

ADRIANA SOUZA RESENDE

**PARTICLE SWARM OPTIMIZATION APLICADA AO
PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE
TRANSMISSÃO**

Ilha Solteira
2014



ADRIANA SOUZA RESENDE

**PARTICLE SWARM OPTIMIZATION APLICADA AO
PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE
TRANSMISSÃO**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do Câmpus de Ilha Solteira - UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Especialidade: Automação.

Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro
Orientador

Ilha Solteira
2014

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

R433p Resende, Adriana Souza.
Particle swarm optimization aplicada ao planejamento da expansão de sistemas de transmissão / Adriana Souza Resende. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2014
161 f.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2014

Orientador: Rubén Augusto Romero Lázaro
Inclui bibliografia

1. Planejamento da expansão de sistemas de transmissão. 2. Modelo de transportes. 3. Modelo Cc. 4. Meta-heurística Pso. 5. Modelo linear disjuntivo com múltiplos cenários de geração. 6. Energia elétrica - transmissão.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Particle swarm optimization aplicada ao planejamento da expansão de sistemas de transmissão

AUTORA: ADRIANA SOUZA RESENDE

ORIENTADOR: Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA, Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:



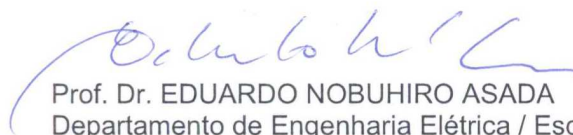
Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. JOSE ROBERTO SANCHES MANTOVANI
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. SERGIO AZEVEDO DE OLIVEIRA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. EDUARDO NOBUHIRO ASADA
Departamento de Engenharia Elétrica / Escola de Engenharia de São Carlos-Usp



Prof. Dr. CARLOS ROBERTO MENDONÇA DA ROCHA
Centro de Engenharias e Ciências Exatas / Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Data da realização: 28 de fevereiro de 2014.

*À minha família, em especial ao meu esposo Emivan,
aos meus filhos Melissa, Ivan Gabriel e Yasmin,
por todo amor, apoio, confiança e incentivo
em todos os momentos.*

AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos a todos os familiares, amigos, professores e funcionários da FEIS-UNESP, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho. Em especial, dedico meus agradecimentos:

- A Deus, por ter me dado força e saúde para chegar até aqui;
- Aos meus pais Eilon e Maria e minhas irmãs, Elaine, Silvana e Jackelini pelo carinho, apoio e incentivo;
- Ao meu marido Emivan e aos meus filhos, pelo amor, companheirismo, apoio, confiança e incentivo em todos os momentos;
- Ao Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro, por todo ensinamento, incentivo, confiança e orientação;
- Ao Prof. Dr. José Roberto Sanches Mantovani pelo incentivo;
- Às amigas e companheiras de estudo, Donizete, Marinez, Márcia, Minéia e Vera.
- Aos meus amigos e colegas do laboratório que de forma direta ou indiretamente me ajudaram, em especial ao Inédio Arcari, Robinson Lemos, Emivan e Davi Alvarez, pela ajuda e o trabalho feito em conjunto;
- A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES) pela oportunidade e apoio financeiro.

*“Talvez não tenha conseguido fazer o melhor,
mas lutei para que o melhor fosse feito.
Não sou o que deveria ser, mas Graças a Deus,
não sou o que era antes”.*

Marthin Luther King

RESUMO

Neste trabalho, são propostas duas metodologias para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão (PPEST). A primeira delas é uma apresentação de um algoritmo baseado em meta-heurística, *Particle Swarm optimization* (PSO), como ferramenta para resolver o PPEST estático. Nesta proposta são usados os modelos matemáticos de transporte e CC. Ambos os modelos foram implementados na linguagem de programação FORTRAN e o *solver* comercial MINOS foi usado para resolver os problemas de programação linear relacionados. A segunda proposta apresenta o PPEST considerando múltiplos cenários de geração usando o modelo linear disjuntivo. Este modelo foi implementado via AMPL e resolvido usando o *solver* comercial CPLEX. A fim de validar e qualificar a primeira metodologia proposta, cinco sistemas foram estudados, são eles: Garver, IEEE 24-barras, Sul Brasileiro, Colombiano e Norte-Nordeste Brasileiro. E para a segunda metodologia proposta, três sistemas foram estudados, são eles: Garver, IEEE 24-barras, Sul Brasileiro. Os resultados mostraram a eficiência e utilidade das duas metodologias propostas.

Palavras-chave: Planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Modelo de transportes. Modelo CC. Meta-heurística PSO. Modelo linear disjuntivo com múltiplos cenários de geração.

ABSTRACT

In this work, two methodologies to solve the transmission network expansion planning (TNEP) problem have been proposed. The first one is a presentation of a meta-heuristic based algorithm, Particle Swarm Optimization (PSO), as a tool to solve static TNEP problems. In this proposition, the mathematical models of transportation model and the DC model have been used. Both the models have been implemented via the programming language of FORTRAN and the commercial solver of MINOS has been used to solve the related LP problems. The second proposal, presents the TNEP problem considering multiple generation scenarios using the disjunctive linear model. This model has been implemented via AMPL and solved by the commercial solver of CPLEX. In order to validate and qualify the first proposed methodology, five case studies have been carried out, these cases are: Garver, IEEE 24-bus, Southern Brazil, Colombian, and Brazilian North-Northeast systems. And for the second proposed methodology, 3 case studies have been used such as: Garver, IEEE 24-bus and Southern Brazil test systems. The results show the effectiveness and the usefulness of the proposed methodologies.

Keywords: Transmission network expansion planning. Transportation model. DC model. Meta-heuristic PSO. Linear disjunctive model with multiple generation scenarios.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Técnicas de resolução para o PPEST	47
Figura 2	Algoritmo PSO	74
Figura 3	Sistema de Garver no cenário G1.	156
Figura 4	Sistema de Garver no cenário G2.	156
Figura 5	Sistema IEEE de 24 barras.	157

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Comparação entre PSO e AG	70
Tabela 2	Sistema de Garver com Reprogramação da Geração	109
Tabela 3	Sistema de Garver sem Reprogramação da Geração para o Cenário G_1	109
Tabela 4	Sistema de 24 Barras para os Cenários de Geração G_0, G_1, G_2, G_3, G_4 no Modelo de Transportes.	110
Tabela 5	Sistema de 24 Barras para os Cenários de Geração G_0, G_1, G_2, G_3, G_4 no Modelo CC.	111
Tabela 6	Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras para o Cenário de Geração G_0 . . .	112
Tabela 7	Sistema Norte-Nordeste Brasileiro.	113
Tabela 8	Sistema Colombiano de 93 barras, plano P1.	114
Tabela 9	Sistema Colombiano de 93 barras, plano P2.	114
Tabela 10	Sistema Colombiano de 93 barras, plano P3.	115
Tabela 11	Dados das barras - Sistema de Garver com reprogramação da geração.	127
Tabela 12	Dados das barras - Sistema de Garver sem reprogramação da geração.	127
Tabela 13	Dados das linhas do Sistema de Garver.	128
Tabela 14	Sistema 24–barras – Dados das barras.	128
Tabela 15	Sistema 24–barras – Dados das linhas.	129
Tabela 16	Sistema 46–barras Sul Brasileiro – Dados das barras.	131
Tabela 17	Sistema 46–barras Sul Brasileiro – Dados das linhas.	132
Tabela 18	Sistema Norte-Nordeste Brasileiro – Dados das barras.	134
Tabela 19	Sistema Norte-Nordeste Brasileiro – Dados das linhas.	136
Tabela 20	Sistema 93–barras Colombiano – Dados das barras, Plano P1.	141
Tabela 21	Sistema 93–barras Colombiano – Dados das barras, Plano P2.	142
Tabela 22	Sistema 93–barras Colombiano – Dados das barras, Plano P3.	144

Tabela 23	Sistema 93–barras Colombiano – Dados das linhas.	145
-----------	--	-----

LISTA DE ABREVIACOES E SIGLAS

AMPL	<i>A Mathematical Programming Language</i>
AG	Algoritmo Genético
AHC	Algoritmo Heurístico Construtivo
CC	Corrente Contínua
CA	Corrente Alternada
EBR	Espaço de Busca Reduzido
CPLEX	Ferramenta para resolver problemas de otimização linear
GRASP	<i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedures</i>
LCK	Lei das Correntes de Kirchhoff
LTK	Lei das Tensões de Kirchhoff
MVA	Megavolt Ampère (potência aparente)
NPSO	<i>Niching Particle Swarm Optimization</i>
KNITRO	<i>Nonlinear Interior-Point Trust Region Optimizer</i>
OEP	<i>Otimização por Exame de Partículas</i>
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
COMPSO	<i>Composite Particle Swarm Optimization</i>
GCPSO	<i>Particle Swarm Optimization com Convergência Garantida</i>
CPSO	<i>Particle Swarm Optimization Cooperativo</i>
EPSO	<i>Particle Swarm Optimization Evolucionário</i>
PSO-Lbest	<i>Particle Swarm Optimization Melhor Local</i>
MPSO	<i>Particle Swarm Optimization Memético</i>
UPSO	<i>Particle Swarm Optimization Unificado</i>
QPSO	<i>Particle Swarm Optimization Quântico</i>
PEST	Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão
PETM	Planejamento da Expansão da Transmissão Multiestágio
PL	Programação Linear
PLBM	Programação Linear Binário Misto
PLIM	Programação Linear Inteiro Misto
PNL	Programação Não Linear
PNLIM	Programação Não Linear Inteiro Misto
Kv	Quilovolt
RCL	<i>Restricted Candidate List</i>
SA	<i>Simulated Annealing</i>
VNS	<i>Variable Neighborhood Search</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

θ_i	Ângulo de fase na barra i
$\bar{\delta}$	Ângulo máximo de tensão
θ_{ref}^s	Ângulo de referência no cenário s
θ_i^s	Ângulo de tensão na barra i no cenário s
$\delta_{i,t}$	Ângulo de tensão na barra i no estágio t
c_1	Coefficiente de confiança da partícula nela mesma
c_2	Coefficiente de confiança da partícula em relação as demais partículas
χ	Coefficiente de constrição
g_{ij}^0	Condutância da linha existente no ramo ij
g_{ij}	Condutância da linha no ramo ij
Ω_{bi}	Conjunto das barras vizinhas da barra i
Y	Conjunto das linhas que podem ou não serem adicionadas no ramo ij
Ω_b	Conjunto de barras
Ω_l	Conjunto de ramos
S	Conjunto de todos os cenários s de geração
c_{ij}^n	Custo de construção das linhas no ramo ij
d_i	Demanda na barra i
$d_{i,t}$	Demanda na barra i no estágio t
θ_{ij}	Diferença entre os ângulos de tensão das barras i e j
P	Fator de comunicação
u	Fator de unificação, $u \in [0, 1]$
s_{ij}^{para}	Fluxo de potência aparente (MVA) no ramo ij chegando no terminal
s_{ij}^{de}	Fluxo de potência aparente (MVA) no ramo ij saindo do terminal
\bar{f}_{ij}^0	Fluxo de potência ativa máximo nos ramos para o conjunto de linhas já existentes
\bar{f}_{ij}	Fluxo de potência ativa máximo permitida no ramo ij para linhas novas
f_{ij}^0	Fluxo de potência ativa nos ramos para o conjunto de linhas já existentes
$f_{ij}^{0,s}$	Fluxo de potência das linhas existentes no caso base no ramo ij e no cenário s
$f_{ij,y}^s$	Fluxo de potência do circuito y no ramo ij e no cenário s
$f_{ij,y}$	Fluxo de potência na linha y do ramo ij
$f_{ij,t}^0$	Fluxo de potência no caso base, no estágio t
$f_{ij,y,t}$	Fluxo de potência do circuito y no estágio t
r_i	Geração artificial na barra i
p_{ij}^{de}	Geração de potência ativa (MVA) no ramo ij saindo do terminal

q_{ij}^{de}	Geração de potência ativa (MVA) no ramo ij saindo do terminal
p_{ij}^{para}	Geração de potência reativa (MVA) no ramo ij chegando no terminal
q_{ij}^{para}	Geração de potência reativa (MVA) no ramo ij chegando no terminal
\bar{g}_i	Geração máxima na barra i
g_i	Geração na barra i
$g_{i,t}$	Geração na barra i no estágio t
g^s	Geração no cenário s
$d(t)$	Grau de agregação do enxame
κ_t	Índice de correção de preços para determinar o valor atual da rede para o investimento de transmissão no estágio t
v	Investimento devido às adições de Linhas no sistema - Função Objetivo
$iter$	Iteração
$iter_{max}$	Iteração máxima
\bar{s}_{ij}	Limite de fluxo de potência aparente (MVA) no ramo ij
\bar{V}_i	Limite máximo da magnitude de tensão na barra i
\underline{V}_i	Limite mínimo da magnitude de tensão na barra i
\bar{q}_i	Limite máximo de geração de potência reativa na barra i
\underline{q}_i	Limite mínimo de geração de potência reativa na barra i
ij	Linha entre as barras i e j
V_i	Magnitude de tensão na barra i
G_{ij}	Matriz de condutância
B_{ij}	Matriz de susceptância
b_n	Melhor local encontrado pela partícula até então
b_g	Melhor local encontrado pela população de partículas até então
$lbest$	Melhor posição dentro da vizinhança de x_n
$Gbest_d$	Melhor posição global na d -ésima coordenada
$Pbest_{n,d}(t)$	Melhor posição individual da n -ésima partícula na d -ésima coordenada na iteração t
$G_{n,d}(t+1)$	Nova velocidade da partícula x_n para cada componente d , na variante global do PSO
n_{ij}	Número de linhas adicionadas no ramo ij
n_{ij}^0	Número de linhas existentes na configuração base no ramo ij
\bar{n}_{ij}	Número máximo de Linhas que podem ser adicionados no ramo ij
r_1 e r_2	Números randômicos no intervalo $[0,1]$
τ	Parâmetro de aprendizagem que controla a amplitude da mutação, valores negativos para esse parâmetro são rejeitados
α	Parâmetro de penalização
M	Parâmetro disjuntivo

$\omega_{n,3}^*$	Peso da cooperação
$\omega_{n,1}^*$	Peso da inércia
$\omega, \omega_{min}, \omega_{max}$	Peso da inércia, peso da inércia mínimo e peso da inércia máximo, respectivamente
$\omega_{n,2}^*$	Peso da memória
$x_{n,d}(t)$	Posição da n-ésima partícula na d-ésima coordenada na iteração t
$\omega_{n,4}^*$	Quarto parâmetro estratégico (peso) associado a partícula i , esse parâmetro controla o tamanho da vizinhança b_g
x_{ij}	Reatância do circuito ij
b_{ij}	Susceptância da linha no ramo ij
γ_{ij}	Susceptância nas linhas do ramo ij
b_{ij}^{sh}	Susceptância shunt da linha no ramo ij
b_i^{sh}	Susceptância shunt na barra i
x_{min}, x_{max}	Valor mínimo e valor máximo para as posições de uma partícula do algoritmo PSO
$w_{ij,y}$	Variável binária correspondente à linha y candidata a ser adicionada ou não no ramo ij
$w_{ij,y,t}$	Variável binária de decisão de investimento para o circuito y no estágio t
$N(0, 1)$	Variável randômica com distribuição Gaussiana com média 0 e variância 1
$L_{n,d}(t + 1)$	Variante local do PSO
$v_{n,d}$	Velocidade da n-ésima partícula na d-ésima coordenada
v_{min}, v_{max}	Velocidade mínima e velocidade máxima do algoritmo PSO, respectivamente
e_i	Vetor de demanda de potência reativa na barra i
q_i	Vetor de geração de potência reativa na barra i

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO GERAL	29
2	O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO	33
2.1	INTRODUÇÃO	33
2.2	MODELAGEM MATEMÁTICA BÁSICA	33
2.2.1	Modelo de Transportes	34
2.2.1.1	<i>Formulação Matemática do Modelo de Transportes</i>	35
2.2.2	Modelo de CC	36
2.2.2.1	<i>Formulação Matemática do Modelo CC</i>	36
2.2.3	Modelo Linear Disjuntivo	37
2.2.3.1	<i>Formulação Matemática do Modelo Linear Disjuntivo</i>	37
2.3	MODELOS MATEMÁTICOS MAIS COMPLEXOS	39
2.3.1	Modelo CA	39
2.3.2	Modelos Dinâmicos ou Multi-estágios	41
2.3.3	Modelo Linear Disjuntivo com Múltiplos Cenários de Geração	44
2.4	TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO USADAS EM PLANEJAMENTO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO	45
2.5	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	47
3	REVISÃO SOBRE META – HEURÍSTICAS	53
3.1	INTRODUÇÃO	53
3.2	ALGORITMOS HEURÍSTICOS	53
3.2.1	O Algoritmo Heurístico Construtivo	54
3.2.2	A Heurística de Busca através de Vizinhaça	56
3.3	META-HEURÍSTICAS	57

3.3.1	<i>Simulated Annealing</i>	57
3.3.1.1	<i>O algoritmo Simulated Annealing</i>	58
3.3.2	Algoritmos Genéticos	59
3.3.3	Busca Tabu	62
3.3.4	GRASP	64
3.3.5	Busca em Vizinhança Variável	65
4	REVISÃO SOBRE <i>PARTICLE SWARM OPTIMIZATION</i>	67
4.1	INTRODUÇÃO	67
4.2	TEORIA BÁSICA SOBRE <i>PSO</i>	68
4.3	NOVAS PROPOSTAS SOBRE <i>PARTICLE SWARM OPTIMIZATION</i>	75
4.3.1	PSO Unificado (UPSO)	75
4.3.2	PSO Evolucionário (EPSO)	76
4.3.3	PSO Cooperativo (CPSO)	78
4.3.4	PSO Memético (MPSO)	79
4.3.5	PSO Composto (COMPSO)	80
4.3.6	PSO Modificado (M-PSO)	81
4.3.6.1	<i>Grau de agregação do enxame de partículas</i>	81
4.3.6.2	<i>Estratégia de mutação</i>	81
4.3.7	PSO Modificado versão LBest (PSO-Lbest)	82
4.3.8	PSO com Convergência Garantida (GCPSO)	84
4.3.9	<i>Niching PSO (NPSO)</i>	85
4.3.10	PSO Quântico (QPSO)	86
4.3.10.1	<i>As Vantagens do Modelo Quântico</i>	87
4.4	<i>PSO PARA OTIMIZAÇÃO DISCRETA</i>	88
4.5	DETALHES ADICIONAIS SOBRE <i>PARTICLE SWARM OPTIMIZATION</i>	89
4.6	PROPOSTAS COM <i>PSO</i> APLICADO AO PPEST	90

5	<i>PARTICLE SWARM OPTIMIZATION</i> APLICADA AO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO	95
5.1	INTRODUÇÃO	95
5.2	O ALGORITMO PROPOSTO	96
5.3	DETALHES ADICIONAIS DE IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	102
5.4	TESTES USANDO O ALGORITMO PROPOSTO	108
5.4.1	Sistema de Garver de 6 barras	109
5.4.2	Sistema IEEE de 24 barras	110
5.4.3	Sistema Sul Brasileiro de 46 barras	111
5.4.4	Sistema Norte-Nordeste Brasileiro de 87 Barras	112
5.4.5	Sistema Colombiano de 93 barras Plano 1, Plano 2 e Plano 3	113
5.5	CONCLUSÕES PARCIAIS	115
6	CONCLUSÕES	117
6.1	TRABALHOS FUTUROS	118
	REFERÊNCIAS	119
	APÊNDICE A - DADOS E TABELAS DOS SISTEMAS TESTES	127
	APÊNDICE A.1 - SISTEMA DE GARVER 6-BARRAS	127
	APÊNDICE A.1.1 - Dados das barras	127
	<i>APÊNDICE A.1.1.1 - Dados das barras com a reprogramação da geração</i>	<i>127</i>
	<i>APÊNDICE A.1.1.2 - Dados das barras sem a reprogramação da geração</i>	<i>127</i>
	APÊNDICE A.1.2 - Dados das linhas	128
	APÊNDICE A.2 - SISTEMA DE 24-BARRAS IEEE	128
	APÊNDICE A.2.1 - Dados das barras	128
	APÊNDICE A.2.2 - Dados das linhas	129
	APÊNDICE A.3 - SISTEMA 46-BARRAS SUL BRASILEIRO	130
	APÊNDICE A.3.1 - Dados das barras	130

APÊNDICE A.3.2 - Dados das linhas	132
APÊNDICE A.4 - SISTEMA NORTE-NORDESTE BRASILEIRO	134
APÊNDICE A.4.1 - Dados das barras	134
APÊNDICE A.4.2 - Dados das linhas	136
APÊNDICE A.5 - SISTEMA 93-BARRAS COLOMBIANO	140
APÊNDICE A.5.1 - Dados das barras	141
<i>APÊNDICE A.5.1.1 - Plano P1</i>	<i>141</i>
<i>APÊNDICE A.5.1.2 - Plano P2</i>	<i>142</i>
<i>APÊNDICE A.5.1.3 - Plano P3</i>	<i>143</i>
APÊNDICE A.5.2 - Dados das linhas	145
APÊNDICE B - O PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO	151
B.1 INTRODUÇÃO	151
B.2 MODELAGEM MATEMÁTICA	152
B.3 TESTES USANDO A PROPOSTA DE OTIMIZAÇÃO	154
B.3.1 Sistema de Garver de 6 barras	155
B.3.2 Sistema de 24 barras	156
B.3.3 Sistema Sul Brasileiro	158
B.4 CONCLUSÕES PARCIAIS	161

1 INTRODUÇÃO GERAL

O Problema de Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão (PPEST), consiste em minimizar os custos de investimentos na construção de reforços e ampliação da rede de energia elétrica, impostos pelo crescimento da demanda e de novas capacidades de geração. A construção de novas hidrelétricas que são capacidades novas de geração, por exemplo, implicam na construção de novos corredores de interligação do sistema. O aumento da população e o crescimento industrial, por outro lado, significam necessariamente aumento de carga, exigindo reforço no sistema existente e o planejamento da expansão do mesmo se torna imprescindível.

A natureza discreta das decisões de investimento, as incertezas nas taxas de crescimento da demanda e os futuros locais de geração além da não conectividade da rede inicial, fazem desse planejamento da expansão de sistemas de transmissão um problema combinatório difícil, de grande porte e estocástico com modelagem matemática não linear, além de apresentar uma estrutura multimodal com um número elevado de ótimos locais, o que leva a maioria dos métodos aproximados a fornecerem uma solução ótima local, às vezes de pobre qualidade.

O planejamento da expansão de sistema de transmissão é chamado de planejamento estático quando o plano de expansão encontrado considera um único horizonte, e planejamento multietápico ou dinâmico quando o plano de expansão considera vários períodos de tempo (horizontes), onde serão realizados reforços. Em geral, a resolução do planejamento dinâmico apresenta limitações excessivas relativas à complexidade da modelagem e dimensão do mesmo. O grande número de variáveis e restrições torna o esforço computacional elevado.

Considerando a dimensão do problema dinâmico, esforços para reduzir o tempo computacional tem sido pesquisados. Uma das maneiras encontradas para resolver o problema, é dividi-lo em uma sequência de problemas estáticos (processo pseudodinâmico) (LATORRE et al., 2003; LEVI; CALOVIC, 1991).

Quanto ao horizonte de planejamento, este pode ser de longo, médio ou curto prazo. A expansão estática determina onde, e quantas novas linhas deverão ser adicionadas no horizonte de planejamento especificado, a fim de que o sistema opere adequadamente.

A modelagem matemática para a resolução do PPEST pode ser escolhida em função das restrições a serem consideradas, da natureza das variáveis envolvidas, do horizonte de planejamento considerado, da presença ou não de cenários de geração, enfim, vários “ingredientes” podem ser reunidos para a escolha da melhor modelagem para o problema em questão, dentre elas, citam-se as modelagens clássicas:

- **Modelo de Transportes:** O primeiro modelo apresentado por Garver (1970) para resolver o PPEST, considera apenas a primeira lei de Kirchhoff, a lei das correntes (LCK), onde o somatório dos fluxos de potência que entram em uma barra deve ser igual ao somatório dos fluxos de potência que saem da mesma barra. O problema proposto tem uma formulação linear inteiro misto (PLIM), onde as variáveis de decisão/investimento são inteiras, e as variáveis de fluxo de potência e as gerações são discretas.
- **Modelo CC (corrente contínua):** É o modelo mais indicado para resolver o PPEST; considera as duas leis de Kirchhoff em sua formulação, a lei das correntes (LCK) e a lei das tensões (LTK). Sua formulação matemática é a de um problema não linear inteiro misto (PNLIM) e devido a não linearidade do modelo, sua resolução é mais complexa e difícil, sendo necessário a utilização de técnicas heurísticas ou meta-heurísticas para sua resolução.
- **Modelo Híbrido (VILLASANA; GARVER; SALON, 1985):** Esse modelo apresenta características do modelo de transportes e do modelo CC, foi desenvolvido com o intuito de encontrar soluções mais próximas do modelo CC, com um grau de dificuldade menor que aquele. Em sua formulação, apenas uma parcela dos circuitos são obrigados a obedecerem a LTK. Foram apresentadas duas versões para o modelo híbrido, uma linear e outra não linear.
- **Modelo Linear Disjuntivo:** No artigo de Bahiense et al. (2001) é apresentado o modelo linear disjuntivo, que nada mais é do que o modelo CC linearizado. Com formulação matemática linear inteira mista (PLIM), o modelo, apesar de ter um número de restrições e variáveis maior que a formulação não linear, tem a mesma solução ótima que o modelo CC, aqui as duas leis de Kirchhoff, LCK e LTK são obedecidas.

Os métodos para a resolução do problema de planejamento da expansão da transmissão podem ser considerados em função das incertezas, sob as seguintes análises, apontadas no artigo de Barros, Melo e Silva (2004):

1. **Determinística:** Quando não há consideração explícita de variáveis aleatórias;
2. **Probabilística:** Quando as variáveis aleatórias são levadas em conta, tais como equipamentos de interrupções forçadas, carga flutuante, condições hidrológicas e etc;
3. **Sobre Incertezas:** Quando incertezas que não podem ser representadas por distribuição de probabilidade, tais como: taxa de carga crescente por cenários, novos geradores instalados e etc.

Tradicionalmente o planejamento da expansão da transmissão é realizado usando critérios determinísticos de segurança do tipo “N-1” ou “N-2”.

As técnicas de otimização empregadas para resolver o PPEST, se classificam em dois grandes grupos, os exatos e os aproximados.

1. Exatos –

- a) Algoritmos de otimização clássica (ROMERO et al., 2002): São conhecidos por serem algoritmos exatos, eficientes em problemas de PLIM de pequeno e médio porte e que encontram sempre a solução global ótima. Com esforço computacional considerável, sua implementação não é simples e eles requerem o uso de *solvers* para a realização da otimização. Conforme as dimensões do PPEST aumentam, sua natureza combinatória exige um esforço computacional proibitivo, tornando, em alguns casos, inviável a escolha desses métodos. Dentre os algoritmos de otimização clássica, destacam-se: *branch and bound*, cortes de Gomory, decomposição de Benders, entre outros.

2. Aproximados –

- a) Algoritmos heurísticos (REN et al., 2005; LATORRE et al., 2003): As heurísticas aparecem na literatura especializada como ferramentas robustas, fáceis de implementar e entender e que consomem baixo esforço computacional, no entanto, sua dificuldade em encontrar soluções ótimas cresce de acordo com o tamanho do problema, ou seja, em problemas de pequeno porte, elas geralmente encontram a solução “global” ótima, enquanto que em problemas de médio e de grande porte, elas encontram soluções apenas boas. Um algoritmo construtivo pode ser determinístico ou estocástico, dependendo das escolhas realizadas na determinação dos números empregados na execução do mesmo.

Dentre os algoritmos heurísticos, destacam-se: algoritmo heurístico construtivo de Garver dentre outros algoritmos do tipo gulosos.

- b) Algoritmos combinatórios ou meta-heurísticas (TORRES et al., 2011): Surgiram como uma tentativa de tentar superar as limitações das heurísticas convencionais. São técnicas robustas, fáceis de implementar e entender, geram soluções de boa qualidade, geralmente melhores que aquelas fornecidas por técnicas heurísticas, no entanto dependem de um grande esforço computacional. Essas técnicas associadas aos algoritmos heurísticos na formação de uma população inicial, ou mesmo numa especialização da técnica proposta, como em Escobar, Gallego e Romero (2004), são muito eficientes, reduzindo a memória e o tempo computacional além de oferecerem resultados ainda melhores que seus precursores. Dentre as meta-heurísticas, destacam-se: Algoritmos Genéticos, *Simulated Annealing*, Busca Tabu, *Particle Swarm Optimization*, *GRASP*, entre outros.

Nesse trabalho realizou-se o planejamento estático da expansão de sistemas de transmissão com a presença de um único cenário de geração, para sistemas de pequeno, médio e grande porte como: Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras, Sul Brasileiro de 46 barras, Colombiano de 93 barras e Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras, com as modelagens matemáticas: transportes e CC. A meta-heurística *Particle Swarm Optimization* (PSO) foi implementada na linguagem de programação FORTRAN com a chamada do *solver* comercial MINOS, como técnica de solução para resolver os problemas de PL.

De forma complementar, foi realizado o planejamento da expansão de sistemas de transmissão estático com a presença de múltiplos cenários de geração, para os sistemas Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras, Sul Brasileiro de 46 barras, na modelagem linear disjuntivo, com implementação computacional realizada na linguagem de programação AMPL, com a chamada do *solver* comercial CPLEX (ILOG, 2008) e devido ao caráter complementar, este tópico foi incorporado em anexo.

2 O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

2.1 INTRODUÇÃO

O objetivo do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão (PPEST) é encontrar um conjunto de circuitos candidatos à expansão, a um custo mínimo, e de forma que as restrições de adequação da rede sejam satisfeitas, para que o sistema opere adequadamente dentro de um horizonte de planejamento específico.

A natureza discreta das decisões de investimento, as incertezas nas taxas de crescimento da demanda e os futuros locais de geração, além da não conectividade da rede inicial, fazem com que o PPEST seja um problema combinatório difícil, de grande porte e estocástico, com modelagem matemática não linear, além de apresentar uma estrutura multimodal com um número elevado de ótimos locais e o fenômeno de explosão combinatória, o que leva a maioria dos métodos aproximados a fornecerem uma solução ótima local, às vezes de pobre qualidade. Essa natureza combinatória da resolução do PPEST, constitui uma das principais dificuldades do processo de planejamento, pois leva a um número quase infinito de possibilidades. Pode-se concluir de antemão que a dimensão do PPEST é diretamente proporcional a dificuldade em resolvê-lo.

2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA BÁSICA

Dois aspectos muito importantes do PPEST são: o modelo matemático e a técnica de otimização escolhida para resolvê-lo.

A modelagem clássica para o PPEST tem a meta de encontrar um plano de expansão ótimo para um horizonte de planejamento definido, ou seja, onde e que tipos de circuitos devem ser construídos para que o sistema opere adequadamente em um determinado horizonte, com crescimento de demanda especificada a um custo de investimento mínimo.

O modelo matemático que representa as relações do fluxo de potência CA (corrente alternada) é o ideal para realizar o planejamento da transmissão, mas, por ser um problema de programação não linear inteiro misto (PNLIM), seu uso para resolver o PPEST não é comumente praticado, sendo considerado apenas nos estágios finais do processo de planejamento quando as topologias mais atrativas já foram determinadas (ROMERO et al., 2002).

Segundo Flores (2006, p. 3):

No modelo CA, devem ser obedecidas as duas leis de Kirchhoff na forma exata, sem as simplificações usadas para serem montados os modelos linearizados. Também podem ser incorporadas outras restrições operacionais como limites de tensão. Mais importante ainda, pode-se realizar o planejamento integrado de potência ativa e reativa, isto é, pode-se integrar o planejamento da expansão de sistemas de transmissão e de alocação de fontes de potência reativa. As perdas exatas do sistema são encontradas de forma trivial.

Na literatura especializada, grande parte dos trabalhos optam pelo modelo de fluxo de potência CC (corrente contínua), por ser uma simplificação do modelo real de fluxo de potência CA e por apresentar precisão na aplicação ao PPEST. Essa modelagem é do tipo NP-completa por ser de difícil resolução e determinar problemas de PNLIM.

Os modelos relaxados, modelo de transportes (PLIM), modelo linear disjuntivo (PLIM) e modelo híbrido (PLIM e PNLIM)), em relação aos dois modelos anteriores, são também utilizados para a resolução do PPEST.

Os fluxos de potência CA e CC, quanto a distribuição dos fluxos de corrente ativa, apresentam resultados muito próximos, sendo o modelo CC o escolhido para ser usado neste trabalho.

Da generalização do fluxo de potência CC, surgiu o modelo CC. A seguir, são apresentados os modelos mais estudados até o momento:

2.2.1 Modelo de Transportes

O modelo de transportes foi o primeiro modelo criado para resolver o PPEST, foi proposto por Garver (1970). Na época, com as técnicas disponíveis para a otimização, a proposta foi muito bem aceita. O modelo envolve programação linear inteira mista, utiliza a lei das correntes de Kirchhoff que determina que a somatória dos fluxos de potência que entram numa barra seja igual a somatória dos fluxos de potência que saem da barra e que os circuitos e usinas de geração operem dentro de seus limites especificados. A lei das tensões de Kirchhoff é descartada em sua formulação e há uma tentativa em simplificar a análise da rede, produzindo resultados factíveis com um número mínimo de circuitos por caminhos, usando como dados qualquer rede existente, carga e geração programadas. O modelo é conhecido como modelo de síntese, e pelas limitações impostas a ele, o planejamento é feito considerando apenas o fluxo de potência ativa, resolvendo assim somente o problema da capacidade de transmissão.

Por ser um modelo simplificado em relação ao modelo de fluxo de potência CA, encontra soluções menos atrativas para problemas reais, consistindo numa desvantagem em utilizá-lo. Em relação ao modelo CC, o modelo de transportes é uma versão relaxada, com uma formulação linear, inteira e mista (PLIM). A grande vantagem em optar por essa modelagem é que não há diferença em resolver problemas de sistemas ilhados ou conexos, devido ao fato do modelo não ter o ângulo de fase das barras como variáveis de decisão e, portanto, não existe referência

angular.

2.2.1.1 Formulação Matemática do Modelo de Transportes

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (1a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (1b)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (1c)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (1d)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (1e)$$

$$f_{ij} \text{ irrestrito} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (1f)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (1g)$$

Em que:

- v : Investimento pelas adições de linhas no sistema – função objetivo;
- ij : Linha entre as barras i e j ;
- c_{ij} : Custo de uma linha no caminho ij ;
- n_{ij} : Número de linhas adicionadas no caminho ij ;
- Ω_l : Conjunto de todas as linhas existentes e as alternativas de expansão;
- Ω_b : Conjunto de todas as barras do sistema;
- \bar{n}_{ij} : Número máximo de linhas que podem ser adicionados no caminho ij ;
- n_{ij}^0 : Número de linhas existentes na configuração base, no caminho ij ;
- f_{ij} : Fluxo de potência total que passa por todas as linhas de transmissão no caminho ij ;
- \bar{f}_{ij} : Fluxo máximo de potência permitido para cada circuito no caminho ij ;
- g_i : Geração de carga da barra i ;
- \bar{g}_i : Geração máxima de carga da barra i ;
- d_i : Demanda de carga da barra i .

No modelo de transportes a restrição (1b) representa a lei das correntes de Kirchhoff; a inequação (1c) representa as restrições de capacidade de transmissão do circuito (transformadores e/ou linhas), esses fluxos podem fluir nos dois sentidos por isso se faz necessário o uso de valor absoluto. As restrições (1d), (1e) e (1f) representam, respectivamente, limite de geração, limite de circuitos a serem adicionados em cada caminho candidato ij e fluxo irrestrito (variáveis contínuas). A última restrição (1g), representa as variáveis inteiras, que é onde reside a maior complexidade do problema.

2.2.2 Modelo de CC

Nos trabalhos de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, o modelo CC, generalizado a partir do modelo de fluxo de potência CC e apresenta resultados bem próximos aos encontrados no modelo de fluxo de potência CA, e é considerado por muitos como sendo o ideal. Boa parte das técnicas de resolução são propostas para resolvê-lo. Neste modelo, tanto os circuitos existentes na configuração base, quanto os circuitos propostos para serem adicionados ao sistema, devem obedecer as duas leis de Kirchhoff. Na modelagem matemática a seguir, aparecem variáveis contínuas (fluxos nos circuitos, diferença angular entre as barras e os níveis de geração) e variáveis inteiras (circuitos candidatos à adição). A modelagem matemática proposta é portanto a de um problema de programação não linear inteiro misto (PNLIM), com alta complexidade e com muitas soluções de excelente qualidade.

2.2.2.1 Formulação Matemática do Modelo CC

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (2a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (2b)$$

$$f_{ij} = (n_{ij} + n_{ij}^0) \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (2c)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (2d)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (2e)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (2f)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (2g)$$

$$\theta_i = 0, \quad \forall i \in \Omega_b | i = ref \quad (2h)$$

$$\theta_j \text{ irrestrito} \quad \forall j \in \Omega_b | j \neq i \quad (2i)$$

$$f_{ij} \text{ irrestrito} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (2j)$$

Em que:

- v : Investimento pelas adições de linhas no sistema – função objetivo;
- ij : Linha entre as barras i e j ;
- c_{ij} : Custo de uma linha no caminho ij ;
- n_{ij} : Número de linhas adicionadas no caminho ij ;

- Ω_l : Conjunto de todas as linhas existentes e as alternativas de expansão;
 Ω_b : Conjunto de todas as barras do sistema;
 \bar{n}_{ij} : Número máximo de linhas que podem ser adicionados no caminho ij ;
 θ_i : Magnitude do ângulo de tensão das barras pertencentes a Ω_b ;
 x_{ij} : Reatância do circuito ij ;
 f_{ij} : Fluxo de potência total que passa por todas as linhas de transmissão no caminho ij ;
 \bar{f}_{ij} : Fluxo máximo de potência permitido para um circuito no caminho ij ;
 d_i : Demanda de carga da barra i ;
 g_i : Geração da barra i ;
 \bar{g}_i : Geração máxima da barra i .

A restrição (2b) representa a lei das correntes de Kirchhoff e a restrição (2c) representa a não linearidade do modelo e também a lei das tensões de Kirchhoff, produzindo um nível de complexidade maior em relação ao modelo de transportes.

2.2.3 Modelo Linear Disjuntivo

O modelo CC, considerado como o modelo ideal para o planejamento da expansão de redes de transmissão, possui uma formulação matemática de Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM), que fornece a solução ótima. A alta complexidade do modelo CC, estimula pesquisadores a desenvolverem técnicas aprimoradas de resolução e reformulação da modelagem. O modelo linear disjuntivo surgiu como uma linearização do modelo CC, sendo um modelo com solução ótima equivalente portanto, e oferecendo a mesma solução ótima do modelo original. Sua proposta resulta num problema de programação linear inteiro misto (PLIM). No livro de Rendón, Zuluaga e Ocampo (2008, p. 47), com tradução livre, tem-se a seguinte descrição da modelagem linear disjuntiva:

Em geral, sempre é possível transformar um problema não linear quadrático com variáveis binárias e reais em um problema linear com variáveis binárias e reais usando uma transformação que permite “separar” os termos quadráticos em relações lineares. Este processo é obtido incorporando ao problema um parâmetro M de valor muito grande. Esse modelo chamado de linear disjuntivo foi proposto por vários autores.

Uma análise detalhada a respeito da modelagem disjuntiva é apresentada por Binato (2000).

