



Universidade Estadual Paulista
“Júlio de Mesquita Filho”



FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
ÁREA DE PROJETO MECÂNICO

FRANSBER SANTADE

**ANÁLISE DINÂMICA DO AMORTECIMENTO EM
ESTRUTURAS COMPOSTAS COM MATERIAL
VISCOELÁSTICO**

Bauru, SP

2013

FRANSBER SANTADE

**ANÁLISE DINÂMICA DO AMORTECIMENTO EM
ESTRUTURAS COMPOSTAS COM MATERIAL
VISCOELÁSTICO**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Bauru, programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica na, Área de Projeto Mecânico, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Edson Antônio Capello Sousa

Co-Orientador: Prof. Dr. Paulo José Paupitz Gonçalves

Bauru, SP

2013

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada para Seção Técnica de Aquisição e Tratamento de Informação/Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP de Bauru, conforme padrão especificado.

Santade, Fransber.

Análise Dinâmica do Amortecimento em Estruturas Compostas com Material Viscoelástico / Fransber Santade, 2013
98 f.

Orientador: Dr. Edson Antônio Capello Sousa; Co-Orientador: Dr. Paulo José Paupitz Gonçalves

Dissertação (Mestrado)- Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2013

1. Amortecimento estrutural. 2. Matriz de Impedância de Elemento Espectral. 3. Método dos Elementos Finitos (MEF). 4. Viscoelasticidade. 5. Viga engastada-livre. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Análise Dinâmica do Amortecimento em Estruturas Compostas com Material Viscoelástico

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE FRANSBER SANTADE, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DO(A) FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU.

Aos 19 dias do mês de julho do ano de 2013, às 10:00 horas, no(a) ANFITEATRO DA SEÇÃO TÉCNICA DE PÓS-GRADUAÇÃO DA FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. EDSON ANTONIO CAPELLO SOUSA do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. LAERCIO JAVAREZ JUNIOR do(a) Departamento de Engenharias / Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPr Ponta Grossa, Prof. Dr. BENTO RODRIGUES DE PONTES JUNIOR do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de FRANSBER SANTADE, intitulado "ANÁLISE DINÂMICA DO AMORTECIMENTO EM ESTRUTURAS COMPOSTAS COM MATERIAL VISCOELÁSTICO". Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que, após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. EDSON ANTONIO CAPELLO SOUSA

Prof. Dr. LAERCIO JAVAREZ JUNIOR

Prof. Dr. BENTO RODRIGUES DE PONTES JUNIOR

Dedico este a meus pais, família e amigos, que tanto incentivaram e apoiaram a busca pelo saber. Que os conhecimentos aqui descritos possam ajudar a elucidar e iluminar os passos da humanidade.

Conhecimento algum seria capaz ao ser humano se este não pudesse contar com seu semelhante, desde um simples gesto de apoio, palavra de conforto ou amparo nos tempos difíceis. Para tanto, às várias pessoas, colegas e amigos, que colaboraram direta ou indiretamente com o desenvolvimento deste, ficam aqui meus sinceros agradecimentos:

- *Agradeço primeiramente a Deus, pela saúde e capacidade para vencer barreiras e alcançar objetivos;*
- *Agradeço à minha família pelo apoio incondicional em todas as horas;*
- *Agradeço aos profs. Dr. Edson Antônio Capello Sousa e Dr. Paulo José Paupitz Gonçalves, do Departamento de Engenharia Mecânica da UNESP de Bauru, pela confiança e oportunidade de poder trabalhar junto a eles e compartilhar de vossos preciosos conhecimentos e experiências e pelo grande apoio e auxílio do desenvolvimento do presente trabalho nas partes experimental e científica;*
- *Agradeço aos prof. Dr. José Manoel Balthazar e Dr. Bento Rodrigues de Pontes Júnior, do Departamento de Engenharia Mecânica da UNESP de Bauru, pelas valiosas aulas de Dinâmica Não-Linear, Controle, Caos e Vibrações Mecânicas, ao prof. Dr. Osvaldo Manzoli, do Departamento de Engenharia Civil da UNESP de Bauru, pelas valiosas e esclarecedoras aulas de Mecânica do Contínuo;*
- *Agradeço ao prof. Eng.º Fiarovante Thosi Neto e ao Técnico Mecânico Marcos Antônio Roque, ambos do curso noturno de Técnico em Mecânica da Etec de Ourinhos, pelo corte das vigas de aço inoxidável e preparo da base de fixação e ao amigo mecânico Osvaldo Goes Júnior pelo polimento das vigas;*
- *Agradeço aos colegas mestrandos, em especial ao amigo Elton Carlos Silveira, pelos muitos conhecimentos discutidos e compartilhados durante os dias e madrugadas de aulas e estudo e a todos os demais pelo apoio e troca de experiências;*
- *Finalmente, agradeço a CAPES pelo importante apoio financeiro a esta pesquisa;*



O conhecimento é a chave que abre as portas do Universo. Não há porta pequena demais nem deveras grande onde ele não possa alcançar.

RESUMO

Análise Dinâmica do Amortecimento em Estruturas Compostas com Material Viscoelástico

Neste trabalho foi proposto o estudo do amortecimento estrutural em vigas engastadas com adição de materiais viscoelásticos. As vigas foram montadas na condição engastada-livre e sujeitas a sinais de força na extremidade livre. Duas análises foram feitas. O primeiro modelo foi desenvolvido utilizando a Matriz de Impedância de Elemento Espectral (MEE) e o outro modelo foi desenvolvido utilizando Método dos Elementos Finitos (MEF). Para validar os modelos numéricos foram realizados ensaios experimentais utilizando um acelerômetro e um martelo de impacto para obter a função de resposta em frequência para as diferentes configurações de vigas idealizadas. Através dos resultados obtidos pode-se observar e comprovar o comportamento em frequência de resposta do sistema e detectou-se redução de amplitude devido ao fator incremental de amortecimento viscoelástico proporcionado pelas camadas de fita (materiais viscoelásticos), comprovando assim, a importância da utilização de um material viscoelástico como atenuador de amplitudes no efeito da flexão do sistema. Os resultados experimentais foram comparados aos resultados dos modelos analíticos e numéricos de modo a se obter a validação experimental.

Palavras-Chaves: Amortecimento Estrutural, Matriz de Impedância de Elemento Espectral (MEE), Método dos Elementos Finitos (MEF), Viscoelasticidade, Viga Engastada-Livre.

ABSTRACT

Dynamic Analysis of Damping in Composite Structures with Viscoelastic Material

This work proposes the study of structural damping in beams with added viscoelastic materials. The beams are mounted in a clamped-free condition and subject to force input at the free end. Two types of analysis were made. The first model was developed using the Impedance Matrix of Spectral Element. The other model was developed using Finite Element Method (FEM). To validate the numerical models, experimental tests were performed using one accelerometer and a impact hammer to obtain frequency response function of the different beams configurations. From the results we can observe and verify the variation in frequency response of the system and was detected amplitude reduction factor due to the incremental viscoelastic damping provided by the layers of tape (viscoelastic materials), thereby proving the importance of using a viscoelastic attenuator as possible amplitudes effect of the bending system. The results were compared to the results of analytical and numerical models in order to obtain experimental validation.

Keywords: Structural Damping, Impedance Matrix of Spectral Element, Finite Element Method (FEM), Viscoelasticity, Clamped-Free Beam.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Exemplos de aplicações industriais de estruturas compostas com material viscoelástico sujeitas à solicitações dinâmicas.	1
Figura 2.1 – Respostas (deslocamentos) pelo tempo de vibração sem amortecimento e vibração com amortecimento.	13
Figura 2.2 – Princípio da Superposição.	13
Figura 2.3 – Excitações: a) determinística e b) aleatória.	14
Figura 2.4 – Respostas (deslocamentos) pelo tempo de vibração livre e vibração forçada.	15
Figura 2.5 – Exemplos de comportamento de sistemas físicos.	15
Figura 2.6 – Exemplo de transformação FFT de sinal em domínio de tempo para sinal em domínio de frequência e invariante, por Análise Modal Experimental.	17
Figura 2.7 – Comparativo entre sistema com variação de fatores de amortecimento.	17
Figura 2.8 – Método da largura de banda para determinação do amortecimento em um sistema.	18
Figura 2.9 – a) Modelo de Maxwell com elementos em série; b) respostas da tensão constante em função do tempo ($\sigma \times t$) e da deformação em função do tempo ($\epsilon \times t$).	21
Figura 2.10 – (a) Modelo de Voigt com elementos em paralelo; (b) respostas da tensão constante em função do tempo ($\sigma \times t$) e da deformação em função do tempo ($\epsilon \times t$).	24
Figura 2.11 – (a) Modelo de Maxwell-Voigt com associação em série dos modelos de Maxwell e de Voigt; (b) respostas da deformação em função do tempo ($\epsilon \times t$).	26
Figura 3.1 - Caso básico de uma viga engastada submetida a um esforço $f(x,t)$.	31
Figura 3.2 – Os três primeiros modos de vibrar de uma viga engastada-livre uniforme.	33
Figura 3.3 – Placa sanduíche por MEF.	37
Figura 4.1 – Fitas 3M-Scotch Fixa Forte dupla-face utilizadas experimentalmente: a) Fita 113, b) Fita 4411 e c) Fita VHB 4910.	39
Figura 4.2 – Vigas prontas para realização dos ensaios. Acima vigas com marcação e abaixo, detalhe da extremidade livre das vigas B, C e D para fixação.	40
Figura 4.3 – Arranjos experimentais utilizados de vigas: vigas de 24x400mm.	41

Figura 4.4 – Posição de montagem das vigas e acelerômetro.	41
Figura 4.5 – Princípio esquemático experimental: uma vez fixada a viga de teste, cola-se o acelerômetro na posição desejada e, uma vez ligado o módulo ao microcomputador deve-se bater com o martelo na viga. Assim, os sinais de força e aceleração chegam ao módulo e são transmitidos ao microcomputador para posterior armazenagem de dados.	42
Figura 4.6 – Rotina elaborada no software LabVIEW v8.0 para aquisição dos dados utilizando 2 canais do módulo de aquisição utilizado.	42
Figura 4.7 – Montagem experimental física realizada: 1 – Módulo de aquisição de dados; 2 – Acelerômetro piezoelétrico; 3 – Cera adesiva; 4 – Martelo de teste de força/impulso; 5 – Netbook com software LabVIEW v8.0; 6 – Viga de teste; 7 – Base de fixação tipo morsa.	43
Figura 5.1 – Modelo da viga por MEF: 34626 elementos de oito nós (Eight-node brick element). Implementado no software GMESH.	47
Figura 5.2 – Seis Primeiros modos de vibrar para o caso da viga simples (Viga A). Fonte: obtidos pelo modelo implementado no software CalculiX.	47
Figura 5.3 – Resultados experimental, analítico e numérico (MEF) para o caso da viga simples (Viga A): Módulo de Acelerância (H) versus frequência (f). Resultado experimental em azul, resultado analítico verde e resultado numérico em vermelho.	48
Figura 5.4 – Resultado numérico (MEF) para o caso da viga hipotética (Viga AA): Módulo de Acelerância (H) versus frequência (f).	50
Figura 5.5 – Comparativo entre resultados experimentais dos sete casos de estudo propostos: Módulo de Acelerância (H) versus frequência (f).	54
Figura 5.6 – Resultados experimentais para vigas A, B, C e D: Módulo de Acelerância (H) versus frequência (f).	55
Figura 5.7 – Resultados experimentais para vigas E, F e G e resultado numérico para viga AA hipotética: Módulo de Acelerância (H) versus frequência (f).	55
Figura 5.8 – Resultados experimentais para vigas A, B e E: Módulo de Acelerância (H) versus frequência (f). Material viscoelástico envolvido fita 3M 113.	56
Figura 5.9 – Resultados experimentais para vigas A, C e F: Módulo de Acelerância (H) versus frequência (f). Material viscoelástico envolvido fita 3M 4411.	56
Figura 5.10 – Resultados experimentais para vigas A, D e G: Módulo de Acelerância (H) versus frequência (f). Material viscoelástico envolvido fita 3M VHB 4910.	57

Figura 5.11 – Ganho de Fator de Perda (em porcentagem) por Ganho em Massa Viscoelástica do CDP (em porcentagem) para os casos de viga com apenas uma camada de aço (vigas B, C e D).	58
Figura 5.12 – Ganho de Fator de Perda (em porcentagem) por Ganho em Massa Viscoelástica do CDP (em porcentagem) para os casos de viga com duas camadas de aço (vigas E, F e G).	59
Figura APB.1 – Desenho de produção para as vigas de aço inoxidável utilizadas: 24x400mm. Material #18 AISI 304 ASTM A240.	71
Figura ANA.1 – Curvas de resposta do martelo PCB modelo ICP 086C03 utilizado no modelo experimental.	72
Figura ANA.2 – Dimensional do martelo PCB modelo ICP 086C03 utilizado no modelo experimental.	73
Figura ANB.1 – Configurações de montagem do acelerômetro piezoelétrico PCB modelo ICP 352C33 e seus efeitos sobre a alta frequência.	75
Figura ANB.2 – Dimensional do acelerômetro piezoelétrico PCB modelo ICP 352C33 utilizado no modelo experimental.	75
Figura ANC.1 – Módulo de aquisição de sinal dinâmico NI cDAQ-9234 e disposição do conector (à esquerda).	76
Figura ANC.2 – Nivelamento de banda típico do módulo NI cDAQ-9234.	77
Figura ANC.3 – Resposta de frequência de corte do módulo NI cDAQ-9234.	77
Figura AND.1 – Chassi NI cDAQ-9172.	79
Figura AND.2 – Dimensões do chassi NI cDAQ-9172.	79

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Valores de k_{nb} para viga simples engastada numa extremidade e livre na outra.	34
Tabela 3.2 – Valores de η de diferentes materiais típicos utilizados na engenharia.	35
Tabela 4.1 – Massa experimental das fitas dupla-face Fixa Forte fabricante 3M-Scotch utilizadas.	43
Tabela 4.2 – Propriedades geométricas teóricas das vigas utilizadas experimentalmente.	44
Tabela 4.3 – Propriedades reais e teóricas das vigas utilizadas.	44
Tabela 4.4 – Massas experimentais estimadas das vigas utilizadas.	45
Tabela 4.5 - Propriedades geométricas teóricas da viga hipotética (Viga AA).	45
Tabela 4.6 – Massas e densidades experimentais estimadas das vigas utilizadas.	46
Tabela 5.1 – Estimativa do Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental da Viga A.	48
Tabela 5.2 – Viga A: modos de vibrar e suas respectivas frequências naturais: experimental, numérico e analítico.	49
Tabela 5.3 – Estimativa do Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental da Viga AA.	50
Tabela 5.4 – Estimativa do Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental da Viga B.	51
Tabela 5.5 – Estimativa do Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental da Viga C.	51
Tabela 5.6 – Estimativa do Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental da Viga D.	52
Tabela 5.7 – Estimativa do Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental da Viga E.	52
Tabela 5.8 – Estimativa do Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental da Viga F.	53
Tabela 5.9 – Estimativa do Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental da Viga G.	53
Tabela 5.10 – Ganho de Fator de Perda e Ganho em Massa de Material Viscoelástico	58

para vigas com uma única camada de aço.

Tabela 5.11 – Ganho de Fator de Perda e Ganho em Massa de Material Viscoelástico para vigas com uma dupla camada de aço. 58

Tabela APA.1 – Propriedades geométricas das vigas de aço inoxidável utilizada. 68

Tabela APA.2 – Propriedades mecânicas do aço inoxidável Aperam/Acesita AISI 304 ASTM A240 utilizado. 68

Tabela APA.3 – Propriedades geométricas e estéticas das fitas dupla-face da série Fixa Forte do fabricante 3M-Scotch, utilizadas experimentalmente. 69

Tabela APA.4 – Propriedades mecânicas das fitas dupla-face da série Fixa Forte do fabricante 3M-Scotch, utilizadas experimentalmente. 70

Tabela APA.5 – Estimativa do Módulo de Elasticidade das fitas dupla-face da série Fixa Forte do fabricante 3M-Scotch, utilizadas experimentalmente. 70

Tabela ANA.1 – Especificações do martelo PCB modelo ICP 086C03 utilizado no modelo experimental. 72

Tabela ANB.1 – Especificações do acelerômetro piezoelétrico PCB modelo ICP 352C33 utilizado no modelo experimental. 74

Tabela ANC.1 – Especificações do módulo de aquisição de sinal dinâmico NI cDAQ-9234 utilizado no modelo experimental. 76

Tabela AND.1 – Especificações do chassi NI cDAQ-9172 utilizado no modelo experimental. 78

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

1D	Unidimensional
2D	Bidimensional
3D	Tridimensional
AISI	(<i>American Iron and Steel Institute</i>): Instituto Americano de Ferro e Aço
ANSYS	Software da <i>Swanson Analysis Systems Inc</i>
ASCII	Formato de Arquivo de Dados
ASTM	(<i>American Society for Testing and Materials</i>): Sociedade Americana de Testes e Materiais
CAD	(<i>Computer-aided Design</i>): Desenho Auxiliado por Computador
CAE	(<i>Computer-aided Engineering</i>): Engenharia Auxiliada por Computador
CDP	Corpo de Prova
ddp	Diferença de Potencial Elétrico
DEE	Densidade de Energia Espectral
DOF	(<i>Degree Of Freedom</i>): Grau de Liberdade
EDO	Equação Diferencial Ordinária
EDO-L	Equação Diferencial Ordinária Linear
EDO não-L	Equação Diferencial Ordinária não-Linear
EDP	Equação Diferencial Parcial
ESD	(<i>Energy Spectral Density</i>): Densidade de Energia Espectral
FEM	(<i>Finite Elements Method</i>): Método dos Elementos Finitos
FFT	(<i>Fast Fourier Transform</i>): Transformada Rápida de Fourier
FRF	Função de Resposta em Frequência
GDL	Grau de Liberdade
MDOF	(<i>Multiple Degree Of Freedom</i>): Múltiplos Graus de Liberdade
MEC	Método dos Elementos de Contorno
MEE	Modelo de Elemento Espectral
MEF	Método dos Elementos Finitos
SDOF	(<i>Single Degree Of Freedom</i>): 1Grau de Liberdade
VHB	(<i>Very Hight Bond</i>): Série de fitas dupla face 3M-Scotch com alto poder de ligação

LISTA DE SÍMBOLOS

ε	Deformação
ρ	Densidade
ζ	Fator de amortecimento estrutural (viscoso)
η	Fator de Perda
ω	Frequência
η	Parâmetro de amortecimento Newtoniano (viscosidade)
σ	Tensão normal
$\Delta\omega$	Largura de banda de frequência
$\delta(t)$	Função Delta de Dirac
ω_1	Frequência
ω_2	Frequência
ε_e	Deformação elástica atuante na mola
σ_e	Tensão elástica atuante na mola
ϕ_i	Matriz que representa os modos de vibrar da estrutura,
ξ_i	Razão de amortecimento modal.
δ_{ij}	Função Delta de Kronecker
ω_k	Frequência média
λ_n	Autovalor referente à n-esima frequência natural
ω_n	Frequência natural não amortecida
ω_n	N-esima frequência natural
ε_v	Deformação elástica atuante no amortecedor
σ_v	Tensão elástica atuante no amortecedor
$\{\ddot{u}(t)\}$	Vetor de aceleração
$\{\dot{u}(t)\}$	Vetor de velocidade

$\dot{\epsilon}_v$	Taxa de deformação viscosa
$\{u(t)\}$	Vetor de deslocamento
$\bar{\rho}$	Densidade média
[C]	Matriz de amortecimento
[K]	Matriz de rigidez
[M]	Matriz de massa concentrada
μ_i	Fator de massa modal,
$A_i(\omega)$	Aceleração
C	Constante
C	Parâmetro de flexibilidade do material
C_{cr}	Coefficiente de amortecimento crítico
C_L	Amplitude de onda do deslocamento com propagação de ondas esquerdas
C_R	Amplitude de onda do deslocamento com propagação de ondas direitas
dE/dt	Taxa de deformação
D_R	Amplitude de onda do deslocamento com propagação de ondas direitas
E	Módulo de elasticidade normal (módulo de Young)
F	Força
$f(x,t)$	Vetor carregamento.
F_0	Força constante
F_d	Força do amortecedor
F_e	Força da mola
$F_j(\omega)$	Força
H(t)	Função unitária de Heaviside
H_{ij}	Invariante dos sinais de aceleração e força
I	Segundo Momento de área da seção
I_{xx}	Momento de inércia da seção em relação ao eixo x
I_{yy}	Momento de inércia da seção em relação ao eixo y
j	Número complexo ($j^2 = -1$)
k ou K	Constante elástica
k_{nb}	Constante de amortecimento para n-esima frequência natural
L	Comprimento da viga
m	Massa

S	Área da seção
t	Tempo
$u(\omega)$	Resposta em frequência (deslocamento)
$u(t)$ ou $x(t)$	Vetor de deslocamento
$u_c(t)$	Vetor de deslocamento do movimento natural
$u_e(t)$	Vetor de alongamento da mola
$u_p(t)$	Vetor de deslocamento do movimento forçado
$u_v(t)$	Vetor de alongamento do elemento viscoso
$w(x)$	Vetor resposta de frequência
x	Deslocamento

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS	2
1.2. OBJETIVOS	3
1.3. CONTEÚDO ORGANIZACIONAL	4
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	6
2.1 VIBRAÇÕES	11
2.1.1. <i>Classificações das Vibrações</i>	12
2.1.1.1. Classificação quanto à Existência ou Não Existência de Amortecimento	12
2.1.1.2. Classificação quanto à Linearidade	13
2.1.1.3. Classificação quanto à Previsibilidade de Ocorrência	14
2.1.1.4. Classificação quanto à Existência ou Não Existência de Forçamento	14
2.1.2. <i>Domínio de Tempo e Domínio de Frequência</i>	15
2.1.3. <i>Amortecimento e Método da Meia-Potência</i>	17
2.2. MATERIAIS VISCOELÁSTICOS	18
2.2.1. <i>Modelos de Viscoelasticidade Linear</i>	20
2.2.1.1. Modelo de Maxwell	21
2.2.1.2. Modelo de Voigt	23
2.2.1.3. Modelo de Maxwell-Voigt	25
2.2.2. <i>Relações Constitutivas da Viscoelasticidade</i>	26
3. MODELAGEM MATEMÁTICA	30
3.1. MODELAGEM DE VIGAS ENGASTADAS SIMPLES	30
3.1.1. <i>Viga Finita de Euler-Bernoulli</i>	32
3.2. MODELAGEM DE VIGAS ENGASTADAS DUPLA (COM MATERIAL VISCOELÁSTICO)	35
3.3. MODELAGEM DE VIGAS ENGASTADAS TRIPLA SANDUÍCHE (COMPOSTA COM MATERIAL VISCOELÁSTICO)	37
4. VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL	38
4.1. CONFECÇÃO DOS CDPS (VIGAS DE TESTE)	38
4.2. METODOLOGIA DE ENSAIOS	41
4.3. VALIDAÇÃO DAS PROPRIEDADES DAS VIGAS A, B, C, D, E, F E G	43
5. RESULTADOS E DISCUSSÕES	47
5.1. RESULTADOS PARA A VIGA A	48
5.2. RESULTADOS PARA A VIGA AA (HIPOTÉTICA)	50
5.3. RESULTADOS PARA A VIGA B	51
5.4. RESULTADOS PARA A VIGA C	51
5.5. RESULTADOS PARA A VIGA D	52

5.6. RESULTADOS PARA A VIGA E.....	52
5.7. RESULTADOS PARA A VIGA F.....	53
5.8. RESULTADOS PARA A VIGA G.....	53
5.9. DISCUSSÕES.....	53
6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	61
6.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	61
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	63
APÊNDICE A – PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS E MECÂNICAS DOS MATERIAIS UTILIZADOS EXPERIMENTALMENTE.....	68
APA.1 – PROPRIEDADES DO AÇO INOXIDÁVEL APERAM/ACESITA AISI 304 ASTM A240.....	68
APA.2 – PROPRIEDADES DAS FITAS 3M-SCOTCH FIXA FORTE 113, 4411 E VHB 4910.....	69
APÊNDICE B – DESENHO DE FABRICAÇÃO DAS VIGAS METÁLICAS.....	71
ANEXO A – DADOS DO MARTELO DE TESTE DE FORÇA/IMPULSO PCB MOD. ICP 086C03.....	72
ANEXO B – DADOS DO ACELERÔMETRO PIEZOELÉTRICO PCB MOD. ICP 352C33.....	74
ANEXO C – DADOS DO MÓDULO DE AQUISIÇÃO DE SINAL DINÂMICO MOD. NI C-DAQ9234.....	76
ANEXO D – DADOS DO CHASSI MOD. NI CDAQ-9172.....	78

1. INTRODUÇÃO

Com a crescente necessidade da indústria em desenvolver novos materiais e buscar ou aprimorar soluções de problemas físicos, o desenvolvimento de materiais inteligentes torna-se um desafio cada vez mais necessário e justificado, com benefícios aos mais diferentes meios industriais: desde a indústria aeroespacial, naval, metal/mecânica chegando até mesmo à área biomecânica.

Relativo ao estudo de novos materiais, muitos trabalhos têm se baseado no desenvolvimento de materiais compósitos e melhorados (com propriedades aperfeiçoadas), como novas ligas de aço, novos materiais cerâmicos e similares, enquanto outros têm se baseado na utilização de materiais já existentes, combinando-os com materiais que até então não possuíam finalidade estrutural, como por exemplo, as vigas combinadas com materiais viscoelásticos. Os materiais viscoelásticos apresentam a particularidade de dependência da condição da magnitude do esforço envolvido, bem como a velocidade a qual este esforço é aplicado a ele. São materiais onde é mais conveniente realizar um tratamento referente à taxa de esforços envolvidos. Essa é a característica básica dos materiais poliméricos, por exemplo.



Figura 1.1 – Exemplos de aplicações industriais de estruturas compostas com material viscoelástico sujeitas à solicitações dinâmicas.

Quando um sistema está submetido às excitações externas (principalmente vibração forçada), ele oscila com a mesma frequência de oscilação da fonte geradora. Um dos maiores

problemas em estruturas de edifícios, pontes, asas de avião, vigas e outros é causado quando a frequência de excitação externa coincide com a frequência natural do sistema (problema de ressonância). Esses efeitos dinâmicos são frequentemente induzidos, tanto por causas naturais (terremotos e vento) quanto pelas ações humanas (tráfego), causando problemas de operação, desconforto aos usuários, fadiga, dano estrutural e até o colapso.

Uma estrutura em movimento dissipa energia por meio de tensões internas, geradas pelas ligações das cadeias moleculares, atrito entre a estrutura e o meio, deformações plásticas, etc. As amplitudes de vibração serão menores quanto maior for a capacidade da estrutura em dissipar energia. Alguns materiais utilizados em estruturas aeronáuticas, plantas industriais e construção de edifícios apresentam amortecimento muito baixo, o que resulta em amplitudes maiores de vibração, daí o interesse em aplicação de materiais com essa capacidade melhorada, como é o caso dos materiais viscoelásticos.

Quanto às ferramentas numéricas, a grande maioria das tecnologias CAE (*Computer-aided Engineering*) atualmente empregadas são sistemas de softwares baseados no Método dos Elementos Finitos (MEF). O MEF está relacionado com a resolução de equações diferenciais, pela aproximação da solução contínua por pequenas soluções discretas aproximadas em elementos distribuídos na sua superfície. O termo Elementos Finitos surgiu no século XVIII, mas apenas a partir da década de 60 tornou-se mais difundido. Com o desenvolvimento do uso dos computadores este método tem sido cada vez mais desenvolvido, de modo a cada vez mais apresentar recursos à solução dos problemas industriais de engenharia e demais áreas tecnológicas.

1.1. Considerações Iniciais

Vigas são estruturas lineares que trabalham em posição horizontal ou inclinada, assentadas em um ou mais apoios e que têm a função de suportar carregamentos e esforços diversos.

