



Instituto de Física Teórica  
Universidade Estadual Paulista

---

---

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

IFT-D.005/07

Geração de Massa para Neutrinos Ativos na Presença de 1 ou 2 Neutrinos Estéreis

Ana Carolina Bruno Machado

*Orientador*

Prof. Dr. Vicente Pleitez

Março de 2007

*"Dubitando ad Veritatem Parvenimus"*  
Cícero

# Agradecimentos

Ao término de uma etapa de nossa vida sempre existem pessoas a quem devemos sinceros agradecimentos pelo apoio, carinho, paciência, incentivo, amizade, entre tantas outras coisas. Inevitavelmente esquecemos de citar alguém e, para esses, minhas sinceras desculpas.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Vicente Pleitez, pela disposição e paciência em me orientar, pela prontidão em tirar minhas dúvidas, por sempre ter tempo para os alunos, mesmo quando diz não ter. E agradeço, principalmente, por ter confiado em mim como aluna e como pessoa.

Agradeço ao Prof. Dr. Orlando Perez pela ajuda e pelas frutíferas discussões que tivemos sobre algumas partes deste trabalho.

Agradeço ao Prof. Dr. Juan Montero pela ajuda com o Mathematica, com as matrizes e com as demais complicações que apareceram ao longo do caminho.

Agradeço a minha mãe, minha vó e minha irmã por todo o apoio, compreensão, carinho, por tudo o que sempre superamos e, principalmente, por tudo o que eu consegui ao longo da vida. Ao meu avô por todas as lembranças felizes que tenho. Ao meu pai pelos momentos de descontração e pelas conversas.

Agradeço aos bravos sobreviventes da sala 8, Tiago, Manu, Caio, Otavio, pela companhia, pela diversão, pelas maldades; aos amigos que não são da sala 8, mas vivem nela, Rafael, Fran, Elaine, Nadi, Bonin, entre outros, muitos obrigada pelos almoços, conversas, discussões, passeios, em resumo, pela amizade.

Agradeço a Rosana pela amizade, apoio e por tudo o que me ensinou. *Amicus fidelis, medicamentum vitae.*

Agradeço aos meus professores Rosana, Ricardo, Walmir e Vera por sempre terem acreditado em mim e por terem me guiado até aqui.

Agradeço ao pessoal da Secretaria de Pós, Rosane, Luzinete, Meire e Vilma pelas conversas, incentivos e por toda a ajuda que tive ao longo desses dois anos. Agradeço também à Marcela, por todo o apoio e ajuda que tive.

Agradeço a Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Maria, pela ajuda e confiança que teve em mim. Ao Prof. Dr. Bund pelos cafés e pelas conversas no horário de folga.

E, por último, mas não menos importante, agradeço à CAPES pelo apoio financeiro.

# Resumo

Este trabalho apresenta um estudo de modificações feitas no Modelo Padrão (MP), acrescentando massa aos neutrinos, a fim de observar as alterações que elas causam em todo o Modelo Padrão Eletrofraco (MPE). Assim, a idéia principal deste estudo é obter matrizes de massa, por meio da introdução de um ou dois neutrinos estéreis no conteúdo de matéria do MPE e de mecanismos de gerar massa de Majorana para os neutrinos ativos do MPE, como, por exemplo, correções radioativas, o operador de dimensão 5 e o tripleto escalar. Os modelos finais e, portanto, as matrizes de massa, serão provenientes das possíveis combinações entre os mecanismos estudados.

## **Palavras Chaves:**

Neutrinos; Matriz de Mistura; Mecanismos de Massa

## **Áreas do conhecimento:**

Ciências Exatas e da Terra; Física de Partículas e Campos; Fenomenologia das Partículas Elementares.

# Abstract

This work presents a study on the changes we have done in the Standard Model (SM), adding mass to neutrinos, in order to observe the alterations these changes may cause to the whole Electroweak Standard Model (ESM). Therefore, the main idea of this study is to get mass matrices by introducing one or two sterile neutrinos in the ESM matter content and mechanisms to generate Majorana matter to ESM's active neutrinos, such as, radioactive corrections, the dimension five operator, and the scalar triplet. The final models, and therefore the mass matrices, come from the possible combinations between the studied mechanisms.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>viii</b>
<b>2</b>	<b>Neutrinos Massivos: Generalidades</b>	<b>1</b>
2.1	Modelo Padrão . . . . .	2
2.1.1	O Modelo Padrão Eletrofraco . . . . .	4
2.1.2	O Conteúdo de Matéria do MPE . . . . .	5
2.2	Termos de Massa de Dirac e de Majorana . . . . .	6
2.2.1	Massa de Dirac . . . . .	6
2.2.2	Massa de Majorana . . . . .	7
2.2.3	Termo de Massa Misto . . . . .	7
2.3	Matriz de Massa Geral para Neutrinos Massivos . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Modelos com 1 e 2 Neutrinos Estéreis e <math>M_L = 0</math></b>	<b>10</b>
3.1	Modelo 3+1 . . . . .	10
3.1.1	Conteúdo de Matéria do Modelo . . . . .	11
3.2	Modelo 3+2 . . . . .	14
3.2.1	O Conteúdo de Matéria do Modelo . . . . .	14
3.2.2	O Modelo 3+2 com $M_R = 0$ . . . . .	17
<b>4</b>	<b>Modos de Gerar <math>M_L \neq 0</math></b>	<b>22</b>
4.1	Introdução de um Tripleto Escalar de Higgs no MPE . . . . .	22
4.1.1	O tripleto escalar . . . . .	24
4.1.2	Conseqüências ao MPE . . . . .	26
4.2	O Operador de dimensão 5 do MPE . . . . .	28
4.3	Geração de Massa via Correções radiativas . . . . .	30
4.3.1	Modelo de Massa de Zee . . . . .	34

4.3.2	Mecanismo de Babu . . . . .	36
<b>5</b>	<b>Matrizes de Massa: 3+1 ou 3+2 com <math>M_L \neq 0</math></b>	<b>39</b>
5.1	Composições para o modelo 3+1 . . . . .	39
5.1.1	$M_L$ por meio do Triplete Escalar . . . . .	39
5.1.2	$M_L$ por meio do Operador de Dimensão 5 . . . . .	40
5.1.3	$M_L$ por meio do Mecanismo de Zee . . . . .	41
5.1.4	$M_L$ por meio do Mecanismo de Babu . . . . .	42
5.2	Composições para o modelo 3+2 . . . . .	42
5.2.1	$M_L$ por meio do Triplete Escalar . . . . .	43
5.2.2	$M_L$ por meio do Operador de Dimensão 5 . . . . .	43
5.2.3	$M_L$ por meio do mecanismo de Zee . . . . .	44
5.2.4	$M_L$ por meio do mecanismo de Babu . . . . .	44
<b>6</b>	<b>Matrizes de Massa com Simetrias Discretas ou Contínuas Adicionais</b>	<b>46</b>
6.1	Simetria $L_e - L_\mu - L_\tau$ . . . . .	46
6.2	Modelo 3+1 com simetria $\bar{L}$ . . . . .	47
6.3	Modelo 3+2 com simetria $\bar{L}$ . . . . .	49
6.4	O Triplete Escalar com Simetria . . . . .	52
6.5	Operador de Dimensão 5 com Simetria . . . . .	53
6.6	Modelo 3+1 com $M_L \neq 0$ e Simetria $\bar{L}$ . . . . .	54
6.7	Modelo 3+2 com $M_L \neq 0$ e Simetria $\bar{L}$ . . . . .	56
6.8	Modelo 3+2 com Quebra de $\bar{L}$ de modo Softly . . . . .	59
<b>7</b>	<b>Conseqüências Fenomenológicas da Não Unitariedade da Matriz de Mistura</b>	<b>62</b>
7.1	Matriz de Rotação Unitária . . . . .	63
7.2	Não Unitariedade da Matriz de Mistura . . . . .	63
7.3	Alterações nas Lagrangeanas da Corrente Neutra e da Corrente Carregada Modelo 3+1 . . . . .	64
7.4	Alterações nas Lagrangeanas da Corrente Neutra e da Corrente Carregada Modelo 3+2 . . . . .	65
7.5	Discussões . . . . .	72

<b>A</b>	<b>Elementos necessários</b>	<b>75</b>
<b>B</b>	<b>Invariância da Lagrangeana</b>	<b>77</b>
B.1	Lorentz . . . . .	77
B.2	$SU(2) \times U(1)$ . . . . .	79
B.2.1	Invarância do Tripleto Escalar sobre $SU(2)$ . . . . .	81
	<b>Referências</b>	<b>86</b>

# Capítulo 1

## Introdução

Com a evolução dos aceleradores de partículas, cada vez com mais precisão, podemos testar as limitações do MP, tais como:

1. A verificação experimental do Bóson de Higgs, que ainda não ocorreu [1].
2. A assimetria matéria / antimatéria, que pode estar associada a novas escalas de energia [2].
3. Apenas cerca de um por cento da matéria do Universo é visível, o que resta é conhecido como matéria e/ou energia escura, existindo a possibilidade da matéria escura ser composta por novas partículas [3].
4. O MP não inclui a gravidade. Caso inclui-se não seria possível descreve-la de modo análogo as interações forte e fraca, pois não foi detectado ainda um bóson intermediário para a gravidade [4,5,6].

Além dos problemas citados acima, existe também o da oscilação de neutrinos que, de fato, já foi comprovada experimentalmente. Em meados de 1960, John Bahcall mostrou, com cálculos detalhados, que os neutrinos produzidos no Sol podem ser observados na Terra, estimando assim um certo fluxo. Baseado nesses resultados, Raymond Davis, em 1968, projetou um detector, o experimento Homestake [7], que confirmou a existência desses neutrinos solares. No entanto, o fluxo obtido foi um terço do fluxo previsto teoricamente por Bahcall.

Ao longo dos anos, tentou-se averiguar o porquê dessas informações experimentais. Para isso, foram realizados experimentos como o KAMIOKANDE (de 1987 à

1988)[8], o GALLEX-SAGE/GNO (1991 á 1997)[9] e o SuperKAMIOKAND, dentre outros. Somente em 2002 o experimento SNO [10], que é capaz de distinguir entre os tipos de interações, corrente neutra, corrente carregada e espalhamento de elétrons, detectou todo o fluxo previsto por Bahcall, o que implica que não existe um déficit no fluxo de neutrinos quando detectamos todos os seus possíveis sabores. Cabe aqui ressaltar que, com o experimento SuperKAMIOKAND, foram observadas evidências de desaparecimento de neutrinos atmosféricos - aqueles produzidos pelos raios cósmicos. Assim, a combinação dos dados do SNO com o SuperKAMIOKAND mostra que o desaparecimento de neutrinos de um determinado sabor é acompanhado pelo surgimento de neutrinos de outros sabores. Este resultado indica Física nova, uma vez que a plausível explicação para esses dados é a oscilação de um certo sabor de neutrino para os outros sabores. Um resumo sobre estes experimentos incluindo seus dados experimentais foi tema da dissertação de mestrado de um outro aluno do nosso grupo de pesquisa, portanto, qualquer dúvida ou interesse sobre os experimentos e seus dados experimentais basta consultar a referência [11].

No entanto, a primeira idéia de oscilação de neutrinos foi sugerida por Bruno Pontecorvo (1913-1993) em 1957. Ele propôs a existência de uma analogia entre léptons e hadrons e acreditava ainda que, no mundo leptônico, deveria existir um fenômeno análogo a oscilação dos Kaons. Pontecorvo supunha que os neutrinos produzidos nas interações fracas correspondiam a uma superposição de dois estados de neutrinos de Majorana. Nesta época, era conhecido somente um tipo de neutrino, o que torna possível somente as oscilações de neutrino esquerdo para anti-neutrino esquerdo, de neutrino direito para anti-neutrino direito e vice-versa, para os dois casos. O problema aqui está no fato de não existirem os campos dos neutrinos direitos e dos anti-neutrinos esquerdos. O estudo de oscilação de neutrinos entre dois sabores foi feito por Maki, Nakagawa e Sakata em 1962 [12] e permaneceu praticamente desconhecido por alguns anos. Mas foi Pontecorvo, em 1967, que investigou todos os tipos possíveis de oscilação de neutrinos.

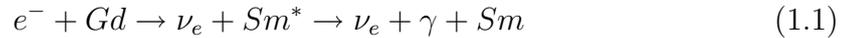
Em 1969, Vladimir Naumovich Gribov (1930-1997) e Pontecorvo propuseram a primeira teoria fenomenológica de mistura e oscilação de neutrinos. Nesta teoria, os dois neutrinos de mão esquerda ( $\nu_{eL}$  e  $\nu_{\mu L}$ ) são combinações lineares das componentes de mão esquerda dos neutrinos de Majorana com massa definida [13].

O problema da massa dos neutrinos origina-se em 1930, quando Wolfgang Pauli (1900-1958) propôs a existência de uma partícula neutra para explicar, de modo

satisfatório, o espectro contínuo obtido no decaimento  $\beta$ . Em 1933, Enrico Fermi (1901- 1954) e Jean Baptiste Perrin (1870 - 1942) foram os primeiros a propor um método para medir a massa do neutrino, que baseava-se em investigar a energia máxima no "ponto final" do espectro do decaimento  $\beta$ , que corresponderia aos neutrinos emitidos com menor energia. Nesses experimentos, e nos atuais, foram obtidos apenas limites superiores para a massa do neutrino, que evidenciaram que a massa do neutrino do elétron é muito menor que a massa do elétron.

O fato da massa do neutrino do elétron ser praticamente desprezível, quando comparada com a do elétron fez com que, em 1957, após a descoberta da violação da paridade no decaimento  $\beta$ , os autores da teoria de duas componentes dos neutrinos assumissem que ele é uma partícula sem massa [14,15].

Em 1958, a helicidade do neutrino foi medida. De fato, o experimento mediu a polarização circular do fóton emitido na cadeia de reações a seguir:



O resultado deste experimento condiz com a teoria de duas componentes, mostrando que o neutrino é uma partícula de mão esquerda. No entanto, estes resultados não excluem a existência da massa para o neutrino, mesmo que pequena.

No final dos anos 70, foi despertado um interesse sobre o problema de mistura e massa dos neutrinos, e a massa dos neutrinos começou a ser considerada a assinatura de Física além do MP. Hoje em dia, todos os dados experimentais de neutrinos são descritos por um esquema de oscilação de três neutrinos, o que exclui os dados do LSND que estão a espera de confirmação pelo MiniBooNE.

Para explicarmos os dados experimentais do LSND\*, é necessária a introdução de pelo menos um neutrino estéril, uma vez que o esquema de mistura com três sabores de neutrinos acaba não sendo satisfatório. O neutrino estéril introduzido possui uma fenomenologia muito rica, pois pode afetar a nucleosíntese no Universo primordial [16, 17]. É sabido que os neutrinos estéreis, caso existam, possuem uma

---

\*No experimento LSND é feita a medida de um fluxo de neutrinos produzidos pelo decaimento de um pión em "voô" ( $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ ) e pelo decaimento de um antimúon em repouso ( $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$ ) de modo que se observa, no ponto de detecção, um déficit de antineutrinos eletrônicos. Quando o mecanismo padrão de oscilação quântica de sabores é levado em consideração, os dados referentes ao déficit observado apontariam para uma diferença quadrática de massas  $\Delta m_{LSND}^2 \gg 1 \text{ eV}^2$  muito maior do que o valor  $\Delta m^2 \gg 10^{-3} \text{ eV}^2$  obtido a partir de outros experimentos.

pequena interação e que efeitos por eles causados em Astrofísica e Cosmologia não podem ser observados, mas podem influenciar fortemente a matriz de massa dos neutrinos ativos. [18, 19]

Deste modo, resta-nos esclarecer algumas questões como, por exemplo:

1. Os neutrinos são partículas de Dirac ou de Majorana?
2. Como é o espectro de massa dos neutrinos? (degenerado, hierárquico, invertido)
3. Quantos neutrinos massivos existem na natureza? Existem neutrinos estéreis?

Entre as várias questões, que devem ser respondidas ao longo do desenvolvimento dos experimentos em cosmologia, há aquelas que considerem o duplo decaimento  $\beta$  sem neutrinos e até mesmo o decaimento  $\beta$ . Experimentos em andamento estão prestes a provar a quase degenerescência das massas, o que pode fornecer pistas sobre a hierarquia invertida [20]. Deste modo, estudos sobre a natureza dos neutrinos e sobre suas massas são itens chaves para o desenvolvimento da física de neutrinos nos próximos anos.

Portanto, o estudo da física dos neutrinos pode explicar observações físicas até agora sem respostas, como, por exemplo, a assimetria matéria / anti-matéria que existe no Universo, por meio da leptogênese. Sem sombra de dúvidas, a massa dos neutrinos é uma das evidências experimentais de física além do Modelo Padrão (MP).

Um resumo dos dados experimentais atuais é dado pela tabela (1.1). Constam os valores das diferenças de massa ao quadrado dos neutrinos, e os valores dos ângulos de mistura solar, atmosférico e do CHOOZ.

Em vista deste contexto, o presente trabalho pretende apresentar sugestões de alteração do MP, de modo a gerar massa para os neutrinos, apresentando as conseqüências dessas modificações no MP. Com isso, serão obtidas matrizes de massa para os neutrinos provenientes de diferentes considerações físicas. Desse modo teremos modelos distintos que geram massa para os neutrinos. As características de cada modelo serão apresentadas detalhadamente, com o intuito de mostrar as diferenças entre eles. Posteriormente, as matrizes de mistura dos neutrinos serão obtidas e exemplificadas, na maioria dos casos, na tentativa de ajustar os dados experimentais atuais.

Parametros de Oscilação	Valor Central	99% CL range
Diferença de massa Solar	$\Delta m_{12}^2 = (8.0 \pm 0.3)10^{-5}eV^2$	$(7.2 \div 8.9) 10^{-5}eV^2$
Diferença de massa Atmosférica	$ \Delta m_{23}^2  = (2.5 \pm 0.2)10^{-3}eV^2$	$(2.1 \div 3.1) 10^{-3}eV^2$
Ângulo de mistura solar	$\tan^2 \theta_{12} = 0.45 \pm 0.05$	$30^\circ < \theta_{12} < 38^\circ$
Ângulo de mistura Atmosférico	$\sin^2 2\theta_{23} = 1.02 \pm 0.04$	$36^\circ < \theta_{23} < 54^\circ$
Ângulo de mistura 'CHOOZ'	$\sin^2 2\theta_{13} = 0 \pm 0.05$	$\theta_{13} < 10^\circ$

Tabela 1.1: *Resumo das presentes informações sobre massas e ângulos de Mistura dos dados de Oscilação a menos dos dados, ainda não confirmados, do LSND.*

A distribuição do conteúdo deste trabalho é feita da seguinte forma: no **Capítulo 2** descreveremos os conceitos físicos imprescindíveis para o desenvolvimento do trabalho; no **Capítulo 3** apresentaremos os modelos 3+1 e 3+2 que geram massa de Dirac para os neutrinos ativos, por meio da introdução de um ou dois neutrinos estéreis de mão direita, neste ponto do trabalho não consideraremos, ainda, massas de Majorana para os neutrinos ativos. No **Capítulo 4** encontram-se modelos que gerem massa de Majorana para os neutrinos ativos, bem como suas conseqüências ao MP; no **capítulo 5** faremos a junção dos modelos obtidos nos dois capítulos anteriores, obtendo as matrizes de massa. No **Capítulo 6** introduzimos uma simetria discreta nas lagrangeanas de Yukawa obtendo diferentes texturas para as matrizes de massa, e, por fim, no **Capítulo 7** descrevemos as conseqüências fenomenológicas dos resultados obtidos ao longo do trabalho.

# Capítulo 2

## Neutrinos Massivos: Generalidades

Mencionamos na introdução as evidências experimentais que sugerem fortemente uma alteração no MP para que a oscilação de neutrinos possa ser explicada. Sabemos que uma possibilidade para explicar as oscilações é por meio das massas dos neutrinos que devem ser consideradas não nulas. No entanto, ainda não existe uma pista de como deve ser a matriz de massa para os neutrinos, muito menos qual o tipo de massa que eles devem adquirir, de Majorana ou Dirac, ou seja, ainda não sabemos se os neutrinos são partículas de Majorana ou de Dirac. A pista que temos é que suas massas devem ser muito inferiores às massas dos seus respectivos ( $e$ ,  $\mu$ ,  $\tau$ ) léptons carregados e os dados experimentais da tabela 1.1. No entanto, não existe um mecanismo favorecido para explicar este fato.

Deste modo, este trabalho dedica-se a estudar possíveis modelos que gerem massa para os neutrinos, evidenciando as matrizes de massa e as características físicas que as regem. Para iniciarmos os estudos, faz-se necessária uma breve revisão de elementos importantes do MPE e, principalmente, uma revisão sobre os possíveis termos de massa que podem ser considerados em um modelo. Portanto, neste capítulo, faremos uma breve introdução sobre o MPE, revisando em linhas a parte leptônica. Na seqüência, veremos os possíveis termos de massa que podem ser gerados, obtendo, por fim, uma matriz de massa geral para os neutrinos massivos. Na continuação do trabalho, apresentaremos modelos que definem a forma da matriz geral obtida.

## 2.1 Modelo Padrão

O Modelo Padrão das Partículas Elementares é fruto de um conjunto de teorias que descrevem as interações das partículas elementares e das forças que as regem. Sua formulação ocorreu graças as inúmeras colaborações de físicos teóricos e experimentais do início da segunda metade do século passado. No entanto, sabemos que a elaboração de uma nova teoria não segue um caminho linear, sempre repleto de idéias brilhantes e de aplicações experimentais imediatas. Baseamos a introdução do MPE apresentado neste trabalho em um texto de Steven Weinberg [21], que narra a história do desenvolvimento das teorias do MP, mostrando, além das grandes idéias, as dificuldades encontradas no decorrer dos estudos que resultaram no MP.

No final da primeira metade do século passado, a área de Física de Partículas encontrava-se em ascensão. O número de partículas descobertas era muito alto e havia uma necessidade de desenvolver uma teoria que acomodasse todos os dados experimentais, uma vez que a teoria até então utilizada mostrou-se pouco eficaz. Para as interações fracas, a teoria mostrou possuir infinitos não elimináveis por meio da técnica de renormalização. Deste modo, em ordens maiores de teoria de perturbação, perdia-se a previsibilidade e a confiabilidade dos cálculos. A teoria das interações fortes sofria de outro problema: elas poderiam ser escritas em termos de teorias renormalizáveis, porém, por serem interações fortes, não era possível utilizar a teoria de perturbação para realização de cálculos no limite infravermelho, o que torna a teoria incalculável, até o momento.

Diante destes eventos, a comunidade de físicos teóricos\* dividiu-se em duas frentes de pesquisa. Uma preocupada em descrever a dinâmica das interações fortes, usando a teoria da matriz S, porém de modo completamente desvinculado da Teoria Quântica de Campos; e a segunda, preocupada em compreender as interações forte e fraca por meio de uma teoria de simetrias, tentando elaborar uma teoria capaz de fazer previsões sem precisar passar pela dinâmica das interações. O problema de tentar usar a teoria de simetria encontra-se no fato de que as simetrias são aproximadas, em sua grande maioria.

Já na segunda metade do século passado, surgiram três grandes idéias que preci-

---

\*Em uma nota recente sobre mecânica quântica Fleming atribuiu a Lattes a seguinte observação sobre os físicos: "melhor do que classificar físicos como teóricos ou experimentais é dizer que são ou não capazes de realizar experiências."

saram de um certo tempo para serem desenvolvidas e corretamente aplicadas, mas que hoje são fundamentais em Física de Partículas.

A primeira idéia foi o modelo a quarks, proposto, em 1964, por Gell-Mann e Zweig, independentemente. Ele consiste em considerar que os hádrons são formados por partículas pontuais intituladas quarks. Assim, todos os hádrons conhecidos até então poderiam ser classificadas por meio deste modelo, que mais tarde obteve confirmação experimental. Entretanto, ainda existe o fato de que nunca foi detectado um quark isoladamente, a teoria do confinamento.

A segunda idéia foi desenvolvida entre as décadas de 50 e 60 e corresponde a simetria de gauge (ou local). A base desta teoria foi proposta por Yang e Mills, em 1954, e estava baseada em um grupo de simetria de três dimensões <sup>†</sup>, o grupo SU(2) que conserva o spin isotrópico (isospin). A teoria de Yang-Mills foi proposta na tentativa de descrever as interações fortes, mas não funcionou. Somente alguns anos depois é que observou-se que ela poderia descrever as interações fracas e fortes. A demora em notar que esta teoria seria útil para tais interações foi devido aos dados experimentais equivocados provenientes de experimentos desenvolvidos de forma errônea para o decaimento  $\beta$ , os quais mostravam que as interações fracas teriam que ser regidas por uma combinação de interações escalares, tensoriais e, possivelmente, pseudoescalares de quatro férmions. Somente entre 1957 e 1958 foi observado que as interações fracas eram de fato uma mistura de interações vetoriais e axiais.

Na teoria de Yang-Mills, a simetria determina a forma das interações. Uma de suas características importantes é que, devido ao fato de ser uma teoria não abeliana<sup>‡</sup>, ela prevê auto-interações entre os bósons de gauge. A quantização de teorias desse tipo já vinha sendo estudada por inúmeros físicos na tentativa de quantizar a teoria da Relatividade Geral; deste modo a teoria de Yang-Mills foi renormalizada como um exercício preparatório. Contudo, ela possui um problema: não é capaz de gerar massa para as partículas.

A terceira teoria foi o desenvolvimento da quebra espontânea de simetria, cuja hipótese é que algumas simetrias da lagrangeana não são simetrias do vácuo. Por meio desta teoria, juntamente com os acoplamentos de Yukawa, tornou-se possível gerar massa para as partículas.

---

<sup>†</sup>Obviamente a eletrodinâmica é mais antiga que esta teoria, mas quando foi desenvolvida a abordagem não era baseada no grupo de teoria U(1).

<sup>‡</sup>As cargas da simetria não comutam.

Após o amadurecimento destas idéias centrais e da junção delas em uma única teoria, foi obtido o que hoje conhecemos como Modelo Padrão das Partículas Elementares (MP). Ele possui duas partes bem distintas: a que descreve as interações fortes e a que descreve as interações eletrofracas. No presente trabalho, consideraremos somente o Modelo Padrão Eletrofraco (MPE), apenas na parte leptônica. Então, a partir de agora, estaremos especificamente nos referindo ao MPE, que descreve o setor leptônico do Modelo Padrão das Partículas Elementares.

No decorrer deste capítulo apresentaremos as partes do MPE que são importantes para este trabalho, passando para as evidências experimentais que prevêm a existência de Física além do MP, focando na construção de termos, e matrizes de massa, para os neutrinos, que é objeto do nosso estudo. Apresentaremos os conceitos fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho.

### 2.1.1 O Modelo Padrão Eletrofraco

O MPE é regido por uma teoria de gauge invariante sob transformações geradas pelo grupo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , na qual os férmions são descritos por dubletos de mão esquerda e por singletos de mão direita de  $SU(2)_L$ . Após a quebra espontânea de simetria formam-se quatro campos de gauge que fazem a mediação das interações eletrofracas, são eles o fóton, os  $W^\pm$  e o  $Z^0$ . Neste modelo, as massas das partículas são obtidas por meio do mecanismo de Higgs, que necessita da inclusão de um dubleto escalar com a componente neutra, tendo o valor esperado do vácuo diferente de zero, sido obtido por meio da minimização do potencial escalar. O fóton, de acordo com as observações experimentais, é não massivo, portanto, não deve adquirir massa pelo mecanismo de Higgs, o que, de fato, é mantido. Por sua vez os neutrinos não adquirem massa uma vez que no modelo não existem singletos de mão direita para eles<sup>§</sup> e considerando, ainda, que o número leptônico é automaticamente conservado.

A precisão com que o MPE prevê os valores de massa para os bósons é um exemplo notável de seu sucesso, entre outras previsões extremamente precisas. Apesar disso, há ainda lacunas fundamentais, tais como, os escalares de Higgs ainda não foram detectados. Muitos dos parâmetros, como as massas das partículas, as constantes de acoplamento e os ângulos de mistura, têm seus valores medidos diretamente e não surgem dos cálculos da teoria.

---

<sup>§</sup>O que implica que não se pode usar o mecanismo de Higgs canônico.

