



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**PROCEDIMENTO NUMÉRICO PARA ANÁLISE DE VIGAS DE
ALVENARIA ESTRUTURAL SUBMETIDAS À FLEXÃO SIMPLES**

DANIELE ARAUJO ALTRAN

ORIENTADOR: Prof. Dr. ROGÉRIO DE OLIVEIRA RODRIGUES

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil .

Área de Conhecimento: Estruturas.

Ilha Solteira – SP

Agosto, 2010.

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP – Ilha Solteira.

A469p Altran, Daniele Araujo.
 Procedimento numérico para análise de vigas de alvenaria estrutural
 submetidas à flexão simples / Daniele Araujo Altran. – Ilha Solteira : [s.n.],
 2010
 88 f. : il.

 Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de
 Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Estruturas, 2010

 Orientador: Rogério de Oliveira Rodrigues

 1. Alvenaria estrutural. 2. Método dos elementos finitos. 3. Comporta-
 mento estrutural não-linear. 4. Vigas.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

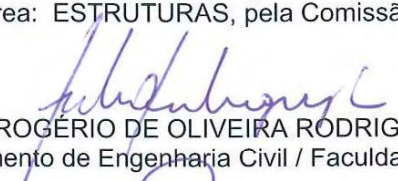
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

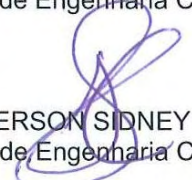
TÍTULO: PROCEDIMENTO NUMÉRICO PARA ANÁLISE DE VIGAS DE ALVENARIA
ESTRUTURAL SUBMETIDAS A FLEXÃO SIMPLES

AUTORA: DANIELE ARAUJO ALTRAN

ORIENTADOR: Prof. Dr. ROGÉRIO DE OLIVEIRA RODRIGUES

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de MESTRE em ENGENHARIA
CIVIL, Área: ESTRUTURAS, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. ROGÉRIO DE OLIVEIRA RODRIGUES
Departamento de Engenharia Civil / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. JEFFERSON SIDNEY CAMACHO
Departamento de Engenharia Civil / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. RODRIGO PIERNAS ANDOLFATO
Tecnobens Construções e Incorporações Ltda.

Data da realização: 04 de agosto de 2010.

Dedico este trabalho a meu marido Gustavo
e ao meu filho Vinícius.

AGRADECIMENTOS

A Deus, fonte de minha fortaleza, que me ajudou a superar todas as dificuldades e me ensinou que, para se alcançar o impossível, é preciso ter fé.

Ao Prof. Dr. Rogério de Oliveira Rodrigues, por todo o apoio e atenção a mim dispensados, durante o desenvolvimento deste trabalho, até concluí-lo.

Ao meu grande amor Gustavo, pela paciência e por todo amor dados, que me ajudaram a superar as tribulações durante todo este período.

Ao meu filho Vinícius, que me ensina, diariamente, que é na simplicidade das crianças que se encontra a beleza da vida.

Aos meus pais, Ari e Vera, que sempre me apoiaram e me ajudaram a tornar este trabalho realidade.

Ao meu irmão Luiz Fernando e a minha cunhada Dea, por todo conhecimento dividido e motivação comigo divididos durante todo este tempo.

À minha irmã, Maria Isabele, que, mesmo criança, me ajudou muito, cuidando e brincando com o Vinícius nos momentos em que eu precisava de concentração.

Aos amigos, Maicon e Angélica, por toda a ajuda técnica e motivação, principalmente nestes últimos meses.

Aos amigos, presentes na minha vida, que estiveram comigo nos momentos felizes e oraram por mim nos momentos de angústia e tristeza.

RESUMO

ALTRAN, D. A. **Procedimento numérico para análise de vigas de alvenaria estrutural submetidas à flexão simples**. 2010. 88f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2010.

A Engenharia de Estruturas é uma área de grande importância na construção civil, uma vez que sua essência é a otimização de projetos. Para atender essa necessidade, os métodos numéricos são excelentes ferramentas, que auxiliam os profissionais a obterem, com maior agilidade, projetos de alta qualidade, diminuindo custos e prazos. Além disso, a alvenaria estrutural é um sistema que satisfaz essa procura por projetos otimizados, devido à agilidade na construção, com projetos modulados, equipe e equipamentos especializados, que garantem rapidez e diminuição de custos.

Nesse cenário, o presente trabalho aborda um procedimento numérico para análise do comportamento não-linear de dois modelos de vigas de alvenaria estrutural submetidos à flexão simples. Um formado somente por blocos canaleta de concreto, sobrepostos em duas fiadas; e outro, composto pela fiada inferior de blocos-canaleta e a superior, por blocos vazados, ambos os modelos grauteados. As vigas foram discretizadas com o elemento finito prismático regular linear, sendo que, para o bloco, a argamassa e o graute, se utilizou o Critério Mohr-Coulomb, para prever a ruptura e os redutores de rigidez baseados na diminuição do módulo de elasticidade.

Ao final, foram comparados os resultados numéricos, obtidos com presença e ausência dos redutores de rigidez, com os observados em modelos experimentais desenvolvidos no Núcleo de Ensino e Pesquisa da Alvenaria Estrutural (NEPAE) da Faculdade de Engenharia, Campus de Ilha Solteira, UNESP. As análises numéricas realizadas produziram resultados satisfatórios para os dois modelos de vigas abordados, sendo também possível observar o aumento de rigidez da viga com blocos-canaleta e blocos vazados.

Palavras-chave: Alvenaria estrutural. Método dos elementos finitos. Comportamento estrutural não-linear. Vigas.

ABSTRACT

ALTRAN, D. A. Numerical proceeding for analyzing structural masonry beams submitted to bending. 2010. 88f. Dissertation (Mastering in Civil Engineering) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2010.

The Structural Engineering is a very important area in civil construction, since its essence is the optimization of designs. To attend the actual necessities, the numerical methods come to be excellent tools, which help professionals to obtain, with more agility, high quality designs, reducing the costs and deadlines. Besides, that structural masonry is a system that satisfies the searching for optimized projects, due to its agility in constructions, with modulated designs, specialized staff and equipments that warrant fast and low costs.

In this scenario, this paper deals with numerical proceeding for analyzing the nonlinear behavior of two models of structural masonry beams subjected to bending. One, formed only for “U” blocks of concrete overlapping in two rows; and another, composed of channel blocks in the bottom row and the upper row made of hollow blocks, both models entirely grouted. The beams were discretized with linear regular prismatic finite element, and for the block, mortar and grout it was used the Mohr-Coulomb Criteria, to expect the rupture and reducers of rigidity based on the decreasing of strain modulus.

In the end, the obtained numerical results with the presence and absence of reducers of rigidity were compared, with those observed in experimental models developed at the Structural Masonry Study and Research Center, Faculty of Engineering Ilha Solteira Campus, UNESP. The accomplished numerical analysis produced satisfactory results for the two beam models, and it has been also possible to observe the increase of rigidity in the beam with channel and hollow blocks.

Keywords: Structural masonry. Finite element method. Nonlinear structural behavior. Beams.

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 - EXIGÊNCIAS MÍNIMAS PARA ARGAMASSA.....	19
TABELA 2.2: DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO – SEÇÃO NORMALMENTE ARMADA.....	31
TABELA 6.1: DESLOCAMENTOS DO NÓ 1209, SEM E COM INFLUÊNCIA DE REDUTORES DE MÓDULO DE ELASTICIDADE PARA A VIGA CANALETA-CANALETA E DEFORMAÇÕES OCORRIDAS NA ARMADURA E NA FIBRA SUPERIOR DO BLOCO DE CONCRETO CENTRAL PARA O MODELO COM A UTILIZAÇÃO DO REDUTOR.....	66
TABELA 6.2: DESLOCAMENTOS DO NÓ 1209, SEM E COM INFLUÊNCIA DE REDUTORES DE MÓDULO DE ELASTICIDADE PARA A VIGA CANALETA-VAZADO E DEFORMAÇÕES OCORRIDAS NA ARMADURA E NA FIBRA SUPERIOR DO BLOCO DE CONCRETO CENTRAL PARA O MODELO COM A UTILIZAÇÃO DO REDUTOR.....	68

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1: SEÇÃO NORMALMENTE ARMADA; TENSÃO ADMISSÍVEL NA ARMADURA.	24
FIGURA 2.2: SEÇÃO SUPERARMADA; TENSÃO ADMISSÍVEL NA ALVENARIA.	25
FIGURA 2.3: SEÇÃO RETANGULAR SUBMETIDA À FLEXÃO SIMPLES-ARMADURA SIMPLES. .	26
FIGURA 3.1: ELEMENTO FINITO PRISMÁTICO REGULAR LINEAR COM OITO NÓS.	39
FIGURA 3.2: TETRAEDRO DE PASCAL.	39
FIGURA 4.1: FISSURAS VERTICAIS.	46
FIGURA 4.2: FISSURAS INCLINADAS.	47
FIGURA 4.3: RUPTURA POR FLEXÃO DA ARMADURA LONGITUDINAL DE TRAÇÃO.	48
FIGURA 4.4: RUPTURA POR FLEXÃO	48
FIGURA 4.5: MECANISMOS DE RUPTURA: (A) FISSURAS NAS JUNTAS; (B) ESCORREGAMENTO; (C) FISSURAÇÃO DAS UNIDADES; (D) FISSURA DIAGONAL; (E) FENDILHAMENTO.	49
FIGURA 4.6: ESTADO DE TENSÃO NA ALVENARIA.	51
FIGURA 4.7: CRITÉRIO DE MOHR-COULOMB.	52
FIGURA 4.8: REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DA SUPERFÍCIE DE RUPTURA DO CRITÉRIO DE MOHR-COULOMB NO ESPAÇO DAS TENSÕES PRINCIPAIS	52
FIGURA 4.9: DEFINIÇÃO DA SUPERFÍCIE DE RUPTURA NO PLANO DESVIADOR.	53
FIGURA 5.1: FLUXOGRAMA GERAL DE CÁLCULO.	55
FIGURA 5.2: DISCRETIZAÇÃO DOS BLOCOS.	59
FIGURA 5.3: VISTA, EM PERSPECTIVA, DO BLOCO-CANALETA (A) E BLOCO-VAZADO (B).	59
FIGURA 5.4 DISCRETIZAÇÃO DAS FACES DO BLOCO CANALETA: VISTA SUPERIOR (A), VISTA FRONTAL (B), VISTA LATERAL (C).	59
FIGURA 5.5: DISCRETIZAÇÃO DAS FACES DO BLOCO VAZADO: VISTA SUPERIOR (A), VISTA FRONTAL (B), VISTA LATERAL (C).	60
FIGURA 5.6: DISCRETIZAÇÃO DE ALGUMAS FACES DE ARGAMASSA: VISTAS DA ARGAMASSA NAS JUNTAS VERTICAIS NO BLOCO VAZADO (A) E DO BLOCO CANALETA (B) E VISTA DA ARGAMASSA NAS JUNTAS HORIZONTAIS (C).	60
FIGURA 5.7: MODELO DE VIGA COM DUAS FIADAS DE BLOCOS CANALETA.	61
FIGURA 5.8: MODELO DE VIGA COM A PRIMEIRA (INFERIOR) EM BLOCO CANALETA E A FIADA SUPERIOR EM BLOCO VAZADO.	61

FIGURA 6.1: RELAÇÃO TENSÃO - DEFORMAÇÃO GENÉRICA.....	63
FIGURA 6.2: DESLOCAMENTOS DO NÓ 1209, QUANDO APLICADOS 18 INCREMENTOS DE CARGA.....	66
FIGURA 6.3: GRÁFICO FORÇA X DESLOCAMENTO PARA VIGA CANALETA-CANALETA.....	67
FIGURA 6.4: DESLOCAMENTOS DO NÓ 1209, QUANDO APLICADOS 17 INCREMENTOS DE CARGA.....	68
FIGURA 6.5: GRÁFICO FORÇA X DESLOCAMENTO PARA VIGA CANALETA-VAZADO.....	69
FIGURA 6.6: GRÁFICO FORÇA X DESLOCAMENTO COM SOBREPOSIÇÃO DOS DOIS EXEMPLOS.....	69

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	OBJETIVOS	15
1.2	METODOLOGIA.....	16
2	ASPECTOS TEÓRICOS SOBRE A ALVENARIA ESTRUTURAL	17
2.1	DEFINIÇÕES.....	17
2.2	OS COMPONENTES DA ALVENARIA.....	17
2.2.1	BLOCOS ESTRUTURAIS	17
2.2.2	ARGAMASSA DE ASSENTAMENTO.....	18
2.2.2.1	RESISTÊNCIA DA ARGAMASSA.....	19
2.2.2.2	ESPESSURA DAS JUNTAS	19
2.2.3	GRAUTE.....	20
2.3	VIGAS DE ALVENARIA ESTRUTURAL ARMADA.....	21
2.3.1	FLEXÃO EM VIGAS DE ALVENARIA ESTRUTURAL	21
2.3.1.1	PARTICULARIDADES	21
2.3.1.2	EQUACIONAMENTO	23
2.3.1.2.1	CONCEITOS BÁSICOS	23
2.3.1.2.2	FLEXÃO SIMPLES.....	25
3	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	32
3.1	FORMULAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	32
3.1.1	VETOR DAS FORÇAS NODAIS EQUIVALENTES PARA FORÇAS CONCENTRADAS..	37
3.1.2	MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO	37
3.2	ELEMENTO FINITO PRISMÁTICO REGULAR LINEAR.....	38
4	TIPOS DE FISSURAS E MODOS DE RUPTURA EM VIGAS	46
4.1	TIPOS DE FISSURAS EM VIGAS X ESFORÇOS SOLICITANTES	46
4.1.1	FISSURAS VERTICAIS	46
4.1.2	FISSURAS HORIZONTAIS.....	46
4.1.3	FISSURAS INCLINADAS.....	47
4.2	MODOS DE RUPTURA EM VIGAS	47
4.2.1	RUPTURA POR FLEXÃO DA ARMADURA LONGITUDINAL DE TRAÇÃO	48
4.2.2	RUPTURA POR FLEXÃO	48
4.3	CRITÉRIO DE RUPTURA.....	49
4.3.1	CRITÉRIO DE RUPTURA DE MOHR-COULOMB	51
5	ASPECTOS COMPUTACIONAIS.....	54
5.1	ROTINAS PARA DISCRETIZAÇÃO DA ALVENARIA.....	54
5.1.1	SUB-ROTINA GERA PRISMA	54
5.1.2	SUB-ROTINA GERA ELEMENTO	54
5.2	FLUXOGRAMA DE CÁLCULO	54

5.2.1	SUB-ROTINA - INICIA VARIÁVEIS DE CÁLCULO	56
5.2.2	SUB-ROTINA - MONTAGEM DO VETOR IPOS	56
5.2.3	SUB-ROTINA - INCREMENTAR FORÇA	56
5.2.4	SUB-ROTINA - FORÇAS RESTAURADORAS	56
5.2.5	SUB-ROTINA - CÁLCULO DO RESÍDUO	57
5.2.6	SUB-ROTINA - MATRIZ GLOBAL DA ESTRUTURA	57
5.2.7	RESOLUÇÃO DO SISTEMA	57
5.2.8	SUB-ROTINA CORRETOR DESLOCAMENTOS	57
5.2.9	SUB-ROTINA STRAIN-STRESS ELEMENTO	57
5.2.10	SUB-ROTINA CRITÉRIO DE MOHR-COULOMB	58
5.2.11	SUB-ROTINA ARMAZENA RESULTADOS FINAIS	58
5.3	DISCRETIZAÇÃO	58
6	RESULTADOS	62
6.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	62
6.1.1	MÓDULO DE ELASTICIDADE INICIAL, INSTANTÂNEO E REDUTORES	62
6.1.2	PROPRIEDADES FÍSICAS DOS MATERIAIS	65
6.2	EXEMPLO 1: VIGA COM BLOCOS CANALETA	65
6.3	EXEMPLO 2: VIGA COM BLOCOS CANALETA E BLOCOS VAZADOS	67
7	ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÃO	70
	REFERÊNCIAS	72
	ANEXO A	75
	ANEXO B	82

1 INTRODUÇÃO

A alvenaria estrutural é empregada em construções de edificações e monumentos, desde os tempos antigos, como nas pirâmides de Quéops, o Farol de Alexandria e o Coliseu. É, portanto, um dos sistemas mais antigos e utilizados desde a antiguidade, até os dias de hoje.

Apesar de antigo e utilizado em muitas obras de grande expressão, o sistema de alvenaria estrutural passou a ser estudado com base em princípios científicos e experimentação laboratorial, por volta de 1920, Dickey e Schneider (1994), citado por Peleteiro (2002, p.1). A partir de então, iniciou-se o desenvolvimento de teorias racionais, que passaram a fundamentar os projetos de alvenaria estrutural.

Em 1940, após estudos realizados por uma “Comissão Especial” designada pelo Instituto de Engenharia de São Paulo, estabeleceram-se as primeiras especificações e métodos de ensaios nacionais para tijolos de barro cozidos para alvenaria, conforme relato de Gomes (1983), citado por Barbosa (2004, p.4). Na mesma época, na Inglaterra, era elaborada a primeira norma consistente para o cálculo de alvenaria de tijolos.

Segundo a Associação Brasileira de Normas Técnicas- ABNT (1989, p.2), a definição de alvenaria armada de blocos de concreto é *“aquela constituída com blocos vazados de concreto, assentados com argamassa, na qual certas cavidades são preenchidas continuamente com graute, contendo armaduras envolvidas o suficiente para absorver os esforços calculados, além daquelas armaduras com finalidade construtiva ou de amarração”*.

E ainda segundo Landini (2001, p.1), a esta definição pode ser acrescentado que a alvenaria é *“um sistema construtivo cuja essência é a modulação e a racionalização do projeto*. E mais, é um processo que equilibra produtividade, custos e qualidade”.

No final do século XIX, com o surgimento do concreto armado, a alvenaria estrutural ficou restrita à sua aplicação em obras de pequeno porte. Isto aconteceu, porque, a alvenaria estrutural ainda utilizava métodos empíricos de dimensionamento, enquanto, com o advento do aço e do concreto, ocorreu o

desenvolvimento de métodos racionais, permitindo a construção de estruturas mais esbeltas com um maior aproveitamento dos materiais.

Na década de 1950, segundo Barbosa (2000, p.1), a alvenaria estrutural voltou a ganhar espaço. Começaram, então, as construções maiores, tais como edifícios altos, uma vez que se aumentou o interesse na busca de um sistema racionalizado e se intensificaram as pesquisas nessa área. Paralela a esse cenário, na Suíça, uma construção que marcou essa época foi o primeiro edifício em alvenaria estrutural não-armada, constituído de 13 pavimentos (BARBOSA, 2004, p.4).

No Brasil, o sistema da alvenaria estrutural foi introduzido em 1966, quando, em São Paulo, foram construídos alguns edifícios de quatro pavimentos em blocos vazados de concreto (JUSTE, 2001, p.2) e começou a desenvolver-se por volta da década de 1970, com o auge das construções de moradia populares, buscando um sistema mais econômico e mais rápido.

Ao longo dos últimos anos, tal sistema ganhou grande importância, principalmente devido a alguns benefícios encontrados em sua utilização, entre outros motivos, ao fato de que, nesse sistema, se utiliza um menor volume de formas (madeira ou metálicas), concreto e aço que no sistema convencional. Dessa forma, quanto ao meio ambiente, é um sistema que causa menor impacto ambiental. Do ponto de vista da engenharia, a execução de uma obra de alvenaria estrutural apresenta, pelos mesmos motivos, uma execução mais rápida e com menor custo, se comparado com o sistema convencional (vigas-pilares).

Atualmente, as obras de alvenaria estrutural têm uma grande aceitação no mercado, por apresentar diversas vantagens. Quando adotado esse sistema, observa-se uma redução dos custos finais da obra, rapidez na execução, diminuição da mão-de-obra e simplificação das técnicas de execução. Por este motivo, esse sistema tem sido apoiado por construtoras buscando aumentar o nível de industrialização de suas obras.

Por outro lado, com a disseminação da informática ocorrida no final da década de 1980 e principalmente em função do aumento vertiginoso da capacidade de armazenamento, gerenciamento e processamento de dados apresentados pelos computadores de pequeno porte, o Engenheiro de Estruturas passou a ter acesso a equipamentos e programas computacionais que possibilitam uma análise estrutural

baseada em modelos mais refinados, proporcionando um aumento da confiabilidade e diminuição de custos dos projetos e das construções (WAIDEMAN, 2004, p.1).

Dentro desse contexto da alvenaria estrutural, entre os elementos estruturais geralmente utilizados nas edificações, destacam-se as paredes, as vigas e os pilares. Em especial, o estudo de vigas de alvenaria é de fundamental importância, tendo em vista sua função estrutural. No estudo de tal elemento, é muito importante utilizarem-se ferramentas que possam auxiliar a previsão do seu comportamento submetido a carregamentos externos, a fim de se conseguirem estabelecer modelos numéricos consistentes que possam ser utilizados em projetos, no dimensionamento dessas estruturas, em detrimento dos modelos empíricos.

Dentre os modelos numéricos existentes e estudados na atualidade, tais como os Métodos dos Elementos de Contorno e o Método das Diferenças Finitas, destaca-se o Método dos Elementos Finitos. Esse método, assim como os outros, é utilizado juntamente com programas computacionais e, dessa forma, se transforma em uma ferramenta que agiliza o processo de cálculo, comparado com métodos analíticos, e apresenta resultados, com precisão satisfatória, nos problemas relacionados à Engenharia Estrutural.

1.1 OBJETIVOS

O presente trabalho tem por objetivos:

- abordar um procedimento numérico para análise do comportamento de vigas de alvenaria estrutural submetidas à flexão simples.
- analisar e comparar o comportamento obtido pelo procedimento numérico proposto neste trabalho e pelo modelo experimental realizado no Núcleo de Ensino e Pesquisa da Alvenaria Estrutural (NEPAE) da Faculdade de Engenharia, Campus de Ilha Solteira, UNESP, por meio da confrontação dos deslocamentos máximos observados e calculados;
- validar o procedimento numérico abordado para análise de vigas de alvenaria estrutural submetidas à flexão simples.

1.2 METODOLOGIA

Para se alcançarem os objetivos propostos neste trabalho, inicialmente serão abordados os aspectos teóricos sobre a alvenaria estrutural, enfocando-se seus componentes e o modelo de cálculo existente para vigas submetidas à flexão simples, conforme o capítulo 2.

Com relação ao método de análise numérica, dentre os métodos conhecidos, tais como o Método das Diferenças Finitas, Métodos dos Elementos de Contorno (MEC) e Método dos Elementos Finitos (MEF), neste trabalho, será utilizado o MEF na análise estrutural de vigas de alvenaria, conforme o capítulo 3.

Para a simulação do comportamento na ruptura dos componentes da alvenaria estrutural, no capítulo 4, serão abordados os modelos adequados para o estudo de vigas de concreto, enfocando-se principalmente o critério de Mohr-Coulomb.

Já no capítulo 5, será abordado o procedimento computacional para a análise numérica, como a descrição do processo de cálculo e a discretização de vigas de alvenaria compostas por duas fiadas.

Após a abordagem do procedimento numérico, no capítulo 6, inicialmente, são apresentados os redutores de rigidez, com posterior comparação entre os resultados experimentais observados por meio de ensaios realizados no Núcleo de Ensino e Pesquisa da Alvenaria Estrutural (NEPAE) da Faculdade de Engenharia, Campus de Ilha Solteira, UNESP, e os resultados obtidos numericamente, com confrontação dos deslocamentos máximos.

E, no capítulo 7, é feita a análise dos resultados, fornecendo subsídios, para se verificar se o procedimento numérico abordado para análise de vigas de alvenaria estrutural submetidas à flexão simples pode ser validado, objetivo final deste trabalho.

2 ASPECTOS TEÓRICOS SOBRE A ALVENARIA ESTRUTURAL

2.1 DEFINIÇÕES

A alvenaria pode ser classificada como portante ou de vedação, conforme ela tenha ou não função estrutural em cada situação.

Dentro dessas classificações, pode-se ter a alvenaria armada e a não armada ou parcialmente armada, conforme possua ou não armaduras destinadas à absorção de esforços calculados, além daquelas com fins construtivos ou de amarração. Sendo que uma estrutura parcialmente armada, algumas paredes são construídas segundo as recomendações da alvenaria armada, e as paredes restantes consideradas não armadas (JOAQUIM, 1999, p.9).

2.2 OS COMPONENTES DA ALVENARIA

A alvenaria estrutural é essencialmente composta por blocos, argamassa de assentamento, graute e armadura. Esses componentes, juntos, formam um material heterogêneo, sendo que as características físicas e mecânicas de cada um deles afeta, de maneira considerável, a resistência da estrutura como um todo.

2.2.1 Blocos estruturais

A alvenaria estrutural tem como elementos básicos, os blocos estruturais, que podem ser vazados ou maciços, além de ser encontrados em diversos materiais, como por exemplo, o concreto (mais comum), o cerâmico, o silico- calcário. Apesar destas diversas opções, no Brasil, somente os blocos de concreto são normalizados pela NBR10837 – *Cálculo de alvenaria estrutural de blocos vazados de concreto*.

A escolha e o dimensionamento corretos dos blocos são de fundamental importância, por serem um fator determinante na arquitetura e na resistência da

estrutura, uma vez que a resistência à compressão do bloco é um fator dominante na resistência da alvenaria.

Segundo Albertini (2009, p.67), a resistência à compressão dos blocos é considerada o parâmetro mais importante de projeto do edifício de alvenaria estrutural, apesar de não se poder deixar de enfatizar que outras propriedades físicas são imprescindíveis ao comportamento adequado das paredes, tais como: resistência à tração, capacidade de absorção, textura superficial, porosidade, capacidade de resistência ao fogo e estabilidade dimensional.

Pelas normas da ABNT, as unidades devem apresentar uma resistência característica igual ou superior a 4,5 MPa.

Além do mais, a ABNT mediante os itens 5.2.3.1.4 e 5.4.1.1.1 da NBR 10837, especifica a espessura mínima das paredes, que é de 14 cm, ou ainda, 1/30 ou 1/20 de sua altura efetiva (para a alvenaria armada e não armada, respectivamente), possibilitando, desse modo, apenas a utilização de blocos com espessura igual ou superior a esses valores.

Por meio do ensaio regulamentado pela *NBR 8215 - Prismas de blocos vazados de concreto simples para alvenaria estrutural - preparo e ensaio à compressão*, pode-se determinar a resistência do prisma; e, mediante a relação entre as resistências do prisma e do bloco, determina-se o fator de eficiência $\eta = \frac{f_p}{f_b}$.

O fator de resistência usual, para blocos de concreto, varia entre 50 e 90% (CORRÊA; RAMALHO, 1996, citado por JOAQUIM, 1999, p.11).

