

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**DINÂMICA NÃO LINEAR E PROJETO DE CONTROLE  
EM SISTEMAS DE TRANSPORTE VERTICAL:  
COMPORTAMENTOS PERIÓDICOS E CAÓTICOS**

Autor: Douglas Roca Santo

Orientador: Prof. Tit. Dr. José Manoel Balthazar

Bauru, 2015

SP, Brasil

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**DINÂMICA NÃO LINEAR E PROJETO DE CONTROLE  
EM SISTEMAS DE TRANSPORTE VERTICAL:  
COMPORTAMENTOS PERIÓDICOS E CAÓTICOS**

Autor: Douglas Roca Santo

Orientador: Prof. Tit. Dr. José Manoel Balthazar

Curso: Engenharia Mecânica

Área de concentração: Projeto Mecânico

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Bauru - 2015

Santo, Douglas Roca.

Dinâmica não linear e projeto de controle em sistemas de transporte vertical : comportamentos periódicos e caóticos / Douglas Roca Santo, 2015

61 f.

Orientador: José Manoel Balthazar

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2015

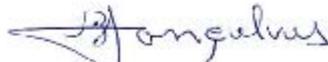
1. Transporte vertical. 2. Modelagem matemática. 3. Sistemas não lineares. 4. Controle SDRE. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

**ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE Mestrado DE DOUGLAS ROCA SANTO, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DO(A) FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU.**

Aos 24 dias do mês de fevereiro do ano de 2015, às 14:30 horas, no(a) Anfiteatro da Seção Técnica de Pós-graduação da Faculdade de Engenharia de Bauru, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. JOSE MANOEL BALTHAZAR do(a) Departamento de Engenharia Mecânica/FEB/UNESP, Prof. Dr. PAULO BATISTA GONÇALVES do(a) Departamento de Engenharia Civil/PUC/Rio de Janeiro, Prof. Dr. ÁTILA MADUREIRA BUENO do(a) Engenharia de Controle e Automação/ Unidade de Sorocaba, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública de DISSERTAÇÃO DE Mestrado de DOUGLAS ROCA SANTO, intitulado "DINÂMICA NÃO LINEAR E PROJETO DE CONTROLE EM SISTEMAS DE TRANSPORTE VERTICAL: COMPORTAMENTOS PERIÓDICOS E CAÓTICOS". Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que, após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.



Prof. Dr. JOSE MANOEL BALTHAZAR



Prof. Dr. PAULO BATISTA GONÇALVES



Prof. Dr. ÁTILA MADUREIRA BUENO

## **DEDICATÓRIA**

À minha avó Leonor, que nunca mediu esforços para que eu pudesse avançar em relação aos estudos. Sem seu apoio, este trabalho não seria possível.

À minha esposa Marília, pelo amor, apoio incondicional e sonhos compartilhados.

## **AGRADECIMENTOS**

À minha família, pelo apoio e incentivo ao longo da realização de todo este trabalho.

Ao meu orientador Professor Tit. Dr. José Manoel Balthazar, cuja amizade, apoio e dedicação foram muito valiosos na elaboração deste trabalho, por acreditar em meu potencial e pela oportunidade de trabalharmos juntos;

Ao Professor Dr. Bento Rodrigues de Pontes Junior, pela atenção e paciência ao transmitir seu conhecimento em âmbito profissional e pessoal;

Aos Professores Dr. Marcos Silveira e Dr. Paulo José Palpitz Gonçalves, pelos inúmeros incentivos e auxílios durante toda a realização deste trabalho;

Aos Professores Dr. Ângelo Marcelo Tusset, Dr. Vinícius Piccirillo e Dr. Reyolando Manoel Lopes Rebello da Fonseca Brasil, pelas importantes contribuições realizadas durante este trabalho;

Aos meus companheiros do grupo Núcleo de Dinâmica em Engenharia (NDE), que me acompanharam durante este trabalho;

À CAPES, pelo importante apoio financeiro durante esta pesquisa.

*“Try not. Do or do not. There is no try.”*

-Mestre Yoda – Filme Star Wars-

## SUMÁRIO

RESUMO .....	i
ABSTRACT .....	ii
LISTA DE TABELAS .....	iii
LISTA DE FIGURAS .....	iv
LISTA DE SÍMBOLOS .....	vii
1 INTRODUÇÃO .....	1
1.1 O Sistema de elevadores.....	3
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	8
2.1 Objetivos do trabalho .....	14
2.2 Organização do trabalho.....	15
3 MODELAGEM MATEMÁTICA UTILIZANDO-SE A FORMULAÇÃO DE LAGRANGE .....	17
3.1 Modelo linear .....	17
3.2 Modelo matemático com a introdução da mola do tipo <i>Duffing</i> essencialmente não linear .....	20
4 PROJETO DE CONTROLE.....	24
5 RESULTADOS E ANÁLISES.....	28
5.1 Análise dos modos de vibrar e frequências naturais do sistema linear .....	29
5.2 Resposta do sistema linear .....	34
5.3 Resposta do sistema não linear com a introdução da mola <i>Duffing</i> .....	36
5.4 Aplicação do controle SDRE .....	44
5.5 Sistema controlado na presença de erros paramétricos e ruídos no sinal de entrada .....	47
6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....	52
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	54
8 ANEXO .....	60
9.1 Súmula Curricular .....	60
9.2 Resumo aceito em evento internacional com arbitragem.....	61
9.3 Trabalho publicado em evento nacional com arbitragem .....	61
9.4 Trabalho apresentado em evento regional com arbitragem.....	61
9.5 Trabalho submetido à revista de circulação internacional .....	61

## RESUMO

Santo, D.R., Dinâmica não linear e projeto de controle em sistemas de transporte vertical: comportamentos periódicos e caóticos, Bauru, Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, 2015, 61 pp., Dissertação (Mestrado).

O crescimento acelerado dos grandes centros urbanos aliado a recursos financeiros limitados e à pressão pelo aumento da demanda forçaram as cidades a desenvolverem-se predominantemente na direção vertical, com a construção de edifícios altos (arranha-céus). Para atender à demanda destas construções, o desenvolvimento de elevadores de alta velocidade tornou-se uma necessidade. Nesses elevadores, é necessário preocupar-se com o conforto e segurança dos passageiros. Pesquisas atuais têm dado atenção aos níveis de vibrações verticais e horizontais dentro da cabina e variações das acelerações do elevador. A vibração horizontal é causada normalmente por deformações e desalinhamento dos trilhos de guia e distúrbios devido ao fluxo de ar ao redor da cabina. Para melhorar a qualidade de viagem dos passageiros, os elevadores devem possuir um bom sistema de controle e monitoramento, com o objetivo de aumentar a precisão em seu posicionamento e fazer com que o limite de velocidade não cause desconforto nos passageiros, diminuindo as vibrações horizontais e verticais da cabina do elevador. Este trabalho tem como objetivo estudar e controlar o comportamento dinâmico horizontal de um modelo com três graus de liberdade de um sistema de transporte vertical, excitado através de deformações dos trilhos de guia. A rigidez da mola translacional equivalente ao movimento pendular da cabina é modelada como uma mola do tipo *Duffing*. Motivado pela necessidade de aumentar o nível de conforto dos passageiros, o método equação de Ricatti Dependente de Estados é utilizado como estratégia para controlar as vibrações e acelerações horizontais. Por fim, foram realizados extensivos estudos sobre o comportamento dinâmico do modelo matemático adotado por meio de simulações numéricas.

Palavras-chave: Transporte vertical; Modelagem matemática; Sistemas não lineares; Controle SDRE.

## ABSTRACT

Santo, D.R., Nonlinear dynamic and control design in vertical transportation systems: periodic and chaotic behaviors, Bauru, Bauru Engineering College, São Paulo State University “Júlio de Mesquita Filho”, 2015, 61 pp., Master Degree Thesis.

The explosive growth of large urban centers allied to financial limited resources and pressure from increased demand, has forced the cities to develop predominantly in the vertical direction with the construction of tall buildings (skyscrapers). To supply the demand of these constructions, the development of high speed elevators became a necessity. For high speed passenger's elevators, it is important to consider passenger's safety and comfort. Current research has focused attention on the horizontal and vertical vibration levels inside the cabin and oscillations of the elevator accelerations. The horizontal acceleration is usually caused by deformations and misalignments of the guide rails and disturbances caused by the air flow around the cabin. To improve passengers' travel quality, elevators should feature a good monitoring and control system in order to increase the positioning accuracy and set speed limits not to cause passengers discomfort, decreasing vertical and horizontal vibrations of the elevator cabin. This research aims on studying and controlling the dynamic horizontal behavior of a three degrees of freedom model of a vertical transportation system excited through guide rail deformations. The stiffness of the translational spring equivalent to the tilting motion of the cabin is modeled as a *Duffing*-type spring. Motivated by the necessity to improve passengers' comfort level, the State-Dependent Ricatti Equation method is used as a strategy to control the horizontal vibrations and accelerations. Next, we perform extensive numerical simulations studies of the nonlinear behavior of the adopted mathematical model.

Keywords: Vertical transportation; Mathematical modeling; Nonlinear systems; SDRE control.

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Descrição dos parâmetros utilizados no modelo .....	18
Tabela 3.2 - Valores para os termos de rigidez linear e <i>Duffing</i> .....	21
Tabela 5.1 - Parâmetros utilizados para encontrar os autovalores e autovetores do sistema .....	30
Tabela 5.2 - Parâmetros e seus valores utilizados durante as simulações .....	35
Tabela 5.3 – Comportamentos dinâmicos apresentados pela cabina em relação à $\beta$ .....	44
Tabela 8.1 - Disciplinas cursadas durante o Mestrado .....	60

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Principais componentes de um sistema de elevador (Manual de uso e conservação de elevadores em escolas, 2009).....	4
Figura 1.2 – (a) Sistema de suspensão ativa e (b) passiva.....	7
Figura 1.3 - Diagrama esquemático da estrutura da cabina do elevador.....	7
Figura 2.1 - Modelo utilizado por Chi <i>et al.</i> (1991) para estudar a vibração longitudinal de um cabo de elevação acoplado com a vibração vertical de um carro de elevador. O sistema do elevador (a) e modelo físico (b).....	8
Figura 2.2 - Comparação entre o modelo experimental em escala reduzida (a) e o esquema do modelo físico (b) para sistemas de elevadores (Zhu e Teppo, 2003).....	9
Figura 2.3 - Modelo de dois graus de liberdade utilizado por Funai <i>et al.</i> (2004).....	10
Figura 2.4 - Modelo adotado utilizado para estudar a resposta dinâmica do carro do elevador devido a excitação estocástica dos trilhos de guia (Kaczmarczyk e Iwankiewicz, 2006).....	10
Figura 2.5 - Esquema do modelo modificado de Zhang <i>et al.</i> (2008), baseado no modelo Bouc-Wen.....	11
Figura 2.6 - Modelo utilizado para estudar o comportamento dinâmico dos cabos de compensação do elevador sob influência de excitações harmônicas e estocásticas (Kaczmarczyk <i>et al.</i> , 2009).....	12
Figura 2.7 – Configuração das corredeiras de rolo (a) e modelo dinâmico utilizado (b) por Feng <i>et al.</i> (2009).....	12
Figura 2.8 - Modelo físico utilizado por López <i>et al.</i> , (2010).....	13
Figura 2.9 - (a) Modelo de parâmetros distribuídos, (b) modelo de parâmetros concentrados e (c) configuração experimental utilizados por Arrasate <i>et al.</i> , (2014)....	14
Figura 3.1 - Modelo físico equivalente para o movimento horizontal do elevador .....	18
Figura 3.2 - Gráfico das curvas de Energia Potencial (a) e Força de Restituição (b) entre a rigidez linear e do tipo <i>Duffing</i> .....	21
Figura 4.1 – Modelo equivalente para o movimento horizontal do elevador com a introdução do controlador.....	25
Figura 5.1 - Formas modais do sistema linear para o (a) Primeiro, (b) Segundo e (c) Terceiro modo.....	32
Figura 5.2 – Comportamento dinâmico do sistema não amortecido de acordo com os modos de vibrar .....	33

Figura 5.3 – Curva de amplitude máxima do deslocamento $\times$ razão de frequência .....	33
Figura 5.4 – (a) Curva de amplitude máxima da aceleração $\times$ razão de frequência e (b) zoom na faixa para $\Omega$ entre 0 e 0.1 .....	34
Figura 5.5 - Resposta do sistema linear: (a) Deslocamento no Tempo, (b) Plano de Fase, (c) FFT, (d) Mapa de Poincaré .....	35
Figura 5.6 - Diagrama de bifurcação para o parâmetro $\beta$ , de $2.15 \times 10^7$ até $2.1 \times 10^8$ . As faixas de valores representados são: (1) $\beta=3.98 \times 10^7$ , (2) $\beta=6.045 \times 10^7$ , (3) $\beta=7.578 \times 10^7$ , (4) $\beta=9.06 \times 10^7$ , (5) $\beta=1.54 \times 10^8$ e (6) $\beta=2 \times 10^8$ .....	36
Figura 5.7 – Expoente de Lyapunov máximo em função de $\beta$ .....	37
Figura 5.8 – Dimensão de Kaplan-Yorke em função de $\beta$ .....	37
Figura 5.9 - Resposta para o primeiro valor do parâmetro $\beta=3.98 \times 10^7$ : (a) Histórico do deslocamento, (b) Plano de Fase, (c) FFT e (d) Mapa de Poincaré.....	38
Figura 5.10- Resposta para o segundo valor do parâmetro $\beta=6.045 \times 10^7$ : (a) Histórico do deslocamento, (b) Plano de Fase, (c) FFT e (d) Mapa de Poincaré.....	39
Figura 5.11- Resposta para o terceiro valor do parâmetro $\beta=7.578 \times 10^7$ : (a) Histórico do deslocamento, (b) Plano de Fase, (c) FFT e (d) Mapa de Poincaré.....	40
Figura 5.12 - Resposta para o quarto valor do parâmetro $\beta=9.06 \times 10^7$ : (a) Histórico do deslocamento, (b) Plano de Fase, (c) FFT e (d) Mapa de Poincaré.....	41
Figura 5.13 - Resposta para o quinto valor do parâmetro $\beta=1.54 \times 10^8$ : (a) Histórico do deslocamento, (b) Plano de Fase, (c) FFT e (d) Mapa de Poincaré.....	42
Figura 5.14 - Resposta para o sexto valor do parâmetro $\beta=2 \times 10^8$ : (a) Histórico do deslocamento, (b) Plano de Fase, (c) FFT e (d) Mapa de Poincaré.....	43
Figura 5.15 – Curvas de amplitude máxima da aceleração $\times$ razão de frequência: sistema linear (preto) e não linear (vermelho e azul) .....	44
Figura 5.16 – Comparação entre as respostas dinâmicas da cabina do sistema não controlado (preto) e controlado utilizando a estratégia SDRE (vermelho) para $\beta=7.578 \times 10^7$ : (a) histórico do deslocamento, (b) plano de fase, (c) histórico da aceleração e (d) sinal utilizado para o controle SDRE .....	46
Figura 5.17 - Comparação entre as respostas dinâmicas da cabina do sistema não controlado (preto) e controlado utilizando a estratégia SDRE (vermelho) para $\beta=1.54 \times 10^7$ : (a) histórico do deslocamento, (b) plano de fase, (c) histórico da aceleração e (d) sinal utilizado para o controle SDRE .....	47

- Figura 5.18 – Incertezas nos parâmetros em  $A(x)$  para  $\beta=7.578 \times 10^7$ : (a) deslocamento da cabina com o controle SDRE com e sem incertezas e (b) erro do deslocamento (preto) e erro da velocidade (vermelho) para incertezas nos parâmetros..... 48
- Figura 5.19 - Incertezas nos parâmetros em  $A(x)$  e  $G(\tau)$  para  $\beta=7.578 \times 10^7$ : (a) deslocamento da cabina com o controle SDRE com e sem incertezas e (b) erro do deslocamento (preto) e erro da velocidade (vermelho) para incertezas nos parâmetros 49
- Figura 5.20 - Incertezas nos parâmetros em  $A(x)$ ,  $G(\tau)$  e  $B$  para  $\beta=7.578 \times 10^7$ : (a) deslocamento da cabina com o controle SDRE com e sem incertezas e (b) erro do deslocamento (preto) e erro da velocidade (vermelho) para incertezas nos parâmetros 49
- Figura 5.21 - Incertezas nos parâmetros em  $A(x)$  para  $\beta=1.54 \times 10^8$ : (a) deslocamento da cabina com o controle SDRE com e sem incertezas e (b) erro do deslocamento (preto) e erro da velocidade (vermelho) para incertezas nos parâmetros..... 50
- Figura 5.22 - Incertezas nos parâmetros em  $A(x)$  e  $G(\tau)$  para  $\beta=1.54 \times 10^7$ : (a) deslocamento da cabina com o controle SDRE com e sem incertezas e (b) erro do deslocamento (preto) e erro da velocidade (vermelho) para incertezas nos parâmetros 50
- Figura 5.23 - Incertezas nos parâmetros em  $A(x)$ ,  $G(\tau)$  e  $B$  para  $\beta=7.7.578 \times 10^7$ : (a) deslocamento da cabina com o controle SDRE com e sem incertezas e (b) erro do deslocamento (preto) e erro da velocidade (vermelho) para incertezas nos parâmetros 50

## LISTA DE SÍMBOLOS

### *Letras latinas*

<b>Símbolo</b>	<b>Descrição</b>
$a_0$	Amplitude da excitação externa
$A$	Matriz de variáveis de estado
$b$	Coefficiente de amortecimento viscoso dos braços
$B$	Matriz de ganhos do controlador
$c$	Coefficiente de amortecimento viscoso da cabina
$E_{pel}$	Energia potencial elástica da mola do tipo <i>Duffing</i>
$F_1$	Força de restituição da mola entre a cabina e o braço esquerdo
$F_2$	Força de restituição da mola entre a cabina e o braço direito
$F_3$	Força de restituição da mola equivalente
$f_e$	Frequência de excitação externa em Hz
$F_{el}$	Força de restituição da mola do tipo <i>Duffing</i>
$F_{dampB}$	Força de amortecimento do amortecedor viscoso dos braços
$F_{dampC}$	Força de amortecimento do amortecedor viscoso da cabina
$F_L$	Força de restituição da mola do braço esquerdo
$F_{nc}$	Forças não conservativas generalizadas
$F_R$	Força de restituição da mola do braço direito
$FFT$	Transformada Rápida de Fourier
$k_1$	Constante de rigidez das bandas de rodagem
$k_2$	Constante de rigidez das molas da suspensão
$k_3$	Constante de rigidez translacional equivalente ao movimento pendular da cabina
$k_{3L}$	Termo de rigidez linear da mola tipo <i>Duffing</i>
$k_{3NL}$	Termo de rigidez não-linear da mola do tipo <i>Duffing</i>
$L$	Função Lagrangeana
$M_{eq}$	Massa da cabina
$m_{eq}$	Massa dos braços direito e esquerdo
$Q_k$	Forças generalizadas conservativas e não conservativas
$t$	Tempo
$U$	Vetor de controle
$V$	Velocidade do elevador

$X$	Deslocamento da cabina
$X^{(1)}$	Primeiro modo de vibrar do sistema não amortecido
$X^{(2)}$	Segundo modo de vibrar do sistema não amortecido
$X^{(3)}$	Terceiro modo de vibrar do sistema não amortecido
$X_L$	Deslocamento do sistema de suspensão esquerdo
$X_{LB}$	Deslocamento do trilho de guia esquerdo
$X_R$	Deslocamento do sistema de suspensão direito
$X_{RB}$	Deslocamento do trilho de guia direito

*Letras gregas*

<b>Símbolo</b>	<b>Descrição</b>
$\lambda$	Comprimento do trilho de guia
$\Omega$	Frequência
$\Omega_1$	Primeira frequência natural ou frequência fundamental
$\Omega_2$	Segunda frequência natural
$\Omega_3$	Terceira frequência natural
$\omega_e$	Frequência de excitação externa em rad/s
$\varnothing$	Ângulo de fase

## 1 INTRODUÇÃO

Embora não seja possível afirmar com certeza qual foi o primeiro elevador de passageiros, foi após a invenção do primeiro elevador com dispositivo de segurança, por Elisha Graves Otis (1811-1861) em 1854, que o sistema de elevadores para passageiros passou a ser utilizado em maior escala. O mecanismo de segurança inventado por Otis foi uma grande inovação na tecnologia de elevadores, pois demonstrou um elevador que não seguiria em direção a uma colisão com o solo caso os cabos de tração fossem rompidos devido ao mecanismo de freio (Gray, 2002). Este mecanismo era constituído por linguetas que se acoplavam aos suportes instalados nos trilhos de guia caso os cabos de tração fossem rompidos. Por volta do ano de 1957, os elevadores de passageiros foram considerados confiáveis o suficiente para ganhar lugar definitivo em edifícios de escritórios de alto tráfego de pessoas.

Com o crescimento acelerado dos grandes centros urbanos, aliado a recursos financeiros limitados e a pressão pelo aumento da demanda, as grandes cidades foram forçadas a se desenvolverem predominantemente na direção vertical. Esse desenvolvimento foi possível de ser alcançado devido ao avanço na tecnologia de construção de edifícios altos e muito altos. Barney (2003) caracteriza edifícios altos como construções que possuem mais de trinta andares e elevadores que possam trafegar do saguão do edifício até seu último andar, e, muito alto se a construção possui ao menos um saguão intermediário onde as pessoas possam mudar de um elevador que tem sua parada apenas nesse saguão para um elevador que tem parada em todos os andares da construção. Edifícios altos e muito altos podem ser chamados de arranha-céus. Para atender a demanda destas construções, e com o objetivo de diminuir o tempo de espera dos passageiros e evitar que estes passem um longo período dentro dos elevadores durante as viagens, o desenvolvimento de elevadores de alta velocidade tornou-se uma necessidade. Em Taipei, Taiwan, o edifício Taipei 101, um dos maiores edifícios do mundo, possui 508 metros de altura e dois elevadores que trabalham em velocidades acima de 60 km/h (Munakata *et al.* 2013). Contudo, altas velocidades podem resultar em diminuição da qualidade de passeio (Mitsui e Nara, 1971), sendo este um dos principais problemas em sistemas de elevadores de alta velocidade (Nai *et al.* 1994). Nestes elevadores, as vibrações do sistema têm sido um grande problema, pois os elevadores trabalham com

velocidades acima de 60 km/h e possuem cabos de até 500 m de comprimento, sendo necessário o uso de tecnologias mais sofisticadas para garantir o conforto e segurança dos passageiros (Chen e Zhu, 2004). Com o objetivo de aumentar a eficiência dos elevadores, é necessário aumentar o limite de velocidade para valores acima de dezessete metros por segundo e melhorar a qualidade de passeio. Embora não haja um limite de velocidade que passageiros possam tolerar, existem limites em outros parâmetros de projeto, tais como níveis de vibração horizontais e verticais, de aceleração lateral e longitudinal, e de variação da aceleração, necessários para garantir uma boa qualidade de passeio aos passageiros (Fortune, 1997). Para Roberts (1998), eficiência está relacionada com o quão rápido as pessoas movem-se dentro dos edifícios, com o nível de energia necessária para atingir estas transições, e qual o volume utilizado, dentro do edifício, pelo sistema de transporte. Tornar o ambiente confortável para os passageiros que o utilizam, é outro objetivo e prioridade para os sistemas de elevadores de arranha-céus. Conforto para os passageiros dos elevadores é definido a partir de três fatores: ruído; conforto auditivo e níveis de vibrações verticais e horizontais da cabina, que somados à eficiência, garantem uma boa qualidade durante o passeio.

