uma maneira de encontrar o cateto oposto ao ângulo que mede 25° do triângulo retângulo menor (indicado por k – Figura 29).

Uma das soluções para encontrar este cateto seria determinar a diferença entre as alturas dos dois telhados, e prevendo isto o professor sugere estes cálculos, mas usando como exemplo outras medidas (comprimentos) para representar as alturas, como segue:

- 22) P: Daqui aqui, mede 2. Daqui aqui mede 3. Quanto que mede daqui aqui? {Medidas utilizadas a parte, como exemplo para representar as alturas dos dois telhados.}
- 23) Pr: 1!
- 24) P: 1 né? Então você tem como descobrir esta altura?
- 25) Pr: Tenho!
- 26) P: Então o que você precisa fazer? (...) Pra descobrir a distância do amarelo pro vermelho? {Que é a diferença entre a altura dos telhados}
- 27) Pr: Vixi! O que que eu tenho que fazer?!
- 28) P: Você já me falou que se daqui aqui mede 10 e daqui aqui mede 7, então daqui aqui mede? {Novamente o professor utiliza, como exemplo, medidas diferentes as do problema, buscando que a aluna reflita sobre a medida do cateto do triângulo menor}
- 29) Pr: Mas eu não sei quanto mede daqui aqui. {Visualizando em 3D, e indicando com o *mouse* a altura do telhado vermelho, que é o cateto do triângulo maior}
- 30) P: Mas você não tem como descobrir?
- 31) Pr: Como que eu descubro isso?
- 32) Pr: Pelo meu ângulo?

Neste momento Diego, do grupo 1, chega para a reunião, conversando com o professor e Priscila, desconcentrando-os e fazendo com que desviassem do foco em discussão. Aparentemente a aluna indicaria antes da interrupção, que a altura do triângulo maior poderia ser calculada a partir do ângulo do triângulo maior (32), no entanto o professor ignora essa sugestão e propõe a resolução por meio do teorema de Pitágoras, o qual também resolveria o problema.

Para isso o professor **descreve** os dados, indicando com o *mouse* o cateto adjacente ao ângulo de 25° (6,2m) e a hipotenusa (6,84m) do triângulo retângulo maior. Essa associação realizada pelo professor, relacionando conceitos matemáticos a construção do telhado da casa, por meio dos recursos oferecidos pelo *software*, indica que a aluna pode desenvolver construções mentais baseando-se em construções concretas, satisfazendo a dimensão **pragmática** do ambiente construcionista, como está descrito no diálogo a seguir.

- 33) P: E essa aqui você não tem! {Indicando o cateto oposto ao ângulo de 25° do triângulo maior, que também era a altura H do telhado mais alto}
- 34) P: E aqui é reto! {Indicando o ângulo de 90° do triângulo}
- 35) P: Tem que pensar! {Professor se afasta por alguns instantes, para que a aluna reflita}
- 36) Pr: Ai meu Deus do céu!
- 37) P: E aí? {Professor retorna a discussão}
- 38) Pr: Ah João, eu já não tô nem raciocinando mais, de tão cansada que eu estou. {A aluna reclama de cansaço. Neste instante a sessão já perdurava 154 minutos e eram 22h08}
- 39) P: Teorema de Pitágoras! {Professor indica o Teorema de Pitágoras}
- 40) Pr: Ah, aqueles cálculos lá!
- 41) P: Você viu que às vezes a gente tem que ficar mais atento,... tá certo que você está cansada, mas esse... é um que bateu o olho..., na matemática, ele tá muito presente... {Professor referindo-se a utilização do teorema de Pitágoras}
- 42) P: Lembra que a soma dos catetos, ambos elevados ao quadrado é igual à hipotenusa elevada ao quadrado...
- 43) Pr: Mas eu não tenho a hipotenusa...
- 44) Pr: Ah, eu tenho a hipotenusa...
- 45) P: Então vai ficar quem elevado ao quadrado?
- 46) Pr: 6,84 ao quadrado vezes... mais {Refletindo se usaria a multiplicação ou adição}
- 47) P: Hipotenusa ao quadrado é igual a soma dos catetos...
- 48) Pr: Ah! É mais... mais... (...) {"Mais" refere-se à operação de adição. Priscila percebe como aplicar o teorema e utiliza a calculadora para descobrir a medida do cateto}
- 49) Pr: 6,84 vezes 6,84 é igual a...
- 50) Pr: 46 vírgula sete oito cinco meia? {Referindo-se ao resultado 46,7856}
- 51) P: E se eu colocar duas casa, como é que fica?
- 52) Pr: Dá pra arredondar para 46,79
- 53) P: E é igual a 6,2 ao quadrado! Quanto que é? {Professor dá seqüência a aplicação do teorema}
- 54) Pr: 6,2 vezes 6,2 dá... 38,44.

Aqui a aluna percebe que no triângulo maior dispunha das medidas de um dos catetos e da hipotenusa, o que era suficiente para aplicar o teorema de Pitágoras. Diante disso, o professor relembra a equação do teorema ($hipotenusa^2 = cateto^2 + cateto^2$); com o cateto procurado definido por w , questionando quais medidas poderiam ser substituídas na equação. A aluna indica que a hipotenusa² seria $6,84^2 = 46,79$ (medida arredondada pela aluna) e que cateto² seria $6,2^2 = 38,44$. Após isso o professor continua questionando como continuariam a resolução da equação que se apresentava sendo $46,79 = 38,44 + w^2$.

Com a equação assim **descrita** a aluna reflete como poderia encontrar o valor de w^2 e conclui que bastava efetuar a operação $46,79 - 38,44$, resultando em 8,35.

- 55) P: E agora? w ao quadrado é igual a 8,35 {Dando seqüência ao cálculo}
- 56) Pr: Então a minha altura lá é 8,35? {Referindo-se ao cateto oposto do triângulo maior}
- 57) P: Não, é w ao quadrado!
- 58) Pr: A tá, então eu tenho que fazer ao quadrado?
- 59) P: E como é que você tira isso daí? {Referindo-se ao cálculo de w }
- 60) Pr: Uai, se o valor do w é 8,35, eu vou multiplicar ele mais uma vez...
- 61) P: É w ao quadrado que dá 8,35! (...)
- 62) Pr: Que número ao quadrado que dá...
- 63) P: Quem que é esse número?
- 64) Pr: Se eu passo multiplicando eu vou passar dividindo! O 2 vai... {Priscila justifica que para isolar o w no primeiro membro da equação, deveria "passar o 2 (expoente) pro outro lado", dividindo}

- 65) P: Por que o 2? Você ta falando de dividir por w? {Dividir os membros por w}
- 66) P: Isso aqui é uma potência, heim!!! {O Diego do grupo 2 chama o professor que lhe dá atenção por alguns instantes, enquanto a aluna reflete sobre o problema}
- 67) P: Raiz né Pri? {Ao retomar as discussões, o professor indica que a operação inversa potência seria a raiz}
- 68) Pr: Corta, corta, ..., w é igual a... {Realizando o cálculo na folha de papel}
- 69) P: Raiz quadrada de 8,35! (...) {Calculam a raiz utilizando a calculadora concluindo que o cateto mede 2,89m}
- 70) P: Então você sabe que isso aqui tem 2,89! {Professor retoma a discussão interrompida por Diego, relacionando as medidas dos catetos opostos ao ângulo de 25°, no triângulo maior e menor}

Nesta etapa da resolução da equação a aluna comete alguns equívocos.

Primeiro, com o problema $w^2 = 8,35$ já **descrito** e representado na folha de papel, afirma que a altura do telhado seria 8,35 (56); no entanto essa medida referia-se a w^2 . Após o comentário do professor a aluna **depura** esta nova informação recebida, mas indica novamente que $w = 8,35$ (60). O professor intervém fornecendo novo *feedback* à aluna, que após repetir novamente o processo de **reflexão** conclui que deve existir um número que elevado ao quadrado resultará em 8,35 (62).

Após perceber que necessitaria determinar o valor de w e não w^2 , a aluna prevê que deveria isolá-lo na equação $w^2 = 8,35$; mas comete novo equívoco de procedimentos na resolução da equação, pois afirma que deveria “passar” o dois para o segundo membro da equação. Diante disso o professor oferece novo *feedback* à aluna, afirmando que w^2 é uma potência e que a operação inversa seria a raiz quadrada.

Valendo-se da **descrição** inicial, em que $w^2 = 8,35$ e das informações oferecidas pelo professor (*feedback*), ocorre uma nova **depuração/reflexão** por parte da aluna. Após este processo concluem que $w = 2,89$ (69) e, portanto, que a altura do telhado vermelho era 2,89m.

Ao final desse evento temos claros indícios de que a aluna entendeu como solucionar o problema, transferindo uma situação matemática para seu dia-a-dia, como podemos perceber no momento 56, por meio do questionamento “Então a minha altura lá é 8,35?”. Nesse momento ela associa o cateto do triângulo com a altura do telhado, ou seja, relaciona conceitos matemáticos a um problema, que era “real”, pois o projeto a induzia a calcular a área do telhado da casa. Desse modo, ficam evidentes as dimensões **social** (conexão com a cultura local), **pragmática** (construções mentais apoiadas em concretas), **sintônica** (computador viabilizou essa situação) e **semântica** (significados múltiplos oferecidos pelos *software* àquela situação)

Essas ricas situações são comuns no ambiente construcionista, pois o computador acabou viabilizando a construção da casa e conseqüentemente do telhado, de forma contextualizada, oferecendo significado à matemática formal e simbólica, indicando a

integração entre o projeto de construção de casa a uma situação que pode ser comum à vida da aluna, indicando as dimensões **semântica, sintônica e social**.

Por fim, também fica claro que apesar de o ambiente criado para a apresentação dos conceitos matemáticos ter colaborado para que a aluna se sentisse estimulada a resolver o problema da área, ela apresentou dificuldades ao desenvolver a equação $46,79 = 38,44 + w^2$, cabendo ao professor ficar atento a essas ocorrências, estimulando a aluna a desenvolver essas construções algébricas.

Terceiro Evento

A hipotenusa do triângulo retângulo menor; a base menor do trapézio e um pedaço de telhado de casa

Façamos uma recapitulação. Até o momento, a aluna e o professor haviam determinado a altura w do telhado mais alto ($w = 2,89\text{m}$). Sabiam também que a altura do telhado mais baixo era de $1,86\text{m}$. Agora bastava subtrair essas duas medidas para determinar o comprimento do cateto oposto ao ângulo de 25° no triângulo menor. De posse desta nova medida, restava somente utilizar a relação dos senos ou dos cossenos para triângulos retângulos e determinar a sua hipotenusa (denominada pela letra k), a qual era justamente a base menor do trapézio.

Ao retomar o problema, recordam/**descrevem** os dados obtidos até aquele momento. Utilizam-se de papel, lápis e visualização em 2D e 3D do *software*. A partir das indagações feitas pelo professor a aluna conclui que a medida procurada, após efetuar a subtração entre as medidas das alturas dos dois telhados era de $1,03\text{m}$.

- 71) P: Aqui é um triângulo retângulo! Aqui é 1, ...? {Referindo-se ao triângulo menor}
- 72) Pr: 1,03!
- 73) Pr: 6,2! {Indicando o cateto adjacente do triângulo maior, que não seria usado naquele momento}
- 74) P: Quem que é o 6,2? {Questionando o uso deste cateto}
- 75) Pr: Ah tá, eu tenho que saber isso aqui agora, não é? {Indicando a hipotenusa do triângulo menor}

Nesta ocasião o professor expõe novamente o problema, utilizando a medida recém encontrada do cateto ($1,03\text{m}$) visando promover **reflexões** por parte da aluna, no sentido de que ela percebesse qual seria a estratégia para aquele momento (determinar a medida da hipotenusa do triângulo menor) e qual conceito matemático que poderia ser utilizado. É importante ressaltar que sempre estavam visualizando o telhado da casa, e o professor indicava as “medidas” e “figuras geométricas” com o *mouse* e utilizavam lápis/papel para representarem essas medidas e figuras.

Após a primeira indagação do professor, a aluna sugere as medidas pertinentes ao triângulo maior, mas após **refletir** percebe que estava procurando determinar a hipotenusa do triângulo menor e continua indicando que o cosseno poderia ser útil para determiná-la.

- 76) Pr: Agora eu posso fazer os cálculos usando o cosseno?
 77) P: Cosseno?
 78) Pr: É!
 79) P: Primeiro você tem que fazer pra saber se vai usar o seno, o cosseno ou a tangente...
 80) Pr: Ah, eu não tenho o cateto; cateto adjacente!

O professor questiona a estratégia da aluna, que queria usar a relação do cosseno. A partir do *feedback* oferecido pelo professor, a aluna **depura/reflete** sobre as informações que o problema lhe oferece e as confronta com a teoria matemática, concluindo que para utilizar a relação do cosseno necessitaria do cateto adjacente ao ângulo de 25° e, desse modo, o professor continua investigando/sugerindo qual relação melhor resolveria o problema em questão:

- 81) P: Qual cateto que você tem?
 82) Pr: O oposto!
 83) P: Qual relação que você usa o cateto oposto e a hipotenusa?
 84) Pr: Eu esqueci!
 85) P: É do seno!
 86) Pr: O seno? Mas o seno e o cosseno não são os mesmos?
 87) P: O cosseno de um ângulo é o cateto adjacente sobre a hipotenusa; e o seno de um ângulo é...
 88) Pr: Cateto oposto sobre a hipotenusa!

Aqui a aluna demonstra uma confusão entre as relações trigonométricas do seno e do cosseno, afirmando não saber diferenciá-las. A partir dessa informação o professor retoma a parte teórica, oferecendo o *feedback*, explicando que $\cos \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$. Em seguida, antes mesmo de o professor definir o seno ela conclui o raciocínio, indicando que $\text{sen} \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$. Neste momento a aluna teve a oportunidade de **refletir** sobre as relações trigonométricas, e baseada no *feedback* oferecido pelo professor, redefiniu a relação do seno.

O professor prossegue induzindo a aluna a substituir os valores obtidos na nova ocasião/**descrição**, que era $\text{sen} 25^\circ = \frac{1,03}{k}$.

