

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP

FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU – FEB

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

IGOR CAETANO GAZOTTO

**ESTUDO NUMÉRICO DA TRANSFERÊNCIA DE
CALOR POR CONVECÇÃO NATURAL ENTRE DUAS
SUPERFÍCIES ISOTÉRMICAS INCLINADAS E
ONDULADAS**

Orientador: Prof. Dr. Santiago Del Rio Oliveira

Bauru, SP

2022

IGOR CAETANO GAZOTTO

**ESTUDO NUMÉRICO DA TRANSFERÊNCIA DE
CALOR POR CONVECÇÃO NATURAL ENTRE DUAS
SUPERFÍCIES ISOTÉRMICAS INCLINADAS E
ONDULADAS**

Dissertação de mestrado, apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP como exigência para obtenção de título de Mestre em Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Santiago Del Rio Oliveira

Bauru, SP

2022

Gazotto, Igor Caetano.

Estudo numérico da transferência de calor por convecção natural entre duas superfícies isotérmicas inclinadas e onduladas / Igor Caetano Gazotto, 2022
92 f. : il.

Orientador: Santiago Del Rio Oliveira

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual Paulista (Unesp). Faculdade de Engenharia, Bauru, 2022

1. Convecção Natural. 2. Ondulações Superficiais.
3. Modelo de Turbulência $k-\epsilon$. 4. Placas Isotérmicas. 5. Superfícies Inclinadas. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Bauru



ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE Mestrado de IGOR CAETANO GAZOTTO, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 11 dias do mês de março do ano de 2022, às 14:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE Mestrado de IGOR CAETANO GAZOTTO, intitulada **ESTUDO NUMÉRICO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO NATURAL ENTRE DUAS SUPERFÍCIES ONDULADAS ISOTÉRMICAS**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. SANTIAGO DEL RIO OLIVEIRA (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. DELSON LUIZ MODOLO (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. PAULO CESAR MIORALLI (Participação Virtual) do(a) Departamento de Indústria / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP - Campus Catanduva. Após a exposição pelo mestrando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. SANTIAGO DEL RIO OLIVEIRA

PROPOSTA DE ALTERAÇÃO DO TÍTULO

A COMISSÃO EXAMINADORA PROPÕE A ALTERAÇÃO DO TÍTULO DO TRABALHO DO ALUNO:
IGOR CAETANO GAZOTTO

DE: "ESTUDO NUMÉRICO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO NATURAL ENTRE DUAS SUPERFÍCIES ONDULADAS ISOTÉRMICAS."

PARA:

ESTUDO NUMÉRICO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO NATURAL ENTRE DUAS SUPERFÍCIES ISOTÉRMICAS INCLINADAS E ONDULADAS

Bauru, 11 de março de 2022.



Prof. Dr. Santiago Del Rio Oliveira
Orientador

“Aprender é a única coisa que a mente nunca se cansa,
nunca tem medo e nunca se arrepende”

(Leonardo Da Vinci)

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, por todo apoio e por tornarem esta conquista possível.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais Roseli e Evaldo, por todo zelo e confiança, por terem investido tanto em minha formação para que tudo isso fosse possível.

Ao Prof. Dr. Santiago Del Rio Oliveira, pela confiança depositada em mim para desenvolvimento de um trabalho de tamanha relevância e profundidade.

À UNESP, por ter concedido esta oportunidade de mestrado acadêmico.

À CAPES, pelo auxílio financeiro.

SUMÁRIO

RESUMO	IX
LISTA DE SÍMBOLOS	XI
LISTA DE FIGURAS	XIII
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - GENERALIDADES	1
1.2 – OBJETIVOS GERAIS	3
1.3 – OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
CAPÍTULO 2 - REVISÃO DE LITERATURA	4
CAPÍTULO 3 - O MODELO DE TURBULÊNCIA $k - \epsilon$	38
3.1 – INTRODUÇÃO	38
3.2 – MODELO $k - \epsilon$	38
3.3 – CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA O MODELO $k - \epsilon$	40
CAPÍTULO 4 - PROBLEMA ANALISADO	42
CAPÍTULO 5 - RESULTADOS E DISCUSSÕES	47
5.1 – SITUAÇÕES CONSIDERADAS NO ESTUDO	49
5.2 – OBTENÇÃO DE EQUAÇÕES	62
CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES	66
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	68

RESUMO

Este projeto de pesquisa consiste na análise numérica da transferência de calor por convecção natural convectiva através de duas superfícies inclinadas, contendo ondulações em ambos lados. A distância de separação entre as superfícies é variável e relativamente pequena, de forma que o fluxo ocorrido nas superfícies influencie as taxas de transferência de calor de cada placa analisada. As ondulações consideradas neste trabalho têm formato retangular, com altura variável, submetendo-se ao efeito do aumento da taxa de transferência de calor através de um fluido adjacente, neste caso, ar ambiente. O objetivo principal deste projeto consiste em determinar a taxa de transferência de calor por convecção natural de cada uma das placas com ondulações superficiais, através da alteração do ângulo de inclinação, distância entre as superfícies e o número de Rayleigh. Os resultados foram obtidos numericamente por meio do uso do modelo de turbulência $k-\varepsilon$ com o auxílio do software comercial ANSYS FLUENT[®]. A partir dos resultados obtidos, recomendam-se geometrias que apresentam as melhores correlações de aumento da transferência de calor convectiva para esta situação com duas placas inclinadas em estudo, além do encontro de equações matemáticas por meio do método de regressão linear multivariável, que devem descrever de forma satisfatória o comportamento das intensidades observadas.

PALAVRAS-CHAVE: convecção natural, ondulações superficiais, modelo de turbulência $k-\varepsilon$, placas isotérmicas, superfícies inclinadas.

ABSTRACT

This research project consists of a numerical analysis of the natural convective heat transfer from two inclined surfaces containing waves on both sides. The distance separation between the surfaces is relatively small in such a way that the flow from both surfaces influences the heat transfer rates from each surface. The waves considered in this work have a rectangular shape with variable height, having the effect of increasing the heat transfer rate of the heated plates to an adjacent fluid, in this case, ambient air. The main objective of this work is to determine the natural convective heat transfer rate from the inclined wavy surfaces to the ambient air, with variation of the following variables: inclination angle, dimensionless distance between the surfaces and the Rayleigh number. Results were obtained numerically using the standard turbulence model including effects of buoyant forces with the aid of the commercial CFD solver ANSYS FLUENT®. Furthermore, with the results obtained, geometric recommendations of the situation under analysis can be made, providing the greatest improvement in the natural convective heat transfer rate from the inclined wavy surfaces, in addition to finding mathematical equations through the multivariable linear regression method, which must satisfactorily describe the behavior of the observed intensities.

KEY-WORDS: natural convection, surface waves, $k-\varepsilon$ turbulence model, isothermal plates, inclined plates.

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área, (m ²)
b	Largura das ondulações, (m)
B	Largura adimensional das ondulações
c_p	Calor específico a pressão constante, (J/(kg.K))
C_μ	Constante do modelo de turbulência $k-\varepsilon$
$C_{1\varepsilon}$	Constante do modelo de turbulência $k-\varepsilon$
$C_{2\varepsilon}$	Constante do modelo de turbulência $k-\varepsilon$
g	Aceleração gravitacional, (m/s ²)
Gr	Número de Grashof, (adimensional)
h	Altura das ondulações, (m)
H	Altura adimensional das ondulações
\bar{h}	Coefficiente médio de transferência de calor por convecção, (W/(m.K))
k_t	Condutividade térmica, (W/(m.K));
k	Energia cinética instantânea, (J)
K	Energia cinética média, (J)
L	Largura, (m)
n	Número de ondulações
\overline{Nu}	Número de Nusselt médio, (adimensional)
Nu	Número de Nusselt local, (adimensional)
p	Pressão, (N/m ²)
Pr	Número de Prandtl, (adimensional)
q	Taxa de transferência de calor, (W)
\dot{q}''	Fluxo de calor, (W/m ²)
r	Massa específica, (kg/m ³)
Ra	Número de Rayleigh, (adimensional)
s	Taxa de deformação instantânea, (m/s ²)
S	Taxa de deformação média, (m/s ²)
t	Tempo, (s)
T	Tensão de cisalhamento, (N/m ²)
T_f	Temperatura do ar ambiente, (K)

T_w	Temperatura superficial, (K)
u	Componente de velocidade na direção x , (m/s)
v	Componente de velocidade na direção y , (m/s)
V	Vetor velocidade, (m/s)
w	Componente de velocidade na direção z , (m/s)
w	Profundidade, (m)
x	Coordenada espacial, (m)
X	Coordenada adimensional
y	Coordenada espacial, (m)
z	Coordenada espacial, (m)
β	Coefficiente de expansão volumétrica, (1/K)
ε	Taxa de dissipação da energia cinética, (m ² /s ²)
ϕ	Ângulo de inclinação, (graus)
μ	Viscosidade dinâmica, (kg/(m.s))
μ_t	Viscosidade turbilhonar, (kg/(m.s))
σ_k	Constante do modelo de turbulência $k - \varepsilon$
σ_e	Constante do modelo de turbulência $k - \varepsilon$

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Situação geral de superfície aquecida com ondulações. Fonte: Oosthuizen (2016)	1
Figura 1.2 – Formas de ondulações superficiais mais comuns. Fonte: Oosthuizen (2016)	2
Figura 1.3 - Representação do caso estudado neste projeto, com a presença de duas superfícies onduladas, paralelas e idênticas, apresentando distância (D), altura (h) e ângulo de inclinação (ϕ) como as variáveis em estudo. Fonte: próprio autor (2020).	2
Figura 2.1 – Modelo físico e coordenadas. Fonte: Yao (1983)	4
Figura 2.2 – Esquema da geometria analisada. Fonte: Bhavnani e Bergles (1990)	6
Figura 2.3 – Placa de cobre ondulada. Fonte: Rahman (2001)	8
Figura 2.4 – Esquema do formato superficial analisado. Fonte: Yao (2006)	10
Figura 2.5 – Superfície analisada. Fonte: Oosthuizen (2010)	11
Figura 2.6 – Alterações em superfície realizadas. Fonte: Polidori e Padet (2003)	13
Figura 2.7 – Modelo físico proposto. Fonte: Alim <i>et al.</i> (2011)	15
Figura 2.8 – Modelo físico estudado. Fonte: Siddiqa <i>et al.</i> (2013)	17
Figura 2.9 – Esquema do modelo proposto. Fonte: Ahmed e El-Aziz (2013)	19
Figura 2.10 – Superfície com ondulações retangulares. Fonte: Oosthuizen (2016)	21
Figura 2.11 – Protótipo experimental. Fonte: Prétot <i>et al.</i> (2003)	23
Figura 2.12 – Modelos físicos propostos. Fonte: Oosthuizen e Garrett (2001)	25
Figura 2.13 – Modelo físico. Fonte: Oosthuizen e Paul (2011)	28
Figura 2.14 – Modelo físico. Fonte: Fujii <i>et al.</i> (1973)	30
Figura 2.15 – Modelo físico e sistema de coordenadas. Fonte: Rahman <i>et al.</i> (2011)	32
Figura 2.16 – Modelo físico. Fonte: Oliveira e Oosthuizen (2018)	34
Figura 2.17 – Modelo físico proposto. Fonte: Oliveira e Oosthuizen (2019)	36
Figura 3.1 – Domínio de cálculo para as superfícies com ondulações retangulares	42
Figura 5.1 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa superior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,1$	50
Figura 5.2 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,1$	50
Figura 5.3 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa superior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,3$	51
Figura 5.4 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,3$	51

Figura 5.5 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa superior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,5$	52
Figura 5.6 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,5$	52
Figura 5.7 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa superior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,7$	53
Figura 5.8 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,7$	53
Figura 5.9 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa superior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,9$	54
Figura 5.10 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,9$	54
Figura 5.11 – Variações do número de Nusselt médio total para várias alturas e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,1$	55
Figura 5.12 – Variações do número de Nusselt médio total para várias alturas e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,3$	55
Figura 5.13 – Variações do número de Nusselt médio total para várias alturas e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,5$	56
Figura 5.14 – Variações do número de Nusselt médio total para várias alturas e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,7$	56
Figura 5.15 – Variações do número de Nusselt médio total para várias alturas e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,9$	57
Figura 5.16 – Variações do número de Nusselt médio total para várias distâncias e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $H = 0,013158$	58
Figura 5.17 – Variações do número de Nusselt médio total para várias distâncias e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $H = 0,026316$	58
Figura 5.18 – Variações do número de Nusselt médio total para várias distâncias e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $H = 0,052632$	59
Figura 5.19 – Variações do número de Nusselt médio total para várias distâncias e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $H = 0,078948$	59
Figura 5.20 – Variações do número de Nusselt médio total para várias angulações e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $D = 0,1$ e $H = 0,013158$	60
Figura 5.21 – Variações do número de Nusselt médio total para várias angulações e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $D = 0,1$ e $H = 0,026316$	60

Figura 5.22 – Variações do número de Nusselt médio total para várias angulações e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $D = 0,1$ e $H = 0,052632$ 61

Figura 5.23 – Variações do número de Nusselt médio total para várias angulações e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $D = 0,1$ e $H = 0,078948$ 61

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Resultados dos testes de independência de malha	43
Tabela 4.2 – Aceleração da gravidade em função do número de Rayleigh e superfície inclinada em relação à horizontal	44
Tabela 5.1 – Demonstração dos coeficientes e erro relativo total médio encontrados para cada situação analisada na placa superior	63
Tabela 5.2 – Demonstração dos coeficientes e erro relativo total médio encontrados para cada situação analisada na placa inferior	64

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 - GENERALIDADES

A diminuição drástica do tamanho dos equipamentos modernos para torná-los portáteis (celulares, tablets, entre outros) trouxe à tona um dos maiores desafios para a engenharia: o controle de temperatura. Ainda mais para os dias atuais, momento em que as capacidades de processamento são cada vez maiores e a área de superfície para o acontecimento troca de calor, cada vez menores. O projeto térmico de tais componentes demanda um conhecimento das taxas de transferência de calor por convecção natural.

Todavia, a maneira de se realizar a análise deste tipo de sistema ainda não se encontra totalmente definida, proporcionando uma oportunidade a ser explorada neste projeto. Através da utilização de modelos simplificados de sistemas físicos reais (presentes no campo prático), conseguem-se informações valiosas em relação ao gerenciamento térmico, as quais podem ser utilizadas para projeto e análise de sistemas térmicos no mundo real.

A maciça maioria das situações práticas apresentadas atualmente traz à tona a necessidade por melhorias nas taxas de transferência de calor por convecção natural para que o resfriamento seja considerado eficaz e eficiente. Para isso, o estudo das superfícies envolvidas nos sistemas se torna ainda mais importante, com a verificação da mudança significativa das trocas de calor através da implantação de ondulações, por exemplo, a qual se mostrou um método difundido. O aumento na taxa de transferência de calor trazida pela utilização de superfícies onduladas advém do aumento da área exposta ao fluido vizinho (geralmente ar) e, em algumas situações, induzido pela presença de ondulações superficiais, devido a alterações no comportamento do escoamento próximo à superfície. Para exemplificar o formato de uma superfície ondulada com aquecimento, mostra-se a Figura (1.1) abaixo:



Figura1.1 - Situação geral de superfície aquecida com ondulações. Fonte: Oosthuizen (2016)

A melhoria total apresentada pela implantação de ondulações superficiais a uma dada situação depende diretamente da forma e tamanho relativo das ondulações superficiais. Há

vários formatos de ondulações superficiais passíveis de uso, porém, as mais comumente utilizadas em literatura são senoidais, retangulares e triangulares, conforme a Figura (1.2):

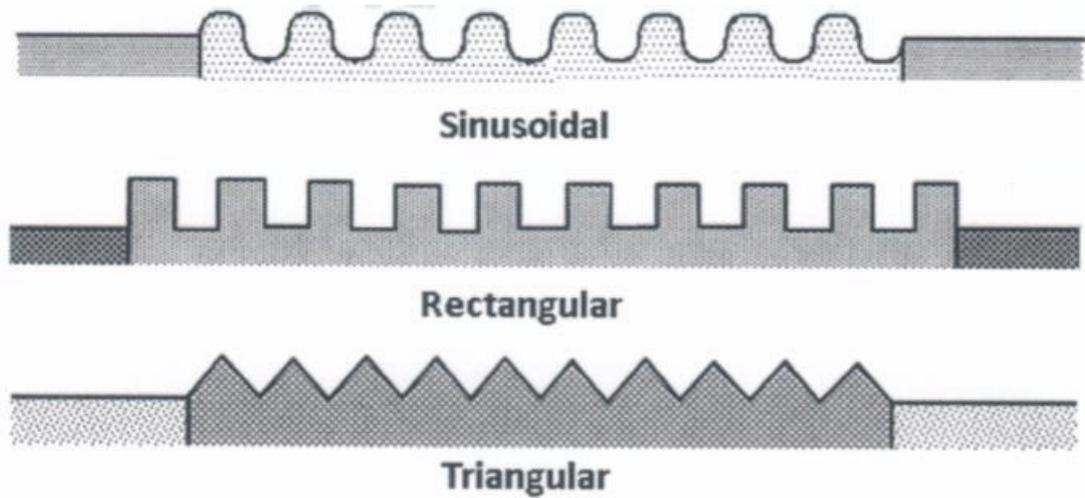


Figura 1.2 – Formas de ondulações superficiais mais comuns. Fonte: Oosthuizen (2016)

Existem diversas variáveis influenciadoras na melhoria real da transferência de calor, tais como: tipo da superfície (plana, cilíndrica ou ondulada), orientação (horizontal, vertical ou inclinada em relação à horizontal), condições de contorno térmicas (temperatura uniforme ou presença de fluxo de calor uniforme). Diante disso, forma-se o objeto de estudo neste projeto, o qual está representado na Figura (1.3).

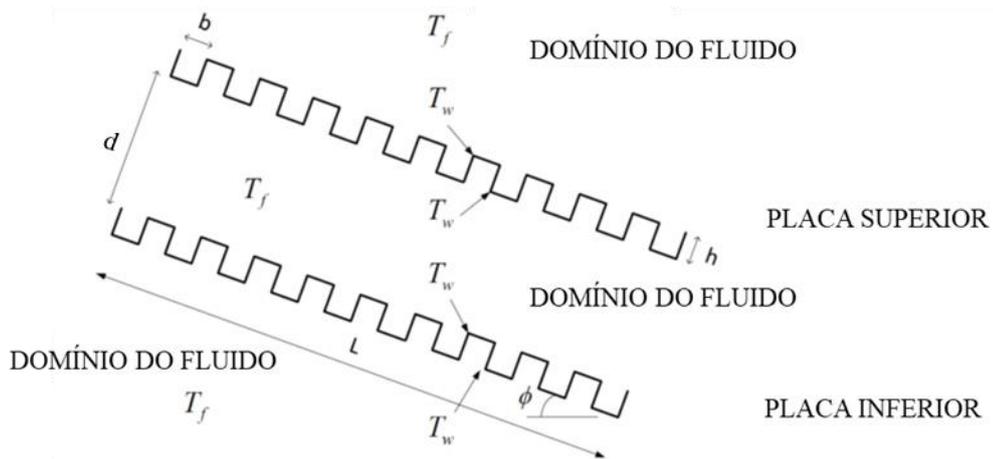


Figura 1.3 - Representação do caso estudado neste projeto, com a presença de duas superfícies onduladas, paralelas e idênticas, apresentando distância (D), altura (h) e ângulo de inclinação (ϕ) como as variáveis em estudo. Fonte: próprio autor (2020).

1.2 – OBJETIVOS GERAIS

Este projeto de pesquisa tem como objetivo geral tomar como base os estudos de Oosthuizen (2016), Oosthuizen e Oliveira (2018), analisando diversas situações distintas em relação ao uso de ondulações superficiais retangulares, porém, com a utilização de duas superfícies onduladas paralelas, idênticas e inclinadas em relação à horizontal. Isto trará detalhes do comportamento da transferência de calor por convecção natural entre as placas em diferentes distâncias, ângulos de inclinação e alturas de ondulação, para faixas de condição de escoamento laminar, escoamento de transição e escoamento turbulento.

1.3 – OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Modelagem matemática do problema a ser estudado, com consequente geração de malha e aplicação da mesma em software, para obtenção de valores de número de Nusselt médio total. Após a realização de mil testes, com duração média de tempo em oito horas cada (totalizando uma carga de testagem de oito mil horas), busca-se a utilização do método de regressão linear multivariável para encontro de equações que possam descrever as intensidades de número de Nusselt total médio em função das variáveis escolhidas e citadas anteriormente.

Além disso, visa-se a plotagem de gráficos para demonstração do comportamento das intensidades, por meio das alterações feitas nas variáveis escolhidas, a fim de convalidar os testes realizados, que devem apresentar situações esperadas em literatura.

CAPÍTULO 2 - REVISÃO DE LITERATURA

Há um número relevante de trabalhos na literatura relativo a geometrias simples sofrendo a ação de transferência de calor por convecção natural, para diversos tipos de fluidos. Contudo, o mesmo não ocorre para transferência de calor por convecção natural em situações onde existe a presença de geometrias mais complexas. A dificuldade imposta por pesquisas relacionadas a esta última situação desafia até com a utilização de computadores modernos. Diante disto, Yao (1983) trouxe à tona uma transformada matemática, a qual converte uma geometria complexa em uma geometria mais simples, de forma que equações diferenciais parciais de convecção natural sejam resolvidas através de métodos tradicionais em literatura. Um esquema do modelo físico citado se encontra na Fig. (2.1).

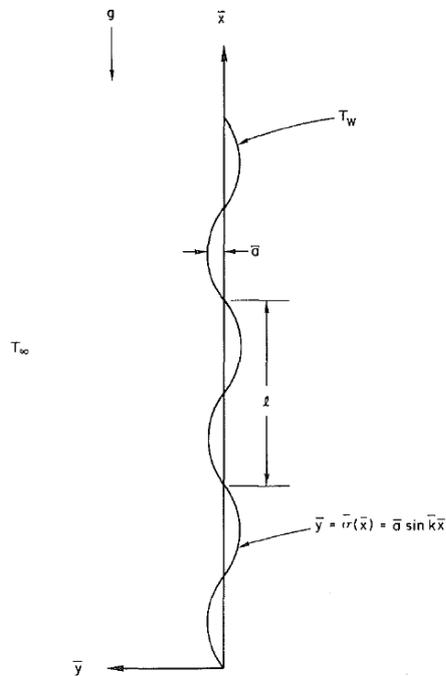


Figura 2.1 – Modelo físico e coordenadas. Fonte: Yao (1983)

Conforme antecipado, esta transformada matemática, mesmo moderadamente simples, proporciona o estudo de geometrias complexas. Após a utilização deste método, as equações diferenciais parciais de transferência de calor por convecção natural resultantes, segundo o autor, demandam esforço computacional praticamente similar quando comparado com equações diferenciais parciais de transferência de calor por convecção natural tradicionais, para encontro das soluções buscadas. Sendo assim, seu uso, em alguns casos particulares, proporciona uma solução analítica para o conjunto de equações diferenciais transformadas, algo improvável para o conjunto de equações diferenciais parciais originais. Para demonstrar esta

transformada e sua conseqüente utilização, Yao (1983) analisou um problema de transferência de calor por convecção natural em regime laminar, sobre uma superfície vertical ondulada (em forma senoidal), com temperatura superficial uniforme. Esta superfície indicada pode ser aproximada, em diversas situações práticas na engenharia, como aletas para resfriamento ou superfícies usinadas com ondulações superficiais, a fim de elevar a taxa de transferência de calor por convecção natural através do aumento do coeficiente de transferência de calor por convecção induzida pela mistura turbulenta induzida nas proximidades da superfície.

Observando-se situações reais em engenharia, existem condições não-uniformes de temperatura superficial, porém, o encontro e uso de uma temperatura média superficial pode induzir a resultados não realistas para a taxa de transferência de calor por convecção. Para evitar esta situação, utiliza-se um fluxo de calor superficial uniforme para representar esta temperatura superficial não-uniforme de forma aproximada, com a vantagem de ser mais facilmente medido em laboratório, em caso de testes físicos. Sob esta ótica, Moulic e Yao (1989) deram continuidade aos estudos iniciados por Yao (1983), ao utilizar a mesma transformada matemática do primeiro trabalho (originalmente desenvolvida para condições de temperatura superficial uniforme) para uma condição com a presença de transferência de calor por convecção natural sobre uma superfície vertical ondulada na forma senoidal submetida a uma condição térmica de fluxo de calor superficial uniforme. A partir destes estudos, os autores averiguaram situações relevantes: alterações periódicas do número de Nusselt local ao longo da superfície em estudo; a variação do comprimento de onda do número de Nusselt local é igual a metade da variação do comprimento de onda da ondulação superficial; onde a camada limite térmica é mais espessa, verifica-se o decréscimo a jusante da amplitude do número de Nusselt local na superfície vertical.

Inúmeras aplicações tecnológicas envolvendo transferência de calor por convecção natural através de superfícies verticais e irregulares (com protuberâncias) podem ser listadas. Dentre estas, cita-se a dissipação de calor por meio de circuitos eletrônicos, situação esta, onde a temperatura de operação influi de forma significativa o desempenho e a confiabilidade do sistema, funcionando como medida de segurança confiável, por exemplo, a fim de cobrir eventuais falhas no sistema de ventilação. Além disso, em casos utilizadores de superfícies planas para dissipação de energia, onde há necessidade de níveis determinados de temperatura ou de taxa de transferência de calor por convecção natural, pode-se recorrer a modificações da geometria da superfície, com a inclusão de aletas de resfriamento sendo uma das soluções mais tradicionais. Contudo, em busca de um aumento do coeficiente de transferência de calor, a

opção de adição de protuberâncias superficiais tem trazido resultados mais atrativos, apesar de ser ainda pouco explorada em literatura. Neste contexto, Bhavnani e Bergles (1990) buscaram o coeficiente local de transferência de calor por convecção natural através do uso de uma técnica interferométrica, nesta situação, para superfícies verticais com protuberâncias sequenciais congruentes e para superfícies verticais com protuberâncias sequenciais em degraus, exemplificadas na Fig. (2.2).

