

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS ILHA SOLTEIRA**

**Alocação Ótima de Reguladores de Tensão em Sistemas de
Distribuição de Energia Elétrica Radiais Usando uma
Formulação Linear Inteira Mista**

Raiane Piacente Alves

Ilha Solteira – SP

Junho – 2012



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO MESQUITA FILHO”
Campus de Ilha Solteira

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**“Alocação Ótima de Reguladores de Tensão em
Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica Radiais
Usando uma Formulação Linear Inteira Mista”**

Raiane Piacente Alves

Orientador: Prof. Dr. Marcos Julio Rider Flores

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia – UNESP – Campus de Ilha Solteira, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Área de Conhecimento: Automação.

Ilha Solteira – SP

Junho/2012

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP - Ilha Solteira.

- A474a Alves, Raiane Piacente.
Alocação ótima de reguladores de tensão em sistemas de distribuição de energia elétrica radiais usando uma formulação linear inteira mista
Raiane Piacente Alves. - Ilha Solteira : [s.n.], 2012
96 f. : il.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de Conhecimento: Automação, 2012
- Orientador: Marcos Julio Rider Flores
Inclui bibliografia
1. Alocação de reguladores de tensão. 2. Programação linear inteira mista.
3. Sistema de distribuição de energia elétrica radial.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

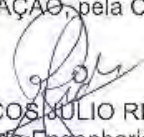
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

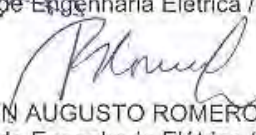
TÍTULO: Alocação Ótima de Reguladores de Tensão em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica Radiais Usando uma Formulação Linear Inteira Mista

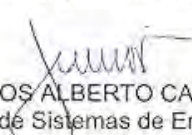
AUTORA: RAIANE PIACENTE ALVES

ORIENTADOR: Prof. Dr. MARCOS JULIO RIDER FLORES

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica ,
Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. MARCOS JULIO RIDER FLORES
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. CARLOS ALBERTO CASTRO JUNIOR
Departamento de Sistemas de Energia Elétrica / Universidade Estadual de Campinas

Data da realização: 24 de fevereiro de 2012.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, pela saúde, fé e perseverança durante os momentos difíceis.

A meus amigos pelo incentivo à busca de novos conhecimentos, a todos os professores que muito contribuíram para a minha formação.

A minha família, exemplos de força e dedicação, bases da minha vida e educação.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a DEUS, que foi meu maior porto seguro. Com a ajuda dele tive forças para chegar ao final de mais uma jornada, ele me deu toda coragem que eu precisava para ir além dos meus limites e não me deixou faltar forças para ir até o final e quebrar as barreiras.

Aos meus pais Jair e Luzia que durante esses anos foram para mim um grande exemplo de força, coragem, perseverança e energia infinita para nunca desistir diante do primeiro obstáculo encontrado. Vocês são e sempre serão meu maior porto seguro aqui embaixo, meu maior exemplo de vitória, meus heróis e simplesmente aqueles que mais amo.

Agradeço aos meus irmãos Cula e Fio pelas palavras de incentivo. Obrigada por sempre estarem comigo.

Agradeço aos meus colegas do LaPSEE, excelentes profissionais, pelo companheirismo e amizade nos momentos de descontração: caminhadas “tensas”, cafés, jantares e churrascos. Em especial aos colegas: Marlon, Waldemar, Lucas, Rogério, João e Renan que de alguma maneira contribuíram para a realização deste trabalho.

Agradeço também aos colegas dos demais laboratórios pelos dias, noites e madrugadas de estudos na biblioteca, sala 24h e campus 3, em especial as meninas dos Sistemas Inteligentes: Thays, Paty, Dani, Claudinha e Paulinha e ao Rodrigo do LETEL.

Agradeço aos professores que desempenharam com dedicação as aulas ministradas, principalmente aos professores Rubén, Mantovani e Marina que participaram da banca do meu estudo especial I e do meu exame de qualificação geral, sem dúvidas puderam contribuir com ideias e melhorias para o término desta dissertação.

Agradeço especialmente meu orientador, Marcos Rider, pela paciência e dedicação, e por ser um excelente professor e profissional, ao qual me espelho.

Aos meus queridos amigos matemáticos: Dani, Zy, Aninha, Régis, Regi, Lia e Li por todos os momentos divertidos que passamos juntos durante a graduação e pela nossa eterna amiza-

de, apesar da pequena distância que nos separa, vocês estarão sempre comigo. Isto vale para as físicas Li e Ju também.

Meus agradecimentos à CAPES, por propiciar esta pesquisa, cujos recursos possibilitaram a dedicação exclusiva.

Agradeço à República Beleza Pura, suas ex e atuais moradoras por todos os momentos que passamos juntas, sem dúvida é a melhor república de Ilha Solteira.

Difícil agradecer todas as pessoas que de algum modo fizeram ou fazem parte da minha vida, por isso agradeço à todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho. Obrigada a todas as pessoas que contribuíram para meu sucesso e para meu crescimento pessoal e profissional.

RESUMO

O presente trabalho apresenta o desenvolvimento de uma formulação linear inteira mista (equivalente à formulação não linear inteira mista) para resolver o problema de alocação de reguladores de tensão ao longo dos alimentadores primários de sistemas de distribuição de energia elétrica radiais, com o objetivo de melhorar o perfil da magnitude de tensão, reduzir as perdas de potência ativa da rede e a minimização dos custos de instalação dos equipamentos. Na formulação proposta, o cálculo do ponto de operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial é modelado matematicamente usando expressões lineares. O uso de um modelo de programação linear inteira mista garante a convergência para a solução ótima usando ferramentas de otimização clássica existentes. Os sistemas testes de 70-, 136-, 202- e 400-nós são utilizados para mostrar a precisão do modelo matemático, assim como também a eficiência da técnica de solução proposta para resolver o problema de alocação de reguladores de tensão em um sistema de distribuição radial.

Palavras-chave: Alocação de reguladores de tensão. Planejamento do sistema de distribuição. Programação linear inteira mista. Sistema de distribuição de energia elétrica radial.

ABSTRACT

This work shows the development of a mixed integer linear formulation to solve the voltage regulators allocation problem in radial electrical distribution systems, with the goal of improving the voltage magnitude profile, reducing the active power losses and minimizing the investment cost. In the proposed formulation, the steady-state operation point of the radial distribution system is modeled through linear expressions. The use of a mixed-integer linear formulation guarantees convergence to optimality using existing optimization software. The 70-, 136-, 202- and 400-node test systems are used in order to show the accuracy of the mathematical model as well as the efficiency of the proposed solution technique to solve the allocation problem of voltage regulators in a radial distribution system.

Key-words: Optimal allocation of voltage regulators. Distribution system planning. Mixed-integer linear programming. Radial electrical distribution system.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Exemplo de operação do RT em função da demanda na rede.....	21
Figura 2 -	Classificação normalizada da Tensão de Atendimento.....	23
Figura 3 -	Sistema de distribuição de três nós.....	31
Figura 4 -	Discretização do quadrado da magnitude da tensão.....	34
Figura 5 -	Exemplo ilustrativo da discretização do quadrado da magnitude da tensão.....	35
Figura 6 -	Ilustração da modelagem linear por partes da função P_{ij}^2	37
Figura 7 -	Exemplo ilustrativo da modelagem linear por partes da função P_{ij}^2	38
Figura 8 -	Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 70 nós.....	42
Figura 9 -	Perfil da magnitude da tensão do sistema de 70 nós.....	43
Figura 10 -	Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 136 nós.....	44
Figura 11 -	Perfil da magnitude da tensão do sistema de 136 nós.....	45
Figura 12 -	Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 202 nós.....	47
Figura 13 -	Perfil da magnitude da tensão do sistema de 202 nós.....	48
Figura 14 -	Perfil da magnitude da tensão do sistema de 400 nós.....	49
Figura 15 -	Regulação de tensão dos RT's.....	52
Figura 16 -	Modelo de Regulador de tensão.....	55
Figura 17 -	Variação do termo quadrado do membro direito da equação (61).....	59
Figura 18 -	Perfil da magnitude de tensão do sistema de 70 nós sem RT's.....	64
Figura 19 -	Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 70 nós com três RT's.....	65
Figura 20 -	Perfil da magnitude de tensão do sistema de 70 nós após a alocação dos RT's.....	65
Figura 21 -	Perfil da magnitude de tensão do sistema de 136 nós sem RT's.....	67
Figura 22 -	Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 136 nós com um RT.....	68

Figura 23 - Perfil da magnitude de tensão do sistema de 136 nós após a alocação do RT.....	69
Figura 24 - Perfil da magnitude de tensão do sistema de 202 nós sem RT's.....	70
Figura 25 - Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 202 nós com dois RT's.....	72
Figura 26 - Perfil da magnitude de tensão do sistema de 202 nós após a alocação dos RT's.....	73
Figura 27 - Perfil da magnitude de tensão do sistema de 400 nós sem RT's.....	74
Figura 28 - Perfil da magnitude de tensão do sistema de 400 nós após a alocação de RT's.....	75

LISTA DE TABELAS

Tabela 1:	Pontos de entrega ou conexão em Tensão Nominal superior a 1KV e inferior a 69 KV.....	22
Tabela 2:	Tensões Nominais padronizadas.....	24
Tabela 3:	Resumo dos resultados obtidos para o sistema de 70 nós.....	43
Tabela 4:	Resumo dos resultados obtidos para o sistema de 136 nós.....	46
Tabela 5:	Resumo dos resultados obtidos para o sistema de 202 nós.....	48
Tabela 6:	Resumo dos resultados obtidos para o sistema de 400 nós.....	50
Tabela 7:	Resumo dos resultados obtidos do problema de alocação de RT's para o sistema de 70 nós.....	66
Tabela 8:	Perdas do sistema de 70 nós.....	66
Tabela 9:	Resumo dos resultados obtidos do problema de alocação de RT's para o sistema de 136 nós.....	69
Tabela 10:	Perdas do sistema de 136 nós.....	69
Tabela 11:	Resumo dos resultados obtidos do problema de alocação de RT's para o sistema de 202 nós.....	73
Tabela 12:	Perdas do sistema de 202 nós.....	73
Tabela 13:	Resumo dos resultados obtidos do problema de alocação de RT's para o sistema de 400 nós.....	76
Tabela 14:	Perdas do sistema de 400 nós.....	76

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AG	Algoritmos Genéticos
AMPL	A Modeling Language for Mathematical Programming
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
FC	Fluxo de Carga
FLIM	Formulação Linear Inteira Mista
KNITRO	Nonlinear Interior-point Trust Region Optimizer
NR	Newton-Raphson
PESD	Planejamento da expansão dos sistemas de distribuição de energia elétrica
Pu	Por Unidade
RT's	Reguladores de Tensão
SDE	Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica
TA	Tensão de Atendimento
<i>Tap</i>	Posição de Ajuste dos Reguladores de Tensão
TC	Tensão Contratada
TL	Tensão de Leitura
TN	Tensão Nominal

LISTA DE SÍMBOLOS

Conjuntos:

- Ω_l Conjunto os circuitos.
- Ω_b Conjunto de nós.
- Ω_d Conjunto de níveis de demandas.

Variáveis:

- V_i Magnitude de tensão no nó i .
- $V_{i,d}$ Magnitude de tensão no nó i no nível de demanda d .
- V_i^{qdr} Variável que representa o quadrado de V_i .
- $V_{i,d}^{qdr}$ Variável que representa o quadrado de $V_{i,d}$ no nível de demanda d .
- I_{ij} Magnitude da corrente no circuito ij .
- $I_{ij,d}$ Magnitude da corrente no circuito ij no nível de demanda d .
- I_{ij}^{qdr} Variável que representa o quadrado de I_{ij} .
- $I_{ij,d}^{qdr}$ Variável que representa o quadrado de $I_{ij,d}$ no nível de demanda d .
- P_{ij} Fluxo de potência ativa no circuito ij .
- $P_{ij,d}$ Fluxo de potência ativa no circuito ij no nível de demanda d .
- Q_{ij} Fluxo de potência reativa no circuito ij .
- $Q_{ij,d}$ Fluxo de potência reativa no circuito ij no nível de demanda d .
- P_i^S Fluxo de potência ativa fornecido pela subestação i .
- $P_{i,d}^S$ Fluxo de potência ativa fornecido pela subestação no circuito ij no nível de demanda d .
- Q_i^S Fluxo de potência reativa fornecido pela subestação i .

- $Q_{i,d}^S$ Fluxo de potência reativa fornecido pela subestação no circuito ij no nível de demanda d .
- $x_{i,s}$ Variável binária usada na discretização de V_i^{qdr} .
- $x_{i,d,s}$ Variável binária usada na discretização de $V_{i,d}^{qdr}$.
- $P_{j,s}^c$ Variável de correção de potência usadas na discretização de $V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr}$.
- $P_{j,d,s}^c$ Variável de correção de potência usadas na discretização de $V_{j,d}^{qdr} I_{ij,d}^{qdr}$.
- v_{ij} Variável binária de investimento para alocação de regulador de tensão no circuito ij .
- $nt_{ij,d}$ Número de passos inteiros do *tap* do regulador de tensão no circuito ij no nível de demanda d .
- $t_{ij,d}$ *Tap* do regulador de tensão no ramo ij no nível de demanda d .
- $t_{ij,d}^{qdr}$ Quadrado de $t_{ij,d}$.
- $\tilde{V}_{j,d}$ Magnitude de tensão não regulada no nó j no nível de demanda d .
- $\tilde{V}_{j,d}^{qdr}$ Quadrado de $\tilde{V}_{j,d}$.
- $V_{j,d,s}^c$ Correções da magnitude de tensão usadas na discretização de $t_{ij,d}^{qdr} \tilde{V}_{j,d}^{qdr}$.
- $\Delta_{ij,d,r}^P$ Valor do r -ésimo bloco de $P_{ij,d}$.
- $\Delta_{ij,d,r}^Q$ Valor do r -ésimo bloco de $Q_{ij,d}$.

Constantes:

- Z_{ij} Impedância do circuito ij .
- R_{ij} Resistência do circuito ij .
- X_{ij} Reatância do circuito ij .
- P_i^D Demanda de potência ativa no nó i no nível de demanda pesada.
- $P_{i,d}^D$ Demanda de potência ativa no nó i no nível de demanda d .

Q_i^D	Demanda de potência reativa no nó i no nível de demanda pesada.
$Q_{i,d}^D$	Demanda de potência reativa no nó i no nível de demanda d .
\underline{V}	Magnitude da tensão mínima.
\overline{V}	Magnitude da tensão máxima.
V^{nom}	Magnitude da tensão nominal.
\bar{I}_{ij}	Limite máximo da magnitude de corrente no circuito ij .
R	Número de blocos da linearização por partes.
S	Número de discretizações da variável V_i^{qdr} e $V_{i,d}^{qdr}$.
$\bar{\Delta}^V$	Limite máximo do passo de discretização de da magnitude da tensão ao quadrado.
$m_{ij,r}^S$	Inclinação do r -esimo bloco do fluxo de potência ativo e reativo no circuito ij .
$\bar{\Delta}_{ij}^S$	Limite superior de cada bloco de discretização do fluxo de potencia ativo e reativo no circuito ij .
k_r	Taxa de recuperação do capital do RT.
c^{rt}	Custo de instalação do regulador de tensão.
δ_d^l	Taxa de interesse do custo das perdas.
$R\%$	Taxa de regulação do RT.
S	Número de discretizações.
$2\overline{n}t$	Número máximo de passos do tap do RT.
\bar{n}^{rt}	Número máximo de RT's que podem ser instalados no sistema.
α_d	Número de horas em um ano da demanda d .
C_d^{ls}	Custo da energia da demanda d .
τ_l	Taxa de interesse do custo das perdas de potência.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	18
1.1	Reguladores de Tensão.....	20
1.2	Resolução ANEEL 505 de Novembro de 2001.....	21
1.3	Revisão Bibliográfica.....	24
1.4	Objetivos.....	28
1.5	Estrutura do Trabalho.....	28
2	CÁLCULO DO PONTO DE OPERAÇÃO EM REGIME PERMANENTE DE UM SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO RADIAL USANDO UMA ABORDAGEM LINEAR INTEIRA.....	29
2.1	Fluxo de Carga.....	29
2.2	Hipóteses.....	30
2.3	Formulação Não-Linear para o problema de FC.....	31
2.4	Problema de Programação Não-Linear.....	33
2.5	Linearização.....	34
2.5.1	Linearização do Produto $V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr}$	34
2.5.2	Linearização do termo quadrático $P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$	36
2.6	Formulação Linear Inteira Mista.....	39
2.7	Testes e resultados.....	41
2.7.1	Sistema de 70 nós.....	41
2.7.2	Sistema de 136 nós.....	44
2.7.3	Sistema de 202 nós.....	46
2.7.4	Sistema de 400 nós.....	49
2.8	Conclusões do capítulo.....	50

3	ALOCAÇÃO ÓTIMA DE REGULADORES DE TENSÃO EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA RADIAIS	52
3.1	O modelo de Regulador de Tensão.....	52
3.2	Formulação Não-Linear do problema de alocação de Reguladores de Tensão.....	53
3.3	Transformação do Modelo Não Linear Inteiro Misto em um Modelo Linear Inteiro Misto Equivalente.....	56
3.4	Formulação Linear Inteira Mista do problema de alocação de Reguladores de Tensão.....	60
4	TESTES E RESULTADOS.....	63
4.1	Introdução.....	63
4.2	Sistema de distribuição de 70 nós.....	63
4.3	Sistema de distribuição de 136 nós.....	66
4.4	Sistema de distribuição de 202 nós.....	70
4.5	Sistema de distribuição de 400 nós.....	74
5	CONCLUSÕES.....	77
	Referências	78
	Apêndice A.....	81
A.1	Sistema de distribuição de 70 nós.....	81
A.2	Sistema de distribuição de 136 nós.....	83
A.3	Sistema de distribuição de 202 nós.....	86
A.4	Sistema de distribuição de 400 nós.....	90

1 Introdução

O desenvolvimento de modelos matemáticos de otimização e de técnicas de solução para o problema do planejamento da expansão dos sistemas de distribuição de energia elétrica (PESD) são de grande importância para as empresas distribuidoras devido ao crescimento da demanda de energia elétrica e à necessidade de atender os consumidores com qualidade de fornecimento de energia, altos índices de confiabilidade e custos competitivos. Assim, altos custos de investimentos e de operação ressaltam a importância do PESD (GÖNEN, 1986).

Ferramentas computacionais desenvolvidas a partir de técnicas de otimização e heurísticas adotadas no processo de planejamento, podem acarretar reduções substanciais nos custos de expansão e operação. Desta forma torna-se importante para os departamentos de planejamento das empresas do setor elétrico de distribuição o desenvolvimento dessas ferramentas computacionais para análise e planejamento que contemplem a confiabilidade e a qualidade do fornecimento de energia elétrica de maneira econômica, levando-se em consideração o montante dos investimentos a serem aplicados nos projetos de PESD.

A importância do PESD pode ser observada através de diferentes pontos de vista:

- Do ponto de vista técnico, devido a enorme extensão das redes de distribuição são utilizadas grandes quantidades de materiais e equipamentos elétricos, e onde se dissipa uma parte relevante das perdas técnicas de potência, as quedas de tensão na rede necessitam de uma maior atenção, pois afetam diretamente o consumidor e, além disso, este tipo de sistema também necessita um número maior de pessoas para sua administração e manutenção;
- Do ponto de vista econômico, pode-se observar nos últimos anos um aumento dos custos de operação no sistema de distribuição, mostrando que devem ser realizados esforços para melhorar a utilização dos recursos que foram investidos; e
- Do ponto de vista social, a falta deste fornecimento causa um grande impacto na sociedade, pois muitos consumidores dependem do fornecimento de energia elétrica que é feito pelos sistemas de distribuição.

O planejamento é um processo de tomada de decisões, que busca identificar o melhor plano para alcançar as metas da companhia de distribuição de energia elétrica, tais como: melhorar a qualidade do serviço, padrões de confiabilidade e flexibilidade futura; minimizan-

do os custos, maximizando os benefícios e verificando o impacto no meio ambiente. O principal objetivo do planejamento das redes de distribuição é determinar o conjunto de investimentos que garantem uma operação econômica e confiável da rede. No PESD um dos problemas a ser resolvidos é o problema da queda de tensão nas redes de distribuição, principalmente em redes de distribuições rurais (GÖNEN, 1986).

Um perfil de tensão adequado traz benefícios tanto para as distribuidoras quanto para os consumidores, pois com isso as perdas de potência do sistema de distribuição diminuem e os equipamentos operam corretamente, além disso, as penalidades as quais a concessionária é submetida caso não satisfaça os limites estabelecidos pelo órgão regulador podem ser evitadas (KERSTING, 2001).

As concessionárias de energia elétrica procuram soluções para resolver o problema da queda de tensão, no aspecto técnico e econômico, tentando manter os indicadores de qualidade de seus serviços de acordo com as exigências dos consumidores e do órgão que regulamenta a concessão destas empresas.

Uma vez detectado que o problema de tensão é causado pela rede primária, a instalação de RT's é uma das medidas mais adequadas para alimentadores longos, pois eles permitem a obtenção de uma faixa de regulação, que serão coerentes com os *taps* dos transformadores de distribuição (KERSTING, 2001).

O PESD faz o estudo de alocação de Reguladores de Tensão (RT's) baseado na análise do perfil de tensão da rede, a partir dos resultados do fluxo de carga identificando os pontos no alimentador com violação de tensão, em função do RT a ser instalado (faixa de regulação) buscam alocar o RT antes do ponto que ocorreu a violação visando uma melhora relevante no perfil de tensão da rede.

A instalação dos RT's com o objetivo de melhorar o perfil de tensão e consequentemente reduzir as perdas de um sistema de distribuição é uma prática muito comum. As vantagens fornecidas pela inserção destes dispositivos reguladores dependem da forma com que eles são inseridos dentro de um sistema, isto é, dependem da sua localização, capacidade e ajuste. Essas escolhas são difíceis e complexas, pois os sistemas de distribuição de energia elétrica são muito extensos.

1.1 Reguladores de Tensão

Um RT é fundamentalmente um autotransformador, isto é, semelhante a um transformador convencional de dois enrolamentos conectados eletricamente em um determinado ponto, com alguns *taps* e um circuito de controle responsável pela comutação desses *taps* sempre que a tensão na saída do regulador violar os limites predeterminados. É um equipamento destinado a manter um determinado nível de tensão na rede de distribuição de energia urbana ou rural quando esta fica submetida a uma variação de tensão fora dos limites especificados pelas concessionárias.

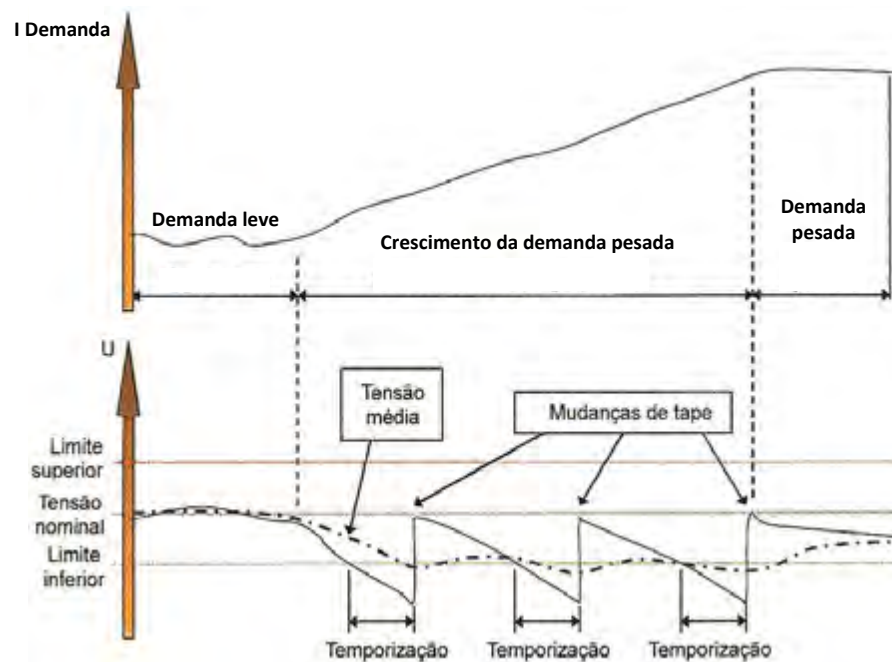
O RT funciona automaticamente e, de acordo com as necessidades da rede, opera com a função de elevar (+) ou de abaixar (-) a tensão no nó de demanda, respeitando o número máximo da faixa de regulação (KERSTING, 2001).

A alocação de RT's nos sistemas de distribuição de energia elétrica teve início na década de 40 nos países desenvolvidos, principalmente nos Estados Unidos. Atualmente isto também ocorre no Brasil, pois muitas concessionárias, principalmente por razões econômicas, estão aumentando a instalação de RT's com o intuito de minimizar as perdas dos sistemas e problemas de tensão em alimentadores longos.

Com base na teoria e na experiência, sabe-se que o RT tem como principal efeito a correção do perfil de tensão e com isso se consegue uma parte da redução das perdas de potência na distribuição, proporcionando uma maior satisfação ao consumidor e, além disso, aumenta o faturamento das concessionárias de energia elétrica. Devemos enfatizar que, quando o RT é instalado corretamente na rede, deve haver posições de *tap* disponíveis para regulação da tensão ao longo do período de *demandada pesada*, obtendo-se assim a maior eficiência do RT no sistema de distribuição.

No processo de análise da instalação de um RT deve ser considerada a variação da demanda ao longo do tempo, com objetivo de determinar os melhores ajustes do equipamento, resultando na menor variação possível de tensão no consumidor final. A Figura 1 (PEREIRA, 2009) ilustra um exemplo de operação do regulador de tensão em função da variação da demanda ao longo de um período de tempo. Podemos observar que no período de *demandada leve*, a tensão na rede permanece praticamente estável, não sendo necessária a troca de *tap* do RT para regular a demanda. Porém, com o crescimento da demanda, efetua-se somente a troca do *tap* de acordo com a temporização (retardo de tempo) que é ajustada no equipamento, com o objetivo de reduzir o número de mudanças desnecessárias decorrentes de pequenas oscilações de demanda, com isso aumentando a sua vida útil.

Figura 1 - Exemplo de operação do RT em função da demanda na rede



Fonte: Pereira (2009)

A alocação de RT's em uma rede de distribuição de energia deve ser obtida de modo a satisfazer os limites de tensão definidos pela Resolução nº 505/2001 da ANEEL. O bom gerenciamento da regulação de tensão do sistema elétrico, por meio da instalação de RT's colabora para manter a tensão dentro destes limites adequados e contribui principalmente para a qualidade do serviço.

1.2 Resolução ANEEL 505 de Novembro de 2001

A reestruturação do setor elétrico brasileiro criou um mercado competitivo para atrair o investimento privado para a expansão do sistema, aumentando as exigências relacionadas à qualidade de energia entregue ao consumidor. A Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) foi criada com o objetivo de regular e fiscalizar a produção, transmissão, distribuição e comercialização de energia elétrica, zelando pela qualidade dos serviços prestados.

Devido aos diferentes tipos de consumo de energia elétrica dos consumidores (residenciais, comerciais e industriais), mudanças e deslocamentos diários dos centros de demanda, houve a necessidade de garantir a esses consumidores o fornecimento de energia elétrica dentro dos limites adequados. A ANEEL, estabelece os níveis considerados adequados,

precários ou críticos para a tensão (tensão de atendimento) da energia fornecida, os indicadores e limites para os casos em que a tensão está fora dos níveis adequados permitidos. Este quesito é regulado pela Resolução ANEEL 505, de 26 de Novembro de 2001, a qual “estabelece de forma atualizada e consolidada as disposições relativas à conformidade dos níveis de tensão em regime permanente”. Esta mesma resolução determina que o sistema elétrico deve atender aos níveis de tensão de energia elétrica em regime permanente preestabelecidos, sendo que estes são fiscalizados e sujeitos a multa.