- 89) P: Então quanto que é o seno de 25° ?
 90) Pr: Ah, esse aí eu já sei! 0,9063! {O seno de 25° é 0,4226, no entanto a aluna se utiliza, erroneamente, da medida do cosseno de 25° , que é 0,9063, sem que o professor perceba o erro}
 91) Pr: Cateto oposto é 1,03 por k! Certo?
 92) P: E o k é o que você quer!
 93) Pr: Ahã! {O professor afasta-se deixando que a aluna calcule o valor de k}

A aluna indica que $\text{sen}25^\circ = 0,9063$, no entanto esta medida refere-se ao $\text{cos}25^\circ$, sendo que a medida de $\text{sen}25^\circ = 0,4226$. Neste momento fica evidente a importância da presença do professor no desenvolvimento das atividades, pois ele tem o papel fundamental de oferecer o *feedback* necessário para que os alunos percebam e **depurem** os seus **erros**, embora nesse caso o equívoco pareça ser somente ao extrair a informação de modo impreciso.

Como já mencionado no capítulo 2, geralmente *software* como o Arcon ou o Excel, as calculadoras e alguns *games* não oferecem o *feedback* necessário para que o aluno **depure** os seus **erros**, como ocorre no ambiente *Logo*, porém existem estratégias que ajudam a amenizar esse problema como, por exemplo, trabalhos em grupo, a discussão do problema entre os colegas, a apresentação em público, a descrição na folha de papel, entre outros.

Talvez, particularmente nesta sessão, esse problema tenha ficado mais evidente, pois neste dia a aluna estava trabalhando sozinha, contando apenas com a presença/auxílio do professor, restringindo-se somente a essas interações.

Depois de alguns instantes o professor retorna e a aluna já havia calculado o valor de k . Para determinar este valor a aluna utilizou a calculadora do computador para efetuar os cálculos.

- 94) Pr: Pronto João! {Priscila realiza os cálculos e conclui que a hipotenusa mede 1,13}
 95) Pr: Agora para achar a área total, eu tenho que achar isso aqui ou não precisa? {Referindo-se ao cateto adjacente do triângulo menor}
 96) P: Pra quê? O que que é isso aí lá na casa? (Instante de silêncio)
 97) P: Na verdade você já descobriu...
 98) Pr: O que eu mais precisava saber! (Risos) {Indicando com o *mouse* em 3D a medida da hipotenusa do triângulo menor que também era a base menor do trapézio}
 99) P: É! Matou o exercício Pri, parabéns!!!
 100)P: Quanto mede isso? {Em 3D, referindo-se a base menor do trapézio}
 101)Pr: 1,36! {Erro! A aluna se confunde por ter apagado essa informação da calculadora, trocando as medidas, pois havia concluído que a hipotenusa media 1,13 e afirma que esta seria 1,36 (113)}

Após determinar o valor de k a aluna pergunta ao professor se precisariam da medida do cateto adjacente para calcular a área do trapézio. O professor responde com uma nova pergunta (96), buscando provocar **reflexões** na aluna e após alguns instantes de silêncio o professor afirma que as informações já eram suficientes. A aluna, em meio a risos, indica a hipotenusa do triângulo menor (ou base menor do trapézio) por meio do *mouse* concluindo que o problema estava resolvido, bastando substituir os valores na fórmula da área do trapézio.

- 102)P: Agora faz isso aí, usando a fórmula aqui ó {Indicando a fórmula da área do trapézio}
 103)P: O que que estava faltando? O *bezinho*, não é?

104)Pr: É!

105)P: Eu vou apagar aqui e colocar o 1,36! {Substituindo a incógnita b por 1,36 no desenvolvimento da fórmula, na folha de papel}

106)Pr: Deu 1,36 e alguma coisa; e eu apaguei! {Justificando a troca do 1,13 por 1,36}

107)Pr: 1,36 é igual... {Lançando as medidas obtidas no Excel utilizando a fórmula da área do trapézio}

Neste momento ocorre outro equívoco, pois a aluna havia calculado o valor de k o qual seria 1,13, mas, no entanto, apaga esse da calculadora e depois se confunde, trocando-o para 1,36m. O professor também não refaz os cálculos, e toma por base a medida indicada pela aluna, desse modo acabam assumindo que a medida da base menor do trapézio era 1,36m. Esse equívoco alterou o resultado da área do telhado, mas não interferiu na lógica matemática desenvolvida pela aluna visando este cálculo.

Também é interessante ressaltar as circunstâncias da pesquisa nesses intervalos, no qual a aluna cometeu seguidos equívocos, (60), (90), (101). Passava-se das 22 horas e a aluna havia sido submetida a uma jornada de 8 horas de trabalho no decorrer do dia. O desenvolvimento do projeto de construção da casa estava com aproximadamente 3 horas de duração. Se considerarmos o momento 38 a aluna indica claramente que estava cansada, e mesmo assim se dedicou com afinco até o final da sessão. Essas situações adversas sugerem que o professor deva permanecer ainda mais atento ao desenvolvimento das atividades. Também há um indicativo das potencialidades oferecidas pelo ambiente construcionista, como a motivação dos participantes, pois normalmente, numa situação como essa em sala de aula tradicional, o aluno provavelmente perderia o interesse em desenvolver as atividades.

Quarto Evento

A lógica matemática evidenciada na planilha eletrônica Excel

Esta era a última fase para resolverem o problema da área do telhado da casa. Havia uma nova **descrição** para a solução do problema, na qual o objetivo era substituir as medidas encontradas na fórmula da área do trapézio definida por $\frac{(B+b) \times h}{2}$, quando a base maior B era 6,84m; a base menor b era 1,36m e a altura h era 4m.

108) Pr: 1,36 mais 6,84...

109)P: Ah! {Professor concorda}

110)Pr: Vezes 4!

111)P: 4?

112)Pr: Ahã!

113)P: Então faz lá!

114)Pr: É igual... {O “=” , neste momento, é utilizado na planilha Excel, indicando o início de uma operação matemática}

- 134)P: Não! Então a soma ficou pra trás!
 135)P: Ele vai multiplicar isso? {Indicando com o *mouse* a fórmula no Excel}
 136)Pr: Não!
 137)P: Vai! O computador vai fazer a multiplicação em primeiro lugar!
 138)Pr: Ah ta!
 139)P: Então ele vai multiplicar e vai dar um resultado, não é?
 140)Pr: Ahã!
 141)P: E depois desse resultado ele vai?
 142)Pr – P: Dividir!
 143)P: E por ultimo ele vai somar!
 144)P: Agora olha só! A sua equação da área, ele pede pra somar... {Indicando com o *mouse* a equação no Excel, sem o uso dos parênteses.}
 145)Pr: Primeiro tirar entre parênteses! É verdade!
 146)P: Então tem que colocar os parênteses!
 147)P: Sem os parênteses, dá 15! {15,04m²}
 148)Pr: Ahã! Mas com o parênteses...
 149)Pr: Verdade, dá 16! {16,4m²}
 150)P: Dá uma diferença né Pri?
 151)Pr: E como!
 152)(...)
 153)Pr: Vou colocar assim ó: B maior, b menor...
 154)Pr: Esse aqui é,...
 155)Pr: A altura?
 156)P: Ahã!
 157)Pr: E ai, o que eu coloco? {Referindo-se ao 2 que divide, na fórmula da área do trapézio}
 158)Pr: Dá pra entender, né?!
 159)P: Ta ótimo Pri! Agora olha pra última parte do telhado...

Ao programar a equação para o cálculo da área do trapézio a aluna **descreve**, a partir de uma seqüência de comandos, sua idéia de como se efetivar este cálculo. O programa por sua vez **executa** o cálculo, oferecendo a resposta da área do trapézio como sendo 15,04 m².

Aqui deveria ocorrer a **reflexão** da aluna baseada no *feedback* oferecido pelo computador, mas como já citado anteriormente, o Excel é deficiente, pois não oferece esse retorno.

Neste momento torna-se primordial o papel do professor, o qual deve estar presente e atento aos fatos, para poder contribuir na aprendizagem do aluno, identificando eventuais **erros** e provocando novas **reflexões**, sempre que necessário.

Neste caso em especial a aluna cometeu um **erro** ao não respeitar/determinar a ordem de resolução das operações na equação e o professor atento ofereceu o *feedback* necessário para que as **reflexões/depurações** ocorressem.

Neste momento, o professor ao fornecer o *feedback*, opta por retomar a teoria referente ao assunto e paralelamente induzir a aluna, por meio de questionamentos, a determinar a seqüência correta de comando, ou seja, uma nova **descrição**.

O computador oferece/**executa** uma segunda resposta (Figura 32) indicando que a área do trapézio seria de 16,4 m². Neste momento o professor indica que o cálculo estava correto (*feedback*), confronta as duas respostas indicadas pelo computador, sugerindo à aluna que

Como o desenvolvimento de Projetos envolvendo a construção civil e o uso das Tecnologias Informáticas pode contribuir para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos?

Desse modo, no decorrer desta seção, procuraremos indicar as contribuições do ambiente Arcon/Excel para a construção de novos conhecimentos matemáticos e nessa busca enfatizaremos as diferenças apresentadas na Espiral de Aprendizagem quando representada no ambiente *Logo* ou no ambiente Arcon/Excel. Depois comentaremos a necessidade de busca de conceitos matemáticos nesse novo ambiente computacional e as decorrentes influências na Espiral de Aprendizagem e também as contribuições de algumas das dimensões construcionistas para a Espiral de Aprendizagem no ambiente Arcon/Excel. Por fim, indicaremos as possíveis contribuições do ambiente construcionista de aprendizagem, o qual permeou todas as ações no desenvolvimento dos Projetos, para a construção de novos conhecimentos matemáticos.

Assim, nesta seção, procuramos evidenciar respostas para a pergunta norteadora desta pesquisa, sugerindo a ocorrência da aprendizagem de conceitos matemáticos no desenvolvimento dos Projetos de construção civil por meio das TI.

3.4.1 Análise da Espiral de Aprendizagem representada a partir do ambiente Arcon/Excel e suas possíveis contribuições para construção de conhecimentos

A Espiral de Aprendizagem, como citamos no capítulo de Referencial Teórico, pode ser representada por meio das fases de descrição, execução, reflexão e depuração no desenvolvimento de Projetos no ambiente *Logo*.

Nesta pesquisa optamos pela utilização do ambiente computacional Arcon/Excel para o desenvolvimento dos Projetos e notamos que a Espiral de Aprendizagem nesse novo ambiente se apresentou com algumas diferenças quando comparada a do ambiente *Logo*.

Assim, procuraremos indicar nos próximos parágrafos as principais diferenças entre as espirais no ambiente Arcon/Excel e *Logo*, as quais estão relacionadas, principalmente, às fases de descrição e execução e também a necessidade pela busca de conceitos matemáticos na elaboração dos Projetos.

Além disso, avaliaremos como o ambiente construcionista, o qual envolveu todo o desenvolvimento dos Projetos, pode ter contribuído para a eficiência da Espiral de Aprendizagem por meio das dimensões sintônica, pragmática e social.

Desse modo, acreditamos que ao enfatizarmos essas considerações, nas quais são apresentadas algumas características e diferenças entre os ambientes computacionais, estaremos indicando que o ambiente Arcon/Excel, apesar de suas particularidades, também possa ser eficiente para a aprendizagem de conceitos matemáticos, ajudando a responder as questões levantadas pela pergunta diretriz.

3.4.1.1 Características pedagógicas da Espiral de Aprendizagem nos ambientes Logo e Arcon/Excel

Inicialmente é importante ressaltar que as pesquisas e idéias de ciclo/Espiral de Aprendizagem começaram a ser desenvolvidas principalmente a partir do ambiente *Logo*, com início ainda nos anos 80, e nessa época este era praticamente o único programa de computador utilizado para fins educacionais.

Por conter essa característica educacional, o ambiente *Logo* privilegia naturalmente o estudo de conceitos matemáticos no desenvolvimento de Projetos, e por ser também um *software* de programação, propicia ao aluno condições de expressar suas próprias idéias para o computador, por meio de comandos de sua linguagem de programação, originando a fase de descrição.

Além desse caráter de representar as idéias dos alunos, na fase de descrição da espiral, o *Logo* também executa essas idéias, oferecendo a oportunidade de se confrontar o resultado dessa execução com a idéia original do aluno, possibilitando que o mesmo analise/reveja seus conceitos e estratégias para o desenvolvimento de seu projeto, indicando o movimento da Espiral de Aprendizagem.

Desse modo, torna-se evidente essa característica dos Projetos desenvolvidos no ambiente *Logo*, que é a relação existente entre o aluno, o computador e a construção de conhecimentos, a qual é muito bem representada pela Espiral de Aprendizagem a partir das fases de descrição, execução, reflexão e depuração.

No desenvolvimento dos Projetos no ambiente *Logo* o papel do professor é muito importante, pois cabe a ele estimular o aluno na execução das tarefas cada vez mais desafiadoras e também oferecendo o *feedback* quando necessário.

Um fato interessante que ficou evidente nesta pesquisa é a maneira diferente pela qual a Espiral de Aprendizagem se manifestou no ambiente Arcon/Excel. Provavelmente esta diferença na espiral tenha ocorrido devido a esse novo ambiente requerer o uso intenso da oralidade e da escrita no desenvolvimento dos Projetos, além da utilização dos próprios

recursos computacionais, buscando, desse modo, suprir a falta da programação característica do ambiente *Logo*.

Maltempi (2004) já havia previsto que a utilização desses recentes *software* poderia comprometer as fases de descrição e execução e, conseqüentemente, interferir na representação da Espiral de Aprendizagem, pois no ambiente *Logo* o aluno tem a oportunidade de descrever sua idéias para o computador, valendo-se da linguagem de programação característica desse *software*, e além disso poder refletir sobre a resposta oferecida pelo computador, a qual é a reprodução da descrição inicial do aluno.

Para suprimir essas restrições oriundas da falta de programação desses novos *software*, Maltempi (2004) sugeriu a elaboração de relatórios e diagramas que acompanhassem todo o processo de desenvolvimento do projeto, estimulando o planejamento e a explicitação das idéias dos alunos.

