



Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

TESE DE DOUTORADO

IFT-T.005/02

**Busca de Nova Física em Fábricas de Neutrinos, no
CERN-LEP e na Nova Geração de Aceleradores
Lineares.**

André Gusso

Orientador

Prof. Dr. Sérgio Ferraz Novaes

Co-orientador

Dr. Eduardo de Moraes Gregores

Abril 2002

Agradecimentos

Agradeço à minha família, especialmente a meus pais Diógenes Silmar Gusso e Leonilda Gusso, pelo apoio que sempre me deram.

Ao meu orientador, Sérgio Ferraz Novaes, por compartilhar comigo a sua experiência e conhecimentos acumulados ao longo de anos de estudo e trabalho.

Ao Eduardo Gregores, que desempenhou um papel muito especial durante meu doutorado.

Ao Oscar J. P. Éboli, pelo apoio junto à FAPESP.

À M. C. Gonzalez–Garcia, pela orientação durante minha estada no IFIC em Valência.

Aos colegas no IFT, pelas discussões concernentes à física que praticamos e também pelos muitos momentos de descontração propiciados e que são tão necessários à nossa vida.

Aos amigos e amigas que fiz na Espanha, principalmente ao meu grande amigo Juanjo.

A todos os professores que auxiliaram em minha formação acadêmica.

Aos funcionários do IFT.

À FAPESP, grande fomentadora do meu trabalho.

À CAPES, pela bolsa de doutorado sanduíche.

Resumo

Analizamos o potencial do LEP e da nova geração de aceleradores lineares de altas energias na descoberta de biléptons escalares e vetoriais, bem como o potencial de uma fábrica de neutrinos na detecção de física além do Modelo Padrão, tanto com, como sem violação de CP. Ambas análises foram realizadas empregando-se um formalismo independente de modelo.

Abstract

We analyzed the potential of both LEP and the new generation of high-energy linear colliders to discover both scalar and vectorial bileptons, as well as the potential of a neutrino factory in the detection of physics beyond the standard model, with and without CP violation. Both analysis were carried out by employing a model independent formalism.

Conteúdo

Introdução	1
1 Testes do Modelo Padrão	4
2 LEP, LHC e a Nova Geração de Aceleradores Lineares	11
2.1 LEP e LHC	11
2.2 Nova geração de aceleradores e^+e^-	13
2.2.1 Aproximação de partícula equivalente	22
3 Busca por Biléptons em Colisões Elétron-Pósitron e Elétron-Fóton	26
3.1 Interações com léptons	27
3.2 Limites do LEP	29
3.3 Busca na futura geração de aceleradores lineares	35
3.3.1 Biléptons em colisões e^+e^-	36
3.3.2 Biléptons em colisões $e\gamma$	39
3.3.3 Biléptons em colisões e^-e^-	43
4 Neutrinos Massivos: A Solução para Nossos Problemas?	45
4.1 O problema dos neutrinos solares	45
4.2 Anomalia dos neutrinos atmosféricos	48
4.3 Modelos para as massas dos neutrinos	50

5	Oscilação de Neutrinos	55
5.1	Matriz de mistura	55
5.2	Oscilação no vácuo	59
5.2.1	Um exemplo com dois sabores	65
5.3	Oscilação de neutrinos na presença de matéria	67
5.3.1	Potencial efetivo	68
5.3.2	Massas e ângulos de mistura efetivos	70
5.3.3	O efeito MSW	74
5.3.4	N sabores	78
5.4	Limites sobre os parâmetros de oscilação	79
5.4.1	Limites atuais	79
5.4.2	O futuro: fábrica de neutrinos	84
6	Violação de CP em Oscilações de Neutrinos	86
6.1	Novas fontes de violação de CP nas interações de neutrinos	87
6.2	Probabilidade de transição no vácuo	91
6.3	Violação de CP no vácuo	94
6.3.1	Resultados analíticos	94
6.3.2	Análise numérica	97
6.4	Probabilidade de transição na matéria	100
6.5	Violação de CP na presença de matéria	102
6.5.1	Análise numérica	104
6.6	Sensibilidade de uma fábrica de neutrinos	107
6.7	Limites fenomenológicos sobre os ϵ	113
6.7.1	Limites para o modelo com simetria <i>Left-Right</i>	115
6.7.2	Limites para o modelo 331	117
7	Conclusão	121

Apêndices	124
A Os Modelos <i>Left-Right</i> e 331	125
A.1 O modelo com simetria <i>Left-Right</i>	125
A.2 O modelo 331	128
A.2.1 Conteúdo fermiônico	129
A.2.2 Setor escalar e massa dos férmions	129
A.2.3 Bósons de gauge	133
B Efeitos da Nova Física na Presença de Matéria	136
Bibliografia	143

Introdução

A fenomenologia de partículas elementares corresponde a uma área da física muito ampla e complexa. Requer que usemos da mecânica quântica, quando tratamos de fenômenos como a oscilação do sistema $K^0 - \overline{K}^0$, ou na oscilação entre os distintos sabores dos neutrinos, da cinemática relativística em todos os processos de colisão a altas energias, da teoria quântica de campos em quase todas as situações. Requer, ainda, o conhecimento de experimentos que já foram, dos que estão sendo e dos que serão realizados.

Analisando os resultados experimentais, podemos validar ou restringir modelos teóricos, ou ainda, descartá-los completamente. Analisando o que sabemos hoje, podemos estimar o que poderemos ou não saber no futuro através de diferentes experimentos, tornando-os absolutamente necessários ou completamente inúteis.

O Modelo Padrão, baseado na simetria de gauge $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ [1], continua a ser o nosso paradigma. Como mostramos no capítulo 1, os resultados experimentais para um grande número de observáveis concorda perfeitamente com as previsões do modelo. Entretanto, sua estrutura está sendo abalada pelos resultados de experimentos envolvendo neutrinos solares e atmosféricos, bem como aqueles produzidos por reatores nucleares e aceleradores de partículas, o quais indicam a necessidade de mudanças. Estamos, neste momento, diante das mais claras evidências de que o que convencionou-se chamar de Modelo Padrão está incompleto. Mas, outros rumores já existiram no passado. No período em que o trabalho desta tese foi realizado, tanto as medidas para a carga-frac do Césio 133 [2], como a do momento magnético anômalo do muon [3] discordaram das previsões teóricas por aproximadamente duas vezes e meia o desvio

padrão teórico-experimental. Muitos tomaram tais medidas como evidências de física além do Modelo Padrão [4, 5, 6]. Entretanto, análises subsequentes demonstraram que os desvios, em ambos os casos, eram de fato menores [7], a ponto de não podermos tomá-los como evidências de nova física.

Diante de fatos como estes, acabamos nos tornando mais céticos e precavidos. Acabamos por nos perguntar – seriam as evidências provenientes dos experimentos com neutrinos igualmente falsas? A resposta, para nossa surpresa, talvez seja que as evidências são verdadeiras, uma vez que, um experimento após o outro tem contribuído para estabelecer claras diferenças entre as previsões teóricas e as medidas [8, 9, 10].

Assim, se existe nova física, além do Modelo Padrão, que física seria esta? Muitos são os modelos concebidos pelos físicos teóricos e ainda não podemos saber qual deles explicará melhor a natureza, se é que algum deles realmente o fará. Alguns desses modelos prevêem a existência de certas partículas muito peculiares, os biléptons. Estas partículas, que podem ser tanto bósons escalares como vetoriais, podem carregar duas unidades de número leptônico e de carga elétrica. São, portanto, muito distintas daquilo que temos no Modelo Padrão. Encontrá-las seria uma clara evidência de nova física.

Existe uma grande chance de que os biléptons previstos em vários modelos sejam observados no LHC. Se estas partículas forem realmente observadas, é possível que as vejamos novamente nos aceleradores lineares de nova geração, que estão sendo planejados. Neles poderemos estudá-las mais detalhadamente, empregando a polarização dos feixes de elétrons e pósitrons, bem como dos possíveis feixes de fótons, produzidos através do espalhamento Compton. Existe, ainda, a possibilidade de que os biléptons não sejam detectados no LHC e sim, apenas nos aceleradores lineares. Portanto, é importante sabermos qual o potencial da nova geração de aceleradores lineares na detecção de biléptons.

Após revermos, no capítulo 2, as contribuições legadas pelo LEP ao entendimento do Modelo Padrão, do potencial do LHC na descoberta de nova física e da futura geração de aceleradores lineares na análise mais aprofundada do Modelo Padrão, no capítulo 3, analisamos

o potencial da nova geração de aceleradores operando nos modos e^+e^- e $e\gamma$, na observação de biléptons.

Além de poderem ser detectados nos aceleradores lineares, os biléptons também podem afetar medidas em outros experimentos. Biléptons de carga simples poderiam, por exemplo, afetar o processo de produção de neutrinos na futura fábrica de neutrinos. Projetadas para permitirem o estudo preciso do processo de oscilação entre distintos sabores, as medidas realizadas em uma fábrica de neutrinos também são sensíveis a outros efeitos de física além do Modelo Padrão. Após apresentarmos uma revisão dos fundamentos teóricos e dos resultados experimentais associados ao fenômeno da oscilação de neutrinos nos capítulos 4 e 5, analisamos, no capítulo 6, o potencial de uma fábrica de neutrinos na medida de efeitos de nova física que podem estar presentes nos processos de produção e detecção dos neutrinos.

Capítulo 1

Testes do Modelo Padrão

O Modelo Padrão (MP) [1] é considerado, já a muitos anos, como o modelo correto para descrevermos a natureza até uma escala de energia da ordem de algumas centenas de GeV. Queremos, neste capítulo, rever até que ponto o MP já foi testado e quão bem sucedido ele tem sido na descrição da natureza. É importante que façamos isto agora, porque no restante desta tese, falaremos da busca de física além do MP e devemos colocar essa busca numa perspectiva que contemple os sucessos e insucessos do MP.

Muitos experimentos já foram realizados até o momento com o objetivo de testar o MP. Desde experimentos relativamente simples, como a medida da violação de paridade atômica no Césio [2] até os grandes aceleradores como o LEP do CERN, o SLC do SLAC, o Tevatron do Fermilab e o HERA no DESY. Muitas são as quantidades medidas e comparadas com a previsões do MP. Algumas testam exclusivamente o setor eletrofraco do modelo, outras apenas o setor forte, enquanto outras testam ambos setores do modelo.

As quantidades fundamentais em qualquer análise do MP são¹ :

- A constante de estrutura fina α , cujo valor experimental foi determinado a partir de medidas do momento magnético anômalo do elétron e do pósitron e do efeito Hall quântico, entre outras medidas. Seu valor experimental é $\alpha = 1/137.03599976(50)$.

¹Todos os resultados experimentais que não contenham uma referência específica foram retirados do *Review of Particles Physics* [11].

- A constante de Fermi, $G_F = 1.16637(1) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$, determinada a partir do tempo de vida do muon.
- A massa do Z , $M_Z = 91.1876 \pm 0.0021 \text{ GeV}$, determinada a partir da análise da curva de ressonância obtida no LEP-I.

Estas três quantidades foram escolhidas como os parâmetros de entrada para os ajustes globais aos dados experimentais. A partir destas quantidades podemos determinar os valores do ângulo de Weinberg e da massa do bóson W a nível de árvore. Entretanto, dada a precisão dos dados experimentais, faz-se necessário considerar as correções radiativas, ao menos a nível de um *loop*, o que introduz novos parâmetros: a massa do *Higgs* e a do quark *top*. Entretanto, ainda não foi possível realizar a medida direta da massa do Higgs e a massa do *top* é conhecida com pouca precisão, assim, outros dois parâmetros são escolhidos no seu lugar, quais sejam, o ângulo de mistura de Weinberg, $\sin^2 \theta_W$, e a massa do W .

Antes de prosseguirmos, é necessário esclarecer que os resultados aqui apresentados foram obtidos considerando-se o esquema de renormalização $\overline{\text{MS}}$. Por consistência, devemos apresentar os resultados sempre dentro de um determinado esquema de renormalização.

Muitos testes importantes do MP resultaram das medidas realizadas no LEP e no SLC, quando estes operaram no pólo do Z . Estas quantidades são a massa do Z (M_Z) a largura de decaimento total do Z (γ_Z) e as larguras parciais $\gamma(f\bar{f})$, onde $f = e, \mu, \tau, \text{hadrons}, b, c$. Neste caso, é conveniente o uso das variáveis $R_\ell = \gamma(\text{had})/\gamma(\ell^+\ell^-)$, $\sigma_{\text{had}} = 12\pi\gamma_{e^+e^-}\gamma_{\text{had}}/M_Z^2\gamma_Z^2$, $R_b = \gamma(b\bar{b})/\gamma(\text{had})$ e $R_c = \gamma(c\bar{c})/\gamma(\text{had})$, que são pouco correlacionadas experimentalmente. Ademais, contamos com as medidas das assimetrias no pólo do Z como a assimetria de violação de paridade,

$$A_{LR} = \frac{\sigma_L - \sigma_R}{\sigma_L + \sigma_R}, \quad (1.1)$$

onde $\sigma_L(\sigma_R)$ correspondem às seções de choque para elétrons de mão-esquerda(-direita). Esta assimetria também costuma ser denotada apenas como A_f , onde f indica o férmion no estado

final. Também foi medida a assimetria *forward-backward* no processo $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$,

$$A_{FB}^f = \frac{\sigma_F - \sigma_B}{\sigma_F + \sigma_B}, \quad (1.2)$$

onde $\sigma_F(\sigma_B)$ corresponde à seção de choque para a produção do férmion f indo para frente(para trás) em relação a direção do elétron do feixe inicial.

Na tabela 1, apresentamos os resultados para as medidas das quantidades de que falamos acima, bem como de outras das quais trataremos em seguida. Nesta tabela também pode se ver a predição do MP, baseada nos parâmetros de entrada mencionados anteriormente.

Existem muitas outras observáveis de interesse para um teste do Modelo Padrão. A medida da violação atômica de paridade (v.a.p.), por exemplo. Medidas foram realizadas para vários átomos, mas os resultados mais precisos são obtidos para átomos relativamente pesados, como o Césio 133. A medida da v.a.p. no caso de átomos pesados também apresenta a vantagem de que podemos associá-la à medida de uma quantidade semelhante à carga elétrica, qual seja, a carga fraca, que é dada aproximadamente por $Q_W \approx Z(1 - 4\sin^2\theta_W) - N$, onde Z e N correspondem ao número de prótons e neutrons no átomo, respectivamente. Esta semelhança com a carga elétrica decorre do fato de que Q_W está associada à intensidade com que um elétron da eletrosfera sente a presença da força-fraca mediada pelo bóson Z , trocado entre aquele e os quarks do núcleo atômico. Desde a última medida realizada para o átomo de Césio [2] até muito recentemente [7], considerou-se que haveria uma discrepância de até 2.5σ entre a predição do MP e a medida. Esta discrepância foi reduzida a somente 1σ dada a melhorias na previsão teórica [7].

As medidas de momentos magnéticos anômalos (m.m.a), bem como momentos dipolares elétricos (m.d.e) ou eletrofracos (m.d.e.f) são muito importantes para testar as correções radiativas ao MP. Até o presente momento, podemos apenas estabelecer limites superiores para os m.d.e e m.d.e.f. de partículas fundamentais, como os léptons carregados. A importância das medidas dos m.m.a do elétron e do muon vem do fato de que elas estão entre as mais precisas já realizadas em toda a física. Elas testam a QED até oitava ordem (α^4) no caso do elétron

[13] e até décima ordem (α^5) no do muon [14], além de, principalmente no caso do muon, serem sensíveis a correções radiativas devidas ao setor forte e eletrofraco do MP. De forma semelhante ao que ocorreu na recente medida de Q_W do Césio, os últimos resultados para a medida do m.m.a do muon apresentaram uma considerável discrepância em relação à predição teórica [3], que foi tomada por muitos como clara evidência para a existência de nova física [6]. Entretanto, ao reavaliar-se as contribuições hadrônicas, o resultado experimental e a predição teórica foram novamente reconciliados. Mais exatamente, o desvio que antes era de 2.6σ foi reduzido para 1.6σ [15].

Importantes leis presentes no MP, como a conservação do número leptônico total, dos números leptônicos do e , μ e τ ² isoladamente, bem como do número bariônico, também foram testadas através da busca de processos que violassem tais leis. Processos como o decaimentos $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$, $\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^-$, $\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^-$ e tantos outros, ou então a conversão do muonium em antimuonium, todos eles processos que violam sabor. Nenhum desse processos foi observado, de modo que o sabor leptônico é conservado continua válida. No campo da conservação do número leptônico total, resultados controversos da medida do decaimento beta duplo foram divulgados recentemente [16]. A controvérsia, no entanto, não nos permite afirmar que estejamos realmente diante de uma evidência de violação do número leptônico [17].

Vemos que, excetuando A_{FB}^b , a qual apresenta um desvio de 3.2σ em relação ao MP, todas as demais medidas estão de acordo com o previsto. Então, de fato, não temos nenhuma evidência experimental de que o Modelo Padrão seja uma teoria incompleta? Muito pelo contrário. Hoje, temos fortes evidências de que o MP necessita ser modificado para que sigamos tendo uma explicação coerente da natureza. Estas evidências, que expomos no capítulo 4, vêm de experimentos com neutrinos e a modificação necessária seria a de passar a considerar que os neutrinos tem massa.

Mas, além desta forte evidência experimental, existem alguns argumentos teóricos para

²Em muitas ocasiões nos referiremos aos números leptônicos do e , μ e τ como sabores dos léptons, uma terminologia muito empregada em se tratando de léptons. Apenas devemos ter claro que, por exemplo, e e ν_e possuem o mesmo sabor, mas diferem de μ .

Tabela 1.1: Tabela comparativa dos resultados experimentais e previsões teóricas. O desvio é dado em unidades de σ experimental.

Quantidade	Medidas	Modelo Padrão	Desvio
m_t (GeV)	174.3(5.1)	175.3(4.4)	-0.2
M_W (GeV)	80.446(40)	80.391(19)	1.0
M_Z (GeV)	91.1876(21)	91.1874(21)	0.1
γ_Z (GeV)	2.4952(23)	2.4966(16)	-0.7
$\gamma_{\text{(had)}}$ (GeV)	1.7444(20)	1.7429(15)	0.8
$\gamma_{\text{(inv)}}$ (MeV)	499.0(1.5)	501.76(14)	-1.8
$\gamma_{(\ell^+\ell^-)}$ (MeV)	83.984(86)	84.019(27)	-0.4
$\sigma_{\text{(had)}}$ (nb)	41.541(37)	41.477((14)	1.7
R_e	20.804(50)	20.744(18)	1.7
R_μ	20.785(33)	20.744(18)	1.2
R_τ	20.764(45)	20.790(18)	-0.6
R_b	0.21664(68)	0.21569(16)	1.4
R_c	0.1729(32)	0.17230(7)	0.2
A_{FB}^e	0.0145(25)	0.01637(26)	-0.8
A_{FB}^μ	0.0169(13)(10)	0.01637(26)	0.4
A_{FB}^τ	0.0188(17)	0.01637(26)	1.4
A_e	0.15138(216)	0.1478(12)	1.7
A_μ	0.142(15)	0.1478(12)	-0.4
A_τ	0.1439(41)	0.1478(12)	-0.9
A_{FB}^b	0.0982(17)	0.1036(8)	-3.2
A_{FB}^c	0.0689(35)	0.0740(6)	-1.5
A_b	0.921(20)	0.9347(1)	-0.7
A_c	0.667(26)	0.6681(5)	-0.0
$\sin^2 \theta$	0.2322(10)	0.23143(15)	0.8
$Q_W(\text{Cs})$	$-72.65 \pm 0.28 \pm 0.34$	-73.10 ± 0.03	1.0

a existência de física além do Modelo Padrão, muito possivelmente a uma escala de energia pouco superior a escala eletrofraca. A mais contundente diz respeito à naturalidade do MP. Caso a nova física surja apenas a uma escala de energia Λ , muito superior a escala eletrofraca de ~ 100 GeV, faz-se necessário que a natureza seja muito generosa e precisa. Isto porque as correções radiativas à auto-energia do bóson de Higgs, que quase certamente decorrerão da presença de nova física, apresentam uma dependência com o quadrado da escala Λ ; mais exatamente,

$$M_H^2 = M_{H,0}^2 + \frac{3}{16} \frac{\lambda}{\pi^2} \Lambda^2. \quad (1.3)$$

Assim, para obtermos uma massa para o Higgs da ordem de centenas de GeV, $M_{H,0}^2$ deve contrabalançar o efeito das correções radiativas. Caso Λ seja da ordem da escala de Planck ($\sim 10^{19}$ GeV), a natureza tem que ser generosa a ponto de fazer um ajuste fino na trigésima casa decimal!

Outros problemas cujas soluções, aliás, são mais difíceis, decorrem do fato de que o MP não explica a origem das massas dos férmions, não explica a hierarquia das massas, não tem um limite teórico para o número de famílias, não explica a assimetria matéria-antimatéria...Enfim, existem muitas razões para buscarmos um modelo melhor, de preferência mais fundamental, com menor número de parâmetros.

Muitas alternativas foram criadas. As mais comuns baseiam-se em extensões da simetria de gauge, como o modelos de simetria *Left-Right*, baseado no grupo $SU(3)_c \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$, o modelo 331 baseado na simetria de gauge $SU(3)_c \times SU(3)_L \times U(1)_N$, dentre muitos outros. E ainda, Teorias de Unificação baseadas em grupos de gauge como $SU(5)$, $SO(10)$ ou $SU(15)$, teorias de gauge supersimétricas, teorias baseadas em constituintes mais fundamentais como Technicolor e outras mais.

Mas, há algo em comum entre estas teorias: todas elas prevêem a existência de novas partículas. O interessante é que essas novas partículas podem ser agrupadas em certas classes como:

- Férmions pesados: novos léptons ou quarks com massas da ordem de centenas de GeV.
- Bósons de gauge neutros.
- Bósons de gauge carregados, como o $W^\pm$.
- Leptoquarks: bósons escalares ou vetoriais que carregam tanto número leptônico como bariônico.
- Biquarks: bósons escalares ou vetoriais que carregam número bariônico $\pm 2/3$. Interação com outros bósons ou com os quarks, mas não com léptons.
- Biléptons: bósons escalares ou vetoriais, neutros, com carga simples ou dupla e que carregam número leptônico 0 ou ± 2 . Caracterizam-se por interagir com outros bósons ou com léptons, mas não com quarks.

Até o momento, não temos evidências de que algumas dessas partículas exista. Os mais potentes aceleradores de partículas que já operaram até o momento, o Tevatron e o LEP, não nos forneceram nem sequer uma pista. Mas, no momento, está sendo construído um novo acelerador que permitirá o estudo da natureza em colisões de prótons com uma energia total de 14 TeV, o *Large Hadron Collider*, ou LHC. E uma nova geração de aceleradores lineares está sendo projetada para que possam ser construídos dentro de uma ou duas décadas. Veremos no próximo capítulo porque e como serão construídas essas novas máquinas.

Capítulo 2

LEP, LHC e a Nova Geração de Aceleradores Lineares

2.1 LEP e LHC

Muito do que sabemos hoje sobre o Modelo Padrão devemos em grande parte ao LEP do CERN. Nesta máquina foram produzidos cerca de 10 milhões de bósons Z entre 1991 e 1995, na fase chamada de LEP-I. O LEP trabalhou a maior parte do tempo a uma energia que correspondia ao pico para a produção de Z s através do canal s . O estudo preciso das propriedades desta partícula e do comportamento dos produtos de seu decaimento permitiram confirmar o MP até o nível de um *loop*. Entre 1996 e o início do ano 2000, o LEP coletou 2.7 fb^{-1} de luminosidade, a maior parte numa energia entre 130 e 206 GeV, como mostrado na tabela 2.1 [18]. Vale dizer que os serviços prestados pelo LEP superaram as expectativas iniciais, pois obteve-se tanto uma energia máxima como uma luminosidade acima do esperado. O LEP finalizou suas atividades em meio a uma controvérsia. Teria ele detectado o Higgs com uma massa em torno dos 113 GeV? Alguns acham que sim, mas não teremos certeza até que novas medidas sejam realizadas com o fim de encontrá-lo.

O LEP foi capaz de impor tanto limites diretos quanto indiretos na escala da nova física (NF). Os limites indiretos provêm das análises globais, nas quais entram muitas das observáveis do LEP. Estes limites são indiretos porque a NF contribui de distintas maneiras

$\sqrt{s}$ (GeV)	133	161	172	183	189	192	196	200	202	206
$\mathcal{L}(\sqrt{s})$ (pb ⁻¹)	22	42	41	217	678	113	313	328	155	800

Tabela 2.1: Luminosidades coletadas pelos quatro detectores do LEP para diferentes energias. A luminosidade para $\sqrt{s} = 133$ GeV é a média ponderada das luminosidades obtidas a 130 GeV e 136 GeV.

para cada observável; em alguns casos a nível de árvore e em outros através de correções radiativas. Os limites diretos decorrem da não observação de novas partículas nos estados finais produzidos em colisões a altas energias (limites diretos sobre as massas das partículas) ou de limites sobre as possíveis contribuições a nível de árvore para processos de espalhamento bem conhecidos (que se traduzem em limites sobre interações de quatro-férmions contendo a escala da NF [19, 11]).

Neste momento, o LEP está dando lugar ao LHC. Este novo acelerador permitirá o estudo de colisões próton-próton a energias tão altas como 14 GeV. No LHC é quase certo que se possa ver o Higgs, qualquer que seja a sua massa dentro do intervalo atualmente permitido, $130 \lesssim M_H \lesssim 210$ GeV (95 % C.L.), obtido a partir da intersecção dos valores resultantes das análises globais de observáveis como as da tabela 1 e o limite inferior obtido pelo LEP-II. Uma das funções do LHC será justamente a de testar o setor de quebra espontânea de simetria do MP. Além disso, será possível aprofundar estudos sobre o setor eletrofraco, QCD, física de sabores, violação de CP, etc. Quanto a NF, muitos modelos sofrerão um duro teste, uma vez que o LHC será capaz de estudar NF numa escala de energia entre 1 e 10 TeV [20]. Assim, por exemplo, caso não se encontrem vestígios dos parceiros supersimétricos, tão esperados por tantos, restarão poucas opções que não sejam abandonar a idéia da supersimetria [21]. Ademais, o LHC será sensível a toda classe de partículas mencionadas ao final do capítulo 1 [22].

Mas, mesmo que o LHC seja capaz de dizer-nos muito sobre a nova física, ele apresenta suas limitações. Os quarks que constituem o próton possuem uma distribuição probabilística de

momento que impede o controle da energia em cada reação. Este fato torna o LHC interessante para descobrir até mesmo várias partículas de uma só vez, sem a necessidade de que a energia dos prótons seja modificada, ou seja, o LHC faz uma varredura numa ampla faixa de energias. Entretanto, não há como sintonizar a energia de certas partículas para produzi-las isoladamente e de forma mais abundante, o que impede o seu estudo mais detalhado. Tomemos, por exemplo, o caso Higgs. Espera-se que após três anos operando na sua máxima luminosidade, os detetores do LHC, CMS e ATLAS, colem conjuntamente um total de 300 fb^{-1} de luminosidade. Com esta luminosidade, a massa do bóson de Higgs poderia ser determinada com uma precisão de aproximadamente 0.1% [23]. Enquanto isso, as massas dos bósons Z e W foram determinadas pelo LEP com uma precisão de 0.002% e 0.05%, respectivamente, porque a energia dos elétrons e pósitrons podia ser sintonizada nos valores mais adequados.

Para possibilitar um estudo mais detalhado das propriedades de certas partículas, planeja-se a construção de aceleradores que operem com colisões e^+e^- como o LEP. Em princípio, estas máquinas podem ter sua energia sintonizada de forma a permitir o estudo mais detalhado de algum processo, o que é uma vantagem. Mas, mesmo que não se esteja disposto a gastar tempo investigando uma ressonância em particular, operando em sua energia máxima, tais máquinas podem, ainda assim, permitir um estudo mais aprofundado das propriedades de certas partículas [24]. Vejamos a seguir como isso será possível.

2.2 Nova geração de aceleradores e^+e^-

O sucesso do LEP em investigar as fronteiras da física de partículas não se deu por mero acaso. A escolha por estudar colisões e^+e^- deveu-se, em parte, ao fato de que estas resultam num ambiente mais limpo, sem tanto *background* devido a processos secundários, como ocorre em colisões de hadrons. Então, é natural que se planejem novos aceleradores que operem no modo e^+e^- a energias mais altas que as atingidas pelo LEP-II.

Devido a grande perda de energia por emissão de radiação síncrotron em aceleradores

Projeto	Energia máxima	$\mathcal{L}(\text{fb}^{-1}/\text{ano})$
CLIC	3 TeV	200
JLC	1.5 TeV	100
NLC	1.5 TeV	150
TESLA	800 GeV	500

Tabela 2.2: Energias máximas e luminosidades esperadas para diferentes projetos de aceleradores lineares.

circulares, como o LEP, todos os projetos existentes de novos aceleradores e^+e^- baseiam-se no processo de aceleração em seções lineares, como foi feito no SLC em Stanford. Atualmente existem vários projetos para esse futuro acelerador linear: o *CERN Compact Linear Collider* (CLIC), *Next Linear Collider* (NLC), *Japan Linear Collider* e o *TeV Energy Superconducting Linear Accelerator* (TESLA) do DESY [25]. A principal diferença entre cada um deles fica por conta do método de aceleração dos elétrons e pósitrons. O CLIC e o TESLA são os menos convencionais e ao mesmo tempo os mais promissores. No TESLA, por exemplo, empregam-se cavidades ressonantes supercondutoras para comportar os campos eletromagnéticos responsáveis pela aceleração das partículas.

Como consequência dos diferentes processos de aceleração, cada projeto acaba diferenciando-se dos demais no que diz respeito a energia e luminosidade que podem ser obtidos. Na tabela 2.2 apresentamos os valores para a energia máxima e luminosidade (anual) esperados em cada um desses projetos.

Apesar que o objetivo final de projetos como o CLIC seja atingir energias tão altas quanto 3 TeV, é bastante provável que aceleradores como ele, o NLC e o JLC, operem inicialmente a energias mais baixas, entre 500 GeV e 1 TeV, tanto por questões técnicas como financeiras. Assim, todos os projetos acabam se equiparando em muitos aspectos. Mas, mesmo operando a energias semelhantes, ademais da diferenças nas luminosidades, existem outras

Acelerador Último projeto	TESLA 8/98	JLC 9/99	NLC 12/98	CLIC 9/99
Energia no C.M. (GeV)	500	500	500	500
Partículas por pulso (10^{10})	2	1.11	0.95	0.4
σ_x (nm)	553	318	330	202
σ_y (nm)	5	4.3	4.9	2.5
σ_z (μm)	400	200	120	30
Υ	0.038	0.074	0.101	0.280
Energia no C.M. (GeV)	800	1000	1000	1000
Partículas por pulso (10^{10})	1.41	1.39	0.95	0.4
σ_x (nm)	391	318	234	115
σ_y (nm)	2	3.14	3.9	1.75
σ_z (μm)	300	200	120	30
Υ	0.082	0.186	0.285	0.979

Tabela 2.3: Possíveis parâmetros para os futuros aceleradores lineares.

diferenças que podem ser muito importantes para o tipo de investigações que podem ser feita nestas máquinas. As características dos feixes de elétrons e pósitrons determinam não só a luminosidade final como também os efeitos resultantes de *bremsstrahlung* e *beamstrahlung*. O primeiro efeito corresponde a emissão de fótons reais por parte dos elétrons e pósitrons dos feixes. Esses fótons são emitidos e reabsorvidos constantemente por essas partículas carregadas e tornam-se importantes no momento em que os feixes se cruzam, por que aí podem interagir com as partículas do feixe oposto¹. O *beamstrahlung* corresponde a emissão de fótons reais devido a forte interação eletromagnética que ocorre quando os pulsos de partículas se cruzam.

¹Devemos ter em mente o fato de que os feixes são na verdade pulsos com um certo comprimento contendo as partículas aceleradas.

O espectro dos fótons emitidos por *bremsstrahlung* é dado pela fórmula de Weizsäcker-Williams [26, 27],

$$f_{\gamma/e}^{\text{brems}}(x) = \frac{\alpha}{2\pi} \left[\frac{1 + (1-x)^2}{x} \ln \frac{Q_{\text{max}}^2(1-x)}{m_e^2 x^2} + 2m_e^2 x \left(\frac{1}{Q_{\text{max}}^2} - \frac{1-x}{m_e^2 x^2} \right) \right], \quad (2.1)$$

onde $Q_{\text{max}}^2 = 4E_e^2(1-x)$, corresponde a máxima virtualidade do fóton que foi considerada relevante, $E_e = \sqrt{s}/2$ e x corresponde a fração do momento da partícula original (elétron ou pósitron), carregada pelo fóton. Na Fig. 2.1 mostramos a curva correspondente a esse espectro. Na seção 2.2.1, falaremos mais sobre os fundamentos que estão por detrás da expressão e a outras semelhantes, devido a sua grande utilidade prática. No entanto, no momento nos ateremos apenas em explorar suas consequências mais imediatas. Uma delas é a diminuição da monocromaticidade do feixe original de elétrons e pósitrons. Isso implica em que teremos uma certa fração das colisões e^+e^- com energias inferiores a $\sqrt{s}$. Isso pode ser interessante, porque faz uma varredura num amplo espectro de energia das possíveis ressonâncias decorrentes da presença de partículas com massas inferiores a $\sqrt{s}$ [28]. Ademais, disponibiliza fótons altamente energéticos que podem participar em diversos tipos de processos, como veremos na seção 2.2.1.

Enquanto que em aceleradores como o LEP os fótons são produzidos apenas através do processo de *bremsstrahlung*, nos aceleradores lineares aqui considerados também há uma outra fonte de fótons altamente energéticos, o efeito de *beamstrahlung*. Este efeito decorre do fato de que para obter-se uma alta luminosidade neste tipo de aceleradores é necessário que os pulsos de elétrons e pósitrons tenham dimensões muito reduzidas. Isto tem como consequência a criação de campos eletromagnéticos muito intensos no momento em que os pulsos de partículas carregadas se cruzam. O espectro de energia dos fótons gerados por este efeito é [29],

$$f_{\gamma/e}^{\text{beam}}(x) = \frac{5}{4\sqrt{3}\Upsilon} \int_u^\infty dv \text{Ai}(v) \left[\left(\frac{2v}{u} - 1 \right) \frac{1 + (1-x)^2}{2(1-x)} + \frac{x^2}{2(1-x)} \right], \quad (2.2)$$

onde $\text{Ai}(v)$ corresponde a função de Airy e $u = \{5x/[4\sqrt{3}\Upsilon(1-x)]\}^{2/3}$. Υ é o parâmetro de *beamstrahlung*,

$$\Upsilon = \frac{5r_e^2 E_e N}{6\alpha\sigma_z(\sigma_x + \sigma_y)m_e}. \quad (2.3)$$

Nesta equação, $r_e = \alpha/m_e = 2.818 \cdot 10^{-15}$ m, corresponde ao raio clássico do elétron, N é o número de partículas por pulso e σ_x , σ_y , σ_z são os valores rms dos feixes, tomados como uma distribuição Gaussiana. Na tabela 2.2, apresentamos os possíveis valores esperados para esse parâmetros para os diversos projetos de aceleradores lineares.

Para os valores de Υ apresentados na tabela 2.2, podemos escrever uma expressão aproximada para o espectro dos fótons de *beamstrahlung* [30],

$$f_{\gamma/e}^{\text{beam}}(x) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)} \left(\frac{2}{3\Upsilon}\right)^{\frac{1}{3}} x^{-\frac{2}{3}} (1-x)^{-\frac{1}{3}} \exp\left[-\frac{2x}{3\Upsilon(1-x)}\right] \\ \times \left\{ \frac{1 - \sqrt{\frac{\Upsilon}{24}}}{g(x)} \left[1 - \frac{1}{g(x)N_\gamma} (1 - e^{-g(x)N_\gamma})\right] + \sqrt{\frac{\Upsilon}{24}} \left[1 - \frac{1}{N_\gamma} (1 - e^{-N_\gamma})\right] \right\},$$

onde,

$$g(x) = 1 - \frac{1}{2} \left[(1+x) \sqrt{1 + \Upsilon^{\frac{2}{3}} + 1 - x} \right] (1-x)^{\frac{2}{3}}, \quad (2.4)$$

e o número médio de fótons emitidos por elétron no processo de colisão é,

$$N_\gamma = \frac{5\alpha^2\sigma_z m_e}{2r_e E_e} \frac{\Upsilon}{\sqrt{1 + \Upsilon^{\frac{2}{3}}}}. \quad (2.5)$$

Na Fig. 2.1, apresentamos o espectro de *beamstrahlung* para os diversos projetos a uma energia de 1 TeV, exceto para o TESLA, cuja energia máxima planejada é de 800 GeV. O que podemos concluir desta figura é que o espectro de *beamstrahlung* varia muito em função dos parâmetros de cada projeto. Também vemos que, exceto para o CLIC, o espectro decresce rapidamente para fótons mais energéticos. A tendência nos últimos projetos de aceleradores lineares tem sido a de diminuir o máximo possível o efeito de *beamstrahlung*, devido a que este efeito dispersa a energia do feixe e limita a máxima luminosidade [31]. Isto pode ser feito diminuindo-se o número de partículas por pulso, mas com um aumento correspondente na frequência de pulsos ou a criação de trens de pulsos no sentido de manter alta a luminosidade final. Assim, obtém-se

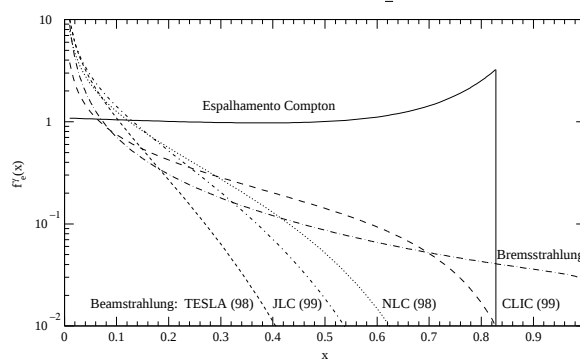


Figura 2.1: Espectro de energia para os processos de *bremstrahlung*, *beamstrahlung* e espalhamento Compton para $\sqrt{s} = 1$ TeV. Para o TESLA, $\sqrt{s} = 0.8$ TeV.

um espectro de energia para elétrons e pósitrons que se aproxima mais da monocromaticidade, o que é interessante quando se realiza uma varredura variando-se a energia dos feixes.

Como a física de processos envolvendo a colisão de fótons e elétrons, bem como somente fótons, é bastante interessante [31], existe a idéia de construir-se uma máquina capaz de operar nos modos $e\gamma$ e $\gamma\gamma$. Isso pode ser feito, em princípio, a partir de uma máquina que opere com o processo de colisão e^+e^- . Através da incidência de um feixe de raios laser sobre um pulso de partículas do feixe, pode-se produzir, por espalhamento Compton, um feixe (um pulso) de fótons altamente energéticos e colimados [31]. Vejamos este processo de criação de feixes de fótons de altas-energias mais detalhadamente.

Este processo é mostrado esquematicamente na Fig. 2.2. Um feixe de raios laser com energia ω_0 e polarização λ_γ incide sobre os elétrons (ou pósitrons) do pulso, com energia E_b e polarização λ_e . Por efeito do espalhamento Compton (EC), resultam um pulso de fótons com um espectro de energia $f_e^\gamma(\omega/E_b)$ e polarização λ e um pulso de elétrons de baixa energia. O espectro dos fótons resultantes do EC é [31],

$$f_e^\gamma(x) = \frac{2}{\sigma_c} \left[\frac{1}{1-x} + 1 - x - 4r(1-r) - \lambda_e \lambda_\gamma r y (2r-1)(2-x) \right], \quad (2.6)$$

onde x é a fração do momento do elétron (pósitron) carregada pelo fóton espalhado, $r = x/[y(1-x)]$ e $\sigma_c = \sigma^0 + \lambda_e \lambda_\gamma \sigma^1$ com,

$$\begin{aligned}\sigma^0 &= \left(2 - \frac{8}{y} - \frac{16}{y^2}\right) \ln(y+1) + 1 + \frac{16}{y} - \frac{1}{(y+1)^2}, \\ \sigma^1 &= \left(2 + \frac{4}{y}\right) \ln(y+1) - 5 + \frac{2}{y+1} - \frac{1}{(y+1)^2}.\end{aligned}\quad (2.7)$$

Vemos como o espectro depende tanto na polarização do laser e dos elétrons ($\lambda_e = \lambda_\gamma = \pm 1$) como no parâmetro y . Este parâmetro é característico do processo de espalhamento Compton e é dado por,

$$y \equiv (4E_b\omega_0/m_e^2) \cos^2(\alpha/2) \approx 15.3E_b\omega_0, \quad (2.8)$$

onde E_b e ω_0 são dados em TeV e eV, respectivamente, α é o ângulo entre o feixe de elétrons e o laser, que em geral é muito pequeno, para que se possa obter uma máxima conversibilidade dos fótons do laser. A energia dos fótons do feixe de laser é expressa em eV porque, para energias dos elétrons da ordem de TeV deve-se empregar um laser com energias dessa ordem de modo que $y \lesssim 4.83$. Esse limite sobre y decorre do fato de que para valores maiores que este, os fótons resultantes do EC podem interagir com os próprios fótons do feixe de laser produzindo um par e^+e^- , uma vez que acima desse limite, a energia de C.M. do sistema fóton espalhado-fóton do laser é maior que $2m_e$. Isso acarreta numa diminuição drástica do número de fótons produzidos com as energias mais altas.

Uma importante observação deve ser feita: a Eq. (2.6) é válida somente para $\omega \leq E_b y/(y+1)$. Feito isto, podemos comparar, através da Fig. 2.1, o espectro do espalhamento Compton para o caso em que tanto os elétrons quanto o laser estão despolarizados, com os espectros de *bremsstrahlung* e *beamstrahlung*. Desta comparação, podemos ver claramente a superioridade do processo de EC na produção de fótons de altas energias.

Outra vantagem do uso do EC na produção de fótons energéticos é a possibilidade de produção de fótons com distintas polarizações em função da polarização do feixe de elétrons e

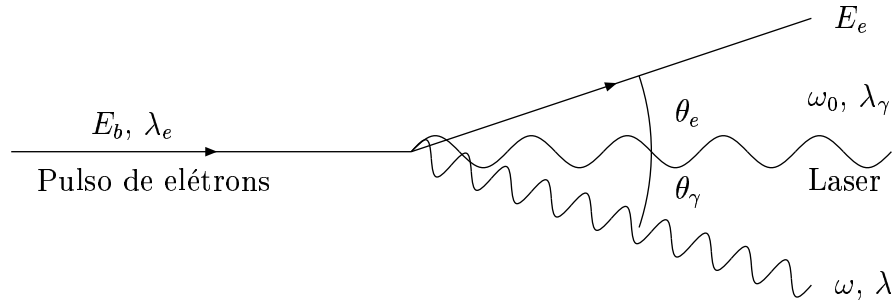


Figura 2.2: Espalhamento Compton na geração de fótons de altas energias (as setas indicam o fluxo do momento).

do laser. A helicidade média dos fótons espalhados é

$$\lambda = \frac{\lambda_\gamma(1 - 2r)(1 - x + \frac{1}{1-x}) + \lambda_e[1 + (1 - x)(1 - 2r)^2]}{1 - x + \frac{1}{1-x} - 4r(1 - r) - \lambda_e\lambda_\gamma r y(2r - 1)(2 - x)}. \quad (2.9)$$

Na Fig. 2.3, apresentamos a variação da helicidade dos fótons para diversas combinações de polarização dos feixes iniciais. Uma outra consequência da polarização dos elétrons e do laser é a alteração no espectro dos fótons, como mostrado na Fig. 2.4.

Outro aspecto que sempre deve ser levado em conta nas colisões $e\gamma$ e $\gamma\gamma$, produzidas em máquinas que empregam o EC para gerar os feixes de fótons, é a luminosidade. A luminosidade total, obtida a partir do EC depende de muitas variáveis, como as características dos pulsos de elétrons (dimensões, número de elétrons, etc), do ângulo de incidência do laser, de sua potência, focalização e da distância entre o ponto de conversão (o ponto em que o laser encontra o pulso de elétrons) e a região de interação dos feixes. Entretanto, de uma forma geral, podemos esperar que a luminosidade final seja da ordem da luminosidade obtida no modo e^+e^- . Mas, devemos ter em mente que esta luminosidade, ao menos no modo $\gamma\gamma$, pode vir a ser muito superior a do

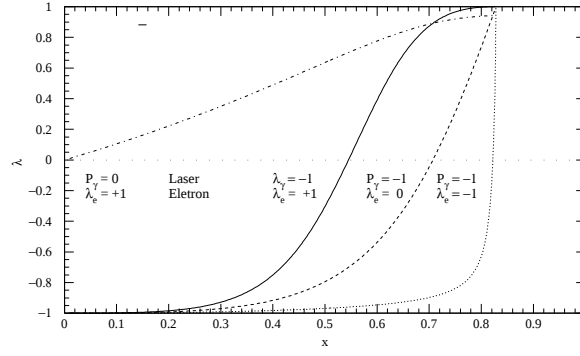


Figura 2.3: Grao de polarização circular dos fótons espalhados.

