

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

ELAINE DE ALMEIDA OLIVEIRA

**RELAÇÃO ESPAÇO-PLANO: UMA INTERVENÇÃO
PEDAGÓGICA PARA O DESENVOLVIMENTO DO
PENSAMENTO GEOMÉTRICO**

Presidente Prudente

2008

ELAINE DE ALMEIDA OLIVEIRA

**RELAÇÃO ESPAÇO-PLANO: UMA INTERVENÇÃO
PEDAGÓGICA PARA O DESENVOLVIMENTO DO
PENSAMENTO GEOMÉTRICO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação da Faculdade de Ciências e Tecnologia, UNESP/Campus de Presidente Prudente, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Maria Raquel Miotto Morelatti

Presidente Prudente

2008

BANCA EXAMINADORA

memoranda

Prof^ª. Dr^ª. Maria Raquel Miotto Morelatti
(Orientadora)

Leny Rodrigues Teixeira

Prof^ª. Dr^ª. Leny Rodrigues Teixeira
(FCT/UNESP)

Saddo Ag Almouloud

Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud
(PUC/SP)

Elaine de Almeida Oliveira

Elaine de Almeida Oliveira

Presidente Prudente (SP), 28 de março de 2008.

Resultado: Aprovado

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Benedito e Nair, amor, presença e estímulo incondicionais.

AGRADECIMENTOS

À orientadora, Maria Raquel Miotto Morelatti, pela amizade e pelo incentivo ao meu crescimento pessoal e intelectual;

Aos professores, Leny Rodrigues Martins Teixeira e Saddo Ag Almouloud, pelos comentários e sugestões;

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação da FCT/Unesp, pela partilha de ensinamentos e reflexões;

À irmã Eliane, pela presença e apoio caloroso;

Aos amigos, pelo incentivo permanente à caminhada;

Aos amigos de trabalho, pela credibilidade incentivadora;

Ao diretor, Devanir Lemes Nantes, ao coordenador, Carlos Aparecido Pereira, e, ao secretário, Saulo Ikuta, membros do quadro gestor da Escola Municipal de Ensino Fundamental Marechal do Ar Márcio de Souza e Mello, pela confiança em meu trabalho e pela ajuda na sua execução;

Aos alunos, alvos e atores da pesquisa, pela participação envolvente nas situações de aprendizagem;

À Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, pela bolsa de estudos.

RESUMO

Este trabalho, de natureza qualitativa, vinculado à linha de pesquisa “Práticas Educativas na Formação de Professores”, do Programa de Pós-graduação em Educação, da Faculdade de Ciências e Tecnologia – FCT/Unesp, Campus de Presidente Prudente, tem por objetivo investigar as vantagens e limites de uma proposta didática baseada em uma seqüência múltipla de situações de aprendizagem e como ela pode favorecer a aprendizagem significativa de conceitos geométricos envolvidos na relação espaço-plano. Para tanto, elaboramos, aplicamos e analisamos uma seqüência didática de situações de aprendizagem, que utilizou metodologia e recursos diferenciados, junto a trinta e dois alunos de uma 5ª série do ensino fundamental da escola pública “EMEF Marechal do Ar Márcio de Souza e Mello”, da cidade de Álvares Machado – SP. Os pressupostos teóricos de Ausubel, Parsysz, Van Hiele e Duval alicerçam a fundamentação e a análise do trabalho. Antes de iniciarmos a intervenção pedagógica, aplicamos uma avaliação diagnóstica para identificarmos os conhecimentos prévios e as dificuldades dos alunos. A partir desse diagnóstico, planejamos e desenvolvemos nove situações de aprendizagem, vivenciadas ao longo de seis meses do ano de 2007, as quais empregaram recursos didáticos diversificados, dentre eles, o computador. Ao final, aplicamos novamente a avaliação, com o intuito de identificarmos os avanços em relação à compreensão de conceitos. Para melhor analisarmos o material coletado, dividimos os alunos em três grupos. A análise dos dados revelou que um grupo não apresentou avanços expressivos em relação ao domínio dos conceitos envolvidos por não conseguir se desvincular das situações concretas para abstrair delas regularidades quanto aos elementos e conceitos em jogo. Os outros dois grupos demonstraram avanços significativos, porque conseguiram não só articular pensamento e ação, bem como interagir com as propriedades definidoras das figuras geométricas e dos objetos tridimensionais. A análise dos resultados evidenciou que as seguintes características da seqüência didática proposta foram decisivas para favorecer a aprendizagem significativa de conceitos referentes à relação espaço-plano: partir do conhecimento prévio dos alunos; desenvolver os conceitos por meio de uma rede de informações, relacionando-os; favorecer o estabelecimento de relações e regularidades entre objetos concretos e suas representações; ut metodologia e recursos pedagógicos diferenciados na execução das situações de aprendizagem, privilegiar ações do aluno, através das quais ele pode manipular, experimentar, conjecturar, representar, comunicar e validar suas idéias para formalizar os conceitos envolvidos ao final de cada situação de aprendizagem.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino e aprendizagem de Geometria; Situações de aprendizagem; Seqüência didática; Situação didática.

ABSTRACT

This is a qualitative study linked to the research line “Educative Practice on Teachers’ Formation”, from the Post Graduation Program in Education, of Science and Technology College (Faculdade de Ciências e Tecnologia – FCT/Unesp), Campus of Presidente Prudente. The present study has the objective of investigating the advantages and the limits of a didactic proposal based on a multiple sequence of learning situations and how it can support the significative learning of geometric concepts involved in the plane-space relationship. To do so, we elaborated, applied and analyzed a didactic sequence of learning situations that used different resources and methodology, with thirty two students from the 5th grade from a public school “EMEF Marechal do Ar Márcio de Souza e Mello”, from Álvares Machado – SP. We used the theoretical presupposes from Ausubel, Parsysz, Van Hiele and Duval that contributed to the base and the analysis of this study. Before we initiate the pedagogic intervention, we applied a diagnostic evaluation to identify the students’ previous knowledge as well as their possible difficulties. From this diagnostic we planed and developed nine learning situations, experimented during six months in 2007 and for what we used different didactic resources, as the computer, for example. Finally we applied the evaluation again to verify the students’ improvement about the concepts comprehension. To best analyze the collected data, we divided the students in three groups. The data analysis reveled that one of these groups did not present any significant improvements in terms of dominion of the concepts as they were not able to unlink themselves from concrete situations and to abstract from those situations regularities of the elements and concepts used. The other two groups presented significative advances and could articulate thought and action, and to be involved with the geometric figures properties and the three-dimensional objects. The results analysis pointed out that there were some characteristics from the didactic sequence that were decisive to the significative learning of concepts referred to plane-space relationship. They were the following: starting with the students’ previous knowledge; developing the concepts through an information w relating them; providing relationship and regularities between the concrete objects and th representation; using different methodology and resources to run the learning situations; privileging the students’ action, when they can manipulate, experiment, presume, represent, communicate, and valid their ideas; and formalizing the involved concepts by the end of the learning situation.

KEY-WORDS: Geometry teaching and learning; Learning situations; Didactic sequence; Didactic situation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01:	Cubo - Exemplo de poliedro convexo.....	036
Figura 02:	Paralelepípedo - Exemplo de prisma.....	036
Figura 03:	Exemplo de pirâmide.....	037
Figura 04:	Poliedros de Platão.....	037
Figura 05:	Exemplo de cilindro.....	038
Figura 06:	Exemplo de cone.....	038
Figura 07:	Exemplo de esfera.....	038
Figura 08:	Exemplo de polígono.....	039
Figura 09:	Exemplo de região poligonal.....	039
Figura 10:	Exemplo de polígono convexo.....	039
Figura 11:	Exemplo de paralelogramo.....	040
Figura 12:	Exemplo de retângulo.....	040
Figura 13:	Exemplo de losango.....	040
Figura 14:	Exemplo de quadrado.....	041
Figura 15:	Exemplo de trapézio.....	041
Figura 16:	Exemplo de círculo.....	041
Figura 17:	Tela do software Paint.....	049
Figura 18:	Tela do software Poly.....	050
Figura 19:	Tela do software Slogow.....	051
Figura 20:	Figura realizada por um aluno, utilizando a linguagem de programação Logo.....	125
Figura 21:	Figura realizada por um aluno, utilizando a linguagem de programação Logo.....	125
Figura 22:	Figura realizada por um aluno, utilizando a linguagem de programação Logo.....	126
Figura 23:	Figura realizada por um aluno, utilizando a linguagem de programação Logo.....	126
Figura 24:	Figura realizada por um aluno, utilizando a linguagem de programação Logo.....	126
Figura 25:	Figura realizada por um aluno, utilizando a linguagem de programação Logo.....	126

LISTA DE QUADROS

Quadro 1:	Composição de grupos formados para a análise dos dados apresentados pelos alunos participantes.....	063
Quadro 2:	Objetivos das questões do pré-teste.....	070
Quadro 3:	Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo A no pré-teste.....	082
Quadro 4:	Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo B no pré-teste.....	083
Quadro 5:	Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo C no pré-teste.....	083
Quadro 6:	Respostas corretas apresentadas pelos alunos pelos alunos no pré-teste.	084
Quadro 7:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo A na atividade 1.....	089
Quadro 8:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo B na atividade 1.....	090
Quadro 9:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo C na atividade 1.....	090
Quadro 10:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo A na atividade 2.....	093
Quadro 11:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo B na atividade 2.....	094
Quadro 12:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo C na atividade 2.....	094
Quadro 13:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo A na atividade 3.....	098
Quadro 14:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo B na atividade 3.....	098
Quadro 15:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo C na atividade 3.....	099
Quadro 16:	Respostas corretas apresentadas pelos alunos na tabela da atividade 4...	103
Quadro 17:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo A na atividade 5.....	106
Quadro 18:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo B na atividade 5.....	106
Quadro 19:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo C na atividade 5.....	107
Quadro 20:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo A na atividade 6.....	111
Quadro 21:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo B na atividade 6.....	111

Quadro 22:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo C na atividade 6.....	112
Quadro 23:	Respostas corretas apresentadas pelos alunos na tabela da atividade 6...	112
Quadro 24:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo A na atividade 7.....	115
Quadro 25:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo B na atividade 7.....	115
Quadro 26:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo C na atividade 7.....	116
Quadro 27:	Respostas corretas apresentadas pelos alunos na tabela da atividade 7...	117
Quadro 28:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo A na atividade 8.....	121
Quadro 29:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo B na atividade 8.....	121
Quadro 30:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo C na atividade 8.....	122
Quadro 31:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo A na atividade 9.....	127
Quadro 32:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo B na atividade 9.....	127
Quadro 33:	Respostas apresentadas pelos alunos do grupo C atividade 9.....	128
Quadro 34:	Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo A no pós- teste.....	130
Quadro 35:	Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo B no pós- teste.....	131
Quadro 36:	Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo C no pós- teste.....	131
Quadro 37:	Respostas corretas apresentadas pelos alunos participantes no pós- teste.....	132
Quadro 38:	Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo A no pré-teste e no pós-teste.....	133
Quadro 39:	Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo B no pré-teste e no pós-teste.....	134
Quadro 40:	Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo C no pré-teste e no pós-teste.....	135
Quadro 41:	Respostas corretas apresentadas pelos alunos no pré-teste e pós- teste.....	135

APÊNDICE

Apêndice A: Modelo da avaliação diagnóstica composta de um pré-teste e de três atividades diagnóstica.....	149
Apêndice B: Modelo das atividades e questões complementares que compõem as situações de aprendizagem.....	159

ANEXO

Anexo A: Moldes de planificação.....	168
Anexo B: Figuras realizadas por meio da linguagem de programação Logo	180

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	015
Apresentação do trabalho.....	021
CAPÍTULO 1: Ensino e Aprendizagem de Geometria	022
O processo ensino e aprendizagem de Geometria.....	023
O desenvolvimento do pensamento geométrico.....	027
Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática.....	031
A relação espaço-plano.....	033
Conceitos geométricos.....	034
Dificuldades de aprendizagem de Geometria.....	042
Recursos metodológicos utilizados.....	045
O computador no processo de ensino e aprendizagem.....	046
Softwares educacionais escolhidos.....	048
CAPÍTULO 2: Objetivos e Metodologia da Pesquisa	054
Problema da pesquisa.....	055
Objetivos da Pesquisa.....	056
Metodologia da pesquisa.....	057
Escolha das situações de aprendizagem.....	057
Escolha dos recursos metodológicos.....	059
A coleta de dados.....	060
A escola.....	061
Os alunos participantes.....	062
As aulas de Matemática.....	063
CAPÍTULO 3: A proposta didática: descrição e análise da seqüência múltipla de situações de aprendizagem	066
Avaliação diagnóstica.....	067
Situações de aprendizagem vivenciadas.....	085

Pós-teste.....	130
CAPÍTULO 4: Considerações finais.....	137
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	143
APÊNDICE.....	148
ANEXO.....	167

INTRODUÇÃO

Nos dias atuais, a economia, a cultura, as ações e as informações de diferentes nações integram-se e entrelaçam-se. As sociedades estão em constante mudança e necessitam, cada vez mais, interagir com as demais para se desenvolverem. Nesse contexto, instala-se um modelo de sociedade da informação, uma vez que temos disponível qualquer tipo dela nos mais diversos meios de comunicação - rádio, televisão, internet, jornais, revistas, entre outros - e em todos os momentos.

Vivemos em

[...] uma sociedade caracterizada pela socialização da informação em vários processos econômicos e sociais, pelo avultamento de uma economia da informação, que vai operando mudanças diversas ou manifestando a necessidade de mudança de valores, de paradigmas, de concepções da realidade e das metodologias de equacionamento e de busca de soluções dos problemas humanos (ANDRADE; MORAES, 1993, p.21).

Embora o acesso à informação seja amplo e livre, a quantidade gigantesca disponível não significa conhecimento internalizado pelos atores, porque

o conhecimento é o que cada indivíduo constrói como produto do processamento, da interpretação, da compreensão da informação. É o significado que atribuímos e representamos em nossas mentes sobre a nossa realidade. É algo construído por cada um, muito próprio e impossível de ser passado - o que é passado é a informação que advém desse conhecimento, porém nunca o conhecimento em si (VALENTE, 2001, p.1).

De um modo geral, os falantes utilizam informação e conhecimento como sinônimos. Em vários momentos, acreditamos equivocadamente que passar informação significa transmitir conhecimento.

Na escola, com frequência, essa distorção ocorre. Não raro nos deparamos com situações pedagógicas, em que o professor repassa uma série de informações ao aluno e espera que ele se aproprie sozinho delas, não lhe proporcionando assim, condições suficientes para reelaborá-las e transformá-las em conhecimento. Não há relações substantivas entre o conhecimento pré-existente e as novas informações para que o aluno estabeleça relações que possam transformá-las em novos conhecimentos.

Tal disjunção acarreta prejuízos à aprendizagem dos alunos, uma vez que eles não conseguem incorporar, significativamente, as informações obtidas e transpô-las às novas

situações. As novas informações são ancoradas, arbitrariamente, na estrutura cognitiva do aluno, dando pouco significado às informações adquiridas (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

As avaliações externas, realizadas por entidades e órgãos governamentais, indicam que os alunos apresentam lacunas em seu aprendizado. Dentre essas avaliações, destacamos o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), cujo objetivo é avaliar as escolas de maneira global, fornecendo informações a respeito das condições de ensino no Brasil.

Essa avaliação pode ser considerada como um novo parâmetro nacional, criado em 2005, o qual norteia uma das ações políticas do Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE), do Ministério da Educação (MEC). Ela representa uma tentativa para promover melhoria na educação brasileira. Para tanto, o Ministério da Educação pretende atuar em diferentes segmentos educacionais - educação infantil, ensino fundamental e médio, educação profissional, ensino superior, educação de jovens e adultos - e melhorar as condições de ensino para incrementar a realidade da sala de aula (BRASIL, 2007b).

Esse indicador nacional sintetiza, por meio de cálculos matemáticos, resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica¹ (SAEB), utilizando a Prova Brasil como processo de avaliação externa e, informações do rendimento escolar - taxa de aprovação, de retenção e de abandono. Os dados considerados no IDEB são referentes à Prova Brasil e ao censo escolar do ano de 2005.

Na Prova Brasil, foram abordados conteúdos das disciplinas Português e Matemática. No caso específico da Matemática, os conceitos considerados para a avaliação estão relacionados à Geometria, à Álgebra, a Grandezas e Medidas e ao Tratamento da Informação. Os problemas foram apresentados com o intuito de os alunos demonstrarem as habilidades e competências necessárias para resolvê-las (BRASIL, 2007c).

Analisando os resultados obtidos no IDEB, que são expressos numa escala de 0 a 10, ressalta-se que o índice nacional ficou muito abaixo ao de outros países que integram a

¹ O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), do Ministério da Educação (MEC) é constituído, desde março de 2005, por dois tipos diferentes de avaliação. Uma delas é a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC) conhecida, por seu caráter nacional, como Prova Brasil. Essa avaliação é destinada a escolas públicas urbanas com mais de 20 alunos matriculados na 4ª e 8ª séries do ensino fundamental. Todos os alunos de 4ª e 8ª séries foram avaliados no componente curricular de Matemática e Língua Portuguesa. Essas avaliações ocorrem a cada dois anos, a partir de 2005. O outro processo avaliativo é a Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEBC), conhecida em publicações como SAEB. Essa avaliação é aplicada, desde 1990, a alunos de 4ª e 8ª séries do ensino fundamental e 3ª série do ensino médio e é realizada apenas por amostragem das redes de ensino públicas e privadas localizadas nas áreas rurais e urbanas. (BRASIL, 2007c).

Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Nações como Estados Unidos, Austrália, Inglaterra, Suíça, Alemanha, França, Japão, Coreia do Sul obtiveram índice médio de 6,0, enquanto o Brasil conseguiu apenas 3,8. Para realizar tal comparação, foi utilizada a metodologia do IDEB para os resultados educacionais desses países (BRASIL, 2007a).

Quando analisamos esse indicador, apenas para o ensino fundamental de 5ª a 8ª séries, identificam-se dados ainda mais agravantes. O índice nacional alcançou 3,5 e o estado de São Paulo, que obteve o melhor índice, 3,6 (Ibid., 2007a).

A realidade da cidade de Álvares Machado/SP pontifica dados mais alarmantes, quando comparados aos resultados estadual e federal. O município obteve média de 3,4 e, a escola pesquisada - Escola Municipal de Ensino Fundamental Marechal do Ar Márcio de Souza e Mello² - 2,8 (Ibid., 2007a).

A avaliação nacional não esconde que os alunos estão deficitários em sua aprendizagem. Os resultados permitem-nos inferir que, não só os que foram avaliados (a Prova Brasil avaliou somente os alunos de 8ª série da unidade), demonstram uma série de dificuldades em relação aos conteúdos referentes a diversos campos conceituais da Matemática. Uma delas, presente no resultado, apontou que uma parcela considerável da população aprendiz não consegue utilizar adequadamente os conteúdos avaliados. Uma hipótese para esse fato é que os alunos não estão aprendendo os conceitos de maneira efetiva. Além disso, os dados obtidos no censo escolar podem indicar que essa escola ainda não conseguiu superar o número excessivo de retenção e abandono.

Ao nos depararmos com tais dados, indagamos: será que a condição social do bairro, em que a escola está inserida, justifica os resultados atingidos? Ou devemos responsabilizar os pais por não acompanharem a aprendizagem de seus filhos? Qual o papel da escola e do professor? Como está sendo a aprendizagem desses alunos?

A escola não tem conseguido preparar o aluno para viver em sociedade, nem instrumentá-lo para o trabalho, nem estimulá-lo para continuar seus estudos e para se desenvolver como ser humano. Diante dessas limitações, acreditamos que a comunidade escolar - gestores, funcionários, professores, coordenadores, pais e alunos - precisa repensar a função da escola para promover a aprendizagem dos alunos que temos hoje.

² O nome oficial da escola é Escola Municipal de Ensino Fundamental Marechal do Ar Márcio de Souza e Mello. Em 2005, a escola foi municipalizada e passou a ser conhecida como Escola Municipal de Educação Infantil e Ensino Fundamental do Jardim Panorama.

Necessitamos de uma escola dinâmica que relacione os conceitos construídos historicamente às ansiedades e anseios dos sujeitos da aprendizagem. Uma escola que dê condições para o aluno construir o seu próprio conhecimento, desafiando-o a avançar como cidadão e sujeito que necessita de novas e promissoras oportunidades.

De acordo com Charlot (2005, p.98), “[...] se o professor pensa que com aquelas crianças não pode fazer nada, por causa de sua origem social, ele não vai permitir à criança entrar em atividade intelectual”.

O processo de ensino e aprendizagem precisa assumir novas dimensões. Ensinar não é somente transmitir informações. É, também, mediar a informação, procurando auxiliar, estimular e orientar o aluno para a busca e apropriação de novas informações.

Compreendemos mediação pedagógica como

[...] o comportamento do professor que se coloca como um facilitador, incentivador ou motivador da aprendizagem, que se apresenta com a disposição de ser uma ponte entre o aprendiz e sua aprendizagem - não uma ponte estática, mas uma ponte “rolante”, que ativamente colabora para que o aprendiz chegue aos seus objetivos (MASETTO, 2000, p.144-145).

A aprendizagem significativa, de acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980), ocorre quando as novas informações são ancoradas de maneira não-aleatória e substantiva à estrutura cognitiva do aluno.

Nessa perspectiva, o processo de ensino e aprendizagem não está mais centralizado no professor ou no ensino mas, no aluno e no aprender. É o aluno que precisa buscar e interagir com a informação. “Assim, se quem deve aprender é o aluno, não é o professor quem pode fazer o trabalho intelectual por ele. Isto significa que, no centro, fica a prática do aluno, não a prática docente. Portanto, o trabalho do professor não é ensinar, é fazer o aluno aprender” (CHARLOT, 2005, p.96).

Como professora de Matemática do ensino fundamental e médio, perturba-nos a gama de desafios que temos que transpor para mediar a informação e promover a aprendizagem. Nós, professores, aprendemos a partir das nossas experiências - conhecimento tácito - a desenvolver e a incorporar atitudes pedagógicas que favoreçam o processo de ensino e aprendizagem. Contudo, ainda precisamos avançar no sentido de promover situações que estimulem a significação do conteúdo curricular. Precisamos aprender a criar ambientes nos quais o aluno possa interagir com uma variedade de situações e problemas, de maneiras diversificadas e com recursos múltiplos, com o intuito de efetivar a aprendizagem.

Em nossa experiência profissional, desafia-nos a dificuldade que os alunos demonstram em compreender conteúdos matemáticos, em especial, a Geometria, porque seus

conhecimentos são precários no campo geométrico. Acreditamos que o pensamento geométrico é pouco desenvolvido em sala de aula e, quando ocorre é de maneira formal.

Pesquisas na área da Geometria têm mostrado que os professores, por diversos fatores, dominam menos esse conteúdo. Em consequência, acabam deixando-o para o final do ano letivo ou, preferem nem mesmo considerá-lo. Ainda hoje, é flagrante que o ensino de conceitos geométricos é quase ausente das salas de aula. “Mais do que a dificuldade do ensino de Geometria é a omissão desse ensino que flagramos nas experiências que acompanhamos ou nos depoimentos dos professores” (FONSECA et al., 2002, p.15).

Nas últimas décadas, o ensino de Geometria tem ganhado destaque no cenário escolar, mas ainda, tal conteúdo é pouco desenvolvido nas aulas de Matemática, que priorizam campos socialmente mais valorizados, como Aritmética e Álgebra. Podemos elencar alguns fatores importantes para que a Geometria seja avaliada como conteúdo secundário no ensino da Matemática. Uma parcela dos alunos que estudou no momento em que se implantava a Matemática Moderna na escola, tornou-se professor. Este, por sua vez, não se sente habilitado, capaz e seguro para desenvolver conceitos de Geometria. (LORENZATO, 2006; FONSECA et al., 2002). Também nos cursos de formação de professores os conceitos geométricos não são priorizados. Esse fato explica a falta de uma metodologia adequada para desenvolvê-los e precário conhecimento sobre a importância de estimular o pensamento geométrico.

A Geometria é considerada um campo matemático propício para ampliar importantes habilidades e um tipo próprio de pensamento - pensamento geométrico - que permite compreender, descrever e representar o mundo em que estamos inseridos (BRASIL, 1998).

No entanto, para criarmos ambientes propícios à aprendizagem da Geometria, devemos buscar estratégias e recursos pedagógicos. Metodologias e meios didáticos diferenciados podem auxiliar o processo de ensino e aprendizagem, embora somente isso não garanta que o aluno irá aprender. Professores bem preparados, com domínio de sua disciplina e com a possibilidade de utilizar diferentes recursos em seqüências didáticas diferenciadas podem promover a curiosidade e estimular a aprendizagem do aluno.

Um recurso disponível, principalmente em escolas estaduais do estado de São Paulo, que pode ser utilizado para favorecer a aprendizagem dos alunos é o computador. Ao utilizar essa ferramenta no meio educacional, o aluno tem a possibilidade de interagir ativamente com a informação, através de atividades que promovem a ancoragem dessas novas informações à sua estrutura cognitiva. De acordo com Valente (1993, p.33) “quando o

aprendiz está interagindo com o computador ele está manipulando conceitos e isso contribui para o seu desenvolvimento mental”.

Para ocorrer a interação entre aluno-informação, necessitamos da mediação pedagógica do professor, que instiga o aluno a avançar, promovendo a aquisição do conhecimento. Para atingir esse objetivo, devemos também considerar todos os possíveis recursos didáticos na direção de promover a aprendizagem de conceitos. Cabe ao professor analisar a metodologia e o meio pedagógico mais adequado para atingir a meta a ser alcançada.

As indagações a respeito do processo de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos e recursos metodológicos nos levaram ao problema central desta pesquisa: quais características uma seqüência múltipla de situações de aprendizagem³ precisa englobar para que ocorra a aprendizagem significativa de conceitos geométricos envolvidos na relação espaço-plano?

Buscando resposta a este problema, a pesquisa tem por objetivo precípua investigar em que medida uma proposta didática baseada em uma seqüência múltipla de situações de aprendizagem pode favorecer a aprendizagem significativa de conceitos geométricos envolvidos na relação espaço-plano, para alunos que cursam a 5ª série do ensino fundamental de uma escola pública municipal.

Entendemos por seqüência múltipla de situações de aprendizagem uma série de seqüências utilizadas nas aulas, com recursos pedagógicos e metodologias diferenciadas, com o intuito de promover a aprendizagem de conceitos geométricos.

Para construir essa seqüência múltipla, fundamentamo-nos nos seguintes princípios:

- partir do conhecimento prévio e das dificuldades dos alunos participantes;
- valorizar o erro como parte integrante do processo de aprendizagem;
- promover a interação aluno-informação por meio do fazer;
- desenvolver os conceitos por meio de uma rede de informações, relacionando-os;
- favorecer o estabelecimento de relações e regularidades entre objetos concretos e suas representações;
- utilizar metodologia e recursos pedagógicos diferenciados na execução das situações de aprendizagem;

³ O termo “situações de aprendizagem” é utilizado pelo pesquisador Saddo Ag Almouloud para designar situações propícias à aprendizagem de conceitos (ALMOULOU, 2003).

- flexibilizar o planejamento das situações de aprendizagem e caminhar de acordo com as necessidades avaliadas no decorrer do trabalho;
- assumir uma postura de mediador e facilitador da aprendizagem;
- formalizar os conceitos envolvidos ao final de cada situação de aprendizagem.

A seqüência múltipla de situações pedagógicas apresentadas e discutidas neste trabalho poderá contribuir para a prática de outros professores. Refletir a respeito de outras práticas e confrontá-las com a própria, pode acarretar a re-significação de um novo contexto para a realidade da sala de aula e para o favorecimento da aprendizagem.

Apresentação do trabalho

Visando a encontrar uma resposta convincente ao problema levantado, realizamos um estudo teórico para embasar a investigação qualitativa que executamos com uma turma de alunos que cursavam, no ano de 2007, a 5ª série do ensino fundamental de uma escola pública municipal.

Procuramos planejar uma seqüência múltipla de situações pedagógicas com o intuito de favorecer a aprendizagem de conceitos geométricos referentes à relação espaço-plano. Com esse intento, utilizamos diversos recursos didáticos para auxiliar o desenvolvimento cognitivo dos alunos participantes, em especial, o computador.

O primeiro capítulo refere-se à Geometria. Nele, tratamos da natureza da geometria, do processo de ensino e aprendizagem, da avaliação do desenvolvimento do pensamento geométrico, apresentando as contribuições de Van Hiele, Duval e Parsysz. Levamos em conta as considerações dos Parâmetros Curriculares Nacionais a respeito do processo de ensino e aprendizagem da Geometria, os conceitos geométricos relacionados à pesquisa, as dificuldades de aprendizagem de conceitos geométricos e os recursos didáticos utilizados na pesquisa, enfatizando o computador e os softwares utilizados.

No segundo capítulo, apresentamos o objetivo e a metodologia da pesquisa, contemplando o delineamento metodológico e os procedimentos utilizados na investigação.

No terceiro capítulo, trazemos a descrição e a análise dos dados, procurando detalhar o caminho percorrido nas situações de aprendizagem, como também relacionar a intervenção didática aos estudos teóricos realizados.

Nas considerações finais, sintetizamos a análise realizada sobre a proposta didática, procurando enfatizar características das situações de aprendizagem que contribuíram para a aprendizagem significativa dos conceitos geométricos envolvidos na relação espaço-plano.

CAPÍTULO 1

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Fazemos parte de um mundo, desde o nosso nascimento, que é essencialmente geométrico. Para reconhecê-lo como um espaço tridimensional, não necessitamos, prioritariamente, de saberes escolares.

A Geometria faz parte das construções realizadas pelo homem (prédios, casas, móveis, esculturas, etc.), da natureza (alvéolos das abelhas, teia de aranha, disco do sol, arco-íris, estrela do mar, flores, frutos, etc.) e das profissões (engenheiro, bioquímico, mecânico, arquiteto, artista plástico, coreógrafo, operários da construção civil, modista, costureira, etc.).

Mesmo sem percebermos, a Geometria e seus conceitos (simetria, paralelismo, perpendicularidade, medidas, proporcionalidade, tridimensionalidade, planicidade, entre outros), estão presentes em nosso cotidiano e em nossas ações diárias.

Todos esses fatos nos levam a pensar que aprender Geometria é um processo natural, por estar intimamente ligado ao nosso cotidiano e por utilizarmos as relações espaciais advindas de estímulos aleatórios do ambiente. Mas não é bem assim. Para aprendermos conceitos geométricos, além do desenvolvimento das relações perceptivas e da maturação orgânica e psicológica, faz-se necessário o desenvolvimento do raciocínio lógico (MIGUEL; MIORIM, 1986).

Se analisarmos o significado da palavra Geometria e, suas possíveis definições, verificamos que tais conceitos são destinados a situações do cotidiano próprias à Matemática.

Ao nos remetermos à etimologia da palavra Geometria, observamos que, geo - originária da palavra grega gaia - corresponde a terra e, metria - originária da palavra grega metron - significa medida. Portanto, Geometria significa medida da terra.

Atualmente, diferentes autores apresentam outras definições.

Para Pires, Curi e Campos (2000, p.22) esta ciência pode ser definida como “ciência das figuras do espaço”.

Segundo Miguel e Miorim (1986, p.66),

a Geometria é o estudo das propriedades dos objetos e das transformações a que estes podem ser submetidos - desde as transformações mais simples, que alteram apenas a posição de um objeto, às mais complexas, que destroem a sua forma até descaracterizá-lo por completo.

A ambigüidade desse campo matemático é difícil de ser compreendida - espaço concreto e espaço geométrico.

Se, por um lado, a Geometria está em nossas vidas, nas casas, nos móveis, na escola, na natureza, nas construções humanas, nas profissões, etc, por outro, é um campo da Matemática que trabalha com induções, deduções, demonstrações e fatos não perceptíveis à realidade (PIRES, 2002).

A ciência Matemática, assim como todos os seus campos conceituais, desenvolve conceitos axiomático-dedutivos.

No caso específico da Geometria, mesmo estando estreitamente relacionada ao ambiente físico, também a consideramos como um campo conceitual, que permite desenvolver conceitos abstratos. Essa relação entre o concreto (envolvendo o ambiente) e o formal (envolvendo a ciência) pode acarretar dificuldades de aprendizagem.

Nesse campo matemático, os conceitos sistematizados (ciência e teorização) estão relacionados à realidade (como as profissões, objetos, etc.), ou seja, referem-se à nossa vida.

Para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos de Geometria, é importante que a escola seja um espaço que, além de resgatar as relações perceptivas, considere-as como marco inicial para alavancar o desenvolvimento de conceitos, ampliando, refinando e formalizando-os, com o objetivo de desenvolver relações abstratas e dedutivas, próprias do ensino e aprendizagem da Matemática.

O PROCESSO ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

A escola surgiu como um espaço para transmitir às gerações futuras, o conhecimento que historicamente foi sendo construído. Esta se tornou a sua função primordial - ensinar às novas gerações conceitos, atitudes e valores socializados e sistematizados. Além disso, a sociedade encarregou a escola de formar o indivíduo para o trabalho como também para ser um cidadão que interviesse na sociedade vigente (GÓMEZ, 1998).

Libâneo (2005, p.60) afirma que “[...] uma das funções da escola é o desenvolvimento do pensar e de que se trata de uma capacidade que pode ser desenvolvida, estimulada, aperfeiçoada, especialmente no âmbito da educação formal”.

De acordo com Coelho (2003),

à escola compete formar seres humanos, cidadãos, pessoas que saibam, que gostem de ler, de estudar, de trabalhar com os conhecimentos, de interrogar a tecnologia, de

interrogar os saberes e os métodos estabelecidos e de criar outros mais consistentes e rigorosos (apud LEITE; DI GIORGI, 2004, p.139).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática apresentam que

[...] é papel da escola desenvolver uma educação que não dissocie escola e sociedade, conhecimento e trabalho e que coloque o aluno ante desafios que lhe permitam desenvolver atitudes de responsabilidade, compromisso, crítica, satisfação e reconhecimento de seus direitos e deveres (1998, p.27).

Percebemos que, a escola, além de transmitir conceitos sistematizados ao longo da história, tem a função de desenvolver os aspectos potenciais do sujeito para que este consiga intervir efetivamente na sociedade. Para tanto, é fundamental que ela crie condições para que o aluno construa conhecimentos e relacione conceitos, atitudes e valores de maneira crítica e emancipadora.

No contexto escolar, se o aluno conseguir interpretar, compreender e processar as informações apresentadas (conceitos, atitudes e valores) e utilizá-las em outros contextos é porque houve aprendizagem. Quando o aluno aprende, ele domina novas possibilidades de interagir com o mundo a sua volta e de intervir na sociedade, construindo uma gama de conhecimentos que ampliará seu universo cultural.

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) indicam que a aprendizagem pode ocorrer de forma mecânica ou significativa. A aprendizagem mecânica é caracterizada por uma relação arbitrária e literal entre os conhecimentos pré-existentes e as novas informações (MOREIRA, 1997). Nesse tipo de aprendizagem, o professor é o sujeito ativo do processo de ensino e aprendizagem e o aluno é o sujeito passivo. A interação do aluno com o saber se dá a partir de uma simples exploração perceptiva.

A aprendizagem significativa ocorre quando “[...] as idéias expressas simbolicamente são relacionadas às informações previamente adquiridas pelo aluno através de uma relação não arbitrária e substantiva” (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p.34). A ancoragem dessas novas informações aos “conhecimentos especificamente relevantes”, chamados por Ausubel de subsunçores, ampliará o conhecimento do aluno, promovendo a aprendizagem (MOREIRA, 1997, p.20).

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) indicam condições para que ocorra a aprendizagem significativa. Uma delas é o fato de o aluno estar pré-disposto a aprender. Para isso, ele precisa estar envolvido psicologicamente e afetivamente. Outra condição é ter à disposição um material pedagógico que dê sentido a aprendizagem.

Devemos enfatizar que tanto a mecânica como a significativa são importantes para a aprendizagem de conceitos. Essa incorporação pode se dar de modo receptivo ou por descoberta.

Na recepção, o saber já está pronto e cabe ao aluno adquiri-lo, em sua forma final. Na descoberta, o aluno tem a possibilidade de descobrir o processo como o conteúdo foi sendo construído ao longo do tempo. O professor, ao incentivar a redescoberta do conceito, favorece a utilização de diferentes estratégias de ação para a resolução de problemas. Essa ação pode promover a elevação da auto-estima do aluno (parte afetiva), fazendo-o acreditar que ele próprio pode construir o conhecimento.

Todas as formas de aquisição de informações são relevantes para enriquecer o conhecimento do aprendiz. Contudo, nas situações de aprendizagem propostas neste trabalho, procuramos promover a aprendizagem significativa, que instigasse o aluno de tal forma que ele pudesse incorporar, não-arbitrariamente, conhecimentos à sua estrutura cognitiva.

Ao nos remetermos à aprendizagem de conceitos geométricos, direcionamo-nos ao desenvolvimento do pensamento geométrico. Para o aluno aprender conceitos geométricos é importante que haja o desenvolvimento desse raciocínio. Lorenzato (2006, p.59) pondera que o pensamento geométrico é “[...] um modo específico de raciocínio que só o estudo da geometria consegue desenvolver”. O mesmo pensamento é conceituado por Wheeler (1981), como sendo “[...] um tipo particular de pensamento buscando novas situações, sendo sensível aos seus impactos visuais e interrogando sobre eles” (apud PAVANELLO, 2004, p.4).

Quando o aluno desenvolve o pensamento geométrico, ele consegue explorar as propriedades definidoras dos objetos geométricos, diferenciando as características aparentes das invariantes. Dessa forma, desenvolverá conhecimentos cada vez mais elaborados da Geometria, compreendendo as relações formais e próprias da Matemática.

Para Lomônaco (1996, p.54), as propriedades definidoras são todos os aspectos necessários e suficientes para definir conceitos. As propriedades características são aspectos “[...] comumente associados à maioria dos exemplos de um conceito, mas não a todos” (exemplo: cor, tamanho, forma, etc.).

Acreditamos que, se ele aprender conceitos geométricos de maneira significativa, conseguirá relacionar as novas informações àquelas que já possui. Essa ancoragem pode ocorrer com a ação e interação do sujeito com o objeto de estudo. Para isso, não pode apenas ouvir e reproduzir, mas deve agir.

De acordo com Pires (2002),

para o ensino de Geometria são colocados objetivos relacionados ao desenvolvimento de um tipo de pensamento - o pensamento geométrico - e de competências matemáticas importantes, como experimentar, conjecturar, representar, estabelecer relações, comunicar, argumentar e validar (p.1206).

Essa necessidade significa que, se o ensino de Geometria promover ações que permitam manipular, experimentar, comparar, relacionar, observar as semelhanças e diferenças, ele poderá encaminhar o aluno a abstrair as regularidades e as propriedades definidoras dos conceitos geométricos.

Após a interação do aluno com o objeto de estudo, é importante formalizar os conceitos abordados em cada situação de aprendizagem. A sistematização permite-lhe familiarizar-se com os principais elementos envolvidos na situação de aprendizagem proposta.

Para desenvolver o raciocínio geométrico, necessitamos planejar atividades específicas de Geometria. Segundo Lorenzato (2006), em uma atividade geométrica urge, inicialmente, ressaltar o conhecimento físico, ou seja, a realidade que compõe as nossas vidas. A partir dessa relação, é possível desenvolver conceitos que são intrínsecos à Matemática. O autor sugere a possibilidade de desenvolver atividades que considerem o visto (objetos palpáveis), o feito (exploração de objetos bidimensionais - representações e desenhos) e o interpretado (registro da atividade realizada).

Além disso, para explorar e desenvolver adequadamente os conceitos geométricos não podemos ensiná-los em um único sentido (direção) como, por exemplo, partir de ponto, reta, plano, e, por fim, trabalhar com objetos tridimensionais ou, vice-versa. Em contrapartida, devemos desenvolver os conceitos em uma rede de informações para que os alunos possam relacioná-los (MIGUEL; MIORIM, 1986).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática de 1^a a 4^a série do Ensino Fundamental indicam a necessidade de um trabalho conceitual, que inicie com a exploração de objetos que compõem o espaço sensível para posteriormente serem abordados conceitos abstratos e próprios da Geometria.

O ponto, a reta, o quadrado não pertencem ao espaço perceptivo. Podem ser concebidos de maneira ideal, mas rigorosamente não fazem parte desse espaço sensível. Pode-se então dizer que a Geometria parte do mundo sensível e o estrutura no mundo geométrico - dos volumes, das superfícies, das linhas e dos pontos (BRASIL, 1997, p.126).

Fica evidente, portanto, que, para ensinarmos conceitos geométricos, precisamos partir do diagnóstico dos conhecimentos pré-existentes dos alunos. Identificar o conhecimento prévio pode ser o ponto de partida para iniciarmos um trabalho que favoreça a aprendizagem de conceitos.

Acrescente-se a esse fato, planejar atividades próprias à Geometria. Tais situações de aprendizagem precisam favorecer a comparação de elementos que estão em jogo (propriedades e definições) para promover a abstração de regularidades.

O ato de ensinar e o ato de aprender estão fortemente interligados e é muito difícil apresentar informações de um desses processos sem expressar o outro. Lorenzato (2006, p.3) nos diz que “ensinar é dar condições para o aluno construir seu próprio conhecimento”.

O desenvolvimento do pensamento geométrico

Nesta pesquisa, procuramos verificar as vantagens e os limites que uma seqüência múltipla de situações de aprendizagem precisa ter para favorecer a aprendizagem significativa de conceitos envolvidos na relação espaço-plano de alunos que cursam a 5ª série do ensino fundamental.

