

FERNANDO JORGE FERREIRA CUNHA

**ANÁLISE ESTRUTURAL DE TIE-ROD PELO MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS E ATRAVÉS DE CÁLCULOS ANALÍTICOS**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. José Elias Tomazini

Guaratinguetá

2012

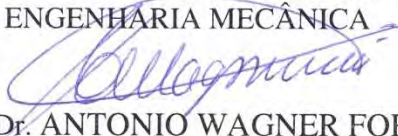
C972a	Cunha, Fernando Jorge Ferreira Análise Estrutural de Tie-Rod pelo Método dos Elementos Finitos e Através de Cálculos Analíticos / Fernando Jorge Ferreira Cunha – Guaratinguetá : [s.n], 2012. 52 f : il. Bibliografia: f. 48 Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2012. Orientador: Prof. Dr. José Elias Tomazini 1. Método dos elementos finitos 2. Flambagem (Mecânica) I. Título CDU 519.6
-------	--

**ANÁLISE ESTRUTURAL DE TIE-ROD PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS
FINITOS E ATRAVÉS DE CÁLCULOS ANALÍTICOS**

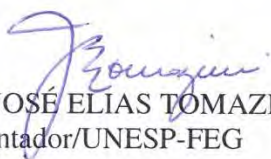
FERNANDO JORGE FERREIRA CUNHA

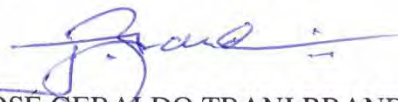
ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE
DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE “GRADUADO EM
ENGENHARIA MECÂNICA”

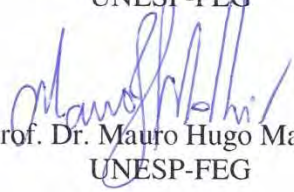
APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA


Prof. Dr. ANTONIO WAGNER FORTI
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. JOSÉ ELIAS TOMAZINI
Orientador/UNESP-FEG


Prof. Dr. JOSÉ GERALDO TRANI BRANDÃO
UNESP-FEG


Prof. Dr. Mauro Hugo Mathias
UNESP-FEG

Dezembro de 2012

DADOS CURRICULARES
FERNANDO JORGE FERREIRA CUNHA

NASCIMENTO	17/10/1983 – SÃO JOSÉ DOS CAMPOS / SP
FILIAÇÃO	Jorge Fernando Barbosa da Cunha Heloisa Helena Ferreira Cunha
1999/2002	Curso de Técnico em Mecânica Escola Técnica “Prof. Everardo Passos”
2006/2012	Curso de Graduação Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

Dedicatória

Às três pessoas que sempre me apoiaram:
minha mãe Heloisa Helena Ferreira Cunha,
meu pai Jorge Fernando Barbosa da Cunha
e minha irmã Helen Fernanda Ferreira Cunha

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus por tudo.

Agradeço também a meus pais e à minha irmã, por sempre me apoiarem e incentivarem, nas horas boas e principalmente nas horas ruins.

Sou grato ao meu professor orientador, José Elias Tomazini, por toda a atenção, disponibilidade e contribuição durante a execução deste trabalho.

Agradeço à Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, por todo o suporte e aprendizado.

Agradeço a todos os meus amigos que me apoiaram e ajudaram de alguma forma.

CUNHA, F. J. C. **Análise estrutural de Tie-Rod pelo método dos elementos finitos e através de cálculos analíticos.** 2012. 52 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

RESUMO

Atualmente uma das grandes preocupações da indústria aeronáutica é em relação à segurança e integridade da aeronave e seus equipamentos/componentes quando sob condições críticas de voo, como durante manobras de pouso/decolagem e manobras de emergência. Os engenheiros, técnicos e cientistas estão sempre desenvolvendo novas técnicas e teorias para reduzir o tempo de projeto e os testes, minimizando os custos. Cada vez mais o Método dos Elementos Finitos é empregado na análise estrutural de um projeto, além de teorias baseadas em resultados experimentais. Este trabalho teve como objetivo estimar a carga crítica para falha por tração, compressão e flambagem do Tie-Rod, um elemento de fixação aeronáutico bastante utilizado em aeronaves comerciais. A análise se deu pelo Método dos Elementos Finitos com auxílio de *software* e cálculos analíticos, com o objetivo de avaliar e comparar os resultados dos dois métodos, além de testar teorias para estudo da flambagem. Os resultados mostraram que o Método dos Elementos Finitos oferece relativa precisão e praticidade nos cálculos, indicando valores de carga crítica um pouco menores do que os encontrados analiticamente para tração e compressão. Para flambagem, o Método dos Elementos Finitos indica uma carga crítica muito semelhante à encontrada analiticamente seguindo teorias empíricas, enquanto que a teoria de Euler resulta num valor um pouco maior. O risco maior é pra falha por flambagem, porém a irregularidade geométrica das peças do Tie-Rod dificulta os cálculos, e portanto um teste prático deve ser feito antes da validação dos resultados.

PALAVRAS-CHAVE: Tie-Rod, elementos finitos, cálculo analítico, tensão, compressão, flambagem.

CUNHA, F. J. C. **Structral Analisys of Tie-Rod by finite element method and by analytical calculations.** 2012. 52 s. Monograph (Undergraduate Work in Mechanical Engineering) -Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

ABSTRACT

Currently one of the great concerns of the aeronautical industry is in relation to the security and integrity of the aircraft and its equipments / components when under critical flight maneuvers such as during landing / takeoff and emergency maneuvers. The engineers, technicians and scientists are constantly developing new techniques and theories to reduce the design time and testing, in order to minimize costs. More and more the Finite Element Method is used in the structural analysis of a project as well as theories based on experimental results. This work aimed to estimate the critical load to failure for tensile, compression and buckling of the Tie-Rod, a fixture aircraft widely used on commercial aircrafts. The analysis was performed by finite element method with the assistance of software and by analytical calculations. The results showed that the Finite Element Method provides relative accuracy and convenience in the calculations, indicating critical load values slightly lower than those found analytically for tension and compression. For buckling, the Finite Element Method indicates a critical load very similar to that found analytically following empirical theories, while Euler's theory results in a slightly higher value. The highest risk is to fail by buckling, but the geometric irregularity of Tie-Rod pieces makes difficult the calculations, therefore a practical test must be done before validation of the results.

KEYWORDS: Tie-Rod, finite elements, analytical calculation, tension, compression, buckling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Modelo em Elementos Finitos para análise de região de cabeçote de motor (ALVES FILHO, 2007).	17
Figura 2 - Coluna sujeita a compressão (BRUHN, 1973).....	19
Figura 3 - Tensão admissível para colunas sob compressão segundo análise empírica (BEER, JOHNSTON, 2008).....	21
Figura 4 - Exemplos de Tie-Rod.....	22
Figura 5 - Desenho de conjunto do Tie-Rod analisado	23
Figura 6 - Representação 3D do Tie-Rod analisado.....	24
Figura 7 – fator de concentração de tensão "k" para falha por cisalhamento (BRUHN, 1973) ..	27
Figura 8 – fator de concentração de tensão "k" para falha por tração (BRUHN, 1973)	27
Figura 9 - "k" para tração ou compressão simples de eixo ou árvore com adoçamento (SHIGLEY, 1984).....	29
Figura 10 - "k" para tração ou compressão simples de barra redonda com entalhe (SHIGLEY, 1984)	29
Figura 11 - Extremidade Haste.....	31
Figura 12 - Extremidade Garfo	31
Figura 13 - Junção Direita.....	32
Figura 14 - Junção Esquerda	32
Figura 15 – Cilindro.....	33
Figura 16 - Modelo pelo MEF pra análise do Tie-Rod	36
Figura 17 - Máxima tensão von Mises na Extremidade Haste para carga de tração.....	37
Figura 18 - Máxima tensão von Mises na Extremidade Garfo para carga de tração.....	37
Figura 19 - Máxima tensão von Mises na Junção Direita para carga de tração	38
Figura 20 - Máxima tensão von Mises na Junção Esquerda para carga de tração	38
Figura 21 - Máxima tensão von Mises no Cilindro para carga de tração.....	39
Figura 22 - Máxima tensão von Mises na Extremidade Haste para carga de compressão.....	40
Figura 23 - Máxima tensão von Mises na Extremidade Garfo para carga de compressão.....	40
Figura 24 - Máxima tensão von Mises na Junção Direita para carga de compressão	41
Figura 25 - Máxima tensão von Mises na Junção Esquerda para carga de compressão	41
Figura 26 - Máxima tensão von Mises no Cilindro para carga de compressão.....	42
Figura 27 - Resultado da análise pelo Método dos Elementos Finitos do tipo flambagem	43
Figura 28 - Comparação de valores em módulo das cargas críticas de tração e de compressão. 44	

Figura 29 - Comparação entre resultados para carga crítica de tração por cálculo analítico e pelo Método dos Elementos Finitos.....	44
Figura 30 - Comparação entre resultados para carga crítica de compressão por cálculo analítico e pelo Método dos Elementos Finitos.....	45
Figura 31 - Comparação entre resultados para carga crítica de flambagem por cálculo analítico e pelo Método dos Elementos Finitos.....	45
Figura 32 - Comparação dos resultados para carga crítica final por cálculo analítico e pelo Método dos Elementos Finitos.....	46

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Materiais, especificações e tensões admissíveis	24
Tabela 2 - Cálculo da carga crítica para tração e compressão.....	34
Tabela 3 - Cálculo da carga crítica com concentração de tensões para falha de cisalhamento ...	35
Tabela 4 - Cálculo da carga crítica com concentração de tensões pra falha de tração	35
Tabela 5- Cálculo da carga crítica para flambagem pela Teoria de Euler.....	35
Tabela 6 - Cálculo da carga crítica para flambagem por teoria experimental	36
Tabela 7 - Cálculo da carga crítica pelo Método dos Elementos Finitos para tração.....	39
Tabela 8 - Cálculo da carga crítica pelo Método dos Elementos Finitos para compressão	42

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Tema	13
1.2	Justificativa e motivação.....	13
1.3	Objetivos	13
1.4	Estrutura do trabalho	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
2.1	Elementos finitos	15
2.2	Forças axiais: tração e compressão	17
2.3	Flambagem.....	18
2.3.1	Flambagem de colunas.....	19
2.3.2	Flambagem de estruturas cilíndricas de paredes finas.....	20
3	MATERIAIS E MÉTODOS.....	22
3.1	O Tie-Rod.....	22
3.2	Análise por cálculo analítico	25
3.2.1	Tração e compressão.....	25
3.2.2	Flambagem pela teoria de Euler	30
3.2.3	Flambagem pela teoria experimental	30
3.3	Análise pelo método dos elementos finitos	30
4	RESULTADOS.....	34
4.1	Análise por cálculo analítico	34
4.1.1	Tração e compressão.....	34
4.1.2	Flambagem pela teoria de Euler	35
4.1.3	Flambagem pelas teorias experimentais	35
4.2	Análise pelo método dos elementos finitos	36
4.2.1	Tração.....	36
4.2.2	Compressão.....	39
4.2.3	Flambagem.....	43
4.2.4	Comparação de resultados	43
5	CONCLUSÃO	47
	REFERÊNCIAS	48
	BIBLIOGRAFIA CONSULTADA.....	49
	ANEXO A – Materiais e propriedades utilizados no modelo criado pelo MEF ..	50

A.1	 Materiais	50
A.2	 Propriedades.....	51

1. INTRODUÇÃO

1.1- Tema

Atualmente uma das grandes preocupações das grandes empresas aeronáuticas é em relação à segurança e integridade da aeronave e seus equipamentos/componentes quando sob condições críticas de voo, como durante manobras de pouso/decolagem e manobras de emergência. Por isso, uma das vertentes de estudo é a análise de elementos de fixação de móveis no interior da aeronave, ao longo de toda a cabine de passageiros. Outro ponto de interesse é o aumento de expertise na simulação de componentes por modelos matemáticos.

1.2- Justificativa e motivação

Cada vez mais as indústrias empregam o Método dos Elementos Finitos com auxílio de *softwares* durante a fase de projeto de seus produtos. Novas técnicas de modelagem são desenvolvidas a todo momento. Ao mesmo tempo também surgem novas teorias para o cálculo analítico, complementando ou mesmo suplantando as já existentes., como por exemplo as mais recentes teorias sobre flambagem baseadas em resultados experimentais. A abordagem destes temas na universidade costuma ser superficial, porém o engenheiro mecânico moderno precisa estar a par destas novas técnicas e teorias se pretende trabalhar nas áreas de projeto, ensaios, cálculo estrutural entre outras.

1.3- Objetivos

Este trabalho tem como objetivo a análise estrutural do elemento de fixação aeronáutico Tie-Rod, através de simulações em elementos finitos e cálculos analíticos, assim espera-se compreender melhor o comportamento do Tie-Rod sob cargas de tração e de compressão e o aprimoramento de técnicas de simulação deste componente por elementos finitos.

1.4- Estrutura do trabalho

Este trabalho é composto por cinco capítulos, detalhados a seguir.

- Capítulo 1: No primeiro capítulo são introduzidos os assuntos a serem discutidos, com uma visão geral do trabalho. São mostrados também os objetivos a serem atingidos e suas justificativas.

- Capítulo 2: No segundo capítulo é apresentada a fundamentação teórica do assunto, abordando principalmente os temas Método de Elementos Finitos e flambagem, apresentando as definições gerais e discutindo alguns artigos utilizados no trabalho.

- Capítulo 3: No terceiro capítulo é definida a metodologia utilizada na realização do trabalho.

- Capítulo 4: No quinto capítulo é apresentado o desenvolvimento do trabalho em si, com as discussões e resultados obtidos nos cálculos analíticos e nos modelos de elementos finitos.

- Capítulo 5: No sexto capítulo são feitas as considerações finais desse trabalho, apresentando as conclusões mais importantes e são indicados possíveis estudos futuros.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1- Elementos finitos

Uma grande variedade de fórmulas e tabelas está à disposição dos engenheiros e projetistas para resolução de problemas técnicos, alguns simples e outros mais complexos. Na área de Cálculo Estrutural, o objetivo é garantir que a estrutura objeto de análise não irá falhar sob as diversas condições de operação. Para tanto as teorias empregadas são normalmente obtidas da Resistência dos Materiais, que trata da resistência e da rigidez dos elementos das estruturas, apoiando-se nos Teoremas da Mecânica Geral e em particular no estudo da Estática. O sucesso dessa empreitada está não apenas condicionado ao conhecimento de um aparato matemático muitas vezes complicado, mas à capacidade que o engenheiro apresenta de entender a natureza física do fenômeno que se propõe a resolver, identificando os pontos relevantes do problema em estudo e tecendo hipóteses sobre o comportamento do sistema estrutural a ser analisado (ALVES FILHO, 2007).

Vários problemas na engenharia mecânica podem ser descritos em termos de equações diferenciais parciais, mas resolver estas equações por métodos analíticos usando as teorias clássicas é quase impossível na maioria das vezes. (BELYTSCHKO, 2007). A “solução pronta” de diversos tipos de problemas, a partir de tabelas e equações encontradas principalmente nos livros de Resistência dos Materiais é resultado do tratamento matemático clássico baseado no estudo das equações diferenciais, porém o desenvolvimento dessas soluções é bastante trabalhoso e demanda um conhecimento matemático aprofundado não muito agradável à maioria dos engenheiros, embora leve a soluções exatas. (ALVES FILHO, 2007).