Na Resolução, as definições utilizadas relacionadas aos valores de tensão empregados para sua classificação são:

- Tensão de Atendimento (TA): valor eficaz de tensão no ponto de entrega ou de conexão, obtido por meio de medição, podendo ser classificada em adequada, precária ou crítica, de acordo com a leitura efetuada, expresso em volts ou quilovolts;
- Tensão Contratada (TC): valor eficaz de tensão que deverá ser informado ao consumidor por escrito, ou estabelecido em contrato, expresso em volts ou quilovolts;
- Tensão de Leitura (TL): valor eficaz de tensão, integralizando a cada dez minutos, obtido de medição por meio de equipamentos apropriados, expresso em volts ou quilovolts;
- Tensão Nominal (TN): valor eficaz de tensão pelo qual o sistema é projetado, expresso em volts ou quilovolts.

No artigo 4º a tensão de atendimento é classificada de acordo com as faixas de variação da tensão de leitura, conforme Tabela 1, que sintetiza a classificação das faixas de tensão adotadas no sistema elétrico brasileiro, para níveis de tensão entre 1 kV e 69 kV.

Tabela 1 - Pontos de entrega ou conexão em Tensão Nominal superior a 1KV e inferior a 69 KV

Classificação da Tensão de Atendimento (TA)	Faixa de variação da Tensão de Leitura (TL) em relação à Tensão Contratada (TC)
Adequada	$0,93 \text{ TC} \leq \text{TL} \leq 1,05 \text{ TC}$
Precária	$0,90 \text{ TC} \leq \text{TL} < 0,93 \text{ TC}$
Crítica	$\text{TL} < 0,90 \text{ TC}$ ou $\text{TL} > 1,05 \text{ TC}$

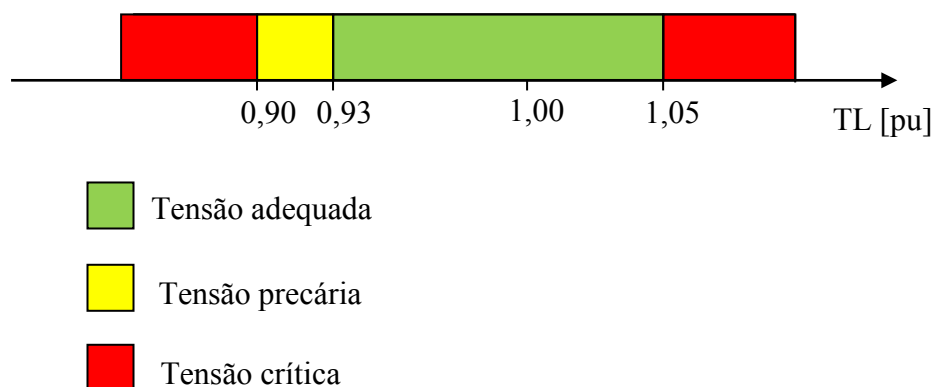
Fonte: Alves (2012)

A Figura 2 mostra a classificação da tensão de atendimento, a partir da análise da figura verifica-se que tensões compreendidas entre 0,93 e 1,05 pu, em relação a uma tensão nominal de 1 pu, encontram-se dentro da faixa de tensão denominada *Adequada*, a qual é a faixa operativa dos sistemas de distribuição. Valores de tensão acima de 1,05 pu enquadram-se na faixa de tensão denominada *Crítica*, a entrega de energia nesta faixa pode também danificar os equipamentos dos consumidores. Níveis críticos de tensões também são encontrados para valores inferiores a 0,9 pu em relação à tensão nominal.

A faixa de tensão denominada *Precária* encontra-se entre 0,9 e 0,93 pu. É importante destacar que não há uma faixa de tensão *Precária* acima da tensão *Adequada* (AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA - ANEEL, 2001).

Desta forma, pode-se enquadrar em níveis operativos, valores de tensão compreendidos apenas pela faixa *Adequada*, as faixas de tensão *Precária* e *Crítica* são enquadradas em níveis não operativos.

Figura 2 - Classificação normalizada da Tensão de Atendimento



Fonte: Alves (2012)

As tensões nominais padronizadas e a faixa de valores adequados, precários e críticos das tensões de leitura são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2 - Tensões Nominais padronizadas

Tensões nominais padronizadas				
Tensão nominal (TN)		Faixa de valores adequados das tensões de leitura (TL) em relação à TN (Volts)	Faixa de valores precários das tensões de leitura (TL) em relação à TN (Volts)	Faixa de valores críticos das tensões de leitura (TL) em relação à TN (Volts)
Ligação	Volts			
Trifásica	(220)/ (127)	(201 = TL = 231)/ (116 = TL = 133)	(189 = TL < 201 ou 231 < TL = 233)/ (109 = TL < 116 ou 133 < TL = 140)	(TL < 189 ou TL > 233)/ (TL < 109 ou TL > 140)
	(380)/ (220)	(348 = TL = 396)/ (201 = TL = 231)	(327 = TL < 348 ou 396 < TL = 403)/ (189 = TL < 201 ou 231 < TL = 233)	(TL < 327 ou TL > 403)/ (TL < 189 ou TL > 233)
Monofásica	(254)/ (127)	(232 = TL = 264)/ (116 = TL = 132)	(220 = TL < 232 ou 264 < TL = 269)/ (109 = TL < 116 ou 132 < TL = 140)	(TL < 220 ou TL > 269)/ (TL < 109 ou TL > 140)
	(440)/ (220)	(402 = TL = 458)/ (201 = TL = 229)	(380 = TL < 402 ou 458 < TL = 466)/ (189 = TL < 201 ou 229 < TL = 233)	(TL < 380 ou TL > 466)/ (TL < 189 ou TL > 233)

Fonte: Alves (2012)

1.3 Revisão Bibliográfica

Dentre os artigos e trabalhos existentes na área de alocação de regulador de tensão em sistemas de distribuição de energia elétrica, destacam-se os mencionados a seguir:

Grainger e Civanlar (1985) apresentam um artigo dividido em partes I, II e III. Na parte I, o problema de alocação de bancos de capacitores (VAr) determina a localização, tamanho e o controle em tempo real das chaves, especificando o número das mudanças do interruptor ON/OFF. O problema de alocação dos RT's (VOLT) determina a localização e o controle em tempo real do número mínimo de RT's em operação. O objetivo de ambos os problemas é minimizar as perdas de energia, mantendo um perfil de tensão dentro dos seus limites ao longo do sistema de distribuição com ramificações. A formulação é simplificada através de aproximações e mostra que os problemas VOLT e VAr podem ser tratados como dois problemas desacoplados. Na parte II, é apresentada uma ferramenta analítica para obter as

soluções ótimas dos problemas VOLT e VAR. Os aspectos benéficos são mostrados na parte III e a solução ótima do problema global é encontrada usando os modelos desacoplados.

Safigianni e Salis (2000) apresentam uma metodologia heurística para solucionar o problema de alocação ótima dos RT's para sistemas de distribuição radiais do qual o objetivo principal é minimizar o custo de investimento e manutenção dos RT's, além do custo das perdas no sistema. O algoritmo também faz o ajuste ótimo dos *taps* do RT. Este algoritmo mostrou-se rápido, eficiente e de confiança na aplicação prática para sistemas de distribuição reais. Este trabalho apresenta uma das primeiras metodologias sistemática para resolver o problema de alocação dos RT's.

Sugimoto et al. (2005) apresentam um método de controle e localização ótima de RT's e compensadores estáticos para sistemas de distribuição com a presença de geração distribuída. No método proposto, um algoritmo de busca tabu com múltiplas estruturas e funções foi aplicado. Primeiramente, a localização dos RT's são selecionadas e depois as posições dos *taps* dos RT's são otimizadas pelo algoritmo de busca tabu. Finalmente, a localização dos compensadores estáticos são decididos para melhorar o perfil de tensão na rede de distribuição. É verificado que este método é eficiente para alocar RT's e compensadores estáticos minimizando os custos de investimento, mantendo as tensões do sistema dentro dos seus limites após a introdução de geração distribuída no sistema.

Mendonza et al. (2007) apresentam uma meta-heurística para definir a localização ótima de RT's no sistema de distribuição de Energia Elétrica. O processo de otimização é tratado como um problema multiobjetivo, em que minimiza de forma simultânea as perdas totais de energia e os desvios de tensão no sistema. Um algoritmo genético é usado para resolver o problema multiobjetivo, obtendo as soluções ótimas de "Pareto", possibilitando um conjunto de possíveis soluções a serem escolhidas. O RT é modelado usando o modelo π de transformadores.

Resener et al. (2008) desenvolveram um trabalho focado na análise de diversas alternativas de alocação e ajustes ótimos de RT's em Sistemas de Distribuição de Energia, através de um método de enumeração. Com intuito de avaliar a viabilidade econômica dos investimentos com RT's, foi utilizada uma função objetivo que considera os diversos custos de investimento (compra, instalação e mão-de-obra) dos equipamentos, bem como o custo de manutenção e os custos das perdas de energia. O objetivo deste trabalho era a melhoria da qualidade de energia entregue ao consumidor e a redução dos custos da distribuição e principalmente de manter os níveis de tensão dentro dos limites estabelecidos pela ANEEL. Através

de análises utilizando um fluxo de potência trifásico são determinados a localização e ajustes dos RT's.

Em Szuvovivski (2008) é apresentado uma metodologia para alocação ótima de RT's em redes de distribuição. O objetivo é determinar os melhores locais para a instalação dos RT's ao longo dos alimentadores, suas capacidades e seus ajustes. Essa metodologia é baseada nos Algoritmos Genéticos (AG) juntamente com o Fluxo de Potência Ótimo. A formulação matemática envolvida é baseada na minimização dos custos das perdas de potência ativa na rede, penalização das violações de tensão e dos custos dos equipamentos alocados. A utilização do AG para esse tipo de problema mostrou-se eficaz e apresentou resultados satisfatórios. Mesmo apresentando um custo de investimento considerado alto, a longo prazo ele se justifica devido o ganho obtido pela receita, principalmente por evitar as quedas de tensão.

Em Pereira (2009) é apresentado um método heurístico para o dimensionamento e alocação de RT's em sistemas de distribuição de energia elétrica radiais. O objetivo é melhorar o perfil de tensão, minimizar as perdas de potência ativa e minimizar os custos de investimento. O método heurístico é composto por duas etapas: a) seleção, instalação e ajuste dos *taps* dos RT's nos nós que proporcionam melhores condições técnicas; e b) reduzir o número de RT's inicialmente alocados, movendo-os adequadamente até que a melhor condição econômica seja obtida. A aplicação desse método apresentou boa eficiência computacional, proporcionando resultados confiáveis e coerentes em possíveis soluções práticas, além de uma economia expressiva, auxiliando de maneira eficaz no planejamento de sistemas de distribuição.

Em Almeida et al. (2007) foi realizada a combinação de dois AG para resolver o problema de planejamento integrado de banco de capacitores e RT's. Um dos AG é utilizado para alocar bancos de capacitores, cujo objetivo é maximizar a economia líquida proveniente da redução das perdas após a inserção destes bancos; o outro AG, utilizado para alocar RT's, tem como objetivo minimizar os custos decorrentes da operação para corrigir o perfil de tensão do alimentador. Pode-se constatar analisando os resultados que o objetivo de redução de perdas e correção do perfil de tensão somente foi atendido plenamente quando se utilizou a combinação de bancos de capacitores e reguladores de tensão. A metodologia foi capaz de obter bons resultados com um tempo de execução aceitável, pois se trata de um problema de planejamento.

Luz et al. (2010) também apresentam o problema de alocação de banco de capacitores e RT's em redes primárias de distribuição de energia elétrica, com intuito de melhorar o perfil de tensão e diminuir perdas elétricas, o problema é resolvido utilizando um AG. A efi-

cácia desses algoritmos é influenciada pela definição de seus parâmetros (taxas e algoritmos para mutação, cruzamento, etc). Neste trabalho, a principal conclusão é que os ajustes dos parâmetros do AG diminuíram significativamente o tempo computacional necessário para obtenção da solução padrão do problema.

Em Oliveira (2010) é apresentado um modelo matemático não linear inteiro misto para resolver o problema de planejamento integrado de sistemas de distribuição de energia elétrica com o objetivo de realizar a construção ou repotenciação de subestações, construção ou recondutoramento de circuitos considerando diferentes tipos de condutores, alocação ótima de bancos de capacitores e RT's para diferentes níveis de demanda. Foram utilizados um algoritmo heurístico construtivo e um algoritmo *branch-and-bound não linear* para resolver o problema de planejamento integrado de sistemas de distribuição de energia elétrica. Os resultados mostram a capacidade do método na resolução de problemas considerando a construção de novas subestações, a transferência de demandas para outra subestação ou alimentador, e ainda a alocação de bancos de capacitores e reguladores de tensão.

Franco e Romero (2010) apresentam a metaheurística de busca tabu para a alocação ótima de RT's e capacitores, que permite o melhoramento do perfil de tensão e a diminuição das perdas de energia do sistema de distribuição de energia elétrica, levando em conta o custo total de operação do sistema, assim como as restrições de operação. No sistema testado mostrou que uma ação conjunta e integrada das duas alternativas permite uma operação com um custo menor se comparada com a resposta obtida com cada alternativa atuando por separado. A codificação proposta mostrou-se eficiente para representar as configurações de cada alternativa e os algoritmos construtivos permitiram uma boa configuração inicial para começar a otimização com busca tabu.

Da revisão bibliográfica podemos concluir que:

- São poucos os trabalhos que abordam o problema de alocação de RT's, havendo a possibilidade de novas pesquisas e aprimoramento de trabalhos já existentes.
- Em todos os trabalhos foram utilizadas técnicas heurísticas e meta-heurísticas para resolver o problema de alocação de RT's.
- Em nenhum dos trabalhos foi apresentado o modelo de programação matemática do problema de alocação de RT's.

1.4 Objetivos

O objetivo desta dissertação de mestrado é desenvolver uma Formulação Linear Inteira Mista (FLIM), equivalente à formulação não linear inteira mista, para resolver o problema de alocação de reguladores de tensão ao longo dos alimentadores primários de sistemas de distribuição de energia elétrica radiais, com o objetivo de melhorar o perfil de tensão, minimizar as perdas de potência ativa do sistema e os custos de instalação dos RT's. O uso de um modelo de programação linear inteira mista garante a convergência para a solução ótima usando ferramentas de otimização clássica existentes.

1.5 Estrutura do Trabalho

Esta dissertação está organizada da seguinte forma:

No capítulo 2 descrevemos as equações não lineares utilizadas para calcular o ponto de operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial e mostramos a dedução da linearização destas equações com o objetivo de resolver o problema de fluxo de carga utilizando um problema de programação linear inteiro misto.

No capítulo 3 mostramos as formulações não linear e linear inteiro misto equivalente do problema de alocação de RT's em sistemas de distribuição de energia elétrica radiais.

No capítulo 4 apresentamos os resultados dos sistemas de 70-, 136-, 202- e 400-nós para mostrar a precisão do modelo matemático e a eficiência da técnica de solução proposta para calcular alocação ótima de RT's em sistema de distribuição de energia elétrica radial.

Finalmente, no Capítulo 5, são apresentadas algumas considerações finais baseadas nos resultados obtidos com a formulação proposta e perspectivas de trabalhos futuros.

2 Cálculo do Ponto de Operação de um Sistema de Distribuição Radial Usando uma Formulação Linear Inteira Mista

Neste capítulo é apresentado o sistema de equações não-lineares utilizado para calcular o ponto de operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial e a dedução da linearização destas equações para resolver o problema de fluxo de carga (FC) utilizando um problema de programação linear inteiro misto.

2.1 Fluxo de Carga

O objetivo principal do cálculo de FC é determinar o estado de operação em regime permanente do sistema elétrico (ARRILLAGA et al., 1991), obtendo as magnitudes e os ângulos de fase das tensões em todos os nós, e consequentemente, outras grandezas derivadas destas, como fluxos de potência ativa, reativa e magnitudes de correntes nas linhas, potências reativas dos geradores, perdas de potência ativa e reativa, entre outras.

Matematicamente o problema de FC pode ser modelado como um sistema de equações algébricas não lineares. A maioria dos problemas de FCs para sistemas de transmissão são resolvidos utilizando o método iterativo de Newton-Raphson (NR) ou suas versões desacopladas XB e BX (ARRILLAGA et al., 1991; STOTT, 1974).

O método de NR e suas versões desacopladas apresentam um bom desempenho e são muito utilizados na análise de sistemas de energia elétrica. Algumas vantagens do método:

- Utilizando o método de NR, geralmente obtém-se o estado de operação da rede após algumas poucas iterações, para a maioria dos casos;
- As versões desacopladas permitem dividir o problema em dois subproblemas, facilitando o processo de resolução;
- As versões desacopladas usam matrizes constantes, que diminuem consideravelmente o esforço computacional da resolução do problema.

Para resolver o problema de FC em sistemas de distribuição de energia elétrica (SDEE) é possível usar o método NR ou suas versões desacopladas. Entretanto, os SDEE apresentam duas características muito específicas:

- O SDEE opera de forma radial, não apresentando laços ou malhas; e
- Alguns SDEE apresentam uma relação R/X muito elevada quando comparado com valores típicos encontrados nos sistemas de transmissão e sub-transmissão.

A primeira característica é uma vantagem porque simplifica a complexidade do problema de FC, enquanto a segunda característica é uma desvantagem quando são utilizadas as versões desacopladas do método de Newton, pois pode produzir divergência no processo da resolução do problema de FC.

Considerando a primeira característica do SDEE, algoritmos especializados iterativos para solucionar o problema de FC foram desenvolvidos (os chamados FC de varredura), como mostrados em (GOSWAMI; BASU, 1992; SEGURA et al., 2010). O algoritmo tem este nome por ser um processo iterativo que faz um percurso dos nós externos em direção à subestação e vice-versa. Todos estes algoritmos apresentam a vantagem adicional de que são mais rápidos que as versões NR e desacopladas. Nas subseções 2.2 e 2.3 são mostradas as deduções das equações do problema de FC para sistemas de distribuição radiais.

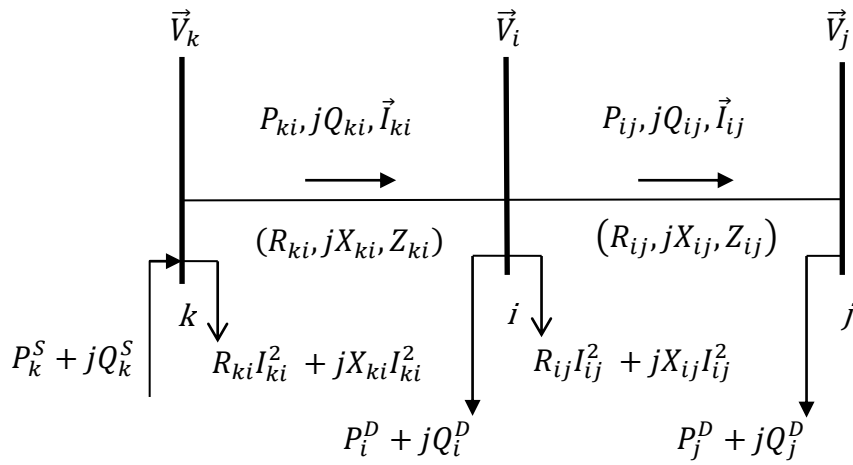
2.2 Hipóteses

A fim de representar o funcionamento em regime permanente de um sistema de distribuição de energia, são feitas as seguintes hipóteses (comumente usadas nos programas de FC de varredura):

- 1- As demandas das cargas no sistema de distribuição são representadas como potências ativas e reativas constantes;
- 2- No circuito ij o nó i está mais próximo da subestação que o nó j ;
- 3- As perdas de potência ativa e reativa no circuito ij estão concentradas no nó i .
- 4- O sistema é balanceado e representado pelo seu equivalente monofásico.

As hipóteses 1 e 4 são normalmente consideradas na maioria dos problemas de PESD. As quatro considerações são mostradas na Figura 3, onde \vec{V}_i e \vec{I}_{ij} são os fasores da tensão no nó i e o fluxo de corrente no circuito ij , respectivamente. $R_{ij}I_{ij}^2$ e $X_{ij}I_{ij}^2$ são as perdas de potências ativa e reativa do circuito ij , respectivamente.

Figura 3 - Sistema de distribuição de três nós



Fonte: Alves (2012)

2.3 Formulação Não Linear para o Problema de FC

Na Figura 3, a queda de tensão em um circuito é definida pela equação (1).

$$\vec{V}_i - \vec{V}_j = \vec{I}_{ij}(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (1)$$

em que \vec{I}_{ij} pode ser calculada usando a equação (2).

$$\vec{I}_{ij} = \left(\frac{P_{ij} + jQ_{ij}}{\vec{V}_j} \right)^* \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (2)$$

A equação (2) é substituída na equação (1) para obter a equação (3).

$$(\vec{V}_i - \vec{V}_j)\vec{V}_j^* = (P_{ij} - jQ_{ij})(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (3)$$

Considerando que $\vec{V}_i = V_i \angle \theta_i$, $\vec{V}_j = V_j \angle \theta_j$ e $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$, onde θ_i é o ângulo de fase no nó i , a equação (3) pode ser escrita como mostrado na equação (4).

$$V_i V_j [\cos \theta_{ij} + j \sin \theta_{ij}] - V_j^2 = (P_{ij} - jQ_{ij})(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (4)$$

Identificando as partes real e imaginária na equação (4), obtemos:

$$V_i V_j \cos \theta_{ij} = V_j^2 + (R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5)$$

$$V_i V_j \sin \theta_{ij} = X_{ij} P_{ij} - R_{ij} Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (6)$$

Utilizando a fórmula fundamental da trigonometria, que é a relação básica entre seno e cosseno, $\sin^2(\theta_{ij}) + \cos^2(\theta_{ij}) = 1$; e somando os quadrados de (5) e (6), obtemos:

$$V_i^2 - 2(R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^2 - V_j^2 = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (7)$$

Em que a magnitude do fluxo de corrente I_{ij} é mostrado na equação (8).

$$I_{ij}^2 = \frac{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}{V_j^2} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (8)$$

A equação (7) não depende da diferença angular entre as tensões, e é possível obter a magnitude da tensão do último nó (V_j) em termos da magnitude do nó inicial (V_i), o fluxo de potência ativa (P_{ij}), o fluxo de potência reativo (Q_{ij}), a corrente (I_{ij}) e os parâmetros elétricos do ramo ij . As equações de balanço de carga convencional são mostradas nas equações (9) e (10), como mostradas na Figura 3.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^2) + P_i^s = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (9)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_l} Q_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^2) + Q_i^s = Q_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (10)$$

O sistema de equações não lineares das equações (7)-(10) representam a operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial e são frequentemente utilizados no método de varredura de FC (CESPEDES, 1990; SHIRMOHAMMADI, 1988) e, no FC ótimo de um sistema de distribuição radial (SEGURA, 2010). No entanto, é possível calcular

este ponto de operação resolvendo um problema de programação não linear. A formulação não linear é necessária para poder continuar com o nosso desenvolvimento de uma formulação linear inteira mista do problema de FC. Se consideramos que a tensão na subestação é conhecida e fixada, a solução do sistema de equações (7)-(10) é a mesma que a formulação não linear.

2.4 Problema de Programação Não Linear

Utilizando as equações (7)-(10) é possível escrever um problema de programação não linear para calcular o ponto de operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial como mostrado nas equações (11)-(17).

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} I_{ij}^{qdr} \quad (11)$$

Sujeito a

$$\sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^{qdr}) + P_i^s = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (12)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_l} Q_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^{qdr}) + Q_i^s = Q_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (13)$$

$$V_i^{qdr} - 2(R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^{qdr} - V_j^{qdr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (14)$$

$$V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr} = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (15)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_i^{qdr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (16)$$

$$0 \leq I_{ij}^{qdr} \leq \bar{I}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (17)$$

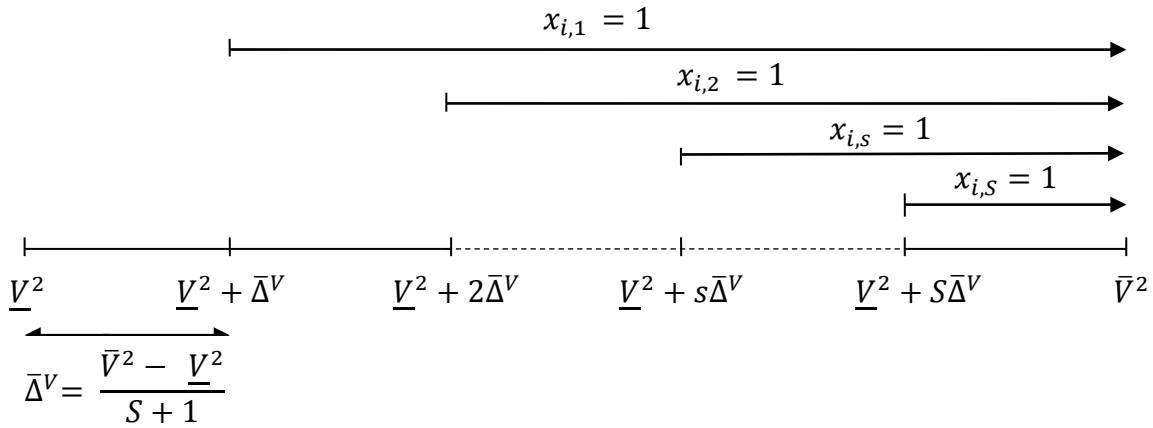
Em que V_i^{qdr} e I_{ij}^{qdr} são as variáveis que representam o quadrado da magnitude de tensão no nó i e o quadrado da magnitude do fluxo de corrente no circuito ij , respectivamente, que são utilizadas para substituir as variáveis V_i^2 e I_{ij}^2 nas equações (7)-(10). Note que (11), (12), (13), (14), (16) e (17) são equações lineares, enquanto (15) é uma equação não linear devido ao produto de V_j^{qdr} e I_{ij}^{qdr} , e o quadrado dos fluxos de potência ativa e reativa.

2.5 Linearização

2.5.1 Linearização do produto $V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr}$

O membro esquerdo de (15) é linearizado pela discretização de V_j^{qdr} usando a variável binária $x_{j,s} \forall s = 1 \dots S$, em que $x_{j,s} = 1$ se V_j^{qdr} é maior que $\underline{V}^2 + s\bar{\Delta}^V$, como mostrado na Figura 4. Note que s indica o intervalo de discretização no qual se encontra V_j^{qdr} . Esta condição é modelada em (18) mostrando como as variáveis $x_{j,s}$ são calculadas.