Essa sugestão foi colocada em prática nesta pesquisa, com os alunos tendo a oportunidade de manifestarem as suas idéias por meio de esboços ou desenvolvimentos algébricos em folhas de papel e principalmente apresentando/discutindo seus Projetos para seus pares e/ou professor.

Desse modo, na busca para aprimorar os Projetos desenvolvidos no ambiente Arcon/Excel e mantendo a Espiral de Aprendizagem em movimento, privilegiamos o uso da escrita e da oralidade em conjunto com as potencialidades oferecidas pelos *software* Arcon e Excel.

Além dessa característica, na qual o ambiente *Logo* prioriza a programação e o ambiente Arcon/Excel prioriza um outro tipo de programação, baseada na visualização, existe outra, pois o Excel e principalmente o Arcon não foram desenvolvidos para fins educacionais e, desse modo, podem contribuir ainda mais para modificar o caráter inicial da espiral, pois exigem que o professor proponha o desenvolvimento de Projetos baseados em situações-problemas⁴², os quais privilegiem a exploração de conceitos matemáticos e nessa busca a oralidade e a escrita ganham ainda mais força, juntamente com a visualização oferecida pelo Arcon.

No Arcon, por exemplo, o aluno pode apresentar como resultado de seus trabalhos uma bela casa, sem necessariamente explorar conceitos matemáticos. O Excel, de certo modo, pode viabilizar a utilização desses conceitos matemáticos, no entanto, isto irá depender da proposta inicial do Projeto.

⁴² Situação-problema, no contexto desta pesquisa, indica a proposta de novos temas matemáticos que possam surgir no desenvolvimento dos Projetos de construção das casas e seus orçamentos.

Desse modo, o professor assume algumas responsabilidades extras além daquelas já previstas em Projetos baseados no *Logo*. Primeiramente cabe a ele, neste novo contexto, propor aos alunos temas relacionados ao desenvolvimento dos Projetos, que para serem executados manifestem a Matemática, depois, durante o desenvolvimento dos trabalhos, privilegiar as apresentações e discussões de idéias por meio da escrita e da oralidade, buscando explicitar as fases da Espiral de Aprendizagem e buscando a construção de novos conhecimentos matemáticos por seus alunos, contemplando assim a pergunta que rege esta investigação.

Nas próximas linhas procuraremos indicar como essa característica, de busca por conceitos matemáticos nos *software* Arcon e Excel, pode ter interferido na Espiral de Aprendizagem.

3.4.1.2 A busca por conceitos matemáticos no ambiente Arcon/Excel e as decorrentes influências na Espiral de Aprendizagem

Tendo em vista que a pergunta desta pesquisa implica em quais são as contribuições da mesma para a construção de conceitos matemáticos, tentaremos indicar como esses conceitos foram propostos e estudados no desenvolvimento dos Projetos de construção e orçamentos das casas.

Na busca por essas manifestações de conceitos matemáticos, os quais não surgiam naturalmente da manipulação dos *software* Arcon e Excel, foi proposto aos alunos participantes desta pesquisa por meio de uma situação-problema, que elaborassem no Excel o orçamento de uma casa a ser construída num terreno com dimensões 20 x 30m. É evidente que para que os alunos pudessem indicar o orçamento da casa a partir do Excel necessitariam de construir a casa e, desse modo, a sua planta baixa e maquete eletrônica, elaboradas no Arcon.

Essa proposta de apresentarem a planta baixa, maquete eletrônica e orçamento da casa levou os alunos a utilizarem conceitos matemáticos para desenvolverem seus Projetos, e com essa ação procuramos suprir a falta de matemática que poderia ocorrer na manipulação dos *software*.

Percebemos que essa característica, na qual os alunos procuravam soluções para resolver os problemas propostos no projeto, forçava-os a planejar e explicitar suas idéias, fortalecendo ainda mais as ações da oralidade e da escrita no desenvolvimento das tarefas, as quais eram completadas por outras potencialidades oferecidas pelo ambiente computacional

como, por exemplo, a visualização das casas por diversas tomadas, o que acabava gerando novas situações-problema, motivando-os a se aprofundarem no desenvolvimento do Projeto.

No ambiente Arcon, por exemplo, o aluno pôde descrever uma solução para uma situação-problema, a qual pode ser representada de maneira escrita, oral ou mesmo por meio da manipulação do *software*, iniciando o movimento da Espiral de Aprendizagem. Esta situação-problema inicial pode gerar muitas outras, podendo/devendo haver nesse processo a interferência do professor, objetivando o movimento da espiral.

Por exemplo, para o grupo 1, assim como para os demais, foi indicado a situação-problema inicial de se elaborar o orçamento da casa. A partir dessa informação os alunos fizeram seus planejamentos, traçaram estratégias, refletiram, discutiram o projeto, indicando primeiramente a planta baixa da casa, por meio da escrita, utilizando uma folha de papel. Cada um dos três grupos desenvolveu Projetos totalmente diferentes em decorrência da autonomia que lhes foi concedida.

Baseados nessas anotações, os alunos do grupo 1 iniciaram a transferência das idéias do papel para o ambiente Arcon, construindo diversos cômodos, dentre esses uma sala de TV com formato octogonal, conforme indicado na sessão 3.3.1. Para calcularem o custo desta sala perceberam que necessitariam saber a área da sala de TV, ou a área do octógono.

Neste momento tinham uma nova situação-problema bem definida, que era calcular a área do octógono, e para isso traçaram novas estratégias, expuseram suas idéias, tendo a oportunidade de conhecerem vários conceitos matemáticos envolvidos no cálculo da área desse polígono.

Num determinado intervalo (p. 74, (10) a (16))⁴³, Diego apresentou oralmente um caminho para a solução do problema (descrição oral), propondo a divisão do octógono em triângulos (10), pois percebera ser mais simples calcular a área de triângulos do que a do octógono. Na seqüência o aluno descreve no computador esta divisão do octógono, traçando as diagonais do octógono, utilizando para isto as ferramentas “cotas” e “linha auxiliar” as quais possibilitam a visualização do octógono dividido em oito triângulos congruentes (p. 75, (25) e (26)). Essa descrição de Diego foi compartilhada e discutida com Maiza, sua companheira de grupo, a qual propõe reflexões simultaneamente à descrição da solução do problema, indicada inicialmente por Diego.

⁴³ Esta formatação indica o número da página e o momento no qual ocorreram as situações exploradas. Por exemplo, (p. 64, (10) a (16)) refere-se a uma ocorrência que está representada na página 64, entre os momentos 10 e 16.

Temos que observar que nesse momento o *software*, ao executar os comandos propostos pelo aluno, não calcula a área dos triângulos e nem do octógono, mas possibilita a visualização de uma nova situação-problema, cabendo aos alunos refletir/discutir/pesquisar/depurar sobre as situações decorrentes daquela descrição do aluno e execução do computador.

Desse modo, podemos notar que a Espiral de Aprendizagem se fez presente na elaboração do Projeto, no entanto, a descrição elaborada por Diego para resolver o problema foi num primeiro momento oral e depois transferida para o computador. A **execução** do computador privilegiou a visualização da sala dividida em triângulos, não efetuando os cálculos dessas áreas; os alunos puderam refletir sobre a descrição, apoiando-se na visualização da sala de TV dividida em triângulos, discutindo qual a melhor estratégia para resolverem o problema.

Na seqüência do desenvolvimento do projeto tiveram a oportunidade de refletirem/depurarem as descrições/execuções anteriores, e num certo momento perceberam que necessitariam de encontrar a altura e a base de um dos oito triângulos indicados na tela do computador, pois desse modo poderiam descrever uma nova solução para o problema a partir da fórmula da área de triângulos, mantendo, deste modo, a espiral em movimento constante. Baseados nessa seqüência e nesse movimento de ações podemos dizer que os alunos estavam construindo conhecimentos ao desenvolverem seus Projetos.

Também é importante reforçar que as fases da Espiral de Aprendizagem são indicadas seguindo a seqüência descrição/execução/reflexão/depuração e de modo independente somente para facilitar a compreensão, pois as fases podem ocorrer simultaneamente como, por exemplo, no momento em que Diego descrevia a solução para calcularem a área do octógono e simultaneamente discutia/refletia a sua descrição com Maiza (p. 74, (10) até (16)), e desse modo contando também com reflexões externas.

Nesse sentido, Valente (2002) indica que a espiral pode ser representada por um redemoinho, não precisando necessariamente respeitar uma seqüência ordenada de suas fases, e que o seu movimento pode indicar a construção de novos conhecimentos por parte dos alunos, contemplando os questionamentos decorrentes da pergunta diretriz desta pesquisa.

3.4.1.3 As contribuições do ambiente construcionista para esta configuração da Espiral de Aprendizagem

Como pudemos observar, a Espiral de Aprendizagem, analisada a partir do ambiente Arcon/Excel, se manifesta com outras características quando comparada a do ambiente *Logo*.

Essa alteração da espiral fica mais evidente nas fases de descrição e execução, pelo fato de o ambiente Arcon/Excel não oferecer uma linguagem de programação como no *Logo*.

Para contornar essa mudança verificada na espiral e continuar oferecendo a oportunidade de construção de novos conhecimentos aos alunos, ao desenvolverem seus Projetos, procuramos privilegiar o relacionamento entre os participantes por meio de apresentação e discussões de idéias.

Esta decisão, de privilegiar a comunicação entre os participantes, acabou fortalecendo/evidenciando a utilização das mídias oralidade e escrita no desenvolvimento dos Projetos, as quais se juntaram às potencialidades oferecidas pelos *software* Arcon e Excel.

Corroborando essas idéias, o ambiente construcionista, o qual envolveu todas as ações no desenvolvimento dos Projetos, prevê essas relações pessoais por meio de das dimensões sintônica, pragmática e social, podendo contribuir para que a Espiral de Aprendizagem se mantenha em movimento.

Dessa forma, podemos perceber, por exemplo, que a dimensão sintônica prevê que os alunos devam ter liberdade para direcionar as decisões, tendo o professor como mediador. A dimensão pragmática indica que o produto possa ser examinado e discutido entre os alunos, buscando seu aprimoramento. Por fim, a dimensão social indica que deve ocorrer uma conexão entre os alunos, o projeto e sua cultura local.

Considerando novamente a sessão desenvolvida por Maiza e Diego, do grupo 1, observamos que a opção pela construção de uma sala octogonal, denominada sala de TV, foi exclusivamente deles (p. 72, (1)).

Depois, na procura pela área desta mesma sala, como já indicado, resolveram dividir o octógono em triângulos (p. 74, (10) até (16)), e esse direcionamento do projeto também partiu dos alunos. Essas ações indicam algumas características da dimensão sintônica.

Tomando ainda o exemplo da sala de TV, a dimensão pragmática se mostra presente nas ações dos alunos ao examinarem/discutirem/refletirem sobre os procedimentos a serem tomados para determinarem a altura de um dos oito triângulos isósceles inscritos no octógono, descritos na tela do computador (p. 81, (88) até (91)). Nesta ocasião os alunos tiveram a oportunidade de discutir uma questão matemática apoiando-se numa situação concreta, indicada pela divisão da sala octogonal.

Neste mesmo contexto, da construção da sala de TV, notamos que os alunos estavam desenvolvendo um projeto que se relacionava com o seu dia-a-dia e, portanto, com sua cultura

local, indicando a dimensão social. Se nos basearmos no projeto de construção da casa como um todo, analisando-o além da sala octogonal, pode tornar mais evidente essa relação do projeto com a cultura dos alunos, a partir da própria configuração da casa, lembrando também a sala de jantar, cozinha, quarto e banheiro para empregados, os quais podem ser comuns em suas próprias casas.

Para finalizar este item, enfatizamos que o ambiente construcionista foi devidamente planejado e estruturado para o desenvolvimento dos Projetos, e que o mesmo colaborou para que a Espiral de Aprendizagem continuasse em movimento por meio do efetivo emprego da oralidade e da escrita, privilegiando suas fases, principalmente as de descrição e execução e, conseqüentemente, para que houvesse a construção de novos conhecimentos matemáticos por parte dos alunos, ajudando a contemplar as interrogações que motivaram esta pesquisa.

3.4.2 Análise do ambiente de aprendizagem construcionista para a construção de conhecimentos

Além das influências exercidas na Espiral de Aprendizagem, anteriormente indicadas, o ambiente de aprendizagem construcionista, fundamentado em suas cinco dimensões, também ofereceu contribuições para que os alunos construíssem novos conhecimentos a partir do desenvolvimento dos Projetos de construção e orçamentos de casas.

As cinco dimensões construcionistas – sintônica, pragmática, semântica, sintática, e social – privilegiam os trabalhos desenvolvidos a partir de Projetos de aprendizagem e das TI.

A seguir, analisaremos as contribuições das cinco dimensões separadamente, no entanto, entendemos que as mesmas se manifestaram no desenvolvimento dos Projetos e, por diversas vezes, simultaneamente, e esse atributo nos indica que o ambiente, apesar de aparentemente ser estático, mostrou-se dinâmico, valorizando o desenvolvimento dos Projetos e a relação entre os participantes, cativando-os e incentivando-os e, principalmente, indicando significados para os conceitos matemáticos estudados, contribuindo, assim, para a construção de novos conhecimentos.

3.4.2.1 A dimensão sintônica

A dimensão sintônica se caracteriza pela busca de Projetos contextualizados e de importância para os alunos, os quais devem participar da escolha do tema do projeto e ter a liberdade para direcionar as decisões, priorizando a aprendizagem dos conceitos envolvidos.

As tecnologias informáticas assumem papel determinante nesta busca, pois oferecem a oportunidade de viabilidade dos Projetos, os quais poderiam não acontecer em uma sala de aula convencional devido as suas limitações físicas e de materiais.

Essas características indicadas pela dimensão sintônica foram exploradas nesta pesquisa, pois ao se propor o projeto de construção e orçamento de casas, buscou-se por meio desta pesquisa aproximar os trabalhos desenvolvidos pelos alunos ao seu dia-a-dia, de maneira significativa e contextualizada.