2.2.2 Argamassa de assentamento

A argamassa é constituída de areia, cimento, cal e água, devendo ter, como boas características, a sua trabalhabilidade, a sua resistência, a sua plasticidade e a sua durabilidade.

De acordo com as características citadas por Joaquim (1999, p.12), as principais funções da argamassa são “*solidarizar os blocos, transmitir e uniformizar as tensões entre as unidades de alvenaria, absorver pequenas deformações e prevenir a entrada de água e de vento nas edificações*”.

Para Albertini (2009, p.69), as propriedades mecânicas da argamassa são fatores importantes para a resistência à compressão da alvenaria, uma vez que o mecanismo de ruptura, na maioria das vezes, está ligado à junta entre argamassa e bloco.

2.2.2.1 Resistência da argamassa

Quanto à resistência, não é verdade que, quanto maior a resistência da argamassa, maior será a resistência da alvenaria, uma vez que, com um grande aumento da resistência da argamassa, as paredes podem apresentar uma ruptura frágil, isto é, apresentando pouca deformação, não acompanhando os movimentos da estrutura. Mas, por outro lado, argamassas com baixas resistências não distribuem, corretamente, as tensões, porquanto não absorverem, corretamente, as imperfeições existentes nos blocos.

ABNT (1985), citada por Albertini (2009, p.70), define exigências mínimas para argamassa de assentamento para alvenaria estrutural, entre elas, a resistência à compressão axial. Esses limites são apresentados na tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Exigências mínimas para argamassa. (Fonte: NBR 8798/85, citado por ALBERINI, 2009, p.71).

Propriedades	Argamassa	
	Exigência	Método
Consistência	$230 \pm 10 \text{ mm}$	NBR 7215
Retenção de Água	$\geq 75\%$	ASTM C - 91
Resistência à compressão axial	$\geq 9 \text{ MPa}$ ou $\geq f_{akj}$	NBR 7215

2.2.2.2 Espessura das juntas

A espessura das juntas também pode afetar a resistência da alvenaria. Pode-se aumentar a mesma, diminuindo a espessura das juntas, ou seja, diminuindo a relação: espessura das juntas x altura do bloco.

Segundo Sutherland (1981) e Hendry (1981), citados por Landini (2001, p.7), é razoável admitir-se que a resistência da alvenaria diminua em aproximadamente

15% para cada aumento de 3 mm, na espessura da junta. Por outro lado, Ramalho e Corrêa (2003), citados por Albertini (2009, p.75) salientam que tal espessura não pode ser muito pequena, pois permitirá que, em uma falha executiva, as superfícies dos blocos se acabem tocando, produzindo, assim, uma elevada concentração de tensões. Sendo assim, é considerada normal uma junta de 1 cm.

Esses efeitos podem ser consideráveis para juntas horizontais, mas, para as verticais, os efeitos podem ser desprezíveis (SUTHERLAND, citado por LANDINI, 2001, p.8).

2.2.3 Graute

O graute é um concreto composto por agregados de pequenas dimensões. Dessa forma, obtém-se um concreto de alta fluidez, sendo muito eficiente no total preenchimento dos vazios. Todavia, pela ABNT (1985), citado por Albertini (2009, p.76), o graute é um elemento para preenchimento dos vazios dos blocos e canaletas, visando à solidarização da armadura a esses elementos e proporcionando um aumento da capacidade resistente.

A trabalhabilidade do graute é uma importante propriedade que também está ligada a outras propriedades, como a consistência e a plasticidade. Desse modo, um dos parâmetros usados para se medir a trabalhabilidade do graute é sua consistência, que é determinada por meio do ensaio de abatimento do tronco de cone, regulamentado pela ABNT (1992) e que, segundo a ABNT (1985) deve ser de 200 ± 30 mm (ALBERTINI, 2009, p.77).

Outro fator muito importante é a resistência do graute à compressão. Dessa forma, para ALBERTINI (2009, p.77), *“com a necessidade de se obter um graute com boa trabalhabilidade, o mesmo passa a ter relações a/c (água / cimento) altas, da ordem de 0,8 a 1,2, assim fazendo com que a resistência tenda a diminuir.”*

Conforme Cunha (2001), citado por Albertini (2009, p.77), para que o bloco e o graute atuem como estrutura homogênea, é necessário que exista uma boa aderência entre ambos. Portanto, a ausência de aderência, ou fraca, entre os blocos e o graute, diminui as características do material composto da alvenaria, uma vez que a transferência de tensões, entre esses materiais, depende dessa aderência.

A resistência característica do graute (f_{gk}) deve ser: $f_{gk} \geq 2f_{bk}$, onde f_{bk} é a resistência característica do bloco à compressão (NBR 10837, item 5.3.4.2.3, citado por JOAQUIM, 1999, p.12).

Cunha (2001), citado por Albertini (2009, p.78), em seus ensaios, ainda concluiu *“que a resistência final de prismas grauteados de blocos de concreto é superior à dos prismas vazios com relação a suas áreas líquidas, independente do tipo de graute e argamassa utilizada, afirmando que seus resultados mostraram uma integração entre blocos, argamassas e grautes, funcionando como um material monolítico.”*

2.3 VIGAS DE ALVENARIA ESTRUTURAL ARMADA

Segundo a ABNT (1989, p.2, item 3.10), *“Considera-se como viga um elemento linear não continuamente apoiado, podendo estar, ou não, contido nas paredes”*.

2.3.1 Flexão em vigas de alvenaria estrutural

2.3.1.1 Particularidades

Em elementos compostos heterogêneos, é complexa a modelagem matemática, para retratar o comportamento estrutural desses elementos. Dessa forma, prefere-se adotar o método das tensões admissíveis para o dimensionamento de elementos de alvenaria, de acordo com a NBR10837, *Cálculo de alvenaria estrutural de blocos vazados de Concreto*.

Para a determinação das tensões admissíveis nos elementos de alvenaria, são consideradas as resistências características dos prismas ou das vigas, as características relacionadas aos elementos e solicitações atuantes. Além disso, uma consideração importante, no cálculo das tensões resistentes, é o comportamento elástico e linear do material.

De acordo a NBR 10837, admite-se que os elementos fletidos em alvenaria sejam calculados no Estádio II, enquanto, no concreto, é calculado no Estádio III. Apesar de serem materiais diferentes, que trabalham diferentes, existem algumas hipóteses muito parecidas para ambos os elementos de cada material, como as apresentadas por Joaquim (1999, p.37):

- “1. Seções planas permanecem planas antes e depois das deformações;*
- 2. A tensão é proporcional à deformação, que é proporcional à distância da linha neutra;*
- 3. O módulo de elasticidade é constante ao longo dos elementos;*
- 4. Os elementos de alvenaria combinados formam um elemento homogêneo e isotrópico;*
- 5. O elemento é linear e possui seção transversal uniforme;*
- 6. As armaduras são completamente envolvidas pelo graute e pelos elementos constituintes da alvenaria, de modo que ambos trabalhem como material homogêneo dentro dos limites das tensões admissíveis.”*

Segundo Amrhein (1998), citado por Joaquim (1999, p.37), estas suposições são corretas para materiais homogêneos e elásticos. E, para materiais heterogêneos, como a alvenaria armada, são satisfatórias para os níveis normais de tensões. Ainda segundo esse autor, para altos níveis de tensões, algumas dessas especificações, *"como a de número 2, podem não ser aplicáveis, uma vez que a tensão pode não ser proporcional à deformação."*

E, ainda, Andrade (1998), citado por Joaquim (1999, p.37), alerta para a necessidade do cumprimento da última hipótese, especialmente pela dificuldade de execução dos procedimentos de grauteamento em obra. O mesmo cita ensaios nos quais se verificou que as colunas de graute de paredes armadas já, rompidas, se apresentavam fendilhadas no sentido longitudinal das armaduras, evidenciando, assim, o escorregamento das mesmas. Desse modo, deve-se dispensar atenção especial à especificação do graute e à fiscalização dos procedimentos de aplicação do mesmo.

2.3.1.2 Equacionamento

Para se desenvolver o equacionamento da flexão na alvenaria, podem-se utilizar as hipóteses básicas. Mas, para tanto, é necessário conhecer-se a situação da deformada caracterizada pela posição da linha neutra e da declividade do plano da seção.

Os elementos fletidos devem ser dimensionados para resistir ao momento fletor máximo e à cortante máxima, causados em decorrência da ação do peso próprio, cargas acidentais e/ou eventuais que possam existir.

2.3.1.2.1 Conceitos básicos

Conforme Joaquim (1999, p. 38 a 40), para o equacionamento, segundo a flexão, pelo método das tensões admissíveis para seções heterogêneas e onde um material resiste à compressão e outro à tração, devem-se conhecer alguns conceitos básicos, descritos a seguir.

Um conceito é a razão *modular* (n), que é definida por:

$$n = \frac{E_s}{E_{alv}} \quad (2.1)$$

onde:

E_s = módulo de elasticidade do aço;

E_{alv} = módulo de elasticidade da alvenaria.

Também é utilizada a razão de *tensões* (m), representada na seguinte equação:

$$m = \frac{f_s}{f_{alv}} \quad (2.2)$$

onde:

f_s = tensão atuante no aço;

f_{alv} = tensão atuante na alvenaria.

Dependendo de as tensões na alvenaria ou na armadura estarem em seu valor máximo admissível, a variação das tensões na alvenaria e no aço, utilizadas na equação de m , caracteriza as situações de seção normalmente armada ou superarmada.

Desse modo, quando a alvenaria e a armadura atingem, simultaneamente, suas tensões admissíveis, pode-se dizer que o dimensionamento está balanceado. Nesta situação, consegue-se o melhor aproveitamento de todos os materiais e a razão de tensões m é representada por m_b .

$$m_b = \frac{\bar{f}_s}{\bar{f}_{alv}} \quad (2.3)$$

Quando a armadura estiver sob máxima tensão admissível ($f_s = \bar{f}_s$) e a tensão de compressão na alvenaria for menor ou igual à máxima tensão admissível, é caracterizada a seção como normalmente armada. Todavia, quando ocorrer o contrário e a alvenaria se encontrar sob a máxima tensão admissível ($f_{alv} = \bar{f}_{alv}$) e a armadura estiver com tensão menor ou igual à máxima tensão admissível, a seção será classificada como superarmada. Estas situações estão representadas nas figuras (2.1) e (2.2).

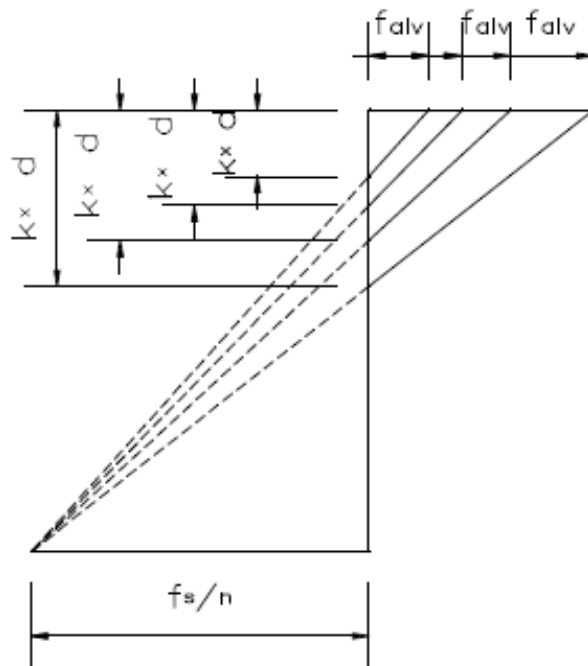


Figura 2.1: Seção normalmente armada; tensão admissível na armadura. (Fonte: AMRHEIN, 1998, citado por JOAQUIM, 1999, p.39)

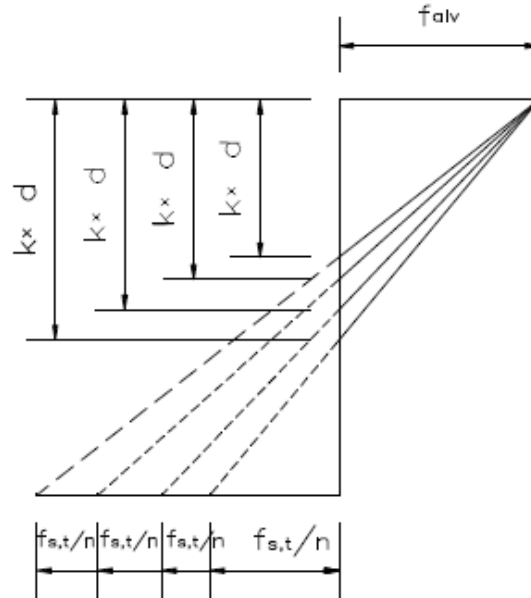


Figura 2.2: Seção superarmada; tensão admissível na alvenaria. (Fonte: AMRHEIN, 1998, citado por JOAQUIM, 1999, p.39)

Segundo Joaquim (1999, p. 40), “Na flexão com armadura simples, para uma razão modular constante, a posição da linha neutra pode ser *levantada* reduzindo-se a quantidade de aço utilizada, ou *abaixada* aumentando-se esta quantidade”.

Andrade (1998), citado por Joaquim (1999, p. 40), ainda lembra que a ruptura que ocorre por se atingir o limite portante da alvenaria tem característica frágil, aconselhando, para a obtenção de uma ruptura dúctil, que a tensão nas barras de aço alcance seu valor admissível, antes que a alvenaria.

2.3.1.2.2 Flexão simples

Em projetos de alvenaria estrutural, é necessário determinar-se a capacidade portante ou o dimensionamento de elementos de alvenaria submetidos à flexão simples (JOAQUIM, 1999, p.40).

Parâmetros que se devem conhecer são os k_x e k_z adimensionais empregados no equacionamento da flexão, que relacionam a posição da linha neutra e o braço de alavanca com a altura útil da seção d , onde x é a ordenada que fornece a posição da linha neutra e z , o braço de alavanca entre as resultantes de tração e compressão na seção, conforme figura (2.3), definindo-se k_x e k_z na forma:

$$k_x = \frac{x}{d} \quad (2.4)$$

$$k_z = \frac{z}{d} = 1 = \frac{k_x}{3} \quad (2.5)$$

Analogamente, quando realizado para m , anteriormente, no dimensionamento balanceado, o k_x é representado por k_b ; e k_z , por $k_{z,b}$.

A seguir, ainda na figura (2.3), é demonstrada uma seção retangular de viga de alvenaria estrutural com armadura simples submetida à flexão e suas distribuições de deformações e tensões, sendo o dimensionamento apresentado conforme Joaquim (1999, p. 41 a 47).

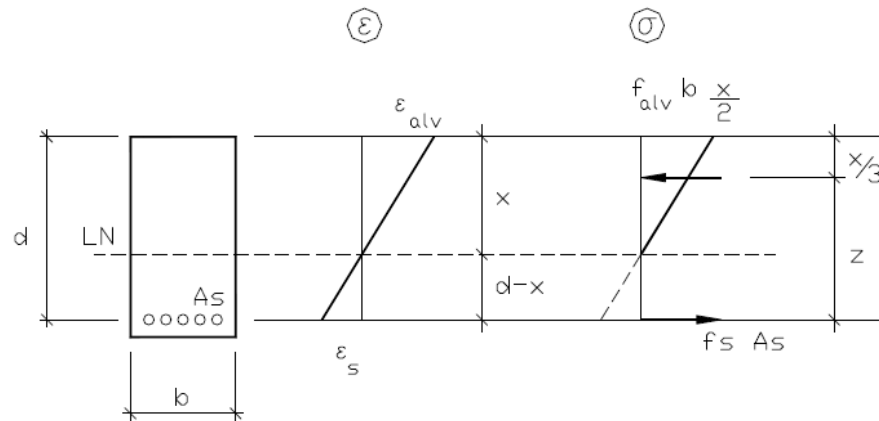


Figura 2.3: Seção retangular submetida à flexão simples-armadura simples (Fonte: JOAQUIM, 1999, p.41), onde: z =braço de alavanca; x =profundidade da linha neutra; d =altura útil; b =largura da seção; f_{alv} =máxima tensão de compressão na alvenaria; f_s =tensão de tração nas armaduras; ε_{alv} e ε_s = máximas deformações na alvenaria e armadura; A_s =área da armadura.

Assim, para o equacionamento desta seção, são utilizadas as relações entre tensão e deformação dos materiais, o equilíbrio entre os esforços atuantes e resistentes e a proporcionalidade de deformações da seção transversal.

Assim sendo, segundo Joaquim (1999, p.40), considerando-se a situação deformada, pela aplicação da lei de Hooke (tensão proporcional à deformação), para o aço e para a alvenaria, tem-se:

$$f_s = E_s \varepsilon_s \quad \text{e} \quad f_{alv} = E_{alv} \varepsilon_{alv} \quad (2.6)$$

Conforme a compatibilidade de deformações na seção:

$$\frac{\varepsilon_{alv}}{\varepsilon_s} = \frac{x}{d-x} \quad (2.7)$$

Dividindo-se esta equação por d , a fim de expressá-la por meio do adimensional k_x , tem-se:

$$\frac{\varepsilon_{alv}}{\varepsilon_s} = \frac{k_x}{1 - k_x} \quad (2.8)$$

Aplicando-se a condição de força normal igual a zero da flexão simples, pelo equilíbrio de tensões de tração e compressão na seção transversal:

$$f_{alv} \cdot b \cdot \frac{x}{2} = f_s \cdot A_s \quad (2.9)$$

Como $(x = k_x \cdot d)$ e $\rho = \frac{A_s}{b \cdot d}$ sendo igual à taxa geométrica de armadura, pode-se escrever:

$$\frac{f_{alv}}{f_s} = \frac{2 \cdot \rho}{k_x} \quad (2.10)$$

Então, como $m = f_s / f_{alv}$:

$$m = \frac{k_x}{2 \cdot \rho} \quad (2.11)$$

Fazendo-se as devidas simplificações e considerações a partir das equações (2.1), (2.6), (2.8) e (2.10), resulta na equação (2.12).

$$k_x^2 + 2 \cdot n \cdot \rho \cdot k_x - 2 \cdot n \cdot \rho = 0 \quad (2.12)$$

A posição da linha neutra $(x = k_x \cdot d)$ é obtida, resolvendo-se a equação (2.12), tomada a raiz que interessa. Dessa forma, obtém-se a equação (2.13).

$$k_x = -\rho \cdot n + \sqrt{(\rho \cdot n)^2 + 2 \cdot \rho \cdot n} \quad (2.13)$$

A área de armadura e a máxima tensão atuante, na alvenaria e nas armaduras, podem ser obtidas pelo equilíbrio do momento fletor atuante com o produzido pelas resultantes de tração e compressão na seção (JOAQUIM, 1999, p.43).

Para determinar a área de aço, expressando-se esta igualdade em termos da resultante de tração na armadura e do braço de alavanca, como $M = f_s \cdot A_s \cdot k_z \cdot d$, $k_x = z / d \therefore z = k_x \cdot d$ tem-se a equação (2.14):

$$A_s = \frac{M}{f_s \cdot k_z \cdot d} \quad (2.14)$$

Reorganizando-se:

$$A_s = k_s \cdot \frac{M}{d} \quad (2.15)$$

onde:

$$k_s = \frac{1}{f_s \cdot k_z} \quad (2.16)$$

Da equação (2.14), reorganizando-a, pode-se obter a tensão atuante na armadura (f_s), em função do momento fletor:

$$f_s = \frac{M}{A_s \cdot k_z \cdot d} \quad (2.17)$$

E tensão, na alvenaria, pode ser obtido por meio do equilíbrio do momento atuante com o produto da resultante de compressão, conforme equação (2.18).

$$M = f_{alv} \cdot \frac{b \cdot x}{2} \cdot z \quad (2.18)$$

Utilizando os adimensionais $k_x = x / d$ e $k_z = z / d$ e reorganizando-os, obtém-se:

$$f_{alv} = \frac{2}{k_x \cdot k_z} \cdot \frac{M}{b \cdot d^2} \quad (2.19)$$

onde:

f_{alv} = tensão na fibra mais comprimida da seção transversal.

Mediante as equações anteriores, é possível expressar-se k_x , a taxa geométrica e a armadura ρ , em função dos parâmetros adimensionais m e n .

Assim, a partir da equação (2.8) e das (2.6), dividindo-se membro a membro e obtendo-se a equação (2.20), pode-se escrever a equação (2.21):

$$\frac{f_{alv}}{f_s} = \frac{E_{alv}}{E_s} \cdot \frac{\varepsilon_{alv}}{\varepsilon_s} \quad (2.20)$$

$$\frac{f_{alv}}{f_s} = \frac{\varepsilon_{alv}}{\varepsilon_s} \cdot \frac{1}{n} = \frac{k_x}{1 - k_x} \cdot \frac{1}{n} \quad (2.21)$$

Então:

$$f_{alv} = \frac{\varepsilon_{alv}}{\varepsilon_s} \cdot \frac{f_s}{n} \quad (2.22)$$

Resolvendo, encontra-se:

$$k_x = \frac{n}{(n + m)} \quad (2.23)$$

De (2.11), obtém-se:

$$\rho = \frac{k_x}{2 \cdot m} \quad (2.24)$$

Substituindo a (2.24) em (2.23):

$$\rho = \frac{1}{2.m} \cdot \frac{n}{(n+m)} \quad (2.25)$$

Para a situação balanceada, sendo as tensões $f_{alv} = \bar{f}_{alv}$ e $f_s = \bar{f}_s$, a posição da linha neutra e a taxa de armadura balanceada podem ser obtidas por:

$$k_b = \frac{n}{(n+m_b)} \quad (2.26)$$

$$\rho_b = \frac{1}{2.m_b} \cdot \frac{n}{(n+m_b)} \quad (2.27)$$

Reorganizando a equação (2.19), pode-se determinar a altura útil correspondente a este dimensionamento por:

$$d_b = \sqrt{\frac{2}{k_b \cdot k_{z,b}} \cdot \frac{M}{b \cdot \bar{f}_{alv}}} \quad (2.28)$$

onde:

$$k_{z,b} = 1 - \frac{k_b}{3} \text{ corresponde a } k_z \text{ para o dimensionamento balanceado.}$$

Conforme Joaquim (1999, p. 45), apesar de o dimensionamento balanceado corresponder à situação de melhor aproveitamento dos materiais, sua aplicação é válida somente em dimensionamentos de elementos onde a altura útil (d) não é previamente fixada ou esta é igual ao valor balanceado, situações que, muitas vezes não encontradas em projeto de elementos fletidos de alvenaria estrutural.

No dimensionamento normalmente armado, em que $d \geq d_b$, nem sempre são conhecidas as tensões desenvolvidas na alvenaria ($f_{alv} \leq \bar{f}_{alv}$). Desse modo, é utilizado um processo iterativo para a determinação da posição da linha neutra e da área de aço necessária ao elemento.

O processo inicia-se com o valor de k_z obtido para o dimensionamento balanceado ($k_{z,b}$), devendo prosseguir até a convergência desse parâmetro, sendo satisfatório, quando a precisão atingir 0,1%. É apresentada por Corrêa e Ramalho

(1996), citados por Joaquim (1999, p. 46), uma planilha que auxilia os cálculos (Tabela 2.1).

Tabela 2.2: Dimensionamento à flexão – seção normalmente armada.

Passo	k_z	k_s	A_s	$n \cdot \rho$	k_x	k_z
1						
2						
3						
...						

$$\text{onde: } k_s = \frac{1}{f_{s,t} \cdot k_z}; A_s = k_s \cdot \frac{M}{d}; n \cdot \rho = n \cdot \frac{A_s}{b \cdot d}; k_x = -\rho \cdot n + \sqrt{(\rho \cdot n)^2 + 2 \rho \cdot n}; k_z = 1 - \frac{k_x}{3}$$

Para a verificação do resultado, pode-se determinar f_{alv} , que deve ser menor ou igual à tensão admissível: $f_{alv} = \frac{2 \cdot M}{k_x \cdot k_z \cdot b \cdot d^2} \leq \bar{f}_{alv}$.

Quando, em uma seção, há limitação para o aumento da largura (b) e da altura útil (d) e esta é menor do que a altura correspondente ao dimensionamento balanceado, não é possível realizar-se o dimensionamento normalmente armado. Então, deve-se dimensioná-lo para a seção superarmada ou, então, para o emprego de armadura dupla.

Para a primeira situação ($f_{alv} = \bar{f}_{alv}$ e $f_s < \bar{f}_s$), é necessário obter-se k_x , conseguido por meio da equação (2.29), desenvolvida a partir das equações (2.5) e (2.19):

$$k_x^2 - 3k_x + \frac{6 \cdot M}{b \cdot d^2 \cdot \bar{f}_{alv,f}} = 0 \quad (2.29)$$

Desse modo, com as seguintes equações, determinam-se a taxa de armadura e, por fim, a armadura da seção:

$$\rho = \frac{1}{2 \cdot n} \cdot \frac{k_x^2}{1 - k_x} \quad (2.30)$$

$$A_s = \rho \cdot b \cdot d \quad (2.31)$$

3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Em projetos de engenharia civil, em particular na análise estrutural, os métodos numéricos ocupam um lugar de destaque, uma vez que as soluções analíticas (exatas), de modo geral, são muito complexas.

Os métodos numéricos geralmente empregados são ferramentas básicas na elaboração de sistemas computacionais necessários à análise estrutural. São objetos de estudos há algum tempo: o Método das Diferenças Finitas o Método dos Elementos Finitos (MEF) e, mais recentemente, o método dos elementos de contorno (MEC).

O Método dos Elementos Finitos consiste na subdivisão de um sistema estrutural em pequenas regiões, chamadas elementos finitos, que são interconectados por meio de pontos nodais situados em seu domínio. Os parâmetros básicos desconhecidos são os deslocamentos desses nós.

Conforme o sistema estrutural que se deseja analisar, escolhe-se um elemento finito apropriado e faz-se a sua discretização. Esses elementos finitos podem ser lineares, laminares ou sólidos.

3.1 FORMULAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Para iniciar a aplicação do MEF, deve-se discretizar a estrutura em elementos, sendo que o número de elementos é determinado conforme a precisão necessária para se fazer a análise estrutural. A formulação do MEF é apresentada a seguir, neste trabalho, e é baseada no estudo de Faglioni (2006, p.51 até 59).

Assim, têm-se os elementos definidos pelos pontos nodais, sendo que os seus deslocamentos, nesses pontos, são generalizados em função das coordenadas da estrutura. Sendo assim, é possível escrever-se os deslocamentos dos elementos em função dos deslocamentos nodais e de uma função de forma adequada. A equação, então, pode ser escrita como:

$$\underset{\sim}{u} = \underset{\sim}{\phi} \underset{\sim}{d} \quad (3.1)$$

onde:

$\underline{u}$ = vetor deslocamento dos elementos finitos;

$\underline{\phi}$ = matriz que contém as funções de forma e relaciona os deslocamentos que ocorrem ao longo do eixo longitudinal, com os deslocamentos nodais do elemento;

$\underline{d}$ = vetor deslocamento nodais.