Para avaliarmos a evolução do pensamento geométrico dos alunos participantes, no decorrer das situações didáticas, fundamentamo-nos em estudos de Raymond Duval, Van Hiele e Bernard Parsysz. Esses pesquisadores contribuíram de maneira significativa para compreendermos o processo de ensino e aprendizagem de Geometria e a intervenção pedagógica realizada.

Servimo-nos desses estudos para caracterizar o nível cognitivo dos alunos, no início da intervenção e sua evolução.

Os estudos de Duval

Raymond Duval realizou diversos estudos relacionados à Psicologia Cognitiva, dentre os quais destacam pesquisas na área de funcionamento cognitivo e, mais especificamente, atividade matemática e problemas de aprendizagem. Duval também desenvolveu trabalhos relacionados ao registro de representação matemática, sobretudo o geométrico (DUVAL, 2003).

Em suas pesquisas envolvendo o campo geométrico, Duval (1995) aponta que a visualização, a construção e o raciocínio são três formas de processo cognitivo importantes e que precisam ser contempladas no processo de ensino e aprendizagem de conceitos. A *visualização* é entendida como “exploração heurística de uma situação complexa, seja por uma simples observação ou por uma verificação subjetiva”. Outro processo cognitivo é a *construção*, compreendida como “processo por instrumentos de configurações que podem ser trabalhadas como um modelo, no qual ações e resultados observados são ligados aos objetos

matemáticos representados”. E por fim, o *raciocínio*, entendido como “processo do discurso para a prova e a explicação” (apud ALMOULOUD et al., 2004, p.98).

Duval (1995) afirma que as atividades de Geometria podem ser registradas por meio de figuras e da linguagem natural. A interpretação de figuras pode ser feita de formas diferenciadas. O autor (apud ALMOULOUD, 2003) apresenta quatro maneiras distintas de apreensões:

- *seqüencial*: reproduzir uma figura por meio de tarefas de descrição e/ou construção;
- *perceptiva*: interpretar as formas da figura em uma situação geométrica, tendo a possibilidade de deduzir características inclusas na figura;
- *discursiva*: interpretar e extrair elementos da figura geométrica, a partir do enunciado, considerando a rede semântica de propriedades inerentes ao objeto;
- *operatória*: por meio da reorganização perceptiva, a figura pode se apresentar com modificações possíveis e novas formas de apresentação.

Na apreensão operatória, uma figura pode sofrer diferentes modificações, que podem ser assim definidas:

- *mereológica*: a figura pode separar-se em partes que são subfiguras da figura dada, fracionando-se e reagrupando-se, isto é, uma relação da parte e do todo;
- *ótica*: é a transformação de uma figura em outra considerada sua imagem;
- *posicional*: é o deslocamento em relação a um referencial (DUVAL, 1995, apud ALMOULOUD, 2003, p.127).

Essas considerações são importantes em nossa intervenção pedagógica para analisarmos as formas de processo cognitivo e compreendermos como os alunos interpretaram uma figura geométrica.

Nossa expectativa é que os alunos consigam utilizar as diferentes apreensões da figura ao vivenciarem as situações de aprendizagem propostas.

O modelo Van Hiele

Este modelo foi idealizado por Dina Van Hiele-Geldof e Pierre Van Hiele (apud CROWLEY, 1994) e pode ser utilizado como orientação e avaliação das habilidades do aluno, uma vez que busca compreender o raciocínio e explicar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico.

Tal modelo apresenta cinco níveis de compreensão do pensamento geométrico. A seguir, especificamos cada um deles:

- Nível básico – *visualização*: o aluno apenas observa, de maneira global, os objetos ou figuras, mas não consegue caracterizá-los ou conceituá-los. O reconhecimento é

predominantemente por meio da aparência e da forma. O aprendiz consegue aprender o vocabulário geométrico, identificar formas geométricas e reproduzi-las.

- Nível 1 – *análise*: o aluno consegue realizar análises (mesmo que sejam incipientes). O reconhecimento das características, propriedades e componentes dos objetos e figuras se dá por meio da manipulação e observação.
- Nível 2 – *dedução informal*: o aluno já consegue realizar análises por meio de deduções. Ele demonstra habilidades para reconhecer uma figura geométrica sem necessariamente enunciar todas as propriedades existentes, pois percebe que uma propriedade pode originar-se de outra. Consegue, também, formar conexões entre as informações e trabalhar com classes de figuras.
- Nível 3 – *dedução*: o aluno possui domínio do processo dedutivo e de demonstrações. Nesta etapa de aprendizagem, é possível construir demonstrações por meio da inter-relação entre conceitos.
- Nível 4 – *rigor*: o aluno consegue estabelecer relações e comparações entre teoremas e sistemas. A Geometria, neste nível, não é mais vista num plano manipulativo e observável.

Para que ocorra a incorporação de novos conceitos geométricos, é necessário realizar um trabalho experimental, com objetos e formas diferenciadas - espaço sensível - para depois, destituir-se da forma e atingir a interação com as propriedades e elementos do objeto estudado - espaço geométrico (abstrato). A partir desse momento, o aluno é capaz de realizar interações com as propriedades, podendo iniciar as validações dedutivas por meio de deduções simples.

Para tanto, o desenvolvimento do pensamento se dá por meio de experiências e atividades adequadas. A idade e a maturidade não são fatores decisivos para atingir um novo nível. De acordo com os Van Hiele (apud CROWLEY, 1994) uma seqüência didática adequada pode favorecer o avanço nos diferentes níveis de compreensão do pensamento (níveis da visualização, análise, dedução informal, dedução e rigor).

As atividades pedagógicas precisam estar em um nível adequado. Não podem estar nem em um nível muito acima e, nem mesmo, em um nível inferior ao desenvolvimento cognitivo dos alunos. Além disso, os alunos precisam estar motivados para realizar a atividade.

Esta mesma idéia de aproximação também é defendida por Vygotsky (1934), quando institui o conceito de zona de desenvolvimento proximal (ZPD), segundo o qual considera que, existem dois níveis de desenvolvimento. Um deles é o nível de

“desenvolvimento efetivo” que determina as ações e tarefas que o sujeito consegue realizar sozinho pois, já interiorizou certos conceitos. O outro é o nível de “desenvolvimento potencial”, que define as ações e tarefas que o sujeito não consegue realizar sozinho, ou seja, necessita da ajuda de outras pessoas. Nesse caso, ele ainda não interiorizou os conceitos necessários para realizar a ação. As atividades planejadas pelo educador precisam estar nesta zona de desenvolvimento potencial, de modo a ajudá-lo a consolidar e a internalizar as novas informações.

Nesse sentido, é recomendado também que a linguagem própria da Geometria seja inserida, gradualmente, para o avanço do desenvolvimento matemático dos alunos.

O quadro teórico de Bernard Parsysz

Parsysz (2000, apud MACIEL, 2004) dedicou-se a estudos relacionados à Geometria e ao processo de ensino e aprendizagem.

Esse autor apresenta uma classificação para o ensino de Geometria e distingue dois pólos importantes a serem considerados. Um congrega a Geometria não-axiomática, na qual os objetos são concretos e as validações perceptivas. Em outro, encontra-se a Geometria axiomática, na qual os objetos são teóricos e as validações dedutivas.

Para a Geometria não-axiomática, Parsysz (2000, apud MACIEL, 2004) apresenta a seguinte sub-divisão:

- Geometria concreta (G0): os objetos são explorados em suas características observáveis. Atividades concretas como maquetes, plantas e dobraduras são planejadas nesta etapa de desenvolvimento. Essa geometria está totalmente voltada para a realidade e os objetos que a compõem.
- Geometria espaço-gráfica (G1): o aluno consegue representar objetos na superfície (do papel, da tela do computador, etc.) e interagir com suas propriedades. Nessa etapa, eles ainda exploram as situações concretamente e os conceitos geométricos são confundidos com a realidade. No entanto, já conseguem conjecturar e fazer constatações de propriedades empiricamente.

E, para a Geometria axiomática, Parsysz (2000, apud MACIEL, 2004) apresenta:

- Geometria proto-axiomática (G2): o aluno concebe esquemas da realidade, as definições fazem sentido e os resultados passam a ser validados com técnicas dedutivas. Nessa etapa do desenvolvimento geométrico inicia-se a passagem do domínio concreto para o abstrato.

- Geometria axiomática (G3): não se faz referência à realidade e a Geometria é totalmente explicada (ou abstrata). Nesse estágio de desenvolvimento, o aluno consegue lidar com os diferentes sistemas axiomáticos.

Verificamos que em G0 é feita referência apenas à forma dos objetos. Em G1, o aluno explora os elementos e características das figuras, mas ainda não consegue explicá-las. A explicação das propriedades só ocorre em G2, quando ele consegue usar técnicas dedutivas para explicar esquemas da realidade. E, em G3, já consegue articular os sistemas dedutivos, não fazendo referência à realidade.

De acordo com Parsysz (2000, apud MACIEL, 2004), a passagem por essas diferentes geometrias, de forma articulada, pode favorecer a aprendizagem de conceitos geométricos cada vez mais elaborados e teóricos. Caso esse trabalho não ocorra, surgem dificuldades de aprendizagem, porque o aluno não conseguirá evoluir do domínio concreto para o abstrato.

Para Parsysz (1991, apud MACIEL, 2004) a resolução de problemas geométricos envolve três objetos de natureza diferente: espaço físico, figuras geométricas e representação gráfica. O domínio do espaço físico permite a materialização de objetos. O domínio das figuras geométricas é concebido como modelação do espaço físico. Por fim, o domínio das representações gráficas permite a exploração das representações planas de objetos espaciais.

As situações de aprendizagem apresentadas neste trabalho estão situadas na Geometria não-axiomática, uma vez que os objetos em jogo são concretos e as validações perceptivas.

Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática são considerados referência nacional e oficial, visto que buscam nortear o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

A Geometria, assim como os demais campos matemáticos, devem ter a mesma importância no currículo escolar “[...] porque, por meio deles, o aluno desenvolve o pensamento que permite compreender, descrever e representar, de forma organizada o mundo em que vive” (BRASIL, 1998, p.51).

O ensino de Geometria faz-se importante para desenvolver o pensamento geométrico e outros conceitos importantes para o aprendizado do aluno como, por exemplo, o

de números e medidas, pois estimula observação, percepção de semelhanças e diferenças, identificação de regularidades, etc (BRASIL, 1998).

De acordo com os PCN, no segundo ciclo⁴ é necessário privilegiar atividades geométricas exploratórias do espaço e a representação do mesmo. Já no terceiro ciclo⁵, além dessas considerações, as atividades precisam estar voltadas à observação, representação e construção de figuras. A utilização de instrumentos de medidas também é importante para os alunos explorarem as propriedades das figuras geométricas.

Os PCN nos auxiliaram na identificação dos objetivos e conceitos referentes ao segundo e terceiro ciclos do ensino fundamental em relação à Geometria. O estudo foi necessário para compreendermos os conceitos que os alunos precisariam dominar ao término do segundo ciclo e aqueles que deveriam estar aprendendo no início do terceiro ciclo (os alunos participantes dessa pesquisa estavam cursando a 5ª série).

As informações contidas nos PCN ajudaram-nos a compreender e a analisar os conhecimentos prévios do público alvo da pesquisa.

Dentre os objetivos indicados para o segundo ciclo, destacamos os que competem à Geometria:

- Estabelecer pontos de referência para interpretar e representar a localização e movimentação de pessoas ou objetos, utilizando terminologia adequada para descrever posições.
- Identificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, por meio de composição e decomposição, simetrias, ampliações e reduções (BRASIL, 1997, p.56).

Em razão dessas orientações, fica evidente que, ao final do segundo ciclo, os alunos já deveriam dominar os conceitos envolvidos na relação espaço-plano, assim como identificar propriedades que definem objetos tridimensionais e figuras geométricas.

No entanto, a realidade demonstra que nem sempre a aprendizagem de conceitos geométricos tem ocorrido de maneira efetiva. Uma justificativa para esse fato pode ser a maneira como o conteúdo é apresentado ao aluno. Muitas vezes,

[...] o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem (BRASIL, 1998, p.37).

Em contrapartida, uma possibilidade enriquecedora para o aluno aprender é ser agente de sua aprendizagem, estabelecendo conexões substantivas, expressivas e não-

⁴ De acordo com os PCN, o segundo ciclo corresponde a 3ª e 4ª séries do ensino fundamental.

⁵ De acordo com os PCN, o terceiro ciclo corresponde a 5ª e 6ª séries do ensino fundamental.

aleatórias com o conhecimento pré-existente. Para isso, ele precisa manipular, experimentar, comunicar, argumentar, relacionar, validar e abstrair regularidades das situações de aprendizagem propostas.

Os PCN apresentam os seguintes objetivos para o terceiro ciclo:

- Resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas;
- Estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações;
- Resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação redução (BRASIL, 1998, p.64-65).

Ao compararmos os objetivos do segundo com os do terceiro, evidenciam-se muitas semelhanças. No caso específico deste, verificamos uma ampliação e retomada de conceitos importantes para o processo de ensino e aprendizagem de Geometria.

Dentre os conceitos geométricos propostos para o terceiro ciclo do ensino fundamental, identifica-se a presença de vários deles que abordamos em nossa pesquisa. De acordo com os PCN, precisamos enfatizar

[...] as noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo, as classificações de figuras geométricas (quanto à planicidade, quanto à dimensionalidade), relações entre figuras espaciais e suas representações, a exploração das figuras geométricas planas, pela sua decomposição e composição, transformação (reflexão, translação e rotação), [...] (BRASIL, 1998, p.68).

Tais conceitos são importantes para favorecer o desenvolvimento do pensamento geométrico. Para isso, o aluno precisa interagir e construir relações significativas com o objeto de estudo.

A RELAÇÃO ESPAÇO-PLANO

Nesta pesquisa desenvolvemos uma intervenção pedagógica, utilizando uma seqüência múltipla de situações de aprendizagem, que envolveu a relação espaço-plano.

Optamos, aqui, por apresentar os conceitos abordados junto aos alunos relativos a objetos tridimensionais e figuras geométricas, suas propriedades e relações, enfocando alguns aspectos que podem se tornar obstáculos para a aprendizagem. A apresentação também foi importante para a análise didática das respostas dos alunos. Além disso, o estudo dos conteúdos norteou o planejamento e a escolha da forma mais adequada de apresentá-los aos

alunos participantes, bem como para melhor compreendermos as relações que podemos explorar ao desenvolvermos a seqüência didática elaborada.

Conceitos geométricos

Nosso ambiente está repleto de objetos concretos (objetos tridimensionais) que possuem formas geométricas diferenciadas.

Eles podem ser representados na superfície (do papel, da tela do computador, da lousa, etc.) e/ou mentalmente. Denominamos a representação de um objeto tridimensional de figura

Defrontamo-nos no decorrer de nosso estudo, com diversas definições para figura. Para Parsysz (1989) “[...] figura é um objeto geométrico teórico definido por um enunciado”. Pires, Curi e Campos definem-na como sendo “[...] um objeto matemático ideal, isto é, uma criação mental do espírito” (2000, p.36). Para Fischbein (1993) “[...] uma figura geométrica é uma imagem visual, que possui uma propriedade que conceitos usuais não possuem, ou seja, ela inclui a representação mental da propriedade do espaço (p.141)” (apud NACARATO et al., 2003, p.63).

Neste trabalho, utilizaremos figura geométrica como sendo a representação de objetos tridimensionais.

Acreditamos que os alunos participantes já interagiram com os objetos tridimensionais e suas respectivas representações, ou seja, a relação espaço-plano.

Neste momento, apresentamos os conceitos abordados em nossa intervenção pedagógica.

Crítérios de dimensionalidade

Podemos utilizar critérios para identificar a dimensão de objetos. Um desses critérios é por meio da *forma*. Os objetos tridimensionais possuem três dimensões - comprimento, largura e altura. Os objetos bidimensionais possuem duas dimensões - comprimento e largura, comprimento e altura ou largura e altura. Em consequência, podemos considerá-los como figuras geométricas.

Outro critério para classificar objetos utiliza a noção de “*corte*”. Um objeto será considerado tridimensional quando, ao cortá-lo em duas partes, der origem a uma superfície plana ou, a um conjunto finito de superfícies planas. Um objeto será considerado bidimensional quando, ao cortá-lo em duas partes, der origem a um caminho ou, a um

conjunto finito de caminhos. Um objeto será considerado unidimensional quando, ao cortá-la em duas partes, der origem a um ponto ou, a um conjunto finito de pontos (MIGUEL; MIORIM, 1986).

Além desses, temos o critério de *planicidade*. Dizemos que uma superfície é plana “quando se aproximar o máximo possível da idéia da região do plano, isto é, quando a superfície não possuir ondulações, depressões, dobras ou rugosidades em qualquer de suas partes. Caso contrário, será uma superfície não-plana” (Ibid., p.76).

Utilizamos nesta pesquisa, o critério da planicidade. Essa opção deve-se ao fato de acreditarmos ser o mais adequado aos alunos que cursam a 5ª série, uma vez que testa a dimensionalidade dos objetos de maneira concreta e simples.

Objetos tridimensionais

Em nosso entorno, convivemos com objetos concretos não-planos ocos ou não-occos. Os objetos tridimensionais ocos possuem apenas superfície (têm área mas, não têm volume) e podem ser planificados.

Os objetos concretos não-occos possuem volume e são conhecidos como sólidos geométricos. Tais objetos podem ser fatiados, ou seja, não podemos planificá-los (planificamos apenas a superfície).

Os objetos tridimensionais podem ser classificados em poliedros e corpos redondos.

Poliedros

Podemos definir poliedro como sendo “[...] uma reunião de um número finito de polígonos planos, onde cada lado de um desses polígonos é também lado de um, e apenas um, outro polígono” (LIMA et al., 1998, p.231).

No entanto, essa definição, além de ser bastante simples, não engloba todos os atributos essenciais e definidores que determinam um poliedro.

Os mesmos autores apresentam uma definição mais bem elaborada e que traduz, com fidedignidade, o conceito de poliedro. Considera-se um poliedro a

[...] reunião de um conjunto finito de polígonos planos chamados *faces* onde:

- a) a interseção de dois polígonos quaisquer constitui um lado comum, ou um vértice ou é vazia;
- b) cada lado do polígono pertença a somente dois polígonos (LIMA et al., 1998, p.232-233).

O poliedro é convexo se, “[...] qualquer reta (não paralela a nenhuma de suas faces) o corta em, no máximo, dois pontos” (Ibid., p.233).

Dolce e Pompeo (1993b) apresentam uma definição semelhante para o conceito de poliedro. Os autores consideram-no poliedro como a reunião de um número finito de polígonos planos e convexos ou regiões poligonais convexas em que:

- a) dois polígonos não estão num mesmo plano;
- b) cada lado de polígono não está em mais que dois polígonos;
- c) havendo lados de polígonos que estão em um só polígono, eles devem formar uma única poligonal fechada, plana ou não, chamada contorno;
- d) o plano de cada polígono deixa os demais num mesmo semi-espaço (condição de convexidade) (p.123).

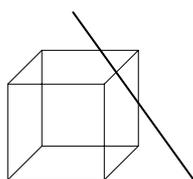


Figura 1 – Cubo - exemplo de poliedro convexo

Observamos que, para a definição de poliedro, foram enunciadas as palavras polígono e região poligonal como sinônimas. Ao desenvolvermos o conceito de poliedros devemos ter um cuidado especial a respeito da diferença entre os dois termos. Polígono é considerado uma figura geométrica plana, simples, fechada e formada por segmentos de reta, ou seja, uma linha poligonal fechada (contorno) formada por segmentos de reta consecutivos, não colineares que se fecham. A região poligonal é definida como uma região plana delimitada por segmentos de reta - polígono e seu interior.

As faces de um poliedro são regiões poligonais, as arestas são as intersecções de duas faces e os vértices do poliedro são os vértices dos polígonos.

Os poliedros podem ser classificados em prismas, pirâmides e outros objetos concretos não-planos que não podem ser considerados nem como prismas e nem como pirâmides.

Os *prismas* são considerados poliedros delimitados por duas regiões poligonais paralelas e congruentes chamadas de bases. As faces laterais são paralelogramos.

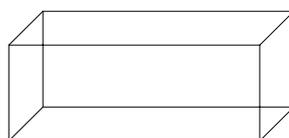


Figura 2 – Paralelepípedo - Exemplo de prisma

As *pirâmides* são poliedros que possuem apenas uma base - uma região poligonal - e um vértice oposto à base. Ao reunir com segmentos de reta, os vértices do polígono ao vértice oposto à base, obtemos as faces laterais da pirâmide – que são todas triangulares.

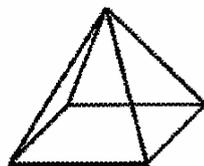


Figura 3 – Exemplo de pirâmide

Os poliedros icosaedro, dodecaedro e octaedro, além do cubo (que é um prisma) e do tetraedro (que é uma pirâmide) são classificados como *poliedros de Platão* por satisfazerem as seguintes condições:

- todas as faces são regiões poligonais congruentes (possuem lados e ângulos de mesma medida);
- para todos os vértices devem convergir o mesmo número de arestas;
- vale a relação de Euler (DOLCE; POMPEO, 1993b).

A relação de Euler apresenta, para poliedros convexos, uma relação entre o número de vértices, arestas e faces, definida a seguir: o número de vértices (V), menos o número de arestas (A), mais o número de faces (F) é igual a 2. Ou seja,

$$V - A + F = 2$$

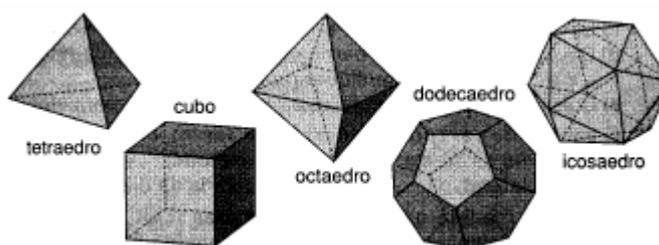


Figura 4 – Poliedros de Platão

Corpos Redondos

Os corpos redondos são objetos concretos não-planos limitados por superfícies arredondadas. Os mais conhecidos são: cilindro, cone e esfera.

O *cilindro* possui dois círculos congruentes que se encontram em planos paralelos distintos e constituem as bases. A reunião dos segmentos compreendidos entre as extremidades das circunferências das bases compõem a lateral do cilindro.

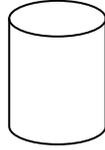


Figura 5 – Exemplo de cilindro

O *cone*, considerado outro corpo redondo, é constituído por um círculo (base) e um vértice oposto à base. Ao reunir com segmentos de reta, o vértice oposto à base aos pontos que contornam o círculo da base - circunferência -, obtemos a lateral do cone.

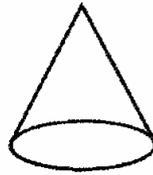


Figura 6 – Exemplo de cone

A *esfera* é considerada “[...] o sólido de revolução, gerado pela rotação de um semicírculo em torno de um eixo que contém o diâmetro” (DOLCE; POMPEO, 1993b, p.250).

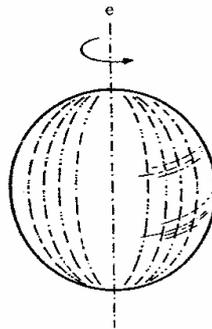


Figura 7 – Exemplo de esfera

Figuras geométricas

Em uma superfície plana (do papel, da tela do computador, etc.), a figura geométrica pode representar, gráfica ou mentalmente, um objeto tridimensional ou parte dele.

Cada face de um objeto concreto não-plano é nomeada de figura plana. Tais figuras não possuem espessura e não fazem parte do espaço sensível, ou seja, são representações do real.

As figuras planas podem ser classificadas em polígonos e figuras circulares⁶.

Polígonos

Dolce e Pompeo (1993a) apresentam a seguinte definição para polígonos:

Dada uma seqüência de pontos de um plano (A_1, A_2, \dots, A_n) com $n \geq 3$, todos distintos, onde três pontos consecutivos não são colineares, considerando-se consecutivos A_{n-1}, A_n e A_1 , assim como A_n, A_1 e A_2 , chama-se polígono à reunião dos segmentos $\overline{A_1A_2}, \overline{A_2A_3}, \dots, \overline{A_{n-1}A_n}, \overline{A_nA_1}$ (p.132).

Como já mencionamos, é comum observarmos nos textos matemáticos certa confusão com o significado da palavra polígono. Esse conceito, além da definição formal acima, também é identificado como região poligonal. Essas duas definições, embora sejam conflitantes, são utilizadas como sinônimas.

Neste trabalho, fazemos a distinção entre polígono e região poligonal.



Figura 8 – Exemplo de polígono



Figura 9 – Exemplo de região poligonal

Pires, Curi e Campos (2000) destacam a necessidade de distinguir tal conceituação. Reafirmam, contudo, que polígonos são consideradas figuras simples, fechadas e formadas por segmentos consecutivos.

Os polígonos são considerados convexos quando, “[...] um segmento que une quaisquer dois pontos do seu interior está totalmente contido no polígono” (Ibid., p.174).

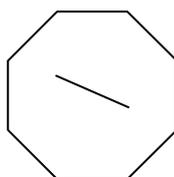


Figura 10 – Exemplo de polígono convexo

⁶ As figuras circulares são consideradas figuras planas limitadas por curvas e não por segmentos de reta.

As figuras planas poligonais são classificadas pelo número de lados. Se o polígono possuir três lados é nomeado de triângulo, quatro lados é nomeado de quadrilátero, cinco lados é nomeado de pentágono e, assim por diante.

Quadriláteros Especiais

Os quadriláteros quadrado, retângulo, losango, paralelogramo e trapézio possuem características especiais e, por isso, foram enfocados neste trabalho.

O paralelogramo é um quadrilátero convexo que possui lados opostos paralelos (DOLCE; POMPEO, 1993a).

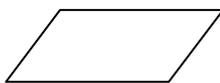


Figura 11 – Exemplo de paralelogramo

O quadrado, o retângulo e o losango são considerados paralelogramo, já que possuem lados opostos paralelos.

O retângulo é um quadrilátero convexo que possui quatro ângulos congruentes, ou seja, quatro ângulos de 90° (DOLCE; POMPEO, 1993a).



Figura 12 – Exemplo de retângulo

O losango é um quadrilátero convexo com quatro lados congruentes (Ibid.).

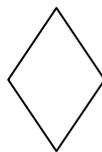


Figura 13 – Exemplo de losango

O quadrado é um quadrilátero convexo que possui quatro lados e quatro ângulos congruentes (DOLCE; POMPEO, 1993a).



Figura 14 – Exemplo de quadrado

A partir dessas definições, podemos afirmar que o quadrado é um retângulo e um losango. É um retângulo, pois é um paralelogramo que possui quatro ângulos de 90° . É um losango, pois é um paralelogramo que possui quatro lados de mesma medida.

O trapézio é um quadrilátero convexo que possui um par de lados paralelos (Ibid.).



Figura 15 – Exemplo de trapézio

Além dessa, os livros didáticos apresentam a seguinte definição: o trapézio é um quadrilátero convexo que possui apenas um par de lados paralelos.

Ao definirmos trapézio, precisamos explicitar a concepção utilizada. Segundo Maioli (2002, p.67), “[...] dependendo da definição considerada, o conjunto dos paralelogramos está contido no conjunto dos trapézios, ou são disjuntos [...]”.

Se definirmos trapézio como “um par de lados paralelos”, então podemos considerar o paralelogramo como trapézio pois, se aquele possui dois pares de lados paralelos é porque possui um par. Nesse caso, o retângulo, o quadrado e o losango também são trapézios. Porém, se o definirmos como “apenas um par de lados paralelos”, esse conjunto não agrega o conjunto dos paralelogramos.

O círculo

Podemos definir o círculo como o “[...] conjunto dos pontos de um plano cuja distância a um ponto dado (centro) desse plano é menor ou igual a uma distância (não nula) dada (raio)” (DOLCE; POMPEO, 1993a, p.149).

A circunferência é composta apenas pelo contorno do círculo.

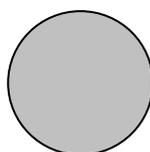


Figura 16 – Exemplo de círculo

Dificuldades de aprendizagem de geometria

Para os alunos aprenderem conceitos geométricos, precisamos planejar situações de aprendizagem que permitam a exploração de propriedades definidoras para que possam construir regularidades e distinguir as semelhanças e diferenças de conceitos envolvidos na relação espaço-plano. Antes de formalizarmos as definições e conceitos geométricos, é importante realizar um trabalho com as propriedades dos mesmos.

Os alunos podem interagir com uma série de propriedades definidoras para iniciarem a construção de conceitos. Propriedades como a dimensionalidade dos objetos e figuras geométricas, paralelismo, perpendicularidade, número de lados, medida dos segmentos de reta, forma das faces, medida dos ângulos são alguns dos critérios que precisam ser enfatizados no processo de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos.

Em nossa pesquisa, uma das propriedades mais importantes para desenvolvermos a relação espaço-plano foi a utilização do critério de dimensionalidade.

Tais propriedades devem ser construídas por meio da manipulação, experimentação, conjectura, representação, estabelecimento de relações, comunicação, argumentação e validação, ou seja, por meio do fazer. Contudo, a possibilidade de abstrair as regularidades e se desvincular da realidade e do imediato promovem o desenvolvimento e a aprendizagem de conceitos.

Além dessas considerações, sabemos que existe uma série de fatores que interfere na aprendizagem - aspecto afetivo, cognitivo, psicológico, emocional, etc. Eles acarretam dificuldades de aprendizagem. Outros de origem didática, ou seja, a seqüência, a metodologia e os recursos que o professor utiliza para desenvolver conceitos também influenciam o processo de ensinar e aprender.

Essa gama de condicionantes, prematuramente, cria uma situação pouco favorável à aprendizagem de conceitos geométricos, tornando seu ensino extremamente formal.

As dificuldades de aprendizagem são provocadas por obstáculos. De acordo com Brousseau (1986), estes não devem ser considerados como falta de conhecimento, mas sim, como uma etapa da aprendizagem que não aconteceu pela precária compreensão do problema ou pela impossibilidade de se chegar à resposta esperada. Segundo o autor, o obstáculo pode ser de origem epistemológica ou didática. Os epistemológicos são decorrentes das limitações de sistemas de conceitos e dificuldades que os matemáticos encontraram em superá-los e que precisaram ser integrados no processo de ensino. Os didáticos são decorrentes da escolha metodológica, ou do como transmitir o conteúdo curricular.

Vários são os estudiosos que vêm pesquisando e indicando problemas no processo de ensino e aprendizagem de Geometria.

Ao considerarmos, especificamente, os conceitos geométricos envolvidos na relação espaço-plano (objetos tridimensionais e figuras geométricas), evidencia-se que uma das limitações do aprendiz está no fato de tais conceitos serem desenvolvidos separadamente, sem relacioná-los, levando o aluno a não discernir as propriedades que definem cada um desses grupos geométricos.

Outro elemento limitador do anterior, está relacionado à não compreensão da ambigüidade que caracteriza a Geometria - espaço concreto e espaço geométrico (abstrato). A passagem de um espaço para o outro pode ser um obstáculo se a aprendizagem for iniciada pelas figuras geométricas pois, “[...] as figuras planas são idealizações, já que elas não possuem espessura; portanto, o que as crianças podem perceber são representações dessas formas” (FONSECA et al., 2002, p.46).

Como consequência, apresentamos a dificuldade discente em compreender a relação entre os objetos concretos e sua representação figural. É uma difícil abstração para os alunos compreender que uma determinada figura, realizada no papel ou na tela do computador, pode representar um objeto tridimensional.

Outro obstáculo específico à relação espaço-plano está ligado à dificuldade do aluno em compreender que um objeto concreto pode se transformar e ser representado de outra maneira. Por exemplo, o cubo, considerado um objeto espacial pode ser planificado e apresentado de várias formas.

A apresentação de figuras geométricas sempre em uma mesma posição (considerados desenhos estereotipados, protótipos) pode também acarretar dificuldades de aprendizagem. De acordo com Gravina (1996, p.2), “[...] a posição relativa do desenho ou seu traçado particular, passam a fazer parte das características do objeto, quer no aspecto conceitual ou quer no aspecto figural, estabelecendo desequilíbrios na formação dos conceitos”. Citamos, como exemplo, o quadrado que, geralmente, aparece com lados paralelos à margem da folha do livro, o retângulo que aparece com a medida de lados diferentes (o quadrado é um retângulo), o triângulo escaleno, que pouco aparece e a grande ênfase dada ao triângulo equilátero ou isósceles. Fonseca et al. (2002, p.58) destacam que

[...] grande parte das pessoas, e no caso dos professores em formação não é diferente, só reconhecem como “triângulos” os isósceles e os equiláteros e, muitas vezes, somente quando a base (nos isósceles) ou um dos lados (nos equiláteros) está na horizontal (ou paralelo à margem inferior do papel).

Caso haja um trabalho com predominância de protótipos (modelos), propriedades variantes e aparentes como cor, tamanho ou posição, entre outras, podem fazer surgir dificuldades para compreensão e construção de conceitos.

Para minimizarmos tais entraves, podemos ensinar os conceitos geométricos por meio de uma rede de informações, relacionando em uma mesma situação de aprendizagem, objetos concretos e figuras geométricas. O desenvolvimento e exploração desses conceitos devem privilegiar a interação do aluno com as propriedades invariantes dos mesmos.

Observamos também limitações decorrentes da interpretação de texto, do uso do vocabulário geométrico, da utilização de instrumentos geométricos e do uso do livro didático que podem comprometer a aprendizagem de conceitos.

Uma dificuldade dos alunos, não só na Geometria, está relacionada à interpretação e compreensão dos enunciados de problemas. Isso tem se mostrado um obstáculo difícil de ser superado pois, cada vez mais crianças e jovens demonstram dificuldades em ler, escrever, quantificar, etc. Uma leitura deficitária acarreta uma interpretação equivocada do problema e, conseqüentemente, provocará erros de resolução.

A falta de habilidade em utilizar a linguagem adequada e própria da matemática é uma outra dificuldade encontrada pelos alunos. O fato é que não reconhecem os aspectos sintáticos da linguagem matemática e acabam confundindo símbolos e regras. O professor precisa respeitar o nível de expressão do aluno e, gradativamente, introduzir, ampliar e precisar a linguagem matemática.

Há também a dificuldade de utilizar instrumentos próprios da Geometria. As construções com régua, compasso, esquadro, transferidor ficaram em um segundo plano ao se ensinar Geometria. Essas construções são de extrema importância para que os alunos, por meio do fazer, interajam com os conceitos.

O livro didático funciona como o recurso pedagógico mais utilizado pelos professores. No entanto, alguns deles apresentam equívocos conceituais e pouca integração da Geometria com outros campos matemáticos (aritmética, álgebra e tratamento de informação). As diversas áreas da Matemática precisam ser abordadas de forma integrada, evidenciando os pontos comuns e respeitando as características individuais de cada campo conceitual (nomenclatura, símbolos, regras, etc.).

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998, p.69), as atividades geométricas podem ser “[...] conduzidas, de forma que mantenham ligações estreitas com o estudo de outros conteúdos, em particular com as atividades numéricas, métricas e com a noção de proporcionalidade”.

A seqüência didática desenvolvida pelos autores de alguns livros didáticos ainda expressa a forma tradicional de “ver” a Geometria. Se a seqüência for definição, exemplos e exercícios, a Geometria está focada em linhas tradicionais e estáticas. No entanto, se o autor, inicialmente, apresentar situações de aprendizagem problematizadoras, estimulando que o aluno conjecture, experimente, relacione, comunique-se, argumente e valide suas próprias conclusões para depois apresentar a definição de conceitos, fica evidente a intenção de apresentar uma Geometria dinâmica, mais voltada à ação do aluno.

As dificuldades apresentadas até aqui foram importantes para detectarmos, na pesquisa, aquelas que os alunos tiveram quando trabalharam com objetos concretos e figuras geométricas. Tivemos o cuidado de considerá-las como uma maneira de compreender o seu pensamento e não como erros de aprendizagem.

Nesse sentido, elas foram utilizadas como indicativo para o professor repensar a sua prática, procurando de uma outra maneira favorecer a aprendizagem. Explicitar o erro e utilizá-lo para identificar obstáculos pode indicar, para o aluno, um novo caminho para a busca de uma aprendizagem significativa.

Pinto (2000), ao analisar o erro como estratégia didática, mostra que

um dos princípios estruturantes dessa nova abordagem é a concepção do erro como uma hipótese integrante da construção do conhecimento pelo aluno. Diferentemente das didáticas tradicionais, em que o erro servia, geralmente, como indicador do fracasso do aluno, nas novas teorias ele se apresenta como um reflexo do pensamento da criança, sendo percebido como manifestação positiva de grande valor pedagógico (p.10).

O professor apenas realiza a análise detalhada do erro, se tiver clareza do fator que o gerou. Segundo Lorenzato (2006, p.50), o erro pode ser originário da “[...] falta de atenção, pressa, chute, falha de raciocínio, falta de estudo, mau uso ou má interpretação da linguagem oral ou escrita da matemática, deficiência de conhecimento da língua materna ou de conceitos matemáticos”.

Em nossa intervenção pedagógica, consideramos as dificuldades como uma oportunidade para lapidar e promover a aprendizagem de conceitos.

RECURSOS METODOLÓGICOS UTILIZADOS

Para realizarmos a intervenção didática junto aos alunos da 5ª série, utilizamos recursos pedagógicos variados. Sabemos da importância de empregarmos várias tecnologias e diferentes recursos didáticos para promover a aprendizagem de conceitos e incrementar os

ambientes de aprendizagem e, por isso, utilizamos os recursos lápis e papel sulfite, régua, tesoura, lápis de cor, cola, gesso, computador e softwares educacionais. Eles foram planejados para que as aulas fossem diversificadas, promovessem a participação ativa e prazerosa dos alunos e favorecessem a aprendizagem de conceitos envolvidos na relação espaço-plano.

Algumas dessas tecnologias permeiam há muito tempo o contexto educacional. De acordo com Andrade e Moraes (1993, p.19) “[...] desde os primórdios da sociedade, o homem tem utilizado variados meios informáticos de transmissão da informação”.

Lápis e papel foram utilizados para que os alunos pudessem, a partir de uma tecnologia conhecida, organizar e aprimorar seu pensamento geométrico nas situações vivenciadas. Eles não precisaram se preocupar em compreender o funcionamento da mesma, voltando os seus pensamentos apenas para a execução das atividades e conceitos envolvidos.

Os instrumentos papel sulfite, cola, tesoura e régua auxiliaram como suporte para determinadas atividades. Além disso, a régua, considerada um instrumento de medição, funcionou para o aprimoramento de seu uso.

O uso do gesso mostrou-se valioso para que os alunos pudessem distinguir objetos tridimensionais sólidos ou ocos. Utilizamos esse material porque é fácil de ser encontrado, seu custo é baixo e a manipulação é simples e prazerosa.

O computador e os softwares foram empregados para promover a aprendizagem de conceitos e favorecer o desenvolvimento da criatividade e do raciocínio.

O computador no processo de ensino e aprendizagem

Pesquisas têm mostrado a potencialidade desta tecnologia, quando utilizada adequadamente, para enriquecer ambientes de aprendizagem. Nesse sentido, os pesquisadores defendem seu uso como meio didático. Para Valente (1993, p.33), “o uso do computador requer certas ações que são bastante efetivas no processo de construção do conhecimento. Quando o aprendiz está interagindo com o computador ele está manipulando conceitos e isso contribui para o seu desenvolvimento mental”.

Chaves (1988) reafirma essa posição ao dizer que,

[...] acredita que o contato regrado e orientado da criança no trabalho com o computador pode contribuir, positivamente, para acelerar seu desenvolvimento cognitivo e intelectual, em especial no que concerne ao raciocínio lógico e formal, à capacidade de pensar com rigor e de encontrar soluções para os problemas. Para ele, não será apenas com o computador que se atingirão tais objetivos. No entanto, esta máquina traz o elemento motivacional, tanto para os alunos quanto para os professores (apud OLIVEIRA, 1997, p.17).

Para Borba e Penteadó (2003, p.17), “[...] o computador deve estar inserido em atividades essenciais, tais como aprender a ler, escrever, compreender textos, entender gráficos, contar, desenvolver noções espaciais etc”.

Os alunos quando resolvem problemas utilizando o computador realizam uma seqüência de ações conhecida como espiral da aprendizagem⁷. Essa seqüência - descrição-execução-reflexão-depuração-descrição - foi identificada por Valente (2002) e busca compreender a ação do aluno ao resolver um problema no computador.

Nessa situação, o aprendiz elabora e *descreve* a solução, por meio de uma seqüência de comandos próprios do software. O sujeito utiliza todo o seu conhecimento - os prévios, as estratégias, aqueles sobre o computador e sobre o software, etc. O computador, ao *executar* os comandos dados, apresenta um resultado - *feedback* fiel e imediato. A partir dessa resposta, o aluno irá analisar e *refletir* sobre as informações recebidas pelo computador. Se a resposta for a desejada, ele poderá realizar uma nova tarefa. Caso não tenha conseguido o esperado, ele irá *depurar*, ou seja, irá retornar à descrição original para, novamente, realizá-la. Nesse caso, ele se encontra em um outro nível de desenvolvimento.

O ato de depurar representa um avanço singular para o processo de aprendizagem, já que, o erro passa a ser um aprimoramento, possibilidade de lapidação da aprendizagem. Quando o aluno detecta o seu erro (que pode ser sintático, conceitual ou estratégico), ele está interagindo com o conceito, o que trará ganhos à sua aprendizagem.

De acordo com Valente (1993, p.35), “o processo de achar e corrigir o erro constitui uma oportunidade única para o aluno aprender sobre um determinado conceito envolvido na solução do problema ou sobre estratégias de resolução de problemas”.

