## **UNESP** WIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA CAMPUS DE GUARATINGUETÁ FACULDADE DE ENGENHARIA

## FACULDADE DE ENGENHARIA DE GUARATINGUETÁ

Cálculo de Coeficientes de Arrasto para Satélites Artificiais

TIAGO RAIMUNDO DA SILVA

PUBLICAÇÃO

GUARATINGUETÁ - SP

BRASIL

## CÁLCULO DE COEFICIENTES DE ARRASTO PARA SATÉLITES ARTIFICIAIS

TIAGO RAIMUNDO DA SILVA

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes

Guaratinguetá 2001

	Silva, Tiago Raimundo da Silva
S586c	Cálculo de coeficientes de arrasto para satélites artificiais /Tiago
	Raimundo da Silva – Guaratinguetá, 2001.
	104f.: il.; 30cm
	Bibliografia: f. 98-104
	Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista.
	Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2001.
	Orientador: Prof. Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes
	1.Satélite Artificial - Dinâmica Orbital I. Título
	CDU 629.783

## **DADOS CURRICULARES**

### TIAGO RAIMUNDO DA SILVA

NASCIMENTO	05.02.1960 - GUARATINGUETÁ /SP		
FILIAÇÃO	João Raimundo da Silva Maria de Lourdes Monteiro da Silva		
1990/1994	Curso de Graduação Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá		
1997/2001	Curso de Pós-Graduação em Física, nível Mestrado, na Faculdade de Engenharia Guaratinguetá		

de de

dedico em especial, à minha mãe Maria de Lourdes, e a minha avó, Anunciação Maria, que sempre me incentivaram nesta trajetória de vida.

#### AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, em primeiro lugar, por sempre ter me dado as forças necessárias para perseverar na caminhada,

ao Professor Rodolpho Vilhena pela orientação, atenção, incentivo e por acreditar, apesar das circunstâncias, que tudo daria certo,

à chefia do Departamento de Física e Química pelo apoio dado ao possibilitar adequar o horário de trabalho com os horários de aulas,

aos colegas Fátima Peixoto e José Benedito Galhardo pela ajuda em cobrir horários de laboratório,

às colegas Vânia Sant'ana Antunes e Ângela Manchini pelo apoio nesta caminhada,

aos Professores do Departamento de Física e Química, em especial aos de Física Experimental, pelo apoio e compreensão nas constantes mudanças de horário que possibilitaram caminhar com este trabalho,

às funcionárias da Biblioteca do Campus de Guaratinguetá pela dedicação e paciência em atender, em especial à Grácia pelas conversas de incentivo e à Ana Maria pela atenção e ajuda nas pesquisas bibliográficas,

aos Professores Valdemir Carrara e Hélio Koiti Kuga do Inpe pela atenção e presteza em atender-me nos momentos de dúvidas.

ao Professor Dr. L. Sehnal do Astronomical Institute of the Academy of Sciences of the Czech Republic, pelo envio de seus artigos e pelo esclarecimento de dúvidas. A Sabedoria é radiante, não fenece, facilmente é contemplada por aqueles que a amam e se deixa encontrar por aqueles que a buscam. Ela mesma se dá a conhecer aos que a desejam.

Quem por ela madruga não se cansa: encontra-a sentada à porta.

Meditá-la é a perfeição da inteligência; quem vigia por ela logo se isenta de preocupações; ela mesma busca, em toda parte, os que a merecem; benigna, abordaos pelos caminhos e a cada pensamento os precede.

Seu princípio é o desejo autêntico de instrução, o afã da instrução é o amor, o amor é a observância de suas leis, o respeito das leis é garantia de incorruptibilidade e a incorruptibilidade aproxima de Deus.

### Sabedoria 6, 12-19

# **SUMÁRIO**

# LISTA DE FIGURAS LISTA DE TABELAS LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS LISTA DE SÍMBOLOS Resumo Abstract INTRODUÇÃO......18 1 FORÇAS AERODINÂMICAS......42 2 2.2 Forças e Torques Aerodinâmicos......45 2.3 Fatores que afetam o arrasto aerodinâmico......47 2.5 O efeito do arrasto atmosférico sobre um satélite artificial......54 3 MODELOS DE INTERAÇÃO MOLÉCULA-SUPERFÍCIE......58

3.4 Aplicações do Modelo de Shamberg para o cálculo do $C_{\rm D}$
encontrados na literatura69
3.5 Aplicações do Modelo de Stalder e Zurick para o cálculo de $C_{\rm D}$
encontrados na literatura74
3.6 Outro método para o cálculo do coeficiente de arrasto
4 CÁLCULO DO COEFICIENTE DE ARRASTO PARA OS
SATÉLITES SCD1, SCD2 E CBERS180
4.1 Introdução
4.2 Desenvolvimento analítico para o cálculo do C <sub>D</sub>
4.3 Resultados do cálculo do coeficiente de arrasto
4.4 Cálculo do coeficiente de arrasto para os satélites SCD1, SCD2 e
CBERS1 em função da razão das velocidades e coeficiente de
acomodação térmica
5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS
5.1 Conclusões95
5.2 Propostas para trabalhos futuros
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

# LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1 - Altitude versus Temperatura da Atmosfera35
FIGURA 1.2 - Caminho Livre Médio versus Altitude
FIGURA 2.1 - Forças que atuam num corpo que se desloca em um
fluido43
FIGURA 2.2 - Representando $\mathbf{g}' \in \mathbf{f}$
FIGURA 2.3 - Efeito da ação do arrasto atmosférico na órbita de um
satélite55
FIGURA 3.1 - Esquema do modelo de Schamberg60
FIGURA 3.2 - Sistema de coordenadas utilizado para análise da placa
plana63
FIGURA 3.3 - Elemento de área para o cilindro65
FIGURA 3.4 - Elemento de área para a esfera66
FIGURA 3.5 - Elemento de área para o forma cônica67
FIGURA 3.6 - Área da superfície cônica coberta pelo fluxo67
FIGURA 3.7 - Geometria cilíndrica utilizada por Moe e Tsang73
FIGURA 3.8 - Geometria cônica utilizada por Moe e Tsang73
FIGURA 3.9 - Modelo de um hipotético satélite brasileiro75
FIGURA 3.10- Ângulos de ataque e de guinada76
FIGURA 4.1 - Valores de C <sub>D</sub> para os satélites SCD1 e SCD286
FIGURA 4.2 - Valores de C <sub>D</sub> para os satélites SCD1 e SCD287
FIGURA 4.3 - Valores de C <sub>D</sub> para o satélite SCD1
FIGURA 4.4 - Valores de C <sub>D</sub> para o satélite SCD190

FIGURA 4.5 - Valores de C <sub>D</sub> para o satélite SCD2	91
FIGURA 4.6 - Valores de C <sub>D</sub> para o satélite SCD2	92
FIGURA 4.7 - Valores de C <sub>D</sub> para o satélite CBERS1	93
FIGURA 4.8 - Valores de C <sub>D</sub> para o satélite CBERS1	94

# LISTA DE TABELAS

TABELA 1.1 - Composição do ar seco na superfície da Terra32	
TABELA 3.1 - Equações para cálculo do coeficiente de arrasto70	1
TABELA 4.1 - Parâmetros orbitais dos satélites SCD1, SCD2	e
CBERS1	
TABELA 4.2 - Valores do C <sub>D</sub> para o satélite SCD1, SCD2	e
CBERS1	
TABELA 4.3 - Valores do C <sub>D</sub> para o satélite SCD1, SCD2	e
CBERS1	

# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CML	Caminho Médio Livre
VHS	Variable cross-section Hard Sphere
MSISE-90	Mass Spectrometer and Incoherent Scatter
TD	Total Density
ODERACS	Orbital Debris Radar Calibration Spheres
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
CESAR	Central European for Advanced Research
SCD 1/2	Satélite de Coleta de Dados 1 e 2
CBERS1	China-Brazil Earth Resources Satellites 1

# LISTA DE SÍMBOLOS

km	kilômetro
Κ	Kelvin
m	massa da partícula
V	Volume
p	pressão
R	constante dos gases
Т	temperatura
$C_{v}$	calor específico
C <sub>p</sub>	calor específico a pressão constante
J	Joules
r	densidade
$r_{_{ m max}}$	densidade máxima
$r_{_{mim}}$	densidade mínima
8	aceleração da gravidade
Γ	taxa de queda
L	dimensão linear
1	caminho médio livre
$\mathbf{m}_{\mathbf{v}}$	coeficiente de viscosidade
$\boldsymbol{S}_{T}$	seção transversal da esfera
$\overline{S}$	seção transversal média
d	diâmetro
Σ	inverso da altura de escala
e	elipcidade
_	

r <sub>p</sub>	posição do pericentro
$p_{0}$	altura inicial do perigeu
$F_{D}$	força de arrasto
D	arrasto
Α	área de referência
v	velocidade relativa
$N_{_M}$	número de Mach
K <sub>n</sub>	número de Knudsen
$N_{R}$	número de Reinolds
$C_{\scriptscriptstyle D}$	coeficiente de arrasto
$ec{F}_{_a}$	força aerodinâmica
$\vec{r}_s$	vetor posição do elemento dA
t	forças tangenciais
$\boldsymbol{S}_n$	coeficiente de acomodação normal
$oldsymbol{S}_i$	coeficiente de acomodação tangencial
S	coeficiente de momento normal
S	coeficiente de momento tangencial
q	pressão aerodinâmica
$V_{s}$	velocidade do satélite em relação à atmosfera da Terra
$V_{_A}$	velocidade da atmosfera
Z	altura
$T_{i}$	temperatura da molécula incidente
$T_r$	temperatura da molécula re-emitida
$T_{_{w}}$	temperatura da superfície do satélite
m <sub>s</sub>	massa do satélite

$C_{_{D_i}}$	coeficiente de arrasto devido a molécula incidente
$C_{_{D_r}}$	coeficiente de arrasto devido a molécula re-emitida
$C_{_{Ds}}$	coeficiente de arrasto devido a reflexão especular
а	coeficiente de acomodação
ā	coeficiente de acomodação médio
S	razão das velocidades
$I_{0}, I_{1}$	funções de Bessel
$V_{_m}$	velocidade molecular mais provável
$U_{x}$	componente de velocidade na direção x
$l_{xd}$	cossenos diretores
b	recíproco de $V_m$
r <sub>v</sub>	razão de velocidade entre molécula re-emitida e
	molécula incidente
S	área projetada média
l	comprimento
G(s)	função da razão de velocidade
$\boldsymbol{a}_{\scriptscriptstyle A}$	ângulo de atáque
$\boldsymbol{b}_{\scriptscriptstyle A}$	ângulo de guinada
$oldsymbol{W}_{E}$	rotação da atmosfera
т	massa molecular
$A^{{\it eff}}$	área efetiva
m	parâmetro gravitacional

SILVA, T. R. Cálculo de Coeficientes de Arrasto para Satélites Artificiais. Guaratinguetá, 2001. 104p. Dissertação (Mestrado em Física)
Faculdade de Engenharia, Campus de Guaratingetá, Universidade Estadual Paulista.

### Resumo

Devido à sua dependência a um grande número de parâmetros de difícil determinação, o cálculo de coeficiente de arrasto para satélites artificiais torna-se extremamente complexo.

Teorias, como as desenvolvidas por Schamberg e Sehnal levam em consideração o coeficiente de acomodação térmico e os ângulos de incidência e reflexão das moléculas na superfície do satélite.

Outras teorias como a de Stalder e Zurick utilizam nas suas formulações os seguintes parâmetros: a razão entre as velocidades do satélite e das moléculas da atmosfera, o coeficiente de acomodação térmico, o ângulo de ataque e a razão entre as temperaturas da superfície do satélite e a temperatura das moléculas incidentes.

Neste trabalho algumas teorias para o cálculo do coefienciente de arrasto são analisadas comparativamente. Exemplos são exibidos, utilizando como modelo os satélites SCD1, SCD2 e CBERS1.

**PALAVRAS - CHAVE:** Coeficiente de Arrasto, arrasto atmosférico, forças não - gravitacionais.

SILVA, T. R. Artificial Satellite Drag Computation. Guaratinguetá,
2001. 104p. Dissertação (Mestrado em Física) - Faculdade de
Engenharia, Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista.

### ABSTRACT

Drag coefficient computation for artificial satellite is extremely complex due to its dependence on several parameters that are difficult to determine.

Some theories for drag coefficient computation, such as those developed by Schamberg and Sehnal, took into account the thermal accommodation coefficient and the incident and reflection angles of the molecules in the satellite surface.

Others theories, such as the Stalder and Zurick theories, use in their formulations the following parameters: the ratio between the satellite velocity and the velocity of the molecules in the atmosphere, the thermal accommodation coefficient, the attack angle and the ratio between the temperatures of the satellite surface and of the incident molecules.

In this work some theories for drag coefficients computation are comparatively analyzed. Examples are exhibited using the satellites SCD1, SCD2 and CBERS1 as models.

**KEYWORDS**: drag coefficients, atmospheric drag, non-gravitational forces, artificial satellites

## **INTRODUÇÃO**

Recentes avanços tecnológicos no uso de satélites artificiais, principalmente para uso em geodésia espacial e geodinâmica, requerem determinação de órbita e atitude cada vez mais precisa.

Dependendo da missão, a força aerodinâmica constitui uma das principais fontes de perturbação do movimento do satélite.

A força aerodinâmica agindo sobre um satélite é definida por (Cornelisse et al., 1979):

$$\vec{F}_a = \int \vec{p} \, dA$$

em que  $\vec{p}$  é a soma da força devida a pressão aerodinâmica e forças tangenciais, dA é um elemento de superfície do satélite. Costuma-se representar a força aerodinâmica em termos de duas de suas componentes: a força de arrasto aerodinâmico  $\vec{D}$ , oposta ao vetor velocidade, e a força de sustentação aerodinâmica  $\vec{L}$  perpendicular ao vetor velocidade. As magnitudes destas forças são dadas por relações bem conhecidas (Vinh, 1981):

$$D = \frac{1}{2} \mathbf{r} V_s^2 A C_D$$
$$L = \frac{1}{2} \mathbf{r} V_s^2 A C_L$$

em que r é a densidade atmosférica,  $V_s$  é a velocidade do satélite em relação a atmosfera, A é uma área de referência e os coeficientes  $C_D$  e  $C_L$  são, respectivamente os coeficiente de arrasto e de sustentação.