Os participantes também tiveram total liberdade para direcionar seus Projetos, por meio de apresentação e discussões/reflexões de idéias, cabendo ao professor a indicação do tema, que era a construção de casas e seus orçamentos.

O professor também exerceu a papel de mediador, procurando conduzir o desenvolvimento das atividades ao encontro dos conteúdos matemáticos que objetivava estudar.

Podemos citar como exemplo de ocorrência dessa dimensão os trabalhos desenvolvidos pelo grupo 3, na sessão 3.3.3, em que Priscila procura determinar a área de uma parte do telhado da casa, a qual era em forma de trapézio.

Se observarmos as figuras 26, 27 e 28 notaremos que a construção da casa em 2D e 3D ajuda a aproximar a construção virtual de uma real, e isto foi feito de maneira rápida e dinâmica, o que seria muito difícil acontecer num outro ambiente diferente dos oferecidos pelas TI, as quais, por meio do Arcon, viabilizaram o desenvolvimento do projeto.

O modelo da casa também foi escolha dos alunos, que neste caso em especial, preferiram construí-la com dois pavimentos, em formato de “L”, com o telhado formado pelo conjunto de quatro águas, nas quais surgiram vários polígonos, e entre eles o trapézio, que acabou motivando o aparecimento de diversos conteúdos matemáticos, sugerindo a construção de conhecimentos por parte dos alunos.

3.4.2.2 A dimensão pragmática

A dimensão pragmática indica que as construções mentais desenvolvidas pelos alunos, as quais são características da matemática, devam ser apoiadas em construções concretas, oferecendo aos mesmos a oportunidade de examinar/discutir os seus Projetos e, desse modo, buscarem a evolução dos trabalhos, motivados pela sensação de poderem aplicar os conceitos matemáticos decorrentes do projeto de maneira instantânea, o que sugere que esses conceitos realmente tenham significados na vida deles.

Ao analisarmos o projeto desenvolvido pelo grupo 2, na sessão 3.3.2 pudemos observar que os alunos, ao calcularem o período n para a compra das portas e a taxa de juros i para a compra das janelas, utilizaram-se a teoria dos logaritmos, atribuindo significados a esse conteúdo matemático.

No intervalo transcrito nas páginas 103 e 104, Tiago inicia uma interessante discussão com o professor, questionando o porquê da base 10 utilizada nos logaritmos; intervalos (1) até (12). Este questionamento, motivado pela elaboração do orçamento de sua casa, o qual lhe representava uma situação concreta, viabilizou uma discussão matemática envolvendo as bases de logaritmo, conceito este que pode ser considerado existente só no domínio das idéias e sem base material.

Também deve ser considerado o fato de se explorar as diversas formas da equação de juros compostos, pois além de ser utilizada na sua forma original $M = C(1+i)^n$, foi proposto aos alunos, por meio de situações-problemas, que encontrassem as grandezas período (n) e taxa de juros (i), isolando-as no primeiro membro da equação, buscando, desse modo, o aprofundamento nos estudos dos conteúdos matemáticos.

Assim, os alunos acabaram aplicando imediatamente um conteúdo matemático, ou seja, dos logaritmos, ao projetar a compra de portas e janelas, o que pode ocorrer numa situação cotidiana, indicando contribuições para a aprendizagem daqueles conceitos.

3.4.2.3 A dimensão semântica

A dimensão semântica sugere que os *software* utilizados no desenvolvimento dos Projetos, em conjunto com as situações-problema propostas, devam oferecer múltiplos significados aos alunos, proporcionando aos mesmos a oportunidade de manipular seus Projetos, ultrapassando os trabalhos que são pautados somente no aspecto lógico-formal característicos da matemática.

Os alunos tendem a se sentirem motivados neste ambiente, desenvolvendo Projetos que lhes ofereçam múltiplos significados, com conceitos e idéias que sejam representativas do assunto que está sendo estudado.

A dimensão semântica foi priorizada no desenvolvimento desta pesquisa, e também se faz presente ao observarmos a sessão 3.3.1, momento em que os alunos do grupo 1 buscavam encontrar a área de um triângulo isósceles, inscrito no octógono, o qual representava uma sala de TV.

Neste episódio os alunos puderam contar com uma situação-problema bem definida, que era o cálculo da área da sala de TV, e foram assessorados pelo *software*, que lhes ofereceu a oportunidade de construir a sala, além de poderem auxiliá-la em duas e três dimensões e utilizarem algumas ferramentas para auxiliá-los nas discussões matemáticas como, por exemplo, as cotas e linhas auxiliares.

O interessante foi que neste processo de elaboração do projeto os alunos puderam encontrar diversos significados para conteúdos matemáticos, enquanto buscavam respostas para o problema proposto. Por exemplo, na sessão mencionada, a partir da visualização de uma mesma imagem, a qual indicava a sala de TV de formato octogonal em duas dimensões, os alunos realizaram diversas atividades, tais como: divisões do octógono em triângulos isósceles a partir das diagonais que se interceptaram no centro do octógono, na busca da área de um dos triângulos isósceles (p. 79, (77)); divisão do octógono em triângulos a partir de diagonais comuns a um único vértice, objetivando a soma dos ângulos internos do octógono e dos triângulos inscritos no mesmo octógono (p. 88, (157) até (168)); desenvolvimento de equações e sistemas de equações de primeiro grau para determinarem a medida da base de um dos triângulos isósceles, conforme indicado no quinto evento (p. 81); utilização da lei dos senos para determinarem a base dos triângulos isósceles (pp. 93-94, (265) até (286)); entre diversos outros conceitos matemáticos.

Desse modo, destacamos que a partir da situação-problema, a qual indicava a construção da sala octogonal visualizada em 2D e 3D, por meio dos recursos oferecidos pelo *software*, os alunos puderam manipular seus Projetos, os quais poderiam representar situações significativas, mantendo-os motivados para desenvolverem seus trabalhos.

3.4.2.4 A dimensão sintática

A dimensão sintática indica que os materiais utilizados para o desenvolvimento dos Projetos possam ser acessados com facilidade, principalmente os *software*, que são fundamentais neste ambiente de aprendizagem.

Neste sentido, o *software* Arcon oferece contribuições e restrições ao auxiliar no desenvolvimento dos Projetos. A influência positiva se deu por mostrar-se de fácil manuseio, com interface atraente aos olhos dos alunos, tanto que ao final da primeira sessão eles já estavam desenvolvendo seus Projetos, mostrando-se motivados no desenvolvimento dos mesmos. Essa característica acabou contribuindo bastante para que o mesmo tenha sido

escolhido para esta pesquisa, entre diversos outros, conforme indicados na introdução desta dissertação.

Talvez a dificuldade para a aquisição do Arcon, devido ao seu preço, possa prejudicar no desenvolvimento dos Projetos, uma vez que o mesmo foi desenvolvido para fins comerciais e não educacionais, no entanto, pesquisas buscando *software* similares podem ser interessantes, pois as TI evoluem rapidamente, e outras tecnologias provavelmente vão ser lançadas no mercado.

O outro *software* que compôs o ambiente, a planilha eletrônica Excel, está presente na maioria dos laboratórios de informática das escolas e também nas empresas e residências que utilizam a informática, além de serem oferecidos cursos para o seu manuseio na maioria das escolas de informática.

Desse modo, notamos que podem existir dificuldades para contemplar essa dimensão, ao adquirir o Arcon, no entanto essa busca tem que ser perseguida com afinco, pois quanto mais próximo o ambiente construcionista aproximar-se dessas indicações, melhor será para a construção de conhecimentos dos alunos participantes.

3.4.2.5 A dimensão Social

A dimensão social destaca que ao se desenvolver Projetos no ambiente construcionista deve existir uma conexão entre as pessoas envolvidas nos trabalhos, os próprios trabalhos e a cultura local, pois desse modo os participantes poderão se sentir familiarizados com o projeto e, conseqüentemente, motivados para desenvolvê-los com mais dedicação.

Nesta pesquisa os *software* Arcon e Excel ajudaram a contemplar a proposta de construção e orçamento das casas, transmitindo a sensação de que os Projetos pudessem estar inserido no dia-a-dia dos alunos.

Rosana e Tiago, do grupo 2, puderam associar a compra das portas, janelas e demais itens de construção da casa a situações cotidianas. Em uma das sessões Tiago levou uma revista de arquitetura que indicava diversos modelos de construções de casas, assim como seus preços por metro quadrado.

Este fato foi motivado pelo desenvolvimento do seu próprio projeto, e por diversos momentos os alunos associavam as suas construções àquelas presentes na revista e às suas próprias casas.

Embora essa ocasião, na qual o aluno apresenta uma revista especializada em construção civil não tenha sido apresentada na pesquisa, as informações pertinentes a esse episódio estão registradas nos arquivos gerados pelo *software* Camtasia.

Após evidenciarmos cada uma das dimensões construcionistas, podemos indicar que as mesmas contemplam as idéias de trabalhos por Projetos de aprendizagem auxiliados pelas TI, e desta maneira oferecem uma ótima oportunidade para a elaboração de uma ambiente de aprendizagem que valoriza a relação entre os alunos, propondo Projetos contextualizados, nos quais os conceitos matemáticos podem ser explorados e aprofundados, privilegiando a construção de novos conhecimentos por parte dos alunos.

Desse modo, o ambiente construcionista de aprendizagem, pode ser entendido como uma malha/rede que envolve/interfere em todas as ações/atividades desenvolvidas pelos participantes no desenvolvimento dos Projetos, seja nas relações inter-pessoais; com o computador; materiais didáticos; externas ou mesmo para que a Espiral de Aprendizagem se mantenha em movimento.

3.4.3 Algumas conclusões em relação ao desenvolvimento dos Projetos

Depois de considerarmos as contribuições da Espiral de Aprendizagem e do ambiente construcionista para a aprendizagem de conceitos matemáticos no desenvolvimento de Projetos de construção de casas, cabem ainda outras reflexões, sobre algumas particularidades que também contribuíram para o desenvolvimento dos trabalhos desta pesquisa e que não foram manifestadas de maneira explícita nesta seção.

Devemos enfatizar que o professor assume papel fundamental no desenvolvimento das atividades, pois cabe a ele manter o ambiente construcionista acolhedor, motivador e dinâmico e a Espiral de Aprendizagem em movimento constante, incentivando os alunos a desenvolverem seus Projetos, sempre buscando soluções mais aprimoradas para os mesmos, aprofundando os conceitos matemáticos.

Especificamente em relação à Espiral de Aprendizagem, o professor deve permanecer atento às suas fases, mediando as discussões e reflexões dos alunos, agindo de maneira indutiva e discreta, oferecendo o *feedback* necessário para apoiar os alunos na construção de seus conhecimentos.

Também há de se salientar a importância que a visualização favorecida pelo *software* Arcon ofereceu no desenvolvimento dos Projetos, em 2D como em 3D, por meio das ferramentas *zoom*, movimentos de rotação e translação, cotas, linhas auxiliares, entre outros,

interferindo positivamente na Espiral de Aprendizagem e também nas dimensões construcionistas, tomando papel fundamental para a aprendizagem de novos conceitos matemáticos.

Por fim, justificamos a evidente maior ênfase dada ao *software* Arcon em relação à planilha eletrônica Excel no desenvolvimento desta pesquisa, pois embora compreendamos que o orçamento da casa, elaborado por meio do Excel, tenha sido fundamental para elaborar a proposta da situação-problema e para a conexão de conceitos matemáticos, principalmente entre a geometria e matemática financeira, sabemos também que já existem diversas pesquisas que indicam as contribuições dessa planilha e de outras similares para a Educação Matemática.

No que se refere à Espiral de Aprendizagem, pudemos notar que a mesma, quando visualizada no ambiente Excel, em alguns momentos, se assemelha mais ao modelo apresentado pelo ambiente *Logo* do que aquela do ambiente Arcon, pois os alunos têm a oportunidade de descrever a solução do problema utilizando-se dos comandos e formalidades do Excel, as quais se assemelham à linguagem de programação *Logo*.

A principal alteração entre esses dois ambientes é que no Excel, caso o aluno cometa algum erro na descrição do problema, esse pode passar despercebido, pois este *software* pode não oferecer a oportunidade de o aluno visualizar o seu erro, na fase de execução.

Por muitas vezes a planilha eletrônica indica erros de procedimentos na formalização de sua linguagem, no entanto se o erro for, por exemplo, relacionado aos conceitos matemáticos, pode passar despercebido.

Desse modo, com a apresentação dessa seção 3.4, procuramos explicitar a ocorrência da aprendizagem de conceitos matemáticos pelos alunos, a partir do desenvolvimento de Projetos de construção civil, auxiliados pelos *software* Arcon/Excel, e inseridos no ambiente pautado nas cinco dimensões construcionista, buscando, assim, contemplar a pergunta que direcionou esta pesquisa.

Feita essa apreciação, encerramos este capítulo de apresentação e análise dos dados e, a seguir, apresentaremos o capítulo de considerações finais.

4 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse capítulo procuraremos enfatizar quais foram as contribuições desta pesquisa para a Educação Matemática, considerando que o objetivo da mesma foi o de investigar o potencial pedagógico de Projetos de ensino e aprendizagem na exploração e construção de conceitos matemáticos segundo a abordagem construcionista, no contexto de construção de casas e seus orçamentos. Esta busca foi guiada pela seguinte pergunta:

Como o desenvolvimento de Projetos envolvendo a construção civil e o uso das tecnologias informáticas pode contribuir para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos?

Não podemos deixar de destacar que, aqui, a pergunta está representada em sua versão final, já que a mesma se transformou com o desenvolvimento da pesquisa e em sua fase embrionária questionava a aplicabilidade de diversos conceitos matemáticos a atividades cotidianas desenvolvidas pelos alunos.

Esse questionamento inicial serviu de motor para o desenvolvimento da pesquisa, e na busca pelas primeiras respostas já eram elaboradas aulas baseadas no desenvolvimento de Projetos de construção e orçamentos de casas por meio de uma planta baixa, um croqui e uma tabela de preços (Apêndices I, II e III) confeccionados em papel A4, buscando significados para os conceitos matemáticos a serem apresentados aos alunos. Esses Projetos tinham como objetivo explorar os conceitos matemáticos da Geometria em conexão com a Matemática Financeira.