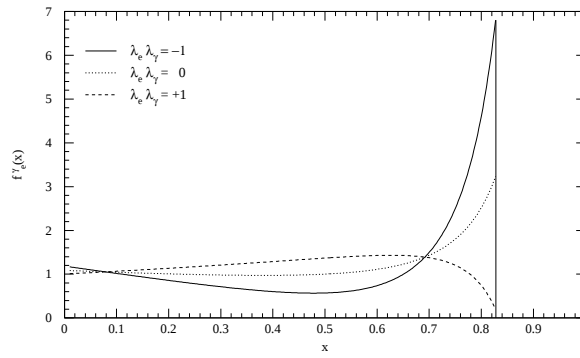


Figura 2.4: Espectro dos fótons espalhados por efeito Compton para distintas combinações da polarização do feixe de elétrons (λ_e) e do laser (λ_γ).

modo original. Isto porque, sem a necessidade de que os pulsos de e^+ e e^- se cruzem no ponto de interação, pode-se diminuir em muito suas dimensões, o que acarreta numa maior probabilidade de conversão dos fótons, bem como um pulso final de fótons mais colimados [31, 32].

Por intermédio desses fótons altamente energéticos, sejam eles resultado de *bremsstrahlung*, *beamstrahlung* ou da conversão de laser por EC, podemos obter uma série de reações interessantes. Isto porque, da mesma forma que podemos falar dos fótons sendo emitidos pelos elétrons com um determinado espectro, também podemos falar em elétrons, quarks, Z s e W s sendo emitidos pelo fóton com uma probabilidade $F_\gamma^{(e,q,Z,W)}(x)$. Este método, baseado em funções de distribuição de partículas ao invés de no emprego de diagramas de Feynman e suas correspondentes amplitudes, é conhecido como aproximação de partícula equivalente. Dada a utilidade dessa aproximação no estudo da física em aceleradores e^+e^- , $e\gamma$ e $\gamma\gamma$, dedicamos a próxima seção para tratar deste tema.

2.2.1 Aproximação de partícula equivalente

A aproximação de partícula equivalente (APE) foi desenvolvida inicialmente por Weizsäcker e Williams [26] em 1934. Entretanto, a primeira derivação de uma expressão para *bremsstrahlung* só foi feita em 1960 e deve-se a Kessler [33]. A idéia básica da APE consiste em escrevermos a seção de choque para um processo envolvendo uma partícula intermediária, como no processo da Fig. 2.5, sob a forma,

$$\sigma_{eA \rightarrow B} = \int dx F_e^\gamma(x) \sigma_{\gamma A \rightarrow B}, \quad (2.10)$$

onde $F_e^\gamma(x)$ corresponde à probabilidade de que um fóton real seja emitido pelo elétron e $\sigma_{\gamma A \rightarrow B}$ corresponde à seção de choque para o processo envolvendo apenas partículas na camada de massa. O interessante neste método é que, uma vez que tenhamos determinado $F_e^\gamma(x)$, podemos calcular $\sigma_{eA \rightarrow B}$ para qualquer A e B . Assim, para calcular a seção de choque para um determinado processo intermediado por fótons, temos apenas que determinar a seção de choque para o processo elementar $eA \rightarrow B$, o que resulta ser muito mais simples do que o

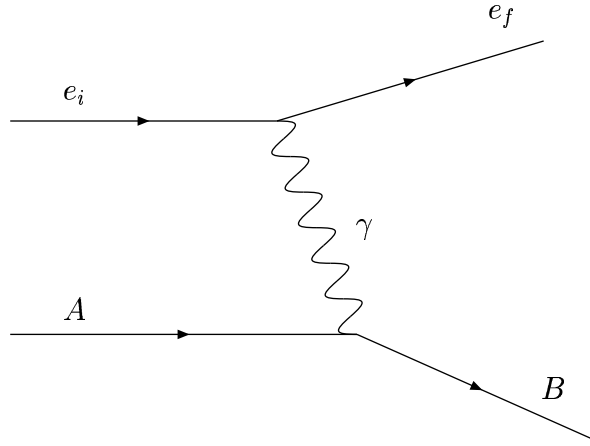


Figura 2.5: Processo de espalhamento por fóton.

cálculo baseado em diagramas de Feynman, que ademais da determinação dos elementos de matrix exige a realização das integrais sobre o espaço de fase do processo.

Entretanto, o método apresenta algumas restrições. Elas provêm das aproximações que são feitas para se chegar a uma expressão da forma da Eq. (2.10). As aproximações são feitas no momento da integração sobre o espaço de fase dos estados finais das partículas e_f e B . Na APE, considera-se que apenas o estado da partícula B é relevante e que o elétron que emitiu o fóton acaba com um momento transversal, p_T , suficientemente pequeno para escapar através do tubo do acelerador sem ser observado. Assim, ao integrar-se sobre o momento do estado final do elétron, assumem-se os limites entre 0 e um momento transversal máximo, p_T^{max} . Isso pode parecer arbitrário, no entanto, uma das características da amplitude para o processo $eA \rightarrow eB$ através da troca de um fóton é que a seção de choque diminui muito na medida em que a virtualidade do fóton Q^2 aumenta, e esta virtualidade é diretamente proporcional a p_T^2 . Em outras palavras, a seção de choque está concentrada na região do espaço de fase em que os fótons são aproximadamente reais, $Q^2 \sim 0$; o que é natural, uma vez que Q^2 entra no

denominador da amplitude de espalhamento através do propagador do fóton. E é o fato de os fótons serem reais que leva ao aparecimento da seção de choque para partículas na camada de massa do subprocesso $\gamma A \rightarrow B$ na Eq. (2.10).

Esses aspectos da obtenção da distribuição $F_e^\gamma(x)$ podem ser facilmente apreciados no caso em que tomamos o estado inicial A como um próton e o estado final arbitrário X , como é de praxe neste tipo de espalhamento elétron-próton. Para este processo, o quadrado da matriz de transição é dado aproximadamente por (veja Chen e Zerwas na Ref. [26]),

$$\sum_s |\mathcal{M}(e_i p \rightarrow e_f X)|^2 = e^2 \frac{2(1-x)}{(x^2 p_T^2 + m_e^2 x^2)} [1 + (1+x)^2] \sum_\lambda |\mathcal{M}(\gamma_\lambda p \rightarrow X)|^2. \quad (2.11)$$

Sem esquecer os fatores de fluxo, pode-se realizar a integração sobre o momento final do elétron, o que nos leva à expressão,

$$\sigma(e_i p \rightarrow e_f X) = \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^1 \frac{1 + (1+x)^2}{x} \ln \left(\frac{p_T^{max}}{m_e x} \right)^2 \sigma(\gamma p \rightarrow X). \quad (2.12)$$

A seção de choque $\sigma(e_i p_i \rightarrow e_f X)$ é uma função de $s = (p_{e_i} + p_p)^2$, enquanto que $\sigma(\gamma p \rightarrow X)$ é uma função de $\hat{s} = (p_\gamma + p_p)^2$. E para efeitos de cálculo de $\sigma(\gamma p \rightarrow X)$, considera-se que o fóton se propaga na mesma direção que e_i , ou seja, o fóton não possui momento transversal. Portanto, podemos concluir que $\sigma(e_i p_i \rightarrow e_f X)$ é válida somente quando os momentos dos constituintes finais do estado X (jatos, por exemplo) possuem um momento transversal total aproximadamente nulo. Este cálculo não contempla processos cujo momento transversal final seja maior que p_T^{max} . Assim, se estivermos interessados em estudar especificamente esse tipo de eventos, não devemos empregar o resultado da Eq. (2.12). Resta-nos agora, apenas identificar $F_e^\gamma(x)$ na Eq. (2.12),

$$F_e^\gamma(x) = \frac{1 + (1+x)^2}{x} \ln \left(\frac{p_T^{max}}{m_e x} \right)^2. \quad (2.13)$$

Esta é essencialmente a mesma distribuição de fótons de *bremsstrahlung* que apresentamos na Eq. (2.1), só que simplificada. Podemos fazer mais uma simplificação na Eq. (2.13). O argumento do logaritmo, $p_T^{max}/m_e x$, em princípio, é diferente para cada experimento, porque p_T^{max} depende da configuração do detector. Entretanto, em geral, podemos substituir o argumento

por $\sqrt{s}/2m_e$. Esta substituição é, de fato, um tanto arbitrária, porque poderíamos empregar alguma outra escala característica do processo de espalhamento como $\sqrt{s_{\gamma p}}/2m_e$ ou $\sqrt{s_{\gamma q}}/2m_e$, ou seja, considerar as massas invariantes de outros subprocessos. Mas, na Ref. [34], demonstrou-se que usando $\sqrt{s}/2m_e$, obtém-se os resultados mais próximos do resultado exato obtido a nível de árvore. A diferença entre o resultado exato e a APE é da ordem de poucos por cento, se empregada considerando as limitações do método como expussemos acima.

Resta-nos dizer que muitas outras funções de distribuição foram calculadas no espírito da APE. Na literatura, podem-se encontrar funções de distribuição para os bósons Z e W , “dentro” do elétron, as quais podem ser aplicadas somente no caso de reações envolvendo elétrons com energias da ordem de TeV [35]. Funções de distribuição de pares e^+e^- para fótons reais, de pares e^+e^- para elétrons, de fótons em fótons (essas duas obtidas pela convolução da de duas funções de distribuição) [26] e de partons em fótons [36].

Capítulo 3

Busca por Biléptons em Colisões Elétron-Pósitron e Elétron-Fóton

Dentre os diferentes tipos de partículas listadas ao final do capítulo 1, os biléptons (diléptons para alguns) são particularmente interessantes. Essas partículas aparecem em vários modelos de NF, como Teorias de Unificação baseadas no grupo $SU(15)$ [37], no modelo 331 [38], modelos com simetria *Left-Right* [39], dentre outras extensões. Dentre os possíveis tipos de biléptons, os com carga dupla e número leptônico $L = \pm 2$ são os mais interessantes, principalmente por poderem produzir sinais inconfundíveis em processos de colisão a altas energias. Já, os biléptons neutros ou com carga simples, podem facilmente ser confundidos com outros bósons, exigindo uma análise detalhada de uma grande quantidade de eventos para que se possa classificá-los, adequadamente, como biléptons.

Vários trabalhos já foram feitos tratando da busca por biléptons em colisões de hadrons [40], elétrons, pósitrons e fótons [41, 42]. Uma característica destes trabalhos é ignorar a possibilidade da produção ressonante de biléptons de carga dupla, através de subprocessos do tipo $\ell^-\ell^- \rightarrow \ell'^-\ell'^-$ em aceleradores operando nos modos e^+e^- , $e\gamma$ ou $\gamma\gamma$. Consideram-se apenas a sua geração em pares via os bósons de gauge dos modelos. Entretanto, essas investigações são inúteis caso os biléptons tenham massas superiores a $\sqrt{s}/2$ e os limites atuais sobre as massas dos biléptons vetoriais, implicam em que eles devem ter uma massa superior a aproximadamente 850 GeV, no caso do modelo 331 e superior a aproximadamente 600 GeV no

caso da Teoria de Unificação baseado no grupo $SU(15)$ [43], ou seja, massas superiores a $\sqrt{s}/2$ mesmo para um acelerador com energia máxima de 1 TeV. As únicas análises considerando a geração ressonante são feitas nas investigações envolvendo aquele que é o melhor modo de operação de uma acelerador para investigar biléptons, o modo e^-e^- [41]. Entretanto, não está claro se a nova geração de aceleradores lineares operará no modo e^-e^- . A maior parte da física de interesse pode ser investigada através dos modos e^+e^- , $e\gamma$ e $\gamma\gamma$ e os projetos atuais, em geral, não contemplam a possível operação no modo e^-e^- . Assim, torna-se bastante interessante investigar a possibilidade de geração ressonante de biléptons com carga dupla nos modos e^+e^- , $e\gamma$ ou $\gamma\gamma$.

3.1 Interações com léptons

Investigamos essa possibilidade [44], numa forma independente de modelo, considerando a lagrangeana mais geral que acopla biléptons aos léptons [41],

$$\mathcal{L} = \lambda_1 \bar{\ell}^c i \sigma_2 \ell L_1 + \tilde{\lambda}_1 \bar{e}^c e \tilde{L}_1 + \lambda_2 \bar{\ell}^c \gamma^\mu e L_{2\mu} + \lambda_3 \bar{\ell}^c i \sigma_2 \vec{\sigma} \ell \cdot \vec{L}_3 + h.c. , \quad (3.1)$$

onde $\ell = (e_L, \nu_L)$ correspondem a dubletos $SU(2)_L$, $e = e_R$ são singletos de mão-direita e $e = e, \mu, \tau$. Os campos conjugados de carga são definidos como $\bar{\ell}^c = (\ell^c)^\dagger \gamma^0 = -\ell^T C^{-1}$. Os subscritos dos campos dos biléptons ($L_1, \tilde{L}_1, L_2^\mu$ e L_3), $i = 1, 2, 3$ indicam se eles são um singlete, dubleto ou triplete de $SU(2)_L$, respectivamente. Desta lagrangeana podemos extrair os termos que nos interessam, contendo apenas os biléptons de carga dupla,

$$\mathcal{L}^{--} = \tilde{\lambda}_1^{ij} \bar{e}_i^c P_R e_j \tilde{L}_1^{--} + \lambda_2^{ij} \bar{e}_i^c \gamma^\mu P_R e_j L_{2\mu}^{--} + \sqrt{2} \lambda_3^{ij} \bar{e}_i^c P_L e_j L_3^{--} + h.c. , \quad (3.2)$$

onde e_i representa os léptons carregados com índices de sabor $i, j = 1, 2, 3$ e $P_{R(L)} = (1 \pm \gamma_5)/2$. Temos, portanto, dois biléptons escalares $\tilde{L}_1^{--}$ e L_3^{--} e um vetorial $L_{2\mu}^{--}$. Os dois escalares podem se misturar formando distintos auto-estados de massa, entretanto, como podemos facilmente distinguir seus acoplamentos em experimentos com feixes polarizados, devido à quiralidade com que cada um se acopla aos léptons, seguiremos considerando seus efeitos separadamente.

Vários experimentos são sensíveis à presença de biléptons e, uma vez que eles ainda não foram observados, podemos obter limites sobre suas constantes de acoplamento e massas (em geral, sobre a razão λ/M_B). Existem limites que provêm tanto de experimentos a baixas quanto a altas energias. A não observação de processos a baixas energias como $\mu \rightarrow 3e$, $\mu \rightarrow e\gamma$ e da conversão muonium-antimuonium ($M - \overline{M}$), impõem limites muitos severos sobre o limite superior para a razão λ/M_B . Outros limites vêm das possíveis contribuições ao momento magnético do muon, das medidas do ângulo de Weinberg e da não observação de decaimentos do tau que violam sabor. Os experimentos a altas energias que podem impor limites sobre os parâmetros dos biléptons são todos aqueles envolvendo léptons no estado inicial, como colisões e^+e^- . Neste caso, limites sobre interações de contato (de quatro-férmions) podem ser utilizados para obter os limites sobre os parâmetros dos biléptons.

Em geral, a partir destes experimentos e medidas, obtêm-se limites sobre a seguinte combinação de parâmetros: $\lambda_{ij}\lambda_{kl}/M_B^2$. Isto porque se consideramos que M_B é muito maior que os momentos envolvidos nos processos, podemos escrever as contribuições dos biléptons como interações de quatro férmions,

$$\frac{\lambda_{ij}\lambda_{kl}}{M_B^2}(\overline{\ell}_i\Gamma\ell_j)(\overline{\ell}_k\Gamma'\ell_l), \quad (3.3)$$

onde Γ e Γ' denotam certas combinações de matrizes de Dirac, γ^μ e γ^5 . Assumindo-se certos modelos para a matriz λ_{ij} , pode-se simplificar a análise dos dados. Em nossas análises, consideraremos que λ_{ij} é uma matriz diagonal,

$$\lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Este modelo se justifica pelo fato de que os limites experimentais são mais restritivos para os elementos fora da diagonal. Caso assumíssemos um modelo em que os elementos da diagonal e fora dela fossem mais ou menos da mesma ordem ou mesmo iguais, acabaríamos com limites muito restritivos sobre os elementos diagonais. Podemos ver o quão restritivos são os limites

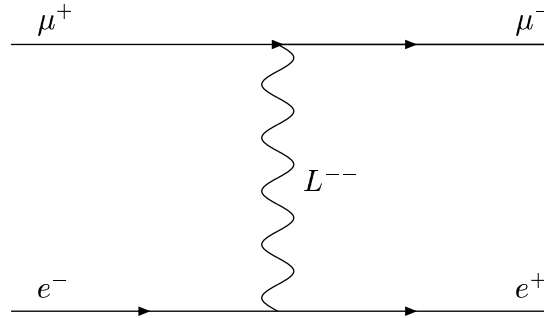


Figura 3.1: Conversão muonium-antimuonium intermediada por um bilépton de carga dupla.

envolvendo elementos fora da diagonal a partir dos resultados das seções 6.7.1 e 6.7.2. Os limites mais restritivos sobre os elementos diagonais provêm dos limites sobre a conversão $M - \overline{M}$, processo que poderia ser intermediado por um bilépton, como ilustrado na Fig. 3.1. Estes limites não são tão restritivos como os outros e são dados por, $\tilde{\lambda}_1/M_B < 0.20 \text{ TeV}^{-1}$ (90% C.L.), $\lambda_2/M_B < 0.27 \text{ TeV}^{-1}$ (95% C.L.), e $\lambda_3/M_B < 0.14 \text{ TeV}^{-1}$ (90% C.L.).

3.2 Limites do LEP

Em colisões e^+e^- a presença de um bilépton de carga dupla poderia ser denunciada pela ocorrência de eventos contando somente com a presença de um par de léptons de mesma carga e com momento transversal total balanceado (muito menor que o momento total das partículas). Um tal evento poderia ser gerado a partir do processo ilustrado na Fig. 3.2(a) e seu conjugado de carga. Em um processo como este, o elétron proveniente do pósitron através da criação do par e^+e^- tem maior probabilidade de não ter momento transversal, de modo que o pósitron do par acaba seguindo pelo tubo dos feixes sem ser detectado e o momento transversal do par de léptons finais é muito pequeno. Eventos com grande p_T (para o par como um todo) podem

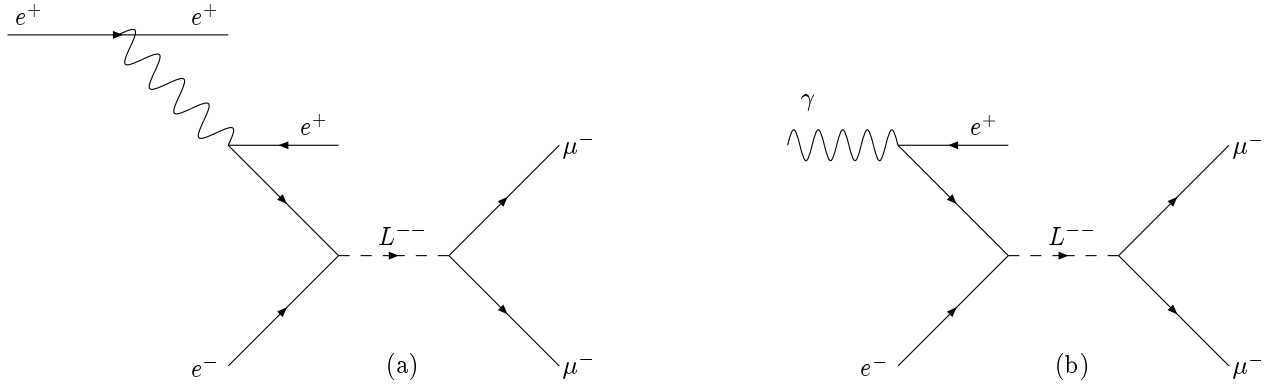


Figura 3.2: Principais contribuições para os processos (a) $e^+e^- \rightarrow \mu^\pm\mu^\pm$ e (b) $e^-\gamma \rightarrow \mu^-\mu^-$.

ocorrer, mas são muitíssimo menos prováveis.

Agora, distintos estados finais podem ser detectados com diferentes eficiências. No caso da produção de dois elétrons ou pósitrons no estado final, temos que considerar o grande *background* de eventos gerados pelo MP, que dificulta muito a separação e correta interpretação dos eventos de interesse. No caso da produção de taus ou antitau, a dificuldade diz respeito a sua detecção, que é muito ineficiente. Para muons ou antimuons no estado final não teríamos nem o problema do *background*, uma vez que um evento com dois muons no estado final não pode ser gerado pelo MP, nem dificuldades de detecção e identificação, uma vez que a eficiência média dos quatro detectores do LEP é de aproximadamente 90%. Assim, podemos considerar a busca de um evento contendo apenas dois muons no estado final como o melhor meio para encontrarmos biléptons de carga dupla.

Queremos determinar a sensibilidade do LEP para eventos desse tipo. Caso os dados do LEP revelem alguns eventos com as características desejadas, podemos falar da descoberta do bilépton com um determinado nível de confiança (C.L.) Devemos considerar que, se para uma determinada seção de choque, σ , e uma determinada luminosidade, $\mathcal{L}$, n é o número de eventos medidos desta forma e não há nenhum *background* esperado, então n segue uma distribuição de Poisson [11]. Na tabela 3.1, apresentamos os intervalos nos quais pode-se encontrar o verdadeiro

	90%	C.L.	95%	C.L.
n	n_{inf}	n_{sup}	n_{inf}	n_{sup}
0	-	2.30	-	3.00
1	0.105	3.89	0.051	4.74
2	0.532	5.32	0.355	6.30
3	1.10	6.68	0.818	7.75
10	6.22	15.41	5.43	16.96

Tabela 3.1: Intervalos nos quais o verdadeiro valor de uma observável pode ser encontrado para 90% e 95% C.L. a partir de uma distribuição de Poisson.

valor do número de eventos (ou, equivalentemente, da seção de choque, uma vez que $\mathcal{L}$ é conhecida), quando medimos n eventos de um dado tipo.

Entretanto, na ausência de eventos, como ocorre no LEP, podemos determinar apenas um limite superior sobre a seção de choque para o processo da Fig. 3.2(a). Equivalentemente, podemos determinar um limite superior para a razão λ/M_B a 90(95)% C.L., calculando a seção de choque que resultaria num número total de 2.3(3.0) eventos para uma dada luminosidade.

Calculamos a seção de choque empregando o método de APE descrito na seção 2.2.1,

$$\sigma(E_{e^+})_{e^+e^- \rightarrow \mu^-\mu^-} = \int_{x_{\min}}^1 dx F_{e^+}^{e^-}(x, E_{e^+}) \sigma(\hat{s})_{e^-e^- \rightarrow \mu^-\mu^-}, \quad (3.5)$$

onde $F_{e^+}^{e^-}(x, E_{e^+})$ é a distribuição do elétron equivalente do pósitron inicial. Ela nos dá a probabilidade com que um elétron com energia $E_{e^-} = xE_{e^+}$ pode ser emitido a partir de um feixe de pósitrons com energia E_{e^+} . $x_{\min}$ corresponde à fração de energia mínima necessária à produção do par de léptons no estado final. A distribuição é dada por [45],

$$F_{e^+}^{e^-}(x, E_{e^+}) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\alpha}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{E_{e^+}}{m_e} \right)^2 - 1 \right] \right\}^2 \left(\frac{1}{x} \right) \left(\frac{4}{3} + x - x^2 - \frac{4}{3}x^3 + 2x(1+x) \ln x \right). \quad (3.6)$$

Devemos lembrar que a mesma expressão vale para a probabilidade de obtermos um pósitron a partir de um elétron e a empregamos na determinação do processo em que obtemos antimuons

no estado final. O número total de eventos será sempre a soma dos eventos com muons e antimuons no estado final, uma vez que ambos são equivalentes.

A seção de choque $\sigma(\hat{s})_{e^-e^- \rightarrow \mu^- \mu^-}$ pode ser derivada empregando-se as regras de Feynman adequadas. Devemos considerar que $\Psi^c(x) = v(p)e^{ip \cdot x}$ e que devemos acrescentar um fator 2 para os vértices contendo léptons idênticos [41, 46]. Assim, por exemplo, a amplitude para o processo $e^-e^- \rightarrow \mu^- \mu^-$ intermediada por $\tilde{L}_1^{--}$, com as definições dos momentos como apresentado na Fig. 3.3 é,

$$\begin{aligned} -i\mathcal{M} &= i2\tilde{\lambda}_1 [\bar{v}(p_1)P_R u(p_2)] \frac{-i}{\hat{s} - M_B^2} i2\tilde{\lambda}_1 [\bar{u}(p_a)P_L v(p_b)] \\ \Rightarrow \mathcal{M} &= -\frac{4\tilde{\lambda}_1^2}{\hat{s} - M_B^2} [\bar{v}(p_1)P_R u(p_2)] [\bar{u}(p_a)P_L v(p_b)] , \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde $\hat{s} = (p_a + p_b)^2$. Somando sobre os spins finais e tomando a média sobre os spins dos estados iniciais obtemos,

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{4} \times \frac{16\tilde{\lambda}_1^4 \hat{s}^2}{(\hat{s} - M_B^2)^2} = 4\tilde{\lambda}_1^4 \frac{\hat{s}^2}{(\hat{s} - M_B^2)^2} , \quad (3.8)$$

o que nos leva à seção de choque diferencial,

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{\tilde{\lambda}_1^4}{8\pi(\hat{s} - M_B^2)^2} . \quad (3.9)$$

Como queremos produzir estas partículas ressonantemente, devemos incorporar a largura de decaimento ao propagador. Antes de fazê-lo, vamos obter a expressão para a largura de decaimento de $\tilde{L}_1^{--}$. Como estamos fazendo uma análise independente de modelo, consideramos, como é feito usualmente neste caso, que os biléptons decaem apenas em pares de léptons. A amplitude para o decaimento de $\tilde{L}_1^{--}$ é,

$$\mathcal{M} = 2\tilde{\lambda}_1 \bar{v}(p_1)P_R u(p_2) , \quad (3.10)$$

que nos leva a,

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \tilde{\lambda}_1^2 8 p_1 \cdot p_2 = 4\tilde{\lambda}_1^2 M_B^2 . \quad (3.11)$$

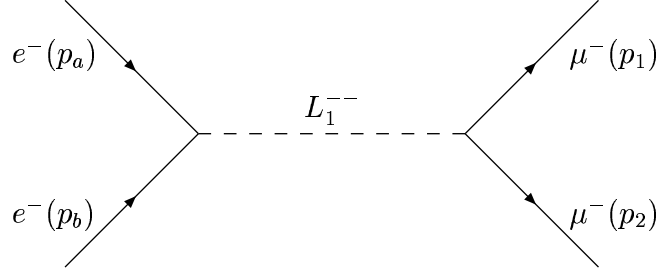


Figura 3.3: Notação para o cálculo da amplitude do processo $e^-e^- \rightarrow \mu^-\mu^-$.

Finalmente, a largura de decaimento nos três sabores leptônicos é dada por (S é o fator estatístico para partículas idênticas),

$$\Gamma = 3 \times \frac{S}{16\pi M_B} |\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{3 \tilde{\lambda}_1^2 M_B}{8\pi}. \quad (3.12)$$

Introduzindo-se Γ na Eq. (3.8) e realizando a integração sobre $\hat{t}$ obtemos,

$$\sigma(\hat{s})_{e^-e^- \rightarrow \mu^-\mu^-} = \frac{\tilde{\lambda}_1^4 \hat{s}}{8\pi[(\hat{s} - M_B^2)^2 + M_B^2 \Gamma^2]}, \quad (3.13)$$

onde $\hat{s}$ corresponde ao quadrado da energia no C.M. do par e^-e^- . Tendo ilustrado como calculamos as seções de choque e largura de decaimento para $\tilde{L}_1^{--}$, podemos escrever as expressões correspondentes para todos os biléptons de uma forma bastante compacta,

$$\sigma(\hat{s}) = S \frac{\lambda^4 \hat{s}}{24\pi[(\hat{s} - M_B^2)^2 + M_B^2 \Gamma^2]}, \quad (3.14)$$

onde $\Gamma = G\lambda^2 M_B/(8\pi)$ e os coeficientes são $S = 3, 1, 12$ e $G = 3, 1, 6$ para $\tilde{L}_1^{--}$, $L_{2\mu}^{--}$ e L_3^{--} , respectivamente.

Ao calcularmos a seção de choque da Eq. (3.5) devemos determinar $\hat{s}$. Desprezando-se as massas dos léptons, para um elétron com energia $\sqrt{s}/2$ chocando-se com outro com energia $x\sqrt{s}/2$, temos que $\hat{s} = xs$.

Já estamos de posse de todos os elementos necessários para o cálculo dos limites sobre λ e M_B impostos pela não observação dos eventos que denunciariam a possível presença de biléptons no LEP. Como a luminosidade obtida pelo LEP-I é muitíssimo menor que a obtida pelo LEP-II, consideramos apenas os efeitos das medidas deste último. Temos, portanto, que considerar as luminosidades obtidas a distintos valores de $\sqrt{s}$, como dadas na tabela 2.1. Assim, o número total de eventos esperados (pares de muons ou antimuons com massa invariante M_B) é calculada considerando-se as luminosidades obtidas para energias de C.M. que são maiores que a massa do bilépton, *i. e.*,

$$N(M_B) = 2 \sum_i \Theta(\sqrt{s_i} - M_B) \mathcal{L}(\sqrt{s_i}) \int_{\hat{s}=4m_\mu^2}^{\hat{s}_i} d\hat{s} \sigma(\sqrt{s_i}/2, \hat{s})_{e^+e^- \rightarrow \mu^- \mu^-}, \quad (3.15)$$

onde $N(M_B)$ é o número esperado de eventos (que tomamos igual a 2.3 ou 3.0, como discutido anteriormente) com massa M_B e $\mathcal{L}(\sqrt{s_i})$ corresponde à luminosidade obtida na energia $\sqrt{s_i}$, a qual assume os valores da tabela 2.1. O fator 2 decorre do fato de que $\sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^- \mu^-} = \sigma_{e^+e^- \rightarrow \mu^+ \mu^+}$.

Mostramos nas Figs. 3.2(a) e (b) os limites impostos pelo LEP sobre a constante de acoplamento dos biléptons $L_{2\mu}^-$ e L_3^- , em função de suas massas. Para efeito de comparação, também mostramos os limites atualmente impostos pelos experimentos que investigam a conversação $M - \overline{M}$. Por coerência, os limites provenientes do LEP e os da conversação $M - \overline{M}$ são calculados com o mesmo nível de confiança.

Os limites sobre $\tilde{\lambda}_1$ e a região excluída pela conversação $M - \overline{M}$, $\tilde{\lambda}_1/M_B < 0.20 \text{ TeV}^{-1}$, não foram mostradas na Fig. 3.2. Entretanto, ela pode ser facilmente obtida a partir dos limites sobre λ_3 considerando-se o fato de que $\tilde{\lambda}_1 = \sqrt{2}\lambda_3$.

Para obter estas curvas de exclusão, consideramos uma eficiência de 90% na reconstrução do par de muons ou antimuons e uma aceptância $|\cos\theta| < 0.9$. Ambos valores são conservadores, ou seja, subestimam a capacidade real média dos quatro detectores do LEP na detecção do par de muons. Entretanto, consideramos que isto é o mais certo a fazer, uma vez que nossa análise não contempla todas as características e peculiaridades de cada detector. Para calcularmos as curvas de exclusão, desenvolvemos programas em Fortran e utilizamos o

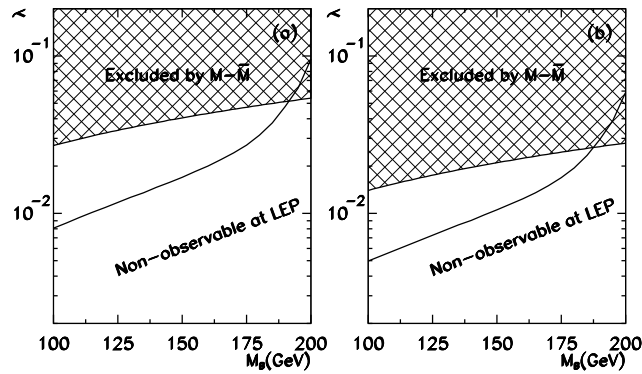


Figura 3.4: Curva de exclusão no plano (M_B, λ) para os dados do LEP. (a) limites sobre λ_2 (95% C.L.). (b) limites sobre λ_3 (90% C.L.).

VEGAS [47], na realização dos cálculos das integrais sobre o parâmetro x e também sobre o ângulo de espalhamento no sistema de laboratório. Temos que calcular numericamente a seção de choque a partir das seções de choque diferenciais ao invés da seção de choque total, Eq. (3.14), se desejamos incorporar os cortes nos ângulos definidos pela aceitação que adotamos.

Podemos ver, a partir da Fig.3.2, que os limites que obtivemos são mais restritivos que os impostos por $M - \overline{M}$. Nosso limites são pelo menos duas vezes melhores para quase todos os valores de massa cinematicamente acessíveis.

3.3 Busca na futura geração de aceleradores lineares

Nesta seção analisamos o potencial da futura geração de aceleradores lineares na observação de biléptons. Consideramos parâmetros gerais, próximos aos incorporados aos atuais projetos, no que diz respeito a luminosidade, energia, eficiência na reconstrução dos muons, polarização dos feixes e aceitação. Consideramos dois modos de operação, e^+e^- e $e\gamma$, que resultam ser muito mais sensíveis a biléptons que o modo $\gamma\gamma$.

3.3.1 Biléptons em colisões e^+e^-

Podemos empregar o mesmo método que utilizamos em nossa análise dos limites impostos pelo LEP para determinar a sensibilidade de um acelerador linear de nova geração na detecção de biléptons. Essa sensibilidade pode ser estimada considerando-se o limite em que nenhum evento seja observado, uma vez que a observação de um único evento já poderia ser tomado como indício da existência dos biléptons. Como expusemos anteriormente devemos, então, determinar a seção de choque que nos levaria a um número de eventos esperados igual a 3.0, para obtermos uma curva de exclusão no plano (M_B, λ) a 95% C.L.

Calculamos as curvas de exclusão para energias de 500, 800 e 1000 GeV, considerando uma luminosidade total de $\mathcal{L} = 500 \text{ fb}^{-1}$, o que corresponde à luminosidade que poderia ser obtida em um ou dois anos de operação. A eficiência na reconstrução do par de muons ou antimuons é de 90%. Não consideramos nenhum ângulo de corte, uma vez que detetores como o do TESLA são projetados para terem um máximo de aceitância (menor que 5°), e o efeito de um eventual corte seria muito pequeno, um decréscimo da ordem de 2% no número total de eventos. Apresentamos na Fig. 3.5, as curvas de exclusão no plano (M_B, λ) para os biléptons $L_{2\mu}^{--}$ e L_3^{--} . Novamente, como para as curvas de exclusão do LEP, podemos obter os resultados para $\tilde{\lambda}_1$ considerando a relação $\tilde{\lambda}_1 = \sqrt{2}\lambda_3$.

Se eventos do tipo que estamos considerando aqui, com pares de muons ou antimuons no estado final, forem produzidos em profusão, poderemos determinar M_B com precisão, bem como determinar a natureza (se vetorial ou escalar) do bilépton. Na Fig. 3.6, apresentamos a seção de choque diferencial para o processo $e^+e^- \rightarrow \mu^-\mu^-$ intermediado por $L_{2\mu}^{--}$, em função da massa invariante do estado final, $E_{\mu\mu}$. Os histogramas foram obtidos para diversos valores de M_B e $\lambda_2 = 0.27M_B$, o máximo valor permitido pela conversão $M - \overline{M}$. Podemos apreciar nesta figura o efeito da varredura sobre $\hat{s}$, resultante da produção de partículas equivalentes (elétrons ou pósitrons secundários) com um amplo espectro de energias.

É muito importante sabermos se o bilépton que produz os eventos que consideramos é

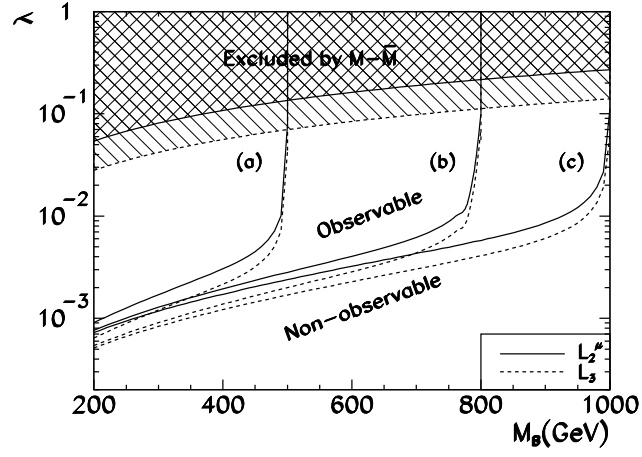


Figura 3.5: Curva de exclusão no plano (M_B, λ) a 95% C.L. em colisões e^+e^- . Assumimos $\mathcal{L} = 500 \text{ fb}^{-1}$ e $\sqrt{s} = 500$ (a), 800 (b), e 1000 (c) GeV.

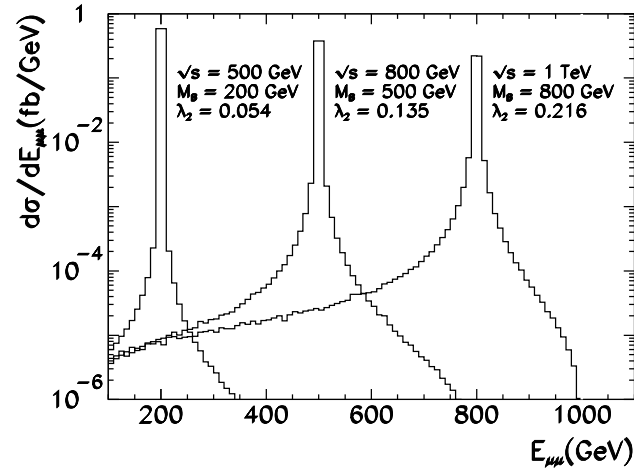


Figura 3.6: Seção de choque para a produção de $\mu^\pm\mu^\pm$ em colisões e^+e^- , em função de sua massa invariante $E_{\mu\mu}$.

de natureza vetorial ou escalar. Isto porque, com base nas propriedades dos biléptons, podemos discriminar entre distintos modelos. Por exemplo, se determinamos que um dado bilépton é de natureza vetorial, um bóson de gauge, e determinamos o valor de sua constante de acoplamento, podemos compará-la com os valores previstos por distintos modelos. Por exemplo, no modelo de Teoria de Unificação baseado no grupo $SU(15)$, $\lambda_2 = 1.19e/\sqrt{2}$, enquanto que no modelo 331 $\lambda_2 = 2.08e/\sqrt{2}$. O melhor método de que podemos dispor para determinar se os acoplamentos dos biléptons são vetoriais ou escalares e determinar, também, a chiralidade destes, é o emprego de feixes com elétrons e pósitrons polarizados. O porque pode ser facilmente entendido observando-se a tabela 3.2. Nela, apresentamos a dependência da seção de choque para o processo $e^-e^- \rightarrow \mu^-\mu^-$ (obviamente, o mesmo resultado se aplica quando léptons com outros sabores estão envolvidos), com a polarização média dos elétrons. Como um dos elétrons nesta reação provêm do pósitron, através da criação de um par pelo fóton por ele emitido, podemos esperar que a correlação entre a polarização do pósitron e a do elétron se perca. Ademais, o grau de polarização do feixe de pósitrons dificilmente superará os 60%, enquanto o do feixe de elétrons pode facilmente chegar aos 80%. Deste modo, podemos considerar um dos feixes como despolarizado, por exemplo, $P_2 = 0$. Mesmo assim, somente com $P_1 \neq 0$, podemos determinar a natureza do acoplamento do bilépton. Caso o número de eventos, n , não varie com P_1 , temos um bilépton vetorial, caso n aumento com P_1 , temos um bilépton escalar com acoplamento proporcional a P_R e caso decresça com o aumento de P_1 , temos um bilépton escalar com acoplamento proporcional a P_L . Contudo, se $\tilde{L}_1^-$ e L_3^- se misturam, pode ocorrer que a dependência da seção de choque final com P_1 seja pequena.

Neste caso, não poderíamos distinguir se o acoplamento é escalar ou vetorial somente variando a polarização do feixe de elétrons. Uma alternativa é examinar a distribuição angular dos muons no estado final. Na tabela 3.2 apresentamos a dependência angular das seções de choque dos distintos biléptons. Na Fig. 3.7 apresentamos a distribuição angular que seria efetivamente observada pelo experimento. Podemos concluir, portanto, que ainda poderemos distinguir entre biléptons vetoriais e escalares, no caso em que o número de eventos seja suficiente

Bilépton	Dependência com a polarização	Dependência angular
$\tilde{L}_1^{--}$	$(1 + P_1)(1 + P_2)$	—
$L_{2\mu}^{--}$	$1 - P_1 P_2$	$1 + \cos^2 \theta^*$
L_3^{--}	$(1 - P_1)(1 - P_2)$	—

Tabela 3.2: Dependências angular e na polarização dos feixes iniciais para $e^+e^- \rightarrow \mu^- \mu^-$ (θ^* é o ângulo no C.M.).

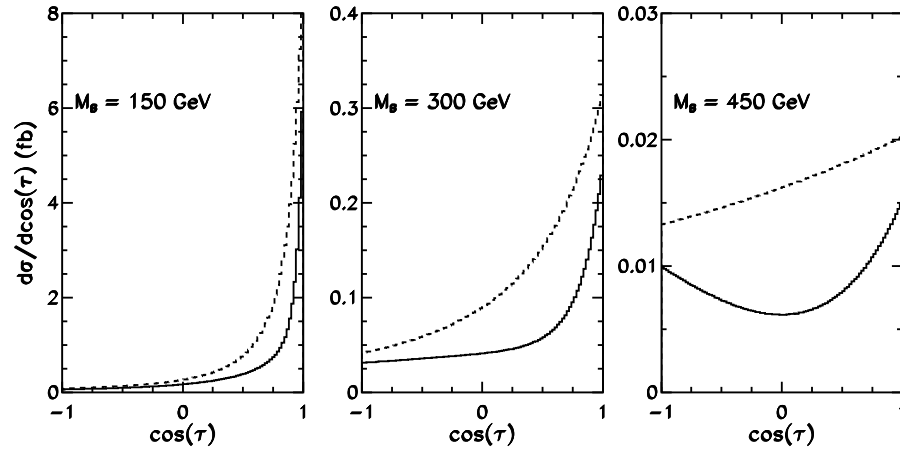


Figura 3.7: Distribuição angular no sistema de laboratório para $\sqrt{s} = 500$ GeV. A linha cheia (tracejada) corresponde a biléptons vetoriais (escalares).

para reconstruir a curva de distribuição angular. No entanto, não poderemos saber mais sobre a natureza do acoplamento escalar.

3.3.2 Biléptons em colisões $e\gamma$

Biléptons também podem ser produzidos ressonantemente em colisões $e\gamma$ através de processos como o mostrado na Fig. 3.2(b). Neste processo, o elétron do feixe original interage com um elétron resultante da formação de um par e^+e^- , fundindo-se em um bilépton, que posteriormente decai em um par de muons. Neste caso, diferente do que ocorre em colisões e^+e^- ,

somente podem-se produzir muons no estado final, não havendo a possibilidade de produção de pares de antimuons, exceto através de processos suprimidos por α , em relação ao processo da Fig. 3.2(b).

Da mesma forma que fizemos no caso da produção ressonante de biléptons em colisões e^+e^- , consideramos que somente o par de muons é detectado no estado final, enquanto o pósitron resultante da divisão do fóton segue pelo tubo dos feixes, sem ser detectado. Os eventos em que o pósitron pode ser detectado correspondem apenas a uma pequena fração do número total de eventos, de modo que podemos estar seguros que os limites obtidos a partir de nossa análise, mesmo que simplificada, serão confiáveis e precisos.

Ao considerar apenas os eventos em que o pósitron segue sem ser detectado, podemos calcular a seção de choque para o processo $e^-\gamma \rightarrow \mu^-\mu^-$ empregando, uma vez mais, a aproximação de partícula equivalente. Neste caso, $\sigma_{e^-\gamma \rightarrow \mu^-\mu^-}$ resulta da convolução entre a função de distribuição dos fótons produzidos pelo espalhamento Compton, $f_e^\gamma(x)$, dada na Eq. (2.6) e a distribuição de elétrons no fóton,

$$F_\gamma^e(x_2) = \frac{\alpha}{\pi} [x_2^2 + (1 - x_2)^2] \ln \frac{E_\gamma}{m_e}, \quad (3.16)$$

ou seja,

$$\sigma_{e^-\gamma \rightarrow \mu^-\mu^-} = \int_{x_1^{\min}}^{x_1^{\max}} \int_{x_2^{\min}}^1 dx_1 dx_2 f_e^\gamma(x_1) F_\gamma^e(x_2) \hat{\sigma}_{e^+e^- \rightarrow \mu^-\mu^-}. \quad (3.17)$$

A presença dos limites $x_1^{\min}$ e $x_2^{\min}$ garantem que $\hat{s} = x_1 x_2 s$ seja, no mínimo, o suficiente para a produção do par de muons e $x_1^{\max} = y/(y+1) \approx 0.83$, corresponde à máxima fração da energia que os fótons resultantes do EC podem ter.