Figura 4 - Discretização do quadrado da magnitude da tensão



Fonte: Alves (2012)

$$\left. \begin{aligned} \underline{V}^2 + \sum_{s=1}^S (x_{j,s} \bar{\Delta}^V) &\leq V_j^{qdr} \leq \underline{V}^2 + \bar{\Delta}^V + \sum_{s=1}^S (x_{j,s} \bar{\Delta}^V) & \forall j \in \Omega_b \text{ (a)} \\ x_{j,s} &\leq x_{j,s-1} & \forall j \in \Omega_b, s = 2 \dots S \text{ (b)} \\ x_{j,s} &\in \{0,1\} & \forall j \in \Omega_b, s = 1 \dots S \text{ (c)} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Assim, o produto $V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr}$ é calculado usando o ponto médio do primeiro intervalo de discretização do quadrado da magnitude de tensão multiplicado pelo quadrado da magnitude do fluxo de corrente mais as correções de potência sucessivas ($P_{j,s}^c$) que dependem de $\bar{\Delta}^V$, I_{ij}^{qdr} e $x_{j,s}$ como mostrado em (19) e (20).

$$V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr} = (\underline{V}^2 + \frac{1}{2} \bar{\Delta}^V) I_{ij}^{qdr} + \sum_{s=1}^S P_{j,s}^c \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (19)$$

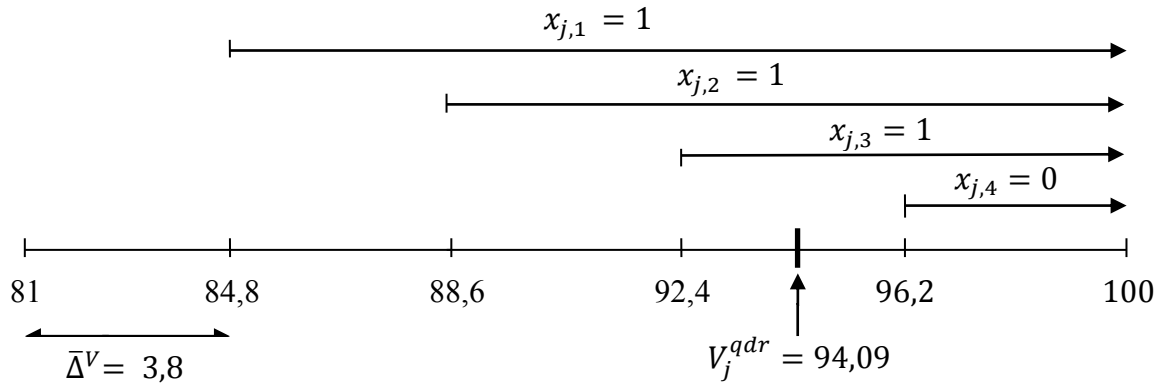
$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \bar{\Delta}^V I_{ij}^{qdr} - P_{j,s}^c &\leq \bar{\Delta}^V \bar{I}_{ij}^2 (1 - x_{j,s}) & \forall ij \in \Omega_l, s = 1 \dots S \text{ (a)} \\ 0 \leq P_{j,s}^c &\leq \bar{\Delta}^V \bar{I}_{ij}^2 x_{j,s} & \forall ij \in \Omega_l, s = 1 \dots S \text{ (b)} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

A equação (19) é a aproximação linear do produto de V_j^{qdr} e I_{ij}^{qdr} . A equação (20) define os valores de $P_{j,s}^c, \forall ij \in \Omega_l, s = 1 \dots S$. Se $x_{j,s} = 0$ então $P_{j,s}^c = 0$ e $0 \leq I_{ij}^{qdr} \leq \bar{I}_{ij}^2$; caso contrário $P_{j,s}^c = \bar{\Delta}^V I_{ij}^{qdr}$ e $0 \leq P_{j,s}^c \leq \bar{\Delta}^V \bar{I}_{ij}^2$, em que $\bar{\Delta}^V \bar{I}_{ij}^2$ desempenha exatamente o papel do fator “Big M”, do método Simplex de Programação Linear e, proporciona um grau suficiente de liberdade para $P_{j,s}^c$.

Exemplo ilustrativo

Considere os seguintes dados: $V_j = 9,7 \text{ kV}$; $I_{ij} = 250 \text{ A}$; $\underline{V} = 9 \text{ kV}$; $\bar{V} = 10 \text{ kV}$ e $S = 4$. Assim, podemos obter: $V_j^{qdr} = 94,09 \text{ kV}^2$; $I_{ij}^{qdr} = 62500 \text{ A}^2$ e $\bar{\Delta}^V = 3,8 \text{ kV}^2$. A Figura 5 mostra o exemplo ilustrativo da discretização do quadrado da magnitude da tensão.

Figura 5 - Exemplo ilustrativo da discretização do quadrado da magnitude da tensão



Fonte: Alves (2012)

Da equação (18) podemos encontrar os valores das variáveis binárias $x_{j,s}$.

$$x_{j,1} = x_{j,2} = x_{j,3} = 1 \text{ e } x_{j,4} = 0$$

Da equação (20) podemos encontrar os valores de $P_{j,s}^c$.

$$P_{j,1}^c = P_{j,2}^c = P_{j,3}^c = 237500 \text{ e } P_{j,4}^c = 0$$

Assim da equação (19) conclui-se que:

$$(\underline{V}^2 + \frac{1}{2}\bar{\Delta}^V) I_{ij}^{qdr} + \sum_{s=1}^4 P_{j,s}^c = (81 + \frac{1}{2}3,8)62500 + 237500 + 237500 + 237500 + 0$$

$$\left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2}\bar{\Delta}^V\right) I_{ij}^{qdr} + \sum_{s=1}^4 P_{j,s}^c = 5893750 VA^2$$

Sendo o valor exato de:

$$V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr} = (94,09)62500 = 5880625 VA^2$$

Do exemplo ilustrativo podemos observar que o resultado da aproximação linear de $V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr}$ tem um erro de 0,22% quando é comparado com o valor exato. Este erro pode ser reduzido aumentando o valor de S .

2.5.2 Linearização do termo quadrático $P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$

O membro direito de (15) é linearizado como descrito em (ALGUACIL et al. 2003) e definido nas equações (21) e (22).

$$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 = \sum_{r=1}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,r}^P + \sum_{r=1}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,r}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} P_{ij} &= \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,r}^P & \forall ij \in \Omega_l (a) \\ Q_{ij} &= \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,r}^Q & \forall ij \in \Omega_l (b) \\ 0 \leq \Delta_{ij,r}^P &\leq \bar{\Delta}_{ij}^S & \forall ij \in \Omega_l, r = 1 \dots R (c) \\ 0 \leq \Delta_{ij,r}^Q &\leq \bar{\Delta}_{ij}^S & \forall ij \in \Omega_l, r = 1 \dots R (d) \\ 0 \leq P_{ij} && \forall ij \in \Omega_l (e) \\ 0 \leq Q_{ij} && \forall ij \in \Omega_l (f) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

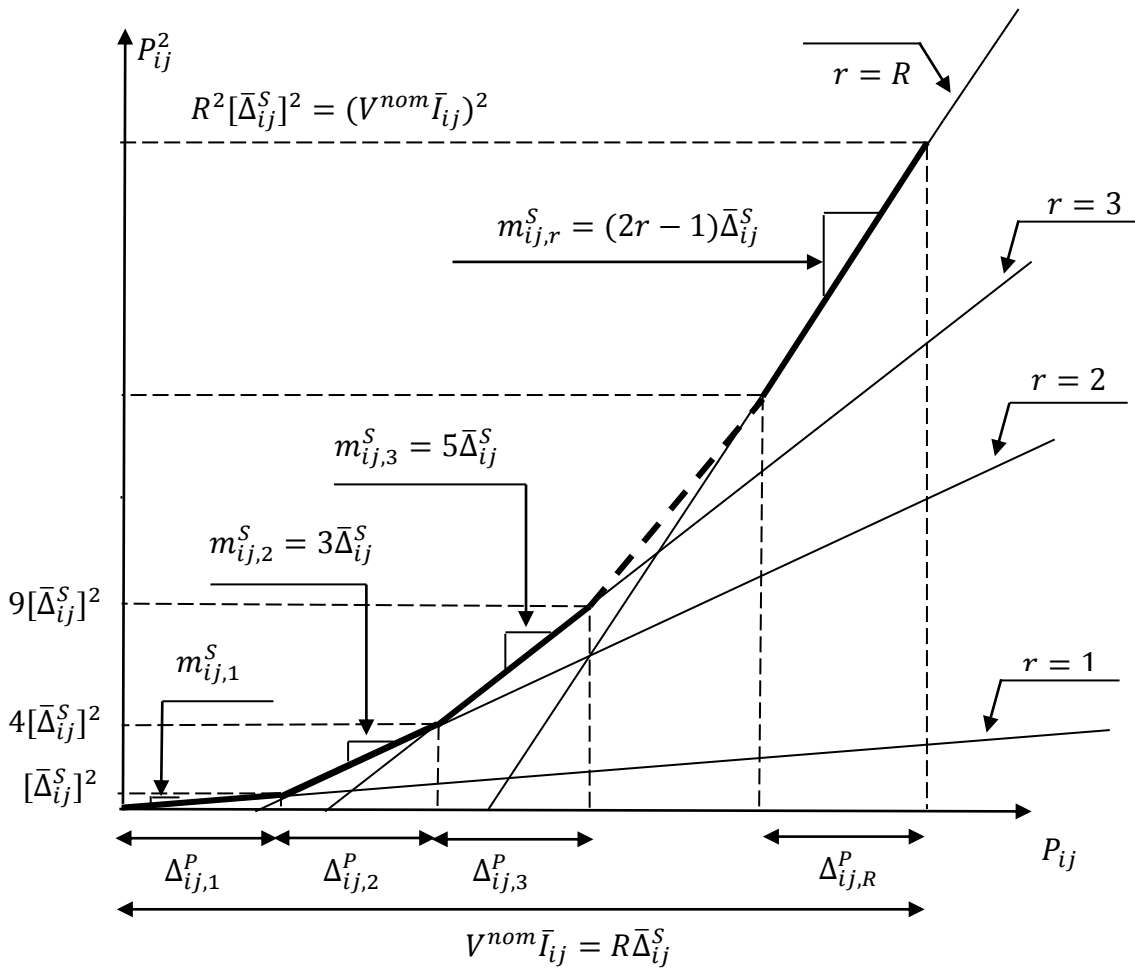
Em que

$$m_{ij,r}^S = (2r - 1)\bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, r = 1 \dots R$$

$$\bar{\Delta}_{ij}^S = \frac{V^{nom} \bar{I}_{ij}}{R} \quad \forall ij \in \Omega_l$$

Note que as equações (21) e (22) são um conjunto de expressões lineares do membro direito da equação (15); e $m_{ij,r}^S$ e $\bar{\Delta}_{ij}^S$ são parâmetros constantes. A linearização de P_{ij}^2 é mostrado na Figura 6. $\sum_{r=1}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,r}^P$ e $\sum_{r=1}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,r}^Q$ são as aproximações lineares de P_{ij}^2 e Q_{ij}^2 , respectivamente. As equações (22.a) e (22.b) afirmam que P_{ij} e Q_{ij} são iguais a soma dos valores em cada bloco da discretização, respectivamente. As equações (22.c) e (22.d) definem os limites superiores e inferiores da contribuição de cada bloco de P_{ij} e Q_{ij} , respectivamente.

Figura 6 - Ilustração da modelagem linear por partes da função P_{ij}^2 .



Fonte: Alves (2012)

É importante destacar que os valores dos blocos da discretização $\Delta_{ij,r}^P$ e $\Delta_{ij,r}^Q$ devem ser preenchidos de forma sequencial em função do valor de r (considerado do valor menor para o maior). Esta condição pode ser garantida pela minimização de P_{ij}^2 e Q_{ij}^2 de forma implícita ou explícita. Do problema (11)-(17) podemos observar que $P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$ é minimizada

de forma implícita, de acordo com a função objetivo (11) e a equação (15), considerando circuitos com valores de R_{ij} diferentes de zero.

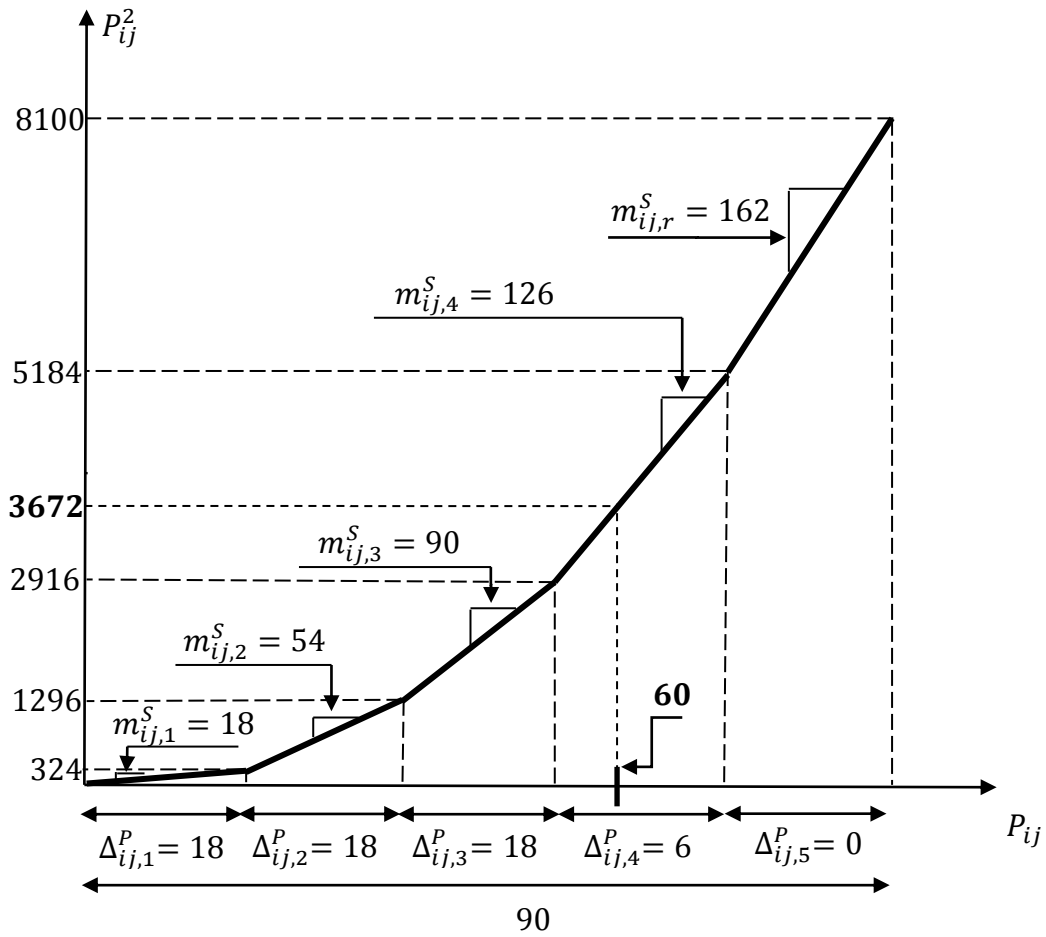
Exemplo ilustrativo

Considere os seguintes dados: $P_{ij} = 60 \text{ kW}$, $V^{nom} \bar{I}_{ij} = 90 \text{ kVA}$ e $R = 5$.

Assim, podemos obter: $\bar{\Delta}_{ij}^S = 18 \text{ kVA}$ e os valores de $m_{ij,r}^S$.

$$m_{ij,1}^S = 18, \quad m_{ij,2}^S = 54, \quad m_{ij,3}^S = 90, \quad m_{ij,4}^S = 126, \quad m_{ij,5}^S = 162,$$

Figura 7 - Exemplo ilustrativo da modelagem linear por partes da função P_{ij}^2 .



Fonte: Alves (2012)

A Figura 7 mostra o exemplo ilustrativo da modelagem linear por partes da função P_{ij}^2 . Da equação (22) podemos encontrar os valores das variáveis $\Delta_{ij,r}^P$.

$$\Delta_{ij,1}^P = \Delta_{ij,2}^P = \Delta_{ij,3}^P = 18, \quad \Delta_{ij,4}^P = 6 \quad \text{e} \quad \Delta_{ij,5}^P = 0$$

Assim da equação (21) conclui-se que:

$$\sum_{r=1}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,r}^P = (18)18 + (54)18 + (90)18 + (126)6 + (162)0$$

$$\sum_{r=1}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,r}^P = 3672 \text{ kW}^2$$

Sendo o valor exato de:

$$P_{ij}^2 = (60)60 = 3600 \text{ kW}^2$$

Do exemplo ilustrativo podemos observar que o resultado da modelagem linear por partes da função P_{ij}^2 tem um erro de 2% quando é comparada com o valor exato. Este erro pode ser reduzido aumentando o valor de R .

2.6 Formulação Linear Inteira Mista

O ponto de operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial pode ser calculado usando um problema linear inteiro misto como mostrado nas equações (23) e (24).

Minimizar

$$v = \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} I_{ij}^{qdr} \quad (23)$$

Sujeito as restrições:

$$\sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^{qdr}) + P_i^S = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (24)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_l} Q_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^{qdr}) + Q_i^S = Q_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (25)$$

$$V_i^{qdr} - 2(R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^{qdr} - V_j^{qdr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (26)$$

$$(\underline{V}^2 + \frac{1}{2}\bar{\Delta}^V) I_{ij}^{qdr} + \sum_{s=1}^S P_{j,d}^c = \sum_{r=1}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,r}^P + \sum_{r=1}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,r}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (27)$$

$$P_{ij} = \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,r}^P \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (28)$$

$$Q_{ij} = \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,r}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (29)$$

$$\underline{V}^2 + \sum_{s=1}^S (x_{j,s} \bar{\Delta}^V) \leq V_j^{qdr} \leq \underline{V}^2 + \bar{\Delta}^V + \sum_{s=1}^S (x_{j,s} \bar{\Delta}^V) \quad \forall j \in \Omega_b \quad (30)$$

$$0 \leq \bar{\Delta}^V I_{ij}^{qdr} - P_{j,s}^c \leq \bar{\Delta}^V \bar{I}_{ij}^2 (1 - x_{j,s}) \quad \forall ij \in \Omega_l, s = 1 \dots S \quad (31)$$

$$0 \leq P_{j,s}^c \leq \bar{\Delta}^V \bar{I}_{ij}^2 x_{j,s} \quad \forall ij \in \Omega_l, s = 1 \dots S \quad (32)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_i^{qdr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (33)$$

$$0 \leq I_{ij}^{qdr} \leq \bar{I}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (34)$$

$$x_{j,s} \leq x_{j,s-1} \quad \forall j \in \Omega_b, s = 2 \dots S \quad (35)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,r}^P \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, r = 1 \dots R \quad (36)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,r}^Q \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, r = 1 \dots R \quad (37)$$

$$0 \leq P_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (38)$$

$$0 \leq Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (39)$$

$$x_{j,s} \in \{0,1\} \quad \forall j \in \Omega_b, s = 1 \dots S \quad (40)$$

A equação (27) é obtida através da igualdade entre os membros direitos das equações (19) e (21). As equações (27)-(32) e (35)-(37) substituem a equação (15). Note que hou-

ve um aumento no número de variáveis contínuas e o aparecimento de variáveis inteiras devidas à linearização. Este tipo de problema de otimização pode ser resolvido com a ajuda de “*solvers*” comerciais.

Considerando as hipóteses da subseção 2.1, o modelo linear inteiro misto pode ser utilizado para modelar outros problemas de otimização de sistemas de distribuição radiais usando expressões lineares e resolvê-las utilizando técnicas de otimização clássica (como por exemplo, um algoritmo de “*Branch and Bound*”).

2.7 Testes e resultados

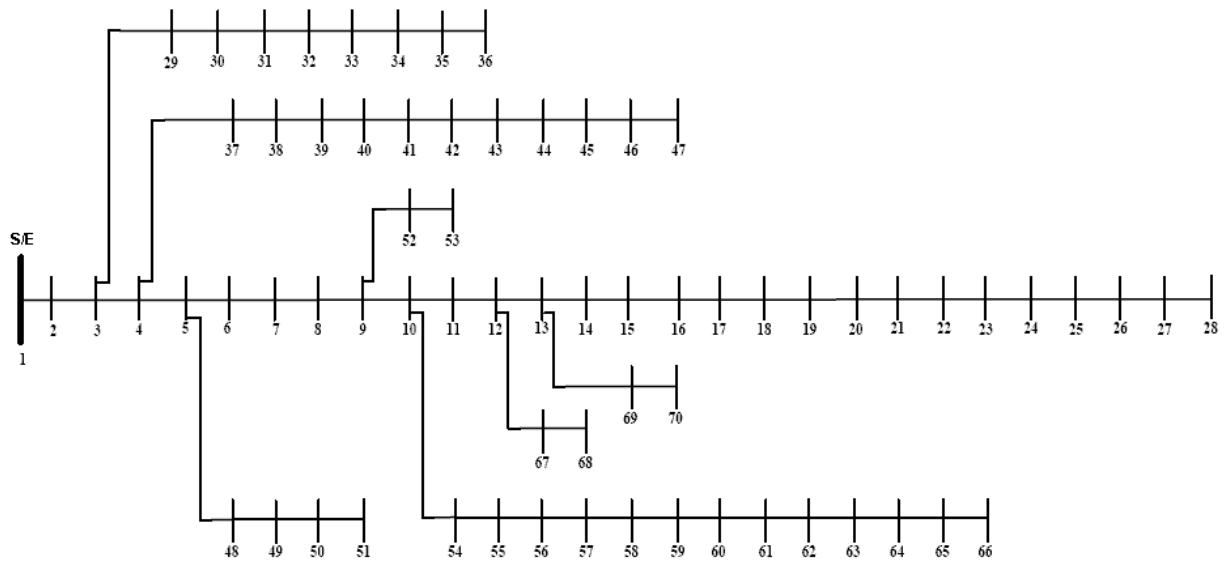
Nesta seção, os sistemas de testes de 70-, 136-, 202- e 400- nós são utilizados para mostrar a precisão do modelo matemático, assim como também a eficiência da técnica de solução proposta para calcular o ponto de operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial. Para os testes foi utilizado um número de discretizações $S = 20$ e um número de blocos de linearização $R = 20$.

O modelo não linear e o modelo matemático linear inteiro misto foram implementados na linguagem de modelagem AMPL (FOURER et al., 2003). O modelo não linear foi resolvido usando o *solver* comercial KNITRO (BYRD et al., 2006), enquanto que o modelo proposto foi resolvido com o *solver* comercial CPLEX (CPLEX, 2008), ambos os *solvers* foram chamados com suas opções padrões. Um computador com processador Intel Pentium Dual CPU T2370 @1.73 GHz foi utilizado para realizar os testes.

2.7.1 Sistema de 70 nós

Os dados do sistema de distribuição de 70 nós são apresentados no apêndice A.1 e o diagrama unifilar é mostrado na Figura 8. Este alimentador corresponde a uma parte do sistema de distribuição da empresa PG&E (CHIANG; JEAN-JUMEAU, 1990) e opera com demanda pesada provocando assim, violações nas tensões em vários pontos da rede (SAFIGI-ANNI; SALIS, 2000).

Figura 8 - Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 70 nós

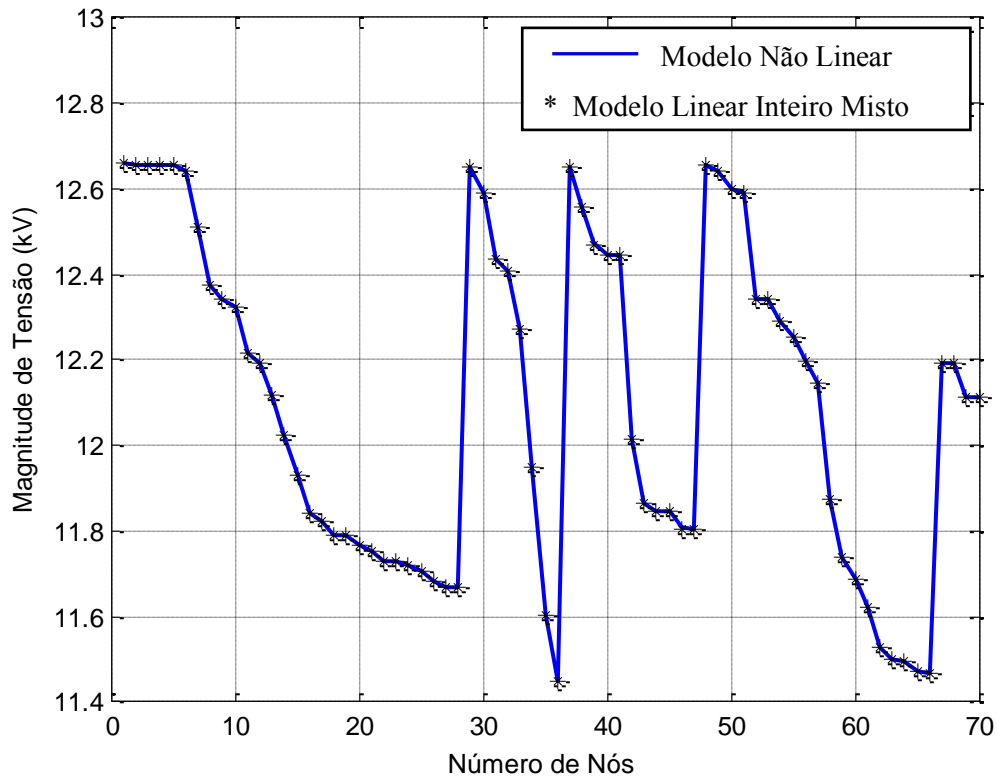


Fonte: Pereira (2009)

Da Figura 9 podemos observar que o modelo matemático linear inteiro misto proposto tem uma boa precisão quando comparado com o modelo de programação não linear. Para as magnitudes de tensão o erro máximo é próximo de zero, enquanto que para as perdas de potência ativa tem um erro de 0,13%. O tempo computacional gasto pela metodologia proposta foi de 0,16 segundos.

Este sistema tem uma tensão nominal de 12,66 kV, com uma potência ativa total de 15.641,98 kW e uma potência reativa total de 11.707,93 kVAr. Para este sistema foram consideradas magnitudes de tensão máxima e mínima de 12,66 kV e 11 kV, respectivamente. Na Figura 9 é mostrada uma comparação dos resultados do perfil das magnitudes de tensão entre os modelos não linear e linear inteiro misto. O modelo não linear e o modelo linear inteiro misto encontram perdas de potência ativa iguais a 845,08 kW e 846,19 kW, respectivamente.

Figura 9 - Perfil da magnitude da tensão do sistema de 70 nós



Fonte: Alves (2012)

A Tabela 3 mostra uma análise comparativa do erro percentual das perdas de potência ativa em função da variação de R e S .

