

ANDERSON RICARDO JUSTO DE ARAÚJO

**CARACTERIZAÇÃO E REDUÇÃO DAS OSCILAÇÕES
ESPÚRIAS RESULTANTES DA REPRESENTAÇÃO DE LINHAS
DE TRANSMISSÃO POR MEIO DE ELEMENTOS DISCRETOS
DE CIRCUITOS**

ILHA SOLTEIRA

2014

**CARACTERIZAÇÃO E REDUÇÃO DAS OSCILAÇÕES
ESPÚRIAS RESULTANTES DA REPRESENTAÇÃO DE LINHAS
DE TRANSMISSÃO POR MEIO DE ELEMENTOS DISCRETOS
DE CIRCUITOS**

ANDERSON RICARDO JUSTO DE ARAÚJO

PROF. Dr. SÉRGIO KUROKAWA

Orientador

Dissertação apresentada no Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista-UNESP-Campus de Ilha Solteira, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área do Conhecimento: Automação.

ILHA SOLTEIRA

2014

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

A663c Araújo, Anderson Ricardo Justo de.
Caracterização e redução das oscilações espúrias resultantes da
representação de linhas de transmissão por meio de elementos discretos de
circuitos / Anderson Ricardo Justo de Araújo. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2014
143 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de
Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Engenharia Elétrica, 2014

Orientador: Sérgio Kurokawa
Inclui bibliografia

1. Linhas de transmissão. 2. Transitórios eletromagnéticos. 3. Oscilações
espúrias.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Caracterização e redução das oscilações espúrias resultantes da representação de linhas de transmissão por meio de elementos discretos de circuitos

AUTOR: ANDERSON RICARDO JUSTO DE ARAÚJO

ORIENTADOR: Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA

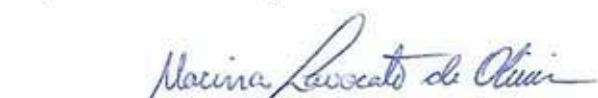
CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. EDUARDO COELHO MARQUES DA COSTA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica ,
Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:



Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Profa. Dra. MARINA LAVORATO DE OLIVEIRA

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. EDGAR MANUEL CARREÑO FRANCO

Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Data da realização: 27 de novembro de 2014.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Ilha Solteira

Dedicatória

A minha família e a todos os amigos que acreditaram e estiveram comigo durante a realização deste trabalho.

DEDICO.

Agradecimentos

A caminhada da vida não é fácil, mas nem por isso, a vida deixa de ser magnífica e valiosa, pois Deus nos coloca as pessoas certas em todos os momentos. Agradeço a Deus pela vida e as pessoas que colocou nela. Agradeço a minha mãe, Dalva Elisabete Justo pelo amor incondicional que nunca mediu esforços para que meu sonho se tornasse realidade. As minhas irmãs, Solange Aparecida Justo de Araújo e Renata Cristina Justo de Araújo que estiveram sempre ao meu lado, fortalecendo-me quando eu achava que não chegaria até aqui. Ao meu amado sobrinho Germano Francisco Justo que ensinarei tudo possível. A minha querida avó, Nair Melchiori Justo pelo amor, bom humor e inspiração para seguir em frente. *In memoriam* aos meus queridos avós Rubéns Justo, Florinda Polano e Sebastião Araújo, e aos meus amigos Bruna Zucon, Elza Urzulin, Maria Alice e Gustavo que olham por mim de um lugar especial. A família Justo pelo apoio, orações e afeto imensos.

Agradeço especialmente a Danitielle Cinelli Simonato, Marcelo Dias de Carvalho, Kátia Cangussu, Marcio Montsutsumi, Uiliam Nelson, Beatriz Gabardo, Luana, Marta Suzuki e sua mãe Olívia Suzuki. Aos amigos que conheci em Winnipeg, durante meu estágio de pesquisa: Tássia, Cláudio, Belmir, Denner, Antônio, Carla, Jussara, Perony, Sara, John e a família Klassen que me acolheu com muito amor durante este período. A Geni Batista e sua mãe Dona Francisca pela companhia e carinho durante todos esses anos.

A todos os membros do Grupo de Análise em Transitórios Eletromagnéticos (GATE) pelo apoio e disposição em ajudar. Rodrigo, Newton, Carol, Júlia e Pablo. Aos professores Dr.^a. Darcy H. F. Kanda, Dr. José A. Malmonge, Dr. Haroldo N. Nagashima, Dr.^a. Mariângela Bovolato, Dr. Luiz Fernando Bovolato. Ao meu co-orientador Eduardo Marques da Costa Coelho e ao meu orientador Dr. Sérgio Kurokawa pela orientação e amizade que foram fundamentais para a realização desta dissertação. Ao meu orientador na Universidade de Manitoba Prof. Dr. Behzad Kordi durante meu estágio de pesquisa. A Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo fomento do projeto 2012/13857-4 e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). Aos professores da banca pela disponibilidade e correção deste trabalho A todos que contribuíram nesta dissertação sempre dispostos a oferecer estímulos e a percorrer novos caminhos. Muito obrigado a todos!

A barca

Tu, te abeiraste na praia
Não buscaste nem sábios nem ricos,
somente queres que eu te siga!

Senhor, tu me olhaste nos olhos,
a sorrir, pronunciastes meu Nome,
lá na praia, eu larguei o meu barco,
junto a Ti buscarei outro mar...

Tu sabes bem que em meu barco
Eu não tenho nem ouro nem espadas
somente redes e o meu trabalho

Tu, minhas mãos solicitas,
meu cansaço que a outros descanse,
amor que almeja seguir amando.

Tu, pescador de outros lagos,
ânsia eterna de almas que esperam,
bondoso amigo que assim me chamas.

*“Procurai o Reino dos Céus e tudo mais vos será dado por \leq acrécimo \geq , mas nós
procuramos o \leq acrécimo \geq e é natural que não o encontremos.”*

Leon Tolstói, Ressurreição.

RESUMO

As soluções das equações diferenciais de uma linha de transmissão são geralmente de difícil obtenção devido a sua complexidade, especialmente quando os efeitos da frequência e solo são considerados. Considerando essa característica foram propostos dois modelos para estudar os transitórios eletromagnéticos de linha de transmissão monofásica. O primeiro é o modelo a parâmetros discretos que considera a linha de transmissão representada por uma cascata de circuitos π e as correntes e tensões ao longo da cascata são descritas por equações de estado e suas soluções são obtidas por métodos numéricos de integração desenvolvidos diretamente no domínio do tempo. O segundo é o modelo a parâmetros distribuídos que transforma as equações diferenciais no domínio do tempo em equações hiperbólicas algébricas no domínio da frequência e uma vez obtidas as soluções a, usando a Transformada Inversa de Laplace implementada numericamente, são obtidas as soluções no domínio do tempo. Observa-se a presença de oscilações espúrias nas simulações do modelo a parâmetros discretos quando a linha de transmissão é representada por cascatas de circuitos π . Neste trabalho serão analisadas as oscilações espúrias presentes nas simulações obtidas para uma linha de transmissão monofásica e trifásica de comprimento fixo e representada por distintas quantidades de circuitos π e submetida a diversas condições de energização. Será projetado um filtro passivo analógico inserido diretamente no modelo a parâmetros discretos para reduzir as oscilações espúrias nas simulações obtidas, tornando-o mais preciso e confiável para análise de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência.

Palavras-chaves: Transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência, Linhas de transmissão, Parâmetros discretos, Parâmetros distribuídos, Domínio do tempo, Domínio da frequência, Filtros passa-baixas.

ABSTRACT

The solutions of differential equations of a transmission line are generally difficult to obtain due to the complexity of these equations. Considering this characteristics, two models have been proposed to study the electromagnetic transient in transmission line. The first model considers the discrete parameters to represents the transmission line using a cascade of π - circuit and the uses numerical integration methods developed directly in the time domain. The second model considers the distributed parameter of the transmission line. The differential equations in time domain are transformed to algebraic equations in the frequency domain and once obtained the solutions, using Inverse Laplace Transform implemented numerically, the solutions are obtained in the time domain. It was observed the presence of spurious oscillations when a transmission line is represented by a cascade of π -circuits. In this work the spurious oscillations will be analyzed using the simulations obtained from a single and three-phase transmission line. For these analyses, the transmission line is considered with fixed length and represented by different quantities of the π -circuits and the line energized by different voltage sources. It will be designed an analog low-pass filter inserted directly in the lumped parameters transmission line model to reduce spurious oscillations in the simulations, making it more accurate and reliable for the analysis in electromagnetic transients in power systems

Keywords: Electromagnetic transients in power systems, Transmission lines, Discrete parameters, Distributed parameters, Time domain, Frequency domain, Low-pass filter.

Lista de figuras

Figura 1 – Tensão no terminal receptor para linha em aberto representada por: modelo a parâmetros discretos (1) e distribuídos (2).	21
Figura 2 – Linha de transmissão monofásica de comprimento d	26
Figura 3 – Circuito equivalente para um elemento infinitesimal da linha de transmissão.	27
Figura 4 – Linha monofásica de comprimento d	32
Figura 5 – Linha de transmissão representada por quadripolo Q	34
Figura 6 – Energização da linha com terminal B em aberto.	38
Figura 7 – Tensão $V_B(t)$ obtida pelo ULM.	40
Figura 8 – Tensão $V_B(t)$ obtida pelo ULM.	41
Figura 9 – Linha de transmissão representada por uma cascata de circuitos π	42
Figura 10 – Linha de transmissão representada por 1 circuito π	44
Figura 11 – Linha de transmissão representada por 2 circuitos π conectados em cascata.	46
Figura 12 – Linha de transmissão em carga R com n circuitos π conectados em cascata.	48
Figura 13 – Linha de transmissão monofásica de comprimento d	51
Figura 14 – Linha de transmissão monofásica de comprimento d	52
Figura 15 – $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul).	53
Figura 16 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul).	54
Figura 17 – Energização da linha com fonte senoidal e terminal receptor B em aberto.	55
Figura 18 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul).	56
Figura 19 – Energização com fonte de tensão contínua considerando o terminal B com carga resistiva.	57
Figura 20 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e parâmetros distribuídos (azul).	58

Figura 21 – Diagrama para se obter o espectro de frequência das oscilações espúrias.....	60
Figura 22 – Energização da linha com terminal B em aberto.	61
Figura 23 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul) para 5 circuitos π	62
Figura 24 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul) para 100 circuitos π	63
Figura 25 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul) para 200 circuitos π	63
Figura 26 – Espectro de frequência das oscilações para as quantidades de 5, 100 e 200 circuitos π	64
Figura 27 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul) para 5 circuitos π	65
Figura 28 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul) para 100 circuitos π	66
Figura 29 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul) para 200 circuitos π	66
Figura 30 – Espectro de frequência das oscilações para 5, 100 e 200 circuitos π	67
Figura 31 – Energização da linha com fonte senoidal e terminal B em aberto.	68
Figura 32 – Tensão $V_B(t)$ para linha de 100 km com 1 π /km.	69
Figura 33 – Tensão $V_B(t)$ para linha de 200 km com 1 π / km.	69
Figura 34 – Tensão $V_B(t)$ para linha de 500 km com 1 π / km.	70
Figura 35 – Espectro de frequência das oscilações espúrias para linhas de 100, 200 e 500 km.	71
Figura 36 – Tensão $V_B(t)$ da linha casada em função da frequência para os dois modelos.	72
Figura 37 – Linha monofásica atingida por descarga atmosférica.	73
Figura 38 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul).	74
Figura 39 – Espectro de frequência de $V_B(t)$ para o modelo a parâmetros distribuídos (azul) e discretos (vermelha).	75
Figura 40 – Frequência de corte para comprimentos distintos da linha.	76

Figura 41 – Frequência de corte para comprimento fixo de linha e quantidade de circuitos π variável.	77
Figura 42 – Classificação dos filtros: (a) passa-baixas; (b) passa-altas; (c) passa faixa e (d) rejeita faixas.	80
Figura 43 – Filtros passa-baixas:(a) filtro LC de segunda ordem, (b) filtro LC “ π ”, (c) filtro LC “T”, (d) RLC de segunda ordem.	81
Figura 44 – Linha de transmissão representada por parâmetros discretos e com dois filtros passa- baixas inseridos.	82
Figura 45 – Filtro passa-baixa LC.	83
Figura 46 – Diagrama de Bode para o filtro LC de segunda ordem.....	85
Figura 47 – $V_B(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).	86
Figura 48 – $I_A(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).....	86
Figura 49 – Filtro passa-baixa LC tipo “ π ” de segunda ordem.	87
Figura 50 – Tensão $V_B(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).....	89
Figura 51 – $I_A(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).....	90
Figura 52 – Filtro passa-baixa LC tipo “T” de segunda ordem.....	90
Figura 53 – $V_B(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).	91
Figura 54 – $I_A(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).....	92
Figura 55 – Filtro passa-baixa RLC de segunda ordem.	92
Figura 56 – Diagrama de Bode para o filtro RLC de segunda ordem.	94
Figura 57 – $V_B(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).	95
Figura 58 – $I_A(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).....	95
Figura 59 – Filtros passa-baixa tipo: (1) “ π ” e (2) “T” adaptados.....	96
Figura 60 – Filtro passa-baixa “ π ” adaptado no domínio da frequência.	97
Figura 61 – Diagrama de Bode para o filtro filtro “ π ” adaptado.....	98
Figura 62 – $V_B(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).	99

Figura 63 – $I_A(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).....	100
Figura 64 – $V_B(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).	101
Figura 65 – Filtros passa-baixa “T” adaptado no domínio da frequência.	102
Figura 66 – $V_B(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).	102
Figura 67 – $I_A(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).....	103
Figura 68 – $V_B(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).	104
Figura 69 – $I_A(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).....	108
Figura 70 – Linha de transmissão trifásica utilizada nas simulações.	109
Figura 71 – Linha de transmissão trifásica com carga Z_C	111
Figura 72 – Linha de transmissão no modo m representada por parâmetros discretos.	111
Figura 73 – Linha modal m e filtro tipo “ π ” adaptado inserido no modelo a parâmetros discretos.	112
Figura 74 – Tensões modais obtidas com o modelo a parâmetros distribuídos.	113
Figura 75 – Tensões modais obtidas com o modelo a parâmetros discretos sem filtro.	113
Figura 76 – Tensões modais obtidas com o modelo a parâmetros discretos com filtro.	114
Figura 77 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros distribuídos.	115
Figura 78 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros discretos.	115
Figura 79 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros discretos com filtro adaptado.	116
Figura 80 – Comparações para tensão da fase 1 nos modelos estudados.	117
Figura 81 – Linha trifásica com carga equilibrada usada no primeiro procedimento.	118
Figura 82 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros distribuídos.	119
Figura 83 – Correntes trifásicas no terminal receptor com o modelo a parâmetros distribuídos.	119
Figura 84 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros discretos.	120
Figura 85. Correntes trifásicas no terminal receptor com o modelo a parâmetros discretos.	121

Figura 86 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros discretos com filtro passa-baixas adaptado.	122
Figura 87 – Corrente trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros discretos com filtro passa-baixas adaptado.	122
Figura 88 – Esquema para geração do pulso na linha trifásica com carga trifásica.	123
Figura 89 – Tensões trifásicas no terminal emissor obtidas com o modelo a parâmetros distribuídos	124
Figura 90 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros distribuídos.	125
Figura 91 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros discretos.	126
Figura 93 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros discretos com filtro passa-baixas adaptado	126
Figura 93 – Tensão monofásica obtida com o modelo a parâmetros distribuídos (1) e discretos (2).	133
Figura 94 – Diagrama para aplicação do filtro digital.	136
Figura 95 – Tensão $V_B(t)$ obtidos pelo ULM e com o filtro FIR.	137
Figura 96 – Espectro da frequência da tensão $V_B(t)$ a parâmetros distribuídos e com filtro FIR. ..	138
Figura 97 – Tensão $V_B(t)$ obtidas pelo modelo a parâmetros discretos e com o filtro FIR.	138
Figura 98 – Espectro da frequência da tensão $V_B(t)$ a parâmetros discretos e com filtro FIR.	139

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Parâmetros da linha de transmissão para validação do ULM.....	39
Tabela 2 – Parâmetros da linha de transmissão para validação do LPM.	53
Tabela 3 – Parâmetros da linha utilizado na comparação dos modelos ULM e LPM.	62
Tabela 4 – Frequência de corte para comprimentos distintos de linha.....	76
Tabela 5 – Frequência de corte para diversas quantidades de circuitos π	78
Tabela 6 – Parâmetros da linha para simulação.	82
Tabela 7 – Parâmetros dos filtros passa-baixas inseridos no modelo a parâmetros discretos.....	84
Tabela 8 – Parâmetros dos filtros passa-baixas LC do tipo “ π ”.	88
Tabela 9 – Parâmetros dos filtros passa-baixas RLC de segunda ordem.	93
Tabela 10 – Parâmetros do filtro passa-baixas “ π ”adaptado.	98
Tabela 11 – Parâmetros elétricos para cada modo m	112
Tabela 12 – Parâmetros da linha para simulação.	118

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
2	EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO	26
2.1	INTRODUÇÃO	26
2.2	DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS	26
2.3	CONSIDERAÇÕES SOBRE AS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA.....	29
2.4	CONSIDERAÇÕES.....	30
3	SOLUÇÕES DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO.....	31
3.1	INTRODUÇÃO	31
3.2	SOLUÇÕES DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA.....	31
3.3	SOLUÇÕES DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA NO DOMÍNIO DO TEMPO	34
3.4	CONSIDERAÇÕES.....	36
4	MODELO A PARÂMETROS DISTRIBUÍDOS	37
4.1	INTRODUÇÃO	37
4.2	UNIVERSAL LINE MODEL.....	37
4.3	APLICAÇÃO DO ULM NA ENERGIZAÇÃO DA LINHA EM ABERTO	38
4.6	CONSIDERAÇÕES.....	41
5	REPRESENTAÇÃO DA LINHA DE TRANSMISSÃO UTILIZANDO PARÂMETROS DISCRETOS	42
5.1	INTRODUÇÃO	42
5.3	EQUACIONAMENTO DAS TENSÕES E CORRENTES DA LINHA POR VARIÁVEIS DE ESTADO.....	43

5.4	DESCRIÇÃO DAS CORRENTES E TENSÕES POR MEIO DE VARIÁVEIS DE ESTADO	44
5.5	CONSIDERAÇÕES	49
6	ANÁLISE DO DESEMPENHO DOS MODELOS A PARÂMETROS DISCRETOS E A PARÂMETROS DISTRIBUÍDOS	51
6.1	INTRODUÇÃO	51
6.2	RESULTADOS OBTIDOS DAS COMPARAÇÕES ENTRE MODELOS	51
6.3	ENERGIZAÇÃO DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO EM ABERTO	52
6.4	ENERGIZAÇÃO DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO COM CARGA RESISTIVA Z_C	56
6.5	CONSIDERAÇÕES	58
7	ESTUDO DAS OSCILAÇÕES ESPÚRIAS DO MODELO A PARÂMETROS DISCRETOS	60
7.1	INTRODUÇÃO	60
7.2	ANÁLISE DAS OSCILAÇÕES ESPÚRIAS	60
7.3	INFLUÊNCIA DA QUANTIDADE DE CIRCUITOS II CONECTADOS EM CASCATA	61
7.4	INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DA LINHA DE TRANSMISSÃO	67
7.5	ATENUAÇÃO DA RESPOSTA DEVIDO À REPRESENTAÇÃO POR PARÂMETROS DISCRETOS	71
7.6	CONSIDERAÇÕES	78
8	REDUÇÃO DAS OSCILAÇÕES ESPÚRIAS INSERINDO FILTROS ANALÓGICOS NO MODELO DE LINHA A PARÂMETROS DISCRETOS	80
8.1	INTRODUÇÃO	80
8.2	FILTROS PASSIVOS	80
8.3	INCLUSÃO DE FILTROS PASSA-BAIXAS NO MODELO DE LINHA A PARÂMETROS DISCRETOS	81
8.4	INCLUSÃO DE FILTROS PASSA-BAIXAS CLÁSSICOS	83

8.5	INCLUSÃO DO FILTRO PASSA BAIXA PROPOSTO.....	96
8.5.1	FILTRO PASSA-BAIXAS TIPO “II” ADAPTADO.....	97
8.5.2	FILTRO PASSA-BAIXAS TIPO “T” ADAPTADO.....	101
8.6	CONSIDERAÇÕES	104
9	REDUÇÃO DAS OSCILAÇÕES ESPÚRIAS EM LINHAS DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA USANDO FILTROS	106
9.1	INTRODUÇÃO	106
9.2	REPRESENTAÇÃO DE LINHAS TRIFÁSICAS NO DOMÍNIO MODAL	106
9.3	RESULTADOS	109
9.4	VALIDAÇÃO DO MODELO A PARÂMETROS DISCRETOS COM FILTROS PASSA-BAIXAS.....	117
9.5	CONSIDERAÇÕES.....	127
10	CONCLUSÕES GERAIS.....	129
10.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	130
10.2	TRABALHOS PUBLICADOS EM ANAIS DE CONGRESSO / ACEITOS PARA CONGRESSO	131
	APÊNDICE I	133
A.1	METODOLOGIA PARA CÁLCULO DA FREQUÊNCIA DE CORTE DO FILTRO PASSA-BAIXAS.....	133
	APÊNDICE II.....	136
A.1	FILTRO DIGITAL DO TIPO FIR.....	136
A.2	CONCLUSÕES.....	140
	REFERÊNCIAS	141

1 INTRODUÇÃO

As correntes e tensões numa linha de transmissão são descritas por equações diferenciais parciais que geralmente são de difícil solução no domínio do tempo, sendo apenas conhecidas para alguns casos particulares. Estas equações se tornam mais complexas quando se consideram os efeitos solo e o efeito da frequência (pelicular) sobre os parâmetros distribuídos da linha, que devem ser levados em conta para a precisão e confiabilidade dos resultados obtidos no estudo de transitórios eletromagnéticos.

Nesse contexto o primeiro trabalho considerando o estudo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão foi desenvolvido por Lord Kelvin em 1854 quando investigava a distorção de sinais em cabos de telefônicos *Trans-Atlantic* (AMETANI, 2013). Lord Kelvin desenvolveu a famosa *Kelvin Arrive Curve*, na qual a distorção do sinal ao longo do cabo era expressa por exponenciais amortecidas com um tempo de atraso, dado pelo comprimento dividido pela velocidade de propagação do sinal (KELVIN, 1884). Anos mais tarde, a solução teórica foi confirmada pela transformada de Heaviside na qual se tornaria a mais potente e promissora ferramenta no estudo dos transitórios eletromagnéticos em circuitos elétricos até 1960 (BUSH, 1929). Esta transformada era similar a *Transformada de Laplace*, onde foi utilizada para obter a resposta transitória em circuitos representados por parâmetros discretos tanto no domínio do tempo e frequência, além de outras áreas tais como acústica, transferência de calor e vibração mecânica.

A partir da década de 60, diversos pesquisadores dedicam seus esforços na tentativa de desenvolver modelos de linhas de transmissão que são utilizados em simulações e estudo de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência. Um dos primeiros modelos a representar a linha de transmissão diretamente no domínio do tempo foi desenvolvido por H. W. Dommel, (DOMMEL, 1988). Este modelo baseou-se no método de *Bergeron* e consiste em combinar o método das características com o método numérico de integração trapezoidal, resultando em um algoritmo que é capaz de simular transitórios eletromagnéticos em redes cujos parâmetros são discretos ou distribuídos. Este algoritmo sofreu sucessivas evoluções e atualmente é conhecido como *Eletromagnetic Transients Program*, ou simplesmente EMTP (DOMMEL, 1996).

Enquanto isso alguns modelos que representam as linhas de transmissão no domínio do tempo e frequência foram também desenvolvidos e aperfeiçoados.

Uma alternativa para estudar transitórios consiste em representar a linha de transmissão por modelos matemáticos que podem ser desenvolvidos no domínio da frequência ou do tempo. O *modelo a parâmetros distribuídos* consiste na representação da linha de transmissão pelos seus parâmetros longitudinais e transversais distribuídos uniformemente ao longo de seu comprimento. Este modelo tem como vantagens levar em conta os efeitos da frequência (Efeito Pelicular) e o efeito solo sobre os parâmetros da linha. As correntes e tensões ao longo da linha são descritas por equações diferenciais parciais no domínio do tempo. Devido a dificuldade na sua resolução, as equações diferenciais são convertidas, aplicando a Transformada de Laplace, para o domínio da frequência, em *equações hiperbólicas algébricas* que são de fácil implementação em qualquer linguagem computacional e resolução. Neste processo o modelo é denominado de *Universal Line Model-ULM* (GUSTAVSEN, 1999). Uma vez encontrada as soluções para tensões e correntes, é aplicada a *Transformada Inversa de Laplace* que são implementadas numericamente, e as soluções são obtidas no domínio do tempo.

Budner (BUDNER, 1970) apresenta em seu artigo um método para cálculo da tensão em uma linha bifásica de transmissão considerando um curto-circuito no meio da linha. Neste artigo Budner utiliza uma transformação modal que desacopla a linha bifásica em duas linhas monofásicas independentes. Para cada linha monofásica, as correntes e tensões ao longo de cada modo são obtidas utilizando as *equações hiperbólicas* da linha de transmissão. Budner usa *quadripolos* para representar a linha monofásica e desta vez reescreve as correntes nos terminais em função das tensões terminais. Em seguida estas equações são convertidas para o domínio do tempo, onde são expressas por *integrais de convolução* e apresenta uma técnica para calculá-las. A transformada numérica de Fourier apareceu recentemente no estudo de transitórios (MORENO et al, 2008) e diversos autores têm utilizado as transformadas de Laplace/Fourier no cálculo de transitórios. Estas transformadas conferem grande precisão na obtenção das soluções para as equações diferenciais temporais da linha, além de considerar o efeito da frequência nos

parâmetros distribuídos da linha. Assim o procedimento melhora a eficiência computacional e tem se tornado uma das técnicas mais eficazes para o estudo de transitórios.

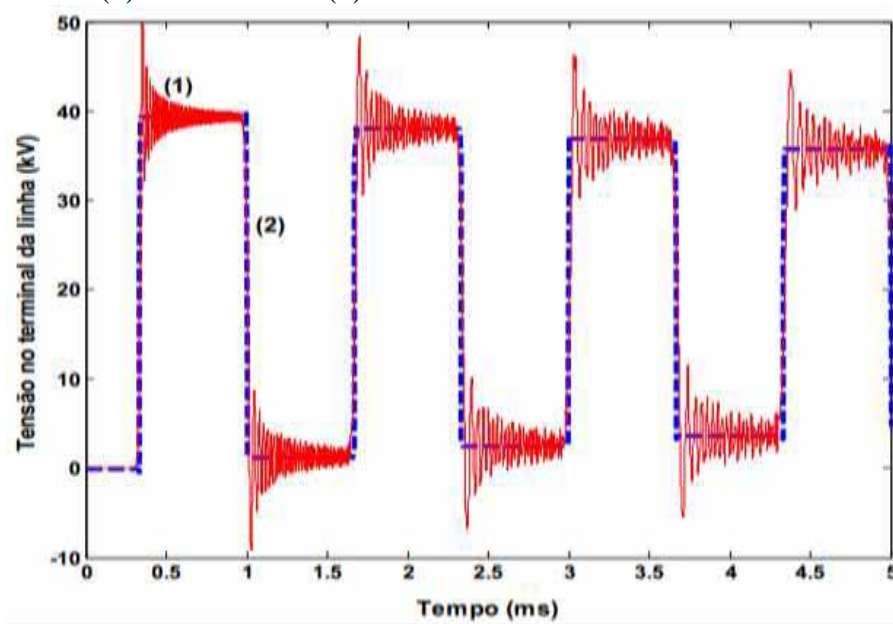
Moreno (MORENO et al, 2008) mostra a implementação numérica da transformada de Laplace aplicada a transientes em sistemas de potência. O artigo apresenta os erros causados pelas oscilações de Gibbs, causados pelo truncamento do intervalo de integração, e os erros por *aliasing*, causados pela discretização do sinal no domínio da frequência, além de apresentar técnicas para a amostragem correta do sinal. Sua maior contribuição consiste no algoritmo para o cálculo da transformada numérica de Laplace. Com este algoritmo, é possível resolver as *equações hiperbólicas*, evitando as integrais de convolução apresentadas por Budner, para o cálculo das correntes e tensões da linha nos terminais para qualquer configuração no terminal receptor (linha em aberto, curto-circuito ou carga genérica). Devido à precisão dos resultados obtidos com ULM, este modelo será utilizado na comparação das respostas obtidas pelo modelo a parâmetros discretos.

Outro modelo usualmente utilizado nas simulações é o *modelo a parâmetros discretos*. Este modelo considera que um segmento de linha, cujos parâmetros são distribuídos, possa ser representado por parâmetros discretos conectados em cascata de circuitos π (NELMS et al.,1989;MAMIS, 2003; MÁCIAS et al.,2005). Diversos autores (MAMIS, 2003; MÁCIAS et al.,2005; KUOKAWA *et al.* , 2007) sugerem escrever as correntes e tensões ao longo da cascata de circuitos π por meio de variáveis de estado. As equações de estados são escritas inicialmente para uma dada configuração da linha, ou seja, com o terminal receptor em aberto, curto-circuito ou com uma impedância qualquer e um único circuito π . Em seguida a linha de transmissão é representada por 1, 2 circuitos π em cascata até que seja possível estabelecer uma regra de formação para as matrizes de estados genérica para uma linha representada por n circuitos π . O capítulo 5 mostra este procedimento para diversas configurações da linha. As equações de estado são então resolvidas utilizando métodos numéricos de integração e neste trabalho foi usado o *método de Heun* ou método de integração trapezoidal (KUOKAWA et al. , 2007).O modelo a parâmetros discretos apresenta como vantagens:

- Simulações realizadas diretamente no domínio do tempo e sem o uso de transformadas inversas;
- Fácil implementação em softwares de análises de transitórios eletromagnéticos tais como ATP[®]/PSCAD[®] ;
- Chaveamentos, inserção e rejeição de cargas;
- Consideração das perdas por Efeito Corona.

O modelo apresenta, entretanto oscilações nas simulações, que não estão presentes nas respostas obtidas pelo modelo a parâmetros distribuídos, sendo denominadas de *oscilações espúrias*. As oscilações espúrias ocorrem devido à representação da linha, cujos parâmetros são distribuídos, por parâmetros discretos (elementos discretos de circuitos). Essas oscilações não representam o valor real da tensão ou corrente nas simulações e devem ser levadas em consideração na análise de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência. A figura 1 mostra a tensão no terminal receptor de uma linha de transmissão monofásica energizada por uma fonte DC de 20 kV e representada pelos modelos a parâmetros discretos e distribuídos (ULM).

Figura 1 – Tensão no terminal receptor para linha em aberto representada por: modelo a parâmetros discretos (1) e distribuídos (2).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Observa-se na figura 1 que o resultado obtido com o ULM (curva 2) está de acordo com o esperado. No entanto, o resultado obtido com a linha representada pelo modelo a parâmetros discretos mostra que a amplitude da tensão no terminal da linha atinge um valor em torno de 40 kV mas tal tensão apresenta picos que atingem valores próximos a 50 kV (curva 1). Portanto, caso fossem consideradas as sobretensões obtidas com a linha representada por meio de uma cascata de circuitos π e se esses valores fossem levados em consideração durante o projeto dos isoladores da linha, provavelmente seriam especificados de modo a ter um nível de isolamento em torno de 20% acima do máximo valor de sobretensão à que a linha estaria sujeita quando submetida a uma operação de energização. Essas oscilações espúrias também podem acionar sistemas de proteção indevidamente caso sejam consideradas o valor de pico da sobretensão. Assim o objetivo deste trabalho será projetar filtros passa-baixas inseridos diretamente no modelo a parâmetros discretos para mitigar as oscilações espúrias causadas pela utilização do modelo a parâmetros discretos. Uma vez reduzidas as oscilações espúrias, este modelo adaptado será utilizado para estudo de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência.

O cálculo da tensão no terminal em aberto da linha usando os modelos a parâmetros distribuídos e discretos é apresentado por (A-ARAÚJO et al., 2013). No modelo a parâmetros discretos foram utilizados três métodos numéricos distintos: *Método de Heun*, *Regra de Simpson* e *Runge-Kutta*. As simulações mostraram que todos os métodos numéricos apresentados, considerando o mesmo passo de cálculo e o comprimento fixo da linha, mantiveram uma resposta equivalente entre si, podendo ser empregado qualquer um dos métodos numéricos propostos. As oscilações espúrias observadas decorrem da representação de um pequeno segmento de linha, cujos parâmetros são distribuídos, por uma cascata de circuitos π (elementos discretos de circuito). A representação por parâmetros discretos apresenta como desvantagem determinar qual a quantidade de cascatas de circuitos π para obter resultados confiáveis e com menor erro possível para o estudo dos transitórios eletromagnéticos nessa linha. O tempo computacional das simulações e a ordem das matrizes de estados estão relacionados com a quantidade de circuitos π utilizados nessa representação. Colvin (COLVIN, 1985) apresenta uma técnica para o cálculo do erro na razão entre a tensão da fonte e na carga para uma linha de transmissão representada por parâmetros discretos e distribuídos de circuito. Em seguida, a linha de transmissão é representada

por um único quadripolo T e o autor desenvolve uma expressão matemática para o cálculo dos parâmetros do quadripolo T e determinar o erro.

Considerando o estudo de transitórios para linhas polifásicas, o acoplamento mútuo entre as fases dever ser incluído nas equações diferenciais. No artigo (B-ARAÚJO et al, 2014) os autores utilizam a matriz de *Clarke* para desacoplar um sistema trifásico em 3 sistemas monofásicos desacoplados e independentes entre si. Esta técnica pode ser expandida para um sistema polifásico genérico. Uma vez obtidos os n circuitos monofásicos, é possível calcular as tensões e correntes em qualquer ponto da linha utilizando modelos de linhas descritos acima. Neste trabalho cada linha monofásica foi denominada de modo de propagação e para o cálculo das tensões e correntes modais de cada circuito foi utilizado o *Universal Line Model*. Uma vez obtidas estas variáveis, as tensões e correntes no domínio das fases são obtidas usando a inversa da matriz de *Clarke*.

No trabalho (ARAÚJO et al, 2014) a linha de transmissão trifásica foi representada pelo modelo a parâmetros distribuídos para o cálculo da tensão no terminal receptor em aberto. Foram consideradas diversas condições de energização e uma condição limite na qual a linha foi atingida por uma descarga atmosférica da fase 1 no terminal emissor.

A seguir serão descritos sucintamente os capítulos da dissertação.

No capítulo 2 são estudados os parâmetros distribuídos que compõem a linha de transmissão e as equações diferenciais parciais das tensões e correntes ao longo de seu comprimento. Para análise dessas equações, os parâmetros foram considerados uniformemente distribuídos ao longo do comprimento da linha e considerados independentes da frequência. As equações diferenciais obtidas são de difícil solução no domínio do tempo, sendo a solução é conhecida quando a linha é considerada ideal, sem perdas. No artigo (SÉRGIO, et al, 2009) os autores inserem o efeito da frequência nos parâmetros longitudinais da linha utilizando o modelo a parâmetros discretos e as correntes e tensões são descritas por equações de estado, tornando os resultados mais precisos.

No capítulo 3 são mostradas as soluções das equações diferenciais das correntes e tensões da linha de transmissão nos domínios do tempo e frequência. Pode-se observar que as soluções no domínio do tempo são de difícil resolução devido à presença das integrais de convolução (BUDNER, 1970). Assim estas equações são transformadas em equações algébricas no domínio da frequência utilizando a transformada de Laplace, cujas soluções são facilmente obtidas e em seguida são convertidas para o domínio do tempo usando a Transformada Inversa de Laplace.

O capítulo 4 apresenta o modelo a parâmetros distribuídos e é utilizado o *Universal Line Model* (ULM) para resolução das equações hiperbólicas da linha. Uma vez obtidas as soluções no domínio da frequência, com o algoritmo proposto por Moreno (MORENO, 2008) são obtidas as respostas no domínio do tempo para as correntes e tensões na linha. As respostas obtidas pelo ULM serão utilizadas para comparação das simulações obtidas pelo modelo a parâmetros discretos.

O capítulo 5 apresenta o modelo a parâmetros discretos. A representação da linha é feita utilizando circuitos π conectados em cascata. As correntes e tensões na linha são descritas por equações de estado. As matrizes de estado podem ser construídas por uma regra de formação para a linha de transmissão com distintas configurações e são resolvidas por qualquer método de integração computacional.

O capítulo 6 mostra a linha de transmissão monofásica representada pelas quantidades de 100 circuitos π em cascata e a tensão no terminal receptor, considerando distintas configurações de carga e submetida a diversos processos de energização. Neste capítulo são mostradas as oscilações espúrias em todas as simulações e discutida a origem destas oscilações.

O capítulo 7 mostra como os fatores, tais como quantidade de circuitos π na representação da linha e o comprimento da linha influenciam no desempenho do modelo a parâmetros discretos. A transformada de Fourier será utilizada para o cálculo do espectro das oscilações espúrias e serão mostrados os resultados para diversas condições da linha. O capítulo também mostra que o modelo a parâmetros discretos se comporta como um filtro do tipo passa-

baixa cuja frequência de corte é função do comprimento da linha e da quantidade de circuitos π utilizados para representá-la. Este fato limita a sua confiabilidade, sendo que fenômenos de altas frequências, tais como uma descarga atmosférica, não são adequadamente representadas em simulações realizadas com este modelo.

O capítulo 8 mostra diversos filtros passa-baixas passivos que serão inseridos no modelo a parâmetros discretos da linha. Primeiramente foram apresentados alguns filtros conhecidos na literatura. Em seguida são apresentados os filtros “ π ” e “T” com resistência em derivação que foram projetados pelo aluno e apresentaram significativa redução das oscilações espúrias nas simulações de tensão e corrente ao longo da linha de transmissão. Assim é proposta uma adaptação no modelo a parâmetros discretos, onde se verifica que as oscilações espúrias são mitigadas e as simulações obtidas estão de acordo com os resultados teóricos esperados.

No capítulo 9 são apresentados os resultados obtidos para uma linha trifásica energizada por um gerador síncrono. Neste capítulo foi utilizada a decomposição modal na linha trifásica com acoplamento mútuo, obtendo assim 3 linhas monofásica independentes entre si. Cada modo foi representado com o modelo a parâmetros discretos com e sem filtro passa-baixas inseridos. Uma vez obtidas às tensões e correntes modais, usando o processo de transformação inverso, são obtidas as tensões e correntes trifásicas.

No capítulo 10 são apresentadas as conclusões gerais, sugestões para trabalhos futuros e publicações originadas deste trabalho. O apêndice I mostra o projeto do filtro passa-baixas e uma estimativa para obter a frequência de corte. A partir desta estimativa, serão calculadas as frequências de corte para todos os filtros apresentados no capítulo 8, assim como os parâmetros de cada filtro passa-baixas. O apêndice II mostra os resultados obtidos utilizando um filtro digital do tipo FIR- *Finite Impulsive Response* aplicado nas simulações do modelo a parâmetros discretos. Os resultados mostram que as oscilações espúrias foram mitigadas porém é necessário armazenar o sinal (tensão e corrente em qualquer ponto da linha de transmissão) e em seguida processá-lo. O filtro passivo passa-baixas apresenta a vantagem de ser inserido diretamente no modelo a parâmetros discretos e as simulações são realizadas em tempo real.

2 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO

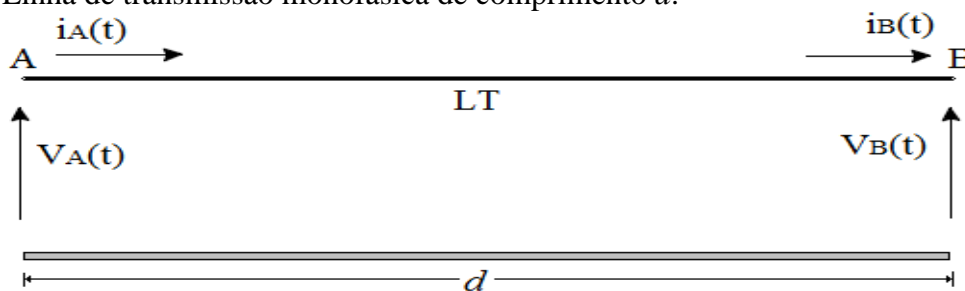
2.1 Introdução

Neste capítulo serão mostradas as equações diferenciais parciais que modelam a linha de transmissão, considerando um elemento diferencial da linha, onde serão aplicadas as Leis de Kirchhoff. Uma vez estabelecidas as equações diferenciais, será feita uma análise qualitativa sobre a complexidade de suas soluções e o efeito da frequência sobre os parâmetros da linha de transmissão.

2.2 Desenvolvimento das equações diferenciais

Considerando uma linha de transmissão constituída por um condutor metálico, retilíneo e completamente isolada. Pela necessidade da existência de um circuito fechado, considera-se o próprio solo como condutor de retorno. A figura 2 mostra uma representação de uma linha de transmissão monofásica de comprimento d em quilômetros cujos terminais emissor e receptor são denominados por A e B e a suas tensões são $V_A(t)$ e $V_B(t)$ e correntes $I_A(t)$ e $I_B(t)$ respectivamente.

Figura 2 – Linha de transmissão monofásica de comprimento d .

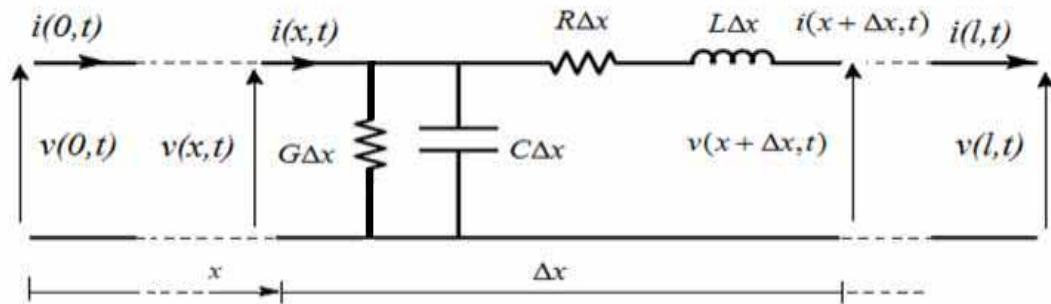


Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na figura 2 considera-se que a linha possui ao longo de seu comprimento uma indutância, devido à variação de fluxo magnético interno e externo dos condutores e uma resistência conectadas em série, responsável pelas perdas ôhmicas. Estes são os parâmetros longitudinais da linha que estão distribuídos uniformemente ao longo do seu comprimento. Considera-se também a existência de uma capacitância e uma condutância, conectadas em derivação responsável pelas perdas no isolamento do dielétrico por efeito Corona, entre o

condutor e o solo. Estes são os parâmetros transversais da linha e estão uniformemente distribuídos ao longo do seu comprimento. Deste modo, considera-se um elemento infinitesimal, de comprimento Δx da linha da figura 2 representada pelo circuito mostrado na figura 3.