### 2.1.2 O Conteúdo de Matéria do MPE

Para definirmos o conteúdo de matéria leptônica do MPE, podemos usar seu operador de carga  $Q = I_3 + \frac{1}{2}Y$ , em que  $Y$  é a hipercarga e  $I_3$  é a projeção de isospin. Assim, podemos definir os dubletos de mão esquerda e os singletos de mão direita como sendo:

$$L'_L = \begin{pmatrix} \nu'_{lL} \\ l'_L \end{pmatrix}, \quad R' = l'_R; \quad l = e, \nu, \tau, \quad (2.1)$$

cujos valores de Hipercarga são  $Y_L = -1$  e  $Y_R = -2$ , respectivamente.

O dubleto de Higgs transforma-se como em  $SU(2)_L$  e tem Hipercarga  $Y_\phi = +1$ , ou seja:

$$\phi \equiv \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

A lagrangeana do MPE é então:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}W^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \quad (2.3)$$

$$+\bar{R}'i\gamma^\mu(\partial_\mu + \frac{ig'}{2}A_\mu Y)R' + \bar{L}'i\gamma^\mu(\partial_\mu + \frac{ig'}{2}A_\mu Y + \frac{ig}{2}\tau b_\mu)L' \quad (2.4)$$

$$+|(i\partial_\mu - g\frac{1}{2}\tau \cdot W_\mu - g'\frac{Y}{2}B_\mu)\phi|^2 + \mu^2\phi^\dagger\phi + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2 \quad (2.5)$$

$$-\bar{L}'G_l\phi R' + h.c.. \quad (2.6)$$

sendo  $g$  a constante de acoplamento do grupo  $SU(2)$ ,  $g'$  a constante para o grupo de hipercarga fraca e  $Y$  correspondente á hipercarga das partículas definidas na Eq. (2.1).

Os termos da lagrangeana acima representam respectivamente os termos cinéticos e auto-interações dos bósons  $W^\pm$ ,  $Z^0$  e  $\gamma$  Eq. (2.3), os termos cinéticos dos léptons e suas interações com os bósons Eq. (2.4), as massas e acoplamentos entre os bósons e o Higgs Eq. (2.5) e por fim, a lagrangeana de massa dos léptons Eq. (2.6), conhecida como lagrangeana de Yukawa.

O valor esperado do vácuo para o campo escalar é:

$$\langle\phi\rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+\eta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

em que  $\eta$  é o boson de Higgs. Deste modo, os termos de massa para os léptons, após quebra espontânea de simetria, são dados na lagrangeana abaixo:

$$\mathcal{L}_{yukawa} = -\frac{1}{\sqrt{2}}v(\bar{l}'_L G_l l'_R + \bar{l}'_R G_l l'_L) - \frac{1}{\sqrt{2}}\eta(\bar{l}'_L G_l l'_R + \bar{l}'_R G_l l'_L), \quad l = e, \mu, \tau. \quad (2.8)$$

O segundo termo da Eq. (2.8) corresponde à interação dos léptons com o bóson de Higgs. De modo análogo aos léptons, os bósons e as demais partículas do MP adquirirão massa.

No MPE existe, ainda, uma simetria acidental que conserva o número leptônico (L) e que é mantida para todo MP. O que implica que as massas para os léptons devem ser somente de Dirac, uma vez que somente estas conservam L.

## 2.2 Termos de Massa de Dirac e de Majorana

Veremos aqui como podemos gerar termos de massa de Majorana e de Dirac, quais suas diferenças e, por fim, obteremos um termo de massa para os neutrinos, e com isso, a forma mais geral de sua matriz de massa.

### 2.2.1 Massa de Dirac

Os termos de massa da Eq. 2.8 são do tipo de Dirac, pois conectam dois espinores de Weyl, distintos. O campo total de Dirac pode ser decomposto em  $\psi = \psi_L + \psi_R$ , o que nos deixa com a seguinte lagrangeana de massa:

$$\mathcal{L}_m = \bar{\psi} M \psi = (\bar{\psi}_L + \bar{\psi}_R) M (\psi_L + \psi_R) = (\bar{\psi}_L M \psi_R + h.c), \quad (2.9)$$

em que os termos com duas componentes direitas ou duas componentes esquerdas são nulos. Ainda nos termos de massa de Dirac, a matriz de massa M é, em geral, arbitrária, complexa, podendo possuir fatores  $\gamma_5$  e de ordem n<sup>¶</sup>. Todas as partículas massivas do MP são partículas de Dirac, por serem todas partículas carregadas, pois, como veremos a seguir, as partículas de Majorana, nas interações, violam carga e número leptônico, e qualquer número quântico aditivo. E ainda, os termos de massa de Dirac conservam o número leptônico total.

---

<sup>¶</sup>para o caso de n campos.

### 2.2.2 Massa de Majorana

Um termo de massa de Majorana descreve transições entre partículas de mão esquerda e seus conjugados de mão direita, suas antipartículas e, portanto, violam número leptônico por duas unidades.

Eles possuem a seguinte lagrangeana:

$$\mathcal{L}_M = -\frac{1}{2}(\bar{\psi}_L m_M (\psi_L)^c + \overline{(\psi_L)^c} m_M \psi_L). \quad (2.10)$$

Ao contrário dos espinores de Dirac, que não possuem relação entre suas componentes de mão esquerda e direita, os espinores de Majorana tem suas componentes relacionadas por conjugação de carga, o que implica a partícula de Majorana ser sua própria antipartícula, como podemos ver a seguir:

$$\psi = (\psi_L)^c + \psi_L = \psi^c = \psi_L + (\psi_L)^c \quad (2.11)$$

Disso conclui-se que o termo de massa de Majorana viola o número leptônico por duas unidades e, caso a partícula seja carregada, a conservação de carga também será violada. O número leptônico (L) é uma simetria global no MP e é uma consequência da dinâmica das partículas e do conteúdo dos campos do MP, entre outras coisas. Desse modo, não existe restrição à violação de L. No entanto, o princípio de conservação de carga é violado ao tentarmos representar as partículas carregadas como sendo partículas de Majorana. Podemos concluir que somente partículas completamente neutras podem ser representadas por espinores de Majorana.

Em resumo, isso consiste em afirmar que no MP não existem partículas com massa de Majorana, pois a conservação de carga é fundamental. Porém, em extensões do MP, os neutrinos, ou outras partículas completamente neutras que possam vir a ser introduzidas ao modelo, podem adquirir massa de Majorana.

### 2.2.3 Termo de Massa Misto

Podemos criar, para partículas neutras, um termo de massa mais completo, que deve ser constituído pela soma dos termos de massa de Dirac e de Majorana, cuja lagrangeana seria:

$$\mathcal{L}_{D-M} = -\bar{\psi}_L M_L (\psi_L)^c + \overline{(\psi_R)^c} M_R \psi_R + \frac{1}{2} \bar{\psi}_L m_D \psi_R + h.c.. \quad (2.12)$$

No MP, todas as partículas elementares (léptons e quarks) são descritas por espinores de Dirac, como vimos, e as únicas partículas neutras ainda não massivas no MPE são os neutrinos, e o fóton que não deve possuir massa. Ainda não se sabe se os neutrinos são partículas de Dirac ou Majorana.

## 2.3 Matriz de Massa Geral para Neutrinos Massivos

Como vimos, na Eq. (2.12), este é o termo de massa mais geral, que pode ser construído para uma partícula sem carga. Para o caso específico dos neutrinos, teremos:

$$-\mathcal{L}_\nu^M = \overline{\nu'_{\alpha L}} m_D \nu'_{\beta R} + \frac{1}{2} \overline{\nu'_{\alpha L}} M_L (\nu'_{\beta L})^c + \overline{(\nu'_{\alpha R})^c} M_R \nu'_{\beta R} + h.c.. \quad (2.13)$$

Escrevendo esta lagrangeana na forma matricial, teremos:

$$\mathcal{L}_\nu^M = \frac{1}{2} \overline{N'_L} \begin{pmatrix} M_L & m_D \\ m_D^T & M_R \end{pmatrix} N'_L + h.c., \quad (2.14)$$

sendo  $N'_L = (\nu'_e, \nu'_\mu, \nu'_\tau, X^c, Y^c)^T$ . Neste caso as entradas  $X$  e  $Y$  podem ou não estarem ocupadas por neutrinos estéreis de mão direita<sup>||</sup>.

Portanto, a forma geral para a matriz de massa dos neutrinos é:

$$M^\nu = \begin{pmatrix} M_L & m_D \\ m_D^T & M_R \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Como podemos observar, as matrizes  $M_L$  são as matrizes de massa relacionadas às massas de Majorana dos neutrinos ativos, e podem ser obtidas por vários mecanismos, como, por meio de correções radioativas, do operador de dimensão 5 e do tripleto escalar, como veremos no capítulo quatro. As matrizes  $m_D$  são obtidas por meio de termos de massa de Dirac para os neutrinos ativos, devido à introdução dos neutrinos estéreis de mão direita. No capítulo três obteremos estas matrizes de

---

<sup>||</sup>Não limita-se a dois neutrinos estéreis a possibilidade de extensão do modelo. Consideramos aqui somente dois, pois é o número máximo de neutrinos estéreis, que estaremos considerando no decorrer do trabalho.

massa. Por fim,  $M_R$  é proveniente dos termos de massa de Majorana para os neutrinos estéreis de mão direita. A matriz de massa completa  $M^\nu$  será obtida no Capítulo cinco, onde será feita uma composição dos modelos estudados nos Capítulos três e quatro.

# Capítulo 3

## Modelos com 1 e 2 Neutrinos Estéreis e $M_L = 0$

Neste capítulo, estudaremos as consequências da introdução de neutrinos estéreis de mão direita ao conteúdo mínimo do MPE. Obteremos, assim, dois modelos que geram massa de Dirac aos neutrinos ativos, podendo, ou não, possuir massa de Majorana para os neutrinos estéreis introduzidos. Deste modo, definiremos as matrizes de massa  $m_D$  e  $M_R$ .

O primeiro modelo a ser estudado considera a introdução de um neutrino estéril. Este modelo será estudado em detalhes, o que significa que obteremos a sua matriz de massa, seus autovalores e autovetores e, por consequência, sua matriz de mistura. O segundo modelo contém dois neutrinos estéreis e todas as informações calculadas para o primeiro serão obtidas, de modo análogo, para o segundo.

### 3.1 Modelo 3+1

É o modelo mais simples possível de extensão do MPE. Por este motivo é também conhecido como Modelo Mínimo, uma vez que corresponde à alteração mínima que pode ser feita ao MPE. A idéia do Modelo Mínimo consiste em acrescentar ao conteúdo de matéria do MPE um único neutrino estéril de mão direita que gere termos de massa para os três neutrinos auto-estados de sabor e que possua uma massa de Majorana para si, obtendo com isso, uma matriz de massa não diagonal.

Este modelo é tema de estudo em várias referências, como, por exemplo, [22, 23,

24]. Aqui faremos um estudo baseado no artigo de C. Jarlskog [25].

### 3.1.1 Conteúdo de Matéria do Modelo

Supomos a validade do Modelo Padrão Eletrofraco com as três famílias de léptons, nas quais os de mão esquerda são dubletos de SU(2), os de mão direita são singletos. Os campos vetoriais bósonicos  $W^\pm$  e  $Z^0$  são os mesmos do MPE.

É válido ressaltar que, a priori, não existe razão para que o número de neutrinos de mão direita seja o mesmo que o número de neutrinos de mão esquerda. Portanto, os campos de matéria serão os seguintes:

$$L'_\alpha = \begin{pmatrix} \nu'_{\alpha L} \\ l'_{\alpha L} \end{pmatrix}; l'_{\alpha R}; N'_R \quad \alpha = e, \mu, \tau. \quad (3.1)$$

A lagrangeana do setor leptônico para o modelo mínimo, o qual altera o conteúdo de matéria do MPE por meio da introdução de apenas um neutrino estéril de mão direita, é dividida nas seguintes componentes:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^{cc} + \mathcal{L}^{cn} + \mathcal{L}_l^H + \mathcal{L}_\nu^H + \mathcal{L}_l^M + \mathcal{L}_\nu^M, \quad (3.2)$$

nas quais os termos correspondem à corrente carregada, à corrente neutra, interação do Higgs com os léptons carregados, interação dos neutrinos com o Higgs, massa para os léptons carregados, a qual, sem perda de generalidade, será considerada, ao longo deste trabalho, como sendo uma matriz diagonal, isto é, os auto-estados de sabor são também os auto-estados de massa. E, por fim, a lagrangeana de massa para os neutrinos. Os termos de massa são os seguintes:

$$-\mathcal{L}_\nu^M = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{G^\alpha v}{\sqrt{2}} \nu'_{\alpha L} N'_R + \frac{1}{2} M \overline{N'_R} N'_R, \quad (3.3)$$

$$-\mathcal{L}_l^M = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{G^\alpha v}{\sqrt{2}} l'_{\alpha L} l'_R + h.c.. \quad (3.4)$$

Notemos que os neutrinos auto-estados de sabor do MP possuem massas de Dirac e o neutrino estéril possui massa de Majorana\*.

---

\*O fator  $\frac{1}{2}$  é proveniente da estrutura do espinor de Majorana e pode ser melhor compreendido ao ler o apêndice B.

Para podermos obter a matriz de massa dos neutrinos, devemos escrever a lagrangeana de massa Eq. (3.3) na forma matricial. Torna-se necessário definirmos  $N' = (\nu'_{eL}, \nu'_{\mu L}, \nu'_{\tau L}, (N'_R)^c)^T$  e considerando que  $\overline{\nu'_{\alpha L}} N'_R = \overline{(N'_R)^c} (\nu'_{\alpha L})^c$ , a forma matricial para a lagrangeana de massa é:

$$-\mathcal{L}_\nu^M = \frac{1}{2} \overline{N'} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_e \\ 0 & 0 & 0 & a_\mu \\ 0 & 0 & 0 & a_\tau \\ a_e & a_\mu & a_\tau & M \end{pmatrix} N'^c + h.c.. \quad (3.5)$$

Deste modo, a matriz de massa para os neutrinos neste modelo é dada por:

$$M^\nu = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_e \\ 0 & 0 & 0 & a_\mu \\ 0 & 0 & 0 & a_\tau \\ a_e & a_\mu & a_\tau & M \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

A matriz  $M^\nu$ , com  $a_\alpha = \frac{G^{\alpha\nu}}{\sqrt{2}}$ , é real e positiva. Notemos ainda que a matriz  $M^\nu$  pode ser subdividida em uma matriz de ordem três  $M_L = 0_{3 \times 3}$ , como esperado, uma matriz coluna  $M_D = \text{col}(a_e, a_\mu, a_\tau)$  e um elemento, neste caso, de massa de Majorana  $M_R$ .

Como podemos observar, a matriz  $M^\nu$  não é uma matriz diagonal, o que implica que ela deve ser diagonalizada por uma matriz unitária,  $R$ , de ordem quatro. Para diagonalizarmos essa matriz, deveremos primeiro obter os resultados de sua equação secular  $\det(p - \lambda I)$ , que nos fornecerá seus autovalores, que corresponderão, posteriormente, às massas dos neutrinos.

Os autovalores são dados por:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0 ; \lambda_3 = \frac{1}{2}(M - \sqrt{M^2 + 4a^2}) ; \lambda_4 = \frac{1}{2}(M + \sqrt{M^2 + 4a^2}). \quad (3.7)$$

Observemos que o autovalor  $\lambda_3$  é negativo, o que implica que este sinal deve ser redefinido, posteriormente, no campo dos neutrinos, auto-estados de massa, correspondentes a este autovalor. Contudo, definimos as massas dos neutrinos como sendo:

$$m_1 = m_2 = 0 ; m_p = \frac{1}{2}(\sqrt{M^2 + 4a^2} - M) ; m_f = \frac{1}{2}(M + \sqrt{M^2 + 4a^2}). \quad (3.8)$$

Usando estas definições, poderemos obter relações entre as massas  $M, m_p, m_f$  e  $a$ . São elas:

$$M = m_f - m_p ; a = \sqrt{m_p m_f} ; m_p + m_f = \sqrt{M^2 + 4a^2}. \quad (3.9)$$

Anteriormente definimos  $a^2 = a_e^2 + a_\mu^2 + a_\tau^2$ .

Os autovetores são obtidos resolvendo o seguinte sistema:

$$\begin{pmatrix} -\lambda_i & 0 & 0 & a_e \\ 0 & -\lambda_i & 0 & a_\mu \\ 0 & 0 & -\lambda_i & a_\tau \\ a_e & a_\mu & a_\tau & M - \lambda_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1^i \\ A_2^i \\ A_3^i \\ A_4^i \end{pmatrix} = 0. \quad (3.10)$$

A matriz de rotação é dada pelos autovetores, dispostos em coluna, formando uma matriz de ordem quatro que, após a parametrização adequada, é dada por:

$$\text{sen}\alpha = \sqrt{\frac{m_p}{m_p + m_f}} ; \text{sen}\beta = \frac{a_e}{a} ; \text{cos}\beta \text{sen}\gamma = \frac{a_\mu}{a} ; \text{cos}\beta \text{cos}\gamma = \frac{a_\tau}{a} \quad (3.11)$$

tem a seguinte forma:

$$R = \zeta \begin{pmatrix} c_\beta & 0 & c_\alpha s_\beta & s_\alpha s_\beta \\ -s_\beta s_\gamma & c_\gamma & c_\alpha c_\beta s_\gamma & s_\alpha c_\beta s_\gamma \\ -s_\beta c_\gamma & s_\gamma & c_\alpha c_\beta c_\gamma & s_\alpha c_\beta c_\gamma \\ 0 & 0 & -s_\alpha & c_\alpha \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

Como o autovalor  $\lambda_3$ , que define a massa  $m_p$ , é negativo, faz-se necessária a introdução da fase  $\zeta = \text{diag}(1, 1, i, 1)$  à matriz de rotação acima. Deste modo,, o sinal negativo é absorvido pelo campo do neutrino autovetor de  $m_p$  [26].

Este modelo possui dois ângulos de mistura livres, como podemos observar na (Eq. 3.14) o ângulo  $\alpha$  esta relacionado com as massas, portanto, uma vez definidas as massas este ângulo esta definido. Sabemos que para ajustar os dados experimentais são necessários pelo menos três ângulos livres, portanto temos um ângulo a memos. Ainda, temos que, são necessàrias duas diferenças de massa, o LSND não esta sendo considerado, ou três diferenças de massa caso o LSND seja considerado e neste modelo temos somente uma diferença de massa que possa ser ajustada, os dados experimentais encontram-se na tabela 1.1. Portanto este modelo não é capaz de ajustar os dados experimentais por falta de parâmetros livres.

## 3.2 Modelo 3+2

Na seção anterior, vimos que somente a introdução de um neutrino estéril que gere massa de Majorana para os neutrinos ativos, por meio do mecanismo de Higgs, não fornece parâmetros livres suficientes para ajustar os dados experimentais atuais. Deste modo, vamos seguir o mesmo raciocínio anterior e introduzir dois neutrinos estéreis de mão direita ao conteúdo de matéria do MPE. Chama-se este modelo de 3+2 e ele é, também, estudado em muitas referências, tais como, [27, 28].

No modelo 3+1, temos três parâmetros na matriz de massa que podem ser associados a dois ângulos. Somente no modelo 3+2 teremos seis parâmetros. Deste modo, pode ser possível obter um número maior de parâmetros livres do que no modelos 3+1, buscando, com isso, ajustar todos os dados experimentais. Espera-se ainda obter, pelo menos, três diferenças de massas, de modo a conseguirmos ajustar os dados experimentais do problema dos neutrinos solares com o dos atmosféricos e mais os dados experimentais do LSND [29, 30, 31, 32].

Neste modelo, temos ainda a liberdade de considerar, ou não, os termos de massa de Majorana para os dois neutrinos estéreis, não sendo, mesmo assim, um modelo realístico com os dados atuais. De fato, nos primeiros cálculos com este modelo, não consideramos os termos de massa de Majorana, por simplicidade, como veremos a seguir.

De modo análogo ao desenvolvido na seção anterior, vamos obter a matriz de massa para os neutrinos neste modelo, sem ou com massa de Majorana, para os neutrinos de mão direita.

### 3.2.1 O Conteúdo de Matéria do Modelo

Do mesmo modo que no modelo mínimo, continuamos supondo as três famílias de léptons, nos quais os de mão esquerda são dubletos de  $SU(2)$  e os de mão direita são singletos. Os campos vetoriais bósonicos  $W^\pm$  e  $Z^0$  são os mesmos que no MPE, isto também é verdade para o modelo anterior.

Os campos de matéria do modelo são:

$$L'_\alpha = \begin{pmatrix} \nu'_{\alpha L} \\ l'_{\alpha L} \end{pmatrix}, \quad l'_{\alpha R}, \quad N'_{1R}, \quad N'_{2R}, \quad \alpha = e, \mu, \tau. \quad (3.13)$$

A lagrangeana do setor leptônico é análoga à da Eq.(2.3). O único termo modificado é a parte de massa para os neutrinos. Podemos, então, obter a matriz de massa para os neutrinos ao escrevermos a lagrangeana de massa, após quebra espontânea de simetria e considerando as massas de Majorana dos neutrinos de mão direita, que será dada por:

$$\mathcal{L}_\nu^M = \sum_{\alpha;i} \frac{G^{\alpha i} v}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{\alpha L}} N'_{iR} + \frac{1}{2} \sum_{ij} \overline{N'_{iR}} M_{ij} N'_{jR}. \quad (3.14)$$

Em que  $v$  o valor esperando do vácuo do escalar de Higgs. Definindo  $N' = (\nu'_{eL}, \nu'_{\mu L}, \nu'_{\tau L}, (N'_{1R})^c, (N'_{2R})^c)^T$  e considerando que  $\overline{\nu'_{\alpha L}} N'_{iR} = \overline{(N'_{iR})^c} (\nu'_{\alpha L})^c$ , a forma matricial para a lagrangeana é, então:

$$-\mathcal{L}_\nu^M = \frac{1}{2} \overline{N'} M^\nu N'^c + h.c. . \quad (3.15)$$

em que que a matriz de massa dos neutrinos é dada por:

$$M^\nu = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_e & b_e \\ 0 & 0 & 0 & a_\mu & b_\mu \\ 0 & 0 & 0 & a_\tau & b_\tau \\ a_e & a_\mu & a_\tau & M_{11} & M_{12} \\ b_e & b_\mu & b_\tau & M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Podemos observar que esta matriz pode ser dividida em submatrizes, sendo elas: uma matriz de ordem três definida como  $M_L = 0_{3 \times 3}$ , uma submatriz retangular  $2 \times 3$  dada por:

$$M_D = \begin{pmatrix} a_e & b_e \\ a_\mu & b_\mu \\ a_\tau & b_\tau \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

e, por fim, temos uma matriz quadrada de ordem dois, que denominaremos de  $M_R$  e será dada por:

$$M_R = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

Nas equações acima, consideramos  $a_{\alpha 1} = \frac{G^{\alpha 1} v}{\sqrt{2}} = a_\alpha$  e  $a_{\alpha 2} = \frac{G^{\alpha 2} v}{\sqrt{2}} = b_\alpha$ .

Este modelo é um interessante exercício matemático, uma vez que a matriz de massa é maior que a do modelo anterior (3+1) e podemos, ainda, considerar diferentes tipos de interações entre os neutrinos de mão direita, modelos mais importantes serão aqueles em que consideramos  $M_L \neq 0$ . Estas escolhas devem ser justificadas por meio de simetrias do modelo, como, por exemplo, a simetria estudada no capítulo seis e/ou por dados experimentais. Podemos ter os termos  $M_{11} = M_{22} = 0$  com  $M_{12}$  e  $M_{21}$  não nulos, bem como podemos ter  $M_{12} = M_{21} = 0$  com  $M_{11}$  e  $M_{22}$  não nulos, e ainda a matriz  $M_R$  pode ser inteiramente nula, ou seja, os neutrinos de mão direita não adquirem massa de Majorana.

Portanto, temos as seguintes matrizes de massa, respectivamente:

$$M^\nu = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_e & b_e \\ 0 & 0 & 0 & a_\mu & b_\mu \\ 0 & 0 & 0 & a_\tau & b_\tau \\ a_e & a_\mu & a_\tau & 0 & M_{12} \\ b_e & b_\mu & b_\tau & M_{21} & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.19)$$

$$M^\nu = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_e & b_e \\ 0 & 0 & 0 & a_\mu & b_\mu \\ 0 & 0 & 0 & a_\tau & b_\tau \\ a_e & a_\mu & a_\tau & M_{11} & 0 \\ b_e & b_\mu & b_\tau & 0 & M_{22} \end{pmatrix}, \quad (3.20)$$

e por fim

$$M^\nu = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_e & b_e \\ 0 & 0 & 0 & a_\mu & b_\mu \\ 0 & 0 & 0 & a_\tau & b_\tau \\ a_e & a_\mu & a_\tau & 0 & 0 \\ b_e & b_\mu & b_\tau & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.21)$$

Notemos que a lagrangeana para esta última matriz de massa é simplificada em relação à lagrangeana completa, uma vez que ela não possui os termos de massa de Majorana, sendo dada por:

$$\mathcal{L}_\nu^M = \sum_{\alpha; i=1,2} \frac{G^{\alpha i \nu}}{\sqrt{2}} \nu'_{\alpha L} \overline{N'_{iR}}. \quad (3.22)$$

As matrizes de massa para os neutrinos são as em evidência nas Eqs. (3.19) à (3.21). Ao diagonalizarmos essas matrizes, os autovalores correspondem às massas dos neutrinos, e seus autovetores, quando colocados em forma de colunas em uma matriz, representam a matriz de mistura dos neutrinos, que é também a que diagonaliza a matriz de massa, lembrando que isso só é verdade quando consideramos que os léptons carregados já encontram-se na base diagonal, isto é, os auto-estados de massa correspondem aos seus auto-estados de sabor.

Vamos estudar em detalhes a obtenção dos autovalores e autovetores, e, por conseqüência, a matriz de rotação para o modelo 3+2 sem massas de Majorana. Este modelo foi o escolhido por ser o mais simples, visando, com isso, simplificar os cálculos algébricos, e com isso podemos detectar as limitações para este caso.