É pertinente observarmos que em processos envolvendo fótons resultantes do EC, devemos sempre considerar que a luminosidade para o processo $e\gamma$ depende da energia dos fótons. Isto, deve-se ao fato de que os fótons são produzidos com uma determinada distribuição angular, que depende de sua energia ω ,

$$\theta_\gamma \approx \frac{m_e}{E_b} \sqrt{\frac{E_b y}{\omega} - (y+1)}, \quad (3.18)$$

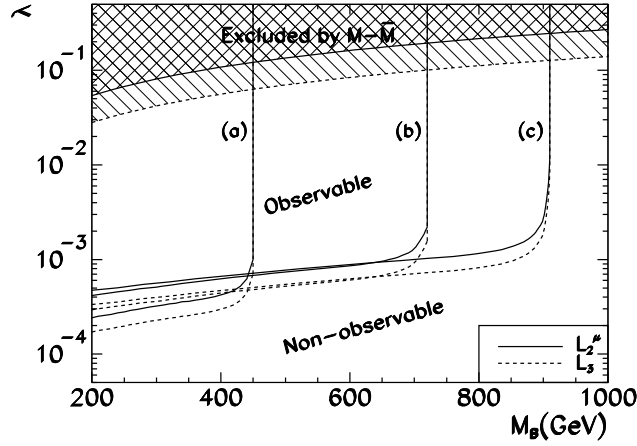


Figura 3.8: O mesmo que na Fig. 3.5 para o modo $e\gamma$ de um acelerador linear.

onde empregamos a notação da seção 2.2. Esta distribuição é tal que somente os fótons menos energéticos são produzidos a grandes ângulos. A luminosidade normalizada para o processo $e\gamma$ é função desta distribuição angular [31],

$$\frac{1}{\mathcal{L}_{ee}} \frac{d\mathcal{L}_{e\gamma}}{dW} = \frac{W}{2E_b} f_e^\gamma \left(\frac{W^2}{4E_b} \right) e^{-\frac{d^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}}, \quad (3.19)$$

onde $d \equiv z\theta_\gamma(\frac{W^2}{4E_b})$, z é distância entre o ponto de produção dos fótons e o plano no qual eles se encontram com os elétrons do outro feixe, $W = 2\sqrt{\omega E_b}$ é a massa invariante de $e\gamma$, σ_1 e σ_2 são os valores rms da distribuição transversal dos elétrons nos feixes (assume-se $\sigma_x = \sigma_y$) e $\mathcal{L}_{ee}$ corresponde à luminosidade do modo e^+e^- .

Para determinar a seção de choque efetiva, então, temos que convoluir a seção de choque para o processo iniciado por e e γ com a distribuição da luminosidade,

$$\sigma_{efetiva} = \int \left(\frac{1}{\mathcal{L}_{ee}} \frac{d\mathcal{L}_{e\gamma}}{dW} \right) \sigma(W) dW. \quad (3.20)$$

Entretanto, para os valores de z , σ_1 e σ_2 normalmente empregados nos projetos dos aceleradores, a exponencial que aparece na Eq. (3.19) é praticamente igual a 1 no intervalo de valores de W , que interessam em nossas análises ($W \gtrsim 200$ GeV). Assim, $\mathcal{L}_{e\gamma}$ reduz-se ao produto entre $\mathcal{L}_{ee}$ e $f_e^\gamma(x)$, de modo que podemos, simplesmente, empregar a seção de choque

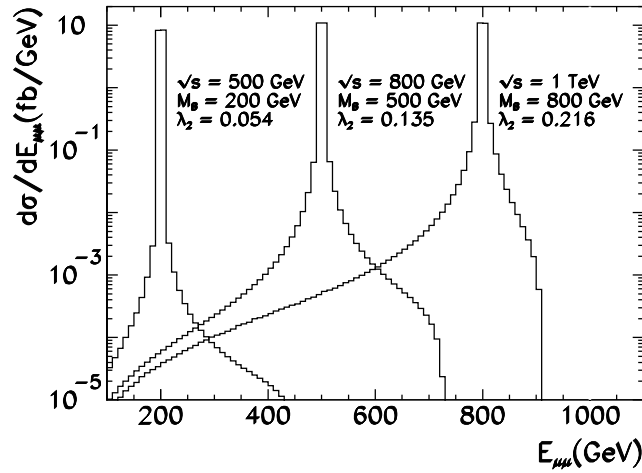


Figura 3.9: Seção de choque para a produção de $\mu^-\mu^-$ em colisões $e\gamma$, em função de sua massa invariante $E_{\mu\mu}$.

como dada na Eq. (3.17) multiplicada por $\mathcal{L}_{ee}$ na determinação do número total de eventos. Mas, é importante ter em mente que, em geral, devemos empregar a luminosidade como dada na Eq. (3.19), principalmente na região de baixas energias, que é a mais distorcida em relação a distribuição $f_e^\gamma(x)$.

Na Fig. 3.8 apresentamos as curvas de exclusão no plano (M_B, λ) . Assumimos uma luminosidade total $\mathcal{L} = 500 \text{ fb}^{-1}$ e não consideramos nenhum ângulo de corte em particular, como foi feito para as colisões e^+e^- . Podemos comparar este resultado com as curvas obtidas para o modo e^+e^- , Fig. 3.5. Conclui-se que o modo $e\gamma$ é mais sensível, principalmente para massas maiores. Isto, deve-se ao fato de que a sensibilidade do modo e^+e^- cai muito rapidamente com o aumento da massa, uma vez que o espectro dos fótons provenientes de *bremsstrahlung* também cai rapidamente para altas energias. Já no caso do modo $e\gamma$, a sensibilidade mantém-se aproximadamente constante até muito próximo da energia mais alta possível, $\sqrt{s_{e\gamma}^{max}} = 0.91\sqrt{s_{ee}}$.

Se os biléptons forem produzidos em grande número, pode-se, como para o modo e^+e^- , determinar a natureza dos biléptons variando-se a polarização do feixe de elétrons, ou através da análise da distribuição angular dos muons. Na Fig. 3.9, apresentamos a seção de choque para a produção do bilépton $L_{2\mu}^{--}$ em função da massa invariante dos muons, $E_{\mu\mu}$. Pode-se ver

M_B	$\lambda_2 \times 10^4$ (500 GeV)		$\lambda_2 \times 10^4$ (1 TeV)	
	e^-e^-	$e\gamma$	e^-e^-	$e\gamma$
200	2.50	2.40	1.46	4.72
300	0.96	3.22	1.36	5.55
400	0.60	4.21	1.23	6.64
500	0.11	—	1.10	7.73

Tabela 3.3: Valores de λ_2 que resultam em um nmero esperado de eventos igual a 3.0, para $\mathcal{L} = 500 \text{ fb}^{-1}$.

que a seção de choque é uma ordem de magnitude maior que para o modo e^+e^- . Novamente, consideramos que $\lambda_2 = 0.27M_B$.

3.3.3 Biléptons em colisões e^-e^-

Esta sessão deve ser considerada como um corolário das seções 3.3.1 e 3.3.2. Nela vamos comparar nossos resultados com aqueles para o modo de operação e^-e^- .

Para fazer tal comparação, atualizamos os resultados da Ref. [48], que trata da produção ressonante de biléptons em colisões e^-e^- , passando a considerar uma luminosidade igual à que empregamos em nossas análises anteriores, $\mathcal{L} = 500 \text{ fb}^{-1}$. Felizmente, pode-se atualizar os resultados da Ref. [48] devido a que a seção de choque para o processo $e^-e^- \rightarrow \mu^-\mu^-$ integrada sobre s é proporcional ao quadrado da constante de acoplamento, λ [49]. Deste modo, os limites sobre λ são proporcionais a $\sqrt{1/\mathcal{L}}$. Na tabela 3.3 comparamos os limites sobre λ_2 para os modos e^-e^- e $e\gamma$, em um acelerador operando a $\sqrt{s} = 0.5$ e 1 TeV, com $\mathcal{L} = 500 \text{ fb}^{-1}$. Está claro que o modo e^-e^- é mais sensível, uma vez que prova valores menores da constante de acoplamento. Entretanto, a vantagem deste modo sobre o $e\gamma$ acaba sendo diminuída em função da menor luminosidade esperada em aceleradores e^-e^- , em torno da metade daquela para o modo e^+e^- .

Assim, podemos concluir que um acelerador operando no modo $e\gamma$ tem uma sensibili-

dade aos biléptons que diminui em muito a necessidade de se projetar os futuros aceleradores lineares para operarem, também, com colisões e^-e^- .

Capítulo 4

Neutrinos Massivos: A Solução para Nossos Problemas?

Já se passaram mais de 70 anos desde que Pauli propôs a existência dos neutrinos para conseguir reconciliar os dados sobre decaimentos radiativos dos núcleos com a conservação de energia. Os neutrinos, então, haviam surgido para resolver um problema. Veremos neste capítulo que outros problemas existentes podem vir a ser resolvidos pelos neutrinos, no caso em que estes tenham uma massa diferente de zero.

4.1 O problema dos neutrinos solares

Na década de 60 surgiram os primeiros modelos que descreviam as propriedades do Sol e sua evolução após entrar na sequência principal. Estes modelos solares [50] são baseados em um determinado conjunto de observações experimentais: a luminosidade da superfície, a idade, o raio e a massa solares, bem como em algumas suposições: simetria esférica, equilíbrio térmico e hidrostático, equação de estado de um gás ideal, e a presente abundância de elementos na superfície similar à composição inicial. Estes modelos foram refinados ao longo das últimas décadas e muitas de suas previsões concordam perfeitamente com os dados experimentais. Na Fig. 4.1 apresentamos o fluxo de neutrinos do elétron (o único sabor gerado pelas reações nucleares no interior do Sol) gerado na cadeia de reações *pp*. Podemos notar que a energia

média dos neutrinos solares se situa em torno de alguns MeV.

Ainda na década de 60, teve início um experimento para a medida do fluxo de neutrinos solares, o famoso experimento radioquímico de Davis. Seu objetivo era testar as previsões dos modelos solares. Sua medida do fluxo está baseada na observação do número de átomos de ^{37}Ga produzidos em 615 toneladas de C_2Cl_4 através da reação,

$$\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ga} + e^- , \quad (4.1)$$

a qual possui um limite inferior de energia de 0.814 MeV. O primeiro resultado sobre a detecção de neutrinos solares foi divulgado no ano de 1968 [51]. Este experimento mediu um fluxo bastante inferior ao previsto. A taxa de eventos média medida durante mais de vinte anos de operação é [52],

$$R_{\text{Cl}} = 2.56 \pm 0.16 \pm 0.16 \text{ SNU} . \quad (4.2)$$

O fluxo está expresso em *Solar Neutrino Unit*, que corresponde 10^{-36} absorções (que resulta em um evento) por átomo por segundo. Este resultado corresponde a aproximadamente um terço da predição do modelo solar¹.

Muitos outros experimentos se seguiram ao de Davis, sempre medindo um fluxo de neutrinos inferior ao previsto. Assim, temos que os experimentos radioquímicos SAGE [53] e GALLEX[54] mediram,

$$\begin{aligned} R_{\text{SAGE}} &= 75.4^{+7.0+3.5}_{-6.8-3.0} \text{ SNU} , \\ R_{\text{GALLEX}} &= 77.5^{+6.2+4.3}_{-6.2-4.7} \text{ SNU} , \end{aligned} \quad (4.3)$$

enquanto que o previsto corresponde a 130 SNU. Ambos experimentos baseiam-se na medida do número de ^{71}Ge gerados na reação,

$$\nu_e + {}^{71}\text{Ga} \rightarrow {}^{71}\text{Ge} . \quad (4.4)$$

¹Quando nos referimos a alguma predição dos modelos solares estamos considerando especificamente o modelo de Bahcall, Pinsonneault e Babu [55].

Dois outros experimentos, Kamiokande e o Super-Kamiokande, baseados na detecção de radiação de Cerenkov emitida na água, também mediram um fluxo bastante inferior ao esperado,

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{Kam}} &= (2.80 \pm 0.19 \pm 0.33) \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}, \\ \Phi_{\text{SK}} &= (2.32 \pm 0.03 \pm 0.08) \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1},\end{aligned}\tag{4.5}$$

o que corresponde a cerca de 40 – 50% da predição do modelo solar padrão.

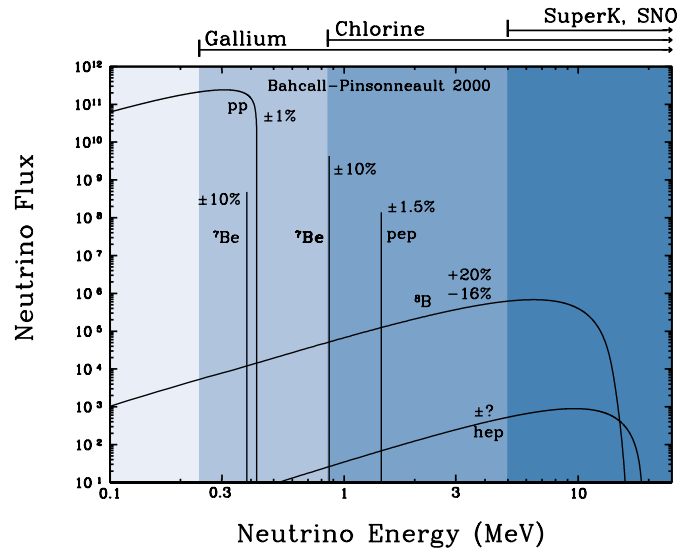


Figura 4.1: Fluxo de ν_e solares previsto pelo modelo solar padrão [55] em função da energia do neutrino.

Tais resultados levaram à conjectura do “problema dos neutrinos solares”:

- Todos os experimentos observam um fluxo que é inferior ao previsto por um fator $0.3 \sim 0.6$.
- O deficit observado não é o mesmo para todos os experimentos, o que pode indicar que o efeito é dependente da energia dos neutrinos.

4.2 Anomalia dos neutrinos atmosféricos

Na década de 60, tiveram início os primeiros experimentos que visavam a detecção de neutrinos atmosféricos. Estes neutrinos são produzidos quando raios cósmicos interagem com os átomos da alta-atmosfera. Eles são produzidos principalmente a partir do decaimento de pions, $\pi^{+(-)} \rightarrow \mu^{+(-)} \nu_{\mu}^{(-)}$ e Kaons, $K^{+(-)} \rightarrow \mu^{+(-)} \nu_{\mu}^{(-)}$ seguido pelo decaimento do muon $\mu \rightarrow e \nu_{\mu} \bar{\nu}_e$. Assim, espera-se uma relação de 2 para 1 entre o fluxo de $\nu_{\mu}(\bar{\nu}_{\mu})$ e o de $\nu_e(\bar{\nu}_e)$, a qual é ligeiramente modificada pela presença de outros processos. Dada a complexidade e incertezas teóricas e experimentais, a previsão teórica do fluxo de neutrinos atmosféricos do muon e do elétron possuem uma incerteza muito grande, da ordem de 20%. Entretanto, a incerteza na razão entre os fluxos de neutrinos do muon e do elétron é menor, apenas 5%. Assim, na comparação entre os dados experimentais e as previsões teóricas, emprega-se a razão,

$$R_{\mu/e} = \frac{\Phi_{\mu}}{\Phi_e}. \quad (4.6)$$

Os neutrinos atmosféricos foram detectados pela primeira vez nos experimentos de Reines *et al.* [56], e no experimento realizado em Kolar Gold Field [57], na Índia. Estes experimentos mediram um fluxo ligeiramente menor que o esperado, mas o resultado não era estatisticamente significativo. Dois outros experimentos, Fréjus e NUSEX, também mediram o fluxo de neutrinos empregando calorímetros de aço. Seus resultados mostraram-se em concordância com as previsões do Modelo Padrão. Por outro lado, dois experimentos baseados na detecção da radiação de Cerenkov produzida na água, IMB e Kamiokande, mediram que a razão entre os eventos induzidos por ν_{μ} e os eventos induzidos por ν_e era menor que o esperado por um fator em torno de 0.6. Os resultados do Kamiokande foram analisados separando-se os dados em neutrinos sub-GeV e multi-GeV. Ambos conjuntos de dados mostraram o mesmo déficit. Estes resultados levaram à formulação da hipótese da anomalia de neutrinos atmosféricos, em analogia com o problema do déficit dos neutrinos solares. As mais importantes e precisas medidas do fluxo de neutrinos atmosféricos são devidas ao Super-Kamiokande [8], o sucessor do Kamiokande, muito maior e mais sofisticado. Este experimento vem, desde 1996, colhendo

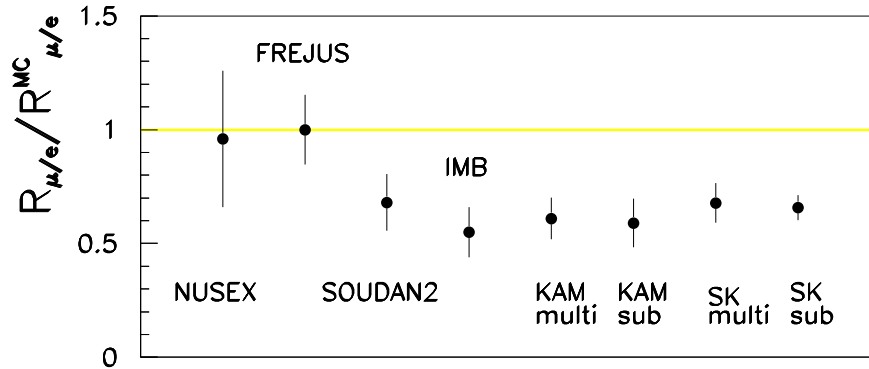


Figura 4.2: Resultados para a razão $R_{\mu/e}/R_{\mu/e}^{MC}$, para diversos experimentos.

dados que confirmam a existência da anomalia dos neutrinos atmosféricos.

Na Fig. 4.2, apresentamos para diversos experimentos os resultados para a razão $R_{\mu/e}/R_{\mu/e}^{MC}$, onde $R_{\mu/e}^{MC}$ corresponde à previsão teórica baseada em simulações de Monte Carlo. Uma diferença muito grande em relação a 1, é indício de uma alteração no fluxo de neutrinos. Assim, uma razão menor do que um, como tem sido observado, pode ser explicada tanto por um defeito de ν_μ como por um excesso de ν_e .

Tanto o problema dos neutrinos solares como a anomalia dos neutrinos atmosféricos podem ser resolvidos supondo-se que os neutrinos tenham massas que diferem pouco uma das outras. Neste caso, podemos ter uma oscilação entre os diferentes sabores dos neutrinos, de modo que os ν_e provenientes do Sol podem chegar a Terra como neutrinos do muon ou do tau, o que resultaria num menor fluxo de neutrinos como é, de fato, observado. O mesmo vale para os neutrinos atmosféricos, uma vez que neutrinos do muon poderiam transformar-se em neutrinos do elétron, levando à razão observada experimentalmente.

Mas, é natural esperar que os neutrinos tenham massa? Se essa massa é muito menor que as dos demais férmions observados na natureza, como isso é possível? Na próxima seção mostraremos que existem muitos modelos de física além do Modelo Padrão que prevêem, que os neutrinos são massivos e que suas massas podem, de uma forma natural, ser muito pequenas.

4.3 Modelos para as massas dos neutrinos

No Modelo Padrão das interações eletrofracas, o conteúdo de partículas é definido pela simetria $SU(2)_L \times U(1)_Y$, que determina o número de bósons de gauge e pelo setor de Higgs, que determina o número de escalares. O conteúdo fermiônico é adequadamente incorporado ao modelo através das evidências experimentais. Assim, devido às evidências experimentais o Modelo Padrão foi construído considerando-se apenas neutrinos de mão-esquerda, ν_{iL} ($i = e, \mu, \tau$), que são acomodados juntamente com os léptons carregados em dupletos de $SU(2)_L$. Portanto, a lagrangiana do Modelo Padrão não contém termos de massa para os neutrinos, sejam eles de Dirac, $\overline{\nu_R} \nu_L$, ou de Majorana, $\overline{\nu_L^c} \nu_L^2$.

Uma vez que se assume que apenas ν_L faz parte do Modelo Padrão, simetrias globais acidentais impedem que o neutrino adquira massa através de correções radiativas. Mais concretamente, poderíamos pensar que a massa para os neutrinos pudesse ser gerada por correções radiativas se estas induzissem o termo efetivo,

$$\frac{Y_{ij}^\nu}{v} \phi \phi \ell_{Li} \ell_{Lj}, \quad (4.7)$$

onde Y , v , ϕ e ℓ_L , são a constante de acoplamento, o valor esperado do vácuo, o campo do Higgs e o duplete de léptons, respectivamente. Entretanto, isto não pode acontecer porque o MP respeita a seguinte simetria global,

$$G_{MP}^{Global} = U(1)_B \times U(1)_e \times U(1)_\mu \times U(1)_\tau. \quad (4.8)$$

Aqui $U(1)_B$ corresponde à simetria de número bariônico e $U(1)_{e,\mu,\tau}$ à simetria dos números leptônicos. Esta simetria implica na conservação de $B - L$, a diferença entre o número bariônico e o leptônico, $L = L_e + L_\mu + L_\tau$. Termos como o da Eq. (4.7) violam esta simetria e, portanto, não podem ser gerados no contexto do MP. Assim, podemos dizer que o MP prediz que a massa dos neutrinos é exatamente nula.

²Em nossa notação $\nu_L^c = (\nu_L)^c = i\gamma^2 \nu_L^*$.

Mas, também é verdade que podemos simplesmente adicionar um neutrino de mão-direita ao modelo (que deixa, então, de ser o Modelo Padrão). Assim, os neutrinos podem “adquirir” massa do mesmo modo que os outros férmions através da lagrangeana de Yukawa,

$$\mathcal{L} = -\lambda_{\nu}^{ij} \bar{\ell}_L^i \phi^c \nu_R^j + h.c. , \quad (4.9)$$

que resulta num termo de massa $-m_{\nu} \bar{\nu} \nu$, com $m_{\nu} = \lambda_{\nu} v / \sqrt{2}$. Entretanto, ao estendermos o modelo desta maneira, não só acabamos com mais um grande número de constantes a serem determinadas experimentalmente, bem como não ganhamos nenhuma idéia sobre nova física. Além do mais, o problema da hierarquia de massas no setor fermiônico acaba sendo piorado. Enquanto que as massas dos quarks dentro de cada geração difere por, no máximo, uma ordem de grandeza, as massas dos léptons carregados e seus neutrinos associados diferiria por, pelo menos, 4 ou 5 ordens de grandeza de acordo com os presentes limites experimentais [11]. Seria, muito interessante que tivéssemos algum modelo capaz de explicar essa hierarquia de massas para os léptons.

Hoje existem muitas maneiras pelas quais sabe-se ser possível gerar pequenas massas para os neutrinos dentro de modelos de NF. Os modelos mais simples baseiam-se em extensões do setor escalar. Este é o caso de modelos como os de Gelmini e Roncadelli [58] ou de Chikashige, Mohapatra e Peccei [59]. No modelo de Gelmini e Roncadelli, introduz-se um tripleto de escalares,

$$H = \begin{pmatrix} H^0 & \frac{1}{\sqrt{2}} H^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}} H^+ & H^{++} \end{pmatrix} , \quad (4.10)$$

que se acopla aos férmions através da seguinte lagrangeana de Yukawa,

$$\mathcal{L}_Y = -\frac{1}{\sqrt{2}} \lambda \bar{\ell}_R^c H \ell_L + h.c. \quad (4.11)$$

Quando o campo escalar neutro H^0 adquire um valor esperado do vácuo $H^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u + H_1 + iH_2)$ gera-se um termo de massa de Majorana,

$$-\frac{1}{2} m_{\nu} \bar{\nu} \nu , \quad (4.12)$$

onde,

$$m_\nu = \lambda u. \quad (4.13)$$

Assim, vemos que o pequeno valor da massa dos neutrinos pode ser decorrente de um valor esperado para o vácuo, u , muito pequeno. Assim, eliminamos o problema de termos que introduzir uma constante de acoplamento de Yukawa excessivamente pequena, como ocorre quando da simples introdução de um neutrino de mão-direita no MP.

Em outros modelos, as massas dos neutrinos são geradas a nível de *loops*. Este é o caso do modelo proposto por Zee [60]. Neste modelo simplesmente se introduz no setor escalar mais um singleto e um dubleto de $SU(2)_L$, h^- e ϕ' , respectivamente. Com isso, gera-se a possibilidade de termos o acoplamento trilinear dado por,

$$\mu \phi^T i \sigma_2 \phi' h^- + h.c. \quad (4.14)$$

que viola $B - L$ por duas unidades. Os três escalares de carga simples presentes no modelo, ϕ^- , ϕ'^- e h^- , combinam-se para gerar a componente que é absorvida pelo bóson W^+ e outros dois escalares S e S' . Os neutrinos obtêm sua massa a nível de um *loop* através de diagramas de auto-energia, como o da Fig. 4.3.

Modelos semelhantes a este, como o proposto por Babu [61], que ademais de h^- introduz um singleto de carga dupla, acabam por gerar as massas dos neutrinos a nível de dois *loops*.

Um dos mecanismos mais conhecidos para geração das massas dos neutrinos é conhecido como mecanismo *see-saw*. Este mecanismo pode ser implementado em diversos modelos como o de simetria L-R, o modelo 331 e em geral nas Teorias Unificação. Sua característica mais interessante é relacionar a massa dos neutrinos com a escala de energia da NF. A característica chave do mecanismo é considerar a existência simultânea para os neutrinos de termos de massas de Dirac e de Majorana. Existem dois campos, ν_L e ν_R , que são tanto neutrinos de Dirac como de Majorana. Neste caso, a lagrangeana de massa é dada por (consideraremos apenas um sabor para o neutrino),

$$\mathcal{L}_{massa} = -M \overline{\nu_L} \nu_R - \frac{1}{2} (m_L \overline{\nu_L^c} \nu_L + m_R \overline{\nu_R^c} \nu_R) + h.c., \quad (4.15)$$

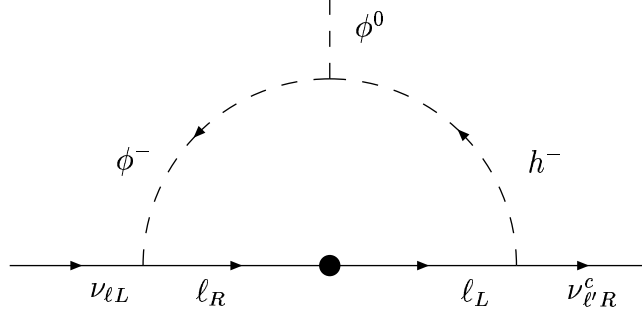


Figura 4.3: Diagramas de auto-energia que geram as massas dos neutrinos no modelo de Zee.

onde M é a massa de Dirac e m_L e m_R são as massas de Majorana. Escrevendo,

$$\nu \equiv \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^c \end{pmatrix}, \quad (4.16)$$

podemos reescrever a lagrangeana de massa como,

$$\mathcal{L}_{massa} = \bar{\nu}^c \mathcal{M} \nu + h.c., \quad (4.17)$$

onde,

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} m_L & M \\ M & m_R \end{pmatrix}. \quad (4.18)$$

Ao diagonalizar esta matriz através de uma transformação unitária (uma matriz 2×2) $U(\theta)$, temos que o ângulo de mistura entre os campos ν_L e ν_R^c e os auto-estados de massa ν_1 e ν_2 é dado por,

$$\tan 2\theta = \frac{2M}{m_R - m_L}, \quad (4.19)$$

enquanto que os auto-valores são,

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{1}{2} \sqrt{4M^2 + (m_R - m_L)^2} - \frac{m_R + m_L}{2}, \\ m_2 &= \frac{1}{2} \sqrt{4M^2 + (m_R - m_L)^2} + \frac{m_R + m_L}{2}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Da Eq. (4.20) podemos ver que se $m_R \gg M \gg m_L$ teremos,

$$m_1 \simeq \frac{M^2}{m_R} \quad m_2 \simeq m_R. \quad (4.21)$$

Os valores de m_1 e m_2 podem diferir enormemente, dependendo dos valores de M e m_R . Como $M/m_R \ll 1$, o ângulo de mistura, θ , é muito pequeno de modo que ν_1 e ν_2 se desacoplam quase que completamente.

Este esquema é conhecido como mecanismo *see-saw* [62]. Usualmente, M corresponde a escala de massa associada com o Modelo Padrão e a escala m_R decorre da escala característica da nova física. Modelos como o de simetria L-R, GUT com grupo $SO(10)$, E_6 , etc, todas contém um campo que poderia fazer o papel de ν_R . A massa desse ν_R corresponde a escala de massa associada com cada modelo, a qual facilmente satisfaz a condição $m_R \gg M$. O mecanismo *see-saw* é considerado por muitos como a melhor explicação para o fato de as massas dos neutrinos serem tão pequenas.

Capítulo 5

Oscilação de Neutrinos

Em 1957 Pontecorvo [63] notou que se os neutrinos fossem massivos poderia ocorrer o fenômeno de oscilação entre diferentes sabores. Mais exatamente, se um processo eletrofraco produzisse um neutrino de um determinado sabor (determinado número leptônico) este estado poderia evoluir durante sua propagação pelo espaço e transformar-se numa superposição de neutrinos de diferentes sabores. Assim, neutrinos com sabor diferente do original poderiam ser detectados num local afastado do ponto de produção. Este fenômeno não era estranho, porque se assemelhava à oscilação verificada no sistema $K^0 - \bar{K}^0$. Esta idéia de oscilação de neutrinos foi subsequentemente analisada por Maki, Nakagawa e Sakata para o caso específico envolvendo ν_e e ν_μ [64] em 1962 e levada ainda mais adiante novamente por Pontecorvo em 1967 [63]. O que se revela nesses trabalhos é que para que o fenômeno ocorra é necessário não só que os neutrinos sejam massivos como que ocorra uma mistura entre os diferentes sabores.

5.1 Matriz de mistura

No Modelo Padrão a massa dos férmions (quarks e léptons) provém da seguinte lagrangiana de Yukawa

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = \lambda_u^{\alpha\beta} \bar{q}'_{L,\alpha} \tilde{\Phi} u'_{R,\beta} + \lambda_d^{\alpha\beta} \bar{q}'_{L,\alpha} \Phi d'_{R,\beta} + \lambda_e^{\alpha\beta} \bar{\ell}'_{L,\alpha} \Phi e'_R + h.c. , \quad (5.1)$$

onde α e β são índices de família (e, μ, τ) , q' e ℓ' denotam os dubletos de quarks e léptons, respectivamente, e $\tilde{\Phi} = i\tau_2\Phi$. Os campos com linha denotam auto-estados da interação fraca. Estes estados, em geral, não coincidem com os auto-estados de massa. Visto de outra maneira, não há nenhuma razão para as matrizes de acoplamento $\lambda^{\alpha\beta}$ serem diagonais. Após a quebra espontânea de simetria obtemos, em geral, matrizes de massa 3×3 (no espaço de sabores) não-diagonais $\mathbf{m}'_u$, $\mathbf{m}'_d$ e $\mathbf{m}'_e$, dadas por,

$$\mathbf{m}'_\alpha = \frac{v}{\sqrt{2}}\lambda_\alpha \quad (\alpha = u, d, e). \quad (5.2)$$

Como, em geral, o que se observa nos experimentos são os auto-estados de massa (partículas com massa definida) devemos diagonalizar essas matrizes. Restringindo-nos aos termos de massa presentes na Eq. (5.1) a diagonalização pode ser obtida seguindo os seguintes passos¹,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{massa} &= \bar{u}'_L \mathbf{m}'_u u'_R + \bar{d}'_L \mathbf{m}'_d d'_R + \bar{e}'_L \mathbf{m}'_e e'_R + h.c. \\ &= \bar{u}'_L \mathbf{S}_L^u \mathbf{S}_L^{u\dagger} \mathbf{m}'_u \mathbf{S}_R^u \mathbf{S}_R^{u\dagger} u'_R + \bar{d}'_L \mathbf{S}_L^d \mathbf{S}_L^{d\dagger} \mathbf{m}'_d \mathbf{S}_R^d \mathbf{S}_R^{d\dagger} d'_R + \bar{e}'_L \mathbf{S}_L^e \mathbf{S}_L^{e\dagger} \mathbf{m}'_e \mathbf{S}_R^e \mathbf{S}_R^{e\dagger} e'_R + h.c. \\ &= \bar{u}_L \mathbf{m}_u u_R + \bar{d}_L \mathbf{m}_d d_R + \bar{e}_L \mathbf{m}_e e_R + h.c. \\ &= \bar{u} \mathbf{m}_u u + \bar{d} \mathbf{m}_d d + \bar{e} \mathbf{m}_e e, \end{aligned} \quad (5.3)$$

onde introduzimos as matrizes unitárias $\mathbf{S}$ através das identidades $\mathbf{S}\mathbf{S}^\dagger = \mathbf{1}$. As matrizes $\mathbf{S}_{L,R}^\alpha$ ($\alpha = u, d, e$) relacionam os auto-estados da interação com os auto-estados de massa,

$$\begin{aligned} u'_L &= \mathbf{S}_L^u u_L, & d'_L &= \mathbf{S}_L^d d_L, & e'_L &= \mathbf{S}_L^e e_L, \\ u'_R &= \mathbf{S}_R^u u_R, & d'_R &= \mathbf{S}_R^d d_R, & e'_R &= \mathbf{S}_R^e e_R, \end{aligned} \quad (5.4)$$

e induzem as diagonalizações bi-unitárias,

$$\mathbf{m}'_u = \mathbf{S}_L^u \mathbf{m}_u \mathbf{S}_R^{u\dagger}, \quad \mathbf{m}'_d = \mathbf{S}_L^d \mathbf{m}_d \mathbf{S}_R^{d\dagger}, \quad \mathbf{m}'_e = \mathbf{S}_L^e \mathbf{m}_e \mathbf{S}_R^{e\dagger}. \quad (5.5)$$

Substituindo as transformações Eqs. (5.4) e (5.5) na primeira linha da Eq. (5.3), obtemos diretamente o resultado final.

¹Aqui, os campos u, d e e são matrizes no espaço dos sabores, $u^T \equiv (u, c, t)$, $d^T \equiv (d, s, b)$ e $e^T \equiv (e, \mu, \tau)$.

Sempre que se realizam cálculos de processos no Modelo Padrão, devemos trabalhar na base em que as matrizes de massa são diagonais, porque os estados finais dos processos serão partículas com estados de massa definidos. Como consequência, devemos empregar as transformações Eq. (5.4) para toda a Lagrangiana do modelo. Ao fazê-lo somente as interações de corrente-carregada são afetadas. Vejamos primeiro o que ocorre com uma termo de corrente neutra. Tomemos como um exemplo a interação eletromagnética envolvendo léptons,

$$\begin{aligned} J_{em}^\mu &= -\bar{l}'\gamma^\mu l' = -\bar{l}'_L\gamma^\mu l'_L - \bar{l}'_R\gamma^\mu l'_R = -(\bar{l}_L\mathbf{S}_L^{l\dagger})\gamma^\mu(\mathbf{S}_L^l l_L) - (\bar{l}_R\mathbf{S}_R^{l\dagger})\gamma^\mu(\mathbf{S}_R^l l_R) \\ &= -\bar{l}_L\gamma^\mu l_L + \bar{l}_R\gamma^\mu l_R = -\bar{l}\gamma^\mu l, \end{aligned} \quad (5.6)$$

onde $l^T = (e, \mu, \tau)$. Vemos como as bases de interação e de massa são equivalentes neste caso.

No caso de interações de corrente-carregada envolvendo quarks, a mudança de base muda as interações,

$$J_{CC}^\mu = 2\bar{u}'_{L,\alpha}\gamma^\mu d'_{L,\alpha} = 2\bar{u}_{L,\alpha}\gamma^\mu \mathbf{S}_L^{u\dagger} \mathbf{S}_L^d d_{L,\alpha} = 2\bar{u}_{L,\alpha}\gamma^\mu \mathbf{V} d_{L,\alpha}. \quad (5.7)$$

Aqui encontramos a matriz $\mathbf{V} = \mathbf{S}_L^{u\dagger} \mathbf{S}_L^d$, conhecida com matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM), uma matriz 3×3 unitária. Esta matriz não é necessariamente diagonal e o seus elementos devem ser determinados fenomenologicamente a partir dos dados experimentais. O módulo de seus elementos tem a seguinte magnitude a 90% C.L. [11]

$$\begin{pmatrix} |V_{ud}| & |V_{us}| & |V_{ub}| \\ |V_{cd}| & |V_{cs}| & |V_{cb}| \\ |V_{td}| & |V_{ts}| & |V_{tb}| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9742 \text{ a } 0.9757 & 0.219 \text{ a } 0.226 & 0.002 \text{ a } 0.005 \\ 0.219 \text{ a } 0.225 & 0.9734 \text{ a } 0.9749 & 0.037 \text{ a } 0.043 \\ 0.004 \text{ a } 0.014 & 0.035 \text{ a } 0.043 & 0.9990 \text{ a } 0.9993 \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

Podemos ver que a matriz é quase diagonal indicando uma mistura pequena entre as diferentes gerações. O significado físico dessa matriz é dado pelo fato de que num determinado processo envolvendo os quarks cinematicamente permitidos, quaisquer dois sabores participarão com uma probabilidade dada por $|V_{ab}|^2$. De um ponto de vista teórico, uma parametrização conveniente e muito difundida para a matriz de CKM foi introduzida por Kobayashi e Maskawa. Ela se

baseia em três ângulos de rotação e uma fase,

$$\begin{aligned}
 V = U \equiv U_{23}U_{13}U_{12} &\equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{-i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (5.9)
 \end{aligned}$$

Mais tarde, voltaremos a discutir o papel da fase δ em mais detalhes, aqui cabe apenas lembrar que ela é responsável pela violação de CP na interação de quarks mediante os bósons carregados W^+ e W^- .

No setor leptônico, a situação é distinta da apresentada acima. Vejamos porque. Começamos por denotar os auto-estados da interação por ν'_L e os auto-estados de massa por ν_L^0 ,

$$\nu'_L = (\nu'_e, \nu'_\mu, \nu'_\tau), \quad \nu_L^0 = (\nu_e^0, \nu_\mu^0, \nu_\tau^0). \quad (5.10)$$

A transformação que relaciona os estados em diferentes bases é,

$$\nu'_L = \mathbf{S}_L^\nu \nu_L^0. \quad (5.11)$$

Para a interação de corrente-carregada isto implica que,

$$J_{CC}^\mu = 2\bar{\nu}'_L \gamma^\mu l'_L = 2(\bar{\nu}_L^0 \mathbf{S}_L^{\nu\dagger}) \gamma^\mu (\mathbf{S}_L^l l'_L), \quad (5.12)$$

que re-expressamos como,

$$J_{CC}^\mu = 2\bar{\nu}_L \gamma^\mu l_L. \quad (5.13)$$

O que fizemos foi reabsorver a matriz $\mathbf{U}^\dagger = \mathbf{S}_L^{\nu\dagger} \mathbf{S}_L^e$ numa redefinição dos campos dos neutrinos,

$$\nu_L = \mathbf{S}_L^{e\dagger} \mathbf{S}_L^\nu \nu_L^0. \quad (5.14)$$

Assim, no Modelo Padrão, não existe nenhum efeito observável da mistura de sabores no setor leptônico. Entretanto, esta redefinição somente é possível no caso em que os neutrinos são

degenerados em massa [65]. Podemos ver isto facilmente. O que poderia impedir-nos de “absorver” a matriz $\mathbf{U}$ numa redefinição dos campos dos neutrinos seria o termo de massa. Mas, no caso em que as massa são degeneradas, ambas as definições dos campos são equivalentes;

$$\mathcal{L}_{massa} = \bar{\nu}^0 \mathbf{m} \nu^0 = m \bar{\nu}^0 \mathbf{1} \nu^0 \equiv m \bar{\nu} \mathbf{U} \mathbf{1} \mathbf{U}^\dagger \nu = m \bar{\nu} \mathbf{1} \mathbf{U} \mathbf{U}^\dagger \nu = \bar{\nu} \mathbf{m} \nu . \quad (5.15)$$

Como vimos, no contexto do Modelo Padrão as massas dos neutrinos são degeneradas, uma vez que todos os neutrinos tem massa nula. Entretanto, na presença de nova física, os neutrinos podem não mais ser degenerados em massa, de modo que não podemos eliminar a matriz de mistura $\mathbf{U}$.

Muitos fenômenos interessantes passam a ser possíveis quando os neutrinos são massivos e apresentam mistura de sabores. Tais seriam, decaimentos que violam sabor leptônico, a possibilidade de terem momentos magnéticos anômalos de transição (não-diagonais), efeitos de mudança de spin na matéria (conversão de um neutrino ativo, de mão-esquerda, em um neutrino estéril, de mão-direita, entre outros). Mas, um dos efeitos mais interessantes e explorados é a possibilidade de oscilação entre diferentes sabores de neutrinos. Tal oscilação poderia explicar porque a quantidade de neutrinos solares detectadas em experimentos terrestres é da ordem de um terço do previsto pelos modelos estelares para o Sol, bem como o deficit de neutrinos atmosféricos. Nas próximas seções trataremos dos fenômenos de oscilação no vácuo e na presença de matéria.

5.2 Oscilação no vácuo

O estudo do fenômeno da oscilação de neutrinos pode ser feito com diferentes graus de rigor técnico. Nos primeiros trabalhos [63, 66] foi empregado um formalismo bastante simples, baseado na mecânica quântica e considerando os estados dos neutrinos como ondas planas. Um tratamento algo mais rigoroso, considera os neutrinos como pacotes de onda [67]. Derivações mais rigorosas, empregando os princípios mais gerais da teoria quântica de campos, também foram feitas [68], concordando com os resultados obtidos anteriormente.

Assim, todos os aspectos importantes sobre o fenômeno da oscilação de neutrinos no vácuo podem ser entendidos empregando-se a mecânica quântica e tratando os neutrinos como ondas planas. O que faremos a seguir será derivar uma expressão para a probabilidade de que um neutrino com um determinado sabor se converta em outro ao propagar-se pelo espaço vazio. Consideraremos um número arbitrário n de sabores. Essencial para nossa discussão é assumirmos que os neutrinos possuem massas muito pequenas e muito próximas entre si, sendo este último fator o mais importante para que ocorra a oscilação entre sabores.

Se os neutrinos possuem massas suficientemente próximas umas das outras, no processo de produção de um neutrino de determinado sabor, $\nu_{\alpha L}$, não seremos capazes, através de nenhum processo de medida, de distinguir o auto-estado de massa produzido ν_{kL} . Assim, o campo resultante é uma superposição quântica de campos de neutrinos com massa definida m_k ,

$$\nu_{\alpha L} = \sum_{k=1}^n U_{\alpha k} \nu_{kL} \quad (\alpha = e, \mu, \tau, \dots n), \quad (5.16)$$

onde $U_{\alpha k}$, corresponde à matrix de mistura do setor leptônico introduzida na seção anterior. Agora, ao discutir a oscilação de neutrinos, começamos por considerar o auto-estado de sabor $|\nu_{\alpha}\rangle$, produzido através de algum processo eletrofraco. Este estado é criado a partir do vácuo $|0\rangle$ aplicando-se a ele o operador $\nu_{\alpha}^{\dagger}$ que contém o operador de criação $a_{\alpha}^{\dagger}$ (além do operador que destrói o correspondente estado do antineutrino). Assim, podemos reexpressar o estado do neutrino inicial, lembrando que a transposição dos estados ν atua somente sobre os índices espinoriais, como

$$|\nu_{\alpha}\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle. \quad (5.17)$$

O estado que descreve um antineutrino possui os elementos da matrix de mistura complexo-conjugados,

$$|\bar{\nu}_{\alpha}\rangle = \sum_k U_{\alpha k} |\bar{\nu}_k\rangle. \quad (5.18)$$

Este fato tem como implicação que a oscilação de neutrinos e antineutrinos é diferente somente se a matrix de mistura for complexa.

Consideremos que o neutrino ν_α é produzido no instante t_P (P de produção) na posição x_P^2 , através de um processo eletrofraco. Esse neutrino é descrito pelo estado $|\psi_\alpha^P\rangle$ que é uma superposição de estados de neutrinos com propriedades cinemáticas definidas,

$$|\psi_\alpha^P\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k, p_k\rangle. \quad (5.19)$$

O estado $|\nu_k, p_k\rangle$ descreve um neutrino com massa m_k e momento p_k . Ele corresponde ao produto tensorial dos estados $|\nu_k\rangle$ e $|p_k\rangle$ pertencentes aos espaços de Hilbert de massa e momento, respectivamente,

$$|\nu_k, p_k\rangle = |\nu_k\rangle |p_k\rangle. \quad (5.20)$$

O estado $|\nu_k, p_k\rangle$ satisfaz a equação de auto-valor,

$$\mathcal{H} |\nu_k, p_k\rangle = E_k |\nu_k, p_k\rangle, \quad (5.21)$$

onde $\mathcal{H}$ corresponde ao Hamiltoniano do neutrino livre. A função de onda espacial para o estado inicial $|\psi_\alpha^P\rangle$ é,

$$|\psi_\alpha^P(x)\rangle = \langle x | \psi_\alpha^P \rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* \langle x | p_k \rangle |\nu_k\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* e^{ip_k(x-x_P)} |\nu_k\rangle, \quad (5.22)$$

onde levamos em consideração a localização do ponto de produção x_P . A evolução temporal da função de onda $|\psi_\alpha^P(x)\rangle$ é governada pela equação de Schrödinger,

$$i \frac{d}{dt} |\psi_\alpha^P(x, t)\rangle = \mathcal{H} |\psi_\alpha^P(x, t)\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* e^{ip_k(x-x_P)} E_k |\nu_k\rangle, \quad (5.23)$$

onde empregamos a equação de auto-valores de energia, Eq. (5.21). A solução para a Eq. (5.23) é,

$$|\psi_\alpha^P(x, t)\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* e^{ip_k(x-x_P) - iE_k(t-t_P)} |\nu_k\rangle, \quad (5.24)$$

onde t_P é o tempo de produção. Aqui, estamos tomando o cuidado de manter explícitas as coordenadas temporal e espacial do ponto de produção, uma vez que estas coordenadas podem

²Aqui, basta considerar apenas uma dimensão espacial, uma vez que a única dimensão importante é a distância entre os pontos de produção e detecção dos neutrinos.

ser importantes. Por exemplo, na análise da oscilação de neutrinos solares, na qual deve-se levar em consideração que os neutrino são produzidos em diferentes pontos no interior do Sol.