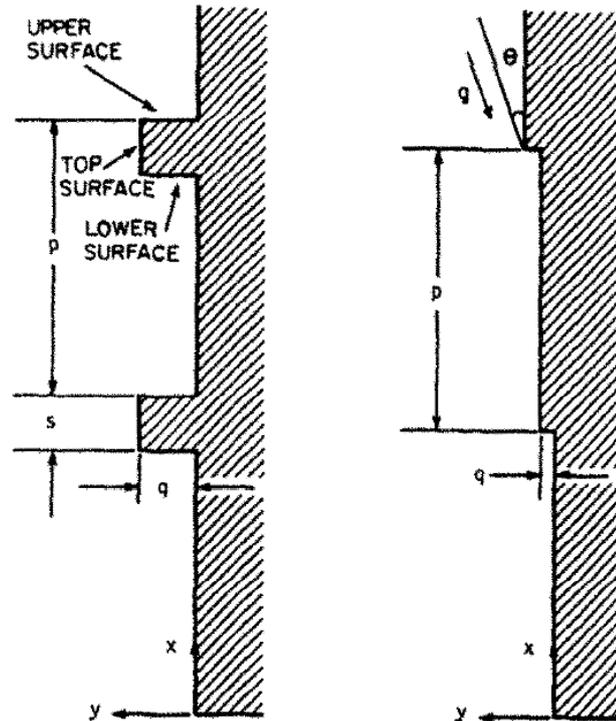


Figura 2.2 – Esquema da geometria analisada. Fonte: Bhavnani e Bergles (1990)

Neste trabalho, distintos parâmetros em relação às protuberâncias foram analisados pelos autores citados, dentre eles, a relação entre altura e espaçamento; a condutividade térmica dos materiais e os ângulos. Diante dos resultados, houve a verificação de que a alteração da configuração das protuberâncias em suas dimensões e formas poderiam proporcionar melhorias nas taxas de transferência de calor por convecção natural em regime laminar quando comparadas a superfícies verticais completamente sem protuberâncias e de mesma área projetada. Ademais, a imposição específica de protuberâncias sequenciais nas superfícies verticais trazia melhoras em relação à taxa de calor por convecção natural ao serem comparadas a superfícies verticais sem protuberâncias e de mesma área projetada, com a apresentação de elevação no coeficiente médio de transferência de calor por convecção natural em 23,2% para

a relação de altura-espacamento igual a 16. Por fim, este trabalho salientou a presença de um ponto ótimo relacionando altura e espacamento das protuberâncias.

Bhavnani e Bergles (1991) introduziram um estudo experimental com a utilização de superfícies verticais onduladas na forma senoidal, com consequente avaliação da transferência de calor por convecção natural. Para isto, as superfícies onduladas mantiveram-se com condição térmica de temperatura superficial uniforme e um interferômetro indicou o coeficiente local de transferência de calor. Como resultados, a taxa de transferência de calor por convecção natural apresentada pelas superfícies em estudo demonstrou uma elevação com o aumento da relação amplitude-comprimento das ondulações, quando comparada a uma superfície sem ondulações e mesma área superficial projetada. Além disso, neste mesmo estudo, uma comparação entre os resultados numéricos e experimental foram obtidos, fato este que denotou boa concordância entre os mesmos.

Conforme já antecipado, o estudo envolvendo transferência de calor por convecção natural e uma superfície vertical sem ondulações se mostra muito bem documentado em literaturas, com o uso de fluidos Newtonianos principalmente. Sendo assim, a escolha por estudos envolvendo fluidos não-Newtonianos e superfícies com irregularidades ainda não fora explorada completamente no âmbito da definição da taxa de transferência de calor por convecção, apesar de ser comumente presente em situações de engenharia. Aproveitando-se disso, Kim (1997) buscou por trabalhar nesta lacuna existente ao analisar o mecanismo da transferência de calor por convecção natural em regiões próximas à uma superfície vertical ondulada sob a ação de fluidos não-Newtonianos. As conclusões obtidas foram diversas, dentre elas: a elevação do índice de escoamento (através da alteração do tipo de fluido não-Newtoniano) ocasionou o aumento da componente axial da velocidade do fluido, juntamente com a diminuição da espessura da camada limite de velocidade; o aumento da espessura da camada limite de velocidade provocou diminuição gradual da amplitude do número de Nusselt local. Ademais, o autor constatou influência de diversos fatores significativamente influenciadores da taxa de transferência de calor por convecção natural para o caso estudado, sendo eles o número de Prandtl, o índice de escoamento e a amplitude das ondulações.

A introdução de diferentes geometrias e rugosidades, através do uso de processos de usinagem, vem sendo abordada por diversos pesquisadores, os quais buscam configurações que apresentam a melhor correlação no que diz respeito à taxa de transferência de calor por convecção natural. Diante disto, Rahman (2001) realizou um experimento físico, a fim de definir o coeficiente médio de transferência de massa por convecção natural em relação a blocos

verticais de cobre ondulados de forma senoidal, com variações nas relações amplitude-comprimento de onda. Um esquema da placa utilizada encontra-se na Fig. (2.3).



Figura 2.3 – Placa de cobre ondulada. Fonte: Rahman (2001)

A técnica escolhida fora de difusão por corrente elétrica, ocorrida pela redução catódica de íons de cobre, com consequente verificação nos resultados de uma redução na taxa de transferência de massa com a elevação da relação amplitude-comprimento da ondulação. A partir de termos da relação amplitude-comprimento da ondulação e do número de Rayleigh, o autor desenvolveu uma correlação empírica para o número médio de Sherwood.

Exemplos práticos envolvendo a transferência de calor sob superfícies onduladas em pequena escala, como coletores solares de placa plana e condensadores de refrigeradores, e em grande escala, como em sistemas de isolamento térmico colocados no espaço entre paredes e em containers de armazenamento, são encontrados com facilidade na sociedade atual. Uma prática comumente encontrada em literatura faz uso de fluidos com viscosidade constante e avaliada em temperatura de referência quando há presença de superfícies onduladas sofrendo transferência de calor por convecção natural através de um fluido. Ao utilizar um fluido incompressível sobre uma superfície vertical ondulada sob ação da transferência de calor por convecção natural, considerando a viscosidade do fluido como função de sua temperatura, Hossain *et al.* (2002) desenvolveram e resolveram um modelo matemático através do método de diferenças finitas implícito. Os resultados foram alcançados pela variação de parâmetros dentro de intervalos bem estabelecidos, sendo número de Prandtl (variação de 1 a 100); amplitude de ondulações superficiais (variação de 0 a 0,4); parâmetro de variação da

viscosidade (variação de 0 a 6), com consequente aquisição de valores de coeficiente de atrito local e número de Nusselt local.

A capacidade de resolução de problemas de transferência de calor relacionados a superfícies irregulares com formatos variados foi obtida através do método de transformação de coordenadas. Assim, este método se mostrou amplo ao proporcionar resultados em relação a problemas de engenharia diversos, incluso aqueles com condições de contorno transientes. A partir disto, adquiriu-se com êxito aplicações deste método a problemas envolvendo transferência de calor por convecção natural e superfícies onduladas de forma senoidal, as quais se aproximam de geometrias encontradas no âmbito prático de engenharia. Encontram-se vários exemplos de literatura desta configuração de superfície para ocasiões onde há atuação de transferência de calor por convecção natural, com ações variadas de aquecimento superficial e tipos de fluidos, muito devido ao fato de apresentarem maior eficiência na transferência de calor, pela capacidade de promover maiores agitações ao fluido próximo à superfície. Com base nestes resultados, promoveu-se a busca por superfícies geradas a partir de dois ou mais tipos de oscilações senoidais, com a expectativa de melhores resultados em relação à troca de calor convectiva natural quando comparada a uma superfície com um tipo apenas de ondulação senoidal. Assim, Yao (2006) aproveitou-se do método de transformação de coordenadas e o aplicou para um caso relacionando uma superfície complexa, obtida pela utilização de duas funções senoidais distintas (onda fundamental e sua primeira harmônica, ilustrado na Fig. (2.4)), sob a ação de transferência de calor por convecção natural. Seus resultados numéricos indicaram alteração significativa da distribuição de velocidades e de temperaturas em regiões próximas à superfície em estudo, devido ao uso da harmônica adicional. Além disso, salientou uma elevação da taxa de transferência de calor por esta configuração quando comparada a uma superfície plana e que a relação amplitude-comprimento de onda das ondulações aparentemente exerceria forte influência sobre o aumento da taxa de transferência de calor por convecção natural.

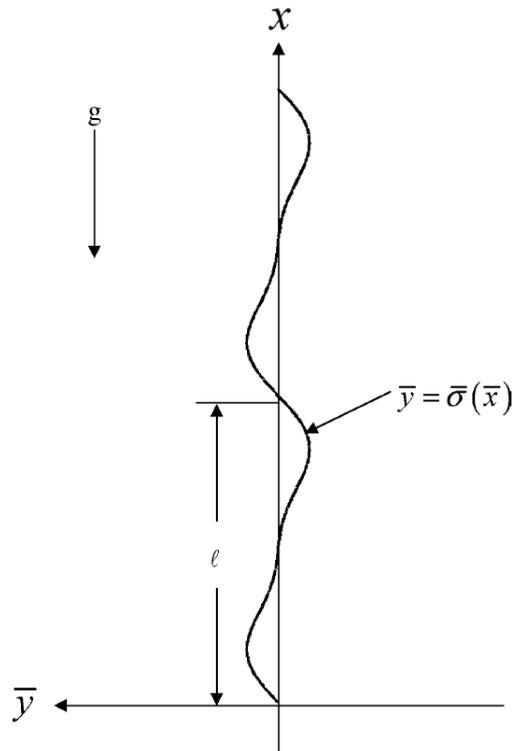


Figura 2.4 – Esquema do formato superficial analisado. Fonte: Yao (2006)

O estudo citado anteriormente teve forte influência em Molla *et al.* (2007), onde o mesmo raciocínio fora utilizado, porém, a análise feita incluía uma superfície vertical ondulada sob a ação de uma condição térmica definida: fluxo de calor superficial uniforme. A superfície de interesse escolhida formou-se através do uso de duas funções senoidais (onda fundamental e sua primeira harmônica), com consequente utilização da técnica de transformação de coordenadas, as quais proporcionaram reescritura das equações parciais de conservação e condições de contorno em termos de um domínio de cálculo regular, o que possibilitou o uso posterior do método de diferenças finitas implícito para resolução das mesmas. Como resultados, observaram que o aumento da taxa de transferência de calor por convecção natural foi obtido pela mudança de comportamento da distribuição de velocidades e temperaturas em regiões próximas à superfície analisada, devido à adição da primeira harmônica ao sistema em estudo.

Os resultados promissores avaliados em estudos anteriores deixaram em evidência os benefícios obtidos pela alteração das superfícies na troca de calor convectiva. Assim, Oosthuizen (2010) desenvolveu um estudo numérico, onde avaliou a transferência de calor por convecção natural sobre uma superfície vertical ondulada, cujas ondulações possuíram o

formato triangular, conforme visto na Fig. (2.5) e sofria a ação da condição térmica de temperatura superficial uniforme.

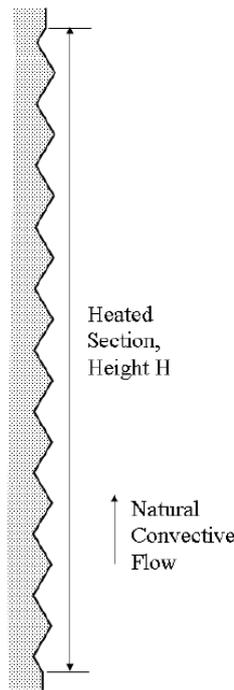


Figura 2.5 – Superfície analisada. Fonte: Oosthuizen (2010)

Neste estudo, variações nas ondulações foram realizadas a fim de determinar sua influência nas taxas de transferência de calor por convecção quando avaliadas em regime laminar, de transição e completamente turbulento. Para isso, utilizou-se de faixas definidas do número de Rayleigh para situações com a inclusão de uma superfície ondulada, abrangendo todas as faixas de escoamento citadas anteriormente. Ademais, considerou-se escoamento em regime permanente e propriedades constantes, exceto variação da massa específica com a temperatura, a qual proporciona aparecimento das forças de empuxo. Com o auxílio do pacote CFD comercial FLUENT[®], as soluções geradas foram avaliadas em termos do número de Rayleigh em relação à altura da superfície ondulada, com a variação do mesmo de 10^6 a 10^{12} , além da utilização do número de Prandtl igual a 0,7 e dos dimensionais de amplitude e passo das ondulações. Por meio da análise dos efeitos do número de Rayleigh e da amplitude das ondulações triangulares na taxa de transferência de calor por convecção natural, os resultados se apresentaram de duas maneiras distintas: a primeira, em relação à área de transferência de calor real e a segunda, à área de transferência de calor projetada. Esta última se mostra mais conveniente à comparação de resultados em relação à superfície escolhida para este estudo e uma superfície vertical sem ondulações, com o mesmo dimensionamento.

Conforme já antecipado, os estudos em literatura envolvendo fluidos não-Newtonianos e sua dinâmica possuem significativa relevância em engenharia devido ao vasto número de exemplos práticos encontrados, de forma a propiciar o entendimento dos comportamentos destes materiais em situações distintas, tais como: processamento químico, alimentos, plásticos fundidos, produção de petróleo e polímeros, por exemplo. A partir disso, Molla e Yao (2009) se utilizaram destes fluidos para elaboração de um trabalho, a fim de avaliar numericamente a taxa de transferência de calor ocorrida pela ação dos mesmos sob uma superfície vertical ondulada, com a condição térmica de temperatura superficial uniforme. Para evitar quaisquer problemas com a veracidade dos resultados obtidos nos extremos da camada limite térmica, os autores fizeram uso de uma lei de potência modificada, com a qual se tornou possível a modelagem da viscosidade dos fluidos. Através de um processo de marcha, as equações diferenciais da camada limite obtiveram solução, ademais, determinaram-se, em termos do coeficiente de atrito local e do número de Nusselt local, a tensão de cisalhamento na superfície e a taxa de transferência de calor por convecção natural respectivamente. Os consequentes resultados serviram de base para comparação diante de resultados numéricos de transferência de calor por convecção natural entre fluidos Newtonianos em relação à mesma superfície vertical ondulada, de forma que as diferentes características fossem pontuadas e comentadas pelos autores.

Fluidos que apresentam efeitos microscópicos advindos de sua estrutura e micromovimentos de elementos conhecem-se por fluidos micropolares, os quais possuem suspensões diluídas de macromoléculas rígidas, com movimentos individuais que suportam tensões e momentos, sob influência direta de forças de inércia. A teoria envolvida por estes tipos de fluidos especiais, além de suas extensões aplicáveis a fluidos termomicropolares, é de promoverem a elaboração de modelos matemáticos, a fim de que haja previsibilidade de comportamentos no uso de fluidos não-Newtonianos, tais como: lubrificantes exóticos, fluidos poliméricos, suspensões coloidais, sangue animal e cristais líquidos. A escassez de literaturas contemplando a transferência de calor por convecção natural e estes fluidos, no que diz respeito a superfícies complexas, contribuiu para estudos de Chiu e Chou (1994), os quais realizaram um estudo numérico transiente contendo fluidos micropolares e transferência de calor por convecção natural em regime laminar sob uma superfície vertical ondulada. Os resultados transientes se apresentaram para número de Nusselt, coeficiente de atrito local, distribuição de temperaturas e velocidades, de forma a levarem os autores a verificarem que elevações da relação amplitude-comprimento das ondulações provocou diminuição da taxa de transferência

de calor por convecção natural e aumento do coeficiente de atrito local. Além disso, as diversas distinções entre o comportamento destes fluidos diferenciados e fluidos Newtonianos foram adicionados ao trabalho.

O desenvolvimento de um estudo experimental voltado à transferência de calor por convecção natural em regime transiente, sob uma superfície vertical ondulada com formas retangulares, foi realizado por Polidori e Padet (2003), os quais definiram fluxo de calor superficial uniforme como condição térmica. Estes formatos retangulares tiveram geometrias alternadas para conseqüente avaliação de sua influência em trocas de calor convectivo de forma natural, conforme Fig. (2.6).

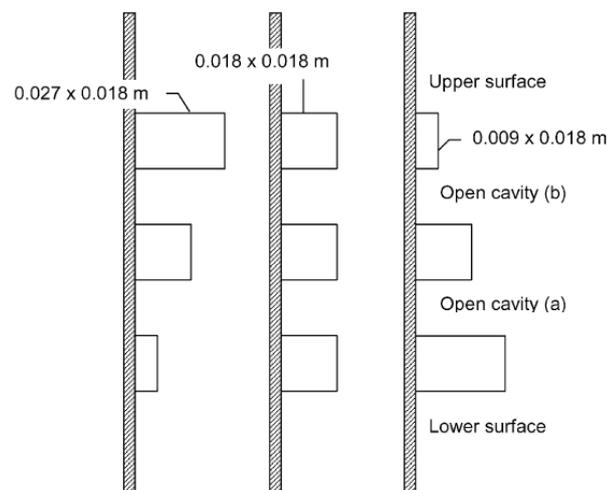


Figura 2.6 – Alterações em superfície realizadas. Fonte: Polidori e Padet (2003)

Os autores fizeram uma análise da taxa de transferência de calor por convecção natural a partir de um procedimento experimental, onde as medições de temperatura se deram por pontos previamente determinados e a visualização do campo de escoamento ocorreu em regiões próximas à superfície estudada. Esta última, ao ser observada, demonstrou estruturas turbilhonares complexas nas proximidades das ondulações. Diante dos diferentes tipos de arranjo físico e do instante de tempo considerados, apesar das variações induzidas aos mesmos, verificaram-se duas características marcantes: redução do coeficiente local de transferência de calor por convecção natural abaixo da primeira ondulação e aumento do mesmo coeficiente após a última ondulação, ambos comparados a uma superfície sem ondulações. Apesar dessas concordâncias citadas, em regiões estudadas entre as ondulações obtiveram-se contrastes significativos, com o início do processo transiente apresentando elevação da taxa de transferência de calor por convecção natural a montante e, para um transiente avançado, redução da mesma taxa anterior.

Apesar da maioria das literaturas enfatizarem a taxa de transferência de calor por convecção natural, porém, para algumas situações práticas específicas, a transferência de massa por convecção natural se mostra tão importante quanto. Como exemplo, pode-se citar projeto de equipamentos para processamento químico, formação e dispersão de névoas, projeto de trocadores de calor, poluição de ambientes, distribuição de temperaturas e umidades em campos de agricultura e proteção térmica de ambientes. Assim, Jang e Yan (2004) buscaram por verificar uma situação combinada, envolvendo ambos tipos de transferência citados, onde houve presença de convecção natural sob uma superfície vertical ondulada em regime transiente, com condições de contorno de temperatura e concentração na forma de degrau. Através do uso de transformação matemática, os autores puderam converter a superfície escolhida em uma superfície vertical plana, o que possibilitou soluções numéricas a partir de um esquema de diferenças finitas implícito. Os resultados alcançados serviram de base para verificação da influência de alguns fatores (parâmetro de empuxo; número de Schmidt e geometria das ondulações) em relação às taxas de transferência de calor e massa por convecção natural, ao coeficiente de atrito local transiente, ao número de Nusselt local transiente e ao número de Sherwood local transiente.

Além destes exemplos anteriormente citados, existem problemas mistos cujos fenômenos de transporte sofrem interferência de forças de empuxo oriundas de gradientes de concentração e temperatura, com igual proporção de importância para encontro de soluções em situações práticas de engenharia, dentre as quais citam-se: crescimento de cristais, operações de desidratação em plantas de processamento químico e de alimentos, solidificação de ligas binárias, evaporação por ciclone, secagem rápida. O maior obstáculo a ser vencido neste tipo de situação é a presença de um acoplamento do campo de velocidades com os campos de temperatura e de concentração, cuja aparição se mostra comum. A fim de estudar situações como estas, Hossain e Rees (1999) produziram um estudo abrangendo transferências de calor e massa por convecção natural em relação a uma superfície vertical ondulada e, a partir do uso do método de diferenças finitas implícito, resolveram o modelo matemático proposto. Para encontro do desenvolvimento ao longo do período avaliado da tensão de cisalhamento superficial, da taxa de transferência de calor por convecção e do gradiente de concentração superficial, utilizaram-se de parâmetros previamente estabelecidos, com número de Prandtl igual a 7; número de Schmidt modificando-se dentro do intervalo de 7 a 5000; relação amplitude-comprimento de onda variando de 0 a 0,4 e parâmetro de empuxo alterando-se entre 0 e 1.

O estudo realizado por Alim *et al.* (2011) buscou a verificação da influência da temperatura na condutividade térmica em relação a uma superfície vertical ondulada com aquecimento uniforme e presença de geração de energia térmica sob o efeito de transferência de calor por convecção natural de um fluido viscoso incompressível. Um esquema do modelo físico proposto neste trabalho se encontra na Fig. (2.7).

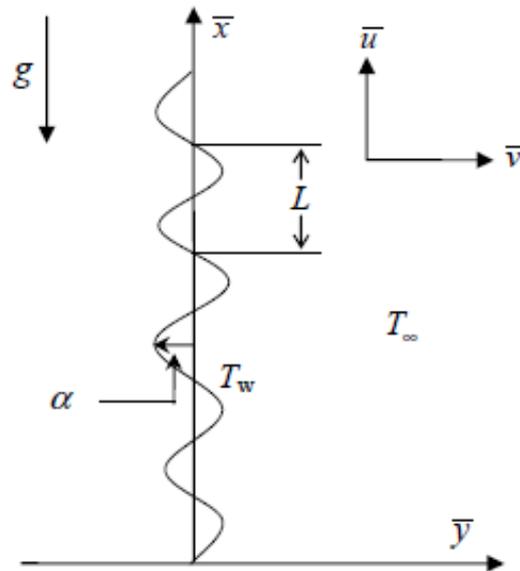


Figura 2.7 – Modelo físico proposto. Fonte: Alim *et al.* (2011)

A transformação das equações governantes da camada limite para a forma adimensional possibilitou o surgimento de equações diferenciais não-lineares, cuja solução foi encontrada pelo uso do método de diferenças finitas implícito. Resultados numéricos foram encontrados para tensão de cisalhamento superficial e taxa de transferência de calor, em termos de coeficiente de atrito e número de Nusselt respectivamente e, ademais, apresentou-se a elaboração de gráficos com linhas de corrente e isotermas em função de alguns parâmetros: condutividade térmica, geração de energia térmica e número de Prandtl. Comparações ocorreram em relação à literatura e aos valores obtidos para coeficiente de atrito e número de Nusselt.

O desenvolvimento de mais um estudo misto, ou seja, avaliação numérica da transferência de calor e massa por convecção natural, foi feito por Jang *et al.* (2003), onde avaliaram seu efeito para uma superfície vertical ondulada com temperatura e concentração superficial uniformes. Através da utilização de uma transformação de coordenadas, a superfície citada foi convertida em superfície vertical plana e as consequentes equações diferenciais

parciais obtiveram sua solução por meio do método de diferenças finitas. O foco deste trabalho foi encontrar a influência de fatores como as forças de empuxo, relação amplitude-comprimento de onda das ondulações e o número de Schmidt em relação às variações de coeficiente de atrito superficial, distribuições de velocidade e concentração e dos números de Sherwood e Nusselt ao longo da superfície escolhida.

Situações envolventes de geração térmica e fluidos em movimento se mostram presentes em casos práticos específicos em engenharia, como, por exemplo, em reatores nucleares, onde a alteração da distribuição de temperaturas provocado pela geração de energia térmica pode gerar taxas de deposição de partículas maiores ou menores. Devido à escassez de estudos envolvendo este conceito e superfícies complexas, Molla *et al.* (2004) buscaram a avaliação da influência da geração de energia térmica em relação a uma superfície vertical ondulada com aquecimento uniforme sob a ação de transferência de calor por convecção natural provocada por um fluido viscoso e incompressível. Através da utilização do método de diferenças finitas implícito, os autores obtiveram resultados numéricos para a taxa de transferência de calor por convecção natural em relação ao número de Nusselt local e consequente confecção de gráficos de linhas de corrente e isothermas, ambos relacionados a parâmetros de geração de energia térmica, amplitude das ondulações superficiais e número de Prandtl.

A busca pela análise do fator dissipação viscosa na transferência de calor por convecção natural em superfícies complexas fez com que Parveen *et al.* (2014) desenvolvessem um estudo relacionado a este assunto, utilizando-se de uma placa vertical ondulada com temperatura superficial uniforme sob a ação de um fluido viscoso e incompressível. Por meio da transformação das equações diferenciais parciais da camada limite para a forma adimensional, os autores conseguiram soluções numéricas a partir do método de diferenças finitas. Gráficos de linha de corrente e isothermas foram apresentados, além de resultados para a tensão de cisalhamento superficial e para a taxa de transferência de calor por convecção natural em termos de coeficiente de atrito local e do número de Nusselt respectivamente. Diante disso, observou-se que o parâmetro de dissipação viscosa (N) e a relação amplitude-comprimento de onda (α) influem significativamente na distribuição de temperaturas e velocidade do fluido e a consequente elevação de N e α proporcionam redução na taxa de transferência de calor por convecção natural. Também fora verificado um efeito inverso entre a dissipação viscosa e a relação amplitude-comprimento de onda em relação ao coeficiente de atrito local, ou seja, quando o primeiro se eleva, o coeficiente de atrito local aumenta e na situação de elevação do segundo, o coeficiente de atrito local diminui.

