

**JOSÉ ELIAS TOMAZINI**

**O MÉTODO DE KANE APLICADO A UM MODELO DE CORPO HUMANO  
PARA OBTENÇÃO DA PRESSÃO INTRADISCAL NA COLUNA LOMBAR**

Tese apresentada ao Departamento de Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos do concurso público para obtenção do título de Livre-Docente na disciplina Resistência dos Materiais.

**Guaratinguetá  
2009**

Tomazini, José Elias  
T655m O Método de Kane aplicado a um modelo de corpo humano para  
obtenção da pressão intradiscal na coluna lombar. / José Elias Tomazini.-  
Guaratinguetá : [s.n.], 2009.

120f.: il.

Bibliografia: f. 87-89

Tese (Livre-Docência) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de  
Engenharia de Guaratinguetá, 2009.

1. Biomecânica I. Título

CDU 612.766

**UNESP** 

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

**Faculdade de Engenharia**

**Campus de Guaratinguetá**

**O MÉTODO DE KANE APLICADO A UM MODELO DE CORPO HUMANO PARA  
OBTENÇÃO DA PRESSÃO INTRADISCAL NA COLUNA LOMBAR**

**JOSÉ ELIAS TOMAZINI**

Esta tese foi julgada adequada para a  
obtenção do título de Livre Docente na  
disciplina: "Resistência dos Materiais"

**BANCA EXAMINADORA:**

Prof. Dr. Nazem Nascimento  
FEG/UNESP

Prof. Dr. Celso Pinto Moraes Pereira  
FEG/UNESP

Prof. Dr. Paulo Seleglim  
EESC/USP

Prof. Dr. José Célio Dias  
UNIFEI

Prof. Dr. Wlamir Carlos de Oliveira  
UNIFEI

Julho de 2009

## **DADOS CURRICULARES**

### **JOSÉ ELIAS TOMAZINI**

NASCIMENTO	02.01.1960 – ARARAQUARA/SP
FILIAÇÃO	Natalino Tomazini Ilda Galvão Tomazini
1978/1982	Curso de Graduação UNESP/FE – Campus de Guaratinguetá
1985/1989	Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, nível de Mestrado, na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista.
1990/1996	Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, nível de Doutorado, na Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

Dedico este trabalho à minha esposa Lurdinha e aos meus filhos Rafael, Guilherme e Isabela, que foram os grandes incentivadores para que eu iniciasse e terminasse este trabalho.

De forma geral, agradeço a todos que tiveram alguma relação com este trabalho.

TOMAZINI, J.E. **O método de Kane aplicado a um modelo de corpo humano para obtenção da pressão intradiscal na coluna lombar**. 2008. 120f. Tese (Livre-Docência) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2008.

## **RESUMO**

Nos últimos anos têm surgido vários métodos para se estudar sistemas multicorpos. A vantagem destes métodos é a obtenção das equações do movimento de forma mais fácil e precisa. Robôs, manipuladores, mecanismos, satélites, máquinas em geral e sistemas biomecânicos, pelas suas características, podem ser vantajosamente tratados por formalismos multicorpos. Neste trabalho objetivou-se aplicar um formalismo multicorpo, mais precisamente, o método de Kane a um modelo do corpo humano, com a finalidade de se determinar a pressão intradiscal entre as vértebras L4/L5 da coluna lombar, em algumas atividades normais de vida diária, como: sentar, abaixar, pegar e elevar cargas, realizar movimentos de flexão e extensão. Pretendeu-se, também, obter os esforços internos nas diversas articulações deste modelo. A pressão intradiscal representa um parâmetro importante para caracterizar a sobrecarga na coluna, podendo ter relação com a degeneração do disco intervertebral, o que produz muita dor em indivíduos. Inicialmente, o modelo foi proposto e o método de Kane foi aplicado para se obter as equações do movimento. Para resolvê-las, foi necessário realizar a filmagem de um sujeito realizando as atividades citadas, a fim de se obter as equações das trajetórias dos diversos segmentos do corpo humano. Após a simulação, os parâmetros desejados foram obtidos e comparados com valores experimentais citados na literatura.

**PALAVRAS-CHAVE:** Método de Kane, multicorpo, pressão intradiscal, biomecânica, coluna lombar

TOMAZINI, J.E. **Kane method applied to a body human model to obtain de intradiscal pressure inside intervertebral disc of lumbar column.** 2008. 120f. Tese (Livre-Docência) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2008.

### **ABSTRACT**

In the last years several methods have been proposed to study multibody systems. The great advantage of these methods is the easy and accurate way that the equations are obtained. Robots, manipulators, spacial devices, mechanisms, machines and biomechanical systems, by their own characteristics, can be treated with advantage by multibody formalisms. In this work, the aim was to apply a multibody formalism, the Kane method, to a body human model, to determine the intradiscal pressure inside de L4/L5 vertebrae of the lumbar spine in some normal daily life activities like: sitting, standing flexed forward, lifting a weight, and so on. Another aim was to obtain the internal reactions in the several joints. The intradiscal pressure represents an important parameter to study the overload on spine and it can have relationship with the degeneration of the intervertebral disc, what causes pain in people. In the beginning the model was proposed, the Kane method was applied and the motion equations were obtained. To solve the equations, it was necessary to make a film of a person performing the daily life activities to get the equations of the trajectory of the several parts of the human body. After the simulation, the pressures and the joints reactions were obtained and compared with experimental values presented in literature.

**KEYWORDS:** Kane method, multibody, intradiscal pressure, biomechanical, spine

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	- Vista lateral da coluna lombar.	20
Figura 2	- Disco intervertebral.	21
Figura 3	- Modelo Biomecânico.	24
Figura 4	- Modelo de perna humana.	26
Figura 5	- Modelo do aparelho locomotor – andar ativo.	27
Figura 6	- Modelo biomecânico humano.	28
Figura 7	- Descrição das tarefas a serem realizadas pelo sujeito.	31
Figura 8	- Modelo bidimensional do corpo humano.	32
Figura 9	- Modelo das vértebras S-L5-L4.	36
Figura 10	- Modelo do corpo humano – Dinâmica inversa.	42
Figura 11	- Detalhe da fixação das esferas para filmagem.	46
Figura 12	- Medida dos ângulos no programa AutoCad.	47
Figura 13	- Representação esquemática do ânulo fibroso e núcleo pulposo.	48
Figura 14	- Elemento prismático retirado do cilindro.	49
Figura 15	- Deslocamentos de um elemento do ânulo fibroso.	50
Figura 16	- Ânulo fibroso e núcleo pulposo submetidos à pressão interna e externa.	52
Figura 17	- Gráfico força-deslocamento do disco intervertebral.	57
Figura 18a	- Foto do experimento.	57
Figura 18b	- Deslocamento do disco intervertebral em função do ângulo de inclinação da coluna.	57
Figura 19	- Seqüência de movimentos do teste 1.	63
Figura 20	- Deslocamento do disco intervertebral e pressão intradiscal em função do tempo	64
Figura 21	- Deslocamento do disco intervertebral em função do deslocamento angular do tronco ( $q_5$ ).	64
Figura 22	- Pressão intradiscal em função do deslocamento angular do tronco ( $q_5$ ).	65
Figura 23	- Pressão intradiscal e torque $T_{bc}$ em função do tempo.	66
Figura 24	- Pressão intradiscal em função do torque $T_{bc}$ .	66
Figura 25	- Pressão intradiscal experimental em sujeito sentado	67

	com tronco inclinado a $\sim 20^\circ$ .	
Figura 26	- Pressão intradiscal experimental em sujeito sentado com tronco inclinado a $\sim 20^\circ$ e cabeça inclinada para frente.	67
Figura 27	- Seqüência de movimentos do teste 2 - movimento de flexão da coluna.	68
Figura 28	- Seqüência de movimentos do teste 2 - movimento contrário.	68
Figura 29	- Deslocamento do disco intervertebral em função do tempo.	69
Figura 30	- Pressão intradiscal em função do tempo.	69
Figura 31	- Deslocamento do disco intervertebral em função do deslocamento angular do tronco ( $q_5$ ).	70
Figura 32	- Pressão intradiscal em função do deslocamento angular do tronco ( $q_5$ ).	70
Figura 33	- Forças na coxa e pelve em função da coordenada $q_5$ .	71
Figura 34	- Torques na coxa e pelve em função da coordenada $q_5$ .	72
Figura 35	- Pressão intradiscal em função do torque na pelve.	72
Figura 36	- Pressão Intradiscal experimental medidas por Wilke (2001)	73
Figura 37	- Seqüência de movimentos do teste 3.	73
Figura 38	- Deslocamento do disco intervertebral em função do tempo.	74
Figura 39	- Pressão intradiscal em função do tempo.	75
Figura 40	- Deslocamento do disco intervertebral em função do deslocamento angular do tronco ( $q_5$ ).	75
Figura 41	- Pressão intradiscal em função do deslocamento angular do tronco ( $q_5$ ).	76
Figura 42	- Forças na pelve e coxa do sujeito no teste 3.	77
Figura 43	- Torques na pelve e coxa do sujeito no teste 3.	77
Figura 44	- Pressão Intradiscal experimental medida por Wilke (2001).	78
Figura 45	- Seqüência de movimentos do teste 4.	78
Figura 46	- Pressão intradiscal em função do deslocamento angular	79

	do tronco ( $q_5$ ).	
Figura 47	- Deslocamentos do disco intervertebral em função do tempo.	80
Figura 48	- Deslocamentos do disco intervertebral em função da coordenada $q_5$ .	80
Figura 49	- Pressão intradiscal em função da coordenada $q_5$ .	81
Figura 50	- Forças na coxa.	82
Figura 51	- Torques na pelve e coxa.	82
Figura 52	- Movimento de flexão/extensão (Wilke, 2001).	83
Figura 53	- Comparação da pressão intradiscal para diversas posições do sujeito.	84

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1	- Dados de carga e deformação do disco intervertebral.	56
----------	--	----

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1	- Dados do disco intervertebral e das articulações.	59
Quadro 2	- Arquivo de Entrada.	60
Quadro 3	- Exemplo de trajetórias dos segmentos - Sub-rotina SPEC.	61
Quadro 4	- Sub-rotina CONTROLS.	62

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

NIOSH - National Institute for Occupational Safety and Health

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\nu$	=	Coeficiente de Poisson	[1]
$\delta$	=	Deslocamento.	m
$\sigma_r$	=	Tensão normal radial	MPa
$\varepsilon_r$	=	Deformação específica radial	[1]
$\sigma_t$	=	Tensão normal tangencial	MPa
$\varepsilon_t$	=	Deformação específica tangencial	[1]
$\sigma_y$	=	Tensão normal longitudinal ou axial	MPa
$\varepsilon_y$	=	Deformação específica longitudinal ou axial	[1]
$C_z$	=	Coeficiente de amortecimento da articulação.	Nms/rad
$DS$	=	Densidade do corpo.	kg/m
$EE, e_e$	=	Módulo de elasticidade do ânulo fibroso.	N/m <sup>2</sup>
$EI, e_i$	=	Módulo de elasticidade do núcleo pulposos.	N/m <sup>2</sup>
$G$	=	Aceleração da gravidade.	m/s <sup>2</sup>
$IA$	=	Momento de inércia da vértebra em relação ao eixo a3.	kg m <sup>2</sup>
$IB$	=	Momento de inércia da vértebra em relação ao eixo b3.	kg m <sup>2</sup>
$IC$	=	Momento de inércia da vértebra em relação ao eixo c3.	kg m <sup>2</sup>
$ID$	=	Momento de inércia da vértebra em relação ao eixo d3.	kg m <sup>2</sup>
$IH$	=	Momento de inércia da vértebra em relação ao eixo h3.	kg m <sup>2</sup>
$IV3$	=	Momento de inércia da vértebra em relação ao eixo lv3.	kg m <sup>2</sup>
$K_d$	=	Coeficiente de rigidez do disco intervertebral.	N/m
$K_z$	=	Coeficiente de rigidez da articulação.	Nm/rad
$LA$	=	Comprimento do segmento A (perna).	m
$LB$	=	Comprimento do segmento B (coxa).	m
$LC$	=	Comprimento do segmento C (pelve e tronco).	m
$LD$	=	Comprimento do segmento D (cabeça).	m
$LDI$	=	Comprimento do disco intervertebral.	m
$LE$	=	Comprimento do segmento E (braço).	m
$LH$	=	Comprimento do segmento H (antebraço).	m
$LSA$	=	Distância do ponto p1 ao centro de massa do corpo A.	m
$LSB$	=	Distância do ponto p2 ao centro de massa do corpo B.	m

LSC	= Distância do ponto p3 ao centro de massa do corpo C.	m
LSD	= Distância do ponto p4 ao centro de massa do corpo D.	m
LSE	= Distância do ponto p4 ao centro de massa do corpo E.	m
LSH	= Distância do ponto p6 ao centro de massa do corpo H.	m
LV	= Comprimento da vértebra.	m
MA	= Massa do segmento A (perna).	kg
MB	= Massa do segmento B (coxa).	kg
MC	= Massa do segmento C (pelve e tronco).	kg
MD	= Massa do segmento D (cabeça).	kg
ME	= Massa do segmento E (braço).	kg
MH	= Massa do segmento H (antebraço).	kg
MV	= Massa da vértebra.	kg
NE, $\nu_e$	= Coeficiente de Poisson do ânulo fibroso.	[1]
NI, $\nu_i$	= Coeficiente de Poisson do núcleo pulposos.	[1]
Q1	= Coordenada generalizada associada à vértebra L5.	rad
Q2	= Coordenada generalizada associada à vértebra L4.	rad
RB	= Raio do núcleo pulposos.	m
RC	= Raio do ânulo fibroso.	m
TETA	= Ângulo da vértebra sacro (S1) com a horizontal.	rad
u	= Deslocamento radial	m
U(1)	= Velocidade generalizada associada à coordenada generalizada $q_1$ .	rad/s <sup>2</sup>
U(2)	= Velocidade generalizada associada à coordenada generalizada $q_2$ .	rad/s <sup>2</sup>
X	= Distância do centro da vértebra à articulação.	m
XSSTAR	= Distância X do ponto p3 ao centro de massa da vértebra S1.	m
YSSTAR	= Distância Y do ponto p3 ao centro de massa da vértebra S1.	m

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LISTA DE SÍMBOLOS

	<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</b>	18
1.1	DESCRIÇÃO.	18
1.2	OBJETIVOS.	22
1.3	ESTRUTURA DA TESE.	23
<b>2</b>	<b>CAPÍTULO 2 - REVISÃO DA LITERATURA</b>	24
<b>3</b>	<b>CAPÍTULO 3 - METODOLOGIA</b>	30
3.1	CONCEPÇÃO DO MODELO FÍSICO DO CORPO HUMANO.	30
3.2	APLICAÇÃO DO MÉTODO DE KANE AO MODELO PROPOSTO.	34
3.2.1	Dinâmica direta.	35
3.2.2	Dinâmica inversa.	42
3.3	DETERMINAÇÃO DAS TRAJETÓRIAS DE CADA SEGMENTO DO CORPO HUMANO PARA REALIZAR UMA DADA TAREFA.	46
3.4	DESENVOLVIMENTO DA EXPRESSÃO DA PRESSÃO INTRADISCAL.	47
3.5	PROPRIEDADES MECÂNICAS DO DISCO INTERVERTEBRAL E DAS ARTICULAÇÕES ENTRE AS VÉRTEBRAS.	55
3.6	DADOS ANTROPOMÉTRICOS.	59
3.7	SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DO MOVIMENTO PARA SE DETERMINAR A PRESSÃO INTRADISCAL E OS ESFORÇOS REATIVOS NAS ARTICULAÇÕES.	60
<b>4</b>	<b>CAPÍTULO 4 - RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	63
4.1	RESULTADOS DO TESTE 1.	63
4.2	RESULTADOS DO TESTE 2.	67
4.3	RESULTADOS DO TESTE 3.	73
4.4	RESULTADOS DO TESTE 4.	78
4.5	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DOS TESTES 2 E 3.	79
4.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.	83
<b>5</b>	<b>CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES</b>	85

REFERÊNCIAS	87
APÊNDICE A – LISTAGEM DOS PROGRAMAS: PID.ATL, PID.FOR PRESSAOINTRADISCAL.MA	90
APÊNDICE B – EQUAÇÕES DAS TRAJETÓRIAS DOS SEGMENTOS DO CORPO HUMANO	105
ANEXO A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO E APROVAÇÃO DO COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA	118

## **CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO**

---

### **1.1 DESCRIÇÃO**

O homem, buscando conhecer o mundo que o cerca, sempre utiliza modelos para descrever os fenômenos ao seu redor. No caso específico da Mecânica, a partícula representa o modelo mais simples que se pode adotar para se estudar o comportamento de um corpo, como por exemplo, o estudo do movimento de um veículo trafegando em relação a um referencial. Um corpo rígido, que pode ser definido como um conjunto de partículas interligadas, onde a distância entre duas partículas quaisquer permanece constante, representa um outro modelo para se estudar o comportamento de um corpo. Na prática, poucos sistemas podem ser estudados pelo modelo de uma única partícula ou por um único corpo rígido. O sistema formado por vários corpos interligados de alguma maneira constitui uma evolução no modelo que se pode adotar para o estudo de um sistema e é conhecido como sistema multicorpo (TOMAZINI, 1997). Nos últimos anos, vários trabalhos relativos a sistemas multicorpos incluem, também, corpos flexíveis em suas formulações.

A simples aplicação das equações de Newton e Euler aos corpos individuais de um sistema multicorpo conduz a um sistema de equações diferenciais, as quais, além de difíceis de ser obtidas, podem levar a complicações na fase de solução, pois englobam, além das coordenadas incógnitas utilizadas para descrever o sistema de corpos, as forças de vínculo que mantêm um corpo preso ao outro. Dependendo do número de corpos envolvidos, a solução fica extremamente difícil. Desta forma, surgiram, nos últimos anos, vários formalismos específicos para se trabalhar com sistemas multicorpos, visando justamente sanar as dificuldades citadas. Estes formalismos visam obter as equações do movimento do sistema de uma forma mais rápida, segura e mais fácil, assim como obter as equações finais num formato mais simples, de forma que a solução das equações, quando possível, não seja complicada. Os formalismos utilizados normalmente são baseados nas equações de Newton-Euler associadas à aplicação de um princípio da Mecânica: D'Alembert, Hamilton e Jourdain (SHABANA, 1989). Um método interessante, de fácil aplicação e que resulta em equações mais simples na forma final, é conhecido como Método de Kane. Neste método, as equações são expressas em termos de quantidades

chamadas de velocidades generalizadas, as quais têm relação intrínseca com as coordenadas generalizadas utilizadas para descrever a configuração de um sistema. Utiliza, ainda, o conceito de velocidade parcial, quantidade que desempenha uma função importante no método. Uma grande vantagem do método é que as forças de vínculo, que unem os diversos corpos, não aparecem nas equações finais do movimento. Maiores detalhes podem ser encontrados em KANE, LEVINSON (1985) e em TOMAZINI (1997).

A dinâmica de veículo é uma das principais áreas onde se aplicam os formalismos multicorpos (SCHIEHLEN, 2006). Além de veículos, vários outros sistemas podem ser tratados com formalismos multicorpos: mecanismos de máquinas em geral, robôs industriais e manipuladores, estruturas espaciais, motores e, ainda, sistemas biomecânicos. A locomoção ou marcha humana e animal pode ser estudada através de formalismos multicorpos (SCHIEHLEN, 2006). Nos últimos anos, diversos trabalhos relacionados à biomecânica, e utilizando formalismos multicorpos, têm sido apresentados.

A coluna vertebral, pelas suas características físicas e mecânicas, pode ser tratada como um sistema multicorpo, sendo constituído pelas várias vértebras da coluna, unidas entre si pelos discos intervertebrais, músculos, ligamentos etc.

Uma das grandes queixas de trabalhadores, em indústrias, é a dor lombar, que pode ser produzida ou por movimentação com sustentação de carga, ou por má postura do corpo durante a jornada de trabalho (MERINO, 1996). Aproximadamente 70% da população de países industrializados experimentam dores nas costas pelo menos uma vez em suas vidas<sup>1</sup> (WATERS TR. et al, 1993 apud SCHMIDT et al, 2007).

Segundo o *National Institute for Occupational Safety and Health*<sup>2</sup> - NIOSH (1999 apud Solomonov et al, 2003; Lemos, 2006), no ano de 1997 foram relatados, nos EUA, 472000 casos de distúrbios na coluna vertebral. Hoje, há uma explosão no número de dispositivos para fixação da coluna, para reconstrução de lesões, danos nos discos intervertebrais, correção de deformidades e cirurgia de tumores (LEMOS, 2006).

<sup>1</sup> Waters, T.R. et al. Revised NIOSH equation for the design and evaluation of manual lifting tasks. *Ergonomics*, v.36, p749, 1993 apud SCHMIDT, H. et al. Intradiscal Pressure, Shear Strain and Fiber Strain in the Intervertebral Disc Under Combined Loading. *Spine*, v.32, n.7, p748-755, 2007.

<sup>2</sup> National Institute of Occupational Safety, Health. Survey of Occupational Injuries, Illnesses. Washington, DC: National Institute of Occupational Safety, Health; 1999 apud SOLOMONOV, M. et al. Biomechanics and Electromyography of a common Idiopathic low back disorder. *Spine*, New York, v.28, n.12, p.1235-1248, June 2003.

A coluna humana é uma estrutura complexa que tem como principais funções proteger a medula espinhal e transferir cargas da cabeça e do tronco à pelve. Possui 33 vértebras, divididas em cinco regiões: cervical (7 vértebras), torácica (12 vértebras), lombar (5 vértebras), sacra (5 segmentos fundidos) e coccígea (4 segmentos). Estas vértebras são articuladas umas às outras, permitindo o movimento em três planos. O elemento entre duas vértebras adjacentes é chamado de disco intervertebral, o qual, juntamente com os ligamentos, músculos ao seu redor, proporciona estabilidade à coluna (NORDIN, FRANKEL, 2003). A figura 1 mostra um esquema da coluna lombar.

Pela suas formas e material, os corpos vertebrais sustentam principalmente cargas compressivas e são progressivamente mais largos na direção caudal, à medida que o peso do corpo superior aumenta. Na região lombar são maiores e mais largos do que na região torácica e cervical.

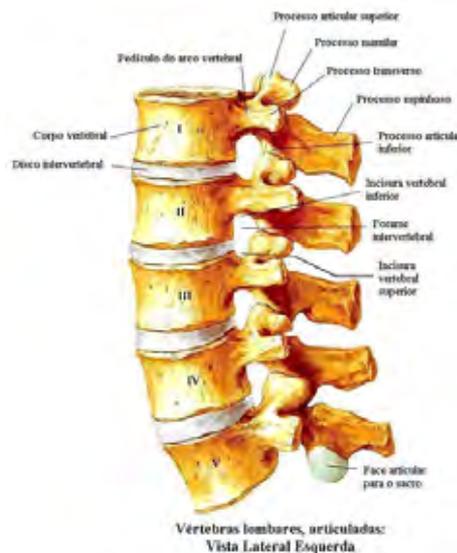


Figura 1 – Vista lateral da coluna lombar. Neeter (2003)

O disco intervertebral, que sustenta e distribui cargas, e restringe movimentos excessivos, é de grande importância funcional e mecânica. A parte interna do disco é chamada de núcleo pulposo, formada por uma massa gelatinosa. O núcleo pulposo é envolvido por um tecido externo chamado de ânulo fibroso, composto de fibrocartilagem. O ânulo suporta altas cargas

torcionais e cisalhantes (NORDIN, FRANKEL, 2003). A figura 2 mostra o disco intervertebral, especificando o núcleo pulposo e o ânulo fibroso.

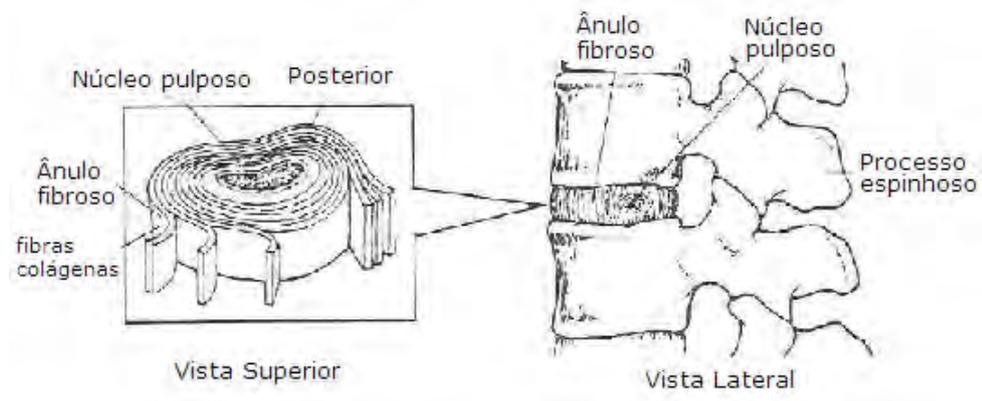


Figura 2 – Disco Intervertebral. (HALL, 2003).

Episódios agudos de dores lombares podem ser causados por prolapsos do disco intervertebral, um processo no qual não somente causas mecânicas (esforços), mas também idade e efeitos de degeneração, têm um grande impacto (SCHMIDT et al, 2007).

Nos últimos anos, muitos estudos *in vitro* e *in vivo* têm sido realizados, objetivando descrever o potencial de sobrecarga da coluna. Tem sido relatado que o disco intervertebral pode prolapsar sob várias combinações de carregamento: flexão, flexão lateral, rotação, compressão axial<sup>3</sup> (WATERS TR et al, 1993, EDWARDS et al, 2001 apud SCHMIDT et al, 2007).

Estes carregamentos podem produzir altas pressões no núcleo pulposo e regiões de altas tensões no ânulo fibroso. Nas investigações experimentais *in vivo* e *in vitro*, somente certos parâmetros podem ser medidos: movimento relativo entre duas vértebras adjacentes e pressão intradiscal. Outros parâmetros como tensão e deformação em diferentes regiões do disco intervertebral não podem ser caracterizados completamente em experimentos (SCHMIDT et al, 2007).

A pressão intradiscal é um parâmetro importante para caracterizar a sobrecarga na coluna, podendo ter relação com a degeneração do disco intervertebral (GUEHRING et al, 2006). Wilke et al (2001), realizaram testes *in*

<sup>3</sup> Adams M.A.,Hutton W.C. Gradual Disc Prolapse.Spine,v.10,p524,1985;Edwards W.T. et al. Peak stresses observed in the posterior lateral annulus.Spine v.16,p.1753,2001 apud SCHMIDT,H.et al. Intradiscal Pressure,Shear Strain and Fiber Strain in the Intervertebral Disc Under Combined Loading.Spine,v.32,n.7,p748-755,2007.

*vivo* para se medir a pressão intradiscal em atividades de vida diária, como sentar, inclinar para frente, suspender uma carga com e sem flexão de joelho etc. Para tanto, introduziram um transdutor de pressão do tipo agulha no núcleo pulposo do disco intervertebral entre as vértebras L4-L5 de um voluntário de massa 90 kg. No entanto, testes deste tipo são difíceis de se executar, pois requerem intervenção cirúrgica para se aplicar o transdutor e podem conduzir a sérios problemas para o sujeito. Além disto, é difícil a disponibilidade de voluntários. Desta forma, a maioria dos experimentos é realizada *in vitro*, utilizando dispositivos mecânicos ou eletromecânicos para simular movimentos de flexão, extensão, flexão lateral, torção etc. Normalmente são utilizadas colunas de animais, por exemplo, suínos para a realização dos testes. A utilização de suínos é justificada pela facilidade econômica de aquisição, pela homogeneidade das peças e pela proximidade das características anatômicas e biomecânicas com a coluna humana (LEMOS, 2006).

Os experimentos *in vitro* apresentam resultados comparáveis aos experimentos *in vivo*, segundo Wilke et al (2003). No entanto, é necessária a disponibilidade de uma máquina para aplicação de cargas e também de um transdutor de pressão para a medida da pressão intradiscal, além de um sistema de condicionamento e aquisição de sinais. Todo este aparato tem um custo relativamente alto. Desta forma, surgiu a idéia de se fazer um programa de computador para simular a pressão intradiscal, além de outros parâmetros, entre as vértebras L4-L5, em sujeitos realizando atividades simples de vida diária, como aqueles realizados *in vivo* por Wilke et al (2001). A simulação tem a vantagem de ser barata, não necessita de equipamentos além de um computador, e não requer nenhum procedimento de risco.

## 1.2 OBJETIVOS

A pesquisa tem como objetivo a determinação da pressão intradiscal entre as vértebras L4 e L5 da coluna lombar, durante movimentos característicos de atividades diárias de um sujeito, através do método de Kane aplicado a um modelo do corpo humano. Objetiva, também, determinar os esforços reativos nas diversas articulações entre os vários segmentos adjacentes e a comparação com a pressão intradiscal.

### 1.3 ESTRUTURA DA TESE

No capítulo 1, é feita a descrição do problema tratado nesta tese, bem como a justificativa, a explicitação dos objetivos e a estruturação geral do trabalho.

No capítulo 2, apresenta-se a revisão da literatura procurando relatar os trabalhos mais recentes, nos quais se faz aplicação do modelo multicorpo à biomecânica.

No capítulo 3, apresenta-se a metodologia utilizada, explicando o método de Kane aplicado ao modelo do corpo humano e a obtenção das equações do movimento do corpo, até o programa final, em linguagem Fortran, para resolvê-las e a forma de solução. Propõe-se, também, a metodologia para obtenção da pressão intradiscal no núcleo pulposo entre as vértebras. Explica-se, ainda, o processo de filmagem para obtenção das coordenadas angulares dos diversos segmentos do corpo para serem utilizadas no programa desenvolvido para a solução das equações do movimento.

No capítulo 4, descrevem-se os resultados obtidos na simulação do programa para algumas tarefas de vida diária e faz-se a comparação destes resultados com resultados obtidos da literatura.

No capítulo 5, comentam-se as conclusões obtidas do trabalho, e possíveis benefícios que poderão resultar do mesmo.

## **CAPÍTULO 2 - REVISÃO DA LITERATURA**

A seguir são apresentados alguns trabalhos relacionados à biomecânica e que utilizam formalismos multicorpo. São comentados os trabalhos mais recentes.

Silva, Ambrósio, Pereira (1997) utilizam uma metodologia geral, usando coordenadas naturais, para modelamento tridimensional do corpo humano. O modelo proposto é aplicado a diferentes situações de movimento do corpo humano que envolvem impacto, como por exemplo, ocupantes de veículos durante uma colisão, e um atleta colidindo com outro. As aplicações mostraram que os modelos biomecânicos básicos são ainda convenientes para o uso em situações de contato do corpo humano, desde que a geometria e características das superfícies em contato sejam bem conhecidas. A Figura 3 mostra o modelo usado no trabalho.

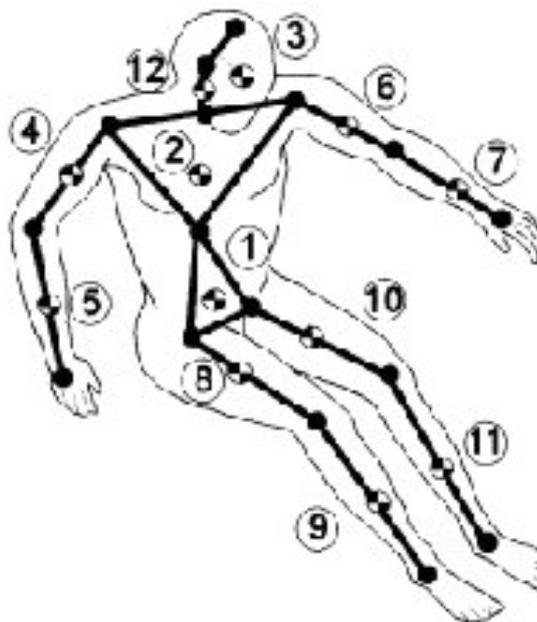


Figura 3 - Modelo biomecânico. (SILVA, AMBRÓSIO, PEREIRA, 1997)

Komistek et al. (1998) descrevem um modelo matemático para definição das forças reativas das articulações na extremidade inferior (quadril, joelho e perna) utilizando o método de Kane da dinâmica. O modelo utilizou dados de movimento da extremidade inferior e de plataforma de força de uma paciente saudável, durante a marcha. Encontraram que, durante uma caminhada normal,

as forças reativas variaram de 1,9 a 2,6 vezes o peso do corpo na articulação do quadril, e de 1,7 a 2,3 vezes o peso do corpo na articulação do joelho, dependendo da velocidade da marcha. Os centros de massa da pélve, fêmur, tíbia e pé foram determinados, baseando-se em dados de um cadáver. Segundo os autores, o método correlaciona bem com dados de forças medidas *in vivo* na articulação do quadril.

Silva, Ambrósio (2002), apresentam um modelo biomecânico do corpo humano, no qual consideram os diversos segmentos como corpos rígidos interconectados por articulações cinemáticas. Realizam uma análise dinâmica inversa para o estudo da marcha humana, a fim de avaliar forças de reação transmitidas entre os segmentos anatômicos adjacentes e também calcular os momentos que resultam das atividades musculares sobre cada articulação biomecânica. As coordenadas dos pontos anatômicos dos segmentos são obtidas por filmagem. As curvas de trajetória que descrevem as posições destes pontos anatômicos são obtidas por interpolação polinomial. Os procedimentos são demonstrados pela aplicação a uma caminhada de um sujeito e os resultados são discutidos com respeito aos princípios delineados nas técnicas utilizadas.

Nagano et al. (2005), desenvolveram um modelo tridimensional do corpo humano cuja construção foi direcionada à utilização de um programa comercial chamado AUTOLEV. Este programa é estritamente baseado no método de Kane. O modelo contém 16 segmentos conectados por articulações. O número de graus de liberdade adotado foi 35. Como aplicação, foi simulado um movimento de um sujeito executando um salto, com uma certa postura, velocidade e aceleração iniciais.

Kraus, Bock, Mutschler (2005) apresentam no artigo uma técnica de estimativas de parâmetros dinâmicos para um modelo tridimensional completo do corpo humano, com aproximadamente 100 graus de liberdade. Desenvolveram um conjunto de programas para modelamento biomecânico baseado em coordenadas naturais. Como aplicação, é mostrado um sujeito sentado em um carro, considerando um modelo de 22 corpos para o sujeito e 6 para o banco do carro. O modelo resultante apresentou 672 variáveis dinâmicas ou 82 graus de liberdade cinemáticos. Devido à grande quantidade de parâmetros, nem todos eram possíveis de se estimar. O artigo compara alguns

parâmetros, como rigidez e amortecimento (linear e rotacional) estimados de diversas juntas, com valores da literatura.

No artigo de Komistek et al. (2005), são mostradas técnicas que têm sido usadas para se determinar cargas in vivo no joelho humano. Duas técnicas principais usadas são: a telemetria, que representa um desenvolvimento experimental, e o modelamento matemático, baseado num desenvolvimento teórico. Recentemente, desenvolveram uma forma que depende do uso de dados in vivo de fluoroscopia, imagem de ressonância magnética, tomografia computadorizada, além de uma técnica que envolve somente duas marcas em cada segmento do corpo. O modelamento da extremidade inferior foi realizado usando o programa AUTOLEV, já citado. Todas estas técnicas revelam uma faixa de valores de forças no joelho de 1,9 a 7,2 vezes o peso corporal, dependendo da velocidade de marcha. A Figura 4 mostra o modelo da perna utilizado.