A energia de deformação de um elemento (U_e) é baseada na definição da energia de deformação específica (μ_0), dada por:

$$\mu_0 = \frac{1}{2} \underline{\varepsilon}^T \underline{\sigma} \quad (3.2)$$

E pode ser escrita pela seguinte equação:

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{V_e} \underline{\varepsilon}^T \underline{\sigma} \, dV_e \quad (3.3)$$

onde:

dV_e = elemento infinitesimal de volume.

As relações constitutivas, dadas pelas equações (3.4) e (3.5), podem ser reorganizadas na forma matricial, em (3.6).

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \left[\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z) \right] \quad (3.4)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{2(1 + \nu)}{E} \tau_{yz} \quad (3.5)$$

$$\underline{\sigma} = E \underline{\varepsilon} \quad (3.6)$$

onde:

$\underline{\sigma}$ = tensor das tensões;

$\underline{\varepsilon}$ = tensor das deformações;

E = módulo de elasticidade longitudinal do material;

ν = coeficiente de Poisson.

$\underline{\underline{E}}$ = matriz que contém os coeficientes elásticos do material estrutural, representada pela equação (3.7).

$$\underline{\underline{E}} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

A energia potencial de cada elemento Π_{pe} é dada por:

$$\Pi_{pe} = U_e + \Omega_e \quad (3.8)$$

Onde:

U_e = energia de deformação acumulada pelo elemento;

Ω_e = energia potencial das forças externas na configuração deformada do elemento.

Admitindo-se que o carregamento do sistema seja aplicado nos nós estruturais, a equação (3.9) indica a energia potencial das forças externas de cada elemento (Ω_e):

$$\Omega_e = -\underline{\underline{f}}_E^T \underline{\underline{d}} \quad (3.9)$$

onde:

$\underline{\underline{f}}_E$ = vetor das forças nodais equivalentes do elemento;

$\underline{\underline{d}}$ = vetor das componentes dos deslocamentos genéricos para cada nó do elemento.

Desse modo, reorganizando-se as equações (3.9), (3.3) e (3.6) em (3.8), a energia de deformação total do elemento é dada por:

$$\Pi_{pe} = \frac{1}{2} \int_{V_e} \underline{\underline{\varepsilon}}^T \underline{\underline{E}} \underline{\underline{\varepsilon}} \, dV_e - \underline{\underline{f}}_E^T \underline{\underline{d}} \quad (3.10)$$

As relações diferenciais entre deformações e deslocamentos podem ser escritas na seguinte forma matricial:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{L}} \underline{\underline{u}} \quad (3.11)$$

onde:

$\underline{\underline{L}}$ = matriz que contém os operadores de derivação, dada por (3.12).

$$\underline{\underline{L}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Substituindo a equação (3.1), na equação (3.11), obtém-se:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{L}} \underline{\underline{\phi}} \underline{\underline{d}} \quad (3.13)$$

ou, ainda:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{B}} \underline{\underline{d}} \quad (3.14)$$

onde:

$$\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{L}} \underline{\underline{\phi}} \quad (3.15)$$

Então, substituindo-se a equação (3.14), na equação (3.10), e sabendo-se que $\underline{\underline{\varepsilon}}^T = \underline{\underline{d}}^T \underline{\underline{B}}^T$, obtém-se:

$$\Pi_{pe} = \frac{1}{2} \int_{V_e} (\underline{d}^T \underline{B}^T \underline{E} \underline{B} \underline{d}) dV_e - \underline{f}_E^T \underline{d} \quad (3.16)$$

ou, simplificando:

$$\Pi_{pe} = U_e(\underline{d}) - \underline{f}_E^T \underline{d} \quad (3.17)$$

Aplicando-se, finalmente, a equação:

$$\frac{\partial \Pi_{pe}}{\partial d_j} = 0 \quad \text{para } j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.18)$$

na equação (3.17), encontra-se:

$$\frac{\partial U_e(\underline{d})}{\partial d_j} - f_{Ej} = 0 \quad (3.19)$$

Então, cada uma das expressões do tipo (3.19) fornecerá uma equação algébrica, que, organizada na forma matricial, resultará em:

$$\underline{k}_s \underline{d} = \underline{f}_E \quad (3.20)$$

onde:

$\underline{k}_s$ é a matriz de rigidez secante do elemento.

Desse modo, a partir das contribuições de todos os elementos, para todo o sistema estrutural, é possível utilizar-se o processo de expansão e acumulação, encontrando-se o sistema de equações expresso por:

$$\underline{K}_s \underline{D} = \underline{F}_E \quad (3.21)$$

Finalmente, com a obtenção dos deslocamentos nodais do sistema estrutural, são determinadas, também, as funções deslocamento. Assim, pode-se calcular o valor da deformação do elemento, utilizando-se a equação (3.14) ou (3.15). E, com isso, calcula-se o valor da tensão do elemento com a equação (3.6), finalizando o processo de cálculo.

3.1.1 Vetor das forças nodais equivalentes para forças concentradas

Para forças concentradas, a energia potencial pode ser obtida por meio do produto entre o deslocamento e a respectiva força concentrada atuante, como expressa a equação:

$$\Omega_e = -\tilde{u}^T \tilde{p}_c \quad (3.22)$$

Substituindo-se a equação (3.1), na equação (3.22), e simplificando-a, obtém-se:

$$\Omega_e = -\tilde{d}^T \tilde{f}_E \quad (3.23)$$

em que:

$$\tilde{f}_E = \tilde{\phi}^T \tilde{p}_c \quad (3.24)$$

onde:

$\tilde{f}_E$ = vetor das forças nodais equivalentes do elemento para forças concentradas.

3.1.2 Matriz de rigidez do elemento

A matriz de rigidez de um elemento finito pode ser obtida por meio da equação (3.16). Isto, porque, já que a integral no volume do elemento não depende dos deslocamentos nodais, esses passam a ser parâmetros independentes, podendo ser retirados da integral contida em (3.16), resultando a equação (3.25).

$$\Pi_{pe} = \frac{1}{2} \tilde{d}^T \int_{V_e} (\tilde{B}^T \tilde{E} \tilde{B}) dV_e \tilde{d} - \tilde{f}_E^T \tilde{d} \quad (3.25)$$

E pode ser escrita na forma genérica:

$$\Pi_{pe} = \frac{1}{2} \underline{d}^T \underline{k}_s \underline{d} - \underline{f}_E^T \underline{d} \quad (3.26)$$

onde:

$\underline{k}_s$ = matriz de rigidez secante do elemento, que é dada pela equação (3.27).

$$\underline{k}_s = \int_{V_e} (\underline{B}^T \underline{E} \underline{B}) dV_e \quad (3.27)$$

Por meio do Princípio da Energia Potencial Estacionária na equação (3.26) e fazendo-se as devidas simplificações, obtém-se:

$$\delta \underline{d}^T (\underline{k}_s \underline{d} - \underline{f}_E) = 0 \quad (3.28)$$

De forma que, como a variação dos deslocamentos é não-nula, se encontra a equação:

$$\underline{k}_s \underline{d} - \underline{f}_E = 0 \quad (3.29)$$

sendo que a matriz de rigidez $\underline{k}_s$, de cada elemento, é obtida facilmente, utilizando-se a equação (3.27).

Finalmente, pelo processo de expansão e acumulação, obtém-se a matriz de rigidez global e o vetor global de forças nodais equivalentes para toda a estrutura, respeitando-se a correspondência entre cada termo matricial com o respectivo deslocamento nodal global, pelas respectivas equações:

$$\underline{K}_s = \sum_{e=1}^{n_e} \underline{k}_s^e \quad (3.30)$$

$$\underline{F}_E = \sum_{e=1}^{n_e} \underline{f}_E^e \quad (3.31)$$

3.2 ELEMENTO FINITO PRISMÁTICO REGULAR LINEAR

O elemento finito considerado no presente trabalho é o prismático regular linear. Assim, para simular o bloco de concreto, segundo Silva Junior, (2007, p.57),

foi adotado o elemento finito desenvolvido por Faglioni (2006), de forma que este possui oito nós, de lados $2a$, $2b$ e $2c$, e origem do sistema de coordenadas no centróide do elemento, conforme figura (3.1):

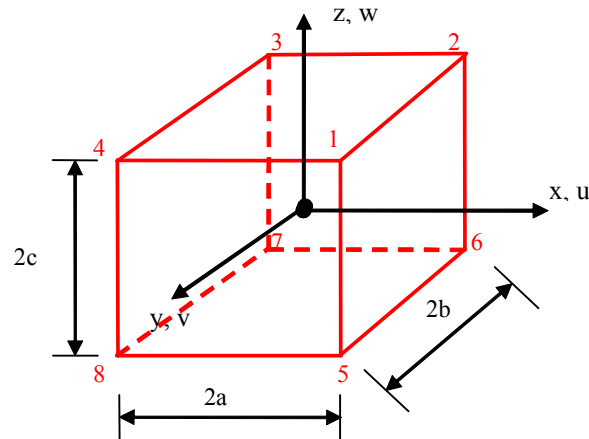


Figura 3.1: Elemento finito prismático regular linear com oito nós (Fonte: SILVA JUNIOR, 2007, p.58).

As funções aproximadoras desse elemento apresentam oito monômios obtidos pelo polinômio algébrico cúbico completo em x , y e z , ou seja, o tetraedro de Pascal (ver figura 3.2).

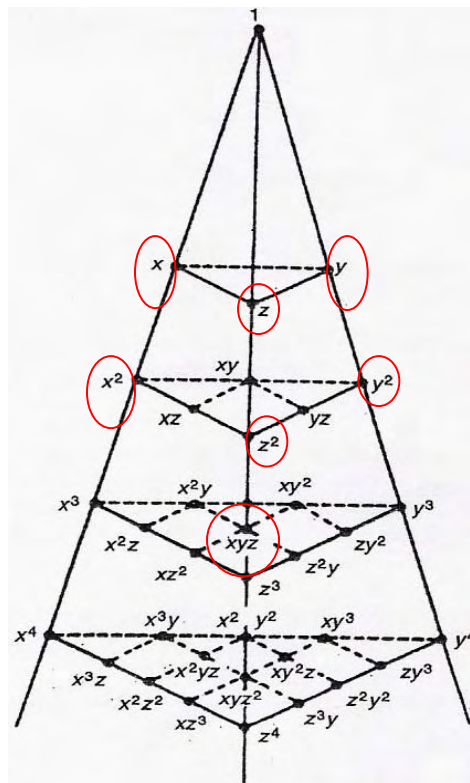


Figura 3.2: Tetraedro de Pascal (Fonte: SILVA JUNIOR, 2007, p.59).

Dessa forma, conforme Zienkiewicz e Cheung (1967), citados por Faglion (2006, p.64), *para garantir a continuidade com os deslocamentos dos elementos adjacentes, a função deslocamento deve variar linearmente ao longo dos lados.* Sendo assim, para um sistema de coordenadas adimensionais com origem no centróide do elemento, ou seja,

$$\xi = \frac{x}{a} ; \quad \eta = \frac{y}{b} \quad e \quad \zeta = \frac{z}{c} \quad (3.32)$$

Têm-se as seguintes funções interpoladoras para os deslocamentos u, v e w , que são dadas pelas equações (3.33), (3.34) e (3.35), respectivamente:

$$u(\xi, \eta, \zeta) = \alpha_0 + \alpha_1 \xi + \alpha_2 \eta + \alpha_3 \zeta + \alpha_4 \xi \eta + \alpha_5 \xi \zeta + \alpha_6 \eta \zeta + \alpha_7 \xi \eta \zeta \quad (3.33)$$

$$v(\xi, \eta, \zeta) = \beta_0 + \beta_1 \xi + \beta_2 \eta + \beta_3 \zeta + \beta_4 \xi \eta + \beta_5 \xi \zeta + \beta_6 \eta \zeta + \beta_7 \xi \eta \zeta \quad (3.34)$$

$$w(\xi, \eta, \zeta) = \gamma_0 + \gamma_1 \xi + \gamma_2 \eta + \gamma_3 \zeta + \gamma_4 \xi \eta + \gamma_5 \xi \zeta + \gamma_6 \eta \zeta + \gamma_7 \xi \eta \zeta \quad (3.35)$$

Conforme Faglion (2006, p.65), essas equações, na forma matricial, são dadas por:

$$\begin{matrix} u \\ \sim \end{matrix} = \begin{matrix} \varphi \\ \sim \end{matrix} \begin{matrix} \alpha \\ \sim \end{matrix} \quad (3.36)$$

em que

$$\begin{aligned} \begin{matrix} u \\ \sim \end{matrix}^T &= \{u \quad v \quad w\}; \\ \begin{matrix} \varphi \\ \sim \end{matrix} &= \begin{bmatrix} 1 & \xi & \eta & \zeta & \xi\eta & \xi\zeta & \eta\zeta & \xi\eta\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \xi & \eta & \zeta & \xi\eta & \xi\zeta & \eta\zeta & \xi\eta\zeta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \xi & \eta & \zeta & \xi\eta & \xi\zeta & \eta\zeta & \xi\eta\zeta \end{bmatrix}; \\ \begin{matrix} \alpha \\ \sim \end{matrix}^T &= \{\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3 \quad \alpha_4 \quad \alpha_5 \quad \alpha_6 \quad \alpha_7 \quad \beta_0 \quad \beta_1 \quad \beta_2 \quad \beta_3 \quad \beta_4 \quad \beta_5 \quad \beta_6 \quad \beta_7 \quad \gamma_0 \quad \gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \gamma_3 \quad \gamma_4 \quad \gamma_5 \quad \gamma_6 \quad \gamma_7\}. \end{aligned}$$

Ainda desenvolvendo, conforme Faglion (2006, p.65 a 68):

Substituindo-se os valores das coordenadas nodais na matriz $\varphi_{\sim}$, conforme o esquema mostrado na figura 3.1, tem-se:

- N   1 $\left(\xi = \frac{x}{a} = \frac{a}{a} = 1; \quad \eta = \frac{y}{b} = \frac{b}{b} = 1; \quad \zeta = \frac{z}{c} = \frac{c}{c} = 1 \right):$

$$\varphi_{\sim 1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- N   2 $\left(\xi = \frac{x}{a} = \frac{a}{a} = 1; \quad \eta = \frac{y}{b} = \frac{-b}{b} = -1; \quad \zeta = \frac{z}{c} = \frac{c}{c} = 1 \right):$

$$\varphi_{\sim 2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

- N   3 $\left(\xi = \frac{x}{a} = \frac{-a}{a} = -1; \quad \eta = \frac{y}{b} = \frac{-b}{b} = -1; \quad \zeta = \frac{z}{c} = \frac{c}{c} = 1 \right):$

$$\varphi_{\sim 3} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

- N   4 $\left(\xi = \frac{x}{a} = \frac{-a}{a} = -1; \quad \eta = \frac{y}{b} = \frac{b}{b} = 1; \quad \zeta = \frac{z}{c} = \frac{c}{c} = 1 \right):$

$$\varphi_{\sim 4} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

- N   5 $\left(\xi = \frac{x}{a} = \frac{a}{a} = 1; \quad \eta = \frac{y}{b} = \frac{b}{b} = 1; \quad \zeta = \frac{z}{c} = \frac{-c}{c} = -1 \right):$

$$\varphi_{\sim 5} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{- N6 } \left(\xi = \frac{x}{a} = \frac{a}{a} = 1; \quad \eta = \frac{y}{b} = \frac{-b}{b} = -1; \quad \zeta = \frac{z}{c} = \frac{-c}{c} = -1 \right);$$

$$\tilde{\varphi}_6 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{- N7 } \left(\xi = \frac{x}{a} = \frac{-a}{a} = -1; \quad \eta = \frac{y}{b} = \frac{-b}{b} = -1; \quad \zeta = \frac{z}{c} = \frac{-c}{c} = -1 \right)$$

$$\tilde{\varphi}_7 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{- N8 } \left(\xi = \frac{x}{a} = \frac{-a}{a} = -1; \quad \eta = \frac{y}{b} = \frac{b}{b} = 1; \quad \zeta = \frac{z}{c} = \frac{-c}{c} = -1 \right)$$

$$\tilde{\varphi}_8 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Considerando-se, conjuntamente, os oito nós do elemento, obtém-se:

$$\underline{\tilde{d}} = \underline{\tilde{A}} \underline{\tilde{\alpha}} \quad (3.37)$$

em que:

$$\underline{\tilde{d}}^T = \{u_1 \ v_1 \ w_1 \ u_2 \ v_2 \ w_2 \ u_3 \ v_3 \ w_3 \ u_4 \ v_4 \ w_4 \ u_5 \ v_5 \ w_5 \ u_6 \ v_6 \ w_6 \ u_7 \ v_7 \ w_7 \ u_8 \ v_8 \ w_8\};$$

$$\tilde{A}^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(3.39)

Substituindo-se a equação (3.38) na (3.36) e comparando-a com a equação (3.1), obtém-se que a matriz das funções de forma $\tilde{\phi}$, para o elemento finito prismático regular linear com oito nós, é dada pela equação (3.40).

$$\tilde{\phi} = \tilde{\varphi} \tilde{A}^{-1} \quad (3.40)$$

Então, conforme Silva Junior, (2007, p.60), a partir do polinômio interpolador, é possível encontrarem-se as funções de forma dos deslocamentos, de acordo com a equação (3.36):

$$\tilde{\phi} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & N_4 & 0 & 0 & N_5 & 0 & 0 & N_6 & 0 & 0 & N_7 & 0 & 0 & N_8 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & N_4 & 0 & 0 & N_5 & 0 & 0 & N_6 & 0 & 0 & N_7 & 0 & 0 & N_8 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 & N_4 & 0 & 0 & N_5 & 0 & 0 & N_6 & 0 & 0 & N_7 & 0 & 0 & N_8 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

onde:

$$N_1 = 1 + \xi + \eta + \zeta + \xi\eta + \xi\zeta + \eta\zeta + \xi\eta\zeta = (1 + \xi)(1 + \eta)(1 + \zeta);$$

$$N_2 = 1 + \xi - \eta + \zeta - \xi\eta + \xi\zeta - \eta\zeta - \xi\eta\zeta = (1 + \xi)(1 - \eta)(1 + \zeta);$$

$$N_3 = 1 - \xi - \eta + \zeta + \xi\eta - \xi\zeta - \eta\zeta + \xi\eta\zeta = (1 - \xi)(1 - \eta)(1 + \zeta);$$

$$N_4 = 1 - \xi + \eta + \zeta - \xi\eta - \xi\zeta + \eta\zeta - \xi\eta\zeta = (1 - \xi)(1 + \eta)(1 + \zeta);$$

$$N_5 = 1 + \xi + \eta - \zeta + \xi\eta - \xi\zeta - \eta\zeta - \xi\eta\zeta = (1 + \xi)(1 + \eta)(1 - \zeta);$$

$$N_6 = 1 + \xi - \eta - \zeta - \xi\eta - \xi\zeta + \eta\zeta + \xi\eta\zeta = (1 + \xi)(1 - \eta)(1 - \zeta);$$

$$N_7 = 1 - \xi - \eta - \zeta + \xi\eta + \xi\zeta + \eta\zeta - \xi\eta\zeta = (1 - \xi)(1 - \eta)(1 - \zeta);$$

$$N_8 = 1 - \xi + \eta - \zeta - \xi\eta + \xi\zeta - \eta\zeta + \xi\eta\zeta = (1 - \xi)(1 + \eta)(1 - \zeta).$$

Dessa forma, a matriz de rigidez para o elemento finito prismático regular linear, em termos das coordenadas adimensionais, é:

$$k_s = abc \left[\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (\tilde{B}^T \tilde{E} \tilde{B}) d\xi d\eta d\zeta \right] \quad (3.37)$$

onde:

$\tilde{B}$ = matriz obtida conforme equação (3.15).

4 TIPOS DE FISSURAS E MODOS DE RUPTURA EM VIGAS

As vigas de alvenaria estrutural têm comportamentos semelhantes às de concreto armado, quando submetidas a esforços de flexão. Por este motivo, serão abordados os tipos de ruptura de acordo com a forma e mecânica que ocorrem nas vigas de concreto armado.

4.1 TIPOS DE FISSURAS EM VIGAS X ESFORÇOS SOLICITANTES

Há três tipos de fissuras que podem ser identificadas em vigas de concreto armado: verticais, horizontais e inclinadas.

4.1.1 Fissuras verticais

São também chamadas de fissuras de flexão, que, conforme Landini (2001, p.13), em vigas submetidas à flexão, são fissuras que se iniciam na borda tracionada e se desenvolvem vertical e teoricamente, de igual forma espaçadas em direção à borda comprimida (ver figura 4.1).

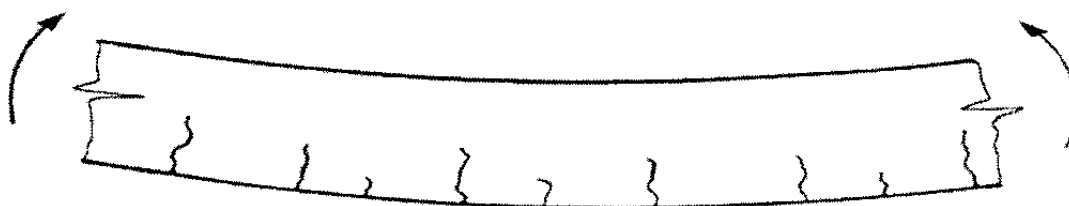


Figura 4.1: Fissuras verticais (Fonte: LANDINI, 2001, p.14).

4.1.2 Fissuras horizontais

Ocorrem em decorrência da perda de aderência entre a armadura longitudinal e o concreto, devido à excessiva tensão que ocorre na armadura. Esse tipo de fissura começa, frequentemente, em uma fissura vertical, que se propaga,

horizontalmente, nas proximidades da armadura tracionada e, por fim, continua ao longo desta.

4.1.3 Fissuras inclinadas

Existem dois tipos de fissuras inclinadas, classificadas de acordo com a origem das mesmas. São elas: fissura de cisalhamento de alma e fissura de cisalhamento - flexão.

A diferença entre esses dois tipos está no fato de que, na de cisalhamento – flexão, a fissura se forma a partir ou próxima de fissuras de flexão ou como uma extensão desta, formada previamente (ver figura 4.2).

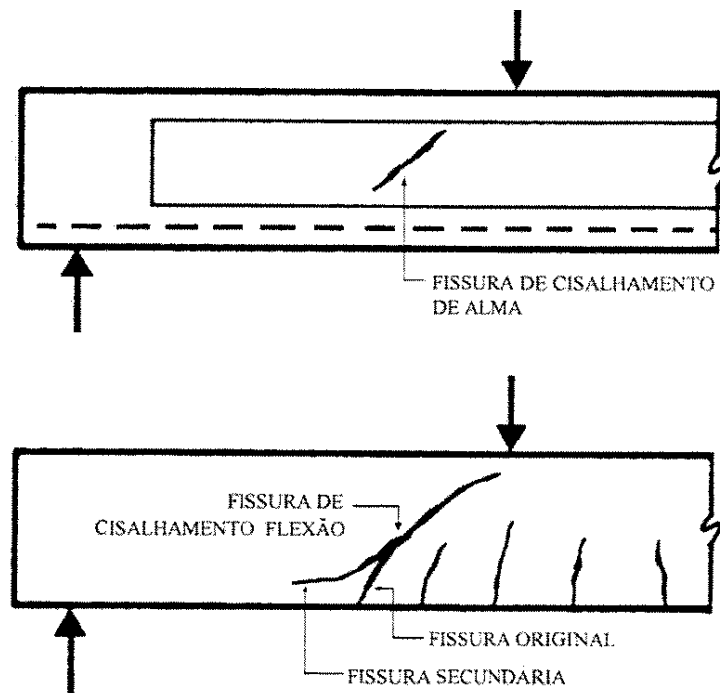


Figura 4.2: Fissuras inclinadas (Fonte: LANDINI, 2001, p.15).

4.2 MODOS DE RUPTURA EM VIGAS

Neste trabalho, serão descritos somente dois modos de rupturas. Os modos causados pelo esforço de flexão são: ruptura por flexão da armadura longitudinal de tração e ruptura do concreto por flexão.

4.2.1 Ruptura por flexão da armadura longitudinal de tração

Esse tipo de ruptura pode ocorrer devido a uma baixa taxa de armadura transversal e/ou associada a uma falha localizada de ancoragem dessa armadura de alma. Nesse caso, segundo Landini (2001, p.23), um “*nó pode se deslocar, fazendo com que as diagonais comprimidas de concreto sejam obrigadas a se apoiar sobre a armadura longitudinal de tração*”. Dessa forma, se a armadura não tem resistência suficiente para suportar essa flexão localizada, resultará na propagação rápida da fissura inclinada, dividindo a viga em duas partes (ver figura 4.3).

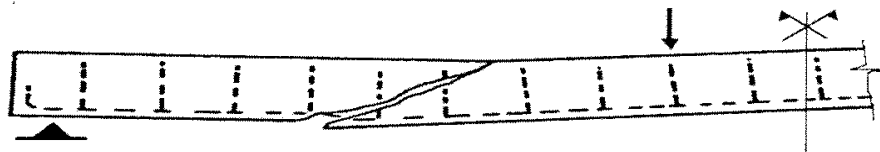


Figura 4.3: Ruptura por flexão da armadura longitudinal de tração (Fonte: LANDINI, 2001, p.24)

4.2.2 Ruptura por flexão

A ruptura do concreto por flexão ocorre com o esmagamento da zona comprimida pela flexão, mesmo que a armadura longitudinal tracionada não tenha atingido o escoamento. De acordo com Landini (2001, p.26), conforme se aproxima a ruptura, “*a linha neutra da seção transversal desloca no sentido da borda comprimida, aumentando as deformações no concreto e na armadura longitudinal*”.

Dessa forma, é possível observarem-se duas situações. Em caso de peças subarmadas, ocorrerá uma ruptura dúctil, que, segundo (MEHTA; MONTEIRO, 1994, pág. 12), ductilidade é “*a quantidade de deformação permanente que pode ocorrer antes do rompimento do material*”; ou seja, o aço da armadura longitudinal escoou, antes que o concreto sofra esmagamento. Já, para estruturas superarmadas, a ruptura será frágil, ou seja, o concreto se rompe por compressão, antes que o aço da armadura longitudinal atinja o escoamento (ver figura 4.4).