Siddiqa *et al.* (2013) desenvolveram um estudo envolvendo transferência de calor por convecção natural sobre uma superfície vertical ondulada sob efeito de um fluido termicamente radiante, conforme Fig. (2.8).

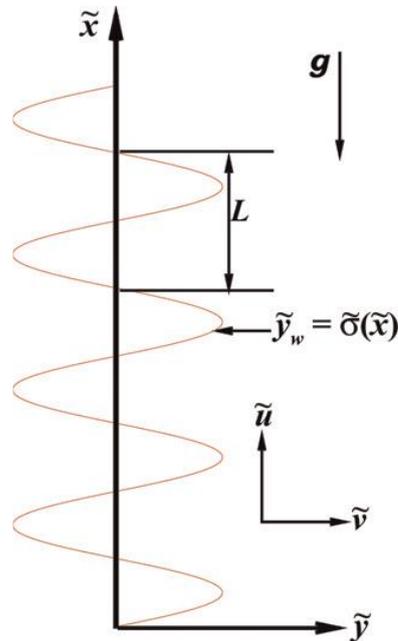


Figura 2.8 – Modelo físico estudado. Fonte: Siddiqa *et al.* (2013)

A utilização da componente radiante do fluxo de calor ocorreu, neste estudo, para simular a temperatura superficial da superfície em estudo. Após a transformação das equações diferenciais parciais do problema para a forma adimensional, os autores conseguiram convertê-las em um conjunto de equações diferenciais parciais parabólicas ao utilizarem uma formulação de variáveis primitivas e, conseqüentemente, puderam integrar numericamente por meio do método de diferenças finitas implícito. Com o foco em fluidos de baixo número de Prandtl, os resultados numéricos se apresentaram para coeficiente de atrito local e número de Nusselt local, sob a influência de parâmetros de radiação superficial e de comprimento relativo, para posterior análise em termos de linhas de corrente.

Uma particularidade apresentada pelos fluidos não-Newtonianos são viscosidade e número de Prandtl altos, o que possibilita a utilização da técnica de similaridade para casos onde há transferência de calor por convecção natural em regime laminar, para distintas condições de contorno. Assim, Yang *et al.* (1996) buscaram, através da utilização do método da transformada de Prandtl, o estudo da transferência de calor por convecção natural em relação a fluidos não-Newtonianos e uma superfície vertical ondulada com temperatura superficial uniforme e presença de um campo magnético. Além disso, fizeram uso de uma transformação

de coordenadas para gerar um domínio físico plano ao invés de trabalhar com a superfície ondulada, o que possibilitou a consequente mudança das equações diferenciais parciais da camada limite e as condições de contorno, cujas soluções se apresentaram por meio de *splines* cúbicas. O foco do estudo se mostrou a análise da influência dos parâmetros de campo magnético, geometria das ondulações e natureza dos fluidos não-Newtonianos em relação ao escoamento e transferência de calor por convecção natural. A principal constatação realizada foi a desaceleração do escoamento devido ao campo magnético, reduzindo assim o número de Nusselt e, portanto, a taxa de transferência de calor por convecção natural.

Ravipati (2011) se utilizou de um fluido incompressível e uma superfície vertical ondulada para elaboração de um estudo numérico da transferência de calor por convecção natural. O método de diferenças finitas implícito foi o escolhido para encontro das soluções do problema, com consequente apresentação dos resultados em relação a parâmetros de amplitude das oscilações, razão de empuxo, movimento Browniano, termoporese e número de Lewis, com consequente geração de gráficos. Os parâmetros citados anteriormente foram extensamente estudados pelo autor em sua influência sobre o coeficiente de atrito local e as taxas de transferências de calor (número de Nusselt) e de massa (número de Sherwood).

Os nanofluidos são fluidos especiais, gerados por meio da suspensão de partículas sólidas manométricas (tamanhos variando entre 1 e 100 nm) em fluidos convencionais. Sua ampla utilização em situações onde há transferência de calor se dá pelo significativo aumento da condutividade térmica provocado, mesmo para baixas frações de volume de partículas sólidas colocadas. Assim, para ocasiões práticas em engenharia com a necessidade elevação dos fluxos de calor a patamares que fluidos convencionais não conseguiriam alcançar, usa-se este tipo especial de fluido. Desta forma, Ahmed e El-Aziz (2013) propuseram o uso deste fluido sobre uma superfície vertical ondulada, com consequente avaliação da transferência de calor por convecção natural em regime transiente, através de um modelo térmico em não-equilíbrio, conforme mostrado pela Fig. (2.9).

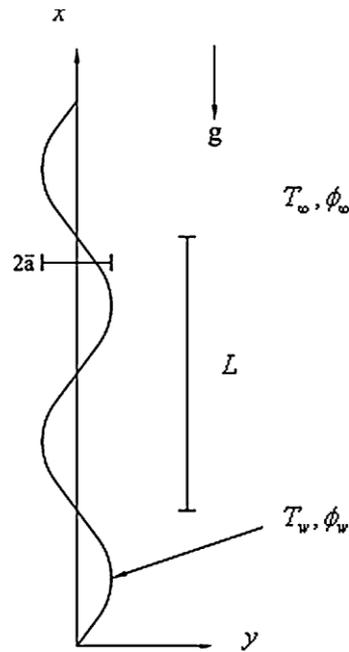


Figura 2.9 – Esquema do modelo proposto. Fonte: Ahmed e El-Aziz (2013)

O tipo de modelo escolhido pelo estudo para o nanofluido levou em consideração movimento Browniano e termoporese. Já para a distribuição de temperaturas, foram necessários três modelos diferentes para a determinação do estado de não-equilíbrio térmico requerido entre a partícula, o fluido e a matriz sólida, com consequente uso de método de elementos finitos implícito para resolução das equações diferenciais parciais. Os resultados adquiridos se mostraram parte em gráficos bidimensionais (ilustração da influência de parâmetros físicos para o coeficiente de atrito local, número de Nusselt local para fluido e matriz sólida, número de Sherwood local) e tridimensionais (distribuição de velocidades, fração volumétrica das nanopartículas e distribuição de temperaturas no fluido, para a partícula e a matriz sólida, em relação às coordenadas axial e transversal do domínio físico).

Outro tipo especial de fluido presente em diversas aplicações práticas em engenharia são os microfluidos, os quais se classificam como fluidos não-Newtonianos, exibidores de efeitos microscópicos provenientes de suas estruturas e de microrrotações, comumente apresentadores de suspensões diluídas de macromoléculas rígidas com movimentos individuais, as quais, quando sujeitas a forças inerciais, suportam tensões e forças de corpo. O estudo destes fluidos especiais citados pode ser utilizado não só como base para o entendimento do comportamento dos fluidos não-Newtonianos, mas também para elaboração de modelos matemáticos aplicáveis a diversas situações. Com a baixa exploração em literatura do uso destes microfluidos se relacionando com superfícies irregulares, Pop *et al.* (1998) buscaram um estudo

envolvendo ambos, com a escolha de uma superfície vertical ondulada com fluxo de calor especificado e posterior avaliação da taxa de transferência de calor por convecção natural. Através da utilização de uma transformada matemática com domínio nas equações diferenciais parciais da continuidade, quantidade de movimento, microrrotação e energia, os autores realizaram a transformação destas equações para transferência de calor por convecção natural em superfície plana, o que possibilitou o uso do método de diferenças finitas para encontro dos resultados. As soluções numéricas foram mostradas para número de Prandtl igual a 1 e para distintos valores de amplitude da ondulação superficial e parâmetro micropolar, com a observação de suas influências em relação ao comportamento do escoamento e da transferência de calor por convecção natural.

O envolvimento de campo elétricos e magnéticos em situações com transferência de calor por convecção natural entre um fluido e placas verticais onduladas acontece usualmente em distintas e específicas aplicações práticas em engenharia, tal como a purificação de metais fundidos com inclusões não-metálicas por meio da interferência de um campo magnético. Esta situação citada traz à tona, usualmente, a necessidade do uso de equações parciais de Maxwell para encontro de solução matemática, o que infere o aparecimento de equações diferenciais parciais de mecânica dos fluidos e do eletromagnetismo e, esta característica simultânea, conhece-se como magneto-hidrodinâmica. Em vista deste caso, Elgazery (2012) optou por um estudo da transferência de calor por convecção natural ocorrida a uma superfície vertical ondulada aquecida, além da análise em termos da massa específica, viscosidade e condutividade térmica do fluido (todos dependentes da temperatura). O desenvolvimento do estudo se deu por meio de algumas inferências realizadas pelo autor, o qual considerou a variação dos parâmetros do fluido em relação à temperatura da seguinte forma: massa específica (linear); a condutividade térmica (exponencial) e viscosidade (inverso de função linear). Além disso, aproveitou-se de uma variável de transformação de domínio, a qual possibilitou a conversão da superfície vertical para a configuração plana, e outra variável de transformação, responsável por reescrever as equações diferenciais parciais da camada limite e as condições de contorno de forma a possibilitar sua resolução por meio do método implícito de Chebyshev. Os resultados foram encontrados em termos de parâmetros, tais como: de propriedade do fluido dependente da temperatura, magnético, de relação amplitude-comprimento de onda e número de Prandtl; com consequente apresentação numérica de distribuições de velocidade, temperatura, tensão de cisalhamento superficial e número de Nusselt ilustrados por gráficos e tabelas. Discutiram-se

os parâmetros físicos e sua influência no escoamento e transferência de calor e, após, houve demonstração de boa concordância numérica com outras literaturas disponíveis.

Outro estudo envolvendo a presença de campo magnético foi de Elgazery e Elazen (2009), que formularam um modelo matemático a fim de analisar a viscosidade e a condutividade térmica, ambos dependentes da temperatura, nas transferências de calor e massa por convecção natural em regime transiente ocorrida por um fluido em ação sobre uma superfície vertical ondulada. O raciocínio de resolução muito se assemelhou ao caso citado anteriormente, com utilização de variável de transformação de coordenadas para conversão da superfície em questão para vertical plana; inferências realizadas pelos autores, com a temperatura exercendo influência na variação de parâmetros do fluido, com a viscosidade de maneira exponencial e de condutividade térmica de maneira linear. Além disso, utilizaram-se do método implícito de Chebyshev para resolução das equações diferenciais parciais da camada limite para, portanto, demonstração de soluções numéricas para distintos valores de viscosidade e de condutividade térmica dependentes da temperatura e de um parâmetro magneto-hidrodinâmico. A partir disto, pode-se analisar parâmetros dependentes da temperatura (viscosidade e condutividade térmica) e do parâmetro magneto-hidrodinâmico (perfis de velocidade, temperatura e concentração; coeficiente de atrito, número de Nusselt e número de Sherwood locais).

A busca por configurações distintas para superfícies utilizadas para estudo numérico da transferência de calor por convecção natural levou ao estudo de Oosthuizen (2016), o qual fez uso de uma superfície com ondulações retangulares, igualmente espaçadas, com aquecimento na face superior e inserida em um corpo adiabático extenso nas partes laterais e inferior, conforme Fig. (2.10):

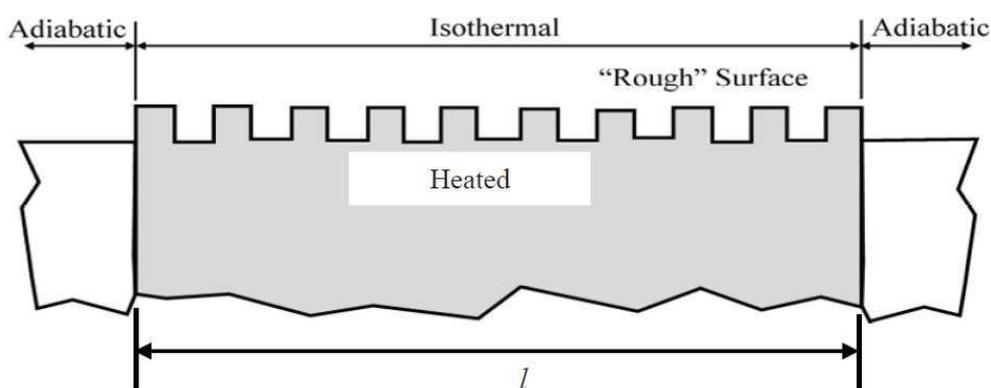


Figura 2.10 – Superfície com ondulações retangulares. Fonte: Oosthuizen (2016)

O autor optou por manter temperatura superficial uniforme e com valor maior em relação à temperatura do fluido contido no ambiente, além de considerar o escoamento bidimensional e em regime permanente para os regimes laminar, de transição e totalmente turbulento, fato este ainda escasso em literatura. Todas as propriedades referentes ao fluido se consideraram constantes, com a exceção da variação de massa específica com a temperatura, situação esta originadora das forças de empuxo, o que demandou o uso da aproximação de Boussinesq. As soluções das equações governantes foram encontradas com o auxílio do software comercial de CFD FLUENT[®], além do uso do modelo de turbulência padrão $k-\epsilon$, com a inclusão das forças de empuxo. Os resultados obtidos para a taxa de transferência de calor por convecção natural para este caso em questão foram determinados em termos do número de Nusselt médio, com consequente dependência do número de Rayleigh, número e altura das ondulações retangulares e do número de Prandtl (o qual se fixou em 0,74). Após, discutiu-se a variação do número de Nusselt médio em função do número de Rayleigh e da altura das ondulações retangulares.

Sob a mesma ótica que induziu ao aparecimento de novas opções de superfícies complexas no estudo da transferência de calor, Oosthuizen (2016) inspirou-se no estudo citado anteriormente, porém, utilizando-se de uma superfície com ondulações triangulares e de igual espaçamento, em condições semelhantes: superfície aquecida na face superior e inserida em um corpo adiabático extenso nas partes laterais e inferior; temperatura superficial uniforme e maior que a do fluido circundante; consideração de regimes laminar, de transição e totalmente turbulento; escoamento bidimensional e em regime permanente. Todas as propriedades referentes ao fluido se consideraram constantes, com a exceção da variação de massa específica com a temperatura, a qual origina as forças de empuxo, o que demandou o uso da aproximação de Boussinesq. As soluções das equações governantes foram encontradas com o auxílio do software comercial de CFD FLUENT[®], além do uso do modelo de turbulência padrão $k-\epsilon$, com a inclusão das forças de empuxo. Os resultados obtidos para a taxa de transferência de calor por convecção natural para este caso em questão foram determinados em termos do número de Nusselt médio, com consequente dependência do número de Rayleigh, número e altura das ondulações triangulares e do número de Prandtl (o qual se fixou em 0,74). Após, discutiu-se a variação do número de Nusselt médio em função do número de Rayleigh e da altura das ondulações triangulares.

Devido à elevada quantidade de literaturas referentes à transferência de calor por convecção natural e superfícies horizontais planas, observou-se que o escoamento induzido

nesta situação se mostrou significativamente afetado pela rugosidade superficial contida no objeto em estudo. Desta forma, o entendimento desta influência dos formatos das rugosidades demanda atenção dos pesquisadores e, para isto, trabalhos relacionados à transferência de calor por convecção natural e do escoamento nestas superfícies tiveram que surgir. Assim, Prétot *et al.* (2000) desenvolveram um estudo numérico e experimental de uma placa horizontal com fluxo de calor uniforme e colocada em um meio semi-infinito de perfil senoidal, sob a influência de um fluido provocador de transferência de calor por convecção natural, cujo escoamento considerou-se bidimensional e laminar, além do uso de um número de Prandtl igual a 0,7. Após o encontro de soluções numéricas, algumas conclusões foram realizadas: escoamento com alta dependência em relação ao fluxo de calor superficial e dos parâmetros inerentes ao perfil senoidal (no caso, amplitude e período); número de Nusselt local mínimo ocorreu na base das ondulações e os picos máximos, nos topos; o aumento da amplitude das oscilações provoca queda na transferência de calor por convecção natural; o aumento do período das oscilações proporciona aumento da transferência de calor por convecção natural; ao comparar a superfície escolhida com uma superfície horizontal sem ondulações e mesma área projetada, para quaisquer parâmetros de superfície, observa-se uma menor taxa de transferência de calor por convecção natural para a primeira. Posteriormente, estas conclusões foram validadas com o aparato experimental desenvolvido pelos autores, cujo sistema media as temperaturas do ar e de posições especificadas na superfície horizontal ondulada escolhida.

Prétot *et al.* (2003) buscaram por um estudo numérico e experimental, no qual superfícies horizontais onduladas com a condição térmica de fluxo de calor superficial uniforme sofriam o efeito da transferência de calor por convecção natural de um fluido, conforme Fig. (2.11).

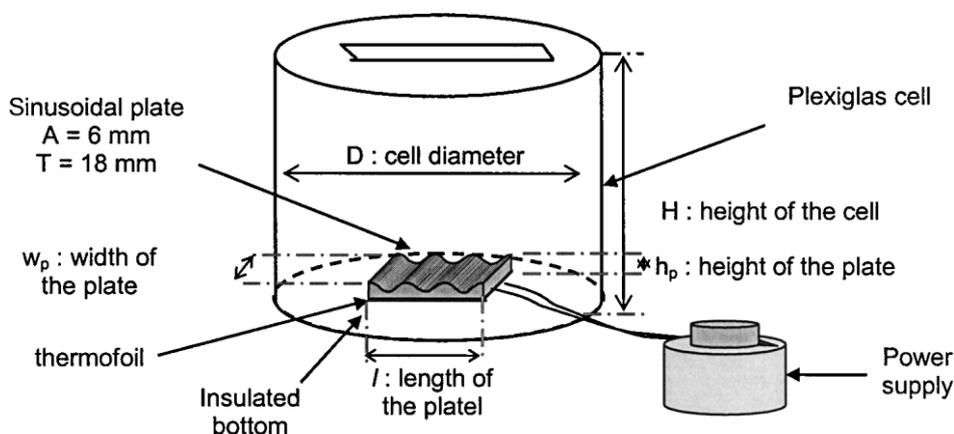


Figura 2.11 – Protótipo experimental. Fonte: Prétot *et al.* (2003)

Visualizou-se o escoamento ocorrido por meio de técnicas de tomografia a laser e, ademais, as medições de temperatura superficial se deram por técnicas de termografia infravermelha. Conforme adiantado, distintas superfícies onduladas foram utilizadas, as quais tiveram variação de 6 a 24 mm de amplitude das ondulações senoidais e períodos de 18 a 54 mm, além da utilização de números de Rayleigh modificados, mantendo-se entre 10^6 e 4×10^8 . Os resultados apresentados demonstraram estruturas notáveis diretamente ligadas ao escoamento, com presença ou ausência de movimento recirculante de ar em relação à superfície em estudo, fatores estes imediatamente ligados pelos autores aos parâmetros geométricos da superfície e ao número de Rayleigh modificado.

A partir do desenvolvimento de estudos em literatura com comparações entre superfícies onduladas e planas, observou-se vantagens em relação à transferência de calor para as irregulares, de forma que, em alguns processos, há usinagem intencional em objetos para induzir um aumento nas taxas de troca de calor por convecção. Com isso, Siddiqa e Hossain (2013) propuseram o estudo de uma superfície horizontal ondulada aquecida, sob a ação de um fluido provocador de transferência de calor por convecção natural. Através do auxílio de uma variável de transformação de coordenadas, os autores realizaram uma transformação das equações da camada limite para equações diferenciais parciais parabólicas, o que proporcionou encontro de soluções numéricas por meio do método de diferenças finitas. Os resultados numéricos adquiridos representaram o coeficiente de atrito local e número de Nusselt, ambos em função da amplitude e período das ondulações superficiais, para posterior demonstração visual de linhas de corrente e isothermas para as distintas configurações escolhidas.

O formato triangular das ondulações de uma superfície horizontal semi-infinita foi o escolhido por Siddiqa *et al.* (2015), os quais realizaram estudo numérico de transferência de calor por convecção térmica neste objeto, com o adendo de que a temperatura superficial seria uniforme. A fim de adequar as equações diferenciais parciais da camada limite para integração numérica, os autores buscaram uma variável de transformação de coordenadas, para conseqüente resolução por método de diferenças finitas implícito. Após o detalhamento feito em relação ao efeito da altura das ondulações e ilustração de gráficos em função do coeficiente de atrito, taxa de transferência de calor, linhas de corrente e isothermas, houve comparação com casos envolvendo a mesma superfície, porém, com ondulações senoidais. Com isso, a conclusão obtida foi de melhor taxa de transferência de calor por convecção natural para superfícies senoidais.

Situações envolvendo transferência de calor por convecção e por radiação térmica se mostram comuns em situações práticas em aerodinâmica a altas temperaturas. Para realizar com êxito a inclusão o fluxo de radiação térmica significativa nos estudos, opta-se geralmente por duas técnicas distintas: considerá-la na equação diferencial de conservação de energia ou nas condições de contorno do problema em estudo. Porém, há uma opção mais complexa matematicamente, a qual faz uso de equações diferenciais parciais para radiação térmica e para convecção natural, devendo-se solucioná-las de forma simultânea. Com esta informação, Siddiqua *et al.* (2014) desenvolveram um estudo de uma superfície horizontal semi-infinita ondulada, sob ação de transferência de calor por convecção natural por um fluido e, também, troca de energia por fluido radiante, o qual seguia a aproximação de difusão de Rosseland. Um método de diferenças finitas implícito foi utilizado para resolução das equações, após as mesmas terem passado por um processo de adimensionalização. Verificaram-se as influências da amplitude das oscilações e do parâmetro de radiação em função da tensão de cisalhamento superficial e da taxa de transferência de calor por convecção natural, além da constatação do aumento da taxa de transferência de calor por convecção natural quando em comparação com uma superfície inteiramente plana. Uma situação específica também foi destacada: amplitudes das oscilações maiores se traduziram em separação entre fluido e superfície ondulada.

Um estudo com superfície inclinada com ondulações triangulares e senoidais em ambos lados, com baixa amplitude, sob efeito de transferência de calor por convecção natural de um fluido foi analisado numericamente por Oosthuizen e Garrett (2001), conforme indicado na Fig. (2.12).

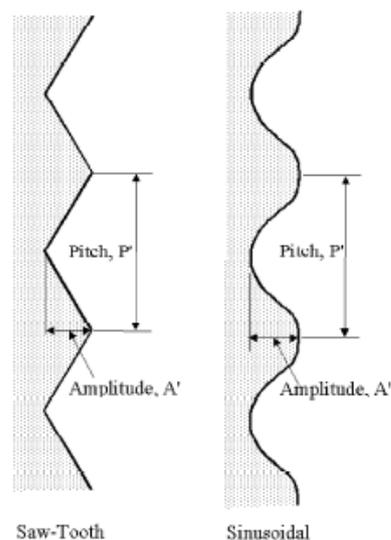


Figura 2.12 –Modelos físicos propostos. Fonte: Oosthuizen e Garrett (2001)

Os autores assumiram escoamento bidimensional, laminar e em regime permanente e as propriedades do fluido como constantes, com exceção à variação de massa específica com a temperatura, fator gerador de forças de empuxo e solucionado pela aproximação de Boussinesq. O encontro das soluções demandou adimensionalização das equações e consequente uso do método de elementos finitos, possibilitando assim a consideração de parâmetros, tais como: número de Grashof (em relação ao comprimento da superfície); ângulo de inclinação da superfície (com variação de -90° e $+90^\circ$, onde o ponto 0° representava a superfície na posição vertical); formato, amplitude e comprimento das ondulações. Resultados finais foram conseguidos com a fixação do número de Prandtl em 0,7 e variação do número de Grashof para até 10^7 , com consequente expressão dos mesmos em relação ao número de Nusselt médio. A maior parte das configurações estudadas demonstrou uma diminuição da transferência de calor por convecção natural ao haver comparações a superfícies planas.

O raciocínio utilizado no estudo citado anteriormente foi reutilizado para Oosthuizen e Garrett (2001), os quais acrescentaram que, agora, as ondulações possuiriam baixa amplitude e estariam sempre paralelas ao escoamento. Novamente, as superfícies isotérmicas escolhidas possuíam inclinação distinta e ondulações triangulares e senoidais, sob a ação de um fluido provocador de transferência de calor por convecção natural. Ademais, inferiu-se: escoamento laminar e em regime permanente; escoamento tridimensional (devido às ondulações estarem paralelas ao escoamento); propriedades do fluido constantes (com exceção à variação de massa específica com a temperatura, fator gerador de forças de empuxo e solucionado pela aproximação de Boussinesq); comprimento característico (comprimento da superfície ondulada) e temperatura característica (diferença entre temperaturas de superfície e fluido circundante). Após adimensionalização e posterior solução por método dos elementos finitos, definiram-se os parâmetros solução, com número de Grashof (em relação ao comprimento da superfície); ângulo de inclinação da superfície; formato, amplitude e comprimento das ondulações. Resultados finais foram conseguidos com a fixação do número de Prandtl em 0,7 e variação do número de Grashof para até 10^6 , com consequente discussão sobre a influência exercida pelo número de Grashof, pela amplitude e passo adimensionais das ondulações na taxa média de transferência de calor por convecção natural. Houve demonstração de duas taxas médias de transferência de calor por convecção natural, a primeira baseada na área superficial total e a outra, na área frontal projetada da superfície e, com a comparação de ambas, os autores chegaram a uma medida da efetividade das ondulações superficiais em aumentar a taxa de transferência de calor por convecção natural. Com os resultados, verificou-se que o aumento de

área superficial por meio das oscilações é o principal responsável pelo aumento da taxa de transferência de calor por convecção natural do que modificações no padrão do escoamento em regiões próximas à superfície.