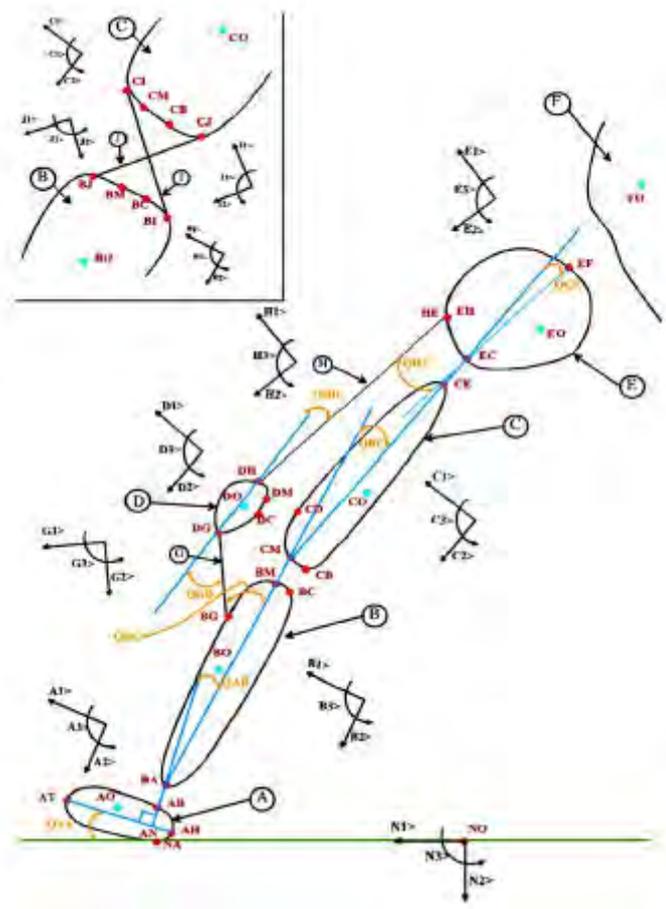


Figura 4 - Modelo de perna humana. (KOMISTEK et al.,1998)

Schiehlen (2006) mostra o desenvolvimento das equações do movimento de um sistema multicorpo, onde aplica as equações de Newton-Euler. As equações são expressas em termos de coordenadas generalizadas, forças de inércias, forças aplicadas e ainda forças de vínculos, as quais são eliminadas através da condição de ortogonalidade dos movimentos generalizados. Assim as equações do movimento para sistemas holonômicos são expressas através de um número mínimo de equações. Schiehlen mostra também o formalismo contendo corpos flexíveis. Mostra uma aplicação em análise de desgaste em rodas de trens e também uma aplicação em biomecânica. Afirma que o formalismo multicorpo pode ser adaptado eficientemente e de forma confiável a outros problemas, além da análise dinâmica de sistemas mecânicos. A Figura 5 mostra o modelo do aparelho locomotor usado em uma das aplicações de Schiehlen.

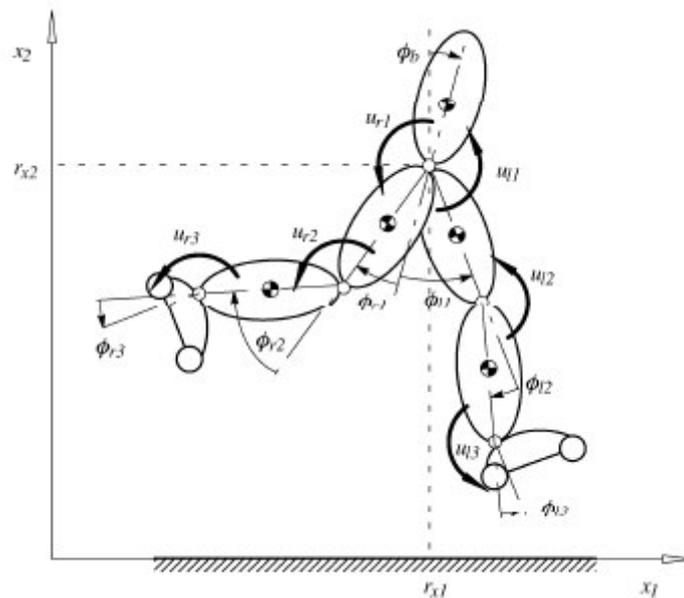


Figura 5 - Modelo do aparelho locomotor – andar ativo. (SCHIEHLEN, 2006)

Blajer, Dziewiecki, Mazur (2007) apresentam uma metodologia de multicorpo para construção sistemática de modelos biomecânicos bidimensionais para determinação de forças musculares e forças de reação em articulações nas extremidades inferiores, durante movimentos no plano sagital tais como: salto vertical, salto de uma altura. A Figura 6 mostra o modelo utilizado. Apresentam, no artigo, os resultados de uma análise dinâmica inversa de um salto vertical.

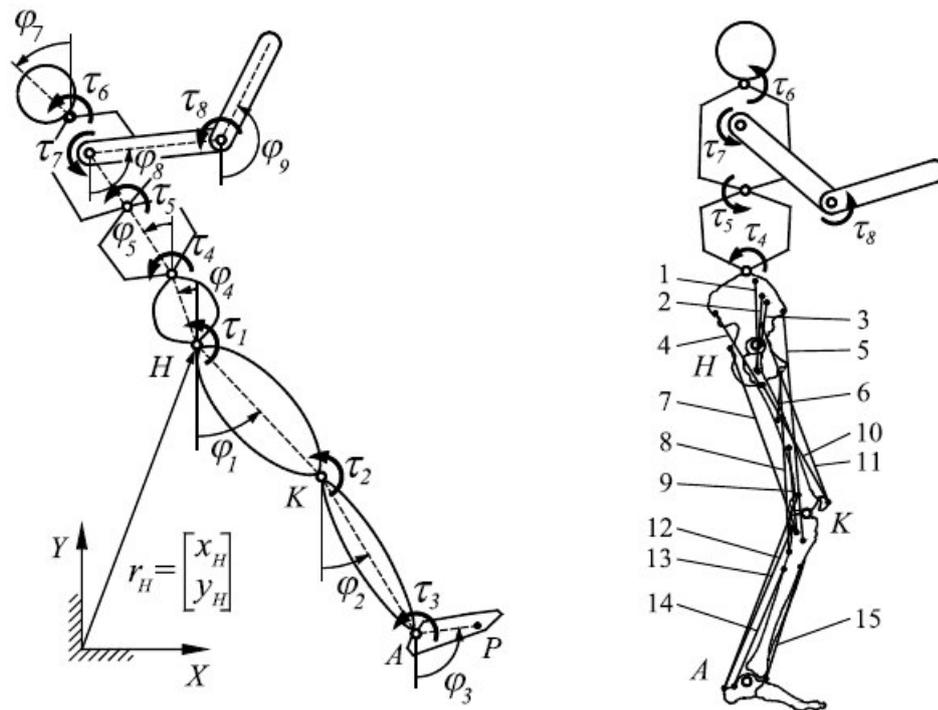


Figura 6 - Modelo biomecânico humano. (BLAJER, DZIEWIECKI, MAZUR (2007))

Doblaré, Cerrolaza, Rodrigues (2003) apresentaram um artigo descrevendo o modelamento da coluna vertebral, utilizando o sistema de modelamento Anybody, que constitui um programa comercial para uso em biomecânica e ergonomia. O modelo é formado por sete corpos rígidos e a junta entre cada vértebra é modelada com três graus de liberdade. Os músculos são modelados como elementos linha, entre inserção e origem. Neste artigo, os autores mostram apenas o modelamento da coluna, não apresentando nenhuma simulação.

Rocheftort et al., (2005) apresentam um modelo da coluna lombar utilizando a técnica de elementos finitos. O modelo apresenta descrição geométrica detalhada da coluna e propriedades mecânicas "reais" dos materiais envolvidos. Foram realizadas simulações de flexão e extensão, flexão lateral e torção, além do comportamento de vibração da coluna. A geometria do modelo é tridimensional e os parâmetros mecânicos foram obtidos da literatura. Cada vértebra é ligada às adjacentes por ligamentos que restringem seu movimento. Segundo os autores, os resultados correlacionaram razoavelmente com resultados experimentais.

Abouhossein et al (2008) mostram resultados de simulação de um modelo da coluna lombar usando o programa comercial ADAMS. As vértebras são consideradas rígidas, unidas por juntas com propriedades de rigidez não lineares, possibilitando seis graus de liberdade. O modelo é simulado considerando movimento nas três direções anatômicas. Apresentam resultados de simulação mostrando a relação entre cargas e deslocamentos das vértebras.

O Centro de Ergonomia da Universidade de Michigan ([www.engin.umich.edu/dept/ioe/3DSSPP](http://www.engin.umich.edu/dept/ioe/3DSSPP)) desenvolveu o programa 3D SSPP (3D Static Strength Prediction Program), para análise de tarefas de manuseio de materiais. O programa prediz condições de esforços para atividades como levantar, puxar e empurrar cargas. O programa proporciona simulação de tarefas que inclui dados de postura, parâmetros de forças e dados antropométricos. Os dados de saída do programa incluem forças de compressão na coluna e comparação de dados com referência do National Institute for Occupational Safety and Health (NIOSH). A análise dos resultados é auxiliada por uma característica de geração automática da postura e ilustrações gráficas tridimensionais.

A literatura descreve vários trabalhos de modelamento multicorpo do sistema músculo-esquelético do corpo humano utilizando programas comerciais para simulação como: MADYMO, ADAMS, LIFEMODELER e ANYBODY (Lee, 2006). A pesquisa em vários bancos de dados mostra que o número de trabalhos de modelamento na área de biomecânica é muito extenso e impossível de relatar todos. Nesta revisão foram incluídos alguns exemplos de destaque. Observa-se que, pelo menos nas bases de dados extensivamente pesquisadas, nenhum dos trabalhos possui os objetivos semelhantes aos deste, o que ressalta a sua contribuição para a área.

### **CAPÍTULO 3 - METODOLOGIA**

Para atingir os objetivos propostos, os seguintes passos devem ser realizados:

- (a) Concepção do modelo físico representando o corpo humano;
- (b) Aplicação do Método de Kane ao modelo proposto;
- (c) Determinação das trajetórias de cada segmento do corpo humano para realizar uma dada tarefa;
- (d) Determinação da expressão da pressão intradiscal;
- (e) Especificação das propriedades mecânicas do disco intervertebral e das articulações das vértebras.
- (f) Solução das equações do movimento para se determinar os esforços reativos nas articulações e também a pressão intradiscal, dependendo do movimento desejado.

A seguir, é apresentado o detalhamento das fases acima.

#### **3.1 CONCEPÇÃO DO MODELO FÍSICO DO CORPO HUMANO.**

As atividades diárias a serem avaliadas neste trabalho são: (a) movimento de sentar, e em seguida, flexionar o tronco, (b) movimento de abaixamento para pegar uma carga sem flexionar os joelhos, (c) movimento de abaixamento para pegar uma carga flexionando os joelhos, (d) movimento de extensão do tronco. A Figura 7 ilustra esquematicamente estas quatro atividades. Todos estes movimentos podem ser observados em um único plano, o sagital (plano vertical que divide o corpo humano em duas partes: direita e esquerda), pois os braços e pernas dos sujeitos realizam movimentos iguais. Assim, o modelo escolhido é bidimensional. Cada segmento do corpo é considerado rígido e a união de dois segmentos adjacentes é considerada uma junta de rotação. São consideradas, ainda, acopladas ao segmento que representa o tronco, duas vértebras da coluna

lombar (L4 e L5) e a primeira vértebra do sacro (S1), além dos discos intervertebrais. A Figura 8 ilustra o modelo adotado.

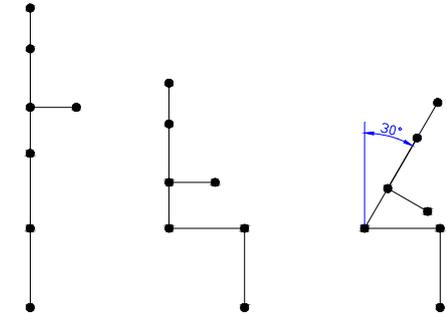
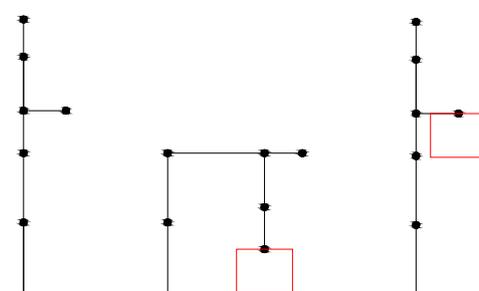
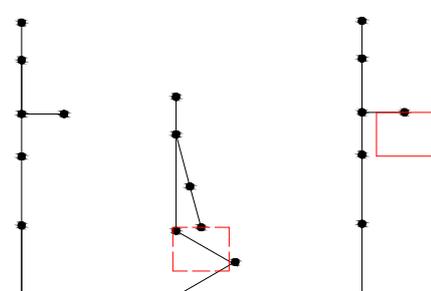
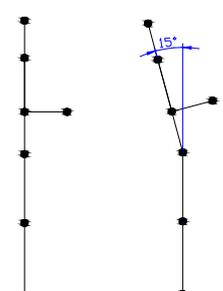
<p>1º Teste</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Sujeito em pé (posição inicial)</li> <li>2. Sujeito senta-se em cadeira com encosto</li> <li>3. Sujeito flexiona o tronco a <math>\sim 30^\circ</math></li> </ol>	 <p>Esquema 1º teste</p>
<p>2º Teste</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Sujeito em pé (posição inicial)</li> <li>2. Sujeito flexiona o tronco para frente</li> <li>3. Sujeito pega carga</li> <li>4. Sujeito levanta carga (posição inicial)</li> </ol>	 <p>Esquema 2º teste</p>
<p>3º Teste</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Sujeito em pé (posição inicial)</li> <li>2. Sujeito flexiona o joelho</li> <li>3. Sujeito pega carga</li> <li>4. Sujeito levanta carga (posição inicial)</li> </ol>	 <p>Esquema 3º teste</p>
<p>4º Teste</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Sujeito em pé (posição inicial)</li> <li>2. Sujeito realiza extensão do tronco</li> </ol>	 <p>Esquema 4º teste</p>

Figura 7 - Descrição das tarefas a serem realizadas pelo sujeito.

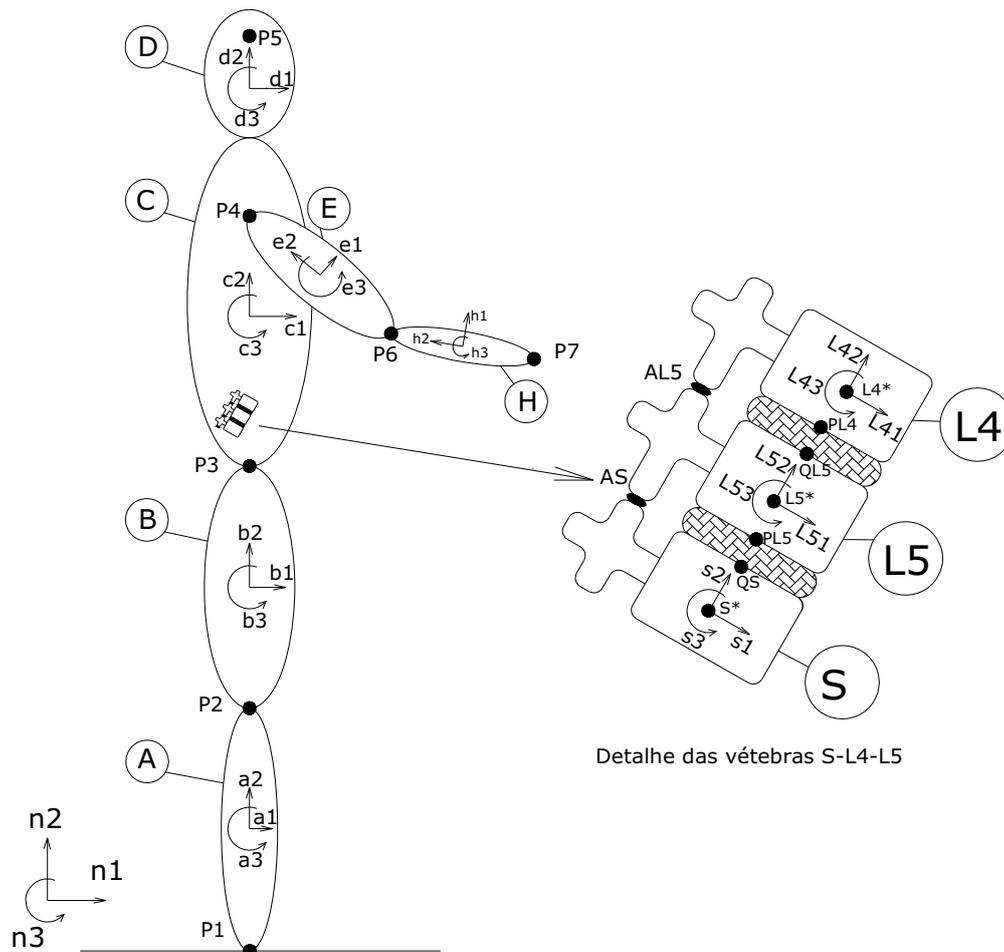


Figura 8 – Modelo bidimensional do corpo humano

No modelo, são considerados seis corpos, nomeados por **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **H** representando, respectivamente, perna (A), coxa (B), pelve e tronco (C), cabeça (D), braço (E) e antebraço (H). As diversas articulações unindo um corpo ao outro são articulações de rotação e são indicadas, no modelo, pelos pontos P1, P2, P3, P4, P5 e P6. O ponto P7 representa a mão. Em cada corpo é fixado um sistema de referência com três eixos mutuamente perpendiculares, representados por três versores, tal que o terceiro versor representa o produto vetorial entre os dois primeiros. Assim, no corpo **A** é fixado o sistema de referência  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$ ; no corpo **B**, o sistema  $b_1$ ,  $b_2$  e  $b_3$ , e assim por diante. Cada corpo rotaciona em relação ao anterior em torno da direção 3. Considera-se ainda um sistema de referência fixo (Newtoniano) expresso por  $N$ , com versores  $n_1$ ,  $n_2$  e  $n_3$ . Dentro do tronco encontram-se as três vértebras: a primeira vértebra sacro S1, chamada aqui somente S, e as últimas vértebras da coluna

lombar: L4 e L5. Na Figura 8 encontra-se, também, um detalhe destas vértebras. Em cada uma das vértebras são também fixados os sistemas de referências de versores: S1, S2 e S3; L41, L42, L43; e L51, L52 e L53. A vértebra S está rigidamente fixa ao tronco (corpo C). A vértebra L5 está presa à vértebra S pela articulação no ponto AS e pelo disco intervertebral. A vértebra L4 está ligada à vértebra L5 pela articulação no ponto AL5 e, também, pelo disco intervertebral. São considerados, ainda, os pontos QS, PL5, QL5 e PL4, mostrados na Figura 8, que correspondem aos pontos de transmissão de forças entre uma vértebra e outra pelo disco intervertebral. No ponto L4\*, que corresponde ao centro de massa da vértebra L4, considera-se atuando um sistema força-binário equivalente ao peso do sujeito, acima da vértebra L4, e de outras cargas a que o sujeito está submetido (peso em sua mão, no ponto P7).

Em todas as atividades realizadas, o sujeito permanece com o pé fixo em um ponto, ou seja, o ponto P1 não se move. Assim, para descrever a posição de qualquer segmento do sujeito, durante um dado movimento, utiliza-se a coordenada angular que o primeiro versor, de cada segmento, forma com o versor n1 do sistema Newtoniano. Têm-se, assim, as coordenadas angulares Q3(t), Q4(t), Q5(t), Q6(t), Q7(t), Q8(t), sendo:

$$Q3(t) = \hat{\text{Ângulo que o versor a1 forma com n1}}$$

$$Q4(t) = \hat{\text{Ângulo que o versor b1 forma com n1}}$$

$$Q5(t) = \hat{\text{Ângulo que o versor c1 forma com n1}}$$

$$Q6(t) = \hat{\text{Ângulo que o versor d1 forma com n1}}$$

$$Q7(t) = \hat{\text{Ângulo que o versor e1 forma com n1}}$$

$$Q8(t) = \hat{\text{Ângulo que o versor h1 forma com n1}}$$

As primeiras e segundas derivadas destas coordenadas representam, respectivamente, as velocidades angulares e acelerações angulares de cada segmento. Para cada atividade realizada, estas coordenadas e, conseqüentemente, as velocidades angulares e acelerações angulares, podem ser determinadas, por exemplo, através de filmagem. Portanto, o movimento para cada atividade é prescrito. Ao contrário, as vértebras não possuem movimento prescrito, ou seja, a posição, velocidade e aceleração de cada vértebra dependem dos esforços sobre elas e, também, da posição. As

coordenadas generalizadas que descrevem o movimento das vértebras são designadas  $Q_1(t)$  e  $Q_2(t)$ , sendo:

$Q_1(t)$ <sup>4</sup> = Ângulo que o versor L51 forma com S1, ou seja, ângulo de rotação entre as vértebras L5 e S1.

$Q_2(t)$  = Ângulo que o versor L41 forma com L51, ou seja, ângulo de rotação entre as vértebras L4 e L5.

De acordo com o exposto, têm-se duas análises a serem realizadas: a dinâmica direta para se determinar os deslocamentos das vértebras e, assim, poder determinar a pressão intradiscal no disco intervertebral, e a dinâmica inversa, para se determinar os esforços internos (reativos) nas articulações, durante os movimentos prescritos.

### **3.2 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE KANE AO MODELO PROPOSTO.**

O método de Kane é apresentado com detalhes em Kane, Levinson (1985) e é aplicado, a seguir, para os dois problemas colocados: dinâmica direta e dinâmica inversa. O Método de Kane apresenta grandes vantagens para se trabalhar com sistemas multicorpos. As equações do movimento são expressas por coordenadas e velocidades generalizadas e, para sistemas holonômicos são representadas por  $n$  equações de primeira ordem nas velocidades generalizadas, onde  $n$  é o número de coordenadas generalizadas. Para sistemas não-holonômicos, as equações devem ser complementadas por  $m$  equações caracterizando os  $m$  vínculos não-holonômicos. Parâmetros importantes no método de Kane são a velocidade parcial de pontos e a velocidade angular parcial de corpos, que, em linhas gerais, são os coeficientes das velocidades generalizadas em expressões de velocidade linear de pontos e velocidade angular de corpos. Outros parâmetros importantes no método são as forças ativas generalizadas e forças de inércia generalizadas. As forças ativas generalizadas são obtidas pré-multiplicando-se as velocidades parciais de determinados pontos pelas forças aplicadas nestes e somadas com o produto das velocidades angulares parciais pelos torques aplicados nos corpos. As forças de inércia

---

<sup>4</sup> Por facilidade, as coordenadas angulares serão expressas por  $Q_1, Q_2, \dots, Q_8$ . (também podem ser apresentadas em letra minúscula)

generalizadas são obtidas pré-multiplicando-se as velocidades parciais dos centros de massa de cada corpo pelas respectivas forças de inércia, somadas com o produto das velocidades angulares parciais pelos torques de inércia. As equações de Kane são obtidas somando-se todas as forças ativas generalizadas com as forças de inércia generalizadas e igualando-se a zero. A grande vantagem deste procedimento é que as forças de vínculos que mantêm unidos um corpo ao outro não contribuem para as forças ativas generalizadas, portanto, não entram nas equações do movimento. Além disso, o método proporciona uma maneira de tornar as forças de vínculo em evidência.

### 3.2.1 Dinâmica direta

Trata-se, neste caso, de se determinar os deslocamentos relativos entre as vértebras em função dos esforços sobre as mesmas. A Figura 9 mostra o modelo das vértebras. Como já mencionado, a vértebra S é fixada no corpo C (tronco), formando um ângulo de aproximadamente 30° com a horizontal (Kapandji, 2001). As vértebras L4 e L5 apresentam movimentos relativos, pois estão unidas através dos discos intervertebrais e das duas articulações AS e AL5. As articulações são dotadas de rigidez ( $K_z$ ) e amortecimento ( $C_z$ ), enquanto que nos discos só estão consideradas propriedades de rigidez ( $K_d$ ). Sobre a vértebra L4 atua um sistema força-binário resultante do peso do corpo do sujeito e cargas que o mesmo carrega.

Como já mencionado, as coordenadas generalizadas usadas para descrever o movimento das vértebras são Q1 e Q2. As derivadas das coordenadas generalizadas são as velocidades generalizadas, denotadas por U1 e U2. As equações diferenciais relacionando estas quantidades são as equações diferenciais cinemáticas, que na forma matricial ficam:

$$\begin{Bmatrix} \dot{Q1} \\ \dot{Q2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U1 \\ U2 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

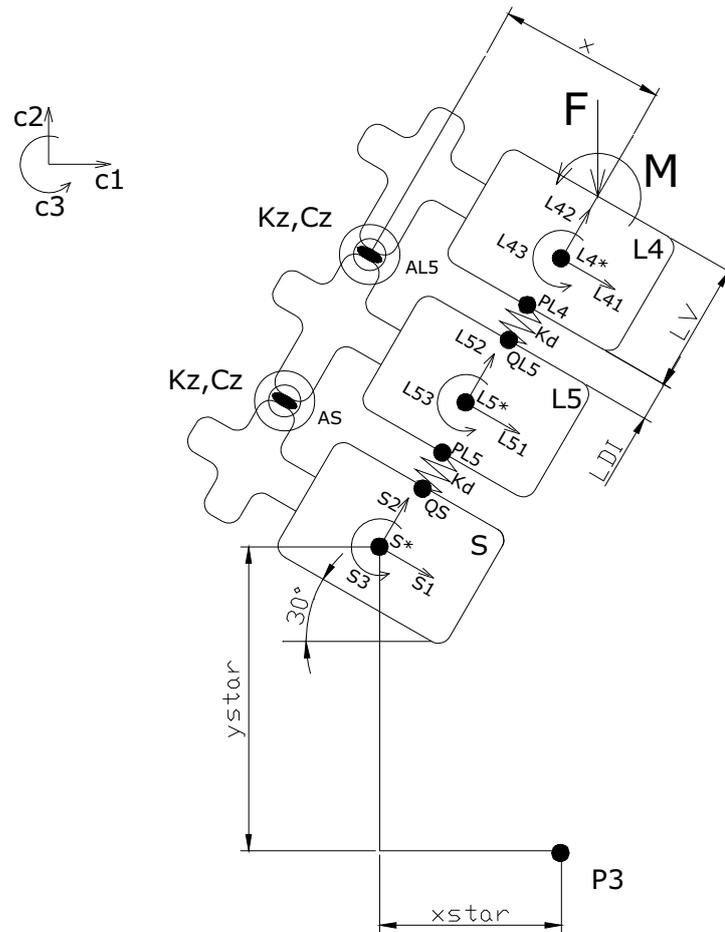


Figura 9 – Modelo das vértebras S-L5-L4

A aplicação do método de Kane requer a definição da velocidade parcial de pontos e de corpos, as quais são dadas, respectivamente, pela matriz coeficiente do vetor velocidade generalizada  $\{U\}$  em expressões de velocidades lineares de pontos e velocidades angulares de corpos. Assim:

$$\left\{ \mathbf{v}_{P_i/N} \right\} = \left[ \bar{\mathbf{v}}_{P_i/N} \right] \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} + \{ \mathbf{v}_t \} \quad \left\{ \boldsymbol{\omega}_{K/N} \right\} = \left[ \bar{\boldsymbol{\omega}}_{K/N} \right] \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} + \{ \boldsymbol{\omega}_t \} \quad (2)$$

Nestas expressões,

$\left\{ \mathbf{v}_{P_i/N} \right\}$  = vetor velocidade do ponto  $P_i$  em relação ao sistema Newtoniano

$\{\omega_{K/N}\}$  = vetor velocidade angular do corpo K em relação ao sistema Newtoniano

$[\bar{v}_{P_i/N}]$  = matriz velocidade parcial do ponto  $P_i$  em relação ao sistema Newtoniano

$[\bar{\omega}_{K/N}]$  = matriz velocidade angular parcial do corpo K em relação ao sistema Newtoniano

$\{v_t\}$  = vetor velocidade do ponto  $P_i$  em relação ao sistema Newtoniano independente das velocidades generalizadas.

$\{\omega_t\}$  = vetor velocidade angular do corpo K em relação ao sistema Newtoniano independente das velocidades generalizadas.

Assim, definidas as velocidades parciais, pode-se calcular as forças ativas generalizadas  $\{K\}$  e as forças de inércia generalizadas  $\{K^*\}$ , que são definidas por:

$$\{K\} = \sum_1^{v_1} [\bar{v}_{P_i}]^t \{f_i\} + \sum_1^v [\bar{\omega}_{K_i}]^t \{T_{K_i}\} \quad \text{e} \quad \{K^*\} = \sum_1^v [\bar{v}_{K_i^*}]^t \{f_{K_i}^*\} + \sum_1^v [\bar{\omega}_{K_i^*}]^t \{T_{K_i}^*\} \quad (3)$$

onde:

$\{f_i\}$  = vetor força atuando no ponto  $P_i$  ( $i=1, v_1$ ), sendo  $v_1$  o número de pontos onde atua força.

$[\bar{v}_{P_i}]$  = matriz velocidade parcial do ponto  $P_i$  ( $i=1, v_1$ ).

$\{T_{K_i}\}$  = vetor momento resultante atuando no corpo  $K_i$  ( $i=1, v$ ), sendo  $v$  o número de corpos.

$[\bar{\omega}_{K_i}]$  = matriz velocidade angular parcial do corpo  $K_i$

$\{f_{K_i}^*\}$  = vetor força de inércia associada ao corpo  $K_i$ .

$[\bar{v}_{K_i^*}]$  = matriz velocidade parcial do centro de massa do corpo  $K_i$ .

$\{T_{K_i}^*\}$  = vetor torque de inércia associado ao corpo  $K_i$

Os vetores forças e torques de inércia são dados por:

$$\begin{aligned} \{f_{K_i}^*\} &= m_i \{a_{K_i}^*\} \\ \{T_{K_i}^*\} &= [\tilde{\omega}_{K_i}] [I_{K_i}] \{\omega_{K_i}\} + [I_{K_i}] \{\alpha_{K_i}\} \end{aligned} \quad (4)$$

Nestas expressões:

$m_i$  = massa do corpo i.

$\{a_{K_i}^*\}$  = vetor aceleração inercial do centro de massa do corpo  $K_i$ .

$\{\omega_{K_i}\}$  = vetor velocidade angular do corpo  $K_i$ .

$\{\alpha_{K_i}\}$  = vetor aceleração angular do corpo  $K_i$ .

$[\tilde{\omega}_{K_i}]$  = matriz antissimétrica associada ao vetor velocidade angular do corpo  $K_i$ .

$[I_{K_i}]$  = matriz momento de inércia em relação o centro de massa do corpo  $K_i$ .

As equações de Kane são obtidas somando-se  $\{K\}$  e  $\{K^*\}$  e igualando-se o resultado a zero.

$$\{K\} + \{K^*\} = \{0\} \quad (5)$$

No caso específico das vértebras S1-L5-L4 as forças ativas e de inércia generalizadas ficam:

$$\begin{aligned} \{K\} &= [\bar{\omega}_{L5}]^t \{T_{S/L5}\} + [\bar{\omega}_{L5}]^t \{T_{L4/L5}\} + [\bar{\omega}_{L4}]^t \{T_{L5/L4}\} + [\bar{v}_{L4^*}]^t \{F\} + [\bar{\omega}_{L4}]^t \{M\} \\ &\quad + [\bar{v}_{PL5}]^t \{F_{QS/PL5}\} + [\bar{v}_{QL5}]^t \{F_{PL4/QL5}\} + [\bar{v}_{PL4}]^t \{F_{QL5/PL4}\} \\ &\quad + [\bar{v}_{L4^*}]^t \{W_{L4}\} + [\bar{v}_{L5^*}]^t \{W_{L5}\} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\{K^*\} = [\bar{v}_{L5^*}]^t \{f_{L5}^*\} + [\bar{\omega}_{L5}]^t \{T_{L5}^*\} + [\bar{v}_{L4^*}]^t \{f_{L4}^*\} + [\bar{\omega}_{L4}]^t \{T_{L4}^*\} \quad (7)$$

com:

$$\begin{aligned}
 \{f_{L5}^*\} &= m_{L5} \{a_{L5^*}\} & \{T_{L5}^*\} &= [\tilde{\omega}_{L5}] [I_{L5}] \{\omega_{L5}\} + [I_{L5}] \{\alpha_{L5}\} \\
 \{f_{L4}^*\} &= m_{L4} \{a_{L4^*}\} & \{T_{L4}^*\} &= [\tilde{\omega}_{L4}] [I_{L4}] \{\omega_{L4}\} + [I_{L4}] \{\alpha_{L4}\}
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Nestas expressões:

- $\{T_{S/L5}\}$  = vetor torque que o corpo S exerce em L5.
- $[\tilde{\omega}_{L5}]$  = matriz velocidade angular parcial do corpo L5
- $\{T_{L4/L5}\}$  = vetor torque que o corpo L4 exerce em L5 =  $-\{T_{L5/L4}\}$
- $[\tilde{\omega}_{L4}]$  = matriz velocidade angular parcial do corpo L4
- $[\tilde{v}_{L4^*}]$  = matriz velocidade parcial do ponto L4\*
- $\{F\}$  = vetor força resultante atuando no ponto L4\*, representando a soma do peso dos segmentos acima de L4, com a carga suportada pelo sujeito.
- $\{M\}$  = vetor momento resultante dos momentos das forças-peso dos segmentos, acima de L4, em relação ao ponto L4\*, e momento da carga W suportada pelo sujeito, em relação ao ponto L4\*.
- $[\tilde{v}_{PL5}]$  = matriz velocidade parcial do ponto PL5
- $[\tilde{v}_{PL4}]$  = matriz velocidade parcial do ponto PL4
- $[\tilde{v}_{QL5}]$  = matriz velocidade parcial do ponto QL5
- $\{F_{QS/PL5}\}$  = vetor força que o ponto QS exerce em PL5
- $\{F_{PL4/QL5}\}$  = vetor força que o ponto PL4 exerce em QL5
- $\{F_{QL5/PL4}\}$  = vetor força que o ponto QL5 exerce em PL5 =  $-\{F_{PL4/QL5}\}$
- $[\tilde{v}_{L5^*}]$  = matriz velocidade parcial do ponto L5\*
- $\{W_{L4}\}$  = vetor peso da vértebra L4

- $\{W_{L5}\}$  = vetor peso da vértebra L5
- $m_{L5}$  = massa da vértebra L5.
- $m_{L4}$  = massa da vértebra L4.
- $\{a_{L5^*}\}$  = vetor aceleração do centro de massa L5\*
- $\{a_{L4^*}\}$  = vetor aceleração do centro de massa L4\*
- $\{\omega_{L5}\}$  = vetor velocidade angular do corpo L5.
- $\{\alpha_{L5}\}$  = vetor aceleração angular do corpo L5.
- $[\tilde{\omega}_{L5}]$  = matriz antissimétrica associada ao vetor velocidade angular do corpo L5.
- $[I_{L5}]$  = matriz momento de inércia em relação ao centro de massa do corpo L5.
- $\{\omega_{L4}\}$  = vetor velocidade angular do corpo L4.
- $\{\alpha_{L4}\}$  = vetor aceleração angular do corpo L4.
- $[\tilde{\omega}_{L4}]$  = matriz antissimétrica associada ao vetor velocidade angular do corpo L4.
- $[I_{L4}]$  = matriz momento de inércia em relação ao centro de massa do corpo L4.

Os vetores força resultante em L4\* e momento-resultante em L4 são dados por:

$$\{F\} = \{W_C\} + \{W_D\} + \{W_E\} + \{W_H\} + \{W\}$$

$$\{M\} = [\tilde{r}_{L4^*/C^*}]\{W_C\} + [\tilde{r}_{L4^*/D^*}]\{W_D\} + [\tilde{r}_{L4^*/E^*}]\{W_E\} + [\tilde{r}_{L4^*/H^*}]\{W_H\} + [\tilde{r}_{L4^*/P7}]\{W\} \quad (9)$$

Nestas expressões:

$$\{W_K\} = \text{vetor peso do corpo K (K=C,D, E, H).}$$

$\{W\}$  = vetor carga atuando no ponto P7 (mão do sujeito).

$\left[ \tilde{r}_{L_4^*/q} \right]$  = matriz antissimétrica associada ao vetor posição que liga os pontos  $L_4^*$  e  $q$  ( $q = C^*, D^*, E^*, H^*$  e  $P7$ ).