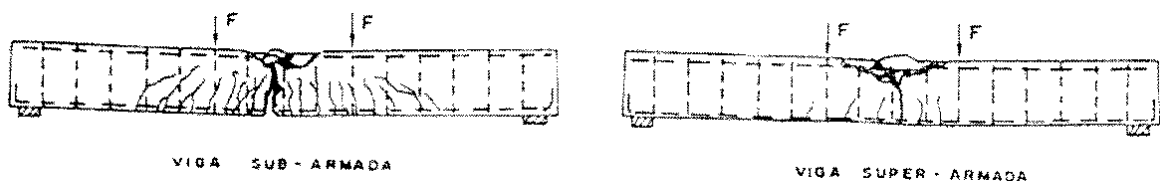


Figura 4.4: Ruptura por flexão (Fonte: LANDINI, 2001, p.27)

4.3 CRITÉRIO DE RUPTURA

Segundo Peleteiro (2002, p.10), a fissuração é a causa de ruptura mais frequente na alvenaria e é devida às deformações excessivas induzidas por esforços na tração muito altos.

A fissuração pode ser causada por forças externas na estrutura ou por variações volumétricas da estrutura. Dessa forma, para a aplicação correta do Método dos Elementos Finitos em estruturas de alvenaria, é necessário um modelo numérico que contemple os mecanismos básicos de ruptura do material, conforme demonstra a figura (4.5).

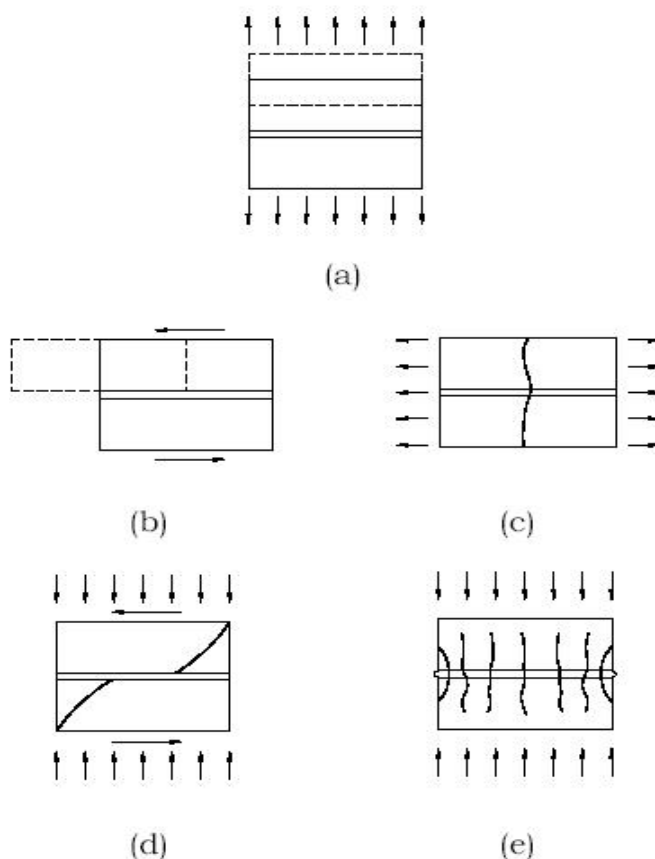


Figura 4.5: Mecanismos de ruptura: (a) Fissuras nas juntas; (b) Escorregamento; (c) Fissuração das unidades; (d) Fissura diagonal; (e) Fendilhamento (fonte: PELETEIRO, 2002, p. 11)

Analisando os critérios de ruptura indicados na figura 4.5, Peleteiro (2002, p.10), destaca:

- “a) ocorrência de fissuração nas juntas;*
- b) escorregamento ao longo de uma junta horizontal ou vertical, com valores baixos de tensão normal;*

- c) fissuração das unidades de alvenaria na direção da tração;*
- d) fissura diagonal à tração nas unidades de alvenaria, com valores de tensão normal suficientes para desenvolver atrito nas juntas;*
- e) fendilhamento das unidades à tração, como resultado da dilatação da argamassa, com valores altos de tensão normal de compressão.”*

Com base nesta análise, é possível identificarem-se os fenômenos, como sendo: (a) e (b) mecanismos de juntas, (c) um mecanismo do bloco, e (d) e (e) mecanismos dos dois materiais combinados.

E ainda segundo Silva Junior (2007, p.10), “*o mecanismo de ruptura dos componentes (unidade e argamassa) submetidos a esforços de tração e compressão é essencialmente o mesmo, ou seja, crescimento das fissuras a nível micro do material, até sua ruptura por completo*”. Dessa forma, conforme Peleteiro (2002, p.11), “*deformações inelásticas resultam de um processo dissipativo, no qual a energia de fratura é liberada durante a ocorrência da fratura interna. O material composto apresenta, no entanto, outro tipo de ruptura: o escorregamento que resulta em um atrito seco entre os componentes, uma vez que o amolecimento é completado.*”

Conforme Camacho (1995), citado por Silva Junior (2007, p.10), é feita a seguinte suposição de que, quando a alvenaria é submetida a tensões de compressão, a argamassa sofre uma deformação transversal maior, devido a apresentar um módulo de deformação menor. Dessa forma, como ela se encontra confinada entre as unidades, essa deformação transversal fica restrita, introduzindo, assim, um estado triaxial de tensão, conforme é possível visualizar-se na figura (4.6).

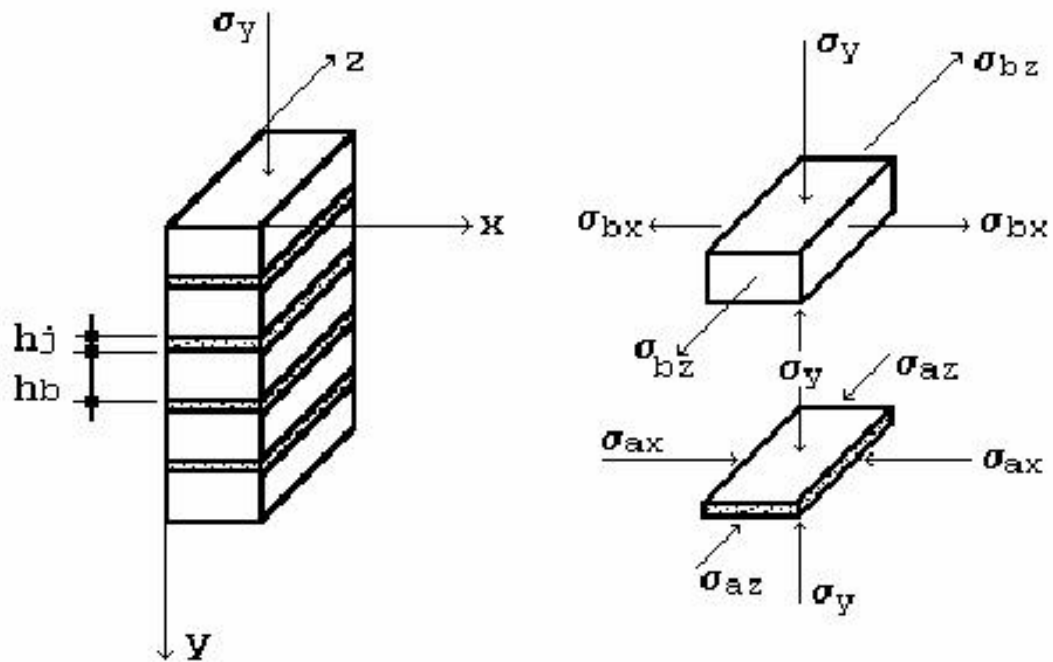


Figura 4.6: Estado de tensão na alvenaria (Fonte: SILVA JUNIOR, 2007, p.10)

Desse modo, foi desenvolvido por Hilsdorf (1969), citado por Silva Junior (2007), um equacionamento para a resistência da alvenaria à compressão, considerando os seguintes fatores:

- a) as unidades são maciças e existe uma perfeita aderência entre suas faces e a argamassa;
- b) a distribuição de tensões verticais e transversais é uniforme;
- c) a alvenaria se comporta segundo um critério de ruptura semelhante ao de Mohr-Coulomb.

4.3.1 Critério de ruptura de Mohr-Coulomb

Segundo Silva Junior (2007, p.61), o critério de ruptura de Mohr-Coulomb é uma generalização da equação de ruptura proposta por Coulomb e definida por:

$$\tau = c - \sigma \tan \phi \quad (4.1)$$

onde:

τ = tensão de cisalhamento;

σ = tensão normal;

c = coesão;

ϕ = ângulo de atrito interno do material.

Este critério pode ser representado, graficamente, como uma reta tangente ao maior círculo formado pelas tensões principais (ver figura 4.7).

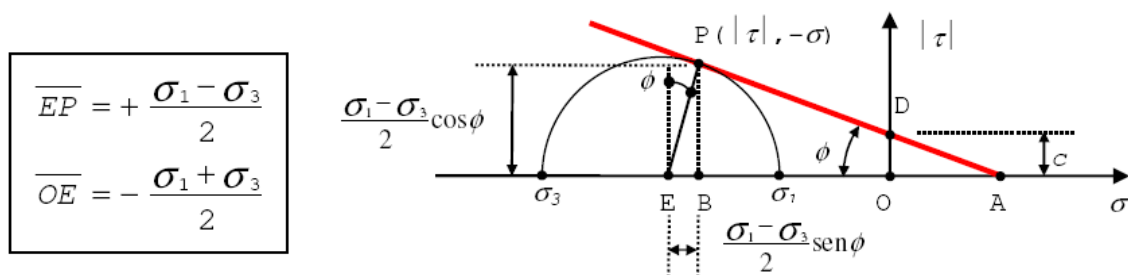


Figura 4.7: Critério de Mohr-Coulomb (Fonte: SILVA JUNIOR, 2007, p.62)

Analisando a figura 4.7, verifica-se que ocorrerá ruptura do material, quando o par de tensões $(-\sigma, |\tau|)$ atuantes em um ponto qualquer do material se situar sobre a reta.

E, ainda, segundo Faglioni (2006, p.86), no espaço das tensões principais, o critério é representado por uma pirâmide hexagonal irregular, em que seu contorno define a superfície de ruptura do material (ver figura 4.8).

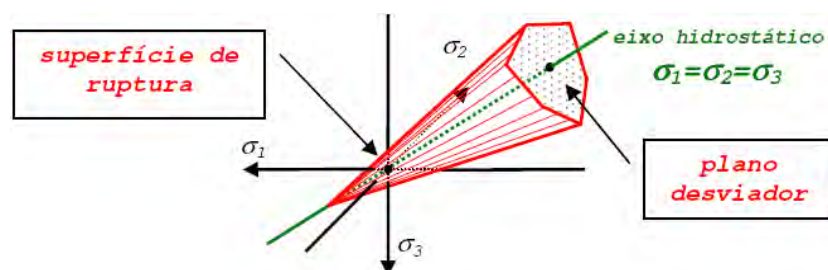


Figura 4.8: Representação geométrica da superfície de ruptura do critério de Mohr-Coulomb no espaço das tensões principais (Fonte: FAGLIONI, 2006 p.86)

Desse modo, obtendo-se os comprimentos característicos da superfície de ruptura, relativos ao meridiano de tração e de compressão, a superfície de ruptura

fica definida por um hexágono irregular (em relação ao plano desviador), conforme exemplifica a figura (4.9):

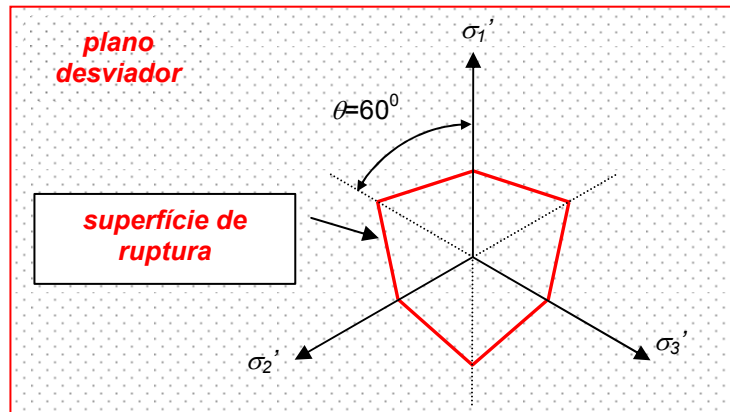


Figura 4.9: Definição da superfície de ruptura no plano desviador (Fonte: FAGLIONI, 2006 p.87)

Ao se desenvolverem as equações, se fazer as devidas simplificações e se resolverem os sistemas, encontram-se os valores das resistências à tração e à compressão e das tensões atuantes no elemento estrutural de concreto, verificando-se a ocorrência da ruptura do material.

5 ASPECTOS COMPUTACIONAIS

Para complementar os aspectos da análise numérica, será feita uma abordagem da documentação básica para a implementação dos códigos computacionais utilizados na mesma, enfatizando-se as rotinas de discretização e de cálculo, bem como o modelo de discretização dos blocos e das vigas.

5.1 ROTINAS PARA DISCRETIZAÇÃO DA ALVENARIA

5.1.1 Sub-rotina GERA PRISMA

Segundo Silva Junior (2007, p.42), *“foi desenvolvida com o objetivo de gerar as coordenadas nodais para simulação numérica dos ensaios de prismas, levando em consideração o tamanho dos elementos, [...], para possibilitar a modulação tridimensional dos prismas, e, também, para permitir que se utilizem os módulos de elasticidade do concreto e da argamassa”*.

5.1.2 Sub-rotina GERA ELEMENTO

Conforme Silva Junior (2007, p.43), *“essa sub-rotina organiza as coordenadas nodais de cada elemento, seguindo a ordenação imposta pelo desenvolvimento matemático do elemento prismático de oito nós, associando, a cada elemento, oito coordenadas nodais”*.

5.2 FLUXOGRAMA DE CÁLCULO

Na figura (5.1), é descrito o fluxograma geral de cálculo, contendo cada sub-rotina específica. Segundo Silva Junior (2007, p.43), o procedimento incremental adotado consiste na subdivisão do carregamento em um número conhecido de incrementos, aplicados de forma acumulativa. Dessa forma, à medida que a força

vai sendo incrementada, efetua-se o cálculo dos deslocamentos, com consequente cálculo das deformações e das tensões em cada elemento, para posterior aplicação do critério de ruptura e correção do módulo de elasticidade instantâneo do material. Se verifica a ruptura do elemento, é feita uma redução total do módulo de elasticidade, de forma individual, para posterior armazenamento dos deslocamentos nodais.

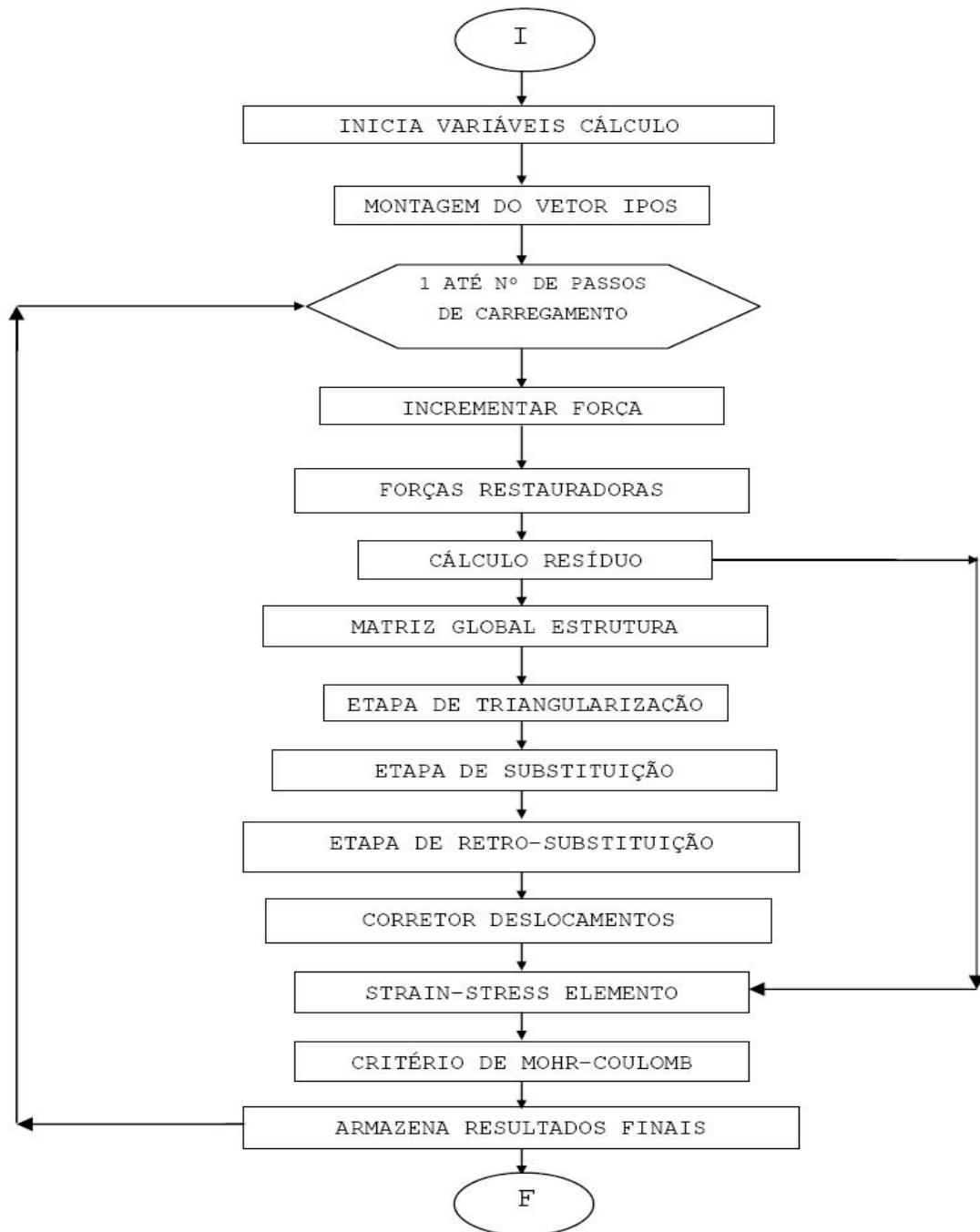


Figura 5.1: Fluxograma geral de cálculo (Fonte: SILVA JUNIOR, 2007, p.44).

A seguir, nos itens 5.2.1 à 5.2.11, são descritas as funções de cada sub-rotina citada no fluxograma da figura 5.1, baseadas no desenvolvimento do trabalho de Silva Junior (2007, p.45 a 47).

5.2.1 Sub-rotina - INICIA VARIÁVEIS DE CÁLCULO

Nessa sub-rotina, são atribuídos os valores iniciais às variáveis utilizadas no cálculo.

5.2.2 Sub-rotina - MONTAGEM DO VETOR IPOS

Essa sub-rotina utiliza a técnica de armazenamento da matriz de rigidez, denominada altura efetiva de coluna ou *skyline*. Essa técnica corresponde ao armazenamento das colunas da parte triangular superior da matriz e dos elementos da diagonal principal, dentro de um vetor de trabalho principal a partir do primeiro elemento não nulo de cada coluna. Esse armazenamento é realizado em forma sequencial por coluna, de cima para baixo.

Para se fazer esse tipo de armazenamento, é necessária a construção de um vetor auxiliar que indique as posições dos elementos da diagonal principal da matriz de rigidez dentro do vetor de trabalho principal, sendo tal vetor auxiliar denominado vetor (IPOS).

5.2.3 Sub-rotina - INCREMENTAR FORÇA

Essa sub-rotina tem a função de atualizar o valor das forças externas (F_E) para cada incremento de carregamento.

5.2.4 Sub-rotina - FORÇAS RESTAURADORAS

Nessa, é calculado o valor das forças restauradoras por meio do produto matricial ($K.D$) depois da montagem da matriz de rigidez secante da estrutura. E,

ainda, por se tratar de análise linear geométrica, a matriz secante é igual à matriz de rigidez tangente.

5.2.5 Sub-rotina - CÁLCULO DO RESÍDUO

É calculado o valor do resíduo das forças estáticas não equilibradas. Se o resíduo for maior que a tolerância imposta pelo usuário, deve-se dar continuidade ao processo de cálculo; caso contrário, incrementa-se, novamente, a força aplicada.

5.2.6 Sub-rotina - MATRIZ GLOBAL DA ESTRUTURA

Esta sub-rotina monta a matriz global da estrutura a partir da matriz tangente de cada elemento, conforme visto no Capítulo 3 deste trabalho, utilizando-se a técnica de expansão e acumulação.

5.2.7 RESOLUÇÃO DO SISTEMA

A resolução do sistema é feita por meio do Método de Cholesky, que consiste em decompor o sistema em duas matrizes triangulares, uma superior e outra inferior, possibilitando a substituição e a retrossubstituição do sistema para obtenção dos acréscimos dos deslocamentos requeridos para cada incremento de carregamento.

5.2.8 Sub-rotina CORRETOR DESLOCAMENTOS

Nessa, realiza-se a correção dos deslocamentos (D) mediante a soma acumulativa de todos os deslocamentos obtidos para cada incremento de carregamento.

5.2.9 Sub-rotina STRAIN-STRESS ELEMENTO

Essa sub-rotina calcula os valores das deformações e das tensões de cada elemento.

5.2.10 Sub-rotina CRITÉRIO DE MOHR-COULOMB

Após se calcularem as tensões de cada elemento de concreto, são calculadas as tensões principais, para aplicação do Critério de Ruptura de Mohr-Coulomb, conforme foi descrito no Capítulo 4 deste trabalho. Caso se verifique a ruptura do elemento, é feita uma redução total do módulo de elasticidade, de forma individual, para posterior armazenamento dos deslocamentos nodais. Se isso não ocorrer, efetuar-se-á uma redução parcial do módulo de elasticidade, em função da deformação principal de compressão de cada elemento.

5.2.11 Sub-rotina ARMAZENA RESULTADOS FINAIS

Essa sub-rotina tem a função de armazenar os resultados obtidos ao final da aplicação de cada incremento de carregamento.

5.3 DISCRETIZAÇÃO

Para a realização da análise numérica do comportamento de vigas, inicialmente se faz necessária a discretização dos blocos vazados, dos blocos canaletas e da argamassa, conforme ilustram as figuras (5.2), (5.3), (5.4), (5.5) e (5.6), permitindo o desenvolvimento das sub-rotinas contidas no item 5.1 deste capítulo.

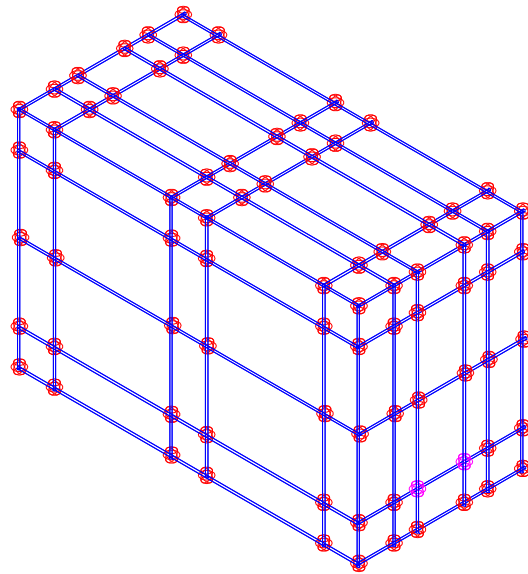
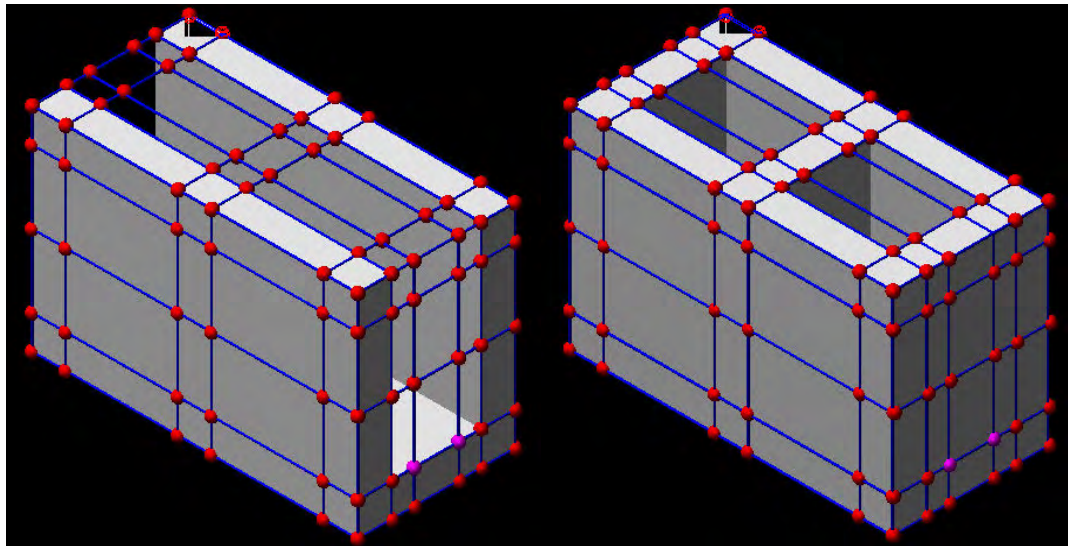


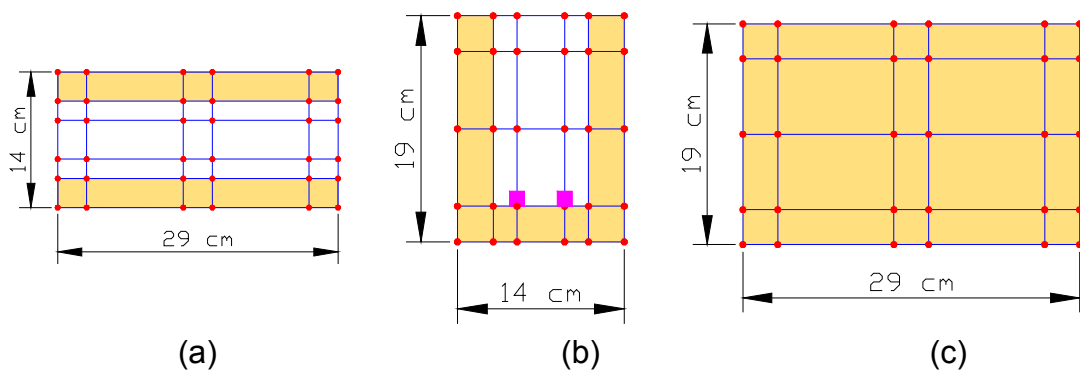
Figura 5.2: Discretização dos blocos.



(a)

(b)

Figura 5.3: Vista, em perspectiva, do bloco-canaleta (a) e bloco-vazado (b).



(a)

(b)

(c)

Figura 5.4 Discretização das faces do bloco canaleta: vista superior (a), vista frontal (b), vista lateral (c).