Tabela 3 - Resumo dos resultados obtidos para o sistema de 70 nós

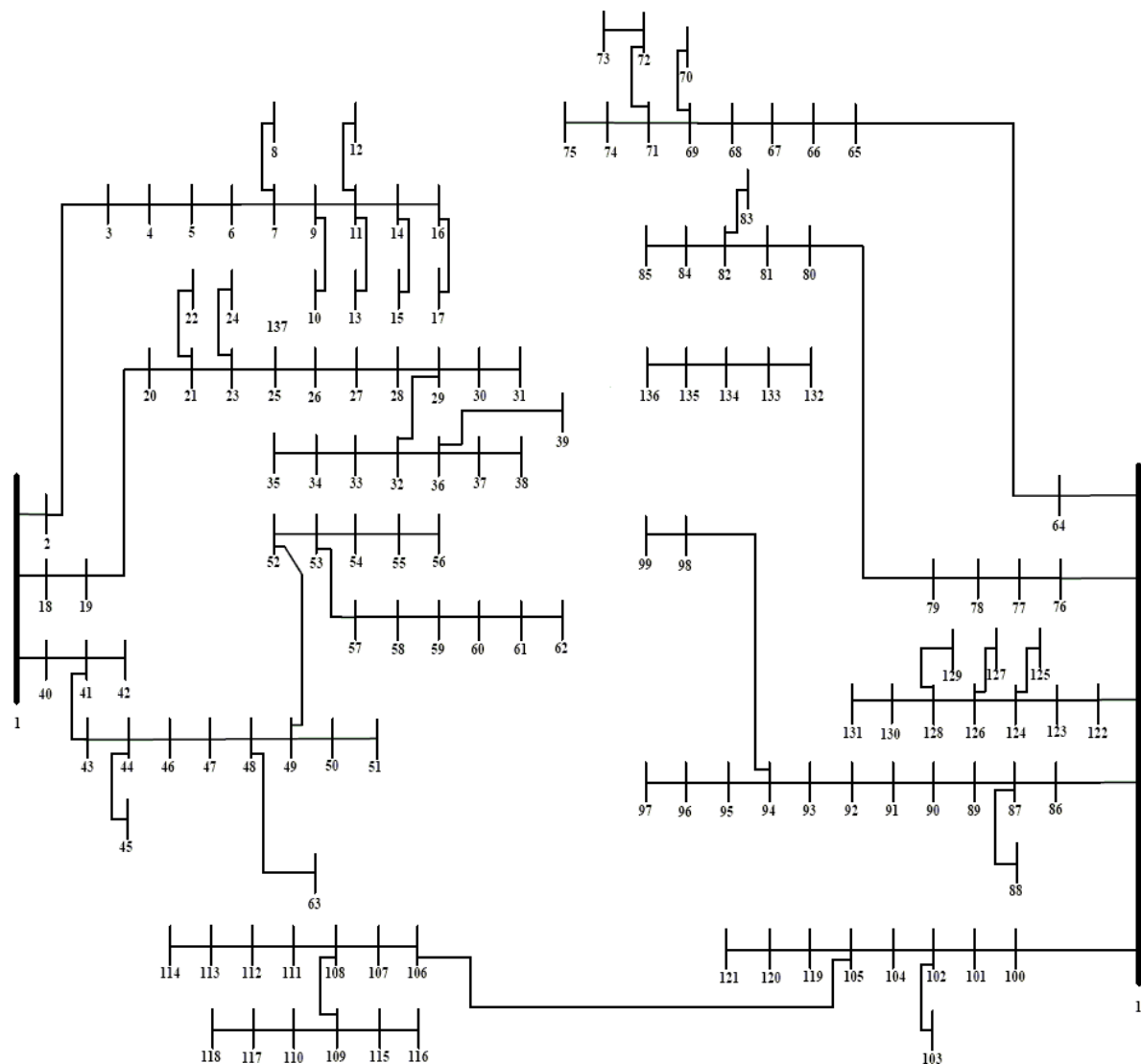
		R						
S		2	4	6	8	10	15	20
	2	11,41	4,04	1,79	1,31	0,92	0,52	0,42
	4	11,92	4,46	2,22	1,73	1,34	0,94	0,84
	6	11,35	3,71	1,47	0,99	0,60	0,21	0,11
	8	11,34	3,96	1,73	1,23	0,85	0,45	0,35
	10	11,22	3,87	1,52	1,04	0,65	0,26	0,15
	15	11,16	3,82	1,58	1,09	0,71	0,31	0,21
	20	11,24	3,79	1,50	1,02	0,63	0,23	0,13

Fonte: Alves (2012)

2.7.2 Sistema de 136 nós

Os dados do sistema de distribuição de 136 nós são apresentados no apêndice A.2 e o diagrama unifilar é mostrado na Figura 10. Este alimentador corresponde à parte do sistema de distribuição da concessionária de energia elétrica ELEKTRO, localizado na cidade de Três Lagoas – MS (MANTOVANI et al., 2000). Os valores de demandas apresentados no apêndice A.2 representam uma situação de demanda média.

Figura 10 - Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 136 nós



Fonte: Pereira (2009)

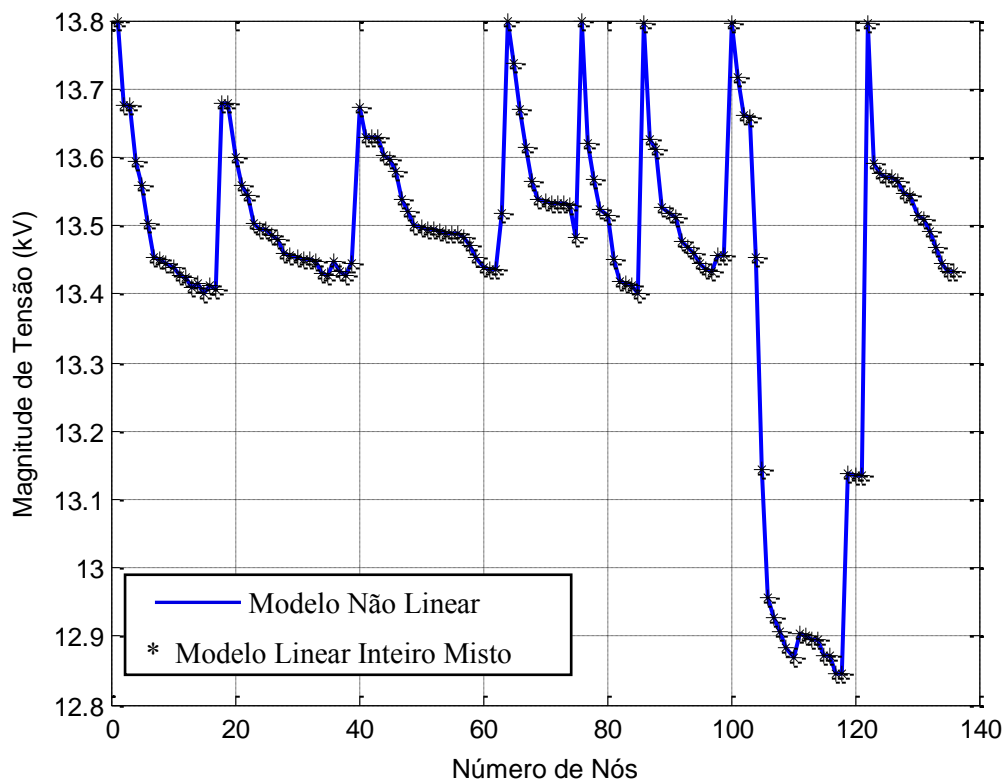
Este sistema tem uma tensão nominal de 13,8 kV, com uma potência ativa total de 18.312,807 kW e uma potência reativa total de 7.930,266 kVAr. Para este sistema foram consideradas magnitudes de tensão máxima e mínima de 13,8 kV e 12 kV, respectivamente. Na

Figura 11 é mostrada uma comparação dos resultados obtidos do perfil das magnitudes de tensão entre os modelos não linear e linear inteiro misto. O modelo não linear e o modelo linear inteiro misto encontram perdas de potência ativa iguais a 320,27 kW e 320,30 kW, respectivamente.

Assim como no caso anterior, da Figura 11 podemos observar que o modelo matemático linear binário misto proposto tem uma boa precisão quando comparado com o modelo de programação não-linear. Para as magnitudes de tensão o erro máximo é próximo de zero, enquanto que para as perdas de potência ativa tem um erro de 0,009%. O tempo computacional gasto pela metodologia proposta foi de 0,14 segundos.

A Tabela 4 mostra uma análise comparativa do erro percentual das perdas de potência ativa em função da variação de R e S .

Figura 11 - Perfil da magnitude da tensão do sistema de 136 nós



Fonte: Alves (2012)

Tabela 4 - Resumo dos resultados obtidos para o sistema de 136 nós

	<i>R</i>							
		2	4	6	8	10	15	20
<i>S</i>	2	20,17	4,02	2,82	2,00	1,88	1,46	1,37
	4	18,66	2,68	1,50	0,69	0,57	0,16	0,06
	6	18,56	2,62	1,44	0,63	0,51	0,09	0,00
	8	18,60	2,67	1,48	0,67	0,55	0,14	0,04
	10	18,96	2,96	1,78	0,96	0,85	0,43	0,33
	15	18,80	2,83	1,65	0,84	0,72	0,30	0,21
	20	18,95	2,79	1,60	0,80	0,68	0,26	0,01

Fonte: Alves (2012)

2.7.3 Sistema de 202 nós

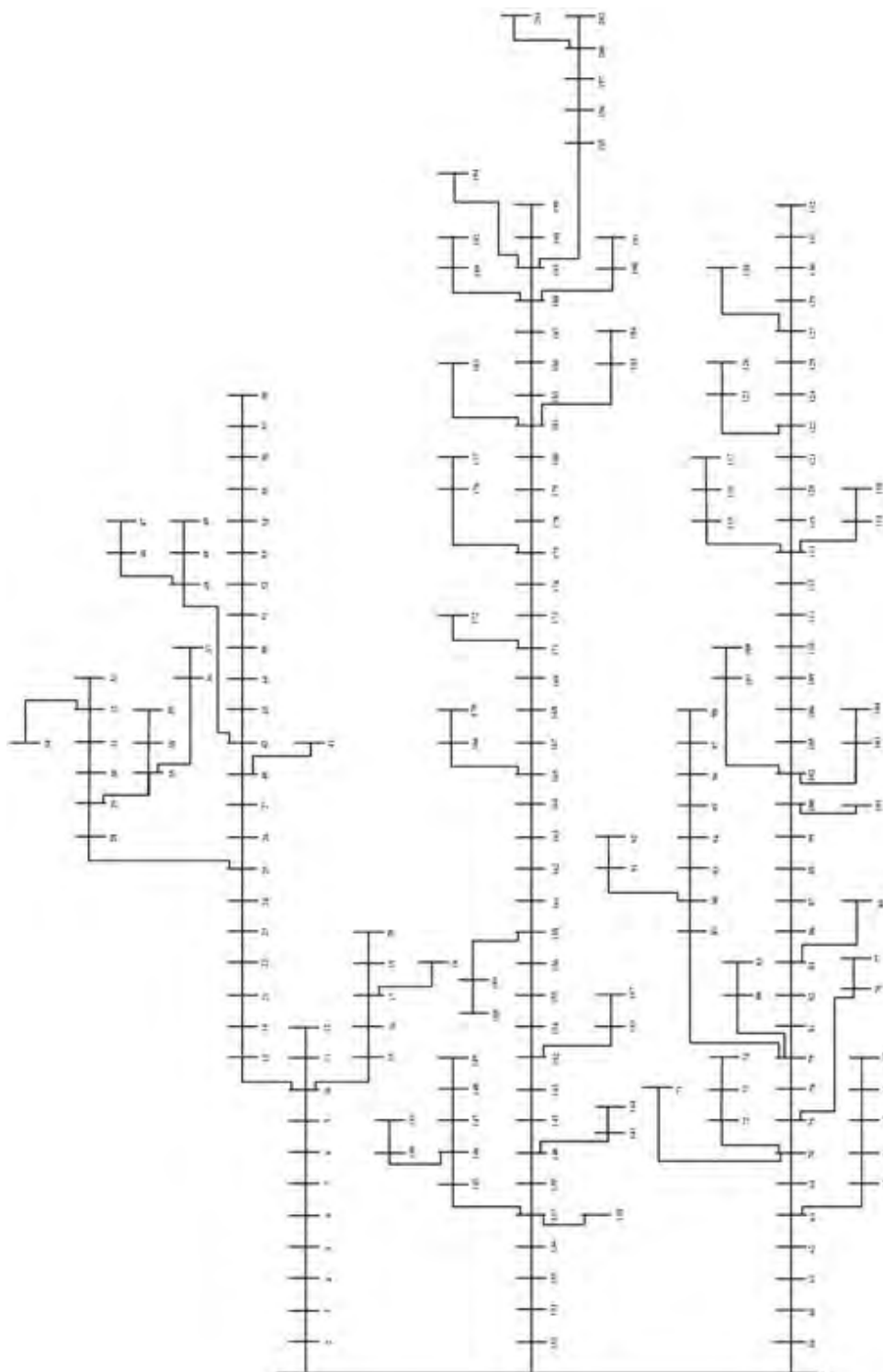
Os dados do sistema de distribuição de 202 nós são apresentados no apêndice A.3 e o diagrama unifilar é mostrado na Figura 12.

O alimentador da Figura 12 corresponde a parte do sistema da concessionária de energia ELEKTRO, localizado na cidade de Guarujá – SP (CASTRO, 1985). Os valores das demandas apresentadas no apêndice A.3 correspondem a uma situação de demanda pesada.

Este sistema tem uma tensão nominal de 13,8 kV, com uma potência ativa total de 27.634,88 kW e uma potência reativa total de 17.123,78 kVAr. Para este sistema foram consideradas magnitudes de tensão máxima e mínima de 13,8 kV e 13 kV, respectivamente. Na Figura 13 é mostrada uma comparação dos resultados obtidos do perfil das magnitudes de tensão entre os modelos não linear e linear inteiro misto. O modelo não linear e o modelo linear inteiro misto encontram perdas de potência ativa iguais a 552,01 kW e 552,83 kW, respectivamente.

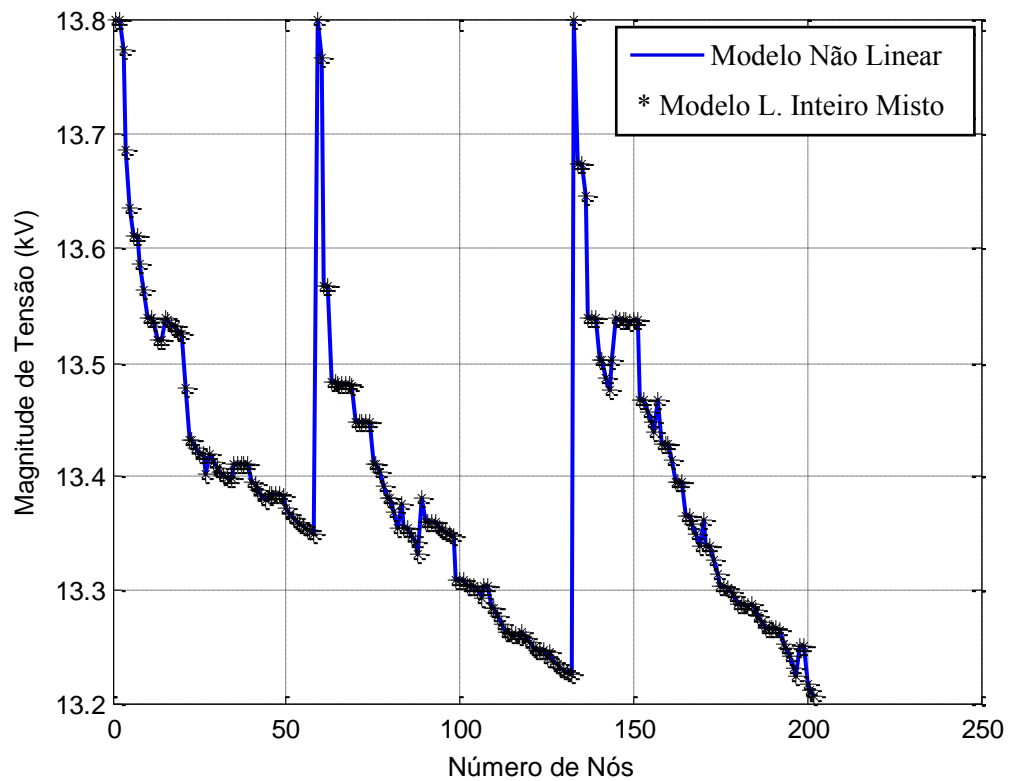
Da Figura 13 podemos observar que o modelo matemático linear inteiro misto proposto tem uma boa precisão quando comparado com o modelo de programação não linear. Para as magnitudes de tensão o erro máximo é próximo de zero, enquanto que para as perdas de potência ativa tem um erro de 0,15%. O tempo computacional gasto pela metodologia proposta foi de 0,50 segundos.

Figura 12 - Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 202 nós.



Fonte: Pereira (2009)

Figura 13 - Perfil da magnitude da tensão do sistema de 202 nós



Fonte: Alves (2012)

A Tabela 5 mostra uma análise comparativa do erro percentual das perdas de potência ativa em função da variação de R e S .

Tabela 5 - Resumo dos resultados obtidos para o sistema de 202 nós

		R						
S		2	4	6	8	10	15	20
	2	13,37	3,29	1,23	0,91	0,21	0,03	0,15
	4	13,36	3,59	1,52	1,20	0,50	0,32	0,13
	6	13,54	3,79	1,71	1,39	0,68	0,50	0,32
	8	13,35	3,50	1,43	1,12	0,42	0,24	0,05
	10	13,34	3,62	1,54	1,23	0,52	0,35	0,16
	15	13,30	3,59	1,51	1,19	0,49	0,31	0,13
	20	13,37	3,59	1,52	1,20	0,50	0,32	0,15

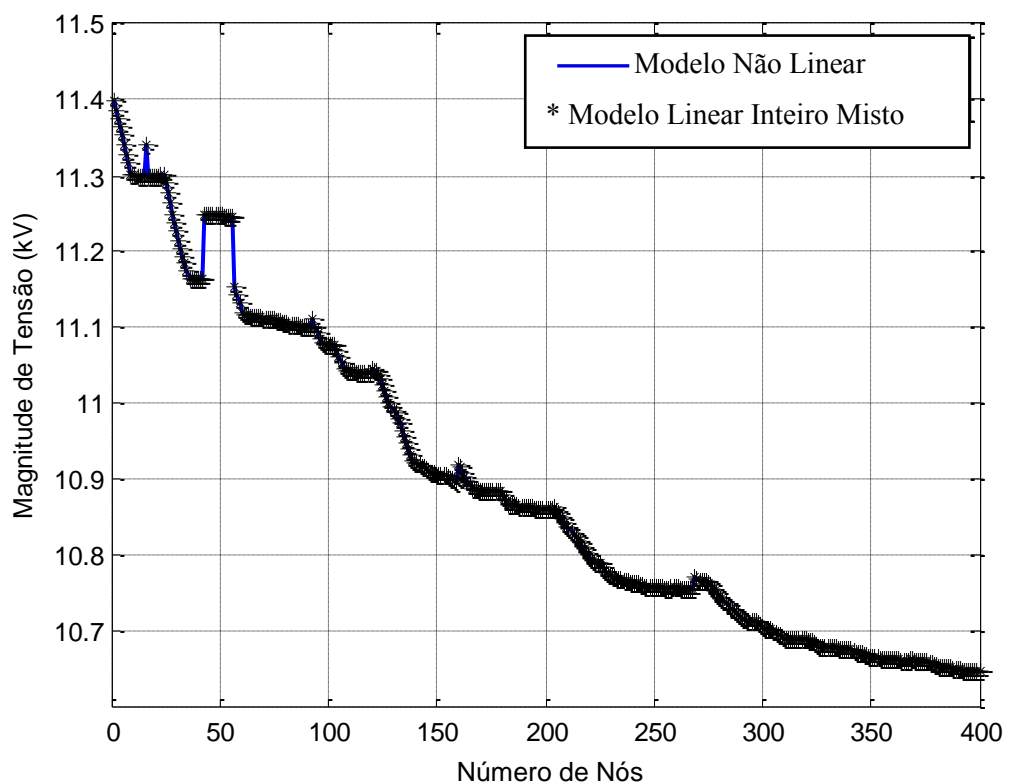
Fonte: Alves (2012)

2.7.4 Sistema de 400 nós

Os dados do sistema de distribuição de 400 nós são apresentados no apêndice A.4, os dados correspondem ao sistema de distribuição da concessionária Caiuá Distribuição de Energia S/A, localizado na cidade de Indiana – SP (COSSI, 2008). Este sistema tem característica mista (área urbana e rural), os valores de demandas apresentados no apêndice A.4 corresponde à operação com demanda média.

Este sistema tem uma tensão nominal de 11,4 kV, com uma potência ativa total de 3.371,8 kW e uma potência reativa total de 1.429,37 kVAr. Para este sistema foram consideradas magnitudes de tensão máxima e mínima de 11,4 kV e 10 kV, respectivamente. Na Figura 14 é mostrada uma comparação dos resultados obtidos do perfil das magnitudes de tensão entre os modelos não-linear e linear inteiro misto. O modelo não linear e o modelo linear inteiro misto encontram umas perdas de potência ativa iguais a 148,34 kW e 148,54 kW, respectivamente.

Figura 14 - Perfil da magnitude da tensão para o sistema de 400 nós



Fonte: Alves (2012)

Assim como nos casos anteriores, da Figura 14 podemos observar que o modelo matemático linear inteiro misto proposto tem uma boa precisão quando comparado com o modelo de programação não linear. Para as magnitudes de tensão o erro máximo é próximo de zero, enquanto que para as perdas de potência ativa tem um erro de 0,13%. O tempo computacional gasto pela metodologia proposta foi de 11,17 segundos.

A Tabela 2.4 mostra uma análise comparativa do erro percentual das perdas de potência ativa em função da variação de R e S .

Tabela 6 - Resumo dos resultados obtidos para o sistema de 400 nós

		R						
S		2	4	6	8	10	15	20
	2	20,03	3,07	2,20	1,51	1,29	0,95	0,84
	4	19,51	2,60	1,74	1,05	0,83	0,50	0,39
	6	19,36	2,48	1,62	0,93	0,71	0,38	0,27
	8	19,32	2,45	1,59	0,89	0,67	0,34	0,23
	10	19,27	2,41	1,54	0,86	0,64	0,30	0,19
	15	19,26	2,38	1,52	0,83	0,61	0,28	0,17
	20	19,21	2,34	1,48	0,79	1,78	0,25	0,13

Fonte: Alves (2012)

2.8 Conclusões do capítulo

Uma FLIM para calcular o ponto de operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial foi apresentado. A formulação proposta foi implementada na linguagem de modelagem AMPL. O uso de uma FLIM garante convergência e a otimalidade usando *solvers* convencionais.

Quatro sistemas testes foram utilizados para mostrar a eficiência e a exatidão da metodologia proposta. Os resultados encontrados apresentam boa precisão em comparação com o modelo não linear. Das Tabelas 3, 4, 5 e 6 podemos observar que erros menores são encontrados para valores maiores de R e S , enquanto que os erros maiores são encontrados para os valores menores de R e S . Note que quanto maior é o valor de R menor será o erro percentual das perdas, comparado com o aumento de S , assim podemos notar uma maior influência na redução do erro com o aumento do valor de R . Entretanto, o aumento do valor de

R ocasiona um aumento no número de restrições lineares e de variáveis contínuas, enquanto que o aumento do valor de S ocasiona um aumento no número de restrições lineares e de variáveis binárias. Assim podemos definir que os valores adequados de R e S são 20 e 4, respectivamente.

Considerando as hipóteses da subseção 2.1, o modelo linear inteiro misto pode ser utilizado para modelar outros problemas de otimização de sistemas de distribuição radiais usando expressões lineares (por exemplo, alocação de bancos de capacitores, alocação de reguladores de tensão e seleção ótima de condutores e recondutoramento) e resolvê-las utilizando técnicas de otimização clássica.

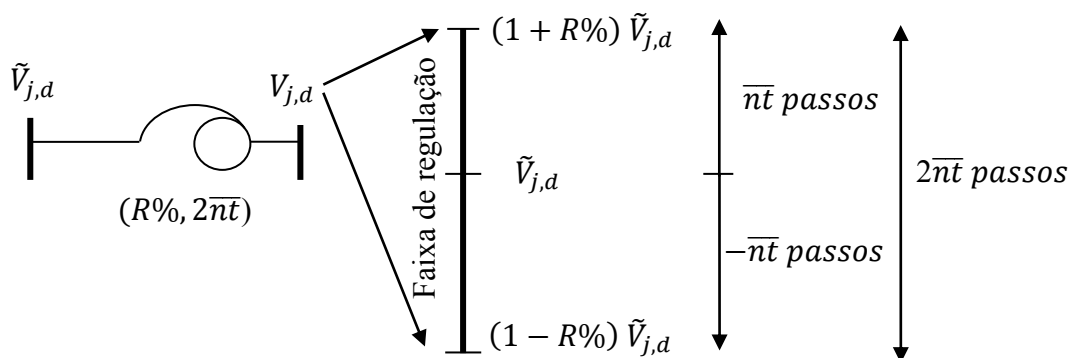
3 Alocação Ótima de Reguladores de Tensão em Sistema de Distribuição de Energia Elétrica Radiais

Neste capítulo é apresentado um modelo matemático da operação em regime permanente dos reguladores de tensão, uma formulação não linear inteira mista do problema de alocação de reguladores de tensão em sistemas de distribuição de energia elétrica radiais e uma formulação linear inteira mista equivalente.

3.1 O Modelo de Regulador de Tensão

O RT é basicamente um autotransformador com um mecanismo de mudança automática da posição do *tap* (número de espiras) do enrolamento série para manter um nível pré-determinado da magnitude de tensão ao longo de um alimentador de distribuição, apesar de variações do nível de demanda. A maioria dos RT's contém uma chave que permite uma faixa de regulação $\pm R\%$ (+ elevar e – reduzir a magnitude de tensão) respeitando a magnitude de tensão de referência e o número máximo de passos ($2\overline{nt}$, que usualmente são 32 passos), como mostrado na Figura 15.

Figura 15 - Regulação de Tensão dos RT's



Fonte: Alves (2012)

As equações (41)-(44) mostram o modelo matemático do RT, considerando que o regulador de tensão é alocado no nó j do ramo ij . Em que $\tilde{V}_{j,d}$ é a magnitude de tensão não regulada (antes do RT) e $V_{j,d}$ é a magnitude de tensão regulada (depois do RT), como mostrado na Figura 15. $t_{ij,d}$ e $nt_{ij,d}$ representam o *tap* do regulador de tensão e o número de passos

inteiros do $t_{ij,d}$ no ramo ij no nível de demanda d , respectivamente. Note que $nt_{ij,d}$ tem $2\overline{nt}$ passos, e $t_{ij,d}$ varia na faixa de regulação $[(1 - R\%), (1 + R\%)]$ em intervalos discretos de $R\%/\overline{nt}$, permitindo uma faixa de regulação de $\pm R\%$, como mostrado na Figura 15. Adicionalmente, cada RT tem um custo de instalação, ou custo fixo, c^{rt} .

$$V_{j,d} = t_{ij,d} \tilde{V}_{j,d} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (41)$$

$$t_{ij,d} = 1 + R\% \frac{nt_{ij,d}}{\overline{nt}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (42)$$

$$-\overline{nt} \leq nt_{ij,d} \leq \overline{nt} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (43)$$

$$nt_{ij,d} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (44)$$

Exemplo ilustrativo

Considere um RT com uma taxa de regulação de $R\% = 10\%$ e um número máximo de passos $2\overline{nt} = 32$ passos. Utilizando as equações (41)-(44) obtemos:

$$\begin{aligned} V_j &= t_{ij,d} \tilde{V}_j \\ t_{ij,d} &= 1 + 0,00625 nt_{ij,d} \\ -16 &\leq nt_{ij,d} \leq 16 \\ nt_{ij,d} &\text{ inteiro} \end{aligned}$$

Note que, o *tap* do RT $t_{ij,d}$ varia na faixa de $\{0,9, 1,1\}$, e a tensão regulada V_j pode ser elevada ou reduzida 10% em relação à tensão não regulada \tilde{V}_j .