Figura 3 – Circuito equivalente para um elemento infinitesimal da linha de transmissão.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na figura 3 os parâmetros longitudinais R e L são, respectivamente, a resistência e a indutância por unidade de comprimento da linha enquanto os parâmetros transversais G e C são respectivamente a condutância e a capacitância da linha por unidade de comprimento. Os termos $i(x,t)$ e $i(x+\Delta x, t)$ são as correntes longitudinais no elemento diferencial da linha. Os termos $v(x,t)$ e $v(x+\Delta x, t)$ são as tensões transversais neste elemento. As equações da corrente e da tensão para este circuito são, aplicando a lei dos nós e a lei das malhas de Kirchhoff, escritas conforme equações (1) e (2):

$$i(x + \Delta x, t) = i(x, t) - G\Delta x \cdot v(x, t) - C\Delta x \cdot \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (1)$$

$$v(x + \Delta x, t) = v(x, t) - L\Delta x \cdot \frac{\partial i(x + \Delta x, t)}{\partial t} - R\Delta x \cdot i(x + \Delta x, t) \quad (2)$$

A derivada definida pode ser calculada pelas equações (3) e (4).

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{i(x + \Delta x, t) - i(x, t)}{\Delta x} = \frac{\partial i(x, t)}{\partial x} \quad (3)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{v(x + \Delta x, t) - v(x, t)}{\Delta x} = \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \quad (4)$$

Logo se obtém as equações (5) e (6):

$$-\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = G \cdot v(x, t) + C \cdot \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (5)$$

$$-\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} = R \cdot i(x, t) + L \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \quad (6)$$

A equação (5) mostra que a variação diferencial da corrente, no elemento diferencial da linha, depende de duas parcelas: A primeira resulta da corrente pela condutância em derivação e a segunda parcela depende da carga capacitiva e a taxa diferencial da variação da tensão, no elemento diferencial da linha. A equação (6) mostra que a variação diferencial da tensão, no elemento diferencial da linha, depende de duas parcelas: A primeira resulta da queda de tensão longitudinal e a segunda parcela depende da carga indutiva e a taxa diferencial da variação da corrente, no elemento diferencial da linha. Derivando as equações (5) e (6) em função de x , têm-se:

$$-\frac{\partial^2 i(x, t)}{\partial x^2} = G \cdot \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} + C \cdot \frac{\partial v(x, t)}{\partial t \partial x} \quad (7)$$

$$-\frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} = R \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial x} + L \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t \partial x} \quad (8)$$

Substituindo a equação (5) em (8) e a equação (6) em (7), obtêm-se:

$$\frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} = R \cdot G \cdot v(x, t) + (R \cdot C + L \cdot G) \cdot \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} + L \cdot C \cdot \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x^2} = R \cdot G \cdot i(x,t) + (R \cdot C + L \cdot G) \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + L \cdot C \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t^2} \quad (10)$$

As equações (9) e (10) são denominadas as equações diferenciais da linha de transmissão e as soluções são muito complexas e são raramente usadas na análise de problemas de sistemas de potência. Uma situação particular, em que é possível obter uma solução analítica para as equações (9) e (10), é quando a linha pode ser considerada sem perdas (linha ideal- R e G nulos). Nas demais situações procuram-se outras técnicas para a obtenção das correntes e tensões.

2.3 Considerações sobre as equações diferenciais da linha

As equações (9) e (10) são de difícil solução, sendo que as soluções são conhecidas para casos específicos onde a linha é considerada “sem perdas” e os seus parâmetros são considerados constantes. Todos os parâmetros da linha utilizados foram tratados como grandezas constantes. Mas estes coeficientes não são constantes para as análises dos fenômenos de propagação de ondas eletromagnéticas em linhas sendo necessário considerar que os parâmetros da linha são dependentes da frequência.

A dependência da frequência engloba os efeitos solo (não ideal), acoplamento mútuo e efeito pelicular (MACIAS, 2005). O efeito pelicular influencia na resistência da linha e na indutância, mas causa pouca influência na capacitância. Fazendo uma análise interna e significativa, mostra que a corrente será forçada para a parte mais externa do condutor, em altas frequências. Essa concentração de corrente na superfície do condutor é conhecida por efeito pelicular e aumenta a resistência da linha e consequentemente as perdas na transmissão. Os efeitos capacitivos nas linhas de transmissão são pouco influenciados pela frequência, pois o material dielétrico (ar) onde está imerso o condutor não é influenciado pela frequência. Tais efeitos estão relacionados com o efeito corona, caracterizado por elevado gradiente de campo elétrico que rompe a constante dielétrica do ar, resultando em pequenas descargas no espaço nas proximidades dos condutores e estas representam perdas de energia elétrica, além de provocar interferência eletromagnética local e ruído audível (FUCHS, 1979).

2.4 Considerações

Neste capítulo foram estudados os parâmetros que compõem a linha de transmissão e as equações diferenciais que descrevem as tensões e correntes ao longo de sua longitude. Estes parâmetros são uniformemente distribuídos ao longo do comprimento da linha e para uma maior precisão, deve-se considerá-los dependentes da frequência. As equações diferenciais obtidas são de difícil solução no domínio do tempo, sendo que esta solução somente é conhecida para alguns casos específicos. No próximo capítulo serão apresentadas as soluções das equações diferenciais no domínio da frequência.

3 SOLUÇÕES DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO

3.1 Introdução

Neste capítulo serão mostradas as soluções das equações diferenciais da linha de transmissão nos domínios da frequência e tempo. A solução no domínio da frequência é genérica e pode ser aplicada para qualquer condição da linha, considerando os parâmetros fixos e/ou dependentes da frequência. Quanto à solução no domínio do tempo, estas são dependentes de integrais de convolução cujas soluções não são facilmente obtidas.

3.2 Soluções das equações diferenciais no domínio da frequência

Nas equações diferenciais da linha, obtidas no capítulo 2, considerou-se que os parâmetros longitudinais da linha são constantes. No entanto, os parâmetros longitudinais geralmente são variáveis em função da frequência, aumentando a dificuldade em se obter as soluções das equações (9) e (10). Aplicando a Transformada de Laplace nas equações (9) e (10) obtém-se:

$$\frac{\partial^2 V(x, s)}{\partial x^2} = Z \cdot Y \cdot V(x, s) \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 I(x, s)}{\partial x^2} = Z \cdot Y \cdot I(x, s) \quad (12)$$

Nas equações (11) e (12), Z e Y são a impedância longitudinal e a admitância transversal, respectivamente, da linha e s é a frequência complexa escrita conforme as equações (13) a (15):

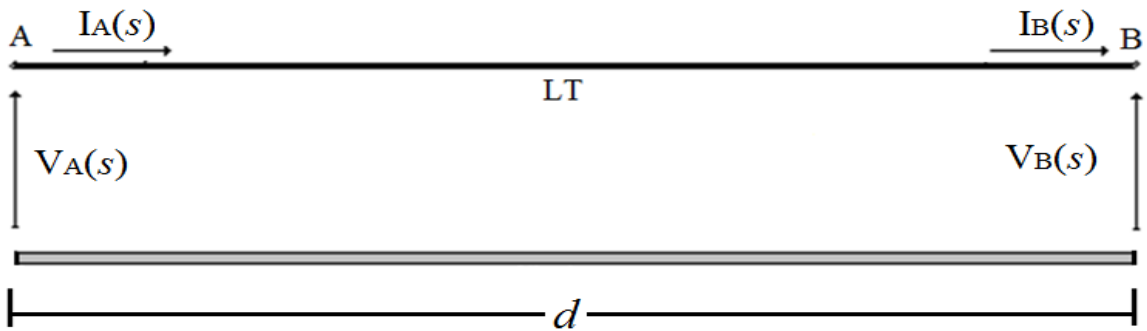
$$Z = R + j\omega L \quad (13)$$

$$Y = G + j\omega C \quad (14)$$

$$s = j\omega \quad (15)$$

Na equação (13) R e L são a resistência e a indutância por unidade de comprimento da linha respectivamente. Na equação (14) G e C são a condutância e a capacitância por unidade de comprimento da linha. Na equação (15) s representa a frequência angular imaginária. Considere uma linha de comprimento d , formada por um condutor retilíneo, sobre um solo ideal, conforme mostra a figura 4.

Figura 4 – Linha monofásica de comprimento d .



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na figura 4, $V_A(s)$ e $V_B(s)$ são as tensões nos terminais emissor A e receptor B da linha, enquanto que $I_A(s)$ e $I_B(s)$ são as correntes nos respectivos terminais. As funções que relacionam as correntes e tensões nos terminais da linha mostrada na figura 4, no domínio da frequência, podem ser obtidas a partir das soluções das equações (11) e (12) conforme a seguir. A equação (11) possui somente as variáveis V e x e a equação (12) possui somente as variáveis I e x . As soluções dessas equações devem ser expressões que quando derivada duas vezes em relação a x , resultam na expressão original multiplicada pela constante ZY . Isto sugere que a solução das equações diferenciais tenha a forma de equações exponenciais. Assim pode-se supor que a solução das equações (11) e (12) são do tipo:

$$V(x, s) = A_1 e^{\sqrt{YZ}x} + A_2 e^{-\sqrt{YZ}x} \quad (16)$$

$$I(x, s) = \frac{1}{Z_c} A_1 e^{\sqrt{YZ}x} - \frac{1}{Z_c} A_2 e^{-\sqrt{YZ}x} \quad (17)$$

Para calcular os valores das constantes, considerando as condições de contorno no extremo receptor da linha, ou seja, quando $x=0$, $V(x)=V_B$ e $I(x)=I_B$. Substituindo estes valores nas equações (16) e (17) e isolando os valores de A_1 e A_2 e substituindo-os nas equações (16) e (17) obtém-se:

$$V(x) = \frac{1}{2}(V_B + Z_C I_B) e^{\gamma x} - \frac{1}{2}(V_B - Z_C I_B) e^{-\gamma x} \quad (18)$$

$$I(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{E_B + Z_C I_B}{Z_C} \right) e^{\gamma x} - \frac{1}{2} \left(\frac{E_B - Z_C I_B}{Z_C} \right) e^{-\gamma x} \quad (19)$$

Nas equações (18) e (19), o termo γ é a função de propagação e Z_C é a impedância característica da linha e são escritas como sendo:

$$\gamma = \sqrt{Z \cdot Y} = \alpha + j\beta \quad (20)$$

$$Z_C = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \quad (21)$$

Tanto Z_C como γ são números complexos. A variável α é denominada de constante de atenuação, expressa em *Neper* por unidade de comprimento (Np/m), corresponde à atenuação da amplitude da onda à medida que viaja no condutor. A variável β é denominada constante de fase, expressa em radianos por unidade de comprimento (rad/m), corresponde à defasagem angular da onda viajante. Reescrevendo as equações (18) e (19) obtém-se:

$$V_A(x) = V_B(x) \cosh(\gamma x) - Z_C I_B(x) \sinh(\gamma x) \quad (22)$$

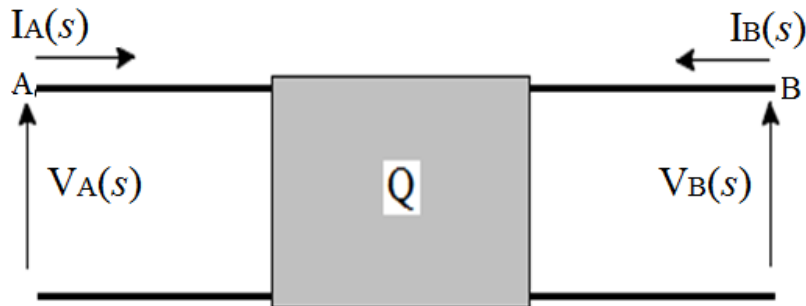
$$I_A(x) = -\frac{1}{Z_C} V_B(x) \sinh(\gamma x) + I_B(x) \cosh(\gamma x) \quad (23)$$

As equações (22) e (23) são denominadas equações hiperbólicas da linha e descrevem o comportamento exato da tensão e da corrente em qualquer ponto da linha de transmissão. No entanto sua aplicação é restrita, pois quando se estuda o sistema elétrico integralmente, deve-se considerar a presença de elementos não lineares e também as mudanças de configurações de rede (tais como faltas, abertura e fechamento de disjuntores, conexões de cargas importantes) que não são facilmente representadas no domínio da frequência. Outra desvantagem é que, os programas computacionais que realizam simulações de transitórios eletromagnéticos são geralmente descritos diretamente no domínio do tempo, sendo então necessários que a linha seja representada no domínio do tempo.

3.3 Soluções das equações diferenciais da linha no domínio do tempo

Representando a linha de transmissão por um quadripolo Q no domínio da frequência, as correntes $I_A(s)$ e $I_B(s)$ e tensões $V_A(s)$ e $V_B(s)$ são representadas conforme mostra a figura 5.

Figura 5 – Linha de transmissão representada por quadripolo Q .



Fonte: Elaboração do próprio autor.

As equações (22) e (23) fornecem as correntes e tensões nos terminais da linha no domínio da frequência e para obtê-las no domínio do tempo, aplica-se a Transformada Inversa de Laplace. Deste modo, manipulando as expressões (22) e (23), estas são reescritas como as equações (24) e (25):

$$I_A(s) = Y_{AA}(s)V_A(s) + Y_{AB}(s)V_B(s) \quad (24)$$

$$I_B(s) = Y_{BA}(s)V_A(s) + Y_{BB}(s)V_B(s) \quad (25)$$

Os termos $Y_{AA}(s)$, $Y_{AB}(s)$, $Y_{BA}(s)$ e $Y_{BB}(s)$ são função de s e dados por:

$$Y_{AA}(s) = -Y_{BB}(s) = -\frac{1}{Z_C} \coth(\gamma x) \quad (26)$$

$$Y_{AB}(s) = Y_{BA}(s) = -\frac{1}{Z_C} \csc h(\gamma x)$$

As equações (24) e (25) estão no domínio da frequência. Aplicando a Transformada Inversa de Laplace, as soluções no domínio do tempo são dadas pelas equações (27) e (28):

$$I_A(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{y_{AA}}(t-\tau) V_A(\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{y_{AB}}(t-\tau) V_B(\tau) d\tau \quad (27)$$

$$I_B(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{y_{BA}}(t-\tau) V_A(\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{y_{BB}}(t-\tau) V_B(\tau) d\tau \quad (28)$$

As grandezas $I_A(t)$, $I_B(t)$, $V_A(t)$ e $V_B(t)$ são as correntes e tensões nos terminais da linha. Verifica-se nas equações (28) e (29) a presença de integrais de convolução. Nestas equações, as correntes nos terminais da linha, em um instante t qualquer, são obtidas de uma soma ponderada das tensões nos instantes t e $t-\tau$. As grandezas $\overline{y_{AA}}$, $\overline{y_{AB}}$, $\overline{y_{BA}}$ e $\overline{y_{BB}}$ são denominadas “*weighting functions*” e são as transformadas inversas de Laplace das admitâncias $Y_{AA}(s)$, $Y_{AB}(s)$, $Y_{BA}(s)$ e $Y_{BB}(s)$ respectivamente. Geralmente estas equações são de difícil resolução devido às integrais de convolução presentes, sendo que não é possível determinar uma solução analítica para as $I_A(t)$, $I_B(t)$, $V_A(t)$ e $V_B(t)$. Portanto, são utilizados métodos numéricos que implementam estas equações no domínio da frequência e utilizando a Transformada Inversa de

Laplace são obtidas as soluções no domínio do tempo. O capítulo 4 descreverá o modelo a parâmetros distribuídos e serão mostradas algumas simulações para sua validação.

3.4 Considerações

Neste capítulo foram mostradas as soluções das equações diferenciais das correntes e tensões da linha de transmissão. De maneira geral, as equações diferenciais mencionadas anteriormente são de difícil solução no domínio do tempo devido à presença das integrais de convolução. No entanto, no domínio da frequência essas soluções são bem conhecidas e sendo possível obter as correntes e tensões no domínio do tempo a partir da aplicação da Transformada Inversa de Laplace.

4 MODELO A PARÂMETROS DISTRIBUÍDOS

4.1 Introdução

O modelo a parâmetros distribuídos é utilizado para o estudo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão, mas as tensões e correntes são de difícil solução no domínio do tempo, devido às integrais de convolução, mas no domínio da frequência estas equações se tornam mais simples e suas soluções são conhecidas. A solução no domínio da frequência é genérica e pode ser aplicada para qualquer condição da linha, considerando os parâmetros contantes e/ou dependentes da frequência. Uma alternativa consiste em transformar as equações de correntes e tensões no domínio do tempo em equações hiperbólicas algébricas utilizando a Transformada de Laplace e uma vez encontrada suas soluções, aplica-se a Transformada Inversa de Laplace implementada por métodos numéricos (MORENO et al, 2008). O modelo que representa a linha de transmissão por suas equações hiperbólicas no domínio da frequência é denominado *Universal Line Model* (ULM).

4.2 Universal Line Model

No capítulo 3 foram demonstradas que as equações das correntes e tensões no domínio da frequência em qualquer ponto da linha são dadas pelas equações (22) e (23). Para obtê-las, aplica-se a transformada Inversa de Laplace, resultando no modelo *Universal Line Model* (ULM) (GUSTAVSEN, 2005). A transformada inversa de Laplace da função $F(s)$ é definida por (ZANETA, 2003):

$$f(t) = L^{-1}[F(s)] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} F(s) e^{st} ds \quad (29)$$

Onde $s=j\omega$. Então, aplicando a transformada Inversa de Laplace nas equações (24) e (25) obtém-se:

$$I_A(t) = L^{-1} \{I_A(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{j\infty} [Y_{AA}(\omega)V_A(\omega) + Y_{AB}(\omega)V_B(\omega)] e^{j\omega t} d\omega \quad (30)$$

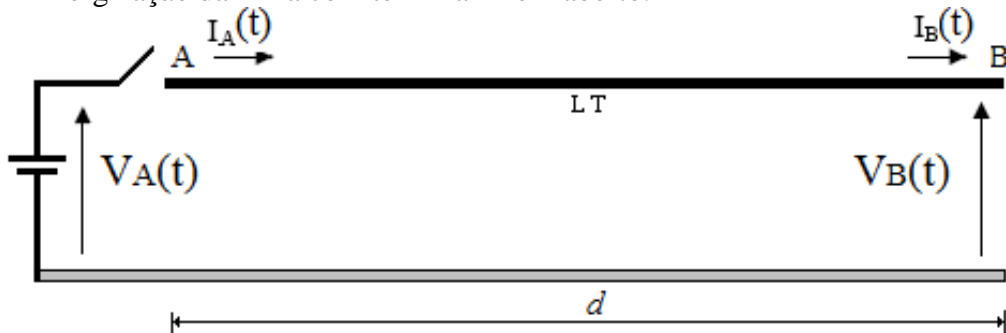
$$I_B(t) = L^{-1} \{I_B(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{j\infty} [Y_{BA}(\omega)V_A(\omega) + Y_{BB}(\omega)V_B(\omega)] e^{j\omega t} d\omega \quad (31)$$

O cálculo das correntes e tensões, por meio das equações (30) e (31), é realizado segundo o algoritmo proposto (MORENO, 2008). O próximo item mostrará alguns casos de energização de uma linha monofásica considerando o terminal receptor em aberto utilizando o modelo ULM.

4.3 Aplicação do ULM na energização da linha em aberto

A figura 6 mostra uma linha de transmissão (LT) de comprimento d e energizada por uma fonte de tensão contínua $V_A(t)$ e o terminal receptor B em aberto.

Figura 6 – Energização da linha com terminal B em aberto.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na figura 6 considera-se que a linha de transmissão de 100 km será energizada por uma fonte de tensão de valor constante e igual a 20 kV e que os parâmetros da linha são dados pela tabela 1:

Tabela 1 – Parâmetros da linha de transmissão¹ para validação do ULM.

PARÂMETROS	VALOR
R	0,05 Ω/km
L	1,7 mH/km
G	0,556 $\mu\text{S}/\text{km}$
C	6,58 nF/km

Fonte: Elaboração do próprio autor.

O solo será considerado ideal e os parâmetros serão considerados constantes e independentes da frequência. Para todas as simulações deste capítulo, serão utilizados os parâmetros da tabela 1. Considerando que no terminal receptor B da linha está em aberto, a corrente no terminal B $I_B(t)$ será nula. Aplicando esta condição na equação (22) e isolando a variável $V_B(\omega)$ obtêm-se a equação (32):

$$V_B(\omega) = \frac{V_A(\omega)}{\cosh(\gamma(\omega)d)} \quad (32)$$

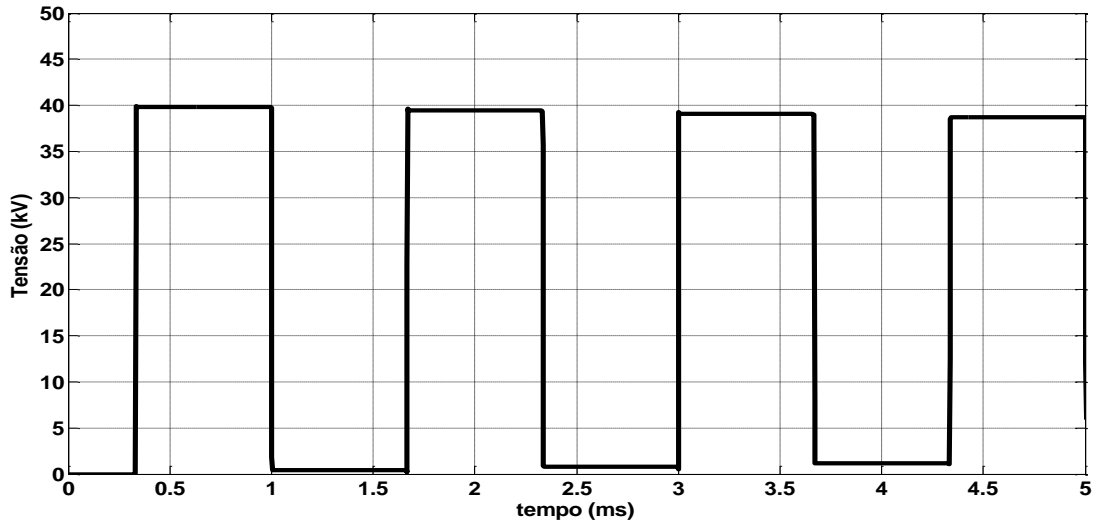
Aplicando a Transformada Inversa de Laplace na equação (32) obtêm-se:

$$V_B(t) = L^{-1}[V_B(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{j\infty} \frac{V_A(\omega)}{\cosh(\gamma(\omega)d)} e^{j\omega t} d\omega \quad (33)$$

¹ Os parâmetros R e G são tomados como referência do artigo *Using a personal computer to teach power system transients*, Nelms, 1989. Os parâmetros L e C são calculados considerando um condutor cilíndrico de raio=, retilíneo, sem a presença de catenárias e solo ideal. A altura dos condutores é de 24m e a permissividade relativa ϵ_r e a permeabilidade μ_r são iguais a 1;

Devido à dificuldade de resolução no domínio do tempo, será utilizada a equação (31) no domínio da frequência. Uma vez obtida a $V_B(\omega)$, aplicando a Transformada Inversa de Laplace numérica (MORENO,2008) será obtida $V_B(t)$. A tensão $V_B(t)$ é mostrada na figura 7:

Figura 7 – Tensão $V_B(t)$ obtida pelo ULM.



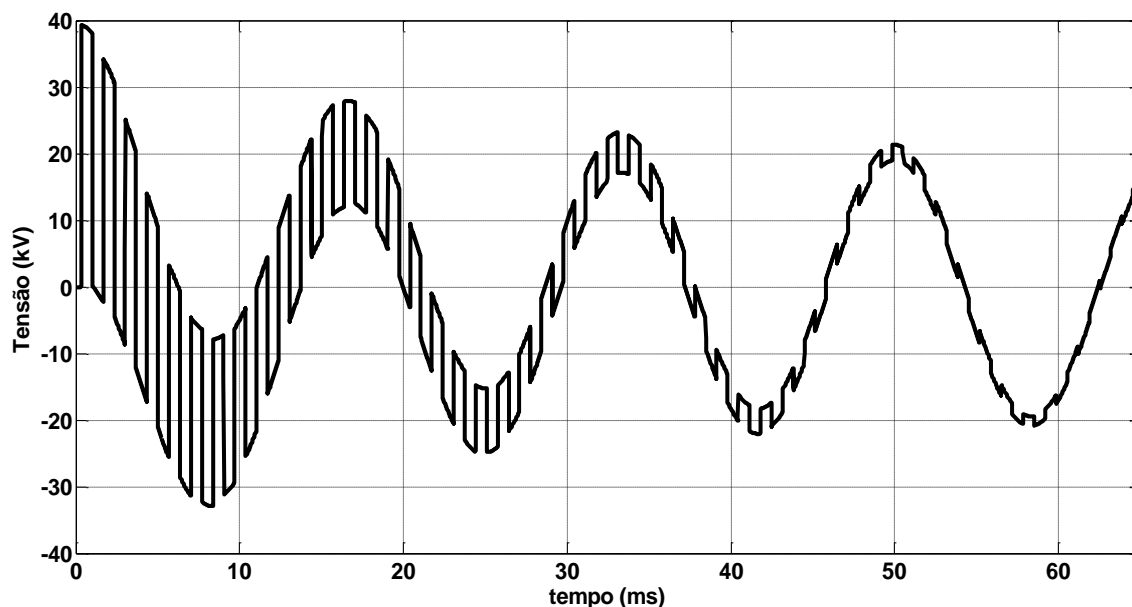
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Verifica-se que a $V_B(t)$ tem seu valor duplicado (em relação ao valor da fonte de energização) na primeira reflexão e em seguida, devido à resistência da linha de transmissão, decrescerá até atingir o valor de regime estacionário. Como segundo teste, a linha de transmissão será energizada por uma fonte de tensão alternada senoidal dada por (34):

$$V_A(t) = V_0 \cos(\omega t) \quad (34)$$

Em (34) V_0 é a amplitude e ω é a frequência angular da onda senoidal. A linha será energizada por uma fonte de tensão de amplitude de 20 kV e frequência angular de 377 rad.s^{-1} . Os parâmetros da linha são idênticos aos utilizados na simulação anterior. A figura 8 mostra a tensão $V_B(t)$ no terminal receptor B em aberto da linha de transmissão.

Figura 8 – Tensão $V_B(t)$ obtida pelo ULM.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A $V_B(t)$ tem o seu valor inicialmente duplicado (em relação à tensão da fonte de energização) e em seguida, amortece até atingir o valor de regime permanente senoidal de 20 kV de pico. Os dois casos estudados estão de acordo com os resultados teóricos. O modelo a parâmetros distribuídos será usado nas comparações com os modelos a parâmetros discretos com e sem filtro. No próximo capítulo será estudado o modelo que considera a linha de transmissão representada por n circuitos π em cascata.

4.6 Considerações

Verifica-se que as tensões e correntes da linha de transmissão no modelo a parâmetros distribuídos são calculadas pelo *Universal Line Model* usando as equações hiperbólicas da linha. Uma vez obtidas as soluções no domínio da frequência, com o algoritmo proposto obtém-se as respostas no domínio do tempo para as tensões na linha e os resultados estão de acordo com o previsto. Assim o modelo a parâmetros distribuídos é válido no estudo de transitórios eletromagnéticos e será utilizado para comparação de resultados obtidos por outros modelos de linhas de transmissão.

5 REPRESENTAÇÃO DA LINHA DE TRANSMISSÃO UTILIZANDO PARÂMETROS DISCRETOS

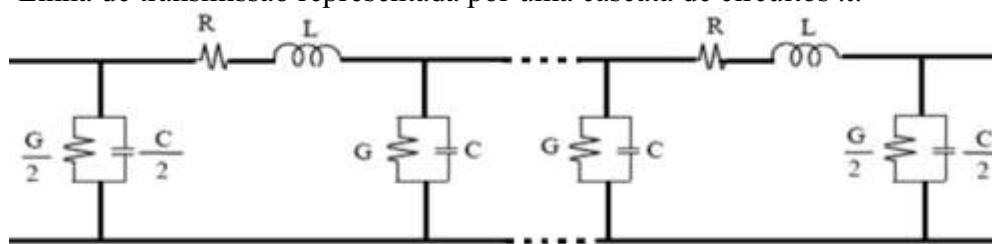
5.1 Introdução

Uma alternativa para o estudo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão consiste em representar a linha de transmissão por elementos discretos de circuitos tais como circuitos π conectados em cascata. Este modelo permite considerar as perdas e o efeito corona. Neste capítulo, será mostrada a representação da linha por uma cascata de circuitos π , bem como as técnicas de obtenção das correntes e tensões na linha de transmissão utilizando equações de estado. O modelo utiliza o conceito de variáveis de estado, cujas matrizes de estado serão obtidas a partir de uma cascata de circuitos π . Será feito um estudo visando uma regra de formação para as matrizes de estado da linha, de modo que seja possível montar estas matrizes por inspeção. A determinação das regras de montagem das matrizes possibilita que o modelo possa ser implementado em qualquer linguagem de programação computacional.

5.2 Representação de uma linha por meio de uma cascata de circuitos π

Sabe-se que uma linha de transmissão de comprimento d pode ser representada, de maneira aproximada e obedecendo a uma série de restrições, como sendo uma cascata de n circuitos π (MAMIS, 2003; MA, 2009), conforme mostra a Figura 9.

Figura 9 – Linha de transmissão representada por uma cascata de circuitos π .



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na figura 9 os parâmetros R e L são, respectivamente, a resistência e a indutância longitudinais de cada segmento de linha representado por um único circuito π . Os parâmetros G e C são, respectivamente, a condutância e a capacitância do segmento de linha. Os parâmetros R , L , G e C são escritos conforme as equações (35) a (38):

$$R = R' \frac{d}{n} \quad (35)$$

$$L = L' \frac{d}{n} \quad (36)$$

$$G = G' \frac{d}{n} \quad (37)$$

$$C = C' \frac{d}{n} \quad (38)$$

Nas equações (35) a (38), os termos R' , L' , C' e G' são a resistência, indutância, capacitância e a condutância da linha, por unidade de comprimento respectivamente. Nesse modelo as correntes e tensões da linha são fornecidas diretamente no domínio do tempo, sem o uso de integrais de convolução, e podem ser facilmente implementadas em programas computacionais do tipo ATP[®], EMTP[®] ou utilizando *Simulink* no ambiente MATLAB[®]. Outra possibilidade consiste em escrever as correntes e tensões na cascata de circuitos π por meio de variáveis de estado e utilizar algum método numérico para resolvê-las. A representação da linha por meio de variáveis de estado pode ser utilizada no ensino de conceitos básicos de propagação de ondas em linhas de transmissão, na análise da distribuição de correntes e tensões ao longo da linha e na simulação de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão que tenham elementos não lineares.

5.3 Equacionamento das tensões e correntes da linha por variáveis de estado

A linha mostrada na figura 9 pode ser representada utilizando variáveis de estado. Deste modo, as equações de corrente e tensão ao longo da linha serão escritas sob a forma:

$$[\dot{x}(t)] = [A][x(t)] + [B][u(t)] \quad (39)$$

Onde $\dot{x}(t)$ é escrito com a notação:

$$\dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

Na equação (39), $x(t)$ é um vetor constituído das correntes nos elementos R e L e das tensões nos elementos G e C de cada circuito π conectado em cascata. As matrizes A e B são as matrizes de estado da linha e o vetor $u(t)$ é o vetor de entrada que nesse caso é a tensão aplicada no terminal emissor da linha. Em seguida, serão desenvolvidas as equações de estado para a linha, considerando diversas condições de carga conectada no terminal receptor B.

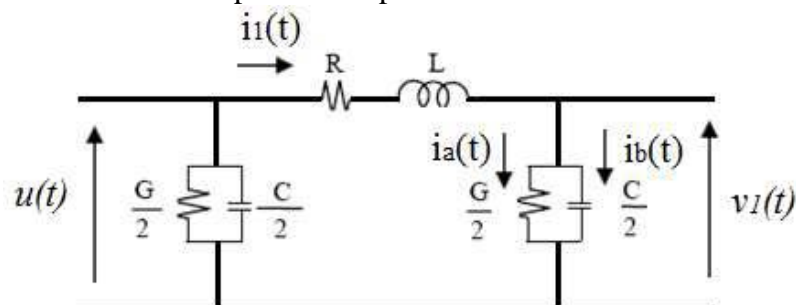
5.4 Descrição das correntes e tensões por meio de variáveis de estado

A seguir será feito o equacionamento das tensões e correntes para n circuitos π , submetidos ao processo de energização por uma fonte de tensão contínua e o terminal receptor B com diversas condições de carga.

5.4.1 Representação da linha de transmissão em aberto

Será feito o desenvolvimento das equações de estado para uma linha de transmissão em aberto e com uma carga resistiva no terminal receptor, representada por uma quantidade genérica de circuitos π . Para que seja possível encontrar uma regra de formação para as matrizes considerando uma quantidade genérica de circuitos π , o desenvolvimento será feito inicialmente para 1 circuito π , depois para 2, 3,..., n até que seja possível montar as matrizes [A] e [B] por inspeção. A figura 10 mostra uma linha representada utilizando um único circuito π .

Figura 10 – Linha de transmissão representada por 1 circuito π .



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Aplicando a lei das tensões nas malhas de Kirchhoff na figura 10 obtêm-se:

$$u(t) - R \cdot i_1(t) - L \cdot \frac{di_1(t)}{dt} - v_1(t) = 0 \quad (40)$$

$$v_1(t) = \frac{2}{C} \int i_b(t) dt \quad (41)$$

Sendo que:

$$i_b(t) = i_1(t) - i_a(t) \quad (42)$$

$$i_a(t) = \frac{G}{2} v_1(t) \quad (43)$$

Substituindo as equações (42) e (43) nas equações (40) e (41) obtém-se:

$$v_1(t) = \frac{2}{C} \int (i_1(t) - \frac{G}{2} \cdot v_1(t)) dt \quad (44)$$

Derivando a equação (44) obtém-se:

$$\frac{dv_1(t)}{dt} = \frac{2}{C} \cdot i_1(t) - \frac{G}{C} \cdot v_1(t) \quad (45)$$

Utilizando a notação para a derivada:

$$\dot{i}_1 = \frac{di_1(t)}{dt} \quad e \quad \dot{v}_1 = \frac{dv_1(t)}{dt}$$

Aplicando esta notação nas equações (40) e (45).

$$\dot{i}_1 = -R/L \cdot i_1(t) - 1/L \cdot v_1(t) + 1/L \cdot u(t) \quad (46)$$

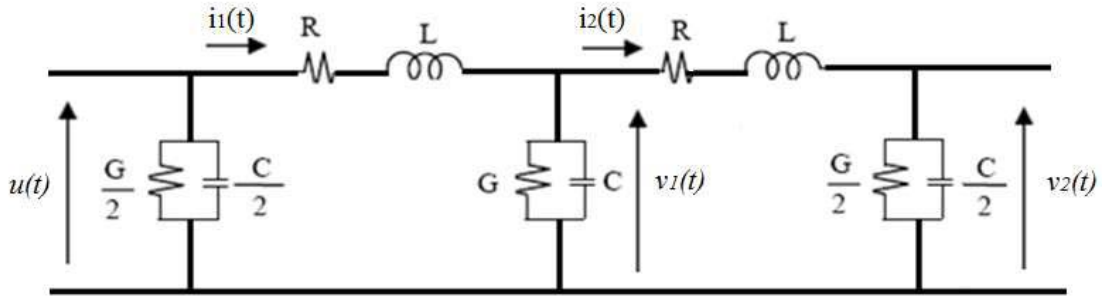
$$\dot{v}_1 = 2/C \cdot i_1(t) - G/C \cdot v_1(t) + 0 \cdot u(t) \quad (47)$$

Escrevendo as equações (46) e (47) na forma matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{v}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R/L & -1/L \\ 2/C & -G/C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1(t) \\ v_1(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u(t) \quad (48)$$

O sistema mostrado na equação (48) representa a linha mostrada na figura 10 utilizando variáveis de estado. A figura 11 mostra uma linha representada por 2 circuitos π conectados em cascata.

Figura 11 – Linha de transmissão representada por 2 circuitos π conectados em cascata.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A partir da figura 11 obtêm-se as seguintes equações:

$$u(t) - R \cdot i_1(t) - L \cdot \frac{di_1(t)}{dt} - v_1(t) = 0 \quad (49)$$

$$v_1(t) = \frac{1}{C} \int (i_1(t) - Gv_1(t) - i_2(t)) dt \quad (50)$$

$$v_1(t) - R \cdot i_2(t) - L \cdot \frac{di_2(t)}{dt} - v_2(t) = 0 \quad (51)$$

$$v_2(t) = \frac{2}{C} \int (i_2(t) - \frac{1}{2} G \cdot v_2(t)) \cdot dt \quad (52)$$

Utilizando a notação para a derivada, para $n = 1, 2$ e utilizando a notação a seguir:

$$\dot{i}_1 = -R/L \cdot i_1(t) + 0 \cdot i_2(t) - 1/L \cdot v_1(t) + 0 \cdot v_2(t) + 1/L \cdot u(t) \quad (53)$$

$$\dot{v}_1 = 1/C \cdot i_1(t) - 1/C \cdot i_2(t) - G/C \cdot v_1(t) + 0 \cdot v_2(t) + 0 \cdot u(t) \quad (54)$$

$$\dot{i}_2 = 0 \cdot i_1(t) - R/L \cdot i_2(t) + 1/L \cdot v_1(t) - 1/L \cdot v_2(t) + 0 \cdot u(t) \quad (55)$$

$$\dot{v}_2 = 0 \cdot i_1(t) + 2/C \cdot i_2(t) + 0 \cdot v_1(t) - G/C \cdot v_2(t) + 0 \cdot u(t) \quad (56)$$

Escrevendo as equações (53) a (56) na forma matricial obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{v}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \dot{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R/L & -1/L & 0 & 0 \\ 1/C & -G/C & -1/C & 0 \\ 0 & 1/L & -R/L & -1/L \\ 0 & 0 & 2/C & -G/C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1(t) \\ v_1(t) \\ i_2(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u(t) \quad (57)$$

O sistema mostrado na equação (57) representa a linha mostrada na figura 11 por variáveis de estado. Com base na representação da linha utilizando 1 e 2 circuitos π , pode-se generalizar essa representação para uma linha representada por meio de n circuitos π conectados em cascata. Desse modo, se a linha de comprimento d é representada por meio de n circuitos π , as matrizes [A] e [B] serão descritas como sendo:

$$[A] = \begin{bmatrix} -R/L & -1/L & 0 & \dots & 0 \\ 1/C & -G/C & -1/C & & \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & & & 1/L & -R/L & -1/L \\ & & & 0 & 2/C & -G/C \end{bmatrix} \quad (58)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 1/L & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (59)$$

Analogamente, podem-se escrever os vetores $[x]$ e $[\dot{x}]$ como sendo:

$$[\dot{x}] = \begin{bmatrix} \dot{i}_1(t) & \dot{v}_1(t) & \dot{i}_2(t) & \dot{v}_2(t) & \dots & \dot{i}_n(t) & \dot{v}_n(t) \end{bmatrix}^T \quad (60)$$

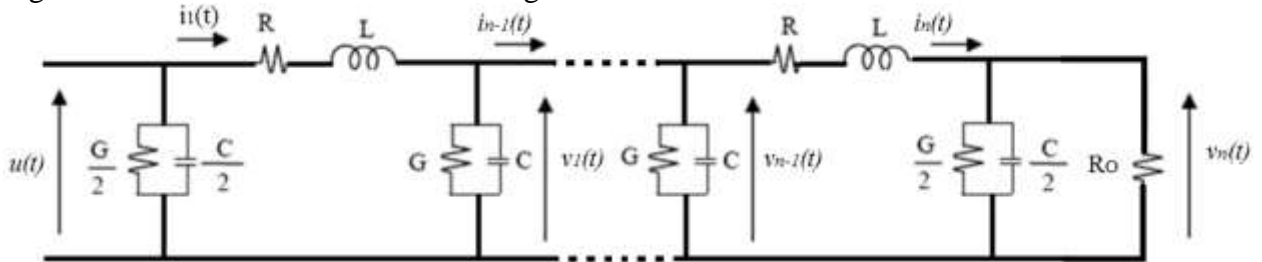
$$[x] = \begin{bmatrix} i_1(t) & v_1(t) & i_2(t) & v_2(t) & \dots & i_n(t) & v_n(t) \end{bmatrix}^T \quad (61)$$

As equações de (58) e (59) mostram que, quando uma linha de transmissão em aberto é representada por meio de uma cascata de n circuitos π , a matriz de estado $[A]$ dessa linha é uma matriz tridiagonal de dimensão $2n$. A matriz de estado $[B]$ possui dimensão $2n \times 1$. Verifica-se também, que as matrizes $[A]$ e $[B]$ podem ser montadas por inspeção, pois as mesmas obedecem a uma regra de formação. Em um circuito de n circuitos π , a matriz A é quadrada e possui dimensão $2n$. Os elementos da superdiagonal (elementos $A(2n, 2n+1)$) alternam entre $(-1/L)$ e $(-1/C)$. Os elementos na subdiagonal (elementos $A(2n, 2n-1)$) alternam entre $(1/L)$ e $(1/C)$. Os elementos da diagonal principal alternam entre $(-R/L)$ e $(-G/C)$. O último elemento da subdiagonal será $(2/C)$. A matriz B possui uma única coluna com $2n$ elementos onde o primeiro elemento é $(1/L)$ e os outros elementos são nulos. Assim, tem-se a descrição sob a forma de variáveis de estado de uma linha de transmissão aberta.

5.4.2 Representação da linha em carga resistiva R_o

Analogamente como nas seções anteriores, foi feito o desenvolvimento das equações de estado de uma linha de transmissão com uma carga resistiva conectada no terminal receptor e representada por uma quantidade genérica de circuitos π conforme mostrado na figura 12.