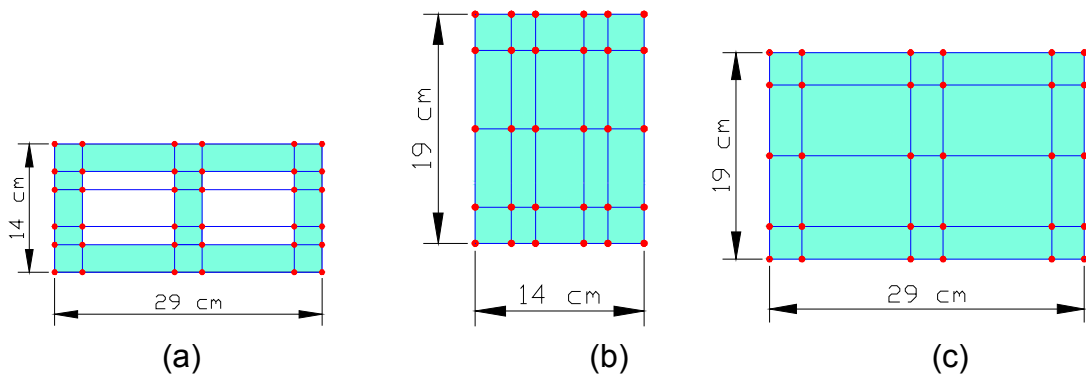


Figura 5.5: Discretização das faces do bloco vazado: vista superior (a), vista frontal (b), vista lateral (c).

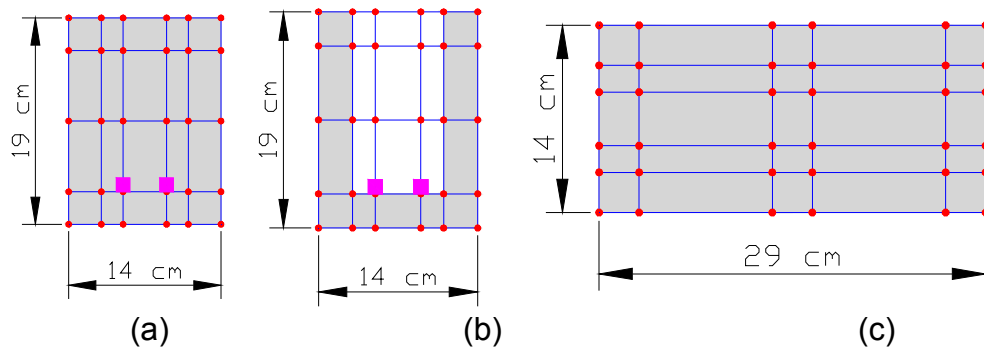


Figura 5.6: Discretização de algumas faces de argamassa: vistas da argamassa nas juntas verticais no bloco vazado (a) e do bloco canaleta (b) e vista da argamassa nas juntas horizontais (c).

Com os elementos discretizados, a análise numérica será realizada por meio do Método dos Elementos Finitos, utilizando o elemento prismático regular linear, desenvolvido por Faglioni (2006) e já implementado no programa *FEISdec*, juntamente com o modelo de ruptura do concreto.

As vigas a serem analisadas serão compostas por duas fiadas com aplicação de argamassa de 1,00cm de espessura, somente nas bordas dos blocos. Serão analisados dois modelos de vigas, um composto somente por blocos canaleta (viga canaleta-canaleta), conforme figura (5.7); e, no outro, a primeira fiada (inferior) é composta por blocos-canaleta e a segunda fiada (ou superior) composta por blocos vazados (viga canaleta-vazado), conforme figura (5.8), ambos, com apoios localizados a 16,2cm de cada extremidade, sendo as vigas divididas em camadas ao longo do comprimento (direção x). Em tais modelos, é aplicada uma carga concentrada no centro da estrutura e foram dimensionadas com duas barras de

12,5mm de diâmetro e espaçamento, entre elas, de 3,5cm para a armadura longitudinal, colocadas sobre a superfície interna do bloco canaleta da fiada inferior.

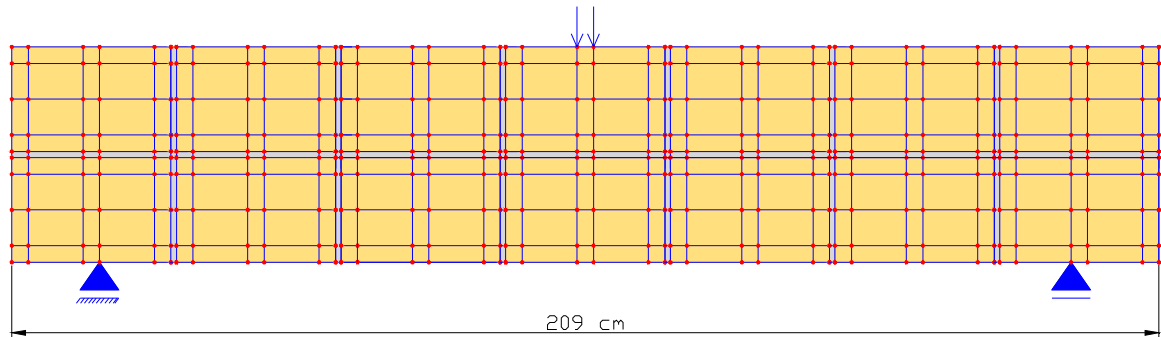


Figura 5.7: Modelo de viga com duas fiadas de blocos canaleta.

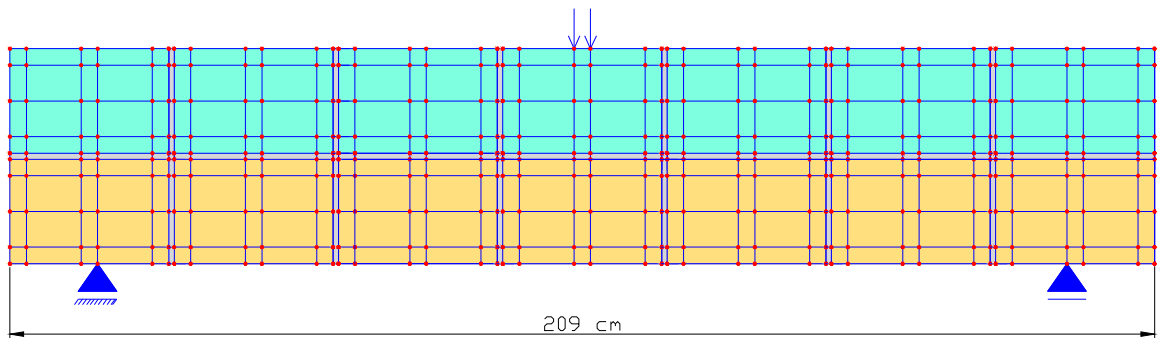


Figura 5.8: Modelo de viga com a primeira (inferior) em bloco canaleta e a fiada superior em bloco vazado.

As vigas foram discretizadas em um total de 1845 elementos sólidos e 82 elementos lineares (conforme ANEXOS A e B).

Dessa forma, por meio do Método dos Elementos Finitos, poderá ser realizada a simulação do comportamento das vigas de alvenaria, permitindo a quantificação dos deslocamentos que ocorreram em cada nó dos elementos, com consideração da ruptura dos elementos, utilizando-se o critério descrito no Capítulo 4 deste trabalho.

6 RESULTADOS

Neste capítulo, serão apresentados os resultados dos modelos das vigas descritas no capítulo 5, obtidos no presente trabalho, por meio de procedimento numérico abordado, primeiramente, com a utilização de redutores do módulo de elasticidade dos materiais e, depois, sem os mesmos. Em seguida, os resultados serão comparados com os dos modelos experimentais desenvolvidos no Núcleo de Ensino e Pesquisa da Alvenaria Estrutural (NEPAE) da Faculdade de Engenharia, Campus de Ilha Solteira, UNESP. Dessa forma, será possível a confrontação dos deslocamentos observados e calculados, além de se verificar a convergência dos resultados sob influência ou não de redutores.

6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

6.1.1 Módulo de elasticidade inicial, instantâneo e redutores

Para materiais, como o concreto, a argamassa ou, ainda, o graute, apesar de considerados isotrópicos, para determinados níveis de tensão, apresentam um comportamento não-linear. Nestes casos, deve-se, então, levar em consideração a alteração do módulo de elasticidade em função da variação das tensões (Albertini, 2009, p. 122).

Como na formulação do Método dos Elementos Finitos, a equação básica de equilíbrio estático tem por princípio o sistema ser considerado como linear, para contornar essa situação, na simulação numérica foi utilizado o processo incremental de forças.

Para análise, numericamente foram abordadas duas situações. Na primeira delas, após a aplicação de cada incremento, o módulo de elasticidade foi corrigido em função das deformações principais de cada elemento, obtidas com os respectivos deslocamentos nodais. Na outra, para as mesmas aplicações de carga, não foram utilizados os redutores do módulo de elasticidade.

A figura (6.1) apresenta uma curva genérica de relação tensão-deformação, ilustrando o módulo de elasticidade inicial e os respectivos módulos de elasticidade instantâneos em função de f_c e de ε .

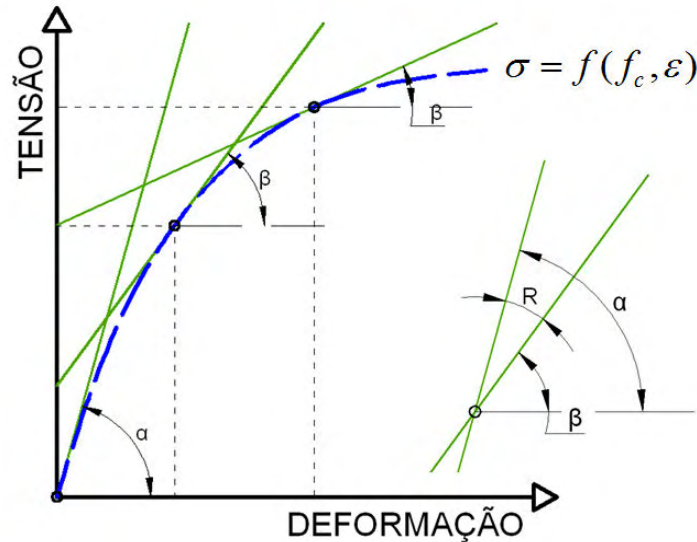


Figura 6.1: Relação tensão - deformação genérica (Fonte: ALBERTINI, 2009, p. 124)

Conforme demonstrado por Albertini (2009, p.124 a 125), tem-se que o módulo de elasticidade inicial (E_0) é definido por:

$$E_0 = \tan(\alpha) \quad (6.1)$$

E, para outro ponto qualquer da curva,

$$E_{INST} = \tan(\beta) \quad (6.2)$$

Desse modo,

$$\beta = \alpha - R \quad (6.3)$$

onde:

R = redutor a ser determinado e que dependa da deformação sofrida pelo elemento e da resistência do material.

Conhecido da trigonometria que:

$$\tan(\beta) = \frac{\partial y}{\partial x} \quad (6.4)$$

Para a situação em questão, pode-se dizer, então, que

$$E_{INST} = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \quad (6.5)$$

Dessa forma, a partir da equação (6.5), os módulos de elasticidade do bloco, do graute e da argamassa foram calculados conforme definidos por Albertini (2009, p. 125-127):

- Módulo de elasticidade instantâneo do bloco é definido por:

$$E_{INST} = 473,6 \cdot f_c - 3,00 \cdot 10^5 \cdot f_c \cdot \varepsilon \quad (6.6)$$

onde:

módulo de elasticidade inicial para o bloco é dado por:

$$E_0 = 473,6 \cdot f_c \quad (6.7)$$

e o redutor R, que reduzirá o módulo de elasticidade do bloco com o aumento das deformações, é dado por:

$$R = -3,00 \cdot 10^5 \cdot f_c \cdot \varepsilon \quad (6.8)$$

- Módulo de elasticidade instantâneo do graute é dado por:

$$E_{INST} = 1022 \cdot f_c - 4,31 \cdot 10^5 \cdot f_c \cdot \varepsilon \quad (6.9)$$

onde:

módulo de elasticidade inicial para o graute é dado por:

$$E_0 = 1022 \cdot f_c \quad (6.10)$$

e o redutor R, que reduzirá o módulo de elasticidade do graute com o aumento das deformações, é dado por:

$$R = -4,31 \cdot 10^5 \cdot f_c \cdot \varepsilon \quad (6.11)$$

- Módulo de elasticidade instantâneo da argamassa é dado por:

$$E_{INST} = 510,6 \cdot f_c - 1,30 \cdot 10^5 \cdot f_c \cdot \varepsilon \quad (6.12)$$

onde:

módulo de elasticidade inicial para a argamassa é dado por:

$$E_0 = 510,6 \cdot f_c \quad (6.13)$$

e o redutor R, que reduzirá o módulo de elasticidade da argamassa com o aumento das deformações, é dado por:

$$R = -1,30 \cdot 10^5 \cdot f_c \cdot \varepsilon \quad (6.14)$$

6.1.2 Propriedades físicas dos materiais

No modelo numérico, os módulos de elasticidade foram encontrados a partir das resistências obtidas em ensaios realizados para os materiais utilizados nas vigas dos modelos experimentais. Dessa forma, como as resistências médias dos blocos, graute e argamassa, respectivamente, dadas por: 18,0 MPa, 22,0 MPa e 5,3 MPa, os respectivos módulos de elasticidade iniciais são, respectivamente: 852,48 KN/cm², 2248,4048 KN/cm² e 270,61848 KN/cm², devidamente calculados segundo definições anteriores.

Para o processo, é necessário conhecer-se, além dos módulos de elasticidade citados anteriormente, o coeficiente de Poisson dos materiais. Para o bloco, graute e argamassa o coeficiente de Poisson utilizado foi de 0,2; e, para o aço, 0,3.

Nos modelos experimentais, o aço utilizado foi o CA 50, de bitola igual a 12,5mm. Assim, o módulo de elasticidade utilizado para o aço foi de 2100 KN/cm².

6.2 EXEMPLO 1: VIGA COM BLOCOS CANALETA

Nessa viga, foram aplicados 20 incrementos de carga e foram analisados os deslocamentos para o nó 1209, cuja localização ocorre no centro da mesma, na parte inferior, ponto pelo qual passa a armadura longitudinal.

Na figura (6.2), são identificados os deslocamentos do nó citado, quando da aplicação de 18 incrementos de carga, considerando-se os redutores de rigidez,

sendo que, com a aplicação dos próximos incrementos, ocorreu o rompimento da viga, conforme se verifica na tabela 6.1.

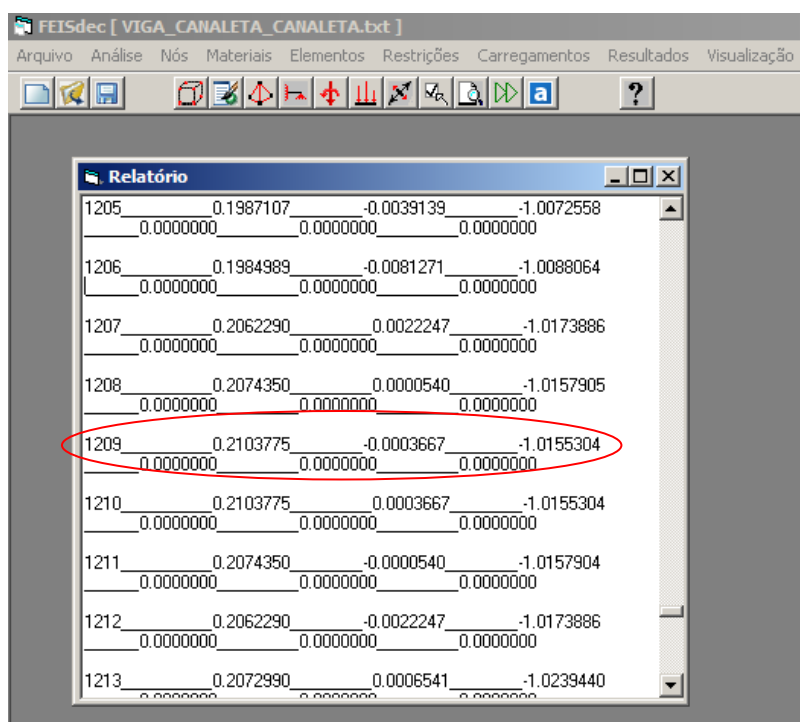


Figura 6.2: Deslocamentos do nó 1209, quando aplicados 18 incrementos de carga.

Tabela 6.1: Deslocamentos do nó 1209, sem e com influência de redutores de módulo de elasticidade para a viga canaleta-canaleta e deformações ocorridas na armadura e na fibra superior do bloco de concreto central para o modelo com a utilização do redutor.

Incremento	Carga (kN)	Deslocamento sem redutor (cm)	Com redutor		
			Deslocamento (cm)	Deformação armadura (%)	Deformação fibra superior do concreto (%)
1	5,7	0,0111	0,0111	0,0414	-0,0759
2	11,4	0,0222	0,0224	0,0793	-0,1517
3	17,1	0,0332	0,0340	0,1172	-0,2310
4	22,8	0,0443	0,0458	0,1586	-0,3172
5	28,5	0,0564	0,0592	0,2172	-0,4138
6	34,2	0,0701	0,0749	0,2931	-0,5276
7	39,9	0,0850	0,0929	0,3862	-0,6621
8	45,6	0,1013	0,1142	0,4897	-0,8207
9	51,3	0,1197	0,1392	0,6000	-1,0276
10	57,0	0,1395	0,1721	0,7241	-1,3414
11	62,7	0,1627	0,2120	0,8655	-1,7621
12	68,4	0,1874	0,2667	1,0241	-2,3207
13	74,1	0,2140	0,3242	1,1862	-3,0966
14	79,8	0,2408	0,3935	1,3517	-3,9586
15	85,5	0,2722	0,4890	1,5483	-5,5621
16	91,2	0,3064	0,5943	1,7448	-7,4862
17	96,9	0,3411	0,7267	1,9483	-10,7931
18	102,6	0,3788	1,0155	2,1448	
19	108,3	0,4156	598.201,95		
20	114	0,4574	598.202,11		

No gráfico Força x Deslocamento (Figura 6.3), os resultados obtidos pelo modelo experimental realizado no NEPAE são comparados com aqueles gerados pelo modelo numérico no programa *FE/Sdec*, apresentados na tabela 6.1.

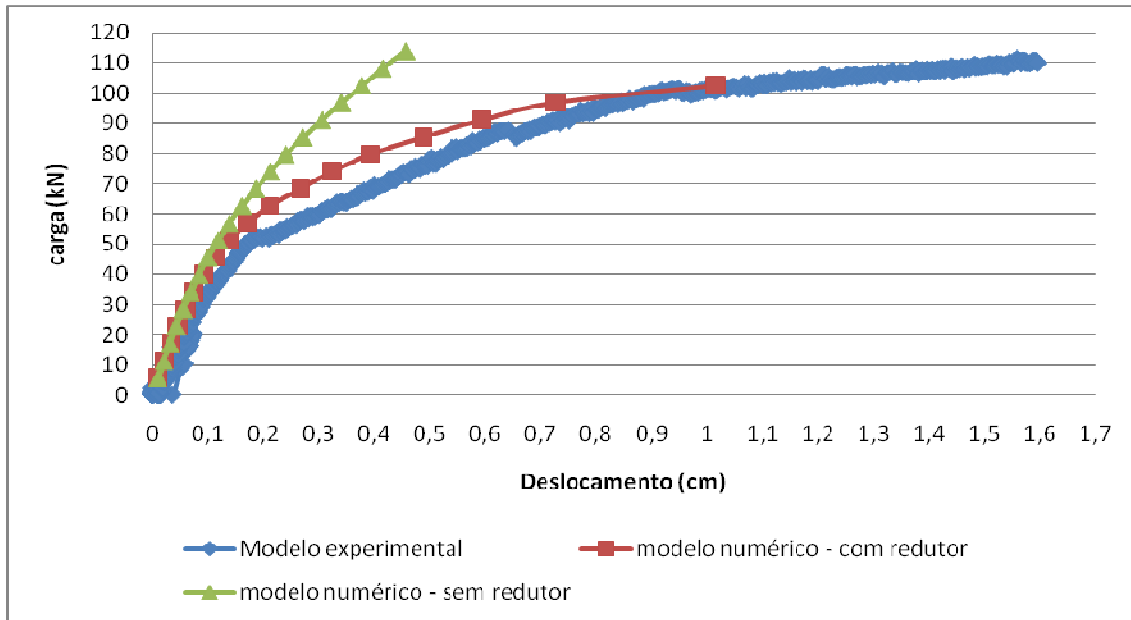


Figura 6.3: Gráfico Força x Deslocamento para viga canaleta-canaleta.

6.3 EXEMPLO 2: VIGA COM BLOCOS CANALETA E BLOCOS VAZADOS

Assim como na viga anterior, também foram aplicados 20 incrementos de carga e foram analisados os deslocamentos para o nó 1209, cuja localização ocorre no centro da viga, na parte inferior, ponto pelo qual passa a armadura longitudinal.

Na figura (6.4), são identificados os deslocamentos do nó citado, quando da aplicação de 17 incrementos de carga, considerando-se os redutores de rigidez, sendo que, com a aplicação dos próximos incrementos, ocorreu o rompimento da viga, conforme se verifica na tabela 6.2

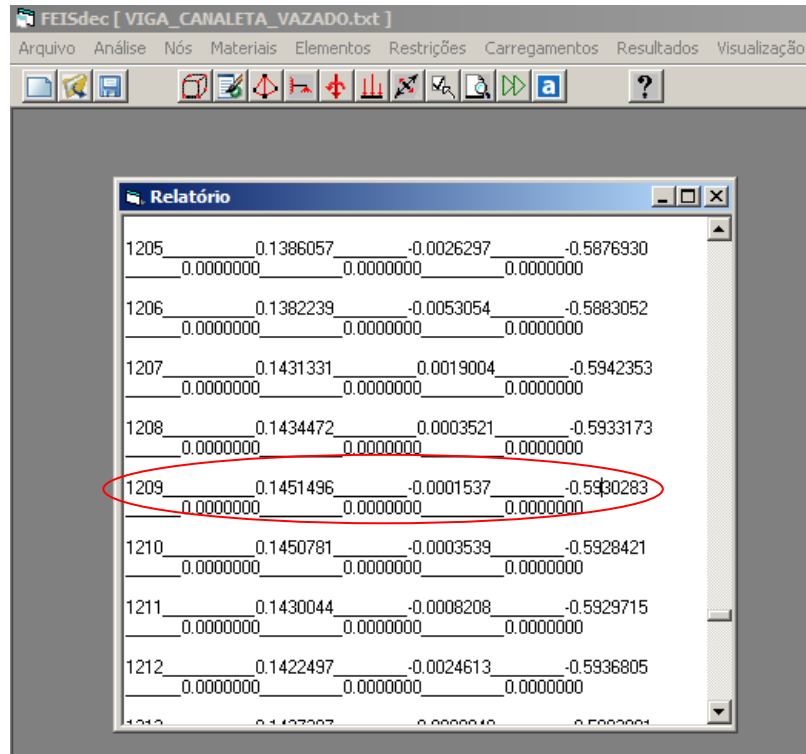


Figura 6.4: Deslocamentos do nó 1209, quando aplicados 17 incrementos de carga.

Tabela 6.2: Deslocamentos do nó 1209, sem e com influência de redutores de módulo de elasticidade para a viga canaleta-vazado e deformações ocorridas na armadura e na fibra superior do bloco de concreto central para o modelo com a utilização do redutor.

Incremento	Carga (kN)	Deslocamento sem redutor (cm)	Com redutor		
			Deslocamento (cm)	Deformação armadura (‰)	Deformação fibra superior do concreto (‰)
1	5,7	0,0111	0,0111	0,0414	-0,0759
2	11,4	0,0222	0,0224	0,0793	-0,1517
3	17,1	0,0332	0,0339	0,1172	-0,2310
4	22,8	0,0443	0,0457	0,1586	-0,3172
5	28,5	0,0564	0,0590	0,2138	-0,4103
6	34,2	0,0701	0,0743	0,2897	-0,5241
7	39,9	0,0849	0,0917	0,3759	-0,6517
8	45,6	0,1015	0,1124	0,4793	-0,8034
9	51,3	0,1200	0,1366	0,5862	-1,0034
10	57,0	0,1398	0,1649	0,6966	-1,2414
11	62,7	0,1632	0,2000	0,8276	-1,5448
12	68,4	0,1877	0,2399	0,9690	-1,9138
13	74,1	0,2143	0,2887	1,1138	-2,3897
14	79,8	0,2417	0,3485	1,2759	-3,2276
15	85,5	0,2724	0,4077	2,0172	-3,8138
16	91,2	0,3069	0,4803	0,8966	-4,7069
17	96,9	0,3416	0,5930	1,7207	-6,4379
18	102,6	0,3794	433.344,68		
19	108,3	0,4183	433.344,79		
20	114	0,4586	433.344,91		

No gráfico Força x Deslocamento (Figura 6.5), os resultados obtidos pelo modelo experimental realizado no NEPAE são comparados com aqueles gerados pelo modelo numérico no programa *FE/Sdec*, apresentados na tabela 6.2.

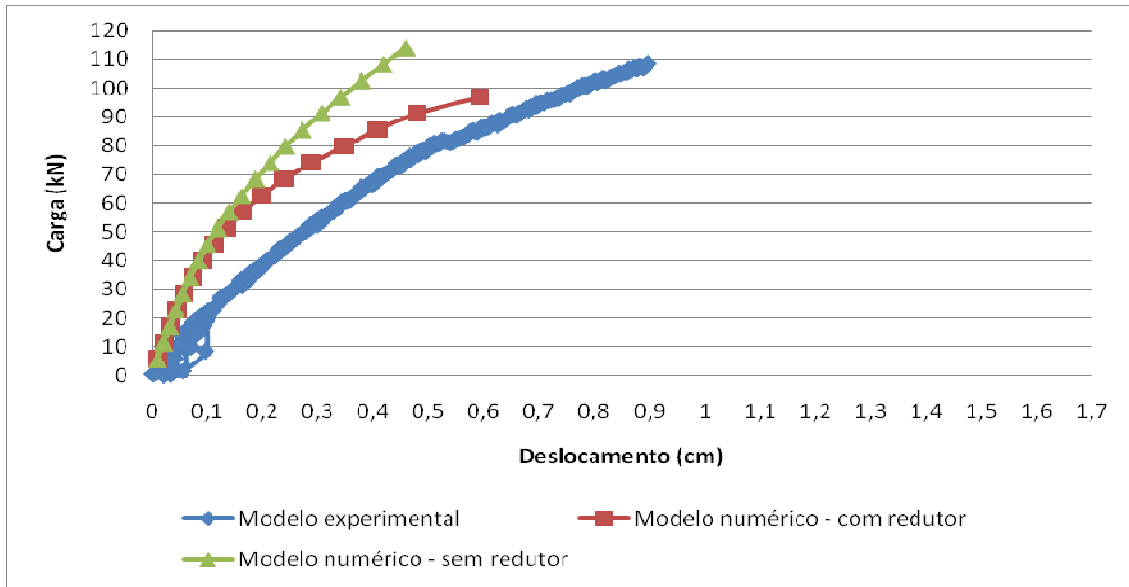


Figura 6.5: Gráfico Força x Deslocamento para viga canaleta-vazado.