Oosthuizen (2011) desenvolveu um estudo a partir de uma superfície isotérmica inclinada, com ondulações triangulares em um dos lados, sob a influência de transferência de calor por convecção natural por um fluido adjacente. Esta superfície foi submetida a distintas configurações, sendo testada nas formas horizontal, vertical e inclinada, juntamente às inferências realizadas pelo autor: escoamento bidimensional e em regime permanente; propriedades do fluido constantes (com exceção à variação de massa específica com a temperatura, fator gerador de forças de empuxo e solucionado pela aproximação de Boussinesq); escoamento normal às ondulações; consideração de escoamento laminar, de transição e totalmente turbulento; ondulações com baixa amplitude. As soluções das equações governantes foram encontradas com o auxílio do software comercial de CFD FLUENT[®], além do uso do modelo de turbulência padrão $k-\epsilon$, com a inclusão das forças de empuxo. Os resultados obtidos para a taxa de transferência de calor por convecção natural para este caso em questão foram determinados em termos do número de Nusselt médio, com consequente dependência do número de Rayleigh, número e altura das ondulações triangulares e do número de Prandtl (o qual se fixou em 0,7). Após, discutiu-se a variação do número de Nusselt médio em função do número de Rayleigh (variado entre 10^6 e 10^{15}) e da variação do ângulo de inclinação da superfície (entre 0° e 90°). Houve também a discussão sobre as influências recebidas pela taxa média de transferência de calor por convecção natural em relação aos efeitos de ângulo de inclinação, número de Rayleigh e amplitude das ondulações.

Oosthuizen e Paul (2011) geraram um estudo a partir de uma superfície isotérmica inclinada, com ondulações retangulares em um dos lados, sob a influência de transferência de calor por convecção natural por um fluido adjacente. Esta superfície foi submetida a distintas configurações, sendo testada nas formas horizontal, vertical e inclinada, juntamente às inferências realizadas pelo autor: escoamento bidimensional e em regime permanente; propriedades do fluido constantes (com exceção à variação de massa específica com a temperatura, fator gerador de forças de empuxo e solucionado pela aproximação de Boussinesq); escoamento normal às ondulações; consideração de escoamento laminar, de transição e totalmente turbulento. O modelo físico proposto pode ser encontrado na Fig. (2.13).

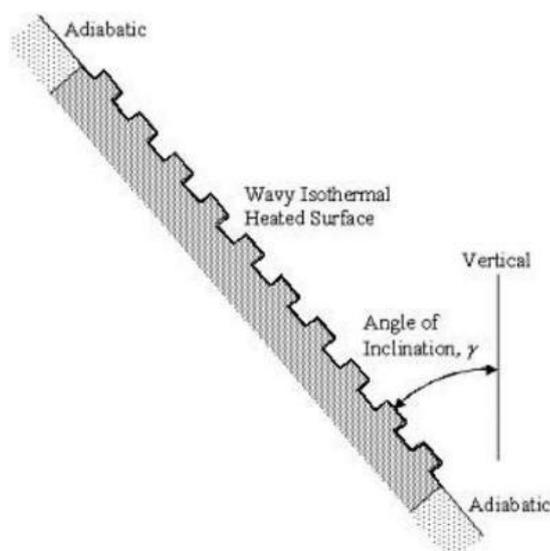


Figura 2.13 –Modelo físico. Fonte: Oosthuizen e Paul (2011)

As soluções das equações governantes foram encontradas com o auxílio do software comercial de CFD FLUENT[®], além do uso do modelo de turbulência padrão $k-\epsilon$, com a inclusão das forças de empuxo. Os resultados obtidos para a taxa de transferência de calor por convecção natural para este caso em questão foram determinados em termos do número de Nusselt médio, com conseqüente dependência do número de Rayleigh, número e altura das ondulações triangulares e do número de Prandtl (o qual se fixou em 0,74). Após, discutiu-se a variação do número de Nusselt médio em função do número de Rayleigh e da variação do ângulo de inclinação da superfície (entre 0° e 90°). Houve também a discussão sobre as influências recebidas pela taxa média de transferência de calor por convecção natural em relação aos efeitos de ângulo de inclinação, número de Rayleigh e altura das ondulações retangulares.

Oosthuizen e Paul (2012) propuseram um estudo a partir de uma superfície isotérmica vertical e inclinada, com ondulações senoidais em um dos lados, sob a influência de transferência de calor por convecção natural por um fluido adjacente. Esta superfície foi submetida às inferências realizadas pelo autor: escoamento bidimensional e em regime permanente; propriedades do fluido constantes (com exceção à variação de massa específica com a temperatura, fator gerador de forças de empuxo e solucionado pela aproximação de Boussinesq); escoamento normal às ondulações; consideração de escoamento laminar, de transição e totalmente turbulento. As soluções das equações governantes foram encontradas com o auxílio do software comercial de CFD FLUENT[®], além do uso do modelo de turbulência padrão $k-\epsilon$, com a inclusão das forças de empuxo. Os resultados obtidos para a taxa de transferência de calor por convecção natural para este caso em questão foram determinados em

termos do número de Nusselt médio, com conseqüente dependência do número de Rayleigh, número e altura das ondulações triangulares e do número de Prandtl (o qual se fixou em 0,74). A relação altura-passo das amplitudes foi considerada sempre igual a 0,1. Após, discutiu-se a variação do número de Nusselt médio em função do número de Rayleigh e da variação do ângulo de inclinação da superfície (entre 0° e $\pm 60^\circ$). Houve a discussão sobre as influências recebidas pela taxa média de transferência de calor por convecção natural em relação aos efeitos de ângulo de inclinação, número de Rayleigh e altura das ondulações senoidais.

A partir dos promissores resultados obtidos com superfícies complexas inclinadas, Abdallah e Zeghmati (2013) buscaram estudar numericamente uma superfície isotérmica inclinada e ondulada de forma senoidal, sob a ação de transferência de calor por convecção natural de um fluido e presença de fluxo radiante incidente. O uso de uma variável de transformação de coordenadas proporcionou a conversão da superfície escolhida em uma superfície plana, o que possibilitou a discretização das equações diferenciais parciais da camada limite e as condições de contorno em esquema de diferenças finitas, com conseqüente solução através do algoritmo de Gauss-Seidel. Dentre as situações pontuadas no estudo, destacaram-se as influências de parâmetros, como: geometria das ondulações, ângulo de inclinação da superfície e fluxo radiante; em relação aos perfis de velocidade, temperatura e número de Nusselt local.

A inserção de rugosidades em trocadores de calor de forma proposital para aumento do coeficiente de transferência de calor teve pouca exploração em relação à convecção natural, pois a maioria dos casos apresentados em literatura se referiam à convecção forçada. A partir disso, Fujii *et al.* (1973) propuseram um estudo de forma experimental, a fim de avaliar distintas configurações de ondulações superficiais propositalmente colocadas em um cilindro vertical, o qual sofreria transferência de calor por convecção natural através da ação de dois fluidos: água e óleo difuso. A situação descrita pode ser visualizada na Fig. (2.14), com a representação do cilindro com a configuração de ondulações triangulares impostas:

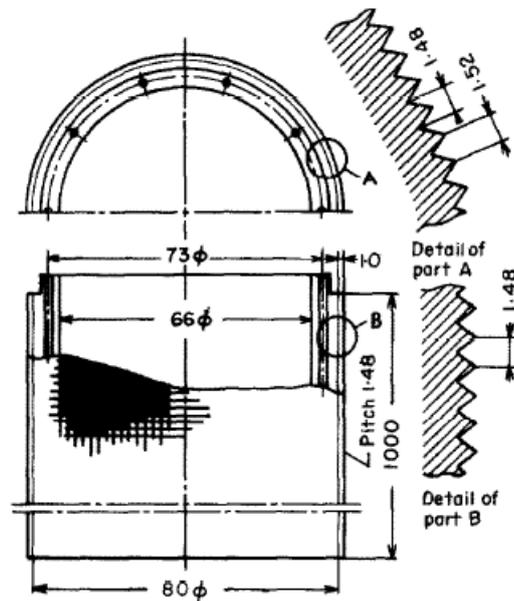


Figura 2.14 –Modelo físico. Fonte: Fujii *et al.* (1973)

Os resultados encontrados apresentaram características distintas para cada fluido avaliado, com o coeficiente de transferência de calor por convecção natural na região turbulenta (calculado em função da área da base do cilindro) aumentou para a situação onde houve água e diminuiu para o óleo difuso, porém, ambas magnitudes de alterações não se mostraram elevadas, de forma a representar diferença de 10% em relação aos resultados adquiridos com o cilindro liso. Ademais, o limite superior nas regiões laminares se mostrou praticamente estável com o uso das ondulações superficiais.

Diante dos estudos envolvendo cilindros, Oosthuizen e Chow (1986) analisaram experimentalmente o comportamento da taxa de transferência de calor por convecção natural a partir de cilindros curtos, os quais continham ondulações superficiais com três amplitudes diferentes e distintas relações de comprimento aquecido e diâmetro médio, para posterior comparação com um cilindro totalmente liso. Durante os testes, variaram-se os ângulos de inclinação durante o estudo entre 0° e 90° e calculou-se a taxa média de transferência de calor por convecção natural pelo método transiente (verificação da variação de temperatura com o tempo nos cilindros, após pré-aquecimento). A partir da premissa de que as influências da relação comprimento-diâmetro do cilindro e das ondulações superficiais seriam independentes, os autores realizaram a correlação entre os resultados para cilindros horizontais e verticais, para posterior correlacionamento destes casos para os cilindros inclinados.

A busca por configurações distintas, que provoquem melhora das taxas de troca de calor, prosseguiu em Pop e Na (1994), os quais buscaram um estudo da taxa de transferência de calor por convecção natural a partir de um fluido com ação sobre um tronco de cone vertical, o qual continha oscilações senoidais e temperatura superficial uniforme. Com o uso do método de diferenças finitas implícito, encontraram-se soluções para as equações diferenciais parciais da camada limite, com consequente apresentação de gráficos das influências das ondulações senoidais em relação ao número de Nusselt local, o qual se mostrou de magnitude menor, quando comparado aos resultados de um cone liso.

A mesma estratégia de resolução foi aproveitada em Pop e Na (1999), os quais seguiram com o estudo do tronco de cone com ondulações senoidais, porém, agora, sujeito a uma condição térmica de fluxo de calor superficial constante, com consequente determinação da taxa transferência de calor por convecção natural provocada por um fluido. Pelo esquema de diferenças finitas, conseguiram-se as soluções das equações diferenciais parciais da camada limite e das condições de contorno, com posterior detalhamento dos resultados, com avaliação das influências realizadas pela amplitude das oscilações, pelo ângulo de abertura do cone e pelo número de Prandtl sobre o número de Nusselt local e a distribuição de temperaturas sobre a superfície em estudo.

Há situações específicas em engenharia com a presença de transferência de calor por convecção natural e radiação térmica ao mesmo tempo, com ambas significativas para encontro de resultados e, em algumas delas, estão envolvidos fluidos incompressíveis e ópticamente espessos, ou seja, o caminho livre médio dos fótons de radiação se mostra muito menor em relação à dimensão característica do meio analisado (também chamado de difusão de Rosseland). Devido à necessidade, conforme já adiantado, da resolução das equações diferenciais parciais de convecção e radiação simultaneamente, de modo complexo, autores vêm buscando alternativas de simplificação. Nesta situação, Molla *et al.* (2008) propuseram um estudo envolvendo este tipo de fluido e o problema misto citados, os quais teriam ação sobre um tronco de cone com ondulações senoidais. Através da utilização da aproximação de Rosseland, com consequente inferência de escoamento laminar, bidimensional e regime permanente, buscou-se a solução das equações diferenciais parciais da camada limite por meio do método de diferenças finitas implícito. Os resultados conseguidos pelos autores foram apresentados em relação à influência sofrida pelos mesmos através dos parâmetros de número de Planck (convecção-radiação) e de aquecimento superficial, com consequente demonstração de linhas de corrente, isotermas, distribuições de velocidade e temperatura, tensão de

cisalhamento local (em função do coeficiente de atrito local e taxa de transferência de calor local (em função do número de Nusselt e taxa média de transferência de calor).

Pop e Na (1994) optaram por prosseguir com os estudos com o tronco de cone com oscilações senoidais, porém, agora, o mesmo sofria a influência de um fluido saturado imerso em um meio poroso, o qual provocaria transferência de calor por convecção natural. A partir do foco dado a situações onde o produto do número de Darcy e do número de Rayleigh é extremamente elevado para o regime de escoamento, juntamente com a definição de que as ondulações superficiais tivessem mesma amplitude e comprimento de onda, os autores solucionaram as equações diferenciais parciais da camada limite por meio do método de diferenças finitas implícito. A análise dos resultados se deu a partir da observação da influência que as ondulações senoidais estudadas exerciam no fluxo de calor superficial.

A viscosidade é uma propriedade extremamente importante no que diz respeito à previsão do comportamento do escoamento e, em numerosos casos em literatura, mostra-se significativamente dependente da temperatura, apesar de algumas divergências quanto à relação de variação desse item em fluidos com número de Prandtl elevados (variação inversa ou linearmente proporcional com a temperatura). Com isto, Rahman *et al.* (2011) desenvolveram um estudo com a utilização de um fluido agindo sobre um tronco de cone com ondulações senoidais, sob a condição de fluxo de calor constante, a fim de analisar a influência da viscosidade dependente da temperatura na transferência de calor por convecção natural da situação, a qual pode ser visualizada na Fig. (2.15).

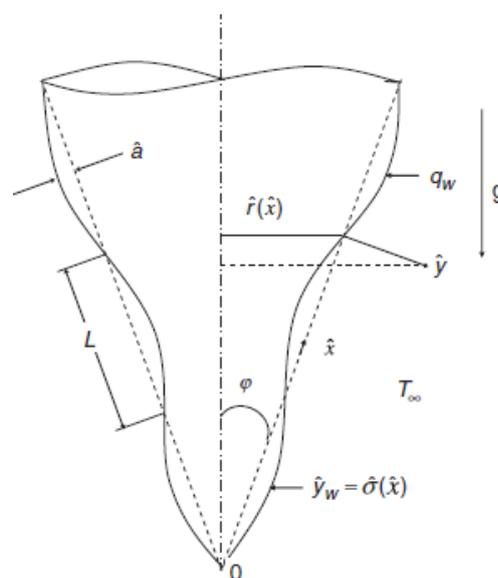


Figura 2.15 – Modelo físico e sistema de coordenadas. Fonte: Rahman *et al.* (2011)

Inferiu-se uma relação exponencial entre viscosidade com a temperatura, com consequente adimensionalização das equações diferenciais parciais da camada limite e solução por meio do método de diferenças finitas implícito. Com a viscosidade em evidência, os autores realizaram correlações entre sua alteração e os valores obtidos para perfis de velocidade e temperatura; campo vetorial de velocidades; coeficiente de atrito; número de Nusselt médio; linhas de corrente e isothermas.

Além da viscosidade, outras propriedades se apresentam influenciáveis devido à temperatura, como é o caso da condutividade térmica. Assim, Thohura *et al.* (2014) se aproveitaram desta característica para estudar suas influências em relação à transferência de calor por convecção natural, provocada por um fluido sobre um tronco de cone vertical com ondulações superficiais senoidais, com o adendo de condição de fluxo de calor superficial uniforme. Após a adimensionalização das equações diferenciais parciais da camada limite e uso de um esquema de diferenças finitas implícito, houve avaliação de diversos parâmetros, como: tensão de cisalhamento superficial (em relação ao coeficiente de atrito local); taxa de transferência de calor por convecção natural (em termos do número de Nusselt); perfis de temperatura e velocidade, campo vetorial de velocidades, linhas de corrente e isothermas (para distintos valores para condutividade térmica).

Oosthuizen (2016) propôs uma revisão de literatura abrangente, a partir de superfícies onduladas, sob a influência de transferência de calor por convecção natural por um fluido adjacente. Estas superfícies em estudo foram submetidas a distintas configurações, sendo testada nas formas horizontal, vertical e inclinada, juntamente às inferências realizadas pelo autor: escoamento bidimensional e em regime permanente; propriedades do fluido constantes (com exceção à variação de massa específica com a temperatura, fator gerador de forças de empuxo e solucionado pela aproximação de Boussinesq); escoamento normal às ondulações; consideração de escoamento laminar, de transição e totalmente turbulento; ondulações com baixa amplitude. As soluções das equações governantes foram encontradas com o auxílio do software comercial de CFD FLUENT[®], além do uso do modelo de turbulência padrão $k-\epsilon$, com a inclusão das forças de empuxo. Os resultados obtidos para a taxa de transferência de calor por convecção natural para este caso em questão foram determinados em termos do número de Nusselt médio, com consequente dependência do número de Rayleigh, número, comprimento e altura das ondulações, da orientação da superfície e do número de Prandtl. Os resultados foram obtidos para a transferência de calor por convecção natural em superfícies onduladas planas e cilíndricas, sob as configurações verticais, inclinadas e horizontais.

Apenas recentemente, iniciaram-se estudos se referindo a superfícies com ondulações complexas em ambos lados, como em Oliveira e Oosthuizen (2018), os quais levaram em consideração o estudo de superfícies horizontais com ondulações em ambos lados na forma retangular e triangular com dimensões constantes, sob a ação de um fluido provocador de transferência de calor por convecção natural. A temperatura dos objetos foi considerada constante e mais elevada em relação ao fluido circundante e, além disso, estas superfícies foram submetidas às inferências realizadas pelos autores: escoamento bidimensional e em regime permanente; propriedades do fluido constantes (com exceção à variação de massa específica com a temperatura, fator gerador de forças de empuxo e solucionado pela aproximação de Boussinesq); escoamento normal às ondulações; consideração de escoamento laminar, de transição e totalmente turbulento. As soluções das equações governantes foram encontradas com o auxílio do software comercial de CFD FLUENT[®], além do uso do modelo de turbulência padrão $k-\epsilon$, com a inclusão das forças de empuxo. Os resultados obtidos para a taxa de transferência de calor por convecção natural para este caso em questão foram determinados em termos do número de Nusselt médio, com conseqüente dependência do número de Rayleigh, altura das superfícies e do número de Prandtl (o qual se fixou em 0,74). Houve a discussão sobre as influências recebidas pela taxa média de transferência de calor por convecção natural em relação aos do número de Rayleigh e altura das ondulações retangulares e triangulares.

A busca por melhores configurações continuou, com Oliveira e Oosthuizen (2018) analisando superfícies com ondulações em um dos lados, com alturas variáveis de forma linear, parabólica e exponencial, de configuração retangular e triangular, conforme Fig. (2.16).

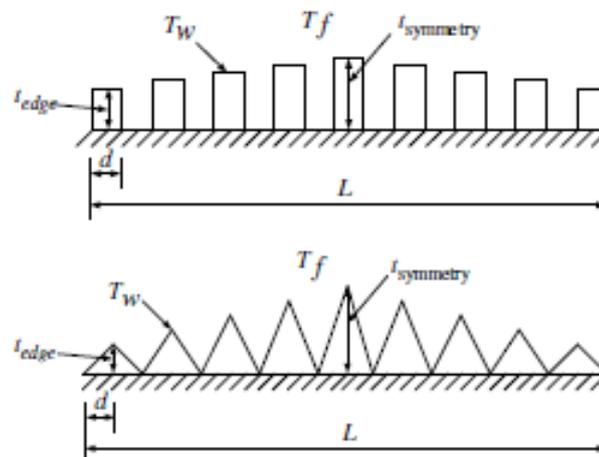


Figura 2.16 – Modelo físico. Fonte: Oliveira e Oosthuizen (2018)

A temperatura das superfícies foi considerada constante e mais elevada em relação ao fluido circundante e, além disso, estas superfícies foram submetidas às inferências realizadas pelos autores: escoamento bidimensional e em regime permanente; propriedades do fluido constantes (com exceção à variação de massa específica com a temperatura, fator gerador de forças de empuxo e solucionado pela aproximação de Boussinesq); escoamento normal às ondulações; consideração de escoamento laminar, de transição e totalmente turbulento. As soluções das equações governantes foram encontradas com o auxílio do software comercial de CFD FLUENT[®], além do uso do modelo de turbulência padrão $k-\varepsilon$, com a inclusão das forças de empuxo. Os resultados obtidos para a taxa de transferência de calor por convecção natural para este caso em questão foram determinados em termos do número de Nusselt médio, com consequente dependência do número de Rayleigh, altura das superfícies e do número de Prandtl (o qual se fixou em 0,74). Houve a discussão sobre as influências recebidas pela taxa média de transferência de calor por convecção natural em relação aos do número de Rayleigh e altura das ondulações retangulares e triangulares. Ademais, houve a conclusão de que oscilações retangulares proporcionaram maiores taxas de transferência de calor por convecção natural quando comparadas às triangulares.

Oliveira *et al.* (2019) propuseram o estudo da taxa de transferência de calor por convecção natural a partir de superfícies horizontais com ondulações em ambos lados, na forma trapezoidal com altura constante, sob a influência de um fluido circundante. A temperatura da superfície foi considerada constante e mais elevada em relação ao fluido circundante e, além disso, estas superfícies foram submetidas às inferências realizadas pelos autores: escoamento bidimensional e em regime permanente; propriedades do fluido constantes (com exceção à variação de massa específica com a temperatura, fator gerador de forças de empuxo e solucionado pela aproximação de Boussinesq); escoamento normal às ondulações; consideração de escoamento laminar, de transição e totalmente turbulento. As soluções das equações governantes foram encontradas com o auxílio do software comercial de CFD FLUENT[®], além do uso do modelo de turbulência padrão $k-\varepsilon$, com a inclusão das forças de empuxo. Os resultados obtidos para a taxa de transferência de calor por convecção natural para este caso em questão foram determinados em termos do número de Nusselt médio, com consequente dependência do número de Rayleigh, altura das superfícies e do número de Prandtl (o qual se fixou em 0,71). Houve a discussão sobre as influências recebidas pela taxa média de transferência de calor por convecção natural em relação aos do número de Rayleigh, altura das ondulações e das relações entre base maior e base menor dos trapézios em estudo.

Oliveira e Oosthuizen (2019) desenvolveram um estudo de superfícies inclinadas com ondulações em ambos lados na forma retangular e triangular com dimensões constantes, sob a ação de um fluido provocador de transferência de calor por convecção natural. O modelo proposto pode ser visualizado na Fig. (2.17).

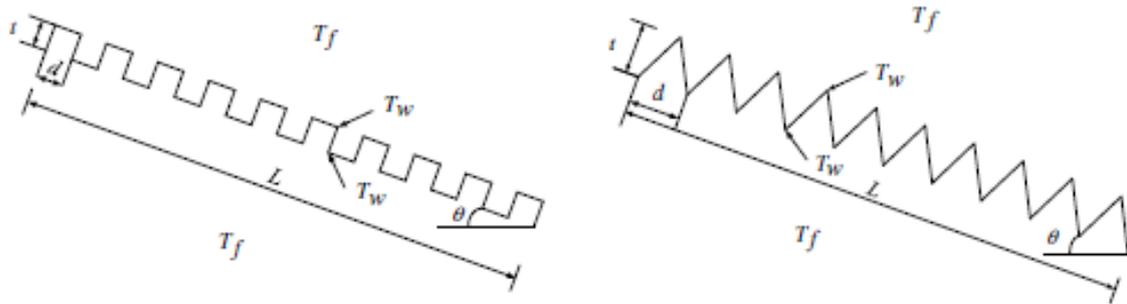


Figura 2.17 – Modelo físico proposto. Fonte: Oliveira e Oosthuizen (2019)

A temperatura dos objetos foi considerada constante e mais elevada em relação ao fluido circundante e, além disso, estas superfícies foram submetidas às inferências realizadas pelos autores: escoamento bidimensional e em regime permanente; propriedades do fluido constantes (com exceção à variação de massa específica com a temperatura, fator gerador de forças de empuxo e solucionado pela aproximação de Boussinesq); escoamento normal às ondulações; consideração de escoamento laminar, de transição e totalmente turbulento. As soluções das equações governantes foram encontradas com o auxílio do software comercial de CFD FLUENT[®], além do uso do modelo de turbulência padrão $k-\epsilon$, com a inclusão das forças de empuxo. Os resultados obtidos para a taxa de transferência de calor por convecção natural para este caso em questão foram determinados em termos do número de Nusselt médio, com consequente dependência do número de Rayleigh, altura das superfícies, ângulo de inclinação e do número de Prandtl. Houve a discussão sobre as influências recebidas pela taxa média de transferência de calor por convecção natural em relação aos do número de Rayleigh, altura e ângulos de inclinação das ondulações retangulares e triangulares.

Diante desta revisão de literatura, observa-se a alta quantidade de trabalhos mais recentes envolvendo transferência de calor por convecção natural em relação a superfícies onduladas, todos com a preocupação do encontro de configurações otimizadas, de forma a elevar a eficiência das mesmas. Porém, nota-se que grande parte dos estudos realizados levam em consideração ondulações em apenas um dos lados da superfície, com poucas variações de alturas, distanciamentos e, além disso, não as colocam em conjunto, com mais de uma superfície

a cada teste físico ou numérico. Ainda não se encontram literaturas relacionando duas superfícies onduladas em ambos lados, colocadas de forma paralela e inclinada, com conseqüente alteração de parâmetros deveras importantes para uma completa análise. Assim, este estudo procura tentar suprir esta demanda, a partir do estudo da transferência de calor por convecção natural de um fluido (ar) sobre duas superfícies inclinadas e paralelas, com oscilações retangulares em ambos lados, com distintos valores de altura, distanciamento e angulação, avaliando uma faixa de números de Rayleigh de 10^5 a 10^{14} .

