



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de São José do Rio Preto

Renan Guilherme Nespolo

Sensor Deployment 3D para Redes de Sensores Sem Fio
(RSSF)

São José do Rio Preto
2016

Renan Guilherme Nespolo

Sensor Deployment 3D para Redes de Sensores Sem Fio (RSSF)

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação, junto ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de São José do Rio Preto.

Financiadora: CNPq – Proc.. 33023/2015-0

Orientador: Prof. Dr. Leandro Alves Neves

São José do Rio Preto
2016

Nespolo, Renan Guilherme.
Sensor Deployment 3D para Redes de Sensores Sem Fio
(RSSF) / Renan Guilherme Nespolo.--São José do Rio Preto,2016.
100 f.: il.; tabs.

Orientador: Leandro Alves Neves
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de
Mesquita Filho", Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas

1. Computação - Matemática. 2. Redes de sensores sem fio.
3. Detectores. 4. Comunicação. 5. Métodos de simulação. I.
Neves, Leandro Alves. II. Universidade Estadual Paulista "Júlio de
Mesquita Filho". Instituto de Biociências, Letras e Ciências
Exatas. III. Título.

CDU - 518.721

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca do IBILCE
UNESP - Câmpus de São José do Rio Preto

Renan Guilherme Nespolo

Sensor Deployment 3D para Redes de Sensores Sem Fio (RSSF)

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação, junto ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de São José do Rio Preto.

Financiadora: CNPq – Proc.. 33023/2015-0

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Leandro Alves Neves
UNESP – São José do Rio Preto
Orientador

Prof. Dr. Alessandro Santana Martins
IFTM - Instituto Federal do Triangulo Mineiro - Câmpus Ituiutaba

Prof^a. Dr^a. Rogéria Cristiane Gratão de Souza
UNESP – São José do Rio Preto

São José do Rio Preto
05 de agosto de 2016

Dedico este trabalho a minha esposa e aos meus pais que ao longo da realização deste trabalho sempre estiveram ao meu lado e compreenderam muitas vezes minhas ausências para a conclusão do mesmo.

Agradecimentos

A minha esposa que me deu forças, coragem, motivação e suportou uma grande carga de responsabilidades para que eu tivesse a oportunidade de realizar este trabalho.

Ao Professor Leandro Alves Neves, orientador que auxiliou em todos os momentos a elaboração do trabalho e a formação de seu orientado.

Aos Professores Márcio Fuzeto Gameiro e Maria da Graça Pimentel que além de auxiliar na minha formação possibilitaram meu retorno ao IBILCE.

Aos professores do curso de pós-graduação do DCCE que auxiliaram em minha formação e contribuíram para enriquecer o conteúdo deste trabalho.

Aos amigos do Laboratório de Automação e Computação Evolutiva que sempre proporcionaram um excelente ambiente de trabalho e me auxiliaram em um ambiente colaborativo.

Ao CNPq pelo financiamento do trabalho.

Aos meus amigos que muitas vezes suportaram minhas lamentações e me deram forças e conselhos para continuar minha jornada.

Aos meus pais que sempre me auxiliaram em tudo para que eu tivesse a oportunidade de estudar.

*“...rise and rise again
and again
like The Phoenix
from the ashes;
until the lambs
have become lions...”*

Maitreya

RESUMO

A distribuição de nodos sensores para redes de sensores sem fio é um tema desafiador e de relevância científica, com aplicações nos mais diferentes tipos de contextos. O núcleo do problema está em obter distribuições que forneçam a maior área de cobertura, com o mínimo de nodos sensores, principalmente quando a superfície de interesse é tridimensional. No presente trabalho é proposto um novo método para distribuição de nodos sensores para obter a cobertura máxima de uma área tridimensional, selecionando o menor número de nodos sensores. A distribuição de posições candidatas foi realizada por meio da dualidade triangulação de Delaunay/diagrama de Voronoi. O processo para seleção de posições considerou os vértices dos elementos geométricos e um raio de comunicação r ou de sensoriamento r_s . As posições foram selecionadas a partir da cobertura máxima e existência de comunicação. A garantia de comunicação foi dada aplicando o algoritmo de árvores geradoras mínimas. O método foi testado em diferentes superfícies tridimensionais, comumente encontradas na natureza e explorados em trabalhos da área. Os resultados foram relevantes, com áreas de coberturas entre 74% e 100%, valores que superaram os fornecidos por métodos reconhecidos da área.

Palavras - chave: Simulação. Distribuição de nodos sensores. Comunicação. Sensoriamento. Rede de sensores sem fio.

ABSTRACT

The sensor deployment for wireless sensor networks (WSN), is a challenging and important scientific topic, with applications in several different contexts. The main problem is getting deployments that provide the largest coverage area with minimal sensor nodes, especially when the surface of interest is three-dimensional. In this work is proposed a new method to obtain the deployment of sensor nodes with a maximum coverage area using a minimum number of sensor nodes in three-dimensional surfaces. The deployment was performed using the dual Delaunay triangulation/Voronoi diagram. The positions selection process considered vertices of geometric elements and communication radius r or sensing r_s . The positions were selected based on the maximum area coverage and the existence of communication among them. The verification of the communication is accomplished by the minimum spanning tree algorithm. To certify the versatility of the proposed method, we show the deployment in distinct surface areas commonly explored for WSN monitoring. The results were significant, with coverage area between 74% and 100% for distinct types of reliefs.

Keywords: Simulation. Sensor Deployment. Communication. Sensing. Wireless Sensor Networks.

Lista de Figuras

Figura 1: Exemplo de redes sem fio, com presença de uma <i>base Station</i> é mostrada em (a) e uma Rede Ad Hoc é mostrada em (b).	22
Figura 2: Arquitetura de uma Rede Ad Hoc Integrada usando uma BS.	23
Figura 3: Componentes de um nodo sensor.....	23
Figura 4: Projetos de nodos sensores.	25
Figura 5: Ilustração das etapas do algoritmo de Bowyer/Watson.....	29
Figura 6: Etapas do algoritmo de Lawson.	30
Figura 7: Diagrama de Voronoi(a) em duas dimensões e o respectivo dual, a triangulação de Delaunay(b).....	31
Figura 8: Ilustração de poliedros de Voronoi.	32
Figura 9: Ilustração de uma malha da involucro convexo.....	33
Figura 10: Ilustração simplexos de pontos especiais.	33
Figura 11: Exemplo de uma triangulação deduzida de ζ	34
Figura 12: Exemplos de superfícies representadas no pacote gráfico Blender [75].	45
Figura 13: Exemplos dos relevos com as camadas superficiais associadas marcadas em vermelho e demais regiões do volume em cinza.	45
Figura 14: Ilustração de posições candidatas selecionadas e sem comunicação.	48
Figura 15: Representação das posições candidatas selecionadas e com comunicação..	48
Figura 16: Ilustração dos pontos i, j , no espaço \mathbb{R}^3	49
Figura 17: Ilustração de sobreposição simples, sendo: $n1$ e $n2$, pontos de intersecção entre as circunferências; i' e j' , posições selecionadas para nodos sensores; p , distância euclidiana entre os pontos i' e j' ; r , raio de cobertura indicando o alcance de comunicação de um nodo; ℓ , distância euclidiana entre os pontos $n1$ e $n2$	50
Figura 18: Ilustração de sobreposição simples, sendo: $n1$ e $n2$, pontos de intersecção entre as circunferências; i' e j' , posições selecionadas para nodos sensores; p , distância euclidiana entre os pontos i' e j' ; r , raio de cobertura indicando o alcance de	

comunicação de um nodo; ℓ , distância euclidiana entre os pontos $n1$ e $n2$; σ , ângulo entre os pontos i' , $n1$ e $n2$; w , área do segmento circular (representada pela cor azul). 52

Figura 19: Representação de sobreposição entre áreas de coberturas por três posições vizinhas em espaço euclidiano \mathbb{R}^3 , sendo: i, j e k posições selecionadas para nodos sensores; a, b, c , distâncias euclidianas, entre os pontos ik, kj e ji , e α, β e γ são ângulos entre os pontos jik, ikj e kji , respectivamente 53

Figura 20: Representação de sobreposição entre áreas de coberturas de três posições vizinhas, sendo: i', j' e k' posições selecionadas; A, B, C , áreas de sobreposição simples já removidas e T área de sobreposição dupla (representada pela cor verde). 54

Figura 21: Representação de sobreposição entre áreas de coberturas de três posições vizinhas, sendo: $y1, y2, y3, y4, y5$ e $y6$ pontos de intersecção entre as circunferências; i', j' e k' posições selecionadas para nodos sensores; A, B, C , áreas de sobreposição simples já removidas e T área de sobreposição dupla (representada pela cor verde)..... 55

Figura 22: Representação de sobreposição entre áreas de coberturas de duas posições vizinhas i' e k' , sendo: $y1$ e $y2$ os pontos de intersecção entre as circunferências; e, A a área de sobreposição simples..... 55

Figura 23: Visualização de sobreposição entre áreas de coberturas de duas posições vizinhas k' e j' , sendo: $y3$ e $y4$ os pontos de intersecção entre as circunferências; e, B a área de sobreposição simples..... 56

Figura 24: Representação de sobreposição entre áreas de coberturas de duas posições vizinhas j' e i' , sendo: $y5$ e $y6$ os pontos de intersecção entre as circunferências; e, C a área de sobreposição simples..... 56

Figura 25: Ilustração de distâncias euclidianas dos pontos de intersecções dos perímetros, determinados a partir de um par de posições candidatas $P (i', k')$ a uma posição candidata de referência (j'). Os pontos de intersecções dos perímetros são indicados como $y1$ e $y2$ e j' respectivamente $y1j'$ e $y2j'$ 56

Figura 26: Visualização de sobreposição entre áreas de coberturas de três posições vizinhas, sendo: $y3$ e $y4$, pontos de intersecção entre as circunferências; k' e j' ; i' , posição candidata adjacente; $y3i'$ e $y4i'$, distâncias euclidianas entre os pontos $y3$ e i' e $y4$ e i' respectivamente..... 57

Figura 27: Representação de sobreposição entre áreas de coberturas de três posições vizinhas, sendo: $y5$ e $y6$, pontos de intersecção entre as circunferências; j' e i' ; k' , posição candidata adjacente; $y5k'$ e $y6k'$, distâncias euclidianas entre os pontos $y5$ e k' e $y6$ e k' respectivamente. 57

Figura 28: Ilustração da segmentação da região central T (a) em sub-regiões (b): o triângulo Ta é composto pelas arestas e, f e g ; e, os segmentos circulares m, n e o são áreas definidas a partir dos vértices $y2, y4$ e $y6$ 58

Figura 29: Ilustração do segmento circular m , sendo: i' , posição candidata com curvatura de m ; y_6 e y_2 , pontos de intersecções entre as posições candidatas e θ o ângulo entre y_6 , i' e y_2	59
Figura 30: Representação para cálculo do segmento circular o , sendo: j' , posição candidata com curvatura de o ; y_4 e y_2 , pontos de intersecção entre as posições candidatas e λ o ângulo entre y_4 , j' e y_2	59
Figura 31: Representação para cálculo do segmento circular n , sendo: k' , posição candidata com curvatura de n ; y_4 e y_6 , pontos de intersecção entre as posições candidatas e ρ o ângulo entre y_6 , k' e y_4	60
Figura 32: Representação de área coberta sem sobreposições.	60
Figura 33: Problema de cobertura externa (a) e os sensores destacados para remoção de área externa (b).	61
Figura 34: Representação das posições candidatas i e j ; q é dado como limite da área de interesse; δ é dado como a distância euclidiana entre q e i ; ϕ , o ângulo gerado por qij , φ o ângulo gerado por (14), (15) (representado pela cor verde) e p é dado como a distância euclidiana entre as posições candidatas i e j	62
Figura 35: Representação de projeção das posições candidatas i' e j' ; q é dado como limite da área de interesse; n_1 e n_2 são os pontos de intersecção entre os raios de alcance de comunicação das posições candidatas i' e j'	63
Figura 36: Representação de projeção da posição candidata i' ; q é dado como limite da área de interesse; s_1 e s_2 são os pontos de intersecção entre q e o raio de alcance de comunicação da posição candidata i'	63
Figura 37: Representação de projeção da posição candidata j' ; q é dado como limite da área de interesse; s_3 e s_4 são os pontos de intersecção entre q e o raio de alcance de comunicação da posição candidata j'	64
Figura 38: Representação de área externa com sobreposição composta em (a) e segmentação da forma em um triângulo dado como Tb e dois segmentos circulares, dados por mb e nb em (b).	64
Figura 39: Ilustração da comparação de posições candidatas, a partir de um raio r	65
Figura 40: Resumo do método proposto com as etapas para determinar posições candidatas.	67
Figura 41: Visualização das posições candidatas, asteriscos em vermelho, na superfície planície, considerando raio de alcance de comunicação de 100m e abordagem de Delaunay.	69
Figura 42: Visualização das posições candidatas, asteriscos em vermelho, na superfície patamar, com raio de alcance de comunicação de 100m e abordagem de Delaunay.	69

Figura 43: Visualização do relevo montanhoso com as posições candidatas, marcadas com asteriscos na cor vermelha, geradas a partir da estratégia de Delaunay e raio de comunicação de 100m.....	70
Figura 44: Visualização das posições candidatas, asteriscos em vermelho, na superfície planície, com raio de alcance de comunicação de 200m e abordagem de Delaunay.	70
Figura 45: Visualização das posições candidatas, asteriscos em vermelho, na superfície patamar, com raio de alcance de comunicação de 200m e abordagem de Delaunay.	71
Figura 46: Visualização do relevo montanhoso com as posições candidatas, marcadas com asteriscos na cor vermelha, geradas a partir da estratégia de Delaunay e raio de comunicação de 200m.....	71
Figura 47: Visualização das posições candidatas, asteriscos em vermelho, na superfície planície, com raio de alcance de comunicação de 100m e abordagem Voronoi.	72
Figura 48: Visualização das posições candidatas, asteriscos em vermelho, na superfície patamar, com raio de alcance de comunicação de 100m e abordagem Voronoi.	72
Figura 49: Visualização das posições candidatas, asteriscos em vermelho, no relevo montanhoso, com raio de alcance de comunicação de 100m e abordagem Voronoi.	73
Figura 50: Visualização da superfície planície com as posições candidatas, marcadas com asteriscos na cor vermelha, geradas a partir da estratégia de Voronoi e raio de comunicação de 200m.....	73
Figura 51: Visualização da superfície patamar com as posições candidatas, marcadas com asteriscos na cor vermelha, geradas a partir da estratégia de Voronoi e raio de comunicação de 200m.....	74
Figura 52: Visualização do relevo montanhoso com as posições candidatas, marcadas com asteriscos na cor vermelha, geradas a partir da estratégia de Voronoi e raio de comunicação de 200m.....	74
Figura 53: Relação entre porcentagem de cobertura estratégias de Delaunay e Voronoi.	77
Figura 54: Visualização do relevo planície com as posições candidatas para comunicação (cor vermelha) e sensoriamento (cor azul), geradas a partir da estratégia de Delaunay.	78
Figura 55: Visualização do relevo patamar com as posições candidatas para comunicação (cor vermelha) e sensoriamento (cor azul), geradas a partir da estratégia de Delaunay.	78
Figura 56: Visualização do relevo montanhoso com as posições candidatas para comunicação (cor vermelha) e sensoriamento (cor azul), geradas a partir da estratégia de Delaunay.	79
Figura 57: Visualização do relevo planície com as posições candidatas para comunicação (cor vermelha) e sensoriamento (cor azul), geradas a partir da estratégia de Voronoi.	79

Figura 58: Visualização do relevo patamar com as posições candidatas para comunicação (cor vermelha) e sensoriamento (cor azul), geradas a partir da estratégia de Voronoi.	80
Figura 59: Visualização do relevo montanhoso com as posições candidatas para comunicação (cor vermelha) e sensoriamento (cor azul), geradas a partir da estratégia de Voronoi.	80
Figura 60: Superfície tridimensional representada a partir dos dados apresentados por OKTUG, S. et al [6].	82
Figura 61: Visualização das posições candidatas obtidas a partir da superfície descrita por OKTUG, S. et al [6] e abordagem de Delaunay.	83
Figura 62: Visualização das posições candidatas obtidas a partir da superfície descrita por OKTUG, S. et al [6] e abordagem de Voronoi.	83
Figura 63: Superfície tridimensional representada a partir dos dados apresentados por LIU, L. et al. [9].	84
Figura 64: Visualização das posições candidatas obtidas a partir da superfície descrita por LIU, L. et al. [9] e abordagem de Delaunay.	85
Figura 65: Visualização das posições candidatas obtidas a partir da superfície descrita por LIU, L. et al. [9] e abordagem de Voronoi.	85
Figura 66: Superfície tridimensional representada a partir dos dados apresentados por JIM, M. et al. [10].	86
Figura 67: Visualização das posições candidatas obtidas a partir da superfície descrita por JIN, M. et al. [10] e abordagem de Delaunay.	87
Figura 68: Visualização das posições candidatas obtidas a partir da superfície descrita por JIN, M. et al. [10] e abordagem de Voronoi.	87
Figura 69: Visualização das posições candidatas para camada de comunicação, asteriscos em vermelho, e sensoriamento, asteriscos em azul, geradas a partir da superfície descrita por OKTUG, S. et al [6] e abordagem de Delaunay.	88
Figura 70: Visualização das posições candidatas para camada de comunicação, asteriscos em vermelho, e sensoriamento, asteriscos em azul, geradas a partir da superfície descrita por LIU, L. et al. [9] e abordagem de Delaunay.	89
Figura 71: Visualização das posições candidatas para camada de comunicação, asteriscos em vermelho, e sensoriamento, asteriscos em azul, geradas a partir da superfície descrita por JIM, M. et al. [10] e abordagem de Delaunay.	89

Lista de Tabelas

Tabela 1: Total de posições candidatas e coberturas obtidas com raio de alcance de 100m, considerando o método proposto executado com as abordagens de Delaunay e Voronoi.	75
Tabela 2: Total de posições candidatas e coberturas obtidas com raio de alcance de 200m, considerando o método proposto executado com as abordagens de Delaunay e Voronoi.	75
Tabela 3: Total de triângulos utilizados para discretizar as superfícies.	77
Tabela 4: Total de posições candidatas e taxas de coberturas de sensoriamento obtidas para as superfícies planície, patamar e montanhoso.	81

Lista de abreviaturas e siglas

AOI	<i>Area of Interest</i> - Área de interesse
AP	<i>Access Point</i> – Ponto de Acesso
BS	<i>Base Station</i> – Estação Base
BEFAC	<i>Bipopulation-Based Evolutionary Full Area Coverage</i> - Algoritmo Evolutivo Embasado em Bipopulação Evolutiva.
DT	<i>Delaunay Triangulation</i> – Triangulação de Delaunay
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i> - Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos
LQI	<i>Link Quality Indication</i> - Índice de Qualidade de Ligação
LPG	<i>Liquefied Petroleum Gas</i> - Gás Petróleo Líquido
MEMS	<i>Micro Electro-Mechanical Systems</i> - Microssistemas Eletromecânicos
MCMS	Máximo de Cobertura com o Mínimo de Nodos Sensores
QOS	<i>Quality of Service</i> - Qualidade de Cobertura
RF	Radiofrequência
RSSF	Rede de Sensores sem Fio
RSSI	<i>Received Signal Strength Indication</i> - Índice de Força de Sinal Recebido
S-GA	<i>Standard Genetic Algorithm</i> - Algoritmo Genético Padrão
SS-GA	<i>Steady State Genetic Algorithm</i> - Algoritmo Genético Estacionário
VD	<i>Voronoi Diagram</i> – Diagrama de Voronoi
WLAN	<i>Wireless Local Area Network</i> - Rede Local sem Fios
WT	<i>Wavelet Transformation</i> - Transformada Wavelet

Sumário

1	Introdução	17
1.1	Motivação para o trabalho	18
1.2	Objetivos e Contribuições	19
1.3	Organização do trabalho	20
2	Fundamentação Teórica.....	21
2.1	Rede Ad Hoc	21
2.2	Nodos Sensores.....	23
2.3	Redes de Sensores Sem Fio.....	26
2.4	Triangulação de Delaunay e Diagrama de Voronoi	27
2.4.1	Algoritmo de Delaunay	28
2.4.2	Diagrama de Voronoi.....	30
3	Estado da Arte.....	35
3.1	Trabalhos relacionados	35
3.2	Considerações sobre o Estado da Arte.....	43
4	Metodologia	44
4.1	Representações de Superfícies	44
4.2	Definições de Simplexos: Algoritmo de Delaunay	46
4.3	Definições de Simplexos: Diagrama de Voronoi	47
4.4	Critério para seleção de posições candidatas	47
4.5	Tratamento de Sobreposições.....	49
4.5.1	Sobreposição simples.....	49
4.5.2	Sobreposição composta.....	52
4.6	Remoção de Áreas Externas.....	61
4.7	Definição de Integridade de Comunicação	64
4.8	Simulações de Camadas de Comunicação e Sensoriamento.....	65
4.9	Testes e Medidas de Desempenho	66

5	Resultados e Discussão.....	68
5.1	Simulações de Distribuições: Camada de Comunicação	68
5.2	Simulações de Distribuições: Camada de Sensoriamento	77
5.3	Comparações de Desempenhos	82
6	Conclusões	90
	Referências	92

1 Introdução

Com os avanços nas áreas de microprocessadores, novos dispositivos de sensoriamento, microssistemas eletromecânicos (MEMS—*Micro Electro-Mechanical Systems*) e comunicação sem fio foram aplicados em áreas de processos físicos, químicos, biológicos e outros [1]. Em um único *chip* é possível combinar vários tipos de sensores, com a possibilidade de comunicação mútua, via uma interface de comunicação sem fio. O termo nodo sensor é atribuído ao *chip* que contém um ou mais sensores, com capacidade de processamento de sinais e comunicação de dados [2]. Esses nodos distribuídos sob uma área de interesse podem constituir uma Rede de Sensores Sem Fio (RSSF) [3].