É atribuída ao astrônomo italiano Galileo Galilei (1564-1642), por muitos historiadores, as primeiras análises estruturais. Aparentemente foi o primeiro a estudar a resistência dos sólidos, dando origem a atual Mecânica dos Materiais. Em sua última publicação, “Duas Novas Ciências” (1638), discutia o problema da viga engastada carregada com seu peso próprio com peso adicional, este problema se conhece como o “Problema de Galileo”, no qual sua análise obteve resultados incorretos e não foi resolvido de maneira apropriada até 1855. Robert Hooke (1635-1703) estudou a elasticidade dos materiais e

formulou em 1660 a lei que todos conhecem e leva seu nome, a “Lei de Hooke”, publicada em 1676. Em 1680, Edme Mariotte (1654-1684) desenvolveu, independentemente, essa mesma lei e a aplicou às fibras de uma viga; observando que umas fibras se encurtavam e outras se esticavam, desenvolvendo o conceito de “linha neutra”.

O Problema de Galileo voltou a ser estudado por James Bernoulli (1654-1705), que supôs que uma seção plana de uma viga, permanece plana durante a flexão, mas não chegou a uma solução satisfatória porque não deu importância ao que hoje conhecemos como “linha neutra”. Em 1717, Johann Bernoulli (1667-1748), irmão de James, enunciou o “Princípio dos Deslocamentos Virtuais”, que é o método que ainda hoje aplicamos na determinação das deflexões elásticas em estruturas; posteriormente, seu filho Daniel Bernoulli (1700-1782), estudou o problema da determinação da curva elástica de barras flexionadas, e inspirou seu amigo Leonhard Euler (1707-1783), na determinação das curvas elásticas em vigas e colunas, contribuições que utilizamos até hoje. Após estes primeiros estudiosos vários pesquisadores desenvolveram ou aperfeiçoaram formulações aplicadas na análise estrutural, sobretudo no estudo de vigas.

Uma viga é tratada como um modelo unidimensional, fazendo-se a hipótese que o comprimento é bem maior que as dimensões da seção transversal. Observa-se que a análise de vigas é bastante comum em problemas de engenharia, tornando-se fundamental o estudo de sua formulação. Para esta finalidade, geralmente, consideram-se os modelos de viga de Euler-Bernoulli e de Timoshenko.

1.2. Objetivos

Os objetivos do presente trabalho proposto foram:

- Avaliar experimentalmente o comportamento dinâmico de vigas com adição de material viscoelástico (vigas compostas de duas e três camadas de material);
- Implementar modelos que descrevam o comportamento da viga simples proposta para análise, validando os resultados experimentais através de resultados numéricos (MEF) e analíticos (MEE), de modo a obter um parâmetro comparativo para os modelos envolvendo adição de camadas de material viscoelásticos;
- Demonstrar os efeitos da viscoelasticidade como amortecedor de amplitude de vibração estrutural de vigas, de modo a resultar num parâmetro quantificado da

participação da viscoelasticidade no fator amortecimento da vibração resposta do sistema (em forma percentual de massa adicionada).

1.3. Conteúdo Organizacional

O presente trabalho fora dividido em capítulos para uma melhor compreensão cronológica dos conteúdos aqui abordados, conforme os seguintes tópicos:

- **CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Este capítulo aborda cronologicamente outros autores com trabalhos publicados relevantes à linha de pesquisa de materiais viscoelástico e vibrações transientes, bem como esclarecimento sobre a vibração mecânica, sua classificação, mudança de domínios de tempo para frequência, amortecimento e Método da Meia Potência e materiais viscoelásticos e suas modelagens clássicas.

- **CAPÍTULO 3 – MODELAGEM MATEMÁTICA**

Este capítulo aborda a modelagem matemática utilizada no presente trabalho para os casos de estudo propostos: modelagem de viga engastada simples, viga engastada dupla (material metálico com adição de material viscoelástico) e viga sanduíche engastada (material metálico duplo com adição central de material viscoelástico).

- **CAPÍTULO 4 – VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL**

Este capítulo aborda os materiais e equipamentos utilizados, procedimentos de confecção das vigas experimentais, metodologia dos ensaios e validação das propriedades dos materiais.

- **CAPÍTULO 5 – RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Este capítulo apresenta os resultados analíticos, numéricos (por MEF) e experimentais para cada viga proposta, explicitando discussões sobre os mesmos sob

aspectos comparativos entre os diferentes vigas e diferentes materiais viscoelásticos empregados.

- **CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Este capítulo apresenta as conclusões referentes aos objetivos propostos inicialmente nesta dissertação, bem como sugestões de alteração de parâmetros para base de novos trabalhos a fim de elucidar outros aspectos relacionados ao estudo e emprego de materiais viscoelásticos.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Os primeiros estudos sobre emprego de materiais viscoelásticos como atenuadores de vibrações em estruturas datam da década de 1950, consistindo na utilização de lâminas que vibravam em flexão. Um dos marcos deste estudo foi originalmente desenvolvido por KERWIN (1959) em sua publicação do artigo “*Damping of Flexural Waves by a Constrained Viscoelastic Layer*” (Amortecimento de Ondas de Flexão por uma Camada Viscoelástica Restrita).

Posteriormente a esta publicação outros autores realizaram as primeiras formulações diferenciais matemáticas para representar o comportamento físico de sistemas vibratórios atenuadores de vibração envolvendo materiais viscoelásticos.

No trabalho proposto por TITA (1999), o autor abordou em sua dissertação o caso de viga engastada sujeita a sinal transiente com a utilização de materiais compósitos poliméricos. Os materiais objetos de estudo foram resina epóxi e fibra de vidro em diferentes sequências de empilhamento de lâminas para realização da análise modal. Analogamente ao presente trabalho o autor processou resultados comparando o modelo experimental aos modelos analítico e numérico (também por MEF). Importantes conclusões do trabalho em questão foram a comprovação de que para se aumentar o fator de amortecimento estrutural não significa necessariamente aumentar-se a fração volumétrica da matriz: pode-se obter o resultado desejado modificando-se a orientação das fibras ou mesmo modificando o sequenciamento destas.

No mesmo período, SOUSA (1999) desenvolveu em sua tese a formulação para acoplamento do MEF e MEC para solução de problemas dinâmicos transientes em meios viscoelásticos (MEF para estruturas viscoelásticas e MEC para meio infinito viscoelástico). A abordagem adotada foi a análise no domínio do tempo. Os resultados contemplaram a determinação dos Módulos de Relaxação e Fluência dos materiais viscoelásticos objetos de estudo, contemplando modelamento proposto por Maxwell-Kelvin (Maxwell-Voigt).

FELINI (2000), em sua tese, desenvolveu a modelagem matemática e análise dos comportamentos ideal e não ideal de estruturas flexíveis de rastreamento. O autor propôs um modelo experimental de viga engastada acoplada a um motor rotativo de corrente contínua em condição de trabalho na extremidade oposta ao engaste. Simulações numéricas complementaram os resultados experimentais, validando-os, bem como os dos modelos matemáticos propostos. A abordagem utilizada também foi a de análise no domínio do tempo

e um dos objetivos do trabalho foi desenvolver bases para realização do controle de sistemas dinâmicos, comprovando que para baixas velocidades de rastreamento, ambos os modelos de curvatura apresentam resultados similares, comportamento ideal ou não, mas em altas velocidades de rastreamento a escolha do modelo correto torna-se de suma importância, pois este poderá convergir ou não para o comportamento real estrutural.

NAGAMINE (2001) realizou sua dissertação contemplando o estudo da lógica difusa para controle não convencional de uma viga inteligente baseada nas hipóteses de Euler-Bernoulli e no Princípio Variacional Eletromecânico, abordando também caso de estudo de viga engastada utilizando MEF e modelo experimental com atuadores piezelétricos incorporados, aplicando controle não convencional (difuso). A abordagem do autor apesar de não contemplar emprego de materiais viscoelásticos como atenuadores de vibração abordou outra opção de atenuação, consistindo na utilização de controladores para tanto. Uma importante conclusão alcança foi o fato do uso de controladores difusos ser viável e apropriado para alívio de vibrações em vigas, como atuadores dinâmicos de vibração. Os resultados processados pelo autor foram tanto em domínio de tempo quanto em domínio de frequência.

Retornando à cronologia de estudos de materiais viscoelásticos em utilização estrutural, ASEKA (2002), realizou o projeto, construção e determinação de propriedades de amortecedor viscoelástico para uso em estruturas. O trabalho objetivou o estudo de amortecedores viscoelásticos para emprego em indústria de construções como atenuador de amplitude de vibrações, bem como a construção física do amortecedor em estudo. Dentre suas conclusões o autor afirma a necessidade da seleção correta do material viscoelástico para se atingir melhores resultados de dissipação energética do sistema.

DAVID (2003), realizou sua tese com foco na modelagem dinâmica, simulação e validação experimental de estruturas flexíveis com comportamento não-linear. A modelagem foi realizada utilizando aplicação de um oscilador mecânico flexível e manipuladores robóticos também flexíveis, montados num aparato experimental idealizado. Este trabalho, apesar de não envolver materiais viscoelásticos também possuiu relevância e importância no quesito dinâmico e de controle e atenuação de amplitude de oscilação de sistemas dinâmicos.

Relativo ao estudo de vigas sanduíches, ORESTEN (2003), em sua dissertação realizou a caracterização dinâmica de vigas sanduíche com núcleo de espuma rígida de poliuretano. O procedimento experimental proposto pelo autor consistiu de CDP associados de aço laminado e espumas rígidas de poliuretano e poliestireno de alto impacto, utilizados na fabricação de refrigeradores e congeladores domésticos. Através de MEF e modelo de viga

Timoshenko, o autor comparou os resultados experimental, numérico e analítico dos modelos propostos. Os modelos experimentais utilizados foram o de viga engastada e viga bi-apoiada e os resultados foram processados em domínio de frequência. Como principais resultados, o autor concluiu que o MEF associado ao modelo de Timoshenko foi adequadamente satisfatório para reproduzir as situações experimentais mecânicas das vigas, apresentando boa convergência de resultados.

ROCHA (2004) propôs em sua dissertação a modelagem de estruturas inteligentes através de modelagem com sistema experimental de controle ativo visando atenuação estrutural. Foram utilizados pelo referido autor processamento numérico (MEF) em linguagem MATLAB e ANSYS e validação com dados experimentais. O objeto de estudo foi uma estrutura engastada e os resultados foram processados nos domínios de tempo e de frequência. O material utilizado no CDP foi o alumínio e através da comparação dos resultados foi possível analisar qualitativamente as metodologias propostas ao problema dinâmico envolvido.

Ainda pertinente à análise dinâmica de estruturas, SIAS (2004) desenvolveu um programa computacional para análise dinâmica de estruturas incluindo amortecimento viscoelástico. Em sua dissertação o autor implementou computacionalmente a análise de cascas laminadas de materiais compósitos sujeitos à solicitação dinâmica considerando dois modelos diferentes de amortecimento. Foram propostos modelo de viga engastada com carga distribuída, viga engastada com pulso retangular, com pulso triangular e com pulso Delta de Dirac para as simulações em MEF. Como resultados, o autor obteve dados para comparação de metodologias adotadas para representação do modelo de viscoelasticidade, em análise de placas e cascas com pequenas deformações e deslocamentos finitos.

Outra publicação importante inerente ao presente trabalho é a dissertação de PITELLA (2006). Nela o autor aborda a investigação da eficiência de materiais viscoelásticos para redução de vibrações em *risers*. O estudo propõe a utilização de elementos amortecedores tipo viscoelástico em três camadas (viga sanduíche) para aumentar o amortecimento de estruturas de irrigação em dutos generalizados, incluindo ensaios experimentais visando estimar as frequências naturais e taxas de amortecimento associadas aos modos de vibrar das estruturas. Dentre as conclusões deste autor, seus resultados mostraram grande eficiência na utilização da viga sanduíche com material viscoelástico no controle e redução de vibrações e substancial aumento das taxas de amortecimento das estruturas envolvidas no problema físico.

O comportamento mecânico dos materiais poliméricos também foi estudado por WASILKOSKI (2006). Em sua tese a autora realiza uma nova abordagem incluindo a variação da energia cinética na equação do modelo conservador baseado na Segunda Lei de Newton, baseado em dados experimentais realizados (ensaio de tração). Dentre suas conclusões o trabalho apresenta a dificuldade na interpretação das propriedades experimentais dos materiais, relacionada com o parâmetro entre as deformações e velocidade não constante do ensaio, demonstrando o comportamento típico dos materiais viscoelásticos: resposta de comportamento dependente da velocidade da sollicitação ao qual o material é submetido.

ARAUJO (2007) abordou em sua dissertação o ajuste de modelos numéricos de MEF utilizando métodos de otimização. Baseado no princípio que as técnicas numéricas ou experimentais estão sujeitas a erros e incertezas onde os modelos numéricos normalmente representam formas simplificadas de solução do problema físico e não levam em conta certos fatores existentes na prática. Partindo deste princípio o autor deixa claro a importância e necessidade em muitos casos de se atualizar os modelos numéricos à partir de medidas experimentais, realizando um processo de adequação matemática. Foi utilizado MEF em dados modais experimentais (frequências naturais e formas dos modos de vibrar) e processamento através de dois métodos de ajuste. Como resultados o autor conclui que ambos os métodos utilizados apresentaram boa convergência computacional, mas um deles (Método da Função Objetivo) apresentou resultados mais rápidos, com menos iterações necessárias e em alguns casos o outro método (Método de Aproximação por Subproblema) nem mesmo convergiu.

No mesmo período cronológico, NETO (2007) abordou em sua tese a temática de incorporação de aspectos metrológicos na simulação estrutural em materiais viscoelásticos. O trabalho deste autor consistiu de adoção de técnicas metrológicas para garantir a comparação de resultados experimentais e simulações, envolvendo definição correta da geometria envolvida, níveis de carregamento aplicado, propriedades do material e condições ambientais de operação do sistema. As condições experimentais envolveram a realização do ensaio simultâneo de fluência em oito corpos de prova através da utilização de extensometria para medição das deformações envolvidas. Como conclusão o autor mantém a afirmação da importância de aspectos metrológicos na obtenção de resultados e simulações que possam ser incomparáveis e escolha correta dos sistemas de medições a serem utilizados, dentre outros fatores. Através do estudo o autor definiu experimentalmente parâmetros de caracterização viscoelástica do material (ensaio de fluência conforme norma ASTM D 2990-01), bem como utilizou modelos reológicos fracionários para modelar o comportamento do material

viscoelástico no domínio do tempo, visto tratar-se de um aspecto pouco explorado ainda no meio científico, segundo o autor.

Quanto à caracterização de materiais viscoelásticos em baixa frequência, SILVA (2007) aborda em sua dissertação, o desenvolvimento de metodologias (impulso inicial, ensaio de fluência etc.) para esta caracterização: envolvendo o problema físico também de *risers* rígidos, com a necessidade de aumento da vida útil dos equipamentos que possuem redução desta devido à fadiga relacionada às vibrações induzidas por vórtices na perfuração de poços de petróleo. Partindo desta necessidade o autor desenvolveu seu trabalho incorporando a utilização de vigas sanduíches com utilização de materiais viscoelásticos na estrutura de modo a aumentar seu amortecimento estrutural e reduzir os efeitos vibracionais. O material viscoelástico utilizado foi a fita 3M série VHB 4955 e os principais resultados foram os valores experimentais de G e η do material viscoelástico estudado.

Na mesma linha de pesquisa do presente trabalho, ASEKA (2008) trabalhou em sua tese com sistemas concentrados e distribuídos com amortecimento viscoelástico utilizando a base gerada pela resposta impulso. Através do princípio da correspondência, modelo de viga de Euler-Bernoulli e função resposta impulso de Claeysen, dentre outros. O trabalho deste autor reforça como aspectos conclusivos a importância em se utilizar adequadamente a caracterização das propriedades do material viscoelástico utilizado para a precisão e eficácia de sua aplicabilidade. Conforme o autor, a análise destes materiais envolve uma complexidade matemática mais sofisticada do que quando se envolve problemas com materiais mais triviais, tais como materiais elásticos. Uma das proposições para trabalho futuro citada pelo autor é o estudo das vigas de Euler-Bernoulli compostas (viga sanduíche), como é o caso do presente trabalho proposto.

No aspecto de sistemas girantes vibracionais com aplicação de materiais viscoelásticos, FILHO (2008) apresentou em sua dissertação o estudo de controle de vibração flexional em sistemas girantes utilizando neutralizadores dinâmicos (absorvedores dinâmicos) viscoelásticos. O problema de estudo ressalta o caso de máquinas rotativas que são sujeitas a forças geradas pelo desbalanceamento residual que, aliado a condições de operação com baixo amortecimento pode resultar em níveis excessivos de vibração e consequentes defeitos e falhas catastróficas do sistema físico. O modelamento por análise modal no domínio de frequência foi utilizado no estudo, para definição dos parâmetros do neutralizador ideal e o materiais viscoelásticos utilizados foram o neoprene, borracha butílica, borracha natural e *EAR isodamp* C-1002. Os resultados obtidos pelo autor foram satisfatoriamente positivos, representando a redução da resposta vibratória dos sistemas.

QUEIROZ (2008) baseou sua dissertação nas análises de estruturas flexíveis com aplicação de materiais viscoelásticos. O autor estudou, simulou e realizou experimentalmente os casos envolvendo material de aço inoxidável e materiais viscoelásticos também do fabricante 3M (fitas VHB 4915 e 4930). Os casos experimentais representaram situações da viga engastada, com excitação na base de engaste promovida por um motor elétrico acoplado a um disco excêntrico (vibração forçada) e posteriormente de um sistema com mola e eletroímã (vibração livre – sinal transiente) excitado na extremidade livre. Os resultados foram apresentados predominantemente em domínio de frequência. Dentre suas conclusões o autor reforçou a importância da utilização de materiais viscoelásticos como atenuadores de amplitude de vibração e que a espuma acrílica se destacou experimentalmente nesta função em relação aos demais materiais estudados, o mesmo estendendo-se para o caso da viga sanduíche.

O caso da viga engastada também foi objeto de estudo de ANDRADE (2009). Em sua tese o autor realizou a análise dinâmica de uma viga engastada excitada por uma fonte não ideal (não linear). Seu sistema foi baseado em uma semi-asa de avião acoplada a uma turbina com hélice desbalanceada. Dentre outras conclusões o autor detectou caos no movimento oscilatório envolvido e, portanto, a necessidade real de controle deste fator vibracional. Embora o trabalho não tenha abordagem de materiais viscoelásticos representa um importante estudo do caso da viga engastada com aplicação em problema da engenharia moderna.

2.1 Vibrações

Todo movimento repetitivo é chamado vibração ou oscilação (RAO, 2007) e, segundo THOMSON (1993), o estudo da vibração diz respeito ao estudo dos movimentos oscilatórios de corpos e às forças que lhes são associadas.

Segundo RAO (2007), qualquer corpo que possua massa e elasticidade é capaz de realizar um movimento oscilatório. Baseado neste pressuposto pode-se realizar a analogia que a maioria das atividades humanas envolve alguma forma de vibração: a audição humana é resultado da vibração dos tímpanos, a respiração está associada à vibração dos pulmões, os batimentos cardíacos são movimentos vibratórios do coração, a fala que se fundamenta na vibração das cordas vocais e os nossos movimentos envolvem oscilações de braços e pernas.

Em engenharia, as aplicações das vibrações mecânicas são de grande importância nos tempos atuais. Projetos de máquinas, fundações, estruturas, motores, turbinas, sistemas de controle e outros, exigem que questões relacionadas com vibrações sejam levadas em conta.

Historicamente, o interesse humano mais antigo do estudo de vibrações é proveniente dos instrumentos musicais em 4000 a.C. (RAO, 2007) e, em termos industriais, mais recentemente, o estudo das vibrações em engenharia foram motivados basicamente pelos problemas de desbalanceamento em motores de combustão à diesel e outras máquinas rotativas, tais como turbinas à gás, onde a vibração causa desgaste mais rápido em mancais e engrenagens, provocando ruído excessivo, pode provocar o afrouxamento de parafusos, dentre outros fatores. Em processos de usinagem, por exemplo, a vibração pode causar trepidação e conduzir a um pobre acabamento superficial.

É pertinente lembrar, por outro lado, que a vibração também pode ser utilizada em várias aplicações industriais: esteiras transportadoras, peneiras vibratórias, compactadores, misturadores, máquinas de lavar e outras utilizam a vibração em seu princípio de funcionamento. A vibração também pode ser útil em testes de materiais, processos de usinagem e de soldagem.

2.1.1. Classificações das Vibrações

Vários são os critérios possíveis de classificação das vibrações. Dentre eles, pode-se destacar como principais (RAO, 1990):

- Classificação quanto à existência ou não existência de amortecimento;
- Classificação quanto à linearidade;
- Classificação quanto à previsibilidade de ocorrência;
- Classificação quanto à existência ou não existência de forçamento;

2.1.1.1. Classificação quanto à Existência ou Não Existência de Amortecimento

Em termos de existência (ou não) de amortecimento agindo no sistema pode-se dividir as vibrações em dois tipos (RAO, 2007) e (RAO, 1990):

- Vibrações sem amortecimento: não há perda de energia por atrito. Se a vibração for livre, não haverá diminuição da amplitude da vibração e o sistema vibrará indefinidamente. Se a vibração for forçada, a excitação reporá energia no sistema, podendo ocorrer até aumento da amplitude da vibração;

- Vibrações com amortecimento: há perda de energia por atrito. Se a vibração for livre, haverá sempre diminuição da amplitude da vibração e o sistema tenderá a parar na posição de equilíbrio estático. Se a vibração for forçada, poderá haver ou não diminuição da amplitude da vibração, porque a excitação repõe energia no sistema.



Figura 2.1 – Respostas (deslocamentos) pelo tempo de vibração sem amortecimento e vibração com amortecimento.

2.1.1.2. Classificação quanto à Linearidade

Em termos de linearidade do sistema pode-se dividir as vibrações em dois tipos (RAO, 2007) e (RAO, 1990):

- Vibrações lineares: obedecem ao Princípio da Superposição (Fig. 2.2), ou seja, existe uma proporcionalidade entre excitação e resposta;
- Vibrações não-lineares: não obedecem ao Princípio da Superposição.

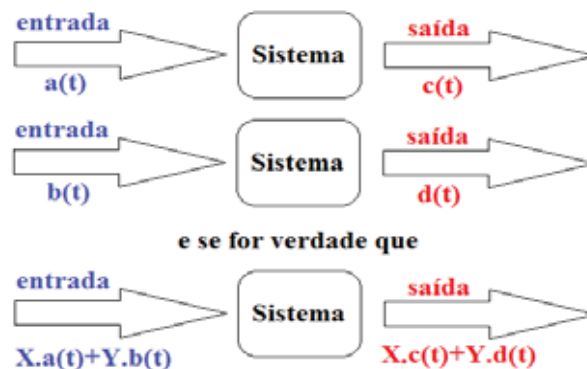


Figura 2.2 – Princípio da Superposição: um sistema só pode ser considerado linear se a condição descrita for verificada.

No sistema linear existe proporcionalidade entre causa (excitação) e efeito (resposta). Se todos os componentes do sistema elástico comportarem-se linearmente.

No caso de vibração linear, o modelo matemático é composto por um sistema de equações diferenciais ordinárias lineares, EDOL's.

Já no caso de vibração não-linear, o modelo matemático é composto por um sistema de EDO não-L.

2.1.1.3. Classificação quanto à Previsibilidade de Ocorrência

Em termos de previsibilidade do sistema pode-se dividir as vibrações em dois tipos (RAO, 1990):

- Vibrações determinísticas: a excitação é conhecida e a resposta é previsível (Fig. 2.3);
- Vibrações aleatórias: a excitação não é conhecida e a resposta é também aleatória (Fig. 2.3).

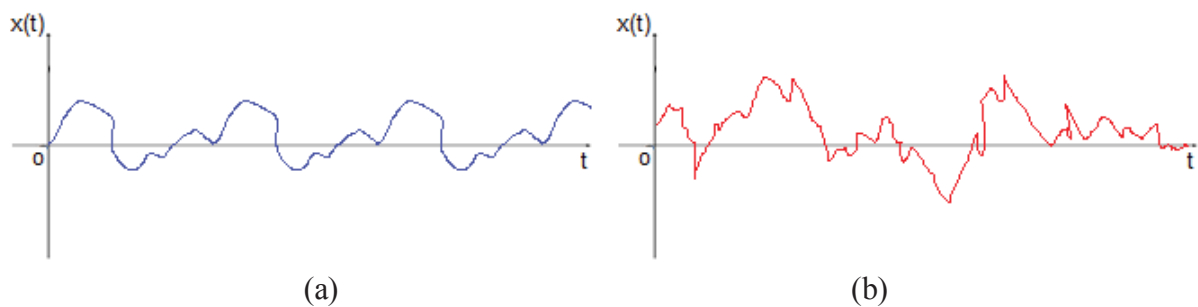


Figura 2.3 – Excitações: a) determinística e b) aleatória. Baseado em RAO (1990).

2.1.1.4. Classificação quanto à Existência ou Não Existência de Forçamento

Em termos de existência (ou não) de forças externas agindo no sistema pode-se dividir as vibrações em dois tipos (RAO, 2007) e (RAO, 1990):

- Vibrações livres (ou naturais): causadas por condições iniciais (deslocamento inicial e/ou velocidade inicial);
- Vibrações forçadas: causadas por forças e/ou torques externos; as oscilações persistem durante a aplicação dos mesmos e uma vez cessadas essas solicitações o sistema entra em vibração livre.

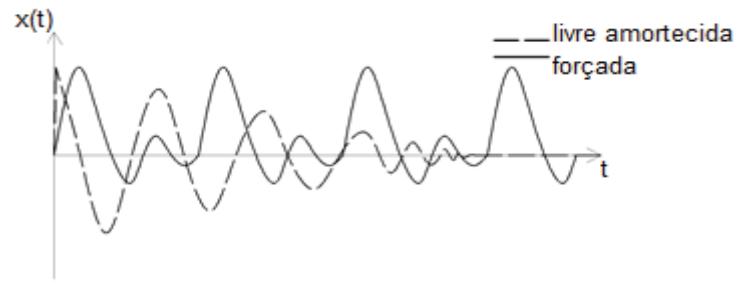


Figura 2.4 – Respostas (deslocamentos) pelo tempo de vibração livre e vibração forçada.

2.1.2. Domínio de Tempo e Domínio de Frequência

Nem sempre é conveniente e claro a análise do sinal originalmente no tempo, pois o comportamento do sistema torna-se muitas vezes difícil de analisar e interpretar. Uma solução para os sistemas, principalmente os mais complexos, é converter os sinais de resposta para o domínio de frequência. O sinal original com comportamento real passa a ter comportamento imaginário (complexo). Este procedimento pode ser realizado através da aplicação, por exemplo, da Transformada Rápida de Fourier (FFT).

A Fig. 2.5 apresenta exemplos de comportamento de resposta de sistemas físicos, traduzidos no domínio do tempo de da frequência.

Segundo GADE & HERLUFSEN (1987), a análise dos diferentes tipos de sinal exige não só o uso de funções de ponderação adequadas, mas também a correta análise de parâmetros ou unidades.

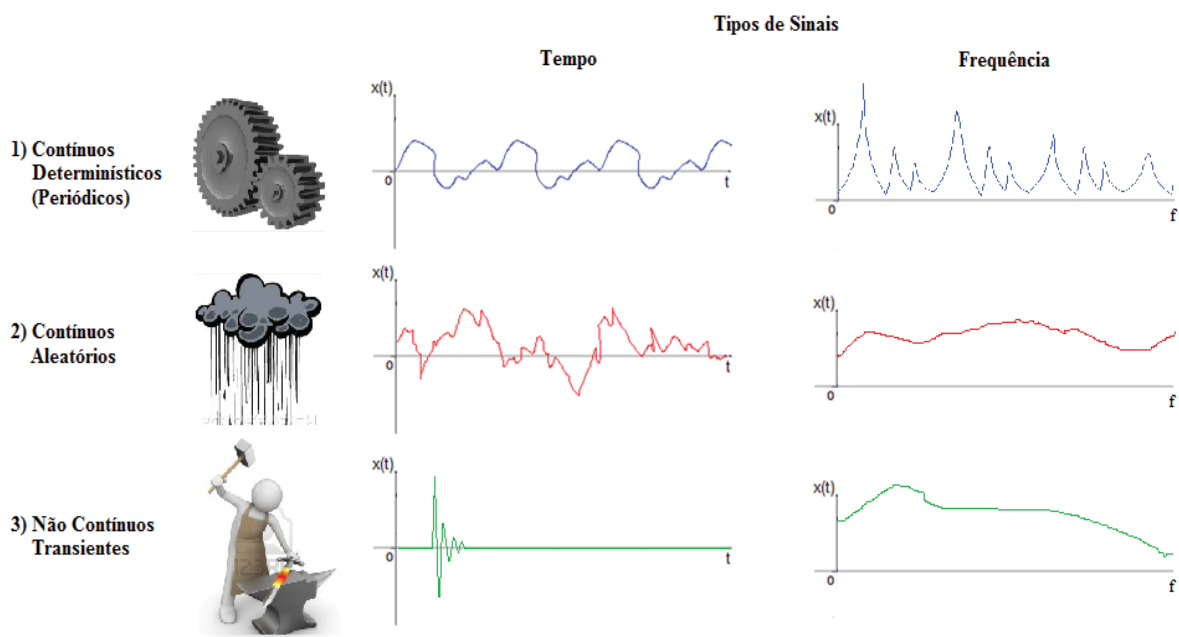


Figura 2.5 – Exemplos de comportamento de sistemas físicos.