Os coeficientes  $C_{\scriptscriptstyle D}$  e  $C_{\scriptscriptstyle L}$  da força aerodinâmica são definidos por

$$C_{D,L} = \frac{p}{qA_{D,L}}$$

onde os subscritos D e L referem-se ao arrasto e à sustentação, respectivamente, q é a pressão dinâmica e A é uma área de referência

Diversos modelos tem sido propostos para o cálculo do arrasto aerodinâmico de acordo com o mecanismo de interação molécula-superfície bem como algumas hipóteses feitas com relação a velocidade, temperatura e condições físicas e químicas da superfície do satélite.

No presente trabalho, pretende-se analisar alguns modelos existentes para o cálculo do coeficiente de arrasto.

## SÍNTESE DO TRABALHO

No capítulo 1 apresentaremos o meio em que o satélite orbita e suas características, o conceito de caminho médio livre e de altura de escala.

No capítulo 2 apresentaremos os conceitos de forças e torques aerodinâmicos, fatores que afetam o arrasto aerodinâmico, o conceito de coeficiente de arrasto aerodinâmico e o efeito do arrasto atmosférico sobre um satélite artificial.

No capítulo 3 apresentaremos os modelos de interação moléculasuperfície, utilizados nos cálculos do coeficiente de arrasto, de Schamberg e Stalder e Zurick. Será mostrada as formulações de Stalder e Zurick para o cálculo do coeficiente de arrasto para diferentes formas geométricas. Apresentaremos algumas aplicações dos modelos de Schamberg e Stalder e Zurick para o cálculo do coeficiente de arrasto encontrados na literatura.

No capítulo 4 apresentaremos alguns exemplos de cálculo do coeficiente de arrasto para os satélites SCD1, SCD2 e CBERS1, utilizando alguns dos modelos encontrados na literatura.

No capítulo 5 apresentaremos nossas conclusões sobre o estudo do coeficiente de arrasto e algumas sugestões para trabalho futuro.

# **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Stalder & Zurick (1951) publicaram um estudo analítico sobre os coeficientes aerodinâmicos em corpos de diferentes formas imersos num fluxo de moléculas livres e assumindo dois tipos de reflexão molecular: reflexão especular e difusa. Foram estudados corpos com os seguintes formatos: placa plana, cilindro, esfera e cone.

Para estes corpos foram calculados os coeficientes de arrasto e sustentação utilizando a razão entre as velocidades do fluxo e a velocidade molecular mais provável, com valores para a razão numa faixa de 0 a 20.

Para o cálculo dos coeficientes aerodinâmicos para a forma cônica, foram utilizados ângulos de ataque variando de  $0^0$  a  $60^0$  e com ângulo de semi-vértice variando de  $2,5^0$  a  $30^0$ . Além disto, para o estudo do cone considerou-se que as moléculas não são reemitidas do corpo, mas espalham-se em sua superfície.

Schamberg (1959) propõe um modelo de interação entre a superfície do satélite e as moléculas da alta atmosfera sob um fluxo de moléculas livres. Em seu trabalho, Schamberg leva em consideração os ângulos de incidência e reflexão das moléculas.

O trabalho de King-Hele (1964) tem sido muito utilizada nos estudos de astrodinâmica, pois apresenta muitos conceitos importantes para o estudo da dinâmica dos satélites artificiais.

Stuhlinger & Mesmer (1964) apresentam um estudo sobre a física da atmosfera e as diversas perturbações associadas à sua dinâmica. Assumindo que as moléculas da atmosfera são difusamente reemitidas com velocidades correspondentes à temperatura da superfície, Cook (1965) faz um estudo para o cálculo do coeficiente de arrasto  $C_p$  para corpos de diferentes formas sob fluxo molecular hipertérmico. Seus resultados são apresentados no artigo sendo que os valores de  $C_p$  são dados em função da razão entre as velocidades do corpo e do fluxo, em função do ângulo de incidência, caso da placa plana e do ângulo do semi-vértice no caso da forma cônica. Cook (1965), assume que a razão  $T_w/T_i$  em que  $T_w$  é a temperatura da superfície e  $T_i$  é a temperatura das moléculas incidentes é muito pequena, em torno de 0,006, isto por considerar um fluxo hipertérmico de moléculas. Portanto a razão das velocidades pode ser escrito como:  $\sqrt{1-a}$  em que a é o coeficiente de acomodação. Em artigos mais recentes, Carrara (1980) e Venkataraman (1983) o valor de  $T_w/T_i$  é assumido como sendo unitário e 0,5 respectivamente.

No trabalho de Cook (1965) é apresentado também o cálculo do coeficiente de arrasto para um cilindro circular que rotaciona num fluxo de moléculas livres hipertérmico em função do seu comprimento, diâmetro e razão das velocidades e para uma razão de velocidade molecular baixa numa altitude de 800 km.

Cook (1966) apresenta um trabalho que propõe o cálculo do coeficiente de arrasto para satélites esféricos em função do coeficiente de acomodação. Neste trabalho é apresentado também um estudo sobre os efeitos do movimento térmico aleatório, arrasto devido a carga das moléculas e efeitos devido ao potêncial de Coulomb.

Para estudos da mecânica de vôo espacial, a obra de El'yasberg (1967) tem sido uma referência para todos os que trabalham com a teoria da dinâmica dos satélites artificiais. A obra procura abranger vários tópicos relacionados não só com o movimento dos satélites bem como os efeitos perturbadores de sua órbita.

Sentman e Neice (1967) propõem um método para calcular o coeficiente de arrasto  $C_{_D}$  para satélites que "capotam" devido a perda do controle de atitude. Como há vários "capotamentos" o que é obtido das equações de Sentman e Neice é o valor de um  $C_{_D}$  médio cujo valor é apresentado no artigo para diferentes modos de "capotamento".

Nocilla (1972) apresenta um estudo teórico sobre a determinação das forças aerodinâmicas sobre um satélite. Neste artigo Nocilla apresenta um resumo teórico dos conceitos envolvidos nos cálculos dos coeficientes aerodinâmicos como o coeficiente de acomodação, onde é mostrado a equação clássica do coeficiente de acomodação que relaciona as energias absorvida e refletida e a equação aplicada para casos onde a velocidade do corpo é muito maior do que a velocidade do gás, por exemplo, um míssel.

Utilizando o modelo de Schamberg (Schamberg, 1959), Moe & Tsang (1973) apresentam equações para o cálculo do coeficiente de arrasto para corpos de forma cônica e cilíndrica. Em seu estudo, Moe e Tsang consideram que o feixe de moléculas reemitidas deixam a superfície formando um cone de reflexão. Utilizando formas geométricas para o cilindro e cone apresentadas no artigo, eles apresentam as equações para o cálculo do  $C_p$  que relaciona, além do ângulo de reflexão, a razão entre as velocidades das moléculas refletidas e incidentes e uma função que relaciona a forma do objeto e o parâmetro

de reflexão v, onde para v=1 temos reflexão especular e  $v=\infty$  temos reflexão difusa.

Imbro & Moe (1975), utilizando o modelo de interação molécula superfície de Schamberg obtêm equações para o cálculo do coeficiente de acomodação e coeficiente de arrasto em função da forma do corpo e do parâmetro de reflexão, que é aplicado no cálculo da taxa de decaimento do satélite. Seus resultados são aplicados para o satélite Ariel 2 considerando reflexões especular, v=1, intermediária, v=20 e difusa  $v=\infty$ . O seu objetivo é obter um bom valor para o  $C_p$  devido a sua importância no cálculo da densidade atmosférica utilizando o cálculo do decaimento orbital.

Jacchia (1975), faz um estudo sobre a alta atmosfera da Terra onde apresenta diversos conceitos, dentre eles as variações de temperatura, o efeito da radiação solar, a pressão e a densidade atmosférica em diversas regiões, a estrutura e composição da atmosfera e efeitos geomagnéticos na atmosfera.

Neste artigo são apresentados os conceitos necessários para entender o ambiente em que está imerso um satélite artificial e as diferentes interações sofridas pelo mesmo.

Utilizando um estudo da variação da densidade com a altitude, King-Hele (1978) apresenta um estudo para calcular o tempo de vida dos satélites artificiais. Neste trabalho é apresentado correções para a variação da altura do perigeu, achatamento atmosférico e variações da densidade atmosférica.

A modelagem dos efeitos do arrasto atmosférico é apresentado por Dowd & Tapley (1979) onde eles estudam o modelo Jacchia-Robert e o modelo Harris-Priester modificado e fazem uma comparação, através de dados numéricos, entre os modelos estudados. Carrara (1980) utilizando a equação para o cálculo do arrasto apresentado por Stalder e Zurick (1951) elabora um programa de computador que calcula o coeficiente de arrasto em função da razão das velocidades e do ângulo de ataque. Seus dados são aplicados para um hipotético satélite brasileiro (SB1) que possui características similares ao satélite brasileiro SCD1. Em seu trabalho, Carrara, devido a definição de caminho livre médio, considera os efeitos das partículas neutras e carregadas na interação com o satélite.

Utilizando formas geométricas básicas como: cilindro circular, esfera, cone circular, placa plana e forma triângular, Fredo & Kaplan (1981), demonstram um procedimento para obter algumas propriedades aerodinâmicas de espaçonaves considerando um fluxo de moléculas livres. Seu método consiste em dividir a superfície da espaçonave em várias partes geométricas e calcular a contribuição da força para cada uma delas e depois integrar o resultado para toda a superfície.

Fredo & Kaplan (1981), aplicam este método para o laboratório Skylab e comparam seus resultados com os fornecidos pela NASA que, estão bem próximos.

Sehnal (1981), demonstra que a diminuição na inclinação orbital do satélite 1974-70A mostra algumas peculiaridades que não podem ser explicadas através de efeitos perturbadores usuais. Para explicar estes efeitos, Sehnal (1981) sugere a atuação de uma força de sustentação normal ao plano orbital.

Em 1982, Carrara apresentou uma dissertação de mestrado (Carrara, 1982) em que faz um estudo analítico das forças e torques que atuam num satélite. Neste trabalho são apresentados os conceitos de interação gás-superfície, expressões para força e torque num satélite, diversos tipos de radiação solar, direta, refletida pela Terra e emitida pela Terra que atuam num satélite bem como forças e torques eletromagnéticos devido ao potencial do satélite e força de Coulomb além de torques e corrente de Foucault na superfície e no interior do satélite condutor.

Seus resultados foram aplicados em um hipotético satélite brasileiro similar ao atual satélite SCD1.

Através de análise dos dados observacionais da órbita do satélite 1974-70A, Sehnal (1982) propõe um método para o cálculo do coeficiente de arrasto baseado na lei de reflexão do modelo de Schamberg (1959). Um dos fatores importantes para os cálculos de Sehnal é a razão área-massa do satélite que neste trabalho não é tida como constante pois foi considerado que: o satélite rotaciona de maneira não conhecida, o satélite pode estar "capotando" e nesta "capotagem", áreas antes consideradas podem estar encobertas por outras mudando as características consideradas.

Utilizando a teoria de Stalder & Zurick (1951), Venkataraman & Rao (1983) calculam o tempo de vida para satélites próximos à Terra e aplicam seus resultados para um hipotético satélite brasileiro SB-1.

Para isto eles utilizaram a equação do coeficiente de arrasto apresentada em Carrara (1980) e calcularam a variação do semi-eixo e da excentricidade do satélite e aplicaram os seus dados estimando o tempo de vida para os satélites: Sputnik-3, San Marco 2, San Marco 3 e Transit-1B adotando o valor de  $C_D$  como sendo 2,0.

Partindo da equação convencional do caminho livre médio, Bird (1983) formula uma nova definição de caminho livre médio baseado no conceito de seção transversal variável de uma esfera rígida. Neste artigo Bird (1983) apresenta a definição de número de Knudsen e faz uma comparação entre os modelos clássico e modelo da seção transversal variável de uma esfera rígida para o caminho livre médio.

O coeficiente de arrasto para satélites cilíndricos em órbitas acima de 150 km é estudado por Herrero (1983). Neste trabalho Herrero (1983) faz um estudo dos conceitos de caminho livre médio, momento do coeficiente de acomodação e aplica a equação do coeficiente de arrasto obtida para o satélite GRM (*Geopotential Research Mission*).

Sehnal (1983), obtém um estudo sobre a densidade atmosférica numa altitude de 280 km, analisando dados do movimento diário do satélite 1974-70A. Neste trabalho, Sehnal (1983) demonstra os conceitos de: razão área-massa, taxa de decaimento orbital, correções da altura padrão e comparações com modelos para alta atmosfera. Seus resultados são comparados com os resultados da densidade atmosférica obtidos através do estudo da órbita do satélite Cosmos 462.

A partir da análise do movimento orbital do satélite 1974-70A, Sehnal (1983) determina as constantes básicas encontradas na interação satélite-atmosfera.

Herrero (1983) apresenta um método para o cálculo do coeficiente de arrasto para satélite cilíndrico em altitudes acima de 150 km e seus resultados são aplicados para o satélite GRM (*Geopotential Research Mission*).

Herrero (1984) apresenta algumas equações para o cálculo do coeficiente de arrasto para a superfície lateral de um satélite cilíndrico em função do ângulo de ataque. Neste trabalho é apresentado também

equações para cálculo do coeficiente de arrasto para formas como: placa plana, cone e tronco de cone.

Vilhena (1985) apresenta em sua obra alguns fundamentos necessários a todos aqueles que estudam a dinâmica de veículos espaciais. Nesta obra são apresentados os diferentes sistemas de referência adotados nos estudos de dinâmica de satélites, os conceitos de forças e torques aerodinâmicos e conceitos sobre trajetórias e vôo suborbital.

O modelo atmosférico *Total Density*, TD88, é utilizado por Sehnal (1990) para desenvolver uma teoria do movimento de um satélite artificial da Terra. São incluidos neste trabalho, estudos sobre a influência do achatamento da Terra e possíveis efeitos de ressonância.

Um estudo para o cálculo dos efeitos do arrasto é apresentado por Sehnal & Perrotta (1993) para satélites de órbita baixa. Neste trabalho são apresentados os conceitos de arrasto e sustentação, coeficiente de arrasto em função do coeficiente de acomodação térmico, modelos termosféricos e efeito sombra, isto é, estudo que leva em conta a passagem do satélite por regiões não iluminadas da Terra pelo Sol durante sua órbita.