3.2 Formulação Não Linear do Problema de Alocação de Reguladores de Tensão

O problema de alocação de RT pode ser modelado como um problema de programação não-linear inteiro misto como segue abaixo:

$$\min k_r \sum_{ij \in \Omega_l} (c^{rt} v_{ij}) + \sum_{d \in \Omega_d} \delta_d^l \sum_{ij \in \Omega_l} (R_{ij} I_{ij,d}^{qdr}) \quad (45)$$

Sujeito a

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij,d} + R_{ij} I_{ij,d}^{qdr}) + P_{i,d}^S = P_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (46)$$

$$\sum_{kl \in \Omega_l} Q_{kl,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij,d} + X_{ij} I_{ij,d}^{qdr}) + Q_{i,d}^S = Q_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (47)$$

$$V_{i,d}^{qdr} - 2(R_{ij} P_{ij,d} + X_{ij} Q_{ij,d}) - Z_{ij}^2 I_{ij,d}^{qdr} - \tilde{V}_{j,d}^{qdr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (48)$$

$$\tilde{V}_{j,d}^{qdr} I_{ij,d}^{qdr} = P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (49)$$

$$V_{j,d}^{qdr} = t_{ij,d}^{qdr} \tilde{V}_{j,d}^{qdr} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (50)$$

$$t_{ij,d}^{qdr} = 1 + 2R\% \frac{nt_{ij,d}}{\bar{nt}} + (R\%)^2 \left(\frac{nt_{ij,d}}{\bar{nt}} \right)^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (51)$$

$$-\bar{nt} v_{ij} \leq nt_{ij,d} \leq \bar{nt} v_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (52)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_{i,d}^{qdr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (53)$$

$$0 \leq I_{ij,d}^{qdr} \leq \bar{I}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (54)$$

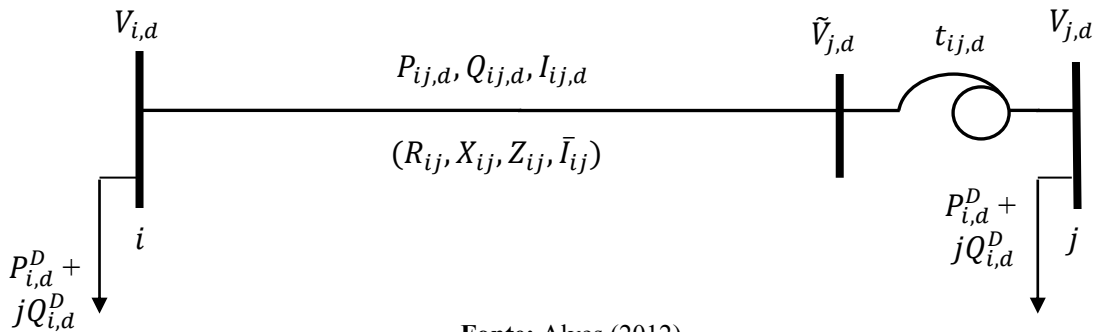
$$\sum_{ij \in \Omega_l} v_{ij} \leq \bar{n}^{rt} \quad (55)$$

$$nt_{ij,d} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (56)$$

$$v_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (57)$$

Em que $\delta_l^d = \alpha_d \tau_l c_d^{ls}$. Note que na formulação não linear as variáveis $I_{ij,d}^{qdr}$, $V_{i,d}^{qdr}$, $\tilde{V}_{j,d}^{qdr}$ e $t_{ij,d}^{qdr}$ são usadas para representar $I_{ij,d}^2$, $V_{i,d}^2$, $\tilde{V}_{j,d}^2$ e $t_{ij,d}^2$ respectivamente. A função objetivo (45) representa o custo total, em que a primeira parte representa o custo de investimento (alocação de RT's) e a segunda parte representa o custo anual das perdas de energia. As equações (46)-(49) representam o estado de operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial, considerando a presença dos RT's e diferentes níveis de demanda. Estas quatro equações são uma extensão das equações (12)-(15), como mostradas no capítulo 2. Note que nas equações (48) e (49), a magnitude da tensão não regulada $\tilde{V}_{j,d}$ substitui a magnitude da tensão regulada $V_{j,d}$, pois $\tilde{V}_{j,d}$ passa a ser considerada como a magnitude de tensão final da linha ij ., como mostrado na Figura 16.

Figura 16 - Modelo de Regulador de Tensão



Fonte: Alves (2012)

As equações (50)-(52) são uma extensão de (41)-(43), considerando a regulação da magnitude de tensão quadrada e a alocação de RT's. Note que, se um regulador de tensão é adicionado na linha ij ($v_{ij} = 1$), a equação (52) é igual à equação (43), caso contrário (não é adicionado um regulador na linha ij , $v_{ij} = 0$), teremos: $nt_{ij,d} = 0$, $t_{ij,d} = 1$ e $V_{j,d}^{qdr} = \tilde{V}_{j,d}^{qdr}$, mostrando que o nó de tensão regulada e o nó de tensão não regulada é o mesmo.

A equação (53) define os valores máximos e mínimos da magnitude de tensão quadrada em todos os nós do sistema de distribuição, enquanto que (54) representa o limite dos fluxos de corrente no ramo ij . O número máximo de RT's que podem ser instalados no sistema de distribuição radial é representado em (55). A equação (56) representa a natureza

inteira do número de *taps* do RT. A equação (57) representa a natureza binária da variável de investimento do problema de alocação de RT's. Os RT's são alocados se seu valor correspondente é igual a um e não é alocado se seu valor é igual a zero. No problema (45)-(47) a variável binária $v_{ij,r}$ é uma variável de decisão, e uma operação factível do sistema de distribuição depende do seu valor. As demais variáveis representam o estado de operação em regime permanente de uma solução factível. Para uma proposta de investimento definida através de um valor específico de $v_{ij,r}$, vários estados de operação factíveis são possíveis.

Note que as equações (45)-(48) e (52)-(57) são lineares, enquanto que as equações (49)-(51) são não lineares, apresentando termos quadráticos e produtos de duas variáveis de decisão. Com o objetivo de poder utilizar ferramentas de otimização de programação linear inteira mista é desejável obter expressões lineares para as restrições (49)-(51).

3.3 Transformação do Modelo Não Linear Inteiro Misto em um Modelo Linear Inteiro Misto Equivalente

Note que a linearização da equação (49) é uma extensão da que foi desenvolvida no capítulo 2, considerando agora diferentes níveis de demandas. O membro esquerdo da equação (49) é linearizado pela discretização de $\tilde{V}_{j,d}^{qdr}$ usando as variáveis binárias $x_{j,d,s}$ $\forall s = 1 \dots S$. Em que $x_{j,d} = 1$ se $\tilde{V}_{j,d}^{qdr}$ é maior que $\underline{V}^2 + s\bar{\Delta}^V$. Note que s indica o intervalo de discretização no qual se encontra $\tilde{V}_{j,d}^{qdr}$. Esta condição é modelada em (58) mostrando como as variáveis $x_{j,d,s}$ são calculadas.

$$\left. \begin{aligned} \underline{V}^2 + \sum_{s=1}^S (x_{j,d,s} \bar{\Delta}^V) &\leq \tilde{V}_{j,d}^{qdr} \leq \underline{V}^2 + \bar{\Delta}^V + \sum_{s=1}^S (x_{j,d,s} \bar{\Delta}^V) \quad \forall j \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (a) \\ x_{j,d,s} &\leq x_{j,d,s-1} \quad \forall j \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d, s = 2 \dots S \quad (b) \\ x_{j,d,s} &\in \{0,1\} \quad \forall j \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (c) \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

Da mesma forma como mostrado no capítulo 2, o produto $\tilde{V}_{j,d}^{qdr} I_{ij,d}^{qdr}$ é calculado usando o ponto médio do primeiro intervalo de discretização do quadrado da magnitude de tensão multiplicado pelo quadrado da magnitude do fluxo de corrente mais as correções de potência sucessivas ($P_{j,d,s}^C$) que dependem de $\bar{\Delta}^V$, $I_{ij,d}^{qdr}$ e $x_{j,d,s}$ como mostrado em (59) e (60).

$$\tilde{V}_{j,d}^{qdr} I_{ij,d}^{qdr} = \left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2} \bar{\Delta}^V \right) I_{ij,d}^{qdr} + \sum_{s=1}^S P_{j,d,s}^c \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (59)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \bar{\Delta}^V I_{ij,d}^{qdr} - P_{j,d,s}^c &\leq \bar{\Delta}^V \bar{I}_{ij}^2 (1 - x_{j,d,s}) & \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \text{ (a)} \\ 0 \leq P_{j,d,s}^c &\leq \bar{\Delta}^V \bar{I}_{ij}^2 x_{j,d,s} & \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \text{ (b)} \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

A equação (59) é a aproximação linear do produto de $\tilde{V}_{j,d}^{qdr}$ e I_{ij}^{qdr} . A equação (60) define os valores de $P_{j,d,s}^c, \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S$. Se $x_{j,d,s} = 0$ então $P_{j,d,s}^c = 0$ e $0 \leq I_{ij,d}^{qdr} \leq \bar{I}_{ij}^2$; caso contrário $P_{j,d,s}^c = \bar{\Delta}^V I_{ij,d}^{qdr}$ e $0 \leq P_{j,d,s}^c \leq \bar{\Delta}^V \bar{I}_{ij}^2$, em que $\bar{\Delta}^V \bar{I}_{ij}^2$ desempenha exatamente o papel do fator “Big M” e proporciona um grau suficiente de liberdade para $P_{j,d,s}^c$.

O membro direito de (49) é linearizado como descrito no capítulo 2 e definido nas equações (61) e (62).

$$P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2 = \sum_{r=1}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^P + \sum_{r=1}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (61)$$

$$\left. \begin{aligned} P_{ij,d} &= \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,d,r}^P & \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \text{ (a)} \\ Q_{ij,d} &= \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,d,r}^Q & \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \text{ (b)} \\ 0 \leq \Delta_{ij,r}^P &\leq \bar{\Delta}_{ij}^S & \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d, r = 1 \dots R \text{ (c)} \\ 0 \leq \Delta_{ij,r}^Q &\leq \bar{\Delta}_{ij}^S & \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d, r = 1 \dots R \text{ (d)} \\ 0 \leq P_{ij,d} & & \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \text{ (e)} \\ 0 \leq Q_{ij,d} & & \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \text{ (f)} \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

Em que

$$m_{ij,r}^S = (2r - 1) \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, r = 1 \dots R$$

$$\bar{\Delta}_{ij}^S = \frac{\bar{V} \bar{I}_{ij}}{R} \quad \forall ij \in \Omega_l$$

Note que as equações (61) e (62) são um conjunto de expressões lineares do membro direito da equação (55); e $m_{ij,r}^S$ e $\bar{\Delta}_{ij}^S$ são parâmetros constantes. As expressões $\sum_{r=1}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,r}^P$ e $\sum_{r=1}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,r}^Q$ são as aproximações lineares de $P_{ij,d}^2$ e $Q_{ij,d}^2$, respectivamente. As equações (62.a) e (62.b) garantem que $P_{ij,d}$ e $Q_{ij,d}$ sejam iguais a soma dos valores em cada bloco da discretização, respectivamente. As equações (62.c) e (62.d) definem os limites superiores e inferiores da contribuição de cada bloco de $P_{ij,d}$ e $Q_{ij,d}$, respectivamente.

Usando a discretização de $\tilde{V}_{j,d}^{qdr}$ mostrada em (58), é possível linearizar o membro direito de (50) como mostrado em (63) e (64).

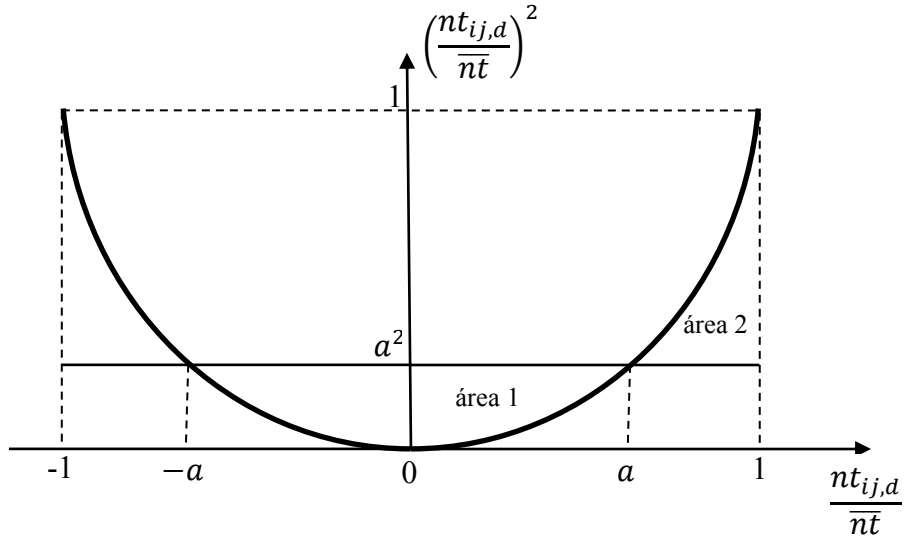
$$t_{ij,d}^{qdr} \tilde{V}_{j,d}^{qdr} = t_{ij,d}^{qdr} \left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2} \bar{\Delta}^V \right) + \sum_{s=1}^S V_{j,d,s}^c \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (63)$$

$$\left. \begin{aligned} (1 - R\%)^2 \bar{\Delta}^V (1 - x_{j,d,s}) &\leq t_{ij,d}^{qdr} \bar{\Delta}^V - V_{j,d,s}^c \\ &\leq (1 + R\%)^2 \bar{\Delta}^V (1 - x_{j,d,s}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (a) \\ (1 - R\%)^2 \bar{\Delta}^V x_{j,d,s} &\leq V_{j,d,s}^c \leq (1 + R\%)^2 \bar{\Delta}^V x_{j,d,s} \\ &\quad \forall j \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (b) \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

A equação (63) é uma aproximação linear do produto de $\tilde{V}_{j,d}^{qdr}$ e $t_{ij,d}^{qdr}$, em que o produto $t_{ij,d}^{qdr} \tilde{V}_{j,d}^{qdr}$ é calculado usando o ponto médio do primeiro intervalo de discretização do quadrado da magnitude de tensão multiplicado pelo quadrado do tap do RT mais as correções sucessivas da tensão ($V_{j,d,s}^c$) que dependem de $\bar{\Delta}^V$, $t_{ij,d}^{qdr}$ e $x_{j,d,s}$. A equação (64) define os valores de $V_{j,d,s}^c$, $\forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S$. Se $x_{j,d,s} = 0$ então $V_{j,d,s}^c = 0$ e $(1 - R\%)^2 \leq t_{ij,d}^{qdr} \bar{\Delta}^V \leq (1 + R\%)^2$; caso contrário $V_{j,d,s}^c = t_{ij,d}^{qdr} \bar{\Delta}^V$ e $(1 - R\%)^2 \bar{\Delta}^V \leq t_{ij,d}^{qdr} \bar{\Delta}^V \leq (1 + R\%)^2 \bar{\Delta}^V$.

Podemos observar que o termo quadrado $\left(\frac{nt_{ij,d}}{\bar{n}t} \right)^2$ do membro direito da equação (51) varia no intervalo de $[0, 1]$ como mostrado na Figura 17. O objetivo é tentar substituir esta função quadrática por uma constante a^2 , para isso usaremos o critério de áreas iguais.

Figura 17 - Variação do termo quadrado do membro direito da equação (51)



Fonte: Alves (2012)

Dedução

$$2 * \text{área 1} = 2 * \text{área 2}$$

$$aa^2 - \int_0^a x^2 dx = \int_a^1 x^2 dx - (1-a)a^2$$

$$a^3 - \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^a = \frac{1}{3} x^3 \Big|_a^1 - a^2 + a^3$$

$$a^3 - \left(\frac{a^3}{3} - 0\right) = \frac{1}{3} - \frac{a^3}{3} - a^2 + a^3$$

$$a^2 = \frac{1}{3}$$

Portanto o termo quadrado $\left(\frac{nt_{ij,d}}{\bar{nt}}\right)^2$ pode ser aproximado por uma constante $a^2 = \frac{1}{3}$. Assim a equação (51) pode ser linearizada como mostrado na equação (65). Esta linearização tem o coeficiente de correlação de $R^2 = 0,9993$ com um erro máximo de 0,82% e um erro mínimo de 0,27%. O alto valor do coeficiente de correlação mostra o alto nível de precisão desta linearização.

$$t_{ij,d}^{qdr} = 1 + 2R\% \frac{nt_{ij,d}}{\bar{nt}} + \frac{1}{3} (R\%)^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (65)$$

3.4 Formulação Linear Inteira Mista do Problema de Alocação de Reguladores de Tensão

O problema de alocação de RT pode ser modelado como um problema de programação linear inteiro misto, equivalente ao problema não linear inteiro misto (45) - (57), como segue:

Minimizar

$$\min k_r \sum_{ij \in \Omega_l} (c^{rt} v_{ij}) + \sum_{d \in \Omega_d} \delta_d^l \sum_{ij \in \Omega_l} (R_{ij} I_{ij,d}^{qdr}) \quad (66)$$

Sujeito as restrições:

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij,d} + R_{ij} I_{ij,d}^{qdr}) + P_{i,d}^S = P_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (67)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij,d} + X_{ij} I_{ij,d}^{qdr}) + Q_{i,d}^S = Q_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (68)$$

$$V_{i,d}^{qdr} - 2(R_{ij} P_{ij,d} + X_{ij} Q_{ij,d}) - Z_{ij}^2 I_{ij,d}^{qdr} - \tilde{V}_{j,d}^{qdr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (69)$$

$$\left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2} \bar{V}^2 \right) I_{ij,d}^{qdr} + \sum_{s=1}^S P_{j,d,s}^c = \sum_{r=1}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^P + \sum_{r=1}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^Q \quad (70)$$

$\forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d$

$$t_{ij,d}^{qdr} = 1 + 2R\% \frac{nt_{ij,d}}{n\bar{t}} + \frac{1}{3} (R\%)^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (71)$$

$$P_{ij,d} = \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,d,r}^P \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (72)$$

$$Q_{ij,d} = \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,d,r}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (73)$$

$$-\bar{n}t v_{ij} \leq nt_{ij,d} \leq \bar{n}t v_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (74)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_{i,d}^{qdr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (75)$$

$$(1 - R\%)^2 \bar{\Delta}^V (1 - x_{j,d,s}) \leq t_{ij,d}^{qdr} \bar{\Delta}^V - V_{j,d,s}^c \leq (1 + R\%)^2 \bar{\Delta}^V (1 - x_{j,d,s}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (76)$$

$$(1 - R\%)^2 \bar{\Delta}^V x_{j,d,s} \leq V_{j,d,s}^c \leq (1 + R\%)^2 \bar{\Delta}^V x_{j,d,s} \quad \forall j \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (77)$$

$$0 \leq I_{ij,d}^{qdr} \leq \bar{I}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (78)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l} v_{ij} \leq \bar{n}^{rt} \quad (79)$$

$$|V_{j,d}^{qdr} - \tilde{V}_{j,d}^{qdr}| \leq (\bar{V}^2 - \underline{V}^2) v_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (80)$$

$$\left| V_{j,d}^{qdr} - t_{ij,d}^{qdr} \left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2} \bar{\Delta}^V \right) - \sum_{s=1}^S V_{j,d,s}^c \right| \leq (\bar{V}^2 - \underline{V}^2) (1 - v_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (81)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,r}^P \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d, r = 1 \dots R \quad (82)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,r}^Q \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d, r = 1 \dots R \quad (83)$$

$$0 \leq P_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (84)$$

$$0 \leq Q_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (85)$$

$$x_{j,d,s} \leq x_{j,d,s-1} \quad \forall j \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d, s = 2 \dots S \quad (86)$$

$$x_{j,d,s} \in \{0,1\} \quad \forall j \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (87)$$

$$nt_{ij,d} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall d \in \Omega_d \quad (88)$$

$$v_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (89)$$

As restrições (58), (60), (62) e (70) substituem a restrição (49). As restrições (58), (64), (80) e (81) substituem a restrição (50). As restrições (80) e (81) permitem o cálculo da

tensão regulada na presença de RT's. Se $v_{ij} = 0$, então $V_{j,d}^{qdr} = \tilde{V}_{j,d}^{qdr}$. Caso contrario, $V_{j,d}^{qdr}$ é igual ao lado direito da restrição (63).

Note que o número de variáveis de operação aumentou com a linearização, enquanto que o número de variáveis de investimento não muda, este tipo de problema de otimização pode ser resolvido com a ajuda de *solvers* comerciais.

4 Testes e Resultados

4.1 Introdução

Neste capítulo, os sistemas de testes de 70-, 136-, 202- e 400- nós são utilizados para mostrar a precisão do modelo matemático, assim como também a eficiência da técnica de solução proposta para calcular alocação ótima de RT's em sistema de distribuição de energia elétrica radial.

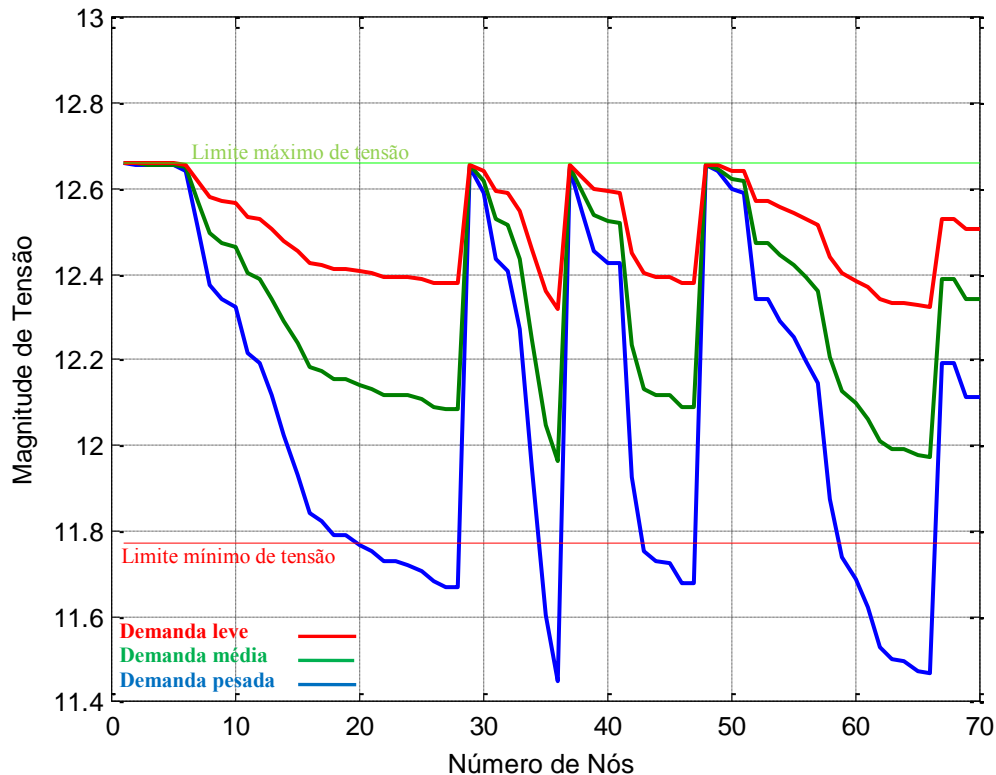
A formulação matemática linear inteira mista do problema de alocação de RT's mostrada no Capítulo 3 foi implementada na linguagem de modelagem AMPL (FOURER et al., 2003) e solucionada usando o *solver* comercial CPLEX (CPLEX, 2008), chamado com suas opções padrões. Um computador com processador Intel(R) Core(TM)2 CPU 4300@1.80 GHz foi utilizado para realizar os testes.

Para os testes foi considerado um número de discretizações $S = 4$, um número de blocos de linearização $R = 20$, um número máximo de passos do tap dos RT's de 32, uma taxa de regulação de 10%, um custo de instalação de cada RT sendo US\$ 20.000, um custo de perdas de US\$ 0,1 por kWh e pode ser alocado no máximo três RT's no sistema. A taxa de recuperação do capital dos RT's e de interesse do custo das perdas são iguais a 1,0.

4.2 Sistema de distribuição de 70 nós

Os dados do sistema de distribuição de 70 nós são apresentados no apêndice A.1. e o diagrama unifilar é mostrado na Figura 8. Para o problema de alocação de RT's três níveis de demanda foram considerados: demanda leve, demanda média e demanda pesada, sendo que a demanda leve e média correspondem a 30% e 60% da demanda pesada, respectivamente. O número de horas no ano é de 8.760 horas, sendo que os níveis de demanda leve, média e pesada têm uma duração de 1.000, 6.760 e 1.000 horas respectivamente. Adicionalmente, foram consideradas magnitudes de tensão máxima e mínima de 12,66 kV e 11,77 kV, respectivamente, devemos destacar que a magnitude de tensão mínima é calculada seguindo os padrões exigidos pela ANEEL. A Figura 18 ilustra o perfil de tensão inicial do sistema (antes da alocação de RT's) e podemos observar que existem nós na demanda pesada (em azul) em que a magnitude de tensão viola a faixa recomendada pela ANEEL.

Figura 18 - Perfil da magnitude de tensão do sistema de 70 nós sem RT's



Fonte: Alves (2012)

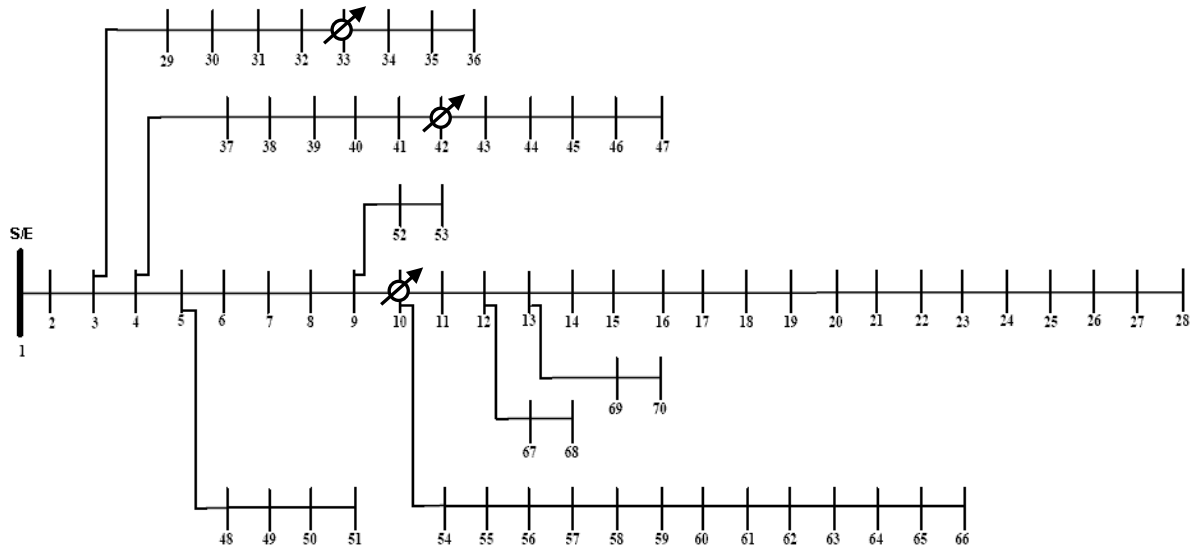
Da Figura 18 podemos observar que o nó 36 apresenta a magnitude de tensão mínima do sistema em demanda pesada que é de 11,4505 kV. O custo das perdas de potência ativa inicial do sistema é de US\$ 312.831,12.

O modelo matemático para o problema de alocação de RT's para este sistema apresenta as seguintes características: 12.255 variáveis contínuas, 897 variáveis binárias, 207 variáveis inteiras e 9.469 restrições. O *solver* CPLEX encontrou a solução ótima do problema instalando três RT's nos nós 10, 33 e 42, como mostrado na Figura 19. O perfil das magnitude de tensão final é mostrado na Figura 20. O modelo proporcionou os seguintes valores:

- Custo total: US\$ 365.438,83
- Custo de investimento: US\$ 60.000,00
- Custo das perdas: US\$ 305.438,83

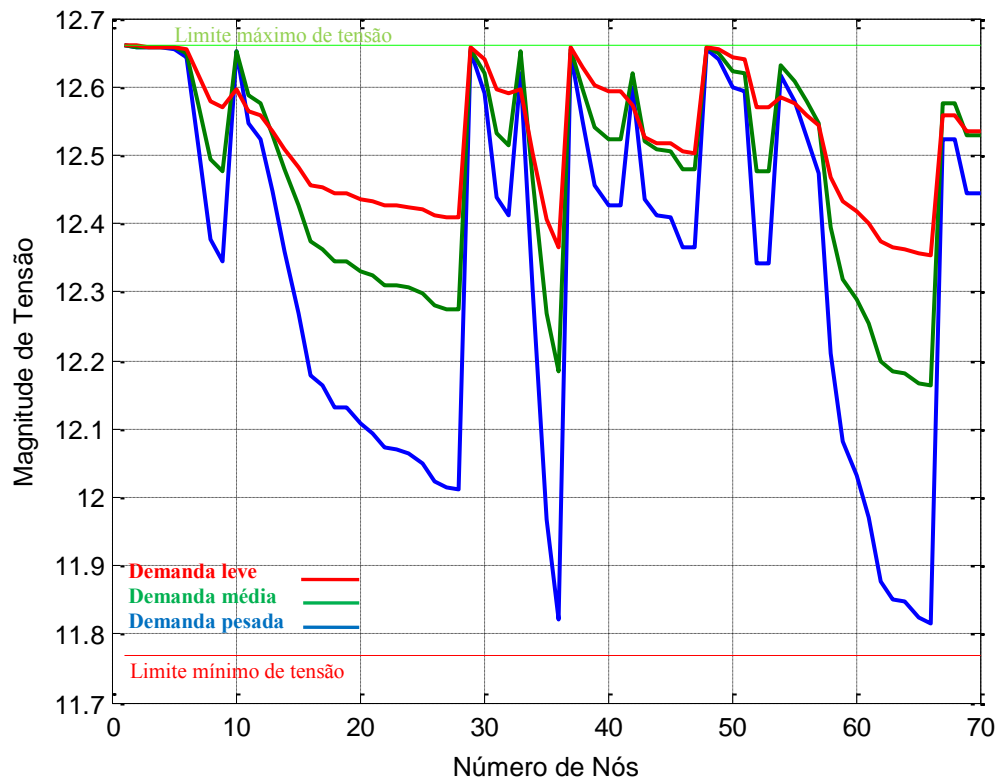
Da Figura 20 podemos observar que o nó 66 apresenta a magnitude de tensão mínima do sistema em demanda pesada que é de 11,8158 kV. Note que, com a utilização de três RT's na rede, foi resolvido o problema de violação das magnitudes de tensão nos nós do sistema.