Os distúrbios causados pelo ar deslocado ao redor da cabina, aliado às vibrações dos trilhos de guia e cabos fazem com que haja ruído dentro da cabina do elevador. Esse ruído, medido em decibel (dB), é intensificado quando o elevador move-se em alta velocidade, causando desconforto para os passageiros. Sistemas de controle passivos têm sido utilizados para a redução do ruído dentro da cabina. Entretanto, os métodos de controle passivos não são efetivos para ruídos de baixas frequências, e com os elevadores tornando-se cada vez mais rápidos, os passageiros sentem um maior desconforto. Sendo assim, o uso de métodos de controle ativo para a redução de ruído dentro da cabina de elevadores tornou-se uma necessidade (Landaluze *et al.* 2003; Yang *et al.* 2014).

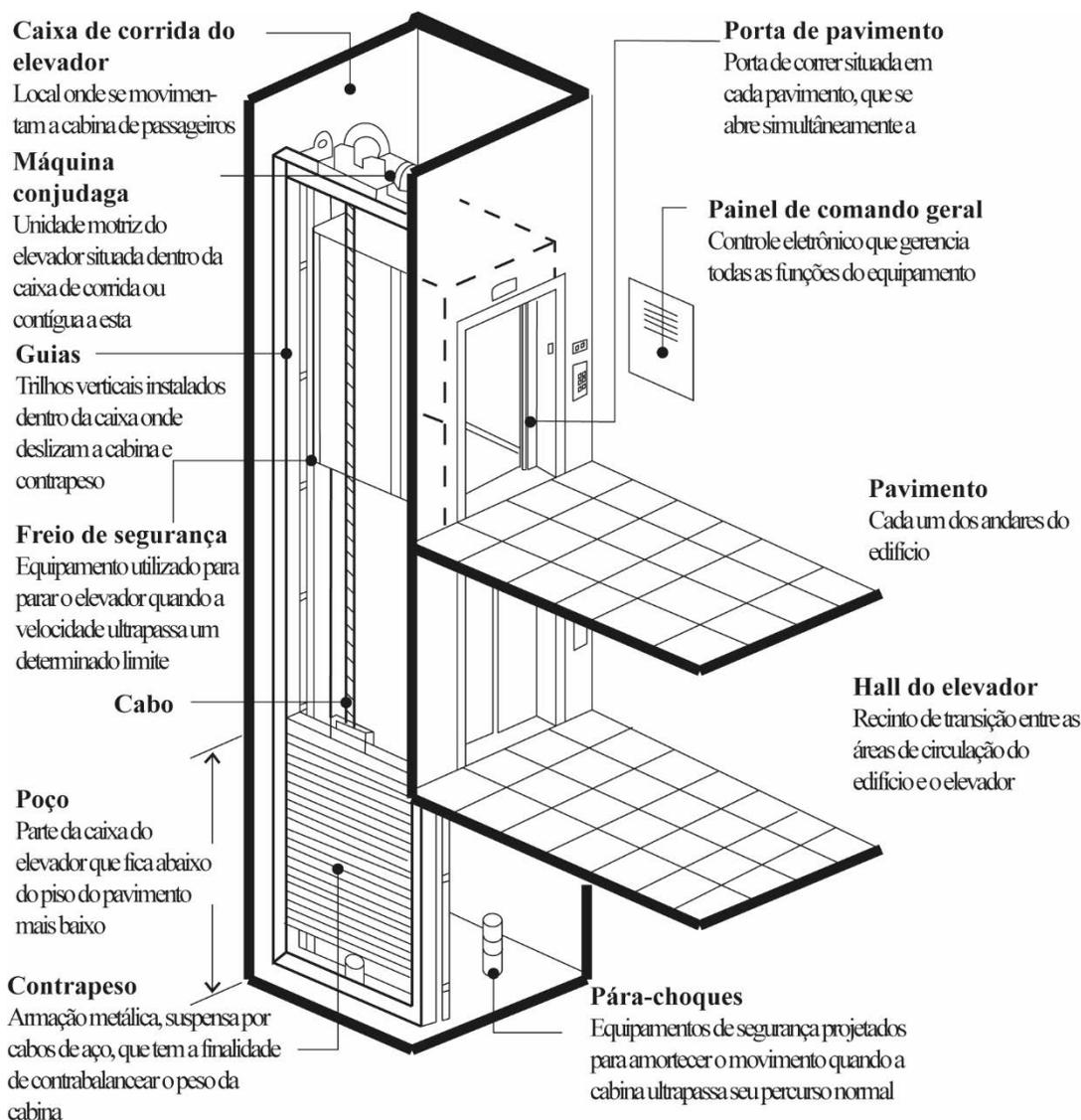
Distúrbios originados pela variação do torque do motor e interação entre a polia e os cabos são transmitidos diretamente para o carro do elevador através dos cabos do sistema. Os cabos são os principais componentes responsáveis pelos níveis de vibrações verticais transmitidos à cabina em sistemas de elevadores, devido ao seu alto fator de flexibilidade e baixa característica de amortecimento interno (Kaczmarczyk e Ostachowicz, 2003). Em edifícios do tipo arranha-céus é preciso ainda, considerar a dinâmica dos cabos, pois ela apresenta um papel fundamental na dinâmica vertical do sistema de elevadores. O comprimento efetivo dos cabos muda ao longo do percurso,

devido ao elevador transitar entre diferentes andares, e com isso, a dinâmica vertical também muda (Venkatesh *et al.*, 2002). Os modos de vibração dos cabos acontecem em frequências baixas e, somado à alta velocidade para os quais os elevadores se movem verticalmente, precisam ser analisados e estudados em maiores detalhes, pois, além de moverem-se na direção vertical, os cabos também oscilam na direção horizontal e o contato entre os mesmos e as paredes ou outros componentes podem comprometer a segurança durante a operação do elevador.

Segundo Noguchi *et al.* (2011), as vibrações laterais do carro do elevador durante sua operação são os fatores mais importante que afetam o conforto dos passageiros durante o passeio. Com o aumento dos comprimento dos edifícios e da velocidade dos elevadores, estas vibrações tornam-se maiores devido às forças de excitações causadas por deformações e desalinhamentos dos trilhos de guia, e distúrbios da pressão do ar ao redor da cabina. Diversas pesquisas sobre vibrações horizontais e controle das mesmas têm sido feitas ao longo das últimas décadas para proporcionar aos passageiros melhor qualidade durante a viagem, aumentando assim o conforto dos mesmos (Fu *et al.*(2005); Utsunomiya *et al.* (2004, 2006); Feng *et al.* (2009)).

## **1.1 O Sistema de elevadores**

Os elevadores constituem um conjunto de acionamento eletromecânico ou hidráulico, destinados a realizar o transporte vertical de passageiros ou cargas entre os pavimentos de uma edificação. O posicionamento dos componentes pode variar de acordo com o elevador possuir ou não casa de máquinas. Este capítulo tem como objetivo apresentar a estrutura de um sistema de elevador com casa de máquina e seus componentes básicos. As definições foram retiradas das páginas da ThyssenKrupp Elevadores e Elevadores Atlas Schindler, empresas que atuam na área de elevadores, e NBR 5666, Norma Brasileira aprovada pela ABNT sobre Elevadores Elétricos, de 1977. A Figura (1.1) apresenta os principais componentes de um sistema de elevador que são descritos a seguir:



**Figura 1.1 – Principais componentes de um sistema de elevador (Manual de uso e conservação de elevadores em escolas, 2009)**

**Casa de máquina:** Com posicionamento ideal na parte superior do edifício, sobre a caixa do elevador, a casa de máquina é um recinto destinado à máquina de tração, quadro de comando, regulador de velocidade, quadro de força, entre outros componentes da instalação. Através de polias que recebem os cabos de aço, responsáveis pela sustentação do conjunto cabina e contrapeso, a máquina de tração é responsável pelo movimento do sistema de elevador. Responsável pelo comando do elevador, o quadro de comando agrupa sistemas de controle e monitoração, como abertura e fechamento de porta, gerenciamento de chamadas e movimento do elevador. O regulador de velocidade é um dispositivo de monitoramento de velocidade, fundamental para a segurança do elevador e, é responsável por acionar o freio de segurança, localizado na cabina, caso a velocidade do elevador ultrapasse o limite estabelecido. O quadro de força realiza a distribuição das

fases, provenientes do quadro de distribuição do prédio, para o quadro de comando do elevador.

**Caixa:** A caixa é o recinto formado por paredes verticais, fundo do poço e teto, onde se movimentam o carro e o contrapeso. Tem como principais componentes os amortecedores de cabina e contrapeso, cabos de tração, trilhos de guia, contrapeso e limites de percurso. Instalados no inferior da caixa, os amortecedores de cabina e contrapeso são sistemas de amortecimento, hidráulico ou por mola, responsáveis por amortecer o choque da cabina e contrapeso, se estes ultrapassarem o limite do primeiro pavimento. Os cabos de tração são responsáveis pela ligação do conjunto cabina e contrapeso, passando pelas polias da máquina de tração. Sendo estas, responsáveis por realizarem a transferência de torque entre o motor e o conjunto formado pela cabina e contrapeso. Os trilhos de guia percorrem a caixa de extremo a extremo, e são responsáveis por guiar o carro do elevador e o contrapeso ao longo do percurso. Responsável por contrabalancear a massa da cabina, o contrapeso é um conjunto formado por armação, pesos e acessórios. O contrapeso é dimensionado de acordo com as características de cada elevador, sendo sua massa total equivalente a massa do carro do elevador adicionado de quarenta por cento de sua capacidade de carga total. Os limites de percurso são contatos eletromecânicos instalados nos extremos da caixa de corrida, responsáveis por parar automaticamente o carro, se este passar a distância limite nos extremos do poço.

**Cabina:** A cabina é um recinto formado por paredes, teto e piso montados sobre uma plataforma, destinado ao transporte de pessoas e/ou carga. Tem como principais componentes a régua de segurança, as corrediças de rolo, painel de operação, indicador de posição, operador de portas, freio de segurança e portas de cabina. A régua de segurança é uma cortina de proteção constituída por feixes infravermelhos. É responsável pela interrupção do fechamento das portas de cabina, se algum passageiro estiver entrando ou saindo do da cabina. As corrediças de rolo são instaladas no extremo inferior e superior da estrutura da cabina e, guiam a cabina através dos trilhos de guia. Composto por botões e indicadores visuais de registro de chamadas e posição, o painel de operação localiza-se no interior da cabina. O operador de portas é um mecanismo destinado a abrir e/ou fechar as portas de pavimento e cabina. Aparelho responsável por efetuar a frenagem da cabina em caso esta exceda o limite de velocidade máxima estabelecido, o freio de segurança é instalado no inferior da estrutura da cabina. É acionado pelo regulador de velocidade. As portas de cabina isolam a cabina e a caixa de corrida e são acionadas somente quando a

cabina atingir uma posição segura no pavimento. Podem ser do tipo de abertura central e lateral.

**Pavimentos:** Os pavimentos são os locais de acesso, andares, onde a o carro do elevador pode efetuar a parada e os passageiros consigam acesso à cabina. Seus principais componentes são o dispositivo de bombeiro, o indicador de posição, a botoeira e as portas de pavimento. Instalados nos pavimentos, o dispositivo de bombeiro é um botão de segurança utilizado em situações de emergência. Ao aciona-lo, o carro do elevador dirige-se e estaciona em um pavimento pré-definido. O indicador de posição é um dispositivo instalado nos pavimentos, composto por setas e números de sinalização, e indica o sentido o sentido de movimento e posição da cabina. Também instalada nos pavimentos, geralmente ao lado da porta do elevador, a botoeira é o dispositivo responsável por realizar a chamada do carro do elevador através de botões capacitivos ou mecânicos. As portas de pavimento isolam o hall de entrada do elevador e a caixa de corrida. Atuando em conjunto com as portas da cabina, abrem e fecham somente quando a cabina atingir uma posição segura no pavimento. Podem ser do tipo de abertura central ou lateral.

Os elementos apresentados aqui são os mais comumente encontrados em sistemas de elevadores. É possível que estes sistemas apresentem componentes adicionais ou menor número de componentes, dependendo do tipo de elevador. A Norma NBR 13994 estabelece os requisitos obrigatórios para os elevadores instalados no Brasil.

Neste trabalho os componentes utilizados durante a modelagem e simulação são: os trilhos de guia, suspensões da cabina e a cabina. Por isto, estes componentes serão apresentados em maiores detalhes.

Os sistemas de suspensões podem ser classificados como ativos ou passivos. As suspensões passivas, mais utilizadas, atribuem sua capacidade de suspensão às molas acopladas nas hastes que suportam as guias de rolagem. A resposta da suspensão, sob efeito das perturbações causadas pelos trilhos de guia, é determinada pela constante de rigidez das molas da suspensão. Para os sistemas de suspensões ativas, o comportamento da resposta do sistema não depende somente das constantes de rigidez das molas da suspensão. O conjunto de suspensão recebe a ação de atuadores acionados através de motores lineares, fazendo assim com que as perturbações provenientes dos trilhos de guia e que, se propagam através do sistema de suspensões, não comprometam o conforto e segurança dos passageiros durante o percurso. A Figura (1.2) ilustra os sistemas de suspensões ativas (a) e passivas (b) utilizadas em elevadores (López, 2007).

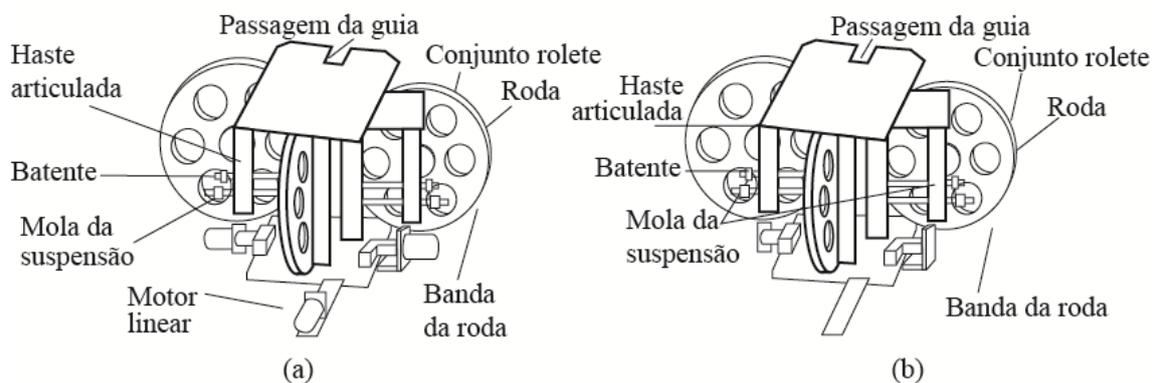


Figura 1.2 – (a) Sistema de suspensão ativa e (b) passiva

A Figura (1.3) mostra o diagrama esquemático da estrutura da cabina do elevador (Funai *et al.*, 2004).

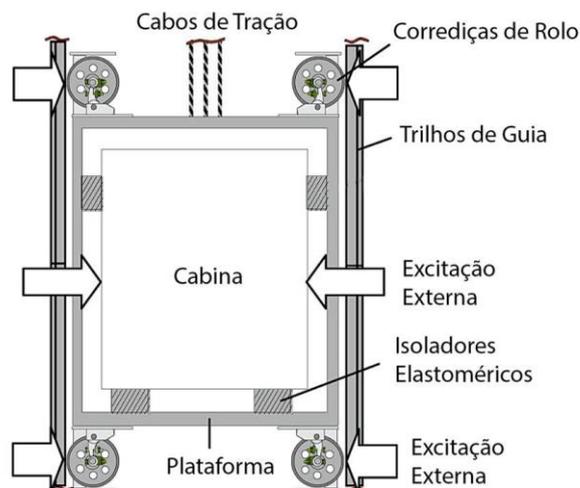


Figura 1.3 - Diagrama esquemático da estrutura da cabina do elevador.

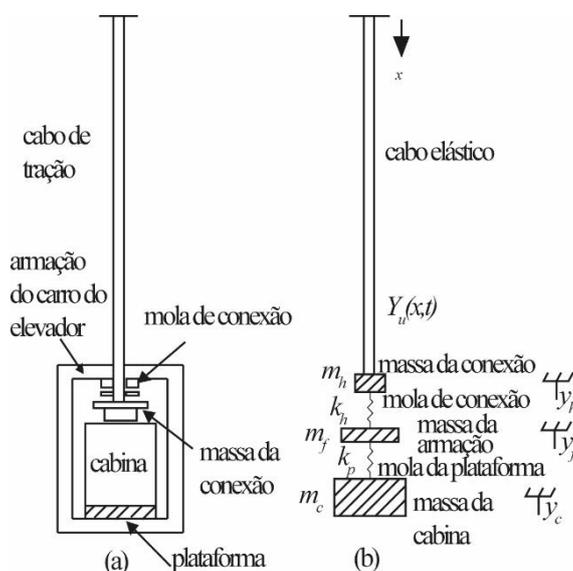
As corrediças de rolo são acopladas à plataforma, por meio de molas das suspensões, para evitar que a excitação externa causada pelo desalinhamento ou deformação dos trilhos se propague para a cabina. Isoladores elastoméricos, ou amortecedores de vibrações, são instalados entre a plataforma e a cabina com o objetivo de isolar as vibrações do sistema. Os cabos de tração são acoplados na plataforma.

No capítulo 2, a seguir, serão apresentadas pesquisas encontradas na literatura sobre a dinâmica dos sistemas de elevadores, os objetivos deste trabalho e sua organização.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Na literatura, podemos encontrar diferentes modelos para estudar a dinâmica de sistemas de elevadores. Nestes sistemas, pesquisas atuais têm dado atenção aos níveis de vibrações verticais e horizontais que ocorrem na cabina do elevador, com o objetivo de compreender melhor a dinâmica em elevadores, melhorando a qualidade de passeio oferecida aos passageiros.

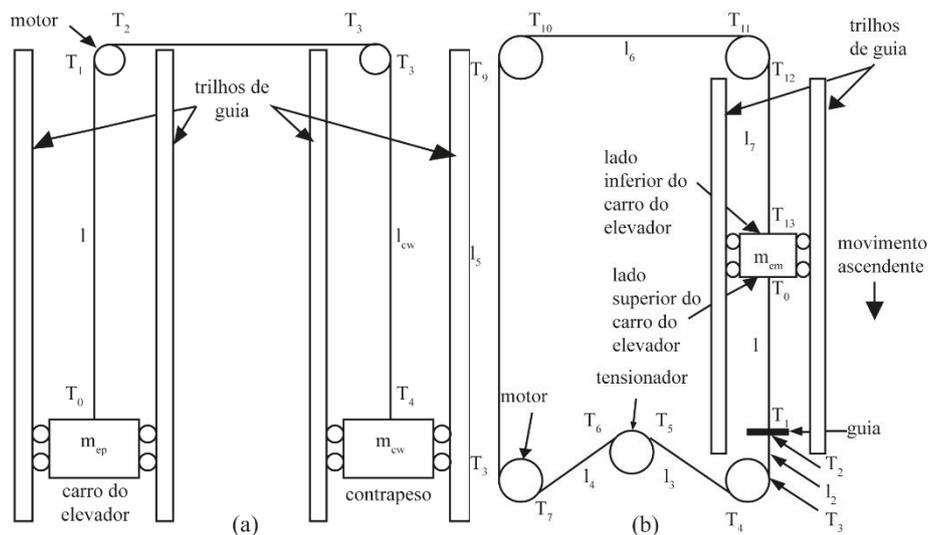
Chi *et al.* (1991) apresentaram um estudo sobre vibrações harmônicas verticais de um sistema de elevador, realizando análises para quatro casos distintos: 1) extremidade superior do cabo de tração fixa; 2) extremidade superior do cabo de tração com deslocamento diferente de zero; 3) extremidade superior do cabo de tração livre; 4) extremidade superior do cabo de tração sujeita a uma força harmônica. A configuração do modelo do elevador consiste de um cabo de tração, a plataforma do carro, a cabina de passageiros e o dispositivo que acopla o carro ao cabo de tração, Fig. (2.1).



**Figura 2.1 - Modelo utilizado por Chi *et al.* (1991) para estudar a vibração longitudinal de um cabo de elevação acoplado com a vibração vertical de um carro de elevador. O sistema do elevador (a) e modelo físico (b)**

O projeto e análise de um novo modelo em escala para simular a dinâmica linear lateral de um cabo de tração com comprimento variável, em elevadores de alta velocidade de edifícios muito altos foram apresentados por Zhu e Teppo (2003). Neste trabalho, a resposta dinâmica do protótipo é comparada com a resposta dinâmica de um modelo

matemático. Os resultados numéricos deste estudo mostraram que o modelo matemático possuiu o mesmo comportamento dinâmico do protótipo e pode ser utilizado para prever as respostas dinâmicas com erros menores do que 10%. A Figura (2.2) mostra o esquema utilizado para o protótipo em escala reduzida (a) e o esquema do modelo físico para sistemas de elevadores.