Com o início do curso de mestrado e as conseqüentes pesquisas de referencial teórico, novas perspectivas surgiram, juntando-se a essa idéia inicial de Projetos por meio da construção civil. Nesse processo, o Construcionismo e a Espiral de Aprendizagem tomaram papel determinante para direcionar o desenvolvimento da pesquisa, indicando que a mesma também deveria ser pautada na teoria de Projetos de aprendizagem e nas Tecnologias Informáticas.

Para a efetivação da pesquisa foram convidados seis alunos para participarem das investigações e também foi escolhido o laboratório de informática da Escola Estadual Pe. Clemente Marton Segura, em São José do Rio Preto (SP), como local para o desenvolvimento das atividades.

Neste laboratório de informática, além dos computadores e da presença do professor como mediador, os participantes puderam contar com livros didáticos, lousa, pincel, cadernos para anotações e a liberdade para realizarem pesquisas externas, visando ao desenvolvimento do projeto de construção e orçamento das casas.

Essas escolhas, dos alunos e ambiente de aprendizagem, indicavam que a pesquisa assumiria o teor qualitativo, focando-se, portanto, nos alunos e na provável aprendizagem de conceitos matemáticos pelos mesmos.

No decorrer desse processo ocorreram diversas reuniões entre o professor-pesquisador e os alunos participantes, sendo coletada uma considerável quantidade de informações. Ao final foram escolhidas três sessões para serem apresentadas e analisadas, uma para cada grupo de alunos, as quais buscavam contemplar os objetivos desta pesquisa.

Para registrar as informações decorrentes do desenvolvimento dessas tarefas foi utilizado o *software* Camtasia, o qual gravou as imagens provenientes da tela do computador, enquanto os alunos manipulavam os *software* Arcon e Excel ao desenvolverem seus Projetos de construção e orçamento das casas, e também o áudio das reuniões com todas as conversas entre os participantes. Essas informações eram arquivadas ao final de cada sessão nos discos rígidos das máquinas.

Esse *software*, o Camtasia, também se mostrou eficaz para a transcrição e posterior apresentação dos dados, pois ofereceu ferramentas que ajudavam a localizar rapidamente os trechos com os diálogos mais relevantes para a análise, os quais eram transformados em textos.

Em relação aos trabalhos por Projetos de Aprendizagem, procuramos aproximar ao máximo os procedimentos adotados nesta pesquisa da teoria apresentada no capítulo de referencial teórico, privilegiando a elaboração do ambiente construcionista de aprendizagem e a Espiral de Aprendizagem.

Na adoção desses procedimentos, assim como já ocorreu em diversas outras pesquisas, foi privilegiada a participação efetiva dos alunos no desenvolvimento dos Projetos. Desse modo, oferecemos aos mesmos a oportunidade de apresentarem suas opiniões no direcionamento das atividades e também as decorrentes discussões e reflexões dessas idéias.

No entanto, provavelmente uma das contribuições dessa pesquisa no âmbito do desenvolvimento de Projetos de Aprendizagem, diz respeito à conexão que ocorreu entre os conteúdos matemáticos de Geometria, Álgebra, Trigonometria e Matemática Financeira.

Essa aproximação entre diferentes conceitos intradisciplinares, que já era praticada pelo pesquisador mesmo antes desta pesquisa, sugere que os alunos tenham percebido, ao

procurarem a solução para as situações-problemas provenientes dos Projetos – no caso de construção civil – que a matemática poderia ser utilizada em suas diversas formas e principalmente em atividades decorrentes de seu cotidiano.

Desse modo, esse aspecto de conexão entre diferentes conceitos da própria Matemática, favorecido pelo desenvolvimento de Projetos, provavelmente contribuiu para oferecer um ambiente de aprendizagem ainda mais motivador, fortalecendo as idéias construcionistas, colaborando para respondermos à pergunta que guiou esta investigação, no sentido de termos utilizado as TI e Projetos de construção civil, para procurarmos a ocorrência de aprendizagem de diversos conceitos matemáticos.

A utilização dos *software* Arcon e Excel favoreceu ainda mais a ocorrência dessa conexão entre os conceitos matemáticos, privilegiando a solução das situações-problemas por meio do uso dos comando Alt + Tab, pelos quais os alunos tinham a oportunidade de mudar de ambiente computacional, passando do Arcon para o Excel e vice-versa.

Recordamos que inicialmente foi realizada uma intensa pesquisa para a identificação de *software*, para substituírem as plantas da casa e a tabela de preço, as quais eram impressas em papel A4 e, portanto, estáticas, sendo escolhidos os *software* Arcon e o Excel.

No Excel os alunos desenvolviam o orçamento da casa e tinham a oportunidade de organizar, formalizar e calcular os preços à vista e a prazo, as taxas de juros e períodos na compra dos materiais de construção.

Esse *software* foi fundamental no desenvolvimento do projeto, oferecendo continuidade ao mesmo, pois os alunos tiveram a oportunidade de construir suas casas e paralelamente a isso, como ocorre no cotidiano, puderam calcular o custo da obra.

No entanto, em nosso trabalho, não enfatizamos tanto as contribuições desse *software* como fizemos para o Arcon, pelo fato de o Excel já ter sido objeto de vários outros trabalhos, inclusive no âmbito da Educação Matemática.

Por outro lado, o Arcon ganhou maior destaque em nossas investigações e, notamos que o mesmo proporcionou aos alunos a oportunidade de construir as casas de modo hábil, aproximando o projeto de construção civil de situações cotidianas, por meio de uma ótima interface e conjunto dinâmico e eficaz de ferramentas.

Essas ferramentas permitem a visualização das construções em duas ou três dimensões; inserção de paredes, portas, janelas, piscinas, gramados e inúmeros outros itens de construção de maneira prática e dinâmica; caminhar pelas construções, ajustando para isso as suas próprias alturas; simular o período, escolhendo entre diurno ou noturno, o qual era privilegiado pela iluminação artificial; utilizar as ferramentas de rotação e translação; *zoom*;

inserção de contas e linhas auxiliares, entre diversos outros. Ressaltamos que esses são apenas alguns dos vários recursos oferecidos pelo *software*, os quais foram fundamentais para aproximar os conceitos matemáticos do dia-a-dia dos alunos, oferecendo aos mesmos uma incrível sensação de realismo no desenvolvimento das atividades, privilegiando a aprendizagem de conceitos matemáticos.

Os alunos tiveram a oportunidade de explorarem, por exemplo, o cálculo de áreas de diversos polígonos, propriedades de triângulos da Geometria e Trigonometria, volumes, perspectiva, resolução de equações e sistemas de equações algébricas, entre muitos outros e, depois, associar os resultados desses cálculos à elaboração do orçamento financeiro da casa, desenvolvido no Excel, o qual privilegiou a Matemática Financeira, logaritmos, exponenciais, entre outros.

Reforçamos que esses conceitos matemáticos fluíram por meio da indicação de situações-problemas, as quais eram decorrentes do desenvolvimento do Projeto de construção civil, proporcionando aos alunos um ambiente motivador e desafiador, propício para a aprendizagem dos novos conceitos.

Provavelmente um dos destaques desta pesquisa, ao utilizarmos o Arcon, foi a visualização oferecida pelo mesmo, a qual ofereceu a oportunidade de aproximação dos Projetos desenvolvidos num ambiente virtual ao real, colaborando ainda mais para oferecer sentido a diversos conceitos matemáticos provenientes do desenvolvimento dos Projetos.

Essa sensação de realismo produzida pela visualização provavelmente incentivou a vinculação do simbólico, presente na matemática, com o visual, oferecido pelo *software*, o que proporcionou aos alunos a oportunidade de incorporar e expressar conceitos matemáticos por meio da expressão visual oferecida pelo programa de computador, o qual privilegiou os aspectos estéticos do projeto, interferindo positivamente no lado emocional e afetivo dos alunos.

Por muitas vezes os alunos associaram as situações visualizadas em seus Projetos de construção de casas a conceitos matemáticos decorrentes dessas situações, o que lhes motivava a aprofundar no desenvolvimento das atividades, gerando, desse modo, novas visualizações do projeto amarradas a novos conceitos matemáticos.

Dessa forma, acreditamos que a visualização foi outro benefício apresentado nesta pesquisa, servindo para aproximar a comunicação simbólica da visual, contribuindo para a aprendizagem de conceitos matemáticos por meio de um suporte oferecido pelas Tecnologias Informáticas, oferecendo aos alunos uma maneira alternativa para a construção de novos

conhecimentos, ratificando o Construcionismo e a Espiral de Aprendizagem no contexto desta pesquisa.

É importante ressaltarmos que além do destaque da visualização, a utilização da oralidade e da escrita também foi muito útil e bem explorada no desenvolvimento das atividades, interferindo tanto na Espiral de Aprendizagem como também na elaboração do ambiente pautado nas dimensões construcionistas.

A Espiral de Aprendizagem, por exemplo, apresentou as fases de descrição e execução influenciadas pela oralidade e escrita, com os alunos descrevendo as soluções dos problemas no papel ou verbalmente e, por diversas vezes, refletindo e depurando simultaneamente as prováveis soluções. A visualização oferecida pelo *software* também contribuiu para o movimento da espiral, oferecendo o *feedback* necessário aos alunos, auxiliando-os na reelaboração de suas idéias.

O ambiente construcionista, por meio das cinco dimensões, também teve suas idéias contempladas com a adoção dos Projetos de construção de casas em ambientes virtuais, com os Projetos sendo desenvolvidos de maneira contextualizada, com participação ativa dos alunos, que puderam examinar e discutir suas ações, associando-as a sua cultura local.

Como resultado dessas ações observamos os alunos motivados ao desenvolverem seus Projetos, os quais perduram por diversas sessões com várias horas de duração, sempre mantendo-os compenetrados no desenvolvimento das atividades, que foram recheadas de descrições, execuções, discussões, reflexões e depurações, privilegiando a Espiral de Aprendizagem e conseqüentemente a construção de novos conhecimentos.

Destacamos também o papel do professor nesse processo, que foi fundamental para o bom desenvolvimento dos trabalhos, pois coube a ele, além de elaborar o ambiente de aprendizagem, mediar e conduzir o desenvolvimento dos Projetos de construção e orçamentos de casas, procurando manter a Espiral de Aprendizagem em movimento e os alunos motivados a procurarem novas situações desafiadoras. Para que todas essas situações se consolidassem o professor deveria ser profundo conhecedor dos conceitos matemáticos envolvidos e também dos significados do processo de aprender por intermédio da construção de conhecimentos.

Paralelamente à realização desta pesquisa, sempre acompanhou-nos uma preocupação, relacionada à aplicabilidade dos resultados aqui obtidos quando aplicados em uma sala de aula convencional, em escolas públicas ou particulares. Em busca de respostas a essas preocupações, em 2006 e 2007, desenvolvemos dois trabalhos pautados nos resultados desta pesquisa, além do projeto piloto, que integrou as investigações.

O primeiro foi realizado no Centro de Ensino e Pesquisa Aplicado a Educação (CEPAE-UFG), campus de Goiânia, e o segundo foi desenvolvido no Instituto Maria Auxiliador (IMA), na mesma cidade, com a participação de alunos de três turmas do 9º anos do ensino fundamental.

Uma característica desses Projetos é que as turmas superavam os trinta alunos por sala e os Projetos integravam a grade curricular das escolas e, desse modo, participaram oficialmente do plano pedagógico das escolas.

Assim, resolvemos indicar por meio do apêndice VII os resultados obtidos no desenvolvimento desses trabalhos em turmas regulares, indicando ao leitor algumas perspectivas de utilização desse trabalho na prática e trabalhos elaborados à luz do construcionismo, explorando a Espiral de Aprendizagem podem realmente ser muito úteis para a aprendizagem de novos conceitos matemáticos.

Por fim, acreditamos que Projetos similares a este também devam ser desenvolvidos utilizando-se outros temas além da construção civil, buscando-se outros *software* com as características semelhantes as do Arcon, que ofereçam a oportunidade de explorar o simbólico da matemática por meio de suas ferramentas como, por exemplo, os movimentos de rotação e translação e *zoom*, podendo gerar a cada nova tomada de visualização uma nova situação-problema e novos *feedback*, colocando assim a Espiral de Aprendizagem em movimento constante.

Nessas novas perspectivas os Projetos podem se relacionar, por exemplo, à agricultura, ao comércio, à indústria, a atividades de profissões liberais, entre diversos outros, pois a matemática está presente em todas as áreas de nossas vidas, e sempre será mais bem vista e aprendida pelos alunos quando abordada a partir de situações que privilegiem o meio social e cultural dos mesmos, estando deste modo inserida no seu cotidiano.

Também acreditamos ser viável a construção de um programa de computador similar ao Arcon, privilegiando a sua principal característica, de aproximação dos Projetos desenvolvidos ao cotidiano dos usuários, porém com alguns diferenciais, direcionando-o ao estudo da matemática como, por exemplo, oferecendo a oportunidade para que o professor ou alunos destaquem determinadas propriedades matemáticas provenientes do desenvolvimento dos Projetos. Visando suprir a falta dessa ferramenta no Arcon nos apoiamos muito na utilização do *mouse* para fazer essas indicações e, na análise dos dados evidenciamos tais propriedades editando as imagens. Por exemplo, para indicar aos alunos a divisão de uma sala octogonal regular em oito triângulos isósceles, utilizamos o *mouse* e na análise de dados, para indicar essa mesma divisão ao leitor, editamos a imagem.

Esse novo *software* também poderia integrar a Matemática com outros eixos como, por exemplo, a Física, a Geografia, a História, entre outros, fortalecendo, desse modo, o caráter interdisciplinar dos trabalhos por Projetos, empregando as idéias construcionistas e da Espiral de Aprendizagem a outras áreas do conhecimento.