Figura 12 – Linha de transmissão em carga R com n circuitos π conectados em cascata.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Com base na representação da linha utilizando 1 e 2 circuitos π , pode-se generalizar esta representação para uma linha representada por meio de n circuitos π conectados em cascata. Deste modo, se a linha de comprimento d é representada por meio de n circuitos π , as matrizes [A] e [B] dessa linha serão descritas como pelas equações (62) e (63):

$$[A] = \begin{bmatrix} -R/L & -1/L & 0 & \dots & 0 \\ 1/C & -G/C & -1/C & & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & & & 1/L & -R/L & -1/L \\ & & & 0 & 2/C & -(G \cdot R_0 + 2)/C \cdot R_0 \end{bmatrix} \quad (62)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 1/L & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (63)$$

O sistema é descrito por $2n$ variáveis de estado, a matriz [A] será de dimensão quadrada $2n$ e a matriz [B] será de dimensão de $2n \times 1$. Em um circuito de n circuitos π , na matriz A os elementos da superdiagonal (elementos A $(2n, 2n+1)$) alternam entre $(-1/L)$ e $(-1/C)$. Os elementos na subdiagonal (elementos A $(2n, 2n-1)$) alternam entre $(1/L)$ e $(1/C)$. Os elementos da diagonal principal alternam entre $(-R/L)$ e $(-G/C)$ e o último elemento da diagonal principal é dado por $-(GR_0+2)/CR_0$. O último elemento da subdiagonal será $(2/C)$. A matriz B possui uma única coluna onde primeiro o elemento é $(1/L)$ e os outros elementos são nulos. Assim tem-se a descrição sob a forma de variáveis de estado de uma linha de transmissão em curto-circuito. Considerando que a linha de transmissão seja curto-circuitada em B, pode-se fazer R_0 tendendo a zero.

5.5 Considerações

Neste capítulo foi mostrado o desenvolvimento de um modelo de linha de transmissão desenvolvido diretamente no domínio do tempo que utiliza elementos discretos de circuito. A representação da linha foi feita utilizando circuitos π conectados em cascata, sendo que o modelo

utiliza o conceito de variáveis de estado. Foram demonstradas que as matrizes de estado da linha obedecem a regras de formação, sendo possível a montagem destas matrizes por inspeção para a linha de transmissão com distintas configurações.

6 ANÁLISE DO DESEMPENHO DOS MODELOS A PARÂMETROS DISCRETOS E A PARÂMETROS DISTRIBUÍDOS

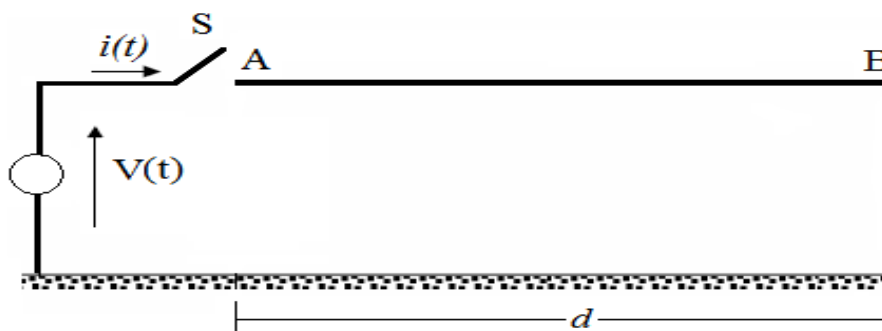
6.1 Introdução

Neste capítulo será feita uma comparação das respostas obtidas do modelo a parâmetros distribuídos utilizando o *Universal Line Model* - ULM e do modelo a parâmetros discretos em uma linha de transmissão monofásica de comprimento de 100 km, representada pela quantidade de 100 circuitos π conectados em cascata, submetida a diversas condições de energização. Todas as simulações foram realizadas no ambiente computacional MATLAB®.

6.2 Resultados obtidos das comparações entre modelos

Para verificar o desempenho do modelo a parâmetros discretos, será realizado um estudo da influência da quantidade de circuitos π por unidade de comprimento em uma linha de transmissão. As comparações serão realizadas com as respostas obtidas com o modelo a parâmetros distribuídos (ULM) considerando-o como ideal. Como ilustrações serão estudados os casos em que a linha é submetida ao processo de energização por uma fonte de tensão constante e alternada senoidal e o terminal receptor B da linha em aberto e com uma carga resistiva de módulo da impedância característica Z_C . Como ilustrações serão mostradas as simulações da energização de uma linha monofásica de comprimento d , conforme mostra a figura 13.

Figura 13 – Linha de transmissão monofásica de comprimento d .



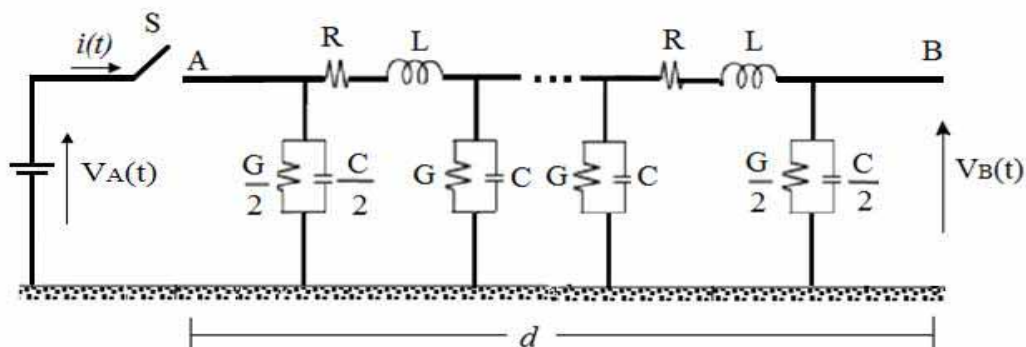
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na figura 13 considera-se que a linha será energizada por uma fonte de tensão $V(t)$ genérica e representada por meio de uma cascata de circuitos π por diversas quantidades de circuitos π . As equações diferenciais da tensão na linha de transmissão foram convertidas em equações algébricas no domínio da frequência utilizando a Transformada de Laplace. Uma vez obtidas as soluções destas equações no domínio da frequência, essas soluções foram convertidas para o domínio do tempo, utilizando a Transformada Inversa de Laplace, implementada numericamente conforme proposto.

6.3 Energização de uma linha de transmissão em aberto

A figura 14 mostra uma linha de comprimento d , energizada por uma fonte de tensão contínua $V_A(t)$ e o terminal B em aberto.

Figura 14 – Linha de transmissão monofásica de comprimento d .



Fonte: Elaboração do próprio autor.

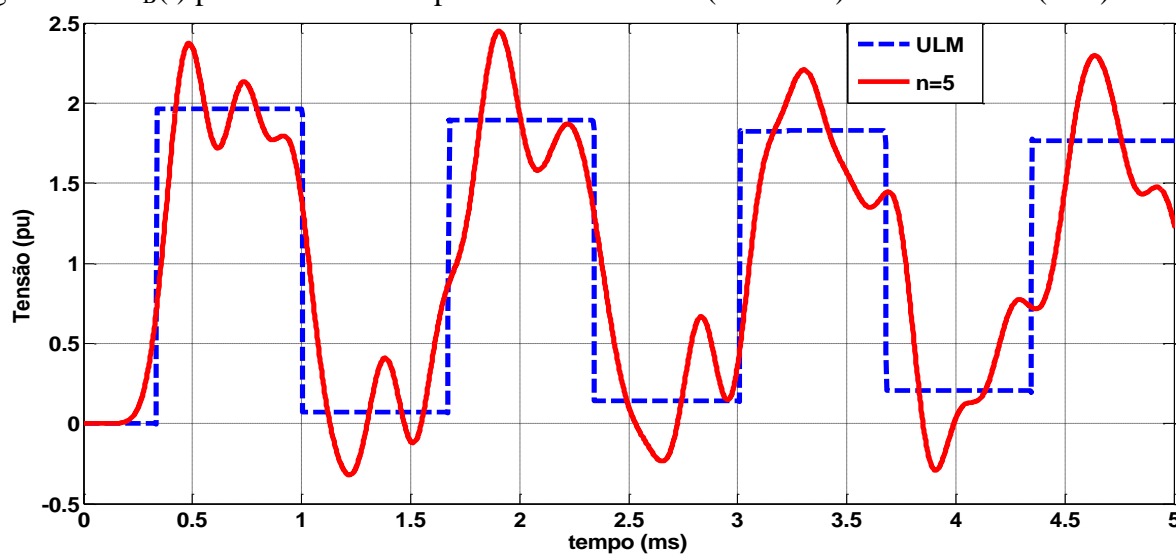
Na figura 14 considera-se que a linha de transmissão possui 100 km de comprimento e será energizada por uma fonte de tensão de valor constante e igual a 20 kV e os parâmetros da linha são dados pela tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros da linha de transmissão para validação do LPM.

PARÂMETROS	VALOR
R	0,05 Ω/km
L	1,7 mH/km
G	0,556 $\mu\text{S}/\text{km}$
C	6,58 nF/km

Fonte: Elaboração do próprio autor.

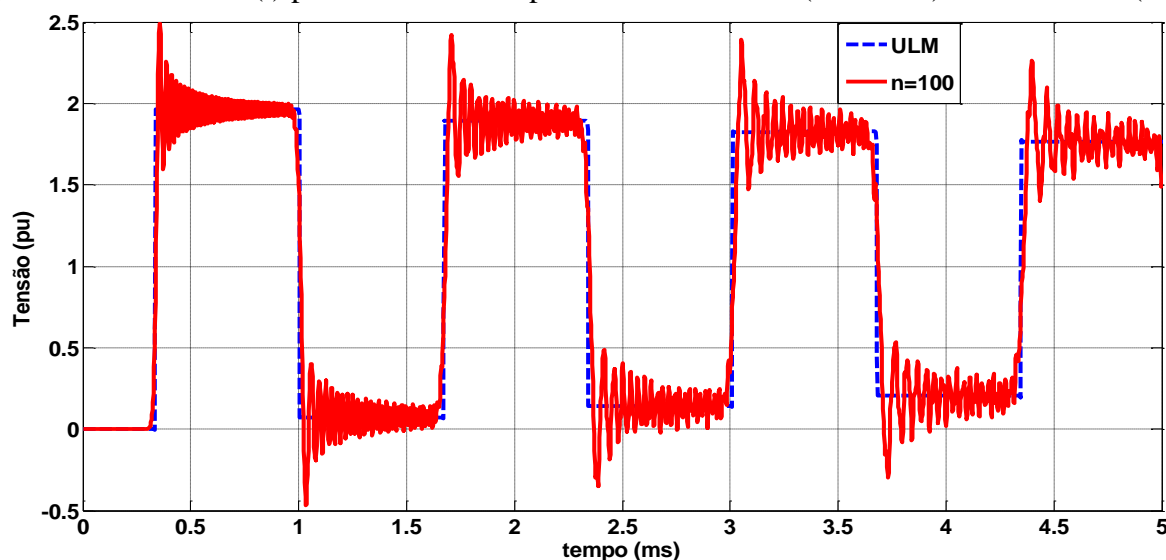
Considerando que no terminal receptor B está em aberto, a corrente no terminal B será nula. A tensão $V_B(t)$ será obtida para linha representada pelas quantidades de 5 e 100 circuitos π conectados em cascata. Para todas as simulações, será considerado que o valor base da tensão (V_{base}) igual a 20 kV e a resposta do modelo a parâmetros distribuídos como padrão. A figura 15 mostra a $V_B(t)$, em pu, da linha com 5 circuitos π em cascata.

Figura 15 – $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul).

Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 15 mostra que $V_B(t)$ apresenta grande distorção, devido à pequena quantidade de circuitos π conectados em cascata para representação da linha comparada com a resposta do ULM. A tensão inicialmente tem o seu valor duplicado (em relação a fonte de tensão na energização) e em seguida decrescerá até atingir o valor de 1 pu em regime estacionário. A resposta do ULM ilustra melhor este comportamento. A figura 16 mostra a tensão no terminal receptor B da linha obtida pelos dois modelos, considerando a quantidade de 100 circuitos π conectados em cascata.

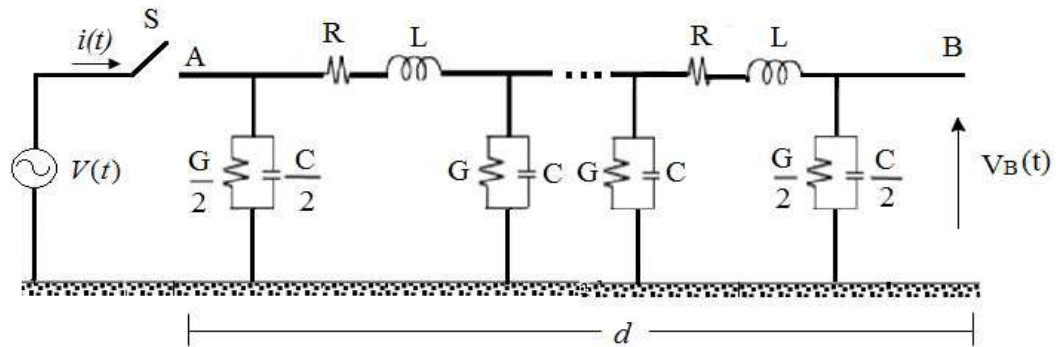
Figura 16 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Verifica-se que a tensão $V_B(t)$ apresenta uma resposta mais adequada quando a linha de transmissão é representada por 100 circuitos π . Assim essa quantidade será adotada para as próximas simulações. Considerando a primeira transição, verifica-se que a amplitude da oscilação espúria é aproximadamente 25% superior do que a resposta do ULM. Esse valor não corresponde ao valor real da tensão e caso considerado para a fabricação de isoladores em linhas de transmissão, esses estariam sobrestimados e seriam mais custosos. A figura 17 mostra uma linha de comprimento d , energizada por uma fonte de tensão alternada senoidal $V(t)$ e o terminal receptor B em aberto.

Figura 17 – Energização da linha com fonte senoidal e terminal receptor B em aberto.



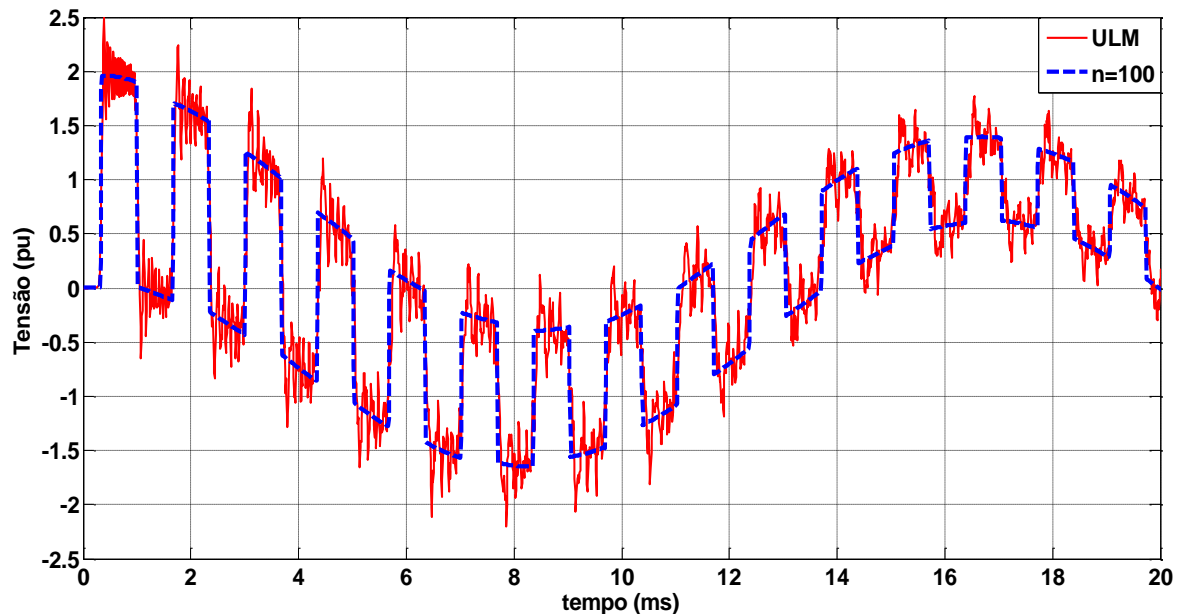
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na figura 17 a linha de transmissão será energizada por uma fonte de tensão alternada senoidal dada pela equação (64):

$$V(t) = V_0 \cos(\omega t) \quad (64)$$

A linha será energizada por uma fonte de tensão senoidal de amplitude de 20 kV e frequência angular de 377 rad.s^{-1} e os parâmetros da linha são idênticos aos utilizados na simulação anterior. A tensão terminal $V_B(t)$ será obtida para linha representada por 100 circuitos π conectados e serão comparadas com a resposta obtida pelo ULM. A figura 18 mostra a tensão $V_B(t)$, em pu, para a quantidade de 100 circuitos π conectados em cascata.

Figura 18 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul).



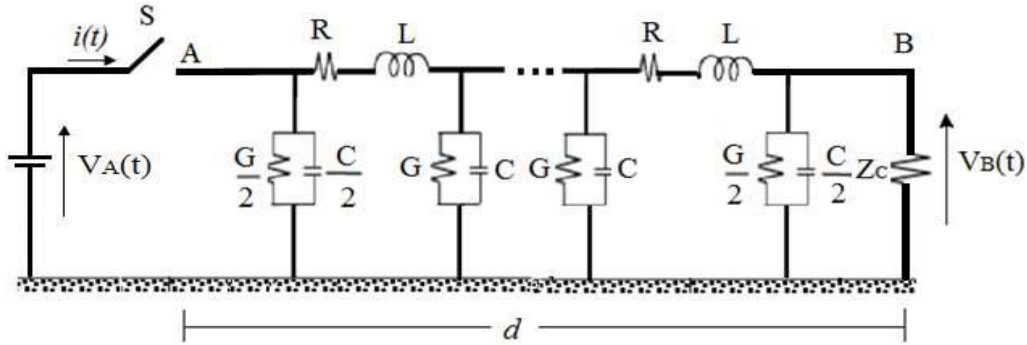
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Verifica-se que os dois modelos apresentam o mesmo comportamento, mas a resposta a parâmetros discretos apresenta oscilações que serão estudadas e caracterizadas nos capítulos 6 e 7. Pode-se estabelecer que a quantidade de 1 circuito π por quilometro é uma boa aproximação para representação de transitórios eletromagnéticos. A seguir são apresentados os resultados para energização de uma linha com carga resistiva Z_C .

6.4 Energização de uma linha de transmissão com carga resistiva Z_C

A figura 19 mostra uma linha de comprimento d que será energizada por uma fonte de tensão contínua $V_A(t)$ e em seu terminal receptor B está conectada uma carga resistiva Z_C .

Figura 19 – Energização com fonte de tensão contínua considerando o terminal B com carga resistiva.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na figura 19 considera-se que a linha será energizada por uma fonte de tensão de valor constante e igual a 20 kV e que os parâmetros da linha são idênticos ao utilizados anteriormente. Considerando inicialmente que no terminal receptor B da linha existe uma carga resistiva equivalente ao módulo da impedância característica Z_C e a linha representada por 100 circuitos π conectados em cascata. A impedância característica Z_C pode ser calculada de modo aproximado usando a equação (65).

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (65)$$

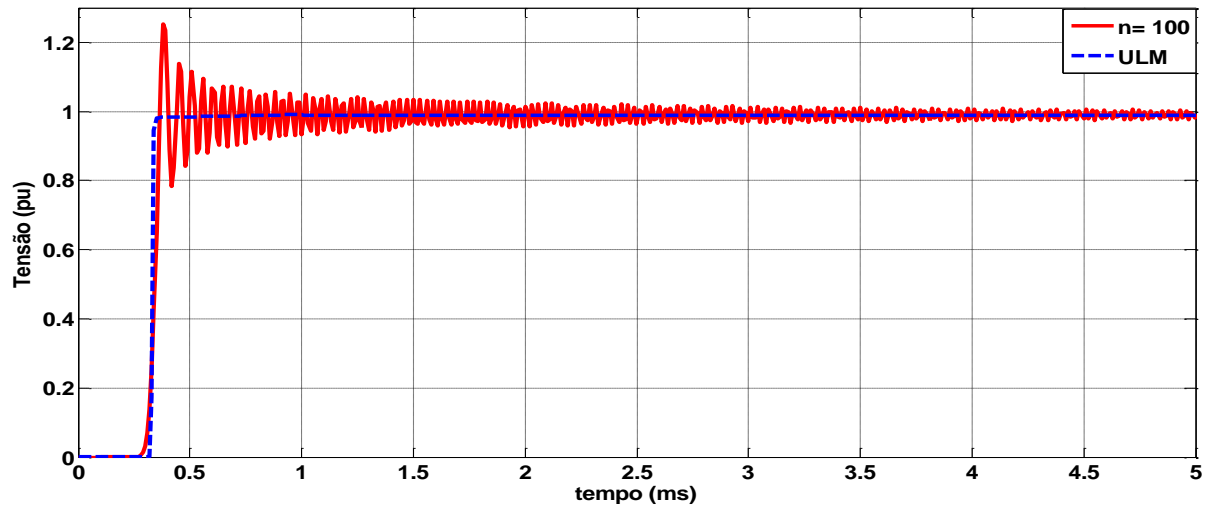
Na equação (65) o termo L é a indutância longitudinal da linha e o termo C é a capacitância transversal da linha. Substituindo os valores de L e C utilizados nas simulações anteriores, obtém-se:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{1,70 \cdot 10^{-3} \text{ H}}{6,58 \cdot 10^{-9} \text{ F}}} \approx 508 \Omega$$

Assim a linha de transmissão da figura 19 será energizada por uma fonte de tensão contínua e considerando a linha ‘casada’, ou seja, uma carga resistiva de valor igual a sua impedância característica calculada pela equação (65) conectada ao terminal B. A figura 20

mostra o comportamento da tensão $V_B(t)$ da linha para 100 circuitos π conectados em cascata e com a resposta obtida com ULM.

Figura 20 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e parâmetros distribuídos (azul).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 20 mostra que não há reflexões da tensão na linha, sendo que quando a onda de tensão atinge o terminal receptor, a tensão permanecerá constante. Todas as respostas apresentam o mesmo comportamento, mas a resposta obtida do modelo de cascata de circuitos π sempre apresenta oscilações espúrias. Estas oscilações decorrem da representação de segmento de linha, cujos parâmetros são distribuídos, por elementos discretos de circuito. Os autores (A-ARAÚJO et al., 2013) mostram que as oscilações espúrias independem dos métodos numéricos utilizados na resolução das equações de estado. No capítulo 7 será feita uma análise espectral das tensões $V_B(t)$ obtidas pelos modelos a parâmetros discretos e distribuídos e um estudo dos fatores que influenciam na composição do espectro destas oscilações.

6.5 Considerações

A linha de transmissão monofásica foi representada pelas quantidades de 5 e 100 circuitos π conectados em cascata e foi calculada a tensão $V_B(t)$ considerando distintas configurações de carga e submetida a diversas fontes de energização. Verifica-se a presença de oscilações espúrias em todas as simulações. Para a linha de transmissão representada por 100

circuitos π conectados em cascata há mais oscilações espúrias quando comparada com uma linha representada por 5 circuitos π . As oscilações espúrias ocorrem da representação de um pequeno segmento de linha, cujos parâmetros são distribuídos, por cascatas de circuito π , cujos parâmetros são discretos e independem do método numérico de integração utilizado. Com estas observações, o modelo a parâmetros discretos pode ser utilizado para estudar transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência.

7 ESTUDO DAS OSCILAÇÕES ESPÚRIAS DO MODELO A PARÂMETROS DISCRETOS

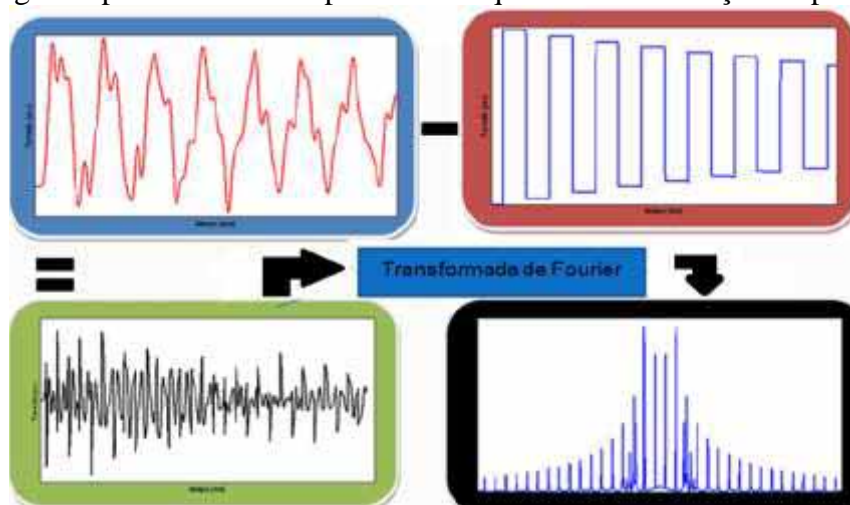
7.1 Introdução

No capítulo anterior observou-se a presença de oscilações espúrias nas simulações do modelo a parâmetros discretos quando a linha de transmissão é representada por uma cascata de circuitos π . Neste capítulo serão mostradas as oscilações espúrias na tensão do terminal receptor e serão feitas análises do seu conteúdo espectral utilizando a transformada de Fourier para uma linha de transmissão monofásica de diversos comprimentos, representada por diferentes quantidades de circuitos π e submetida a diversas condições de energização.

7.2 Análise das oscilações espúrias

Nos capítulos anteriores observou-se que as respostas obtidas no modelo a parâmetros discretos apresentaram oscilações espúrias. Estas oscilações dependem da quantidade n de circuitos π conectados em cascata utilizados na sua representação. Neste capítulo será feita uma análise espectral destas oscilações espúrias da tensão no terminal receptor B da linha considerando diversos comprimentos e representada por distintas quantidades de circuitos π utilizando a Transformada de Fourier (TF). Para analisar o conteúdo espectral das oscilações espúrias foi utilizado o diagrama da figura 21.

Figura 21 – Diagrama para se obter o espectro de frequência das oscilações espúrias.



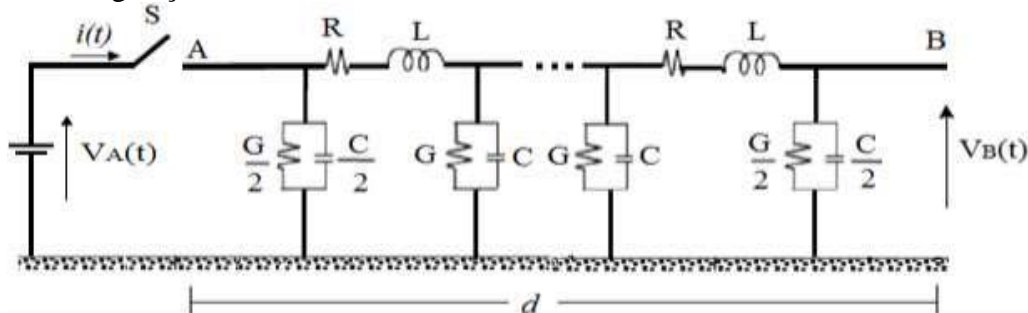
Fonte: Elaboração do próprio autor.

A resposta do modelo a parâmetros discreto será subtraída da resposta do modelo a parâmetros distribuídos, para eliminar a componente fundamental do sinal, resultando apenas as oscilações espúrias. Em seguida será aplicada a Transformada de Fourier no sinal resultante, obtendo o espectro da frequência dessas oscilações. O espectro das oscilações será estudado para diversos fatores tais como a quantidade de circuitos π em cascata e o comprimento da linha.

7.3 Influência da quantidade de circuitos π conectados em cascata

Como ilustrações serão mostradas as simulações da energização de uma linha monofásica de comprimento d e energizada por uma fonte de tensão $V(t)$ conforme mostra a figura 22.

Figura 22 – Energização da linha com terminal B em aberto.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na figura 22 considera-se que a linha será energizada inicialmente por uma fonte de tensão de valor constante e igual a 20 kV e os parâmetros são mostrados na tabela 3.

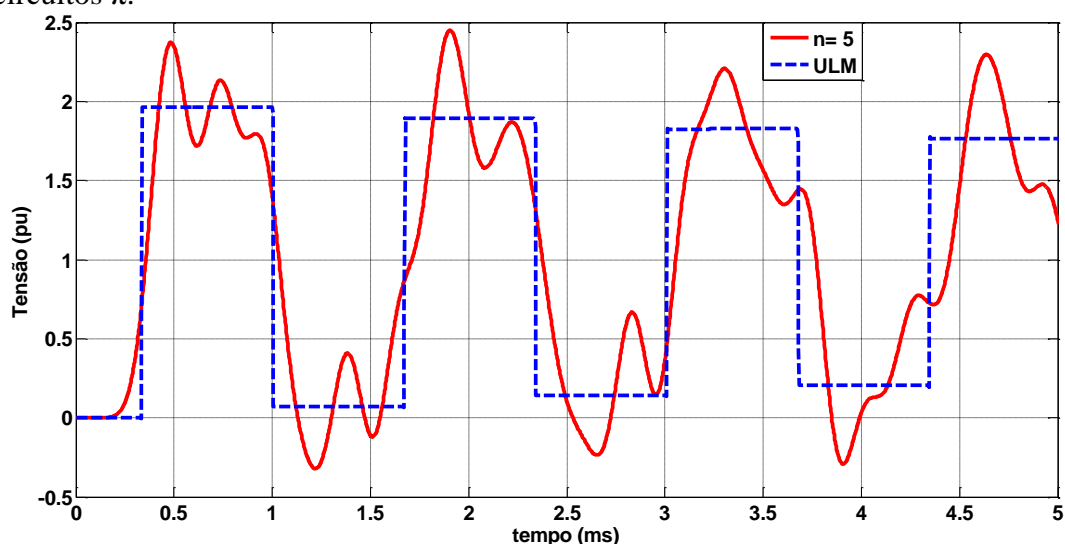
Tabela 3 – Parâmetros da linha utilizado na comparação dos modelos ULM e LPM.

PARÂMETROS	VALOR
R	0,05 Ω/km
L	1,7 mH/km
G	0,556 $\mu\text{S}/\text{km}$
C	6,58 nF/km

Fonte: Elaboração do próprio autor.

A linha foi representada por 5, 100 e 200 circuitos π em cascata, para verificar a influência da quantidade de circuitos π nas oscilações espúrias. As respostas serão comparadas com as simulações obtidas pelo ULM. Foram obtidos resultados para a tensão, valores em pu, para o terminal B em aberto. A figura 23 mostra a tensão no terminal receptor B da linha representada por 5 circuitos π e energizada por uma fonte de tensão constante.

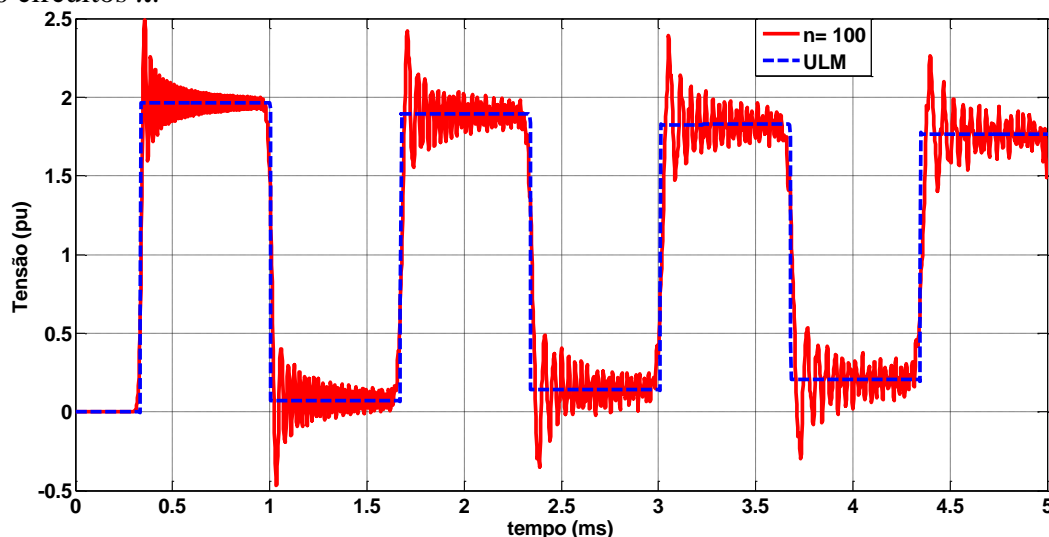
Figura 23 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul) para 5 circuitos π .



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 24 mostra a tensão $V_B(t)$ para linha representada por 100 circuitos π .

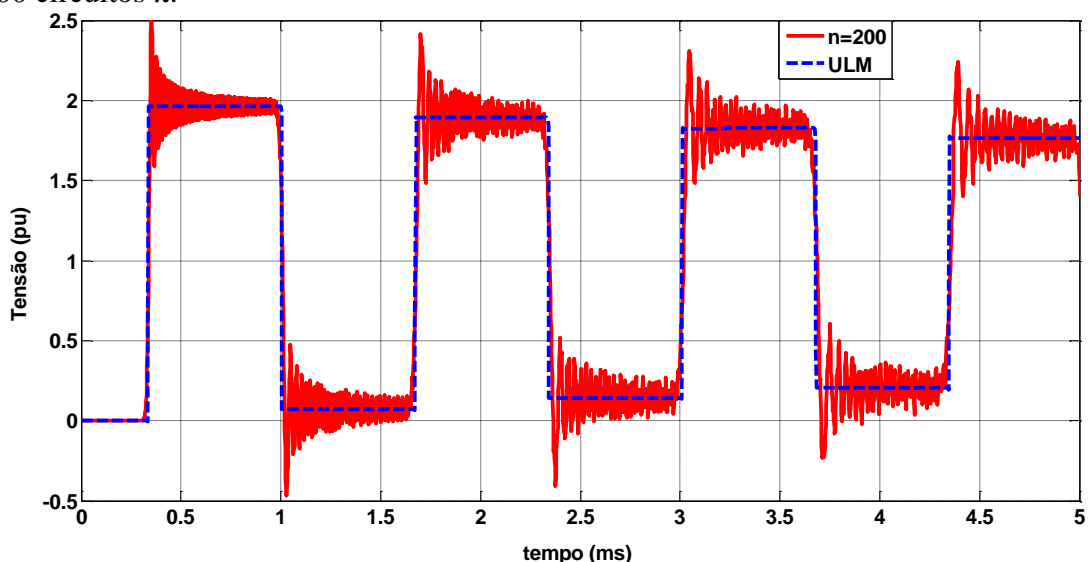
Figura 24 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul) para 100 circuitos π .



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 25 mostra a tensão $V_B(t)$ para linha representada por 200 circuitos π .

Figura 25 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul) para 200 circuitos π .

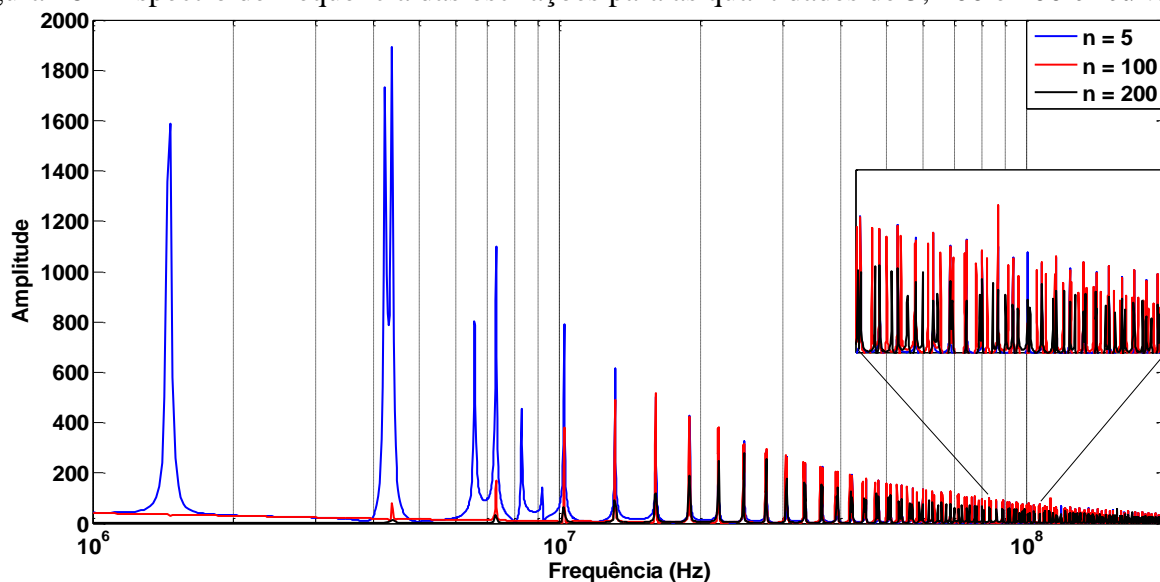


Fonte: Elaboração do próprio autor.

As figuras 24 e 25 representam melhor a $V_B(t)$ e as duas respostas apresentam comportamento semelhantes. Para as quantidades de 100 e 200 circuitos π não há diferença significativa na resposta do modelo a parâmetros discretos. Assim pode-se considerar que a

quantidade de $1\pi/\text{km}$ representa o transitório em linhas de modo aceitável. Para estudar o conteúdo espectral do sinal obtido foi utilizada a Transformada de Fourier aplicada ao sinal resultante da subtração da resposta obtida pelo modelo a parâmetros discretos, para as quantidades de 5, 100 e 200 circuitos π e a resposta do modelo a parâmetros distribuídos. A figura 26 mostra o espectro do sinal resultante para uma linha de 100 km representada pelas quantidades de 5, 100 e 200 circuitos π .

Figura 26 – Espectro de frequência das oscilações para as quantidades de 5, 100 e 200 circuitos π .



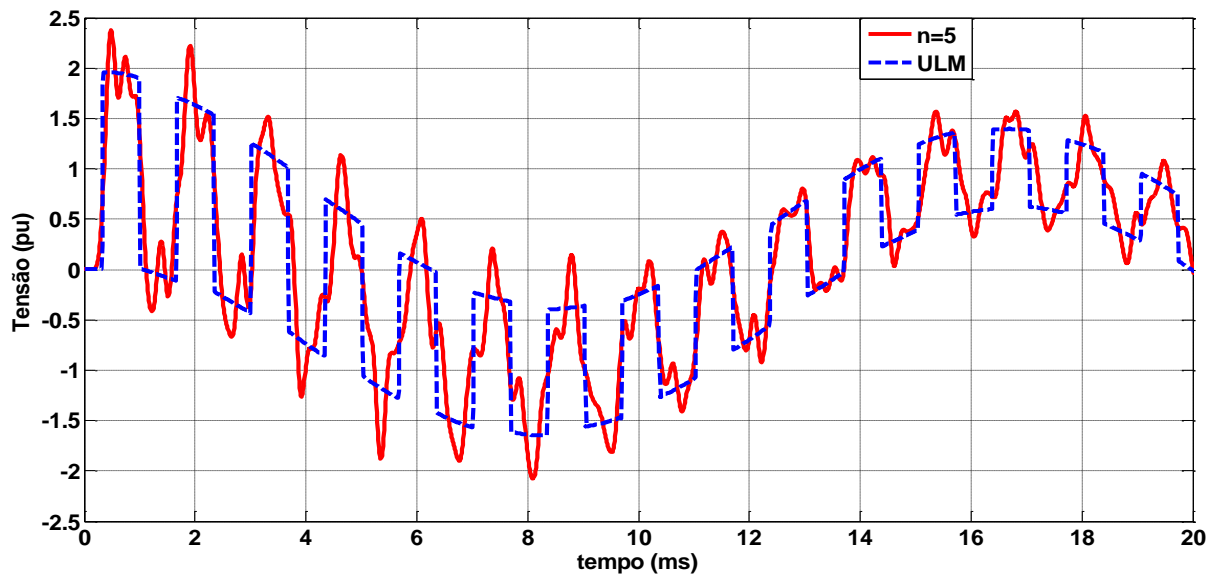
Fonte: Elaboração do próprio autor.

A quantidade de circuitos π influencia no espectro de frequência. Para uma quantidade de 5 circuitos π , o espectro da tensão apresenta componentes de menores frequências, porém com maiores amplitudes. Para a linha representada com 100 circuitos π , apresenta maior conteúdo espectral, porém as amplitudes são inferiores quando comparadas com a curva azul. Para a linha representada por 200 circuitos π , as amplitudes são menores quando comparadas com as amplitudes obtidas para a linha representada por 100 circuitos π . Assim a quantidade de circuitos π insere frequências na resposta e estas estão diretamente ligadas às oscilações espúrias das respostas no domínio do tempo. A linha de transmissão monofásica será energizada por uma fonte de tensão alternada senoidal dada por (66):

$$V(t) = V_0 \cos(\omega t) \quad (66)$$

Em (66) V_0 é a amplitude e ω é a frequência angular da onda senoidal. A linha será energizada por uma fonte de tensão de amplitude de 20 kV e frequência angular de 377 rad.s^{-1} . Os parâmetros da linha são dados pela tabela 3. A linha foi representada pela quantidade de 5, 100 e 200 circuitos π conectados em cascata e as respostas são comparadas com o ULM. A figura 27 mostra a tensão $V_B(t)$ da linha para a quantidade de 5 circuitos π e o modelo a parâmetros discretos.

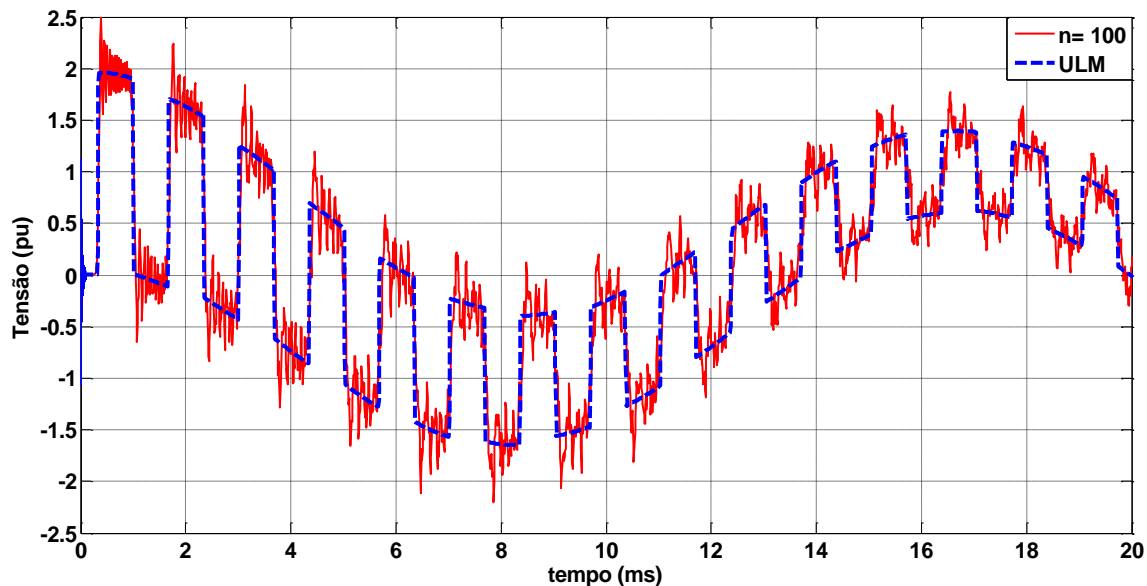
Figura 27 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul) para 5 circuitos π .