Figura 19 - Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 70 nós com três RT's



Fonte: Alves (2012)

Figura 20 - Perfil da magnitude de tensão do sistema de 70 nós após a alocação dos RT's



Fonte: Alves (2012)

A Tabela 7 mostra os valores *taps* dos três RT's alocados no sistema para os três níveis de demandas. A Tabela 8 mostra uma comparação das perdas de potência ativa do sis-

tema no estado inicial (sem RT's) e do sistema com alocação de RT's para os três níveis de demandas. Note que o depois de alocar três RT's, o sistema apresenta menores perdas comparando com o estado inicial (sem RT's).

Tabela 7 - Resumo dos resultados obtidos do problema de alocação de RT's para o sistema de 70 nós

Nós	<i>Taps</i>		
	Demanda pesada	Demanda média	Demanda leve
10	+3	+3	+0
33	+5	+3	+0
42	+10	+5	+2

Fonte: Alves (2012)

Tabela 8 - Perdas do sistema de 70 nós, em kW

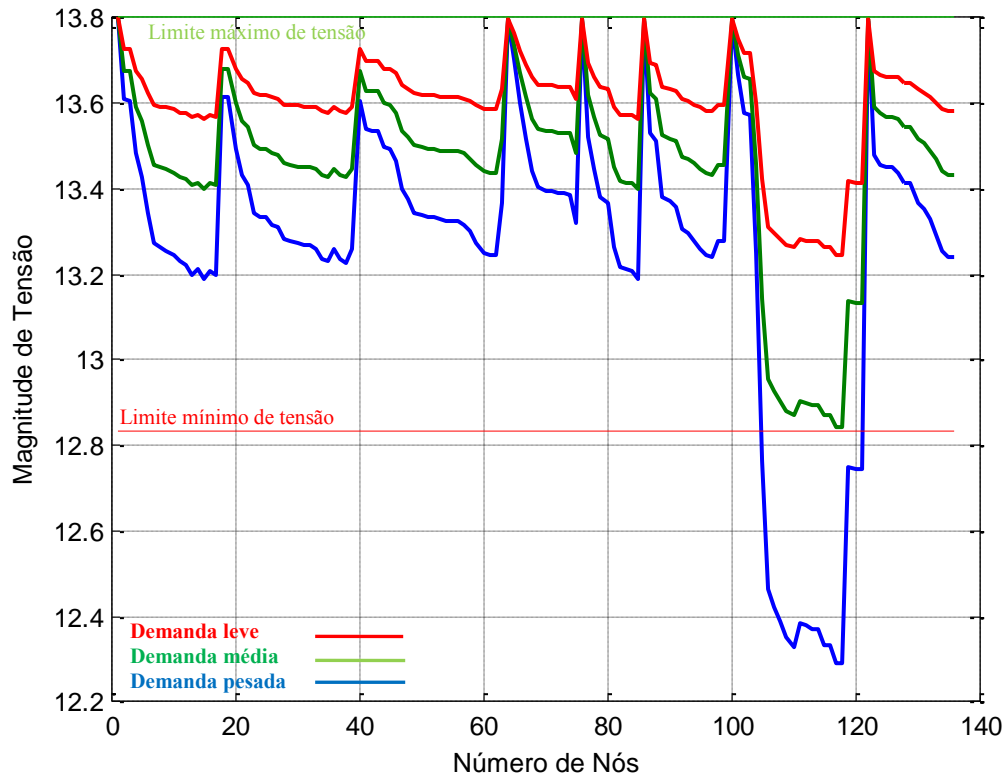
Demandas	Sem RT's	Com RT's
Pesada	932,50	899,66
Média	313,59	307,53
Leve	75,94	75,80

Fonte: Alves (2012)

4.3 Sistema de distribuição de 136 nós

Os dados do sistema de distribuição de 136 nós são apresentados no apêndice A.2. e o diagrama unifilar é mostrado na Figura 10. Para o problema de alocação de RT's três níveis de demanda foram considerados: demanda leve, demanda média e demanda pesada, sendo que a demanda leve e pesada corresponde a 60% e 150% da demanda média, respectivamente (mostrada no apêndice A.2). O número de horas no ano é de 8.760 horas, sendo que os níveis de demanda leve, média e pesada têm uma duração de 1.000, 6.760 e 1.000 horas respectivamente. Adicionalmente, foram consideradas magnitudes de tensão máxima e mínima de 13,8 kV e 12,834 kV, respectivamente, devemos destacar que a magnitude de tensão mínima é calculada seguindo os padrões exigidos pela ANEEL. A Figura 21 ilustra o perfil de tensão inicial do sistema (antes da alocação de RT's).

Figura 21 - Perfil da magnitude de tensão do sistema de 136 nós sem RT's

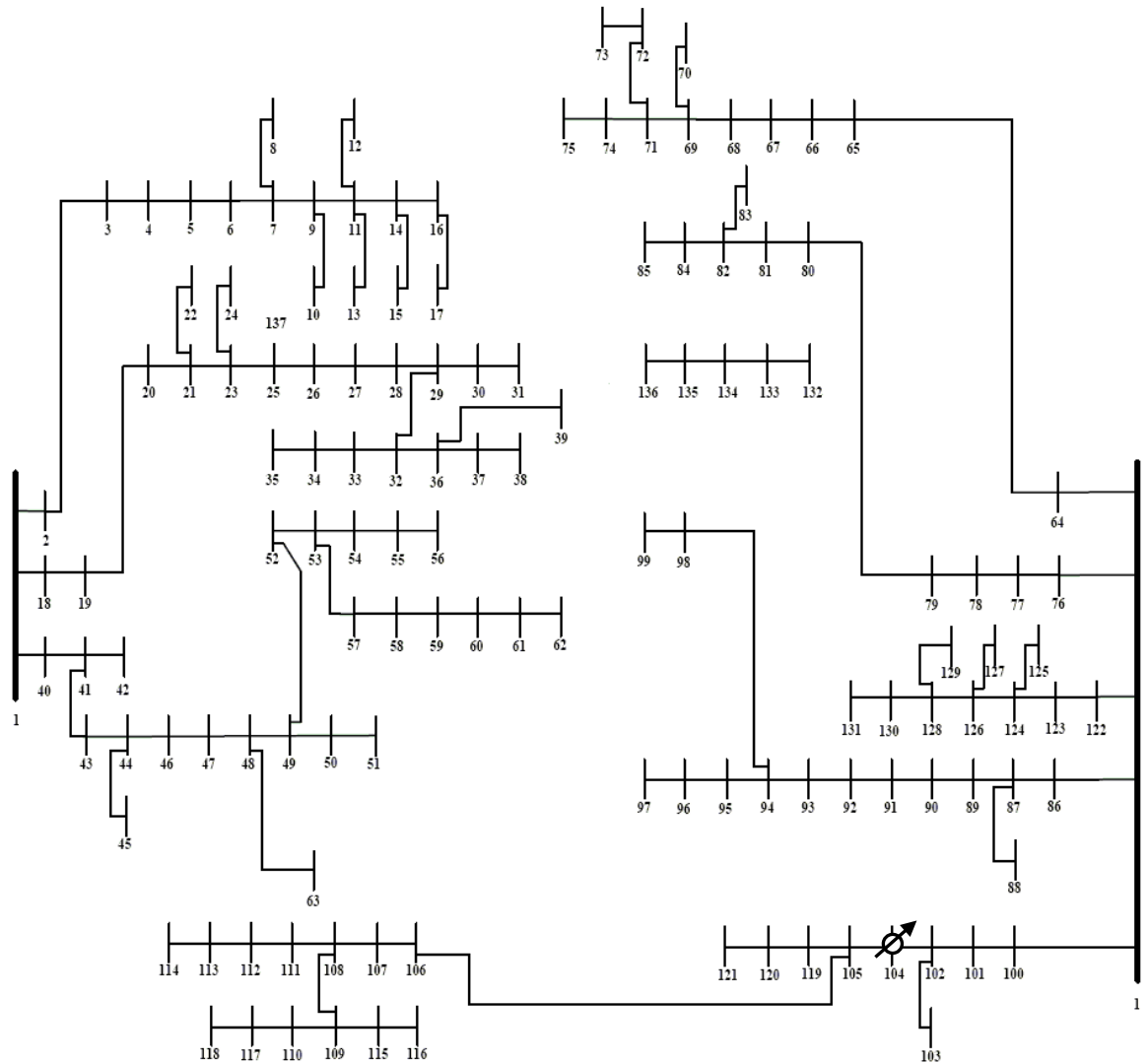


Fonte: Alves (2012)

Da Figura 21 podemos observar que o nó 117 apresenta a magnitude de tensão mínima do sistema em demanda pesada que é de 12,2903 kV. O custo das perdas de potência ativa inicial do sistema é de US\$ 300.390,84.

O modelo matemático para o problema de alocação de RT's para este sistema apresenta as seguintes características: 23.064 variáveis contínuas, 1683 variáveis binárias, 405 variáveis inteiras e 17.854 restrições. O *solver* CPLEX encontrou a solução ótima do problema instalando um RT no nó 104, como mostrado na Figura 22.

Figura 22 - Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 136 nós com um RT

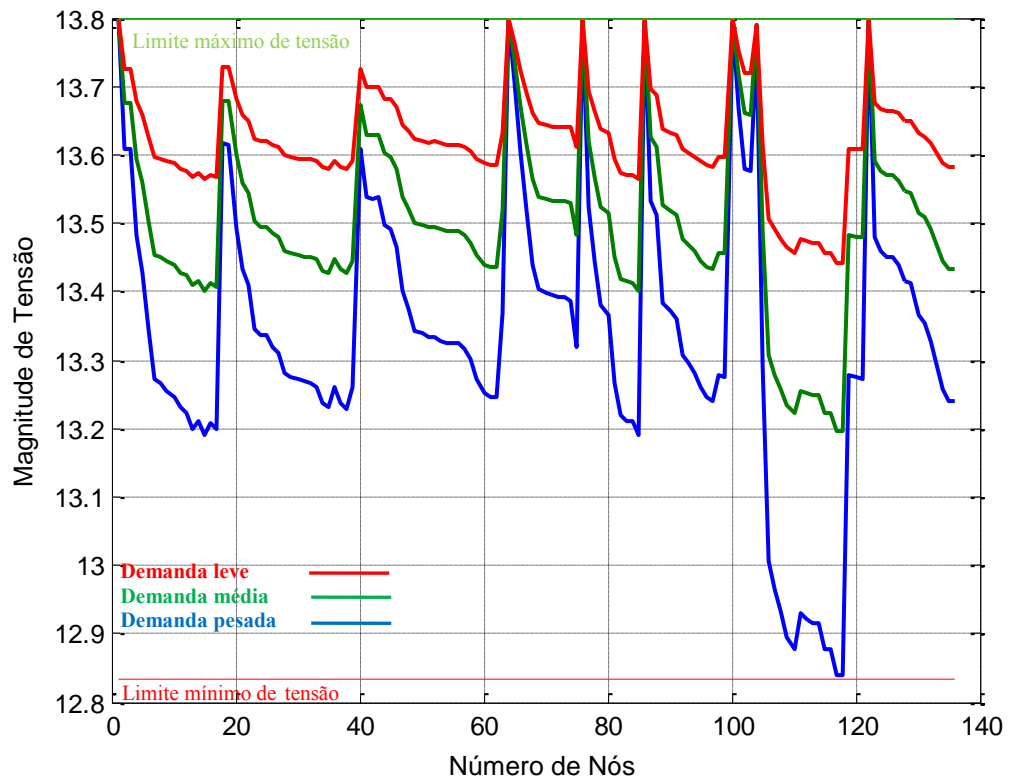


Fonte: Alves (2012)

O perfil das magnitude de tensão final é mostrado na Figura 23. Da Figura 23 podemos observar que o nó 117 apresenta a magnitude de tensão mínima do sistema em demanda pesada que é de 12,8382 kV. A Tabela 9 mostra os resultados obtidos com a alocação de um RT e seus respectivos *taps* para demanda pesada, média e leve. O modelo proporcionou os seguintes valores:

- Custo total: US\$ 316.508,30
- Custo de investimento: US\$ 20.000,00
- Custo das perdas: US\$ 296.508,30

Figura 23 - Perfil da magnitude de tensão do sistema de 136 nós após a alocação do RT



Fonte: Alves (2012)

Tabela 9 - Resumo dos resultados obtidos com alocação de RT's para o sistema de 136 nós

Nó	Taps		
	Demanda pesada	Demanda média	Demanda leve
104	+5	+3	+3

Fonte: Alves (2012)

A Tabela 10 mostra as perdas do sistema antes e depois da alocação de RT's para as demandas pesada, média e leve. O método proposto planejou um sistema com menores perdas comparando com o estado inicial (sem RT's), devido a utilização de um RT no sistema.

Tabela 10 - Perdas do sistema de 136 nós, em kW

Demandas	Sem RT's	Com RT's
Pesada	749,41	740,46
Média	322,28	318,04
Leve	114,55	112,83

Fonte: Alves (2012)

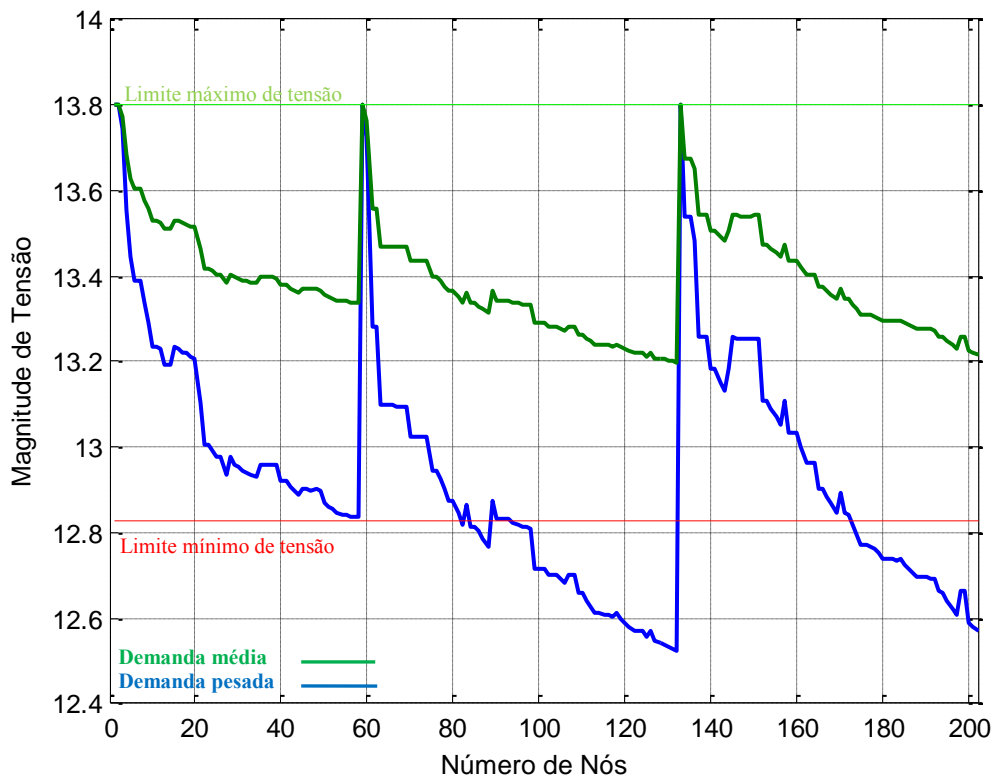
4.4 Sistema de distribuição de 202 nós

Os dados do sistema de distribuição de 202 nós são apresentados no apêndice A.3 e o diagrama unifilar é mostrado na Figura 12. Para o problema de alocação de RT's somente dois níveis de demandas foram considerados: demanda média e demanda pesada, sendo que a demanda média corresponde a 60% da demanda pesada (mostrada no apêndice A.3). O número de horas no ano é de 8.760 horas, sendo que os níveis de demanda pesada e média têm uma duração de 1.000 e 7.760 horas respectivamente. Adicionalmente, foram consideradas magnitudes de tensão máxima e mínima de 13,8 kV e 12,83 kV, respectivamente, devemos destacar que a magnitude de tensão mínima é calculada seguindo os padrões exigidos pela ANEEL.

A Figura 24 ilustra o perfil de tensão inicial do sistema (antes da alocação de RT's) e podemos observar que existem nós em que a magnitude de tensão violam a faixa recomendada pela ANEEL na demanda pesada (em azul).

Da Figura 24 podemos observar que o nó 132 apresenta a magnitude de tensão mínima do sistema em demanda pesada que é de 12,5254 kV. O custo das perdas de potência ativa inicial do sistema é de US\$ 716.521,79.

Figura 24 - Perfil da magnitude de tensão do sistema de 202 nós sem RT's



Fonte: Alves (2012)

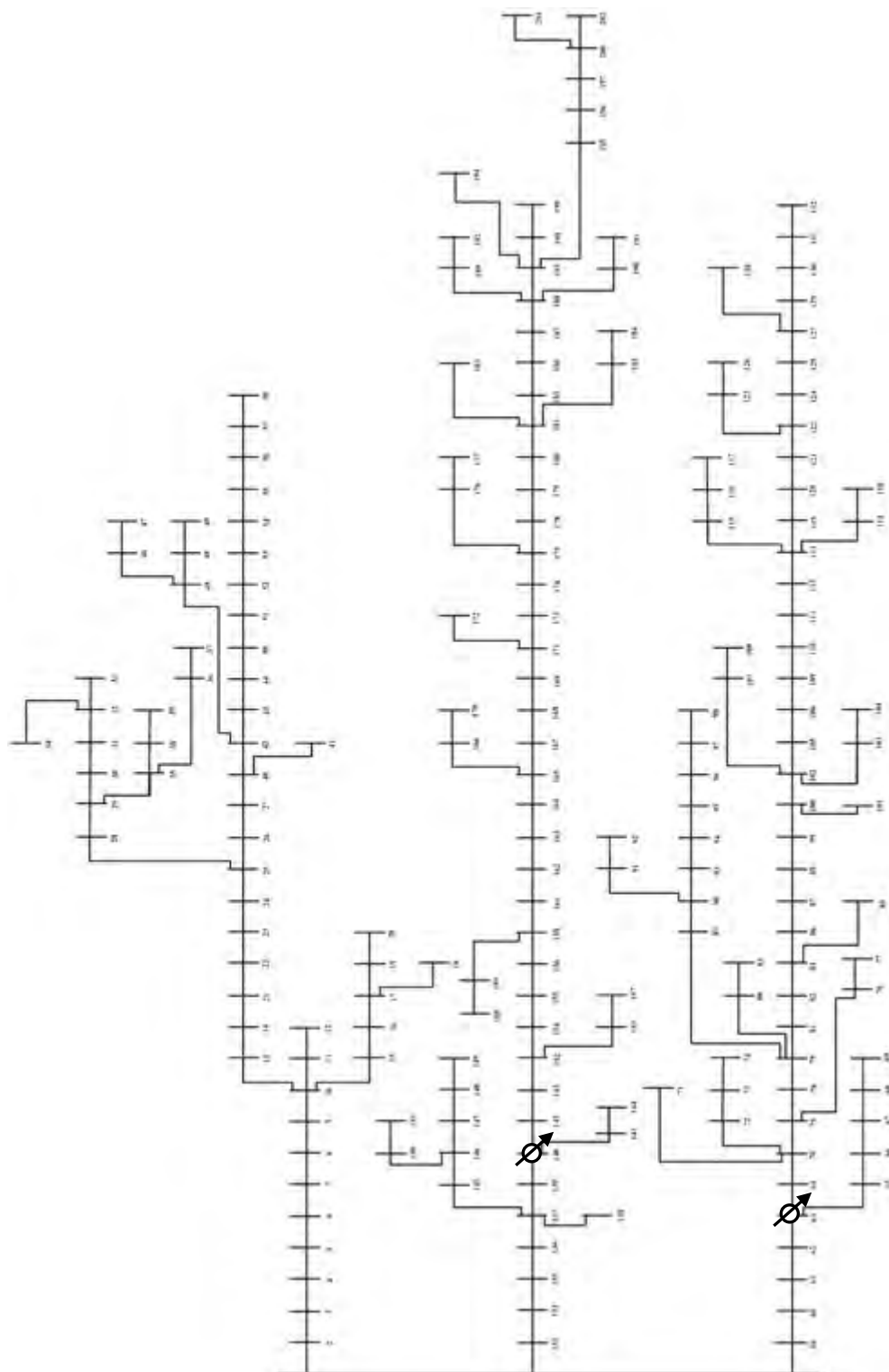
O modelo matemático para o problema de alocação de RT's para este sistema apresenta as seguintes características: 23.651 variáveis contínuas, 1.793 variáveis binárias, 402 variáveis inteiras e 18.215 restrições. O modelo proporcionou os seguintes valores:

- Custo total: US\$ 743.449,47
- Custo de investimento: US\$ 40.000,00
- Custo das perdas: US\$ 703.449,47

O *solver* CPLEX encontrou a solução ótima do problema instalando dois RT's nos nós 63 e 140, como mostrado na Figura 25. O perfil das magnitude de tensão final é mostrado na Figura 26.

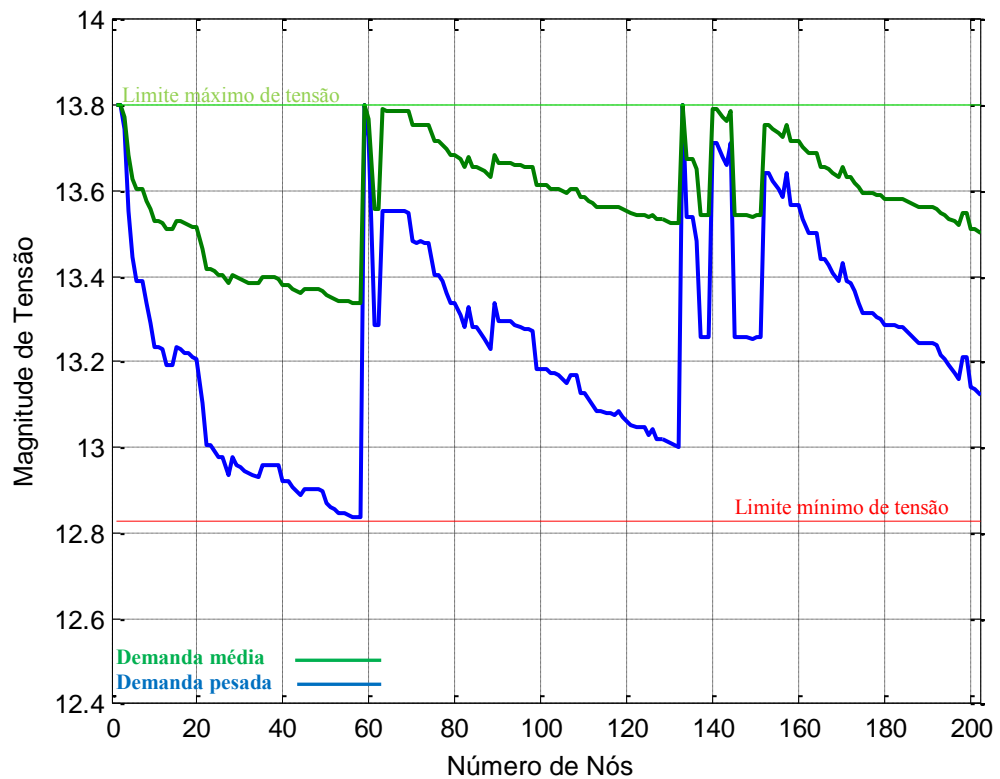
A Tabela 11 mostra os resultados obtidos com a alocação de dois RT's e seus respectivos *taps* para demanda pesada e média. A Tabela 12 mostra as perdas do sistema antes e depois da alocação de RT's para as demandas pesada e média. O método proposto planejou um sistema com menores perdas comparando com o estado inicial (sem RT's), devido à utilização de dois RT's no sistema.

Figura 25 - Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 202 nós com dois RT's



Fonte: Alves (2012)

Figura 26 - Perfil da magnitude de tensão do sistema de 202 nós após a alocação dos RT's



Fonte: Alves (2012)

Tabela 11- Resumo dos resultados obtidos com alocação de RT's para o sistema de 202 nós

Nós	<i>Taps</i>	
	Demanda Pesada	Demanda Média
63	+5	+3
140	+7	+3

Fonte: Alves (2012)

Tabela 12 - Perdas do sistema de 202 nós, em kW

Demandas	Sem RT's	Com RT's
Pesada	2.572,86	2.498,99
Média	591,80	584,47

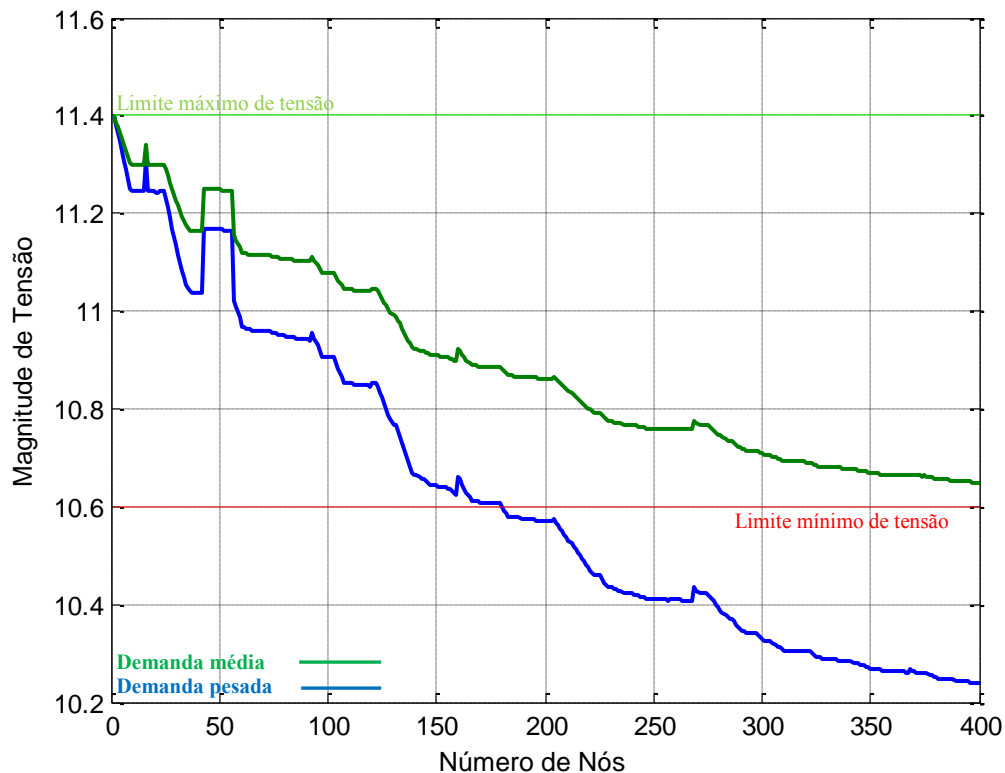
Fonte: Alves (2012)

4.5 Sistema de distribuição de 400 nós

Para o problema de alocação de RT's somente dois níveis de demanda foram considerados: demanda média e demanda pesada sendo que a demanda pesada corresponde a 150% da demanda média (mostrada no apêndice A.4). O número de horas no ano é de 8.760 horas, sendo que os níveis de demanda pesada e média têm uma duração de 1.000 e 7.760 horas respectivamente. Adicionalmente, foram consideradas magnitudes de tensão máxima e mínima de 11,4 kV e 10,6 kV, respectivamente, devemos destacar que a magnitude de tensão mínima é calculada seguindo os padrões exigidos pela ANEEL.