A espiral da aprendizagem permite que o educando tenha uma relação estreita com a informação. A relação aluno-computador-informação o conduz, por meio de sua própria ação, a conjecturar, tomar decisões, buscar informações, relacionar-se com seus pares, comparar propriedades inerentes ao conceito, abstrair regularidades. Isso não promove apenas o desenvolvimento cognitivo, mas também, o afetivo.

Essa seqüência de ações nos auxiliou a detectar a seqüência de ações realizada pelos alunos participantes dessa pesquisa nas atividades que envolvem o computador. Além disso, a oportunidade do registro das ações e do raciocínio que utilizaram na vivência das

⁷ A espiral da aprendizagem foi apresentada por Valente (2002) em substituição a idéia de ciclo de aprendizagem. Quando o aluno conclui o ciclo descrição-execução-reflexão-depuração o seu pensamento se modificou e por isso, a palavra que melhor se ajusta a esta situação é a de espiral.

situações de aprendizagem, possibilitou ao professor, melhor compreender o pensamento geométrico dos alunos e ajudá-los a avançar.

Softwares educacionais escolhidos

Nosso objetivo ao utilizar o computador e os softwares educacionais (sistema computacional) foi incrementar o ambiente educacional com o intuito de favorecer a aprendizagem significativa.

Para isso, tivemos o cuidado de verificar as características que consideramos importantes em um software: favorecer a realização da espiral da aprendizagem (descrição-execução-reflexão-depuração-descrição); analisar os aspectos estéticos, técnicos e pedagógicos; estimular a produção individual e coletiva, o desenvolvimento do raciocínio lógico, da criatividade; despertar interesse e prazer pelo aprender; promover a compreensão de conceitos, etc.

Mais do que classificar softwares, “[...] a análise de um sistema computacional com finalidades educacionais não pode ser feita sem considerar o seu contexto pedagógico de uso. Um software só pode ser tido como bom ou ruim dependendo do contexto e do modo como ele será utilizado” (VALENTE, 1997, p.1).

A escolha de softwares educacionais não pode, apenas, se restringir a fatores como conteúdo e objetivo, mas deve, envolver a realidade da sala de aula. De acordo com Kachar,

[...] escolher o software que atende aos objetivos e às necessidades da aprendizagem não garante a aplicação adequada, assim como o software que apresenta alguns limites não deve ser totalmente descartado, pois existe uma importante relação entre o que o software traz e o ambiente criado para sua exploração (1998, p.1).

Algumas situações de aprendizagem propostas em nossa seqüência múltipla e, analisadas neste trabalho, envolvem o computador e os softwares educacionais Paint, Poly e a linguagem de programação Logo. Procuramos levar em conta todo o contexto - os alunos, o conteúdo, a metodologia, a aplicação e a conduta do professor. Outro fato que corroborou para a escolha dos mesmos foi a facilidade em adquiri-los. O software Paint é da Microsoft e já está implementado nos computadores da escola-alvo da pesquisa. O software Poly e a linguagem de programação Logo podem ser encontrados gratuitamente na Internet⁸.

⁸ A linguagem de programação Logo pode ser encontrada no site: <http://www.nied.unicamp.br>. O software Poly pode ser encontrado no site: http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/softwares/softwares_index.php.

Paint

O software Paint é um editor de desenho que possibilita a construção de figuras e desenhos simples e/ou sofisticados. Para isso, utilizamos as ferramentas disponíveis: selecionar formas livres, selecionar, apagador/apagador de cores, preencher com cor, selecionar cor, lente de aumento, lápis, pincel, spray, texto, linha, curva, retângulo, polígono e elipse. Além disso, disponibiliza ajuda, o que pode estimular o aluno em suas possíveis dificuldades.

O Paint pode ser considerado um ambiente aberto de aprendizagem, uma vez que nele, o aluno é livre para propor e resolver qualquer projeto por que tenha interesse (BARANAUSKAS, 1999).

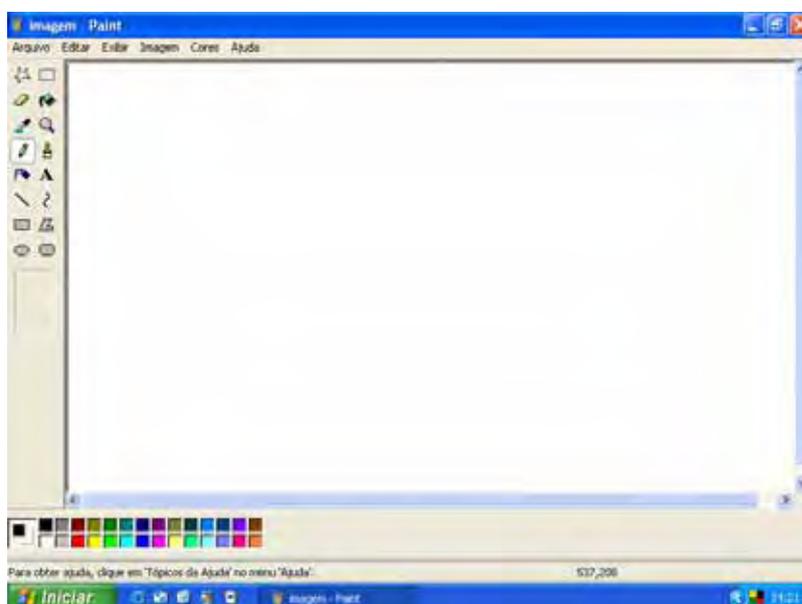


Figura 17 – Tela do software Paint

Este software é de fácil manipulação e não requer grandes habilidades computacionais.

Uma das possibilidades oferecidas pelo programa é a construção de figuras geométricas planas. No entanto, quando essa ação é realizada, o software não possibilita mecanismos que comprovem a exatidão métrica das figuras construídas. Por exemplo, ao desenharmos um quadrado, não temos a certeza que os quatro lados e os quatro ângulos são congruentes, pois o software não disponibiliza recursos para verificarmos tais dados.

Apesar da possibilidade de usá-lo para construir figuras planas, não o utilizamos com esse intuito. O software nos auxiliou em atividades nas quais os alunos representaram, por meio de figuras, objetos escolhidos e retirados do ambiente escolar.

Seu emprego ocorreu na primeira situação de aprendizagem para o contato inicial e exploração sobre a relação espaço-plano, nesse caso, objeto concreto e sua representação figural na folha de papel sulfite e na tela do computador. E também, sabendo da dificuldade dos alunos em compreender essa relação, propusemos sua utilização com o intuito de explorar o domínio das representações figurais.

A atividade com o uso desse software foi planejada para que, ao final, os alunos pudessem, quando realizassem a espiral da aprendizagem, iniciar a reflexão a respeito de propriedades que caracterizam objetos tridimensionais e suas representações.

Poly

O software Poly é um programa que possibilita a exploração da representação de objetos tridimensionais e suas planificações. Com ele, podemos compor (representação de objetos concretos) e decompor (planificação) a representação de objetos tridimensionais.

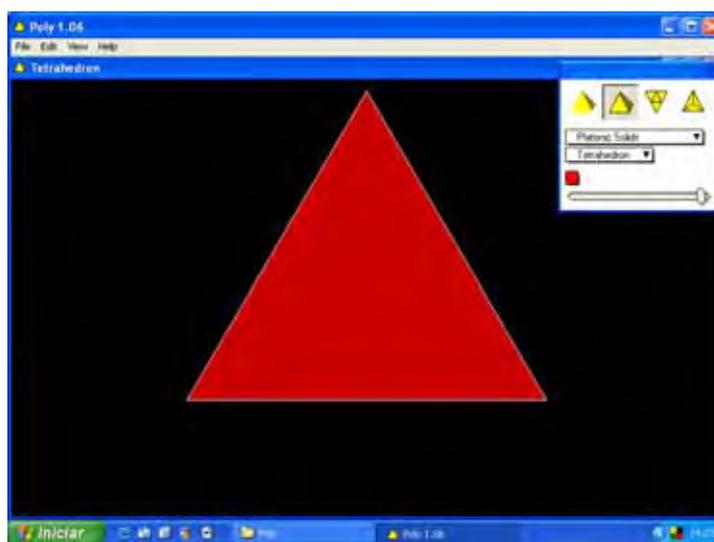


Figura 18 – Tela do software Poly

Ao utilizar este software, o aluno observa as diferentes formas e posições que uma determinada figura geométrica pode assumir. No entanto, o programa é considerado fechado, porque não possibilita ao aluno alterar e inserir novos dados.

Podemos escolher seis categorias como, por exemplo, sólidos de Platão ou sólidos de Arquimedes e, em cada uma delas, está disponível uma série de representações de objetos concretos.

Embora seja de fácil manipulação, o idioma utilizado é o inglês.

Pelo fato de possibilitar pouca interação com o aluno, planejamos uma atividade extra, na qual os alunos deveriam observar e registrar a nomenclatura das figuras geométricas e o número de faces, arestas e vértices com o intuito de explorar e comparar as representações dos objetos concretos e suas respectivas planificações e ampliar o vocabulário geométrico.

A atividade com o uso desse software foi planejada para que, ao final, os alunos conseguissem observar e refletir sobre as possíveis modificações que a representação de um objeto tridimensional pode assumir.

Linguagem de Programação Logo

A linguagem de programação Logo é considerada um ambiente interativo de aprendizagem. O aluno, a partir de suas ações, controla e interage ativamente com o programa, podendo inserir, alterar e elaborar as informações.

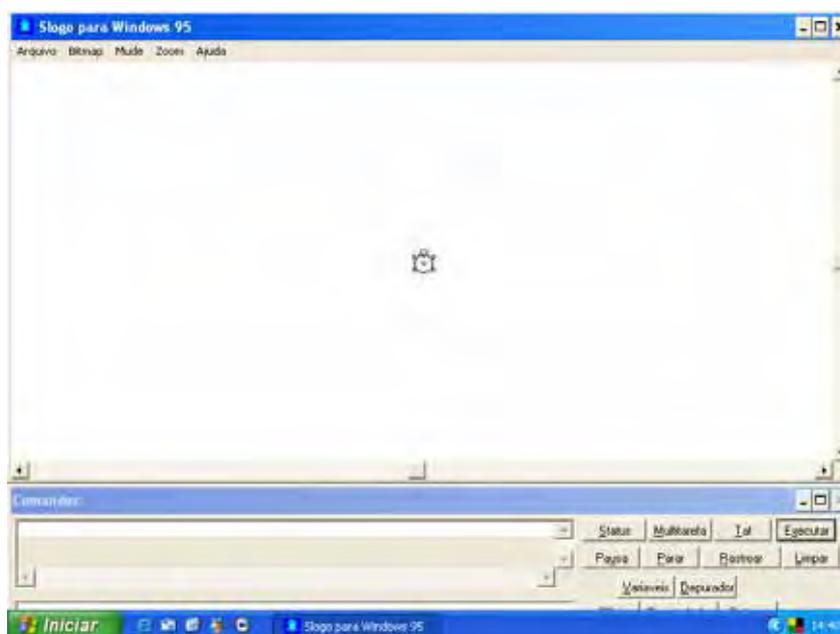


Figura 19 – Tela do software Slogow, desenvolvido pelo NIED/ Unicamp

Com essa linguagem podemos explorar conceitos geométricos, espaciais e numéricos, além de processar palavras e listas. No entanto, a estrutura mais conhecida é o Logo Gráfico, na qual uma tartaruga, no centro da tela, desloca-se a partir dos comandos recebidos, tendo como referência a posição de sua cabeça, com possibilidade de deixar ou não rastro (riscar ou não a tela).

Os comandos do Logo (chamados de primitivas) são próximos da linguagem natural. São eles: parafrente (número de passos) ou pf (número de passos) - número de passos

que a tartaruga andar para frente, paratras (número de passos) ou pt (número de passos) - número de passos que a tartaruga andar para trs; paradireita (número de graus) ou pd (número de graus) - ângulo que a tartaruga fará para a direita e paraesquerda (número de graus) ou pe (número de graus) - ângulo que a tartaruga fará para a esquerda.

Essa é uma linguagem procedural. Por isso, criamos procedimentos por meio da opção editar. Eles objetivam “ensinar”  tartaruga uma seqncia de ações, utilizando as primitivas. Esse novo comando será especificado por um nome e toda vez que for digitado na caixa de comandos, a tartaruga o realizar.

Por exemplo, se quisermos construir um retângulo, digitamos na caixa de comando:

pf 50 pd 90 pf 100 pd 90 pf 50 pd 90 pf 100

Após a digitação, daremos < enter > e a tartaruga construir o retângulo.

Outra possibilidade: clicar na barra de tarefas, no ícone editar. Para inici-lo, cada usuário nomeia-o como quiser. Nesse caso, denominaremos de *retângulo*. O procedimento *retângulo* pode ser:

aprenda retângulo

*repita 2[*pf 50 pd 90 pf 100 pd 90*]*

fim

Essa linguagem possibilita a execução fiel e imediata da descrição do pensamento do aluno e registra-o. Com ela é possível considerar o erro como uma etapa importante do processo de ensino e aprendizagem. O aprendiz, ao utilizá-la, realiza a espiral da aprendizagem.

Planejamos sua utilização para trabalhar com as figuras geométricas planas. A expectativa era que os alunos conseguissem interagir com as propriedades dessas figuras quando as construíssem. Desejávamos tmbm que criassem procedimentos para executar a tarefa proposta.

Portanto, esperava-se que os alunos pudessem construir as figuras planas (descrição) e a partir da execução do software, refletissem a respeito da resposta obtida. Se a resposta não fosse a esperada, poderiam rever os passos para identificar o seu erro. Caso conseguissem a resposta esperada, realizariam outras atividades, ou seja, vivenciariam a espiral da aprendizagem.

Esperávamos que a exploração inicial com a linguagem (compreensão do funcionamento) auxiliasse o processo de aprendizagem, visto que a experimentação de diversas ações favorece a construção de figuras planas.

Em síntese, entendemos que vários são os caminhos que podem ser traçados na Educação para promovermos a aprendizagem significativa de conceitos.

Nesta pesquisa, investigamos as vantagens e os limites de uma seqüência múltipla de situações de aprendizagem para promover a aprendizagem de objetos concretos e figuras geométricas, relacionando-os.

Procuramos compreender o processo de ensino e a aprendizagem de conceitos geométricos, enfatizando a importância de desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Estudos realizados por diversos pesquisadores contribuíram para essa análise. Dentre eles, citamos Duval, Van Hiele e Parsysz que contribuíram significativamente em nosso trabalho.

Raymond Duval nos auxiliou na compreensão das diferentes apreensões de uma figura geométrica. Os Van Hiele e Bernard Parsysz contribuíram para a compreensão das etapas de evolução do raciocínio geométrico. Cabe ressaltar que, para os Van Hiele, a passagem pelos diferentes níveis de compreensão é seqüencial, ou seja, “para se sair bem num determinado nível, o aluno deve ter assimilado as estratégias de níveis precedentes” (apud CROWLEY, 1994, p.5). Já para Parsysz, uma mesma situação de aprendizagem pode envolver diferentes estágios de aprendizagem.

Os atuais documentos oficiais - PCN de Matemática - também nos abriram à compreensão dos conceitos geométricos que os alunos envolvidos deveriam dominar e aqueles que precisariam ampliar.

Além disso, realizamos um estudo a respeito dos objetos concretos e figuras geométricas. Compreender as definições, os atributos que determinam tais conceitos e as dificuldades de aprendizagem nos ajudaram a analisar a intervenção pedagógica.

Por fim, apresentamos os recursos didáticos utilizados. Recorremos a diversas tecnologias com o intuito de promover a aprendizagem de conceitos e favorecer a participação ativa dos alunos.

Acreditamos que o estudo apresentado é importante para compreendermos e analisarmos a investigação pedagógica planejada, confirmando se a seqüência escolhida auxiliou a aprendizagem de conceitos geométricos.

CAPÍTULO 2

OBJETIVOS E METODOLOGIA DA PESQUISA

A escola, como parte integrante da sociedade, é constituída por seres de idéias e valores diferentes e, provavelmente, de objetivos diferenciados.

Nesse contexto, a sala de aula abrange a complexidade que envolve tais seres e a sociedade. “A realidade social e, concretamente, a realidade da aula é sempre complexa, mutante, singular e carregada de opções de valor” (GÓMEZ, 1998, p.83). Assim, podemos considerá-la como um reflexo da sociedade, porque seus membros são os que integram a sociedade.

Por esse motivo, quando realizamos investigações pedagógicas que ocorrem no contexto da sala de aula, precisamos atentar para a diversidade e singularidade (do local e das pessoas) presentes nesse espaço.

Corroborando essa idéia, Zan afirma que

as experiências de vida das crianças, a personalidade do professor, o relacionamento da criança com o professor e com a escola, as expectativas dos pais em relação à escola, o conteúdo formal que a escola insiste em “transmitir” e outros elementos atuam de forma a produzir resultados variados e inesperados (1992, p.489).

A pesquisa aqui apresentada não tem o objetivo de esgotar a complexidade dos fatores que envolvem a sala de aula. Nela, procuramos verificar as vantagens e os limites de uma seqüência múltipla de situações de aprendizagem, que utiliza recursos didáticos diferenciados, para favorecer a aprendizagem de conceitos geométricos. Contudo, “[...] esse recorte é parte de uma totalidade mais ampla e complexa, envolvendo múltiplas dimensões e uma trama de relações” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.102).

Investigar os acontecimentos que ocorrem na sala de aula enriquece a pesquisa, porque, ao procurar compreender as nuances desse contexto, desencadeia-se uma relação estreita entre as práticas e as teorias científicas. “A pesquisa em sala de aula é o elo indispensável na corrente dialética da ação-reflexão-ação. Sem ela os problemas todos parecem resolver-se no passe-de-mágica do discurso” (ZAN, 1992, p.493).

PROBLEMA DA PESQUISA

As avaliações externas, realizadas pelos órgãos oficiais, indicam que o processo de ensino e aprendizagem de Geometria possui um déficit considerável e que merece atenção. Segundo Almouloud,

o insucesso que caracteriza as experiências de tantos alunos com a matemática, principalmente com a geometria, como mostrou a Avaliação Educacional da Rede Estadual da SEE, revela que muitos tópicos de Matemática não são planejados ou não são ensinados, portanto não são aprendidos (2004, p.2).

Vasconcelos (2005), em sua pesquisa de dissertação de mestrado, verificou que crianças que cursam a 4ª série do ensino fundamental enfrentam dificuldades para reconhecer os objetos tridimensionais e suas representações. A autora acredita que existe um obstáculo natural na relação entre os conceitos representados por objetos tridimensionais e suas representações figurais. Além disso, supõe que os alunos demonstram um conhecimento insatisfatório devido a poucas experiências vivenciadas que envolvem conceitos geométricos.

Confirmando esses fatos, em nossa experiência profissional, encontramos alunos que cursam a 5ª série do ensino fundamental com um conhecimento precário a respeito dos conceitos geométricos. Eles confundem a nomenclatura de objetos concretos e figuras geométricas, não reconhecem a dimensionalidade dos mesmos, definem objetos tridimensionais e figuras geométricas com propriedades características ou por meio de definições incompletas.

Uma justificativa (não a única) para o limitado conhecimento dos alunos que chegam até a 5ª série pode ser a dificuldade de professores do ensino fundamental para ensinar conceitos geométricos. A formação inicial desses profissionais é, em geral, deficitária e por isso, eles não se sentem habilitados, capazes e seguros para desenvolverem conceitos de Geometria.

Diante do exposto, realizamos a pesquisa, com o intuito de ampliar as informações e favorecer a aprendizagem de conceitos geométricos dos alunos participantes. cremos que, quando utilizarmos uma seqüência múltipla de situações de aprendizagem, com uma metodologia que favoreça o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, conseguiremos promover a aprendizagem de conceitos envolvidos na relação espaço-plano.

Nesse sentido, um problema se apresenta: quais características uma seqüência múltipla de situações de aprendizagem precisa englobar para que ocorra a aprendizagem significativa de conceitos geométricos envolvidos na relação espaço-plano?

Supomos que, se trabalharmos com objetos tridimensionais e figuras geométricas, relacionando-os, numa rede de informações, os alunos poderão interagir com tais conceitos de

maneira a comparar as propriedades e abstrair regularidades. Por isso, planejamos atividades que lhes permitissem, experimentar, manipular, representar, estabelecer relações, comunicar e validar.

O enfrentamento desse problema e a possível resposta a ele poderá favorecer outros profissionais a buscarem novas alternativas para desenvolver tais conceitos. Se o professor utilizar sua experiência profissional para conduzir as nuances da sala de aula e investir em sua formação para aprimorar os conhecimentos pouco desenvolvidos, poderá contribuir para a sua aprendizagem e para a aprendizagem dos alunos.

Este trabalho pode contribuir para formação do professor, no sentido de suscitar uma reflexão sobre a importância e necessidade de uma escolha metodológica, que envolva múltiplas situações de aprendizagem para aperfeiçoar o processo ensino e aprendizagem de conceitos geométricos.

OBJETIVOS DA PESQUISA

Objetivo geral

O objetivo deste trabalho é investigar as vantagens e os limites de uma proposta didática baseada em uma seqüência múltipla de situações de aprendizagem, com recursos pedagógicos diferenciados para favorecer a aprendizagem significativa de conceitos geométricos envolvidos na relação espaço-plano.

Objetivos específicos

Os objetivos específicos são:

- diagnosticar os conhecimentos prévios e as dificuldades de aprendizagem dos alunos referentes aos conceitos de objetos concretos e figuras geométricas;
- planejar uma seqüência múltipla de situações de aprendizagem utilizando recursos didáticos diferenciados;
- desenvolver a seqüência múltipla de situações de aprendizagem planejada;
- identificar na seqüência múltipla quais características favoreceram a aprendizagem significativa de conceitos geométricos.

METODOLOGIA DA PESQUISA

A pesquisa, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da FCT/Unesp, é considerada uma intervenção pedagógica.

Planejamos uma seqüência múltipla de situações de aprendizagem, utilizando recursos didáticos diferenciados, para promover a aprendizagem de conceitos geométricos envolvidos na relação espaço-plano. Procuramos criar um ambiente propício para o desenvolvimento de tais conceitos.

Iniciamos a intervenção didática, em maio de 2007, com uma conversa entre os alunos e a professora pesquisadora para explicar o encaminhamento do trabalho.

Após esse momento, realizamos uma avaliação diagnóstica, composta de um pré-teste (prova escrita) e de três atividades que envolviam os conceitos de objetos concretos e figuras geométricas. Nosso objetivo era identificar os conhecimentos prévios e as dificuldades que os alunos possuíam a respeito dos conceitos envolvidos.

Com o material coletado e analisado, elaboramos as situações de aprendizagem e as desenvolvemos com o intuito de promover o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos participantes. Propusemos situações através das quais os alunos pudessem interagir com os conceitos manipulando, experimentando, conjecturando, comunicando e comparando elementos e conceitos em jogo.

Ao final das situações propostas, em outubro de 2007, reaplicamos a prova escrita inicial (pós-teste) para verificarmos se os alunos tinham avançado do ponto de vista da compreensão geométrica.

A escolha das situações de aprendizagem

A faixa etária dos alunos participantes, nossa experiência profissional, o conteúdo abordado e a fundamentação teórica dessa pesquisa foram critérios utilizados para escolhermos as situações de aprendizagem.

Pensamos em planejar situações diferenciadas, que utilizassem diversos recursos pedagógicos, que partissem da realidade. Essa Geometria não-axiomática é importante para os alunos interagirem com os conceitos, encaminhando-os a abstrair regularidades.

A seqüência múltipla de situações de aprendizagem teve o objetivo de desenvolver os conceitos contidos na relação espaço-plano: objetos concretos, figuras geométricas, planificação, conceito de face, vértice e aresta, ângulo e paralelismo.

Para planejá-la procuramos seguir as orientações dos PCN (BRASIL, 1997). De acordo com esse documento oficial é importante desenvolver o conceito de objetos tridimensionais para depois trabalhar com figuras geométricas, relacionando-os.

Para construir essa seqüência múltipla, fundamentamo-nos nos seguintes princípios, orientados pela prática de ensino do professor:

- partir do conhecimento prévio e das dificuldades dos alunos participantes;
- valorizar o erro como parte integrante do processo de aprendizagem;
- promover a interação aluno-informação por meio do fazer;
- desenvolver os conceitos por meio de uma rede de informações, relacionando-os;
- favorecer o estabelecimento de relações e regularidades entre objetos concretos e suas representações;
- utilizar metodologia e recursos pedagógicos diferenciados na execução das situações de aprendizagem;
- ser flexível no planejamento das situações de aprendizagem e caminhar de acordo com as necessidades avaliadas no decorrer do trabalho;
- assumir uma postura de mediador e facilitador da aprendizagem;
- formalizar os conceitos envolvidos ao final de cada situação de aprendizagem.

As nove situações de aprendizagem planejadas envolveram o domínio do espaço físico - os objetos geométricos foram materializados (percebidos visualmente)-; o domínio das figuras geométricas - a geometria foi concebida como modelação do espaço físico; o domínio das representações gráficas - sistema de representação plana das figuras espaciais (PARSYSZ, 2000, apud MACIEL, 2004). Para favorecer o desenvolvimento da percepção espacial e das propriedades definidoras das figuras geométricas, propusemos atividades desses domínios.

Procuramos iniciar nossa intervenção utilizando dados a respeito do conhecimento prévio dos alunos participantes. Estes apresentaram um bom domínio do espaço sensível, conseguindo relacionar os objetos em jogo (objetos concretos e figuras geométricas presentes nas atividades) às situações e objetos reais. Por isso, a primeira atividade relacionou-se ao ambiente mais próximo.

Nas que se seguiram, fomos avançando para os conceitos de objetos concretos não-planos ocos e não ocos, planificação, conceitos de face, vértice e aresta, ângulo, paralelismo e figuras planas.

Uma das situações de aprendizagem foi planejada para verificarmos as dúvidas dos alunos a respeito dos conceitos já desenvolvidos no sentido de superá-las. Essa atividade aconteceu no final do primeiro semestre de 2007.

Duas atividades foram acrescentadas à seqüência para auxiliarmos a compreensão dos conceitos de face, vértice e aresta, uma vez que muitos alunos apresentaram dificuldades em atividades anteriores.

Finalizamos as atividades com a exploração de figuras planas.

Em todas as situações de aprendizagem, inicialmente, houve a exploração dos elementos e conceitos em jogo, para depois formalizá-los. Além disso, os alunos deveriam avançar e progredir em seu pensamento geométrico por meio de suas ações e da relação com os seus pares e com a professora.

A intervenção esteve permeada pela construção dos alunos e sistematização de conceitos. Eles foram manipulando, experimentando, conjecturando, comparando, comunicando. Ao final de cada situação, procuramos formalizar os conceitos geométricos trabalhados.

A escolha dos recursos metodológicos

Diversificamos os recursos didáticos utilizados nas situações elaboradas com o intuito de enriquecer a intervenção pedagógica e favorecer a aprendizagem de conceitos geométricos.

Planejamos atividades que utilizaram recursos convencionais como lápis, papel e os tecnológicos como computador e softwares. Acreditamos que essa variação permite que os alunos interajam com os conceitos de diferentes formas, relacionando os conhecimentos prévios às novas informações. Quando o aluno não compreendia um conceito com uma determinada metodologia e recurso, propúnhamos uma nova metodologia com recursos diferenciados para favorecer a aprendizagem significativa de conceitos.

Algumas situações contemplaram o uso de recurso computacional e os softwares Paint, Poly e a linguagem de programação Logo.

Esses softwares foram escolhidos pela facilidade em adquiri-los (são softwares que já estão implementados nas máquinas da sala de informática ou são gratuitos). Também trabalham com o conceito abordado, o objetivo proposto e a realidade da sala de aula.

O Paint foi o primeiro software trabalhado com os alunos. Nosso objetivo foi explorar as representações figurais utilizando superfícies planas, como a tela do computador para representar objetos reais.

O segundo software utilizado como recurso didático foi o Poly. Nosso intuito foi a exploração de diversas representações de objetos concretos e suas respectivas planificações e

os conceitos de face, aresta e vértice. Por ser um software que permite apenas a observação, planejamos uma atividade extra para complementar seu uso.

Por último, propusemos situações de aprendizagem com a linguagem de programação Logo. Nosso objetivo foi desenvolver o conceito de figuras planas. Quando os alunos constroem as figuras planas, no ambiente Logo, eles interagem com as propriedades definidoras das figuras, o que pode favorecer a aprendizagem de conceitos.

A coleta de dados

A coleta de dados ocorreu por meio de diferentes formas de registro: fotografias, diário de campo e pelo registro das respostas dos alunos em cada situação de aprendizagem.

Não foi possível gravar a conversa dos alunos porque, durante a realização das atividades, ficaram muito agitados.

Contudo, procuramos registrar e analisar os olhares, as ações, as percepções e reações, a maneira como resolviam cada atividade. Tivemos o cuidado de captar a conduta de cada aluno na realização das atividades e tentamos traduzi-la neste trabalho.

As fotografias foram utilizadas como tentativa de observar as impressões instantâneas dos alunos diante das atividades propostas.

O diário de campo foi imprescindível para anotar as conversas entre os alunos e os fatos mais importantes. A partir do observado, a professora pesquisadora questionou e provocou os alunos a expressarem suas opiniões e reflexões diante das situações vivenciadas.

O diário de campo, além de ser um aporte de grande valor para descrever os fatos ocorridos no contexto, possui a característica interpretativa ao procurar “[...] olhar para a escola e a sala de aula como espaços socioculturais produzidos por seres humanos concretos, isto é, por sujeitos que participam da trama social com seus sentimentos, idéias, sonhos, decepções, intuições, experiências, reflexões e relações inter-pessoais” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.119).

Em nossa intervenção pedagógica, utilizamos o diário de campo para anotar o número de alunos presentes em cada situação de aprendizagem, suas impressões e seus comentários a respeito das ações por eles realizadas, bem como suas reações diante das situações propostas.

As informações contidas no diário de campo nos auxiliaram a compreender as ações e pensamento dos alunos para analisar a seqüência múltipla de situações de aprendizagem.

Além dessas formas de registro, para cada situação de aprendizagem proposta, elaboramos questões, que nomeamos complementares, com o objetivo de levar o aluno a refletir a respeito dos conceitos desenvolvidos nas atividades.

Ao final de uma situação de aprendizagem, cada aluno recebia uma folha, a qual continha as questões complementares referentes à atividade realizada. Os alunos, por meio da escrita, deveriam registrar informações sobre o assunto abordado. Ao final, eles deveriam entregar o documento completo para ser analisado posteriormente.

O registro das respostas dos alunos, nas questões complementares, foi essencial para entendermos como eles compreendiam os conceitos envolvidos e como progrediam em seu raciocínio geométrico.

Por meio dessas três formas de registro (fotografias, diário de campo e questões complementares) procuramos analisar o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos participantes e identificar as características que a seqüência didática elaborada deveria ter para favorecer a aprendizagem significativa de conceitos geométricos.

A ESCOLA

A pesquisa foi realizada na Escola Municipal de Ensino Fundamental “Marechal do Ar Márcio de Souza e Mello”, localizada no jardim Panorama, no município de Álvares Machado, Estado de São Paulo.

A unidade foi escolhida pelo fato de a professora pesquisadora, há pelo menos sete anos, lecionar ali.

A escola foi inaugurada em abril de 1982 e, por vinte e três anos, foi administrada pelo governo estadual, oferecendo o ensino fundamental de 5ª a 8ª série e o médio.

A partir de agosto de 2005, no processo de municipalização das escolas, o ensino fundamental passou a ser administrado pelo órgão municipal, com uma parceria entre Estado-Município. Ambos os cursos continuaram a ser oferecidos no mesmo local, mas com gestores, coordenadores, corpo docente e funcionários diferentes.

A escola abriga, em média, 500 alunos que freqüentam o ensino fundamental de 5ª a 8ª série, nos períodos matutino e vespertino. No período matutino, cursam alunos de 7ª e 8ª série e, no período vespertino, alunos de 5ª e 6ª série. A escola oferece quatro salas de cada série, totalizando dezesseis classes.

Ao final de cada ano letivo, os alunos podem ser reprovados de acordo com o seu desempenho curricular e, nesse caso terão, novamente, que cursar a mesma série. Portanto, as escolas do município não adotaram o sistema de progressão continuada, através do qual os alunos só podem ser reprovados ao final de quatro anos cursados, correspondente aos ciclos de 1ª a 4ª série e 5ª a 8ª série.

A maioria dos alunos mora no bairro no qual a escola está localizada. Por isso, não enfrentam dificuldades para se locomoverem até a escola.

A escola está situada em uma comunidade pouca favorecida econômica e socialmente com dificuldades como a falta de empregos, empregos temporários ou sub-empregos.

As escolas, um ginásio de esportes e as igrejas funcionam como espaço de lazer e entretenimento, já que não há praças e locais apropriados para este tipo de atividade. Além disso, a região fica na periferia da cidade e a locomoção torna-se dispendiosa.

Os alunos participantes

Os trinta e dois alunos participantes desta pesquisa integravam uma turma da 5ª série do ensino fundamental, da EMEF Marechal do Ar Márcio de Souza e Mello, no período vespertino, no ano de 2007. Eram doze alunos do sexo feminino e vinte alunos do sexo masculino. A maioria tinha em média onze anos, exceto dois alunos, que passaram pelo processo de repetência, com treze e quatorze anos, respectivamente.

No geral, esses alunos eram assíduos, com exceção de dois deles. Um era portador de necessidades especiais - com problema motor e locomovia-se com muita dificuldade. Duas vezes na semana ele faltava às aulas para realizar sessões de fisioterapia. O outro demonstrava dificuldades de relacionamento com a turma e, talvez por ser o aluno mais velho, não conseguia interagir com os colegas.

No período da tarde, a escola oferecia quatro salas de 5ª série. Escolhemos a turma com um número menor de alunos (em comparação com as outras). Outro fato que contribuiu para a escolha foi o horário disponível para realizar atividades didáticas na sala ambiente de informática. Esta sala reservava horários para as reuniões da hora de trabalho pedagógico coletivo (HTPC), limpeza e para as aulas de alfabetização em informática. Portanto, foi escolhida uma turma cujos horários livres da sala de informática eram compatíveis com as aulas de Matemática.

Tais condições induziram-nos à escolha intencional da sala de aula ao invés de utilizarmos critérios aleatórios de seleção da sala (TRIVINÓS, 1987).

Em nossa intervenção pedagógica, escolhemos desenvolver o trabalho com toda a turma (32 alunos) porque tivemos o intuito de nos aproximar, ao máximo, da realidade existente nas escolas públicas e, em especial, das salas de aula. Acreditamos na possibilidade de realizar um trabalho que favoreça a aprendizagem de conceitos envolvendo todos os alunos que cursam a turma escolhida.

Contudo, essa não é uma tarefa fácil. Por isso, no desenvolvimento da seqüência múltipla de situações de aprendizagem, os alunos realizaram as atividades em grupo e de acordo com a afinidade. A professora não interferiu na organização, nem na composição de tais grupos.

No entanto, para analisarmos os dados de maneira detalhada, optamos por agrupar os trinta e dois alunos em três grupos (A, B e C) uma vez que observamos, no decorrer da aplicação da seqüência múltipla de situações de aprendizagem, que os registros das respostas às questões complementares apresentaram resultados semelhantes. O grupo A foi formado por alunos que apresentaram dificuldades acentuadas no processo de aprendizagem. O grupo B foi formado por alunos que, embora com dificuldades, através da mediação da professora pesquisadora, conseguiram em sua maioria, superá-las. E, o grupo C foi formado por alunos que apresentaram um bom desempenho no decorrer do processo de ensino e aprendizagem.

Quadro 1 – Composição de grupos formados para a análise dos dados apresentados pelos alunos participantes

Grupos formados para a análise dos dados	Número de alunos
Grupo A	8
Grupo B	20
Grupo C	4
Total de alunos	32

N = 32

Acreditamos que a decisão pela formação de grupos para a análise dos dados nos auxiliou na compreensão do pensamento geométrico dos alunos e na identificação das características que favoreceram a aprendizagem de conceitos.

As aulas de Matemática

Utilizamos as aulas da disciplina Matemática para aplicarmos as situações de aprendizagem planejadas. São cinco aulas semanais, com duração de cinquenta e cinco minutos cada aula.

Os ambientes escolhidos para a realização da intervenção foram a sala de aula e a sala ambiente de informática - SAI.

As salas de aula desta escola são consideradas salas ambiente⁹. Nesse caso específico, a sala de Matemática é incrementada com cartazes das tabuadas da adição, da subtração e da multiplicação, e com a definição de ângulo e com trabalhos realizados pelos alunos (tema: tratamento de informação). De acordo com o conteúdo abordado nas aulas, os cartazes são fixados na sala.

A sala de informática abriga nove computadores, porém, apenas sete funcionam normalmente. Em 1998, a escola foi contemplada com cinco computadores disponibilizados pelo projeto Ensino On Line - A escola de cara nova na era da informática -, implementado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. Os outros cinco foram enviados dois anos depois. Um desses foi remanejado para serviços administrativos. A SAI possui ainda mesas específicas para os computadores, cadeiras adequadas, ar condicionado e uma lousa branca.

Além desses equipamentos, foi enviado um pacote de softwares educacionais, que contempla as diversas disciplinas curriculares.

O aluno da escola tem a possibilidade de utilizar a sala de informática em atividades curriculares, juntamente com o professor, em aulas de alfabetização no computador, oferecido por um projeto desenvolvido pela Secretaria da Educação do município e para a realização de estudo e pesquisa, agendando um horário oposto ao que estuda.

Nos dois ambientes utilizados para a aplicação da seqüência didática, os alunos se dividiram, por afinidade, em grupos de 2 a 4 alunos. Nosso intuito ao sugerir a formação de grupos esteve relacionada à importância de auxiliarmos os alunos a se comunicarem, trocarem idéias e interagirem com o objeto de estudo.

Em síntese, diante das considerações apresentadas, procuramos desenvolver a seqüência múltipla de situações de aprendizagem e analisá-la à luz da fundamentação teórica. De acordo com Fiorentini e Lorenzato,

para a pesquisa educacional não é suficiente descrever e descobrir fatos. É preciso buscar as explicações que permitem compreendê-los e elucidá-los. Isso requer uma interação dialética entre pesquisador e realidade física ou social, de modo que o primeiro explique a segunda, pois pesquisar não significa uma simples reprodução da realidade mas, sim, uma reconstrução baseada nos conhecimentos e significados do pesquisador (2006, p.33).

⁹ O termo "sala ambiente" é utilizado para designar uma sala de aula incrementada por materiais e recursos específicos a cada disciplina curricular.

No próximo capítulo, apresentamos a intervenção pedagógica, bem como realizamos sua análise para identificar as características que a seqüência múltipla de situações de aprendizagem precisa ter para favorecer a aprendizagem significativa de conceitos envolvidos na relação espaço-plano.

CAPÍTULO 3

A proposta didática: descrição e análise da seqüência múltipla de situações de aprendizagem

A proposta didática, apresentada e analisada neste capítulo foi desenvolvida no período de maio a outubro de 2007, na EMEF Marechal do Ar “Márcio de Souza e Mello” com alunos de 5ª série do ensino fundamental, visando promover a aprendizagem significativa de conceitos geométricos envolvidos na relação espaço-plano e verificar quais características a seqüência didática elaborada deveria ter para atingir o objetivo proposto.

Dessa forma, antes de iniciarmos a intervenção, planejamos e realizamos uma avaliação diagnóstica, compreendida por um pré-teste (prova escrita) e três atividades diagnósticas, os quais pretendiam caracterizar o conhecimento geométrico do público alvo.

Após a primeira etapa, planejamos situações de aprendizagem utilizando diversos recursos pedagógicos com o intuito de auxiliarmos os alunos a evoluírem geometricamente.

Acreditamos que para a faixa etária (os participantes cursam a 5ª série, em média, com 11 anos), deveríamos planejar situações que envolvessem a geometria empírica e que permitissem ao público alvo manipular, visualizar, experimentar, comparar, conjecturar e validar suas idéias. Somente depois da interação do aluno com a situação apresentada, formalizaríamos o conteúdo abordado.

As pesquisas nessa área, nossa experiência profissional e o desempenho dos alunos no decorrer das atividades funcionaram como parâmetros orientadores para a elaboração e desenvolvimento das situações de aprendizagem. Tais atividades foram delineadas e re-planejadas conforme identificamos as necessidades dos alunos.

Para concluir a intervenção reaplicamos a prova escrita (agora nomeada de pós-teste) para avaliarmos os avanços quanto à aprendizagem dos conceitos geométricos abordados.

Os estudos teóricos de Van Hiele, Duval e Parsysz, apresentados no primeiro capítulo, foram fundamentais para a análise e compreensão do desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos.

Apresentamos a avaliação diagnóstica e as situações de aprendizagem na mesma seqüência em que foi proposta aos alunos e realizada por eles. As atividades desenvolvidas estão apresentadas, neste capítulo, em quadros.

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Iniciamos a intervenção pedagógica, em maio de 2007, por meio de uma conversa informal com os alunos a respeito das atividades diferenciadas que realizariam. Esse momento de interação foi importante para explicarmos-lhes que, naquele momento, participariam de uma pesquisa que fazia parte dos estudos da professora daquela sala, que também era a pesquisadora.

No momento seguinte, aplicamos a avaliação diagnóstica (prova escrita e três atividades diagnósticas). Utilizamos esses dois instrumentos diferenciados por acreditarmos que somente com a prova escrita não teríamos a real compreensão do conhecimento prévio dos alunos.

A prova escrita foi resolvida individualmente e as atividades foram realizadas em grupo. No entanto, ao analisarmos as respostas, verificamos que, em um mesmo grupo, cada aluno apresentou respostas diferenciadas. Eles trocaram idéias, porém, cada um deles, a partir de seu conhecimento, redigiu a própria resposta.