2.2.3.1 Formulação Matemática do Modelo Linear Disjuntivo

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \quad (3a)$$

s.a.

$$\sum_{j \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ji,y} + f_{ji}^0 \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ij,y} + f_{ij}^0 \right) + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (3b)$$

$$f_{ij}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (3c)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (3d)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y} - (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - w_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (3e)$$

$$|f_{ij,y}| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (3f)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (3g)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (3h)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1 \quad (3i)$$

$$w_{ij,y} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (3j)$$

Onde:

- v : Investimento pelas adições de linhas no sistema – função objetivo;
- ij : Linha entre as barras i e j ;
- c_{ij} : Custo de uma linha no caminho ij ;
- Y : Conjunto das linhas candidatas a serem adicionadas no caminho ij ;
- $w_{ij,y}$: Variável binária de decisão, decide se uma linha entra ou não no caminho ij ;
- Ω_l : Conjunto de todas as linhas existentes e as alternativas de expansão;
- Ω_b : Conjunto de todas as barras do sistema;
- \bar{n}_{ij} : Número máximo de linhas que podem ser adicionados no caminho ij ;
- n_{ij}^0 : Número de linhas existentes na configuração base, no caminho ij ;
- θ_i : Magnitude do ângulo de tensão das barras pertencentes a Ω_b ;
- x_{ij} : Reatância do circuito ij ;
- $f_{ij,y}$: Fluxo de potência total que passa pelo circuito y no caminho ij ;
- \bar{f}_{ij} : Fluxo máximo de potência permitido para um circuito no caminho ij ;
- d_i : Demanda de carga da barra i ;
- g_i : Geração da barra i ;
- M : Parâmetro disjuntivo;
- \bar{g}_i : Geração máxima da barra i .

As restrições (3b), (3c) e (3e) são as equações linearizadas de fluxo de potência para a rede existente e para as candidatas. As outras restrições declaram os limites operacionais e de integralidade da rede. Observa-se que o circuito adicionado y é criado no caminho ij quando $w_{ij,y} = 1$ e a equação (3e) de fluxo de potência fica igual a equação de fluxo de potência (3c) de um circuito existente. Por outro lado, se $w_{ij,y} = 0$ o circuito y não é criado no caminho ij e daí o parâmetro M deve ser grande o bastante para não impor um limite implícito sobre as diferenças

de ângulo de tensão ($\theta_i - \theta_j$) entre as barras i e j na inequação (3e) como sugere o artigo de Binato, Pereira e Granville (2001).

Nessa modelagem não se utiliza barras com geração fictícia, assim uma representação para o corte de carga não existe. A principal desvantagem do modelo linear disjuntivo em relação ao modelo CC, está relacionada com o aumento da dimensão do problema com a introdução de variáveis binárias $w_{ij,y}$ (no modelo CC são usadas as variáveis inteiras n) e, também, com a escolha ou determinação do parâmetro M . A principal vantagem é a modelagem linear inteira mista, onde várias pesquisas encontradas na literatura especializada desenvolvem algoritmos para lidar com a mesma.

2.3 MODELOS MATEMÁTICOS MAIS COMPLEXOS

Existem problemas de planejamento da expansão de redes de transmissão que envolvem um número maior de restrições ou requerem maior fineza na leitura e interpretação dos dados e por conseguinte dos resultados gerados, envolvendo assim, modelagens mais complexas tais como: modelo CA; modelos dinâmicos com ou sem restrição de segurança e modelos multi-cenários, por exemplo.

2.3.1 Modelo CA

Segundo o livro “Planeamiento de la Expansión de Sistemas de Transmisión de Energia Eléctrica” (RENDÓN; ZULUAGA; OCAMPO, 2008), a modelagem matemática ideal para indicar a operação adequada de um sistema qualquer, seria a representação do problema por meio de relações matemáticas de fluxo de potência CA. Na prática, essa modelagem não é utilizada no planejamento de sistemas de transmissão devido a vários motivos, dentre eles os mais importantes são:

- a) Geralmente a topologia inicial do sistema elétrico usada em planejamento é a de um sistema não conexo, ou seja, o sistema apresenta um conjunto de barras ilhadas ou desconectadas da parte principal do sistema e, pelo menos no contexto atual, é muito difícil resolver sistemas desse tipo usando a modelagem matemática de fluxo de potência CA e as técnicas conhecidas para resolução desse problema;
- b) O problema de planejamento de sistemas de transmissão resolve somente o fornecimento de potência ativa no sistema elétrico; o problema de fornecimento de potência reativa (planejamento de reativos) se resolve posteriormente.

Neste último caso, a menos que o sistema seja conexo, a convergência do modelo CA seria difícil, pois o problema geralmente não converge. Ademais, não existem técnicas de

resolução consolidadas, que resolvam simultaneamente os problemas da expansão de sistemas de transmissão (construção de linhas e/ou transformadores) e de localização de reativos no sistema elétrico.

O modelo CA pode ser definido como uma extensão do modelo CC e pode ser escrito como:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (4a)$$

s.a.

$$V_i \sum_{j \in \Omega_b} V_j [G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}] = d_i - g_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (4b)$$

$$V_i \sum_{j \in \Omega_b} V_j [G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}] = e_i - q_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (4c)$$

$$(n_{ij} + n_{ij}^0) s_{ij}^{de} = (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{s}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (4d)$$

$$(n_{ij} + n_{ij}^0) s_{ij}^{para} = (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{s}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (4e)$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (4f)$$

$$\underline{q}_i \leq q_i \leq \bar{q}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (4g)$$

$$\underline{V} \leq V_i \leq \bar{V} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (4h)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (4i)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (4j)$$

Em que:

q_i : Geração de potência reativa na barra i ;

e_i : Demanda de potência reativa na barra i ;

V_i : Magnitude de tensão na barra i ;

\bar{q}_i e \bar{V} : Limites máximos de geração de potência reativa na barra i e de magnitude de tensões;

\bar{s}_{ij} : Limite de fluxo de potência aparente (MVA) de uma linha no caminho ij ;

\underline{q}_i e \underline{V} : Limites mínimos de geração de potência reativa na barra i e de magnitude de tensões.

As restrições (4b) e (4c) representam as equações convencionais generalizadas de fluxo de potência CA, considerando n_{ij} como variável (número de circuitos, linhas e/ou transformadores) a serem adicionados, onde $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$ representa a diferença entre os ângulos de tensão das barras i e j . Os limites de fluxo de potência aparente (MVA), são representados por (4d) e (4e). As representações dos limites de potência ativa e reativa nos geradores são dadas por (4f) e (4g) e os limites das magnitudes de tensão são dados por (4h). A restrição (4i) representa o limite máximo para a adição de circuitos. As equações a seguir complementam o modelo CA:

$$s_{ij}^{de} = \sqrt{(p_{ij}^{de})^2 + (q_{ij}^{de})^2} \quad (5a)$$

$$p_{ij}^{de} = V_i^2 g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (5b)$$

$$q_{ij}^{de} = -V_i^2 (b_{ij}^{sh} + b_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (5c)$$

$$s_{ij}^{para} = \sqrt{(p_{ij}^{para})^2 + (q_{ij}^{para})^2} \quad (5d)$$

$$p_{ij}^{para} = V_j^2 g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (5e)$$

$$q_{ij}^{para} = -V_j^2 (b_{ij}^{sh} + b_{ij}) + V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (5f)$$

Nas equações (5a) e (5d), s_{ij}^{de} e s_{ij}^{para} representam o fluxo de potência aparente (MVA) nos ramos em ambos terminais.

Nas equações (5b) e (5e), p_{ij}^{de} e p_{ij}^{para} representam a geração de potência ativa nos ramos em ambos terminais.

Nas equações (5c) e (5f), q_{ij}^{de} e q_{ij}^{para} representam a geração de potência reativa nos ramos em ambos terminais.

Os elementos da matriz condutância e susceptância são dadas em (6) abaixo:

$$\begin{aligned} \text{Condutância} &= \begin{cases} G_{ij} = -(n_{ij} g_{ij} + n_{ij}^0 g_{ij}^0) \\ G_{ii} = \sum_{j \in \Omega_{bi}} (n_{ij} g_{ij} + n_{ij}^0 g_{ij}^0) \end{cases} \\ \text{Susceptância} &= \begin{cases} B_{ij} = -(n_{ij} b_{ij} + n_{ij}^0 b_{ij}^0) \\ B_{ii} = b_i^{sh} + \sum_{j \in \Omega_{bi}} [n_{ij} (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + n_{ij}^0 (b_{ij}^0 + (b_{ij}^{sh})^0)] \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

onde Ω_{bi} é o conjunto das barras vizinhas à barra i ; g_{ij} e b_{ij}^{sh} representam a condutância e a susceptância *shunt* da linha no ramo ij (se ij é um transformador $b_{ij}^{sh} = 0$) e b_i^{sh} é a susceptância *shunt* na barra i .

2.3.2 Modelos Dinâmicos ou Multi-estágios

O planejamento dinâmico, normalmente significa plano da expansão com mais de um estágio.

De acordo com o modelo, pode-se ter um PPEST estático com apenas um estágio ou um PPEST multi-estágio (dinâmico) onde são considerados vários estágios de planejamento. Segundo Binato et al. (2004), o PPEST estático e multi-estágio podem ser modelados cada qual como um problema de programação linear binário misto (PLBM).

Sobre o planejamento da expansão da transmissão multi-estágio (PETM) o mesmo artigo diz que (tradução livre):

A extensão para múltiplos estágios aumenta o número de variáveis contínuas e binárias, bem como o número de restrições da rede. Como uma consequência, o problema de planejamento rapidamente se torna intratável pelas técnicas de programação inteira. Os modelos multi-estágios sem considerar restrições de segurança são os mais pesquisados (BINATO et al., 2004, p. 3).

A modelagem de problemas com multi-estágios sem restrições de segurança, assim como a modelagem considerando restrições de segurança, são extremamente complexas.

Meta-heurísticas, técnicas de programação inteira clássicas e algoritmos heurísticos têm sido utilizados para resolver PPEST multi-estágio. Embora as meta-heurísticas sejam métodos fáceis de entender e simples de implementar e que fornecem bons resultados, elas apresentam vários problemas, tais como, grande tempo de processamento e a sua incapacidade de identificar a melhor solução. Os algoritmos heurísticos são robustos, facilmente aplicáveis e normalmente convergem para uma solução ótima local.

Embora as técnicas de programação inteira clássicas, garantam a solução ótima para um problema PLBM, o esforço computacional é elevado, em alguns problemas essas técnicas não são recomendadas devido a falta de capacidade de memória computacional. Na literatura, existem alguns trabalhos utilizando métodos aproximados de resolução, tais como, planejamento *backward* e planejamento *forward* (BINATO et al., 2004; VINASCO; RIDER; ROMERO, 2011).

Os métodos aproximados citados acima, resolvem o planejamento da expansão da transmissão como uma sequência de planejamentos estáticos. No planejamento *forward* as linhas da solução para o planejamento estático de um estágio serão consideradas como parte da topologia base para a solução do planejamento estático do estágio seguinte.

No planejamento *backward*, primeiro resolve-se o planejamento estático da transmissão para o último estágio do horizonte de planejamento (a solução final), então, resolve-se o estágio anterior considerando as linhas da solução final como sendo o número máximo de linhas permitidas para serem adicionadas em cada caminho (em outras palavras, uma parte da solução final passa a ser a solução do estágio imediatamente anterior, e assim sucessivamente até chegar ao primeiro estágio).

O planejamento *forward* não vê benefícios futuros dos reforços presentes, i.e., circuitos de 500 kV (mais caros) poderão ter benefícios futuros e ser uma melhor escolha para agora do que circuitos de 200 kV (mais baratos). A heurística *backward* leva em conta uma aproximação desses benefícios futuros, por outro lado, pode ter problemas com infactibilidades.

O artigo de Vinasco, Rider e Romero (2011) apresenta uma formulação matemática para o

PPEST multi-estágio sem considerar restrições de segurança, que é apresentado a seguir:

$$\min v = \sum_{t \in T} \kappa_t \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1}) \quad (7a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(f_{ji,t}^0 + \sum_{y \in Y} f_{ji,y,t} \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(f_{ij,t}^0 + \sum_{y \in Y} f_{ij,y,t} \right) + g_{i,t} = d_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T \quad (7b)$$

$$f_{ij,t}^0 = -\gamma_{ij} n_{ij}^0 (\delta_{i,t} - \delta_{j,t}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (7c)$$

$$|f_{ij,t}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (7d)$$

$$|\delta_{i,t}| \leq \bar{\delta} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T \quad (7e)$$

$$\left| \frac{f_{ij,y,t}}{\gamma_{ij}} + (\delta_{i,t} - \delta_{j,t}) \right| \leq 2\bar{\delta}(1 - w_{ij,y,t}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T \quad (7f)$$

$$|f_{ij,y,t}| \leq w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T \quad (7g)$$

$$w_{ij,y,t} \leq w_{ij,y-1,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1, \forall t \in T \quad (7h)$$

$$w_{ij,y,t-1} \leq w_{ij,y,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T | t > 1 \quad (7i)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y,t} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (7j)$$

$$w_{ij,y,t} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T \quad (7k)$$

Em que:

- Ω_l, Ω_b, Y, T : Conjuntos de todos os caminhos ij do sistema; conjunto de todas as barras i do sistema; conjunto dos circuitos y a serem adicionados no sistema e conjunto de estágios t , respectivamente;
- κ_t : Índice de correção de preços para determinar o valor atual da rede para o investimento de transmissão;
- ij : Linha entre as barras i e j ;
- c_{ij} : Custo de uma linha no caminho ij ;
- \bar{n}_{ij} : Número máximo de linhas que podem ser adicionados no caminho ij ;
- γ_{ij} : Susceptância para um circuito de transmissão no caminho ij ;
- n_{ij} : Número de linhas adicionados no caminho ij ;
- n_{ij}^0 : Número de linhas existentes na configuração base, no caminho ij ;
- \bar{f}_{ij} : Fluxo máximo de potência permitido para um circuito no caminho ij ;
- $f_{ij,t}^0$: Fluxo de potência no caso base, no estágio t ;
- $f_{ij,y,t}$: Fluxo de potência do circuito y no estágio t ;
- $\bar{\delta}$: Ângulo máximo de tensão;

- $\delta_{i,t}$: Ângulo de tensão na barra i no estágio t ;
 $g_{i,t}$: Geração na barra i no estágio t ;
 $d_{i,t}$: Demanda na barra i no estágio t ;
 $w_{ij,y,t}$: Variável binária de decisão de investimento para o circuito y no estágio t , onde $w_{ij,y,0} = 0, \forall ij \in \Omega_t, \forall y \in Y$.

A equação (7a) representa o investimento em linhas de transmissão; em (7b) temos a lei das correntes de Kirchhoff. Os fluxos de potência são calculados em (7c) e (7f). Em (7f) o valor $2\bar{\delta}$ representa o parâmetro disjuntivo M de (3) equação (3e).

Os modelos multi-estágios com restrições de segurança, são pouco pesquisados. No artigo de Pereira et al. (2008) os autores mostram que para solucionar o problema é necessário utilizar algumas simplificações, tais como: dividir o problema em duas etapas distintas, na primeira prioriza-se o enfoque econômico, a minimização dos custos de investimento e suprimento de demanda, e na segunda etapa, avaliam-se os investimentos adicionais necessários para a garantia dos critérios mínimos de segurança do sistema. Propõem-se a técnica de decomposição de Benders para obtenção da solução do PPEST multi-estágio com restrições de segurança, e para os subproblemas originados dessa técnica (investimento, operação e confiabilidade) empregam-se, respectivamente, o algoritmo de *branch-and-bound*, programação dual estocástica e o método de simulação de Monte Carlo.

2.3.3 Modelo Linear Disjuntivo com Múltiplos Cenários de Geração

A modelagem matemática tradicional faz o planejamento da expansão para apenas um cenário de geração, em geral o cenário mais crítico. Nesse tipo de formulação, existe uma geração especificada em cada barra de geração e onde deve-se encontrar o plano ótimo de expansão, isto é, determinar as linhas de transmissão e transformadores que devem ser construídos entre os candidatos possíveis de construção, de forma que o investimento em expansão seja o menor possível. Entretanto, na prática um sistema elétrico deve operar em diferentes cenários de geração por motivos variados. O modelo linear disjuntivo para o PPEST com múltiplos cenários de geração é encontrado a partir das propostas apresentadas nos artigos de Oliveira, Binato e Pereira (2007) e Binato, Pereira e Granville (2001) e pode ser resolvido pelas técnicas de otimização conhecidas na literatura e especificadas na seção seguinte.

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_t} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \quad (8a)$$

s.a.

$$\sum_{ij \in \Omega_t} \left(\sum_{y \in Y} f_{ij,y}^s + f_{ij}^{o,s} \right) - \sum_{ji \in \Omega_t} \left(\sum_{y \in Y} f_{ji,y}^s + f_{ji}^{o,s} \right) = d_i - g_i^s \quad \forall i \in \Omega_b, \forall s \in S \quad (8b)$$

$$f_{ij}^{0,s} = \gamma_{ij} n_{ij}^0 (\theta_i^s - \theta_j^s) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in S \quad (8c)$$

$$|f_{ij}^{0,s}| \leq \gamma_{ij} n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in S \quad (8d)$$

$$|f_{ij,y}^s - \gamma_{ij} (\theta_i^s - \theta_j^s)| \leq 2\bar{\theta} \gamma_{ij} (1 - w_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall s \in S \quad (8e)$$

$$|f_{ij,y}^s| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall s \in S \quad (8f)$$

$$|\theta_i^s| \leq \bar{\theta} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall s \in S \quad (8g)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (8h)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1 \quad (8i)$$

$$w_{ij,y} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (8j)$$

$$\theta_{ref}^s = 0 \quad \forall s \in S \quad (8k)$$

Em que:

- Ω_l, Ω_b, Y, S : Conjuntos de todos os ramos ij do sistema; conjunto de todas as barras i do sistema; conjunto dos circuitos y a serem adicionados no sistema e conjunto de todos os cenários s , respectivamente;
- ij : Linha entre as barras i e j ;
- c_{ij} : Custo de uma linha no ramo ij ;
- \bar{n}_{ij} : Número máximo de linhas que podem ser adicionados no caminho ij ;
- γ_{ij} : Susceptância para um circuito de transmissão no caminho ij ;
- n_{ij}^0 : Número de linhas existentes na configuração base, no caminho ij ;
- \bar{f}_{ij} : Fluxo máximo de potência permitido para um circuito no caminho ij ;
- $f_{ij}^{0,s}$: Fluxo de potência das linhas existentes no caso base no ramo ij e no cenário s ;
- $f_{ij,y}^s$: Fluxo de potência do circuito y no ramo ij e no cenário s ;
- $\bar{\theta}$: Ângulo máximo de tensão;
- θ_i^s : Ângulo de tensão na barra i no cenário s ;
- θ_{ref}^s : Ângulo de referência no cenário s ;
- g_i^s : Geração na barra i e no cenário s ;
- d_i : Demanda na barra i ;
- $w_{ij,y}$: Variável binária que representa a adição do circuito y no ramo ij .

2.4 TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO USADAS EM PLANEJAMENTO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

Escolhida a modelagem mais apropriada para o problema proposto (modelo de transportes, modelo CC, modelo linear disjuntivo, dentre outros), o próximo passo é a escolha da técnica de otimização que será adotada. As técnicas encontram-se separadas nos seguintes grupos:

algoritmos heurísticos, algoritmos de otimização clássica e algoritmos combinatórios (meta-heurísticas).

Os algoritmos heurísticos a princípio podem ser divididos em dois grupos:

- a) No primeiro grupo estão os construtivos : são do tipo especializados para um determinado problema e constroem uma solução pela adição de componentes da mesma, através de regras específicas associadas à estrutura do problema.
- b) No segundo grupo estão os de busca local ou busca por vizinhança: o algoritmo se inicia com uma solução completa para o problema e constrói uma vizinhança desta solução que contém todas as soluções alcançáveis, através de uma regra de transição que modifica a solução inicial.

Os algoritmos heurísticos são técnicas de fácil implementação e compreensão, são robustos, com esforço computacional relativamente baixo, porém encontram soluções factíveis de baixa qualidade, isto é, longe da solução ótima global.

As meta-heurísticas ou algoritmos combinatórios surgiram com o aperfeiçoamento das técnicas heurísticas. São métodos inteligentes, flexíveis, pois possuem uma estrutura com componentes genéricos que são adaptados ao problema que se quer resolver. Nem sempre esses métodos encontram a configuração ótima global, mas encontram soluções ótimas locais de excelente qualidade. A pesquisa desses métodos se intensificou na década de 90. Atualmente existem vários algoritmos meta-heurísticos aplicados ao PPEST, dentre eles se destacam: algoritmos genéticos, *simulated annealing*, busca tabu, *GRASP*, *particle swarm optimization*, *ant colony*, algoritmos evolutivos e etc.

Vantagens das meta-heurísticas:

- a) Fáceis de entender;
- b) Fáceis de implementar;
- c) São robustas e encontram soluções de excelente qualidade;

Desvantagem:

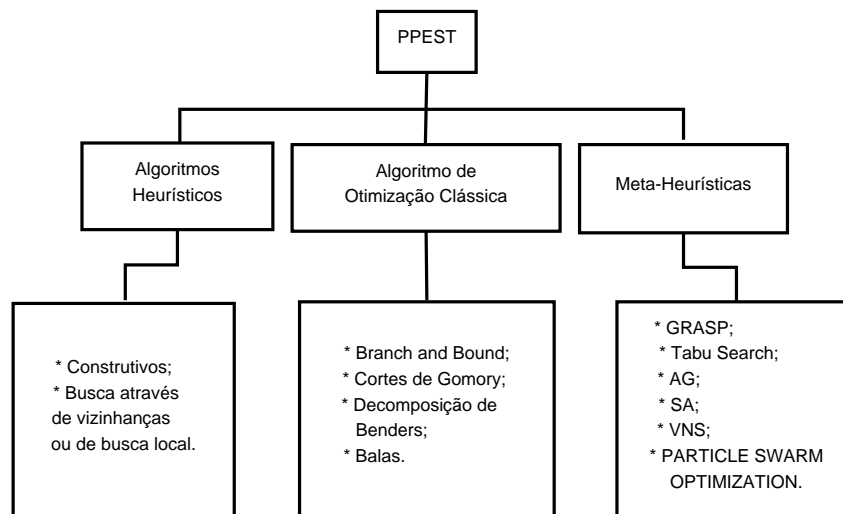
- d) Precisam de tempo de processamento computacional elevado.

Os algoritmos de otimização clássica, garantem a solução ótima para determinados problemas, no entanto o esforço computacional é elevado e a implementação não é simples, além de, geralmente, exigirem *solvers* comerciais para a execução do algoritmo.

Os métodos de otimização clássica mais utilizados são: os algoritmos *branch and bound*, as técnicas de decomposição de Benders, os métodos de planos de cortes, *branch and cut*, Balas, dentre outros. Esses métodos são aplicáveis aos problemas de programação linear inteira mista ou binário.

Resumindo, escolhida a modelagem matemática, o próximo passo é a escolha da técnica de solução. A figura 1 sintetiza o que foi escrito anteriormente:

Figura 1 - Técnicas de resolução para o PPEST



Fonte: Elaboração do autor.

2.5 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Como já introduzido anteriormente, o PPEST envolve alta complexidade, começando por sua modelagem, e em seguida, sua estrutura multimodal, que oferece várias opções de soluções ótimas locais. Essa estrutura desfavorece a utilização de métodos aproximados, haja visto que as soluções encontradas por eles em geral são de pobre qualidade, dadas as características do problema. Assim, escolher a modelagem matemática mais apropriada para o problema a ser resolvido e a técnica de solução a ser empregada, não é uma tarefa das mais simples.

Na literatura especializada vários trabalhos propostos são voltados para essa área. No artigo de Romero e Monticelli (1994), os autores propõem uma decomposição hierárquica, que é uma heurística eficiente para lidar com a não conectividade do PPEST, reduzindo o número de iterações e economia de custos em alguns casos. A abordagem por decomposição hierárquica utiliza três níveis de modelagem de rede, modelo de transportes, modelo híbrido e modelo CC com o horizonte de planejamento estático. Em cada nível, a representação da rede é vista como uma relaxação do nível mais elevado. A decomposição por Benders é utilizada na fase inicial para subdividir o problema de planejamento da expansão em dois subproblemas: o subproblema

mestre que diz respeito ao investimento e o subproblema escravo que diz respeito à operação. A decomposição hierárquica, primeiro resolve o subproblema de operação usando o modelo de transportes, e em seguida vai mudando para os outros níveis de modelagem até resolver o problema por inteiro.

Já no artigo de Youssef e Hackam (1989) os autores propuseram a resolução do PPEST a longo prazo, estático ou dinâmico pela introdução de um modelo não linear com restrições de fluxo de potência AC, com a técnica de resolução denominada algoritmo Lagrangeano. Os testes foram apresentados para o sistema de Garver de 6 barras, e obtiveram bons resultados.

Em Villasana, Garver e Salon (1985), um método, auxiliado por computador, para visualizar novos circuitos em um contexto de rede foi desenvolvido. Esse novo método, combina o uso do modelo linear de fluxo de potência CC com o modelo de transportes. O modelo CC é resolvido para as instalações da rede que obedecem as duas leis de Kirchhoff, conservação de fluxo em cada barra e conservação de tensão em torno de cada laço. O modelo de transportes é resolvido para as sobrecargas que obedecem apenas a lei de conservação de fluxo de barras enquanto minimiza uma função objetivo de custo. A solução da programação linear dos dois modelos juntos identifica onde a falta de capacidade existe, onde adicionar novos circuitos e quantas capacidades novas são necessárias. Um pacote computacional de programação linear padrão é usado para resolver as duas formulações do modelo.

Os métodos heurísticos constituem alternativas, aos métodos de otimizações clássicas, são muito eficientes, rápidos, computacionalmente baratos e fornecem soluções factíveis. São explorados na literatura especializada para a resolução do PPEST, porém têm a desvantagem de não fornecerem o plano de expansão ótima. Por exemplo, procedimentos baseados no fluxo de potência nas linhas fictícias de capacidade ilimitada, foram propostos nos artigos de Villasana, Garver e Salon (1985), Garver (1970) e Levi e Calovic (1991), essas linhas formam a “sobrecarga da rede”. O fluxo através dessa rede é penalizado usando “números guias” para garantir que o modelo matemático utilize toda a capacidade dos circuitos reais, primeiro. Esses procedimentos combinam critérios heurísticos com algoritmos de otimização matemática (programação linear) para resolver o problema. Eles formam o plano de expansão passo-a-passo, instalando um único circuito por vez. Este novo circuito é adicionado ao caminho que possui o maior fluxo de potência através do caminho correspondente na rede sobrecarregada.

Uma técnica de otimização usando o modelo CA para a resolução do PPEST, é apresentada por Rider, Garcia e Romero (2007). Os autores empregam um algoritmo heurístico construtivo e, um método de pontos interiores na resolução dos problemas de programação não linear durante os passos do algoritmo.

Em Vinasco, Rider e Romero (2011), Silva, Rahmani e Rider (2012) e Silva (2013) os autores apresentam a técnica heurística *Espaço de Busca Reduzido* (EBR), para resolver o PPEST multi-estágio. A modelagem matemática usada é a de um problema de programação linear binária.

rio misto e um *solver* comercial favorece o baixo tempo computacional na resolução do mesmo. Aqui a heurística usa a solução de vários problemas de planejamento da transmissão estáticos para obter o espaço de busca reduzido. As heurísticas *backward* e *forward* são utilizadas na obtenção da solução final do problema multi-estágio. Sistemas testes de médio e grande porte são avaliados para comprovar a eficiência do método.

Em relação às meta-heurísticas, os algoritmos genéticos são explorados por vários trabalhos na resolução do PPEST como por exemplo nos artigos de Silva, Gil e Areiza (2000), Escobar, Gallego e Romero (2000) e de Escobar, Gallego e Romero (2004), neste último inclusive, é apresentado um algoritmo genético especializado para melhorar o desempenho do algoritmo genético básico na determinação de soluções de sistemas de médio e grande porte. Neste artigo é apresentada uma formulação matemática para o PPEST multi-estágio e para o PPEST estático, com restrições de fluxo de potência CC, com horizonte de planejamento dividido em vários estágios. Também faz-se uso de algoritmos heurísticos construtivos para determinação da população inicial de soluções.

O algoritmo *Simulated Annealing* aparece em alguns trabalhos, como por exemplo em Romero, Gallego e Monticelli (1995), esse algoritmo tenta evitar o aparecimento de soluções ótimas locais, permitindo temporariamente limitadas deteriorações da solução atual. O PPEST, estudado no trabalho, é estático e formulado como um problema de programação não linear inteiro misto e a rede elétrica é representada por um modelo com fluxo de potência CC. Os testes são realizados em sistema de pequeno e médio porte com reprogramação da geração e sem reprogramação da geração, em todos os casos a solução ótima foi determinada.

Em Gallego, Monticelli e Romero (1997) é realizada uma comparação entre as principais características de três métodos de otimização não convexa para o planejamento da transmissão: Algoritmos genéticos, *Simulated Annealing* e Busca Tabu (SILVA et al., 2001) e uma visão integrada dessas metodologias é apresentada. Uma abordagem híbrida foi proposta a fim de resolver o PPEST.

O algoritmo *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP) é utilizado por Binato, Oliveira e Araujo (2001) para resolver o PPEST, esta técnica consiste de duas fases para cada iteração, sendo a primeira, a fase de construção, que encontra uma solução factível para o problema. A segunda fase, procura melhoramentos na fase de construção através de uma busca local. Sistemas de pequeno e médio porte foram testados, alcançando soluções compatíveis com outros métodos já testados.

A meta-heurística *Particle Swarm Optimization* (PSO), aparece em vários trabalhos na literatura especializada. Em Torres et al. (2011), dois estados da arte baseados no algoritmo PSO, conhecidos como PSO evolucionário e PSO unificado, são usados na resolução do PPEST. O artigo apresenta comparações, análises detalhadas, diretrizes e particularidades para a aplicação das técnicas PSO em sistemas elétricos reais. Os testes foram realizados em problemas de

pequeno e médio porte, para o PPEST estático no modelo CC e apresentaram resultados ótimos.

Em Ren et al. (2005), os autores tratam do PPEST com modelagem de otimização matemática multi-objetivo, sendo os objetivos três, a saber: custo de investimentos, confiabilidade e impacto ambiental. A meta-heurística PSO é utilizada em cada caso, e mostra eficiência na geração de soluções próximas da ideal, com tempo de busca menor em comparação com outros métodos de planejamento ótimo existentes.

Em Valle et al. (2008), os autores apresentam uma descrição detalhada dos conceitos básicos do PSO e suas variantes, além de apresentarem uma pesquisa abrangente das aplicações do sistema elétrico que se beneficiaram da natureza poderosa do algoritmo PSO como uma técnica de otimização. Para cada aplicação, dados técnicos que são necessários para a aplicação do algoritmo, tais como o seu tipo, a formulação de partícula (representação de solução), e as funções de aptidão mais eficientes também são discutidas.

Em Kavitha e Swarup (2006) é proposto um algoritmo PSO baseado em programação linear para resolver o PPEST. O problema de programação linear (modelando um corte de carga) é resolvido usando PSO. O objetivo é minimizar os custos de investimento globais satisfazendo às restrições de fluxo de potência CC. A dificuldade em encontrar a linha mais eficaz é eliminada neste método. O modelo CC com planejamento estático é resolvido também usando o PSO. O problema completo é não linear inteiro misto (PNLIM).

Em Jin et al. (2007), os autores aplicam uma formulação discreta do PSO ao PPEST, comparam o desempenho deste algoritmo com os algoritmos genéticos e colônia de formigas. A formulação matemática prevê a minimização do corte de carga, e obedece ao critério de segurança “N-1”, os testes comparativos são realizados no sistema de Garver de 6 barras e em um sistema simplificado de 18 barras do sudeste da China. A mesma formulação para o PSO discreto também aparece nos trabalhos de Shayeghi, Mahdavi e Bagheri (2010) e Shayeghi, Mahdavi e Kazemi (2009), esses artigos, empregam o algoritmo PSO discreto na obtenção de uma configuração para a expansão da rede com um menor custo de expansão e adequação específica. Os resultados são comparados com os de um algoritmo genético com codificação decimal.

Um algoritmo PSO discreto incluindo uma adaptação evolucionária da regra de movimento, bem como várias modificações para assegurar que ao longo do processo iterativo cada solução candidata é tecnicamente viável, dada a sua natureza discreta, aparece no artigo de Rocha e Saraiva (2013), onde os autores o aplicam na resolução do PPEST multi-estágio, com restrições de segurança atendendo ao critério “N-1”. O artigo também descreve os resultados de um conjunto de testes para avaliar diversos projetos de decisões relacionados com o desenvolvimento do PSO discreto evolutivo, bem como para comparar os resultados de suas aplicações no PPEST com os resultados encontrados por outros pesquisadores.

Em Yang, Chen e Zhao (2007), os autores apresentam uma pesquisa sobre as várias aplicações do algoritmo PSO em sistemas de energia elétrica. São destacadas as principais características e vantagens do PSO sobre outros algoritmos de otimização, além disso, recentes tendências no desenvolvimento do algoritmo e suas aplicações no sistema elétrico também são abordadas. A pesquisa realizada neste artigo aponta que o algoritmo PSO tem sido amplamente utilizado em sistemas de energia elétrica e obtido resultados satisfatórios em problemas de otimizações tais como: fluxo de potência ótimo; despacho econômico, controle e programação de unidades. Em outro artigo relacionado, os autores AlRashidi e El-Hawary (2009), apresentam um levantamento mais recente, em relação ao artigo anterior, a respeito das aplicações do PSO, revelam aplicações de sucesso e também áreas inexploradas onde o algoritmo pode ser utilizado, destacam a hibridização do PSO, que é a capacidade de adaptação do PSO para ser integrado com outros algoritmos de otimização evolutiva e determinística. Essa hibridização estende a capacidade do PSO e melhora sua precisão e tempo de computação. Este documento também enfatiza a necessidade de futuras investigações matemáticas das características intrínsecas do PSO e o seu comportamento em busca de solução ótima.

3 REVISÃO SOBRE META – HEURÍSTICAS

3.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta algumas técnicas de resolução de problemas de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, pertencentes aos métodos aproximados (algoritmos heurísticos e meta-heurísticas).

3.2 ALGORITMOS HEURÍSTICOS

No estudo de planejamento da expansão de sistemas transmissão lida-se com problemas com vários níveis de dificuldade e complexidade para se determinar soluções ótimas, dentre eles destacam-se, por exemplo, problemas que possuem:

- a) Região factível não convexa ou sistemas elétricos não conexos (sistemas ilhados);
- b) Função objetivo não linear;
- c) Variáveis inteiras e/ou discretas e etc.

Os algoritmos heurísticos constituem metodologias alternativas para trabalhar com problemas complexos, especialmente problemas não lineares, não convexos e discretos, são métodos fáceis de entender e de implementar computacionalmente. São técnicas de otimização que procuram encontrar soluções próximas da otimalidade em um tempo computacional razoável, sem, no entanto, conseguir definir se a solução encontrada é a ótima, nem quão próxima ela está da solução ótima.

A construção do algoritmo pode ser simples ou sofisticada, levando-se em conta a experiência do usuário ou relaxando-se o modelo matemático em relação ao modelo original.

No trabalho de Rendón, Zuluaga e Ocampo (2008, p. 10) os autores concordam que:

[...] é interessante aplicar os algoritmos heurísticos nos seguintes casos:

1. Quando não existe um método exato de otimização (algoritmo) para resolver o problema;
2. Quando a solução ótima não é muito importante do ponto de vista prático por diferentes motivos como, por exemplo, a existência de muitas soluções ótimas locais, de qualidade muito próximas da solução ótima global;

3. Quando os dados usados apresentam altas incertezas (por exemplo os problemas de planejamento da transmissão);
4. Quando existem limitações de tempo de processamento e memória de armazenamento de dados insuficiente;
5. Quando se pretende encontrar uma boa solução inicial para ser usada como ponto de partida na aplicação de uma técnica de otimização mais sofisticada ou exata.

Não é uma tarefa simples classificar as técnicas heurísticas de otimização. Uma proposta de classificação consistem em separá-las nos seguintes grupos:

- a) Algoritmos heurísticos construtivos;
- b) Algoritmos de decomposição;
- c) Algoritmos de divisão;
- d) Algoritmos de redução;
- e) Algoritmos de manipulação do modelo matemático;
- f) Algoritmos de busca através de vizinhança (*steepest descent heuristic*).

Os algoritmos heurísticos construtivos e os algoritmos de busca através de vizinhança são muito utilizados na literatura especializada para a resolução do PPEST, e por esse motivo mais ênfase aos mesmos será dada a seguir.

3.2.1 O Algoritmo Heurístico Construtivo

Os algoritmos heurísticos construtivos (AHC), são métodos de resolução alternativos para determinação de soluções de boa qualidade dos problemas de planejamento da expansão de sistemas de transmissão da realidade, pois esses problemas nem sempre podem ser resolvidos por técnicas mais precisas, geralmente, devido à sua natureza complexa, eles consomem grande memória e tempo computacional, tornando-se intratáveis. Em geral, os AHC dificilmente encontram a solução ótima, mas são robustos, fáceis de implementar, consomem baixo esforço computacional e como técnica de otimização são relativamente simples.

Uma heurística construtiva tem por objetivo construir uma solução, elemento por elemento. A forma de escolha de cada elemento a ser inserido a cada passo varia de acordo com a função de avaliação adotada e da modelagem matemática escolhida, a qual, por sua vez, depende do problema abordado. Nas heurísticas clássicas, os elementos candidatos são geralmente ordenados segundo uma função gulosa ou um índice de sensibilidade, que estima o benefício da

inserção de cada elemento, e somente o melhor elemento é inserido a cada passo. Pode-se aplicar o AHC a problemas lineares ou não lineares.

Garver (1970), propôs o modelo de transportes e utilizou um índice de sensibilidade como estratégia de solução para o mesmo. A ideia utilizada por ele, prevê a relaxação da integralidade das variáveis inteiras de investimento, obtendo com isso um problema programação linear (PPL) com variáveis contínuas. A solução encontrada para o PPL não é aceitável para problemas de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, devido à sua natureza discreta, mas pode ser usada como um ponto de partida para a determinação de uma boa solução com variáveis de investimento inteiras. A solução do PPL é analisada da seguinte forma: conhecida a solução do PPL dada pelas variáveis n_{ij} (contínuas), que representam o número de circuitos adicionados ao caminho ij (circuitos novos), pode-se determinar todos os fluxos de potência relacionados aos circuitos novos e aos circuitos existentes na configuração corrente e o caminho novo, onde houver o maior fluxo de potência, receberá um circuito na configuração corrente que, por sua vez, deverá ser atualizada, isto é, o número máximo de circuitos permitidos para serem adicionados a esse caminho ij será reduzido em uma unidade. O PPL será resolvido novamente, e o processo será repetido, até que não seja necessária a adição de nenhum circuito à configuração corrente, ou seja, as variáveis relaxadas n_{ij} são iguais a zero na solução do PPL, e uma proposta de resolução seja entregue para a configuração original.

Utiliza-se um AHC seguindo os passos abaixo:

1. Assumir uma topologia base n_{ij}^0 , como configuração corrente. Escolher uma modelagem matemática (transportes, híbrido, CC, disjuntivo ou CA) para o problema.
2. Resolver o PPL correspondente a modelagem matemática escolhida para a configuração corrente, determinado pela função gulosa ou índice de sensibilidade. Se todos os n_{ij} são nulos, então pare e vá ao passo 4. Caso contrário, vá ao passo 3.
3. Calcular os fluxos em todos os circuitos adicionados ao PPL ($n_{ij} \neq 0$), usando a relação $f_{ij}^{novo} = n_{ij} \bar{f}_{ij}$. Identificar se há um novo caminho a ser adicionado, da seguinte maneira: analisar o caminho ij com o maior f_{ij}^{novo} , e adicionar um circuito na configuração corrente nesse mesmo caminho. Voltar ao passo 2.
4. Verificar se alguma linha adicionada no decorrer do processo pode ser retirada, caso haja alguma, retirá-la e resolver o PPL novamente, se não houver nenhuma alteração na solução, repita o processo. Caso contrário, pare. Uma boa solução factível foi encontrada.

Apesar dos algoritmos heurísticos nem sempre encontrarem a expansão ótima de sistemas de transmissão de energia, geralmente eles funcionam bem em sistemas de pequeno porte sendo eficientes na determinação de soluções ótimas e, para sistema de médio e grande porte encontram soluções apenas boas, muitas vezes bem distantes da ótima. Mas, mesmo assim, esses

algoritmos ainda são muito utilizados, principalmente no mercado elétrico, sua importância se dá pelos seguintes motivos:

- a) Na primeira fase de pesquisas (décadas de 60 e 70), esta era a única ferramenta que existia para solucionar os problemas de planejamento de sistemas elétricos de grande porte;
- b) A maioria destes algoritmos são robustos e simples de entender, programar e usar;
- c) Os esforços computacionais destes algoritmos são muito pequenos;
- d) Muitas características e propriedades destes algoritmos podem ser usadas no desenvolvimento de algoritmos mais complexos como as meta-heurísticas (*simulated annealing*, algoritmo genético, busca tabu, GRASP, etc...).