Os esforços nas articulações e nos discos intervertebrais são dados por:

$$\begin{aligned} \{^S T_{S/L5}\} &= - \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_z \quad Q1 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_z \quad U1 \end{Bmatrix} \\ \{^{L5} T_{L5/L4}\} &= - \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_z \quad Q2 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_z \quad U2 \end{Bmatrix} \\ \{^S F_{QS/PL5}\} &= - \begin{Bmatrix} 0 \\ K_d \quad D_{PL5/QS} \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \{^{L5} F_{QL5/PL4}\} &= - \begin{Bmatrix} 0 \\ K_d \quad D_{PL4/QL5} \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{10}$$

Nestas expressões:

$K_z, C_z$  = coeficientes de rigidez e amortecimento do material das articulações.

$K_d$  = coeficientes de rigidez dos discos intervertebrais.

$D_{PL5/QS}$  = deslocamento relativo do ponto PL5 em relação ao ponto QS.

$D_{PL4/QL5}$  = deslocamento relativo do ponto PL4 em relação ao ponto QL5.

As equações 6, 7 e 8 são expressões trabalhosas e, se efetuadas à mão, podem conduzir a erro. Assim, é mais seguro utilizar um programa em linguagem simbólica para processá-las. Neste trabalho, utiliza-se o programa



Para isto, deve-se atribuir convenientemente velocidades generalizadas ( $U_i$ ) para pontos e corpos, a fim de se determinar tais esforços. Observando a Figura 10, pode-se ver os pontos P2a, P2b, P3b, P3c, P4c e P4e, respectivamente, coincidentes com os pontos P2, P3 e P4, sendo que P2a pertence ao corpo A; P2b pertence ao corpo B; P3b pertence ao corpo B; P3c pertence ao corpo C; finalmente, P4c pertence ao corpo C e P4e ao corpo E.

O corpo A exerce na articulação P2 os seguintes esforços:

$$\left\{ {}^B F_{P2} \right\} = \begin{Bmatrix} fvb \\ fnb \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \left\{ {}^B M_{A/B} \right\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ Tab \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Da mesma forma, o corpo B exerce na articulação P3:

$$\left\{ {}^C F_{P3} \right\} = \begin{Bmatrix} fvc \\ fnc \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \left\{ {}^C M_{B/C} \right\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ Tbc \end{Bmatrix} \quad (12)$$

E o corpo C exerce em P4:

$$\left\{ {}^E F_{P4} \right\} = \begin{Bmatrix} fve \\ -fne \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \left\{ {}^E M_{C/E} \right\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ Tce \end{Bmatrix} \quad (13)$$

Nestas expressões:

$fnb, fvb$  = forças em P2 nas direções b2 e b1, respectivamente.

$Tab$  = momento que o corpo A exerce em B na direção b3.

$fnc, fvc$  = forças em P3 nas direções c2 e c1, respectivamente.

$Tbc$  = momento que o corpo B exerce em C na direção c3.

$fne, fve$  = forças em P4 nas direções e2 e e1, respectivamente.

$Tce$  = momento que o corpo C exerce em E na direção e3.

Para que estes esforços tornem-se evidentes na expressão da força ativa generalizada, é necessário introduzir as seguintes velocidades generalizadas  $U_1$ ,



$$\begin{bmatrix} {}^C \omega_{C/B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} {}^E V_{P4E/P4C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} {}^E \omega_{E/C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pode-se, agora, calcular o vetor força ativa generalizada associada a estes esforços.

$$\begin{aligned} \{K\} = & \begin{bmatrix} {}^B \bar{\omega}_{B/A} \end{bmatrix}^t \{ {}^B M_{A/B} \} + \begin{bmatrix} {}^B \bar{v}_{P2b/P2a} \end{bmatrix}^t \{ {}^B F_{P2} \} + \begin{bmatrix} {}^C \bar{\omega}_{C/B} \end{bmatrix}^t \{ {}^C M_{B/C} \} \\ & + \begin{bmatrix} {}^C \bar{v}_{P3c/P3b} \end{bmatrix}^t \{ {}^C F_{P3} \} + \begin{bmatrix} {}^E \bar{\omega}_{E/C} \end{bmatrix}^t \{ {}^E M_{C/E} \} + \begin{bmatrix} {}^E \bar{v}_{P4e/P4c} \end{bmatrix}^t \{ {}^E F_{P4} \} \end{aligned} \quad (16)$$

o que resulta em:

$$\{K\} = \{f_{nb} \ f_{vb} \ T_{ab} \ f_{nc} \ f_{vc} \ T_{bc} \ f_{ne} \ f_{ve} \ T_{ce}\}^t \quad (16a)$$

Desta forma, as forças reativas fazem parte do vetor força ativa generalizada. O vetor de inércia generalizada é calculado de forma semelhante ao descrito no item anterior. Agora, a matriz das velocidades parciais tem dimensão 3 x 9, como mostrado. Novamente, para se obter as equações do movimento e resolvê-las, foi também utilizado o programa AUTOLEV, o qual depois de processado, cria um programa em linguagem Fortran para resolver estas equações. Os programas REAC.ATL e REAC.FOR, utilizados para a solução da dinâmica inversa, são bastante parecidos com os programas PID.ATL e PID.FOR e, assim, não estão listados em apêndice.

### 3.3 DETERMINAÇÃO DAS TRAJETÓRIAS DE CADA SEGMENTO DO CORPO HUMANO PARA REALIZAR UMA DADA TAREFA

Como já mencionado anteriormente, as coordenadas  $Q_3, Q_4, \dots, Q_8$ , são prescritas, pois o movimento do corpo é conhecido. A fim de se determinar estas coordenadas, em função do tempo, foi realizada uma filmagem de um sujeito executando as atividades comentadas anteriormente. Nas diversas articulações deste sujeito foram fixadas esferas de isopor brancas para serem captadas pela filmagem. A Figura 11 mostra um quadro de uma filmagem, evidenciando as esferas nos pontos de articulação.



Figura 11 – Detalhe da fixação das esferas para filmagem.

Para a filmagem utilizou-se uma câmara digital de marca Sony 6.2 MP. Após a filmagem, cada filme foi decomposto em diversos quadros para que fossem obtidas as coordenadas angulares que cada membro forma com o referencial Newtoniano. Para esta decomposição foi utilizado o programa Movavi Vídeo Converter 6.0, de domínio público. Cada quadro representa a posição do sujeito em um determinado instante. Depois de determinadas as coordenadas angulares de cada segmento em vários instantes, foi realizado um ajuste polinomial destas coordenadas angulares, a fim de se obter a variação temporal das mesmas durante a execução de determinada tarefa.

A obtenção das coordenadas angulares em cada quadro foi feita utilizando o programa AUTOCAD. Cada quadro era introduzido no programa e realizada a medida dos ângulos. A Figura 12 mostra um dos quadros na tela do programa AUTOCAD, com os ângulos medidos.

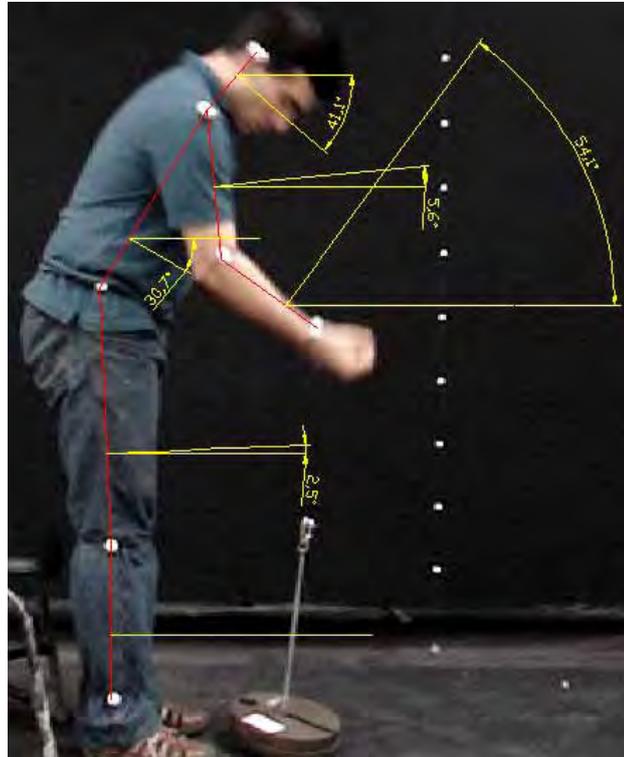


Figura 12 – Detalhe da medida dos ângulos no programa Autocad.

As coordenadas angulares em função do tempo e as suas derivadas, foram introduzidas na sub-rotina SPEC do programa escrito em Fortran para a solução das equações.

O sujeito escolhido para a filmagem tinha características antropométricas comparáveis ao voluntário do artigo de Wilke (2001), para posterior comparação de resultados.

### **3.4 DESENVOLVIMENTO DA EXPRESSÃO DA PRESSÃO INTRADISCAL**

Para o desenvolvimento da expressão da pressão intradiscal dentro do núcleo pulposo, o ânulo fibroso foi considerado como um cilindro de parede grossa, com propriedades mecânicas específicas, ajustado sobre um cilindro

representando o núcleo pulposo. Este conjunto, ânulo fibroso e núcleo pulposo, fica submetido a uma deformação específica numa direção longitudinal (ou axial), produzindo deformações específicas radiais e tangenciais no ânulo e núcleo, as quais, atendendo condições de compatibilidade, conduzem à expressão da pressão na interface entre os dois elementos.

A Figura 13 mostra de forma esquemática o ânulo fibroso e o núcleo pulposo na forma de dois cilindros. O núcleo possui raio interno  $r_a$  e raio externo  $r_b$ ; o ânulo possui raio interno  $r_b$  e raio externo  $r_c$ . Posteriormente, o raio interno  $r_a$  do núcleo será tomado como zero. A altura do núcleo e do ânulo é representada por  $l_{di}$ .

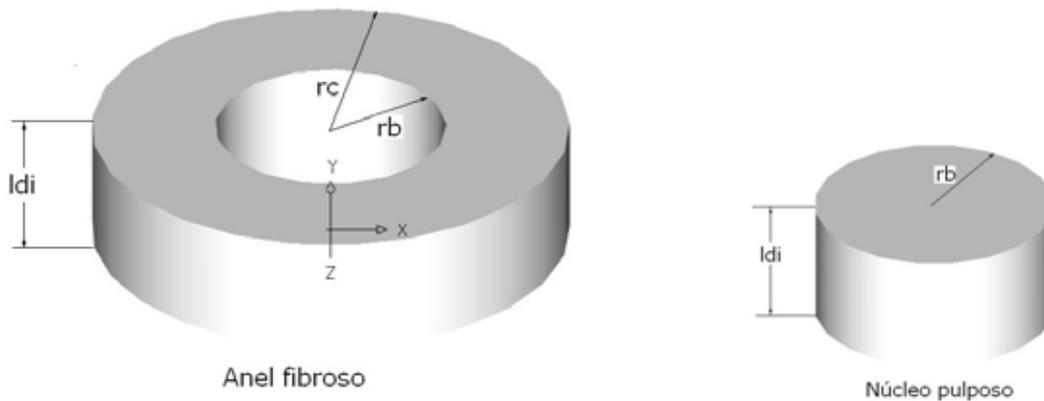


Figura 13 – Representação esquemática do ânulo fibroso e núcleo pulposo

A lei de Hooke generalizada aplicada ao cilindro acima, representando, por exemplo, o ânulo fibroso fica:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{E}{(1+\nu)(2\nu-1)} [\varepsilon_r(\nu-1) - \nu(\varepsilon_t + \varepsilon_y)] \\ \sigma_t &= \frac{E}{(1+\nu)(2\nu-1)} [\varepsilon_t(\nu-1) - \nu(\varepsilon_r + \varepsilon_y)] \\ \sigma_y &= \frac{E}{(1+\nu)(2\nu-1)} [\varepsilon_y(\nu-1) - \nu(\varepsilon_r + \varepsilon_t)]\end{aligned}\tag{17}$$

Nesta expressão:

$\varepsilon_r$  = deformação específica radial.

$\varepsilon_t$  = deformação específica tangencial.

$\varepsilon_y$  = deformação específica longitudinal.

$\sigma_r$  = tensão normal radial.

$\sigma_t$  = tensão normal tangencial.

$\sigma_y$  = tensão normal axial ou longitudinal.

$E$  = módulo de elasticidade do material

$\nu$  = coeficiente de Poisson do material

Tomando um pequeno elemento retirado do cilindro, limitado por duas superfícies cilíndricas e dois planos diametrais, separados por um ângulo  $d\theta$ , como mostrado na Figura 14, onde encontram-se, também, representadas, as tensões radiais ( $\sigma_r$ ) e tangenciais ( $\sigma_t$ ).

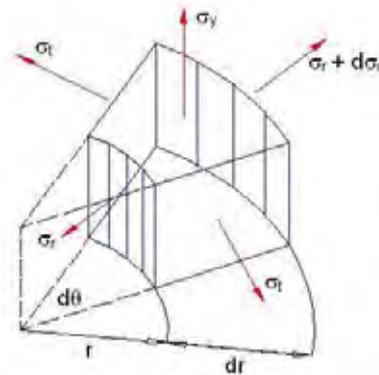


Figura 14 – Elemento prismático retirado do cilindro

Efetuando o equilíbrio das forças que atuam nas faces, chega-se à equação diferencial envolvendo as tensões radiais e tangenciais.

$$\sum F_r = 0 \Rightarrow -\sigma_r r d\theta l_d + (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\theta l_d - 2\sigma_t \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) dr l_d$$

$$\therefore \sigma_r + r \frac{d\sigma_r}{dr} - \sigma_t = 0 \quad (18)$$

Substituindo as equações (17) em (18), obtém-se a equação diferencial em termos de deformações específicas:

$$(2\nu - 1) \frac{\varepsilon_r}{r} - (2\nu - 1) \frac{\varepsilon_t}{r} + (\nu - 1) \frac{d\varepsilon_r}{dr} - \nu \frac{d\varepsilon_t}{dr} = \nu \frac{d\varepsilon_y}{dr} \quad (19)$$

A seguir, são analisadas as deformações específicas em função dos deslocamentos dos pontos do cilindro. A Figura 15 ilustra um elemento e os deslocamentos, após a deformação.

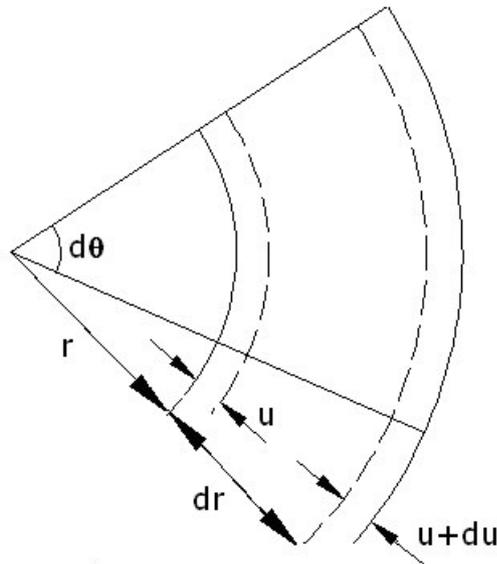


Figura 15 – Deslocamentos de um elemento do anulo fibroso.

Da análise da Figura, chega-se a:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{r + dr + u + du - (r + u) - dr}{dr} \Rightarrow \varepsilon_r = \frac{du}{dr} \\ \varepsilon_t &= \frac{(r + u)d\theta - rd\theta}{rd\theta} \Rightarrow \varepsilon_t = \frac{u}{r} \end{aligned} \quad (20)$$

Substituindo estas deformações na equação diferencial (19) chega-se a:

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (u r) \right) = \frac{\nu}{\nu - 1} \frac{d\varepsilon_y}{dr} \quad (21)$$

Considerando que a flexão das vértebras se dá apenas no plano sagital (vide Figura 9), pode-se considerar que as deformações específicas  $\varepsilon_y$  variam linearmente com a distância da articulação até um ponto sobre o disco, ou seja:

$$\varepsilon_y = k_1 (x + r) \quad \Rightarrow \quad \frac{d\varepsilon_y}{dr} = k_1 \quad (22)$$

Nesta expressão,  $x$  representa a distância da articulação até o centro do disco e  $k_1$  é calculada considerando que, no centro do disco, a deformação é obtida dividindo-se o deslocamento no centro do disco, calculado pelo programa PID, pelo comprimento do disco intervertebral:

$$k_1 = \frac{(\varepsilon_y)_{r=0}}{x} = \frac{d}{x \text{ ldi}} \quad (23)$$

Assim, a expressão de  $\varepsilon_y$  fica:

$$\varepsilon_y = \frac{d}{\text{ldi}} \left( \frac{r}{x} + 1 \right) \quad (24)$$

Substituindo a equação (22) em (21) resulta em:

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (u r) \right) = C_y \quad \text{com} \quad C_y = \frac{\nu}{\nu - 1} k_1 \quad (25)$$

cuja solução é:

$$u(r) = C_y \frac{r^2}{3} + C_1 r + \frac{C_2}{r} \quad (26)$$

Substituindo esta solução nas equações de deformações e tensões, resulta em:

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= \frac{du}{dr} = \frac{2}{3}C_y r + C_1 - \frac{C_2}{r^2} \\ \varepsilon_t &= \frac{u}{r} = \frac{1}{3}C_y r + C_1 + \frac{C_2}{r^2} \\ \sigma_r &= \frac{E}{(1+\nu)(2\nu-1)} \left[ \frac{C_2}{r^2}(1-2\nu) - C_1 - \nu\varepsilon_y - \frac{C_y r}{3}(2-\nu) \right] \\ \sigma_t &= \frac{E}{(1+\nu)(2\nu-1)} \left[ \frac{C_2}{r^2}(2\nu-1) - C_1 - \nu\varepsilon_y - \frac{C_y r}{3}(1+\nu) \right] \\ \sigma_y &= \frac{E}{(1+\nu)(2\nu-1)} [\varepsilon_y(\nu-1) - \nu(C_y r + 2C_1)]\end{aligned}\quad (27)$$

Estas equações devem ser aplicadas ao ânulo fibroso e ao núcleo pulposo com a finalidade de se determinar a pressão de contato entre eles. Quando o conjunto ânulo e núcleo é submetido a um esforço longitudinal, eles se deformam radial e tangencialmente, de forma que ocorre uma pressão de contato entre os dois. Esta é a pressão intradiscal procurada. O ânulo fibroso fica submetido a uma pressão interna e o núcleo pulposo a uma pressão externa. A Figura 16 mostra estas condições.

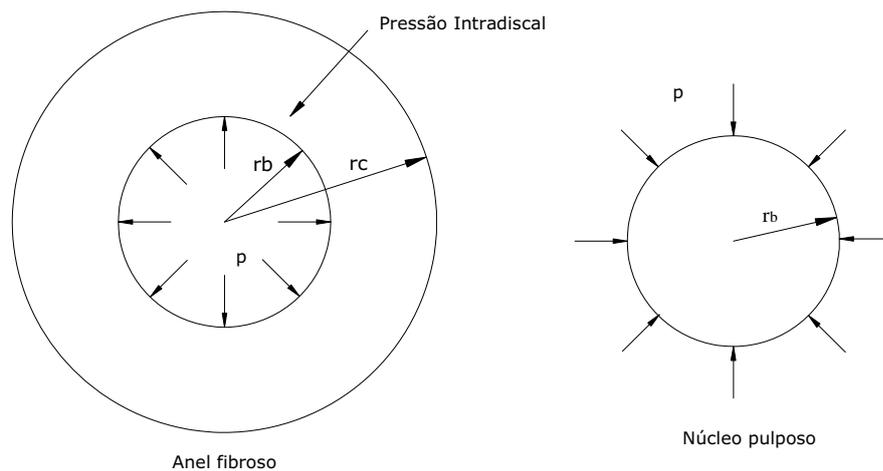


Figura 16 – Ânulo fibroso e núcleo pulposo submetidos à pressão interna e externa.

Assim, para o ânulo fibroso deve-se assumir as seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} \text{para } r = r_b &\Rightarrow \sigma_r = -p \\ \text{para } r = r_c &\Rightarrow \sigma_r = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

Com isto, determina-se  $C_1$  e  $C_2$  para o ânulo fibroso, que levadas às equações (26) e (27), conduzem às expressões das tensões, deformações e deslocamentos para o ânulo:

$$\sigma_r(r,p), \quad \sigma_t(r,p), \quad \varepsilon_r(r,p), \quad \varepsilon_t(r,p) \quad \text{e} \quad u_{\text{ânulo}}(r,p)$$

O mesmo procedimento é feito para o núcleo pulposo, para o qual deve-se assumir:

$$\begin{aligned} \text{para } r = r_b &\Rightarrow \sigma_r = -p \\ \text{para } r = r_a &\Rightarrow \sigma_r = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

Com isto, determina-se  $C_1$  e  $C_2$  para o núcleo pulposo, que levadas às equações (26) e (27), conduzem às expressões das tensões, deformações e deslocamentos para o núcleo:

$$\sigma_r(r,p), \quad \sigma_t(r,p), \quad \varepsilon_r(r,p), \quad \varepsilon_t(r,p) \quad \text{e} \quad u_{\text{núcleo}}(r,p)$$

Considerando que as superfícies de contato (raio  $b$ ) do núcleo pulposo e ânulo fibroso devem permanecer unidas, aplica-se a seguinte condição de compatibilidade de deslocamento:

$$u_{\text{ânulo}}(r_b, p) - u_{\text{núcleo}}(r_b, p) = 0 \Rightarrow p \quad (31)$$

Resolvendo esta equação, chega-se à expressão da pressão de contato que representa a pressão intradiscal no núcleo pulposo. Todo este procedimento para se chegar às equações de tensões, deformações e deslocamentos é bastante trabalhoso; por isso, neste trabalho, utilizou-se o programa Mathematica (v.4.0), para realizar os cálculos anteriores. O arquivo com o programa para o cálculo da pressão intradiscal encontra-se no apêndice A. A seguir são mostrados os

resultados obtidos com a ajuda do Mathematica. Nas expressões abaixo, o índice *i* refere-se ao núcleo pulposo e o índice *e* ao ânulo fibroso.

As expressões finais das tensões, deslocamentos e pressão intradiscal obtidas com ajuda do Mathematica são:

$$\sigma_{ri} = -(ei*k1*(-((-2 + ni)*ni*(r - rb)) - (ee*(-1 + 2*ni)*(-1 + ni^2)*(rb - rc)*(-(ni*(rb + rc)*(rb - 3*x)) + ne^2*(-2*rb^2 + 4*rb*rc + 4*rc^2 + 6*rb*x + 6*rc*x) + ne*((1 + 2*ni)*rb^2 + rc*(rc - 3*(x + 2*ni*x)) + rb*(2*(-1 + ni)*rc - 3*(x + 2*ni*x)))))))/((-1 + 2*ne)*(ee*(-1 + ni + 2*ni^2)*(rb^2 - rc^2) - ei*(1 + ne)*((-1 + 2*ne)*rb^2 - rc^2))))/(3*(-1 + ni)*(1 + ni)*(-1 + 2*ni))$$

$$\sigma_{ti} = -(ei*k1*(ni*((1 + ni)*r + (-2 + ni)*rb) - (ee*(-1 + 2*ni)*(-1 + ni^2)*(rb - rc)*(-(ni*(rb + rc)*(rb - 3*x)) + ne^2*(-2*rb^2 + 4*rb*rc + 4*rc^2 + 6*rb*x + 6*rc*x) + ne*((1 + 2*ni)*rb^2 + rc*(rc - 3*(x + 2*ni*x)) + rb*(2*(-1 + ni)*rc - 3*(x + 2*ni*x)))))))/((-1 + 2*ne)*(ee*(-1 + ni + 2*ni^2)*(rb^2 - rc^2) - ei*(1 + ne)*((-1 + 2*ne)*rb^2 - rc^2))))/(3*(-1 + ni)*(1 + ni)*(-1 + 2*ni))$$

$$u_i = (k1*r*(ni*(r + (-2 + ni)*rb - 3*(-1 + ni)*x) - (ee*(1 - 2*ni - ni^2 + 2*ni^3)*(rb - rc)*(-(ni*(rb + rc)*(rb - 3*x)) + ne^2*(-2*rb^2 + 4*rb*rc + 4*rc^2 + 6*rb*x + 6*rc*x) + ne*((1 + 2*ni)*rb^2 + rc*(rc - 3*(x + 2*ni*x)) + rb*(2*(-1 + ni)*rc - 3*(x + 2*ni*x)))))))/((-1 + 2*ne)*(ee*(-1 + ni + 2*ni^2)*(rb^2 - rc^2) - ei*(1 + ne)*((-1 + 2*ne)*rb^2 - rc^2))))/(3*(-1 + ni))$$

$$\sigma_{re} = -(ee*k1*(r - rc)*(rb - rc)*(-((-2 + ne)*ne*(r - rb)*(rb*rc + r*(rb + rc))) - (ei*(-1 + ne^2)*rb^2*(r + rc)*(ni*(rb + rc)*(rb - 3*x) + 2*ne^2*(rb^2 - 2*rb*rc - 2*rc^2 - 3*rb*x - 3*rc*x) - ne*((1 + 2*ni)*rb^2 + rc*(rc - 3*(x + 2*ni*x)) + rb*(2*(-1 + ni)*rc - 3*(x + 2*ni*x)))))))/((-ee*(-1 + ni + 2*ni^2)*(rb^2 - rc^2)) + ei*(1 + ne)*((-1 + 2*ne)*rb^2 - rc^2))))/(3*(-1 + ne)*(1 + ne)*(-1 + 2*ne)*r^2*(rb^2 - rc^2))$$

$$\sigma_{te} = -(ee*k1*(rb - rc)*(ne*((-2 + ne)*rb^2*rc^2 + (1 + ne)*r^3*(rb + rc) + (-2 + ne)*r^2*(rb^2 + rb*rc + rc^2)) - (ei*(-1 + ne^2)*rb^2*(r^2 + rc^2)*(ni*(rb + rc)*(rb - 3*x) + 2*ne^2*(rb^2 - 2*rb*rc - 2*rc^2 - 3*rb*x - 3*rc*x) - ne*((1 + 2*ni)*rb^2 + rc*(rc - 3*(x + 2*ni*x)) + rb*(2*(-1 + ni)*rc - 3*(x + 2*ni*x)))))))/((-ee*(-1 + ni + 2*ni^2)*(rb^2 - rc^2)) + ei*(1 + ne)*((-1 + 2*ne)*rb^2 - rc^2))))/(3*(-1 + ne)*(1 + ne)*(-1 + 2*ne)*r^2*(rb^2 - rc^2))$$

$$u_e = (k1*(rb - rc)*(-ne*((-2 + ne)*rb^2*rc^2 - (-1 + 2*ne)*r^3*(rb + rc) -$$

$$\begin{aligned} & (-1 + 2*ne)*r^2*((-2 + ne)*rb^2 + rb*(rc - 2*ne*rc - \\ & 3*(-1 + ne)*x) + rc*(rc - 2*ne*rc - 3*(-1 + ne)*x))) - \\ & (ei*(-1 + ne^2)*rb^2*((-1 + 2*ne)*r^2 - rc^2)* \\ & (ni*(rb + rc)*(rb - 3*x) + 2*ne^2*(rb^2 - 2*rb*rc - 2*rc^2 - \\ & 3*rb*x - 3*rc*x) - ne*((1 + 2*ni)*rb^2 + \\ & rc*(rc - 3*(x + 2*ni*x)) + rb*(2*(-1 + ni)*rc - \\ & 3*(x + 2*ni*x)))))/(- (ee*(-1 + ni + 2*ni^2)*(rb^2 - rc^2)) + \\ & ei*(1 + ne)*((-1 + 2*ne)*rb^2 - rc^2)))/(3*(-1 + ne)*(-1 + 2*ne)*r* \\ & (rb^2 - rc^2)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p = & (ee*ei*k1*(rb - rc)*(ni*(rb + rc)*(rb - 3*x) + 2*ne^2*(rb^2 - 2*rb*rc \\ & - 2*rc^2 - 3*rb*x - 3*rc*x) - ne*((1 + 2*ni)*rb^2 + rc*(rc - 3*(x \\ & + 2*ni*x)) + rb*(2*(-1 + ni)*rc - 3*(x + 2*ni*x)))))/(3*(-1 \\ & + 2*ne)*(ee*(-1 + ni + 2*ni^2)*(rb^2 - rc^2) - ei*(1 + ne)*((-1 \\ & + 2*ne)*rb^2 - rc^2))) \end{aligned}$$

Nestas expressões:

rb = raio externo do núcleo pulposo e interno do ânulo fibroso;

rc = raio externo do ânulo fibroso;

ei = módulo de elasticidade do núcleo pulposo;

ee = módulo de elasticidade do ânulo fibroso;

ni = coeficiente de Poisson do núcleo pulposo;

ne = coeficiente de Poisson do ânulo fibroso.

### **3.5 PROPRIEDADES MECÂNICAS DO DISCO INTERVERTEBRAL E DAS ARTICULAÇÕES ENTRE AS VÉRTEBRAS.**

Para a determinação da pressão intradiscal, são necessários dados dos materiais, como módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson tanto do núcleo pulposo como do ânulo fibroso. Estes foram obtidos da literatura. São necessárias, também, as constantes de rigidez e amortecimento das articulações entre as vértebras e a constante de rigidez do disco intervertebral.

As propriedades do disco intervertebral ( $e_i$ ,  $e_e$ ,  $\nu_i$ ,  $\nu_e$ ) foram obtidas do artigo "Application of a new calibration method for a three-dimensional finite

*element model of a human lumbar annulus fibrosus*”, de autoria de Schmidt et al. (2006). Os autores buscaram estes valores na literatura e os utilizaram no desenvolvimento do trabalho. Os valores são mostrados no Quadro 1, mais adiante.

O coeficiente de rigidez do disco intervertebral ( $K_d$ ) foi obtido experimentalmente por Lemos (2006), que utilizou oito discos intervertebrais da coluna lombar de suínos, sobre os quais aplicou cargas até o limite de 442,63 N. Simultaneamente, mediu os deslocamentos sofridos pelos discos usando uma lâmina metálica em formato de U, sobre a qual estavam colados dois extensômetros formando um circuito elétrico em meia ponte de Wheatstone. Foram observados resultados na compressão e descompressão do disco, os quais são sumarizados na Tabela 1.

Tabela 1 – Dados de Carga e deformação do disco intervertebral.

Carregamento		Descarregamento	
Deslocamento	Força	Deslocamento	Força
[mm]	[N]	[mm]	[N]
0,33	5,59	0,90	71,16
0,58	66,51	0,99	143,79
0,74	138,22	1,06	218,15
0,85	215,62	1,11	293,67
0,96	289,89	1,18	368,62
1,08	367,09	1,23	442,58
1,23	442,63		

A Figura 17 mostra um gráfico dos dados da tabela acima. Os valores experimentais foram aproximados por uma função linear, tanto no carregamento quanto no descarregamento. A inclinação das duas retas representa a rigidez do disco intervertebral. Considerou-se, neste trabalho, o valor médio entre os dois valores de rigidez calculados no carregamento e descarregamento. Assim, o valor adotado foi  $K_d=869,1$  N/mm.

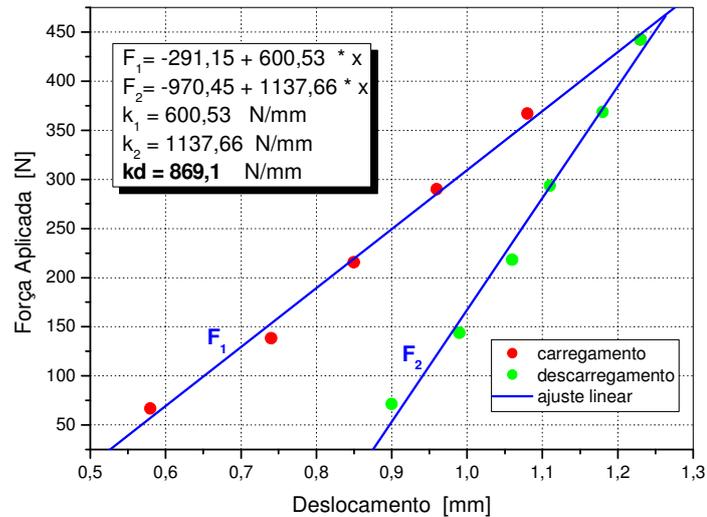


Figura 17 – Gráfico força-deslocamento do disco intervertebral

O coeficiente de rigidez  $K_z$ , das articulações entre as vértebras, foi estimado utilizando os dados experimentais obtidos por Lemos (2006), que realizou experimentos em colunas de suínos, onde mediu os deslocamentos do disco intervertebral para várias posições angulares da coluna. A Figura 18 mostra uma foto do experimento realizado e um gráfico com os deslocamentos médios entre carregamento e descarregamento em função dos deslocamento angular da coluna, o qual simula o deslocamento angular do tronco e pelve.



Figura 18a – Foto do experimento

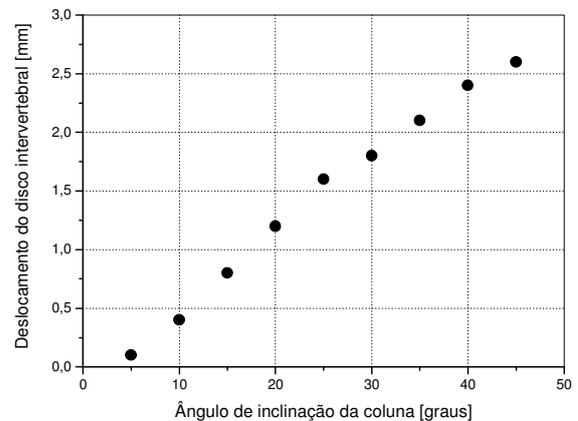


Figura 18b – Deslocamento do disco intervertebral em função do ângulo de inclinação da coluna.

A rigidez  $K_z$  foi obtida efetuando-se uma calibração no próprio programa computacional. A estabilidade da coluna vertebral é conseguida pelos ligamentos posterior e anterior, por músculos, além dos discos intervertebrais e das articulações entre vértebras. No modelo, não foram considerados os ligamentos e músculos unindo as diversas vértebras. Assim, a rigidez e amortecimento intrínsecos para a estabilidade da coluna foram concentrados nas articulações entre as vértebras. O valor da rigidez foi ajustado através de simulação, de tal forma que, para um sujeito cujo peso, acima da vértebra L4 da coluna lombar, fosse de aproximadamente 469 N (a mesma carga usada no experimento de Lemos (2006)), os deslocamentos do disco intervertebral entre as vértebras L4 e L5 obtidos se aproximavam dos deslocamentos obtidos no teste experimental obtido por Lemos (2006). Chegou-se, desta forma, ao valor  $K_z \cong 1350 \text{ Nm/rad}$ .

O valor da constante de amortecimento foi obtido do artigo "*The dynamic flexion/extension properties of the lumbar spine in vitro using a novel pendulum system*", de autoria de Crisco, Fujita, Spenciner (2006). Os autores realizaram testes com unidades funcionais da coluna lombar de cadáveres, acopladas como articulações de rotação de um pêndulo, em cuja extremidade era possível variar a carga. Por meio das medidas de amplitude, frequência e período de vibração do pêndulo foi possível quantificar a rigidez e amortecimento destas unidades funcionais. As estruturas ligamentosas foram preservadas, porém os resíduos musculares foram eliminados. Desta forma, os valores obtidos representam uma média de rigidez e amortecimento do disco intervertebral, das articulações e ligamentos. Os autores observaram que os valores de rigidez e amortecimento aumentavam com o aumento da carga na extremidade do pêndulo. No entanto, foi adotado o valor superior, para o coeficiente de amortecimento, correspondente à maior carga, pois se aproximava mais do peso do sujeito. A introdução do amortecimento no modelo é importante para que as variáveis de saída do programa não apresentem comportamento vibratório. Além das propriedades mecânicas, os parâmetros geométricos do disco intervertebral, tais como raio do núcleo pulposo, raio do ânulo fibroso e altura do disco, foram obtidos do artigo: "*Comparison of animals used in disc research to human lumbar disc geometry*" de O'Connell e colaboradores (O'Connell, 2007). O Quadro 1 resume os valores dos parâmetros discutidos.