### 3.2.2 O Modelo 3+2 com $M_R = 0$

Como dito anteriormente, por questões de simplicidade vamos considerar a matriz de massa da Eq.(3.21). Portanto, a lagrangeana de massa correspondente será a da Eq. (3.22). Temos assim que:

$$M^\nu = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_e & b_e \\ 0 & 0 & 0 & a_\mu & b_\mu \\ 0 & 0 & 0 & a_\tau & b_\tau \\ a_e & a_\mu & a_\tau & 0 & 0 \\ b_e & b_\mu & b_\tau & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.23)$$

O método para diagonalizarmos esta matriz de massa é o mesmo do Modelo 3+1. Consiste em obtermos os autovetores e autovalores da matriz por meio da resolução da equação secular para a matriz  $M^\nu$ . Obtemos da equação secular:

$$-\lambda[(\vec{a} \times \vec{b})^2 - (a^2 + b^2)\lambda^2 + \lambda^4] = 0 \quad (3.24)$$

na qual, definimos  $a^2 = a_e^2 + a_\mu^2 + a_\tau^2$ ;  $b^2 = b_e^2 + b_\mu^2 + b_\tau^2$ , e também um produto escalar entre  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  como sendo  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_e b_e + a_\mu b_\mu + a_\tau b_\tau$  e os  $\lambda$ 's os autovalores da matriz. Temos, com isso, os autovalores de  $M^\nu$ :

$$\lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = \sqrt{\frac{(a^2 + b^2) + \sqrt{(a^2 + b^2)^2 - 4(\vec{a} \times \vec{b})^2}}{2}}, \quad (3.25)$$

$$\lambda_3 = -\lambda_2, \quad \lambda_4 = \sqrt{\frac{(a^2 + b^2) - \sqrt{(a^2 + b^2)^2 - 4(\vec{a} \times \vec{b})^2}}{2}}, \quad \lambda_5 = -\lambda_4. \quad (3.26)$$

Portanto, definindo as massas dos neutrinos como sendo  $m_1 = \lambda_1$ ,  $m_2 = \lambda_2$ ,  $m_3 = -\lambda_2$ ,  $m_4 = \lambda_4$ ,  $m_5 = -\lambda_4$ , teremos que definir, ao longo do trabalho, fases que irão absorver o sinal negativo de  $m_3$  e  $m_5$ . Em resumo, temos:

$$m_1 = \lambda_1, \quad m_2 = m_3 = \lambda_2, \quad m_4 = m_5 = \lambda_4. \quad (3.27)$$

Para obter os autovetores, devemos resolver o seguinte sistema:

$$\begin{pmatrix} -\lambda_i & 0 & 0 & a_e & b_e \\ 0 & -\lambda_i & 0 & a_\mu & b_\mu \\ 0 & 0 & -\lambda_i & a_\tau & b_\tau \\ a_e & a_\mu & a_\tau & -\lambda_i & 0 \\ b_e & b_\mu & b_\tau & 0 & -\lambda_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1^i \\ X_2^i \\ X_3^i \\ X_4^i \\ X_5^i \end{pmatrix} = 0. \quad (3.28)$$

Para  $\lambda_1 = 0$  obtemos os autovetores como sendo:

$$X_1^i = \frac{(\vec{a} \times \vec{b})_e}{\sqrt{|\vec{a} \times \vec{b}|}}, \quad X_2^i = \frac{(\vec{a} \times \vec{b})_\mu}{\sqrt{|\vec{a} \times \vec{b}|}}, \quad X_3^i = \frac{(\vec{a} \times \vec{b})_\tau}{\sqrt{|\vec{a} \times \vec{b}|}}, \quad X_4^i = X_5^i = 0 \quad (3.29)$$

Nestas equações, definimos o produto vetorial entre  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  como sendo:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_\mu b_\tau - a_\tau b_\mu)_e + (a_\tau b_e - a_e b_\tau)_\mu + (a_e b_\mu - a_\mu b_e)_\tau \quad (3.30)$$

Para  $\lambda_i \neq 0$ , obtemos os autovetores como sendo:

$$X_1^i = \frac{a_e A_i + b_e}{[(a A_i + b)^2 + (A_i^2 + 1)\lambda_i^2]^{\frac{1}{2}}}, \quad X_2^i = \frac{a_\mu A_i + b_\mu}{[(a A_i + b)^2 + (A_i^2 + 1)\lambda_i^2]^{\frac{1}{2}}}, \quad (3.31)$$

$$X_3^i = \frac{a_\tau A_i + b_\tau}{[(a A_i + b)^2 + (A_i^2 + 1)\lambda_i^2]^{\frac{1}{2}}}, \quad X_4^i = \frac{\lambda_i A_i}{[(a A_i + b)^2 + (A_i^2 + 1)\lambda_i^2]^{\frac{1}{2}}}, \quad (3.32)$$

$$X_5^i = \frac{\lambda_i}{[(aA_i + b)^2 + (A_i^2 + 1)\lambda_i^2]^{\frac{1}{2}}}, \quad (3.33)$$

em que  $A_i$  é definido como:

$$A_i = \frac{\lambda_i^2 - b^2 - \vec{a} \cdot \vec{b}}{a^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} - \lambda_i^2} \quad (3.34)$$

Podemos observar, então, que, primeiro, como  $A_i$  depende somente de  $\lambda_i^2$ , temos  $A_2 = A_3$ , e  $A_4 = A_5$ , o que nos deixa com os denominadores de  $X_2^j = X_3^j$  e os denominadores de  $X_4^j = X_5^j$  em que  $j$  é o índice que corresponde a posição do elemento da matriz ao longo da coluna. Segundo, os numeradores diferem somente por um sinal de menos, portanto,  $X_4^4 = -X_5^4$ . O mesmo ocorre para  $X_2^4 = -X_3^4$ ,  $X_4^5 = -X_5^5$  e  $X_4^5 = -X_5^5$ .

Portanto, a matriz de rotação será da seguinte forma:

$$R_2 = \Theta \begin{pmatrix} X_1^1 & X_1^2 & X_1^2 & X_1^4 & X_1^4 \\ X_2^1 & X_2^2 & X_2^2 & X_2^4 & X_2^4 \\ X_3^1 & X_3^2 & X_3^2 & X_3^4 & X_3^4 \\ X_4^1 & X_4^2 & -X_4^2 & X_4^4 & -X_4^4 \\ X_5^1 & X_5^2 & -X_5^2 & X_5^4 & -X_5^4 \end{pmatrix}, \quad (3.35)$$

sendo  $\Theta = \text{diag}(1, 1, i, 1, i)$ . A matriz  $\Theta$  pode ser introduzida se considerarmos que os neutrinos de Majorana massivos podem ser auto-estados de CP, ao assumirmos que a matriz  $M$  é real e positiva.  $\Theta$  é introduzida para que todas as massas da matriz diagonal sejam positivas. Deste modo, tivemos que escolher os neutrinos de Majorana como sendo auto-estados positivos de CP e corrigimos, com o fator,  $i$  os que não possuem massa positiva.

Podemos ainda escrever uma matriz com as mesmas características da matriz acima em função de ângulos, que, quando parametrizados, estarão diretamente relacionados aos parâmetros iniciais da matriz de massa  $M$ . Portanto, a matriz de rotação em termos de ângulos é dada por:

$$R_2 = \Theta \begin{pmatrix} c_\rho & \frac{-s_\rho c_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{-s_\rho c_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{-s_\rho s_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{-s_\rho s_\gamma}{\sqrt{2}} \\ s_\rho c_\beta & \frac{c_\rho c_\gamma c_\beta - s_\beta s_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho c_\gamma c_\beta - s_\beta s_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho s_\gamma c_\beta - s_\beta c_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho s_\gamma c_\beta - s_\beta c_\gamma}{\sqrt{2}} \\ s_\rho s_\beta & \frac{c_\rho s_\gamma c_\beta - c_\beta s_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho s_\gamma c_\beta - c_\beta s_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho s_\gamma s_\beta - c_\beta c_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho s_\gamma s_\beta - c_\beta c_\gamma}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{s_\alpha}{\sqrt{2}} & \frac{-s_\alpha}{\sqrt{2}} & \frac{s_\eta}{\sqrt{2}} & \frac{-s_\eta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{c_\alpha}{\sqrt{2}} & \frac{-c_\alpha}{\sqrt{2}} & \frac{c_\eta}{\sqrt{2}} & \frac{-c_\eta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (3.36)$$

Considerando que:

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \quad (3.37)$$

Portanto:

$$\alpha + \eta = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (3.38)$$

A matriz de rotação é uma matriz unitária por construção, Eq. (3.35), o que implica que a matriz da Eq. (3.36) deve ser unitária. Conseguimos, facilmente, associar a primeira coluna da Eq. (3.36) com a da Eq. (3.35), de modo que  $X_1^1 = c_\rho$ ,  $X_2^1 = c_\beta s_\rho$ ,  $X_3^1 = s_\beta s_\rho$ . Porém, os demais elementos não são tão triviais de se parametrizar, uma vez que dependem, a priori, dos mesmo parâmetros desses primeiros elementos parametrizados. Com isso, não foi possível uma associação imediata com os elementos dessa matriz, com os da matriz Eq.(3.36), mas as condições acima, Eq. (3.37) e (3.38) são necessárias para que a unitariedade seja satisfeita. Note-mos, ainda que, mesmo com mais parâmetros na matriz de massa, possuir apenas quatro ângulos, o que, novamente, nos impossibilita de explicarmos todos os dados experimentais.

Ainda existe o problema de degenerescência em nível de árvore, portanto, a princípio, este modelo nos fornece apenas duas diferenças de massa, como o modelo anterior, o que impossibilita explicar os dados experimentais. Esta degenerescência, nos leva, ainda, a uma matriz de mistura muito particular e de difícil parametrização, sendo possível, somente, escrever uma matriz com as mesmas características da matriz de rotação.

Do mesmo modo que no modelo 3+1, caso consideremos as matrizes de massa como sendo complexas, não conseguiremos obter fases de Dirac na matriz de rotação, o que implica que não é possível, ainda neste modelo, estudarmos violação de CP por meio das probabilidades de oscilação.

Como vimos ao longo deste capítulo, um modelo com um ou até mesmo dois neutrinos estéreis (3+1 e 3+2) que considere somente massa de Dirac para os neutrinos ativos, isto é, sem massa de Majorana para estes, não possui parâmetros livres suficientes para ser capaz de explicar os dados experimentais de oscilação de neutrinos.

# Capítulo 4

## Modos de Gerar $M_L \neq 0$

Ao longo deste capítulo, estudaremos as possíveis maneiras de alterar o MPE para que possamos ter uma teoria que gere massa de Majorana para os neutrinos ativos, ou seja, iremos construir modelos que tenha  $M_L \neq 0$ , sabendo, entretanto, que o MPE é uma teoria já consolidada. Portanto, as alterações devem ser feitas de modo a garantir a validade atual do modelo.

Vamos considerar três tipos de modelos que gerem massa por meio i) do valor esperado do vácuo de um tripleto escalar, ii) do operador de dimensão 5 e iii) correções radiativas. Ao acrescentarmos estes termos de massa ao MPE, teremos que estudar as possíveis alterações ao longo de todo o MPE.

Deste modo, este capítulo esboçará como podemos gerar massa para os neutrinos ativos e quais são as alterações no MPE provenientes dos diferentes modelos de massa.

### 4.1 Introdução de um Tripleto Escalar de Higgs no MPE

Caso não sejam adicionados férmions ao conteúdo de matéria do MP teremos em cada geração dois graus de liberdade que correspondem aos férmions não carregados. Existe um meio de que estes adquiram massa de Majorana. O que nos motiva a introduzir novos bósons de Higgs que possam violar a simetria B - L em suas interações. Deste modo a massa dos neutrinos será induzida pelos acoplamentos de Yukawa. Com essas duas considerações em mente podemos examinar quais são os

bilineares fermiônicos que possuem um número quântico líquido B-L.

Vamos combinar um campo leptônico com um campo anti-leptônico, podemos obter dois bilineares férmionicos que possuem um número quântico B - L, são eles:

$$\overline{L}_L^c L_L \sim (2, -1_{\frac{1}{2}}) \times (2, -1_{\frac{1}{2}}) = (1, -1) + (3, -1), \quad (4.1)$$

$$\overline{L}_L L_R^- \sim (2, \frac{1}{2}) \times (1, -1) = (2, -\frac{1}{2}), \quad (4.2)$$

entre outros. Os números entre parênteses correspondem as transformações sobre  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ .

Portanto podemos concluir que além do dubleto de Higgs  $\phi$  que se transforma sobre  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  por  $(2, \frac{1}{2})$ , podemos introduzir multipletos de Higgs que acoplem com os bilineares acima de modo a fornecerem um invariante de gauge são os seguintes:

1. Um tripleto (H) (3, -1)
2. Um singleto carregado  $h^+$  (1,1)
3. Um singleto duplamente carregado  $k^{++}$  (1, 2)

Estas interações serão exemplificadas no decorrer do capítulo, nas secções (4.1.1) que descreve a introdução do tripleto, (4.3.1) com o modelo de massa de Zee e (4.3.2) com o mecanismo de Babu.

Como manteremos a conservação do número leptônico nos acoplamentos de Yukawa iremos definir, para esses escalares, um número leptônico apropriado. No decorrer do presente trabalho iremos apresentar as possíveis interações desses escalares com os dubletos de férmions, mas cabe aqui ressaltar que eles são importantes para os mecanismos de correções radiativas, como os que veremos na continuação, os mecanismos de Zee e Babu.

Uma primeira possibilidade de gerarmos massa de Majorana para neutrinos ativos é alterando o setor escalar de Higgs, por meio da introdução de um tripleto de

Higgs com hipercarga  $Y = 2$ , o valor da terceira componente de isospin será  $I_3 = 1$ . Tripletos de Higgs podem ainda ser usados para estudar leptogenesis[33].

Vimos, no capítulo anterior, que a introdução de neutrinos estéreis de mão direita é simples, uma vez que gerar massa aos neutrinos não causa alterações nos demais setores do modelo. No entanto, a adição do tripleto no MPE não é tão simples assim, uma vez que ele introduz novos acoplamentos e alterações à lagrangeana do MPE. Deste modo, nesta seção, faz-se necessário mostrar as alterações que a adição do tripleto acarreta à lagrangeana do MPE, bem como mostrar a lagrangeana de massa para os neutrinos e, conseqüentemente, a matriz de massa.

### 4.1.1 O tripleto escalar

Adicionamos ao conteúdo de matéria do MP um tripleto escalar em  $SU(2)_L$  dado por:

$$H = \begin{pmatrix} H^{++} \\ H^+ \\ H^0 \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

A lagrangeana do MPE, dada nas Eqs. 2.3 a 2.6, deverá ter termos adicionais que correspondem às interações do tripleto com as partículas já existentes no modelo. Introduziremos a interação do tripleto com os léptons, dada a seguir. Na continuação, iremos estudar as alterações ao longo do MPE.

A lagrangeana de interação com os férmions

$$\mathcal{L}_{F,H} = -\overline{L'_{\alpha i L}{}^c} f_{\alpha\beta} (\sigma^a H_a)_{ij} L'_{\beta j L}, \quad (4.4)$$

em que  $a = 1, 2, 3$  e  $H$  deve estar representado pelos autoestados de carga, e  $\sigma^a$  correspondem as matrizes da Pauli, note-se ainda que o tripleto tem que ter um número leptônico igual a -2 para que a lagrangeana conserve o mesmo. Portanto, a lagrangeana será:

$$\mathcal{L}_{F,H} = -f \overline{L'_L{}^c} \begin{pmatrix} H^+ & \sqrt{2}H^{++} \\ \sqrt{2}H^0 & -H^+ \end{pmatrix} L'_L, \quad (4.5)$$

que, de forma explicita, é dada por:

$$\mathcal{L}_{F,H} = -f_{\alpha\beta} \left[ -\sqrt{2} \overline{\nu'_{\alpha L}} \nu'_{\beta L} H^0 + \left( \overline{l'_{\alpha L}} \nu'_{\beta L} + \overline{\nu'_{\alpha L}} l'_{\beta L} \right) H^+ + \overline{l'_{\alpha L}} l'_{\beta L} H^{++} \right] \quad (4.6)$$

Podemos notar que somente os neutrinos irão adquirir massa por meio do tripleto. Devemos considerar  $(L_L)^c = C\gamma_0 L_R^*$ . Esta consideração é importante para podermos expandir a lagrangeana na forma em que ela se encontra acima. Note-se, também, que não existe outro modo de construir a lagrangeana para gerarmos massa para os neutrinos que seja invariante por  $SU(2)_L$ .

Os valores esperados no vácuo são não nulos e reais, dados por:

$$\langle \phi_0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}v ; \langle H_0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}v_t. \quad (4.7)$$

Seguindo o procedimento de quebra espontânea de simetria, o mesmo usado no MPE, expandimos os campos escalares em torno dos valores esperados do vácuo, obtendo:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\rho_d + v + i\eta_d) \end{pmatrix}; H = \begin{pmatrix} H^{++} \\ H^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\rho_t + v_t + i\eta_t) \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

Portanto, obtemos que a matriz de massa dos neutrinos possui a seguinte forma:

$$M_L = \frac{f_{\alpha\beta}}{\sqrt{2}}v_t = \frac{v_t}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} f_{ee} & f_{e\mu} & f_{e\tau} \\ f_{\mu e} & f_{\mu\mu} & f_{\mu\tau} \\ f_{\tau e} & f_{\tau\mu} & f_{\tau\tau} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

A base dos neutrinos para esta matriz é definida como  $N' = col(\nu'_e, \nu'_\mu, \nu'_\tau)$ . Deste modo, a lagrangeana de massa para os neutrinos terá a seguinte forma:

$$\mathcal{L}_{M_L}^\nu = \overline{N'} M_L N'^c. \quad (4.10)$$

Podemos explicar o fato dos neutrinos serem muito mais leves que os léptons carregados, uma vez que as massas de ambos são obtidas por meio de diferentes escalares, isto é, consideramos que  $v_t \ll v$ , e, de fato, uma vez que o escalar sem carga acopla também com os bósons  $W$  e  $Z$  e, portanto, o seu valor esperado no vácuo (VEV) contribui para a massa dos mesmos, considerando que estes valores são já determinados, a contribuição de  $v_t$  deve ser pequena, como veremos a seguir.

## 4.1.2 Conseqüências ao MPE

Vimos que é possível gerar massa para os neutrinos com a introdução do tripleto escalar. Agora cabe-nos estudar as conseqüências desta introdução ao modelo. Para tanto, é necessário estudar a lagrangeana de interação dos bósons, dada por:

$$\mathcal{L}_{\phi,H} = |D_\mu H|^2 + |D_\mu \phi|^2 - V(H, \phi), \quad (4.11)$$

nas quais  $V(H, \phi)$  corresponde ao potencial, e é dado por:

$$V(H, \phi) = a |\phi|^2 + b |H|^2 + c |\phi|^4 + d |H|^4 + e |\phi|^2 |H|^2 \quad (4.12)$$

$$+ f((H)^\dagger (H^T)^\dagger)(H^T H) + ih\epsilon_{jkn}\phi_j \sigma_j \phi(H)_k^\dagger H_n. \quad (4.13)$$

Definindo as derivadas covariantes como sendo:

$$D_\mu \phi = (\partial_\mu \mathbf{1} + i\frac{g'}{2} B_\mu Y_\phi \mathbf{1} + igW_\mu^a \frac{\sigma^a}{2})\phi, \quad (4.14)$$

nas quais,  $\mathbf{1}$  é a matriz identidade de ordem 2 e, podendo escrever o equação acima como sendo

$$D_\mu \phi = \left( \partial_\mu \mathbf{1} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} gW_\mu^3 + g'Y_\phi B_\mu & g\sqrt{2}W_\mu^+ \\ g\sqrt{2}W_\mu^- & -gW_\mu^3 + g'Y_\phi B_\mu \end{pmatrix} \right) \phi, \quad (4.15)$$

e também teremos:

$$D_\mu H = (\partial_\mu \mathbf{1} + i\frac{g'}{2} B_\mu Y_\phi \mathbf{1} + igW_\mu^a T^a)H, \quad (4.16)$$

nas quais  $\mathbf{1}$  é, agora, matriz identidade de ordem três e  $(T^a)_{kl} = -i\epsilon_{jkl}$ , podemos escrever a equação acima como sendo:

$$D_\mu H = \left[ \partial_\mu \mathbf{1} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} gW_\mu^3 + g'Y_\phi B_\mu & g\sqrt{2}W_\mu^+ & 0 \\ gW_\mu^- & g' B_\mu & gW_\mu^+ \\ 0 & g\sqrt{2}W_\mu^- & -gW_\mu^3 + g'Y_\phi B_\mu \end{pmatrix} \right] H. \quad (4.17)$$

Para obtermos as modificações basta desenvolvermos toda a lagrangeana  $L_{\phi,H}$  e agruparmos os termos comuns. Os cálculos são longos, mas não são complicados, uma vez que são muito semelhantes aos cálculos para o MP, facilmente encontrados em referências como as seguintes [34, 35]. E na referência [36], pode-se encontrar

todo o desenvolvimento deste cálculo, exatamente, com uma possível alteração de notação.

Após os cálculos, obtemos a seguinte lagrangeana:

$$\mathcal{L}_{\phi,H} = \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(v^2 + v_t^2)Z_\mu Z^\mu + \frac{1}{4}g^2(v^2 + v_t^2)W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2}(g^2 + g'^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4.18)$$

$$(v^2 + v_t^2)^{\frac{1}{2}}Z_\mu \partial^\mu \theta + \frac{g^2}{2}(v^2 + v_t^2)^{\frac{1}{2}}(W_\mu^+ \partial^\mu \sigma^- + W^{-\mu} \partial^\mu \sigma^+) + \dots, \quad (4.19)$$

nas quais os campos de gauge são os mesmos do MP, definidos como:

$$W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2); Z_\mu = \frac{g' B_\mu - gW_\mu^3}{(g^2 + g'^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.20)$$

Os campos extras que aparecem no modelo,  $\theta$  e  $\sigma^\pm$ , podem ser absorvidos por  $Z_\mu^0$  e  $W_\mu^\mp$ , respectivamente, e são definidos como:

$$\theta = \eta_d + 2 \left( \frac{v_T}{v} \right) \eta_T; \quad \sigma^+ = i \left( \phi^+ + \frac{v_T}{v} \sqrt{2} \phi^+ \right). \quad (4.21)$$

A partir da lagrangeana  $L_{\phi,H}$ , podemos obter as massas para todas as partículas adicionais ao modelo [37], inclusive as dos bósons de Higgs. Contudo, para o presente trabalho, nos cabe somente analisar a massa para os bósons carregados  $Z$  e  $W$ , uma vez que estas foram alteradas após a introdução do tripleto, tendo assim:

$$M_W^2 = \frac{1}{2}g(v^2 + 2v_T^2); \quad M_Z^2 = \frac{1}{2}(g^2 + g'^2)(v^2 + 4v_T^2). \quad (4.22)$$

Uma vez que o valor  $\rho = \left( \frac{M_W}{M_Z \cos \theta_W} \right)^2 = 1$  em nível de árvore, é bem determinado experimentalmente, podemos obter um intervalo de valores para  $v_T$  que, necessariamente, é menor que  $v$ , o que pode justificar a pequena massa dos neutrinos.

Acrescentar o tripleto ao modelo teve como consequência a redefinição das massas dos campos vetoriais e escalares, após expandirmos a densidade lagrangeana em torno do vácuo, pois isso introduziu graus de liberdades expúrios. O estudo de diagramas permitidos e contagens de graus de liberdade nos permite encontrar as regras de transformação dos campos vetoriais [38].

Portanto, temos mais uma pequena alteração no MP capaz de gerar massa aos neutrinos. Como vimos, esta alteração acarreta ao modelo algumas outras alterações, como, por exemplo, acrescenta duas novas partículas na escala de energia

possível de se detectar. Contudo, não nos cabe o aprofundamento em detalhes do modelo, porém, é importante ressaltar que as modificações feitas no MP, em busca de gerar massa para os neutrinos, podem gerar alterações ao longo do modelo que colimem para uma Física nova, ou que possam excluir o modelo por não corresponderem à realidade.

## 4.2 O Operador de dimensão 5 do MPE

Até agora vimos maneiras de gerar massa para os neutrinos acrescentando novos conteúdos de matéria ao MPE. Porém, existe um modo de obtermos massa para os neutrinos sem alterarmos o conteúdo de matéria do MPE. Sabemos que os termos de interação entre as partículas elementares são até de dimensão quatro e precisam necessariamente dos singletos de SU(2) para obtenção das massas por meio do mecanismo de Higgs. Existe, ainda, à conservação automática do número leptônico. Uma vez que os neutrinos não possuem seus singletos de mão direita, não adquirem massa (de Dirac) e, devido a conservação do número leptônico, não podemos considerar massas de majorana para os neutrinos [39, 40].

Mas, levando em consideração que as evidências experimentais de massa para os neutrinos consistem em nova Física\*, além do MPE, podemos ignorar o fato de que o número leptônico é conservado, uma vez que a conservação desse número é automática no MPE, sem singletos (direitos) de neutrinos, porém não existe razão para que a simetria seja conservada em escalas de energias maiores. Sabemos, ainda, que o MPE é uma teoria de campo efetiva a baixas energias. Se expandirmos a lagrangeana do modelo padrão em termos da potência inversa de uma grande massa  $\Lambda$ , teremos:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SM} + \frac{1}{\Lambda} L^5 + \frac{1}{\Lambda^2} L^6 + \dots, \quad (4.23)$$

nas quais os termos além do MP correspondem a termos de dimensões superiores a quatro. Podemos, então, tentar obter um operador de dimensão cinco que é um termo de maior dimensão e, portanto, menos suprimido que os de dimensão maiores. Consideraremos apenas os campos contidos no MP e não alteraremos sua simetria.

---

\*As massas podem ser tanto de Dirac quanto de Majorana, quando dizemos que as evidências experimentais de massa de neutrinos consistem em nova física.

Deste modo, existe somente um operador de dimensão 5 permitido, dado por:

$$\mathcal{L}_M^\nu = \frac{f}{\Lambda} \overline{L'_L} \phi L'^c_L \phi, \quad (4.24)$$

que, escrito em termos dos índices de SU(2), apresenta a seguinte forma:

$$\mathcal{L}_M^\nu = \frac{f}{\Lambda} (\overline{L'_{iL}} L'_{jL} \phi_k \phi_t \epsilon_{ik} \epsilon_{jt}) + h.c., \quad (4.25)$$

nas quais  $\epsilon_{ij} = -\epsilon^{ij}$  é um tensor anti-simétrico de SU(2) e, portanto, a lagrangeana acima é expandida da seguinte forma:

$$\mathcal{L}_M^\nu = \frac{f_{\alpha\beta}}{\Lambda} (\overline{L'_{\alpha L1}} \epsilon_{12} \phi_2 + \overline{L'_{\alpha L2}} \epsilon_{21} \phi_1) (L'_{\beta L1} \epsilon_{12} \phi_2 + L'_{\beta L2} \epsilon_{21} \phi_1) \quad (4.26)$$

$$= \frac{f_{\alpha\beta}}{\Lambda} (\overline{\nu'_{\alpha L}} \phi_0 + \overline{l'_{\alpha iL}} \phi_+) (\nu'_{\beta L} \phi_0 + l'_{\beta jL} \phi_+) \quad (4.27)$$

$$= \frac{f_{\alpha\beta}}{\Lambda} [\overline{\nu'_{\alpha L}} \nu'_{\beta L} \phi^0 \phi^0 + (\overline{l'_{\alpha iL}} \nu'_{\beta L} + \overline{\nu'_{\alpha L}} l'_{\beta jL}) \phi^0 \phi^+ + l'_{\beta jL} \overline{l'_{\alpha iL}} \phi^+ \phi^+]. \quad (4.28)$$

Após quebra espontânea de simetria, teremos que o termo de massa para os neutrinos será dado por:

$$\mathcal{L}_M^\nu = \frac{f_{\alpha\beta}}{\Lambda} \left( \frac{v}{\sqrt{2}} \right)^2 \overline{\nu'_{\alpha L}} \nu'_{\beta L}, \quad (4.29)$$

o que nos fornece a seguinte matriz de massa para os neutrinos:

$$M_L = \frac{v^2}{2} f_{\alpha\beta} = \frac{v^2}{2} \begin{pmatrix} f_{ee} & f_{e\mu} & f_{e\tau} \\ f_{\mu e} & f_{\mu\mu} & f_{\mu\tau} \\ f_{\tau e} & f_{\tau\mu} & f_{\tau\tau} \end{pmatrix}. \quad (4.30)$$

A base dos neutrinos para esta matriz é definida como  $N = \text{col}(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$ . Deste modo, a lagrangeana de massa para os neutrinos terá a seguinte forma:

$$\mathcal{L}_{M_\Lambda}^\nu = \overline{N'} M_L N'^c. \quad (4.31)$$

Uma vez que a escala de massa dada por  $\Lambda$  é muito maior que  $v^2$  podemos explicar o fato da massa dos neutrinos ser tão pequena, quando comparada aos léptons carregados.

Neste modelo, não existem redefinições ao longo do MP. Por sua vez, o número leptônico de sabor é violado. A matriz que diagonaliza a matriz de massa  $M_L$  é uma

matriz unitária de ordem três. Uma vez que estamos considerando a matriz de massa dos léptons carregados como diagonal, a matriz unitária que diagonaliza  $M_L$  pode ser semelhante, ou até mesmo a própria matriz PMNS<sup>†</sup>, que por sua vez, por ser uma matriz unitária, não altera as lagrangeanas de corrente neutra nem carregada, como havíamos visto nos modelos mínimo e no modelo com dois neutrinos estéreis.

### 4.3 Geração de Massa via Correções radiativas

Em uma teoria com quebra espontânea de simetria, a matriz de massa geral, em ordem zero, para um férmion, corresponde à soma dos termos simples de massa e dos termos de tadpole, que surgem dos acoplamentos de Yukawa e são proporcionais ao valor esperado do vácuo dos campos escalares. Uma relação de massa de ordem zero deve ter a seguinte forma  $M = \Gamma\langle\phi\rangle + M'$ , que são imutáveis por mudanças arbitrárias (mas suficientemente pequenas) nos parâmetros renormalizados. Existem quatro tipos de relações de massas distintos [41]:

*Tipo (a):* Relações de massas determinadas por um subgrupo não quebrado da simetria da lagrangeana,

*Tipo (b):* Relações de massa determinadas pelo conteúdo de representação dos mésons escalares,

*Tipo (c):* Relações de massa envolvendo simetrias acidentais,

*Tipo (d):* Relações de massa que surgem por meio das restrições impostas pelos requerimentos de renormalização do modelo.