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma aproximação numérica na qual as equações diferenciais parciais podem ser resolvidas aproximadamente, possibilitando a resolução de problemas complexos envolvendo análise de tensões, transferência de calor, dinâmica dos fluidos etc. utilizando simulação computacional. Por este método os sistemas são divididos em componentes individuais, ou **elementos**, conectados entre si por intermédio de pontos discretos, chamados de **nós**. A idéia por trás disso é que a partir do entendimento do comportamento de cada elemento, é possível entender o comportamento do conjunto, por mais complexo que este possa parecer. (ALVES

FILHO, 2007). É um método relativamente tão mais fácil de usar que é empregado por milhões de engenheiros em todo o mundo, bilhões de dólares são gastos anualmente no desenvolvimento de softwares que o aplicam e centenas de livros sobre ele já foram escritos. (BELYTSCHKO, 2007).

Antes de aplicar o Método dos Elementos Finitos, é necessário definir a classificação da análise a ser feita quanto à geometria, a linearidade da estrutura e a forma como as forças são aplicadas. Isso faz-se essencial por determinar as simplificações a serem feitas e, por consequência, como o método é aplicado. Quanto à geometria, uma estrutura pode ser classificada como: reticuladas ou lineares, quando as dimensões da seção transversal são muito menores que o comprimento de seu eixo; laminares ou de cascas, quando sua espessura é muito menor que as demais dimensões; e sólidas, quando não se enquadram nas definições anteriores. Quanto à linearidade, uma estrutura pode ter comportamento: linear, quando os deslocamentos resultantes do esforço aplicado são muito pequenos em relação às dimensões da estrutura e a análise pode ser feita com base na geometria inicial; ou não –linear, quando ocorre o contrário e a geometria em análise deve ser atualizada constantemente durante. Ainda, do ponto de vista do material, considera-se uma estrutura linear aquela que possui relação linear entre tensões e deformações. E quanto à forma como as forças são aplicadas, temos os seguintes tipos de análise: análise estática, quando as forças aplicadas na estrutura são suficientemente lentas; e análise dinâmica, quando da ocorrência de acelerações aplicadas na estrutura. (ALVES FILHO, 2007).



Figura 1 - Modelo em Elementos Finitos para análise de região de cabeçote de motor (ALVES FILHO, 2007).

2.2- Forças axiais: tração e compressão

Quando uma força atuando numa barra tem a direção do eixo da barra, dizemos que a barra está sob ação de uma força axial. Durante seu estudo, em determinado ponto da barra determina-se a seção transversal, perpendicular ao eixo da barra, de forma que as forças internas fiquem perpendiculares e as correspondentes tensões se tornem tensões normais. O valor médio das tensões nessa seção transversal é a razão entre o esforço normal interno "N" e a área da seção transversal "A" e é calculada pela equação (1).

$$\sigma_{méd} = \frac{N}{A} \quad (1)$$

Essa tensão é dita tensão de tração quando a força é aplicada na direção contrária ao centro geométrico da peça e tensão de compressão quando a força é aplicada na direção do centro geométrico da peça. Entretanto essa equação não fornece o valor específico da tensão em um determinado ponto da seção transversal, e a distribuição real de tensões em uma certa seção transversal é estaticamente indeterminada, de forma que

para se obter mais informações a cerca dela é necessário lançar mão da consideração das deformações que resultam das diferentes maneiras de se aplicar a carga nos extremos da barra. Na prática, assume-se que a distribuição das tensões é uniforme em uma barra carregada axialmente, exceto nas vizinhanças do ponto de aplicação da carga, e o valor σ da tensão é igual ao valor da tensão média $\sigma_{méd}$ anteriormente citada.

Ainda, quando a estrutura contém descontinuidades, como furos ou variação brusca de seção, podem ocorrer altos valores de tensões nesses pontos de descontinuidade, conforme ficou demonstrado experimentalmente através de estudos aplicando o método fotoelástico. A relação entre a tensão máxima e a tensão média calculada na seção crítica é chamada **coeficiente de concentração de tensões** para a descontinuidade em estudo e é definida pela equação (2).

$$k = \frac{\sigma_{máx}}{\sigma_{méd}} \quad (2)$$

Ficou comprovado durante os estudos que os resultados obtidos são independentes das dimensões das peças e do material usado, dependendo unicamente das relações entre os parâmetros geométricos envolvidos. Ainda, o coeficiente de concentração de tensões pode ser maior ou menor do que um, significando que nem sempre a tensão máxima nessa região será maior que a tensão calculada desprezando-se o fator de descontinuidade. (BEER, JOHNSTON, 2008).

A margem de segurança deve ser positiva para que o componente não falhe sob solicitação da carga. Considerando carga axial, a margem de segurança é calculada pela equação (3). (SHIGLEY, 1984).

$$M.S. = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma} - 1 \quad (3)$$

2.3- Flambagem

A flambagem é um fenômeno que ocorre durante a compressão de uma viga, coluna ou chapa fina e pode ocorrer repentinamente, muito antes de quando ocorreria a falha por compressão, podendo ser catastrófica para os projetos mecânicos. Quanto maior o comprimento, maior a tendência à flambagem. (BRUHN, 1973).

2.3.1- Flambagem de colunas

A Figura 2 apresenta a coluna AB de comprimento l , ligada em suas extremidades por meio de pinos, sendo então articulada nas extremidades, suportando uma força P supostamente centrada e na direção do centro geométrico da barra. Considerando apenas o fenômeno de compressão, a coluna estará bem dimensionada caso a área A da seção transversal for determinada de modo que o valor $\sigma = \frac{P}{A}$ da tensão em qualquer ponto da coluna fique abaixo da tensão admissível σ_{adm} do material usado, e caso a deformação $\delta = \frac{PL}{AE}$ se mantiver dentro das especificações de projeto. Entretanto, se em vez de permanecer com seu eixo retilíneo a coluna se tornar subitamente bastante encurvada quando a força P é aplicada, dizemos que ocorreu o fenômeno de flambagem e a coluna não está bem dimensionada. (BEER, JOHNSTON, 2008).

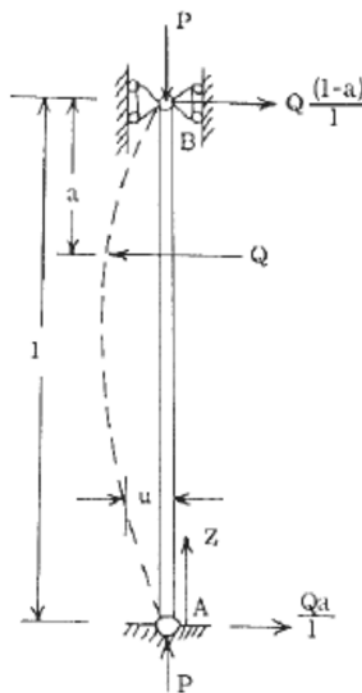


Figura 2 - Coluna sujeita a compressão (BRUHN, 1973)

Da teoria de Resistência dos Materiais, temos a equação da deflexão para esta coluna.

$$\frac{d^2u}{dz^2} = -\frac{Pu}{EI_y} \quad (4)$$

Resolvendo esta equação diferencial, chega-se à equação da carga crítica que causaria a flambagem para uma coluna de extremidades livres e carga centralizada.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (5)$$

Esta equação foi encontrada primeiramente por Euler e deixa claro que o fenômeno da flambagem independe da magnitude de uma eventual carga transversal Q aplicada na coluna. Se a carga aplicada “ P ” é menor do que a carga crítica “ P_{cr} ”, o sistema é dito estável, mas se a carga aplicada “ P ” é maior do que a carga crítica “ P_{cr} ” o sistema é dito instável, pois neste caso o menor desalinhamento ou perturbação provocaria a flambagem desta coluna. Para colunas com outras condições de extremidade a equação da carga crítica é semelhante, devendo apenas o comprimento l ser substituído pelo comprimento efetivo de flambagem l_e , que varia para cada condição. Em todo caso, o Teorema de Euler pode ser aceito com elevada precisão tanto para condições de flambagem elástica, quando a tensão crítica de flambagem é menor do que a tensão de escoamento do material, quanto para flambagem inelástica, quando a tensão crítica de flambagem é maior do que a tensão de escoamento do material. (BRUHN, 1973).

Em situações nas quais a carga é excêntrica, a fórmula da secante é aplicada para determinar a carga crítica P_{cr} , porém o resultado disto é o mesmo obtido pela fórmula de Euler. (BEER, JOHNSTON, 2008).

2.3.2- Flambagem de estruturas cilíndricas de paredes finas

As teorias clássicas de deformação, como a Teoria de Euler, provaram ser adequadas para o estudo da flambagem em placas planas e colunas maciças, mas são insatisfatórias pra serem aplicadas durante análise de placas curvas e cilindros ocos de paredes finas, se mostrando por demais conservadoras pra estes casos. Além disso, estas teorias consideram que as tensões permanecem abaixo do limite de proporcionalidade e que a coluna é um prisma homogêneo de eixo perfeitamente reto, porém poucos casos da prática são deste modo. (BEER, JOHNSTON, 2008).

Assim, faz-se necessário uso de outras teorias, baseadas em resultados experimentais, levando em conta as imperfeições dos cilindros, parâmetros teóricos e diagramas plotados, para determinação de flambagem em cilindros de paredes finas, que podendo ser pressurizados ou não e sob vários tipos de carregamento. Ainda, os cilindros são classificados em cinco categorias, de acordo com seu comprimento,

podendo cada tipo ter um comportamento diferente quando sob cargas de compressão. (BRUHN, 1973).

Os experimentos basicamente consistem em aplicar em colunas de diversos materiais cargas de compressão centradas com intensidade aumentada gradualmente até que a coluna falha-se. Os resultados destes testes mostram que as colunas longas comportam-se como Euler previu, que as colunas curtas rompem de acordo com a tensão de escoamento, e que as colunas intermediárias apresentam um comportamento de falha complexo, onde o desenvolvimento de especificações e fórmulas de dimensionamento dá-se de forma empírica e demandam muitos testes. O gráfico da Figura 3 apresenta o comportamento da tensão admissível para falha por flambagem em função do índice de esbeltez l/r em comparação com a tensão crítica de Euler. (BEER, JOHNSTON, 2008).

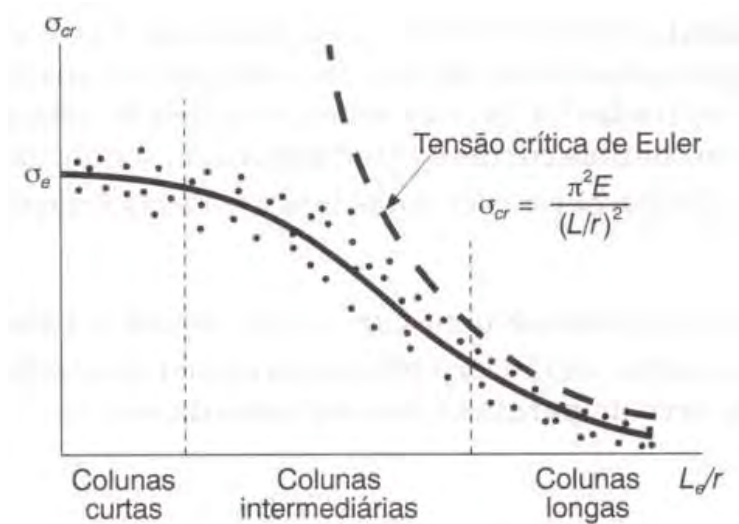


Figura 3 - Tensão admissível para colunas sob compressão segundo análise empírica (BEER, JOHNSTON, 2008)

O trio de equações abaixo baseado em resultados empíricos para colunas de alumínio indicam a tensão admissível de acordo com o índice de esbeltez, para vários tipos de perfis com curvatura. (AMERICAN ASSOCIATION, 2010).

$$L/r \leq 12 \Rightarrow \sigma_{adm} = 28ksi = 193MPa \quad (6)$$

$$12 < L/r < 55 \Rightarrow \sigma_{adm} \begin{cases} = [30,7 - 0,23(l/r)]ksi \\ = [212 - 1,585(l/r)]MPa \end{cases} \quad (7)$$

$$L/r \geq 55 \Rightarrow \sigma_{adm} = \left[\frac{54000}{(l/r)^2} \right] ksi = \left[\frac{372 \cdot 10^3}{(l/r)^2} \right] MPa \quad (8)$$

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1- O Tie-Rod

Elementos de fixação pequenos, porém fortes e rígidos, são largamente utilizados em aeronaves comerciais. Um deles é o Tie-Rod, que basicamente consiste em uma pequena barra metálica que fixa um móvel de grande porte à estrutura superior da aeronave. O Tie-Rod é classificado de acordo com seu comprimento, podendo ser do tipo curto ou do tipo longo. A Figura 4 apresenta um exemplo de cada um deles.

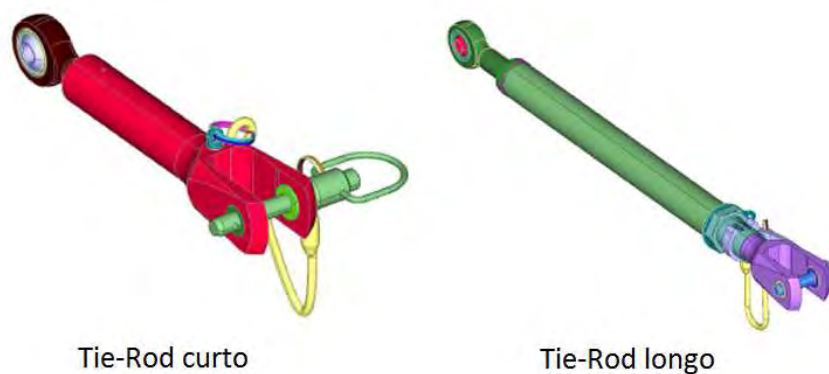


Figura 4 - Exemplos de Tie-Rod

O Tie-Rod carrega apenas cargas axiais, tanto de tração quanto de compressão, e normalmente é composto por 2 a até 5 partes principais ligadas entre si por rosqueamento: extremidades, cilindro e junção extremidade-cilindro. É uma peça para fixar móveis de algumas centenas de libras. Em situações de manobras de emergência e/ou pouso e decolagem que uma aeronave comercial é projetada para executar, ela pode ficar sujeita a acelerações acima da gravidade. A máxima aceleração virtual para a qual os grandes fabricantes projetam suas aeronaves comerciais para suportarem é de 9g para frente, e neste caso o Tie-Rod pode ser forçado a algumas milhares de libras para manter o móvel que prende em seu lugar. Muitos fabricantes projetam os Tie-Rods para suportarem ao menos quatro mil libras (17.8kN) de tração e duas mil libras (8.9kN) de compressão.

Inicialmente foi escolhido para análise um modelo de Tie-Rod comumente utilizado na indústria aeronáutica. O Quadro 1 apresenta os componentes que normalmente compõem estes dois tipos.