As RSSF são projetadas com o objetivo de monitorar fenômenos, eventos naturais ou artificiais em uma área de interesse (AOI). Nessas redes, cada nodo é equipado com uma variedade de sensores, tais como acústico, sísmico, infravermelho, câmera, calor, temperatura ou pressão [2]. Esses nodos podem ser organizados em grupos (*clusters*) [1], em que pelo menos um sensor deve ser capaz de detectar um evento na região monitorada. Após processamento, o nodo pode ser capaz de disparar uma decisão, via difusão (*broadcast*), para outros nodos, através do meio sem fio (RF) [4]. É importante ressaltar que estudos focando RSSF e distribuição de nodos sensores foram explorados em diferentes contextos, tais como abordagens envolvendo monitoramento industrial [16], ambiental [17 - 20], qualidade do ar [21] e estruturais de pontes [22].

É preciso destacar que a construção de uma RSSF tem um custo extremamente alto para cobrir a totalidade de uma área de interesse, envolvendo centenas ou milhares de nodos sensores [34, 18]. Outro fato é que a construção de uma RSSF é altamente dependente das posições dos nodos na área monitorada. Um desafio é o problema de *máximo de cobertura com o mínimo de nodos sensores* (MCMS), sendo que as melhores soluções foram obtidas a partir de simulações computacionais [5 - 15]. Esta estratégia possibilita avaliar a relação mais apropriada entre taxa de cobertura, número de sensores e custos, ainda durante o projeto de rede. Quando esta estratégia é explorada, outro desafio está em resolver o problema para superfícies tridimensionais: considerar planificações de superfícies pode fornecer distribuições de nodos que não tratam apropriadamente o problema de MCMS [5, 7, 8, 70].

Para isso, a distribuição de nodos sensores pode ser realizada de maneira estocástica ou determinista [11, 24]. O modo estocástico é uma distribuição aleatória de nodos sensores e o determinista considera uma distribuição embasada em alguma técnica e com conhecimento prévio do terreno. Ambos os modos apresentam vantagens e desvantagens. O modo estocástico é aplicado principalmente como um método inicial de distribuição, corrigindo as possíveis falhas com técnicas secundárias. A principal desvantagem é que a distribuição inicial obtida pode demandar um número de correções que a inviabiliza. O modo determinista tem como vantagem o posicionamento baseado em prioridades de coberturas, permitindo reforçar áreas consideradas críticas, constituídas por obstáculos naturais ou não. A desvantagem desse modo está na existência de um número muito limitado de nodos sensores, visto que reforçar uma área pode implicar em não cobrir outra. Na literatura, o modo determinista é mais aplicado, em face ao controle que o mesmo permite, quando comparado ao modo estocástico [11].

1.1 Motivação para o trabalho

A complexidade do problema de distribuição de nodos sensores em uma área tridimensional pode limitar o planejamento e estudo do problema de MCMS. Na literatura, métodos considerando soluções tridimensionais apresentaram resultados relevantes para relevos específicos [6, 9, 10], indicando que é possível definir um método flexível para tratar o problema de MCMS em diferentes superfícies tridimensionais. No entanto, poucos trabalhos apresentaram o uso combinado de coberturas de comunicação e sensoriamento [70], sendo tratadas como excludentes. Além disso, não foram encontrados modelos envolvendo definições de posições candidatas para nodos sensores em superfícies tridimensionais reais, combinando sobreposições de camadas de comunicação e sensoriamento, com foco no problema MCMS.

Outra constatação foi que abordagens baseadas em Voronoi (VD) [27] e Delaunay (DT) [25] indicaram resultados mais relevantes, principalmente por fornecer uma distribuição de vértices uniformes [5, 8]. Essas técnicas também favorecem otimizações a partir de uma única distribuição, com remoções ou movimentações dos nodos. As vantagens descritas permitem uma redução no número de nodos, sem prejudicar a taxa de cobertura ou conectividade [7, 12, 13]. No entanto, os trabalhos disponíveis na literatura exploraram essas

técnicas para soluções bidimensionais, mesmo quando as superfícies para monitoramento eram tridimensionais. As soluções adotadas foram planificações das regiões de interesse. O desprezo de uma dimensão, neste contexto de \mathbb{R}^3 para \mathbb{R}^2 , pode gerar erros de taxas de coberturas, comunicação entre nodos e posicionamento destes, pois relevos com níveis distintos não foram tratados.

1.2 Objetivos e Contribuições

Neste trabalho é descrito um método para indicar posições candidatas de nodos sensores em superfícies tridimensionais e tratar o problema de MCMS, presente nas camadas de comunicação e sensoriamento de uma RSSF. Para tanto, os objetivos específicos foram:

1. Aplicar as técnicas de Delaunay e Voronoi para simular posições candidatas em superfícies tridimensionais;
2. Gerar distribuições de posições candidatas representativas das camadas de comunicação e de sensoriamento, a partir de diferentes superfícies e raios fornecidos como entradas;
3. Garantir a conectividade entre as posições candidatas, tendo como referência o problema de MCMS;
4. Indicar a estratégia que pode fornecer as melhores taxas de coberturas, a partir do tipo de superfície tridimensional dada como entrada;
5. Comparar os resultados obtidos com os fornecidos na literatura focada no tema.

Com isso, as principais contribuições do método proposto são:

- i. Distribuições de nodos sensores para diferentes tipos de superfícies tridimensionais, comumente encontradas na natureza e utilizadas em estudos de RSSF;
- ii. Tratamento do problema de MCMS na camada de comunicação e de sensoriamento;
- iii. Tratamento das sobreposições de coberturas dos limites das superfícies tridimensionais.

1.3 Organização do trabalho

O trabalho foi organizado em seções, além desta introdução, a saber:

Seção 2: Nesta seção está descrito o embasamento teórico necessário para o desenvolvimento do trabalho, considerando os temas: redes Ad Hoc; nodos sensores; RSSF e técnicas sobre Triangulação de Delaunay (DT) [25] e Diagrama de Voronoi (VD) [27];

Seção 3: Os estudos mais recentes sobre o estado da arte estão nesta seção. Especificamente, foram considerados os temas monitoramentos de áreas com RSSF e abordagens para distribuições de nodos sensores. Algumas considerações preliminares sobre esses assuntos também foram apresentadas;

Seção 4: Nesta seção está descrita a metodologia aplicada ao desenvolvimento do trabalho, considerando as etapas do método proposto: cálculo de cobertura, técnicas para eliminar sobreposições e verificação de integridade de conexão;

Seção 5: Nesta seção estão os resultados obtidos a partir de superfícies consideradas para testes, tais como: planície, patamar, montanhosa e relevos descritos em trabalhos utilizados para comparações. Algumas avaliações sobre as taxas de coberturas para camadas de comunicação e sensoriamento também estão presentes nesta seção.

Seção 6: As conclusões obtidas a partir dos resultados e comparações estão nesta seção, incluindo indicações de problemas ainda não resolvidos no método proposto.

2 Fundamentação Teórica

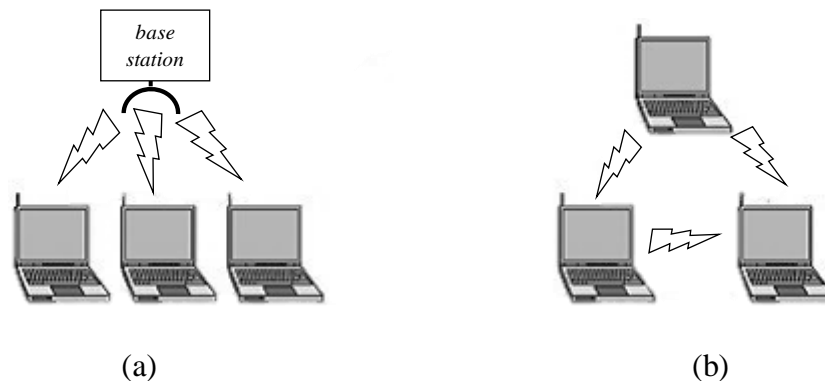
Na presente seção são apresentados os principais fundamentos para o entendimento do tema e desenvolvimento do método, tais como: redes Ad Hoc; nodos sensores e RSSF; Triangulação de Delaunay e Diagrama de Voronoi; e tipos de implementações de Delaunay e do Diagrama de Voronoi.

2.1 Rede Ad Hoc

Uma rede Ad Hoc é um tipo de rede composta por estações dentro do alcance de comunicação mútua e não faz uso de *base station* (BS) ou *access point* (AP). Esse tipo de rede garante que os nós se comuniquem por meio da radiofrequência ou via infravermelho. A principal característica é a sua extensão espacial e temporal limitada [28]. Essas condições permitem que o ato de criar ou adequar redes Ad Hoc sejam suficientemente simples.

O tipo de funcionamento de redes com ausência de *base station* foi apresentado na criação do padrão *Wireless Local Area Network* (WLAN), pelo comitê do Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos (IEEE) [30], sendo nomeado como 118802.11, WiFi ou 802.11 [30]. Nesse padrão foi proposto o funcionamento da rede em dois modos: com a presença de uma *base station* ou com a ausência da mesma. No primeiro modelo, a comunicação entre dispositivos tem a obrigatoriedade de passar pela *base station*, chamada de *access point* (AP) [31] na terminologia do 802.11, visando direcionar a informação para a estação destino. O segundo modelo não considera a *base station*: as estações simplesmente transmitem as informações diretamente umas as outras. Esse modo é denominado interligação de redes Ad Hoc e é representado na Figura 1.

Figura 1: Exemplo de redes sem fio, com presença de uma *base Station* é mostrada em (a) e uma Rede Ad Hoc é mostrada em (b).



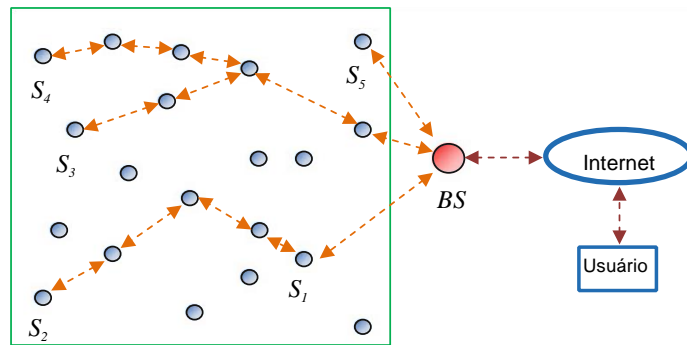
Fonte: Figura adaptada de [31].

O modelo de rede Ad Hoc foi aplicado a partir das décadas de 1970 e 1980 em pesquisas com propósitos militares. Após essa época, no fim da década de 1990, as redes Ad Hoc foram popularizadas nos meios comerciais e residenciais, como uma consequência do aumento de dispositivos dotados com tecnologias WLAN, tais como *Bluetooth*, IEEE 802.11, ETSI HiperLAN2 e W-CHAME3 (*Wireless Channel Oriented*) [28]. A partir desta popularização, as redes Ad Hoc foram categorizadas em dois tipos: redes Ad Hoc Isoladas e redes Ad Hoc Integradas.

Uma rede Ad Hoc Isolada tem como principal característica a comunicação entre os nodos, sem nenhuma conexão com qualquer rede de comunicação baseada em infraestrutura, tal como a Internet [28, 31]. Esse tipo de rede pode ser de grande ou pequena escala, de acordo com a problemática a ser resolvida. O tipo de rede de grande escala pode apresentar de centenas a milhares de nodos, sendo utilizada para sensoriamentos de áreas. As de pequena escala comportam poucos nodos e são aplicadas principalmente em ambientes domésticos.

Uma rede Ad Hoc Integrada permite acesso externo, via *HotSpot* ou via GPRS/UMTS [28]. No modo de acesso via *HotSpot*, um ou vários nodos da rede realizam acessos a uma *base station* (BS), que está fora da rede Ad Hoc conforme representada na Figura 2. Seguindo a mesma sistemática de acesso *HotSpot*, o modo GPRS/UMTS permite acessos de um ou mais nodos da rede a uma torre de comunicação [28].

Figura 2: Arquitetura de uma Rede Ad Hoc Integrada usando uma BS.

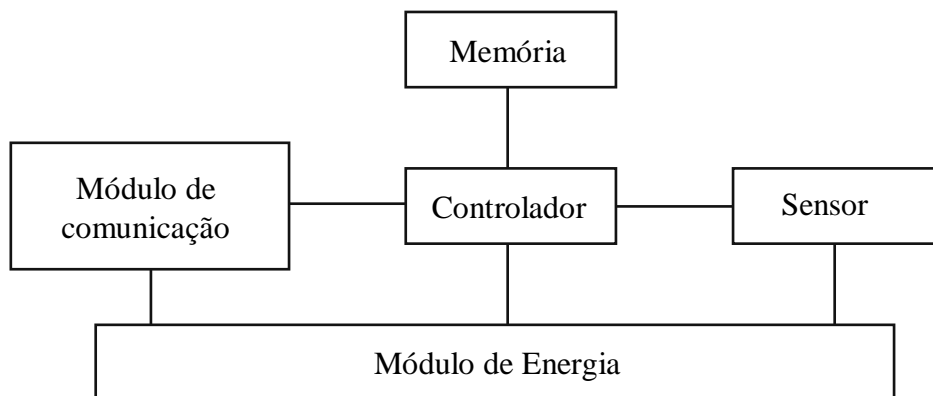


Fonte: Figura adaptada de [32].

2.2 Nós Sensores

Um nó sensor é um dispositivo eletrônico desenvolvido para computar o sensoriamento de algum fenômeno e transmiti-lo de forma eficiente. Cada nó é composto por memória, dispositivo de comunicação, controlador, sensor e uma fonte de alimentação do sensor conforme representada na Figura 3. A função do controlador é realizar o processamento dos dados antes de enviá-lo para o próximo nó. A memória armazena um sistema operacional, dados agregados (temporariamente) e outros parâmetros que são usados para comunicação entre nós. O dispositivo de comunicação permite a comunicação de um nó sensor com outro nó sensor e entre o nó sensor e a *base station* (BS) [32], via os módulos transmissor e receptor combinados. O dispositivo de comunicação é baseado em rádio frequência (RF), operando em um intervalo de frequência entre 433 MHz e 2,4 GHz [2].

Figura 3: Componentes de um nó sensor.



Fonte: Figura adaptada de [2].

É importante destacar que os nodos não precisam estabelecer uma comunicação direta com uma torre de controle de alta potência ou qualquer *base station* [33]. No entanto, caracteriza-se por comunicar-se apenas com seus pares locais, formando uma rede de sensores sem fio (RSSF), a fim de cobrir uma área de interesse (AOI). Esse tipo de rede permite inserção ou substituição dinâmica de novos nodos, em decorrência de falhas ou como estratégia de ampliação da área de interesse para monitoramento.

Existem vários tipos de nodos sensores e comumente, é possível criar novos dispositivos ou especializar os existentes para atender demandas específicas. A escolha do tipo de nodo sensor é altamente dependente de alguns parâmetros, tais como o tipo de sensoriamento, qualidade de cobertura (QOS) requerida e número de nodos disponíveis para sensoriamento.

Dessa forma, é possível combinar a utilização de diferentes tipos de nodos em uma única rede, como foi descrito em HARTUNG, C. et al. [18]. Porém, cada dispositivo pode envolver de um a três sensores diferentes [34]. É importante ressaltar que, a escolha do tipo do sensoriamento afeta diretamente a cobertura de comunicação da rede, pois os sensores podem conter topologias de comunicações diferentes: radiofrequência omnidirecional ou laser unidirecional. Além disso, nodos baseados em radiofrequência podem trabalhar em diferentes frequências e com diferentes raios de alcance. Essas características influenciam diretamente a distribuição apropriada em uma área para sensoriamento. Alguns exemplos de dispositivos são apresentados na Figura 4, como os dispositivos das famílias: COTS Dust, Figuras 4(a), 4(b) e 4(d), desenvolvidos na Universidade da Califórnia, Berkeley [34, 35]; WINS *Wireless Integrated Network Sensors*, Figura 4(c), projeto concebido na Universidade da Califórnia, Los Angeles [36]; e, JPL Sensor Webs, Figura 4(e), criados no *Jet Propulsion Lab* da NASA [37].

Dentre os nodos citados previamente, os modelos RF Motes, Mica Motes, WINS e Sensor Webs podem atingir um raio de comunicação de 5 a 50 metros, utilizando radiofrequência (RF). O Sensor Web destaca-se pela sua especialização de uso, aplicado em temperaturas criogênicas [20], e conta com os sensores de luz e temperatura integrados. O WINS destaca-se pela sua robustez em situações climáticas adversas e têm sensores: acústico, sísmico, acelerômetro e magnetômetro. Os dispositivos da família COTS Dust foram desenvolvidos com o objetivo de ter um baixo consumo de energia. O RF Motes representado na Figura 4(a) conta com sensores de temperatura, umidade, luz, pressão barométrica,

aceleração e magnetômetro [34]. Já o Laser Motes (Figura 4(b)) tem os sensores de umidade, luz, temperatura e pressão [34].