3.2.2 A Heurística de Busca através de Vizinhança

A heurística de busca através de vizinhança, se inicia a partir de uma solução corrente factível ou infactível e, usando um mecanismo de transição adequado, passa para uma solução vizinha da solução atual. O processo é repetido até que se atinja um critério de parada, quando não há nenhuma solução vizinha melhor que a solução atual. A melhor solução encontrada durante as transições é armazenada e chamada de incumbente, e ela é a solução do problema uma vez que o processo de busca é finalizado.

Para a implementação desse tipo de algoritmo, é necessária uma definição prévia de estrutura de vizinhança, afim de que seja possível identificar as soluções que são consideradas vizinhas da solução corrente. As soluções vizinhas podem ser factíveis ou infactíveis.

Para obter sucesso na aplicação do método, é preciso que os algoritmos de otimização que o utilizam, resolvam adequadamente os seguintes problemas:

- a) Dada uma solução x , deve existir uma estratégia que permita selecionar a solução vizinha desta, que deve transformar-se na nova solução x no processo de transição;
- b) As soluções vizinhas podem ser factíveis ou infactíveis e, cada uma delas deve ter um valor de *fitness* associado que defina a qualidade da solução. Se existir vizinhos infactíveis, então deve-se elaborar outra estratégia, que permita o aceite de soluções/vizinhos desse tipo. Assim, duas estratégias diferentes devem ser consideradas: uma que permita realizar transições entre soluções factíveis e infactíveis e, outra que permita realizar transições somente entre soluções factíveis (eliminando os vizinhos infactíveis);
- c) O número de vizinhos pode ser elevado e a análise de cada vizinho (sua factibilidade e sua qualidade) pode elevar o custo computacional;

- d) Todos os vizinhos podem ser de pior qualidade que a configuração atual, caracterizando a descoberta de ótimos locais, desta forma, é preciso que uma estratégia para sair dessa situação de maneira mais adequada seja definida;
- e) Para cada tipo de problema, diferentes estratégias de implementar as transições para diferentes tipos de vizinhanças deverá ser adotado;
- f) Um algoritmo excelente, não deve depender de uma solução inicial, para a obtenção de soluções de qualidade.

3.3 META-HEURÍSTICAS

O sufixo meta de meta-heurística significa heurística de nível superior. As meta-heurísticas são estratégias inteligentes para criar ou melhorar técnicas heurísticas muito gerais com um alto rendimento. O termo meta-heurística apareceu pela primeira vez no artigo sobre Busca Tabu de Glover (1986). A partir daí, várias propostas de metodologias surgiram sob a denominação de meta-heurística para resolver certos problemas, como por exemplo, meta-heurísticas para: processos construtivos, busca através de vizinhança, métodos de relaxação e procedimentos evolutivos (VEGA et al., 2003).

- a) As meta-heurísticas construtivas, se destinam a procedimentos que tentam obter uma solução a partir da análise e seleção gradual das componentes que a formam. Um exemplo desse tipo de meta-heurística é o GRASP;
- b) As meta-heurísticas de busca através de vizinhança, guiam os procedimentos que usam transformações ou movimentos para percorrer o espaço de soluções alternativas e explorar as estruturas vizinhas associadas. A meta-heurística VNS se enquadra neste grupo;
- c) As meta-heurísticas evolutivas enfocam procedimentos baseados em conjuntos de soluções que evoluem sobre o espaço das soluções. Exemplo: PSO e Algoritmo Genético;
- d) As meta-heurísticas de relaxação referem-se a procedimentos de resolução de problemas que utilizam relaxações do modelo original, que uma vez resolvidos terão sua solução como facilitadora da resolução do modelo original (VEGA et al., 2003).

A seguir, algumas das técnicas meta-heurísticas mais populares são apresentadas.

3.3.1 *Simulated Annealing*

A meta-heurística *Simulated Annealing* (SA) é um algoritmo de busca local, capaz de escapar de ótimos locais, foi desenvolvida na década de 80 com a incumbência de resolver grandes

problemas combinatórios. Sua proposta foi elaborada com base no *algoritmo de Metrópolis* que por sua vez é baseado no *método de Monte Carlo*. O SA apresenta características como fácil implementação, propriedades de convergência e uso de movimento *Hill Climbing*, que permitem escapar de ótimos locais piorando a função objetivo.

O *annealing* é uma técnica usada por físicos para a fabricação de cristais perfeitos. Nesta técnica, um material é aquecido até atingir altas temperaturas e em seguida é resfriado lentamente, mantendo durante o processo o quase equilíbrio termodinâmico. Se a programação do esfriamento é suficientemente lenta, a configuração final resulta em um sólido com integridade estrutural superior. O SA estabelece a conexão entre este tipo de comportamento termodinâmico e a busca por mínimo global para um problema de otimização discreto. Ademais, ele fornece uma forma algorítmica para explorar tal conexão.

Resolver um problema de otimização combinatória usando o algoritmo SA consiste em determinar uma configuração de custo mínimo dentre todas as configurações possíveis.

Em Gallego (1997) um estudo mais geral dessa técnica, aplicada ao problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, é utilizado.

3.3.1.1 O algoritmo Simulated Annealing

Neste algoritmo, aplica-se uma ação combinada entre as gerações de alternativas de soluções e o critério de aceitação das mesmas. T_k é o parâmetro de controle ou temperatura e N_k é o número de alternativas geradas na k -ésima iteração do algoritmo. Inicialmente quando T é grande, grandes deteriorações na função objetivo podem ser aceitas, quando T decresce apenas pequenas deteriorações poderão ser aceitas, e por fim, T tendendo a zero não admite nenhum tipo de deterioração. Essa característica, chamada de *Hill Climbing*, faz a diferença entre os algoritmos heurísticos construtivos e o SA.

Algoritmo SA

Passo 1 Organizar os dados do problema:

1. Escolher a codificação das propostas de soluções;
2. Determinar uma função *fitness* para avaliar a qualidade das propostas de soluções;
3. Definir a estrutura de vizinhança (espaço de busca);
4. Escolher os parâmetros do SA: a temperatura inicial T_0 , a temperatura final T_f ou um critério de parada, o número de tentativas de transição no primeiro nível de temperatura N_0 , o parâmetro ρ que controla o número de tentativas de transição em cada nível de temperatura e o parâmetro β que controla a diminuição do parâmetro temperatura.

Passo 2 Encontrar a solução inicial s_0 e transforma-lá em solução incumbente s_i e $N_k = N_0$ e $iter = 0$;

Passo 3 Através da função *fitness*, identificar e avaliar uma solução vizinha s_v escolhida aleatoriamente;

Passo 4 Verificar se há melhoria na função objetivo, isto é, se $f(s_v) < f(s_i)$. Caso haja melhoria, deve-se realizar a transição e $s_i \leftarrow s_v$, voltar ao passo 3. Em caso contrário, gere um número aleatório entre 0 e 1, $P(0,1) = ale[0,1]$, e seja $\Delta f(s) = f(s_v) - f(s_i)$. Se $exp(\frac{-\Delta f(s)}{T_k}) > P(0,1)$, então deve-se realizar a transição e $s_i \leftarrow s_v$; caso contrário, a solução corrente é preservada. Ir ao passo 3;

Passo 5 Fazer $iter = iter + 1$. Se $iter < N_k$ então ir ao passo 3. Em caso contrário, ir ao passo 6;

Passo 6 Se o critério de parada for satisfeito, então pare. Em caso contrário, fazer $T_{k+1} = \beta T_k$ e $N_{k+1} = \rho N_k$ e $k = k + 1$. Voltar ao passo 3.

3.3.2 Algoritmos Genéticos

O termo Algoritmo Genético (AG), foi utilizado primeiro por Jonh Holland em 1975 em seu livro *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. É uma classe particular de algoritmos evolutivos que usam técnicas inspiradas pela biologia evolutiva como hereditariedade, mutação, seleção natural e recombinação (ou *crossing over*), na resolução de problemas complexos. Esta técnica baseia-se no princípio da seleção natural que ocorre na natureza e que fornece maiores chances de sobrevivência aos indivíduos mais aptos. Matematicamente, o algoritmo genético é uma meta-heurística que possui alta probabilidade de encontrar a solução ótima global de problemas grandes e complexos e que apresentam muitas soluções ótimas locais. Aqui se encaixam problemas de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, pois possuem alta complexidade e necessitam de técnicas de resolução que consigam lidar com sua natureza combinatória, sem elevar os custos computacionais além dos métodos tradicionais.

Os algoritmos genéticos são implementados computacionalmente a partir de uma população inicial de soluções, geradas aleatoriamente, com a finalidade de obter soluções melhores. A evolução do processo é realizada através de gerações; a cada geração, a adaptação de cada solução na população é avaliada, alguns indivíduos/soluções são selecionados para a próxima geração, e recombinados ou mutados para formar uma nova população de soluções. A nova população então é utilizada como entrada para a próxima iteração do algoritmo.

Em relação à outras meta-heurísticas, os algoritmos genéticos se diferenciam, especialmente em quatro aspectos:

- a) Baseiam-se em uma codificação do conjunto das soluções possíveis, e não nos parâmetros da otimização em si;
- b) Os resultados são apresentados como uma população de soluções e não como uma solução única;
- c) Não necessitam de nenhum conhecimento derivado do problema, apenas de uma forma de avaliação do resultado;
- d) Usam transições probabilísticas e não regras determinísticas.

No artigo de Silva, Gil e Areiza (1999), os autores pontuam que a representação dos indivíduos/soluções pode ser binária, decimal ou por ponto flutuante (números reais) e para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, especificamente, a representação decimal é a mais adequada. No mesmo artigo são citadas também outras características importantes do algoritmo genético para aplicações em problemas de otimização em engenharia, que são:

- a) Uma função *fitness* que dependa da função objetivo em questão;
- b) Um mecanismo de seleção para escolher os indivíduos de acordo com algum processo, definindo os pais da próxima geração;
- c) Um mecanismo de *crossing over* (recombinação) para criar novos indivíduos a partir daqueles dados pelo mecanismo de seleção;
- d) Um mecanismo de mutação para restaurar o material genético perdido e guiar a exploração para novas regiões do espaço de busca.

A qualidade do algoritmo genético está relacionada diretamente com:

- a) A função de avaliação e a codificação das variáveis do problema a ser resolvido;
- b) A geração da população inicial (que poderá ser aleatória ou dada através de uma heurística);
- c) Aos mecanismos geracionais (seleção, recombinação e mutação);
- d) Os parâmetros de controle e o critério de parada.

1. Avaliação de função objetivo (*fitness*) e codificação das variáveis do problema em questão

O valor da função objetivo, avalia a qualidade de uma proposta de solução dada por um indivíduo da população, as soluções ineficazes são penalizadas na função objetivo, tornando essas soluções muito ruins, maneira pela qual o AG contorna as manipulações de configurações ineficazes. As configurações cujo valor *fitness* são melhores, participam com maior frequência na geração dos elementos da nova população. Quanto a codificação, esta pode ser binária, decimal ou real. Como escrito em Silva, Gil e Areiza (1999) em problemas de planejamento a codificação decimal é a mais indicada.

2. Geração da população inicial

A população inicial, dada de forma aleatória, não produz resultados satisfatórios para problemas de grande porte reais, sendo mais eficientes para estes casos a utilização de populações dadas por algoritmos heurísticos construtivos.

3. Mecanismos de geração: seleção, recombinação e mutação

A partir da população corrente, as populações subsequentes são dadas pela implementação sucessiva dos operadores de seleção, recombinação e mutação.

4. Parâmetros de controle e critério de parada

Como esses parâmetros são relacionados entre si, eles não podem ser escolhidos de maneira independente. O tamanho da população, as taxas de recombinação e de mutação, o tipo de implementação escolhida para os operadores genéticos de seleção, recombinação e mutação influenciam diretamente no desempenho do AG. Quanto ao critério de parada, este pode ser fixo como um número específico de gerações sem melhorias da função objetivo, ou como um número máximo de gerações.

Algoritmo Genético

Passo 1 Organizar os dados do problema. Escolher uma forma de codificação. Identificar uma forma de avaliar a qualidade da função objetivo ou equivalente, denominada *fitness*. Escolher os parâmetros do algoritmo, tais como, o tamanho da população, a taxa de recombinação, a taxa de mutação e o tipo de seleção. Escolher um critério de parada;

Passo 2 Gerar a população inicial;

Passo 3 Avaliar a qualidade de todos os elementos da população e atualizar a incumbente (o melhor valor *fitness*), se possível;

Passo 4 Se o critério de parada for satisfeito, pare. Em caso contrário, ir ao passo 5;

Passo 5 Implementar o operador de seleção;

Passo 6 Implementar o operador de recombinação;

Passo 7 Implementar o operador de mutação, atualizar a população corrente e voltar ao passo 3.

3.3.3 Busca Tabu

A meta-heurística Busca Tabu, foi desenvolvida por Glover (1986), com o objetivo principal de fazer uma busca inteligente de forma eficiente e seletiva através do espaço de busca do problema. A técnica usa as estratégias de intensificação e diversificação na pesquisa, admite movimentos de degradação na função objetivo, para aprimorar a busca e, usa uma lista chamada de lista tabu para armazenar os atributos das configurações já visitadas, impondo a essas uma proibição por t iterações, afim de evitar o retorno imediato as mesmas, após o término da proibição, esses atributos são liberados e, portanto as configurações com esses atributos poderão ser visitadas, garantindo um processo mais amplo e menos local.

Segundo o criador da meta-heurística Busca Tabu, Fred Glover, sobre seu método, ele enfatiza que (tradução livre):

A Busca Tabu é embasada na premissa de que, o processo de solução de um problema pode ser considerado inteligente se este incorpora a memória adaptativa e a exploração sensível. O emprego da memória adaptativa o diferencia das técnicas sem memória (*Simulated Annealing* e Algoritmo Genético) e, das técnicas com memória rígida (técnicas de inteligência artificial e de *branch and bound*). De modo que, a ideia de exploração sensível na Busca Tabu é inspirada na suposição de que uma seleção mal realizada por uma estratégia, produz mais informações que uma boa seleção aleatória (crítica aos métodos que fazem seleções puramente aleatórias). Assim, uma estratégia que guia um algoritmo, e que usa memória, quando faz uma seleção ruim (passa para uma configuração de má qualidade), pode se aproveitar dessa informação, para evitar o retorno a essa configuração ruim posteriormente e, além disso, essas informações poderão servir para melhorar a própria estratégia que guia o processo de busca, para obter capacidade de encontrar ou selecionar configurações de melhor qualidade (GLOVER; KOCHENBERGER, 2003, p. 37 a 52)

Dado um problema de otimização (cuja meta é minimizar a função objetivo) e uma solução inicial, se define uma solução vizinha dessa solução inicial (conjuntos de possíveis soluções) e

um mecanismo de transição para essas configurações. Um algoritmo de busca local, pesquisa nessa vizinhança por aquelas configurações que apresentem um melhor valor na função objetivo, e em seguida passa para esta, definindo-a como nova solução corrente (ou incumbente), define-se a vizinhança dessa nova configuração, e repete-se o processo de busca pela melhor opção. Um processo repetitivo do mecanismo de transição é realizado até que não haja nenhuma configuração vizinha melhor que a atual, finalizando o algoritmo de busca local com uma solução mínima local.

Comparando o algoritmo de busca local com o método proposto por Glover, observa-se que (RENDÓN; ZULUAGA; OCAMPO, 2008):

- a) Na Busca Tabu, a partir da configuração inicial se passa para a melhor configuração vizinha ou para aquela que menos degrada a função objetivo, ou seja, uma transição para uma configuração de pior qualidade que a atual é permitida;
- b) A estrutura de vizinhança definida na Busca Tabu, não é estática, varia dinamicamente no tamanho e na composição, dessa maneira, é possível realizar uma busca mais eficiente e inteligente.

A meta-heurística Busca Tabu, como descrita acima, é um processo de otimização diferenciada, em sua essência são definidos termos, como: atributo proibido, lista tabu e critério de aspiração.

O atributo está relacionado com uma proposta de solução, é algum tipo de informação que permite identificar alguma característica da proposta de solução. O tipo de atributo mais usado é o próprio mecanismo usado na transição e que também permite a identificação de uma solução vizinha da solução corrente, um atributo proibido no caso do PPEST, pode ser por exemplo, um ramo que não receberá circuitos por t iterações. A lista tabu, armazena atributos de configurações consideradas tabu, ou seja, atributos de alguns vizinhos definidos pela estrutura de vizinhança e cujos atributos fazem parte da lista tabu, estão proibidos, com isso configurações já visitadas não serão visitadas novamente por um certo número pré-especificado de iterações evitando assim a ciclagem. O critério de aspiração consiste em eliminar a proibição do atributo de uma solução vizinha de excelente qualidade porque compartilha o mesmo atributo de uma solução já visitada. Um exemplo pode ser o seguinte: se a solução vizinha é melhor que as soluções visitadas nas últimas m iterações, então satisfaz o critério de aspiração.

Abaixo tem-se um algoritmo básico da Busca Tabu, priorizando a estratégia de intensificação, com memória de curto prazo, lista tabu e critério de aspiração:

Passo 1 Escolher uma forma de codificar as propostas de soluções. Definir uma função *fitness* para avaliar a função objetivo. Definir a estrutura de vizinhança a ser usada, o que caracteriza o espaço de busca. Identificar os atributos que devem ser proibidos e o critério

de aspiração. Escolher os parâmetros do algoritmo, tais como, a duração da lista tabu. Escolher o critério de parada;

Passo 2 Encontrar uma solução inicial e torna-lá solução corrente;

Passo 3 Identificar e avaliar todas as soluções vizinhas da solução corrente e ordenar essas soluções vizinhas por qualidade, sendo que a primeira da lista é a melhor solução vizinha;

Passo 4 Realizar a transição para a solução vizinha melhor classificada que não tem o atributo proibido, ou se tem o atributo proibido, então satisfaz o critério de aspiração, em seguida, fazer a solução corrente igual a vizinha de melhor qualidade;

Passo 5 Atualizar a incumbente e a lista de atributos proibidos. Se o critério de parada for satisfeito então pare. Em caso contrário, voltar ao passo 3.

3.3.4 GRASP

A sigla GRASP vem de *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*, é uma técnica meta-heurística proposta por Feo e Resende (1995), a qual definem como um processo iterativo, onde cada iteração do algoritmo GRASP é composta de duas fases, uma fase construtiva e outra de busca local. Na fase construtiva, uma solução factível é construída iterativamente elemento a elemento. A escolha dos elementos a serem adicionados na solução é determinada por uma lista, chamada de lista RCL (*restricted candidate list*) com todos os elementos ordenados segundo uma função gulosa. Essa função mede o benefício de selecionar ou não um candidato. A heurística é adaptativa, pois os benefícios associados a cada elemento são atualizados a cada iteração da fase de construção para mostrar as mudanças trazidas pela seleção do elemento anterior.

Como muitos métodos determinísticos, a fase construtiva do GRASP não garante solução ótima. Deste modo, a aplicação de um algoritmo heurístico de busca local afim de melhorar cada solução construída é essencial para refinar o processo.

A chave para o sucesso de um algoritmo de busca local consiste: de uma escolha adequada de uma estrutura de vizinhança, das técnicas de busca eficientes de vizinhança e da solução inicial.

Para um problema qualquer de otimização, o algoritmo GRASP é implementado seguindo os seguintes passos:

Passo 1 Implementar a fase de pré-processamento: essa fase busca identificar subestruturas que permitem iniciar o processo de busca construtiva, ou diminuir o espaço de soluções do problema;

Passo 2 Realizar a fase de busca construtiva:

- a) Escolher a solução inicial que pode ser vazia, isto é, sem adição de componentes, que se transforma na solução em construção;
- b) Para a solução em construção (com alguns elementos já adicionados) e usando um indicador de sensibilidade, elaborar uma lista RCL com os k componentes mais atraentes;
- c) Escolher um elemento (componente) dentre os k elementos existentes na lista RCL e atualizar a solução corrente em construção com a adição da componente escolhida;
- d) Se a solução corrente em construção, representa uma solução factível ou foi satisfeito o critério de parada (sem encontrar uma solução factível) terminar com a fase construtiva. Caso contrário, voltar ao item (b);

Passo 3 Realizar a fase de pós-processamento de busca local. Atualizar a incumbente caso seja possível;

Passo 4 Se o critério de parada não for satisfeito, voltar ao passo 2. Caso contrário, pare. A resposta do algoritmo é a incumbente armazenada.

Em Rendón, Zuluaga e Ocampo (2008) e Glover e Kochenberger (2003), os interessados poderão encontrar mais detalhes sobre a meta-heurística GRASP.

Em Binato, Oliveira e Araujo (2001), os autores aplicam o algoritmo GRASP no planejamento da expansão de sistemas de transmissão.

3.3.5 Busca em Vizinhança Variável

A meta-heurística Busca em Vizinhança Variável, mais conhecida como VNS (*Variable Neighborhood Search*) foi desenvolvida por Mladenovic e Hansen (1997), sob o argumento de que uma meta-heurística simples e eficaz pode ser obtida ao realizar uma variação sistemática da vizinhança dentro de um algoritmo de busca local. O método consiste em explorar o espaço de soluções através de trocas sistemáticas de estruturas de vizinhança, com o objetivo de explorar vizinhanças gradativamente mais distantes da solução atual, a menos que algum movimento de melhora foque a busca em torno da solução atual.

Segundo os autores dessa técnica, o algoritmo VNS básico pode ser dado pelas seguintes regras (MLADENOVIC; HANSEN, 1997, p. 1097,1098)(tradução livre):

1. Inicialização: Selecione o conjunto de estruturas de vizinhanças N_k , $k = 1, \dots, K_{max}$, que serão utilizados na busca; encontre a solução inicial x ;
2. Passo principal: Para k variando de 1 a K_{max} , repita os seguintes passos:

- (a) Gere um ponto x' aleatoriamente na k -ésima vizinhança de x ($x' \in N_k$);
- (b) Aplique algum método de busca local fazendo x' como solução inicial; chame de x'' o ótimo local obtido;
- (c) Se a solução x'' é melhor que a incumbente, defina x como x'' e continue a busca em N_1 , caso contrário, defina $k = k + 1$;
- (d) Se o critério de parada for satisfeito, então pare. Em caso contrário, ir ao passo (a).

O critério de parada desse algoritmo pode ser dado por: tempo máximo de processamento; número máximo de iterações ou número máximo de iterações sem melhorias na função objetivo.

Para mais detalhes sobre o algoritmo VNS, a dissertação de mestrado de Souza (2011) traz aplicações e estudos interessantes sobre o tema. O artigo de Romero e Martins (2010) apresenta um planejamento da expansão de sistemas de transmissão resolvido com VNS.

4 REVISÃO SOBRE *PARTICLE SWARM OPTIMIZATION*

4.1 INTRODUÇÃO

A inteligência de enxames (*swarm intelligence*) é um novo campo de pesquisa, repleto de desafios instigantes e ainda incipiente em comparação com outros métodos de inteligência artificial. Com muitas aplicações bem-sucedidas em uma ampla variedade de problemas complexos, os algoritmos baseados em enxames, se mostram promissores, sendo eficientes e robustos, além de muito fáceis de implementar computacionalmente. Na década passada foram desenvolvidos vários métodos computacionais baseados em enxames. Uma das áreas de pesquisa computacional em inteligência de enxames é o algoritmo *Particle Swarm Optimization* (PSO), ou otimização por enxame de partículas, inspirado no comportamento social de bandos de pássaros. O PSO foi proposto pelo engenheiro eletricista Russel Eberhart e pelo psicólogo James Kennedy no ano de 1995.

No algoritmo PSO, os indivíduos (pássaros) são referenciados como partículas, que se movem estocasticamente dentro do espaço de busca. Cada partícula é representada por um vetor cuja dimensão é igual a dimensão do espaço de busca e a sua inicialização – posição e velocidade – se dá de maneira aleatória, em geral se opta por velocidade inicial partindo do repouso. A melhor posição já alcançada por qualquer indivíduo do bando, também chamada de experiência própria, é guardada na memória e em seguida, é comunicada à uma parte da população, ou à população inteira, influenciando o movimento do bando em direção a região mais promissora detectada até o momento. A melhor posição alcançada pelo bando também é guardada na memória.

Uma região promissora corresponde a pelo menos um ótimo local, para uma certa função definida em um espaço de busca. Esta função pode ser dada por uma fórmula matemática, ou na falta desta, por um algoritmo, ou ao menos, pelo resultado de um processo, real ou simulado. O objetivo principal é que se possa calcular seu valor em cada ponto.

Não se deseja determinar todos os locais interessantes, e sim o mais interessante, ou seja, o ótimo global da função.

A troca de informações é determinada por uma cadeia social fixa ou adaptativa, que desempenha um papel crucial nas propriedades de convergência do algoritmo.

O algoritmo PSO é versátil e de fácil implementação, devido suas características de não necessitar de informações tais como, a existência de limites, ou de derivadas da função objetivo, ou funções de restrições, sendo suficiente a existência de uma função de avaliação (*fitness*) dos

indivíduos, para sua aplicação.

4.2 TEORIA BÁSICA SOBRE PSO

Bandos de pássaros, cardumes de peixes, rebanhos de animais e enxame de abelhas constituem exemplos representativos de sistemas naturais onde comportamentos coletivos são encontrados, produzindo movimentos sincronizados sem colisões. O biólogo B. L. Partridge mostrou que num cardume de peixes abadejos, os peixes nadam mantendo uma distância segura uns dos outros, sem colidirem, guiados pela visão e por informações de linhas laterais existentes em seus corpos, formando um nado sincronizado. Quando aparece um predador, a fim de manter a integridade individual, a distância entre os membros do cardume pode diminuir ou simplesmente o cardume se divide para se juntar novamente após estarem longe da ameaça.

Em 1980, o biólogo Frank Heppner observou um bando de pássaros, documentando seus movimentos, ao fim do estudo ele apresentou as seguintes conclusões: não existia um líder no bando, qualquer pássaro poderia conduzir uma manobra a qualquer tempo e o grupo mantinha um equilíbrio dinâmico sem controle central, executando um voo sincronizado sem atropelos ou colisões.

Em 1987, o pesquisador Craig Reynold assumiu que bandos de pássaros eram dirigidos por três forças locais, sendo elas: prevenção de colisões; velocidade combinada e centralização do bando. Implementando esses três critérios, Reynolds conseguiu que seu programa mostrasse muito realisticamente o comportamento do bando (KENNEDY; EBERHART; SHI, 2001).

O algoritmo PSO busca modelar esse comportamento dos pássaros a procura de ninho ou alimento, para determinar a solução de problemas reais. Vários trabalhos na literatura tem empregado a nova técnica, mostrando a versatilidade do algoritmo na solução de diferentes problemas envolvendo variáveis contínuas, binárias ou discretas. O PSO está relacionado com as teorias de vida artificial, estratégias de evolução, computação evolucionária e algoritmos genéticos.

No artigo de Kennedy e Eberhart (1995) os criadores do PSO, descrevem em detalhes o algoritmo, frisando que conceitualmente o PSO está entre o algoritmo genético e a programação evolucionária, partilhando conceitos comuns a ambos. Como por exemplo, a alta dependência de processos estocásticos – fenômenos que variam de forma imprevisível no decorrer do tempo – como na programação evolucionária e os ajustes de parâmetros que são similares ao *crossover* dos algoritmos genéticos. O PSO também usa o conceito de *fitness* – que é uma função para medir a qualidade da solução apresentada – assim como todos os modelos de computação evolucionária.

No artigo de Eberhart e Kennedy (1995) o algoritmo PSO é definido como um novo método

robusto de otimização para resolver problemas com características de não-linearidade, não-diferenciabilidade e alta-dimensionalidade. O método compreende conceitos muito simples e de fácil implementação, e também é computacionalmente barato em termos de requisitos tanto de memória quanto de velocidade.

O PSO é semelhante ao algoritmo genético (AG) no modo como é inicializado, através de uma população de soluções (partículas) geradas aleatoriamente. Cada componente de uma partícula da população, é uma posição no hiperespaço de pesquisa, associada a uma velocidade aleatória, que realiza o mecanismo de atualização da partícula para o próximo passo do processo.

O deslocamento de cada partícula é realizado sob a ação de três vetores que se somam, que são: a *inércia*, a *memória* e a *cooperação*. A *inércia* impele a partícula na direção que ela vinha seguindo. A *memória* atrai a partícula para a melhor posição já alcançada pela própria partícula desde o início do processo. A *cooperação* atrai a partícula para a melhor posição já alcançada dentre todas as posições visitadas pelo enxame. A maneira encontrada pelo algoritmo para fazer as comparações entre posições é por meio de uma função de adaptação ou aptidão, referida nesse trabalho como *fitness*.

Cada partícula guarda as informações de suas coordenadas no hiperespaço de busca, associadas a sua melhor posição já alcançada até o momento, chamado de “pbest”, e do valor *fitness* associado a ela. Outro melhor valor também é armazenado, ou seja, o melhor valor *fitness* global, associado a melhor posição no hiperespaço de busca já alcançada dentre todas até então, chamado de “gbest”.

Ainda em comparação com o algoritmo genético, a *mutação* e o *crossover* tem seus análogos no algoritmo PSO, que são a velocidade e a combinação de informações, respectivamente. Não há equivalente para a *seleção* no PSO, pois há a ideia de que as partículas com menos sucesso hoje, poderão ter sucesso amanhã. As partículas com pior desempenho são conservadas na esperança de que um líder surja dentre elas. Os algoritmos PSO e genético são “filosoficamente” diferentes, pois o primeiro se baseia em cooperação enquanto que o segundo se baseia em competição (CLERC, 2006). A tabela ?? a seguir, apresenta um resumo comparativo entre as meta-heurísticas AG e PSO.

Exemplificando o funcionamento do algoritmo PSO. Seja uma população de n partículas geradas aleatoriamente num espaço d -dimensional, onde a n -ésima partícula é representada por $X_n = (x_{n,1}, x_{n,2}, \dots, x_{n,d})$.

A informação que permite encontrar o valor *fitness* da partícula n é armazenada no vetor $P_n = (p_{n,1}, p_{n,2}, \dots, p_{n,d})$. O objetivo do algoritmo é a cada passo mudar a velocidade de cada partícula em direção ao seu *pbest* e ao *gbest* conforme a equação (9a) abaixo.

A velocidade da partícula n é representada pelo vetor $V_n = (v_{n,1}, v_{n,2}, \dots, v_{n,d})$, em geral a

Tabela 1 - Comparação entre PSO e AG

Comparação entre PSO e AG		
	PSO	AG
Representação	Contínua/Binária/Discreta	Contínua/Binária/Discreta
Populacional	Sim	Sim
Geracional	Não	Sim
Restrições	Sim	Sim
Operadores	Velocidade	Seleção, Mutação e Recombinação
Implementação	Simple	Complexidade Média
Convergência	Relativamente Rápida	Relativamente Lenta

Fonte: Elaboração do autor.

velocidade inicial de cada partícula é *zero* – pois parte-se do princípio que as partículas estão em repouso – e no decorrer do processo de otimização a velocidade permanece num intervalo $[v_{min}, v_{max}]$ especificado previamente.

Cada partícula tem uma velocidade e uma posição. As partículas voam através do espaço de busca multidimensional buscando uma solução potencial. Cada partícula ajusta a sua posição no espaço de busca ao longo do tempo de acordo com a experiência de voo própria e de seus vizinhos. Assim, para um espaço de busca d -dimensional, o movimento de cada partícula é governado pelas seguintes equações.

$$v_{n,d}(t+1) = \underbrace{\omega \times v_{n,d}(t)}_{\text{diversificação}} + \underbrace{c_1 r_1 (pbest_{n,d}(t) - x_{n,d}(t)) + c_2 r_2 (gbest_d - x_{n,d}(t))}_{\text{intensificação}} \quad (9a)$$

$$x_{n,d}(t+1) = x_{n,d}(t) + v_{n,d}(t+1) \quad (9b)$$

Em que, d representa a dimensão do espaço de busca e n representa o número de partículas da população, t é a iteração atual do algoritmo, ω é o peso da inércia. Os parâmetros r_1 e r_2 são números aleatórios no intervalo $[0, 1]$ – esses parâmetros dão uma característica estocástica à busca; $pbest_{n,d}(t)$ é a melhor posição individual encontrada pela partícula n até o momento e $gbest_d$ é a melhor posição dentre todas as posições encontradas até o momento pela população de partículas; $x_{n,d}$ e $v_{n,d}$, são: posição e velocidade da partícula n , respectivamente.

Define-se os parâmetros c_1 e c_2 como coeficientes de confiança da partícula nela mesmo e da partícula em relação as demais, respectivamente. Na literatura especializada, geralmente atribui-se um mesmo valor a esses parâmetros, o valor 2; valores baixos permitem às partículas vaguearem por regiões longe da região alvo e valores altos resultam em movimentos bruscos para frente ou para trás da região alvo.

Escrevendo $c_1 r_1$ e $c_2 r_2$ como φ_1 e φ_2 , respectivamente, observa-se que:

a) Se $\varphi_1 > 0$ e $\varphi_2 = 0$, apenas a confiança individual da partícula influencia na atualização da

velocidade em (9a).

- b)** Se $\varphi_1 = 0$ e $\varphi_2 > 0$, apenas a confiança da partícula no enxame influencia na atualização da velocidade.

No livro *Swarm Intelligence* (KENNEDY; EBERHART; SHI, 2001, p. 333), os autores definem φ_1 e φ_2 como “constantes de aceleração”, muito importantes para determinar o tipo de trajetória da partícula.

O parâmetro $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ do PSO estocástico, controla a intensidade do efeito de $(pbest_{n,d} - x_{n,d})$ e $(gbest_d - x_{n,d}(t))$ sobre a velocidade. Quando φ é muito baixo, o efeito é fraco, e a trajetória da partícula segue um caminho amplo, somente sendo atraída de volta, depois de um grande número de iterações. Com φ aumentado, os passos individuais se alongam, até que a v_{max} seja superada. Após esse ponto, a v_{max} impõem um tamanho fixo para o passo da trajetória da partícula.

Note que a equação (9a) é composta por três parcelas como na Figura ??, onde a primeira representa o vetor inércia, a segunda representa a confiança da partícula em si, ou seja, a memória individual e a terceira parcela representa a confiança da partícula no enxame, ou seja, a cooperação.

Na implementação do algoritmo após gerar a população inicial, inicializa-se também o vetor de velocidades, isso geralmente é feito supondo-se que as partículas estão em repouso. Os vetores de posições e velocidades são atualizados ciclicamente até que um critério de parada seja atingido, que pode ser dado por um número máximo de iterações, ou uma determinada aptidão a ser encontrada, ou um número de iterações sem melhora da função objetivo e etc.

As iterações representam o deslocamento das partículas. A cada iteração do algoritmo, as velocidades e as posições são atualizadas conforme (9a) e (9b), respectivamente, direcionando as partículas para as posições $pbest$ e $gbest$.

O sucesso do algoritmo PSO depende, além das características individuais de cada problema, da calibração adequada dos parâmetros.

Por exemplo, o peso da inércia ω em (9a) afeta diretamente o número de iterações para encontrar a solução ótima, se seu valor é baixo o número de iterações também é, e a convergência é rápida e a favor de um valor mínimo local, enquanto que, se seu valor é alto a convergência é mais lenta e o número de iterações é maior. Geralmente o valor da inércia é calibrado de acordo com o problema.

No livro *Particle Swarm Optimization* (CLERC, 2006), é sugerido que o valor de ω , não seja nem tão grande e nem tão pequeno, para evitar convergência prematura ou retardá-la, e é recomendado ali, que este valor seja 0,7 ou 0,8, ainda neste livro o autor afirma que caso ω seja maior que 1, a velocidade do algoritmo aumentará e este nunca convergirá, causando

a “explosão do enxame” – pois ω é um fator multiplicante para a velocidade, que por sua vez crescerá indefinidamente – a menos que uma velocidade máxima seja inserida para trazer de volta cada velocidade que ultrapassar o valor limite, a fim de que haja uma exploração maior do espaço de busca. Por outro lado se ω for um valor negativo, o comportamento do PSO será extremamente oscilatório.

Shi e Eberhart (1998a), observaram que quando ω assume valores pequenos ($< 0,8$), se o algoritmo PSO encontra o ótimo global, isso ocorre de maneira rápida, e as partículas tendem a se moverem juntas e rapidamente. Assim, concluíram que valores pequenos para ω , promovem uma busca local do algoritmo no espaço de busca e caso existam soluções aceitáveis no espaço de busca inicial, o algoritmo encontrará a solução ótima rapidamente, caso contrário, a solução ótima global não será determinada. Shi e Eberhart, concluíram também que, para $\omega > 1,2$ o comportamento do algoritmo PSO é equivalente ao de um método de busca global, busca explorar novas áreas, leva mais iterações para encontrar o ótimo global e tem mais chances de falhar nesta busca. Dos testes realizados por esses pesquisadores, foi observado que para $\omega \in [0,9; 1,2]$ o PSO terá menos chances de falhar na busca do ótimo global dentro de um número razoável de iterações. Neste artigo, os autores propuseram o peso da inércia decrescente no decorrer das iterações, variando entre 1,4 e 0, para alguns casos e entre 1,4 e 0,5 em outros casos, frisaram a importância de se determinar esses limites de acordo com a complexidade do problema em resolução. Com o peso da inércia decrescente no decorrer do tempo, o PSO, na fase inicial, terá uma capacidade de busca global forte por usar um valor alto para o peso da inércia, enquanto que na fase final do processo, o peso da inércia relativamente menor será usado a fim de melhorar a capacidade de busca local. Vários trabalhos na literatura especializada têm usado o novo método, tais como os artigos de Zhao (2010) e Shi e Eberhart (1998b). A fórmula para determinar o peso da inércia linearmente decrescente no decorrer do processo iterativo é dada pela equação a seguir:

$$\omega = \omega_{max} - (\omega_{max} - \omega_{min}) \times \frac{iter}{iter_{max}} \quad (10)$$

Outros autores como Shayeghi, Mahdavi e Kazemi (2009) aplicam o peso da inércia decrescente com o aumento do número de iterações, usando logaritmo neperiano:

$$\omega = \frac{1}{\ln(iter)} \quad (11)$$

Em que $iter_{max}$ e $iter$ representam o número máximo de iterações e o número da iteração atual, respectivamente.

Há ainda, trabalhos como Zheng et al. (2003b) e Zheng et al. (2003a) que utilizam o peso da inércia crescente no decorrer da execução do algoritmo. Defendendo a ideia de que o peso da inércia crescente obtém resultados superiores ao peso da inércia decrescente, contrariando as

conclusões dos autores Shi e Eberhart (1998a). A conclusão dessa ideia se deu, devido ao fato de que se um grande valor para ω tem mais possibilidades de convergência do algoritmo, então adotando-se ω com peso maior, no final do processo vai estimular a capacidade de convergência. No entanto, um pequeno peso para ω nem sempre é prejudicial, faz o PSO saltar para fora de mínimos locais e explorar novas áreas de pesquisa. Isso significa que um peso menor para ω pode ser adotado no início de cada pesquisa.