Quadro 1 - Componentes dos Tie-Rod's longo e curto

Componente	Tie-Rod do tipo curto	Tie-Rod do tipo longo
Extremidade Haste	x	x
Extremidade Garfo	x	x
Junção Direita		x
Junção Esquerda		x
Cilindro	x	x

De fato, o Tie-Rod longo utiliza todos os tipos de componentes do Tie-Rod curto. Além disso, aquele, justamente por seu maior comprimento, está mais sujeito à falha por flambagem. Por estes motivos apenas o Tie-Rod longo é objeto de análise, considerando-se cargas de tração e de compressão. O Tie-Rod escolhido é um modelo do fabricante RO-RA Aviation Systems GmbH. Para efeito de cálculos, suas principais dimensões foram medidas pelo modelo 3D utilizado para confecção do modelo em elementos finitos. A Figura 5 apresenta um desenho de conjunto deste Tie-Rod, enquanto a Figura 6 apresenta o modelo em 3D do mesmo.

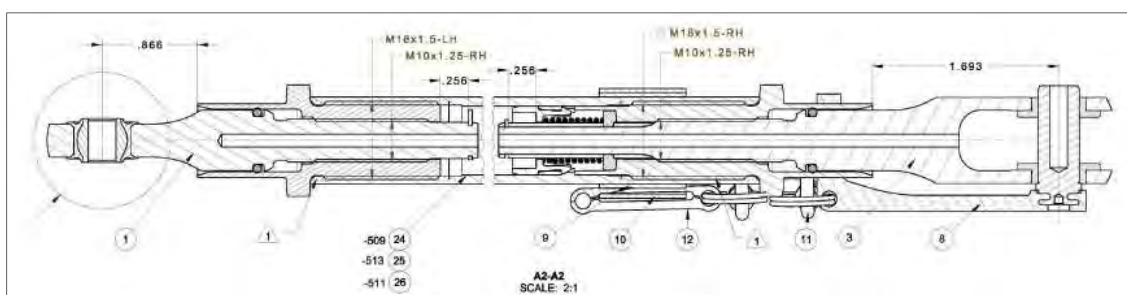


Figura 5 - Desenho de conjunto do Tie-Rod analisado

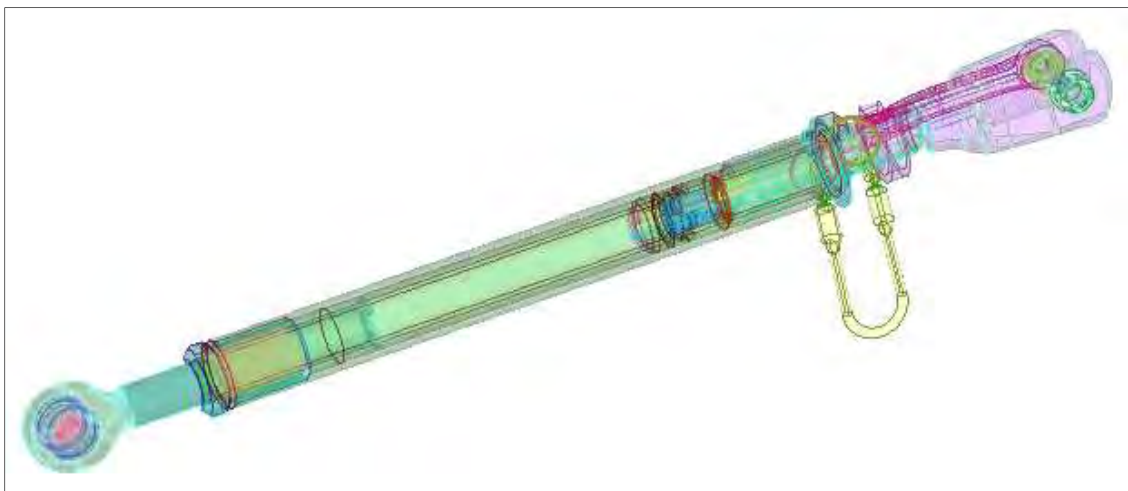


Figura 6 - Representação 3D do Tie-Rod analisado

A Tabela 1 apresenta os materiais, especificações e tensões admissíveis para cada componente do Tie-Rod longo.

Tabela 1 - Materiais, especificações e tensões admissíveis

Peça	Material	Especificação	Tensão Admissível (ksi)	Tensão Admissível (MPa)
Extremidade Haste	Alumínio 2024 T4/T351	AMS 4120 e AMS-QQ-A-225/6	62000	427
Extremidade Garfo	Alumínio 2024 T4/T351	AMS 4120 e AMS-QQ-A-225/6	62000	427
Junção Direita	Alumínio 7075 T6	AMS 4122, AMS 4123, AMS 4186, AMS 4187 e AM-QQ-A-225/9	77000	531
Junção Esquerda	Alumínio 7075 T6	AMS 4122, AMS 4123, AMS 4186, AMS 4187 e AM-QQ-A-225/9	77000	531
Cilindro	Alumínio 2024 T4/T351	AMS 4120 e AMS-QQ-A-225/6	62000	427

O cilindro é rosqueado em uma junção em cada uma de suas extremidades. Uma das junções é rosqueada na extremidade haste, enquanto que a outra rosqueia na extremidade garfo. Montado, o Tie-Rod é preso no monumento pela extremidade garfo e na aeronave pela extremidade haste.

O Tie-Rod longo foi analisado primeiramente por método analítico, buscando estimar as cargas limite de tração e compressão, considerando a hipótese de flambagem para este último caso. Metodologias encontradas na literatura baseadas em resultados

experimentais foram empregadas para correção dos cálculos quando da análise de flambagem. Posteriormente a análise se deu pelo Método de Elementos Finitos, novamente buscando estimar as cargas limite de tração e compressão, considerando a hipótese de flambagem para este último caso.

Foi feita então a comparação dos resultados obtidos por *software* a fim de comparar o desempenho dos diversos tipos de elementos usados e sua praticidade. Estes resultados também foram comparados com os resultados encontrados analiticamente.

O *software* utilizado para o modelamento e análise por Método dos Elementos Finitos é o Femap/NeiNastran, que é bastante empregado na indústria aeronáutica.

3.2- Análise por cálculo analítico

São realizados cálculos analíticos para estimar a carga crítica para falha por tração, compressão e flambagem. Esta carga é igual em módulo para tração e compressão, se desconsiderar quaisquer regiões de concentração de tensão, portanto o cálculo é efetuado apenas uma vez. Regiões clássicas de descontinuidade são identificadas nos componentes Extremidade Haste e Extremidade Garfo, e serão consideradas no cálculo da carga crítica para falha por tração. A carga crítica para falha por flambagem será estimada analiticamente duas vezes, pela Teoria de Euler e por teoria empírica.

3.2.1- Tração e compressão

Substituindo a equação (1) na equação (3) e igualando a margem de segurança “M.S.” a zero, pode-se chegar a uma equação da carga em função da área da seção transversal e da tensão admissível do material. A carga será crítica para a menor área de seção transversal do componente.

$$P_{cr} = A_{min} \cdot \sigma_{adm} \quad (9)$$

A equação (6) é então utilizada para estimar a carga crítica axial para falha de cada um dos componentes do Tie-Rod, desconsiderando-se as regiões de concentração de tensão. Neste caso, o valor encontrado vale tanto para tração quanto para compressão. As duas Junções são geometricamente iguais e montadas simetricamente, portanto o cálculo é feito para apenas uma delas e aceito como válido para as duas.

Entretanto o componente sob análise pode ter regiões de concentração de tração. O cálculo da carga crítica para falha nessas regiões deve considerar, portanto, o coeficiente de concentração de tensões. Assim, antes de substituir a equação (1) na equação (3) e igualar a margem de segurança “M.S” a zero, deve-se substituir a equação (2) na equação (1). A equação da carga crítica para falha na região de descontinuidade levará em conta a área da seção transversal dessa região.

$$P_{cr} = \frac{A \cdot \sigma_{adm}}{k} \quad (10)$$

Na Extremidade Haste, a região do furo por onde passa a estrutura da aeronave é identificada como uma região crítica de descontinuidade, o mesmo ocorrendo com as regiões da Extremidade Haste onde estão os furos por onde passa o pino pelo qual o Tie-Rod prende-se ao monumento. Para estes dois casos é necessário fazer cálculo da carga crítica de tração considerando coeficientes de concentração de tensões. Para tanto é encontrado o coeficiente de concentração de tensões “k” levando-se em conta as relações entre os parâmetros geométricos envolvidos. Estes parâmetros são o diâmetro interno, o diâmetro externo e a distância entre o centro do furo e a borda na extremidade do componente. Os gráficos da Figura 7 e da Figura 8 são utilizados para estimar o valor de “k” considerando-se falhas respectivamente por cisalhamento e por tração do componente pela ação da carga de tração aplicada no Tie-Rod.

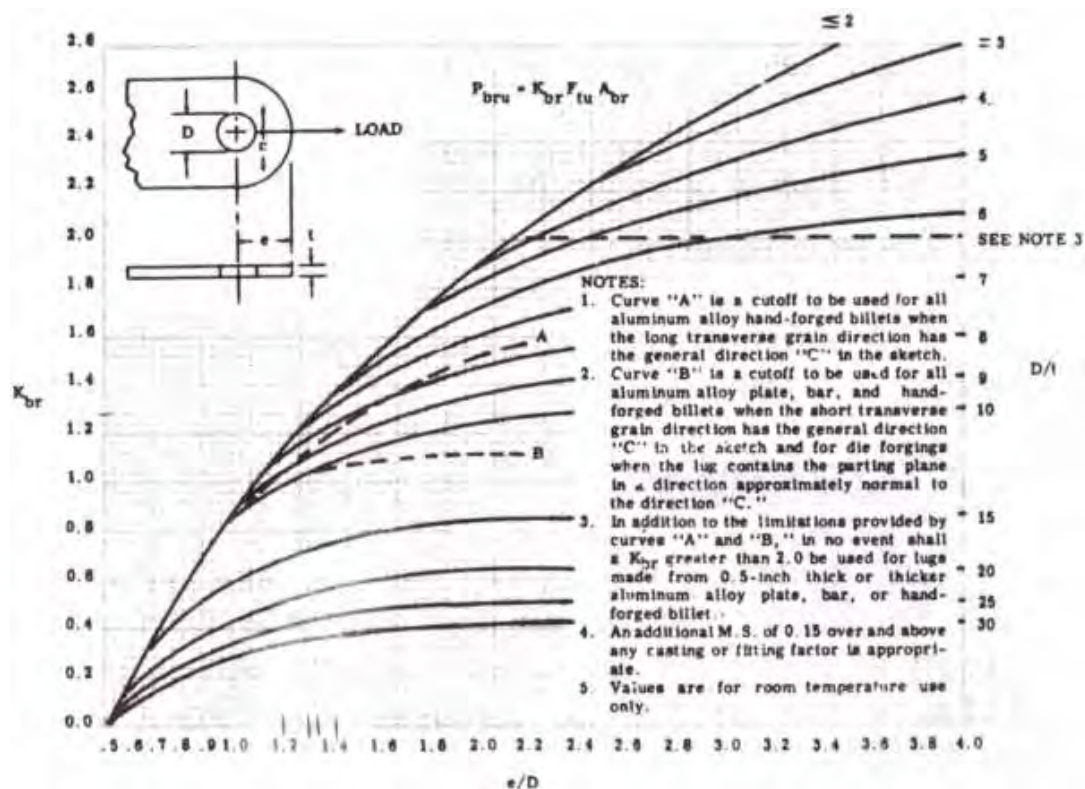


Figura 7 – fator de concentração de tensão "k" para falha por cisalhamento (BRUHN, 1973)

No gráfico da Figura 7, encontra-se o valor da razão e/D no eixo horizontal e traça-se uma linha vertical para cima até encontrar uma determinada curva, que dependerá da razão D/t . Então se traça uma linha horizontal para a esquerda até chegar ao eixo vertical, onde será encontrado o valor de "k" para falha por cisalhamento.

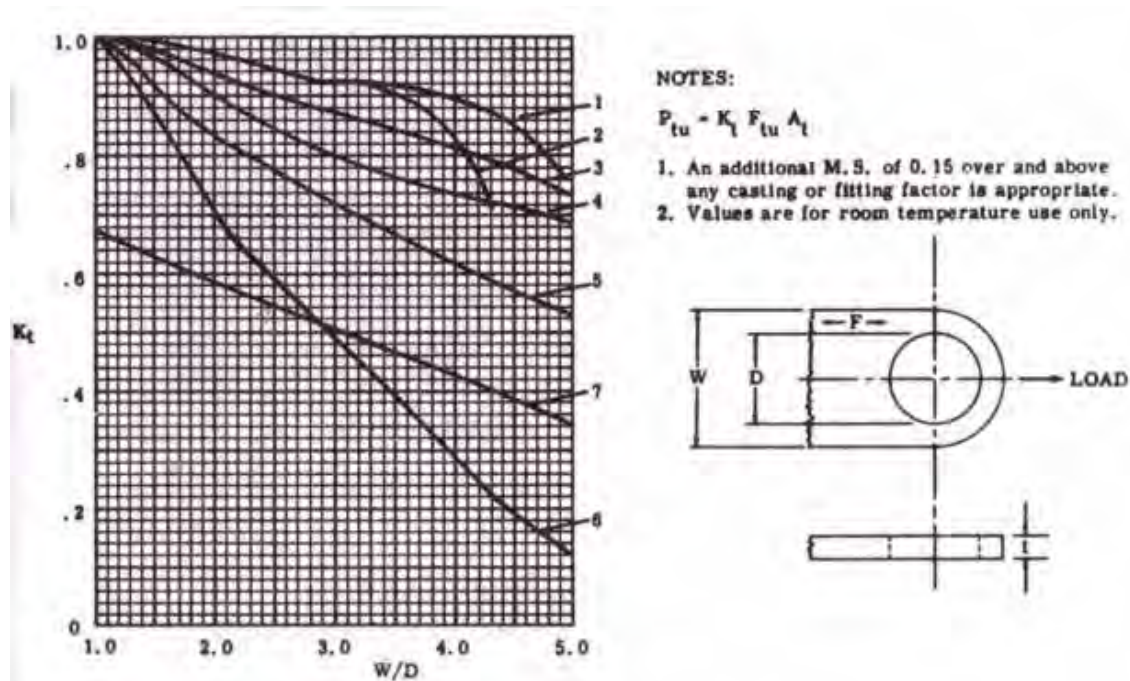


Figura 8 – fator de concentração de tensão "k" para falha por tração (BRUHN, 1973)

No gráfico da Figura 8, encontra-se o valor da razão W/D no eixo horizontal e traça-se uma linha vertical para cima até encontrar a curva 3, que segundo a legenda no Quadro 2 é a curva válida para peças de alumínio 2024 T4 extrudadas. Então se traça uma linha horizontal para a esquerda até chegar ao eixo vertical, onde será encontrado o valor de “k” para falha por tração.