O próximo passo é reescrever o estado $|\nu_k\rangle$ presente na Eq. (5.24) na base de sabores,

$$|\nu_k\rangle = \sum_k U_{\alpha k} |\nu_\alpha\rangle, \quad (5.25)$$

e substituí-lo, de forma a obtermos,

$$|\psi_\alpha^P(x, t)\rangle = \sum_\beta \left(\sum_k U_{\alpha k}^* e^{ip_k(x-x_P)-iE_k(t-t_P)} U_{\beta k} \right) |\nu_\beta\rangle. \quad (5.26)$$

Esta expressão demonstra que o estado evolui no tempo e no espaço, transformando-se numa superposição oscilante de diferentes auto-estados de interação. Ademais, o termo entre parenteses corresponde à amplitude para a transição $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$, que é obtida projetando-se o estado no ponto de detecção, $|\psi_\alpha^P(x = x_D, t = t_D)\rangle$, sobre o estado de sabor $|\nu_\beta\rangle$:

$$\mathcal{A}_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, T) = \langle \nu_\beta | \psi_\alpha^P(x = x_D, t = t_D) \rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* e^{ip_k L - iE_k T} U_{\beta k}, \quad (5.27)$$

onde $L \equiv x_D - x_P$, corresponde à distância entre o ponto de produção e o de detecção e $T \equiv t_D - t_P$, ao tempo de propagação do neutrino.

Aqui, deve-se notar que o processo de detecção é descrito apenas pelo auto-estado de sabor $|\nu_\beta\rangle$, sem que seja necessário expressar o estado do neutrino detectado como uma superposição de auto-estados de massa com diferentes momentos. Este fato, deve-se ao princípio de causalidade, que nos diz que distintos auto-estados de massa com diferentes momentos criados no processo de produção determinam sua própria cinemática no processo de detecção. Ou seja, os auto-estados de massa se propagam sem sofrer interferência, entre os pontos de produção e detecção, apesar de se superporem para formar o estado do neutrino que se propaga. O princípio de incerteza nos garante que os distintos momentos das partículas que participam do processo de detecção não destrõem a coerência do processo caso a diferença entre eles seja suficientemente pequena. Por uma diferença suficientemente pequena, entendemos uma diferença menor que a incerteza na medida dos momentos associada à incerteza na localização do processo de detecção.

Aqui se evidencia o quão importante é o fato de que a diferença entre as massa dos neutrinos seja pequena, de modo que sua propagação possa ser tomada como uma superposição coerente de auto-estados de massa por um tempo, ou distância, suficientemente longos.

A partir da expressão para a amplitude de transição Eq. (5.27), podemos obter a probabilidade para $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$,

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, T) = |\mathcal{A}_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, T)|^2, \quad (5.28)$$

ou seja,

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, T) = \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 + 2\text{Re} \sum_{k \neq j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{i(p_k - p_j)L - i(E_k - E_j)T}. \quad (5.29)$$

Esta expressão ainda não assumiu a forma definitiva que descreve a oscilação de neutrinos. O próximo passo, consiste em utilizar o fato de que os neutrinos são partículas relativísticas que se propagam quase com a mesma velocidade. Numa aproximação relativística de ordem zero, todas as massas dos neutrinos são consideradas como nulas e todos os auto-estados de massa têm a mesma energia E , igual ao módulo do momento linear: $p_k = E_k = E$. O valor de E é determinado pela conservação de energia e momento no processo de produção.

Tomemos um exemplo concreto para exemplificar alguns aspectos dessa aproximação relativística. No caso de um neutrino do muon, produzido no processo de decaimento do pion,

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad (5.30)$$

o momento do auto-estado com massa m_k é

$$p_k^2 = \frac{m_\pi^2}{4} \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)^2 - \frac{m_k^2}{2} \left(1 + \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right) + \frac{m_k^4}{4m_\pi^2}, \quad (5.31)$$

com a correspondente energia dada por,

$$E_k^2 = \frac{m_\pi^2}{4} \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)^2 + \frac{m_k^2}{2} \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right) + \frac{m_k^4}{4m_\pi^2}, \quad (5.32)$$

Do limite de massa nula podemos extrair o valor de E ,

$$E = \frac{m_\pi}{2} \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right) \simeq 30 \text{ MeV}. \quad (5.33)$$

Como a energia E_k e o momento p_k do auto-estado com massa m_k estão relacionadas pela relação de dispersão relativística,

$$E_k^2 = p_k^2 + m_k^2, \quad (5.34)$$

as correções em primeira ordem para as igualdades $p_k = E_k = E$, dependem do quadrado da massa dos neutrinos e, em geral, podemos escrever,

$$p_k \simeq E - \xi \frac{m_k^2}{2E}, \quad (5.35)$$

onde ξ é uma quantidade determinada pela conservação de energia e momento no processo de produção. Por exemplo, a partir da Eq. (5.31) podemos ver que $\xi = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2} \right) \simeq 0.8$. Utilizando a aproximação relativística para a relação de dispersão,

$$E_k \simeq p_k + \frac{m_k^2}{2E}, \quad (5.36)$$

temos que a energia E_k em primeira ordem de aproximação é dada por,

$$E_k \simeq E + (1 - \xi) \frac{m_k^2}{2E}. \quad (5.37)$$

Empregando os resultados expressos nas Eqs. (5.35) e (5.37), podemos reescrever a Eq. (5.29) como,

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, T) = & \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 \\ & + 2\text{Re} \sum_{k \neq j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp \left[-i\xi \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} L - i(1 - \xi) \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} T \right], \end{aligned} \quad (5.38)$$

onde $\Delta m_{kj}^2 \equiv m_k^2 - m_j^2$. Apesar de estarmos empregando uma aproximação, escrevemos esta equação empregando um sinal de igualdade porque as contribuições de ordem superior não apresentam nenhum efeito relevante em experimentos reais e podemos ignorá-las completamente. O último passo em direção à expressão final para a probabilidade de transição entre diferentes sabores de neutrinos é tomarmos $T = L$ (lembre-se de que estamos trabalhando com unidades naturais). Este passo pode parecer natural e a maior parte das derivações da fórmula de

oscilação assume este fato sem mais. Entretanto, vários questionamentos podem ser feitos como: estaria correto um resultado que considera os neutrinos como ondas planas? Os efeitos de ordem superior não tornariam inválida a igualdade $T = L$? De fato, tais questões foram levantadas e estudadas. A conclusão é que o resultado como o derivamos aqui será válido para quase todas as situações com as quais lidamos. Não existem experimentos atuais, nem planejados para um futuro próximo, que sejam sensíveis a efeitos de segunda ordem e que requeiram o emprego de algo mais do que a expressão abaixo,

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L) = \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 + 2\text{Re} \sum_{k>j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp \left[-i \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} L \right]. \quad (5.39)$$

Temos portanto, uma expressão que depende, além de nos elementos da matriz de mistura, da diferença do quadrado das massas dos neutrinos Δm_{kj}^2 , da distância entre o ponto de produção e o de detecção, L , e da energia dos neutrinos. Esta é a expressão padrão para oscilação, derivada a mais de 20 anos [69].

5.2.1 Um exemplo com dois sabores

Vejamos agora, um exemplo explícito de aplicação da Eq. (5.39). Vamos considerar que apenas dois neutrinos apresentam mistura. Consideramos que existem dois sabores e e $\beta = \mu, \tau, \dots$ e duas massas m_1 e m_2 . Neste caso, podemos parametrizar a matrix U em termos de um único ângulo θ ,

$$U^* = U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (5.40)$$

Aqui assumimos que não há violação de CP no setor leptônico, daí a igualdade $U^* = U$. Neste caso, a probabilidade de que um neutrino do elétron acabe sendo detectado como um neutrino do muon é dada por,

$$\begin{aligned} P(\nu_e \rightarrow \nu_\beta) &= \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ &+ 2\text{Re} \left[\sin \theta \cos \theta \cos \theta (-\sin \theta) \left(\cos \frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E} - i \sin \frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \sin^2 2\theta - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \cos \frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E} \\
&= \frac{1}{2} \sin^2 2\theta - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \cos \frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E} = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left(1 - \cos \frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E} \right) \\
&= \sin^2(2\theta) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E} \right). \tag{5.41}
\end{aligned}$$

A partir desta expressão podemos ver mais claramente o comportamento oscilatório da probabilidade de transição, bem como a dependência de sua amplitude com o ângulo de mistura. No caso de três neutrinos, teríamos como resultado para a transição uma soma de termos semelhantes ao da Eq. (5.41) [66]. Neste ponto é útil lembrar que a unitariedade dos processos quânticos implica em que,

$$P(e \rightarrow e) + P(e \rightarrow \mu) + P(e \rightarrow \tau) + \cdots + P(e \rightarrow n) = 1 \tag{5.42}$$

Em discussões subsequentes estaremos utilizando esta expressão explícita ou implicitamente.

A distância L na qual o argumento da Eq. (5.41) se iguala a π corresponde ao comprimento de oscilação (análogo ao comprimento de onda),

$$L_0^{osc} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{21}^2} = \frac{2.48(E/\text{MeV})}{\Delta_{21}^2/\text{eV}^2} \text{ metros}. \tag{5.43}$$

A importância deste comprimento característico é que, em um experimento ideal, realizamos medidas a diferentes distâncias do ponto de produção dos neutrinos cobrindo uma distância da ordem de L_0^{osc} . Tanto no caso de oscilações muito rápidas quanto muito lentas, podemos ser incapazes de realmente ver o efeito da oscilação. Abaixo apresentamos os valores típicos da energia dos neutrinos e das distâncias envolvidas em alguns experimentos,

$$\begin{array}{ll}
E \simeq (1 \sim 10) \text{ MeV} & \left. \vphantom{\begin{array}{l} E \simeq (1 \sim 10) \text{ MeV} \\ L \simeq (10 \sim 100) \text{ m} \end{array}} \right\} \text{Neutrinos de reatores ,} \\
L \simeq (10 \sim 100) \text{ m} & \\
E \simeq (10^3 \sim 10^4) \text{ MeV} & \left. \vphantom{\begin{array}{l} E \simeq (10^3 \sim 10^4) \text{ MeV} \\ L \simeq (10^2 \sim 10^3) \text{ m} \end{array}} \right\} \text{Neutrinos de aceleradores ,} \\
L \simeq (10^2 \sim 10^3) \text{ m} & \\
E \simeq (0.1 \sim 10) \text{ MeV} & \left. \vphantom{\begin{array}{l} E \simeq (0.1 \sim 10) \text{ MeV} \\ L \simeq 10^{11} \text{ m} \end{array}} \right\} \text{Neutrinos solares ,} \\
L \simeq 10^{11} \text{ m} & \\
E \simeq (10^2 \sim 10^3) \text{ MeV} & \left. \vphantom{\begin{array}{l} E \simeq (10^2 \sim 10^3) \text{ MeV} \\ L \simeq (10^4 \sim 10^7) \text{ m} \end{array}} \right\} \text{Neutrinos atmosféricos.} \\
L \simeq (10^4 \sim 10^7) \text{ m} &
\end{array}$$

Com tais valores, temos que os valores de Δm que levariam a efeitos observáveis seriam,

$$\Delta m_{21}^2 = \begin{cases} (1 \sim 10^{-2}) \text{ eV}^2 & : \text{Neutrinos de reatores} \\ (1 \sim 10^2) \text{ eV}^2 & : \text{Neutrinos de aceleradores} \\ (10^{-12} \sim 10^{-10}) \text{ eV}^2 & : \text{Neutrinos solares} \\ (10^{-5} \sim 10^{-1}) \text{ eV}^2 & : \text{Neutrinos atmosféricos} \end{cases} .$$

Vemos, portanto, como diferentes tipos de experimentos provam distintos valores de Δm^2 .

5.3 Oscilação de neutrinos na presença de matéria

Em 1978, Wolfenstein nos fez notar que por mais insignificante que, a interação neutrino-matéria possa parecer, devido à baixíssima seção de choque para espalhamentos inelástico, temos que considerar os efeitos do espalhamento elástico coerente na matéria [70]. No caso de interações coerentes, o meio no qual o neutrino se propaga não se modifica, o que torna possível a interferência entre ondas espalhadas e não-espalhadas, que pode resultar num aumento do efeito do espalhamento. Ao final, descreve-se este efeito como se os neutrinos “sentissem” um potencial efetivo na matéria. Caso tenham interações não-diagonais (U não-diagonal), os neutrinos podem vir a oscilar, mesmo que suas massas sejam nulas [70]. Isto porque na presença de matéria os neutrinos adquirem uma massa efetiva que, como veremos mais adiante, é diferente para cada sabor.

5.3.1 Potencial efetivo

O potencial resultante para os neutrinos do elétron possui uma componente induzida por processos de corrente neutra e outra induzida por processos de corrente carregada, $V_e = V_N + V_C$. Os neutrinos do muon e do tau sofrem apenas interações de corrente neutra na matéria, $V_{\mu,\tau} = V_N$. O Hamiltoniano efetivo, que descreve as interações a baixas energias do ν_e com a matéria, é

$$\mathcal{H}_{eff}(x) = +\frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[J^{(+)\alpha}(x) J_\alpha^{(-)}(x) + \frac{1}{4} J^{(N)\alpha}(x) J_\alpha^{(N)}(x) \right], \quad (5.44)$$

onde,

$$\begin{aligned} J_\alpha^{(+)}(x) &= \bar{\nu}_e(x) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) e, \\ J_\alpha^{(-)}(x) &= \bar{e}(x) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \nu_e, \\ J_\alpha^{(N)}(x) &= \bar{\nu}_e(x) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \nu_e \\ &\quad - \bar{e}(x) [\gamma_\alpha (1 - \gamma_5) - 4 \sin^2 \theta_W \gamma_\alpha] e(x) \\ &\quad + \bar{p}(x) [\gamma_\alpha (1 - g_A^{(p)} \gamma_5) - 4 \sin^2 \theta_W \gamma_\alpha] p(x) \\ &\quad - \bar{n}(x) [\gamma_\alpha (1 - g_A^{(n)} \gamma_5)] n(x). \end{aligned} \quad (5.45)$$

Aqui, G_F denota a constante de Fermi e as constantes de acoplamento axiais $g_A^{(p)}$ e $g_A^{(n)}$ contém os efeitos devido às interações fortes no próton e no neutron, respectivamente.

Na matéria ordinária, na Terra, por exemplo, o potencial efetivo que atua sobre ν_e , induzido pelas interações de corrente carregada é,

$$V_C = \sqrt{2} G_F N_e, \quad (5.46)$$

enquanto o potencial induzido pelas interações de corrente neutra é dado por,

$$V_N = -\frac{1}{\sqrt{2}} G_F N_n, \quad (5.47)$$

onde N_e e N_n são a densidade do número de elétrons e de neutrons, respectivamente. O potencial V_N que atua sobre ν_e é o mesmo que atua sobre os demais neutrinos presentes no

Modelo Padrão, ν_μ e ν_τ . No caso dos antineutrinos, os potenciais são os mesmo, mas com sinal trocado.

Um dos efeitos do potencial efetivo $V = V_C + V_N$ sobre um neutrino ν_e propagando-se através da matéria, consiste na modificação da relação de dispersão no vácuo,

$$E_\nu^2 = p^2 + m_\nu^2, \quad (5.48)$$

para

$$\begin{aligned} \left(E_\nu - \frac{V}{2}\right)^2 &= \left(p + \frac{V}{2}\right)^2 + m_\nu^2 \text{ para neutrinos de Dirac,} \\ E_\nu^2 &= (p + V)^2 + m_\nu^2 \text{ para neutrinos de Majorana.} \end{aligned} \quad (5.49)$$

Para neutrinos relativísticos, tanto de Dirac como de Majorana, ambas relações de dispersão se reduzem para,

$$E_\nu^2 = p^2 + (m_\nu^2 + 2pV) + \dots, \quad (5.50)$$

no caso em que $|V| \ll p$. Este será o caso sempre que a densidade da matéria não seja extraordinariamente densa³. Podemos interpretar este resultado tanto como uma modificação da massa do neutrino,

$$m^2 \rightarrow m^2 + 2pV, \quad (5.52)$$

como de sua energia, $E^2 \rightarrow E^2 - 2pV$. No caso dos antineutrinos, os sinais entre os termos do lado direito das relações dadas acima devem ser trocados. Devemos enfatizar que as modificações descritas acima valem para os auto-estados da interação ν_e e $\bar{\nu}_e$.

³Notemos que,

$$V_C = \sqrt{2}G_F N_e \simeq 7.6 Y_e \frac{\rho}{10^{14} \text{ g/cm}^3} \text{ eV} \text{ e } V_N = -\frac{1}{\sqrt{2}}G_F N_n \simeq -3.8 Y_n \frac{\rho}{10^{14} \text{ g/cm}^3} \text{ eV}, \quad (5.51)$$

onde $Y_e = \frac{N_e}{N_e + N_n}$ e $Y_n = \frac{N_n}{N_e + N_n}$. Assim teremos $V \sim 10^{-13}$ eV, no núcleo terrestre ($\rho \sim 10$ g/cm³), $V \sim 10^{-12}$ eV, no núcleo solar ($\rho \sim 100$ g/cm³) e $V \sim 1$ eV, em uma Super Nova ($\rho \sim 10^{14}$ g/cm³).

5.3.2 Massas e ângulos de mistura efetivos

O efeito do potencial efetivo que atua sobre os neutrinos é alterar a sua propagação através da matéria, retardando ou adiantando a propagação das ondas, dependendo do sinal do potencial. Ao alterar a propagação das ondas, altera-se o padrão de interferência entre os auto-estados de massa. Assim, a expressão para a probabilidade de conversão de um sabor em outro, Eq. (5.39), não pode mais ser aplicada. Portanto, na presença de matéria as probabilidades de conversão são alteradas. Os efeitos da matéria sobre a conversão de neutrinos podem ser realmente muito significativos. Para ilustrar tais efeitos, vamos analisar o caso em que ocorre mistura apenas entre dois sabores ν_e e ν_β ($\beta = \mu$ ou τ).

Para entender os efeitos da matéria a melhor estratégia é examinarmos a equação de movimento dos auto-estados da interação. No entanto, começamos com a equação de Schrödinger para os auto-estados de massa no vácuo,

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\nu_m\rangle = H|\nu_m\rangle \equiv \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix} |\nu_m\rangle ; |\nu_m\rangle = \nu_1|\nu_1\rangle + \nu_2|\nu_2\rangle \equiv \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}. \quad (5.53)$$

No caso de neutrinos relativístico, o que sempre será o caso para nós, podemos aproximar o Hamiltoniano por,

$$\begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix} \simeq E\mathbf{1} + \frac{1}{2E}M_m, \quad (5.54)$$

onde a matriz M_m é dada por,

$$M_m = \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix}. \quad (5.55)$$

Substituindo na Eq. (5.53) obtemos,

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\nu_m\rangle = \left(E\mathbf{1} + \frac{1}{2E}M_m\right)|\nu_m\rangle. \quad (5.56)$$

A solução desta equação diferencial tem a forma,

$$|\nu_m\rangle = \frac{1}{N}e^{\frac{i}{2E}M_m t} \left(\nu_1(t)|\nu_1\rangle + \nu_2(t)e^{i\alpha(t)}|\nu_2\rangle \right). \quad (5.57)$$

Como podemos ver, o único efeito do primeiro termo do lado direito da Eq. (5.56) é gerar uma fase global proporcional a E . Como esta fase não tem nenhuma consequência física, podemos eliminar da Eq. (5.56) este termo proporcional a E . Assim, a equação de movimento para os auto-estados de massa se reduz a,

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\nu_m\rangle = \frac{1}{2E}M_m|\nu_m\rangle. \quad (5.58)$$

Agora, podemos realizar uma mudança de bases, reexpressando a equação de movimento em termos de auto-estados da interação. Para tanto, notamos que,

$$|\nu_I\rangle \equiv \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\beta \end{pmatrix} = U^*(\theta) \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = U^T(\theta) \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\beta \end{pmatrix}, \quad (5.59)$$

de modo que, multiplicando ambos os lados da Eq. (5.58) por U^* e empregando a unitariedade de U temos,

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\nu_m\rangle = \frac{1}{2E}M_m|\nu_m\rangle \Rightarrow iU^*\frac{\partial}{\partial t}|\nu_m\rangle = \frac{1}{2E}U^*M_mU^TU^*|\nu_m\rangle \quad (5.60)$$

que resulta na equação para os auto-estados de interação,

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\nu_I\rangle = \frac{1}{2E}M_I|\nu_I\rangle, \quad (5.61)$$

com,

$$\begin{aligned} M_I &= U^*(\theta)M_mU^T(\theta) \\ &= \begin{pmatrix} m_1^2 \cos^2 \theta + m_2^2 \sin^2 \theta & \frac{1}{2}\Delta \sin 2\theta \\ \frac{1}{2}\Delta \sin 2\theta & m_2^2 \cos^2 \theta + m_1^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (5.62)$$

onde $\Delta = m_2^2 - m_1^2$. A solução da Eq. (5.61) nos dá as amplitudes de probabilidade para que encontremos os estados ν_e e ν_μ no tempo t ,

$$\begin{aligned} \nu_e(t) &= \sin^2 \theta e^{-i\omega t} + \cos^2 \theta e^{i\omega t}, \\ \nu_\mu(t) &= \sin \theta \cos \theta e^{-i\omega t} + -\sin \theta \cos \theta e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (5.63)$$

de modo que $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = |\nu_\mu(t)|^2 = \sin^2(2\theta) \sin^2(\omega t)$, com $\omega = \left(\frac{\Delta}{4E}\right)^2$. Ou seja, o que fizemos nesta seção, até agora, foi demonstrar uma outra forma de derivar as probabilidades de transição no vácuo. Fizemos isto porque este é o caminho que nos leva às transições de probabilidade na presença de matéria. No caso da derivação das probabilidades apresentada na seção 5.2, não saberíamos como modificá-la para introduzir os efeitos de matéria, mesmo restringindo a análise para somente dois sabores, como fizemos aqui. Já, através do formalismo que acabamos de apresentar, podemos encontrar os efeitos da matéria sobre as probabilidades de transição.

Como vimos na seção 5.3.1, podemos entender o efeito da matéria como uma alteração da massa efetiva dos auto-estados da interação. Assim, uma vez que os elementos diagonais da matriz M_I , Eq. (5.62), representam o quadrado das massas efetivas no vácuo, somos induzidos a considerar que a matriz de massa deve ser modificada da seguinte forma,

$$M_I^m = \begin{pmatrix} m_1^2 \cos^2 \theta + m_2^2 \sin^2 \theta + A_C + A_N & \frac{1}{2} \Delta_0 \sin 2\theta \\ \frac{1}{2} \Delta_0 \sin 2\theta & m_2^2 \cos^2 \theta + m_1^2 \sin^2 \theta + A_N \end{pmatrix}, \quad (5.64)$$

onde $A_i = 2pV_i \simeq 2E_\nu V_i$ ($i = C, N$), corresponde ao quadrado da massa efetiva dos neutrinos e $\Delta_0 = m_2^2 - m_1^2$. Ao adicionarmos estes termos, a relação entre as bases dos auto-estados da interação e os auto-estados de massa é modificada, de forma que $U(\theta)$ não conecta mais as duas bases. Entretanto, uma outra matriz 2×2 unitária, $O(\varphi)$, pode ser empregada para esta tarefa. Assim, um dos efeitos da matéria é alterar o ângulo de mistura que passa a ser dado por φ . Para encontrar este ângulo, bem como os novos valores para as massas dos auto-estados de massa ν_1 e ν_2 , diagonalizamos M_I^m .

Primeiro reescrevemos M_I^m com o fator $[(m_1^2 + m_2^2)/2] + A_N + A_C/2$ subtraído de seus elementos diagonais,

$$M_I^m = \begin{pmatrix} A_C - \Delta_0 \cos 2\theta & \frac{1}{2} \Delta_0 \sin 2\theta \\ \frac{1}{2} \Delta_0 \sin 2\theta & -A_C + \Delta_0 \cos 2\theta \end{pmatrix}. \quad (5.65)$$

A diagonalização dessa matriz é dada por $O^T M_I^m O = M_{diag}$, onde

$$O = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}. \quad (5.66)$$

Os auto-valores, que correspondem aos elementos diagonais de M_{diag} , em termos dos parâmetros de oscilação no vácuo, são dados por,

$$\begin{aligned} \mu_1^2 &= \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} + \frac{A_C + 2A_N}{2} - \frac{1}{2} [(\Delta_0 \cos 2\theta - A_C)^2 + (\Delta_0 \sin 2\theta)^2]^{1/2} \\ \mu_2^2 &= \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} + \frac{A_C + 2A_N}{2} + \frac{1}{2} [(\Delta_0 \cos 2\theta - A_C)^2 + (\Delta_0 \sin 2\theta)^2]^{1/2} \end{aligned} \quad (5.67)$$

De forma que,

$$\Delta = \mu_2^2 - \mu_1^2 = [(\Delta_0 \cos^2 \theta - A_C)^2 + (\Delta_0 \sin^2 \theta)^2]^{1/2}, \quad (5.68)$$

que se reduz a Δ_0 quando $A_C = 0$. Assim, temos que a diferença do quadrado das massas é modificada quando os neutrinos se propagam através da matéria. Isso implica numa modificação do comprimento de oscilação, que passa a ser,

$$L^{osc} = \frac{4\pi E}{\Delta} = \frac{L_0^{osc}}{\sqrt{\cos^2(2\theta)(1 - A_C/A_R)^2 + \sin^2(2\theta)}}, \quad (5.69)$$

onde $A_R = \Delta_0 \cos 2\theta$. O novo ângulo de mistura passa a ser dado por,

$$\begin{aligned} \tan 2\varphi &= \frac{2M_{12}}{M_{22} - M_{11}} = 2 \frac{\Delta_0 \sin 2\theta}{-A_C + \Delta_0 \cos 2\theta - A_C + \Delta_0 \cos 2\theta} \\ &= \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta - A_C/\Delta_0}, \end{aligned} \quad (5.70)$$

ou seja,

$$\tan 2\varphi = \frac{\tan 2\theta}{1 - A_C/A_R}. \quad (5.71)$$

O ângulo φ também pode ser dado por,

$$\sin^2(2\varphi) = \frac{\sin^2(2\theta)}{\cos^2(2\theta)(1 - A_C/A_R)^2 + \sin^2(2\theta)}. \quad (5.72)$$

Tanto o comprimento de oscilação, L^{osc} , como as equações para o ângulo de mistura na presença de matéria, apresentam um comportamento ressonante. Para um dado Δ_0 e um certo ângulo

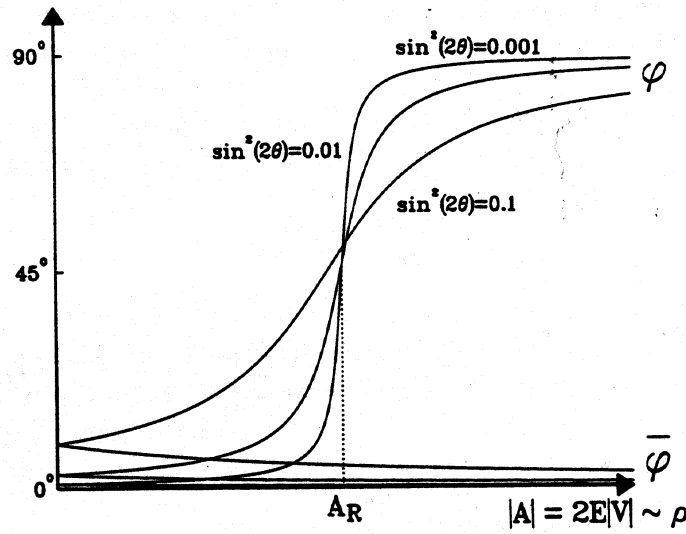


Figura 5.1: Comportamento dos ângulos efetivos φ e $\bar{\varphi}$ em função de $|A| = |A_C| = 2E|V_C|$, para distintos valores de $\sin^2(2\theta)$.

de mistura no vácuo (θ) vemos como as Eqs. (5.69), (5.71) e (5.72) dependem crucialmente no valor de A_C . Quando $A_C = A_R = \Delta_0 \cos 2\theta$, estamos no ponto de ressonância. Neste ponto, o comprimento de oscilação é máximo. A variação de L^{osc} e φ pode ser melhor apreciada nas Figs. 5.1 e 5.2.

Este comportamento ressonante foi notado pela primeira vez por Mikheyev e Smirnov [71]. Dada a sua importância na análise do problema dos neutrinos solares, dedicaremos a próxima seção à análise das possíveis consequências desse comportamento ressonante na matéria.

5.3.3 O efeito MSW

Os efeitos mais interessantes da variação de φ e L^{osc} na presença de matéria ocorrem quando os neutrinos se propagam em um meio com densidade variável como, por exemplo, o Sol. Neste caso, os neutrinos do elétron são produzidos numa região com alta densidade de

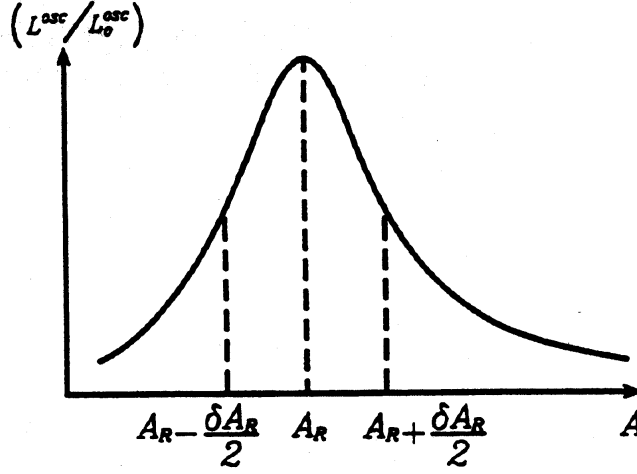


Figura 5.2: Comportamento da razão (L^{osc}/L_0^{osc}) em função de $A = A_C$.

matéria, próxima ao núcleo. À medida que se deslocam em direção à superfície solar, deparam-se com uma densidade de matéria que decresce monotonicamente. Considerando um cenário com apenas dois neutrinos, temos que o ν_e é criado no seguinte estado $|\nu_e\rangle = \cos\varphi|\nu_1\rangle + \sin\varphi|\nu_2\rangle$. Quando o neutrino é produzido numa região em que $A_C \gg A_R$, a massa de ν_2 é muito maior do que m_2 (a massa no vácuo) e a de ν_1 é aproximadamente igual a m_2 (veja a Fig. 5.3). O ângulo de mistura φ se aproxima dos 90° , como podemos ver a partir da Fig. 5.1. Quanto menor o valor de θ , mais φ se aproxima dos 90° nesta região, de forma que $|\nu_e\rangle \sim |\nu_2\rangle$. Entre o ponto de produção e a região de ressonância o estado do neutrino não sofre grandes alterações. Na região de ressonância, a amplitude de oscilação passa por seu máximo e o estado do neutrino corresponde a uma superposição em iguais proporções de ν_e e ν_β ; uma vez que φ é igual a 45° independentemente de qualquer outro parâmetro. À medida que se dirige à superfície do Sol, deixando para trás a região de ressonância, o neutrino o faz no estado $|\nu_2\rangle = \cos\varphi|\nu_\beta\rangle + \sin\varphi|\nu_e\rangle$. Com a diminuição da densidade do meio, o ângulo ϕ também diminui até tornar-se igual a θ na superfície do Sol ($A_C = 0$). Assim o estado final do neutrino é dado por $\cos\theta|\nu_\beta\rangle + \sin\theta|\nu_e\rangle$.

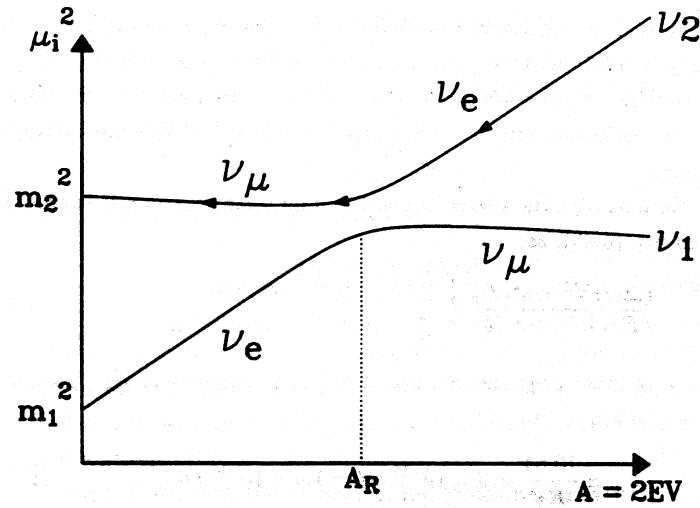


Figura 5.3: Efeito MSW adiabático. O ν_e produzido no núcleo solar é praticamente igual a ν_2 e segue a curva para a massa deste auto-estado. Na região de ressonância a oscilação atinge sua máxima amplitude e o neutrino segue pela curva de ν_2 . Para o caso em que θ é muito pequeno, ele torna-se um ν_μ na superfície.

Assim, caso θ seja suficientemente pequeno, podemos ter uma conversão quase que completa de neutrinos do elétron em neutrinos de outro sabor. A esta possível amplificação da oscilação dos neutrinos na presença de matéria denominamos efeito MSW (Mikheev-Smirnov-Wolfenstein).

Por mais que possamos utilizar os resultados das Eqs. (5.69) e (5.71) para entender o efeito da amplificação ressonante da oscilação de neutrinos, na prática deve-se resolver numericamente a Eq. (5.61) com a matriz M_I^m no lugar de M_I . Isto porque tanto a variação de A_C (que é proporcional à densidade de matéria) no interior do Sol ou da Terra, os dois corpos celestes nos quais mais se estudam o efeito da matéria sobre a oscilação dos neutrinos, é dada por funções muito complexas. Assim, é impossível encontrar uma solução analítica para a Eq. (5.61).

Na Fig. 5.4 apresentamos o comportamento da probabilidade de sobrevivência de ν_e produzido no centro do Sol considerando diferentes valores do ângulo θ . Uma consequência

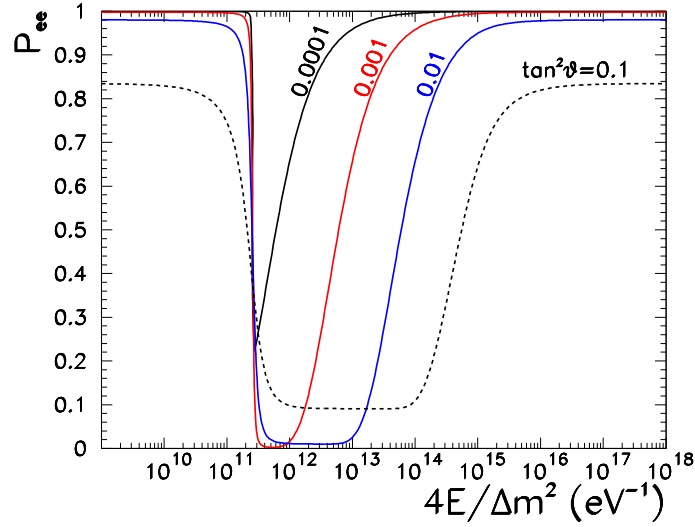


Figura 5.4: Probabilidade de sobrevivência para um ν_e produzido no centro do Sol, como uma função de $4E/\Delta m^2$, para distintos valores do ângulo de mistura no vácuo ($\vartheta \equiv \theta$).

deste comportamento em função da energia dos neutrinos seria uma alteração no espectro de energia dos neutrinos detectados na Terra⁴.

Devemos notar que o que diferencia o efeito MSW da oscilação no vácuo, é que a probabilidade de sobrevivência $P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$ pode ser tão pequena quanto seja o ângulo de mistura no vácuo. Isto já não é inteiramente verdadeiro no caso de oscilação no vácuo. Claro que para ângulos de mistura para os quais $\sin^2(2\theta) \sim 1$ podemos ter $P(\nu_e \rightarrow \nu_e) \sim 0$, para certos valores de energia, distância e Δm^2 . Mas o que os experimentos são capazes de medir é a média da probabilidade de transição sobre a resolução energética do processo de detecção, sobre o volume do detector e sobre a região de produção (a região mais central do Sol no caso de neutrinos solares, a região que contém o núcleo radioativo no caso da fonte ser um reator nuclear, etc). Portanto, o que realmente conseguimos medir é $\langle P(\nu_e \rightarrow \nu_e) \rangle$. Assim, no caso de

⁴Na verdade, observaríamos a alteração correspondente no espectro de energia das partículas que interagem com os neutrinos e que podem ter sua energia medida.

dois sabores de neutrinos temos que,

$$\langle P(\nu_e \rightarrow \nu_e) \rangle = 1 - \sin^2(2\theta) \langle \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) \rangle = 1 - \frac{1}{2} \sin^2(2\theta). \quad (5.73)$$

Portanto, a probabilidade de conversão que pode ser observada nunca é inferior a $1/2$. No caso do efeito MSW, como podemos ver a partir da Fig. 5.4, pode se ter uma grande diminuição do valor das probabilidades de transição sobre uma grande parte do espectro de neutrinos, simultâneamente. Deste modo $\langle P(\nu_e \rightarrow \nu_e) \rangle$ pode ser menor do que $\frac{1}{2}$.

A importância do efeito MSW reside justamente no fato de que, experimentalmente, o fluxo de neutrinos do elétron medido na Terra é menor do que $\frac{1}{2}$ na maior parte dos experimentos, como vimos na seção 4.1.

5.3.4 N sabores

Até o momento, nos restringimos a estudar a oscilação de neutrinos considerando apenas dois sabores e duas massas, exceto na seção 5.2, na qual consideramos um número arbitrário de neutrinos. Mas o fenômeno de oscilação pode envolver mais neutrinos, tanto os três conhecidos como neutrinos estéreis e neutrinos pesados.

O fato é que qualquer análise envolvendo mais do que dois sabores torna-se muitíssimo mais complicada. Não pretendemos apresentar nesta tese uma análise exaustiva do que seja a oscilação de neutrinos, mas alguns fatos importantes podem ser ressaltados nesta seção.

É interessante observar que, no caso em que $N = 3$, $\langle P(\nu_e \rightarrow \nu_e) \rangle > 1/3$ como resultado de oscilações no vácuo. Valores próximos ao mínimo de $1/3$ são obtidos quando os ângulos de mistura são máximos. Os efeitos da matéria sobre as massas e ângulos de mistura resultam em expressões analíticas bastante complexas e que podem ser encontradas na Ref. [72]. Mas a oscilação com três sabores apresenta as mesmas características gerais que para dois sabores. Assim, o efeito MSW também ocorre para três neutrinos.

No caso em que estão presentes neutrinos estéreis, as expressões para oscilação no vácuo são as mesmas que no caso dos neutrinos ativos. Entretanto, os efeitos de matéria são diferentes.

Isso porque, enquanto ν_e sente os potenciais A_C e A_N e $\nu_{\mu,\tau}$ o potencial A_N , os neutrinos estéreis não estão sujeitos a nenhum destes potenciais. Mas, ainda assim poderemos ter o efeito MSW que é, basicamente, devido à diferença entre os potenciais que atuam sobre ν_e e os demais neutrinos.

5.4 Limites sobre os parâmetros de oscilação

5.4.1 Limites atuais

No capítulo 4, nos referimos aos resultados de uma série de experimentos para a medida do fluxo de neutrinos, tanto solares como atmosféricos. A partir dos resultados desses experimentos, pudemos formular as hipóteses do problema dos neutrinos solares e da anomalia dos neutrinos atmosféricos. Agora, se assumirmos que este deficit no fluxo de neutrinos deve-se à oscilação (no vácuo, amplificada através do mecanismo MSW ou uma combinação de ambos) os resultados desses experimentos nos permitem estabelecer limites sobre os parâmetros de oscilação, ou seja, sobre os ângulos da matrix de mistura⁵, bem como sobre a diferença do quadrado das massas.

Além dos dados de experimentos como Homestake, SAGE, GALLEX, Kamiokande, Super-Kamiokande, Frejus, NUSEX e IMB que já citamos no capítulo 4, contamos com resultados de:

Medidas de neutrinos solares:	GNO [73] e SNO [9].
Medidas de neutrinos atmosféricos:	Soudan2 [74] e MACRO [75].
Experimentos com reatores nucleares:	Bugey, Krasnoyarsk, Gosgen e CHOOZ [76].
Experimentos com aceleradores:	LSND, KARMEN [77] e K2K [10].

De todos esses experimentos, o LSND é o que forneceu os resultados mais controversos. Nele, observou-se um excesso de eventos que pode ser interpretado como resultado da oscilação de $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ e $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$. Interpretado desse modo, num cenário de oscilação entre dois sabores,

⁵Ainda não é possível estabelecer limites sobre a fase δ .

temos que os parâmetros que melhor se ajustam aos dados são $\Delta m^2 = 1.2 \text{ eV}^2$ e $\sin^2 2\theta = 0.003$. Entretanto, experimentos como KARMEN e Bugey testaram uma região do espaço de parâmetros $\Delta m^2 \times \sin^2 2\theta$ que compreende a quase totalidade da região favorecida pelas medidas do LSND e não observaram nenhuma evidência de oscilação. Espera-se que o experimento MiniBooNE [78], elimine esta controvérsia de uma vez por todas, testando todo o espaço de parâmetros favorecido pelos dados do LSND.

Recentemente, SNO [9] mediu o fluxo de neutrinos solares tanto através de processos de corrente carregada (CC), que somente são sensíveis a neutrinos do elétron,

$$\nu_e + d \rightarrow p + p + e^- , \quad (5.74)$$

como induzidos por espalhamento elástico (EE),

$$\nu_a + d \rightarrow n + p + \nu_a , \quad (5.75)$$

sensível a todos os tipos de neutrinos ($a = e, \nu, \tau$). A grande novidade foi a medida do fluxo através do primeiro processo, que não havia sido realizada até o momento.

Os resultados deste experimento fornecem a primeira evidência de que ν_e solares transformam-se em algum outro tipo de neutrino ativo (ν_μ ou ν_τ) devido à conservação do fluxo total de neutrinos ativos. Mais exatamente, a diferença entre o fluxo medido através de processos de CC e o medido através de EE é significantemente diferente de zero. A diferença entre os fluxos de CC e EE é,

$$\Phi_{SK}^{EE}(\nu_a) - \Phi_{SNO}^{CC}(\nu_e) = 0.57 \pm 0.17 \times 10^6 \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} , \quad (5.76)$$

onde utilizamos a medida do fluxo de EE medido pelo Super-Kamiokande, uma vez que este resultado é muito mais preciso. Caso somente um neutrino ativo estivesse presente no fluxo solar, esperaríamos que esta diferença fosse consistente com zero

K2K é outro experimento que tem divulgado resultados muito interessantes. Neste experimento um feixe quase puro de ν_μ é produzido pelo decaimento de π^+ produzidos quando os prótons acelerados pelo síncrotron de 12 GeV do KEK incidem sobre um alvo. Os neutrinos

são, detectados pelo Super-Kamiokande, situado a 250 km de distância. Seu objetivo é medir os parâmetros de oscilação associados ao deficit de neutrinos atmosféricos. Isto é feito medindo-se o número de eventos induzidos pelos ν_μ do feixe. Se esses neutrinos oscilam, espera-se observar um número de eventos inferior ao previsto sem a hipótese de oscilação. Seus resultados mais recentes dão conta que 44 eventos foram observados contra $63.9^{+6.1}_{-6.6}$ esperados no caso de não haver oscilação.

Para determinar os valores dos ângulos de misturas e Δm^2 compatíveis com os dados de todos experimentos aqui citados, deve-se fazer uma análise estatística adequada. Esta análise requer a escolha de um determinado esquema de oscilação, se entre 2 ou 3 neutrinos ativos (2ν ou 3ν) ou 3 ativos mais um estéril ($3+1$), bem como a escolha adequada dos dados experimentais relevantes. Quando se consideram os resultados do LSND, deve-se empregar o esquema $3+1$, porque a oscilação entre 3 neutrinos ativos não consegue acomodar os dados experimentais.

As análises dentro do esquema 2ν consideram separadamente os dados de experimentos com neutrinos solares e neutrinos atmosféricos. Os valores que melhor se adequam aos dados de neutrinos atmosféricos são [79],

$$\Delta m_{atm}^2 \sim 3 \times 10^{-3} \text{ eV}^2, \quad \sin^2 2\theta \sim 1, \quad (5.77)$$

quando se assume que a oscilação se dá entre ν_μ e ν_τ . Os resultados de análise semelhante para os dados de experimentos com neutrinos solares são mais complicados. Na Fig. 5.5 apresentamos as regiões permitidas a 90, 95, 99 e 99.7%(3 σ) de C.L., no espaço de parâmetros $\Delta m^2 \times \tan^2 \theta$ (Na referida figura usa-se $\tan^2 \vartheta$).