O tipo (a) é a relação exata de massa, já familiar, associada a uma simetria exata. Tal relação será mantida em ordens maiores. Caso os neutrinos tivessem massa nula, ela poderia ser um tipo (a) de massa, mas este tipo não é capaz de explicar a leveza dos neutrinos, pois adquire massa, por meio do mecanismo de Higgs, com o mesmo dubleto escalar e portanto possui o mesmo valor esperado do vácuo que os léptons carregados.

Um tipo (b) de relação de massa pode ocorrer quando os acoplamentos de Yukawa são incompletos. Se os férmions se transformam sobre uma certa representação  $D$  de um grupo de simetria da lagrangeana, um multiplete escalar pode acoplar com férmions, caso eles se transformem de acordo com qualquer componente irreduzível

---

<sup>†</sup>É a matriz proposta por Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata.

de  $D^* \otimes D$ . Caso não existam os escalares em uma ou mais dessas representações, não existirão os acoplamentos de Yukawa que podem fornecer os termos de massa mais gerais em ordem zero, não importa qual seja o valor esperado do vácuo que os campos escalares assumam.

Massas do tipo(c) não são capazes de explicar a diferença da massa do elétron quando comparada com os demais léptons, uma vez que simetrias, normalmente, proibem ou permitem acoplamentos de um certo tipo, porém, não alteram substancialmente o valor da massa. Por este motivo, não encontramos trabalhos que explorem este tipo de massa.

O tipo (d) de relação de massa pode ocorrer, uma vez que a lagrangeana teria que ser renormalizável, supostamente. Então só, os termos quadráticos, cúbicos e quárticos dos acoplamentos de escalares são permitidos. É possível que os valores esperados do vácuo de ordem zero, obtidos por meio da maximização de lagrangeana, serem qualitativamente diferente dos valores esperados do vácuos verdadeiros obtidos por meio da minimização do potencial clássico. Um simples exemplo deste fenômeno é dado em [42]. Consideremos uma teoria de gauge baseada no grupo de simetria  $U(1)$  com quatro escalares complexos,  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  e  $\phi_8$ , que se transformam do seguinte modo:  $\phi_n \rightarrow e^{in\theta} \phi_n$ , sendo  $\theta$  a carga do grupo de simetria  $U(1)$  em questão. É fácil escrevermos uma lagrangeana invariante sobre este grupo de simetria que maximiza em  $\phi_1 = \phi_2 = \phi_8 = 0$ , com  $\phi_3 \neq 0$ , para todos os parâmetros. Mas isto é possível somente por que a renormalização proíbe o acoplamento  $\phi_2^4 \phi_8^*$ . Tais termos serão induzidos no potencial clássico por efeitos de ordem superior e possibilitarão um valor esperado do vácuo para o campo  $\phi_8$ . Então a leveza desta massa pode ser um exemplo do tipo (c) das relações de massa.

Vimos que podemos ter vários tipos de relações de massa de ordem zero que podem ou não explicar a leveza dos neutrinos em relação aos seus respectivos léptons carregados. O tipo (a) seria o mais comum e uma primeira tentativa, mas ele não é capaz de explicar a diferença de massa do elétron em relação aos demais férmions, portanto, não pode ser capaz de explicar a diferença entre as escalas de massa dos neutrinos e dos férmions, uma vez que ela é proveniente de uma simetria não quebrada mesmo a ordens maiores, o que impede que a escala de energia seja aumentada. Deste modo, este tipo não explica diferenças nas escalas de massa. Note-se que, deste modo, podemos gerar massa para os neutrinos por meio de correções radiativas, isto é, os neutrinos em nível de árvore não possuem massa, mas podem

adquiri-la em nível de um ou mais loops. Uma vantagem destes modelos está no fato das massas dos neutrinos, uma vez geradas por correções radiativas, serem sempre pequenas, como esperado.

Podemos, ainda, considerar que uma partícula não possui massa devido a alguma simetria. Esta simetria pode manter os férmions sem massa por todas as seguintes ordens. Existem vários modelos que requerem a existência de partículas e interações exóticas que podem gerar massas radiativas, tanto para os quarks, quanto para léptons. Existem, pelo menos seis tipos de modelos nesses moldes, sendo três deles de correções de um loop e três deles de correções de dois loops, na sequência apresentaremos somente quatro tipos desses modelos, dos quais dois serão utilizados na sequência para gerarmos massa de Majorana para os neutrinos ativos.

*Mecanismo (1):* É caracterizado por troca de escalares em um loop com três inserções de massas na linha interna de férmions, como mostra a figura (4.1). Neste mecanismo é necessário apenas um singlete escalar. Por este método é possível gerarmos massas de Majorana para os neutrinos.

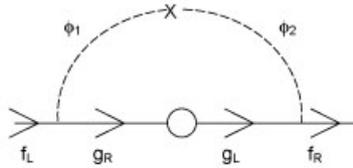


Figura 4.1: Troca de escalares em um loop que gera massa de férmions. A linha interna de férmions tem uma inserção de massa.

*Mecanismo (2):* Este mecanismo é caracterizado por um valor esperado do vácuo induzido de modo radioativo por um loop de férmions, (figura (4.2)) com a inserção de cinco massas. Os férmions acoplam com o dubleto escalar de Higgs, mas, devido a uma simetria discreta presente no potencial escalar do modelo, o valor esperado do vácuo para o dubleto é zero. O potencial efetivo de um loop, que inclui a contribuição fermiônica, quebra esta simetria discreta, gerando um VEV para o dubleto de Higgs e como consequência, massa para os férmions. Este mecanismo pode gerar massa de Dirac para os neutrinos.

*Mecanismo (3):* Este é um mecanismo caracterizado pela troca de dois bósons

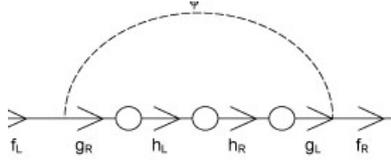


Figura 4.2: Troca de um escalar em um loop com três massa inseridas em uma linha interna de férmions.

$W_Z$ , como mostrado na figura (4.3). Este método é aplicado somente para neutrinos de Majorana. Na versão mínima deste modelo, acrescenta-se somente um singlete  $N_R$  e os  $\nu$  se misturam com  $N_R$  em uma matriz de ordem 2 do tipo see-saw.

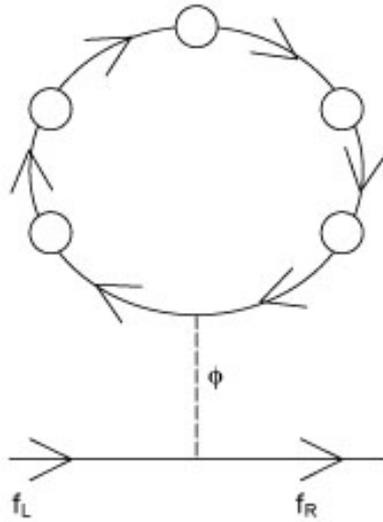


Figura 4.3: Diagrama de massa finita para férmions induzida por um valor esperado do vácuo de um campo escalar.

*Mecanismo (4)*: Este mecanismo é uma extensão do anterior, sendo caracterizado por trocas de  $W_Z$  e  $W_R$ , que se misturam somente em nível de um loop, como mostrado na figura (4.4). Este mecanismo pode ser aplicado para neutrinos de Dirac.

Os comentários acima estão baseados no artigo da referência [42]. Os modelos

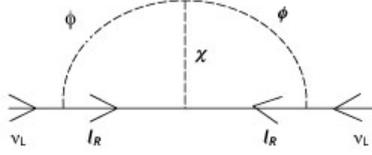


Figura 4.4: Troca de escalar em dois loops para massa de Majorana para neutrinos.

para massa radioativa para os neutrinos e também para quarks e léptons podem ser encontrados nas referências da citadas em referência [42]. Os dois mecanismos de correção radiativas a que daremos importância no presente trabalho são (I) o mecanismo de Zee [41], que gera massa para neutrinos de Majorana a partir de correções radiativas de um loop, sendo necessário acrescentarmos ao conteúdo de matéria do MP dois dubletos escalares e um singlete escalar carregado, o que remete este modelo ao mecanismo 1, e (II) O mecanismo de Babu [43, 44], que gera massa para neutrinos de Majorana por meio de correções radiativas de dois loops, introduzindo ao conteúdo de matéria do MP apenas dois escalares, um carregado e outro duplamente carregado, o que nos remete o mecanismo 4, como veremos a seguir.

### 4.3.1 Modelo de Massa de Zee

A modificação feita ao conteúdo de matéria do MP é agora devida a introdução de um escalar carregado  $h^+$  singlete de SU(2), cujos números quânticos permitem os acoplamentos com os dubletos de léptons por meio do seguinte termo:

$$\mathcal{L}_{yukawa} = f_{\alpha\beta} L'_{\alpha i L} C L'_{\beta j L} h^+ \epsilon_{ij} + h.c., \quad (4.32)$$

nas quais  $\alpha$  e  $\beta$  correspondem aos índices de família,  $i$  e  $j$  são índices de SU(2), e, como visto anteriormente,  $\epsilon_{ij}$  é o tensor anti-simétrico, e C é a matriz de conjugação de carga, note-se, ainda, e que o escalar carregado  $h^+$  possui número leptônico - 2. E as constantes de acoplamento  $f_{\alpha\beta}$  devem ser antisimétricas para respeitar a estatística de Fermi e Dirac<sup>‡</sup>. O ponto interessante que deve ser notado é que

<sup>‡</sup>A estatística de Fermi-Dirac é uma estatística quântica que rege as partículas de spin semi-

devemos acoplar os léptons de uma família, com os das outras. Ou seja, teremos os seguintes acoplamentos de Yukawa:

$$\mathcal{L}_{yukawa} = 2[f_{e\mu}(\nu'_e C\mu' - \nu'_\mu C e') + f_{\mu\tau}(\nu'_\mu C\tau' - \nu'_\tau C\mu') + f_{\tau e}(\nu'_\tau C e' - \nu'_e C\tau')]h^+. \quad (4.33)$$

Para que a invariância de gauge eletromagnético seja preservada, o escalar  $h^+$  não deve adquirir valor esperado no vácuo. Para tanto, devemos garantir que o potencial escalar do modelo tenha um termo de massa de forma  $m_h^2 h^\dagger h$ . Com isso, a relação  $M_W = M_Z \cos\theta_W$  do MP não sofrerá alteração em nível de árvore.

Como vimos anteriormente, ao estudarmos o mecanismo (1) de correções radiativas, faz-se necessária a introdução de mais um dubleto de Higgs ao conteúdo de matéria do MPE, Deste modo, teremos que os acoplamentos entre os férmions e os dubletos de Higgs conservam sabor, o que é feito simplesmente invocando uma simetria discreta que permite somente que um dubleto de Higgs se acople com os léptons. Deste modo, temos:

$$\mathcal{L}_{massa} = \sum_a m_a \overline{L'_{aL}} l'_{aR} \phi_1^i + h.c.. \quad (4.34)$$

Para podermos gerar massa para os neutrinos usamos, também, o segundo escalar de Higgs do modelo, e, neste caso, o acoplamento cúbico a seguir é permitido:

$$M_{12} \epsilon_{ij} \phi_1^i \phi_2^j h. \quad (4.35)$$

$M_{12}$  tem dimensão de massa e é anti-simétrico. Este acoplamento somado ao acoplamento da Eq. (4.36), além de violar L, o escalar  $\phi_1^i$  acopla léptons de mão direita aos de mão esquerda do modo usual do MP.

Os processos gerados são do seguinte tipo:

$$\nu_\mu e^- \rightarrow \overline{\nu}_\mu e^- ; \nu_\mu e^- \rightarrow \overline{\nu}_\tau e^- ; \nu_\mu e^- \rightarrow \overline{\nu}_\mu \mu^-. \quad (4.36)$$

Das interações acima, podemos obter massa de majorana para os elétrons, porém, na ordem de um loop, finitos e, portanto, calculáveis. Os termos de massa de Majorana são os seguintes:

---

inteiro, os férmions, estes não podem ocupar o mesmo estado quântico, deste modo  $f_{\alpha\beta}$  sendo anti-simétrico evita que ocorra dois férmions no mesmo estado quântico.

$$M_L = m_{\nu_\alpha \nu_\beta} (\nu'_\alpha \nu'_\beta). \quad (4.37)$$

Na ordem mais baixa dos cálculos, os elementos da matriz de massa são da seguinte forma:

$$M_L \propto f_{\alpha\beta} (m_\beta^2 - m_\alpha^2), \quad (4.38)$$

e a matriz de massa é definida pela seguinte equação:

$$M_L = \begin{pmatrix} 0 & m_{e\mu} & m_{e\tau} \\ m_{\mu e} & 0 & m_{\mu\tau} \\ m_{\tau e} & m_{\tau\mu} & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.39)$$

nas quais a base da matriz é  $N' = \text{col}(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$ , e temos mais um exemplo de uma matriz do tipo  $M_L$  da Eq.(2.15).

Portanto, neste modelo, obtemos massa para os neutrinos por meio da introdução de um escalar carregado  $h$ , que não interage com os quarks e de um novo dubleto escalar  $\phi_2$  que interage com os quarks, gerando processos exóticos ao MP, tais como, entre outros,

$$\nu_\mu e^- \rightarrow \bar{u}d ; \nu_\mu u \rightarrow e^+d. \quad (4.40)$$

Outra consequência importante é a violação do número leptônico por duas unidades, o que possibilita o duplo decaimento  $\beta$ . É possível neste modelo, ainda, explicarmos a leveza da massa dos neutrinos.

### 4.3.2 Mecanismo de Babu

Neste modelo, extendemos o conteúdo matéria do MP acrescentando apenas dois singletos escalares, um carregado ( $h^+$ ) e outro duplamente carregado ( $k^{++}$ ). Com isso, evitamos introduzir o segundo dubleto de Higgs utilizado no caso do modelo de Zee. As interações dos escalares com os férmions são da seguinte forma:

$$\mathcal{L}_{yukawa} = f_{\alpha\beta} (L'_{\alpha L} C L'_{\beta L'}) \epsilon_{ij} h^+ + h_{\alpha\beta} (l'_{\alpha R} C l'_{\beta R}) k^{++} + h.c.. \quad (4.41)$$

Nesse caso,  $(\alpha\beta)$  e  $(ij)$  são os índices de geração e de  $SU(2)$ , respectivamente. Novamente,  $C$  corresponde a matriz de conjugação de carga, e que os escalares carregados  $h^+$  e  $k^{++}$  possuem número leptônico -2. O acoplamento  $f_{\alpha\beta}$  é anti-simétrico em virtude da estatística de Fermi  $\epsilon_{ij}$ , e por sua vez,  $h_{ab}$  é simétrico. Consideramos que os escalares não interagem com os quarks. Expandindo a equação, temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{yukawa} = & 2[f_{e\mu}(\overline{\nu}'_e{}^c\mu'_L - \overline{\nu}'_\mu{}^c e'_L) + f_{e\tau}(\overline{\nu}'_e{}^c\tau'_L - \overline{\nu}'_\tau{}^c e'_L) + f_{\mu\tau}(\overline{\nu}'_\mu{}^c\tau'_L - \overline{\nu}'_\tau{}^c\mu'_L)]h^+ \quad (4.42) \\ & +(h_{ee}e'^c e'_R + h_{\mu\mu}\mu'^c\mu'_R + h_{\tau\tau}\tau'^c\tau'_R)k^{++}, \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_y = 2(h_{e\mu}\overline{e}'^c\mu'_L + h_{e\tau}(\overline{e}'^c\tau'_L + h_{\mu\tau}(\overline{\mu}'^c\tau'_L)))k^{++} + h.c.. \quad (4.43)$$

Assumimos por simplicidade que tanto  $f_{\alpha\beta}$  quanto  $h_{\alpha\beta}$  são reais.

O potencial de Higgs que descreve as auto-interações entre os escalares  $h$  e  $k$  com o dubleto de Higgs é dado por:

$$V = \mu_1^2\phi^\dagger\phi + \mu_2^2h^+h^- + \mu_3^2k^{++}k^{--} + \lambda_1(\phi^\dagger\phi)^2 + \lambda_2(h^+h^-)^2 + \lambda_3(k^{++}k^{--})^2 + \quad (4.44)$$

$$\lambda_4(\phi^\dagger\phi)(h^+h^-) + \lambda_5(\phi^\dagger\phi)(k^{++}k^{--}) + \lambda_6(h^+h^-)(k^{++}k^{--}) \quad (4.45)$$

$$+\mu(h^+h^+k^{--} + h^-h^-k^{++}). \quad (4.46)$$

O último termo do potencial viola o número leptônico por duas unidades<sup>§</sup>, e é o responsável por gerar massa para os neutrinos em nível de dois loops, por meio do diagrama da figura (4.4). Neste diagrama, não existem infinitos, o que implica que as massas dos neutrinos são calculáveis. Deste modo, o termo de massa de Majorana induzido tem a seguinte forma:

$$\mathcal{L}_M = -\frac{1}{2}\overline{\chi}M_L\chi, \quad (4.47)$$

em que temos:

$$\chi_a = \nu'_{\alpha L} + (\nu'_{\alpha L})^c. \quad (4.48)$$

---

<sup>§</sup>É fácil de notar isso caso note-se que  $L(h^+) = -2$  e  $L(k^{++}) = -2$ , o que nos deixa com  $L(h^-) = 2$  e  $L(k^{--}) = 2$ , são as anti-partículas de  $h^+$  e  $k^{++}$ , deset modo temos que os termos  $h^+h^+k^{--}$  e  $h^-h^-k^{++}$  violam o número leptônico total por duas unidades.

A matriz de massa  $M_L$  é dada por:

$$(M_L)_{\alpha\beta} = 8\mu f_{\alpha c} \tilde{h}_{cd} m_c m_d I_{cd} f_{d\beta}^\dagger, \quad (4.49)$$

em que  $m_c, m_d$  são as massas dos férmions carregados,  $\tilde{h}_{ab} = \eta h_{ab}$  sendo  $\eta = 1$  para  $a = b$  e  $\eta = 2$  para  $a \neq b$ , e por fim  $I_{cd}$  é dada por:

$$I_{cd} = \int \frac{d^4 K}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{1}{(K^2 + m_c^2)} \frac{1}{(K^2 + m_h^2)} \frac{1}{(q^2 + m_d^2)} \frac{1}{(q^2 + m_h^2)} \frac{1}{(K - q)^2 + m_k^2} \quad (4.50)$$

ao considerarmos que  $K^2, q^2 \ll m_k^2$  teremos:

$$(M_L)_{\alpha\beta} = \frac{f_{\alpha c} \tilde{h}_{cd} m_c m_d}{32} \frac{f_{d\beta}^\dagger}{m_k^2} \left[ \ln \frac{m_h^2 + m_k^2}{m_h^2} \right]^2 \mu. \quad (4.51)$$

Desconsiderando a massa do elétron, uma vez que ela é muito menor que a massa do muon e do tau, temos que a forma da matriz de massa é:

$$M_L = JB \begin{pmatrix} ABf_{e\tau}^2 + Bf_{e\mu}^2 & \frac{A}{B}f_{e\tau}f_{\mu\tau} & -\frac{A}{B}f_{e\tau}f_{e\mu} \\ \frac{A}{B}f_{e\tau}f_{\mu\tau} & \frac{A}{B}f_{\mu\tau}^2 & 0 \\ -f_{e\mu}f_{\mu\tau} & 0 & f_{\mu\tau}^2 \end{pmatrix}. \quad (4.52)$$

Nesta matriz, temos que  $A = h_{\tau\tau} m_\tau^2$ ,  $B = h_{\mu\mu} m_\mu^2$  e  $J = \frac{\mu}{32\pi^4} \left[ \ln \left( \frac{m_h^2 + m_k^2}{m_h^2} \right) \right]^2 \frac{1}{m_k^2}$ .

Este, sem dúvida, é um modelo econômico de massa de Majorana para os neutrinos. O importante neste cálculo, é que as massas podem ser calculadas e por serem provenientes de correções radiativas elas são naturalmente pequenas. Os escalares carregados não acarretam outras alterações ao longo do MPE.

# Capítulo 5

## Matrizes de Massa: 3+1 ou 3+2 com $M_L \neq 0$

Neste capítulo, vamos estudar as possíveis misturas que podemos realizar entre os modelos de massa para os neutrinos ativos obtidos ao longo do capítulo anterior e os modelos 3+1 e 3+2. Com isso, iremos gerar matrizes de massa gerais, Eq. (2.15), para os neutrinos, na tentativa de obtermos pelo menos a quantidade de parâmetros que fitem os dados experimentais, incluindo o LSND e ao mesmo tempo possa ser implementado o mecanismo see-saw.

No decorrer do capítulo, mostraremos como podemos construir diversas matrizes de massa para os neutrinos, que, estruturalmente, são muito semelhantes, porém, todas provenientes de diferentes considerações físicas.

### 5.1 Composições para o modelo 3+1

Vamos apresentar as lagrangeanas, e as matrizes de massa, de modelos com um neutrino estéril e os diferentes termos de massa para os neutrinos ativos que geram  $M_L$ .

#### 5.1.1 $M_L$ por meio do Tripleto Escalar

Unindo os dois modelos podemos, obter a seguinte lagrangeana de massa para os neutrinos:

$$\mathcal{L}_M^\nu = \sum_\alpha a_\alpha \overline{\nu'_{\alpha L}} N'_R - \frac{1}{2} M_R \overline{N'_R} N_R^{c'} + \sum_{\alpha, \beta} f_{\alpha, \beta} \frac{v_T}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_\alpha} \nu'_\alpha{}^c + h.c.. \quad (5.1)$$

em que,  $a_\alpha = \frac{G^{\alpha\nu}}{\sqrt{2}}$ . Definindo:  $\frac{v_T}{\sqrt{2}} = \langle H^0 \rangle$  e  $N' = \text{col}(\nu'_{eL}, \nu'_{\mu L}, \nu'_{\tau L}, (N'_R)^c)$ , considerando que  $\overline{\nu'_{\alpha L}} N'_R = \overline{(N'_R)^c} (\nu'_{\alpha L})^c$  a forma matricial para a lagrangeana é então:

$$-\mathcal{L}_\nu^M = \frac{1}{2} \overline{N'} M^\nu N'^c + h.c.. \quad (5.2)$$

Como dito anteriormente, por meio dos dados experimentais é, possível figura (4.4) um limite superior para a relação  $\frac{v_T}{v}$  como sendo 0,022 [30]. Isto implica que  $v_T$  é da ordem de 250 GeV.

A matriz de massa deste modelo tem a seguinte forma:

$$M^\nu = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} f_{ee} \frac{v_T}{v} & f_{e\mu} \frac{v_T}{v} & f_{e\tau} \frac{v_T}{v} & \frac{\sqrt{2}}{v} a^e \\ f_{\mu e} \frac{v_T}{v} & f_{\mu\mu} \frac{v_T}{v} & f_{\mu\tau} \frac{v_T}{v} & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\mu \\ f_{\tau e} \frac{v_T}{v} & f_{\tau\mu} \frac{v_T}{v} & f_{\tau\tau} \frac{v_T}{v} & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\tau \\ \frac{\sqrt{2}}{v} a^e & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\mu & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\tau & \frac{\sqrt{2}}{v} M \end{pmatrix}. \quad (5.3)$$

Notemos que a razão  $\frac{v_T}{v}$  é muito pequena e, com isso, as contribuições às massas dos neutrinos é pequena, possibilitando explicar a leveza das massas dos neutrinos de sabor. A massa de Majorana para o neutrino estéril pode ser considerada em uma escala de energia muito maior que a de  $v$ , digamos na escala de Planck, e com isso, futuramente, pode-se estudar leptogênese por meio do decaimento do neutrino estéril pesado, dentre outras possibilidades do modelo, mas pode ser pequena para fitar o LSND.

### 5.1.2 $M_L$ por meio do Operador de Dimensão 5

A lagrangeana deste modelo é:

$$-\mathcal{L}_M^\nu = \sum_\alpha a_\alpha \overline{\nu'_{\alpha L}} N'_R - \frac{1}{2} M_R \overline{N'_R} N_R^{c'} + \sum_{\alpha, \beta} f_{\alpha, \beta} \frac{v^2}{2\Lambda} \overline{\nu'_\alpha} \nu'_\alpha{}^c + h.c.. \quad (5.4)$$

Definindo  $N' = \text{col}(\nu'_{eL}, \nu'_{\mu L}, \nu'_{\tau L}, (N'_R)^c)$ , considerando que  $\overline{\nu'_{\alpha L}} N'_R = \overline{(N'_R)^c} (\nu'_{\alpha L})^c$  a forma matricial para a lagrangeana é então:

$$-\mathcal{L}_\nu^M = \frac{1}{2} \overline{N'} M^\nu N'^c + h.c., \quad (5.5)$$

sendo a matriz de massa:

$$M^\nu = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} f_{ee} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} & f_{e\mu} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} & f_{e\tau} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} \frac{\sqrt{2}}{v} & a^e \\ f_{\mu e} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} & f_{\mu\mu} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} & f_{\mu\tau} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\mu \\ f_{\tau e} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} & f_{\tau\mu} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} & f_{\tau\tau} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\tau \\ \frac{\sqrt{2}}{v} a^e & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\mu & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\tau & \frac{\sqrt{2}}{v} M \end{pmatrix} N'^c + h.c.. \quad (5.6)$$

Note-se que o operador de dimensão 5 tem uma dimensão de massa superior à de  $v$  o que, novamente, nos deixa com pequenas contribuições às massas dos neutrinos ativos. Porém, podemos, ainda, considerar que os neutrinos estéreis possuem massa  $M$  numa escala de energia próxima a  $\Lambda$  ou superior. Em ambos os casos, ainda, é possível considerarmos que estes neutrinos no Universo primordial decaíram, originando os léptons conhecidos.

### 5.1.3 $M_L$ por meio do Mecanismo de Zee

Os termos de massa de Zee são obtidos a partir da lagrangeana de Yukawa da Eq. (4.36) e, após uma série de considerações, estudadas no capítulo anterior, obtemos a matriz de massa que tem a forma definida na Eq. (4.42). Somando o modelo de Zee ao modelo 3+1, teremos a lagrangeana de massa na forma matricial dada por:

$$-\mathcal{L}_\nu^M = \frac{1}{2} \overline{N'} M^\nu N'^c + h.c.. \quad (5.7)$$

Definindo  $N' = \text{col} \left( \nu'_{eL} \quad \nu'_{\mu L} \quad \nu'_{\tau L} \quad (N'_R)^c \right)$ .

A matriz de massa é:

$$M^\nu = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \frac{\sqrt{2}}{v} m_{e\mu} & \frac{\sqrt{2}}{v} m_{e\tau} & \frac{\sqrt{2}}{v} a^e \\ \frac{\sqrt{2}}{v} m_{\mu e} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{v} m_{\mu\tau} & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\mu \\ \frac{\sqrt{2}}{v} m_{\tau e} & \frac{\sqrt{2}}{v} m_{\tau\mu} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\tau \\ \frac{\sqrt{2}}{v} a^e & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\mu & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\tau & \frac{\sqrt{2}}{v} M \end{pmatrix}. \quad (5.8)$$

Notemos que as massas dos neutrinos ativos são pequenas, uma vez que são provenientes de correções radioativas. Nesta matriz, temos um escala de massa grande, dada novamente por  $M$ , que pode ser considerada para cálculos de leptogênese.