Baseado em GADE & HERLUFSEN (1987, Vol II).

GADE & HERLUFSEN (1987), também explicam que outra diferença básica entre os tipos de sinal encontra-se na frequência do domínio, dependendo se eles têm espectros de linha ou contínuos. Espectros contínuos, como sinais contínuos onde os resultados são normalizados em relação à unidade de tempo, devem ser normalizados na unidade de frequência (Hz). Isto deve ser feito para se obter a densidade espectral, pois o nível medido (ou amplitude) a uma parte relativamente plana do espectro é proporcional à largura de banda do filtro.

O presente trabalho é baseado modelo de sinais não contínuos, ou seja, sinais transientes. Os sinais transientes sempre começam e terminam em zero amplitude. Neste caso o sinal completo pode ser analisado também em unidades de energia, pois possui uma quantidade finita de energia envolvida.

Os sinais transientes têm espectros que são continuamente distribuídos com a frequência e, por conseguinte, a energia transmitida pode ser normalizada em relação à largura de banda do filtro, o que resulta em unidade de energia por unidade de largura de banda, denominada de Densidade de Energia Espectral, DEE, (ESD do inglês).

A interpretação dos resultados da FFT não requer uma compreensão no algoritmo em si, mas uma compreensão completa de transformada de Fourier discreta. Esta situação resulta do fato de que a FFT é simplesmente um algoritmo (isto é, um método particular de realizar uma série de cálculos) que pode calcular a transformada de Fourier discreta muito mais rapidamente do que outros algoritmos disponíveis. (BRIGHAM, 1974)

A transformação FFT em termos de sinais envolvendo força de aceleração trabalha com uma relação denominada estimador invariante (H_{ij}), que representa a relação descrita na Eq. 2.1:

$$H_{ij} = \frac{A_i(\omega)}{F_j(\omega)} \quad (2.1)$$

onde H_{ij} é o invariante dos sinais de aceleração e força, para cada modo de vibrar do sistema,

$A_i(\omega)$ é a aceleração, em $[m/s^2]$ e

$F_j(\omega)$ é a força, em $[N]$.

Basicamente existem dois tipos de estimadores invariantes: H_{1ij} e H_{2ij} . O estimador H_1 representa os ruídos de saída do sinal e o estimador H_2 representa os ruídos de entrada do sinal.

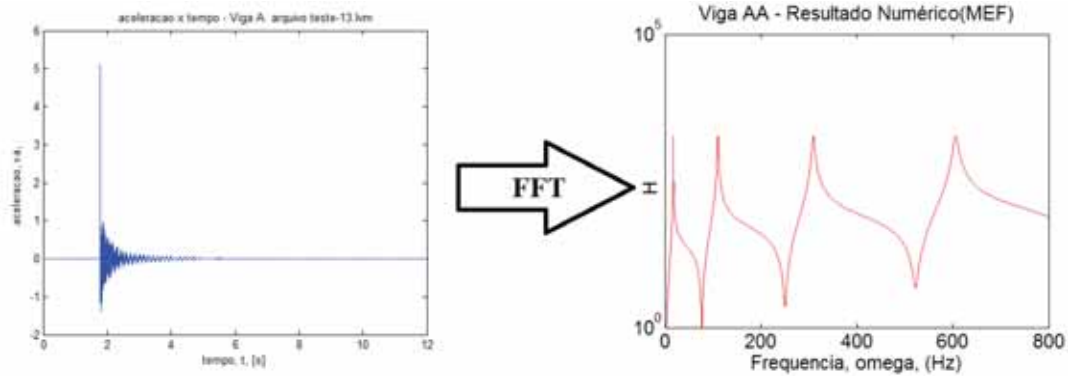


Figura 2.6 – Exemplos transformação FFT de sinal em domínio de tempo para sinal em domínio de frequência e invariante, por Análise Modal Experimental.

2.1.3. Amortecimento e Método da Meia-Potência

Um sistema físico, quando classificado por seu fator de amortecimento, pode ser:

- Não amortecido ($\zeta = 0$);
- Criticamente amortecido ($\zeta = 1$);
- Superamortecido ($\zeta > 1$) ou
- Subamortecido ($\zeta < 1$).

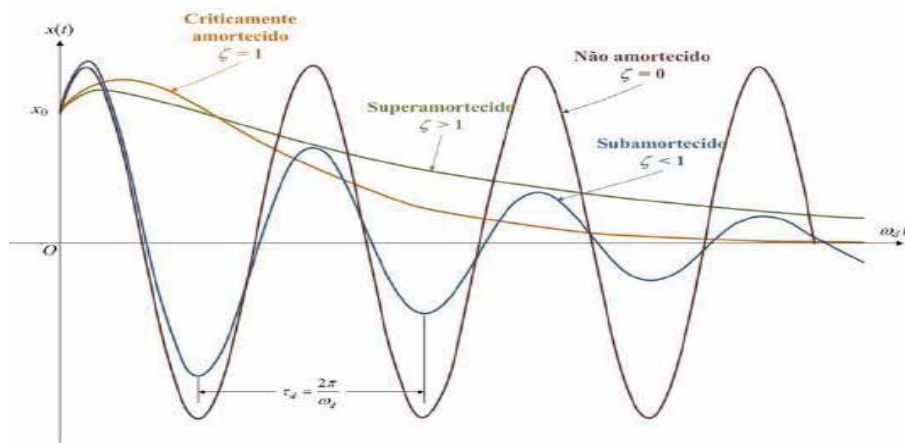


Figura 2.7 – Comparativo entre sistema com variação de fatores de amortecimento.

Muitos dos sistemas físicos de engenharia são classificados como sendo subamortecidos, onde o valor de ζ típico é 0,2. Esse amortecimento estrutural é resultado da dissipação de energia mecânica causada por fricção devido ao movimento relativo entre componentes e por impacto ou contato intermitente nas articulações de um sistema mecânico

ou estrutura. O comportamento da energia de dissipação depende do sistema mecânico em particular e, portanto, é extremamente difícil desenvolver um modelo analítico generalizado.

Uma grande proporção da energia mecânica dissipada em edifícios, pontes, trilhos e muitas outras estruturas de engenharia civil e maquinários, como robôs e veículos, ocorre através do mecanismo de amortecimento estrutural. Neste sentido o amortecimento interno torna-se normalmente insignificante comparado ao amortecimento estrutural.

A forma da onda de resposta é controlada pela soma de amortecimentos num sistema. Pode-se derivar o fator de amortecimento através de muitas propriedades da curva de resposta, sendo que uma das mais convenientes é utilizar a largura da banda ao qual o fator de amortecimento é determinado pelas frequências e onde a resposta é reduzida para $1/\sqrt{2}$ da amplitude, ou seja, nessas frequências a potência de entrada é reduzida pela metade (pontos de meia potência). Daí o método ser conhecido como Método da Meia-Potência (do inglês *Half Power Method*). A Eq. 2.2 apresenta a relação para estimar o fator de amortecimento através deste método:

$$\zeta \approx \frac{1}{2} \frac{\Delta\omega}{\omega_k} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_2 + \omega_1} \quad (2.2)$$

onde ζ é o fator de amortecimento,

$\Delta\omega$ é a largura de banda,

ω_k é a frequência média (aproximadamente igual à frequência natural) e

ω_1 e ω_2 são frequências.

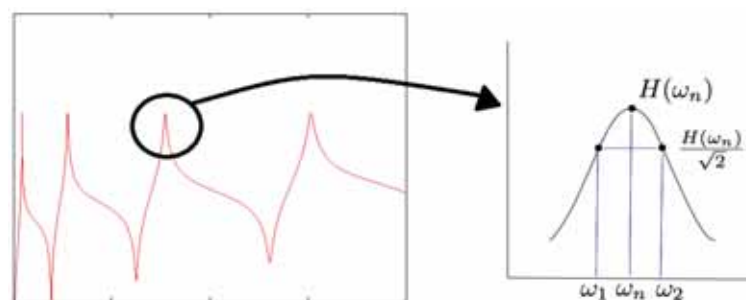


Figura 2.8 – Método da largura de banda para determinação do amortecimento em um sistema.

2.2. Materiais Viscoelásticos

Com a finalidade de amenizar a amplitude dos deslocamentos produzidos pelas ações dinâmicas sobre estruturas, muitos engenheiros e pesquisadores têm estudado mecanismos de

amortecimentos para aumentar sua capacidade de dissipar energia. Uma forma para elevar as taxas de amortecimento, é a aplicação de materiais com propriedades amortecedoras, que, quando aplicados na superfície de estruturas com baixo fator de amortecimento, apresentam enorme capacidade de atenuar as vibrações e diminuir as amplitudes de deslocamentos. Essa solução que visa o incremento das taxas de amortecimento de estruturas refere-se à utilização de materiais viscoelásticos como elementos que têm grande capacidade de dissipar energia.

Os materiais viscoelásticos têm sido amplamente estudados como mecanismo de amortecimento de vibração de sistemas dinâmicos, devido a sua grande capacidade de absorver partes da energia de vibração das estruturas e dissipá-las em forma de calor. Esses materiais podem ser aplicados como juntas ou apoios viscoelásticos, ou sob a forma de tratamento superficial. Para este último, os materiais viscoelásticos podem ser aplicados de duas formas: Camada Livre ou Camada de Restrição.

A configuração camada livre é o nome dado para a estrutura que é submetida a uma simples camada de material viscoelástico sobre uma de suas superfícies, e seu amortecimento é gerado devido às forças de tração e compressão sobre o material viscoelástico.

A configuração chamada de camada restrita consiste em dispor uma camada de material viscoelástico entre a camada da estrutura base e uma fina camada metálica. Esse tipo de configuração permite aumentar enormemente as deformações cisalhantes na camada viscoelástica e, como consequência, um aumento na dissipação de energia vibratória. Essa configuração também é conhecida por viga sanduíche.

A importância dos estudos dos materiais viscoelásticos deve-se ao fato de esses estarem presentes nos diversos setores das indústrias. Esses estudos buscam aprofundar formulações e modelos numéricos para descrever o comportamento deste mecanismo de amortecimento. Como exemplo de estudos realizados na indústria automotiva, encontram-se pesquisas que tinham como objetivo realizar modelagens (não linear e viscoelástica) e identificação de parâmetros viscoelásticos de um tipo de espuma flexível, a base de poliuretano, para aplicação em assentos automotivos.

Segundo CANEVAROLO JR (2006), a dificuldade de determinar as propriedades dinâmicas dos materiais viscoelásticos por meio de modelagens computacionais deve-se ao fato de que elas dependem de vários fatores externos, tais como a frequência de excitação ao qual a estrutura está submetida, as variações de temperatura, a geometria da estrutura, entre outros. Os polímeros são casos típicos representativos de materiais viscoelásticos. Outra definição para viscoelasticidade seria o fenômeno pelo qual o polímero apresenta características de um fluido e de um sólido elástico ao mesmo tempo (pseudo-fluido). A

fração elástica da deformação aparece devido a variações do ângulo e a distância de ligação entre os átomos da cadeia polimérica (tanto da principal quanto de grupos laterais). A fração plástica ocorre por causa do atrito entre as cadeias poliméricas. Isso faz com que o polímero demore um tempo finito para responder à solicitação, gerando uma defasagem entre a solicitação e a resposta.

2.2.1. Modelos de Viscoelasticidade Linear

Vários são os modelamentos possíveis para viscoelasticidade linear dos polímeros, modelos estes que podem ser tratados matematicamente.

A fração elástica da deformação é representada por uma mola, pois este dispositivo tem comportamento Hookeano, ou seja, a deformação sofrida é diretamente proporcional à tensão aplicada (no caso simplificado de uma mola é comum se referenciar a força aplicada em vez de a tensão, isto é, $F = Kx$, mas isto é apenas uma simplificação). O coeficiente de proporcionalidade é o módulo de elasticidade E ou módulo de Young.

A fração plástica normalmente é representada por um amortecedor (pistão com fluido) que segue um comportamento Newtoniano, ou seja, a tensão (resposta) é diretamente proporcional à taxa (variação) da deformação (solicitação). O coeficiente de proporcionalidade é a viscosidade η .

Matematicamente, as respostas destes elementos, quando submetidos a solicitações são representadas pelas Eq. 2.3 e 2.4. A Eq. 2.3 apresenta o comportamento elástico de uma mola ideal enquanto que a Eq. 2.4 apresenta o comportamento plástico de um amortecedor (caso de um pistão imerso com fluido):

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.3)$$

onde σ é a tensão normal atuante,
 E é o módulo de elasticidade do material e
 ε é a deformação resultante.

$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (2.4)$$

onde σ é a tensão normal atuante,

η é a viscosidade do fluido

dE/dt é a taxa de deformação

O módulo E está relacionado com a energia necessária para deformar os ângulos e a distância de ligações entre os átomos da cadeia polimérica. Quanto mais rígida a cadeia polimérica, maior será o módulo E . A viscosidade está relacionada com o atrito entre as moléculas poliméricas, gerado durante a deformação. Quanto maior a ocorrência de atrito, mais alto será o valor de η . O parâmetro dE/dt indica a influência do tempo na resposta de um polímero a uma determinada sollicitação.

Os principais modelos simplificados que permitem fazer uma previsão aproximada do comportamento físico-mecânico de um material polimérico são:

- Modelo de Maxwell,
- Modelo de Voigt e
- Modelo de Maxwell-Voigt.

2.2.1.1. Modelo de Maxwell

Por definição, qualquer fluido viscoelástico apresenta duas componentes de deformação: uma componente elástica e uma plástica. Maxwell sugeriu um modelo de associação em série entre uma mola e um amortecedor para compor a deformação de um fluido viscoelástico. (FAISCA, 1998 e CANEVAROLO JR, 2006)

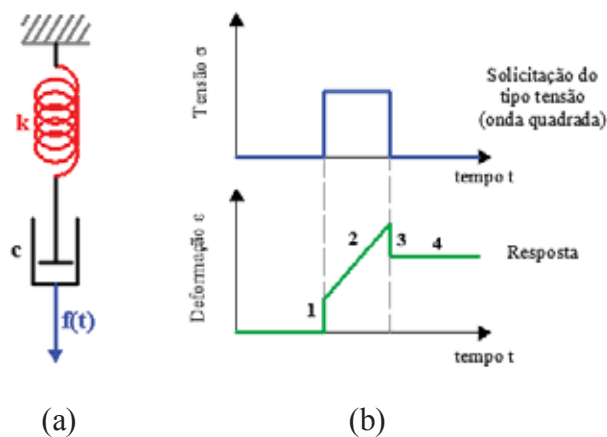


Figura 2.9 – a) Modelo de Maxwell com elementos em série; b) respostas da tensão constante em função do tempo ($\sigma \times t$) e da deformação em função do tempo ($\epsilon \times t$). Baseado em CANEVAROLO JR (2006).

Segundo este modelo, ao se aplicar qualquer forma inicial de solicitação num dado intervalo finito de tempo (uma tensão normal, por exemplo), a resposta dependerá das características físicas dos elementos (módulo de elasticidade E do material, constante elástica k da mola, dentre outros). A curva resposta seria a sobreposição dos efeitos do comportamento individual de cada elemento onde no caso a mola responderia instantaneamente e o amortecedor responderia linearmente com o tempo. A Fig. 2.9 apresenta uma idealização de tal comportamento.

Pela Fig. 2.9, de acordo com as respostas de deformação ($\varepsilon \times t$), as quatro regiões mostradas seriam atribuídas a:

Região 1 – deformação elástica instantânea da mola;

Região 2 – deformação plástica, dependente do tempo, do amortecedor;

Região 3 – recuperação elástica instantânea da mola;

Região 4 – deformação plástica residual e irrecuperável do amortecedor.

Em termos equacionais, quando uma força $F(t)$ é aplicada ao sistema a resposta $u(t)$ possui uma contribuição dos fatores elástico e viscoso (FAISCA, 1998), ou seja:

$$u(t) = u_e(t) + u_v(t) \quad (2.5)$$

onde $u(t)$ representa o alongamento total do modelo de Maxwell,

$u_e(t)$ representa o alongamento da mola e

$u_v(t)$ representa o alongamento do elemento viscoso.

A relação da mola pode ser escrita por:

$$F_e = k u_e \quad (2.6)$$

Derivando-se a Eq. 2.6 obtém-se que:

$$\frac{dF_e(t)}{dt} = k \frac{du_e}{dt} \quad (2.7)$$

Já a derivada da relação do amortecedor pode ser escrita por:

$$F_d = c \frac{du}{dt} \quad (2.8)$$

Derivando-se a Eq. 2.5 no tempo, aplicando-se as relações das Eq. 2.7 e 2.8 tem-se:

$$\frac{du(t)}{dt} = \frac{1}{k} \frac{dF_e(t)}{dt} + \frac{F_d}{c} \quad (2.9)$$

A resposta $u(t)$ depende da força $F(t)$ aplicada ao sistema. Se for uma força instantânea e o seu valor for mantido constante, pode-se utilizar a função unitária de Heaviside e a função Delta de Dirac para reescrever a Eq. 2.7 (FAISCA, 1998):

$$\frac{dF_e(t)}{dt} = F_0 \delta(t) \quad (2.10)$$

E,

$$F_d = F_0 H(t) \quad (2.11)$$

Logo,

$$\frac{du(t)}{dt} = \frac{F_0 \delta(t)}{k} + \frac{F_0 H(t)}{c} \quad (2.12)$$

Por integração da Eq. 2.12 e considerando-se a condição inicial $u(0) = 0$ e a resposta (alongamento total) será dada por:

$$u(t) = F_0 \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{c} \right) H(t) \quad (2.13)$$

onde $H(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < a \\ 1 & \text{se } t > a \end{cases} \quad (a \geq 0)$

2.2.1.2. Modelo de Voigt

O modelo proposto por Voigt também utiliza uma associação de duas componentes de deformação por um sistema de massa e mola, mas ao contrário do modelo de Maxwell, Voigt propôs a associação em paralelo. (FAISCA, 1998 e CANEVAROLO JR, 2006)

Segundo este modelamento, ao se aplicar qualquer forma inicial de sollicitação num dado intervalo finito de tempo, a curva resposta seria uma variação de deformação com o tempo, não mais linear. A Fig. 2.10 apresenta a idealização de tal comportamento.

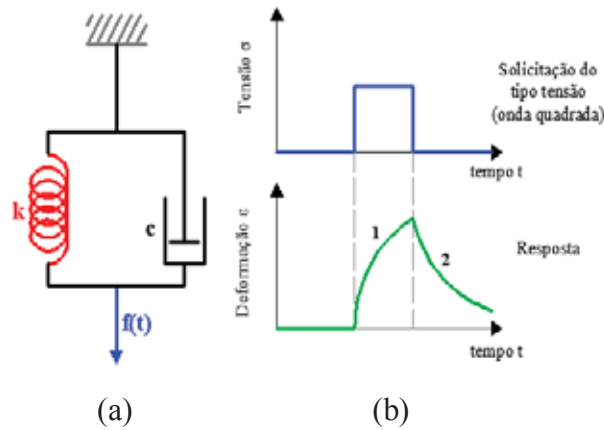


Figura 2.10 – a) Modelo de Voigt com elementos em paralelo; b) respostas da tensão constante em função do tempo ($\sigma \times t$) e da deformação em função do tempo ($\epsilon \times t$). Baseado em CANEVAROLO JR (2006).

Pela Fig. 2.10, de acordo com as respostas de deformação ($\epsilon \times t$), as duas regiões mostradas seriam atribuídas a:

Região 1 – deformação elástica retardada por uma componente viscosa;

Região 2 – recuperação elástica retardada causada pela mesma componente viscosa.

Em termos de força, este modelo representa que, quando uma força F é aplicada ao sistema, ela será igual à soma algébrica das forças da mola e do amortecedor (FAISCA, 1998), ou seja,

$$F = F_e + F_v \quad (2.14)$$

onde F é a força total aplicada ao sistema,

F_e é a força elástica da mola e

F_v é a força do amortecedor viscoso.

Pelas Eq. 2.6 e 2.8, substituindo-se na Eq. 2.14:

$$F = ku_e + c \frac{du_v}{dt} \quad (2.15)$$

Como os deslocamentos são os mesmos neste modelo, $u = u_e = u_v$, ou seja,

$$F = ku + c \frac{du}{dt} \quad (2.16)$$

Num sistema onde ocorra deformação lenta (fluência) sob força aplicada instantaneamente e constante e em $t = 0$,

$$F = F_0 H(t) \quad (2.17)$$

$$F_0 H(t) = ku + c \frac{du}{dt} \quad (2.18)$$

A solução para a Eq. 2.18, assumindo-se a condição inicial $u(0) = 0$ será do tipo: (FAISCA, 1998)

$$u(t) = \frac{F_0}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{c}t} \right) H(t) \quad (2.19)$$

onde
$$H(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < a \\ 1 & \text{se } t > a \end{cases} \quad (a \geq 0)$$

Através deste modelamento é possível observar que não há deformação instantânea quando ocorre a solicitação, mas com o decorrer do tempo a deformação atinge seu valor máximo correspondente à solução elástica. Complementar a este comportamento, quando se retira a solicitação, o modelo também não apresenta recuperação instantânea, mas retorna ao seu estado inicial de deformação após certo intervalo de tempo, dito infinito.

O modelo de Voigt pode ser empregado em grande parte dos problemas de modelamento de sistemas físicos envolvendo solicitações dinâmicas e materiais viscoelásticos.

2.2.1.3. Modelo de Maxwell-Voigt

Este terceiro modelo é o de Maxwell-Voigt, que utiliza uma associação em série dos modelos Maxwell e de Voigt.

A Fig. 2.11 apresenta a idealização de tal comportamento.

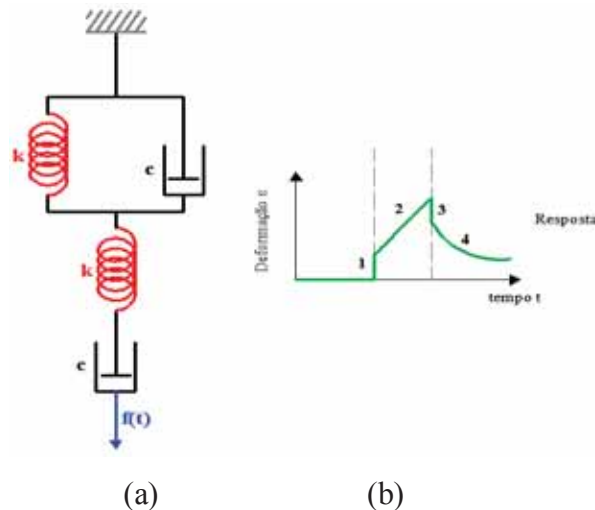


Figura 2.11 – a) Modelo de Maxwell-Voigt com associação em série dos modelos de Maxwell e de Voigt; b) respostas da deformação em função do tempo ($\varepsilon \times t$). Baseado em CANEVAROLO JR (2006).

Pela Fig. 2.11, de acordo com as respostas de deformação ($\varepsilon \times t$), as quatro regiões mostradas seriam atribuídas a:

- Região 1 – deformação elástica instantâneas dos componentes de mola;
- Região 2 – deformações elástica retardada e plástica, dependente do tempo, do amortecedor e sua componente viscosa;
- Região 3 – recuperação elástica instantânea das molas;
- Região 4 – recuperação elástica retardada causada pela mesma componente viscosa com deformação plástica residual e irrecuperável do amortecedor.

2.2.2. Relações Constitutivas da Viscoelasticidade

Relações Constitutivas, de acordo com a Teoria da Mecânica do Contínuo, podem ser entendidas como conjunto de equações matemáticas que descreveriam a interdependência entre tensões e deformações de um determinado material, material este envolto num contexto de condições iniciais, relações de equilíbrio e relações de compatibilidade.

Uma consideração importante a ressaltar é o fato de que os modelos baseados em relações constitutivas da Mecânica do Contínuo levam em consideração a influência do parâmetro tempo sobre o comportamento mecânico do material, fato este bastante pertinente em muitos casos de aplicação em problemas reais dinâmicos, principalmente aqueles relacionados com a velocidade de aplicações dos esforços com materiais onde a viscoelasticidade está presente.

Embora o fator tempo esteja amplamente presente nas Relações Constitutivas na forma de velocidade, os fatores de efeito de aceleração podem em certos casos ser desconsiderados. São os casos onde os efeitos inerciais não são envolvidos e a literatura científica trata-os como problemas quase estáticos.

Na representação unidimensional do modelo proposto por Voigt, assume-se que a mola comporta-se no regime elástico linear sendo, portanto, definida apenas por um parâmetro de flexibilidade C , conforme Eq. 2.20:

$$\sigma_e = C \varepsilon_e \quad (2.20)$$

onde σ_e é a tensão elástica atuante,
 C é o parâmetro de flexibilidade do material e
 ε_e é a deformação elástica resultante.

Do mesmo modelo, considera-se que o amortecedor comporta-se como um fluido Newtoniano sendo, portanto, definido apenas por um parâmetro η , conforme a Eq. 2.21:

$$\sigma_v = \eta \dot{\varepsilon}_v \quad (2.21)$$

onde σ_v é a tensão elástica atuante,
 η é o parâmetro de amortecimento Newtoniano do material e
 $\dot{\varepsilon}_v$ é a taxa de deformação viscosa resultante.

Devido a associação em paralelo proposta no modelo de Voigt, a deformação total é equivalente à deformação elástica na mola e à deformação viscosa no amortecedor, conforme Eq. 2.22.

$$\varepsilon = \varepsilon_e = \varepsilon_v \quad (2.22)$$

A tensão total é equivalente à soma das tensões na mola e no amortecedor, conforme Eq. 2.23.

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_v \quad (2.23)$$

Incorporando-se as Eq. 2.20 e 2.21 na Eq. 2.23, obtém-se que:

$$\sigma = C\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} \quad (2.24)$$

Estendendo-se ao modelo tridimensional, generalizando a Eq. 2.24:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} + \eta_{ijkl}\dot{\varepsilon}_{kl} \quad (2.25)$$

onde σ_{ij} é o tensor de tensão,
 C_{ijkl} é o tensor de flexibilidade do material (elástico),
 ε_{kl} é o tensor da deformação elástica resultante,
 η_{ijkl} é o tensor de amortecimento Newtoniano do material (viscoso) e
 $\dot{\varepsilon}_{kl}$ é o tensor da deformação elástica resultante.

Pode-se escrever o tensor de flexibilidade do material e o tensor de amortecimento Newtoniano em termos de parâmetros experimentais do material (λ , μ , θ_λ e θ_μ) e também pelo Delta de Kronecker (ANACLETO, 2010) de modo que:

$$C_{ijkl} = \lambda\sigma_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{il}\delta_{jk} + \delta_{ik}\delta_{jl}) \quad (2.26)$$

$$\eta_{ijkl} = \theta_\lambda\lambda\sigma_{ij}\delta_{kl} + \theta_\mu\mu(\delta_{il}\delta_{jk} + \delta_{ik}\delta_{jl}) \quad (2.27)$$

onde δ_{ij} = delta de Kronecker = $\begin{cases} 1 \text{ para } i = j \\ 0 \text{ para } i \neq j \end{cases}$

Os termos experimentais apresentados nas Eq. 2.26 e 2.27 podem ser descritos em termos do Módulo de Young (E) e do coeficiente de Poisson (ν) do material:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.28)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.29)$$

Os termos experimentais θ_λ e θ_μ são parâmetros viscosos e podem ser considerados equivalentes à constante constitutiva viscosa (γ):

$$\theta_\lambda = \theta_\mu = \gamma \quad (2.30)$$

Substituindo-se a Eq. 2.30 nas Eq. 2.26 e 2.27 pode-se notar a relação entre η_{ijkl} e C_{ijkl} tal que:

$$\eta_{ijkl} = \gamma C_{ijkl} \quad (2.31)$$

Reescrevendo a Eq. 2.26 à partir da Eq. 2.31,

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}(\varepsilon_{kl} + \gamma \dot{\varepsilon}_{kl}) \quad (2.32)$$

A Eq. 2.32 é uma das relações constitutivas utilizadas para realizar a análise da viscoelasticidade. (ANACLETO, 2010).