As distintas regiões no plano $\Delta m^2 \times \tan^2 \theta$ correspondem a diferentes soluções e são denominados como SMA (*Small Mixing Angle MSW*), LMA (*Large Mixing Angle MSW*), LOW (*low mass MSW*) e VAC (*vacuum oscillations*). Destas, apenas a solução SMA não aparece na Fig. 5.5, porque os novos dados do SNO praticamente a excluem como possível solução. Na tabela 5.1 apresentamos os valores correspondentes aos mínimos locais encontrados no plano $\Delta m^2 \times \tan^2 \theta$, ou seja, os valores que melhor se ajustam aos dados experimentais em cada uma

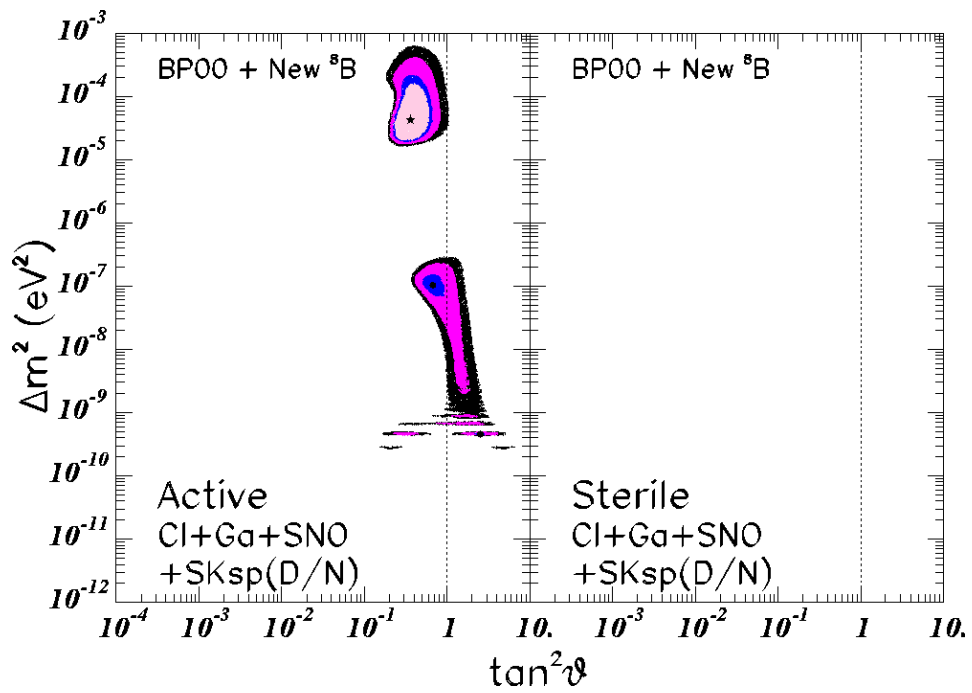


Figura 5.5: Parâmetros de oscilação permitidos a 90, 95, 99 e 99.7%(3 σ) de C.L., a partir da análise global dos dados para neutrinos solares para 2 neutrinos ativos e 1 ativo + 1 estéril. O ponto que melhor se adequa aos dados está marcado com uma estrela [79].

Tabela 5.1: Parâmetros que melhor se ajustam aos dados para neutrinos solares [79].

Solução	Δm^2	$\tan^2 \theta$	$\chi^2_{min} (40 \text{ g.l.})$
LMA	3.7×10^{-5}	3.7×10^{-1}	34.5
LOW	1.0×10^{-7}	6.7×10^{-1}	40.8
VAC	4.6×10^{-10}	2.5	42.3
SMA	5.2×10^{-7}	1.8×10^{-3}	49.9

das distintas soluções. Vemos na tabela 5.1 que a solução LMA é a que melhor se ajusta aos dados, tendo $\chi^2_{min} = 34.5$ para 40 graus de liberdade (g.l.). Isso corresponde a uma probabilidade maior que 60 % de que esta seja a solução correta, enquanto que para a segunda melhor solução, LOW, esta probabilidade cai para pouco menos de 40 %.

Podemos concluir destas análises no esquema 2ν que as soluções mais prováveis para o problema do neutrinos solares são caracterizadas por um Δm^2 muito menor que o característico das possíveis soluções para a anomalia dos neutrinos atmosféricos.

Sem considerar os resultados do LSND, que são controversos, o mais interessante é fazer uma análise no esquema 3ν . Nestas análises consideram-se todos os dados de experimentos com neutrinos solares, atmosféricos e de reatores que sejam mais relevantes estatisticamente [80, 81]. Os resultados da análise da Ref. [81], apresentados de forma atualizada na Ref. [79], são os

seguintes (resultados a 3σ),

$$\begin{aligned}
1.9 \times 10^{-5} &< \Delta m_{21}^2/\text{eV} < 2.7 \times 10^{-4} && \text{LMA,} \\
0.22 &< \tan^2 \theta_{12} < 0.71 && \text{LMA,} \\
4.3 \times 10^{-8} &< \Delta m_{21}^2/\text{eV} < 1.8 \times 10^{-7} && \text{LOW,} \\
0.47 &< \tan^2 \theta_{12} < 1.1 && \text{LOW,} \\
1.4 \times 10^{-3} &< \Delta m_{32}^2/\text{eV} < 6.0 \times 10^{-3}, \\
0.4 &< \tan^2 \theta_{23} < 3.0, \\
\sin^2 \theta_{13} &< 0.05
\end{aligned} \tag{5.78}$$

Os parâmetros Δm_{21}^2 e θ_{12} estão associados à solução do problema do deficit de neutrinos solares (são determinados essencialmente por dados de experimentos para neutrinos solares), enquanto Δm_{32}^2 e θ_{23} estão, analogamente, associados aos neutrinos atmosféricos.

5.4.2 O futuro: fábrica de neutrinos

Os resultados apresentados na seção anterior, revelam que as duas escalas de massa, uma característica dos neutrinos solares e outra dos neutrinos atmosféricos, permanecem quando se faz uma análise global. Outro fato que podemos observar é que, de uma forma geral, os Δm^2 e os ângulos de mistura ainda não podem ser determinados com muita precisão. Esses parâmetros serão melhor determinados a partir dos resultados de experimentos em andamento e de novos projetos. Entretanto, nos próximos 10 anos não se espera nenhuma melhora significativa no conhecimento de [82]:

- O ângulo θ_{13} , que é a chave entre os neutrinos atmosféricos e solares. O presente limite é $\sin^2 \theta_{13} \leq 5 \times 10^{-2}$.
- O sinal de Δm_{23}^2 , o qual determina se o espectro de massa dos neutrinos, no caso de três famílias, é hierárquico ou degenerado (*i. e.*, apenas um estado pesado e dois leves, quase degenerados, ou o inverso).

- Violação de CP no setor leptônico.
- Um estudo preciso dos efeitos da matéria na propagação dos neutrinos através da Terra: uma confirmação experimental independente de modelo do efeito MSW não estará disponível.

Para estudar os tópicos apresentados acima, o método mais adequado é a medida das transições de probabilidade $\nu_e(\bar{\nu}_e) \rightarrow \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$. E o melhor lugar para realizar estas medidas é numa “fábrica de neutrinos” [83]. O que se costuma denominar uma fábrica de neutrinos consiste de um acumulador de muons(antimuons) altamente energéticos (dezenas de GeV) que produz $\bar{\nu}_e(\nu_e)$ e $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ no decaimento dos muons(antimuons) nas seções retas do acumulador. Assim, as probabilidades de transição de interesse podem ser medidas através da observação de eventos com muons⁶ de sinal oposto ao produzido pelos neutrinos do feixe original. O detector, que se situará a centenas ou milhares de quilômetros do acumulador, normalmente é concebido para ser capaz de detectar os muons, distinguindo precisamente a sua carga elétrica. Para uma discussão do potencial de uma fábrica de neutrinos na análise dos itens apresentados anteriormente, recomendamos a Ref. [82]. No próximo capítulo, analisamos o potencial de uma fábrica de neutrinos na medida de efeitos de nova física, mormente aqueles acompanhados por violação de CP.

⁶Para simplificar a nossa discussão, ao invés de falarmos em termos de muon e antimuons, em muitos casos falamos apenas de muons com carga negativa ou positiva, respectivamente

Capítulo 6

Violação de CP em Oscilações de Neutrinos

Na seção 5.1, vimos que a matriz de mistura para o setor leptônico pode ser parametrizada como na Eq. (5.9), na qual, além dos três ângulos θ_{12} , θ_{13} e θ_{23} , entra a fase δ . Como no setor dos quarks, a fase δ está associada à violação de CP, neste caso, no setor leptônico. A presença desta fase tem como consequência que a probabilidade de transição $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$ é diferente da correspondente probabilidade envolvendo antineutrinos, $P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta)$. Para a solução do deficit dos neutrinos solares situada na região LMA, na qual os efeitos de Δm_{21}^2 podem ser relevantes em uma fábrica de neutrinos [89], uma boa aproximação para $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)^1$ pode ser obtida expandido-se até segunda ordem nos parâmetros θ_{13} , Δ_{21}/Δ_{31} e $\Delta_{21}L$ [82],

$$\begin{aligned} P_{e\mu(\bar{e}\bar{\mu})} &= c_{23}^2 \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \left(\frac{\Delta_{21}L}{2} \right) + s_{23}^2 \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \left(\frac{\Delta_{31}L}{2} \right) + \\ &+ \tilde{J} \cos \left(\pm\delta - \frac{\Delta_{31}L}{2} \right) \frac{\Delta_{21}L}{2} \sin \left(\frac{\Delta_{31}L}{2} \right), \end{aligned} \quad (6.1)$$

onde o sinal superior/inferior, refere-se a neutrinos/antineutrinos e

$$\tilde{J} \equiv c_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \sin 2\theta_{13}, \quad (6.2)$$

corresponde à combinação usual de ângulos de mistura no determinante de Jarlskog. Assim, podemos ver que devido à fase δ , $P_{e\mu} - P_{\bar{e}\bar{\mu}}$ é diferente de zero. Entretanto, os efeitos desta fase

¹A partir deste ponto, para economizarmos na escrita, passamos a denotar a probabilidade de transição $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$ como $P_{\alpha\beta}$.

são pequenos, porque são suprimidos por Δ_{12} e $\sin 2\theta_{13}$.

De fato, devido a esta supressão, sabemos que só podemos ter esperanças de medir δ em uma fábrica de neutrinos [12], devido à grande sensibilidade que esta possui em decorrência da enorme quantidade de neutrinos que por ela podem ser produzidos e detectados. Dada a grande sensibilidade de uma fábrica de neutrinos a várias observáveis do setor leptônico é legítimo levantar a questão - Além do efeito desta fase, seria possível observar efeitos de violação de CP decorrentes da presença de nova física? Na Ref. [12] tratamos desta questão e apresentamos os nossos resultados nas próximas seções.

6.1 Novas fontes de violação de CP nas interações de neutrinos

É bastante provável que a NF, responsável pelas massas dos neutrinos e sua mistura, também resulte em novas interações envolvendo os neutrinos. Tais interações podem ser novas fontes de violação de CP. Em nosso trabalho [12] investigamos a violação de CP decorrentes de novas interações de neutrinos nos processos de produção e detecção em experimentos de oscilação. Finalmente, aplicamos nossos resultados para o caso específico de uma fábrica de neutrinos. A seguir, investigaremos as seguintes questões:

- Como é possível que novas interações de neutrinos que violam CP se manifestem nas oscilações de neutrinos?
- Seriam os efeitos qualitativamente distintos dos decorrentes do MP? Em particular, poderíamos empregar a dependência da probabilidade de transição com a distância para distinguir entre os efeitos do MP e os de NF?
- Quão grandes podem ser esses efeitos? Em particular, seriam as novas interações suprimidas por fatores relacionados a ângulos de mistura ou diferenças de massas, como no MP?

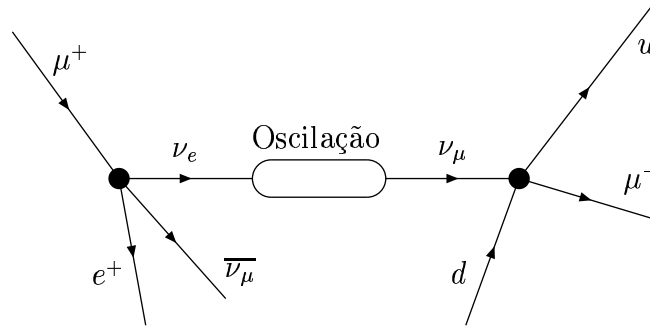


Figura 6.1: O que realmente vemos em uma fábrica de neutrinos.

- A nova violação de CP poderia ser observada nos novos experimentos? Qual seria a melhor configuração para tais observações?
- Quais modelos de NF podem ser analisados deste modo?

Começamos por rever o que realmente será medido em uma fábrica de neutrinos. Tudo o que sabemos é que muons, digamos, de carga positiva, decaem na seção reta do acumulador e que muons de sinal oposto são observados em um detector situado a uma distância L da fonte, caso ocorra oscilação. Na interpretação usual, considera-se que os neutrinos tenham sido produzidos através do decaimento $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$ e que sejam detectados através de outro processo eletrofraco, $\nu_\mu d \rightarrow \mu^- u$, como mostrado na Fig. 6.1

Entretanto, na presença de nova física, novos diagramas podem contribuir. Em geral, como conhecemos apenas o estado inicial do muon que decai e daquele que é observado no detector, poderíamos ter as seguintes contribuições para o processo de decaimento,

$$\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_\alpha \bar{\nu}_{\alpha'} \quad (\alpha, \alpha' = e, \mu, \tau), \quad (6.3)$$

uma vez que, desconhecemos outras partículas leves nas quais o muon possa decair e consideramos que a carga elétrica sempre se conserva. No processo de detecção poderíamos ter a

seguinte contribuição,

$$\nu_\beta d \rightarrow \mu^- u \quad (\beta = e, \mu, \tau), \quad (6.4)$$

onde desprezamos os quarks do mar do nucleon com o qual o neutrino interage na matéria. Ambos processos violam a conservação de sabor leptônico. Como a violação de número leptônico jamais foi observada, temos limites muito fortes sobre estes processos [11], de modo que esperamos que suas contribuições sejam proporcionais a constantes de acoplamento que satisfazem a condição² $|G_{\text{NP}}| \ll G_{\text{F}}$, onde G_{F} corresponde a constante de Fermi, característica das interações eletrofracas.

Como uma consequência de que $|G_{\text{NP}}| \ll G_{\text{F}}$, temos que somente as amplitudes devidas a nova física, A_{NP} , que interferem com a amplitude devida a interação eletrofraca, A_{EF} , são relevantes [92]. É fácil perceber que essas amplitudes levam a contribuições para a probabilidade de transição proporcionais a $A_{\text{NP}}A_{\text{EF}}^* \propto G_{\text{NP}}G_{\text{F}}^3$, onde a nova física está presente no processo de produção ou na detecção, mas não em ambos. Os termos que não interferem com A_{EF} , contribuem com $A_{\text{NP}}A_{\text{NP}}^* \propto |G_{\text{NP}}G_{\text{F}}|^2$, que é suprimido em relação à contribuição anterior. Do princípio de indistinguibilidade quântica, temos que as amplitudes que interferem com A_{EF} são aquelas que apresentam as mesmas partículas que podem, em princípio, ser observadas [84]. Assim, uma vez que $\bar{\nu}_{\alpha'}$ pode, em princípio, ser observado, consideramos apenas os seguintes processos no decaimento do muon $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_\alpha \bar{\nu}_\mu$.

Vamos definir, mais precisamente, as novas constantes de acoplamento que surgem no processo de produção e detecção dos neutrinos como $(G_{\text{NP}}^s)_{\alpha\beta}$ e $(G_{\text{NP}}^d)_{\alpha\beta}$, onde $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$. $(G_{\text{NP}}^s)_{\alpha\beta}$ corresponde a processos na fonte (*source*) onde ν_β é produzido juntamente com um lépton carregado α^+ , enquanto $(G_{\text{NP}}^d)_{\alpha\beta}$ se refere a processos no detector onde ν_β produz um lépton carregado α^- . Da discussão anterior, sobre a interferência entre as diferentes contribuições, temos que as constantes de acoplamento relevantes são $(G_{\text{NP}}^s)_{e\beta}$ e $(G_{\text{NP}}^d)_{\mu\beta}$.

²NP vem de *New Physics*, notação originalmente empregada em nosso trabalho [12].

Na presença de NF o estado do neutrino produzido na fonte é dado por,

$$\begin{aligned} |\nu_\alpha\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \left[(G_F + G_{ee}^s) |\nu_e\rangle + G_{e\mu}^s |\nu_\mu\rangle + G_{e\tau}^s |\nu_\tau\rangle \right] \\ &= (1 + \epsilon_{ee}^s) |\nu_e\rangle + \epsilon_\mu^s |\nu_e\mu\rangle + \epsilon_\tau^s |\nu_e\tau\rangle, \end{aligned} \quad (6.5)$$

onde a normalização do estado é dada por,

$$N = |G_F + G_{ee}^s|^2 + |G_{e\mu}^s|^2 + |G_{e\tau}^s|^2. \quad (6.6)$$

Aqui introduzimos as quantidades adimensionais,

$$\epsilon_{e\beta}^s \equiv \frac{(G_{\text{NP}}^s)_{e\beta}}{\sqrt{|G_F + (G_{\text{NP}}^s)_{ee}|^2 + |(G_{\text{NP}}^s)_{e\mu}|^2 + |(G_{\text{NP}}^s)_{e\tau}|^2}}. \quad (6.7)$$

Também tomamos a aproximação de que $G_F/\sqrt{N} = 1$, válida quando os ϵ são suficientemente pequenos. De forma análoga, o estado do neutrino no processo de detecção é,

$$|\nu_\beta\rangle = (1 + \epsilon_{\mu\mu}^d) |\nu_\mu\rangle + \epsilon_{\mu e}^d |\nu_e\rangle + \epsilon_{\mu\tau}^d |\nu_\tau\rangle, \quad (6.8)$$

onde,

$$\epsilon_{\mu\beta}^d \equiv \frac{(G_{\text{NP}}^d)_{\mu\beta}}{\sqrt{|G_F + (G_{\text{NP}}^d)_{\mu\mu}|^2 + |(G_{\text{NP}}^d)_{\mu e}|^2 + |(G_{\text{NP}}^d)_{\mu\tau}|^2}}. \quad (6.9)$$

Em geral, os ϵ são quantidades complexas. Como em nossas análises subsequentes, veremos que somente $\epsilon_{e\mu}^s$ e $\epsilon_{\mu e}^d$ serão relevantes, definimos explicitamente,

$$\epsilon_{e\mu}^s \equiv |\epsilon_{e\mu}^s| e^{i\delta_\epsilon}, \quad \epsilon_{\mu e}^{d*} \equiv |\epsilon_{\mu e}^{d*}| e^{i\delta'_\epsilon}. \quad (6.10)$$

Lembrando que a fase δ presente na matrix de mistura U pode ser escrita como,

$$\delta \equiv \arg \left(\frac{U_{e3} U_{\mu 3}^*}{U_{e1} U_{\mu 1}^*} \right), \quad (6.11)$$

também podemos definir as fases δ_ϵ e δ'_ϵ de uma forma independente de convenções como,

$$\delta_\epsilon \equiv \arg \left(\frac{\epsilon_{e\mu}^s}{U_{e1} U_{\mu 1}^*} \right), \quad \delta'_\epsilon \equiv \arg \left(\frac{\epsilon_{\mu e}^{d*}}{U_{e1} U_{\mu 1}^*} \right). \quad (6.12)$$

Podemos nos perguntar, da mesma forma que conseguimos reduzir o número de fases na matriz U a uma única fase, se não seria possível eliminar algumas das fases dos ϵ . Infelizmente, isso não é possível, uma vez que já empregamos toda a nossa liberdade na redefinição dos campos do Modelo Padrão para reduzir ao mínimo o número de fases presente na matriz de mistura, U . Assim, temos tantas fases quantos sejam os ϵ .

6.2 Probabilidade de transição no vácuo

Nesta seção, derivamos a expressão para a probabilidade de transição $P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) \equiv P_{e\mu}$ como função dos elementos da matrix de mistura e de termos em primeira ordem nos ϵ .

Denotamos $|\nu_e^s\rangle$ o estado do neutrino que é produzido na fonte acompanhado por um e^+ e de $|\nu_\mu^d\rangle$ o estado do neutrino que é detectado através da produção de um μ^- no detector:

$$\begin{aligned} |\nu_e^s\rangle &= \sum_i \left[U_{ei} + \epsilon_{e\mu}^s U_{\mu i} + \epsilon_{e\tau}^s U_{\tau i} \right] |\nu_i\rangle, \\ |\nu_\mu^d\rangle &= \sum_i \left[U_{\mu i} + \epsilon_{\mu e}^d U_{ei} + \epsilon_{\mu\tau}^d U_{\tau i} \right] |\nu_i\rangle. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Devemos notar que a norma do estado é igual a 1, exceto por efeitos de $\mathcal{O}(|\epsilon|^2)$, que nós desprezamos, de forma consistente. Considerando que $\nu_e^s(t)$ é o estado que evolui no tempo a partir de um estado puro de ν_e^s no tempo $t = 0$, obtemos a seguinte expressão para a probabilidade de transição $P_{e\mu} = |\langle \nu_\mu^d | \nu_e^s(t) \rangle|^2$:

$$P_{e\mu} = \left| \sum_i e^{-iE_i t} \left[U_{ei} U_{\mu i}^* + \epsilon_{e\mu}^s |U_{\mu i}|^2 + \epsilon_{\mu e}^{d*} |U_{ei}|^2 + \epsilon_{e\tau}^s U_{\tau i} U_{\mu i}^* + \epsilon_{\mu\tau}^{d*} U_{\mu i} U_{\tau i}^* \right] \right|^2. \quad (6.14)$$

Que nos leva a expressão,

$$\begin{aligned} P_{e\mu} = & 4 \sin^2 x_{21} \left\{ |U_{\mu 2}|^2 |U_{e 2}|^2 - \mathcal{R}e \left[\epsilon_{e\mu}^s (U_{e 1}^* U_{\mu 1} |U_{\mu 2}|^2 + U_{e 2}^* U_{\mu 2} |U_{\mu 1}|^2) \right. \right. \\ & + \epsilon_{\mu e}^d (U_{\mu 2}^* U_{e 2} |U_{e 1}|^2 + U_{\mu 1}^* U_{e 1} |U_{e 2}|^2) + \epsilon_{e\tau}^s (U_{e 2}^* U_{\mu 2} U_{\mu 1}^* U_{\tau 1} + U_{e 1}^* U_{\mu 1} U_{\mu 2}^* U_{\tau 2}) \\ & + \epsilon_{\mu\tau}^d (U_{\mu 2}^* U_{e 2} U_{e 1}^* U_{\tau 1} + U_{\mu 1}^* U_{e 1} U_{e 2}^* U_{\tau 2}) - U_{e 2}^* U_{e 3} U_{\mu 3}^* U_{\mu 2} \left. \right\} \\ & + 2 \sin 2x_{21} \mathcal{I}m \left[\epsilon_{e\mu}^s (U_{e 1}^* U_{\mu 1} |U_{\mu 2}|^2 - U_{e 2}^* U_{\mu 2} |U_{\mu 1}|^2) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \epsilon_{\mu e}^d (U_{\mu 2}^* U_{e 2} |U_{e 1}|^2 - U_{\mu 1}^* U_{e 1} |U_{e 2}|^2) + \epsilon_{e \tau}^s (U_{e 2}^* U_{\mu 2} U_{\mu 1}^* U_{\tau 1} - U_{e 1}^* U_{\mu 1} U_{\mu 2}^* U_{\tau 2}) \\
& + \epsilon_{\mu \tau}^d (U_{\mu 2}^* U_{e 2} U_{e 1}^* U_{\tau 1} - U_{\mu 1}^* U_{e 1} U_{e 2}^* U_{\tau 2}) + U_{e 2}^* U_{e 3} U_{\mu 3}^* U_{\mu 2} \Big] \\
& + 4 \sin^2 x_{31} \left\{ |U_{\mu 3}|^2 |U_{e 3}|^2 - \mathcal{R}e \left[\epsilon_{e \mu}^s (U_{e 1}^* U_{\mu 1} |U_{\mu 3}|^2 + U_{e 3}^* U_{\mu 3} |U_{\mu 1}|^2) \right. \right. \\
& + \epsilon_{\mu e}^d (U_{\mu 3}^* U_{e 3} |U_{e 1}|^2 + U_{\mu 1}^* U_{e 1} |U_{e 3}|^2) + \epsilon_{e \tau}^s (U_{e 1}^* U_{\mu 1} U_{\mu 3}^* U_{\tau 3} + U_{e 3}^* U_{\mu 3} U_{\mu 1}^* U_{\tau 1}) \\
& + \epsilon_{\mu \tau}^d (U_{\mu 3}^* U_{e 3} U_{e 1}^* U_{\tau 1} + U_{\mu 1}^* U_{e 1} U_{e 3}^* U_{\tau 3}) - U_{e 2}^* U_{e 3} U_{\mu 3}^* U_{\mu 2} \Big] \Big\} \\
& + 2 \sin 2x_{31} \mathcal{I}m \left[\epsilon_{e \mu}^s (U_{e 1}^* U_{\mu 1} |U_{\mu 3}|^2 - U_{e 3}^* U_{\mu 3} |U_{\mu 1}|^2) \right. \\
& + \epsilon_{\mu e}^d (U_{\mu 3}^* U_{e 3} |U_{e 1}|^2 - U_{\mu 1}^* U_{e 1} |U_{e 3}|^2) + \epsilon_{e \tau}^s (U_{e 1}^* U_{\mu 1} U_{\mu 3}^* U_{\tau 3} - U_{e 3}^* U_{\mu 3} U_{\mu 1}^* U_{\tau 1}) \\
& + \epsilon_{\mu \tau}^d (U_{\mu 3}^* U_{e 3} U_{e 1}^* U_{\tau 1} - U_{\mu 1}^* U_{e 1} U_{e 3}^* U_{\tau 3}) - U_{e 2}^* U_{e 3} U_{\mu 3}^* U_{\mu 2} \Big] \\
& - 4 \sin^2 x_{32} \mathcal{R}e \left[\epsilon_{e \mu}^s (U_{e 2}^* U_{\mu 2} |U_{\mu 3}|^2 + U_{e 3}^* U_{\mu 3} |U_{\mu 2}|^2) \right. \\
& + \epsilon_{\mu e}^d (U_{\mu 3}^* U_{e 3} |U_{e 2}|^2 + U_{\mu 2}^* U_{e 2} |U_{e 3}|^2) + \epsilon_{e \tau}^s (U_{e 2}^* U_{\mu 2} U_{\mu 3}^* U_{\tau 3} + U_{e 3}^* U_{\mu 3} U_{\mu 2}^* U_{\tau 2}) \\
& + \epsilon_{\mu \tau}^d (U_{\mu 3}^* U_{e 3} U_{e 2}^* U_{\tau 2} + U_{\mu 2}^* U_{e 2} U_{e 3}^* U_{\tau 3}) + U_{e 2}^* U_{e 3} U_{\mu 3}^* U_{\mu 2} \Big] \\
& + 2 \sin 2x_{32} \mathcal{I}m \left[\epsilon_{e \mu}^s (U_{e 2}^* U_{\mu 2} |U_{\mu 3}|^2 - U_{e 3}^* U_{\mu 3} |U_{\mu 2}|^2) \right. \\
& + \epsilon_{\mu e}^d (U_{\mu 3}^* U_{e 3} |U_{e 2}|^2 - U_{\mu 2}^* U_{e 2} |U_{e 3}|^2) + \epsilon_{e \tau}^s (U_{e 2}^* U_{\mu 2} U_{\mu 3}^* U_{\tau 3} - U_{e 3}^* U_{\mu 3} U_{\mu 2}^* U_{\tau 2}) \\
& + \epsilon_{\mu \tau}^d (U_{\mu 3}^* U_{e 3} U_{e 2}^* U_{\tau 2} - U_{\mu 2}^* U_{e 2} U_{e 3}^* U_{\tau 3}) + U_{e 2}^* U_{e 3} U_{\mu 3}^* U_{\mu 2} \Big], \tag{6.15}
\end{aligned}$$

onde,

$$\Delta m_{ij}^2 \equiv m_i^2 - m_j^2, \quad \Delta_{ij} \equiv \Delta m_{ij}^2 / (2E), \quad x_{ij} \equiv \Delta_{ij} L / 2, \tag{6.16}$$

E é a energia do neutrino e L a distância entre a fonte e o detector. Para irmos da Eq. (6.14) para a Eq. (6.15), empregamos a capacidade de manipulação simbólica do *Mathematica* [85]. Ademais, simplificamos a expressão final considerando as relações que surgem entre os elementos da matriz U decorrentes da condição de unitariedade $UU^\dagger = 1$. Relações tais como,

$$\begin{aligned}
|U_{e1}|^2 + |U_{\mu 1}|^2 + |U_{\tau 1}|^2 &= 1, \\
|U_{e1}|^2 + |U_{e2}|^2 + |U_{e3}|^2 &= 1, \\
U_{e1}^* U_{e2} + U_{\mu 1}^* U_{\mu 2} + U_{\tau 1}^* U_{\tau 2} &= 0,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{e1}^* U_{e3} + U_{\mu 1}^* U_{\mu 3} + U_{\tau 1}^* U_{\tau 3} &= 0, \\
U_{e1}^* U_{\mu 1} + U_{e2}^* U_{\mu 2} + U_{e3}^* U_{\mu 3} &= 0, \\
&\vdots
\end{aligned} \tag{6.17}$$

Para tornar nossa análise mais compreensível separamos $P_{e\mu}$ na parte que contém somente os efeitos do MP ($P_{e\mu}^{\text{SM}}$) e uma outra parte contendo os efeitos decorrentes de NF ($P_{e\mu}^{\text{NP}}$). O que queremos dizer com $P_{e\mu}^{\text{SM}}$ é o mesmo que $P_{e\mu}(\epsilon_{\alpha\beta}^{s,d} = 0)$. Esta é a contribuição para $P_{e\mu}$ proveniente do Modelo Padrão extendido para incluir as massas dos neutrinos, mas sem incluir novas interações. Por sua vez, $P_{e\mu}^{\text{NP}}$ contém todos os termos que dependem de $\epsilon_{\alpha\beta}^{s,d}$. Como vimos no capítulo 5.4, $|U_{e3}| \propto s_{13}$ é pequeno, bem como a razão $\Delta m_{12}^2 / \Delta m_{13}^2$. Assim, expandimos $P_{e\mu}^{\text{SM}}$ até segunda ordem e $P_{e\mu}^{\text{NP}}$ até primeira ordem em $|U_{e3}|$ e Δm_{12}^2 (uma vez que todos os seus termos seriam, ademais, proporcionais aos ϵ).

Para $P_{e\mu}^{\text{SM}}$ obtemos:

$$\begin{aligned}
P_{e\mu}^{\text{SM}} &= 4x_{21}^2 |U_{e2}|^2 |U_{\mu 2}|^2 + 4 \sin^2 x_{31} |U_{e3}|^2 |U_{\mu 3}|^2 \\
&+ 4x_{21} \sin 2x_{31} \mathcal{R}e(U_{e2} U_{e3}^* U_{\mu 2}^* U_{\mu 3}) \\
&- 8x_{21} \sin^2 x_{31} \mathcal{I}m(U_{e2} U_{e3}^* U_{\mu 2}^* U_{\mu 3}),
\end{aligned} \tag{6.18}$$

onde consideramos a aproximação $\sin x_{21} \sim x_{21}$ e utilizamos o fato de que $x_{32} = x_{31} - x_{21}$. Podemos comparar esta equação com a Eq. (6.1). Os dois termos de suas primeiras linhas são os mesmos. Já os termos da segunda e terceira linhas da Eq. (6.18) nos dão a segunda linha da Eq. (6.1). Entretanto, na Eq. (6.18) podemos distinguir mais claramente a origem da violação de CP decorrente do Modelo Padrão, pois esta se deve inteiramente ao termo que contém $\mathcal{I}m(U_{e2} U_{e3}^* U_{\mu 2}^* U_{\mu 3})$.

Para $P_{e\mu}^{\text{NP}}$ obtemos,

$$\begin{aligned}
P_{e\mu}^{\text{NP}} &= - 4 \sin^2 x_{31} \mathcal{R}e \left[U_{e3}^* U_{\mu 3} \left(\epsilon_{\mu e}^{d*} + \epsilon_{e\mu}^s (1 - 2|U_{\mu 3}|^2) - 2\epsilon_{e\tau}^s U_{\mu 3}^* U_{\tau 3} \right) \right] \\
&+ 4x_{21} \sin 2x_{31} \mathcal{R}e \left[U_{e2}^* U_{\mu 2} \left(\epsilon_{e\mu}^s |U_{\mu 3}|^2 + \epsilon_{e\tau}^s U_{\mu 3}^* U_{\tau 3} \right) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - 4x_{21}\mathcal{I}m\left[U_{e2}^*U_{\mu2}\left(\epsilon_{\mu e}^{d*} + \epsilon_{e\mu}^s(1 - |U_{\mu3}|^2) - \epsilon_{e\tau}^sU_{\mu3}^*U_{\tau3}\right)\right] \\
& - 2\sin 2x_{31}\mathcal{I}m\left[U_{e3}^*U_{\mu3}(\epsilon_{\mu e}^{d*} + \epsilon_{e\mu}^s)\right] \\
& - 4x_{21}\cos 2x_{31}\mathcal{I}m\left[U_{e2}^*U_{\mu2}\left(\epsilon_{e\mu}^s|U_{\mu3}|^2 + \epsilon_{e\tau}^sU_{\mu3}^*U_{\tau3}\right)\right].
\end{aligned} \tag{6.19}$$

onde, como na derivação de $P_{e\mu}^{\text{SM}}$, consideramos o fato de que $x_{32} = x_{31} - x_{21}$. Os últimos três termos de $P_{e\mu}^{\text{NP}}$ violam CP e serão a base de nossos resultados.

6.3 Violação de CP no vácuo

6.3.1 Resultados analíticos

Para medirmos a violação de CP, necessitamos comparar a probabilidade de transição $P_{e\mu}$ com a probabilidade para os processo conjugado de CP, $P_{\overline{e\mu}}$. Esta última probabilidade pode ser medida em experimentos de oscilação onde antineutrinos são produzidos na fonte juntamente com e^- e depois detectados através da produção de μ^+ . É evidente que uma transformação de CP relaciona os processos de produção $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_\alpha \nu_\mu$ e $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_\alpha \bar{\nu}_\mu$. Já, no que diz respeito ao proceso de produção, $\bar{\nu}_\beta u \rightarrow \mu^+ d$ e $\nu_\beta d \rightarrow \mu^- u$, a situação é menos evidente. Temos $G_{\beta\mu}^d \propto \langle p\mu^- | \bar{\mu}^- \bar{u} \nu_\beta d | \nu_\beta n \rangle$ e $G_{\beta\bar{\mu}}^d \propto \langle n\mu^+ | \bar{\mu}^+ \bar{d} \bar{\nu}_\beta u | \bar{\nu}_\beta p \rangle$. A relação entre eles se dá através de CP e *crossing*, mas para uma interação de quatro-férmions isto equivale a uma transformação de CP³.

Já vimos na seção 5.2, que ao passarmos de neutrinos para antineutrinos, devemos tomar o complexo conjugado da matrix U . Quanto aos ϵ , ao calcular a probabilidade de transição para os antineutrinos, também devemos tomar o seu complexo conjugado. Isto porque, ao aplicarmos a operação de CP para as interações nos processos de produção e detecção, tomamos o hermitiano conjugado dos termos envolvendo neutrinos. Portanto, a expressão para $P_{\overline{e\mu}}$ pode

³Para entender este ponto, basta lembrarmos da transformação de Fierz $(\bar{a}\gamma^\mu P_{L,R}b)(\bar{c}\gamma_\mu P_{L,R}d) = (\bar{a}\gamma^\mu P_{L,R}d)(\bar{c}\gamma_\mu P_{L,R}b)$.

ser obtida a partir de $P_{e\mu}$ fazendo-se as substituições,

$$U_{\alpha i} \rightarrow U_{\alpha i}^* \quad \text{e} \quad \epsilon_{\alpha\beta} \rightarrow \epsilon_{\alpha\beta}^*. \quad (6.20)$$

De posse de expressões para $P_{e\mu}$ e $P_{\bar{e}\mu}$ podemos calcular a assimetria de CP,

$$A_{\text{CP}} = \frac{P_-}{P_+}, \quad (6.21)$$

onde

$$P_{\pm} = P_{e\mu} \pm P_{\bar{e}\mu}. \quad (6.22)$$

Vejamos que resultados obtemos para as contribuições do Modelo Padrão. Sem nenhuma aproximação além das já empregadas na seção anterior, temos que

$$\begin{aligned} P_+^{\text{SM}} = P_{e\mu}^{\text{SM}} + P_{\bar{e}\mu}^{\text{SM}} &= 4x_{21}^2 |U_{e2}U_{\mu2}|^2 + 4\sin^2 x_{31} |U_{e3}U_{\mu3}|^2 \\ &\quad + 4x_{21} \sin(2x_{31}) \mathcal{R}e(U_{e2}U_{e3}^*U_{\mu2}^*U_{\mu3}) \\ &\quad - 8x_{21} \sin^2 x_{31} \mathcal{I}m(U_{e2}U_{e3}^*U_{\mu2}^*U_{\mu3}) \\ &\quad + 4x_{21}^2 |U_{e2}U_{\mu2}|^2 + 4\sin^2 x_{31} |U_{e3}U_{\mu3}|^2 \\ &\quad + 4x_{21} \sin(2x_{31}) \mathcal{R}e(U_{e2}U_{e3}^*U_{\mu2}^*U_{\mu3}) \\ &\quad - 8x_{21} \sin^2 x_{31} \mathcal{I}m(U_{e2}U_{e3}^*U_{\mu2}^*U_{\mu3}) \\ &= 8x_{21}^2 |U_{e2}U_{\mu2}|^2 + 8\sin^2 x_{31} |U_{e3}U_{\mu3}|^2 \\ &\quad + 8x_{21} \sin(2x_{31}) \mathcal{R}e(U_{e2}U_{e3}^*U_{\mu2}^*U_{\mu3}), \end{aligned} \quad (6.23)$$

e

$$P_-^{\text{SM}} = P_{e\mu}^{\text{SM}} - P_{\bar{e}\mu}^{\text{SM}} = -16x_{21} \sin^2 x_{31} \mathcal{I}m(U_{e2}U_{e3}^*U_{\mu2}^*U_{\mu3}), \quad (6.24)$$

Entretanto, como estamos interessados em saber as propriedades da assimetria A_{CP} no limite de distâncias curtas⁴, tomamos $x_{31} \ll 1$ de modo que obtemos,

$$A_{\text{CP}}^{\text{SM}} = \frac{-2x_{21}x_{31}^2 \mathcal{I}m(U_{e2}U_{e3}^*U_{\mu2}^*U_{\mu3})}{x_{21}^2 |U_{e2}U_{\mu2}|^2 + x_{31}^2 |U_{e3}U_{\mu3}|^2 + 2x_{21}x_{31}^2 \mathcal{R}e(U_{e2}U_{e3}^*U_{\mu2}^*U_{\mu3})}. \quad (6.25)$$

⁴Devido ao pequeno valor de Δ_{31} , mesmo para distâncias da ordem de alguns milhares de quilômetros, teremos que $x_{31} \ll 1$ para as energias dos neutrinos produzidos em uma fábrica de neutrinos (da ordem de alguns GeV a dezenas de GeV).

Podemos, ainda, considerar dois casos limites,

$$\begin{aligned} x_{21}^2 |U_{e2}U_{\mu 2}|^2 \ll x_{31}^2 |U_{e3}U_{\mu 3}|^2 &\equiv x_{21}/x_{31} \ll |(U_{e3}U_{\mu 3})/(U_{e2}U_{\mu 2})| \text{ limite de } s_{13} \text{ grande} \\ x_{21}^2 |U_{e2}U_{\mu 2}|^2 \gg x_{31}^2 |U_{e3}U_{\mu 3}|^2 &\equiv x_{21}/x_{31} \gg |(U_{e3}U_{\mu 3})/(U_{e2}U_{\mu 2})| \text{ limite de } s_{13} \text{ pequeno.} \end{aligned} \quad (6.26)$$

De modo que,

$$\begin{aligned} A_{\text{CP}}^{\text{SM}} &= \frac{-2x_{31}^2}{x_{21}} \frac{U_{e2}U_{e3}^*U_{\mu 2}^*U_{\mu 3} - U_{e2}^*U_{e3}U_{\mu 2}U_{\mu 3}^*}{U_{e2}U_{\mu 2}U_{e2}^*U_{\mu 2}^*} \\ &= \frac{-2x_{31}^2}{x_{21}} \left(\frac{U_{e3}^*U_{\mu 3}}{U_{e2}^*U_{\mu 2}} - \frac{U_{e3}U_{\mu 3}^*}{U_{e2}U_{\mu 2}^*} \right) = \frac{-2x_{31}^2}{x_{21}} \mathcal{Im} \left(\frac{U_{e3}^*U_{\mu 3}}{U_{e2}^*U_{\mu 2}} \right), \end{aligned} \quad (6.27)$$

no limite de s_{13} pequeno e

$$A_{\text{CP}}^{\text{SM}} = -2x_{21} \mathcal{Im} \left(\frac{U_{e2}^*U_{\mu 2}}{U_{e3}^*U_{\mu 3}} \right), \quad (6.28)$$

no limite de s_{13} grande. Analogamente, obtemos a partir da Eq. (6.19),

$$A_{\text{CP}}^{\text{NP}} = \begin{cases} -\frac{1}{x_{31}} \mathcal{Im} \left(\frac{\epsilon_{\mu e}^{d*} + \epsilon_{e \mu}^s}{U_{e3}^*U_{\mu 3}} \right) & s_{13} \text{ grande,} \\ -\frac{1}{x_{21}} \mathcal{Im} \left(\frac{\epsilon_{\mu e}^{d*} + \epsilon_{e \mu}^s}{U_{e2}^*U_{\mu 2}} \right) & s_{13} \text{ pequeno,} \end{cases} \quad (6.29)$$

para a assimetria induzida pela presença de NF. A aparente divergência em $A_{\text{CP}}^{\text{NP}}$ para pequenos valores de L , deve-se a aproximações que utilizamos. De fato, teríamos um termo $\mathcal{O}(|\epsilon|^2)$ em P_+ que é constante em L , de forma que $P_+ = \mathcal{O}(|\epsilon|^2)$ para $L \rightarrow 0$. Em contraste, $P_- = 0$ no limite $L \rightarrow 0$, para todas as ordens em $|\epsilon|$. Para obter o resultado na Eq. (6.29) consideramos que,

$$P_-^{\text{NP}} = \begin{cases} -8x_{31} \mathcal{Im}[U_{e3}^*U_{\mu 3}(\epsilon_{\mu e}^{d*} + \epsilon_{e \mu}^s)] & s_{13} \text{ grande,} \\ -8x_{21} \mathcal{Im}[U_{e2}^*U_{\mu 2}(\epsilon_{\mu e}^{d*} + \epsilon_{e \mu}^s)] & s_{13} \text{ pequeno,} \end{cases} \quad (6.30)$$

e

$$P_+^{\text{NP}} = P_+^{\text{SM}} = \begin{cases} 8x_{31}^2 |U_{e3}U_{\mu 3}|^2 & s_{13} \text{ grande,} \\ 8x_{21}^2 |U_{e2}U_{\mu 2}|^2 & s_{13} \text{ pequeno.} \end{cases} \quad (6.31)$$

Este último resultado deve-se a que P_+ , encontra-se no denominador da expressão para A_{CP} , de modo que contribuições proporcionais aos ϵ podem ser ignoradas. E devemos lembrar que,

apesar de termos analisado separadamente as contribuições para A_{CP} devidas ao Modelo Padrão e a nova física, o que de fato será medido é o efeito resultante da soma das duas $A_{\text{CP}} = A_{\text{CP}}^{\text{NP}} + A_{\text{CP}}^{\text{SM}}$.

Neste ponto cabem algumas observações. Podemos concluir que, se os ϵ forem suficientemente grandes⁵, as distintas dependências com a distância de P_-^{NP} e P_-^{SM} (proporcionais a L e L^3 , respectivamente) nos permitem fazer uma clara distinção entre as contribuições de nova física, como descritas aqui, e as contribuições provenientes da mistura leptônica. Da dependência em $1/L$ da assimetria $A_{\text{CP}}^{\text{NP}}$, concluímos que a distância ótima entre a fonte e o detector para a medida da violação de CP devida a nova física é mais curta que aquela ideal para a medida de δ do Modelo Padrão.