Para o peso da inércia crescente juntamente com o número de iterações do algoritmo PSO, usa-se a seguinte fórmula:

$$\omega = \omega_{max} + (\omega_{min} - \omega_{max}) \times \frac{(iter_{max} - iter)}{iter_{max}} \quad (12)$$

A implementação do algoritmo PSO, segue os seguintes passos:

Passo 1 Iniciar com uma população de partículas, com posições e acelerações em um espaço de busca *d-dimensional*, distribuídas uniforme e aleatoriamente;

Passo 2 Avaliar a função *fitness* para cada partícula;

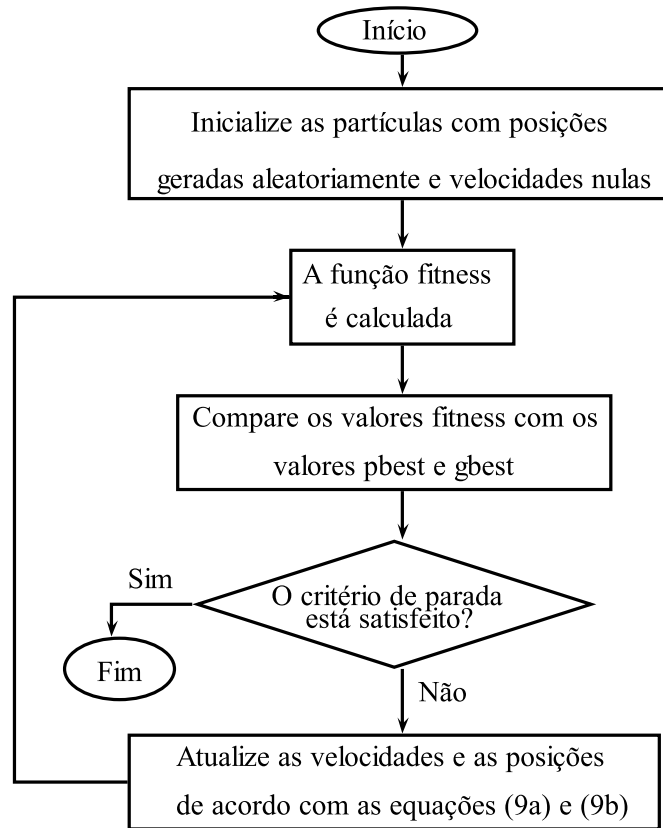
Passo 3 Comparar a função *fitness* de cada partícula com seu valor *pbest*, se a função *fitness* possuir valor atual melhor que o valor *pbest*, deve-se atualizar o valor *pbest* para o valor atual e a localização do *pbest* passa a ser a localização atual no espaço *d-dimensional*;

Passo 4 Comparar o valor *pbest* com o valor *gbest*. Se o valor *pbest* é melhor do que o valor *gbest*, então deve-se atualizar o *gbest* para o índice e valor atual do *pbest*;

Passo 5 Modificar a velocidade e a posição da partícula de acordo com as equações (9a) e (9b);

Passo 6 Ir ao passo 2 e repetir os demais passos subsequentes, até que o critério de parada seja satisfeito.

Figura 2 - Algoritmo PSO Básico.



Fonte: Elaboração do autor

No algoritmo PSO, a própria velocidade da partícula tende a fazê-la deixar o espaço de busca. No livro *Particle Swarm Optimization* (CLERC, 2006) o autor propõe um intervalo de confinamento para trazer a partícula de volta. O mecanismo consiste em limitar o espaço de busca, fazendo com que a partícula fique presa à fronteira da região permitida, ou seja, por simplicidade toma-se o intervalo $[x_{min}, x_{max}]^d$ para representar o espaço de busca, assim se uma coordenada $x_{n,d}$ calculada de acordo com a equação (9b) apresentar um valor fora do intervalo $[x_{min}, x_{max}]^d$, um valor próximo ao ponto de fronteira será atribuído a $x_{n,d}$ por meio da equação:

$$x_{n,d} \leftarrow \min(\max(x_{n,d} + v_{n,d}, x_{min}), x_{max}). \quad (13)$$

O confinamento (13) traz de volta a partícula, mas não altera sua velocidade, que será calculada novamente no próximo passo e será modificada, sendo comum que ela permaneça orientada mais ou menos na mesma direção. Desta forma a partícula tenderá a cruzar a fronteira novamente, mas será trazida de volta pelo confinamento e assim sucessivamente. Na prática é como se a partícula estivesse presa à fronteira.

Isso porque é necessário complementar o mecanismo de confinamento com a modificação

da velocidade. Pode-se trocar o componente que representa problemas por seu oposto, possivelmente equilibrado por um coeficiente menor que 1, ou simplesmente cancelá-lo. Se optar por cancelá-lo, o mecanismo completo se resume a:

$$x_{n,d} \notin [x_{min}, x_{max}] \Rightarrow \begin{cases} v_{n,d} \leftarrow 0 \\ x_{n,d} < x_{min} \implies x_{n,d} \leftarrow x_{min} \\ x_{n,d} > x_{max} \implies x_{n,d} \leftarrow x_{max} \end{cases} \quad (14)$$

Princípio do confinamento: Se uma partícula tende a deixar o espaço de busca, ela será trazida de volta para um ponto mais próximo neste espaço e conseqüentemente mudará sua velocidade.

4.3 NOVAS PROPOSTAS SOBRE PARTICLE SWARM OPTIMIZATION

A literatura especializada traz inúmeras contribuições de diversas partes do mundo, com variadas aplicações do algoritmo PSO, bem como novas propostas de otimização, como por exemplo, a associação do PSO com outras meta-heurísticas e a inserção de outros parâmetros ao PSO, entre outros. A seguir são apresentadas algumas novas propostas sobre PSO.

4.3.1 PSO Unificado (UPSO)

Foi desenvolvido por Parsopoulos e Vrahatis (2004), como um algoritmo que une características das versões *local* e *global* do PSO, sem elevação de tempo computacional em termos de função de avaliação/*fitness*. A proposta utiliza o *coeficiente de constrição* na fórmula de atualização da velocidade do algoritmo PSO básico.

As variantes *local* e *global* do PSO foram desenvolvidas com o propósito de tirar vantagem das propriedades de exploração e exploração do cenário *fitness*, respectivamente. A exploração é um termo que descreve uma pesquisa ampla, por regiões relativamente boas sobre um cenário. Já a exploração, é uma maneira mais focada para pesquisar. Geralmente, a exploração requer menos passos para cruzar um cenário, na verdade eles frequentemente aumentam quando o valor ótimo está próximo.

A variante *global* do PSO (*gbest*), tem o enxame inteiro como vizinhança para cada partícula, e a variante *local* do PSO (*lbest*) tem vizinhanças estritamente menores. O conceito de vizinhança entra em ação a fim de, reduzir o esquema global de troca de informações, para um esquema local, onde a informação é difundida a cada iteração, apenas em pequenas partes do enxame. Cada partícula, assume um conjunto de outras partículas para serem seus vizinhos e,

a cada iteração, ela comunica sua melhor posição apenas a esses vizinhos, ao invés de todo o enxame. Assim, a informação a respeito da melhor posição global é comunicada inicialmente apenas à vizinhança da melhor partícula, e assim sucessivamente para o restante através dos seus vizinhos.

Devido à sua habilidade de exploração, a variante *global* do PSO converge mais rapidamente em direção a melhor posição global do enxame, em comparação com a variante *local*, que por sua vez tem uma habilidade de exploração melhor, uma vez que a informação da melhor posição de cada partícula é gradualmente comunicada às outras partículas.

Na fórmula apresentada para o algoritmo UPSO, aparece o fator de constrição (χ), desenvolvido por Clerc (2006) afim de controlar a velocidade da partícula na busca.

O algoritmo UPSO utiliza as seguintes equações:

$$G_{n,d}(t+1) = \chi[v_{n,d}(t) + c_1r_1(pb_{n,d}(t) - x_{n,d}(t)) + c_2r_2(g_{best,d}(t) - x_{n,d}(t))] \quad (15a)$$

$$L_{n,d}(t+1) = \chi[v_{n,d}(t) + c_1r_1(pb_{n,d}(t) - x_{n,d}(t)) + c_2r_2(l_{best,d}(t) - x_{n,d}(t))] \quad (15b)$$

$$v_{n,d}(t+1) = uG_{nd}(t+1) + (1-u)L_{n,d}(t+1) \quad (15c)$$

$$x_{n,d}(t+1) = x_{n,d}(t) + v_{n,d}(t+1) \quad (15d)$$

$$\chi = 1 + \frac{(\sqrt{|\psi^2 - 4\psi|} - \psi)}{2} \text{ com } \psi = c_1 + c_2, \psi > 4 \quad (15e)$$

Em que:

- $G_{n,d}(t+1)$: É a atualização da velocidade da partícula x_n para cada componente d , na variante global do PSO;
- g_{best} : Corresponde a melhor posição global;
- $L_{n,d}(t+1)$: É a parte correspondente a variante local do PSO;
- l_{best} : Corresponde a melhor posição dentro da vizinhança de x_n ;
- χ : É o coeficiente de constrição (Clerc sugeriu o valor 0,729 como interessante);
- u : É o fator de unificação, $u \in [0, 1]$, controla a influência da atualização das velocidades global e local.

4.3.2 PSO Evolucionário (EPSO)

O algoritmo EPSO (MIRANDA; FONSECA, 2002) combina os conceitos de Estratégias Evolucionárias com PSO. Sob o nome de Estratégias Evolucionárias, um grande número de modelos tem sido desenvolvidos. Essa área do cálculo evolucionário, envolve algoritmos inspirados na evolução biológica das espécies.

O EPSO é uma nova meta-heurística, dependente de um conjunto de partículas que evoluem no espaço de busca tentando encontrar o ponto ideal neste espaço. Assim como no PSO, o

EPSO não enfoca apenas o comportamento das partículas, mas também, os pesos que afetam os movimentos destas quando elas avançam no espaço de busca.

Uma das características mais importantes do EPSO, é que ele é um método auto-adaptativo, que ajusta automaticamente seus parâmetros ou comportamentos, a fim de produzir uma taxa adequada de progressos em direção ao ótimo. O EPSO tem dois mecanismos (o auto-adaptativo e o evolucionário) atuando em sequência, cada um com sua própria probabilidade de produzir não apenas os indivíduos melhores, mas também um grupo médio melhor. Numa dada iteração, cada partícula é definida por uma posição $x_n(t)$ e por uma velocidade $v_n(t)$ no espaço de busca. Num dado momento, na iteração t , existe ao menos uma partícula que possui a melhor posição no espaço de busca. A população de partículas reconhece tal posição b_g , assim, as partículas tendem a moverem-se nessa direção, ademais, cada partícula também é atraída para sua melhor posição anterior b_n .

No curso de cada iteração as partículas se reproduzirão e evoluirão de acordo com os passos:

Passo 1 Replicação: cada partícula é replicada r vezes, dando origem a novas partículas idênticas;

Passo 2 Mutação: os parâmetros estratégicos (ω_n), que afetam o movimento das partículas, são mutantes;

Passo 3 Reprodução: cada partícula mutante gera uma prole de acordo com a regra de movimento de partículas;

Passo 4 Avaliação: cada prole é avaliada com uma função objetivo;

Passo 5 Seleção: por torneio estocástico, ou outro processo de seleção, as melhores partículas sobrevivem para formar uma nova geração.

A fórmula do movimento, ou da reprodução da partícula, é a mesma descrita por (15d). Já o cálculo da velocidade é dado por:

$$v_{n,d}(t+1) = \omega_{n,1}^* v_{n,d}(t) + \omega_{n,2}^* (b_n - x_{n,d}(t)) + \omega_{n,3}^* (b_g^* - x_{n,d}(t))P \quad (16)$$

Em que

- b_n : É o melhor ponto encontrado pela partícula até então;
 b_g^* : É o melhor ponto encontrado pela população de partículas até então;
 $x_{n,d}(t)$: É a localização da partícula n , na dimensão d , na iteração t ;
 $v_{n,d}(t)$: É a velocidade da partícula n , na dimensão d , na iteração t ;
 $\omega_{n,1}^*$: É o peso da inércia;
 $\omega_{n,2}^*$: É o peso da memória;
 $\omega_{n,3}^*$: É o peso da cooperação;
 P : É o fator de comunicação.

Na fórmula (16) o símbolo * indica que esses parâmetros apresentam uma evolução como um resultado de um processo de mutação. Isso é uma diferença importante em relação ao PSO, Em que os pesos são fixos no processo de otimização.

As fórmulas da mutação são dadas por:

$$\omega_{n,k}^* = \omega_{n,k}[1 + \tau N(0, 1)], \text{ com } k = 1, 2, 3, 4; \quad (17a)$$

$$b_g^* = b_g + \omega_{n,4}^* N(0, 1) \quad (17b)$$

Em que

- $N(0, 1)$: É uma variável randômica com distribuição Gaussiana com média 0 e variância 1;
 τ : É um parâmetro de aprendizagem que controla a amplitude da mutação, valores negativos para esse parâmetro são rejeitados;
 $\omega_{n,4}^*$: É o quarto parâmetro estratégico (peso) associado a partícula i , esse parâmetro controla o tamanho da vizinhança b_g .

Maiores detalhes do funcionamento e aplicação dos algoritmos EPSO e UPSO são encontradas em Torres et al. (2011).

4.3.3 PSO Cooperativo (CPSO)

Uma abordagem cooperativa do PSO (CPSO-S) foi introduzida nos artigos de Bergh e Engelbrecht (2004) e Bergh e Engelbrecht (2001), a abordagem baseia-se na divisão do espaço (vetor solução) em subespaços (vetores de dimensões menores), Em que cada subespaço é otimizado usando separadamente o PSO. O vetor solução geral é construído usando as soluções encontradas pela melhor partícula de cada população. Essa variação do PSO, leva a uma significativa redução no tempo de execução do algoritmo e melhoramento no desempenho do mesmo, embora a técnica aumente o número de parâmetros ajustáveis do algoritmo.

Os criadores do CPSO, Bergh e Engelbrecht (2004), se inspiraram num estudo desenvolvido com algoritmos genéticos, Em que o canal de comunicação entre os indivíduos de uma

população para alcançar o vetor solução era a cooperação. A ideia do algoritmo CPSO consiste em: se d é a dimensão do espaço de busca do problema, então, ao invés de usar uma única população, S , de N partículas de dimensão d , o CPSO usa d populações, isto é, S_1, S_2, \dots, S_d , com d partículas, N_1, N_2, \dots, N_d , de dimensão d e cada população lida apenas com uma única direção coordenada do vetor de solução, isto é d populações com d partículas cada uma, otimiza um vetor unidimensional.

A função de avaliação será aplicada a um vetor d -dimensional que será formado a partir da concatenação dos componentes das d populações.

Uma abordagem cooperativa híbrida também foi introduzida nos artigos de Bergh e Engelbrecht (2004) e Bergh e Engelbrecht (2001), chamada de CPSO-H. Esta consiste em duas etapas em série, de pesquisa. Cada etapa é executada para apenas uma iteração, passando a melhor solução encontrada para a próxima etapa. A primeira etapa aplica o CPSO-S e a segunda etapa usa o algoritmo PSO básico. Esta abordagem foi aplicada afim de tirar vantagem da habilidade do PSO em escapar de pseudo minimizadores enquanto se beneficia da propriedade de rápida convergência do CPSO-S.

4.3.4 PSO Memético (MPSO)

O estudo dos modelos evolutivos da transferência de informação é conhecido como memética. Os algoritmos meméticos abrangem uma família de métodos heurísticos baseados em população, projetados para realizar otimização global. A principal inspiração por trás de seu desenvolvimento foi o “meme”, termo criado em 1976 por Richard Dawkins, o meme é considerado uma unidade de evolução cultural que pode de alguma forma autopropagar-se e que admite aprimoramento. Os memes também podem representar modelos de adaptação em sistemas naturais que combinam adaptação evolucionária dos indivíduos com a aprendizagem individual dentro de uma vida.

Os algoritmos meméticos incluem uma etapa de otimização individual ou aprendizagem como parte de sua operação de busca. A primeira proposta para os algoritmos meméticos foi apresentada em 1989, e embora eles tenham uma similaridade com os algoritmos genéticos, a evolução cultural é mais imitada do que a evolução biológica.

O PSO Memético é um algoritmo híbrido que combina o PSO com técnicas de busca local e que consiste de dois componentes principais, um global que é responsável por uma busca mais geral e um local que realiza uma busca mais refinada em torno de potenciais soluções do problema a ser otimizado. Vários esquemas podem ser obtidos, tais como:

Esquema 1 A busca local é aplicada sobre a melhor posição global da população $gbest$;

Esquema 2 Para cada melhor posição $pbest_n$, $n = 1, 2, \dots, i$ um número aleatório r , é gerado,

e se $r < \varepsilon$, Em que $\varepsilon > 0$ é um número pré-fixado, então a busca local é aplicada sobre $pbest_n$;

Esquema 3a A busca local é aplicada tanto à melhor posição da população, $gbest$, quanto a alguma melhor posição local, $pbest_n$, com $n = 1, 2, \dots, i$, selecionada aleatoriamente;

Esquema 3b A busca local é aplicada tanto ao $gbest$ quanto a alguma melhor posição local, $pbest_n$, com $n = 1, 2, \dots, i$, selecionada aleatoriamente, para os quais $\|gbest - pbest_n\| > c\Delta(S)$, Em que $c \in (0, 1)$ e $\Delta(S)$ é o diâmetro do espaço de busca.

4.3.5 PSO Composto (COMPSO)

A escolha dos parâmetros (ω, c_1, c_2) do PSO através de outros algoritmos tais como algoritmos genéticos, programação evolucionária ou evolução diferencial, pode produzir resultados de boa qualidade. O algoritmo evolução diferencial é uma técnica da computação evolutiva, usado para selecionar os parâmetros do COMPSO.

O algoritmo evolução diferencial, foi introduzido por Storn e Price (1997). Consiste de um método de otimização baseado em população, que utiliza uma população com n indivíduos para sondar o espaço de busca. Cada indivíduo é um vetor de dimensão d e d é a dimensão do problema. Um operador mutação é aplicado a cada indivíduo da população afim de produzir um novo candidato a solução, feito isso, o próximo passo é a aplicação do operador *crossover*, que é utilizado para produzir um vetor experimental. Se esse vetor experimental, melhora o valor da função calculada para um indivíduo, então esse indivíduo é substituído pelo vetor experimental. Dessa forma este algoritmo, sempre armazena as melhores posições em suas populações e opera diretamente a partir delas, diferentemente do PSO, Em que as melhores posições são mantidas em uma população separada. Esta característica torna a evolução diferencial um algoritmo guloso, Em que a convergência é rapidamente alcançada, mas provavelmente a custo de uma baixa eficiência (PARSOPOULOS; VRAHATIS, 2010).

Algoritmo COMPSO segundo os autores Kannan et al. (2004, p. 3-4)

- Passo 1** Inicialize $iter = 0$ e defina um número máximo de iterações como I. Gere a posição inicial das partículas, a velocidade inicial para cada partícula, e os parâmetros iniciais do PSO ($X_i = [\omega, c_1, c_2]$) aleatoriamente, onde i é a iteração atual;
- Passo 2** Para cada X_i calcule $v_{n,d}$ e $x_{n,d}$ usando as equações (9a) e (9b). Calcule o valor da função *fitness*;
- Passo 3** Aplique os operadores: mutação, *crossover* e seleção do algoritmo evolução diferencial sobre X_i . Seja X^* o representante dos parâmetros do melhor indivíduo produzido por esse processo, troque X_i por X^* e repita o processo para um número de iterações tal qual a evolução diferencial seja alcançada;

Passo 4 O processo continua do passo 2 até que o critério de parada seja atingido (número máximo de iterações I).

4.3.6 PSO Modificado (M-PSO)

A literatura especializada indica, que o enxame de partículas excessivamente concentrado faz com que o algoritmo PSO recorra facilmente a mínimos locais (em problemas de otimização para minimização), devido a perda de diversidade da população. Se o grau de agregação das partículas do enxame, puder ser validamente controlado, a habilidade de pesquisar o mínimo global poderá ser melhorada.

No algoritmo M-PSO reúnem-se o PSO, o monitoramento do grau de agregação das partículas do enxame e a estratégia de mutação gaussiana para a melhor posição da partícula, a fim de melhorar a capacidade das partículas de saltarem de mínimos locais.

4.3.6.1 Grau de agregação do enxame de partículas

O grau de agregação do enxame de partículas é usado para descrever a diversidade do enxame. Ele é representado como sendo uma distância entre as partículas. No artigo de Guangyou (2007), o autor adota o valor da diferença absoluta entre as coordenadas de partículas diferentes, no espaço d – *dimensional*, como sendo a distância e define o maior valor encontrado como o grau de agregação. Assim, se N é o tamanho do enxame e D é a dimensão do enxame, x_{id} é o d -ésimo valor da i -ésima partícula e x_{jd} é o d -ésimo valor da j -ésima partícula e o grau de agregação do enxame é dado pela fórmula:

$$d(t) = \max |x_{i,d} - x_{j,d}|, i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j, d = 1, 2, \dots, D \quad (18)$$

4.3.6.2 Estratégia de mutação

O operador de mutação do algoritmo inclui duas partes. Uma, é quando o grau de agregação do enxame de partículas é monitorado periodicamente, e aí, se o grau de agregação é menor que um dado valor ($d(t) < \varepsilon$), então a posição e a velocidade, de todas as partículas, deverão ser reiniciadas, com a preservação das posições $pbest$ e $gbest$. A outra parte, se refere ao fato de que quando o algoritmo PSO não puder pesquisar o ponto ótimo global, a mutação para o $gbest$ será realizada pela fórmula:

$$gbest_{novo} = gbest * (1 + \eta \sigma) \quad (19)$$

Em que σ é um número aleatório com distribuição Gaussiana, que pode produzir um distúrbio de menor alcance com probabilidade de realizar busca local ou, pode produzir um distúrbio de proporções maiores favorecendo a fuga de ótimos locais. O valor para η é definido no intervalo $(0, 1)$.

Algoritmo M-PSO

Passo 1 Defina a iteração atual como $iter = 1$. Inicialize uma população com N partículas; Defina a posição atual como sendo o $pbest$ e o $gbest$ como a melhor posição dentre todas da população inicial;

Passo 2 Avalie a função *fitness* para cada partícula;

Passo 3 Compare o valor da avaliação *fitness* de cada indivíduo com o seu $pbest$. Se o valor atual é melhor que o $pbest$, então defina a posição atual como a posição $pbest$. Além disso, se o valor atual é melhor do que $gbest$, então, redefina o $gbest$ para o índice atual na matriz de partículas;

Passo 4 Atualize a velocidade e a posição da partícula de acordo com as equações (9a) e (9b) respectivamente;

Passo 5 Calcule $d(t)$ para o grau de agregação da partícula de acordo com a equação (18). Se $d(t)$ é inferior a um determinado valor limite, reinicialize as velocidades e posições das partículas;

Passo 6 $iter = iter + 1$, se um critério de parada é encontrado, fim do algoritmo; caso contrário execute o operador mutação para o $gbest$ de acordo com a equação (19) e retorne ao passo 2.

4.3.7 PSO Modificado versão LBest (PSO-Lbest)

A versão LBest do PSO foi introduzida no artigo de Eberhart e Kennedy (1995). No algoritmo PSO, cada possível solução retém as coordenadas e o melhor valor *fitness* associados com a melhor solução que cada partícula encontrou até o momento. Essa solução é chamada de $pbest$, ou seja, a melhor solução individual. O algoritmo PSO também mantém as coordenadas e o valor da melhor solução encontrada dentre todas, pela população. Esta solução é chamada de $gbest$, ou seja, a melhor solução global. Na versão *Lbest* do PSO, a melhor solução dentro de

uma vizinhança V é chamada de solução $Lbest$. Esta solução pode ser detectada examinando todas as soluções $pbest$ da vizinhança V .

Neste modelo, as partículas têm apenas informações próprias e do melhor de seus vizinhos, ao invés de informações da população inteira. Em vez de se moverem em direção à média estocástica do $pbest$ e do $gbest$, as partículas se movem em direção aos pontos definidos pelo $pbest$ e $Lbest$, que são os indicadores das partículas com melhores avaliação na vizinhança. Essa versão do PSO é uma modelagem mais flexível para processar a informação, em comparação com o PSO padrão.

No artigo de Suganthan (1999), o autor propõe trocar a componente $gbest$ por uma solução $Lbest$. A vizinhança da partícula é aumentada dinamicamente, com o aumento do número de iterações, a fim de alterar a melhor solução individual de uma vizinhança o $Lbest$ para o $gbest$. A vizinhança pode ser definida de duas maneiras distintas. A maneira mais rápida e simples é considerar um número definido de partículas acima e abaixo de uma partícula específica, para a qual a vizinhança é procurada. Por exemplo, no artigo de Eberhart e Kennedy (1995) os autores, utilizam dois modelos, um com $vizinhança = 2$ Em que a partícula i , compara seu desempenho com as partículas $i - 1$ e $i + 1$ e outro modelo com $vizinhança = 6$, a partícula tem 3 vizinhos de cada lado e da mesma forma, compara seu desempenho com os 6 vizinhos. A outra maneira de definir a vizinhança, consiste em calcular as distâncias entre as partículas e, escolher uma fração de partículas que estão mais próximas da partícula cuja vizinhança é requerida. Essa fração pode aumentar gradualmente para incluir todas as partículas durante o estágio final da busca. Este método pode ser computacionalmente demorado, conforme a dimensão do problema.

Algoritmo do PSO-Lbest

Passo 1 Inicialize as posições e as velocidades das partículas aleatoriamente;

Passo 2 Avalie o valor *fitness* de todas as partículas;

Passo 3 Compare o valor da avaliação *fitness* de cada indivíduo com o seu $pbest$. Se o valor atual é melhor que o $pbest$, então defina a posição atual como a posição $pbest$;

Passo 4 Para cada partícula defina uma vizinhança e determine o melhor valor *fitness* local e suas coordenadas para cada partícula;

Passo 5 Atualize a velocidade e posição de cada partícula usando as equações (9a) e (9b), respectivamente;

Passo 6 Repita os passos 2 a 5 até que um critério de parada seja satisfeito.

4.3.8 PSO com Convergência Garantida (GCPSO)

O PSO modificado com convergência garantida foi proposto por Bergh e Engelbrecht (2002), devido a descoberta da estagnação do algoritmo quando a velocidade se torna muito pequena, e o mesmo não converge, em alguns problemas nem soluções ótimas locais são alcançadas. Para tratar esse problema, um método de atualização modificado para a melhor partícula global foi proposto, com base em um algoritmo de busca local proposto por Solis e Wets (1981).

Mais especificamente, se as posições *atual* e *pbest* da *i*-ésima partícula coincidem na iteração *t* com a melhor posição global *gbest*, isto é, $x_i(t) = pbest_i(t) = gbest(t)$, então a atualização da partícula x_i dependerá apenas do termo velocidade da iteração anterior e do parâmetro ω , ou seja, $\omega v_i(t-1)$. Desta forma, se a velocidade for um valor próximo de zero, a partícula ficará praticamente imobilizada, resultando no fenômeno estagnação (BERGH; ENGELBRECHT, 2002).

A melhor partícula da população é atualizada de acordo com a fórmula abaixo:

$$v_{g,j}(t+1) = -x_{g,j}(t) + gbest_j + \omega v_{g,j} + \rho(t)(1-2r) \quad (20a)$$

$$x_{g,j}(t+1) = x_{g,j}(t) + v_{g,j}(t+1) \quad (20b)$$

Em que, $j = 1, 2, \dots, d$ e d é a dimensão do espaço de busca; r é um número aleatório distribuído uniformemente em $[0, 1]$; $\rho(t)$ é um fator escalar. As demais partículas da população são atualizadas de acordo com as equações (9a) e (9b). De acordo com as equações (20a) e (20b), a melhor partícula não estagnarà, dessa forma, gerará aleatoriamente, novas soluções candidatas dentro da área que envolve a melhor posição global.

Algoritmo GCPSO segundo os autores Brits, Engelbrecht e Bergh (2002, p. 3):

Passo 1 Inicialize a população principal;

Passo 2 Prepare a população principal usando uma iteração da equação (21);

Passo 3 Atualize o *fitness* de cada indivíduo da população principal;

Passo 4 Para cada subpopulação:

(a) Prepare a subpopulação de partículas usando uma iteração do algoritmo GCPSO;

(b) Atualize o *fitness* de cada indivíduo;

(c) Atualize o raio da população.

Passo 5 Se possível misture as subpopulações;

Passo 6 Permita que as subpopulações absorvam qualquer partícula da população principal que migrem para ela;

Passo 7 Pesquisar na população principal por qualquer partícula que atenda aos critérios de particionamento, se alguma for encontrada, criar uma nova subpopulação com essa partícula e seu vizinho mais próximo;

Passo 8 Repita o processo a partir do passo 2 até que um critério de parada seja encontrado.

4.3.9 *Niching* PSO (NPSO)

Niching é um método para o desenvolvimento de algoritmos evolucionários capaz de localizar várias soluções de mínimo da função objetivo. Esse método é muito estudado em Algoritmos Genéticos.

Existem dois tipos de *niching*: *niching paralelo*, onde vários nichos são reconhecidos numa população e são mantidos simultaneamente, e *niching sequencial*, onde o *niching* é aplicado iterativamente sobre o problema, enquanto um procedimento assegura que as soluções já detectadas não serão detectadas novamente.

O método *Niching* PSO foi proposto por Brits, Engelbrecht e Bergh (2002) como uma variante do PSO capaz de localizar várias soluções simultâneas para um problema, sendo assim classificado como *niching paralelo*.

O NPSO utiliza uma população, de N partículas. A população é iniciada aleatoriamente dentro do espaço de busca, e essa inicialização desempenha um papel crucial, uma vez que a distribuição uniforme das partículas é exigida no início do algoritmo. A fórmula de atualização da velocidade, é utilizada apenas com a parte cognitiva, com a intenção de fazer com que a partícula explore localmente o espaço de busca sem ser influenciada pelo restante das partículas.

Equação cognitiva

$$v_{i,j}(t+1) = \omega v_{i,j}(t) + c_1 r_1 (pbest_{i,j} - x_{i,j}(t)) \quad (21)$$

Os criadores do método NPSO, Brits, Engelbrecht e Bergh (2002), acompanharam o valor da variância, σ_i , no valor da função de cada partícula, x_i , para um número de iterações, t_σ , a fim de identificar *nichos* na população de partículas. Dessa forma, tendo fixado um valor limite δ , quando $\sigma_i > \delta$, cria-se uma nova subpopulação, consistindo de x_i e de seu vizinho mais próximo. Em seguida aplica-se o GCPSO (4.3.8), em cada subpopulação.

Algoritmo *Niching* PSO:

Passo 1 Inicialize o enxame principal;

Passo 2 Atualize o enxame de partículas principal utilizando uma iteração da equação cognitiva (21);

Passo 3 Atualize o valor *fitness* para cada partícula do enxame principal;

Passo 4 Para cada subgrupo (sub-enxame) de partículas:

- a) Atualize esses sub-enxames utilizando uma iteração do GCPSO;
- b) Atualize o *fitness* de cada partícula;
- c) Atualize o raio de cada sub-enxame.

Passo 5 Se possível mescle os sub-enxames;

Passo 6 Permita que os sub-enxames absorvam as partículas do enxame principal que se mudaram para eles;

Passo 7 Pesquisar no enxame principal por qualquer partícula que atenda aos critérios de particionamento. Se for encontrado alguma, criar um novo sub-enxame com esta partícula e seu vizinho mais próximo;

Passo 8 Repetir o passo 2 até que o critério de parada seja atendido (BRITS; ENGELBRECHT; BERGH, 2002).

4.3.10 PSO Quântico (QPSO)

O PSO Quântico foi apresentado pela primeira vez no artigo de Sun, Xu e Feng (2004). Segundo Sun, Xu e Feng (2004), atualmente os conceitos de física e de mecânica quântica tem inspirado o desenvolvimento de vários métodos de otimização, tais como o QPSO. Em termos de mecânica clássica, uma partícula é retratada por seu vetor posição x_i e por seu vetor velocidade v_i , que determinam a trajetória da partícula. A partícula se move ao longo de uma trajetória determinada na mecânica newtoniana, porém isso não ocorre na mecânica quântica. No mundo quântico, o termo *trajetória* não tem sentido, devido ao fato de que x_i e v_i não poderem ser determinados simultaneamente utilizando um princípio de incerteza. Portanto, se as partículas individuais de um sistema PSO têm comportamento quântico, o algoritmo PSO – denominado a partir de agora de QPSO – é obrigado a trabalhar de uma forma diferente usando uma função de onda $\psi(x, t)$ para descrever o estado da partícula, ao invés de utilizar a posição e a velocidade. No QPSO, o comportamento dinâmico da partícula é extremamente divergente daquele apresentado no PSO clássico, onde os valores exatos da posição e da velocidade não podem ser determinados simultaneamente.

No comportamento quântico do PSO, o espaço de busca e o espaço solução do problema, são dois espaços de natureza diferente. A função de onda ou a função de probabilidade da posição, retratam o estado da partícula no espaço de busca quantizado, não informando qualquer posição da partícula que é vital para avaliar o *fitness* da mesma. Em termos de mecânica quântica, a transformação do estado quântico para o estado clássico é chamada de *colapso*, que por natureza é a medida da posição da partícula.

4.3.10.1 As Vantagens do Modelo Quântico

- a) O sistema quântico é um sistema não linear complexo que se baseia no Princípio dos Estados da Superposição e, trabalha de modo que um sistema quântico tenha muito mais estados do que um sistema linear;
- b) O sistema quântico é um sistema sobre incertezas que é bem diferente do sistema estocástico clássico. Antes da medição, uma partícula de um tal sistema pode aparecer em qualquer posição, com determinada distribuição de probabilidade porque não tem trajetória determinada.

No artigo de Coelho (2008), o autor apresenta de maneira bem didática as equações de atualização do movimento da partícula, extraídas de outros textos na literatura especializada, tais como se seguem:

$$x_i(t+1) = p + \beta |MBest_i - x_i(t)| \ln\left(\frac{1}{u}\right) \text{ se } k \geq 0,5 \quad (22a)$$

$$x_i(t+1) = p - \beta |MBest_i - x_i(t)| \ln\left(\frac{1}{u}\right) \text{ se } k < 0,5 \quad (22b)$$

Em que, β é chamado de coeficiente de contração-expansão; u e k são valores gerados de acordo com uma distribuição de probabilidade no intervalo $[0,1]$.

Nas equações acima foi empregado o método de Monte Carlo, as partículas se movem de acordo com essas equações iterativas.

O ponto global chamado de **Pensamento Dominante** ($Mbest$) ou **Melhor Média** da população é definido como a média das posições $pbest$ de todas as partículas.

Algoritmo QPSO

Passo 1 Inicialização das posições do enxame: Inicialize uma população (matriz) de partículas com posições randômicas no espaço d -dimensional do problema, usando uma função de distribuição de probabilidade uniforme;

Passo 2 Avalie o *fitness* de cada partícula;

Passo 3 Compare o *fitness* de cada partícula com o *pbest* de cada partícula. Se o valor atual é melhor que o *pbest*, então defina o valor atual como *pbest* e a posição atual com a posição *pbest* no espaço *d*-dimensional;

Passo 4 Compare os valores *fitness* da iteração atual com o valor *gbest* anterior, da população. Se o valor atual é melhor que o *gbest*, redefinir *gbest* para o valor e índice da partícula na matriz atual;

Passo 5 Calcule o *Mbest*;

Passo 6 Atualize a posição das partículas;

Passo 7 Repita o ciclo evolucionário: A partir do passo 2 até que um critério de parada seja encontrado, que pode ser um número máximo de gerações ou um resultado *fitness* suficientemente bom.

4.4 PSO PARA OTIMIZAÇÃO DISCRETA

Até agora foram apresentadas várias técnicas de otimização utilizando o algoritmo *Particle Swarm Optimization*. Todas essas técnicas são descritas para variáveis contínuas. Como vários problemas de otimização lidam também com variáveis discretas ou binárias; pesquisadores do mundo inteiro estenderam o algoritmo PSO para lidar com problemas no espaço dos números discretos e binários. No artigo de Kennedy e Eberhart (1997), os autores apresentam a primeira tentativa de extensão do PSO para problemas discretos, resultando na versão binária do PSO.

a) A versão binária do algoritmo PSO é muito próxima da versão contínua, diferindo apenas no fato de que a posição de cada partícula é um vetor com elementos binários no espaço *d*-dimensional do problema, ou seja, $x_i \in \{0, 1\}$; e o vetor velocidade pertence ao espaço *d*-dimensional contínuo. Nessa nova versão do algoritmo PSO, uma função sigmoideal é utilizada para a obtenção dos valores binários, como mostram as equações a seguir:

$$v_{i,j}(t+1) = \omega \times v_{i,j}(t) + c_1 r_1 (pbest_{i,j} - x_{i,j}(t)) + c_2 r_2 (gbest_d - x_{i,j}(t)) \quad (23a)$$

$$\text{Seja } sig(v_{i,j}(t)) = \frac{1}{(1 + \exp^{-v_{i,j}(t)})} \quad (23b)$$

$$\text{Se } \rho_{i,j}(t+1) < sig(v_{i,j}(t+1)), \text{ então } x_{i,j}(t+1) = 1, \quad (23c)$$

$$\text{Caso contrário, } x_{i,j}(t+1) = 0$$

Sendo, $\rho_{i,j}$ um número aleatório no intervalo $[0, 1]$. As equações acima são aplicadas de maneira iterativa repetidamente, sobre cada componente (*j*) de cada uma das partículas

(i). A função $\text{sig}(v_{i,j}(t))$ não deve ficar muito perto dos extremos do intervalo $[0, 1]$, para garantir boas chances de inversão de bits. Isto pode ser conseguido através da limitação do valor máximo da velocidade em (23a), frequentemente definido no intervalo $[-4,4]$ (ROCHA; SARAIVA, 2013). Quanto aos outros parâmetros, c_1 e c_2 são números positivos e r_1 e r_2 são números aleatórios no intervalo $[0, 1]$. Algumas considerações devem ser feitas, como sugere Valle et al. (2008), afim de ajustar os limites dos parâmetros. Os pesos c_1 e c_2 são frequentemente definidos de maneira arbitrária, mas de forma que a soma dos dois seja sempre 4,0;

b) A versão inteira/discreta do PSO é utilizada quando soluções inteiras, não necessariamente binárias, são requeridas, aqui as soluções ótimas são determinadas por arredondamento dos valores reais obtidos, para um número inteiro mais próximo. As equações do PSO padrão/contínuo (9a) e (9b), com uma ligeira modificação, são utilizadas para determinar as novas posições das partículas, no PSO discreto, da seguinte forma:

$$v_{i,j}^{t+1} = \text{trunc}(\omega \times v_{i,j}^t + c_1 r_1 (pbest_{i,j}^t - x_{i,j}^t) + c_2 r_2 (gbest_d - x_{i,j}^t)) \quad (24a)$$

$$x_{i,j}^{t+1} = x_{i,j}^t + v_{i,j}^{t+1} \quad (24b)$$

A equação (24a) apresenta o truncamento do valor real obtido, arredondando-o para um valor inteiro mais próximo ou apenas desprezando sua parte decimal, dessa forma, os valores obtidos para as coordenadas de posição são sempre números inteiros.

4.5 DETALHES ADICIONAIS SOBRE PARTICLE SWARM OPTIMIZATION

No livro escrito por Clerc (2006, p. 168), o autor chama a atenção para os seguintes detalhes do algoritmo PSO:

As versões atuais do PSO, podem trabalhar de forma eficiente em problemas com:

- a) Espaço de busca contínuo, discreto ou misto. Porém, para alguns tipos de problemas, as versões híbridas ou mais especializadas são mais indicadas;
- b) Funções com vários mínimos locais. O PSO pode lidar com funções com apenas um mínimo, no entanto, algoritmos tais como o *gradiente descendente* podem obter resultados melhores na otimização. No entanto, se a função unimodal não é contínua (portanto não é diferenciável), o PSO torna-se novamente atrativo.

Para estas duas características, adiciona-se o fato de que a convergência é frequentemente rápida, a otimização dinâmica em tempo quase real é uma área favorável no PSO, por exemplo, para o treinamento ininterrupto para uma rede neural. Essa foi uma das primeiras aplicações

reais, e permanece uma área muito ativa na pesquisa, com economia considerável de tempo em comparação com outros métodos (*backpropagation* e algoritmos genéticos). Essa velocidade de convergência também pode ser utilizada proveitosamente em problemas multiobjetivos, mesmo sem recorrer à versões especializadas do PSO.