3. MODELAGEM MATEMÁTICA

O presente capítulo apresentará o modelamento para vigas com um extremidade engastada e outra livre, compostas de uma única camada de material, baseada em MEF e em MEE. Para a mesma condição engastada-livre será também abordado possíveis métodos para modelagem de vigas sanduíches (duplas e triplas) envolvendo adição de material viscoelástico.

3.1. Modelagem de Vigas Engastadas Simples

Vários são os modelamentos possíveis para o problema físico de viga. O modelo proposto por Bishop e Johnson (FAHY & WALKER, 2004) a equação diferencial do problema físico é dada pela Eq. 3.1:

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho S \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = f_z(x,t) \quad (3.1)$$

onde E é o Módulo de Elasticidade do material, [Pa],
 I é o segundo momento de área da seção, [m⁴],
 ρ é a densidade do material, [kg/m³],
 S é a área da seção transversal, [m²],
 $w(x,t)$ é o deslocamento transversal, [m] e
 $f_z(x,t)$ é uma força distribuída, [N].

A solução da Eq. 3.1 para excitação harmônica é apresentada na Eq. 3.2:

$$W(x) = C_R e^{-k_b x} + D_R e^{-jk_b x} + C_L e^{k_b x} + D_L e^{jk_b x} \quad (3.2)$$

onde C_R e D_R são as amplitudes de onda do deslocamento na região $x > 0$ com propagação de ondas direitas,
 C_L e D_L são as amplitudes de onda do deslocamento na região $x < 0$ com propagação de ondas esquerdas e

$k_b = \left(\frac{\rho S}{EI}\right)^{\frac{1}{4}} \omega^{\frac{1}{2}}$ é o número de onda (*Wave Number*), ou seja, uma constante adimensionalizada de comprimento de onda em relação à unidade de comprimento da viga.

A viga engastada simples está presente em praticamente todos os problemas físicos da engenharia, desde o caso de um trampolim de piscina ou mesmo no problema dinâmico da asa de uma aeronave supersônica. Para tanto é necessário compreender inicialmente a esquematização do problema simples inicial. A Fig. 3.1 representa o caso idealizado de uma viga engastada simples:



Figura 3.1 - Caso básico de uma viga engastada submetida a um esforço $f(x,t)$.

Uma aproximação para a Eq. 3.1 que descreve o movimento do problema físico da viga engastada simples (Fig. 3.1), conforme CRAIG JR (1981) pode ser escrita por:

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [C]\{\dot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{f(x, t)\} \quad (3.3)$$

onde $[M]$ é a matriz de massa concentrada,
 $[C]$ é a matriz de amortecimento,
 $[K]$ é a matriz de rigidez,
 $\{\ddot{u}(t)\}$ é o vetor de aceleração
 $\{\dot{u}(t)\}$ é o vetor de velocidade
 $\{u(t)\}$ é o vetor de deslocamento
 $f(x,t)$ é o vetor carregamento.

Deve-se aplicar métodos apropriados para se determinar as matrizes relacionadas na equação que rege o movimento do sistema. Um destes métodos é o MEF, utilizando-se o

conceito de Receptância. Neste caso a resposta em frequência de uma excitação harmônica da Eq. 3.3 para amortecimento proporcional torna-se: (FAHY & WALKER, 2004)

$$u(\omega) = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\phi_i \phi_i^T}{\mu_i (\omega_i^2 - \omega^2 + 2j \xi_i \omega_i \omega)} f(\omega) \quad (3.4)$$

onde $u(\omega)$ é a resposta em frequência (deslocamento),
 μ_i é o fator de massa modal,
 ϕ_i é a matriz que representa os modos de vibrar da estrutura,
subscrito T indica a matriz transposta,
 ω_i é a n-ésima frequência natural do sistema (1, 2, 3, 4...n),
 ω é a frequência do sistema e
 ξ_i é a razão de amortecimento modal.

3.1.1. Viga Finita de Euler-Bernoulli

Quando as dimensões da seção transversal da estrutura são pequenas quando comparadas ao comprimento, a deformação elástica é primariamente causada pela flexão, podendo-se, então, considerar a viga como uma estrutura de Euler-Bernoulli.

De acordo com FAHY & WALKER, (2004) a solução da Eq. 3.2 pode ser escrita de outra forma além da solução característica típica da Eq. 3.1. A solução da equação do movimento pode ser escrita em termos do campo de propagação de ondas, mas para uma viga finita é mais conveniente escrevê-la em termos de funções trigonométricas e hiperbólicas, conforme a Eq. 3.5:

$$W(x) = A. \text{sen}(k_b x) + B. \text{cos}(k_b x) + C. \text{senh}(k_b x) + D. \text{cosh}(k_b x) \quad (3.5)$$

onde A, B, C e D são constantes.

Como descrito por CRAIG JR (1981), os três primeiros modos de vibrar da viga são descritos na Fig. 3.2:

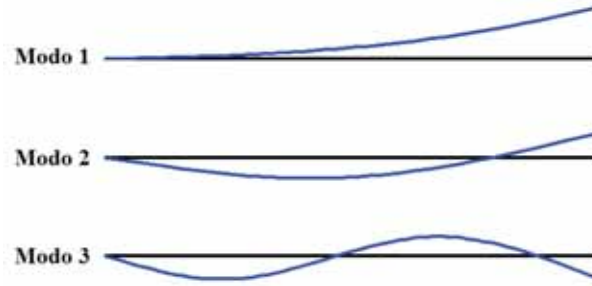


Figura 3.2 – Os três primeiros modos de vibrar de uma viga engastada-livre uniforme.

Aplicando-se as condições iniciais geométricas e de contorno para cada extremidade da viga a impedância e as matrizes de mobilidade podem ser definidas.

Por exemplo, para se determinar o elemento (1,1) na matriz de impedância pode-se recorrer à Eq. 3.6, impondo-se um vetor unitário de velocidade \dot{W}_1 e com uma força F_2 conhecida, enquanto \dot{W}_2 , $\dot{\Theta}_1$ e $\dot{\Theta}_2$ são todas nulas. Ambas, impedância e matriz de mobilidade são de dimensões 4x4. A impedância é dada por:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = \frac{Elk_b^3}{j\omega N} \begin{bmatrix} -K_{11} & -P & K_{12} & V \\ -P & Q_{11} & -V & Q_{12} \\ K_{12} & -V & -K_{11} & P \\ V & Q_{12} & P & Q_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{W}_1 \\ \dot{\Theta}_1 \\ \dot{W}_2 \\ \dot{\Theta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

onde $K_{11} = \cos(k_b l) \cdot \text{senh}(k_b l) + \text{sen}(k_b l) \cdot \text{cosh}(k_b l)$

$$K_{12} = \text{sen}(k_b l) + \text{senh}(k_b l)$$

$$P = \frac{\text{sen}(k_b l) \cdot \text{senh}(k_b l)}{k_b}$$

$$V = \frac{\cos(k_b l) - \text{cosh}(k_b l)}{k_b}$$

$$Q_{11} = \frac{\cos(k_b l) \cdot \text{senh}(k_b l) - \text{sen}(k_b l) \cdot \text{cosh}(k_b l)}{k_b^2}$$

$$Q_{12} = \frac{\text{sen}(k_b l) - \text{senh}(k_b l)}{k_b^2}$$

$$N = \cos(k_b l) \cdot \text{cosh}(k_b l) - 1$$

A Eq. 3.5 também é conhecida como Modelo de Elemento Espectral (MEE).

Em termos de frequências naturais, FAHY & WALKER (2004) discretiza-as em função de constantes adimensionalizadas de comprimento de onda em relação à unidade de comprimento da viga, através da Eq. 3.7:

$$\omega_n = \left(\frac{EI}{\rho S}\right)^{\frac{1}{2}} k_{nb}^2 \quad (3.7)$$

onde ω_n é a n-ésima frequência natural do sistema (1, 2, 3...),

E é o Módulo de Elasticidade do material,

I é o Momento de Inércia da seção,

ρ é a densidade do material,

S é a área da seção e

$k_{nb} = \left(\frac{\rho S}{EI}\right)^{\frac{1}{4}} \omega_n^{\frac{1}{2}}$ são constantes adimensionalizadas de comprimento de onda em relação à unidade de comprimento da viga.

Para a condição da viga proposta (engastada numa extremidade e livre na outra), pode-se obter valores de k_{nb} tabelados por FAHY & WALKER (2004). Tais valores estão mensurados na Tab. 3.1.

Tabela 3.1 – Valores de k_{nb} para viga simples engastada numa extremidade e livre na outra.

n	k_{nb}
1	1,87510
2	4,69409
3	7,85476
4	10,0055
5	14,1372
6	17,2788
n	$\frac{(2n - 1)\pi}{2}$

Fonte: FAHY & WALKER (2004).

Considerando-se a viga com amortecimento subcrítico (sistema subamortecido) o fator de amortecimento estrutural pode ser expresso por:

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} \quad (3.8)$$

onde ζ é o fator de amortecimento estrutural,

c é o amortecimento,

m é a massa do sistema e

ω_n é a n-esima frequência natural do sistema (1, 2, 3...).

Uma forma de estimar o fator de amortecimento estrutural é utilizar o Método da Meia Potência, para cada modo de vibrar do sistema, conforme apresentado na Eq. 2.2 do Capítulo 2.

Outra variável que pode ser definida a partir do fator de amortecimento estrutural é o chamado fator de perda, conforme Eq. 3.9:

$$\eta = 2\zeta \quad (3.9)$$

onde η é o fator de perda e
 ζ é o fator de amortecimento estrutural.

A Tab. 3.2 apresenta alguns valores para o Fator de Perda de diferentes materiais típicos utilizados na engenharia.

Tabela 3.2 – Valores de η de diferentes materiais típicos utilizados na engenharia.

Material	Fator de Perda (η)
Alumínio	$2 \cdot 10^{-5}$ a $2 \cdot 10^{-3}$
Concreto	0,02 a 0,06
Vidro	0,001 a 0,002
Borracha	0,1 a 1
Aço	0,002 a 0,01
Madeira	0,005 a 0,01

Fonte: *Indian Institute of Technology Roorkee.*

3.2. Modelagem de Vigas Engastadas Dupla (com Material Viscoelástico)

A modelagem de vigas compostas com uma camada de material viscoelástico pode ser realizada através do emprego de várias teorias. As equações desenvolvidas por Ross, Kerwin e Ungar (FAISCA, 1998) permitem calcular o módulo de elasticidade e o amortecimento do material viscoelástico a partir de valores medidos da viga composta e é um método bastante utilizado para modelagem dos problemas físicos neste contexto. Por este método obtém-se a rigidez flexural (EI) e o amortecimento (η) da viga equivalente, de modo que:

$$EI^* = E_1^* I_1 + E_2^* I_2 \quad (3.10)$$

onde EI^* é a rigidez flexural da viga composta,
 E_1^* é o Módulo de Elasticidade da viga metálica,
 I_1 é o Momento de Inércia da seção da viga metálica,
 E_2^* é o Módulo de Elasticidade do material viscoelástico e
 I_2 é o Momento de Inércia da seção do material viscoelástico.

Os Módulos de Elasticidade E_1^* e E_2^* são dados por:

$$E_1^* = E_1(1 + j\eta_1) \quad (3.11)$$

$$E_2^* = E_2(1 + j\eta_2) \quad (3.12)$$

onde η_1 é o amortecimento do metal e
 η_2 é o amortecimento do material viscoelástico.

Os Momentos de Inércia são dados por:

$$I_1 = \frac{bh_1^3}{12} + bh_1(h_n + 0,5h_1)^2 \quad (3.13)$$

$$I_2 = \frac{bh_2^3}{12} + bh_2(h_1 + 0,5h_2 - h_n)^2 \quad (3.14)$$

onde I_1 é o Momento de Inercia da viga de metal,
 b é a largura da viga,
 h_1 é a espessura da viga metálica,
 $h_n = \frac{E_1 h_1^2 + E_2 h_2 (2h_1 + h_2)}{2(E_1 h_1 + E_2 h_2)}$,
 I_2 é o Momento de Inercia da viga viscoelástica e
 h_2 é a espessura da viga viscoelástica.

3.3. Modelagem de Vigas Engastadas Tripla Sanduíche (Composta com Material Viscoelástico)

A modelagem de estruturas sanduíche ligadas por um material viscoelástico de baixo módulo de elasticidade não é um assunto trivial (OLIVEIRA, 2006). Segundo o autor, uma das técnicas utilizadas consiste em modelar a estrutura sanduíche utilizando elementos clássicos para camadas rígidas e um elemento viscoelástico normalizado para o material. Para modelar tais materiais pode-se utilizar elementos de casca (*shells*) de maiores ordens com a conexão dos nós com múltiplos elementos de rigidez elevada. O desenvolvimento de um elemento especial pode ser muito caro quando se trata de softwares comerciais e nem sempre representam com fidelidade o comportamento do material, principalmente quando este não for homogêneo. Finalmente combina-se a primeira e a terceira estratégia usando elementos clássicos e a utilização de múltiplas conexões, conforme mostrado na Fig. 3.3.



Figura 3.3 – Placa sanduíche por MEF. Adaptado de OLIVEIRA (2006).

Para as camadas rígidas normalmente é preferível a utilização de elementos de casca clássicos, como o *quad4*, (elemento de quatro nós), por exemplo, porque as formulações para elementos de volume são sensíveis ao travamento, ou *locking*, no cisalhamento quando se utilizam maiores razões de aspecto (dimensões do elemento amplas comparadas com a espessura), mas os elementos sólidos de oito nós também podem ser empregados na grande maioria dos casos por se tratar de um elemento de maior complexidade. As camadas macias tornam necessário o uso de elementos de volume, *hexa8* (elemento sólido de oito nós), por exemplo, pois elementos de casca não podem representar corretamente o elevado cisalhamento através da espessura.

Para aplicações deste interesse, onde o núcleo é muito mais macio que as extremidades, a energia no material viscoelástico é quase que exclusivamente associada à deformação por cisalhamento. Assim o elemento apresenta travamento (*locking*), mas esse travamento não tem impacto significativo na resposta da estrutura nesta aplicação.

4. VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Este capítulo aborda a relação dos materiais e equipamentos utilizados experimentalmente, procedimentos de confecção dos CDPs, metodologia dos ensaios e validação das propriedades dos materiais.

Os materiais e equipamentos necessários à realização dos procedimentos experimentais propostos, fez-se necessária utilização de:

- 07 vigas de teste conforme arranjos pré-determinados;
- 01 Martelo de Teste de Força/Impulso PCB Modelo ICP 086C03 com tampa preta de impacto suave (vide Anexo A);
- 01 Acelerômetro Piezoelétrico PCB Modelo ICP 352C33 (vide Anexo B);
- 01 Modulo de Aquisição de Sinal Dinâmico Modelo NI c-DAQ9234 com conectores para duas portas de comunicação USB (vide Anexo C);
- 01 Chassi Modelo NI cDAQ-9172 com cabo de energia (vide Anexo D);
- 01 Netbook Acer Aspire One Modelo ZA3 Atom 2520, 1,33GHz, 2GB RAM, Windows XP Professional SP2, com software LABVIEW v8.0 instalado;
- 01 Base de fixação para vigas tipo morsa;
- 01 unidade de cera adesiva (inclusa no conjunto do acelerômetro);
- 01 Balança digital DIAMOND mod. A04;
- 01 Balança digital OHAUS mod. Adventurer Pró;
- 01 Escalímetro VONDER de 60 cm;
- 01 Paquímetro analógico SOMET de 150 mm.

4.1. Confecção dos CDPs (Vigas de Teste)

Inicialmente as amostras para teste foram confeccionadas em aço inoxidável austenítico, da Aperam/Acesita, conforme padrão AISI 304 ASTM A240. Estes corpos foram dimensionados a partir de uma amostra de chapa nº18, de #1,21 mm, originalmente de dimensões 400x350 mm. As vigas de aço foram dimensionadas para as medidas 24x400 mm para ficarem em adequação dimensional com a largura das fitas viscoelásticas 3M-Scotch (24 mm).

Após o corte as vigas foram polidas com pedra de polimento e rebolo próprios para aço inoxidável, com a observação seguinte: o lado das vigas destinadas à colagem de fita viscoelástica não foi polido. Estes foram lixados com lixa fina para promover aderência ao material a ser colado.

Finalizado os processos de polimento/lixamento, as amostras foram lavadas em água e secadas com pano limpo.

Os materiais viscoelásticos do presente trabalho foram fitas dupla-face da série Fixa Forte do fabricante 3M-Scotch.

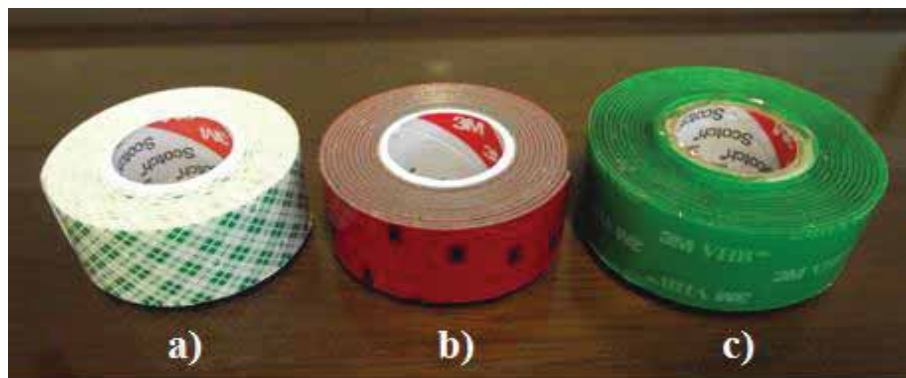


Figura 4.1 – Fitas 3M-Scotch Fixa Forte dupla-face utilizadas experimentalmente:
a) Fita 113, b) Fita 4411 e c) Fita VHB 4910.

Para a colagem do material viscoelástico 3M-Scotch, foi utilizado o procedimento seguinte, em temperatura ambiente, (baseado e adaptado do catálogo técnico 3M - Fitas VHB, Jan/2004):

- 1º Passo: Realizou-se a limpeza das superfícies que receberam a fita viscoelástica 3M-Scotch com álcool etílico hidratado 92,8° INPM (álcool de uso doméstico) e posterior secagem com pano limpo;
- 2º Passo: Aplicou-se as fitas nas superfícies, manualmente e posteriormente à colagem fez-se uso de uma espátula (régua acrílica transparente DESETEC de 3 mm de espessura), pressionando-a sobre as superfícies para garantir o contato, para todas as amostras (vigas A, B, C, D, E, F e G);
- 3º Passo: as vigas C, D, F e G foram colocadas sob um vidro 680x1130x5mm (massa aproximada de 9,6 kg) para repousarem sob pressão uniforme durante 72 horas para adquirir 100% de adesão final), com adição de massa extra (vigas B e F receberam massa extra de compressão de aproximadamente 20 kg e vigas C e G receberam massa extra de aproximadamente 50 kg). As massas maiores foram

utilizadas com justificativa no tipo de material viscoelástico das fitas (fitas à base de polietileno e acrílico, 4411 e VHB 4910, materiais estes de maior densidade);

- 4º Passo: Retirou-se o *liner* (forro) protetor das fitas das amostras com dupla viga de aço inoxidável (apenas vigas E, F e G) e as segundas vigas metálicas foram adicionadas. Fez-se uso de um rolo (de pintura, pequeno), pressionando-o sobre as superfícies para garantir contato mais homogêneo;
- 5º Passo: As duplas vigas de aço inoxidável (vigas E, F e G) foram novamente colocadas sob o vidro para repousarem sob pressão uniforme durante 72 horas para adquirir 100% de adesão final), com adição de massa extra de 50 kg para garantir o contato metal-adesivo-metal;

Ao fim do procedimento descrito, apenas as vigas B, C e D continuaram com seus *liners* (forros). Estes foram retirados apenas no momento do ensaio experimental das amostras. Estas vigas tiveram uma pequena parte do material da fita retirada na extremidade (cortada com estilete e limpas com álcool etílico), 20x16mm, para fixação do acelerômetro na superfície metálica das vigas.

A Fig. 4.2 apresenta as vigas utilizadas, devidamente identificadas com adesivos, bem como o detalhe de corte de extremidade nas vigas B, C e D conforme referido a pouco.

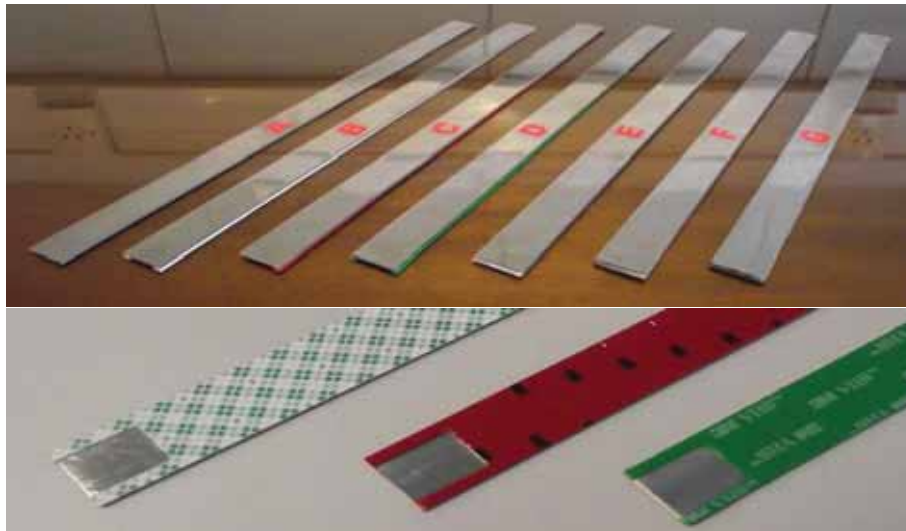


Figura 4.2 – Vigas prontas para realização dos ensaios. Acima vigas com marcação e abaixo, detalhe da extremidade livre das vigas B, C e D para fixação.

Para início do procedimento experimental, a construção física das vigas foi idealizada conforme ilustrado na Fig. 4.3:

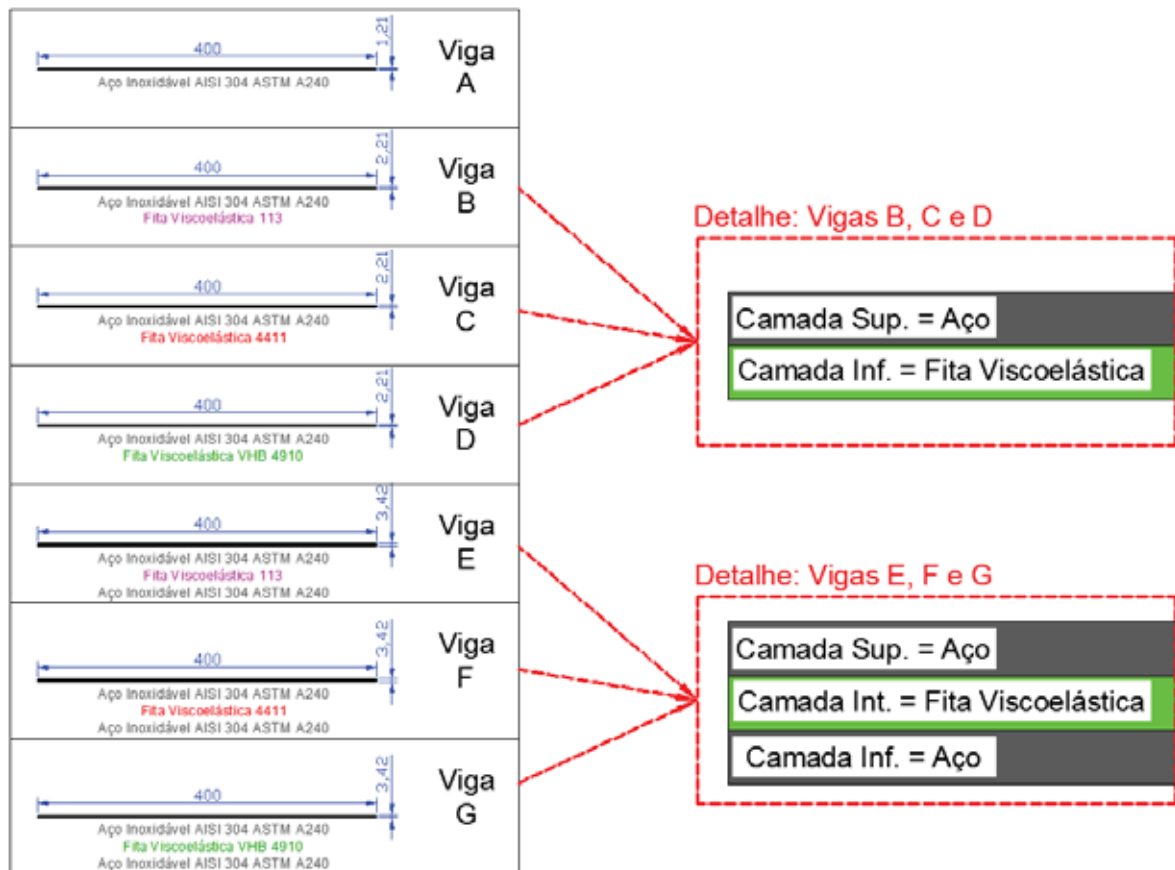


Figura 4.3 – Arranjos experimentais utilizados de vigas: vigas de 24x400mm.

4.2. Metodologia de Ensaio

Os materiais e equipamentos descritos foram idealizados de modo a operar conforme ilustrado na Fig. 4.5. Realizou-se inicialmente a montagem de cada uma das vigas no suporte de fixação de base para a condição de engaste. As vigas foram niveladas e posicionadas de modo a possuir 330 mm de vão livre e o acelerômetro foi posicionado a 10 mm da extremidade livre das vigas, conforme a Fig. 4.4, com auxílio da cera adesiva, comprimindo-o com o dedo por alguns segundos. O acelerômetro foi sempre aderido em superfície metálica e todas as vigas ensaiadas foram submetidas a este mesmo procedimento.

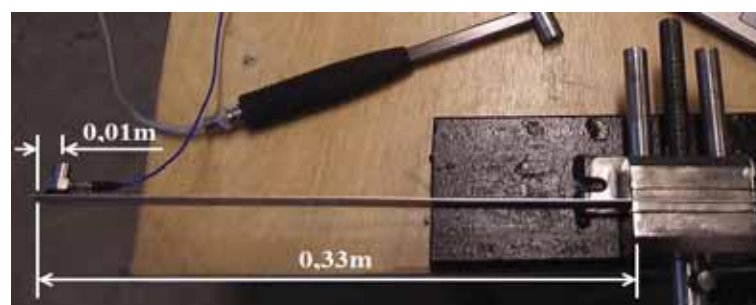


Figura 4.4 – Posição de montagem das vigas e acelerômetro.

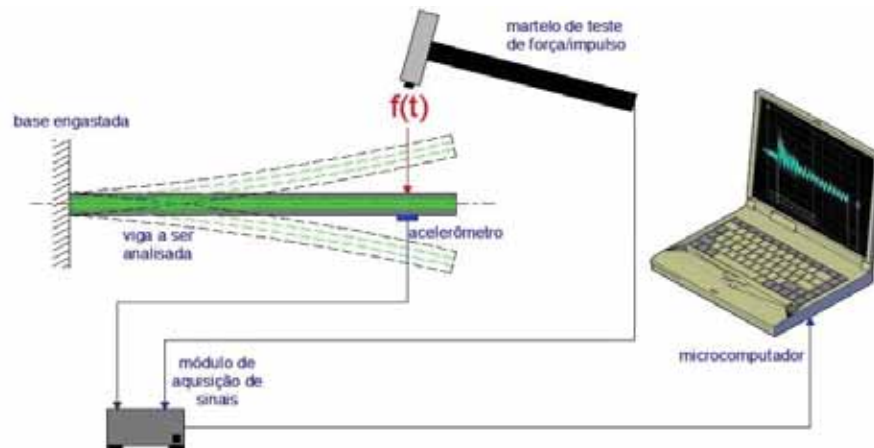


Figura 4.5 – Princípio esquemático experimental: uma vez fixada a viga de teste, cola-se o acelerômetro na posição desejada e, uma vez ligado o módulo ao microcomputador deve-se bater com o martelo na viga. Assim, os sinais de força e aceleração chegam ao módulo e são transmitidos ao microcomputador para posterior armazenagem de dados.