Para todos aqueles que estudam dinâmica molecular do gás, a obra de Bird (1994) é uma das referências mais completas. Nesta obra, Bird (1994) apresenta os conceitos de modelo molecular, colisões entre moléculas, teoria cinética e propriedades de equilíbrio do gás, além de conceitos de fluxos, utilizados no estudo atmosférico.

Para determinar o arrasto atmosférico e efeitos de sustentação, Sehnal (1994) apresenta um estudo analítico utilizando o modelo atmosférico TD88 (*Total Density*). Neste trabalho, Sehnal (1994) apresenta as equações de aceleração devido ao arrasto e a sustentação, o modelo TD88 e aplica seus resultados para o satélite ROHINI (1980-68A).

Uma coletânea de estudos sobre forças e torques aerodinâmicos, modelos de densidade atmosférica, coeficientes aerodinâmicos e modelagem de atmosfera rotacional encontrados na literatura são apresentados por Vilhena (1994). Neste trabalho é apresentado também os conceitos de torque e radiação solar, perturbações eletromagnéticas e perturbações acopladas.

Para estudar perturbações não-gravitacionais, Sehnal & Vokrouhlicky (1995) fazem a análise de um experimento, um microacelerômetro (MACEK), colocado a bordo do satélite CESAR (*Central European Satellite for Advanced Research*). O principal objetivo desta missão foi o estudo da variação e distribuição da densidade termosférica da Terra.

Utilizando o modelo de Schamberg (1959), Moe *et al.* (1996) apresentam equações para o cálculo do coeficiente de arrasto para satélites esféricos num ambiente de fluxo molecular livre. Apresentam também modelos de coeficiente de arrasto, modelos de coeficiente de acomodação e fazem aplicações para as esferas experimentais ODERACS (*Orbital Debris Radar Calibration Spheres*).

Através de análise da taxa de decaimento orbital das esferas ODERACS (*Orbital Debris Radar Calibration Spheres*), Tan & Badhwar (1997) estudam a variação da densidade atmosférica num determinado período de tempo e demonstram que neste período a atmosfera sofreu uma compressão e que num outro período de tempo a atmosfera sofreu uma forte expansão. Utilizando dados de decaimento orbital das esferas esferas ODERACS (*Orbital Debris Radar Calibration Spheres*), Chao *et al.* (1997) estudam um método para determinar variações nos modelos atmosféricos Jacchia 71 e MSIS90. Neste trabalho, o coeficiente de arrasto é obtido utilizando a definição de coeficiente balístico.

Inserindo parâmetros apropriados nos modelos teóricos do coeficiente de arrasto, Moe *et al.* (1998) apresentam um estudo para aperfeiçoar o cálculo do coeficiente de arrasto para satélites de órbita baixa e diferentes formas geométricas.

## Capítulo 1

## **O MEIO E SUAS CARACTERÍSTICAS**

## 1.1 - INTRODUÇÃO

Para estudarmos as forças que atuam num satélite em órbita é necessário conhecermos o meio em que o satélite se encontra.

Neste capítulo apresentaremos a atmosfera da Terra e seus principais constituintes, as equações da termodinâmica que regem a dinâmica do meio, a definição de caminho livre médio que é um importante conceito para entender a validade das equações das forças que agem num satélite em órbita e apresentaremos também o conceito de altura de escala, conceito este muito empregado nas teorias de modelamento de atmosfera planetária.

### **1.2 - A ATMOSFERA DA TERRA**

A atmosfera do planeta Terra pode ser dividida em três partes distintas (Stuhlinger & Mesmer, 1965):

- 1- a homosfera que compreende a troposfera, que vai de 0 a 12 km de altitude; a estratosfera, que vai de 12 a 50 km de altitude e a mesosfera, que vai de 50 a 90 km de altitude.
- 2- a termosfera que estende-se de 90 km de altitude até 250 km ou 400 km dependendo do nível de atividade solar e geomagnética.

3- a exosfera que inicia-se no topo da termosfera e extende-se para o espaço.

A composição da homosfera é de aproximadamente: 78,1% de  $N_2$ , 20,9% de  $O_2$  e 0,9% de Ar. A Tabela 1.1 mostra os gases que constituem a atmosfera terrestre próximo a superfície.

TABELA 1.1- Composição do ar seco na superfície da Terra. (Adaptadade: Stuhlinger e Mesmer, 1965)

Elemento	Densidade a 0°C,	Volume (%)	Peso
	760 torr, g/litro		molecular
Nitrogênio (N <sub>2</sub> )	1,2506	78,08	28,016
Oxigênio (O <sub>2</sub> )	1,4290	20,95	32,000
Argônio (Ar)	1,7837	0,93	39,944
Dióxido de Carbono (CO <sub>2</sub> )	1,9769	0,03	44,010
Neônio (Ne)	0,9004	$1,8 \times 10^{-3}$	20,183
Hélio (He)	0,1785	$5,2x10^{-4}$	4,003
Kriptônio (Kr)	3,708	1,0x10 <sup>-4</sup>	83,7
Hidrogênio (H <sub>2</sub> )	0,0899	$5,0x10^{-5}$	2,016
Xenônio (Xe)	5,851	8,0x10 <sup>-6</sup>	131,3
Ozônio (O <sub>3</sub> )	2,22	1,0x10 <sup>-6</sup>	48,000

Valores típicos de temperatura, para uma determinada atividade solar, são de aproximadamente 220 K na troposfera, 280 K na estratosfera e 150 K na mesosfera. Esta variação de temperatura é devido a quantidade de moléculas de gases presentes nas diferentes camadas da atmosfera, pois da equação cinética dos gases temos que:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$$
 (1.1)

em que, m é a massa da partícula, v é a sua velocidade, k é a constante de Boltzmann e T a temperatura do gás em Kelvin.

Para que um objeto ganhe ou perca calor é preciso haver transferência de energia, que pode se dar por contato molecular com outros objetos, por condução, por convecção, ou por radiação.

Quando uma certa quantidade de ar, de volume V, eleva-se na atmosfera, seu volume expande-se para V + dV, devido a redução na pressão dp. Se não há perdas de calor o processo é adiabático.

Da primeira lei da termodinâmica, considerando uma quantidade de massa unitária, temos:

$$dQ = dU + dW \tag{1.2}$$

em que dQ é a quantidade de calor da quantidade de ar, dU é a sua energia interna e dW é o trabalho realizado pela quantidade de ar.

O trabalho realizado por uma quantidade de ar em expansão é:

$$dW = pdV \tag{1.3}$$

a equação de estado para um gás ideal é:

$$pV = RT \tag{1.4}$$

em que *R* é a constante do gás por unidade de massa. Diferenciando a equação temos:

$$pdV + Vdp = RdT \tag{1.5}$$

a variação de energia interna dU pode ser expressa como uma troca de temperatura da quantidade de ar a volume constante, isto é:

$$dU = C_{v} dT \tag{1.6}$$

em que  $C_{v}$  é o calor específico a volume constante.

Substituindo este valor na equação (1.2) temos:

$$dQ = C_{v}dT + RdT - Vdp \tag{1.7}$$

ou

$$dQ = (C_v + R)dT - Vdp \quad . \tag{1.8}$$

Como para um gás ideal temos :

$$C_p = C_v + R \tag{1.9}$$

em que  $C_p$  é o calor específico a pressão constante, a equação (1.7) pode ser escrita :

$$dQ = C_p dT - V dp \,. \tag{1.10}$$

Para um processo adiabático dQ = 0 e, portanto,

$$C_{p}dT = Vdp.$$
(1.11)

Por coerência nas unidades, incluiremos o equivalente mecânico do calor *J* joules / cal, ficando:

$$C_p dT = \frac{V dp}{J}.$$
(1.12)

A equação hidrostática é dada por (Stuhlinger & Mesmer, 1965):

$$dp = -\mathbf{r} g \, dz \tag{1.13}$$

por unidade de massa, a equação (1.12), torna-se:

$$-\frac{dT}{dz} = \frac{g}{C_p J} = \Gamma \tag{1.14}$$

em que  $\Gamma$  é a taxa de queda que é igual a 9,8°C por km.

A Figura 1.1 mostra-nos a altitude versus temperatura da atmosfera.



FIGURA 1.1. Adaptada de (Jacchia, 1975)

## 1.3 - CAMINHO LIVRE MÉDIO

O caminho livre médio (CLM) é definido como sendo a distância média percorrida por uma molécula de gás até sua colisão com outra molécula (Chapman,1980). A teoria cinética assume que não há interações entre as moléculas do gás, exceto durante as colisões. A probabilidade de colisão, consequentemente o caminho livre médio, depende do tamanho da molécula e isto varia de gás para gás.

Em um ambiente muito rarefeito, como a alta atmosfera, o tempo que as moléculas levam para colidirem-se é muito grande, consequentemente temos que o caminho livre médio para o ambiente em que orbitam os
satélites artificiais podem chegar a ordem de quilômetros, como mostra a Figura 1.2 dada por U.S. Standard Atmosphere (1962), (Cook, 1965).



FIGURA 1.2 - Caminho Livre Médio versus Altitude. Adaptada de Cook (1965).

Uma nova definição para caminho livre médio (CLM) foi estabelecida por Bird (1983).

A equação utilizada para definir o CLM em trabalhos numéricos e analíticos era dada como (Bird, 1983):

$$I = {\binom{16m}{5}} (p RT)^{-\frac{1}{2}} / r$$
(1.15)

em que r é a densidade do gás, o fator 16/5 pode ser substituído por p, R é a constante do gás, T é a temperatura do gás e m é o coeficiente de viscosidade para um gás modelado como uma esfera rígida, sendo dado por:

$$\boldsymbol{m} = (5m/16)(\boldsymbol{p} RT)^{1/2} / \boldsymbol{s}_{T}$$
 (1.16)

em que *m* é a massa molecular e  $\boldsymbol{s}_{T}$  é a seção transversal da esfera dada por  $\boldsymbol{s}_{T} = \boldsymbol{p} d^{2}$ , em que *d* é o diâmetro da esfera .

A inconsistência deste modelo é que o coeficiente de viscosidade tem um expoente de temperatura fixo, isto é:

$$\mathbf{m}_{v} \propto T^{1/2} \tag{1.17}$$

enquanto que num gás real o coeficiente de viscosidade é:

$$\mathbf{m}_{w} \propto T^{w} \tag{1.18}$$

em que *w* está na faixa de 0,6 a 0,9 (Bird, 1983).

Uma definição consistente para o CLM pode ser obtida utilizando o modelo VHS, "Variable Cross-Section Hard Sphere", desenvolvido por Bird (1994).

O modelo VHS utiliza a lei de espalhamento de esferas rígidas para colisões, mas sua seção reta é inversamente proporcional a energia translacional relativa na colisão, elevada a potência -x. Para um gás em equilíbrio, a seção transversal média  $\overline{s}$  está relacionada com a temperatura da seguinte maneira:

$$\overline{\boldsymbol{S}} \propto T^{-\boldsymbol{x}} \quad . \tag{1.19}$$

Desta maneira, o CLM no modelo VHS (Bird, 1994) pode ser dado por:

$$\lambda = \left[ (2 - \xi)^{\xi} \Gamma (2 - \xi) 2^{1/2} n \overline{\sigma} \right]^{-1}$$
(1.20)

e o coeficiente de viscosidade como:

$$\boldsymbol{m}_{v} = (15m/8)(\boldsymbol{p} RT)^{1/2} / [(2-\boldsymbol{x})^{\boldsymbol{x}} \Gamma(4-\boldsymbol{x})\boldsymbol{\overline{s}}].$$
(1.21)

em que  $\Gamma$  é a função gama.

Das equações (1.16), (1.17) e (1.19) podemos ver que:

$$\boldsymbol{w} = \frac{1}{2} + \boldsymbol{x} \,. \tag{1.22}$$

Combinando as equações de (1.18) a (1.20) temos que:

$$\mathbf{l} = (2\mathbf{m}_{\nu}/15)(7-2\mathbf{w})(5-2\mathbf{w})(2\mathbf{p}\,RT)^{-1/2}/\mathbf{r}, \qquad (1.23)$$

que difere da equação (1.15) pelo seguinte fator:

(7-2w)(5-2w)/24, ou 1 para w = 0.5 (moléculas de esfera rígida),  $\frac{71}{96}$ para w = 0.75 (moléculas com inverso da nona potência) e  $\frac{5}{8}$  para w = 1 (moléculas de Maxwell).

O parâmetro que descreve o grau de rarefação é dado pela razão  $\frac{l}{L}$ que é conhecida como número de Knudsen K<sub>n</sub>. Para um ambiente rarefeito temos que o regime de fluxo de moléculas livre ocorre quando K<sub>n</sub> >>1, em que *L* é uma dimensão linear.

O modelo VHS permite a definição de um caminho livre médio que leva em conta o expoente de temperatura do coeficiente de viscosidade de um gás real. Desta maneira, o número de Knudsen, baseado nesta consideração nos leva a uma correlação mais consistente entre os resultados experimentais e teóricos.

#### **1.4 - ALTURA DE ESCALA** (H)

Para grandes altitudes as colisões entre as partículas (átomos e moléculas) são tão raras que a atmosfera não sustenta uma mistura turbulenta necessária num meio homogêneo.

Desta maneira a separação gravitacional entre os constituintes ocorre, fazendo com que as partículas mais leves tendem a ficar em camadas superiores e as mais pesadas em camadas inferiores.

Os componentes individuais tendem a dispersar-se em gases que, sujeitos ao campo gravitacional da Terra, produzem uma condição conhecida como Equilíbrio Difuso. Nestas condições podemos aplicar as leis barométricas para cada gás separadamente.

Esta lei estabelece que o logarítmo da pressão decresce com a altura e é igual a mg/RT, em que m é a massa molecular, g a aceleração da gravidade, T a temperatura e R a constante universal dos gases. Chamamos o recíproco desta lei, isto é:

$$\frac{RT}{mg} \tag{1.24}$$

como a Altura de Escala de Pressão e é igual ao intervalo no qual a pressão cai com a fração  $\frac{1}{e}$  de seu valor original.

Vários são os modelos atmosféricos empregados nas teorias sobre os efeitos do arrasto (Vilhena de Moraes, 1994). Apresentaremos algumas equações destes modelos utilizados.

(1) Modelo usado por Brouwer & Hori, (1961) dado por:

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_{p} \exp[-(\Sigma r)] \tag{1.25}$$

em que  $\mathbf{r}_p$ , a densidade da atmosfera no perigeu e  $\Sigma$ , o inverso da altura de escala são constantes e r o módulo do vetor posição do satélite. Esta equação tem sido aperfeiçoada como podemos ver a seguir.