Quadro 1 – Dados do disco intervertebral e das articulações

$e_i$	= 1,26 MPa	módulo de elasticidade do núcleo pulposo
$e_e$	= 4,2 MPa	módulo de elasticidade do ânulo fibroso
$\nu_i$	= 0.499	coeficiente de Poisson do núcleo pulposo
$\nu_e$	= 0.45	coeficiente de Poisson do ânulo fibroso
$K_d$	= 869,1 N/mm	coeficiente de rigidez do disco intervertebral
$C_z$	= 4,0 Nms/rad	coeficiente de amortecimento das articulações entre as vértebras
$K_z$	= 1350 Nm/rad	coeficiente de rigidez das articulações entre as vértebras
$r_b$	= 12 mm	raio externo do núcleo pulposo
$r_c$	= 23 mm	raio externo do ânulo fibroso
$l_{di}$	= 11,3 mm	altura do disco intervertebral

### 3.6 DADOS ANTROPOMÉTRICOS

Além dos parâmetros já comentados anteriormente, são necessários, ainda, para a execução do programa gerado pelo AUTOLEV, outros parâmetros físicos e geométricos como: massas e inércias de todos os segmentos, comprimentos dos membros e, também, a posição dos centros de massa de todos os segmentos. Estes parâmetros foram obtidos da referência: "*Biomechanics and motor control of human movement*", de autoria de Winter (1990). Os comprimentos dos segmentos são expressos como uma porcentagem do comprimento total do sujeito. Os dados de massa e inércia normalmente têm sido determinados de cadáveres, ou usando volumes dos corpos em conjunção com densidades, ou ainda, através de técnicas de escaneamento, que reproduzem imagens das seções transversais dos segmentos. Winter apresenta uma tabela com dados de massa dos segmentos como porcentagem da massa total do sujeito e posição do centro de massa como porcentagem do comprimento em relação a articulação. Os momentos de inércia foram obtidos aproximando os segmentos por corpos cilíndricos, com diâmetros calculados através da massa específica do corpo humano.

### 3.7 SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DO MOVIMENTO PARA SE DETERMINAR A PRESSÃO INTRADISCAL E OS ESFORÇOS REATIVOS NAS ARTICULAÇÕES.

O último passo consiste na execução do programa em Fortran, gerado pelo Autolev. Para execução do programa, ainda são necessárias três operações a serem realizadas no programa gerado:

1. Construção de um arquivo com os dados de entrada do programa, o qual é mostrado no Quadro 2.

Quadro 2 – Arquivo de Entrada

```

READ(11,*)G,DS,LA,LB,LC,LD,LE,LH,LSA,LSB,LSC,LSD,LSE,LSH,XSSTAR,Y,
      SSTAR,LV,LDI,X,TETADEG,RB,RC,EE,EI,NE,NI,KZ,CZ
READ(11,*) MV,MA,MB,MC,MD,ME,MH
READ(11,*) IV3
READ(11,*) IA
READ(11,*) IB
READ(11,*) IC
READ(11,*) ID
READ(11,*) IE
READ(11,*) IH
READ(11,*) U(1),U(2)
READ(11,*) Q1DEG,Q2DEG

```

2. Adaptação da sub-rotina SPEC, preenchendo com as expressões das posições, velocidades e acelerações angulares dos segmentos em função do tempo. Estas expressões são aquelas obtidas via filmagem. A carga a

ser levantada pelo sujeito também é colocada nesta sub-rotina. O Quadro 3, a seguir, mostra um exemplo da sub-rotina.

Quadro 3 – Exemplo de trajetórias dos segmentos – Sub-rotina SPEC

```

IF(T.LE.1.35)THEN
Q3 = 0.0108*T**2 + 0.0836*T - 0,0374
Q4= -0.0607*T**3 + 0.0086*T**2 + 0.1519*T - 0.0209
Q5=0.1185*T**2 - 1.2045*T - 0.0385
Q6=-0.1164*T**2 - 0.5954*T - 0.4259
Q7= 0.1034*T**2 - 0.6082*T + 0.3442
Q8= 1.0981*T**3 - 1.81*T**2 - 0.5908*T + 1.4765
Q3DOT=0.0216*T+0.0836
Q4DOT=0.1519 + 0.0172*T - 0.182099*T**2
Q5DOT=-1.2045 + 0.237*T
Q6DOT=-0.5954 - 0.2328*T
Q7DOT=-0.6082 + 0.2068*T
Q8DOT=-0.5908 - 3.62*T + 3.2943*T**2
Q3DOTDOT=0.0216
Q4DOTDOT=0.0172 - 0.364199*T
Q5DOTDOT=0.237
Q6DOTDOT=-0.2328
Q7DOTDOT=0.2068
Q8DOTDOT=-3.62 + 6.5886*T
W=0.0
ELSEIF((T.GT.1.35).AND.(T.LE.4.2))THEN
Q3=0.0099*T**3 - 0.0908*T**2 + 0.21*T - 0.011
Q4= 0.0384*T**3 - 0.3617*T**2 + 1.01*T - 0.725
Q5= -0.1708*T**3 + 1.3289*T**2 - 2.5467*T - 0.0757
Q6=-0.0165*T**3 - 0.0949*T**2 + 1.4512*T - 3.1154
Q7= -0.1515*T**3 + 1.27*T**2 - 3.0732*T + 1.9767
Q8= -0.0947*T**3 + 0.7077*T**2 - 1.0792*T + 0.6702
Q3DOT=0.21 - 0.1816*T + 0.0297*T**2
Q4DOT=1.01 - 0.7234*T + 0.1152*T**2
Q5DOT=-2.5467 + 2.6578*T - 0.5124*T**2

```

```

Q6DOT=1.4512 - 0.1898*T - 0.0495*T**2
Q7DOT=-3.0732 + 2.54*T - 0.4545*T**2
Q8DOT=-1.0792 + 1.4154*T - 0.2841*T**2
Q3DOTDOT=-0.1816 + 0.0594*T
Q4DOTDOT=-0.7234 + 0.2304*T
Q5DOTDOT=2.6578 - 1.0248*T
Q6DOTDOT=-0.1898 - 0.099*T
Q7DOTDOT=2.54 - 0.909*T
Q8DOTDOT=1.4154 - 0.5682*T
W=198.0
ENDIF

```

3. Adaptação da sub-rotina CONTROLS, preenchendo com a expressão da pressão intradiscal obtida com ajuda do MATHEMATICA e a constante de rigidez do disco intervertebral (Quadro 4).

#### Quadro 4 – Sub-rotina CONTROLS

```

KD = 869100.0
DPL5QS = S1*X
DPL4QL5 = S2*X
K1 = DPL4QL5/(X*LDI)
NP=-{(EE*EI*K1*(-1+2*NI)*RB**2*(RB**2-RC**2)*(- (NI*(RB+RC)*(RB- 3*X)) +
- NE**2*(-2*RB**2 + 4*RB*RC + 4*RC**2 + 6*RB*X + 6*RC*X) +
- NE*((1 + 2*NI)*RB**2 + RC*(RC - 3*(X + 2*NI*X)) +
- RB*(2*(-1 + NI)*RC - 3*(X + 2*NI*X)))))
DP= 3*(-1+2*NE)*(-1+2*NI)*RB**2*(RB+RC)*(EE*(-1+NI+2*NI**2)*(RB**2 - RC**2)
- +EI*(1 + NE)*((-1 + 2*NE)*RB**2 - RC**2))
PINTR=0.1 + (NP/DP)*0.000001

```

Com estas operações, o programa está pronto para ser compilado e executado.

## **CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÕES**

A seguir são apresentados os resultados de simulação do modelo para os diversos testes executados.

### **4.1 RESULTADOS DO TESTE 1.**

Neste teste, o sujeito encontra-se inicialmente em pé, em seguida senta-se em uma cadeira, e finalmente executa um movimento de flexão de aproximadamente 30°. A Figura 19 mostra esta seqüência de movimentos.

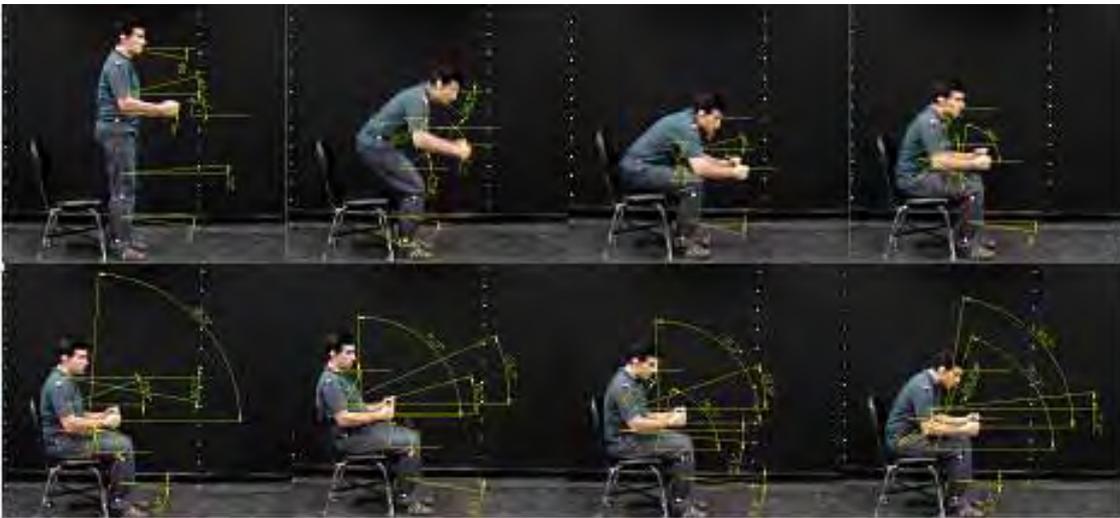


Figura 19 – Seqüência de movimentos do teste 1

O período de tempo para execução deste movimento foi 3,2 s. Os gráficos dos deslocamentos angulares de cada segmento do sujeito, assim como as respectivas equações que representam as trajetórias, são mostrados no apêndice B.

Após simulação do programa pid.for, diversas quantidades foram obtidas como: deslocamento do disco intervertebral na altura da vértebra L4/L5, a pressão intradiscal, e os esforços nas diversas articulações. A Figura 20 mostra os deslocamentos do disco intervertebral e a pressão intradiscal na altura da vértebra L4/L5, ambos em função do tempo. As Figuras 21 e 22 mostram estas mesmas quantidades em função do deslocamento angular do tronco (coordenada angular  $q_5$ ).

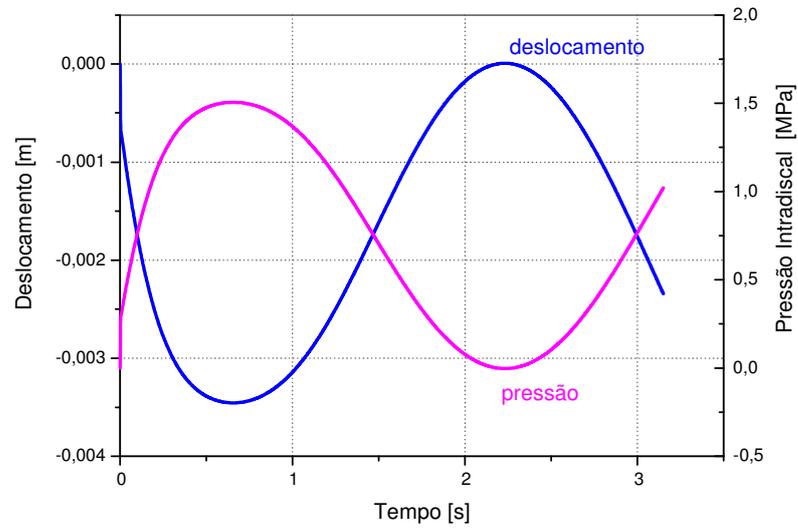


Figura 20 – Deslocamento do disco intervertebral e pressão intradiscal em função do tempo

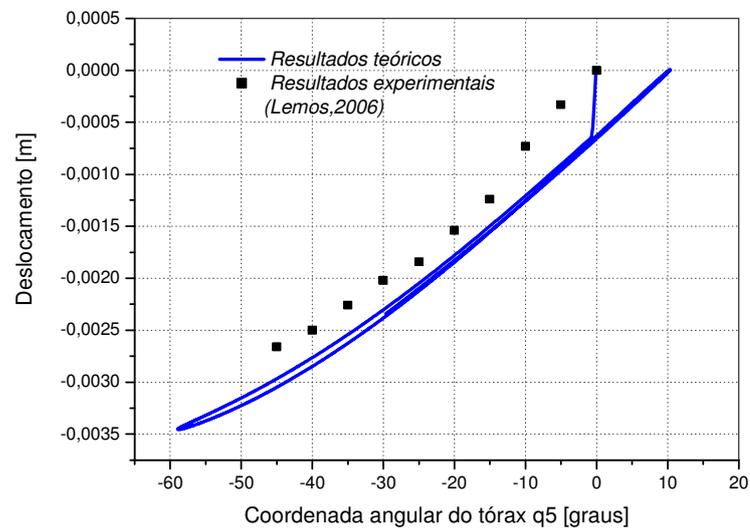


Figura 21 – Deslocamento do disco intervertebral em função do deslocamento angular do tronco ( $q_5$ ).

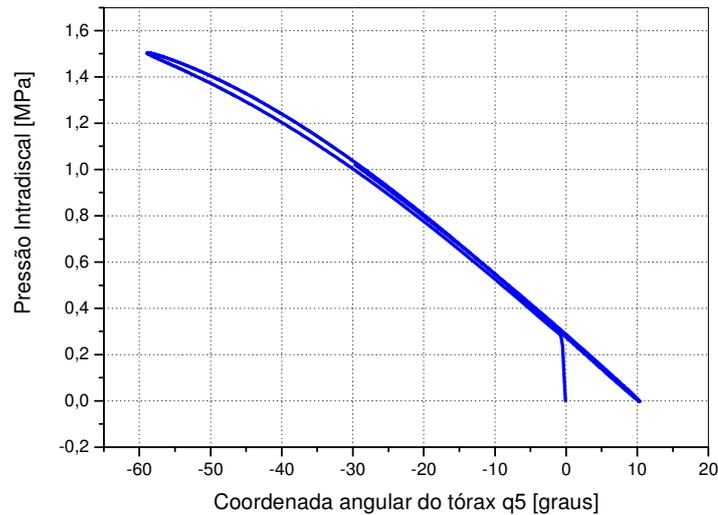


Figura 22 – Pressão intradiscal em função do deslocamento angular do tronco ( $q_5$ ).

Observando os gráficos mostrados nas Figuras 20, 21 e 22, verifica-se que os deslocamentos do disco intervertebral, inicialmente, são pequenos ( $q_5 \sim 0^\circ$ ,  $\delta < 1$  mm), crescem à medida que o corpo flexiona para sentar ( $q_5 \sim 60^\circ$ ,  $\delta \sim 3,5$  mm), e diminuem quando o sujeito alinha seu corpo na cadeira ( $q_5 \sim 0^\circ$ ,  $\delta \sim 0$ ). Novamente aumentam quando o sujeito, estando sentado, realiza a flexão ( $q_5 \sim 30^\circ$ ,  $\delta \sim 2,5$  mm). O mesmo comportamento é observado com relação à pressão intradiscal.

Na Figura 21, os deslocamentos do disco intervertebral em função da coordenada angular  $q_5$ , obtidos via simulação, são comparados com os valores experimentais obtidos por Lemos (2006). Pode-se observar um comportamento semelhante entre os dois resultados, e o mais importante, os valores estão bem próximos.

As duas Figuras a seguir, 23 e 24, mostram o torque na pelve do sujeito e sua relação com a pressão intradiscal. A Figura 23 mostra o gráfico das duas quantidades em função do tempo, e o mesmo sugere uma proporcionalidade entre as duas quantidades. A Figura 24 mostra que, embora não haja uma relação exatamente linear entre as duas quantidades, pode-se verificar um comportamento próximo do linear se as pressões médias forem utilizadas.

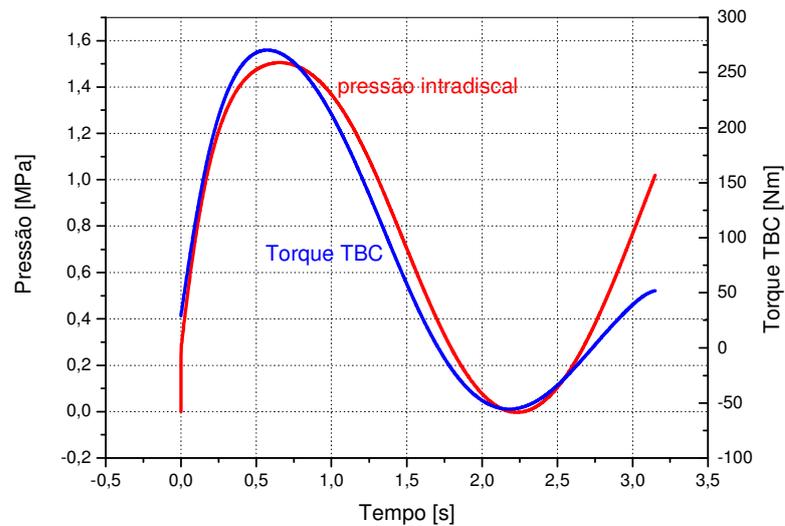


Figura 23 - Pressão intradiscal e torque Tbc em função do tempo.

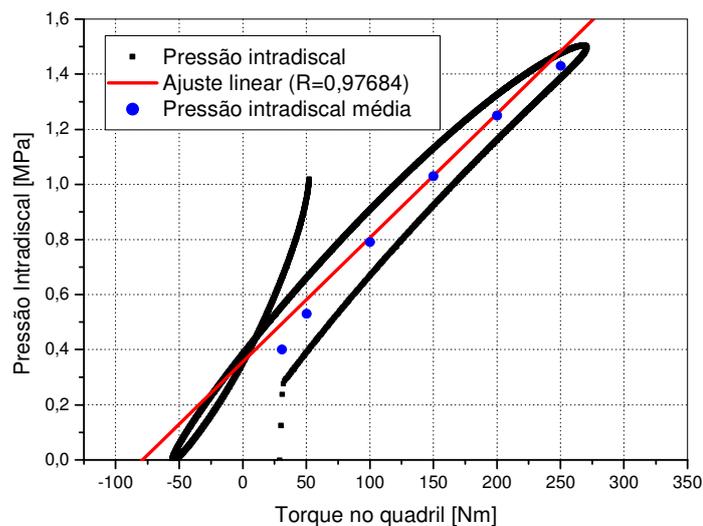


Figura 24 - Pressão intradiscal em função do torque Tbc.

Com relação aos valores da pressão intradiscal, Wilke (2001) obteve um valor experimental de pressão, em um sujeito sentado, com o tronco flexionado a aproximadamente  $20^\circ$ , de 0,63 MPa e, em seguida, com a cabeça levemente inclinada para frente, uma pressão de 0,9 MPa, como mostrado nas Figuras 25 e 26. Ressalta-se que, na Figura 26, os braços estão estendidos e, em parte, apoiados sobre as pernas. Neste trabalho, foi obtido um valor de pressão de 0,8 MPa, para o sujeito sentado e com o tronco flexionado a  $20^\circ$ , como pode ser

visto no gráfico mostrado na Figura 22. Observando o último quadro mostrado na Figura 19, o sujeito deste trabalho apresenta a cabeça levemente para frente e os braços dobrados a 90°, sem contato com as pernas. O valor encontrado neste teste está bem próximo do obtido experimentalmente por Wilke (2001).

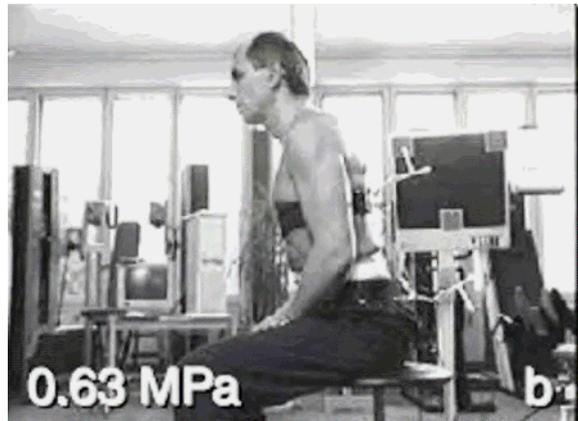


Figura 25 - Pressão intradiscal experimental em sujeito sentado com tronco inclinado a  $\sim 20^\circ$ . (Wilke,2001)



Figura 26 - Pressão intradiscal experimental em sujeito sentado com tronco inclinado a  $\sim 20^\circ$  e cabeça inclinada para frente. (Wilke,2001)

#### **4.2 RESULTADOS DO TESTE 2.**

Neste teste, o sujeito encontra-se inicialmente em pé; em seguida, flexiona o tronco a aproximadamente 90°, sem flexionar o joelho, e, nesta posição, pega uma carga de aproximadamente 20 kg, para erguê-la. Em seguida, realiza o movimento em sentido contrário, ou seja, eleva a coluna até a posição inicial,

suportando, agora, a carga de 20 kg. As Figuras 27 e 28 mostram esta seqüência de movimentos.



Figura 27 – Seqüência de movimentos do teste 2 – movimento de flexão da coluna.

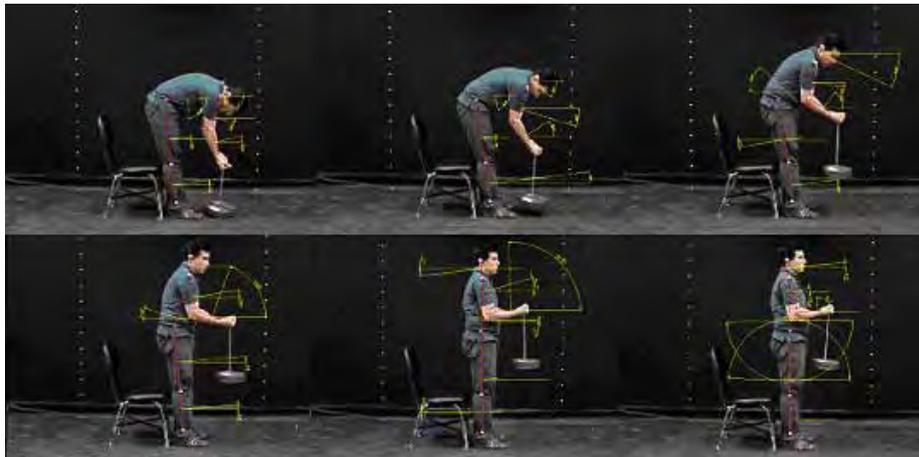


Figura 28 – Seqüência de movimentos do teste 2 – movimento contrário.

O período de tempo para execução deste movimento foi de 4,2 s, sendo 1,35 s na primeira parte do movimento, relativamente à Figura 27 e 2,85 s na segunda parte do movimento, relativamente à Figura 28. Os gráficos dos deslocamentos angulares de cada segmento do sujeito, assim como as respectivas equações que representam as trajetórias, são mostrados no apêndice B.

Após simulação do programa pid.for, todas as quantidades obtidas no teste anterior também foram avaliadas neste teste. As Figuras 29 e 30 mostram os deslocamentos do disco intervertebral e a pressão intradiscal na altura da vértebra L4/L5, ambos em função do tempo. As Figuras 31 e 32 mostram estas mesmas quantidades em função do deslocamento angular do tronco (coordenada angular  $q_5$ ).

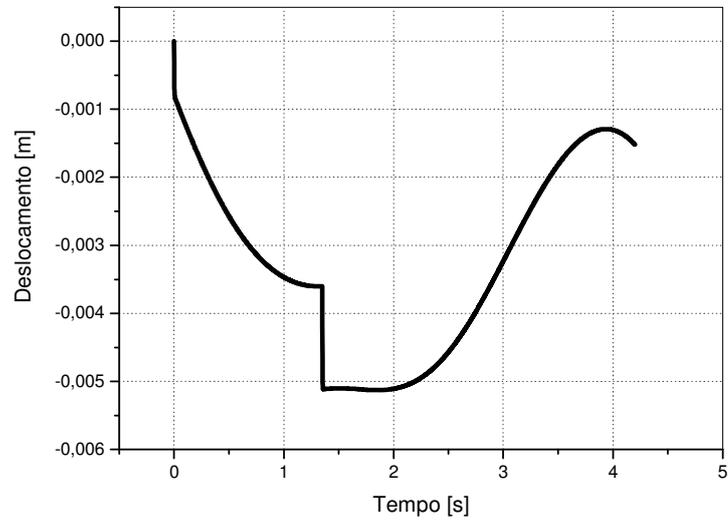


Figura 29 – Deslocamento do disco intervertebral em função do tempo.

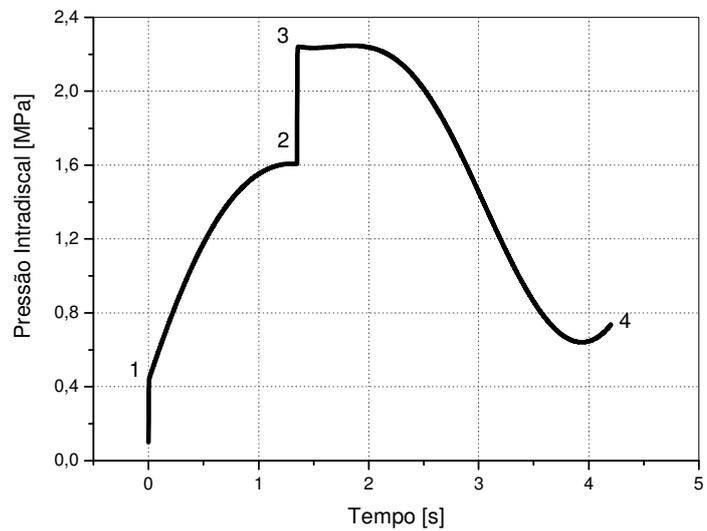


Figura 30 – Pressão intradiscal em função do tempo.

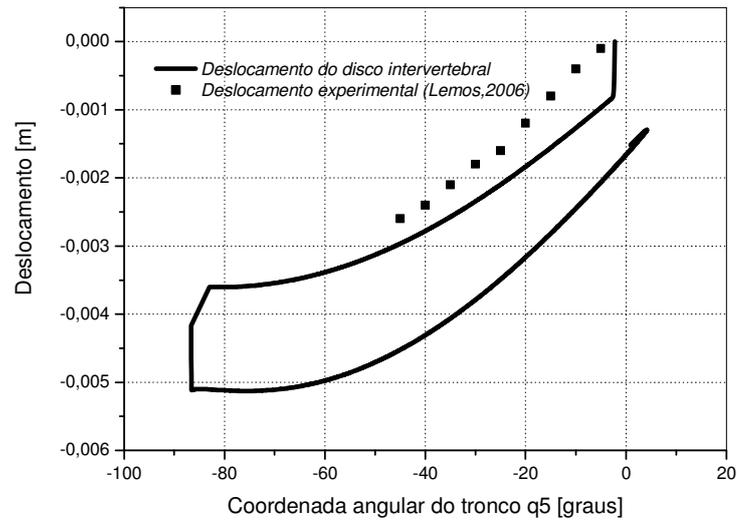


Figura 31 – Deslocamento do disco intervertebral em função do deslocamento angular do tronco ( $q_5$ ).

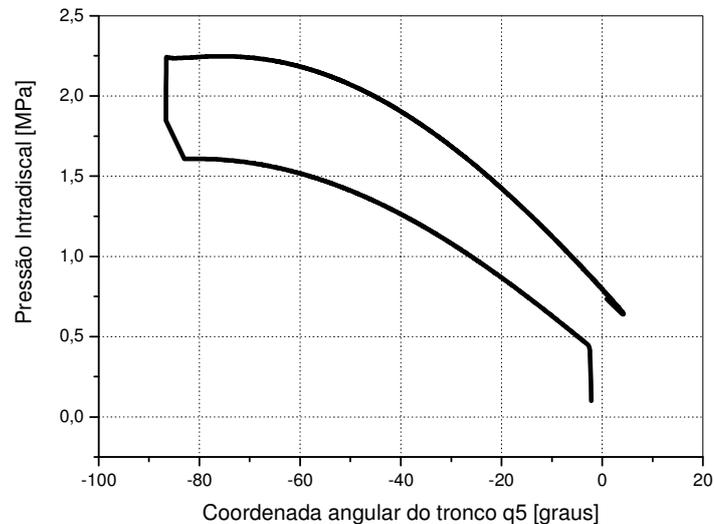


Figura 32 – Pressão intradiscal em função do deslocamento angular do tronco ( $q_5$ ).

Observando os gráficos mostrados nas Figuras 31 e 32, verifica-se que os deslocamentos do disco intervertebral são pequenos, inicialmente ( $q_5 \sim 0^\circ$ ,  $\delta < 1$  mm), e crescem à medida que o corpo flexiona ( $q_5 \sim 90^\circ$ ,  $\delta \sim 3.5$  mm). Nesta fase do movimento ocorre uma variação brusca do deslocamento, quando o sujeito pega a carga de 20 kg ( $\delta \sim 5$  mm). Em seguida, os deslocamentos começam a diminuir até o sujeito ficar na posição em pé, porém, agora

suspendendo a carga ( $\delta \sim 1.5$  mm). O mesmo comportamento é observado com relação à pressão intradiscal, a qual atinge um valor máximo quando o sujeito encontra-se com o tronco inclinado a aproximadamente  $90^\circ$  e segura a carga de 20 kg. Nesta posição, a pressão atinge um valor aproximado de 2,2 MPa.

Na Figura 31, os deslocamentos do disco intervertebral em função da coordenada angular  $q_5$ , obtidos via simulação, são comparados com os valores experimentais obtidos por Lemos (2006). Pode-se observar um comportamento semelhante entre os dois resultados.

A Figura 33 mostra as forças na coxa e pelve do sujeito, e a Figura 34, os torques na coxa e na pelve em função do ângulo  $q_5$ . Observando o gráfico da Figura 33, verifica-se que os esforços, tanto na pelve quanto na coxa do sujeito, apresentam valores compatíveis com o seu peso e com o tipo de movimento executado por ele, o que comprova a consistência dos cálculos realizados.

A Figura 35 mostra o gráfico da pressão intradiscal em função do torque que o corpo b exerce em c, ou seja, que a coxa exerce na pelve. Observa-se um comportamento quase linear entre estas duas quantidades, da mesma forma que observado no teste anterior.

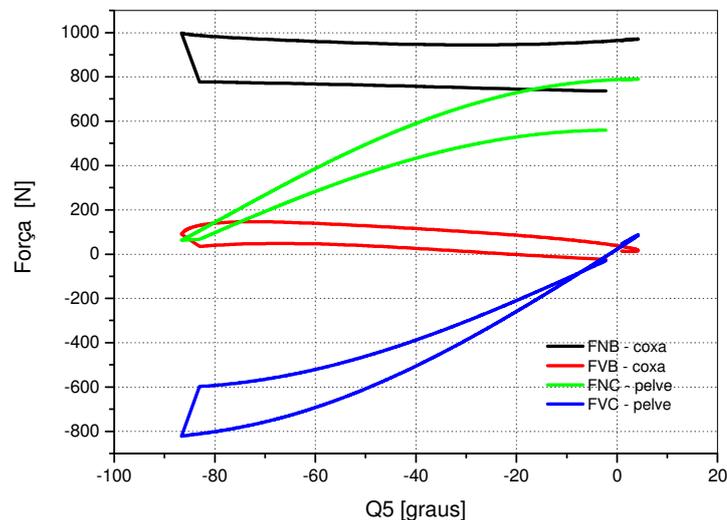


Figura 33 – Forças na coxa e pelve em função da coordenada  $q_5$ .

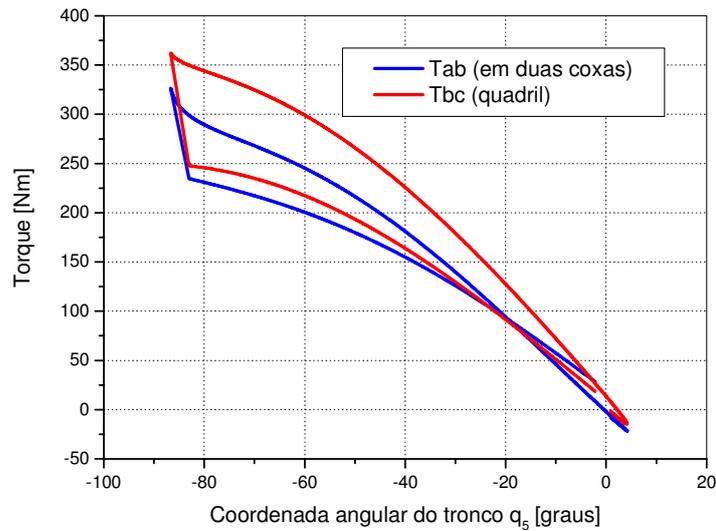


Figura 34 – Torques na coxa e pelve em função da coordenada  $q_5$ .

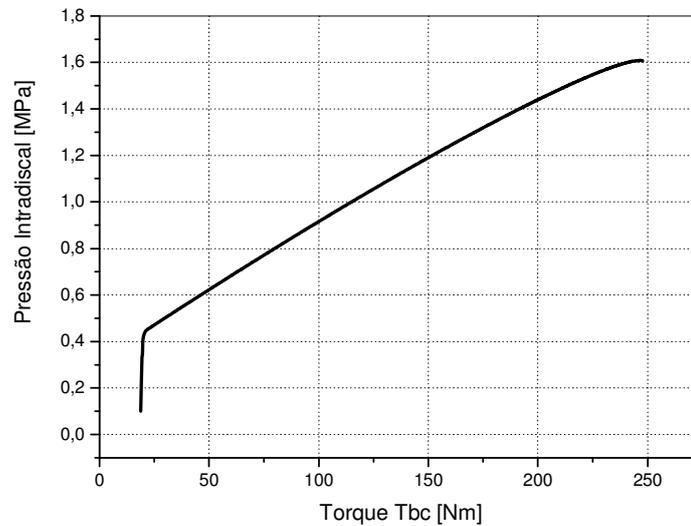


Figura 35 – Pressão intradiscal em função do torque na pelve.

Com relação aos valores de pressão intradiscal, Wilke (2001) obteve valores experimentais da pressão intradiscal em um sujeito realizando um movimento idêntico ao deste trabalho. Wilke mediu uma pressão intradiscal de 1,6 MPa entre as vértebras L4/L5, quando o sujeito encontrava-se com o tronco inclinado de aproximadamente 90°, subindo para 2,3 MPa quando o sujeito pegava uma carga de 20 kg, e novamente diminuindo para 1,0 MPa quando ele estava na

posição em pé, com a carga próxima a seu corpo. As Figuras 36 (a), 36 (b) e 36 (c) mostram esta seqüência de posições com os respectivos valores de pressão. Neste trabalho foram obtidos valores muito próximos dos obtidos por Wilke (2001), como pode ser observado nos gráficos das Figuras 30 e 32 (pontos 1, 2, 3 e 4). Apenas na posição final (ponto 4), o valor da pressão foi um pouco diferente da experimental, sendo a distância da carga até o sujeito e os dados antropométricos, as causas prováveis para esta diferença.

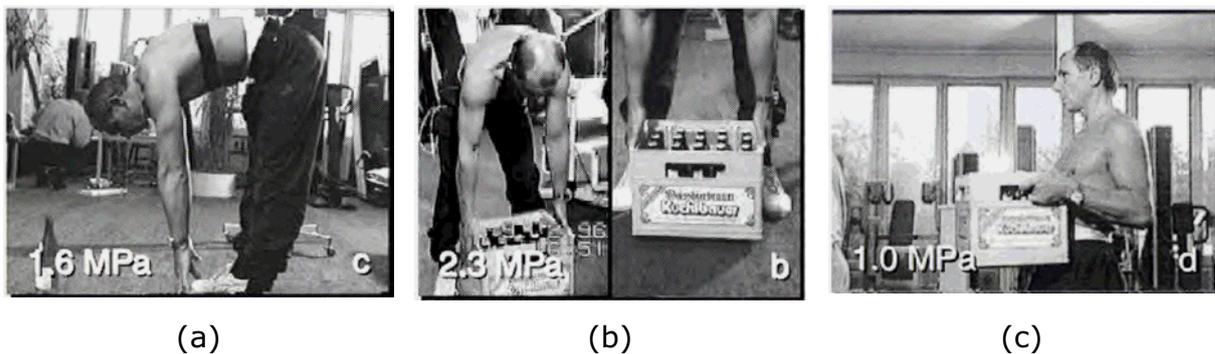


Figura 36 – Pressão Intradiscal experimental medidas por Wilke (2001).