6.3.2 Análise numérica

Nesta seção mostramos os resultados de nossas análises numéricas. Nelas, empregamos a expressão para $P_{e\mu}$ dada na Eq. (6.15). Calculamos $P_{\pm}$ e a assimetria A_{CP} em função da distância entre a fonte e o detector. Assumimos que $E_{\nu} = 20$ GeV, uma energia próxima a energia média dos neutrinos produzidos no decaimento de muons de 50 GeV. Consideramos os seguintes valores para os parâmetros dos neutrinos $\Delta m_{31}^2 = 3 \times 10^{-3}$ eV² e $\tan^2 \theta_{23} = 1$, consistentes com as medidas de neutrinos atmosféricos [81] e $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4}$ eV² e $\tan^2 \theta_{12} = 1$, consistente com a solução LMA para o problema dos neutrinos solares [79, 81, 86]. No que diz respeito ao ângulo θ_{13} e a fase δ da matriz U , consideramos dois casos. No primeiro caso, tomamos $s_{13} = 0.2$, próximo ao limite superior proveniente do CHOOZ [87, 88, 81], e $\delta = \pi/2$. Estes parâmetros maximizam a violação de CP do Modelo Padrão. No segundo caso, tomamos $s_{13} = 0$, de modo que não temos violação de CP na matriz U . Quanto aos efeitos de NF, consideramos apenas que $|\epsilon_{e\mu}^s| \neq 0$, de forma a simplificar nossa análise. Considerando o conjunto de parâmetros do primeiro caso, tomamos $|\epsilon_{e\mu}^s| = 10^{-3}$ e $\delta_{\epsilon} = 0$. Para o segundo

⁵A partir de nossas análises numéricas, mostradas na seção 6.6, tem-se uma idéia mais concreta do que podemos considerar como suficientemente grande.

conjunto de parâmetros, tomamos $|\epsilon_{e\mu}^s| = 10^{-4}$ e $\delta_\epsilon = \pi/2$. Nossa escolha para as fases que violam CP pode ser entendida facilmente considerando-se a Eq.(6.29): no limite em que s_{13} é grande, a assimetria de CP depende do $\arg[\epsilon_{e\mu}^s/(U_{e3}U_{\mu 3}^*)] = \delta_\epsilon - \delta$, enquanto que no limite em que s_{13} é pequeno, ela depende de $\arg[\epsilon_{e\mu}^s/(U_{e2}U_{\mu 2}^*)] = \delta_\epsilon$.

Os resultados de nossos cálculos são apresentados na Fig. 6.2. Os quadros a esquerda correspondem ao primeiro caso e os da direita ao segundo caso. Para cada caso apresentamos, como uma função da distância entre a fonte e o detector, P_+ (linha pontilhada), P_-^{SM} e $A_{\text{CP}}^{\text{SM}}$ (linhas tracejadas, nos quadros superior e inferior, respectivamente), P_-^{NP} e $A_{\text{CP}}^{\text{NP}}$ (linhas cheias, nos quadros superior e inferior, respectivamente).

Podemos tirar algumas conclusões interessantes a partir desses resultados:

(i) A contribuição de nova física para violação de CP pode dominar sobre a proveniente do Modelo Padrão, mesmo quando esta é máxima, para valores de $|\epsilon|$ tão pequenos quanto 10^{-4} . Isto vale, particularmente, para distâncias menores que 1000 km.

(ii) As aproximações que consideramos para chegar às Eqs. (6.30) e (6.29) são boas até $L \sim 5000$ km.

(iii) Como antecipamos a partir de nossas expressões aproximadas, para distâncias suficientemente curtas, P_-^{NP} cresce linearmente com a distância e $A_{\text{CP}}^{\text{NP}}$ aumenta muito a curtas distâncias.

(iv) No caso em que s_{13} é grande, a violação de CP devida a nova física é sensível à diferença de fase $\delta - \delta_\epsilon$ e é praticamente independente dos parâmetros associados aos neutrinos solares, Δm_{21}^2 e $\sin \theta_{12}$.

(v) No limite em que s_{13} é pequeno, a violação de CP devida a nova física é proporcional a $\sin \delta_\epsilon$. P_-^{NP} é suprimido pela diferença de massa e o ângulo de mistura associados aos neutrinos solares.

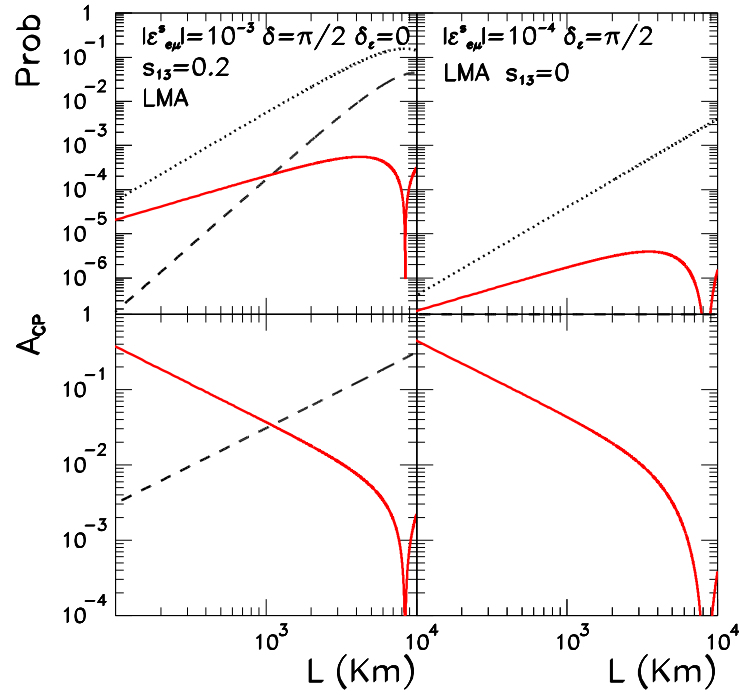


Figura 6.2: Probabilidades de transição e assimetrias de CP no vácuo em função da distância. Nos quadros superiores, as curvas correspondem a P_+^{SM} (pontilhada), P_-^{SM} (tracejada) e P_-^{NP} (linha cheia). Nos quadros inferiores as curvas correspondem a $A_{\text{CP}}^{\text{NP}}$ (linha cheia) e $A_{\text{CP}}^{\text{SM}}$ (tracejada). Nos quadros da esquerda, $s_{13} = 0.2$, $\delta = \pi/2$, $|\epsilon_{e\mu}^s| = 10^{-3}$ e $\delta_\epsilon = 0$. Nos quadros da direita, $s_{13} = 0$, $|\epsilon_{e\mu}^s| = 10^{-4}$ e $\delta_\epsilon = \pi/2$. Em todas as curvas $E_\nu = 20$ GeV, $\Delta m_{13}^2 = 3 \times 10^{-3}$ eV², $\tan^2 \theta_{23} = 1$, $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4}$ eV² e $\tan^2 \theta_{12} = 1$.

6.4 Probabilidade de transição na matéria

Vimos no capítulo 5, que na presença de matéria, os neutrino do elétron sentem a presença de um potencial $V_C = \sqrt{2}G_F N_e$ que induz uma massa efetiva $A = 2EV_C$. Como na Terra $V_C \sim 10^{-13}$ eV, para neutrinos de 20 GeV temos que $A \sim 4 \times 10^{-3} \text{eV}^2$. Este valor é comparável aos possíveis valores de Δm_{31}^2 . Por isso, devemos esperar que os efeitos da matéria sejam substanciais para o tipo de experimento que estamos considerando. Podemos esperar que os resultados da seção anterior continuem válidos no caso em que a distância entre a fonte e o detector seja suficientemente pequena para que os efeitos da matéria sejam desprezíveis. Também esperamos que continuem válidas para neutrinos menos energéticos ($E \sim 1$ GeV), uma vez que, neste caso, a massa efetiva é muito menor que Δm_{31}^2 . Veremos que estas expectativas são válidas após derivarmos as expressões para $P_{e\mu}$ na presença de matéria.

Obtemos as probabilidades de transição na matéria substituindo as diferenças de massas ao quadrado, Δ_{ij} , e os elementos da matriz de mistura, $U_{\alpha i}$, por seus valores efetivos na matéria, Δ_{ij}^m e $U_{\alpha i}^m$. A expressão completa para $P_{e\mu}$ na matéria pode, então, ser escrita em termos de x_{ij}^m e $U_{\alpha i}^m$, através de uma simples modificação da probabilidade no vácuo, Eq. (6.15). Para entender os efeitos de matéria é mais útil levar em conta o fato de que $|U_{e3}|$ e x_{12} são pequenos. Expandimos a probabilidade de transição até segunda ordem nesses parâmetros para $P_{e\mu}^{\text{SM}}$ e até primeira ordem para $P_{e\mu}^{\text{NP}}$. Aqui, apresentamos somente as expressões finais para as probabilidades de transição. No apêndice B apresentamos sua derivação.

Na presença de matéria, a contribuição advinda do MP para a probabilidade de transição é [82],

$$\begin{aligned}
 P_{e\mu}^{\text{SM}} = & 4 \left(\frac{\Delta_{21}}{A} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{AL}{2} \right) |U_{e2}U_{\mu 2}|^2 + 4 \left(\frac{\Delta_{31}}{B} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{BL}{2} \right) |U_{e3}U_{\mu 3}|^2 \\
 & + 8 \left(\frac{\Delta_{21}}{A} \right) \left(\frac{\Delta_{31}}{B} \right) \sin \left(\frac{AL}{2} \right) \sin \left(\frac{BL}{2} \right) \\
 & \left\{ \cos x_{31} \mathcal{R}e[U_{e3}^* U_{\mu 3} U_{e2} U_{\mu 2}^*] - \sin x_{31} \mathcal{I}m[U_{e3}^* U_{\mu 3} U_{e2} U_{\mu 2}^*] \right\},
 \end{aligned} \tag{6.32}$$

onde,

$$B = \Delta_{31} - A. \quad (6.33)$$

No limite em que $A = 0$, reproduzimos a Eq. (6.18). Vale a pena ressaltar que nossa definição de B é tal que ele muda de sinal caso Δ_{31} seja maior ou menor que A . Essa definição é diferente da que geralmente encontramos na literatura [82, 89, 90], $B = |\Delta_{31} - A|$. A Eq. (6.32) é uma função par de B , de modo que para a contribuição do MP tal definição não tem maior importância. Entretanto, para a contribuição de NF, que apresentamos abaixo, esta definição é importante,

$$\begin{aligned} P_{e\mu}^{\text{NP}} = & 4 \left(\frac{\Delta_{21}}{A} \right) \sin^2 \left(\frac{AL}{2} \right) \mathcal{R}e \left[U_{e2}^* U_{\mu 2} \left(\epsilon_{\mu e}^{d*} - \epsilon_{e\mu}^s (1 - 2|U_{\mu 3}|^2) + 2\epsilon_{e\tau}^s U_{\mu 3}^* U_{\tau 3} \right) \right] \\ & - 4 \left(\frac{\Delta_{31}}{B} \right) \sin^2 \left(\frac{BL}{2} \right) \mathcal{R}e \left[U_{e3}^* U_{\mu 3} \left(\epsilon_{\mu e}^{d*} + \epsilon_{e\mu}^s (1 - 2|U_{\mu 3}|^2) - 2\epsilon_{e\tau}^s U_{\mu 3}^* U_{\tau 3} \right) \right] \\ & - 2 \left(\frac{\Delta_{21}}{A} \right) \sin(AL) \mathcal{I}m \left[U_{e2}^* U_{\mu 2} (\epsilon_{\mu e}^{d*} + \epsilon_{e\mu}^s) \right] \\ & - 2 \left(\frac{\Delta_{31}}{B} \right) \sin(BL) \mathcal{I}m \left[U_{e3}^* U_{\mu 3} (\epsilon_{\mu e}^{d*} + \epsilon_{e\mu}^s) \right] \\ & - 8 \sin \left(\frac{AL}{2} \right) \sin \left(\frac{BL}{2} \right) \cos x_{31} \\ & \left\{ \left(\frac{\Delta_{31}}{B} \right) \mathcal{R}e \left[U_{e3}^* U_{\mu 3} \left(\epsilon_{e\mu}^s (1 - |U_{\mu 3}|^2) - \epsilon_{e\tau}^s U_{\mu 3}^* U_{\tau 3} \right) \right] \right. \\ & \left. - \left(\frac{\Delta_{21}}{A} \right) \mathcal{R}e \left[U_{e2}^* U_{\mu 2} \left(\epsilon_{e\mu}^s |U_{\mu 3}|^2 + \epsilon_{e\tau}^s U_{\mu 3}^* U_{\tau 3} \right) \right] \right\} \\ & + 8 \sin \left(\frac{AL}{2} \right) \sin \left(\frac{BL}{2} \right) \sin x_{31} \\ & \left\{ \left(\frac{\Delta_{31}}{B} \right) \mathcal{I}m \left[U_{e3}^* U_{\mu 3} \left(\epsilon_{e\mu}^s (1 - |U_{\mu 3}|^2) - \epsilon_{e\tau}^s U_{\mu 3}^* U_{\tau 3} \right) \right] \right. \\ & \left. - \left(\frac{\Delta_{21}}{A} \right) \mathcal{I}m \left[U_{e2}^* U_{\mu 2} \left(\epsilon_{e\mu}^s |U_{\mu 3}|^2 + \epsilon_{e\tau}^s U_{\mu 3}^* U_{\tau 3} \right) \right] \right\}. \quad (6.34) \end{aligned}$$

Uma das consequências mais importantes sobre as probabilidades de transição na presença de matéria é o aparecimento de falsa violação de CP. Por falsa violação de CP entendemos uma contribuição para a assimetria A_{CP} que não está diretamente relacionada à mudança de sinal das fases δ , entre $P_{e\mu}$ e $P_{\bar{e}\bar{\mu}}$. Isto ocorre porque neutrinos e antineutrinos sentem potenciais com sinais opostos. Assim, $P_{e\mu}$ e $P_{\bar{e}\bar{\mu}}$ na presença de matéria não diferem apenas pelo sinal

das fases $\delta, \delta_\epsilon, \dots$ (decorrente da conjugação dos $U_{\alpha\beta}$ e dos ϵ), mas também no sinal da massa efetiva A .

6.5 Violação de CP na presença de matéria

Ao calcularmos $P_-^m = P_{e\mu}^m - P_{\bar{e}\bar{\mu}}^m$, onde o índice m denota que tomamos quantidades na presença de matéria, obtemos uma expressão que não é apenas função de termos proporcionais a $\mathcal{I}m[\dots]$, como no vácuo, mas também é função de termos proporcionais a $\mathcal{R}e[\dots]$. Os termos imaginários contêm os efeitos da “verdadeira” violação de CP, decorrentes da presença das fases $\delta, \delta_\epsilon, \dots$, enquanto que a presença dos termos $\mathcal{R}e[\dots]$ dá origem à violação de CP falsa. A medida da assimetria A_{CP} , evidentemente, conterà tanto as contribuições da verdadeira como da falsa violação de CP. Entretanto, é interessante sabermos como a presença de matéria afeta A_{CP} em relação ao seu valor no vácuo. Assim, definimos,

$$A_{CP}^m \equiv \frac{P_-^m}{P_+}, \quad (6.35)$$

onde $P_-^m \equiv P_-(A) - P_-(A=0)$. Vemos que, novamente, podemos empregar P_+ dado na Eq. (6.31) ao invés de P_+^m .

A partir da Eq. (6.32), obtemos a contribuição advinda do MP,

$$(P_-^m)^{\text{SM}} = \frac{16}{3} x_{31}^4 \left(\frac{A}{\Delta_{31}} \right) |U_{e3} U_{\mu 3}|^2. \quad (6.36)$$

Para chegar a este resultado, não só devemos lembrar que $x_{31} \ll 1$, mas que também $AL \ll 1$, uma vez que A tem valores muito próximos ao de Δ_{31} . Fazemos, então, uma expansão considerando tanto x_{31} quanto AL como quantidades pequenas,

$$\begin{aligned} P_{e\mu}^{\text{SM}}(A) = & \left[\left(L^2 - \frac{L^4 A^2}{12} + \frac{L^6 A^4}{360} + \mathcal{O}(A^5) \right) \Delta_{31}^2 \right. \\ & \left. + \left(\frac{L^4 A}{6} - \frac{L^6 A^3}{90} + \mathcal{O}(A^5) \right) \Delta_{31}^3 + \dots \right] |U_{e3} U_{\mu 3}|^2, \end{aligned} \quad (6.37)$$

de modo que,

$$\begin{aligned} (P_-^m)^{\text{SM}} &= P_-^{\text{SM}}(A) - P_-^{\text{SM}}(A=0) = P_{e\mu}^{\text{SM}}(A) - P_{\bar{e}\bar{\mu}}^{\text{SM}}(A) \\ &= P_{e\mu}^{\text{SM}}(A) - (P_{e\mu}^{\text{SM}}(-A))^* = \frac{L^4 A}{3} \Delta_{31} |U_{e3} U_{\mu 3}|^2, \end{aligned} \quad (6.38)$$

que resulta na Eq. (6.36). A assimetria, neste caso, resulta ser,

$$(A_{\text{CP}}^m)^{\text{SM}} = \frac{2}{3} x_{31}^2 \left(\frac{A}{\Delta_{31}} \right). \quad (6.39)$$

Procedendo de forma análoga, temos que no limite em que s_{13} é pequeno, o efeito do MP é desprezível. A partir da Eq. (6.34), obtemos,

$$(P_-^m)^{\text{NP}} = \begin{cases} 8x_{31}^2 \frac{A}{\Delta_{31}} \mathcal{R}e[U_{e3}^* U_{\mu 3} (\epsilon_{\mu e}^{d*} - \epsilon_{e\mu}^s)] & s_{13} \text{ grande}, \\ 8x_{21}^2 \frac{A}{\Delta_{21}} \mathcal{R}e[U_{e2}^* U_{\mu 2} (\epsilon_{\mu e}^{d*} - \epsilon_{e\mu}^s)] & s_{13} \text{ pequeno}, \end{cases} \quad (6.40)$$

e

$$(A_{\text{CP}}^m)^{\text{NP}} = \begin{cases} \frac{A}{\Delta_{31}} \mathcal{R}e \left(\frac{\epsilon_{\mu e}^{d*} - \epsilon_{e\mu}^s}{U_{e3} U_{\mu 3}^*} \right) & s_{13} \text{ grande}, \\ \frac{A}{\Delta_{21}} \mathcal{R}e \left(\frac{\epsilon_{\mu e}^{d*} - \epsilon_{e\mu}^s}{U_{e2} U_{\mu 2}^*} \right) & s_{13} \text{ pequeno}. \end{cases} \quad (6.41)$$

De nossos resultados analíticos obtidos até o momento, tanto para o vácuo quanto na presença de matéria, podemos tirar algumas conclusões interessantes:

(i) Cada uma de nossas quatro contribuições tem uma dependência distinta com a distância. No limite de distâncias pequenas, temos que

$$(P_-^m)^{\text{SM}} \propto L^4, \quad P_-^{\text{SM}} \propto L^3, \quad (P_-^m)^{\text{NP}} \propto L^2, \quad P_-^{\text{NP}} \propto L, \quad (6.42)$$

bem como,

$$(A_{\text{CP}}^m)^{\text{SM}} \propto L^2, \quad A_{\text{CP}}^{\text{SM}} \propto L, \quad (A_{\text{CP}}^m)^{\text{NP}} \propto L^0, \quad A_{\text{CP}}^{\text{NP}} \propto 1/L. \quad (6.43)$$

Assim, se forem feitas medidas para diferentes distâncias (não excessivamente grandes), esperamos poder determinar, através de um ajuste à curva $A = aL^2 + bL + c + d/L$, as distintas contribuições para A_{CP} .

(ii) Se as fases dos ϵ forem da ordem de 1 ($\mathcal{I}m[\epsilon] \gtrsim \mathcal{R}e[\epsilon]$), então a assimetria de CP verdadeira será maior (para distâncias pequenas) que a assimetria falsa.

(iii) Devido aos efeitos da matéria esperamos que seja possível limitar $\mathcal{R}e(\epsilon)$ e $\mathcal{I}m(\epsilon)$, a partir dos resultados de medidas de violação de CP.

6.5.1 Análise numérica

Nesta seção apresentamos alguns resultados numéricos para $P_{\pm}^m$ e A_{CP}^m em função da distância entre a fonte e o detector. Novamente, consideramos $E_{\nu} = 20$ GeV, $\Delta m_{31}^2 = 3 \times 10^{-3}$ eV², $\tan^2 \theta_{23} = 1$, $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4}$ eV², $\tan^2 \theta_{12} = 1$ e $s_{13} = 0.2$ ou 0 . Para os parâmetros de nova física tomamos $|\epsilon_{e\mu}^s| = 10^{-3}$. Para isolar os efeitos de matéria nós agora, contudo, “desligamos” a verdadeira violação de CP, ou seja, tomamos $\delta = \delta_{\epsilon} = 0$ em ambos os casos.

Os resultados desses cálculos são apresentados na Fig. 6.3. As figuras à esquerda correspondem ao primeiro caso (s_{13} grande) e as da direita ao segundo (s_{13} pequeno). Em cada caso apresentamos, como uma função da distância entre a fonte e o detector, P_+ (linha pontilhada), $(P_-^m)^{\text{SM}}$ e $(A_{\text{CP}}^m)^{\text{SM}}$ (linhas tracejadas, na figura superior e inferior, respectivamente), $(P_-^m)^{\text{NP}}$ e $(A_{\text{CP}}^m)^{\text{NP}}$ (linhas sólidas, na figura superior e inferior, respectivamente).

A partir destas figuras podemos concluir que:

(i) A contribuição de NF para a violação de CP falsa pode dominar a contribuição do Modelo Padrão para valores de $|\epsilon|$ tão pequenos quanto 10^{-4} . Isto é particularmente verdadeiro para distâncias menores que 500 km.

(ii) Como antecipado a partir de nossas expressões aproximadas, para distâncias suficientemente pequenas $(P_-^m)^{\text{NP}}$ cresce com o quadrado da distância e $(A_{\text{CP}}^m)^{\text{NP}}$ não varia com ela.

(iii) Tanto a contribuição do MP quando a de NF para P_-^m são suprimidas para s_{13} pequeno. Esta supressão, no entanto, é mais forte para P_+ do que para $(P_-^m)^{\text{NP}}$. Consequentemente, a contribuição de nova física $(A_{\text{CP}}^m)^{\text{NP}}$ torna-se muito grande quando s_{13} é pequeno.

Como foi dito anteriormente, as medidas de P_- e A_{CP} serão afetadas tanto pela violação de CP verdadeira quanto aquela induzida pela matéria. Ilustramos esta situação na Fig. 6.4. Apresentamos P_+ (linha pontilhada), P_-^{SM} e $A_{\text{CP}}^{\text{SM}}$ (linhas tracejadas, na figura superior e inferior, respectivamente), bem como P_-^{NP} e $A_{\text{CP}}^{\text{NP}}$ (linhas cheias, na figura superior e inferior, respectivamente) em função da distância. Para os parâmetros dos neutrinos sempre

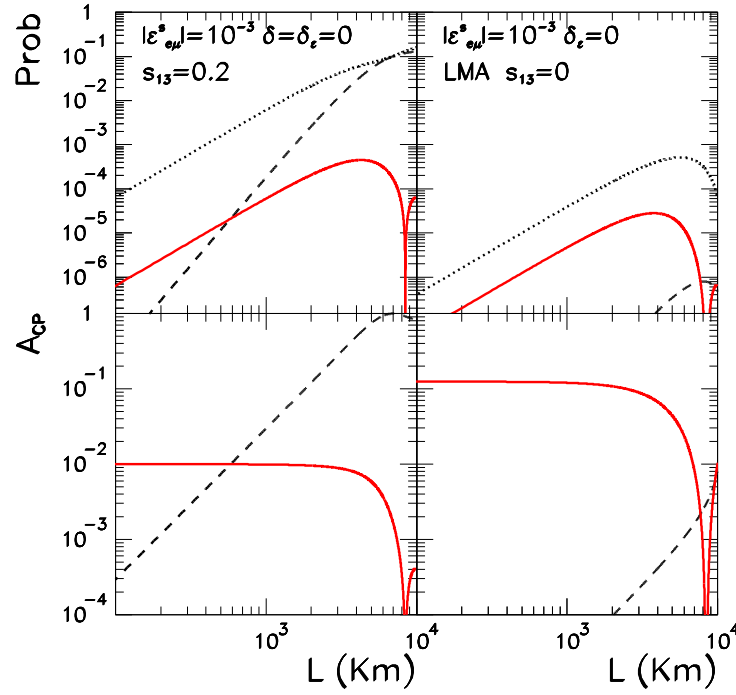


Figura 6.3: Probabilidades de transição e assimetrias de CP falsa na matéria em função da distância. Todas as fases associadas a violação de CP são tomadas como zero. Nos quadros superiores as curvas correspondem a P_+^{SM} (pontilhada), $(P_-^m)^{\text{SM}}$ (tracejada) e $(P_-^m)^{\text{NP}}$ (linha cheia). Nos quadros inferiores as curvas correspondem a $(A_{\text{CP}}^m)^{\text{NP}}$ (linha cheia) e $(A_{\text{CP}}^m)^{\text{SM}}$ (tracejada). Nos quadros da esquerda $s_{13} = 0.2$, e nos da direita $s_{13} = 0$. Em todas as curvas $E_\nu = 20$ GeV, $\Delta m_{31}^2 = 3 \times 10^{-3}$ eV², $\tan^2 \theta_{23} = 1$, $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4}$ eV², $\tan^2 \theta_{12} = 1$, $\delta = \delta_e = 0$ e $|\epsilon_{e\mu}^s| = 10^{-3}$.

consideramos $\Delta m_{31}^2 = 3 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ e $\tan \theta_{23} = 1$, consistente com os dados para neutrinos atmosféricos. Para os outros parâmetros consideramos três casos: (a) quadro esquerdo: consideramos os parâmetros da solução LMA ($\Delta m_{21}^2 = 10^{-4} \text{ eV}^2$ e $\tan \theta_{12} = 1$), $s_{13} = 0.2$ e um máximo para a fase $\delta = \pi/2$. Esta escolha de parâmetros nos dá um máximo de violação de CP proveniente do MP. Para os parâmetros de nova física consideramos $|\epsilon_{e\mu}^s| = 10^{-3}$ e $\delta_\epsilon = 0$. (A razão para a escolha dessa fase é que as contribuições dominantes dependem de $\delta - \delta_\epsilon$.) (b) quadro central: assumimos os parâmetros da solução SMA ($\Delta m_{21}^2 = 5.2 \times 10^{-6} \text{ eV}^2$ [81, 86], $\tan^2 \theta_{12} = 7.5 \times 10^{-4}$), $s_{13} = 0.2$, $\delta = \pi/2$, $|\epsilon_{e\mu}^s| = 10^{-3}$ e $\delta_\epsilon = 0$. Neste caso, a violação de CP do Modelo Padrão não pode ser observada, mas os efeitos de matéria são grandes. (c) quadro direito: assumimos os parâmetros da solução LMA e $s_{13} = 0$. Com $s_{13} = 0$, a probabilidade de transição total é muito suprimida, bem como o efeito de matéria. Não há violação de CP devida ao MP. Para os parâmetros de NF consideramos $|\epsilon_{e\mu}^s| = 10^{-4}$ e $\delta_\epsilon = \pi/2$. Assumimos um $|\epsilon_{e\mu}^s|$ menor de forma que nossa aproximação ainda seja válida.

Devemos enfatizar os seguintes pontos:

(i) Da comparação entre os gráficos apresentados nos quadros da esquerda e central na Fig. 6.4 vemos que a dependência na variação dos parâmetros dos neutrinos solares dos efeitos de NF e do efeito induzido pela matéria é muito pequena quando s_{13} é grande.

(ii) Para s_{13} pequeno ou igual a zero temos uma supressão das taxas de transição (a probabilidade é menor, como se pode ver claramente no quadro direito da Fig.

refcptot) e uma forte dependência nos parâmetros dos neutrinos solares. As contribuições de NF para A_{CP} são, contudo, pouco afetadas porque tanto a probabilidade devida a termos que conservam CP na contribuição do MP quanto a devida a termos que violam CP, provenientes de nova física, são suprimidos da mesma maneira.

(iii) Para s_{13} grande, os efeitos de violação de CP por nova física são dominados pela combinação $\delta - \delta_\epsilon$. Para s_{13} pequeno, mas diferente de zero, há dependência tanto em $\delta - \delta_\epsilon$ como em δ_ϵ .

(iv) Para distâncias menores que 800 km, os efeitos de $|\epsilon| \gtrsim 10^{-3}$ sempre são dominantes.

Para distâncias inferiores a 300 km, a nova física domina mesmo para $|\epsilon| \sim 10^{-4}$.

6.6 Sensibilidade de uma fábrica de neutrinos

Até o momento apresentamos em nossas análises numéricas o comportamento esperado para as probabilidades e as assimetrias considerando um valor fixo para a energia dos neutrinos e não levamos em consideração aspectos relacionados, por exemplo, às características do detector. Portanto, por completeza, nesta seção trataremos da questão da sensibilidade de uma fábrica de neutrinos aos valores dos parâmetros de nova física.

Como discutido na Ref. [89] a melhor variável que nos serve como medida da assimetria de CP em um experimento como uma fábrica de neutrinos é construída a partir de [89]:

$$\overline{A_{\text{CP}}} = \frac{N[\mu^-]/N_0[e^-]|_+ - N[\mu^+]/N_0[e^+]|_-}{N[\mu^-]/N_0[e^-]|_+ + N[\mu^+]/N_0[e^+]|_-}, \quad (6.44)$$

onde $N[\mu^-]/N_0[e^-]|_+$ refere-se a um experimento de oscilação que tem o decaimento de μ^+ como processo de produção de neutrinos: $N[\mu^-]$ é a medida do número de muons de sinal trocado (sempre oposto ao do muon que decai no processo de produção) enquanto $N_0[e^-]$ é o número esperado de eventos do tipo corrente carregada induzidos pelos ν_e (na ausência de oscilação). De maneira similar, $N[\mu^+]/N_0[e^+]|_-$ refere-se a um experimento de oscilação que tem o decaimento de μ^- como processo de produção de neutrinos: $N[\mu^+]$ é a medida do número de muons de sinal trocado e $N_0[e^+]$ é o número esperado de eventos do tipo corrente carregada induzidos pelos $\overline{\nu}_e$. O número de eventos de muons de sinal trocado pode ser expresso como,

$$N[\mu^-]|_+ = \frac{N_\mu N_T}{\pi m_\mu^2} \frac{E_\mu}{L^2} \int dE_\nu f_\nu(E_\nu) \sigma_{CC}(E_\nu) P_{e\mu}(E_\nu), \quad (6.45)$$

onde N_T é o número de prótons no detector, N_μ é o número de decaimentos do muon que são úteis, E_μ corresponde a energia dos muons e m_μ a massa dos muons. A função $f_\nu(E_\nu)$ é a distribuição de energia dos neutrinos produzidos no decaimento. Assumimos que os muons não são polarizados, caso no qual $f_\nu(E_\nu) = 12x^2(1-x)$ [82], onde $x = E_\nu/E_\mu$. Finalmente, $\sigma_{CC}(E_\nu)$ é a seção de choque da interação neutrino-núcleon que, na faixa de energias considerada, pode

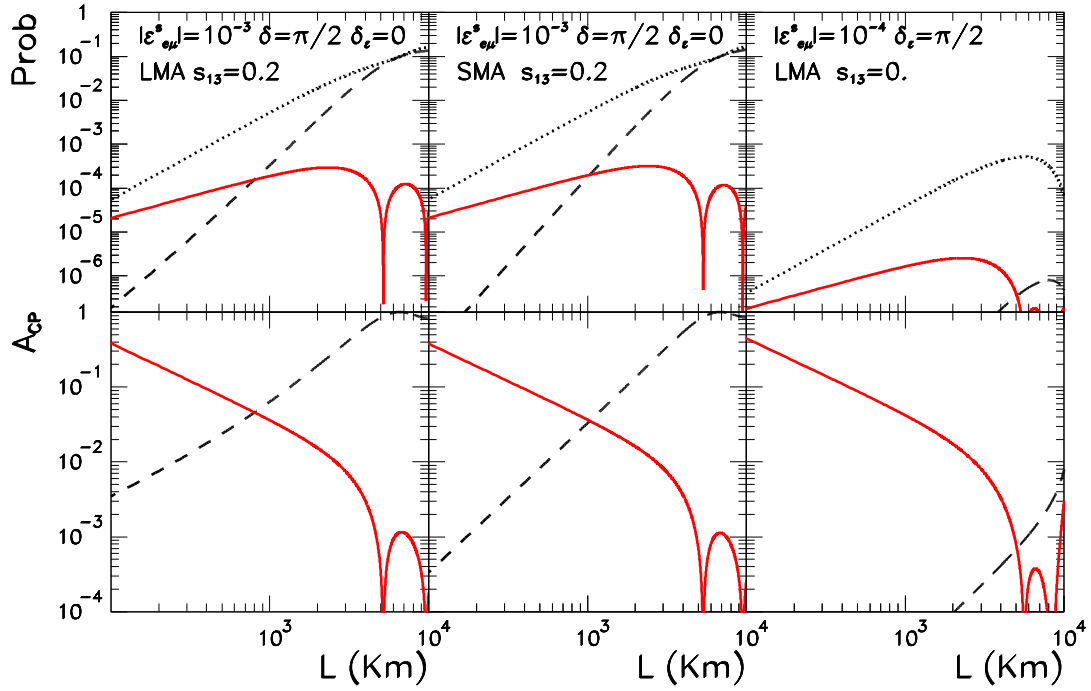


Figura 6.4: Probabilidades de transição e assimetrias de CP totais na matéria em função da distância. Nos quadros superiores as curvas correspondem a P_+^{SM} (pontilhada), P_-^{SM} (tracejada) and P^{NP} (linha cheia). Nos quadros inferiores as curvas correspondem a $A_{\text{CP}}^{\text{NP}}$ (linha cheia) e $A_{\text{CP}}^{\text{SM}}$ (tracejada). Para todas as curvas $E_\nu = 20$ GeV, $\Delta m_{31}^2 = 3 \times 10^{-3}$ eV² e $\tan^2 \theta_{23} = 1$. Nos quadros da esquerda $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4}$ eV², $\tan \theta_{12} = 1$, $s_{13} = 0.2$, $\delta = \pi/2$, $|\epsilon_{e\mu}^s| = 10^{-3}$ e $\delta_\epsilon = 0$. Nos quadros centrais $\Delta m_{21}^2 = 5.2 \times 10^{-6}$ eV², $\tan^2 \theta_{12} = 7.5 \times 10^{-4}$, $s_{13} = 0.2$, $\delta = \pi/2$, $|\epsilon_{e\mu}^s| = 10^{-3}$ e $\delta_\epsilon = 0$. Nos quadros da direita $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4}$ eV², $\tan \theta_{12} = 1$, $s_{13} = 0$, $|\epsilon_{e\mu}^s| = 10^{-4}$ and $\delta_\epsilon = \pi/2$.

ser tomada como proporcional a energia do neutrino: $\sigma_{CC} = \sigma_0 E_\nu$, com $\sigma_0 = 0.67 \times 10^{-38}$ cm²/GeV para neutrinos e $\sigma_0 = 0.34 \times 10^{-38}$ cm²/GeV para antineutrinos. A expressão para $N[e^-]_+$ é obtida de uma integral similar a Eq.(6.45), exceto que $P_{e\mu}$ é substituído por 1.

Definimos $\overline{A_{CP}^{NP}}$ como a contribuição devida a nova física para a assimetria de CP integrada. Levamos em conta tanto a verdadeira violação de CP como a induzida pela matéria. (No limite em que a matriz de mistura leptônica é real, ou seja, quando não temos violação de CP devida ao MP, as primeiras contribuições são proporcionais a $\mathcal{I}m(\epsilon)$ e a última a $\mathcal{R}e(\epsilon)$). Definimos ΔA como o erro estatístico em $\overline{A_{CP}}$. Para quantificar a importância do sinal devido a nova física, computamos a razão $\overline{A_{CP}^{NP}}/\Delta A$.

O erro estatístico, ΔA , depende tanto da distância como da energia da seguinte forma:

$$\Delta A \simeq \frac{1}{\sqrt{N[\mu^+]_- + N[\mu^-]_+}} \propto \frac{1}{\sqrt{P_+^{SM} N_{CC}}} \propto \frac{1}{\sqrt{E_\nu}}. \quad (6.46)$$

Para encontrar esta dependência, levamos em consideração que o número de interações de corrente carregada varia como $N_{CC} \propto E_\nu^3/L^2$, enquanto que para $L \lesssim 3000$ km, $P_+^{SM} \propto L^2/E_\nu^2$. Consequentemente, a dependência de ΔA na distância é muito pequena. Dados nossos resultados para A_{CP}^{NP} , obtemos a seguinte dependência da razão sinal-ruído com a distância:

$$\overline{A_{CP}^{NP}}/\Delta A \propto \begin{cases} 1/L & \text{Violação de CP verdadeira,} \\ \text{const}(L) & \text{Efeitos induzidos pela matéria.} \end{cases} \quad (6.47)$$

Este comportamento é ilustrado na Fig. 6.5, onde mostramos a razão sinal-ruído, $\overline{A_{CP}^{NP}}/\Delta A$, em função da distância. Para simplificar, consideramos apenas o efeito de $\epsilon_{e\mu}^s$. A violação de CP do Modelo Padrão é apresentada apenas no quadro superior onde ela corresponde ao maior valor possível em A_{CP}^{SM} (parâmetros LMA: $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4}$ eV² e $\tan \theta_{12} = 1$, s_{13} grande e $\delta = \pi/2$), enquanto que o quadro central tem A_{CP}^{SM} desprezível (parâmetros SMA: $\Delta m_{21}^2 = 5.2 \times 10^{-6}$ eV² e $\tan^2 \theta_{12} = 7.5 \times 10^{-4}$) e o quadro inferior considera $A_{CP}^{SM} = 0$ ($s_{13} = 0$). Com respeito a violação de CP devida a NF a linha tracejada corresponde ao caso em que a fase implica em máxima violação ($\delta_\epsilon = \pi/2$) e a linha cheia corresponde ao efeito induzido somente pela presença de matéria ($\delta_\epsilon = 0$). Lembramos que em nossos cálculos adotamos os seguintes

parâmetros para a fábrica de neutrinos: 10^{21} decaimentos úteis de μ^- com energia $E_\mu = 50$ GeV e um detector de 40 kt.

Podemos ver, a partir da Fig. 6.5, que a máxima sensibilidade para a contribuição para a violação de CP devida a NF é obtida para distâncias relativamente curtas (centenas de quilômetros). Por outro lado, a sensibilidade às contribuições que não se devem à violação de CP genuína é praticamente independente da distância.

Vejam agora, qual é a sensibilidade a NF que pode ser atingida através da medida da assimetria de CP integrada. Na Fig. 6.6, mostramos as regiões no plano $[\mathcal{R}e(\epsilon_{e\mu}^s), \mathcal{I}m(\epsilon_{e\mu}^s)]$ que resultam em $\overline{A}_{\text{CP}}^{\text{NP}}/\Delta A = 3$ (região mais escura) e $\overline{A}_{\text{CP}}^{\text{NP}}/\Delta A = 1$ (região menos escura) para $L = 732$ km (a menor distância considerada em experimentos de oscilação com uma fábrica de neutrinos). Como antes, consideramos 10^{21} decaimentos úteis de μ^- com energia $E_\mu = 50$ GeV e um detector de 40 kt. Em todos os quadros da Fig. 6.6 temos $\delta = 0$ (nenhuma violação de CP devida ao Modelo Padrão), $\Delta m_{31}^2 = 3 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\tan \theta_{23} = 1$, and the LMA parameters, $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4} \text{ eV}^2$ e $\tan \theta_{12} = 1$. Nos quadros da esquerda consideramos $s_{13} = 0.2$ e nos da direita $s_{13} = 0$. Nos quadros superiores $\mathcal{I}m(\epsilon_{e\mu}^s) > 0$, que para a nossa escolha de parâmetros, resulta numa interferência construtiva entre efeitos induzidos pela matéria e os devido a violação de CP genuína, enquanto que, nos quadros inferiores $\mathcal{I}m(\epsilon_{e\mu}^s) < 0$, que resulta numa interferência destrutiva.

No sentido de ilustrar a melhora esperada na sensibilidade a NF quando a distância entre fonte e detector é otimizada para este propósito em particular, mostramos na Fig. 6.7 o mesmo que na Fig. 6.6, mas agora para uma distância menor, $L = 200$ km.

Analisando os resultados das Figs. 6.6 e 6.7, podemos concluir que:

(i) A Fig. 6.6 nos mostra que $|\epsilon|$ com valores na faixa $3 \times 10^{-5} - 1 \times 10^{-4}$ resulta em efeitos da ordem de “ 3σ ”.

(ii) Uma distância mais curta melhorará a sensibilidade a NF que viola CP. A Fig. 6.7 nos mostra que para $\delta = 0$, caso em que as contribuições que violam CP são proporcionais a $\mathcal{I}m(\epsilon)$, podemos esperar uma melhora na sensibilidade a $\mathcal{I}m(\epsilon)$ por um fator 3. Entretanto,

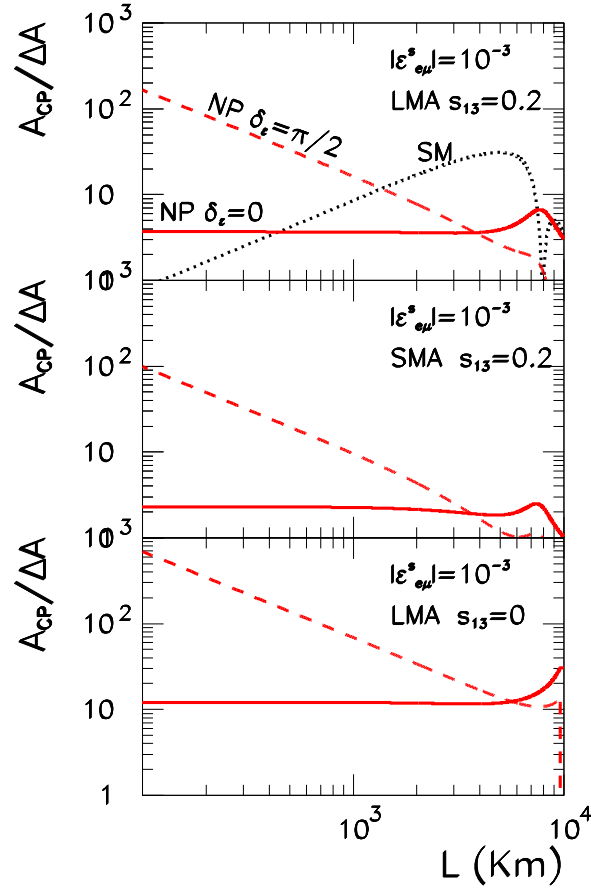


Figura 6.5: Razão sinal-ruído, $\overline{A_{CP}^{NP}}/\Delta A$, em função da distância L . Consideramos os seguintes parâmetros para o experimento: $E_\mu = 50$ GeV, 10^{21} decaimentos de μ^- e um detector de 40 kt, e os seguintes parâmetros para os neutrinos: $\delta = 0$, $\Delta m_{31}^2 = 3 \times 10^{-3}$ eV² e $\tan \theta_{23} = 1$. Nos quadros superior e inferior(central) usamos parâmetros da solução LMA(SMA). Nos dois quadros superiores(no inferior) consideramos que $s_{13} = 0.2(0)$. Para a NF consideramos $|\epsilon_{e\mu}^s| = 10^{-3}$ e $\delta_\epsilon = 0$ ou $\pi/2$. No quadro superior, a curva pontilhada corresponde a assimetria $A_{CP}^{SM}(\delta = \pi/2) - A_{CP}^{SM}(\delta = 0)$.

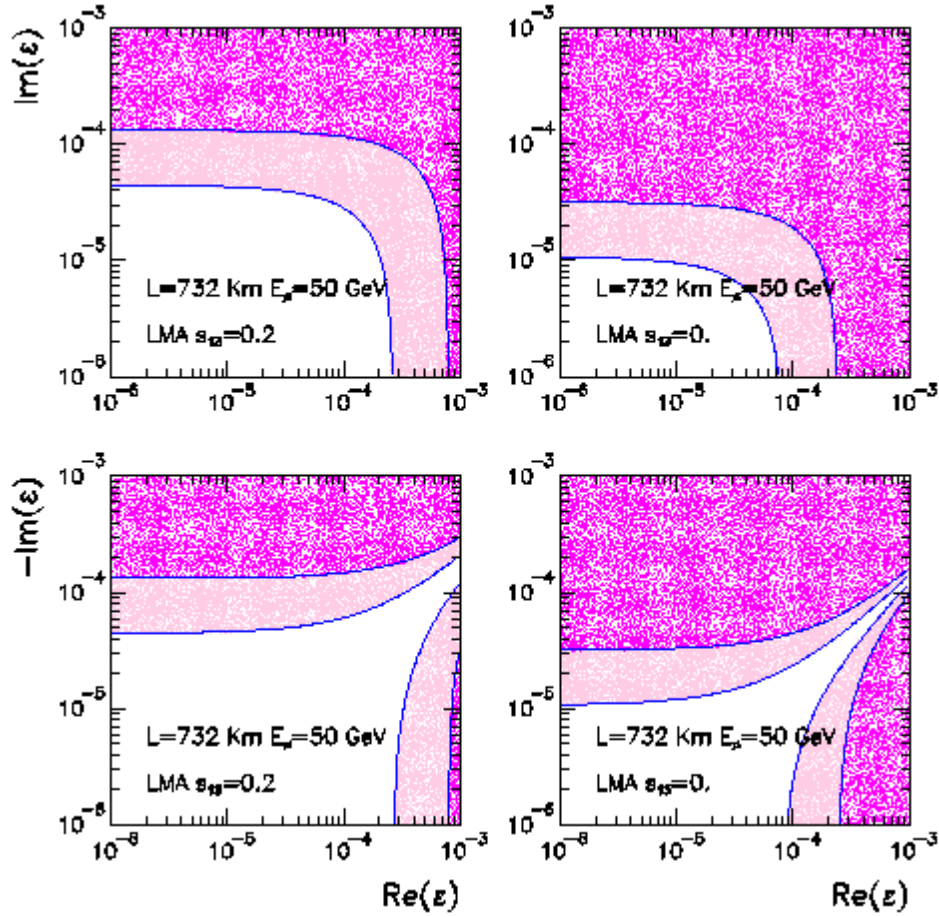


Figura 6.6: Regiões no plano $[\mathcal{Re}(\epsilon_{e\mu}^s), \mathcal{Im}(\epsilon_{e\mu}^s)]$ para as quais $\overline{A_{\text{CP}}^{\text{NP}}}/\Delta A = 3$ (região mais escura) e 1 (região menos escura). Para o experimento, consideramos que $L = 732$ km, $E_\mu = 50$ GeV, 10^{21} decaimentos de μ^- e um detector de 40 kt. Para os parâmetros dos neutrinos consideramos que $\delta = 0$, $\Delta m_{31}^2 = 3 \times 10^{-3}$ eV², $\tan^2 \theta_{23} = 1$, $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4}$ eV² e $\tan^2 \theta_{12} = 1$. Nos quadros da esquerda(direita) consideramos $s_{13} = 0.2(0)$.

a sensibilidade a $\mathcal{Re}(\epsilon)$ não é afetada pela distância, uma vez que a contribuição de NF para a assimetria induzida pela matéria é independente de L .