Feitas todas essas considerações, queremos destacar ao leitor a nossa satisfação por termos tido a oportunidade de desenvolver este trabalho freqüentando um curso de Pós-Graduação de uma Universidade Pública dotada de pessoal e recursos qualificados, os quais auxiliaram para o bom desenvolvimento dos trabalhos.

Também enfatizamos que foi primordial o conhecimento e utilização das teorias do Construcionismo e da Espiral de Aprendizagem como referencial teórico, as quais contemplaram todos os nossos anseios enquanto professor e pesquisador. Tendo como resultado desse encontro e possibilidades, terminamos esse trabalho com muita felicidade, principalmente por ter contribuído para o fortalecimento da Educação Matemática, oferecendo uma maneira alternativa para a abordagem de conceitos matemáticos, propiciando aos alunos e professores a oportunidade de desenvolverem Projetos num ambiente que prioriza a construção de novos conhecimentos.

REFERÊNCIAS

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. *O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa*. São Paulo: Pioneira, 2004.

ANDRADE, P. F. de. Aprender por projetos, formar educadores. In: VALENTE, J. A. (Org.). *Formação de educadores para o uso da informática na escola*. Campinas: UNICAMP/NIED, 2003. p. 57-84.

ARAÚJO, J.; BORBA, M. C. Construindo pesquisas coletivamente em educação matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. (Org.). *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 25-46. (Tendências em Educação Matemática)

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. *NBR 14724. Informação e documentação – Trabalhos acadêmicos – Apresentação*. Rio de Janeiro, 2005. 6 p.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. *Qualitative research for education: an introduction for theory and methods*. 3rd ed. Boston: Allyn and Bacon, 1998.

BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. G. *Informática e educação matemática*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: apresentação dos temas transversais, ética*. Brasília, 1997. v. 8, 146 p.

BURAK, D. *Modelagem matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série*. 1987. 186f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1987.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A.; SILVA, R. da. *Metodologia científica*. 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

CHICA, C. H. R.; JESUS, H. L. de. *Matemática: ensino fundamental*. 8ª série, 9º ano. Brasília: CIB – Cisbrasil, 2007.

COÊLHO, I. M. *Realidade e utopia na construção da universidade: memorial*. Goiânia: Ed. da UFG, 1996.

CURY, H. N. *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

D'AMBRÓSIO, U. *Educação matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus, 1996.

DEWEY, J. *Como pensamos - como se relaciona o pensamento reflexivo com o processo educativo: uma reexposição*. 3. ed. São Paulo: Nacional, 1959. (Atualidades Pedagógicas, 2)

HERNÁNDEZ, F. *Transgressão e mudança na educação: os projetos de trabalho*. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

MALTEMPI, M. V. Novas tecnologias e construção de conhecimento: reflexões e perspectivas. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA –CIBEM, 5., 2005, Porto, Portugal. *Anais...* Porto: Associação de Professores de Matemática de Portugal, 2005. 1 CD-ROM.

MALTEMPI, M. V. Construcionismo: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004. p. 264-282.

MARTINS, J. G.; CAMPESTRINI, B. B. Ambiente Virtual de Aprendizagem favorecendo o ensino-aprendizagem. In: PEREIRA, A. T. C. *Ambientes Virtuais de Aprendizagem – em diferentes contextos*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007. p. 156-163.

MISKULIN, R. G. S. *Concepções teórico-metodológicas sobre a introdução e a utilização de computadores no processo ensino/aprendizagem da geometria*. 1999. 577 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.

OLIVEIRA, R. de. *Informática educativa: dos planos e discursos à sala de aula*. Campinas: Papirus, 1997. (Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico)

PAPERT, S. *Constructionism: a new opportunity for elementary science education. A proposal to the National Science Foundation*. Cambridge, Massachusetts: Institute of Technology, The Epistemology and Learning Group, 1986.

PAPERT, S. *Logo: computadores e educação*. São Paulo: Brasiliense, 1985.

PENTEADO, M. G. Redes de trabalho: expansão das possibilidades da informática na educação matemática da escola básica. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004. p. 283-295.

POWELL, A.; FRANCISCO, J.; MAHER, C. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de idéias e raciocínios matemáticos de estudantes. Tradução de Antônio Olímpio Junior. *Boletim de Educação Matemática – BOLEMA*, Rio Claro, n. 21, 2004.

RESNICK, M. Toward a practice of “constructional design”. In: SCHAUBLE, L.; GLASER, R. (Ed.). *Innovations in learning: new environments for education*. New Jersey: LEA, 1996. pp. 161-174.

ROSA, M. *Role playing game eletrônico: uma tecnologia lúdica para aprender e ensinar matemática*. 2004. 183 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

SANTAROSA, L. M. C. Microcomputadores para o desenvolvimento de habilidades do aluno através de sistemas dinâmicos de ensino. *Tecnologia Educacional*, Rio de Janeiro, ano 14, n. 64, p. 13-19, maio/jun. 1985.

SCHÖN, D. A. *Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SCUCUGLIA, R. *A investigação do teorema fundamental do cálculo com calculadoras gráficas*. 2006. 145 f. Dissertação (Mestrado em Ensino-Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

SIDERICOUDES, O. *Formação de profissionais-docentes na preparação de jovens para o trabalho com TIC*. 2004. 2v. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2004.

SKOVSMOSE, O. *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. Campinas: Papirus, 2001.

STEFFE, L.; THOMPSON, P. W. *Teaching experiment methodology: underlying principles and essential elements*. Hillsdale, NJ: Research Design in Mathematics and Science Education, 2000.

VALENTE, J. A. *O projeto como meio para trabalhar conceitos*. Campinas: UNICAMP/NIED, 2004.

VALENTE, J. A. *Formação de professores para o uso da informática na escola*. Campinas: UNICAMP/NIED, 2003a.

VALENTE, J. A. O papel do computador no processo ensino-aprendizagem. *Boletim o Salto para o Futuro*. TV escola. Brasília: Secretaria da Educação a Distância – SEED. Ministério da Educação, 2003b (Disponível em: www.redebrasil.tv.br/salto/boletins2003/ppm/tetxt3.htm). Acesso em: 7 nov. 2006.

VALENTE, J. A. A Espiral da Aprendizagem e as Tecnologias da Informação e Comunicação: repensando conceitos. In: JOLY, M. C. R. A. (Org.). *A tecnologia no ensino: implicações para a aprendizagem*. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002. p. 15-40.

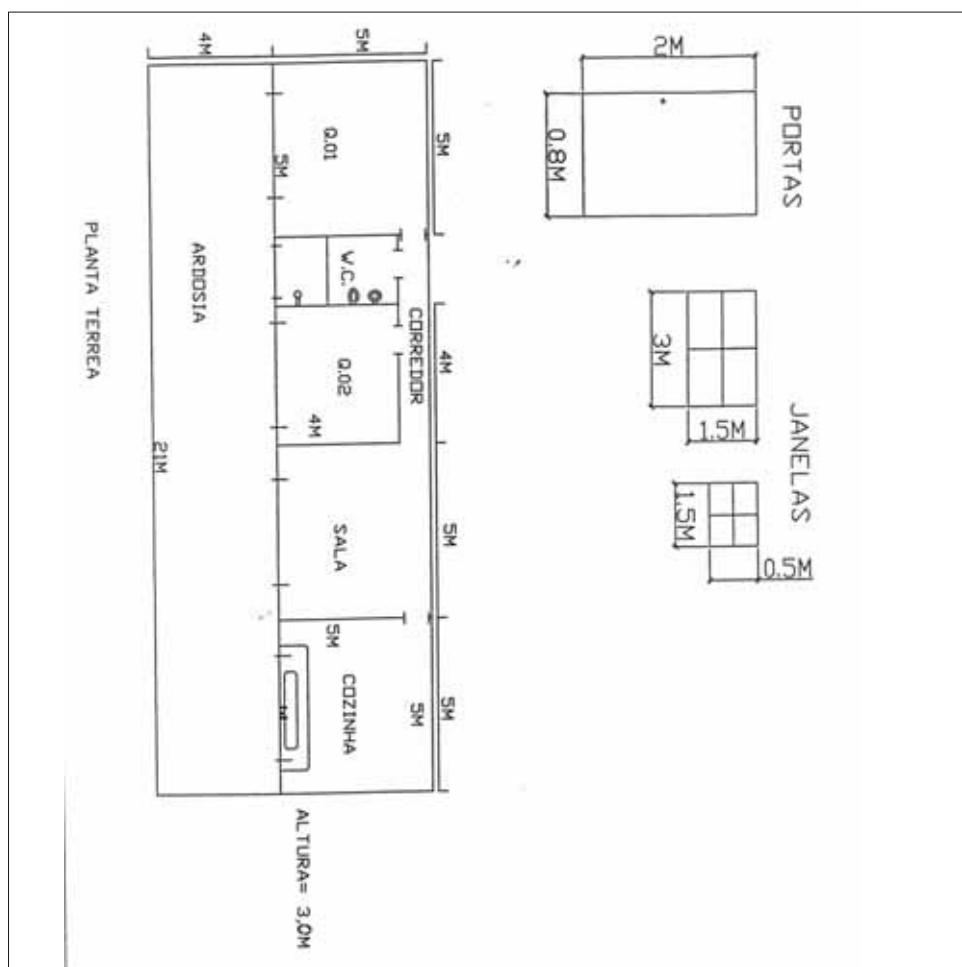
VALENTE, J. A. *Computadores e conhecimento: repensando a educação*. Campinas: UNICAMP/NIED, 1993.

VIKTOR, M. Abaixo de Zero. Ensino da matemática vive crise sem precedentes, preocupa autoridades e une especialistas na busca de soluções. *Revista Educação*, São Paulo, ano 6, n. 65, p. 28-32, set. 2002.

VILLARREAL, M. *O pensamento matemático de estudantes universitários de cálculo e tecnologias informáticas*. 1999. 402 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.

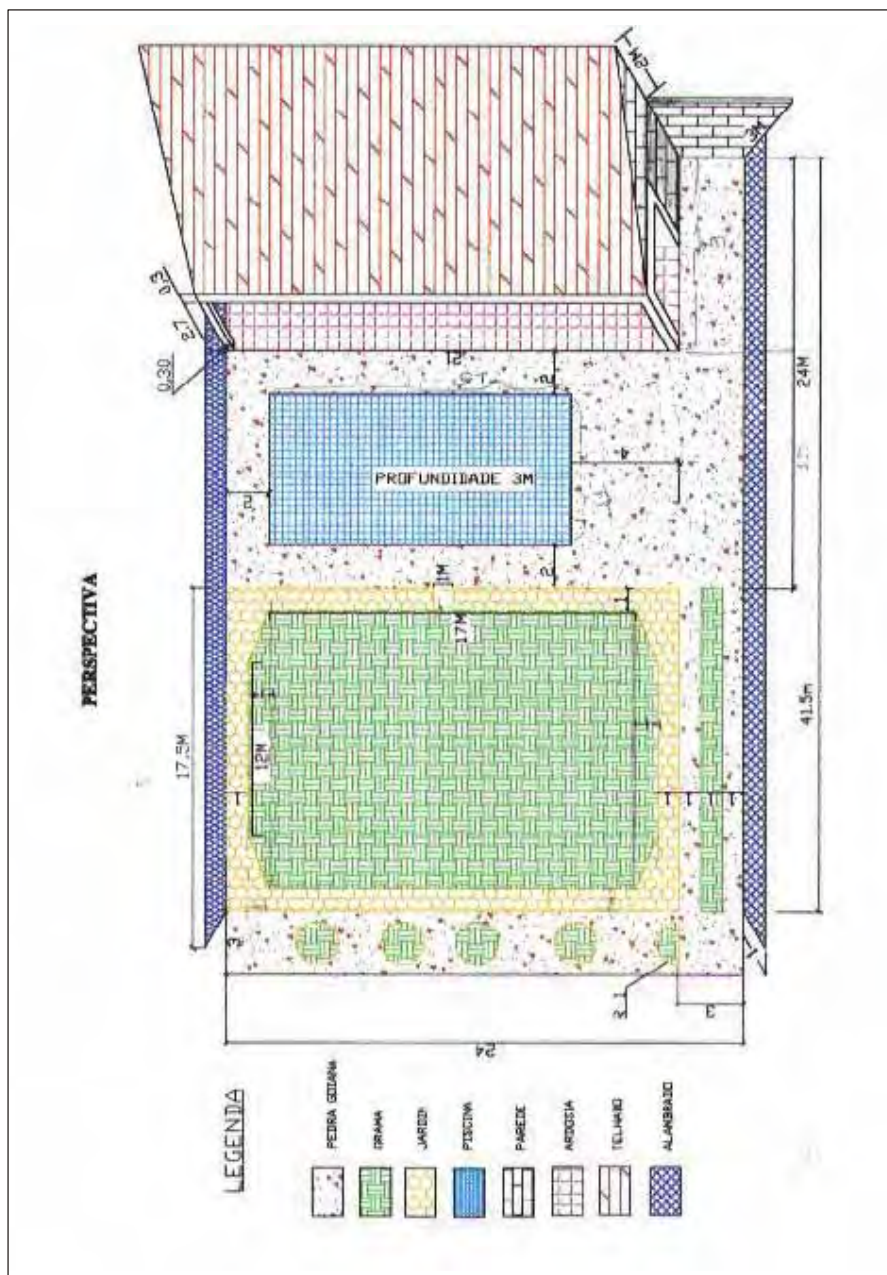
APÊNDICE I

PLANTA BAIXA - AUTOCAD



APÊNDICE II

CROQUI - AUTOCAD



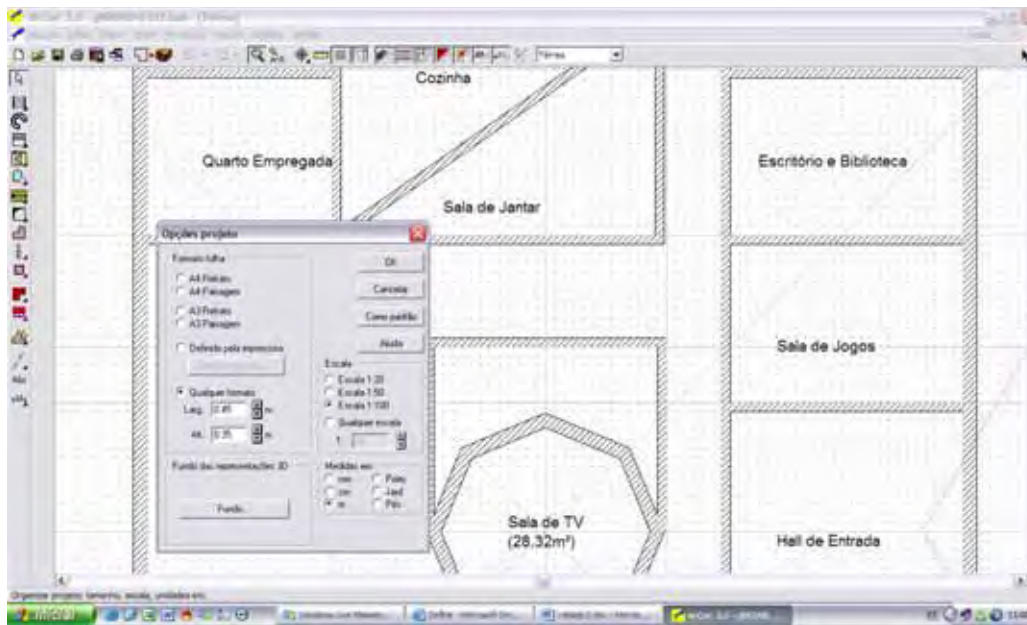
APÊNDICE III**TABELA DE PREÇOS - EXCEL**