Quadro 2 - Legenda de curvas do gráfico para o fator de concentração de tensão “k” para falha por tração (BRUHN, 1973)

Table D1. 3	
Curve Nomenclature for Axial Loading for Fig. D1. 12	
L, LT and ST Indicate Grain in Direction F in Sketch	
L - Longitudinal	
LT - Long Transverse	
ST - Short Transverse (Normal)	
MATERIALS	
Curve 1	- 2014-T6 and 7075-T6 Die Forging (L) 4130 and 8630 Steel 2014-T6 and 7075-T6 Plate ≤ 0.5 (L, LT) 7075-T6 Bar and Extrusion (L) 2014-T6 Hand Forged Billet $\leq 144 \text{ in.}^2$ (L)
Curve 2	- 2014-T6 and 7075-T6 Plate $> 0.5 \text{ in.} \leq 1.0 \text{ in.}$ (L, LT) 7075-T6 Extrusion (LT, ST) 2014-T6 Hand Forged Billet $> 144 \text{ in.}^2$ (L) 2014-T6 Hand Forged Billet $\leq 36 \text{ in.}^2$ (LT) 2014-T6 and 7075-T6 Die Forgings (LT)
Curve 3	- 2024-T4, 2024-T2 Extrusion (L, LT, ST)
Curve 4	- 2014-T6 and 7075-T6 Plate $> 1 \text{ in.}$ (L, LT) 2024-T4 Bar (L, LT) 2024-T3, 2024-T4 Plate (L, LT)
Curve 5	- 2014-T6 Hand Forged Billet $> 36 \text{ in.}^2$ (LT)
Curve 6	- Aluminum Alloy Plate, Bar, Hand Forged Billet and Die Forging (ST). NOTE: For Die Forgings ST Direction Exists Only at Parting Plane. 7075-T6 Bar (T)
Curve 7	- AZ91C-T6 Mag. Alloy Sand Casting 356-T6 Aluminum Alloy Casting

Ainda nestes dois componentes, nas respectivas regiões de eixo, e também na Junção Direita e na Junção são identificadas outras regiões de descontinuidade, desta vez tanto para tração quando para compressão. Nos casos da Extremidade Haste e da Extremidade Garfo, as regiões assemelhariam-se ao caso clássico apresentado na Figura 9, que utiliza como parâmetros dimensionais o diâmetro maior, o diâmetro menor e o raio de adoçamento, enquanto que as regiões de descontinuidade da Junção Direita e da

Junção Esquerda poderiam assemelhar-se ao caso clássico da Figura 10. Porém essas semelhanças são insuficientes para sua aplicação serem aceitas, portanto, o cálculo da carga crítica para tração e compressão é executado desconsiderando coeficientes de concentração de tensão para estas regiões e isto é discutido mais tarde.

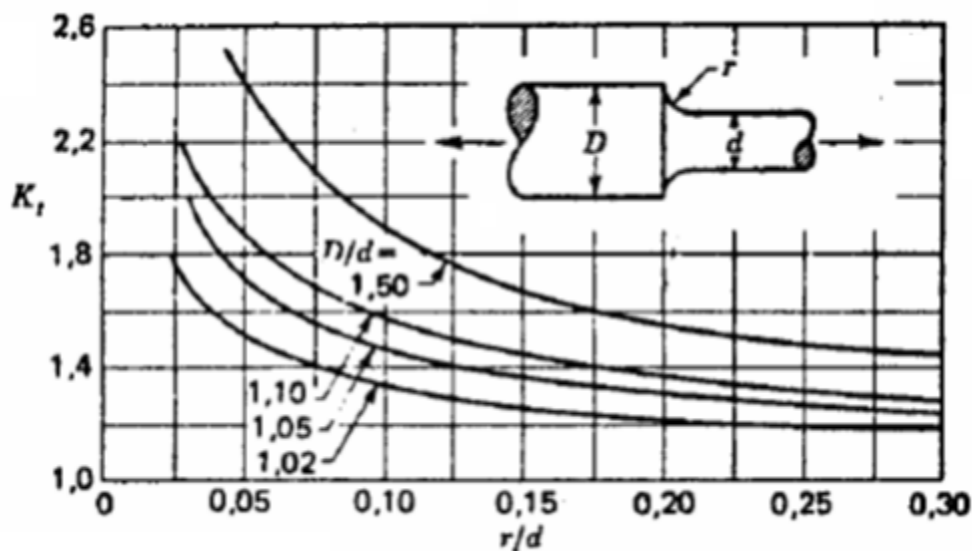


Figura 9 - "k" para tração ou compressão simples de eixo ou árvore com adoçamento (SHIGLEY, 1984)

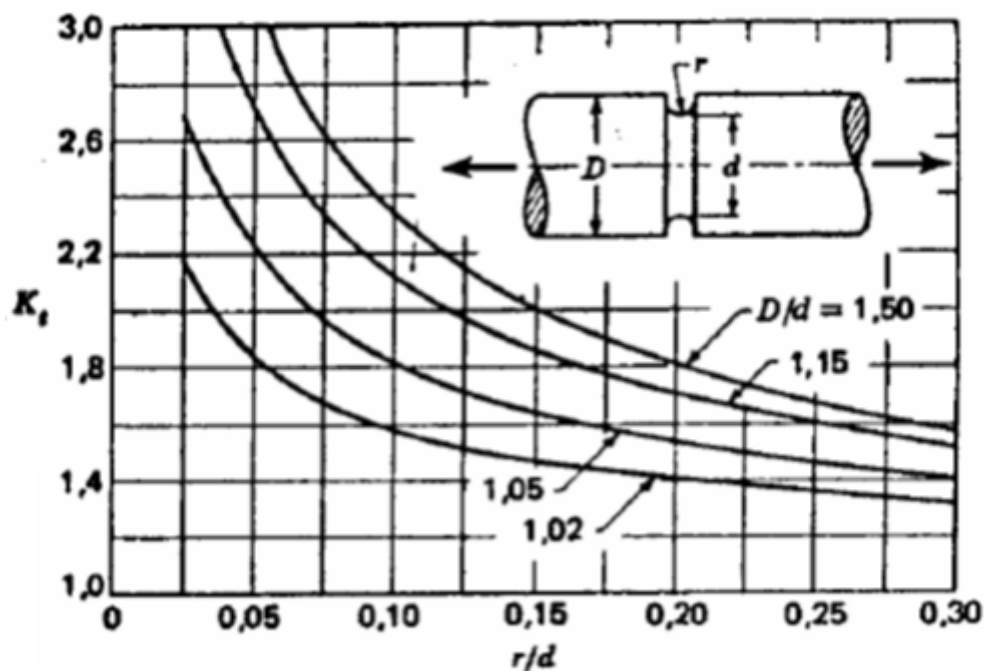


Figura 10 - "k" para tração ou compressão simples de barra redonda com entalhe (SHIGLEY, 1984)

3.2.2- Flambagem pela teoria de Euler

O componente crítico do Tie-Rod pra falha por flambagem é o Cilindro, por ser o de maior comprimento. A primeira análise se dará pela Teoria de Euler. O momento de inércia “I” do cilindro e o módulo de elasticidade “E” do material são substituídos na equação (5) pra determinação da carga crítica para falha por flambagem segundo a Teoria de Euler. Como a extremidade sem carga é engastada, o comprimento “l” é substituído pelo comprimento equivalente l_e , que para esta condição equivale ao dobro do comprimento do cilindro.

3.2.3- Flambagem pela teoria experimental

O índice de esbeltez da coluna, (l / r) , se enquadra no intervalo da equação (7), portanto esta será utilizada no cálculo da tensão admissível para falha por flambagem pela teoria experimental. O resultado será multiplicado pela área da seção transversal para a estimativa da carga crítica de compressão para falha por flambagem.

3.3- Análise pelo método dos elementos finitos

O Tie-Rod longo é composto por cinco partes principais rosqueadas entre si. Tipos de elementos diferentes, com dimensões relativamente pequenas para a maioria dos componentes pra garantir precisão da análise, foram selecionados para modelá-los. E elementos rígidos foram escolhidos para simular o rosqueamento entre elas e também a estrutura da aeronave onde é presa a Extremidade Haste e o pino pelo qual a Extremidade Garfo é presa no monumento. Algumas simplificações de geometria aceitas pelas boas práticas de modelagem pelo Método dos Elementos Finitos foram consideradas a fim de facilitar o trabalho e melhorar a qualidade da malha, como por exemplo considerar certos arredondamentos e adoçamentos como cantos retos.

A Extremidade Haste e a Extremidade Garfo têm geometrias mais complexas para serem modeladas por elementos 2-D de qualquer espécie, portanto ambas foram modeladas com elementos 3-D. A fim de facilitar a modelagem, tornando-a mais homogênea, cada um destes componentes foi dividido em duas partes: uma parte de geometria ainda complexa, que faz a ligação entre o Tie-Rod e o monumento ou a aeronave; e outra parte contendo a rosca e assemelhando-se a um cilindro. A primeira foi modelada com elementos tetraédricos, de fácil manuseio e assim, enquanto a

segunda foi modelada com elementos hexaédricos, por vezes de difícil trato, porém com uma precisão de resultados melhor, permitindo que a malha na região da rosca ficasse uniforme. A Figura 11 e a Figura 12 apresentam o modelo 3-D respectivamente da Extremidade Haste e da Extremidade Garfo.

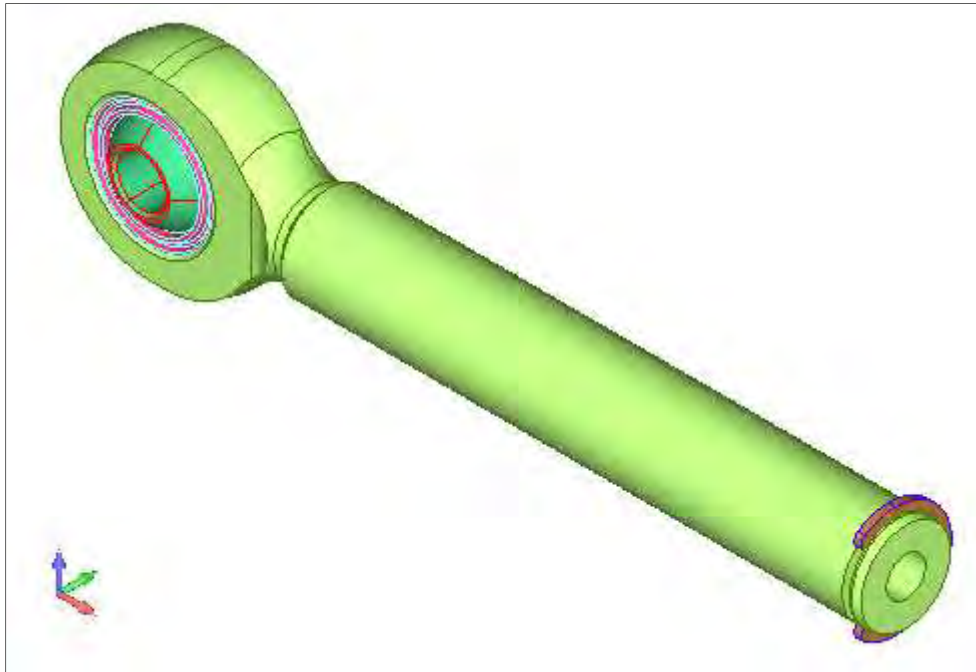


Figura 11 - Extremidade Haste



Figura 12 - Extremidade Garfo

A Junção Direita poderia ser modelada com elementos 2-D como o elemento de viga, pois assemelha-se a cilindros curtos. Porém isto seria uma simplificação grosseira,

pois o perfil ao longo do corpo da Junção Direita não é uniforme, apesar de sua geometria não ser muito complexa. Portanto este componente foi modelado com elementos hexaédricos. A Figura 13 apresenta o modelo 3-D da Junção Direita.

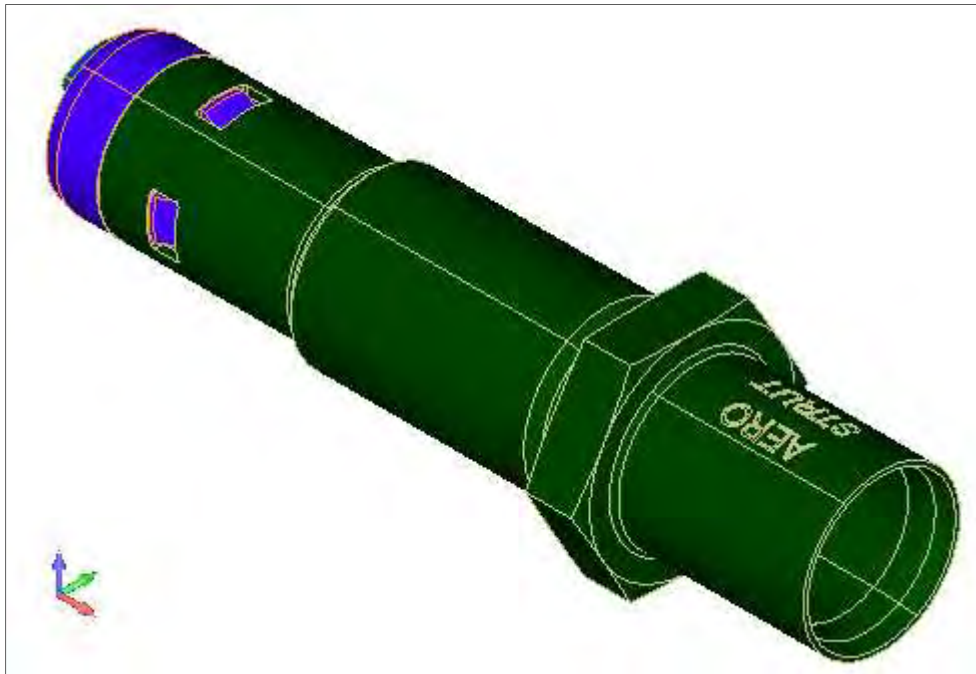


Figura 13 - Junção Direita

O mesmo vale para a Junção Esquerda, também modelada com elementos hexaédricos. A Figura 14 tal apresenta o modelo 3-D da Junção Esquerda.

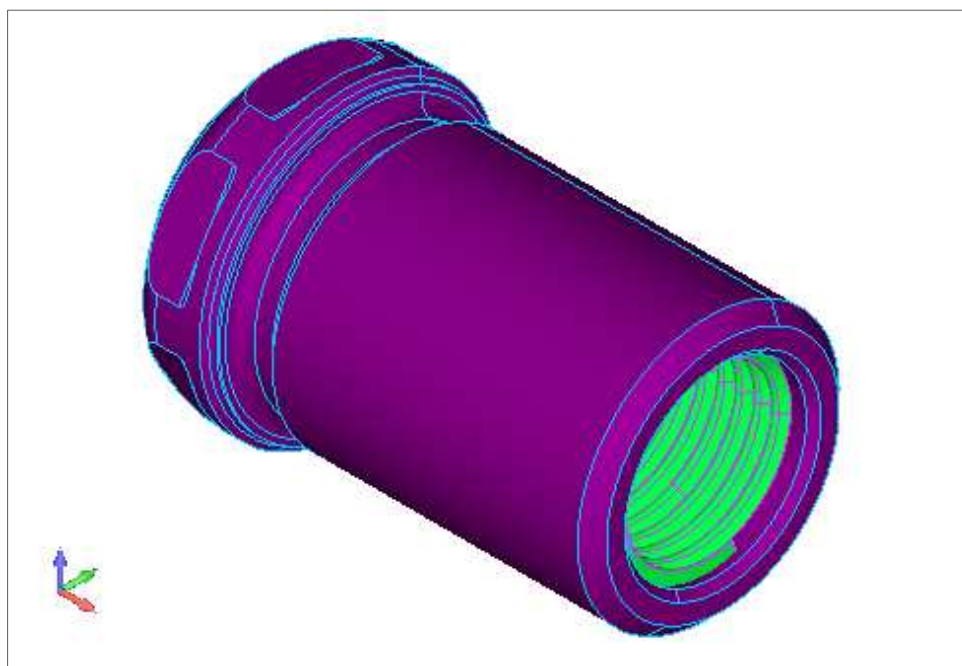


Figura 14 - Junção Esquerda

O Cilindro faz jus ao nome. É basicamente um cilindro regular, podendo sem problemas ser simulado com elementos de barra com o perfil adequado, mesmo tendo uma região de rosca em cada uma de suas extremidades. A Figura 15 apresenta o modelo 3-D do Cilindro.