CAPÍTULO 3 - O MODELO DE TURBULÊNCIA $k - \varepsilon$

3.1 – INTRODUÇÃO

A presença de turbulência induz o aparecimento de turbilhões no escoamento, com ampla faixa de escalas de comprimento e tempo, as quais interagem entre si de maneira dinamicamente complexa. Devido à elevada quantidade de situações em engenharia demandantes da promoção ou ausência de turbulências, inúmeros estudos buscaram desenvolver métodos numéricos plausíveis para aplicação, de forma a capturar os efeitos predominantes em um escoamento turbulento. Um destes métodos foi o modelo-padrão de turbulência $k - \varepsilon$, oriundo de procedimento numérico clássico focado no escoamento médio e nos efeitos da turbulência nas propriedades médias do escoamento. Além disso, lida com o aparecimento de termos de tensões turbulentas adicionais.

A maior parte das aplicações em engenharia não necessitam de solução detalhada para as flutuações turbulentas. A utilização de CFD com parâmetros médios de escoamento no tempo, como velocidades, pressões e tensões médias, mostra-se satisfatório diante dos resultados apresentados. Assim sendo, a maciça maioria de cálculos computacionais sob situações onde há presença de turbulência tem sido estudada e descrita através do uso de equações de Reynolds. A descrição dos efeitos da turbulência no escoamento médio não é necessária, devido à operação de integração no tempo nas equações da quantidade de movimento descartarem todos detalhes relacionados ao estado do escoamento contido nas flutuações instantâneas.

3.2 – MODELO $k - \varepsilon$

O modelo-padrão $k - \varepsilon$ possui uma equação definida para k e outra para ε , sob a premissa de entendimento dos processos relevantes causadores de alterações nessas variáveis. A partir desses termos, define-se uma escala de velocidade “ ϑ ” e um comprimento de escala “ ℓ ”, representativos para a turbulência de alta escala, conforme a seguir:

$$\vartheta = k^{1/2} \tag{3.1}$$

$$\ell = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (3.2)$$

Uma viscosidade turbilhonar pode ser especificada através de uma análise dimensional, como:

$$\mu_t = C \rho \vartheta \ell = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.3)$$

onde o termo C_μ se mostra uma constante adimensional. O modelo-padrão $k - \varepsilon$ demanda o uso de equações de transporte, tanto para k quanto para ε , demonstradas abaixo:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k U) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \text{grad } k \right] + 2 \mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - \rho \varepsilon \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \text{div}(\rho \varepsilon U) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \text{grad } \varepsilon \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2 \mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.5)$$

Observando-se ambas equações anteriores, pode-se definir seu significado:

Taxa de variação de k ou ε	+	Transporte de k ou ε por convecção	=	Transporte de k ou ε por difusão	+	Taxa de produção de k ou ε	-	Taxa de destruição de k ou ε	(3.6)
--	---	--	---	--	---	--	---	--	-------

A partir da análise das equações (3.4) e (3.5), observa-se a presença de cinco constantes ajustáveis, as quais possuem valores definidos dentro do modelo-padrão $k - \varepsilon$, por meio de ajustes de curvas abrangentes para ampla faixa de escoamentos turbulentos, apresentados a seguir na equação (3.7). Estas constantes foram assim definidas por literaturas anteriores, que demonstraram estes valores como sendo os responsáveis pelo encontro de soluções mais precisas em relação ao estudo aqui abordado.

$$C_\mu = 0,09 \quad \sigma_k = 1,00 \quad \sigma_\varepsilon = 1,30 \quad C_{1\varepsilon} = 1,44 \quad C_{2\varepsilon} = 1,92 \quad (3.7)$$

Conforme adiantado anteriormente, há necessidade da utilização da equação de Boussinesq (1877), a qual define que as tensões de Reynolds são proporcionais às taxas médias de deformação, assim:

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u_i' u_j'} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3.8)$$

O lado direito desta última equação traz a forma modelada dos principais processos de transporte nas equações para k e ε . Além disso, as difusividades de k e ε se conectam à viscosidade turbilhonar μ_t por meio dos números de Prandtl, σ_k e σ_ε .

Produção e destruição de energia cinética turbulenta se mostram sempre intimamente ligadas e a taxa de dissipação de ε é alta quando a produção de k é alta. A Eq. (3.5) para ε possui a premissa de que os termos de produção e destruição são proporcionais aos termos de produção e destruição de k na Eq. (3.4). A presença destas equações garante que ε aumente rapidamente caso k também aumente rapidamente e que ε decresça suficientemente rápido para evitar a presença de valores negativos da energia cinética turbulenta, caso k diminua. A presença do fator ε/k nos termos de produção e destruição garante que esses termos estejam corretos na equação para ε , na forma dimensional. Em relação às constantes $C_{1\varepsilon}$ e $C_{2\varepsilon}$, pode-se afirmar que as mesmas são as responsáveis pela correta proporcionalidade entre os termos nas equações para k e ε . O cálculo das tensões de Reynolds realiza-se através do uso da correlação de Boussinesq, descrita abaixo:

$$-\rho \overline{u_i' u_j'} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} = 2 \mu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3.9)$$

3.3 – CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA O MODELO $k - \varepsilon$

A presença de termo do gradiente de difusão se mostra a razão pela qual as equações do modelo $k - \varepsilon$ são elípticas. Devido a isso, o comportamento apresentado por estas é similar ao de outras equações para escoamento elípticas, com a necessidade de acréscimo de condições de contorno, que seguem:

- Entrada: fornecimentos das distribuições de k e ε ;

- Saída/eixo de simetria: $\partial k/\partial n = 0$ e $\partial \varepsilon/\partial n = 0$;
- Corrente livre: fornecimento de k e ε ou $\partial k/\partial n = 0$ e $\partial \varepsilon/\partial n = 0$;
- Paredes sólidas: hipótese de não deslizamento.

Conforme já antecipado, este modelo $k - \varepsilon$ se apresenta como ferramenta de solução para estudos envolventes de transferência de calor por convecção forçada, por isso, como neste presente projeto a avaliação é sobre condições com presença de convecção natural, necessita-se da utilização da aproximação de Boussinesq na equação diferencial da energia para inclusão das forças de empuxo provenientes de diferenças de massa específica no fluido.

CAPÍTULO 4 - PROBLEMA ANALISADO

Conforme antecipado pela Figura 1.3, este estudo se baseia na análise da melhoria na taxa de transferência de calor por convecção natural a partir de duas superfícies inclinadas em relação à horizontal, com aquecimento, paralelas e idênticas, com ondulações retangulares de altura variável em ambos lados, sendo 10 ondulações inferiores e 9 ondulações superiores. As superfícies são consideradas delgadas e com temperatura superficial uniforme T_w em ambas faces, sob a influência de ar ambiente à temperatura de T_f , a qual fora determinada como menor que T_w , para as superfícies se definirem como aquecidas, além de coeficiente médio de transferência de calor por convecção natural $\bar{h}_{top/bottom}$. Ademais, todas as faces inferiores e superiores farão troca de calor com o ar ambiente por convecção natural, com efeitos de radiação térmica desprezados. Parâmetros gerais e de comprimento foram definidos como L (largura), w (profundidade), h (altura das ondulações), b (largura das ondulações), D (distância entre placas), ϕ (ângulo de inclinação das placas). Devido à presença de angulação em relação à horizontal, toda a largura das superfícies foi considerada, sem aplicação de quaisquer simetrias.

A partir das situações enunciadas, dimensionou-se a região do fluido na qual ocorreriam as trocas térmicas referidas. Com extensão de 3 m na horizontal, 2 m na vertical para cima (após o término da face superior da placa superior) e 1 m na vertical para baixo (após o término da face inferior da placa inferior), a região definida apresentou 132 pontos base (pretos), 236 linhas base (vermelhas), 105 áreas base (verdes) e foi inclinada em relação ao eixo coordenado indicado (azul), cujo direcionamento das setas indicaram o sentido positivo considerado.

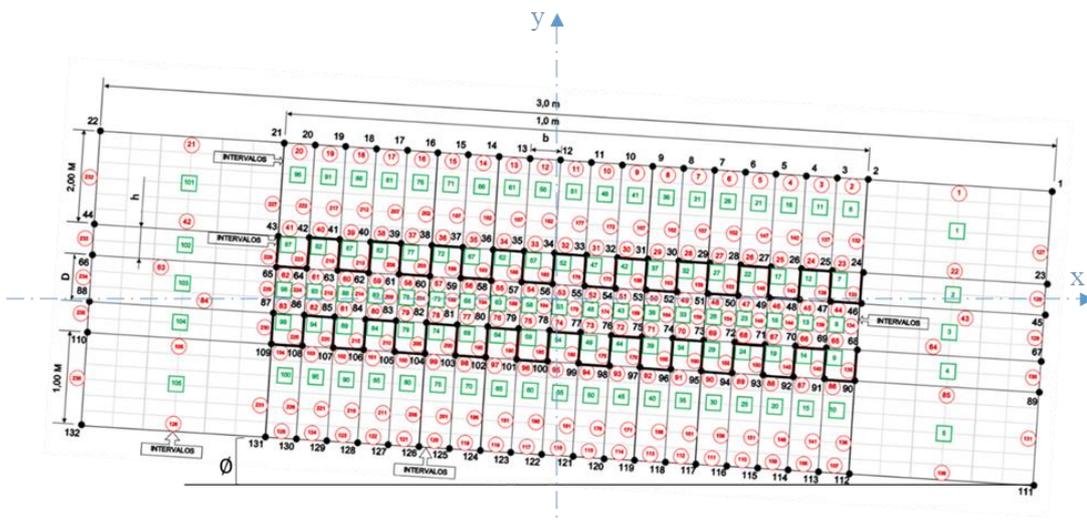


Figura 3.1 – Domínio de cálculo para as superfícies com ondulações retangulares

As informações da Figura (3.1) foram posteriormente descritas em arquivo de texto estruturado, com conseqüente importação pelo software GAMBIT 2.5, responsável pela geração da malha computacional. As soluções numéricas foram buscadas através do software CFD comercial FLUENT[®], com a introdução de diversos parâmetros de cálculo. A partir disso, realizou-se um estudo de independência de malha (Tabela 4.1), de forma a encontrar uma quantidade de elementos plausível, sem prejudicar de maneira significativa os resultados. Para a realização dos testes, fixaram-se alguns parâmetros, como: altura de degrau ($H = 0,052632$); distância entre placas ($D = 0,5$); ângulo das placas ($\phi = 2^\circ$) e número de Rayleigh ($Ra = 10^{12}$), os quais foram determinados arbitrariamente.

Tabela 4.1 – Resultados dos testes de independência de malha

Número de elementos	\overline{Nu}_D (above total)	\overline{Nu}_D (below total)
106.200	12,809	10,584
152.928	13,542	11,225
208.152	14,854	11,987
271.872	14,789	12,544
344.088	15,541	13,789
424.800	15,874	13,923
514.008	15,645	13,811

Conforme verifica-se, a quantidade de 424.800 elementos foi suficiente para que o número de Nusselt médio se tornasse aproximadamente constante.

O processo de convecção natural possui intensidade inserida no software FLUENT[®] por meio de valor numérico da aceleração da gravidade, proveniente do número de Rayleigh.

$$Ra_d = \frac{g \beta (T_w - T_f) d^3}{\nu \alpha} \quad (4.1)$$

Substituindo valores nesta equação, consegue-se o valor de gravidade em função do número de Rayleigh. Porém, como o estudo desenvolvido utiliza-se de superfícies inclinadas; com graus iguais a 2° , 4° , 6° , 8° e 10° ; houve a necessidade da decomposição da aceleração da gravidade em duas componentes no software FLUENT[®], de acordo com a Tabela (4.2).

Tabela 4.2 – Aceleração da gravidade em função do número de Rayleigh e superfície inclinada em relação à horizontal

Ra _d	g (m/s ²)	g _x (m/s ²)	g _y (m/s ²)
10 ⁵	-0,0004302	-0,0004302 sin(φ)	-0,0004302 cos(φ)
10 ⁶	-0,004302	-0,004302 sin(φ)	-0,004302 cos(φ)
10 ⁷	-0,04302	-0,04302 sin(φ)	-0,04302 cos(φ)
10 ⁸	-0,4302	-0,4302 sin(φ)	-0,4302 cos(φ)
10 ⁹	-4,302	-4,302 sin(φ)	-4,302 cos(φ)
10 ¹⁰	-43,02	-43,02 sin(φ)	-43,02 cos(φ)
10 ¹¹	-430,2	-430,2 sin(φ)	-430,2 cos(φ)
10 ¹²	-4302	-4302 sin(φ)	-4302 cos(φ)
10 ¹³	-43020	-43020 sin(φ)	-43020 cos(φ)
10 ¹⁴	-430200	-430200 sin(φ)	-430200 cos(φ)

Diante das soluções numéricas fornecidas, o FLUENT[®] proporciona a possibilidade da obtenção da taxa de transferência de calor por convecção natural do sistema em estudo, a partir das superfícies do sistema. Calcula-se um número de Nusselt médio (relacionando a taxa de transferência de calor por convecção natural) ao utilizar a lei de Newton do resfriamento, juntamente com a definição de um número de Nusselt médio baseado na largura das superfícies, sob a forma:

$$q_{top/bottom} = \bar{h}_{top/bottom} A_{projected} (T_w - T_\infty) = \bar{h}_{top/bottom} (L w) (T_w - T_\infty) \quad (4.2)$$

$$\overline{Nu}_{L,top/bottom} = \frac{\bar{h}_{top/bottom} L}{k_t} \quad (4.3)$$

Realizando a substituição da Equação (4.2) na Equação (4.3) e rearranjando:

$$\overline{Nu}_{L,top/bottom} = \frac{q_{top/bottom} L}{k_t (L w) (T_w - T_\infty)} \quad (4.4)$$

onde $q_{top/bottom}$ é a taxa de transferência de calor por convecção natural (superior/inferior) conseguida pela simulação numérica.

Similarmente, um número de Nusselt médio total relacionando a taxa de transferência de calor total (faces inferior e superior) pode ser calculado como segue:

$$q_{total} = \bar{h}_{total} (2 A_{projected}) (T_w - T_\infty) = \bar{h}_{total} (2 L w) (T_w - T_\infty) \quad (4.5)$$

$$\overline{Nu}_{L,total} = \frac{\bar{h} L}{k_t} \quad (4.6)$$

Da mesma forma, substituindo a Equação 4.5 na Equação 4.6, tem-se:

$$\overline{Nu}_{L,total} = \frac{q_{total} L}{2 k (L w) (T_w - T_\infty)} \quad (4.7)$$

onde q_{total} é a taxa de transferência de calor por convecção natural (total) conseguida pela simulação numérica.

O número de Nusselt médio total, observando-se as equações, é a média aritmética entre o número de Nusselt médio superior e inferior de cada placa.

Além disso, este trabalho busca o encontro de equações que demonstrem o comportamento dos resultados obtidos (Nusselt total médio) em relação às variáveis consideradas para o estudo da taxa de transferência de calor por convecção natural das placas (altura de ondulação, ângulo de inclinação, distância entre as placas e número de Rayleigh). A formulação utilizada pode ser proposta tanto para ambos lados da placa superior quanto para ambos lados da placa inferior.

$$\overline{Nu}_d = C H^m \phi^n D^p Ra_d^q \quad (4.8)$$

As constantes C , m , n , p e q são obtidas através de uma regressão linear multivariável, a partir dos resultados numéricos obtidos pelo FLUENT[®]. Em linhas gerais, para problemas de convecção natural, sabe-se que a correlação entre o número de Nusselt, o número de Rayleigh e parâmetros geométricos seguem a lei da potência, conforme a Eq. (4.8). Porém, a determinação das constantes C , m , n , p e q é feita através de regressão linear multivariável. Assim, deve-se, previamente, linearizar a Eq. (4.8) para facilitar a utilização de softwares matemáticos, que usualmente têm rotinas de regressão lineares já implementadas, tais como: MATLAB, OCTAVE, MATHEMATICA, PYTHON, porém, para este estudo, optou-se pelo EXCEL. Assim, aplicando-se logaritmo na base 10 em ambos os lados da Eq. (4.8) obtém-se (pode-se também aplicar logaritmo na base e):

$$\log(\overline{Nu}_d) = \log[CH^m \phi^n D^p Ra_d^q] \quad (4.9)$$

Aplicando propriedades de logaritmos na Eq. (4.9):

$$\log(\overline{Nu}_d) = \log(C) + m \log(H) + n \log(\phi) + p \log(D) + q \log(Ra_d) \quad (4.10)$$

Definindo $\log(\overline{Nu}_d) = Y$, $\log(C) = A$, $\log(H) = X$, $\log(\phi) = Z$, $\log(D) = W$ e

$\log(Ra_d) = J$, a Eq. (4.10) é reescrita na forma linear como:

$$Y = A + mX + nZ + pW + qJ \quad (4.11)$$

Conforme a Eq. (4.11), são necessárias 5 colunas de dados para se determinar numericamente as constantes A , m , n , p e q . Deve ser notado que na forma linearizada, será determinado A ao invés de C . Mas $\log(C) = A$ de tal forma que:

$$C = 10^A \quad (4.12)$$

Com os resultados numéricos tabelados no EXCEL, colocam-se todos os resultados em 5 colunas, ou seja, \overline{Nu}_d , H , Ra_d , D , ϕ . Esses resultados, conforme mencionado anteriormente, usualmente seguem a lei da potência, Eq. (4.8). Para utilizar uma correlação na forma da Eq. (4.11), calcula-se o logaritmo na base 10 das 5 colunas. Dessa forma, pode-se, então, utilizar essas 5 novas colunas para se obter A , m , n , p e q através dos mínimos quadrados.

No EXCEL, utiliza-se na aba “Dados” o item “Análise de Dados” e no item “Análise de Dados” a ferramenta “Regressão”. Nessa ferramenta seleciona-se a coluna \overline{Nu}_d para o “Intervalo Y de Entrada” e as colunas H , Ra_d , D e ϕ para o “Intervalo X de Entrada”. Após a regressão linear, obtém-se uma tabela de resultados, onde a coluna “Coeficientes” fornece o resultado esperado, com o coeficiente “Interseção” sendo o valor A , o coeficiente “Variável X1” o valor de m , o coeficiente “Variável X2” o valor de n , o coeficiente “Variável X3” o valor de p e o coeficiente “Variável X4” o valor de q . Ademais, após a definição das equações encontradas para cada situação (número de Nusselt para ambos lados da placa superior e da inferior), parte-se para o cálculo do erro relativo total médio, o qual é definido pela Eq. 4.13:

$$E_{\%} = \frac{|\overline{Nu}_{teste} - \overline{Nu}_{equação}|}{\overline{Nu}_{teste}} * 100 \quad (4.13)$$

CAPÍTULO 5 - RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, serão listados os valores utilizados para aplicação do modelo de turbulência $k-\epsilon$, cujo procedimento de solução aparece em todas as situações abordadas neste estudo. Após realização dos testes de independência de malha, conforme citado anteriormente, houve também um estudo em relação ao critério de convergência. A inserção do arquivo de malha no software ANSYS FLUENT© é seguida pela introdução dos parâmetros para encontro da solução numérica, de acordo com os dados a seguir:

- O solver definido se baseou na pressão, com formulação de velocidades absolutas, em regime permanente e configuração bidimensional.
- Utilizou-se a equação da conservação da energia em conjunto com o modelo de turbulência padrão $k-\epsilon$, com funções de parede padrões.
- Inseriram-se valores numéricos para: aceleração da gravidade (em função do número de Rayleigh utilizado); massa específica de referência (a qual seria inserida na aproximação de Boussinesq ($1,225 \text{ kg/m}^3$) e coeficiente de expansão térmica ($0,003333333 \text{ 1/K}$).
- Em relação às condições de contorno, definiu-se temperatura superficial (T_w) igual a 310 K, temperatura do ar ambiente (T_f) igual a 290 K, energia cinética turbulenta na saída igual a $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}^2$ e taxa de dissipação de turbulência na saída igual a $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}^3$.
- Para encontro das soluções numéricas, fixaram-se os fatores de relaxação explícitos iguais a 0,25 (para as equações da quantidade de movimento e para a pressão), além de fatores de sub-relaxação iguais a 0,5; 0,5; 0,4; 0,4; 0,6 e 0,6 respectivamente para a massa específica, forças de corpo, energia cinética turbulenta, taxa de dissipação de turbulência, viscosidade turbulenta e energia.
- No critério de convergência, valores iguais a 10^{-5} foram inseridos para todas as equações: continuidade, componentes de velocidade em x e y , energia, energia cinética turbulenta e taxa de dissipação de turbulência.
- Utilizou-se um esquema de acoplamento entre os campos de pressão e velocidades para o método de solução.
- Com relação à discretização espacial, obtiveram-se os gradientes através do método “Green-Gauss Cell Based”, a pressão por meio do esquema “Presto” e as equações da quantidade de movimento, energia, energia cinética turbulenta e taxa de dissipação de turbulência consideradas por um esquema “First Order Upwind”.

- Como parâmetros de inicialização do procedimento de solução, utilizaram-se pressão manométrica igual a 0 Pa, componente de velocidade na direção x igual a 0 m/s, componente de velocidade na direção y igual a 0 m/s, energia cinética turbulenta igual a $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}^2$, taxa de dissipação de turbulência igual a $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}^2$ e temperatura igual a 290 K.
- O procedimento iterativo foi inicializado com um limite de 30000 iterações. Porém, para algumas situações onde houve baixos valores de número de Rayleigh, juntamente com inclinações mais acentuadas, as mesmas se traduziram como casos fisicamente mais instáveis em termos de escoamento, o que demandou alterações nos fatores de sub-relaxação para, assim, atingir a convergência.

O momento em que há o desenvolvimento da turbulência é definido por meio de uma aproximação numérica, a partir da solução de conjuntos de equações diferenciais, conhecidas como RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes equations), além da necessidade de uso de um modelo de turbulência para todas as situações abordadas. Após isto, um monitoramento dos valores obtidos com o aumento do número de Rayleigh será indispensável para indicação do momento no qual os efeitos significativos de turbulência se desenvolvem.

O uso da aproximação citada acima é encontrado em diversas bibliografias onde se desenvolvem estudos em escoamento com convecção forçada, dentre eles: Savill (1993), Schmidit e Patankar (1991) e Zeng *et al.* (1998), os quais incluíram maior detalhamento desta metodologia. Os resultados alcançados nestes trabalhos demonstraram que o modelo de turbulência $k - \epsilon$, apesar de não proporcionar previsões confiáveis onde ocorre transição em todas as situações, produz resultados com precisão aceitável para o escoamento por convecção natural, que foi o definido para este presente estudo. Ademais, em estudos de Plumb e Kenney (1977), Oosthuizen e Naylor (2009) e Xamán *et al.* (2005), pode-se verificar que os efeitos de transição em escoamentos de convecção natural podem ser detectados de maneira apropriada com o uso deste modelo em questão.

Os resultados numéricos deste estudo foram conseguidos através da variação do número de Rayleigh de 10^5 a 10^{14} , cujo valor se baseou na largura de superfície e na diferença de temperatura ocorrida entre as superfícies em estudo e o fluido adjacente. Além disso, foi assumido um valor de Prandtl de 0,71 (para ar na condição ambiente) e os valores subsequentes tiveram como base a largura adimensional das ondulações ($B = b/L$) e na altura adimensional das ondulações ($H = t/L$).

Após todas as inserções, os resultados obtidos foram comparados uns aos outros, de forma a definir configurações de desempenho superior no que diz respeito à troca de calor por convecção natural.

5.1 – SITUAÇÕES CONSIDERADAS NO ESTUDO

Levando-se em consideração a Fig. (1.3), com $L = 1$ m e, portanto, $L = 19xb$, pode-se verificar:

$$b = \frac{L}{19} = \frac{1}{19} = 0,052632 \quad (5.1)$$

Além disso:

$$B = \frac{b}{L} = 0,052632 \quad (5.2)$$

Onde B é a largura adimensional das ondulações retangulares, da mesma forma que $H = h/L$ é a altura adimensional e $D = d/L$ é distância adimensional entre as mesmas.

O estudo se deu pela consideração de uma largura adimensional fixada em $B = 0,052632$ e quatro alturas adimensionais distintas, sendo $H = 0,013158; 0,026316; 0,052632; 0,078948$. A partir disso, foram definidas distâncias entre as placas em $D = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9$ e, posteriormente, cinco angulações em relação à horizontal, $\phi = 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ$ e 10° . Assim, totalizaram-se mil testes de, aproximadamente, oito horas cada (oito mil horas), realizados com o intuito de proporcionar uma ampla amostragem para levantamento de conclusões.