A Figura 27 ilustra o perfil de tensão inicial do sistema (antes da alocação de RT's). Da Figura 27 podemos observar que o nó 400 apresenta a magnitude de tensão mínima do sistema em demanda pesada que é de 10,2381 kV. O custo das perdas de potência ativa inicial do sistema é de US\$ 151.087,63.

Figura 27 - Perfil da magnitude de tensão do sistema de 400 nós sem RT's

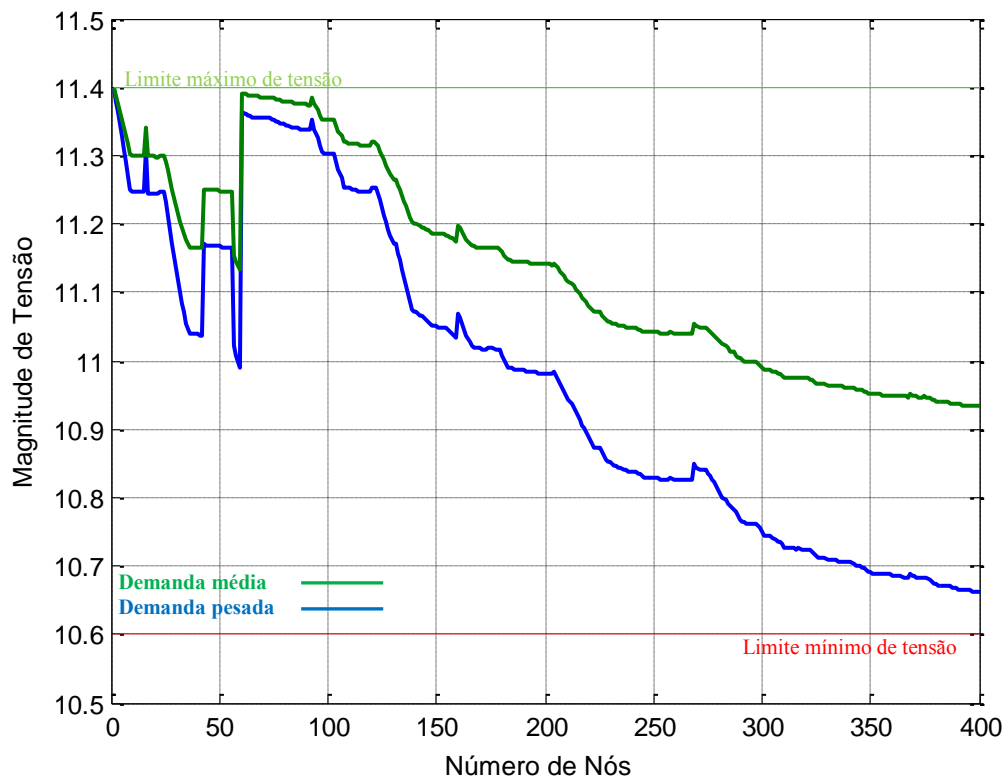


Fonte: Alves (2012)

O modelo matemático para o problema de alocação de RT's para este sistema apresenta as seguintes características: 45.933 variáveis contínuas, 3.591 variáveis binárias, 798 variáveis inteiras e 36.075 restrições. O *solver* CPLEX encontrou a solução ótima do problema instalando um RT no nó 60. O perfil das magnitudes de tensão final é mostrado na Figura 28. O modelo proporcionou os seguintes valores:

- Custo total: US\$ 166.861,73
- Custo de investimento: US\$ 20.000,00
- Custo das perdas: US\$ 146.861,73

Figura 28 - Perfil da magnitude de tensão do sistema de 400 nós após a alocação do RT



Fonte: Alves (2012)

A Tabela 13 mostra os resultados obtidos com a alocação de um RT e seus respectivos *taps* para demanda pesada e média. A Tabela 14 mostra as perdas do sistema antes e depois da alocação de RT's para as demandas pesada e média. O método proposto planejou um sistema com menores perdas comparando com o estado inicial (sem RT's), devido a utilização de um RT no sistema.

Tabela 13 - Resumo dos resultados obtidos com alocação de RT's para o sistema de 400 nós

Nó	<i>Taps</i>	
	Demanda pesada	Demanda Média
60	+5	+3

Fonte: Alves (2012)

Tabela 14 - Perdas do sistema de 400 nós, em kW

Demandas	Sem RT's	Com RT's
Pesada	353,31	340,07
Média	149,17	145,43

Fonte: Alves (2012)

5 Conclusões

A constatação de que um dos maiores desafios das concessionárias de energia elétrica é atender os consumidores com níveis de tensão adequados motivou a realização deste trabalho. A proposta desta dissertação foi desenvolver uma formulação linear inteira mista (equivalente à formulação não linear inteira mista) para resolver o problema de alocação ótima de reguladores de tensão em sistema de distribuição de energia elétrica radial. Usando uma formulação linear inteira mista podemos garantir a convergência para a solução ótima utilizando *solvers* existentes. Adicionalmente, o ponto de operação em regime permanente do sistema de distribuição radial foi modelado utilizando expressões lineares.

Os sistemas testes de 70-, 136-, 202- e 400- nós foram utilizados para mostrar a precisão do modelo matemático, assim como a eficiência da técnica de solução proposta. Nota-se que o modelo proposto reduziu as perdas de potência ativa e minimizou as violações das magnitudes de tensões de todos os sistemas testados, melhorando o perfil da magnitude de tensão, sendo que os mesmos agora se encontram dentro dos limites adequados exigidos pela ANEEL.

Com a presente pesquisa notou-se que existe pouco material referente à alocação de RT's nos sistemas elétricos. Assim, como sugestões para futuros trabalhos, seguem alguns temas possíveis:

- Extensão do método proposto considerando a alocação simultânea de bancos de capacitores e reguladores de tensão.
- Desenvolvimentos de modelos para o planejamento da operação em regime permanente dos sistemas de distribuição de energia elétrica considerando bancos de capacitores, reguladores de tensão e geração distribuída.

Referências

ALGUACIL, N.; MOTTO, A. L.; CONEJO, A. J. Transmission expansion planning: a mixed-integer LP approach. **IEEE Transaction on Power Systems**, Piscataway, v. 18, n. 3, p. 1070-1077, August 2003.

ALMEIDA, A. M. F.; BRAZ, H. D. M.; PAMPLONA, F. M. P.; SOUZA, B. A. Planejamento integrado de bancos de capacitores e reguladores de tensão em redes de distribuição. In: CONFERÊNCIA BRASILEIRA SOBRE QUALIDADE DA ENERGIA ELÉTRICA - CBQEE, 7., 2007, Santos. **Anais...** Santos: [s.n.], 2007. p. 1-6.

AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA – ANEEL. Resolução nº505, de 26 de novembro de 2001. Conformidades dos níveis de tensão em regime permanente nos sistemas de energia elétrica. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 27 nov. 2001. Seção 1, v. 138, n. 226, p. 16. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/>>. Acesso em: 17 nov. 2011.

ARRILLAGA, J.; ARNOLD, C. P. ; HARKER, B. J. **Computer analysis of power systems**. Singapore: John Wiley & Sons, 1990. 350 p.

BYRD, R. H.; NOCEDAL, J.; WALTZ, R. A. **Knitro**: an integrated package for nonlinear optimization - large-scale nonlinear optimization. New York: Springer Verlag, 2006. p. 35-59.

CASTRO, C. A. **Reconfiguração automática de redes de distribuição de energia elétrica**. 1985. 186 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade de Campinas, Campinas, 1985.

CESPEDES, R. New method for the analysis of distribution networks. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 5, n. 1, p. 391-396, Jan. 1990.

CHIANG, H. D.; JEAN-JUMEAU, R. Optimal network reconfigurations in distribution systems: part 2: solution algorithms and numerical results. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 5, n.3, p.1568-1574, July 1990.

COSSI, A. M. **Planejamento de redes de distribuição de energia elétrica de média e baixa tensão**. 2008. 233 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2008.

ILOG. **CPLEX Optimization subroutine library guide and reference, version 11.0**. Incline Village: [s.n.], 2008.

FRANCO, J. F.; ROMERO, R. Planejamento da operação de sistemas de distribuição considerando a alocação ótima de capacitores e reguladores de tensão. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SISTEMAS ELÉTRICOS - SBSE, 3., 2010, Belém. **Simpósio...** Belém: [s.n.], 2010. p. 1-6.

FOURER, R.; GAY, D. M.; KERNIGHAN, B. W. **AMPL: a modeling language for mathematical programming**. 2nd ed. Pacific Grove: Brooks/Cole-Thomson Learning, 2003. 517 p.

GRAINGER, J. J.; CIVANLAR, S. Volt/var control on distribution system with lateral branches using shunt capacitors and voltage regulators, part 1: the overall problem. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 104, n. 11, p. 3278 – 3283, nov. 1985a.

GRAINGER, J. J.; CIVANLAR, S. Volt/var control on distribution system with lateral branches using shunt capacitors and voltage regulators, part 2: the solution method. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 104, n. 11, p. 3284 – 3290, nov. 1985b.

GRAINGER, J. J.; CIVANLAR, S. Volt/var control on distribution system with lateral branches using shunt capacitors and voltage regulators, part 3: the numerical results. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 104, n. 11, p. 3291 – 3297, nov. 1985c.

GÖNEN, T. **Electric power distribution systems engineering**. New York: McGraw Hill, 1986. 739 p.

GOSWAMI, S. K.; BASU, S. K. A new algorithm for the reconfiguration of distribution feeders for loss minimization. **IEEE Transactions Power Delivery**, New York, v. 7, n. 3, p. 1484-1491, jul. 1992.

KERSTING, W. H. **Distribution system modeling and analysis**. Boca Raton: CRC, 2002. p. 145-198.

LUZ, T. A.; SZUVOVIVSKI, I.; FERNANDES, T. S. P. Ajuste de parâmetros de algoritmos genéticos usados na alocação de banco de capacitores e reguladores de tensão em redes de distribuição. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA - CBA, 18., 2010, Bonito. **Congresso...** Bonito: [s.n.], 2010. p. 3356 - 3361.

MANTOVANI, J. R. S.; CASARI, F.; ROMERO, R. Reconfiguração de sistemas radiais utilizando o critério de queda de tensão. **SBA Controle e Automação**, Campina Grande, v. 11, n. 2, p. 150 - 159, dez. 2000.

MENDONZA, J. E.; MORALES, D. A.; LÓPEZ, R. A.; LÓPEZ, E. A.; VANNIER, J. C.; COELHO, C. A. C. Multiobjective location of automatic voltage regulators in a radial distribution network using a microgenetic algorithm. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 22, n. 1, p. 404-412, feb. 2007.

OLIVEIRA, M. L. **Planejamento integrado da expansão de sistemas de distribuição de energia elétrica.** 2010. 216 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade de Campinas, Campinas, 2010.

PEREIRA, C. A. N. **Alocação ótima de reguladores de tensão em redes de distribuição de energia elétrica.** 2009. 106 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade de Campinas, Campinas, 2009.

RESENER, M.; SALIM, R. H.; BRETAS, A. S. **Alocação e ajuste ótimo de reguladores de tensão em sistemas de distribuição.** In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SISTEMAS ELÉTRICOS - SBSE, 3., 2010. Belém. **Simpósio...** Belém: [s.n.], 2010. p. 1-7.

SAFIGIANNI, A. S.; SALIS, G. J. Optimum voltage regulator placement in a radial power distribution network. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 15, n. 2, p. 879-886, May 2000.

SEGURA, S.; ROMERO, R.; RIDER, M. J. Efficient heuristic algorithm used for optimal capacitor placement in distribution systems. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Oxford, v. 32, n. 1, p. 71-78, jan. 2010.

SHIRMOHAMMADI, D.; HONG, H. W.; SEMLYEN, A.; LLUO, G. X. A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. **IEEE Transactions Power Systems**, New York, v. 3, n. 2, p. 753-762, may 1988.

STOTT, B. Review of load-flow calculation methods. **Proceedings of the IEEE**, Raleigh, v. 62, n. 7, p. 916 – 929, 1974. Doi 10.1109/PROC.1974.9544.

SUGIMOTO, J.; YOKOYAMA, R.; FUKUYAMA, Y.; SILVA, V. V. R.; SASAKI, H. Coordinated allocation and control of voltage regulators based on reactive tabu search. **Power Tech**, Russia, p. 1-6, june 2005. Doi: 10.1109/PTC.2005.4524739, 2005.

SZUVOVIVSKI, I. **Alocação simultânea de bancos de capacitores e reguladores de tensão em sistemas de distribuição usando algoritmos genéticos e fluxo de potência ótimo.** 2008. 207 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica)- Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – PPGEE, Departamento de Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

Apêndice A – Dados dos sistemas de distribuição testados

A.1 - Sistema de distribuição de 70 nós

Tabela A.1: Dados do sistema de distribuição de 70 nós

Trecho		Resistência	Reatância	Carga nó final		Imax
Inicial	Final	(Ω)	(Ω)	(kW)	(kVAr)	(kA)
1	2	0,0005	0,0012	0	0	1872
2	3	0,0005	0,0012	0	0	1872
3	4	0	0	0	0	1257
4	5	0,0015	0,0036	0	0	462
5	6	0,0251	0,0294	0	0	386
6	7	0,366	0,1864	2,63	2,16	386
7	8	0,3811	0,1941	40,37	2,16	386
8	9	0,0922	0,047	74,66	53,43	383
9	10	0,0493	0,0251	30	21,62	368
10	11	0,819	0,2707	28	20	154
11	12	0,1872	0,0619	145,5	103,83	151
12	13	0,7114	0,2351	145,5	103,83	129
13	14	1,03	0,34	8,13	5,46	104
14	15	1,044	0,345	8,13	4,56	103
15	16	1,058	0,3496	0	0	102
16	17	0,1966	0,065	45,53	30,59	102
17	18	0,3744	0,1238	49,5	35,33	97
18	19	0,0047	0,0016	49,5	35,33	90
19	20	0,3276	0,1083	0	0	84
20	21	0,2106	0,0696	50,95	40,64	84
21	22	0,3416	0,1129	113,95	81,3	78
22	23	0,014	0,0046	95,29	73,55	63
23	24	0,1591	0,0526	0	0	51
24	25	0,3463	0,1145	88,17	60,01	51
25	26	0,7488	0,2475	0	0	40
26	27	0,3089	0,1021	164	89,99	40
27	28	0,1732	0,0572	184	99,99	21
3	29	0,0044	0,0108	860,01	685,55	617
29	30	0,064	0,1565	460,1	385,55	513
30	31	0,3978	0,1315	0	0	456
31	32	0,0702	0,0232	0	0	456
32	33	0,351	0,116	0	0	456
33	34	0,839	0,2816	1887,4	897,8	456
34	35	1,708	0,5646	890,5	800,67	250
35	36	1,474	0,4873	915,76	783,87	126
4	37	0,0044	0,0108	660,01	485,55	796
37	38	0,064	0,1565	626,01	485,55	718
38	39	0,1053	0,123	0	0	643
39	40	0,0304	0,0355	824	787,12	643
40	41	0,0018	0,0021	524	487,12	533
41	42	0,7283	0,8509	717,6	597,5	464
42	43	0,31	0,3623	0	0	371
43	44	0,041	0,0478	860	680,28	371
44	45	0,0092	0,0116	0	0	261
45	46	0,1089	0,1373	892,28	863,61	261
46	47	0,0009	0,0012	1899,2	976,36	134
5	48	0,0034	0,0084	0	0	77
48	49	0,0851	0,2083	79,05	56,4	77
49	50	0,2898	0,7091	84,68	274,48	68
50	51	0,0822	0,2011	384,69	274,48	45

9	52	0,0928	0,0473	40,54	28,33	5
52	53	0,3319	0,1114	3,61	2,68	0.48
10	54	0,174	0,0886	4,35	3,49	210
54	55	0,203	0,1034	26,36	18,97	210
55	56	0,2842	0,1447	24	17,12	207
56	57	0,2813	0,1433	0	0	204
57	58	1,59	0,5337	0	0	204
58	59	0,7837	0,263	0	0	204
59	60	0,3042	0,1006	2	72,08	204
60	61	0,3861	0,1172	0	0	199
61	62	0,5075	0,2555	1244	887,73	199
62	63	0,974	0,0496	32	22,84	40
63	64	0,145	0,0738	0	0	36
64	65	0,7105	0,3619	227,01	161,62	36
65	66	1,041	0,5302	59,01	41,74	7
12	67	0,2012	0,0611	18	12,85	4
67	68	0,0047	0,0014	18	12,85	2
13	69	0,7394	0,2444	28	19,98	6
69	70	0,0047	0,0016	28	19,98	3

A.2 – Sistema de Distribuição de 136 nós

Tabela A.2: Dados do sistema de distribuição de 136 nós

Trecho Inicial	Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga nó final		Imax (kA)
				(kW)	(kVAr)	
1	2	0,33205	0,76653	0	0	247
2	3	0,00188	0,00433	47,78	19,009	247
3	4	0,2234	0,51535	42,551	16,929	243
4	5	0,09943	0,22953	87,022	34,622	239
5	6	0,15571	0,35945	311,31	123,86	230
6	7	0,16321	0,37677	148,87	59,228	201
7	8	0,11444	0,26417	238,67	94,956	22
7	9	0,05675	0,05666	62,299	24,786	163
9	10	0,52124	0,27418	124,59	49,571	11
9	11	0,10877	0,1086	140,16	55,768	145
11	12	0,39803	0,20937	116,81	46,474	11
11	13	0,91744	0,31469	249,2	99,145	24
11	14	0,11823	0,11805	291,45	115,59	97
14	15	0,50228	0,26421	303,72	120,84	29
14	16	0,05675	0,05666	215,39	85,695	39
16	17	0,29379	0,15454	198,59	79,007	19
1	18	0,33205	0,76653	0	0	223
18	19	0,00188	0,00433	0	0	223
19	20	0,22324	0,51535	0	0	223
20	21	0,10881	0,25118	30,127	14,729	223
21	22	0,71078	0,37388	230,97	112,92	227
21	23	0,18197	0,42008	60,256	29,459	198
23	24	0,30326	0,15952	230,97	112,92	22
23	25	0,02439	0,0563	120,51	58,915	169
25	26	0,04502	0,10394	0	0	157
26	27	0,01876	0,04331	56,981	27,857	157
27	28	0,11823	0,1123	364,67	178,28	151
28	29	0,02365	0,02361	0	0	115
29	30	0,18954	0,0997	124,65	60,939	18
30	31	0,39803	0,20937	56,981	27,857	5
29	32	0,05675	0,05666	0	0	97
32	33	0,09477	0,04985	85,473	41,787	47
33	34	0,41699	0,21934	0	0	39
34	35	0,11372	0,05982	396,74	193,96	39
32	36	0,07566	0,07555	0	0	49
36	37	0,3696	0,19442	181,15	88,563	42
37	38	0,26536	0,13958	242,17	118,39	24
36	39	0,05675	0,0566	75,316	36,821	7
1	40	0,33205	0,76653	0	0	246
40	41	0,11819	0,27283	1,254	0,531	246
41	42	2,96288	1,01628	6,274	2,66	1
41	43	0,00188	0,00433	0	0	246
43	44	0,06941	0,16024	117,88	49,971	246
44	45	0,81502	0,42872	62,668	25,566	5
44	46	0,06378	0,14724	172,29	73,034	228
46	47	0,13132	0,30315	458,56	194,39	212
47	48	0,06191	0,14291	262,96	111,47	168
48	49	0,11444	0,26417	235,76	99,942	121
49	50	0,28374	0,28331	0	0	10
50	51	0,28374	0,28321	109,22	46,298	10
49	52	0,04502	0,10394	0	0	87
52	53	0,02626	0,06063	72,809	30,865	87
53	54	0,06003	0,13858	258,47	109,57	33
54	55	0,03002	0,06929	69,169	29,322	8

55	56	0,02064	0,04764	21,843	9,26	2
53	57	0,10881	0,25118	0	0	46
57	58	0,25588	0,1346	20,527	8,702	46
58	59	0,41699	0,21934	150,55	63,819	44
59	60	0,50228	0,26421	220,69	93,552	30
60	61	0,3317	0,17448	92,384	39,163	9
61	62	0,20849	0,10967	0	0	1
48	63	0,13882	0,32047	226,69	96,098	21
1	64	0,0075	0,01732	0	0	147
64	65	0,27014	0,62362	294,02	116,97	147
65	66	0,3827	0,88346	83,015	33,028	119
66	67	0,33018	0,7622	83,015	33,028	111
67	68	0,3283	0,75787	103,77	41,285	103
68	69	0,17072	0,39409	176,41	70,184	94
69	70	0,55914	0,29412	83,015	33,028	7
69	71	0,05816	0,13425	217,92	86,698	69
71	72	0,7013	0,3689	23,294	9,267	10
72	73	1,02352	0,53839	5,075	2,019	10
71	74	0,06754	0,15591	72,638	28,899	45
74	75	1,32352	0,45397	405,99	161,52	38
1	76	0,01126	0,02598	0	0	158
76	77	0,72976	1,68464	100,18	42,468	158
77	78	0,22512	0,51968	142,52	60,417	149
78	79	0,20824	0,48071	96,042	40,713	135
79	80	0,0469	0,10827	300,45	127,37	126
80	81	0,6195	0,61857	141,24	59,873	97
81	82	0,34049	0,33998	279,85	118,63	83
82	83	0,56862	0,29911	87,312	37,013	8
82	84	0,10877	0,1086	243,85	103,37	47
84	85	0,56862	0,29911	247,75	105,03	24
1	86	0,01126	0,02598	0	0	265
86	87	0,41835	0,96575	89,878	38,101	265
87	88	0,10499	0,13641	1137,3	482,11	108
87	89	0,43898	1,01338	458,34	194,3	148
89	90	0,0752	0,02579	385,2	163,29	104
90	91	0,07692	0,17756	0	0	66
91	92	0,33205	0,76653	79,608	33,747	66
92	93	0,08442	0,19488	87,312	37,013	59
93	94	0,1332	0,30748	0	0	50
94	95	0,2932	0,29276	74,001	31,37	43
95	96	0,21753	0,21721	232,05	98,369	36
96	97	0,26482	0,26443	141,82	60,119	13
94	98	0,10318	0,23819	0	0	7
98	99	0,13507	0,31181	76,449	32,408	7
1	100	0,00938	0,02165	0	0	298
100	101	0,16884	0,38976	51,322	21,756	298
101	102	0,11819	0,27283	59,874	25,381	293
102	103	2,28608	0,78414	9,065	3,843	1
102	104	0,45587	1,05236	2,092	0,887	286
104	105	0,696	1,60669	16,735	7,094	286
105	106	0,45774	1,05669	1506,5	638,63	268
106	107	0,20298	0,26373	313,02	132,69	116
107	108	0,21348	0,27737	79,831	33,842	85
108	109	0,54967	0,28914	51,322	21,756	46
109	110	0,54019	0,28415	0	0	25
108	111	0,0455	0,05911	202,44	85,815	31
111	112	0,47385	0,24926	60,823	25,874	10
112	113	0,86241	0,45364	45,618	19,338	4
113	114	0,56862	0,29911	0	0	1
109	115	0,77711	0,40878	157,07	66,584	15

115	116	1,08038	0,5683	0	0	1
110	117	1,06633	0,57827	250,15	106,04	25
117	118	0,47385	0,24926	0	0	1
105	119	0,32267	0,74488	68,809	28,593	16
119	120	0,14633	0,33779	32,072	13,596	9
120	121	0,12382	0,28583	61,084	25,894	6
1	122	0,01126	0,02598	0	0	197
122	123	0,6491	1,49842	94,622	46,26	197
123	124	0,04502	0,10394	49,858	24,375	188
124	125	0,5264	0,18056	123,16	60,214	12
124	126	0,02064	0,04764	78,35	38,304	171
126	127	0,53071	0,27917	145,48	71,121	14
126	128	0,09755	0,2252	21,369	10,447	149
128	129	0,11819	0,27283	74,789	36,564	7
128	130	0,13882	0,32047	227,93	111,43	140
130	131	0,04315	0,09961	35,614	17,411	116
131	132	0,09192	0,2122	249,29	121,88	114
132	133	0,16134	0,37244	316,72	154,84	89
133	134	0,37832	0,37775	333,82	163,2	57
134	135	0,39724	0,39664	249,29	121,88	24
135	136	0,2932	0,29276	0	0	1

A.3 – Sistema de Distribuição de 202 nós

Tabela A.3: Dados do sistema de distribuição de 202 nós

Trecho Inicial	Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga nó final		Imax (kA)
				(kW)	(kVAr)	
1	2	0	0	0	0	785
2	3	0,01883	0,04232	38,25	23,7	785
3	4	0,065905	0,14812	0	0	781
4	5	0,03766	0,08464	63,75	39,5	781
5	6	0,01883	0,04232	0	0	774
6	7	0	0	0	0	774
7	8	0,01883	0,04232	38,25	23,7	774
8	9	0,016947	0,038088	95,2	58,99	770
9	10	0,01883	0,04232	63,75	39,5	760
10	11	0	0	0	0	53
11	12	0,05935	0,04654	510	316,02	53
10	13	0,01883	0,04232	0	0	641
13	14	0	0	0	0	641
10	15	0	0	0	0	60
15	16	0,046705	0,02445	63,75	39,5	60
16	17	0,09341	0,0489	127,5	79,01	53
17	18	0,074728	0,03912	63,75	39,5	7
17	19	0,18682	0,0978	63,75	39,5	33
19	20	0,074728	0,03912	255	158,01	27
14	21	0,03766	0,08464	0	0	641
21	22	0,041426	0,093104	0	0	641
22	23	0	0	255	158,01	641
23	24	0,00659	0,014812	255	158,01	614
24	25	0,00659	0,014812	382,5	237,02	587
25	26	0	0	0	0	431
26	27	0,024479	0,055016	191,25	118,51	431
25	28	0	0	0	0	116
28	29	0,065387	0,03423	51	31,6	116
29	30	0,046705	0,02445	95,63	59,25	94
30	31	0,046705	0,02445	95,63	59,25	84
31	32	0,046705	0,02445	0	0	74
32	33	0,059416	0,02026	350,63	217,26	37
32	34	0,089124	0,03039	350,63	217,26	37
29	35	0,09341	0,0489	0	0	17
35	36	0	0	0	0	7
36	37	0,037364	0,01956	63,75	39,5	7
35	38	0	0	0	0	10
38	39	0,037364	0,01956	95,63	59,25	10
27	40	0,009415	0,02116	0	0	411
40	41	0,037135	0,012663	255	158,01	27
40	42	0,009415	0,02116	0	0	384
42	43	0,009415	0,02116	191,25	118,51	313
43	44	0,009415	0,02116	95,63	59,25	293
42	45	0,059416	0,02026	0	0	71
45	46	0	0	0	0	7
46	47	0,037135	0,012663	63,75	39,5	7
45	48	0	0	0	0	64
48	49	0,037135	0,012663	605,63	375,27	64
44	50	0,014122	0,03174	573,75	355,52	283
50	51	0,013181	0,029624	191,25	118,51	222
51	52	0,011298	0,025392	255	158,01	202
52	53	0,011298	0,025392	765	474,03	175
53	54	0,011298	0,025392	255	158,01	94
54	55	0,011298	0,025392	0	0	67
55	56	0,07427	0,025325	0	0	67