Prova escrita

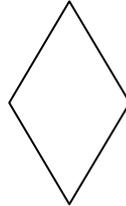
Planejamos o pré-teste com o intuito de diagnosticarmos os conhecimentos prévios dos alunos participantes referentes aos objetos concretos e figuras geométricas.

Os conhecimentos mobilizados foram figuras planas, representação de objetos tridimensionais e planificação.

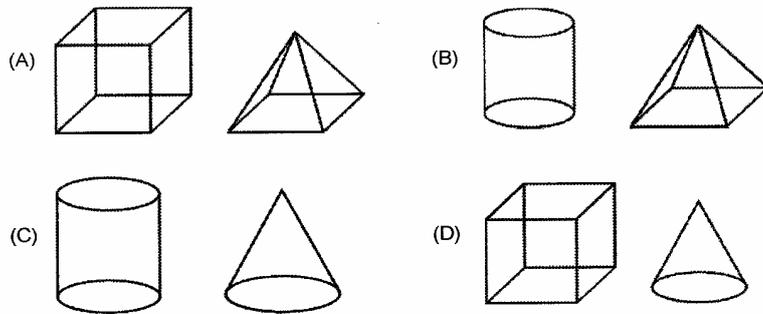
A prova, apresentada a seguir, foi planejada para ser realizada em 1h50min, tempo correspondente a duas aulas.

4. Na figura abaixo tem-se representado um canteiro de flores que foi construído com a forma de quadrilátero de lados iguais e dois a dois paralelos.

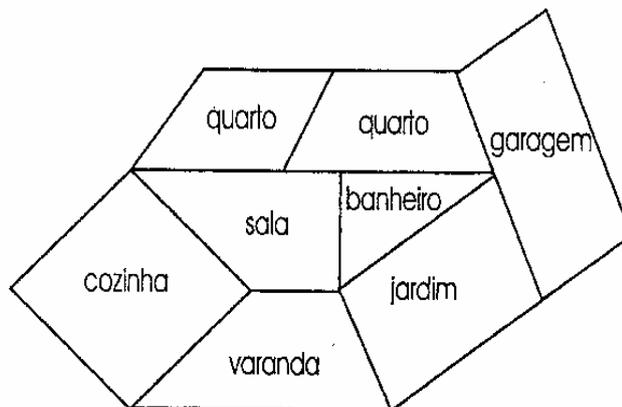
Sua forma é a de um _____



5. Assinale a alternativa em que as duas formas geométricas representadas só têm regiões poligonais:



6. João gosta de criar coisas diferentes. Um dia desenhou a planta de sua casa conforme a figura abaixo. Escreva quais partes da planta da casa de João, lembram a figura de um paralelogramo?



7. Desenhe algumas figuras planas. Se souber, escreva os seus nomes. Você sabe alguma coisa sobre elas?

8. Desenhe alguns sólidos geométricos. Se souber, escreva os seus nomes. Você sabe alguma coisa sobre eles?

Ela foi composta por 8 questões, das quais três envolviam conhecimentos sobre a representação de objetos tridimensionais. Em duas, planificações estavam em jogo. Três tratavam de conhecimentos de figuras planas.

As questões apresentadas na avaliação diagnóstica representam adaptações de outras referentes ao Sistema de Avaliação do Estado de São Paulo (Saresp) e a livros didáticos de 5ª série. Todas envolvem o conteúdo abordado nesta pesquisa.

No quadro a seguir, apresentamos o objetivo de cada questão:

Quadro 2 – Objetivos das questões do Pré-teste

Questões	Objetivo de cada questão
Questão 1	Reconhecer pirâmides
Questão 2	Representar, por meio de figuras geométricas, um prisma
Questão 3	Representar, por meio de figuras geométricas, um cone a partir da planificação do mesmo
Questão 4	Nomear a figura plana losango
Questão 5	Reconhecer poliedros e corpos redondos
Questão 6	Reconhecer a figura plana paralelogramo
Questão 7	Representar figuras planas
Questão 8	Representar, por meio de figuras geométricas, objetos tridimensionais

Procuramos, com essa avaliação obter dados precisos para traçar um panorama geral dos conhecimentos prévios e dificuldades de aprendizagem dos alunos a respeito dos conceitos abordados.

A avaliação dos resultados da prova escrita permitiu diagnosticar o conhecimento dos alunos, assim como orientar o planejamento das situações de aprendizagem.

Primeira atividade diagnóstica

A primeira atividade, relacionada aos objetos concretos tridimensionais foi proposta com o objetivo de investigar as estratégias e justificativas utilizadas pelos alunos

para agrupá-los. Além disso, pretendíamos diagnosticar os conhecimentos prévios e dificuldades referentes ao vocabulário, elementos e propriedades dos objetos tridimensionais.

Os conhecimentos mobilizados são relativos aos objetos tridimensionais e à classificação entre poliedros e corpos redondos.

Utilizamos 1h50min (duas aulas) para concluirmos esta primeira atividade diagnóstica.

Os alunos foram divididos em oito grupos de três elementos. Cada grupo recebeu cinco objetos tridimensionais ocultos, com cores e formas diferentes: uma esfera, um cilindro, um cone, um prisma e uma pirâmide.

Inicialmente, eles manipularam livremente os objetos. Após essa primeira etapa, receberam as questões abaixo para serem respondidas.

Avaliação diagnóstica – Objetos concretos

Nome:

1. Separe os objetos, colocando em grupo aqueles que você considera parecido. Como você fez para separar estes objetos?
2. Haveria um outro modo de separar estes objetos? Como?
3. Você conhece algum destes objetos? Identifique pela cor ou pelo nome.
4. Estes objetos são parecidos com algum outro objeto que você conhece?
5. Você já viu estes objetos em outros lugares? Em quais lugares?
6. Escolha um objeto pela cor ou pelo nome.
O objeto escolhido é _____
Que tipo de objeto é este? Como você sabe?
7. Escolha um objeto pela cor ou pelo nome.
O objeto escolhido é _____
Se você tivesse que contar para alguém como é este objeto, como você contaria?

Essas questões foram propostas para nos auxiliar a detectar o vocabulário e os conceitos geométricos que os alunos estavam utilizando.

Na questão 1, deveriam realizar agrupamentos e justificar o critério utilizado. Na questão 2, pretendíamos que re-afirmassem o critério utilizado ou então escolhessem outro critério que garantisse o agrupamento realizado.

As questões 3, 4 e 5 faziam referência à realidade. Elas foram escolhidas por acreditarmos na importância de os alunos refletirem sobre a Geometria presente no ambiente vivido.

As questões 6 e 7 foram planejadas com o intuito de identificarmos os critérios utilizados pelos alunos para definir o objeto por eles escolhidos. Para responderem essa questão corretamente, precisariam conhecer as propriedades que definem um determinado objeto tridimensional. Será que os alunos expressaram os objetos a partir de sua aparência ou utilizaram características que os definiam?

Não se pode negar que a interação com os objetos concretos pode indicar as possíveis relações e conhecimento a esse respeito.

Segunda atividade diagnóstica

Nosso objetivo nesta segunda atividade diagnóstica foi verificar se os alunos reconheciam as figuras geométricas planas em diferentes posições. Além disso, pretendíamos diagnosticar os conhecimentos prévios e as dificuldades a respeito do vocabulário geométrico, elementos e propriedades de figuras planas.

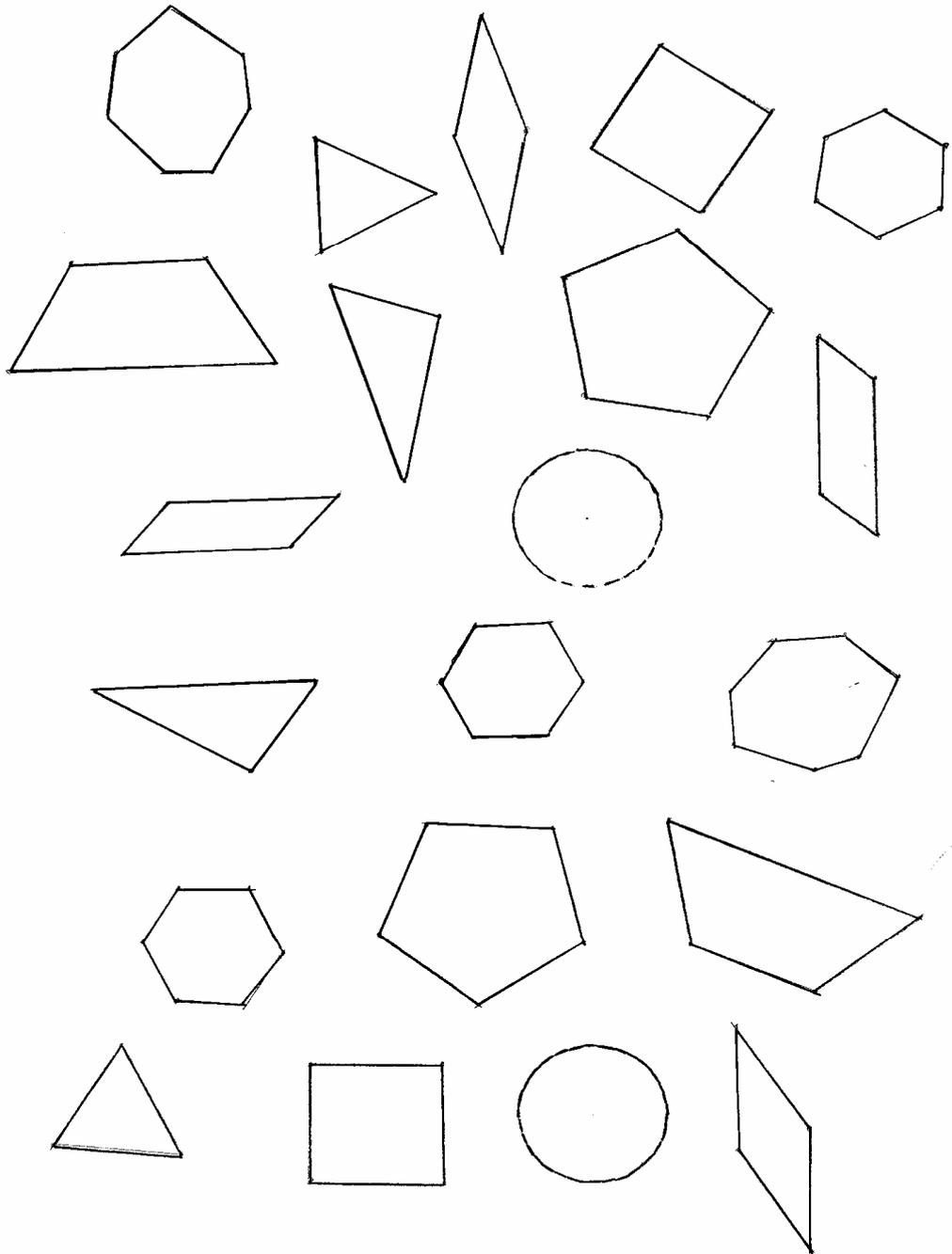
Os conhecimentos mobilizados foram o círculo e as seguintes figuras poligonais: heptágono, hexágono, pentágono, quadrado, losango, trapézio, triângulo equilátero e triângulo escaleno.

Utilizamos 1h50min (duas aulas) para a realização desta segunda atividade diagnóstica.

Para realizarem a atividade, os alunos tiveram que colorir as figuras semelhantes com a mesma cor.

Avaliação diagnóstica – Regiões planas**ATIVIDADE**

Pinte com a mesma cor as formas geométricas iguais.



Depois de colorirem as figuras geométricas, os alunos responderam às seguintes questões complementares.

Avaliação diagnóstica – Regiões planas

Nome:

1. Você conhece alguma destas figuras? Identifique pela cor ou pelo nome.
2. Estas figuras possuem alguma coisa parecida? Quais figuras? Identifique pela cor ou pelo nome.
3. Você consegue separar estas figuras em grupo? Como você faria para separá-las?
4. Você já viu estas figuras em outros lugares? Em quais lugares?
5. Estas figuras são parecidas com alguma outra figura ou objeto que você conhece?
6. Escolha uma figura pela cor ou pelo nome.
A figura escolhida é _____
Que tipo de figura é esta? Como você sabe?
7. Escolha uma figura pela cor ou pelo nome.
A figura escolhida é _____
Se você tivesse que contar para alguém como é esta figura, como você contaria?

As respostas auxiliaram o levantamento do vocabulário e dos critérios que os alunos utilizaram para definir uma figura plana.

A questão 1 foi planejada com o objetivo de sabermos se os alunos reconheciam as figuras planas. Nossa intenção com as questões 2 e 3 foi identificar os critérios utilizados para agruparem tais figuras.

As questões 4 e 5 faziam referência ao cotidiano dos alunos. Será que conseguiram identificar tais figuras em seu cotidiano?

Nosso objetivo com as questões 6 e 7 era compreender o critério utilizado pelos alunos para caracterizar uma determinada figura plana.

O reconhecimento de figuras em diferentes posições poderia indicar a percepção do aluno quanto às propriedades dessa figura. Também apontaria se os alunos conseguiriam comparar e reconhecer figuras semelhantes. Da mesma forma seria fundamental para o professor desenvolver um trabalho através do qual o aluno pudesse reconhecer as propriedades e características definidoras das figuras geométricas.

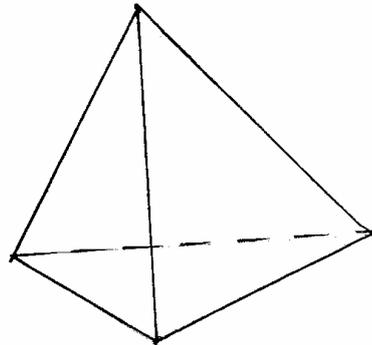
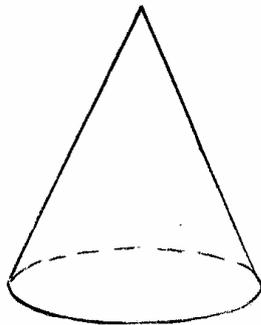
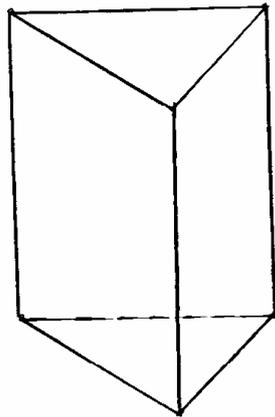
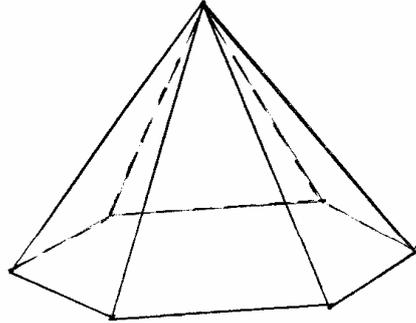
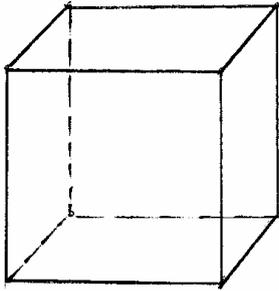
Terceira atividade diagnóstica

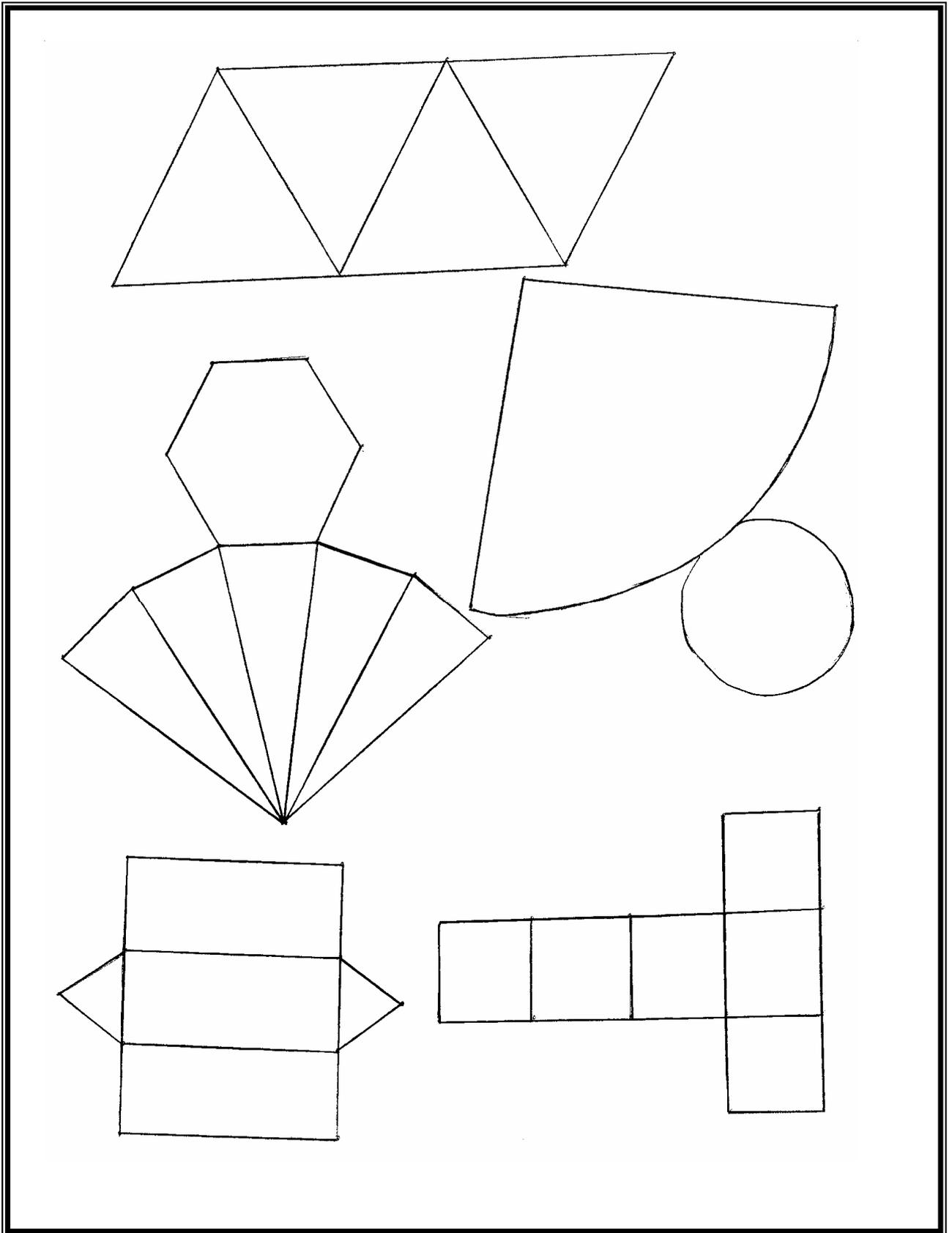
Na terceira atividade diagnóstica, procuramos compreender se os alunos relacionavam adequadamente as representações figurais de objetos concretos à suas respectivas planificações. Além disso, pretendíamos identificar o vocabulário e propriedades referentes às figuras geométricas e objetos tridimensionais.

Os conhecimentos mobilizados na atividade foram representações de objetos concretos e planificações. Utilizamos 1h50min (duas aulas) para concluir a terceira atividade diagnóstica, na qual os alunos deveriam relacionar, colorindo com a mesma cor, a representação figural do cubo, pirâmide de base hexagonal, prisma de base triangular, cone e tetraedro às suas respectivas planificações.

Avaliação diagnóstica – relação espaço-plano**ATIVIDADE**

Relacione (colorindo) cada modelo de sólido geométrico a sua respectiva planificação.





Depois de colorirem as figuras geométricas, os alunos responderam às seguintes questões complementares.

Avaliação diagnóstica – relação espaço-plano

Nome:

1. Escolha um modelo de objeto e sua respectiva planificação. Identifique pelo nome ou pela cor. O que você sabe sobre eles?
2. O que levou você a relacionar (colorir com a mesma cor) este modelo de objeto a esta planificação?
3. Você poderia relacioná-los de uma outra forma? Como?
4. Se alguém lhe perguntasse se estas figuras (modelo de objeto) são iguais ou diferentes, o que você diria? Como você chegou a esta conclusão?

As respostas nos auxiliaram a compreender o estágio de desenvolvimento do pensamento dos alunos participantes.

Procuramos na questão 1, identificar os conhecimentos prévios a respeito da correspondência entre a representação figural de um objeto tridimensional e sua planificação.

Ao responder à questão 2, eles deveriam justificar o critério utilizado para relacionar a representação de um determinado objeto concreto à sua planificação.

Na expressão à questão 3, os alunos deveriam re-afirmar o critério utilizado ou então, expressar um outro, para relacionar as duas representações.

A questão 4 foi proposta com o intuito de compreendermos se os alunos eram capazes de perceber que a planificação é uma representação de um objeto concreto.

Essa atividade conclui nossa avaliação diagnóstica. Procuramos, a todo o momento, verificar os conhecimentos prévios e as dificuldades que os alunos demonstravam a respeito dos conceitos envolvidos na relação espaço-plano.

As três atividades diagnósticas foram fundamentais para o desenvolvimento da intervenção, uma vez que foi possível, com elas, perceber se os alunos compreendiam ou não a relação existente entre os objetos concretos, sua representação figural (na folha de papel), e sua planificação.

Apresentamos a seguir a análise da avaliação diagnóstica e os resultados obtidos.

Análise da avaliação diagnóstica

Os alunos demonstraram-se bastante entusiasmados e participativos durante a avaliação diagnóstica. Contudo, houve questionamentos constantes a respeito das atividades diferenciadas que estavam realizando.

Observamos os seguintes questionamentos:

- *Da coisa de 1ª série para nós fazermos.*
- *É muito fácil! É coisa de 1ª série.*
- *No prezinho a gente trabalhava com Geometria.*
- *Não é aula de Matemática.*

O aluno, que disse não ser aula de Matemática, foi questionado pela professora pesquisadora:

- *Então, o que é?*

O aluno respondeu:

- *De Artes.*

Tais questionamentos passam o significado de que os alunos acreditam que as aulas de Matemática devem ser de outra maneira. Aulas que utilizam recursos como lápis de cor, papel sulfite, tesoura e manipulação de objetos são relacionadas à disciplina Artes.

A avaliação diagnóstica, constituída pelo pré-teste e três outras atividades, forneceu-nos dados importantes para a elaboração das situações de aprendizagem.

No decorrer da seqüência múltipla de situações de aprendizagem, os alunos realizaram as atividades em grupo, formados por afinidade. Cada grupo foi constituído de dois a quatro participantes.

Contudo, para analisarmos o processo de intervenção (avaliação diagnóstica, situações de aprendizagem e pós-teste), agrupamos os alunos utilizando o critério de desempenho. Optamos por essa forma de análise, porque verificamos ao final da aplicação da seqüência múltipla que os registros das respostas das questões complementares apresentavam semelhanças.

Dessa forma, realizamos a análise didática por meio dos grupos A, B e C. O grupo A foi formado por quatro alunos que apresentaram dificuldades acentuadas no processo de aprendizagem. O grupo B foi formado por vinte alunos que, apresentaram dificuldades, mas com a mediação da professora pesquisadora, conseguiram em sua maioria, superá-las. E, o grupo C foi formado por oito alunos que apresentaram um bom desempenho no decorrer do processo de ensino e aprendizagem.

Pela análise dos registros escritos das atividades contidas na avaliação diagnóstica, inferimos que os quatro alunos que compõem o grupo A:

- acertaram no pré-teste de uma a três questões;
- todos os alunos nomearam os objetos concretos com nomenclaturas de figuras planas;
- todos os alunos utilizaram o critério da aparência (forma, cor, tamanho, etc) para definirem as figuras geométricas e os objetos concretos;
- todos os alunos relacionaram os objetos concretos a objetos e lugares;
- três alunos reconheceram figuras planas semelhantes em várias posições;
- três alunos nomearam corretamente as figuras planas quadrado e triângulo;
- nenhum aluno nomeou as figuras planas losango, pentágono, hexágono e heptágono;
- um aluno nomeou a figura plana paralelogramo;
- todos relacionaram as figuras planas a objetos e lugares;
- todos relacionaram a representação figural de objetos concretos às suas respectivas planificações.

Para os vinte alunos do grupo B, verificamos que:

- acertaram no pré-teste de uma a quatro questões;
- todos os alunos nomearam os objetos concretos com nomenclaturas de figuras planas;
- todos os alunos relacionaram os objetos concretos a objetos e lugares;
- três alunos tentaram definir as figuras planas quadrado e triângulo, no entanto, não utilizaram todas as propriedades definidoras;
- dois alunos definiram com precisão o triângulo;
- dezessete alunos reconheceram as figuras planas em várias posições, um aluno não reconheceu as figuras semelhantes e dois alunos demonstraram dificuldades em distinguir o hexágono do heptágono;
- dois alunos nomearam o trapézio;
- um aluno nomeou o triângulo, o quadrilátero (considerou o quadrado, o trapézio e o losango) e o hexágono;
- dezenove alunos nomearam as figuras planas quadrado e triângulo;
- sete alunos nomearam o círculo corretamente, seis o chamaram de redondo e os outros não expressaram informações a respeito dessa figura plana;
- dezoito alunos relacionaram as figuras planas a objetos e lugares;
- todos os alunos relacionaram as representações figurais de objetos concretos às suas respectivas planificações, exceto uma aluna.

Os oito alunos que compõem o grupo C:

- acertaram no pré-teste de uma a seis questões;
- todos os alunos relacionaram os objetos concretos a objetos reais;
- sete alunos nomearam os objetos concretos com nomenclaturas de figuras planas, exceto um aluno que nomeou corretamente a pirâmide;
- todos os alunos relacionaram os objetos concretos a objetos e lugares;
- um aluno expressou propriedades definidoras do triângulo;
- sete alunos utilizaram o critério da aparência para expressarem informações a respeito das figuras planas;
- todos os alunos reconheceram as figuras planas em várias posições, exceto um deles;
- dois alunos nomearam as figuras planas losango e paralelogramo;
- todos os alunos nomearam as figuras planas quadrado, círculo, triângulo e círculo;
- nenhum aluno nomeou as figuras planas: pentágono, hexágono e heptágono;
- todos relacionaram as figuras planas a objetos e lugares;
- todos relacionaram as representações figurais de objetos concretos às suas respectivas planificações.

Ao analisarmos os resultados obtidos, não encontramos diferenças expressivas nas respostas apresentadas pelos três grupos (A, B e C). De modo geral, os alunos participantes identificaram os objetos concretos e as figuras geométricas pelo critério da aparência e tiveram dificuldades de identificá-las pelas propriedades essenciais que as caracterizam.

Contudo, os três grupos conseguiram relacionar os conhecimentos geométricos a objetos reais e lugares. Os alunos relacionaram os objetos concretos e figuras planas aos seguintes objetos reais: *copo; caderno; janela; anel; mesa; lousa; cama; bolsa; armário; retrato; cadeira; piso; bola; placas; vaso; chapéu de palhaço; sol; relógio; televisão; pedaço de pizza; caixa de sapato*. E, relacionaram os objetos concretos e as figuras planas aos seguintes locais: *na loja; o cone eu já vi na rua; em todos os lugares; na escola; em casa; na rua; cadernos; livros e desenhos; mercados; copo; na aula de artes; cozinhas; no circo; nos pneus dos carros e motos; nas cidades; caixa; bola; barco; balão; sorveteria; avenidas; caderno de desenho; roda gigante; lousa; livro; mesa e quadros de parede*.

Verificamos por meio da análise dos registros que os alunos demonstraram reconhecer as figuras planas círculo, quadrado e triângulo. De acordo com Fonseca et al.

de fato, as figuras planas elementares (quadrado, retângulo, triângulo e círculo) são facilmente reconhecidas e nomeadas pelas crianças. São formas que fazem parte do espaço real onde a criança se encontra, pois são comumente usadas nas construções e nos objetos (2002, p.46).

Acrescentamos a essa análise, dados importantes recolhidos na prova escrita (pré-teste).

Destacamos que os percentuais e a análise apresentada são referentes aos alunos presentes à atividade.

Segue o percentual de acertos na prova escrita dos alunos que compõem o grupo A:

Quadro 3 – Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo A no pré-teste

Questões	Objetivo de cada questão	Frequência	Percentual
Questão 1	Reconhecer pirâmides	3	100,0%
Questão 2	Representar, por meio de figuras geométricas, um prisma	0	0%
Questão 3	Representar, por meio de figuras geométricas, um cone a partir da planificação do mesmo	1	33,3%
Questão 4	Nomear a figura plana losango	1	33,3%
Questão 5	Reconhecer poliedros e corpos redondos	2	66,7%
Questão 6	Reconhecer a figura plana paralelogramo	0	0%
Questão 7	Representar figuras planas	0	0%
Questão 8	Representar, por meio de figuras geométricas, objetos tridimensionais	0	0%

N = 3

O quadro esclarece que os alunos apresentaram conhecimento satisfatório nas questões 1 e 5. Podemos inferir daí que possuem conhecimento prévio a respeito dos poliedros e corpos redondos e da representação do objeto tridimensional pirâmide. No entanto, de um modo geral, tiveram dificuldades com as outras questões.

Analisando o percentual de acertos na prova escrita dos alunos que compõem o grupo B:

Quadro 4 – Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo B no pré-teste

Questões	Objetivo de cada questão	Frequência	Percentual
Questão 1	Reconhecer pirâmides	11	68,7%
Questão 2	Representar, por meio de figuras geométricas, um prisma	0	0%
Questão 3	Representar, por meio de figuras geométricas, um cone a partir da planificação do mesmo	4	25,0%
Questão 4	Nomear a figura plana losango	1	6,2%
Questão 5	Reconhecer poliedros e corpos redondos	5	31,2%
Questão 6	Reconhecer a figura plana paralelogramo	3	18,7%
Questão 7	Representar figuras planas	3	18,7%
Questão 8	Representar, por meio de figuras geométricas, objetos tridimensionais	7	43,7%

N = 16

Os dados permitem-nos concluir que os alunos demonstraram bom conhecimento na questão 1. Apenas na questão 2, o índice foi zero a respeito da planificação do prisma.

Os alunos do grupo C obtiveram os seguintes índices:

Quadro 5 – Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo C no pré-teste

Questões	Objetivo de cada questão	Frequência	Percentual
Questão 1	Reconhecer pirâmides	5	71,4%
Questão 2	Representar, por meio de figuras geométricas, um prisma	1	14,3%
Questão 3	Representar, por meio de figuras geométricas, um cone a partir da planificação do mesmo	3	42,8%
Questão 4	Nomear a figura plana losango	1	14,3%
Questão 5	Reconhecer poliedros e corpos redondos	5	71,4%
Questão 6	Reconhecer a figura plana paralelogramo	3	42,8%
Questão 7	Representar figuras planas	0	0%
Questão 8	Representar, por meio de figuras geométricas, objetos tridimensionais	3	42,8%

N = 7

Pelas respostas do grupo, fica evidente o conhecimento a respeito dos poliedros e dos corpos redondos e da representação do objeto tridimensional pirâmide. Em oposição, na questão 7, demonstraram dificuldades para representar figuras planas.

Dos vinte e seis alunos que realizaram a prova, apenas dois acertaram pelo menos 50% da prova escrita (um aluno acertou quatro questões e o outro seis). Esses dados indicam conhecimento insatisfatório a respeito do conteúdo abordado.

Apresentamos no quadro a seguir o percentual de acertos de cada questão em relação a todos os alunos pesquisados:

Quadro 6 – Respostas corretas apresentadas pelos alunos no pré-teste

Questões	Objetivo de cada questão	Frequência	Percentual
Questão 1	Reconhecer pirâmides	19	73,0%
Questão 2	Representar, por meio de figuras geométricas, um prisma	1	3,8%
Questão 3	Representar, por meio de figuras geométricas, um cone a partir da planificação do mesmo	8	30,8%
Questão 4	Nomear a figura plana losango	3	11,5%
Questão 5	Reconhecer poliedros e corpos redondos	12	46,1%
Questão 6	Reconhecer a figura plana paralelogramo	6	23,0%
Questão 7	Representar figuras planas	3	11,5%
Questão 8	Representar, por meio de figuras geométricas, objetos tridimensionais	10	38,5%

N = 26

A maioria dos alunos acertou a questão 1 referente ao reconhecimento das pirâmides. Acreditamos que reconheceram as pirâmides, porque já tiveram contato com essa figura em outras disciplinas como Artes, História e Geografia.

Eles apresentaram dificuldades acentuadas em apresentar seus conhecimentos nas questões 2, 4 e 7.

A questão 2 esteve relacionada à planificação do prisma, a questão 4 a nomenclatura do losango e a questão 7 esteve relacionada à representação de figuras planas.

Das três questões citadas, uma delas está associada à planificação e as outras duas estão relacionadas a figuras planas.

Os PCN de Matemática de 1ª a 4ª série apresentam para o segundo ciclo (referente às 3ª e 4ª séries) o seguinte objetivo relacionado a este conteúdo: “identificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, por meio de composição e decomposição, simetrias, ampliações e reduções” (BRASIL, 1997, p.56). Tendo como referência o objetivo apresentado para as séries que antecedem a 5ª série, era esperado que os alunos participantes dessa pesquisa tivessem um conhecimento mais bem elaborado a respeito de objetos concretos, sua representação figural e de figuras planas, utilizando nomenclatura, critérios e propriedades diferenciadas para defini-las.

Pelo quadro teórico de Parsysz, inferimos que os alunos estavam situados no nível da Geometria concreta (G0), uma vez que, pela análise dos registros escritos, verificamos que as figuras geométricas foram exploradas pelo seu aspecto geral, com ênfase na aparência.

Já, pelo modelo de Van Hiele, os alunos ficaram no nível básico (visualização), pois observaram as figuras de maneira global e não conseguiram conceituá-las por meio de propriedades e elementos que as definem. Foi possível perceber, ainda, que em alguns momentos, eles nem mesmo se encontraram no nível da visualização, já que não conseguiram utilizar o vocabulário geométrico para expressarem a figura em questão.

SITUAÇÕES DE APRENDIZAGEM VIVENCIADAS

A aplicação e a análise da avaliação diagnóstica proporcionaram-nos uma visão geral a respeito dos conhecimentos prévios e dificuldades dos alunos participantes. O material representou a base para a elaboração de uma seqüência múltipla de situações de aprendizagem com o objetivo de que esses alunos evoluíssem em relação aos conceitos representados por objetos tridimensionais e figuras geométricas.

Na elaboração das situações de aprendizagem sempre tivemos como foco nosso problema de pesquisa: quais características uma seqüência didática precisa englobar para que ocorra a aprendizagem significativa de conceitos geométricos referentes à relação espaço-plano?

Para ensinar os conceitos geométricos envolvidos nas figuras geométricas e nos objetos tridimensionais, procuramos desenvolver o pensamento geométrico planejando situações de aprendizagem nas quais os alunos pudessem observar, visualizar, conjecturar, comparar, estabelecer relações, representar, experimentar, comunicar, argumentar e validar.

Para isso, utilizamos diversos recursos didáticos (lápiz e papel sulfite, cola, tesoura, lápis de cor, gesso, computador e softwares educacionais) que permitiram a interação do aluno com o objeto de estudo.

Das nove situações de aprendizagem elaboradas, em cinco delas (atividades 1, 4, 6, 7 e 9) foram utilizados como recursos o computador e softwares educacionais.

Em todas as situações de aprendizagem planejadas, acrescentamos questões complementares¹⁰ para que os alunos pudessem organizar seu pensamento por meio do registro escrito. Algumas estiveram presentes em todas as situações de aprendizagem com o

¹⁰ As questões complementares apresentadas nesta intervenção são adaptações de questões utilizadas por Mônica Vasconcelos em sua dissertação de Mestrado (VASCONCELOS, 2005).

objetivo de tentarmos compreender o desenvolvimento do pensamento geométrico, além de termos a possibilidade de cruzar informações entre as diferentes situações. As questões foram respondidas individualmente.

Realizamos a análise do desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, verificando as respostas apresentadas nas questões complementares e os registros do diário de campo da professora pesquisadora.

Destacamos que consideramos para a análise somente os alunos que estavam presentes no dia de aplicação de cada situação de aprendizagem.

Apresentamos, a seguir, as nove situações de aprendizagem, os objetivos correspondentes, os conhecimentos mobilizados, os recursos disponibilizados e a análise dos resultados de cada situação proposta.

Atividade 1¹¹

Podemos afirmar com base na avaliação diagnóstica que os alunos interagiram com o ambiente e realizaram relações entre a Geometria e o cotidiano. Esse foi o ponto de partida para o planejamento da primeira atividade.

Atividade 1

Recolha um objeto no ambiente escolar e o represente no papel sulfite e depois no computador.

O objetivo dessa atividade foi explorar o domínio das representações figurais, utilizando superfícies planas para representar objetos reais. Pretendíamos que observassem critérios que pudessem determinar quando um objeto é real e quando ele é uma representação.

Os conhecimentos mobilizados foram relativos aos objetos concretos e suas representações.

Motivamos os alunos a interagir com o espaço a sua volta, por meio dos sentidos - tato, olfato, paladar, visão e audição.

¹¹ Esta atividade é uma adaptação da atividade apresentada pela Professora Dr^a Maria do Carmo de Sousa no minicurso de Geometria, realizado na Semana da Educação da Faculdade de Ciências e Tecnologia - Unesp, em outubro de 2005.

Os recursos utilizados foram os objetos retirados da natureza, os computadores e o software Paint.

Utilizamos 4h35min (cinco aulas) para realizar a atividade. Duas aulas foram destinadas ao passeio pela escola e ao registro dos objetos; duas aulas para realizar a representação na sala de informática e uma aula para responder às questões complementares.

Iniciamos a atividade com uma caminhada pela escola para que os alunos observassem as formas existentes no ambiente. Pedimos que recolhessem algum objeto da natureza, ou mesmo, criado pelo ser humano.

Os alunos recolheram flores de primavera, folha de caderno, tampa de garrafa, garrafa pet, dispositivo de tomada e galhos e folhas de árvore.

Ao voltarmos para a sala de aula, solicitamos-lhes que descrevessem os objetos, utilizando a linguagem escrita e que os desenhassem, a partir de sua percepção. A descrição do objeto deveria contemplar ações utilizando os sentidos - o cheiro, a massa, a textura e a cor.

Em seguida, os alunos deveriam envolver o objeto em papel alumínio e realizar a descrição e a representação do objeto visto.

A próxima etapa da atividade foi na sala ambiente de informática (SAI). Antes de nos dirigirmos a esse local, propusemos uma conversa a respeito de regras que seriam necessárias ao bom convívio. Propusemos esse contrato didático, porque a SAI possui somente nove computadores e tínhamos trinta e dois alunos participando desta pesquisa.

Para o eficiente encaminhamento das situações de aprendizagem na SAI, ficou definido que os alunos:

- formassem grupos de, no máximo, quatro alunos;
- se agrupassem por afinidade;
- estabelecessem uma seqüência de uso para utilização do computador;
- ajudassem os colegas de sala a realizarem a atividade.

Na SAI, representaram no computador o objeto escolhido, utilizando o software Paint. Era esperado que não tivessem dificuldades com o software, porque vários deles participam de aulas de alfabetização em informática, além de ser de fácil manipulação.

No final da atividade, os alunos registraram o que pensaram ao realizar a atividade, respondendo individualmente às questões complementares, cujo objetivo era verificar, por meio de registro escrito, a compreensão dos alunos a respeito da relação existente entre um objeto concreto e sua representação.

Questões Complementares – Atividade 1

Nome:

1. O objeto retirado da natureza e o desenho feito no computador são parecidos?
2. Se alguém lhe perguntasse se o objeto retirado da natureza e o objeto feito no computador são iguais ou diferentes, o que você diria? Como você chegou a esta conclusão?
3. Se você tivesse que contar a alguém como é o objeto retirado da natureza, como você contaria?
4. Se você tivesse que contar a alguém como é o desenho feito no computador, como você contaria?

Acreditamos que, com essa atividade, os participantes exploraram, conscientemente, as representações figurais de objetos reais. Temos clareza de que essa compreensão exige uma abstração difícil para o aluno, visto que o objeto, que antes era real, passou a ser representado em um espaço bidimensional.

Análise da atividade 1

Os alunos aceitaram muito bem esta atividade e ficaram bastante motivados a delas participarem. Os ambientes diferenciados - pátio da escola, sala de aula e sala de informática (SAI) - proporcionaram movimento à atividade, incentivando-os a agir.

Além disso, eles concordaram com o contrato didático que propusemos, contudo, como era a primeira vez no ano que estavam freqüentando a SAI, para atividades curriculares, demonstraram agitação e ansiedade.

Na SAI, não tiveram dificuldades em manipular o software Paint porque muitos já o haviam utilizado nas aulas de alfabetização em informática. Em decorrência desse fato, ajudaram os colegas que tinham pouca habilidade com o computador e o Paint a realizar a atividade proposta.

Além disso, ficou evidente a prática da espiral da aprendizagem: descrição-execução-reflexão-depuração-descrição. Quando desenharam na tela do computador, eles

descreveram a situação proposta, refletiram a respeito da tarefa realizada e modificaram-na (depuraram) quando foi necessário.

Também efetuaram a representação do objeto concreto na folha de papel sulfite e no computador. Ambas as representações foram importantes e auxiliaram na construção do conceito representado pelas figuras geométricas. No entanto, observamos uma motivação mais forte na atividade na SAI.

Verificamos que, ao representarem o objeto na folha de sulfite e segurarem-na para apresentação, os alunos acreditavam que estavam “pegando a figura”. Como estávamos iniciando nosso trabalho, não quisemos interferir nesse conhecimento demonstrado por alguns deles.