**Figura 2.2 - Comparação entre o modelo experimental em escala reduzida (a) e o esquema do modelo físico (b) para sistemas de elevadores (Zhu e Teppo, 2003)**

A Figura (2.3) mostra o modelo de dois graus de liberdade utilizado por Funai *et al.* (2004) para comparar as características entre dois tipos de atenuadores ativos de vibrações para sistemas de elevadores, guias de rolagem ativas e amortecedores de vibrações ativos sob a plataforma do elevador. O desempenho dos controladores é validado através de testes experimentais e simulações numéricas. O comparativo é feito através de resultados experimentais e simulações numéricas. Ambos os tipos de controle ativo são suficientes para atenuar as vibrações causadas por deformações e desalinhamento dos trilhos de guia. Para perturbações causadas pela pressão do ar, os amortecedores ativos sob a plataforma do elevador possuem desempenho mais satisfatório do que as corredeiras de rolagem ativas. Com isso, pode-se concluir que as corredeiras de rolagem ativas são indicadas para elevadores de médias e altas velocidades. Já os amortecedores ativos sob a plataforma são indicados para elevadores de alta velocidade.

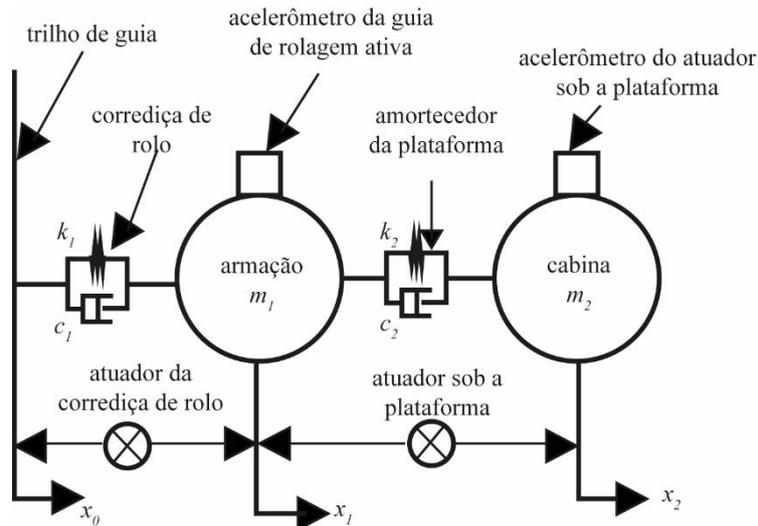


Figura 2.3 - Modelo de dois graus de liberdade utilizado por Funai *et al.* (2004)

Kaczmarczyk e Iwankiewicz (2006) investigaram através de simulações numéricas, as vibrações no carro devido a excitações estocásticas dos trilhos de guia, causadas por desnivelamento, instalação incorreta e imperfeições em sua superfície. A variação dos comprimentos dos cabos de suspensão, em função do tempo, é levada em consideração no modelo. A Figura (2.4) apresenta a configuração de um sistema de elevador (a) e o modelo físico do sistema carro-cabo de suspensão adotado. Foi verificada a influência da velocidade do elevador na resposta aleatória do sistema. Para o movimento ascendente, a variância da resposta do carro diminui com o aumento da velocidade do elevador, e tem comportamento inverso para o movimento descendente.

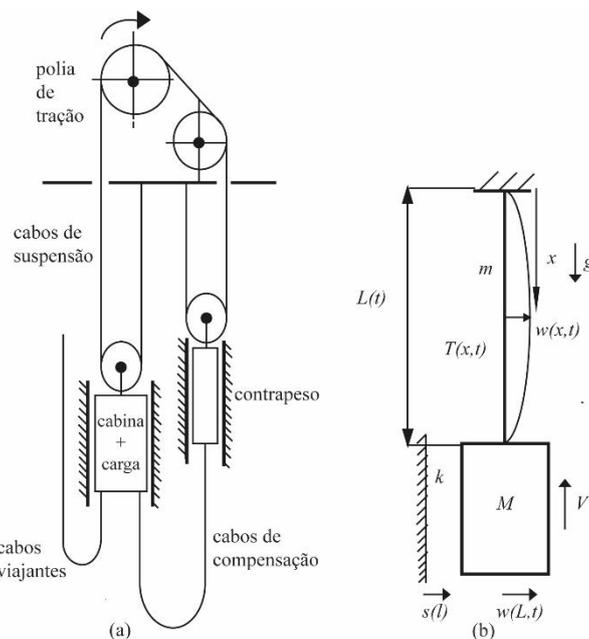


Figura 2.4 - Modelo adotado utilizado para estudar a resposta dinâmica do carro do elevador devido a excitação estocástica dos trilhos de guia (Kaczmarczyk e Iwankiewicz, 2006)

Zang *et al.* (2008) investigaram por meio de experimentos as características do atrito causadas pelo contato entre as guias de deslizamento e os trilhos de guia em sistemas de elevadores. Os testes experimentais foram comparados com um modelo computacional desenvolvido, baseado no modelo de Bounc-Wen. Adicionando elementos que consideram a dependência da velocidade e o sobressinal do atrito, o modelo proposto foi capaz de capturar fenômenos observados durante os testes experimentais. A Figura (2.5) mostra o modelo adotado.

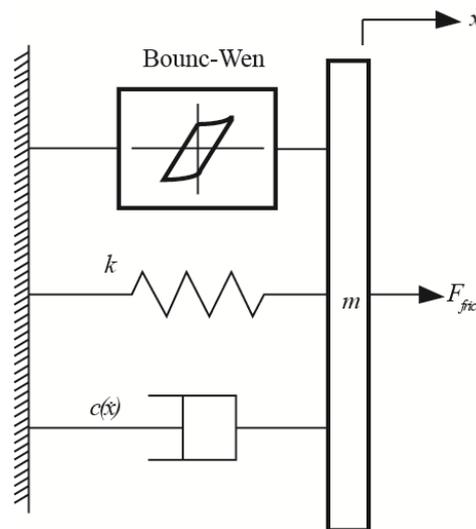


Figura 2.5 - Esquema do modelo modificado de Zhang *et al.* (2008), baseado no modelo Bouc-Wen

Kaczmarczyk *et al.* (2009) estudaram o comportamento dinâmico não estacionário dos cabos de compensação de um sistema de elevador sob excitações harmônicas e estocásticas, simulando excitações externas causadas por irregularidades dos trilhos de guia e ações de terremotos e ventos fortes Fig (2.6). Sob influência da excitação harmônica, podem ocorrer grandes deformações dos cabos de compensação, quando o modo fundamental de oscilação do edifício é ajustado ao modo fundamental dos cabos. Para maiores valores de massa do conjunto de compensação, a frequência fundamental da excitação coincide com a frequência fundamental dos cabos, quando o carro aproxima-se do topo do edifício. Para os valores de massa do conjunto de compensação menores, quando o carro aproxima-se do topo do edifício, a segunda frequência fundamental de excitação é ativada.

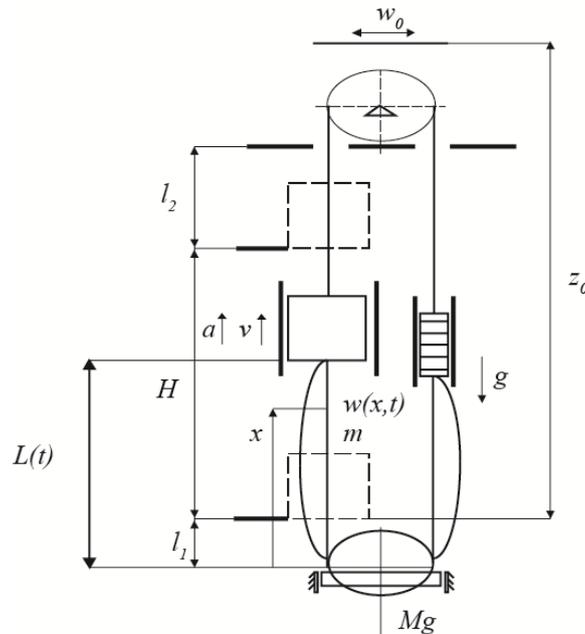


Figura 2.6 - Modelo utilizado para estudar o comportamento dinâmico dos cabos de compensação do elevador sob influência de excitações harmônicas e estocásticas (Kaczmarczyk *et al.*, 2009)

A modelagem e controle robusto das vibrações horizontais para elevadores de altas velocidades, através do método baseado na teoria de estabilidade de Lyapunov, são apresentados, por meio de simulações numéricas, por Feng *et al.* (2009). A configuração das corredeiras de rolo e o modelo dinâmico utilizado são apresentados nas Fig. (2.7a) e Fig. (2.7b), respectivamente. Através das simulações foi possível perceber que as vibrações horizontais em elevadores de altas velocidades podem ser restringidas a uma faixa aceitável, mesmo na presença de incertezas dos parâmetros e distúrbios externos, pelo controlador proposto.

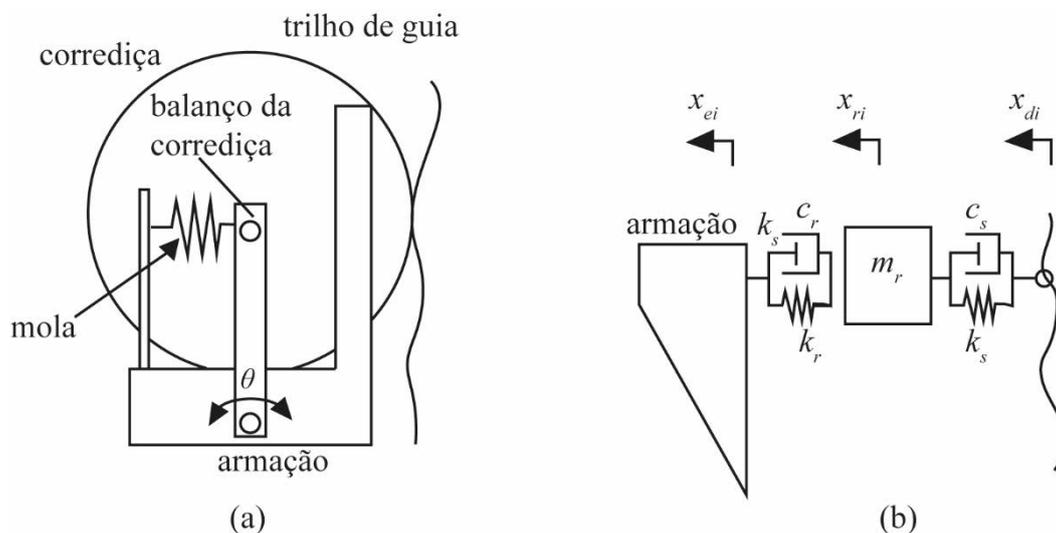


Figura 2.7 – Configuração das corredeiras de rolo (a) e modelo dinâmico utilizado (b) por Feng *et al.* (2009)

López *et al.*, (2010) desenvolveram um controlador adaptável, utilizando alocação de polos, para o sistema de suspensões ativas utilizados em elevadores de alto desempenho de edifícios do tipo arranha-céus. A Figura (2.8) mostra o modelo dinâmico utilizado para o desenvolvimento do controle proposto. Os resultados foram obtidos através de simulações numéricas utilizando os softwares MATLAB e SIMULINK e, garantiram um desempenho confiável independentemente do valor do número de passageiros transportado pelo elevador.

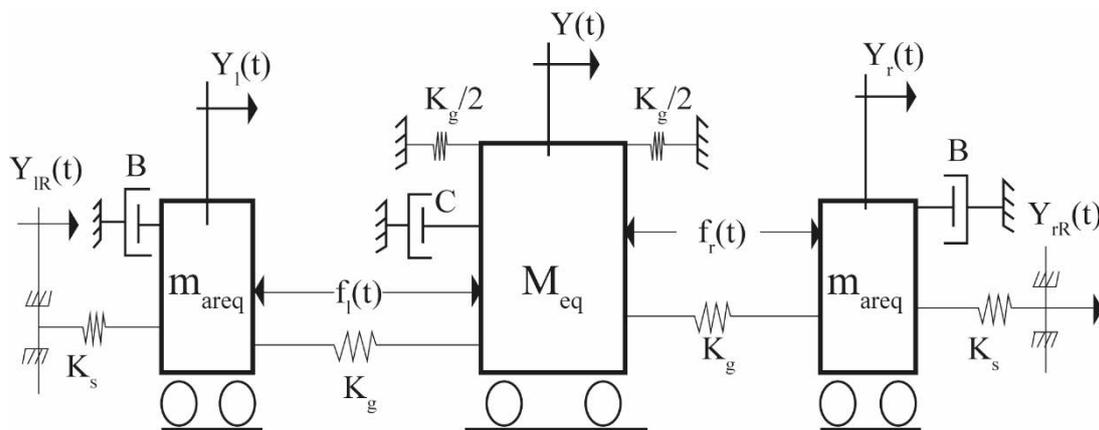
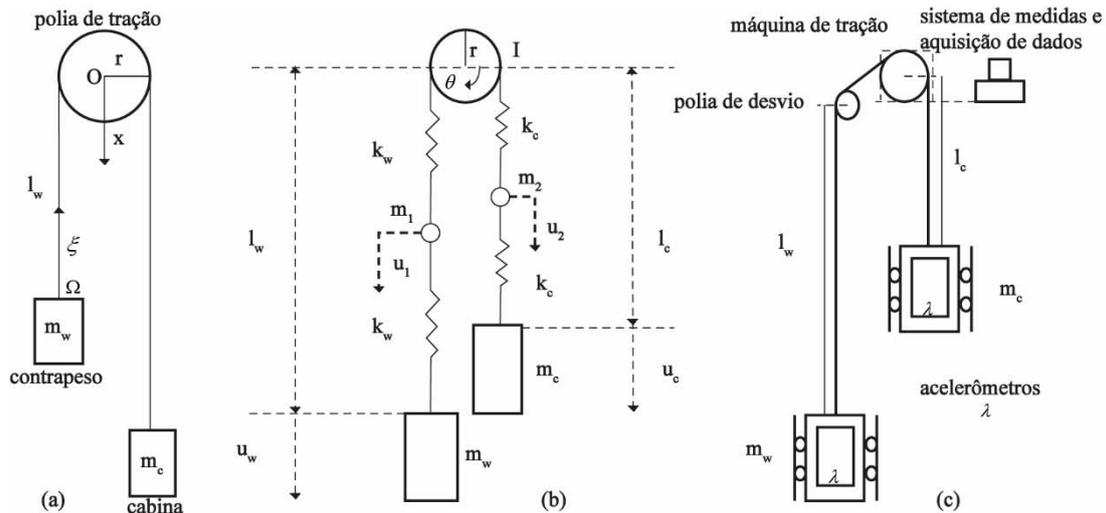


Figura 2.8 - Modelo físico utilizado por López *et al.*, (2010)

A Figura (2.9) apresenta os modelos de parâmetros distribuídos (a) e concentrados (b) e, configuração experimental (c) utilizados por Arrasate *et al.*, (2014) para modelar, estudar e realizar testes sobre as vibrações verticais causadas pela ondulação no torque gerado pelo motor de tração. Os parâmetros do sistema que possuem incertezas em seus valores, como o módulo de elasticidade do cabo, foram calculados experimentalmente e utilizados nas simulações numéricas. Neste estudo, foi possível perceber que o modelo de parâmetros concentrados de cinco graus de liberdade tem resposta tão precisa quanto o modelo de parâmetros distribuídos.



**Figura 2.9 - (a) Modelo de parâmetros distribuídos, (b) modelo de parâmetros concentrados e (c) configuração experimental utilizados por Arrasate *et al.*, (2014)**

Este trabalho, que utiliza como base o modelo estudado por López *et al.*, (2010), tem como objetivo modelar, analisar e controlar o comportamento dinâmico horizontal, aumentando o nível de conforto dos passageiros, de um sistema de transporte vertical de três graus de liberdade, modelado matematicamente, sob a influência de deformações nos trilhos de guia. Em adição, a componente de rigidez da mola translacional equivalente ao movimento pendular da cabina foi considerada como uma mola do tipo *Duffing* essencialmente não linear. Quando em posição vertical, o cabo do elevador não possui componente de tração na direção horizontal. Este componente da força restauradora aparece apenas quando há um pequeno deslocamento lateral da cabina do elevador. Sendo assim, a força restauradora do cabo de tração não possui a parte constante, ou seja,  $k_{3L} = 0$ . Nesta consideração, a energia potencial e força de restituição da mola estão associadas somente ao termo não linear da mola *Duffing*. A equação de Ricatti Dependente de Estado (SDRE) foi utilizada como método de controle. Os resultados foram obtidos através da implementação das equações de movimento que descrevem a dinâmica do sistema no *software* MATLAB.

## 2.1 Objetivos do trabalho

Os principais objetivos deste trabalho são:

- Modelar e avaliar o comportamento dinâmico horizontal de um modelo de três graus de liberdade de um sistema de transporte vertical;

- Analisar o comportamento dinâmico do modelo linear e do modelo não linear com a introdução da mola *Duffing*, simulando a influência do cabo de tração no sistema;
- Verificar a influência do termo não linear da mola *Duffing* no comportamento dinâmico do sistema.
- Controlar o comportamento dinâmico horizontal do sistema de transporte vertical utilizando a equação de Ricatti Dependente de Estado (SDRE) como estratégia de controle.

## 2.2 Organização do trabalho

Para atingir os objetivos deste trabalho, o mesmo foi organizado da seguinte maneira:

- Capítulo 1 – Introdução
- Capítulo 2 – Revisão bibliográfica
- Capítulo 3 – Modelagem matemática
- Capítulo 4 – Projeto de controle
- Capítulo 4 – Resultados e análises
- Capítulo 5 – Conclusões e trabalhos futuros

O capítulo 1 trata sobre a contextualização do tema a ser estudado nesta dissertação, apresentando os principais problemas encontrados ao estudar sobre elevadores de alta velocidade, e descreve os principais componentes encontrados em sistemas de elevadores.

No capítulo 2 faz-se uma revisão bibliográfica sobre Sistemas de Transporte Vertical, apresentando as pesquisas realizadas sobre o tema. São apresentados, também, os objetivos a serem alcançados e o modo como o trabalho foi organizado.

No capítulo 3 é apresentada a modelagem matemática de um sistema de elevadores. As deduções das equações de movimento foram feitas utilizando a formulação de Lagrange.

No capítulo 4 é apresentado o projeto de controle utilizando como estratégia de controle a equação de Ricatti Dependente de Estado (SDRE).

Os resultados e análises das simulações numéricas são apresentados no capítulo 5. Neste capítulo são estudados problemas de autovalores e autovetores do sistema linear, são apresentadas as respostas dinâmicas para o sistema linear e para o sistema com a introdução da mola do tipo *Duffing*, assim como a aplicação da estratégia de controle SDRE.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões e propostas para trabalhos futuros.

### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA UTILIZANDO-SE A FORMULAÇÃO DE LAGRANGE

Este capítulo tem como objetivo demonstrar a obtenção das equações de movimento para os modelos matemáticos estudados, modelo linear e modelo com a introdução da mola do tipo *Duffing*, a partir do modelo estudado por López *et al.*, (2010). As equações de movimento do sistema foram obtidas utilizando-se a formulação de Lagrange como metodologia. Esta permite a uso de quantidades escalares, trabalho e energia cinética, ao invés de quantidades vetoriais, força e deslocamento, eliminando as dificuldades que aparecem ao utilizar as leis de Newton para encontrar as equações de movimento de corpos acoplados, devido às necessidades de realizar diagramas de corpos livres para cada componente e eliminar as forças de interações entre os mesmos (Craig, 1981). A equação (3.1) representa a equação de Euler-Lagrange,

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} = -Q_k, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.1)$$

em que,  $q_i$  é a coordenada da posição generalizada,  $\dot{q}_i$  é a velocidade generalizada,  $Q_k$  representa as forças generalizadas conservativas e não conservativas e  $L$  a Função Lagrangeana, definida como a diferença entre as energias cinéticas ( $T$ ) e potenciais ( $V$ ) do sistema Eq. (3.2) (Meirovitch, 1970).

$$L = T - V \quad (3.2)$$

#### 3.1 Modelo linear

A Figura (3.1), baseada no modelo de López *et al.*, (2010) e de autoria própria, apresenta o modelo equivalente discreto e de parâmetros concentrados para o movimento horizontal do elevador.

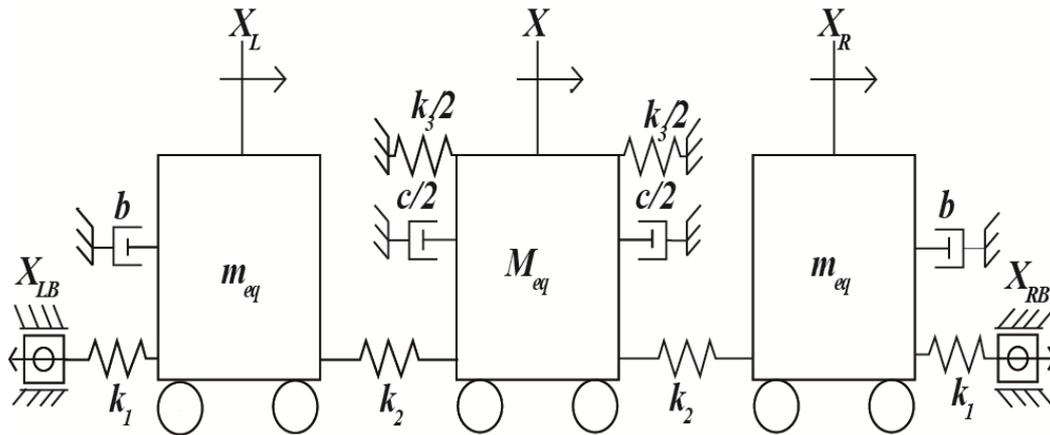


Figura 3.1 - Modelo físico equivalente para o movimento horizontal do elevador

A Tabela (3.1) apresenta e descreve os parâmetros utilizados no modelo equivalente para o movimento horizontal do elevador.

Tabela 3.1 - Descrição dos parâmetros utilizados no modelo

Parâmetro	Descrição
$M_{eq}$	Massa da cabina
$m_{eq}$	Massa do sistema de suspensão
$b$	Amortecimento viscoso do sistema de suspensão
$c$	Amortecimento viscoso da cabina
$k_1$	Rigidez das corrediças de rolo
$k_2$	Rigidez das molas da suspensão
$k_3$	Rigidez translacional equivalente ao movimento pendular da cabina
$X_{LB}$	Deslocamento do trilho de guia esquerdo
$X_{RB}$	Deslocamento do trilho de guia direito
$X$	Deslocamento da cabina
$X_L$	Deslocamento do sistema de suspensão esquerdo
$X_R$	Deslocamento do sistema de suspensão direito

O sistema tem excitação proveniente dos deslocamentos dos trilhos de guia,  $X_{LB}$  e  $X_{RB}$ , gerando uma excitação harmônica Eq. (3.3), simulando as deformações dos trilhos de guia, de forma:

$$X_{LB} = X_{RB} = a_0 \text{sen}(\omega_e t) \quad (3.3)$$

em que,  $a_0$  é a amplitude da excitação externa [m],  $\omega_e$  é a frequência de excitação externa [rad/s], definida pela correlação entre a velocidade  $v$  do elevador [m/s] e o comprimento  $\lambda$  do trilho de guia [m].