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 28 mostra a $V_B(t)$ para linha representada por 100 circuitos π e o modelo ULM.

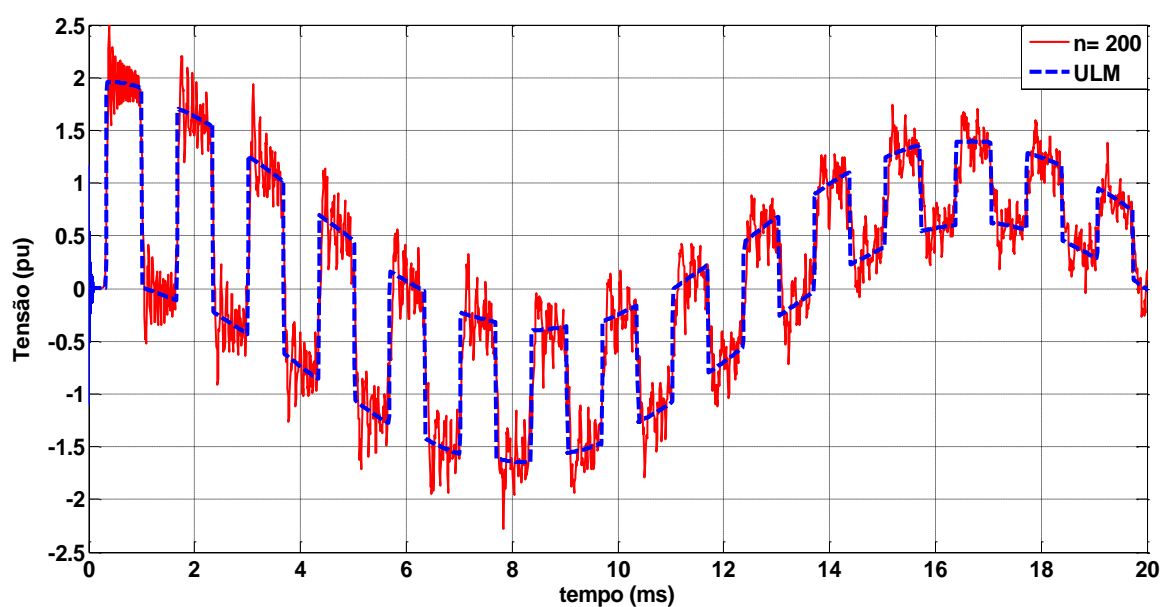
Figura 28 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul) para 100 circuitos π .



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 29 mostra a $V_B(t)$ para linha representada por 200 circuitos π e o modelo ULM.

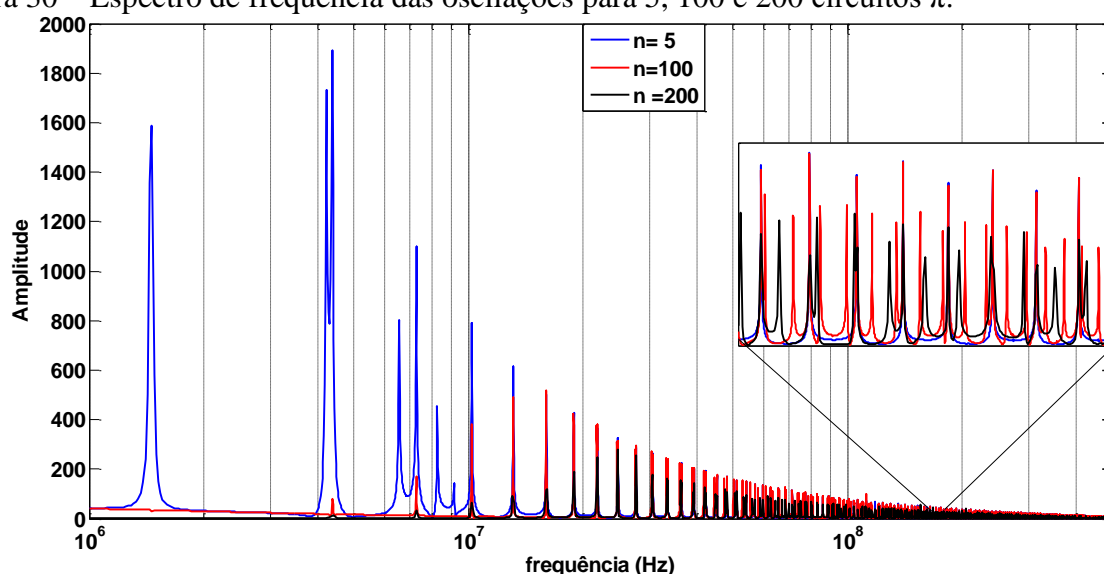
Figura 29 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul) para 200 circuitos π .



Fonte: Elaboração do próprio autor.

As figuras 28 e 29 representam melhor a tensão no terminal B, obtida pelos modelos a parâmetros discretos e distribuídos. Aplicando a Transformada de Fourier ao sinal resultante da subtração da resposta obtida pelo modelo a parâmetros discretos e o modelo a parâmetros distribuídos, considerando a linha representada pelas quantidades de 5, 100 e 200 circuitos π conectados em cascata, conforme mostra a figura 30.

Figura 30 – Espectro de frequência das oscilações para 5, 100 e 200 circuitos π .



Fonte: Elaboração do próprio autor.

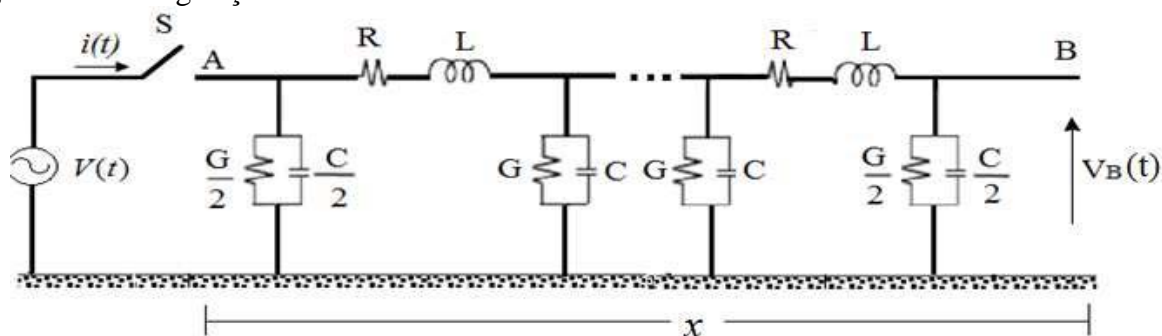
Verifica-se que a análise espectral para a linha energizada por uma fonte de tensão AC é semelhante à análise para uma fonte de tensão DC. Para uma quantidade de 5 circuitos π , o espectro das oscilações espúrias apresenta componentes de menores frequências, porém com maior amplitude. Para a linha representada com 100 circuitos π , o espectro das oscilações apresenta maior conteúdo espectral, porém as amplitudes são inferiores quando comparadas com a curva azul. Para 200 circuitos π , o espectro contém mais componentes de frequências elevadas, porém com amplitudes reduzidas.

7.4 Influência do comprimento da linha de transmissão

Para estudar a influência do comprimento da linha com respeito às oscilações espúrias, a linha de transmissão será representada por diversas quantidades de circuitos π , porém a razão

número de circuitos π por quilômetro será mantida constante (π/km). Serão mostradas as simulações da energização de uma linha monofásica de comprimentos x de 100, 200 e 500 km, representada por uma razão de 1 circuito π por quilômetro e energizada por uma fonte de tensão $V(t)$ senoidal dada pela equação (66) conforme mostra a figura 31.

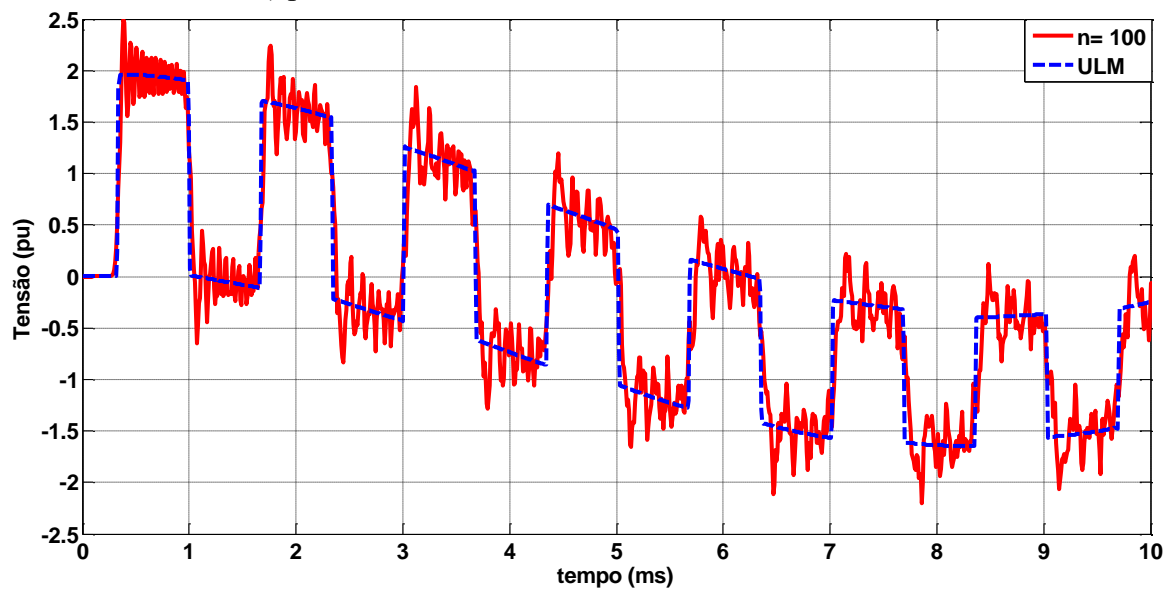
Figura 31 – Energização da linha com fonte senoidal e terminal B em aberto.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na figura 31 considera-se que a linha será energizada por uma fonte de tensão alternada e seus parâmetros são idênticos aos utilizados na simulação anterior. A fonte de tensão possui 20 kV de amplitude e 60 Hz de frequência. Primeiramente será mostrada a tensão no terminal receptor B em aberto da linha obtido para os diferentes comprimentos da linha, representados pela quantidade de 1 π/km . A figura 32 mostra $V_B(t)$ para a linha de 100 km e com 100 circuitos π .

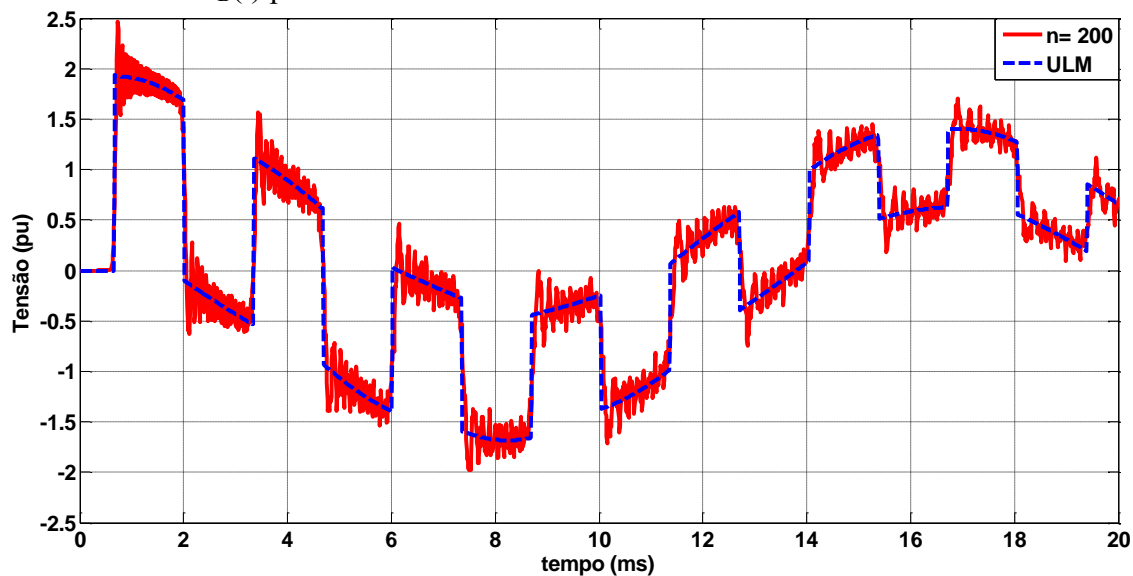
Figura 32 – Tensão $V_B(t)$ para linha de 100 km com $1 \pi/\text{km}$.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 33 mostra $V_B(t)$ para a linha de 200 km com 200 circuitos π conectados em cascata.

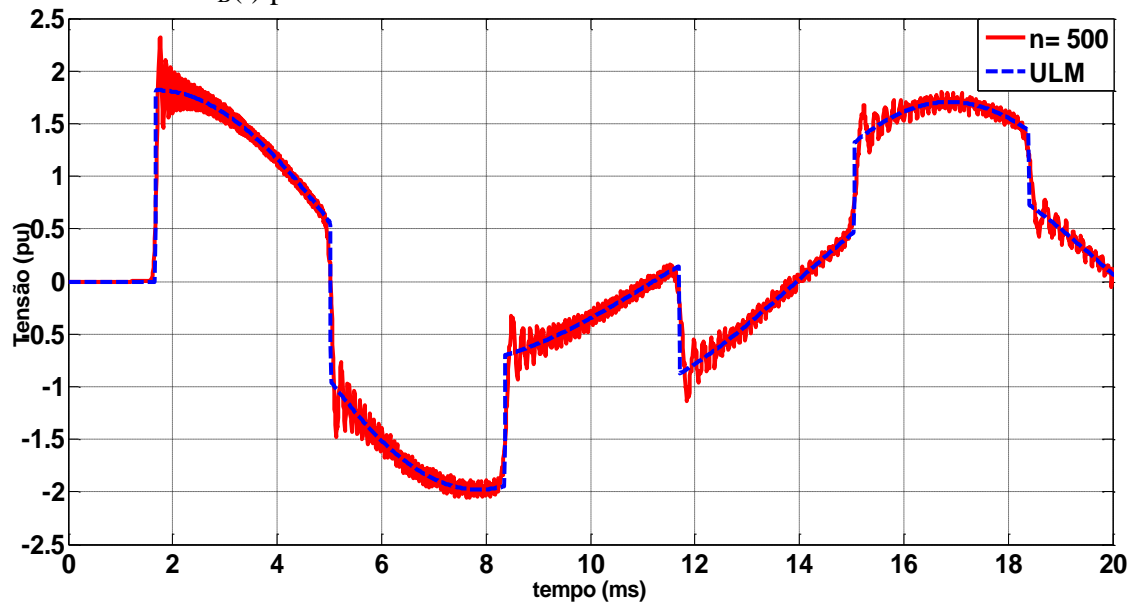
Figura 33 – Tensão $V_B(t)$ para linha de 200 km com $1 \pi/\text{km}$.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 34 mostra $V_B(t)$ para a linha de 500 km e com 500 circuitos π .

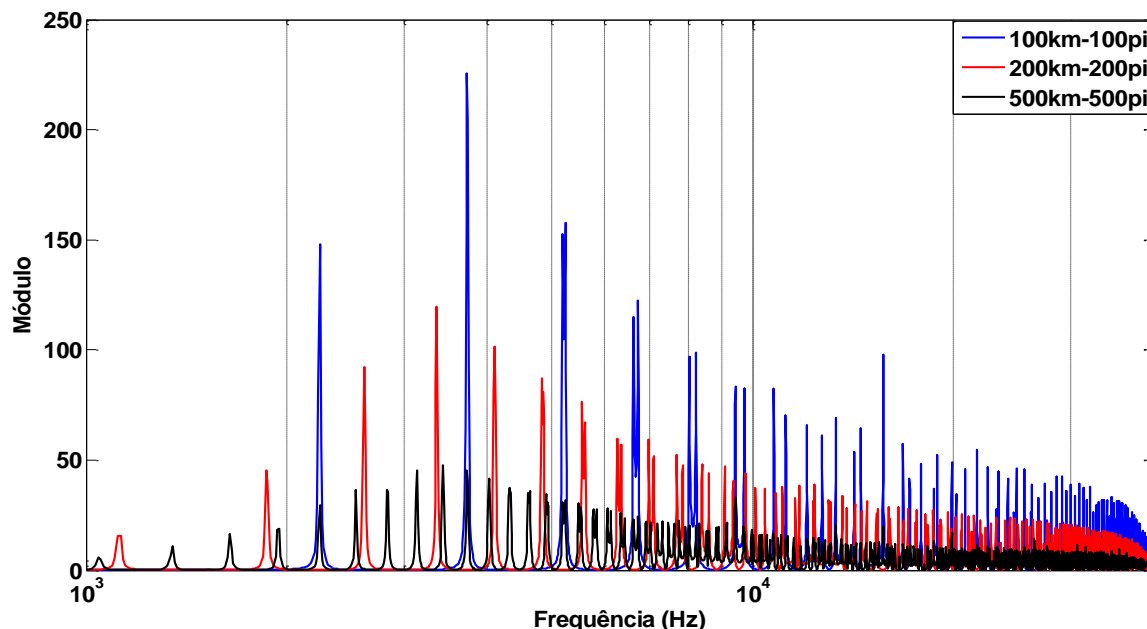
Figura 34 – Tensão $V_B(t)$ para linha de 500 km com $1 \pi / \text{km}$.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

As oscilações espúrias na $V_B(t)$ para a linha de 500 km apresentam menores amplitudes quando comparado com as linhas de 100 e 200 km.

Figura 35 – Espectro de frequência das oscilações espúrias para linhas de 100, 200 e 500 km.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

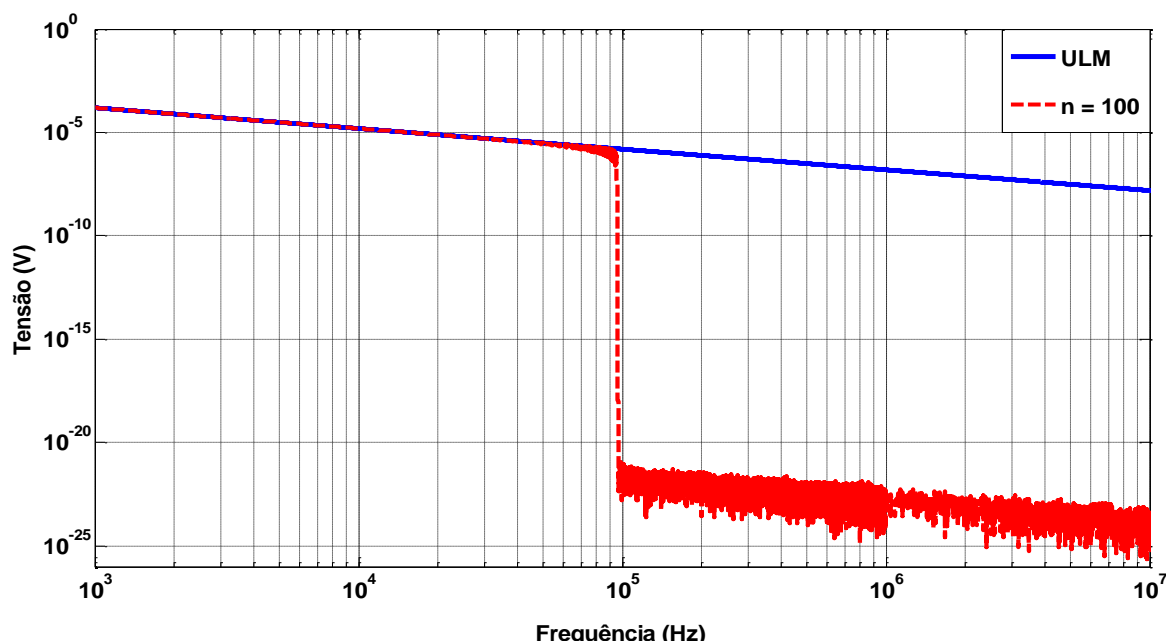
Aplicando a Transformada de Fourier ao sinal resultante da subtração da resposta obtida do modelo a parâmetros discretos para cada comprimento de linha e a resposta do modelo a parâmetros distribuídos, obtém-se o espectro de frequência das oscilações espúrias da figura 35. O comprimento da linha influencia no espectro de frequência, considerando a razão quantidade de circuito $1 \pi/\text{km}$ constante. Para uma linha de 100 km o espectro de frequência apresenta maiores amplitudes. Verifica-se que quanto maior o comprimento da linha, mais frequências são introduzidas no espectro das oscilações espúrias, porém suas amplitudes são menores comparadas com o espectro de uma linha menor.

7.5 Atenuação da resposta devido à representação por parâmetros discretos

Para estudar o efeito da atenuação de um sinal aplicado na linha de transmissão de 100 km, a linha será representada por 100 circuitos π e energizada por uma fonte de tensão DC. No terminal receptor há uma carga resistiva igual ao módulo da impedância característica. Será observado o comportamento da tensão no terminal receptor B em função da frequência ($V_B(f)$ x

f). A figura 36 mostra $V_B(t)$ da linha “casada” obtidas pelos modelos a parâmetros discretos e parâmetros distribuídos.

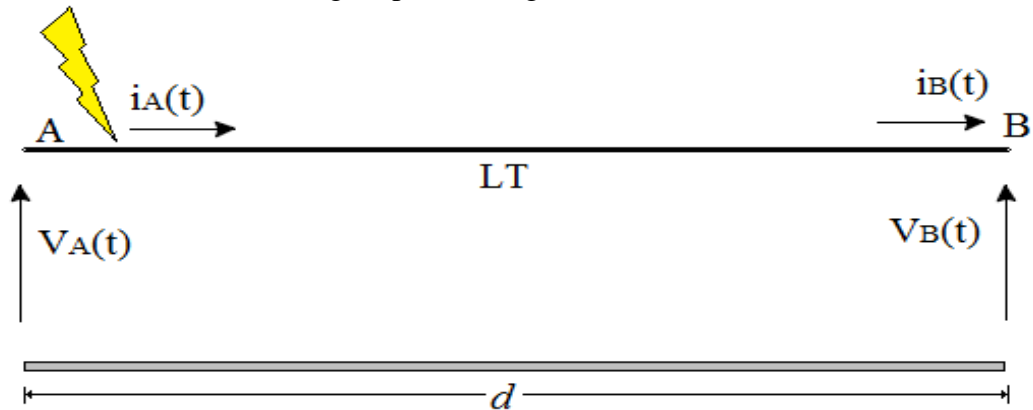
Figura 36 – Tensão $V_B(t)$ da linha casada em função da frequência para os dois modelos.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Observa-se que a resposta obtida pelo modelo a parâmetros discretos apresenta uma frequência de corte de aproximadamente 100 kHz. Assim, a linha de transmissão quando representada por uma cascata de circuitos π se comporta como um filtro passa-baixas. Portanto para sinais com frequências superiores a frequência de corte, as respostas obtidas serão esses sinais atenuados que não representam adequadamente a resposta esperada. Como ilustração a linha de transmissão monofásica da figura 37 será submetida a uma descarga atmosférica. Será feita uma comparação entre o modelo a parâmetros discretos e distribuídos. Considerando que uma descarga atmosférica atinja a linha de transmissão e o terminal receptor B em aberto, conforme é mostrado na figura 37.

Figura 37 – Linha monofásica atingida por descarga atmosférica.



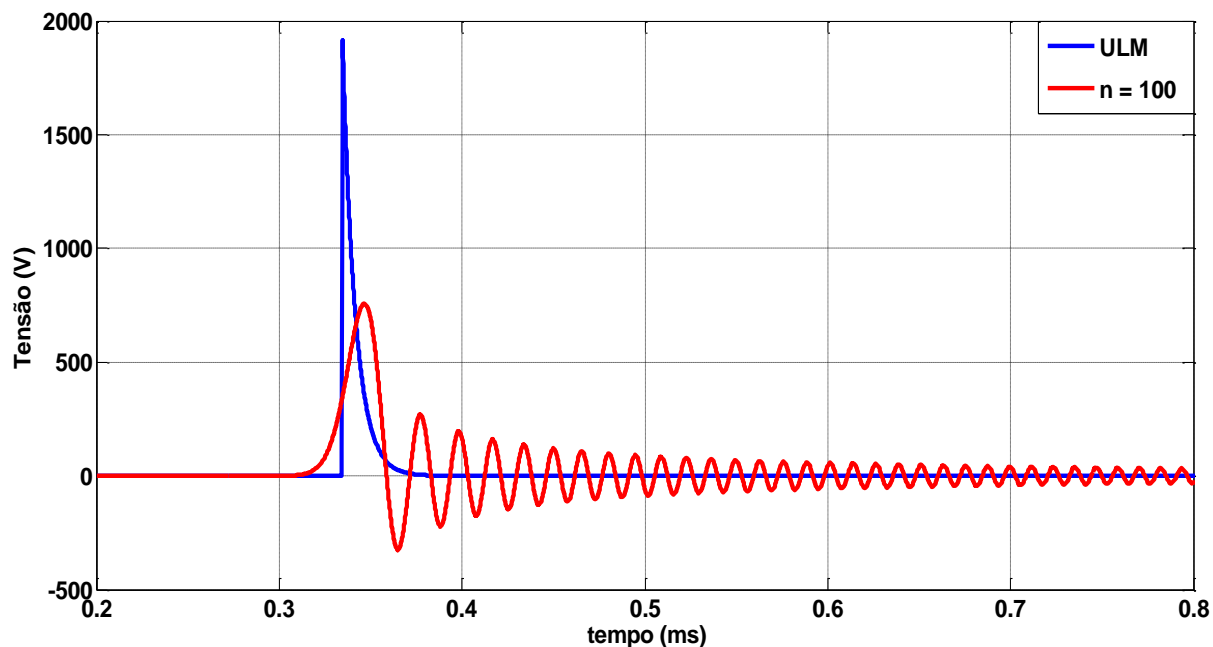
Fonte: Elaboração do próprio autor.

A tensão de uma descarga atmosférica pode ser modelada como mostra a equação (67) .

$$V(t) = V_0(e^{-at} - e^{-bt}) \quad (67)$$

O termo V_0 é a amplitude da tensão e os termos a e b são coeficientes numéricos. Considerando os valores de $V_0 = 1000 \text{ V}$, $a = 1,14 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$ e $b = 5,3 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ e o comprimento da linha de 100 km e a linha foi representada por 100 circuitos π conectados em cascata. A tensão no terminal receptor B é mostrada na figura 38.

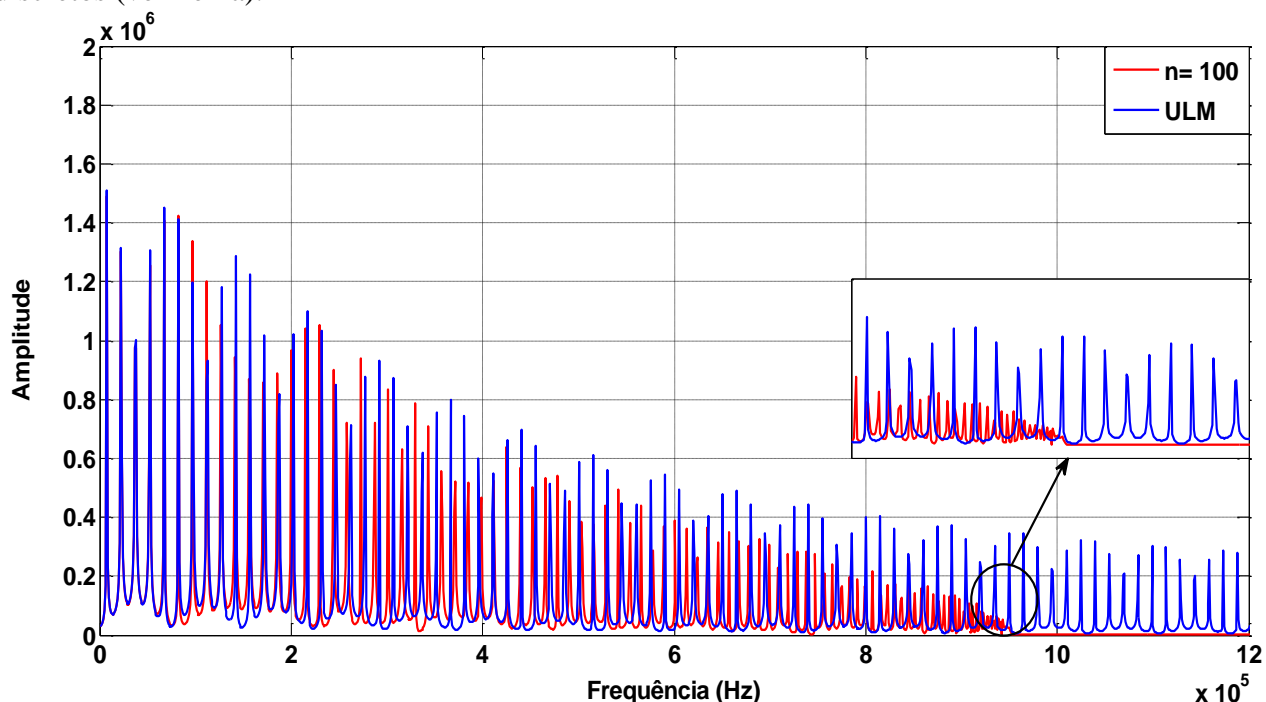
Figura 38 – Tensão $V_B(t)$ para os modelos a parâmetros discretos (vermelha) e distribuídos (azul).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 38 mostra $V_B(t)$ para a linha monofásica submetida a uma descarga atmosférica. A curva obtida pelo ULM mostra que a tensão atinge o valor aproximadamente de 1900 V, e o tempo de viagem é de 0,33 ms, como esperado para uma linha de 100 km. A curva obtida pelo modelo de cascata de circuitos π (curva vermelha) mostra que o pico de tensão está atrasado em relação ao modelo ULM e que essa resposta não corresponde ao valor real da tensão $V_B(t)$. Essa distorção ocorre devido ao fato do modelo de cascata de circuitos π ser limitado para altas frequências, conforme visto anteriormente. A figura 39 mostra o espectro da tensão $V_B(t)$ obtidas para as curvas da figura 38.

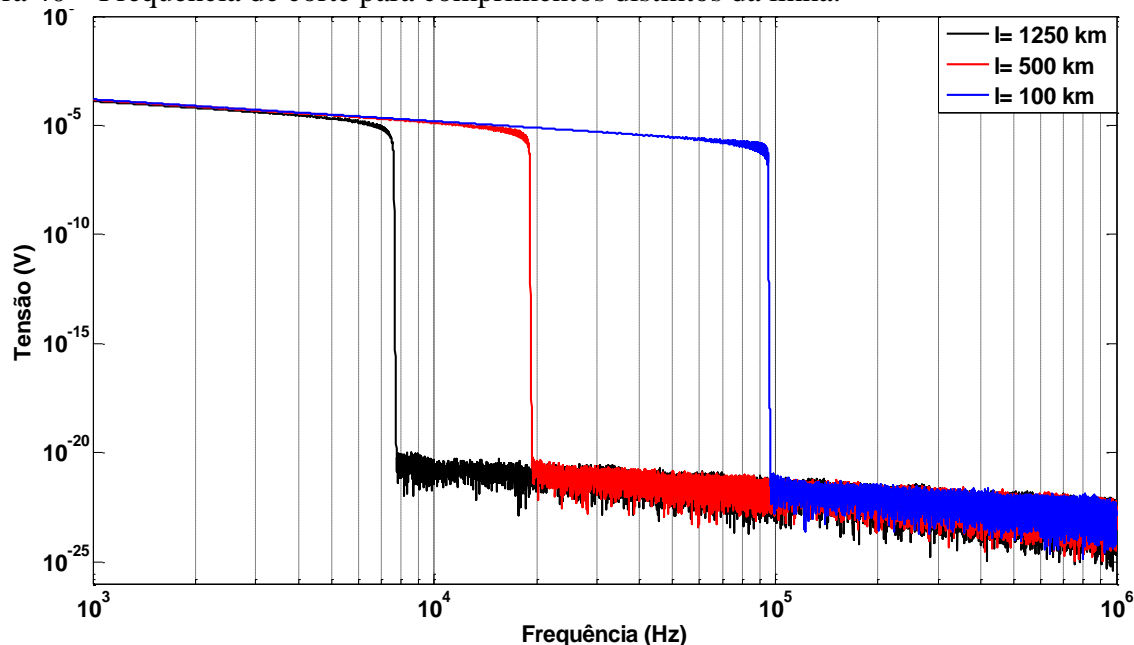
Figura 39 – Espectro de frequência de $V_B(t)$ para o modelo a parâmetros distribuídos (azul) e discretos (vermelha).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 39 mostra o espectro de frequência de $V_B(t)$ para as respostas do modelo a parâmetros distribuídos e a parâmetros discretos. A curva vermelha apresenta componentes atenuadas cujo valor é insignificante no seu espectro de frequência quando comparada com a curva azul. Em detalhe observa-se que a partir de aproximadamente 950 kHz, a resposta do modelo discreto é totalmente atenuada. Assim o modelo a parâmetros discretos é limitado para sinais de altas frequências. A seguir será analisado como a frequência de corte se comporta em função do comprimento da linha e da quantidade de circuitos π utilizadas na representação da linha. A figura 40 mostra a frequência de corte de uma linha de transmissão “casada” de 100, 500 e 1250 km representada por 100 circuitos π conectados em cascata para uma linha energizada por uma fonte de tensão DC.

Figura 40 – Frequência de corte para comprimentos distintos da linha.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nessas condições verifica-se que as frequências de corte para as linhas de 100, 500 e 1250 km com a quantidade fixa de 100 circuitos π conectados em cascata são conforme mostra a tabela 4.

Tabela 4 – Frequência de corte para comprimentos distintos de linha.

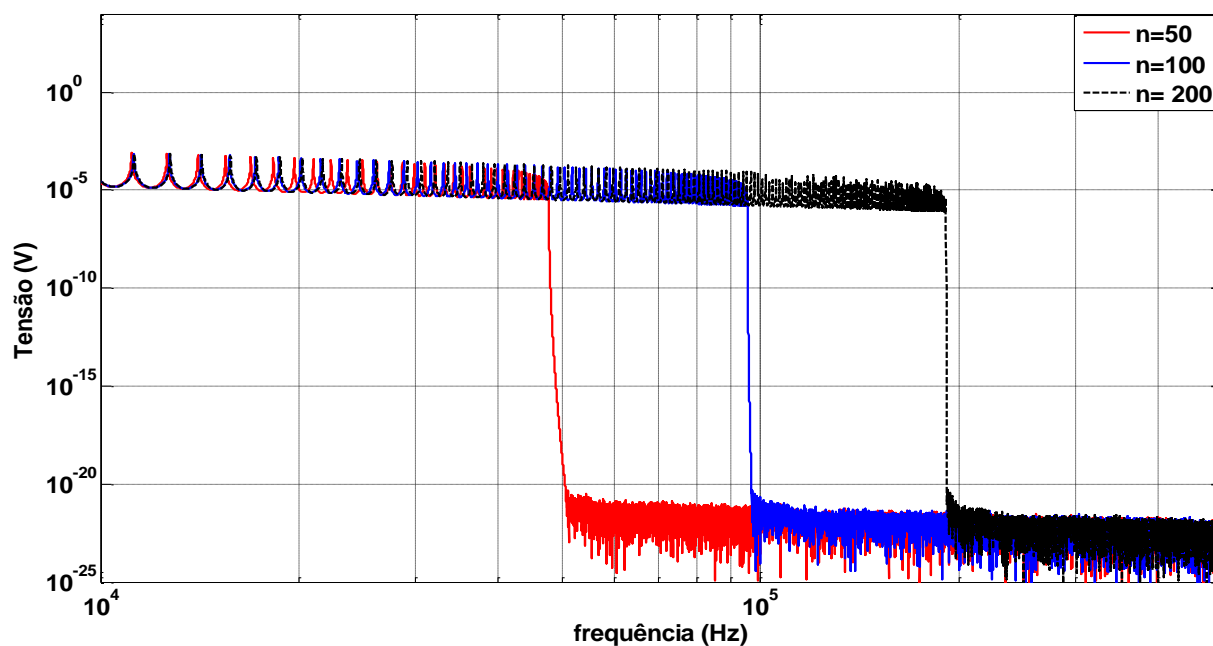
COMPRIMENTO (KM)	FREQ. DE CORTE (KHZ)
100	100
500	20
1250	8

Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 40 mostra que o comprimento da linha influencia na frequência de corte, para uma quantidade fixa de circuitos π em cascata. Assim quanto maior o comprimento da linha, menor é a frequência de corte observada. A figura 41 mostra a frequência de corte de uma linha

de transmissão de 100 km representada pela quantidade de 50, 100 e 200 circuitos π conectados em cascata para uma linha energizada por uma fonte de tensão DC e o terminal receptor B em aberto.

Figura 41 – Frequência de corte para comprimento fixo de linha e quantidade de circuitos π variável.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 41 mostra que para o comprimento fixo de 100 km, a quantidade de circuitos π conectados em cascata influencia na frequência de corte da linha de transmissão representada a parâmetros discretos. Nestas condições verifica-se que as frequências de corte para a linha de 100 km com distintas quantidades de circuitos π são mostradas conforme a tabela 5.

Tabela 5 – Frequência de corte para diversas quantidades de circuitos π .

Nº DE CIRCUITOS π	FREQUÊNCIA DE CORTE
50	80
100	100
200	200

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Assim quanto maior a quantidade de circuitos π utilizados nesta representação, maior é a frequência de corte observada, sendo assim, fenômenos de maiores frequências podem ser representados utilizando simulações com este modelo. Verifica-se que o cálculo das correntes e tensões de uma linha de transmissão, representada a parâmetros discretos, é influenciado pelo seu comprimento e pela quantidade de circuitos π conectados em cascata para sua representação.

7.6 Considerações

Os resultados mostraram que o desempenho do modelo a parâmetros discretos dependem da quantidade de elementos discretos utilizados na representação, do comprimento e da faixa de frequência da linha de transmissão. Verificou-se também que a utilização de modelos a parâmetros discretos adicionam, na resposta, oscilações de altas frequências (oscilações espúrias) que não estão presentes no modelo a parâmetros distribuídos. No que diz respeito ao comportamento do modelo a parâmetros discretos, em função da quantidade de circuitos π , verifica-se no espectro de frequências que, para um dado comprimento de linha fixo, à medida que aumenta a quantidade de circuitos π as amplitudes das componentes são reduzidas e aumenta-se o espectro de frequências destas componentes. Os resultados também mostraram que, considerando uma quantidade de circuitos π por quilômetro de linha constante, o espectro de frequências das oscilações espúrias varia em função do comprimento da linha. Nesse caso à

medida que aumenta o comprimento da linha, aumenta-se o espectro de frequências das oscilações espúrias e, no entanto, as amplitudes das componentes são reduzidas.

As simulações realizadas também mostraram que o modelo a parâmetros discretos comporta-se como um filtro do tipo passa-baixa cuja frequência de corte é função do comprimento da linha e da quantidade de circuitos π utilizados para representá-la. De modo geral conclui-se que com o aumento do comprimento da linha, para uma quantidade fixa de circuitos π conectados em cascata, diminui-se a frequência de corte, e para um comprimento fixo de linha, quanto maior a quantidade de circuitos π conectados para representá-la, maior é a frequência de corte observada. Assim, dependendo do comprimento e a quantidade de circuitos π conectados, fenômenos de altas frequências não são adequadamente representados em simulações realizadas com esse modelo.

8 REDUÇÃO DAS OSCILAÇÕES ESPÚRIAS INSERINDO FILTROS ANALÓGICOS NO MODELO DE LINHA A PARÂMETROS DISCRETOS

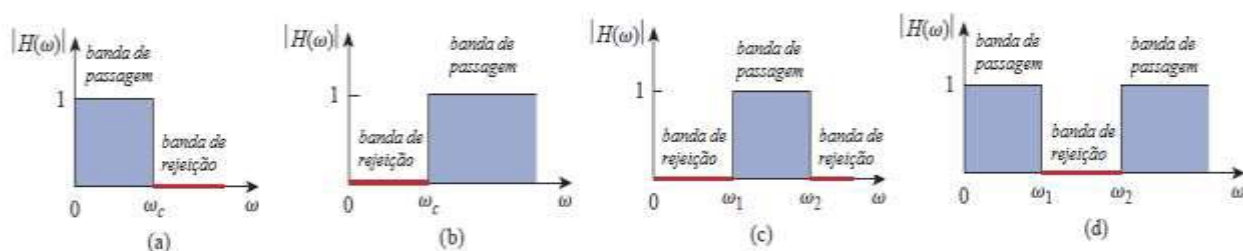
8.1 Introdução

Nos capítulos anteriores foram propostos modelos para o estudo de transitórios eletromagnéticos para a linha de transmissão monofásica. Observou-se a presença de oscilações espúrias nas simulações do modelo a parâmetros discretos que utiliza circuitos π em cascata na representação da linha de transmissão. Uma vez feita a identificação do espectro de frequência das respostas obtidas do modelo a parâmetros discretos utilizando a Transformada de Fourier, será proposto um filtro analógico inserido diretamente neste modelo que filtre as componentes de altas frequências, minimizando o efeito das oscilações, tornando-o mais preciso e confiável.

8.2 Filtros passivos

Um filtro elétrico é um circuito capaz de atenuar sinais de determinadas frequências do espectro de sinal de entrada e permitir a passagem de algumas componentes que serão determinadas pela faixa de passagem deste filtro. Este intervalo de frequência recebe o nome de banda de passagem e o intervalo de frequência restante, ou seja, onde o sinal é atenuado, recebe o nome de banda de rejeição. Um filtro pode possuir uma única frequência limite entre a banda de passagem e a banda de rejeição, sendo definida como frequência de corte (f_c) como, por exemplo, os filtros passa-baixas e passa-altas. Há também filtros que podem possuir duas frequências de corte, como os filtros de banda de passagem ou banda de rejeição. Na figura 42 são mostrados os gráficos ideais da resposta em frequência dos filtros mencionados.

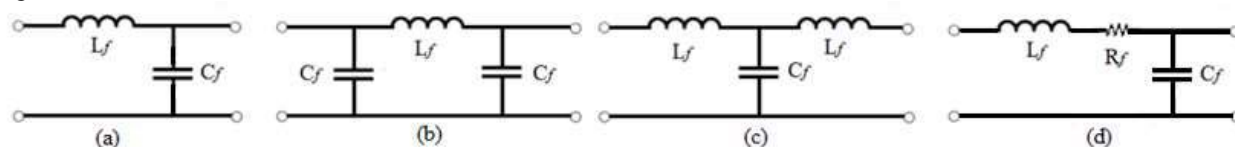
Figura 42 – Classificação dos filtros: (a) passa-baixas; (b) passa-altas; (c) passa faixa e (d) rejeita faixas.