A segunda geração da família COTS é a família MICA Motes representado na Figura 4(d), que foram produzidas com o propósito de otimizar o consumo de energia na utilização de comunicação sem fio. Uma característica fundamental desse tipo é a versatilidade para sensoriamento e aplicações diversas [1], tais como sensoriamento de luz, temperatura, acelerômetro, ruído, magnetômetro e pressão barométrica [34].

Figura 4: Projetos de nodos sensores.



(a) UC Berkeley: COTS Dust RF Motes.



(b) UC Berkeley: COTS Dust - Laser Motes.



(c) RockWell: WINS.



(d) Berkeley: MICA Motes.



(e) JLP: Sensor Webs.

Fonte: Figura adaptada de [38].

Outra característica relevante sobre nodos sensores é que a maioria deles usa o TinyOS [39], que é um sistema operacional específico para dispositivos com poucos recursos energéticos. É importante ressaltar também outros sistemas operacionais derivados do TinyOS, como o MantisOS [40]. Esse último tem um hardware proprietário, mas também funciona nos dispositivos MICA Motes (Figura 4(d)) [34, 41].

2.3 Redes de Sensores Sem Fio

Redes de sensores sem fio (RSSF) é uma subcategoria de Redes Ad Hoc, com um escopo restrito de utilização [3, 42]. A constituição desse tipo de rede está baseada em nodos e sensores acoplados para monitorar fenômenos de interesse. Os modelos simples de nodos têm a capacidade de monitorar um único fenômeno físico, enquanto os dispositivos mais complexos podem combinar diversas técnicas de sensoriamento, tais como acústico, ótico ou magnético [43].

Uma RSSF pode ser constituída por um número variável de nodos, distribuídos aleatoriamente ou de acordo com alguma técnica específica [4]. Contudo, os nodos sensores apresentam sérias restrições de recursos, nos diferentes módulos, tais como memória, bateria e capacidade de processamento. Nesse sentido, os avanços nessa área permitiram o desenvolvimento de nodos sensores com tamanho reduzido, baixo consumo de energia, multifuncionais, com capacidade de leituras sensoriais e processamento dos dados coletados, além da comunicação com um nodo vizinho.

Para constituição de uma RSSF para sensoriamento, os nodos sensores podem ser distribuídos de maneira determinista ou aleatória [44]. Implantando a rede de modo determinista, os nodos são posicionados considerando cobrir uniformemente a área de interesse e minimizar possíveis interferências entre nodos vizinhos. Essas estratégias facilitam a implementação de pilhas de protocolo [32]. No entanto, a distribuição determinista só é aplicável em áreas acessíveis, como monitoramento de vigilância local, aplicações de monitoramento de estacionamento e de pacientes.

A distribuição de rede RSSF de forma aleatória é utilizada para cobrir área hostil e/ou de difícil acesso, tais como florestas ou campos vulcânicos. A distribuição aleatória faz com que a localização dos nodos seja espalhada (sem critério) pela área de interesse [32]. Como consequência, podem ocorrer áreas com alta densidade de nodos e outras com falhas de cobertura. Esse fato gera a necessidade do uso de um número considerável de nodos para obter plena cobertura [45]. Além disso, o monitoramento de uma área pode ser realizado por meio de RSSF homogêneas ou heterogêneas. Essa estruturação depende dos tipos, dimensões ou funcionalidades dos nodos sensores, bem como do tipo de monitoramento pretendido. Um exemplo de aplicação heterogênea é o monitoramento de segurança utilizando sensores acústicos e de imagens, embutidos no mesmo nodo sensor ou em nodos diferentes [38]. Este

tipo de aplicação necessita de um monitoramento em tempo real, não podendo ter lacunas de cobertura na comunicação entre os nodos, nem lacunas de cobertura de sensoriamento.

Com a capacidade de sensoriamento e comunicação por RF, os nodos sensores distribuídos em uma área de interesse são construídos com capacidade de estabelecer comunicações entre si, gerando assim uma RSSF. As RSSF provaram ser extremamente úteis para monitorar diversos ambientes [19 - 21], provendo informações valiosas e cumprindo o objetivo de sua concepção, já citados anteriormente. Quando uma RSSF é projetada, o custo associado pode ser extremamente alto para cobrir uma área de interesse, envolvendo centenas ou milhares de nodos sensores [34, 18]. Para minimizar os gastos envolvidos, algumas técnicas são utilizadas para definir uma distribuição apropriada de nodos. Comumente, os critérios adotados são os raios de alcance de comunicação e de sensoriamento. A ideia é, no entanto, minimizar sobreposições ou falhas de comunicação e sensoriamento. Porém, ainda existem problemas relacionados à constituição de uma RSSF, como dificuldades para obter a melhor disposição dos nodos sensores na área de interesse e que garanta um aproveitamento mais eficaz dos recursos empregados.

2.4 Triangulação de Delaunay e Diagrama de Voronoi

O diagrama de Voronoi (VD) e a triangulação de Delaunay (DT) são duas técnicas aplicadas em espaços euclidianos e formam um grafo dual, com características para discretização de espaços, de forma uniforme [23, 27, 46]. Nas próximas subseções, detalhes são apresentados sobre cada técnica.

2.4.1 Algoritmo de Delaunay

O algoritmo de Delaunay em um espaço euclidiano \mathbb{R}^d pode ser definido a partir de propriedades dadas por [23] e [26], a saber:

Definição 1: Uma lista ordenada de vértice $\{P_i\}$ com $1 \leq i \leq d + 1$ pode ser entendida como um simplexo K em um espaço euclidiano d . O determinante de ordem $d + 1$ é dado por $\det(K)$, conforme equação (1):

$$\det(K) = \begin{vmatrix} 1 & \dots & \dots & \dots & 1 \\ P_1^1 & \dots & \dots & \dots & P_{d+1}^1 \\ P_1^2 & \dots & \dots & \dots & P_{d+1}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_1^d & \dots & \dots & \dots & P_{d+1}^d \end{vmatrix}, \quad (1)$$

sendo P_i^j a coordenada j do ponto P_i para $1 \leq i \leq d + 1$ e $1 \leq j \leq d$.

Esta definição indica para $\det(K) > 0$ que K é positivamente orientado. Para $\det(K) = 0$, K é denominado degenerado, sendo que todos os seus vértices pertencem ao mesmo hiperplano [47, 23, 25].

Definição 2: Admite-se como triangulação de um domínio Ω , que se presume limitado e poliédrico, um conjunto de simplexos dado como ζ : triângulos em domínios bidimensionais ou tetraedros em domínios tridimensionais. Para esse conjunto, quatro condições são especificadas [23]:

1. A intersecção de dois conjuntos de ζ é vazia ou se reduz a um vértice, a uma aresta, no caso bidimensional, ou a uma face, no caso tridimensional;

2. A união dos conjuntos de ζ é igual a Ω ;

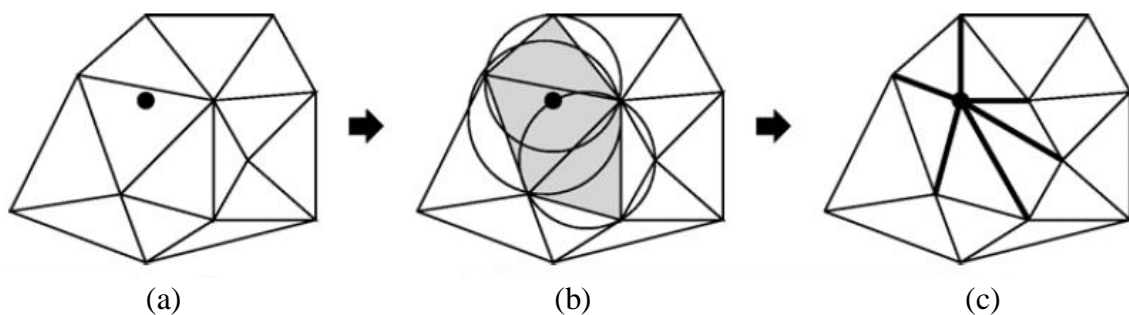
3. Os elementos de ζ devem ser topologicamente regulares: no caso bidimensional, por exemplo, os elementos devem ser o mais próximo possível da equilateralidade, mas não necessariamente devem ser iguais [48, 49];

4. A ocorrência de elementos ocasionalmente será maior nas regiões do domínio em que isso for necessário [50].

A técnica de Delaunay maximiza o menor ângulo de todos os triângulos na triangulação, evitando assim, ângulos internos agudos para otimizar a distribuição uniforme de suas divisões. Essa distribuição é realizada seguindo regras [24], tais como: maximização do mínimo ângulo interno dos triângulos; e, minimização do máximo circuncírculo de arestas.

Computacionalmente, o algoritmo de Delaunay (DT) é implementado com uma abordagem incremental, por ser mais simples. Portanto, os métodos incrementais são baseados em duas estratégias, inversão de arestas ou sem inversão de arestas. Os algoritmos sem inversão de arestas foram desenvolvidos por Bowyer [51] e Watson [52]. Para cada novo vértice adicionado conforme apresentada na Figura 5(a), os triângulos existentes são removidos quando os circuncírculos correspondentes têm intersecções com o novo vértice (Figura 5(b)). A correção realizada é conectar o novo vértice com os vértices remanescentes através de novas arestas, representada na Figura 5(c). Por tais razões, esse polígono formado pela criação de todos os polígonos removidos é denominado de polígono de inserção. Essa estratégia garante a propriedade fundamental de Delaunay.

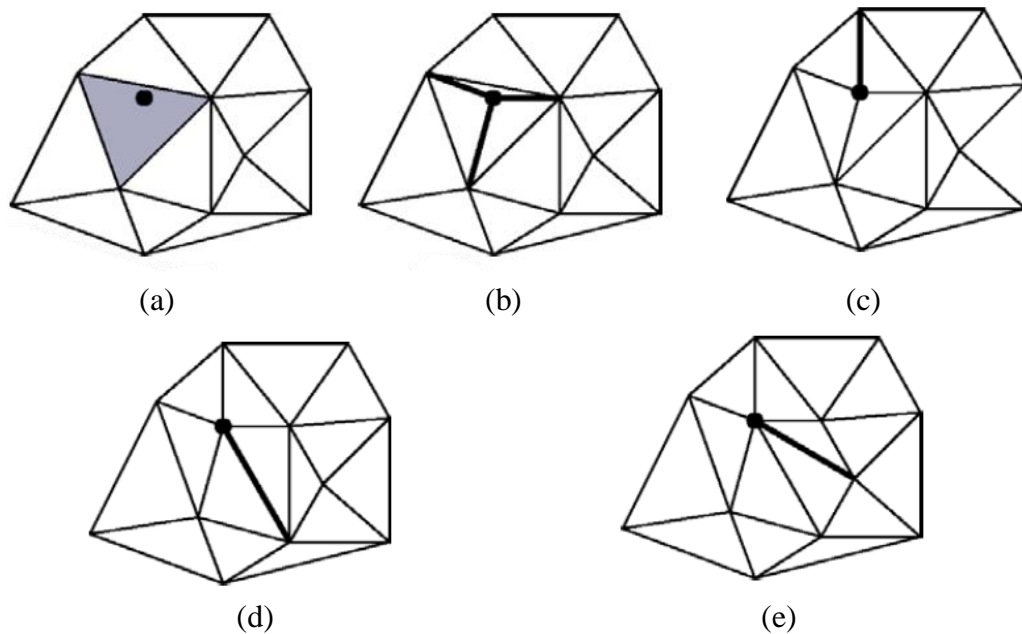
Figura 5: Ilustração das etapas do algoritmo de Bowyer/Watson.



Fonte: [24].

O algoritmo baseado na estratégia inversão de aresta localiza o triângulo que contém o novo vértice (Figura 6(a)) e conecta-o aos três vértices do triângulo em questão (Figura 6(b)). Com isso, a malha resultante não garante a manutenção das propriedades de Delaunay. Assim, é preciso utilizar o método de Lawson [53] de inversão de aresta. Nesse método, para cada aresta testada e invertida, outras duas arestas devem ser também testadas, criando uma árvore de triângulos inválidos (Figuras 6(c), 6(d) e 6(e)). Quando nenhuma aresta testada é revertida, a propriedade de Delaunay é assegurada para a nova triangulação.

Figura 6: Etapas do algoritmo de Lawson.

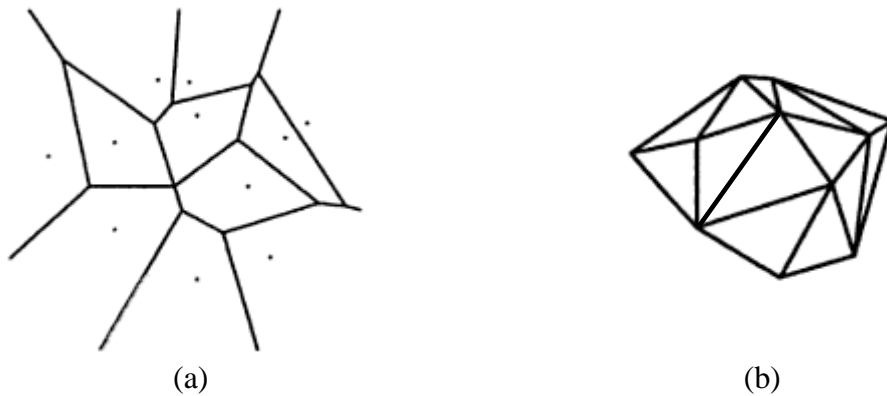


Fonte: [24].

2.4.2 Diagrama de Voronoi

O diagrama de Voronoi (VD) é uma técnica que permite subdividir um espaço em partições denominadas células em espaço Euclidiano E^d , a partir do local mais próximo a um ponto particular [27]. Há casos em que um ponto é mais próximo de locais equidistantes, o qual o diagrama de Voronoi é definido como um complexo celular. A célula é a intersecção de um número finito de hiperplanos: um complexo celular que representa um conjunto finito de células disjuntas pares, para que cada face de cada célula esteja em uma coleção, formando assim um diagrama. Da mesma forma, a triangulação de Delaunay é um complexo de células, decompondo o invólucro convexo do conjunto de locais, os quais são definidos como vértices. Uma ilustração do digrama de Voronoi e o dual estão na Figura 7.

Figura 7: Diagrama de Voronoi(a) em duas dimensões e o respectivo dual, a triangulação de Delaunay(b).



Fonte: [27].

Em um espaço euclidiano 3D, a constituição do diagrama de Voronoi é a partir de poliedros, tendo como base as definições, apresentadas por [23]:

Definição 3: Dado um espaço euclidiano afim E , de dimensão d e P_1, \dots, P_n , sendo n pontos em E , um poliedro de Voronoi associado ao ponto P_i pode ser obtido pelo conjunto (Equação (2)):

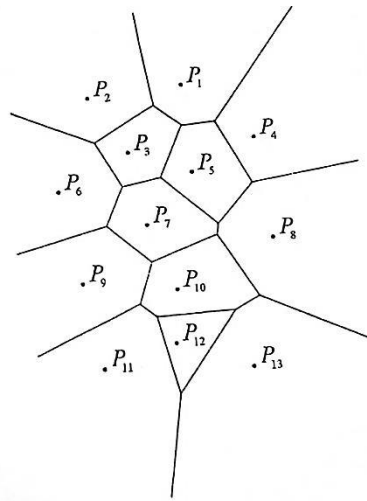
$$V_i = \{P \in E, \forall 1 \leq j \leq n, d(P, P_i) \leq d(P, P_j)\}, \quad (2)$$

na qual $d(P, P_i)$ e $d(P, P_j)$ são distâncias euclidianas estabelecidas no espaço E .

A partir disso, os decorrentes resultados foram demonstrados em [54, 55], sendo resumidos como:

- a) Os poliedros de Voronoi têm o interior não vazio, são convexos e formam uma cobertura de E em que dois elementos diferentes têm intersecção vazia ou que se reduz a um vértice, a uma aresta ou uma face (Figura 8); e,
- b) Para cada vértice v de um poliedro de Voronoi é associado a ele um conjunto chamado invólucro convexo C_v .

Figura 8: Ilustração de poliedros de Voronoi.



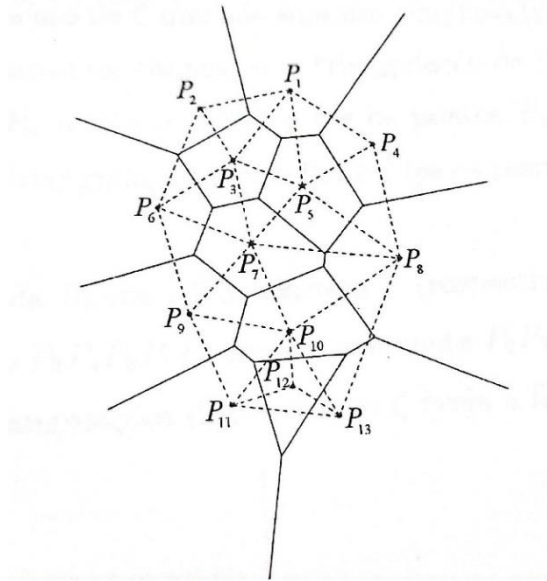
Fonte: [23].

Definição 4: O invólucro convexo, dado por C_v , é definido como um conjunto que consiste de pontos dos poliedros de Voronoi e que denotam v como um dos seus vértices. O conjunto C_v é um polítopo inscrito em uma esfera de centro v que não contém nenhum outro ponto do conjunto P_1, \dots, P_n . Portanto, ζ é definido como o conjunto dos polítopos C_v .

A intersecção de dois conjuntos de ζ é vazia ou reduzida a um vértice, a uma aresta ou a uma face e que a união dos seus elementos é igual ao invólucro convexo dos pontos P_1, \dots, P_n .

Assim, o conjunto ζ é apresentado como uma geração de malhas por polítopos do invólucro convexo dos pontos P_1, \dots, P_n . A geração dessa malha foi representada pelas arestas pontilhadas na Figura 9.

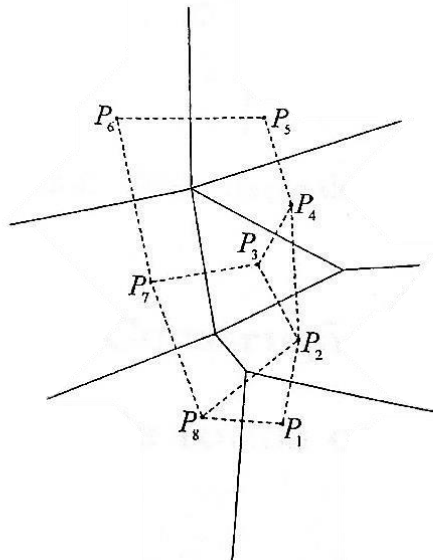
Figura 9: Ilustração de uma malha da involucro convexo.



Fonte: [23].

Definição 5: Delaunay [25] define que os pontos P_1, \dots, P_n são especiais caso exista um elemento de ζ que não é um simplexo conforme apresentado na Figura 10 [23].

Figura 10: Ilustração simplexos de pontos especiais.

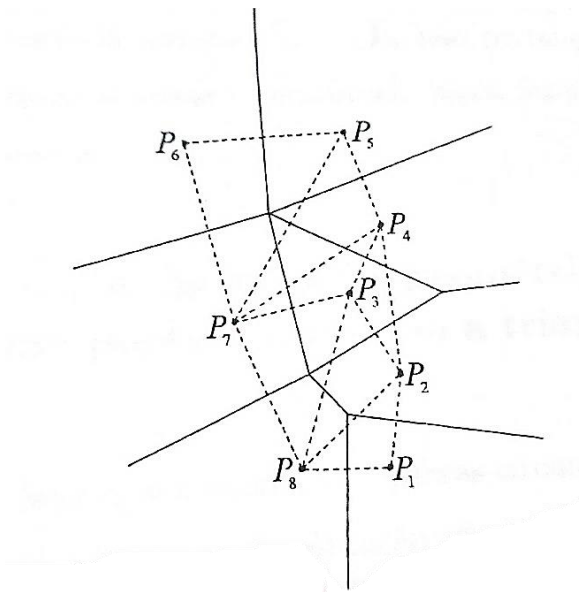


Fonte: [23].