A Equação (3.4) mostra a energia cinética total do sistema apresentado na Figura (3.1), como sendo a soma das Energias Cinéticas dos sistemas de suspensões, direito e esquerdo, e da Energia Cinética da cabina do elevador.

$$T = \frac{m_{eq}}{2} \dot{X}_L^2 + \frac{M_{eq}}{2} \dot{X}^2 + \frac{m_{eq}}{2} \dot{X}_R^2 \quad (3.4)$$

A energia potencial total do sistema é a soma das energias potenciais dos elementos de mola com rigidez  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$ , referentes aos elementos de mola dos sistemas de suspensões direito e esquerdo, e do elemento de mola translacional equivalente ao movimento pendular da cabina, respectivamente, representada em Eq. (3.5).

$$V = \frac{k_1}{2} (X_L - X_{LB})^2 + \frac{k_1}{2} (X_{RB} - X_R)^2 + \frac{k_2}{2} (X - X_L)^2 + \frac{k_2}{2} (X_R - X)^2 + \frac{k_3}{2} X^2 \quad (3.5)$$

As forças generalizadas conservativas e não conservativas do sistema,  $Q_k$ , referentes às forças de amortecimento dos sistemas de suspensão esquerdo e direito e da força de amortecimento da cabina, são representadas em Eq. (3.6).

$$Q_k = b\dot{X}_L + c\dot{X}_R + c\dot{X} \quad (3.6)$$

Substituindo as Eqs. (3.4), e (3.5) em Eq. (3.2), encontramos a Função Lagrangeana, representada em Eq. (3.7).

$$L = \frac{m_{eq}}{2} \dot{X}_L^2 + \frac{M_{eq}}{2} \dot{X}^2 + \frac{m_{eq}}{2} \dot{X}_R^2 - \frac{k_1}{2} (X_L - X_{LB})^2 - \frac{k_1}{2} (X_{RB} - X_R)^2 + \frac{k_2}{2} (X - X_L)^2 + \frac{k_2}{2} (X_R - X)^2 - \frac{k_3}{2} X^2 \quad (3.7)$$

Ao substituir as Eqs. (3.6) e (3.7) em Eq. (3.1), encontramos as equações de movimento para o sistema, representadas em Eq. (3.8).

$$\begin{aligned}
 m_{eq} \ddot{X}_L + b\dot{X}_L + (k_1 + k_2)X_L - k_1 X_{LB} - k_2 X &= 0 \\
 M_{eq} \ddot{X} + c\dot{X} + (2k_2 + k_3)X - k_2 X_L - k_2 X_R &= 0 \\
 m_{eq} \ddot{X}_R + b\dot{X}_R + (k_1 + k_2)X_R - k_1 X_{RB} - k_2 X &= 0
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

### 3.2 Modelo matemático com a introdução da mola do tipo *Duffing* essencialmente não linear

Para simular a influência do cabo de tração durante o movimento do elevador o termo de rigidez translacional equivalente ao movimento pendular da cabina foi considerado como uma mola do tipo *Duffing*. A equação de *Duffing*, em suas variadas formas, é utilizada para descrever diversos sistemas não lineares. Embora a maioria dos sistemas físicos não possam ser descritos com precisão desta maneira, é possível utilizá-la como aproximação para estudar o comportamento qualitativo dos sistemas. Em muitos casos, é o primeiro passo a ser realizado com o objetivo de alterar um sistema linear para não linear. Sistemas físicos compostos por molas, isoladores de vibrações, cabos, vigas e circuitos elétricos são exemplos de sistemas que podem ser modelados pela equação de *Duffing* (Kovacic e Brennan, 2011).

A nova constante de rigidez  $k_3$ , representada em Eq. (3.9), é dada pela soma do termo linear  $k_{3L}$ , e do termo não linear associado ao quadrado do deslocamento  $k_{3NL}$  associado ao quadrado do deslocamento.

$$k_3 = k_{3L} + k_{3NL} X^2 \tag{3.9}$$

Quando em posição vertical, o cabo do elevador não possui componente de tração na direção horizontal. Este componente da força restauradora aparece apenas quando há um pequeno deslocamento lateral da cabina do elevador. Sendo assim, a força restauradora do cabo de tração na direção horizontal não possui o termo linear, ou seja, podemos considerá-lo igual a zero. Nesta consideração, a energia potencial e força de restituição da mola estão associadas somente ao termo não linear. Portanto, a nova constante de rigidez  $k_3$  é representada em Eq. (3.10).

$$k_3 = k_{3NL} X^2 \quad (3.10)$$

A Energia Potencial Elástica e a Força de Restituição da mola do tipo *Duffing* (Kovacic e Brennan, 2011),  $Ep_{el}$  e  $F_{el}$  respectivamente, considerando a nova constante de rigidez  $k_3$ , são representadas em Eq. (3.11) e Eq. (3.12):

$$Ep_{el} = \frac{1}{4} k_{3NL} X^4 \quad (3.11)$$

$$F_{el} = k_{3NL} X^3 \quad (3.12)$$

A Tabela (3.2) mostra os valores dos termos de rigidez utilizados no ajuste entre as curvas de rigidez linear, apresentada na seção 3.1, e de rigidez *Duffing*, apresentada nesta seção. Os valores utilizados nos termos de rigidez linear foram retirados do trabalho de López e Perondi (2007). As comparações entre as curvas de Energias Potenciais Elásticas e Forças de Restituição, entre o caso linear e do tipo *Duffing*, são observadas em Fig.(3.2). Considerando o deslocamento horizontal da cabina, do sistema linear, entre  $-2 \times 10^{-4}$  m e  $2 \times 10^{-4}$  m, os valores da energia potencial elástica e força de restituição são relativamente próximos para ambos os casos apresentados.

Tabela 3.2 - Valores para os termos de rigidez linear e *Duffing*

Tipo de rigidez	Termo linear da rigidez $k_{3L}$ (N/m)	Termo não linear da rigidez $k_{3NL}$ (N/m <sup>3</sup> )
Linear	6662,4	0
<i>Duffing</i>	0	$3,3 \times 10^{11}$

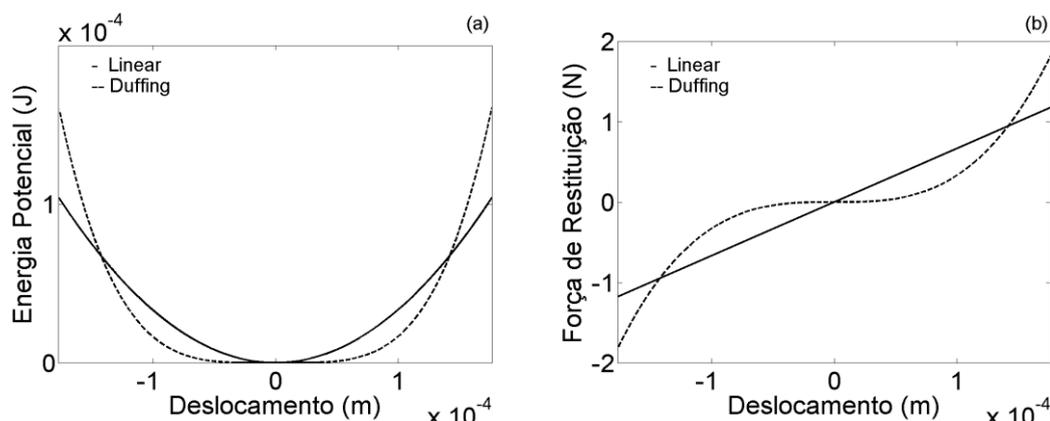


Figura 3.2 - Gráfico das curvas de Energia Potencial (a) e Força de Restituição (b) entre a rigidez linear e do tipo *Duffing*

Utilizando a rigidez do tipo *Duffing*, o novo sistema de equações que representa a dinâmica horizontal do sistema não linear de transporte vertical, com a adição do termo de rigidez não linear  $k_{3NL}$ , é representado em Eq. (3.13).

$$\begin{aligned}
 m_{eq}\ddot{X}_L + b\dot{X}_L + (k_1 + k_2)X_L - k_1X_{LB} - k_2X &= 0 \\
 M_{eq}\ddot{X} + c\dot{X} + 2k_2X + k_{3NL}X^3 - k_2X_L - k_2X_R &= 0 \\
 m_{eq}\ddot{X}_R + b\dot{X}_R + (k_1 + k_2)X_R - k_1X_{RB} - k_2X &= 0
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

A chave para resolver problemas de modelagem matemática envolve o processo de manter certos elementos, negligenciar alguns e, aproximar outros. Para realizar este importante passo, é preciso decidir sobre a ordem de magnitude dos diferentes elementos do sistema. Este processo é chamado de adimensionalização. Assim, expressar as equações na forma adimensional traz importantes parâmetros adimensionais que governam o comportamento do sistema. Portanto, é recomendado realizar a adimensionalização dos parâmetros antes de analisar o sistema (Nayfeh, 1993). Seja  $[X_L \ \dot{X}_L \ X \ \dot{X} \ X_R \ \dot{X}_R] = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4 \ y_5 \ y_6]$  e introduzindo as variáveis adimensionais (Nayfeh, 1993) apresentadas na Eq.(3.14).

$$x_1 = \frac{y_1}{X_{est}}; x_3 = \frac{y_3}{X_{est}}; x_5 = \frac{y_5}{X_{est}}; \tau = \omega_0 t \tag{3.14}$$

As equações de movimento adimensionais podem ser escritas em termos de equações diferenciais de segunda ordem ao substituir a Eq.(3.14) em Eq.(3.13).

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}_1 + \zeta\dot{x}_1 + \delta x_1 - \alpha x_3 &= \gamma \text{sen}(\Omega\tau) \\
 \ddot{x}_3 + \sigma\dot{x}_3 + 2\eta x_3 + \beta x_3^3 - \eta x_1 - \eta x_5 &= 0 \\
 \ddot{x}_5 + \zeta\dot{x}_5 + \delta x_5 - \alpha x_3 &= \gamma \text{sen}(\Omega\tau)
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Em que,

$$\begin{aligned}
\zeta &= \frac{b}{m_{eq} \omega_0}; \delta = \frac{k_1 + k_2}{m_{eq} \omega_0^2}; \alpha = \frac{k_2}{m_{eq} \omega_0^2}; \gamma = \frac{k_1 a_0}{m_{eq} X_{est} \omega_0^2}; \eta = \frac{k_2}{M_{eq} \omega_0^2}; \\
\beta &= \frac{k_{3NL} X_{est}^2}{M_{eq} \omega_0^2}; \sigma = \frac{c}{M_{eq} \omega_0}; \Omega = \frac{\omega_e}{\omega_0}; \kappa = \frac{1}{m_{eq} \omega_0^2}; \chi = \frac{1}{M_{eq} \omega_0^2}
\end{aligned} \tag{3.16}$$

## 4 PROJETO DE CONTROLE

O Controle Automático, de extrema importância e utilizado em veículos espaciais, sistemas de guiamento de mísseis, sistemas robóticos, entre outros, tem desempenhado papel de extrema importância no avanço da ciência e engenharia. É preciso melhorar o entendimento teórico e prático sobre Controle Automático com o objetivo de atingir o melhor desempenho de sistemas dinâmicos.

Foi a partir da construção de um controlador centrífugo para o controle de velocidade de uma máquina de vapor no século XVIII, de James Watt, que o desenvolvimento sobre a teoria de sistemas de controle realizou seu primeiro passo significativo. Outros trabalhos durante os primeiros estágios do desenvolvimento da teoria de controle se deve, entre outros, a Minorsky (1935), que trabalhou em controladores automáticos para estabilizar navios. Durante a década de 40, tornou-se possível projetar sistemas de controle a malha fechada satisfazendo requisitos de desempenho devido aos métodos de resposta de frequência. Contudo, tais sistemas não correspondem a realizações projetadas intencionalmente segundo critérios de otimização. Foi a partir da década de 60 que se tornou possível a análise de sistemas modernos, estes dotados de múltiplas entradas e saídas, devido ao desenvolvimento de computadores digitais, diretamente relacionados ao desenvolvimento da moderna teoria de controle, está baseada em técnicas de análise e síntese de variáveis de estado. Com o desenvolvimento dessa teoria, foi possível realizar investigações sobre controle ótimo determinístico e estocástico bem como controle adaptativo e controle de aprendizado. Devido aos custos dos computadores digitais tornarem-se cada vez mais baixos, o uso de técnicas de controle modernas tem se tornado cada vez mais crescente (Ogata, 1997).

Existem três tipos de sistemas de controle utilizado em sistemas de engenharia, controle passivo, semiativo e ativo. Os controladores passivos não utilizam energia externa ao sistema e, frequentemente, são compostos por molas e amortecedores com parâmetros de rigidez e amortecimento constantes. Em sistemas de controle ativos, é necessária a utilização de energia externa ao sistema. Estes controladores podem ser definidos como atuadores que produzem força de acordo com uma lei de controle contendo informações sobre o sistema (Sharp e Crolla, 1987). Em controladores semiativos não é necessário introduzir energia externa ao sistema. Estes se comportam como um sistema ativo, quando a ação de controle requer uma dissipação de energia.

Caso não seja necessária a ação de controle ou fornecimento de energia, o sistema torna-se passivo (Tusset, 2008).

A equação de Ricatti Dependente de Estados (SDRE) é um algoritmo efetivo para sintetizar o controle não linear por realimentação, permitindo não linearidades nos estados do sistema enquanto oferece grande flexibilidade através de matrizes de peso dependentes de estado (Çimen, 2010). Este efetivo algoritmo para suprimir comportamentos dinâmicos indesejados foi proposto, inicialmente, por Pearson (1962) e, tem sido utilizado em uma vasta variedade de aplicações de controle não linear como, projeto de piloto automático (Mracek, 2007); controle de espaçonaves e satélites (Stansbery e Cloutier, 2000); sistemas micro eletromecânicos com comportamentos caóticos (Tusset *et al.*, 2012a, 2013); sistemas de Microscopia de Força Atômica com comportamentos caóticos (Balthazar *et al.*, 2014b; Rodrigues *et al.*, 2014; Nozaki *et al.*, 2013); sistemas não ideais que apresentam comportamentos caóticos (Tusset *et al.*, 2012b, c); e controle em sistemas dinâmicos estruturais não lineares com presença de ruídos (Sajeeb *et al.*, 2007).

Com o objetivo de reduzir a magnitude dos picos de aceleração e do deslocamento da cabina do elevador, contribuindo na prevenção da integridade dos componentes do elevador e no nível de conforto dos passageiros, respectivamente, será realizada a introdução de um controlador ativo  $U$  paralelo à mola da suspensão  $k_2$ , conforme apresentado em Fig.(4.1).

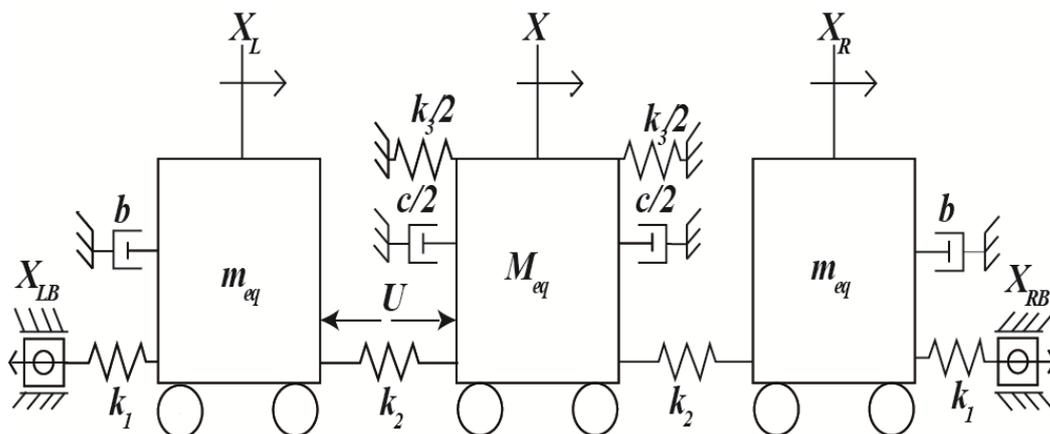


Figura 4.1 – Modelo equivalente para o movimento horizontal do elevador com a introdução do controlador

Dessa forma, o sistema de equações representado em Eq.(3.15), com a adição do controlador ativo, é representado em Eq.(4.1):

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_1 + \zeta \dot{x}_1 + \delta x_3 - \alpha x_3 &= \gamma \text{sen}(\Omega\tau) + \kappa U \\
\ddot{x}_3 + \sigma \dot{x}_3 + 2\eta x_3 + \beta x_3^3 - \eta x_1 - \eta x_5 &= -\chi U \\
\ddot{x}_5 + \zeta \dot{x}_5 + \delta x_5 - \alpha x_3 &= \gamma \text{sen}(\Omega\tau)
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Reescrevendo Eq.(4.1) na forma:

$$\dot{x} = A(x)x + Bu + G(\tau) \tag{4.2}$$

em que  $x \in \mathfrak{R}^n$  é o vetor de estado,  $A(x) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  é a matriz de variáveis de estado,  $B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  é a matriz de ganhos do controlador,  $U \in \mathfrak{R}^{m \times 1}$  representa o vetor de controle e  $G(\tau) \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$  é o vetor que representa a perturbação externa. Este não depende dos estados. Assim,

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\delta & -\zeta & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \eta & 0 & -2\eta - \beta x_3^2 & -\sigma & \eta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 & -\delta & -\zeta \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \kappa \\ 0 \\ -\chi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

$$G(\tau) = \begin{bmatrix} 0 \\ \gamma \text{sen}(\omega\tau) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \gamma \text{sen}(\omega\tau) \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

A lei de controle de realimentação de estados é dada por (Tusset *et al.*, 2013):

$$U = R^{-1}(x)B^T(x)P(x) \quad (4.7)$$

em que  $P(x)$  é a solução da SDRE, dada por (Tusset, *et al.*, 2012a):

$$\begin{aligned} M^T(x)P(x) + P(x)M(x) \\ -P(x)N(x)R^{-1}(x)N^T(x)P(x) + Q(x) = 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

A função de custo para o problema do regulador Eq.(4.7) é dada por (Tusset *et al.*, 2012b,c):

$$\frac{1}{2} \int_{\tau_0}^{\infty} (x^T Q(x)x + u^T R(x)u) d\tau \quad (4.10)$$

em que  $Q(x)$  e  $R(x)$  são matrizes positivas definidas.

## 5 RESULTADOS E ANÁLISES

Neste capítulo serão realizados estudos sobre os modos de vibrar e frequências naturais do sistema linear, e simulações numéricas dos modelos apresentados nos capítulos 3 e 4. As simulações numéricas foram obtidas utilizando o método de Dormand-Prince, método de Runge-Kutta de quarta e quinta ordem (ODE45), este explícito, de precisão moderada e passo variável, ao implementar o sistema de Equações Diferenciais Ordinárias no software MATLAB.

Serão utilizadas como metodologia de análise as ferramentas (Parker e Chua, 1989; Savi, 2006):

-Histórico do deslocamento: descreve o deslocamento do sistema em função do tempo. É o primeiro passo para a caracterização do movimento do sistema a ser estudado;

-Plano de fase: é um plano que tem como coordenadas o deslocamento e a velocidade. Dada uma condição inicial, a solução do sistema é representada geometricamente como uma trajetória no Plano de Fase;

-FFT: Fast Fourier Transform ou transformada rápida de Fourier, é um método eficiente de reagrupar os cálculos de uma DFT, transformada discreta de Fourier, permitindo avaliar a DFT com menor esforço computacional; mostra a contribuição de cada frequência do sistema;

-Mapa de Poincaré: o Mapa de Poincaré é uma técnica que substitui a análise de um fluxo de um sistema de ordem  $n$  contínuo no tempo pela análise de um sistema de ordem  $n-1$  discreto no tempo. É utilizado para ilustrar conceitos importantes sem a necessidade de resolver as equações diferenciais que representam o sistema. Sua utilidade reside na redução da ordem e no fato de preencher a lacuna entre sistemas discretos e contínuos no tempo;

-Diagramas de bifurcação: Considerando um sistema de ordem  $n$  contínuo no tempo, que depende da posição e um parâmetro  $\alpha$  qualquer. Uma variação em  $\alpha$  pode produzir pequenas mudanças quantitativas em seu conjunto limite, ou seja, perturbar  $\alpha$  pode mudar a posição do conjunto limite e, se este conjunto limite não for um ponto de equilíbrio, sua forma ou tamanho pode também ser alterado. Existe também, uma possibilidade de que uma pequena mudança em  $\alpha$  pode fazer com que um conjunto limite sofra mudanças qualitativas. Estas mudanças são chamadas de bifurcações e o valor de  $\alpha$  para o qual essas bifurcações acontecem é chamado de valor de bifurcação. Os diagramas

de bifurcação apresentados neste trabalho são apenas qualitativos, ou seja, não são construídos utilizando diferentes condições iniciais. Sendo assim, os diagramas não são completos, pois este não é o foco da análise;

-Expoentes de Lyapunov: é a generalização dos autovalores em um ponto de equilíbrio. Tem como função avaliar a sensibilidade às condições iniciais, verificando a divergência exponencial no tempo de trajetórias vizinhas.

-Dimensão ou conjectura de Kaplan-Yorke: também conhecida como dimensão de Lyapunov, avalia a dimensão fractal do sistema a partir do espectro dos expoentes de Lyapunov.