### 5.1.4 $M_L$ por meio do Mecanismo de Babu

A matriz de massa obtida por meio do mecanismo de Babu é proveniente de correções radiotivas de dois loops como podemos observar na lagrangeana da Eq. (4.44), que nos fornece a matriz de massa da Eq. (4.55), vamos soma-la a matriz de massa do modelo 3+1 e, ao figura (4.4)  $N = col \left( \nu'_{eL} \quad \nu'_{\mu L} \quad \nu'_{\tau L} \quad (N'_R)^c \right)$ , obtemos a forma matricial para a lagrangeana como sendo:

$$-\mathcal{L}_\nu^M = \frac{1}{2} \overline{N'} M^\nu N'^c + h.c.. \quad (5.9)$$

Sabemos que a matriz de massa é:

$$M^\nu = JB \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{v} (AB f_{e\tau}^2 + B f_{e\mu}^2) & \frac{\sqrt{2}}{v} \frac{A}{B} f_{e\tau} f_{\mu\tau} & -\frac{\sqrt{2}}{v} \frac{A}{B} f_{e\tau} f_{e\mu} & \frac{1}{JB} a^e \\ \frac{\sqrt{2}}{v} \frac{A}{B} f_{e\tau} f_{\mu\tau} & \frac{\sqrt{2}}{v} \frac{A}{B} f_{\mu\tau}^2 & 0 & \frac{1}{JB} a^\mu \\ \frac{\sqrt{2}}{v} f_{e\mu} f_{\mu\tau} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{v} f_{\mu\tau}^2 & \frac{1}{JB} a^\tau \\ \frac{1}{JB} a^e & \frac{1}{JB} a^\mu & \frac{1}{JB} a^\tau & \frac{\sqrt{2}}{v JB} M \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

Nesta Matriz, temos que  $A = h_{\tau\tau} m_\tau^2$ ,  $B = h_{\mu\mu} m_\mu^2$ , e  $J = \frac{\mu}{32\pi^4} \left[ \ln \left( \frac{m_h^2 + m_k^2}{m_h^2} \right) \right]^2 \frac{1}{m_k^2}$ .

Notemos que esta matriz não depende somente do valor esperado do vácuo do escalar de Higgs do MPE, mas depende da massa dos léptons carregados  $\tau$  e do  $\mu$ , como podemos observar nas definições dos termos  $A$  e  $B$  acima. Como as massas para os neutrinos ativos são obtidas devido a correções radioativas, elas são pequenas. Ainda, contamos nesse ponto, com a escala de massa  $M \gg v$  e, deste modo, podemos obter leptogênese neste modelo.

## 5.2 Composições para o modelo 3+2

O procedimento realizado nesta seção é exatamente análogo ao realizado na seção anterior para os modelos 3+1. Portanto, as considerações feitas para as matrizes de massa, quanto às escalas de massa e quanto à massa leve dos neutrinos ativos, são idênticas para os modelos 3+2 que seguem. Assim, não iremos comentar cada matriz de massa novamente, apenas iremos explicitá-las.

Porém, devemos considerar que, neste caso podemos, em princípio, fitar o LSND e implementar o mecanismo see-saw. Deste modo, este é um caso mais interessante

que o caso 3+1, que, por sua vez, servirá como uma prévia para desenvolver os métodos de cálculos, e estudar as limitações.

### 5.2.1 $M_L$ por meio do Tripleto Escalar

Unindo os dois modelos, podemos obter a seguinte lagrangeana de massa para os neutrinos:

$$-\mathcal{L}_M^\nu = \sum_{\alpha} a_{\alpha} \overline{\nu'_{\alpha L}} N'_R - \frac{1}{2} \overline{N'_{iR}} (M_R)_{ij} N'_{jR} + \sum_{\alpha, \beta} f_{\alpha, \beta} \frac{v_T}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{\alpha}} \nu'^c_{\beta} + h.c.. \quad (5.11)$$

Definindo:  $\frac{v_T}{\sqrt{2}} = \langle \Delta^0 \rangle$  e  $N = \text{col} \left( \nu'_{eL} \quad \nu'_{\mu L} \quad \nu'_{\tau L} \quad (N'_{1R})^c \quad (N'_{2R})^c \right)$ , a forma matricial para a lagrangeana é, então:

$$-\mathcal{L}_\nu^M = \frac{1}{2} \overline{N'} M^\nu N'^c + h.c. \quad (5.12)$$

sendo que a matriz de massa para este caso é:

$$M^\nu = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} f_{ee} \frac{v_T}{v} & f_{e\mu} \frac{v_T}{v} & f_{e\tau} \frac{v_T}{v} & \frac{\sqrt{2}}{v} a^e & \frac{\sqrt{2}}{v} b^e \\ f_{\mu e} \frac{v_T}{v} & f_{\mu\mu} \frac{v_T}{v} & f_{\mu\tau} \frac{v_T}{v} & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\mu & \frac{\sqrt{2}}{v} b^\mu \\ f_{\tau e} \frac{v_T}{v} & f_{\tau\mu} \frac{v_T}{v} & f_{\tau\tau} \frac{v_T}{v} & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\tau & \frac{\sqrt{2}}{v} b^\tau \\ \frac{\sqrt{2}}{v} a^e & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\mu & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\tau & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{11} & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{12} \\ \frac{\sqrt{2}}{v} b^e & \frac{\sqrt{2}}{v} b^\mu & \frac{\sqrt{2}}{v} b^\tau & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{21} & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{22} \end{pmatrix}. \quad (5.13)$$

### 5.2.2 $M_L$ por meio do Operador de Dimensão 5

Sendo a lagrangeana do modelo dada por:

$$\mathcal{L}_M^{Total} = \sum_{\alpha} a_{\alpha} \overline{\nu'_{\alpha L}} N'_R - \frac{1}{2} \overline{N'_{iR}} (M_R)_{ij} N'_{jR} + \sum_{\alpha, \beta} f_{\alpha, \beta} \frac{v^2}{2\Lambda} \overline{\nu'_{\alpha}} \nu'^c_{\beta} + h.c., \quad (5.14)$$

Definindo  $N' = \text{col} \left( \nu'_{eL} \quad \nu'_{\mu L} \quad \nu'_{\tau L} \quad (N'_{1R})^c \quad (N'_{2R})^c \right)$  a forma matricial para a lagrangeana é então:

$$-\mathcal{L}_\nu^M = \frac{1}{2} \overline{N'} M^\nu N'^c + h.c.. \quad (5.15)$$

em que a matriz de massa tem a seguinte forma:

$$M^\nu = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} f_{ee} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} & f_{e\mu} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} & f_{e\tau} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} & \frac{\sqrt{2}}{v} a^e & \frac{\sqrt{2}}{v} b^e \\ f_{\mu e} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} & f_{\mu\mu} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} & f_{\mu\tau} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\mu & \frac{\sqrt{2}}{v} b^\mu \\ f_{\tau e} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} & f_{\tau\mu} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} & f_{\tau\tau} \frac{v}{\sqrt{2}\Lambda} & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\tau & \frac{\sqrt{2}}{v} b^\tau \\ \frac{\sqrt{2}}{v} a^e & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\mu & \frac{\sqrt{2}}{v} a^\tau & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{11} & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{12} \\ \frac{\sqrt{2}}{v} b^e & \frac{\sqrt{2}}{v} b^\mu & \frac{\sqrt{2}}{v} b^\tau & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{21} & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{22} \end{pmatrix}. \quad (5.16)$$

### 5.2.3 $M_L$ por meio do mecanismo de Zee

A forma matricial para a lagrangeana é então:

$$-\mathcal{L}_\nu^M = \frac{1}{2} \overline{N'} M^\nu N'^c + h.c.. \quad (5.17)$$

Sendo que:

$$M^\nu = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & m_{e\mu} & m_{e\tau} & a^e & b^e \\ m_{\mu e} & 0 & m_{\mu\tau} & a^\mu & b^\mu \\ m_{\tau e} & m_{\tau\mu} & 0 & a^\tau & b^\tau \\ a^e & a^\mu & a^\tau & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{11} & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{12} \\ b^e & b^\mu & b^\tau & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{21} & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{22} \end{pmatrix}. \quad (5.18)$$

### 5.2.4 $M_L$ por meio do mecanismo de Babu

Definindo  $N' = \text{col} \left( \nu'_{eL} \ \nu'_{\mu L} \ \nu'_{\tau L} \ (N'_{1R})^c \ (N'_{2R})^c \right)$  a forma matricial para a lagrangeana é então:

$$-\mathcal{L}_\nu^M = \overline{N'} M^\nu N'^c + h.c.. \quad (5.19)$$

em que a matriz de massa tem a seguinte forma:

$$M^\nu = \frac{JB}{2} \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{v} (AB f_{e\tau}^2 + B f_{e\mu}^2) & \frac{\sqrt{2}}{v} \frac{A}{B} f_{e\tau} f_{\mu\tau} & -\frac{\sqrt{2}}{v} \frac{A}{B} f_{e\tau} f_{e\mu} & \frac{1}{JB} a^e & \frac{1}{JB} b^e \\ \frac{\sqrt{2}}{v} \frac{A}{B} f_{e\tau} f_{\mu\tau} & \frac{\sqrt{2}}{v} \frac{A}{B} f_{\mu\tau}^2 & 0 & \frac{1}{JB} a^\mu & \frac{1}{JB} b^\mu \\ \frac{\sqrt{2}}{v} f_{e\mu} f_{\mu\tau} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{v} f_{\mu\tau}^2 & \frac{1}{JB} a^\tau & \frac{1}{JB} b^\tau \\ \frac{1}{JB} a^e & \frac{1}{JB} a^\mu & \frac{1}{JB} a^\tau & \frac{1}{JB} \frac{\sqrt{2}}{v} M_{11} & \frac{1}{JB} \frac{\sqrt{2}}{v} M_{12} \\ \frac{1}{JB} b^e & \frac{1}{JB} b^\mu & \frac{1}{JB} b^\tau & \frac{1}{JB} \frac{\sqrt{2}}{v} M_{21} & \frac{1}{JB} \frac{\sqrt{2}}{v} M_{22} \end{pmatrix}. \quad (5.20)$$

Nesta matriz, temos que  $A = h_{\tau\tau}m_\tau^2$ ,  $B = h_{\mu\mu}m_\mu^2$  e  $J = \frac{\mu}{32\pi^4} \left[ \ln\left(\frac{m_h^2+m_k^2}{m_h^2}\right) \right]^2 \frac{1}{m_k^2}$ .

Conseguimos construir oito matrizes de massa gerais. Ao observarmos estas matrizes, notamos que todas possuem as mesmas características, porém, são provenientes de Física diferente, uma vez que algumas são geradas da combinação da introdução de neutrinos estéreis e correções radioativas em nível de um loop, ou em nível de dois loops, ou ainda, adquirem massa por meio do valor esperado do vácuo de um tripleto escalar introduzido ao conteúdo de matéria do MPE. Cada modelo tem uma consequência diferente às definições do MPE, com o, por exemplo, modificar a massa dos bósons carregados. Todos os modelos violam, entre outras, as definições citadas e calculadas no Capítulo 3 deste trabalho.

Em todas as matrizes exemplificadas nos modelos 3+2, é possível usar o mecanismo see-saw e ainda fitar os dados do LSND, já para os modelos 3+1 não é possível ajustarmos simultaneamente see-saw e o LSND. Por meio da diagonalização da matriz de massa, podemos encontrar a matriz de rotação dos neutrinos. A diagonalização das matrizes pode ser feita por meio de suas equações seculares, como fizemos para os modelos 3+1 e 3+2 com  $M_L = 0$ .

O método de diagonalização é o mesmo para todas as matrizes e, possivelmente, as matrizes de rotação encontradas serão muito semelhantes, já que, matematicamente temos somente dois grupos distintos de matrizes, as de ordem 4, que podem ser diagonalizadas por uma matriz unitária geral de ordem 4, e as de ordem 5 que, por sua vez, serão diagonalizadas por uma matriz unitária de ordem 5. Obviamente, os ângulos e as massas serão parametrizados de modo diferente, pois estes dependem diretamente dos elementos da matriz de massa de cada modelo.

De fato, é importante percebermos que as matrizes de massa, mesmo tendo uma estrutura comum, são completamente diferentes, pois implicam diferentes alterações nas estruturas do modelo. Tais alterações devem sempre ser consideradas na construção de um novo modelo físico, como fizemos no presente trabalho.

Podemos, ainda, modificar as matrizes de massa por meio da introdução de simetrias nas lagrangeanas do modelo por meio de simetrias, como feito no Capítulo 6. Deste modo, neste capítulo teremos um vasto leque de opções de modelos que podem vir a ajustar de modo satisfatório os atuais dados experimentais.

## Capítulo 6

# Matrizes de Massa com Simetrias Discretas ou Contínuas Adicionais

Até este ponto estudamos alterações no conteúdo de matéria do MPE, o que nos possibilitou uma grande variedade de matrizes de massa para os neutrinos. Porém, ainda não foram estudados modelos com novas simetrias. Deste modo, nesta seção, estaremos interessados em modificar a lagrangeana de Yukawa dos modelos estudados nos capítulos anteriores, com uma simetria discreta. Isso resultará em novas texturas para as matrizes de massa. A simetria será introduzida na lagrangeana de modo a não causar alterações nos demais setores do MP.

### 6.1 Simetria $L_e - L_\mu - L_\tau$

Vamos introduzir nas lagrangeanas de Yukawa, obtidas nos modelos estudados anteriormente, uma simetria que conserve o número leptônico  $\bar{L}$  definido por  $\bar{L} = L_e - L_\mu - L_\tau$ . Esta simetria foi primeiro sugerida por Petcov quando estudava neutrinos do tipo pseudo-Dirac, suas oscilações e o duplo decaimento  $\beta$  sem neutrinos [39]. No presente trabalho vamos usa-la para modificar a textura das matrizes de massa que obtivemos nos capítulos anteriores, bem como vamos justificar as diferentes massas de Majorana para os neutrinos estéreis do Modelo 3+2.

A simetria,  $\bar{L}$ , é um tanto quanto simples de ser aplicada ao MP. Em primeiro lugar, ela é uma simetria que envolve número leptônico, o que implica que ela é uma simetria automática no setor dos quarks. Por este mesmo motivo, para evi-

tarmos grandes alterações ao longo do MP, os dubletos e/ou tripletos escalares que contribuem para todo o modelo devem ter  $\bar{L} = 0$ , uma vez que eles irão acoplar-se com os quarks, sabemos que alguns escalares já possuem um número leptônico total diferente de zero, e para este caso, devemos considerar este número ao introduzir a simetria. Isso restringe os campos que tem liberdade de escolha para  $\bar{L}$ . Em vista disso teremos a liberdade de atribuir os números quânticos,  $\bar{L}$ , somente aos neutrinos de mão direita.

Cabe ressaltar que os dubletos do MPE deverão ter os números quânticos  $\bar{L}$  dados por:

$$\bar{L}(\nu_e, e) = 1, \bar{L}(\nu_\mu, \mu) = -1, \bar{L}(\nu_\tau, \tau) = -1 \quad (6.1)$$

Portanto, ao longo deste capítulo, modificaremos as lagrangeanas de interação obtidas nos capítulos anteriores (três, quatro e cinco) ao considerarmos a conservação da simetria  $\bar{L}$ , teremos, ainda, liberdade de atribuir o número quântico  $\bar{L}$  para os neutrinos estéreis introduzidos aos modelos.

Neste capítulo tentaremos estabelecer a mesma linha de apresentação que a dissertação segue, ou seja, iremos introduzir a simetria no modelo 3+1, posteriormente no modelo 3+2, por fim iremos atribuir a simetria aos modelos que geram massa de Majorana para os neutrinos ativos e posteriormente iremos mesclar os modelos e apresentar as matrizes de massa.

## 6.2 Modelo 3+1 com simetria $\bar{L}$

Como já vimos, no Capítulo três, neste modelo, é acrescentado, ao modelo, somente um neutrino de mão direita, singlete de SU(2). Temos, assim, a liberdade de escolher sua carga  $\bar{L}$ . As duas escolhas possíveis,  $\bar{L}(N_R) = \pm 1$  apresentam texturas diferentes das matrizes de massa.

Vamos supor  $\bar{L}(N_R) = 1$ , e que a lagrangeana não viola esta simetria, ou seja, as interações tem  $\Delta\bar{L} = 0$ . Seguindo estas considerações, teremos a seguinte lagrangeana de interação:

$$\mathcal{L}_\nu^M = \sum_{\alpha=\mu,\tau} \frac{G^{\alpha\nu}}{\sqrt{2}} \nu_{\alpha L}^i N_{R'}^i. \quad (6.2)$$

Note que a diferença entre esta lagrangeana e a lagrangeana na Eq. (3.5) esta na ausência do termo de massa de Majorana para o neutrino estéril e do termo de interação do neutrino estéril com o neutrino do elétron.

Isso deixa a matriz de massa da seguinte forma:

$$M^\nu = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_\mu \\ 0 & 0 & 0 & a_\tau \\ 0 & a_\mu & a_\tau & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.3)$$

Podemos, ainda, considerar que o neutrino estéril tenha carga  $\bar{L}(N_R) = -1$  e que, novamente, esta simetria seja conservada. Seguindo o raciocínio anterior, teremos a seguinte lagrangeana de massa para os neutrinos.

$$\mathcal{L}_\nu^M = \sum_{\alpha=e} \frac{G^\alpha v}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_{\alpha L} N_R \quad (6.4)$$

O que nos deixa com uma matriz de massa da seguinte forma:

$$M^\nu = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_e \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_e & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.5)$$

Em primeiro lugar, devemos recordar que esta simetria é valida para toda a lagrangeana do setor leptônico. Portanto, as lagrangeanas de massa foram obtidas após a quebra espontânea de simetria. Porém a conservação da simetria  $\bar{L}$  é introduzida ao escrevermos os acoplamentos de Yukawa, antes da quebra espontânea da simetria  $SU(2) \times U(1)$ .

Analisando as matrizes de massa obtidas, notamos que são menos interessantes do que a matriz original, sem simetria, obtida anteriormente, uma vez que, com a conservação da simetria, diminuimos a quantidade de parâmetros livres. Os únicos dois neutrinos massivos do modelo são degenerados, o que implica que teremos somente uma diferença de massa e não mais duas diferenças.

K. S. Babu e R. N. Mohapatra propuseram um modelo com o conteúdo de matéria do modelo 3+1 e com uma simetria do tipo  $\bar{L}$  [45], só que, nesse caso, considerando o número leptônico do neutrino estéril, isto é,  $\bar{L}_1$  é definido como

$\bar{L}_1 = L_e + L_\mu - L_\tau - L_N$ . Os autores quebram a simetria gerando um termo de massa para o neutrino estéril. Deste modo, afirmam que conseguem obter os ângulos de mistura dos neutrinos solares e dos atmosféricos. A matriz de massa desse modelo é obtida do mesmo modo que no modelo 3+1 sem simetria, exposto no capítulo três, considerando que, neste modelo a carga  $\bar{L}_1$  de  $\nu_\mu$  é  $\bar{L}_1 = 1$ . A lagrangeana de Yukawa para os neutrinos tem a seguinte forma:

$$\mathcal{L}_{yukawa} = G^{\alpha\beta} \bar{L}_{\alpha L} \phi \nu_{\beta R} + h.c.. \quad (6.6)$$

em que  $\alpha$  corre entre os sabores das famílias e  $\beta$  corresponde ao neutrino do tau e o estéril. Após a quebra espontânea de simetria teremos a seguinte lagrangeana de massa:

$$\mathcal{L}_M^\nu = G^{\alpha\beta} \bar{\nu}_{\alpha L} \phi \nu_{\beta R} + \bar{N}_R^c M N_R \quad (6.7)$$

o segundo termo desta equação quebra a simetria, esta quebra será considerada pequena, uma vez que consideraremos  $M$  como sendo a menor entrada da matriz de massa. Em forma matricial teremos:

$$M^\nu = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_{e\tau} & a_{eN_R} \\ 0 & 0 & a_{\mu\tau} & a_{\mu N_R} \\ a_{e\tau} & a_{eN_R} & 0 & 0 \\ a_{\mu\tau} & a_{\mu N_R} & 0 & M \end{pmatrix} \quad (6.8)$$

Este modelo, contendo a simetria  $\bar{L}_1$  e o neutrino estéril, segundo os autores, se ajusta a todos os dados experimentais, incluindo os do LSND.

É interessante prestarmos atenção que, com uma pequena alteração na simetria, foi possível obter uma matriz de massa mais interessante que as anteriores. No entanto, ainda fez-se necessária a quebra da simetria, por meio do termo de massa de Majorana, para podermos obter um bom ajuste aos dados experimentais.

### 6.3 Modelo 3+2 com simetria $\bar{L}$

Seguindo a estrutura deste trabalho, acrescentaremos a simetria  $\bar{L}$  ao modelo com dois neutrinos estéreis. Sabemos que as cargas dos neutrinos estéreis ainda estão livres e que podem ser ajustadas de modo conveniente ao modelo.

Vamos considerar, de início, que os dois neutrinos possuem carga  $\bar{L} = 1$  e que a simetria deve ser conservada pela lagrangeana. Deste modo, obtemos a seguinte matriz de massa:

$$M^\nu = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_\mu & b_\mu \\ 0 & 0 & 0 & a_\tau & b_\tau \\ 0 & a_\mu & a_\tau & 0 & 0 \\ 0 & b_\mu & b_\tau & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.9)$$

Caso os dois neutrinos tenham carga  $\bar{L} = -1$  e a simetria seja conservada, teremos a seguinte matriz de massa:

$$M^\nu = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_e & b_e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_e & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.10)$$

Notemos que, neste caso, novamente, não obtemos uma matriz de massa interessante com a introdução da simetria e sua conservação, uma vez que as matrizes resultantes possuem menos parâmetros que a anterior, sem simetria.

Temos, ainda, a liberdade de não escolher a mesma carga para os dois neutrinos estéreis. Vamos supor que o  $N_{1R}$  tenha carga  $\bar{L} = 1$  e que o  $N_{2R}$  tenha carga  $\bar{L} = -1$ , ainda consideramos que a simetria deve ser conservada. A matriz de massa terá a seguinte forma:

$$M^\nu = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & b_e \\ 0 & 0 & 0 & a_\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_\tau & 0 \\ 0 & a_\mu & a_\tau & 0 & M_{12} \\ b_e & 0 & 0 & M_{21} & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.11)$$

Esta matriz tem uma textura bem mais interessante que as anteriores uma vez que ela apresenta termos de massa de Majorana. Invertendo as cargas dos neutrinos estéreis, a textura da matriz, será praticamente a mesma, com as duas últimas colunas e as duas últimas linhas invertidas. Notemos, ainda, que as texturas das

matrizes das Eqs. (3.19) e (3.20) podem ser explicadas por meio desta simetria, como fizemos referência ao citarmos as diferentes matrizes de massa de Majorana que podemos considerar, cabe ressaltar que, para que a forma exata das matrizes seja obtida devemos considerar a simetria somente para o setor de massa de Majorana da lagrangeana de interação.

Um modelo muito semelhante a este foi estudado por L. Lavoura e W. Grimus. Na referência [48], os autores fazem uma extensão do conteúdo de matéria do MPE, adicionando dois neutrinos de mão direita estéreis, a simetria  $\bar{L}$  que é quebrada de modo softly por meio das massa de Majorana dos neutrinos estéreis, e utiliza-se ainda do mecanismo see-saw para gerar massa para os neutrinos usuais do MPE.

A lagrangeana de Yukawa para este modelo é dada por:

$$L_Y = a_e \overline{L'_{eL}} \tilde{\phi} N'_{1R} + \sum_{\alpha=\mu,\tau} b_\alpha \overline{L'_{\alpha L}} \tilde{\phi} N'_{2R} + \sum_{l=e,\mu,\tau} m_l \overline{L'_{lL}} \phi l'_R + h.c.. \quad (6.12)$$

Os termos de massa de Majorana que não violam a simetria  $\bar{L}$  são dados por:

$$L_M = -N'_{1R}{}^T M_R \overline{CN'_{2R}}{}^T + h.c.. \quad (6.13)$$

Nas quais  $M_R$  é a escala de massa grande do modelo que gera o mecanismo see-saw,  $C$  é a matriz conjugação de carga.

Introduzimos agora o termo de massa de Majorana que quebra de modo softly a simetria  $\bar{L}$  por um termo que tenha  $\Delta\bar{L} = |2\rangle$ , isto é:

$$\mathcal{L}_{Msoftly} = \frac{-1}{2} (R \overline{N'_{1R}} \overline{CN'_{1R}}{}^T + S \overline{N'_{2R}} \overline{CN'_{2R}}{}^T) + h.c.. \quad (6.14)$$

Os termos  $R$  e  $S$  possuem dimensão de massa, mas são definidos de como sendo muito menores que  $M_R$ , mas não necessariamente menores que a escala eletrofraca  $v$ . A menos dos termos proibidos pela simetria, esta lagrangeana é analoga a lagrangeana do modelo com dois neutrinos na Eq. (3.20), que, escrita em forma matricial, tem a mesma base  $N$  e nos fornece a seguinte matriz de massa

$$M^\nu = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_\mu \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_\tau \\ a_e & 0 & 0 & R & M_R \\ 0 & b_\mu & b_\tau & M_R & S \end{pmatrix}. \quad (6.15)$$

No artigo [48] esta matriz de massa foi diagonalizada de modo usual, isto é, determinando seus autovalores e autovetores por meio da equação secular da matriz. Os cálculos feitos para o modelo com dois neutrinos estéreis que encontra-se no Capítulo dois são bastante detalhados e como a matriz obtida, na equação acima é muito semelhante qualquer dúvida em seus cálculos basta utilizar os resultados do Capítulo dois, zerando os elementos que não encontram-se nesta matriz, isto é, considere  $a_\mu$ ,  $a_\tau$  e  $b_e$  iguais a zero. É necessário ainda acrescentar as massas de Majorana, o que torna a equação para os autovalores um tanto quanto mais complicada, no entanto o procedimento é exatamente o mesmo.

Com esta matriz, obtemos novamente um neutrino não massivo e quatro neutrinos massivos degenerados dois a dois, sendo possível ajustarmos os dados experimentais de oscilações solares e atmosféricas, mas excluindo o LSND. Apesar deste modelo ter sido um modelo mais realista do ponto de vista experimental, ele ainda não é capaz de ajustar todos os dados, mas de qualquer modo é interessante estudá-lo para termos uma idéia de como podemos modelar a matriz de massa dos neutrinos por meio de simetrias, em busca de um ajuste satisfatório para os dados experimentais.

## 6.4 O Tripleto Escalar com Simetria

Sabemos do capítulo quatro que o tripleto escalar introduzido no conteúdo de matéria do MPE interage somente com os léptons, e possui número leptônico igual a -2. Deste modo, podemos atribuir duas possíveis cargas  $\bar{L}$ , sendo elas  $\pm 2$ , e atribuímos os sinais se considerarmos as seguintes simetrias  $\bar{L} = L_e - L_\mu - L_\tau - L_H$ , teremos que a carga  $\bar{L}$  do tripleto será 2, caso consideremos a simetria como sendo  $\bar{L} = L_e - L_\mu - L_\tau + L_H$ , teremos que a carga do tripleto será  $\bar{L} = -2$ .

A matriz de massa de ordem três originada da interação com o tripleto não envolve os neutrinos estéreis, ela é construída a partir da interação dos neutrinos esquerdos, autoestados de sabor, com eles mesmos.

Vamos introduzir a simetria na lagrangeana de Yukawa para o tripleto escalar, considerando, primeiro que  $\bar{L}(H) = 2$ , e que a simetria seja conservada. teremos portanto a seguinte lagrangeana de massa para os elétrons:

$$\mathcal{L}_M^\nu = f_{\alpha\beta} \sqrt{2} \overline{\nu'_{\alpha L}} \nu'_{\beta L} \nu_T \quad (6.16)$$

Aqui os termos permitidos não podem interagir com o neutrino do elétron, isto é, os termos  $f_{e\alpha}$  são nulos. Deste modo temos que:

$$M_L = \frac{f_{\Delta\alpha\beta}}{\sqrt{2}} v_T = \frac{v_T}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_{\mu\mu} & f_{\mu\tau} \\ 0 & f_{\tau\mu} & f_{\tau\tau} \end{pmatrix}. \quad (6.17)$$

Podemos, ainda, considerar que  $\bar{L}(H) = -2$  e que a simetria é conservada. Temos a seguinte lagrangeana:

$$\mathcal{L}_M^\nu = f_{ee} \sqrt{2} \overline{\nu'_{eL}} \nu'_{eL} v_T \quad (6.18)$$

A matriz de massa neste caso é simples somente a primeira entrada é igual a  $f_{ee}$  e os demais elementos da matriz são nulos.

Uma vez sabendo como serão as lagrangeanas de interação do setor do tripleto escalar e, portanto, a forma das matrizes de massa  $M_L$  após acrescentarmos a simetria  $\bar{L}$ , violada ou não, podemos obter a matriz de massa para o modelo 3+1 mais o tripleto escalar.