(2) Incluindo o achatamento da atmosfera (Cook et al. 1961):

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_{p} \exp[-\Sigma(1-\Theta)] \tag{1.26}$$

em que  $\Theta = \Theta_E [1 - \mathbf{e} \sin 2La + o(e^2)]$  é a distância radial do centro da Terra à superfície de um esferóide achatado de raio  $\Theta_E$ , elipcidade  $\mathbf{e}$  e *La* é a latitude do ponto considerado na atmosfera.

(3) Altura de escala dependente da altitude (Cook & King-Hele, 1963):

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_{p} \left\{ 1 + B \left( r - r_{p} \right)^{2} \exp\left[-\left( r - r_{p} \right) H_{p}\right] \right\}$$
(1.27)

onde o sufíxo *p* refere-se ao perigeu e  $H_p = H_{p0} + u(r_p - r_{p0})$  e  $B = u/2H_p^2[1 + o(u/2)], u$  é uma constante e  $p_0$  altura inicial do perigeu.

(4) Incluindo achatamento e altura de escala variando com a altitude (Cook & King-Hele, 1965).

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 (1 + F \cos \boldsymbol{f}) \exp[-B^* (r - r_0)]$$
(1.28)

em que  $\mathbf{r}_0$  é a densidade na distância  $r_0$  do centro da Terra quando  $\mathbf{f} = 90^\circ$  e F é uma constante escolhida tal que  $\mathbf{r}_{max} / \mathbf{r}_{mim} = 1 + F/1 - F$ ,  $\mathbf{r}_{max}$  é a máxima densidade no ponto  $r_0$ ,  $\mathbf{r}_{mim}$  é a densidade no ponto diametralmente oposto,  $\mathbf{B}^* = \mathbf{B}_{p0} + \mathbf{u} (\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_{p0})$  e u é uma constante em torno de 0.1. Capítulo 2

## FORÇAS AERODINÂMICAS

### 2.1 - INTRODUÇÃO

Quando um objeto sólido move-se através de um fluido (líquido ou gasoso), aparece uma força mecânica que opõe-se ao movimento do objeto. A esta força damos o nome de arrasto aerodinâmico, representada na literatura com a letra D do inglês "Drag" ou  $F_D$ . Este conceito será precisado mais adiante.

A força de arrasto não é uma força de campo onde existe interação sem contato físico. O arrasto é gerado devido à diferença de velocidade entre o objeto e o fluido. Como o movimento é relativo, não faz diferença se o objeto está parado e o fluido é que se movimenta ou viceversa; portanto, sem movimento não há arrasto.

A Figura 2.1 mostra-nos as forças que atuam num objeto que se desloca através de um fluido.



Centro de massa

FIGURA 2.1 - Forças que atuam num objeto que se desloca através de um fluido.

Portanto, podemos considerar o arrasto como um atrito aerodinâmico causado pela interação das moléculas da atmosfera, no caso do objeto ser um satélite artificial, com a superfície deste satélite.

Foi verificado experimentalmente que o arrasto D é função da densidade r do meio, da área de referência A do objeto que está sofrendo atrito direto com as moléculas e é perpendicular ao fluxo do meio, da velocidade  $V_s$  com que o objeto desloca-se no meio, da viscosidade m do meio e da velocidade de propagação do som a.

Portanto,

$$D = f(\mathbf{r} A V_s \mathbf{m} a) \tag{2.1}$$

que, fazendo uma análise dimensional (Vilhena de Moraes & Fernandes,1985), nos leva a:

$$D \propto \mathbf{r} A V_s^2 \left(\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{r} A^{\frac{1}{2}} V_s}\right)^d \left(\frac{a}{V_s}\right)^e$$
(2.2)

fazendo  $A^{\frac{1}{2}} \cong l$  como uma dimensão linear que descreve o corpo, fica:

$$D \propto \mathbf{r} A V_s^2 \left(\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{r} l V_s}\right)^d \left(\frac{a}{V_s}\right)^e$$
 (2.3)

usando o valor do coeficiente de proporcionalidade temos:

$$D = K \frac{\mathbf{r} V_s}{2}^2 \left(\frac{\mathbf{r} V_s l}{\mathbf{m}}\right)^{-d} \left(\frac{V_s}{a}\right)^{-e}$$
(2.4)

onde podemos identificar que:

 $\frac{\mathbf{r}V_s^2}{2}$  é a pressão dinâmica,  $\frac{\mathbf{r}V_s l}{\mathbf{m}}$  é conhecido como número de Reynolds,  $N_R$ , que relaciona a força de inércia com a força de atrito,  $\frac{V_s}{a}$ é o número de Mach,  $N_M$ , que relaciona a força de inércia e a compressibilidade do fluido e *K* é a razão entre o arrasto real e a resultante da pressão dinâmica que atua na área de referência do corpo.

Portanto, temos que:

$$D = \frac{1}{2} \mathbf{r} V_s^2 A K N_R N_M \qquad (2.5)$$

a combinação dos parâmetros  $K N_R N_M$  nos leva a um outro parâmetro adimensional que os que trabalham com projetos aerodinâmicos usam para modelar toda a complexa dependência do arrasto, conhecido como coeficiente de arrasto,  $C_D$ , que estudaremos com detalhes ao longo deste trabalho. Sendo assim, a equação do arrasto pode ser escrita como:

$$D = \frac{1}{2} \mathbf{r} V_s^2 A C_D \tag{2.6}$$

## 2.2 - FORÇAS E TORQUES AERODINÂMICOS.

Seja *dA* um elemento da superfície *A* de um satélite artificial que orbita na atmosfera da Terra. A força aerodinâmica resultante  $\vec{F}_a$  que atua sobre o satélite é definida por:

$$\vec{F}_a = \int \vec{p} \, dA \tag{2.7}$$

em que  $\vec{p}$  é a soma das forças de pressão aerodinâmica e tangenciais atuantes no satélite dadas por:  $\vec{p} = \vec{p}_a + \vec{t}$ , em que  $\vec{p}_a$  é a pressão aerodinâmica e  $\vec{t}$  é a pressão resultante das forças tangenciais. A força aerodinâmica  $\vec{F}_a$  pode ser decomposta nas seguintes componentes:

$$\vec{F}_a : \begin{cases} \vec{D} \\ \vec{L} \end{cases}$$
(2.8)

em que a componente  $\vec{L}$  é chamada de força de sustentação e a componente  $\vec{D}$  é chamada de força de arrasto.

O torque aerodinâmico  $\vec{M}_a$  devido a força  $\vec{F}_a$  é definido por :

$$\vec{M}_a = \int \vec{r}_s \times \vec{p} \, dA \tag{2.9}$$

em que  $\vec{r}_s$  é o vetor posição do elemento dA em relação ao centro de massa do satélite.

Para calcular a resultante das forças e torques que atuam num satélite podemos usar as seguintes expressões para um grupo de forças de pressão  $\vec{p}$  e um grupo de forças tangenciais  $\boldsymbol{t}$ :

$$\vec{p}_{a} = (2 - \boldsymbol{s}_{n})\vec{p}_{i} + \boldsymbol{s}_{n}\vec{p}_{w}$$
(2.10)

$$\boldsymbol{t} = \boldsymbol{s}_{t} \boldsymbol{t}_{i} \tag{2.11}$$

em que  $s_n$  e  $s_i$  são os coeficientes de acomodação dos momentos normal e tangencial, respectivamente,  $\vec{p}_i$  é a pressão devido ao fluxo molecular incidente,  $\vec{p}_w$  é a pressão exercida pelas moléculas re-emitidas da superfície (considerando uma distribuição molecular maxwelliana) com temperatura igual à da superfície e  $\boldsymbol{t}_i$  é a força tangencial devido ao fluxo molecular incidente.

Os coeficientes da força aerodinâmica resultante e momento aerodinâmico são definidos como:

$$C_a = p/(qA) \tag{2.12}$$

$$C_M = M/(qA) \tag{2.13}$$

em que q é a pressão aerodinâmica e A a área de referência.

A força de arrasto é a componente da força aerodinâmica paralela ao fluxo. A força de sustentação é normal à força de arrasto. Portanto, a força de arrasto atmosférico sobre um satélite artificial está orientada na mesma direção da velocidade mas em sentido oposto. Normalmente, representamos a força de arrasto atmosférico em módulo da seguinte maneira:

$$D = 1/2 \mathbf{r} V_s^2 A C_D \tag{2.14}$$

em que r é densidade atmosférica,  $V_s$  é a velocidade do satélite em relação à atmosfera da Terra, A a área de referência e  $C_D$  um coeficiente sem dimensão chamado de coeficiente de arrasto.

# 2.3 - FATORES QUE AFETAM O ARRASTO AERODINÂMICO.

Os fatores que afetam diretamente o arrasto aerodinâmico são:

- a velocidade com que o objeto se desloca através do fluxo,
- a geometria do objeto,

• as características do fluxo, tais como, sua densidade, viscosidade e compressibilidade.

Como nos mostra a equação (2.6), o arrasto é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade  $V_s$ , que é a velocidade do satélite em relação a atmosfera da Terra. Podemos expressar esta velocidade em termos de n,que é a velocidade em relação ao centro da Terra, (King-Hele, 1964). A velocidade n do satélite em relação ao centro da Terra, nada mais é do que o vetor soma da velocidade do satélite em relação a atmosfera,  $\vec{V}_s$  e a velocidade da atmosfera  $V_A$ , em relação ao centro da Terra. A velocidade  $\vec{V}_A$  é assumida como sendo de Oeste para Leste.

Sendo assim:

$$\vec{V_s} = \vec{n} + \vec{V_A} \tag{2.15}$$

$$V_{s}^{2} = \boldsymbol{n}^{2} + V_{A}^{2} - 2\boldsymbol{n}V_{A}\cos\boldsymbol{g}$$
(2.16)

em que  $g \notin o$  ângulo entre  $V_A \in n$ . Se a atmosfera da Terra rotaciona com velocidade  $w_E$  em torno do eixo da Terra, temos que:

$$V_{A} = r \boldsymbol{W}_{E} \cos \boldsymbol{f} \tag{2.17}$$

em que  $r \acute{e}$  a distância com origem no centro da Terra e f latitude geocêntrica.

Aplicando trigonometria esférica no triângulo SNL da Figura (2.2), temos que:

$$\cos g' \cos f = \cos i \tag{2.18}$$

em que  $\mathbf{g}^{,}$  é o ângulo entre  $\vec{V}_A$  e a componente horizontal  $\mathbf{n}_H$  de  $\mathbf{n}$ .



FIGURA 2.2 Figura mostrando  $\mathbf{g}'$  e  $\mathbf{f}$  (King-Hele, 1964).

De (2.17) e (2.18) podemos escrever que:

$$V_{A} \cos g = r w \cos i \{ 1 + o (0,01) \}$$
(2.19)

que, substituindo em (2.16) nos dá:

$$V_{s}^{2} = \mathbf{n}^{2} \left\{ 1 - \frac{r \mathbf{w}_{E}}{v} \cos i \left[ 1 + o(0,01) \right] \right\}^{2} + r^{2} \mathbf{w}_{E}^{2} \left( \cos^{2} \mathbf{f} - \cos^{2} i \right)$$
(2.20)

como  $r^2 \mathbf{w}_E^2 < 0,005 V_s^2$ , para  $\mathbf{w}_E$  da mesma ordem da velocidade angular da Terra, pode ser deprezado e o termo  $\frac{r \mathbf{w}_E}{v}$ .

Podemos escrever  $\frac{r}{v}$  como  $\frac{r_{po}}{v_{po}}$ , válida para órbitas quase circulares, em que *po* indica os valores iniciais no perigeu, uma vez que as forças aerodinâmicas não são desprezíveis em altitudes próximo do perigeo. Finalmente, como a inclinação *i* varia muito pouco durante o tempo de vida do satélite, podemos substituí-la pelo valor inicial *i*<sub>o</sub>.

Sendo assim, a equação (2.20) pode ser reescrita como:

$$V_{s} \cong \boldsymbol{n} \left( 1 - \frac{r_{po} \boldsymbol{W}_{E}}{\boldsymbol{v}_{po}} \cos i_{o} \right)$$
(2.21)

então, podemos escrever a força de arrasto resultante como:

$$D = \frac{1}{2} \mathbf{r} V_s^2 F A C_D \tag{2.22}$$

que atua paralela a  $\vec{V}_s$ , onde, de (2.21) e (2.6) temos que:

$$F = \left(1 - \frac{r_{po} \mathbf{W}_E}{v_{po}} \cos i_o\right)^2$$
(2.23)

e representa o efeito da rotação atmosférica sobre o arrasto, sendo que seu valor está entre 0,9 e 1,1; o que indica que o efeito da rotação atmosférica sobre o arrasto é pequena mas não desprezível.

Outro fator que afeta o arrasto aerodinâmico é a forma geométrica do corpo que se desloca através do fluxo. Como o valor do arrasto é diretamente proporcional ao coeficiente de arrasto  $C_D$ , podemos verificar o efeito da forma geométrica sobre o arrasto, comparando os valores de  $C_D$  entre quaisquer dois objetos, com o mesmo valor de área de referência.

Se a força gravitacional fosse a única a atuar num satélite artificial, o mesmo continuaria em sua órbita para sempre. Mas, o satélite está imerso num meio que, apesar de ter um alto índice de rarefação, há a presença de moléculas que ao se chocarem com o satélite vão fazendo com que o mesmo saia de sua órbita e reentrando na atmosfera. Este desvio acontece principalmente em sua passagem pelo perigeo onde a influência da atmosfera é maior.

Para satélites com órbita abaixo de 700 km, a densidade atmosférica decresce exponencialmente com a altura, numa altura de escala H entre 30 km e 50 km. Matematicamente, isto é representado pela seguinte equação:

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 e^{-\boldsymbol{\gamma}_H} \tag{2.24}$$

em que r é a densidade da atmosfera,  $r_0$  é a densidade em uma altura de referência, usualmente utiliza-se a altura do perigeu, z a altura considerada para a medida da densidade e H a altura de escala.

O efeito da atmosfera sobre a dinâmica do satélite tem sido estudado por muitos autores (Dowd (1979), Badhwar (1996) e Chao, et.al. (1997)).