Logo, se os pontos P_1, \dots, P_n não são especiais, constata-se que ζ é uma triangulação do invólucro convexo dos pontos P_1, \dots, P_n ; caso contrário, obtém-se uma triangulação que pode ser denominada como “deduzida” de ζ , fragmentando em simplexos cada elemento de ζ que não seja um simplexo representado na Figura 11 [23].

Portanto, nomeia-se de triangulação de Delaunay associado aos pontos P_1, \dots, P_n , a triangulação ζ (somente se os pontos P_1, \dots, P_n não forem especiais), ou toda triangulação deduzida de ζ (caso os pontos P_1, \dots, P_n forem especiais) [23].

Figura 11: Exemplo de uma triangulação deduzida de ζ .



Fonte: [23].

3 Estado da Arte

Na presente seção são descritos os principais trabalhos para o tema do projeto. A partir de um detalhado levantamento bibliográfico, foi possível constatar diferentes abordagens para distribuições de nodos sensores, considerando ambientes tridimensionais [6, 9 - 11, 72, 71], bidimensionais [7, 8, 12 - 15, 63, 70], com distribuição baseada em grade [6, 9, 10, 15, 70], algoritmos genéticos [7, 11, 12 - 14], triangulação de Delaunay [5, 63], Diagrama de Voronoi [8, 10, 63] e experimentos executados em ambientes reais [18, 19, 21]. Nas próximas subseções estão detalhes sobre os trabalhos pesquisados e algumas considerações sobre os mesmos.

3.1 Trabalhos relacionados

CHONG, C. et al. [17] (2003) descreveram os principais desafios e oportunidade para estudos envolvendo RSSF, bem como novas aplicações (segurança e monitoramentos, ambiental e de tráfego). No que tange desafios, foram destacados o posicionamento de nodos e o controle e roteamento da rede, com problemas envolvendo algoritmos de localização e difusão direcionada. O levantamento e as conclusões citadas foram a partir de diferentes trabalhos direcionados para RSSF.

Para exemplificar, MAINWARING, A. et al. [19] (2002) apresentaram um estudo sobre um monitoramento de habitat natural, a partir de uma RSSF. O objetivo do trabalho foi identificar áreas importantes e as dificuldades existentes para distribuição de nodos sensores em um cenário real. A RSSF foi projetada com uma distribuição de trinta e dois (32) nodos em uma ilha perto da costa de Maine, localizada a nordeste dos Estados Unidos (EUA). Para isso, foi escolhido o dispositivo Mica Motes [34] com os sensores de temperatura, *photoresistor* e barômetro. O estudo de diferentes parâmetros, tais como conectividade da internet, hierarquia da rede, longevidade do sensor, funcionamento fora do *grid* e comportamento do sistema (sensores, amostras e arquivamento dos dados). Apesar da relevância do tema (monitoramento ambiental), o trabalho permitiu mostrar que a maior dificuldade foi uma estratégia para distribuição dos nodos, visando cobrir totalmente a área de interesse. A restrição de energia dos nodos sensores combinado com a dificuldade para coleta

dos dados foi uma restrição que comprometeu a disponibilidade de energia para outros serviços pertinentes ao nodo. Os autores relataram que, em trabalhos futuros, será necessário um estudo mais detalhado sobre uma técnica para melhor distribuição de nodos sensores, levando em consideração a área a ser coberta, nodos sensores com maiores recursos e melhor resistência às condições climáticas.

DELIN, K. A. et al. [20] (2003) apresentaram um estudo sobre a criação de um dispositivo nodo sensor. O objetivo do trabalho foi analisar o comportamento do dispositivo (Sensor Web [34]) em situações de temperaturas extremas. Para esse caso, a Antártida foi selecionada como local de teste, por ser um ambiente criogênico e com temperaturas extremas. Após a implantação dos nodos sensores na área de interesse, os dados coletados foram enviados a uma *base station* para análise. No estudo apresentado, os sensores ficaram do dia 21/12/2002 à 12/01/2003, transmitindo dados a cada 5 minutos. Os dados observados pelo sensoriamento do ambiente foram ar, neve, gelo, solo e formações rochosas. Para validação da robustez dos nodos, esses foram testados em temperaturas variando de -19° a -5° . Durante os testes, constatou-se que as baterias tornavam-se carregadas em 24 horas de exposição à luz solar. Após 90 horas de implantação, foram constatados problemas na recepção dos dados. Os autores concluíram que o Sensor Web provou ser robusto e uma ferramenta muito superior aos seus concorrentes [34], em termos de robustez para investigação de ambientes criogênicos. Como trabalhos futuros, os autores indicaram versões do dispositivo para detectar presença de água e gases, tais como dióxido de carbono (CO_2) e metano (CH_4).

Outra aplicação relevante de RSSF em ambiente natural foi descrita por HARTUNG, C. et al. [18] (2006). No trabalho foram descritos as etapas para criação de uma rede para monitoramento de incêndios florestais, considerando um único tipo de sensor. O tipo de rede foi denominado como homogênea; porém, o sensor aplicado no experimento tinha capacidade de monitorar temperatura e índice de umidade. Além dos nodos, a RSSF visou um monitoramento por câmeras remotas e envolvendo processamento de imagens. Todos os dados coletados foram transmitidos via radiofrequência para uma *base station* (BS), localizada próxima da área de cobertura da rede. Apesar de relevante, a viabilidade do trabalho foi questionada. Uma dificuldade constatada foi garantir a comunicação entre os nodos, uma vez que as distribuições não consideraram terrenos montanhosos (3D). O custo total para a implantação da RSSF foi de vinte e dois mil dólares (US\$ 22.000,00), que denotou outro problema. Segundo os autores, o valor envolvido para produzir cada nodo

aliado a dificuldades de implantação em grandes áreas florestais representam grandes restrições para adoção massiva de monitoramento usando RSSF.

BAE, S.C. et al. [22] (2013) realizaram um estudo com RSSF para monitoramento de desgastes dos materiais aplicados em pontes. A ideia foi prover uma ferramenta para prever a vida útil de uma estrutura (ponte) e alertando sobre aspectos de segurança. O projeto foi desenvolvido com base no índice de força de sinal recebido (RSSI) e índice de qualidade de ligação (LQI). Os dispositivos adotados para o sensoriamento foram os nodos sensores ZigBee [57], com a comunicação baseada em radiofrequência, na faixa de 2,4 GHz. Os cenários foram divididos em três diferentes materiais: madeira, concreto e aço. A partir destes parâmetros, os nodos foram posicionados nas paredes dos pilares que sustentam a ponte observada. Os autores concluíram que o envolvimento de vários materiais gerou dificuldades para coleta e análise dos parâmetros RSSI e LQI, mas que a abordagem foi útil para auxiliar no monitoramento desse tipo de estrutura. Em trabalhos futuros, foi sugerido um estudo mais detalhado, por meio de simulações, dos materiais híbridos comumente envolvidos.

AL-HAIJA, Q. A. et al. [21] (2013) apresentaram um estudo com RSSF para monitorar a qualidade do ar em uma universidade. Nesse sentido, a construção do nodo para esse trabalho foi concebida a partir do dispositivo Arduino [58], combinado com o sensor MQ-2 Gas Sensor [59], que é capaz de coletar informações sobre gases. A unidade de medida para fazer comparações de qualidade do ar foi a porcentagem de dois gases presentes no ar, monóxido de carbono (CO) e gás petróleo líquido (LPG). Os valores coletados foram comparados com valores de CO e LPG presentes em uma amostra considerada com ar ideal. Os nodos sensores foram posicionados em áreas estratégicas da universidade. Segundo os autores, a proposta foi relevante e ajudou no monitoramento da qualidade do ar na universidade, em tempo real. Os resultados foram enviados às autoridades competentes para tomadas de decisões.

Nos estudos apresentados previamente, um problema comum foi o controle e roteamento da rede. Porém, problemas relacionados ao gerenciamento de energia dos nodos são comumente enfrentados em estudos considerando RSSF. Esses tipos de problemas são decorrentes de comunicações excessivas, motivadas por falhas de distribuição dos nodos. Para minimizar essas dificuldades, diferentes propostas foram direcionadas para distribuição de nodos sensores. Como exemplo, WU, C. et al. [5] (2006) propuseram um método centralizado para distribuição de sensores, denominado DT-Score. O critério seguido foi maximizar a área de cobertura de uma região de interesse com presença de obstáculos. O DT-Score consistiu de

duas fases. Na primeira, uma técnica baseada em detecção de contorno foi aplicada para eliminar “buracos” de cobertura localizados perto das regiões com obstáculos. Para tanto, os pontos de borda foram selecionados e adicionados ao vetor de sensores. Finalizando a primeira fase do DT-Score, uma etapa foi aplicada para gerar posições candidatas de sensores, respeitando os limites impostos pelo vetor de sensores. Na segunda fase, a triangulação de Delaunay foi aplicada para regiões não cobertas inicialmente pelos sensores candidatos. Os autores relatam que o DT-Score forneceu maior área de cobertura do que os métodos baseados em grade e abordagem aleatória, à medida que os sensores foram progressivamente inseridos. Outra conclusão foi que DT-Score se apresentou mais escalável do que as abordagens de implementação baseadas em grade. Em casos reais, os autores informaram que o método DT-Score ainda necessita de ajustes para obter informações dos locais sobre obstáculos.

Em OKTUG, S. et al. [6](2008), foi proposto uma nova estratégia de distribuição de redes de sensores sem fio bem como estudo de cobertura 3D sob implantação heterogêneo. O objetivo do trabalho foi apresentar uma solução para distribuição de nodos sensores para cobrir um terreno 3D específico. O estudo utilizou três tipos de distribuição de nodos sensores: método *plane*, método uniforme e método em cruz. Todos esses métodos são baseados em grade. O primeiro método opera como um avião que sobrevoa suas linhas aéreas. O método em cruz deriva do método modo avião; porém, as linhas aéreas primárias estão situadas nos eixos centrais da área de interesse formando uma cruz, e colocando uma alta densidade de nodos sensores no ponto central da mesma. A distribuição uniforme foi usada para comparação e validação junto às anteriores. As simulações feitas utilizaram o modelo de terreno acidentado e o método de distribuição baseados em grade distribuídos numa área de 1 km x 1 km. O raio de detecção de um nodo sensor foi definido arbitrariamente por 25 metros.

Outro trabalho foi o de CHANG, C. et al. [7] (2009). Os autores apresentaram um algoritmo de distribuição automatizada, considerando obstáculos impenetráveis, denominado ORRD. Para isso, regras para posicionamento de um nodo foram aplicadas, de movimento serpentina e para manipulação de obstáculos. O algoritmo permitiu também definir a melhor distribuição a partir de estratégias de movimentação automatizada, denominadas como aleatória, cruzamento, linha e círculo. Para tratar problemas relacionados aos obstáculos, a abordagem adotada foi a descrita em WANG et al. [60] (2005). CHANG, C. et al.[7] (2009) relataram que a cobertura total e conectividade usando um número reduzido de sensores

foram obtidas com a necessidade de informações globais da região. Os autores concluíram que o método supracitado superou significativamente os métodos DEC [61] (2004) e LRV [62] (2007), em termos de números de sensores, percentual de cobertura, tempo de distribuição e consumo de energia.

Outra abordagem apresentada foi a descrita por CHIZARI, H. et al. [63] (2011). Os autores propuseram um método para mensurar cobertura de RSSF, utilizando a técnica de triangulação de Delaunay (DT). A quantificação da qualidade de cobertura foi realizada com um algoritmo de segmentação espacial, selecionando as regiões de interesse. Os métodos utilizados foram o de Voronoi, o grafo de Gabriel [64] (2008) e técnicas de triangulação. A partir dessas abordagens, CHIZARI, H. et al. [63] (2011) definiram um algoritmo de triangulação de Delaunay (DT) clássico e diferentes métodos de análise para o processo de decisão. O método desenvolvido considerou as seguintes propriedades: 1) os polígonos gerados por conjuntos de pontos fora da triangulação são convexos; 2) cada sensor é conectado pelas arestas dos triângulos com os vizinhos mais próximos; 3) caso não exista três sensores distribuídos sobre uma linha, cada um tem pelo menos grau dois; e, 4) o circuncírculo de cada triângulo não é contido em nenhum outro sensor. Com o método desenvolvido, os resultados obtidos foram diferentes métricas de avaliação. As métricas permitiram detalhar áreas entre os sensores e distâncias correspondentes. Como resultado, os sensores foram rotulados como *fat*, *health* ou *thin* para definir áreas densas, ótimas e dispersas. Os autores relataram que o método ainda requer melhorias na técnica de distribuição de sensores. Apesar disso, uma conclusão apresentada foi que as métricas e as informações coletadas permitem melhorar a compreensão das propriedades de cobertura em pesquisas envolvendo RSSF.

Em INGLE, M. R et al. [8] (2011) foi apresentada uma técnica para reduzir o consumo de energia das baterias de RSSF. O objetivo foi desenvolver um sistema que trata a distribuição dos nodos sensores de forma eficiente, de modo que o consumo de energia seja mínimo e a transferência de dados seja máxima. A implementação do algoritmo foi baseada no diagrama de Voronoi com uma abordagem incremental: dada uma região de interesse, o diagrama resultante deve ter no máximo $n - 1$ arestas, sendo n , o número total de vértices. Os autores utilizaram dois tipos de redes de diagrama de Voronoi: Nodos de rede do diagrama de Voronoi e arestas da rede do diagrama de Voronoi. Em testes preliminares, os autores concluíram que as abordagens Voronoi foram promissoras e que podem fornecer a maior área de cobertura e com o menor consumo de energia pelos nodos.

Uma primeira estratégia para distribuição de nodos em 3D foi descrita em UNALDI, N. et al. [11] (2012). O método foi embasado na transformação *wavelet* (WT) e algoritmos genéticos para obtenção da distribuição desejada, a partir de um número limitado de sensores. Os autores propuseram um confronto entre duas técnicas de distribuição de nodos sensores, distintas que foram: a triangulação de Delaunay (DT) e a distribuição aleatória. Além destas duas técnicas para distribuição dos nodos sensores, foi proposta também a otimização das mesmas por meio de dois métodos distintos de algoritmos genéticos (o algoritmo genético padrão (S-GA) e o algoritmo genético estacionário (SS-GA)). Estes dois algoritmos foram escolhidos para solucionar o problema de máxima cobertura e menor número de nodos sensores implantados (MSC). Os algoritmos genéticos foram implementados para melhorar o posicionamento dos nodos sensores, usando operadores de função *fitness*, recombinação e mutação. Estes operadores permitiram modificar a distribuição inicial de nodos sensores; porém, as condições de reorganização dos nodos foram baseadas em transformação *wavelet* (WT). Os resultados de desempenho revelaram que o algoritmo baseado em Delaunay superou a distribuição aleatória. Os diferentes métodos de algoritmos genéticos adotados (S-GA, SS-GA) permitiram melhor eficácia usando o operador de mutação para reorganizar os nodos sensores, tendo como referência o critério qualidade de cobertura (QOS).

LIU, L. et al. [9] (2012) apresentaram também um trabalho sobre cobertura de área de interesse (AOI) em superfícies tridimensionais para terrenos ondulantes para obter índices de cobertura esperados aplicando a distribuições estocásticas. De acordo com diferentes características do terreno, foram estudados dois tipos de problemas de cobertura de área: problema de cobertura de terreno regular e problema de cobertura de terreno irregular. Especificamente, foi obtida a expressão global do índice de cobertura esperada para uma superfície arbitrária $z = f(x, y)$ e testadas em duas superfícies distintas: superfície com modelo de cone e superfície com modelo cos-revolução. Os testes foram realizados com o objetivo de estimar os índices de cobertura esperados para terrenos regulares. Para terrenos irregulares, foi proposto um modelo de elevação digital (DEM). O método foi baseado no cálculo de taxas de cobertura esperadas e formulado a elaboração de um algoritmo para estimar o índice de cobertura esperada de uma área de interesse, usando apenas o mapa de contorno da região.

JIN, M. et al. [10] (2012) atacaram o problema da melhor distribuição de sensores para superfícies 3D, com o objetivo de alcançar a maior taxa de área de cobertura. De modo geral, a leitura de um nodo sensor apresenta pouca fiabilidade, que muitas vezes depende da

distância entre o sensor e o alvo a ser detectado, tal como observado em uma ampla gama de aplicações. Portanto, um sensor de rede tem capacidades de precisão distintas na aquisição de dados quando os sensores são distribuídos em diferentes áreas de Interesse (AOI). Desta maneira, os autores formularam uma solução para obter uma melhor distribuição de nodos sensores em uma superfície em termos de qualidade de detecção. A ideia foi introduzir uma função geral para medir a falta de fiabilidade de dados monitorizados em toda a rede de sensores. Os melhores resultados foram obtidos com uma distribuição de nodos sensores nos centroides do diagrama de Voronoi e reorganizados a partir de uma métrica.

LEE, J. et al. [12] (2012), apresentaram alguns métodos de pesquisa meta- heurísticos que foram empregados para resolver o problema de distribuição de sensores. A proposta foi embasada em quatro incógnitas para definir o problema: 1) O número de sensores é desconhecido; 2) nenhum candidato é dado para uma distribuição inicial; 3) o raio de cobertura de cada sensor é variável; e, 4) cobrir uma área com obstáculos. Essas premissas foram representadas em um esquema de conjunto de cromossomos. Operadores genéticos e uma abordagem de reparação foram utilizados, associados por meio das estratégias *fitness* hierárquica e otimização híbrida. Os autores concluíram que os resultados foram relevantes e que o método será aprimorado com o uso de técnicas de decomposição [65, 66], visando maior velocidade para convergência dos resultados.

SEOK, J. et al. [13] (2013) apresentaram um algoritmo para obter a maior área de cobertura em um RSSF. O método foi embasado em bipopulação evolutiva para cobertura total de área (BEFAC), composto por funções *fitness*, operadores de recombinações unárias estocásticas e seleção de procedimentos entre as duas populações. Através da aplicação do BEFAC, um estado com cobertura total foi adquirido com um número mínimo de sensores, implementados na região de interesse (AOI) e com a presença de obstáculos. O método foi instanciado para compor duas populações. Os indivíduos da população de cobertura total foram gerados pela inserção aleatória dos sensores. Após obter a cobertura total, um sensor foi selecionado aleatoriamente e excluído. Essa estratégia visou readequar as posições para obter a cobertura total. Esse processo foi executado até atingir um número finito de repetições ou obter a cobertura total. Os resultados conquistados com essa abordagem foram comparados com os valores fornecidos em [7, 13], SEOK, J. et al. concluíram que os desempenhos foram consideravelmente superiores.