## 6.5 Operador de Dimensão 5 com Simetria

Nesta seção, vamos proceder de modo análogo ao anterior, para obter as lagrangeanas e as matrizes de massa quando mesclamos o modelo 3+1 com o modelo que contém o operador de dimensão 5 e consideramos a simetria  $\bar{L}$ . Vamos considerar inicialmente a simetria aplicada somente ao modelo operador de dimensão 5.

Considerando a simetria  $\bar{L}$  aplicada à lagrangeana de interação que contém o operador de dimensão cinco teremos as seguintes lagrangeanas de massa para os neutrinos:

$$\mathcal{L}_M^\nu = \sum_{\alpha\beta} \frac{f^{\alpha\beta}}{\Lambda} \left( \frac{v}{\sqrt{2}} \right)^2 \overline{\nu'_{\alpha L}} \nu'_{\beta L}. \quad (6.19)$$

Para conservar a simetria  $\bar{L}$ , devemos ter somente os termos nos que relacionam o neutrino do elétron com os neutrinos do muon e do tau, isto é, os termos  $f_{e\alpha}$ , com  $\alpha = \mu e \tau$  não são nulos os demais sim, o que nos fornece a seguinte matriz de massa:

$$M_L = \frac{v^2}{2} \begin{pmatrix} 0 & f_{e\mu} & f_{e\tau} \\ f_{\mu e} & 0 & 0 \\ f_{\tau e} & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.20)$$

A base desta matriz é  $N' = \text{col}(\nu'_e, \nu'_\mu, \nu'_\tau)$ .

Portanto, acrescentar uma simetria a uma lagrangeana de interação é um procedimento um tanto quanto simples, como vimos nas seções anteriores. O importante ao fazê-lo é considerar as alterações dessa simetria em toda a extensão do modelo e não apenas na lagrangeana de massa dos neutrinos. Como esta é uma simetria que envolve somente os números leptônicos, ela não altera o setor dos quarks. Deste modo, neste caso em particular, podemos nos preocupar somente com os acoplamentos de Yukawa do setor leptônico. Devemos também preocupar-nos com a conservação da simetria ao longo do modelo, e se caso faça-se necessário viola-la é necessário especificar quem a viola e como. Com isso em mente podemos tornar a nossa análise dos modelos mais rápida, uma vez que dizendo as características da simetria a construção da lagrangeana é simples, assim exemplificaremos somente as matrizes de massa obtidas.

Vamos agora obter as lagrangeanas completas que contenham as lagrangeanas dos modelos 3+1 e mais as lagrangeanas de massa dos modelos com o tripleto e com o operador de dimensão 5 e simetria  $\bar{L}$ .

## 6.6 Modelo 3+1 com $M_L \neq 0$ e Simetria $\bar{L}$

### Sendo $\bar{L}(N_R) = 1$ mais Tripleto Escalar

Considerando que a lagrangeana conserva a simetria  $\bar{L}$ , teremos:

$$\mathcal{L}_\nu^M = \sum_{\alpha=\mu,\tau} \frac{G^\alpha v}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{\alpha L}} N'_R + f_{\alpha\beta} \frac{v_t}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{\alpha L}} \nu'_{\beta L}. \quad (6.21)$$

Para conservarmos a simetria  $\bar{L}$ , os termos  $f_{e\alpha}$  no segundo termo da lagrangeana são nulos.

Isso nos fornece a seguinte matriz de massa:

$$M^\nu = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{v_t}{v} f_{\mu\mu} & \frac{v_t}{v} f_{\mu\tau} & a_\mu \\ 0 & \frac{v_t}{v} f_{\tau\mu} & \frac{v_t}{v} f_{\tau\tau} & a_\tau \\ 0 & a_\mu & a_\tau & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.22)$$

### Sendo $\bar{L}(N_R) = -1$ mais Tripleto Escalar

Considerando que a simetria  $\bar{L}$  seja conservada, teremos a seguinte lagrangeana:

$$\mathcal{L}_\nu^M = \sum_{\alpha=\mu,\tau} \frac{G^\alpha v}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{\alpha L}} N'_R + f_{\alpha\beta} \frac{v_t}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{\alpha L}} \nu'_{\beta L}. \quad (6.23)$$

Para conservarmos a simetria  $\bar{L}$ , os termos  $f_{e\alpha}$  no segundo termo da lagrangeana são nulos.

Isso nos fornece a seguinte matriz de massa:

$$M^\nu = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_e \\ 0 & \frac{v_t}{v} f_{\mu\mu} & \frac{v_t}{v} f_{\mu\tau} & 0 \\ 0 & \frac{v_t}{v} f_{\tau\mu} & \frac{v_t}{v} f_{\tau\tau} & 0 \\ a_e & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.24)$$

### Sendo $\bar{L}(N_R) = 1$ mais operador de dimensão 5

$$\mathcal{L}_\nu^M = \sum_{\alpha=\mu,\tau} \frac{G^\alpha v}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{\alpha L}} N'_R + \sum_{\alpha\beta} \frac{f^{\alpha\beta}}{\Lambda} \left( \frac{v}{\sqrt{2}} \right)^2 \overline{\nu'_{\alpha L}} \nu'_{\beta L}. \quad (6.25)$$

Para conservar a simetria  $\bar{L}$ , devemos ter somente os termos  $f_{e\alpha}$  com  $\alpha \neq e$  no segundo termo da lagrangeana.

A matriz de massa é, portanto:

$$M^\nu = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{e\mu} & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{e\tau} & 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\mu e} & 0 & 0 & a_\mu \\ \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\tau e} & 0 & 0 & a_\tau \\ 0 & a_\mu & a_\tau & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.26)$$

**Sendo  $\bar{L}(N_R) = -1$  mais operador de dimensão 5**

Teremos a seguinte lagrangeana:

$$\mathcal{L}_\nu^M = \frac{G^e v}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{eL}} N'_R + \sum_{\alpha\beta} \frac{f^{\alpha\beta}}{\Lambda} \left( \frac{v}{\sqrt{2}} \right)^2 \overline{\nu'_{\alpha L}} \nu'_{\beta L}. \quad (6.27)$$

Para conservar a simetria  $\bar{L}$ , devemos ter somente os termos  $f_{e\alpha}$  com  $\alpha \neq e$  no segundo termo da lagrangeana.

A matriz de massa é portanto:

$$M^\nu = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \frac{\sqrt{2}}{f} v_{e\mu} & \frac{\sqrt{2}}{f} v_{e\tau} & a_e \\ \frac{\sqrt{2}}{v} f_{\mu e} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{v} f_{\tau e} & 0 & 0 & 0 \\ a_e & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.28)$$

## 6.7 Modelo 3+2 com $M_L \neq 0$ e Simetria $\bar{L}$

### $M_L$ pelo Tripleto Escalar

Assim como feito para o modelo 3+1, vamos obter todas as matrizes de massa possíveis quando consideramos a simetria  $\bar{L}$  e a matriz de massa obtida por meio do modelo com o tripleto escalar.

**Sendo  $\bar{L}(N_{1R}) = 1$  e  $\bar{L}(N_{2R}) = 1$  mais tripleto escalar**

$$\mathcal{L}_\nu^M = \sum_{\alpha=\mu,\tau} \frac{G^\alpha v}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{\alpha L}} N'_{1R} + \sum_{\alpha=\mu,\tau} \frac{H^\alpha v}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{\alpha L}} N'_{2R} + f_{\Delta\alpha\beta} \frac{v_t}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{\alpha L}} \nu'_{\beta L}. \quad (6.29)$$

Para conservarmos a simetria  $\bar{L}$ , os termos  $f_{e\alpha}$  no segundo termo da lagrangeana são nulos.

A matriz de massa é portanto:

$$M^\nu = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \frac{v_t}{v} f_{\Delta e\mu} & \frac{v_t}{v} f_{\Delta e\tau} & 0 & 0 \\ \frac{v_t}{v} f_{\Delta\mu e} & 0 & \frac{v_t}{v} f_{\Delta\mu\tau} & a_\mu & b_\mu \\ \frac{v_t}{v} f_{\Delta\tau e} & \frac{v_t}{v} f_{\Delta\tau\mu} & 0 & a_\tau & b_\tau \\ 0 & a_\mu & a_\tau & 0 & 0 \\ 0 & b_\mu & b_\tau & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.30)$$

**Sendo  $\bar{L}(N_{1R}) = 1$  e  $\bar{L}(N_{2R}) = -1$  mais tripleto escalar**

$$\mathcal{L}_\nu^M = \frac{G^e v}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{eL}} N'_{1R} + \sum_{\alpha=\mu,\tau} \frac{H^{\alpha} v}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{\alpha L}} N'_{2R} + \sum_{\alpha\beta} \frac{f^{\alpha\beta}}{\Lambda} \left( \frac{v}{\sqrt{2}} \right)^2 \overline{\nu_{\alpha L}} \nu'_{\beta L} + \frac{1}{2} M \overline{N_{1R}} C \overline{N_{2R}}^T + h.c.. \quad (6.31)$$

A matriz de massa terá a seguinte forma:

$$M^\nu = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \frac{v_T}{v} f_{e\mu} & \frac{v_T}{v} f_{e\tau} & G^e & 0 \\ \frac{v_T}{v} f_{\mu e} & 0 & \frac{v_T}{v} f_{\mu\tau} & 0 & H^\mu \\ \frac{v_T}{v} f_{\tau e} & \frac{v_T}{v} f_{\tau\mu} & 0 & 0 & H^\tau \\ G^e & 0 & 0 & 0 & M \\ 0 & H^\mu & H^\tau & M & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.32)$$

**Sendo  $\bar{L}(N_{1R}) = -1$  e  $\bar{L}(N_{2R}) = -1$  mais tripleto escalar**

$$\mathcal{L}_\nu^M = \frac{a^e v}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{eL}} N'_{1R} + \frac{b^e v}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{eL}} N'_{2R} + f_{\Delta\alpha\beta} \frac{v_t}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{\alpha L}} \nu'_{\beta L}. \quad (6.33)$$

Para conservarmos a simetria  $\bar{L}$  devemos ter somente os termos nos quais  $\alpha = \beta$  no segundo termo da lagrangeana.

A matriz de massa é portanto:

$$M^\nu = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \frac{v_t}{v} f_{\Delta e\mu} & \frac{v_t}{v} f_{\Delta e\tau} & G^e & H^e \\ \frac{v_t}{v} f_{\Delta\mu e} & 0 & \frac{v_t}{v} f_{\Delta\mu\tau} & 0 & 0 \\ \frac{v_t}{v} f_{\Delta\tau e} & \frac{v_t}{v} f_{\Delta\tau\mu} & 0 & 0 & 0 \\ G^e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H^e & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.34)$$

**Sendo  $\bar{L}(N_{1R}) = 1$  e  $\bar{L}(N_{2R}) = -1$  mais operador de dimensão**

**5**

$$\mathcal{L}_\nu^M = \sum_{\alpha=\mu,\tau} \frac{G^{\alpha} v}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{\alpha L}} N'_{1R} + \sum_{\alpha=\mu,\tau} \frac{H^{\alpha} v}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{\alpha L}} N'_{2R} + \sum_{\alpha\beta} \frac{f^{\alpha\beta}}{\Lambda} \left( \frac{v}{\sqrt{2}} \right)^2 \overline{\nu'_{\alpha L}} \nu'_{\beta L}. \quad (6.35)$$

A matriz de massa terá a seguinte forma:

$$M^\nu = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{e\mu} & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{e\tau} & 0 & 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\mu e} & 0 & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\mu\tau} & G_\mu & H_\mu \\ \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\tau e} & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\tau\mu} & 0 & G_\tau & H_\tau \\ 0 & G_\mu & G_\tau & 0 & 0 \\ 0 & H_\mu & H_\tau & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.36)$$

consideremos a lagrangeana que contém dois neutrinos estéreis, ambos com carga  $\bar{L} = 1$  mais a lagrangeana do operador de dimensão 5 que conserva a simetria. Com as mesmas considerações para a lagrangeana dos neutrinos estéreis da matriz anterior, temos:

$$\mathcal{L}_\nu^M = \frac{G^e v}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{eL}} N'_{1R} + \frac{H^e v}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{eL}} N'_{2R} + \frac{1}{2} \overline{N'_{iR}} M_{Rij} N'_{jR} + \sum_{\alpha\beta} \frac{f^{\alpha\beta}}{\Lambda} \left( \frac{v}{\sqrt{2}} \right)^2 \overline{\nu'_{\alpha L}} \nu'_{\beta L}. \quad (6.37)$$

A matriz de massa terá a seguinte forma:

$$M^\nu = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{e\mu} & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{e\tau} & G_e & H_e \\ \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\mu e} & 0 & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\mu\tau} & 0 & 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\tau e} & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\tau\mu} & 0 & 0 & 0 \\ G_e & 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{R11} & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{R12} \\ H_e & 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{R21} & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{R22} \end{pmatrix}. \quad (6.38)$$

**Sendo  $\bar{L}(N_{1R}) = -1$  e  $\bar{L}(N_{2R}) = -1$  mais operador de dimensão 5**

$$\mathcal{L}_\nu^M = \frac{G^e v}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{eL}} N'_{1R} + \frac{H^e v}{\sqrt{2}} \overline{\nu'_{eL}} N'_{2R} + \sum_{\alpha\beta} \frac{f^{\alpha\beta}}{\Lambda} \left( \frac{v}{\sqrt{2}} \right)^2 \overline{\nu'_{\alpha L}} \nu'_{\beta L}. \quad (6.39)$$

A matriz de massa terá a seguinte forma:

$$M^\nu = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{e\mu} & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{e\tau} & G_e & H_e \\ \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\mu e} & 0 & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\mu\tau} & 0 & 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\tau e} & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\tau\mu} & 0 & 0 & 0 \\ G_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H_e & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.40)$$

consideremos a lagrangeana que contém dois neutrinos estéreis, ambos com carga  $\bar{L} = -1$ , mais a lagrangeana do operador de dimensão 5 que conserva a simetria.

$$\mathcal{L}_\nu^M = \sum_{\alpha=\mu,\tau} \frac{G^\alpha v}{\sqrt{2}} \bar{\nu}'_{\alpha L} N'_{1R} + \sum_{\alpha=\mu,\tau} \frac{H^\alpha v}{\sqrt{2}} \bar{\nu}'_{\alpha L} N'_{2R} + \frac{1}{2} \bar{N}'_{iR} M_{Rij} N'_{jR} + \sum_{\alpha\beta} \frac{f^{\alpha\beta}}{\Lambda} \left( \frac{v}{\sqrt{2}} \right)^2 \bar{\nu}'_{\alpha L} \nu'_{\beta L}. \quad (6.41)$$

A matriz de massa terá a seguinte forma:

$$M^\nu = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{e\mu} & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{e\tau} & 0 & 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\mu e} & 0 & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\mu\tau} & G_\mu & H_\mu \\ \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\tau e} & \frac{v}{\sqrt{2}} f_{\tau\mu} & 0 & G_\tau & H_\tau \\ 0 & G_\mu & G_\tau & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{R11} & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{R12} \\ 0 & H_\mu & H_\tau & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{R21} & \frac{\sqrt{2}}{v} M_{R22} \end{pmatrix}. \quad (6.42)$$

## 6.8 Modelo 3+2 com Quebra de $\bar{L}$ de modo Softly

Daremos agora um exemplo interessante que faz uma junção de vários elementos por nós estudados até o presente capítulo. Estudaremos um modelo com dois neutrinos estéreis, com a simetria  $\bar{L}$ , com correções radioativas, por meio do mecanismo de Babu, que serve para explicar a leveza dos neutrinos de sabor. Será acrescentado ao seu conteúdo de matéria mais dois dubletos de Higgs, totalizando três dubletos no modelo e três singletos escalares, um carregado ( $f^+$ ), um duplamente carregado ( $h^{++}$ ) e um sem carga ( $\eta$ ). Uma nova simetria discreta será introduzida de modo a evitar correções radioativas, por meio do mecanismo de Zee, e será denominada de simetria S [49].

Deste modo teremos as seguintes condições:

1. Todos os dubletos,  $\phi_k$  de Higgs possuem carga  $\bar{L} = 0$ .
2. Os neutrinos estéreis possuem carga  $\bar{L} = 1$  e  $\bar{L} = -1$ , respectivamente, para  $N_{1R}$  e  $N_{2R}$ .
3. Para os singletos escalares teremos:  $f^+$  tem carga  $\bar{L} = 0$ ,  $h^{++}$  tem carga  $\bar{L} = 2$  e  $\eta$  tem carga  $\bar{L} = -2$ .

As famílias dos léptons usuais como sabemos tem as cargas  $\bar{L}$  como sendo respectivamente para elétron, muon e tau  $\bar{L} = 1; -1; -1$ .

A simetria S introduzida transforma os seguintes constituintes do modelo:

$$S : l_R \rightarrow il_R, \phi_2 \rightarrow -i\phi_2, \phi_3 \rightarrow -\phi_3, h^{++} \rightarrow -h^{++}, \eta \rightarrow -\eta \quad (6.43)$$

Os demais permanecem inalterados. A lagrangeana de Yukawa deste modelo é construída de modo que as interações que geram massa de Dirac para os neutrinos de sabor do MP, por meio dos neutrinos estéreis, violem a simetria  $\bar{L}$  por duas unidades. Teremos:

$$L_y = \sum_{l=e,\mu,\tau} m_l (\bar{\nu}_{lL}, \bar{l}_L) \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} l_R - \delta_e^* (\bar{\nu}_{eL}, \bar{e}_L) \begin{pmatrix} \phi_1^{0*} \\ -\phi_1^{-*} \end{pmatrix} N_{1R} - \quad (6.44)$$

$$-\delta_\mu^* (\bar{\nu}_{\mu L}, \bar{\mu}_L) \begin{pmatrix} \phi_1^{0*} \\ -\phi_1^{-*} \end{pmatrix} N_{2R} - \delta_\tau^* (\bar{\nu}_{\tau L}, \bar{\tau}_L) \begin{pmatrix} \phi_1^{0*} \\ -\phi_1^{-*} \end{pmatrix} N_{2R} \quad (6.45)$$

$$+ \sum_{l,l'=\mu,\tau} h_{ll'} l_R^T c^{-1} l'_R h^{++} + f^+ [f_\mu (\nu_{eL}^T c^{-1} \mu_L - e_L^T c^{-1} \nu_{\mu L}) + f_\tau (\nu_{eL}^T c^{-1} \tau_L - e_L^T c^{-1} \nu_{\tau L})] \quad (6.46)$$

Podemos, ainda, escrever massa de Majorana para os neutrinos estéreis dadas por:

$$\mathcal{L}_M = M \bar{N}_{1R} c N_{2R} + h.c.. \quad (6.47)$$

Deste modo, podemos obter a matriz de massa dos neutrinos na base usual N. A lagrangeana na forma matricial é dada por:

$$\mathcal{L}_{D+M} = \frac{1}{2} \bar{N}^i M^{\nu} N'^c + h.c., \quad (6.48)$$

o que nos deixa com  $M^\nu$  dada por:

$$M^\nu = \begin{pmatrix} M_L & m_D^T \\ m_D & M_R \end{pmatrix}, \quad (6.49)$$

na qual temos que:

$$M_L = 0_{3 \times 3}, \quad m_D = \begin{pmatrix} \delta_e & 0 & 0 \\ 0 & \delta_\mu & \delta_\tau \end{pmatrix} \quad M_R = \begin{pmatrix} 0 & M \\ M & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.50)$$

Por meio do mecanismo de Babu, teremos que a matriz  $M_L$  da matriz  $M^\nu$  tem o elemento  $M_{ee} \neq 0$  o que nos deixa com:

$$M_L = \begin{pmatrix} M_{ee} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.51)$$

$$M_{ee} = \frac{-2\lambda \langle \eta \rangle_0}{(16\pi^2)^2} \sum_{l,l'=\mu,\tau} f_l h_{ll'} f_{l'} m_l m_{l'} I_{ll'}. \quad (6.52)$$

Neste caso,  $I_{ll'}$  é uma integral convergente de dois loops, semelhante à da Eq 4.63.

Este modelo ainda utiliza-se do mecanismo see-saw para obter as massas dos neutrinos usuais do MP. E esta matriz de massa é de ordem 3 e conserva a simetria  $\bar{L}$  quando não consideramos o termo de massa gerado pelo mecanismo de Babu. Caso contrário, ela viola a simetria. O mecanismo de Babu garante a diferença de massa pequena para a oscilação dos neutrinos solares. A simetria  $\bar{L}$  é importante para garantirmos que  $U_{e3} = 0$ . Contudo, a quebra desta simetria, por meio do valor esperado do vácuo do  $\eta$ , é importante para a oscilação dos neutrinos solares.

Não é possível introduzirmos a simetria  $\bar{L}$  nos modelos de massa de Zee e Babu uma vez que todos os termos considerados misturam as famílias e alguns deles violam a simetria  $\bar{L}$ , no entanto todos os termos são importantes para gerar as massas, portanto impor uma conservação de simetria  $\bar{L}$  implica em proibir alguns desses termos nas lagrangeanas, o que torna-se inviável.

Vimos ao longo do presente capítulo que a introdução de uma simetria à lagrangeana de Yukawa nos permite modificar a textura das matrizes de massa. Existem inúmeras outras simetrias discretas ou contínuas que podem ser estudadas, aqui temos um exemplo, e uma demonstração de como deve-se proceder neste caso.

# Capítulo 7

## Conseqüências Fenomenológicas da Não Unitariedade da Matriz de Mistura

Até o presente capítulo, estudamos vários modelos que geram massa para os neutrinos por meio de modificações ao conteúdo de matéria do MPE, ou por correções radioativas, ou ainda, quando consideramos que o número leptônico pode ser violado e construímos o termo de massa com o operador de dimensão 5 para os neutrinos ativos. Todos estes modelos acarretam alterações no MPE, como, por exemplo, a alteração das massas dos bósons escalares devido ao VEV do tripleto escalar. Porém, não estudamos ainda as conseqüências, da introdução das simetrias e das alterações no conteúdo de matéria do MPE, nas correntes carregada e neutra devido as matrizes de mistura que obtivemos ao diagonalizar as matrizes de massa dos modelos 3+1 e 3+2 com  $M_L = 0$ , com isso podemos analisar as conseqüências fenomenológicas destes modelos.

Neste capítulo, então, pretendemos fazer um estudo sobre as conseqüências da não unitariedade da matriz de mistura ao longo das interações neutra e carregada do setor leptônico. Abordaremos algumas possibilidades de análise da unitariedade ou não da matriz de mistura. Ao final do capítulo faremos algumas discussões sobre possíveis continuações deste trabalho.

## 7.1 Matriz de Rotação Unitária

Sabemos que a matriz de rotação do setor leptônico é obtida por meio da diagonalização da matriz de massa dos neutrinos, uma vez que, consideramos a matriz de massa dos léptons carregados como diagonal, em outras palavras, a identificação imediata da matriz de rotação do setor leptônico com a matriz de diagonalização da matriz de massa dos neutrinos, só pode ser feita caso os léptons carregados estejam, já em sua base diagonal.

O método para obtermos a matriz que diagonaliza a matriz de massa, usado ao longo de todo o trabalho, implica que, por construção, a matriz de rotação é unitária. É possível, ainda, provar que a matriz obtida é unitária por meio de cálculos, isto é, basta fazer o produto  $V^\dagger V$  e obter que ele é igual à matriz identidade.

Uma matriz de rotação unitária não causa efeitos na corrente neutra, uma vez que  $V^\dagger V = \mathbf{1}$ . Na corrente carregada, observamos que existe uma violação de sabor no setor leptônico uma vez que  $V^\dagger$  aparece sozinho ao escrevermos as lagrangeanas em termos dos autoestados de massa. Neste caso a matriz  $V^\dagger$  representa a matriz  $V_{PMNS}$ , novamente, consideramos sempre a matriz de massa dos léptons carregados como sendo diagonal, e esta é responsável pela interação de  $\nu_\alpha$  com  $l_\beta$  e com os índices correndo por todas as famílias (e,  $\mu$ ,  $\tau$ ).

Tudo isso é válido quando o número de neutrinos ativos é o mesmo que o número de neutrinos massivos. Ao longo do trabalho introduzimos neutrinos estéreis ao conteúdo de matéria do MPE, com isso temos mais neutrinos massivos do que neutrinos ativos o que acarreta em conseqüências às matrizes de mistura e, conseqüentemente, às lagrangeanas de interações de corrente neutra e carregada, como veremos a seguir.

## 7.2 Não Unitariedade da Matriz de Mistura

Nos modelos 3+1 e 3+2 com  $M_L = 0$  obtivemos as matrizes que diagonalizam as matrizes de massa, e nesses modelos como vimos estas matrizes são imediatamente identificadas com a matriz de rotação leptônica. Em ambos os caso as matrizes obtidas são unitárias, por construção, no entanto, como as ultimas linhas destas matrizes correspondem aos neutrinos estéreis não devem ser consideradas o que nos deixa com uma matriz de rotação retangular que ao introduzirmos nas lagrangeanas

de interação podemos observar alterações, como por exemplo, uma mistura de sabor nas correntes neutras, como veremos a seguir.

### 7.3 Alterações nas Lagrangeanas da Corrente Neutra e da Corrente Carregada Modelo 3+1

Novamente, por simplicidade de cálculos consideraremos o modelo com  $M_L = 0$ .

Sabemos do capítulo três que a matriz que diagonaliza a matriz  $M^\nu$ , de massa para os neutrinos, já escrita em termos de senos e cossenos, é dada por:

$$R = \zeta \begin{pmatrix} c_\beta & 0 & c_\alpha s_\beta & s_\alpha s_\beta \\ -s_\beta s_\gamma & c_\gamma & c_\alpha c_\beta s_\gamma & s_\alpha c_\beta s_\gamma \\ -s_\beta c_\gamma & s_\gamma & c_\alpha c_\beta c_\gamma & s_\alpha c_\beta c_\gamma \\ 0 & 0 & -s_\alpha & c_\alpha \end{pmatrix} \quad (7.1)$$

em que  $\zeta = \text{diag}(1, 1, i, 1)$ .

Uma vez que o quarto neutrino é estéril, sabemos que somente as três primeiras linhas da matriz é que devem ser utilizadas nas lagrangeanas de interação, isto é, existem somente três neutrinos ativos, estes ganham massa por meio da mistura de cinco neutrinos auto-estados de massa, o que nos deixa a matriz de rotação dada por:

$$V = \zeta \begin{pmatrix} c_\beta & 0 & c_\alpha s_\beta & s_\alpha s_\beta \\ -s_\beta s_\gamma & c_\gamma & c_\alpha c_\beta s_\gamma & s_\alpha c_\beta s_\gamma \\ -s_\beta c_\gamma & s_\gamma & c_\alpha c_\beta c_\gamma & s_\alpha c_\beta c_\gamma \end{pmatrix} \quad (7.2)$$

Assim, a matriz V de rotação não é unitária. Veremos agora as conseqüências dessa matriz nas correntes neutras e carregadas, que escritas em termo dos autoestados de sabor são dadas por:

$$\mathcal{L}^{cc} = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \overline{\nu'_{\alpha L}} \gamma^\lambda l'_{\alpha L} W_\lambda \quad (7.3)$$

$$\mathcal{L}^{cc} = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \overline{\nu'_{\alpha L}} \gamma^\lambda \nu'_{\alpha L} Z_\lambda \quad (7.4)$$

Desde o início deste trabalho consideramos que os léptons encontram-se já em uma base diagonal tanto nos auto-estados de sabor, quanto nos auto-estados de massa, isto é,  $l'_{\alpha L} = \mathbf{1}l_{iL}$ , com  $i = 1, 2, 3$ , com isso não é necessário nos preocuparmos com suas matrizes de rotação. No entanto para o caso dos neutrinos temos que  $\nu_{\alpha L} = V\nu_{iL}$ . Com isso, podemos agora escrever as lagrangeanas em termos dos autoestados de massa, teremos:

$$L^{cc} \equiv \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{N} V^\dagger \gamma^\lambda l W_\lambda \quad (7.5)$$

$$L^{cn} = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{N} V^\dagger \gamma^\lambda V N Z_\lambda = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{N} V^\dagger V \gamma^\lambda N Z_\lambda \quad (7.6)$$

Uma vez que a matriz  $V$  não é unitária obtemos que:

$$V^\dagger V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_\alpha^2 & c_\alpha s_\alpha \\ 0 & 0 & -c_\alpha s_\alpha & s_\alpha^2 \end{pmatrix} \quad (7.7)$$

Note - se que temos agora uma matriz de mistura para as interações com os léptons carregados, o que viola os números leptônicos de sabor, isto é, viola  $L_e, L_\mu$  e  $L_\tau$  separadamente, mas conserva o número leptônico total  $L = L_e + L_\mu + L_\tau$ .