Inicialmente, para representação dos resultados numéricos obtidos, fixou-se a angulação em $\phi = 2^\circ$, variando-se as distâncias entre placas e as alturas adimensionais, com a plotagem dos valores tanto para a placa superior quanto para placa inferior. Assim, utilizando-se $D = 0,1$; segue:

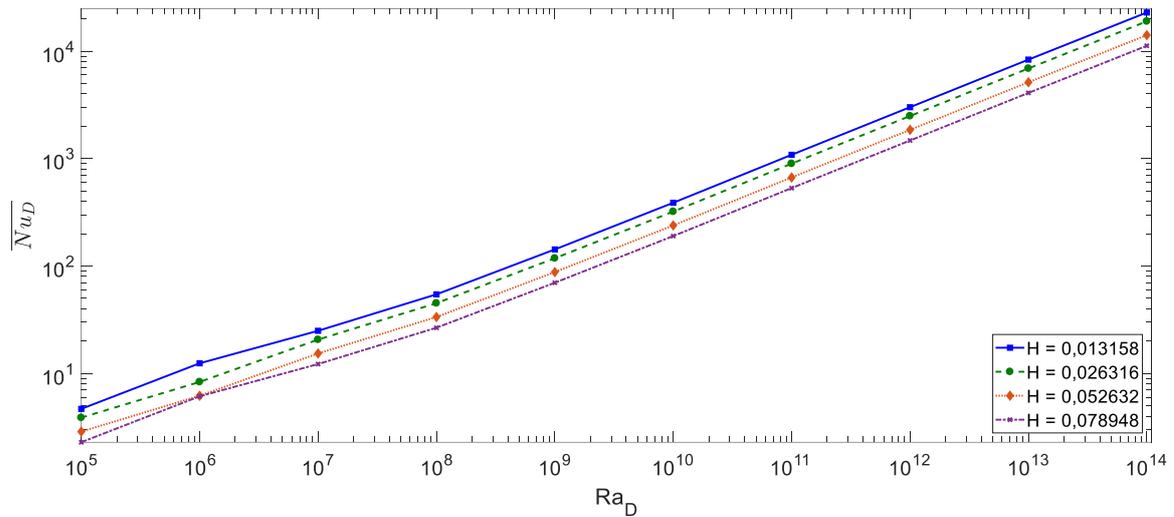


Figura 5.1 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa superior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,1$

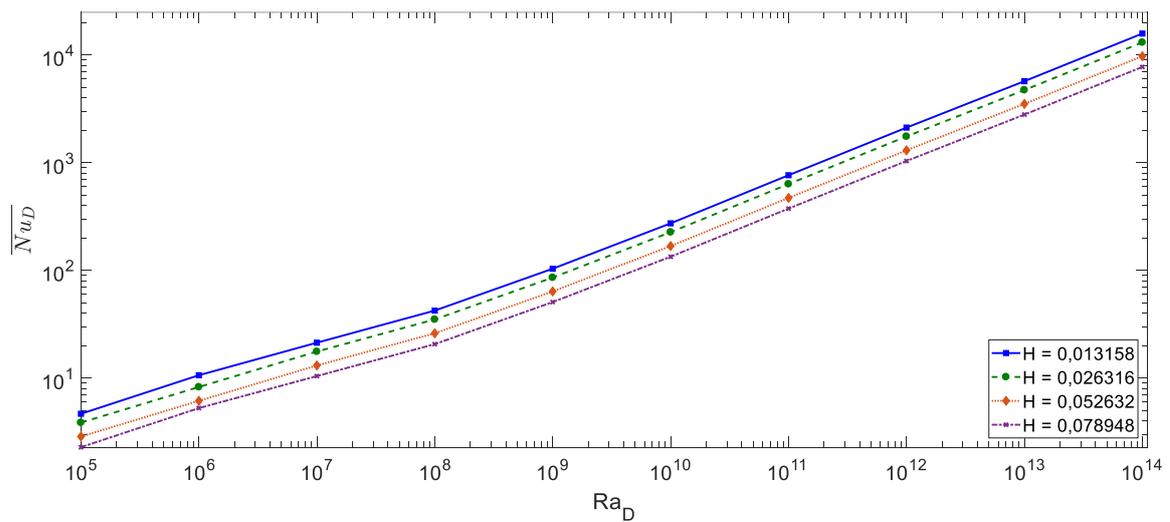


Figura 5.2 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,1$

O prosseguimento do estudo se dá pela consideração das mesmas condições, com a alteração para $D = 0,3$:

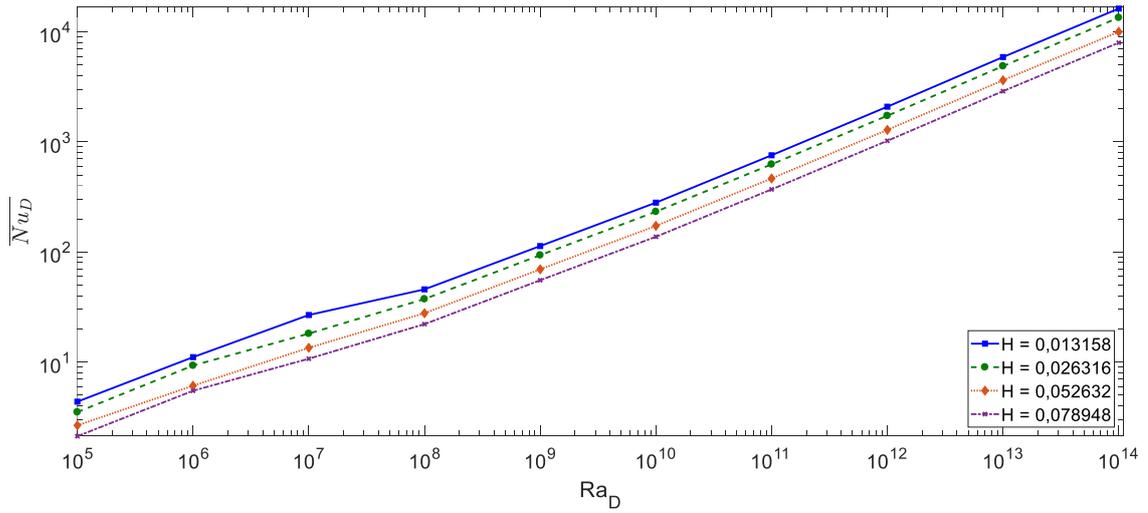


Figura 5.3 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa superior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,3$

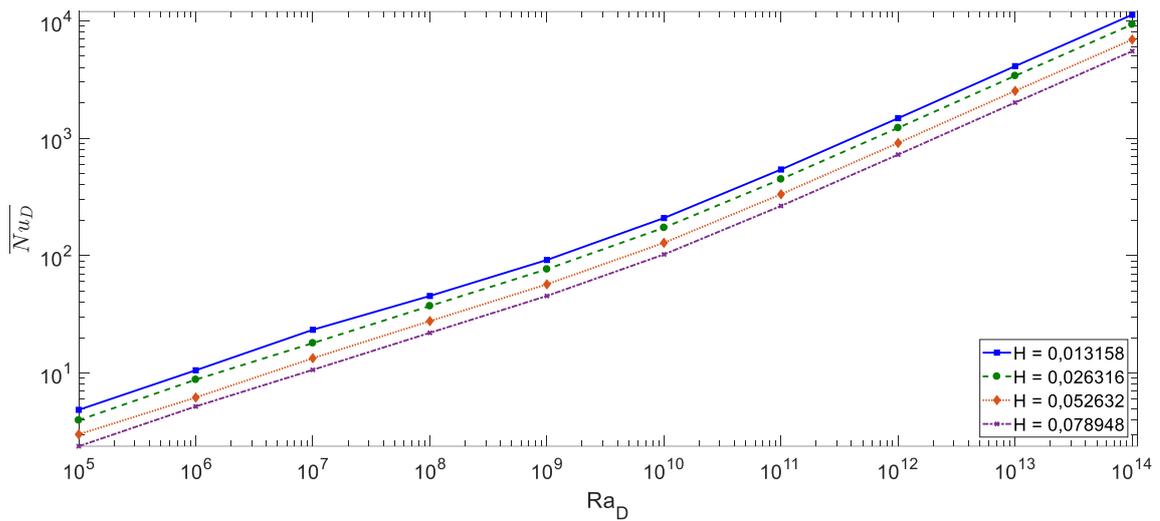


Figura 5.4 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,3$

Agora, fixa-se $D = 0,5$:

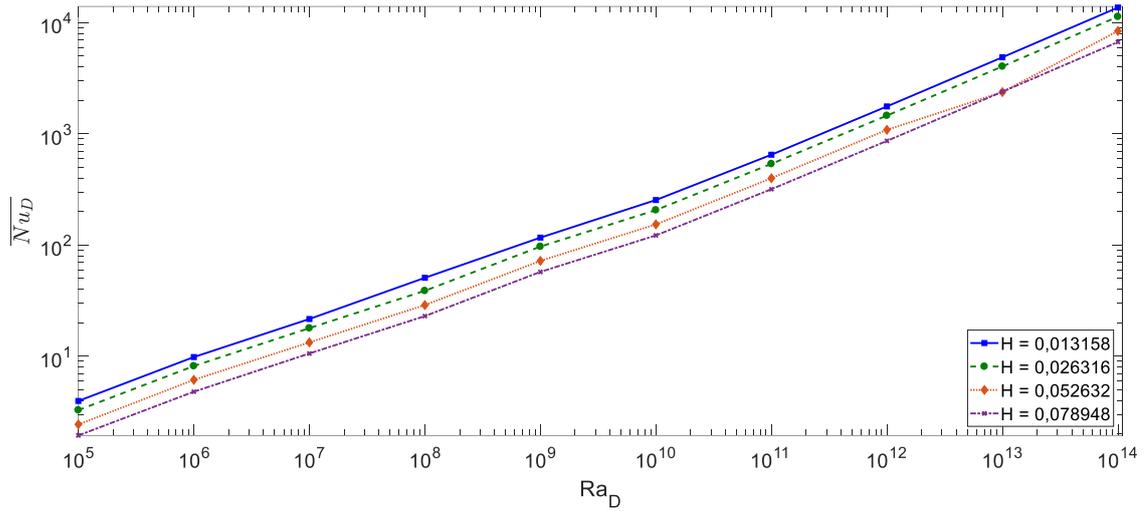


Figura 5.5 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa superior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,5$

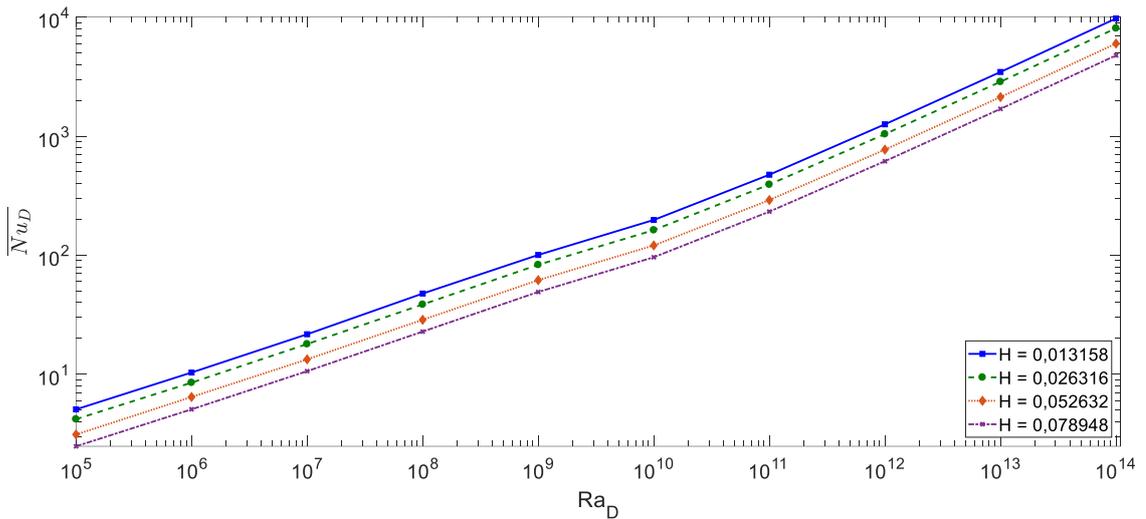


Figura 5.6 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,5$

A continuação das considerações está abaixo, para $D = 0,7$:

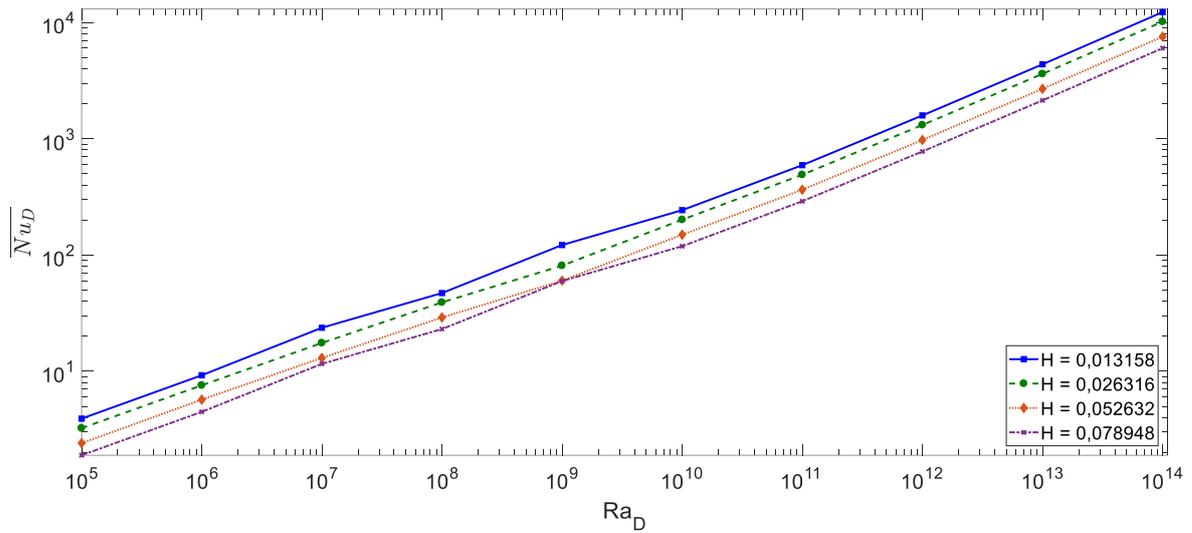


Figura 5.7 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa superior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,7$

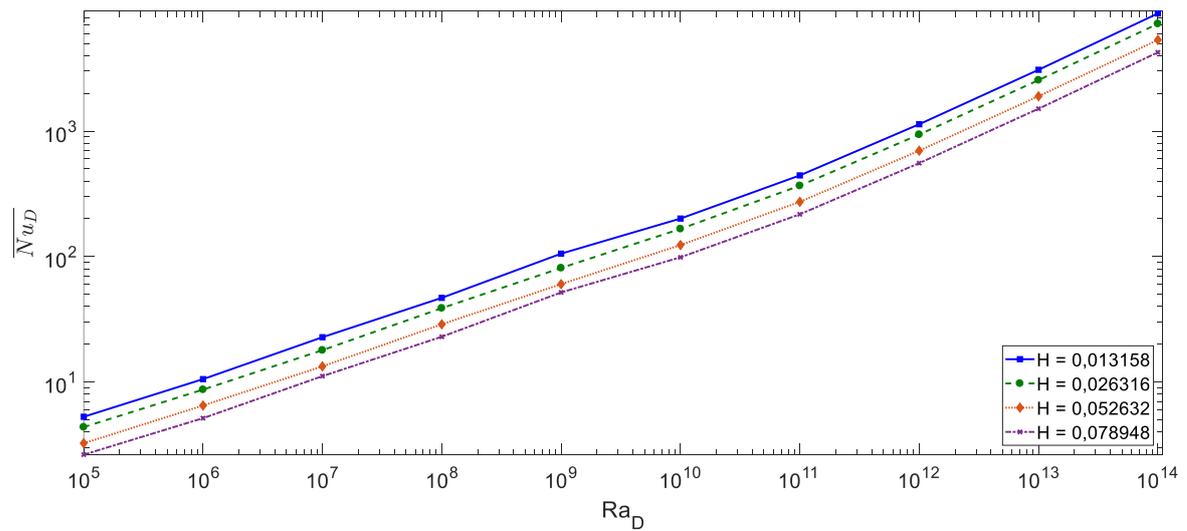


Figura 5.8 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,7$

Finalmente, $D = 0,9$:

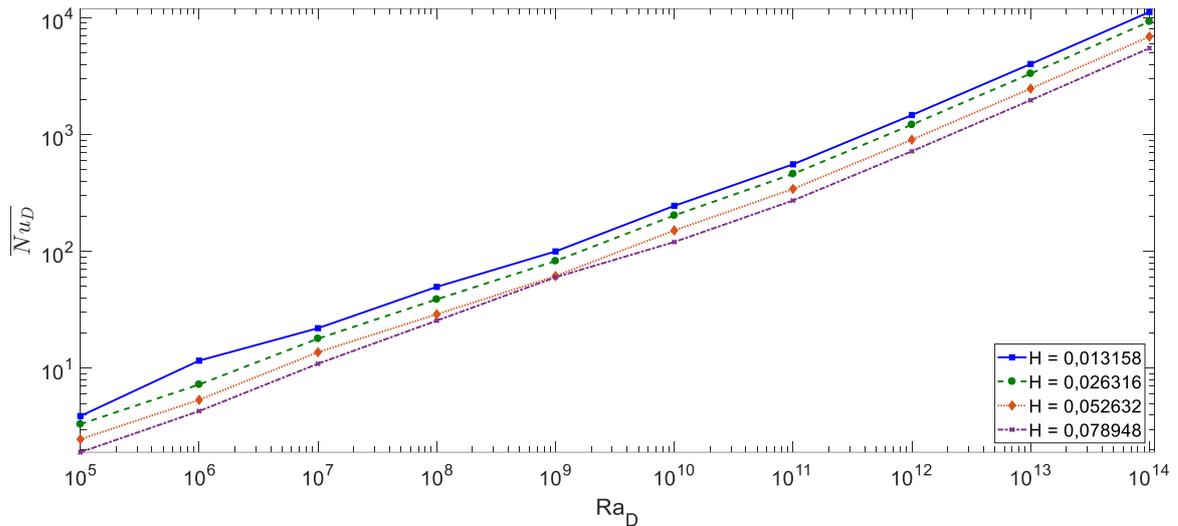


Figura 5.9 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa superior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,9$

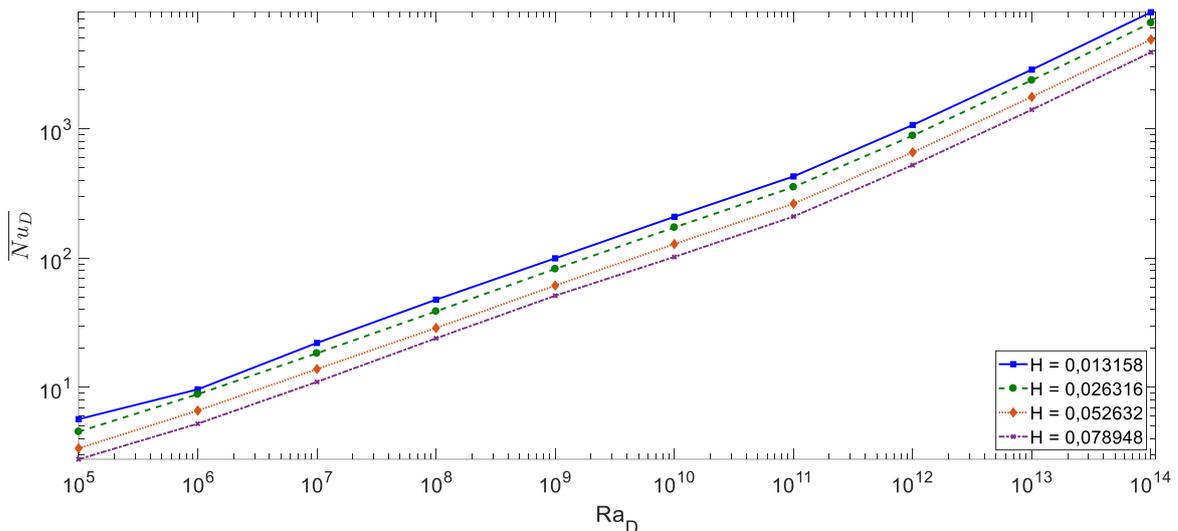


Figura 5.10 – Variações do número de Nusselt médio total com o número de Rayleigh para várias alturas distintas, para a placa inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,9$

Observando-se os gráficos anteriores, pode-se realizar algumas conclusões, dentre elas, o aumento do número de Rayleigh denota o aumento do número de Nusselt, ou seja, da troca de calor por convecção natural, conforme esperado em literatura, com as faixas representantes de escoamento turbulento (entre 10^9 e 10^{14}) demonstrando patamares muito mais altos que as faixas representantes de escoamento laminar (entre 10^5 e 10^8). Além disso, para todos os casos, a altura $H = 0,013158$ apresentou os maiores patamares de número de Nusselt total, para quaisquer números de Rayleigh considerados. As curvas apresentaram comportamento similar, de forma quase linear, com as placas superiores entregando valores mais altos que as placas

inferiores, a partir do número de Rayleigh 10^6 . Apesar disso, em relação ao número de Rayleigh em 10^5 e alguns 10^6 , verificam-se valores maiores de número de Nusselt total para a placa inferior.

A fim de proporcionar novas conclusões, gráficos distintos foram plotados, possibilitando uma visão global do estudo. Assim sendo, parte-se para a análise dos valores de Nusselt total das placas superiores (total superior) e inferiores (total inferior) para a mesma angulação de 2° , porém com a demonstração de todas alturas de ondulações consideradas, alterando-se as distâncias entre placas e números de Rayleigh em 10^6 , 10^{10} e 10^{14} .

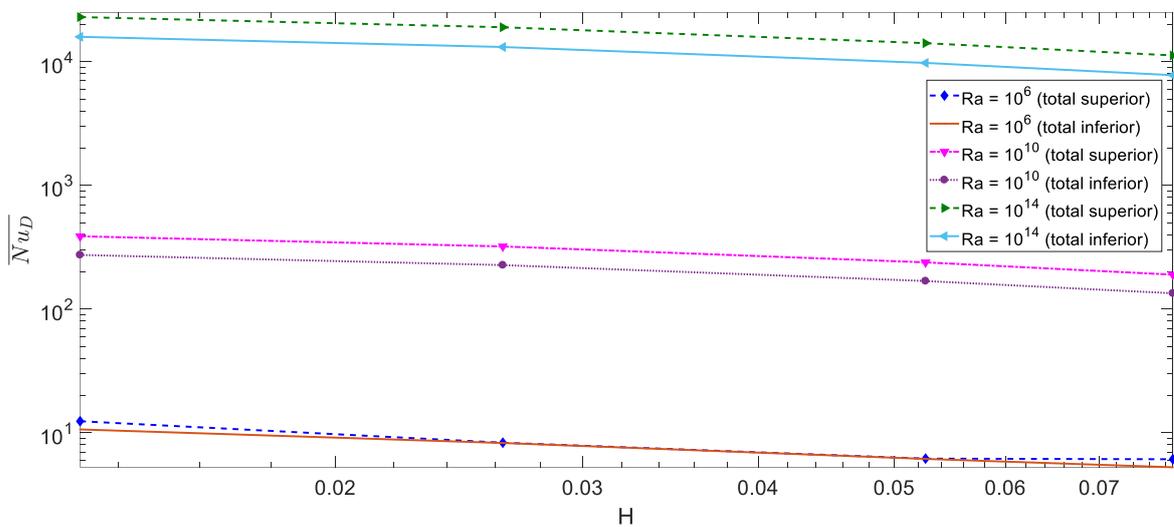


Figura 5.11 – Variações do número de Nusselt médio total para várias alturas e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,1$

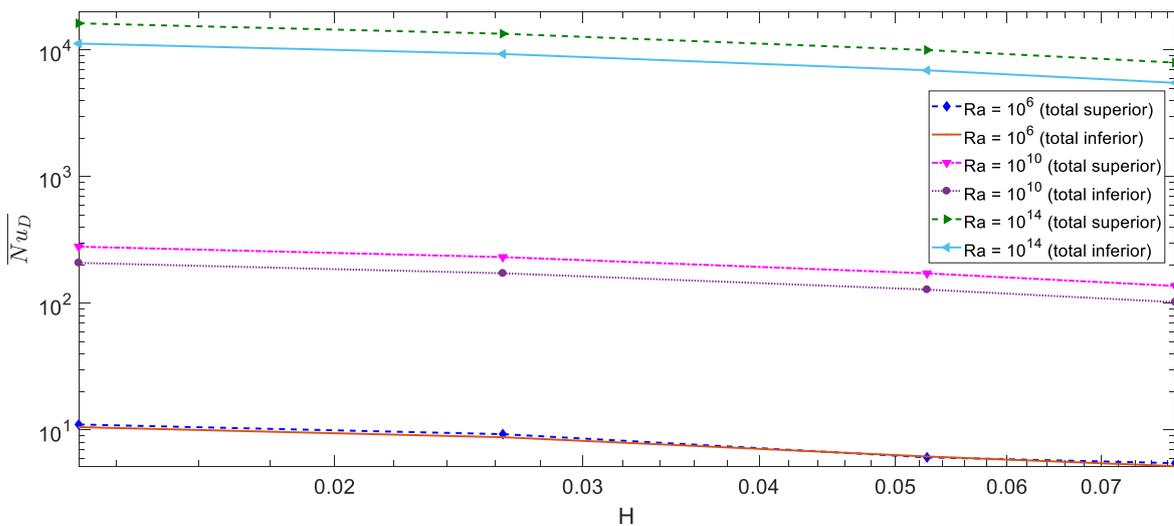


Figura 5.12 – Variações do número de Nusselt médio total para várias alturas e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,3$

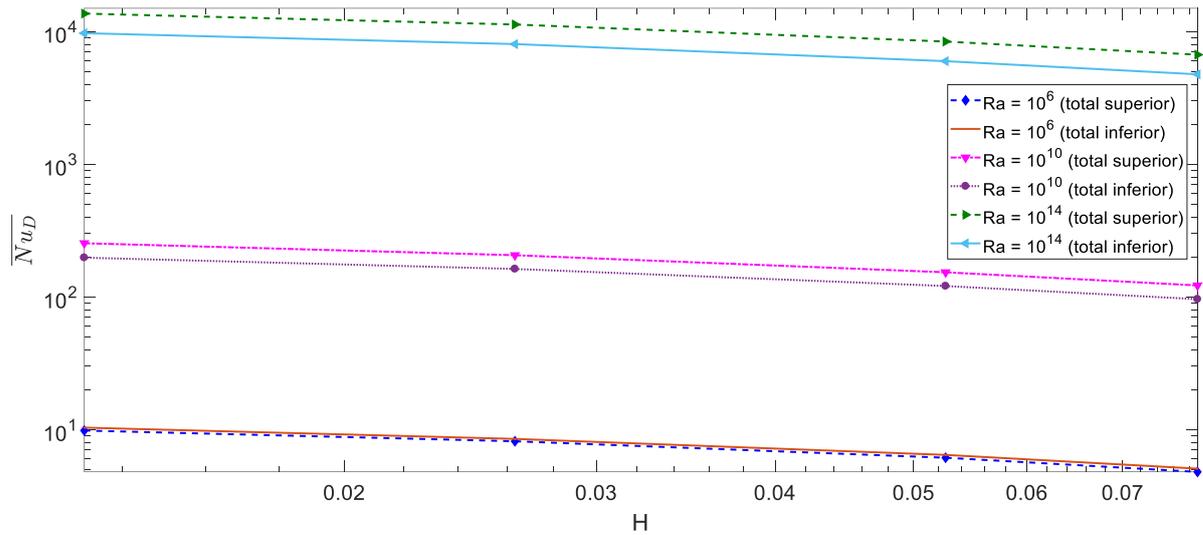


Figura 5.13 – Variações do número de Nusselt médio total para várias alturas e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,5$