### 5.1 Análise dos modos de vibrar e frequências naturais do sistema linear

Para começar a entender sobre o comportamento do sistema, é preciso encontrar seus autovalores e autovetores, referentes às frequências naturais e modos de vibrar do sistema livremente, respectivamente (Rao, 2008). Admitindo Eq. (5.1) como solução da Equação (3.15) quando esta tem a introdução do termo linear adimensional  $\varepsilon = k_{3L}/M_{eq}\omega_0^2$ :

$$\begin{aligned}x_1 &= X_1 \cos(\Omega\tau - \phi) \\x_3 &= X_3 \cos(\Omega\tau - \phi) \\x_5 &= X_5 \cos(\Omega\tau - \phi)\end{aligned}\tag{5.1}$$

em que  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  denotam, respectivamente, as amplitudes máximas de  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ ,  $\Omega$  a frequência e  $\phi$  o ângulo de fase. Os termos adimensionais referentes aos amortecimentos viscosos  $\zeta$  e  $\sigma$ , as amplitudes dos deslocamentos dos trilhos de guia  $\gamma$ , e termo não linear equivalente ao elemento de mola translacional equivalente ao movimento pendular da cabina  $\beta$ , serão considerados nulos (Rao, 2008). Sendo assim, temos que:

$$\begin{aligned}(-\omega^2 X_1 + \delta X_1 - \alpha X_3) \cos(\Omega\tau - \phi) &= 0 \\(-\omega^2 X_3 + (2\eta + \varepsilon)X_3 - \eta X_1 - \eta X_5) \cos(\Omega\tau - \phi) &= 0 \\(-\omega^2 X_5 + \delta X_5 - \eta X_3) \cos(\Omega\tau - \phi) &= 0\end{aligned}\tag{5.2}$$

Para que Eq. (5.2) seja verdadeira para todo valor de  $\tau$ , é preciso que:

$$\begin{aligned}
(-\omega^2 X_1 + \delta X_1 - \alpha X_3) &= 0 \\
(-\omega^2 X_3 + (2\eta + \varepsilon)X_3 - \eta X_1 - \eta X_5) &= 0 \\
(-\omega^2 X_5 + \delta X_5 - \alpha X_3) &= 0
\end{aligned} \tag{5.3}$$

A Equação (5.3) representa três equações algébricas homogêneas simultâneas com as incógnitas  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$ . Para que haja solução não trivial, o determinante dos coeficientes de  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$  deve ser igual à zero, como mostra a Equação (5.4):

$$\det \begin{bmatrix} \delta - \omega^2 & -\alpha & 0 \\ -\eta & (2\eta + \varepsilon) - \omega^2 & -\eta \\ 0 & -\alpha & \delta - \omega^2 \end{bmatrix} = 0 \tag{5.4}$$

A Tabela (5.1) apresenta os valores dos parâmetros adimensionais utilizados para encontrar os autovalores e autovetores do sistema. Estes valores foram baseados nos valores apresentados por López e Perondi (2007).

**Tabela 5.1 - Parâmetros utilizados para encontrar os autovalores e autovetores do sistema**

Parâmetro	Valor
$\delta$	1,0761
$\alpha$	0,0761
$\eta$	0,0012
$\varepsilon$	$4,17 \times 10^{-4}$

Utilizando os valores da Tabela (5.1), a solução da Eq.(5.4) tem como resultado os autovalores, que por sua vez representam as frequências naturais do sistema, apresentadas na Eq. (5.5). O valor mais baixo,  $\Omega_1$ , é denominado frequência fundamental ou primeira frequência natural (Rao, 2008),  $\Omega_2$  e  $\Omega_3$  são, respectivamente, a segunda e a terceira frequência natural do sistema.

$$\begin{aligned}
\Omega_1 &= 0,0513 \\
\Omega_2 &= 1,0373 \\
\Omega_3 &= 1,0374
\end{aligned} \tag{5.5}$$

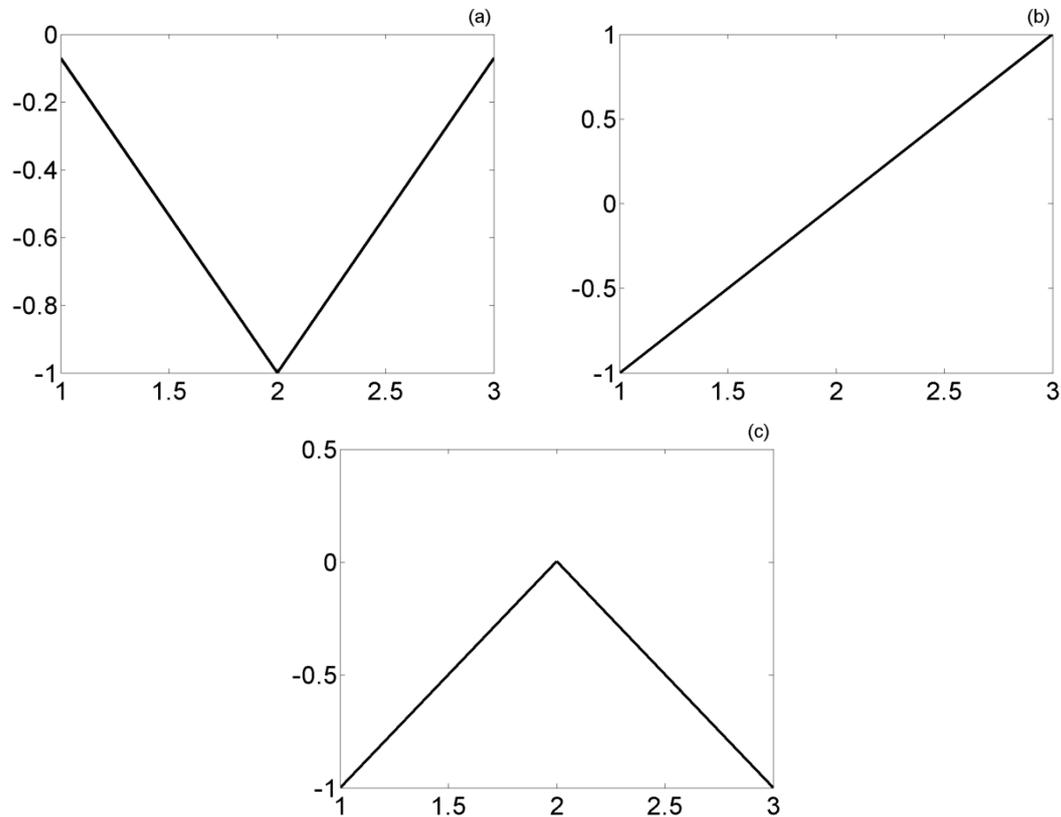
As Equações (5.6), (5.7) e (5.8) representam, respectivamente, o primeiro  $X^{(1)}$ , o segundo  $X^{(2)}$  e o terceiro  $X^{(3)}$  autovetores. Estes estão relacionados à primeira ( $\Omega_1$ ), segunda ( $\Omega_2$ ), e terceira ( $\Omega_3$ ) frequência naturais do sistema.

$$X^{(1)} = \begin{bmatrix} -0,0708 \\ -1,0000 \\ -0,0708 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$X^{(2)} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

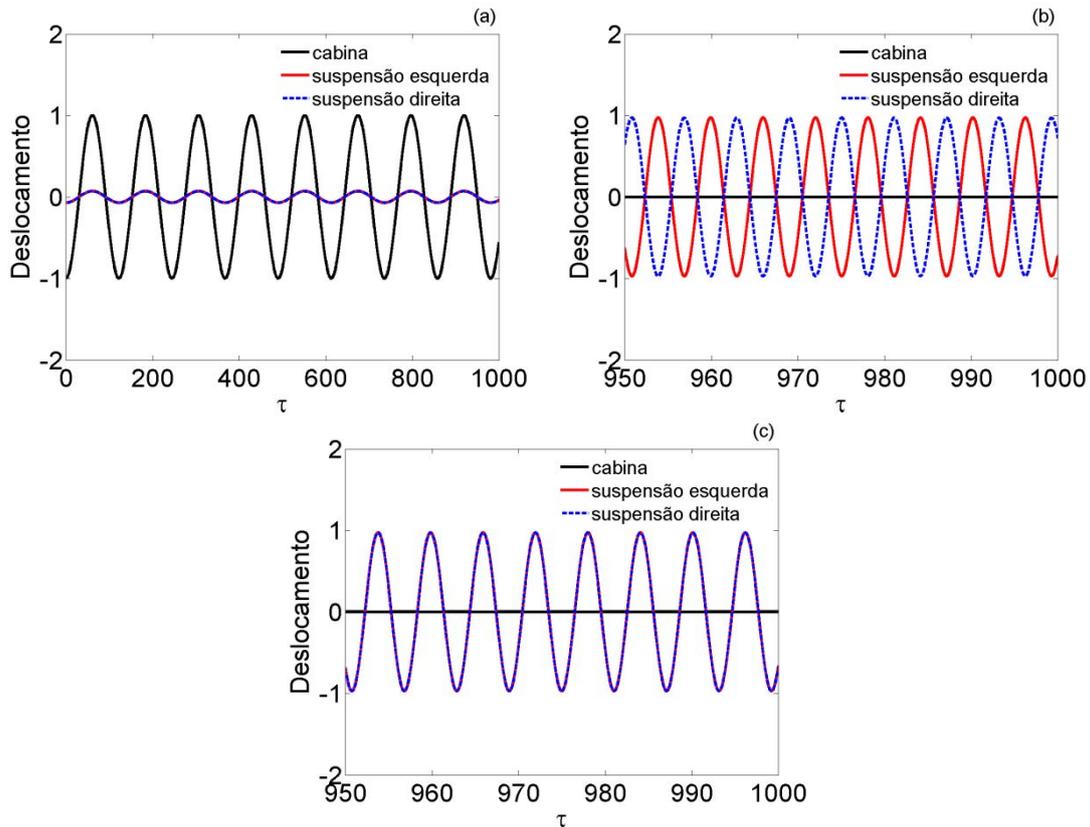
$$X^{(3)} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0,0022 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

A Figura (5.1) mostra as formas modais de  $X^{(1)}$ ,  $X^{(2)}$  e  $X^{(3)}$  e a resposta do sistema oscilando de acordo com os modos de vibrar. No primeiro modo, Fig. (5.1a), a cabina tem a maior amplitude de movimento e oscila em fase com as suspensões direita e esquerda. Para o segundo modo, Fig. (5.1b), a cabina tem amplitude de movimento igual a zero e as suspensões oscilam fora de fase. Já no terceiro modo, Fig. (5.1c), a amplitude do movimento da cabina é pequena comparada com a amplitude das suspensões, que oscilam em sentido contrário ao da cabina e em fase entre si.



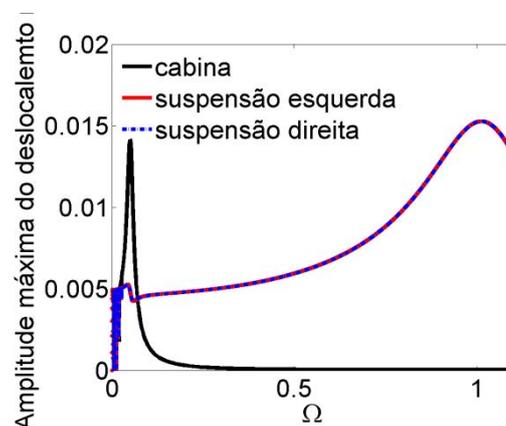
**Figura 5.1 - Formas modais do sistema linear para o (a) Primeiro, (b) Segundo e (c) Terceiro modo**

A Figura (5.2) apresenta o comportamento dinâmico do sistema ao oscilar de acordo com o primeiro, Fig. (5.2a), segundo, Fig. (5.2b) e terceiro, Fig. (5.2c) modos de vibrar. No primeiro modo, a cabina tem a maior amplitude de movimento e oscila em fase com as suspensões direita e esquerda. Para o segundo modo, a cabina tem amplitude de movimento igual a zero e as suspensões oscilam fora de fase. Já no terceiro modo, a amplitude do movimento da cabina é pequena comparada com a amplitude das suspensões, que oscilam em sentido contrário ao da cabina e em fase entre si.



**Figura 5.2 – Comportamento dinâmico do sistema não amortecido de acordo com os modos de vibrar**

A Figura (5.3) apresenta a resposta da amplitude máxima de deslocamento da cabina e suspensões direita e esquerda em função da frequência de excitação externa. Para valores de  $\Omega$  na região próxima a frequência natural do primeiro modo de oscilar,  $0,022 < \Omega < 0,07$ , a cabina possui amplitude de oscilação consideravelmente maior do que as suspensões direita e esquerda. A partir de  $\Omega=0,07$  as suspensões passam, novamente, a apresentar amplitudes de oscilações maiores do que a cabina, com pico máximo próximo as frequências naturais do segundo e terceiro modo de oscilar.



**Figura 5.3 – Curva de amplitude máxima do deslocamento  $\times$  razão de frequência**

Na Figura (5.4) é possível observar a curva da resposta da amplitude máxima da aceleração da cabina e suspensões direita e esquerda em função da frequência de excitação externa. As suspensões apresentam maior magnitude de aceleração em toda faixa de frequência analisada, exceto para a faixa entre  $0,036 < \Omega < 0,07$ , região em que o sistema se aproxima da primeira frequência natural do primeiro modo de oscilar.

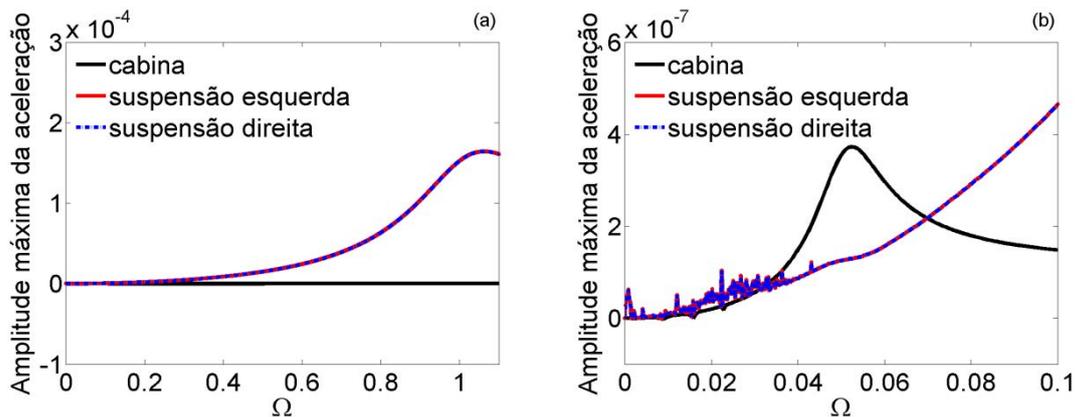


Figura 5.4 – (a) Curva de amplitude máxima da aceleração  $\times$  razão de frequência e (b) zoom na faixa para  $\Omega$  entre 0 e 0.1

Nas seções 5.2, 5.3 e 5.4, a seguir, serão analisados os comportamentos dinâmicos da cabina do elevador para os sistemas não controlados, linear e não linear com a introdução da mola essencialmente não linear do tipo *Duffing*, assim como a aplicação do controle SDRE no comportamento dinâmico do sistema.

## 5.2 Resposta do sistema linear

As condições iniciais utilizadas para as simulações numéricas do sistema linear adimensional são apresentadas em Eq. (5.9). A Tabela (5.2) mostra os parâmetros e seus valores utilizados durante as simulações, baseados nos valores obtidos experimentalmente, de acordo com López e Perondi (2007).

$$\begin{bmatrix} x_1 & \dot{x}_1 & x_2 & \dot{x}_2 & x_3 & \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Tabela 5.2 - Parâmetros e seus valores utilizados durante as simulações

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$\zeta$	0,3195	$\varepsilon$	$4,16 \times 10^{-4}$	$\eta$	0,0012
$\delta$	1,0761	$\beta$	0	$\kappa$	$4 \times 10^{-6}$
$\alpha$	0,0761	$\sigma$	0,0154	$\chi$	$6,25 \times$
$\gamma$	0,005	$\Omega$	0,2628		$10^{-6}$

A Figura (5.5) mostra a resposta dinâmica da cabina do elevador. É possível observar que o sistema linear apresenta órbita periódica bem definida, Figuras (5.5a) e (5.5b). A FFT, Fig. (5.5c), mostra a contribuição para cada razão de frequência na amplitude do movimento do sistema, com picos bem definidos próximos a frequência natural amortecida,  $\Omega=0.05$ , e frequência de excitação externa  $\Omega=0.2628$ . A Figura (5.5d) mostra o Mapa de Poincaré.

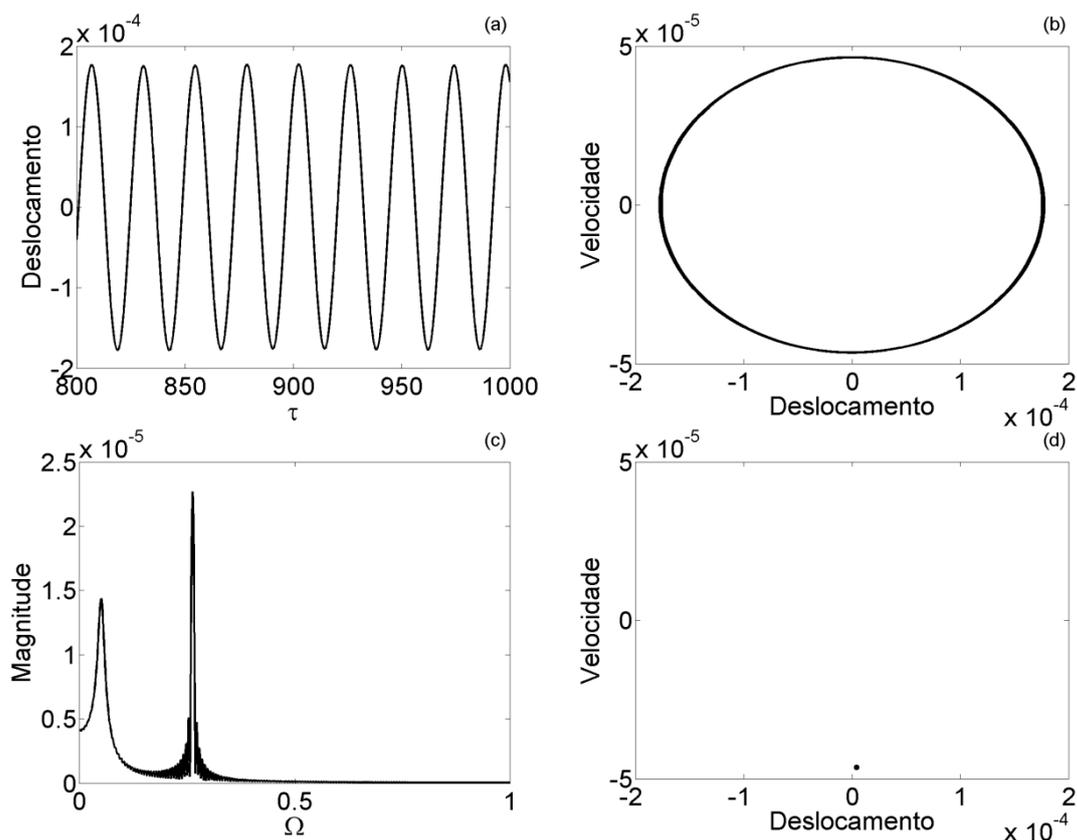


Figura 5.5 - Resposta do sistema linear: (a) Deslocamento no Tempo, (b) Plano de Fase, (c) FFT, (d) Mapa de Poincaré

### 5.3 Resposta do sistema não linear com a introdução da mola *Duffing*

Com a introdução da mola tipo *Duffing* simulando a influência do cabo de tração na dinâmica do sistema, o sistema apresenta diferentes respostas dinâmicas para diferentes valores de  $\beta$ . A Figura (5.6) apresenta o diagrama de bifurcação da região de interesse para o termo parâmetro  $\beta$ , de  $2.15 \times 10^7$  até  $2.1 \times 10^8$ . Foram escolhidos seis valores para o parâmetro  $\beta$  que serão analisados com maiores detalhes: (1)  $\beta = 3.98 \times 10^7$ , (2)  $\beta = 6.045 \times 10^7$ , (3)  $\beta = 7.578 \times 10^7$ , (4)  $\beta = 9.06 \times 10^7$ , (5)  $\beta = 1.54 \times 10^8$  e (6)  $\beta = 2 \times 10^8$ . Para esta região de valores escolhidos, é possível observar uma rota para o caos, através da duplicação dos períodos, e também, atratores estranhos ao aumentar o valor do parâmetro  $\beta$ .

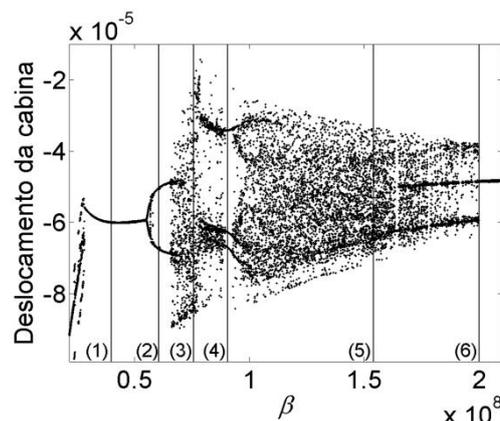


Figura 5.6 - Diagrama de bifurcação para o parâmetro  $\beta$ , de  $2.15 \times 10^7$  até  $2.1 \times 10^8$ . As faixas de valores representados são: (1)  $\beta = 3.98 \times 10^7$ , (2)  $\beta = 6.045 \times 10^7$ , (3)  $\beta = 7.578 \times 10^7$ , (4)  $\beta = 9.06 \times 10^7$ , (5)  $\beta = 1.54 \times 10^8$  e (6)  $\beta = 2 \times 10^8$

O espaço de estados da Eq.(3.15) possui seis dimensões, conseqüentemente o sistema apresenta seis expoentes de Lyapunov, dos quais um deles é sempre igual a zero. Com respeito aos outros cinco expoentes, quando o expoente máximo é menor do que zero, o sistema é considerado com órbita periódica estável. Para órbitas caóticas, o expoente máximo de Lyapunov apresenta valores positivos. A Figura (5.7) mostra o expoente máximo de Lyapunov em função do parâmetro  $\beta$ , calculado utilizando-se o algoritmo de Wolf *et al.* (1985). É possível observar a correspondência entre o expoente máximo de Lyapunov, apresentado na Figura (5.7), e o diagrama de bifurcação, Figura (5.6).

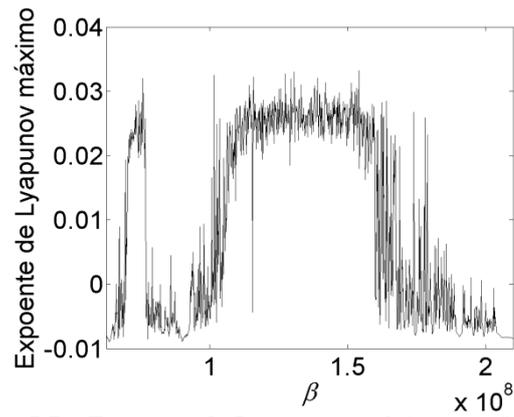


Figura 5.7 – Exponente de Lyapunov máximo em função de  $\beta$

Na Figura (5.8) são apresentados os resultados da dimensão Kaplan-Yorke de dois possíveis atratores da dinâmica da cabina. A dimensão do atrator caótico é sempre entre 2 e 3, isto é, a topologia do atrator é mais complicada do que um ciclo limite e menos complicada do que um objeto de três dimensões (Sharma *et al.* 2012).