YOON, Y. et al. [14] (2013) descreveram em detalhes o problema de cobertura máxima em distribuição de redes de sensores sem fio. Os autores definiram que distribuição

aleatória é a maneira mais simples de implantar nodos sensores; porém, pode causar uma situação desequilibrada. A saída é adotar uma estratégia mais inteligente para reorganização de nodos. Para tanto, os autores propuseram uma estratégia baseada no método de Monte Carlo. A ideia foi utilizar uma estrutura genética: N o tamanho da população; uma coleção de pares $N / 2$ foi composta de forma aleatória, cruzamento e mutação foram aplicados para cada par, da geração dos filhos de $N / 2$; e, os pais e os filhos foram classificados, sendo selecionados os melhores indivíduos entre N ; a dimensão da população utilizada foi $N = 50$; o algoritmo genético foi aplicado para tratar 1000 gerações; e, os métodos para cruzamentos e mutações foram BLX- α [67, 68] e Gaussiana [69]. A avaliação da função correspondeu ao problema de distribuição de sensores com cobertura máxima. Uma determinada distribuição foi avaliada via simulação do método de Monte Carlo. Os autores concluíram que a abordagem garantiu resultados com melhorias significativas de desempenho e em qualidade de cobertura.

AL-TURJMAN, F. M. et al. [15] (2013) introduziram uma nova abordagem de distribuição, baseada em grade. A proposta foi nomeada Percentagem Média de Conectividade, visando caracterizar a conectividade de sensores com erros decorrentes de falhas de distribuição. Para tanto, foram considerados dois cenários: a distribuição baseada em *grid* com erros uniformes limitados e com erros normais ilimitados. Em ambos os casos, a percentagem média de conectividade foi calculada numericamente e verificada através de simulações. Os resultados obtidos permitiram limitar o comprimento máximo da grade para uma determinada área, de modo a satisfazer o critério conectividade. Os autores concluíram que a pesquisa permite uma distribuição mais apropriada de nodos, orientada à conectividade.

VECCHIO, M. et al. [70] (2014) propuseram uma técnica gulosa e iterativa para computar trajetórias de nodos sensores. O método foi proposto para cenários bidimensionais com uma distribuição inicial em grade: os nodos sensores foram divididos em estáticos e móveis. Os nodos estáticos foram posicionados aleatoriamente sobre a grade, enquanto que os sensores móveis foram arranjados entre os nodos estáticos. Assim, iterações foram realizadas para movimentar os nodos móveis em busca da melhor qualidade de cobertura. Os nodos estáticos ajudaram ativamente nas distribuições dos nodos móveis, por meio de um protocolo nomeado *bidding*: a ideia foi analisar pares de nodos estático e móvel com o objetivo de maximizar a cobertura da área de interesse. O método proposto conseguiu taxas de até 95% de cobertura, usando de 30 a 150 nodos sensores, com um número diferente de nodos sensores

estáticos e móveis. Os autores concluíram que o método superou algumas técnicas para cenários estáticos existentes na literatura.

RIBEIRO, M. G. et al. (2014) [71] apresentaram um método para a distribuição de sensores sem fio em superfícies 3D. O método foi estruturado em: discretizar a área de interesse com o algoritmo de Delaunay. Os valores dos tetraedros e coordenadas espaciais (de cada vértice e faces) foram entrada para construção do Diagrama de Voronoi tridimensional. Cada circuncentro foi calculado e utilizado como uma posição candidata para a inserção de um nodo sensor. A seleção das posições candidatas respeita o circuncírculo de cada triângulo que é a representação do raio de alcance do nodo sensor. O algoritmo de Dijkstra e um método de seleção foram aplicados para eliminar posições candidatas com áreas de cobertura sobrepostas ou além da superfície de interesse. Os autores concluíram que o método forneceu bons resultados de cobertura segundo os critérios adotados.

3.2 Considerações sobre o Estado da Arte

Os trabalhos descritos previamente envolvem os principais aspectos sobre RSSF e distribuições de nodos sensores, com destaques para aplicações nos contextos de monitoramento ambiental ou de prevenções de eventos causados por fenômenos naturais [17, 19 - 21]. Também, foram descritas as dificuldades existentes para conceber redes RSSF em cenários reais. Para minimizar tais dificuldades, foram apresentadas diferentes abordagens para distribuição de nodos, utilizando como critérios a cobertura de comunicação [5, 7, 12, 70 - 72] ou maior área de sensoriamento [6, 9, 10, 14]. Dentre as pesquisas apresentadas, foi possível constatar diferentes abordagens explorando métodos evolutivos ou a dualidade Delaunay e Voronoi. Os métodos evolutivos podem proporcionar resultados com taxas mais relevantes [7, 12 - 14]. Nesses trabalhos, o critério utilizado foi a amplitude do raio de alcance de comunicação [7, 12, 13] ou amplitude do raio de alcance do sensoriamento [6, 9, 10, 14]. Porém, a complexidade e desempenho foram fatores que limitaram explorações em áreas reais e em tempo real. Por outro lado, abordagens baseadas em Voronoi (VD) [27] e Delaunay (DT) [25] indicaram resultados relevantes, principalmente por fornecer uma distribuição mais uniforme [5, 8]. Além disso, essas técnicas favoreceram otimizações a partir da distribuição inicial, em tempo real, com remoções ou movimentações dos nodos. Isso permitiu uma redução no número de nodos, sem prejudicar a taxa de cobertura ou conectividade [7, 12, 13].

4 Metodologia

Nesta seção está uma descrição das técnicas que foram utilizadas para o desenvolvimento do trabalho, tais como: geração dos cenários com pacotes gráficos e sua decomposição para extração da área de interesse; distribuições baseadas em triangulação de Delaunay e diagrama de Voronoi; critérios adotados para seleção de posições candidatas; tratamento de sobreposições simples, sobreposições compostas e sobreposições externas. Também, a abordagem para avaliar o desempenho do método é apresentada. Nas próximas subseções estão detalhes das etapas e processos que embasaram a abordagem proposta neste trabalho.

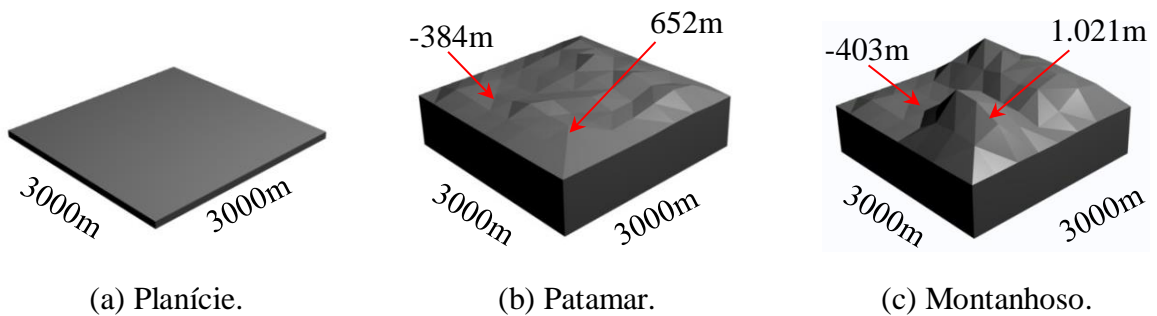
4.1 Representações de Superfícies

O método proposto requer, como primeira etapa, a indicação da superfície bidimensional ou tridimensional que se deseja ter posições candidatas para nodos sensores. A estratégia utilizada foi sintetizar superfícies com o apoio de um pacote gráfico, visando obter áreas tridimensionais representativas de relevos reais e não triviais [72]. A escolha de um pacote gráfico considerou os recursos disponíveis para discretizar domínios complexos e também prover meios para gerar *scripts*. Os *scripts* foram úteis para automatizar métodos a fim de percorrer e manipular o domínio tridimensional. Assim, o modelador de sólidos *Blender* foi o escolhido.

O pacote *Blender* é mantido pela *Blender Foundation* [75] e está disponível sob uma licença dupla (*BL / GNU General Public License*), com partes licenciadas sob a *Python Software Foundation License*, fato que define a linguagem *Python* como meio para desenvolvimento de *scripts*. Com os recursos citados foi possível representar as áreas de interesse com a ferramenta *Blender* e utilizar a linguagem *Python* para implementar técnicas com a finalidade de exportar as informações (coordenadas, faces, arestas e conexões) para um arquivo ASCII, que foi utilizado como entrada para aplicar as técnicas de *Delaunay* [24, 25] e *Voronoi* [27]. O algoritmo utilizado para exportar os valores de coordenadas, faces, arestas e conexões foi descrito em [71, 80].

Os relevos utilizados para testar a proposta foram representativos de três níveis de irregularidades, considerando as extensões aproximadas de 3.000m de largura por 3.000m de comprimento. O relevo patamar considerou regiões de pico de até 652m de altura e depressões de até 384m. A região montanhosa foi composta por regiões de pico de até 1.024m e depressões de até 403m. Com isso, o terreno patamar totalizou 9.270.928,83m² e o montanhoso 10.677.079,06m². Os relevos gerados estão ilustrados na Figura 12.

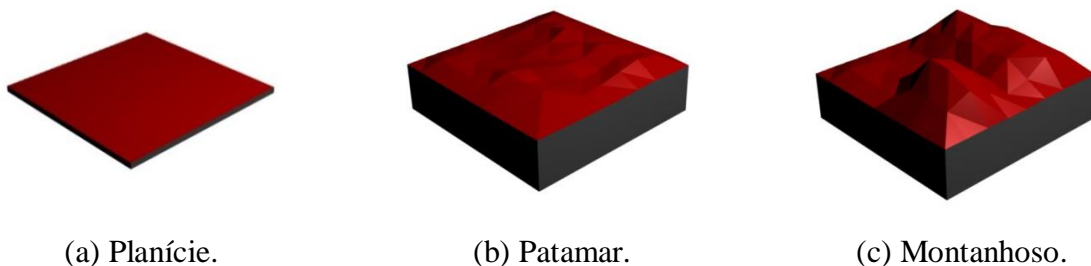
Figura 12: Exemplos de superfícies representadas no pacote gráfico Blender [75].



Fonte: Elaborada pelo autor.

No método proposto, a camada mais superficial do relevo foi marcada com uma cor diferente da definida para o volume. Essa estratégia permitiu selecionar coordenadas (x, y, z) , faces, arestas e conexões das camadas de superfícies que devem conter posições candidatas de nodos sensores: os valores coletados são entradas para as técnicas de Delaunay e Voronoi. Na Figura 13 são ilustradas as regiões de interesse na cor vermelha para conter nodos sensores.

Figura 13: Exemplos dos relevos com as camadas superficiais associadas marcadas em vermelho e demais regiões do volume em cinza.



Fonte: Elaborada pelo autor.

4.2 Definições de Simplexos: Algoritmo de Delaunay

A partir das informações de coordenadas, faces, arestas e conexões dos relevos indicados na subseção 4.1, a triangulação de Delaunay foi realizada dividindo o domínio geométrico em simplexos. Isso foi possível considerando os limites de cada superfície como um conjunto de vértices V e s como um k -simplex ($0 \leq k \leq n$), formado pelos vértices V . Um simplex K é uma lista ordenada de vértice $\{P_i\}$ com $1 \leq i \leq d + 1$, onde d é a dimensão do espaço euclidiano afim E . O circuncentro de s foi entendido como uma circunferência de raio r que passa por todos os vértices de s . Assim, as retas entre os pontos que satisfazem a condição foram traçadas, constituindo os triângulos, espaço Euclidiano \mathbb{R}^2 , ou tetraedros, espaço Euclidiano \mathbb{R}^3 , de Delaunay.

O algoritmo de Delaunay foi aplicado a partir da implementação disponível no pacote *TetGen* [29], distribuída sob licença *MIT License*. O *TetGen* é mantido pelo grupo de pesquisa *Numerical Mathematics and Scientific Computing, Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics (WIAS), Berlin, Alemanha*. O *TetGen* recebe como entrada o objeto gerado pelo pacote gráfico *Blender* e fornece como saída dois arquivos ASCII: (*.node*) e (*.face*). O arquivo *.node* contém uma lista de vértices, sendo que cada um possui três coordenadas (x, y, z) e pode incluir um ou vários marcadores (cores) de limites de fronteiras, característica essa, que possibilitou a extração da superfície do objeto. O arquivo *.face* contém uma lista de faces triangulares. Cada vértice contém um índice que está associado com cada elemento contido no arquivo *.node* correspondente.

É importante ressaltar que a estratégia de simular distribuições com Delaunay considerou cada vértice da malha triangular como uma possível posição candidata para conter um nodo sensor. Outro aspecto é que os dados contidos nos arquivos *.node* e *.face* foram utilizados para determinar o diagrama de Voronoi e demais estratégias descritas nas subseções seguintes.

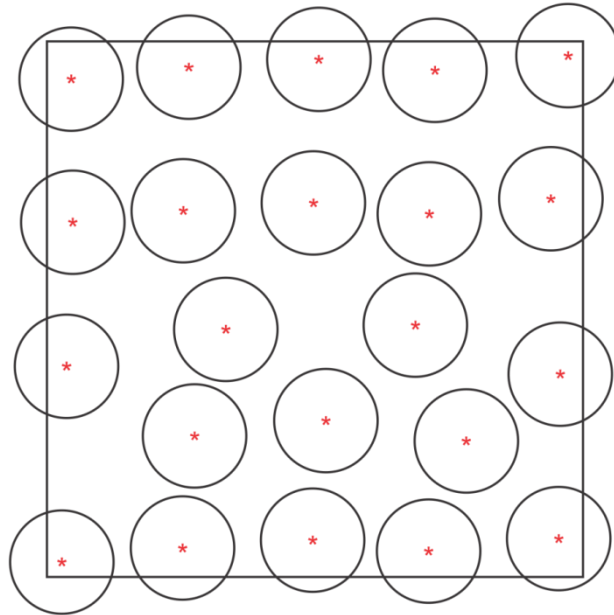
4.3 Definições de Simplexos: Diagrama de Voronoi

O diagrama de Voronoi [27] foi representado para conjuntos de simplexos da superfície E considerando P_1, \dots, P_n como n pontos em E . O poliedro de Voronoi associado ao ponto P_i do conjunto foi obtido aplicando a Equação (2), a qual foi descrita na subseção 2.4.2. A partir da definição de cada célula, o circuncentro foi calculado com estratégias descritas em [73]. O resultado foi adotado como uma possível posição candidata para receber um nodo sensor. O circuncentro deve ser entendido como a intersecção das mediatrizes dos lados de um triângulo.

4.4 Critério para seleção de posições candidatas

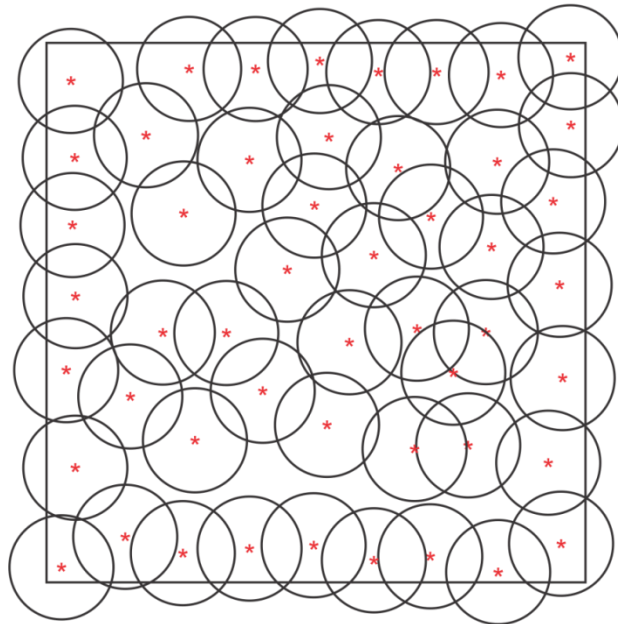
A indicação de posições candidatas ocorreu a partir das posições que discretizaram uma superfície: vértices de um triângulo ou circuncentro de uma célula de Voronoi. A seleção de uma posição foi realizada considerando área e intersecção de coberturas, parâmetros estes calculados a partir de um raio r omnidirecional, fornecido como entrada. Com essa aproximação, a intersecção foi definida quando a distância entre posições foi menor que duas vezes o raio r , o qual foi associado a cada posição. No primeiro ciclo de verificação, a regra priorizou selecionar posições candidatas com as maiores áreas de coberturas e sem intersecções, conforme está ilustrado na Figura 14. Nos demais ciclos de verificação, o objetivo foi definir comunicação entre as posições candidatas obtidas com o primeiro ciclo. Assim, dado um par de posições da distribuição inicial, posições intermediárias foram pesquisadas na triangulação de Delaunay, vértices de cada triângulo, ou no diagrama de Voronoi, circuncentro da célula. A posição intermediária que forneceu o maior ganho de cobertura foi a selecionada. Na Figura 15 é ilustrado o resultado obtido com esse processo. Como consequência, uma área da superfície pode ser coberta pelo sensoriamento de uma ou mais posições candidatas. Este fato produz sobreposições que maximizam a área de cobertura da RSSF. O tratamento adequado desse problema permitiu conhecer o valor real de cobertura com as posições selecionadas, garantindo uma solução aceitável para o problema de MCMS, máxima cobertura com o menor número de sensores.

Figura 14: Ilustração de posições candidatas selecionadas e sem comunicação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 15: Representação das posições candidatas selecionadas e com comunicação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

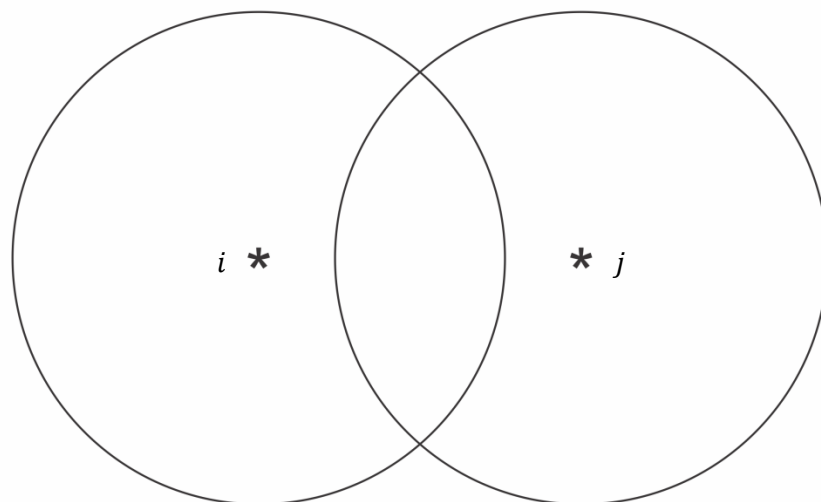
4.5 Tratamento de Sobreposições

A cobertura de uma superfície foi realizada por um conjunto de posições candidatas associado a um raio r , omnidirecional e de formato circular. Essa aproximação pode implicar no fato de uma área da superfície ser coberta por duas ou mais posições, indicando sobreposição de cobertura. As sobreposições foram eliminadas para obter taxas de coberturas sem duplicações. Essa correção considerou duas situações: *sobreposição simples* e *sobreposição composta*.

4.5.1 Sobreposição simples

A sobreposição simples foi definida como uma área coberta por duas posições candidatas nomeadas como i, j . É importante ressaltar que o cálculo da sobreposição em um espaço euclidiano \mathbb{R}^3 representado na Figura 16 foi possível a partir de projeções dos pontos i, j em um espaço euclidiano \mathbb{R}^2 , bem como dos pontos que definem as intersecções entre os perímetros das áreas analisadas, os quais foram identificados como $n1$ e $n2$, indicados na Figura 17.

Figura 16: Ilustração dos pontos i, j , no espaço \mathbb{R}^3 .