O PSO pode ser usado para uma vasta gama de aplicações. Uma área bastante promissora inclui problemas multimodais e problemas que não dispõem de métodos mais especializados para resolvê-los ou, todos os métodos especializados dão resultados insatisfatórios. No artigo de Poli, Kennedy e Blackwell (2007), os autores listam as principais áreas de aplicações onde o PSO tem sido empregado com sucesso, tais como, análises e aplicações de imagem e vídeo; reestruturação e projeto de redes de eletricidade e despacho de carga; aplicações em controle; aplicações de eletrônica e eletromagnetismo; projeto de antenas; geração de energia e sistemas de potência; projetos e aplicações; projetos e otimização de redes de comunicação; aplicações biológicas, médicas e farmacêuticas; agrupamento, classificação e exploração de dados; sistemas fuzzy e neuro-fuzzy e controle; processamento de sinal; redes neurais; problemas de otimização combinatória; robótica; prognóstico e previsão; modelagem; detecção e diagnóstico de falhas e recuperação; sensores e redes de sensores; aplicações em computação gráfica e visualização; projeto ou otimização de motores elétricos e máquinas; aplicações em metalúrgicas; geração de música e jogos; aplicações militares e segurança; finanças e economia.

4.6 PROPOSTAS COM PSO APLICADO AO PPEST

Desde seu surgimento, o algoritmo PSO tem despertado muito interesse na comunidade científica, vários trabalhos na literatura especializada aplicam a técnica na forma original ou atrelada a outras técnicas, denominadas híbridas ou melhoradas na resolução do PPEST. A seguir, serão apresentados alguns trabalhos em que a técnica PSO é aplicada a problemas específicos de planejamento da expansão de sistemas de transmissão.

No artigo de Kavitha e Swarup (2006), os autores propõem um método de resolução para o problema de expansão de redes de transmissão estático usando a meta-heurística PSO. O objetivo do trabalho é a minimização do custo global de investimento. O modelo de rede empregado no artigo é o modelo CC.

Os autores ressaltam que existem dois passos chave, quando se aplica a técnica de otimização PSO na resolução de problemas: a representação da solução e a função *fitness*. Quanto aos parâmetros de controle do PSO, uma das vantagens desse método é que ele toma números reais como partículas, diferentemente do AG que necessita de uma mudança para codificação binária, ou de operadores genéticos especiais. Quanto ao processo de busca, este é repetitivo e o critério de parada é dado pelo número máximo de iterações ou até que uma condição de erro mínimo seja alcançada.

No modelo CC usado nesse artigo, a função objetivo trás a geração artificial de energia multiplicada por um fator de penalização associado ao corte de carga e somada ao custo de construção de cada nova linha que será adicionada ao sistema.

Os parâmetros do PSO aplicados ao sistema de 6 barras de Garver, utilizados nesse artigo são os seguintes:

- a) População: 20;
- b) v_{max} : definida em geral de 10% a 20% do intervalo dinâmico da partícula em cada dimensão. Aqui foi tomado $v_{max} = 30\%$;
- c) Fator de aprendizagem: c_1 e c_2 usualmente são iguais a 2. No entanto, outras configurações foram usadas em diferentes artigos. Mas normalmente $c_1 = c_2$ e pertencem ao intervalo [0,4].

Os testes foram aplicados nos sistemas de 18 barras e de 6 barras. Os resultados obtidos mostraram a eficiência computacional do método na obtenção de soluções de alta qualidade.

No artigo de Shayeghi, Mahdavi e Bagheri (2010) os autores propõem uma resolução para o PPEST estático utilizando o algoritmo PSO discreto. A ideia proposta aqui, foi testada no sistema de Garver e no sistema do Azerbaijão, Iran, e os resultados são comparados com a técnica AG com codificação decimal. A avaliação dos resultados mostram que a rede possuirá eficiência econômica máxima. Também mostra que a precisão e convergência rápida do PSO discreto para a resolução do PPEST discreto é superior ao AG com codificação decimal.

Sobre o método de resolução utilizado, observa-se que, a função *fitness* considera o tempo requerido para a falta de adequação da rede expandida em sua formulação. O modelo de fluxo de carga CC é adotado.

Neste artigo, a meta é obter o número de circuitos requeridos para anexar a rede até que a adequação máxima seja alcançada com um custo mínimo, durante um ano horizonte específico. Deste modo, os parâmetros do sistema são discretos no tempo e o problema de otimização se torna um problema de programação inteira.

Quanto a técnica de resolução do PSO discreto, para todos os testes considerou-se o peso da inércia decrescente no decorrer do tempo e os demais parâmetros foram calibrados de acordo com as dimensões do sistema teste utilizado, por exemplo, para o sistema de Garver, adotou-se:

- a) 30 partículas = 2×15 (dimensão do vetor);
- b) 1000 iterações;
- c) $c_1 = 1,7$ e $c_2 = 2,3$;

d) $|v_{max}| = 3$.

Os autores concluíram que a comparação dos resultados do PSO discreto com o AG com codificação decimal, mostram que o PSO discreto possui maior precisão e rapidez de convergência.

No artigo de Torres et al. (2011), dois estados da arte baseados no algoritmo PSO (4.2), PSO unificado (4.3.1) e PSO evolucionário (4.3.2), são usados para resolver o PPEST estático com a modelagem de fluxo de corrente contínua (CC). Comparações, análises detalhadas, diretrizes e particularidades são mostradas afim de aplicar a técnica PSO para sistemas reais.

Uma técnica de inicialização aleatória uniforme, é usada para gerar o enxame inicial do algoritmo. Essa técnica é muito popular em computação evolucionária pois permite uma exploração uniforme no espaço de busca. Na prática ela consiste de um vetor de números aleatórios dentro do intervalo $[0,1]$ com distribuição de probabilidade uniforme. O limite máximo de partículas x_i é definido como o número máximo de circuitos permitidos para serem adicionados por caminho. A velocidade máxima é dada por $v_{max} = \frac{x_{max}}{2}$.

A função *fitness* é dada por: $F(x) = f(x) + P(x)$ onde $f(x)$ é a somatória dos custos de todos os circuitos construídos e $P(x)$ é uma função de penalização.

A atualização da velocidade do enxame é dada de maneira discreta, veja a seção (4.4), equações (24a) e (24b).

Quanto ao critério de parada, o artigo adota dois tipos:

Tipo 1) Número máximo de iterações permitidas, que limita o número máximo de avaliações da função *fitness*;

Tipo 2) Relacionado com convergência em direção a valores conhecidos da função. Na prática, a estagnação da busca também pode ser tomada como um critério de parada.

Os testes foram realizados nos sistemas: 6 barras de Garver, IEEE 24 barras e Sul Brasileiro 46 barras.

As conclusões obtidas são:

- a) As duas técnicas ofereceram excelente resultados para os sistemas testados;
- b) Devido a flexibilidade da abordagem, ela é fácil de ser utilizada nas modelagens CC e CA e incorporam qualquer tipo de restrição para o problema;
- c) Uma desvantagem comum a essas técnicas, é que parâmetros como o tamanho do enxame devem ser determinados para cada sistema através da experiência, isto é, por tentativa e erro;

- d) O extenso tempo computacional gasto para sistemas de grande porte, poderão ser contornados usando processamento paralelo ou algum tipo de técnica heurística que entregue uma população/solução inicial de boa qualidade.

No artigo de Ren et al. (2005), o PPEST é formulado como um problema multi-objetivo e resolvido utilizando-se de um modelo matemático multi-objetivo. Os objetivos são: custos de investimentos, confiabilidade e impacto ambiental. A técnica de otimização PSO, é utilizada com a finalidade de superar desvantagens do método convencional de otimização matemática para encontrar ótimos locais e lidar com a dimensionalidade dos problemas.

Nas configurações do PSO, foi adotado peso da inércia variante, decrescendo no decorrer das iterações. A versão utilizada do algoritmo, não é a básica e sim aquela conhecida como PSO composto (4.3.5) ou COMPSO .

Os parâmetros do PSO ($\omega, c1, c2$) são selecionados por tentativas e erros. Essa seleção feita por algumas outras técnicas, como AG, programação evolutiva, ou evolução diferencial, podem produzir bons resultados.

A conclusão do artigo destaca a eficiência e factibilidade da técnica COMPSO e também o tempo computacional menor, com resultados mais próximos da solução ideal.

No artigo de Jin et al. (2005), os autores fazem um resumo de alguns melhoramentos do método PSO, analisam suas razões no dilema da convergência e em seguida propõem os métodos de otimização: *ramificação local ótima e otimização local aprofundada* de acordo com as características do planejamento da rede de transmissão. Os resultados obtidos das simulações numéricas feitas nos sistemas de 18 barras e de 46 barras, mostraram que os dois métodos apresentados não apenas superaram o dilema da convergência como também melhoraram a eficiência da busca e garantiram a habilidade de busca local e global simultaneamente.

Os autores desenvolveram os dois métodos de otimização, listados acima, apoiados no dilema da convergência, isto é, o PSO converge facilmente para ótimos locais. Muitas pesquisas anteriores foram dedicadas para melhorar a convergência do algoritmo através dos ajustes de parâmetros, mas não resolveram o defeito fundamental do PSO. São duas, as razões para a dificuldade de convergência:

1. Falta para as partículas, o mecanismo para fazer mutação e a partícula mínima é relativamente mais forte em atrair outras partículas, deste modo ela acaba por causar a convergência do algoritmo para um ótimo local enquanto melhora a rapidez computacional;
2. A partícula mínima necessita de um mecanismo evolutivo independente. Os estudos das partes cognitiva e social não contribuem na movimentação da partícula. Assim, surge o fenômeno da estagnação na busca.

As conclusões apresentadas no artigo, analisam as razões chave do dilema da convergência no PSO original e, apresenta o PSO com ramificação do ótimo local para superar as falhas do PSO original e suas versões melhoradas, através do mecanismo de bloqueio da área do ótimo local e uma busca aprofundada em torno do mesmo. O PSO com ramificação do ótimo, renova as partículas no processo principal da otimização, garantindo sua habilidade de busca no processo iterativo inteiro, e também diminui o tamanho da população, diminuindo assim o tempo computacional.

O PSO com ramificação do ótimo pode encontrar diferentes planos de otimização, que aumentam a flexibilidade do planejamento. O mecanismo de bloqueio do ótimo local faz com que a função de otimização tenha um bom perfil, e assim, ela poderá ser aplicada no PSO canônico e também em outros algoritmos com a finalidade de evitar a queda para ótimos locais.

Outro trabalho interessante é apresentado por AlRashidi e El-Hawary (2009), este artigo apresenta uma listagem de diferentes aplicações do PSO na resolução de problemas de otimização na área de sistemas de energia elétrica. Aqui, são destacadas suas principais características e, a sua vantagens sobre outros algoritmos de otimização. O artigo, ressalta muitas aplicações onde o PSO foi aplicado com sucesso e revela algumas áreas inexploradas, onde futuramente ele poderá ser aplicado como, proteção, restauração e etc. Uma área muito promissora, também, é aquela dos métodos híbridos. Muitas pesquisas em sistemas de energia, têm contemplado técnicas com ferramentas híbridas utilizando PSO atrelado a outras técnicas. A adaptabilidade do PSO para se integrar com outros algoritmos, determinísticos e evolucionários, está se expandido. Estes métodos híbridos melhora a eficiência e o tempo computacional. O presente artigo também enfatiza a necessidade de investigações futuras a respeito do comportamento e das características do PSO na sua busca por soluções ótimas.

5 ***PARTICLE SWARM OPTIMIZATION APLICADA AO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO***

5.1 INTRODUÇÃO

A modelagem matemática para o problema de planejamento da expansão dos sistemas de transmissão (PPEST) é NP-completa, isto é, um problema para o qual não existe nenhum método que o resolva em tempo polinomial. O problema apresenta um grande número de soluções locais ótimas e quanto maior o tamanho do sistema, o número de soluções cresce exponencialmente. Uma solução para um problema de planejamento determina, onde, quando e quantos novos equipamentos deverão ser instalados no sistema elétrico, a fim de que ele opere adequadamente dentro de um plano com horizonte específico. O objetivo do planejamento da expansão de sistemas de transmissão é determinar um sistema de energia completo, que seja capaz de atender a demanda prevista ao menor custo, atendendo a critérios técnicos, financeiros e de confiabilidade pré-fixados (ESCOBAR; GALLEGOS; ROMERO, 2004).

Dadas essas características, vários métodos analíticos e meta-heurísticos tem sido propostos para sua resolução, no entanto, reconhece-se que novas ferramentas de otimização ainda são necessárias.

As técnicas clássicas de otimização, foram empregadas em vários trabalhos apresentados na literatura especializada, para buscar a solução para o PPEST, no entanto observou-se que elas demandam um longo tempo computacional devido à grande dimensão do mesmo. Os métodos heurísticos, surgiram como uma alternativa aos métodos clássicos de otimização. Seu uso é muito atrativo desde que eles sejam capazes de encontrar boas soluções factíveis, demandando um pequeno esforço computacional. No entanto, eles não podem garantir solução ótima global para o PPEST. As meta-heurísticas surgiram como uma alternativa aos outros dois métodos, produzindo soluções de alta qualidade com esforço computacional médio.

Neste contexto, este trabalho empregará uma meta-heurística, o algoritmo PSO discreto, para otimizar o PPEST. Alguns resultados serão apresentados para os sistemas: Garver de 6 barras; IEEE de 24 barras; Sul Brasileiro de 46 barras ; Colombiano de 93 barras e Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras. As modelagens utilizadas na otimização são: modelo de transportes e modelo de fluxo de corrente contínua (CC). A implementação computacional foi realizada em linguagem de programação Fortran.

5.2 O ALGORITMO PROPOSTO

O algoritmo PSO é semelhante ao algoritmo genético no modo como são inicializados, ou seja, através de uma população de possíveis soluções geradas aleatoriamente. No caso do PSO, essas possíveis soluções são denominadas de partículas e são geradas no espaço d -dimensional, onde a n -ésima partícula é representada por $X_n = (x_{n,1}, x_{n,2}, \dots, x_{n,d})$.

A cada partícula está associada uma velocidade, que é a forma encontrada pelo algoritmo para atualizar as posições das partículas no espaço de busca, e a velocidade da n -ésima partícula é representada por $V_n = (v_{n,1}, v_{n,2}, \dots, v_{n,d})$. A melhor posição de uma partícula dentro do espaço de busca, é denominada *pbest* e a melhor posição encontrada pela população de partículas é denominada *gbest*.

As equações de movimento das partículas foram apresentadas na seção (4.2), equações (9a), e (9b).

$$\begin{aligned} v_{n,d}(t+1) &= \omega \times v_{n,d}(t) + c_1 r_1 (pbest_{n,d}(t) - x_{n,d}(t)) + c_2 r_2 (gbest_d - x_{n,d}(t)) \\ x_{n,d}(t+1) &= x_{n,d}(t) + v_{n,d}(t+1) \end{aligned}$$

Como o algoritmo PSO é baseado no espaço contínuo, sua utilização no PPEST só será possível se ajustes forem adotados, ou seja, o algoritmo deverá ser modificado para lidar com variáveis discretas, uma vez que, no PPEST deseja-se determinar o número de circuitos que poderão ser inseridos na rede elétrica num determinado horizonte de planejamento, com eficiência máxima a um baixo custo e atendendo a um critério de segurança, isto é, o problema necessita de uma ferramenta de otimização que leve em conta sua natureza discreta.

Na literatura especializada, dois métodos baseados na técnica PSO para resolver o PPEST, são propostos:

- a) PSO Binário;
- b) PSO Discreto.

O PSO binário lida com a codificação e decodificação do problema em questão, dificultando sua aplicação, por esse motivo, neste trabalho opta-se pela aplicação do PSO discreto no PPEST estático, devido a sua flexibilidade e facilidade de implementação.

No algoritmo PSO discreto aplicado ao PPEST, cada partícula está associada a três elementos distintos: barra inicial, barra final e número de circuitos de transmissão (novos ou já existentes) em cada ramo.

Durante o processo iterativo desse algoritmo, apenas no número de circuitos de transmissão adicionados há alterações, as barras inicial e final permanecem inalteradas, dessa forma, não há

necessidade de representá-las vetorialmente, ficando a partícula representada apenas por um vetor. Adicionalmente, os circuitos ou linhas de transmissão da topologia base permanecem inalterados.

A representação da posição da partícula pode ser dada pelo seguinte vetor:

- $X = (x_{12}, x_{13}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{mn})$, onde $0 \leq x_{ij} \leq x_{max}$.

Em que x_{ij} representa o número de circuitos no ramo/caminho ij – um caminho que une duas barras, isto é, a barra i a barra j . Assim, cada coordenada do vetor posição, representa as novas linhas adicionadas ao ramo correspondente. Exemplificando, o sistema de Garver de 6 barras, possui 15 ramos (1 – 2), (1 – 3), (1 – 4), (1 – 5), (1 – 6), (2 – 3), (2 – 4), (2 – 5), (2 – 6), (3 – 4), (3 – 5), (3 – 6), (4 – 5), (4 – 6), (5 – 6). Abaixo tem-se uma representação da codificação de uma proposta de solução para o PPEST estático relacionado ao sistema citado.

$$\begin{array}{l}
 x_{ij} \rightarrow x_{12} \quad x_{13} \quad x_{14} \quad x_{15} \quad x_{16} \quad x_{23} \quad x_{24} \quad x_{25} \quad x_{26} \quad x_{34} \quad x_{35} \quad x_{36} \quad x_{45} \quad x_{46} \quad x_{56} \\
 X \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

Nesta proposta, os ramos (1 – 2), (2 – 3), (2 – 6) e (3 – 5) recebem um circuito cada, e o ramo (4 – 6) recebe dois circuitos, os demais ramos não recebem circuitos.

A velocidade da partícula representa a mudança no número de circuitos em cada ramo, e é dada por:

- $V = (v_{12}, v_{13}, \dots, v_{ij}, \dots, v_{mn})$, onde $v_{min} \leq v_{ij} \leq v_{max}$.

A codificação para o vetor velocidade é dada, por exemplo, por:

$$\begin{array}{l}
 v_{ij} \rightarrow v_{12} \quad v_{13} \quad v_{14} \quad v_{15} \quad v_{16} \quad v_{23} \quad v_{24} \quad v_{25} \quad v_{26} \quad v_{34} \quad v_{35} \quad v_{36} \quad v_{45} \quad v_{46} \quad v_{56} \\
 V \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

A atualização do vetor velocidade e do vetor posição, se dão por meio das equações apresentadas na seção (4.4), equações (24a) e (24b):

$$\begin{aligned}
 v_{n,d}(t+1) &= trunc(\omega \times v_{n,d}(t) + c_1 r_1 (pbest_{n,d}(t) - x_{n,d}(t)) + c_2 r_2 (gbest_d - x_{n,d}(t))) \\
 x_{n,d}(t+1) &= x_{n,d}(t) + v_{n,d}(t+1)
 \end{aligned}$$

Assim, ao somar-se os dois vetores X e V , dados acima, ter-se-á uma nova posição para a partícula que é também uma nova proposta de solução, isto é:

$$\begin{array}{l}
 x_{ij} \rightarrow x_{12} \quad x_{13} \quad x_{14} \quad x_{15} \quad x_{16} \quad x_{23} \quad x_{24} \quad x_{25} \quad x_{26} \quad x_{34} \quad x_{35} \quad x_{36} \quad x_{45} \quad x_{46} \quad x_{56} \\
 X_{novo} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|}
 \hline
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

Verifica-se que a equação de atualização da posição da partícula é a mesma que foi apresentada em (9b), apenas a equação da velocidade sofre alterações. O termo $\text{trunc}()$ indica que o valor entre parênteses será arredondado para o valor inteiro mais próximo, ou para a parte inteira do valor contínuo encontrado, essa escolha fica a cargo do planejador. Quando $v_{n,d} > v_{max}$ ou $v_{n,d} < v_{min}$, adota-se $v_{n,d} = v_{max}$ ou adota-se $v_{n,d} = v_{min}$, respectivamente. Quando $x_{n,d}$ é maior que o limite máximo de circuitos x_{max} permitidos a serem adicionados em um ramo, faz-se então, $x_{n,d} = x_{max}$ e quando $x_{n,d} < 0$, faz-se $x_{n,d} = 0$. O termo $pbest_n$ é interpretado como a melhor configuração alcançada até o momento pela partícula n e o termo $gbest$ nada mais é que, a melhor configuração dentre todas, ou seja, o melhor valor $pbest$ encontrado até o momento, analisando-se cada uma das partículas. As demais variáveis são as mesmas já apresentadas na seção (4.2).

Uma análise mais cuidadosa deve ser feita acerca dos parâmetros do algoritmo PSO discreto, a calibragem correta desses parâmetros pode garantir soluções de boa qualidade com esforço computacional razoável, por exemplo:

- a) Tamanho da população: O tamanho da população está relacionado ao tamanho do espaço de busca. Desta forma, se a população é muito pequena, o algoritmo converge prematuramente para uma solução ótima local e se, por outro lado, a população é muito grande, uma grande memória computacional é dispendida no processo, que por sua vez levará a um tempo computacional longo. No artigo de Jin et al. (2007), os autores propõem a utilização de um tamanho para a população entre 5 a 10 vezes do tamanho da partícula, ou seja, se uma partícula corresponde a um vetor de dimensão 15, a população deve ter entre 75 a 150 partículas;
- b) Velocidade: Os parâmetros v_{max} e v_{min} são importantes para determinar entre quais regiões se está pesquisando as posições alvo e atual. Geralmente se define $v_{min} = -v_{max}$. Se v_{max} é muito alta, as partículas podem ir além de posições boas, enquanto que, se v_{max} é muito baixa, as partículas não podem explorar além de regiões localmente boas. Geralmente utiliza-se $v_{max} = 2$ ou $v_{max} = 3$, no trabalho presente optou-se por $v_{max} = 2$, por apresentar melhores resultados nos testes realizados. Para o problema PPEST, significa que a máxima perturbação em um caminho é a adição de duas linhas de transmissão;
- c) Fatores de aprendizagem e peso da inércia: c_1 , c_2 , ω , esses três parâmetros têm grande efeito na eficiência da busca do algoritmo PSO discreto pois afetam diretamente a velocidade. Geralmente, $c_1 = c_2 = 2$, neste trabalho optou-se também por utilizar $c_1 < c_2$ (sempre com $c_1 + c_2 = 4$) em alguns sistemas, enquanto que o parâmetro ω , conforme visto na seção(4.2) pode assumir um valor fixo, ou um valor variante no tempo, preso ao intervalo $[0; 1, 4]$. Neste trabalho adotou-se ω variante no tempo.

Exemplo ilustrativo para mostrar o funcionamento do algoritmo.

Será enfatizado apenas o modo como a meta-heurística atualiza suas soluções em busca da solução ótima. Seja um sistema de energia elétrica composto por 3 barras e 3 caminhos possíveis (1–2, 1–3, 2–3) para inserção de circuitos, cujo número máximo de circuitos (x_{max}) permitidos por caminho é 2 e a função objetivo a ser minimizada é $C(x) = 3n_{12} + 2n_{13} + 2n_{23}$, onde n_{ij} representa os circuitos adicionados ao ramo ij . E sejam as partículas a seguir, três propostas factíveis de solução para o sistema: $X_1 = (0, 1, 2)$; $X_2 = (2, 0, 1)$; $X_3 = (0, 2, 2)$.

$$C(x) = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C(x) = \begin{bmatrix} 6 & 8 & 8 \end{bmatrix}$$

As coordenadas do vetor $C(x)$ representam os custos das propostas, $X_1 = (0, 1, 2)$; $X_2 = (2, 0, 1)$; $X_3 = (0, 2, 2)$, respectivamente. Na primeira iteração esses valores são os valores $pbest$ de suas respectivas propostas de solução. Note que X_1 tem o menor custo, logo esse valor é o $gbest$ (o menor valor $pbest$).

As partículas partem do repouso, logo, as velocidades iniciais são nulas e a velocidade máxima $v_{max} = 2$. Sejam $\omega = 0,7$; $c_1 = c_2 = 2$ e $r_1, r_2 \in [0, 1]$.

Atualização da velocidade e das posições utilizando as equações (24a) e (24b):

Iteração 1

Partícula 1

$$v_{11}(1) = \text{trunc}(0,7 * 0 + 2 * r_1(0 - 0) + 2 * r_2(0 - 0)) = 0$$

$$v_{12}(1) = \text{trunc}(0,7 * 0 + 2 * r_1(1 - 1) + 2 * r_2(1 - 1)) = 0$$

$$v_{13}(1) = \text{trunc}(0,7 * 0 + 2 * r_1(2 - 2) + 2 * r_2(2 - 2)) = 0$$

$$x_{11}(1) = 0 + 0 = 0$$

$$x_{12}(1) = 1 + 0 = 1$$

$$x_{13}(1) = 2 + 0 = 2$$

$$X_1 = (0, 1, 2)$$

Partícula 2; r_2 é aleatório, suponha que o mesmo assuma os valores: 0,5; 0,6; 0,7 para cada coordenada da partícula 2 a seguir,

$$v_{21}(1) = \text{trunc}(0,7 * 0 + 2 * r_1(2 - 2) + 2 * r_2(0 - 2)) = -2$$

$$v_{22}(1) = \text{trunc}(0,7 * 0 + 2 * r_1(0 - 0) + 2 * r_2(1 - 0)) = 1$$

$$v_{23}(1) = \text{trunc}(0,7 * 0 + 2 * r_1(1 - 1) + 2 * r_2(2 - 1)) = 1$$

$$x_{21}(1) = 2 - 2 = 0$$

$$x_{22}(1) = 0 + 1 = 1$$

$$x_{23}(1) = 1 + 1 = 2$$

$$X_2 = (0, 1, 2)$$

Partícula 3; $r_2 = 0,75$

$$v_{31}(1) = \text{trunc}(0,7 * 0 + 2 * r_1(0 - 0) + 2 * r_2(0 - 0)) = 0$$

$$v_{32}(1) = \text{trunc}(0,7 * 0 + 2 * r_1(2 - 2) + 2 * r_2(1 - 2)) = \text{trunc}(-1,5) = -1$$

$$v_{33}(1) = \text{trunc}(0,7 * 0 + 2 * r_1(2 - 2) + 2 * r_2(2 - 2)) = 0$$

$$x_{31}(1) = 0 + 0 = 0$$

$$x_{32}(1) = 2 - 1 = 1$$

$$x_{33}(1) = 2 + 0 = 2$$

$$X_3 = (0, 1, 2)$$

Iteração 2

Cálculo dos custos:

$$C(x) = \begin{bmatrix} 6 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

Todas as partículas possuem o mesmo custo. O pbest da partícula 1 é o mesmo do início e os pbest's das partículas 2 e 3 foram encontrados na iteração 1. O gbest continua igual.

Partícula 1

$$v_{11}(2) = \text{trunc}(0,7 * 0 + 2 * r_1(0 - 0) + 2 * r_2(0 - 0)) = 0$$

$$v_{12}(2) = \text{trunc}(0,7 * 0 + 2 * r_1(1 - 1) + 2 * r_2(1 - 1)) = 0$$

$$v_{13}(2) = \text{trunc}(0,7 * 0 + 2 * r_1(2 - 2) + 2 * r_2(2 - 2)) = 0$$

$$x_{11}(2) = 0 + 0 = 0$$

$$x_{12}(2) = 1 + 0 = 1$$

$$x_{13}(2) = 2 + 0 = 2$$

$$X_1 = (0, 1, 2)$$

Partícula 2;

$$v_{21}(2) = \text{trunc}(0,7 * (-2) + 2 * r_1(0 - 0) + 2 * r_2(0 - 0)) = \text{trunc}(-1,4) = -1$$

$$v_{22}(2) = \text{trunc}(0,7 * 1 + 2 * r_1(1 - 1) + 2 * r_2(1 - 1)) = \text{trunc}(0,7) = 1$$

$$v_{23}(2) = \text{trunc}(0,7 * 1 + 2 * r_1(2 - 2) + 2 * r_2(2 - 2)) = \text{trunc}(0,7) = 1$$

$$x_{21}(2) = 0 - 1 = -1 \text{ como } x_{21} < x_{min} = 0 \text{ então } x_{21} = 0$$

$$x_{22}(2) = 1 + 1 = 2$$

$$x_{23}(2) = 2 + 1 = 3 \text{ como } x_{23} > x_{max} = 2 \text{ então } x_{23} = 2$$

$$X_2 = (0, 2, 2)$$

Partícula 3;

$$v_{31}(2) = \text{trunc}(0,7 * 0 + 2 * r_1(0 - 0) + 2 * r_2(0 - 0)) = 0$$

$$v_{32}(2) = \text{trunc}(0,7 * (-1) + 2 * r_1(1 - 1) + 2 * r_2(1 - 1)) = \text{trunc}(-0,7) = -1$$

$$v_{33}(2) = \text{trunc}(0,7 * 0 + 2 * r_1(2 - 2) + 2 * r_2(2 - 2)) = 0$$

$$x_{31}(2) = 0 + 0 = 0$$

$$x_{32}(2) = 1 - 1 = 0$$

$$x_{33}(2) = 2 + 0 = 2$$

$$X_3 = (0, 0, 2)$$

Iteração 3

Cálculo dos custos:

$$C(x) = \begin{bmatrix} 6 & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

O pbest da partícula 1 é o mesmo do início e o pbest da partícula 2 está na primeira iteração enquanto que o da partícula 3 está na iteração 2. O gbest é igual ao pbest da partícula 3.

Partícula 1; $r_2 = 0,8$

$$v_{11}(2) = \text{trunc}(0,7 * 0 + 2 * r_1(0 - 0) + 2 * r_2(0 - 0)) = 0$$

$$v_{12}(2) = \text{trunc}(0,7 * 0 + 2 * r_1(1 - 1) + 2 * r_2(0 - 1)) = \text{trunc}(0,6) = 1$$

$$v_{13}(2) = \text{trunc}(0,7 * 0 + 2 * r_1(2 - 2) + 2 * r_2(2 - 2)) = 0$$

$$x_{11}(2) = 0 + 0 = 0$$

$$x_{12}(2) = 1 + 1 = 2$$

$$x_{13}(2) = 2 + 0 = 2$$

$$X_1 = (0, 2, 2)$$

Partícula 2; $r_1 = 0,5, r_2 = 0,1$

$$v_{21}(2) = \text{trunc}(0, 7 * (-1) + 2 * r_1(0 - 0) + 2 * r_2(0 - 0)) = \text{trunc}(-0, 7) = -1$$

$$v_{22}(2) = \text{trunc}(0, 7 * 1 + 2 * r_1(1 - 2) + 2 * r_2(0 - 2)) = \text{trunc}(-0, 7) = -1$$

$$v_{23}(2) = \text{trunc}(0, 7 * 1 + 2 * r_1(2 - 2) + 2 * r_2(2 - 2)) = \text{trunc}(0, 7) = 1$$

$$x_{21}(2) = 0 - 1 = -1 \text{ como } x_{21} < x_{min} = 0 \text{ então } x_{21} = 0$$

$$x_{22}(2) = 2 - 1 = 1$$

$$x_{23}(2) = 2 + 1 = 3 \text{ como } x_{23} > x_{max} = 2 \text{ então } x_{23} = 2$$

$$X_2 = (0, 1, 2)$$

Partícula 3;

$$v_{31}(2) = \text{trunc}(0, 7 * 0 + 2 * r_1(0 - 0) + 2 * r_2(0 - 0)) = 0$$

$$v_{32}(2) = \text{trunc}(0, 7 * (-1) + 2 * r_1(0 - 0) + 2 * r_2(0 - 0)) = \text{trunc}(-0, 7) = -1$$

$$v_{33}(2) = \text{trunc}(0, 7 * 0 + 2 * r_1(2 - 2) + 2 * r_2(2 - 2)) = 0$$

$$x_{31}(2) = 0 + 0 = 0$$

$$x_{32}(2) = 0 - 1 = -1 \text{ como } x_{32} < x_{min} = 0 \text{ então } x_{32} = 0$$

$$x_{33}(2) = 2 + 0 = 2$$

$$X_3 = (0, 0, 2)$$

As iterações continuam até que um critério de parada seja satisfeito. No caso acima, poderia ser dado como critério de parada três iterações sem diminuir o valor do custo.

5.3 DETALHES ADICIONAIS DE IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

O objetivo na resolução do PPEST é encontrar um conjunto de circuitos candidatos à expansão, a um custo mínimo, e de forma que as restrições de adequação da rede sejam satisfeitas, para que o sistema opere adequadamente dentro de um horizonte de planejamento específico.

A natureza discreta das decisões de investimento, as incertezas nas taxas de crescimento da demanda e os futuros locais de geração além da não conectividade da rede inicial, fazem do PPEST um problema combinatório difícil, de grande porte e estocástico com modelagem matemática não linear, além de apresentar uma estrutura multimodal com um número elevado de ótimos locais e o fenômeno de explosão combinatória, o que leva a maioria dos métodos aproximados a fornecerem uma solução ótima local, às vezes de pobre qualidade. Essa natureza combinatória da resolução do PPEST, constitui uma das principais dificuldades do processo de planejamento, pois leva a um grande número de possibilidades.

Por toda a dificuldade que envolve a resolução do problema PPEST, a técnica escolhida para

resolvê-lo é um fator extremamente importante, veja na seção (2.4). Neste trabalho, o algoritmo PSO discreto, uma ferramenta meta-heurística que tem sido muito usada em várias aplicações, foi escolhido para esta tarefa.

De forma geral, a proposta de otimização para a resolução do PPEST com a meta-heurística PSO é composta pelos seguintes passos preparatórios:

- a) Escolher uma, entre duas que se tem interesse, das modelagens matemáticas do PPEST estático: modelo de transportes ou modelo CC. Aplicar a modelagem escolhida a um dos sistemas: Garver de 6 barras; IEEE de 24 barras; Sul Brasileiro de 46 barras; Colombiano de 93 barras e Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras;
- b) Propor uma função objetivo: A função objetivo é determinada através da somatória dos custos de cada circuito construído na configuração candidata a solução;
- c) Propor uma função *fitness*: A função *fitness* do PPEST estático, neste trabalho, leva em consideração o custo de cada linha construída em cada ramo, mais uma penalização pelo custo do corte de carga atrelado a essa proposta. No problema estudado, as melhores propostas devem ter um corte de carga “zero”;

Para que seja possível conhecer o corte de carga, de cada proposta de solução gerada pelo PSO, devemos resolver um problema de programação linear (PPL). Esse PPL aparece quando fixa-se os valores das variáveis n_{ij} nos modelos apresentados em (27) e (28) apresentados a frente. Essa parte do algoritmo PSO é a parte que exige maior tempo de processamento já que é necessário resolver um PPL para cada proposta de solução fornecida pelo PSO;

- d) Formação da população inicial para a aplicação da meta-heurística: Neste trabalho, adotou-se duas maneiras de gerar a população inicial, são elas:
 - Aleatoriamente, gera-se uma população inicial com κ elementos. Em Jin et al. (2007), propõem-se κ de 5 a 10 vezes da dimensão da partícula. Deve-se notar que a posição de uma partícula, ou seja, as coordenadas do vetor posição de uma partícula, no problema apresentado, serão interpretadas como circuitos adicionados à rede elétrica, portanto, devem ter um número máximo especificado como um limite intransponível no momento de gerar as posições iniciais e também no decorrer do processo, pois, não se adiciona ilimitadamente circuitos a uma rede;
 - Outra alternativa que pode ser mais eficiente é gerar a população inicial usando algoritmos heurísticos construtivos eficientes. Assim, para o modelo de transportes é possível gerar soluções iniciais de qualidade e diferentes usando o AHC de Garver (1970). Para que seja possível gerar soluções diferentes, especialmente deve-se montar alguma estratégia. Assim, uma estratégia simples consiste em perturbar os

custos de cada linha em cada teste, usando a relação $c'_{ij} = c_{ij} + \Delta C$ em que ΔC é um valor escolhido. A mesma estratégia pode ser usada para gerar soluções iniciais para o modelo CC usando o AHC de Villasana, Garver e Salon (1985).

- e) Número de iterações do PSO: O algoritmo, após um determinado número de iterações, tende a se estabilizar. A determinação da quantidade de execuções do algoritmo dependerá das dimensões do problema estudado e da forma escolhida para se determinar ω (fixo ou variante). Nos testes realizados neste trabalho, o número de iterações ficou entre 15 e 100;
- f) Critério de parada do algoritmo PSO discreto: Deve-se escolher um critério de parada para as gerações do programa computacional, que poderá ser um número fixo de iterações ou um valor específico de erro ou um número máximo de iterações sem melhora do valor $gbest$;
- g) Fator de aprendizagem: Boa parte do material pesquisado na literatura especializada utiliza $c_1 + c_2 = 4$ (VALLE et al., 2008) e sugerem que $c_1 = c_2 = 2$, para uma busca equilibrada entre o conhecimento próprio da partícula e o conhecimento global da população. Caso o programador queira dar mais ênfase na busca individual ou na busca global, basta tomar $c_1 > c_2$ ou $c_1 < c_2$, respectivamente;
- h) Fator de inércia: Neste trabalho, utilizou-se, ω variando com o decorrer do tempo com valores dentro do intervalo $[0; 1, 4]$, dado pelas fórmulas (10) e (12);
- i) Os parâmetros r_1 e r_2 , são gerados aleatoriamente no intervalo $(0, 1)$;
- j) O vetor velocidade, representa a adição ou retirada de circuitos da rede. No início do processo, as posições são geradas aleatoriamente, ou por um AHC, e a velocidade inicial parte do repouso, a partir da próxima iteração, a velocidade será atualizada, e as suas coordenadas terão valores diferentes de zero, indicando movimentação na posição das partículas, ou seja, adição ou retirada de circuitos. Um limite máximo é imposto à velocidade, chamado de intervalo de confinamento (ver seção 4.2), para coibir o algoritmo de dar “passos muito largos” e ir além do espaço de busca. Neste trabalho foi adotada $v_{max} = 2$;
- k) Melhor solução individual – $pbest$: é encontrada analisando-se as avaliações $fitness$ de todas as partículas até o momento, e selecionando-se o melhor (no contexto atual, o menor) resultado individual de cada partícula dentre todas execuções do algoritmo até o momento. A cada iteração, o processo é repetido e o melhor desempenho individual atual é comparado ao melhor desempenho individual anterior, sendo substituído o valor pior pelo melhor. Em suma, o vetor $pbest$ representa a melhor configuração factível que uma determinada partícula encontrou até o momento no espaço de busca, ou seja, a melhor con-

figuração para uma rede elétrica dentro de suas perspectivas, partindo de uma proposta inicial; o valor *fitness* do *pbest* representa o investimento a ser realizado na implantação dessa proposta;

- D) Melhor solução global – *gbest*: Após a determinação dos valores *fitness* das soluções *pbest* de uma dada iteração, toma-se o melhor resultado dentre todos como sendo o valor *fitness* *gbest*, e a posição relacionada a ele como posição *gbest*. O *fitness* *gbest*, representa a melhor proposta de um conjunto de melhores propostas, para uma determinada iteração do algoritmo. A cada iteração esse valor poderá ou não sofrer alterações, pois, se o *gbest* da próxima iteração for melhor que o anterior, este será descartado e substituído pelo melhor e assim sucessivamente. O valor *fitness* do *gbest* representa a melhor proposta de investimento dentre todas as apresentadas e a partícula atrelada a essa proposta representa os circuitos que serão adicionados a rede.

Assim, escolhida a modelagem matemática e o sistema para aplicá-la, realiza-se uma otimização, visando a minimização dos custos para a construção de novos equipamentos na rede e do corte de carga, sujeitos as restrições de configuração da rede (dadas pela modelagem escolhida). Neste trabalho, a implementação computacional do problema foi realizada na linguagem de programação Fortran, e por um *solver* comercial (MINOS) adaptado ao programa a fim melhorar o desempenho do mesmo.

Como foi escrito acima, neste trabalho utilizou-se como modelagem matemática para o PPEST estático, o modelo de transporte e o modelo CC. Para facilitar a implementação computacional, ambos estão ligeiramente diferentes daqueles apresentados nas seções (2.2.1) e (2.2.2). A diferença está na inserção da geração artificial (ou corte de carga). Matematicamente, essa mudança representa apenas novas variáveis no problema. Para que não se perca a equivalência entre as soluções dos modelos originais e modificados, é preciso que essas novas variáveis sejam iguais a zero no final da resolução. A seguir os modelos modificados são apresentados:

Modelo de Transportes com Geração Artificial

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{i \in \Omega_b} r_i \quad (27a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + g_i + r_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (27b)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (27c)$$

$$0 \leq r_i \leq d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (27d)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (27e)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (27f)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (27g)$$

$$f_{ij} \text{ irrestrito} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (27h)$$

Modelo CC com Geração Artificial

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{i \in \Omega_b} r_i \quad (28a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + g_i + r_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (28b)$$

$$f_{ij} = (n_{ij} + n_{ij}^0) \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (28c)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (28d)$$

$$0 \leq r_i \leq d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (28e)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (28f)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (28g)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (28h)$$

$$\theta_j \text{ irrestrito} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (28i)$$

$$f_{ij} \text{ irrestrito} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (28j)$$

$$\theta_i = 0 \quad \forall i \in \Omega_b | i = ref \quad (28k)$$

Em que r_i representa a geração artificial na barra i e α representa um parâmetro de penalização suficientemente grande para tornar pouco atrativa as alternativas de investimento com valores de r_i diferentes de zero.