(iii) No caso em que a fase do MP é diferente de zero, $\delta \neq 0$ e s_{13} é grande, temos uma mudança no padrão de interferência entre as contribuições induzidas pela matéria e as advindas de NF com violação de CP. A razão para isto acontecer é que agora algumas das contribuições dependem de $\delta_\epsilon - \delta$, de modo que $\mathcal{Re}(\epsilon)$ e $\mathcal{Im}(\epsilon)$ não correspondem, de uma maneira direta, a efeitos induzidos pela matéria ou por verdadeira violação de CP.

6.7 Limites fenomenológicos sobre os ϵ

Vimos na seção anterior qual a sensibilidade aos ϵ esperada numa fábrica de neutrinos. Devemos nos perguntar se já não existem limites sobre os parâmetros de NF que eliminem a possibilidade de medirmos ou estabelecer melhores limites sobre os ϵ com uma fábrica de neutrinos.

Até o momento, já temos os limites sobre alguns modelos de nova física [91]. Veremos com mais detalhes apenas dois dos modelos o com simetria *Left-Right*, baseado na simetria $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$, e o modelo 331, ambos discutidos nos apêndices.

Antes, devemos fazer uma observação. Durante todo este capítulo ignoramos as consequências de $\epsilon_{e\tau}^s$ e $\epsilon_{\mu e}^d$, os outros dois parâmetros de NF física presentes na Eq. (6.19). Não vamos entrar em maiores detalhes aqui pelo fato de que ainda estamos analisando esta questão. No entanto, podemos adiantar que só teremos efeitos observáveis decorrentes de $\epsilon_{e\tau}^s$ caso este parâmetro seja maior que aproximadamente 0.1. No caso de $\epsilon_{\mu e}^d$ a análise é mais complicada. Como foi apontado na Ref. [92], os $\epsilon_{\alpha\beta}^d$ não são realmente constantes. Os $\epsilon_{\alpha\beta}^d$ são o produto de uma constante de acoplamento G_{NP}^d e a função de distribuição dos partons dentro dos núcleons que compõem a matéria, na qual se detectam os neutrinos. Assim, o efeito dos $\epsilon_{\alpha\beta}^d$ depende do espectro dos neutrinos detectados e variarão de experimento para experimento. Vejamos, então, que limites podemos obter sobre $\epsilon_{e\mu}^s$ e $\epsilon_{e\tau}^s$.

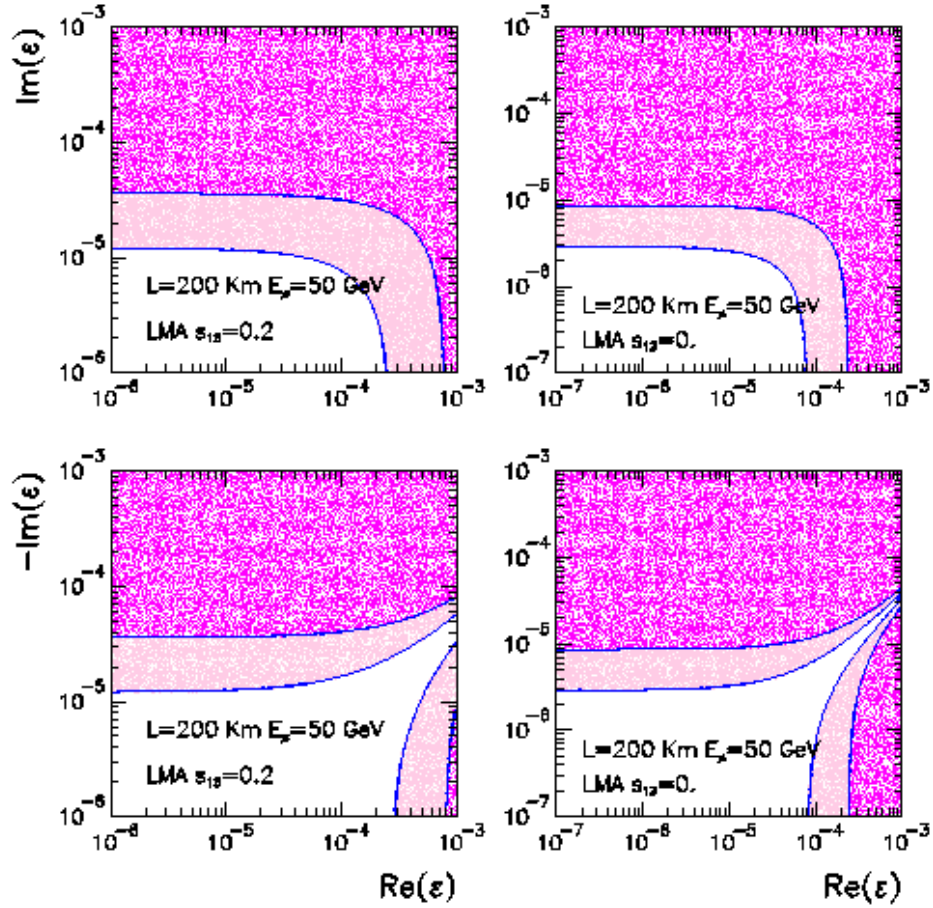


Figura 6.7: Regiões no plano $[\mathcal{Re}(\epsilon_{e\mu}^s), \mathcal{Im}(\epsilon_{e\mu}^s)]$ para as quais $\overline{A_{\text{CP}}^{\text{NP}}}/\Delta A = 3$ (região mais escura) e 1 (região menos escura). Para o experimento, consideramos que $L = 200$ km, $E_\mu = 50$ GeV, 10^{21} decaimentos de μ^- e um detector de 40 kt. Para os parâmetros dos neutrinos consideramos $\delta = 0$, $\Delta m_{31}^2 = 3 \times 10^{-3}$ eV², $\tan^2 \theta_{23} = 1$, $\Delta m_{21}^2 = 10^{-4}$ eV² e $\tan^2 \theta_{12} = 1$. Nos quadros da esquerda(direita) consideramos $s_{13} = 0.2(0)$. Deve-se notar que as escalas nos quadros da direita são diferentes dos quadros da esquerda bem como diferentes da Fig. 6.6.

O decaimento do muon é descrito pela seguinte lagrangeana efetiva,

$$\mathcal{L}_W = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}}(\bar{\nu}_e \gamma_\mu P_L e)(\bar{\mu} \gamma^\mu P_L \nu_\mu) + \text{h.c.}, \quad (6.48)$$

onde $P_{R,L} \equiv \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)$. Esta lagrangeana pode ser redefinida empregando-se uma transformação de Fierz. Empregaremos em nossas análises as seguintes transformações:

$$\begin{aligned} (\bar{a}^c \gamma^\mu P_{L,R} b^c) &= (\bar{b} \gamma^\mu P_{R,L} a), \\ (\bar{a} P_L b)(\bar{c} P_R d) &= -\frac{1}{2}(\bar{a} \gamma^\mu P_R d)(\bar{c} \gamma_\mu P_L b), \\ (\bar{a} \gamma^\mu P_{L,R} b)(\bar{c} \gamma_\mu P_{L,R} d) &= (\bar{a} \gamma^\mu P_{L,R} d)(\bar{c} \gamma_\mu P_{L,R} b). \end{aligned} \quad (6.49)$$

Assim, a Eq. (6.48) pode ser reescrita como,

$$\mathcal{L}_W = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}}(\bar{\nu}_e \gamma_\mu P_L \nu_\mu)(\bar{\mu} \gamma^\mu P_L e) + \text{h.c.}. \quad (6.50)$$

É com esta interação que as demais interações devem interferir. Deste modo, somente interações com uma estrutura $(V - A)(V - A)$ contam de forma significativa, uma vez que a interferência com interações $(V - A)(V + A)$, as únicas que também são relevantes no processo de decaimento considerado, são suprimidas pelas massas dos léptons [92].

6.7.1 Limites para o modelo com simetria *Left-Right*

Neste modelo, podemos esperar efeitos decorrentes dos escalares contidos no tripleto Δ_L . Seu acoplamento com os léptons é,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\Delta_L} &= f \bar{L}^c i \sigma_2 \vec{\sigma} L \cdot \vec{\Delta}_L + \text{h.c.} \\ &= -\sqrt{2} f_{ij} \Delta_L^0 \bar{\nu}_i^c P_L \nu_j + f_{ij} \Delta_L^+ (\bar{\ell}_i^c P_L \nu_j + \bar{\ell}_j^c P_L \nu_i) + \sqrt{2} f_{ij} \Delta_L^{++} \bar{\ell}_i^c P_L \ell_j + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (6.51)$$

A matriz 3×3 , f , é simétrica no espaço de sabor, $f_{ij} = f_{ji}$, mas não possui nenhuma outra restrição sobre os seus elementos, de forma que os escalares do tripleto Δ_L podem induzir processos que violam sabor leptônico.

Podemos escrever as interações efetivas dos escalares de Δ_L com os léptons como,

$$\begin{aligned}\Delta_L^{++} &\rightarrow 2\frac{f_{ij}f_{kl}^*}{m_{++}^2}(\bar{\ell}_i^c P_L \ell_j)(\bar{\ell}_l P_R \ell_k^c), \\ \Delta_L^+ &\rightarrow 4\frac{f_{ij}f_{kl}^*}{m_+^2}(\bar{\ell}_i^c P_L \nu_j)(\bar{\nu}_l P_R \ell_k^c), \\ \Delta_L^0 &\rightarrow 2\frac{f_{ij}f_{kl}^*}{m_0^2}(\bar{\nu}_i^c P_L \nu_j)(\bar{\nu}_l P_R \nu_k^c).\end{aligned}\tag{6.52}$$

Empregando as transformações Eq. (6.49) obtemos as seguintes interações:

$$\begin{aligned}\Delta_L^{++} &\rightarrow \frac{f_{ij}f_{kl}^*}{m_{++}^2}(\bar{\ell}_k \gamma^\mu P_L \ell_i)(\bar{\ell}_l \gamma_\mu P_L \ell_j), \\ \Delta_L^+ &\rightarrow 2\frac{f_{ij}f_{kl}^*}{m_+^2}(\bar{\ell}_k \gamma^\mu P_L \ell_i)(\bar{\nu}_l \gamma_\mu P_L \nu_j), \\ \Delta_L^0 &\rightarrow \frac{f_{ij}f_{kl}^*}{m_0^2}(\bar{\nu}_k \gamma^\mu P_L \nu_i)(\bar{\nu}_l \gamma_\mu P_L \nu_j).\end{aligned}\tag{6.53}$$

Está claro que somente a troca de Δ_L^+ leva a uma contribuição com estrutura adequada, ou seja, como a Eq. (6.50). As contribuições para o processo de decaimento $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_\alpha \bar{\nu}_\mu$, estão relacionadas aos parâmetro de NF $\epsilon_{e\alpha}^s$, onde $\alpha = \mu$ ou τ . As contribuições são proporcionais a

$$2\frac{f_{e\mu}f_{\mu\alpha}^*}{m_+^2}(\bar{\mu} \gamma^\mu P_L e)(\bar{\nu}_\alpha \gamma_\mu P_L \nu_\mu).\tag{6.54}$$

Fazendo a seguinte indentificação,

$$\frac{4(G_{NF}^s)_{e\alpha}}{\sqrt{2}} = \frac{2f_{e\mu}f_{\mu\alpha}^*}{m_+^2},\tag{6.55}$$

chegamos ao resultado que,

$$\epsilon_{e\alpha}^s = \frac{f_{e\mu}f_{\mu\alpha}^*}{2G_F m_+^2}.\tag{6.56}$$

Para obter limites sobre $\epsilon_{e\alpha}^s$, devemos lançar mão de um artifício. O que ocorre é que o único limite experimental sobre um processo puramente leptônico que viola sabor e envolve neutrinos é sobre o processo $\mu^- \rightarrow e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$ [11]. Entretanto, em uma teoria de gauge como o modelo *Left-Right* que consideramos aqui, espera-se que os escalares que fazem parte de um dubleto ou tripleto tenham massas aproximadamente iguais, tanto por argumentos teóricos como por

limites experimentais [93, 94]. Sendo assim, podemos utilizar limites sobre interações intermediadas por Δ_L^0 ou Δ_L^{++} como limites aproximados sobre as interações intermediadas por Δ_L^+ , desde que envolvam as mesmas constantes de acoplamento. Seguindo a análise realizada na Ref. [41] para biléptons escalares, mas considerando dados experimentais atualizados [11]:

Para $\alpha = \mu$, obtemos os seguintes resultados, a partir dos limites sobre o processo $\mu \rightarrow e\gamma$:

$$\begin{aligned} \frac{f_{e\mu}f_{\mu\mu}^*}{m_{++}^2} &\leq \frac{6.5 \times 10^{-4}}{(1 \text{ TeV})^2}, \\ \frac{f_{e\mu}f_{\mu\mu}^*}{m_+^2} &\leq \frac{1.2 \times 10^{-3}}{(1 \text{ TeV})^2}. \end{aligned} \quad (6.57)$$

Para $\alpha = \tau$, obtemos os seguintes resultados, a partir dos limites sobre o processo $\tau \rightarrow \mu\mu e$:

$$\frac{f_{e\mu}f_{\mu\tau}^*}{m_{++}^2} \leq \frac{4.4 \times 10^{-2}}{(1 \text{ TeV})^2}. \quad (6.58)$$

Tomando o limite mais restritivo entre todos os possíveis e considerando a relação obtida na Eq. (6.56), resultam os seguintes limites para os ϵ ,

$$\epsilon_{e\mu}^s \leq 3 \times 10^{-5}, \quad (6.59)$$

$$\epsilon_{e\tau}^s \leq 2 \times 10^{-3}. \quad (6.60)$$

6.7.2 Limites para o modelo 331

O modelo 331 possui tanto novos bósons escalares como vetoriais que podem induzir processos que violam a conservação de sabor. Da Eq. (A.24) obtemos a seguinte contribuição para o processo $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_\alpha \bar{\nu}_\mu$,

$$\begin{aligned} \frac{g^2}{2M_{Y^+}^2} (\bar{\mu}^c \gamma^\mu P_L \nu_\mu) (\bar{\nu}_\alpha \gamma^\mu P_L e^c) &= \frac{g^2}{4M_{Y^+}^2} (\bar{\mu}^c \gamma^\mu P_L e^c) (\bar{\nu}_\alpha \gamma^\mu P_L \nu_\mu) \\ &= -\frac{g^2}{4M_{Y^+}^2} (\bar{e} \gamma^\mu P_R \mu) (\bar{\nu}_\alpha \gamma^\mu P_L \nu_\mu). \end{aligned} \quad (6.61)$$

Vemos que a interação induzida pelo bóson de gauge Y^+ é do tipo $(V + A)(V - A)$, de modo que podemos ignorá-la.

No setor escalar do modelo, tanto η_2^+ como h_2^+ podem contribuir para o decaimento de μ^+ com uma interação $(V - A)(V - A)$. Para obter limites sobre as possíveis contribuições desses escalares procedemos de forma análoga ao que fizemos para o modelo com simetria *Left-Right*. Consideramos que as massas dos escalares que compõem o tripleto η são aproximadamente degeneradas. Entretanto, não podemos fazer o mesmo no caso dos escalares do sexteto, pois quando a simetria 331 é quebrada para a usual 321 do MP, o sexteto se decompõem em um tripleto, um dubleto e um singleto de $SU(2)$,

$$\Delta = \begin{pmatrix} \sigma_1^0 & \frac{h_2^-}{\sqrt{2}} \\ \frac{h_2^-}{\sqrt{2}} & H_1^{--} \end{pmatrix}, \quad \Phi_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} h_1^+ \\ \sigma_2^0 \end{pmatrix}, \quad H_2^{++}. \quad (6.62)$$

Esperamos que as massas dos escalares **dentro** do tripleto sejam aproximadamente iguais, o mesmo ocorrendo para os escalares **dentro** do dubleto. Entretanto, não podemos estar seguros de que as massas dos escalares do tripleto sejam aproximadamente iguais às massas do dubleto e do singleto. Na verdade, existem evidências de que elas podem diferir bastante [95], pelo menos o suficiente para que não possamos assumi-las como iguais ao extrair limites sobre os parâmetros de NF. Com este detalhe em mente, vejamos que limites obtemos.

Consideramos as interações apresentadas nas Eqs. (A.17) e (A.18) e adotamos a seguinte notação

$$\frac{G_{ij}}{2} = f_{ij}, \quad F_{ij} = f'_{ij}. \quad (6.63)$$

A partir dos escalares com carga dupla podemos obter as seguintes interações de contato,

$$\begin{aligned} H_1^{++} &\rightarrow \frac{f_{ij} f_{kl}^*}{M_{H_1^{++}}^2} (\bar{l}_i^c P_L l_j) (\bar{l}_l P_R l_k^c) \rightarrow \frac{f_{ij} f_{kl}^*}{2M_{H_1^{++}}^2} (\bar{l}_k \gamma^\mu P_L l_i) (\bar{l}_l \gamma_\mu P_L l_j), \\ H_2^{++} &\rightarrow \frac{f_{ij}^* f_{kl}}{M_{H_2^{++}}^2} (\bar{l}_j^c P_R l_i) (\bar{l}_k P_L l_l^c). \end{aligned} \quad (6.64)$$

A partir das partículas de carga simples,

$$\begin{aligned}
\eta_1^+ &\rightarrow 4 \frac{f'_{ij} f'_{kl}}{M_{\eta_1^+}^2} (\bar{\nu}_j P_R l_i) (\bar{l}_k P_L \nu_l), \\
\eta_2^+ &\rightarrow 4 \frac{f'_{ij} f'_{kl}}{M_{\eta_2^+}^2} (\bar{l}_i^c P_L \nu_j) (\bar{\nu}_l P_R l_k^c) \rightarrow 2 \frac{f'_{ij} f'_{kl}}{M_{\eta_2^+}^2} (\bar{l}_k P_L l_i) (\bar{\nu}_l P_L \nu_j), \\
h_1^+ &\rightarrow 2 \frac{f_{ij}^* f_{kl}}{M_{h_1^+}^2} (\bar{\nu}_j P_R l_i) (\bar{l}_k P_L \nu_l), \\
h_2^+ &\rightarrow 2 \frac{f_{ij}^* f_{kl}}{M_{h_2^+}^2} (\bar{l}_i^c P_L \nu_j) (\bar{\nu}_l P_R l_k^c) \rightarrow \frac{f_{ij}^* f_{kl}}{M_{h_2^+}^2} (\bar{l}_k P_L l_i) (\bar{\nu}_l P_L \nu_j).
\end{aligned} \tag{6.65}$$

Para as partículas neutras,

$$\begin{aligned}
\eta^0 &\rightarrow 4 \frac{f'_{ij} f'_{kl}}{M_{\eta^0}^2} (\bar{l}_i P_L l_j) (\bar{l}_l P_R l_k) \rightarrow 2 \frac{f'_{ij} f'_{kl}}{M_{\eta^0}^2} (\bar{l}_i \gamma^\mu P_R l_k) (\bar{l}_l \gamma_\mu P_L l_j) \\
\sigma_2^0 &\rightarrow 2 \frac{f_{ij}^* f_{kl}}{M_{\sigma_2^0}^2} (\bar{l}_i P_L l_j) (\bar{l}_l P_R l_k) \\
\sigma_1^0 &\rightarrow \frac{f_{ij}^* f_{kl}}{M_{\sigma_1^0}^2} (\bar{\nu}_i^c P_L \nu_j) (\bar{\nu}_l P_R \nu_k^c).
\end{aligned} \tag{6.66}$$

Somente aplicamos as transformações de Fierz apropriadas para as interações que realmente desempenham algum papel na determinação dos limites sobre os ϵ . Os limites que obtemos sobre a razão das constantes de acoplamento e as massas são:

Para $\alpha = \mu$ temos, a partir dos limites sobre $\mu \rightarrow e\gamma$:

$$\begin{aligned}
\frac{f_{e\mu} f_{\mu\mu}^*}{M_{H_1^{++}}^2} &\leq \frac{1.3 \times 10^{-3}}{(1 \text{ TeV})^2} \\
\frac{f_{e\mu} f_{\mu\mu}^*}{M_{h_2^+}^2} &\leq \frac{1.2 \times 10^{-3}}{(1 \text{ TeV})^2}
\end{aligned} \tag{6.67}$$

Para $\alpha = \tau$, a partir da não observação do decaimento $\tau^- \rightarrow \mu^+ \mu^- e^-$:

$$\begin{aligned}
\frac{f_{\mu\tau} f_{e\mu}^*}{M_{H_1^{++}}^2} &\leq \frac{8.8 \times 10^{-2}}{(1 \text{ TeV})^2} \\
\frac{f'_{\mu\tau} f'_{e\mu}^*}{M_{\eta^0}^2} &\leq \frac{2.2 \times 10^{-2}}{(1 \text{ TeV})^2}.
\end{aligned} \tag{6.68}$$

E a partir do decaimento $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^- e^+$,

$$\frac{f'_{\mu\tau} f'^*_{e\mu}}{M_{\eta_0}^2} \leq \frac{2.0 \times 10^{-2}}{(1 \text{ TeV})^2}. \quad (6.69)$$

Vejamos qual a relação entre as constantes de acoplamento f e os ϵ . Como já dissemos anteriormente, no modelo 331 podemos ter os escalares η_2^+ and h_2^+ contribuindo para $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_\alpha \bar{\nu}_\mu$. Como f'_{ij} é antissimétrico, η_2^+ não contribui para a maioria dos processo de interesse; ele contribui para $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$. Assim temos,

$$\epsilon_{e\alpha}^s = \frac{f_{e\mu} f_{\mu\alpha}^*}{\sqrt{2} G_F M_{h_2^+}^2}, \quad (6.70)$$

ou,

$$\epsilon_{e\alpha}^s = \left(2 \frac{f'_{e\mu} f_{\mu\alpha}^*}{M_{\eta_2^+}^2} + \frac{f_{e\mu} f_{\mu\alpha}^*}{M_{h_2^+}^2} \right) / \sqrt{2} G_F \quad (6.71)$$

$$= \left(8 \frac{f'_{e\mu} f_{\mu\alpha}^*}{M_{\eta_2^+}^2} + 4 \frac{f_{e\mu} f_{\mu\alpha}^*}{M_{h_2^+}^2} \right) \frac{M_W^2}{g^2}. \quad (6.72)$$

Ao calcularmos ϵ a partir da Eq. (6.72) consideramos apenas a contribuição menos limitada, ou seja, a maior dentre as duas. Tomando o limite mais restritivo entre aqueles das Eqs. (6.67), (6.68) e (6.69) encontramos que,

$$\epsilon_{e\mu}^s \leq 7 \times 10^{-5}, \quad (6.73)$$

$$\epsilon_{e\tau}^s \leq 5 \times 10^{-3}. \quad (6.74)$$

Podemos ver que tanto no caso do modelo com simetria *Left-Right* como no do modelo 331, que os limites sobre os ϵ são bastante restritivos, de modo que estaríamos no limite da sensibilidade ao parâmetro $\epsilon_{e\mu}^s$ e muito longe de sermos capazes de ver os efeitos de $\epsilon_{e\tau}^s$. Entretanto, ainda existem modelos que poderiam resultar em ϵ maiores [91].

Capítulo 7

Conclusão

De nossas análises realizadas no capítulo 3 podemos extrair as seguintes conclusões:

- Demonstramos que os dados do LEP-II impõem os limites mais restritivos sobre os parâmetros dos biléptons na faixa de massas cinematicamente acessíveis. Esses limites são aproximadamente duas vezes melhores que os advindos da não observação do processo de conversão $M - \overline{M}$
- Aceleradores lineares operando nos modos e^+e^- e $e\gamma$ são ferramentas extremamente úteis na descoberta e no estudo de biléptons com carga dupla.
- A grande luminosidade destas máquinas pode resultar na produção ressonante de um grande número de biléptons, o que é extremamente interessante para a determinação precisa de suas massas e da natureza de seus acoplamentos.
- Aceleradores lineares operando nos modos e^+e^- e $e\gamma$ são tão sensíveis a biléptons, que tornam quase que desnecessária a operação no modo e^-e^- , a qual implicaria em custos adicionais de construção e operação.
- A aproximação de partícula equivalente é uma ferramenta extremamente útil na análise do potencial da nova geração de aceleradores lineares na busca por nova física, simplificando muito nossos cálculos sem, no entanto, comprometer a precisão dos resultados

finais.

Para o trabalho apresentado no capítulo 6, temos as seguintes conclusões:

- Uma fábrica de neutrinos é bastante sensível a presença de nova física, com ou sem violação de CP, devido a interferência entre suas contribuições e a do Modelo Padrão. Assim, mostramos em nosso trabalho que uma fábrica de neutrinos pode fazer mais do que apenas medir parâmetros de oscilação dos neutrinos.
- A medida de observáveis criadas, em princípio, para medir apenas efeitos decorrentes da violação de CP atribuíveis às fases δ , acabam sendo igualmente sensíveis a presença de nova física sem violação de CP.
- A descoberta de que A_{CP} e $P_- = P_{e\mu} - P_{\bar{e}\mu}$ variam de distintas maneiras com a distância entre o ponto de produção e o de detecção, em função da física do Modelo Padrão e da nova física, pode ser considerado o resultado mais importante de toda a análise que fizemos neste capítulo.

Ademais, podemos apreciar como determinados modelos de física além do Modelo Padrão podem manifestar-se tanto na nova geração de aceleradores lineares como em uma fábrica de neutrinos. Modelos como o 331, contém os biléptons de carga dupla que podem ser vistos em colisões e^+e^- e $e\gamma$, bem como biléptons escalares de carga simples, cujos efeitos poderiam ser apreciados em uma fábrica de neutrinos.

Podemos, ademais, concluir que com tantos experimentos em operação e muitos outros em construção ou em estágio de desenvolvimento, a área de física de neutrinos seguirá, pelos próximo 5 ou 7 anos, recebendo uma grande atenção dos fenomenologistas, como o faz agora. Mas, não podemos esperar que a física de neutrinos sozinha revele muito mais sobre a física de partículas elementares, do que tem revelado até o momento. Confirmando-se a hipótese de oscilação, saberemos que os neutrinos são massivos e teremos uma boa idéia de quais são os

ângulos de mistura e as diferenças entre as massas dos neutrinos. Talvez, experimentos como a busca pelo decaimento beta duplo nos ajudem muito a esclarecer como a natureza funciona. No entanto, seguiremos carecendo de muito mais informações.

Tais informações somente poderão ser obtidas através do uso de aceleradores de partículas como o LHC e a nova geração de aceleradores lineares. Somente com uso destas máquinas podemos ter esperanças de distinguir que tipo de partículas existem além daquelas que conhecemos até o momento. Com sorte, encontraremos algo parecido ao que já conhecemos, ao que prevemos. Mas, tampouco podemos contar com isso e devemos seguir explorando novas possibilidades.

Apêndices

Apêndice A

Os Modelos *Left-Right* e 331

A.1 O modelo com simetria *Left-Right*

Os modelos com simetria *Left-Right* (L-R) foram desenvolvidos como uma maneira natural de explicar a origem da violação de paridade [39], partindo-se de uma lagrangeana na qual interações de mão-direita e de mão-esquerda são tratadas na mesma maneira. Seu grupo de gauge característico tem a forma $SU(N)_L \times SU(N)_R \times G$, onde G corresponde ao produtos de outras possíveis simetrias de gauge ou discretas. Nesta seção, trataremos do modelo com simetria L-R que tem sido mais estudado, baseado no grupo de gauge $SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$. Assumiremos, ademais, que a lagrangeana é livre de constantes que violam CP . A violação de CP , então, poderá somente ser gerada espontâneamente, no processo de quebra de simetria.

Neste modelo, os léptons e quarks são ordenados em dubletos de mão-esquerda e de mão-direita,

$$L_i = \begin{pmatrix} \nu_i \\ e_i \end{pmatrix}_L, \quad R_i = \begin{pmatrix} \nu_i \\ e_i \end{pmatrix}_R, \quad Q_{iL} = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L, \quad Q_{iR} = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_R, \quad (\text{A.1})$$

onde $i = 1, 2, 3$ corresponde ao índice de família.

Os bósons gauge consistem de dois tripletos, um associado a simetria de gauge $SU(2)_L$

e outro com a simetria $SU(2)_R$,

$$\vec{W}_{\mu L} = \begin{pmatrix} W_\mu^+ \\ Z_\mu^0 \\ W_\mu^- \end{pmatrix}_L, \quad \vec{W}_{\mu R} = \begin{pmatrix} W_\mu^+ \\ Z_\mu^0 \\ W_\mu^- \end{pmatrix}_R, \quad (\text{A.2})$$

e um singleto associado a simetria $U(1)_{B-L}$, B_μ

Como tanto quarks como léptons são arranjados em dubletos, necessitamos um bidublete de escalares para implementar a quebra de simetria,

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1^0 & \phi_1^+ \\ \phi_2^- & \phi_2^0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

Se mantivermos apenas este bidublete no setro escalar do modelo, acabaremos obtendo dois bósons carregados, um com interações de mão-direita e outro de mão-esquerda, com massas iguais, o que não é fenomenologicamente aceitável. Para resolver este problema, extendemos o setor de Higgs introduzindo dois tripletos de $SU(2)$,

$$\Delta_L = \begin{pmatrix} \frac{\Delta_L^+}{\sqrt{2}} & \Delta_L^{++} \\ \Delta_L^0 & -\frac{\Delta_L^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \Delta_R = \begin{pmatrix} \frac{\Delta_R^+}{\sqrt{2}} & \Delta_R^{++} \\ \Delta_R^0 & -\frac{\Delta_R^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

A simetria de gauge do modelo é quebrada quando os escalares neutros adquirem valores esperados para o vácuo diferentes de zero,

$$\begin{aligned} \langle \Phi \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} k_1 e^{i\alpha} & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix}, \\ \langle \Delta_L \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v_L & 0 \end{pmatrix}, \\ \langle \Delta_R \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v_R e^{i\theta} & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

onde $k_1, k_2, v_L, v_R, \alpha$ e θ , são todas quantidades reais. Esta forma para os valores esperados do vácuo, com apenas duas fases, α e θ , é obtida após uma redefinição dos campos dos férmions, o que permite eliminar duas fases existentes originalmente.

O modelo contém sete bósons de gauge, $\vec{W}_L^\mu$, $\vec{W}_R^\mu$ e B^μ , associados às simetrias $SU(2)_L$, $SU(2)_R$ e $U(1)_{B-L}$, respectivamente. A lagrangeana envolvendo os bósons de gauge e os férmions é [96],

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{gauge} = & g_L \left[\bar{Q}_L \gamma_\mu \frac{\vec{\sigma}}{2} Q_L + \bar{L} \gamma_\mu \frac{\vec{\sigma}}{2} L \right] \cdot \vec{W}_L^\mu \\ & + g_R \left[\bar{Q}_R \gamma_\mu \frac{\vec{\sigma}}{2} Q_R + \bar{R} \gamma_\mu \frac{\vec{\sigma}}{2} R \right] \cdot \vec{W}_R^\mu \\ & + g' \left[\frac{1}{6} \bar{Q} \gamma_\mu Q - \frac{1}{2} \bar{\Psi} \gamma_\mu \Psi \right] B^\mu, \quad (A.6)\end{aligned}$$

onde $Q = Q_L + Q_R$ e $\Psi = L + R$. Esta lagrangeana, mesmo após ser reescrita em termos dos auto-estados de massa dos bósons de gauge, W_R^+ , W_L^+ , Z' , Z^0 e o fóton não conterá termos envolvendo biléptons. O mesmo já não ocorre nas interações envolvendo os escalares, uma vez que as lagrangeanas de Yukawa são,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_Y^l = & \sum_{a,b} h_{ab}^l \bar{L}_a \Phi R_b + \tilde{h}_{ab}^l \bar{L}_a \tilde{\Phi} R_b \\ & + i f_{ab} \left[\bar{L}_a^c i \sigma_2 \vec{\sigma} L_b \cdot \vec{\Delta}_L + (L \leftrightarrow R) \right] + h.c., \quad (A.7)\end{aligned}$$

para léptons e,

$$\mathcal{L}_Y^q = \sum_{a,b} h_{ab}^q \bar{Q}_{aL} \Phi Q_{bR} + \tilde{h}_{ab}^q \bar{Q}_{aL} \tilde{\Phi} Q_{bR} + h.c., \quad (A.8)$$

para os quarks, onde $h^{l,q}$, $\tilde{h}^{l,q}$ e f são as constanes de acoplamento de Yukawa, $\tilde{\Phi} = \sigma_2 \Phi^* \sigma_2$, a, b são índices de família e σ corresponde a matrizes de Dirac.

A parte contendo Δ_L na segunda linha da Eq. (A.7) pode ser reescrita explicitamente como,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\Delta_L} = & f \bar{L}^c i \sigma_2 \vec{\sigma} L \cdot \vec{\Delta}_L + h.c. \\ = & -\sqrt{2} f_{ij} \Delta_L^0 \bar{\nu}_i^c P_L \nu_j + f_{ij} \Delta_L^+ \left(\bar{\ell}_i^c P_L \nu_j + \bar{\ell}_j^c P_L \nu_i \right) + \sqrt{2} f_{ij} \Delta_L^{++} \bar{\ell}_i^c P_L \ell_j + h.c. \quad (A.9)\end{aligned}$$

A partir desta equação podemos reconhecer que tanto Δ_L^+ como Δ_L^{++} são biléptons. Assim, no modelo L-R que apresentamos nesta seção existem quatro biléptons, os dois que acabamos de identificar e seus análogos de mão-direita.

A.2 O modelo 331

O que convencionou-se chamar de modelo 331, corresponde a uma extensão do Modelo Padrão baseada no grupo de gauge $SU(3)_c \times SU(3)_L \times U(1)_N$. Ou seja, apenas o setor eletrofraco é modificado, preservando-se a simetria $SU(3)$ de cor. Como veremos em detalhes nas próximas seções deste apêndice esta extensão do setor eletrofraco, com a consequente extensão do setor escalar, implica no aparecimento de uma certa número de novas partículas: novos quarks (pesados) com cargas fracionárias de $5/3$ e $-4/3$, um novo bóson vetorial neutro (um Z' , como são comumente designadas essas partículas), novos escalares neutros e carregados e, finalmente, biléptons escalares e vetorias com carga simples e dupla.

Outras características que tornam este modelo particularmente interessante são as seguintes. Primeiramente, o modelo é livre de anomalias somente se o número de famílias, N , for um múltiplo de 3. A partir da condição de liberdade assintótica da QCD, que implica que $N < 5$, temos que N é igual a 3. Segundo, a lagrangeana do modelo possui naturalmente a simetria de Peccei-Quinn, de modo que o assim chamado *strong CP problem* pode ser resolvido de uma maneira elegante. A terceira característica interessante é que uma das famílias de quarks é tratada de forma diferente das demais. Este fato, pode levar a uma explicação natural de porque a família do quark top é tão mais pesada que as demais. O modelo apresenta, ainda, muitas novas fontes de violação de sabor e CP.

Neste ponto, devemos notar que, de fato, podemos falar de uma classe de modelos 331. Isto porque existem vários modelos baseados nesta mesma simetria, mas com diferentes conteúdos fermiônicos e distintos setores escalares [38, 97]. Aqui, apresentamos o modelo mais comumente estudado e que foi desenvolvido principalmente por V. Pleitez e F. Pisano [38]. Nos referiremos a este modelo simplesmente como 331.

A.2.1 Conteúdo fermiônico

No modelo 331 os leptons são agrupados em tripletos de mão-esquerda:

$$\Psi_{lL} = \begin{pmatrix} L\nu_l \\ Ll \\ Ll^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L\nu_l \\ Ll \\ (Rl)^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \\ l^c \end{pmatrix}_L, \quad (\text{A.10})$$

onde $l = e, \nu, \tau$ e l^c corresponde ao campo conjugado de carga ($l^c = C\bar{l}^T = C\gamma^0 l^*$). Observamos que não se introduzem singletos de mão-direita como no Modelo Padrão. Este campo é substituído pelo conjugado de carga presente na última linha do tripleto. No setor dos quarks são introduzidos três novos quarks pesados J_1, J_2 e J_3 , que entram nos seguintes tripletos de mão-esquerda,

$$\begin{pmatrix} u \\ d \\ J_1 \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} J_2 \\ c \\ s \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} J_3 \\ t \\ b \end{pmatrix}_L, \quad (\text{A.11})$$

além dos respectivos singletos de mão-direita para cada um dos quarks. J_1 possui carga $+5/3$, enquanto J_2 e J_3 possuem carga $-4/3$. Aqui, a primeira família de quarks se transforma de maneira distinta das outras duas. Mas, poderíamos ter escolhido qualquer outra família como a que se transforma de maneira diferente.

Como estamos interessados na presença de biléptons neste modelo, não vamos apresentar mais detalhes sobre o setor dos quarks que não tem relação com eles. Faremos referência a este setor somente quando for estritamente necessário.

A.2.2 Setor escalar e massa dos férmions

Para que este modelo funcione, é necessário que a simetria $SU(3)_L \times U(1)_N$ da lagrangiana que descreve a teoria seja espontaneamente quebrada para a simetria usual do Modelo Padrão, $SU(2)_L \times U(1)_Y$ e subsequentemente para $U(1)_{e.m.}$. Pode-se obter este padrão de

quebra de simetria introduzindo-se três tripletos de Higgs,

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^+ \end{pmatrix}, \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.12})$$

Estes tripletos de Higgs produzem a seguinte quebra de simetria hierárquica,

$$SU_L(3) \otimes U_N(1) \xrightarrow{<\chi>} SU_L(2) \otimes U_Y(1) \xrightarrow{<\rho, \eta>} U_{e.m}(1), \quad (\text{A.13})$$

Inicialmente, este foi o setor de Higgs proposto para o modelo [38]. Entretanto, logo se observou que não era possível gerar as massas para os léptons adequadamente dentro desse esquema [98]. O que ocorre é que a lagrangiana de Yukawa para os léptons carregados, responsável pela geração das massas destas partículas, é dada por,

$$\mathcal{L}_l^Y = F_{ab} \overline{(\Psi_{iaL})^c} \Psi_{jbL} \eta_k \epsilon^{ijk} + h.c., \quad (\text{A.14})$$

onde escrevemos explicitamente os índices da geração (a, b) e os de $SU(3)_L$ (i, j, k) . Uma vez que a contração de Lorentz é antisimétrica, que os campos dos férmions são variáveis grassmanianas e a contração dos índices do grupo $SU(3)_L$ é antisimétrica, a matriz de massa dos léptons é antisimétrica (F_{ab} é antisimétrica). Possuindo autovalores $0, M, -M$, ela não reflete o que observamos na natureza. Para solucionar o problema, o esquema mais simples consiste em adicionar-se um sexteto de escalares ao modelo [98],

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_1^0 & \frac{h_2^-}{\sqrt{2}} & \frac{h_1^+}{\sqrt{2}} \\ \frac{h_2^-}{\sqrt{2}} & H_1^{--} & \frac{\sigma_2^0}{\sqrt{2}} \\ \frac{h_1^+}{\sqrt{2}} & \frac{\sigma_2^0}{\sqrt{2}} & H_2^{++} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.15})$$

Com esta modificação no modelo a lagrangiana de Yukawa para os léptons passa a ser,

$$\mathcal{L}_l^Y = \frac{1}{2} \overline{(\Psi_{aL})^c} G_{ab} \Psi_{bL} S^* + \epsilon^{ijk} \overline{(\Psi_{iaL})^c} F_{ab} \Psi_{jbL} \eta_k + h.c., \quad (\text{A.16})$$

onde $a, b = e, \mu, \tau$ e $i, j, k = 1, 2, 3$ são índices do grupo $SU(3)$. Devemos notar que esta lagrangiana não só permite que todos os léptons carregados adquiram massa, mas também os

neutrinos. Para ver isso, reescrevemos a parte simétrica da Eq. (A.15) explicitando todos os campos envolvidos,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_s &= \frac{G_{ab}}{2} \left(\overline{(\nu_{aL})^c} \overline{(l_{aL})^c} \overline{l_{aR}} \right) \begin{pmatrix} \sigma_1^0 & \frac{h_2^+}{\sqrt{2}} & \frac{h_1^-}{\sqrt{2}} \\ \frac{h_2^+}{\sqrt{2}} & H_1^{++} & \frac{\sigma_2^0}{\sqrt{2}} \\ \frac{h_1^-}{\sqrt{2}} & \frac{\sigma_2^0}{\sqrt{2}} & H_2^{--} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{bL} \\ l_{bL} \\ (l_{bR})^c \end{pmatrix} + h.c. \\
&= \frac{G_{ab}}{2} \left[\overline{(\nu_{aL})^c} \nu_{bL} \sigma_1^0 + \overline{(l_{aL})^c} l_{bL} H_1^{++} + \overline{l_{aR}} (l_{bR})^c H_2^{--} + (\overline{(l_{aL})^c} \nu_{bL} + \overline{(\nu_{aL})^c} l_{bL}) \frac{h_2^+}{\sqrt{2}} \right. \\
&\quad \left. + (\overline{l_{aR}} \nu_{bL} + \overline{(\nu_{aL})^c} (l_{bR})^c) \frac{h_1^-}{\sqrt{2}} + (\overline{(l_{aL})^c} (l_{bR})^c) + \overline{l_{aR}} l_{bL} \right] \frac{\sigma_2^0}{\sqrt{2}} + h.c. \\
&= \frac{G_{ab}}{2} \left[\overline{\nu_a^c} P_L \nu_b \sigma_1^0 + \overline{l_a^c} P_L l_b H_1^{++} + \overline{l_a} P_L l_b^c H_2^{--} + (\overline{l_a^c} P_L \nu_b + \overline{l_b^c} P_L \nu_a) \frac{h_2^+}{\sqrt{2}} \right. \\
&\quad \left. + (\overline{l_a} P_L \nu_b + \overline{l_b} P_L \nu_a) \frac{h_1^-}{\sqrt{2}} + (\overline{l_a} P_L l_b + \overline{l_b} P_L l_a) \frac{\sigma_2^0}{\sqrt{2}} \right] + h.c. \\
&= \frac{G_{ab}}{2} \left[\overline{\nu_a^c} P_L \nu_b \sigma_1^0 + \overline{l_a^c} P_L l_b H_1^{++} + \overline{l_a} P_L l_b^c H_2^{--} + \sqrt{2} \overline{l_a^c} P_L \nu_b h_2^+ \right. \\
&\quad \left. + \sqrt{2} \overline{l_a} P_L \nu_b h_1^- + \sqrt{2} \overline{l_a} P_L l_b \sigma_2^0 \right] + h.c. \tag{A.17}
\end{aligned}$$

Os léptons carregados adquirem massa quando σ_2^0 adquire um valor esperado para o vácuo diferente de zero. Termos de massa de Majorana para os neutrinos aparecem, similarmente, quando $\langle \sigma_1^0 \rangle \neq 0$. A parte antissimétrica continua contribuindo para o termo de massa dos férmions carregados,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_a &= \epsilon^{ijk} \overline{(\Psi_{i a L})^c} F_{ab} \Psi_{j b L} \eta_k + h.c. \\
&= F_{ab} \left[(\epsilon^{123} \overline{(\nu_{aL})^c} l_{bL} \eta_2^+ + \epsilon^{213} \overline{(l_{aL})^c} \nu_{bL} \eta_2^+ + \epsilon^{132} \overline{(\nu_{aL})^c} (l_{bL})^c \eta_1^- + \epsilon^{312} \overline{l_{aR}} \nu_{bL} \eta_1^- \right. \\
&\quad \left. + \epsilon^{321} \overline{l_{aR}} l_{bL} \eta^0 + \epsilon^{231} \overline{(l_{aL})^c} (l_{bR})^c \eta^0 \right] + h.c. \\
&= F_{ab} \left[(-\overline{l_{aR}} l_{bL} + \overline{(l_{aL})^c} (l_{bR})^c) \eta^0 + (\overline{-(\nu_{aL})^c} (l_{bL})^c + \overline{l_{aR}} \nu_{bL}) \eta_1^- \right. \\
&\quad \left. + (\overline{(\nu_{aL})^c} (l_{bL}) - \overline{(l_{aL})^c} \nu_{bL}) \eta_2^+ \right] + h.c. \\
&= F_{ab} \left[(\overline{l_b} P_L l_a - \overline{l_a} P_L l_b) \eta^0 + (\overline{l_a} P_L \nu_b - \overline{l_b} P_L \nu_a) \eta_1^- \right. \\
&\quad \left. + (\overline{l_b^c} P_L \nu_a - \overline{l_a^c} P_L \nu_b) \eta_2^+ \right] + h.c.
\end{aligned}$$

$$= F_{ab} \left[-2 \bar{l}_a P_L l_b \eta^0 + 2 \bar{l}_a P_L \nu_b \eta_1^- - 2 \bar{l}_a^c P_L \nu_b \eta_2^+ \right] + h.c. \quad (A.18)$$

Vemos que este termo contribui para a massa dos léptons carregados quando $\langle \eta^0 \rangle \neq 0$. Assim, com a escolha adequada das constantes de acoplamento G_{ab} e F_{ab} , bem como de $\langle \sigma_2^0 \rangle$ e $\langle \eta^0 \rangle$, podemos obter o espectro de massa dos férmions carregados. Resumindo, neste modelo a simetria é quebrada e os férmions (aqui falamos dos quarks e léptons carregados) adquirem massa quando as componentes neutras dos tripletos e do sexteto de escalares adquirem os seguintes valores esperados para o vácuo,

$$\begin{aligned} \langle \chi^0 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\chi \end{pmatrix}, \quad \langle \eta^0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_\eta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \rho^0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\rho \\ 0 \end{pmatrix}, \\ S &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v_S}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{v_S}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (A.19)$$

Como já dissemos anteriormente, os neutrinos podem adquirir massas de majorana caso $\langle \sigma_1^0 \rangle \neq 0$. Contudo, neste caso, também acabamos por introduzir no modelo um novo bóson de Goldstone denominado tripleto de majoron [99]. Entretanto, a existência dessa partícula já foi descartada [100]. Assim, o processo de geração de massa para os neutrinos no modelo 331 exige uma solução mais elaborada. Não abordaremos esta questão aqui, para tanto sugerimos a leitura da Ref. [99].