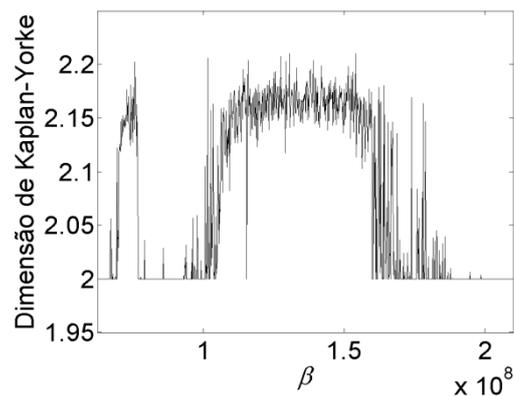


Figura 5.8 – Dimensão de Kaplan-Yorke em função de  $\beta$

A dimensão de Kaplan-Yorke (Kaplan e Yorke, 1979) foi calculada como:

$$D_{KY} = m + \frac{\sum_{i=1}^m \lambda_i}{\lambda_{m+1}} \quad (5.10)$$

em que  $m < n$  é o maior índice para que  $\sum_{i=1}^m \lambda_i > 0$  seja válido.

A Figura (5.9) mostra a resposta do sistema para o primeiro valor do parâmetro  $\beta=3.98 \times 10^7$ . O sistema apresenta resposta periódica, observada no histórico do deslocamento e plano de Fase, Figuras (5.9a) e (5.9b), respectivamente. Na Figura (5.9c) é possível perceber a contribuição de cada frequência na amplitude do movimento do sistema, com a presença de picos bem definidos, assim como a presença das superharmônicas. A Figura (5.9d) mostra o Mapa de Poincaré com apenas um ponto de intersecção, confirmando o comportamento periódico da cabina para o valor de  $\beta$  escolhido.

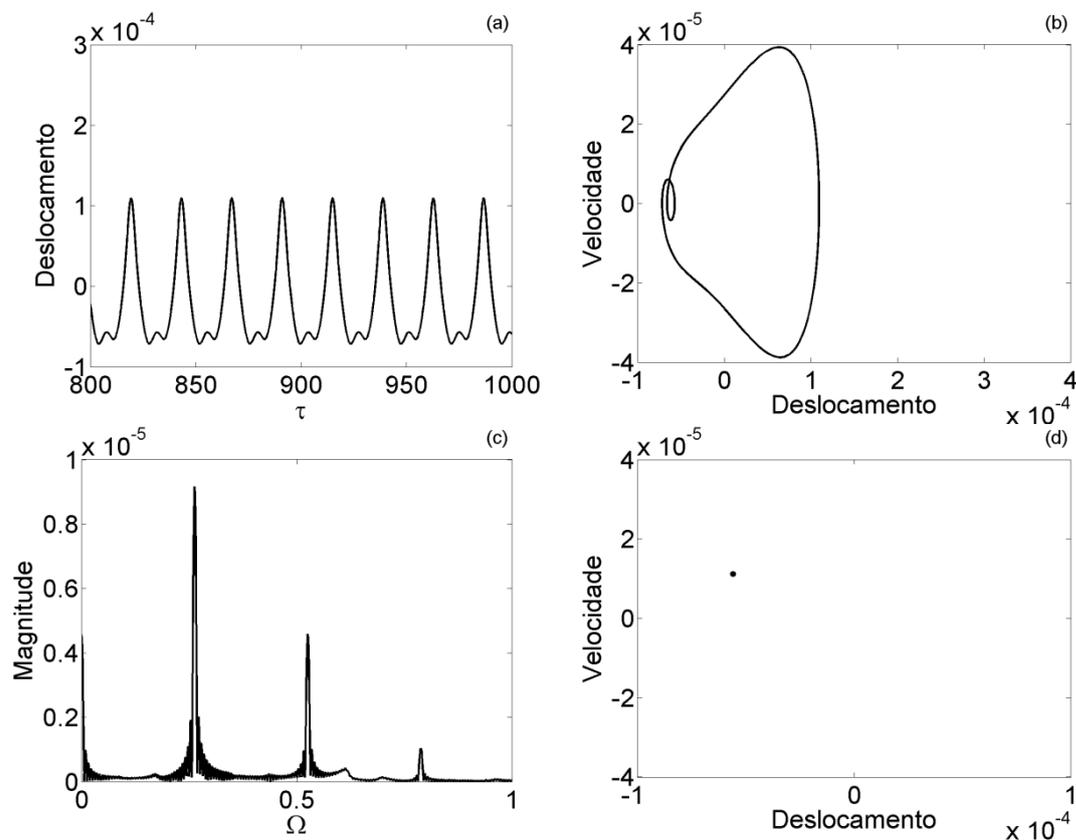


Figura 5.9 - Resposta para o primeiro valor do parâmetro  $\beta=3.98 \times 10^7$ : (a) Histórico do deslocamento, (b) Plano de Fase, (c) FFT e (d) Mapa de Poincaré

A Figura (5.10) mostra a resposta do sistema para o segundo valor do parâmetro  $\beta=6.045 \times 10^7$ . O sistema apresenta resposta periódica, de período dois, observada no histórico do deslocamento e plano de Fase, Figuras (5.10a) e (5.10b), respectivamente. Na Figura (5.10c) é possível perceber a contribuição de cada frequência na amplitude do movimento do sistema, com a presença de picos bem definidos, assim como a presença das subharmônicas e superharmônicas. A Figura (5.10d) mostra o Mapa de Poincaré com dois pontos de intersecção, confirmando o comportamento periódico de período dois da cabina para o valor de  $\beta$  escolhido.

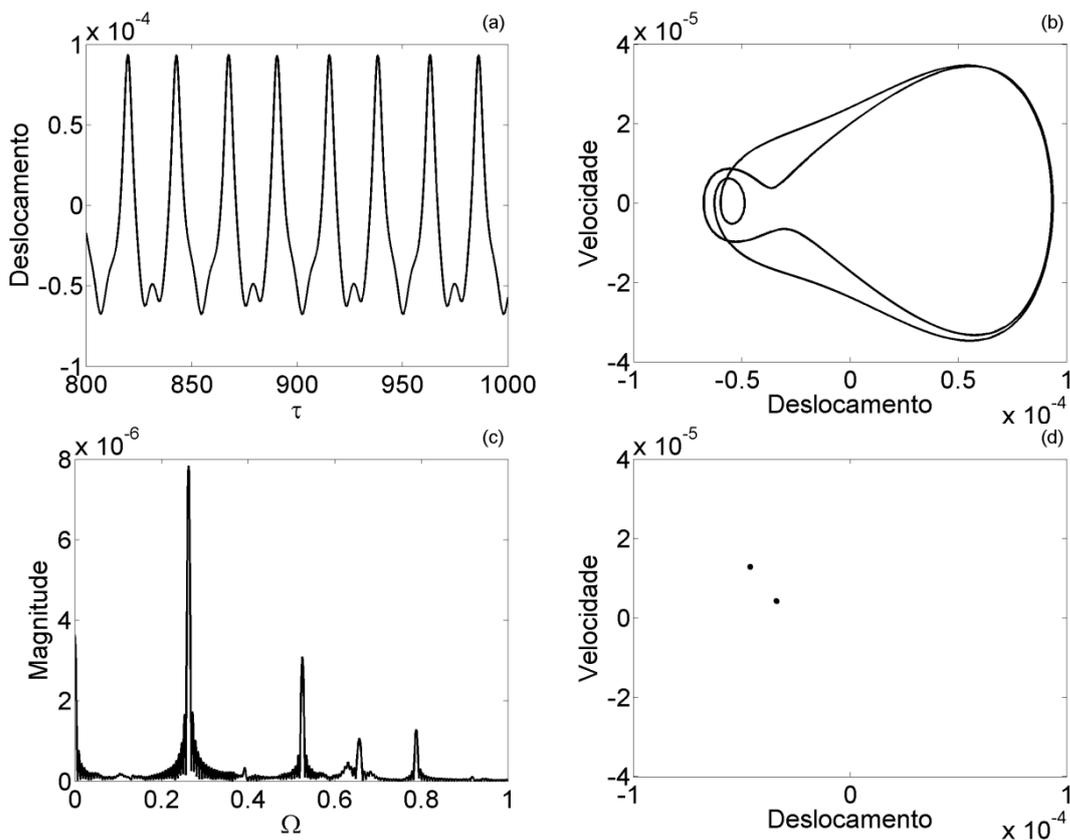


Figura 5.10- Resposta para o segundo valor do parâmetro  $\beta=6.045 \times 10^7$ : (a) Histórico do deslocamento, (b) Plano de Fase, (c) FFT e (d) Mapa de Poincaré

A Figura (5.11) mostra a resposta do sistema para o terceiro valor do parâmetro  $\beta=7.578 \times 10^7$ . O sistema não apresenta um padrão de repetição em sua oscilação, observado no histórico do deslocamento (5.11a). No plano de fase, Figura (5.11b), é possível observar a ausência de uma órbita periódica bem definida. O espectro de frequência, apresentando a contribuição que cada razão de frequência tem na amplitude do sistema, é contínuo e não apresenta picos bem definidos, Figura (5.11c). No mapa de Poincaré, Figura (5.11d), é possível perceber a presença de um atrator estranho. A dinâmica observada na Figura (5.11) é um indicio de que para  $\beta=7.578 \times 10^7$  a cabina do elevador apresenta comportamento caótico.

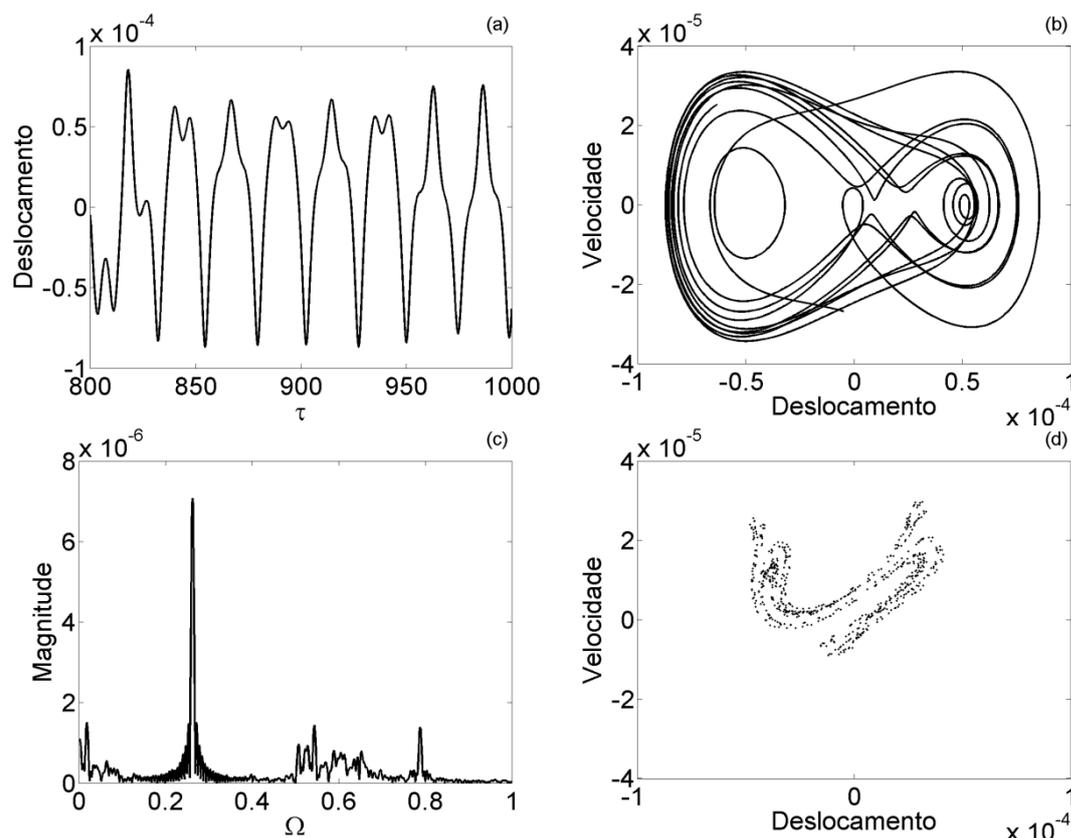
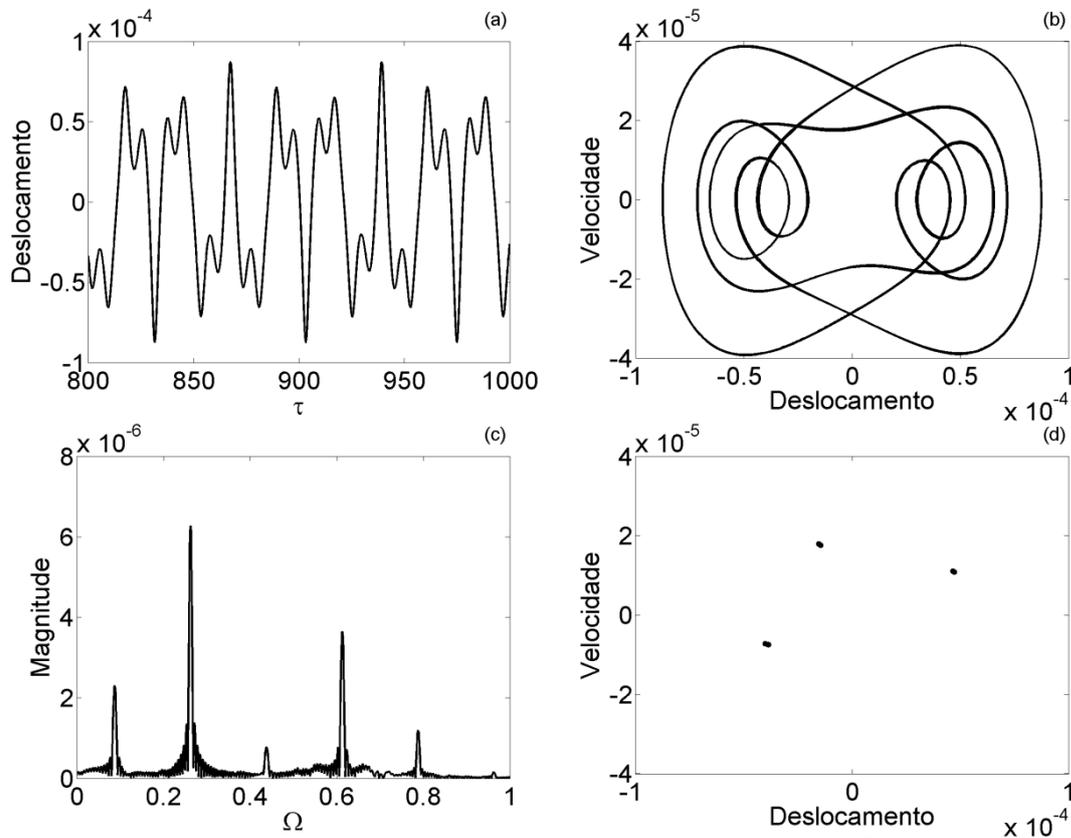


Figura 5.11- Resposta para o terceiro valor do parâmetro  $\beta=7.578 \times 10^7$ : (a) Histórico do deslocamento, (b) Plano de Fase, (c) FFT e (d) Mapa de Poincaré

A Figura (5.12) mostra a resposta do sistema para o quarto valor do parâmetro  $\beta=9.06 \times 10^7$ . O sistema apresenta resposta periódica, de período três, observada no histórico do deslocamento e plano de Fase, Figuras (5.12a) e (5.12b), respectivamente. Na Figura (5.12c) é possível perceber a contribuição de cada frequência na amplitude do movimento do sistema, com a presença de picos bem definidos, assim como a presença das subharmônica e superharmônicas. A Figura (5.12d) mostra o Mapa de Poincaré com três pontos de intersecção, confirmando o comportamento periódico, de período dois, da cabina para o valor de  $\beta$  escolhido.



**Figura 5.12 - Resposta para o quarto valor do parâmetro  $\beta=9.06 \times 10^7$ : (a) Histórico do deslocamento, (b) Plano de Fase, (c) FFT e (d) Mapa de Poincaré**

A Figura (5.13) mostra a resposta do sistema para o quinto valor do parâmetro  $\beta=1.54 \times 10^7$ . O sistema não apresenta um padrão de repetição em sua oscilação, observado no histórico do deslocamento (5.13a). No plano de fase, Figura (5.13b), é possível observar a ausência de uma órbita periódica bem definida. O espectro de frequência, apresentando a contribuição que cada razão de frequência tem na amplitude do sistema, é contínuo e não apresenta picos bem definidos, Figura (5.13c). No mapa de Poincaré, Figura (5.13d), é possível perceber a presença de um atrator estranho. A dinâmica observada na Figura (5.13) é um indício de que para  $\beta=1.54 \times 10^8$  a cabina do elevador apresenta comportamento caótico.

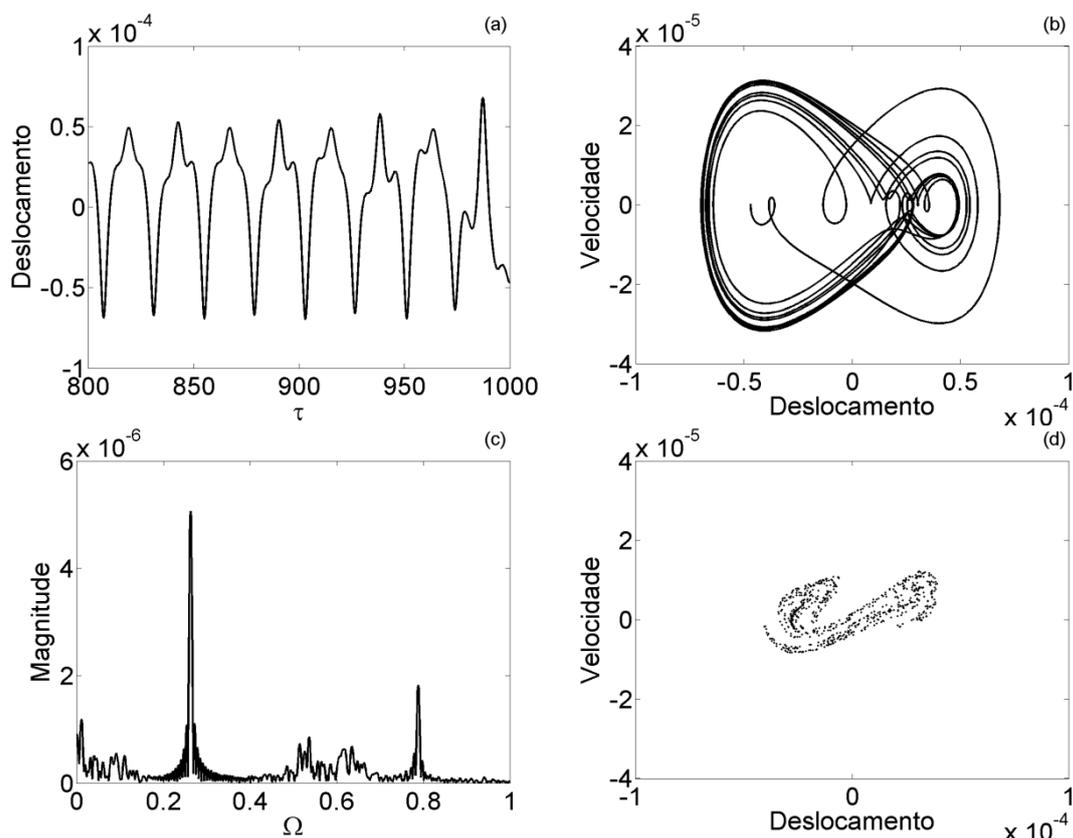
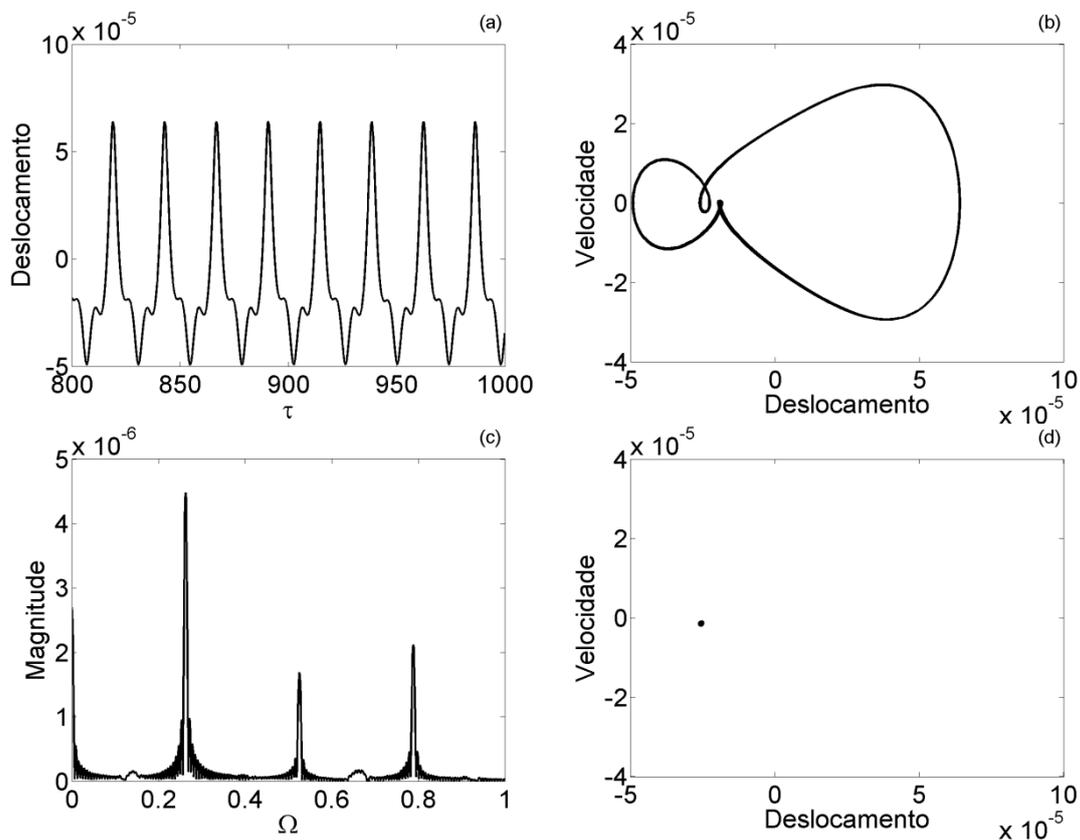


Figura 5.13 - Resposta para o quinto valor do parâmetro  $\beta=1.54 \times 10^8$ : (a) Histórico do deslocamento, (b) Plano de Fase, (c) FFT e (d) Mapa de Poincaré

A Figura (5.14) mostra a resposta do sistema para o sexto valor do parâmetro  $\beta=2 \times 10^8$ . O sistema apresenta resposta periódica, período um, observado no histórico do deslocamento e plano de Fase, Figuras (5.12a) e (5.12b), respectivamente. Na Figura (5.12c) é possível perceber a contribuição de cada frequência na amplitude do movimento do sistema, com a presença de picos bem definidos, assim como a presença das superharmônicas. A Figura (5.12d) mostra o Mapa de Poincaré com dois pontos de intersecção, confirmando o comportamento periódico de período dois da cabina para o valor de  $\beta$  escolhido.