TABELA DE PREÇOS:	
(R\$ por m²)	Preço a vista
Pedra goiana	7,00
Ardósia	8,00
grama	5,50
Jardim	12,00
Piscina de fibra	10,00
Parede	7,75
Telhado	8,80
Alambrado	4,30
Porta	15,00
Janela	32,00
(R\$ por m³)	
Concreto	30,00
(R\$ por unidade)	
Vaso sanitário	50,00
Pia wc	65,00
Pia cozinha	170,00
Chuveiro	50,00
(R\$ por litro)	
Água	0,05

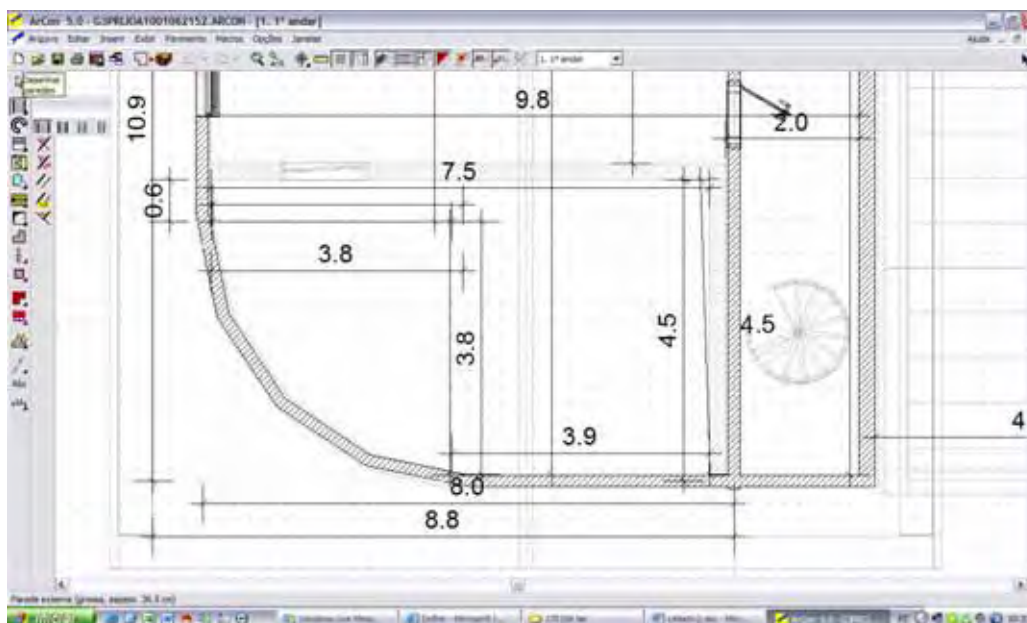
obs: o piso da casa (inclui varanda) é de ardósia
 Usar três casa decimais, por arredondamento

APENDICE IV – ARCON

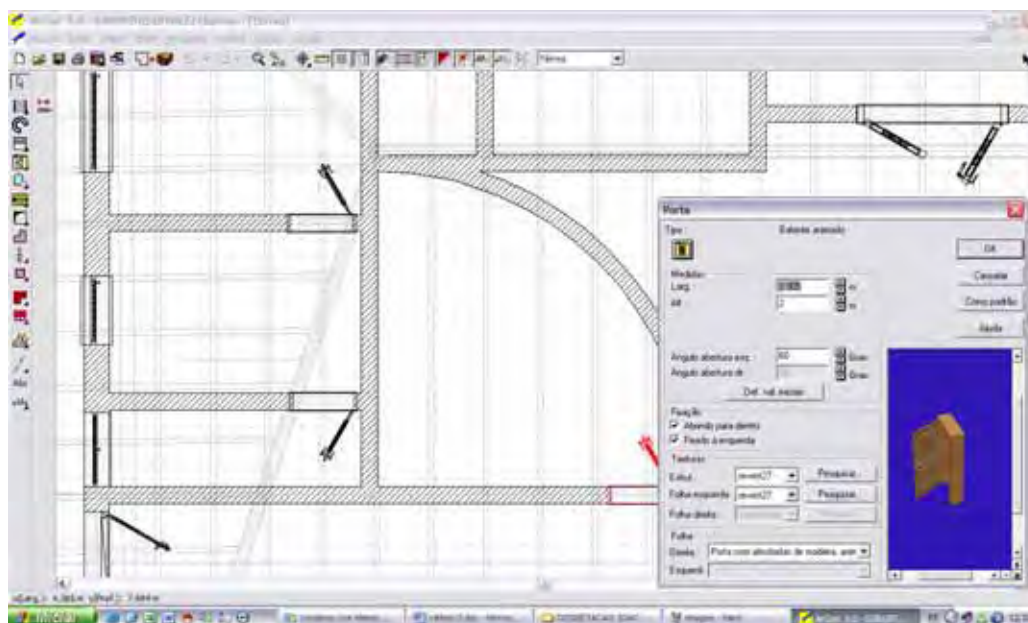
Neste apêndice apresentamos algumas das ferramentas do *software* Arcon, por meio das seguintes figuras:



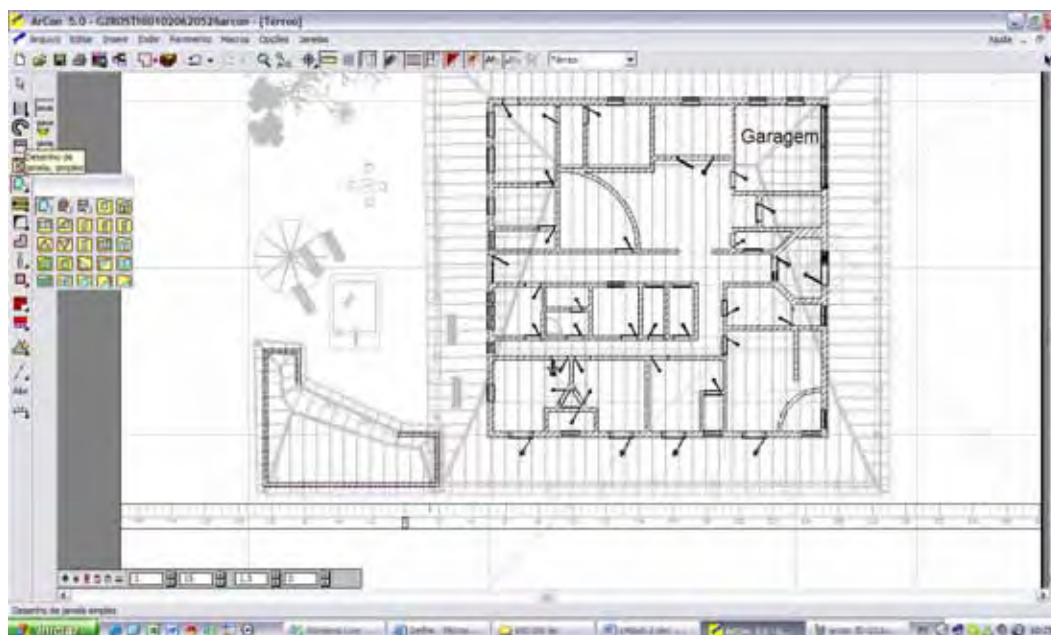
Representação do projeto em 2D, com as opções de escala, unidades de medidas, formato do papel, entre outros.



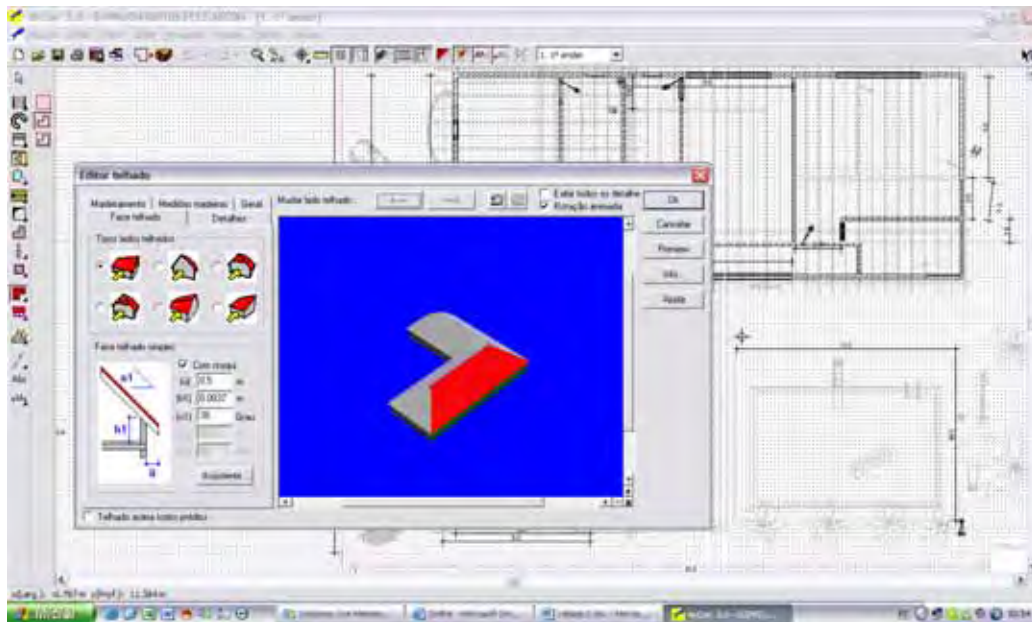
Ferramenta cotas.



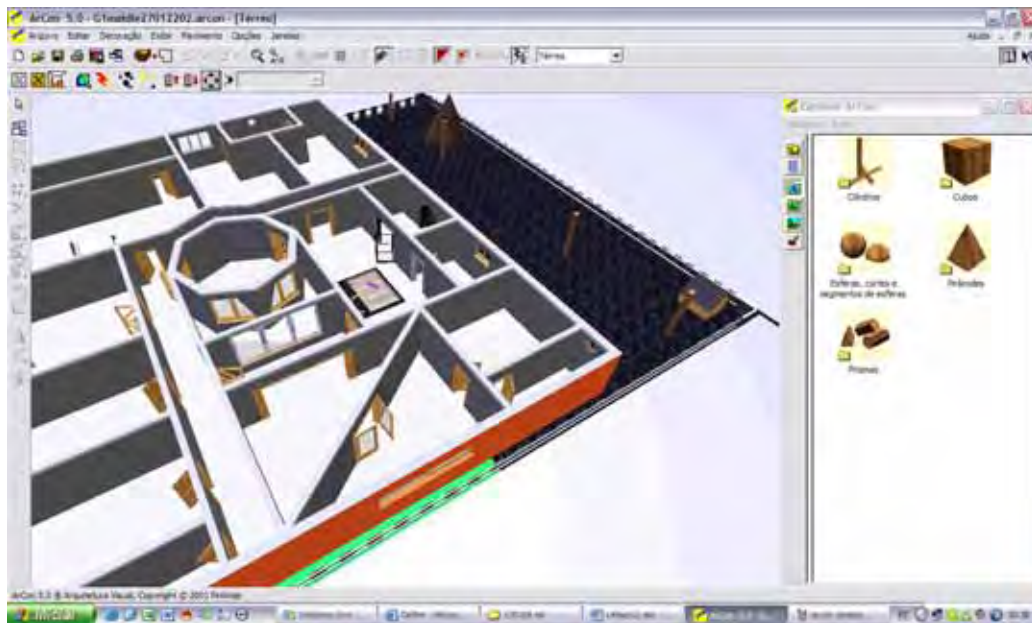
Inserção de portas (no detalhe, alunos determinam o ângulo de abertura da porta).