## 7.4 Alterações nas Lagrangeanas da Corrente Neutra e da Corrente Carregada Modelo 3+2

Para o modelo 3+2 com  $M_L = 0$  e  $M_R = 0$ , por simplicidade, sabemos que a matriz de rotação é dada pela Eq. (3.36):

$$R_2 = \Theta \begin{pmatrix} c_\rho & \frac{-s_\rho c_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{-s_\rho c_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{-s_\rho s_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{-s_\rho s_\gamma}{\sqrt{2}} \\ s_\rho c_\beta & \frac{c_\rho c_\gamma c_\beta - s_\beta s_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho c_\gamma c_\beta - s_\beta s_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho s_\gamma c_\beta - s_\beta c_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho s_\gamma c_\beta - s_\beta c_\gamma}{\sqrt{2}} \\ s_\rho s_\beta & \frac{c_\rho s_\gamma c_\beta - c_\beta s_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho s_\gamma c_\beta - c_\beta s_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho s_\gamma s_\beta - c_\beta c_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho s_\gamma s_\beta - c_\beta c_\gamma}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{s_\alpha}{\sqrt{2}} & \frac{-s_\alpha}{\sqrt{2}} & \frac{s_\eta}{\sqrt{2}} & \frac{-s_\eta}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{c_\alpha}{\sqrt{2}} & \frac{-c_\alpha}{\sqrt{2}} & \frac{c_\eta}{\sqrt{2}} & \frac{-c_\eta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (7.8)$$

em que  $\Theta = \text{diag}(1, 1, i, 1, i)$  e devemos considerar que  $\alpha + \eta = \frac{\pi}{2}$ .

Uma vez que os neutrinos de mão direita introduzidos são estéreis usaremos a matriz de rotação  $V'$  que é uma matriz não unitária uma vez que será uma matriz  $3 \times 5$ , que corresponde às três primeiras linhas da matriz  $R_2$ . Ou seja:

$$V' = \begin{pmatrix} c_\rho & \frac{-s_\rho c_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{-s_\rho c_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{-s_\rho s_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{-s_\rho s_\gamma}{\sqrt{2}} \\ s_\rho c_\beta & \frac{c_\rho c_\gamma c_\beta - s_\beta s_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho c_\gamma c_\beta - s_\beta s_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho s_\gamma c_\beta - s_\beta c_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho s_\gamma c_\beta - s_\beta c_\gamma}{\sqrt{2}} \\ s_\rho s_\beta & \frac{c_\rho s_\gamma c_\beta - c_\beta s_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho s_\gamma c_\beta - c_\beta s_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho s_\gamma s_\beta - c_\beta c_\gamma}{\sqrt{2}} & \frac{c_\rho s_\gamma s_\beta - c_\beta c_\gamma}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (7.9)$$

Com isso podemos analisar as consequências dessa matriz  $V'$  nas correntes neutra e carregada.

Sendo a lagrangeana da corrente carregada dada por:

$$L^{cc} \equiv \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \overline{\nu'_{\alpha L}} \gamma^\lambda l'_{\alpha L} W_\lambda, \quad (7.10)$$

em termos dos autoestados de massa a lagrangeana será:

$$L^{cc} \equiv \frac{g}{\sqrt{2}} \overline{N'} V'^{\dagger} \gamma^\lambda l' W_\lambda. \quad (7.11)$$

Temos então uma matriz de mistura para nas interações com os léptons carregados, causando a violação dos números leptônicos de sabor, isto é,  $L_e$ ,  $L_\mu$  e  $L_\tau$  não são mais conservados, pelo menos separadamente.

A lagrangeana da corrente neutra é dada por

$$L^{cn} \equiv \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \overline{\nu'_{\alpha L}} \gamma^\lambda \nu'_{\alpha L} Z_\lambda, \quad (7.12)$$

que em termos dos autoestados de massa fica:

$$L^{cn} = \frac{g}{\sqrt{2}} \overline{N'} V'^{\dagger} \gamma^\lambda V' N' Z_\lambda = \frac{g}{\sqrt{2}} \overline{N'} V'^{\dagger} V' \gamma^\lambda N' Z_\lambda. \quad (7.13)$$

Por sua vez como a matriz  $V'$  não é unitária o produto  $V'^{\dagger} V'$  implica novamente em violação dos números leptônicos de sabor uma vez que esta matriz será diferente da identidade.

$$V'^{\dagger}V' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}. \quad (7.14)$$

Apesar dos modelos 3+1 e 3+2 não serem realístico eles já são capazes de nos mostrar que é esperado obtermos novas simetrias, pelo menos no setor leptônico. Essas novas simetrias devem explicar a forma específica da matriz de massa bem como, as consequências de sua não unitariedade nas lagrangianas de interação, o que evidência física nova.

Para as matrizes gerais, com  $M_L \neq 0$  e  $M_R \neq 0$  as parametrizações já são conhecidas, portanto, estudadas na literatura. O que devemos sempre ter em mente desta seção é que todas as matrizes de rotação que iremos obter serão matrizes retangulares\*  $3 \times 4$  ou  $3 \times 5$ , as diferenças para com as das Eqs. (6.29) e (6.36), povavelmente, será o número de parâmetros. Mas aqui temos a seguinte conclusão, ao introduzirmos neutrinos estéreis ao modelos as correntes neutras e carregada não mais conservarão o número leptônico de sabor uma vez que as matrizes não são unitárias.

Existem, ainda, outros casos em que a não unitariedade da matriz de rotação é consequência das considerações físicas do modelo, como por exemplo modelos com mecanismo see-saw, como podemos observar a seguir.

Consideremos uma simples extensão ao MPE, a introdução de  $n$  neutrinos pesados de Majorana  $N_{Ri}$  com  $i = 1, \dots, n$ . A lagrangeana de Yukawa terá a seguinte forma:

$$-\mathcal{L}_Y = \overline{L}'_L G^l l'_R \phi + \overline{L}'_L G^{\alpha}_{\nu} N'_{iR} \tilde{\phi} + \frac{1}{2} \overline{N}'_{Ri} M_{Rij} N'_{Rj} + h.c.. \quad (7.15)$$

Após a quebra espontânea de simetria obtemos as massas dos léptons carregados que, sem perda de generalidade, vamos considerar sua a matriz de massas como diagonal. A lagrangeana de massa para os neutrinos em forma matricial é dada por:

$$-\mathcal{L}_M^{\nu} = \frac{1}{2} \overline{(\nu'_L, N'^c_R)} \begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M_D^T & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu'_L \\ N'_R \end{pmatrix} + h.c.. \quad (7.16)$$

---

\*Caso continuemos a não utilizar o mecanismo see - saw.

Como podemos observar, a matriz de massa será:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M_D^T & M_R \end{pmatrix}, \quad (7.17)$$

o que nos remete, novamente, à Eq. (3. 9), mas considerando que  $M_L$  é nula, a matriz  $M_R$  é uma matriz de ordem  $n$ , com  $n$  sendo a quantidade de neutrinos estéreis introduzidos, e por fim a matriz  $M_D$  é uma matriz retângular  $3 \times n$ . Podemos ou não considerar a escala  $M_R$  muito superior a escala eletrofraca, neste caso particular vamos considerar como sendo superior. Vamos diagonalizar a matriz de massa por meio de uma transformação unitária, da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^\dagger \begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M_D^T & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{M}_\nu & 0 \\ 0 & \overline{M}_R \end{pmatrix}, \quad (7.18)$$

com  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  sendo submatrizes  $3 \times n$ ,  $n \times 3$ , de ordem  $n$  e de ordem três, respectivamente;  $\overline{M}_\nu$  e  $\overline{M}_R$  são matrizes diagonais de ordem três e de ordem  $n$ , respectivamente. A Eq. acima nos deixa com:

$$C^\dagger M_D^T B^* + A^\dagger M_D D^* + C^\dagger M_R D^* = 0, \quad (7.19)$$

$$\overline{M}_\nu = C^\dagger M_D^T A^* + A^\dagger M_D C^* + C^\dagger M_R C^*, \quad (7.20)$$

$$\overline{M}_R = D^\dagger M_D^T B^* + B^\dagger M_D D^* + D^\dagger M_R D^*. \quad (7.21)$$

Com estas equações podemos obter  $C^\dagger$  em função das matrizes de massa, e  $M_D$  e  $M_R$  em função das matrizes  $A$ ,  $B$  e  $D$ . Por meio de desenvolvimentos algébricos simples obtemos que:

$$A \overline{M}_\nu A^T = -M_D M_R^{-1} M_D^T + \Delta_A. \quad (7.22)$$

Notemos que esta é a equação de massa para o mecanismo see-saw.

$$D \overline{M}_R D^T = M_R + \Delta_D, \quad (7.23)$$

onde definiu-se:

$$\Delta_A = M_D M_R^{-1} M_D^T B^* B^T - M_D M_R^{-1} (D^\dagger)^{-1} B^\dagger M_D C^* A^T \quad (7.24)$$

$$\Delta_u = M_D B^* D^T - M_R C^* C^T \quad (7.25)$$

até este momento, não fizemos nenhuma aproximação para obter as matrizes de massa diagonais das Eq. (5.15) e (5.16). Mas consideramos que a matriz que diagonaliza a matriz de massa da Eq. (5.12) é unitária, deste modo as sub-matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  devem seguir que:

$$A^\dagger A + C^\dagger C = AA^\dagger + BB^\dagger = \mathbf{1} \quad (7.26)$$

$$D^\dagger D + C^\dagger C = DD^\dagger + CC^\dagger = \mathbf{1},$$

e

$$A^\dagger B + C^\dagger D = AC^\dagger + BD^\dagger = \mathbf{0} \quad (7.27)$$

$$B^\dagger A + D^\dagger C = CA^\dagger + Db^\dagger = \mathbf{0}.$$

Obviamente as matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  não são unitárias. Deve ser notado que a matriz  $A$  é a matriz de mistura dos neutrinos de sabor, o que pode ser observado na lagrangeana de corrente carregada, quando expressa em termos dos autoestados de massa, ou seja:

sendo

$$\begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}_L + B \begin{pmatrix} N_1 \\ \dots \\ N_n \end{pmatrix}_L, \quad (7.28)$$

a lagrangeana de corrente carregada será:

$$-\mathcal{L}_{cc} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left[ \bar{l}'_L A \gamma^\mu \nu'_L W_\mu^- + \bar{l}'_L A \gamma^\mu N'_L W_\mu^- \right] + h.c.. \quad (7.29)$$

Portanto, a matriz de mistura que relaciona os léptons carregados com os neutrinos é a matriz  $A$ . Deste modo podemos concluir que a matriz  $A$  corresponde a

matriz de mistura dos neutrinos. Observamos aqui que a unitariedade de  $A$  é violada naturalmente devido a presença das matrizes  $B$  e  $C$ . Um limite experimental preliminar para a matriz  $B$  como sendo de  $O(10^{-3})$  [49]. Mas no limite de  $B \rightarrow 0$  e  $C \rightarrow 0$ ,  $A$  torna-se uma matriz unitária.

Vamos estudar agora a escala das massas que estamos considerando. Consideramos desde o início que  $M_R \gg v$  o que implica que a razão  $M_D/M_R$  é muito pequena o que determina que as matrizes  $B$  e  $C$  são fortemente suprimidas. Isto nos deixa a matriz  $C^\dagger$  como sendo:

$$C^\dagger \approx -AM_DM_R^{-1} \approx O(M_D/M_R), \quad (7.30)$$

e a matriz de massa de Majorana para os neutrinos será dada por:

$$M_\nu = A\overline{M}_\nu A^T \approx -M_DM_R^{-1}M_D. \quad (7.31)$$

E esta é a equação já conhecida para o mecanismo see-saw. A leveza da massa dos neutrinos de sabor é atribuída a grande escala de massa  $M_R$ .

Toda esta análise pode ser feita para a matriz de massa geral, Eq. 3.9, ou seja, não consideraremos mais  $M_L$  como sendo uma matriz nula, o procedimento de diagonalização é análogo, a única diferença esta na definição da massa de Majorana para os neutrinos que terá a seguinte forma:

$$M_\nu = A\overline{M}_\nu A^T \approx M_L - M_DM_R^{-1}M_D. \quad (7.32)$$

Portanto, concluímos que a matriz  $A$  de mistura dos neutrinos não é unitária exata em modelos que possuam mecanismo see-saw para gerar massa, porém a violação da unitariedade é extremamente pequena.

No início desta secção citamos que as matrizes de rotação são unitárias, por construção, caso o número de neutrinos ativos seja o mesmo que o número de neutrinos massivos, esta regra pode ser utilizada para constatar ou excluir a existência de neutrinos estéreis, por exemplo, com o uso de correntes neutras.

Sabemos que, quando é considerado um modelo de oscilação com três neutrinos a soma de todas as probabilidades de oscilação é igual a um. Sabemos também, da largura de decaimento do  $Z^0$  que, caso existam mais de três neutrinos, os demais (excedentes aos três) serão estéreis. Neutrinos estéreis não interagem com a matéria ordinária, portanto, não podem ser detectados. Sabe-se que, podemos, por

meio da corrente neutra, medir a probabilidade total de oscilação dos neutrinos,  $\sum_{\beta=e,\mu,\tau} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$ . Não podemos desconsiderar a probabilidade de oscilação para os neutrinos estéreis, caso existam. Portanto, a probabilidade de oscilação total que pode ser detectada é  $1 - P(\nu_\alpha \rightarrow N_R)$ .

Munidos destas informações, é possível estimar limites para o número de neutrinos estéreis em experimentos de oscilação de neutrinos de base longa, onde são produzidos feixes de neutrinos constituídos, quase que unicamente, de neutrinos do múon. Consideramos que o fluxo de neutrinos é conhecido e que o detector não possui problemas para identificar os neutrinos incidentes. Uma vez que o fluxo de neutrinos é conhecido, caso não ocorra oscilações o número de eventos a ser detectado é também conhecido tanto para corrente neutra quanto para a carregada. Deste modo, em um experimento ideal <sup>†</sup>, as interações de corrente neutra determinam  $P_{\nu N_R}$  e as de corrente carregada determinam  $P_{\mu\mu}$ , uma vez que é conhecido o fluxo é possível estimar-se o número de eventos esperados, caso ocorra oscilação para o neutrino estéril, este não será detectado, portanto haverá um déficit de medidas, este déficit permite o cálculo de  $P_{\nu N_R}$  e os eventos de corrente carregada, uma vez que o detector consegue distinguir entre os sabores, determina  $P_{\nu_\mu\nu_\mu}$ . As várias análises feitas levam em conta a existência ou não de  $\nu_e$  e da massa do tau, que podem interferir no experimento. Com essas considerações uma série de experimentos conhecidos, como por exemplo, K2K, T2K e experimentos tipo MINOS, foram simulados na tentativa de estipular um limite superior para a existência de neutrinos estéreis. As conclusões dos estudos são vagas, mas nos fornecem uma idéia de como é possível verificar a existência de neutrinos estéreis usando a unitariedade da matriz leptônica[50].

Uma outra consequência da unitariedade da matriz de rotação encontra-se em um estudo de Smirnov e Zatsepin [51] que diz que os neutrinos do decaimento do bóson  $Z^0$  podem oscilar, uma vez que, neste decaimento, são produzidos estados coerentes de pares de neutrinos.

Para podermos observar oscilação de neutrinos provenientes do decaimento de  $Z^0$ , é necessário que o estado do neutrino produzido seja um estado coerente de pares de neutrinos de diferentes sabores. E, para que a oscilação seja observada, os produtos do decaimento do  $Z^0$ , neutrino e antineutrino, devem ser detectados simultaneamente. Para tanto faz-se necessária a utilização de dois detectores, um

---

<sup>†</sup>Não são considerados erros sistemáticos do detector, nem falha de identificação dos neutrinos.

deles deve detectar o neutrino em uma distância  $r$  e outro o antineutrino a uma distância  $\bar{r}$ . Devem ser medidos os sabores dos neutrinos por meio de algum processo de corrente carregada, isto é, ao final, o detector deve registrar o sinal de um lépton carregado. O número de eventos é proporcional à probabilidade de oscilação de acordo com a distância do detectores à fonte.

Devemos notar que a oscilação no decaimento do  $Z^0$  ocorre devido a duas condições impostas a unitariedade da matriz de mistura e à coerência do feixe de neutrinos proveniente do decaimento, e, ainda, note-se que a dificuldade em observar a oscilação de neutrinos provenientes do decaimento do  $Z^0$  é experimental, uma vez que a interação do neutrino com a matéria é fraca.

Vimos que a não unitariedade da matriz de mistura traz conseqüências importantes para o modelo e que existem possibilidades experimentais para confirmá-la ou não, podendo, ainda, verificar a existência de neutrinos estéreis. Em modelos com o mecanismo see - saw, a unitariedade só é considerada devido a grande escala de massa introduzida. E, por fim, vimos as conseqüências da não unitariedade das matrizes de rotação, obtidas nos modelos 3+1 e 3+2, devido aos neutrinos estéreis nas lagrangeanas de corrente neutra e carregada destes modelos.

## 7.5 Discussões

Sabemos que devido às evidências experimentais atuais em Física de neutrinos, o MP deve ser modificado, de modo a acomodar as massas para os neutrinos. Ainda por meio dos dados experimentais, existem pistas que podem ser seguidas para a elaboração do modelo, como, por exemplo, as medidas experimentais das diferenças de massa ao quadrado dos neutrinos atmosféricos e solares, os ângulos de mistura que devem satisfazer determinadas exigências experimentais, como por exemplo o  $\theta_{13}$  que deve ser muito pequeno. E, possivelmente, a informação mais importante é que são necessárias, pelo menos, três diferenças de massa para podermos ajustar todos os dados experimentais, incluindo LSND, caso ele seja confirmado.

Ao estudarmos o modelo 3+1 com  $M_L = 0$ , notamos que a quantidade de parâmetros livres no modelo era muito inferior a quantidade necessária para ajustar os dados experimentais, uma vez que, nele, existem apenas duas diferenças de massa e apenas uma massa com liberdade de ajuste. Neste modelo, não existe a possibilidade de obter fases de Dirac, o que impossibilita uma possível violação de

CP por meio da oscilação dos neutrinos.

Na tentativa de aumentar o número de parâmetros livres, introduzimos mais um neutrino estéril ao modelo. Com isso, a princípio, dobramos o número de parâmetros na matriz de massa e consideramos que não existe massa de Majorana para os neutrinos ativos, isto é,  $M_L = 0$ . Porém, ao diagonalizar a matriz de massa obtivemos somente duas diferenças de massa, pois, em nível de árvore, existem neutrinos degenerados dois a dois e um neutrino não massivo, o que já não é suficiente para explicar os dados do LSND.

Ainda no modelo 3+2, com  $M_L = 0$ , a matriz de mistura é muito específica e com características muito particulares. Como podemos observar na Eq. 3.35, a parametrização desta matriz é uma tarefa complexa, o que nos levou a determinar uma matriz de mistura escrita em termos de senos e cossenos que possua a mesma peculiaridade, Eq. 3.36. Porém, o número de parâmetros obtidos ainda é inferior ao necessário para ajustar os dados experimentais.

Munidos destas informações, concluímos que estes dois modelos, como encontram-se, não são suficientes para ajustar todos os dados experimentais, apesar de muitas referências utilizarem derivações destes modelos na tentativa de explicar leptogênese [52,53, 54], ou até mesmo na tentativa de, simplesmente, ajustar os dados experimentais [55]. Após um levantamento dos dados bibliográficos, muitos citados ao longo do trabalho, notamos que a grande maioria dos artigos considera os modelos 3+1 e 3+2 com  $M_L = 0$ , o que nos levou a considerar que um modelo mais completo e geral poderia fornecer o número de parâmetros necessários. Por este motivo, estudamos maneiras de obtermos as matrizes de massa  $M_L$  (Capítulo quatro). No entanto, algumas dessas mudanças geram alterações ao longo de todo o MPE, como mostramos, também no capítulo quatro.

Uma vez com todas as matrizes de massa de Majorana para os neutrinos ativos, foi possível obtermos diferentes modelos 3+1 e 3+2, todos eles sendo capazes de explicar a leveza da massa dos neutrinos em relação à massa dos léptons carregados. Estes modelos podem, ainda, explicar leptogênese, uma vez que consideramos os neutrinos estéreis como sendo pesados o suficiente para decaírem em léptons carregados, no Universo primordial.

Algumas referências [56,57,58] estudam diferentes texturas de matrizes de massa e suas conseqüências fenomenológicas, mas não possuem um modelo específico que gere esta matriz. Na tentativa de obter uma matriz que siga estas regras, intro-

duzimos uma simetria discreta ao modelo, a simetria  $\bar{L}$  (capítulo seis). Com esta simetria podemos justificar, também, a matriz de massa de Majorana para os neutrinos estéreis, dos modelos 3+1 e 3+2. A escolha desta simetria baseia-se em sua simplicidade. Não acrescentamos outras simetrias aos modelos nesse trabalho, mas sabe-se que simetrias como  $A_4^\ddagger$ ,  $Z_{13}$ , dentre outras inúmeras simetrias, podem ser acrescentadas aos modelos, visando modelar a matriz de massa que mais se ajuste aos dados experimentais.

Existe, ainda, a possibilidade de considerarmos modelos completos que gerem massa para os neutrinos e que modifiquem todo o MP, como por exemplo o modelo com Áxions [59, 60, 61], ou os modelos 3-3-1. Estes são modelos completos e complexos que modificam toda a estrutura do MP.

No decorrer do presente trabalho, os resultados do experimento MiniBooNE<sup>§</sup>, que iniciou-se em 1997, no Fermilab, foram liberados. Este experimento teve como objetivo observar oscilações de neutrinos do  $\nu_\tau$  para  $\nu_e$ . Com isso esperava-se observar um excesso de  $\nu_e$  no detector, o que confirmaria os dados experimentais do LSND. No entanto, em 11 de abril de 2007, os primeiros resultados foram divulgados [62], refutando os dados experimentais do LSND. O artigo afirma que não seria possível explicar as evidências do LSND por meio do modelo de Oscilação de neutrinos. Porém foram evidenciados eventos, a baixas energias, que ainda não foram explicados pelos membros da colaboração.

Os modelos desenvolvidos no presente trabalho ainda estão em evidência para explicar os dados experimentais como citado na referência [63].

Portanto, a Física de Neutrinos é uma vasta área para pesquisa, principalmente, após as evidências experimentais do MiniBooNE. Os dados experimentais precisam ser ajustados, de modo satisfatório, por um modelo que seja uma extensão do MP. Mesmo sendo difícil dizer como deve ser este modelo, sabemos, depois de [63], que os modelos estudados neste trabalho podem ser um passo inicial para o desenvolvimento de uma teoria mais completa sobre neutrinos.

---

<sup>‡</sup>A simetrias  $A_4$  é uma simetria discreta não abeliana, constituída por 12 elementos e tem 4 representações irredutíveis. 3 de uma dimensão e uma de 3 dimensões

<sup>§</sup>O experimento consiste de um feixe de  $\nu_\tau$  são diretamente detectados em um detector de 800 tons contendo óleo mineral e cercado por 1,280 células fotomultiplicadoras

# Apêndice A

## Elementos necessários

A representação quadridimensional do Grupo de Lorentz é dada pela escolha da seguinte álgebra para as matrizes gama:

$$\{\gamma^\nu, \gamma^\mu\} = 2g^{\nu\mu}. \quad (\text{A.1})$$

Como Base para a álgebra, teremos:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix} \text{ e } \gamma^5 = i\gamma^1\gamma^2\gamma^3\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Os férmions, por sua vez, são objetos compostos de quatro componentes, que podem decompor-se em duas representações irredutíveis de duas dimensões, cujos projetores dos subespaços são dados por:

$$L \equiv \left(\frac{1 - \gamma_5}{2}\right) \text{ e } R \equiv \left(\frac{1 + \gamma_5}{2}\right), \quad (\text{A.3})$$

que são chamados de projetores de Helicidade.

Definimos, então, os espinores  $L_L = LL$  e  $L_R = RL$ , que respectivamente representam os férmions de mão esquerda e direita. Assim, nesse modelo, um férmion é representado pelo espinor  $L = L_L + L_R$ . Estes espinores possuem as seguintes propriedades sobre as simetrias P, C, CP e CPT:

$$PLP^{-1} = \eta_P \gamma^0 L(-\vec{x}, t) \quad (\text{A.4})$$

$$CLC^{-1} = \eta_C L_C. \quad (\text{A.5})$$

Sobre CP, teremos:

$$CPLP^{-1}C^{-1} = \eta_P \eta_C \gamma^0 L_C(-\vec{x}, t). \quad (\text{A.6})$$

Sobre CPT:

$$CPTLT^{-1}P^{-1}C^{-1} = -\eta_{CPT} \gamma^5 L^*(-x). \quad (\text{A.7})$$

Para os espinores conjugados temos:

$$\bar{L}_L = (LL)^\dagger \gamma^0 = L^\dagger L^\dagger \gamma^0 = L^\dagger L \gamma^0 = \bar{L}_R. \quad (\text{A.8})$$

É interessante resaltar que:

$$L_L = \frac{1 - \gamma^5}{2} L ; (L_L)^C = \frac{1 + \gamma^5}{2} L^C = (L^C)_R \quad (\text{A.9})$$

$$L_R = \frac{1 + \gamma^5}{2} L ; (L_R)^C = \frac{1 - \gamma^5}{2} L^C = (L^C)_L. \quad (\text{A.10})$$

Uma vez que, na representação de Pauli teremos  $C = \gamma_4 \gamma_2$ , para o operador C passar pelo operador helicidade, devemos usar as regras de anticomutação das gamas, dada na Eq. 1.1.

Também faz parte do modelo o dubleto de Higgs, conjugado de carga, que gera massa para os quarks de  $I_3 = -\frac{1}{2}$ , isto é, por exemplo para o quark d, o dubleto conjugado é definido como:

$$\phi_c = -i\tau_2 \phi^* = \begin{pmatrix} \bar{\phi}^0 \\ \phi^- \end{pmatrix}. \quad (\text{A.11})$$

# Apêndice B

## Invariância da Lagrangeana

### B.1 Lorentz

Sabemos que as componentes de um spinor de Dirac não se transformam como um quadri-vetor por transformações de Lorentz. No entanto, para podermos escrever uma boa lagrangeana é necessário que ela seja invariante por Lorentz, desse modo faz-se necessário que exista uma transformação explícita que permita um observador  $O'$ , dado  $\psi(x)$  do observador  $O$ , obter  $\psi'(x')$  que descreve o mesmo estado físico de  $O$  para  $O'$ .

Uma vez que a equação de Dirac e as transformações de Lorentz são lineares queremos que a transformação que leva  $\psi(x)$  em  $\psi'(x')$  também o seja. Portanto, teremos:

$$\psi'(x') = \psi'(ax) = S(a)\psi(x) = S(a)\psi(a^{-1}x') \quad (\text{B.1})$$

e por sua vez temos que:

$$\psi(x) = S(a^{-1})\psi'(ax) \quad (\text{B.2})$$

O que nos deixa com:

$$S(a^{-1}) = S^{-1}(a) \quad (\text{B.3})$$

Portanto uma vez conhecendo  $S(a)$  poderemos descrever os estados físicos nos referenciais  $O$  uma vez conhecido o estado físico de  $O'$ , ou vice-versa. Para obtermos

S(a) devemos agora estudar o comportamento da equação de Dirac para os dois sistemas, são elas:

Para o sistema O:

$$(i\hbar\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} - mc)\psi(x) = 0 \quad (\text{B.4})$$

Para o sistema O' :

$$(i\hbar\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^{\mu'}} - mc)\psi'(x') = 0 \quad (\text{B.5})$$

Considerando agora que:

$$x'^{\mu} = \sum_{\mu=0}^3 a_{\mu}^{\nu} x^{\mu} = a_{\mu}^{\nu} x^{\mu} \quad (\text{B.6})$$

o que nos leva a:

$$\frac{\partial}{\partial x^{\mu}} = \frac{\partial x^{\nu'}}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial}{\partial x^{\nu'}} = a_{\mu}^{\nu} \frac{\partial}{\partial x^{\nu'}} \quad (\text{B.7})$$

Voltando na equação para o referencial O e substituindo as transformações de Lorentz, posteriormente multiplicamos pela esquerda por S(a) teremos:

$$(i\hbar S(a)\gamma^\mu S^{-1}(a)a_{\mu}^{\nu} \frac{\partial}{\partial x^{\nu'}} - mc)\psi'(x') = 0 \quad (\text{B.8})$$

Portanto para obtermos a equação igual a equação para o observador O' teremos que considerar que:

$$S(a)\gamma^\mu S^{-1}(a)a_{\mu}^{\nu} = \gamma^\mu \quad (\text{B.9})$$

o que nos fornece  $S(a) = \exp(-\frac{i}{4}\omega\sigma_{\mu\nu}I_n^{\mu\nu})$  de modo mais geral(halzen ref.).