#### 4.3 RESULTADOS DO TESTE 3.

Neste teste, o sujeito encontra-se inicialmente em pé; em seguida abaixa, flexionando o joelho, pega uma carga de aproximadamente 20 kg e, em seguida, realiza o movimento em sentido contrário, ou seja, levanta-se, suportando, agora, a carga de 20 kg. A Figura 37 mostra esta seqüência de movimentos.

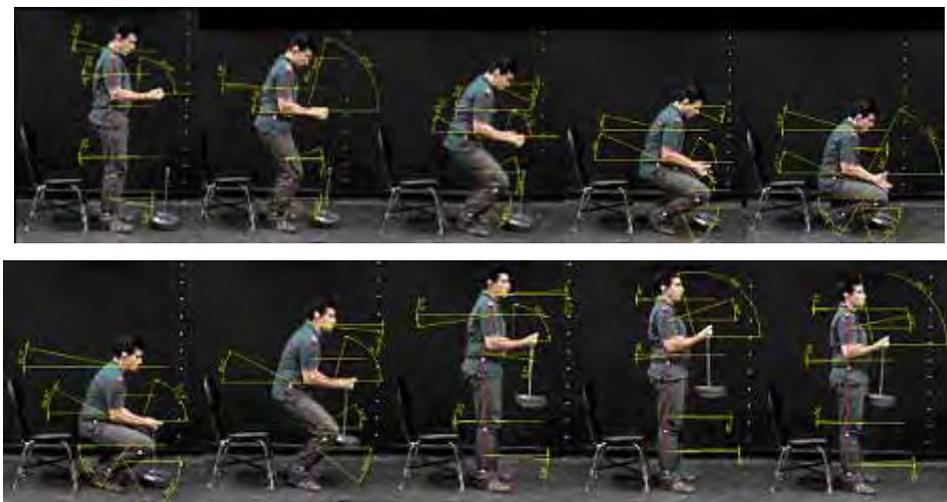


Figura 37 – Seqüência de movimentos do teste 3.

O período de tempo para execução deste movimento foi de 4,1 s, sendo 1,56 s na primeira parte do movimento (abaixamento) e 2,54 s na segunda parte do movimento (elevação com a carga). Os gráficos dos deslocamentos angulares de cada segmento do sujeito, assim como as respectivas equações que representam as trajetórias, são mostrados no apêndice B.

Após simulação do programa pid.for, todas as quantidades obtidas nos testes anteriores também foram avaliadas neste teste. As Figuras 38 e 39 mostram os deslocamentos do disco intervertebral e a pressão intradiscal na altura da vértebra L4/L5, ambos em função do tempo. As Figuras 40 e 41 mostram estas mesmas quantidades em função do deslocamento angular do tronco (coordenada angular  $q_5$ ).

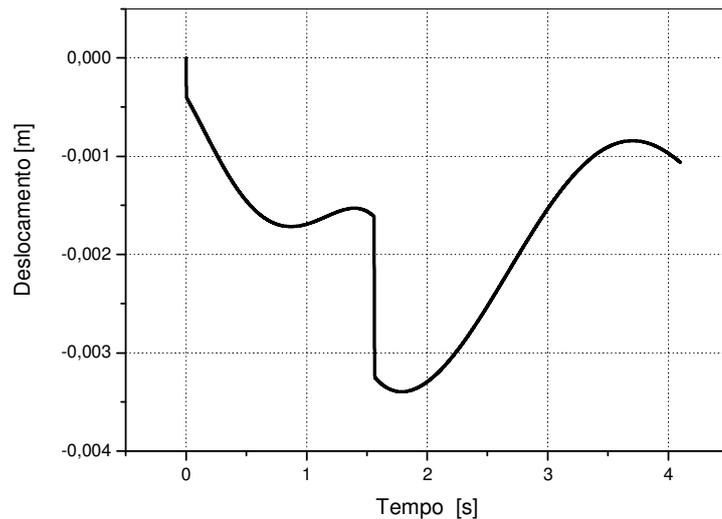


Figura 38 – Deslocamento do disco intervertebral em função do tempo.

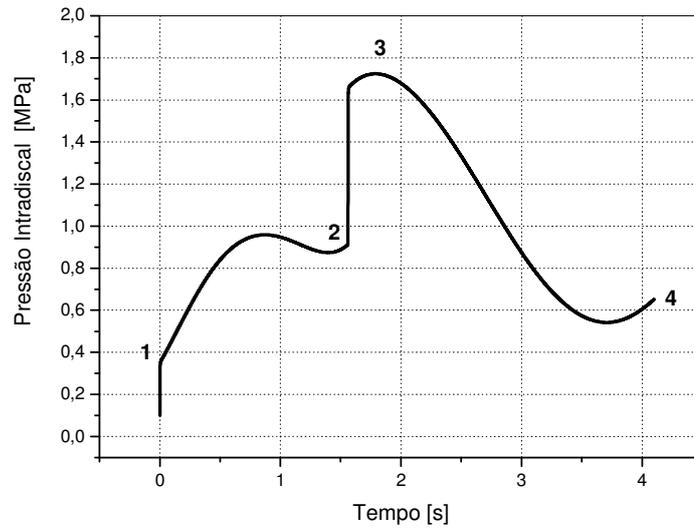


Figura 39 – Pressão intradiscal em função do tempo.

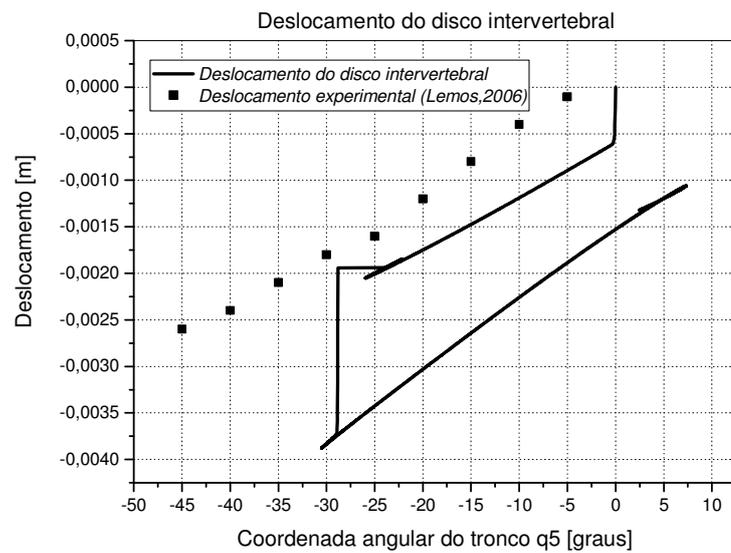


Figura 40 – Deslocamento do disco intervertebral em função do deslocamento angular do tronco ( $q_5$ ).

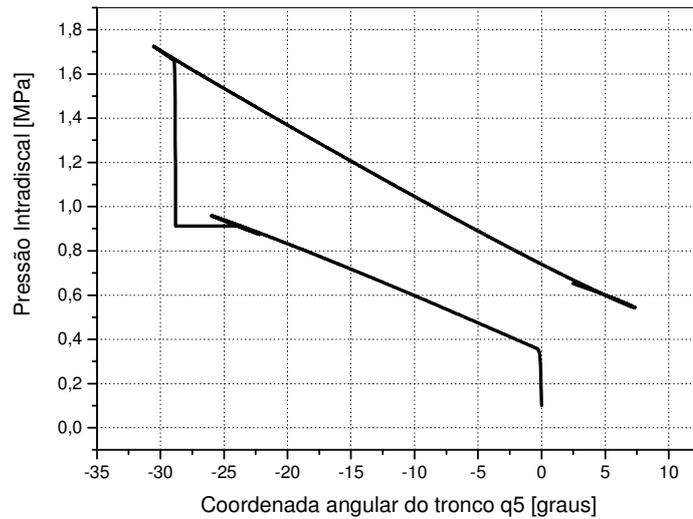


Figura 41 - Pressão intradiscal em função do deslocamento angular do tronco ( $q_5$ ).

Observando os gráficos mostrados nas Figuras 40 e 41, verifica-se que os deslocamentos do disco intervertebral são pequenos, inicialmente ( $q_5 \sim 0^\circ$ ,  $\delta < 1$  mm), e crescem à medida que o sujeito abaixa ( $q_5 \sim 30^\circ$ ,  $\delta \sim 2$  mm). Nesta fase do movimento ocorre uma variação brusca do deslocamento, quando o sujeito pega a carga de 20 kg ( $\delta \sim 3.5$  mm). Em seguida, os deslocamentos começam a diminuir até o sujeito ficar na posição em pé, porém, agora, suspendendo a carga ( $\delta \sim 1.5$  mm). O mesmo comportamento é observado com relação à pressão intradiscal, a qual atinge um valor máximo quando o sujeito encontra-se totalmente abaixado e pega a carga de 20 kg. Nesta posição, a pressão atinge um valor aproximado de 1,7 MPa.

Na Figura 40, os deslocamentos do disco intervertebral, em função da coordenada angular  $q_5$ , obtidos via simulação, são comparados com os valores experimentais obtidos por Lemos (2006). Pode-se observar um comportamento semelhante entre os dois resultados e valores próximos entre os experimentais e teóricos.

A Figura 42 mostra um gráfico das forças na coxa e pelve do sujeito, e a Figura 43, os torques na pelve e na coxa em função do tempo. Observando o gráfico da Figura 42, novamente verifica-se que os esforços, tanto na pelve quanto na coxa do sujeito, apresentam valores compatíveis com o seu peso e com o tipo de movimento executado por ele.

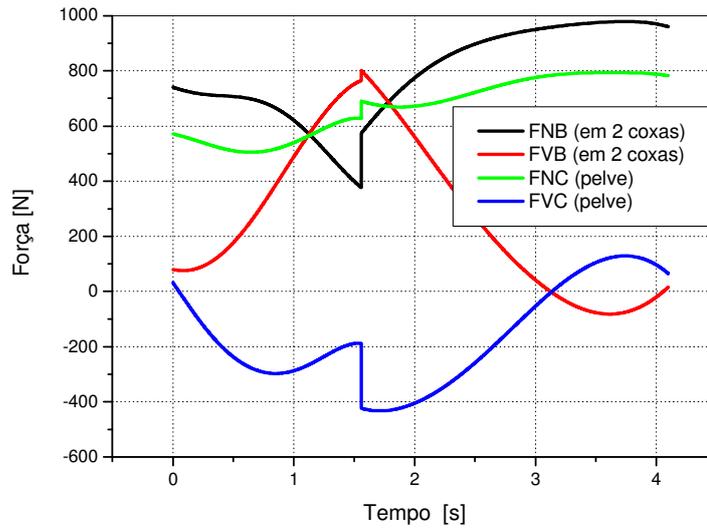


Figura 42 – Forças na pelve e coxa do sujeito no teste 3.

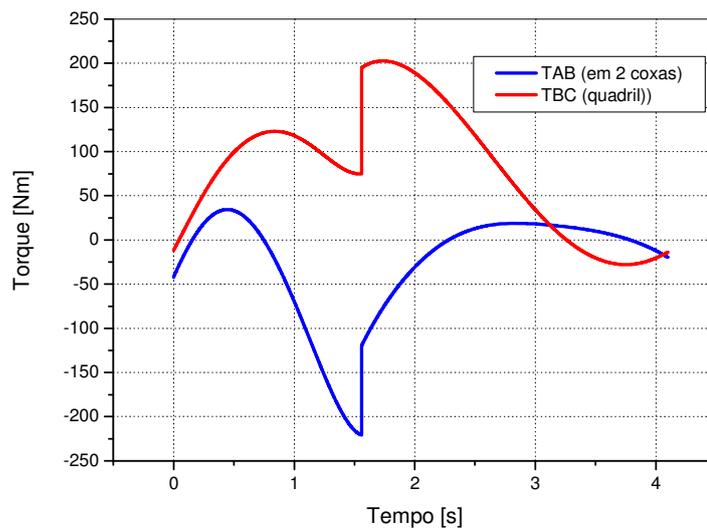


Figura 43 – Torques na pelve e coxa do sujeito no teste 3.

Com relação a valores de pressão intradiscal, Wilke (2001) obteve valores experimentais da pressão intradiscal em um sujeito realizando um movimento idêntico ao teste 3 deste trabalho. Wilke mediu uma pressão intradiscal de 1,7 MPa em L4/L5, quando o sujeito encontrava-se completamente abaixado e segurando uma carga de 19,8 kg. A Figura 44 mostra o sujeito nesta posição com o respectivo valor da pressão. Neste trabalho obteve-se, para esta posição, um valor aproximado de 1,7 MPa, o qual é comparável ao obtido por Wilke (2001).

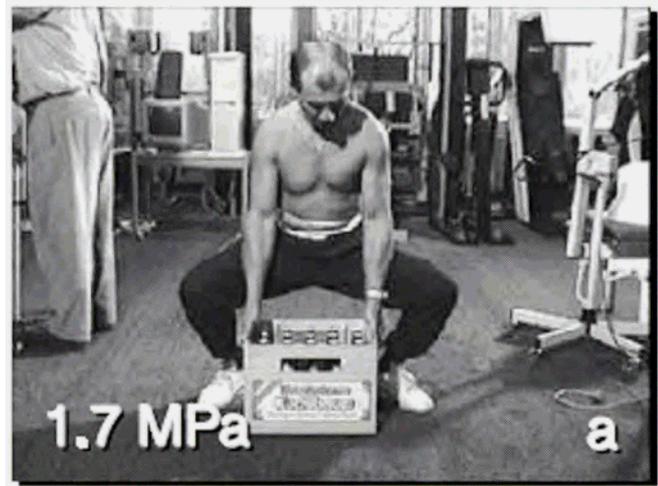


Figura 44 - Pressão Intradiscal experimental medida por Wilke (2001).

#### 4.4 RESULTADOS DO TESTE 4.

Neste teste, o sujeito encontra-se inicialmente em pé, em seguida realiza uma extensão de aproximadamente  $25^\circ$ . A Figura 45 mostra esta seqüência de movimentos.



Figura 45 – Seqüência de movimentos do teste 4.

O tempo para execução deste movimento foi de 3,8 segundos. Os gráficos dos deslocamentos angulares de cada segmento do sujeito, assim como as respectivas equações que representam as trajetórias, são mostrados no apêndice B.

A Figura 46 mostra a pressão intradiscal na altura da vértebra em função do deslocamento angular do tronco (coordenada angular  $q_5$ ).

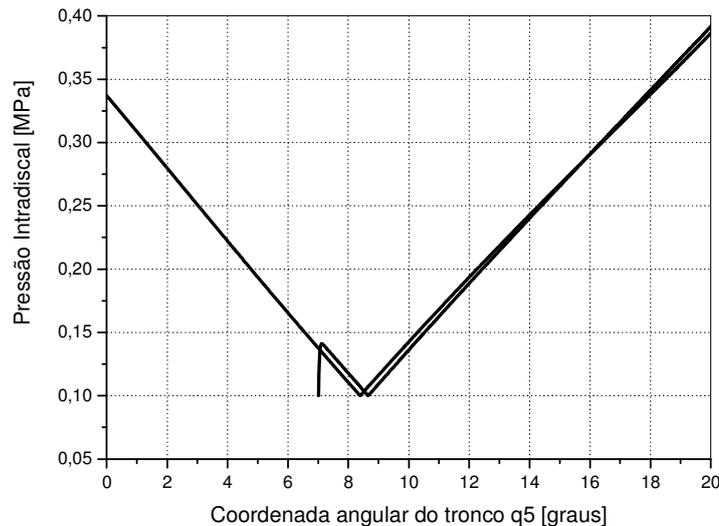


Figura 46 - Pressão intradiscal em função do deslocamento angular do tronco ( $q_5$ ).

Observa-se, neste caso, uma diminuição da pressão intradiscal até aproximadamente  $9^\circ$  de extensão. Em seguida, este valor começa a aumentar novamente. Isto pode ser explicado pelo deslocamento do núcleo pulposo. Quando se inicia a extensão, o núcleo pulposo começa a deslocar-se no sentido pósterio-anterior, aliviando a compressão do mesmo. No entanto, à medida que a extensão aumenta, o núcleo pulposo é forçado para frente comprimindo-o junto à parede do ânulo fibroso. Ressalta-se destes resultados que, para uma pessoa na posição sentada, é interessante a colocação de um suporte nas costas, na altura da coluna lombar, a fim de promover uma leve extensão da coluna e, assim, reduzir a pressão intradiscal. Bancos de automóveis incorporam esta solução. A inclinação do encosto de poltronas promove, também, um alívio na pressão intradiscal.

#### 4.5 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DOS TESTES 2 E 3.

Freqüentemente ouvimos dizer que, para levantar uma carga do chão, é melhor manter a coluna ereta e flexionar o joelho para abaixar do que flexionar a coluna e manter a perna ereta. No entanto, os parâmetros relacionados a este fato não são normalmente mencionados e, principalmente, em termos quantitativos nada é comentado. Desta forma, os testes 2 e 3, que tratam

exatamente desta questão são comparados a seguir, através do gráfico das Figuras 47, 48 e 49.

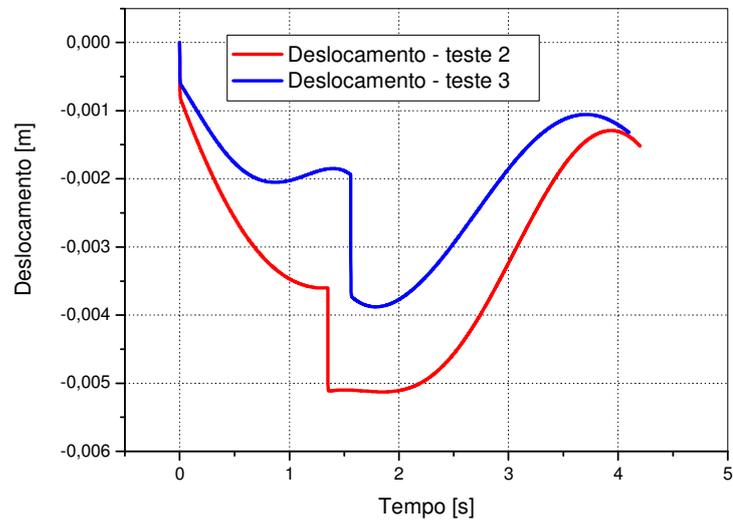


Figura 47 – Deslocamentos do disco intervertebral em função do tempo.

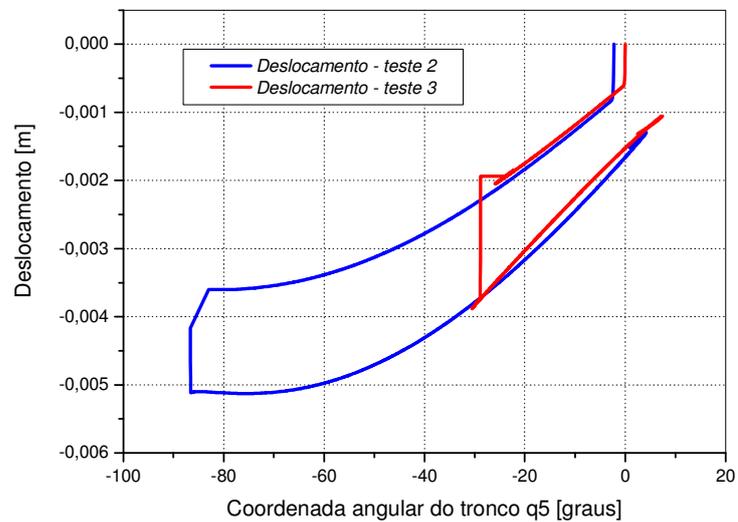


Figura 48 – Deslocamentos do disco intervertebral em função da coordenada  $q_5$ .

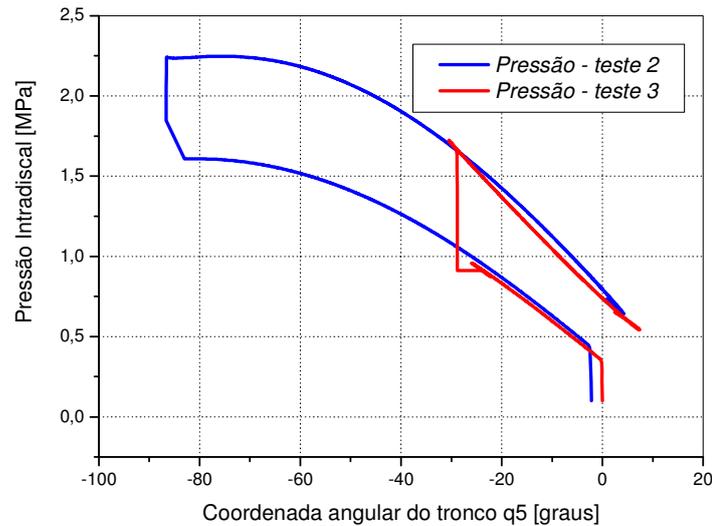


Figura 49 – Pressão intradiscal em função da coordenada  $q_5$ .

As Figuras 47 e 48 mostram os deslocamentos do disco intervertebral, respectivamente, em função do tempo e em função da coordenada angular  $q_5$ , tanto para o teste 2 quanto para o teste 3, e a Figura 49 mostra a pressão intradiscal no disco entre as vértebras L4/L5. Observa-se que os deslocamentos e a pressão intradiscal são menores no teste 3 do que no teste 2, sendo que a pressão máxima no teste 3 é, aproximadamente, 26% menor relativamente ao teste 2, o que mostra um benefício para a coluna lombar, principalmente quando se trata, por exemplo, de trabalhadores em indústrias, que devem executar tarefas de levantamento de cargas repetidamente durante o dia.

As Figuras 50 e 51 mostram, respectivamente, as forças na coxa e os torques na pelve para os testes 2 e 3. Observa-se que, no momento de pegar a carga, a força normal na coxa é cerca de 50% menor no teste 3 em relação ao teste 2, havendo, no entanto, um aumento considerável da força cortante (15 vezes). Com relação aos torques, observa-se também que o torque máximo na coxa é, aproximadamente, 32% menor no teste 3 do que no teste 2. O mesmo acontece para o torque na pelve, sendo que o torque máximo na pelve é, aproximadamente, 43% menor no teste 3 em relação ao 2.

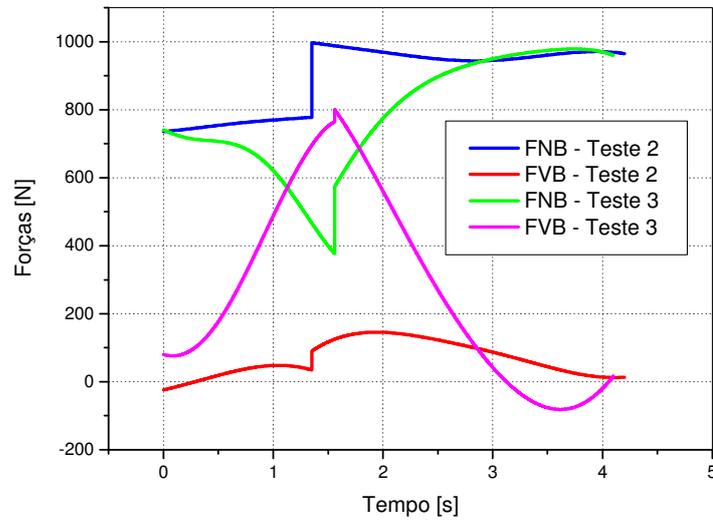


Figura 50 – Forças na coxa.

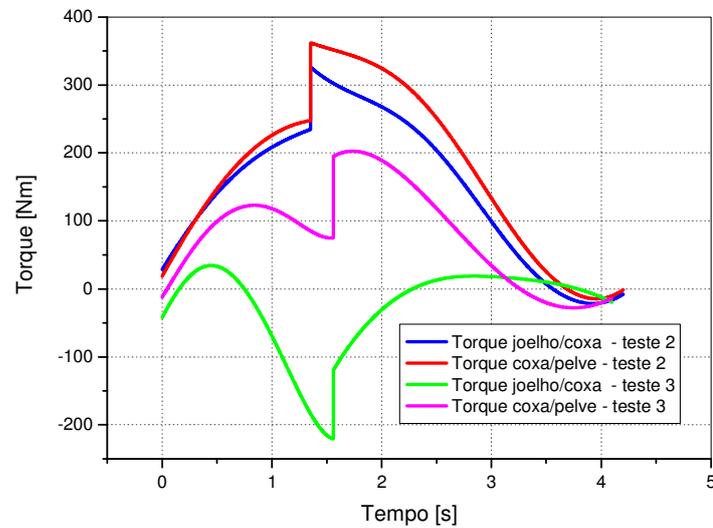


Figura 51 – Torques na pelve e coxa.

De acordo com o observado nos gráficos das Figuras acima, pegar uma carga flexionando o joelho para abaixar representa uma situação bem mais favorável, tanto em termos de pressão intradiscal como nos esforços na coxa e pelve.

#### 4.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.

A seguir, são compilados os resultados obtidos anteriormente para pressão intradiscal e a comparação com dados da literatura.

A Figura 52 mostra um gráfico de valores medidos da pressão intradiscal durante o movimento de flexão e extensão em um sujeito, obtidos por Wilke (2001). De acordo com o gráfico, na posição em pé, a pressão fica em torno de 0,43 a 0,50 MPa. A pressão varia quase que linearmente até cerca de 1,1 MPa, em um ângulo de flexão de aproximadamente 36°. No movimento de extensão, a variação é também quase linear, mas até 0,6 MPa, em um ângulo de aproximadamente 19°. Os pontos em vermelho correspondem às pressões intradiscas obtidas neste trabalho.

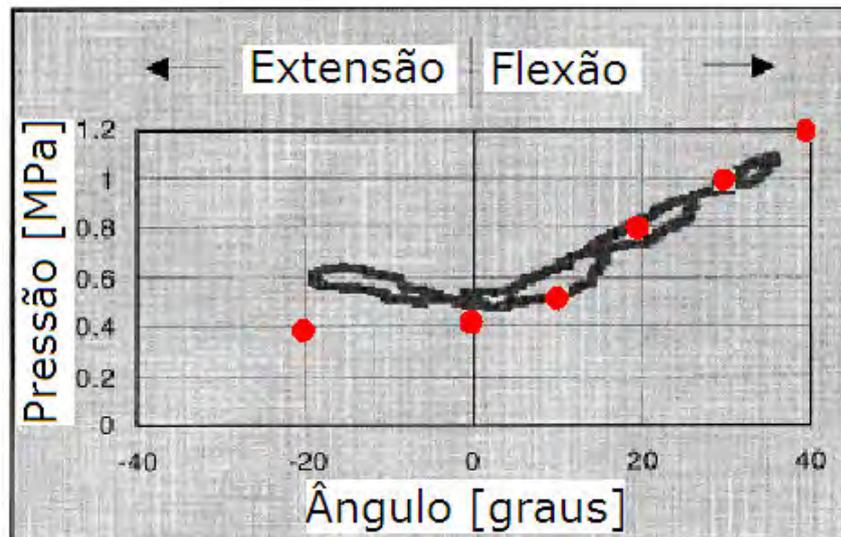


Figura 52 – Movimento de flexão/extensão (Wilke, 2001 - modificada).

Observa-se uma grande proximidade dos valores teóricos obtidos neste trabalho com os medidos por Wilke, principalmente no movimento de flexão. No movimento de extensão não se observa esta proximidade, devendo o modelo ser revisto para este movimento.

A Figura 53 mostra um histograma comparando as pressões intradiscas em várias posições do sujeito, obtidas por Wilke (2001) e pelo método desenvolvido neste trabalho. A proximidade é grande para todas as posições comparadas, evidenciando o bom desempenho do modelo teórico.

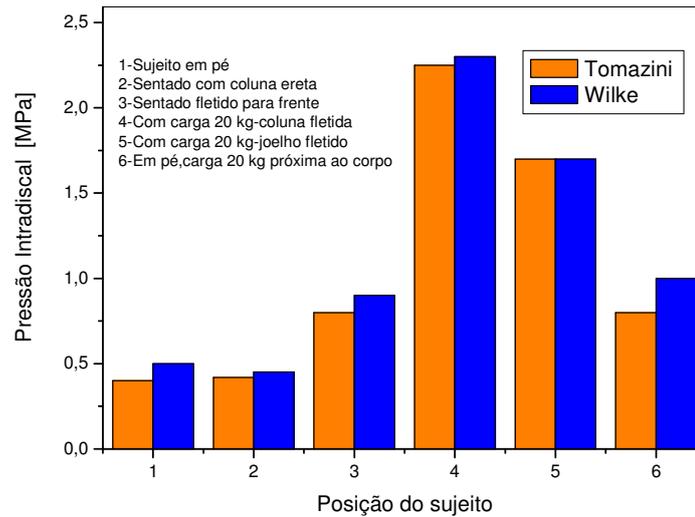


Figura 53 – Comparação da pressão intradiscal para diversas posições do sujeito.

## **CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES**

O desafio deste trabalho era o desenvolvimento de um programa computacional, utilizando um formalismo multicorpo aplicado a um modelo do corpo humano, que pudesse prever as pressões intradisciais na coluna lombar, a qual está sujeita a maiores esforços, durante as tarefas diárias, e também os esforços internos nas diversas articulações. O objetivo pretendido foi alcançado, sendo o programa computacional construído com base no método de Kane, o qual é normalmente utilizado para o estudo de sistemas mecânicos.

De acordo com os resultados obtidos, é possível afirmar que o modelo adotado, assim como o equacionamento e o programa final, foram bastante satisfatórios, haja vista a grande complexidade que é o corpo humano.

Para a confecção do programa, várias quantidades foram necessárias, sendo que algumas delas foram adotadas com base na literatura pertinente, e outras obtidas de resultados experimentais. Mesmo com toda gama de parâmetros envolvidos, os resultados foram muito bons.

Ressalta-se a importância de se utilizar a simulação, pois, quando se trata de procedimentos experimentais em seres humanos, é sempre complicado e, às vezes, impossível realizar certos procedimentos invasivos. Quanto menor a exposição a procedimentos de risco, melhor para o indivíduo.

Através do programa desenvolvido, é possível estimar a pressão intradiscal para outras tarefas ou movimentação de carga executadas por um sujeito, logicamente dentro das limitações do modelo desenvolvido. A carga de movimentação utilizada neste trabalho, 20 kg, produziu uma pressão intradiscal máxima de 2,2 MPa, na flexão do tronco a aproximadamente 90°. Esta carga está próxima da recomendada pelo NIOSH. Assim, poderíamos comparar a pressão intradiscal simulada pelo programa, para outras tarefas, com esta pressão máxima e saber o nível de sobrecarga na coluna imposta pelas novas tarefas e, desta forma, recomendar ou não modificações nas mesmas.

O modelo desenvolvido ainda deve ser melhorado, principalmente na previsão das pressões intradisciais quando se realiza um movimento de extensão. Embora tenha mostrado resultados qualitativos coerentes, os resultados quantitativos ainda não foram satisfatórios.

Um desafio futuro é aprimorar o programa e o desenvolvimento experimental da filmagem para simular movimentos tridimensionais, a fim de simular a pressão intradiscal e os esforços nas diversas articulações, para um sujeito realizando outras tarefas, como: caminhada, corrida, salto, rotação de tronco e inclinação lateral.

## REFERÊNCIAS

- ABOUHOSSEIN, A. et al. A Nonlinear, Dynamic, Multi-body model of the lumbar spine. **Journal of Biomechanics**, v.41(S1), p S517, 2008.
- BLAJER, W.; DZIEWIECKI, K.; MAZUR, Z.. Multibody modeling of human body for the inverse dynamics analysis of sagittal plane movements. **Multibody System Dynamics**, v.18, p217-232, 2007.
- GUEHRING, T. et al. Intradiscal pressure measurements on normal discs, compressed discs and compressed discs treated with axial posterior disc distraction: an experimental study on the rabbit lumbar spine model. **European Spine Journal**, v.15, p597-604, 2006.
- HALL, S. J. **Basic biomechanics**. 4<sup>th</sup> e. Boston: MacGraw-Hill, 2003. 539p.
- KANE, T. R.; LEVINSON, D. A.. **Dynamics: Theory and Applications**. 1<sup>a</sup>.ed. New York:McGraw-Hill, 1985. p.
- KAPANDJI, A. I. . **Fisiologia Articular – Tronco e Coluna Vertebral**. 5<sup>a</sup>. Ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, v3, 2001. 256p
- KOMISTEK, R. D. et al. Knee mechanics: a review of past and present techniques to determine in vivo loads. **Journal of Biomechanics**, v.38, p215-228, 2005.
- KOMISTEK, R. D. et al. Mathematical model of the lower extremity joint reaction forces using Kane's method of dynamics. **Journal of Biomechanics**, v.31, p185-189, 1998.
- KRAUS, C.; BOCK, H.. Parameter Estimation for Biomechanical Models Based on a Special Form of Natural Coordinates. **Multibody System Dynamics**, v.13, p101-111, 2005.
- LE MOS, F. F.. **Desenvolvimento de dispositivos para realização de testes in vitro em coluna vertebral**. 2006. 109 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica – Materiais e Projetos) – Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, UNESP, Guaratinguetá, 2006.

MERINO, E. A. D.. **Efeitos agudos e crônicos causados pelo manuseio e movimentação de cargas no trabalhador.** 1996. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Faculdade de Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1996.

NACHEMSON, A , MORRIS, J. M..In vivo measurements of Intradiscal Pressure: Discometry, a method for the determination of pressure in the lower lumbar discs. **The Journal of Bone & Joint Surgery**, v.46, pp1077-1092, 1964.

NAGANO, A. et al. A Three-Dimensional Linked Segment Model of the Whole Human Body. **International Journal of Sport and Health Science**, v.3, p311-325, 2005.

NEETER, F. H. **Atlas de anatomia humana.** 2nd ed. Porto Alegre; Artimed. 2003. 525p.

NORDIN, M.; FRANKEL, V. H.. **Biomecânica Básica do Sistema Musculoesquelético.** 3ª.ed. Rio de Janeiro:Guanabara Koogan S.A., 2003. 401p.

O'CONNELL, G. D., VRELISOVIC, E. J., ELLIOT, D. M. Comparison of animals used in disc research to human lumbar disc geometry. **Spine**, v.32(3), p328-333, 2007.

ROCHFORT, E. ET AL. Detailed modeling of the lumbar spine for investigation of low back pain. **SAE International**, paper n° 05DHM-80, 2005.

SCHIEHLEN, W.. Computational dynamics: theory and applications of multibody systems. **European Journal of Mechanics A/Solids**, v.25, p566-594, 2006.

SCHMIDT, H. et al. Intradiscal Pressure, Shear Strain and Fiber Strain in the intervertebral Disc Under Combined Loading. **Spine**, v.32, n.7, p748-755, 2007.

SHABANA, A. A., **Dynamics of Multibody System.** 3<sup>rd</sup> ed. Cambridge University Press, 2005. p.

SILVA, M. P. T.; AMBRÓSIO, J. A. C.. Kinematic Data Consistency in the Inverse Dynamics Analysis of Biomechanical Systems. **Multibody System Dynamics**, v.8, p219-239, 2002.

SILVA, M. P. T.; AMBRÓSIO, J. A. C.; PEREIRA, M. S.. Biomechanical Model with Joint Resistance for Impact Simulation. **Multibody System Dynamics**, v.1, p65-84, 1997.

TOMAZINI, J. E.. **O modelo multicorpo aplicado a um manipulador: modelo rígido e flexível**. 1997. 126 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica – Dinâmica) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

University Of Michigan – 3D Static Strength Prediction Program, disponível em <<http://www.engin.umich.edu/dept/ioe/3DSSPP>>, acesso em 28 de Janeiro de 2009.

WILKE, H. et al. Intradiscal pressure together with anthropometrics data – a data set for validation of models. **Clinical Biomechanics**, v.16, n.1, pS111-S126, 2001.

WINTER, D. A.. Biomechanics and motor control of human movement. 2<sup>a</sup>.ed. New York:John Wiley & Sons, 1990. 277p.

ZEE M., et al. On the development of a detailed rigid-body spine model. In: **International Congress on Computational Bioengineering**, Espanha, 2003.