Analisando o registro das respostas apresentadas pelos alunos nas questões complementares e o registro do diário de campo da professora pesquisadora, evidencia-se a seguinte caracterização dos membros do grupo A:

Quadro 7 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo A na atividade 1

Questões complementares	Frequência	Critérios	Frequência	Percentual
responderam às questões complementares	2	não compreendeu o enunciado das questões	1	25%
		utilizou propriedades características	1	25%
não responderam às questões complementares	2	-	-	50%
Total	4	-	-	100%

N = 4

Os alunos que participaram da atividade, mas que não responderam às questões complementares podem apresentar, nas próximas situações, dificuldades para construir regularidades e desvincular-se das mesmas para abstraírem os conceitos relativos à dimensionalidade dos objetos, porque agiram, ao realizar a atividade mas, não tomaram consciência da ação realizada, não respondendo às questões.

Os alunos que responderam às questões complementares tiveram muitas dificuldades e, mesmo auxiliados pela professora, não compreenderam o enunciado das questões e/ou utilizaram propriedades características.

Quanto à relação entre o objeto da natureza e sua representação figural, realizada no computador, os alunos desse grupo acreditam que são iguais, como pode ser observada pela declaração:

– *Igual, porque é a mesma coisa. O tronco é igual à folha é igual à pétala é igual.*

Para o grupo B, observamos que:

Quadro 8 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo B na atividade 1

Questões complementares	Frequência	Critérios	Frequência	Percentual
todos responderam às questões complementares	20	utilizaram propriedades definidoras	4	20%
		utilizaram propriedades características	16	80%
Total	20	-	-	100%

N = 20

Os alunos desse grupo que se referiram às representações dos objetos reais, realizadas no computador e no papel sulfite, utilizaram o critério da aparência (beleza e cor) para justificar suas respostas.

Os que expressaram propriedades definidoras observaram que os objetos retirados da natureza ou feitos pelo homem eram reais e o desenho feito no computador não o era. Verificamos também, nas respostas das questões complementares, que utilizaram os sentidos, como o tato, para explicar que não era possível pegar o desenho realizado.

Abaixo apresentamos alguns exemplos de justificativas dos alunos para a relação entre a representação figural e o objeto real.

– *São diferentes por 4 motivos: 1. não é parecido; 2. não tem cheiro; 3; as folhas não são parecidas; 4. e esse desenho a gente não pega.*

– *Eu contaria que não é real.*

– *Eu diria que não. Porque eu não soube fazer igual.*

Quanto aos alunos que compõem o grupo C, destacamos que:

Quadro 9 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo C na atividade 1

Questões complementares	Frequência	Critérios	Percentual
responderam às questões complementares	5	utilizaram propriedades características	71,4%
não responderam às questões complementares	2	-	28,6%
Total	7	-	100%

N = 7

Os participantes do grupo em análise utilizaram o critério da aparência, ou seja, ficaram restritos ao observável, como cor e beleza para justificar as respostas.

Recorreram às seguintes justificativas para expressar a relação entre o objeto real e a sua representação:

- *São iguais porque tem a mesma cor e os dois são vazios e têm a mesma forma.*
- *É que a flor que eu peguei é mais bonita é mais perfeita e a flor do computador é mais ou menos bonita.*

Verificamos que, no decorrer da situação de aprendizagem, a maioria dos alunos que compõem os três grupos, conseguiu representar, por meio de figuras, um objeto real, embora não conseguissem expressar critérios que determinassem a distinção entre o objeto real de sua representação.

Do contingente total (trinta e um alunos), apenas quatro expressaram que o desenho é uma representação do objeto concreto. Eles compunham o grupo B. Enunciaram critérios que evidenciam que o desenho realizado é uma representação, por não possuir espessura, com as seguintes expressões: *não pega; não tem cheiro; não é real; é um desenho.*

A análise das respostas permite-nos afirmar que o desempenho foi semelhante nos três grupos, recorrendo a propriedades características para justificar as respostas.

Atividade 2

As pesquisas realizadas no campo geométrico e nossa experiência profissional permitem-nos afirmar que os alunos enfrentam dificuldades para perceber que somente objetos concretos ociosos podem ser planificados.

Por esse motivo, planejamos a segunda atividade com o intuito de que os alunos explorassem e reconhecessem a diferença entre os objetos concretos ociosos e os sólidos geométricos (objetos que possuem volume).

Atividade 2

Preencha a embalagem com uma mistura de água e gesso e observe se houve alguma modificação com a embalagem.

Os conhecimentos mobilizados nessa atividade foram relativos a objetos concretos (tridimensionais) ociosos e os sólidos geométricos.

Os recursos utilizados foram embalagens de produtos industrializados, copo descartável, palito de sorvete, água e gesso. Para a realização dessa atividade, utilizamos

2h45min (três aulas). Duas aulas foram destinadas à realização da atividade e uma aula para responder às questões complementares.

Pedimos-lhes, com alguns dias de antecedência, que trouxessem embalagens para serem utilizadas nas aulas. Eles deveriam misturar uma quantidade pequena de água ao gesso e despejarem na embalagem.

Assim que os alunos concluíram a atividade, sistematizamos o conteúdo abordado. Os objetos concretos podem ser encontrados ocios - possuem área, mas não têm volume (só temos a “casquinha”) - e não ocios, conhecidos como sólidos geométricos. Esses últimos possuem volume.

Ao concluírem a atividade, os alunos responderam às seguintes questões, que tiveram por objetivo compreender como se processou a interação com a situação de aprendizagem e os conceitos envolvidos. Solicitamos-lhes que expressassem propriedades e critérios que distinguiam objetos concretos ocios dos não ocios.

Questões Complementares – Atividade 2

Nome:

1. Se você olhar para a embalagem vazia e para embalagem preenchida com o gesso, você consegue perceber alguma diferença? Justifique sua resposta.
2. Se alguém lhe perguntasse se, a embalagem sem o gesso (oca) e a embalagem preenchida com o gesso são iguais ou diferentes, o que você diria? Como você chegou a esta conclusão?
3. Se você tivesse que contar a alguém como é a embalagem sem o gesso, como você contaria?
4. Se você tivesse que contar a alguém como a embalagem preenchida com o gesso, como você contaria?

A expectativa era que os alunos, a partir dessa seqüência de atividades conseguissem perceber a relação entre objetos ocios e sólidos, pois as situações de aprendizagem seguintes envolveriam somente objetos tridimensionais ocios.

Análise da atividade 2

Pudemos perceber que os alunos ficaram bastante envolvidos na realização dessa atividade. O uso de materiais pouco utilizados nas atividades escolares, tais como as embalagens e o gesso, instigou e motivou-os a participar e agir (“colocar a mão na massa”).

No decorrer da situação de aprendizagem, observamos que o material utilizado (gesso) induziu-os a dizer que a caixa preenchida com gesso era pesada e a vazia, leve. A mistura (água e gesso) e o material utilizado para fazer as embalagens (papelão) também não auxiliaram a execução da atividade, porque, algumas embalagens perderam a forma original. Se tivéssemos utilizado outros materiais, os alunos expressariam critérios diferentes dos acima citados.

Analisando o registro das respostas apresentadas às questões complementares e o registro do diário de campo da professora pesquisadora, verificamos que no grupo A o resultado foi o seguinte:

Quadro 10 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo A na atividade 2

Questões complementares	Freqüência	Crítérios	Percentual
responderam às questões complementares	1	utilizaram, ao mesmo tempo, propriedades características e definidoras para se referirem as embalagens ocas e sólidas	33,3%
não responderam às questões complementares	2	-	66,7%
Total	3	-	100%

N = 3

Aqueles que demonstraram dificuldades em compreender as questões foram auxiliados pela professora que as leu e procurou esclarecer o enunciado. No entanto, recusaram-se a respondê-las.

Aquele que o fez utilizou os critérios *não tem nada dentro e não está gorda* para a embalagem vazia e os critérios *sólido e mais pesada* para a embalagem preenchida.

Esse aluno justificou a distinção entre a embalagem vazia da embalagem preenchida com gesso dessa forma:

– *Porque uma é cheia e a outra não.*

No grupo B verificamos que:

Quadro 11 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo B na atividade 2

Questões complementares	Frequência	Critérios	Frequência	Percentual
responderam às questões complementares	17	utilizaram, ao mesmo tempo, propriedades características e definidoras para se referirem as embalagens ocas e sólidas	17	100%
Total	-	-	-	100%

N = 17

Para a embalagem vazia, utilizaram os critérios *leve, magra, oca, vazia, limpa, sem nada dentro*.

Para embalagem preenchida com gesso, os critérios foram *inchada, cheia, pesada, dura, sólida, suja*.

Esse grupo expressou a distinção entre as embalagens vazia e preenchida com gesso, da seguinte forma:

– *São iguais por fora mais por dentro são diferentes porque quando a gente enche ela fica pesada e quando não ela fica leve.*

Os alunos que compõem o grupo C:

Quadro 12 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo C na atividade 2

Questões complementares	Frequência	Critérios	Frequência	Percentual
responderam às questões complementares	7	utilizaram, ao mesmo tempo, propriedades características e definidoras para se referirem as embalagens ocas e sólidas	7	100%
Total	-	-	-	100%

N = 7

Os critérios *mais leve, limpa, não está inchada, vazia, magra* caracterizaram a embalagem vazia.

Pesada, inchada, cheia, mais gordinha para a embalagem sólida.

Quanto à relação entre elas apresentaram justificativas do tipo:

– *Eu diria que as embalagens são iguais mais por dentro são diferentes porque uma tem gesso e a outra é oca.*

Nessa situação de aprendizagem não verificamos diferenças acentuadas nos três grupos, porque os vinte e sete expressaram ao mesmo tempo propriedades características e definidoras de objetos ocas e sólidos. Propriedades tais como *mais leve, limpa, não está inchada* e *magra* não definem objetos ocas assim como *pesada, inchada* e *mais gordinha* não

são suficientes para caracterizar sólidos. Tais atributos são diretamente observáveis dos objetos. No entanto, os alunos também enunciaram propriedades definidoras, como *vazio*, para definir objetos ocos e, *cheio*, para sólidos.

Fica evidente que os participantes dos três grupos (A, B e C) compreenderam que os objetos ocos só possuem a “casquinha” e como disseram *não tem nada dentro* ou *estão vazios* e os objetos sólidos possuem volume ou *estão cheios*. Eles ainda confundem as propriedades que definem objetos ocos dos sólidos, utilizando ora atributos definidores, ora característicos para designar os objetos. Essa confusão, esse ir e vir é uma fase importante da aprendizagem, porque os alunos estão experimentando e testando as informações para construir novos conhecimentos.

Atividade 3

Após a interação dos alunos com os objetos ocos e sólidos, propusemos essa atividade para explorarem a relação entre objetos concretos ocos e suas respectivas planificações e determinarem critérios que definem a dimensionalidade de objetos concretos e figuras geométricas.

O critério da dimensionalidade permite aos alunos distinguirem a diferença entre os objetos tridimensionais (reais) e figuras geométricas.

Por isso, nosso objetivo foi explorar a dimensionalidade de objetos concretos e figuras geométricas (planificação).

Atividade 3

Construa objetos tridimensionais por meio de moldes de planificação.

Os conhecimentos mobilizados foram relativos às figuras planas, objetos concretos e suas planificações e os conceitos de aresta, vértice e face e paralelismo.

Para a realização dessa situação de aprendizagem, utilizamos moldes¹² de planificação, papel sulfite, régua, cola, tesoura e lápis de cor.

Utilizamos 2h45min (três aulas) para a construção das figuras e a expressão das respostas às questões complementares.

¹² Os moldes foram retirados do livro didático Novo Praticando Matemática - 6ª série, cujos autores são Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2002).

Os moldes apresentados aos alunos foram: prisma triangular, prisma pentagonal, prisma hexagonal, pirâmide de base quadrada, pirâmide de base pentagonal, tetraedro regular, cubo, octaedro, dodecaedro e o icosaedro.

Iniciamos a atividade, propondo aos alunos que escolhessem um molde dentre os diversos oferecidos pela professora pesquisadora e os reproduzissem em papel sulfite. Em outro momento, deveriam colori-lo, recortá-lo e tentar reconstruir o objeto tridimensional.

Solicitamos-lhes que observassem a nomenclatura de cada figura, que estava impressa no molde. Além disso, que manipulassem os objetos concretos livremente, identificando suas características.

Após essa etapa, sintetizamos as idéias envolvidas e alguns conceitos importantes tais como, figuras planas, objetos tridimensionais, planificação, face, vértice e aresta.

Nessa sistematização, apresentamos aos alunos o critério da dimensionalidade por meio do teste da mesa (planicidade): quando a figura “[...] ao ser colocada sobre uma mesa (completamente lisa), uma superfície plana deverá (sem ser deformada) ter todos os seus pontos em contato com ela. Caso contrário, será uma superfície não-plana” (MIGUEL; MIORIM, 1986, p.76).

Exploramos também os conceitos de face, vértice e aresta. Explicamos-lhes que as faces são figuras planas, as arestas são os encontros de duas faces e os vértices são os encontros das arestas.

Ao final da atividade, eles responderam às seguintes questões complementares, que tiveram por objetivo verificar como estavam compreendendo a dimensionalidade de objetos concretos e figuras geométricas. Além disso, procuramos observar o vocabulário geométrico, os elementos e as propriedades expressos para justificar as respostas.

Questões complementares – Atividade 3

Nome:

1. Escolha um objeto tridimensional e sua respectiva planificação. Identifique pelo nome. O que você conseguiu observar?
2. Se alguém lhe perguntasse se o objeto tridimensional e a sua respectiva planificação são iguais ou diferentes, o que você diria? Como você chegou a esta conclusão?
3. Se você tivesse que contar a alguém como é o objeto tridimensional, como você contaria?

4. Se você tivesse que contar a alguém como é a planificação de um objeto tridimensional, como você contaria?

A expectativa era que os alunos iniciassem a reflexão a respeito de representações de objetos tridimensionais e observassem que somente os objetos ocultos podem ser planificados.

Análise da atividade 3

Os procedimentos envolvidos no colorir, no recortar a planificação e no compor o objeto tridimensional levaram os alunos a interagir com as diferentes formas geométricas por meio da experimentação, manipulação, visualização e representação.

A manipulação livre dos objetos concretos e figuras geométricas foi importante para a compreensão da relação espaço-plano. Apesar de não termos sistematizado a classificação dos objetos concretos em poliedros e corpos redondos, os alunos os manipularam e verificaram algumas de suas características, tais como, se os objetos possuíam duas bases paralelas, um vértice em sua parte superior e apenas uma base, ou se possuíam convergência de um mesmo número de arestas para cada vértice da figura, etc. Nesse momento, eles foram questionando sobre a nomenclatura dos objetos tridimensionais. Fomos nomeando-os de prismas, pirâmides e poliedros de Platão. Além de respondermos as inquietações dos alunos, explicamos que aqueles objetos concretos eram conhecidos como poliedros por serem constituídos por regiões poligonais.

Além disso, com a sistematização do critério de dimensionalidade, os alunos puderam, eles próprios, verificar a diferença entre figura geométrica e objetos tridimensionais. Utilizaram as carteiras para colocarem a planificação e o objeto concreto e concluíram a respeito da dimensionalidade de ambos. Não tiveram dificuldades em perceber a diferença entre eles.

Para enfatizar, utilizamos a lousa, como uma superfície plana e visível a todos participantes para que observassem e explorassem as figuras geométricas.

Nessa sistematização, introduzimos o vocabulário geométrico. Fomos apontando os vértices e pedindo para que os nomeassem. No geral, utilizaram as palavras *ponta* ou *bico* para designar vértice. Da mesma forma fomos abordando as faces e arestas. No caso da face, os alunos recorreram às palavras *quadrado*, *retângulo* ou *lados*. E para as arestas, *risco* e

linha. Ao final, apresentamos a nomenclatura correta e o significado de cada elemento explorado nas figuras.

Analisando o registro das respostas nas questões complementares e o registro do diário de campo da professora pesquisadora, verificamos que os membros do grupo A:

Quadro 13 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo A na atividade 3

Questões complementares	Frequência	Critérios	Frequência	Percentual
responderam às questões complementares	2	utilizaram propriedades características	2	66,7%
não responderam às questões complementares	1	-	-	33,3%
Total	3	-	-	100%

N = 3

Verificamos nos registros escritos dos alunos do grupo A que expressaram propriedades importantes do poliedro, no entanto, não o define.

Como exemplo de resposta apresentada pelos alunos desse grupo para caracterizar os objetos tridimensionais, podemos citar:

– *Eu contaria que era reta e oca.*

Para o grupo B, os índices foram:

Quadro 14 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo B na atividade 3

Questões complementares	Frequência	Critérios	Frequência	Percentual
responderam às questões complementares	16	utilizaram propriedades definidoras	11	61,1%
		utilizaram propriedades características	5	27,8%
não responderam às questões complementares	2	-	-	11,1%
Total	18	-	-	100%

N = 18

As propriedades definidoras para os objetos tridimensionais citados pelos alunos foram *fica fora da lousa e fechada* e para as planificações *fica na lousa e aberta*.

As propriedades características expressas para os objetos tridimensionais foram *reta, cheia, vazia e leve*. Para as planificações, não as caracterizaram.

Verificamos nesse grupo a presença das seguintes justificativas:

- *Que a não-plana é fora da lousa e a oca fica na lousa.*
- *Eu contaria que a não-plana não fica tudo e dentro não tem nada.*

O grupo C apresentou os seguintes números:

Quadro 15 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo C na atividade 3

Questões complementares	Frequência	Crítérios	Frequência	Percentual
responderam às questões complementares	5	utilizaram propriedades definidoras	5	100%
Total	5	-	-	100%

N = 5

Para definir os objetos tridimensionais os alunos utilizaram as propriedades definidoras *não encosta tudo na mesa e sai da lousa*. Para a planificação, caracterizaram-na assim: *toda encostada na lousa e não sai da lousa*.

Eis a resposta de um aluno desse grupo sobre as características dos objetos tridimensionais.

– *Vamos supor uma mesa e tem um cubo, o cubo não encosta tudo na mesa só a parte de baixo só encosta a base.*

Dos vinte e seis integrantes dessa situação de aprendizagem, dezesseis deles expressaram corretamente a distinção entre objetos concretos e figuras planas, sete registram propriedades características e três não responderam às questões complementares.

As respostas apresentadas às questões complementares permitem-nos afirmar que o grupo A e cinco alunos do grupo B não distinguiram os objetos concretos das figuras geométricas. De acordo com Duval, esse problema pode estar no uso das apreensões perceptiva e discursiva.

Contudo, todos do grupo C e onze do B, que responderam corretamente às questões, compreenderam a dimensionalidade dos objetos concretos e figuras geométricas. Verificamos, entre os dois grupos, uma diferença tênue, no entanto. Alguns do grupo B demonstraram dificuldades para compreender o enunciado das questões complementares e, mesmo sendo auxiliados pela professora, não as responderam ou o fizeram em parte.

A professora pesquisadora interveio, conversou a respeito da situação vivenciada, explicou cada questão complementar, mas ao contrário do que esperava suas ações não foram suficientes para auxiliar os alunos do grupo A e alguns alunos do grupo B a avançar.

Vale ressaltar que a maioria dos que integram o grupo B e C valeu-se das apreensões sequencial, perceptiva e operatória. Os alunos demonstraram se apoiar na apreensão sequencial para reproduzir a planificação. Para compor o objeto tridimensional, parecem ter se apoiado na apreensão operatória, observando a transformação da figura geométrica. A apreensão perceptiva ocorreu quando interpretaram as formas da figura e observaram a diferença entre elas.

Atividade 4

Procuramos, na quarta situação de aprendizagem, aprofundar a exploração de figuras geométricas e os elementos que as compõem (vértice, aresta e face). No entanto, agora, escolhemos desenvolvê-las em um ambiente informático, com o uso de computadores e do software Poly.

Desenvolver atividades em ambientes de aprendizagem diferenciados pode contribuir para que os alunos realizem relações substantivas e não-aleatórias entre o conhecimento pré-existente e as novas informações. Nesse sentido, nosso objetivo com essa atividade foi explorar e sistematizar os conceitos representados pelas figuras geométricas, seus elementos (vértice, aresta e face) e suas respectivas planificações.

Atividade 4

Utilizando o software Poly, explore as figuras geométricas e observe as formas e o número de faces, vértices e arestas.

Os conhecimentos mobilizados foram figuras geométricas (representação figural de objetos tridimensionais e planificação), face, vértice e aresta.

Reservamos 1h50min (duas aulas) para a realização desta atividade.

Iniciamos a atividade na SAI por meio de uma exploração livre do software para que os alunos compreendessem o seu funcionamento.

O Poly representa um software que possibilita a exploração da representação de objetos tridimensionais e suas planificações por meio da observação e visualização das figuras geométricas compondo-se e decompondo-se.

Ao utilizá-lo, podemos escolher seis categorias. Cada uma delas inclui uma variedade de representações. As categorias são: sólidos de Platão, sólidos de Arquimedes, prismas e anti-prismas, sólidos de Catalão, dipiramids e deltohedra.

Após a ambientação inicial, pedimos aos alunos que explorassem as figuras geométricas abordadas na situação de aprendizagem anterior.

Com esse software, os alunos recebem a informação sem a possibilidade de alterá-las ou inseri-las. Por esse motivo, além da exploração livre, planejamos uma atividade extra para ser realizada a partir da manipulação do software.

A atividade complementar foi constituída de uma tabela que solicitou a nomenclatura da figura geométrica e das faces, assim como o número de faces, vértices e arestas. Deveriam escolher pelo menos cinco figuras para explorar no software.

Atividade complementar – Atividade 4

Nome da figura geométrica	Nome das faces	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas

A situação de aprendizagem proposta exigiu compreensão sobre a representação e a planificação do objeto tridimensional apresentadas na tela do computador. A dificuldade de relacionar as diferentes representações (planificação, representação do objeto) aos objetos concretos ficou evidente nessa situação. Os alunos teriam que lidar com tais conceitos, por meio do software Poly, verificando as semelhanças e diferenças entre eles.

Análise da atividade 4

Os alunos participantes interagiram com o software pela primeira vez. Eles ficaram bastante motivados com a possibilidade de desenvolver atividades na sala de informática e com o Poly.

A SAI possui nove computadores, mas apenas sete estavam funcionando. No entanto, não conseguimos instalar o software em dois deles. O fato exigiu um novo agrupamento dos alunos. Alguns, a princípio, não quiseram participar da atividade. Por isso, ao invés de dividirmos igualmente os grupos, optamos por deixar que se agrupassem por afinidade. Os grupos foram compostos de três, quatro ou cinco alunos.

Os alunos perceberam que a manipulação do software era bastante simples, pois, apenas observavam as figuras geométricas abrindo e fechando e/ou sua planificação. Esse software permite a observação de possíveis transformações que uma figura geométrica pode assumir. A interação do aluno com essas modificações foi muito importante para que compreendessem as diferentes representações figurais de objetos reais e proporcionou a apreensão das características das figuras geométricas abordadas.

Porém, uma dificuldade foi a questão do idioma utilizado pelo software - o inglês. Dessa forma, quando perguntavam a nomenclatura das figuras, a professora os ajudava. Além disso, procuramos questionar e conversar com eles a respeito das formas das figuras geométricas, como estavam compostas, o número de faces, vértices e arestas, entre outras informações pertinentes.

Para realizarem a atividade complementar proposta, colocaram a mão na tela para contar o número de vértices, faces e arestas. Percebemos que sentiram muita dificuldade e como no grupo, cada um tinha uma opinião, eles tiveram que discutir e confrontar suas hipóteses verbalmente. Nesta atividade, cada grupo respondeu ao solicitado e entregou apenas uma tabela.

A comunicação estabelecida no grupo proporcionou-lhes a possibilidade de argumentação que, mesmo incipiente, foi um passo importante para começar a utilizar seu conhecimento e validar suas hipóteses sobre os conceitos abordados.

Nessa atividade, os alunos responderam a tabela por grupo que foi constituído por afinidade. Nesse sentido, analisamos o registro das tabelas dos cinco grupos formados para realizarem a situação de aprendizagem utilizando o Poly. Em consequência desse condicionante, apresentamos no quadro a seguir a análise das respostas de todos os alunos participantes dessa atividade.

Quadro 16 – Respostas apresentadas pelos alunos na tabela da atividade 4

	Nomenclatura do objeto tridimensional	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas
alunos que não responderam às questões	4	4	4	4
percentual	15,4%	15,4%	15,4%	15,4%
alunos que responderam às questões	22	22	22	22
percentual	84,6%	84,6%	84,6%	84,6%
alunos que responderam corretamente	11	9	5	2
percentual	42,3%	34,6%	19,2%	7,7%

N = 26

Um grupo envolveu-se tanto com o computador e com o software Poly que não respondeu à atividade complementar. Um segundo grupo teve dificuldade em encontrar o número de arestas e os alunos contaram o dobro do número de aresta para as figuras geométricas cubo e tetraedro. Isso pode ter ocorrido porque utilizaram a planificação da figura e contaram a mesma aresta duas vezes.

A dificuldade em quantificar o número de arestas, faces e vértices foi geral. Acreditamos que esse fato ocorreu porque os alunos ainda não haviam internalizado os conceitos e a nomenclatura. Eles perguntavam o que significava cada uma das palavras: *o que é face?*, *o que é aresta?* e *o que é vértice?*

Acreditamos que para alunos dessa faixa etária (em média, 11 anos) os conceitos de face, vértice e aresta são difíceis de serem compreendidos por serem abstratos.

Como apontado por Duval, ao realizarem essa situação de aprendizagem, parece que os alunos se apoiaram na apreensão perceptiva quando, ao explorarem as figuras geométricas, interpretaram e distinguiram as representações dos objetos tridimensionais das suas respectivas planificações. A apreensão operatória parece estar presente quando os alunos interagiram com o software e observaram as modificações ocorridas na figura geométrica.

No entanto, um dos problemas parece ter sido a apreensão discursiva da figura. Os alunos demonstraram dificuldades em interpretar os elementos da figura geométrica e compreender o significado geométrico dos conceitos de face, vértice e aresta.

Atividade 5

Na última situação de aprendizagem do primeiro semestre de 2007, sintetizamos os conceitos geométricos estudados e procuramos minimizar as dúvidas a respeito dos conteúdos abordados.

Neste sentido, nosso objetivo foi sistematizar os conceitos já desenvolvidos nas atividades anteriores.

Atividade 5

Pense a respeito dos conceitos geométricos já estudados e tente defini-los.

Os conhecimentos mobilizados foram relativos aos objetos sólidos ou ocos, critério de dimensionalidade, figuras planas, representação figural de objetos tridimensionais, planificação e os conceitos de face, vértice e aresta.

Utilizamos como recurso didático lápis e papel sulfite, exemplares de figuras planas e objetos concretos. Os exemplares de figuras planas foram: quadrado, triângulo, círculo e retângulo. Os objetos tridimensionais abordados foram: cubo, pirâmide, esfera e prisma de base retangular.

A atividade foi concluída em 1h50min (duas aulas). Os alunos foram convidados a observar e expressar verbalmente semelhanças e diferenças entre os objetos e as figuras.

Após a expressão dos alunos, fomos complementando as informações apresentadas por eles e sistematizando os conteúdos abordados. Além disso, formalizamos a classificação dos objetos tridimensionais. Apresentamos os corpos redondos (esfera, cone e cilindro) e pedimos que os comparassem com os poliedros.

Entregamos-lhes uma folha de papel sulfite para que anotassem as informações sobre os conceitos geométricos. E, para finalizar, pedimos que respondessem às questões complementares, que tiveram o objetivo de verificar a compreensão dos alunos a respeito dos conceitos representados pelos objetos concretos e figuras geométricas. Para isso, teriam que expressar conceitos envolvidos nessa relação e o vocabulário geométrico.

Questões complementares – Atividade 5

Nome:

1. Se alguém lhe perguntasse se, o cubo e o quadrado – a pirâmide e o triângulo – a esfera e o círculo – o paralelepípedo e o retângulo são iguais ou diferentes, o que você diria? Como você chegou a esta conclusão?
2. Se você tivesse que contar a alguém como é o cubo, a pirâmide, a esfera e o paralelepípedo, como você contaria?
3. Se você tivesse que contar a alguém como é o quadrado, o triângulo, o círculo e o retângulo, como você contaria?

A expectativa era que essa situação de aprendizagem pudesse auxiliá-los a esclarecer as dúvidas existentes em relação aos conceitos geométricos já abordados e eles pudessem interagir, mais uma vez, com o critério de dimensionalidade, o qual é importante para que os alunos compreendam a diferença entre as dimensões espacial e plana.

Análise da atividade 5

Os alunos responderam corretamente e com certa facilidade que o cubo, a pirâmide, a esfera e o prisma são objetos tridimensionais e que o quadrado, o triângulo, o círculo e o retângulo são figuras planas. Além disso, concluíram com o auxílio da professora, que os corpos redondos são formados por regiões curvas, enquanto que os poliedros possuem apenas regiões poligonais.

Durante a realização da atividade, fomos questionando os alunos a respeito do vocabulário geométrico e dos conceitos de face, vértice e aresta, objetos sólidos eocos.

Ao analisarmos o registro das respostas às questões complementares e o registro do diário de campo da professora pesquisadora, verificamos que os alunos que compõem o grupo A:

Quadro 17 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo A na atividade 5

Questões complementares	Frequência	Critérios	Frequência	Percentual
responderam às questões complementares	3	utilizaram propriedades características	3	100%
não responderam às questões complementares	-	-	-	0%
Total	3	-	-	100%

N = 3

Os componentes desse grupo relacionaram os objetos tridimensionais ao número de faces, arestas e vértices para os definirem. Para as figuras planas citaram o número de lados. Tais critérios são importantes no estudo dos objetos tridimensionais e figuras planas, embora não os definam.

Para justificar a igualdade ou diferença entre objetos concretos e figuras planas, alunos desse grupo indicaram que:

– *Não são iguais porque um tem ponta e tem outro que não.*

Verificamos no grupo B que:

Quadro 18 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo B na atividade 5

Questões complementares	Frequência	Critérios	Frequência	Percentual
responderam às questões complementares	14	utilizaram propriedades definidoras	11	68,7%
		utilizaram propriedades características	3	18,8%
não responderam às questões complementares	2	-	-	12,5%
Total	16	-	-	100%

N = 16

Os alunos desse grupo que expressaram propriedades características das figuras planas e dos objetos, não manifestaram conclusões a respeito da dimensionalidade dos mesmos. As propriedades apresentadas para os objetos concretos foram relacionadas à face, vértice, aresta, volume, textura, forma e comprimento dos lados. As propriedades apresentadas para as figuras planas foram relacionadas ao número e comprimento dos lados

Os alunos justificaram a igualdade ou diferença entre os objetos concretos e as figuras geométricas da seguinte forma:

– *São diferentes porque, por exemplo, o cubo não é plano e o quadrado é plano.*

– São diferentes, a esfera parece o círculo mais ela não é esfera, o quadrado e cubo não parece nada iguais, o paralelepípedo também não parece igual ao retângulo.

No grupo C observamos que:

Quadro 19 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo C na atividade 5

Questões complementares	Frequência	Crítérios	Frequência	Percentual
responderam às questões complementares	5	utilizaram propriedades definidoras	4	66,6%
		utilizaram propriedades características	1	16,7%
não responderam às questões complementares	1	-	-	16,7%
Total	6	-	-	100%

N = 6

Os alunos desse grupo que expressaram propriedades características das figuras planas e objetos concretos não manifestaram conclusões a respeito da dimensionalidade das figuras. As propriedades apresentadas para os objetos e figuras geométricas foram relacionadas à face, vértice e forma.

Um aluno desse grupo a respeito da relação entre as figuras planas e os objetos tridimensionais, assim se expressou:

– *Eu diria que não é igual eu cheguei a essa conclusão porque a figura é plana e o objeto não é plano.*

Dos vinte e cinco alunos que realizaram a situação de aprendizagem, quinze conseguiram distinguir, de maneira adequada, as figuras geométricas e os objetos tridimensionais, sete utilizaram propriedades características e três não responderam às questões complementares.

Como Duval, acreditamos que a maioria dos alunos do grupo B e C pode ter se apoiado nas apreensões perceptiva e discursiva para interpretar as formas e elementos das figuras geométricas e compreender os conceitos envolvidos na relação espaço-plano.

Até o momento, observamos uma diferença estreita no desempenho dos alunos dos grupos B e C. Os participantes do grupo B demonstraram dificuldades em compreender as questões complementares e solicitaram auxílio mais intenso da professora pesquisadora. Contudo, no contexto geral, essas dificuldades foram superadas uma vez que os alunos foram apresentando um desempenho satisfatório nas situações de aprendizagem.

Para o grupo B, a mediação da professora pesquisadora foi importante para o avanço dos alunos na compreensão dos conceitos envolvidos nas questões complementares, levando-os a alcançar o resultado que esperávamos.

O grupo A parece não ter compreendido os conceitos abordados. Acreditamos que seus membros não conseguiram interpretar os elementos das figuras e objetos, nem mesmo o enunciado das questões, valendo-se da apreensão discursiva. Os alunos efetivaram as ações solicitadas para as situações propostas, contudo enfrentaram dificuldades para registrar e se desvincular da experiência concreta dos aspectos observáveis. A articulação entre ação e pensamento não ocorreu de maneira satisfatória e, desse modo, não conseguiram tomar consciência das ações realizadas. Verificamos, ainda, outras dificuldades: ausência às aulas, dificuldades com a leitura e escrita e difícil relacionamento nos grupos em que estavam inseridos.

A professora pesquisadora procurou intervir na realização das situações de aprendizagem e na compreensão das questões complementares, contudo não conseguiu auxiliá-los no entendimento dos conceitos envolvidos.

Pelo quadro teórico de Parsysz, a maioria dos alunos que integram os grupos B e C, encontra-se no nível G1 ao distinguirem as figuras geométricas dos objetos concretos e utilizarem os elementos para justificarem suas respostas. Parece-nos que aqueles que compõem o grupo A, observaram as figuras em seu aspecto geral, não conseguindo utilizar as informações desenvolvidas e se encontram no nível G0.

De acordo com o modelo de Van Hiele, a maioria dos alunos dos grupos B e C está no nível da análise, pois já identifica e compara as figuras geométricas e os objetos tridimensionais e expressa propriedades que os diferenciam. No caso do grupo A, consideramos que estão no nível básico, pois não utilizaram o vocabulário geométrico, nem compararam, nem identificaram as figuras geométricas envolvidas.

Neste presente momento, as características de nossa seqüência múltipla que mais auxiliaram os alunos a progredirem conceitualmente foram: a interação aluno-informação por meio do fazer; desenvolvimento dos conceitos por meio de uma rede de informações, relacionando, numa mesma situação de aprendizagem objetos concretos e figuras geométricas e a postura da professora pesquisadora como mediadora da aprendizagem.

Atividade 6

Essa atividade foi a primeira realizada no segundo semestre de 2007. Planejamos uma situação na qual os alunos pudessem interagir com os conceitos de face, vértice e aresta e

minimizar, dessa forma, as dificuldades apresentadas na atividade 4, quando não conseguiram quantificar o número de faces, vértices e arestas das representações de objetos concretos e compreender o significado desses conceitos.

Na atividade 6, foi proposta uma situação diferente da 4. Nossa hipótese era que a vivência em um outro ambiente e contexto pudesse contribuir para a superação das dificuldades apresentadas e, dessa forma, os alunos avançassem na construção de conceitos sobre a relação espaço-plano.

Nesse sentido, nosso objetivo foi explorar e sistematizar os conceitos de face, vértice e aresta, e explorar a planificação de objetos tridimensionais, enfocando as figuras planas contidas nessas planificações.

Atividade 6

Nome:

A partir do objeto tridimensional já construído:

- a) complete a tabela;
- b) planifique a figura geométrica e observe as formas das figuras planas.

Figuras planas, planificação, objetos tridimensionais e os elementos que as compõem deveriam mobilizar os conhecimentos.

Os objetos tridimensionais construídos pelos alunos (Atividade 3), cola, tesoura e papel sulfite funcionavam como recursos. Esta atividade foi concluída em 1h50min (duas aulas).

Partimos do questionamento a respeito dos conceitos geométricos desenvolvidos no primeiro semestre. Optamos por retomar o conteúdo, porque os alunos estiveram em recesso escolar, além de terem apresentado dificuldades com os conceitos representados pelos elementos face, vértice e aresta.

Depois, entregamos-lhes os objetos tridimensionais construídos na atividade 3, solicitando-lhes que manipulassem os objetos e indicassem as faces, os vértices e as arestas.

Após essa etapa, entregamos a cada aluno a tabela abaixo para completarem.

Atividade complementar – Atividade 6

Nome do objeto tridimensional	Nome das faces	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas

Realizada a atividade, solicitamos-lhes para planificar o objeto tridimensional e colá-lo sobre a superfície do papel sulfite.

Nesse momento, os alunos exploraram livremente a planificação. Depois de certo tempo, pedimos-lhes para tentar reconhecer as figuras planas contidas na planificação e expressar verbalmente o que sabiam a respeito delas.

Nesse momento, recortamos uma bola para os alunos observarem que a esfera, considerada um corpo redondo, não pode ser planificada.

Análise da atividade 6

Esta atividade foi importante para retomarmos os conceitos abordados e tentarmos minimizar as dificuldades dos alunos a respeito dos elementos que compõem um objeto tridimensional.

Essa situação que envolveu objetos concretos, apesar de não ser semelhante à situação de aprendizagem 4 (naquele caso, desenvolvemos conceitos por meio da representação de objetos concretos), auxiliou os alunos a compreenderem os elementos geométricos de um objeto.

A situação que envolveu a planificação da esfera foi bastante interessante porque os alunos tinham certeza que a bola podia ser planificada, assim como os outros objetos que

estavam manipulando. Essa situação (contra-exemplo) foi importante para que observassem que tal objeto não pode ser planificado.

Ao analisarmos o registro das respostas apresentadas pelos alunos nas questões complementares e o registro do diário de campo da professora pesquisadora, verificamos que os alunos que compõem o grupo A:

Quadro 20 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo A na atividade 6

	Nomenclatura do objeto tridimensional	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas
alunos que não responderam às questões	1	1	1	1
percentual	33,3%	33,3%	33,3%	33,3%
alunos que responderam às questões	2	2	2	2
percentual	66,7%	66,7%	66,7%	66,7%
alunos que responderam corretamente	1	2	1	1
percentual	33,3%	66,7%	33,3%	33,3%

N = 3

Os alunos desse grupo apresentaram um bom desempenho apenas na quantificação do número de faces.

Para o grupo B verificamos que:

Quadro 21 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo B na atividade 6

	Nomenclatura do objeto tridimensional	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas
alunos que não responderam às questões	2	2	2	2
percentual	10,5%	10,5%	10,5%	10,5%
alunos que responderam às questões	17	17	17	17
percentual	89,5%	89,5%	89,5%	89,5%
alunos que responderam corretamente	11	13	10	8
percentual	57,9%	68,4%	52,6%	42,1%

N = 19

Os alunos desse grupo apresentaram um avanço considerável em todos os elementos que compõem um objeto tridimensional. Verificamos que ainda possuem

dificuldades em quantificar o número de arestas, no entanto, demonstraram uma evolução conceitual importante.

No grupo C observamos que:

Quadro 22 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo C na atividade 6

	Nomenclatura do objeto tridimensional	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas
alunos que não responderam às questões	-	-	-	-
percentual	-	-	-	-
alunos que responderam às questões	6	6	6	6
percentual	100%	100%	100%	100%
alunos que responderam corretamente	5	6	4	2
percentual	83,3%	100%	66,6%	33,3%

N = 6

Os alunos desse grupo apresentaram um avanço satisfatório, mas ainda demonstraram dificuldades para quantificar o número de arestas. Em relação aos outros dois grupos, foi o que teve melhor desempenho.

No quadro abaixo, apresentamos o percentual de respostas apresentadas por todos os alunos participantes desta situação de aprendizagem.

Quadro 23 – Respostas apresentadas pelos alunos na tabela da atividade 6

	Nomenclatura do objeto tridimensional	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas
alunos que não responderam às questões	3	3	3	3
percentual	10,7%	10,7%	10,7%	10,7%
alunos que responderam às questões	25	25	25	25
percentual	89,3%	89,3%	89,3%	89,3%
alunos que responderam corretamente	19	21	15	11
percentual	67,8%	75,0%	53,6%	39,3%

N = 28

Essa atividade foi importante porque, por meio da manipulação e visualização de todas as posições do objeto, os alunos puderam avançar e compreender os conceitos envolvidos.

Contudo, observamos ainda um baixo índice de acerto para quantificar os número de arestas. Parece-nos que os alunos contaram as arestas sem uma organização seqüencial e acabaram contando-as mais de uma vez e/ou deixando de contá-las.

Notamos, no decorrer da situação de aprendizagem, que alguns alunos buscaram informações com os colegas e com a professora para compreenderem a tabela. Um dos maiores problemas encontrados parece estar na compreensão dos elementos que compõem os objetos concretos e na compreensão semântica dos mesmos, caracterizando a apreensão discursiva, segundo Duval.

Contudo, observamos a evolução a respeito do vocabulário geométrico e dos conceitos envolvidos na relação espaço-plano. Na avaliação diagnóstica verificamos que os alunos utilizaram a nomenclatura de figuras planas para nomear os objetos tridimensionais. Nessa atividade, observamos que os alunos melhoraram significativamente e já iniciaram a utilização correta do vocabulário geométrico.

Quanto às figuras planas que compõem a planificação, os alunos expressaram, verbalmente, informações a respeito do quadrado e triângulo.

Atividade 7

Na sétima atividade decidimos, novamente, utilizar o recurso computacional e o software Poly para verificarmos, nesse estágio de nossa intervenção, se os alunos conseguiriam agora estabelecer relação entre os elementos de face, aresta e vértice a representações dos objetos tridimensionais.