Elaborou-se uma rotina no software LABVIEW v8.0, programando a aquisição dos dados através do uso de dois dos canais do módulo de aquisição. O primeiro canal foi utilizado para o martelo e o segundo canal para o acelerômetro. O parâmetro de aquisição de dados foi configurado para 8000 amostras por segundo.

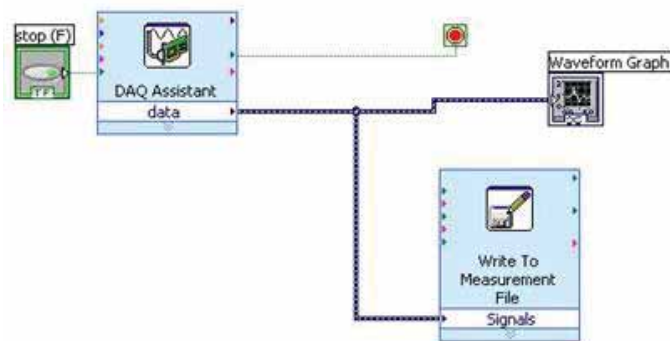


Figura 4.6 – Rotina elaborada no software LabVIEW v8.0 para aquisição dos dados utilizando 2 canais do módulo de aquisição utilizado.

A Fig. 4.7 apresenta a montagem experimental completa realizada. Os experimentos definitivos foram realizados no LI (Laboratório de Instrumentação) da Faculdade de Engenharia de Bauru, sob condições ambientes.

Cada viga foi ensaiada de modo a contemplar cinco amostras válidas de sinal sem repiques (rebatimentos) do martelo durante a aplicação do sinal de impulso, fato este que invalidou muitas das amostras por fornecer mais de um pico de ddp de força no ensaio.

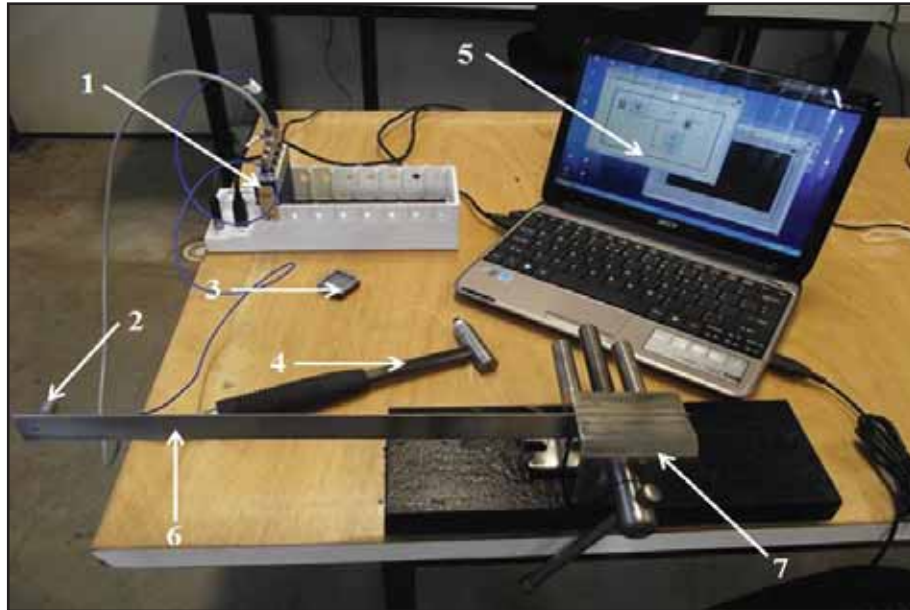


Figura 4.7 – Montagem experimental física realizada: 1 – Módulo de aquisição de dados; 2 – Acelerômetro piezoelétrico; 3 – Cera adesiva; 4 – Martelo de teste de força/impulso; 5 – Netbook com software LABVIEW v8.0; 6 – Viga de teste; 7 – Base de fixação tipo morsa.

Os resultados experimentais e demais resultados (analíticos e numéricos) estão contidos no Cap. 5 do presente trabalho.

Para fins de validação de densidades das fitas, fez-se uso de uma balança digital de precisão fabricante Diamond modelo A04 (máximo de $500\text{g} \pm 0,1\text{g}$) em amostras de 10 cm de comprimento para cada tipo de fita utilizada, considerando os materiais como homogêneos. A Tab. 4.1 apresenta os resultados obtidos com a balança:

Tabela 4.1 – Massa experimental das fitas dupla-face Fixa Forte fabricante 3M-Scotch utilizadas.

Fita	Volume Teórico [m ³]	Massa Experimental [kg]	Estimativa de Densidade* [kg/m ³]
113	$2,4 \cdot 10^{-6}$	$0,4 \cdot 10^{-3}$	166,7
4411	$2,4 \cdot 10^{-6}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	708,3
VHB 4910	$2,5 \cdot 10^{-6}$	$2,6 \cdot 10^{-3}$	1040,0

* Estimativa básica, considerando-se material como sendo homogêneo.

4.3. Validação das Propriedades das Vigas A, B, C, D, E, F e G

Para os casos propostos de estudo, as vigas foram ensaiadas na posição vertical. Este ato está relacionado com o fato de os momentos de inércias das geometrias são maiores nesta posição (I_{yy}), bem como seus módulos de resistência à flexão (W_{yy}) que não foram apresentados na Tab. 4.1 por motivos de não necessidade de análise deste parâmetro no presente trabalho.

Para o engaste das vigas considerou-se como vão livre 330 mm, sendo os 70 mm restantes das vigas utilizados para a condição de engaste no suporte. Em relação ao parâmetro

de áreas, considerou-se para fins de análise que as fitas viscoelásticas apresentam distribuição de área homogênea e contínua durante toda a seção.

As geometrias propostas estão relacionadas na Tab. 4.2.

Tabela 4.2 – Propriedades geométricas teóricas das vigas utilizadas experimentalmente.

Viga	Descrição	Comprimento Total [m]	Comprimento Livre [m]	Área Teórica da Seção * [m ²]	I _{yy} * [m ⁴]
A	Viga simples de aço inoxidável	0,4	0,33	29,04.10 ⁻⁶	1,39392.10 ⁻⁹
B	Viga de aço inoxidável + Camada viscoelástica 113	0,4	0,33	53,04.10 ⁻⁶	2,54592.10 ⁻⁹
C	Viga de aço inoxidável + Camada viscoelástica 4411	0,4	0,33	53,04.10 ⁻⁶	2,54592.10 ⁻⁹
D	Viga de aço inoxidável + Camada viscoelástica VHB 4910	0,4	0,33	53,04.10 ⁻⁶	2,54592.10 ⁻⁹
E	Viga de aço inoxidável + Camada viscoelástica 113 + Viga de aço inoxidável	0,4	0,33	82,08.10 ⁻⁶	3,93984.10 ⁻⁹
F	Viga de aço inoxidável + Camada viscoelástica 4411 + Viga de aço inoxidável	0,4	0,33	82,08.10 ⁻⁶	3,93984.10 ⁻⁹
G	Viga de aço inoxidável + Camada viscoelástica VHB 4910 + Viga de aço inoxidável	0,4	0,33	82,08.10 ⁻⁶	3,93984.10 ⁻⁹

* Fonte: Software MDSOLIDS v3.2.0.

Tabela 4.3 – Propriedades reais e teóricas das vigas utilizadas.

Viga	Camadas	Largura Real [mm]	Comprimento Total Real [mm]	Espessura Teórica [mm]	Volume Real [m ³]	Massa Teórica [g]
A	AISI 304	23,9	401	1,21	1,15965.10 ⁻⁵	92,77
B	AISI 304	24,1	400,5	1,21	1,1679.10 ⁻⁵	93,43
	fita 113	24	400,5	1	9,6120.10 ⁻⁶	2,25
C	AISI 304	24,1	400,5	1,21	1,1679.10 ⁻⁵	93,43
	fita 4411	24	400,5	1	9,6120.10 ⁻⁶	0,91
D	AISI 304	24	401	1,21	1,1645.10 ⁻⁵	93,16
	fita VHB 4910	24	401	1	9,6240.10 ⁻⁶	9,24
E	AISI 304	24,3	401	1,21	1,17906.10 ⁻⁵	94,32
	fita 113	24	400,75	1	9,6180.10 ⁻⁶	2,25
	AISI 304	23,8	400,5	1,21	1,15336.10 ⁻⁵	92,27
F	AISI 304	24	401	1,21	1,1645.10 ⁻⁵	93,16
	fita 4411	24	400,75	1	9,6180.10 ⁻⁶	0,91
	AISI 304	24,2	400,5	1,21	1,17274.10 ⁻⁵	93,82
G	AISI 304	24,1	401	1,21	1,16936.10 ⁻⁵	93,55
	fita VHB 4910	24	401	1	9,6240.10 ⁻⁶	9,24
	AISI 304	23,3	401	1,21	1,13054.10 ⁻⁵	90,44

Através dos dados da Tab. 4.3 foi possível relacionar as massas experimentais estimadas para o aço inoxidável e para as camadas viscoelásticas de cada viga. A Tab. 4.4 apresenta tais massas experimentais estimadas:

Tabela 4.4 – Massas experimentais estimadas das vigas utilizadas.

Viga	Massa Teórica de Aço [g]	Massa Experimental Estimada de Aço [g]	Massa Total Experimental [g]	Massa Experimental Estimada de fita [g]	Densidade Experimental Estimada de fita [kg/m ³]
A	92,77	89,05	89,05	0	---
B	93,43	89,68	91,36	1,68	174,45
C	93,43	89,68	96,23	6,55	681,10
D	93,16	89,42	99,46	10,04	1042,96
E	186,59	179,11	182,61	3,50	364,19
F	186,98	179,48	185	5,52	574,14
G	183,99	176,61	185,63	9,02	937,28

Para avaliação das vigas sanduíches (triples E, F e G), considerou-se uma viga hipotética (Viga AA) com as seguintes propriedades para fins comparativos posteriormente neste Capítulo 4:

Tabela 4.5 - Propriedades geométricas teóricas da viga hipotética (Viga AA).

Viga	Descrição	Largura Teórica [mm]	Espessura Teórica [mm]	Área Teórica da Seção * [m ²]	I _{yy} * [m ⁴]
AA	Viga simples de aço inoxidável AISI 304	24	2,42	58,08.10 ⁻⁶	2,8345.10 ⁻⁹

* Fonte: Software MDSOLIDS v3.2.0.

Através da relação entre massa experimental e volume real de aço da Viga A (Tab. 4.3) obteve-se a densidade experimental estimada do aço AISI 304 ASTM A240:

$$\bar{\rho}_{AISI304} = \frac{\text{massa experimental}}{\text{volume real}} = \frac{89,05 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{1,15965 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3} = 7679 \text{ kg/m}^3 \quad (4.1)$$

Através da relação entre massa experimental e volume real das fitas viscoelásticas das vigas B, C, D, E, F e G (Tab. 4.4) obteve-se as densidades experimentais estimadas para cada tipo de material:

$$\bar{\rho}_{113} = 269kg/m^3$$

$$\bar{\rho}_{4411} = 628kg/m^3$$

$$\bar{\rho}_{VHB4910} = 990kg/m^3$$

As diferenças entre os valores estimados de densidade quando comparados aos valores teóricos fornecidos pelo fabricante (vide Apêndice A, Tab. APA.4) são mais substanciais principalmente nas fitas 113 e 4411. Este fato pode ser justificado pelo fator construtivo destas fitas, principalmente no que diz respeito à fita 113, cujo aspecto de espuma revela a presença de vários espaços vazios ao longo da seção do material, descaracterizando-o como material uniformemente contínuo em relação à distribuição de massa. Já a fita VHB4910 tem aspecto mais denso e percebeu-se que sua distribuição de massa pelo modelo contínuo é mais adequada, obtendo-se valor experimental próximo do teórico fornecido.

Em termos percentuais representativos de massa das fitas em cada viga proposta, considerado uma análise percentual em massa apenas da parte livre das vigas ($L = 0,33m$), pode-se classifica-los conforme indicado na Tab. 4.6:

Tabela 4.6 – Massas e densidades experimentais estimadas das vigas utilizadas.

Viga	Fita de Adição	Comprimento de Referência [m]	Massa Experimental Estimada Total [g]	Massa Experimental Estimada de Fita [g]	Porcentagem Representativa de Massa da Fita na Viga [%]
A	----	0,33	73,47	0	0
AA *	----	0,33	146,93	0	0
B	113	0,33	76,07	2,09	2,74
C	4411	0,33	80,14	6,15	7,68
D	VHB 4910	0,33	82,41	8,64	10,48
E	113	0,33	149,84	2,08	1,39
F	4411	0,33	151,15	3,08	2,04
G	VHB 4910	0,33	149,05	3,35	2,25

* Viga hipotética, não experimental.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo abordará o tratamento dos dados experimentais para obtenção dos resultados experimentais, bem como os resultados analítico e numérico e sua posterior confrontação, para cada viga proposta, incluindo a Viga AA hipotética, totalizando oito conjuntos de resultados. O resultado analítico foi obtido através da Eq. 3.5 (Modelo de Elemento Espectral) enquanto o resultado numérico foi obtido através dos softwares GMESH e CALCULIX baseado na Eq. 3.4 (Método de Elementos Finitos).

O MEF foi realizado utilizando elementos de oito nós e a viga A foi modelada com 34.626 elementos na malha. Não foi utilizado refinamento de malha em vista da geometria da viga não apresentar descontinuidades ou aspectos geométricos complexos, envolvendo furos, mudanças de área, chanfros, concordâncias e outros.

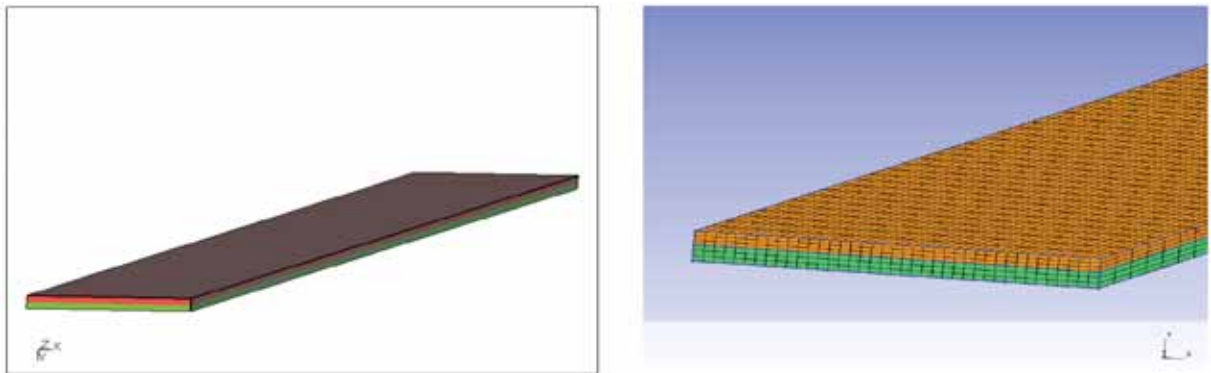


Figura 5.1 – Modelo da viga por MEF: 34626 elementos de oito nós (*Eight-node brick element*). Implementado no software GMESH.

Referente aos modos de vibrar das vigas, o padrão de comportamento apresentado está representado na Fig. 5.2. Os três primeiros modos de vibrar estão relacionados à flexão em y, o quarto modo está relacionado com flexão em z (não medida experimentalmente), o quinto modo está relacionado à torção em y (também não medida experimentalmente) e finalmente o sexto modo está relacionado novamente à flexão em y.

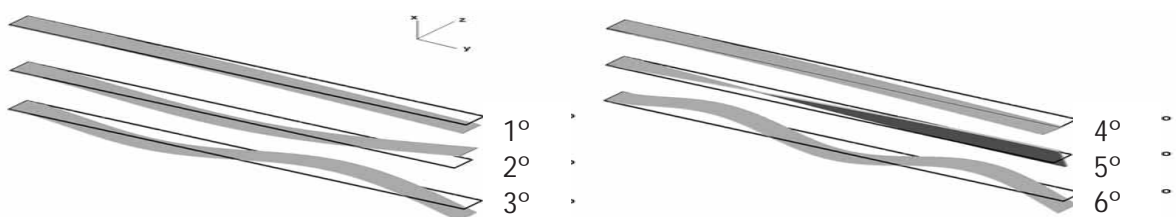


Figura 5.2 – Seis Primeiros modos de vibrar para o caso das vigas propostas. Fonte: obtidos pelo modelo implementado nos softwares GMESH e CALCULIX.

5.1. Resultados para a Viga A

Através do Método da Meia Potência estimou-se o amortecimento (ζ) e posteriormente o Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental, conforme apresentado na Tab. 5.1:

Tabela 5.1 – Estimativa do Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental da Viga A.

Modos de Vibrar	H	H/ $\sqrt{2}$	ω_1 [Hz]	ω_2 [Hz]	ω_k [Hz]	ζ	Fator de Perda η
#1	5303,2	3749,9	7,01	7,215	7,1	0,014	0,029
#2	2381,6	1684,0	48,8	49,2	49,0	0,004	0,007
#3	1320,0	933,4	141,7	142,9	142,3	0,004	0,008
#4	340,0	240,4	278,5	281,5	279,8	0,005	0,011

Adotando-se o Fator de Perda como médias dos valores ($\eta_A \approx 0,014$) e sobrepondo-se os resultados processados: experimental, analítico e numérico (MEF) para o caso da Viga A obteve-se que:

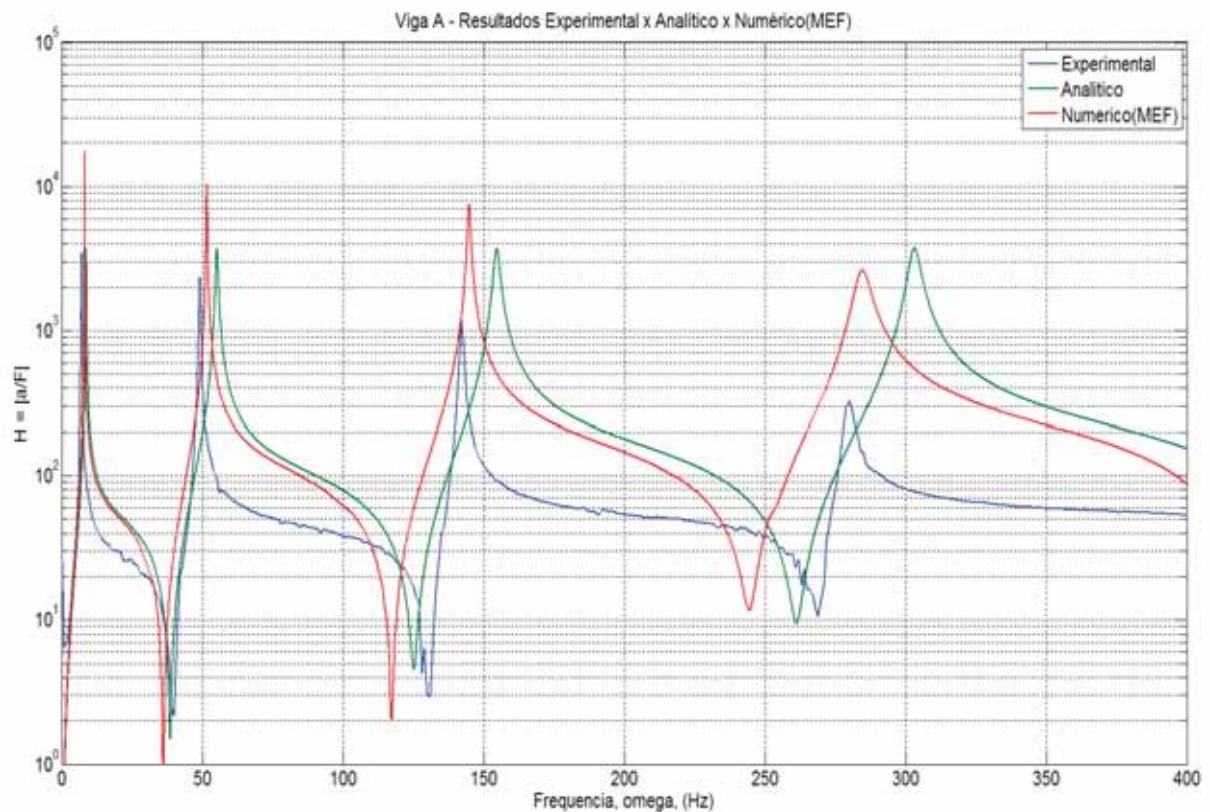


Figura 5.3 – Resultados experimental, analítico e numérico (MEF) para o caso da viga simples (Viga A): Módulo de Aceleração (H) versus frequência (f). Resultado experimental em azul, resultado analítico verde e resultado numérico em vermelho.

A Tab. 5.2 relaciona os seis primeiros modos de vibrar do sistema, comparativamente apresentando os valores das frequências naturais experimentais, numéricas e analíticas.

Tabela 5.2 – Viga A: modos de vibrar e suas respectivas frequências naturais: experimental, numérico e analítico.

Modos de Vibrar	Condição Correspondente	Freq. Natural (Experimental) [Hz]	Freq. Natural (Numérico MEF) [Hz]	Freq. Natural (Analítico MEE) [Hz]	Incerteza (Experimental e Numérico) [Hz]	Incerteza (Experimental e Analítico) [Hz]
#1	1ª flexão em y	7,1	8,2	8,8	1,1	1,7
#2	2ª flexão em y	49,0	51,7	55,3	2,7	6,3
#3	3ª flexão em y	142,3	144,9	154,7	2,6	12,4
#4	1ª flexão em z	*	*	174,3	*	*
#5	1ª torção em y	*	*	234,3	*	*
#6	4ª flexão em y	279,8	284,7	303,3	4,9	23,5

* Dado não computado experimentalmente devido utilização de apenas um acelerômetro na direção y.

5.2. Resultados para a Viga AA (Hipotética)

Através do modelamento por MEE para a Viga AA hipotética obteve-se a Fig. 5.4:

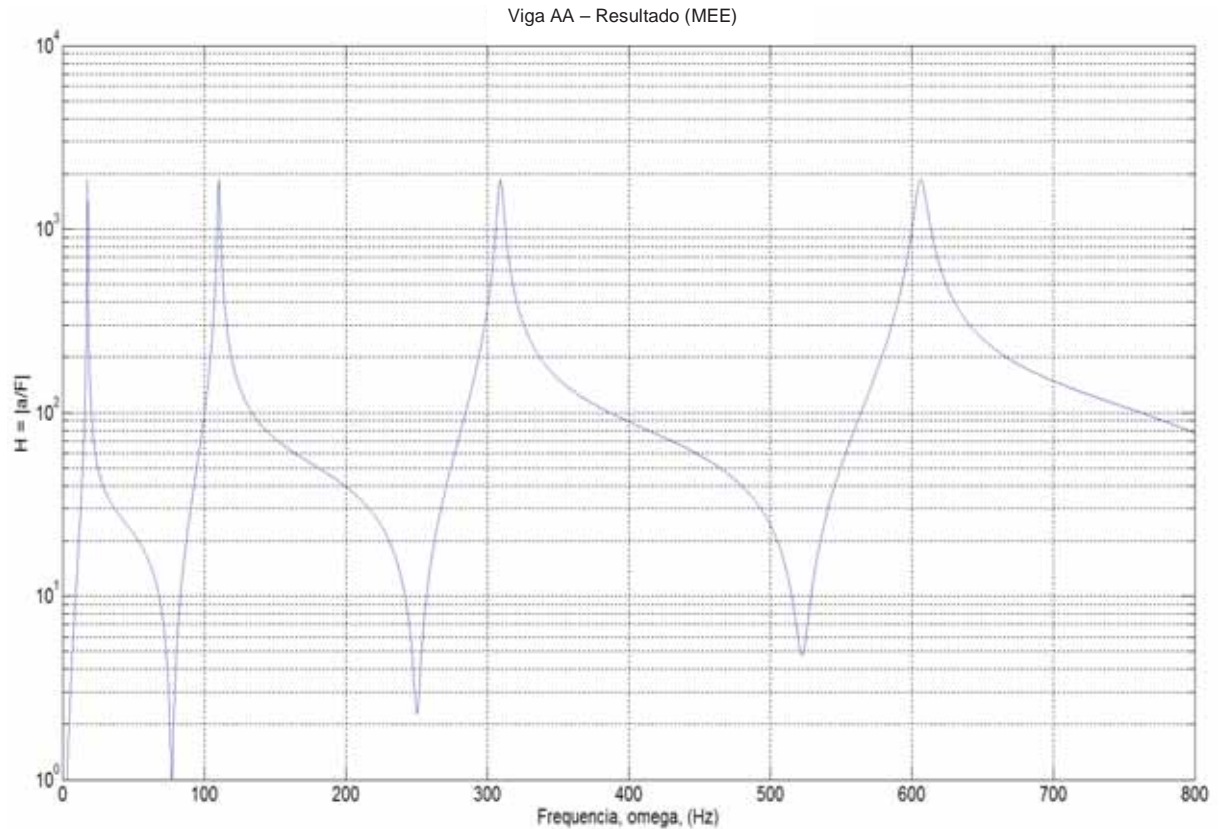


Figura 5.4 – Resultado (MEE) para o caso da viga hipotética (Viga AA): Módulo de Aceleração (H) versus frequência (f).

Análogo ao caso da Viga A, estimou-se o amortecimento (ζ) e posteriormente o Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar desta viga hipotética, conforme apresentado na Tab. 5.3:

Tabela 5.3 – Estimativa do Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar da Viga AA.

Modos de Vibrar	H	$H/\sqrt{2}$	ω_1 [Hz]	ω_2 [Hz]	ω_k [Hz]	ζ	Fator de Perda η
#1	1860,3	1315,4	17,51	17,76	17,6	0,007	0,014
#2	1864,0	1318,0	109,8	111,3	110,5	0,007	0,014
#3	1865,0	1318,8	307,4	311,7	309,5	0,007	0,014
#4	1868,0	1320,9	602,4	610,9	606,5	0,007	0,014

Foi adotado o Fator de Perda como médias dos valores, ou seja,

$$\eta_{AA} \approx 0,014$$

5.3. Resultados para a Viga B

Análogo ao caso da Viga A, estimou-se o amortecimento (ζ) e posteriormente o Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental, conforme apresentado na Tab. 5.4:

Tabela 5.4 – Estimativa do Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental da Viga B.

Modos de Vibrar	H	H/ $\sqrt{2}$	ω_1 [Hz]	ω_2 [Hz]	ω_k [Hz]	ζ	Fator de Perda η
#1	1013,2	716,4	6,7	7,3	7,0	0,047	0,094
#2	561,2	396,9	48,0	49,7	49,0	0,017	0,035
#3	1329,8	940,3	139,6	141,0	140,0	0,005	0,010
#4	3949,7	2792,9	271,7	278,3	278,0	0,012	0,024

Foi adotado o Fator de Perda como médias dos valores, ou seja,

$$\eta_B \approx 0,023$$

5.4. Resultados para a Viga C

Análogo ao caso da Viga A, estimou-se o amortecimento (ζ) e posteriormente o Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental, conforme apresentado na Tab. 5.5:

Tabela 5.5 – Estimativa do Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental da Viga C.

Modos de Vibrar	H	H/ $\sqrt{2}$	ω_1 [Hz]	ω_2 [Hz]	ω_k [Hz]	ζ	Fator de Perda η
#1	678,5	479,7	6,5	7,4	7,0	0,062	0,125
#2	681,8	482,1	46,6	48,2	47,3	0,016	0,033
#3	783,9	554,3	135,9	137,4	136,5	0,006	0,011
#4	1919,4	1357,2	270,6	271,2	270,9	0,001	0,002

Foi adotado o Fator de Perda como médias dos valores, ou seja,

$$\eta_C \approx 0,043$$

5.5. Resultados para a Viga D

Análogo ao caso da Viga A, estimou-se o amortecimento (ζ) e posteriormente o Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental, conforme apresentado na Tab. 5.6:

Tabela 5.6 – Estimativa do Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental da Viga D.