Para comparar os dois exemplos foram sobrepostos os resultados referentes aos modelos experimentais e numéricos com a utilização dos redutores de rigidez, conforme verifica-se no gráfico da figura (6.6).

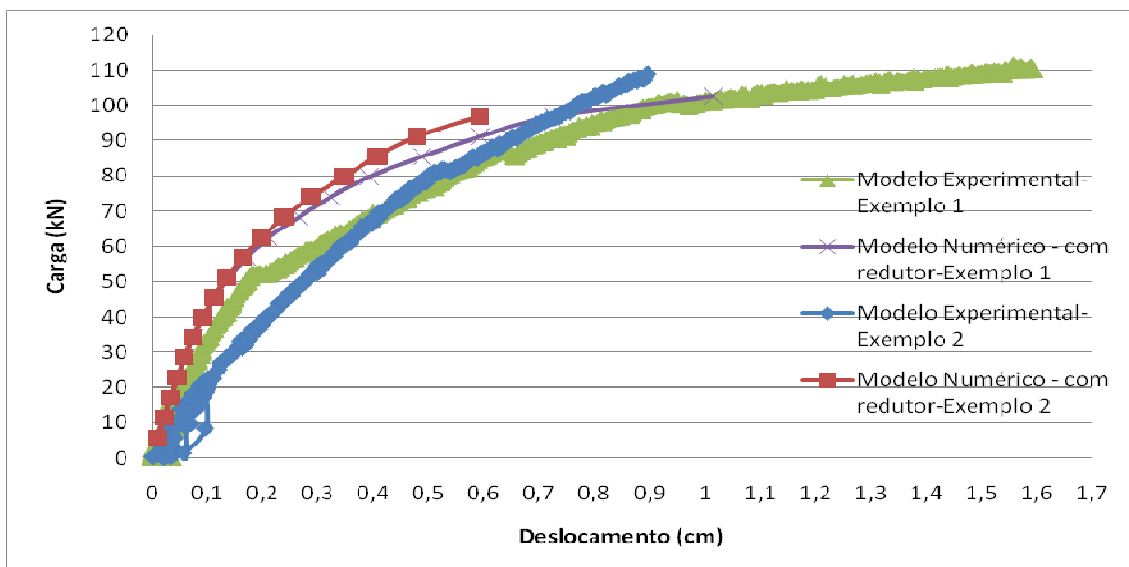


Figura 6.6: Gráfico Força x Deslocamento com sobreposição dos dois exemplos.

7 ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÃO

O presente trabalho referiu-se à análise de dois modelos de vigas de alvenaria estrutural, com aplicação de um carregamento concentrado no centro da viga. Em ambos os casos, as vigas foram processadas no programa *FEISdec*, sendo utilizado o Método dos Elementos Finitos, associado com procedimento incremental de carregamento, o critério de ruptura de Mohr-Coulomb e redutores de rigidez, como ferramentas para simulação do comportamento não-linear dos materiais. O elemento finito considerado para esta discretização foi o elemento prismático regular linear.

Para cada tipo de viga (canaleta-canaleta e canaleta-vazado) foi elaborado um modelo experimental desenvolvido no Núcleo de Ensino e Pesquisa da Alvenaria Estrutural (NEPAE) da Faculdade de Engenharia, Campus de Ilha Solteira, UNESP, sendo os resultados observados comparados com os resultados numéricos de dois modelos: um considerando os redutores de rigidez dos materiais, tais como o bloco, o graute e a argamassa; e, outro desprezando os mesmos.

Em uma primeira simulação numérica foram consideradas as propriedades físicas reais da argamassa, conduzindo a resultados incompatíveis com a realidade física. Verificou-se, então, que em função da baixa resistência da argamassa, ocorreu o rompimento precoce desses elementos, produzindo deslocamentos irreais e sobreposição de elementos não rompidos. Fisicamente, tal fato não ocorre, uma vez que não pode haver sobreposição dos elementos que compõem as vigas.

Na realidade, conforme descrito no capítulo 4, item 4.3, o que ocorre é que a argamassa encontra-se confinada entre as unidades de blocos, pois ao ser aplicado o carregamento, a deformação sofrida pela argamassa fica restrita, introduzindo um estado triaxial de tensão, gerando um acréscimo de resistência devido ao confinamento da mesma. Para contornar numericamente tal problema, tendo em vista que as espessuras das juntas são pequenas e o efeito de confinamento da argamassa não foi considerado, optou-se pela troca das propriedades físicas da argamassa pelas propriedades físicas do bloco.

Com essa nova sistemática, as análises numéricas realizadas produziram resultados satisfatórios para os dois exemplos abordados no capítulo 6. Em ambos os casos, verificou-se que a viga processada sem o uso dos redutores apresentou

um comportamento mais rígido, enquanto, com a utilização dos redutores, as respostas se aproximam dos resultados observados experimentalmente. Neste sentido, destaca-se a importância em se considerar o módulo de elasticidade instantâneo de cada material em uma análise não-linear, uma vez que, conforme as forças são aplicadas, os módulos de elasticidade dos materiais sofrem reduções significativas, com consequente diminuição de rigidez.

Outro fato relevante diz respeito ao valor da carga de ruptura, uma vez que, com a utilização dos redutores associada ao Critério de Ruptura de Mohr-Coulomb, os valores numéricos e experimentais estão próximos, cabendo ressaltar que em ambos os casos ficaram caracterizados o domínio 4 (quatro) de deformação no estado limite último.

Merece destaque a comparação entre os resultados obtidos nos dois exemplos, seja experimental ou numérico com redutores de rigidez, posto que é nítido o aumento de rigidez da viga com blocos-canaleta e blocos-vazado, sendo que este fato, pode ter ocorrido em função do efeito de conexão produzido pelo graute, que une a fiada inferior de canaletas e a fiada superior de blocos, de modo que, futuramente, este fenômeno seja estudado com profundidade.

Após tais considerações, pode-se concluir que o procedimento numérico proposto pode ser utilizado para análise de vigas de alvenaria estrutural submetidas à flexão simples, merecendo, posteriormente, um estudo mais detalhado com relação às propriedades físicas da argamassa.

REFERÊNCIAS

ALBERTINI, M. M. **Análise do comportamento experimental e numérico de prismas de alvenaria estrutural utilizando o elemento finito prismático regular parabólico**. 2009. 158f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2009. 158p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8798**: execução e controle de obras em alvenaria estrutural de blocos vazados de concreto. Rio de Janeiro: ABNT, 1985. 15p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR-10837**: cálculo de alvenaria estrutural de blocos vazados de concreto. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1989. 20p.

BARBOSA, C. S. **Resistência e deformabilidade de blocos vazados de concreto e suas correlações com as propriedades mecânicas do material constituinte**. 2004. 153f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

BARBOSA, P. C. **Estudo da interação de paredes de alvenaria estrutural com vigas de concreto armado**. 2000. 110f. Dissertação (Mestrado)– Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2000, 110p.

CORRÊA, M. R. S.; RAMALHO, M. A. **Alvenaria estrutural**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos-Universidade de São Paulo, 1996. (Notas de aula da disciplina SET-606 – Alvenaria Estrutural.)

CUNHA, E. H. **Análise experimental do comportamento de prismas grauteados em alvenaria estrutural**. 2001. 150f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2001.

DICKEY, W. L.; SCHNEIDER, R. R. **Reinforced masonry design**. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1994.

FAGLIONI, A. F. **Análise não-linear física de vigas de concreto armado utilizando o elemento finito prismático regular linear associado ao de barra**. 2006. 122f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)– Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006, 122p.

GOMES, N. G. **A resistência das paredes de alvenaria**. 1983. 209f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1983.

HENDRY, A. W. **Structural brickwork**. London: MacMillan, 1981, 209p.

JOAQUIM, M. M. **Flexão e flexo-compressão em elementos de alvenaria estrutural**. 1999. 129f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

JUSTE, A. E. **Estudo da resistência e da deformabilidade da alvenaria de blocos de concreto submetida a esforços de compressão**. 2001. 229f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2001.

LANDINI, F. S. **Comportamento à flexão e ao esforço cortante de vigas de alvenaria estrutural**. 2001. 118f. Dissertação (Mestrado)– Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

MONTEIRO, P. J. M.; MEHTA, P. K.. **Concreto: estrutura, propriedades e materiais**. São Paulo: Pini, 1994. 580p.

PELETEIRO, S. C. **Contribuições à modelagem numérica de alvenaria estrutural**. 2002. 159f. Tese (Doutorado)- Departamento de Engenharia de Estruturas-Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

RAMALHO, M. A.; CORRÊA, M. R. S. **Projeto de edifícios de alvenaria estrutural**. São Paulo: Pini, 2003. 174p.

SILVA JUNIOR, D. M. **Análise numérica do comportamento não-linear de prismas de alvenaria estrutural submetidos a ações verticais utilizando o elemento finito prismático regular linear**. 2007. 98f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2007, 98 p.

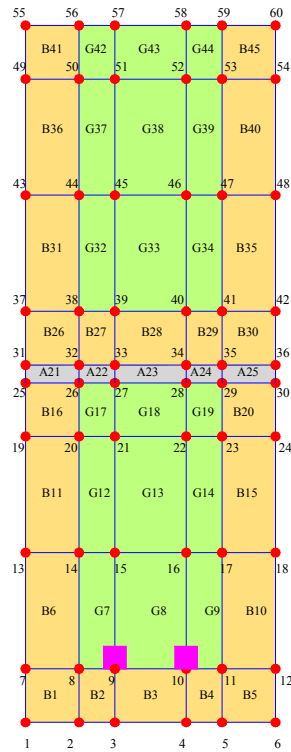
SUTHERLAND, R. J. M. Brick and block masonry in engineering. **Proceedings of the institution of civil engineers**, London, v.70, p.31-63, Feb, 1981.

WAIDEMAN, L. **Análise dinâmica de placas delgadas utilizando elementos finitos triangulares e retangulares**. 2004. 153f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2004.

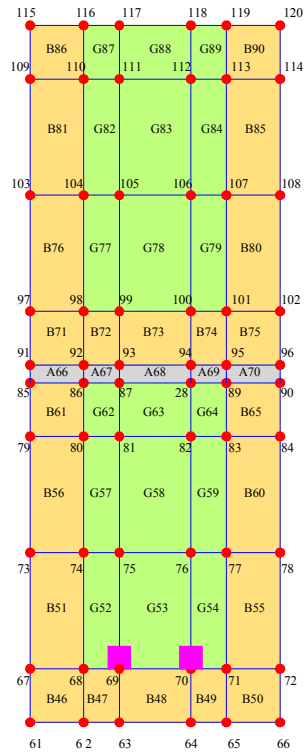
ANEXO A

Discretização da viga canaleta-canaleta.