Nosso objetivo foi validar as informações já registradas da atividade 6 (atividade anterior) em relação aos conceitos de face, aresta e vértice. A expectativa era que os alunos conseguissem abstrair informações da representação figural de objetos tridimensionais sobre os elementos face, vértice e aresta, além de explorarem as transformações ocorridas na figura.

Atividade 7

Por meio do software Poly, procure a representação figural do objeto tridimensional feito em sala de aula e complete novamente a tabela, confrontando as respostas apresentadas na atividade 6.

Os conhecimentos mobilizados foram relativos às representações dos objetos tridimensionais e seus elementos (faces, vértice e aresta), planificação e figuras planas.

Utilizamos 1h50min (duas aulas) para concluirmos esta atividade.

Para iniciarmos, levamos os alunos à sala ambiente de informática e pedimos que fizessem grupos de três ou quatro alunos utilizando o critério da afinidade.

Entregamos a cada um deles a tabela da atividade complementar 6. Solicitamos-lhes que, em grupo, a completassem novamente. A expectativa era que pudessem confrontar as informações contidas na tabela com o que estavam observando no software Poly.

Não podemos ignorar a dificuldade do aluno em compreender as representações figurais de objetos concretos, contudo, acreditamos que o software pode contribuir para a interação com o conceito abordado, uma vez que o aluno pode visualizar a figura geométrica abrindo e fechando, além de verificar a sua respectiva planificação.

Na situação de aprendizagem, puderam rever as suas dúvidas e dificuldades e corrigir os possíveis equívocos conceituais, ao confrontarem as respostas das atividades 6 e 7. Ao refletirem a respeito das respostas que apresentaram em uma situação anterior e confrontarem com as mesmas perguntas em um ambiente informático, eles tiveram a possibilidade de aprimorar as informações que possuíam a respeito dos conceitos envolvidos.

Análise da atividade 7

Os alunos estavam bastante motivados para participar dessa atividade, porque seria desenvolvida na sala ambiente de informática.

Ao iniciarmos a atividade na SAI, percebemos que dois alunos não conseguiram se integrar a nenhum grupo. Os colegas alegaram que quando os dois estavam utilizando o computador, ninguém mais podia utilizá-lo. Procuramos intervir e incluí-los em grupos distintos.

Tivemos dificuldades para organizar os grupos, pois havia somente seis computadores funcionando para vinte e oito alunos presentes. A disposição dos computadores se tornou inadequada para o número de alunos em cada computador. Em toda a atividade, os alunos ficaram bastante agitados por não conseguirem se acomodar adequadamente. Esse acontecimento pode ter influenciado o desempenho dos alunos.

Observamos que os questionamentos a respeito do significado dos conceitos face, vértice e aresta eram menores, em relação às situações de aprendizagem anteriores (atividades 4 e 6).

Ao analisarmos o registro das respostas apresentadas pelos alunos nas questões complementares e o registro do diário de campo da professora pesquisadora, verificamos que os alunos que compõem o grupo A:

Quadro 24 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo A na atividade 7

	Nomenclatura do objeto tridimensional	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas
alunos que não responderam às questões	1	1	1	1
percentual	50%	50%	50%	50%
alunos que responderam às questões	1	1	1	1
percentual	50%	50%	50%	50%
alunos que responderam corretamente	0	0	0	0
percentual	0%	0%	0%	0%

N = 2

Um aluno desse grupo envolveu-se com o software e não respondeu às questões. Aquele que fez apresentou dificuldades de visualizar todas as posições possíveis que a figura poderia assumir para quantificar o número de vértices, arestas e faces.

Para o grupo B verificamos que:

Quadro 25 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo B na atividade 7

	Nomenclatura do objeto tridimensional	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas
alunos que não responderam às questões	2	2	2	2
percentual	10,5%	10,5%	10,5%	10,5%
alunos que responderam às questões	17	17	17	17
percentual	89,5%	89,5%	89,5%	89,5%
alunos que responderam corretamente	6	7	5	2
percentual	31,6%	36,8%	26,3%	10,5%

N = 19

Os participantes desse grupo apresentaram muitas dificuldades em abstrair os elementos que compõem a representação de um objeto tridimensional.

Como já havíamos apontado, há uma dificuldade de aprendizagem para o aluno compreender a representação do objeto tridimensional. Ela ficou evidente nos registros expressos pelos alunos.

A representação do objeto concreto não permite que o aluno manipule e visualize todas as posições do objeto. Nesse caso existiu uma abstração difícil de ser superada pelos participantes.

No grupo C observamos que:

Quadro 26 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo C na atividade 7

	Nomenclatura do objeto tridimensional	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas
alunos que não responderam às questões	1	1	1	1
percentual	14,3%	14,3%	14,3%	14,3%
alunos que responderam às questões	6	6	6	6
percentual	85,7%	85,7%	85,7%	85,7%
alunos que responderam corretamente	6	6	4	1
percentual	85,7%	85,7%	57,1%	14,3%

N = 7

Os alunos desse grupo apresentaram um bom desempenho a respeito dos conceitos envolvidos, no entanto, ainda continuam com dificuldades em quantificar as arestas.

Inferimos que, mesmo não manipulando os objetos concretos, os alunos conseguiram interagir com os elementos da representação dos objetos e abstrair os conceitos envolvidos.

No quadro abaixo, temos um panorama da incidência de respostas corretas individuais dos alunos que responderam o solicitado e não concentradas nos grupos.

Quadro 27 – Respostas apresentadas pelos alunos na tabela da atividade 7

	Nomenclatura do objeto tridimensional	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas
alunos que não responderam às questões	4	4	4	4
percentual	14,3%	14,3%	14,3%	14,3%
alunos que responderam às questões	24	24	24	24
percentual	85,7%	85,7%	85,7%	85,7%
alunos que responderam corretamente	12	13	9	3
percentual	42,8%	46,4%	32,1%	10,7%

N = 28

Pelos dados apresentados, verificamos que demonstraram dificuldade em relação aos conhecimentos mobilizados (face, aresta e vértice). Pudemos verificar que os que integram o grupo A e B tiveram muitas dificuldades e não conseguiram avançar e melhorar seu desempenho nos conceitos envolvidos nessa situação de aprendizagem.

De acordo com o percentual de acertos, o grupo C, em relação aos outros grupos, (exceto na quantificação das arestas), apresentou compreensão nos conceitos de face e vértice.

De acordo com Duval, as apreensões perceptivas e operatórias parecem estar presentes na realização e compreensão da atividade. Os três grupos não mostraram dificuldades em interpretar as formas das figuras e relacionar a planificação a essas formas. No entanto, um dos problemas vividos, principalmente pelos alunos dos grupos A e B, esteve relacionado à apreensão discursiva, visto que tiveram dificuldade em extrair informações das figuras geométricas, a partir dos elementos que as compõem.

A dificuldade dos alunos pareceu estar no domínio das representações figurais dos sólidos. Expressar a compreensão de conceitos a partir da representação de objetos espaciais em superfícies planas, como a tela do computador, parece ser uma abstração difícil de ser compreendida pelo aluno.

Essa dificuldade pode ter surgido porque o software Poly, em relação ao lápis e papel, pouco contribuiu no sentido de dinamizar a situação de aprendizagem elaborada. Esse recurso não proporcionou novas possibilidades em relação a instrumentos já conhecidos e de domínio dos alunos.

Um software com características de geometria dinâmica poderia ter auxiliado, de maneira efetiva, a aprendizagem dos alunos, favorecendo a observação e visualização de todas as posições da figura, o que não ocorreu com o software escolhido.

Nesta atividade, os alunos deixaram de manipular objetos reais e passaram a visualizar objetos espaciais, por meio de sua representação figural. Esse é um salto conceitual - manipulação para a abstração - importante que devemos considerar na aprendizagem de conceitos.

Atividade 8¹³

Planejamos essa atividade para que os alunos tivessem a oportunidade de compor objetos tridimensionais por meio de figuras planas. A expectativa era que os alunos relacionassem e compreendessem que é possível compor os objetos tridimensionais utilizando determinadas figuras planas.

A experimentação de diferentes composições e transformações da figura geométrica pode auxiliar os alunos a compreender os conceitos geométricos e incentivar a interação com as propriedades definidoras dos mesmos.

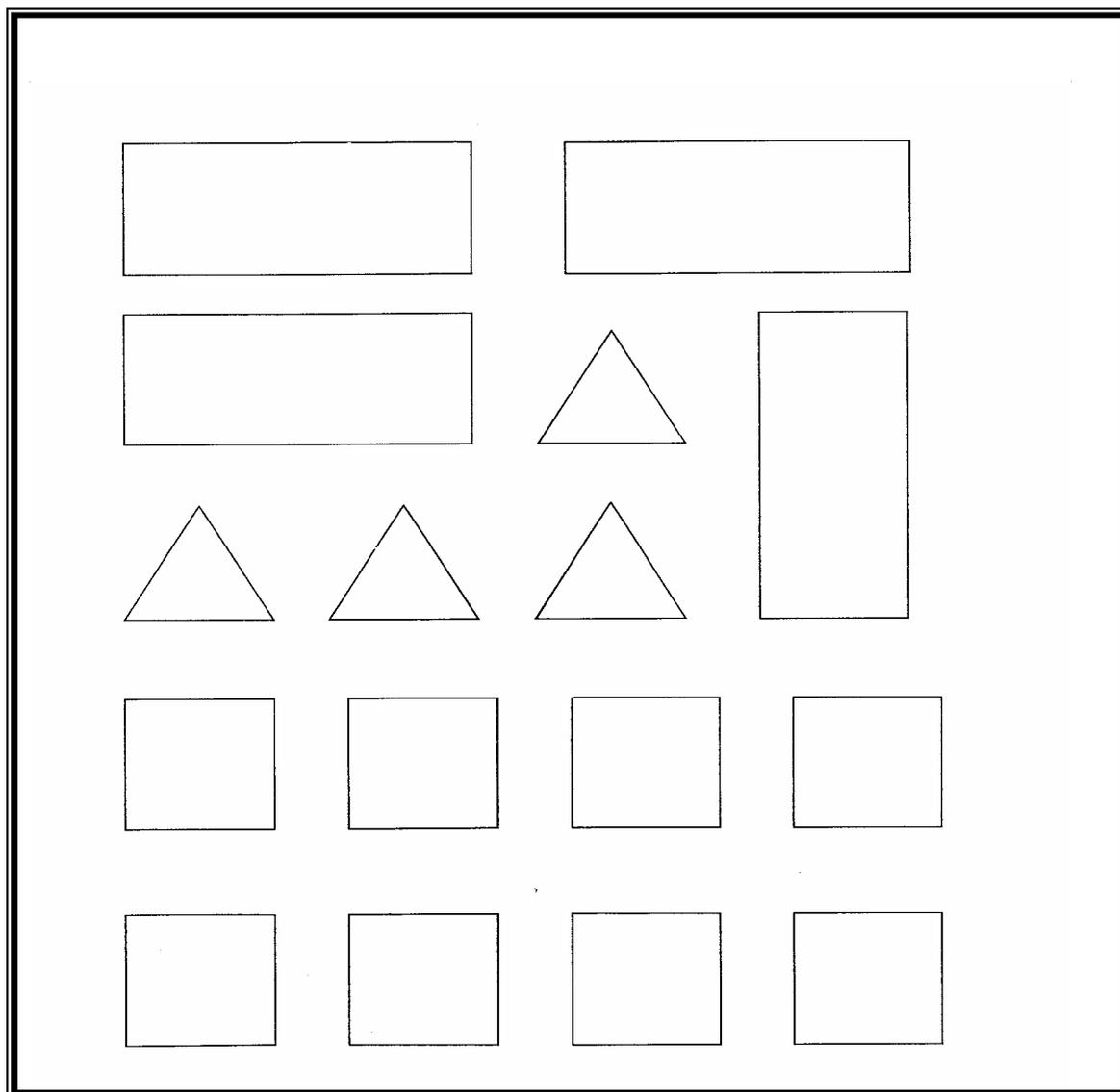
Atividade 8

Recorte as figuras planas retângulo, triângulo e quadrado e componha objetos concretos.

Os conhecimentos mobilizados foram figuras planas e objetos tridimensionais.

Para a realização dessa atividade, utilizamos alguns exemplares de figuras planas, tesoura e fita crepe. As figuras planas foram as seguintes: quatro retângulos, quatro triângulos e oito quadrados, representados abaixo.

¹³ Essa situação de aprendizagem é uma adaptação de uma das atividades apresentadas no livro do projeto Ensinar e Aprender - Volume 3 - Matemática (PARANÁ, 1995).



Reservamos 1h50min (duas aulas) para concluirmos a atividade.

Entregamos aos alunos as figuras planas, tesoura, fita crepe e solicitamos que as recortassem e procurassem compor objetos tridimensionais.

Após esta etapa, deveriam responder às seguintes questões complementares, que tiveram o objetivo de verificar a relação (dimensionalidade, vocabulário, elementos e propriedades em jogo) que os alunos estavam realizando entre objetos concretos e figuras planas.

Questões complementares – Atividade 8

Nome:

1. Ao iniciar a atividade, você recebeu algumas figuras geométricas. Se você tivesse que contar a alguém como são essas figuras, como você contaria?
2. Você conhece algum objeto montado? O que você pode dizer sobre eles?
3. Se você tivesse que contar a alguém como são os objetos montados, como você contaria?
4. Se alguém lhe perguntasse se, o cubo e o quadrado – a pirâmide e o triângulo – a esfera e o círculo – o paralelepípedo e o retângulo são iguais ou diferentes, o que você diria? Como você chegou a esta conclusão?

A expectativa era que após todas as atividades vivenciadas, os alunos fossem capazes de expressar que as figuras planas são representações e a relação existente entre elas e os objetos tridimensionais. Além disso, esperávamos que os alunos compreendessem e observassem as diferentes transformações que os objetos tridimensionais podem assumir.

Análise da atividade 8

Os alunos se mostraram mais tranquilos ao realizar essa atividade. Observamos que se empenharam para compor os objetos poliédricos e procuraram utilizar a maioria das figuras planas apresentadas.

Somente uma aluna participante não percebeu que para formarmos poliedros precisamos de pelo menos quatro figuras planas. Nesse momento, a professora interveio e ajudou-a a compor o objeto tridimensional.

Procuramos, também, conversar com os alunos a respeito da dimensionalidade das figuras planas e dos objetos que estavam compondo, além do vocabulário geométrico e propriedades.

Ao analisarmos o registro das respostas apresentadas pelos alunos nas questões complementares e o registro do diário de campo da professora pesquisadora, verificamos que os alunos que compõem o grupo A:

Quadro 28 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo A na atividade 8

Questões complementares	Frequência	CrITÉrios	Frequência	Percentual
responderam às questões complementares	2	utilizaram propriedades definidoras	1	50%
		não compreendeu o enunciado das questões	1	50%
não responderam às questões complementares	-	-	-	-
Total	2	-	-	100%

N = 2

O aluno desse grupo que expressou propriedades definidoras apontou, somente, informações a respeito dos objetos tridimensionais.

Apresentamos a seguir a resposta do aluno que expressou propriedades definidoras dos objetos construídos:

– *Contaria que o objeto montado quando a figura está no papel é plana e sem o papel é não-plana.*

Para o grupo B verificamos que:

Quadro 29 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo B na atividade 8

Questões complementares	Frequência	CrITÉrios	Frequência	Percentual
responderam às questões complementares	15	utilizaram propriedades definidoras	7	41,2%
		utilizaram propriedades características	8	47,0%
não responderam às questões complementares	2	-	-	11,8%
Total	17	-	-	100%

N = 17

Os alunos que expressaram propriedades características confundiram e nomearam as figuras planas com denominação de objetos tridimensionais e vice-versa. Também utilizaram propriedades importantes mas que não definem os objetos tridimensionais: a figura é oca ou sólida; número de faces, vértices e arestas; forma das figuras.

A seguir apresentamos algumas respostas que ilustram as justificativas dadas por alunos desse grupo para os objetos concretos:

– *É um prisma ela é não-plano e tem 4 lados iguais e 2 diferentes, ao todo 6 lados.*
 – *Eu contaria que são planos.*

No grupo C observamos que:

Quadro 30 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo C na atividade 8

Questões complementares	Frequência	Crítérios	Frequência	Percentual
responderam às questões complementares	7	utilizou propriedades definidoras	6	85,7%
		utilizou propriedades características	1	14,3%
não responderam às questões complementares	-	-	-	-
Total	7	-	-	100%

N = 7

Os alunos desse grupo expressaram que as figuras planas são *desenhos*. Também registraram, ao responderem às questões complementares, propriedades que definem os objetos tridimensionais e as figuras planas.

A seguir apresentamos uma justificativa dada por um aluno desse grupo para o objeto composto por figuras planas.

– *Que objetos montados são não-planos por saírem do papel. Exemplo: seus nomes são cubo, pirâmide e paralelepípedo.*

Dos vinte e seis alunos que participaram dessa atividade, quatorze deles utilizaram propriedades definidoras, nove, propriedades características, dois não responderam e um não compreendeu o enunciado das questões.

Observamos que os alunos do grupo A e oito alunos do B tiveram dificuldades em expressar critérios e características que definem figuras planas e objetos tridimensionais. Percebemos que em vários momentos confundiram a nomenclatura das figuras planas e dos objetos concretos. Parece-nos que, aqueles que compõem tais grupos, confundiram as diferentes representações (figura plana, planificação e representação de um objeto concreto) já desenvolvidas no decorrer de nossa intervenção e os objetos concretos. A professora pesquisadora procurou intervir e propôs a realização do critério de dimensionalidade (“teste da mesa”). A mediação auxiliou alguns alunos do grupo B a refletirem sobre as ações realizadas e compreenderem os conceitos envolvidos, mas outros alunos não conseguiram avançar.

Como ensina Duval, uma dificuldade dos alunos dos grupos A e B pode estar no uso da apreensão discursiva das figuras. Os alunos não conseguiram relacionar os conceitos

geométricos (objetos concretos e figuras planas) e interpretar os elementos das figuras para definirem corretamente tais conceitos. Contudo, inferimos que interpretaram adequadamente as transformações ocorridas na figura, valendo-se da apreensão operatória.

Já a maioria dos alunos do grupo C conseguiram expressar corretamente propriedades essenciais que definem figuras planas e objetos tridimensionais.

Atividade 9

Na última atividade desenvolvemos os conceitos de figuras planas, utilizando a linguagem de programação Logo.

Nosso objetivo foi a exploração das propriedades das figuras planas.

Atividade 9

Utilizando a linguagem de programação logo, construa figuras planas.

Os conhecimentos mobilizados foram relacionados às figuras planas, ângulo e paralelismo.

Utilizamos cinco dias de 1h50min (2 aulas) para concluirmos essa atividade.

Iniciamos com uma atividade lúdica em sala de aula, que envolveu a professora e os alunos: na brincadeira, a professora era uma tartaruga que gostaria de chegar perto de um determinado aluno. Os alunos deveriam dar ordens para a professora se deslocar pela sala até chegar ao aluno escolhido. Mas a regra era a seguinte: a tartaruga somente se desloca para frente ou para trás e muda a direção em que vai se deslocar, girando para a direita ou para a esquerda.

Nesse momento, introduzimos o conceito de ângulo.

Dirigimo-nos à sala de informática e em grupo de três ou quatro, os alunos realizaram uma exploração livre do software Super Logo 3.0.

No início de cada dia, procuramos responder às dúvidas dos alunos e formalizamos os conteúdos pertinentes às figuras planas. Sistematizamos e classificamos as figuras planas - polígonos e círculo. Além disso, definimos triângulo, quadrado, retângulo, losango, paralelogramo, trapézio, pentágono, hexágono, entre outras. Para a distinção entre os diversos polígonos, propusemos-lhes que observassem o número de lados, a medida do ângulo girado, lados paralelos, ou seja, exploramos critérios importantes para definirmos os polígonos. Nesse momento, retomamos a noção de paralelismo.

Ao final do último dia, interagindo com a linguagem computacional, pedimos aos alunos que respondessem às questões complementares com o objetivo de analisarmos seu conhecimento geométrico por meio do vocabulário, da representação, dos elementos e das propriedades em jogo.

Questões complementares – Atividade 9

Nome:

1. Escolha uma figura geométrica plana. Identifique pelo nome. O que você consegue observar?
2. Se você tivesse que contar a alguém como é esta figura plana, como você contaria?

Acreditávamos que, com essa situação de aprendizagem, os alunos pudessem aprofundar os conhecimentos sobre as figuras planas, uma vez que a construção das figuras no software Super Logo exige que o aluno descreva as propriedades definidoras.

Análise da atividade 9

No primeiro dia os alunos apenas exploraram o software Super Logo. Essa exploração inicial auxiliou-os a compreender as ações que deveriam ser realizadas no software para criar figuras planas e, conseqüentemente, auxiliou no processo de construção de conhecimento.

Apesar de não terem desenvolvido nenhuma atividade, até então, utilizando a linguagem de programação Logo, eles não apresentaram dificuldades ao utilizarem os comandos específicos. Observamos, também que realizaram a espiral da aprendizagem: descrição-execução-reflexão-depuração-descrição, descrita por Valente (2002): descreveram a situação proposta, desenhando a figura plana; o computador executou a figura e apresentou um resultado; os alunos refletiram a respeito do resultado obtido e; depuraram quando necessário, ou seja, quando não conseguiram a resposta esperada do computador, retornaram ao início da atividade, desenhando novamente a figura escolhida.

No segundo dia, antes de irmos a SAI, procuramos responder às dúvidas dos alunos a respeito dos comandos e conceitos. Eles, insistentemente, queriam saber o ângulo para construir o quadrado. Pedimos para continuarem experimentando e conversando com

os colegas de sala a respeito do ângulo desejado. Acreditamos que nossa ação tenha ajudado o aluno a buscar a informação, ao invés de apenas recebê-la.

A busca de informações necessárias (com os colegas de sala e a professora) para a construção de figuras planas foi um momento rico no processo de aprendizagem, porque os alunos precisaram se comunicar, tomar decisões a respeito da informação recebida e articular ação e pensamento.

Nesse dia, introduzimos a idéia de procedimento, quando se inicia a programação propriamente dita, e o aluno “ensina” um novo comando à tartaruga. Os alunos tiveram dificuldades e apenas alguns conseguiram realizar procedimentos para construir o quadrado. Eles queriam continuar utilizando o “modo direto”, no qual o aluno digita o comando e a tartaruga executa, passo a passo. Aqui o aluno vai observando o resultado do comando dado.

O uso de procedimentos requer um amadurecimento mais profundo, porque é somente no final da tarefa que o aluno executa o que foi descrito, digitando o novo comando elaborado.

Esse momento foi muito importante para respeitarmos o ritmo de aprendizagem de cada aluno, porque enquanto alguns já conseguiam construir procedimentos e realizar novas tarefas, outros alunos ainda não tinham conseguido descobrir o ângulo necessário para construir o quadrado.

No terceiro dia, entregamos-lhes desenhos realizados no Logo. Observamos que ficaram entusiasmados e desafiados, desejando realizar aquelas figuras e/ou criar outras.

Apresentamos algumas construções realizadas pelos alunos no software Super Logo:

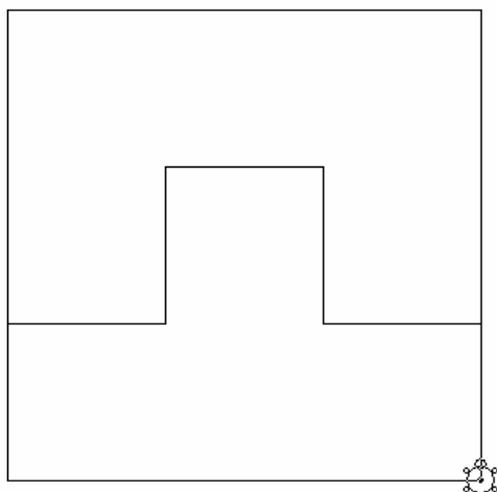


Figura 20

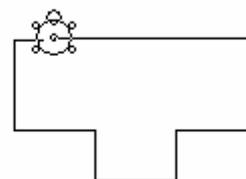


Figura 21

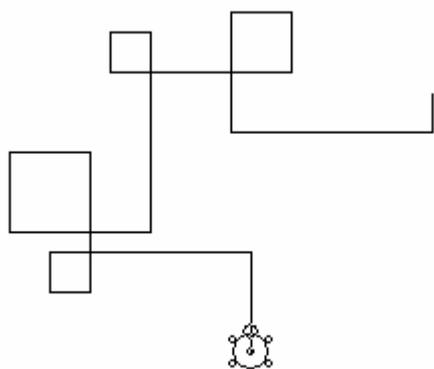


Figura 22

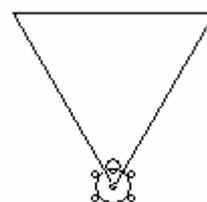


Figura 23

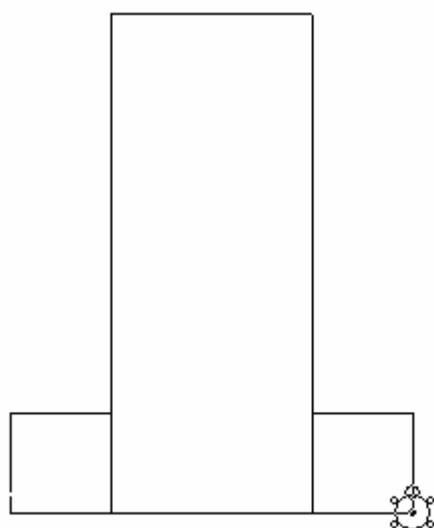


Figura 24

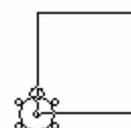


Figura 25

No quarto e quinto dias, formalizamos o conteúdo abordado de figuras planas e definimos as propriedades essenciais do quadrado, retângulo, triângulo, paralelogramo, trapézio, losango, pentágono, hexágono, etc. No decorrer dessa situação de aprendizagem sistematizamos, também, os conteúdos relativos a paralelismo, ângulo e figuras planas - polígonos e círculo.

Ao analisarmos o registro das respostas apresentadas pelos alunos nas questões complementares e o registro do diário de campo da professora pesquisadora, verificamos que os alunos que compõem o grupo A:

Quadro 31 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo A na atividade 9

Questões complementares	Frequência	Crítérios	Frequência	Percentual
responderam às questões complementares	3	utilizaram propriedades definidoras	2	66,7%
		utilizaram propriedades características	1	33,3%
não responderam às questões complementares	-	-	-	-
Total	3	-	-	100%

N = 3

O aluno que apresentou propriedades características representou as figuras planas com o cubo.

Nesse grupo, os alunos referiram-se e expressaram informações sobre o quadrado e o triângulo.

Um aluno se expressou dessa forma para definir o quadrado:

- Ela tem 4 lados, 4 pontas e se chama quadrado.

Para o grupo B observamos que:

Quadro 32 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo B na atividade 9

Questões complementares	Frequência	Crítérios	Frequência	Percentual
responderam às questões complementares	20	utilizaram propriedades definidoras	13	65,0%
		utilizaram propriedades características	7	35,0%
não responderam às questões complementares	-	-	-	-
Total	20	-	-	100%

N = 20

Os alunos apresentaram informações a respeito do quadrado, do triângulo e do círculo.

Verificamos que, por meio do registro das respostas das questões complementares, os alunos que apresentaram propriedades características, dois deles não se referiram à dimensionalidade das figuras planas, enquanto cinco não expressaram todas as propriedades definidoras das figuras planas.

A seguir, apresentamos uma resposta dada por um aluno desse grupo que expressou propriedades insuficientes para definir o quadrado:

– *Esta figura é plana é quadrado e tem 4 lados.*

Apresentamos, também, um exemplo de justificativa pautada nas propriedades que definem a figura plana, dada por um aluno desse grupo:

– *O nome é triângulo, ela tem 3 lados, ela pode ter lados iguais ou diferentes percebendo a medida. Essa figura nós não podemos pegar porque ela é desenhada.*

No grupo C observamos que:

Quadro 33 – Respostas apresentadas pelos alunos do grupo C na atividade 9

Questões complementares	Frequência	Critérios	Frequência	Percentual
responderam às questões complementares	7	utilizaram propriedades definidoras	5	71,4%
		utilizaram propriedades características	2	28,6%
não responderam às questões complementares	-	-	-	-
Total	7	-	-	100%

N = 7

Um dos alunos que utilizou propriedades características não citou todos os critérios que definem a figura plana. O outro apresentou dados a respeito da dimensionalidade da figura, registrando que a figura é plana.

O grupo apresentou informações a respeito do quadrado e do triângulo.

Um deles expressou propriedades insuficientes que determinam a figura plana quadrado justificou dessa forma:

- *Eu contaria que ela tem 4 lados.*

Um outro apontou todas as propriedades que definem a figura plana quadrado, descreveu da seguinte forma:

– *Que é uma figura de 4 lados iguais, 4 ângulos de 90°.*

Nesta situação de aprendizagem, os três grupos apresentaram desempenho semelhante: em cada grupo alguns utilizaram propriedades características e outros, propriedades definidoras.

Dos trinta alunos participantes dessa situação, vinte utilizaram propriedades definidoras e dez, propriedades características das figuras planas, definindo-as parcialmente.

Eles expressaram informações a respeito do quadrado, triângulo e círculo. Acreditamos que, se tivéssemos dado seqüência ao trabalho, poderiam expressar as propriedades definidoras de outras figuras planas.

Para interpretar as formas e elementos que caracterizam as figuras planas, parece que os alunos se valeram das apreensões seqüencial, perceptiva e discursiva, de acordo com Duval. Observamos a apreensão seqüencial quando reproduziram a figura plana. Interpretar as formas das figuras demonstra a apreensão perceptiva e expressar os elementos das figuras geométricas, relacionando-os mostra a utilização da apreensão discursiva.

Até esse momento de nossa intervenção didática, verificamos que, nos três grupos, alguns participantes se destacaram e conseguiram compreender os conceitos desenvolvidos enquanto outros avançaram, mas ainda confundiram os elementos e propriedades das figuras e objetos.

Os conhecimentos mobilizados no segundo semestre de 2007 (objetos concretos, seus elementos e figuras geométricas - figuras planas, representação de objetos tridimensionais e suas planificações), não foram, completamente, compreendidos por todos os alunos que compõem os três grupos, principalmente alguns dos grupos A e B. Constatamos esse fato no vocabulário geométrico e nas propriedades que utilizaram para definirem objetos e figuras.

Pelo quadro teórico de Parsysz, os pesquisados parecem estar no nível G1 quando representaram as figuras planas e as definiram com propriedades. Eles não explicaram as propriedades, no entanto, já conseguiram utilizá-las como critérios para as distinguirem.

De acordo com o modelo de Van Hiele, parecem estar no nível da análise, pois começaram a discernir as propriedades definidoras das figuras planas quadrado e triângulo.

A intervenção realizada pela professora pesquisadora auxiliou, em parte, os alunos a avançarem e interagirem com os conhecimentos mobilizados nas situações de aprendizagem. Também verificamos que, o relacionamento no interior dos grupos foi difícil e pode ter acarretado problemas na resolução das atividades.

Das quatro atividades desenvolvidas no segundo semestre, três foram no ambiente computacional. O software Poly contribuiu para o aluno manipular representações de objetos concretos e figurais. A linguagem de programação Logo contribuiu para ele interagir com as propriedades das figuras planas.

Até o presente momento, acreditamos que as seguintes características contribuíram para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos envolvidos na relação espaço-plano: valorização do erro e dificuldades dos alunos; uso de recursos pedagógicos diferenciados na execução das situações de aprendizagem; flexibilidade na elaboração das situações de aprendizagem; a postura de mediadora da professora pesquisadora; formalização dos conceitos envolvidos.

PÓS-TESTE

Finalizamos nossa intervenção, em outubro de 2007, aplicando novamente a mesma prova escrita que iniciamos o trabalho.

Nosso intuito foi identificar e precisar a ocorrência de avanço no pensamento geométrico dos alunos participantes.

Pelas respostas obtidas no pós-teste, verificamos que os alunos do grupo A:

Quadro 34 – Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo A no pós-teste

Questões	Objetivo de cada questão	Frequência	Percentual
Questão 1	Reconhecer pirâmides	1	33,3%
Questão 2	Representar, por meio de figuras geométricas, um prisma	0	0%
Questão 3	Representar, por meio de figuras geométricas, um cone a partir da planificação do mesmo	2	66,7%
Questão 4	Nomear a figura plana losango	2	66,7%
Questão 5	Reconhecer poliedros e corpos redondos	0	0%
Questão 6	Reconhecer a figura plana paralelogramo	1	33,3%
Questão 7	Representar figuras planas	2	66,7%
Questão 8	Representar, por meio de figuras geométricas, objetos tridimensionais	0	0%

N = 3

Os alunos desse grupo apresentaram bom desempenho nas questões três, quatro e sete e desempenho insatisfatório nas demais, principalmente nas questões dois, cinco e oito.

Pela análise dos resultados obtidos em toda a intervenção pedagógica (avaliação diagnóstica, situações de aprendizagem e pós-teste), inferimos que os alunos que integram o grupo A demonstraram pouco avanço na compreensão dos conceitos geométricos trabalhados. Acreditamos que vários fatores contribuíram para o insucesso desses alunos: ausência às aulas, falta de comprometimento, não desprendimento dos aspectos observáveis das experiências vivenciadas, falta de compreensão e interpretação dos conceitos de figuras geométricas e objetos tridimensionais.

Verificamos para os alunos do grupo B:

Quadro 35 – Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo B no pós-teste

Questões	Objetivo de cada questão	Frequência	Percentual
Questão 1	Reconhecer pirâmides	16	94,1%
Questão 2	Representar, por meio de figuras geométricas, um prisma	10	58,8%
Questão 3	Representar, por meio de figuras geométricas, um cone a partir da planificação do mesmo	15	88,2%
Questão 4	Nomear a figura plana losango	3	17,6%
Questão 5	Reconhecer poliedros e corpos redondos	7	41,1%
Questão 6	Reconhecer a figura plana paralelogramo	10	58,8%
Questão 7	Representar figuras planas	14	82,3%
Questão 8	Representar, por meio de figuras geométricas, objetos tridimensionais	12	70,6%

N = 17

Os alunos desse grupo apresentaram um bom desempenho nas questões um, três, sete e oito e um desempenho insatisfatório nas questões quatro e cinco.

Inferimos que os alunos apresentaram indícios claros de que avançaram na compreensão dos conceitos geométricos. Vários fatores contribuíram para isso: a participação ativa em todas as situações de aprendizagem, a tomada de consciência dos conceitos envolvidos, o estabelecimento de relações entre as figuras geométricas e os objetos concretos e a compreensão e interpretação dos conceitos de figuras geométricas e objetos tridimensionais.

Para os alunos do grupo C:

Quadro 36 – Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo C no pós-teste

Questões	Objetivo de cada questão	Frequência	Percentual
Questão 1	Reconhecer pirâmides	8	100,0%
Questão 2	Representar, por meio de figuras geométricas, um prisma	8	100,0%
Questão 3	Representar, por meio de figuras geométricas, um cone a partir da planificação do mesmo	7	87,5%
Questão 4	Nomear a figura plana losango	7	87,5%
Questão 5	Reconhecer poliedros e corpos redondos	6	75,0%
Questão 6	Reconhecer a figura plana paralelogramo	7	87,5%
Questão 7	Representar figuras planas	8	100,0%
Questão 8	Representar, por meio de figuras geométricas, objetos tridimensionais	8	100,0%

N = 8

Os alunos desse grupo apresentaram um ótimo desempenho em todas as questões, destacando as questões um, dois, sete e oito.

Em todo o processo de intervenção verificamos a participação ativa e a tomada de consciência das ações realizadas pelos alunos desse grupo. A articulação entre o fazer e o pensar sobre o realizado foi constante na conduta desses alunos.

Verificamos também, o percentual de acertos de cada questão em relação a todos os alunos participantes da pesquisa:

Quadro 37 – Respostas corretas apresentadas pelos alunos no pós-teste

Questões	Objetivo de cada questão	Frequência	Percentual
Questão 1	Reconhecer pirâmides	25	89,3%
Questão 2	Representar, por meio de figuras geométricas, um prisma	18	64,3%
Questão 3	Representar, por meio de figuras geométricas, um cone a partir da planificação do mesmo	24	85,7%
Questão 4	Nomear a figura plana losango	12	42,8%
Questão 5	Reconhecer poliedros e corpos redondos	13	46,4%
Questão 6	Reconhecer a figura plana paralelogramo	18	64,3%
Questão 7	Representar figuras planas	24	85,7%
Questão 8	Representar, por meio de figuras geométricas, objetos tridimensionais	20	71,4%

N = 28

No geral, os alunos apresentaram um bom desempenho nas questões 1, 3 e 7, mas continuaram apresentando dificuldades nas questões 4 e 5, que envolveram a figura plana losango e a classificação de objetos concretos. Inferimos, por meio desses resultados, que ainda não conseguem reconhecer e nomear o losango, classificar os objetos concretos em poliedros e corpos redondos.

Acreditamos que o insucesso dos alunos nessas questões ocorreu porque não elaboramos situações específicas para esses conceitos (figura plana losango e corpos redondos) e, sendo assim, não conseguiram realizar comparações com outras figuras planas e objetos concretos e abstrair regularidades envolvendo tais conceitos.

As figuras planas que os alunos mais exploraram e interagiram, realizando experiências, foram o quadrado e o triângulo.

No caso da questão 5, os alunos interagiram, nas situações propostas, com os poliedros. Eles manipularam, conjecturaram, construíram, relacionaram entre si os poliedros, tendo assim, poucas experiências com os corpos redondos.

Se compararmos com os dados iniciais de nossa intervenção, verificamos que houve um avanço considerável, no percentual de respostas corretas. Os dados coletados no pós-teste indicam que, nesse processo de ensinar e aprender conceitos geométricos, houve experiências positivas para os alunos e para a professora.

Concluindo...

Elaboramos a intervenção pedagógica com o intuito de favorecer o desenvolvimento do pensamento geométrico e verificar as características que a seqüência elaborada deve ter para a promoção da aprendizagem.

O registro escrito das questões complementares pelos alunos e o diário de campo foram utilizados como base para compreendermos o pensamento do aluno e realizarmos a análise didática da seqüência múltipla.

Desenvolvemos a análise em relação ao pré-teste e pós-teste para verificamos o desempenho dos alunos em relação aos três grupos compostos na análise.

Observamos par o grupo A:

Quadro 38 – Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo A no pré-teste e no pós-teste

Questões	Objetivo de cada questão	Percentual Pré-teste	Percentual Pós-teste
Questão 1	Reconhecer pirâmides	100,0%	33,3%
Questão 2	Representar, por meio de figuras geométricas, um prisma	0%	0%
Questão 3	Representar, por meio de figuras geométricas, um cone a partir da planificação do mesmo	33,3%	66,7%
Questão 4	Nomear a figura plana losango	33,3%	66,7%
Questão 5	Reconhecer poliedros e corpos redondos	66,6%	0%
Questão 6	Reconhecer a figura plana paralelogramo	0%	33,3%
Questão 7	Representar figuras planas	0%	66,7%
Questão 8	Representar, por meio de figuras geométricas, objetos tridimensionais	0%	0%

Os alunos desse grupo não conseguiram avançar e, até mesmo, regrediram conceitualmente em alguns assuntos (questões 1 e 5). Nas questões 2 e 8, não demonstraram

conhecimento a respeito do conteúdo abordado nessas questões e apresentaram avanços nas questões 3, 4 e 7.

Para o grupo B:

Quadro 39 – Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo B no pré-teste e no pós-teste

Questões	Objetivo de cada questão	Percentual Pré-teste	Percentual Pós-teste
Questão 1	Reconhecer pirâmides	68,7%	94,1%
Questão 2	Representar, por meio de figuras geométricas, um prisma	0%	58,8%
Questão 3	Representar, por meio de figuras geométricas, um cone a partir da planificação do mesmo	25,0%	88,2%
Questão 4	Nomear a figura plana losango	6,2%	17,6%
Questão 5	Reconhecer poliedros e corpos redondos	31,2%	41,1%
Questão 6	Reconhecer a figura plana paralelogramo	18,7%	58,8%
Questão 7	Representar figuras planas	18,7%	82,3%
Questão 8	Representar, por meio de figuras geométricas, objetos tridimensionais	43,7%	70,6%

Os alunos do grupo B apresentaram avanços significativos em todas as questões propostas na avaliação final. No entanto, verificamos que eles ainda sentem dificuldades em compreender os conceitos envolvidos nas questões 4 e 5.

Como já apresentamos, não elaboramos situações de aprendizagem específicas para estes conceitos e por isso, podemos inferir que se os alunos tivessem tido experiências em relação a estes conceitos poderiam ter apresentado melhores resultados e aprendizagem satisfatória.

Para o grupo C:

Quadro 40 – Respostas corretas apresentadas pelos alunos do grupo C no pré-teste e no pós-teste

Questões	Objetivo de cada questão	Percentual Pré-teste	Percentual Pós-teste
Questão 1	Reconhecer pirâmides	71,4%	100,0%
Questão 2	Representar, por meio de figuras geométricas, um prisma	14,3%	100,0%
Questão 3	Representar, por meio de figuras geométricas, um cone a partir da planificação do mesmo	42,8%	87,5%
Questão 4	Nomear a figura plana losango	14,3%	87,5%
Questão 5	Reconhecer poliedros e corpos redondos	71,4%	75,0%
Questão 6	Reconhecer a figura plana paralelogramo	42,8%	87,5%
Questão 7	Representar figuras planas	0%	100,0%
Questão 8	Representar, por meio de figuras geométricas, objetos tridimensionais	42,8%	100,0%

Os alunos do grupo C apresentaram um ótimo desempenho em todas as questões. Verificamos grande diferença percentual, principalmente nas questões 2 e 7.