**Figura 5.14 - Resposta para o sexto valor do parâmetro  $\beta=2 \times 10^8$ : (a) Histórico do deslocamento, (b) Plano de Fase, (c) FFT e (d) Mapa de Poincaré**

Foi possível observar nas Figuras (5.09 – 5.14) que o comportamento dinâmico da cabina do elevador muda conforme o valor do parâmetro  $\beta$  é alterado, ou seja, com a mudança do comprimento do cabo de tração e, conseqüentemente, sua rigidez (Tabela

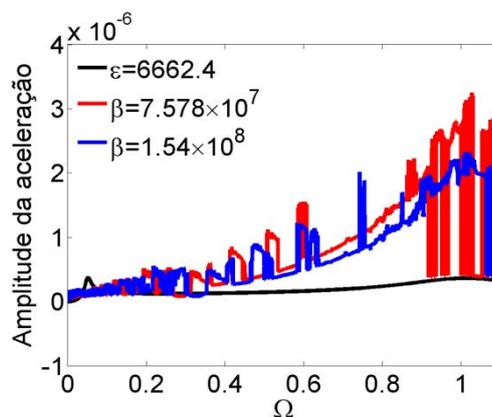
5.3). Esta mudança de comportamento, de periódico a caótico, pode causar consequências prejudiciais à qualidade de conforto dos passageiros durante o movimento do elevador. A seguir, a influência da adição da mola não linear na aceleração da cabina será analisada, assim como a aplicação do projeto de controle apresentado no capítulo 4.

**Tabela 5.3 – Comportamentos dinâmicos apresentados pela cabina em relação à  $\beta$**

Valor de $\beta$	Comportamento dinâmico da cabina
$3.98 \times 10^7$	periódico
$6.045 \times 10^7$	periódico
$7.578 \times 10^7$	caótico
$9.06 \times 10^7$	periódico
$1.54 \times 10^8$	caótico
$2 \times 10^8$	periódico

#### 5.4 Aplicação do controle SDRE

A Figura (5.15) apresenta a curva da resposta da amplitude máxima da aceleração da cabina para os sistemas linear e não linear, este último utilizando dois valores distintos para o parâmetro  $\beta$  de modo que o sistema apresente comportamento caótico, em função da razão de frequência  $\Omega$ . É possível perceber que, para os sistemas não lineares (azul e vermelho), as amplitudes máximas da aceleração da cabina tornam-se maiores, em relação ao sistema linear (preto), principalmente após a razão de frequência  $\Omega$  assumir valores maiores do que 0.09. Portanto, a introdução de um controlador ativo com objetivo de diminuir as amplitudes de aceleração da cabina torna-se essencial para a melhora da qualidade de conforto dos passageiros durante o movimento do elevador.



**Figura 5.15 – Curvas de amplitude máxima da aceleração  $\times$  razão de frequência: sistema linear (preto) e não linear (vermelho e azul)**

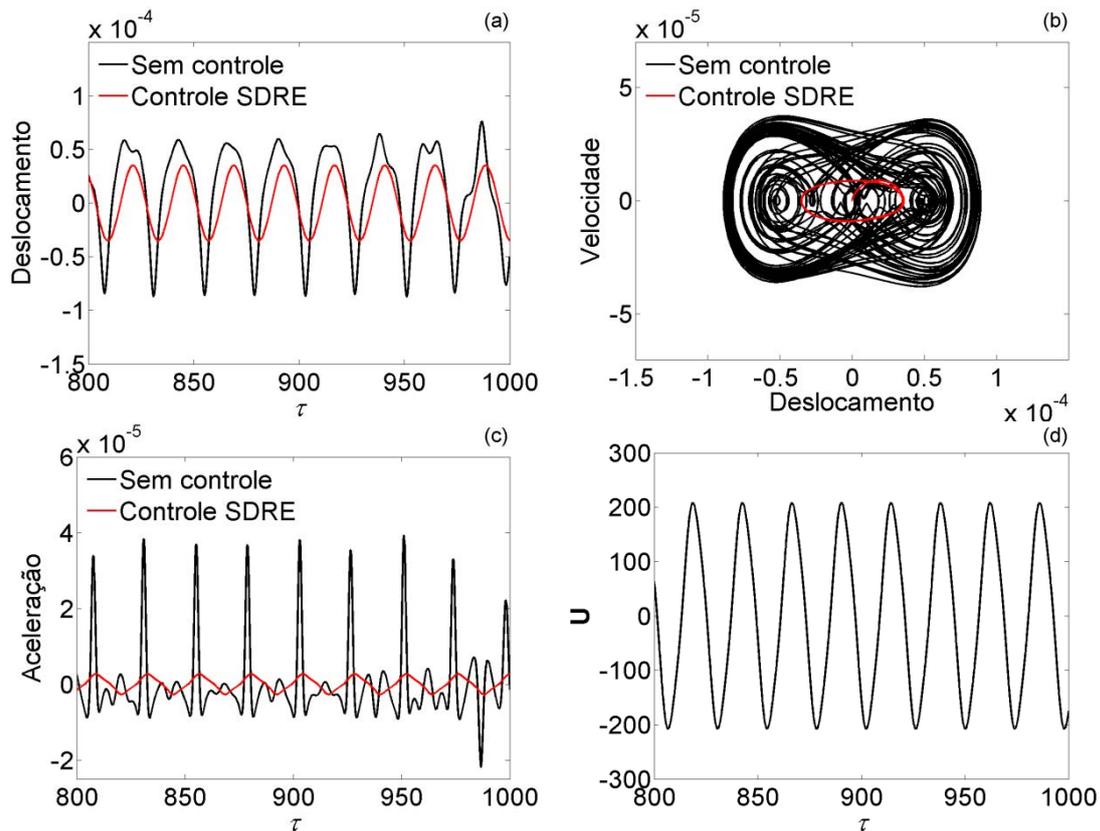
O sinal do controle  $U$  é determinado utilizando as matrizes  $A$  e  $B$ , Eqs.(4.3) e (4.4), respectivamente e, definindo as matrizes positivas definidas  $R$  e  $Q$ . Sejam:

$$R = 10^{-3} \quad (5.11)$$

$$Q = 10^7 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 10000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

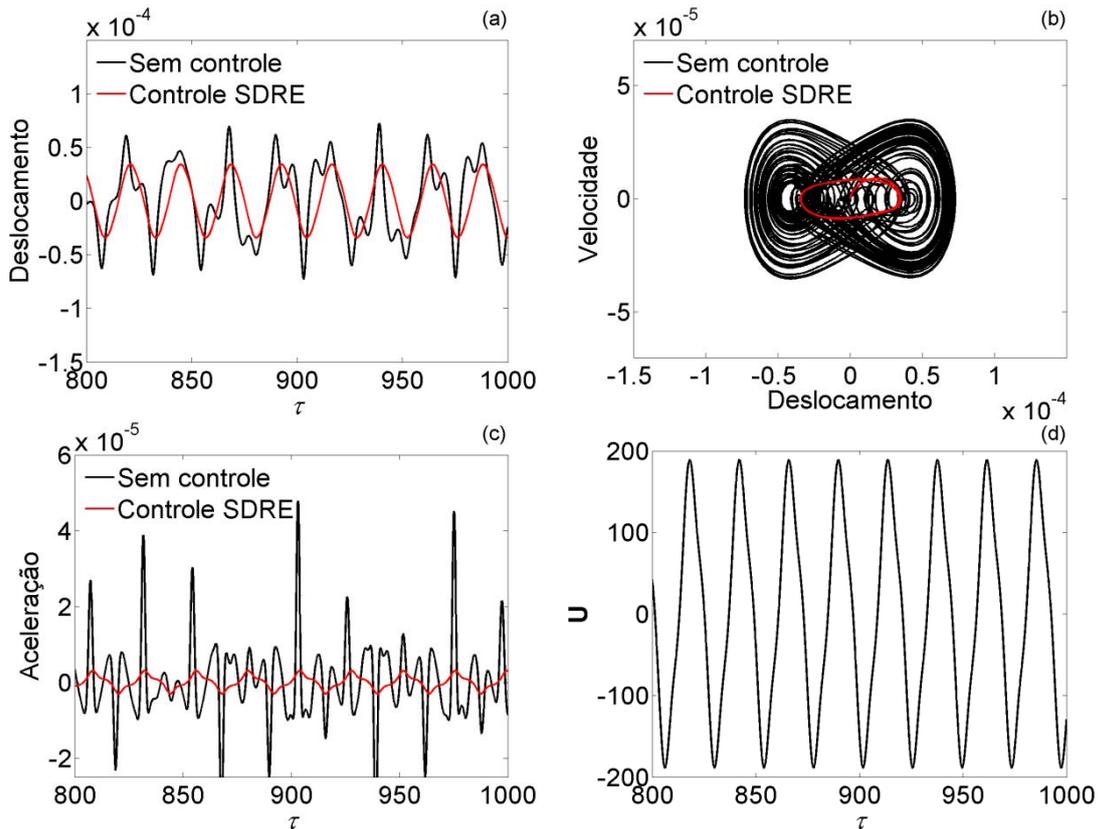
As Figuras (5.16) e (5.17) mostram a comparação entre as respostas do sistema com e sem a utilização do controle SDRE, para os casos em que  $\beta=7.578 \times 10^7$  e  $\beta=1.54 \times 10^7$ , respectivamente.

Na Figura (5.16) é possível observar que o controle utilizando a estratégia SDRE reduz a amplitude de oscilação da cabina, Fig. (5.16a). O sistema é transportado de uma órbita caótica para uma órbita periódica, Fig. (5.1b). O valor médio eficaz (RMS) da magnitude do pico da aceleração foi reduzido em 62.09%, Fig. (5.16c). A variação do sinal de controle utilizado é apresentada na Figura (5.16d).



**Figura 5.16 – Comparação entre as respostas dinâmicas da cabina do sistema não controlado (preto) e controlado utilizando a estratégia SDRE (vermelho) para  $\beta=7.578 \times 10^7$ : (a) histórico do deslocamento, (b) plano de fase, (c) histórico da aceleração e (d) sinal utilizado para o controle SDRE**

Na Figura (5.17) é possível observar que o controle utilizando a estratégia SDRE reduz a amplitude de oscilação da cabina, Fig. (5.17a). O sistema é transportado de uma órbita caótica para uma órbita periódica, Fig. (5.17b). O valor médio eficaz (RMS) da magnitude do pico da aceleração foi reduzido em 55,01%, Fig. (5.17c). A variação do sinal de controle utilizado é apresentada na Figura (5.17d).



**Figura 5.17 - Comparação entre as respostas dinâmicas da cabina do sistema não controlado (preto) e controlado utilizando a estratégia SDRE (vermelho) para  $\beta=1.54 \times 10^7$ : (a) histórico do deslocamento, (b) plano de fase, (c) histórico da aceleração e (d) sinal utilizado para o controle SDRE**

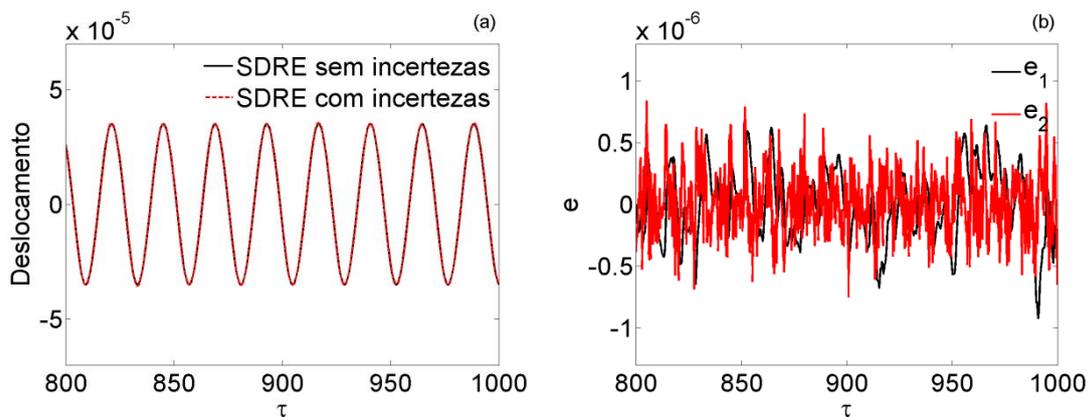
Nos casos apresentados nas Figuras (5.10d) e (5.11d), o sinal do controle possui valores muito pequenos em comparação com o valor da massa da cabina a ser controlada. Portanto, o controlador pode ser considerado como um atuador magneto reológico, pneumático, hidráulico, ou até mesmo, um atuador eletromagnético.

## 5.5 Sistema controlado na presença de erros paramétricos e ruídos no sinal de entrada

O projeto de controle baseado nos parâmetros do modelo matemático normalmente não representa a dinâmica real do problema a ser estudado (Tusset *et al.*, 2015). Conseqüentemente, o projeto de controle não pode operar conforme requerido quando aplicado em processos reais, pois os parâmetros utilizados no controle podem conter incertezas paramétricas. As incertezas paramétricas são associadas com as discrepâncias entre os valores reais dos sistemas físicos e os parâmetros de entrada do modelo utilizados na análise. Para resolver esta questão, muitas pesquisas têm focado em incorporar as

incertezas associadas às estruturas reais nos modelos matemáticos utilizados em simulações numéricas, conseguindo assim, melhores previsões do comportamento dos sistemas (Triguero *et al.*, 2013). Para considerar os efeitos das incertezas paramétricas no desempenho do controle, os parâmetros  $\delta$ ,  $\zeta$ ,  $\alpha$ ,  $\eta$ ,  $\beta$ ,  $\sigma$ ,  $\gamma$ ,  $\kappa$  e  $\chi$ , utilizados nas matrizes de variáveis de estados  $A(x)$  e de ganhos do controlador  $B(x)$  e, no vetor que representa as perturbações externas  $G(\tau)$ , serão considerados como parâmetros possuindo seus valores fixos somado a um erro aleatório de  $\pm 20\%$  de seu valor. Esta estratégia é similar às utilizadas nos trabalhos de Nozaki *et al.*, (2013), Balthazar *et al.*, (2013, 2014a,b) e Tusset *et al.*, (2013,2015).

As Figuras (5.18), (5.19) e (5.10) apresentam a robustez do controle em manter o sistema em uma órbita periódica próxima à órbita obtida utilizando o controle SDRE sem considerar as incertezas nos parâmetros ou ruídos no sinal de entrada (seção 5.4), para incertezas em  $A(x)$ ;  $A(x)$  e  $G(\tau)$ ; e  $A(x)$ ,  $G(\tau)$  e  $B$ , respectivamente, utilizando  $\beta=7.578 \times 10^7$ . Os desvios das trajetórias foram obtidos utilizando  $x$  e  $\dot{x}$ , que representam, respectivamente, a trajetória controlada sem e com incertezas nos parâmetros.



**Figura 5.18 – Incertezas nos parâmetros em  $A(x)$  para  $\beta=7.578 \times 10^7$ : (a) deslocamento da cabina com o controle SDRE com e sem incertezas e (b) erro do deslocamento (preto) e erro da velocidade (vermelho) para incertezas nos parâmetros**

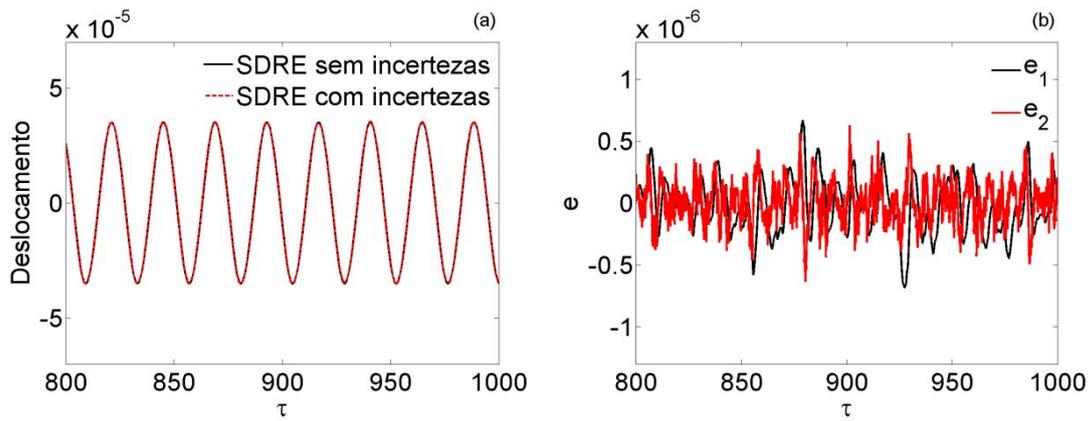


Figura 5.19 - Incertezas nos parâmetros em  $A(x)$  e  $G(\tau)$  para  $\beta=7.578 \times 10^7$ : (a) deslocamento da cabina com o controle SDRE com e sem incertezas e (b) erro do deslocamento (preto) e erro da velocidade (vermelho) para incertezas nos parâmetros

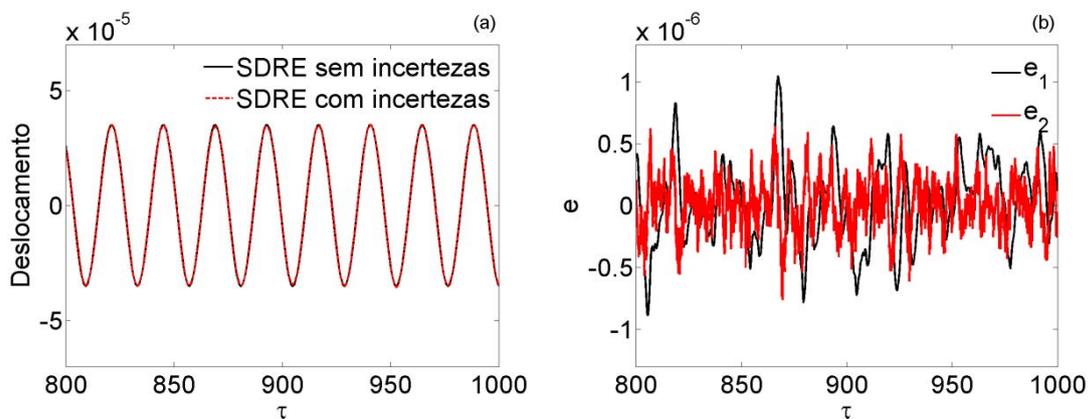


Figura 5.20 - Incertezas nos parâmetros em  $A(x)$ ,  $G(\tau)$  e  $B$  para  $\beta=7.578 \times 10^7$ : (a) deslocamento da cabina com o controle SDRE com e sem incertezas e (b) erro do deslocamento (preto) e erro da velocidade (vermelho) para incertezas nos parâmetros

A robustez do controlador para o atrator estranho é apresentada nas Figuras (5.19), (5.20) e (5.21), levando em consideração incertezas em  $A(x)$ ;  $A(x)$  e  $G(\tau)$ ; e  $A(x)$ ,  $G(\tau)$  e  $B$ , respectivamente, para  $\beta=1.54 \times 10^7$ .