### 2.4 - COEFICIENTE DE ARRASTO AERODINÂMICO

Em astrodinâmica, o coeficiente de arrasto  $(C_p)$ , sem dimensão, é utilizado de duas maneiras diferentes, (Moe *et al* 1996):

- Como parâmetro de ajuste, fazendo com que modelos termosféricos fiquem de acordo com o decaimento orbital do satélite observado, (Chao *et al.*, 1997).
- (2) Como uma quantidade física que define a componente de arrasto da força de interação entre as moléculas da atmosfera e o satélite, (Moe *et al.*, 1996).

Para calcular o  $C_{D}$  num fluxo de moléculas livres, aplicado ao caso de um satélite artificial, assume-se que o fluxo de moléculas que passam pelo satélite tem uma distribuição maxwelliana e sua velocidade térmica é considerada constante; que as moléculas que se chocam com o satélite são temporariamente retidas e então re-emitidas e que colisões entre as moléculas incidentes e as moléculas re-emitidas são desprezíveis.

As moléculas que se chocam não são re-emitidas especularmente, como se a superfície do satélite fosse um espelho, mas a re-emissão dáse de maneira difusa e é assumida que elas obedecem a lei do cosseno de Knudsen que diz que o número de moléculas re-emitidas na direção compreendida entre q = q + dq com relação à normal da superfície, é proporcional a cosq dq.

A magnitude da velocidade das moléculas, considerada como tendo uma distribuição maxwelliana, é determinada pela "temperatura de reemissão". Usualmente, é assumido que a temperatura das moléculas reemitidas,  $T_r$ , é a mesma temperatura da superfície do satélite,  $T_w$ . Desta maneira, relacionando a temperatura das moléculas incidentes,  $T_i$ , com a temperatura das moléculas re-emitidas,  $T_r$ , temos um coeficiente chamado de coeficiente de acomodação,  $\boldsymbol{a}$ , que nos dá a quantidade de energia transferida entre as moléculas de gás e a superfície do satélite. O coeficiente de acomodação,  $\boldsymbol{a}$ , é definido pela seguinte equação:

$$\boldsymbol{a} = \frac{T_i - T_r}{T_i - T_w} \tag{2.25}$$

em que  $T_i$  é a temperatura da molécula incidente,  $T_r$  a temperatura da molécula re-emitida e  $T_w$  a temperatura da superfície do satélite.

Outro fator que influência no valor do  $C_D$  é o ângulo que a área de referência do satélite faz em relação ao fluxo de moléculas quando se desloca através dele, conhecido como ângulo de ataque.

Portanto, o cálculo do  $C_{_D}$  tem sido muito difícil de ser modelado analíticamente, devido a depender de muitos fatores; o que se faz é um estudo numérico para uma determinada modelagem. Usualmente, para efeitos práticos adota-se o valor de  $C_{_D}$  como sendo de 2.2 (Cook, 1965, Tan & Badwar, 1997).

## 2.5 - O EFEITO DO ARRASTO ATMOSFÉRICO SOBRE UM SATÉLITE ARTIFICIAL

Se a força que atua em um satélite em órbita da Terra fosse apenas a força gravitacional, o mesmo continuaria em sua órbita indefinidamente.

Mas, para satélites que orbitam na atmosfera terrestre, aparecem forças que atuam no satélite fazendo com que haja dissipação de energia de sua órbita e com isso mudando a sua órbita original fazendo com que a órbita comece a circularizar e posteriormente espiralar em direção à Terra. Esta força, conhecida como força de arrasto, foi deduzida na seção (2.1) e está representada pela equação (2.14).

O atrito do satélite com a atmosfera, por ser uma força não conservativa, faz com que a cada volta do satélite haja perda de energia, que é maior quando da passagem do satélite pelo perigeu. De fato, no perigeu, que é o ponto da órbita mais próximo da superfície da Terra, a densidade atmosférica é maior, fazendo com que ocorra uma dissipação maior de energia.

O que é esperado acontecer, é que este efeito atue na variação do semi-eixo maior e na excentricidade da órbita, fazendo com que a mesma se circularize. Uma representação deste efeito pode ser visto na Figura 2.3.



FIGURA 2.3 Efeito da ação do arrasto atmosférico na órbita de um satélite. FONTE: (Sellers, 1996)

Analiticamente (Roy 1994), temos que a força de arrasto por unidade de massa é dada por:

$$D = \frac{1}{2m_s} C_D A \mathbf{r} V^2$$
 (2.26)

onde  $m_s$  é a massa do satélite.

Utilizando a equação (2.26) como função perturbadora nas equações de Lagrange e usando a relação de órbita elíptica dada por, (Roy, 1994):

$$\cos E = \frac{\cos f + e}{1 + e \cos f} \tag{2.27}$$

onde E é a anomalia excentrica e f a anomalia verdadeira, podemos escrever as equações dos elementos orbitais como:

$$\frac{da}{dt} = -\left(\frac{A}{m_s}\right) \frac{C_D \mathbf{r} V_s^2}{n(1-e^2)^{1/2}} \left(1+e^2+2e\cos f\right)^{1/2}$$
(2.28)

$$\frac{de}{dt} = -\left(\frac{A}{m_s}\right) \frac{C_D \mathbf{r} V_s^2 (1-e^2)^{1/2}}{na} \frac{\cos f + e}{(1+e^2 + 2e\cos f)^{1/2}}$$
(2.29)

$$\frac{di}{dt} = 0 \tag{2.30}$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = 0 \tag{2.31}$$

$$\frac{d\mathbf{w}}{dt} = -\left(\frac{A}{m_s}\right) \frac{C_D \mathbf{r} V_s^2 (1-e^2)^{1/2}}{n a e} \frac{\sin f}{(1+e^2+2e\cos f)^{1/2}}$$
(2.32)

$$\frac{d\mathbf{e}}{dt} = -\left(\frac{A}{m_s}\right) \frac{C_D \mathbf{r} V_s^2}{na} \frac{e(1-e^2)\sin f}{(1+e^2+2e\cos f)^{1/2}} \times \left\{\frac{1}{1-e^2+\sqrt{1-e^2}} - \frac{1}{1+e\cos f}\right\}$$
(2.33)

em que *n* é o movimento médio, *a*, *e*, *i*, *w*,  $\Omega$  e M são os elementos keplerianos e *e*, longitude na época é definido por:  $M = nt + e - (w + \Omega).$  Observando as equações (2.30) e (2.31), vemos que nem a inclinação da órbita nem a longitude do nodo ascendente são afetados pelo efeito do arrasto.

Por outro lado, o lado direito das equações (2.28), (2.29), (2.32) e (2.33) possuem um fator,  $A/m_s$ , razão área/massa que é diferente de zero, mostrando que uma alta razão área/massa produz um alto efeito do arrasto.

## Capítulo 3

# MODELOS DE INTERAÇÃO MOLÉCULA - SUPERFÍCIE

## 3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentaremos o modelo de Schamberg (1959) que foi desenvolvido na década de 50 para descrever a interação de um satélite com a alta atmosfera. Este modelo aplica-se a um ambiente onde é considerado existir um fluxo de moléculas livres, isto é, os efeitos sobre o satélite podem ser obtidos considerando apenas a interação individual de cada molécula com a superfície do satélite.

Mostraremos também o modelo de interação molécula superfície de Stalder e Zurick (1951) que apresenta estudos analíticos de corpos com diferentes formas em um fluxo molecular livre, assumindo que as moléculas do gás tem uma distribuição molecular maxwelliana e sua velocidade térmica é maior que a velocidade do fluxo.

E apresentaremos também algumas equações para o cálculo do coeficiente de arrasto, utilizando os modelos de Schamberg e Stalder & Zurick encontradas na literatura.

#### **3.2 MODELO DE SCHAMBERG**

Schamberg (1959) desenvolveu seu modelo para descrever a interação entre a superfície do satélite artificial e as moléculas da alta atmosfera da Terra.

Como a dimensão do satélite é muito reduzida em relação ao caminho médio livre, o choque entre as moléculas incidentes e aquelas reemitidas pela superfície ou entre as moléculas na atmosfera, é praticamente inexistente. Sendo assim, podemos considerar o fluxo de moléculas como um "fluxo molecular livre" e estudar a interação molécula-superfície como o choque de cada molécula com a superfície do satélite.

O modelo de interação gás-superfície de Schamberg (1959) foi elaborado de tal maneira que o ângulo de reflexão está relacionado com o ângulo de incidência, com a velocidade das moléculas refletidas e com a largura angular do feixe refletido. Como é mostrado na Figura 3.1, as moléculas incidentes são descritas pela velocidade uniforme  $V_i$  e pelo ângulo  $q_i$  em relação a superfície.



FIGURA 3.1- Esquema do modelo de Schamberg.

Quanto as moléculas reemitidas pela superfície, admite-se que deixam a superfície com velocidade  $\vec{V'_r}$  em um feixe cônico que tem a metade da largura angular  $f_0$ .

A distribuição de moléculas no feixe refletido é tida como sendo simétrica em relação ao eixo do feixe, eixo este que faz um ângulo  $q_r$ com a superfície. O número de moléculas reemitidas por unidade de tempo é proporcional a  $\cos[(\mathbf{f}/\mathbf{f}_0) \times (\mathbf{p}/2)]$ em que  $\mathbf{f}$  é o ângulo entre o vetor velocidade de reflexão e o eixo do feixe, (Imbro & Moe, 1975).

Schamberg, por conveniência matemática, escolheu a seguinte lei da reflexão:

$$\cos \boldsymbol{q}_r = \cos^n \boldsymbol{q}_i \quad , \boldsymbol{n} \ge 1 \tag{3.1}$$

onde  $q_i$  é o ângulo de incidência e  $q_r$  é o ângulo entre o eixo do feixe e a superfície. Nos casos limites de reflexão temos para n = 1, reflexão especular e para  $n = \infty$ , reflexão difusa.

Apesar da aparência artificial desta lei da reflexão, a mesma tem sido adequada para descrever observações realizadas em laboratório desde 1960.

#### **3.3 MODELO DE STALDER E ZURICK**

Assumindo uma distribuição maxwelliana de velocidade térmica das moléculas (Present, 1958) e que colisões entre moléculas incidentes e reemitidas podem ser desprezadas, Stalder & Zurick (1951) sugeriram em seu trabalho algumas fórmulas analíticas para o cálculo do coeficiente aerodinâmico de corpos com os seguintes formatos: placa plana, cilindro, esfera e cone. Os cálculos foram realizados usando valores da razão da velocidade molecular e a razão entre a velocidade do fluxo.

Para a forma cônica, o coeficiente aerodinâmico foi calculado para ângulos de ataque na faixa de  $0^{\circ}$  a  $60^{\circ}$  com o ângulo do semi-vértice do cone variando de 2,5° a  $30^{\circ}$ . Os cálculos são realizados para dois tipos de reflexão molecular: reflexão especular, onde o ângulo de reflexão das moléculas que deixam a superfície é determinado pelo ângulo com que as moléculas incidem na superfície e reflexão difusa, onde as moléculas deixam a superfície em diversas direções e tem uma distribuição maxwelliana de velocidades que depende da temperatura da superfície.

A suposição de que as colisões entre as moléculas incidentes e reemitidas podem ser desprezadas, leva-nos a dividir a força sobre um corpo em um fluxo molecular livre em duas partes: uma devido ao bombardeamento das moléculas incidentes e outra devido as moléculas reemitidas da superfície. Desta maneira, temos que o coeficiente de arrasto  $(C_D)$  pode ser calculado somando-se o coeficiente de arrasto devido as moléculas incidentes e o coeficiente de arrasto devido as moléculas reemitidas pela superfície, dando:

$$C_{D} = C_{D_{i}} + C_{D_{r}}$$
(3.2)

Os resultados de Stalder e Zurick para o cálculo dos coeficientes de arrasto para corpos de diferentes formas foram:

#### **Placa Plana**

Utilizando a geometria apresentada na Figura 3.2 o coeficiente de arrasto total para uma placa plana com reflexão difusa é:

$$C_{D} = \frac{2}{\sqrt{\boldsymbol{p}} s} \exp\left(-s^{2} \sin^{2} \boldsymbol{a}\right) + 2 \sin \boldsymbol{a} \left(1 + \frac{1}{2s^{2}}\right) \exp\left(s \sin \boldsymbol{a}\right) + \frac{\sqrt{\boldsymbol{p}} \sin^{2} \boldsymbol{a}}{s_{r}}$$
(3.3)

e com reflexão especular, o coeficiente de arrasto total para uma placa plana é dado por:

$$C_{D_{s}} = \sin \boldsymbol{a} \left[ \frac{4}{\sqrt{\boldsymbol{p}} \ s} \sin \boldsymbol{a} \exp\left(-s^{2} \sin^{2} \boldsymbol{a}\right) + 4 \left( \sin^{2} \boldsymbol{a} + \frac{1}{2s^{2}} \right) \operatorname{erf}\left(s \sin \boldsymbol{a}\right) \right]$$
(3.4)

em que s é a razão de velocidades dada por  $s = V_s / V_m$ , em que  $V_s$  é a velocidade do satélite e  $V_m$  é a velocidade molecular mais provável dada por  $(2 R T/m)^{\frac{1}{2}}$  em que *R* é a constante dos gases, *T* é a temperatura da atmosfera e m a massa molecular,  $s_r$  é a razão de velocidade de reemissão difusa dada por  $s_r = V_s/V_r$ , em que  $V_r$  é a velocidade de reemissão mais provável, a é o ângulo de ataque do satélite em relação ao erf(s sin a)função fluxo e é a erro definida como  $erf(x) = 2p^{-1/2} \int_{0}^{x} \exp(-t^{2}) dt$ .



FIGURA 3.2 - Sistema de coordenadas utilizado para análise da placa plana em que q é o ângulo de ataque do elemento dA da superfície do satélite.