## APÊNCICE A

## 1. Programa PID.ATL

```

! program PID1
!
! este programa calcula a pressão intradiscal I5-I4-s1-(TESTE 1)
!
! parametros iniciais
!
AUTOZ(ON)
DOF(2)
FRAMES(S,L4,L5,A,B,C,D,E,H)
MASS(S,MV,L4,MV,L5,MV)
MASS(A,MA,B,MB,C,MC,D,MD,E,ME,H,MH)
INERTIA(S,0,0,IV3,0,0,0)
INERTIA(L4,0,0,IV3,0,0,0)
INERTIA(L5,0,0,IV3,0,0,0)
INERTIA(A,0,0,IA,0,0,0)
INERTIA(B,0,0,IB,0,0,0)
INERTIA(C,0,0,IC,0,0,0)
INERTIA(D,0,0,ID,0,0,0)
INERTIA(E,0,0,IE,0,0,0)
INERTIA(H,0,0,IH,0,0,0)
POINTS(AS,AL5,QS,PL5,QL5,PL4)
MASSLESS(AS,AL5,QS,PL5,QL5,PL4)
POINTS(P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7)
MASSLESS(P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7)
CONST(G,DS)
CONST(LA,LB,LC,LD,LE,LH)
CONST(LSA,LSB,LSC,LSD,LSE,LSH,XSSTAR,YSSTAR)
CONST(LV,LDI,X,TETA)
CONST(RB,RC,EE,EI,NE,NI)
CONST(KZ,CZ)
!
! variaveis especificadas e auxiliares:
!
SPECIFIED(Q3,Q4,Q5,Q6,Q7,Q8,W)
!
! equacoes diferenciais cinematicas
!
Q1'=U1
Q2'=U2
!
! sistemas de referencias - transformacoes:
!
SIMPROT(N,A,3,Q3)
SIMPROT(N,B,3,Q4)
SIMPROT(N,C,3,Q5)
SIMPROT(N,D,3,Q6)
SIMPROT(N,E,3,Q7)
SIMPROT(N,H,3,Q8)
DIRCOS(A,B)
DIRCOS(A,C)
DIRCOS(A,D)
DIRCOS(A,E)
DIRCOS(A,H)
DIRCOS(B,C)
DIRCOS(B,D)
DIRCOS(B,E)
DIRCOS(B,H)
DIRCOS(C,D)
DIRCOS(C,E)

```

```

DIRCOS(C,H)
DIRCOS(E,H)
SIMPROT(C,S,3,TETA)
SIMPROT(S,L5,3,Q1)
SIMPROT(L5,L4,3,Q2)
DIRCOS(N,S)
DIRCOS(L5,C)
DIRCOS(L5,N)
DIRCOS(L4,S)
DIRCOS(L4,C)
DIRCOS(L4,N)
DIRCOS(B,S)
DIRCOS(B,L5)
DIRCOS(B,L4)
DIRCOS(A,L4)
DIRCOS(A,L5)
DIRCOS(A,S)
!
!vetores posicao:
!
PP1P2=LA*A2
PP1ASTAR=LSA*A2
PP2P3=LB*B2
PP2BSTAR=LSB*B2
PP3P4=LC*C2
PP3CSTAR=LSC*C2
PP4P6=-LE*E2
PP4ESTAR=-LSE*E2
PP6P7=-LH*H2
PP6HSTAR=-LSH*H2
PP4P5=LD*D2
PP4DSTAR=LSD*D2
!
PP3SSTAR=XSSTAR*C1+YSSTAR*C2
PSSTARAS=-X*S1+((LV/2)+LDI)*S2
PASL5STAR=X*L51+(LV/2)*L52
PASAL5=(LV+LDI)*L52
PAL5L4STAR=X*L41+(LV/2)*L42
PSSTARL4STAR=ADD(PSSTARAS,PASAL5,PAL5L4STAR)
PSSTARL5STAR=ADD(PSSTARAS,PASL5STAR)
!
PSSTARQS=(LV/2)*S2
!
PL5STARPL5=-(LV/2)*L52
PL5STARQL5=(LV/2)*L52
!
PL4STARPL4=-(LV/2)*L42
!
PSSTARPL5=ADD(PSSTARL5STAR,PL5STARPL5)
PSSTARQL5=ADD(PSSTARL5STAR,PL5STARQL5)
!
PSSTARPL4=ADD(PSSTARL4STAR,PL4STARPL4)
!
PP3DSTAR=ADD(PP3P4,PP4DSTAR)
PP3ESTAR=ADD(PP3P4,PP4ESTAR)
PP3HSTAR=ADD(PP3P4,PP4P6,PP6HSTAR)
PP3P7=ADD(PP3P4,PP4P6,PP6P7)
!
!projecao dos pontos p'is na direcao vertical
!
YQS=DOT(PSSTARQS,S2)
YPL5=DOT(PSSTARPL5,S2)
YQL5=DOT(PSSTARQL5,L52)
YPL4=DOT(PSSTARPL4,L52)

```

```

!
! deslocamentos relativos verticais para o calculos das forcas verticais
!
DPL5QS=RIGHT(YPL5)-LDI-RIGHT(YQS)
DPL4QL5=RIGHT(YPL4)-RIGHT(YQL5)-LDI
!
! velocidades lineares de pontos e velocidades angulares de corpos:
!
!
WAN=Q3'*A3
WBN=Q4'*B3
WCN=Q5'*C3
WDN=Q6'*D3
WEN=Q7'*E3
WHN=Q8'*H3
VP1N=0
V2PTS(N,A,P1,P2)
V2PTS(N,A,P1,ASTAR)
V2PTS(N,B,P2,BSTAR)
V2PTS(N,B,P2,P3)
V2PTS(N,C,P3,CSTAR)
V2PTS(N,C,P3,P4)
V2PTS(N,E,P4,P6)
V2PTS(N,E,P4,ESTAR)
V2PTS(N,H,P6,P7)
V2PTS(N,H,P6,HSTAR)
V2PTS(N,D,P4,P5)
V2PTS(N,D,P4,DSTAR)
!
V2PTS(N,C,P3,SSTAR)
WSN=RIGHT(WCN)
WL5S=Q1'*L53
WL5N=ADD(WL5S,WSN)
V2PTS(N,S,SSTAR,AS)
V2PTS(N,L5,AS,L5STAR)
V2PTS(N,L5,AS,AL5)
WL4L5=Q2'*L43
WL4N=ADD(WL4L5,WL5N)
V2PTS(N,L4,AL5,L4STAR)
!
V2PTS(N,S,SSTAR,QS)
V2PTS(N,L5,L5STAR,PL5)
V2PTS(N,L5,L5STAR,QL5)
V2PTS(N,L4,L4STAR,PL4)
!
VQSY=DOT(VQSN,S2)
VPL5Y=DOT(VPL5N,S2)
VQL5Y=DOT(VQL5N,L52)
VPL4Y=DOT(VPL4N,L52)
!
VPL5QS=RIGHT(VPL5Y)-RIGHT(VQSY)
VPL4QL5=RIGHT(VPL4Y)-RIGHT(VQL5Y)
!
! aceleracoes lineares de pontos e aceleracoes angulares de corpos:
!
AASTARN=DERIV(VASTARN,T,N)
ABSTARN=DERIV(VBSTARN,T,N)
ACSTARN=DERIV(VCSTARN,T,N)
ADSTARN=DERIV(VDSTARN,T,N)
AESTARN=DERIV(VESTARN,T,N)
AHSTARN=DERIV(VHSTARN,T,N)
ALFAN=DERIV(WAN,T,N)
ALFBN=DERIV(WBN,T,N)
ALFCN=DERIV(WCN,T,N)

```

```

ALFDN=DERIV(WDN,T,N)
ALFEN=DERIV(WEN,T,N)
ALFHN=DERIV(WHN,T,N)
!
ALFSN=DERIV(WSN,T,N)
ALFL5N=DERIV(WL5N,T,N)
ALFL4N=DERIV(WL4N,T,N)
ASSTARN=DERIV(VSSTARN,T,N)
AL5STARN=DERIV(VL5STARN,T,N)
AL4STARN=DERIV(VL4STARN,T,N)
!
! forcas e torques:
!
FORCE(P1)=(MA+MB+MC+MD+ME+MH)*G*N2+W*N2
FORCE(ASTAR)=-MA*G*N2
FORCE(BSTAR)=-MB*G*N2
FORCE(CSTAR)=-MC*G*N2
FORCE(DSTAR)=-MD*G*N2
FORCE(ESTAR)=-ME*G*N2
FORCE(HSTAR)=-MH*G*N2
FORCE(P7)=-W*N2
!
VETC=ADD(PP3CSTAR,-PP3SSTAR)
VETD=ADD(PP3DSTAR,-PP3SSTAR)
VETE=ADD(PP3ESTAR,-PP3SSTAR)
VETH=ADD(PP3HSTAR,-PP3SSTAR)
VETHP7=ADD(PP3P7,-PP3SSTAR)
MOMC=CROSS(VETC,-MC*G*N2)
MOMD=CROSS(VETD,-MD*G*N2)
MOME=CROSS(VETE,-ME*G*N2)
MOMH=CROSS(VETH,-MH*G*N2)
MOMHP7=CROSS(VETHP7,-W*N2)
TORQUE(L4)=RIGHT(MOMC)+RIGHT(MOMD)+RIGHT(MOME)+
             RIGHT(MOMH)+RIGHT(MOMHP7)
FORCE(L4STAR)=-MV*G*N2-MC*G*N2-MD*G*N2
             -ME*G*N2-MH*G*N2-W*N2
FORCE(L5STAR)=-MV*G*N2
TORQUE(S/L5)=-KZ*Q1*S3-CZ*U1*S3
TORQUE(L5/L4)=-KZ*Q2*L53-CZ*U2*L53
FORCE(QS/PL5)=-KD*RIGHT(DPL5QS)*S2
FORCE(QL5/PL4)=-KD*RIGHT(DPL4QL5)*L52
K1=DPL5QS/(X*LDI)
FR
FRSTAR
KANE
!
! programa fortran:
CONTROLS(KD,DPL5QS,DPL4QL5,K1,PINTR)
        UNITS(Q1,DEG,Q2,DEG,Q3,DEG,Q4,DEG,Q5,DEG,Q6,DEG,Q7,DEG,
        Q8, DEG,TETA,DEG)
RECORD(PID1,ALL)
CODE(PID1,SUBS)

```

## 2. Programa PID.FOR

```

C THE NAME OF THIS PROGRAM IS PID1.FOR
C CREATED BY AUTOLEV ON 03-15-2008 AT 08:28:50
C
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
INTEGER JLOOP,NSTEPS,NCUTS,NEQS,ILOOP,COUNTER,NPSTEP
LOGICAL STPSZ

```

```

EXTERNAL EQNS
CHARACTER MSG(75)
DIMENSION U(4)
COMMON/CZEES/Z(88)
COMMON/CPAR/IV3,IA,IB,IC,ID,IE,IH,MV,MA,MB,MC,MD,ME,MH,PI,DEGTORAD
& ,RADTODEG,G,DS,LA,LB,LC,LD,LE,LH,LSA,LSB,LSC,LSD,LSE,LSH,XSSTAR,
& YSSTAR,LV,LDI,X,TETA,RB,RC,EE,EI,NE,NI,KZ,CZ
COMMON/CONT/KD,DPL5QS,DPL4QL5,K1,PINTR
COMMON/CSPEC/Q3,Q4,Q5,Q6,Q7,Q8,W,Q3DOT,Q4DOT,Q5DOT,Q6DOT,Q7DOT,Q8D
& OT,Q3DOTDOT,Q4DOTDOT,Q5DOTDOT,Q6DOTDOT,Q7DOTDOT,Q8DOTDOT
COMMON/DFQLST/T,STEP,RELERR,ABSERR,NCUTS,NEQS,STPSZ
C
OPEN(UNIT=11,FILE='PID1.IN ',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(UNIT=12,FILE='PID1.OU1',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(UNIT=31,FILE='PID1.CO1',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(UNIT=41,FILE='PID1.SP1',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(UNIT=42,FILE='PID1.SP2',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(UNIT=43,FILE='PID1.SP3',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(UNIT=44,FILE='PID1.SP4',STATUS='UNKNOWN')
PI = 4.0D0*DATAN(1.0D0)
DEGTORAD = PI/180.0D0
RADTODEG = 1.0D0/DEGTORAD
WRITE(*,6001)
C
*****
*
*
*           NOTE REGARDING INPUT AND OUTPUT DATA FILES           *
*
*
* The user must supply an input data file to this program. The *
* file must be named FILENAME.IN , where FILENAME is obtained from *
* the first line of this program. The data must be arranged in *
* accordance with the READ statements that immediately follow this *
* NOTE.
*
*
* The output from the program is sent to data files whose names *
* appear on the screen at the completion of each run. The first *
* column in each output data file contains the time T, *
* running from zero to TMAX in increments of PSTEP. TMAX, PSTEP, *
* and STEP are input from the terminal by the user at runtime, STEP *
* being the initial integration stepsize, a number that should be *
* chosen to be less than or equal to PSTEP. The terminal also *
* prompts the user for a message identifying the run. This message *
* is printed on each of the output files. Output files ending *
* in .OUn contain time-histories of generalized speeds and *
* generalized coordinates; files ending in .NRG contain kinetic *
* energy, potential energy, and total energy time-histories; files *
* ending in .H contain angular momentum time-histories; files ending *
* in .CO contain time-histories of quantities appearing as *
* arguments in CONTROLS commands; files ending in .SPn contain *
* time-histories of SPECIFIED variables; and files ending in .AUn *
* contain time-histories of force and/or torque measure numbers *
* corresponding to AUXILIARY generalized speeds.
*
*
*****
C
READ(11,*) G,DS,LA,LB,LC,LD,LE,LH,LSA,LSB,LSC,LSD,LSE,LSH,XSSTAR,Y
& SSTAR,LV,LDI,X,TETADEG,RB,RC,EE,EI,NE,NI,KZ,CZ
READ(11,*) MV,MA,MB,MC,MD,ME,MH
READ(11,*) IV3
READ(11,*) IA
READ(11,*) IB
READ(11,*) IC
READ(11,*) ID
READ(11,*) IE

```

```

READ(11,*) IH
READ(11,*) U(1),U(2)
READ(11,*) Q1DEG,Q2DEG
C
TETA = DEGTORAD*TETADEG
Q1 = DEGTORAD*Q1DEG
Q2 = DEGTORAD*Q2DEG
C
WRITE(* ,6002)
READ( * ,6003) (MSG(ILOOP),ILOOP = 1,75)
WRITE(* ,6009)
READ(*,*) TMAX,PSTEP,STEP0
NPSTEP = IDINT((PSTEP-1.D-8)/STEP0 + 1)
STEP = PSTEP/NPSTEP
C
WRITE(* ,6012)
WRITE(* ,6010) (MSG(ILOOP),ILOOP = 1,75)
WRITE(12,6101)
WRITE(12,6010) (MSG(ILOOP),ILOOP = 1,75)
WRITE(31,6201)
WRITE(31,6010) (MSG(ILOOP),ILOOP = 1,75)
WRITE(41,6301)
WRITE(41,6010) (MSG(ILOOP),ILOOP = 1,75)
WRITE(42,6302)
WRITE(42,6010) (MSG(ILOOP),ILOOP = 1,75)
WRITE(43,6303)
WRITE(43,6010) (MSG(ILOOP),ILOOP = 1,75)
WRITE(44,6304)
WRITE(44,6010) (MSG(ILOOP),ILOOP = 1,75)
WRITE(* ,6011)
WRITE(12,6011)
C
WRITE(* ,6500) G,DS,LA,LB,LC,LD,LE,LH,LSA,LSB,LSC,LSD,LSE,LSH,XSST
& AR,YSSTAR,LV,LDI,X,TETADEG,RB,RC,EE,EI,NE,NI,KZ,CZ
WRITE(12,6500) G,DS,LA,LB,LC,LD,LE,LH,LSA,LSB,LSC,LSD,LSE,LSH,XSST
& AR,YSSTAR,LV,LDI,X,TETADEG,RB,RC,EE,EI,NE,NI,KZ,CZ
WRITE(* ,6512) IV3
WRITE(12,6512) IV3
WRITE(* ,6515) IA
WRITE(12,6515) IA
WRITE(* ,6516) IB
WRITE(12,6516) IB
WRITE(* ,6517) IC
WRITE(12,6517) IC
WRITE(* ,6518) ID
WRITE(12,6518) ID
WRITE(* ,6519) IE
WRITE(12,6519) IE
WRITE(* ,6520) IH
WRITE(12,6520) IH
WRITE(* ,6600) MV,MA,MB,MC,MD,ME,MH
WRITE(12,6600) MV,MA,MB,MC,MD,ME,MH
WRITE(* ,6601) U(1),U(2)
WRITE(12,6601) U(1),U(2)
WRITE(* ,6602) Q1DEG,Q2DEG
WRITE(12,6602) Q1DEG,Q2DEG
WRITE(* ,6006) TMAX,PSTEP,STEP,STEP0
WRITE(12,6006) TMAX,PSTEP,STEP,STEP0
C
U(3) = Q1
U(4) = Q2
C
WRITE(* ,6701)
WRITE(12,6701)

```

```

WRITE(31,6751)
WRITE(41,6801)
WRITE(42,6802)
WRITE(43,6803)
WRITE(44,6804)
C
NEQS = 4
NCUTS = 20
T = 0.0
RELERR = 1.0D-8
ABSERR = 1.0D-8
STPSZ = .FALSE.
NSTEPS = IDINT(TMAX/STEP+0.1)+1
C
COUNTER = 0
C
C
DO 1000 JLOOP = 1 , NSTEPS
CALL SPEC(T)
CALL ZEES(T,U)
C
IF (COUNTER.EQ.NPSTEP.OR.COUNTER.EQ.0) THEN
WRITE(12,6005) T,U(1),U(2),U(3)*RADTODEG,U(4)*RADTODEG
WRITE(* ,6005) T,U(1),U(2),U(3)*RADTODEG,U(4)*RADTODEG
CALL CNTRL(T,U)
WRITE(31,6005) T,KD,DPL5QS,DPL4QL5,K1,PINTR
WRITE(41,6005) T,Q3*RADTODEG,Q4*RADTODEG,Q5*RADTODEG,Q6*RADTODEG,Q
& 7*RADTODEG
WRITE(42,6005) T,Q8*RADTODEG,W,Q3DOT,Q4DOT,Q5DOT
WRITE(43,6005) T,Q6DOT,Q7DOT,Q8DOT,Q3DOTDOT,Q4DOTDOT
WRITE(44,6005) T,Q5DOTDOT,Q6DOTDOT,Q7DOTDOT,Q8DOTDOT
COUNTER = 0
ENDIF
C
COUNTER = COUNTER + 1
IF (JLOOP.EQ.NSTEPS) GO TO 1000
CALL DEQS(EQNS,U,*99)
1000 CONTINUE
C
WRITE(*,6999)
C
STOP
99 WRITE(*,6004)
C
6001 FORMAT(/1X,'SYSTEM PARAMETERS AND INITIAL CONDITIONS'/
& 2X,'ARE NOW BEING READ FROM THE INPUT FILE'/)
6002 FORMAT(1X,'INPUT A DESCRIPTION OF THIS RUN'/)
6003 FORMAT(75A1)
6004 FORMAT(1X,'STEP SIZE HALVED TOO MANY TIMES'/)
6005 FORMAT(6(1X,1PE12.5))
6006 FORMAT(11X,'TMAX = ',1PE12.5,' UNITS'/10X,'PSTEP = ',1PE12.5,' UNI
&TS'/11X,'STEP = ',1PE12.5,' UNITS (USER INPUT VALUE = ',1PE12.5
&,' UNITS)'/)
6007 FORMAT(/1X,'SIMULATION RESULTS'//7X,'T',11X,'HN1',10X,'HN2',10X,'
&HN3',10X,'HN',4X,'(UNITS)',6X,'(UNITS)',6X,'(UNITS)',6X,'(UNITS)'
&,6X,'(UNITS)',/)
6008 FORMAT(/1X,'SIMULATION RESULTS'//7X,'T',11X,'KE',11X,'PE',9X,'KE
&+ PE',4X,'(UNITS)',6X,'(UNITS)',6X,'(UNITS)',6X,'(UNITS)',/)
6009 FORMAT(/1X,'INPUT TMAX, PSTEP, STEP '/
&1X,'===== '/
&1X,'| TMAX : FINAL TIME |'/
&1X,'| PSTEP: TIME INTERVAL FOR PRINTING |'/
&1X,'| STEP : MAXIMUM INTEGRATION TIME STEP |'/
&1X,'===== '/')

```

```

6010 FORMAT(1X,'*** ',75A1)
6011 FORMAT(//1X,'SYSTEM PARAMETERS'/)
6012 FORMAT(1X,'OUTPUT FROM PROGRAM PID1.FOR'//)
6101 FORMAT(1X,'FILE: PID1.OU1 (OUTPUT FROM PROGRAM PID1.FOR)')//)
6201 FORMAT(1X,'FILE: PID1.CO1 (OUTPUT FROM PROGRAM PID1.FOR)')//)
6301 FORMAT(1X,'FILE: PID1.SP1 (OUTPUT FROM PROGRAM PID1.FOR)')//)
6302 FORMAT(1X,'FILE: PID1.SP2 (OUTPUT FROM PROGRAM PID1.FOR)')//)
6303 FORMAT(1X,'FILE: PID1.SP3 (OUTPUT FROM PROGRAM PID1.FOR)')//)
6304 FORMAT(1X,'FILE: PID1.SP4 (OUTPUT FROM PROGRAM PID1.FOR)')//)
6500 FORMAT(14X,'G = ',1PE12.5,' UNITS'/13X,'DS = ',1PE12.5,' UNITS'/13
&X,'LA = ',1PE12.5,' UNITS'/13X,'LB = ',1PE12.5,' UNITS'/13X,'LC =
&',1PE12.5,' UNITS'/13X,'LD = ',1PE12.5,' UNITS'/13X,'LE = ',1PE12.
&5,' UNITS'/13X,'LH = ',1PE12.5,' UNITS'/12X,'LSA = ',1PE12.5,' UNI
&TS'/12X,'LSB = ',1PE12.5,' UNITS'/12X,'LSC = ',1PE12.5,' UNITS'/12
&X,'LSD = ',1PE12.5,' UNITS'/12X,'LSE = ',1PE12.5,' UNITS'/12X,'LSH
& = ',1PE12.5,' UNITS'/9X,'XSSTAR = ',1PE12.5,' UNITS'/9X,'YSSTAR =
&',1PE12.5,' UNITS'/13X,'LV = ',1PE12.5,' UNITS'/12X,'LDI = ',1PE1
&2.5,' UNITS'/14X,'X = ',1PE12.5,' UNITS'/11X,'TETA = ',1PE12.5,' D
&EG'/13X,'RB = ',1PE12.5,' UNITS'/13X,'RC = ',1PE12.5,' UNITS'/13X,
&'EE = ',1PE12.5,' UNITS'/13X,'EI = ',1PE12.5,' UNITS'/13X,'NE = ',
&1PE12.5,' UNITS'/13X,'NI = ',1PE12.5,' UNITS'/13X,'KZ = ',1PE12.5,
&' UNITS'/13X,'CZ = ',1PE12.5,' UNITS'/)
6512 FORMAT(12X,'IV3 = ',1PE12.5,' UNITS'/)
6515 FORMAT(13X,'IA = ',1PE12.5,' UNITS'/)
6516 FORMAT(13X,'IB = ',1PE12.5,' UNITS'/)
6517 FORMAT(13X,'IC = ',1PE12.5,' UNITS'/)
6518 FORMAT(13X,'ID = ',1PE12.5,' UNITS'/)
6519 FORMAT(13X,'IE = ',1PE12.5,' UNITS'/)
6520 FORMAT(13X,'IH = ',1PE12.5,' UNITS'/)
6600 FORMAT(13X,'MV = ',1PE12.5,' UNITS'/13X,'MA = ',1PE12.5,' UNITS'/1
&3X,'MB = ',1PE12.5,' UNITS'/13X,'MC = ',1PE12.5,' UNITS'/13X,'MD =
&',1PE12.5,' UNITS'/13X,'ME = ',1PE12.5,' UNITS'/13X,'MH = ',1PE12
&.5,' UNITS'//)
6601 FORMAT(/1X,'INITIAL CONDITIONS'//10X,'U1(0) = ',1PE12.5,' UNITS'/1
&0X,'U2(0) = ',1PE12.5,' UNITS'/)
6602 FORMAT(10X,'Q1(0) = ',1PE12.5,' DEG'/10X,'Q2(0) = ',1PE12.5,' DEG'
&/)
6701 FORMAT(//1X,'SIMULATION RESULTS'//7X,'T',11X,'U1',11X,'U2',11X,'Q1
&',11X,'Q2',/4X,'(UNITS)',6X,'(UNITS)',6X,'(UNITS)',7X,'(DEG)',8X,'
&(DEG)',/)
6751 FORMAT(//1X,'SIMULATION RESULTS'//7X,'T',11X,'KD',9X,'DPL5QS',7X,'
&DPL4QL5',8X,'K1',10X,'PINTR',/4X,'(UNITS)',6X,'(UNITS)',6X,'(UNITS
&)',6X,'(UNITS)',6X,'(UNITS)',6X,'(UNITS)',/)
6801 FORMAT(//1X,'SIMULATION RESULTS'//7X,'T',11X,'Q3',11X,'Q4',11X,'Q5
&',11X,'Q6',11X,'Q7',/4X,'(UNITS)',7X,'(DEG)',8X,'(DEG)',8X,'(DEG)'
&,8X,'(DEG)',8X,'(DEG)',/)
6802 FORMAT(//1X,'SIMULATION RESULTS'//7X,'T',11X,'Q8',12X,'W',10X,'Q3D
&OT',8X,'Q4DOT',8X,'Q5DOT',/4X,'(UNITS)',7X,'(DEG)',7X,'(UNITS)',6X
&',(UNITS)',6X,'(UNITS)',6X,'(UNITS)',/)
6803 FORMAT(//1X,'SIMULATION RESULTS'//7X,'T',10X,'Q6DOT',8X,'Q7DOT',8X
&',Q8DOT',6X,'Q3DOTDOT',5X,'Q4DOTDOT',/4X,'(UNITS)',6X,'(UNITS)',6X
&',(UNITS)',6X,'(UNITS)',6X,'(UNITS)',/)
6804 FORMAT(//1X,'SIMULATION RESULTS'//7X,'T',8X,'Q5DOTDOT',5X,'Q6DOTDO
&T',5X,'Q7DOTDOT',5X,'Q8DOTDOT',/4X,'(UNITS)',6X,'(UNITS)',6X,'(UNI
&TS)',6X,'(UNITS)',6X,'(UNITS)',/)
6999 FORMAT(//1X,'OUTPUT IS ON FILES: ',PID1.OU1'/22X,'PID1.CO1'/22X,
&'PID1.SP1'/22X,'PID1.SP2'/22X,'PID1.SP3'/22X,'PID1.SP4'/22X,/)
END
C
C
C
SUBROUTINE EQNS(T,U,UDOT)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
DIMENSION U(4),UDOT(4),COEF(2,2),RHS(2)

```

```

COMMON/CZEES/Z(88)
COMMON/CPAR/IV3,IA,IB,IC,ID,IE,IH,MV,MA,MB,MC,MD,ME,MH,PI,DEGTORAD
& ,RADTODEG,G,DS,LA,LB,LC,LD,LE,LH,LSA,LSB,LSC,LSD,LSE,LSH,XSSTAR,
& YSSTAR,LV,LDI,X,TETA,RB,RC,EE,EI,NE,NI,KZ,CZ
COMMON/CONT/KD,DPL5QS,DPL4QL5,K1,PINTR
COMMON/CSPEC/Q3,Q4,Q5,Q6,Q7,Q8,W,Q3DOT,Q4DOT,Q5DOT,Q6DOT,Q7DOT,Q8D
& OT,Q3DOTDOT,Q4DOTDOT,Q5DOTDOT,Q6DOTDOT,Q7DOTDOT,Q8DOTDOT
C
CALL SPEC(T)
C
CALL ZEES(T,U)
C
Q1 = U(3)
Q2 = U(4)
C
C
CALL CNTRL(T,U)
C
C
S1 = DSIN(Q1)
C1 = DCOS(Q1)
S2 = DSIN(Q1+Q2+Q5+TETA)
C2 = DCOS(Q1+Q2+Q5+TETA)
S3 = DSIN(Q1+Q5+TETA)
C3 = DCOS(Q1+Q5+TETA)
S4 = DSIN(Q2)
C4 = DCOS(Q2)
C
COEF(1,1) = Z(84)
COEF(1,2) = Z(85)
COEF(2,1) = Z(85)
COEF(2,2) = Z(87)
C
RHS(1) = -(-G*MC-G*MD-G*ME-G*MH-G*MV-W)*C2*X+(-G*MC-G*MD-G*ME-G*MH
& -G*MV-W)*S2*Z(18)+(-G*MC-G*MD-G*ME-G*MH-G*MV-W)*S3*Z(21)+C1*KD*S
& 1*X*X+C3*G*MV*X+C4*KD*S4*X*X+CZ*U(1)-G*MV*S3*Z(18)-KD*S4*X*X+KZ*
& Q1-Z(69)-Z(70)-Z(71)-Z(72)-Z(73)+Z(86)
RHS(2) = -(-G*MC-G*MD-G*ME-G*MH-G*MV-W)*C2*X+(-G*MC-G*MD-G*ME-G*MH
& -G*MV-W)*S2*Z(18)+C4*KD*S4*X*X+CZ*U(2)+KZ*Q2-Z(69)-Z(70)-Z(71)-Z
& (72)-Z(73)+Z(88)
C
CALL UNCUPL(2,COEF,RHS,UDOT)
C
C
C U3 IS DEFINED TO BE Q1
UDOT(3) = U(1)
C
C U4 IS DEFINED TO BE Q2
UDOT(4) = U(2)
C
C
RETURN
END
C
C
C
SUBROUTINE UNCUPL(NDIM,COEF,RHS,UDOT)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
INTEGER NDIM,IPS(50)
DIMENSION COEF(NDIM,NDIM),RHS(NDIM),UDOT(NDIM)
C
CALL DECMP2(NDIM,COEF,NDIM,COEF,IPS,*901,*902)
CALL SOLVE2(NDIM,COEF,NDIM,RHS,UDOT,IPS)
C

```

```

    RETURN
C
901 WRITE(*,601)
    STOP
902 WRITE(*,602)
    STOP
601 FORMAT(/1X,'ALL ELEMENTS IN A ROW OF COEF ARE ZEROS'/)
602 FORMAT(/1X,'A PIVOT ELEMENT ENCOUNTERED IN THE DECOMPOSITION',
C      ' OF COEF IS ZERO')
    END
C
C
C
    SUBROUTINE ZEES(T,U)
    IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
    DIMENSION U(4)
    COMMON/CZEES/Z(88)
    COMMON/CPAR/IV3,IA,IB,IC,ID,IE,IH,MV,MA,MB,MC,MD,ME,MH,PI,DEGTORAD
& ,RADTODEG,G,DS,LA,LB,LC,LD,LE,LH,LSA,LSB,LSC,LSD,LSE,LSH,XSSTAR,
& YSSTAR,LV,LDI,X,TETA,RB,RC,EE,EI,NE,NI,KZ,CZ
    COMMON/CSPEC/Q3,Q4,Q5,Q6,Q7,Q8,W,Q3DOT,Q4DOT,Q5DOT,Q6DOT,Q7DOT,Q8D
& OT,Q3DOTDOT,Q4DOTDOT,Q5DOTDOT,Q6DOTDOT,Q7DOTDOT,Q8DOTDOT
C
    Q1 = U(3)
    Q2 = U(4)
C
C
    S1 = DSIN(Q1+Q2+TETA)
    C1 = DCOS(Q1+Q2+TETA)
    S2 = DSIN(Q1+Q2-Q3+Q5+TETA)
    C2 = DCOS(Q1+Q2-Q3+Q5+TETA)
    S3 = DSIN(Q1+Q2-Q4+Q5+TETA)
    C3 = DCOS(Q1+Q2-Q4+Q5+TETA)
    S4 = DSIN(Q1+TETA)
    C4 = DCOS(Q1+TETA)
    S5 = DSIN(Q1-Q3+Q5+TETA)
    C5 = DCOS(Q1-Q3+Q5+TETA)
    S6 = DSIN(Q1-Q4+Q5+TETA)
    C6 = DCOS(Q1-Q4+Q5+TETA)
    S7 = DSIN(Q2)
    C7 = DCOS(Q2)
    S8 = DSIN(Q5)
    C8 = DCOS(Q5)
    S9 = DSIN(Q5-Q6)
    C9 = DCOS(Q5-Q6)
    S10 = DSIN(Q5-Q7)
    C10 = DCOS(Q5-Q7)
    S11 = DSIN(Q5-Q8)
    C11 = DCOS(Q5-Q8)
    S12 = DSIN(TETA)
    C12 = DCOS(TETA)
C
    Z(1) = LA*Q3DOT
    Z(2) = LSA*Q3DOT
    Z(3) = LSB*Q4DOT
    Z(4) = LB*Q4DOT
    Z(5) = LSC*Q5DOT
    Z(6) = LC*Q5DOT
    Z(7) = LE*Q7DOT
    Z(8) = LSE*Q7DOT
    Z(9) = LH*Q8DOT
    Z(10) = LSH*Q8DOT
    Z(11) = LD*Q6DOT
    Z(12) = LSD*Q6DOT