Deve-se observar que na estratégia apresentada, os modelos anteriores não são resolvidos de forma integrada. Na verdade, o PSO gera os valores dos n_{ij} e um PPL permite verificar se a proposta é factível (sem corte de carga) ou infactível (com corte de carga) além de conhecer as outras variáveis de decisão. Assim os PPL que são resolvidos para uma proposta de investimento n_{ij}^k calcula-se o corte de carga da seguinte forma:

Corte de Carga no Modelo de Transportes

$$\min v = \sum_{i \in \Omega_b} r_i \quad (29a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + g_i + r_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (29b)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^k + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (29c)$$

$$0 \leq r_i \leq d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (29d)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (29e)$$

$$f_{ij} \text{ irrestrito} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (29f)$$

Corte de Carga no Modelo CC

$$\min v = \sum_{i \in \Omega_b} r_i \quad (30a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + g_i + r_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (30b)$$

$$f_{ij} = (n_{ij}^k + n_{ij}^0) \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (30c)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^k + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (30d)$$

$$0 \leq r_i \leq d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (30e)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (30f)$$

$$\theta_j \text{ irrestrito} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (30g)$$

$$f_{ij} \text{ irrestrito} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (30h)$$

$$\theta_i = 0, \quad \forall i \in \Omega_b | i = ref \quad (30i)$$

Modelo de Transportes com Geração Artificial

Pseudocódigo do PSO discreto aplicado ao PPEST estático:

Passo 1 Prepare os dados da rede elétrica;

Passo 2 Gere a população inicial de partículas, aleatoriamente;

Passo 3 Gere as respectivas velocidades iniciais a partir do repouso;

Passo 4 Avalie a função objetivo do modelo de transportes ou modelo CC resolvendo um PPL;

Passo 5 Avalie o *fitness* de cada partícula;

Passo 6 Defina os parâmetros do PSO (ω_{max} , ω_{min} , c_1 , c_2 , r_1 , r_2 , número máximo de iterações, v_{max});

Passo 7 Atualize as posições e velocidades usando as equações (24a) e (24b), respectivamente;

Passo 8 Atualize os valores pbest e gbest;

Passo 9 Enquanto o critério de parada não é satisfeito, faça o seguinte:

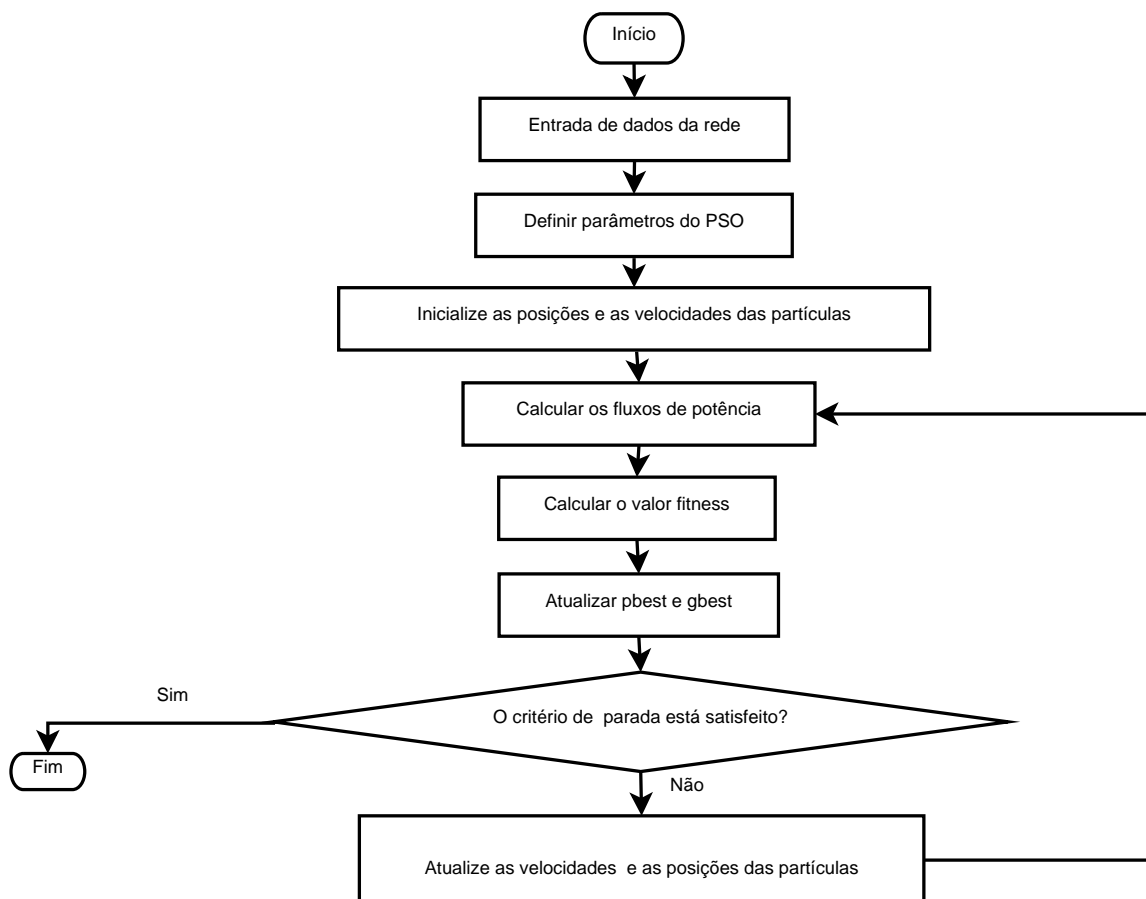
a) Passe para a iteração seguinte,

b) Para cada partícula atualize a velocidade e a posição usando as equações (24a) e (24b), respectivamente,

- c) Verifique os limites de velocidade,
- d) Atualize a população,
- e) Avalie a função objetivo usando o modelo CC ou o modelo de transportes,
- f) Avalie o *fitness* de cada partícula,
- g) Atualize as posições pbest e gbest.

Fim.

Diagrama de Blocos do Algoritmo PSO Aplicado ao PPEST



5.4 TESTES USANDO O ALGORITMO PROPOSTO

Neste trabalho o algoritmo PSO discreto foi usado como técnica de resolução do PPEST estático modelado matematicamente pelos modelos de transportes e CC.

Apresenta-se nesta seção os resultados para PPEST estático aplicado aos sistemas: Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras, Sul brasileiro de 46 barras, Colombiano de 93 barras planos P1, P2 e P3 e Norte-Nordeste Brasileiro de 87 barras, nas modelagens transportes e CC, resolvidos

ambos, com a meta-heurística *PSO discreto* e implementados computacionalmente na linguagem de programação Fortran. A solução encontrada, é dada por n_{ij} , que significa, número de circuitos adicionados a barra que liga os nós i e j , sendo $i < j$. Os PPL foram resolvidos usando o *software* MINOS.

5.4.1 Sistema de Garver de 6 barras

O sistema de Garver possui 6 barras e 15 caminhos possíveis para a adição de circuitos, o número máximo de circuitos permitidos para a adição, por caminho, é igual a 5. Nas simulações realizadas para este sistema e o sistema seguinte, os ajustes dos parâmetros do algoritmo PSO discreto, levaram em conta uma população de 100 a 150 partículas, com dimensão 15 cada uma, e uma média de 20 iterações; o peso da inércia foi ajustado no intervalo $[0,6;0,9]$ de maneira dinâmica (decrecente, ou crescente, no decorrer das iterações) usando uma das equações (10) ou (12). Os resultados apresentados em ambas modelagens, transportes e CC, são ótimos. O resultado ótimo do modelo de transportes apareceu entre as iterações 4 e 6 e entre as iterações 4 e 9 no modelo CC. Nas tabelas 2 e 3 são apresentadas as quatro soluções ótimas, presentes na literatura, para o modelo de transportes e a solução ótima para o modelo CC.

Tabela 2 - Sistema de Garver com Reprogramação da Geração

PPEST-Estático				
Modelo de Transportes				Modelo
Solução 1	Solução 2	Solução 3	Solução 4	CC
$n_{2,6} = 2, n_{4,6} = 1$ $n_{3,5} = 1$	$n_{2,6} = 1, n_{4,6} = 2$ $n_{3,5} = 1$	$n_{3,5} = 1$ $n_{4,6} = 3$	$n_{2,6} = 3$ $n_{3,5} = 1$	$n_{3,5} = 1$ $n_{4,6} = 3$
$v = US\$110 \times 10^6$				

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 3 - Sistema de Garver sem Reprogramação da Geração para o Cenário G_1

PPEST-Estático				
Modelo de Transportes				Modelo
Solução 1	Solução 2	Solução 3	Solução 4	CC
$n_{2,6} = 3$ $n_{3,5} = 1$ $n_{4,6} = 3$	$n_{2,6} = 5$ $n_{3,5} = 1$ $n_{4,6} = 1$	$n_{1,5} = 1$ $n_{2,6} = 3$ $n_{4,6} = 3$	$n_{2,6} = 4$ $n_{3,5} = 1$ $n_{4,6} = 2$	$n_{2,6} = 4$ $n_{3,5} = 1$ $n_{4,6} = 2$
$v = US\$200 \times 10^6$				

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

5.4.2 Sistema IEEE de 24 barras

O sistema IEEE de 24 barras, possui 41 caminhos possíveis para a inserção de circuitos e um número máximo de circuitos permitidos a serem adicionados por caminho igual a 3. As simulações apresentadas para este sistema utilizou partículas com dimensão 41.

No modelo de transportes, uma população com 400 partículas foi utilizada, com peso da inércia decrescente no intervalo $[0,4;0,9]$ para alguns planos e o mesmo crescente no intervalo $[0,6;0,9]$ para outros planos, no decorrer das iterações. Foram realizados testes com 20 iterações para essa modelagem, e os valores ótimos apareceram entre as iterações 5 e 10.

No modelo CC, foi utilizado o peso da inércia decrescente e/ ou crescente no intervalo $[0,6;0,9]$, uma população entre 200 a 400 partículas e uma média de 30 iterações, os resultados obtidos são ótimos e apareceram entre as iterações 6 e 18.

O tempo de execução do programa computacional tanto para o sistema de Garver, quanto para o sistema de 24 barras foi mínimo, menor que 30 segundos, exceto para o sistema de 24 barras no modelo CC, que consumiu em média 3 minutos.

As Tabelas 4 e 5 a seguir, trazem respectivamente, os resultados do PPEST estático para os cinco cenários de geração G_0 , G_1 , G_2 , G_3 e G_4 (Apêndice ?? seção A.2), com os planos de investimento dados em milhões de dólares, e as modelagens matemáticas testadas são o modelo de transportes e o modelo CC.

Tabela 4 - Sistema de 24 Barras para os Cenários de Geração G_0 , G_1 , G_2 , G_3 , G_4 no Modelo de Transportes.

PPEST-Estático				
Modelo de Transportes				
G_0	G_1	G_2	G_3	G_4
$n_{06,10} = 1$	$n_{06,10} = 1$	$n_{06,10} = 1$	$n_{06,10} = 1$	$n_{06,10} = 1$
$n_{07,08} = 2$	$n_{07,08} = 2$	$n_{07,08} = 1$	$n_{07,08} = 2$	$n_{07,08} = 2$
$n_{14,16} = 1$	$n_{14,16} = 1$	$n_{10,11} = 1$	$n_{13,14} = 1$	$n_{09,12} = 1$
	$n_{16,17} = 2$	$n_{10,12} = 1$		$n_{14,16} = 1$
	$n_{16,19} = 1$	$n_{14,16} = 1$		$n_{16,17} = 1$
	$n_{17,18} = 1$	$n_{16,17} = 2$		
		$n_{16,19} = 1$		
		$n_{17,18} = 1$		
$v = US\$102 \times 10^6$	$v = US\$226 \times 10^6$	$v = US\$310 \times 10^6$	$v = US\$110 \times 10^6$	$v = US\$188 \times 10^6$

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 5 - Sistema de 24 Barras para os Cenários de Geração G_0 , G_1 , G_2 , G_3 , G_4 no Modelo CC.

PPEST-Estático				
Modelo CC				
G_0	G_1	G_2	G_3	G_4
$n_{06,10} = 1$	$n_{01,05} = 1$	$n_{01,05} = 1$	$n_{06,10} = 1$	$n_{03,24} = 1$
$n_{07,08} = 2$	$n_{03,24} = 1$	$n_{03,24} = 1$	$n_{07,08} = 2$	$n_{06,10} = 1$
$n_{14,16} = 1$	$n_{06,10} = 1$	$n_{06,10} = 1$	$n_{10,12} = 1$	$n_{07,08} = 2$
$n_{10,12} = 1$	$n_{07,08} = 2$	$n_{07,08} = 1$	$n_{14,16} = 1$	$n_{09,11} = 1$
	$n_{16,19} = 1$	$n_{10,12} = 1$	$n_{16,17} = 1$	$n_{10,12} = 1$
	$n_{14,16} = 1$	$n_{14,16} = 1$	$n_{20,23} = 1$	$n_{14,16} = 2$
	$n_{15,24} = 1$	$n_{15,24} = 1$		$n_{16,17} = 1$
	$n_{16,17} = 2$	$n_{16,17} = 2$		
	$n_{17,18} = 2$	$n_{17,18} = 2$		
$v = US\$152 \times 10^6$	$v = US\$390 \times 10^6$	$v = US\$392 \times 10^6$	$v = US\$218 \times 10^6$	$v = US\$342 \times 10^6$

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

5.4.3 Sistema Sul Brasileiro de 46 barras

O sistema Sul Brasileiro possui 79 caminhos possíveis para a inserção de circuitos e, um número máximo de 5 circuitos permitidos por caminho para serem adicionados. Os testes correspondem aos casos em que não existe reprogramação da geração.

Nos testes a seguir, o modelo de transportes utilizou um valor fixo para a inércia igual a 1,0, uma população de 800 partículas e 30 iterações, o resultado ótimo surgiu entre as iterações 25 e 30.

O modelo CC utilizou 600 partículas, 30 iterações e a inércia crescente no intervalo dinâmico de $[0, 8; 1, 0]$, o resultado ótimo surgiu entre as iterações 15 e 20.

O tempo computacional foi maior que nos testes anteriores, e várias execuções do algoritmo foram executadas afim de, calibrar adequadamente os parâmetros do algoritmo e, por fim os resultados obtidos são os ótimos encontrados na literatura.

Tabela 6 - Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras para o Cenário de Geração G_0 .

PPEST-Estático	
Modelo de Transportes	Modelo CC
$n_{14,22} = 1, n_{24,25} = 2$	$n_{20,21} = 1, n_{05,06} = 2$
$n_{20,21} = 2, n_{46,11} = 1$	$n_{42,43} = 2, n_{29,30} = 2$
$n_{42,43} = 2, n_{28,31} = 1$	$n_{46,06} = 1, n_{24,25} = 2$
$n_{05,11} = 2, n_{31,32} = 1$	$n_{19,25} = 1, n_{26,29} = 3$
$n_{25,32} = 1$	$n_{31,32} = 1, n_{28,30} = 1$
$v = US\$127\,272 \times 10^3$	$v = US\$154\,420 \times 10^3$

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

5.4.4 Sistema Norte-Nordeste Brasileiro de 87 Barras

O sistema Norte-Nordeste utilizado, é um sistema real com dados de 2002. Sua complexidade é bastante elevada, o número máximo para adição de circuitos é 12 e o número de caminhos para adição de circuitos é 183. Os testes correspondem ao chamado Plano P1 e não existe reprogramação da geração.

O algoritmo PSO discreto, foi empregado sem nenhum outro tipo de refinamento além da utilização do parâmetro inércia dinâmica, as soluções geradas de forma aleatória para o início do processo de otimização não convergiram para soluções de boa qualidade e dessa forma um algoritmo heurístico do tipo guloso foi utilizado para gerar uma população inicial de melhor qualidade. A melhor solução encontrada para o modelo de transportes possui corte de carga nulo, é factível, porém, é ótima local, distante daquela apresentada na literatura, como por exemplo na tese de Rocha (2004).

O melhor valor conhecido na literatura para o plano1 (2002) no modelo de transportes é $v = US\$1,194,240,000.00$. A solução encontrada pelo algoritmo PSO (Tabela 7), possui um *gap* de 7,3% em relação ao melhor valor conhecido para esse problema, para determiná-la foram resolvidos 90.000 PPLs e 50 linhas foram adicionadas ao sistema. O modelo CC não foi estudado para este sistema.

Tabela 7 - Sistema Norte-Nordeste Brasileiro.

PPEST-Estático			
Modelo de Transportes			
$n_{02,60} = 1$	$n_{02,87} = 1$	$n_{73,74} = 1$	$n_{03,71} = 1$
$n_{03,87} = 1$	$n_{05,58} = 1$	$n_{05,60} = 1$	$n_{05,68} = 1$
$n_{13,14} = 1$	$n_{13,15} = 3$	$n_{15,16} = 3$	$n_{16,44} = 3$
$n_{16,61} = 1$	$n_{18,50} = 6$	$n_{18,74} = 3$	$n_{20,21} = 1$
$n_{20,38} = 1$	$n_{24,43} = 1$	$n_{25,55} = 1$	$n_{26,29} = 1$
$n_{36,46} = 1$	$n_{40,45} = 1$	$n_{41,64} = 2$	$n_{42,44} = 1$
$n_{43,55} = 1$	$n_{43,58} = 1$	$n_{48,49} = 2$	$n_{49,50} = 1$
$n_{61,64} = 1$	$n_{61,85} = 1$	$n_{67,69} = 1$	$n_{67,71} = 2$
$n_{71,72} = 1$	$n_{72,73} = 1$		
$v = US\$1\ 281\ 943 \times 10^3$			

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

5.4.5 Sistema Colombiano de 93 barras Plano 1, Plano 2 e Plano 3

Para o sistema Colombiano foram considerados três estágios independentes de geração e demanda, a saber, P1, P2, e P3 sem reprogramação da geração.

O sistema colombiano possui 155 caminhos para adição de no máximo 3 circuitos por caminho.

O Plano P1, apesar de ser complexo, com as devidas calibrações do algoritmo PSO discreto e após várias execuções do algoritmo, foi possível determinar as soluções ótimas tanto do modelo de transportes quanto do modelo CC.

Para o modelo de transportes foram resolvidos 24.000 PLs, criada uma população de 800 partículas e definidas 30 iterações, o valor ótimo foi encontrado entre as iterações 10 e 15.

Para o modelo CC foram resolvidos 24.000 PLs e da mesma forma que no modelo de transportes foi gerada uma população com 800 partículas e definidas 30 iterações, o valor ótimo foi encontrado entre as iterações 17 e 20.

Tabela 8 - Sistema Colombiano de 93 barras, plano P1.

PPEST-Estático	
Modelo de Transportes	Modelo CC
$n_{52,88} = 1$	$n_{55,57} = 1, n_{50,54} = 1$
$n_{43,88} = 2$	$n_{56,57} = 1, n_{54,56} = 1$
$n_{57,81} = 1$	$n_{55,62} = 1, n_{82,85} = 1$
$v = US\$172\,200 \times 10^3$	$v = US\$296\,454 \times 10^3$

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

O Plano P2 envolveu mais esforço computacional que o anterior, a calibração dos parâmetros do PSO discreto não foi fácil, várias execuções do algoritmo foram realizadas, para enfim após 24.000 PLs encontrar-se uma solução ótima para o modelo de transportes com a adição de 5 circuitos. Nessa modelagem a população de partículas foi gerada de forma aleatória.

O modelo CC, ainda mais complicado que o anterior, mas que através de uma população inicial de boa qualidade encontrada por um algoritmo construtivo do tipo guloso, apresentou a solução ótima conhecida na literatura, com a resolução de 4.000 PLs e inserção de 10 circuitos.

Tabela 9 - Sistema Colombiano de 93 barras, plano P2.

PPEST-Estático	
Modelo de Transportes	Modelo CC
$n_{57,81} = 2$	$n_{57,81} = 2, n_{62,73} = 1, n_{82,85} = 1$
$n_{55,57} = 1$	$n_{55,57} = 1, n_{45,81} = 1$
$n_{55,62} = 1$	$n_{27,29} = 1, n_{72,73} = 1$
$n_{45,81} = 1$	$n_{55,62} = 1, n_{19,82} = 1$
$v = US\$248\,846 \times 10^3$	$v = US\$443\,494 \times 10^3$

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

O plano P3 é o mais difícil de se resolver. O modelo de transportes para este plano, após vários ajustes dos parâmetros e várias execuções do algoritmo PSO, foi determinada sua expansão ótima, com a resolução de 48.000 PLs e a inserção de 10 circuitos. Foi gerada uma população de forma aleatória com 800 partículas e 60 iterações, o valor ótimo apareceu entre as iterações 14 e 20.

O modelo CC, envolve maior dificuldade que o modelo de transportes e mesmo com todos

os ajustes necessários no algoritmo PSO, não foi possível encontrar a solução ótima ou uma solução ótima local de boa qualidade. Desta forma, um algoritmo construtivo do tipo guloso foi utilizado para gerar uma população de boa qualidade, com 800 partículas, e a solução obtida após a resolução de 64.000 PLs, é ótima local com a adição de 19 circuitos e com um *gap* de 0,18% da solução encontrada na literatura que é $US\$562\,417 \times 10^3$ (FLORES, 2006, p. 124).

Tabela 10 - Sistema Colombiano de 93 barras, plano P3.

PPEST-Estático	
Modelo de Transportes	Modelo CC
$n_{52,88} = 1, n_{68,86} = 1$	$n_{43,88} = 2, n_{45,54} = 2, n_{30,65} = 1$
$n_{43,88} = 2, n_{19,66} = 2$	$n_{15,18} = 1, n_{56,57} = 1, n_{55,62} = 1$
$n_{57,81} = 1$	$n_{27,64} = 1, n_{62,73} = 1, n_{19,82} = 2$
$n_{14,31} = 1$	$n_{30,72} = 1, n_{82,85} = 1, n_{68,86} = 1$
$n_{55,84} = 1$	$n_{55,57} = 1, n_{27,29} = 1$
$n_{55,62} = 1$	$n_{55,84} = 1, n_{72,73} = 1$
$v = US\$315\,354\,2 \times 10^2$	$v = US\$563\,399 \times 10^3$

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

5.5 CONCLUSÕES PARCIAIS

A meta-heurística PSO discreto, utilizada nos testes anteriores, se mostrou eficiente e robusta.

Para os testes onde houve convergência para as respectivas soluções ótimas, o tempo computacional foi de suprema relevância, devido ao fato de terem sido realizadas inúmeras execuções do algoritmo para a calibração mais adequada dos parâmetros (cada sistema exige uma calibração específica), e assim, quanto mais rápida é a execução computacional do algoritmo, mais testes podem ser gerados. Os testes que não obtiveram resultados ótimos – Sistema Norte-Nordeste Brasileiro com a modelagem de transportes e o Sistema Colombiano Plano P3 com a modelagem CC – apresentaram “estouro de memória” computacional, ou seja, memória de armazenamento insuficiente. A proposta para resolver este problema foi a implementação de um algoritmo heurístico construtivo guloso que gerou uma população inicial de melhor qualidade, substituindo aquelas populações iniciais do PSO geradas de forma pseudo-aleatória.

6 CONCLUSÕES

Nas formulações matemáticas dos modelos de expansão apresentados nessa pesquisa, observou-se que devido à complexidade de cada um, a necessidade de uma ferramenta de solução que fornecesse a melhor solução possível para cada um deles seria a maior contribuição do trabalho. Com o objeto de pesquisa definido, que é encontrar a melhor solução possível para a expansão dos sistemas desejados, foi desenvolvida uma proposta de resolução para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão utilizando a meta-heurística PSO discreto com o peso da inércia variante.

Os sistemas escolhidos para realizar a pesquisa foram: 6-barras de Garver, IEEE de 24-barras, Sul brasileiro de 46-barras, Norte-Nordeste brasileiro de 87-barras e Colombiano de 93-barras, utilizando os modelos de transportes e CC.

A implementação computacional foi realizada na linguagem de programação de alto nível Fortran com chamadas ao *solver* comercial MINOS para resolver os PPL's, e concluiu-se que:

- a) Para o modelo de transportes, os sistemas de pequeno e médio porte, exigiram baixíssimo esforço computacional, a calibração dos parâmetros do algoritmo PSO foi relativamente rápida e eficiente. Quanto aos sistemas de grande porte, o sistema Colombiano e o sistema Norte-Nordeste brasileiro, o esforço computacional foi incrementado juntamente com a dificuldade de calibração e ajuste dos parâmetros da meta-heurística. No caso do sistema Colombiano, por exemplo, apesar das dificuldades citadas, foi possível determinar as soluções ótimas apresentadas na literatura, com o auxílio de um AHC na geração de uma população inicial de partículas de boa qualidade. No entanto, para o sistema Norte-Nordeste brasileiro, mesmo utilizando essa estratégia não foi possível determinar uma solução de boa qualidade;
- b) Para o modelo CC, da mesma forma que na análise anterior, os resultados foram excelentes, retornando a solução ótima na maioria das execuções dos programas de testes e com diferentes calibrações do PSO e esforço computacional relativamente baixo para os sistemas de pequeno porte. Quanto aos sistemas de grande porte, foi possível determinar soluções ótimas apenas para os dois primeiros planos do sistema Colombiano, que com a calibração adequada dos parâmetros do PSO e uma população inicial de partículas de boa qualidade gerada por um AHC, exigiram baixo esforço computacional. No entanto, para o plano 3 do sistema Colombiano, não foi possível obter a solução ótima mas foi alcançada uma solução ótima local de excelente qualidade com um gap de 0,18% da solução

ótima conhecida na literatura;

- c) A meta-heurística PSO se mostrou eficiente e barata em termos computacionais, para sistemas de pequeno e médio porte. Para sistemas de grande porte se faz necessário uma especialização da técnica, para que a mesma produza soluções de boa qualidade.

Também foi realizado como estudo complementar e inserido neste trabalho como apêndice, o planejamento da expansão de sistemas de transmissão com múltiplos cenários de geração com uma modelagem matemática específica atrelada ao modelo linear disjuntivo. A implementação computacional para esse tópico, foi realizada dentro do ambiente AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003), com a utilização do *solver* comercial CPLEX (ILOG, 2008) como ferramenta de resolução. Os testes foram realizados para os sistemas: 6-barras de Garver, IEEE de 24-barras e Sul brasileiro de 46-barras e os resultados encontrados atestaram a validade do modelo, mostrando que os sistemas elétricos testados, operam adequadamente nos diferentes cenários de geração apresentados.

6.1 TRABALHOS FUTUROS

Entre os trabalhos futuros que podem ser desenvolvidos a partir do trabalho desenvolvido nessa pesquisa podem ser mencionados os seguintes:

- a) Desenvolvimento de novos algoritmos híbridos, que usem o PSO como estrutura básica, para o PPEST;
- b) Incorporação das características específicas do PPEST para encontrar propostas de solução de qualidade, por exemplo, desenvolvimento de estratégias de controle de ilhamento e de congestionamento;
- c) Utilização do PSO desenvolvido e suas versões melhoradas em modelos mais complexos do PPEST, tais como: planejamento multi-estágio, o PPEST com restrições de segurança, o modelo CA, entre outros.

REFERÊNCIAS

- ALRASHIDI, M.; EL-HAWARY, M. A survey of particle swarm optimization applications in electric power systems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Portland, v. 13, n. 4, p. 913–918, 2009.
- BAHIENSE, L.; OLIVEIRA, G. C.; PEREIRA, M.; GRANVILLE, S. A mixed integer disjunctive model for transmission network expansion. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 16, n. 3, p. 560–565, 2001.
- BARROS, J. R. P.; MELO, A. C. G.; SILVA, A. M. L. da. An approach to the explicit consideration of unreliability costs in transmission expansion planning. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON PROBABILISTIC METHODS APPLIED TO POWER SYSTEMS, 2004, Ames. *Proceedings...* Ames: IEEE, 2004. p. 927–932.
- BERGH, F. V. D.; ENGELBRECHT, A. P. Effect of swarm size on cooperative particle swarm optimisers. In: GENETIC AND EVOLUTIONARY COMPUTATION CONFERENCE - GECCO, [s.n], 2001, São Francisco. *Proceedings...* São Francisco: GECCO, 2001. p. 24–30.
- BERGH, F. V. D.; ENGELBRECHT, A. P. A new locally convergent particle swarm optimiser. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS, MAN AND CYBERNETICS, [s.n], 2002, São Diego. *Proceedings...* São Diego: [s.n.], 2002. v. 3, p. 6. ISSN 1062-922X.
- BERGH, F. V. D.; ENGELBRECHT, A. P. A cooperative approach to particle swarm optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation: New York*, v. 8, n. 3, p. 225–239, 2004. ISSN 1089-778X.
- BINATO, S. *Expansão ótima de sistemas de transmissão através de decomposição de Benders e técnicas de planos cortantes*. Tese (Doutorado em Engenharia de Sistemas e Computação) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000.
- BINATO, S.; OLIVEIRA, G. C.; PEREIRA, M. V.; THOMÉ, L. M. Multi-stage transmission expansion planning considering multiple dispatches and contingency criterion. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 15, 2004, Gramado. *Anais...* Gramado: SBA, 2004. p. 21–24.
- BINATO, S.; OLIVEIRA, G. de; ARAUJO, J. de. A greedy randomized adaptive search procedure for transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 16, n. 2, p. 247–253, 2001. ISSN 0885-8950.
- BINATO, S.; PEREIRA, M.; GRANVILLE, S. A new Benders decomposition approach to solve power transmission network design problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 16, n. 2, p. 235–240, 2001. ISSN 0885-8950.
- BRITS, R.; ENGELBRECHT, A. P.; BERGH, F. V. D. A niching particle swarm optimizer.

- In: PROCEEDINGS OF THE 4TH ASIA-PACIFIC CONFERENCE ON SIMULATED EVOLUTION AND LEARNING, 4, 2002, Singapore. *Proceedings...* Singapore: [s.n], 2002. v. 2, p. 692–696.
- CLERC, M. *Particle swarm optimization*. London: ISTE Ltd, 2006.
- COELHO, L. dos S. A quantum particle swarm optimizer with chaotic mutation operator. *Chaos, Solitons and Fractals*, Philadelphia, v. 37, n. 5, p. 1409–1418, 2008. ISSN 0960-0779. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960077906010034>>. Acesso em: 15 jan. 2011.
- EBERHART, R.; KENNEDY, J. A new optimizer using particle swarm theory. In: PROCEEDINGS OF THE SIXTH INTERNATIONAL SYMPOSIUM IEEE ON MICRO MACHINE AND HUMAN SCIENCE, 6, 1995, Nagoya. *Proceedings...* Nagoya: MHS, 1995. p. 39–43.
- ESCOBAR, A. H.; GALLEGO, R. A.; ROMERO, R. Static planning of colombian transmission system using genetic algorithms. In: 16TH INTERNATIONAL CONFERENCE CAD/CAM, 16, 2000, Trinidad and Tobago. *Proceedings...* Trinidad and Tobago: CAD/CAM, 2000. p. 50–60.
- ESCOBAR, A. H.; GALLEGO, R. A.; ROMERO, R. Multistage and coordinated planning of the expansion of transmission systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 19, n. 2, p. 735–744, 2004. ISSN 0885-8950.
- FANG, R.; HILL, D. J. A new strategy for transmission expansion in competitive electricity markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 18, n. 1, p. 374–380, 2003. ISSN 0885-8950.
- FEO, T. A.; RESENDE, M. G. C. Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of global optimization*, Springer, v. 6, n. 2, p. 109–133, 1995.
- FLORES, M. J. R. *Planejamento da expansão de sistemas de transmissão usando os modelos CC-CA e técnicas de programação não-linear*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.
- FOURER, R.; GAY, D. M.; KERNIGHAN, B. W. *AMPL: a modeling language for mathematical programming*. 2. ed. [S.l.]: Brooks/Cole-Thomson Learning, Pacific Grove, 2003.
- GALLEGO, R. A. *Planejamento a longo prazo de sistemas de transmissão usando técnicas de otimização combinatorial*. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1997.
- GALLEGO, R. A.; MONTICELLI, A.; ROMERO, R. Comparative studies on nonconvex optimization methods for transmission network expansion planning. In: 20TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER INDUSTRY COMPUTER APPLICATIONS, 20, 1997, Piscataway. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 1997. p. 24–30.
- GARVER, L. L. Transmission network estimation using linear programming. *IEEE Winter Power Meeting*, New York, n. 70, p. 25–30, 1970.

- GLOVER, F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers and Operations Research*, Elsevier, Oxfordshire, v. 13, n. 5, p. 533–549, 1986.
- GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G. A. (Ed.). *Handbook of metaheuristics*. New York: Springer, 2003.
- GUANGYOU, Y. A modified particle swarm optimizer algorithm. In: 8TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRONIC MEASUREMENT AND INSTRUMENTS, 8, 2007, Xi'an. *Proceedings...* Xi'an: [s.n.], 2007. p. 675–679.
- ILOG. *CPLEX Optimization subroutine library guide and reference, version 11.0*. Incline Village: ILOG, 2008.
- JIN, Y.-X.; CHENG, H.-Z.; YAN, J.-Y.; ZHANG, L. Local optimum embranchment based convergence guarantee particle swarm optimization and its application in transmission network planning. In: TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXHIBITION: ASIA AND PACIFIC, [s.n.], 2005, Dalian. *Proceedings...* Dalian: IEEE/PES, 2005. p. 1–6.
- JIN, Y.-X.; CHENG, H.-Z.; YAN, J.-Y.; ZHANG, L. New discrete method for particle swarm optimization and its application in transmission network expansion planning. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 77, n. 3, p. 227–233, 2007.
- KANNAN, S.; SLOCHANAL, S. M. R.; SUBBARAJ, P.; PADHY, N. P. Application of particle swarm optimization technique and its variants to generation expansion planning problem. *Electric Power Systems Research*, Lausanne, v. 70, n. 3, p. 203–210, 2004. ISSN 0378-7796. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779603003079>>. Acesso em: 18 fev. 2011.
- KAVITHA, D.; SWARUP, K. S. Transmission expansion planning using LP-based particle swarm optimization. In: POWER INDIA CONFERENCE-2006, IEEE, [s.n.], 2006, New Delhi. *Proceedings...* New Delhi: IEEE, 2006. p. 6.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON NEURAL NETWORKS, [s.n.], 1995, New York. *Proceedings...* New York: IEEE, 1995. v. 4, p. 1942–1948.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. C. A discrete binary version of the particle swarm algorithm. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL CYBERNETICS AND SIMULATION SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS, [s.n.], 1997, New York. *Proceedings...* New York: IEEE, 1997. v. 5, p. 4104–4108.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. C.; SHI, Y. *Swarm intelligence*. São Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2001.
- LATORRE, G.; CRUZ, R. D.; AREIZA, J. M.; VILLEGAS, A. Classification of publications and models on transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 18, n. 2, p. 938–946, 2003. ISSN 0885-8950.
- LEVI, V.; CALOVIC, M. S. A new decomposition based method for optimal expansion planning of large transmission networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 6, n. 3, p. 937–943, 1991. ISSN 0885-8950.

- MIRANDA, V.; FONSECA, N. EPSO-evolutionary particle swarm optimization, a new algorithm with applications in power systems. In: TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXHIBITION 2002: ASIA PACIFIC, [s.n.], 2002, HONOLULU. *Proceedings...* Honolulu: IEEE/PES, 2002. v. 2, p. 745–750 vol.2.
- MLADENOVIC, N.; HANSEN, P. Variable neighborhood search. *Computers and Operations Research*, Amsterdam, v. 24, n. 11, p. 1097–1100, 1997. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054897000312>>. Acesso em: 15 mar. 2011.
- OLIVEIRA, G. C.; BINATO, S.; PEREIRA, M. V. F. Value-based transmission expansion planning of hydrothermal systems under uncertainty. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 22, n. 4, p. 1429–1435, 2007. ISSN 0885-8950.
- PARSOPOULOS, K. E.; VRAHATIS, M. N. *Particle swarm optimization an intelligence: advances and applications*. Hershey: Information Science Reference, IGI Global, 2010.
- PEREIRA, M. V. F.; COSTA JÚNIOR, L. C. da; BINATO, S.; CAMPODÓNICO, N.; FAMPA, M. H. C.; THOMÉ, F. S. Incorporação de restrições de confiabilidade ao problema de planejamento ótimo da expansão de sistemas elétricos. In: XL SBPO, A PESQUISA OPERACIONAL E O USO RACIONAL DE RECURSOS HÍDRICOS, 15, 2008, João Pessoa. *Proceedings...* João Pessoa: [s.n.], 2008. p. 355–366.
- POLI, R.; KENNEDY, J.; BLACKWELL, T. Particle swarm optimization. *Swarm intelligence*, Springer, v. 1, n. 1, p. 33–57, 2007.
- REN, P.; GAO, L.-Q.; LI, N.; LI, Y.; LIN, Z.-L. Transmission network optimal planning using the particle swarm optimization method. In: PROCEEDINGS OF 2005 INTERNATIONAL CONFERENCE ON MACHINE LEARNING AND CYBERNETICS, [s.n.], 2005, Guangzhou. *Proceedings...* Guangzhou: IEEE, 2005. v. 7, p. 4006–4011.
- RENDÓN, R. A. G.; ZULUAGA, A. E.; OCAMPO, E. M. T. *Técnicas metaheurísticas de optimización*. Pereira: [s.n.], 2008.
- RIDER, M. J.; GARCIA, A. V.; ROMERO, R. Power system transmission network expansion planning using AC model. *IET Generation, Transmission and Distribution*, Stevenage, v. 1, n. 5, p. 731–742, 2007. ISSN 1751-8687.
- ROCHA, C. A. M. d. *Desenvolvimento de técnicas heurísticas e de otimização clássica para o problema de planejamento da expansão a longo prazo de sistemas de transmissão*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica.) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2004.
- ROCHA, M. C. da; SARAIVA, J. T. A discrete evolutionary PSO based approach to the multiyear transmission expansion planning problem considering demand uncertainties. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Oxford, v. 45, n. 1, p. 427–442, 2013. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014206151200539X>>. Acesso em: 20 jan. 2011.
- ROMERO, R.; GALLEGO, R. A.; MONTICELLI, A. Transmission system expansion planning by simulated annealing. In: POWER INDUSTRY COMPUTER APPLICATION

- CONFERENCE, [s.n], 1995, Salt Lake City. *Proceedings...* Salt Lake City: IEEE, 1995. p. 278–283.
- ROMERO, R.; MONTICELLI, A. A hierarchical decomposition approach for transmission network expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 9, n. 1, p. 373–380, 1994. ISSN 0885-8950.
- ROMERO, R.; MONTICELLI, A.; GARCIA, A.; HAFFNER, S. Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning. *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, New York, v. 149, n. 1, p. 27–36, 2002.
- ROMERO, R.; ROCHA, C.; MANTOVANI, J. R. S.; SÁNCHEZ, I. G. Constructive heuristic algorithm for the DC model in network transmission expansion planning. *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, Stevenage, v. 152, n. 2, p. 277–282, 2005.
- ROMERO, R. A.; MARTINS, W. A. Busca em vizinhança variável aplicado na solução do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão. In: III CONGRESSO SBSE, 3, 2010, Belém. *Proceedings...* Belém: SBSE, 2010. p. 138–143.
- SHAYEGHI, H.; MAHDAVI, M.; BAGHERI, A. Discrete PSO algorithm based optimization of transmission lines loading in TNEP problem. *Energy Conversion and Management*, Amsterdam, v. 51, n. 1, p. 112–121, 2010. ISSN 0196-8904. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0196890409003409>>. Acesso em: 25 jan. 2011.
- SHAYEGHI, H.; MAHDAVI, M.; KAZEMI, A. Discrete particle swarm optimization algorithm used for TNEP considering network adequacy restriction. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, London, n. 51, p. 1039–1046, 2009.
- SHI, Y.; EBERHART, R. A modified particle swarm optimizer. In: EVOLUTIONARY COMPUTATION PROCEEDINGS, [s.n], 1998, Anchorage. *Proceedings...* Anchorage: IEEE, 1998. p. 69–73.
- SHI, Y.; EBERHART, R. Parameter selection in particle swarm optimization. In: PORTO, V. W.; SARAVANAN, N.; WAAGEN, D.; EIBEN, A. E. (Ed.). *Evolutionary Programming VII*. São Diego: Springer Berlin Heidelberg, 1998, (Lecture Notes in Computer Science, v. 1447). p. 591–600. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/BFb0040810>>. Acesso em: 12 abr. 2013.
- SILVA, E. F. da. *Planejamento estocástico da expansão da rede de transmissão de energia elétrica multiestágio considerando restrições de segurança*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2013.
- SILVA, E. F. da; RAHMANI, M.; RIDER, M. J. Planejamento da expansão do sistema de transmissão com restrições de segurança. In: CBA, 19, 2012, Campina Grande. *Proceedings...* Campina Grande: SBA, 2012. p. [s.n].
- SILVA, E. L. da; GIL, H. A.; AREIZA, J. M. Transmission network expansion planning under an improved genetic algorithm. In: POWER INDUSTRY COMPUTER APPLICATIONS (PICA), 21, 1999, Santa Clara. *Proceedings...* Santa Clara: IEEE, 1999. p. 315–321.