Fonte: Sadiku (2009).

Nos gráficos apresentados, verifica-se que o filtro passa-baixas mantém a magnitude constante para todas as frequências abaixo da frequência de corte f_c . No capítulo 7, verificou-se que o espectro das oscilações espúrias apresenta componentes de elevadas frequências e pequena amplitude. Assim para atenuar as oscilações espúrias será inserido um (ou dois) filtro(s) passivo(s) do tipo passa-baixas. O projeto do filtro analógico consiste também em que quantidade de filtros que devem ser inseridos diretamente na linha. Inicialmente será realizada uma validação dos filtros passa-baixas conhecidos da literatura que são mostrados na figura 43.

Figura 43 – Filtros passa-baixas: (a) filtro LC de segunda ordem, (b) filtro LC “ π ”, (c) filtro LC “T”, (d) RLC de segunda ordem.



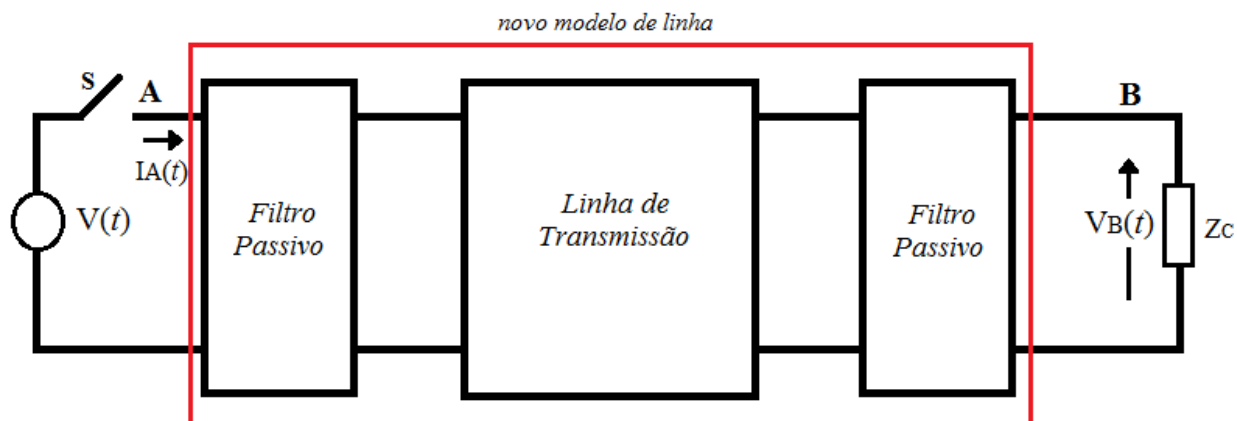
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Cada um dos filtros da figura 43 foi inserido no modelo a parâmetros discretos na representação de uma linha de transmissão monofásica. Uma vez feitas as análises, os filtros que apresentarem melhor redução das oscilações espúrias serão estudados com mais detalhes.

8.3 Inclusão de filtros passa-baixas no modelo de linha a parâmetros discretos

Nesta seção serão estudados os filtros passa-baixas propostos na figura 43. Cada filtro será inserido no modelo a parâmetros discretos representando uma linha de transmissão monofásica. Uma vez representada a linha, serão analisadas a corrente no terminal emissor para a linha de transmissão em curto-circuito no terminal receptor e a tensão no terminal receptor para a linha em aberto. Para esta análise, serão inseridos dois filtros passa-baixas linha de transmissão representada pela cascata de circuitos π conforme mostrado na figura 44.

Figura 44 – Linha de transmissão representada por parâmetros discretos e com dois filtros passa-baixas inseridos.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na figura 44 considera-se que a linha de transmissão possui 100 km de comprimento e representada por 100 circuitos π em cascata. A linha será energizada no instante $t=0$ (chave S fechada) por uma fonte de tensão contínua DC $V(t)$ igual a 20 kV. No terminal receptor há uma carga Z_C genérica e os parâmetros da linha, calculados para uma dada frequência e levando em conta a geometria da linha, são dados pela tabela 6.

Tabela 6 – Parâmetros da linha para simulação².

PARÂMETROS	VALOR
R	0,05 Ω/km
L	1,7 mH/km
G	0 S/km
C	6,58 nF/km

Fonte: Elaboração do próprio autor.

² Foram utilizados os blocos *Pi Section Line* e *Distributed Parameters Line* da biblioteca *SimPowerSystems* no ambiente *Simulink/MatLab*®. Nestes blocos não é possível inserir o valor da condutância G, assim será considerado que a admitância transversal é composta apenas pela susceptância capacitiva (sem perdas no dielétrico).

Para todas as simulações, será considerado que o valor base da tensão (V_{base}) igual a 20 kV, potência base de 100 MVA e a resposta do modelo a parâmetros distribuídos ULM como padrão. Na próxima seção serão descritos os resultados para os filtros passa-baixas inseridos. O cálculo da frequência de corte do filtro passa-baixas é mostrado na metodologia de projeto no apêndice I.

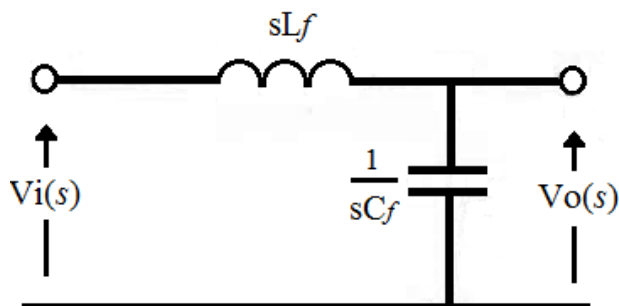
8.4 Inclusão de filtros passa-baixas clássicos

Nesta seção serão estudados os filtros propostos na figura 43. Para cada filtro passa-baixas será feita uma análise qualitativa de seu desempenho, será mostrada a função de transferência e o diagrama de magnitude e fase. Em seguida o filtro será inserido na linha de transmissão representada por parâmetros discretos conforme a figura 44. A tensão $V_B(t)$ para a linha em circuito aberto e a corrente $I_A(t)$ para a linha em curto-circuito serão mostradas para verificar o desempenho do filtro nestas condições.

8.4.1 Filtro LC de segunda ordem

A figura 45 mostra a filtro LC passa-baixa no domínio da frequência. Uma análise qualitativa pode ser feita sobre o funcionamento do filtro. Neste circuito para baixas frequências, a impedância do capacitor tende ao infinito e toda a tensão de entrada está sobre o capacitor. Para altas frequências, a impedância do capacitor tende a zero, sendo um curto-circuito e a tensão sobre ele tende a zero.

Figura 45 – Filtro passa-baixa LC.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A função de transferência do filtro passa-baixa $H(s)$ é dada pela equação (68)

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{L_f C_f}}{s^2 + \frac{1}{L_f C_f}} \quad (68)$$

A frequência de corte deste filtro é dada pela equação (69).

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_f C_f}} \quad (69)$$

Foi estabelecido um valor para a frequência de corte $\omega_c = 148$ krad/s ou f_c igual a 23,6 kHz usando a metodologia proposta no apêndice I. A partir deste valor, foi utilizado uma combinação de L_f e C_f para obter esta frequência de corte. Deve-se salientar que a linha de transmissão representada por circuitos π é um filtro passa-baixas conforme mostrado no capítulo 7. A frequência de corte dependerá da quantidade de circuitos π utilizado em sua representação, assim como o seu comprimento. O cálculo da frequência de corte para uma linha de transmissão com filtros passa-baixas inseridos se torna muito custoso, além de depender da quantidade de circuitos π e do comprimento da linha. A metodologia apresentada é uma estimativa de como obter a frequência de corte para apenas o filtro passa-baixa que será inserido na linha. Sob estas condições, foi estabelecido que uma linha de transmissão monofásica de 100 km será representada por uma cascata de 100 circuitos π e para obter o valor da frequência de corte $f_c = 23,6$ kHz, foi utilizado os parâmetros L_f e C_f do filtro passa-baixa dados pela tabela 7:

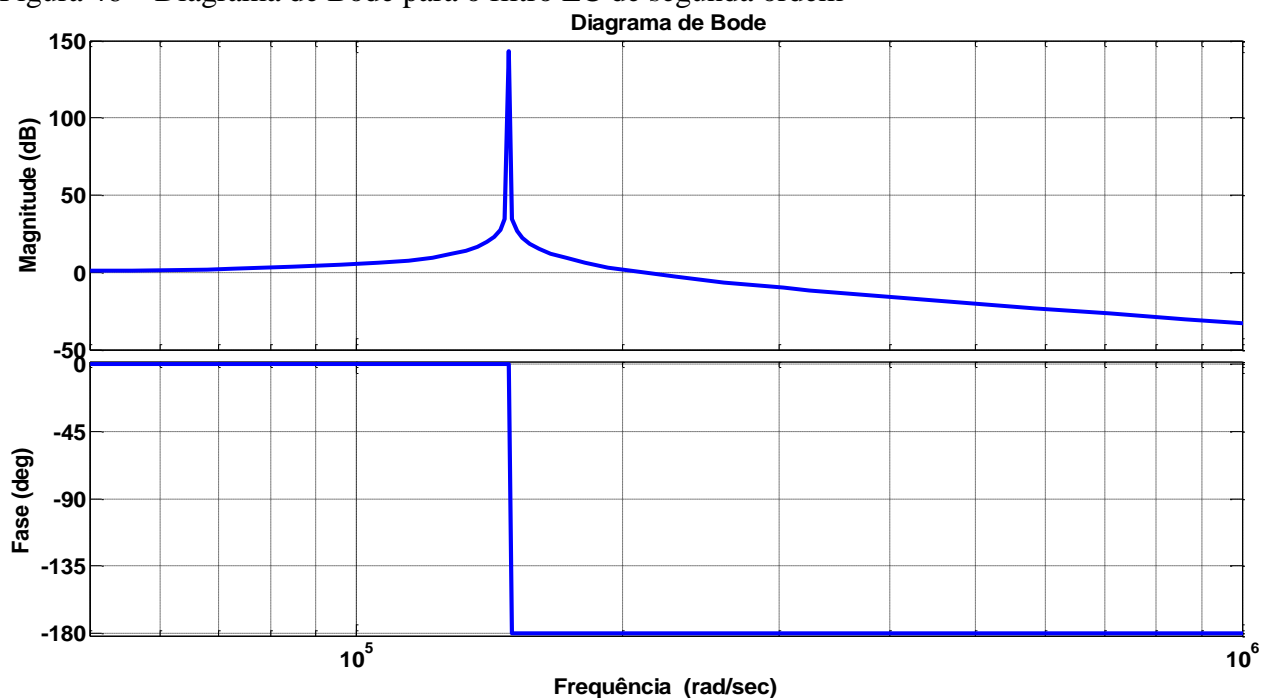
Tabela 7 – Parâmetros dos filtros passa-baixas inseridos no modelo a parâmetros discretos.

PARÂMETROS	VALOR
L_f	5,4mH
C_f	8,4nF

Fonte: Elaboração do próprio autor.

O filtro LC proposto apresenta o diagrama de Bode conforme mostra a figura 46.

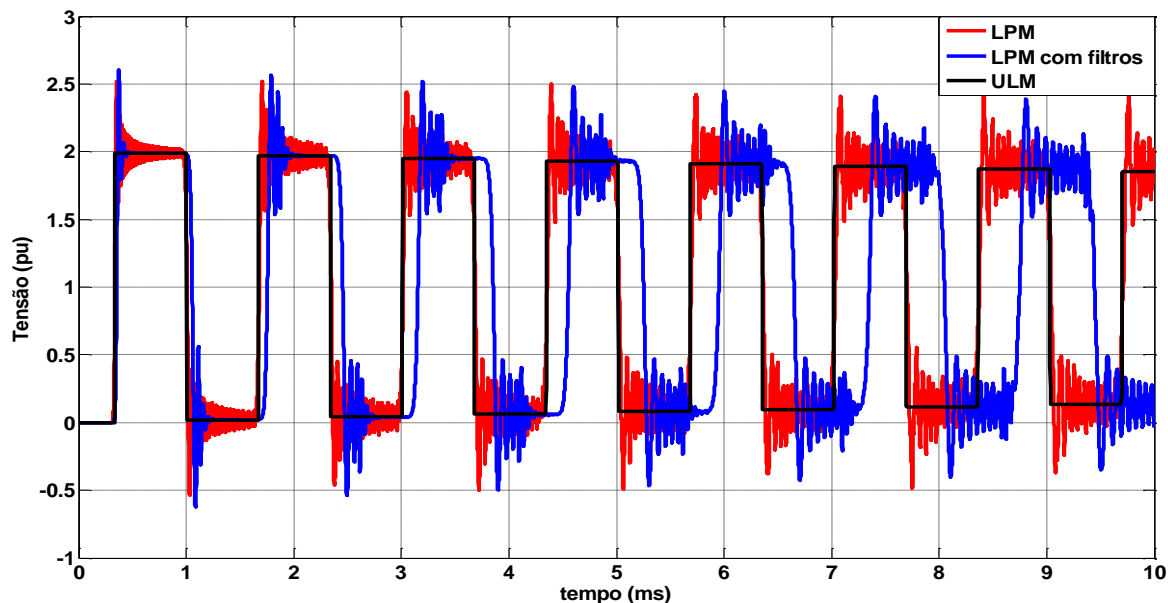
Figura 46 – Diagrama de Bode para o filtro LC de segunda ordem



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 46 mostra o diagrama de Bode para a magnitude e fase filtro LC ideal. Neste caso, verifica-se que a frequência de corte é de 148 krad/s e há inversão de fase. A figura 47 mostra $V_B(t)$ obtida para linha com e sem filtros passa-baixas inseridos no modelo a parâmetros discretos (LPM) considerando a linha de transmissão em aberto.

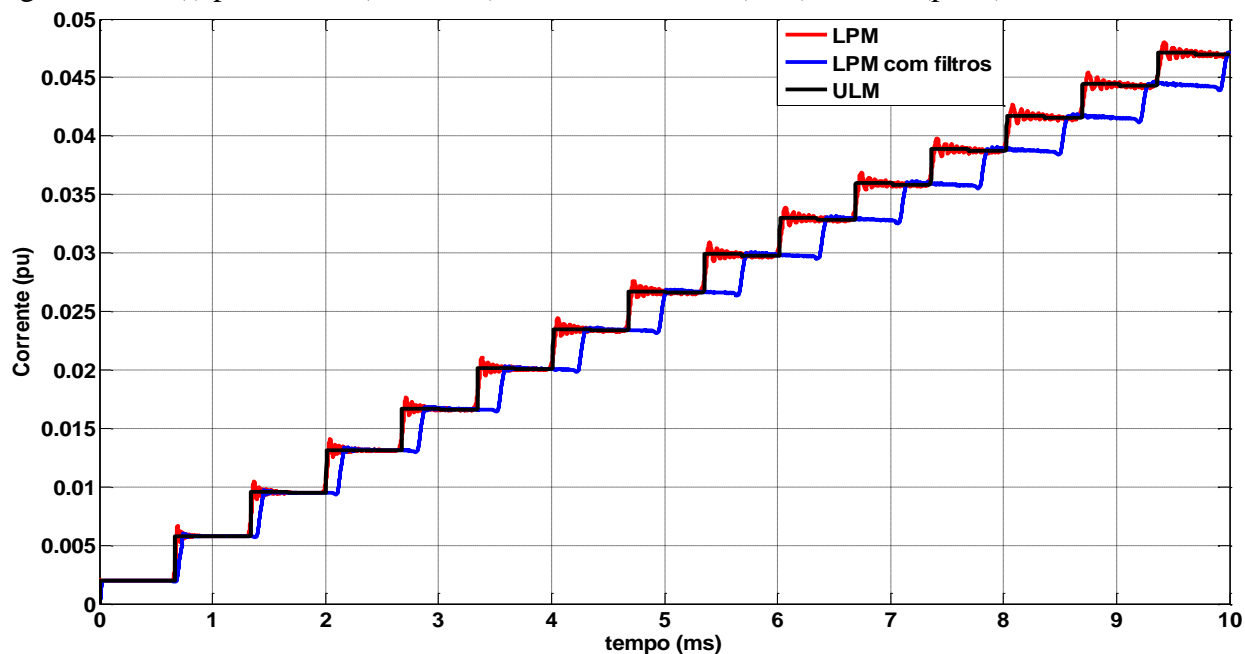
Figura 47 – $V_B(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 47 mostra que as oscilações espúrias não foram reduzidas e há um deslocamento de fase considerável. A figura 48 mostra a corrente $I_A(t)$ considerando um curto-circuito no terminal receptor da linha.

Figura 48 – $I_A(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).



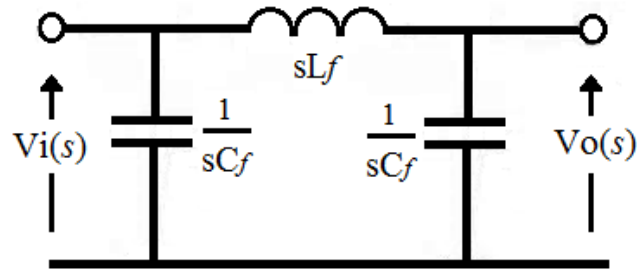
Fonte: Elaboração do próprio autor.

O filtro LC de segunda ordem não atenua adequadamente as oscilações espúrias das simulações. Para a tensão $V_B(t)$, as oscilações foram atenuadas apenas na primeira reflexão e nas outras reflexões são idênticas às oscilações provocadas pelo modelo a parâmetros discretos sem filtros. Para a corrente $I_A(t)$ em curto-circuito, há um deslocamento no tempo em relação às curvas dos modelos a parâmetros discretos sem filtro e distribuídos. A seguir será apresentado o filtro LC tipo “ π ”.

8.4.2 Filtro LC do tipo “ π ”

O filtro LC do tipo “ π ” é mostrado na figura 49 e apresenta a mesma análise qualitativa feita para o filtro passa-baixas LC de segunda ordem anterior.

Figura 49 – Filtro passa-baixa LC tipo “ π ” de segunda ordem.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

O filtro LC tipo “ π ” apresenta a função de transferência dada pela equação (70).

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{L_f C_f}}{s^2 + \frac{1}{L_f C_f}} \quad (70)$$

A frequência de corte será dada por:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_f C_f}} \quad (71)$$

Para obter o valor da frequência de corte $f_c=23,4$ kHz, foi utilizado os parâmetros L_f e C_f do filtro passa-baixa dados pela tabela 8.

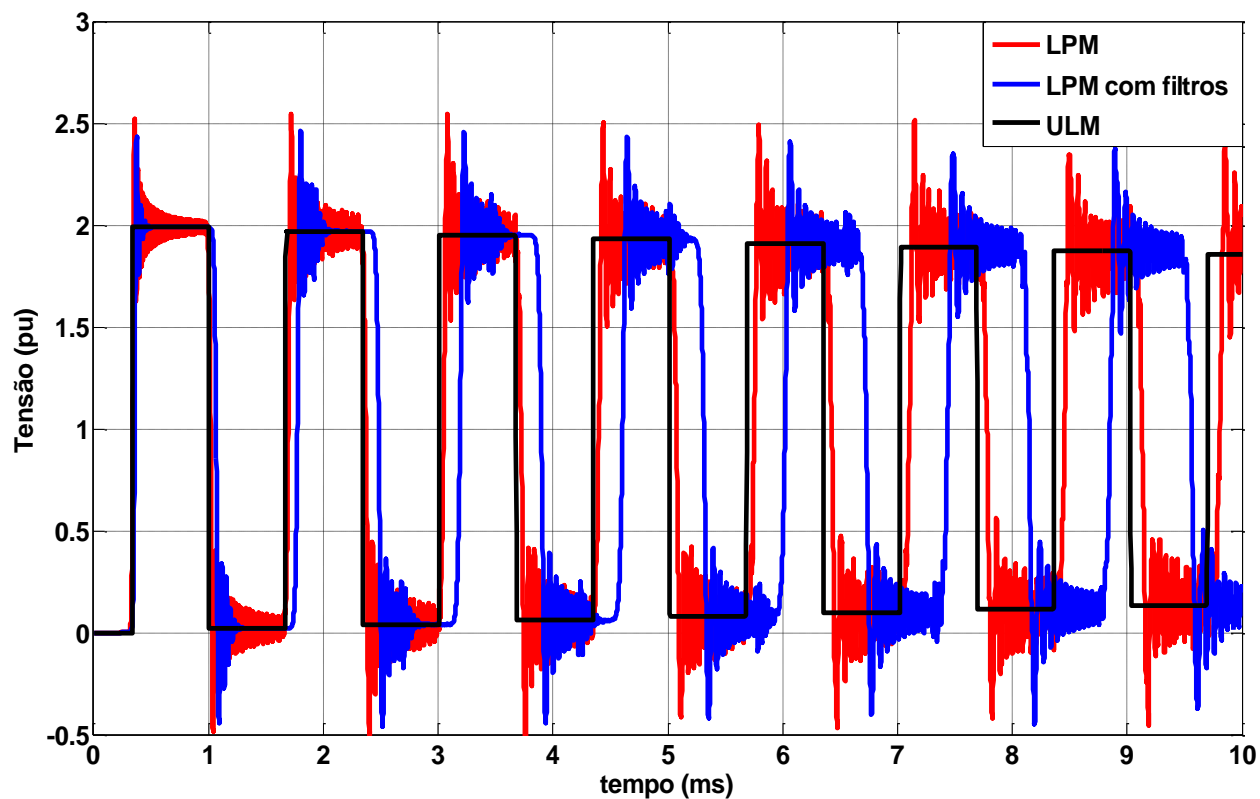
Tabela 8 – Parâmetros dos filtros passa-baixas LC do tipo “ π ”.

PARÂMETROS	VALOR
L_f	5,4mH
C_f	8,4nF

Fonte: Elaboração do próprio autor.

O filtro LC proposto apresenta mesmo diagrama de Bode conforme a figura 46. A frequência de corte é de 160 krad/s e há inversão de fase. A figura 50 mostra $V_B(t)$ obtida para linha com e sem filtro LC tipo “ π ” inseridos no modelo a parâmetros discretos (LPM) considerando a linha de transmissão em aberto.

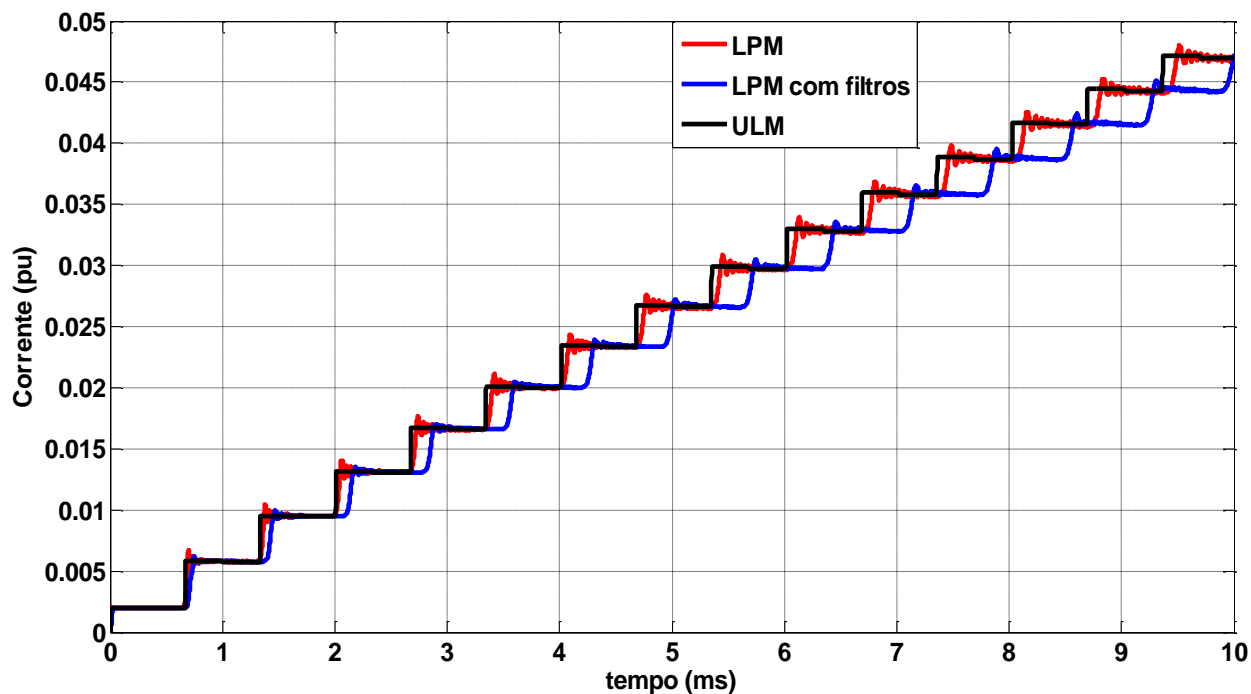
Figura 50 – Tensão $V_B(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 51 mostra a corrente no terminal emissor $I_A(t)$ para a linha em curto-circuito obtida para linha com e sem filtro LC tipo “ π ” inseridos no modelo a parâmetros discretos (LPM).

Figura 51 – $I_A(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).



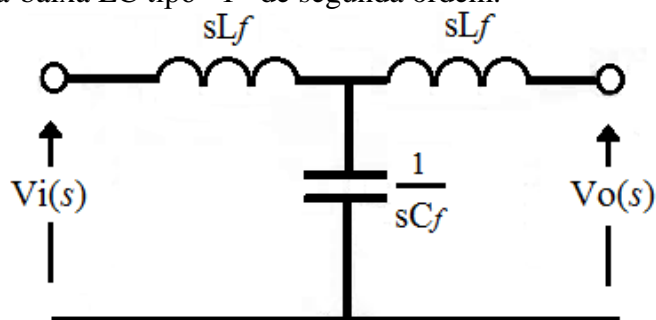
Fonte: Elaboração do próprio autor.

A seguir são apresentados os resultados para o filtro passa-baixas tipo “T”.

8.4.3 Filtro LC do tipo “T”

Outra possibilidade consiste no filtro passa-baixas do tipo “T” mostrado na figura 52. Este filtro tem o mesmo funcionamento no domínio da frequência do filtro apresentado anteriormente.

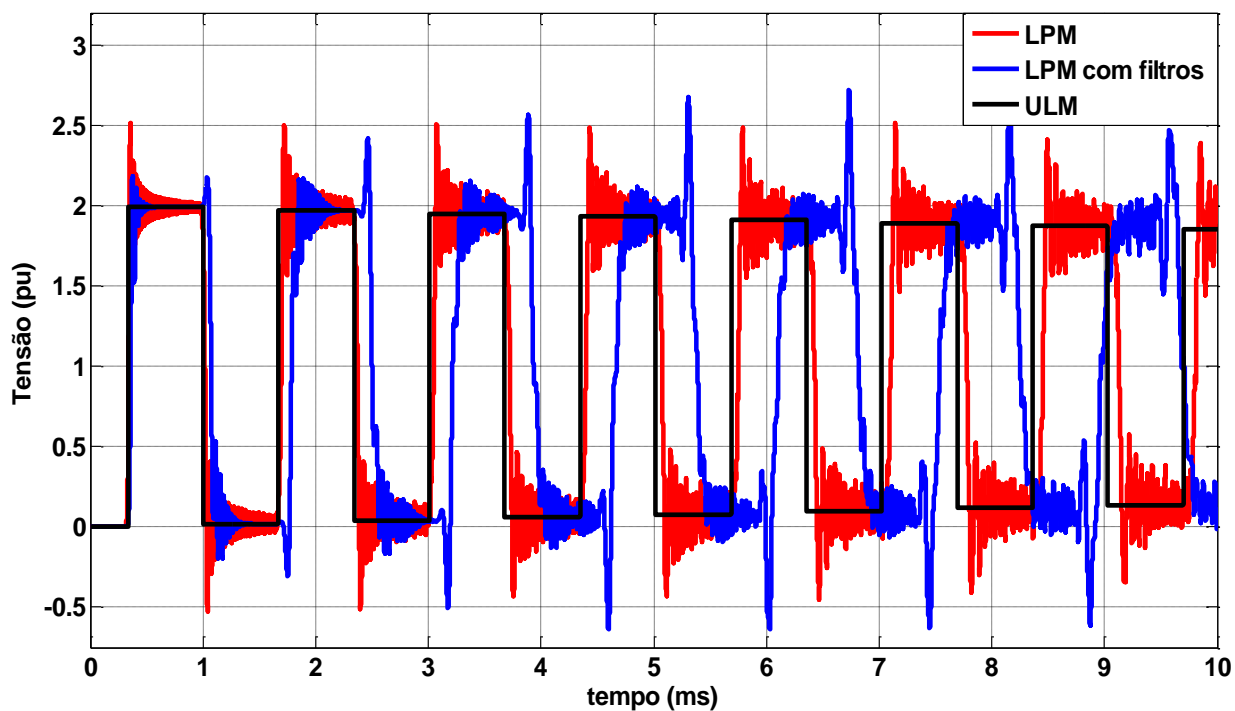
Figura 52 – Filtro passa-baixa LC tipo “T” de segunda ordem.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

O filtro proposto apresenta o mesmo diagrama de Bode, frequência de corte e os parâmetros utilizados na simulação são dados pela tabela 8. A figura 53 mostra a tensão $V_B(t)$ para linha de transmissão em aberto.

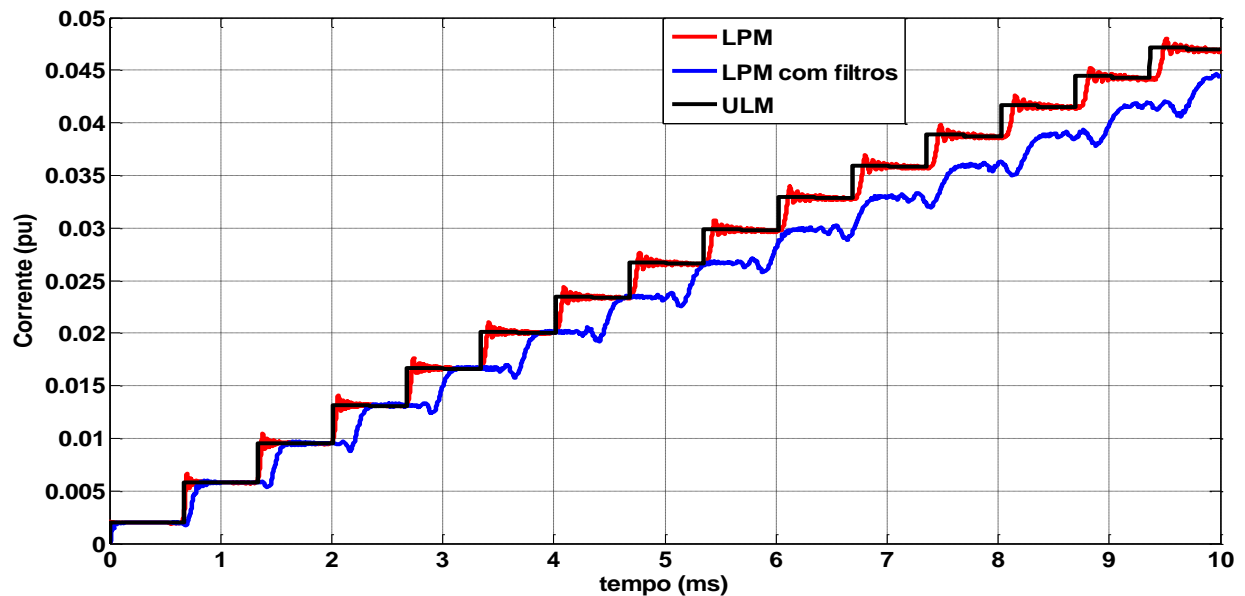
Figura 53 – $V_B(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 54 mostra a corrente $I_A(t)$ para a linha de transmissão em curto-circuito.

Figura 54 – $I_A(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).



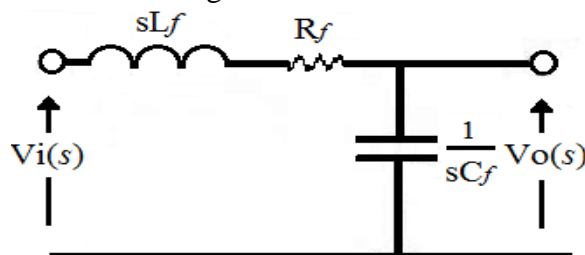
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Os filtros do tipo “ π ” e “T” não reduziram as oscilações espúrias adequadamente e no caso do filtro “T”, as oscilações apresentaram picos mais elevados que as respostas obtidas pelo modelo a parâmetros discretos em filtro. Na próxima seção serão mostrados os resultados obtidos com o filtro RLC de segunda ordem.

8.4.4 Filtro RLC de segunda ordem

A figura 55 mostra o circuito RLC passa-baixa de segunda ordem. O circuito apresenta a mesma análise qualitativa do filtro LC de segunda ordem mostrado anteriormente.

Figura 55 – Filtro passa-baixa RLC de segunda ordem.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A função de transferência do filtro passa-baixa $H(s)$ é dada pela equação (72)

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{L_f C_f}}{s^2 + \frac{R_f}{L_f} s + \frac{1}{L_f C_f}} \quad (72)$$

A frequência de corte deste filtro é dada pela equação (73).

$$\omega_c = \sqrt{\frac{1}{2} \left[-\left(\frac{R_f^2}{L_f^2} - \frac{2}{L_f C_f} \right) \right] + \sqrt{\left(\frac{R_f^2}{L_f^2} - \frac{2}{L_f C_f} \right)^2 + \frac{4}{L_f^2 C_f^2}}} \quad (73)$$

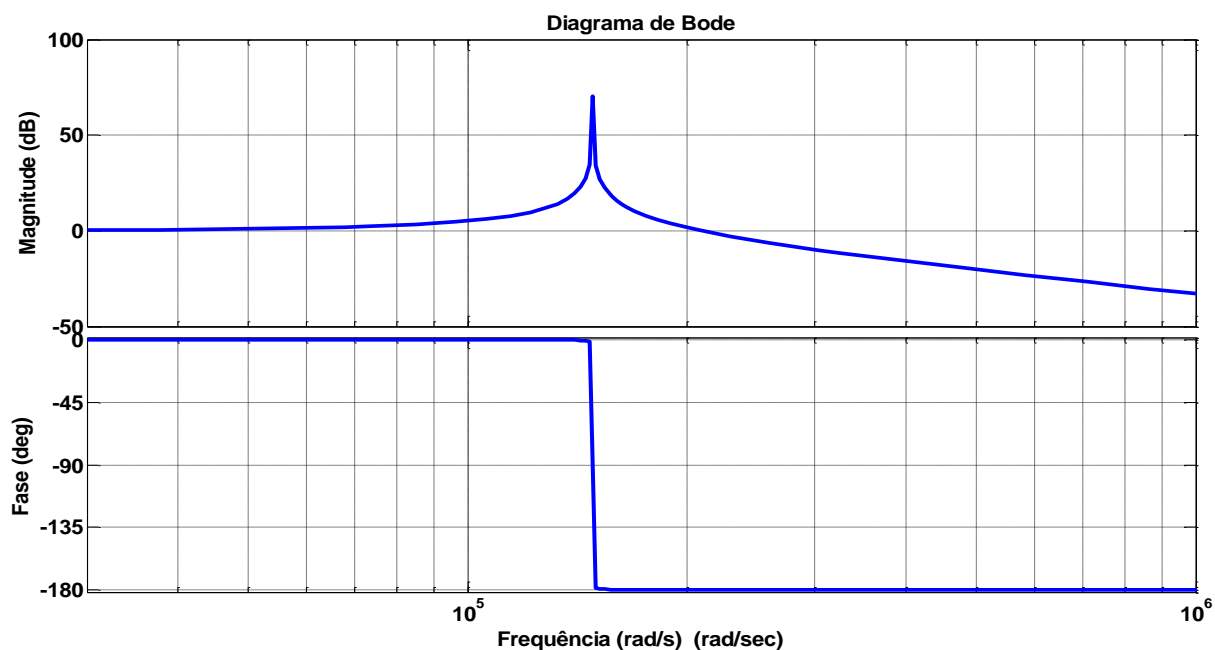
Tabela 9 – Parâmetros dos filtros passa-baixas RLC de segunda ordem.

PARÂMETROS	VALOR
R_f	0,25Ω
L_f	5,4mH
C_f	8,4nF

Fonte: Elaboração do próprio autor.

A frequência de corte estabelecida será de $\omega_c = 160$ krad/s ou f_c igual a 25,5 kHz usando a metodologia proposta no apêndice I. Considerando esta frequência de corte, foram utilizados uma combinação de R_f , L_f e C_f para obter esta frequência de corte. A figura 56 mostra o diagrama de Bode para o circuito RLC de segunda ordem.

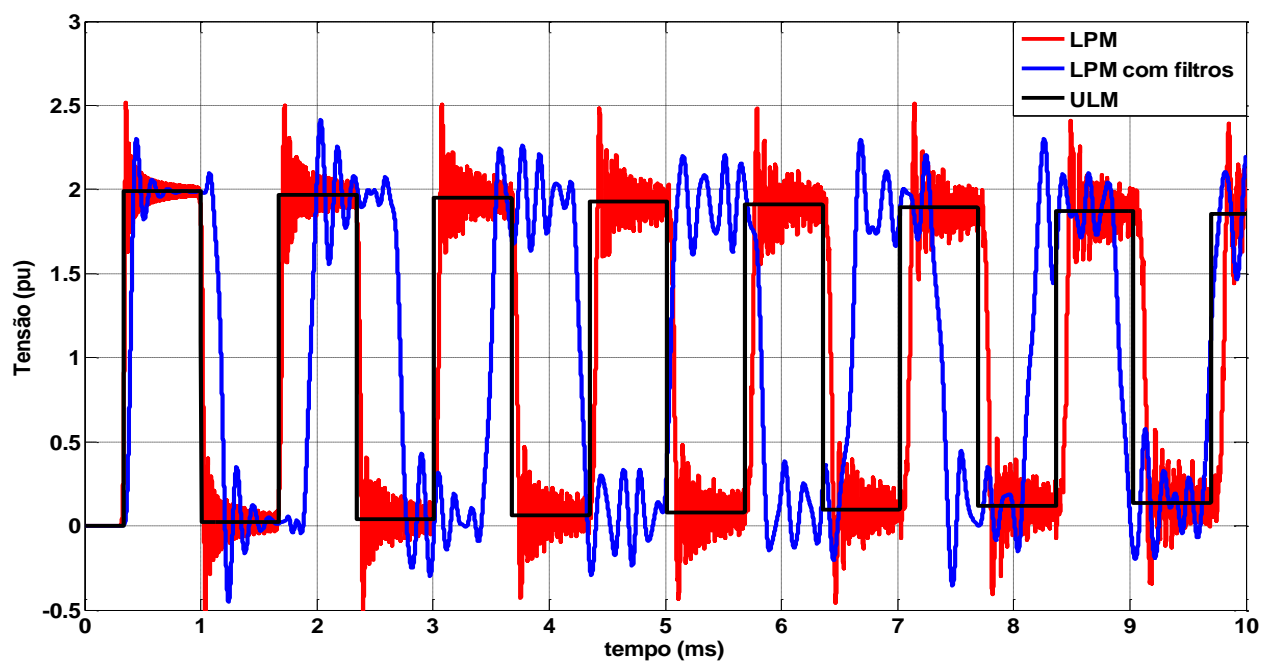
Figura 56 – Diagrama de Bode para o filtro RLC de segunda ordem.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 56 mostra o diagrama de Bode para a magnitude e fase filtro RLC de segunda ordem e a frequência de corte observada é de 160 krad/s. A tensão $V_B(t)$ para linha em aberto e representada pelo modelo a parâmetros discretos (LPM) com e sem filtros e o ULM são mostradas na figura 57.

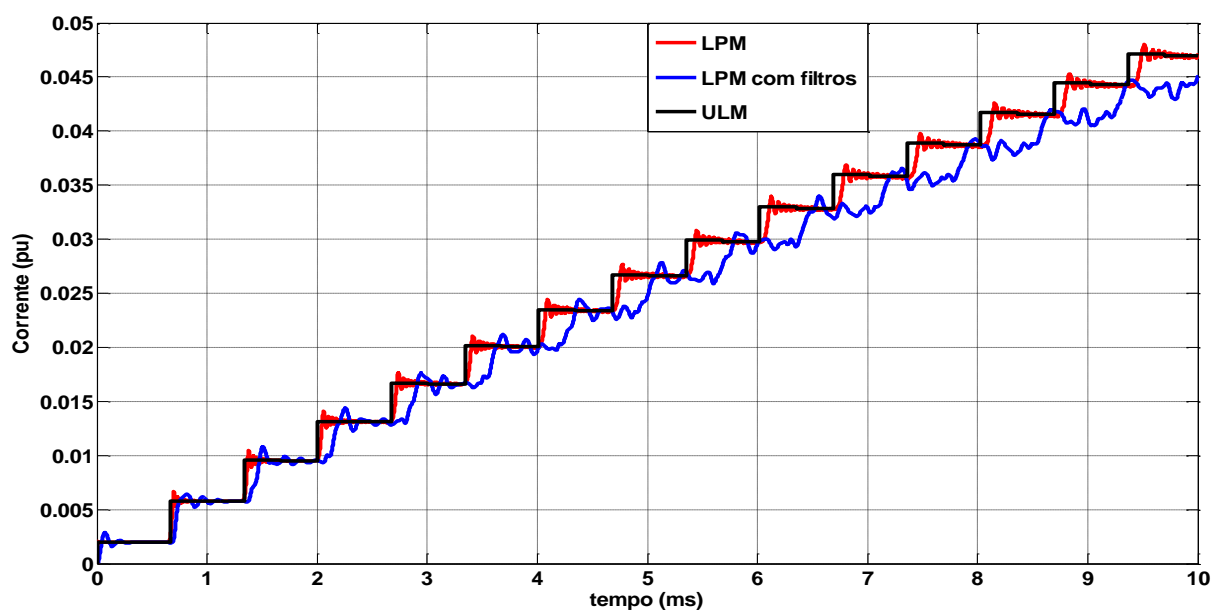
Figura 57 – $V_B(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 58 mostra a corrente no terminal emissor $I_A(t)$ para a linha em curto-circuito obtida para linha com e sem filtro RLC inseridos no modelo a parâmetros discretos (LPM).

Figura 58 – $I_A(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).