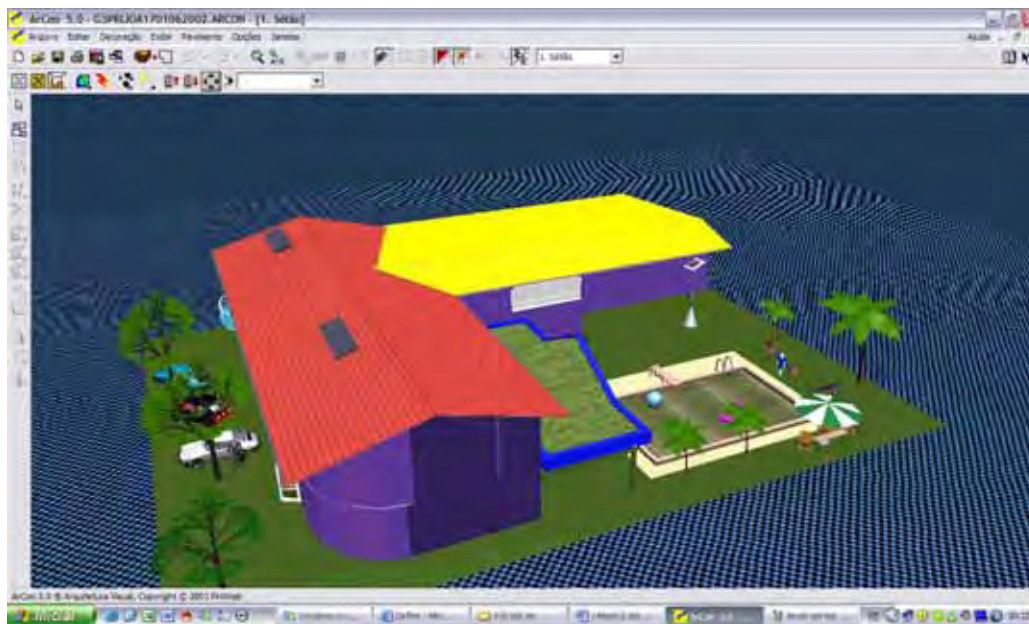
Inserção de janelas (no detalhe diversos modelos de janelas).



Inserção do telhado (no detalhe o ângulo do mesmo em relação a laje da casa).



Inserção de sólidos geométricos.



Vista aérea, em 3D, da construção elaborada pelo G3.

APÊNDICE V - EXCEL

Neste apêndice apresentamos a planilha eletrônica Excel com exemplos do desenvolvimento de orçamentos das casas.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data points:

Item	Valor (m²)	Período (meses)	Taxa (% an)	Valor à prazo	Total (m²)	Valor Total à vista	Valor Total à prazo
Telhado	32,00	8	0,035	R\$ 42,14	84,00	R\$ 27.689	R\$ 30.438,44
Portão	80,00	5,9	0,05	R\$ 120,00	22	R\$ 1.980,00	R\$ 2.640,00
Janelas	48,00	4	0,06	R\$ 62,40	14	R\$ 686,00	R\$ 868,00
Piso	22,50	8	0,0275	R\$ 32,50	672,23	R\$ 18.363,31	R\$ 52.875,18

The highlighted formula in the yellow box is: $22,50 \cdot (1 + 0,0275)^8 = 32,50$

Figura A-V.8 – Planilha de orçamento desenvolvida pelo G1, organizando dados oriundos da construção da casa a tabela de preços. No detalhe, o registro de uma equação representando a taxa de juros num determinado problema

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data points:

Item	Área (m²)	Preço (R\$)
Banheiro da Empregada	4,67	11.294
Corredor Central	29,70	82.14
Sala Social	9,70	24.30
Hall de Entrada	9,13	14.00
Banheiro Hall	3,08	5.524
Quarto Hall	8,88	24.808
Banheiro Casal	4,12	12.688
Coinset	4,90	13.72
Quarto do Casal	26,16	79.98
Quarto menina	10,14	23.688
Banheiro menina	2,43	6.711
Quarto menino 1	16,20	48.11
Quarto menino 2	16,62	46.62
Corredor bath. Meninos	6,78	2.184
Bath. Meninos	3,38	9.426
Corredor quarto	11,70	39.30
Suíte	3,28	9.464
Ducha suíte	3,38	18.52
Quarto Hospedagem 1	11,41	21.15
Banheiro Hospedagem	3,50	10.32
Sala de cozinhas	4,80	13.44
Corredor entr. aos Quart	1,10	14.28
Área total da casa	360,78	1070.126
Área das paredes	55,40	155.11
Área pared. + total casa	416,18	1165.246
Área total	565,31	
Telhado total	702,38	2181.064
Custo da casa	R\$ 265.942,47	Revis

The summary table on the right side shows the following data:

Item	Quantidade	Preço	Total
Paredes m²	155,12		
A vista	31	Total à vista	4808,72
A prazo	46	Total à Prazo	7135,52
Taxa	0,025		2,1
Período	18,0		
Concreto e Madeira m³			
A prazo	44	Total à Prazo	6825,28
A vista	39	Total à Vista	6549,68
Período	4		
Taxa	0,031		
Mesa Contém 0,227 m³ de madeira			
Ponto de vista	9.388	A Prazo	Valor Comparado com os acima
	9.853	A Vista	

Figura A-V.9 – Planilha de orçamento do G2, relacionando as áreas presentes na construção aos respectivos preços. No detalhe, o registro da soma das linhas com os preços dos itens da casa.

Microsoft Excel - G3PRLOA11012006.xls

Arquivo Editar Exibir Inserir Formatar Ferramentas Dados Janela Ajuda Digite uma pergunta

L14

PROJETO DE PESQUISA
GARCIA & AZEVEDO

Tabela totalizadora da planta da casa			
QUANTIDADE	Área	Área	
1	224,68	197,99	
2	42,30	11,33	
3	177,8	58,81	
4	249,8	118,81	
5	184,5	118,8	
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24	883,76	415,71	area total 1279,47
25			
26			
27			
28			
29	Projeto - Pesquisa	Mestrado Joao Luis	Inicio 02 de Janeiro de 2006
30	Alunos	Priscila Garcia	Final
31		João A. P. Azevedo	
32			
33			
34			
35			
36			
37			
38			
39			
40			
41			
42			
43			
44			
45			

	L ² m	L ² m	A. m ²
Área do terreno	30	40	1200
Área construída			1279,5

Legenda

Projeto - Pesquisa Mestrado Joao Luis Inicio 02 de Janeiro de 2006
Alunos Priscila Garcia Final
João A. P. Azevedo

Explicação

Pronto

Windows Live Messa... e:\kashv2.doc - Micro... g:\3q1\qan parte 1 Gamedeo102062123... G3PRLOA11012006.xls

Figura A-V.10 – Planilha de orçamento do G3, indicando o total de áreas construídas

APÊNDICE VII

Aproximando a teoria a prática

Uma das minhas principais preocupações enquanto pesquisador era em relação à funcionalidade dos resultados obtidos nesta pesquisa quando aplicados em uma sala de aula convencional. Em busca de respostas a essas preocupações, a partir de 2006, desenvolvi dois trabalhos nesses ambientes.

O primeiro foi realizado no Centro de Ensino e Pesquisa Aplicado a Educação (CEPAE - UFG), campus de Goiânia, com alunos dos três anos do ensino médio.

O segundo foi desenvolvido no Instituto Maria Auxiliador (IMA), em 2007, também na cidade de Goiânia, com a participação de alunos de três turmas de 9ºs anos do ensino fundamental.

Uma característica comum e interessante aos projetos desenvolvidos no CEPAE e no IMA é em relação ao número de participantes do projeto, pois superavam os trinta alunos por turma. Também há de se destacar que os projetos integravam a grade curricular das escolas e, desse modo, participaram oficialmente do plano pedagógico das escolas.

Além desses dois trabalhos foi desenvolvido o projeto piloto, ainda no decorrer da pesquisa, em 2005, antes mesmo da coleta de dados, na Escola Estadual Monsenhor Gonçalves, em São José do Rio Preto, o qual também provocou reflexões sobre o assunto.

4.1.1 O projeto piloto

Este projeto contou com a participação de alunos das três séries do ensino médio. O principal objetivo para a execução do mesmo foi a avaliação dos *software* Arcon e Excel, no sentido de verificar se ambos contemplavam os requisitos construcionistas.

As três turmas que participaram do projeto não tinham compromisso com a disciplina regular de Matemática da escola, o que indica que a participação dos alunos tenha sido espontânea. Por algumas vezes familiares dos alunos acabaram comparecendo as aulas, convidados pelos próprios alunos, o que serviu para demonstrar e aumentar a motivação dos mesmos.

Além das contribuições relacionadas diretamente ao ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, preferimos destacar, principalmente, que este projeto foi desenvolvido no contexto de uma escola pública.

Desse modo, notamos a importância de investimentos na capacitação dos professores para que utilizassem o laboratório de informática da escola, propondo trabalhos que fossem ao encontro das idéias construcionistas, conforme proposto no capítulo de Referencial Teórico desta dissertação.

Fez-se também muita falta um profissional da área de informática na escola para gerenciar o laboratório, organizando seu funcionamento, oferecendo condições de trabalho aos professores e aos alunos.

Também observamos a carência de investimentos financeiros no laboratório, os quais deveriam privilegiar a compra e manutenção de equipamentos, pois diversas máquinas acabaram ficando “encostadas” por falta de peças ou mão-de-obra.

O avanço frenético das TI também indica que em alguns anos os equipamentos se tornem depreciados e obsoletos, necessitando serem trocados periodicamente por modelos mais avançados.

É muito provável que projetos desenvolvidos em laboratórios de informática que apresentem problemas como os acima citados possam, não alcancem os resultados esperados e, provavelmente prejudique a construção de conhecimentos dos alunos participantes.

Há de se destacar que o comprometimento da direção e coordenação pedagógica da escola foi determinante para que o projeto se desenvolvesse de maneira satisfatória, mesmo enfrentando os problemas descritos, pois ofereceram, na medida do possível, as condições necessárias para a organização e desenvolvimento dos trabalhos.

Este fato indica que atividades como estas devem envolver toda a comunidade escolar, como alunos, professores, família, supervisores, coordenadores, direção assim como incentivo dos poderes públicos.

Um outro fato que contribui para o bom desenvolvimento dos trabalhos foi a quantidade reduzida de participantes no desenvolvimento dos projetos, nunca excedendo dez alunos por turma, cabendo a cada dupla uma máquina em boas condições de funcionamento.

4.1.2 O projeto no Centro de Ensino e Pesquisa Aplicado a Educação (CEPAE)

No primeiro semestre de 2006 foi ministrado junto aos alunos do ensino médio do CEPAE a disciplina Planos e Espaços, e o enfoque dado ao trabalho também procurou privilegiar o ambiente construcionista e a Espiral de Eprendizagem, conforme sugerido nesta pesquisa.

O diferencial dessa disciplina em relação ao projeto piloto e a coleta de dados é que, pela primeira vez, o projeto fazia parte integrante do quadro curricular da escola, e desse modo, oficializava as atividades desenvolvidas pelo professor, indicando que os alunos participantes eram formalmente avaliados e podendo ser considerados aptos a seguirem para as séries posteriores de ensino, conforme indicado na legislação educacional.

Novamente pudemos notar que a Matemática fluiu de maneira natural e interessante no desenvolvimento dos Projetos, no qual o professor teve a oportunidade de conduzir as atividades, direcionando-as para a Geometria Plana e Espacial, as quais eram o foco da disciplina. Neste trabalho não foi explorada a Matemática Financeira.

Ao final do curso, os alunos entregaram ao professor seus Projetos de construção de casas, constando as plantas baixas e maquetes eletrônicas. Nesse trabalho os alunos também se mostraram interessados e motivados ao desenvolverem Projetos, nos quais cabiam a eles próprios as tomadas de decisões e direcionamento dos trabalhos.

4.1.3 O projeto no Instituto Maria Auxiliadora (IMA)

Durante o ano de 2007 o projeto de construção e orçamento de casas foi desenvolvido no Instituto Maria Auxiliadora, o qual é um colégio da Rede Particular de Ensino situado na cidade de Goiânia.

A principal diferença em relação aos outros trabalhos citados até aqui e principalmente a esta pesquisa relaciona-se à série escolar que os alunos cursavam, pois os projetos anteriores foram aplicados a alunos do ensino médio e este àqueles pertencentes ao 9º ano do ensino fundamental.

Este fato serviu para se reforçar a importância do papel do professor na elaboração/condução das atividades, pois o mesmo teve a oportunidade de direcionar o projeto para conceitos matemáticos previstos para

o 9º ano, tais como equações e funções de primeiro e segundo graus, sistemas de equação de primeiro e segundo grau, Geometria Plana, Geometria Espacial, Trigonometria no triângulo retângulo, entre outros.

Não podemos deixar de destacar que no desenvolvimento desses trabalhos a Espiral de Aprendizagem mostrou-se em movimento constante e que o ambiente de aprendizagem foi fundamentado nas cinco dimensões construcionistas, com a oralidade e a escrita sendo privilegiadas na execução dessas ações.

Este trabalho foi muito bem aceito pela comunidade escolar, incluindo a direção da escola, coordenação pedagógica, alunos e também seus familiares. Ao final de ano o projeto foi exposto na Mostra de Ciências da escola, aberto a comunidade em geral, e também recebeu diversos elogios dos visitantes.

Um fato interessante a se ressaltar, originado pelas experiências vividas no desenvolvimento dos projetos anteriores, é que o professor sugeriu neste projeto para que os alunos selecionassem algumas situações-problemas decorrentes de seus projetos e os apresentassem aos seus colegas na sala de aula convencional, por meio do *data-show*, da lousa/giz, e da oralidade e escrita. Na verdade essa apresentação já ocorria anteriormente, mas na sala de informática, a qual não oferecia estrutura adequada para essas apresentações. Esse é mais um exemplo de que os trabalhos científicos, como o desta pesquisa, quando colocados em prática, podem e devem ser aprimorados, objetivando a busca de novas aprendizagens por parte dos participantes.

Uma outra diferença fundamental deste projeto no IMA e que precisa aqui ser destacada relaciona-se ao suporte oferecido pela escola. Durante todo o trabalho o professor pôde contar com o auxílio de um professor de informática, o qual permanecia presente na sala, ajudando no desenvolvimento das atividades, oferecendo, quando necessário, o *feedback* aos alunos, principalmente os referentes à manipulação dos *software* Arcon e Excel.

Além desse professor de informática, o laboratório contava com os serviços de um técnico em informática, o qual mantinha o bom funcionamento dos equipamentos e também auxiliava em outras atividades, como na organização das pastas e arquivos, manutenção dos *software* que apresentavam problemas, reconfiguração de máquinas, entre outros.

Enfim, o projeto nesta escola foi desenvolvido de maneira satisfatória, com os alunos mostrando-se motivados no desenvolvimento das atividades, tendo a oportunidade de perceber a Matemática associada ao seu dia-a-dia, tomando papel ativo nas tomadas de decisões, o que provavelmente contribuiu para a aprendizagem de novos conceitos matemáticos.