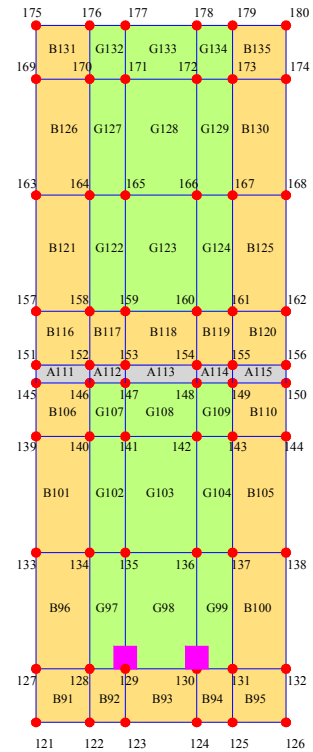
Camada 1



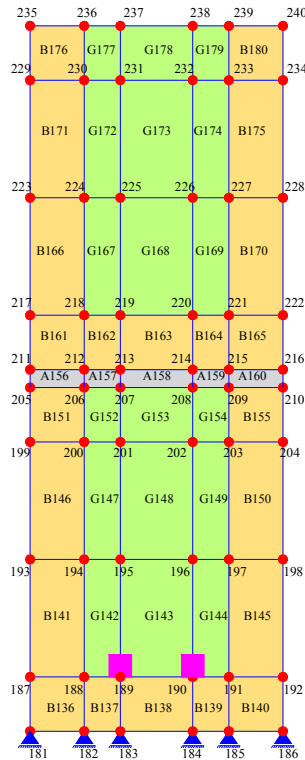
Camada 2



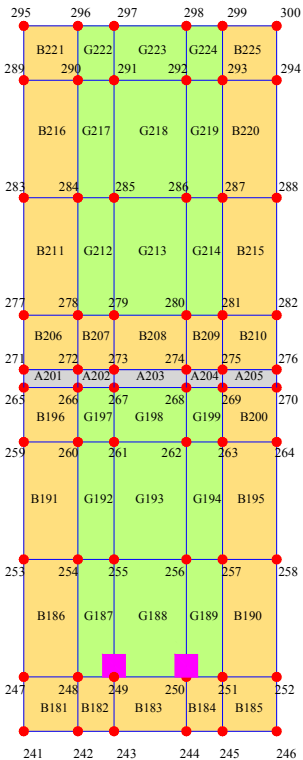
Camada 3



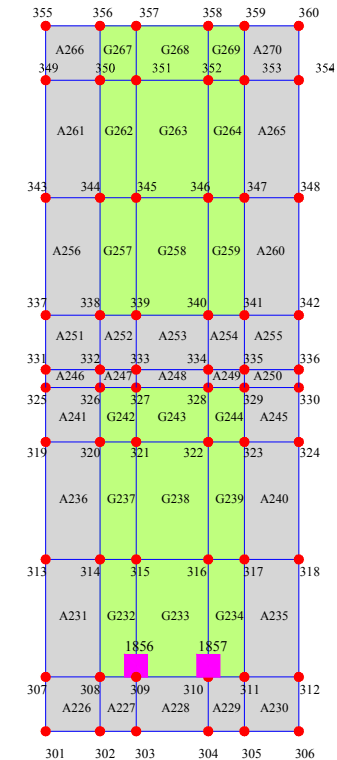
Camada 4



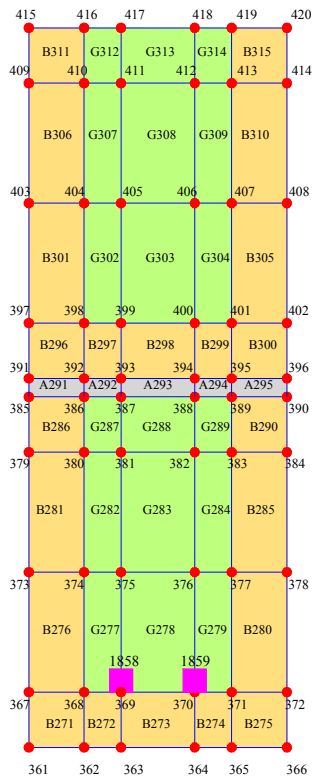
Camada 5



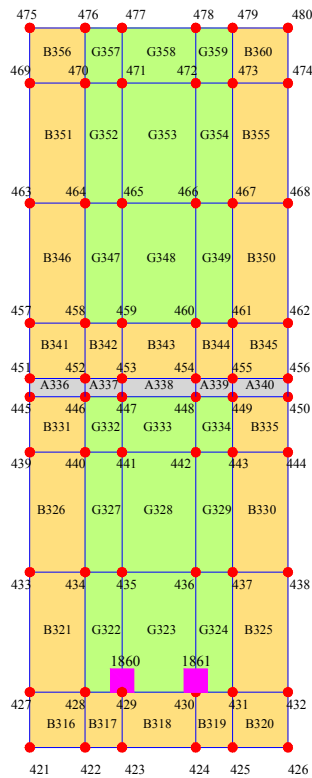
Camada 6



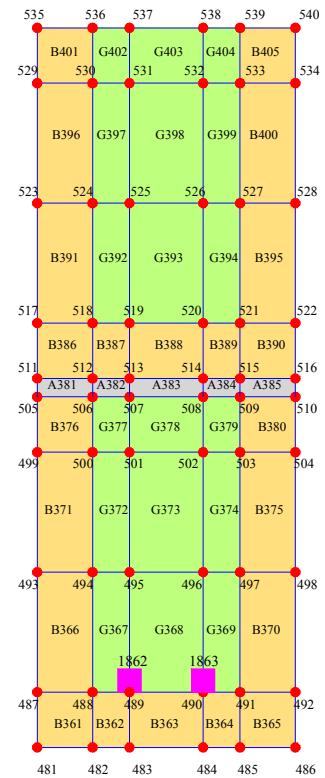
Camada 7



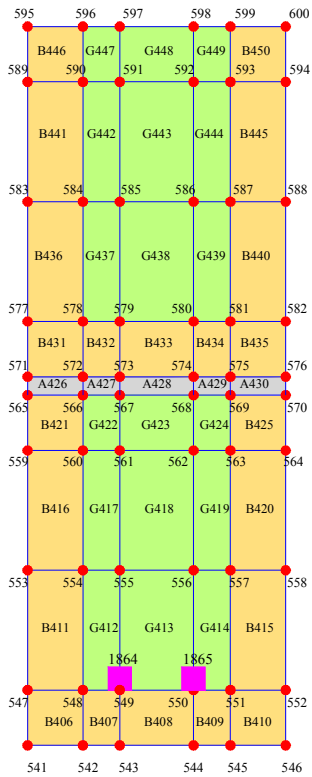
Camada 8



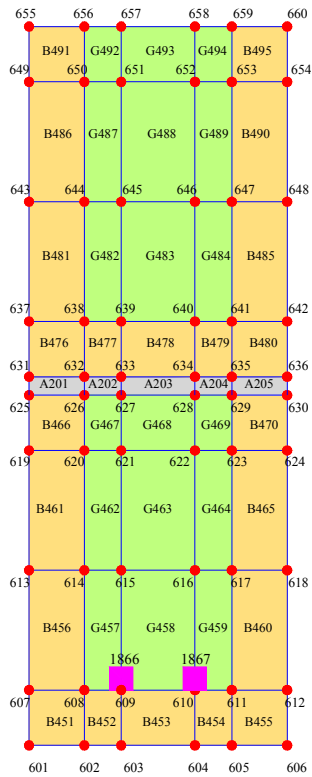
Camada 9



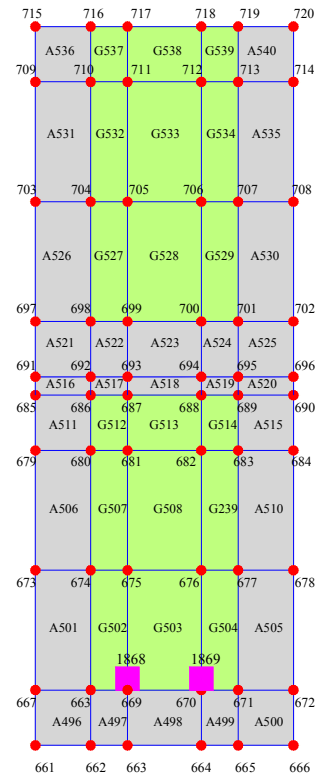
Camada 10



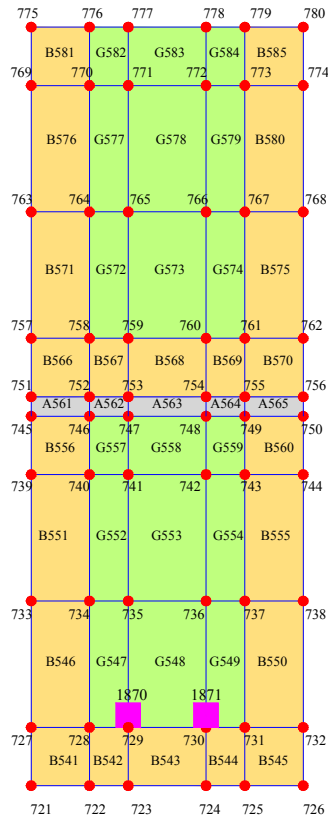
Camada 11



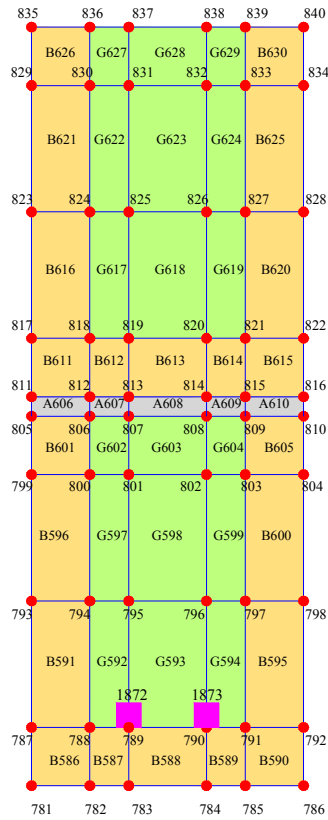
Camada 12



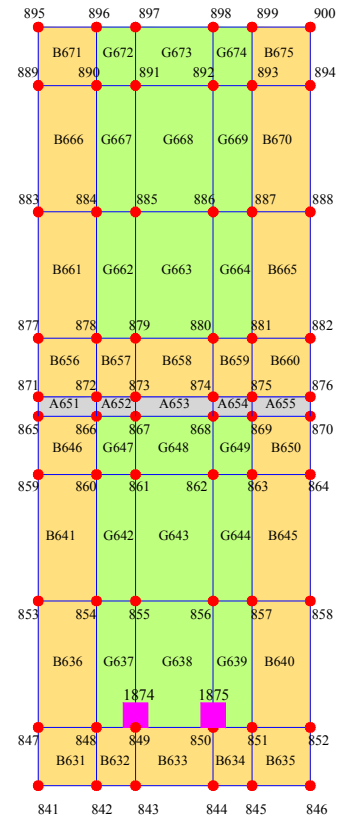
Camada 13



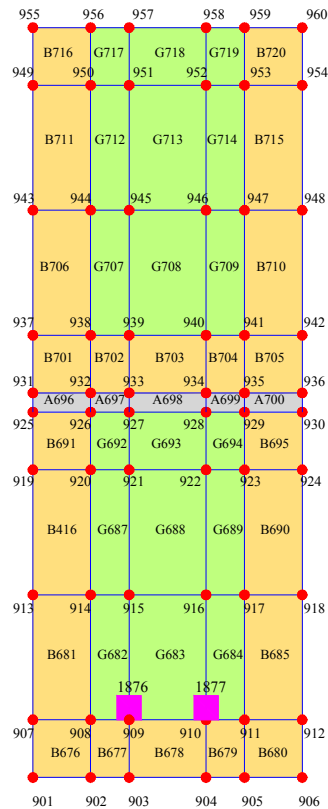
Camada 14



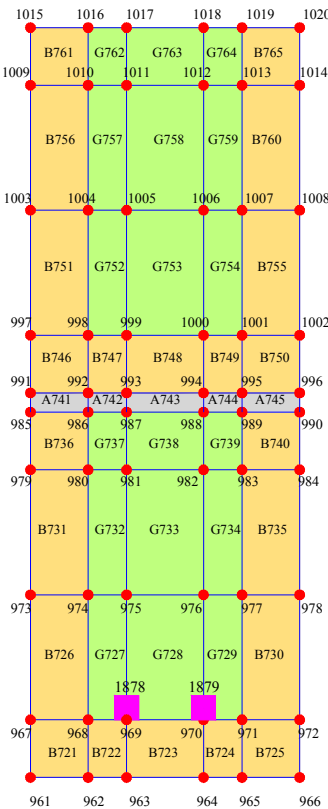
Camada 15



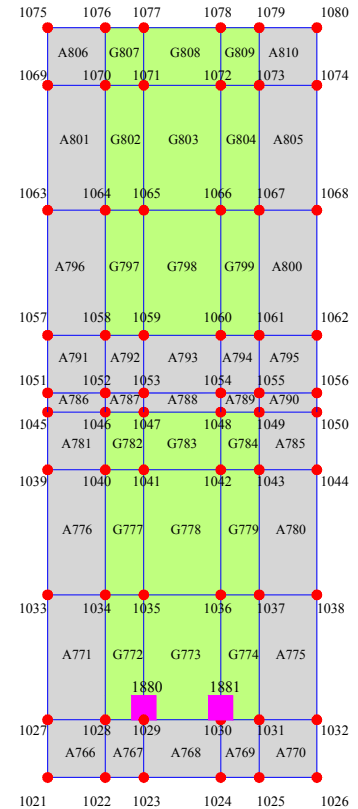
Camada 16



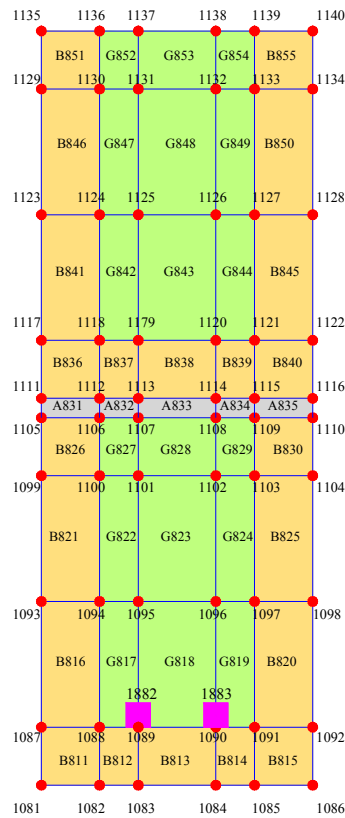
Camada 17



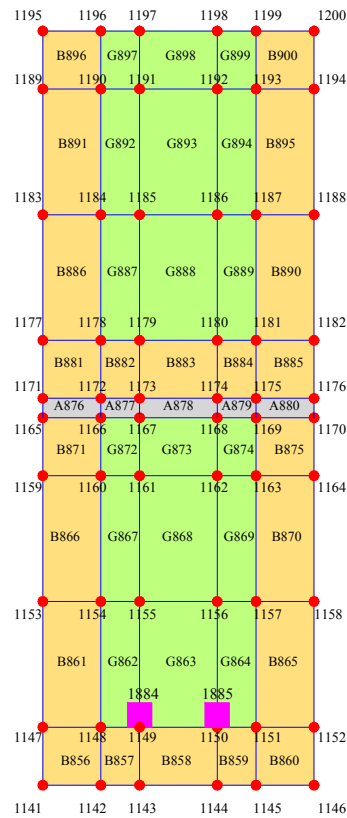
Camada 18



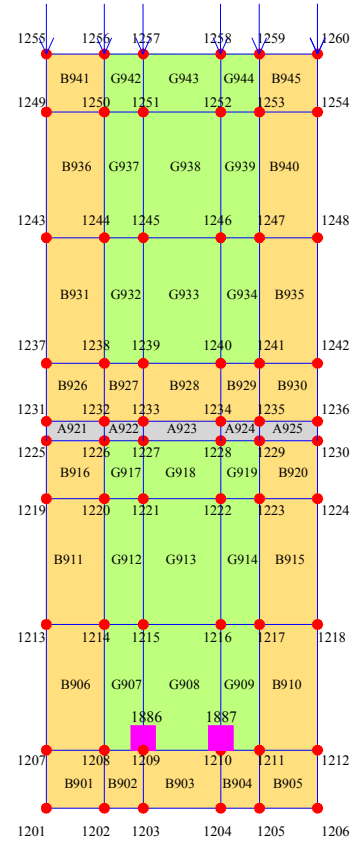
Camada 19



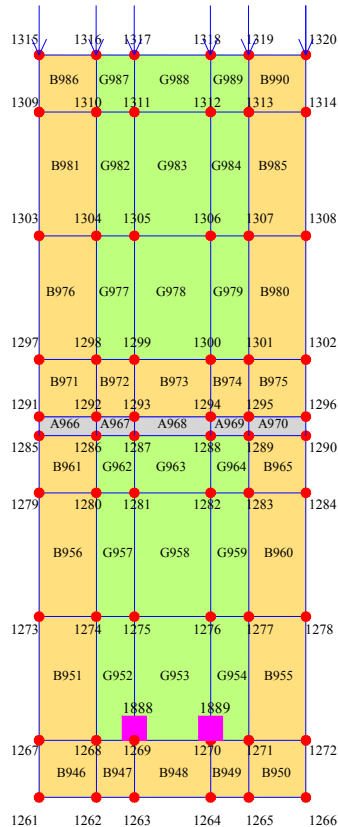
Camada 20



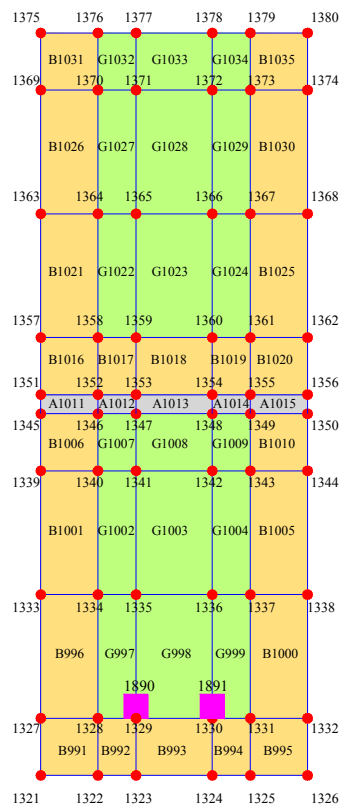
Camada 21



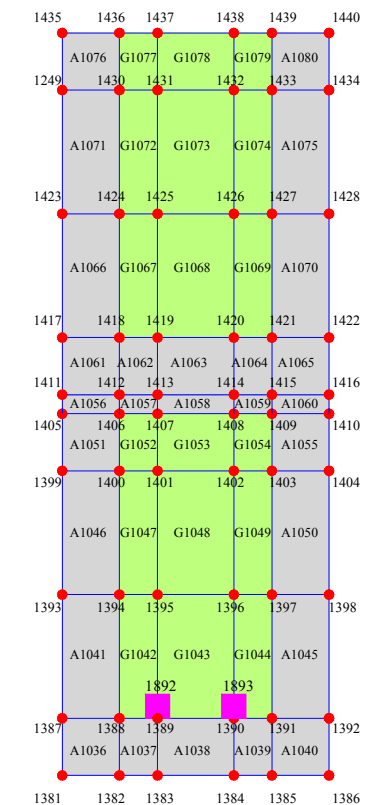
Camada 22



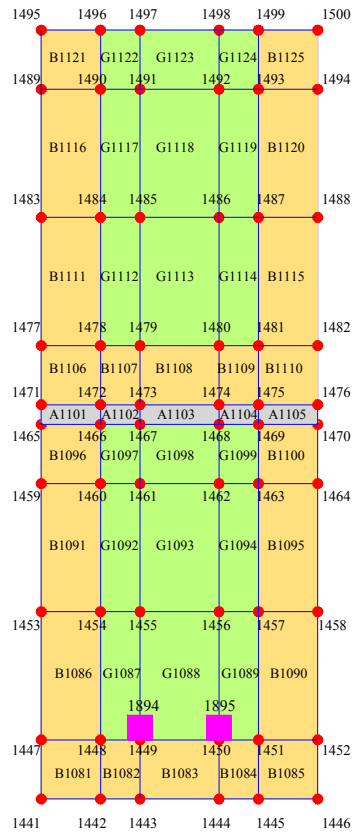
Camada 23



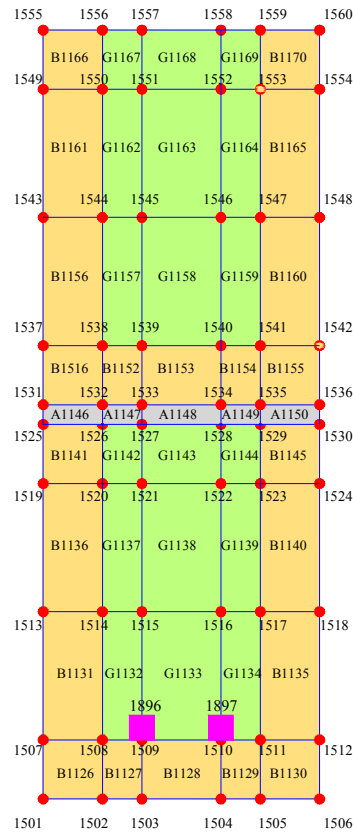
Camada 24



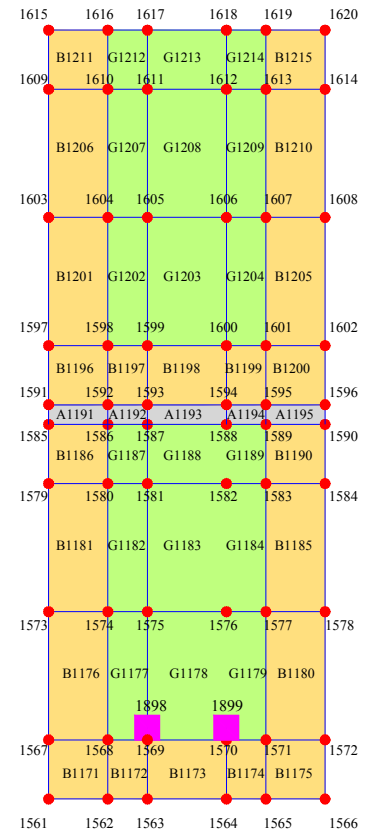
Camada 25



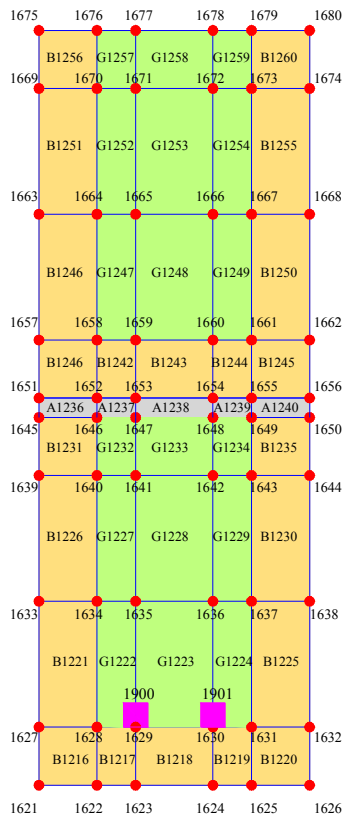
Camada 26



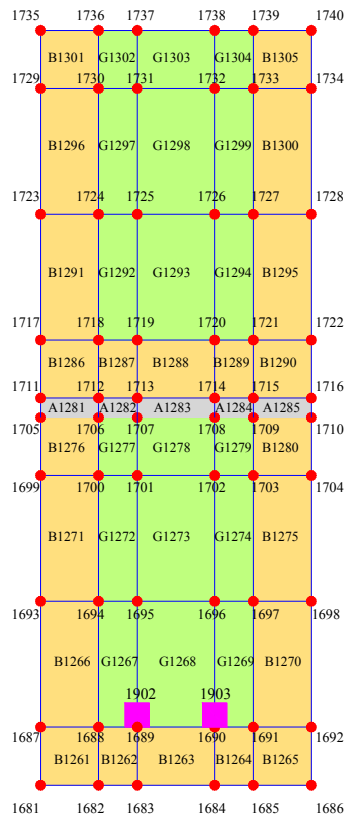
Camada 27



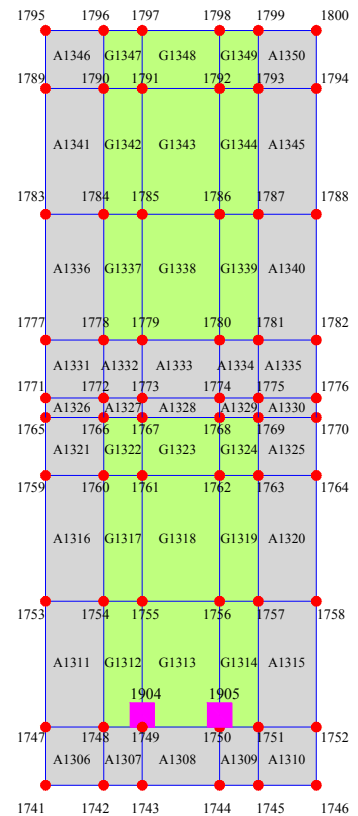
Camada 28



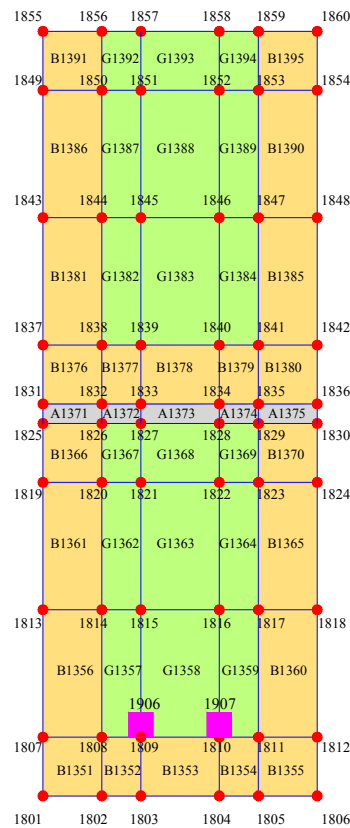
Camada 29



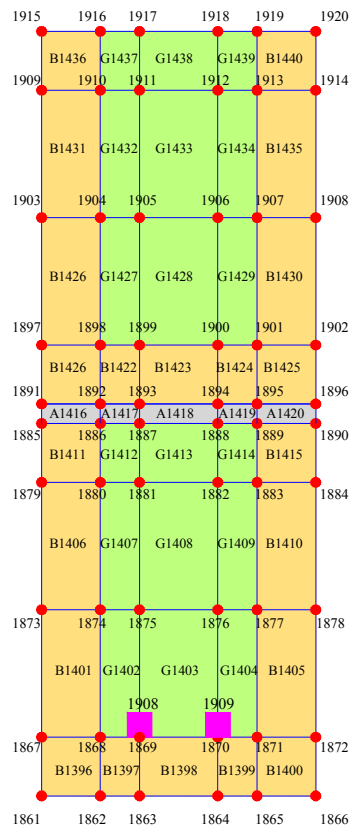
Camada 30



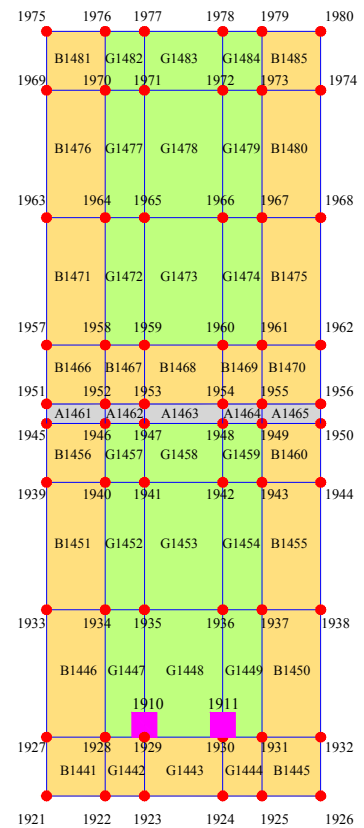
Canada 31



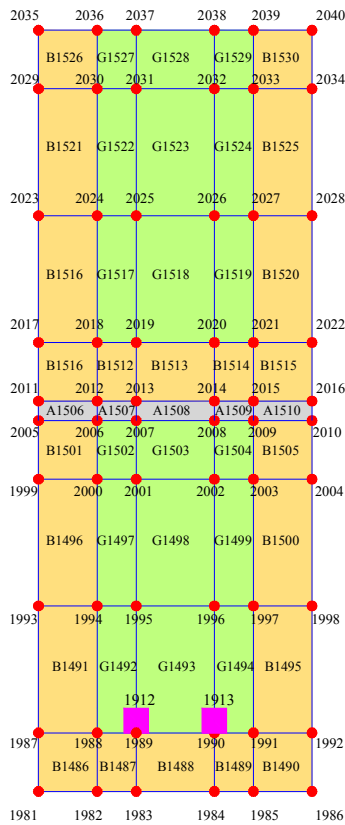
Canada 32



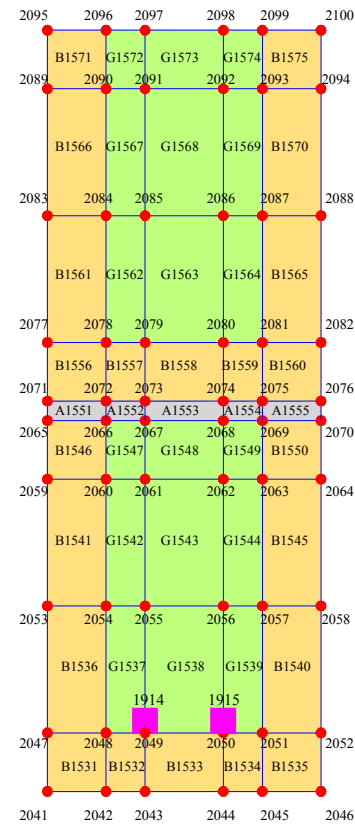
Canada 33



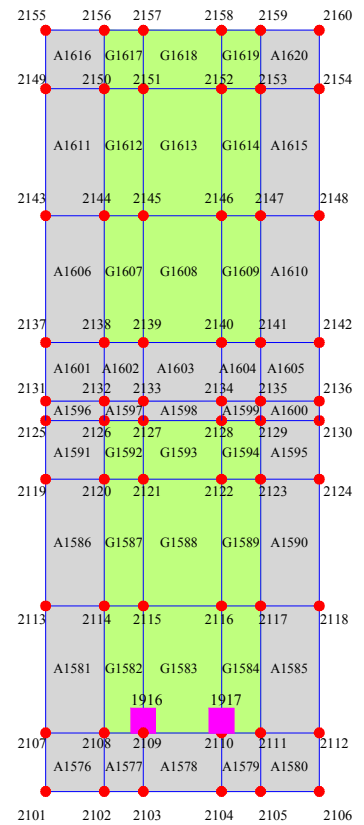
Canada 34



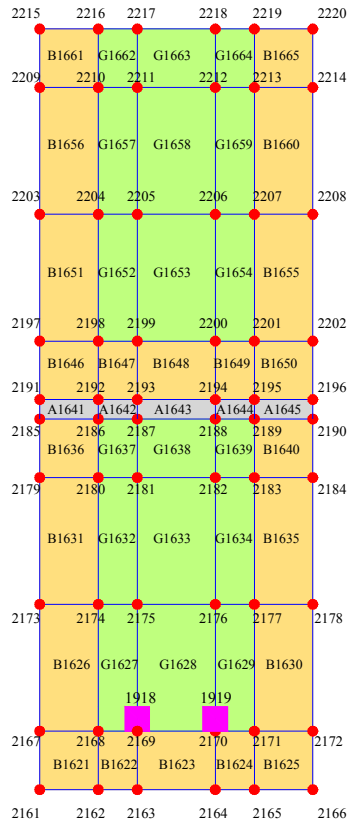
Canada 35



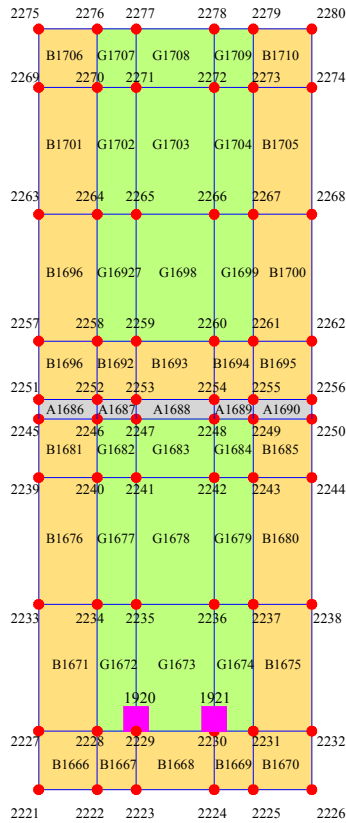
Canada 36



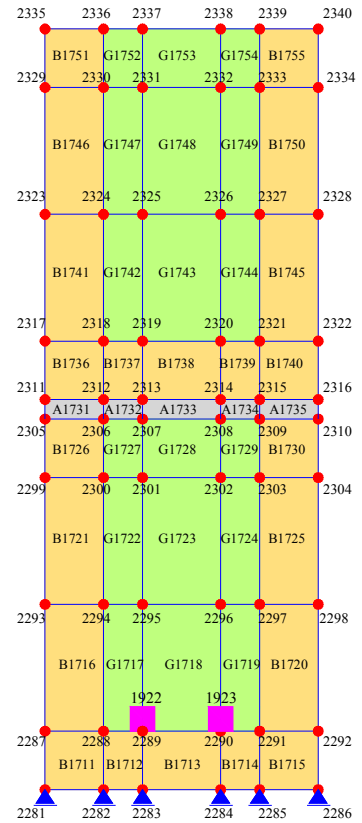
Camada 37



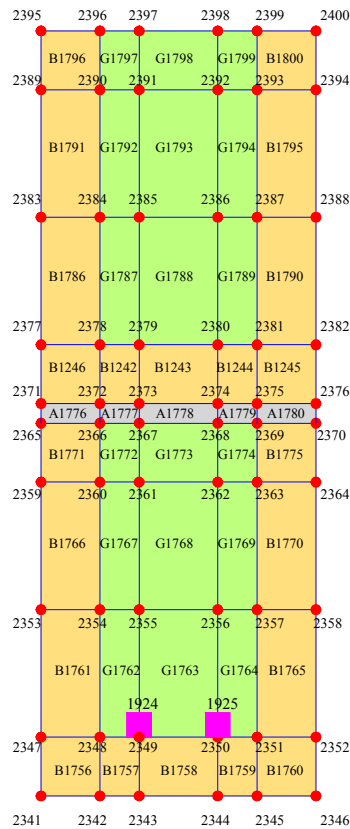
Camada 38



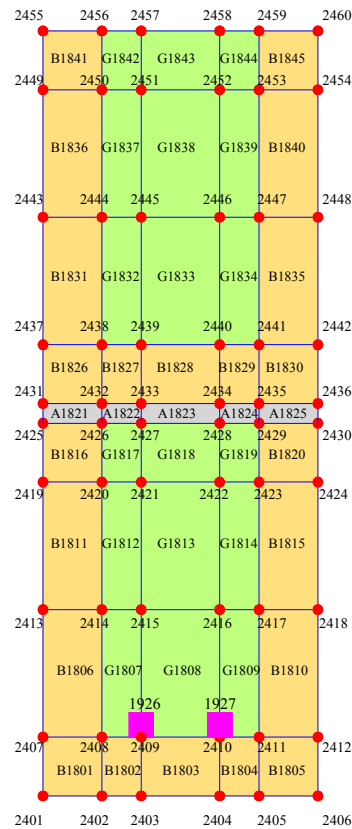
Camada 39



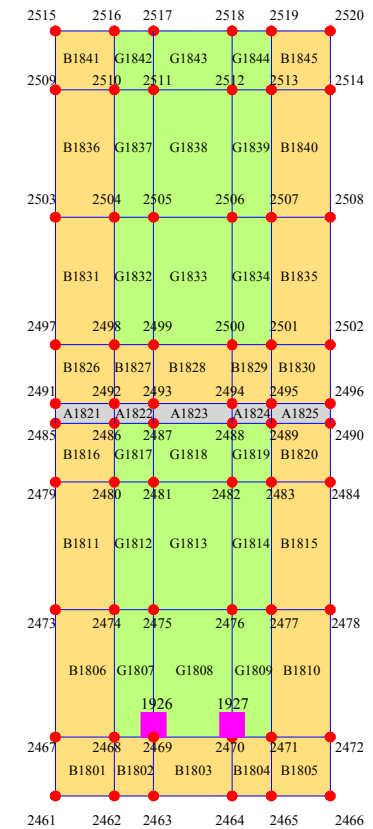
Camada 40



Camada 41



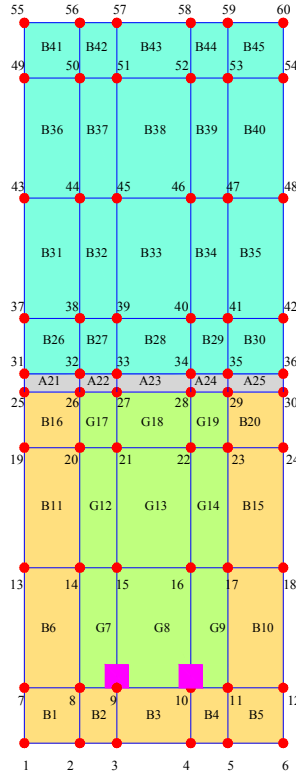
Camada 41 (ao fundo da camada)



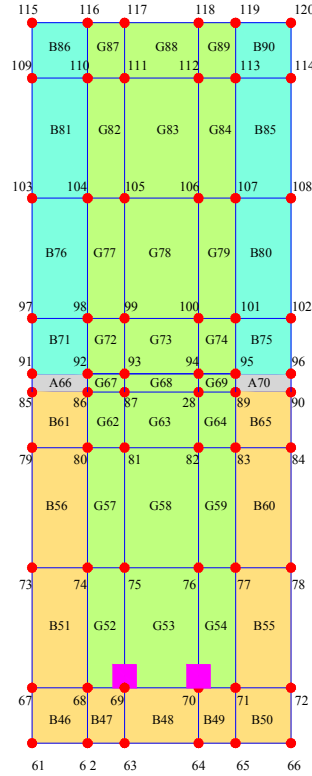
ANEXO B

Discretização da viga canaleta-vazado.