Modos de Vibrar	H	H/ $\sqrt{2}$	ω_1 [Hz]	ω_2 [Hz]	ω_k [Hz]	ζ	Fator de Perda η
#1	433,2	306,3	6,5	7,8	7,2	0,085	0,171
#2	545,0	385,4	46,2	47,5	47,0	0,014	0,028
#3	519,5	367,3	134,5	137,4	135,8	0,011	0,021
#4	3229,2	2283,4	267,4	267,9	267,7	0,001	0,002

Foi adotado o Fator de Perda como médias dos valores, ou seja,

$$\eta_D \approx 0,055$$

5.6. Resultados para a Viga E

Análogo ao caso da Viga A, estimou-se o amortecimento (ζ) e posteriormente o Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental, conforme apresentado na Tab. 5.7:

Tabela 5.7 – Estimativa do Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental da Viga E.

Modos de Vibrar	H	H/ $\sqrt{2}$	ω_1 [Hz]	ω_2 [Hz]	ω_k [Hz]	ζ	Fator de Perda η
#1	310,2	219,3	10,4	11,4	11,0	0,049	0,098
#2	155,9	110,2	58,3	62,6	60,0	0,035	0,071
#3	151,9	107,4	152,8	161,3	157,0	0,027	0,054
#4	203,5	143,9	143,9	301,0	298,0	0,353	0,706

Foi adotado o Fator de Perda como médias dos valores, ou seja,

$$\eta_E \approx 0,232$$

5.7. Resultados para a Viga F

Análogo ao caso da Viga A, estimou-se o amortecimento (ζ) e posteriormente o Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental, conforme apresentado na Tab. 5.8:

Tabela 5.8 – Estimativa do Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental da Viga F.

Modos de Vibrar	H	H/ $\sqrt{2}$	ω_1 [Hz]	ω_2 [Hz]	ω_k [Hz]	ζ	Fator de Perda η
#1	67,0	47,4	11,8	18,8	14,0	0,229	0,458
#2	42,5	30,1	65,5	108,0	80,0	0,245	0,490
#3	42,7	30,2	170,0	290,0	202,0	0,261	0,522
#4	44,0	31,1	300,0	500,0	370,0	0,250	0,500

Foi adotado o Fator de Perda como médias dos valores, ou seja,

$$\eta_F \approx 0,492$$

5.8. Resultados para a Viga G

Análogo ao caso da Viga A, estimou-se o amortecimento (ζ) e posteriormente o Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental, conforme apresentado na Tab. 5.9:

Tabela 5.9 – Estimativa do Fator de Perda (η) para cada modo de vibrar experimental da Viga G.

Modos de Vibrar	H	H/ $\sqrt{2}$	ω_1 [Hz]	ω_2 [Hz]	ω_k [Hz]	ζ	Fator de Perda η
#1	77,0	54,4	8,7	11,2	10,0	0,128	0,255
#2	57,5	40,7	52,9	72,1	57,5	0,154	0,308
#3	56,0	39,6	146,5	200,0	155,0	0,154	0,309
#4	57,0	40,3	286,0	388,0	302,0	0,151	0,303

Foi adotado o Fator de Perda como médias dos valores, ou seja,

$$\eta_G \approx 0,294$$

5.9. Discussões

Comparando-se os resultados experimentais dos sete casos objetos de estudo (vigas físicas), pode-se perceber a variação das amplitudes de vibração, conforme mostra a Fig. 5.5:

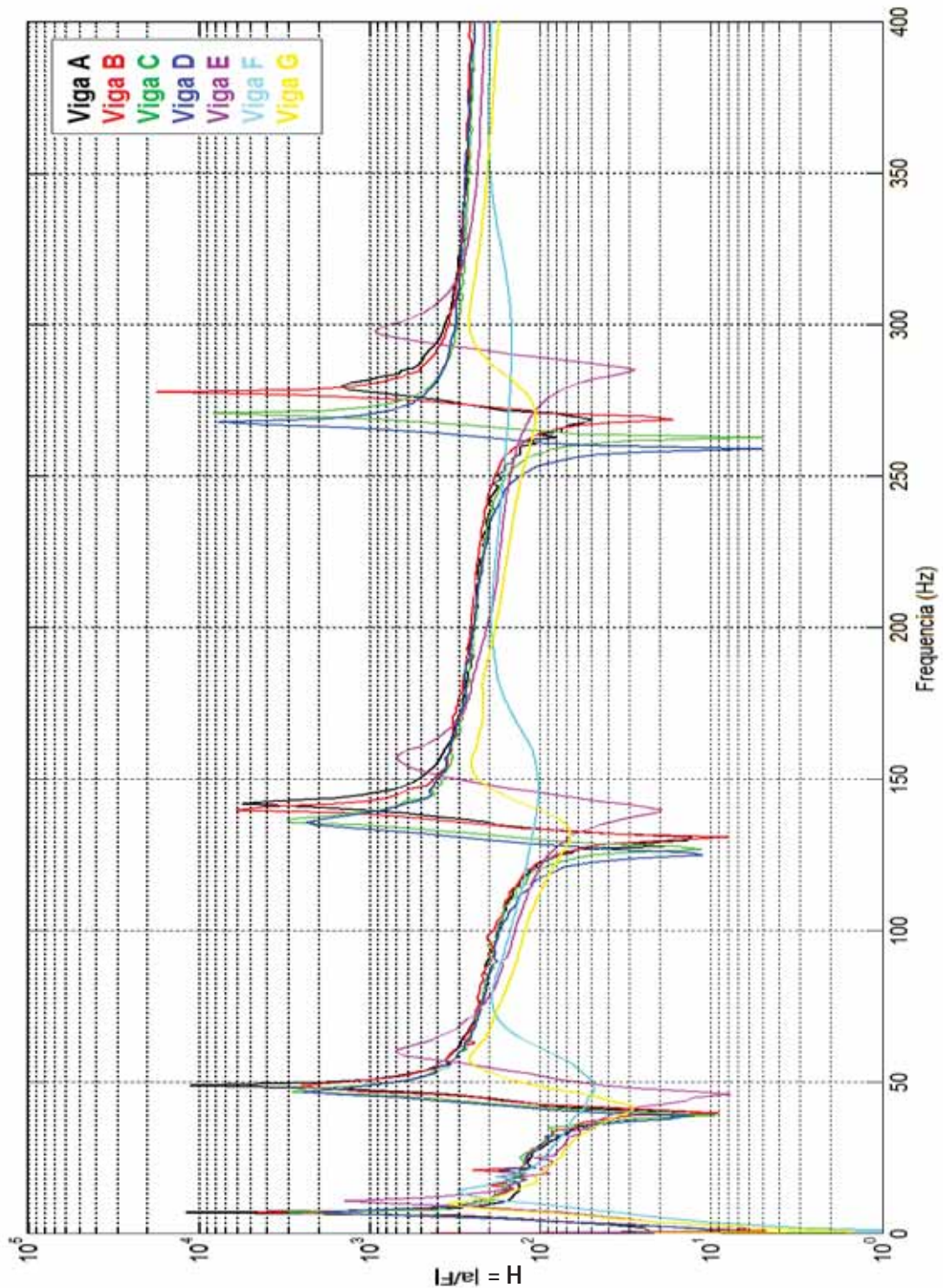


Figura 5.5 – Comparativo entre resultados experimentais dos sete casos de estudo propostos: Módulo de Aceleração (H) versus frequência (f).

Analisando-se os casos de CDPs baseados no mesmo material viscoelástico em relação à viga simples (Viga A) através dos resultados experimentais tem-se a Fig. 5.6 e analisando-se os casos de CDPs com viga tripla sanduíche (vigas E, F e G) em relação à viga hipotética AA tem-se a Fig. 5.7. As Fig. 5.8, 5.9 e 5.10 apresentam um comparativo de resultados experimentais de vigas de mesmo material viscoelástico em relação à viga base (viga A).

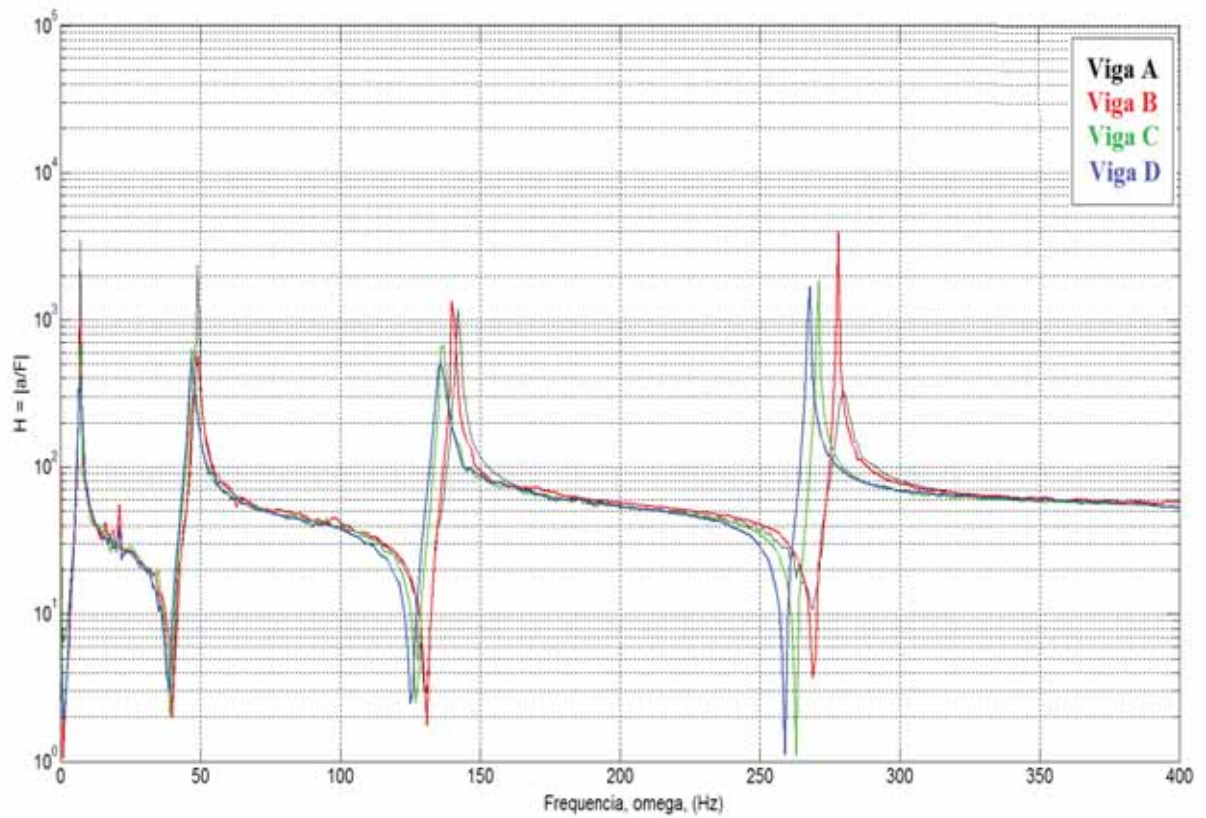


Figura 5.6 – Resultados experimentais para vigas A, B, C e D: Módulo de Aceleração (H) versus frequência (f).

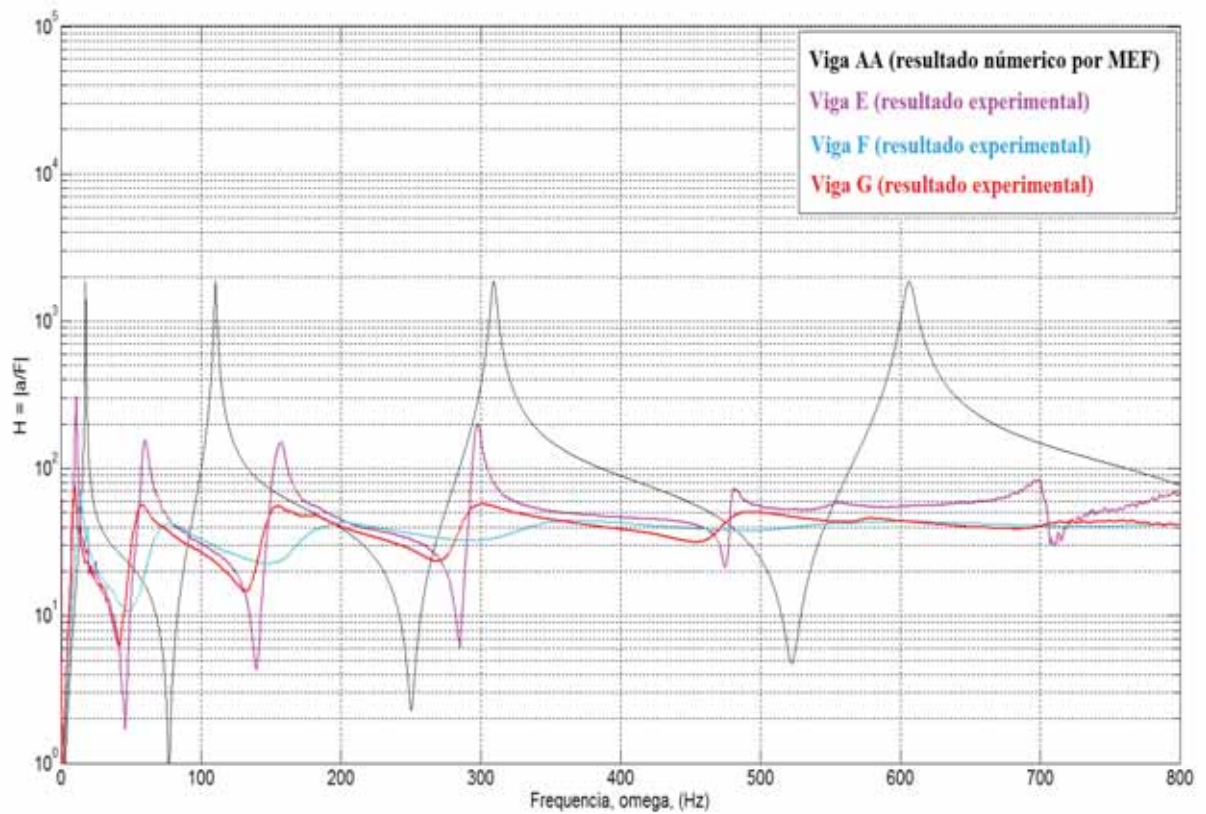


Figura 5.7 – Resultados experimentais para vigas E, F e G e resultado numérico para viga AA hipotética: Módulo de Aceleração (H) versus frequência (f).

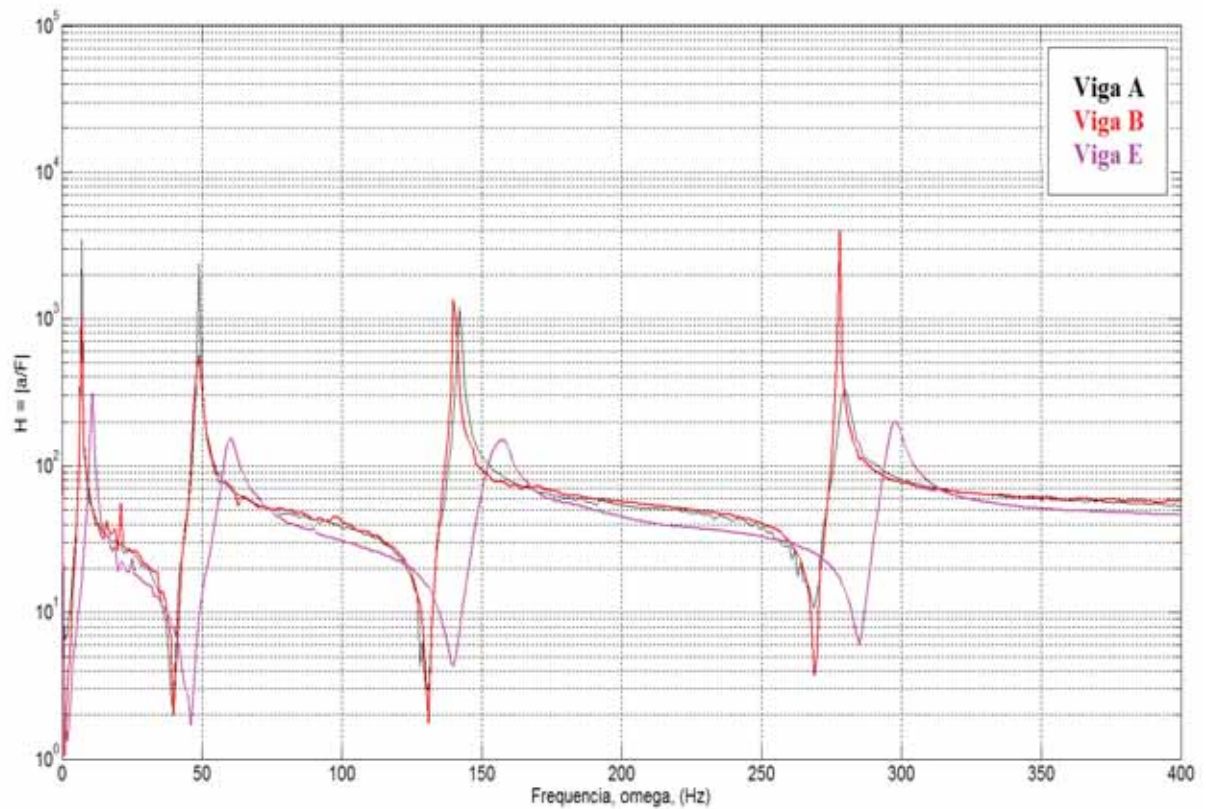


Figura 5.8 – Resultados experimentais para vigas A, B e E: Módulo de Aceleração (H) versus frequência (f). Material viscoelástico envolvido fita 3M 113.

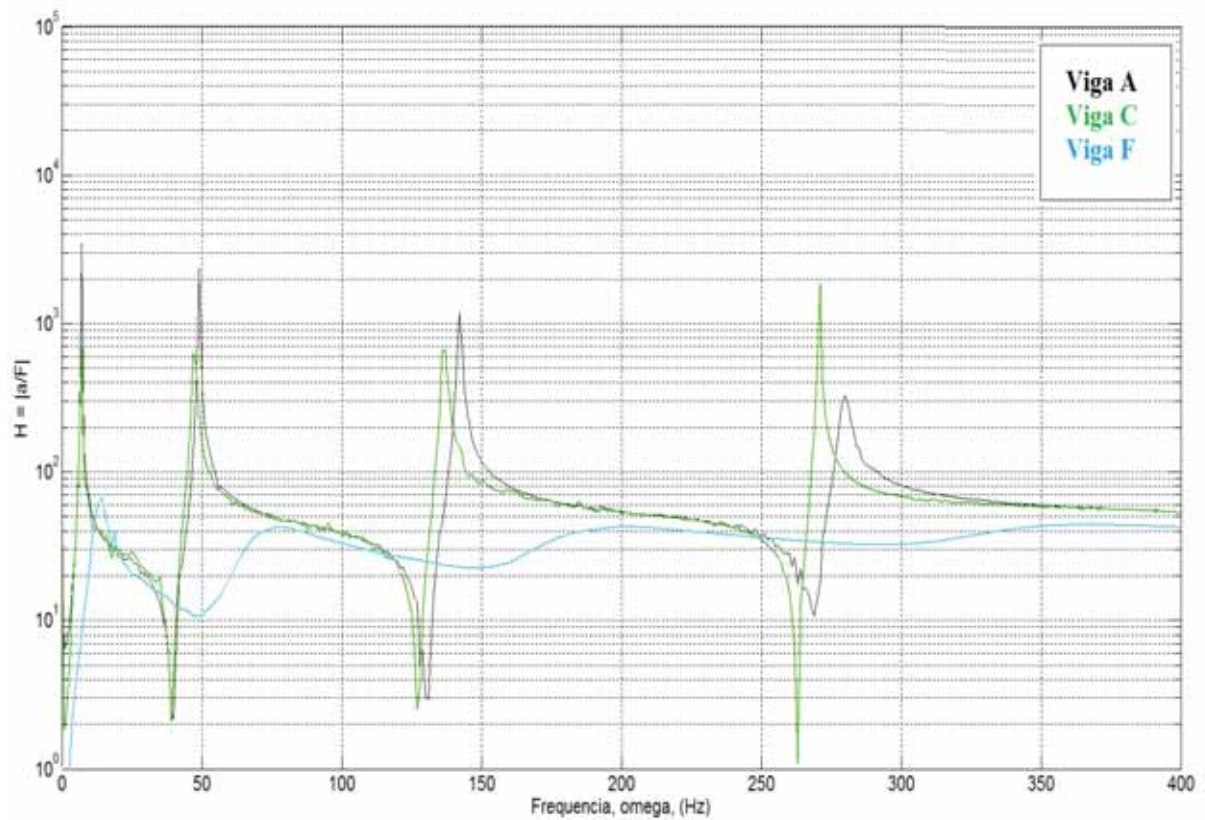


Figura 5.9 – Resultados experimentais para vigas A, C e F: Módulo de Aceleração (H) versus frequência (f). Material viscoelástico envolvido fita 3M 4411.

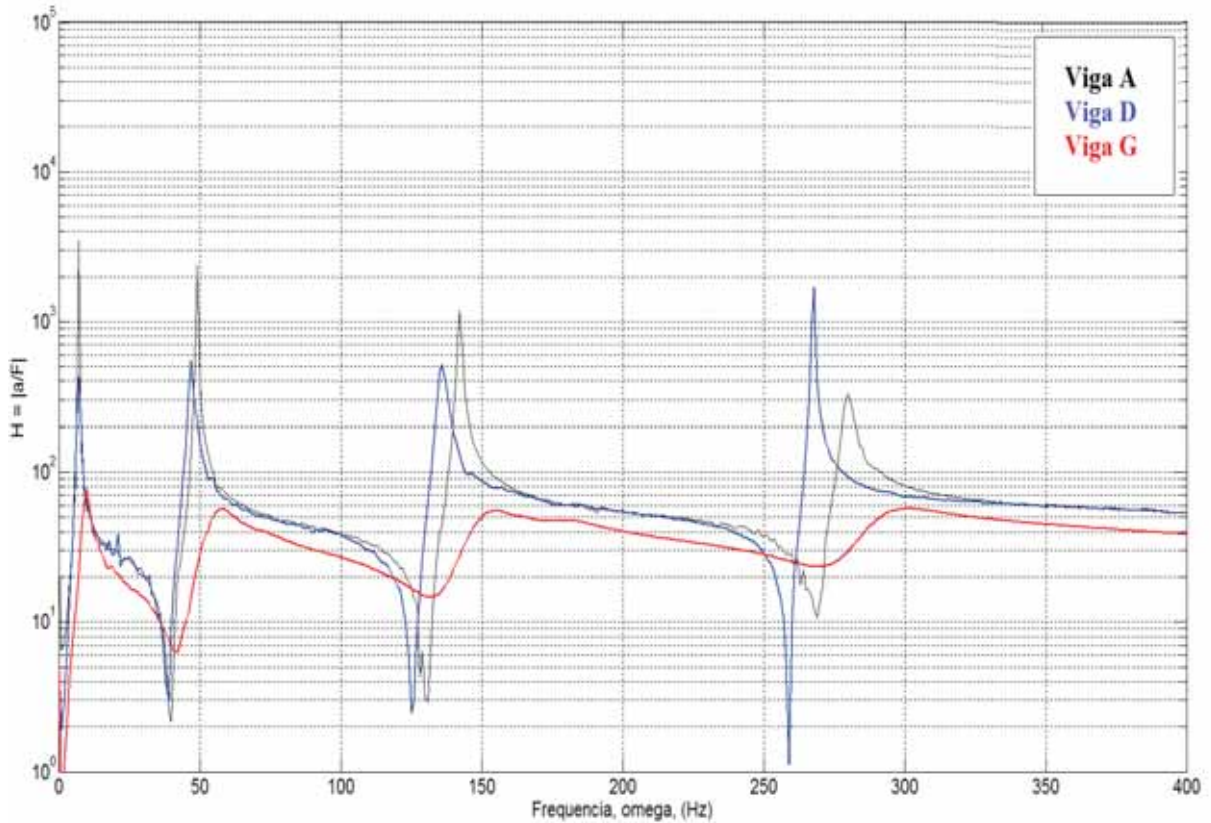


Figura 5.10 – Resultados experimentais para vigas A, D e G: Módulo de Aceleração (H) versus frequência (f). Material viscoelástico envolvido fita 3M VHB 4910.

Definindo-se dois parâmetros de equalização (Ganho de Fator de Perda e Ganho em Massa de Material Viscoelástico), conforme apresentado nas Eq. 5.1 e 5.2 pode-se realizar um comparativo quantitativo entre as diferentes vigas casos de estudo.

$$Rn = \eta - \eta_{base} \quad (5.1)$$

onde Rn é o Ganho de Fator de Perda,

η é o Fator de Perda da viga e

η_{base} é o Fator de Perda de base (para as vigas B, C e D a base é A e para as vigas triplas E, F e G a base é AA)

$$Rm = \frac{m_{viscoelastica}}{m_{aço}} \quad (5.2)$$

onde Rm é o Ganho em Massa de Material Viscoelástico,

$m_{viscoelastica}$ é a massa de material viscoelástico do CPD e

$m_{aço}$ é a massa de aço do CPD.

A Tab. 5.10 apresenta os resultados de R_n e R_m para os CDPs com apenas uma camada de aço, enquanto que a Tab. 5.11 apresenta estes resultados para CDPs com duas camadas de aço:

Tabela 5.10 – Ganho de Fator de Perda e Ganho em Massa de Material Viscoelástico para vigas com uma única camada de aço.

Viga	R_n	R_m	R_n [%]	R_m [%]
A	0	0	0	0
B	0,009	0,0282	90	2,82
C	0,029	0,0832	290	8,32
D	0,041	0,1171	410	11,71

Tabela 5.11 – Ganho de Fator de Perda e Ganho em Massa de Material Viscoelástico para vigas com uma dupla camada de aço.

Viga	R_n	R_m	R_n [%]	R_m [%]
AA *	0	0	0	0
E	0,045	0,0141	450	1,41
F	0,478	0,0208	4780	2,08
G	0,280	0,0230	2800	2,30

* Viga hipotética, não experimental.

Através dos resultados das Tab. 5.10 e 5.11, expressando os dados em forma percentual e gráfica tem-se as Fig. 5.11 e 5.12, considerando-se uma projeção de comportamento linear de ganho:

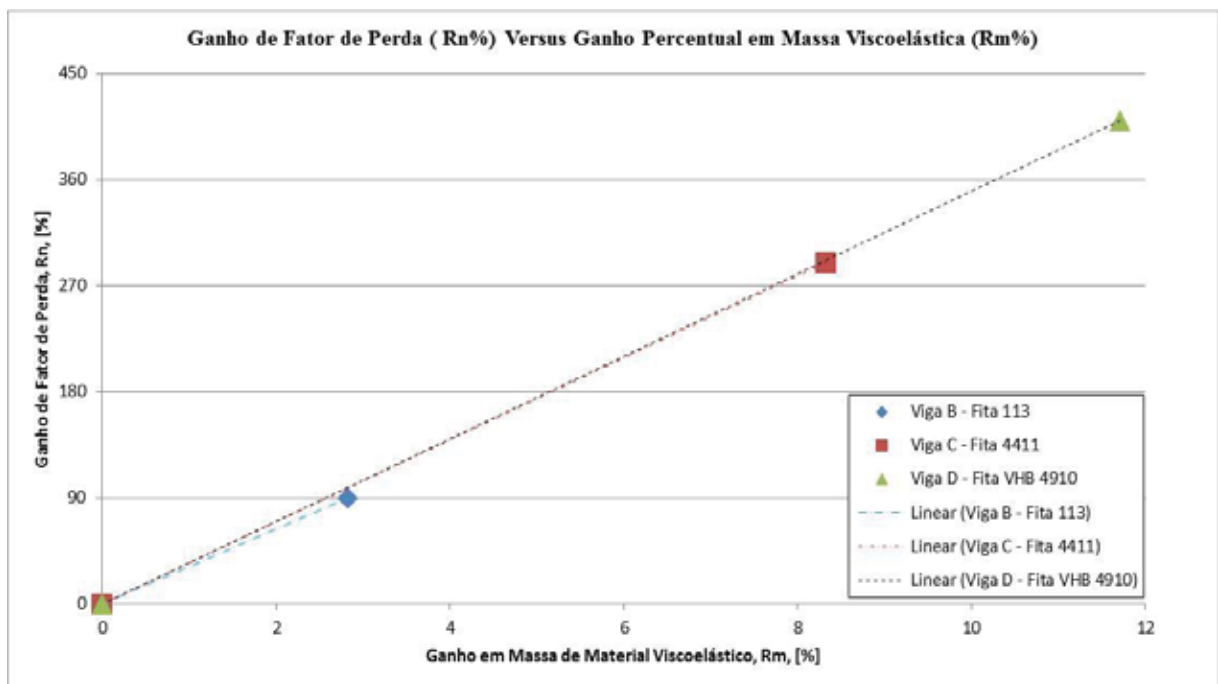


Figura 5.11 – Ganho de Fator de Perda (em porcentagem) por Ganho em Massa Viscoelástica do CDP (em porcentagem) para os casos de viga com apenas uma camada de aço (vigas B, C e D).