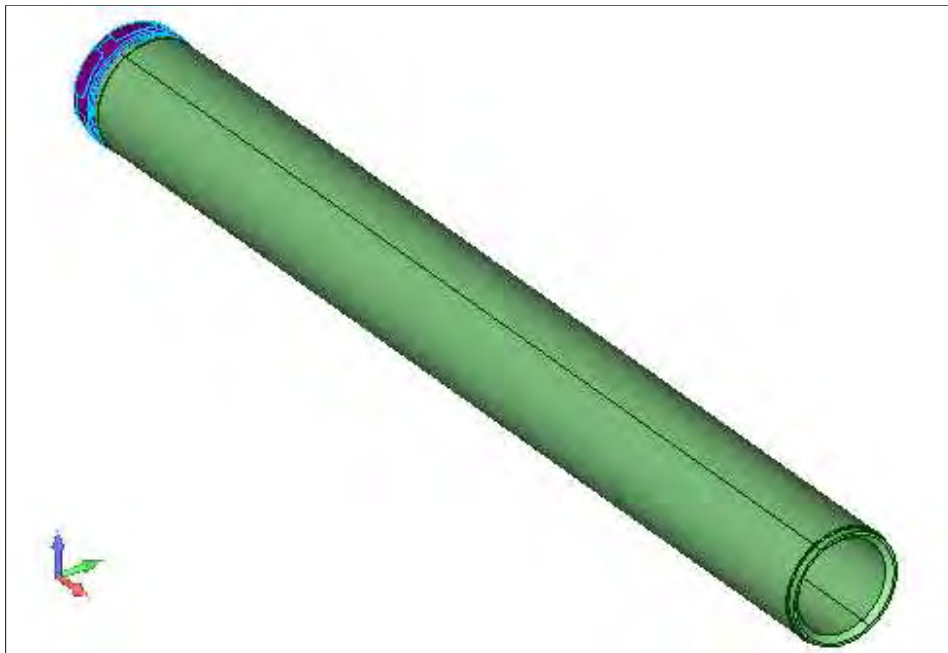


Figura 15 – Cilindro

Foram realizadas três análises no software Femap/NeiNastran: a primeira é do tipo linear estática com uma carga de tração de quatro mil libras; a segunda é do tipo linear estática com uma carga de compressão de duas mil libras; e a terceira é do tipo flambagem com uma carga de compressão de 1 libra apenas, para que após a análise o menor dos auto-valores obtidos pelo *software* já seja o valor da carga crítica para falha por flambagem do Tie-Rod. Nas duas primeiras foi obtida a máxima tensão von Mises para cada componente, cujo valor foi utilizado junto com o valor de carga aplicada e da respectiva tensão admissível para encontrar a carga crítica para cada componente, conforme demonstrado abaixo.

$$\frac{P_{cr}}{\sigma_{adm}} = \frac{P}{\sigma} \rightarrow P_{cr} = \frac{P \cdot \sigma_{adm}}{\sigma} \quad (11)$$

Apesar de serem realizadas uma análise para tração e outra para compressão, o esperado é que a carga crítica calculada para ambos os tipos de falha sejam muito próximas em módulo. A carga será aplicada

4. RESULTADOS

Planilhas em Excel foram utilizadas nos cálculos, de forma que todos os resultados são apresentados em tabelas.

4.1- Análise por cálculo analítico

Os cálculos para estimativa da carga crítica mostram que o Tie-Rod selecionado suporta as cargas para as quais um Tie-Rod é normalmente projetado para suportar: quatro mil libras para tração e duas mil libras para compressão.

4.1.1- Tração e compressão

Para cada componente foi identificada a seção transversal de menor área. Esta área e a respectiva tensão admissível foram substituídas na equação (9) para estimar a carga crítica de tração e compressão para cada componente. A Tabela 2 apresenta os valores encontrados.

Componente	$A_{\min}$ (in ²)	σ_{adm} (Psi)	P_{cr} (lbf)	P_{cr} (N)
Extremidade Haste	0.104	62000	6457	28734
Extremidade Garfo	0.090	62000	5570	24787
Junção Direita	0.213	77000	16391	72940
Junção Esquerda	0.204	77000	15724	69972
Cilindro	0.160	62000	9950	44278

Para as duas Extremidades, na região dos furos onde os componentes são fixados na aeronave e no monumento, foram calculadas as relações dimensionais e/D e D/t para determinação do coeficiente de concentração de tensões para falha de cisalhamento na Figura 7. O coeficiente encontrado foi substituído junto com a respectiva área de seção transversal e tensão admissível na equação (10) para determinação da carga crítica sob este aspecto. Na Extremidade Garfo cada região de descontinuidade suporta apenas metade da carga aplicada, portanto o resultado foi multiplicado por 2 para obtenção da carga crítica total. A Tabela 3 apresenta os valores encontrados.

Tabela 3 - Cálculo da carga crítica com concentração de tensões para falha de cisalhamento

Componente	e / D	D / t	k _{cis.}	A _{min} (in ²)	σ _{adm} (Psi)	P _{cr} (lbf)	P _{cr} (N)
Extremidade Haste	0.7	1.9	0.41	0.052	62000	7875	35044
Extremidade Garfo	0.9	2.1	0.83	0.041	62000	6080	27056

Também para as duas Extremidades na região dos furos onde os componentes são fixados na aeronave e no monumento, foi calculada a relação dimensional W/D para determinação do coeficiente de concentração de tensões para falha de tração na Figura 8. O coeficiente encontrado foi substituído junto com a respectiva área de seção transversal e tensão admissível na equação (10) para determinação da carga crítica sob este aspecto. A Tabela 4 apresenta os valores encontrados.

Tabela 4 - Cálculo da carga crítica com concentração de tensões pra falha de tração

Componente	W / D	k _{tra.}	A _{min} (in ²)	σ _{adm} (Psi)	P _{cr} (lbf)	P _{cr} (N)
Extremidade Haste	1.5	0.98	0.104	62000	6589	29321
Extremidade Garfo	1.9	0.94	0.067	62000	8802	39169

4.1.2- Flambagem pela teoria de Euler

O momento de inércia “I” do cilindro, o módulo de elasticidade “E” do material e o comprimento equivalente l_e do Cilindro foram substituídos na equação (5) para a determinação da carga crítica para falha por flambagem segundo a Teoria de Euler. O resultado é apresentado na Tabela 2.

Tabela 5- Cálculo da carga crítica para flambagem pela Teoria de Euler

E	I	L	l _e = 2 * L	P _{cr}	P _{cr}
(ksi)	(in ⁴)	(in)	(in)	(lbf)	(N)
10500	0.010388	7.2	14.4	5191	23100

4.1.3- Flambagem pelas teorias experimentais

Com a definição do índice de esbeltez, é estimada pela equação (7) a tensão admissível para flambagem que, multiplicada pela área de seção transversal do cilindro, fornece a carga crítica de compressão. Os resultados são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 - Cálculo da carga crítica para flambagem por teoria experimental

L (in)	r (in)	L/r	σ_{adm} (ksi)	A (in ²)	P _{cr} (lbf)	P _{cr} (N)
7.2	0.39	18.29	26.494	0.160	4251	18917

4.2- Análise pelo método dos elementos finitos

A fixação da Extremidade Garfo no monumento é considerada completamente engastada e a fixação da Extremidade Haste é considerada livre pra movimento apenas ao longo do eixo do Tie-Rod, mesma direção da carga a ser aplicada ali. A Figura 16 apresenta o modelo por MEF com a carga de quatro mil libras de tração.

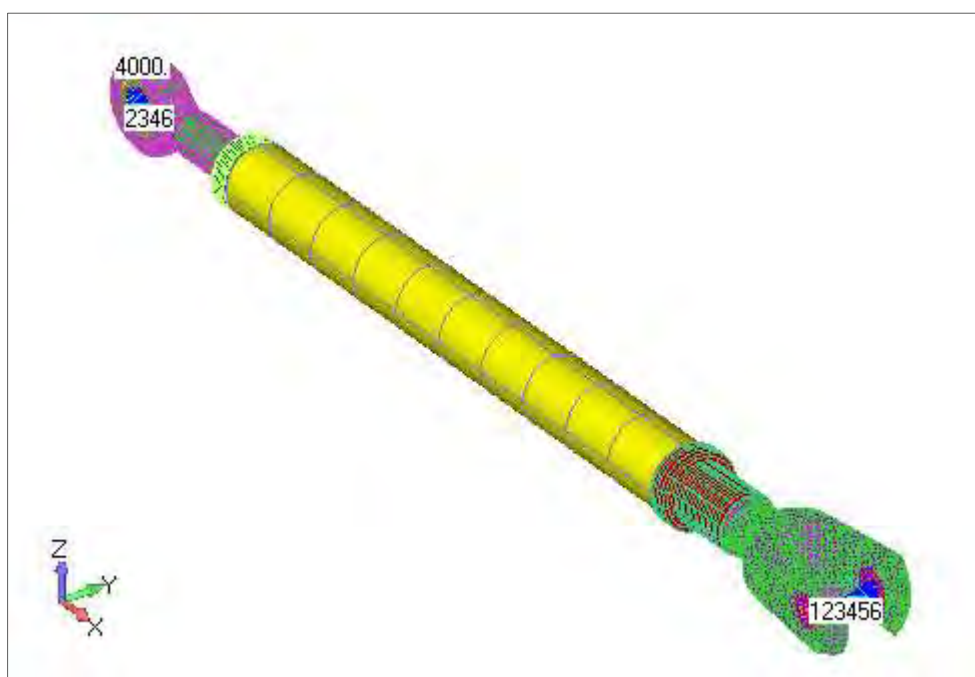


Figura 16 - Modelo pelo MEF pra análise do Tie-Rod

4.2.1- Tração

A Figura 17, Figura 18, Figura 19, Figura 20 e a Figura 21 apresentam a máxima tensão von Mises calculada em cada componente para uma carga de quatro mil libras de tração aplicada no Tie-Rod.