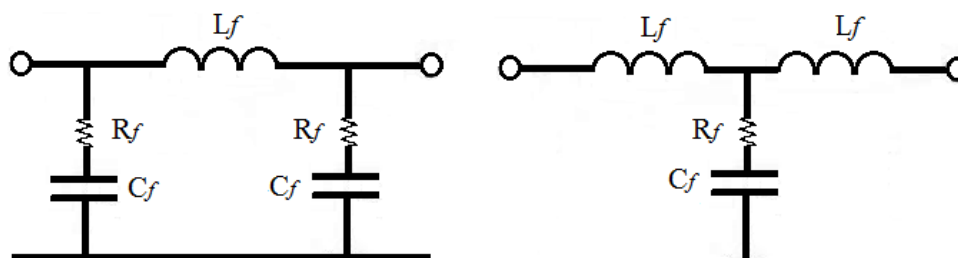
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Os filtros passa-baixas apresentados nesta seção não apresentaram um desempenho desejável para a redução das oscilações espúrias nas simulações obtidas com o modelo a parâmetros discretos e outro fator a ser destacado é o atraso causado pela inserção dos filtros no modelo da linha. Assim será proposta uma adaptação nos filtros passa-baixas do tipo “ π ” e “T”, incluindo uma resistência em série com o capacitor do filtro. Assim essa adaptação será suficiente para um bom desempenho do filtro e os resultados serão mostrados a seguir.

8.5 Inclusão do filtro passa baixa proposto

Será feita uma adaptação nos filtros passa-baixas propostos anteriormente para uma redução mais significativa das oscilações espúrias. Foram realizados alguns testes de tentativa e erro para descobrir qual configuração de circuito passa-baixa seria mais adequada e a inclusão da resistência em série com o capacitor apresentou um bom desempenho na redução das oscilações. O filtro passa-baixas adaptado é mostrado na figura 59.

Figura 59 – Filtros passa-baixa tipo: (1) “ π ” e (2) “T” adaptados.



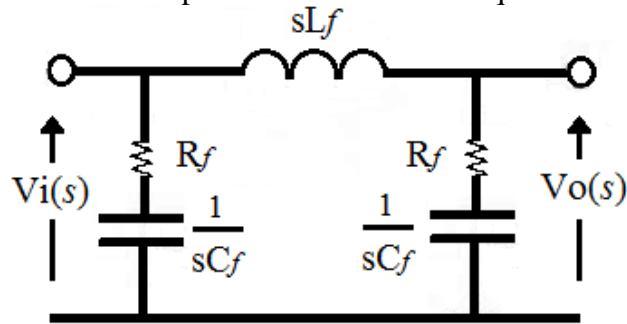
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Cada um dos filtros passa-baixas adaptados da figura 598 serão inseridos no modelo a parâmetros discretos na representação de uma linha de transmissão monofásica conforme mostra a figura 44. Será mostrado que com a inclusão da resistência em série há uma redução significativa das oscilações.

8.5.1 Filtro passa-baixas tipo “ π ” adaptado

A figura 60 mostra a filtro passa-baixas “ π ” adaptado no domínio da frequência. Para baixas frequências, a impedância do capacitor tende ao infinito, e toda a tensão de entrada está sobre o capacitor. Para altas frequências, a impedância do capacitor tende a zero e a impedância do ramo em derivação é predominantemente resistiva, porém a impedância da indutância tende ao infinito.

Figura 60 – Filtro passa-baixa “ π ” adaptado no domínio da frequência.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A função de transferência do filtro passa-baixa $H(s)$ é dada pela equação (74)

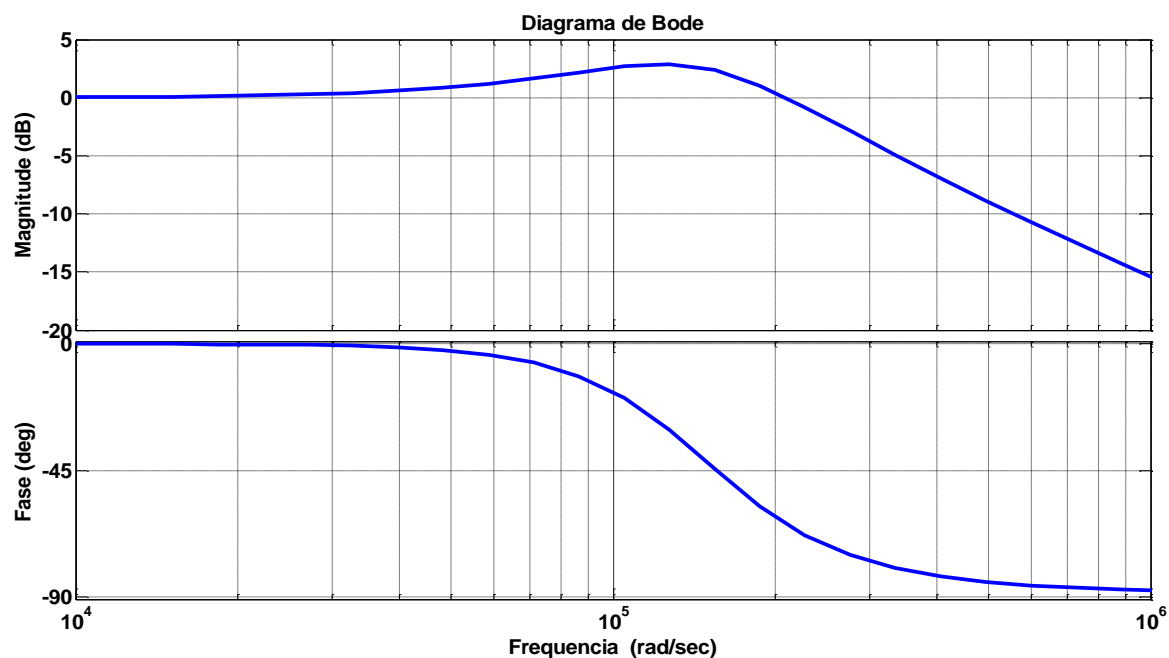
$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1 + sR_f C_f}{s^2 R_f L_f + sL_f C_f + 1} \quad (74)$$

A frequência de corte deste filtro é dada pela equação (75).

$$\omega_c = \sqrt{\frac{(R_f^2 C_f^2 - 2L_f^2 C_f^2) + \sqrt{(R_f^2 C_f^2 - 2L_f^2 C_f^2)^2 + 4L_f^2 C_f^2}}{2L_f^2 C_f^2}} \quad (75)$$

A figura 61 mostra o diagrama de Bode para a magnitude e fase para o filtro passa-baixas “ π ” adaptado.

Figura 61 – Diagrama de Bode para o filtro “ π ” adaptado.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Neste caso, verifica-se que a frequência de corte é $\omega_c = 275 \text{ krad/s}$, $f_c = 43,7 \text{ kHz}$, e há inversão de fase. Para obter a frequência de corte, foi utilizado os parâmetros da tabela 10.

Tabela 10 – Parâmetros do filtro passa-baixas “ π ” adaptado.

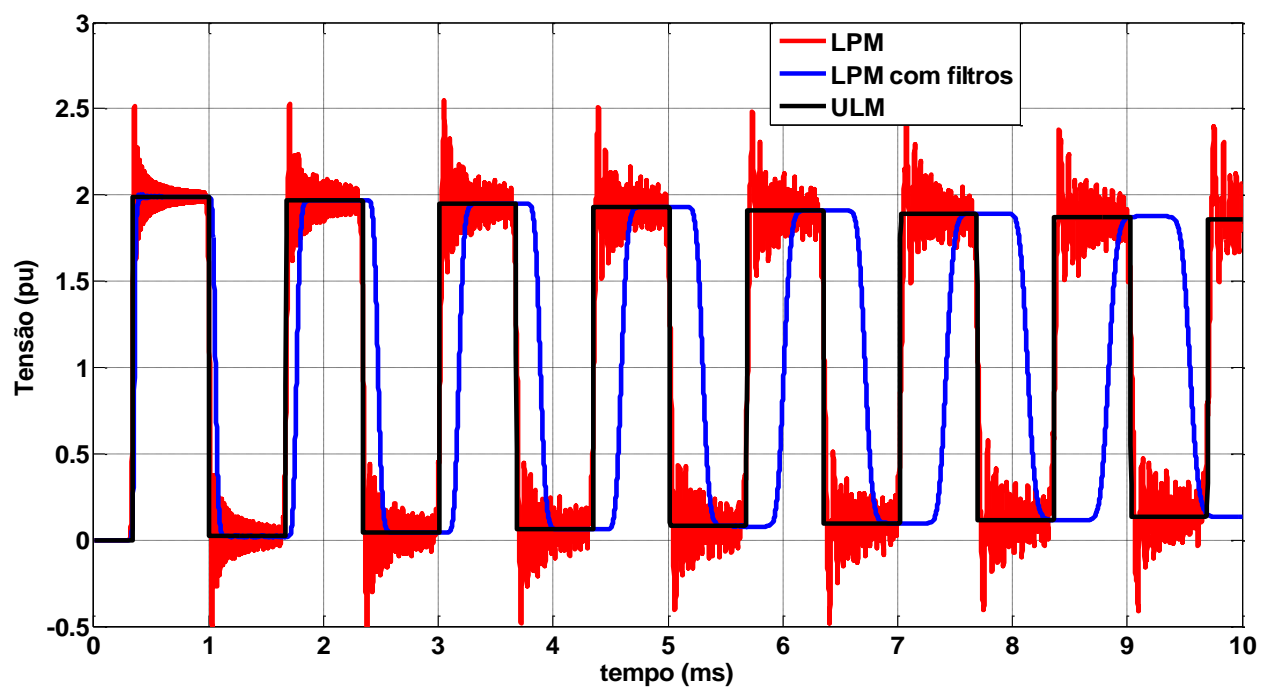
PARÂMETROS	VALOR
R_f	900Ω
L_f	$5,4 \text{ mH}$
C_f	$8,4 \text{ nF}$

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Uma vez obtido os parâmetros do filtro adaptado, o filtro foi inserido na linha de transmissão conforme a figura 44. A figura 62 mostra $V_B(t)$ obtida para linha com e sem filtros

passa-baixas inseridos no modelo a parâmetros discretos (LPM) considerando a linha de transmissão em aberto.

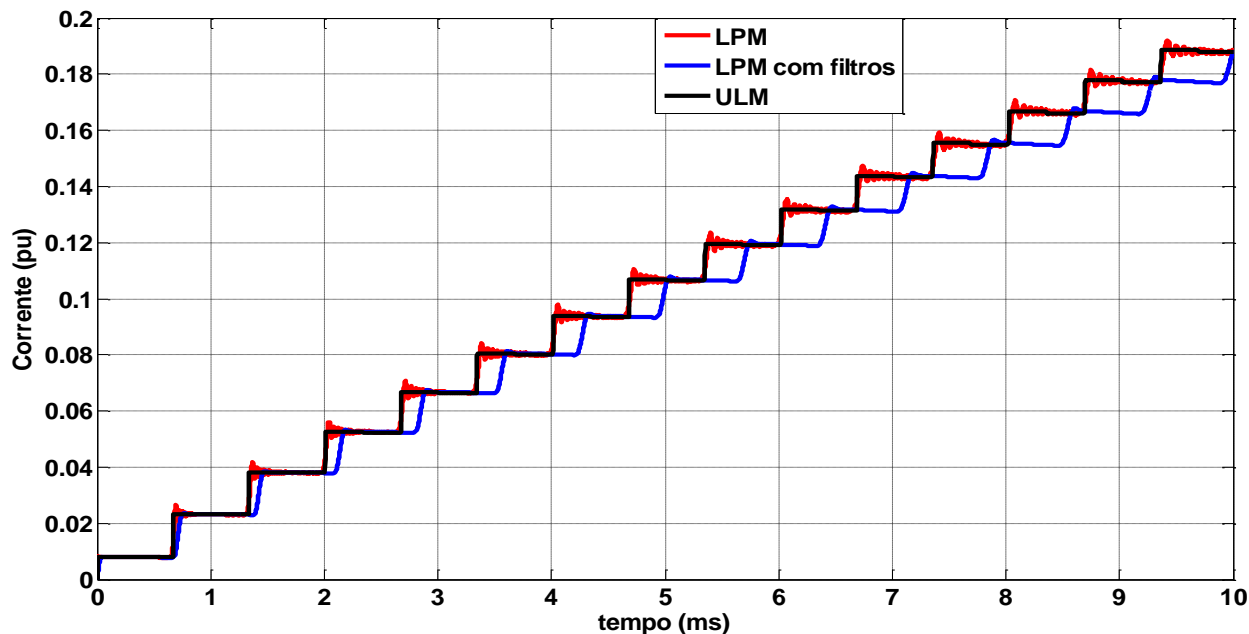
Figura 62 – $V_B(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 63 mostra a corrente $I_A(t)$ para linha de transmissão em curto-circuito

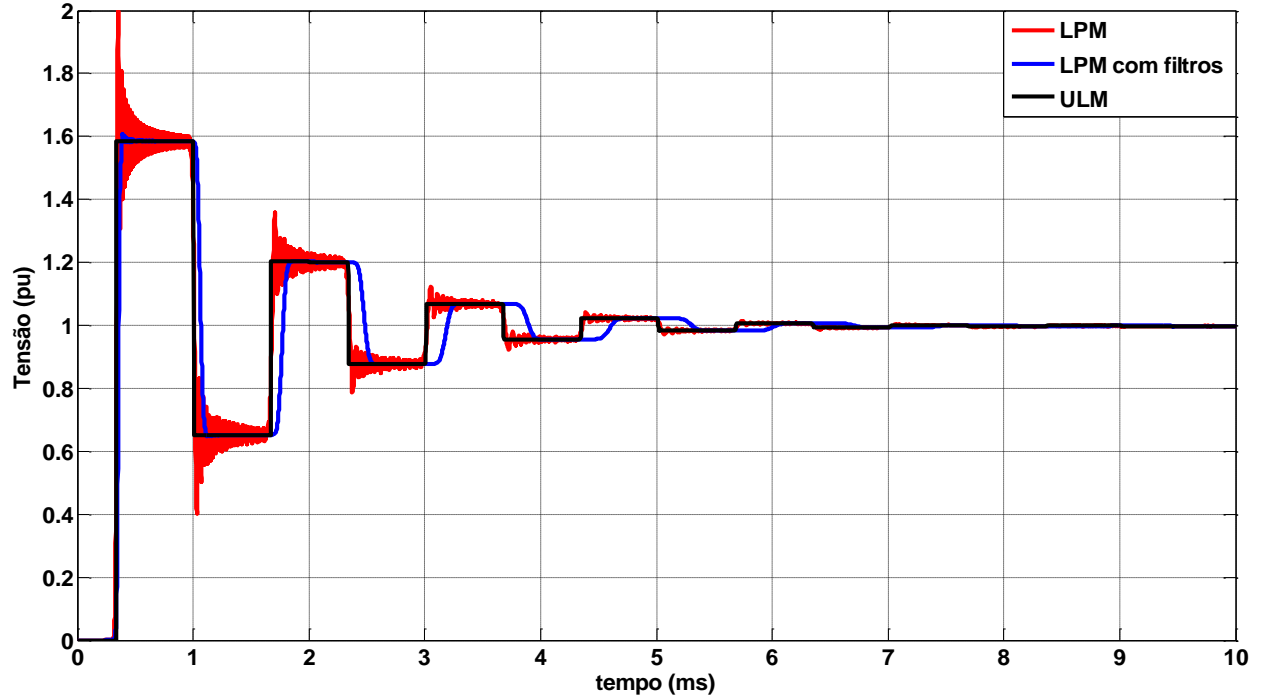
Figura 63 – $I_A(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

O filtro passa-baixas “ π ” adaptado reduziu significativamente as oscilações espúrias presentes nas simulações. As respostas obtidas com o filtro se assemelham as respostas do ULM e este filtro proposto apresenta como uma boa alternativa para estudar transitórios. Deve-se salientar que o deslocamento é inerente ao filtro inserido. A figura 64 mostra a tensão $V_B(t)$ para linha de transmissão com uma carga de $2000\ \Omega$ no terminal receptor e representada pelos modelo a parâmetros discretos com e sem filtro passa-baixas.

Figura 64 – $V_B(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).



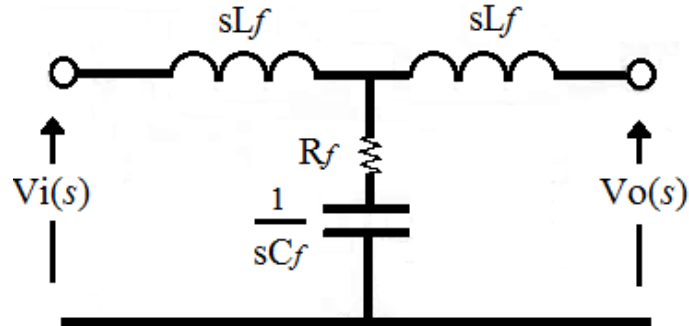
Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 64 mostra que além das oscilações espúrias serem reduzidas, o deslocamento provocado pelo filtro em regime permanente pode ser desconsiderado. A seguir será apresentado o filtro passa-baixas “T” adaptado.

8.5.2 Filtro passa-baixas tipo “T” adaptado

A figura 65 mostra a filtro passa-baixas “T” adaptado no domínio da frequência e este filtro possui a mesma análise qualitativa na frequência apresentada pelo filtro passa-baixas do tipo “ π ”.

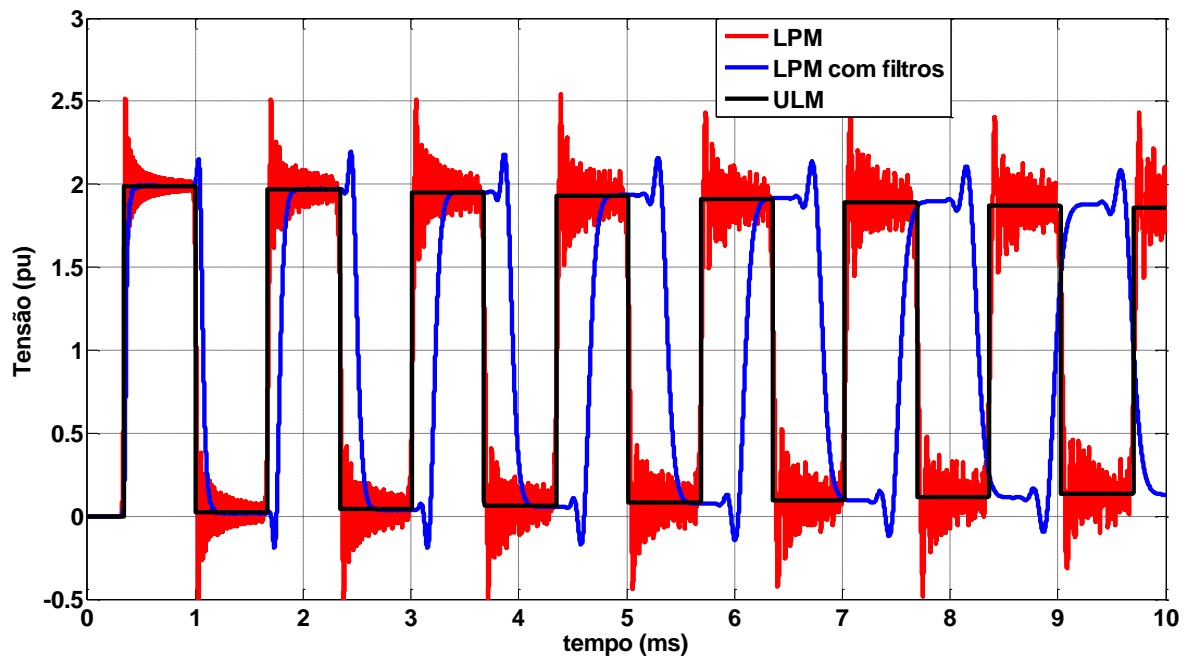
Figura 65 – Filtros passa-baixa “T” adaptado no domínio da frequência.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

O filtro passa-baixa tipo “T” apresenta a mesma função de transferência da equação (75) e o mesmo diagrama de Bode e foram utilizados os parâmetros da tabela 10. A figura 66 mostra a tensão $V_B(t)$ para a linha de transmissão representada por parâmetros discretos com e sem filtros.

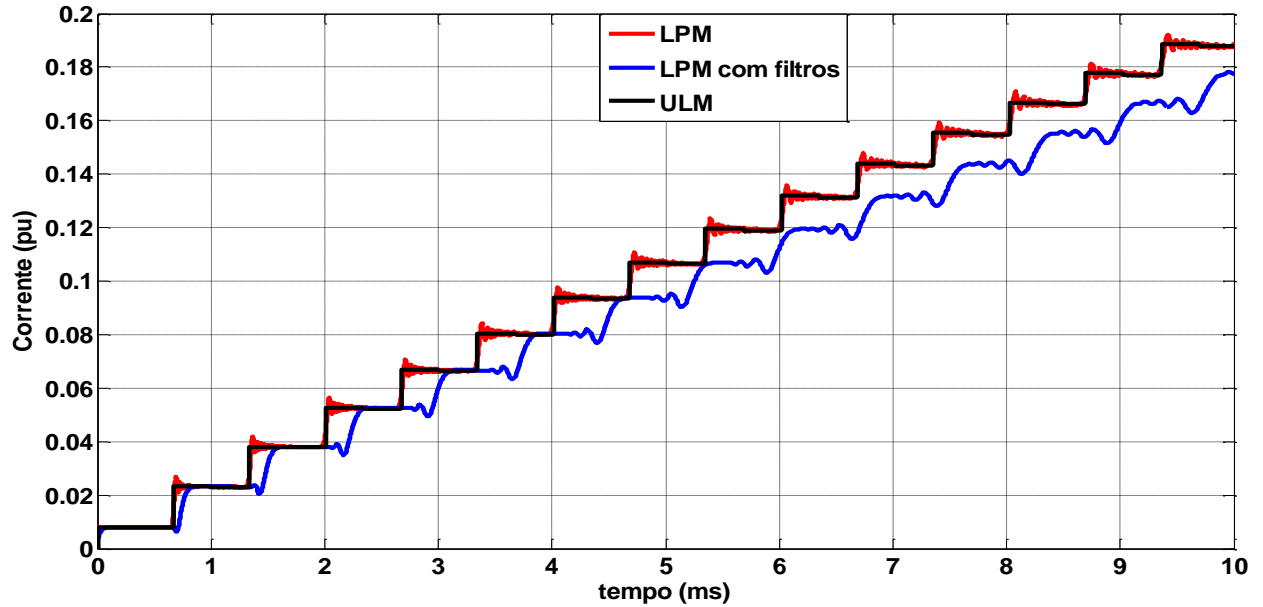
Figura 66 – $V_B(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 67 mostra a corrente $I_A(t)$ para a linha de transmissão em curto-circuito e representada pelos modelos de descritos.

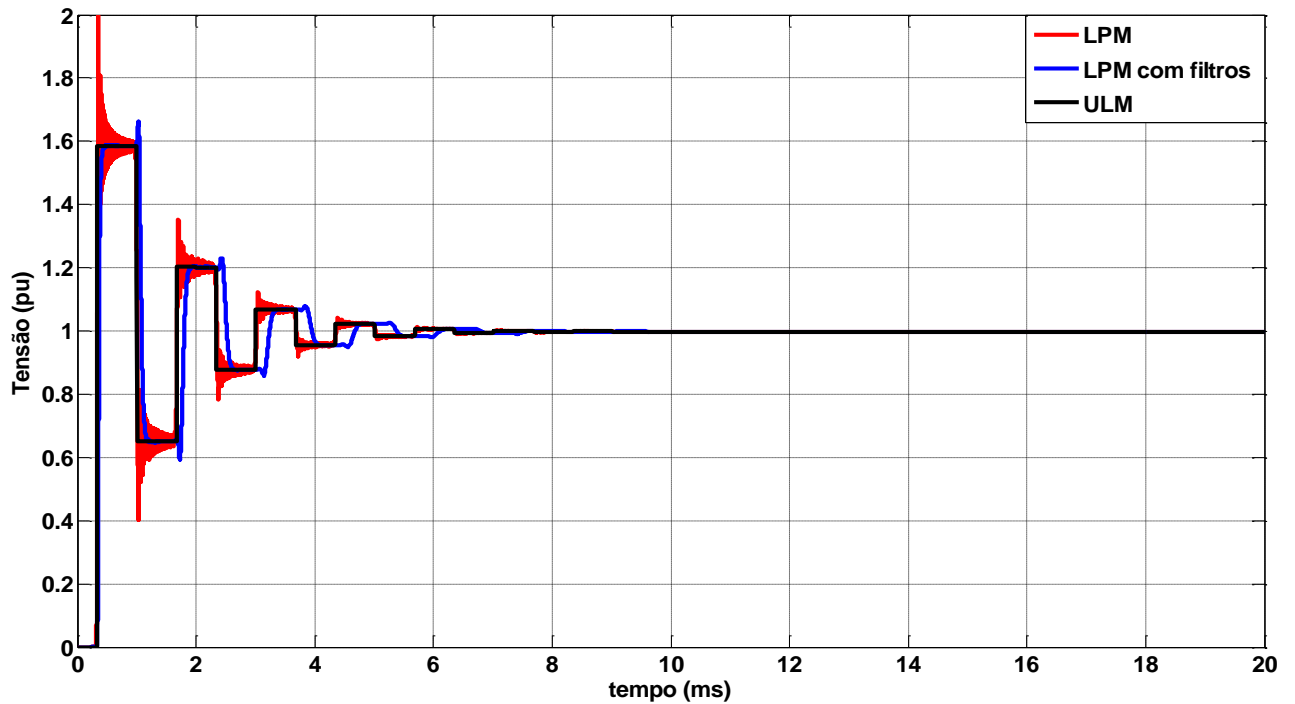
Figura 67 – $I_A(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 68 mostra a tensão $V_B(t)$ para linha de transmissão com uma carga de 2000Ω no terminal receptor e representada pelo modelo a parâmetros discretos com e sem filtro passa-baixas. Pode-se verificar que o deslocamento no domínio do tempo pode ser desprezado, pois todas as respostas convergem para o mesmo valor de regime.

Figura 68 – $V_B(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A tensão obtida com o filtro do tipo “T” apresenta picos na transição do valor máximo ao mínimo. O filtro do tipo “ π ” adaptado apresentou o melhor resultado, reduzindo praticamente todas as oscilações espúrias presentes na resposta transitória, sendo semelhante a respostas obtidas pelo ULM. O deslocamento no tempo é inerente ao filtro, porém para uma linha com carga finita, as respostas com e sem filtros convergem para o mesmo valor de regime. Uma vez validado o filtro passa-baixas proposto, este será utilizado para o estudo de transitórios eletromagnéticos em linhas trifásicas de transmissão, juntamente com a técnica da decomposição modal apresentada no próximo capítulo.

8.6 Considerações

Os resultados mostraram que as oscilações espúrias não foram significativamente reduzidas para os filtros passa-baixas conhecidos na literatura. Assim foi proposta uma adaptação do filtro inserindo uma resistência em série com o capacitor e após ajustes para encontrar os

valores adequados dos parâmetros do filtro, foram obtidos dois novos filtros que reduziram significativamente as oscilações espúrias.

O cálculo da frequência de corte para uma linha de transmissão representada por parâmetros discretos e com filtros passa-baixas inseridos se torna muito custoso, pois linha de transmissão em si se comporta como um filtro passa-baixa quando representada por seus parâmetros discretos. Deve-se salientar também que a frequência de corte da linha depende da quantidade de circuitos π e seu comprimento. Assim seguindo a metodologia apresentada serve apenas como uma estimativa para o cálculo da frequência de corte do filtro passa-baixas a ser inserido. As oscilações espúrias foram atenuadas consideravelmente e as respostas obtidas são semelhantes das obtidas pelo ULM. Uma desvantagem consiste no deslocamento no domínio do tempo provocado pelos filtros durante o regime transitório, mas em regime permanente não afetam a análise. Assim os filtros passa-baixas propostos apresentam uma alternativa para o estudo de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência, considerando suas características descritas.

9 REDUÇÃO DAS OSCILAÇÕES ESPÚRIAS EM LINHAS DE TRANSMISSÃO TRIFÁSICA USANDO FILTROS

9.1 Introdução

As correntes e tensões ao longo de uma linha de transmissão são de difícil cálculo devido aos acoplamentos mútuos indutivos e capacitivos entre as fases e também aos efeitos do solo e pelicular. Em análise de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia elétrica, tais acoplamentos não são facilmente representados, devido ao fato de que os parâmetros longitudinais e transversais da linha são distribuídos ao longo de seu comprimento. Uma importante ferramenta para análise de transitórios eletromagnéticos em sistemas polifásicos é a técnica que decompõe um sistema de m fases acopladas em m sistemas monofásicos desacoplados matematicamente idênticos ao sistema original (KUROKAWA, 2012; TAVARES, et. al,1999). Esta técnica utiliza uma matriz de transformação, conhecida como matriz de Clarke, para desacoplar um sistema de m fases em m sistemas monofásicos.

Considerando uma linha trifásica com plano de simetria vertical e não idealmente transposta, a matriz de transformação modal de Clarke desacopla uma linha de transmissão trifásica em 3 linhas monofásicas modais independentes entre si. Uma vez obtida às linhas modais monofásicas, cada linha pode ser representada pelos modelos a parâmetros distribuídos e discretos com filtros passa-baixas propostos no capítulo 8. Uma vez calculadas as tensões e correntes de cada linha modal, será utilizada a matriz transformação modal inversa e serão obtidas as correntes e tensões para uma linha de transmissão trifásica no domínio das fases.

9.2 Representação de linhas trifásicas no domínio modal

Quando a linha de transmissão trifásica apresentar um plano de simetria vertical, pode-se, com algumas aproximações, utilizar a matriz de Clarke para determinar os modos exatos (KUROKAWA, 2012; TAVARES,1999). Nestas condições obtém-se a linha decomposta em seus *quase-modos*. Para linhas decompostas em seus *quase-modos*, as matrizes $[Y_{qm}]$ e $[Z_{qm}]$ possuem alguns elementos não nulos fora da diagonal principal, que serão desprezados. Devido ao fato de que estas matrizes não são matrizes diagonais, não se obtém os modos exatos da linha

e sim os seus *quase-modos*. Portanto, considerando a linha trifásica, transposta ou não, os modos exatos podem ser considerados equivalentes aos *quase-modos* e serão denominados de modos *alfa*, *beta* e *zero*, respectivamente. A matriz de Clarke ($[T_{\text{clarke}}]$) é expressa como sendo conforme (76):

$$[T_{\text{clarke}}] = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \quad (76)$$

As matrizes de impedâncias e admitâncias dos *quase-modos* da linha são expressas como mostram (77) e (78):

$$[Z_{qm}] = [T_{\text{clarke}}]^T [Z] [T_{\text{clarke}}] \quad (77)$$

$$[Y_{qm}] = [T_{\text{clarke}}]^{-1} [Y] [T_{\text{clarke}}]^{-T} \quad (78)$$

As matrizes $[Z]$ e $[Y]$ são as matrizes de impedância longitudinal e admitância transversal da linha respectivamente. Neste trabalho a linha trifásica possui plano de simetria vertical, mas não é considerada idealmente transposta, então as matrizes $[Z_{qm}]$ e $[Y_{qm}]$ podem ser escritas como mostram as equações (79) e (80) (KUOKAWA,2012).

$$[Z_{qm}] \cong \begin{bmatrix} Z_{\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{\beta} & 0 \\ 0 & 0 & Z_0 \end{bmatrix} \quad (79)$$

$$[Y_{qm}] \cong \begin{bmatrix} Y_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & Y_\beta & 0 \\ 0 & 0 & Y_0 \end{bmatrix} \quad (80)$$

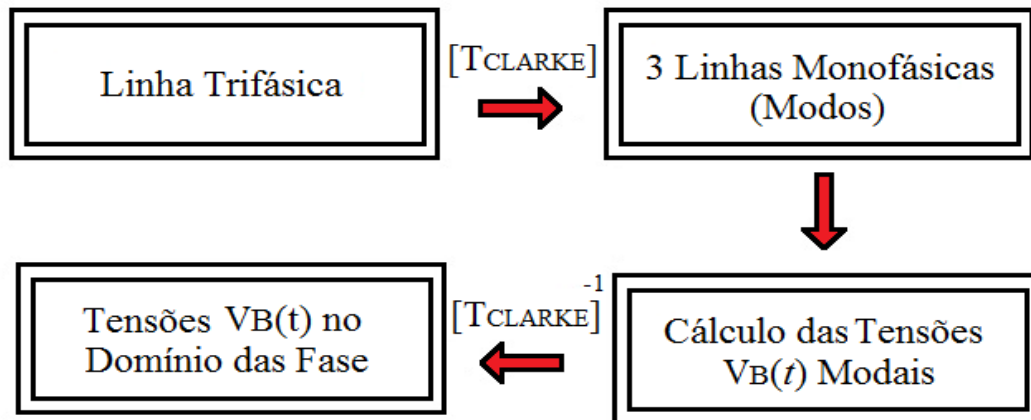
As tensões e correntes dos *quase-modos* são obtidas conforme mostram (81) e (82).

$$[V_{qm}] = [T_{clarke}]^T [V_{123}] \quad (81)$$

$$[I_{qm}] = [T_{clarke}]^{-1} [I_{123}] \quad (82)$$

Nas equações (81) e (82) os vetores $[V_{123}]$ e $[I_{123}]$ representam a tensão e corrente trifásica, também denominada tensão e corrente no domínio das fases, em qualquer ponto da linha. Assim uma vez obtidas as correntes e tensões de cada linha monofásica modal, as correntes e tensões trifásicas serão facilmente obtidas no domínio das fases pelo processo mostrado na figura 69. O mesmo procedimento é feito para as correntes trifásicas no domínio das fases.

Figura 69 – $I_A(t)$ para: LPM (vermelha), LPM com filtros (azul) e ULM (preta).



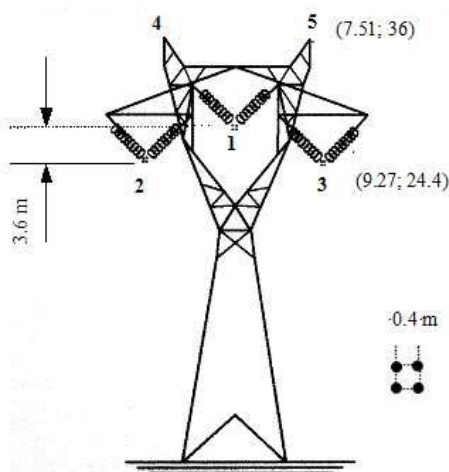
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na próxima seção serão apresentados os resultados obtidos para a linha de transmissão trifásica para diversos tipos de energização.

9.3 Resultados

As correntes e tensões trifásicas no terminal receptor serão calculadas considerando uma linha de transmissão trifásica de 100 km de comprimento, representada por 100 circuitos π em cascata e com uma carga Z_C equilibrada no terminal receptor. A linha trifásica será desacoplada em 3 linhas monofásicas modais (modo *alfa*, *beta* e *zero*) e representadas pelos dois modelos apresentados. Para redução das oscilações espúrias, serão inseridos os filtros propostos no capítulo 8 no modelo a parâmetros discretos. Uma vez com as tensões modais, serão obtidas as correntes e tensões trifásicas usando o processo de transformação modal inverso. A figura 70 mostra a linha de transmissão que será utilizada nas simulações.

Figura 70 – Linha de transmissão trifásica utilizada nas simulações.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A linha trifásica é constituída de 4 subcondutores do tipo *Grosbeak*, raio $r = 1,021$ cm em cada fase e os condutores 4 e 5 são cabos para-raios do tipo EHSW-3/8" conforme mostra a figura 70. A linha de transmissão mostrada possui, para a frequência de 60 Hz, as matrizes $[L_{linha}]$ (mH/km) e $[C_{linha}]$ (nF/km) dadas por (FUCHS, 1979):

$$[L_{linha}] = \begin{bmatrix} 0,8551 & 0,1217 & 0,1217 \\ 0,1217 & 0,6340 & 0,0693 \\ 0,1217 & 0,0693 & 0,6340 \end{bmatrix}$$

$$[C_{linha}] = \begin{bmatrix} 14,6252 & -2,7246 & -2,7246 \\ -2,7246 & 19,8058 & -1,7830 \\ -2,7246 & -1,7830 & 19,8058 \end{bmatrix}$$

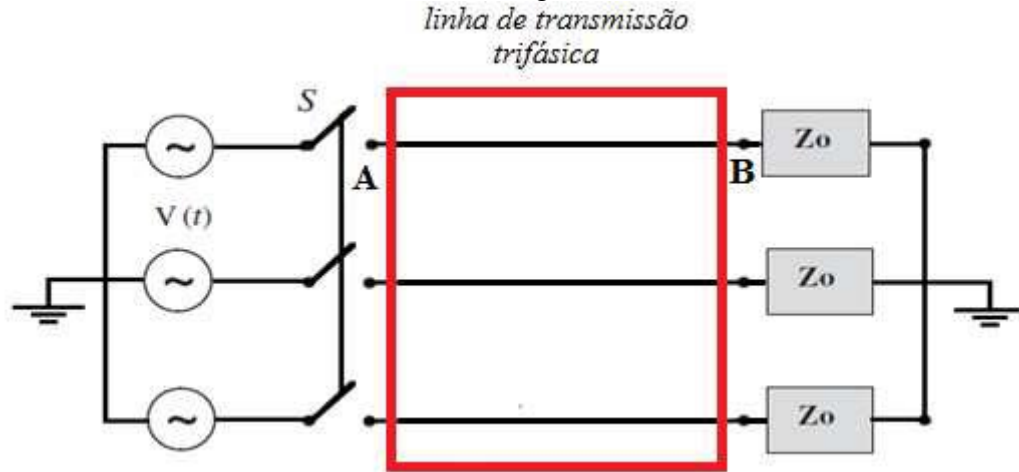
Considerando o *efeito skin* e o *efeito solo*, as matrizes $[Z_{linha}]$ (Ω/km) e $[Y_{linha}]$ ($\mu\text{S}/\text{km}$), para a frequência de 60 Hz e resistividade do solo igual a 1000 Ωm são dadas por:

$$[Z_{linha}] = \begin{bmatrix} 0,6738 + j1,2263 & 0,0580 + j0,3430 & 0,0580 + j0,3430 \\ 0,0580 + j0,3430 & 0,6740 + j1,1531 & 0,0581 + j0,3245 \\ 0,0580 + j0,3430 & 0,0581 + j0,3245 & 0,6740 + j1,1531 \end{bmatrix}$$

$$[Y_{linha}] = \begin{bmatrix} j0,5514 & -j0,1027i & -j0,1027 \\ -j0,1027 & j0,7467 & -j0,0672 \\ -j0,1027 & -j0,0672 & j0,7467 \end{bmatrix}$$

A figura 71 mostra uma linha de transmissão trifásica com os terminais receptores B com uma carga genérica Z_O equilibrada.

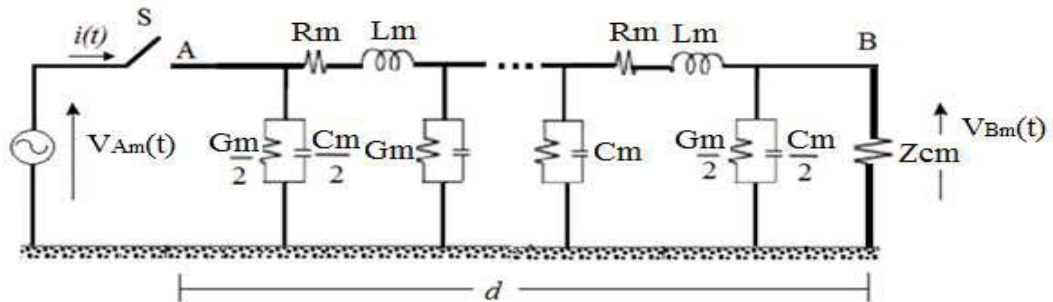
Figura 71 – Linha de transmissão trifásica com carga Z_C .



Fonte: Autoria do próprio autor.

A linha de transmissão da figura 71 será energizada por um gerador síncrono de 440 kV/60 Hz e carga resistiva $Z_o = 2000\Omega$. Serão usados os filtros propostos projetados no capítulo 8 inseridos diretamente em cada um dos modos da linha de transmissão modal. A figura 72 mostra a linha monofásica modal m representada pela quantidade genérica de n circuitos π .

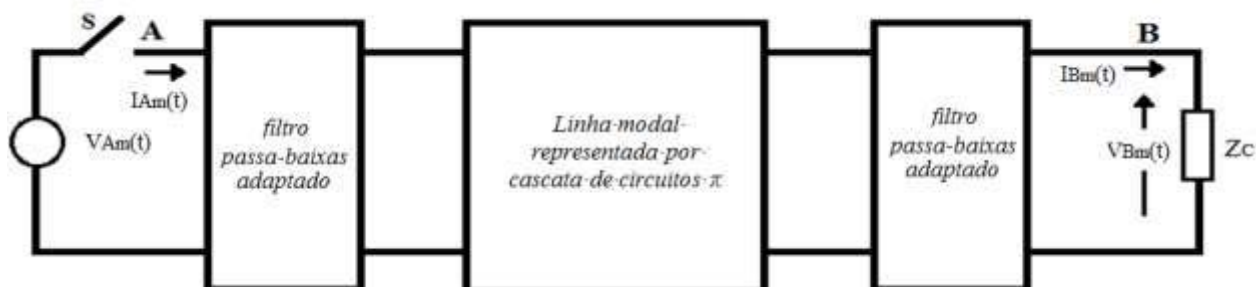
Figura 72 – Linha de transmissão no modo m representada por parâmetros discretos.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 73 mostra a linha monofásica modal m representada pela quantidade genérica de n circuitos π e com o filtro passa-baixas tipo “ π ” adaptado.

Figura 73 – Linha modal m e filtro tipo “ π ” adaptado inserido no modelo a parâmetros discretos.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A tensão $V_{Am}(t)$ é calculada para cada modo de propagação utilizando a equação (81) e $V_{Bm}(t)$ será calculada pelos modelos a parâmetros distribuídos, discretos com e sem filtro passa-baixas apresentados. Cada modo m será representado por 100 circuitos π e os parâmetros R_m , L_m , G_m , C_m e Z_{cm} são dados pela tabela 11.

Tabela 11 – Parâmetros elétricos para cada modo m .