```

$Z(13) = Q5DOT*YSSTAR$   
 $Z(14) = Q5DOT*XSSTAR$   
 $Z(15) = LDI+.5*LV$   
 $Z(16) = (C12*Z(15)-S12*X)*Q5DOT+Z(13)$   
 $Z(17) = (-C12*X-S12*Z(15))*Q5DOT+Z(14)$   
 $Z(18) = .5*LV$   
 $Z(19) = Q5DOT*Z(18)$   
 $Z(20) = Q5DOT*X$   
 $Z(21) = LDI+LV$   
 $Z(22) = Q5DOT*Z(21)$   
 $Z(23) = C12*Q5DOT*Z(18)+Z(13)$   
 $Z(24) = Q5DOT*S12*Z(18)-Z(14)$   
 $Z(25) = Q5DOT*Z(18)-Z(19)$   
 $Z(26) = 2*Z(18)$   
 $Z(27) = Q5DOT*Z(18)+Z(19)$   
 $Z(28) = LSA*Q3DOTDOT$   
 $Z(29) = Q3DOT*Z(2)$   
 $Z(30) = LA*Q3DOTDOT$   
 $Z(31) = LSB*Q4DOTDOT$   
 $Z(32) = Q3DOT*Z(1)$   
 $Z(33) = Q4DOT*Z(3)$   
 $Z(34) = LB*Q4DOTDOT$   
 $Z(35) = LSC*Q5DOTDOT$   
 $Z(36) = Q4DOT*Z(4)$   
 $Z(37) = Q5DOT*Z(5)$   
 $Z(38) = LC*Q5DOTDOT$   
 $Z(39) = LSD*Q6DOTDOT$   
 $Z(40) = Q5DOT*Z(6)$   
 $Z(41) = Q6DOT*Z(12)$   
 $Z(42) = LSE*Q7DOTDOT$   
 $Z(43) = Q7DOT*Z(8)$   
 $Z(44) = LE*Q7DOTDOT$   
 $Z(45) = LSH*Q8DOTDOT$   
 $Z(46) = Q7DOT*Z(7)$   
 $Z(47) = Q8DOT*Z(10)$   
 $Z(48) = Q5DOTDOT*YSSTAR$   
 $Z(49) = Q5DOTDOT*XSSTAR$   
 $Z(50) = Q5DOT*Z(14)+Z(48)$   
 $Z(51) = Q5DOT*Z(13)-Z(49)$   
 $Z(52) = (C12*Z(15)-S12*X)*Q5DOTDOT+Z(48)$   
 $Z(53) = (-C12*X-S12*Z(15))*Q5DOTDOT+Z(49)$   
 $Z(54) = Q5DOTDOT*Z(18)$   
 $Z(55) = Q5DOTDOT*X$   
 $Z(56) = U(1)*Z(18)+Z(19)$   
 $Z(57) = U(1)*X+Z(20)$   
 $Z(58) = Q5DOT*Z(57)+U(1)*Z(57)+Z(54)$   
 $Z(59) = Q5DOT*Z(56)+U(1)*Z(56)-Z(55)$   
 $Z(60) = Q5DOT*Z(17)+Z(52)$   
 $Z(61) = Q5DOT*Z(16)-Z(53)$   
 $Z(62) = Q5DOTDOT*Z(21)$   
 $Z(63) = U(1)*Z(18)+U(2)*Z(18)+Z(19)$   
 $Z(64) = U(1)*X+U(2)*X+Z(20)$   
 $Z(65) = U(1)*Z(21)+Z(22)$   
 $Z(66) = Q5DOT*Z(64)+U(1)*Z(64)+U(2)*Z(64)+Z(54)$   
 $Z(67) = Q5DOT*Z(63)+U(1)*Z(63)+U(2)*Z(63)-Z(55)$   
 $Z(68) = Q5DOT*Z(65)+U(1)*Z(65)$   
 $Z(69) = (LSC-YSSTAR)*G*MC*S8+C8*G*MC*XSSTAR$   
 $Z(70) = (C9*LSD+LC-YSSTAR)*G*MD*S8-(LSD*S9-XSSTAR)*C8*G*MD$   
 $Z(71) = (-C10*LSE+LC-YSSTAR)*G*ME*S8-(-LSE*S10-XSSTAR)*C8*G*ME$   
 $Z(72) = (-C10*LE-C11*LSH+LC-YSSTAR)*G*MH*S8-(-LE*S10-LSH*S11-XSSTAR)*C8*G*MH$   
 $Z(73) = (-C10*LE-C11*LH+LC-YSSTAR)*S8*W-(-LE*S10-LH*S11-XSSTAR)*C8*W$   
 $Z(74) = Z(21)-Z(26)$

```

Z(75) = IV3*Q5DOTDOT
Z(76) = Q5DOT+U(1)+U(2)
Z(77) = Q5DOT+U(1)
Z(78) = IA*Q3DOTDOT

Z(79) = IB*Q4DOTDOT
Z(80) = IC*Q5DOTDOT
Z(81) = ID*Q6DOTDOT
Z(82) = IE*Q7DOTDOT
Z(83) = IH*Q8DOTDOT
Z(84) = (-2*C7*Z(18)*Z(21)-2*S7*X*Z(21)-2*X*X-2*Z(18)*Z(18)-Z(21)*
& Z(21))*MV-2*IV3
Z(85) = (-C7*Z(18)*Z(21)-S7*X*Z(21)-X*X-Z(18)*Z(18))*MV-IV3
Z(86) = (-C1*X*Z(61)+C1*Z(18)*Z(60)-C2*X*Z(32)+C2*Z(18)*Z(30)-C3*X
& *Z(36)+C3*Z(18)*Z(34)+C4*Z(21)*Z(60)+C5*Z(21)*Z(30)+C6*Z(21)*Z(3
& 4)-C7*X*Z(68)+C7*Z(18)*Z(62)+C7*Z(21)*Z(66)+S1*X*Z(60)+S1*Z(18)*
& Z(61)+S2*X*Z(30)+S2*Z(18)*Z(32)+S3*X*Z(34)+S3*Z(18)*Z(36)+S4*Z(2
& 1)*Z(61)+S5*Z(21)*Z(32)+S6*Z(21)*Z(36)+S7*X*Z(62)+S7*Z(18)*Z(68)
& -S7*Z(21)*Z(67)-X*Z(67)+Z(18)*Z(66)+Z(21)*Z(62))*MV+(-C4*X*Z(61)
& +C4*Z(18)*Z(60)-C5*X*Z(32)+C5*Z(18)*Z(30)-C6*X*Z(36)+C6*Z(18)*Z(
& 34)+S4*X*Z(60)+S4*Z(18)*Z(61)+S5*X*Z(30)+S5*Z(18)*Z(32)+S6*X*Z(3
& 4)+S6*Z(18)*Z(36)-X*Z(59)+Z(18)*Z(58))*MV+2*Z(75)
Z(87) = (-X*X-Z(18)*Z(18))*MV-IV3
Z(88) = (-C1*X*Z(61)+C1*Z(18)*Z(60)-C2*X*Z(32)+C2*Z(18)*Z(30)-C3*X
& *Z(36)+C3*Z(18)*Z(34)-C7*X*Z(68)+C7*Z(18)*Z(62)+S1*X*Z(60)+S1*Z(
& 18)*Z(61)+S2*X*Z(30)+S2*Z(18)*Z(32)+S3*X*Z(34)+S3*Z(18)*Z(36)+S7
& *X*Z(62)+S7*Z(18)*Z(68)-X*Z(67)+Z(18)*Z(66))*MV+Z(75)
C
RETURN
END
C
C
C
SUBROUTINE CNTRL(T,U)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
DIMENSION U(4)
COMMON/CZEES/Z(88)
COMMON/CPAR/IV3,IA,IB,IC,ID,IE,IH,MV,MA,MB,MC,MD,ME,MH,PI,DEGTORAD
& ,RADTODEG,G,DS,LA,LB,LC,LD,LE,LH,LSA,LSB,LSC,LSD,LSE,LSH,XSSTAR,
& YSSTAR,LV,LDI,X,TETA,RB,RC,EE,EI,NE,NI,KZ,CZ
COMMON/CONT/KD,DPL5QS,DPL4QL5,K1,PINTR
COMMON/CSPEC/Q3,Q4,Q5,Q6,Q7,Q8,W,Q3DOT,Q4DOT,Q5DOT,Q6DOT,Q7DOT,Q8D
& OT,Q3DOTDOT,Q4DOTDOT,Q5DOTDOT,Q6DOTDOT,Q7DOTDOT,Q8DOTDOT
C
Q1 = U(3)
Q2 = U(4)
C
C
S1 = DSIN(Q1)
C1 = DCOS(Q1)
S2 = DSIN(Q2)
C2 = DCOS(Q2)
C
KD = 869100.0
DPL5QS = S1*X
DPL4QL5 = S2*X
K1 = DPL4QL5/(X*LDI)
np=-((ee*ei*k1*(-1 + 2*ni)*rb**2*(rb**2 - rc**2))*
- ((ni*(rb + rc)*(rb - 3*x)) +
- ne**2*(-2*rb**2 + 4*rb*rc + 4*rc**2 +
- 6*rb*x + 6*rc*x) +
- ne*((1 + 2*ni)*rb**2 +
- rc*(rc - 3*(x + 2*ni*x)) +

```

```

-      rb*(2*(-1 + ni)*rc - 3*(x + 2*ni*x))))
dp= 3*(-1 + 2*ne)*(-1 + 2*ni)*rb**2*(rb + rc)*
- (ee*(-1 + ni + 2*ni**2)*(rb**2 - rc**2) -
- ei*(1 + ne)*((-1 + 2*ne)*rb**2 - rc**2))
PINTR=0.1 + (NP/DP)*0.000001
C
RETURN
END
C
C
C
SUBROUTINE SPEC(T)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
COMMON/CPAR/IV3,IA,IB,IC,ID,IE,IH,MV,MA,MB,MC,MD,ME,MH,PI,DEGTORAD
& ,RADTODEG,G,DS,LA,LB,LC,LD,LE,LH,LSA,LSB,LSC,LSD,LSE,LSH,XSSTAR,
& YSSTAR,LV,LDI,X,TETA,RB,RC,EE,EI,NE,NI,KZ,CZ
COMMON/CSPEC/Q3,Q4,Q5,Q6,Q7,Q8,W,Q3DOT,Q4DOT,Q5DOT,Q6DOT,Q7DOT,Q8D
& OT,Q3DOTDOT,Q4DOTDOT,Q5DOTDOT,Q6DOTDOT,Q7DOTDOT,Q8DOTDOT
C
Q3 = -0.0883*T**6 + 0.8296*T**5 - 2.8861*T**4 + 4.4862*T**3 -
&2.8553*T**2 + 0.3984*T - 0.1172
Q4 = 0.0636*T**3 - 0.5597*T**2 + 1.5169*T + 0.0403
Q5 = 0.1691*T**4 - 1.5468*T**3 + 4.3483*T**2 - 3.7983*T - 0.0015
Q6 = 0.133*T**4 - 1.0557*T**3 + 2.5806*T**2 - 1.9738*T - 0.1801
Q7 = 0.1642*T**6 - 1.6269*T**5 + 6.1187*T**4 - 10.894*T**3 +
&9.2048*T**2 - 2.9445*T + 0.2382
Q8 = -0.1085*T**3 + 0.4729*T**2 - 0.3949*T + 1.3428
Q3DOT = 0.3984 - 5.7106*T + 13.4586*T**2 - 11.5444*T**3 +
&4.148*T**4 - 0.5298*T**5
Q4DOT =1.5169 - 1.1194*T + 0.1908*T**2
Q5DOT = -3.7983 + 8.6966*T - 4.6404*T**2 + 0.6764*T**3
Q6DOT =-1.9738 + 5.1612*T - 3.1671*T**2 + 0.532*T**3
Q7DOT =-2.9445 + 18.4096*T - 32.682*T**2 + 24.4748*T**3 -
&8.1345*T**4 + 0.9852*T**5
Q8DOT = -0.3949 + 0.9458*T - 0.3255*T**2
Q3DOTDOT = -5.7106 + 26.9172*T - 34.6332*T**2 + 16.592*T**3 -
& 2.649*T**4
Q4DOTDOT = -1.1194 + 0.3816*T
Q5DOTDOT =8.6966 - 9.2808*T + 2.0292*T**2
Q6DOTDOT = 5.1612 - 6.3342*T + 1.596*T**2
Q7DOTDOT =18.4096 - 65.364*T + 73.4244*T**2 - 32.538*T**3 +
&4.926*T**4
Q8DOTDOT =0.9458 - 0.651*T
C
RETURN
END
C
C
C

```

### 3. PRESSAOINTRADISCAL.MA

```

me=(1/ee){1,-ne,-ne},{-ne,1,-ne},{-ne,-ne,1}}
ye={er},{et},{eye}}
eye = k1(x+rc)
se = Inverse[me].ye
se = Expand[se]
se = Simplify[se]
Cye=k1 ne/(ne-1)
er = (2/3)Cye r + c1 - c2/(r^2)
et = (1/3)Cye r + c1 + c2/(r^2)

```

```

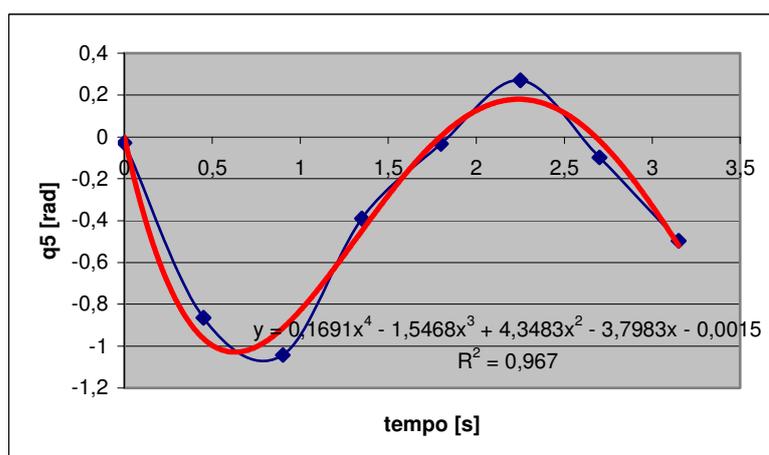
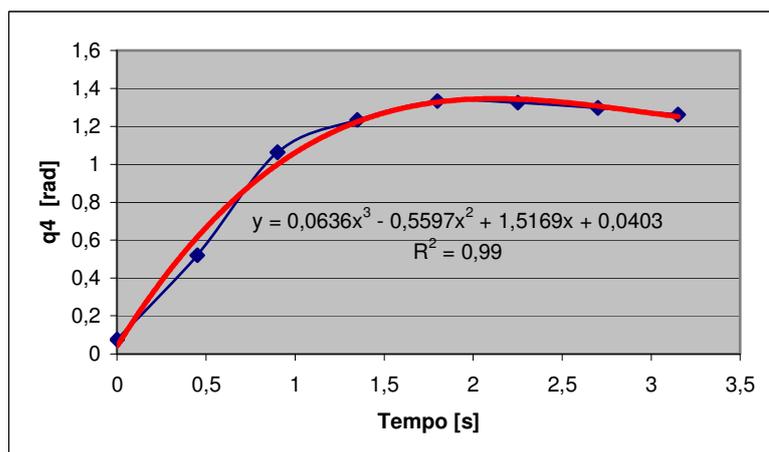
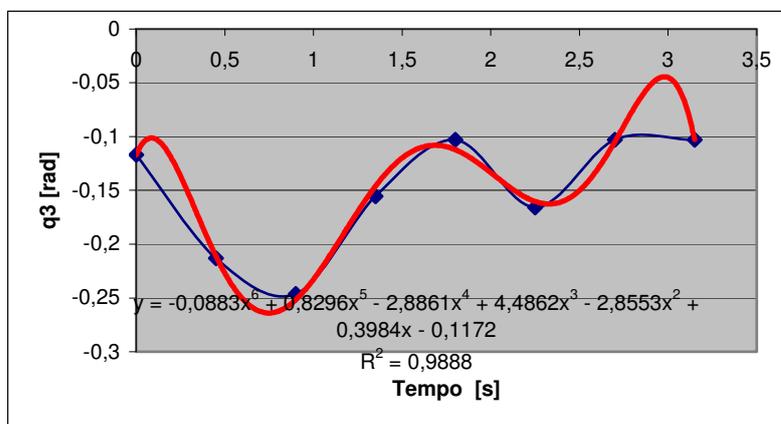
se
se = Expand[se]
se = Simplify[se]
se
se = Simplify[se]
sre = se[[1, 1]]
ste = se[[2, 1]]
sye = se[[3, 1]]
sreb = sre /. r -> rb
srec = sre /. r -> rc
srext = Solve[{sreb == -p, srec == 0}, {c1, c2}]
sre = sre /. srext
sre = Simplify[sre]
ste = ste /. srext
ste = Simplify[ste]
ste
ue = (Cye r^2/3) + c1 r + c2/r
ue = ue /. srext
ue = Simplify[ue]
ueb = ue /. r -> rb
ueb = Expand[ueb]
mi = (1/ei){1, -ni, -ni}, {-ni, 1, -ni}, {-ni, -ni, 1}}
yi = {eri}, {eti}, {eyi}}
eyi = k1 x
si = Inverse[mi].yi
si = Expand[si]
si = Simplify[si]
Cyi = k1 ni/(ni-1)
eri = (2/3)Cyi r + c1i - c2i/r^2
eti = (1/3)Cyi r + c1i + c2i/r^2
si
si = Expand[si]
si = Simplify[si]
sri = si[[1, 1]]
sti = si[[2, 1]]
syi = si[[3, 1]]
srib = sri /. r -> rb
sria = sri /. r -> ra
srint = Solve[{srib == -p, sria == 0}, {c1i, c2i}]
sri = sri /. srint
sri = Simplify[sri]
sti = sti /. srint
sti = Simplify[sti]
ui = (Cyi r^2/3) + c1i r + c2i/r
ui = ui /. srint
ui = Simplify[ui]
uia = ui /. r -> ra
uib = ui /. r -> rb
uib = Expand[uib]
uib = Expand[uib]
ueb = Expand[ueb]
eq = ueb - uib
psol = Solve[eq == 0, p]
psol = Simplify[psol]
ra = 0
sri = sri[[1]]
sti = sti[[1]]
ui = ui[[1]]
sre = sre[[1]]
ste = ste[[1]]
ue = ue[[1]]
p = p /. psol
p = p[[1]]
np = Numerator[p]

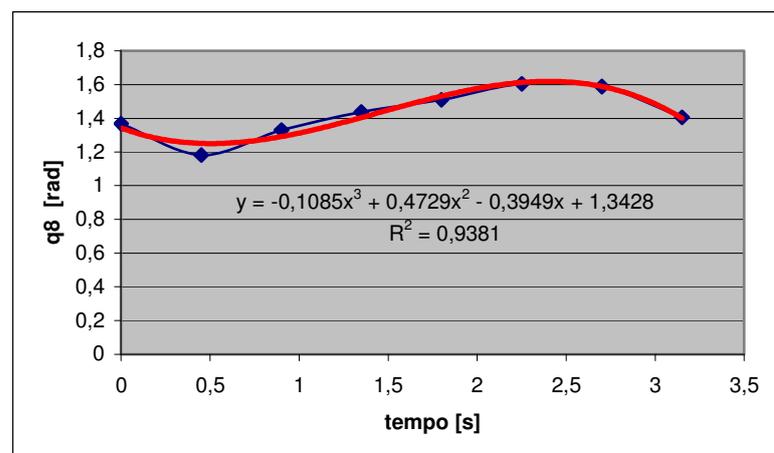
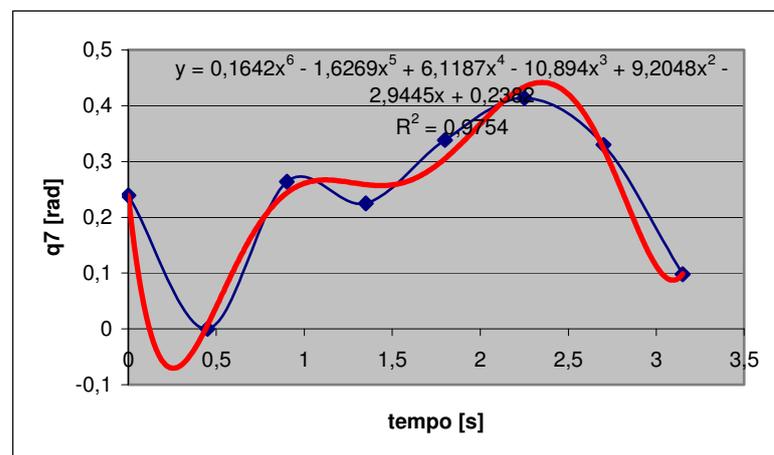
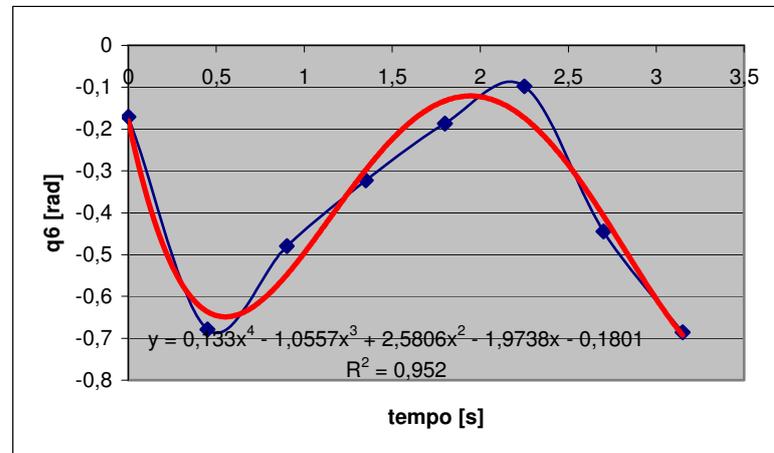
```

```
dp=Denominator[p]
sri=Simplify[sri]
sti=Simplify[sti]
sre=Simplify[sre]
ste=Simplify[ste]
ui=Simplify[ui]
ue=Simplify[ue]
p=Simplify[p]
np=Simplify[np]
dp=Simplify[dp]
Save["result13-6",sri,sti,ui,sre,ste,ue,np,dp]
x=0.03
rb=0.012
rc=0.023
ne=0.45
ni=0.4999
ee=4.2 10^6
ei=1.26 10^6
d=-0.0012
ldi=0.010
k1=d/(ldi x)
p
```

## APÊNDICE B EQUAÇÕES DAS TRAJETÓRIAS DOS SEGMENTOS DO CORPO HUMANO

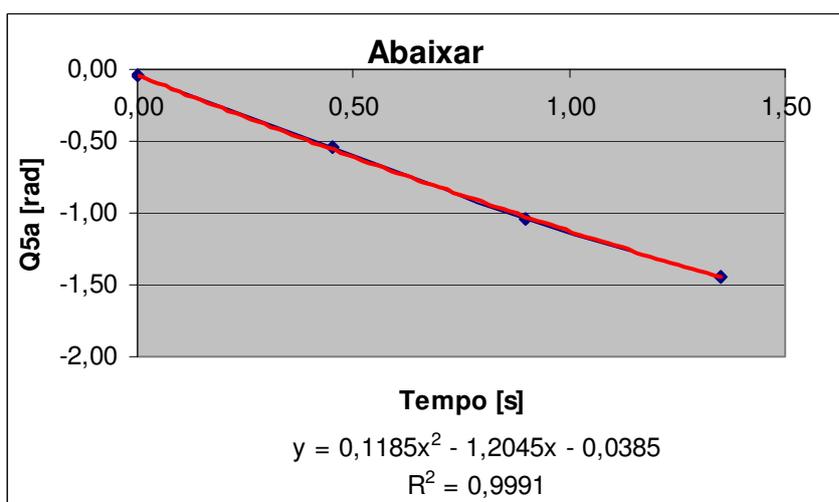
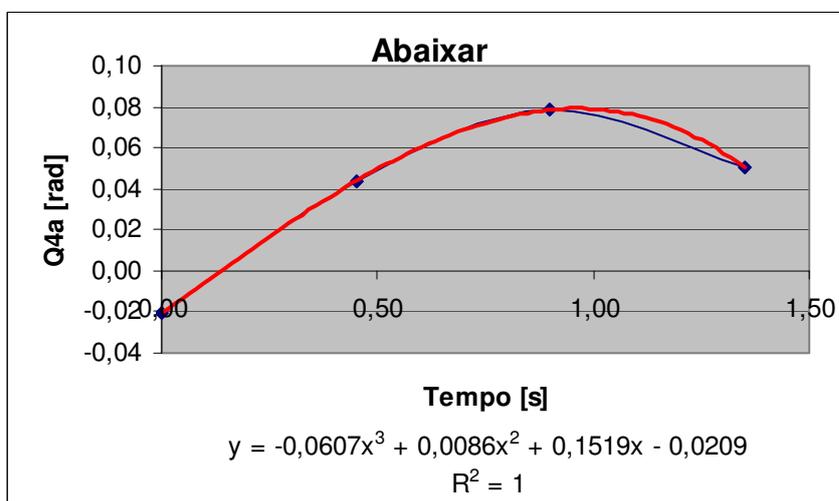
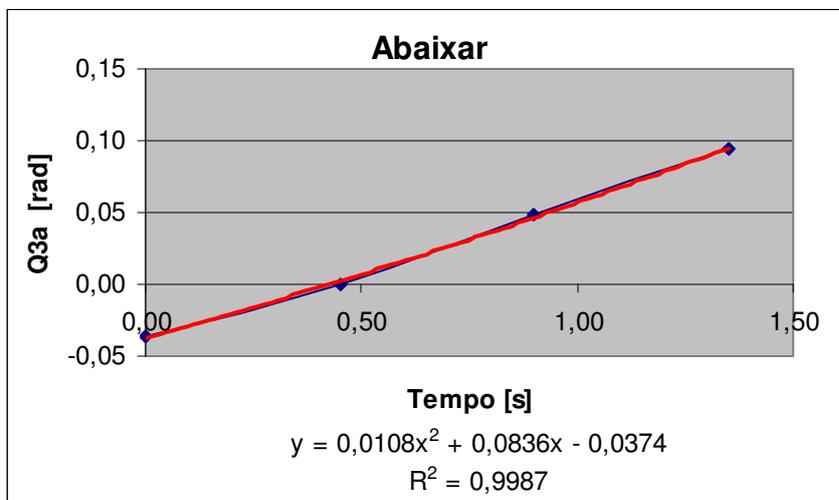
### Trajétórias – Teste 1

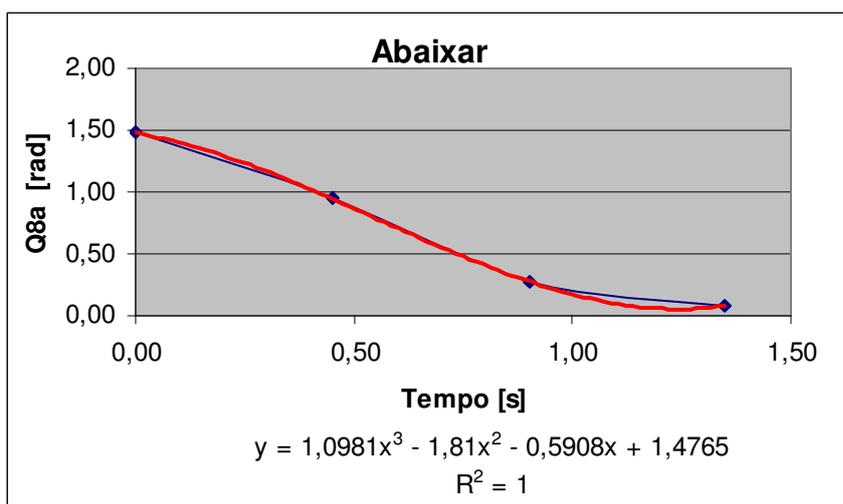
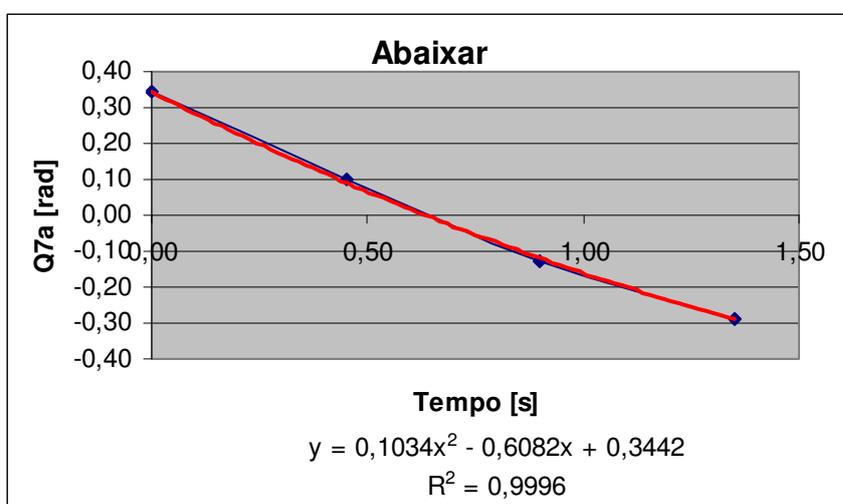
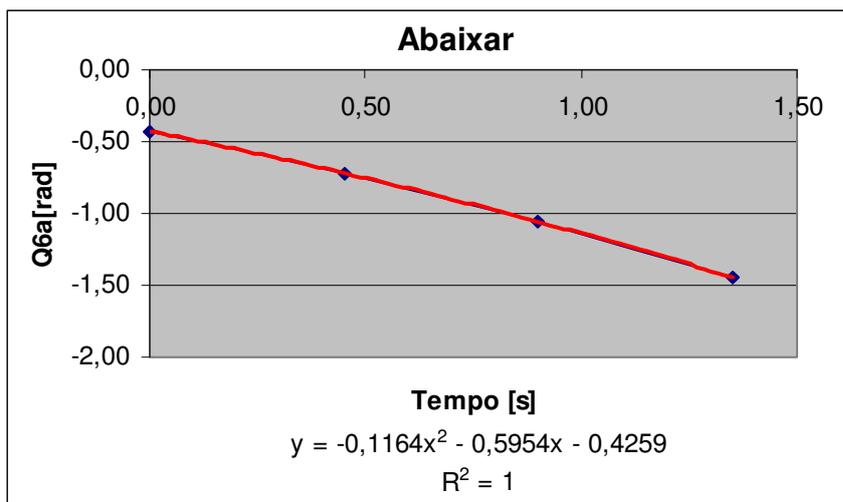




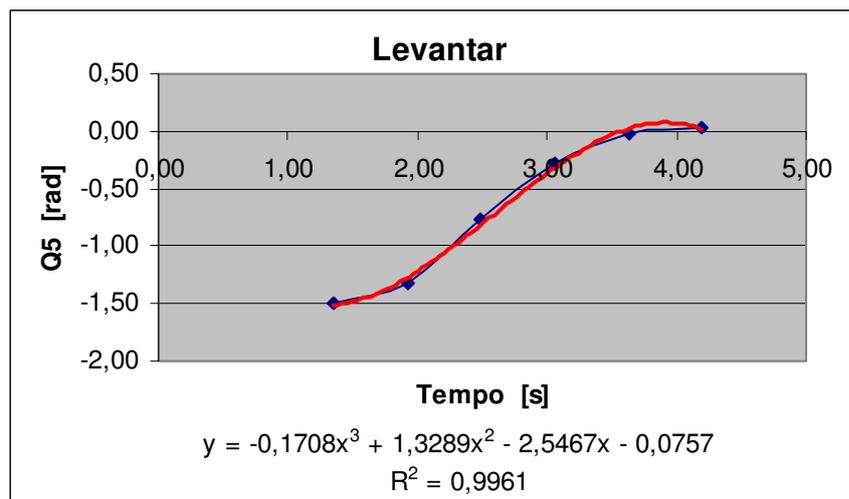
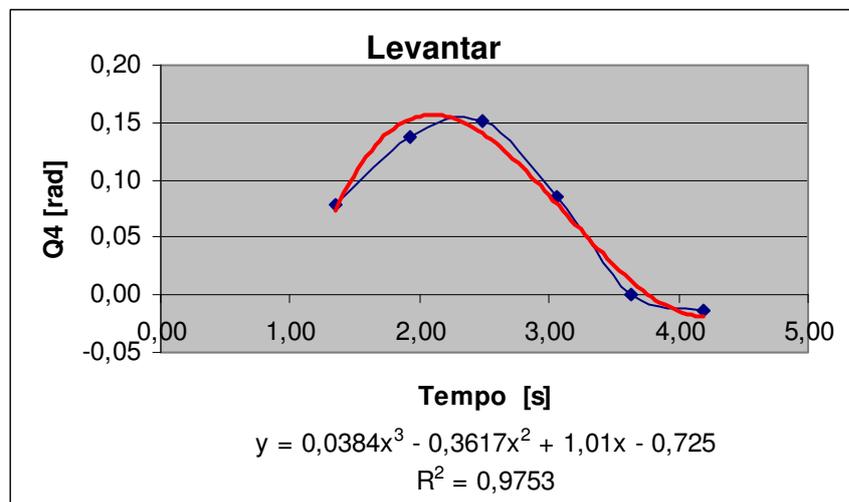
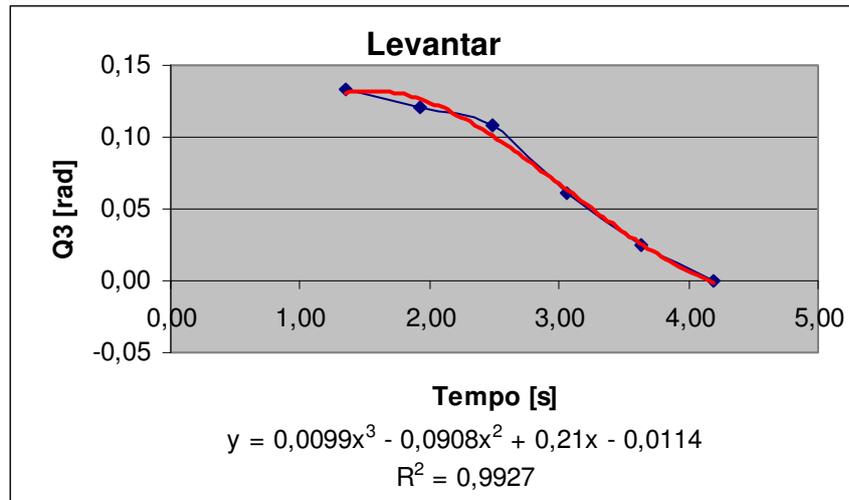
## Trajetórias – Teste 2

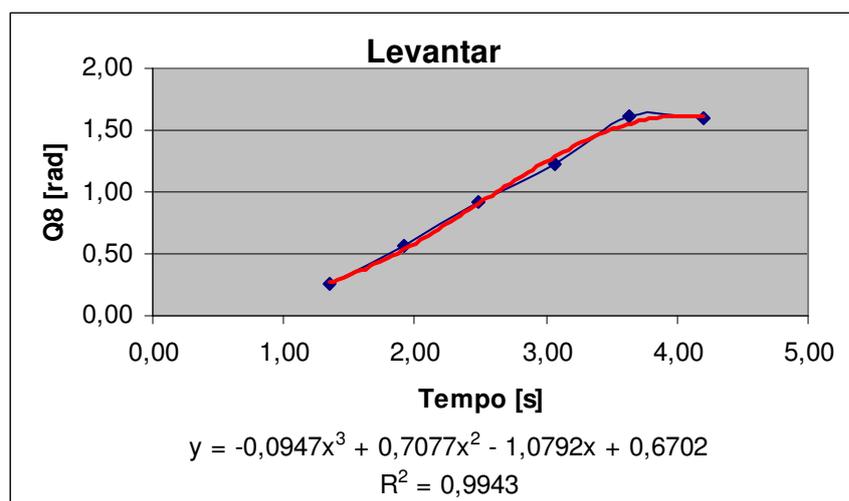
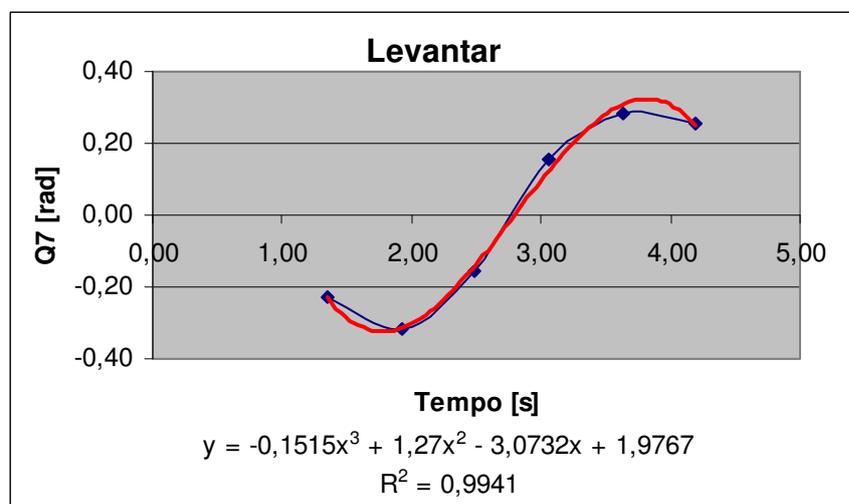
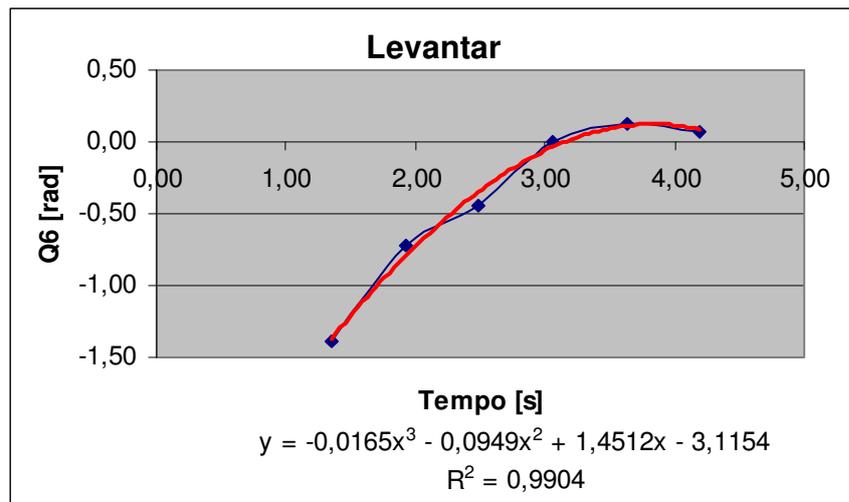
## Teste 2a