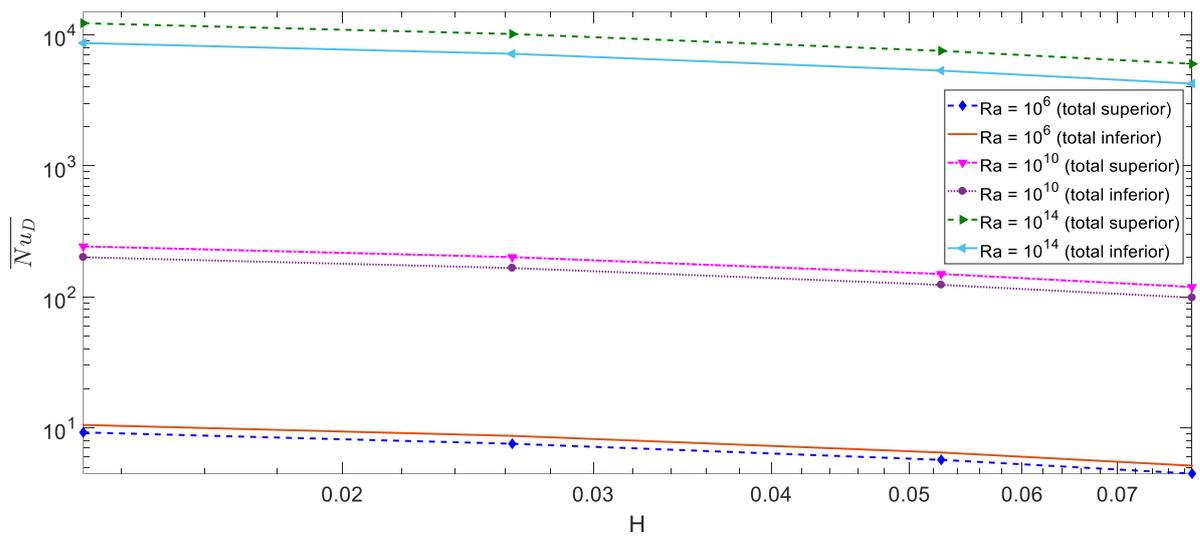


Figura 5.14 – Variações do número de Nusselt médio total para várias alturas e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,7$

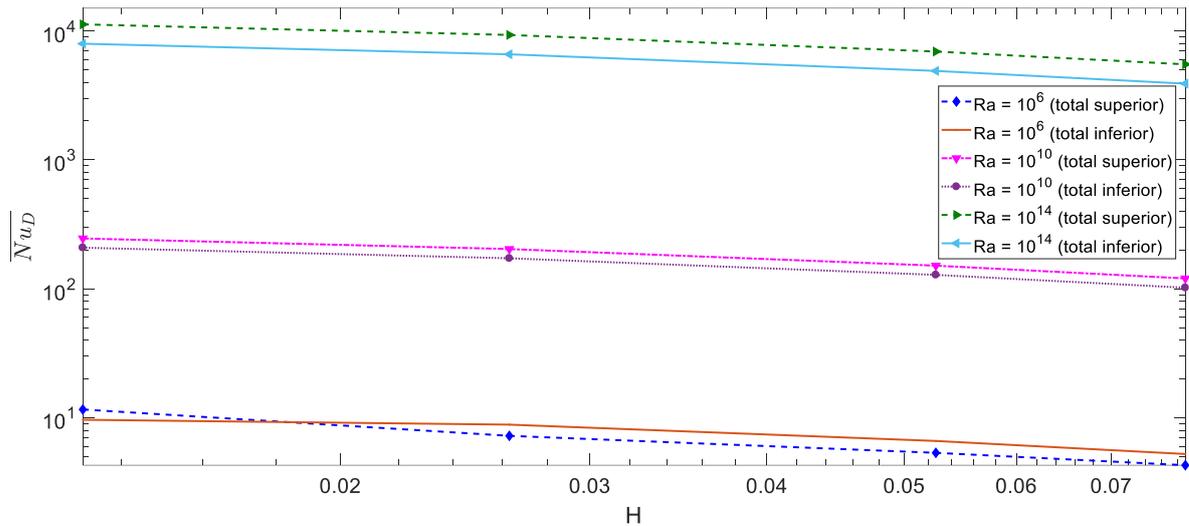


Figura 5.15 – Variações do número de Nusselt médio total para várias alturas e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $D = 0,9$

Estas situações apresentadas evidenciam uma queda do número de Nusselt total com o aumento da altura das oscilações das placas. Assim sendo, novamente, conclui-se um melhor desempenho para todas as situações da configuração utilizadora de altura igual a $H = 0,013158$. Comparando-se os valores de Nusselt total médio apresentados entre as placas inferiores e superiores, foi obtida uma máxima diferença para a configuração de $D = 0,1$; número de Rayleigh em 10^{13} ; $H = 0,013158$, com o valor da placa superior sendo 45,67% maior que a inferior e uma mínima diferença para a configuração $D = 0,1$; número de Rayleigh em 10^{13} ; $H = 0,052632$, a qual demonstrou resultados aproximadamente iguais, com diferenciação de apenas 0,01%.

Uma continuação pela busca de distintas formas de visualização dos resultados, inicia-se com a busca dos valores de Nusselt total das placas superiores (total superior) e inferiores (total inferior) para a mesma angulação de 2° , porém com a demonstração de todas distâncias entre placas definidas, alterando-se as alturas de oscilações e números de Rayleigh em 10^6 , 10^{10} e 10^{14} .

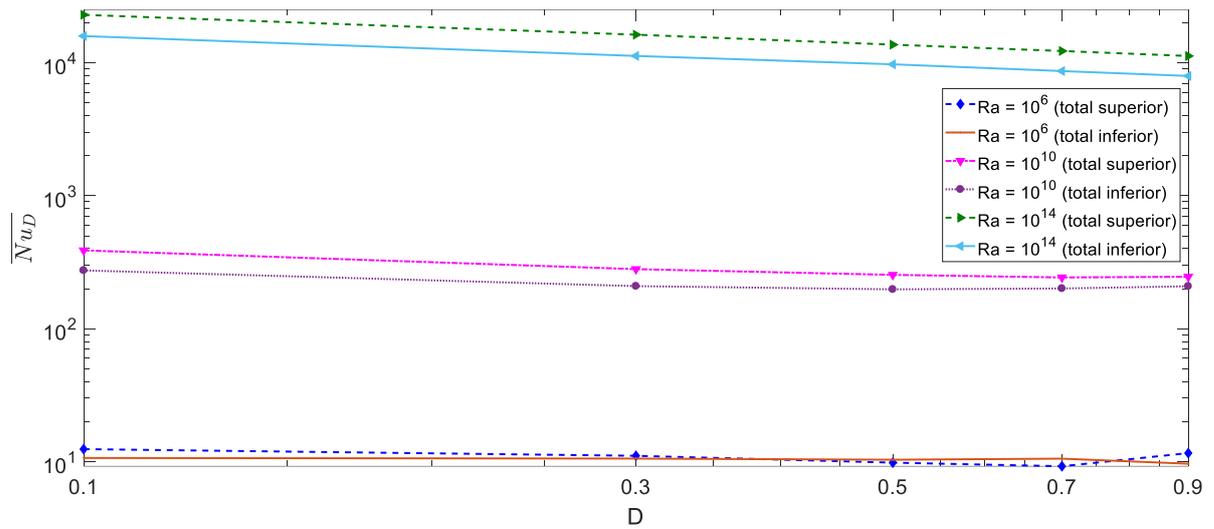


Figura 5.16 – Variações do número de Nusselt médio total para várias distâncias e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $H = 0,013158$

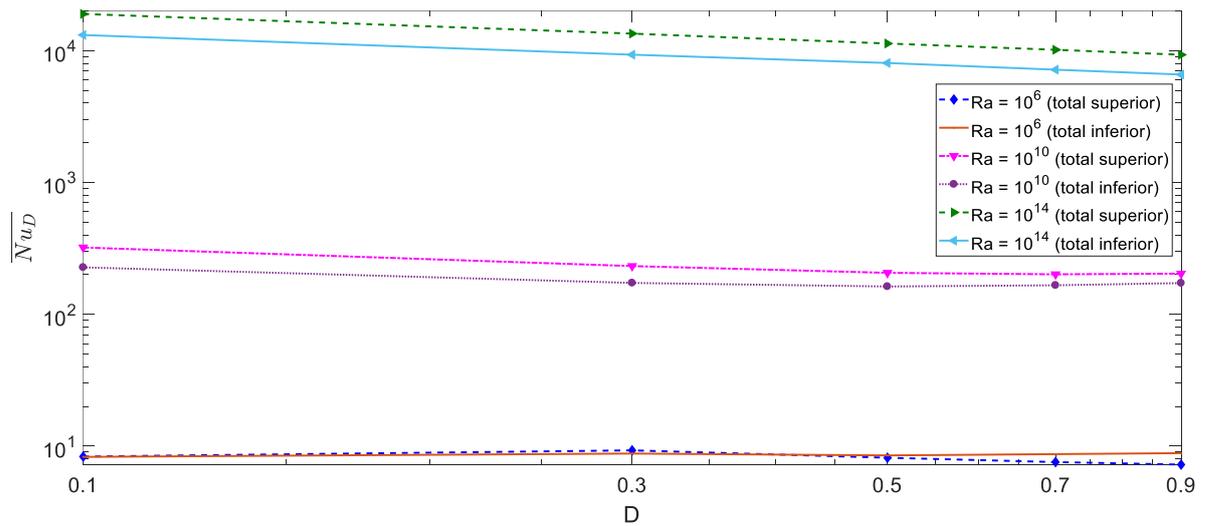


Figura 5.17 – Variações do número de Nusselt médio total para várias distâncias e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $H = 0,026316$

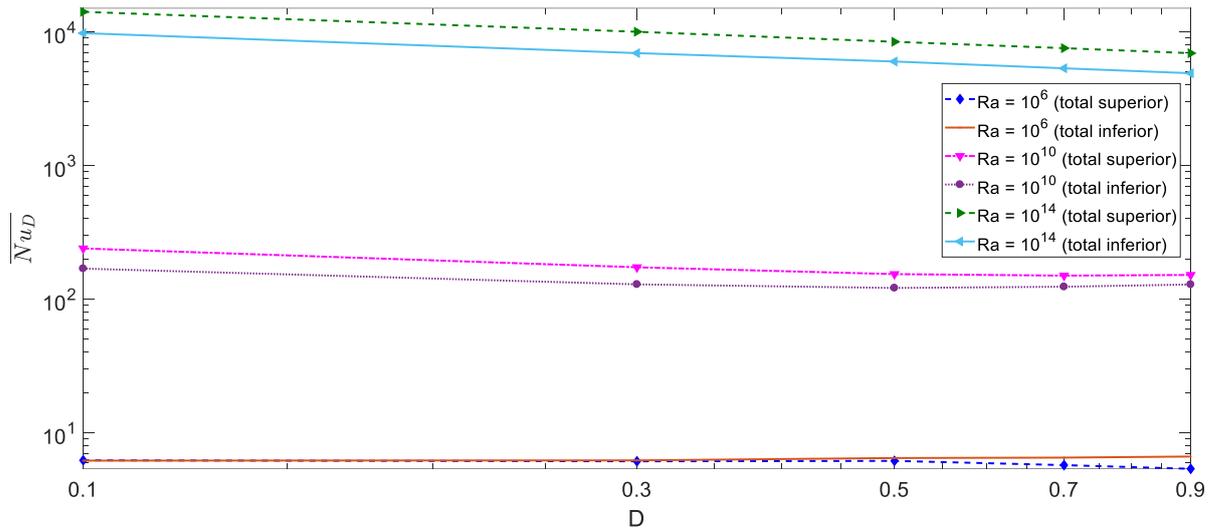


Figura 5.18 – Variações do número de Nusselt médio total para várias distâncias e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $H = 0,052632$

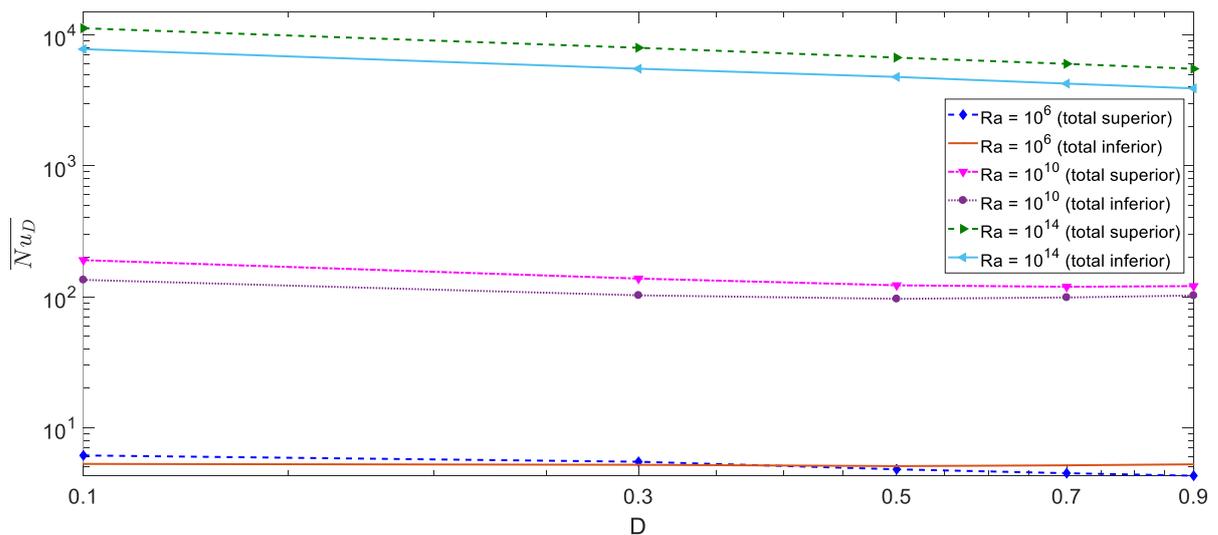


Figura 5.19 – Variações do número de Nusselt médio total para várias distâncias e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $\phi = 2^\circ$ e $H = 0,078948$

Inferese, a partir da observação dos gráficos, que o aumento das distâncias entre as placas provoca a diminuição do número de Nusselt total. Esta situação se demonstrou mais pronunciada para valores gerados para número de Rayleigh mais elevados, com curvas de graus de inclinação maior. Entre todas as configurações aqui apresentadas, os maiores valores de Nusselt total foram demonstrados para a configuração com $D = 0,1$. A maior diferença foi demonstrada para a configuração de $D = 0,1$; número de Rayleigh em 10^{14} ; $H = 0,013158$, em

comparação à mesma situação, mas para $D = 0,9$; demonstrando-se 103,95% maior que este último.

Prossegue-se com a determinação dos valores de Nusselt total das placas superiores (total superior) e inferiores (total inferior) para a mesma distância entre placas $D = 0,1$; porém, com a demonstração de todas as angulações levadas em consideração neste trabalho, alterando-se as alturas de oscilações e números de Rayleigh em 10^6 , 10^{10} e 10^{14} .

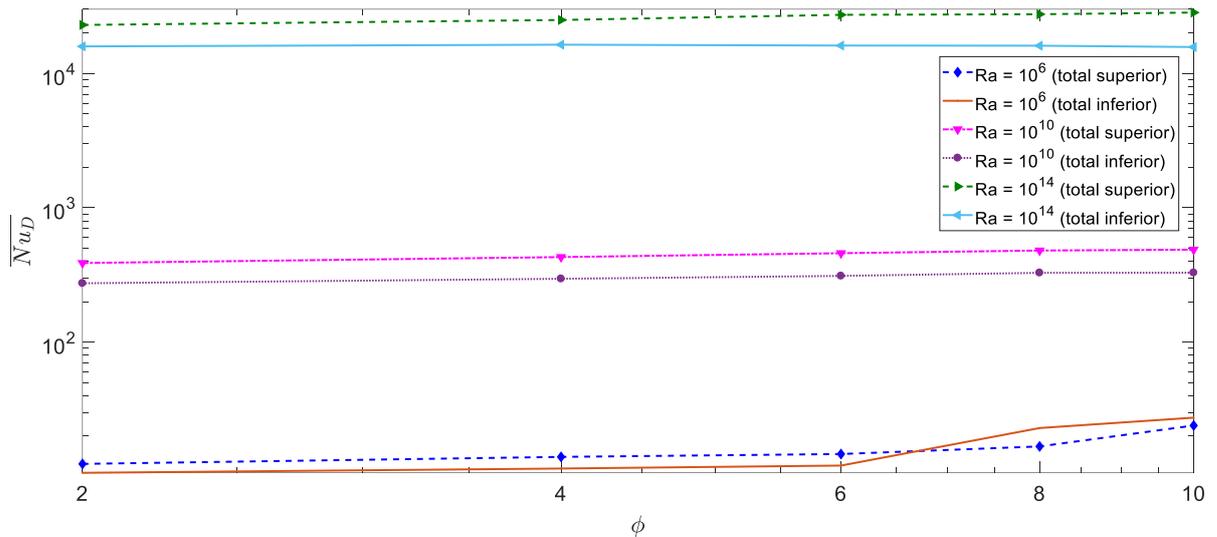


Figura 5.20 – Variações do número de Nusselt médio total para várias angulações e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $D = 0,1$ e $H = 0,013158$

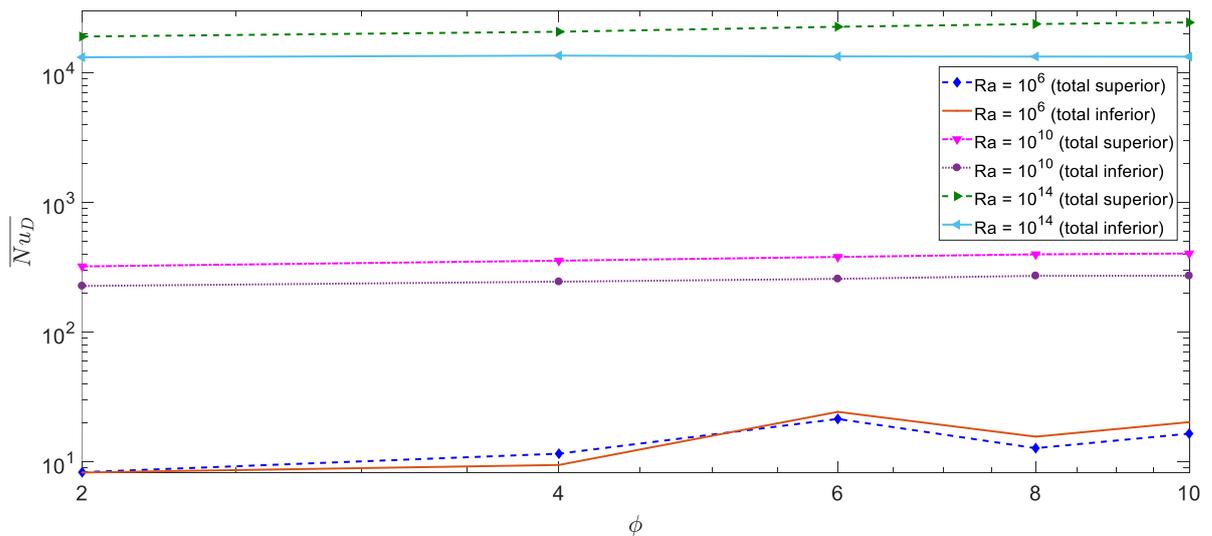


Figura 5.21 – Variações do número de Nusselt médio total para várias angulações e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $D = 0,1$ e $H = 0,026316$

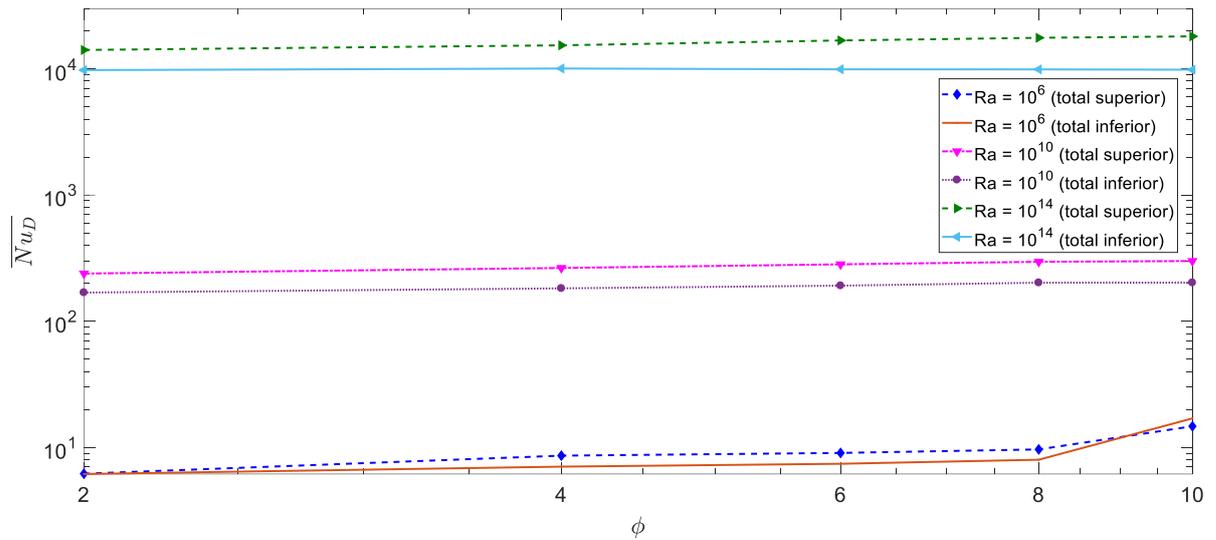


Figura 5.22 – Variações do número de Nusselt médio total para várias angulações e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $D = 0,1$ e $H = 0,052632$

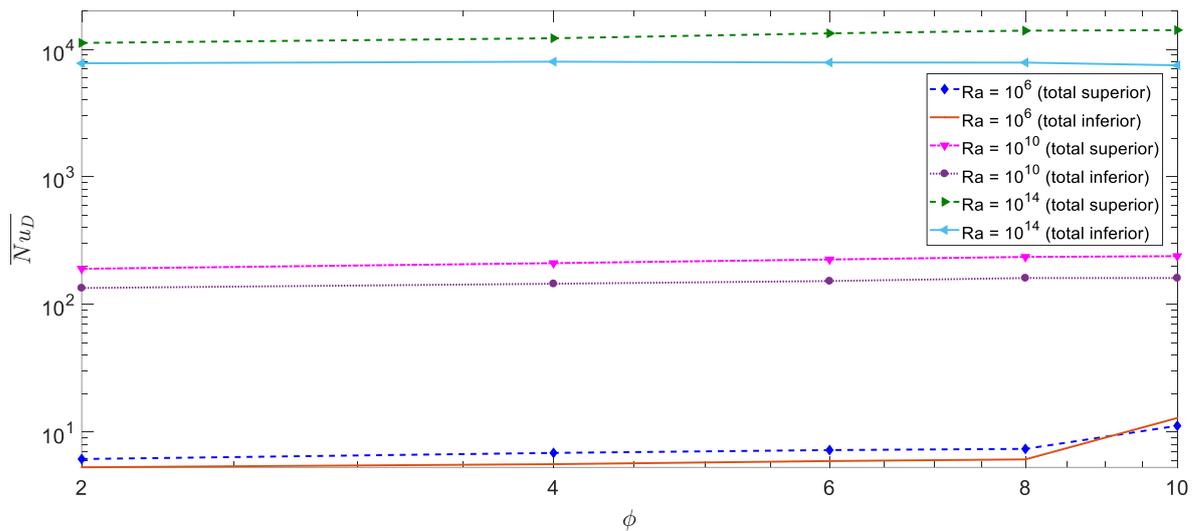


Figura 5.23 – Variações do número de Nusselt médio total para várias angulações e números de Rayleigh distintos, para as placas superior e inferior, $D = 0,1$ e $H = 0,078948$

Este conjunto de gráficos proporciona situações diferenciadas, não deixando comportamentos tão bem pronunciados quanto as plotagens anteriores a estas. Para a placa superior, o aumento da angulação denota um aumento no número de Nusselt total, mais bem pronunciado para situações com números de Rayleigh maiores. Já para as inferiores, o mesmo aumento da angulação não se traduz em variações consideráveis em número de Nusselt, os quais permanecem aproximadamente constantes para todas as situações. A maior diferença entre números de Nusselt total ficou demonstrada entre as configurações de $D = 0,1$; número

de Rayleigh em 10^{14} ; $H = 0,026316$ e $\phi = 10^\circ$, em comparação à mesma situação, mas para $\phi = 2^\circ$; demonstrando-se 28,40% maior que este último.