Este grupo de alunos, em toda a nossa intervenção, mostrou-se engajado e comprometido na realização das situações de aprendizagem.

Verificamos também, o percentual de acertos de cada questão em relação a todos os alunos participantes:

Quadro 41 - Respostas corretas apresentadas pelos alunos no pré-teste e pós-teste

Questões	Objetivo de cada questão	Percentual Pré-teste	Percentual Pós-teste
Questão 1	Reconhecer pirâmides	73,0%	89,2%
Questão 2	Representar, por meio de figuras geométricas, um prisma	3,8%	64,3%
Questão 3	Representar, por meio de figuras geométricas, um cone a partir da planificação do mesmo	30,8%	85,7%
Questão 4	Nomear a figura plana losango	11,5%	42,8%
Questão 5	Reconhecer poliedros e corpos redondos	46,1%	46,4%
Questão 6	Reconhecer a figura plana paralelogramo	23,0%	64,3%
Questão 7	Representar figuras planas	11,5%	85,7%
Questão 8	Representar, por meio de figuras geométricas, objetos tridimensionais	38,4%	71,4%

O quadro acima prova, com exceção da questão 5, que em todas as outras questões, houve incidência maior de respostas corretas no pós-teste.

As questões em que os resultados foram mais expressivos, em relação ao pré-teste, localizam-se nas 2 e 7.

Pelos resultados apresentados no pós-teste, podemos inferir que os alunos conseguiram compreender o conteúdo abordado e a relação entre objetos concretos e figuras geométricas.

Acreditamos que o bom desempenho da maioria dos alunos ocorreu pela diversificação de situações de aprendizagem da seqüência múltipla. Privilegiamos aquelas que explorassem a manipulação, a experimentação, a representação e a comunicação, além de favorecer a elaboração de conjecturas e sua validação. Contudo, sabemos que para o aluno aprender, é preciso que ele se desvincule da situação vivenciada, dos aspectos aparentes e perceba regularidades, articule o pensamento e a ação de modo a interagir com os conceitos e objetos em jogo.

A mediação realizada pela professora no decorrer de nossa proposta didática auxiliou-nos a compreender o desempenho dos três grupos. Os alunos do grupo A, mesmo com o auxílio da professora, pouco avançaram; os do grupo B demonstraram dificuldades nas situações de aprendizagem e, quando ajudados, conseguiram avançar e os do grupo C conseguiram alcançar o resultado esperado, sem dificuldades acentuadas.

Pudemos observar, em vários momentos, tanto o avanço como o retrocesso em relação ao domínio dos conceitos abordados. Tal fato ocorreu porque não apresentamos, simplesmente, a formalização dos conteúdos, mas sim, procuramos promover a construção de conceitos por meio da vivência de múltiplas situações de aprendizagem. Esse ir e vir foi extremamente importante para que os alunos construíssem conhecimentos.

Nesse caminho, erraram e tiveram dificuldades. Houve aqueles que apresentaram dificuldades em relação aos elementos que constituem os poliedros (faces, vértices e arestas). Contudo, tratamos esse obstáculo como uma etapa importante do aprendizado. Essas nuances da intervenção pedagógica foram importantes para compreendermos a singularidade do processo de ensinar e aprender.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho investigou as vantagens e os limites de uma seqüência múltipla de situações de aprendizagem para alunos da 5ª série do ensino fundamental. A pesquisa partiu dos conhecimentos geométricos prévios e das dificuldades do público alvo. Ao longo da investigação empregou recursos didáticos diferenciados para promover a aprendizagem significativa de conceitos envolvidos na relação espaço-plano.

Para iniciarmos a intervenção, como aponta Ausubel (1980), identificamos os conhecimentos relevantes (subsunçores) que os alunos possuíam a respeito de figuras geométricas e objetos tridimensionais. Os dados preliminares nos auxiliaram na elaboração das nove situações de aprendizagem, de tal forma que as novas informações pudessem ancorar-se na estrutura mental e ampliar o conhecimento dos alunos, promovendo a aprendizagem.

Valemos-nos dos pressupostos teóricos de Van Hiele e Parsysz para compreendermos o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos. Os autores nos auxiliaram a realizar o diagnóstico preciso do conhecimento pré-existente dos participantes. Também colaboraram no decorrer das situações vivenciadas, ao tentarmos compreender como evoluíam. Além disso, o quadro teórico de Parsysz nos auxiliou a compreender que as situações de aprendizagem propostas estão compreendidas na Geometria não-axiomática, ou seja, são situações que partem da realidade e do concreto.

Duval foi importante para compreendermos como os alunos interpretavam e apreendiam as figuras geométricas. Entender se os alunos apenas as reproduziam ou se, além dessa tarefa, utilizavam propriedades, ajudou-nos a compreender as ações realizadas por eles.

Analisando a intervenção didática (avaliação diagnóstica, situações de aprendizagem e pós-teste), apontamos que o grupo A apresentou pequenos avanços com relação aos conceitos geométricos abordados. Esse grupo encontrou dificuldades na compreensão dos conceitos. Verificamos que os problemas de aprendizagem vão além da Geometria. Problemas de leitura e escrita se mostraram evidentes nas produções. Além disso, a ausência às aulas, o não desprendimento das situações concretas e a dificuldade de registrar as informações desenvolvidas nas situações, por meio das questões complementares, contribuíram para o insucesso desses alunos. Inferimos que a seqüência elaborada não estava

em um nível adequado ao desenvolvimento dos alunos que compuseram o grupo A, como aponta Van Hiele (apud CROWLEY, 1994; VYGOTSKY, 1934).

Para esses alunos, se tivéssemos iniciado com outras situações, partindo de conceitos geométricos anteriores, poderíamos ter conseguido resultados satisfatórios.

A maioria dos alunos que integra os grupos B e C conseguiu avançar na compreensão dos conceitos geométricos. Eles procuraram, a todo o momento, interagir com as situações propostas e utilizar as propriedades definidoras das figuras geométricas para defini-las. Foi possível observar que realizaram as situações (ação) e, a partir do registro das questões complementares, tomaram consciência de sua ação. Esses alunos conseguiram se desvencilhar das situações imediatas e articular ação e pensamento para interagirem com os conceitos e avançarem.

Nessa trajetória, inferimos que o nível de pensamento dos alunos evoluiu porque eles agiram e tomaram consciência de sua ação ao argumentar e registrar as principais informações vivenciadas nas situações de aprendizagem.

Os dados apresentados nos permitem inferir que a aplicação de situações de aprendizagem diversificadas promoveram a aprendizagem de conceitos.

As situações que se apresentaram mais produtivas ao desenvolvimento dos alunos foram as atividades 3, 6, 8 e 9.

Na atividade 3, apresentamos as planificações aos alunos e pedimos que construíssem objetos concretos (do plano para o espaço). Na atividade 6, propusemos o inverso. Ambas foram complementares e acreditamos terem auxiliado a compreensão da dimensionalidade dos objetos e figuras.

Na atividade 8, a partir de figuras planas, os alunos construíram objetos tridimensionais. Eles perceberam que os objetos 3D podem ser construídos por meio de um conjunto de figuras planas. Novamente, em uma mesma situação de aprendizagem propusemos a articulação entre plano (figuras planas e planificação) e espaço (objeto tridimensional construído).

Buscamos na atividade 9, o desenvolvimento de figuras planas por meio da linguagem de programação Logo. Acreditamos que essa situação contribuiu porque, ao construí-las, os participantes interagiram com as propriedades definidoras das figuras planas.

Um limite verificado ao final da intervenção foi que todos os alunos participantes ainda apresentaram dificuldades na compreensão dos elementos (face, aresta e vértice) que compõem o objeto concreto. Inferimos que o uso do software Poly pouco contribuiu para o desenvolvimento desses conceitos. Se tivéssemos utilizado um software de geometria

dinâmica em que o aluno pudesse visualizar todas as posições da representação do objeto tridimensional teríamos atingido melhores resultados.

Contudo, acreditamos que a vivência das situações de aprendizagem foi uma experiência positiva para os alunos, uma vez que iniciaram a reflexão sobre tais conceitos.

A partir da análise do desempenho dos alunos, da vivência das situações de aprendizagem e da reflexão sobre o objetivo da pesquisa, concluímos que os seguintes princípios da seqüência múltipla de situações de aprendizagem foram essenciais para o desenvolvimento do pensamento geométrico e para a aprendizagem de conceitos envolvidos na relação espaço-plano:

- resgatar o conhecimento prévio e utilizá-lo como ponto de partida;
- desenvolver os conceitos por meio de uma rede de informações, relacionando-os;
- favorecer o estabelecimento de relações e regularidades entre objetos concretos e suas representações;
- utilizar metodologia e recursos pedagógicos diferenciados na execução das situações de aprendizagem;
- privilegiar as ações do aluno, nas quais ele possa manipular, experimentar, conjecturar, representar, comunicar e validar suas idéias;
- formalizar os conceitos envolvidos ao final de cada situação;
- assumir uma postura de mediador e facilitador da aprendizagem.

A avaliação diagnóstica nos auxiliou a compreender o conhecimento pré-existente que os alunos possuíam a respeito dos conceitos envolvidos na relação espaço-plano e, por isso, foi uma característica essencial em toda a intervenção didática.

Outro critério importante da seqüência foi desenvolver os conceitos por meio de uma rede de informações. Em várias situações de aprendizagem (atividade 1, 3, 5, 6 e 8) procuramos desenvolver, concomitantemente, conceitos relacionados aos objetos tridimensionais e suas variadas formas de representação.

O uso de recursos diferenciados foi outro critério que corroborou para o favorecimento da aprendizagem. Todos auxiliaram o desenvolvimento dos conceitos, contudo alguns auxiliaram mais do que outros.

O computador foi o recurso com que os alunos mais se identificaram. Seu emprego favoreceu a participação ativa de todos os alunos participantes. No entanto, em alguns momentos a SAI se mostrou um ambiente inadequado. O número de alunos por grupo, a disposição dos equipamentos na sala e o número de computadores disponíveis para o uso são fatores que podem ter comprometido o bom andamento da atividade. Tanto o pequeno

número de equipamentos na escola bem como a falta de manutenção dos mesmos foram, para nós, complicadores, porém não impeditivos para a utilização da SAI.

Dos softwares utilizados, o que mais auxiliou foi a linguagem de programação Logo, porque os alunos, ao realizarem a espiral da aprendizagem (descrição-execução-reflexão-depuração-descrição) puderam interagir com as propriedades definidoras das figuras planas e construir regularidades. O registro dos comandos realizados também favoreceu a tomada de consciência do aluno sobre seu processo de resolução de problemas envolvendo figuras planas. Por meio dele, o aluno e a professora foram capazes de compreender os caminhos, estratégias e propriedades utilizadas na resolução da situação de aprendizagem proposta.

A seqüência elaborada permitiu que, em todos os momentos, os alunos manipulassem, experimentassem, conjecturassem, representassem, comunicassem e validassem suas idéias. Eles foram agentes ativos e convidados a colocarem a “mão na massa”. Somente depois de manipularem e experimentarem é que formalizamos as informações. A responsabilidade e o comprometimento com a aprendizagem não foi somente da professora, mas também, dos alunos.

A postura da professora, de sempre propor a exploração da situação de aprendizagem, incentivando a reflexão dos alunos, para depois formalizar os conceitos foi importante para a evolução do pensamento geométrico. Também, a experiência de propor a utilização de diversos recursos foi positiva e exigiu da professora uma maior abertura para mudanças e flexibilidade no enfrentamento dos problemas e dificuldades.

Concordamos com a posição de Lorenzato ao expressar que “ensinar é dar condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento” (2006, p.3). Procuramos seguir essa afirmação ao conduzir a intervenção didática.

No entanto, não podemos justificar os resultados somente pela seqüência elaborada. A relação professora-alunos, a interação dos alunos com o conteúdo e recursos didáticos, a relação aluno-aluno, a relação aluno-grupo contribuíram para o alcance dos resultados obtidos.

Na relação professora-alunos, estes se mostraram mais amorosos e entusiasmados em participar das atividades.

Na relação aluno-aluno, procuravam sempre se ajudar e trocar informações. Houve pequenos conflitos de opinião, que não comprometeram o desenvolvimento das situações de aprendizagem.

A relação aluno-grupo foi um diferencial para o trabalho, não só pela reorganização do espaço físico da sala de aula, na qual todas as disciplinas (não só em Matemática) utilizavam carteiras enfileiradas, mas também pela nova proposta metodológica, anteriormente pautada nas atividades individuais. Com a dinâmica de grupo, os alunos precisaram comunicar e argumentar com seus parceiros para concluírem as atividades. Essa troca de experiências favoreceu os alunos com mais dificuldade, pois puderam sanar suas dúvidas também com o auxílio dos colegas.

Observamos nos grupos de alunos os diferentes ritmos e formas de aprender. O respeito à diversidade foi um ponto importante a considerar neste trabalho. Como exemplo, citamos a situação de aprendizagem que utilizamos a linguagem de programação Logo. Enquanto alguns alunos já haviam desenvolvido o procedimento para o quadrado, outros tentavam descobrir o ângulo necessário para a construção dessa figura.

Na seqüência didática proposta, as aulas se tornaram “vivas” e em vários momentos desordenadas, devido à intensa participação. Não tínhamos alunos quietos e estáticos, mas murmurinhos e uma movimentação contínua.

Essa foi nossa experiência. Esperamos que outros profissionais possam utilizá-la para refletir a respeito de sua própria prática e criar mecanismos para desenvolver conceitos curriculares.

Esta pesquisa apresenta e discute que, para o bom encaminhamento das aulas, não basta para o professor somente o conhecimento do conteúdo. É importante também saber lidar com os diversos recursos metodológicos e ter uma metodologia adequada.

A formação continuada e/ou em serviço deve criar condições para que o professor, em seu local de trabalho, consiga aliar o conteúdo curricular ao uso de recursos e metodologia adequada. Para isso, ele precisa conhecer detalhadamente o conteúdo que leciona e ser capaz de integrar meios didáticos em suas aulas.

Os cursos de formação não devem apenas apresentar conteúdos, recursos e/ou metodologias, mas sim, integrá-los e permitir uma ampla reflexão a respeito do processo de ensinar e aprender.

De acordo com FONSECA et al., em sua pesquisa realizada com professores de educação fundamental de 1ª a 4ª séries,

[...] parece delinear-se a necessidade de a formação inicial e continuada do professor não limitar-se à apresentação de atividades alternativas para o ensino de Geometria, mas contemplar um repensar das concepções desse ensino, do conteúdo a ser abordado e da intencionalidade e viabilidade de aplicação dos recursos didáticos à sua disposição (2002, p.51).

Certamente a formação inicial e continuada do professor, precisa ir além da exposição de atividades pedagógicas. O professor precisa refletir a respeito de suas concepções de Educação, de Matemática e de Educação Matemática. Essas ações poderão ajudá-lo a compreender o contexto escolar, colaborando para a intervenção na realidade da sala de aula.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOUD, S. A. Registros de representação semiótica e compreensão de conceitos geométricos. In: Alcântara, S. D. (org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003. p.125-160.

_____. A geometria na escola básica: que espaços e formas tem hoje? In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, VIII, 2004, São Paulo. **Anais do VIII Encontro Paulista de Educação Matemática**. São Paulo: SBEM, 2004. 11p.

ALMOULOUD, S. A., et al. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, nº 27, p.94-108, set-dez.2004.

ANDRADE, P. F.; MORAES, M. C. Fundamentos e Concepções. In: _____. **Projeto Educom**. Brasília: MEC/OEA, 1993. p.19-35.

ANDRINI, A.; VASCONCELOS, M. C. J. **Novo Praticando Matemática**. 6ª série. São Paulo: Editora do Brasil, 2002, 256p.

AUSUBEL. D. P; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. O significado e a aprendizagem significativa. In: _____. **Psicologia Educacional**. 2.ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980. p.32-71.

BARANAUSKAS, M. C. C. et al. Uma taxonomia para ambientes de aprendizados no computador. In: VALENTE, J. A. (org). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1999. p.49-88.

BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. GODOY. Informática: problemas e soluções. In: _____. **Informática e Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. p.11-18.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais (1ª a 4ª séries)**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142 p.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais (5^a a 8^a séries): matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

_____. **Consulta ao Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - IDEB**. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: <<http://www.ideb.inep.gov.br>>. Acesso em: 19 ago. 2007a, 11:30.

_____. Ministério da Educação. **Plano de Desenvolvimento da Educação**. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/index.php?option=content&task=view&id=593&Itemid=910&systemas=1>>. Acesso em: 28 ago. 2007b, 19:30.

_____. Ministério da Educação. **Prova Brasil**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: <<http://provabrasil.inep.gov.br>>. Acesso em: 19 ago. 2007c, 11:30.

BROUSEAU, g. “Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques”. **Recherches em didactique dès mathématiques**. Paris. Université de Paris VII, Equipe Didirem, vol.7, nº2, 1986. p33-115.

CHARLOT, B. Formação de professores: a pesquisa e a política educacional. In: PIMENTA, S. G.; GHEDIN, E. (org). **Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito**. 3 ed. São Paulo: Cortez, 2005. p. 89-108.

CROWLEY, M. L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, M. M; SHULTE, A. P. (org). **Aprendendo e ensinando geometria**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994. p.1-20.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de matemática elementar: geometria plana**. 7.ed. São Paulo: Editora Atual, 1993a. v.9. 450p.

_____. **Fundamentos de matemática elementar: geometria espacial**. 5.ed. São Paulo: Editora Atual, 1993b. v.10. 440p.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003. p.11-34.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006, 226p.

FONSECA, M. C. F. R., et al. **O ensino de geometria na escola fundamental** – três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. 128 p.

GÓMEZ, A. I. P. Os processos de ensino-aprendizagem: análise didática das principais teorias da aprendizagem. In: SACRISTÁN, J. G.; GÓMEZ, A. I. P. **Compreender e transformar o ensino**. Tradução de Ernani F. da Fonseca Rosa. 4.ed. Porto Alegre: Artmed, 1998. p.27-51.

_____. Ensino para a compreensão. In: SACRISTÁN, J. G.; GÓMEZ, A. I. P. **Compreender e transformar o ensino**. Tradução de Ernani F. da Fonseca Rosa. 4.ed. Porto Alegre: Artmed, 1998. p.67-97.

GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, VIII., 1996, Belo Horizonte. **Anais do Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**, 1996. p.1-14.

KACHAR, V. **Analisando e avaliando os softwares educacionais**. São Paulo: Secretaria de Estado da Educação, 1998. 2p.

LEITE, Y. U. F.; DI GIORGI, C. A. G. Saberes docentes de um novo tipo de formação do professor: alguns apontamentos. **Revista Educação**, Santa Maria, v.29, n.2, p.135-145, 2004.

LIBÂNEO, J. C. Reflexividade e formação de professores: outra oscilação do pensamento pedagógico brasileiro? In: PIMENTA, S. G.; GHEDIN, E. (org). **Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito**. 3.ed. São Paulo: Cortez, 2005. p.53-79.

LIMA, E. L. et al. Poliedros. In: _____. **A matemática do ensino médio**. 4. ed. Rio de Janeiro. Sociedade Brasileira de Matemática. Coleção do Professor de Matemática, 1998. p.231-250.

LOMÔNACO, J. F. B. et al. Do característico ao definidor: um estudo exploratório sobre o desenvolvimento de conceitos. **Psicologia: teoria e pesquisa**, São Paulo, vol.12, n.1, p.51-60, jan-abr.1996.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas - SP: Autores Associados, 2006. 139p.

MACIEL, A. C. **O conceito de semelhança**: uma proposta de ensino. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC/SP, São Paulo.

MAIOLI, M. **Uma oficina para a formação de professores com enfoque em quadriláteros**. 2002. 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC/SP, São Paulo.

MASETTO, M. T. Mediação pedagógica e o uso da tecnologia. In: MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas - SP: Papyrus, 2000. p.133-173.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A Geometria. In: _____. **Ensino de matemática**. São Paulo: Atual, 1986. p.65-108.

MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa: um conceito subjacente. In: ENCUESTRO INTERNACIONAL SOBRE EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO: Internacional Meeting on Meaningful Learning, 1997, Burgos. **Actas do Encontro Internacional Sobre El Aprendizaje Significativo**: Universidade de Burgos, 1997. p.19-44.

NACARATO, A. M. et al. Conceitos figurais. In: _____. **A geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: EdUFSCar, 2003. p.59-74.

OLIVEIRA, R. de. Introdução: o resgate da tecnologia educacional. In: _____. **Informática Educativa**. 7.ed. Campinas, SP: Papyrus, 1997. p.7-20.

PARANÁ. Secretaria da Educação do Estado do Paraná. **Ensinar e Aprender**: construindo uma proposta. Matemática. CENPEC, 4 v, 1995.

PARSYSZ, B. **Représentations planes enseignement de la géométrie de l'espace au lycée. Contribution à l'étude de la relation voir/savoir** (Thèse). Université Paris-7, 1989.

PAVANELLO, R. M. Por que ensinar/aprender geometria? In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, VII, 2004, São Paulo. **Anais eletrônico do Encontro Paulista de Educação Matemática**, 2004. 6p. Disponível em: < www.sbempaulista.org.br/epem/anais>. Acesso em: 15 mai. 2005, 10:00.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática**: estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas, SP: Papyrus, 2000. 182p.

PIRES, C. M. C.; CURI, E.; CAMPOS, T. M. M. **Espaço e forma**: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do ensino fundamental. São Paulo: PROEM, 2000. 286p.

PIRES, C. M. C. As crianças das séries iniciais e a construção de noções geométricas. In: SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação, **Material pedagógico do Projeto de Educação Continuada**: formação universitária, Módulo 2. São Paulo, 2002. p.1202-1213.

TRIVINÕS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987. 175p.

VALENTE, J. A. **Computadores e conhecimento**: repensando a educação. Campinas - SP: UNICAMP, 1993. 418 p.

_____. **Diferentes abordagens de educação a distância**. 2001. Campinas: Nied – Campinas. Disponível em: <<http://www.proinfo.mec.gov.br/195.pdf>>. Acesso em 27 jul. 2004, 20:53.

_____. A espiral da aprendizagem e as tecnologias da informação e comunicação: repensando conceitos. In: JOLY, M. C. R. A. (org). **A Tecnologia no ensino**: implicações para a aprendizagem. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002. p 15-40.

_____. O uso inteligente do computador na educação. **Pátio – revista pedagógica**, Porto Alegre, Editora Artes Médicas Sul, n.1, ano 1, p.19-21, mai-jul.1997
Disponível em: <http://www.proinfo.mec.gov.br/upload/biblioteca/215.pdf>.

VASCONCELOS, M. **Figuras geométricas não-planas e planas**: a aprendizagem dos alunos da 4ª série e as concepções dos seus professores. 2005. 183 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Católica Dom Bosco, Campo Grande.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. Tradução Jefferson Luis Camargo. São Paulo: Editora Martins Fontes, 1934.

ZAN, C. Análise da prática pedagógica: a pesquisa em sala de aula, sua importância e seus tropeços – crônica extraída da vivências de um projeto. **Revista Educação & Sociedade**, nº43, p.489-494, dez.1992.

APÊNDICE

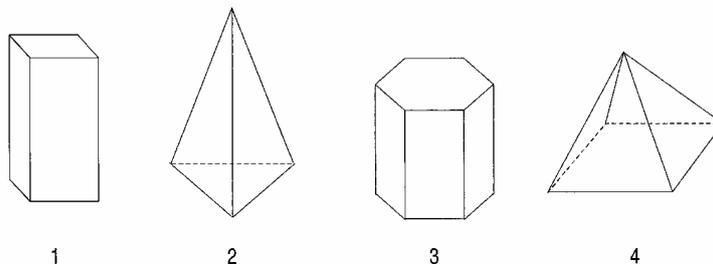
Apêndice A

**Modelo da avaliação diagnóstica composta pela prova escrita e por três
atividades diagnósticas**

PRÉ-TESTE

Nome:

1. Juliana foi comprar cristais e o vendedor lhe mostrou alguns de formas diferentes:



Ela se decidiu por duas pirâmides. Os cristais escolhidos foram

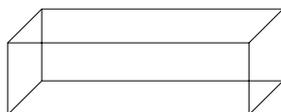
(a) 1 e 2

(c) 2 e 4

(b) 2 e 3

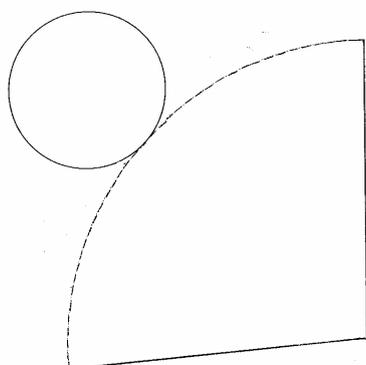
(d) 3 e 4

2. Precisamos desenhar uma figura, numa folha de cartolina, para depois recortar, dobrar e montar esta outra:



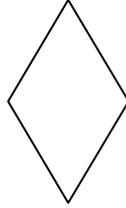
Como ficará o desenho na cartolina?

3. Desenhe a forma geométrica que esta figura representa depois de montada.

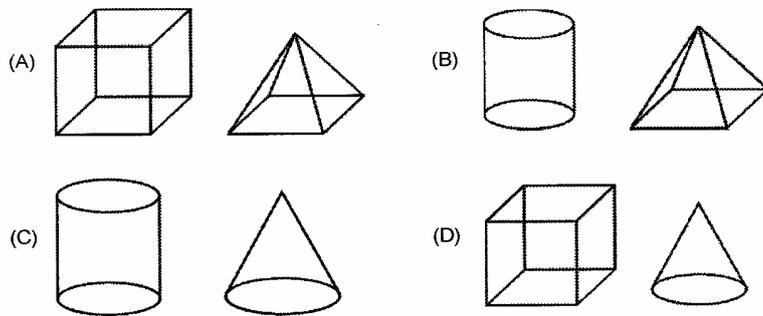


4. Na figura abaixo tem-se representado um canteiro de flores que foi construído com a forma de quadrilátero de lados iguais e dois a dois paralelos.

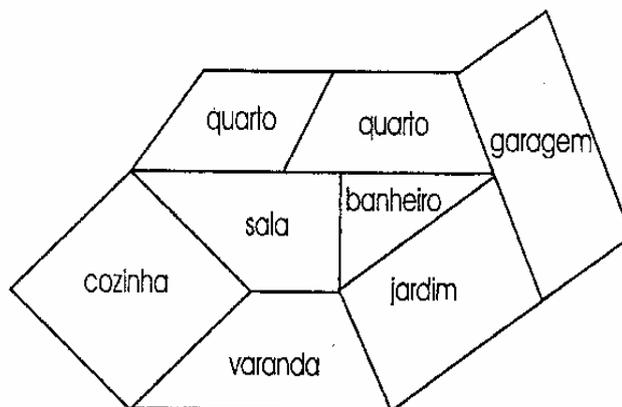
Sua forma é a de um _____



5. Assinale a alternativa em que as duas formas geométricas representadas só têm regiões poligonais:



6. João gosta de criar coisas diferentes. Um dia desenhou a planta de sua casa conforme a figura abaixo. Escreva quais partes da planta da casa de João, lembram a figura de um paralelogramo?



7. Desenhe algumas figuras planas. Se souber, escreva os seus nomes. Você sabe alguma coisa sobre elas?

8. Desenhe alguns sólidos geométricos. Se souber, escreva os seus nomes. Você sabe alguma coisa sobre eles?

Atividade diagnóstica – Objetos concretos

Nome:

1. Separe os objetos, colocando em grupo aqueles que você considera parecido. Como você fez para separar estes objetos?

2. Haveria um outro modo de separar estes objetos? Como?

3. Você conhece algum destes objetos? Identifique pela cor ou pelo nome.

4. Estes objetos são parecidos com algum outro objeto que você conhece?

5. Você já viu estes objetos em outros lugares? Em quais lugares?

6. Escolha um objeto pela cor ou pelo nome.

O objeto escolhido é _____

Que tipo de objeto é este? Como você sabe?

7. Escolha um objeto pela cor ou pelo nome.

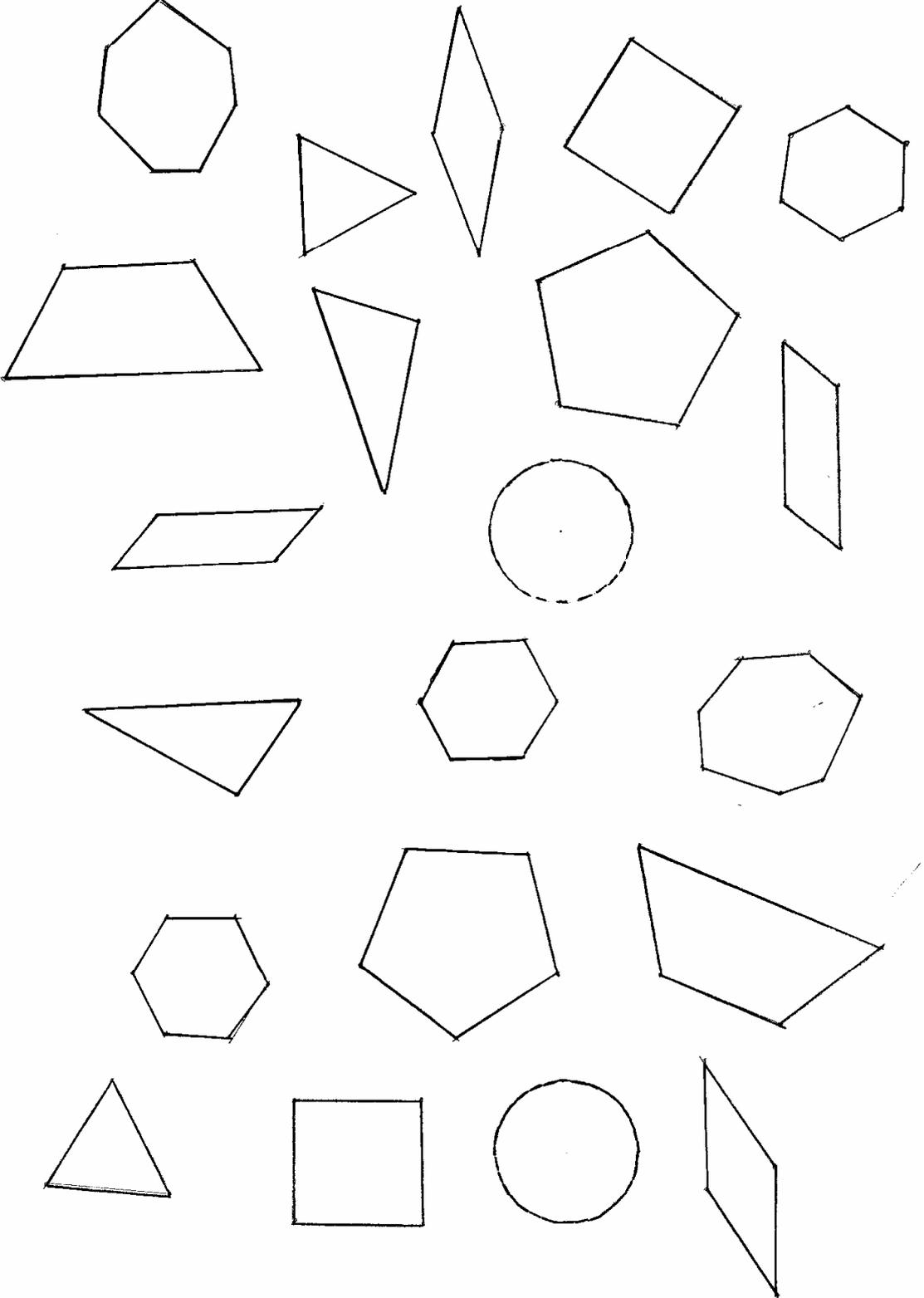
O objeto escolhido é _____

Se você tivesse que contar para alguém como é este objeto, como você contaria?

Atividade diagnóstica – Regiões planas

ATIVIDADE

Pinte com a mesma cor as formas geométricas iguais.



Atividade diagnóstica – Regiões planas

Nome:

1. Você conhece alguma destas figuras? Identifique pela cor ou pelo nome.

2. Estas figuras possuem alguma coisa parecida? Quais figuras? Identifique pela cor ou pelo nome.

3. Você consegue separar estas figuras em grupo? Como você faria para separá-las?

4. Você já viu estas figuras em outros lugares? Em quais lugares?

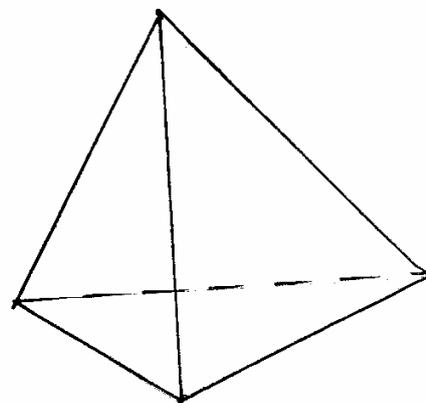
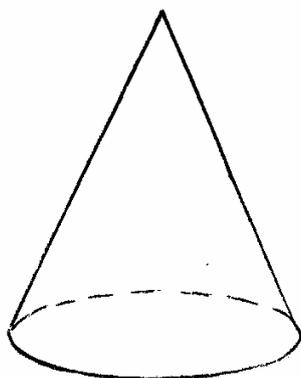
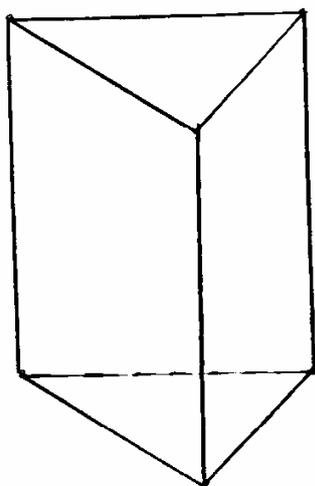
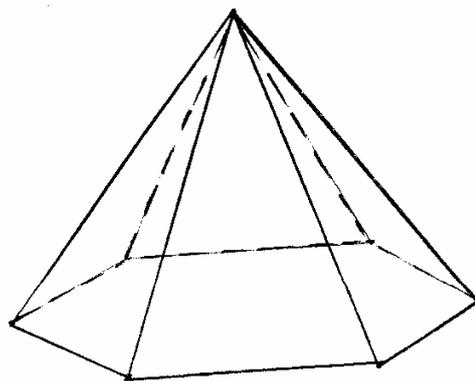
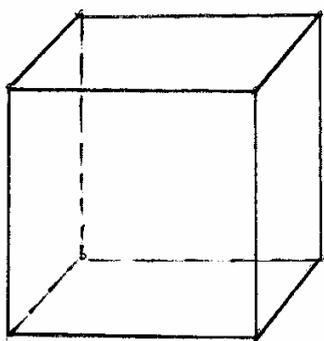
5. Estas figuras são parecidas com alguma outra figura ou objeto que você conhece?

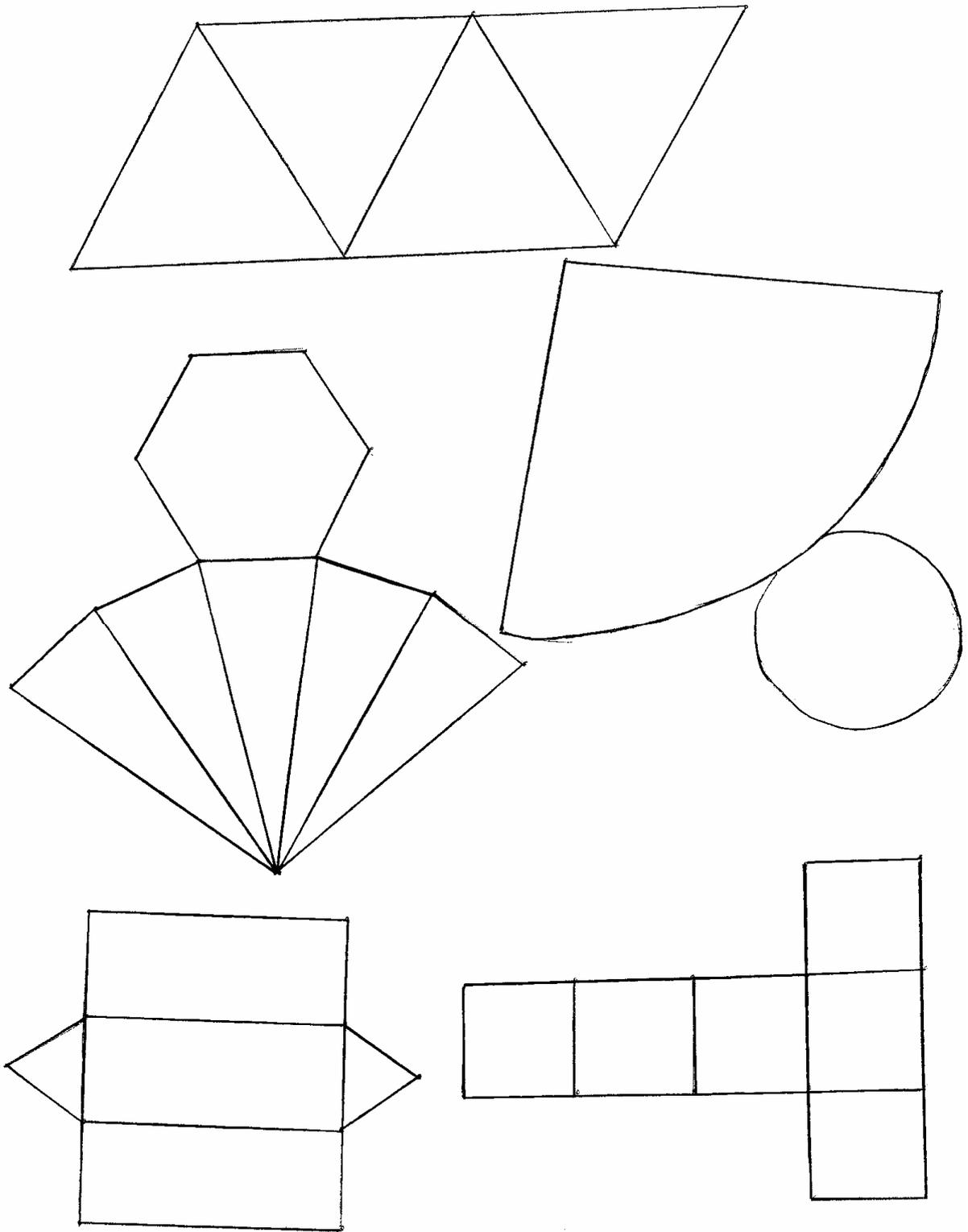
6. Escolha uma figura pela cor ou pelo nome.
A figura escolhida é _____
Que tipo de figura é esta? Como você sabe?

7. Escolha uma figura pela cor ou pelo nome.
A figura escolhida é _____
Se você tivesse que contar para alguém como é esta figura, como você contaria?

Atividade diagnóstica – relação espaço-plano**ATIVIDADE**

Relacione (colorindo) cada modelo de sólido geométrico a sua respectiva planificação.





Atividade diagnóstica – relação espaço-plano

Nome:

1. Escolha um modelo de objeto e sua respectiva planificação. Identifique pelo nome ou pela cor. O que você sabe sobre eles?
2. O que levou você a relacionar (colorir com a mesma cor) este modelo de sólido geométrico a esta planificação?
3. Você poderia relacioná-los de uma outra forma? Como?
4. Se alguém lhe perguntasse se estas figuras (modelo de sólido e a planificação) são iguais ou diferentes, o que você diria? Como você chegou a esta conclusão?

Apêndice B

**Modelo das atividades e questões complementares que compõem as
situações de aprendizagem**

Questões complementares – Atividade 1

Nome:

1. O objeto retirado da natureza e o desenho feito no computador são parecidos?
2. Se alguém lhe perguntasse se o objeto retirado da natureza e o objeto feito no computador são iguais ou diferentes, o que você diria? Como você chegou a esta conclusão?
3. Se você tivesse que contar a alguém como é o objeto retirado da natureza, como você contaria?
4. Se você tivesse que contar a alguém como é o desenho feito no computador, como você contaria?

Questões complementares – Atividade 2

Nome:

1. Se você olhar para a embalagem vazia e para embalagem preenchida com o gesso, você consegue perceber alguma diferença? Justifique sua resposta.
2. Se alguém lhe perguntasse se, a embalagem sem o gesso (oca) e a embalagem preenchida com o gesso são iguais ou diferentes, o que você diria? Como você chegou a esta conclusão?
3. Se você tivesse que contar a alguém como é a embalagem sem o gesso, como você contaria?
4. Se você tivesse que contar a alguém como a embalagem preenchida com o gesso, como você contaria?

Questões complementares – Atividade 3

Nome:

1. Escolha um objeto tridimensional e sua respectiva planificação. Identifique pelo nome. O que você conseguiu observar?
2. Se alguém lhe perguntasse se o objeto tridimensional e a sua respectiva planificação são iguais ou diferentes, o que você diria? Como você chegou a esta conclusão?
3. Se você tivesse que contar a alguém como é o objeto tridimensional, como você contaria?
4. Se você tivesse que contar a alguém como é a planificação de um objeto tridimensional, como você contaria?

Questões complementares – Atividade 5

Nome:

1. Se alguém lhe perguntasse se, o cubo e o quadrado – a pirâmide e o triângulo – a esfera e o círculo – o paralelepípedo e o retângulo são iguais ou diferentes, o que você diria? Como você chegou a esta conclusão?