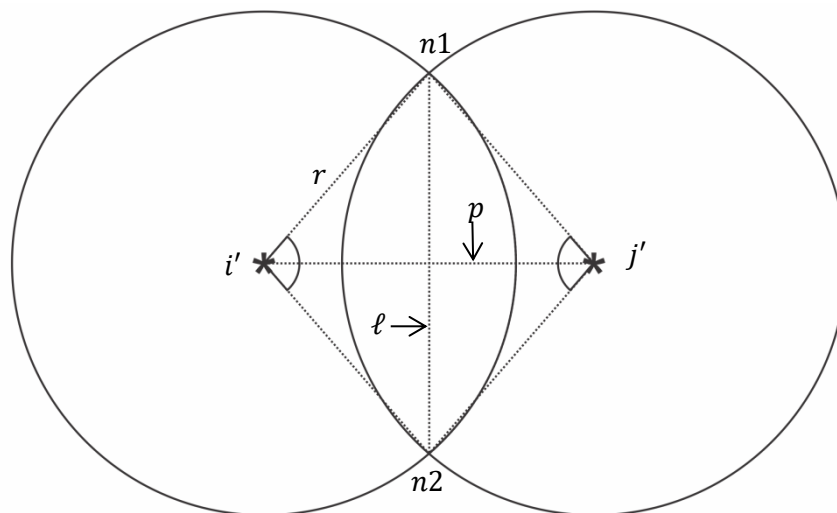
Fonte: Elaborada pelo autor.

A projeção das posições foi possível por meio de representações vetoriais, sendo $i' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ e $j' = \begin{bmatrix} p \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, dado que p é a distância euclidiana entre i e j no espaço euclidiano \mathbb{R}^3 Equação (3). As definições de $n1$ e $n2$ ocorreram a partir do ponto médio entre i', j' , nesse caso determinado como $\frac{p}{2}$, e pela Equação (4), na qual r é o raio de cobertura informado pelo usuário e ℓ indica a distância euclidiana entre $n1$ e $n2$. Logo, os valores para $n1$ e $n2$ são dados como: $n1 = \begin{bmatrix} \frac{p}{2} \\ \frac{\ell}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$ e $n2 = \begin{bmatrix} \frac{p}{2} \\ -\frac{\ell}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$. Na Figura 17 são ilustrados os parâmetros descritos previamente.

$$p = \sqrt{(i_1 - j_1)^2 + (i_2 - j_2)^2 + (i_3 - j_3)^2}. \quad (3)$$

$$\frac{\ell}{2} = \sqrt{r^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2}. \quad (4)$$

Figura 17: Ilustração de sobreposição simples, sendo: $n1$ e $n2$, pontos de intersecção entre as circunferências; i' e j' , posições selecionadas para nodos sensores; p , distância euclidiana entre os pontos i' e j' ; r , raio de cobertura indicando o alcance de comunicação de um nodo; ℓ , distância euclidiana entre os pontos $n1$ e $n2$.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Com as posições de i' , $n1$ e $n2$, o cálculo da área de sobreposição w , Equação (5) [81], requer a definição do ângulo σ em graus, com a variação entre 0° e 180° , Equação (6), [82]. Na Figura 18 é ilustrada a área de sobreposição w para remoção.

$$w = \frac{r^2}{2} \left(\frac{\pi\sigma}{180} - \text{sen } \sigma \right), \quad (5)$$

onde r é o raio de cobertura (informado pelo usuário) e associado a cada posição candidata

$$\sigma = \text{acos}(\vartheta) \frac{180}{\pi}, \quad (6)$$

sendo ϑ o cosseno do ângulo formado por u e v , Equação (7)

$$\vartheta = \frac{v^t u}{\|u\| \|v\|}, \quad (7)$$

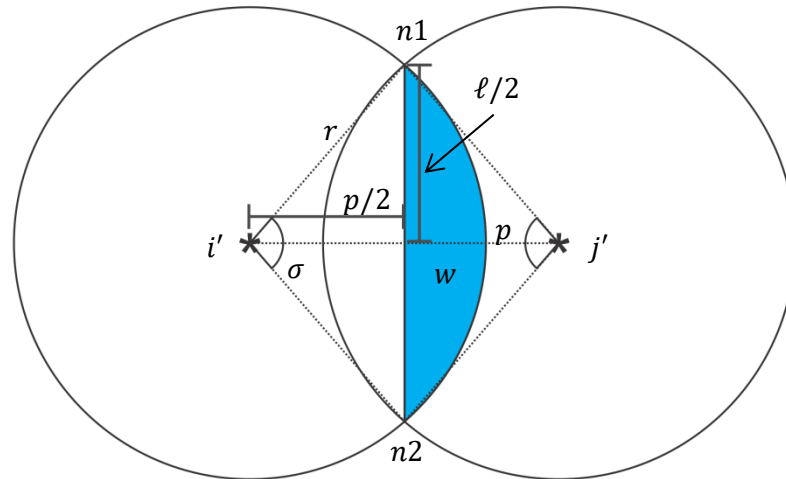
onde u e v são vetores que geram uma mudança de posição em $n1$ e $n2$, conservando a direção e a norma desses últimos. Os parâmetros u e v são gerados pelas Equações (8) e (9), colocando como ponto de referência a posição $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, caso i' ou outro ponto de referência para a formação do ângulo não esteja nessas coordenadas.

$$u = n1 - i', \quad (8)$$

onde $i' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, definição em coordenadas homogêneas.

$$v = n2 - i'. \quad (9)$$

Figura 18: Ilustração de sobreposição simples, sendo: $n1$ e $n2$, pontos de intersecção entre as circunferências; i' e j' , posições selecionadas para nodos sensores; p , distância euclidiana entre os pontos i' e j' ; r , raio de cobertura indicando o alcance de comunicação de um nodo; ℓ , distância euclidiana entre os pontos $n1$ e $n2$; σ , ângulo entre os pontos i' , $n1$ e $n2$; w , área do segmento circular (representada pela cor azul).

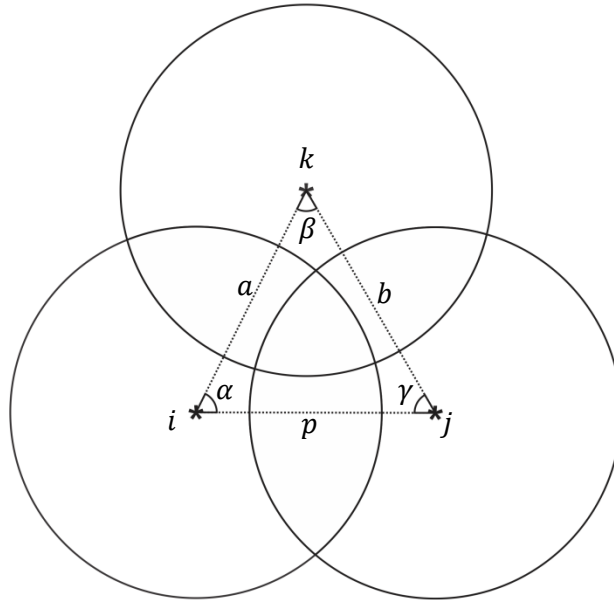


Fonte: Elaborada pelo autor.

4.5.2 Sobreposição composta

A sobreposição composta foi definida como uma área coberta por mais de duas posições candidatas. Para tratar essa situação foi necessário calcular as áreas central, nomeada como T , e adjacentes. O número de áreas adjacentes depende do número de posições candidatas envolvidas. Para exemplificar, uma área coberta por três posições candidatas (i , j , k), tem três áreas adjacentes (A , B , C) e uma área central. As definições das áreas ocorrem com projeções das posições candidatas em um espaço bidimensional, conforme descrição apresentada na subseção 4.5.1. Considerando o exemplo de sobreposições definidas por três posições candidatas, as distâncias entre ik , segmento a , kj , segmento b , e ji , segmento p , bem como os ângulos α , β e γ foram calculados com as abordagens descritas na subseção 4.5.1. Esses parâmetros são ilustrados na Figura 19, os quais foram calculados a partir das Equações (3) e (10). Os resultados foram regiões projetadas como as ilustradas na Figura 20.

Figura 19: Representação de sobreposição entre áreas de coberturas por três posições vizinhas em espaço euclidiano \mathbb{R}^3 , sendo: i, j e k posições selecionadas para nodos sensores; a, b, c , distâncias euclidianas, entre os pontos ik, kj e ji , e α, β e γ são ângulos entre os pontos jik, ikj e kji , respectivamente



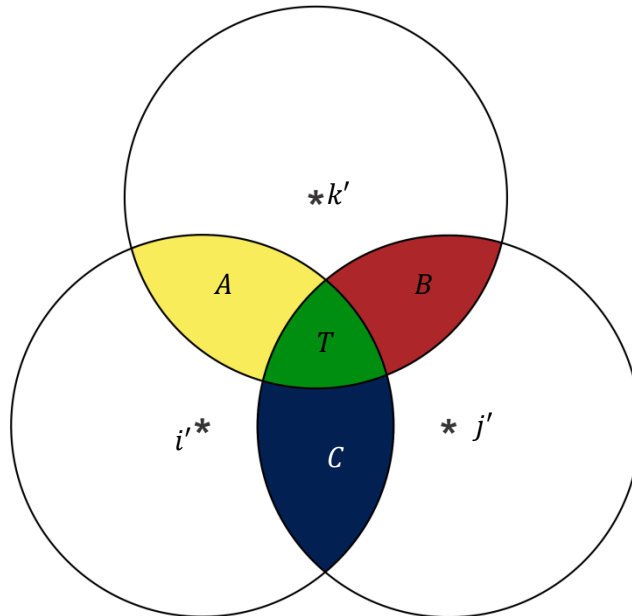
Fonte: Elaborada pelo autor.

$$k' = M \times i', \quad (10)$$

sendo $M = \begin{bmatrix} 1 & a \times \cos \alpha \\ 1 & a \times \sin \alpha \\ & 1 \end{bmatrix}$, $i' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, em coordenadas homogêneas, i' e k' são projeções em espaço euclidiano \mathbb{R}^2 , a indica a distância euclidiana entre os pontos i e k , e α o ângulo entre os segmentos ik e ij .

A projeção de j é dado por $j' = \begin{bmatrix} p \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, em coordenadas homogêneas, em que p é a distância euclidiana entre i e j , como apresentado na Equação (3). Após projetar j' e k' é realizada uma verificação se a soma dos ângulos α, β e γ é igual a 180° para atestar a formação de um triângulo como apresentado na Figura 19.

Figura 20: Representação de sobreposição entre áreas de coberturas de três posições vizinhas, sendo: i' , j' e k' posições selecionadas; A, B, C , áreas de sobreposição simples já removidas e T área de sobreposição dupla (representada pela cor verde).

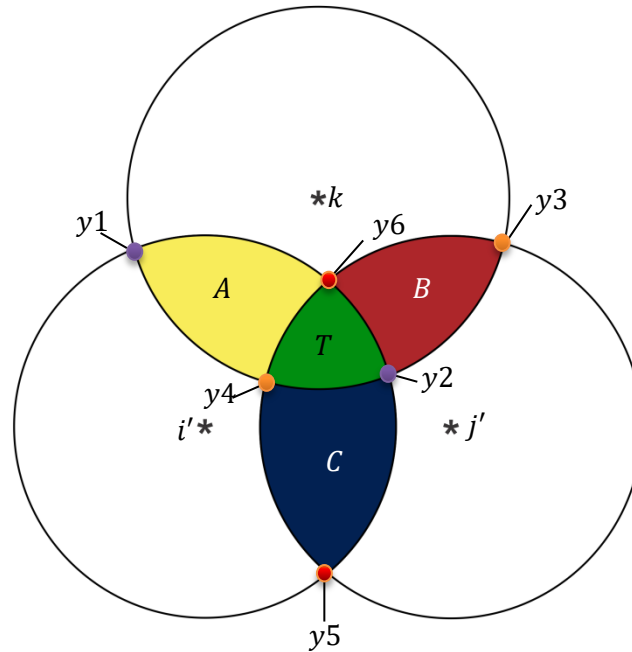


Fonte: Elaborada pelo autor.

As áreas adjacentes e central são definidas a partir dos pontos de intersecções dos perímetros (y_1 a y_6), como indicado na Figura 21. As estratégias descritas na subseção 4.5.1 (Sobreposição Simples) permitem essas identificações, considerando verificações de pares de posições candidatas: $i'k'$ (Figura 22), $k'j'$ (Figura 23) e $j'i'$ (Figura 24). Os resultados foram os pontos de intersecções dos perímetros (y_1 a y_6) e áreas adjacentes (A, B e C), para o exemplo de uma região coberta por três posições candidatas (Figura 21).

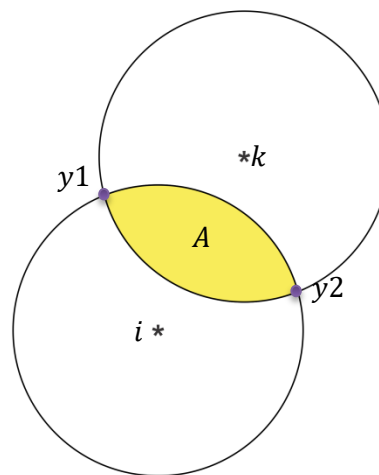
A próxima etapa foi calcular as distâncias euclidianas entre os pontos de intersecções dos perímetros a posição candidata adjacente utilizada como referência. O ponto de intersecção que proporcionou a menor distância foi escolhido para determinar a área central T . Assim, considerando os pares de posições $i'k'$ (Figura 22), $k'i'$ (Figura 23) e $j'i'$ (Figura 24), com os pontos correspondentes de y_1 a y_6 , as distâncias euclidianas calculadas podem ser obtidas para os segmentos: $\overline{y_1j'}$ e $\overline{y_2j'}$ (Figura 25); $\overline{y_3i'}$ e $\overline{y_4i'}$ (Figura 26); $\overline{y_5k'}$ e $\overline{y_6k'}$ (Figura 27).

Figura 21: Representação de sobreposição entre áreas de coberturas de três posições vizinhas, sendo: y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 e y_6 pontos de intersecção entre as circunferências; i', j' e k' posições selecionadas para nodos sensores; A, B, C , áreas de sobreposição simples já removidas e T área de sobreposição dupla (representada pela cor verde).



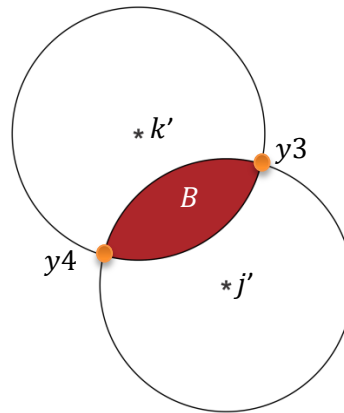
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 22: Representação de sobreposição entre áreas de coberturas de duas posições vizinhas i' e k' , sendo: y_1 e y_2 os pontos de intersecção entre as circunferências; e, A a área de sobreposição simples.



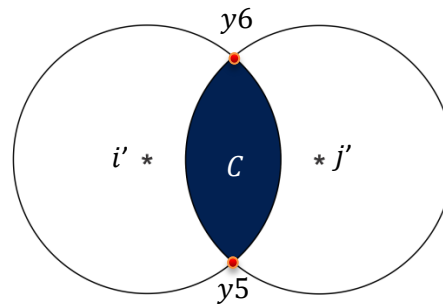
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 23: Visualização de sobreposição entre áreas de coberturas de duas posições vizinhas k' e j' , sendo: y_3 e y_4 os pontos de intersecção entre as circunferências; e, B a área de sobreposição simples.



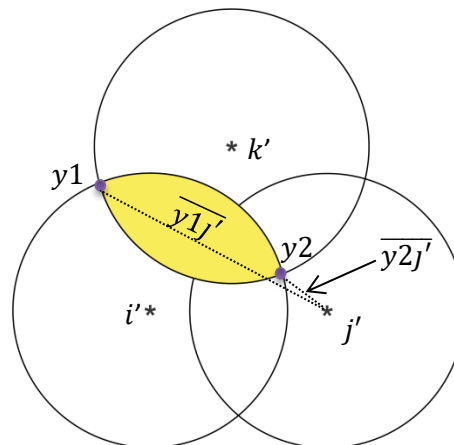
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 24: Representação de sobreposição entre áreas de coberturas de duas posições vizinhas j' e i' , sendo: y_5 e y_6 os pontos de intersecção entre as circunferências; e, C a área de sobreposição simples.



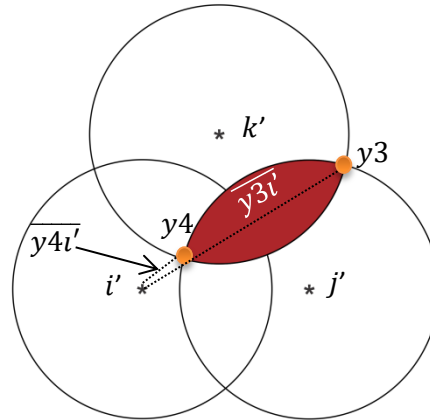
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 25: Ilustração de distâncias euclidianas dos pontos de intersecções dos perímetros, determinados a partir de um par de posições candidatas $P(i', k')$ a uma posição candidata de referência (j'). Os pontos de intersecções dos perímetros são indicados como y_1 e y_2 e j' respectivamente $\overline{y_1j'}$ e $\overline{y_2j'}$.



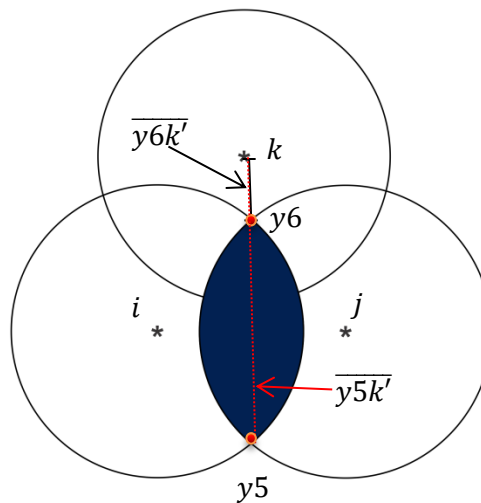
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 26: Visualização de sobreposição entre áreas de coberturas de três posições vizinhas, sendo: y_3 e y_4 , pontos de intersecção entre as circunferências; k' e j' ; i' , posição candidata adjacente; $\overline{y_3i'}$ e $\overline{y_4i'}$, distâncias euclidianas entre os pontos y_3 e i' e y_4 e i' respectivamente.



Fonte: Elaborada pelo autor.

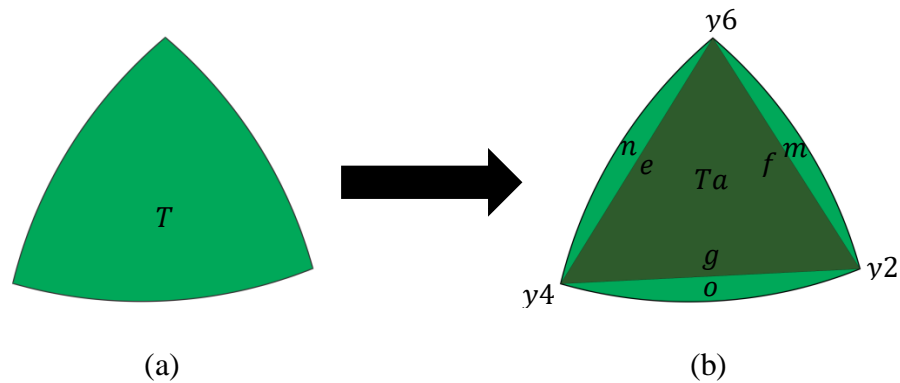
Figura 27: Representação de sobreposição entre áreas de coberturas de três posições vizinhas, sendo: y_5 e y_6 , pontos de intersecção entre as circunferências; j' e i' ; k' , posição candidata adjacente; $\overline{y_5k'}$ e $\overline{y_6k'}$, distâncias euclidianas entre os pontos y_5 e k' e y_6 e k' respectivamente.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Após identificação dos pontos de intersecções y_2 , y_4 e y_6 que constituem os vértices da região central T , representada na Figura 28(a), o valor da área foi calculado com a segmentação de T em sub-regiões: triângulo Ta e segmentos circulares m , n e o conforme a Figura 28(b).