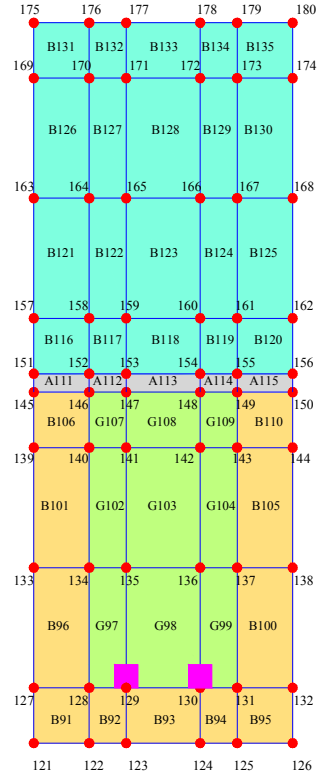
Camada 1



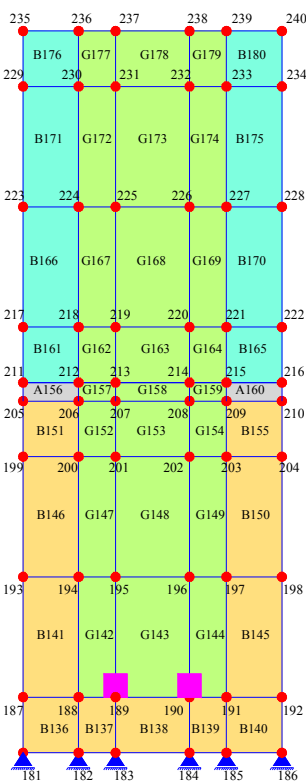
Camada 2



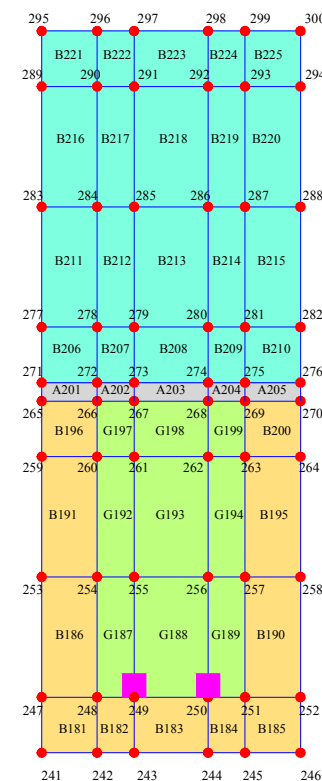
Camada 3



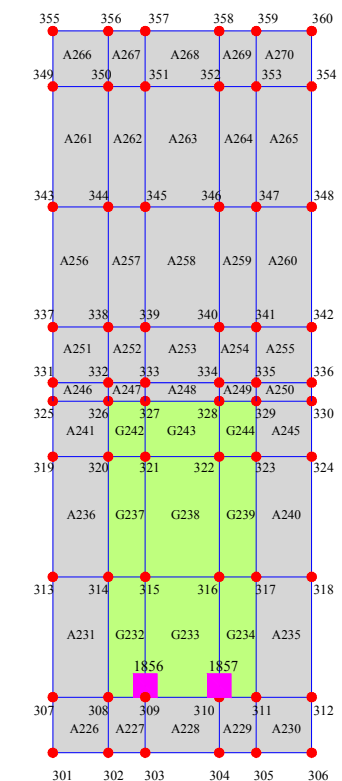
Camada 4



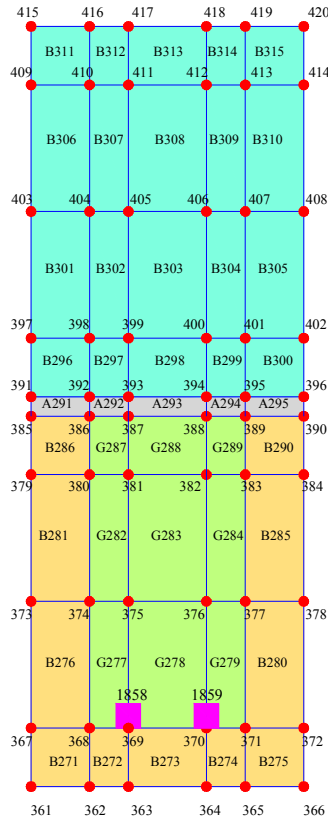
Camada 5



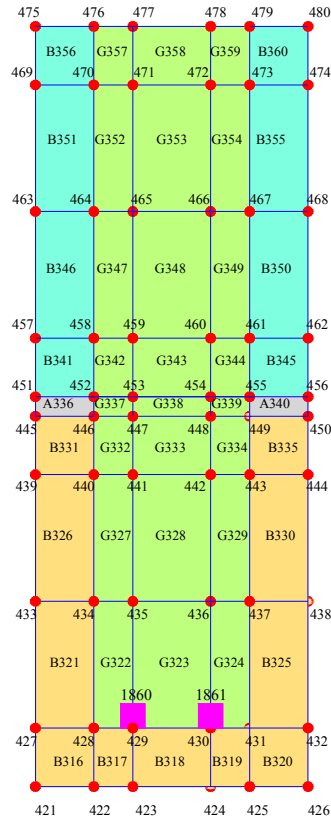
Camada 6



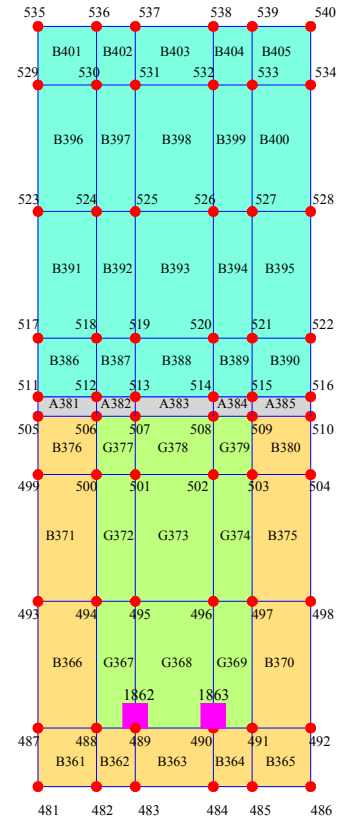
Camada 7



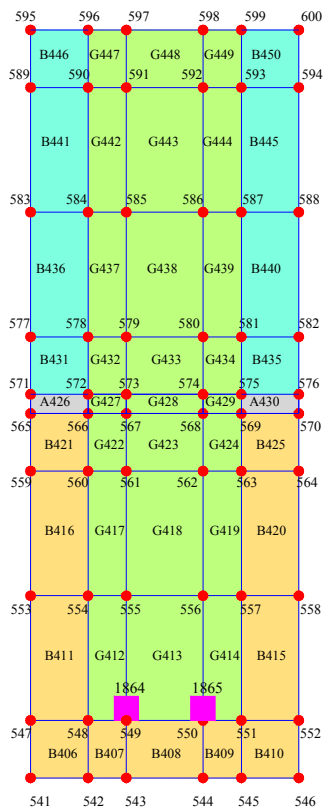
Camada 8



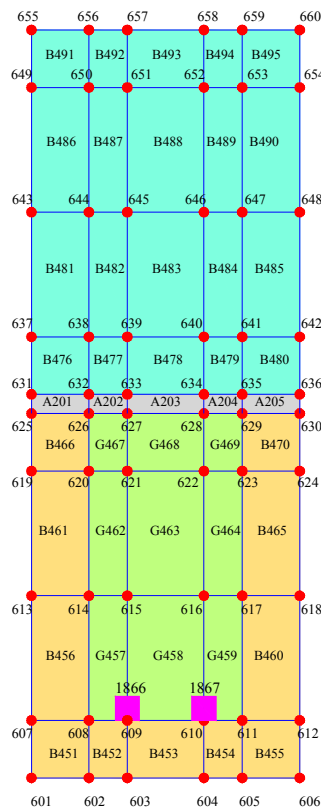
Camada 9



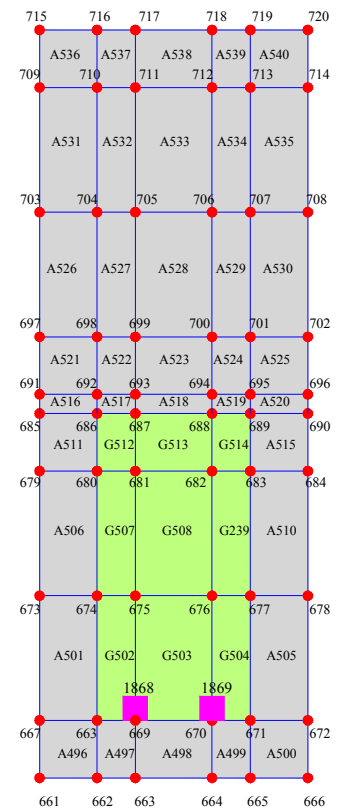
Camada 10



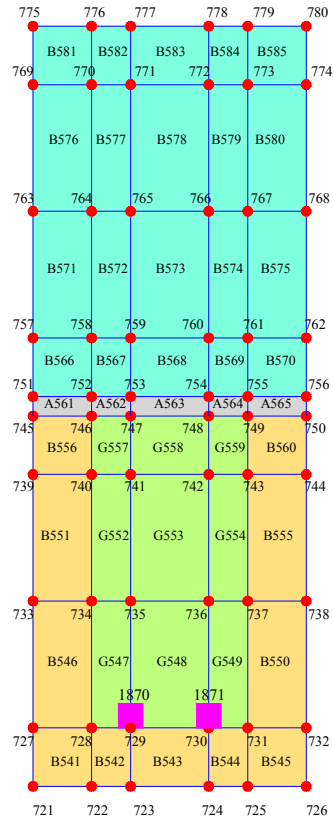
Camada 11



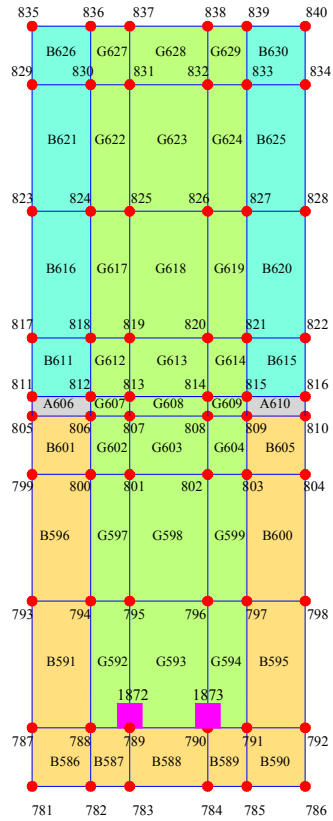
Camada 12



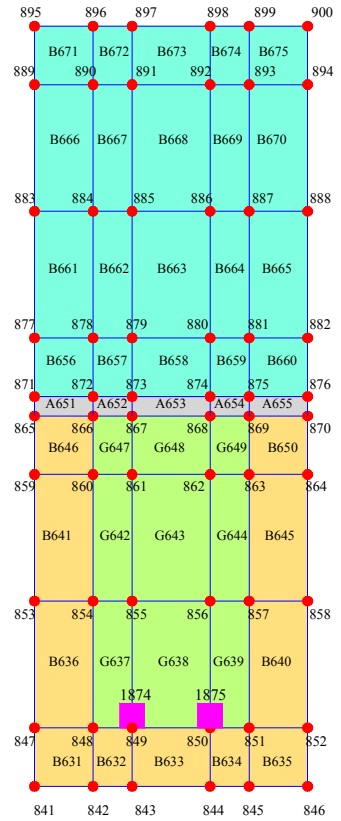
Camada 13



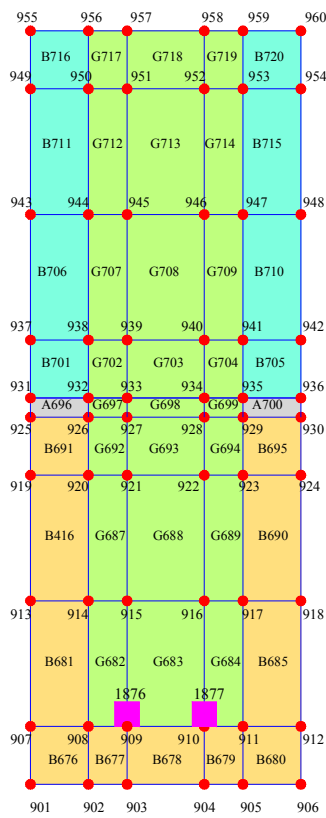
Camada 14



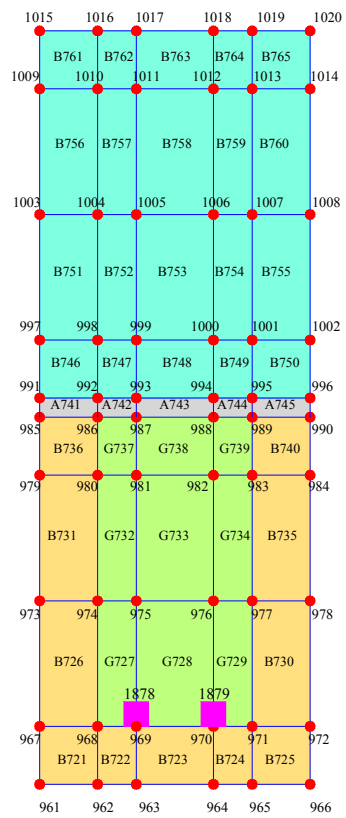
Camada 15



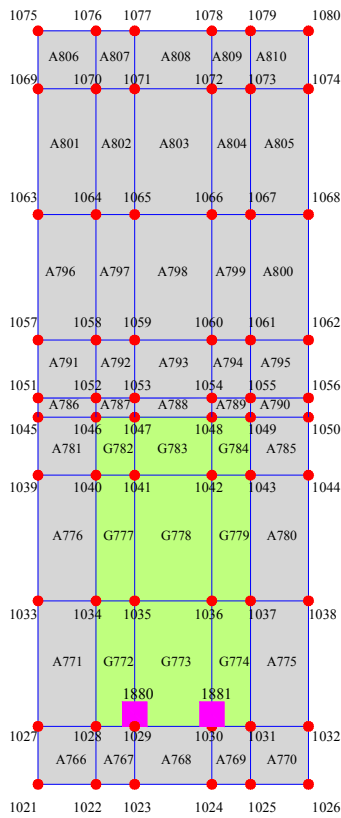
Camada 16



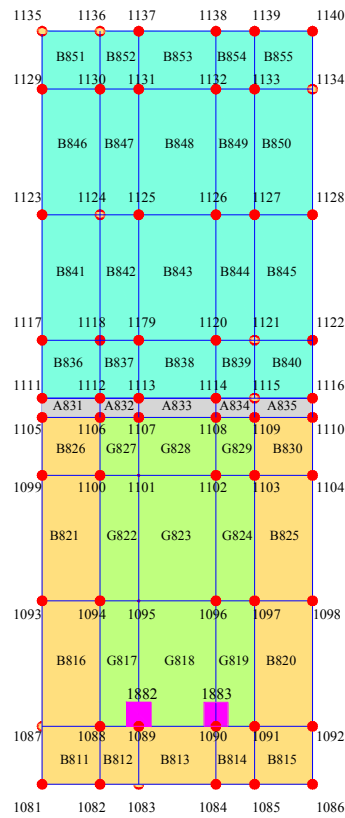
Camada 17



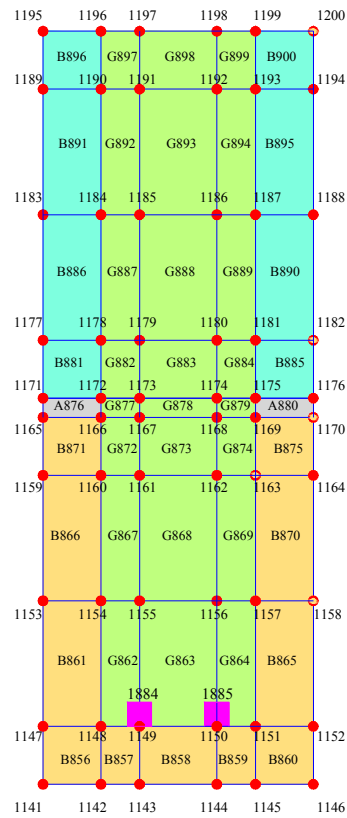
Camada 18



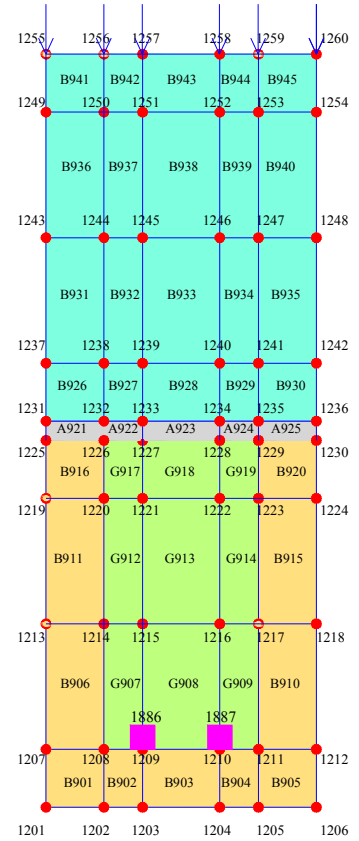
Camada 19



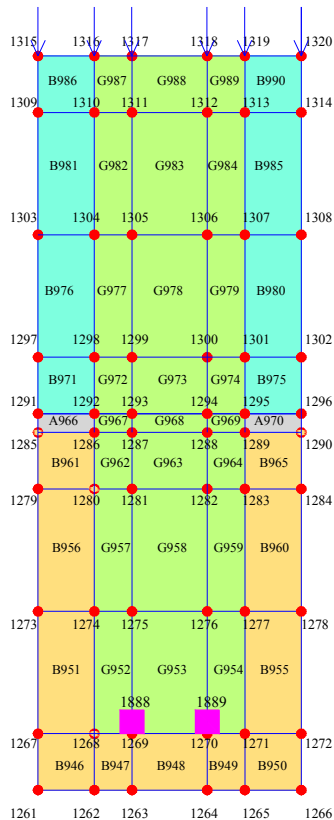
Camada 20



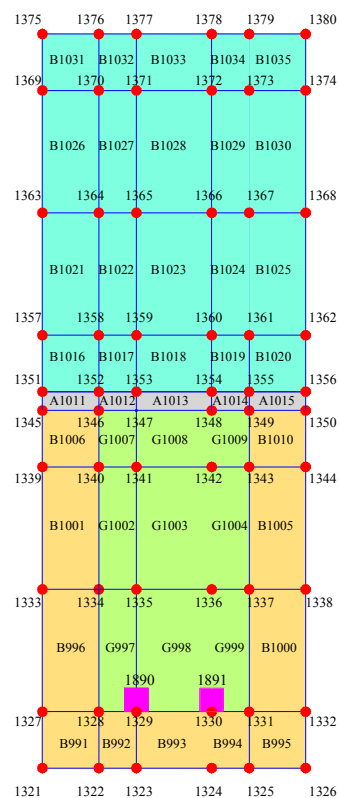
Camada 21



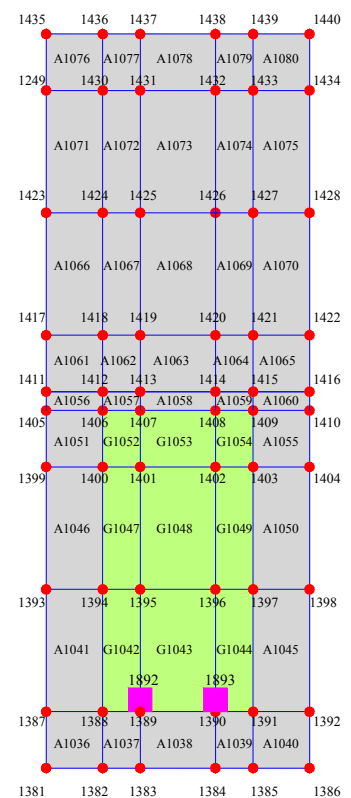
Camada 22



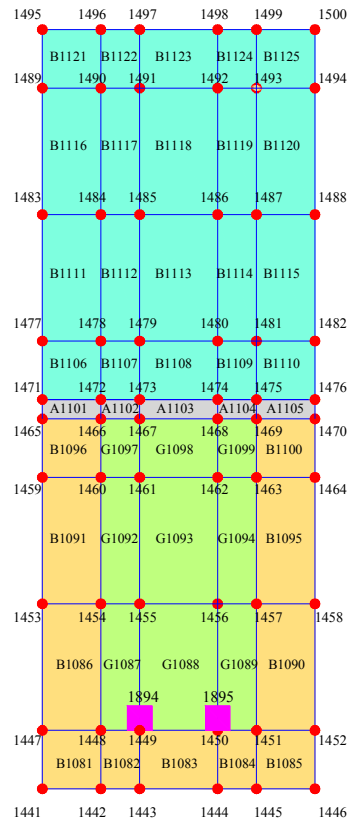
Camada 23



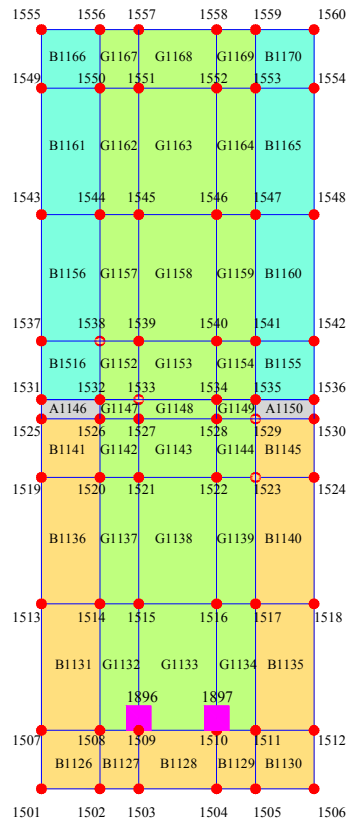
Camada 24



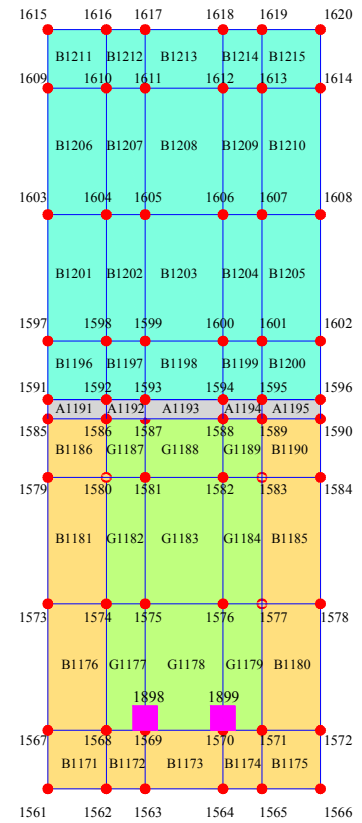
Camada 25



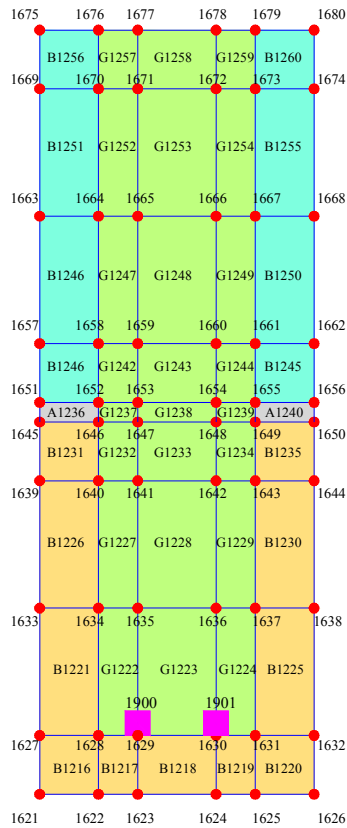
Camada 26



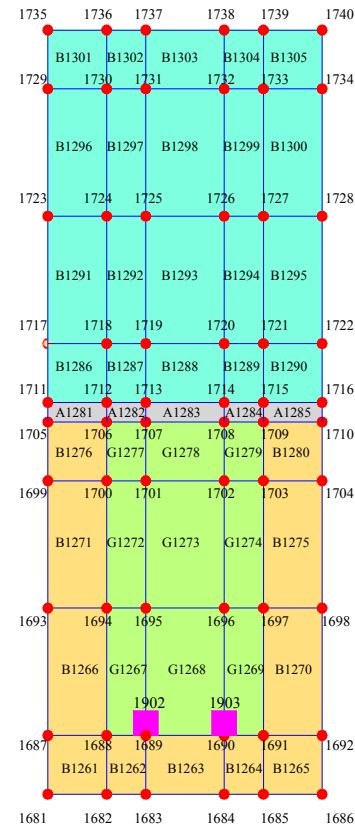
Camada 27



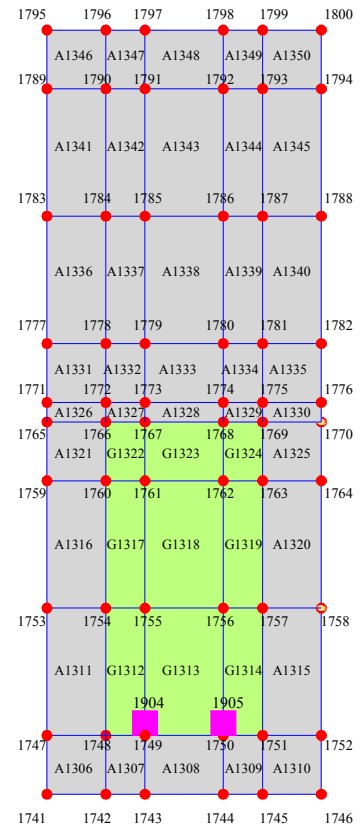
Camada 28



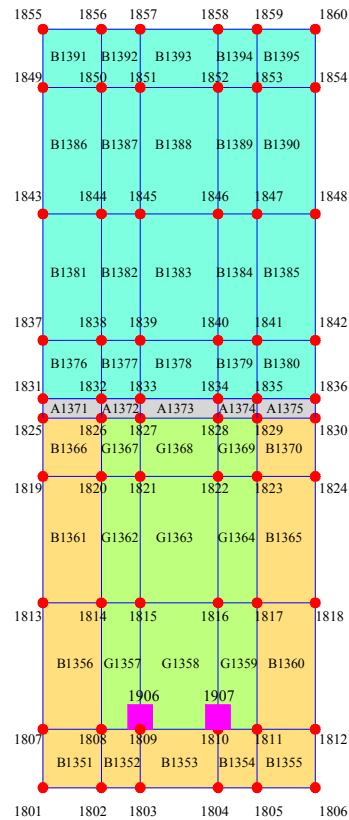
Camada 29



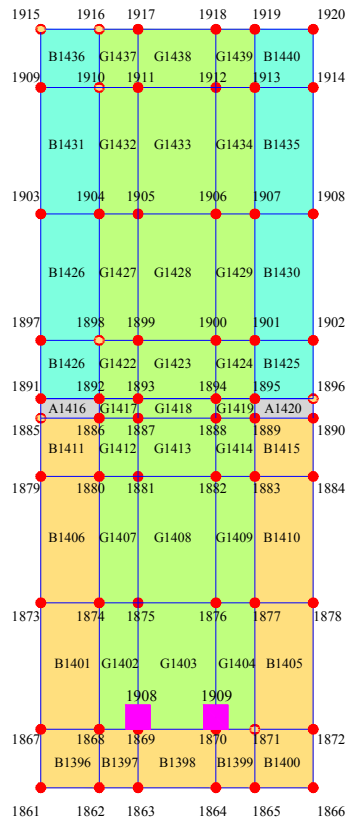
Camada 30



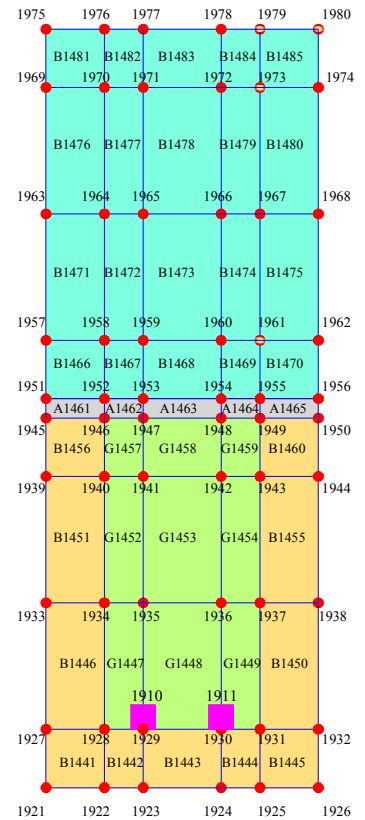
Camada 31



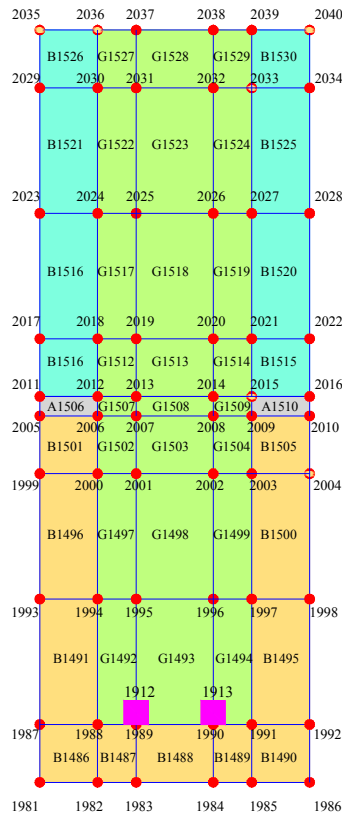
Camada 32



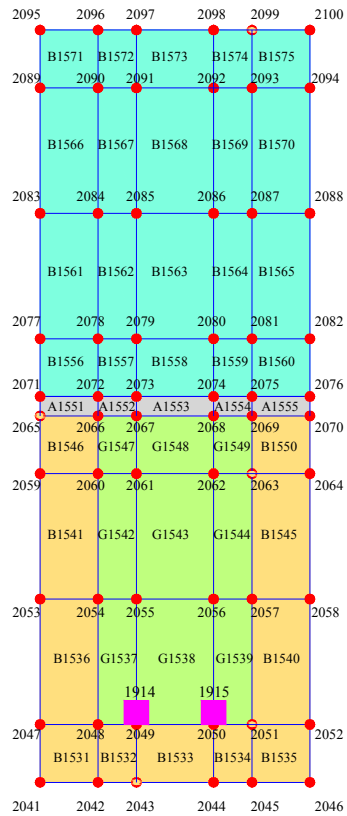
Camada 33



Camada 34



Camada 35



Camada 36