PARÂMETROS	ALFA	BETA	ZERO
$R_m(\Omega/\text{km})$	0,6159	0,6159	0,79
$L_m(\text{mH}/\text{km})$	2,3	2,2	4,9
$C_m(\text{nF}/\text{km})$	0,1939	0,2159	0,13255
$G_m(\mu\text{S}/\text{km})$	0	0	0
$Z_{cm}(\Omega)$	2000	2000	2000

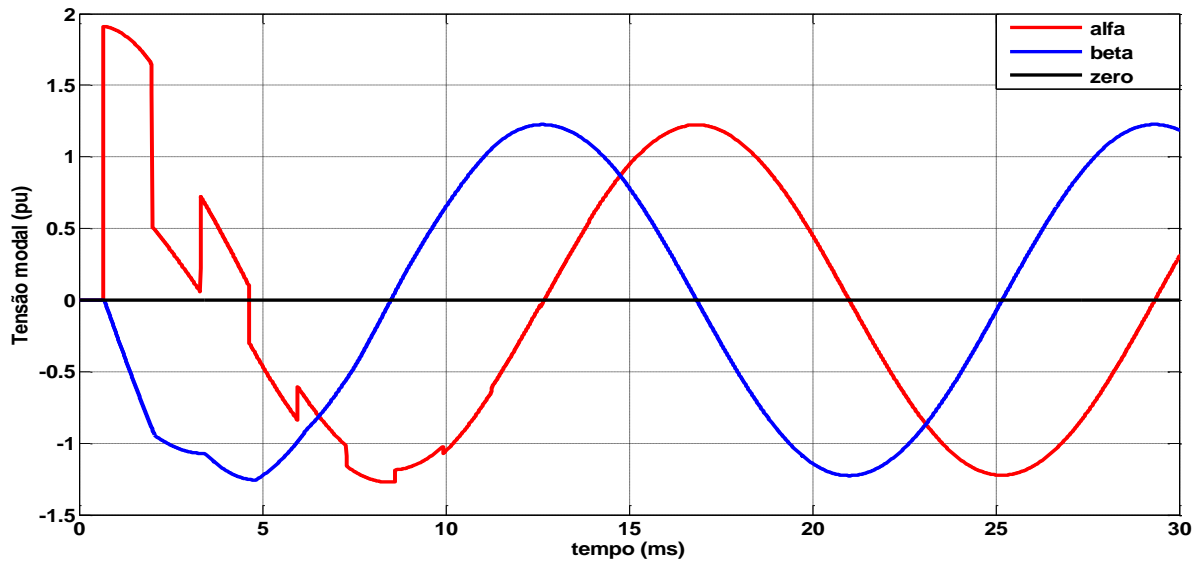
Fonte: Elaboração do próprio autor.

Utilizando a equação (81), as tensões modais no terminal emissor de cada modo serão dadas por:

$$\begin{bmatrix} V_{qm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{A,alfa} \\ V_{A,beta} \\ V_{A,zero} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,225\cos(\omega t) \\ 1,225\sin(\omega t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Uma vez determinada as tensões no terminal emissor de cada modo, serão calculadas as tensões modais no terminal receptor e em seguida serão obtidas as tensões trifásicas no terminal receptor usando os modelos estudados. A figura 74 mostra as tensões modais obtidas usando o ULM e a figura 75 mostra as tensões modais para o modelo a parâmetros discretos.

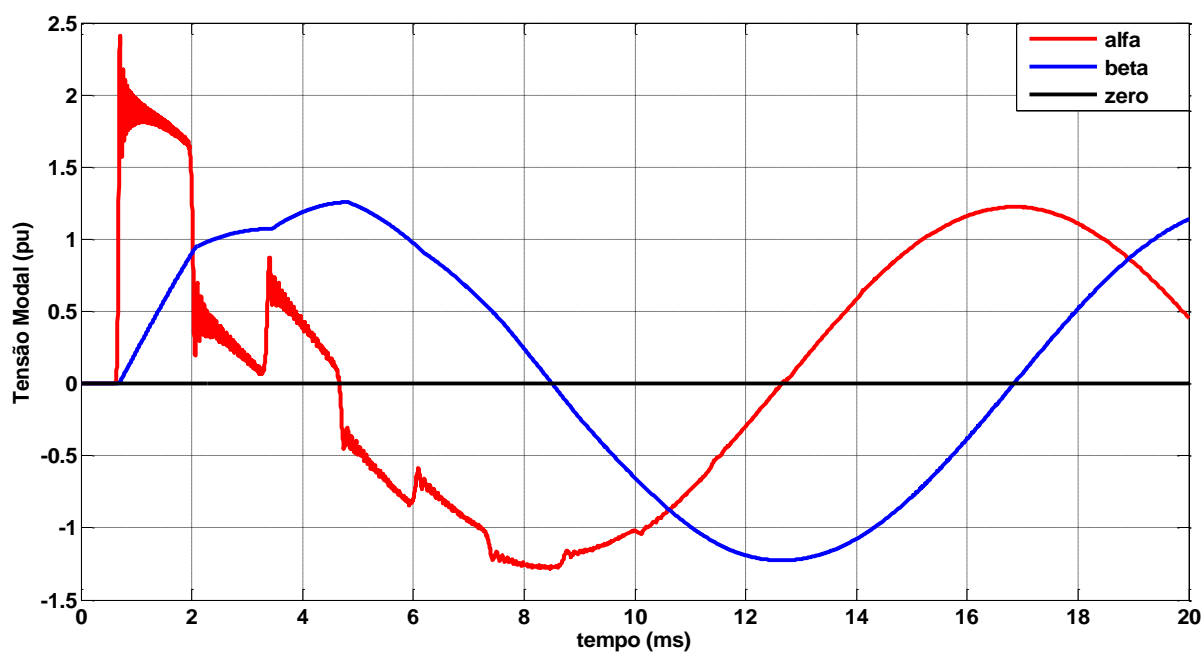
Figura 74 – Tensões modais obtidas com o modelo a parâmetros distribuídos.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 74 mostra as tensões nos modos alfa, beta e zero considerando a linha representada pelos parâmetros distribuídos.

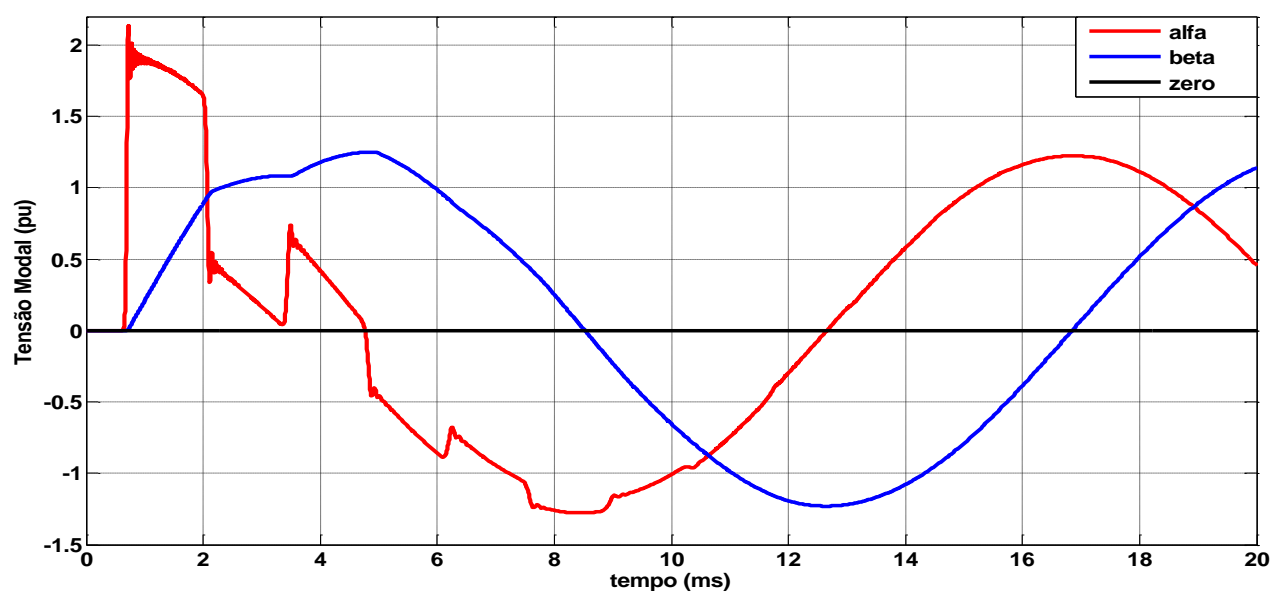
Figura 75 – Tensões modais obtidas com o modelo a parâmetros discretos sem filtro.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 76 mostra as tensões nos modos alfa, beta e zero considerando a linha representada pela cascata de circuitos π e com os filtros passa-baixas do tipo “ π ” adaptado.

Figura 76 – Tensões modais obtidas com o modelo a parâmetros discretos com filtro.



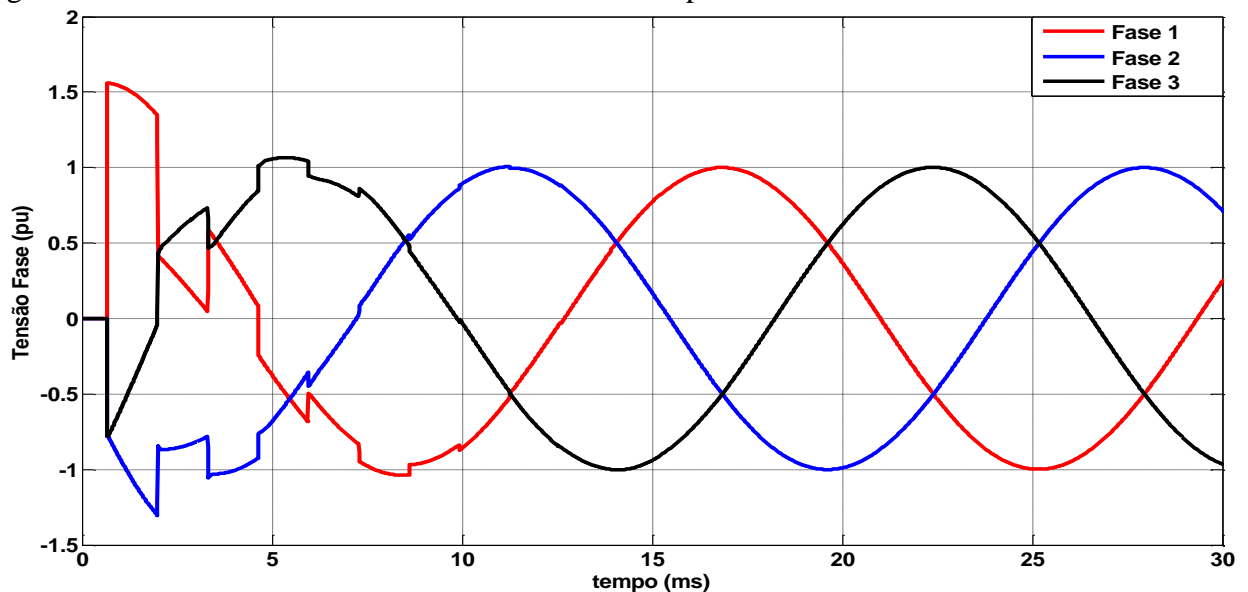
Fonte: Elaboração do próprio autor.

As figuras 74 a 76 mostram as tensões modais para os modelos de linha propostos. Para obter as tensões trifásicas no domínio das fases, será utilizada a equação (83).

$$\begin{bmatrix} V_{1,2,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{clarke} \end{bmatrix}^{-T} \begin{bmatrix} V_{qm} \end{bmatrix} \quad (83)$$

As tensões das fases 1, 2 e 3 são obtidas pela combinação linear das tensões modais alfa, beta e zero de cada modelo usando a equação (83). Em (83), o vetor $[V_{1,2,3}]$ representa as tensões nas fases 1, 2 e 3 da linha trifásica e $[V_{qm}]$ representa as tensões nos modos alfa, beta e zero. A figura 77 mostra a tensão no terminal receptor com carga Z_0 obtidas para o modelo a parâmetros distribuídos

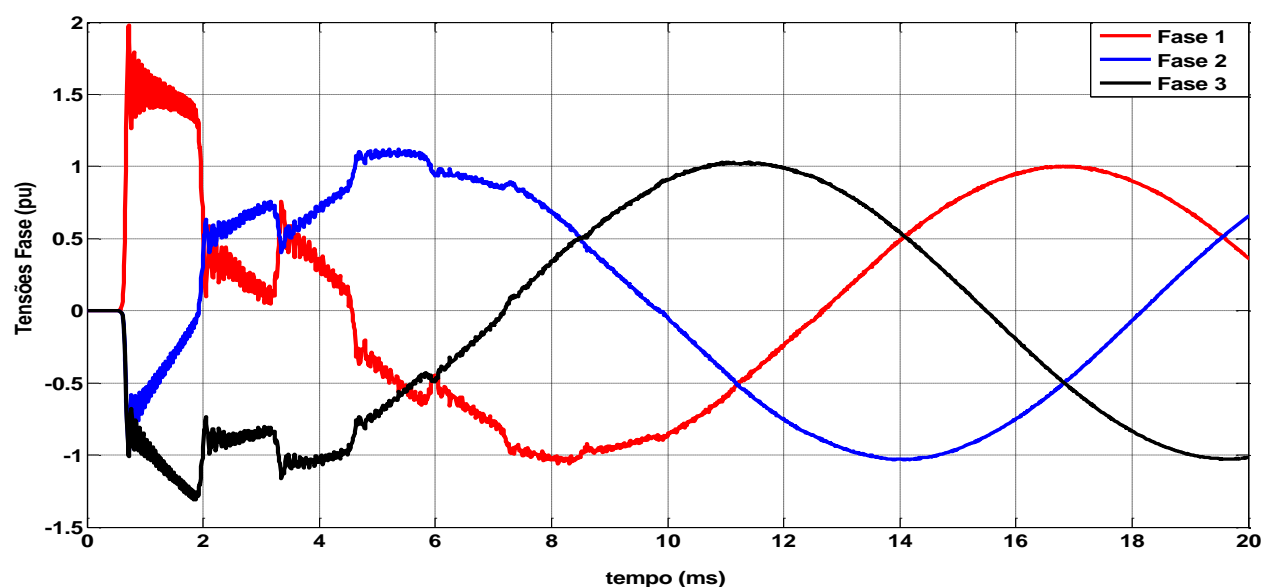
Figura 77 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros distribuídos.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 78 mostra a tensão no terminal receptor com carga Z_0 obtidas para o modelo a parâmetros discretos.

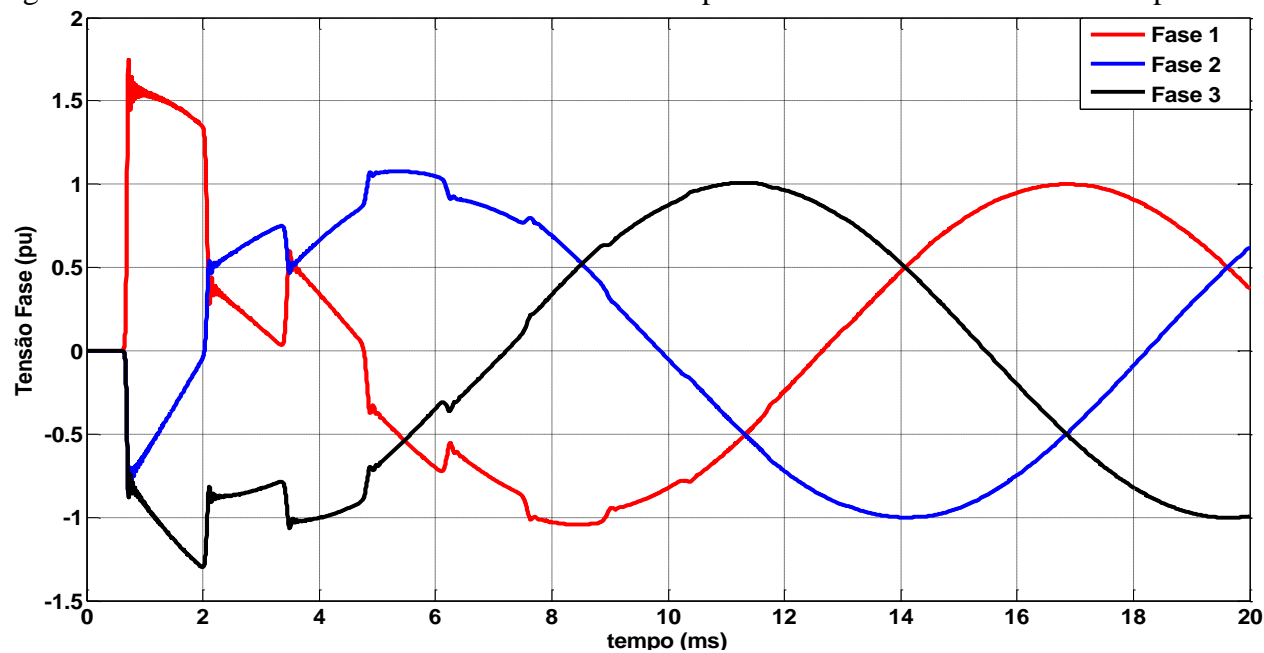
Figura 78 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros discretos.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 79 mostra a tensão no terminal receptor com carga Z_O obtidas para o modelo a parâmetros discretos com os filtros “ π ” adaptado.

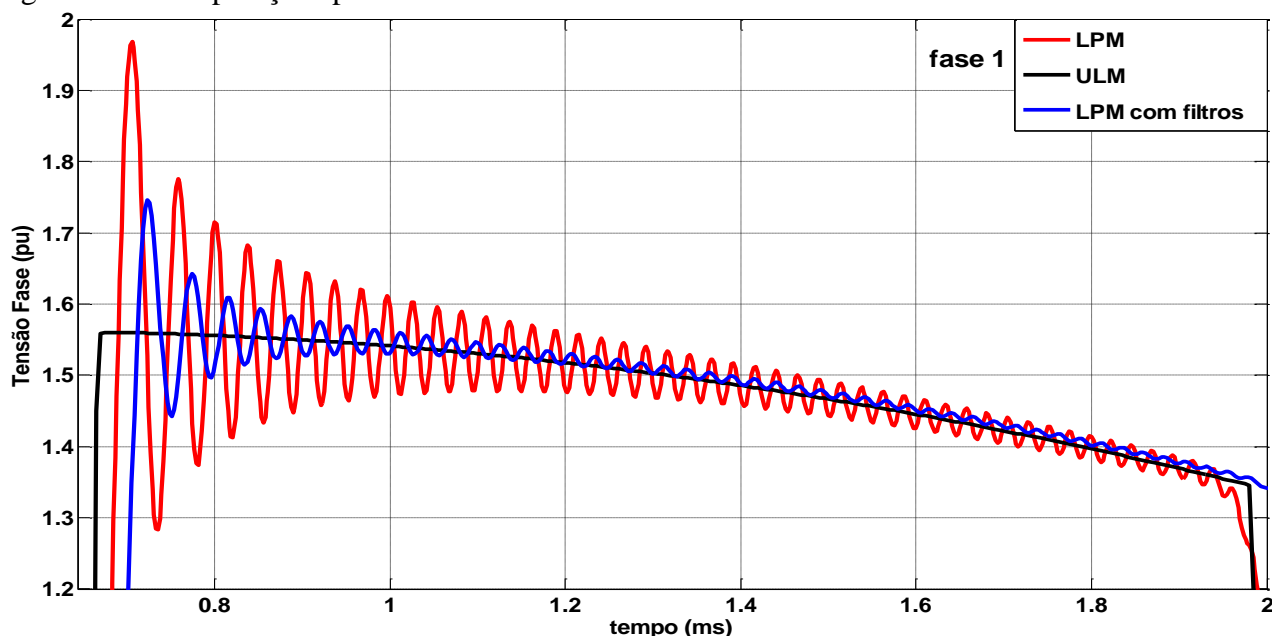
Figura 79 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros discretos com filtro adaptado.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nas figuras 77 a 79, as tensões nas fases 2 e 3 são influenciados pelo comportamento da tensão da fase 1 devido as indutâncias mútuas da linha, obedecendo a Lei de Faraday - Lenz. As respostas do modelo a parâmetros discretos apresentam oscilações espúrias. As respostas obtidas com o filtro proposto foram atenuadas consideravelmente. Para verificar a redução das oscilações espúrias usando o filtro passivo proposto, a figura 80 mostra a comparação das tensões da fase 1 obtidas pelos 3 modelos estudados.

Figura 80 – Comparações para tensão da fase 1 nos modelos estudados.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

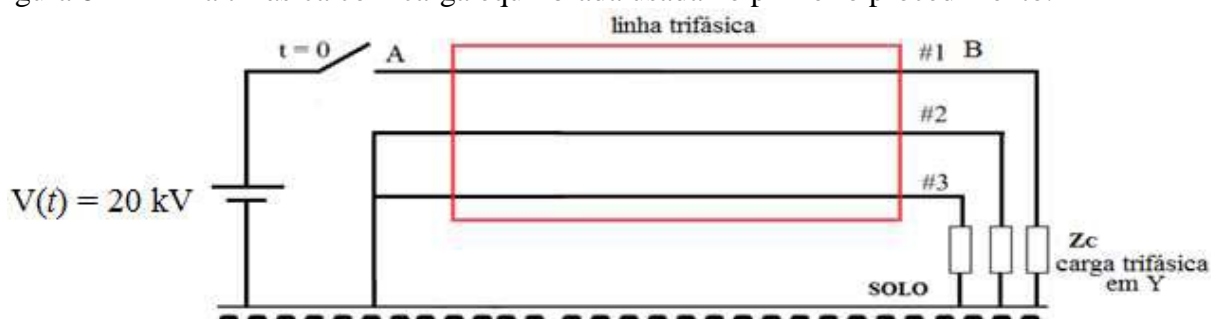
A figura 80 mostra a comparação para a tensão da fase 1 com os modelos estudados. Assim verifica-se que a resposta obtida com filtro adaptada reduz as oscilações espúrias e se aproxima da resposta obtida com o ULM.

9.4 Validação do modelo a parâmetros discretos com filtros passa-baixas

Para validação do modelo a parâmetros discretos com filtros passa-baixas serão mostradas as simulações obtidas com a linha de transmissão trifásica submetida a dois procedimentos de manobra, sendo estes procedimentos baseados em aplicações práticas em análise de transitórios eletromagnéticos. O primeiro procedimento consiste em uma linha de

transmissão trifásica com carga equilibrada sendo energizada por uma fonte de tensão DC na fase 1 enquanto que as fases 2 e 3 são curto-circuitadas. O segundo procedimento consiste em energizar a linha trifásica com um gerador síncrono e depois de atingido o regime permanente, é gerada uma onda impulsiva no fase 1, gerando uma segunda perturbação no sistema. Todas as simulações serão comparadas com as respostas obtidas pelo modelo a parâmetros distribuídos e discretos. A figura 81 mostra o primeiro procedimento.

Figura 81 – Linha trifásica com carga equilibrada usada no primeiro procedimento.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A linha trifásica da figura 81 consiste num dos testes típicos realizados para o estudo de transitórios eletromagnéticos. Uma fonte de tensão DC de 20 kV será conectada na fase 1 enquanto as fases 2 e 3 estão curto-circuitadas no terminal emissor. No terminal receptor B está conectada uma carga trifásica em Y. Os parâmetros elétricos da linha são dados pela tabela 12.

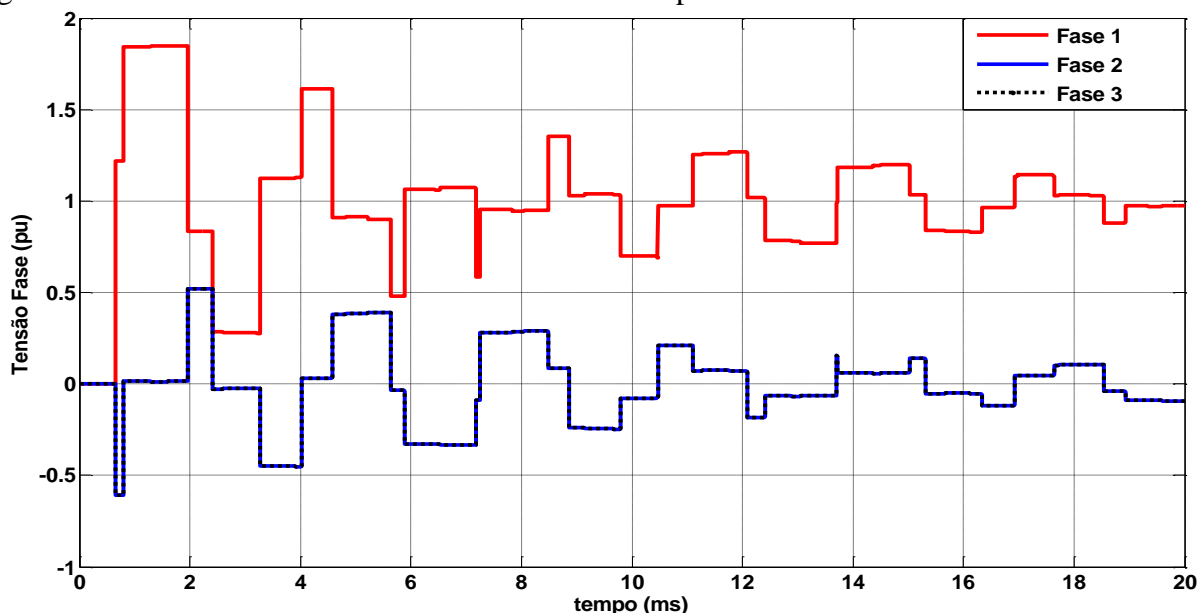
Tabela 12 – Parâmetros da linha para simulação.

PARÂMETROS	VALOR
R	0,05 Ω/km
L	1,7 mH/km
G	0 S/km
C	6,58 nF/km

Fonte: Elaboração do próprio autor.

Serão mostradas as ilustrações para duas condições: Na primeira condição a linha de transmissão está em aberto, Z_C elevada, e serão mostradas as tensões $V_B(t)$ trifásicas. Na segunda condição a linha de transmissão está em curto-circuito, Z_C muito pequena, e serão mostradas as correntes de curto-circuito $I_B(t)$ no terminal receptor. Para o cálculo das correntes e tensões trifásicas foi utilizada a técnica da decomposição modal apresentada no item anterior. A figura 82 mostra a tensão trifásica $V_B(t)$ no terminal receptor em aberto obtida para o modelo a parâmetros distribuídos usando ULM.

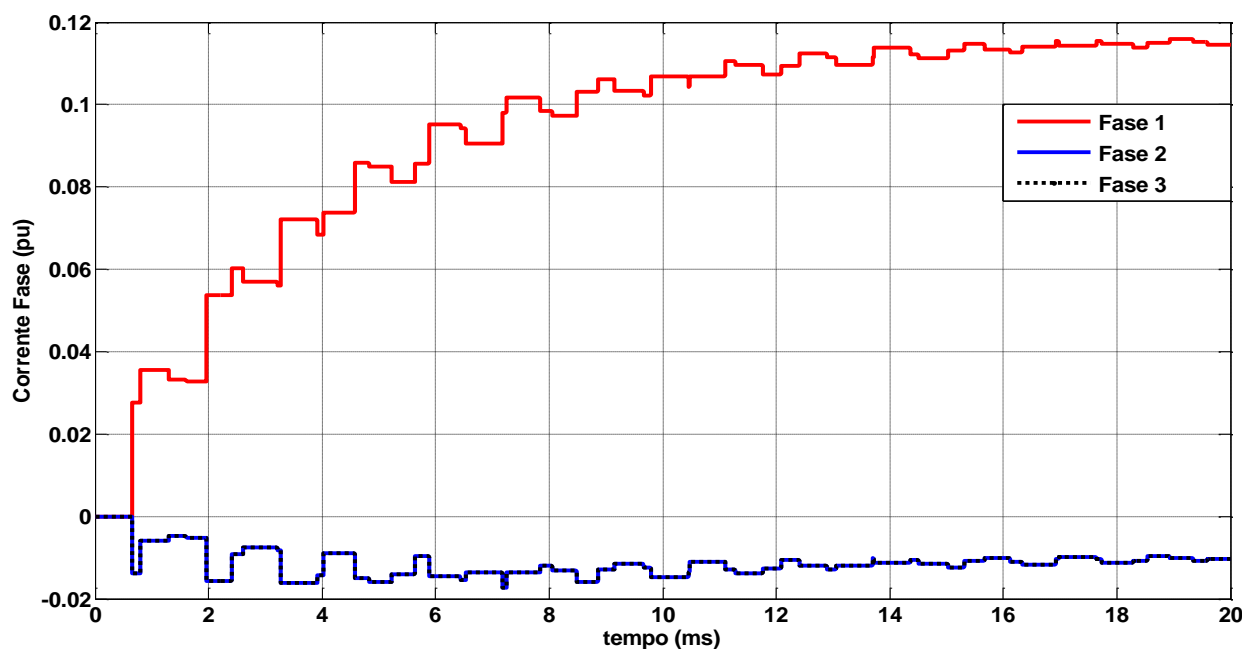
Figura 82 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros distribuídos.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 83 mostra a corrente trifásica $I_B(t)$ para o terminal receptor em curto-circuito usando o modelo ULM.

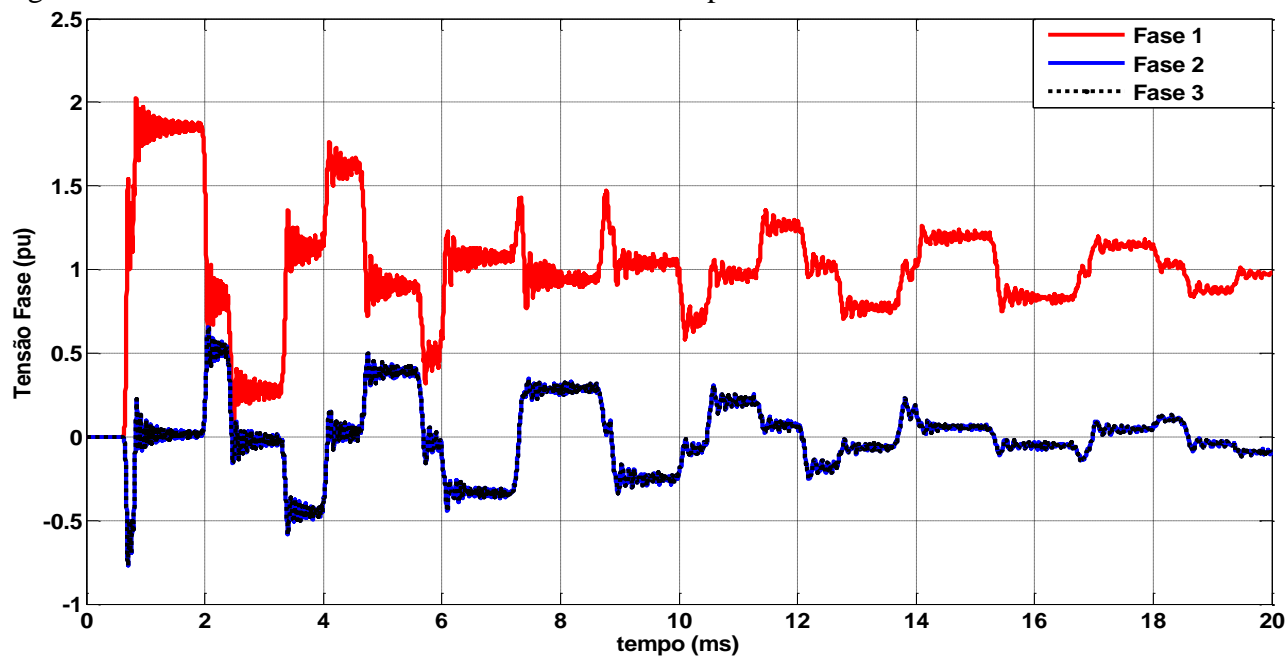
Figura 83 – Correntes trifásicas no terminal receptor com o modelo a parâmetros distribuídos.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

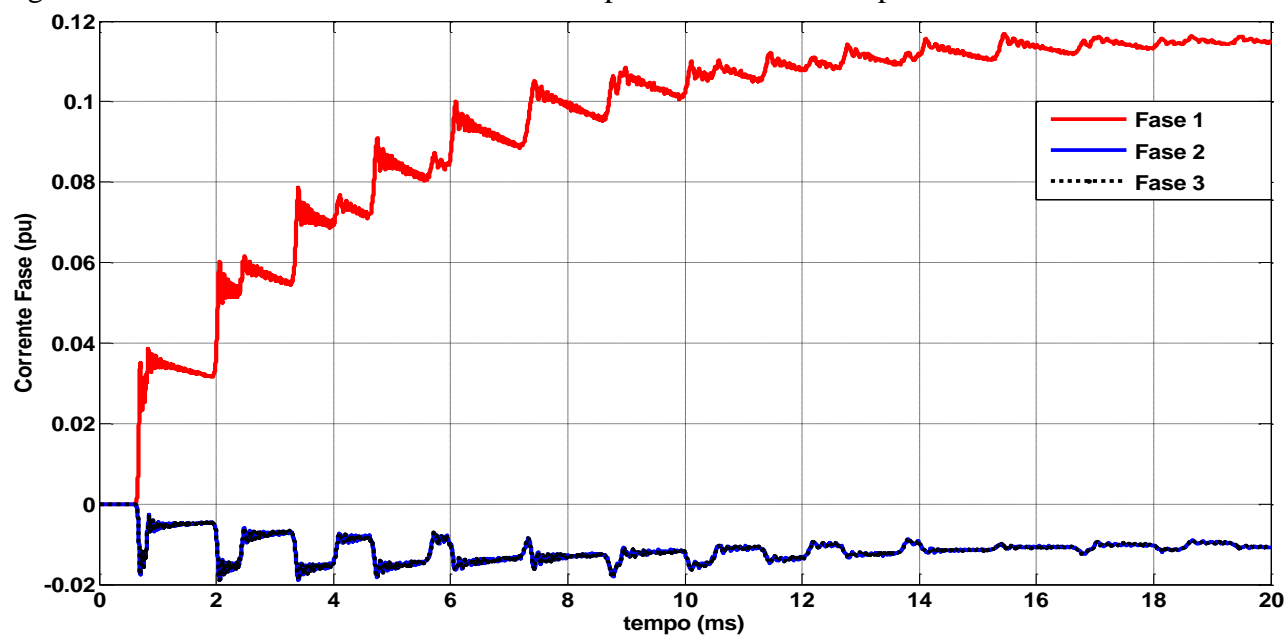
As figuras 84 e 85 mostram a tensão trifásica $V_B(t)$ no terminal receptor em aberto e a corrente $I_B(t)$ no terminal receptor em curto-circuito respectivamente para o modelo a parâmetros discretos.

Figura 84 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros discretos.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

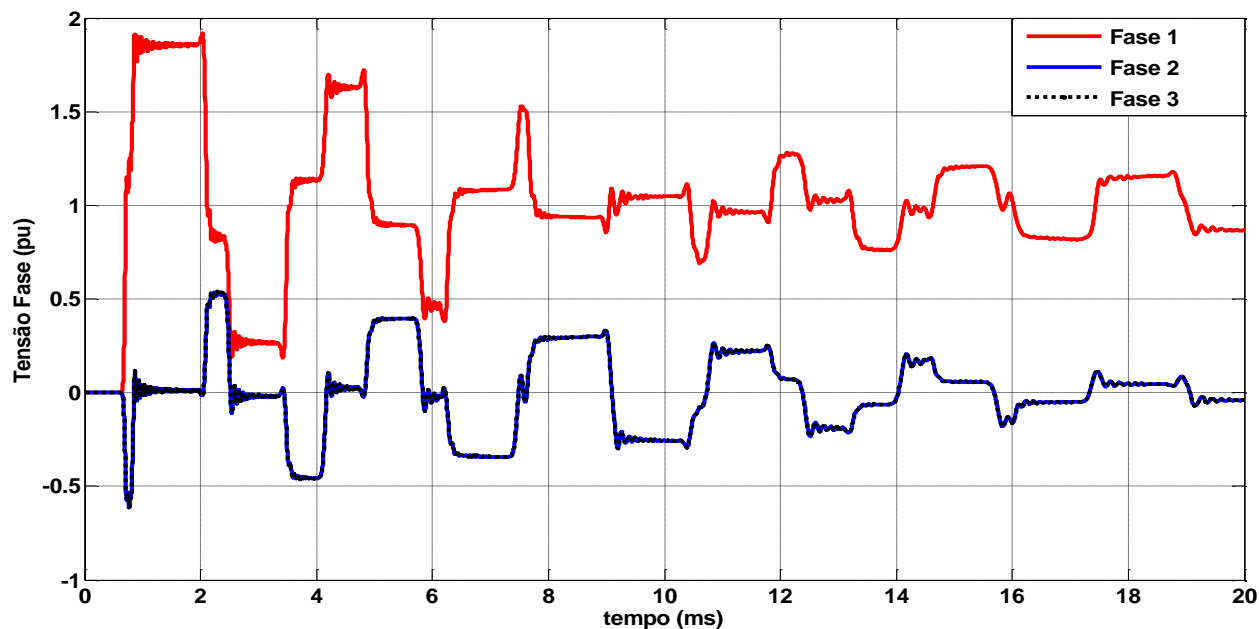
Figura 85. Correntes trifásicas no terminal receptor com o modelo a parâmetros discretos.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

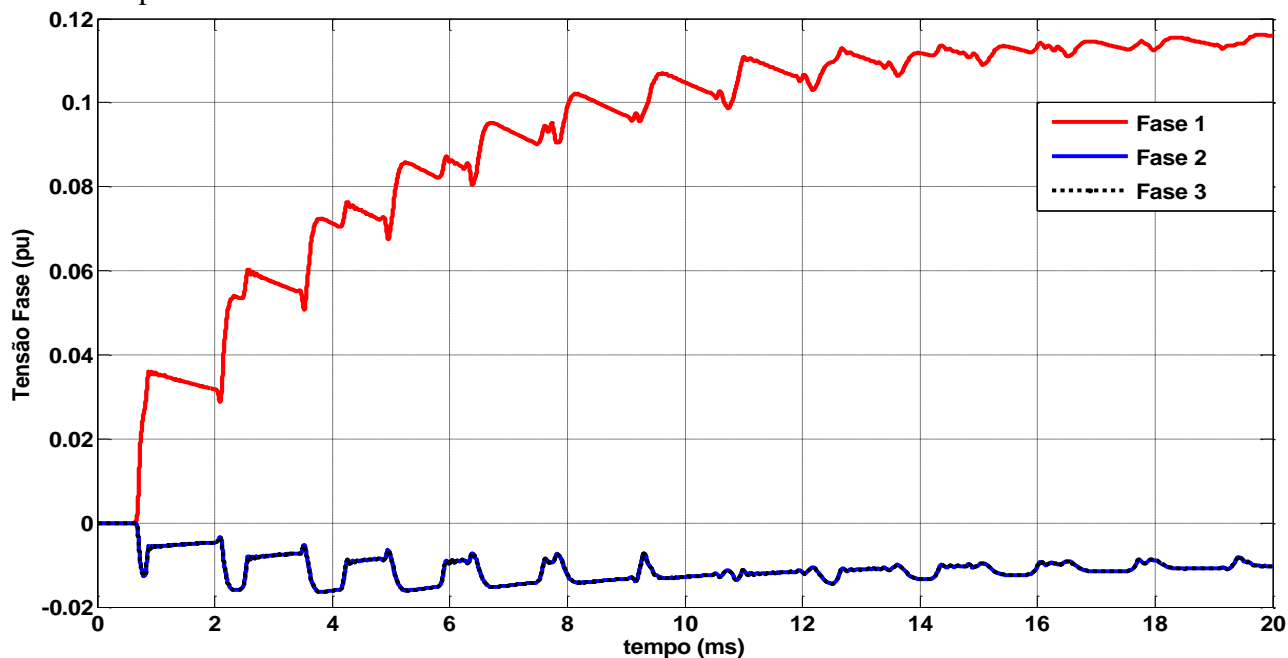
As figuras 86 e 87 mostram a tensão trifásica $V_B(t)$ no terminal receptor em aberto e a corrente $I_B(t)$ no terminal receptor em curto-circuito respectivamente para o modelo a parâmetros discretos com o filtro passa-baixas adaptado.

Figura 86 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros discretos com filtro passa-baixas adaptado.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

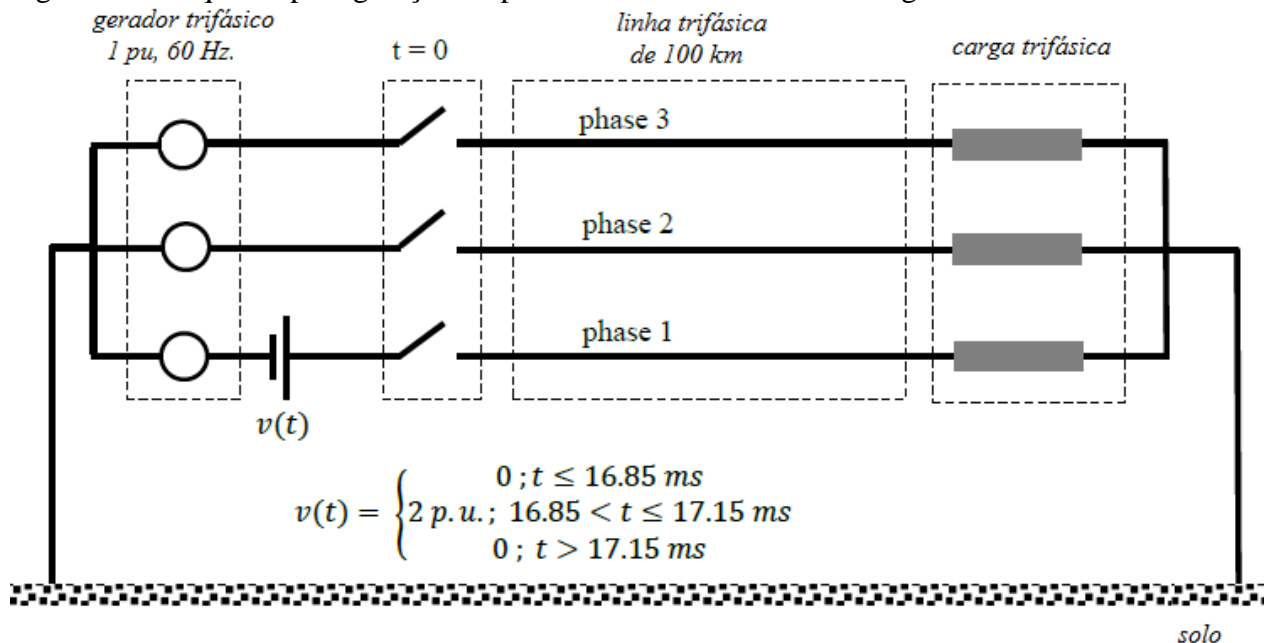
Figura 87 – Corrente trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros discretos com filtro passa-baixas adaptado.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

O segundo procedimento é mostrado na figura 88. Um gerador síncrono de 440 kV/60 Hz é conectado no terminal emissor da linha trifásica e no terminal receptor há uma carga trifásica equilibrada. Z_0 . Na fase 1 é conectada uma fonte de tensão contínua $U(t)$ que será usada para gerar um tensão impulsiva num intervalo de tempo e em seguida será análise do transitório. A linha possui 100 km de comprimento e serão mostradas a tensões trifásicas $V_B(t)$ obtida para os modelos a parâmetros distribuídos e discretos com e sem filtro passa-baixas adaptado.