Figura 28: Ilustração da segmentação da região central T (a) em sub-regiões (b): o triângulo Ta é composto pelas arestas e , f e g ; e, os segmentos circulares m , n e o são áreas definidas a partir dos vértices y_2 , y_4 e y_6 .



Fonte: Elaborada pelo autor.

A área do triângulo Ta foi calculada com a fórmula de Heron [83], uma vez que as arestas e , f e g do triângulo foram obtidas previamente. Assim, Ta é dado pela Equação (11).

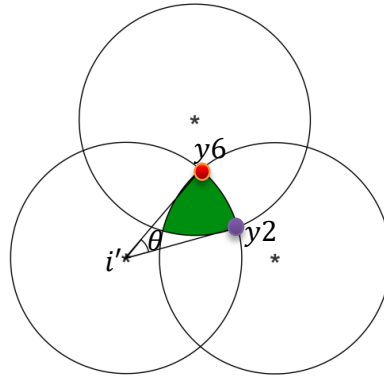
$$Ta = \sqrt{\mu(\mu - e)(\mu - f)(\mu - g)}, \quad (11)$$

sendo μ o semiperímetro do triângulo definido a partir das arestas e , f , g , calculado pela Equação (12).

$$\mu = \frac{e + f + g}{2} \quad (12)$$

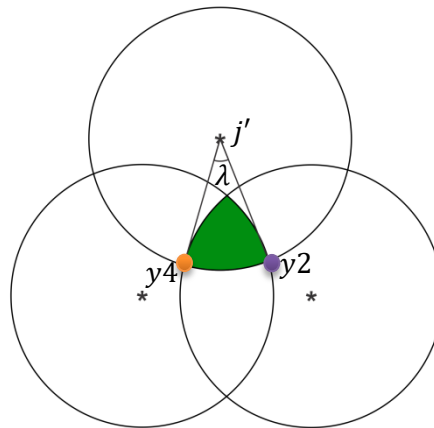
Os segmentos circulares m , n e o foram calculados a partir dos vértices da região central T e dos ângulos θ , λ e ρ , conforme ilustrações nas Figuras 29, 30 e 31. As técnicas utilizadas para obter as áreas dos segmentos circulares m , n e o foram baseadas na Equação (5), indicadas na subseção 4.5.1.

Figura 29: Ilustração do segmento circular m , sendo: i' , posição candidata com curvatura de m ; y_6 e y_2 , pontos de intersecções entre as posições candidatas e θ o ângulo entre y_6 , i' e y_2 .



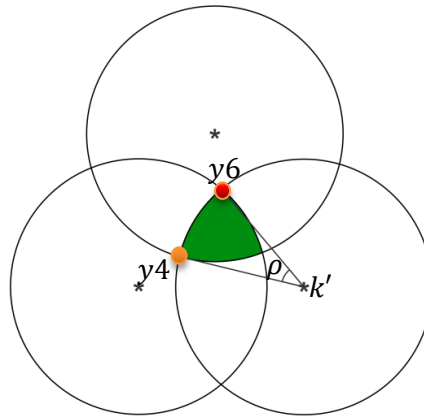
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 30: Representação para cálculo do segmento circular o , sendo: j' , posição candidata com curvatura de o ; y_4 e y_2 , pontos de intersecção entre as posições candidatas e λ o ângulo entre y_4 , j' e y_2 .



Fonte: Elaborada pelo autor.

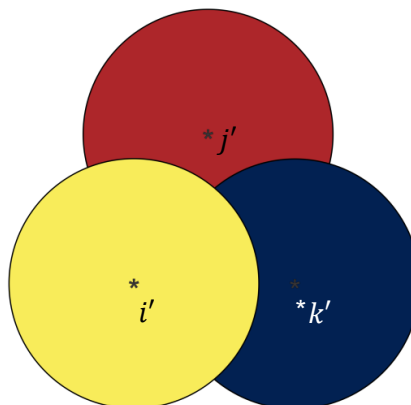
Figura 31: Representação para cálculo do segmento circular n , sendo: k' , posição candidata com curvatura de n ; y_4 e y_6 , pontos de intersecção entre as posições candidatas e ρ o ângulo entre y_6 , k' e y_4 .



Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir das identificações descritas previamente, as áreas adjacentes A , B e C foram removidas, porém preservando a área central T . A área central foi removida três vezes por sobreposições provocadas pelas áreas adjacentes. Assim, no cálculo da área de cobertura, a área central T foi acrescentada duas vezes. Os resultados foram áreas de coberturas sem sobreposições, conforme ilustrado na Figura 32. É importante ressaltar que o processo descrito previamente foi aplicado de maneira análoga para áreas cobertas por mais de três posições candidatas. Para esse tipo de situação, pode existir o problema de posições candidatas com sobreposições excessivas [77]. Esse problema foi controlado a partir dos ângulos α , β e γ : quando um desses apresentar valores superiores a 125° , a posição candidata referente ao ângulo foi excluída do conjunto. O valor de 125° foi definido experimentalmente e garantiu áreas de coberturas sem sobreposições excessivas.

Figura 32: Representação de área coberta sem sobreposições.

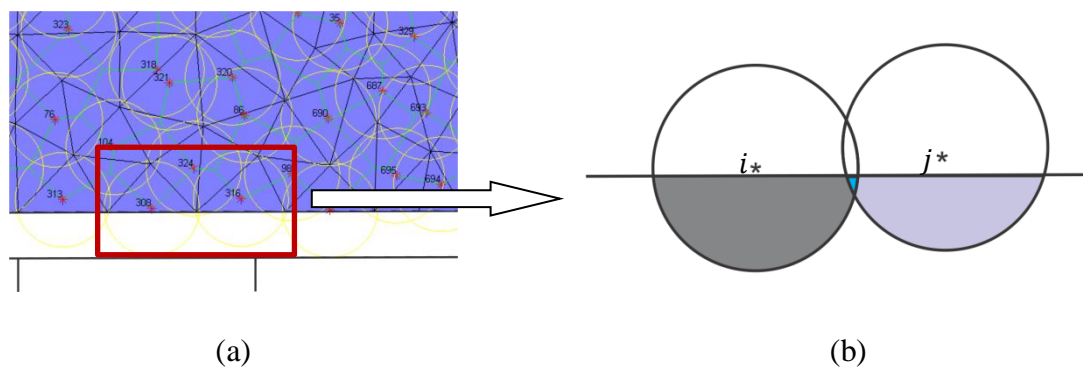


Fonte: Elaborada pelo autor.

4.6 Remoção de Áreas Externas

A definição de área de cobertura requer considerar valores contidos somente na área de interesse. Assim, duas situações foram tratadas: coberturas que extrapolam a área de interesse e sobreposições externas ao domínio. Na Figura 33(a) é ilustrada uma região com a presença das situações tomada como exemplo. Na Figura 33(b) são evidenciadas as áreas externas ao domínio (cor cinza) e a sobreposição (cor azul).

Figura 33: Problema de cobertura externa (a) e os sensores destacados para remoção de área externa (b).



Fonte: Elaborada pelo autor.

As identificações de áreas externas ao domínio ocorreram com a aplicação da técnica descrita na subseção 4.5.1 e indicadas nas Equações (3), (4), (5), (6), (7), (8) e (9). Para executar a projeção foi considerada a distância entre o ponto i e a borda da superfície, nomeada como q . Assim, foi possível calcular a distância euclidiana entre i e o limite q , dado como δ . A partir de δ é possível projetar i' e j' , com aplicação da Equação (13), utilizando como parâmetro a distância euclidiana entre i e j , dada como p e o ângulo φ .

$$j' = O \times i', \quad (13)$$

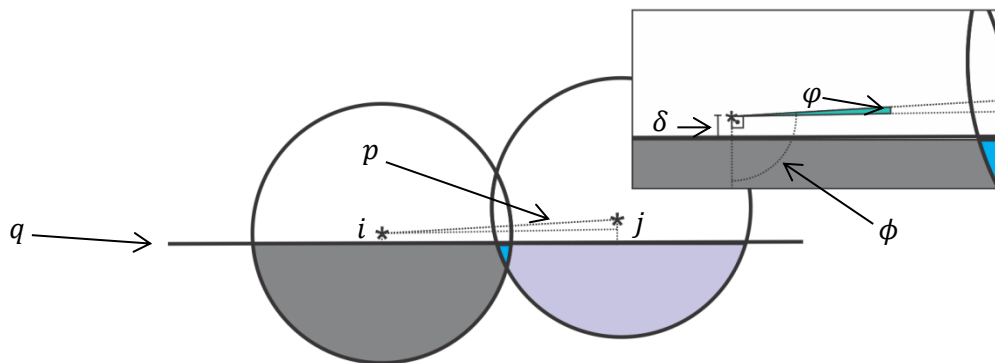
onde $i' = \begin{bmatrix} 0 \\ \delta \\ 1 \end{bmatrix}$ e $O = \begin{bmatrix} 1 & p \times \cos \varphi \\ 1 & p \times \sin \varphi \\ & 1 \end{bmatrix}$, em coordenadas homogêneas, i' e j' são projeções em espaço euclidiano \mathbb{R}^2 . A projeção de j' é realizada a partir de funções trigonométricas para transformar coordenadas polares em coordenadas cartesianas. Como no método são utilizadas coordenadas polares e q é o limite da área de interesse, então i' e j' devem estar acima ou no

limite de q . Como i' é projetado a partir de δ , duas situações ocorrem para a projeção de j' : projeção no primeiro quadrante; projeção no quarto quadrante. A partir dos segmentos iq e ij , o ângulo ϕ é projetado conforme ilustrado na Figura 34. Pelo fato do ângulo ϕ não estar na posição inicial em coordenadas polares, a transformação aplicada é:

$$\begin{cases} \text{se } \phi \geq 90^\circ, \text{ então } \varphi = \phi - 90^\circ & (1^\circ \text{ quadrante}) & (14) \\ \text{se } \phi < 90^\circ, \text{ então } \varphi = \phi + 270^\circ & (4^\circ \text{ quadrante}) & (15) \end{cases}$$

Com o sistema apresentado, o ângulo φ esta posicionado para execução da projeção de j' , dada por (13). Na Figura 34 é ilustrado um exemplo de pontos presentes no primeiro quadrante.

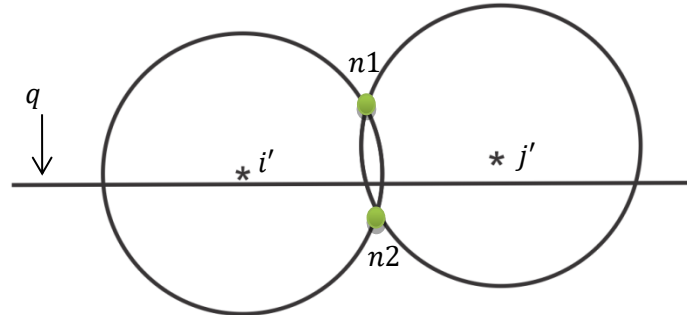
Figura 34: Representação das posições candidatas i e j ; q é dado como limite da área de interesse; δ é dado como a distância euclidiana entre q e i ; ϕ , o ângulo gerado por qij , φ o ângulo gerado por (14), (15) (representado pela cor verde) e p é dado como a distância euclidiana entre as posições candidatas i e j .



Fonte: Elaborada pelo autor.

Em seguida, a Equação (4) foi aplicada para determinar os pontos de intersecções entre i' e j' , nomeados como $n1$ e $n2$, ilustrados na Figura 35.

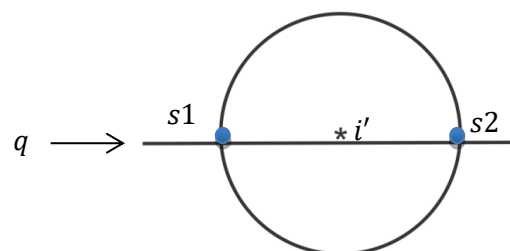
Figura 35: Representação de projeção das posições candidatas i' e j' ; q é dado como limite da área de interesse; $n1$ e $n2$ são os pontos de intersecção entre os raios de alcance de comunicação das posições candidatas i' e j' .



Fonte: Elaborada pelo autor.

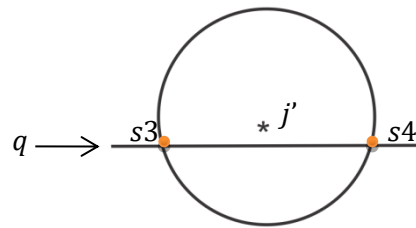
Assim, valores de $n1 < 0$ ou $n2 < 0$ indicam que são externos ao domínio avaliado, no caso $n2$ para o exemplo explorado na Figura 35. Após essa etapa foi preciso determinar pontos no segmento q com intersecções nos perímetros de coberturas de i' ($s1$ e $s2$) e j' ($s3$ e $s4$). Esses pontos estão ilustrados nas Figuras 36 e 37. Os pontos $s2$, $s3$ e $n2$ constituem uma sobreposição simples (Figura 38(a)) que foi tratada para evitar erros nas taxas de coberturas. A área do triângulo contido na região externa foi dada por Tb e as áreas de segmentos circulares por mb e nb , conforme ilustração na Figura 38(b). Essas áreas foram calculadas conforme abordagem descrita nas seções 4.5.1 e 4.5.2, aplicando as Equações (5), (11) e (12). Como resultado, os valores de áreas externas foram removidos para determinar taxas de coberturas compostas somente por regiões internas ao domínio.

Figura 36: Representação de projeção da posição candidata i' ; q é dado como limite da área de interesse; $s1$ e $s2$ são os pontos de intersecção entre q e o raio de alcance de comunicação da posição candidata i' .



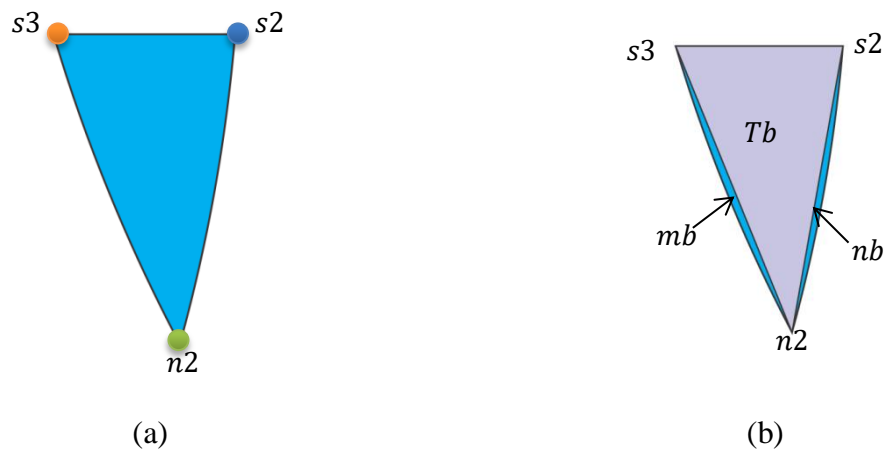
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 37: Representação de projeção da posição candidata j' ; q é dado como limite da área de interesse; $s3$ e $s4$ são os pontos de intersecção entre q e o raio de alcance de comunicação da posição candidata j' .



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 38: Representação de área externa com sobreposição composta em (a) e segmentação da forma em um triângulo dado como Tb e dois segmentos circulares, dados por mb e nb em (b).



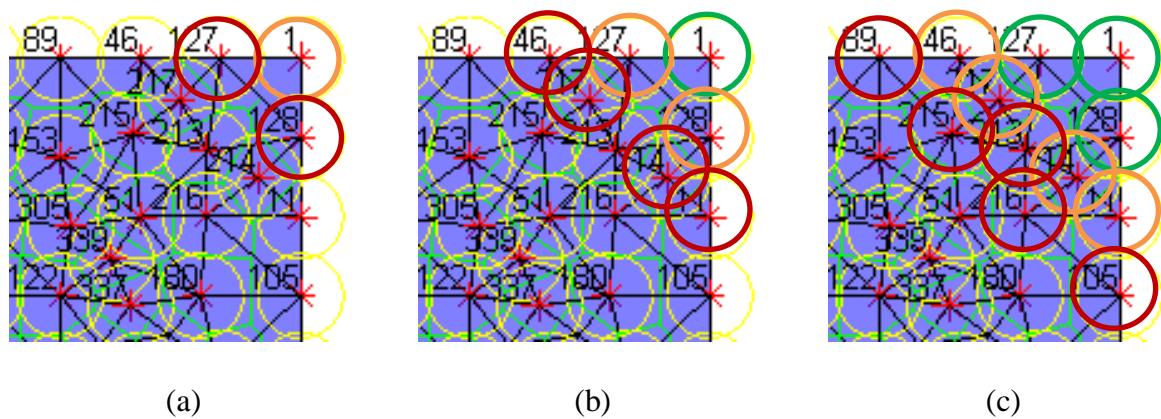
Fonte: Elaborada pelo autor.

4.7 Definição de Integridade de Comunicação

A comunicação entre posições foi garantida com aplicação do algoritmo de PRIM para árvores geradoras mínimas [78]. O algoritmo utilizou como entrada o total de posições candidatas para conter nodos sensores e posições correspondentes. O processo iniciou selecionando uma posição candidata qualquer, conforme mostrado na Figura 39(a), posição candidata 1 e verificou quais posições vizinhas respeitaram o critério do raio de cobertura. As posições candidatas que atenderam essa condição, Figura 39(a) posições candidatas 127 e 128, por exemplo, foram marcadas e utilizadas para novas verificações, Figura 39(b). Cada posição candidata tomada como referência que proporcionou comunicação com posições vizinhas foi incluída no conjunto de posições com comunicação. Esse processo foi ilustrado

na Figura 39(c), na qual as posições 1, 127 e 128 estão na cor verde, indicando que foram incluídas no conjunto de posições com comunicação. Ao final do processo, o algoritmo indicou se o número de posições candidatas do conjunto de comunicação foi igual ao do conjunto informado como entrada, permitindo atestar que há comunicação quando os valores dos conjuntos são iguais.

Figura 39: Ilustração da comparação de posições candidatas, a partir de um raio r .



Fonte: Elaborada pelo autor.

4.8 Simulações de Camadas de Comunicação e Sensoriamento

O problema de MCMS foi tratado considerando duas camadas de distribuições de posições candidatas: comunicação e sensoriamento. Isso foi possível considerando simulações separadas de posições candidatas. Para a camada de comunicação, as distribuições foram geradas a partir de um raio r . Para a camada de sensoriamento, as distribuições foram calculadas a partir das posições da camada de comunicação e de um raio r_s , considerando a regra $r_s \geq r$. Essa regra tem como objetivo apresentar distribuições para uma RSSF híbrida, na qual todas as estações da rede proporcionam comunicação, mas nem todas definem sensoriamento, conforme discutido em [5 - 15]. As duas distribuições de posições candidatas foram definidas a partir do mesmo procedimento metodológico, conforme as descrições apresentadas nas subseções 4.1 a 4.7. A partir disso, um resumo do método proposto está na Figura 40.