Para escrevermos as lagrangeanas invariantes precisamos de bilineares da seguinte forma:

$$\bar{\psi}(4 \times 4)\psi \quad (\text{B.10})$$

e que seja invariante de lorentz, a matriz  $4 \times 4$  mais simples que temos é a matriz  $\gamma^0$  que nos leva a:

$$\bar{\psi}\psi = \psi^\dagger\gamma^0\psi \quad (\text{B.11})$$

Uma vez que:

$$\bar{\psi}' = \psi'^{\dagger} \gamma^0 = \psi^{\dagger} S^{\dagger} \gamma^0 = \psi^{\dagger} \gamma^0 S^{\dagger} = \bar{\psi} S^{-1} \quad (\text{B.12})$$

o que torna o produto  $\bar{\psi}\psi$  invariante sobre as transformações de Lorentz.

Uma vez que o operador conjugação de carga atua em um espaço diferente do operado S os dois operadores comutam o que nos deixa com:

$$\psi'^c = C\psi' = CS\psi = SC\psi = S\psi^c \quad (\text{B.13})$$

Portanto o produto  $\bar{\psi}^c\psi$  também é invariante por Lorentz.

## B.2 $SU(2) \times U(1)$

O espinor de Dirac é um vetor de quatro componentes construído por meio de um par de espinores de Weyl arranjados do seguinte modo:

$$\psi_D = \begin{pmatrix} \chi^\alpha \\ \epsilon \xi_{\dot{\alpha}}^{\dagger} \end{pmatrix} \quad (\text{B.14})$$

e sabemos que:

$$\bar{\psi}_D = \psi_D^{\dagger} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = (\chi^\alpha, \xi_{\dot{\alpha}}^{\dagger}) \quad (\text{B.15})$$

O operador de projeção chiral é dado por:

$$L = \frac{1 - \gamma_5}{2}; R = \frac{1 + \gamma_5}{2} \quad (\text{B.16})$$

este operador aplicado ao espinor de Dirac nos fornece as seguintes componentes:

$$\psi_{DL} = \begin{pmatrix} \chi^\alpha \\ 0 \end{pmatrix}, \psi_{DR} = \begin{pmatrix} 0 \\ \epsilon \xi_{\dot{\alpha}}^{\dagger} \end{pmatrix} \quad (\text{B.17})$$

Qualquer grau de liberdade fermiônico pode ser descrito igualmente usando um espinor de Weyl direito ou esquerdo. Por convenção todos os campos de férmions são escolhidos para serem espinores esquerdos de Weyl que não possuem dag e espinores de mão direita que carregam o dag.

A lagrangeana de uma partícula livre de Dirac é dada por:

$$L_D = -i\bar{\psi}_D\gamma^\mu\partial_\mu\psi_D - M\bar{\psi}_D\psi_D \quad (\text{B.18})$$

Os índices espinoriais são importantes, podemos observar que as matrizes  $(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\alpha}}$  e  $(\sigma^\mu)^{\dot{\alpha}\alpha}$  carregam os índices espinoriais \*. Os índices espinoriais podem ser levantados e abaixados usando o símbolo antisimétrico  $\epsilon^{\alpha\beta} = -\epsilon_{\alpha\beta}$  de acordo com:

$$\xi_\alpha = \epsilon_{\alpha\beta}\xi^\beta, \xi^\alpha = \epsilon^{\alpha\beta}\xi_\beta \quad (\text{B.19})$$

$$\chi_{\dot{\alpha}}^\dagger = \epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}\chi^{\dagger\dot{\beta}}, \chi^{\dagger\dot{\alpha}} = \epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}}\chi_{\dot{\beta}}^\dagger \quad (\text{B.20})$$

isto é consistente caso  $\epsilon_{\alpha\beta}\epsilon^{\beta\gamma} = \delta_\alpha^\gamma$  e o mesmo equivale para os índices com ponto. deste modo temos que:

$$\xi\chi = \xi^\alpha\chi_\alpha = \xi^\alpha\epsilon_{\alpha\beta}\chi^\beta = -\chi^\beta\epsilon_{\alpha\beta}\xi^\alpha = \chi^\beta\epsilon_{\beta\alpha}\xi^\alpha = \chi_\beta\xi^\beta = \chi\xi. \quad (\text{B.21})$$

e para os espinores de mão direita obtemos a mesma relação, isto é,  $\xi^\dagger\chi^\dagger = \chi^\dagger\xi^\dagger = (\xi\chi)^*$  o que corresponde complexo conjugado de produto da equação acima.

Um espinor de majorana tem comportamento análogo, porém é representado de modo distinto, como vemos abaixo:

$$\psi_M = \begin{pmatrix} \xi_\alpha \\ \xi^{\dagger\dot{\alpha}} \end{pmatrix}; \bar{\psi}_M = (\xi^\alpha, \xi_{\dot{\alpha}}^\dagger) \quad (\text{B.22})$$

O formato da lagrangeana para uma partícula livre de Majorana é o mesmo da equação de Dirac, mas obtemos agora um produto de espinores  $\xi\xi$  e  $\xi^\dagger\xi^\dagger$ , mesmo considerando a anticomutação estes termos não são nulos uma vez que devemos levar em conta o  $\epsilon$  suprimido na notação usual, ou seja,  $\xi\xi = \epsilon^{\alpha\beta}\xi_\alpha\xi_\beta = \xi_2\xi_1 - \xi_1\xi_2 = 2\xi_2\xi_1$ , na última passagem consideramos a anticomutação dos espinores, uma vez que estes representam férmions.

Podemos definir agora a matriz de conjugação de carga C, que na representação de Weyl ou chiral das matrizes de Dirac, dada por:

$$C = \begin{pmatrix} -\epsilon & 0 \\ 0 & \epsilon \end{pmatrix} \quad (\text{B.23})$$

---

\*para obtermos as matrizes basta abrirmos a lagrangeana de Dirac substituindo a matriz  $\gamma_\mu$  que é definida em função das matrizes  $\sigma$

que aplicada ao espinor de Dirac teremos:

$$\psi^c = C\gamma^0\psi^* = \begin{pmatrix} -\epsilon & 0 \\ 0 & \epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi^* \\ \epsilon\xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi \\ \epsilon\chi^* \end{pmatrix} \quad (\text{B.24})$$

A matriz  $C$  é normalmente omitida nas notações usuais mas, assim como é importante considerarmos  $\epsilon$ 's omitidos ao escrevermos a lagrangeana, a matriz  $C$  é necessária quando precisamos provar a invariância dos operados, e garantir que eles consigam gerar massa como é o caso do operador de dimensão cinco, considerado ao longo deste trabalho.

### B.2.1 Invariância do Tripleto Escalar sobre SU(2)

Exemplos da simetria SU(2) são o Spin e o Isospin, que matematicamente são idênticos, mas que fisicamente representam diferentes características de uma partícula, o spin esta relacionado com o momento angular intrínscico da partícula, jáo Isospin esta relacionado com as simetrias de Sabor.

A primeira pessoa a propor a simetria de Isospin foi Heisenberg que considerava que o próton e o neutron eram dois estados distintos de uma mesma partícula, o nucleon, atribuímos a pequena diferença de massa ao fato do próton ser uma partícula carregada. A física proveniente da proposta de Heisenberg deve ser invariante sobre rotações no espaço de Isospin. Em outras palavras Heisenberg propôs que a física seja uma teoria invariante sobre um grupo de simetria SU(2).

Neste apêndice pretendemos mostrar que o tripleto escalar introduzido no capítulo quatro para obtermos a matriz de massa  $M_L$  é permitido na lagrangeana e é invariante por SU(2). Para tanto vamos apresentar a teoria de Isospin para o nucleon e posteriormente estende-la para o caso de um tripleto, como feito em [64].

Sendo  $\xi_\alpha$  com  $\alpha = 1, 2$  é um espinor de duas componentes, como dissemos anteriormente todo operador de interações fortes, como por exemplo, uma lagrangeana ou uma Hamiltoniana, devem ser invariantes sobre uma rotação no espaço de Isospin. Uma rotação neste espaço é dada por:

$$\xi_\alpha = Z_{\alpha\beta}(R)\xi_\beta \quad (\text{B.25})$$

Aqui  $Z$  é uma matriz de ordem dois e tem representação irreduzível <sup>†</sup>. Vamos

---

<sup>†</sup>Uma representação se diz irreduzível caso ela não possa ser reduzida para uma representação

considerar transformações infinitesimais unitária, cuja forma geral é:

$$Z = \mathbf{1} + i\tau_j \Delta a_j \quad (\text{B.26})$$

onde  $\Delta a_j$  são números reais infinitesimais,  $\tau_j$  são matrizes de ordem dois e  $\mathbf{1}$  é a matriz identidade de ordem dois. Vamos encontrar as condições que  $\tau_j$  deve satisfazer, em primeira ordem de  $\Delta a_j$ . Sabemos que a matriz  $Z$  deve ser uma matriz unitária e hermitiana o que significa:

$$Z^\dagger Z = \mathbf{1} ; \det Z = 1 \quad (\text{B.27})$$

o que nos deixa com

$$(\mathbf{1} - i\tau_j^\dagger \Delta a_j)(\mathbf{1} + i\tau_j \Delta a_j) = \mathbf{1} \rightarrow (\tau_j^\dagger - \tau_j)\Delta a_j = 0 \quad (\text{B.28})$$

portanto,

$$\tau_j = \tau_j^\dagger \quad (\text{B.29})$$

e temos ainda que considerar que:

$$\det(\mathbf{1} + i\tau_j \Delta a_j) = \mathbf{1} \rightarrow \text{Tr}(\tau_j \Delta a_j) = 0 \rightarrow \text{Tr}(\tau_j) = 0. \quad (\text{B.30})$$

Em vista destas exigências as matrizes  $\tau_j$  serão dadas por:

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.31})$$

que nada mais são que as já conhecidas matrizes de Pauli. E elas obedecem as relações de comutação dadas por:

$$[\tau_i, \tau_j] = 2i\epsilon_{ijk}\tau_k \quad (\text{B.32})$$

---

menor por meio de uma matriz fixa  $H$ , de modo que,  $Z : H^{-1}ZH = \begin{pmatrix} Z_1 & Z_3 \\ 0 & Z_2 \end{pmatrix}$ , e as matrizes  $Z_1$  e  $Z_2$  formam um grupo de representações

esta equação define a álgebra do grupo  $SU(2)$ <sup>‡</sup>, sendo  $\epsilon_{ijk}$  o tensor anti-simétrico de Levi-Civita.

Para o caso particular dos nucleons teremos que o isospinor que representa o próton é dado por  $p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  e o que representa o nêutron é dado por  $n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ , o que significa que eles são isospinores ortogonais entre si. Rotações no espaço de isospin devem levar o próton (nêutron) e um próton (nêutron), e neste caso, a transformação que faz isso é  $Z = \mathbf{1} + i\tau_3 \Delta a_3$ . As demais rotações representam rotações nos eixos 1 e 2 de espaço de isospin, mas não levam um estado de próton a um outro estado de próton.

Convencionalmente temos que estados em que a carga é um bom número quântico, como o próton e o nêutron, também tem a terceira componente do Isospin  $I_3$  como um bom número quântico, o que implica nas consequências citadas acima.

O operador de carga é definido como:

$$\frac{Q}{e} = I_3 + \frac{1}{2} \quad (\text{B.33})$$

onde  $I_i = \frac{1}{2}\tau_i$ , com  $i = 1, 2$  e  $3$ , são as componentes do operador Isospin, que também satisfazem a álgebra do grupo.

$$[I_i, I_j] = i\epsilon_{ijk} I_k \quad (\text{B.34})$$

A transformação geral finita  $Z$  sobre o grupo  $SU(2)$  é dada pelo produto de sucessivas rotações infinitesimais diferentes da unidade, isto é, sendo  $\Delta a_i = \frac{a_i}{n}$  com  $a_i$  sendo um número finito e  $n$  muito grande, temos que  $\Delta a_i$  é infinitesimal para  $n \rightarrow \infty$ . O que implica que  $n$  transformações sucessivas teremos:

$$Z = \lim_{n \rightarrow \infty} \prod_n \left( \mathbf{1} + i\tau_j \frac{a_j}{n} \right) \rightarrow Z = e^{i\tau_j a_j} \quad (\text{B.35})$$

Agora para o caso de um tripleto teremos as mesmas considerações, porém as matrizes de rotação e os geradores do grupo serão de ordem três como veremos.

---

<sup>‡</sup>Um conjunto de operadores lineares são ditos um grupo em álgebra linear quando (a) qualquer combinação linear destes operadores, com coeficientes complexos, pertence também ao conjunto, (b) o comutador de qualquer dois membros deste conjunto também pertence a este conjunto.

O estado de Isospin  $\mathbf{1}$ , que é um vetor tri-dimensional no espaço de isospin, pode ser representado por,  $\psi_i = (\psi_1, \psi_2, \psi_3)$ , cuja transformação no espaço de isospin é dada por:

$$\psi_i = W_{ij}(R)\psi_j \quad (\text{B.36})$$

Sabemos que  $W^\dagger W = 1$  e  $\det W = 1$ , consideremos que  $W = (1 + iT_j \Delta b_j)$ , a diferença destas matrizes para as anteriores encontra-se no fato de que estas são todas matrizes de ordem três e as anteriores eram de ordem dois. Seguindo a mesma linha de raciocínio das Eqs. B.28 e B.30, temos que as matrizes  $T_j$  são dadas por:

$$T_1 = 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}; \quad T_2 = 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & +i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad T_3 = 2 \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ +i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

Podemos definir, ainda,  $I_j = \frac{1}{2}T_j$  com  $j = 1, 2$  e  $3$ . é imediato considerarmos que:

$$I_3\psi_3 = +\psi_3; \quad I_3(\psi_1 + i\psi_2) = 0; \quad I_3(\psi_1 - i\psi_2) = +(\psi_1 - i\psi_2) \quad (\text{B.38})$$

uma vez que o operador de carga é dado por  $Q/e = I_3$  teremos que  $\psi_3$ ,  $(\psi_1 + i\psi_2)$  e  $(\psi_1 - i\psi_2)$  correspondem a  $H^+$ ,  $H^0$  e  $H^{++}$  respectivamente.

De modo exatamente análogo ao realizado para a matriz  $Z$  podemos obter a matriz de rotação  $W$  finita, que corresponderá:

$$Z = \lim_{n \rightarrow \infty} \prod_n (1 + iT_j \frac{b_j}{n}) \rightarrow Z = e^{iT_j b_j} \quad (\text{B.39})$$

Uma vez que conhecemos as leis de transformações podemos mostrar que a expressão  $\xi^\dagger \tau_i \xi \psi$  é um invariante de Isospin. Para isso usamos as transformações infinitesimais e o fato de que o elemento  $i, j$  do elemento  $T_i$  é dado por  $(T_i)_{jk} = -2i\epsilon_{ijk}$ , o que nos deixa com:

$$\psi'_i = \psi_i + (T_j)_{ik} \Delta b_j \psi_k = \psi_i + 2\epsilon_{ijk} \Delta b_j \psi_k \quad (\text{B.40})$$

$$\xi'^\dagger \tau_i \xi' = \xi^\dagger \tau_i \xi + \xi^\dagger i[\tau_i, \tau_j] \Delta a_j \xi = \xi^\dagger \tau_i \xi - 2\xi^\dagger \tau_k \xi \Delta a_j \epsilon_{ijk} \quad (\text{B.41})$$

Para a primeira ordem em  $\Delta a_j$ :

$$\xi'^{\dagger} \tau_i \xi' \psi'_i = \xi^{\dagger} \tau_k \xi \psi_k \quad (\text{B.42})$$

O que prove a invariância, para transformações infinitesimais, e portanto, para transformações gerais, uma vez que esta pode ser construída por meio de várias transformações infinitesimais.

# Referências Bibliográficas

## Refências do Capítulo 1

- [1] G. Altarelli *Introduction to the Terascale*, SLAC Summer Institute, CERN-PH-TH/2006-228, hep-ph/0611025, (2006).
- [2] S. Sarka *Big Bang nucleosynthesis and Physics Beyond the Standard Model*, Rep. Prog. Phys. 59 1493-1609, (1996).
- [3] R. N. Mohapatra, *Theoris of Neutrinos Masses and Mixings* arXiv:hep-ph/9910365, (1999).
- [4] R. N. Mohapatra, P. B. Pal, *Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics*. World Scientific Lecture Notes in Physics, vol. 41, (1991).
- [5] R. N. Mohapatra, A. Y. Smirnov, *Neutrino Mass and New Physics*, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci. **56** 569-628 arXiv:hep-ph/0603118, (2006).
- [6] Homestake Collaboration, B. T. Cleveland *et al.* *Astrophys. J.*, **496** 505 (1998).
- [7] Kamiokande Collaboration, K. S. Hirata *et al.*, *Solar Neutrino Data Convering Solar Cycle 22* *Phys. Rev. Lett.*, **77** 1683, (1996)
- [8] GALLEX Collaboration, W. Hampel *et al.*, *Phys. Lett.*, **B477** 127, (1999).
- [9] SNO Collaboration, Q. R. Ahmad *et al.*, *Measurement of the Rate of  $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$  interactions Produced by  $8_B$  Solar Neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory* *Phys. Rev. Lett.* **87** 071301, (2001).

- [10] E. Ma *Neutrino Mass, Dark Matter, and Leptogenesis* hep-ph/0611181, (2006).
- [11] T. L. Chaves, *O Setor Leptônico Neutro e a Violação de CP*, dissertação de mestrado, da UNESP, São Paulo, (2006).
- [12] Z.Maki, M. Nakagawa e S. Sakata, *Prog Theor. Phys.* **28**, 870 (1962).
- [13] V. Gribov e B. Pontecorvo, *Neutrino Astronomy and Lepton charge* Phys. Lett B **28**, 493 (1969).
- [14] S. M. Bilenky *The History of Neutrino Oscillation*, Physica Scripta Vol. T121, 17-22, (2005).
- [15] K. Winter *Neutrino Physics*, 2<sup>a</sup> edição, Cambridge, (2000).
- [16] Y. Chu, M. Cirelli, *Sterile neutrinos, lepton asymmetries, primordial elements: how much of each?*, Phys.Rev. D74 085015, astro-ph/0608206, (2006). / A. Kusenko, *Sterile neutrinos*, hep-ph/0703116.
- [17] K. Abazajian, N. F. Bell, G. M. Fuller, Y. Y. Y. Wong, *Cosmological Lepton Asymmetry, Primordial Nucleosynthesis, and Sterile Neutrinos*, Phys.Rev. D72 063004, astro-ph/0410175, (2005).
- [18] C. Athanassopoulos, at all P H Y S. R E V. L E T . 81, 1774 *Results on  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  ne Neutrino Oscillations from the LSND Experiment*, (1998).
- [19] A. Sorri, *Active-Sterile Neutrino Oscillation and Lepton Asymmetry Generation in the Early Universe*, Helsinki Institute of Physics and Theoretical Physics Division Department of Physical Sciences University of Helsinki Helsinki, Finland, ACADEMIC DISSERTATION, (2002).
- [20] O. Cremonesi A. Melchiorri, *Probing low energy and mass scales*, hep-ph/0701203, (2006).

## Referências do Capítulo 2

- [21] S. Weinberg, *The Making of the Standard Model*, hep-ph/0401010, ur.Phys.J. C34 5-13, (2004).

## Referências do Capítulo 3

- [22] S. S. C. Law, R. R. Volkas *Leptogenesis implications in models with Abelian family symmetry and one extra real Higgs singlet*, Phys.Rev. **D75** 043510, hep-ph/0701189, (2007).
- [23] M.C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni, C. Peña-Garay; *Update on Solar and Atmospheric Four-Neutrino Oscillations*, hep-ph/0108073, CERN-TH/2001-214 (2004).
- [24] C. Giunti *Theory and Phenomenology of Neutrino Mixing*, hep-ph/0611125; W. Grimus, *Neutrino mass matrices, texture zeros, and family symmetries*; hep-ph/0511078, UWThPh-2005-20, (2005).
- [25] C. Jarlskog, *The Simplest Scheme With Massive Neutrinos* Nucl. Phys. A518:129-137, (1990).
- [26] B. Brahmachari, N. Okada, *A  $3 \times 2$  texture for neutrino oscillations and leptogenesis*, hep-ph/0612079 (2006).
- [27] G. Karagiorgi, A. Aguilar-Arevalo, J. M. Conrad, M. H. Shaevitz, K. Whisnant, M. Sorel, V. Barger *Leptonic CP violation studies at MiniBooNE in the  $(3+2)$  sterile neutrino oscillation hypothesis*, Phys.Rev. **D75** 013011, hep-ph/0609177, (2007).
- [28] M. Sorel, J. Conrad, M. Shaevitz, *A combined analysis of short-baseline neutrino experiments in the  $(3+1)$  and  $(3+2)$  sterile neutrino oscillation hypotheses*; Phys.Rev. **D70** 073004, hep-ph/0305255, (2004).
- [29] C. Athanassopoulos et al. (LSND Collaboration), *Candidate Events in Search for  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  Oscillation* Phys. Rev. Lett. **75**, 2650 (1995).
- [30] C. Athanassopoulos et al. (LSND Collaboration), *Evidence for Neutrino Oscillation from Muon Decay at Rest* Phys. Rev. C. **54**, 2685 (1996).
- [31] C. Athanassopoulos et al. (LSND Collaboration), *Evidence for  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  Oscillations from the LSND experiment at the Los Alamos Meson Physics Facility* Phys. Rev. Lett. **77**, 3082 (1996).

- [32] C. Athanassopoulos et al. (LSND Collaboration), *Results on  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  Neutrinos Oscillation from the LSND Experiment* Phys. Rev. Lett. **81**, 1774 (1998).

## Referências do Capítulo 4

- [33] E. Ma, U. Sarkar, *Neutrino Masses and Leptogenesis with Higgs Triplets*, Phys. Rev. Lett. **80**, (1998).
- [34] D. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*. John Wiley and Sons, N. Y., 1987;
- [35] F. Halzen e A. D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, John Wiley and Sons, N. Y., 1984;
- [36] C. F. Martins, *Massa de neutrinos em modelos  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  invariantes*, Dissertação de mestrado, da Universidade Estadual de Londrina, Paraná 2004.
- [37] G. B. Gelmini e M. Roncadeli, *Left - Handed Neutrino Mass Scale and Spontaneously Broken Lepton Number* Phys. Lett. 99B 411
- [38] E. Ma, *Simple Connection Between Atmospheric and Solar Neutrino Vacuum Oscillation* Phys. Rev. Lett. *83*, 2514 (1999).
- [39] E. Ma, *Coexistence of Vortices and Antivortices in an Abelian Gauge theory* Phys. Rev. Lett. *80*, 26 (1998).
- [40] H. Georgi e S. L. Glashow *Spontaneously Broken Gauge Symmetry and Elementary Particle Masses*, Phys. Rev. D **6** 2977.
- [41] A. Zee, *A Theory Of Lepton Number Violation, Neutrino Majorana Mass, And Oscillation* Phys. Lett., **B93** 389, (1980). Este artigo possui um errata publicada em Phys.Lett. **B93** 389,(1980).
- [42] K. S. Babu and E. Ma, *Radiative mechanisms for generating quark and lepton masses: some recent developments*, Mod. Phys. Lett. A 4, número 20 1975, (1989).
- [43] K. S. Babu, *Model of "Calculabel" Majorana neutrino Masses* Phys. Lett., **B203** 132, (1988).

## Referências do Capítulo 5

Este capítulo é completamente baseado nos dados dos capítulos 3 e 4 e por isso não possui referências diretas.

## Referências do Capítulo 6

- [44] S. T. Petcov *On Pseud - Dirac Neutrinos, Neutrino Oscilations and Neutrinoless double  $\beta$  decay* Phys. Letts. B 110, 245 (1982).
- [45] E. J. Konopinsky e H. Mahmoud, *The Universal Fermi Introduction* Phys. Rev. **92** 1045 (1953).
- [46] K. S. Babu e R. N. Mohapatra,  *$L_e + L_\mu - L_\tau - L_s$  symemtry and Mixed 2+2 scenario for Neurtinos Oscilation.*, hys.Lett. **B522** 287-296, hep-ph/0110243, (2001).
- [47] L. Lavoura e W. Grimus, *seesaw model with softly broken  $L_e - L_\mu - L_\tau$* , hep-ph/0008020, (2000).
- [48] W. Grimus and L. Lavoura, *Neutrino mass matrix with the seesaw mechanism and two-loop mass splitting*, Phys. Rev. D **62**, 093012, (2000).

## Referências do Capítulo 7

- [49] S. Antusch, C. Biggio, E. Fernández-Martínez, M. B. Gavela e J. López-Pavón *Unitarity of the Leptonic Mixing Matrix*, hep-ph/0607020, (2006).
- [50] V. Barger, S. Geer e K. Whisnant *Neutral currents and tests of three-neutrino unitarity in long-baseline experiments*, New J.Phys. 6 135, hep-ph/0407140, (2006).
- [51] A. Yu. Smirnov e G. T. Zatsepin *Can Neutrinos From  $z^0$  Decay Oscilate?*, Mod. Phys. Lett. **A** (1991).

- [52] S. S. C. Law e R. R. Volcos *Leptogenesis Implication in Models with Abelian Family Symmetry and One extra real Higgs Singlet*, Phys.Rev. **D75** 043510, hep-ph/0701189, (2007).
- [53] B. Brahmachar; N. Okada *A  $3 \times 2$  Texture for Neutrinos Oscillation and Leptogenesis* hep-ph/ 0612079, (2007).
- [54] G. Karagiorgi at all. *Leptonic CP Violation Studies at MiniBooNE in the 3+2 Sterile Neutrino Oscillation Hypothesis*, Phys. Rev. **D 75** 013011 (2007).
- [55] M.C. Gonzalez- Garcia, at all *Update on Solar and Atmospheric Four-Neutrino Oscillation* hep-ph/0108073, (2001).
- [56] M. Bando e M. Obara, *Neutrino Mass Matrix Predicted From Symmetric Texture*, rog.Theor.Phys. 109, 995-1015, hep-ph/0302034. (2003).
- [57] C. Liu e J. Song, *Phenomenological study of lepton mass matrix textures*, Phys. Rev. **D 65**, 057303 (2002).
- [58] M. S. Berger e K. Siyeon *Discrete flavor symmetries and mass matrix textures*; Phys. Rev. **D64** 053006, (2000).
- [59] A. G. Dias, *O Problema de Violação de CP Forte no Limite Perturbativo em Extensões  $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$  do Modelo Padrão*. Tese apresentada ao IFUSP, São Paulo, abril (2004).
- [60] A. G. Dias, V. Pleitez, *Invisible axion and neutrino masses*, Phys. Rev. D **73**, 017701, (2006).
- [61] A. G. Dias, V. Pleitez, M. D. Tonasse, *Naturally light invisible axion and local  $Z_{13} \otimes Z_3$  symmetries*, Phys. Rev. **D 69**, 015007 (2004).
- [62] The MiniBooNE Collaboration, *A Search for Electron Neutrino Appearance at the  $\Delta m^2 \sim 1 \text{ eV}^2$  Scale*, hep-ex/0704.1500v3, Phys. Rev. Lett. 98, 231801 (2007).
- [63] M. Maltoni e T. Schwetz, *Sterile neutrino oscillations after first MiniBooNE results*, hep-ph/0705.0107v1, (2007).

## Apêndice 2

- [64] B. H. Bransden e R.G. Moorhouse, *The Pion-Nuclon System*, Princeton University Press (1973).