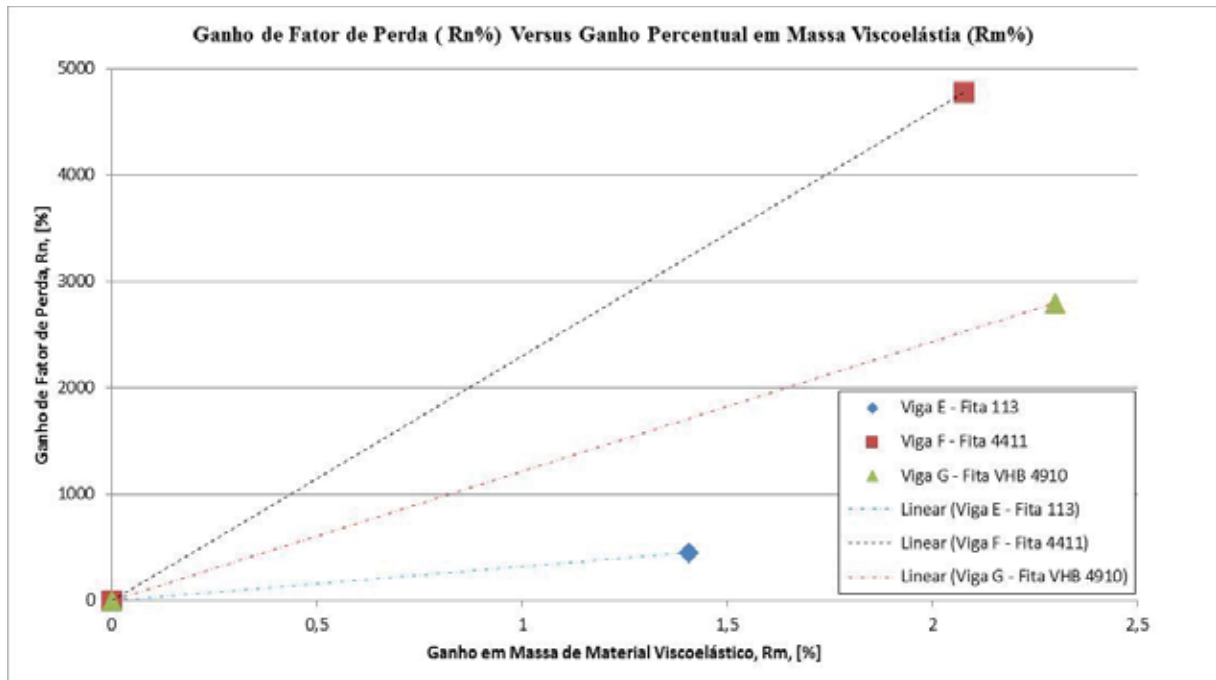


Figura 5.12 – Ganho de Fator de Perda (em porcentagem) por Ganho em Massa Viscoelástica do CDP (em porcentagem) para os casos de viga com duas camadas de aço (vigas E, F e G).

O comportamento típico esperado na análise das Fig. 5.5, 5.6, 5.7, 5.8, 5.9 e 5.10 seria a redução de amplitude da oscilação em relação à frequência, principalmente nos pontos representativos das frequências naturais que caracteriza os modos de vibrar das estruturas. Essa redução deve ser maior nas vigas triplas (sanduíche), pois estas representam maior amortecimento estrutural, ou seja, maior dissipação de energia. Este último comportamento das vigas sanduíches (vigas E, F e G) fica evidente em ambos os casos ilustrados e o primeiro também, apenas com divergência no 4º modo de vibrar experimental que era esperado amplitude menor que o 4º modo de vibrar da viga simples (viga A). Esse comportamento divergente pode estar relacionado ao fato do engaste físico realizado não representar a condição teórica verdadeira de engaste, presença de ruído nos sinais de aquisição de força e aceleração durante a realização do experimento, fator de sensibilidade e erro do aparato experimental (acelerômetro e martelo), ou combinação de vários destes fatores interferentes. Uma possível solução ao caso poderia ser a realização dos experimentos em ambiente com isolamento acústico e térmico, utilização de uma mesa inercial para isolamento dos sinais indesejáveis do ambiente e a utilização de instrumentos de menor erro na sensibilidade.

Relativo ao Fator de Perda, conforme resultados experimentais observa-se que os fatores obtidos podem ser situados entre os valores apresentados pela literatura científica numa região entre materiais como aço e borracha, o que é bastante pertinente com o esperado em materiais combinados. Para completa afirmação maiores estudos devem ser

desenvolvidos, variando-se condições de ensaio, tipos de vigas e combinações diferentes de materiais viscoelásticos ou mesmo através de outros métodos de modelagem.

Em relação ao ganho percentual de amortecimento para as vigas com apenas uma camada de aço, analisando-se a Fig. 5.11 é possível perceber que há um comportamento peculiar com tendência linear bastante coincidente para os três tipos de material viscoelástico. Isto pode ser interpretado fisicamente como sendo as fitas todas tendo a mesma relação de ganho de amortecimento por unidade porcentual de massa viscoelástica adicionada, portanto, ambas podem resultar em mesmo ganho de amortecimento. A grande diferenciação se dará em termos de volume físico ocupado por cada tipo de material viscoelástico, bem como seu custo diferencial.

Em contrapartida, em relação ao ganho percentual de amortecimento para as vigas com duas camadas de aço, analisando-se a Fig. 5.12 é possível perceber um comportamento não tão convergente como o caso anterior. A fita 4411 apresentou um incremento maior de amortecimento estrutural unidade porcentual de massa viscoelástica adicionada, seguido da fita VHB 4910. A fita 113 apresentou a menor taxa de ganho de amortecimento por unidade porcentual de massa viscoelástica adicionada. A fita 4411, portanto, pode ser concluída como sendo a de melhor amortecedor viscoelástico estrutural envolvendo dupla camada de material de aço no físico representado.

6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Quanto ao modelo experimental proposto este fora desenvolvido com objetivado, possibilitando a realização dos experimentos e obtenção de dados. Conforme discutido anteriormente, a possibilidade de realização dos experimentos em ambiente com isolamento acústico e térmico, utilização de uma mesa inercial para isolamento dos sinais indesejáveis do ambiente e a utilização de instrumentos de menor erro na sensibilidade seria uma opção bastante desejável para refinamento de resultados, mas, na ausência destes, pode-se dizer que os experimentos possibilitaram o entendimento dos comportamentos das vigas objetos de estudo.

Comparativamente, relativo aos casos envolvendo vigas duplas, conclui-se que ambos os materiais viscoelásticos propostos (fitas 113, 4411 e VHB 4910) resultarão em mesmo ganho percentual de amortecimento, por unidade de massa adicionada às vigas, sendo, portanto, o fator de decisão baseado em custo e/ou volume físico disponível para ocupação.

Relativo ao caso das vigas triplas, conclui-se que o material viscoelástico representado pela fita 4411 apresentou o melhor ganho percentual de amortecimento por unidade de massa adicionada, seguido do material representado pela fita VHB 4910 e, por último a fita 113. Esta última mostrou-se como possuindo a pior relação de amortecimento por unidade percentual de adição de massa.

Através destas conclusões foi possível demonstrar claramente os efeitos benéficos da viscoelasticidade como amortecedor de amplitude de vibração estrutural de vigas, conforme fora proposto no presente trabalho, de modo a afirmar a importância do emprego deste tipo de material na solução de problemas físicos de engenharia envolvendo fenômenos vibracionais.

6.1. Sugestões para Trabalhos Futuros

Como sugestão para trabalhos futuros seguindo a presente linha de pesquisa deste trabalho, sugere-se que as condições de ensaio poderiam ser eventualmente modificadas em trabalhos futuros, maior compreensão dos fenômenos físicos envolvidos, através da variação de parâmetros e condições iniciais tais como:

- Variação dos materiais viscoelásticos utilizados;
- Variação do material metálico utilizado (corpos de prova de alumínio, aço ASTM A-36 estrutural ou similares, de interesse industrial);

- Variação do ponto de aplicação da força impulso inicial promotora do estado inicial de perturbação;
- Variação do sinal inicial, de transiente (caso de vibração livre) para tipo determinístico (caso de vibração forçada);
- Variação do arranjo da viga sanduíche para corpo de prova com uma camada metálica e duas viscoelásticas, ou ainda outros arranjos físicos;
- Verificação da influência da temperatura no comportamento de resposta dos materiais (comportamentos viscoelástico das fitas e elástico do metal) sujeitos a fenômenos vibracionais;
- Modelagem analítica e numérica das vigas duplas e triplas;
- Estudo da região de contato entre os materiais viscoelásticos e metálicos;
- Combinação das variações acima enumeradas, dentre outras possibilidades.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANACLETO, F. E. S., **Análise Viscoelástica e Viscoplastica de Sólidos Bidimensionais pelo Método dos Elementos Finitos**, Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG, Belo Horizonte, 2010, 74p.

ANDRADE, V. S., **Análise Dinâmica de uma Viga Engastada Excitada por uma Fonte Não Ideal**, Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo. USP, São Carlos, 2009, 128p.

ARAUJO, A. A., **Ajuste de Modelos Numéricos de Elementos Finitos Usando Métodos de Otimização**, Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campinas, 2007, 105p.

ASEKA, E. H., **Projeto, Construção e Determinação de Propriedades de Amortecedor Viscoelástico para Uso em Estruturas**, Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRS, Porto Alegre, 2002, 122p.

ASEKA, E. H., **Sistemas Concentrados e Distribuídos com Amortecimento Viscoelástico, Utilizando a Base Gerada pela Resposta Impulso**, Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRS, Porto Alegre, 2008, 129p.

AZEVEDO, A. F. M., **Método dos Elementos Finitos**, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal, 1ª ed., 2003.

BARBOSA, F.S., Modelagem Computacional com Camadas Viscoelásticas Amortecedoras. Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, Rio de Janeiro, 2000.

BLAIS et. al. Suppression of time aliasing in the solution of the equations of motion of na impacted beam with partical constrained layer damping. **Journal of Sound and Vibration**, Gothenburg, v. 326, p. 870-882, 2009.

BRIGHAM, E. O., **The Fast Fourier Transform**, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1974.

CANEVAROLO JR, S. V. **Ciência dos Polímeros: um texto básico para tecnólogos e engenheiros**, 2ª Ed., São Paulo: Artiliber Editora Ltda, p. 191-197, 2006.

CRAIG JR, R. R., **Structural Dynamics – An Introduction to Computer Methods**. 1ª ed. Singapore. John Wilçey & Sons, 1981.

CHOPRA, A. K., **Dynamics of Structures**. University of California, Berkeley, 1980.

CLOUGH, R. W. & PENZIEN, J., **Dynamics os Structures**, Computers & Structures, Inc., 3^a ed., Berkeley, 1995.

DAVID, S. A., **Modelagem Dinâmica, Simulação e Validação Experimental de Estruturas Flexíveis**, Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, Campinas, 2003, 178p.

DUKKIPATI, R. V., **Solving Engineering System Dynamics Problems with MATLAB**, New Age International Publishers, 2007.

FAHY, J.; WALKER, J., **Advanced Applications in Acoustics, Noise & Vibration**, Spon Press, New York, 2004, 419-424p.

FAISCA, R. G. **Caracterização de Materiais Viscoelásticos como Amortecedores Estruturais**, Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, Rio de Janeiro, 1998, 172p.

FENILI, A. **Modelagem Matemática e Análise dos Comportamentos Ideais e Não Ideais de Estruturas Flexíveis de Rastreamento**, Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia Mecânica de Campinas, Unicamp, São Paulo, 2000, 384p.

FILHO, F. J. D., **Controle de Vibração Flexional em Sistemas Girantes Utilizando Neutralizadores Dinâmicos Viscoelásticos**, Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Curitiba, 2008, 147p.

GADE, S, HERLUFSEN, H. **Windows to FFT Analysis – Part. 1**, Brüel & Kjær Technical Review, N° 03, 1987.

GADE, S, HERLUFSEN, H. **Windows to FFT Analysis – Part. 1I**, Brüel & Kjær Technical Review, N° 04, 1987.

GARCIA, A. M., **Ajuste de Modelos Estruturais Aplicados em Problemas de Contato**, Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, UNESP/FEIS, Ilha Solteira, 2006, 113p.

GRANGER, D., ROSS, A. Effects os partial constrained viscolastic layer damping parameters on the inicial transient response of impacted cantilever beams: Experimental and numerical results. **Journal of Sound and Vibration**, Gothenburg, v. 326, p. 870-882, 2009.

HE, J. & FU, Z., **Modal Analysis**, Butterworth-Heinemann, 2001.

KAMINSKI, P. C., **Desenvolvendo Produtos: Planejamento, Criatividade e Qualidade**, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, p. 89-94, 2000.

KERWIN, E. M. Damping of Flexural Waves by a Constrained Viscoelastic Layer. **Journal of the Acoustical Society of America**, v. 31, Number 7, 1959,

KIM, J. H., KIM, T. W. Engensensitivity based optimal distribution of a viscoelastic damping layer for a flexible beam. **Journal of Sound and Vibration**, Gothenburg, v. 273, p. 201-218, 2003.

LALL, A. K., NAKRA, ASNANI, N. T., NAKRA, B. C. Damping Analysis of Partially Covered Sandwich Beams . **Journal of Sound and Vibration**, Gothenburg, v. 123, n. 2, p. 247-259, 1988.

LAPIDUS, L., PINDER, G. F. **Numerical Solution of Partial Differential Equations in Science and Engineering**, Jonh Wiley & Sons Inc., Breinigsville, USA, 2010.

LEE, J. T. Active structural acoustics control of beams using active constrained layer damping through loss factor maximizations . **Journal of Sound and Vibration**, Gothenburg, v. 287, p. 481-503, 2005.

LEE, D. H., KIM, S. Y. Identification of fractional-derivative-model parameters of viscoelastic materials from measured FRFs. **Journal of Sound and Vibration**, Gothenburg, v. 324, p. 570-586, 2009.

LI, Z., CROCKER, M. J. Effects of thickness and delamination on the damping in honeycomb-foam sandwich beams. **Journal of Sound and Vibration**, Gothenburg, v. 294, p. 473-485, 2006.

LUNDÉM, R., Optimum Distribution of Additive Damping for Vibrating Beams. **Journal of Sound and Vibration**, Gothenburg, v. 66, n. 1, p. 25-37, 1979.

MEAD, D. J. A Comparison of Some Equations for the Flexural Vibrations of Damped Sandwich Beams. **Journal of Sound and Vibration**, Gothenburg, v. 83, n. 3, p. 363-377, 1982.

MEAD, D. J. The measurement of the loss factors of beams and plates with constrained and unconstrained damping layers: A critical assessment. **Journal of Sound and Vibration**, Gothenburg, v. 300, p. 744-762, 2007.

MEIROVITCH, L., **Analytical Methods in Vibrations**, Macmillan Publishing Co, Inc., New York, 1967.

MEIROVITCH, L., **Fundamentals of Vibrations**, McGraw-Hill International Edition., New York, 2001.

NAGAMINE, R. K.; **Lógica Difusa para Controle Não Convencional de uma Viga Inteligente**, Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Carlos, USP, São Carlos, 2001, 117p.

NETO, A. A. B., **Incorporação de Aspéctos Metrológicos na Simulação Estrutural em Materiais Viscoelásticos**, Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007, 225p.

OLIVEIRA, A.; **Adição de Amortecimento Estrutural usando Materiais Viscoelásticos**, Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, 2006, 165p.

ORESTEN, L. F., **Caracterização Dinâmica de Vigas “Sandwich” com Núcleo de Espuma Rígida de Poliuretano**, Dissertação (Mestrado) – Pontificia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2003, 131p.

PIMENTA, P. M., **Fundamentos da Mecânica dos Sólidos e das Estruturas**, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

PITELLA, B.D.A. **Investigação da Eficiência de Materiais Viscoelásticos para Redução de Vibrações em Risers**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2006, 150p.

QUEIROZ, J. A. S., **Análises de Estruturas Flexíveis com Aplicação de Materiais Viscoelásticos**, Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia de Bauru, UNESP/FEB, Bauru, 2008, 101p.

RAO, S. S., **Mechanical Vibrations**, Second edition, Addison-Wesley Publishing Company, p. 5-12, 1990.

RAO, S. S., **The Finit Element Method in Engineering**, Fourth edition, Elsevier Science & Technology Books, 2004.

RAO, S. S., **Vibration of Continuous Systems**, Jonh Wiley & Sons Inc., p. 1-16, 2007.

ROCHA, T. L., **Modelagem de Estruturas Inteligentes**, Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, UNESP/FEIS, Ilha Solteira, 2004, 139p.

SIAS, D. F., **Programa Computacional para Análise Dinâmica de Estruturas Incluindo Amortecimento Viscoelástico**, Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRS, Porto Alegre, 2004, 114p.

SILVA, R. P., **Desenvolvimento de Metodologias para Caracterização de Materiais Viscoelásticos em Baixas Frequências**, Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, 2007, 104p.

SINHA, A., **Vibration of Mechanical Systems**, Cambridge University Press, p. 5-10, 2010.

SOUSA, E. A. C. **Métodos dos Elementos Finitos e Elementos de Contorno Aplicados a Problemas Visco-elastodinâmicos Transientes: Pré-requisitos para o Acoplamento**, Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia Mecânica de Campinas, Unicamp, São Paulo, 1999.

THOMSON, W. T. **Theory of Vibration with Applications**. Fourth edition, Prentice Hall, 1993.

TIMOSHENKO, S., **Vibration Problems in Engineering**, 2^a ed., D. Van Nostrand Company, Inc., New York, 1937.

TITA, V. **Análise Dinâmica Teórica e Experimental de vigas Fabricadas à Partir de Materiais Compósitos Poliméricos Reforçados**. Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Carlos, USP, São Carlos, 1999.

WASILKOSKI, C. M., **Comportamento Mecânico dos Materiais Poliméricos**, Tese (Doutorado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Curitiba, 2006, 82p.

YANG, B., **Theory of Vibration**, University of Southern California, Los Angeles, 2001.

YANG, B., **Stress, Strain, and Structural Dynamics**, University of Southern California, Elsevier Academic Press, 2005.

YILDIZ, A., STEVENS, K. Optimum Thickness Distribution of Unconstrained Viscoelastic Damping Layer Treatments for Plates. **Journal of Sound and Vibration**, Gothenburg, v. 103, n. 2, p. 183-199, 1985.

APÊNDICE A – PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS E MECÂNICAS DOS MATERIAIS UTILIZADOS EXPERIMENTALMENTE

Este apêndice relaciona as propriedades geométricas e mecânicas dos materiais utilizados experimentalmente (vigas de aço inoxidável e fitas dupla-face viscoelásticas).

APA.1 – Propriedades do Aço Inoxidável Aperam/Acesita AISI 304 ASTM A240

O aço inoxidável série AISI 304 ASTM A240 é um aço inoxidável austenítico que tem emprego na fabricação de utensílios domésticos, fins estruturais, equipamentos para indústria química e naval, indústria farmacêutica, indústria têxtil, indústria de papel e celulose, refinaria de petróleo, permutadores de calor, válvulas e peças de tubulações, indústria frigorífica, instalações criogênicas, depósitos de cerveja, tanques de fermentação de cerveja, tanques de estocagem de cerveja, equipamentos para refino de produtos de milho, equipamentos para leiteria, cúpula para casa de reator de usina atômica, tubos de vapor, equipamentos e recipientes para usinas nucleares, peças para depósito de algumas bebidas carbonatadas, condutores descendentes de águas pluviais, carros ferroviários, calhas e muitas outras aplicações industriais.

A Tab. APA.1 relaciona as propriedades geométricas das vigas de aço inoxidável Aperam/Acesita AISI 304 ASTM A240 utilizadas experimentalmente neste trabalho.

Tabela APA.1 – Propriedades geométricas das vigas de aço inoxidável utilizada.

Espessura [m]	Largura [m]	Comprimento Total [m]	Área da Seção [m ²]	I _{xx} * [m ⁴]	I _{yy} * [m ⁴]
1,21.10 ⁻³	24.10 ⁻³	0,4	29,04.10 ⁻⁶	3,5431.10 ⁻¹²	1,39392.10 ⁻⁹

* Fonte: Software MDSOLIDS v3.2.0.

A Tab. APA.2 relaciona as propriedades mecânicas do aço inoxidável Aperam/Acesita AISI 304 ASTM A240, conforme dados disponíveis em seu fabricante:

Tabela APA.2 – Propriedades mecânicas do aço inoxidável Aperam/Acesita AISI 304 ASTM A240 utilizado.

E [Pa]	Densidade Teórica [kg/m ³]	Resistência à Tração [N/m ²]	Limite de Escoamento a 0,2% [N/m ²]	Resistência à Fadiga [N/m ²]	Dureza [HRB]
193.10 ⁹	8000	700.10 ⁶	300.10 ⁶	241.10 ⁶	85

Fonte: Catálogo técnico Aperam/Acesita - *Aplicações de Aços Inoxidáveis em Usinas de Açúcar*, Jun/2007.

APA.2 – Propriedades das Fitas 3M-Scotch Fixa Forte 113, 4411 e VHB 4910

A fita Fixa Forte 113 é uma fita dupla-face de espuma e, segundo o fabricante, é ideal para utilização em ambientes internos e pode ser utilizada para fixar quadros, espelhos, peças de decoração, canaletas, dentre outros fins. Fornece uma fixação permanente que permite suportar objetos com massa de até 800g e é indicada para superfícies lisas, de madeira, paredes internas e azulejos (exceto área com muita umidade). Segundo o fabricante (verso da embalagem do produto, cada 10 cm lineares suporta 400g de carga).

A fita Fixa Forte 4411 é uma fita dupla-face também de espuma e, segundo o fabricante, é ideal para utilização em ambientes externos ou internos (com alta umidade, como banheiros e cozinhas) e pode ser utilizada para fixação de placas, números, frisos de carro, objetos de decoração, dentre outros fins. Fornece uma fixação permanente que permite suportar objetos com massa de até 2,2kg e é indicada para uso em paredes e concretos pintados, madeira, metais, vidros e azulejos. Segundo o fabricante (verso da embalagem do produto, cada 10 cm lineares suporta 420g de carga).

A fita Fixa Forte VHB 4910 é composta por um adesivo acrílico de alta resistência, na cor transparente, que tem emprego na montagem de gabinetes para armários e quadros de força telefônicos, fixação de placas e plaquetas de identificação interna, montagem e fixação de luminosos em fachadas, montagem de stands em feiras, vedação em tampa de vidro em freezer, fixação de canaletas de fiação e conectores, laminação de abraçadeiras-suportes-ganchos-cantoneiras e outras peças plásticas, fixação de acessórios em barcos e lanchas, montagem de troféus e peças em acrílico e muitas outras aplicações industriais. Segundo o fabricante (verso da embalagem do produto, cada 10 cm lineares suporta 720g de carga).

Tabela APA.3 – Propriedades geométricas e estéticas das fitas dupla-face da série Fixa Forte do fabricante 3M-Scotch, utilizadas experimentalmente.

Fita	Espessura [m]	Largura Original [m]	Dorso	Cor	Forro (Liner)
113	$1,0 \cdot 10^{-3} \pm 10\%$	$24 \cdot 10^{-3}$	Espuma de Polietileno	Branca	Papel Tratado com Silicone
4411	$1,0 \cdot 10^{-3} \pm 15\%$	$24 \cdot 10^{-3}$	Espuma Acrílica de Polietileno	Branca	Filme Plástico
VHB 4910	$1,0 \cdot 10^{-3} \pm 10\%$	$25 \cdot 10^{-3}$	Espuma Acrílica de célula fechada	Incolor	Filme Plástico

Fontes: Catálogo técnico 3M - *Fitas VHB*, Jan/2004, Catálogo técnico *VHB Double Coated Acrylic Foam Tapes and Adhesive Transfer Tapes*, Marc/1998, Catálogo técnico *3M Double Coated Foam Tape # 4411 Polyethylene Foam Tape*, Marc/1998 e Catálogo técnico 3M Fita Dupla Face de Espuma Ed.2, Abril/2009.

A Tab. APA.3 apresenta as propriedades geométricas e estéticas das fitas dupla-face da série Fixa Forte do fabricante 3M-Scotch, utilizadas experimentalmente.

A Tab. APA.4 apresenta as propriedades mecânicas das fitas dupla-face da série Fixa Forte do fabricante 3M-Scotch, utilizadas experimentalmente.

Tabela APA.4 – Propriedades mecânicas das fitas dupla-face da série Fixa Forte do fabricante 3M-Scotch, utilizadas experimentalmente.

Fita	Densidade [kg/m ³]	Adesão em Aço Inox [N/m] ASTM D3330	Tensão Normal em Alumínio (T block) [N/m ²] ASTM D897	Cisalhamento Estático em Aço Inox [N/m ²] ASTM D3654 a 22°C	Cisalhamento Dinâmico em Aço Inox [N/m ²] ASTM D1002 12mm/min	Coef. de Poisson
113	95	1400	415.10 ³	-	380.10 ³	0,5*
4411	234	1962	578.10 ³	-	365.10 ³	0,5*
VHB 4910	960	2600	690.10 ³	1000.10 ³	480.10 ³	0,5

* Valor estimado

Fontes: Catálogo técnico 3M - *Fitas VHB*, Jan/2004, Catálogo técnico *VHB Double Coated Acrylic Foam Tapes and Adhesive Transfer Tapes*, Marc/1998, Catálogo técnico *3M Double Coated Foam Tape # 4411 Polyethylene Foam Tape*, Marc/1998 e Catálogo técnico *3M Double Coated Polyethylene Foam Tapes # 4492*, Febr/2000.

A relação entre Módulo de Elasticidade (E), Módulo de Cisalhamento (G) e coeficiente de Poisson pode ser calculada conforme Eq. APA.1:

$$E = 2G(1 + \gamma) \quad (\text{APA.1})$$

Considerando o valor de G como sendo o valor do Cisalhamento Dinâmico do material (conforme Tab. APA.4), tem-se que:

Tabela APA.5 – Estimativa do Módulo de Elasticidade das fitas dupla-face da série Fixa Forte do fabricante 3M-Scotch, utilizadas experimentalmente.