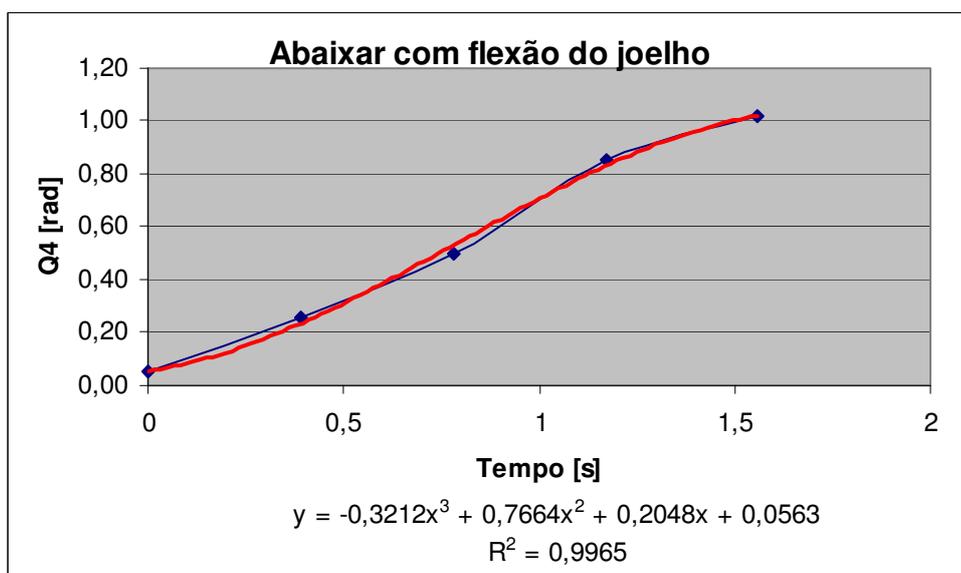
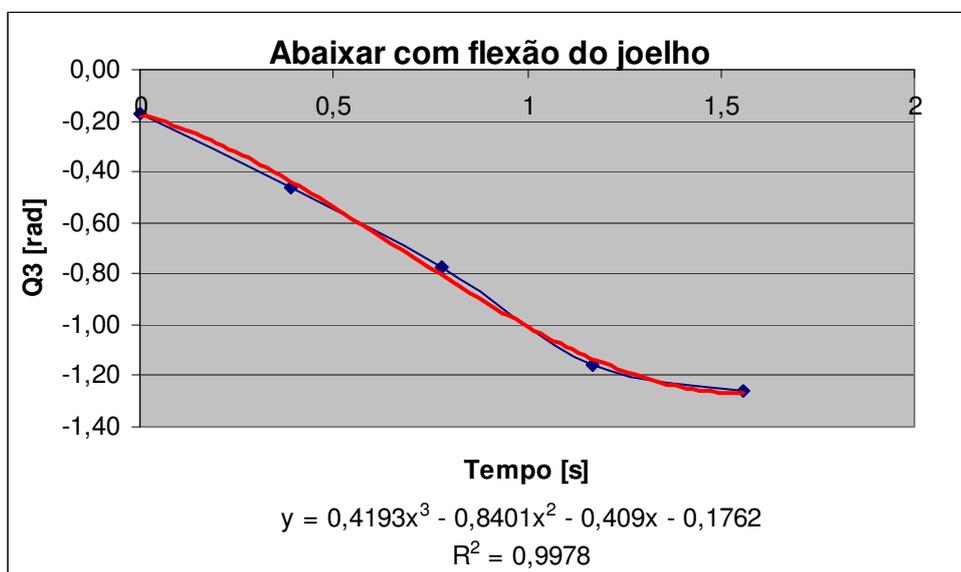
## Teste 2b

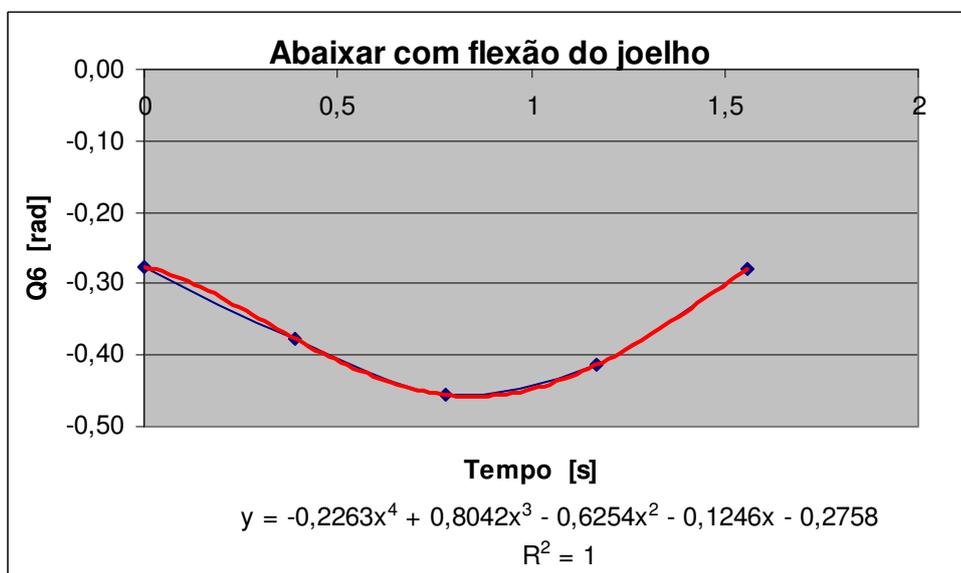
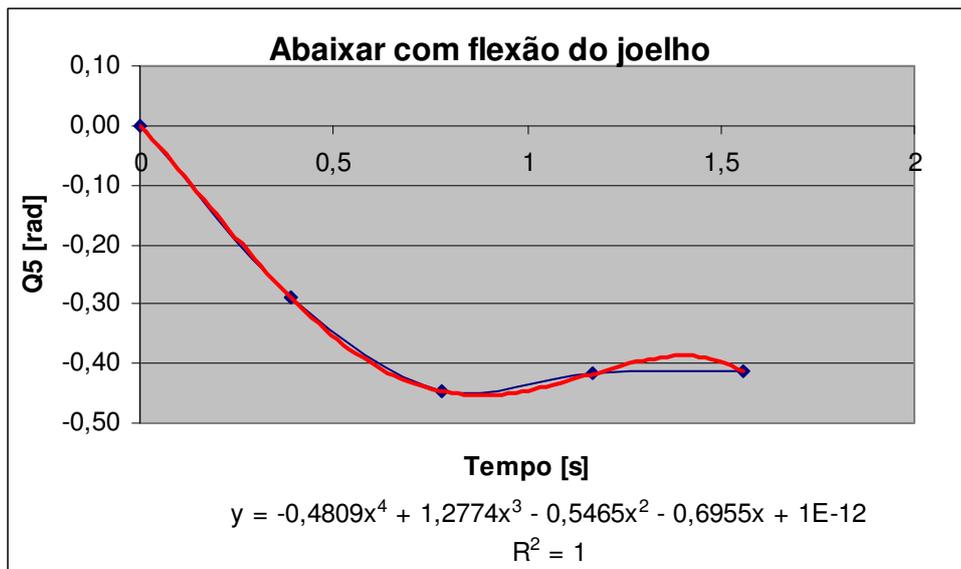


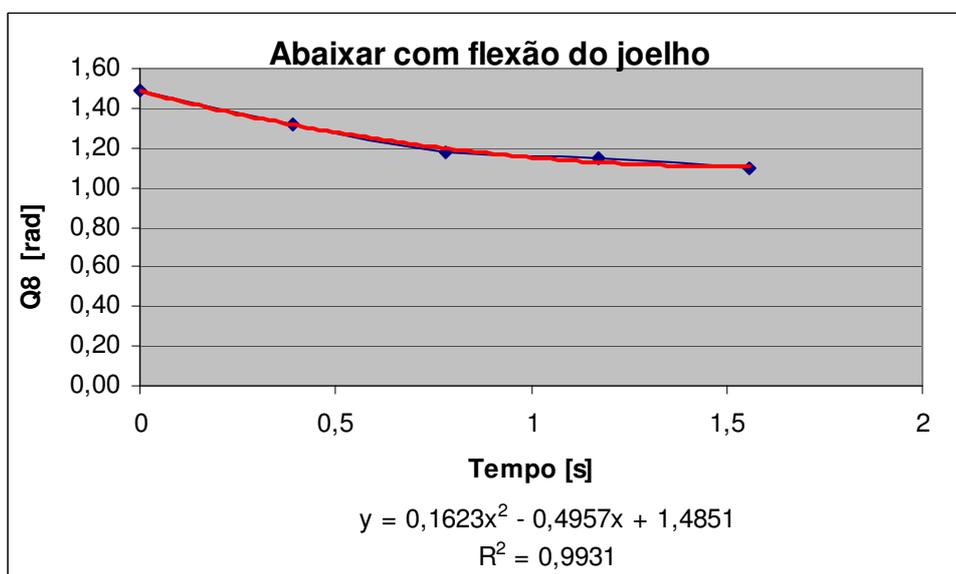
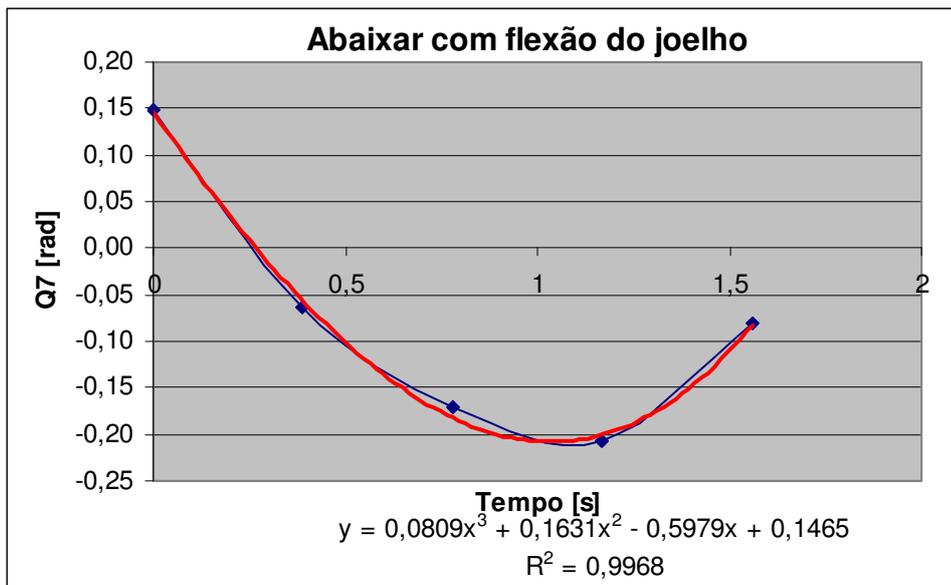


## Trajetórias – Teste 3

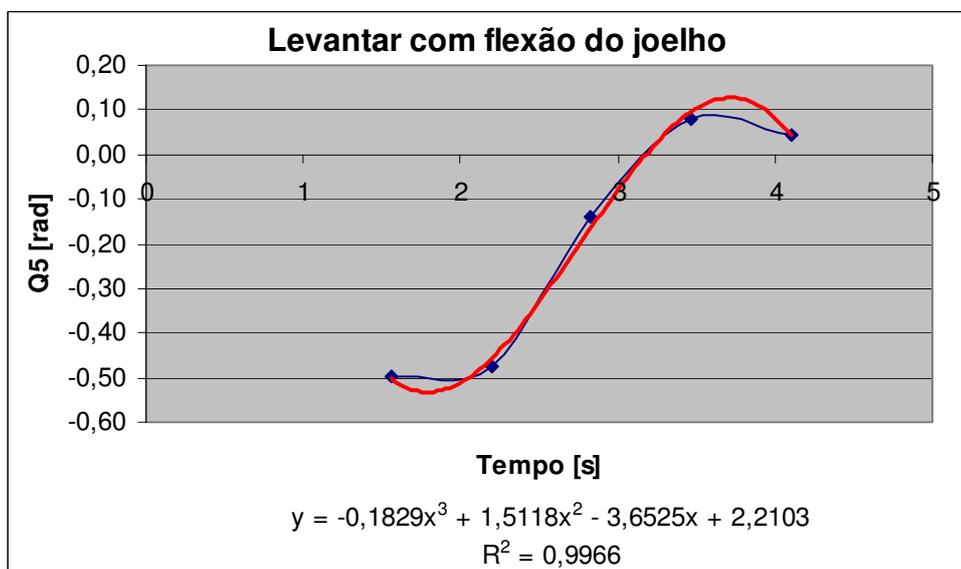
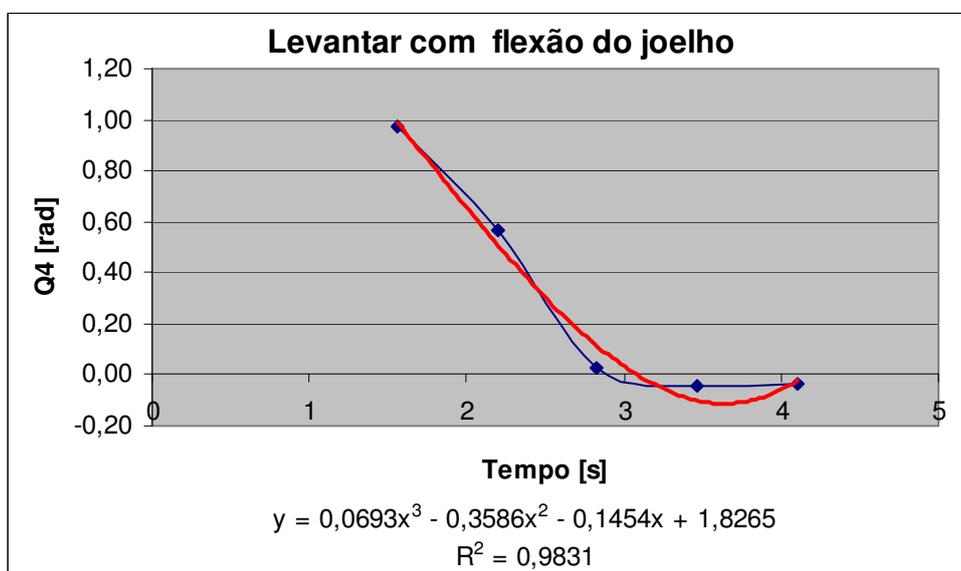
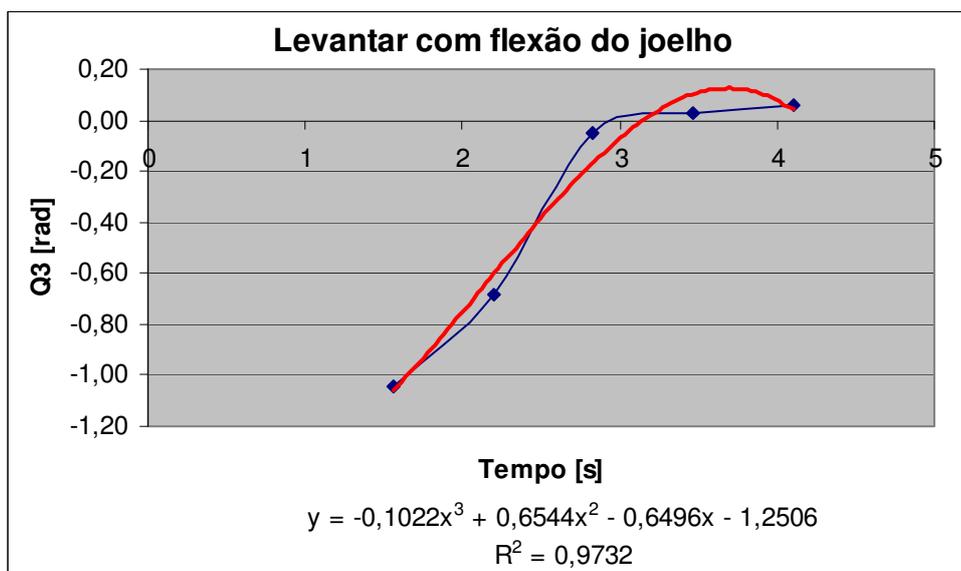
## Teste 3a

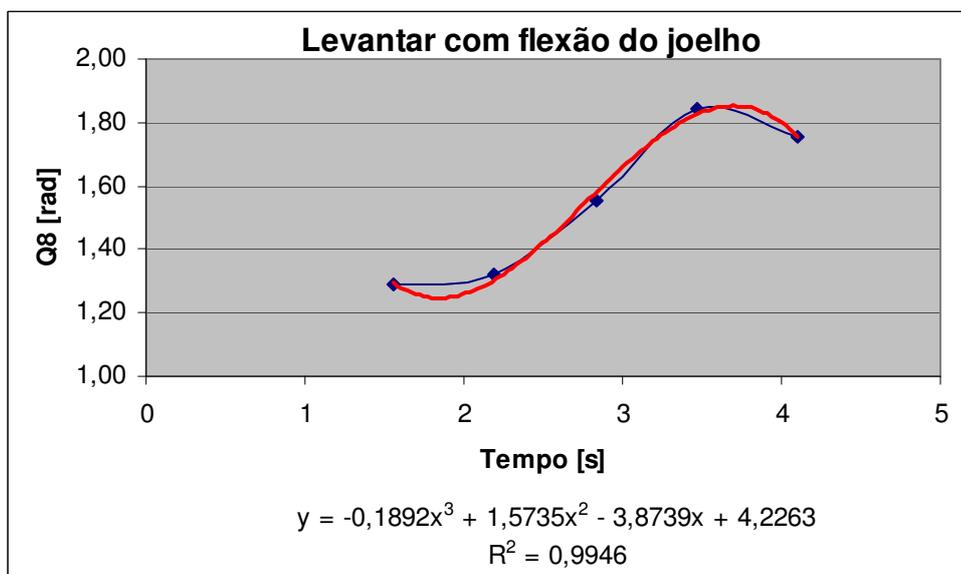
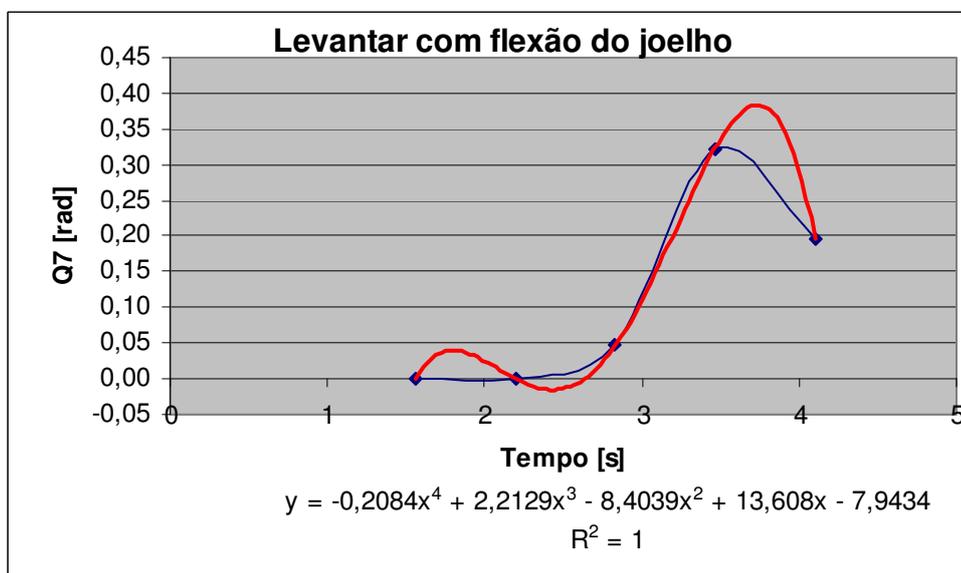
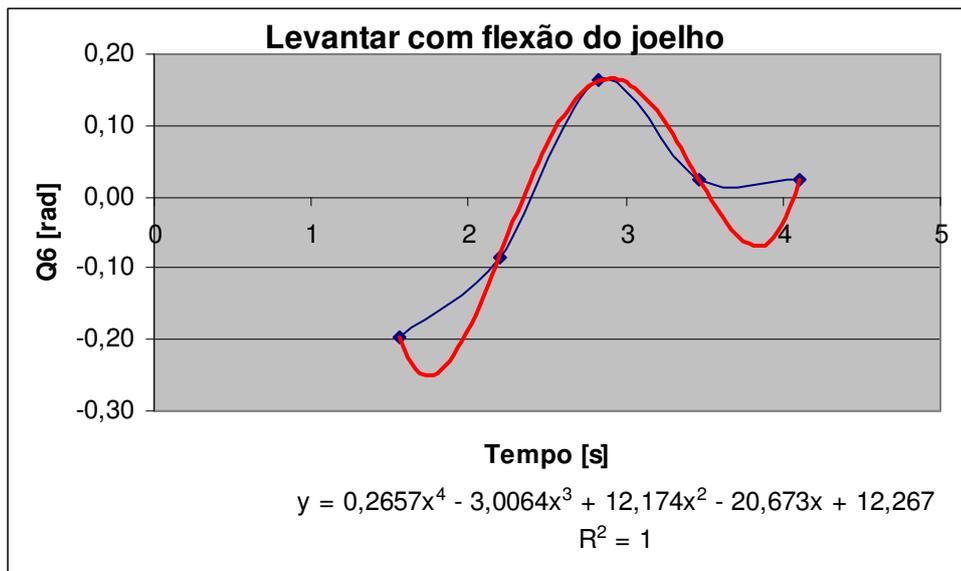




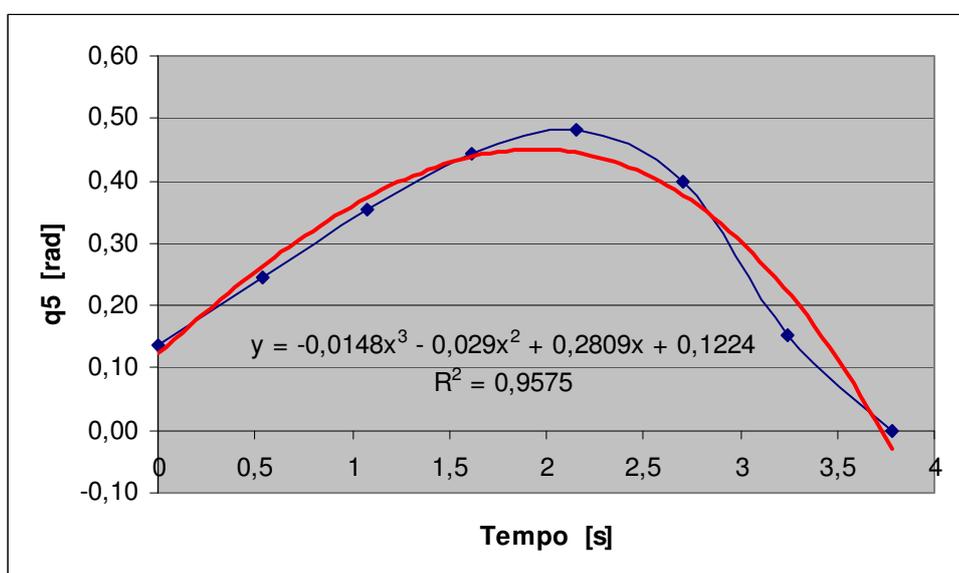
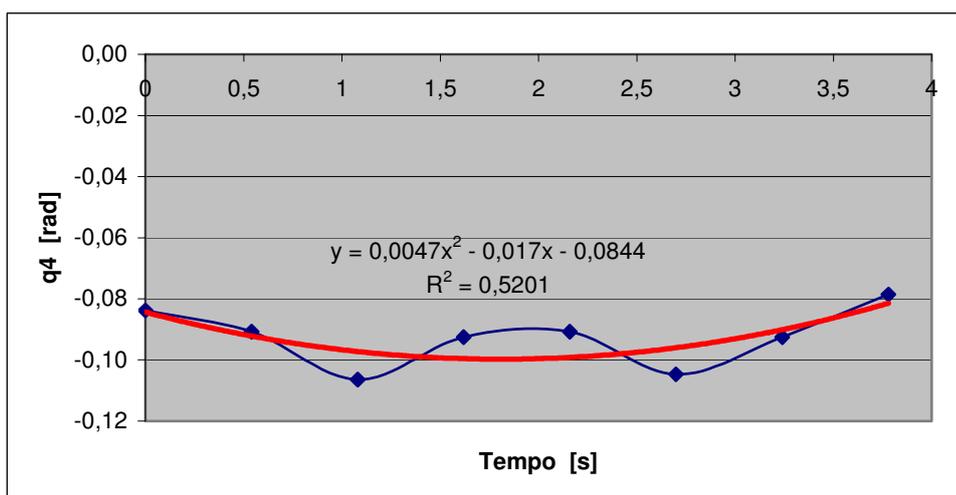
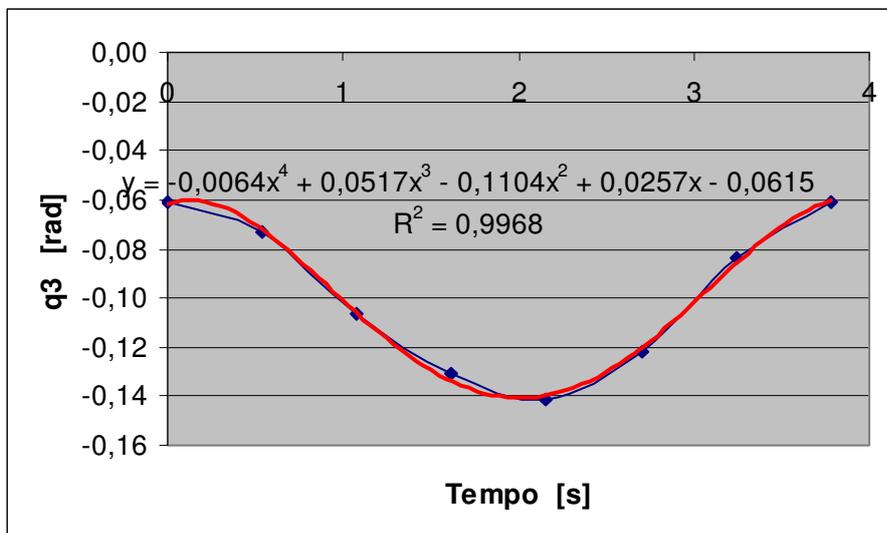


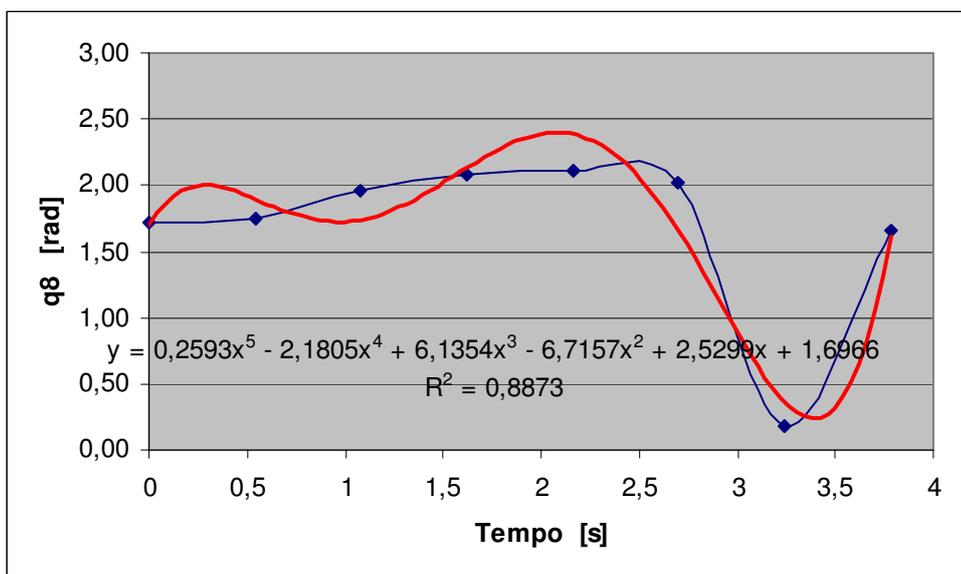
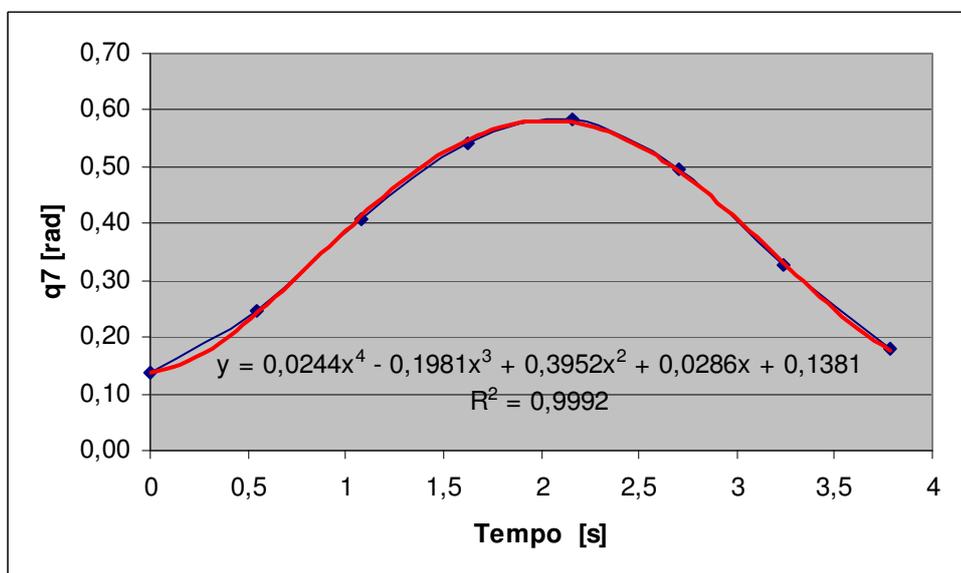
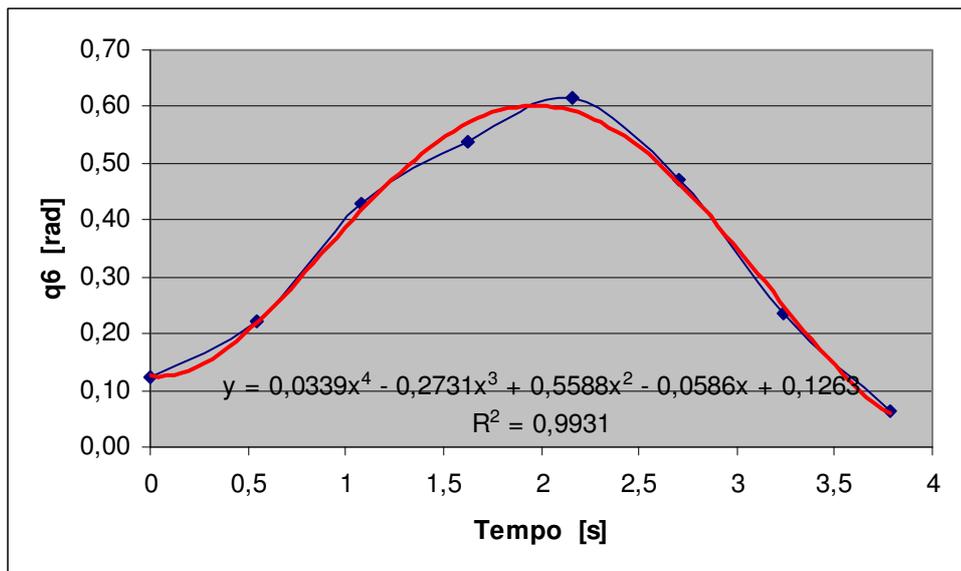
## Teste 3b





## Trajetórias – Teste 4





## **TERMO DE CONSENTIMENTO DE PARTICIPAÇÃO DA PESQUISA: O MÉTODO DE KANE APLICADO A UM MODELO DO CORPO HUMANO PARA OBTENÇÃO DA PRESSÃO INTRADISCAL NA COLUNA LOMBAR.**

**Pesquisador:** José Elias Tomazini

### **CARTA DE INFORMAÇÃO AO SUJEITO DA PESQUISA**

A presente pesquisa tem por objetivo o desenvolvimento de um programa computacional, utilizando um formalismo multicorpo, para determinar a pressão intradiscal e os esforços nas articulações em um modelo de um corpo humano, realizando movimentos característicos de atividades diárias, como: sentar, flexionar o tronco, pegar uma carga, realizar um movimento de extensão.

Para a simulação é necessário introduzir no programa computacional as equações que representam as trajetórias dos diversos segmentos do corpo humano, para cada tarefa a ser simulada. Estas equações serão obtidas através da filmagem do sujeito realizando estas tarefas. Serão fixadas esferas de isopor nas diversas articulações do corpo do sujeito, para em seguida realizar a filmagem. Estas esferas de isopor serão fixadas no corpo utilizando elásticos ou velcro. Nenhum procedimento de risco ou constrangedor será executado com o sujeito. As tarefas a serem realizadas são: (1) o sujeito inicialmente em pé, sentará em uma cadeira e em seguida flexionará o tronco em um ângulo de aproximadamente 30°; (2) o sujeito inicialmente em pé, flexiona o tronco mantendo as pernas eretas, pega uma carga de aproximadamente 20 kg e volta à posição inicial; (3) o sujeito inicialmente em pé, abaixa, flexionando as pernas, pega uma carga de aproximadamente 20 kg e volta à posição inicial; (4) o sujeito inicialmente em pé, realiza uma extensão de aproximadamente 20°.

Após a filmagem, a participação do sujeito nesta pesquisa é encerrada. Todos os procedimentos posteriores à filmagem estão descritos no projeto, e não dependem mais de participação de sujeitos.

Espera-se que este estudo forneça resultados que auxiliem na determinação da pressão intradiscal em função de movimentos, sem a necessidade de procedimentos de risco para pacientes

Caso tenha algum tipo de dúvida você deve entrar em contato com o pesquisador responsável pelos telefones: (12) 3125-1887 ou (12) 9777-8826.

Será garantido sigilo absoluto sobre o nome do sujeito submetido a pesquisa, bem como dos seus dados pessoais. O sujeito da pesquisa tem o direito de pedir mais esclarecimentos durante o decorrer do trabalho e, também desistir do estudo a qualquer momento, sem prejuízo algum.

A divulgação da pesquisa terá finalidade científica, esperando contribuir para um maior conhecimento do tema estudado.

Os dados coletados serão utilizados na tese de livre docência do pesquisador José Elias Tomazini, pertencente a UNESP – Campus Guaratinguetá.

---

José Elias Tomazini  
(pesquisador responsável)

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Pelo presente instrumento, que atende às exigências legais, o(a) senhor(a) \_\_\_\_\_, RG: \_\_\_\_\_, CPF: \_\_\_\_\_, idade : \_\_\_\_\_, sujeito de pesquisa, após a leitura da CARTA DE INFORMAÇÃO AO SUJEITO DA PESQUISA, ciente dos procedimentos aos quais será submetido, não restando quaisquer dúvidas a respeito do lido e explicado, firma seu CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO de concordância voluntária em participar da pesquisa proposta.

Fica claro que o sujeito de pesquisa ou seu representante legal pode, a qualquer momento, retirar seu CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO e deixar de participar do estudo alvo da pesquisa e fica ciente que todos os dados coletados tornam-se informações para pesquisa, podendo esses dados ser fonte de divulgação científica.

Esse termo foi impresso e assinado em 2 (duas) vias, ficando uma via com o sujeito da pesquisa e outra com o pesquisador.

Guaratinguetá, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2008 .

\_\_\_\_\_  
Assinatura do sujeito de pesquisa



FACULDADE DE PINDAMONHANGABA  
Credenciada pela Portaria Ministerial nº 1855, de 26/06/2002 publicada no D. O. U. de 27/06/2002.

### CERTIFICADO

Certifico que o protocolo nº 066/2008, intitulado "*O Método de Kane aplicado a um modelo do corpo humano para obtenção da pressão intradiscal na coluna lombar*", sob a responsabilidade do Prof. MSc. José Elias Tomazini, está de acordo com a Resolução 196/96 do Ministério da Saúde e suas complementações, a qual versa sobre os princípios éticos em pesquisa envolvendo seres humanos. Sendo assim, o referido protocolo está **Aprovado** por esta Comissão de Ética em Pesquisa.

Pindamonhangaba, 09 de Dezembro de 2008.

PROF.<sup>a</sup> DR.<sup>a</sup> LUCIANE V. GARCIA  
Coordenadora do Comitê de Ética em Pesquisa da FAPI