#### Cilindro

Baseado na área área projetada de um cilindro apresentada na Figura 3.3 e utilizando o elemento de área dado pela equação dA = L R dq, Stalder e Zurique calcularam o coeficiente de arrasto para reflexão molecular difusa como sendo:

$$C_{D} = \frac{\sqrt{p}}{s} \exp\left(-\frac{s^{2}}{2}\right) \left\{ I_{0}\left(\frac{s^{2}}{2}\right) + \frac{(1+2s^{2})}{2} \left[ I_{0}\left(\frac{s^{2}}{2}\right) + I_{1}\left(\frac{s^{2}}{2}\right) \right] \right\} + \frac{p^{3/2}}{4s_{r}}$$
(3.5)

e para o caso da reflexão especular, temos que o coeficiente de arrasto é dado por:

$$C_{D_{s}} = \frac{2\sqrt{p}}{3s} \exp\left(-\frac{s^{2}}{2}\right) \left[ \left(3+2s^{2}\right)I_{0}\left(\frac{s^{2}}{2}\right) + \left(1+2s^{2}\right)I_{1}\left(\frac{s^{2}}{2}\right) \right]$$
(3.6)

em que  $I_0$  é a função modificada de Bessel de primeira classe e ordem zero e  $I_1$  é a função modificada de Bessel de primeira classe e primeira ordem.



FIGURA 3.3 - Elemento de área para o cilindro.

#### Esfera

Para corpos de forma esférica, Stalder & Zurick (1951), utilizando o elemento de área apresentado na Figura 3.4 como sendo  $dA = 2 p R^2 \cos q dq$ , calcularam o coeficiente de arrasto para reflexão difusa como sendo:

$$C_{D} = \frac{2 \exp(-s^{2})}{\sqrt{p} s} \left(1 + \frac{1}{2 s^{2}}\right) + 2 \left(1 + \frac{1}{s^{2}} - \frac{1}{4 s^{4}}\right) erf(s) + \frac{2 \sqrt{p}}{3 s_{r}}$$
(3.7)

e o coeficiente de arrasto para reflexão especular referente a área projetada frontal da esfera é dado por:

$$C_{D_s} = \frac{2 s^2 + 1}{\sqrt{p} s^3} \exp\left(-s^2\right) + \left(\frac{4 s^4 + 4 s^2 - 1}{2 s^4}\right) erf(s)$$
(3.8)



FIGURA 3.4 - Elemento de área para a esfera.

#### Cone

Stalder e Zurich estudaram o corpo de forma cônica para os seguintes casos:

- a) Com o ângulo de ataque menor ou igual ao ângulo do semivértice do cone.
- b) Com o ângulo de ataque maior do que o ângulo do semivértice do cone.



FIGURA 3.5 - O elemento de área é dado por:  $dA = \frac{\tan d}{\cos d} \frac{L^2}{2} df$ 

# a) Ângulo de ataque menor ou igual ao ângulo do semivértice do cone.

Quando um corpo de forma cônica se desloca de maneira que o ângulo de ataque seja menor ou igual ao ângulo de seu semivértice, toda área da superfície fica exposta à velocidade do fluxo e o momento total é calculado por uma simples integral.

O coeficiente aerodinâmico devido às moléculas incidentes, referentes à área da base do cone é dado por:

$$C_{Di} = \frac{s \exp\left(-s^2 sin^2 d\right) + \sqrt{p} sind\left(s^2 + \frac{1}{2}\right) [1 + erf(s sind)]}{\sqrt{p} s^2 sind}$$
(3.9)

em que d ângulo do semi-vértice do cone.

#### b) Ângulo de ataque maior do que o ângulo do semivértice do cone.

Neste caso, parte da superfície é coberta pelo fluxo principal. Esta área é demarcada pelas linhas do cone e nesta fronteira o fluxo é tangente a superfície do cone, isto é, a componente da velocidade na direção normal da superfície é zero.



FIGURA 3.6 - Área da superfície coberta pelo fluxo.

O coeficiente de arrasto total devido a reflexões especulares é dado por:

$$C_{Ds} = \frac{2}{p^{3/2} s^{2} sind} \int_{0}^{j_{1}} l_{xd} \left\{ bU_{x} \exp\left(-b^{2}U_{x^{2}}\right) - \sqrt{p} \left[1 - erf\left(bU_{x}\right)\right] \left(b^{2}U_{x^{2}} + \frac{1}{2}\right) \right\} dj + \int_{j_{1}}^{p} l_{xd} \left\{ bU_{x} \exp\left(-b^{2}U_{x}^{2}\right) + \sqrt{p} \left[1 + erf\left(bU_{x}\right)\right] \left(b^{2}U_{x}^{2} + \frac{1}{2}\right) \right\} dj$$

$$(3.10)$$

em que  $l_{xd}$  são cossenos diretores na direção do arrasto, sem dimensão,  $U_x$  é a componente da velocidade do fluxo na direção x e **b** o recíproco da velocidade molecular mais provável,  $\frac{1}{V_m}$ .

# 3.4 - APLICAÇÕES DO MODELO DE SCHAMBERG PARA O CÁLCULO DE $C_D$ ENCONTRADOS NA LITERATURA.

O coeficiente de arrasto de satélites num fluxo hipertérmico de moléculas livres, estudado por Schamberg (1959), é mostrado na Tabela 3.1.

# TABELA 3.1 - Equações para o cálculo do Coeficiente deArrasto. Adaptada de Cook (1965).

Coeficiente de Arrasto Baseado na área projetada na direção perpendicular à direção do movimento		
Forma	Re-emissão Difusa	Reflexão especular
Placa Plana Fluxo normal	$2\left(1+\frac{2}{3}r_{v}\right)$	$2(1+r_v)$
Placa plana com ângulo de incidência <b>q</b>	$2\left(1+\frac{2}{3}r_{\nu}\sin\boldsymbol{q}\right)$	$2\left(1-r_{v}\cos 2\boldsymbol{q}\right)$
Esfera	$2\left(1+\frac{4}{9}r_{v}\right)$	2
Cilindro perpendicular ao fluxo	$2\left(1+\frac{\boldsymbol{p}}{6}r_{v}\right)$	$2\left(1+\frac{1}{3}r_{v}\right)$
Cone com ângulo de semi-vértice y com vértice frontal e paralelo ao fluxo	$2\left(1+\frac{2}{3}r_{v}\sin y\right)$	$2\left(1-r_{v}\cos 2\mathbf{y}\right)$

Em que  $r_v \acute{e}$  a razão entre a velocidade das moléculas re-emitidas  $v_r$  e as moléculas incidentes  $v_i$ .

Para satélites cilíndricos que giram sobre si mesmo, o modelo de Schamberg (1959) mostra que o coeficiente de arrasto para re-emissão difusa é dado por (Cook, 1965):

$$C_{D} = 2 \left\{ 1 + \frac{\mathbf{p}^{2} (l+d)}{6 (4 l + \mathbf{p} d)} r \right\}$$
(3.11)

em que, l é o comprimento do cilindro e d seu diâmetro. A área de referência, que é a área projetada média perpendicular a direção do movimento é dado por :

$$S = \frac{2}{p} \left( l \, d + \frac{p \, d^2}{4} \right) \tag{3.12}$$

Utilizando o modelo de Schamberg (1959), Moe & Tsang (1973) calcularam o Coeficiente de Arrasto para forma cilíndrica e cônica.

Baseando-se nas figuras geométricas do cilindro e do cone dadas na Figura 3.7 e 3.8, Moe & Tsang (1973) calcularam o coeficiente de arrasto como sendo:

$$C_{D} = 2 \left\{ 1 - \frac{v_{r}}{v_{i}} \Phi_{(\mathbf{f}_{0})} \frac{\int sin \mathbf{q}_{i} \cos(\mathbf{q}_{i} + \mathbf{q}_{r}) dA}{\int sin \mathbf{q}_{i} dA} \right\}$$
(3.13)

em que
$$-\frac{\int sin\boldsymbol{q}_{i} \cos(\boldsymbol{q}_{i} + \boldsymbol{q}_{r}) dA}{\int sin\boldsymbol{q}_{i} dA} = f(\boldsymbol{n}, forma)$$
(3.14)

é função da forma do corpo, cone ou cilindro e da reflexão das moléculas incidentes, se especular ou difusa, n = 1 e  $n = \infty$  respectivamente.

Da Figura 3.7, temos que  $sinq_i = cos a_0 cos b$  em que b é o ângulo azimutal no plano xz medido a partir do eixo x.

Substituindo o valor de  $sinq_i$  na equação (3.14) nos dá:

$$f(\mathbf{n}, forma) = -\int_{0}^{\mathbf{p}_{2}} \cos \mathbf{b} \cos(\mathbf{q}_{i} + \mathbf{q}_{r}) d\mathbf{b}$$
(3.15)

em que,

$$\cos(\boldsymbol{q}_i + \boldsymbol{q}_r) = \sin^{n+1}\boldsymbol{a} - (1 - \sin^{2n}\boldsymbol{a})^{\frac{1}{2}} \cos \boldsymbol{a}$$
(3.16)

e  $sina = (1 - \cos^2 a_0 \cos^2 b)^{1/2}$ .

Para o cone temos que:

$$f(\mathbf{n}, forma) = -\int_{0}^{\mathbf{b}_{m}} \cos \mathbf{a} \cos(\mathbf{q}_{i} + \mathbf{q}_{r}) d\mathbf{b} / \int_{0}^{\mathbf{b}_{m}} \cos \mathbf{a} d\mathbf{b}$$
(3.17)

em que,  $\boldsymbol{b}_m = \boldsymbol{p}$  se  $\boldsymbol{q}_0 \leq \boldsymbol{y}$  e  $\boldsymbol{b}_m = \cos^{-1} \left[ -\tan \boldsymbol{y} / \tan \boldsymbol{q}_0 \right]$  se  $\boldsymbol{q}_0 \geq \boldsymbol{y}$ .



FIGURA 3.7 - Geometria Cilindrica utilizada nos cálculos de Moe e Tsang, (Moe & Tsang, 1973).



FIGURA 3.8 - Geometria Cônica utilizada nos cálculos de Moe e Tsang, (Moe & Tsang, 1973).

## 3.5 - APLICAÇÕES DO MODELO DE STALDER E ZURICK PARA O CÁLCULO DE C<sub>d</sub> ENCONTRADOS NA LITERATURA.

Utilizando a teoria de Stalder & Zurick (1951), Carrara apresenta um método, (Carrara, 1980), para calcular o coeficiente de arrasto e forças aerodinâmicas atuantes num satélite artificial.

Neste trabalho o coeficiente de arrasto é uma função da razão de velocidades, como mostra a equação (3.18).

$$C_{D} = \frac{1}{A} \int G(s) \, dA \tag{3.18}$$

em que A é uma área de referência da superfície do satélite e G(s) é uma função da razão das velocidades, dos coeficientes de acomodação e da relação entre a temperatura da atmosfera e a da superfície do satélite.

Seus resultados são aplicados para uma hipotético satélite brasileiro cuja configuração é mostrada na Figura 3.9 e analisados numéricamente através de uma rotina chamada DRAG.



FIGURA 3.9 - Modelo de um hipotético satélite brasileiro utilizado por Carrara (1980) para teste da rotina DRAG.

Dando sequência ao seu trabalho, Carrara (1982) apresenta um trabalho em que estuda a modelagem de forças e torques atuantes num satélite artificial. Em seu trabalho, Carrara (1982) faz um estudo das principais teorias encontradas na literatura, onde é levado em consideração as forças e torques aerodinâmicos, forças de radiação, torque devido ao gradiente de gravidade e forças e torques magnéticos devido ao potencial de Coulomb e correntes de Foucault.

Seus resultados analíticos são integrados numéricamente e aplicados num hipotético satélite brasileiro semelhante ao apresentado na Figura 3.9 e o coeficiente de arrasto é calculado em função da razão das velocidades, do coeficiente de acomodação e em função dos ângulos  $\boldsymbol{a}_A$  e  $\boldsymbol{b}_A$  que são os ângulos de ataque e de guinada, respectivamente, como pode ser visto na Figura 3.10.



FIGURA 3.10 - Ângulos de ataque e de guinada considerados por Carrara (1982) em seu estudo analítico de forças e torques aerodinâmicos.

Utilizando as equações (3.19) e (3.20), Venkataraman & Rao (1981) propõem um método para o cálculo do tempo de vida de satélites artificiais. Em seu trabalho, Venkataraman & Rao (1981) utilizam para o cálculo do coeficiente de arrasto a equação apresentada por Schaaf (1961) para satélites esféricos e levam em consideração a rotação atmosférica no cálculo da velocidade relativa, como mostra a equação (3.23).

$$\Delta_{a} = -\frac{A}{m_{s}} F a^{2} \int_{0}^{2p} \mathbf{r} C_{D} \frac{(1 + e \cos E)^{3/2}}{(1 - e \cos E)^{1/2}} dE$$
(3.19)

$$\Delta_{e} = -\frac{A}{m_{s}} F \left(1-e\right)^{2} \int_{0}^{2p} \mathbf{r} C_{D} \frac{\left(1+e\cos E\right)^{1/2}}{\left(1-e\cos E\right)^{1/2}} \cos E \quad dE$$
(3.20)

em que:  $F = \left(1 - \frac{r_p}{v_p} \mathbf{w}_E \cos i\right)^2$ , *A* é a área de referência, *m<sub>s</sub>* a massa do satélite, *e* a excentricidade, *r* a densidade atmosférica, *C<sub>p</sub>* o coeficiente de arrasto calculado pela equação (3.21),  $\mathbf{w}_E$  rotação da atmosfera, considerada simétricamente esférica e tendo a mesma velocidade de rotação ângular da Terra, *r<sub>p</sub>* posição do satélite no perigeu, *v<sub>p</sub>* velocidade do satélite no perigeu e *i* inclinação do plano orbital.

Para aplicações gerais podemos utilizar para o cálculo do coeficiente de arrasto, válida para satélites esféricos, a equação apresentada em Nelore & Kondapaly (1983), dada por:

$$C_{D} = \frac{(2 - \mathbf{s}^{'} + \mathbf{s})}{2s^{3}} \left[ \frac{4s^{4} + 2s^{2} - 1}{2s} erf(s) + \frac{(2s^{2} + 1)}{\sqrt{\mathbf{p}}} exp^{-s^{2}} \right] + \frac{2\mathbf{s}^{'}}{3s} \sqrt{\mathbf{p} T_{w}/Ti}$$
(3.21)

em que:  $\mathbf{s}$  e  $\mathbf{s}$  são os coeficientes de acomodação,  $T_w$  e  $T_i$  são as temperaturas da superfície do satélite e do gás incidente, respectivamente, erf(s) é a função erro dada por  $erf(x) = 2\mathbf{p}^{-1/2} \int_{0}^{x} \exp(-t^2) dt$  e s é a razão das velocidades dada pela seguinte equação:

$$s = \frac{V_s}{\sqrt{\frac{2RT}{m}}}$$
(3.22)

em que: R é a constante dos gases, T é a temperatura atmosférica, m é a massa molecular média e  $V_s$  é dado pela seguinte equação:

$$V_{s} = v \left( 1 - \frac{r_{p}}{v_{p}} \mathbf{w}_{E} \cos i \right)$$
(3.23)

em que, v é a velocidade do satélite em relação a um sistema inercial.