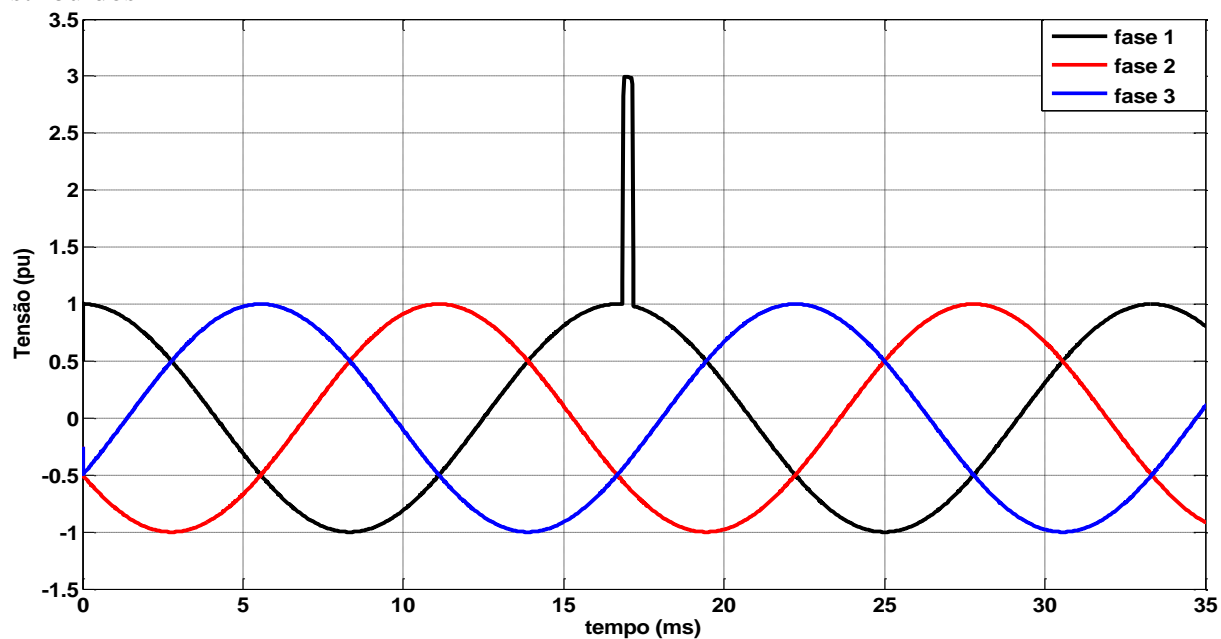
Figura 88 – Esquema para geração do pulso na linha trifásica com carga trifásica.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Inicialmente a chave S_1 e S_2 estão fechadas e a linha trifásica é energizada pelo gerador síncrono com uma carga equilibrada Z_0 de 2000 Ω conectada no terminal receptor. Uma vez que a tensão trifásica atingiu o valor de regime, a chave S_1 é fechada e S_2 é aberta no instante $t_1=16,85\text{ms}$ e permanece até o instante $t_2=17,15\text{ms}$, gerando um pulso de 2 pu sobre a tensão senoidal da fase 1. Após o instante t_2 a chave S_2 é fechada e S_1 é aberta novamente, permanecendo nesta condição no restante da simulação. A figura 89 mostra a tensão trifásica obtida no terminal emissor.

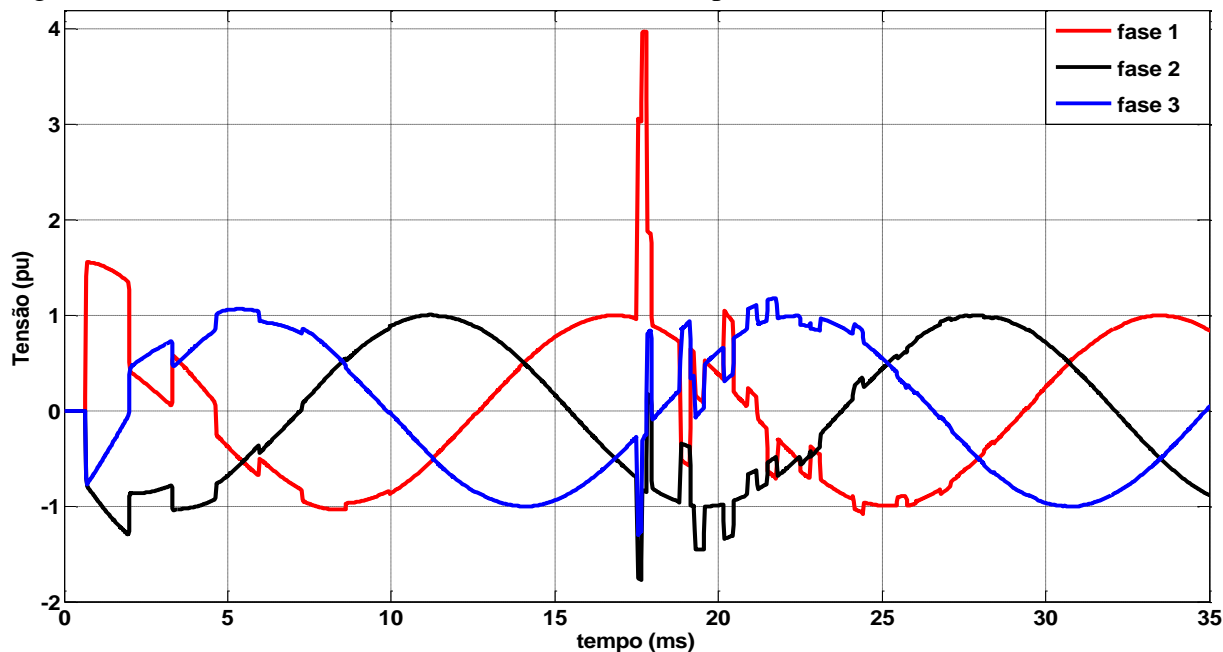
Figura 89 – Tensões trifásicas no terminal emissor obtidas com o modelo a parâmetros distribuídos



Fonte: Elaboração do próprio autor.

O pulso demora $0,33\text{ ms}$ (tempo de viagem da onda) para atingir o terminal receptor, resultado no segundo transitório. A figura 90 mostra a tensão trifásica $V_B(t)$ obtida para o modelo a parâmetros distribuídos usando ULM.

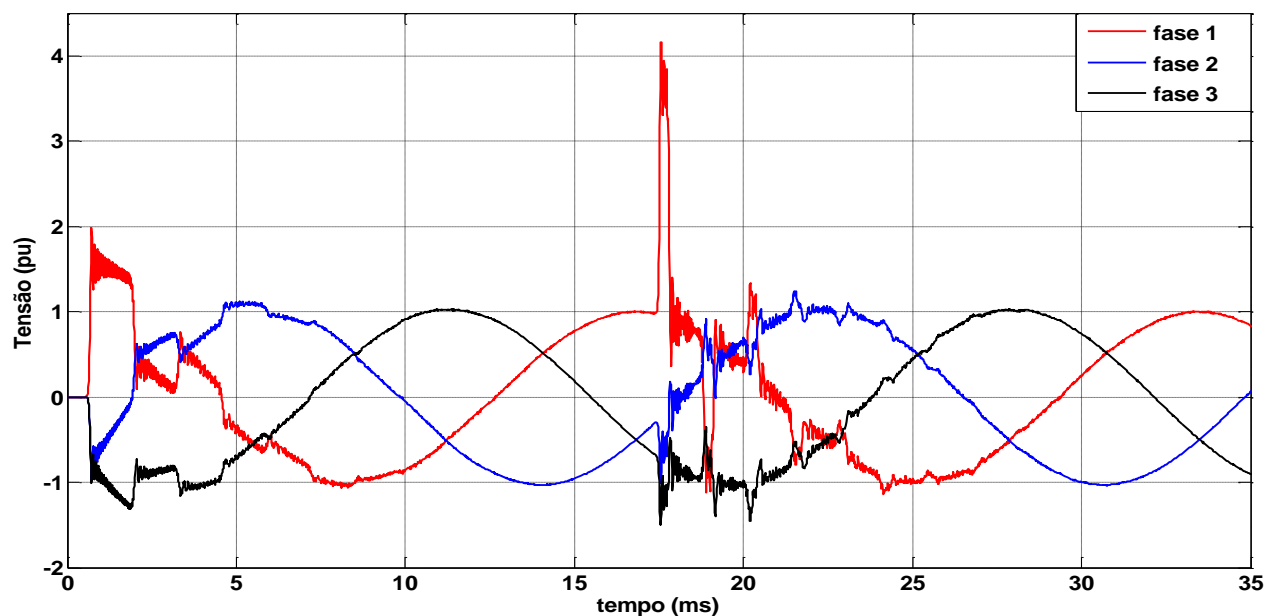
Figura 90 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros distribuídos.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Na figura 90, a tensão trifásica $V_B(t)$ obtida pelo ULM não apresenta oscilações espúrias, pois o método numérico usa as equações hiperbólicas diretamente no domínio da frequência. No segundo transitório, a tensão $V_B(t)$ atinge o valor de 4 pu na fase e devido a lei de Faraday-Lenz, são induzidas tensões nas fases 2 e 3. A figura 91 mostra a tensão trifásica $V_B(t)$ obtida para o modelo a parâmetros discretos sem filtros.

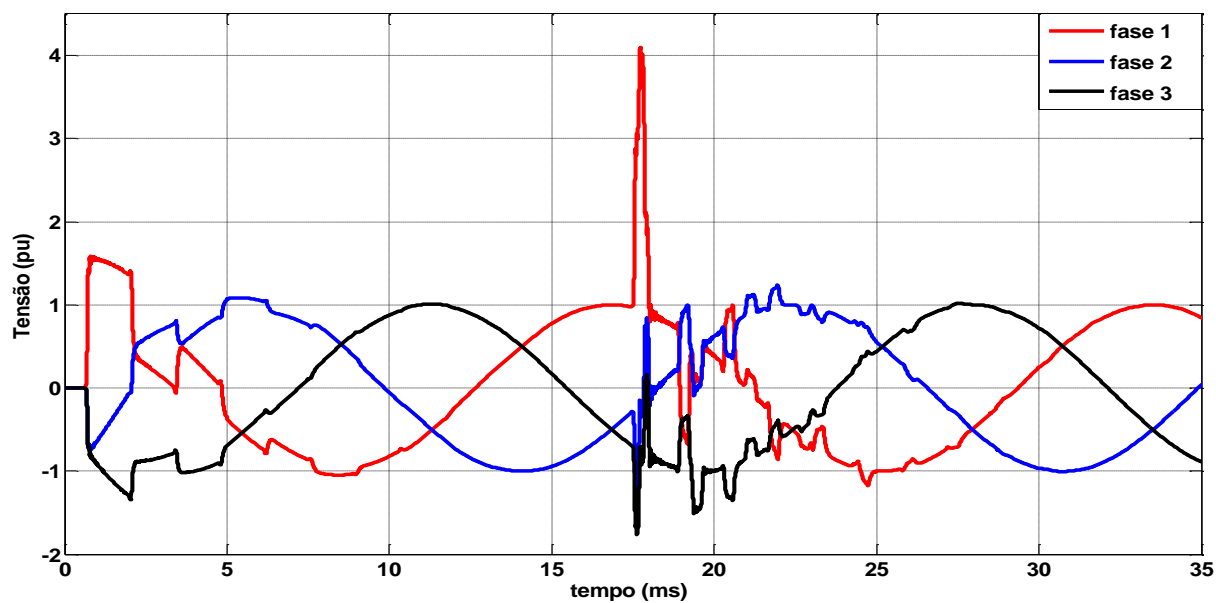
Figura 91 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros discretos.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A figura 92 mostra a tensão trifásica $V_B(t)$ obtida para o modelo a parâmetros discretos com os filtros passa-baixas adaptados.

Figura 93 – Tensões trifásicas obtidas com o modelo a parâmetros discretos com filtro passa-baixas adaptado



Fonte: Elaboração do próprio autor.

As oscilações espúrias foram significativamente reduzidas com o filtro passa-baixas proposto conforme mostra a figura 92 e as respostas obtidas se tornam semelhantes ao do modelo a parâmetros distribuídos. Após atingir o terminal receptor, a tensão se eleva para 4 pu e as tensões induzidas nas fases 2 e 3 obedecem a lei de Faraday-Lenz. O filtro proposto é inserido diretamente no modelo parâmetros discretos e as respostas obtidas são em tempo real. Mais filtros passa-baixas podem ser inseridos no modelo a parâmetros discretos, mas o deslocamento obtido será maior, dificultando a análise no domínio do tempo. No regime transitório. Outra característica importante consiste em que a frequência de corte é ajustável em função dos parâmetros utilizado. Assim uma vez conhecido o espectro de frequência das oscilações espúrias e seguindo o procedimento apresentado no apêndice I, são obtidos filtros com diversas frequências de corte. O deslocamento no tempo para as simulações é um fator inerente ao filtro passa-baixas e independe do tipo de filtro utilizando.

Assim foi proposto um novo modelo de linha de transmissão mais preciso e confiável que é desenvolvido diretamente no domínio do tempo e pode ser utilizado para estudos de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência.

9.5 Considerações

Neste trabalho foi verificado o método da decomposição modal aplicado para desacoplar uma linha trifásica em 3 linhas monofásicas independentes entre si para o estudo de transitórios eletromagnéticos.

As respostas obtidas pelo modelo a parâmetros discretos mostraram a presença de oscilações espúrias que ocorrem devido ao uso de elementos discretos na representação de linhas. Assim foram propostos filtros analógicos do tipo passa-baixas para reduzi-las em cada linha monofásica modal. Foram usados os filtros passa-baixas do tipo “ π ” adaptado e verificou-se que com dois filtros inseridos na linha modal, as oscilações espúrias foram reduzidas significativamente. Os resultados também mostraram que a inserção de filtros produzem

deslocamentos no tempo que devem ser considerados na análise transitória, porém em regime permanente, este deslocamento pode ser desprezado.

Os filtros analógicos apresentam a vantagem de ser inseridos diretamente no modelo a parâmetros discretos, sendo as simulações realizadas em tempo real, diferentemente dos filtros digitais, onde os sinais transitórios devem ser armazenados e em seguida filtrados para obter a resposta transitória. Assim os filtros propostos são uma válida alternativa para redução das oscilações espúrias e podem ser usadas para estudar transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão.

10 CONCLUSÕES GERAIS

Nesse trabalho foram propostos filtros passivos passa-baixas inseridos diretamente no modelo a parâmetros discretos para a redução das oscilações espúrias presentes nas simulações obtidas com este modelo.

Primeiramente foram apresentadas as equações diferenciais para tensão e corrente ao longo da linha de transmissão monofásica. A complexidade de sua resolução consiste em que os parâmetros da linha são distribuídos uniformemente ao longo do seu comprimento e deve-se também considerar o efeito da frequência sobre estes parâmetros, aumentando a dificuldade na sua resolução. Uma alternativa para solução destas equações consiste em aplicar a Transformada de Laplace nas equações diferenciais, gerando as equações hiperbólicas, que são equações algébricas de simples resolução. Uma vez obtidas as soluções, aplica-se a Transformada inversa de Laplace e as soluções são obtidas no domínio do tempo.

Para estudo de transitórios eletromagnéticos foram utilizados os modelos a parâmetros distribuídos e discretos. O modelo a parâmetros distribuídos utiliza as equações hiperbólicas no domínio da frequência, sendo denominado de *Universal Line Model* e usando Transformadas Inversas de Laplace, são obtidas as correntes e tensões da linha de transmissão. Este modelo tem a vantagem de incluir o efeito da frequência nos parâmetros elétricos da linha e pode-se utilizá-lo em fenômenos de transitórios de alta frequência, como por exemplo, descargas atmosféricas. O modelo a parâmetros discretos considera a linha de transmissão, cujos parâmetros são distribuídos, representada por uma cascata de circuitos, cujos parâmetros são concentrados. As equações e correntes ao longo da linha são descritas por equações de estado e são resolvidas por qualquer método de integração numérica. O modelo tem como vantagens como inserir elementos não lineares, incluir as perdas por Corona, faltas e ser diretamente desenvolvido no domínio do tempo, sem a utilização de transformadas inversas.

Nas simulações com o modelo a parâmetros discretos há oscilações espúrias, que ocorrem devido à representação da linha por parâmetros discretos, e independem do método numérico proposto para resolução das equações de estado. Filtros digitais do tipo FIR constituem

uma alternativa para reduzi-las, mas inicialmente é necessário simular a linha de transmissão, armazenar o transitório e em seguida aplicar o filtro digital.

Assim um filtro analógico do tipo passa-baixa foi proposto para mitigar as oscilações espúrias nas simulações do modelo a parâmetros discretos. Este filtro analógico apresenta a vantagem de ser inserido diretamente no modelo a parâmetros discretos e a filtragem é feita em *real-time*. O filtro LC tipo “ π ” adaptado mostrado no capítulo 8 reduziu significativamente as oscilações espúrias e foi utilizado para estudar transitórios eletromagnéticos numa linha trifásica. Uma das dificuldades encontradas consiste no cálculo da frequência de corte do filtro e quais os parâmetros R, L, e C a ser utilizado. Outro fato a ser ressaltado consiste que a linha de transmissão se comporta como um filtro passa-baixa naturalmente, conforme mostrado no capítulo 7. Esta frequência de corte depende da quantidade de circuitos π utilizados na representação da linha e de seu comprimento. Assim o cálculo exato do modelo a parâmetros discreto com os filtros inseridos se torna mais complexo.

As oscilações espúrias foram atenuadas consideravelmente utilizando os filtros passa-baixas propostos e as respostas obtidas são semelhantes das obtidas pelo modelo a parâmetros discretos com o ULM. Como desvantagem, os filtros propostos inserem deslocamento no domínio do tempo durante o regime transitório, mas em regime permanente não afetam a análise. Com todas as observações feitas, os filtros passa-baixas propostos resultam numa melhora no modelo a parâmetros discretos, pois as oscilações espúrias são significativamente reduzidas, tornando-o mais preciso e confiável para o estudo de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência.

10.1 Sugestões para trabalhos futuros

As propostas para trabalhos futuros consistem em:

- Determinar a frequência de corte para a linha de transmissão representada por parâmetros discretos e estabelecer uma equação da frequência de corte em função do número de circuitos π e o comprimento da linha;

- Testar outros filtros analógicos passa-baixas e verificar se há uma quantidade ideal de filtros a ser inseridos no modelo a parâmetros discretos;
- Reduzir o atraso provocado pelo filtro passa-baixas no modelo a parâmetros discretos.

10.2 Trabalhos publicados em anais de congresso / aceitos para congresso

- ARAUJO, A. R. J.; , SILVA, R. C.; , KUOKAWA, S. “ Representação de linhas de transmissão por elementos discretos: características, performance e restrições.” In: 10 LATIN-AMERICAN CONGRESS ON ELECTRIC POWER GENERATION, TRANSMISSION AND DISTRIBUTION – CLAGTEE, 15 CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, Viña del Mar, outubro 2013. Disponível em:< <http://www.clagtee2013.cl>>. Acesso em: 01/11/2014
- ARAUJO, A. R. J.;, SILVA, R. C.;, KUOKAWA, S. “ Comparação dos modelos a parâmetros discretos e distribuídos na representação de linhas trifásicas.” In: 5 SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SISTEMAS ELÉTRICOS-SBSE,5.,2014, Foz do Iguaçu, Simpósio Foz do Iguaçu. 2014. Disponível em:< <http://www.sbse.org.br/anais/>>. Acesso em: 01/11/2014
- ARAUJO, A. R. J., KUOKAWA, S. “ Redução das oscilações espúrias em linhas de transmissão trifásica usando filtros analógicos na transformação modal.” In: IEEE INDUSTRY APPLICATIONS SOCIETY Induscon 2014,Juiz de Fora, dezembro 2014. Disponível em:< <http://www.ufjf.br/induscon2014/>>. Acesso em 02/11/2014.

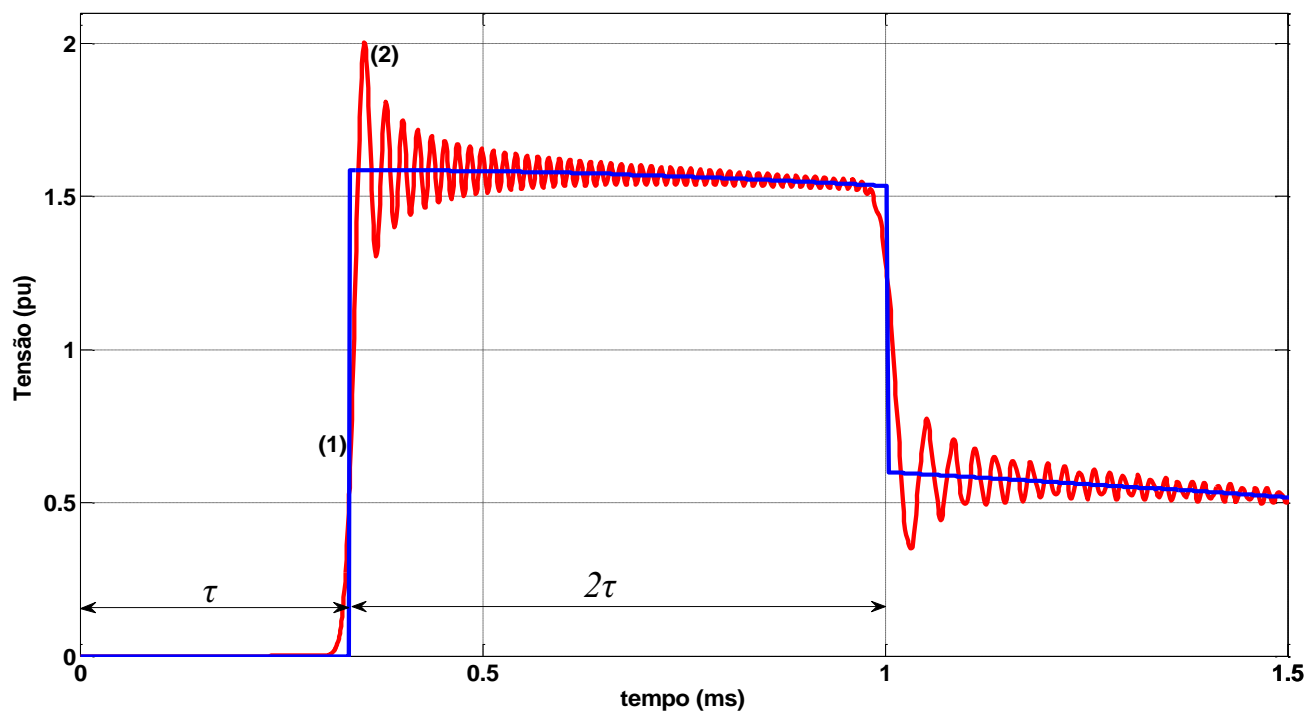
APÊNDICES

Apêndice I

A.1 Metodologia para cálculo da frequência de corte do filtro passa-baixas

Para determinar a frequência de corte do filtro, será seguida a metodologia apresentada a seguir. Na figura 93, as curvas 1 e 2 mostram respectivamente a tensão $V_B(t)$ obtida pelo modelo a parâmetros distribuídos com o *Universal Line Model* e o modelo a parâmetros discretos para uma linha monofásica com uma carga de 2000Ω no terminal receptor. Os parâmetros da linha são dados pela tabela 1.

Figura 93 – Tensão monofásica obtida com o modelo a parâmetros distribuídos (1) e discretos (2).



Fonte: Elaboração do próprio autor

Observa-se que as curvas são semelhantes, porém a curva 2 apresenta as oscilações espúrias de alta frequência. Definindo o tempo de viagem que consiste no tempo para a onda viajar do terminal emissor até o terminal receptor representado por τ , mostrado na figura 91, e dado pela equação (84):

$$\tau = \frac{d}{v} \quad T = \frac{1}{2\tau} \quad (84)$$

Na equação (84) d é o comprimento da linha e v é a velocidade de propagação da onda pela linha. Neste trabalho, define-se o período transitório de 2τ , como mostrado na figura 92. Com esta definição, pode-se obter a frequência do transitório eletromagnético F_0 como sendo:

$$F_0 = \frac{v}{2d} \quad (85)$$

Considerando que a frequência mais elevada das oscilações espúrias é um múltiplo da frequência do transitório eletromagnético. Neste modo definindo a frequência das oscilações espúrias como sendo F_1 , é possível escrever a relação:

$$F_1 = k F_0 \quad (86)$$

Na equação (86) k é um número inteiro. De (85) e (86) a frequência das oscilações espúrias pode ser escrita como função do comprimento da linha como sendo:

$$F_1 = k \frac{v}{2d} \quad (87)$$

Portanto das equações (84)-(85) a frequência de corte F_c para o filtro passa-baixa deve ser estabelecida entre o seguinte intervalo de frequência:

$$\frac{v}{2d} < F_c < k \frac{v}{2d} \quad (88)$$

Assim para o projeto do filtro passa-baixas foi escolhido um $k=30$. Esse valor resulta do número de oscilações presente no intervalo 2τ do transitório. Vale ressaltar que esta frequência se refere apenas à *frequência de corte do filtro passa-baixas* e não do circuito equivalente do filtro inserido na linha de transmissão monofásica. A linha de transmissão, como mostrado no capítulo 7 se comporta como um filtro passa-baixas que depende do seu comprimento e da quantidade de circuitos π usados na sua representação por parâmetros discretos. Considerando o comprimento

da linha d de 100 km e a velocidade v , como sendo a velocidade da luz aproximadamente, de 300.000 km/s, a condição (88) resulta:

$$1500 < F_c < 45000 \text{ (Hz)}$$

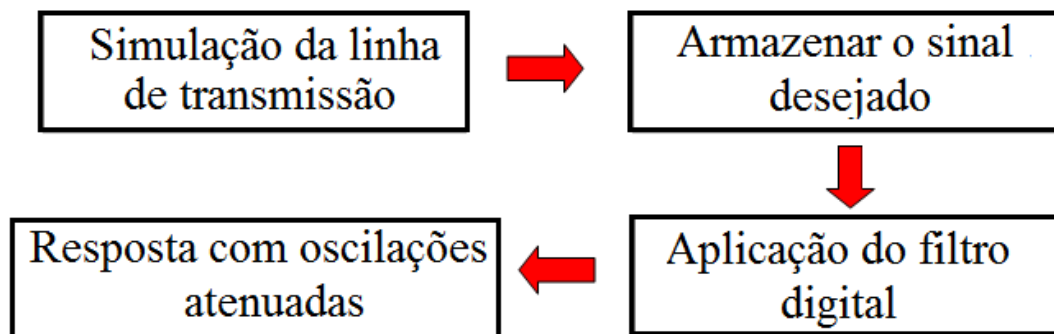
Para cada configuração do filtro passa-baixas apresentado no capítulo 8, será projetado para que a sua frequência de corte esteja dentro deste intervalo de frequência. A partir desta frequência, serão construídos filtros analógicos com elementos passivos que dependeram da configuração de cada filtro.

Apêndice II

A.1 Filtro digital do tipo FIR

Nesta seção será proposto um filtro digital para eliminação das oscilações espúrias observadas nas simulações dos capítulos anteriores. O filtro digital FIR (Finite Impulse Response) foi proposto para o processamento dos sinais obtidos do modelo a parâmetros discretos e que apresentam oscilações indesejadas inerentes (COSTA et al, 2013). Uma característica do filtro digital é que ele é pós-processado, ou seja, primeiramente deve-se simular a linha de transmissão, armazenar o sinal desejado e em seguida aplicar o filtro digital, conforme mostra a figura 94.

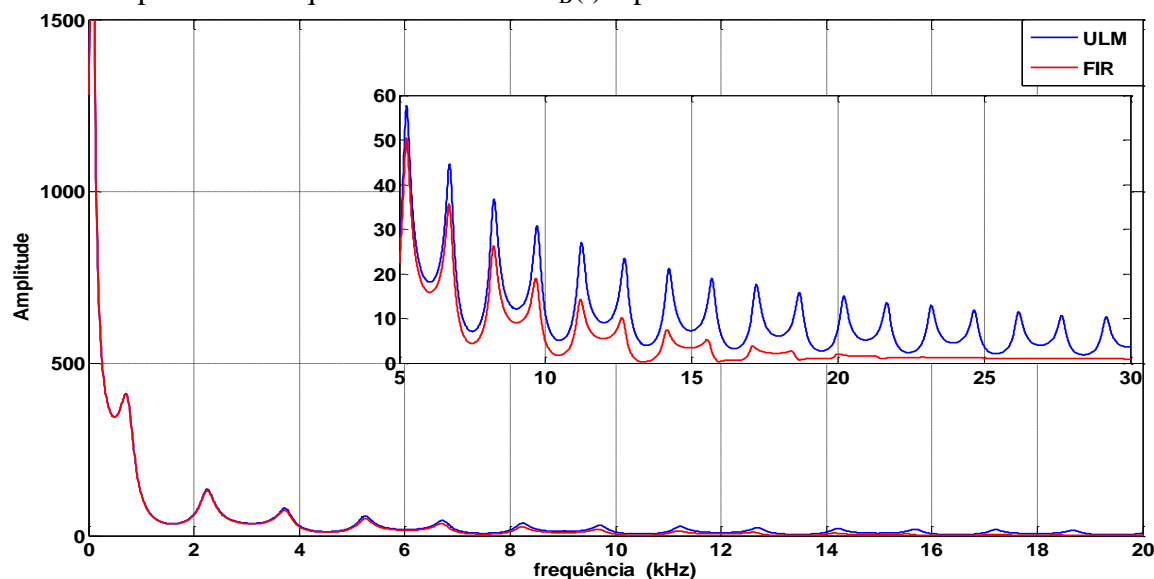
Figura 94 – Diagrama para aplicação do filtro digital.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

A linha transmissão de 100 km foi representada pela quantidade de 100 circuitos π conectados em cascata e serão obtidas as respostas da tensão $V_B(t)$ com e sem a aplicação do filtro FIR e também foi utilizado o modelo a parâmetros distribuídos. As figuras 94 e 95 mostram a tensão $V_B(t)$ obtidas para uma linha de transmissão monofásica energizada por uma fonte de tensão alternada senoidal e com uma carga de 2000Ω no terminal receptor.

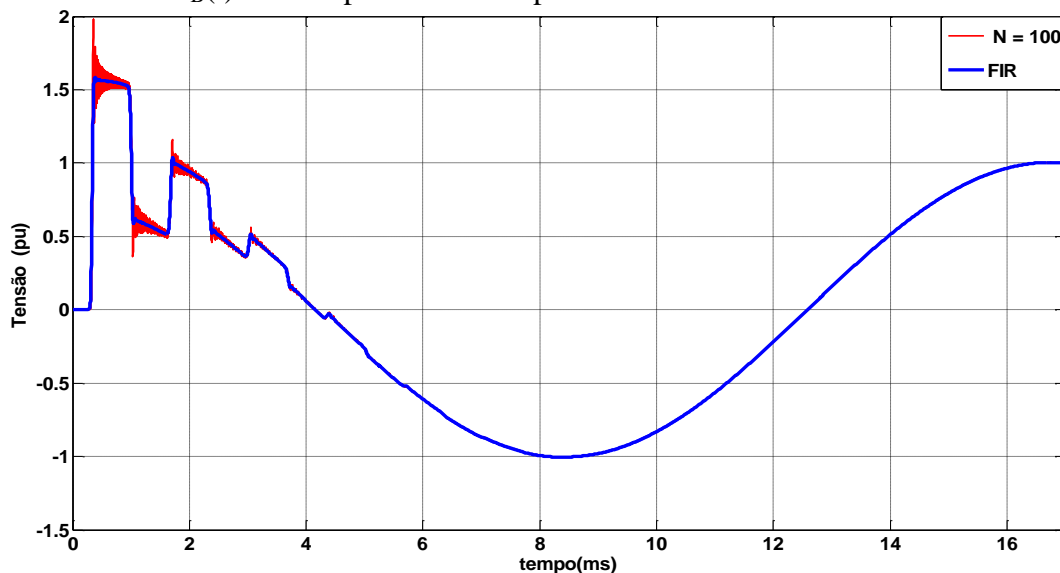
Figura 96 – Espectro da frequência da tensão $V_B(t)$ a parâmetros distribuídos e com filtro FIR.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

O espectro da tensão obtida pelo filtro digital apresenta suas componentes de altas frequências atenuadas, confirmando a redução das oscilações espúrias no domínio do tempo. A figura 97 mostra as tensões obtidas pelo modelo a parâmetros discretos com e sem a aplicação do filtro digital FIR.

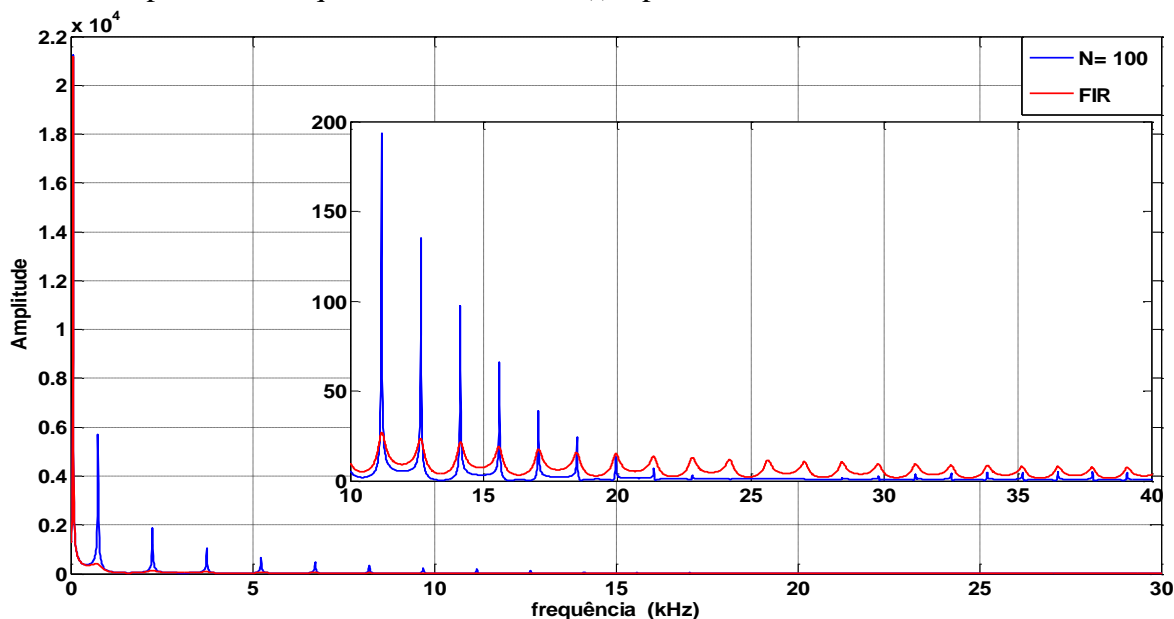
Figura 97 – Tensão $V_B(t)$ obtidas pelo modelo a parâmetros discretos e com o filtro FIR.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Como esperado o filtro digital (curva azul) reduziu significativamente as oscilações espúrias comparada com a resposta obtida para a linha representada por parâmetros discretos (curva vermelha). Esse fato é corroborado com o espectro das tensões da figura 97 mostrado na figura 98.

Figura 98 – Espectro da frequência da tensão $V_B(t)$ a parâmetros discretos e com filtro FIR.



Fonte: Elaboração do próprio autor.

Nessa seção foram apresentadas as simulações da tensão $V_B(t)$ da linha de transmissão obtida para uma linha com carga resistiva em seu terminal receptor. A linha foi representada pelos modelos a parâmetros discretos e a parâmetros distribuídos. Uma vez obtida resposta do modelo a parâmetros discretos, a resposta foi pós-processada por filtro digital FIR (Finite Impulse Response) para eliminação das oscilações espúrias presentes no modelo a parâmetros discretos. O filtro digital FIR proposto atenuou as componentes de altas frequências. Assim no domínio do tempo essas oscilações foram atenuadas, melhorando a resposta obtida no domínio do tempo e tornando-a mais próxima da resposta ideal. Uma desvantagem do filtro digital é que se devem obter todos os sinais desejados e em seguida processá-los usando o filtro digital. O filtro passivo inserido diretamente no modelo a parâmetros discretos apresenta a vantagem de ser implementado diretamente no modelo, sendo as simulações realizadas em tempo real, além de se escolher a frequência de corte desejada utilizando apenas os parâmetros do filtro. Uma

desvantagem observada consiste no deslocamento causado nas respostas e que devem ser consideradas para análises dos resultados.

A.2 Conclusões

O filtro digital do tipo FIR atenuou as oscilações espúrias, tornando-os semelhantes às respostas obtidas pelo modelo a parâmetros distribuídos usando o ULM. Uma desvantagem do filtro digital é que este é pós-processado, ou seja, devem-se obter os sinais primeiramente, armazená-los e em seguida aplicar o filtro digital. As respostas obtidas com o filtro digital mostraram que as oscilações espúrias foram atenuadas e não há deslocamento nas respostas. O filtro passivo passa-baixas proposto no modelo a parâmetros discretos apresenta a vantagem de ser inserido diretamente no modelo, reduzindo o tempo de simulação, além de se escolher a frequência de corte desejada utilizando apenas os parâmetros do filtro, porém apresentam deslocamentos que devem ser consideradas para análises dos resultados. Assim o filtro passivo passa-baixas pode ser inserido no modelo a parâmetros discretos da linha e ser utilizado para o estudo de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão.

REFERÊNCIAS

AMETANI, A. “The history and recent trends of transient analysis in transmission lines” In: THE INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEMS TRANSIENTS-IPST,13, 2013
University of British Columbia, Conference, Vancouver, Canada, 2013.

A-ARAUJO, A.R.J.; SILVA, R. S.; KUROKAWA, S. “Representation of transmission lines: A comparison between the models distributed parameters and lumped parameters”. **Revista IEEE América Latina**, Piscataway, v. 11, n.4, p. 1047-1052, junho 2013.

B-ARAUJO, A.R.J.; SILVA, R. S.; KUROKAWA, S. " Using Universal Line Model (ULM) for representing three-phase lines", **Energy and Power Engineering**, Irvine,v.5, p. 1159-1164, 2013.

ARAUJO, A.R.J.; SILVA, R. S.; KUROKAWA,S. "Using Universal Line Model (ULM) for simulating electromagnetic transients in three-phase transmission lines’”, **Revista IEEE América Latina**, v. 12, n.2, p. 190-196, março 2014.

BUSH V.;Wiener N. **Operational Circuit Analysis**, Wiley, Wiley & Sons, J. 1929.

BUDNER, A. “Introduction of frequency-dependent line parameters into an electromagnetic transients program”. **IEEE Trans. Power App. And Systems**, Piscataway, v. PAS-89, n. 1, p. 88-97, janeiro 1970.

COLVIN, D. H. “Computationally efficient method of calculations involving lumped - parameter transmission - line models”, **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, New York, v. EMC 27, n. 1, p. 41-43, fevereiro 1985.

COSTA, E. C. M.; KUROKAWA, S.; SHINODA, A. A.; PISSOLATO, J. “Digital filtering of oscillations intrinsic to transmission line modeling based on lumped parameters”. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, London, v. 44, n.1, p. 908-915, janeiro 2013.

DOMMEL, H. W., “Digital computer of electromagnetic transients in single and multiphase networks”, **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v.PAS-88, n. 4, p. 388-399, abril 1969.

DOMMEL, H. W., “EMTP Theory Book”, Microtran Power System Analysis Corporation, Vancouver, British Columbia, 1996.

FUCHS, Rubens Dario. “Transmissão de energia elétrica: Linha aéreas, teoria das linhas em regime permanente”. 2ed. Rio de Janeiro: Editora Livros Técnicos e Científicos Editora Escola Federal de Engenharia de Itajubá, 1979.p.281-448.

GUSTAVSEN, B.;MORCHED, A.; TARTIBI, M."A universal model for accurate calculation of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables", **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 14, n. 3, p. 1032-38,julho 1999.

GUSTAVSEN, B. "Avoiding numerical instabilities in the universal line model by two-segment interpolation scheme", **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 28, n. 3, p. 1643-51,julho 2013.

GUSTAVSEN, B. “Validation of frequency dependent transmission line models”, **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 20, n. 2, p. 925-933, abril 2005.

KUROKAWA S. et al, “Representação de linhas de transmissão por meio de variáveis de estado levando em consideração o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais”, **Revista Controle & Automação**, Heidelberg, v. 18, n. 3, p. 337-346, julho, agosto, setembro, 2007 .

KUROKAWA, S.YAMANAKA, F.N.R., PRADO, A.J., P.ISSOLATO, J.," Inclusion of the frequency effect in the lumped parameters transmission line model: State space formulation". **Electric Power Systems Research**, Hampton, v. 79, n.7, p. 1155-1163, julho 2009.

KUROKAWA, S.; SILVA, R. C. "Alternative model of three-phase transmission line theory-based modal decomposition", **Revista IEEE América Latina**, Piscataway, v. 10, n.5, p. 2074-2079, setembro 2012.

MA, S.; Xu, B.; Bo, Z.; Klimberk A. "The reaserch on lumped parameter equivalent circuit of transmission line". In :INTERNATIONAL CONFERENCE -ADVANCES IN POWER SYSTEM CONTROL, OPERATION AND MANAGEMENT , APSCOM,8, 2009, Hong Kong, 2009, p 1-5.

MÁCIAS, J. A. R.; EXPÓSITO, A. G.; SOLER, A. B. "A comparison of techniques for state-space transient analysis of transmission lines", **IEEE Transactions on Power Delivery**, Piscataway, v. 20, n. 2, p. 894-903, abril 2005.

MAMIS, M. S. "Computation of electromagnetic transients on transmission lines with nonlinear components", **IEEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution**, Stevenage, 150, n. 2, p. 200-203, março 2003.

MORENO, P. et al. "Implementation of the numerical Laplace transform: A review". **IEEE Transactions On Power Delivery**, Piscataway, v. 23, n. 4, p.2599-2609, outubro 2008.

NELMS, R. M. e at. "Using a personal computer to teach power system transients", **IEEE Transactions on Power Systems**, Piscataway, v. 4, n. 3, p. 1293-1297, agosto 1989.

NILSSON, J.W; RIEDEL, S.A. Circuitos elétricos, 6 ed., Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, capítulo14, p. 467.

ROMANO, H. D., "Filtros e Linhas", 2 ed. Rio de Janeiro: Editora Livros Técnicos e Científicos, 1982.

SADIKU, M.; ALEXANDER, C. K. 'Fundamentals of Electric circuits" 4 ed. New York, Mc Graw Hill Education, 2009, p. 637.

TAVARES, M. C.; PISSOLATO, J.; PORTELA, C.M. “ Mode domain multiphase transmission line model-use in transient studies”, **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 14, n. 4, p. 1533-1544, outubro 1999.

ZANETA JUNIOR, L. C., Transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência, São Paulo, Edusp Editora, 2003.