Fita	Módulo de Elasticidade (E) Estimado [Pa]
113	114.10 ⁷
4411	109,5.10 ⁷
VHB 4910	144.10 ⁷

APÊNDICE B – DESENHO DE FABRICAÇÃO DAS VIGAS METÁLICAS

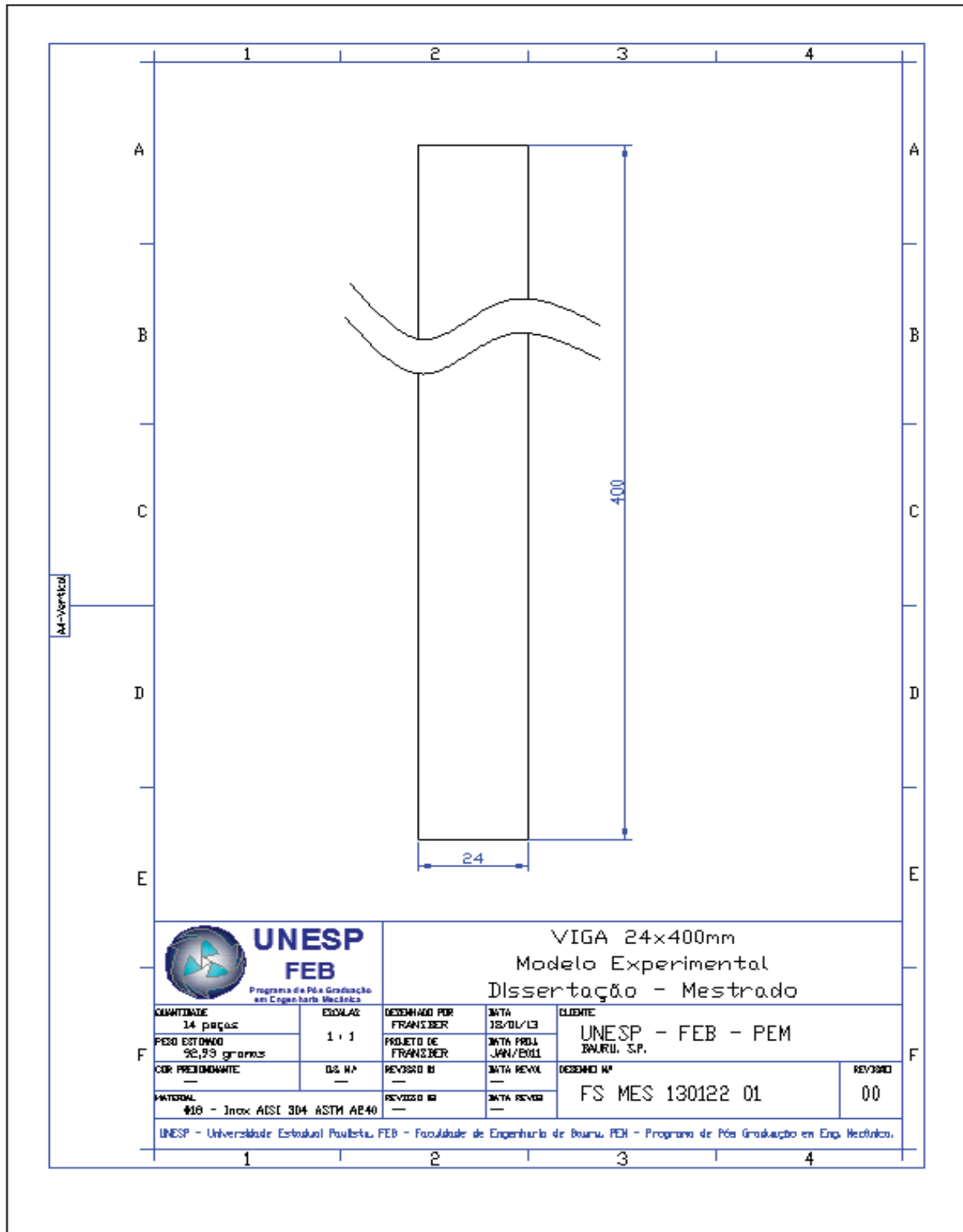


Figura APB.1 – Desenho de produção para as vigas de aço inoxidável utilizadas: 24x400mm. Material #18 AISI 304 ASTM A240.

ANEXO A – DADOS DO MARTELO DE TESTE DE FORÇA/IMPULSO PCB MOD. ICP 086C03

O martelo de teste de força/impulso utilizado experimentalmente foi o martelo fabricante *PCB Piezotronics, Inc*, modelo ICP 086C03 e os dados apresentados neste Anexo A estão contidos no Manual de Instalação e Operação deste equipamento, disponível no site do próprio fabricante (www.pcb.com)

Tabela ANA.1 – Especificações do martelo PCB modelo ICP 086C03 utilizado no modelo experimental.

	Especificação	Valor no SI
RENDI- MENTO	Sensitividade	2,25 mV/N \pm 15%
	Faixa de Medição	\pm 2224 N pk
	Frequência de Ressonância	\geq 22 kHz
	Não-linearidade	\leq 1%
ELÉTRICA	Tensão Elétrica de Excitação	20 a 30 VDC
	Corrente Elétrica de Excitação Constante	2 a 20 mA
	Impedância de Saída	< 100 Ohm
	Tensão Elétrica de Polarização de Saída	8 a 14 VDC
	Tempo de Descarga Constante	\geq 2000 sec
FÍSICA	Elemento Sensor	Quartzo
	Vedação	Epóxi
	Massa do Martelo	0,16 kg
	Diâmetro da Cabeça	1,57 cm
	Diâmetro da Ponta	0,63 cm
	Comprimento do Martelo	21,6 cm
	Posição de Conexão Elétrica	Inferior do Punho
	Conector Elétrico	BNC Jack

Fonte original: *Installation and Operating Manual N° 21354revB – ICP Model 086C03*, disponível em www.pcb.com

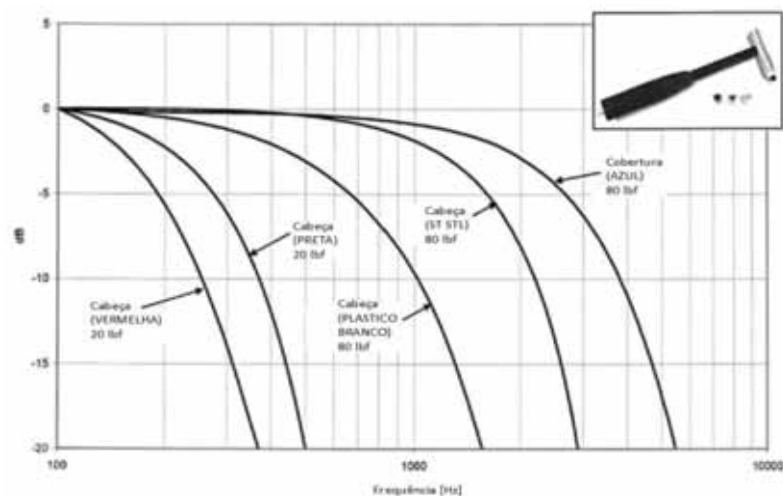


Figura ANA.1 – Curvas de resposta do martelo PCB modelo ICP 086C03 utilizado no modelo experimental. Fonte original: *Installation and Operating Manual N° 21354revB – ICP Model 086C03*, disponível em www.pcb.com

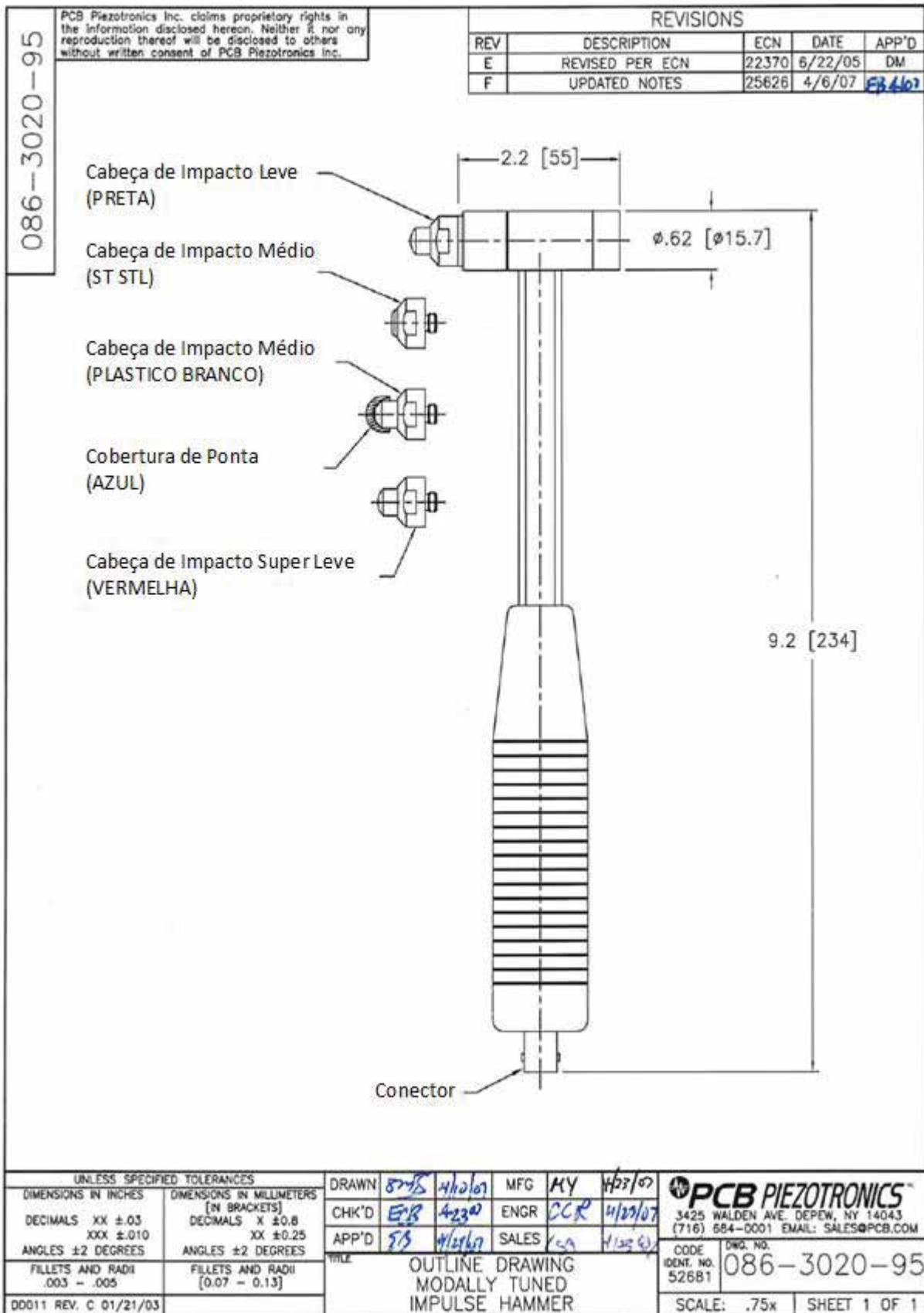


Figura ANA.2 – Dimensional do martelo PCB modelo ICP 086C03 utilizado no modelo experimental. Fonte original: *Installation and Operating Manual N° 21354revB – ICP Model 086C03*, disponível em www.pcb.com

ANEXO B – DADOS DO ACELERÔMETRO PIEZOELÉTRICO PCB MOD. ICP 352C33

O acelerômetro piezoelétrico utilizado experimentalmente foi o martelo fabricante *PCB Piezotronics, Inc*, modelo ICP 352C33 e os dados apresentados neste Anexo B estão contidos no Manual de Instalação e Operação deste equipamento, disponível no site do próprio fabricante (www.pcb.com).

Tabela ANB.1 – Especificações do acelerômetro piezoelétrico PCB modelo ICP 352C33 utilizado no modelo experimental.

	Especificação	Valor no SI
RENDIMENTO	Sensitividade	10,2 mV/(m/s ²) ± 10%
	Faixa de Medição	± 490 m/s ² pk
	Faixa de Frequência (± 5%)	0,5 a 10000 Hz
	Faixa de Frequência (± 10%)	0,3 a 15000 Hz
	Frequência de Ressonância	≥ 50 kHz
	Resolução de Banda Larga (1 a 10000 Hz)	0,0015 m/s ² rms
	Não-linearidade	≤ 1%
	Sensibilidade Transversal	≤ 5%
AMBIENTAL	Limite de Sobrecarga (choque)	± 49000 m/s ² pk
	Faixa de Temperatura (funcionamento)	-54 a +93 °C
	Sensibilidade à Tensão de Base	0,029 (m/s ²)/µε
ELÉTRICA	Tensão Elétrica de Excitação	18 a 30 VDC
	Corrente Elétrica de Excitação Constante	2 a 20 mA
	Impedância de Saída	≤ 200 Ohm
	Tensão Elétrica de Polarização de Saída	7 a 12 VDC
	Tempo de Descarga Constante	1 a 2,5 sec
	Ajuste de Tempo (dentro de 10% da polarização)	< 0 sec
	Espectro de Ruído (1 Hz)	380 (µm/s ²)/√Hz
	Espectro de Ruído (10 Hz)	110 (µm/s ²)/√Hz
	Espectro de Ruído (100 Hz)	33 (µm/s ²)/√Hz
Espectro de Ruído (1 kHz)	14 (µm/s ²)/√Hz	
FÍSICA	Altura	15,7 mm
	Massa	5,8 gramas
	Elemento Sensor	Cerâmica
	Tamanho (Hex)	11,2 mm
	Sensoriamento de Geometria	Cisalhamento
	Material da Caixa	Titânio
	Comprimento do Martelo	21,6 cm
	Vedação	Hermética
	Conector Elétrico	10-32 Coaxial Jack
	Posição do Conector Elétrico	De Lado
	Rosca de Montagem	10-32 fêmea
Torque de Montagem	113 a 226 N.cm	

Fonte original: *Installation and Operating Manual N° 18292revB – ICP Model 352C33*, disponível em www.pcb.com

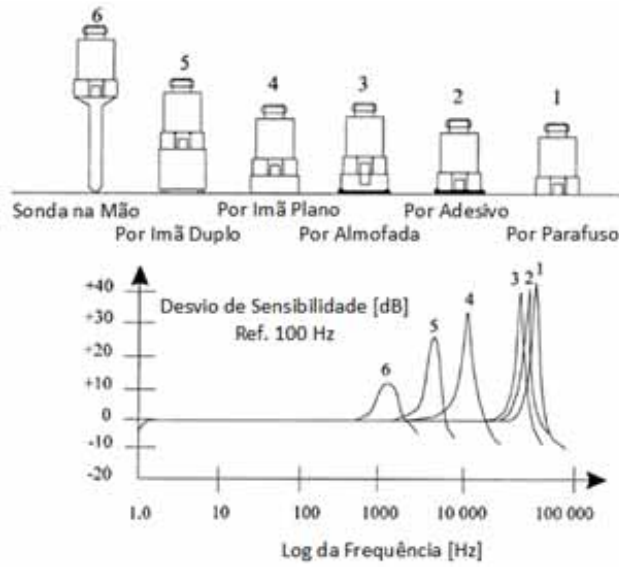


Figura ANB.1 – Configurações de montagem do acelerômetro piezoelétrico PCB modelo ICP 352C33 e seus efeitos sobre a alta frequência. Fonte original: *Installation and Operating Manual N° 18292revB – ICP Model 352C33*, disponível em www.pcb.com

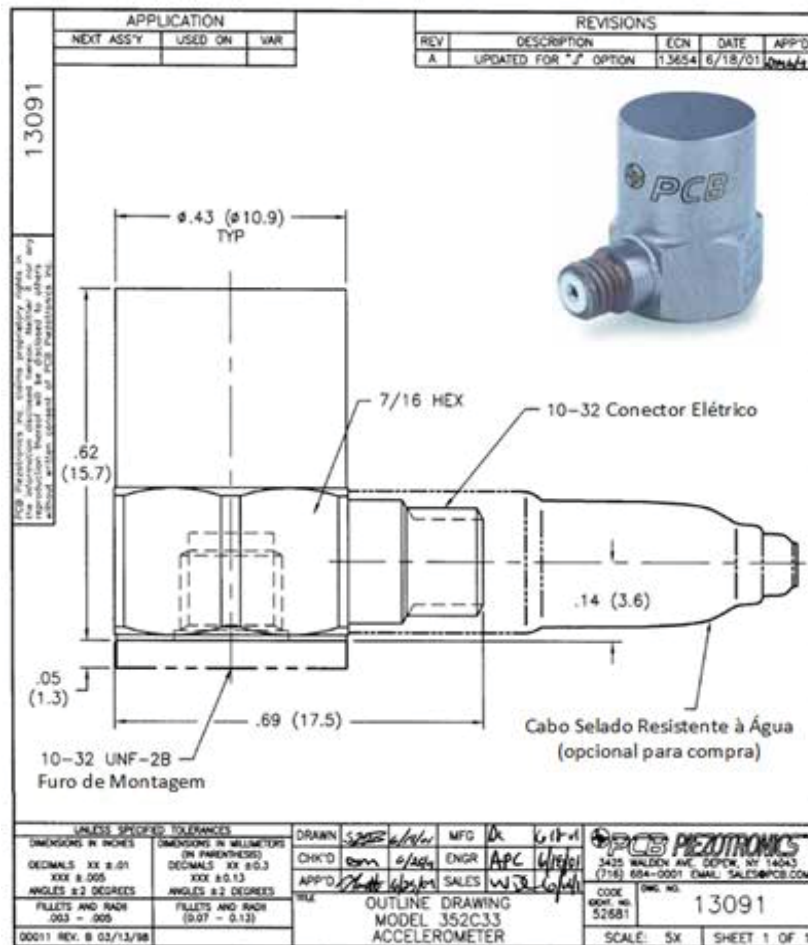


Figura ANB.2 – Dimensional do acelerômetro piezoelétrico PCB modelo ICP 352C33 utilizado no modelo experimental. Fonte original: *Installation and Operating Manual N° 18292revB – ICP Model 352C33*, disponível em www.pcb.com

ANEXO C – DADOS DO MÓDULO DE AQUISIÇÃO DE SINAL DINÂMICO MOD. NI c-DAQ9234

O módulo de aquisição de sinal dinâmico utilizado experimentalmente foi o módulo fabricante *National Instruments*, modelo NI cDAQ-9234 e os dados apresentados neste Anexo C estão contidos no Manual de Instruções e Especificações deste equipamento, disponível no site do próprio fabricante (www.ni.com).

Tabela ANC.1 – Especificações do módulo de aquisição de sinal dinâmico NI cDAQ-9234 utilizado no modelo experimental.

	Especificação	Valor
CARACTERÍSTICAS DE ENTRADAS	Número de Canais	4 canais de entrada analógicas
	Resolução	24 bits
	Taxa de Amostragem	51,2 kS/s
	Largura da Banda	23,04 kHz
	Tensão Máxima	5 V
	Faixa Máxima de Tensão	-5 V a + 5 V
	Amostragem Simultânea	Sim
	Impedância de Entrada	305 kOhm
	Faixa Dinâmica	102 dB
	Corrente de Excitação	2 mA
ELÉTRICA	Consumo de Energia no Chassi (ativo)	900 mW max
	Consumo de Energia no Chassi (hibernando)	25 μ W max
	Dissipação Térmica a 70°C (ativo)	930 mW max
	Dissipação Térmica a 70°C (hibernando)	25 μ W max
FÍSICA	Comprimento	9 cm
	Largura	2,3 cm
	Massa	173 gramas
	Conector de E/S	BNC
	Temperatura Mínima de Operação	- 40 °C
	Temperatura Máxima de Operação	70 °C

Fonte original: NI cDAQ-9234, disponível em www.ni.com



Figura ANC.1 – Módulo de aquisição de sinal dinâmico NI cDAQ-9234 e disposição do conector (à esquerda).

Fonte original: *NI 9234 Operating Instructions and Specifications N° 374238C-01 Aug2008*, disponível em www.ni.com

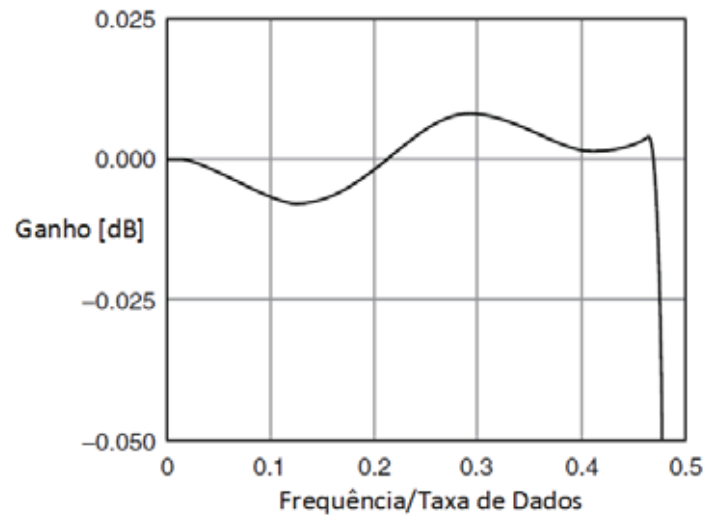


Figura ANC.2 – Nivelamento de banda típico do módulo NI cDAQ-9234. Fonte original: *NI 9234 Operating Instructions and Specifications N° 374238C-01 Aug2008*, disponível em www.ni.com

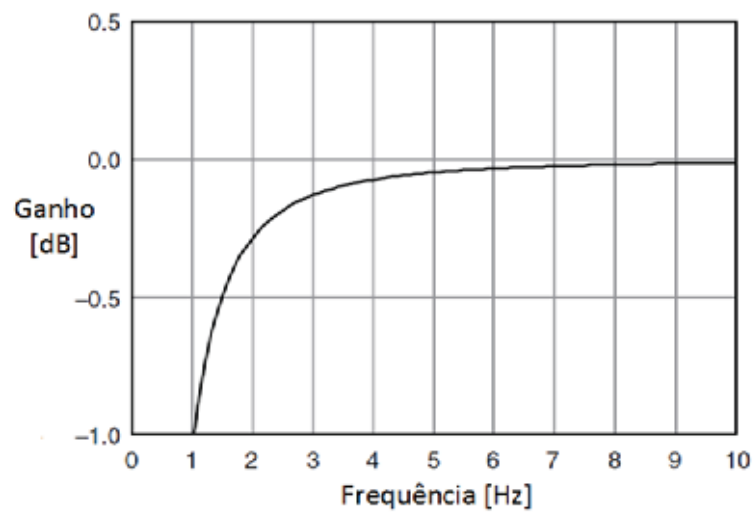


Figura ANC.3 – Resposta de frequência de corte do módulo NI cDAQ-9234. Fonte original: *NI 9234 Operating Instructions and Specifications N° 374238C-01 Aug2008*, disponível em www.ni.com

ANEXO D – DADOS DO CHASSI MOD. NI cDAQ-9172

O chassi utilizado experimentalmente foi o chassi fabricante *National Instruments*, modelo NI cDAQ-9172 e os dados apresentados neste Anexo D estão contidos no Manual de Instruções e Especificações deste equipamento, disponível no site do próprio fabricante (www.ni.com).

Tabela AND.1 – Especificações do chassi NI cDAQ-9172 utilizado no modelo experimental.

	Especificação	Valor
ENTRADA ANALÓGICA	Tamanho da Entrada FIFO	2047 amostras
	Taxa de Amostragem (mínima)	0 S/s
	Taxa de Amostragem (máxima)	3,2 MS/s
	Precisão de Temporização	50 ppm da frequência de amostragem
	Resolução de Temporização	50 ns
SAÍDA ANALÓGICA	Taxa de Atualização Máxima	1,6 MS/s (multi-canal, agregado)
	Precisão de Temporização	50 ppm da frequência de amostragem
	Resolução de Temporização	50 ns
	Tamanho da Saída FIFO	8191 amostras compartilhadas entre os canais utilizados
CARACTERÍSTICAS DIGITAI DA ONDA E REQUER. DE ENERGIA	Aquisição de Onda	2047 amostras
	Geração de Onda	2047 amostras
	Faixa de Tensão de Entrada	11 a 30 V
	Máximo de Potência Requerida de Entrada	15 W
	Tipo de Conector de Entrada de Energia	DC de 2mm com pino central
	Tipo de Conector de Alimentação de Entrada (emenda)	Switchcraft S760K
	Especificação da Porta de Comunicação USB	USB 2.0
FÍSICA	Massa (descarregado)	804 gramas
	Largura	8,81 cm
	Comprimento	25,4 cm
	Altura	5,89 cm

Fonte original: *NI 9172 User Guide and Specifications NI cDAQ-9172 N° 371747F-01Jun2008*, disponível em www.ni.com

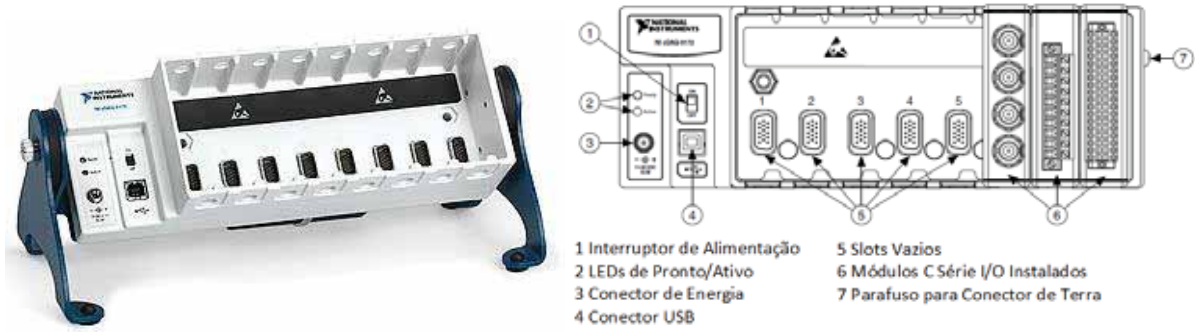


Figura AND.1 – Chassi NI cDAQ-9172. Fonte original: *NI 9172 User Guide and Specifications NI cDAQ-9172 N° 371747F-01Jun2008*, disponível em www.ni.com

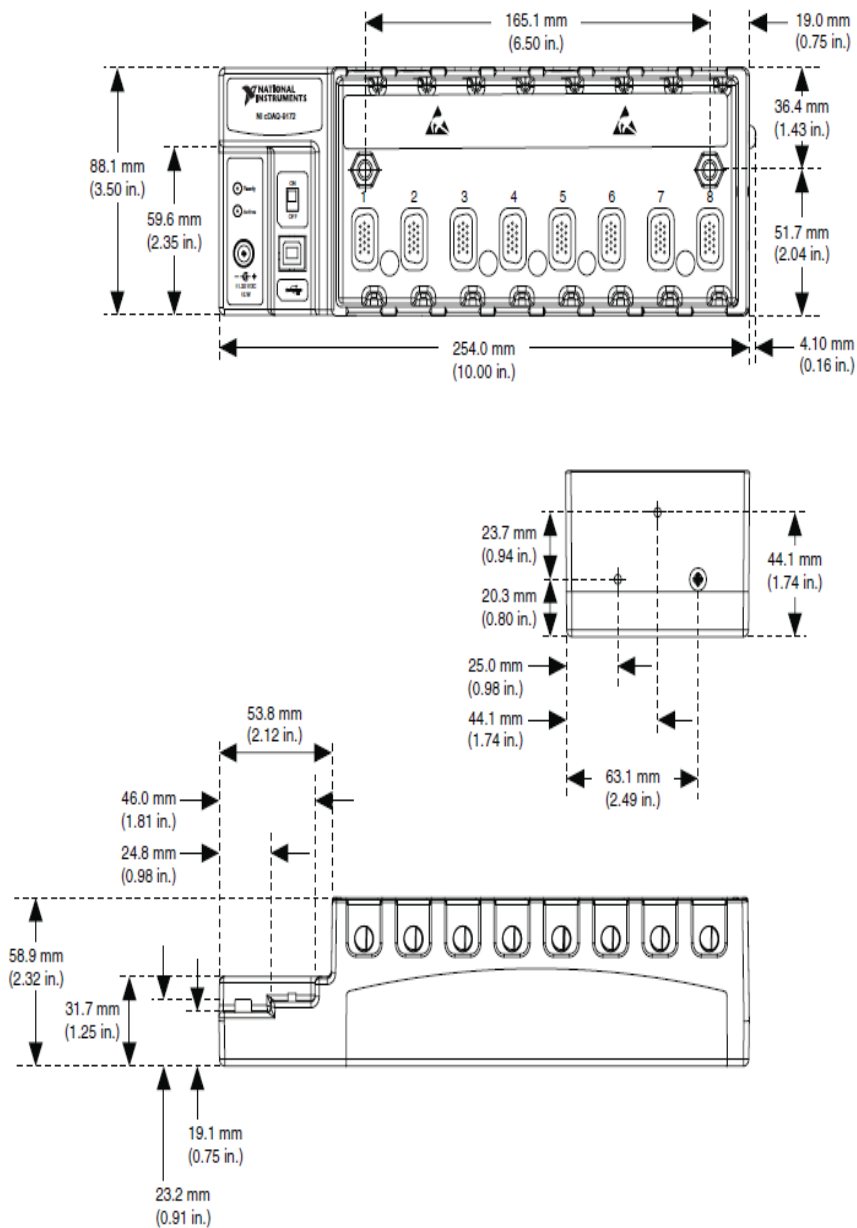


Figura AND.2 – Dimensões do chassi NI cDAQ-9172. Fonte original: *NI 9172 User Guide and Specifications NI cDAQ-9172 N° 371747F-01Jun2008*, disponível em www.ni.com