Seus cálculos são aplicados para os satélites : Sputnik-3, San-Marco 2, San-Marco 3 e Transit-1B utilizando um  $C_D = 2.0$  e  $C_D$  calculado pela equação (3.21) que demonstram estar de acordo com os resultados esperados.

## 3.6 - OUTRO MÉTODO PARA O CÁLCULO DO COEFICIENTE DE ARRASTO.

Supondo que a área de arrasto efetiva do satélite seja constituida de várias partes com superfície plana  $A_k$ , com diferentes inclinações em relação ao vetor velocidade e que além disso, estes ângulos definem os ângulos de incidência  $q_i$  das moléculas que se chocam com o satélite, Sehnal e Perrota (Sehnal & Perrota, 1993) propuseram um modelo para o cálculo do coeficiente de arrasto baseado em medidas de laboratório.

Considerando que num satélite de múltiplas faces o produto  $C_{A}A^{eff}$  seja considerado uma soma em toda superfície k, tendo diferentes áreas e coeficientes de arrasto, temos que, (Sehnal & Perrota, 1993):

$$C_D A^{eff} = \sum_k C_D^k A_k^{eff}$$
(3.24)

em que,  $A^{eff}$  é a área efetiva,  $A_k^{eff}$  é a área efetiva de toda superfície e  $C_D$  o coeficiente de arrasto, Sehnal & Perrota (1993) definem um coeficiente de arrasto médio dado por:

$$C_{D} = \frac{\sum_{k} C_{D}^{k} A_{k}^{eff}}{A^{eff}}$$
(3.25)

Considerando a lei de reflexão mostrada na Figura 3.1, as partículas incidentes  $q_i$  são refletidas formando um cone de largura  $f_r = 2f_0$  inclinado de um ângulo  $q_r$  com o plano da superfície, Sehnal & Perrota (1993) definem uma expressão para o coeficiente de arrasto para toda a superfície *k* como sendo dado por:

$$C_D^k = 2 \left[ 1 - \sqrt{1 - \overline{\boldsymbol{a}}} \ \boldsymbol{f}_r \cos(\boldsymbol{q}_i + \boldsymbol{q}_r) \right]$$
(3.26)

em que  $\overline{a}$  é o coeficiente de acomodação médio,  $f_r = \cos(0.535185 \ arcsin\overline{a}), \ \cos q_r = \cos^v q_i \ e \ v = \frac{1}{(1 - \overline{a})^2}.$ 

#### **Capítulo 4**

## CÁLCULO DO COEFICIENTE DE ARRASTO PARA OS SATÉLITES SCD1, SCD2 E CBERS1

#### 4.1 - INTRODUÇÃO

Apesar da extrema complexidade para calcular coeficientes de arrasto, devido aos inúmeros parâmetros envolvidos, podemos estimar seu valor para um determinado satélite, utilizando algumas equações apresentadas neste trabalho.

Resolvendo a equação (2.28) para o coeficiente de arrasto, podemos estimar um valor do  $C_{_D}$  para os satélites SCD1, SCD2 e CBERS1.

O valor da densidade atmosférica considerada nos cálculos é um valor aproximado dado pela tabela MSISE-90 (1998).

# 4.2 - DESENVOLVIMENTO ANALÍTICO PARA O CÁLCULO DO $C_D$ .

Resolvendo a equação (2.28) para  $C_D$  temos:

$$C_{\rm D} = \left(\frac{m_{\rm s}}{A}\right) \frac{n(1-e^2)^{1/2}}{\rho V_{\rm s}^2 (1+e^2+2e\cos f)^{1/2}} \frac{da}{dt}$$
(4.1)

em que,  $m_s \acute{e}$  a massa do satélite, A a área de referência, n o movimento médio, e a excentricidade da órbita,  $\mathbf{r}$  a densidade atmosférica,  $V_s$  a velocidade do satélite em relação à atmosfera e da/dt a taxa de variação do semi-eixo maior.

No cálculo da equação (4.1) devemos lembrar que a anomalia verdadeira f pode ser colocada em termos de múltiplos da anomalia média M (Brouwer & Clemence, 1961):

$$f = M + \left(2e - \frac{1}{4}e^3 + \dots\right) \operatorname{sen} M + \left(\frac{5}{4}e^2 \dots\right) \operatorname{sen} 2M + \left(\frac{13}{12}e^3 \dots\right) \operatorname{sen} 3M + \dots$$

$$(4.2)$$

e da mesma forma senos e cossenos de múltiplos da anamolia verdadeira, por exemplo:

$$\cos f = -e + \left(1 - \frac{9}{8}e^{2} + \dots\right)\cos M + \left(e - \frac{9}{3}e^{3} + \dots\right)\cos 2M + \left(\frac{9}{3}e^{2} - \dots\right)\cos 3M + \left(\frac{4}{3}e^{3} + \dots\right)\cos 4M + \dots$$
(4.3)

Para o cálculo da velocidade do satélite em relação à atmosfera utilizamos a equação (3.23), reescrita a seguir.

$$V_{s} = \boldsymbol{n} \left( 1 - \frac{r_{p} \boldsymbol{W}_{E}}{\boldsymbol{v}_{p}} \cos i \right)$$
(4.4)

em que *i* é a inclinação da órbita,  $\boldsymbol{w}_{E}$  a velocidade angular de rotação da atmosfera, considerada simétricamente esférica e tendo a mesma velocidade angular de rotação da Terra,  $r_{p}$  a posição do satélite no perigeu,  $v_{p}$  a velocidade do satélite no perigeu.

A velocidade do satélite no perigeu,  $v_p$  é dada pela seguinte equação:

$$v_{p} = \left(2 \, \mathbf{m} \left(\frac{1}{r_{p}} - \frac{1}{r_{p} + r_{a}}\right)\right)^{\frac{1}{2}}$$
(4.5)

em que  $r_p = a(1-e)$ ,  $r_a = a(1+e)$  e **m** = 3,986012×10<sup>5</sup> km<sup>3</sup>/s<sup>2</sup>.

Substituindo os dados dos satélites SCD1, SCD2 e CBERS1, apresentados na Tabela 4.1, na equação (4.1), calculamos os valores de  $C_{_D}$ , utilizando um programa elaborado com o software *Matemathica*®.

Os cálculos foram feitos considerando  $V_s$  no pericentro e para condições de densidade atmosférica sob alta atividade solar com densidades retiradas da tabela do MSISE-90 (1998) mas que poderão não ser as mesmas nos dias considerados.

TABELA 4.1 - Parâmetros órbitais dos satélites SCD1, SCD2 e CBERS1.

Fonte: Site do INPE (2001)

SCD1 - Parâmetros Orbitais	SCD2 - Parâmetros Orbitais
Época:28/08/2000 08:30:00 GMT	Época:29/08/2000 21:29:59 GMT
Semi-eixo maior = 7136121.96 m	Semi-eixo maior = 7136324.76 m
Excentricidade = 0.00449	Excentricidade = 0.00177
Inclinação = 24.969 graus	Inclinação = 24.998 graus
Anomalia média = 64.692 graus	Anomalia média = 333.654 graus
Movimento médio = 14.415 Rev/dia	Movimento médio = 14.415 Rev/dia
Altitude Perigeu = 725.921 [km]	Altitude Perigeu = 745.526 [km]
$da/dt = 3.0 \times 10^{-5} [m/s]$ (1)	$da/dt = 3.0 \times 10^{-5} [m/s]$ <sup>(1)</sup>
<b>Densidade</b> = $2.22 \times 10^{-12} [\text{kg/m}^3]^{(2)}$	<b>Densidade</b> = $2.22 \times 10^{-12} [\text{kg/m}^3]^{(2)}$
Massa = 115 [Kg]	Massa = 115 [Kg]
Area de referência = $0,7 [m^2]$ <sup>(3)</sup>	Area de referência = $0,7 [m^2]$ <sup>(3)</sup>
CBERS1 - Parâmetros Orbitais	
CBERS1 - Parâmetros Orbitais Época:29/08/2000 12:00:00 GMT	-
CBERS1 - Parâmetros Orbitais Época:29/08/2000 12:00:00 GMT Semi-eixo maior = 7149013.27 m	
CBERS1 - Parâmetros Orbitais Época:29/08/2000 12:00:00 GMT Semi-eixo maior = 7149013.27 m Inclinação = 98.523 graus	-
CBERS1 - Parâmetros Orbitais Época:29/08/2000 12:00:00 GMT Semi-eixo maior = 7149013.27 m Inclinação = 98.523 graus Excentricidade = 0.00013	
CBERS1 - Parâmetros Orbitais Época:29/08/2000 12:00:00 GMT Semi-eixo maior = 7149013.27 m Inclinação = 98.523 graus Excentricidade = 0.00013 Anomalia média = 167.453 graus	
CBERS1 - Parâmetros OrbitaisÉpoca:29/08/2000 12:00:00 GMTSemi-eixo maior = 7149013.27 mInclinação = 98.523 grausExcentricidade = 0.00013Anomalia média = 167.453 grausMovimento médio = 14.354 Rev/dia	
CBERS1 - Parâmetros OrbitaisÉpoca:29/08/2000 12:00:00 GMTSemi-eixo maior = 7149013.27 mInclinação = 98.523 grausExcentricidade = 0.00013Anomalia média = 167.453 grausMovimento médio = 14.354 Rev/diaAltitude Perigeu = 769.945 [km]	
CBERS1 - Parâmetros Orbitais         Época:29/08/2000 12:00:00 GMT         Semi-eixo maior = 7149013.27 m         Inclinação = 98.523 graus         Excentricidade = 0.00013         Anomalia média = 167.453 graus         Movimento médio = 14.354 Rev/dia         Altitude Perigeu = 769.945 [km]         da/dt = 3,0 x 10 <sup>-5</sup> [m/s]	
CBERS1 - Parâmetros Orbitais         Época:29/08/2000 12:00:00 GMT         Semi-eixo maior = 7149013.27 m         Inclinação = 98.523 graus         Excentricidade = 0.00013         Anomalia média = 167.453 graus         Movimento médio = 14.354 Rev/dia         Altitude Perigeu = 769.945 [km]         da/dt = 3,0 x 10 <sup>-5</sup> [m/s]         (1)         Densidade = 8.50x10 <sup>-13</sup> [kg/m <sup>3</sup> ]	
CBERS1 - Parâmetros Orbitais         Época:29/08/2000 12:00:00 GMT         Semi-eixo maior = 7149013.27 m         Inclinação = 98.523 graus         Excentricidade = 0.00013         Anomalia média = 167.453 graus         Movimento médio = 14.354 Rev/dia         Altitude Perigeu = 769.945 [km]         da/dt = 3,0 x 10 <sup>-5</sup> [m/s]         (1)         Densidade = 8.50x10 <sup>-13</sup> [kg/m <sup>3</sup> ]         (2)         Massa = 1450 [Kg]	

<sup>(1)</sup> valor estimado, considerando um decaimento muito lento.

<sup>(2)</sup> tabela do MSISE-90, alta atividade solar.

<sup>(3)</sup> valor estimado da área de referência.

#### 4.3 - RESULTADOS DO CÁLCULO DO COEFICIENTE DE ARRASTO

Apresentamos na Tabela 4.2 os resultados dos cálculos do  $C_D$  para os satélites SCD1, SCD2 e CBERS1. Na coluna quatro da Tabela 4.2 temos o valor do erro percentual dado em função da comparação entre o valor do  $C_D$  para os satélites SCD1 e SCD2, fornecidos pelo INPE (informação pessoal), e os valores obtidos através de cálculo, apresentados na coluna três da Tabela 4.2. O valor do  $C_D$  para o satélite CBERS1 não foi fornecido.

TABELA 4.2 - Resultado do valor do  $C_D$  para os satélites SCD1, SCD2 e CBERS1.

	Densidade		
Satélite	Atmosférica	$C_{_D}$	$C_{_{D}} = 2.7$
	<b>r</b> [kg/m <sup>3</sup> ]		Erro percentual
SCD1	2.22 x 10 <sup>-12</sup>	2.68	0.74 %
SCD2	$2.22 \times 10^{-12}$	2.69	0.37 %
CBERS1	8.5 x 10 <sup>-13</sup>	2.61	

Considerando os satélites SCD1 e SCD2 como cilindros cujas dimensões são: 1 metro de diâmetro e 1.25 metros de comprimento, incluindo as antenas e utilizando a equação (3.11) proposta por Schamberg, onde a razão das velocidades r é definida como:

 $r = \left\{ 1 + \boldsymbol{a} \left( \frac{T_w}{T_i} - 1 \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \text{ em que } \boldsymbol{a} \text{ \'e o coeficiente de acomodação,}$ 

calculamos, através de um programa elaborado no software *Matemathica*®, o valor do C<sub>D</sub>, assumindo  $T_w/T_i$  variando de 0 a 1 e  $T_w/T_i$  muito pequeno, fluxo hipertérmico.



FIGURA 4.1 - Cálculo do C<sub>D</sub> considerando os satélites SCD1 e SCD2 como cilindros, para uma relação  $T_w/T_i$  entre 0 e 1.



FIGURA 4.2 - Cálculo do C<sub>D</sub> considerando os satélites SCD1 e SCD2 como cilindros, para uma relação  $T_w/T_i$  muito pequena, fluxo de moléculas livres hipertérmico.

## 4.4 - CÁLCULO DO COEFICIENTE DE ARRASTO $C_D$ PARA OS SATÉLITES SCD1, SCD2 E CBERS1 EM FUNÇÃO DA RAZÃO DAS VELOCIDADES E COEFICIENTE DE ACOMODAÇÃO TÉRMICA.

Utilizando as equações (3.21), (3.22) e (3.23), válidas para satélites esféricos e fazendo  $\mathbf{s}^{T} = \mathbf{s} = 0.8$  e  $T_{w}/T_{i} = 1$ , calculamos, utilizando um programa elaborado com o software *Matemathica*®, o valor do C<sub>D</sub> para os satélites SCD1, SCD2 e CBERS1 como mostrado na Tabela 4.3 e nas Figuras 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8. Nas Figuras 4.3, 4.5 e 4.7 o valor da razão de velocidades *s* está entre 1 e 5 enquanto que nas Figuras 4.4, 4.6 e 4.8 o valor da razão de velocidades *s* está entre 5 e 20.