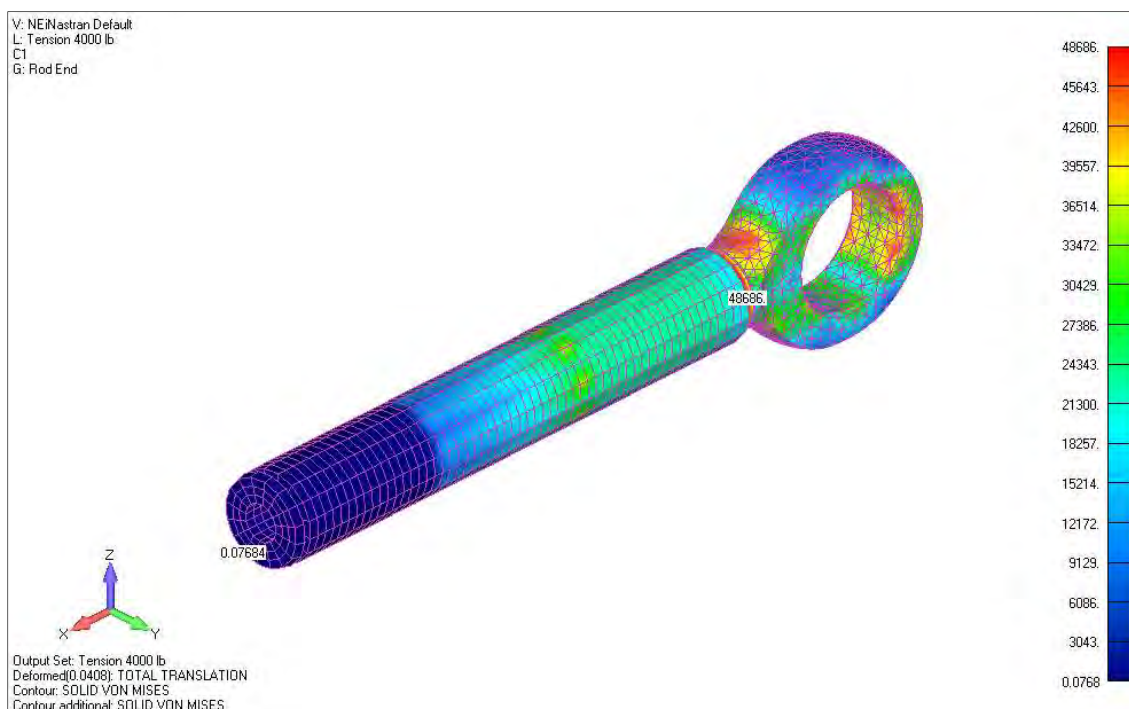


Figura 17 - Máxima tensão von Mises na Extremidade Haste para carga de tração

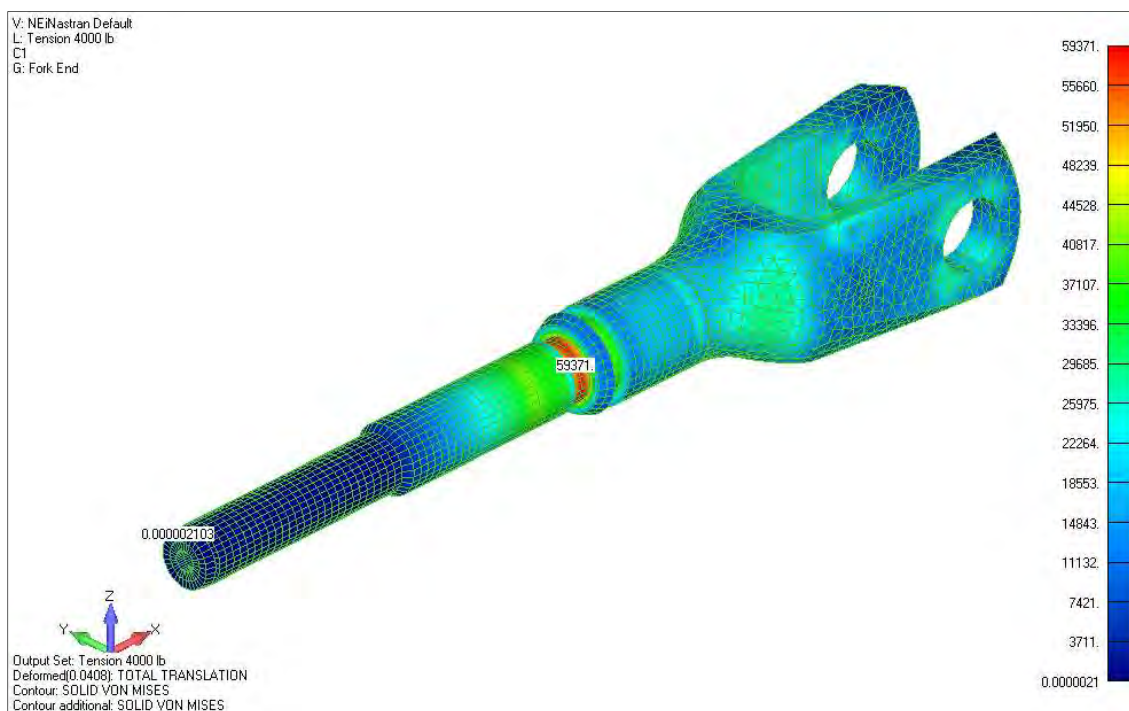


Figura 18 - Máxima tensão von Mises na Extremidade Garfo para carga de tração

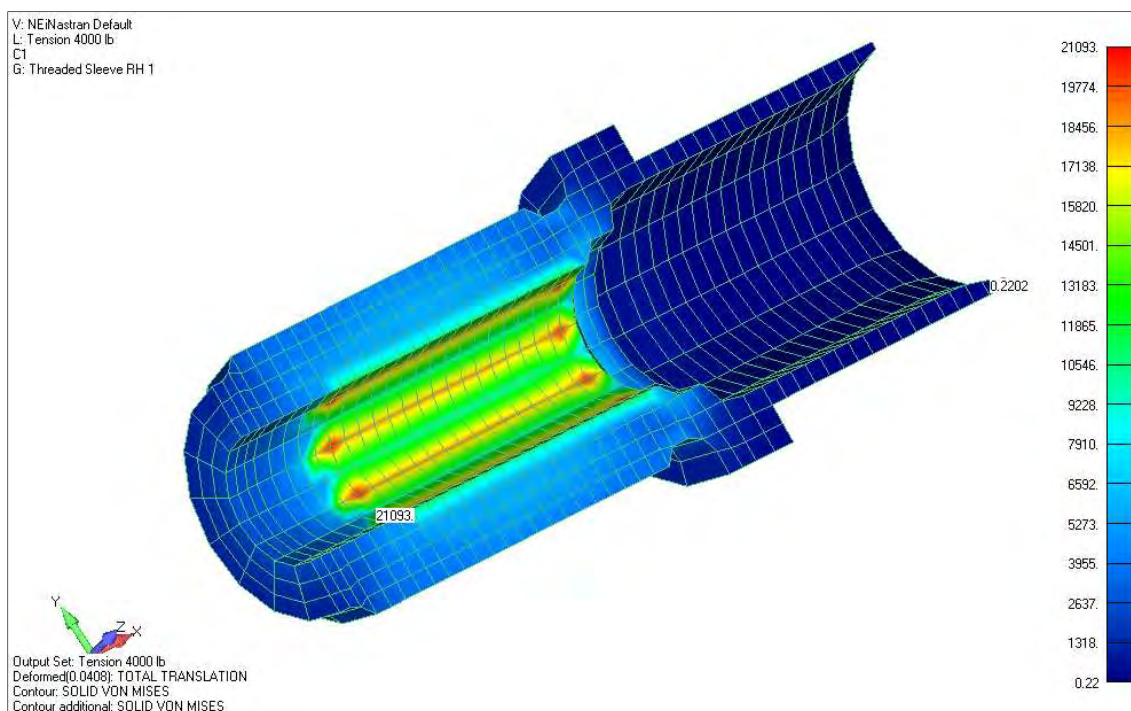


Figura 19 - Máxima tensão von Mises na Junção Direita para carga de tração

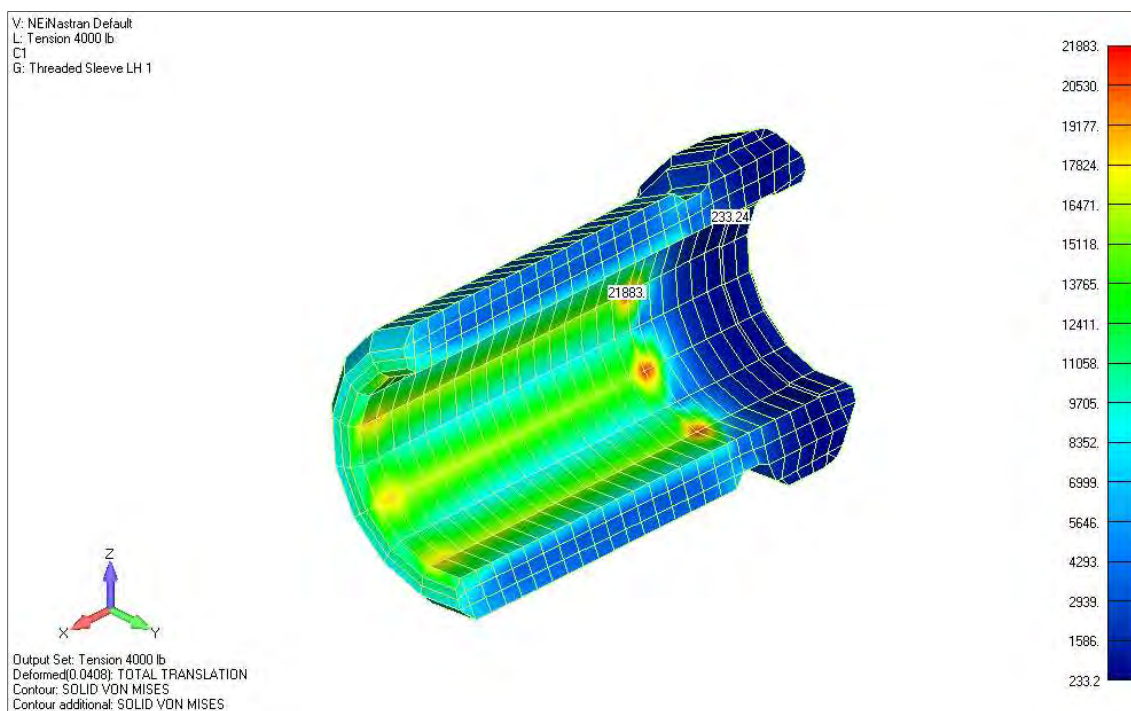


Figura 20 - Máxima tensão von Mises na Junção Esquerda para carga de tração

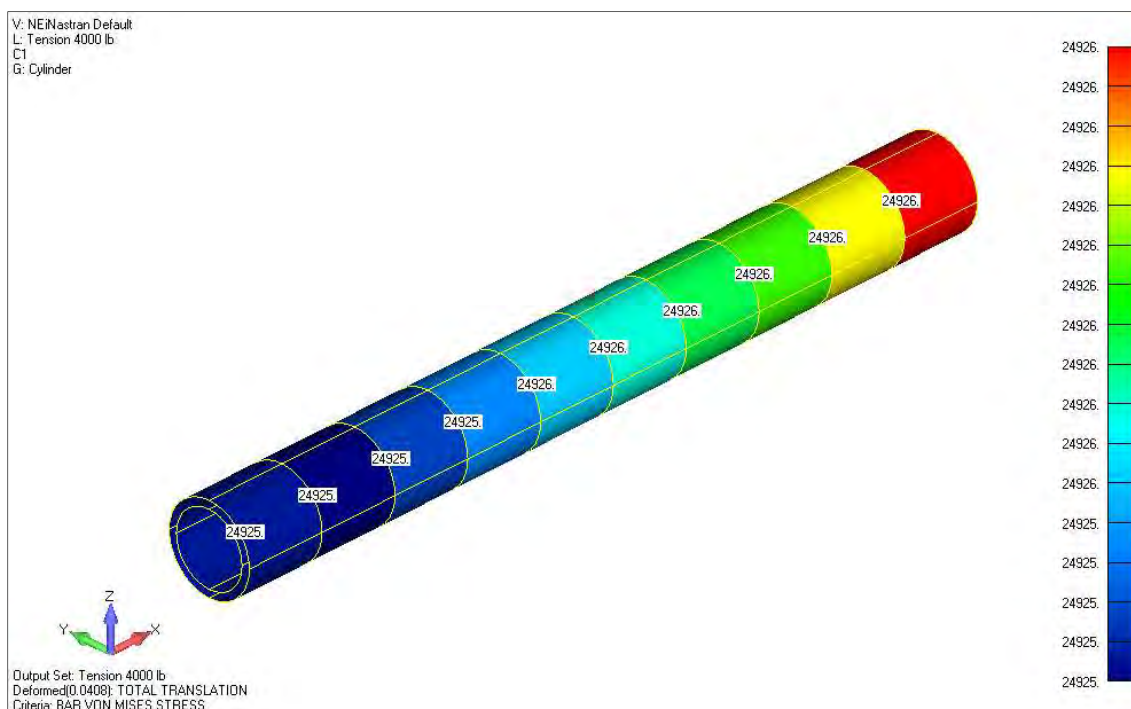


Figura 21 - Máxima tensão von Mises no Cilindro para carga de tração

Para cada componente foi estimada a carga crítica de tração no Tie-Rod, substituindo na equação (11) a máxima Tensão von Mises encontrada, a carga aplicada e a tensão admissível. A Tabela 7 apresenta os dados encontrados.

Tabela 7 - Cálculo da carga crítica pelo Método dos Elementos Finitos para tração

Componente	Tensão Von Misses (Psi)	Carga aplicada (lbf)	Tensão admissível (Psi)	Carga crítica (lbf)	Carga crítica (N)
Extremidade Haste	48686	4000	62000	5093	22664
Extremidade Garfo	59371	4000	62000	4177	18588
Junção Direita	21093	4000	77000	14602	64979
Junção Esquerda	21883	4000	77000	14074	62629
Cilindro	24926	4000	62000	9949	44273

4.2.2- Compressão

A Figura 22, a Figura 23, a Figura 24, a Figura 25 e a Figura 26 apresentam a máxima tensão von Mises calculada em cada componente para uma carga de duas mil libras de compressão aplicada no Tie-Rod.

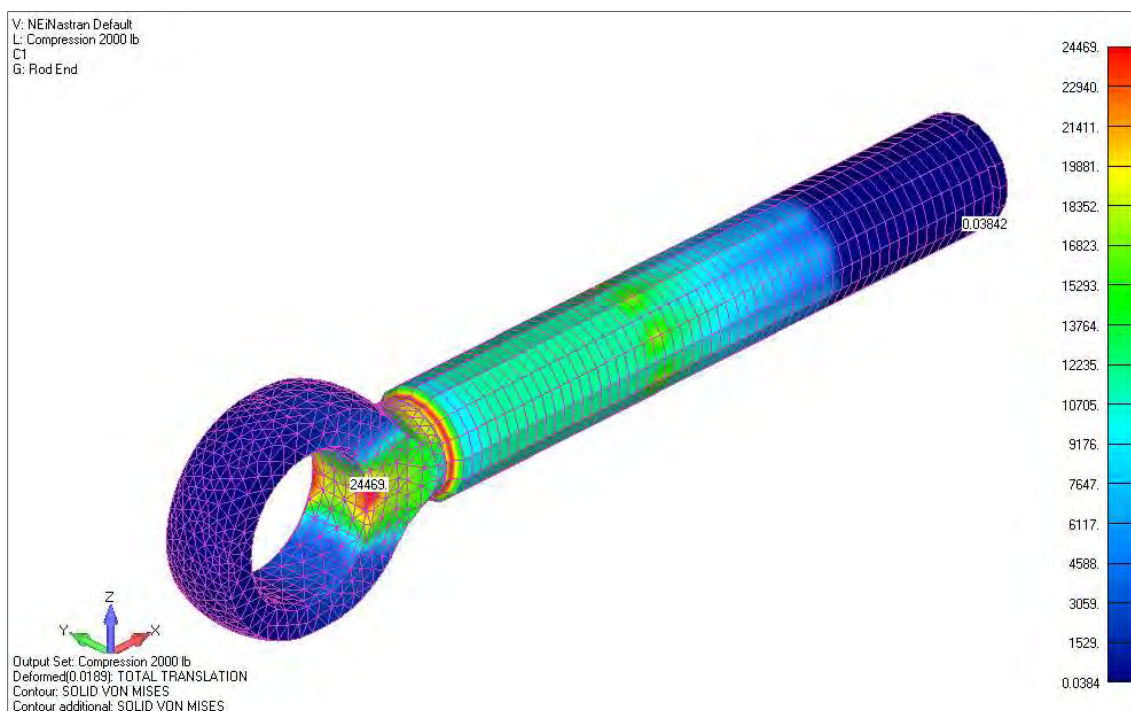


Figura 22 - Máxima tensão von Mises na Extremidade Haste para carga de compressão

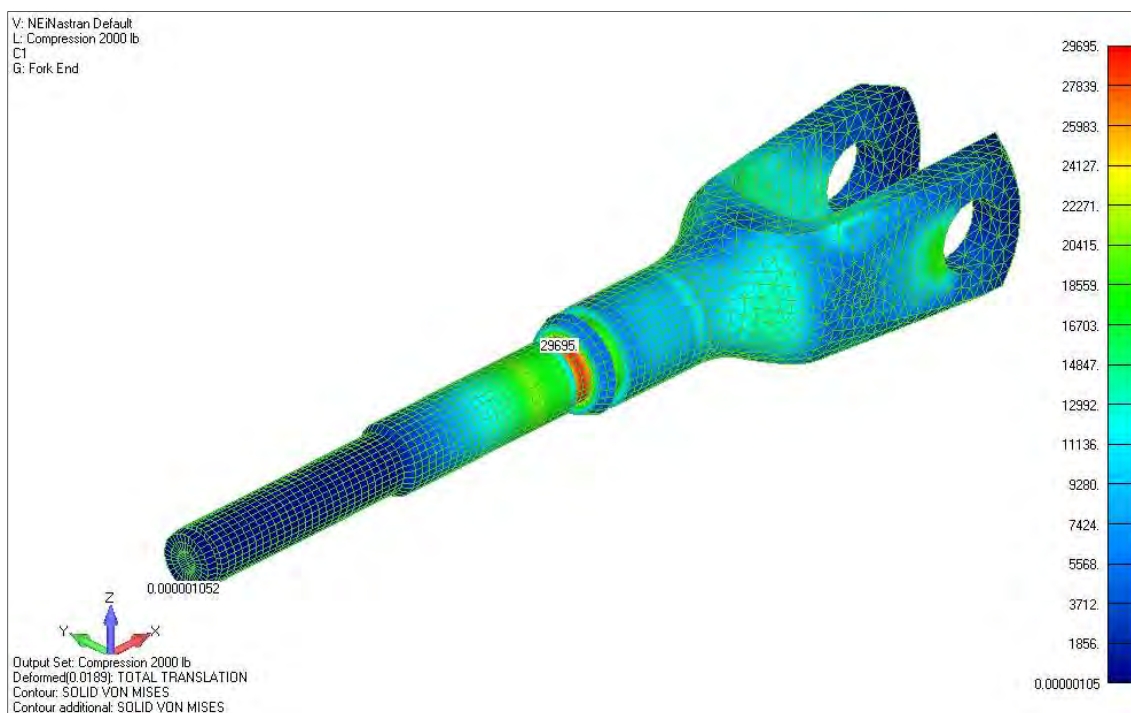


Figura 23 - Máxima tensão von Mises na Extremidade Garfo para carga de compressão