2. Se você tivesse que contar a alguém como é o cubo, a pirâmide, a esfera e o paralelepípedo, como você contaria?

3. Se você tivesse que contar a alguém como é o quadrado, o triângulo, o círculo e o retângulo, como você contaria?

Questões complementares – Atividade 8

Nome:

1. Ao iniciar a atividade, você recebeu algumas figuras geométricas. Se você tivesse que contar a alguém como são essas figuras, como você contaria?
2. Você conhece algum objeto montado? O que você pode dizer sobre eles?
3. Se você tivesse que contar a alguém como são os objetos montados, como você contaria?
4. Se alguém lhe perguntasse se, o cubo e o quadrado – a pirâmide e o triângulo – a esfera e o círculo – o paralelepípedo e o retângulo são iguais ou diferentes, o que você diria? Como você chegou a esta conclusão?

Questões complementares – Atividade 9

Nome:

1. Escolha uma figura geométrica plana. Identifique pelo nome. O que você consegue observar?

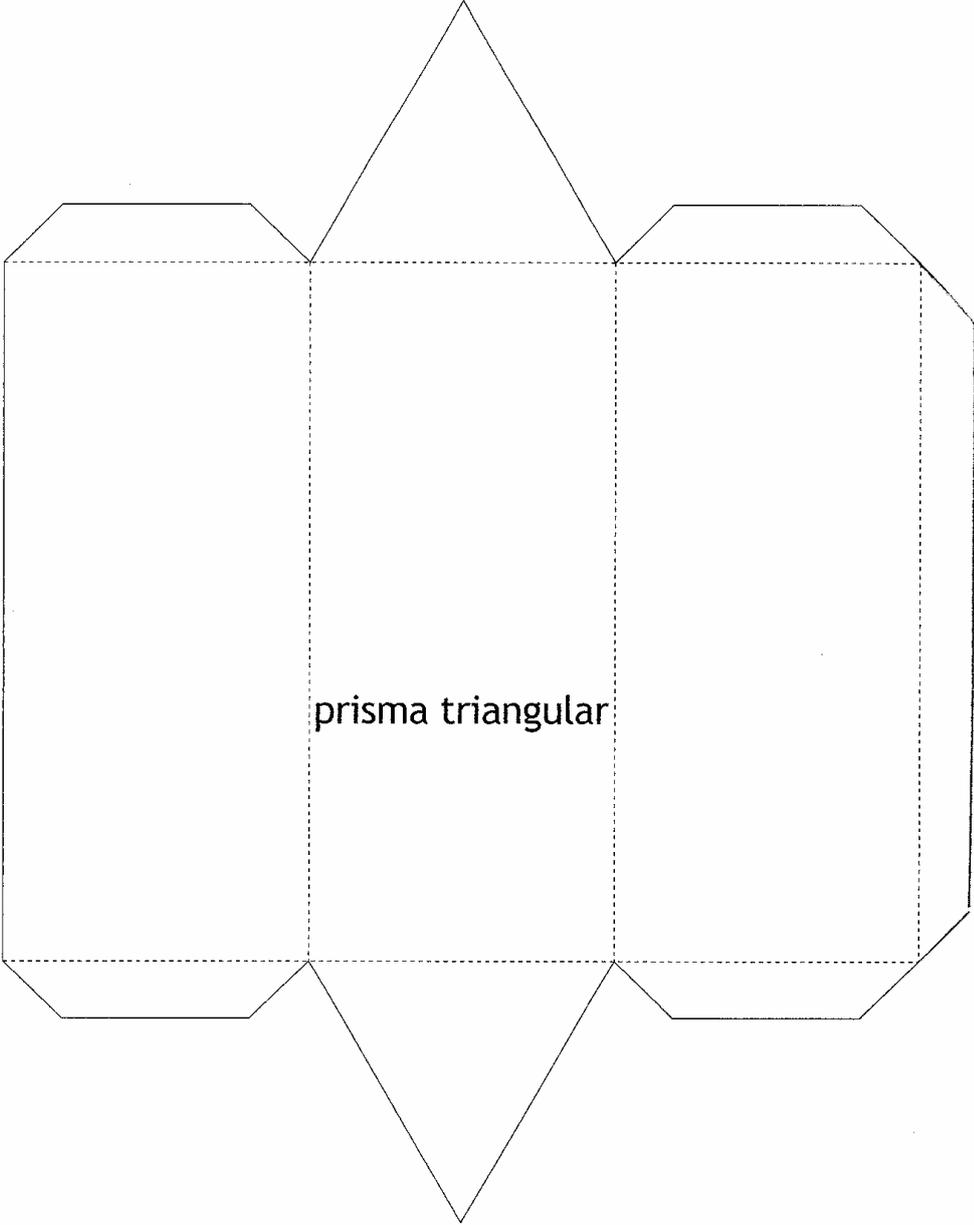
2. Se você tivesse que contar a alguém como é esta figura plana, como você contaria?

ANEXO

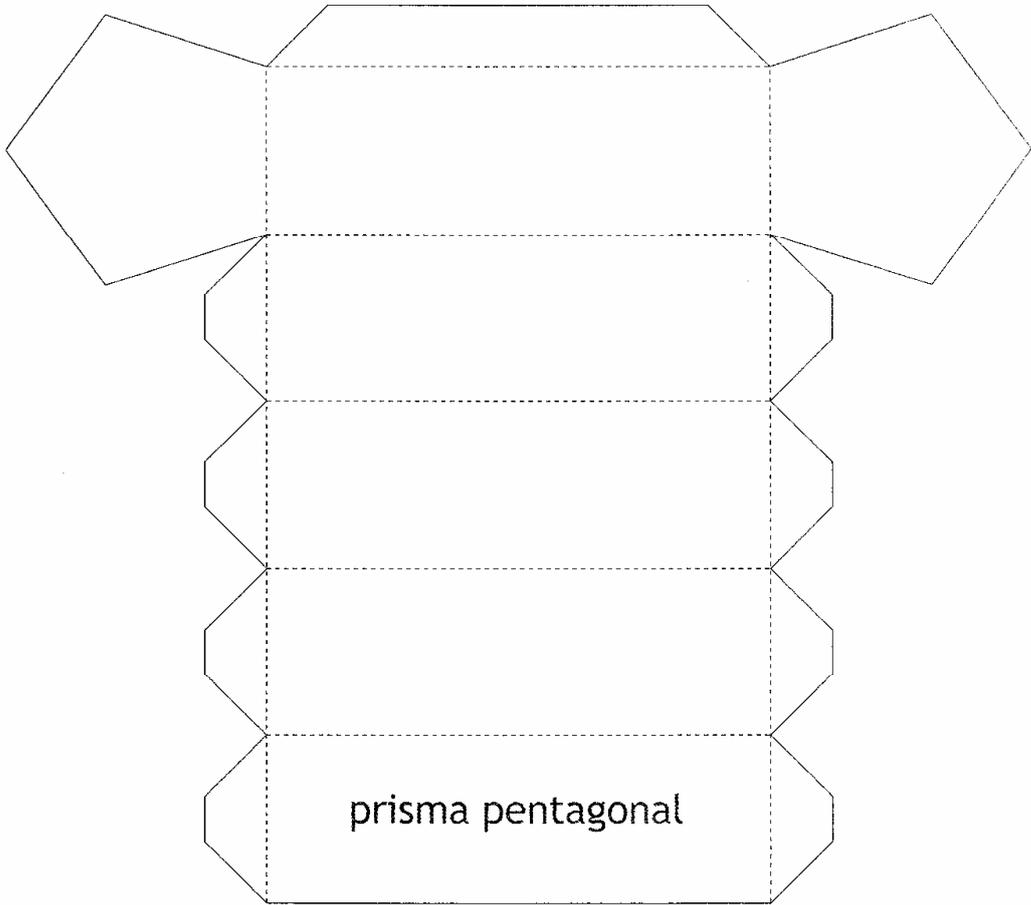
Anexo A

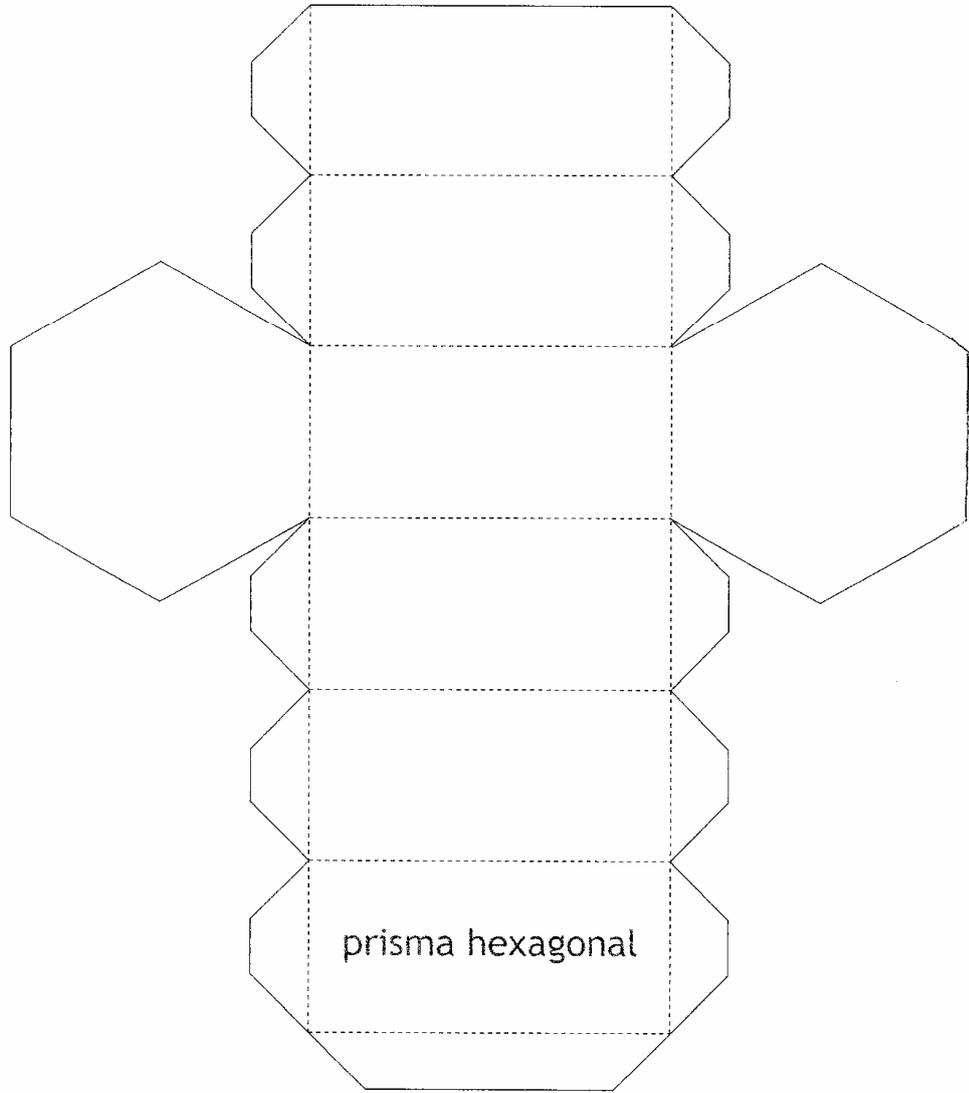
Moldes de planificação

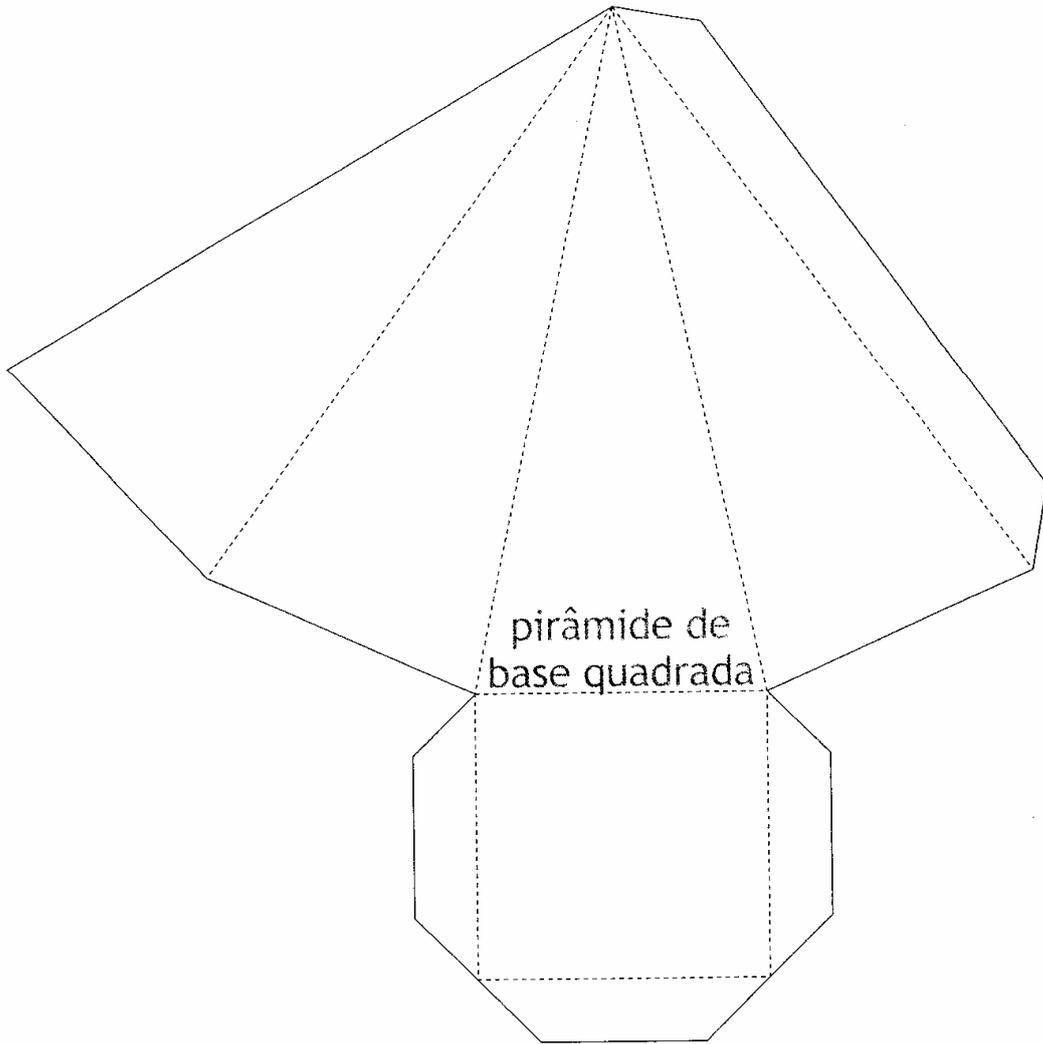
Moldes de planificação – Atividade 3



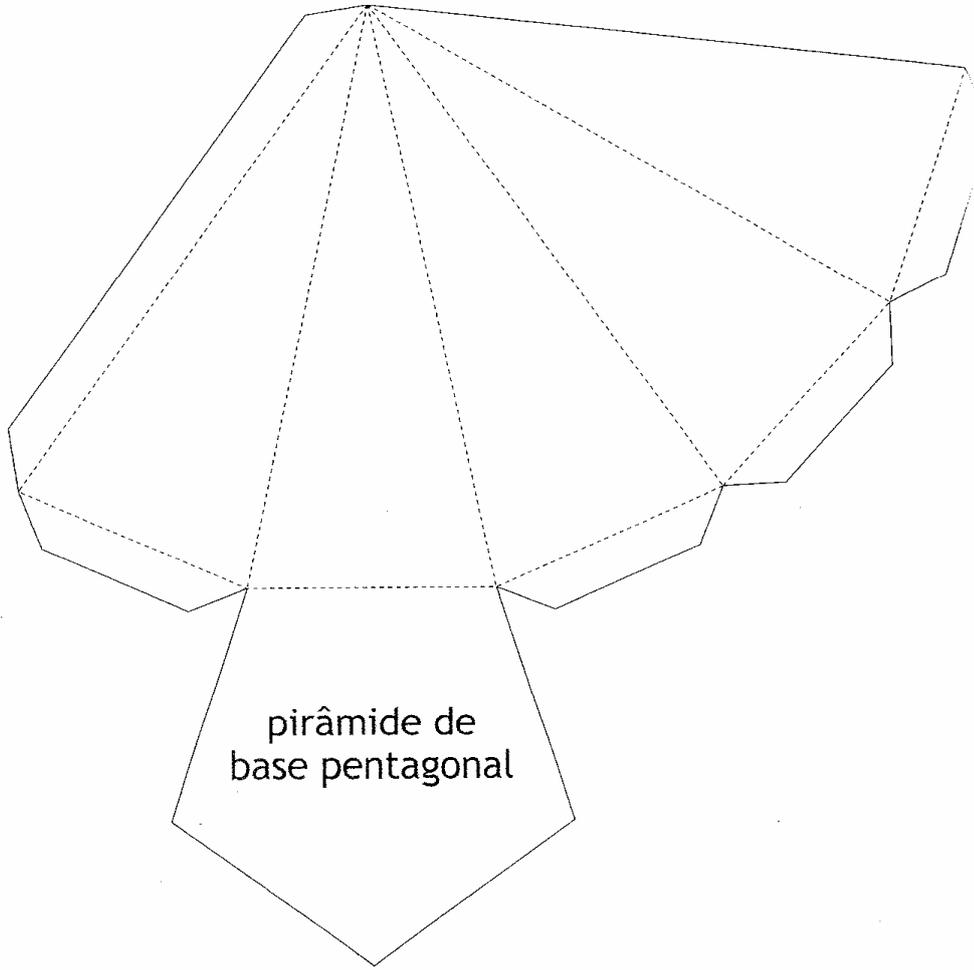
Este documento é propriedade intelectual do Ministério da Educação do Brasil e não pode ser reproduzido sem a autorização expressa do Ministério da Educação.



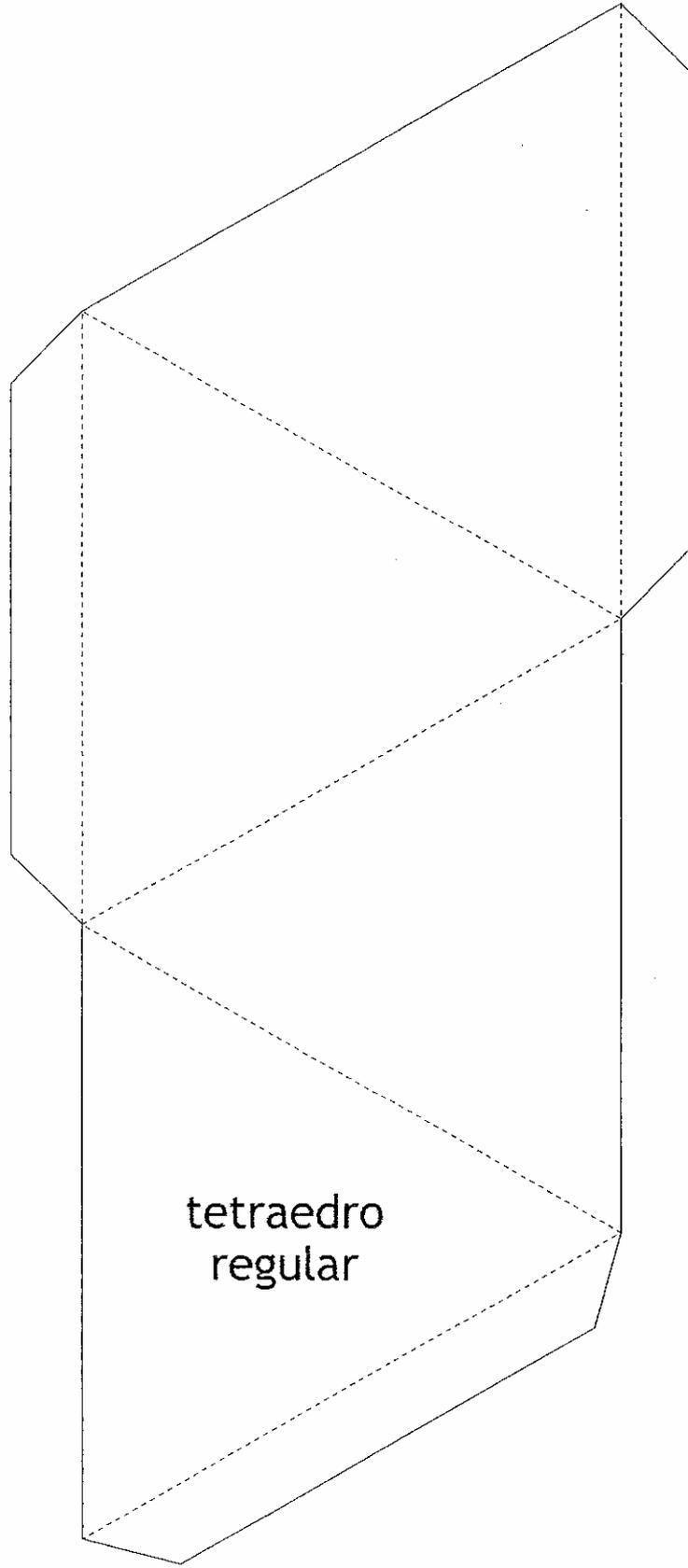


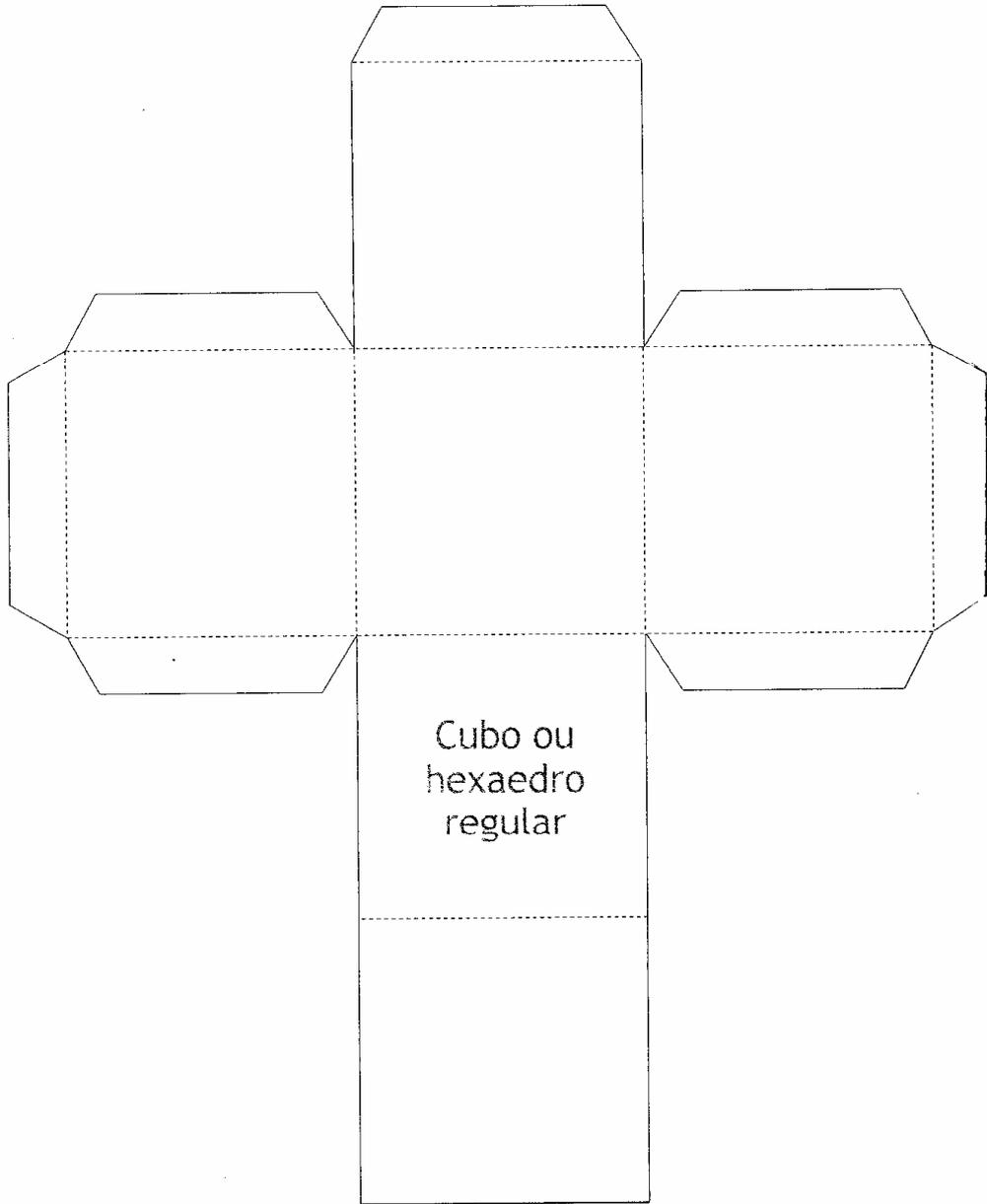


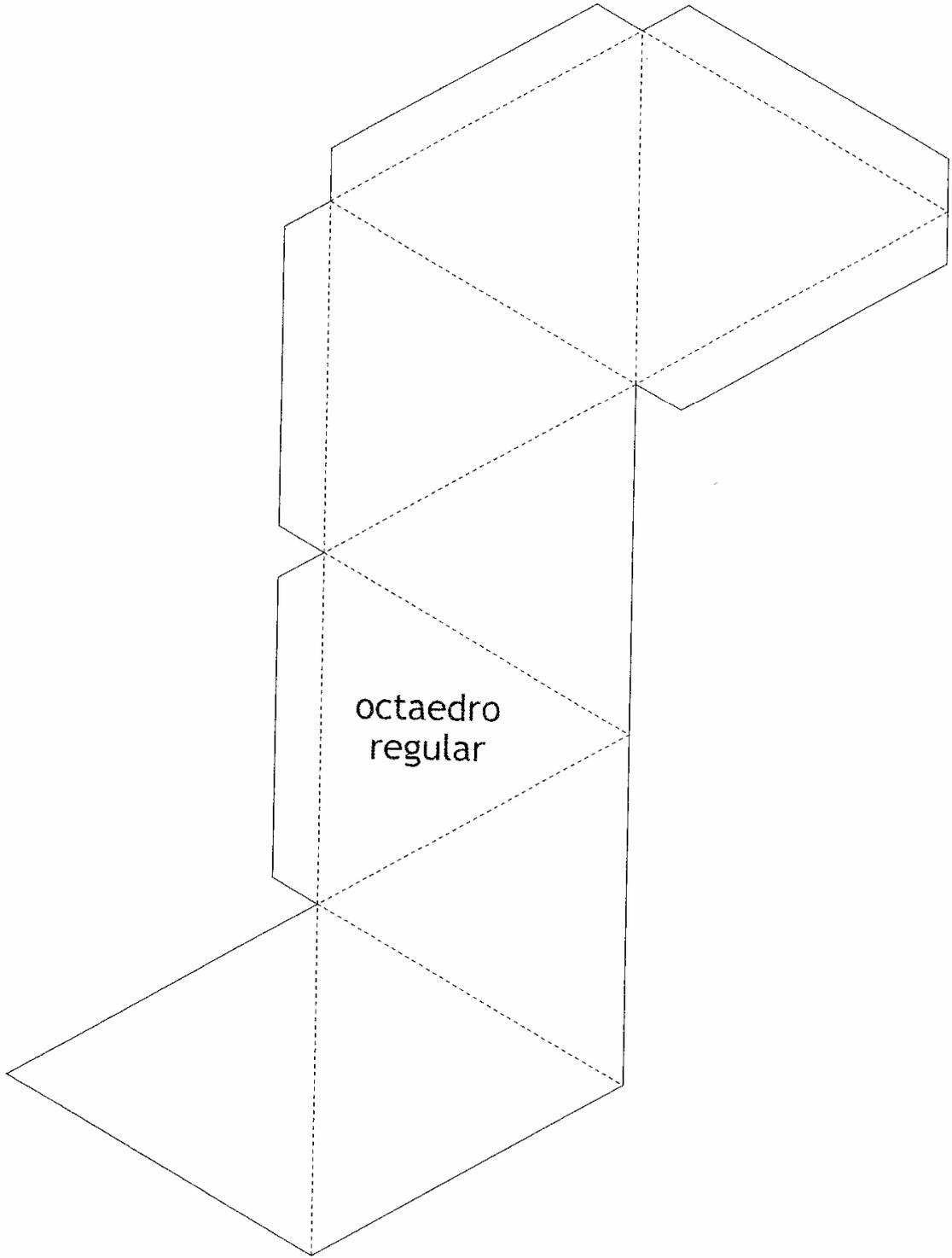
pirâmide de
base quadrada

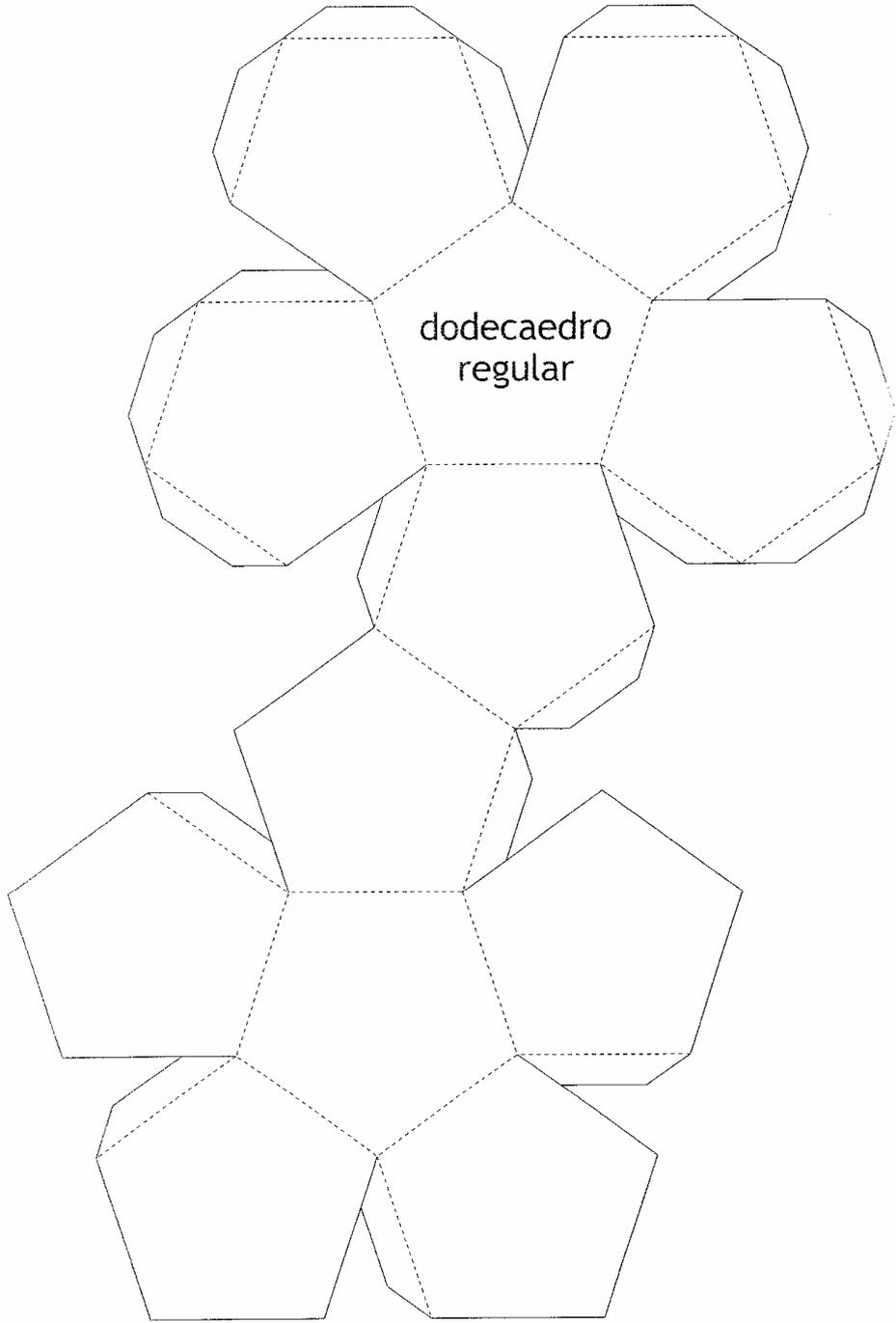


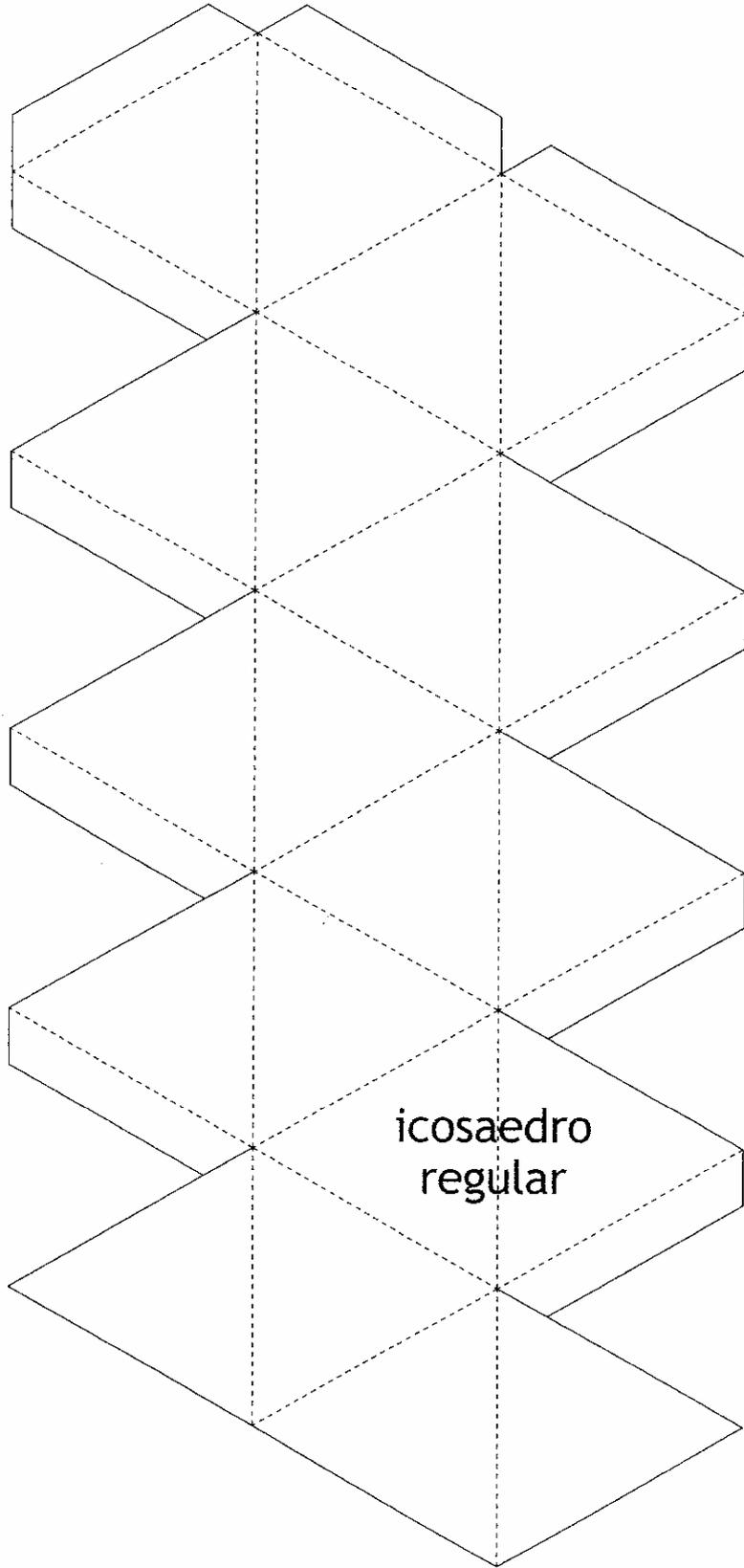
pirâmide de
base pentagonal





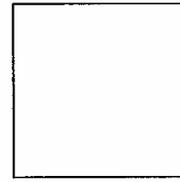
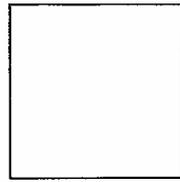
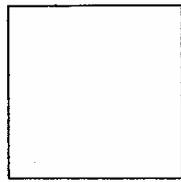
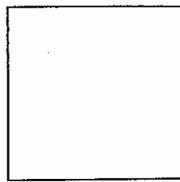
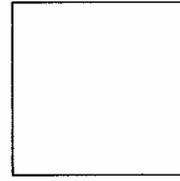
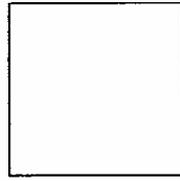
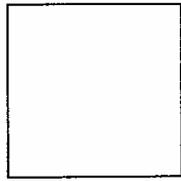
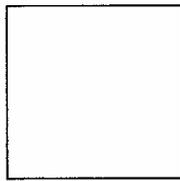
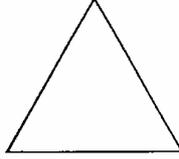
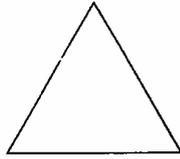
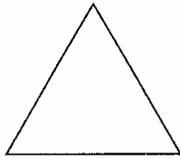
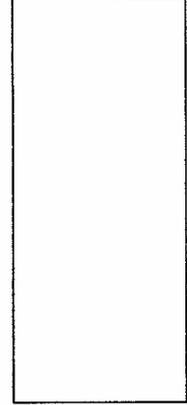
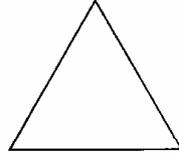
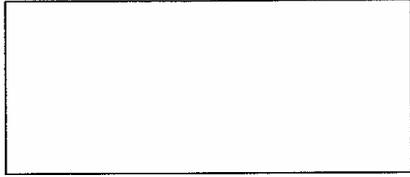
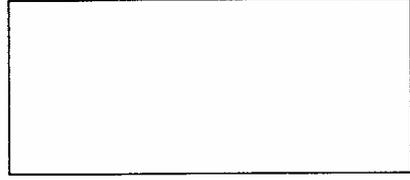
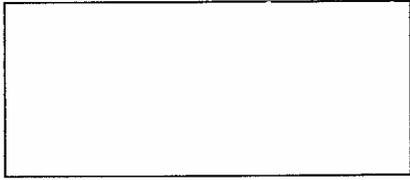






icosaedro
regular

Atividade 8

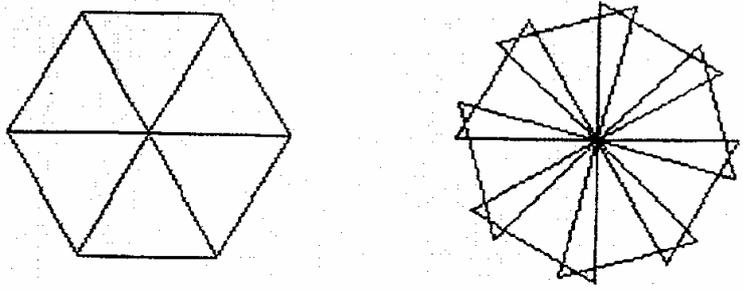
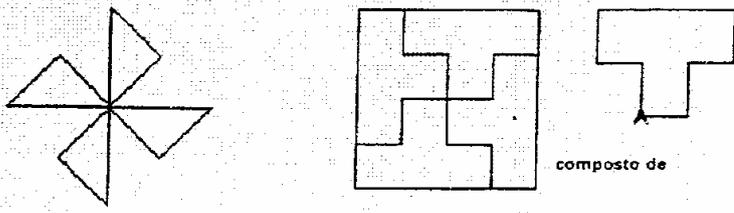
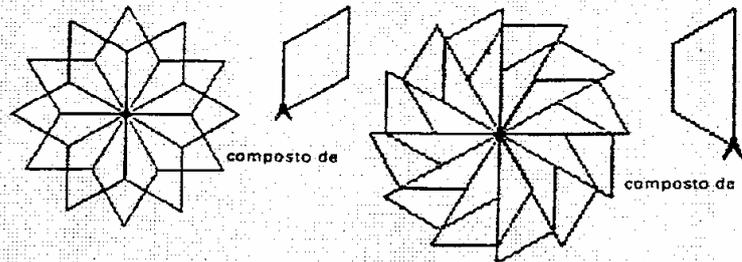
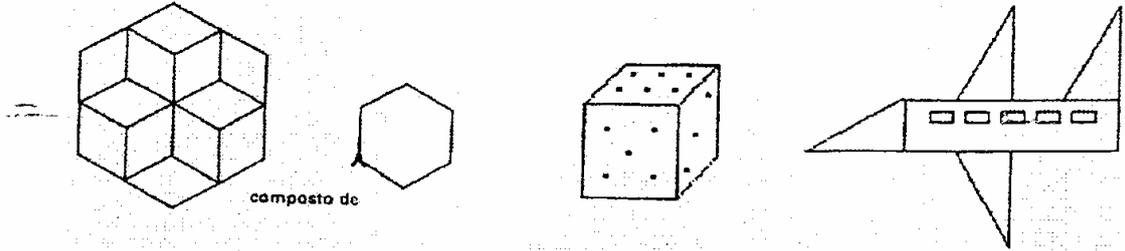
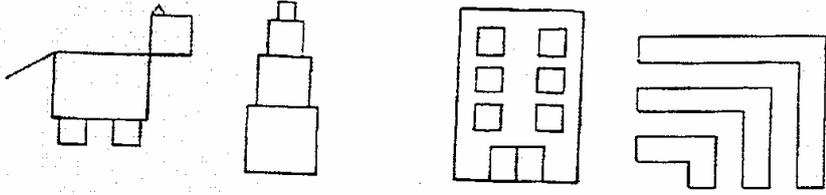


Anexo B

Figuras realizadas por meio da linguagem de programação Logo

Atividade 9

Anexo 1 - Figuras



Anexo 2 - Figuras