Observa-se também um comportamento diferenciado das curvas quando houve consideração de números de Rayleigh mais baixos, para ângulos de inclinação mais altos, fator este passível de explicação devido à dificuldade de convergência dos testes realizados nestas situações. O aumento das inclinações proporciona aumento na dificuldade do desenvolvimento do escoamento em situações de placas com ondulações e paralelas, traduzindo-se em vórtices que dificultam a convergência pelo método definido (modelo $k-\varepsilon$).

Vale salientar também que, esta dificuldade de convergência apresentada por alguns tipos de testes, obrigaram a alteração dos fatores de sub-relaxação para a tentativa de forçar uma convergência para a configuração estudada, conforme indicado anteriormente. Porém, mesmo assim, alguns casos permaneceram sem capacidade de convergência, fator este que demandou a busca por aproximações através de extrapolação de curvas, realizada devido à demonstração de padrões nas curvas plotadas anteriormente, as quais não apresentaram a mesma dificuldade de convergência. Estas aproximações foram realizadas com a finalidade de tornar possível a obtenção de equações representativas das curvas encontradas, apresentadas na sequência deste texto.

5.2 – OBTENÇÃO DE EQUAÇÕES

Após a avaliação dos gráficos plotados e convalidação de resultados, parte-se para o desenvolvimento e aplicação da regressão linear multivariável. Conforme informado no capítulo anterior, a equação base utilizada neste estudo foi:

$$\overline{Nu}_d = CH^m \phi^n D^p Ra_L^q \quad (5.1)$$

Realizando-se as considerações informadas anteriormente, obtém-se os coeficientes indicados “C”, “m”, “n”, “p” e “q”, para cada caso analisado. Na busca por uma maior confiabilidade dos resultados a serem obtidos pelas equações, realizou-se a subdivisão do estudo em três partes, tanto para a placa superior, quanto para a placa inferior, em relação aos números de Rayleigh considerados: 10^5 a 10^8 (1ª parte); 10^9 a 10^{11} (2ª parte) e 10^{12} a 10^{14} (3ª parte). Esta subdivisão proporcionou o encontro de um total de doze equações, contabilizando ambas placas utilizadas.

A utilização do software EXCEL, juntamente com a aplicação de regressão linear multivariável nos resultados dos testes realizados no estudo, proporcionou os resultados indicados nas Tabelas 5.1 e 5.2.

Tabela 5.1 – Demonstração dos coeficientes e erro relativo total médio encontrados para cada situação analisada na placa superior

PLACA SUPERIOR						
Rayleigh	10 ⁵ a 10 ⁸		10 ⁹ a 10 ¹¹		10 ¹² a 10 ¹⁴	
Coeficiente Finais	Região Superior	Região Inferior	Região Superior	Região Inferior	Região Superior	Região Inferior
	(5.2)	(5.3)	(5.4)	(5.5)	(5.6)	(5.7)
C	0,00585	0,019712	0,009435	0,003804	0,001921	0,000729
m	-0,39692	-0,40844	-0,40103	-0,39643	-0,40006	-0,40502
n	0,117081	0,436735	0,024872	0,264578	0,01587	0,232999
p	-0,18048	0,042932	-0,17561	-0,23274	-0,27545	-0,3365
q	0,391289	0,311704	0,3684	0,395003	0,429607	0,455613
E_{total} (%)	12,19%	9,36%	9,57%	8,24%	4,91%	7,58%

Desta forma, podem ser formadas as equações, as quais estão colocadas em ordem concomitante à Tabela 5.1 apresentada, correlacionando-se através das numerações indicadas.

$$\overline{Nu}_d = 0,00585 * H^{-0,39692} * \phi^{0,117081} * D^{-0,18048} * Ra_L^{0,391289} \quad (5.2)$$

$$\overline{Nu}_d = 0,019712 * H^{-0,40844} * \phi^{0,436735} * D^{0,042932} * Ra_L^{0,311704} \quad (5.3)$$

$$\overline{Nu}_d = 0,009435 * H^{-0,40103} * \phi^{0,024872} * D^{-0,17561} * Ra_L^{0,3684} \quad (5.4)$$

$$\overline{Nu}_d = 0,003804 * H^{-0,39643} * \phi^{0,264578} * D^{-0,23274} * Ra_L^{0,395003} \quad (5.5)$$

$$\overline{Nu}_d = 0,001921 * H^{-0,40006} * \phi^{0,01587} * D^{-0,27545} * Ra_L^{0,429607} \quad (5.6)$$

$$\overline{Nu}_d = 0,000729 * H^{-0,40502} * \phi^{0,232999} * D^{-0,3365} * Ra_L^{0,455613} \quad (5.7)$$

Tabela 5.2 – Demonstração dos coeficientes e erro relativo total médio encontrados para cada situação analisada na placa inferior

PLACA INFERIOR						
Rayleigh	10 ⁵ a 10 ⁸		10 ⁹ a 10 ¹¹		10 ¹² a 10 ¹⁴	
Coeficiente Finais	Região Superior	Região Inferior	Região Superior	Região Inferior	Região Superior	Região Inferior
	(5.8)	(5.9)	(5.10)	(5.11)	(5.12)	(5.13)
C	0,00263	0,07322	0,00633	0,02197	0,00186	0,00063
m	-0,4005	-0,4183	-0,4009	-0,3953	-0,4009	-0,402
n	0,39232	0,28082	0,14226	0,07616	0,10797	0,03702
p	-0,2125	0,23027	-0,1959	-0,0272	-0,2603	-0,3292
q	0,40653	0,24683	0,3773	0,31255	0,42684	0,44115
E_{total} (%)	16,90%	21,45%	8,67%	11,79%	4,50%	4,24%

Da mesma forma, são adicionadas as equações correspondentes, em ordem concomitante à Tabela 5.2 apresentada, correlacionando-se através das numerações indicadas.

$$\overline{Nu}_d = 0,00263 * H^{-0,4005} * \phi^{0,39232} * D^{-0,2125} * Ra_L^{0,40653} \quad (5.8)$$

$$\overline{Nu}_d = 0,07322 * H^{-0,4183} * \phi^{0,28082} * D^{0,23027} * Ra_L^{0,24683} \quad (5.9)$$

$$\overline{Nu}_d = 0,00633 * H^{-0,4009} * \phi^{0,14226} * D^{-0,1959} * Ra_L^{0,3773} \quad (5.10)$$

$$\overline{Nu}_d = 0,02197 * H^{-0,3953} * \phi^{0,07616} * D^{-0,0272} * Ra_L^{0,31255} \quad (5.11)$$

$$\overline{Nu}_d = 0,00186 * H^{-0,4009} * \phi^{0,10797} * D^{-0,2603} * Ra_L^{0,42684} \quad (5.12)$$

$$\overline{Nu}_d = 0,00063 * H^{-0,402} * \phi^{0,03702} * D^{-0,3292} * Ra_L^{0,44115} \quad (5.13)$$

As tabelas indicadas também apresentam os valores de erro relativo total médio, conforme indicado anteriormente pelo capítulo anterior, os quais demonstram o nível de confiabilidade da utilização das equações descritas para encontro dos valores de testes. Diante dos problemas informados quanto à convergência em situações de baixo número de Rayleigh, era esperado que os valores de erro relativo total médio destas situações se apresentassem maiores.

A apresentação de equações com resultados de erro informados em patamares significativamente abaixo dos 30% se mostram satisfatórios para utilização, evitando assim a necessidade de realização de todos os testes novamente, o que demandaria, aproximadamente, oito mil horas. Esta magnitude de erro é facilmente encontrada em teorias de convecção, convencionada como parâmetro alvo, indicando bom nível de confiabilidade.

CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES

O estudo realizado buscou evidenciar e avaliar o comportamento da taxa de transferência de calor por convecção natural a partir do número de Nusselt, por meio de modelação matemática da situação, criação de malhas para consequente uso de software, com plotagem de gráficos e encontro de equações matemáticas com precisão satisfatória, para que não houvesse a necessidade de um retrabalho em relação aos testes computacionais, os quais demandam muito tempo para serem finalizados. Apesar de demonstrar uma situação com configurações de testes ainda não encontradas em literatura, este trabalho apenas foi possível graças aos estudos em literaturas anteriores, os quais pavimentaram o caminho para o avanço a situações mais complexas, com o aproveitamento de capacidades de processamento computacionais cada vez mais pronunciadas em tempos atuais.

Diante dos resultados encontrados, observou-se uma situação condizente com a esperada em literatura, com números maiores de Rayleigh se traduzindo em maiores patamares de troca de calor por convecção natural, o que ajuda a convalidar os valores obtidos. Ainda, entende-se que a altura de oscilação em $H = 0,013158$ se mostrou a mais promissora em relação a maiores níveis de troca de calor deste tipo, quando em comparação às outras apresentadas. Além disso, destaca-se o desempenho para a angulação de $\phi = 10^\circ$, a qual proporcionou valores maiores de troca térmica para a placa superior, apesar dos problemas encontrados para convergência dos testes, conforme informado durante o estudo. Vale salientar a baixa alteração de valores de número de Nusselt total em relação às alterações de ângulo de inclinação para a placa inferior. Este fator indica a necessidade de avaliação mais criteriosa sobre a viabilidade de se realizar testes com maiores angulações, com consequente aumento de demanda de processamento computacional e horas de teste, devido ao aumento dos níveis de troca de calor mais pronunciados apenas para a placa superior. Ademais, destaca-se a distância entre placas de $D = 0,1$; que evidenciou situações mais promissoras em comparação às outras abordadas e a boa precisão das equações encontradas em comparação aos resultados dos testes (todos se apresentando abaixo dos 25%), o que possibilita seu uso sem necessidade de repetição de testes. Vale salientar que as situações envolvidoras de necessidade por extrapolação de curvas foram incluídas devido ao tempo limitado para realização dos testes, os quais se tornaram inviáveis para encontro de solução dentro do período compreendido para finalização do estudo.

A partir deste estudo, criam-se contribuições para trabalhos futuros. Uma alternativa seria a busca por configurações de ondulações superficiais distintas às utilizadas, com a opção

tanto de oscilações hexagonais, pentagonais, triangulares, entre outras, quanto modificação do padrão seguido com as retangulares (alterações em regiões de picos e vales, por exemplo). Há também a vertente de seguir com outros tipos de alterações, como: distâncias entre placas distintas, novos ângulos de inclinação, altura de ondulação diferenciada. Além disso, testes físicos podem ser levantados, realizados de forma a manter o modelo de duas dimensões utilizado, a fim de convalidar os resultados obtidos. Estas situações podem proporcionar um avanço no conhecimento dos comportamentos da taxa de transferência de calor por convecção natural e a criação de soluções otimizadas para situações onde a convecção forçada não é possível, como o caso de tablets e celulares.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDALLAH, M. S.; ZEGHMATI, B. Effects of the wavy surface on free-convection-radiation along an inclined plate. **International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering**, vol. 7, no. 6, pp. 990-996, 2013.

AHMED, S. E.; EL-AZIZ, M. M. A. Effect of local thermal non-equilibrium on unsteady heat transfer by natural convection of a nanofluid over a vertical wavy surface. **Meccanica**, vol. 48, pp. 33-43, 2013.

ALBETS-CHICO, X.; OLIVA, A.; PÉREZ-SEGARRA, C. D. Numerical experiments in turbulent natural convection using two-equations eddy-viscosity models, **Journal of Heat Transfer**, vol. 130, no. 7, 11 pages, 2008.

ALIM, M. A.; ALAM, S.; MIRAJ, M. Effects of temperature dependent thermal conductivity on natural convection flow along a vertical wavy surface with heat generation. **International Journal of Engineering & Technology**, vol. 11, no. 6, pp. 60-69, 2011.

BHAVNANI, S. H.; BERGLES, A. E. Effect of surface geometry and orientation on laminar natural convection heat transfer from a vertical flat plate with transverse roughness elements. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 33, no. 5, pp. 965-981, 1990.

BHAVNANI, S. H.; BERGLES, A. E. Natural convection heat transfer from sinusoidal wavy surfaces. **Wärme- und Stoffübertragung**, vol. 26, no. 6, pp. 341-349, 1991.

CHIU, C. P.; CHOU, H. M. Transient analysis of natural convection along a vertical wavy surface in micropolar fluids. **International Journal of Engineering Science**, vol. 32, no.1, pp. 19-33, 1994.

ELGAZERY, N. S. Effects of variable fluid properties on natural convection of MHD fluid from a heated vertical wavy surface. **Meccanica**, vol. 47, pp. 1229-1245, 2012.

ELGAZERY, N. S.; ELAZEM, N. Y. A. The effects of variable properties on MHD unsteady natural convection heat and mass transfer over a vertical wavy surface. **Meccanica**, vol. 44, pp. 573-586, 2009.

FUJII, T.; FUJII, M.; TAKEUCHI, M. Influence of various surface roughness on the natural convection. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 16, pp. 629-640, 1973.

HOSSAIN, M. A.; KABIR, S.; REES, D. A. S. Natural convection of fluid with variable viscosity from a heated vertical wavy surface. **Journal of Applied Mathematics and Physics**, vol. 53, no. 1, pp. 48-52, 2002.

HOSSAIN, M. A.; REES, D. A. S. Combined heat and mass transfer in natural convection flow from a vertical wavy surface. **Acta Mechanica**, vol. 136, pp. 133-141, no. 3-4, 1999.

INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P.; BERGMAN, T. L.; LAVINE, A. S. Fundamentals of Heat and Mass Transfer, Sixth Edition, John Wiley & Sons, 2007.

JANG, J. H.; YAN, W. M. Transient analysis of heat and mass transfer by natural convection over a vertical wavy surface. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 47, no. 17-18, pp. 3695-3705, 2004.

JANG, J. H.; YAN, W. M.; LIU, H. C. Natural convection heat and mass transfer along a vertical wavy surface. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 46, no. 6, pp. 1075-1083, 2003.

KIM, E. Natural convection along a wavy vertical plate to non-Newtonian fluids. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 40, no. 13, pp. 3069-3078, 1997.

MOLLA, M. M.; HOSSAIN, M. A.; GORLA, R. S. R. Radiation effect on natural convection boundary layer flow over a vertical wavy frustum of a cone, **Journal of Mechanical Engineering Science**, vol. 223, pp. 1605-1614, 2008.

MOLLA, M. M.; HOSSAIN, M. A.; YAO, L. S. Natural convection flow along a vertical wavy surface with uniform surface temperature in presence of heat generation/absorption. **International Journal of Thermal Sciences**, vol. 34, no. 2, pp. 157-163, 2004.

MOLLA, M. M.; YAO, L. S. Non-Newtonian natural convection along a vertical heated wavy surface using a modified power-law viscosity model. **Journal of Heat Transfer**, vol. 131, no. 1, pp. 501-506, 2009.

MOLLA, M. M.; HOSSAIN, A.; YAO, L. S. Natural convection flow along a vertical complex wavy surface with uniform heat flux. **Journal of Heat Transfer**, vol. 129, pp. 1403-1407, 2007.

MOULIC, S. G.; YAO, L. S. Natural convection along a vertical wavy surface with uniform heat flux. **Journal of Heat Transfer**, vol. 111, no. 4, pp. 1106-1108, 1989.

OLIVEIRA, S. D. R.; OOSTHUIZEN, P. H. A Numerical Study of the Simultaneous Natural Convective Heat Transfer from the Top and Bottom Surfaces of a Thin Horizontal Plane Having a Wavy Surface. **Proceedings of the 26th Annual Conference of the Computational Fluid Dynamics Society of Canada – CFD 2018**, Winnipeg, Canada, 2018(a).

OLIVEIRA, S. D. R.; OOSTHUIZEN, P. H. Estudo numérico experimental da transferência de calor por convecção natural a partir de superfícies horizontais e inclinadas onduladas. **Relatório Científico FAPESP – Processo N°2017/00771-8**, Outubro, 2018(b).

OLIVEIRA, S. D. R.; OOSTHUIZEN, P. H. A Numerical Study of the Natural Convective Heat Transfer from the Surface of a Thin Horizontal Plate Having a Wavy Surface with Variable Height. **Proceedings of the 17th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering**, November 25-28, Águas de Lindoia, SP, Brazil, 2018(c).

OLIVEIRA, S. D. R.; ITO, M. C.; SCALON, V. L. A Numerical Study of the Simultaneous Natural Convective Heat Transfer from the Top and Bottom Surfaces of a Thin Horizontal Plate Having a Trapezoidal Wavy Surface. **Proceedings of the 25th ABCM International Congress of Mechanical Engineering**, October 20-25, Uberlândia, MG, Brazil, 2019.

OLIVEIRA, S. D. R.; OOSTHUIZEN, P. H. A Numerical Study of the Simultaneous Natural Convective Heat Transfer from the Top and Bottom Surfaces of a Thin Inclined Plate Having Wavy Surface with Constant Height. **Proceedings of the 4th Thermal and Fluids Engineering Conference (TFEC)**, April 14-17, Las Vegas, NV, USA, 2019.

OOSTHUIZEN, P. H. A numerical study of laminar and turbulent natural convective heat transfer from an isothermal vertical plate with a wavy surface. **Proceedings of the ASME 2010 International Mechanical Engineering Congress & Exposition – IMECE 2010**, November 12-18, Vancouver, British Columbia, Canada, 2010.

OOSTHUIZEN, P. H. A numerical study of natural convective heat transfer from upward facing recessed and protruding heated horizontal isothermal circular elements. **Proceedings of the 12th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics – HEFAT 2016**, Julho 11-13, Costa del Sol, Malaga, SPAIN, 2016(a).

OOSTHUIZEN, P. H. A numerical study of natural convective heat transfer from a horizontal isothermal surface with rectangular surface roughness elements. **Proceedings of the First Pacific Rim Thermal Engineering Conference – PRTEC**, March 13-17, Hawaii’s Big Island, USA, 2016(b).

OOSTHUIZEN, P. H. A numerical study of the effect of triangular waves on natural convective heat transfer from an upward facing heated horizontal isothermal surface. **Proceedings of the ASME 2016 International Mechanical Engineering Congress and Exposition – IMECE 2016**, November 11-17, Phoenix, Arizona, USA, 2016(c).

OOSTHUIZEN, P. H. Natural convective heat transfer from an inclined isothermal plat with a wavy surface. **Proceedings of 42nd AIAA Thermophysics Conference – AIAA 2011**, June 27-30, Honolulu, Hawaii.

OOSTHUIZEN, P. H.; CHOW, K. An experimental study of free convective heat transfer from short cylinders with “wavy” surfaces. **Proceedings of the 8th International Heat Transfer Conference – IHTC 8**, San Francisco, Hemisphere Publishing Corp., pp. 1311- 1316, 1986.

OOSTHUIZEN, P. H.; GARRETT, M. A numerical study of natural convective heat transfer from an inclined plate with a “wavy” surface. **Proceedings of 2001 ASME National Heat Transfer Conference – NHTC01**, June 10-12, Anaheim, California, USA, 2001(a).

OOSTHUIZEN, P. H.; GARRETT, M. A numerical study of three-dimensional natural convective heat transfer from a plate with a “wavy” surface. **Proceedings of 2001 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition – IMECE2001**, November 11-16, New York, New York, USA, 2001(b).

OOSTHUIZEN, P. H.; KALENDAR, A. Y. Numerical study of natural convective heat transfer from horizontal heated elements of relatively complex shape having uniform surface heat flux, **Proceedings of the 12th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics – HEFAT 2016**, Julho 11-13, Costa del Sol, Malaga, SPAIN, 2016.

OOSTHUIZEN, P. H.; NAYLOR, D. A numerical study of laminar-to-turbulent transition in the flow over a simple recessed window-plane blind system, **Proceedings of the ASME 2010 International Mechanical Engineering Congress and Expositions**, November 12-18, Vancouver, British Columbia, Canada, 2010.

OOSTHUIZEN, P. H.; NAYLOR, D. A numerical study of laminar-to-turbulent transition in the flow over a simple recessed window-plane blind system. **Proceedings of the 4th Annual Canadian Solar Buildings Conference**, June 25-27, Toronto, Canada, 2009.

OOSTHUIZEN, P. H.; PAUL, J. T. A numerical study of natural convective heat transfer from an inclined isothermal plate having a square wave surface. **Proceedings of the ASME 2011 International Mechanical Engineering Congress and Exposition – IMECE2011**, November 11-16, Denver, Colorado, USA, 2011.

OOSTHUIZEN, P. H.; PAUL, J. T. A numerical study of natural convective heat transfer from an inclined isothermal plate with a “sinusoidally wavy” surface. **Proceedings of the International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer – CHT12**, July 1-6, Bath, England, 2012.

PARVEEN, N.; NATH, S.; ALIM, M. A. Viscous dissipation effect on natural convection flow along a vertical wavy surface. **Procedia Engineering**, vol. 90, pp. 294-300, 2014.

PLUMB, O. A.; KENNEDY, L. A. Application of a $k-\epsilon$ turbulence model to natural convection from a vertical isothermal surface, **Journal of Heat Transfer**, vol. 99, no. 1, pp. 78-85, 1977.

POLIDORI, G.; PADET, J. Transient free convection flow on a vertical surface with an array of large-scale roughness elements. **Experimental Thermal and Fluid Science**, vol. 27, no. 3, pp. 251-260, 2003.

POP, I.; NA, T. Y. Natural convection from a wavy cone. **Applied Scientific Research**, vol. 54, pp. 153-136, 1995.

POP, I.; NA, T. Y. Natural convection of a Darcian fluid about a wavy cone, **International Communications in Heat and Mass Transfer**, vol. 21, no. 6, pp. 891- 899, 1994.

POP, I.; TAKHAR, H. S.; KUMARI, M. Free convection about a vertical wavy surface with prescribed surface heat flux in a micropolar fluid. **Technische Mechanik**, vol. 18, no. 4, pp. 229-237, 1997.

POP, I.; NA, T. Y. Natural convection over a vertical wavy frustum of a cone. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, vol. 34, pp. 925-934, 1999.

PRÉTOT, S.; MIRIEL, J.; BAILLY, Y.; ZEGHMATI, B. Visualization and simulation of the natural convection flow above horizontal wavy plates. **Numerical Heat Transfer, Part A: Applications**, vol. 43, pp. 307-325, 2003.

PRÉTOT, S.; ZEGHMATI, B.; CAMINAT, P. Influence of surface roughness on natural convection above a horizontal plate. **Advances in Engineering Software**, vol. 31, pp. 793-801, 2000.

RAHMAN, A.; MOLLA, M. M.; SARKER, M. M. A. Natural convection flow along the vertical wavy cone in case of uniform surface heat flux where viscosity is an exponential

function of temperature, **International Communications in Heat and Mass Transfer**, vol. 38, pp. 774-780, 2011.

RAHMAN, S. U. Natural convection along vertical wavy surfaces: an experimental study. **Chemical Engineering Journal**, vol. 84, no. 3, pp. 587-591, 2001.

RAVIPATI, D. Free convection along a vertical wavy surface in a nanofluid. **Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica**, Cleveland State University, 2011.

SAVILL, A. M. Evaluating turbulence model predictions of transition, **Applied Scientific Research**, vol. 51, pp. 555-562, 1993.

SCHMIDT, R. C.; PATANKAR, S. V. Simulation boundary layer transition with low Reynolds number $k-\epsilon$ turbulence models: Part 1 – An evaluation of prediction characteristics, **Journal of Turbomachinery**, vol. 113, pp. 10-17, 1991.

SIDDIQA, S.; HOSSAIN, M. A. Natural convection flow over wavy horizontal surface. **Advances in Mechanical Engineering**, vol. 5, 7 pages, 2013.

SIDDIQA, S.; HOSSAIN, M. A.; GORLA, R. S. R. Natural convection flow of viscous fluid over triangular wavy horizontal surface. **Computers & Fluids**, vol. 106, pp. 130- 134, 2015.

SIDDIQA, S.; HOSSAIN, M. A.; SAHA, S. C. The effect of thermal radiation on the natural convection boundary layer flow over a wavy horizontal surface. **International Journal of Thermal Sciences**, vol. 84, pp. 143-150, 2014.

SIDDIQA, S.; HOSSAIN, M. A.; SUVASH, C. S. Natural convection flow with surface radiation along a vertical wavy surface. **Numerical Heat Transfer, Part A: Applications**, vol. 64, pp. 400-415, 2013.

THOHURA, S.; RAHMAN, A.; MOLLA, M. M.; SARKER, M. M. A. Effects of temperature dependent thermal conductivity on natural convection along a vertical wavy cone with heat flux, **Procedia Engineering**, vol. 90, pp. 497-503, 2014.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. An introduction to computational dynamics: the finite volume method, Pearson, 2ª edição, 2007.

XAMÁN, J.; ÁLVAREZ, G.; LIRA, L; ESTRADA, C. Numerical study of heat transfer by laminar and turbulent natural convection in tall cavities of façade elements, **Energy and Buildings**, vol. 37, no. 7, pp. 787-794, 2005.

YANG, Y. T.; CHEN, C. K.; LIN, M. T. Natural convection of non-Newtonian fluids along a wavy vertical plate including the magnetic field effect. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 39, no. 13, pp. 2831-2842, 1996.

YAO, L. S. Natural convection along a vertical complex wavy surface. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 49, no. 1-2, pp. 281-286, 2006.

YAO, L. S. Natural convection along a vertical wavy surface. **Journal of Heat Transfer**, vol. 105, no. 3, pp. 465-468, 1983.

ZHENG, X.; LIU, C.; LIU, F.; YANG, C. I. Turbulent transition simulation using the $k-\omega$ model, **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, vol. 42, pp. 907-926, 1998(a).

ZHENG, X.; LIU, C.; YANG, C.-I. Turbulent transition simulation using the $k - \omega$ model, **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, vol. 42, no. 5, pp. 907-926, 1998(b).

ZOGRAFOS, A. I.; MARTIN, W. A.; SUNDERLAND, J. E. Equations of properties as a function of temperature for seven fluids, **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 61, pp. 177-187, 1987.