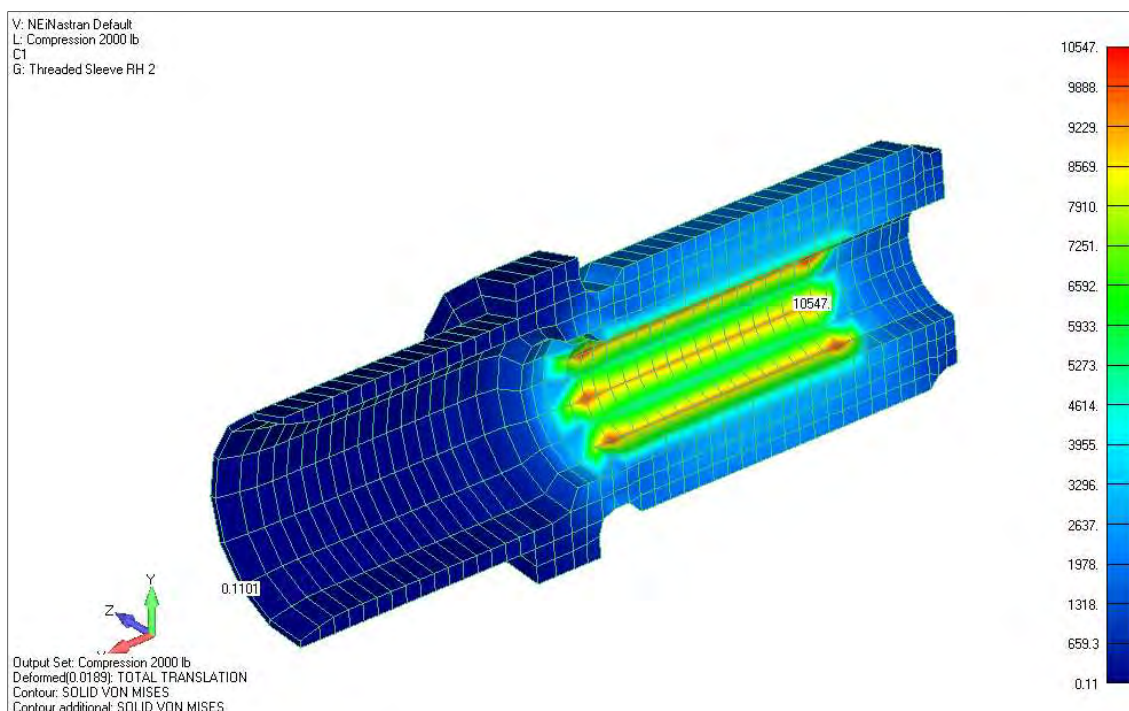


Figura 24 - Máxima tensão von Mises na Junção Direita para carga de compressão

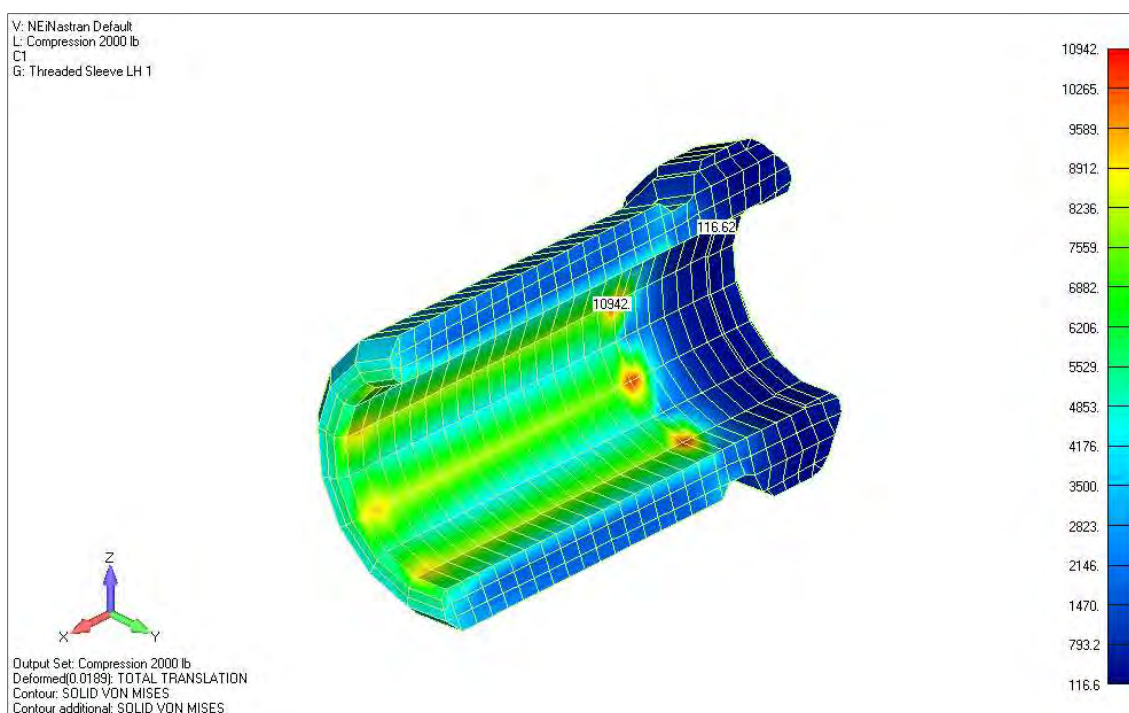


Figura 25 - Máxima tensão von Mises na Junção Esquerda para carga de compressão

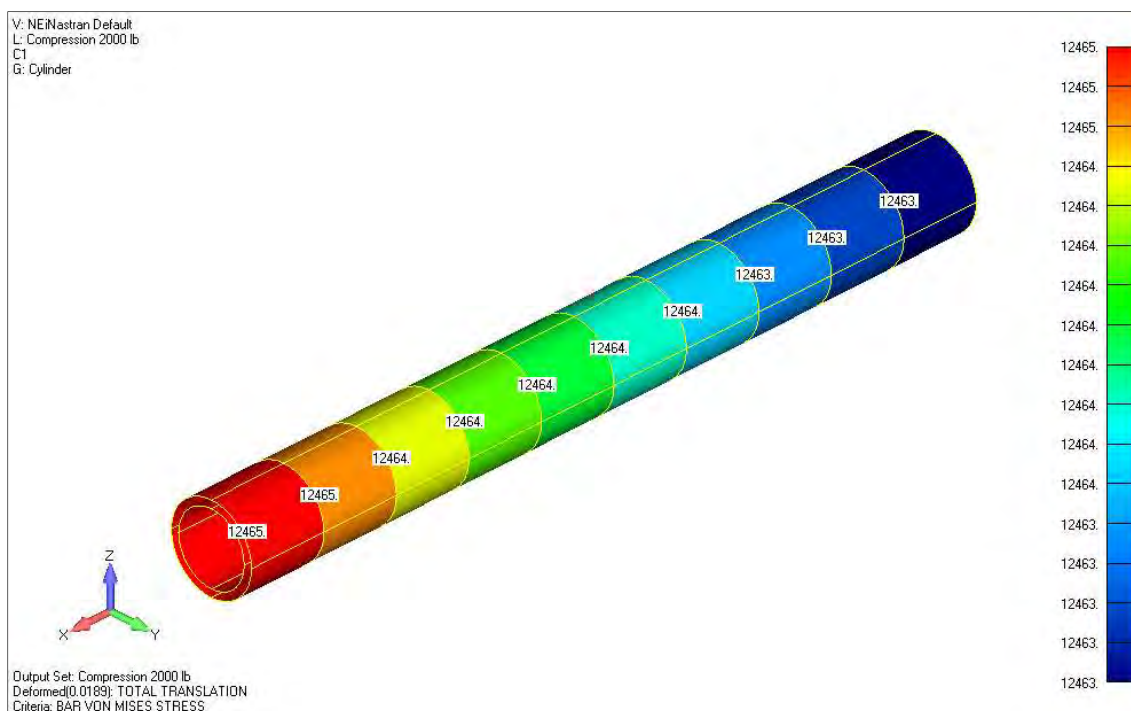


Figura 26 - Máxima tensão von Mises no Cilindro para carga de compressão

Para cada componente foi estimada a carga crítica de tração no Tie-Rod, substituindo na equação (11) a máxima Tensão Von Misses encontrada, a carga aplicada e a tensão admissível. A Tabela 8 apresenta os dados encontrados.

Tabela 8 - Cálculo da carga crítica pelo Método dos Elementos Finitos para compressão

Componente	Tensão Von Misses (Psi)	Carga aplicada (lbf)	Tensão admissível (Psi)	Carga crítica (lbf)	Carga crítica (N)
Extremidade Haste	24469	2000	62000	5067	22548
Extremidade Garfo	29695	2000	62000	4175	18579
Junção Direita	10547	2000	77000	14601	64974
Junção Esquerda	10942	2000	77000	14074	62629
Cilindro	12465	2000	62000	9947	44264

4.2.3-Flambagem

A Figura 27 apresenta o resultado da análise do tipo flambagem.

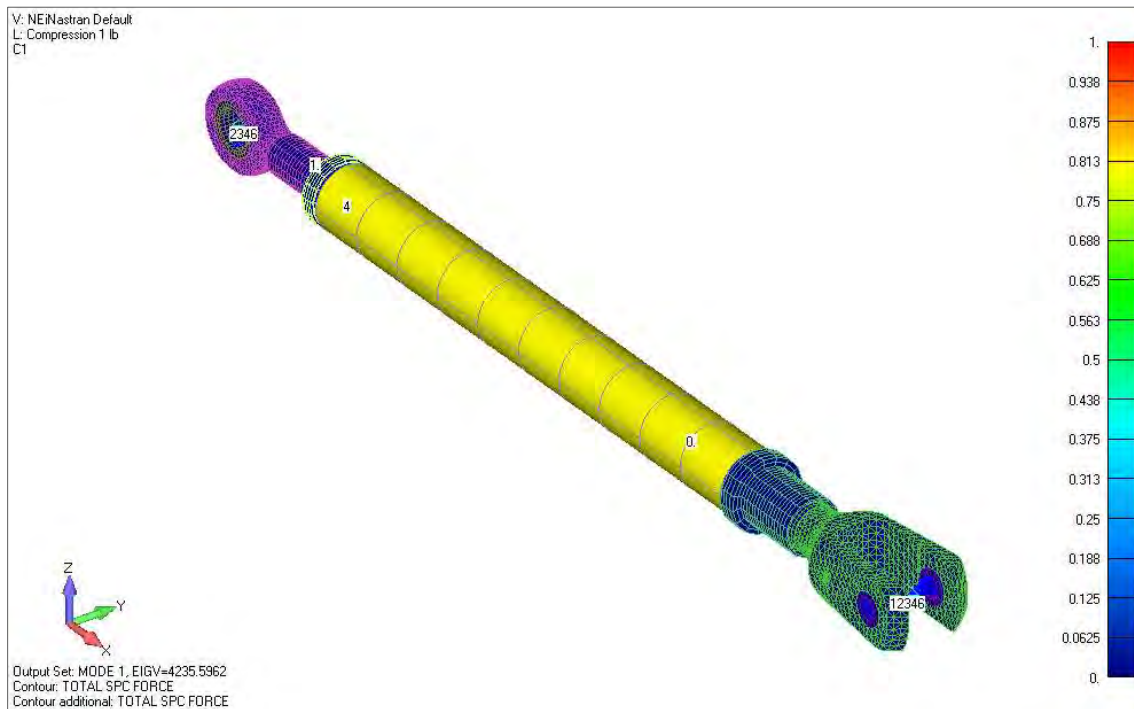


Figura 27 - Resultado da análise pelo Método dos Elementos Finitos do tipo flambagem

A carga aplicada no modelo para este tipo de análise foi de uma libra de compressão, para que o resultado de auto-valor obtido já seja o valor de carga crítica para flambagem. O primeiro e mais baixo autovalor é igual a 4235,5962, portanto a carga crítica para flambagem é $P_{cr} = 4235 \text{ lbs.} = 18845 \text{ N}$.

4.2.4- Comparação de resultados

Conforme esperado, as cargas críticas calculadas pelo MEF para tração e para compressão são muito próximas em módulo, conforme o gráfico da Figura 28.

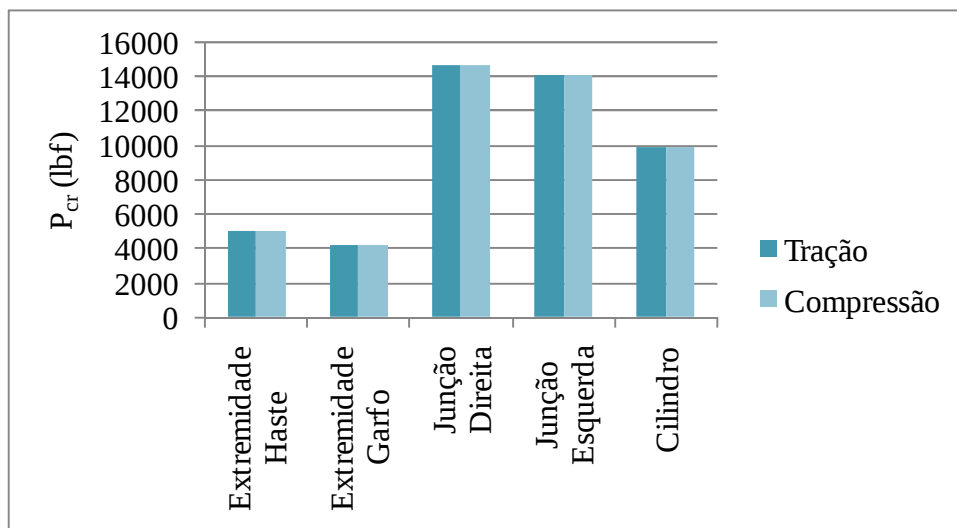


Figura 28 - Comparação de valores em módulo das cargas críticas de tração e de compressão

Os valores de carga crítica para tração obtidos analiticamente foram próximos dos obtidos pelo MEF, conforme o gráfico na Figura 29. Nos casos em que há diferença significativa, o cálculo pelo MEF mostra-se mais conservador.

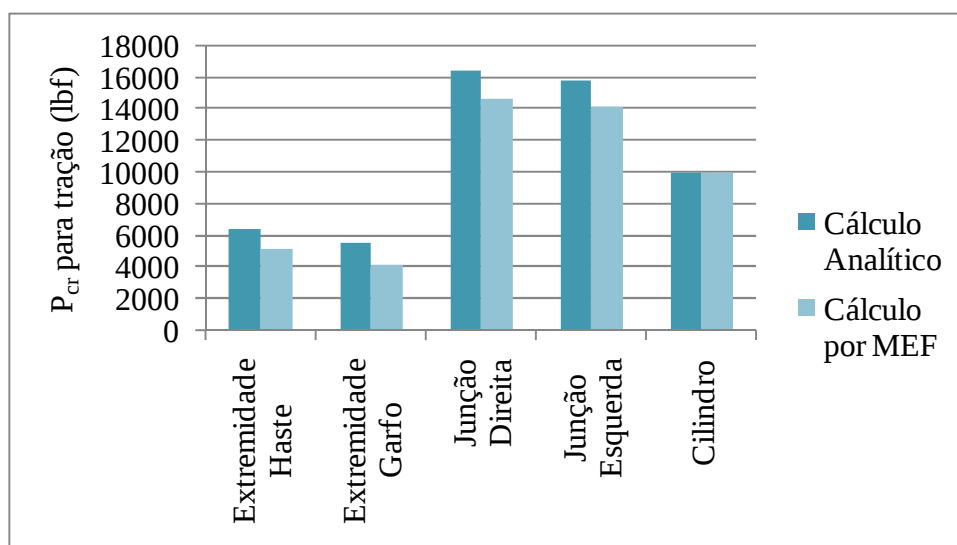


Figura 29 - Comparação entre resultados para carga crítica de tração por cálculo analítico e pelo Método dos Elementos Finitos

Da mesma forma os valores de carga crítica para compressão obtidos analiticamente foram próximos dos obtidos pelo MEF, conforme o gráfico na Figura 30. Nos casos em que há diferença significativa, o cálculo pelo MEF mostra-se mais conservador.