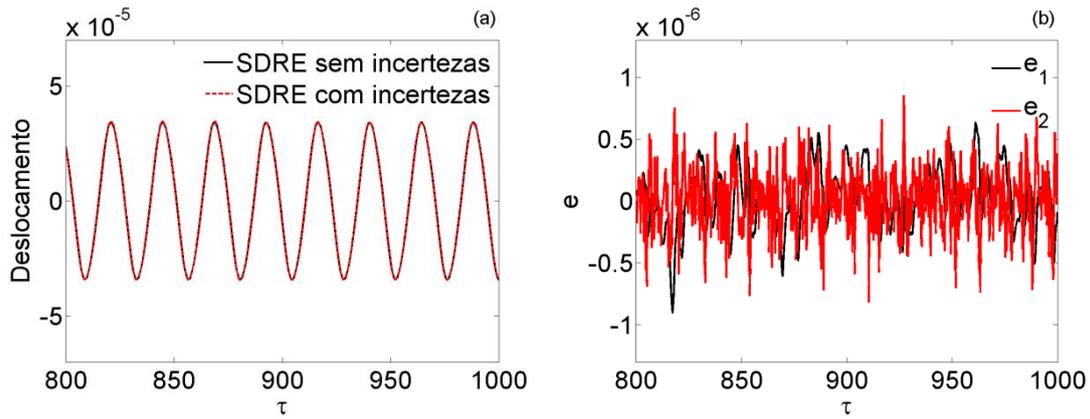


Figura 5.21 - Incertezas nos parâmetros em  $A(x)$  para  $\beta=1.54 \times 10^8$ : (a) deslocamento da cabina com o controle SDRE com e sem incertezas e (b) erro do deslocamento (preto) e erro da velocidade (vermelho) para incertezas nos parâmetros

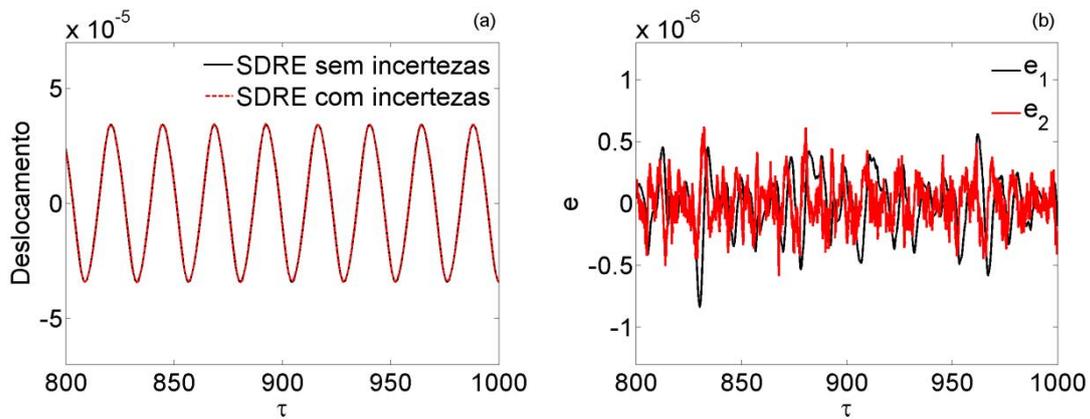


Figura 5.22 - Incertezas nos parâmetros em  $A(x)$  e  $G(\tau)$  para  $\beta=1.54 \times 10^7$ : (a) deslocamento da cabina com o controle SDRE com e sem incertezas e (b) erro do deslocamento (preto) e erro da velocidade (vermelho) para incertezas nos parâmetros

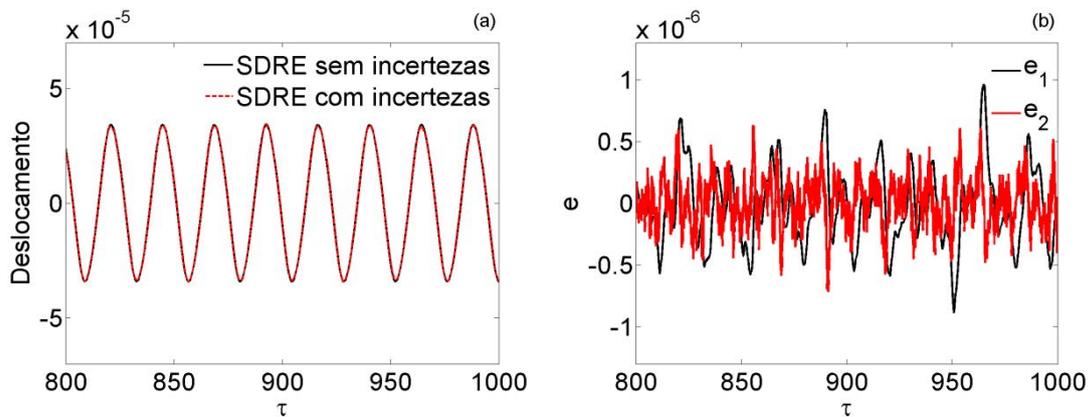


Figura 5.23 - Incertezas nos parâmetros em  $A(x)$ ,  $G(\tau)$  e  $B$  para  $\beta=7.7578 \times 10^7$ : (a) deslocamento da cabina com o controle SDRE com e sem incertezas e (b) erro do deslocamento (preto) e erro da velocidade (vermelho) para incertezas nos parâmetros

Foi possível perceber que o controle proposto utilizando a estratégia SDRE, para os valores de  $\beta$  em que a cabina apresentou comportamento caótico mostrou-se bastante efetivo. Mesmo na presença de erros paramétricos e ruídos no sinal de entrada, a técnica de controle utilizada apresentou boa robustez, Figuras (2.18a – 2.23a). Os desvios dos deslocamentos e velocidades, considerando as incertezas nos parâmetros, apresentaram valores muito baixos, Figuras (2.18b – 2.23b), validando assim a utilização do controlador utilizando a estratégia SDRE em casos onde existam incertezas nos parâmetros do sistema.

## 6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresentou, por meio de simulações numéricas, a análise sobre o comportamento dinâmico horizontal, em estado estacionário com velocidade de 15 m/s, de um elevador de alta velocidade, modelado matematicamente por um sistema de três graus de liberdade excitado harmonicamente pelos trilhos de guia.

O capítulo 3 apresentou a modelagem matemática utilizando-se a formulação de Lagrange para os sistemas analisados neste trabalho, o linear e o não linear com a introdução da mola essencialmente não linear do tipo *Duffing* simulando a influência que o cabo de tração realiza sobre o sistema.

No capítulo 4 foi apresentado o projeto de controlador ativo utilizando a estratégia SDRE, com o objetivo de diminuir a magnitude dos picos de deslocamento e aceleração da cabina do elevador, contribuindo preventivamente na integridade dos componentes do elevador e no nível de conforto dos passageiros, respectivamente. Para isto, foi introduzido no sistema um controlador ativo paralelo à mola da suspensão.

O capítulo 5 apresentou as análises realizadas através de simulações numéricas dos sistemas estudados neste trabalho. As análises foram realizadas utilizando como metodologia: reposta de amplitude de descolamento na frequência, amplitude de aceleração na frequência, histórico do deslocamento, plano de fase, diagrama de bifurcação, mapa de Poincaré, espectros de frequência (FFT), expoentes de Lyapunov e dimensão de Kaplan-Yorke.

Para a região de interesse de operação do elevador, com velocidade de estado estacionário de 15 m/s, a cabina tem amplitudes de oscilações e acelerações menores do que os sistemas de suspensão. O modelo linear, não levando em conta a influência do cabo de tração no comportamento dinâmico do sistema, apresentou comportamento com órbitas periódicas bem definidas.

Em relação ao modelo não linear, foi possível perceber que a resposta dinâmica do sistema é altamente influenciada pelo termo não linear da mola do tipo *Duffing*. O sistema mostrou diferentes respostas qualitativas, apresentando comportamento periódico ou caótico, dependendo do valor do termo não linear da mola tipo *Duffing*. Para a faixa de valores de parâmetros escolhidos, foi demonstrada a importância do modelo não linear, relevante para a compreensão da dinâmica do sistema estudado neste trabalho.

Com a introdução do controle ativo, utilizando a equação de Ricatti Dependente de Estados (SDRE) como estratégia de controle, foi possível perceber a redução na amplitude de oscilação da cabina, mesmo considerando a influência de erros paramétricos e ruídos no sinal de entrada, transportando a dinâmica do sistema para órbitas periódicas, contribuindo preventivamente na integridade dos componentes do elevador, assim como, a redução da magnitude dos picos de aceleração, garantindo um melhor nível de conforto aos passageiros durante o movimento do elevador.

#### **Como trabalhos futuros podem ser efetuados:**

-A verificação da contribuição do termo não linear da mola do tipo *Duffing* quando este é considerado negativo, ou seja, mola mole (*soft spring*), e comparar os resultados obtidos com o deste trabalho, que utiliza o termo não linear da mola do tipo *Duffing* como sendo positivo, ou mola dura (*hard spring*). Na presença de caos será pesquisada a coexistência de atratores e suas respectivas bacias de atração;

-Implementação de outras técnicas de controle, assim como a comparação de seus resultados com a estratégia de controle SDRE;

-Comparação e validação dos resultados obtidos neste trabalho, por meio de simulações computacionais, através de resultados experimentais;

-O acoplamento do movimento horizontal, estudado neste trabalho, ao movimento vertical do elevador.

-Busca de uma solução analítica aproximada através do uso do método Balanço Harmônica ou método das perturbações, e comparação com os resultados numéricos obtidos através das simulações numéricas realizadas neste trabalho.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 13994: 2000: Elevadores de passageiros – Elevadores para transporte de pessoa portadora de deficiência. Rio de Janeiro: ABNT, 2000. 15p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5666: 1977: Elevadores elétricos: Terminologia. Rio de Janeiro: ABNT, 1977. 6p.
- ARRASATE, X., KACZMARCZYK, S., ALMANDOZ, G., ABETE, J.M., The modeling, simulation and experimental testing of the dynamic responses of an elevator system, *Mechanical Systems and Signal Processing* (42), 258-282, 2014.
- BALTHAZAR, J.M., BASSINELO, D.G., TUSSET, A.M., BUENO, A.M., PONTES JUNIOR, B.R., Nonlinear control in an electromechanical transducer with chaotic behavior, *Meccanica*, 1-9, 2014a.
- BALTHAZAR, J.M., TUSSET, A.M., BUENO, A.M., Nonlinear tm-afm control considering parametric errors in the control signal evaluation, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics (Warsaw)* (52), 93-106, 2014b.
- BARNEY, G., 2002, Vertical Transportation in Tall Buildings, In: CISBE National Technical Conference, 18 June 2002.
- CHEN, Y., ZHU, W., Dynamics and Control of Elevator System, Under Graduate Poster Competition, Mechanical Engineering Department, University of Maryland, Baltimore County, 2004.
- CHI, R.M., SHU, H.T., Longitudinal vibration of a hoist rope coupled with vertical vibration of an elevator car, *Journal of Sound and Vibration* (148), 154-159, 1991.
- CRAIG, R.R., *Structural Dynamics*, CANADA: John Willey & Sons, 1981.
- ÇIMEN, T., Systematic and effective design of nonlinear feedback controllers via the state-dependent riccati equation (sdre) method, *Annual Reviews in Control* (34), 32-51, 2010.
- FENG, Y., ZANG, J., ZHAO, Y., Modeling and Robust Control of Horizontal Vibrations for High-speed Elevator, *Journal of Vibration and Control* (15), 1375-1396, 2009.

- FORTUNE, J., Mega-High Rise elevating, In: Proceedings of ELEVCON '97 Shanghai, China, Abril/Maio de 1997, 11-20, 1997
- FU, W.J., LIAO, X, B., ZHU, C.M., Structural optimization to suppress elevator horizontal vibration using virtual prototype, *Journal of System Simulation* (17), 1500-1504, 2005.
- FUNAI, K., KATAYAMA, H., HIGAKI, J., UTSUNOMIYA, K., NAKASHIMA, S., The Development of Active Vibration Dampers for Super High-Speed Elevators, *Proceedings of Elevcon 2004, the 14<sup>th</sup> International Congress on Vertical Transportation Technologies*, held 27-29 April 2004 in Istanbul, Turkey, 2004.
- FUNDAÇÃO PARA O DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO, Manual de uso e conservação de elevadores em escolas, São Paulo: Fundação para o Desenvolvimento da Educação, 2009, 32p, 2009.
- GRAY, E.D., *From Ascending Rooms to Express Elevators: A History of the Passenger Elevator in the 19<sup>th</sup> Century*, USA: Elevator World, Inc, 2002
- KACZMARCZYK, S., IWANKIEWICZ, R., Dynamic response of an elevator car due to stochastic rail excitation, *Proc. Estonian Acad. Sci. Phys. Math* (55), 58-67, 2006.
- KACZMARCZYK, S., IWANKIEWICZ, R., TERUMICHI, Y., The dynamic behavior of a non-stationary elevator compensating rope system under harmonic and stochastic excitations, *Journal of Physics: Conference Series* (181), 012047, 2009.
- KACZMARCZYK, S., OSTACHOWICZ, W., Transient vibration phenomena in deep mine hoisting cables. Part 1: Mathematical model, *Journal of Sound and Vibration* (262), 219-244, 2003.
- KAPLAN, J.L., YORKE, J.A., Chaotic behavior of multidimensional difference equations, In: *Functional Differential equations and approximation of fixed points*, 204-207, 1979.
- KOVACIC, I., BRENNAN, M.J., *The Duffing Equation: Nonlinear Oscillators and their Behaviours*, John Willey & Sons, 2011.
- LANDALUZE, J., PORTILLA, I., PAGALDAY, A., MARTÍNEZ, R., REYERO, R., Application of active noise control to an elevator cabin, *Control Engineering Practice* (11), 1423-1431, 2003.

- LÓPEZ, S.M.R., Desenvolvimento de um Sistema de Controle para Suspensões Ativas de Elevadores de Alto Desempenho. 2007, N.f. 120. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, Brasil, 2007.
- LÓPEZ, S.M.R., PERONDI, E.A. Desarrollo de un controlador para un sistema de suspensión activa para elevadores de alto desempeño, 8vo. Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, Cuzco, Perú, Oct. 2007, 2007.
- LÓPEZ, S.M.R., PERONDI, E.A., SOBRINHO, M.R.S., Adaptive Control for an Active Suspension of an Elevator, In: ABCM Symposium Series in Mechatronics (4), 62-71, 2010.
- MEIROVITCH, L. Methods of Analytical Dynamics. USA: McGraw – Hill, 1970.
- MINORSKY, N., Problems of anti-rolling stabilization of ships by the activated tank method, American Society of Naval Engineers (47), 87-119, 1962.
- MITSUI, N., NARA, T., Analysis of horizontal quaking of high-speed elevators, Hitachi Review, 20(8), 10-17, 1971.
- MUNAKATA, T., KOHARA, H., TAKAI, K., SEKIMOTO, Y., The world's fastest elevator, Elevator World (51), 97-101, 2003.
- MRACEK, C.P., Sdre autopilot for dual controlled missiles, In: Automatic Control in Aerospace (17), 750-755, 2007.
- NAI, K., FORSYTHE, W., GOODALL, R.M., Vibration Reduction Technics for High Speed Passengers Elevators, Proceedings of the Third IEE Conference on Control Applications (2), 965-970, 1994.
- NAYFEH, A.H., Introduction to Perturbation Techniques, John Willey and Sons, 1993
- NOGUCHI, N., ARAKAWA, A., MIYATA, K., YOSHIMURA, T., SHIN, S., Study on Active Vibration Control for High-Speed Elevators, Journal of System Design and Dynamics (5), 165-179, 2011.
- NOZAKI, R., BALTHAZAR, J.M., TUSSET, A.M., PONTES, B.R., BUENO, A.M., Nonlinear control system applied to atomic force microscope including parametric errors, Journal of Control, Automation and Electrical Systems (24), 223-231, 2013.
- OGATA, K., Engenharia de Controle moderno, 3ª Ed : Prentice Hall, 1997.
- PARKER, T.S., CHUA, L.O., Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems, Springer-Verlag New York Inc, 1989.

- PEARSON, J.D., Approximation methods in optimal control I. Sub-optimal Control, International Journal of Electronics (13), 453-469, 1962.
- RAO, S.S. Vibrações Mecânicas, 4.ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.
- ROBERTS, R., Control of High-Rise/High Speed Elevators, Proceedings of the American Control Conference, June 1998, Philadelphia, 3440-3444, 1998.
- RODRIGUES, K.S., BALTHAZAR, J.M., TUSSET, A.M., PONTES, B.R., BUENO, A.M., Preventing chaotic motion in tapping-mode atomic force microscope, Journal of Control, Automation and Electrical Systems (25), 732-740, 2014.
- SAJEEB, R., MANOHAR, C.S., ROY, D., Use of particle filters in an active control algorithm for noisy nonlinear structural dynamical systems, Journal of Sound and Vibration (306), 111-135, 2007.
- SAVI, M.A., Dinâmica Não-Linear e Caos, Rio de Janeiro, Editora E-papers, 2006, 306p.
- SCHINDLER, ELEVADORES ATLAS, Manual de transporte Vertical em Edifícios, Disponível em: <<http://atlasschindler-uni.com.br/links/ManualTransporteVertical2008.pdf>>. Acesso em: 20 abr. 2014, 16:30:00;
- SHARMA, A.M., PATIDAR, V., PUROHIT, G., SUD, K.K., Effects on the bifurcation and chaos in forced duffing oscillator due to nonlinear damping, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations (17), 2254-2269, 2012.
- SHARP, R.S., CROLLA, D.A., Road Vehicles Suspension System Design - a review, Vehicles System Dynamics (16), 167-192, 1987.
- STANSBERY, D.T., CLOUTIER, J.R., Position and attitude control of a spacecraft using the state-dependent riccati equation technique, In: Proceedings of the American Control Conference (3), 1867-1871, 2000.
- THYSSENKRUPP, ELEVADORES, Disponível em: <<http://www.thyssenkruppelevadores.com.br/>>. Acesso em: 20 abr 2014, 17:00:00.
- TRIGUERO, R.C., MURUGAN, S., GALLEGO, R., FRISWELL, M.I., Robustness of optimal sensor placement under parametric uncertainty, Mechanical Systems and Signal Processing (41), 268-287, 2013.

- TUSSET, A.M., Controle ótimo aplicado em modelo de suspensão veicular não-linear controlada através de amortecedor magneto-reológico. 2008. 156 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.
- TUSSET, A.M., BALTHAZAR, J.M., BASSINELLO, D.G., PONTES JR, B.R., FELIX, J.L.P., Statements on chaos control designs, including a fractional order dynamical system, applied to a mems comb-drive actuator, *Nonlinear Dynamics* (69), 1837-1857, 2012a.
- TUSSET, A.M., BALTHAZAR, J.M., CHAVARETTE, F.R., FELIX, J.L.P., On energy transfer phenomena, in a nonlinear ideal and nonideal essential vibrating systems, coupled to a (MR) magneto-rheological damper, *Nonlinear Dynamics* (69), 1959-1880, 2012b.
- TUSSET, A.M., BALTHAZAR, J.M., FELIX, J.L.P., On elimination of chaotic behavior in a non-ideal portal frame structural system, using both passive and active controls, *Journal of Vibration and Control* (69), 803-813, 2012c.
- TUSSET, A.M., BUENO, A.M., NASCIMENTO, C.B., KASTER, M.S., BALTHAZAR, J.M., Nonlinear state estimation and control for chaos suppression in mems resonator, *Shock and Vibration* (20), 749-761, 2013.
- TUSSET, A.M., BALTHAZAR, J.M., SADO, D., FELIX, J.L.P., BRASIL, R.M.L.R.F., Chaos control and sensitivity analysis of a double pendulum arm excited by an rlc circuit based nonlinear shaker, *Journal of Sound and Vibration* (19), in press, 2015.
- UTSUNOMIYA, K., OKANAMOTO, K., YUMURA, T., Guide for elevator, Mitsubishi, patent US6,786,304B2, 2004.
- UTSUNOMIYA, K., OKANAMOTO, K., YUMURA, T., Active horizontal vibration reducing device for elevator, Mitsubishi, patent US7,007,774B2, 2006.
- VENKATESH, S.R., CHO, Y.M., KIM, J., Robust control of vertical motions in ultra-high rise elevators, *Journal of Control Engineering Practice* (10), pp. 121-132, 2002.
- WOLF, A., SWIFT, J.B., SWINNEY, H.L., VASTANO, J.A., Determining Lyapunov Exponents from a Time Series, *Physica* 16D, 285-317, 1985.

- YANG, I.H., JEONG, J.E., JEONG, U.C., KIM, J.S., OH, J.E., Improvement of noise reduction performance for a high-speed elevator using modified active noise control, *Applied Acoustics* (79), 58-68, 2014.
- ZHANG, X.G., GUO, K.J., LI, H.G., MENG, G., A new friction model for the slide guide in elevator systems: experimental and theoretical investigations, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* (222), 2177-2189, 2008.
- ZHU, W.D., TEPPONEN, L.J., Design and analysis of a scaled model of a high-rise speed elevator, *Journal of Sound and Vibration* (264), 707-731, 2003.

## 8 ANEXO

### 8.1 Súmula Curricular

A tabela 8.1 mostra as disciplinas cursadas durante o Mestrado.

**Tabela 8.1 - Disciplinas cursadas durante o Mestrado**

<b>Disciplinas</b>	<b>Ano</b>	<b>Período Letivo</b>	<b>Créditos</b>	<b>Carga Horária</b>	<b>Conceito</b>
Controle de Sistemas Dinâmicos Não-Lineares e Caóticos	2013	1� Semestre	8	120	A
Matemática Aplicada	2013	1� Semestre	8	120	A
Método dos Elementos Finitos	2013	1� Semestre	8	120	A
Pesquisa Científica	2013	1� Semestre	4	60	A
Vibra�es Mecânicas	2013	1� Semestre	8	120	A
Métodos Numéricos e Simula�o em Dinâmica Não-Linear	2013	2� Semestre	8	120	A
Modelagem de sistemas mecânicos	2013	2� Semestre	8	120	A
T�picos especiais: Projetos Mecânicos II	2013	2� Semestre	4	60	A
Dinâmica Aplicada � Sistemas Mecânicos	2014	1� Semestre	8	120	A
Vibra�es de Sistemas Mecânicos Discretos e Contínuos Sujeitos a Carregamentos Aleatórios	2014	1� Semestre	8	120	A
Controle de Estruturas Flexíveis	2014	2� Semestre	8	120	A

## **8.2 Resumo aceito em evento internacional com arbitragem**

SANTO, D.R., BALTHAZAR, J.M., PONTES JR., B.R., SILVEIRA, M., TUSSET, A.M., BRASIL, R.M.L.R.F., “NONLINEAR DYNAMICS OF A HORIZONTAL MOTIONS OF A 3-DOF MODEL OF A VERTICAL TRANSPORT SYSTEM EXCITED BY GUIDE RAILS DEFORMATIONIS”, In: ICNPAA CONGRESS: MATHEMATICAL PROBLEMS IN ENGINEERING, AEROSPACE AND SCIENCES (ICNPAA 2014), JULY 15-18, NARVIK – NORWAY.

## **8.3 Trabalho publicado em evento nacional com arbitragem**

SANTO, D.R., BALTHAZAR, J.M., PONTES JR., B.R., SILVEIRA, M., TUSSET, A.M., “DINÂMICA DO MOVIMENTO HORIZONTAL DE UM SISTEMA DE TRANSPORTE VERTICAL EXCITADO HARMONICAMENTE PELOS TRILHOS DE GUIA”, In: VIII CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA (CONEM 2014), AGOSTO 10-15, 2014, UBERLÂNDIA - MG, BRASIL.

## **8.4 Trabalho apresentado em evento regional com arbitragem**

SANTO, D.R., BALTHAZAR, J.M., SILVEIRA, M., TUSSET, A.M., PICCIRILLO, V., “HORIZONTAL NONLINEAR DYNAMICS AND CONTROL OF AN ELEVATOR CABIN HARMONICALLY EXCITED BY GUIDE RAILS DEFORMATIONS”, In: WORKSHOP ON RECENT ADVANCES IN ENGINEERING DYNAMICS (RAED 2014), DEZEMBRO 18-19, 2014, BAURU – SP, BRASIL.

## **8.5 Trabalho submetido à revista de circulação internacional**

SANTO, D.R., BALTHAZAR, J.M., SILVEIRA, M., TUSSET, A.M., PICCIRILLO, V., BRASIL, R.M.L.R.F., ON NONLINEAR HORIZONTAL DYNAMICS AND CONTROL OF LIFT SYSTEM, HARMONICALLY EXCITED BY GUIDE RAILS DEFORMATIONS, In: Journal of Vibration and Control, ISSN 1077-5463.