- SILVA, E. L. da; GIL, H. A.; AREIZA, J. M. Transmission network expansion planning under an improved genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 15, n. 3, p. 1168–1174, 2000. ISSN 0885-8950.
- SILVA, E. L. da; ORTIZ, J. M. A.; OLIVEIRA, G. C. de; BINATO, S. Transmission network expansion planning under a tabu search approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 16, n. 1, p. 62–68, 2001. ISSN 0885-8950.
- SOLIS, F. J.; WETS, R. J. B. Minimization by random search techniques. *Mathematics of operations research*, Institute for Operations Research and the Management Sciences, Hanover, v. 6, n. 1, p. 19–30, 1981.
- SOUSA, A. S. *Desenvolvimento de modelos e algoritmos sequenciais e paralelos para o planejamento da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica*. Tese (Doutorado em Ciências) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.
- SOUZA, R. F. F. *Planejamento da expansão de sistemas de distribuição usando a metaheurística de busca em vizinhança variável*. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2011.
- STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution: A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of global optimization*, Springer, Netherlands, v. 11, n. 4, p. 341–359, 1997.
- SUGANTHAN, P. N. Particle swarm optimiser with neighbourhood operator. In: PROCEEDINGS OF THE 1999 CONGRESS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION, [s.n], 1999, Washington. *Proceedings...* Washington: IEEE, 1999. v. 3, p. 1958–1964.
- SUN, J.; XU, W.; FENG, B. A global search strategy of quantum-behaved particle swarm optimization. In: IEEE CONFERENCE ON CYBERNETICS AND INTELLIGENT SYSTEMS, [s.n], 2004, Piscataway. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2004. v. 1, p. 111–116.
- TORRES, S. P.; CASTRO, C. A.; PRINGLES, R. M.; GUAMAN, W. Comparison of particle swarm based meta-heuristics for the electric transmission network expansion planning problem. In: POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, [s.n], 2011, São Diego. *Proceedings...* São Diego: IEEE, 2011. p. 1–7. ISSN 1944-9925.
- VALLE, Y. del; VENAYAGAMOORTHY, G. K.; MOHAGHEGHI, S.; HERNANDEZ, J.; HARLEY, R. G. Particle swarm optimization: basic concepts, variants and applications in power systems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Piscataway, v. 12, n. 2, p. 171–195, 2008. ISSN 1089-778X.
- VEGA, M.; MARCOS, J.; BATISTA, M. B. M.; PÉREZ, J. A. M. Metaheurísticas: una visión global. *Inteligencia artificial: Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, Valencia, v. 7, n. 19, p. 7–28, 2003.
- VILLASANA, R.; GARVER, L. L.; SALON, S. J. Transmission network planning using linear programming. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, PAS-104, n. 2, p. 349–356, 1985.

- VINASCO, G.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. A strategy to solve the multistage transmission expansion planning problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 26, n. 4, p. 2574–2576, 2011. ISSN 0885-8950.
- YANG, B.; CHEN, Y.; ZHAO, Z. Survey on applications of particle swarm optimization in electric power systems. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL AND AUTOMATION, [s.n], 2007, Guangzhou. *Proceedings...* Guangzhou: IEEE, 2007. p. 481–486.
- YOUSSEF, H. K.; HACKAM, R. New transmission planning model. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 4, n. 1, p. 9–18, 1989. ISSN 0885-8950.
- ZHAO, X. A hybrid variants particle swarm optimization algorithm. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MACHINE VISION AND HUMAN-MACHINE INTERFACE (MVHI), [s.n], 2010, Kaifeng. *Proceedings...* Kaifeng: IEEE, 2010. p. 33–36.
- ZHENG, Y. ling; MA, L. hua; ZHANG, L.-Y.; QIAN, J. xin. Empirical study of particle swarm optimizer with an increasing inertia weight. In: THE 2003 CONGRESS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION, [s.n], 2003, Kaifeng. *Proceedings...* Kaifeng: IEEE, 2003. v. 1, p. 221–226.
- ZHENG, Y. ling; MA, L. hua; ZHANG, L.-Y.; QIAN, J. xin. On the convergence analysis and parameter selection in particle swarm optimization. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MACHINE LEARNING AND CYBERNETICS, [s.n], 2003, Kaifeng. *Proceedings...* Kaifeng: IEEE, 2003. v. 3, p. 1802–1807.

APÊNDICE A - DADOS E TABELAS DOS SISTEMAS TESTES

APÊNDICE A.1 - SISTEMA DE GARVER 6-BARRAS

Este sistema possui 6 barras e 15 caminhos.

APÊNDICE A.1.1 - Dados das barras

APÊNDICE A.1.1.1 - Dados das barras com a reprogramação da geração

Tabela 11 - Dados das barras - Sistema de Garver com reprogramação da geração.

Número da barra	Geração(MW)	Demanda(MW)
1	150,0	80,0
2	0,0	240,0
3	360,0	40,0
4	0,0	160,0
5	0,0	240,0
6	600,0	0,0

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

APÊNDICE A.1.1.2 - Dados das barras sem a reprogramação da geração

Tabela 12 - Dados das barras - Sistema de Garver sem reprogramação da geração.

Número da barra	Geração (MW)		Demanda (MW)
	G_1	G_2	
1	50,0	120,0	80,0
2	0,0	0,0	240,0
3	165,0	360,0	40,0
4	0,0	0,0	160,0
5	0,0	0,0	240,0
6	545,0	280,0	0,0

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

APÊNDICE A.1.2 - Dados das linhas

Tabela 13 - Dados das linhas do Sistema de Garver.

no.	ramo	no. de linhas existentes	reatância (pu)	fluxo máx. (MW)	circuito adicionado	custo (US\$) $\times 10^6$
1	1 - 2	1	0,40	100,0	0	40.00
2	1 - 3	0	0,38	100,0	0	38.00
3	1 - 4	1	0,60	80,0	0	60.00
4	1 - 5	1	0,20	100,0	0	20.00
5	1 - 6	0	0,68	70,0	0	68.00
6	2 - 3	1	0,20	100,0	0	20.00
7	2 - 4	1	0,40	100,0	0	40.00
8	2 - 5	0	0,31	100,0	0	31.00
9	2 - 6	0	0,30	100,0	0	30.00
10	3 - 4	0	0,59	82,0	0	59.00
11	3 - 5	1	0,20	100,0	0	20.00
12	3 - 6	0	0,48	100,0	0	48.00
13	4 - 5	0	0,63	75,0	0	63.00
14	4 - 6	0	0,30	100,0	0	30.00
15	5 - 6	0	0,61	78,0	0	61.00

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

APÊNDICE A.2 - SISTEMA DE 24-BARRAS IEEE

Este sistema possui 24 barras e 41 caminhos.

APÊNDICE A.2.1 - Dados das barras

Tabela 14 - Sistema 24-barras – Dados das barras.

(continua)

Número da barra	Geração (MW)					Demanda (MW)
	G_0	G_1	G_2	G_3	G_4	
1	576	576	465	576	520	324
2	576	576	576	576	520	291
3	0	0	0	0	0	540
4	0	0	0	0	0	222
5	0	0	0	0	0	213
6	0	0	0	0	0	408
7	900	900	722	900	812	375
8	0	0	0	0	0	513
9	0	0	0	0	0	525

Tabela 14 - Sistema 24–barras – Dados das barras

(conclusão)

Número da barra	Geração (MW)					Demanda (MW)
	G_0	G_1	G_2	G_3	G_4	
10	0	0	0	0	0	585
11	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
13	1773	1773	1424	1457	1599	795
14	0	0	0	0	0	582
15	645	645	645	325	581	951
16	465	465	465	282	419	300
17	0	0	0	0	0	0
18	1200	1200	1200	603	718	999
19	0	0	0	0	0	543
20	0	0	0	0	0	384
21	1200	1200	1200	951	1077	0
22	900	900	900	900	900	0
23	1980	315	953	1980	1404	0
24	0	0	0	0	0	0

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

APÊNDICE A.2.2 - Dados das linhas

Tabela 15 - Sistema 24–barras – Dados das linhas.

(continua)

no.	ramo	no. de linhas existentes	reatância (pu)	fluxo máx. (MW)	circuito adicionado	custo ($US\$ \times 10^3$)
1	1-2	1	0,0139	175,0	0	3,000.00
2	1-3	1	0,2112	175,0	0	55,000.00
3	1-5	1	0,0845	175,0	0	22,000.00
4	2-4	1	0,1267	175,0	0	33,000.00
5	2-6	1	0,1920	175,0	0	50,000.00
6	3-9	1	0,1190	175,0	0	31,000.00
7	3-24	1	0,0839	400,0	0	50,000.00
8	4-9	1	0,1037	175,0	0	27,000.00
9	5-10	1	0,0883	175,0	0	23,000.00
10	6-10	1	0,0605	175,0	0	16,000.00
11	7-8	1	0,0614	175,0	0	16,000.00
12	8-9	1	0,1651	175,0	0	43,000.00
13	8-10	1	0,1651	175,0	0	43,000.00
14	9-11	1	0,0839	400,0	0	50,000.00
15	9-12	1	0,0839	400,0	0	50,000.00

Tabela 15 - Sistema 24–barras – Dados das linhas

no.	ramo	no. de linhas existentes	reatância (pu)	fluxo máx. (MW)	circuito adicionado	(conclusão)
						custo (US\$ × 10 ³)
16	10-11	1	0,0839	400,0	0	5,0000.00
17	10-12	1	0,0839	400,0	0	5,0000.00
18	11-13	1	0,0476	500,0	0	6,6000.00
19	11-14	1	0,0418	500,0	0	5,8000.00
20	12-13	1	0,0476	500,0	0	6,6000.00
21	12-23	1	0,0966	500,0	0	13,4000.00
22	13-23	1	0,0865	500,0	0	12,0000.00
23	14-16	1	0,0389	500,0	0	5,4000.00
24	15-16	1	0,0173	500,0	0	2,4000.00
25	15-21	2	0,0490	500,0	0	6,8000.00
26	15-24	1	0,0519	500,0	0	72,0000.00
27	16-17	1	0,0259	500,0	0	36,0000.00
28	16-19	1	0,0231	500,0	0	32,0000.00
29	17-18	1	0,0144	500,0	0	20,0000.00
30	17-22	1	0,1053	500,0	0	146,0000.00
31	18-21	2	0,0259	500,0	0	36,0000.00
32	19-20	2	0,0396	500,0	0	55,0000.00
33	20-23	2	0,0216	500,0	0	30,0000.00
34	21-22	1	0,0678	500,0	0	94,0000.00
35	1-8	0	0,1344	500,0	0	35,0000.00
36	2-8	0	0,1267	500,0	0	33,0000.00
37	6-7	0	0,1920	500,0	0	50,0000.00
38	13-14	0	0,0447	500,0	0	62,0000.00
39	14-23	0	0,0620	500,0	0	86,0000.00
40	16-23	0	0,0822	500,0	0	114,0000.00
41	19-23	0	0,0606	500,0	0	84,0000.00

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

APÊNDICE A.3 - SISTEMA 46-BARRAS SUL BRASILEIRO

Este sistema possui 46 barras e 79 caminhos.

APÊNDICE A.3.1 - Dados das barras

Tabela 16 - Sistema 46–barras Sul Brasileiro – Dados das barras.

(continua)

Número da barra	Geração (MW)								Demanda (MW)
	G_0	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6	G_7	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
2	0	0	0	0	0	0	0	0	443,10
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
4	0	0	0	0	0	0	0	0	300,70
5	0	0	0	0	0	0	0	0	238,00
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
8	0	0	0	0	0	0	0	0	72,20
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
12	0	0	0	0	0	0	0	0	511,90
13	0	0	0	0	0	0	0	0	185,80
14	944	856	993	999	857	957	1035	1028	0,00
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
16	1366	1493	1296	1263	1560	1520	1224	1400	0,00
17	1000	903	1009	982	949	928	1035	911	0,00
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
19	773	706	805	794	701	757	814	770	0,00
20	0	0	0	0	0	0	0	0	1091,20
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
22	0	0	0	0	0	0	0	0	81,90
23	0	0	0	0	0	0	0	0	458,10
24	0	0	0	0	0	0	0	0	478,20
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
26	0	0	0	0	0	0	0	0	231,90
27	54	51	51	49	59	49	54	52	0,00
28	730	789	724	797	735	678	677	793	0,00
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
31	310	289	280	324	305	324	293	288	0,00
32	450	484	493	471	469	410	417	445	0,00
33	0	0	0	0	0	0	0	0	229,10
34	221	230	229	233	217	234	228	216	0,00
35	0	0	0	0	0	0	0	0	216,00
36	0	0	0	0	0	0	0	0	90,10
37	212	207	206	195	196	204	223	202	0,00
38	0	0	0	0	0	0	0	0	216,00
39	221	238	238	221	199	231	227	204	0,00

Tabela 16 - Sistema 46–barras Sul Brasileiro – Dados das barras.

(conclusão)

Número da barra	Geração (MW)								Demanda (MW)
	G ₀	G ₁	G ₂	G ₃	G ₄	G ₅	G ₆	G ₇	
40	0	0	0	0	0	0	0	0	262,10
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
42	0	0	0	0	0	0	0	0	1607,90
43	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00
44	0	0	0	0	0	0	0	0	79,10
45	0	0	0	0	0	0	0	0	86,70
46	599	634	556	552	633	588	653	571	0,00

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

APÊNDICE A.3.2 - Dados das linhas

Tabela 17 - Sistema 46–barras Sul Brasileiro – Dados das linhas.

(continua)

no.	ramo	no. de linhas existentes	reatância (pu)	fluxo máx. (MW)	circuito adicionado	custo (US\$ × 10 ³)
1	1-7	1	0,0616	270,0	0	4,349.00
2	1-2	2	0,1065	270,0	0	7,076.00
3	4-9	1	0,0924	270,0	0	6,217.00
4	5-9	1	0,1173	270,0	0	7,732.00
5	5-8	1	0,1132	270,0	0	7,480.00
6	7-8	1	0,1023	270,0	0	6,823.00
7	4-5	2	0,0566	270,0	0	4,046.00
8	2-5	2	0,0324	270,0	0	2,581.00
9	8-13	1	0,1348	240,0	0	8,793.00
10	9-14	2	0,1756	220,0	0	11,267.00
11	12-14	2	0,0740	270,0	0	5,106.00
12	14-18	2	0,1514	240,0	0	9,803.00
13	13-18	1	0,1805	220,0	0	11,570.00
14	13-20	1	0,1073	270,0	0	7,126.00
15	18-20	1	0,1997	200,0	0	12,732.00
16	19-21	1	0,0278	1500,0	0	32,632.00
17	16-17	1	0,0078	2000,0	0	10,505.00
18	17-19	1	0,0061	2000,0	0	8,715.00
19	14-26	1	0,1614	220,0	0	10,409.00
20	14-22	1	0,0840	270,0	0	5,712.00
21	22-26	1	0,0790	270,0	0	5,409.00
22	20-23	2	0,0932	270,0	0	6,268.00

Tabela 17 - Sistema 46–barras Sul Brasileiro – Dados das linhas.

(continuação)

no.	ramo	no. de linhas existentes	reatância (pu)	fluxo máx. (MW)	circuito adicionado	custo (US\$ × 10 ³)
23	23-24	2	0,0774	270,0	0	5,308.00
24	26-27	2	0,0832	270,0	0	5,662.00
25	24-34	1	0,1647	220,0	0	10,611.00
26	24-33	1	0,1448	240,0	0	9,399.00
27	33-34	1	0,1265	270,0	0	8,288.00
28	27-36	1	0,0915	270,0	0	6,167.00
29	27-38	2	0,2080	200,0	0	13,237.00
30	36-37	1	0,1057	270,0	0	7,025.00
31	34-35	2	0,0491	270,0	0	3,591.00
32	35-38	1	0,1980	200,0	0	12,631.00
33	37-39	1	0,0283	270,0	0	2,329.00
34	37-40	1	0,1281	270,0	0	8,389.00
35	37-42	1	0,2105	200,0	0	13,388.00
36	39-42	3	0,2030	200,0	0	12,934.00
37	40-42	1	0,0932	270,0	0	6,268.00
38	38-42	3	0,0907	270,0	0	6,116.00
39	32-43	1	0,0309	1400,0	0	35,957.00
40	42-44	1	0,1206	270,0	0	7,934.00
41	44-45	1	0,1864	200,0	0	11,924.00
42	19-32	1	0,0195	1800,0	0	23,423.00
43	46-19	1	0,0222	1800,0	0	26,365.00
44	46-16	1	0,0203	1800,0	0	24,319.00
45	18-19	1	0,0125	600,0	0	8,178.00
46	20-21	1	0,0125	600,0	0	8,178.00
47	42-43	1	0,0125	600,0	0	8,178.00
48	2-4	0	0,0882	270,0	0	5,965.00
49	14-15	0	0,0374	270,0	0	2,884.00
50	46-10	0	0,0081	2000,0	0	10,889.00
51	4-11	0	0,2246	240,0	0	14,247.00
52	5-11	0	0,0915	270,0	0	6,167.00
53	46-6	0	0,0128	2000,0	0	16,005.00
54	46-3	0	0,0203	1800,0	0	24,319.00
55	16-28	0	0,0222	1800,0	0	26,365.00
56	16-32	0	0,0311	1400,0	0	36,213.00
57	17-32	0	0,0232	1700,0	0	27,516.00
58	19-25	0	0,0325	1400,0	0	37,748.00
59	21-25	0	0,0174	2000,0	0	21,121.00
60	25-32	0	0,0319	1400,0	0	37,109.00

Tabela 17 - Sistema 46—barras Sul Brasileiro – Dados das linhas
(conclusão)

no.	ramo	no. de linhas existentes	reatância (pu)	fluxo máx. (MW)	circuito adicionado	custo (US\$ × 10 ³)
61	31-32	0	0,0046	2000,0	0	7,052.00
62	28-31	0	0,0053	2000,0	0	7,819.00
63	28-30	0	0,0058	2000,0	0	8,331.00
64	27-29	0	0,0998	270,0	0	6,672.00
65	26-29	0	0,0541	270,0	0	3,894.00
66	28-41	0	0,0339	1300,0	0	39,283.00
67	28-43	0	0,0406	1200,0	0	46,701.00
68	31-41	0	0,0278	1500,0	0	32,632.00
69	32-41	0	0,0309	1400,0	0	35,957.00
70	41-43	0	0,0139	2000,0	0	17,284.00
71	40-45	0	0,2205	180,0	0	13,994.00
72	15-16	0	0,0125	600,0	0	8,178.00
73	46-11	0	0,0125	600,0	0	8,178.00
74	24-25	0	0,0125	600,0	0	8,178.00
75	29-30	0	0,0125	600,0	0	8,178.00
76	40-41	0	0,0125	600,0	0	8,178.00
77	2-3	0	0,0125	600,0	0	8,178.00
78	5-6	0	0,0125	600,0	0	8,178.00
79	9-10	0	0,0125	600,0	0	8,178.00

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

APÊNDICE A.4 - SISTEMA NORTE-NORDESTE BRASILEIRO

Este sistema possui 87 barras e 183 caminhos, os dados são do ano de 2002.

APÊNDICE A.4.1 - Dados das barras

Tabela 18 - Sistema Norte-Nordeste Brasileiro –
Dados das barras.

(continua)

Número da barra	Geração (MW)	Demanda (MW)	Número da barra	Geração (MW)	Demanda (MW)
1	0,0	1857,0	45	0,00	0,0
2	4048,0	0,0	46	0,00	205,0
3	0,0	0,0	47	0,00	0,0
4	517,0	0,0	48	0,00	347,0
5	0,0	0,0	49	0,00	777,0
6	0,0	0,0	50	0,00	5189,0

Tabela 18 - Sistema Norte-Nordeste Brasileiro –
Dados das barras.

(conclusão)

Número da barra	Geração (MW)	Demanda (MW)	Número da barra	Geração (MW)	Demanda (MW)
7	0,0	31,0	51	0,00	290,0
8	403,0	0,0	52	0,00	707,0
9	465,0	0,0	53	0,00	0,0
10	538,0	0,0	54	0,00	0,0
11	2200,0	0,0	55	0,00	0,0
12	2257,0	0,0	56	0,00	0,0
13	4510,0	0,0	57	0,00	0,0
14	542,0	0,0	58	0,00	0,0
15	0,0	0,0	59	0,00	0,0
16	0,0	0,0	60	0,00	0,0
17	0,0	0,0	61	0,00	0,0
18	0,0	0,0	62	0,00	0,0
19	0,0	86,0	63	0,00	0,0
20	0,0	125,0	64	0,00	0,0
21	0,0	722,0	65	0,00	0,0
22	0,0	291,0	66	0,00	0,0
23	0,0	58,0	67	1242,00	0,0
24	0,0	159,0	68	888,00	0,0
25	0,0	1502,0	69	902,01	0,0
26	0,0	47,0	70	0,00	0,0
27	0,0	378,0	71	0,00	0,0
28	0,0	189,0	72	0,00	0,0
29	0,0	47,0	73	0,00	0,0
30	0,0	189,0	74	0,00	0,0
31	0,0	110,0	75	0,50	0,0
32	0,0	0,0	76	0,00	0,0
33	0,0	0,0	77	0,00	0,0
34	0,0	28,0	78	0,00	0,0
35	1635,0	0,0	79	0,00	0,0
36	0,0	225,0	80	0,00	0,0
37	169,0	0,0	81	0,00	0,0
38	0,0	0,0	82	0,00	0,0
39	0,0	186,0	83	0,00	0,0
40	0,0	1201,0	84	0,00	0,0
41	0,0	520,0	85	0,00	487,0
42	0,0	341,0	86	0,00	0,0
43	0,0	0,0	87	0,00	0,0
44	0,0	4022,0			

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

APÊNDICE A.4.2 - Dados das linhas

Tabela 19 - Sistema Norte-Nordeste Brasileiro – Dados das linhas.

(continua)

no.	ramo	no. de linhas existentes	reatância (pu)	fluxo máx. (MW)	circuito adicionado	custo (US\$.10 ³)
01	1-2	2	0,0374	1000,0	0	44,056.00
02	2-4	0	0,0406	1000,0	0	48,880.00
03	2-60	0	0,0435	1000,0	0	52,230.00
04	2-87	1	0,0259	1000,0	0	31,192.00
05	3-71	0	0,0078	3200,0	0	92,253.00
06	3-81	0	0,0049	3200,0	0	60,153.00
07	3-83	0	0,0043	3200,0	0	53,253.00
08	3-87	0	0,0058	1200,0	0	21,232.00
09	4-5	1	0,0435	1000,0	0	52,230.00
10	4-6	0	0,0487	1000,0	0	58,260.00
11	4-32	0	0,0233	300,0	0	7,510.00
12	4-60	0	0,0215	1000,0	0	26,770.00
13	4-68	0	0,0070	1000,0	0	10,020.00
14	4-69	0	0,0162	1000,0	0	20,740.00
15	4-81	0	0,0058	1200,0	0	21,232.00
16	4-87	1	0,0218	1000,0	0	26,502.00
17	5-6	1	0,0241	1000,0	0	29,852.00
18	5-38	2	0,0117	600,0	0	8,926.00
19	5-56	0	0,0235	1000,0	0	29,182.00
20	5-58	0	0,0220	1000,0	0	27,440.00
21	5-60	0	0,0261	1000,0	0	32,130.00
22	5-68	0	0,0406	1000,0	0	48,880.00
23	5-70	0	0,0464	1000,0	0	55,580.00
24	5-80	0	0,0058	1200,0	0	21,232.00
25	6-7	1	0,0288	1000,0	0	35,212.00
26	6-37	1	0,0233	300,0	0	7,510.00
27	6-67	0	0,0464	1000,0	0	55,580.00
28	6-68	0	0,0476	1000,0	0	56,920.00
29	6-70	0	0,0371	1000,0	0	44,860.00
30	6-75	0	0,0058	1200,0	0	21,232.00
31	7-8	1	0,0234	1000,0	0	29,048.00
32	7-53	0	0,0452	1000,0	0	54,240.00
33	7-62	0	0,0255	1000,0	0	31,460.00
34	8-9	1	0,0186	1000,0	0	23,420.00
35	8-12	0	0,0394	1000,0	0	47,540.00
36	8-17	0	0,0447	1000,0	0	53,570.00
37	8-53	1	0,0365	1200,0	0	44,190.00

Tabela 19 - Sistema Norte-Nordeste Brasileiro – Dados das linhas.

(continuação)

no.	ramo	no. de linhas existentes	reatância (pu)	fluxo máx. (MW)	circuito adicionado	custo (US\$ × 10 ³)
38	8-62	0	0,0429	1000,0	0	51,560.00
39	8-73	0	0,0058	1200,0	0	21,232.00
40	9-10	1	0,0046	1000,0	0	7,340.00
41	10-11	1	0,0133	1000,0	0	17,390.00
42	11-12	1	0,0041	1200,0	0	6,670.00
43	11-15	1	0,0297	1200,0	0	36,284.00
44	11-17	1	0,0286	1200,0	0	35,078.00
45	11-53	1	0,0254	1000,0	0	31,326.00
46	12-13	1	0,0046	1200,0	0	7,340.00
47	12-15	1	0,0256	1200,0	0	31,594.00
48	12-17	1	0,0246	1200,0	0	30,388.00
49	12-35	2	0,0117	600,0	0	8,926.00
50	12-84	0	0,0058	1200,0	0	21,232.00
51	13-14	0	0,0075	1200,0	0	10,690.00
52	13-15	0	0,0215	1200,0	0	26,770.00
53	13-17	0	0,0232	1200,0	0	28,780.00
54	13-45	1	0,0290	1200,0	0	35,480.00
55	13-59	1	0,0232	1200,0	0	28,780.00
56	14-17	0	0,0232	1200,0	0	28,780.00
57	14-45	0	0,0232	1200,0	0	28,780.00
58	14-59	0	0,0157	1200,0	0	20,070.00
59	15-16	2	0,0197	1200,0	0	24,760.00
60	15-45	0	0,0103	1200,0	0	13,906.00
61	15-46	1	0,0117	600,0	0	8,926.00
62	15-53	0	0,0423	1000,0	0	50,890.00
63	16-44	4	0,0117	600,0	0	8,926.00
64	16-45	0	0,0220	1200,0	0	27,440.00
65	16-61	0	0,0128	1000,0	0	16,720.00
66	16-77	0	0,0058	1200,0	0	21,232.00
67	17-18	2	0,0170	1200,0	0	21,678.00
68	17-59	0	0,0170	1200,0	0	21,678.00
69	18-50	4	0,0117	600,0	0	8,926.00
70	18-59	1	0,0331	1200,0	0	40,170.00
71	18-74	0	0,0058	1200,0	0	21,232.00
72	19-20	1	0,0934	170,0	0	5,885.00
73	19-22	1	0,1877	170,0	0	11,165.00
74	20-21	1	0,0715	300,0	0	6,960.00
75	20-21	1	0,1032	170,0	0	6,435.00

Tabela 19 - Sistema Norte-Nordeste Brasileiro – Dados das linhas.

(continuação)

no.	ramo	no. de linhas existentes	reatância (pu)	fluxo máx. (MW)	circuito adicionado	custo (US\$ × 10 ³)
76	20-38	2	0,1382	300,0	0	12,840.00
77	20-56	0	0,0117	600,0	0	8,926.00
78	20-66	0	0,2064	170,0	0	12,210.00
79	21-57	0	0,0117	600,0	0	8,926.00
80	22-23	1	0,1514	170,0	0	9,130.00
81	22-37	2	0,2015	170,0	0	11,935.00
82	22-58	0	0,0233	300,0	0	7,510.00
83	23-24	1	0,1651	170,0	0	9,900.00
84	24-25	1	0,2153	170,0	0	12,705.00
85	24-43	0	0,0233	300,0	0	7,510.00
86	25-26	2	0,1073	300,0	0	29,636.00
87	25-26	3	0,1691	170,0	0	10,120.00
88	25-55	0	0,0117	600,0	0	8,926.00
89	26-27	2	0,1404	300,0	0	25,500.00
90	26-27	3	0,2212	170,0	0	12,760.00
91	26-29	1	0,1081	170,0	0	6,710.00
92	26-54	0	0,0117	600,0	0	8,926.00
93	27-28	3	0,0826	170,0	0	5,335.00
94	27-35	2	0,1367	300,0	0	25,000.00
95	27-53	1	0,0117	600,0	0	8,926.00
96	28-35	3	0,1671	170,0	0	9,900.00
97	29-30	1	0,0688	170,0	0	4,510.00
98	30-31	1	0,0639	170,0	0	4,235.00
99	30-63	0	0,0233	300,0	0	7,510.00
100	31-34	1	0,1406	170,0	0	8,525.00
101	32-33	0	0,1966	170,0	0	11,660.00
102	33-67	0	0,0233	300,0	0	7,510.00
103	34-39	2	0,1160	170,0	0	7,150.00
104	34-39	2	0,2968	80,0	0	6,335.00
105	34-41	2	0,0993	170,0	0	6,215.00
106	35-46	4	0,2172	170,0	0	12,705.00
107	35-47	2	0,1327	170,0	0	8,085.00
108	35-51	3	0,1602	170,0	0	9,625.00
109	36-39	2	0,1189	170,0	0	7,315.00
110	36-46	2	0,0639	170,0	0	4,235.00
111	39-42	1	0,0973	170,0	0	6,105.00
112	39-86	0	0,0233	300,0	0	7,510.00
113	40-45	1	0,0117	600,0	0	8,926.00

Tabela 19 - Sistema Norte-Nordeste Brasileiro – Dados das linhas.

(continuação)

no.	ramo	no. de linhas existentes	reatância (pu)	fluxo máx. (MW)	circuito adicionado	custo (US\$ × 10 ³)
114	40-46	3	0,0875	170,0	0	5,500.00
115	41-64	0	0,0233	300,0	0	7,510.00
116	42-44	2	0,0698	170,0	0	4,565.00
117	42-85	2	0,0501	170,0	0	3,465.00
118	43-55	0	0,0254	1000,0	0	31,326.00
119	43-58	0	0,0313	1000,0	0	38,160.00
120	44-46	3	0,1671	170,0	0	10,010.00
121	47-48	2	0,1966	170,0	0	11,660.00
122	48-49	1	0,0757	170,0	0	4,895.00
123	48-50	2	0,0256	170,0	0	2,090.00
124	48-51	2	0,2163	170,0	0	12,760.00
125	49-50	1	0,0835	170,0	0	5,335.00
126	51-52	2	0,0560	170,0	0	3,795.00
127	52-59	1	0,0117	600,0	0	8,926.00
128	53-54	0	0,0270	1000,0	0	32,120.00
129	53-70	0	0,0371	1000,0	0	44,860.00
130	53-76	0	0,0058	1200,0	0	21,232.00
131	53-86	0	0,0389	1000,0	0	46,870.00
132	54-55	0	0,0206	1000,0	0	25,028.00
133	54-58	0	0,0510	1000,0	0	60,940.00
134	54-63	0	0,0203	1000,0	0	25,430.00
135	54-70	0	0,0360	1000,0	0	43,520.00
136	54-79	0	0,0058	1200,0	0	21,232.00
137	56-57	0	0,0122	1000,0	0	16,050.00
138	58-78	0	0,0058	1200,0	0	21,232.00
139	60-66	0	0,0233	300,0	0	7,510.00
140	60-87	0	0,0377	1000,0	0	45,530.00
141	61-64	0	0,0186	1000,0	0	23,420.00
142	61-85	0	0,0233	300,0	0	7,510.00
143	61-86	0	0,0139	1000,0	0	18,060.00
144	62-67	0	0,0464	1000,0	0	55,580.00
145	62-68	0	0,0557	1000,0	0	66,300.00
146	62-72	0	0,0058	1200,0	0	21,232.00
147	63-64	0	0,0290	1000,0	0	35,480.00
148	65-66	0	0,3146	170,0	0	18,260.00
149	65-87	0	0,0233	300,0	0	7,510.00
150	67-68	0	0,0290	1000,0	0	35,480.00
151	67-69	0	0,0209	1000,0	0	26,100.00

Tabela 19 - Sistema Norte-Nordeste Brasileiro – Dados das linhas
(conclusão)

no.	ramo	no. de linhas existentes	reatância (pu)	fluxo máx. (MW)	circuito adicionado	custo (US\$ × 10 ³)
152	67-71	0	0,0058	1200,0	0	21,232.00
153	68-69	0	0,0139	1000,0	0	18,060.00
154	68-83	0	0,0058	1200,0	0	21,232.00
155	68-87	0	0,0186	1000,0	0	23,240.00
156	69-87	0	0,0139	1000,0	0	18,060.00
157	70-82	0	0,0058	1200,0	0	21,232.00
158	71-72	0	0,0108	3200,0	0	125,253.00
159	71-75	0	0,0108	3200,0	0	125,253.00
160	71-83	0	0,0067	3200,0	0	80,253.00
161	72-73	0	0,0100	3200,0	0	116,253.00
162	72-83	0	0,0130	3200,0	0	149,253.00
163	73-74	0	0,0130	3200,0	0	149,253.00
164	73-75	0	0,0130	3200,0	0	149,253.00
165	73-84	0	0,0092	3200,0	0	107,253.00
166	74-84	0	0,0108	3200,0	0	125,253.00
167	75-76	0	0,0162	3200,0	0	185,253.00
168	75-81	0	0,0113	3200,0	0	131,253.00
169	75-82	0	0,0086	3200,0	0	101,253.00
170	75-83	0	0,0111	3200,0	0	128,253.00
171	76-77	0	0,0130	3200,0	0	149,253.00
172	76-82	0	0,0086	3200,0	0	101,253.00
173	76-84	0	0,0059	3200,0	0	70,953.00
174	77-79	0	0,0151	3200,0	0	173,253.00
175	77-84	0	0,0115	3200,0	0	132,753.00
176	78-79	0	0,0119	3200,0	0	137,253.00
177	78-80	0	0,0051	3200,0	0	62,253.00
178	79-82	0	0,0084	3200,0	0	98,253.00
179	80-81	0	0,0101	3200,0	0	117,753.00
180	80-82	0	0,0108	3200,0	0	125,253.00
181	80-83	0	0,0094	3200,0	0	110,253.00
182	81-83	0	0,0016	3200,0	0	23,253.00
183	82-84	0	0,0135	3200,0	0	155,253.00

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

APÊNDICE A.5 - SISTEMA 93-BARRAS COLOMBIANO

Este sistema possui 93 barras e 155 caminhos, os dados são do ano de 2005 (baseados em UPME, ISA, outros).

APÊNDICE A.5.1 - Dados das barras

APÊNDICE A.5.1.1 - Plano P1

Tabela 20 - Sistema 93–barras Colombiano –
Dados das barras, Plano P1.

(continua)

Número da barra	Geração (MW)	Demanda (MW)	Número da barra	Geração (MW)	Demanda (MW)
1	241,0	0,00	48	775,0	600,00
2	0,0	352,90	49	0,0	130,00
3	0,0	393,00	50	240,0	424,00
4	0,0	0,00	51	0,0	128,00
5	40,0	235,00	52	0,0	38,00
6	34,0	0,00	53	280,0	0,00
7	0,0	300,00	54	0,0	76,00
8	100,0	339,00	55	40,0	223,00
9	0,0	348,00	56	0,0	0,00
10	0,0	60,00	57	0,0	226,00
11	80,0	147,00	58	190,0	0,00
12	47,0	0,00	59	160,0	0,00
13	0,0	174,00	60	1191,0	0,00
14	0,0	0,00	61	155,0	0,00
15	0,0	377,00	62	0,0	0,00
16	0,0	236,00	63	900,0	35,00
17	35,0	136,00	64	0,0	88,00
18	480,0	36,20	65	0,0	132,00
19	900,0	19,60	66	200,0	0,00
20	0,0	202,40	67	474,0	266,00
21	0,0	186,00	68	0,0	0,00
22	200,0	53,00	69	0,0	71,40
23	0,0	203,00	70	30,0	0,00
24	120,0	0,00	71	0,0	315,00
25	86,0	0,00	72	0,0	0,00
26	70,0	0,00	73	0,0	0,00
27	0,0	266,00	74	0,0	0,00
28	0,0	326,00	75	0,0	0,00
29	618,0	339,00	76	40,0	0,00
30	0,0	137,00	77	0,0	55,00
31	189,0	234,00	78	0,0	36,65
32	0,0	126,00	79	0,0	98,00
33	0,0	165,00	80	0,0	60,00
34	0,0	77,50	81	0,0	0,00
35	200,0	172,00	82	0,0	0,00

Tabela 20 - Sistema 93 –barras Colombiano –
Dados das barras, Plano P1.

(conclusão)

Número da barra	Geração (MW)	Demanda (MW)	Número da barra	Geração (MW)	Demanda (MW)
36	0,0	112,00	83	0,0	0,00
37	138,0	118,00	84	0,0	0,00
38	0,0	86,00	85	0,0	0,00
39	0,0	180,00	86	0,0	0,00
40	305,0	0,00	87	0,0	0,00
41	70,0	54,80	88	0,0	0,00
42	0,0	102,00	89	0,0	0,00
43	0,0	35,40	90	0,0	0,00
44	23,0	257,00	91	0,0	0,00
45	950,0	0,00	92	0,0	0,00
46	150,0	121,00	93	0,0	0,00
47	0,0	41,15			

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

APÊNDICE A.5.1.2 - Plano P2

Tabela 21 - Sistema 93 –barras Colombiano –
Dados das barras, Plano P2.

(continua)

Número da barra	Geração (MW)	Demanda (MW)	Número da barra	Geração (MW)	Demanda (MW)
1	240,0	0,00	48	885,0	750,00
2	165,0	406,53	49	0,0	162,00
3	0,0	490,50	50	240,0	528,00
4	0,0	0,00	51	0,0	159,00
5	40,0	293,56	52	0,0	46,50
6	34,0	0,00	53	320,0	0,00
7	0,0	374,26	54	0,0	95,30
8	230,0	423,00	55	40,0	279,00
9	0,0	434,12	56	0,0	0,00
10	0,0	74,21	57	130,0	281,00
11	108,0	183,90	58	190,0	0,00
12	47,0	0,00	59	160,0	0,00
13	0,0	217,26	60	1216,0	0,00
14	0,0	0,00	61	155,0	0,00
15	0,0	470,17	62	0,0	0,00
16	0,0	294,00	63	1090,0	44,00
17	35,0	169,57	64	0,0	110,55

Tabela 21 - Sistema 93–barras Colombiano –
Dados das barras, Plano P2.