Na coluna quatro da Tabela 4.3 temos o valor do erro percentual dado em função da comparação entre o valor do  $C_{_D}$  para os satélites SCD1 e SCD2, enviado pelo INPE, e os valores obtidos através de cálculo, apresentados na coluna três da Tabela 4.3.

TABELA 4.3 - Valores encontrados de razão das velocidades, s e coeficiente de arrasto,  $C_D$  para os satélites SCD1, SCD2 e CBERS1.

	S	$C_{_D}$	$C_{_{D}} = 2.7$
			Erro percentual
SCD1	5.27	2.21	22.2 %
SCD2	5.21	2.22	21.6 %
CBERS1	5.74	2.19	



FIGURA 4.3- Valores de  $C_D$  para o satélite SCD1, em que s é a razão das velocidades 1 < s < 5, SIGMA é o coeficiente de acomodação e  $C_D$  o coeficiente de arrasto.



FIGURA 4.4 - Valores de C<sub>D</sub> para o satélite SCD1, em que s é a razão das velocidades 5 < s < 20, SIGMA é o coeficiente de acomodação e C<sub>D</sub> o coeficiente de arrasto.



FIGURA 4.5 - Valores de C<sub>D</sub> para o satélite SCD2, em que s é a razão das velocidades 1 < s < 5, SIGMA é o coeficiente de acomodação e C<sub>D</sub> o coeficiente de arrasto.



FIGURA 4.6 - Valores de C<sub>D</sub> para o satélite SCD2, em que s é a razão das velocidades 5 < s < 20, SIGMA é o coeficiente de acomodação e C<sub>D</sub> o coeficiente de arrasto.



FIGURA 4.7 - Valores de C<sub>D</sub> para o satélite CBERS1, em que s é a razão das velocidades 1 < s < 5, SIGMA é o coeficiente de acomodação e C<sub>D</sub> o coeficiente de arrasto.



FIGURA 4.8 - Valores de C<sub>D</sub> para o satélite CBERS1, em que s é a razão das velocidades 5 < s < 20, SIGMA é o coeficiente de acomodação e C<sub>D</sub> o coeficiente de arrasto.

Capítulo 5

## CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

#### 5.1 - CONCLUSÕES

O trabalho realizado compreendeu o estudo comparativo do cálculo do coeficiente de arrasto para satélites artificiais.

Como foi visto, o valor do coeficiente de arrasto é sensível a parâmetros (área de referência e mecânismos de reflexão) cujos valores podem sofrer grandes variações ao longo da órbita do satélite.

Foram utilizados nos cálculos os dados orbitais dos satélites SCD1, SCD2 e CBERS1 apresentados na Tabela 4.1. No caso da obtenção do  $C_{_D}$  a partir da taxa de variação do semi-eixo maior, os valores da densidade atmosférica utilizados nos cálculos foram estimados em torno do valor tabelado para a altitude do pericentro, podendo portanto, não ser os mesmos nos dias considerados.

Apesar das considerações feitas acima e aquelas apresentadas no capítulo 4 nas seções 4.2, 4.3 e 4.4, podemos concluir que:

• analisando a Tabela 4.2 vemos que os valores calculados do  $C_D$  para os satélites SCD1 e SCD2 estão bem de acordo com o valor esperado se compararmos com aqueles que nos foram enviados pelo INPE. Para o satélite CBERS1, encontramos um valor compatível com o usual,

• considerando os satélites SCD1 e SCD2 como cilindros, vemos pelas Figuras 4.1 e 4.2 que os valores do  $C_D$  em relação a a e a razão  $T_w/T_i$  estão de acordo com os esperados pela teoria,

• calculando o valor do  $C_p$  para os satélites SCD1, SCD2 e CBERS1 em função da razão da velocidade, utilizando as equações (3.21), (3.22) e (3.23), vemos que os valores obtidos, apresentados na Tabela 4.3, também estão dentro dos valores esperados pela teoria. Analisando as Figuras 4.3, 4.5 e 4.7, vemos que a variação mais significativa do valor do  $C_p$  ocorre para valores da razão de velocidade na faixa de 1 < s < 5, enquanto que nas Figuras 4.4, 4.6 e 4.8 o valor do  $C_p$  tende a 2.0, para valores da razão de velocidade na faixa de 5 < s < 20, como previsto pela teoria se analisarmos a equação (3.21).

Desta maneira, concluímos que apesar da extrema dificuldade em obtermos os valores precisos para os parâmetros envolvidos no cálculo do  $C_{_D}$ , podemos fazer considerações que não chegam a comprometer o cálculo do valor do  $C_{_D}$  em aplicações reais.

#### 5.2 - PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Nossas propostas para futuros trabalhos seriam:

• Utilizar fórmulas que forneçam valores de áreas de seção transversal •  $\frac{1}{1}$  de razões de temperatura  $\frac{T_w}{T_w}$ 

A, de coeficientes de acomodação  $\alpha$  e de razões de temperatura  $\frac{T_w}{T_c}$ 

mais próximos da realidade,

• obter com maior precisão as taxas de decaimento dos satélites e densidades, ambas utilizadas no cálculo de  $C_{D}$  a partir da taxa de decaimento,

• introduzir efeitos devidos a rotação da atmosfera,

• considerar vários satélites com diferentes geometrias orbitais,

• elaborar um fator de ajuste para o parâmetro de arrasto BSTAR dos elementos de dados orbitais Two-Line, para ser utilizado no cálculo do coeficiente de arrasto de satélites,

• fazer estudo aplicando as diferentes formas de calcular coeficiente de arrasto em equações para determinar o tempo de vida de satélites artificiais. Fazer análise comparativa dos valores encontrados e aplicar para o caso de satélites com tempos de vida já conhecidos,

• desenvolver teoria para obtenção de valores para coeficiente de sustentação de satélites artificiais.

#### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

BIRD, G. A. Definition of mean free path for real gases; Phys. Fluids, v. 26, n. 11, November 1983.

BIRD, G. A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows; *Oxford Science Publications*, Oxford Engineering Science Series, 1994.

BROUWER, D, CLEMENCE, G. M. Methods of Celestial Mechanics. New York: Academic Press, 1961.

BROUWER, D., HORI, G. I. Theoretical Evaluation of Atmospheric Drag effects in the Motion of an Artificial Satellite. Aston. J. 66, 193, 1961.

CARRARA, V. Estimação das forças aerodinamicas em satélites terrestres, aplicação a um satélite experimental; INPE-COM. 4/RPE, INPE-1944-RPE/262, Novembro 1980.

CARRARA, V. Modelagem das forças e torques atuantes em satélites; INPE-2454-TDL/094, Junho 1982.

CHAO, C. C., GUNNING, G. R., MOE, K. CHASTAIN, S. H., SETTECERRI, T. J. An evaluation of Jacchia 71 and MSIS 90 atmosphere models with NASA ODERACS decay data. The Journal of the Astronautical Sciences, v. 45, n. 2, p. 131-141, April-June 1997.

CHAPMAN, B. Glow Discharge Processes sputtering and plasma etching. John Wiley & Sons, 1980.

COOK, G. E. Drag Coefficients of Spherical Satellites. Annales de Géophysique, 1966.

COOK, G. E. Satellite Drag Coefficients. Planetary Space Science, v.13, p. 929-946, 1965.

COOK, G. E., KING-HELE, D., WALKER, D. M. The Contraction of Satellite Orbits under influence of air drag - Part II: With Oblate Atmosphere. Proc. of Royal Soc., 264, 88-121, 1961.

COOK, G. E., KING-HELE, D., WALKER, D. M. The Contraction of Satellite Orbits under influence of air drag - Part IV: With Scale height dependent on Attitude. Proc. Royal Soc. London 275, # A, 357, 1963.

FREDO, R. M., KAPLAN, M. H. Procedure for Obtaining Aerodynamic Properties of Spacecraft. Journal Spacecraft, v. 18, n. 4, July-August 1981. ECSS E-10-04 DRAFT 02 7-17 The Neutral Earth atmosphere. Disponível em: <a href="http://www.estec.esa.nl/wmwww/WMA/ecss/ch7">http://www.estec.esa.nl/wmwww/WMA/ecss/ch7</a>. Acesso em: 28 fev. 2001.

HERRERO, F. A. The Drag Coefficient of Cylidrical Spacecraft in orbit at altitudes greater than 150 km. NASA Technical Memorandum 85043, 1983.

HERRERO, F. A. The lateral Surface Drag Coefficient of Cylindrical Spacecraft in a rarefied finite temperature atmosphere. AIAA Journal, v. 23, n.6, 1984.

IMBRO, D. R., MOE, M. M.. On fundamental Problems in the Deduction of Atmosphere Densities from Satellite Drag. Journal of Geophysical Research, v. 80, n. 22, 1975.

JACCHIA, L. G. The Earth's Upper Atmosphere -I. Sky and Telescope, March 1975.

JACCHIA, L. G. The Earth's Upper Atmosphere -II. Sky and Telescope, April 1975.

JACCHIA, L. G. The Earth's Upper Atmosphere -III. Sky and Telescope, May 1975.

KING-HELE, D. Theory of satellite orbits in an atmosphere. Butterworths & Co. Ltd, 1964. MOE, K., MOE, M. M., WALLACE, S. D. Drag Coefficients of Spheres in free-molecular flow; SPACE FLIGHT MECHANICS MEETING, Session 4: Orbit Modeling, v. 93, Advances in the Astronautical Science, Space Flight Mechanics, 1996.

MOE, K., MOE, M. M., WALLACE, S. D.; Improved Satellite Drag Coefficient calculations from orbital measurements of energy accomodation. Journal of Spacecraft and Rockets, v. 35, n. 3, May-June 1998.

MOE, M. M., TSANG, L. C. Drag Coefficients for Cones and Cylinders According to Schamberg's Model. AIAA Jounal, Vol. 11, No. 3, 1973.

MOE, M. M., WALLACE, S. D. Refinements in determination satellite drag coefficients: Method for resolving density discrepancies; Journal of Guidance Control and Dynamics, v. 16, n. 3, May-June 1993.

NELORE, S. V., KONDAPALY, R. R. Prelauch Estimate of Near Earth Satellite Lifetimes - Application to a Proposed Brazillian Satellite. J. Astronaut. Sci, X X X I, #1, 151-160, January-March, 1983.

NOCILLA, S. Theoretical Determination of the Aerodynamic Forces on Satellites. Astronautica Acta, v.17, p. 245-258, 1972.

PARÂMETROS ORBITAIS DOS SATÉLITES SCD1, SCD2 E CBERS1. Disponível em: <a href="http://www.dem.inpe.br">http://www.dem.inpe.br</a>>. Acesso em 28. fev. 2001. PRESENT, R. D. Kinetic Thory of Gases. Mcgraw-Hill Book Company Inc. 1958.

ROY, A. E. Orbital Motion. Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia, 1991.

SCHAMBERG, R. A New Analytic Representation on Surface Interaction for Hiperthermal Free Molecule Flow. Rep. RM-2313, Rand Corp., 1959.

SEHNAL, L., VOKROUHLICKY, D. Model of non-gravitational perturbations for CESAR experiment with MACEK accelerometer. Adv. Space Res. v.16, n.12, p. (12) 3-(12) 13, 1995.

SEHNAL, L. Determination of Basic Constants of Satellite-Atmosphere interaction from the analysis of motion of 1974-70A. Adv. Space Res., v. 3, n. 1, p. 91-94, 1983.

SEHNAL, L. Determination of Satellite Drag Coefficient from the orbital analysis of the ANS Satellite (1974-70 A). Bull. Astron. Inst. Czechosl., v. 33, n. 4, 1982.

SEHNAL, L. Dynamics of a near-earth artificial satellite. Dynamics and astrometry of natural and artificial celestial bodies. Proceedings of the Conference on Astrometry and Celestial Mechanics held in Poznan, Poland, September 13-17, 1994.

SEHNAL, L. Theory of the motion of na artificial satellite in the Earth atmosphere. Adv. Space Res., v. 10, n. 3-4, pp. (3)297-(3)301, 1990.

SEHNAL, L. Upper Atmosphere Density from the motion of the ANS Satellite. Bull. Astron. Inst. Czechosl., v 34, n.1, p. 54-60, 1983.

SEHNAL, L., PERROTTA, G. Precise treatment of the drag effects for the low-earth orbiting satellites. 44th Congress of the international astronautical federation. October 16-22, 1993. Graz, Austria.

SENTMAN, L. H. Comparison of the Exact and Approximate Methods for Predicting Free Molecule Aerodynamic Coefficients. ARS Journal, November 1961.

SENTMAN, L. H. Drag Coefficients for Tumbling Satellites. Journal Spacecraft, v. 4, n.9, September 1967.

STALDER, J. R., ZURICK, V. J. Theoretical Aerodynamic Characteristics of Bodies in a Free-Molecule Flow Field. National Advisory Committee for Aeronautics, Techical Note 2423, 1951.

STUHLINGER, E., MESMER, G. Space Science and Engineering. Mcgraw-Hill Series in Missile and Space Techonoly, 1965.

TAN, A., BADHWAR, G. D. Detecting the dynamical state of the atmosphere from the orbital decay of the ODERACS spheres. Journal of Atmospheric and Solar Terrestrial Physics, v. 59, n. 4, p. 431-437, 1997.

TAPLEY, B. D., DOWD, D. L.; Density models for the upper atmosphere. Celestial Mechanics, v. 20, p. 271-295, 1979.

VENKATARAMAN, N. S., RAO, K. R. Prelaunch Estimates of Near Earth Satellite Lifetimes - Application to a Proposed Brazilian Satellite; The Journal of the Astronautical Sciences, v. XXXI, n. 1, p. 151-160, January-March 1983.

VILHENA DE MORAES, R. Fundamentos de Astronáutica curso de AST-70. Centro Tecnológico Aeroespacial, Intituto Tecnológico de Aeronáutica, Departamento de Aeronáutica, 1985.

VILHENA DE MORAES, R. Non-Gravitaional disturbing forces. Adv. Space Res., v. 14, n. 5, p. (5)45-(5)68, 1994.

VINH, N. X. Optimal trajetories in atmospheric flight. Amsterdan: Elsevier, 1981. 402 p.