Antes de passarmos para a discussão dos bósons de gauge, notemos a presença de biléptons escalares no modelo. Analisando a última linha da Eq. (A.17) podemos ver que os escalares presentes nos quatro primeiros termos carregam ± 2 unidades de número leptônico. Ademais, estes escalares não interagem com quarks. Portanto, σ_1^0 , H_1^{++} , H_2^{--} e h_2^+ são biléptons. Da Eq. (A.18) vemos que o escalar η_2^+ também carrega duas unidades de número leptônico. Entretanto, este escalar também interage com quarks [38] de modo que não podemos considerá-lo como um bilépton.

A.2.3 Bósons de gauge

O setor de gauge, como no Modelo Padrão, pode ser analisado separando-o em duas partes: a relativa a geração da massa para os bósons e a relativa a suas interações com os férmions. As massas¹ surgem a partir do termo cinético para os campos escalares $(D_\mu\phi)^2$, enquanto que as interações surgem no modelo a partir de novos termos adicionados à lagrangeana (produtos de correntes fermiônicas e os campos de gauge). Vejamos isso com mais detalhes. Mas, para simplificar a exposição sem comprometer as conclusões mais gerais, vamos ignorar os efeitos do sexteto de escalares (para uma análise considerando o sexteto ver a ref. [101]).

Os bósons de gauge presentes no modelo são um octeto, W_μ^a ($a = 1, \dots, 8$) associado ao grupo $SU(3)_L$ e um singlete B_μ . A derivada covariante para os campos escalares, característica da promoção do grupo $SU(3)_L \times U(1)_N$ a uma simetria de gauge local, é dada por,

$$D_\mu\phi = \partial_\mu\phi + ig(\mathbf{W}_\mu \cdot \lambda/2)\phi + ig'N_\phi\phi B_\mu, \quad (\text{A.20})$$

onde $\phi = (\chi, \eta, \rho)$, g e g' são as constantes de acoplamento associadas às simetrias $SU(3)_L$ e $U(1)_N$, respectivamente. N_ϕ corresponde a carga N dos campos de Higgs e λ são os geradores do grupo $SU(3)$ (matrizes de Gell-Mann).

Os bósons de gauge carregados massivos são em número de três: $W^+ \equiv -(W^1 - iW^2)/\sqrt{2}$, $Y^- \equiv -(W^4 - iW^5)/\sqrt{2}$ e $Y^{--} \equiv -(W^6 - iW^7)/\sqrt{2}$ e suas massas são dadas por,

$$M_{W^+}^2 = \frac{1}{4}g^2(v_\eta^2 + v_\rho^2), \quad M_{Y^-}^2 = \frac{1}{4}g^2(v_\eta^2 + v_\chi^2), \quad M_{Y^{--}}^2 = \frac{1}{4}g^2(v_\rho^2 + v_\chi^2). \quad (\text{A.21})$$

Destas expressões para as massas, podemos concluir que a escala característica da quebra da simetria 331, dada por v_χ , deve ser grande o suficiente para gerar massas para M_{Y^-} e $M_{Y^{--}}$ compatíveis com os atuais limites experimentais ($M_Y > 400$ GeV). As massas desses dois bósons satisfazem a condição $|M_{Y^{--}}^2 - M_{Y^-}^2| \leq M_{W^+}^2$.

¹Bem como termos de interação entre bósons de gauge e os escalares do modelo.

²A presença do sexteto de escalares teria como consequência adicionar termos proporcionais a $\langle \sigma_1^0 \rangle^2$ e $\langle \sigma_2^0 \rangle^2$ às expressões da Eq. (A.21) e, p. ex., alterar a relação entre massas para $|M_{Y^{--}}^2 - M_{Y^-}^2| \leq 3M_{W^+}^2$ no caso em que somente $\langle \sigma_2^0 \rangle \neq 0$.

Da combinação dos campos de gauge restantes, W^3, W^8 e B , surgem os três bósons de gauge neutros, o fóton e o Z , já presentes no Modelo Padrão, e um novo Z' . As massas resultantes da diagonalização da matriz de massa são,

$$M_Z^2 = \frac{g^2 (v_\eta^2 + v_\rho^2)}{4 c_W^2}, \quad M_{Z'}^2 = \frac{g^2}{3} \left(\frac{c_W^2}{1 - 4s_W^2} \right) v_\chi^2. \quad (\text{A.22})$$

Numa análise mais completa do setor de corrente neutra, devemos considerar os efeitos da mistura entre esses dois bósons. Mas esses detalhes realmente não são importantes nesta exposição geral do modelo 331.

Agora que já sabemos quais são os seis bósons de gauge presentes no modelo, analisemos suas interações com os léptons. Extraímos as interações a partir da seguinte lagrangeana,

$$\mathcal{L}_F = \bar{R} i \gamma^\mu (\partial_\mu + i g' B_\mu N) R + \bar{L} i \gamma^\mu \left(\partial_\mu + i g' B_\mu + \frac{i g}{2} \vec{\lambda} \cdot \vec{W}_\mu \right) L, \quad (\text{A.23})$$

onde R corresponde a qualquer singlete de mão-direita e L a qualquer singlete de mão-esquerda. Ademais da bem conhecida interação eletromagnética, podemos reconhecer interações de corrente carregada,

$$\mathcal{L}_l^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_l \left(\bar{\nu}_{lL} \gamma^\mu l_L W_\mu^+ + \bar{l}_L \gamma^\mu \nu_{lL} Y_\mu^+ + \bar{l}_L^c \gamma^\mu l_L Y_\mu^{++} + h.c. \right), \quad (\text{A.24})$$

e de corrente neutra,

$$\mathcal{L}_\nu^{CN} = -\frac{g}{2} \frac{M_Z}{M_W} \bar{\nu}_{lL} \gamma^\mu \nu_{lL} \left(Z_\mu - \sqrt{\frac{1 - 4s_w^2}{3}} Z'_\mu \right), \quad (\text{A.25})$$

para os neutrinos e

$$\mathcal{L}_l^{CN} = -\frac{g}{4} \frac{M_Z}{M_W} \left[\bar{l} \gamma^\mu (v_l + a_l \gamma^5) l Z_\mu + \bar{l} \gamma^\mu (v'_l + a'_l \gamma^5) l Z'_\mu \right], \quad (\text{A.26})$$

para os léptons carregados. As constantes de acoplamento vetorial e axial são dadas por,

$$\begin{aligned} v_l &= -(1 - 4s_W^2), \quad a_l = 1 \\ v'_l &= -\sqrt{3(1 - 4s_W^2)}, \quad a'_l = v'_l/3. \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Sendo nossa finalidade aqui falar de biléptons, concentremo-nos na Eq. (A.24). Os dois últimos termos desta equação quebram explicitamente o número leptônico. Desta forma, os bósons Y^+ e Y^{++} carregam duas unidades de número leptônico. Podemos concluir, então, que eles são biléptons vetoriais? Não, pelo menos de acordo com a definição mais estrita da Ref. [41], que nos diz que biléptons são bósons que se acoplam exclusivamente a léptons e, possivelmente, a outros bósons. Isto porque Y^+ e Y^{++} também se acoplam aos quarks. Por exemplo, a lagrangeana para as interações de corrente carregada entre bósons vetoriais e quarks da primeira geração é,

$$\mathcal{L}_{Q_1 W}^{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{u}_L \gamma^\mu d_{\theta L} W_\mu^+ + \bar{J}_{1L} \gamma^\mu u_L Y_\mu^+ + \bar{d}_{\theta L} \gamma^\mu J_{1L} Y_\mu^{++} + h.c. \right), \quad (\text{A.28})$$

onde os campos com subscrito θ denotam auto-estados de massa. Mas, na prática, podemos tratar estas partículas como biléptons enquanto as energias envolvidas nos processos não forem o suficientemente grandes para a produção dos quarks pesados, cujas massas devem ser superiores a 250 GeV [102] (aqui nos restringimos a uma argumentação válida a nível de árvore). De fato, encontramos que a literatura convencionou tratar os bósons Y_μ^+ e Y_μ^{++} como biléptons [41, 103].

Resumindo, o modelo 331, apresenta um total de 6 biléptons escalares ou vetoriais de carga simples ou dupla³.

³Podemos elevar o número para 7, se aceitamos a mesma argumentação referente ao acoplamento com quarks que utilizamos no caso dos biléptons vetoriais para o escalar η_2^+ .

Apêndice B

Efeitos da Nova Física na Presença de Matéria

Neste apêndice apresentamos os principais passos que nos levam da Eq. (6.15) à Eq. (6.34). Basicamente, seguimos a análise realizada no apêndice C da Ref. [82].

De forma análoga ao que vimos na seção 5.3, na presença de matéria devemos diagonalizar a seguinte matriz de massa (massas ao quadrado),

$$M \equiv U \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta_{21} & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_{31} \end{pmatrix} U^\dagger + \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.1})$$

onde $\Delta_{ij} = \frac{\Delta m_{ij}^2}{2E}$ e $A = \sqrt{2}G_F N_e$. Devemos notar que esta matriz de massa é obtida a partir daquela apresentada na seção 5.3 dividindo-a por $2E$ (E corresponde a energia dos neutrinos).

Consideramos, inicialmente, apenas as contribuições para probabilidade de transição em ordem zero em Δ_{21} e em primeira ordem em s_{13} . Os auto-valores da matriz M com $\Delta_{21} = 0$ são,

$$\begin{aligned} \Delta_1^m &= \frac{1}{2}(\Delta_{31} + A - \tilde{B}), \\ \Delta_2^m &= 0, \\ \Delta_3^m &= \frac{1}{2}(\Delta_{31} + A + \tilde{B}), \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

onde $\tilde{B} = \sqrt{(\Delta_{31} \cos 2\theta_{13} - A)^2 + (\Delta_{31} \sin 2\theta_{13})^2}$. A partir dos auto-valores obtemos,

$$\begin{aligned} x_{21}^m &= \frac{(\tilde{B} - A - \Delta_{31})L}{4}, \\ x_{31}^m &= \frac{\tilde{B}L}{2}, \\ x_{32}^m &= \frac{(\tilde{B} + A + \Delta_{31})L}{4}. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

A matriz de diagonalização é

$$U^m = U_{23}U_{13}(\theta_{13}^m) \equiv \begin{pmatrix} c_{13}^m & 0 & s_{13}^m e^{i\delta} \\ -s_{23}s_{13}^m e^{i\delta} & c_{23} & s_{23}c_{13}^m \\ -c_{23}s_{13}^m e^{i\delta} & -s_{23} & c_{23}c_{13}^m \end{pmatrix}, \quad (\text{B.4})$$

com

$$\sin 2\theta_{13}^m = \sin 2\theta_{13} \frac{\Delta_{31}}{\tilde{B}}. \quad (\text{B.5})$$

Assim, U^m é tal que $U_{e2}^m = 0$, de forma que podemos reescrever as relações decorrentes da unitariedade de U como,

$$U_{e1}^{m*} U_{\mu 1}^m = -U_{e3}^{m*} U_{\mu 3}^m, \quad (\text{B.6})$$

$$U_{e1}^{m*} U_{\tau 1}^m = -U_{e3}^{m*} U_{\tau 3}^m, \quad (\text{B.7})$$

bem como, restringindo-nos a termos de primeira ordem em s_{13} ,

$$U_{\mu 2}^{m*} U_{\tau 2}^m = -U_{\mu 3}^{m*} U_{\tau 3}^m, \quad (\text{B.8})$$

uma vez que $U_{\mu 1}^{m*} U_{\tau 1}^m \propto s_{13}^2 \sim 0$. Considerando-se todos estes resultados, podemos reescrever $P_{e\mu}^{NP}$ como,

$$\begin{aligned} P_{e\mu}^{NP} &= 4 \sin^2 x_{21}^m \mathcal{R}e \left[\epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m (1 - |U_{e 3}^m|^2) - \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m U_{e 3}^{m*} U_{\tau 3}^m \right] \\ &\quad - 4 \sin^2 x_{31}^m \mathcal{R}e \left[\epsilon_{e\mu}^s U_{\mu 3}^m U_{e 3}^{m*} - \epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m |U_{e 3}^m|^2 - \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m U_{e 3}^{m*} U_{\tau 3}^m \right] \\ &\quad - 4 \sin^2 x_{32}^m \mathcal{R}e \left[\epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m (1 - |U_{e 3}^m|^2) - \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m U_{e 3}^{m*} U_{\tau 3}^m \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +2 \sin 2x_{21}^m \mathcal{I}m \left[\epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m (1 - |U_{e 3}^m|^2) - \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m U_{e 3}^{m*} U_{\tau 3}^m \right] \\
& +2 \sin 2x_{31}^m \mathcal{I}m \left[-\epsilon_{e \mu}^s U_{\mu 3}^m U_{e 3}^{m*} + \epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m |U_{e 3}^m|^2 + \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m U_{e 3}^{m*} U_{\tau 3}^m \right] \\
& +2 \sin 2x_{32}^m \mathcal{I}m \left[\epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m (1 - |U_{e 3}^m|^2) - \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m U_{e 3}^{m*} U_{\tau 3}^m \right].
\end{aligned} \tag{B.9}$$

Devemos notar que toda a expressão na Eq. (B.9) é proporcional a s_{13} através do termo $U_{e 3}^m$.

Para incluir termos até primeira ordem em Δ_{21} , consideramos a matriz de diagonalização com $U_{e 3} = 0$. Neste caso, os auto-valores são (note o emprego do índice n ao invés de m),

$$\begin{aligned}
\Delta_1^n &= \frac{1}{2}(\Delta_{21} + A - C), \\
\Delta_2^n &= \frac{1}{2}(\Delta_{21} + A + C), \\
\Delta_3^n &= \Delta_{31},
\end{aligned} \tag{B.10}$$

onde $C = \sqrt{(\Delta_{21} \cos 2\theta_{21} - A)^2 + (\Delta_{12} \sin 2\theta_{12})^2}$. Como consequência, obtemos,

$$\begin{aligned}
x_{21}^n &= \frac{CL}{2}, \\
x_{31}^n &= \frac{L}{4}(2\Delta_{31} + C - \Delta_{21} - A), \\
x_{32}^n &= \frac{L}{4}(2\Delta_{31} - C - \Delta_{21} - A).
\end{aligned} \tag{B.11}$$

A matriz de diagonalização é,

$$U^n = U_{23} U_{12}(\theta_{12}^m) \equiv \begin{pmatrix} c_{12}^n & s_{12}^n & \\ -c_{23}s_{12}^n & c_{23}c_{12}^n & s_{23} \\ s_{23}s_{12}^n & -s_{23}c_{12}^n & c_{23} \end{pmatrix}, \tag{B.12}$$

com,

$$\sin 2\theta_{12}^n = \sin 2\theta_{12} \frac{\Delta_{21}}{C} \simeq \sin 2\theta_{12} \frac{\Delta_{21}}{A}. \tag{B.13}$$

Assim, U^n é tal que $U_{e 3}^n = 0$, o que resulta nas seguintes relações úteis:

$$U_{e 1}^{n*} U_{\mu 1}^n = -U_{e 2}^{n*} U_{\mu 2}^n, \tag{B.14}$$

$$U_{e 1}^{n*} U_{\tau 1}^n = -U_{e 2}^{n*} U_{\tau 2}^n. \tag{B.15}$$

Considerando estas relações e ainda o fato de que queremos uma expressão com termos até primeira ordem em Δ_{21} , o que implica que podemos desprezar termos proporcionais a $U_{e2}^n U_{\mu 1}^n$, $U_{e2}^n U_{\tau 1}^n$ e $U_{\tau 1}^n U_{\mu 1}^n$, obtemos,

$$\begin{aligned}
P_{\mu e}^{NP} = & -4 \sin^2 x_{21}^n \mathcal{R}e \left[\epsilon_{e\mu}^s U_{\mu 2}^n U_{e2}^{n*} - \epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e2}^n (1 - |U_{e3}^n|^2) + \epsilon_{\mu\tau}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e2}^n U_{e3}^{n*} U_{\tau 3}^n \right] \\
& + 4 \sin^2 x_{31}^n \mathcal{R}e \left[\epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e2}^n |U_{e3}^n|^2 + \epsilon_{\mu\tau}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e2}^n U_{e3}^{n*} U_{\tau 3}^n \right] \\
& - 4 \sin^2 x_{32}^n \mathcal{R}e \left[\epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e2}^n |U_{e3}^n|^2 + \epsilon_{\mu\tau}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e2}^n U_{e3}^{n*} U_{\tau 3}^n \right] \\
& - 2 \sin 2x_{21}^n \mathcal{I}m \left[\epsilon_{e\mu}^s U_{\mu 2}^n U_{e2}^{n*} - \epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e2}^n (1 - |U_{e3}^n|^2) + \epsilon_{\mu\tau}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e2}^n U_{e3}^{n*} U_{\tau 3}^n \right] \\
& + 2 \sin 2x_{31}^n \mathcal{I}m \left[\epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e2}^n |U_{e3}^n|^2 + \epsilon_{\mu\tau}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e2}^n U_{e3}^{n*} U_{\tau 3}^n \right] \\
& - 2 \sin 2x_{32}^n \mathcal{I}m \left[\epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e2}^n |U_{e3}^n|^2 + \epsilon_{\mu\tau}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e2}^n U_{e3}^{n*} U_{\tau 3}^n \right]. \tag{B.16}
\end{aligned}$$

Agora, para obtermos o resultado final para $P_{e\mu}^{NP}$, devemos somar os resultados das Eqs. (B.9) e (B.16). Entretanto, antes de proceder na simples soma, devemos notar que podemos substituir x_i^m e x_j^n por um único conjunto de $\tilde{x}_i$. Este fato não é trivial. Primeiro, notamos como x_i^m muda em função de A e Δ_{31} ,

$$\begin{aligned}
x_{21}^m &= \frac{(|\Delta_{31} - A| - A - \Delta_{31})L}{4} = \begin{cases} \frac{-AL}{2} & \Delta_{31} > A \\ \frac{-\Delta_{31}L}{2} & \Delta_{31} < A \end{cases}, \\
x_{31}^m &= \frac{(|\Delta_{31} - A|L)}{2} = \begin{cases} \frac{(\Delta_{31}-A)L}{2} & \Delta_{31} > A \\ \frac{(A-\Delta_{31})L}{2} & \Delta_{31} < A \end{cases}, \\
x_{32}^m &= \frac{(|\Delta_{31} - A| + A + \Delta_{31})L}{4} = \begin{cases} \frac{\Delta_{31}L}{2} & \Delta_{31} > A \\ \frac{AL}{2} & \Delta_{31} < A \end{cases}. \tag{B.17}
\end{aligned}$$

Ao escrever estes resultados, consideramos que $\tilde{B} \approx |\Delta_{31} - A|$ como consequência de que $s_{13} \ll 1$. Analogamente, considerando que $C \approx A$, podemos reescrever x_j^n como,

$$\begin{aligned}
x_{21}^n &= \frac{CL}{2} \approx \frac{AL}{2}, \\
x_{31}^n &\approx (2\Delta_{31} + C - A)\frac{L}{4} \approx \Delta_{31}\frac{L}{2},
\end{aligned}$$

$$x_{32}^n \approx (2\Delta_{31} - C - A) \frac{L}{4} \approx (\Delta_{31} - A) \frac{L}{2} = \frac{BL}{2}. \quad (\text{B.18})$$

Comparando os resultados das Eqs. (B.17) e (B.18), em princípio, teríamos que fazer o seguinte reordenamento dos auto-estados de massa,

$$\begin{aligned} \Delta_{31} > A & \quad \Delta_{31} < A \\ x_{21}^m = -x_{21}^n & \quad x_{21}^m = -x_{31}^n \\ x_{31}^m = x_{32}^n & \quad x_{31}^m = -x_{32}^n \\ x_{32}^m = x_{31}^n & \quad x_{32}^m = x_{21}^n, \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

para podermos expressar a probabilidade de transição final somente em termos de um $\tilde{x}_i$. Entretanto, devido à simetria em relação aos x_i encontradas nas Eqs. (B.9) e (B.16) podemos fazer apenas a seguinte substituição,

$$\begin{aligned} -x_{21}^m &= x_{21}^n = \tilde{x}_{21}, \\ x_{31}^m &= x_{32}^n = \tilde{x}_{32}, \\ x_{32}^m &= x_{31}^n = \tilde{x}_{31}, \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

para obtermos um resultado válido para qualquer valor de $B = \Delta_{31} - A$. Com esta definição, podemos então somar as Eqs. (B.9) e (B.16).

$$\begin{aligned} P_{\mu e}^{NP} &= 4 \sin^2 \tilde{x}_{21} \mathcal{R}e \left[\epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m (1 - |U_{e 3}^m|^2) - \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m U_{e 3}^{m*} U_{\tau 3}^m \right] \\ &\quad - 4 \sin^2 \tilde{x}_{32} \mathcal{R}e \left[\epsilon_{e \mu}^s U_{\mu 3}^m U_{e 3}^{m*} - \epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m |U_{e 3}^m|^2 - \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m U_{e 3}^{m*} U_{\tau 3}^m \right] \\ &\quad - 4 \sin^2 \tilde{x}_{31} \mathcal{R}e \left[\epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m (1 - |U_{e 3}^m|^2) - \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m U_{e 3}^{m*} U_{\tau 3}^m \right] \\ &\quad - 2 \sin 2\tilde{x}_{21} \mathcal{I}m \left[\epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m (1 - |U_{e 3}^m|^2) - \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m U_{e 3}^{m*} U_{\tau 3}^m \right] \\ &\quad + 2 \sin 2\tilde{x}_{32} \mathcal{I}m \left[-\epsilon_{e \mu}^s U_{\mu 3}^m U_{e 3}^{m*} + \epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m |U_{e 3}^m|^2 + \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m U_{e 3}^{m*} U_{\tau 3}^m \right] \\ &\quad + 2 \sin 2\tilde{x}_{31} \mathcal{I}m \left[\epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m (1 - |U_{e 3}^m|^2) - \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3}^m U_{e 3}^{m*} U_{\tau 3}^m \right] \\ &\quad - 4 \sin^2 \tilde{x}_{21} \mathcal{R}e \left[\epsilon_{e \mu}^s U_{\mu 2}^n U_{e 2}^{n*} - \epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e 2}^n (1 - |U_{e 3}^n|^2) + \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e 2}^n U_{e 3}^{n*} U_{\tau 3}^n \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +4 \sin^2 \tilde{x}_{31} \mathcal{R}e \left[\epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e 2}^n |U_{e 3}^n|^2 + \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e 2}^n U_{e 3}^{n*} U_{\tau 3}^n \right] \\
& -4 \sin^2 \tilde{x}_{32} \mathcal{R}e \left[\epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e 2}^n |U_{e 3}^n|^2 + \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e 2}^n U_{e 3}^{n*} U_{\tau 3}^n \right] \\
& -2 \sin 2\tilde{x}_{21} \mathcal{I}m \left[\epsilon_{e \mu}^s U_{\mu 2}^n U_{e 2}^{n*} - \epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e 2}^n (1 - |U_{e 3}^n|^2) + \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e 2}^n U_{e 3}^{n*} U_{\tau 3}^n \right] \\
& +2 \sin 2\tilde{x}_{31} \mathcal{I}m \left[\epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e 2}^n |U_{e 3}^n|^2 + \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e 2}^n U_{e 3}^{n*} U_{\tau 3}^n \right] \\
& -2 \sin 2\tilde{x}_{32} \mathcal{I}m \left[\epsilon_{\mu e}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e 2}^n |U_{e 3}^n|^2 + \epsilon_{\mu \tau}^d U_{\mu 2}^{n*} U_{e 2}^n U_{e 3}^{n*} U_{\tau 3}^n \right]. \tag{B.21}
\end{aligned}$$

Podemos simplificar um pouco mais esta expressão considerando que,

$$\begin{aligned}
U_{\mu 3}^{m*} U_{\tau 3}^m & \approx U_{\mu 3}^* U_{\tau 3}, \\
U_{\mu 3}^{n*} U_{\tau 3}^n & \approx U_{\mu 3}^* U_{\tau 3}, \\
U_{e 2}^{n*} U_{\mu 2}^n & = c_{23} s_{12}^m c_{12}^m = c_{23} \frac{1}{2} \sin(2\theta_{12}) = c_{23} \frac{1}{2} \sin(2\theta_{12}) \frac{\Delta_{21}}{A} = \frac{\Delta_{21}}{A} c_{23} c_{12} s_{12} \\
& = \frac{\Delta_{21}}{A} U_{e 2}^* U_{\mu 2} = U_{e 2}^{n*} U_{\mu 2}, \\
U_{e 3}^{m*} U_{\mu 3}^m & = s_{23} e^{-i\delta} s_{13}^m c_{13}^m = \frac{\Delta_{31}}{B} s_{23} e^{-i\delta} s_{13} c_{13} = U_{e 3}^{m*} U_{\mu 3}. \tag{B.22}
\end{aligned}$$

Assim,

$$\begin{aligned}
P_{\mu e}^{NP} = 4 \sin^2 \tilde{x}_{21} \mathcal{R}e & \left[-\epsilon_{e \mu}^s U_{\mu 2}^n U_{e 2}^{n*} + \epsilon_{\mu e}^d \left(U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3} + U_{\mu 2}^* U_{e 2}^n \right) (1 - |U_{e 3}|^2) \right. \\
& \left. - \epsilon_{\mu \tau}^d \left(U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3} + U_{\mu 2}^* U_{e 2}^n \right) U_{e 3}^* U_{\tau 3} \right] \\
-4 \sin^2 \tilde{x}_{32} \mathcal{R}e & \left[\epsilon_{e \mu}^s U_{\mu 3}^m U_{e 3}^* - \epsilon_{\mu e}^d \left(U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3} - U_{\mu 2}^* U_{e 2}^n \right) |U_{e 3}|^2 \right. \\
& \left. - \epsilon_{\mu \tau}^d \left(U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3} - U_{\mu 2}^* U_{e 2}^n \right) U_{e 3}^* U_{\tau 3} \right] \\
-4 \sin^2 \tilde{x}_{31} \mathcal{R}e & \left[\epsilon_{\mu e}^d \left(U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3} (1 - |U_{e 3}|^2) - U_{\mu 2}^* U_{e 2}^n |U_{e 3}|^2 \right) \right. \\
& \left. - \epsilon_{\mu \tau}^d \left(U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3} + U_{\mu 2}^* U_{e 2}^n \right) U_{e 3}^* U_{\tau 3} \right] \\
-2 \sin 2\tilde{x}_{21} \mathcal{I}m & \left[\epsilon_{e \mu}^s U_{\mu 2}^n U_{e 2}^{n*} + \epsilon_{\mu e}^d \left(U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3} - U_{\mu 2}^* U_{e 2}^n \right) (1 - |U_{e 3}|^2) \right. \\
& \left. - \epsilon_{\mu \tau}^d \left(U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3} - U_{\mu 2}^* U_{e 2}^n \right) U_{e 3}^* U_{\tau 3} \right] \\
+2 \sin 2\tilde{x}_{32} \mathcal{I}m & \left[-\epsilon_{e \mu}^s U_{\mu 3}^m U_{e 3}^* + \epsilon_{\mu e}^d \left(U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3} - U_{\mu 2}^* U_{e 2}^n \right) |U_{e 3}|^2 \right. \\
& \left. - \epsilon_{\mu \tau}^d \left(U_{\mu 3}^{m*} U_{e 3} - U_{\mu 2}^* U_{e 2}^n \right) U_{e 3}^* U_{\tau 3} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +\epsilon_{\mu\tau}^d \left(U_{\mu 3}^{m*} U_{e3} - U_{\mu 2}^* U_{e2}^n \right) U_{e3}^* U_{\tau 3} \Big] \\
+2 \sin 2\tilde{x}_{31} \mathcal{I}m & \left[\epsilon_{\mu e}^d \left(U_{\mu 3}^{m*} U_{e3} (1 - |U_{e3}|^2) + U_{\mu 2}^{n*} U_{e2}^n |U_{e3}|^2 \right) \right. \\
& \left. +\epsilon_{\mu\tau}^d \left(-U_{\mu 3}^{m*} U_{e3} + U_{\mu 2}^{n*} U_{e2}^n \right) U_{e3}^* U_{\tau 3} \right]. \tag{B.23}
\end{aligned}$$

Se considerarmos que $U_{e2}^n = \frac{\Delta_{21}}{A}$ e $U_{e3}^n = \frac{\Delta_{31}}{B}$, temos que entre esta expressão e a Eq. (6.34) existe apenas muita álgebra.

Bibliografia

- [1] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961);
S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967);
A. Salam, Em “Elementary Particle Physics (Nobel Symp No. 8)”, editado por N. Svartholm (Almqvist e Wilsell, 1968).
- [2] C. S. Wood *et al.*, Science **275**, 1759 (1997).
- [3] Muon g-2 Collaboration (H.N. Brown *et al.*), Phys. Rev. Lett. **86**, 2227 (2001).
- [4] R. Casalbuoni, S. De Curtis, D. Dominici, R. Gatto, Phys. Lett. **B 460**, 135 (1999).
- [5] A. Gusso, Eur. Phys. J. **C 17**, 107 (2000).
- [6] A. Czarnecki, W. J. Marciano, Phys. Rev. **D 64**, 013014 (2001).
- [7] A. Derevianko, Phys. Rev. Lett. **85**, 1618 (2000);
V. A. Dzuba, C. Harabati, W. R. Johnson, Phys. Rev. **A 63**, 044103 (2001);
M. G. Kozlov, S. G. Porsev, I. I. Tupitsyn, Phys. Rev. Lett. **86**, 3260 (2001).
- [8] <http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/doc/sk/> .
- [9] A. B. McDonald *et al.*, SNO Coll., Nucl. Phys. Proc. Suppl. **91**, 21 (2000);
The SNO Collaboration, Nucl. Instr. and Meth. **A 449**, 172 (2000);
Q. R. Ahmad *et al.*, SNO Coll., Phys. Rev. Lett. **87**, 071301 (2001).

- [10] K. Nishikawa *et al.*, KEK-PS proposal, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **59**, 289 (1997); Proceedings of the EPS HEP 2001 Conference, Budapeste, Hungria (2001).
- [11] D. E. Groom *et al.*, Eur. Phys. J. **C 15**, 1 (2000).
- [12] M. C. Gonzalez-Garcia, Y. Grossman, A. Gusso, Y. Nir, Phys. Rev. **D 64**, 096006 (2001).
- [13] T. Kinoshita, Phys. Rev. Lett. **75**, 4728 (1995).
- [14] T. Kinoshita e W. J. Marciano em “Quantum Electrodynamics”, editado por T. Kinoshita (World Scientific, 1990).
- [15] U. Chattopadhyay, A. Corsetti, P. Nath, hep-ph/0202275.
- [16] H. V. Klapdor-Kleingrothaus *et al.*, Eur. Phys. J. **A 12**, 147 (2001).
- [17] C. E. Aalseth *et al.*, hep-ex/0202018.
- [18] P. Abreu *et al.* (DELPHI Collaboration), Phys. Lett. **B 485**, 45 (2000);
P. Bock *et al.* (LEP working group for Higgs boson searches), CERN-EP-2000-055, *35th Rencontres de Moriond on Electroweak Interactions and Unified Theories*, Les Arcs, France, 11 – 18 Mar 2000 ;
M. A. Bizouard *et al.* (LEP Working Group on Four Jets), CERN-OPEN-98-008;
M. Acciarri *et al.* (L3 Collaboration), Phys. Lett. **B 485**, 85 (2000);
G. Abbiendi *et al.* (OPAL Collaboration), Phys. Lett. **B 476**, 256 (2000);
R. Barate *et al.* (ALEPH Collaboration), Phys. Lett. **B 469**, 287 (1999).
- [19] LEP Electroweak Working Group and SLD Heavy Flavor and Electroweak Groups (D. Abbaneo *et al.*), hep-ex/0112021.
- [20] R. M. Godbole, hep-ph/0011237.
- [21] J. Ellis, em palestra ministrada no CERN, verão de 2001.

- [22] A. Djouadi *et al.*, Eur. Phys. J. **C 10**, 45 (1999);
A. Belyaev *et al.*, Phys. Rev. **D 59**, 075007 (1999);
O. J. P. Eboli, R. Zukanovich Funchal, T.L. Lungov, Phys. Rev. **D 57**, 1715 (1998);
S. Atag, O. Cakir, S. Sultansoy, Phys. Rev. **D 59**, 015008 (1999);
B. Dion *et al.*, Phys. Rev. **D 59**, 075006 (1999).
- [23] V. Drollinger, A. Sopczak, hep-ph/0102342.
- [24] P. F. Derwen *et al.*, hep-ex/0107044.
- [25] Veja as informações disponíveis no endereço <http://www.slac.stanford.edu/xorg/ilc-trc/ilc-trchome.html>.
- [26] C. F. v. Weizsäcker, Z. Phys. **88**, 612 (1934);
E. J. Williams, Phys. Rev. **45**, 729 (1934);
V. N. Baier, V. S. Vadin, V. A. Khoze, Nucl. Phys. **B 65**, 381 (1973);
M-S. Chen, P. Zerwas, Phys. Rev. **D 12**, 187 (1975);
A. Zembrzusi, M. Krawczyk, DESY HERA Workshop 617 (1991) ;
I. F. Ginzburg, V. G. Serbo, Phys. Rev. **D 49**, 2623 (1994).
- [27] D. de Florian, S. Frixione, Phys. Lett. **B 457**, 236 (1999).
- [28] F. Cuypers, M. Raidal, Nucl. Phys. **B 501**, 3 (1997).
- [29] D. V. Schroeder, SLAC-0371.
- [30] P. Chen, Phys. Rev. **D 46**, 1186 (1992).
- [31] D. L. Borden, D. A. Bauer, D. O Caldwell, SLAC-PUB-5715;
M. Dress, R. M. Godbole, Z. Phys. **C 59**, 591 (1993);
M. M. Velasco *et al.*, contribuição para a *APS/DPF/DPB Summer Study on the Future of Particle Physics*, Snowmass 2001, hep-ex/0111055.

- [32] V. Telnov, TESLA *Technical Design Report, part VI*, disponível no endereço eletrônico http://tesla.desy.de/new_pages/TDR_CD/start.html.
- [33] P. Kessler, *Nuovo Cimento* **16**, 809 (1960).
- [34] A. C. Bawa, W. J. Stirling, *J. Phys. G* **15**, 1339 (1989).
- [35] G. L. Kane, W. W. Repko, W. B. Rolnick, *Phys. Lett. B* **148**, 367 (1984).
- [36] G. Altarelli, G. Parisi, *Nucl. Phys. B* **126**, 298 (1977);
M. Glück, E. Reya, A. Vogt, *Phys. Rev. D* **46**, 1973 (1992).
- [37] P. H. Frampton, B.-H. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 619 (1990).
- [38] F. Pisano, V. Pleitez, *Phys. Rev. D* **46**, 410 (1992).
- [39] J. C. Pati, Salam, *Phys. Rev. D* **10**, 275 (1974);
R. N. Mohapatra, J. C. Pati, *Phys. Rev. D* **11**, 566 (1975).
- [40] B. Dion *et al.*, *Phys. Rev. D* **59**, 075006-1 (1999).
- [41] F. Cuypers, S. Davidson, *Eur. Phys. J. C* **2**, 503 (1998).
- [42] N. Laporé, B. Thorndyke, H. Nadeau, D. London, *Phys. Rev. D* **50**, 2031 (1994).
- [43] L. Willmann *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 49 (1999).
- [44] E. M. Gregores, A. Gusso, S. F. Novaes, *Phys. Rev. D* **64**, 015004 (2001).
- [45] T. Sjöstrand, *Comp. Phys. Comm.* **82**, 74 (1994).
- [46] S. R. Moore, K. Whisnant, B.-L. Young, *Phys. Rev. D* **31**, 105 (1985).
- [47] G. P. Lepage, VEGAS, CLNS-80/447.
- [48] M. Raidal, *Phys. Rev. D* **57**, 2013 (1998).

- [49] F. Cuypers, M. Raidal, Nucl. Phys. **B 501**, 3 (1997).
- [50] J. N. Bachall, R. K. Ulrich, Rev. Mod. Phys. **60**, 297 (1988);
J. N. Bachall, H. M. Pinsonneault, Rev. Mod. Phys. **64**, 885 (1992);
S. Turck-Chieze *et al.*, Astrophys. J. **335**, 415 (1988).
- [51] R. Davis Jr, D. S. Harmer, K. C. Hoffman, Phys. Rev. Lett. **20**, 1205 (1968).
- [52] K. Lande, *et al.*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **77**, 13 (1999).
- [53] V. N. Gravin *et al.*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **91**, 36 (2000).
- [54] W. Hampel *et al.*, Phys. Lett. **B 447**, 127 (1999).
- [55] J. N. Bachall, H. M. Pinsonneault, S. Babu, Astrophys. J. **555**, 990 (2001).
- [56] F. Reines *et al.*, Phys. Rev. Lett. **15**, 429 (1965).
- [57] H. Achar *et al.*, Phys. Lett. **18**, 196 (1965).
- [58] G. B. Gelmini, M. Roncadelli, Phys. Lett. **B 99**, 411 (1981).
- [59] Y. Chikashige, R. N. Mohapatra, R. D. Peccei, Phys. Lett. **B 98**, 265 (1981).
- [60] A. Zee, Phys. Lett. **B 93**, 389 (1980).
- [61] K. S. Babu, Phys. Lett. **B 203**, 93 (1988).
- [62] M. Gell-Mann, P. Ramond, R. Slansky, *Supergravity*, editado por F. van Nieuwenhuizen e D. Freeman (North Holland, Amsterdam, 1979);
T. Yanagida, Prog. Theor. Phys. **B 135**, 66 (1978).
- [63] B. Pontecorvo, Zh. Eksp. Theor. Fiz. **33**, 549 (1957)[JETP **6**, 429 (1958)];
B. Pontecorvo, Zh. Eksp. Theor. Fiz. **53**, 1717 (1969)[JETP **26**, 989 (1967)].

- [64] Z. Maki, M. Nakagawa, S. Sakata, Prog. Theor. Phys. **28**, 870 (1962).
- [65] J. F. Donoghue, E. Golowich, B. R. Holstein, *Dynamics of the Standard Model* (Cambridge University Press), Cambridge Monographs On Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology Vol. 2 (1992).
- [66] C. W. Kim, A. Pevsner, *Neutrinos in Physics and Astrophysics* (Harwood Academic Press), Contemporary Concepts in Physics, Vol. 8 (1993).
- [67] B. Kayser, Phys. Rev. **D 24**, 110 (1981);
C. Giunti, C. W. Kim, U. W. Lee, Phys. Rev. **D 44**, 3635 (1991).
- [68] C. Giunti, C. W. Kim, J. A. Lee, U. W. Lee, Phys. Rev. **D 48**, 4310 (1993).
- [69] S. Eliezer, A. R. Swift, Nucl. Phys. **B 105**, 45 (1976);
H. Fritzsch, P. Minkowski, Phys. Lett. **B 62**, 72 (1976);
S. M. Bilenky, B. Pontecorvo, Nuovo Cim. Lett. **17**, 569 (1976).
- [70] L. Wolfenstein, Phys. Rev. **D 17**, 2369 (1978).
- [71] S. P. Mikheev, A. Yu. Smirnov, Sov. J. Nucl. Phys. **42**, 913 (1985).
- [72] H. W. Zaglauer, K. H. Schwarzer, Z. Phys. **C 40**, 273 (1988).
- [73] E. Belloti, apresentado na *XIX International Conference Neutrino Physics and Astrophysics*, Sudbury, Canad, junho de 2000. (<http://nu2000.sno.laurentian.ca>)
- [74] W. W. M. Allison *et al.*, Phys. Lett. **B 449**, 137 (1999).
- [75] Proc. do *Sixth International Workshop on Topics in Astroparticle and Underground Physics*, TAUP99, Paris, setembro 1999.
- [76] Veja a seção 6.C de Ref. [79].

- [77] Veja seções 6.A e 6.B da Ref. [79].
- [78] A. Bazarko *et al.*, MiniBooNE Collaboration, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **91**, 210 (2000).
- [79] M. C. Gonzalez-Garcia, Y. Nir, hep-ph/0202058.
- [80] G. L. Flogi, E. Lisi, D. Montanino, Phys. Rev. **D 49**, 3626 (1994);
R. Barbieri *et al.*, JHEP **9812**, 017 (1998);
V. Barger, K. Whisnant, Phys. Rev. **D 59**, 093007 (1999).
- [81] M. C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni, C. Pena-Garay, J. W. Valle, Phys. Rev. **D 63**, 033005 (2001).
- [82] A. Cervera *et al.*, Nucl. Phys. **B 579**, 17 (2000).
- [83] K. T. McDonald *et al.*, *The Neutrino Factory, Muon Collider Collaboration*, physics/9911009 (atualizar).
- [84] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Addison-Wesley, 1977.
- [85] S. Wolfram, *Mathematica: A System for Doing Mathematics by Computer*, Addison-Wesley, 1992.
- [86] M. C. Gonzalez-Garcia, C. Peña-Garay, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **91**, 80 (2000).
- [87] M. Apollonio *et al.* [CHOOZ Collaboration], Phys. Lett. **B 420**, 397 (1998); Phys. Lett. **B 466**, 415 (1999).
- [88] F. Boehm *et al.* [Palo Verde Experiment], Phys. Rev. Lett. **84**, 3764 (2000); Phys. Rev. **D 62**, 072002 (2000).
- [89] A Donini *et al.*, Nucl. Phys. **B 574**, 23 (2000).

- [90] A. de Rjula, M. B. Gavela, P. Hernandez, Nucl. Phys. **B 547**, 21 (1999).
- [91] M. C. Gonzalez-Garcia, Y. Grossman, A Gusso, Y. Nir, trabalho em andamento.
- [92] T. Ota, J. Sato, N.-A. Yamashita, hep-ph/0112329.
- [93] S. Bergmann, Y. Grossman, Phys. Rev. **D 59**, 093005 (1999).
- [94] S. Bergmann, Y. Grossman, D. M. Pierce, Phys. Rev. **D 61**, 053005 (2000).
- [95] M. D. Tonasse, Phys. Lett. **B 381**, 191 (1996).
- [96] R. N. Mohapatra, P. B. Pal, *Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics*, World Scientific (1991).
- [97] V. Pleitez, Phys. Rev. **D 53**, 514 (1996);
H. N. Long, Phys. Rev. **D 53**, 437 (1996);
H. N. Long, Phys. Rev. **D 54**, 4691 (1996).
- [98] R. Foot, O. F. Hernández, F. Pisano, V. Pleitez, Phys. Rev. **D 47**, 4158 (1993).
- [99] J. C. Monteiro, C. A. de S. Pires, V. Pleitez, Phys. Lett. **B 502**, 167 (2001).
- [100] M. C. González Garcia, Y. Nir, Phys. Lett. **B 232**, 83 (1989).
- [101] Daniel Ng, Phys. Rev. **D 49**, 4805 (1994).
- [102] P. Das, P. Jain, D. W. McKay, Phys. Rev **D 59**, 055011 (1999).
- [103] J. T. Liu e D. Ng,(hep-ph/9302271);
J. T. Liu e D. Ng, Phys. Rev. **D 50**, 548 (1994).