(conclusão)

Número da barra	Geração (MW)	Demanda (MW)	Número da barra	Geração (MW)	Demanda (MW)
18	540,0	45,20	65	0,0	165,00
19	1340,0	24,46	66	300,0	0,00
20	0,0	252,50	67	474,0	332,45
21	0,0	231,70	68	0,0	0,00
22	200,0	66,13	69	0,0	89,00
23	0,0	252,50	70	180,0	0,00
24	150,0	0,00	71	211,0	393,00
25	86,0	0,00	72	0,0	0,00
26	70,0	0,00	73	0,0	0,00
27	0,0	331,40	74	0,0	0,00
28	0,0	406,30	75	0,0	0,00
29	618,0	422,60	76	40,0	0,00
30	0,0	166,70	77	0,0	70,00
31	189,0	327,30	78	0,0	45,10
32	0,0	157,30	79	0,0	123,00
33	0,0	206,53	80	0,0	72,00
34	0,0	96,70	81	0,0	0,00
35	200,0	214,60	82	0,0	0,00
36	0,0	140,00	83	0,0	0,00
37	138,0	147,30	84	0,0	0,00
38	15,0	108,40	85	0,0	0,00
39	0,0	224,00	86	300,0	0,00
40	305,0	0,00	87	0,0	0,00
41	100,0	68,40	88	0,0	0,00
42	0,0	127,30	89	0,0	0,00
43	0,0	44,20	90	0,0	0,00
44	23,0	321,30	91	0,0	0,00
45	1208,0	0,00	92	0,0	0,00
46	150,0	151,70	93	0,0	0,00
47	0,0	51,50			

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

APÊNDICE A.5.1.3 - Plano P3

Tabela 22 - Sistema 93 –barras Colombiano –
Dados das barras, Plano P3.

(continua)

Número da barra	Geração (MW)	Demanda (MW)	Número da barra	Geração (MW)	Demanda (MW)
1	241,0	0,00	48	885,0	896,26
2	165,0	486,66	49	0,0	193,27
3	0,0	587,08	50	240,0	632,75
4	0,0	0,00	51	0,0	190,45
5	40,0	351,42	52	0,0	55,60
6	34,0	0,00	53	320,0	0,00
7	136,0	448,03	54	0,0	114,19
8	230,0	505,87	55	40,0	333,59
9	0,0	519,69	56	0,0	0,00
10	0,0	88,84	57	130,0	336,94
11	108,0	220,15	58	190,0	0,00
12	47,0	0,00	59	160,0	0,00
13	0,0	260,08	60	1216,0	0,00
14	0,0	0,00	61	155,0	0,00
15	0,0	562,84	62	0,0	0,00
16	0,0	351,90	63	1090,0	52,77
17	35,0	203,00	64	280,0	132,35
18	540,0	54,10	65	0,0	197,58
19	1340,0	29,28	66	300,0	0,00
20	45,0	302,27	67	474,0	397,98
21	0,0	277,44	68	0,0	0,00
22	200,0	79,17	69	0,0	106,61
23	0,0	302,27	70	180,0	0,00
24	150,0	0,00	71	424,0	471,21
25	86,0	0,00	72	0,0	0,00
26	70,0	0,00	73	0,0	0,00
27	0,0	396,71	74	0,0	0,00
28	14,0	486,39	75	0,0	0,00
29	618,0	505,96	76	40,0	0,00
30	0,0	199,55	77	0,0	82,85
31	189,0	391,88	78	0,0	54,07
32	0,0	188,33	79	300,0	146,87
33	0,0	247,24	80	0,0	88,34
34	0,0	115,81	81	0,0	0,00
35	200,0	256,86	82	0,0	0,00
36	44,0	167,29	83	0,0	0,00
37	138,0	176,30	84	500,0	0,00
38	15,0	129,72	85	0,0	0,00

Tabela 22 - Sistema 93–barras Colombiano – Dados das barras, Plano P3.
(conclusão)

Número da barra	Geração (MW)	Demanda (MW)	Número da barra	Geração (MW)	Demanda (MW)
39	15,0	268,19	86	850,0	0,00
40	305,0	0,00	87	0,0	0,00
41	100,0	81,85	88	300,0	0,00
42	0,0	152,39	89	0,0	0,00
43	0,0	52,90	90	0,0	0,00
44	23,0	384,64	91	0,0	0,00
45	1208,0	0,00	92	0,0	0,00
46	150,0	181,62	93	0,0	0,00
47	0,0	61,60			

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

APÊNDICE A.5.2 - Dados das linhas

Tabela 23 - Sistema 93–barras Colombiano – Dados das linhas.

(continua)

no.	ramo	no. de linhas existentes	reatância (pu)	fluxo máx. (MW)	circuito adicionado	custo (US\$.10 ³)
1	52-88	0	0,0980	300,0	0	34,190.00
2	43-88	0	0,1816	250,0	0	39,560.00
3	57-81	0	0,0219	550,0	0	58,890.00
4	73-82	0	0,0374	550,0	0	97,960.00
5	27-89	0	0,0267	450,0	0	13,270.00
6	74-89	0	0,0034	550,0	0	14,570.00
7	73-89	0	0,0246	550,0	0	66,650.00
8	79-83	0	0,0457	350,0	0	15,400.00
9	8-67	0	0,2240	250,0	0	29,200.00
10	39-86	0	0,0545	350,0	0	9,880.00
11	25-28	1	0,0565	320,0	0	9,767.00
12	25-29	1	0,0570	320,0	0	9,882.00
13	13-14	2	0,0009	350,0	0	3,902.00
14	13-20	1	0,0178	350,0	0	5,742.00
15	13-23	1	0,0277	350,0	0	7,007.00
16	14-31	2	0,1307	250,0	0	18,622.00
17	14-18	2	0,1494	250,0	0	20,232.00
18	14-60	2	0,1067	300,0	0	15,977.00
19	2-4	2	0,0271	350,0	0	6,662.00
20	2-9	1	0,0122	350,0	0	5,282.00
21	2-83	1	0,0200	570,0	0	5,972.00

Tabela 23 - Sistema 93 –barras Colombiano – Dados das linhas.

(continuação)

no.	ramo	no. de linhas existentes	reatância (pu)	fluxo máx. (MW)	circuito adicionado	custo (US\$ × 10 ³)
22	9-83	1	0,0200	400,0	0	5,972.00
23	15-18	1	0,0365	450,0	0	7,927.00
24	15-17	1	0,0483	320,0	0	9,422.00
25	15-20	1	0,0513	320,0	0	9,652.00
26	15-76	1	0,0414	320,0	0	9,882.00
27	15-24	1	0,0145	350,0	0	5,282.00
28	37-61	1	0,0139	350,0	0	4,937.00
29	19-61	2	0,1105	250,0	0	16,092.00
30	61-68	1	0,0789	250,0	0	12,412.00
31	37-68	1	0,0544	320,0	0	9,652.00
32	40-68	1	0,1320	320,0	0	18,162.00
33	12-75	1	0,0641	320,0	0	11,492.00
34	24-75	1	0,0161	350,0	0	5,512.00
35	35-36	1	0,2074	250,0	0	27,362.00
36	27-35	1	0,1498	250,0	0	22,072.00
37	35-44	2	0,1358	250,0	0	20,347.00
38	38-68	1	0,0389	350,0	0	7,927.00
39	38-39	1	0,0300	350,0	0	6,317.00
40	27-80	1	0,0242	350,0	0	7,007.00
41	44-80	1	0,1014	250,0	0	17,587.00
42	56-81	1	0,0114	550,0	0	32,858.00
43	45-54	1	0,0946	320,0	0	13,562.00
44	45-50	2	0,0070	350,0	0	4,362.00
45	10-78	1	0,0102	350,0	0	4,937.00
46	7-78	1	0,0043	350,0	0	4,132.00
47	30-64	1	0,1533	250,0	0	20,577.00
48	30-65	1	0,0910	250,0	0	13,677.00
49	30-72	2	0,0173	350,0	0	5,512.00
50	55-57	1	0,0174	600,0	0	46,808.00
51	57-84	1	0,0087	600,0	0	26,658.00
52	55-84	1	0,0087	600,0	0	26,658.00
53	56-57	2	0,0240	600,0	0	62,618.00
54	9-77	1	0,0190	350,0	0	5,857.00
55	77-79	1	0,0097	350,0	0	5,167.00
56	1-59	2	0,0232	350,0	0	6,202.00
57	59-67	2	0,1180	250,0	0	16,667.00
58	8-59	2	0,1056	250,0	0	15,402.00
59	1-3	1	0,1040	250,0	0	15,862.00

Tabela 23 - Sistema 93 –barras Colombiano – Dados das linhas.

(continuação)

no.	ramo	no. de linhas existentes	reatância (pu)	fluxo máx. (MW)	circuito adicionado	custo (US\$ × 10 ³)
60	3-71	1	0,0136	450,0	0	5,167.00
61	3-6	1	0,0497	350,0	0	9,422.00
62	55-62	1	0,0281	550,0	0	70,988.00
63	47-52	1	0,0644	350,0	0	10,572.00
64	51-52	1	0,0859	250,0	0	12,872.00
65	29-31	2	0,1042	250,0	0	32,981.00
66	41-42	1	0,0094	350,0	0	4,707.00
67	40-42	1	0,0153	350,0	0	5,167.00
68	46-53	2	0,1041	250,0	0	14,597.00
69	46-51	1	0,1141	250,0	0	16,322.00
70	69-70	2	0,0228	350,0	0	6,202.00
71	66-69	2	0,1217	250,0	0	17,127.00
72	9-69	2	0,1098	350,0	0	15,747.00
73	60-69	2	0,0906	350,0	0	13,677.00
74	31-32	1	0,0259	350,0	0	6,547.00
75	32-34	1	0,0540	350,0	0	9,767.00
76	16-18	1	0,0625	350,0	0	10,917.00
77	16-23	1	0,0238	350,0	0	6,892.00
78	16-21	1	0,0282	350,0	0	6,892.00
79	31-34	1	0,0792	250,0	0	12,412.00
80	31-33	2	0,0248	350,0	0	6,432.00
81	31-60	2	0,1944	250,0	0	25,982.00
82	31-72	2	0,0244	350,0	0	6,317.00
83	47-54	2	0,1003	250,0	0	14,252.00
84	47-49	2	0,0942	250,0	0	13,562.00
85	18-58	2	0,0212	350,0	0	5,742.00
86	18-20	1	0,0504	350,0	0	9,537.00
87	18-66	2	0,0664	350,0	0	11,377.00
88	18-21	1	0,0348	350,0	0	7,467.00
89	18-22	1	0,0209	350,0	0	6,432.00
90	19-22	1	0,0691	350,0	0	11,722.00
91	4-5	3	0,0049	350,0	0	4,247.00
92	5-6	2	0,0074	350,0	0	4,477.00
93	17-23	1	0,0913	250,0	0	12,987.00
94	17-76	1	0,0020	350,0	0	3,902.00
95	12-17	1	0,0086	350,0	0	4,707.00
96	1-71	2	0,0841	250,0	0	14,367.00
97	1-8	1	0,0810	250,0	0	13,217.00

Tabela 23 - Sistema 93 –barras Colombiano – Dados das linhas.

(continuação)

no.	ramo	no. de linhas existentes	reatância (pu)	fluxo máx. (MW)	circuito adicionado	custo (US\$ × 10 ³)
98	1-11	1	0,0799	250,0	0	12,527.00
99	4-36	2	0,0850	250,0	0	13,562.00
100	19-58	1	0,0826	320,0	0	11,722.00
101	27-64	1	0,0280	350,0	0	6,777.00
102	27-28	1	0,0238	350,0	0	6,202.00
103	27-44	1	0,0893	250,0	0	16,322.00
104	26-27	1	0,0657	350,0	0	10,917.00
105	27-29	1	0,0166	350,0	0	5,052.00
106	19-66	1	0,0516	350,0	0	9,307.00
107	73-74	1	0,0214	600,0	0	58,278.00
108	64-65	1	0,0741	350,0	0	11,837.00
109	29-64	1	0,0063	350,0	0	4,362.00
110	4-34	2	0,1016	270,0	0	14,942.00
111	34-70	2	0,0415	350,0	0	8,272.00
112	33-34	1	0,1139	320,0	0	16,322.00
113	8-71	1	0,0075	400,0	0	4,477.00
114	54-63	3	0,0495	320,0	0	9,077.00
115	48-63	1	0,0238	350,0	0	6,317.00
116	67-68	2	0,1660	250,0	0	22,072.00
117	39-68	1	0,0145	350,0	0	5,282.00
118	8-9	1	0,0168	350,0	0	5,972.00
119	79-87	1	0,0071	350,0	0	4,477.00
120	8-87	1	0,0132	350,0	0	5,167.00
121	39-43	1	0,1163	250,0	0	16,552.00
122	41-43	1	0,1142	250,0	0	16,322.00
123	23-24	1	0,0255	350,0	0	6,317.00
124	21-22	1	0,0549	350,0	0	9,882.00
125	26-28	1	0,0512	350,0	0	9,307.00
126	28-29	1	0,0281	350,0	0	6,777.00
127	6-10	1	0,0337	350,0	0	7,582.00
128	33-72	1	0,0228	350,0	0	6,202.00
129	39-40	2	0,1020	250,0	0	16,207.00
130	12-76	1	0,0081	350,0	0	4,707.00
131	48-54	3	0,0396	350,0	0	8,042.00
132	50-54	2	0,0876	250,0	0	12,872.00
133	62-73	1	0,0272	750,0	0	73,158.00
134	49-53	2	0,1008	250,0	0	14,252.00
135	40-41	1	0,0186	350,0	0	5,742.00

Tabela 23 - Sistema 93 –barras Colombiano – Dados das linhas
(conclusão)

no.	ramo	no. de linhas existentes	reatância (pu)	fluxo máx. (MW)	circuito adicionado	custo (US\$ × 10 ³)
136	45-81	1	0,0267	450,0	0	13,270.00
137	64-74	1	0,0267	500,0	0	13,270.00
138	54-56	3	0,0267	450,0	0	13,270.00
139	60-62	3	0,0257	450,0	0	13,270.00
140	72-73	2	0,0267	500,0	0	13,270.00
141	19-82	1	0,0267	450,0	0	13,270.00
142	55-82	1	0,0290	550,0	0	77,498.00
143	62-82	1	0,0101	600,0	0	30,998.00
144	83-85	2	0,0267	450,0	0	13,270.00
145	82-85	1	0,0341	700,0	0	89,898.00
146	19-86	1	0,1513	300,0	0	20,922.00
147	68-86	1	0,0404	350,0	0	8,272.00
148	7-90	2	0,0050	350,0	0	4,247.00
149	3-90	1	0,0074	350,0	0	4,592.00
150	90-91	1	0,0267	550,0	0	13,270.00
151	85-91	1	0,0139	600,0	0	40,298.00
152	11-92	1	0,0267	450,0	0	13,270.00
153	1-93	1	0,0267	450,0	0	13,270.00
154	92-93	1	0,0097	600,0	0	30,068.00
155	91-92	1	0,0088	600,0	0	27,588.00

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

APÊNDICE B - O PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO PARA MÚLTIPLOS CENÁRIOS DE GERAÇÃO

B.1 INTRODUÇÃO

Como já foi declarado nos capítulos 1 e 2, o planejamento a longo prazo da expansão de redes de transmissão de energia elétrica tem por objetivo determinar os elementos de expansão (linhas de transmissão e transformadores) que devem ser instalados ao longo de um período, de modo a satisfazer as necessidades do mercado de energia elétrica com certas especificações de qualidade nos serviços e ao menor custo possível. Este problema de planejamento apresenta particularidades muito específicas, tais como:

- a) Uma rede inicial não conexa;
- b) O fenômeno da explosão combinatória das alternativas de investimento quando cresce o tamanho do sistema elétrico;
- c) A modelagem matemática, que por sua vez, é altamente não linear com muitos ótimos locais.

Um aspecto muito importante do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão é a modelagem matemática usada. O outro aspecto importante é a técnica de otimização escolhida para resolver o modelo matemático. Neste capítulo aborda-se um tipo especial de modelagem matemática, isto é, o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão (PPEST) considerando múltiplos planos de geração.

A modelagem matemática tradicional faz o planejamento da expansão para apenas um cenário de geração, provavelmente o cenário mais crítico, ou seja o cenário de maior demanda. Nesse tipo de formulação, existe uma geração especificada em cada barra de geração e deseja-se encontrar o plano ótimo de expansão, isto é, determinar as linhas de transmissão e transformadores que devem ser construídos entre os candidatos possíveis de construção, de forma que o investimento em expansão seja o menor possível. Entretanto, na prática um sistema elétrico deve-se operar em diferentes cenários de geração por motivos muito variados, como por exemplo, livrar o sistema de redes congestionadas ou de restrições que dificultem a transmissão. Nesse caso, se o sistema for expandido para o caso mais crítico, então, o sistema expandido pode trabalhar de forma adequada para muitos cenários de geração, mas podem existir muitos cenários de geração em que o sistema expandido apenas para o cenário mais crítico, não opere de forma adequada e apresente congestionamento.

O sistema elétrico naturalmente opera em diferentes cenários de geração. Na operação de um sistema verticalizado as variações dos cenários de geração podem variar muito pouco. Entretanto, mesmo nesse esquema de operação a disponibilidade de recursos de geração podem mudar muito, acompanhando, por exemplo, o ciclo estacional. Por outro lado, a maioria dos sistemas elétricos modernos operam em mercado competitivo. Nessa lógica de operação, os cenários de geração podem mudar de forma significativa quando são combinados os dados de planejamento da expansão e os dados de operação através dos anos, já que a lógica de mercado elétrico varia muito em relação à geração de energia elétrica.

Em resumo, a necessidade de realizar um planejamento da expansão considerando diferentes planos de geração, já existia no sistema de mercado verticalizado e esse problema apenas se incrementou sob a lógica de operação em mercado competitivo.

O planejamento da expansão de sistemas de transmissão é um dos problemas de otimização mais relevantes, relacionado à operação e à expansão de sistemas elétricos de potência. Assim, existem vários tipos de modelos para representar os diferentes tipos de restrições e praticamente foram usadas todas as técnicas de otimização existentes no campo da pesquisa operacional (VILLASANA; GARVER; SALON, 1985; SILVA; GIL; AREIZA, 1999; SILVA et al., 2001; LATORRE et al., 2003; FANG; HILL, 2003; BINATO; OLIVEIRA; ARAUJO, 2001; RIDER; GARCIA; ROMERO, 2007) na resolução dos mesmos. Entretanto, a bibliografia relacionada com a expansão de sistemas de transmissão para atender de forma adequada múltiplos cenários de geração, é quase inexistente. Uma proposta interessante pode ser encontrada nos trabalhos de Sousa (2012) e Oliveira, Binato e Pereira (2007).

Neste trabalho assumiu-se que vários cenários de geração são conhecidos e, pretende-se expandir o sistema elétrico para que este opere de forma adequada em todos esses cenários de geração. Utilizou-se um modelo CC para representar o comportamento da rede elétrica e realizou-se um planejamento estático com um único horizonte de planejamento. Esse modelo CC é transformado no modelo linear disjuntivo equivalente. Assim, o modelo matemático é resolvido usando o software (*solver*) *CPLEX* (ILOG, 2008).

A proposta de modelagem matemática pode ser estendida de forma a atender a outras restrições existentes na operação dos sistemas elétricos, tais como: o planejamento multiestágio, o planejamento considerando segurança com contingências (N-1) e (N-2) e também as restrições que podem existir em um ambiente de mercado competitivo (GARVER, 1970; GALLEGRO; MONTICELLI; ROMERO, 1997).

B.2 MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática tradicional é formulada para atender à apenas um cenário de geração no PPEST estático e a formulação matemática mais adequada para realizar o planeja-

mento é aquela que utiliza o modelo de rede CC dado em (2.2.2.1).

Estendendo o modelo CC apresentado em (2.2.2.1), para que este atenda a múltiplos cenários de geração diferentes e previamente especificados, a modelagem resultante para resolver o PPEST estático multi-cenários, se torna a seguinte:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (31a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji}^s - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij}^s + g_i^s = d_i \quad \forall i \in \Omega_b, \forall s \in S \quad (31b)$$

$$f_{ij}^s - \gamma_j (n_{ij}^o + n_{ij}) (\theta_i^s - \theta_j^s) = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall i, j \in \Omega_b, \forall s \in S \quad (31c)$$

$$|f_{ij}^s| \leq (n_{ij}^o + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in S \quad (31d)$$

$$f_{ij}^s \text{ e } \theta_i^s \text{ reais} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall i \in \Omega_b, \forall s \in S \quad (31e)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (31f)$$

$$\theta_i = 0, \quad \forall i \in \Omega_b | i = ref \quad (31g)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (31h)$$

Nas equações acima S é o conjunto de todos os cenários s de geração. Deve-se observar que o número de variáveis de operação foi incrementado em P vezes já que existe um conjunto de variáveis de operação em cada cenário de geração (variáveis f_{ij}^s e θ_j^s). Assim, a complexidade do problema foi incrementada. Entretanto, as variáveis inteiras que são as mais críticas não mudaram. Deve-se observar que cada bloco de restrições (31b) a (31e) representam variáveis de operação de um determinado cenário e que esses blocos se encontram ligados pelas variáveis de expansão (n_{ij}) que se encontram em todos os blocos.

O modelo de planejamento de múltiplos cenários pode ser resolvido pelas técnicas de otimização existentes na literatura especializada. Caso se opte por um algoritmo heurístico construtivo então pode-se generalizar a proposta apresentada em Villasana, Garver e Salon (1985). Caso se opte por uma meta-heurística onde as variáveis de expansão (n_{ij}) são codificadas, então pode-se adaptar as meta-heurísticas usadas para o caso de um único cenário. Nesse caso deve-se introduzir as variáveis artificiais de geração e, para cada proposta de expansão fornecida pela meta-heurística, deve-se resolver S problemas de pequeno porte já que as restrições (31b) a (31e) dos diferentes cenários ficam desacopladas. Neste trabalho optou-se por transformar o modelo CC para múltiplos cenários em um modelo linear disjuntivo e resolvê-lo usando o software *CPLEX*.

O modelo linear disjuntivo para o PPEST com múltiplos cenários de geração é um problema de programação linear binário misto que pode ser encontrado a partir das propostas apresentadas em Binato, Pereira e Granville (2001) e Oliveira, Binato e Pereira (2007) e assume a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \quad (32a)$$

s.a.

$$\sum_{ij \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ij,y}^s + f_{ij}^{o,s} \right) - \sum_{ji \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ji,y}^s + f_{ji}^{o,s} \right) = d_i - g_i^s \quad \forall i \in \Omega_b, \forall s \in S \quad (32b)$$

$$f_{ij}^{o,s} = \gamma_{ij} n_{ij}^o (\theta_i^s - \theta_j^s) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in S \quad (32c)$$

$$|f_{ij}^{o,s}| \leq n_{ij}^o \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in S \quad (32d)$$

$$|f_{ij,y}^s - \gamma_{ij} (\theta_i^s - \theta_j^s)| \leq 2\bar{\theta} \gamma_{ij} (1 - w_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in S, \forall y \in Y \quad (32e)$$

$$|f_{ij,y}^s| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall s \in S, \forall y \in Y \quad (32f)$$

$$|\theta_i^s| \leq \bar{\theta} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall s \in S \quad (32g)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (32h)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1 \quad (32i)$$

$$w_{ij,y} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (32j)$$

$$\theta_{ref}^s = 0 \quad \forall s \in S \quad (32k)$$

No sistema acima, a restrição (32b) representa a lei das correntes de Kirchhoff e é válida para os circuitos existentes na configuração base e também para os circuitos que serão adicionados; as restrições (32c) e (32d) são válidas apenas para os circuitos existentes na configuração base e representam a lei das tensões de Kirchhoff para os mesmos circuitos; já as restrições (32e), (32f), (32h) e (32i) são válidas para as alternativas de expansão, e representam a lei das tensões de Kirchhoff para as mesmas. As variáveis $w_{ij,y}$ são variáveis binárias e representam a possibilidade de adição de uma linha de transmissão no ramo ij e o número total dessas variáveis no ramo ij é menor ou igual a \bar{n}_{ij} ; $f_{ij}^{o,s}$ é o fluxo de potência pelas linhas existentes na topologia base no caminho ij e no cenário s ; $f_{ij,y}^s$ é o fluxo de potência pela linha candidata y no caminho ij e no cenário s .

B.3 TESTES USANDO A PROPOSTA DE OTIMIZAÇÃO

Na seção anterior foi apresentado o modelo linear disjuntivo multi-cenários, que é um modelo de programação linear binário misto.

Escolhidos os sistemas testes, 6 barras de Garver com 15 caminhos, IEEE de 24 barras de 41 caminhos e Sul Brasileiro com 46 barras e 79 caminhos, apresenta-se a técnica de otimização implementada na linguagem de programação algébrica AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e resolvida usando o *solver* comercial CPLEX (ILOG, 2008).

B.3.1 Sistema de Garver de 6 barras

O sistema de Garver de 6 barras é muito usado pelos pesquisadores em planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Os dados desse sistema se encontram no apêndice ?? nas Tabelas 11, 12 e 13. Originalmente esse sistema foi expandido para um cenário de geração. Aqui, expandiu-se o sistema para atender os cenários G_1 e G_2 de geração:

Cenário de geração G_1 :

- $g_1 = 50$ MW, $g_3 = 165$ MW e $g_6 = 545$ MW. Este cenário corresponde ao tradicionalmente usado.

Cenário de geração G_2 :

- $g_1 = 120$ MW, $g_3 = 360$ MW e $g_6 = 280$ MW.

Após resolver esse sistema usando o *solver CPLEX* foi encontrada a seguinte solução ótima:

Investimento: $v = US\$220 \times 10^6$.

Linhas a serem adicionadas: $n_{2-6} = 4$, $n_{3-5} = 2$ e $n_{4-6} = 2$.

A Figura 3 mostra a operação do sistema expandido para o cenário de geração G_1 e a Figura 4 mostra a operação do sistema expandido para o cenário de geração G_2 . Pode-se verificar que o sistema expandido opera adequadamente nos dois cenários de geração.

Quando o sistema é expandido para cada cenário de forma separada, os valores encontrados são os seguintes:

Cenário G_1 : Investimento de $v = US\$200 \times 10^6$ com as seguintes adições:

- $n_{2-6} = 4$, $n_{3-5} = 1$ e $n_{4-6} = 2$;

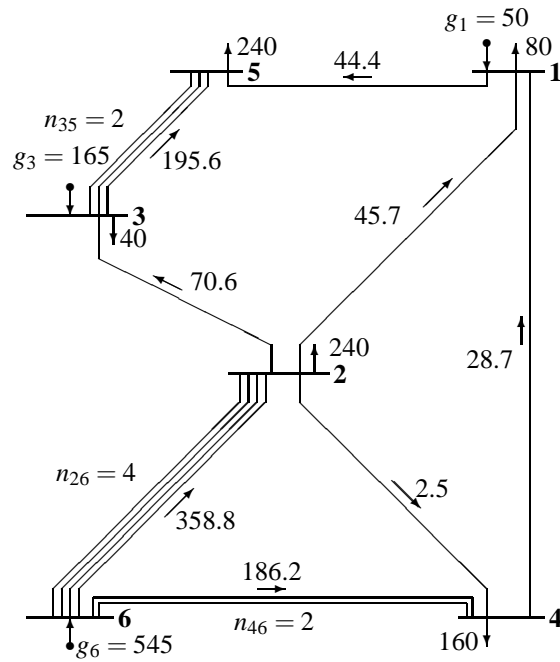
Cenário G_2 : Investimento de $v = US\$130 \times 10^6$ com as seguintes adições:

- $n_{2-6} = 1$, $n_{3-5} = 1$ e $n_{4-6} = 3$.

Pode-se verificar que o sistema opera de forma adequada para os dois cenários de geração. Por outro lado, o plano de expansão obtido isoladamente no cenário de geração G_1 não opera adequadamente no cenário de geração G_2 (aparece um corte de carga de 23,6 MW), assim como o plano de expansão obtido isoladamente no cenário de geração G_2 não opera adequadamente para o cenário de geração G_1 (aparece um corte de carga de 245 MW).

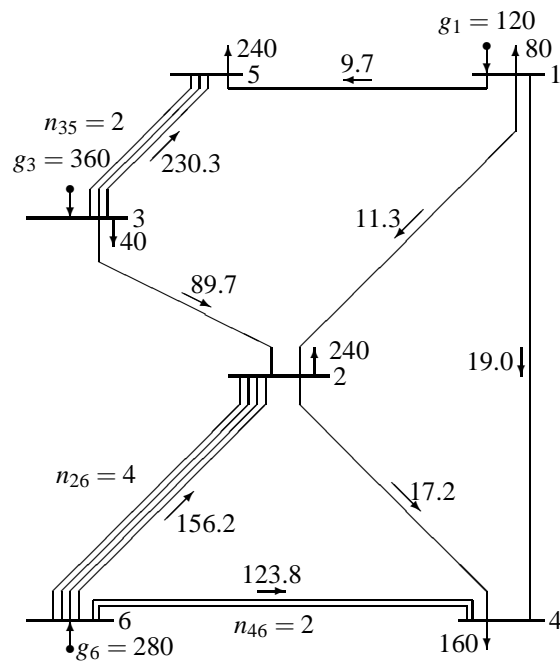
Sendo assim, um plano de expansão que atenda simultaneamente aos dois cenários de geração precisa ter necessariamente mais linhas construídas, o que obviamente encarece o custo, ou seja, o valor da função objetivo do problema multi-cenários é maior sempre.

Figura 3 - Sistema de Garver no cenário G1.



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 4 - Sistema de Garver no cenário G2.



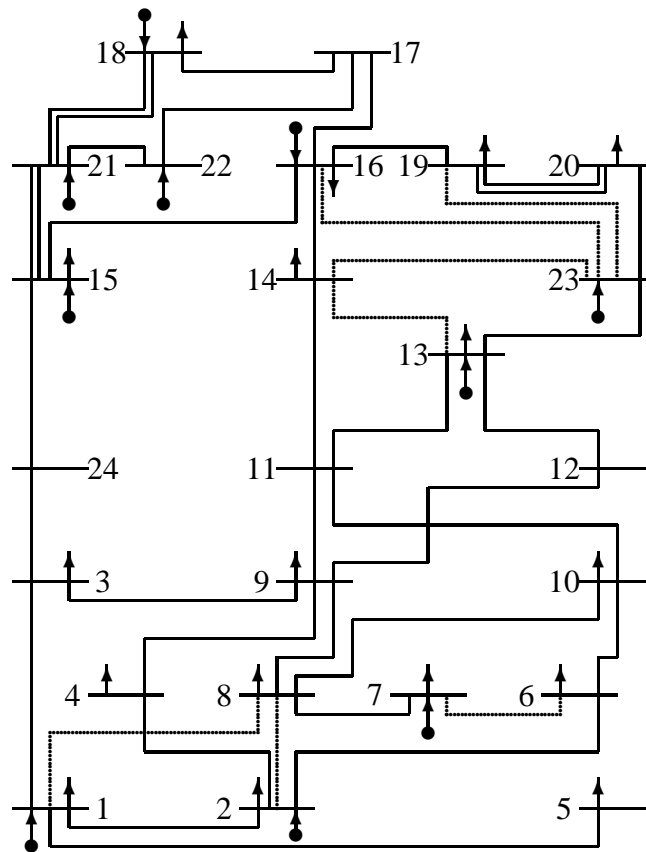
Fonte: Elaboração do autor.

B.3.2 Sistema de 24 barras

O sistema IEEE de 24 barras e 41 caminhos candidatos a adição de linhas de transmissão mostrado na Figura 5, é também muito utilizado na literatura especializada em planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Os dados desse sistema se encontram no Apêndice ?? nas

Tabelas 14 e 15. Em Fang e Hill (2003) apresentam-se quatro cenários de geração mostrados na Tabela 14, como parte da análise do PPEST em um ambiente de mercado competitivo.

Figura 5 - Sistema IEEE de 24 barras.



Fonte: Romero et al. (2005)

Após resolver o PPEST estático multi-cenários para os cenários (G_1, G_2, G_3, G_4), da Tabela 14 e usando o *solver CPLEX*, foi encontrada a seguinte solução ótima:

- $v = US\$532 \times 10^6$;
- $n_{01-05} = 1, n_{03-24} = 1, n_{06-10} = 1, n_{07-08} = 2, n_{10-12} = 1, n_{14-16} = 1, n_{15-24} = 1, n_{16-17} = 2, n_{16-19} = 1, n_{17-18} = 2, n_{20-23} = 1, n_{13-14} = 1.$

Quando o sistema é expandido para cada cenário de forma separada os valores encontrados são os seguintes:

- Cenário G_1 :

Investimento de $v = US\$390 \times 10^6$ e com as seguintes adições: $n_{01-05} = 1, n_{03-24} = 1, n_{06-10} = 1, n_{07-08} = 2, n_{14-16} = 1, n_{15-24} = 1, n_{16-17} = 2, n_{16-19} = 1, n_{17-18} = 2$;

- Cenário G_2 :

Investimento de $v = US\$392 \times 10^6$ e com as seguintes adições: $n_{01-05} = 1, n_{03-24} = 1, n_{06-10} = 1, n_{07-08} = 1, n_{10-12} = 1, n_{14-16} = 1, n_{15-24} = 1, n_{16-17} = 2, n_{17-18} = 2$;

- Cenário G_3 :

Investimento de $v = US\$218 \times 10^6$ e com as seguintes adições: $n_{06-10} = 1, n_{07-08} = 2, n_{10-12} = 1, n_{14-16} = 1, n_{16-17} = 1$ e $n_{20-23} = 1$;

- Cenário G_4 :

Investimento de $v = US\$342 \times 10^6$ e com as seguintes adições: $n_{03-24} = 1, n_{06-10} = 1, n_{07-08} = 2, n_{09-11} = 1, n_{10-12} = 1, n_{14-16} = 2$ e $n_{16-17} = 1$.

Obviamente, os planos de expansão obtidos para cada cenário de geração não operam de forma adequada para os outros cenários de geração.

Em Fang e Hill (2003) foram obtidos os planos de expansão para cada um dos quatro cenários de geração isoladamente, e os seguintes valores de custos de expansão foram determinados:

- Cenário G_1 : Investimento de $v = US\$454 \times 10^6$;
- Cenário G_2 : Investimento de $v = US\$451 \times 10^6$;
- Cenário G_3 : Investimento de $v = US\$292 \times 10^6$;
- Cenário G_4 : Investimento de $v = US\$376 \times 10^6$.

Pode-se verificar que os planos de expansão obtidos em Fang e Hill (2003) para cada cenário de geração de forma isolada não são ótimos. Neste trabalho, os planos obtidos são ótimos já que foram obtidos resolvendo-se de forma exata o modelo linear disjuntivo equivalente. Em Fang e Hill (2003) se menciona a necessidade de encontrar um plano de expansão que atenda aos quatro cenários de geração, mas esse processo de solução não é abordado no mesmo artigo.

B.3.3 Sistema Sul Brasileiro

O sistema Sul Brasileiro possui 46 barras, 79 ramos e uma demanda total de 6.880 MW e não há um número máximo de linhas que podem ser adicionadas a um ramo. Este sistema é real e, portanto, oferece um bom teste para a metodologia proposta. Os dados desse sistema se encontram no Apêndice ?? nas Tabelas 16 e 17.

Propõem-se aqui oito cenários de geração, fornecidos através de um processo que perturba ligeiramente os valores não nulos da geração no cenário G_0 , a intenção é obter um plano que atenda aos cenários fictícios e reais com custo reduzido. Os cenários fictícios tentam simular situações reais.

Após a implementação desse sistema usando o *solver CPLEX* foi encontrada a seguinte solução ótima:

- $v = US\$166\ 68 \times 10^4$.
- $n_{20-21} = 1, n_{42-43} = 2, n_{46-6} = 1, n_{19-25} = 1, n_{31-32} = 1, n_{28-31} = 1, n_{31-41} = 1, n_{24-25} = 2, n_{40-41} = 1, n_{05-06} = 2$.

Para o sistema acima foram criadas 13 novas linhas.

Quando o sistema é expandido a cada cenário de forma separada, os valores encontrados são os seguintes:

Cenário G_0 :

- Investimento $v = US\$154\ 42 \times 10^4$.
- $n_{20-21} = 1, n_{42-43} = 2, n_{46-6} = 1, n_{19-25} = 1, n_{31-32} = 1, n_{28-30} = 1, n_{26-29} = 3, n_{24-25} = 2, n_{29-30} = 2, n_{05-06} = 2$.

Perfazendo um total de 16 novos circuitos.

Cenário G_1 :

- Investimento $v = US\$154\ 42 \times 10^4$.
- $n_{20-21} = 1, n_{42-43} = 2, n_{46-6} = 1, n_{19-25} = 1, n_{31-32} = 1, n_{28-30} = 1, n_{26-29} = 3, n_{24-25} = 2, n_{29-30} = 2, n_{05-06} = 2$.

Perfazendo um total de 16 novos circuitos.

Cenário G_2 :

- Investimento $v = US\$154\ 42 \times 10^4$.
- $n_{20-21} = 1, n_{42-43} = 2, n_{46-6} = 1, n_{19-25} = 1, n_{31-32} = 1, n_{28-30} = 1, n_{26-29} = 3, n_{24-25} = 2, n_{29-30} = 2, n_{05-06} = 2$.

Perfazendo um total de 16 novos circuitos.

Cenário G_3 :

- Investimento $v = US\$156\,916 \times 10^3$.
- $n_{20-21} = 1, n_{42-43} = 2, n_{5-11} = 3, n_{19-25} = 1, n_{31-32} = 1, n_{28-30} = 1, n_{26-29} = 3, n_{46-11} = 2, n_{25-25} = 2, n_{29-30} = 2$.

Perfazendo um total de 18 novos circuitos.

Cenário G_4 :

- Investimento $v = US\$154\,42 \times 10^4$.
- $n_{20-21} = 1, n_{42-43} = 2, n_{46-6} = 1, n_{19-25} = 1, n_{31-32} = 1, n_{28-30} = 1, n_{26-29} = 3, n_{24-25} = 2, n_{29-30} = 2, n_{05-06} = 2$.

Perfazendo um total de 16 novos circuitos.

Cenário G_5 :

- Investimento $v = US\$154\,42 \times 10^4$.
- $n_{20-21} = 1, n_{42-43} = 2, n_{46-6} = 1, n_{19-25} = 1, n_{31-32} = 1, n_{28-30} = 1, n_{26-29} = 3, n_{24-25} = 2, n_{29-30} = 2, n_{05-06} = 2$.

Perfazendo um total de 16 novos circuitos.

Cenário G_6 :

- Investimento $v = US\$154\,42 \times 10^4$.
- $n_{20-21} = 1, n_{42-43} = 2, n_{46-6} = 1, n_{19-25} = 1, n_{31-32} = 1, n_{28-30} = 1, n_{26-29} = 3, n_{24-25} = 2, n_{29-30} = 2, n_{05-06} = 2$.

Perfazendo um total de 16 novos circuitos.

Cenário G_7 :

- Investimento $v = US\$157\,863 \times 10^3$.
- $n_{20-21} = 1, n_{42-43} = 1, n_{46-6} = 1, n_{25-32} = 1, n_{31-32} = 1, n_{28-31} = 1, n_{31-41} = 1, n_{24-25} = 2, n_{40-41} = 1, n_{05-06} = 2$.

Perfazendo um total de 12 novos circuitos.

Os planos de expansão obtidos separadamente, apresentaram mesma solução para seis cenários de geração diferentes $G_0, G_1, G_2, G_4, G_5, G_6$, isso quer dizer que para esses cenários de geração, os planos de expansão funcionam adequadamente, já para os outros dois cenários G_3, G_7 isso não ocorre, devido os mesmos terem apresentado planos distintos para a expansão.

B.4 CONCLUSÕES PARCIAIS

Neste capítulo foi desenvolvida uma modelagem matemática para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão quando existem múltiplos planos de geração que precisam ser atendidos. Na prática, o sistema elétrico deve operar de forma adequada para diferentes cenários de geração. Essa necessidade acontece em qualquer sistema elétrico devido à limitações temporais de recursos de geração. Entretanto, esse problema se torna cada vez mais frequente pela necessidade de atender a operação sob a lógica de operação de mercado competitivo e, também, pela incorporação de recursos de geração com elevado nível de variabilidade como acontece com os geradores eólicos.

O modelo resultante foi resolvido usando o *solver CPLEX* e após a transformação do modelo CC em um modelo linear disjuntivo equivalente. Os testes apresentados em dois sistemas elétricos mostram o desempenho consistente da modelagem apresentada.