56	57	0	0	318,75	197,51	67
57	58	0,103978	0,035455	318,75	197,51	34
1	59	0	0	0	0	1092
59	60	0,01597	0,04095	25,5	15,8	1092
60	61	0,099014	0,25389	0	0	1089
61	62	0	0	0	0	1089
62	63	0,041522	0,10647	0	0	1089
63	64	0	0	0	0	1065
63	65	0,019164	0,04914	95,63	59,25	25
65	66	0	0	0	0	15
66	67	0,01597	0,04095	38,25	23,7	15
67	68	0	0	0	0	11
68	69	0,133686	0,045585	102	63,2	11
64	70	0,01883	0,04232	0	0	1065
70	71	0,111405	0,037988	89,25	55,3	9
70	72	0	0	0	0	4
72	73	0,133686	0,045585	0	0	4
73	74	0,081697	0,027858	38,25	23,7	4
70	75	0,020713	0,046552	0	0	1051
75	76	0	0	0	0	54
76	77	0,163394	0,055715	510	316,02	54
75	78	0,011298	0,025392	595	368,69	998
78	79	0,007532	0,016928	0	0	935
79	80	0	0	0	0	37
79	81	0,009415	0,02116	382,5	237,02	767
81	82	0,011298	0,025392	0	0	727
80	83	0,126259	0,043053	350,63	217,26	37
82	84	0	0	0	0	727
84	85	0,013181	0,029624	38,25	23,7	4
84	86	0,004707	0,01058	255	158,01	723
86	87	0,005649	0,012696	446,25	276,52	696
87	88	0,009415	0,02116	382,5	237,02	648
79	89	0	0	0	0	131
89	90	0,178248	0,06078	0	0	131
90	91	0	0	0	0	10
91	92	0,111405	0,037987	95,63	59,25	10
90	93	0	0	191,25	118,51	121
93	94	0,056046	0,027924	216,75	134,31	100
94	95	0,028023	0,013962	95,63	59,25	78
95	96	0,028023	0,013962	191,25	118,51	67
96	97	0,028023	0,013962	63,75	39,5	47
97	98	0,051375	0,025597	382,5	237,02	40
88	99	0,020713	0,046552	0	0	608
99	100	0	0	0	0	608
100	101	0,014122	0,03174	63,75	39,5	7
100	102	0,005649	0,012696	0	0	601
102	103	0	0	0	0	7
103	104	0,07427	0,025325	63,75	39,5	7
102	105	0,004707	0,01058	127,5	79,01	570
105	106	0,005649	0,012696	95,63	59,25	556
102	107	0,00659	0,014812	106,25	65,84	25
107	108	0,010356	0,023276	127,5	79,01	14
106	109	0,011298	0,025392	95,63	59,25	546
109	110	0	0	0	0	536
110	111	0,007532	0,016928	127,5	79,01	536
111	112	0,007532	0,016928	127,5	79,01	522
112	113	0,007532	0,016928	0	0	509
113	114	0	0	0	0	7
113	115	0,005649	0,012696	318,75	197,51	119
115	116	0,007532	0,016928	350,63	217,26	85

116	117	0,009415	0,02116	446,25	276,52	48
114	118	0,051989	0,017727	63,75	39,5	7
113	119	0,007532	0,016928	127,5	79,01	383
119	120	0,007532	0,016928	63,75	39,5	370
120	121	0,00659	0,014812	382,5	237,02	363
121	122	0,005649	0,012696	0	0	322
122	123	0	0	76,5	47,4	35
122	124	0	0	255	158,01	287
124	125	0,015064	0,033856	191,25	118,51	260
123	126	0,065387	0,03003	255	158,01	27
125	127	0,009415	0,02116	233,75	144,84	239
127	128	0,009415	0,02116	573,75	355,52	61
127	129	0,015064	0,033856	276,25	171,18	153
129	130	0,013181	0,029624	255	158,01	124
130	131	0,013181	0,029624	393,13	243,6	96
131	132	0,016947	0,038088	510	316,02	54
1	133	0	0	0	0	1049
133	134	0,069671	0,156584	0	0	1049
134	135	0	0	0	0	1049
135	136	0,015064	0,033856	0	0	1049
136	137	0,060256	0,135424	0	0	1049
137	138	0,009415	0,02116	0	0	1
137	139	0	0	63,75	39,5	1026
139	140	0,020713	0,046552	0	0	1019
140	141	0	0	0	0	7
140	142	0,009415	0,02116	38,25	23,7	1013
142	143	0,005649	0,012696	38,25	23,7	1009
141	144	0,028023	0,01467	63,75	39,5	7
137	145	0	0	0	0	23
145	146	0,074728	0,03912	63,75	39,5	23
146	147	0,056046	0,02934	0	0	10
147	148	0	0	0	0	10
148	149	0,037364	0,01956	95,63	59,25	10
146	150	0	0	0	0	7
150	151	0,046705	0,02445	63,75	39,5	7
143	152	0,005649	0,012696	0	0	1005
152	153	0	0	0	0	7
152	154	0,005649	0,012696	63,75	39,5	998
154	155	0,005649	0,012696	212,5	131,68	991
155	156	0,005649	0,012696	63,75	39,5	969
153	157	0,037364	0,01956	63,75	39,5	7
156	158	0,005649	0,012696	0	0	962
158	159	0,028023	0,01467	63,75	39,5	11
159	160	0,046705	0,02445	38,25	23,7	4
158	161	0,009415	0,02116	63,75	39,5	952
161	162	0,011298	0,025392	0	0	945
162	163	0	0	0	0	945
163	164	0	0	95,63	59,25	945
164	165	0,01883	0,04232	0	0	935
165	166	0	0	0	0	64
165	167	0,005649	0,012696	446,25	276,52	871
167	168	0,005649	0,012696	191,25	118,51	824
168	169	0,007532	0,016928	255	158,01	804
166	170	0,065387	0,03423	605,63	375,27	64
169	171	0	0	63,75	39,5	777
171	172	0,07122	0,055848	127,5	79,01	13
171	173	0,009415	0,02116	63,75	39,5	756
173	174	0,009415	0,02116	191,25	118,51	750
174	175	0,009415	0,02116	0	0	729
175	176	0	0	0	0	22

176	177	0,074728	0,03912	208,25	129,04	22
175	178	0,003766	0,008464	191,25	118,51	707
178	179	0,003766	0,008464	127,5	79,01	687
179	180	0,005649	0,012696	127,5	79,01	673
180	181	0	0	0	0	660
181	182	0	0	0	0	14
181	183	0,046705	0,02445	255	158,01	27
182	184	0,0607165	0,031785	127,5	79,01	14
181	185	0,005649	0,012696	850	526,7	619
185	186	0,005649	0,012696	127,5	79,01	529
186	187	0,005649	0,012696	510	316,02	591
187	188	0,005649	0,012696	0	0	461
188	189	0	0	0	0	48
188	190	0	0	0	0	20
190	191	0,0385775	0,030251	191,25	118,51	20
189	192	0,0504475	0,039559	448,38	277,83	48
188	193	0,022596	0,050784	255	158,01	393
193	194	0,065387	0,03423	510	316,02	54
193	195	0,046705	0,02445	382,5	237,02	250
195	196	0,046705	0,02445	255	158,01	209
196	197	0,046705	0,02445	191,25	118,51	182
193	198	0,009415	0,02116	446,25	276,52	62
198	199	0,009415	0,02116	133,88	82,96	14
197	200	0,046705	0,02445	95,63	59,25	161
200	201	0,112092	0,05868	382,5	237,02	41
200	202	0,09341	0,0489	1030,2	638,36	110

A.4 – Sistema de Distribuição de 400 nós

Tabela A.4: Dados do sistema de distribuição de 400 nós

Trecho Inicial	Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga nó final (kW) (kVAr)		Imax (kA)
1	2	0,0378	0,0125	0	0	401
2	3	0,0305	0,0101	0	0	401
3	4	0,0309	0,0102	0	0	401
4	5	0,0331	0,0109	0	0	401
5	6	0,0378	0,0125	0	0	401
6	7	0,0326	0,0107	0	0	396
7	8	0,0378	0,0125	0	0	396
8	9	0,0422	0,0139	0	0	396
9	10	0,0326	0,0107	0	0	15
10	11	0,0331	0,0109	0	0	15
11	12	0,0305	0,0101	69	29,25	15
12	13	0,0378	0,0125	0	0	17
13	14	0,0378	0,0125	0	0	17
14	15	0,0378	0,0125	0	0	10
6	16	0,0378	0,0125	46	19,5	5
14	17	0,0422	0,0139	0	0	17
17	18	0,0368	0,0121	0	0	17
18	19	0,0347	0,0114	0	0	17
19	20	0,0431	0,0093	0	0	17
20	21	0,0516	0,0111	0	0	17
21	22	0,0331	0,0109	69	29,25	17
9	23	0,0378	0,0125	0	0	17
23	24	0,0339	0,0112	69	29,25	17
9	25	0,0339	0,0112	0	0	372
25	26	0,0378	0,0125	0	0	372
26	27	0,042	0,0139	0	0	372
27	28	0,0441	0,0146	0	0	372
28	29	0,0378	0,0125	0	0	347
29	30	0,0378	0,0125	0	0	347
30	31	0,0378	0,0125	0	0	347
31	32	0,0368	0,0121	0	0	347
32	33	0,0347	0,0114	0	0	347
33	34	0,0284	0,0094	0	0	347
34	35	0,0326	0,0107	0	0	347
35	36	0,0326	0,0107	0	0	347
36	37	0,0441	0,0146	0	0	18
37	38	0,0422	0,0139	0	0	18
38	39	0,0378	0,0125	0	0	18
39	40	0,0378	0,0125	0	0	18
40	41	0,0331	0,0109	0	0	18
41	42	0,0305	0,0101	69	29,25	18
28	43	0,0339	0,0112	0	0	14
43	44	0,0305	0,0101	0	0	14
44	45	0,0309	0,0102	0	0	14
45	46	0,0309	0,0102	0	0	14
46	47	0,0326	0,0107	41,4	17,55	14
28	48	0,0331	0,0109	0	0	20
48	49	0,0294	0,0097	0	0	20
49	50	0,0305	0,0101	69	29,25	20
50	51	0,0378	0,0125	0	0	12
51	52	0,0378	0,0125	0	0	12
52	53	0,0331	0,0109	0	0	12
53	54	0,0339	0,0112	0	0	12
54	55	0,0339	0,0112	69	29,25	12
55	56	0,0422	0,0139	41,4	17,55	14

36	57	0,0378	0,0125	0	0	338
57	58	0,0339	0,0112	103,5	43,88	338
58	59	0,042	0,0139	0	0	327
59	60	0,0441	0,0146	0	0	327
60	61	0,0284	0,0094	0	0	40
61	62	0,0305	0,0101	0	0	40
62	63	0,0331	0,0109	0	0	40
63	64	0,0326	0,0107	0	0	40
64	65	0,0284	0,0094	0	0	40
65	66	0,0378	0,0125	0	0	14
66	67	0,0305	0,0101	0	0	14
67	68	0,0378	0,0125	0	0	14
68	69	0,0284	0,0094	0	0	14
69	70	0,0326	0,0107	0	0	14
70	71	0,0441	0,0146	0	0	14
71	72	0,042	0,0139	41,4	17,55	14
65	73	0,0339	0,0112	0	0	35
73	74	0,0331	0,0109	27,6	11,7	35
74	75	0,0309	0,0102	0	0	32
75	76	0,0294	0,0097	0	0	32
76	77	0,0368	0,0121	0	0	32
77	78	0,0347	0,0114	69	29,25	32
78	79	0,0305	0,0101	0	0	32
79	80	0,0347	0,0114	0	0	24
80	81	0,0422	0,0139	0	0	24
81	82	0,0326	0,0107	0	0	24
82	83	0,0284	0,0094	69	29,25	24
83	84	0,0326	0,0107	0	0	16
84	85	0,0441	0,0146	0	0	16
85	86	0,042	0,0139	0	0	16
86	87	0,0378	0,0125	69	29,25	16
87	88	0,0378	0,0125	0	0	18
88	89	0,0284	0,0094	0	0	18
89	90	0,0309	0,0102	0	0	18
90	91	0,0294	0,0097	0	0	18
91	92	0,0368	0,0121	69	29,25	18
60	93	0,0326	0,0107	0	0	286
93	94	0,0339	0,0112	0	0	286
94	95	0,0331	0,0109	0	0	286
95	96	0,0326	0,0107	0	0	286
96	97	0,0284	0,0094	0	0	286
97	98	0,0368	0,0121	0	0	14
98	99	0,0368	0,0121	0	0	14
99	100	0,0441	0,0146	0	0	14
100	101	0,0294	0,0097	0	0	14
101	102	0,0309	0,0102	0	0	14
102	103	0,0284	0,0094	41,4	17,55	14
97	104	0,0326	0,0107	0	0	281
104	105	0,0378	0,0125	0	0	281
105	106	0,0331	0,0109	0	0	281
106	107	0,0331	0,0109	0	0	281
107	108	0,0378	0,0125	0	0	20
108	109	0,0339	0,0112	0	0	20
109	110	0,0331	0,0109	0	0	20
110	111	0,0305	0,0101	0	0	20
111	112	0,0378	0,0125	0	0	20
112	113	0,0378	0,0125	103,5	43,88	20
113	114	0,0284	0,0094	0	0	18
114	115	0,042	0,0139	0	0	18
115	116	0,0441	0,0146	0	0	18

116	117	0,0326	0,0107	0	0	18
117	118	0,0284	0,0094	0	0	18
118	119	0,0347	0,0114	69	29,25	18
107	120	0,0378	0,0125	0	0	12
120	121	0,0368	0,0121	0	0	12
121	122	0,0347	0,0114	103,5	43,88	12
107	123	0,0305	0,0101	0	0	249
123	124	0,0305	0,0101	0	0	249
124	125	0,0331	0,0109	0	0	249
125	126	0,0339	0,0112	69	29,25	249
126	127	0,0347	0,0114	0	0	240
127	128	0,0368	0,0121	0	0	240
128	129	0,0284	0,0094	0	0	240
129	130	0,0326	0,0107	0	0	240
130	131	0,0378	0,0125	41,4	17,55	14
130	132	0,0441	0,0146	0	0	235
132	133	0,0326	0,0107	0	0	235
133	134	0,0441	0,0146	0	0	235
134	135	0,042	0,0139	41,4	17,55	235
135	136	0,0378	0,0125	0	0	231
136	137	0,042	0,0139	0	0	231
137	138	0,0378	0,0125	0	0	231
138	139	0,0347	0,0114	0	0	231
139	140	0,0368	0,0121	0	0	60
140	141	0,0331	0,0109	0	0	60
141	142	0,0422	0,0139	27,6	11,7	60
142	143	0,0305	0,0101	0	0	56
143	144	0,0378	0,0125	0	0	56
144	145	0,0441	0,0146	0	0	56
145	146	0,0339	0,0112	0	0	56
146	147	0,042	0,0139	0	0	56
147	148	0,0305	0,0101	0	0	56
148	149	0,0305	0,0101	0	0	18
149	150	0,0642	0,0138	0	0	18
150	151	0,0463	0,01	0	0	18
151	152	0,0503	0,0108	69	29,25	18
148	153	0,0284	0,0094	0	0	48
153	154	0,0368	0,0121	13,8	5,85	48
154	155	0,0347	0,0114	0	0	46
155	156	0,0441	0,0146	0	0	46
156	157	0,0495	0,0107	0	0	46
157	158	0,0575	0,0124	0	0	46
158	159	0,0575	0,0124	391	165,75	46
139	160	0,0294	0,0097	0	0	171
160	161	0,0284	0,0094	0	0	171
161	162	0,0441	0,0146	0	0	171
162	163	0,0326	0,0107	0	0	171
163	164	0,042	0,0139	46	19,5	171
164	165	0,0378	0,0125	0	0	165
165	166	0,0331	0,0109	0	0	165
166	167	0,0378	0,0125	0	0	18
167	168	0,0422	0,0139	0	0	18
168	169	0,0378	0,0125	0	0	18
169	170	0,0441	0,0146	0	0	13
170	171	0,0305	0,0101	0	0	13
171	172	0,0642	0,0138	69	29,25	18
171	173	0,0516	0,0111	41,4	17,55	14
169	174	0,0378	0,0125	0	0	14
174	175	0,0331	0,0109	0	0	14
175	176	0,0294	0,0097	0	0	14

176	177	0,0326	0,0107	0	0	14
177	178	0,0284	0,0094	41,4	17,55	14
166	179	0,0305	0,0101	0	0	147
179	180	0,0378	0,0125	0	0	147
180	181	0,0331	0,0109	0	0	147
181	182	0,0305	0,0101	0	0	147
182	183	0,0339	0,0112	0	0	147
183	184	0,0294	0,0097	41,4	17,55	14
183	185	0,0347	0,0114	0	0	12
185	186	0,0378	0,0125	0	0	12
186	187	0,0339	0,0112	0	0	12
187	188	0,0378	0,0125	0	0	12
188	189	0,0294	0,0097	0	0	12
189	190	0,0284	0,0094	0	0	12
190	191	0,0422	0,0139	0	0	12
191	192	0,0378	0,0125	0	0	12
192	193	0,0331	0,0109	0	0	12
193	194	0,0331	0,0109	9,2	3,9	12
194	195	0,0284	0,0094	0	0	11
195	196	0,0326	0,0107	0	0	11
196	197	0,0642	0,0138	0	0	11
197	198	0,0431	0,0093	0	0	11
198	199	0,0559	0,012	0	0	13
199	200	0,0516	0,0111	27,6	11,7	13
198	201	0,0516	0,0111	0	0	18
201	202	0,0503	0,0108	0	0	18
202	203	0,0326	0,0107	69	29,25	18
183	204	0,0326	0,0107	0	0	129
204	205	0,0305	0,0101	0	0	129
205	206	0,0378	0,0125	0	0	129
206	207	0,0378	0,0125	0	0	129
207	208	0,0326	0,0107	0	0	129
208	209	0,0326	0,0107	0	0	129
209	210	0,0422	0,0139	0	0	129
210	211	0,0331	0,0109	0	0	129
211	212	0,0339	0,0112	0	0	129
212	213	0,0331	0,0109	9,2	3,9	129
213	214	0,0305	0,0101	0	0	128
214	215	0,0378	0,0125	9,2	3,9	128
215	216	0,0326	0,0107	0	0	127
216	217	0,0441	0,0146	0	0	127
217	218	0,0305	0,0101	0	0	127
218	219	0,0331	0,0109	0	0	127
219	220	0,0368	0,0121	9,2	3,9	127
220	221	0,0339	0,0112	0	0	126
221	222	0,0284	0,0094	0	0	126
222	223	0,0326	0,0107	0	0	126
223	224	0,0503	0,0108	0	0	11
224	225	0,0516	0,0111	13,8	5,85	11
225	226	0,042	0,0139	0	0	124
226	227	0,0441	0,0146	0	0	124
227	228	0,0339	0,0112	0	0	124
228	229	0,0767	0,0101	0	0	16
229	230	0,099	0,013	0	0	16
230	231	0,0891	0,0117	0	0	16
231	232	0,1039	0,0137	0	0	16
232	233	0,0767	0,0101	0	0	16
233	234	0,0866	0,0114	0	0	16
234	235	0,0668	0,0088	0	0	16
235	236	0,0816	0,0108	0	0	16

236	237	0,0559	0,012	0	0	16
237	238	0,0527	0,0113	0	0	16
238	239	0,0668	0,0088	0	0	16
239	240	0,0671	0,0144	9,2	3,9	11
239	241	0,0767	0,0101	0	0	15
241	242	0,0717	0,0095	0	0	10
241	243	0,0891	0,0117	0	0	15
243	244	0,0767	0,0101	0	0	15
244	245	0,0995	0,0131	0	0	15
245	246	0,0799	0,0105	0	0	15
246	247	0,0816	0,0108	0	0	15
247	248	0,0668	0,0088	0	0	11
248	249	0,1039	0,0137	0	0	10
249	250	0,0799	0,0105	0	0	10
250	251	0,0779	0,0103	0	0	10
248	252	0,0767	0,0101	0	0	15
252	253	0,0995	0,0131	0	0	15
253	254	0,0891	0,0117	0	0	15
254	255	0,0717	0,0095	0	0	15
255	256	0,0891	0,0117	0	0	15
256	257	0,0779	0,0103	41,4	17,55	15
247	258	0,0891	0,0117	0	0	10
258	259	0,0575	0,0124	0	0	10
259	260	0,0463	0,01	41,4	17,55	15
259	261	0,0575	0,0124	0	0	15
261	262	0,0995	0,0131	0	0	15
262	263	0,0799	0,0105	0	0	15
263	264	0,0767	0,0101	41,4	17,55	15
263	265	0,0799	0,0105	0	0	10
265	266	0,0891	0,0117	0	0	10
266	267	0,0866	0,0114	0	0	10
267	268	0,0816	0,0108	0	0	10
228	269	0,0368	0,0121	0	0	108
269	270	0,0339	0,0112	0	0	108
270	271	0,0305	0,0101	0	0	108
271	272	0,0495	0,0107	0	0	11
272	273	0,0671	0,0144	0	0	11
273	274	0,0575	0,0124	9,2	3,9	11
271	275	0,0305	0,0101	0	0	107
275	276	0,0378	0,0125	0	0	107
276	277	0,0331	0,0109	0	0	107
277	278	0,0305	0,0101	0	0	107
278	279	0,0378	0,0125	0	0	107
279	280	0,042	0,0139	69	29,25	107
280	281	0,0378	0,0125	0	0	99
281	282	0,0378	0,0125	0	0	99
282	283	0,0339	0,0112	0	0	99
283	284	0,0378	0,0125	0	0	99
284	285	0,0378	0,0125	0	0	99
285	286	0,0495	0,0107	27,6	11,7	13
285	287	0,0326	0,0107	0	0	95
287	288	0,0378	0,0125	0	0	95
288	289	0,0422	0,0139	0	0	95
289	290	0,0284	0,0094	0	0	95
290	291	0,0309	0,0102	0	0	95
291	292	0,0431	0,0093	103,5	43,88	12
291	293	0,0331	0,0109	0	0	83
293	294	0,0559	0,012	0	0	10
294	295	0,0447	0,0096	0	0	10
295	296	0,0495	0,0107	0	0	10

296	297	0,0431	0,0093	0	0	10
293	298	0,0305	0,0101	0	0	83
298	299	0,0331	0,0109	0	0	83
299	300	0,042	0,0139	0	0	83
300	301	0,0441	0,0146	0	0	83
301	302	0,0575	0,0124	0	0	15
302	303	0,0503	0,0108	0	0	15
303	304	0,0463	0,01	46	19,5	15
301	305	0,0368	0,0121	0	0	77
305	306	0,0339	0,0112	0	0	77
306	307	0,0347	0,0114	0	0	77
307	308	0,0495	0,0107	41,4	17,55	15
307	309	0,0378	0,0125	0	0	72
309	310	0,042	0,0139	0	0	72
310	311	0,0463	0,01	0	0	15
311	312	0,0575	0,0124	0	0	15
312	313	0,0642	0,0138	0	0	15
313	314	0,0495	0,0107	0	0	15
314	315	0,0431	0,0093	0	0	15
315	316	0,0503	0,0108	27,6	11,7	13
315	317	0,047	0,0101	0	0	11
317	318	0,0495	0,0107	0	0	11
318	319	0,0642	0,0138	0	0	11
319	320	0,0431	0,0093	13,8	5,85	11
310	321	0,0339	0,0112	0	0	67
321	322	0,0516	0,0111	27,6	11,7	13
321	323	0,0331	0,0109	0	0	64
323	324	0,0378	0,0125	0	0	64
324	325	0,0378	0,0125	0	0	64
325	326	0,0326	0,0107	0	0	64
326	327	0,0527	0,0113	0	0	16
327	328	0,0495	0,0107	0	0	16
328	329	0,0639	0,0137	0	0	16
329	330	0,0671	0,0144	0	0	16
330	331	0,0575	0,0124	41,4	17,55	15
330	332	0,0463	0,01	0	0	11
332	333	0,0516	0,0111	13,8	5,85	11
326	334	0,0331	0,0109	0	0	57
334	335	0,0284	0,0094	0	0	57
335	336	0,0527	0,0113	0	0	18
336	337	0,0559	0,012	0	0	18
337	338	0,0516	0,0111	0	0	18
338	339	0,0503	0,0108	0	0	18
339	340	0,0463	0,01	69	29,25	18
335	341	0,0339	0,0112	0	0	48
341	342	0,0378	0,0125	0	0	48
342	343	0,0378	0,0125	0	0	48
343	344	0,0671	0,0144	0	0	15
344	345	0,0639	0,0137	41,4	17,55	15
343	346	0,0326	0,0107	0	0	43
346	347	0,0378	0,0125	0	0	43
347	348	0,0378	0,0125	0	0	43
348	349	0,0305	0,0101	0	0	43
349	350	0,0331	0,0109	0	0	43
350	351	0,0339	0,0112	0	0	13
351	352	0,0331	0,0109	0	0	13
352	353	0,0378	0,0125	0	0	13
353	354	0,0378	0,0125	0	0	13
354	355	0,0642	0,0138	41,4	17,55	15
354	356	0,0305	0,0101	0	0	18

356	357	0,0422	0,0139	0	0	10
356	358	0,0422	0,0139	0	0	18
358	359	0,0326	0,0107	0	0	10
358	360	0,0326	0,0107	0	0	18
360	361	0,0339	0,0112	0	0	18
361	362	0,0463	0,01	0	0	18
362	363	0,0671	0,0144	0	0	18
363	364	0,0575	0,0124	0	0	18
364	365	0,0639	0,0137	0	0	18
365	366	0,0431	0,0093	0	0	18
366	367	0,0527	0,0113	69	29,25	18
350	368	0,0717	0,0095	0	0	30
368	369	0,0693	0,0091	0	0	30
369	370	0,0891	0,0117	0	0	18
370	371	0,0891	0,0117	0	0	18
371	372	0,0799	0,0105	0	0	18
372	373	0,0779	0,0103	0	0	18
373	374	0,0575	0,0124	69	29,25	18
369	375	0,0668	0,0088	0	0	21
375	376	0,0816	0,0108	0	0	21
376	377	0,0866	0,0114	0	0	21
377	378	0,0799	0,0105	0	0	21
378	379	0,0779	0,0103	0	0	21
379	380	0,0717	0,0095	0	0	21
380	381	0,0799	0,0105	0	0	18
381	382	0,0891	0,0117	0	0	18
382	383	0,0891	0,0117	69	29,25	18
380	384	0,0503	0,0108	0	0	13
384	385	0,0516	0,0111	0	0	13
385	386	0,0503	0,0108	0	0	13
386	387	0,0463	0,01	0	0	13
387	388	0,0575	0,0124	0	0	13
388	389	0,0575	0,0124	0	0	13
389	390	0,0639	0,0137	0	0	13
390	391	0,0671	0,0144	0	0	13
391	392	0,0642	0,0138	0	0	15
392	393	0,0575	0,0124	41,4	17,55	15
391	394	0,0503	0,0108	0	0	18
394	395	0,0463	0,01	0	0	18
395	396	0,0575	0,0124	0	0	18
396	397	0,0575	0,0124	0	0	18
397	398	0,0516	0,0111	0	0	18
398	399	0,0503	0,0108	0	0	18
399	400	0,0559	0,012	69	29,25	18