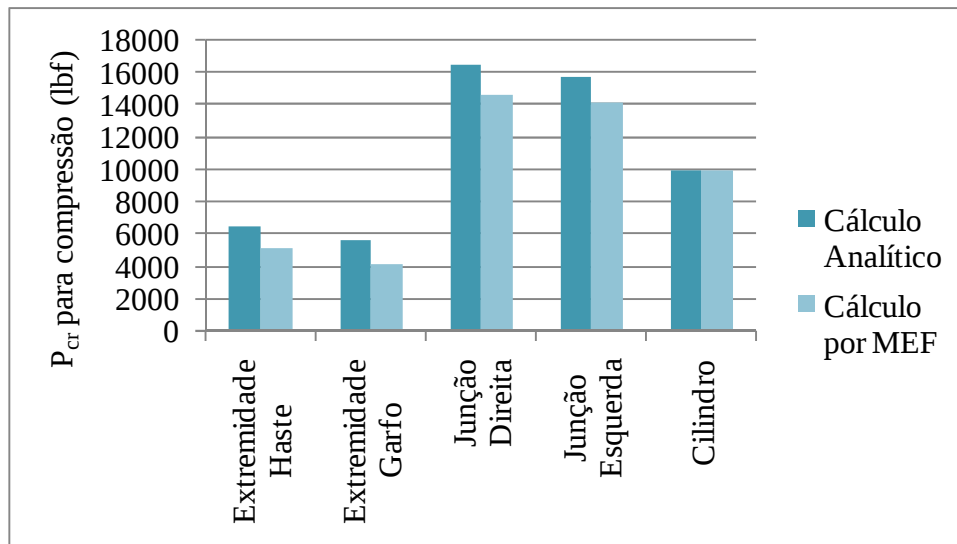


Figura 30 - Comparação entre resultados para carga crítica de compressão por cálculo analítico e pelo Método dos Elementos Finitos

O cálculo da carga crítica de compressão para falha por flambagem chega a valores semelhantes quando utilizado o Método dos Elementos Finitos e a teoria experimental, porém o cálculo pela Teoria de Euler estima um valor um pouco mais alto. A Figura 31 apresenta essa comparação.

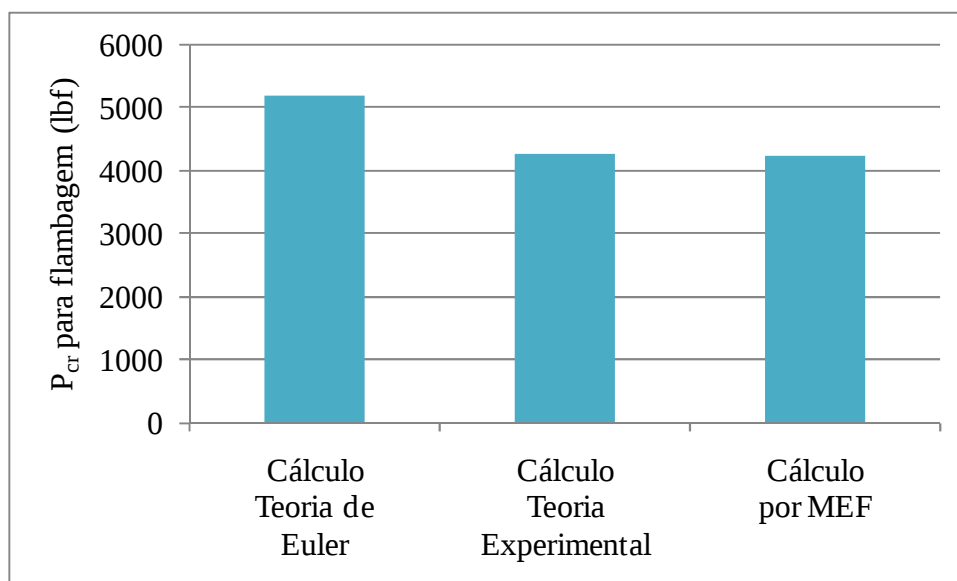


Figura 31 - Comparação entre resultados para carga crítica de flambagem por cálculo analítico e pelo Método dos Elementos Finitos

Os cálculos analíticos determinam uma carga crítica final para falha por flambagem menor do que a carga crítica final pra falha por compressão, enquanto o contrário acontece nos resultados dos cálculos pelo Método dos Elementos Finitos. Ainda, para tração e compressão os resultados de carga crítica final são mais

conservadores se aplicado o Método dos Elementos Finitos. A figura tal apresenta esta comparação.

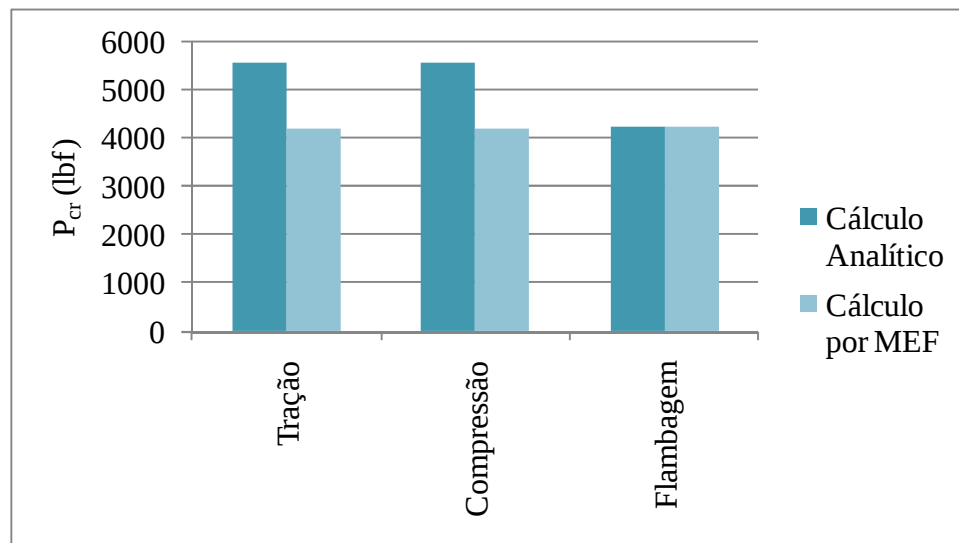


Figura 32 - Comparação dos resultados para carga crítica final por cálculo analítico e pelo Método dos Elementos Finitos

Os cálculos analíticos e os cálculos pelo MEF determinaram componentes críticos diferentes quando o Tie-Rod está sob carga de tração e carga de compressão, conforme apresentado no Quadro 3.

Quadro 3 - Componentes críticos do Tie-Rod sob tração e sob compressão

Fenômeno	Cálculo Analítico	Cálculo por MEF
Tração	Extremidade Garfo	Extremidade Garfo
Compressão	Extremidade Garfo	Extremidade Garfo
Flambagem	Cilindro	Todo o Tie-Rod

5. CONCLUSÃO

Exceto nos cálculos de carga crítica para flambagem, os cálculos analíticos fornecem valores de carga crítica um pouco maiores do que os fornecidos pelo Método dos Elementos Finitos. Para todos os componentes exceto o Cilindro, ignorou-se a influência de regiões de descontinuidade na distribuição de tensões nos respectivos eixos, portanto é esperado que na prática as cargas críticas de tração e de compressão sejam um pouco menores do que as calculadas analiticamente, aproximando-se dos resultados obtidos pelo MEF. A diferença entre os valores encontrados analiticamente e pelo MEF em todos os casos foi sempre constante.

No caso da flambagem, o uso das fórmulas empíricas citadas resultou praticamente na mesma carga crítica calculada pelo MEF, mas não é possível dizer que o mesmo aconteceria se o Tie-Rod tivesse dimensões muito diferentes das atuais. O cálculo da carga crítica para flambagem pela teoria de Euler resultou num valor um pouco maior. Ainda, os cálculos analíticos para flambagem levaram em consideração apenas o eixo, enquanto que todo o Tie-Rod foi considerado quando do uso do Método dos Elementos Finitos. Considerar todo o Tie-Rod seria bastante complicado durante cálculos analíticos dada a complexidade da geometria dos demais componentes, porém ao mesmo tempo que o comprimento equivalente seria maior, o corpo seria mais rígido, portanto não dá pra afirmar que o resultado seria maior ou menor.

Considerando todos os casos, a menor carga crítica se dá para falha por flambagem. O uso do Método dos Elementos Finitos mostrou-se útil, fornecendo resultados mais conservativos. Entretanto, pela dificuldade dos cálculos por conta da irregularidade da geometria das peças, um teste prático não deve ser dispensado antes da aprovação do design final do produto.

REFERÊNCIAS

ALVES FILHO, A. **Elementos Finitos: a Base da Tecnologia CAE**. 5ª Edição. 2ª reimpressão. São Paulo. Editora Érica. 2008. 292 p.

AMERICAN ASSOCIATION, **Aluminum Design Manual**, The Aluminum Association, Inc. EUA, 2010. 562 p.

BEER, F. P.; JOHNSTON JR., E. R. **Resistência dos Materiais**. 3ª Edição. São Paulo: Pearson Education do Brasil. 2008. 1255 p.

BRUHN, E. F., **Analysis and Design of Flight Vehicle Structures**. Indianapolis: Jacobs Publishing. 1973. 869 p.

FISH, J.; BELYTSCHKO, T. **A First Course in Finite Elements**. West Sussex: John Wiley & Sons Ltd. 2007. 327 p.

SHIGLEY, J. E. **Elementos de Máquinas**. 3ª Edição. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S. A. 1984. Volume 1. 347 p.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

ADAMS, A.; ASKENAZI, A. **Building Better Products With Finite Element Analysis.** . Santa Fe. OnWord Press. 1998. 588 p.

ANEXO A – Materiais e propriedades utilizados no modelo criado pelo MEF

A.1- Materiais

Cinco materiais foram criados para uso nas propriedades utilizadas na simulação do Tie-Rod.

- Material 1 - 17-4PH Stainless H1025**
 Type ISOTROPIC Color 104 Layer 1 #Prop/Ply 1
 Density 0.00073315 Damping 0. Ref Temp 70.
 STIFFNESS E 28500000. G 0. Nu 0.27
 STRENGTH Tension 145000. Compress 139000. Shear 95000.
 THERMAL Alpha 0.0000062 K 0.00021991 SpecHeat 40.572
 HtGen 0.
 OPTICAL Front Off Reverse Off
- Material 2 - Ti-6Al-4V Sol Tr & Aged .**
 Type ISOTROPIC Color 104 Layer 1 #Prop/Ply 1
 Density 0.0004145 Damping 0. Ref Temp 70.
 STIFFNESS E 16000000. G 0. Nu 0.31
 STRENGTH Tension 145000. Compress 150000. Shear 93000.
 THERMAL Alpha 0.0000048 K 0.0011667 SpecHeat 46.368
 HtGen 0.
 OPTICAL Front Off Reverse Off
- Material 3 - 2024-T351 Al Bar and rod .125-.5**
 Type ISOTROPIC Color 104 Layer 1 #Prop/Ply 1
 Density 0.1 Damping 0. Ref Temp 0.
 STIFFNESS E 10500000. G 0. Nu 0.33
 STRENGTH Tension 45000. Compress 36000. Shear 37000.
 THERMAL Alpha 0. K 0. SpecHeat 0.
 HtGen 0.
 OPTICAL Front Off Reverse Off
- Material 4 - CRES**
 Type ISOTROPIC Color 104 Layer 102 #Prop/Ply 1
 Density 0.286 Damping 0. Ref Temp 0.
 STIFFNESS E 28000000. G 0. Nu 0.27
 STRENGTH Tension 26000. Compress 23000. Shear 50000.
 THERMAL Alpha 0. K 0. SpecHeat 0.
 HtGen 0.
 OPTICAL Front Off Reverse Off

A.2- Propriedades

Seis propriedades do tipo SOLID foram criadas para uso nos elementos sólidos utilizados para modelar as partes principais do Tie-Rod.

- Property 1 - Fork End
Type SOLID Color 103 Layer 108 CoordSys 0 #Elem 17771
Material 4 Integration Net 0 Material Aligned to Coordinate System
- Property 2 - Rod End
Type SOLID Color 20 Layer 109 CoordSys 0 #Elem 11924
Material 4 Integration Net 0 Material Aligned to Coordinate System
- Property 3 - Threaded Sleeve
Type SOLID Color 3 Layer 109 CoordSys 0 #Elem 2080
Material 2 Integration Net 0 Material Aligned to Coordinate System
- Property 4 - Sleeve 2
Type SOLID Color 10 Layer 109 CoordSys 0 #Elem 1360
Material 1 Integration Net 0 Material Aligned to Coordinate System
- Property 5 - Fork Bushing
Type SOLID Color 14 Layer 109 CoordSys 0 #Elem 128
Material 3 Integration Net 0 Material Aligned to Coordinate System
- Property 6 - Spherical
Type SOLID Color 99 Layer 51 CoordSys 0 #Elem 340
Material 5 Integration Net 0 Material Aligned to Coordinate System

Uma propriedade do tipo BAR foi criada para uso nos elementos de barra utilizados na simulação do cilindro.

- Property 7 - Cylinder
Type BAR Color 24 Layer 102 Material 4 #Elem 10
SHAPE - Circular Tube Poisson Ratio 0.3
Radius 0.3937 Thickness 0.07134
Area 0.16048 Y Shear Area 0.086503 Z Shear Area 0.086503
I1 0.010388 I2 0.010388 I12 0.
NS Mass/Len 0. Perimeter 2.47369 J 0.020768
Recover Stresses At: Y 0. Z -0.3937
Recover Stresses At: Y 0.3937 Z 0.
Recover Stresses At: Y 0. Z 0.3937
Recover Stresses At: Y -0.3937 Z 0.

Outras seis propriedades do tipo DOF SPRING foram criadas para uso nos elementos de mola utilizados junto com elementos rígidos na simulação do rosqueamento entre as partes do Tie-Rod.

- Property 8 - TX
Type DOF SPRING Color 103 Layer 103 #Elem 2 #Attr 0
Stiffness,K 1000000. Damping, C 0. DOF A 1 DOF B 1
- Property 9 - TY
Type DOF SPRING Color 103 Layer 103 #Elem 2 #Attr 0
Stiffness,K 1000000. Damping, C 0. DOF A 2 DOF B 2
- Property 10 - TZ
Type DOF SPRING Color 103 Layer 103 #Elem 2 #Attr 0
Stiffness,K 1000000. Damping, C 0. DOF A 3 DOF B 3
- Property 11 - RX
Type DOF SPRING Color 103 Layer 103 #Elem 2 #Attr 0
Stiffness,K 1000000. Damping, C 0. DOF A 4 DOF B 4
- Property 12 - RY
Type DOF SPRING Color 103 Layer 103 #Elem 2 #Attr 0
Stiffness,K 1000000. Damping, C 0. DOF A 5 DOF B 5
- Property 13 - RZ
Type DOF SPRING Color 103 Layer 103 #Elem 2 #Attr 0
Stiffness,K 1000000. Damping, C 0. DOF A 6 DOF B 6