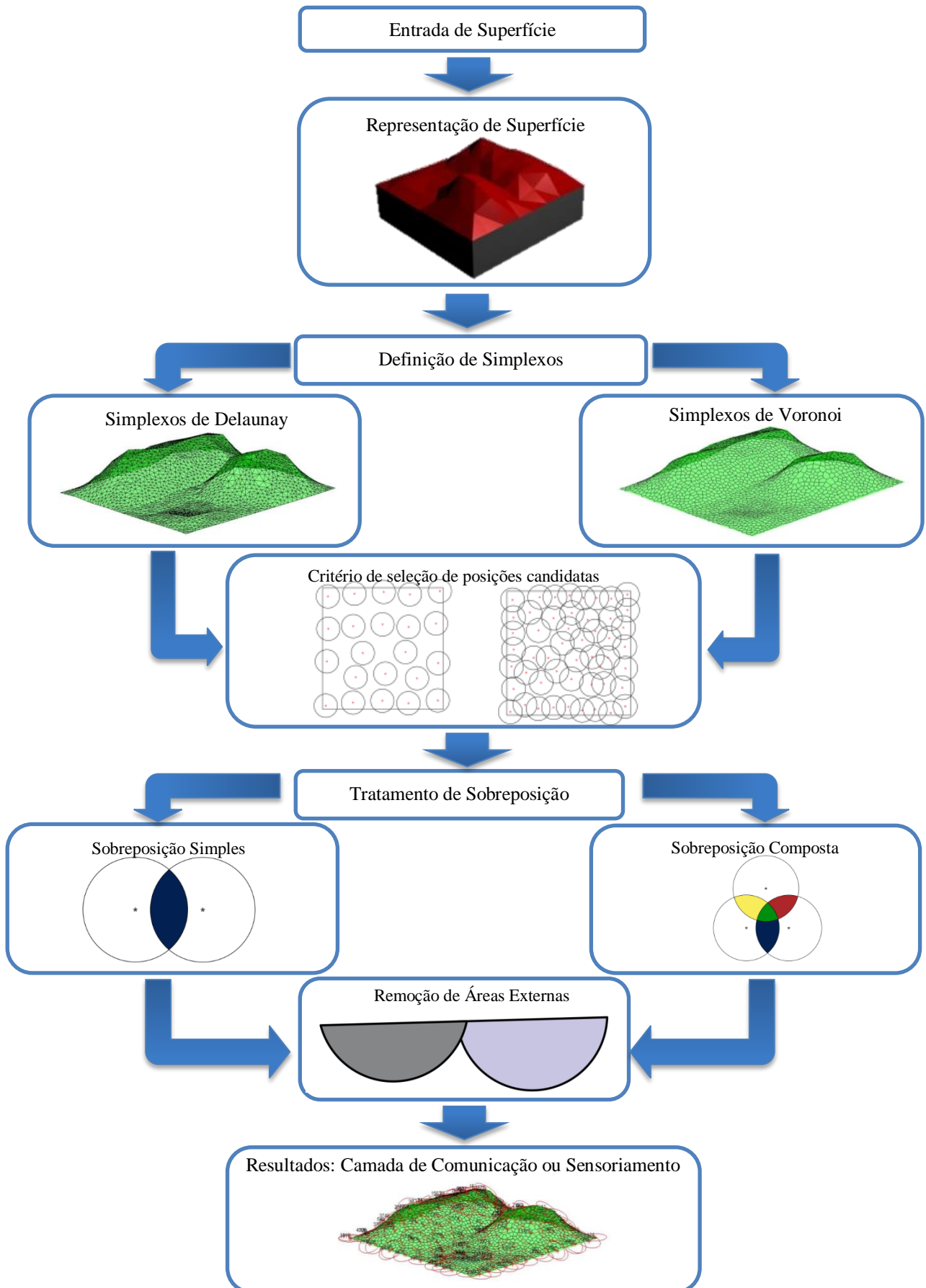
4.9 Testes e Medidas de Desempenho

O modelo proposto foi testado em aproximações de diferentes superfícies. A primeira estratégia foi coletar taxas de coberturas obtidas em superfícies que representam diferentes relevos. Os detalhes das superfícies foram apresentados na subseção 4.1. A superfície bidimensional e os relevos tridimensionais, patamar e montanhoso, possibilitam explorar a capacidade do método para fornecer posições candidatas com as estratégias de Delaunay e Voronoi. Os testes foram realizados com diferentes valores de raios para mostrar a flexibilidade da abordagem: simular distribuições que podem representar nodos com capacidades de coberturas diferentes.

Para validar o método proposto, a estratégia foi comparar os resultados obtidos com os fornecidos em trabalhos reconhecidos da área. Os critérios adotados para escolher os trabalhos foram: a) simulações realizadas em relevos tridimensionais e que tenham informações sobre as dimensões dos terrenos; b) valores dos raios adotados para simulações; c) total de sensores obtidos e taxas de coberturas. Esses critérios permitem comparações apropriadas dos resultados.

Os testes foram realizados em um computador CCE, modelo Notebook UltraThin T745, processador Intel Core i7 - 3517U 3500 Series 1.9 GHz, *chipset* HM75, 4GB DDR3 de memória RAM e sistema operacional *Microsoft Windows 8.1 Professional*. Os algoritmos foram implementados utilizando o *software Matlab 2012a*.

Figura 40: Resumo do método proposto com as etapas para determinar posições candidatas.



Fonte: Elaborada pelo autor.

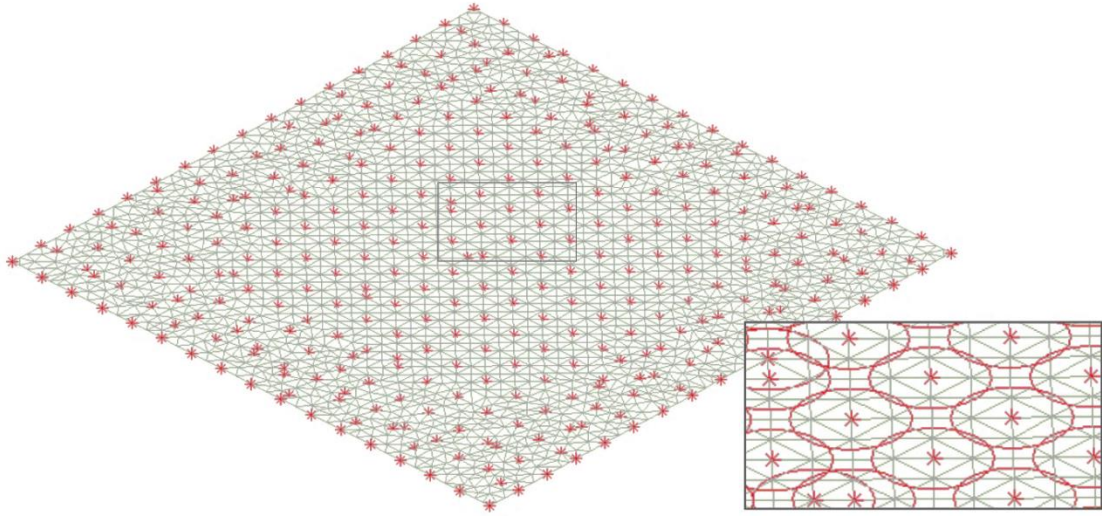
5 Resultados e Discussão

Na presente seção estão os resultados fornecidos pelo método proposto, considerando as estratégias de Deluanay e Voronoi, bem como diferentes superfícies tridimensionais. As simulações de distribuições para camadas de comunicação e de sensoriamento estão nas subseções 5.1 e 5.2. As comparações para aferir o desempenho do método estão descritas em detalhes na subseção 5.3.

5.1 Simulações de Distribuições: Camada de Comunicação

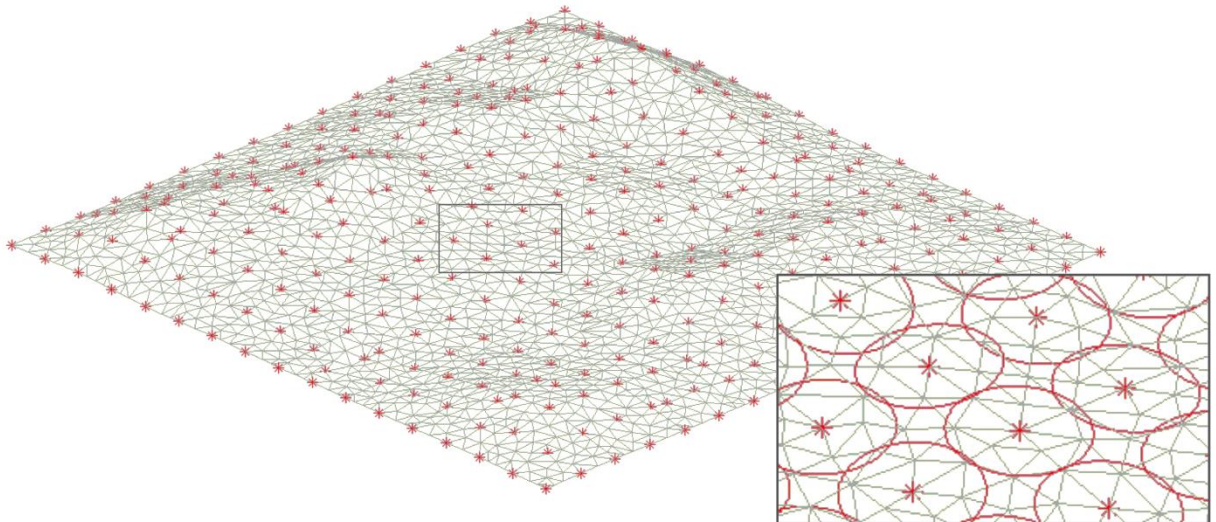
O método proposto foi aplicado sobre superfícies representativas dos relevos planície, patamar e montanhoso, conforme descrição apresentada na subseção 4.1, considerando as estratégias de Delaunay e Voronoi. As simulações foram para distribuições com raios r de 100m e 200m, por representarem valores de nodos sensores reais [18, 19, 34, 38]. As distribuições indicam posições candidatas para a camada de comunicação. Os resultados são posições candidatas marcadas com asteriscos em vermelho. Para cada superfície testada, simulações foram geradas com a abordagem de Delaunay, Figuras 41 a 46, e de Voronoi, Figuras 47 a 52. Os totais de posições candidatas e taxas de coberturas obtidas com Delaunay e Voronoi, considerando raios de comunicação de 100m e 200m, são apresentados nas Tabelas 1 e 2, respectivamente.

Figura 41: Visualização das posições candidatas, asteriscos em vermelho, na superfície planície, considerando raio de alcance de comunicação de 100m e abordagem de Delaunay.



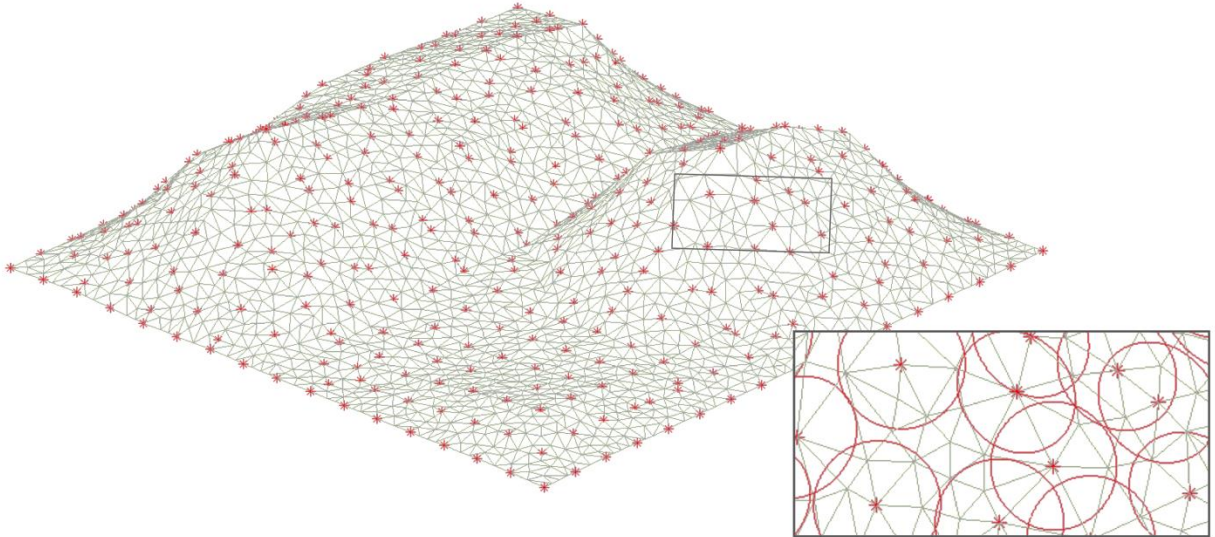
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 42: Visualização das posições candidatas, asteriscos em vermelho, na superfície patamar, com raio de alcance de comunicação de 100m e abordagem de Delaunay.



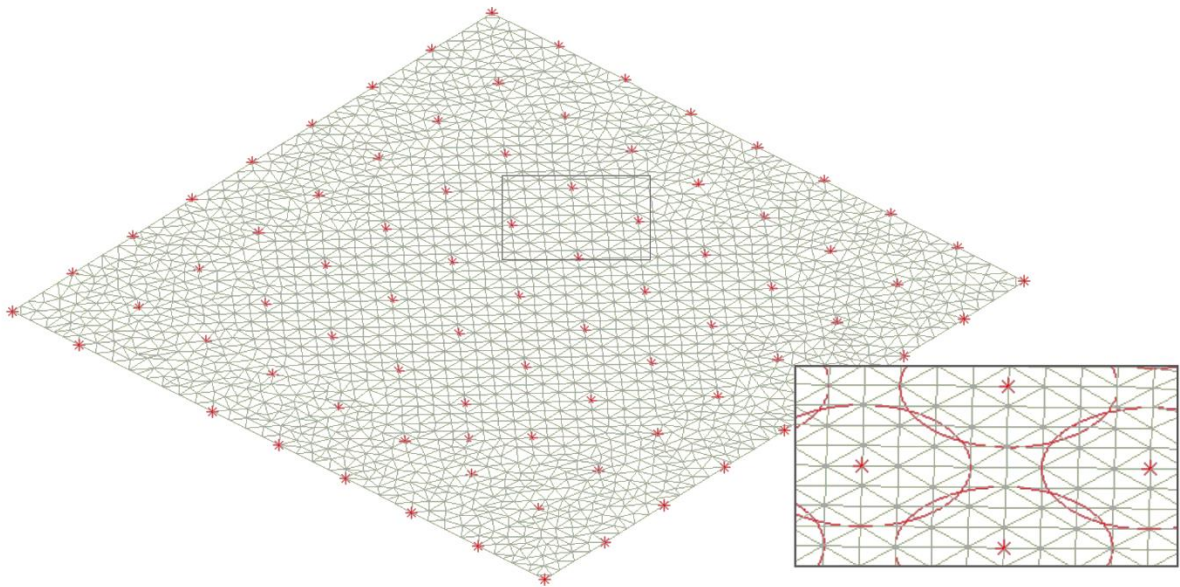
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 43: Visualização do relevo montanhoso com as posições candidatas, marcadas com asteriscos na cor vermelha, geradas a partir da estratégia de Delaunay e raio de comunicação de 100m.



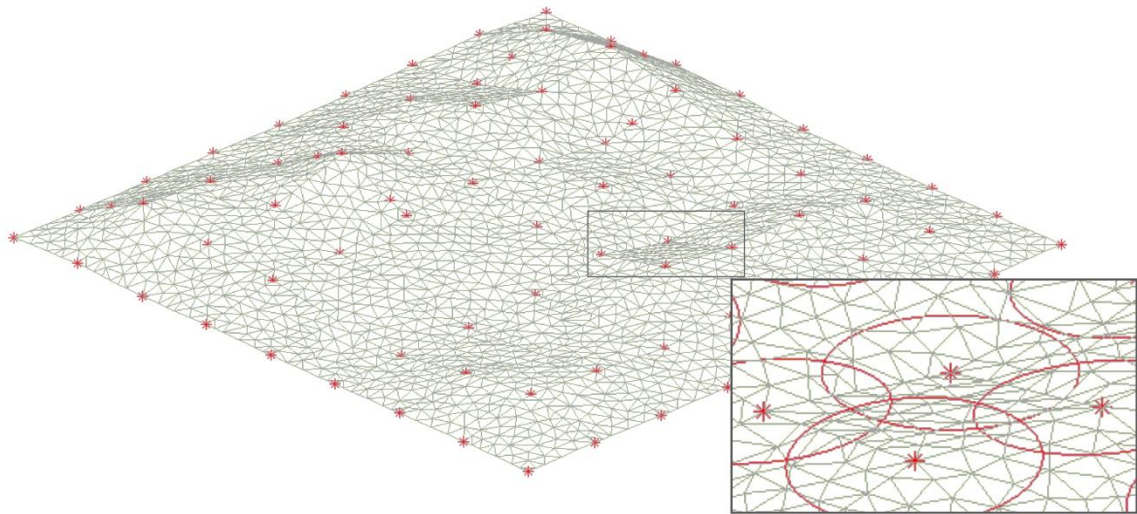
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 44: Visualização das posições candidatas, asteriscos em vermelho, na superfície planície, com raio de alcance de comunicação de 200m e abordagem de Delaunay.



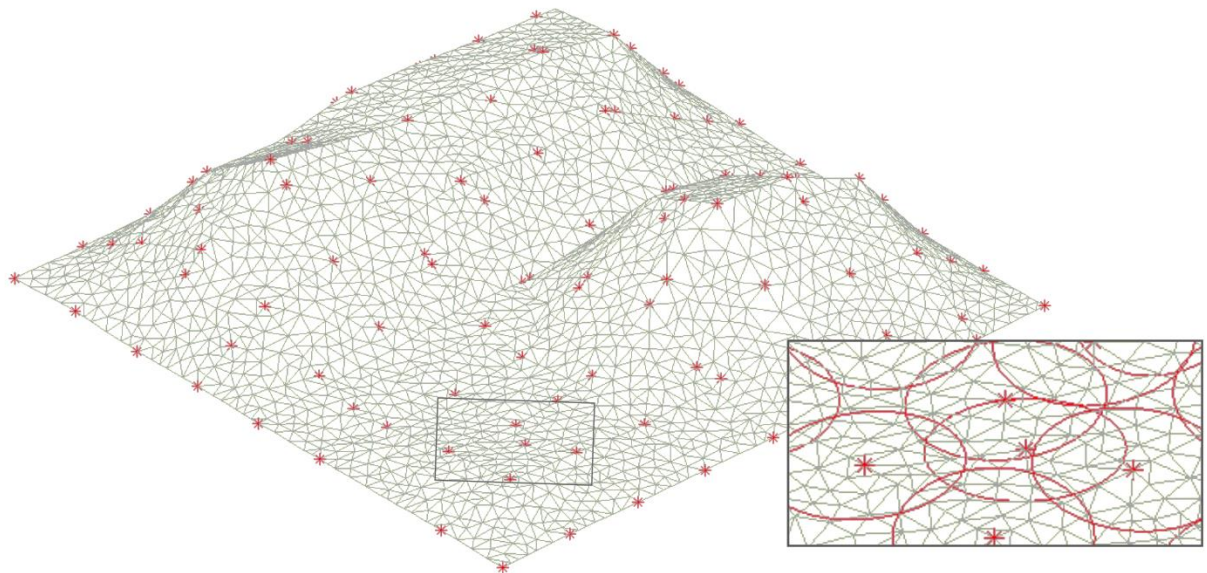
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 45: Visualização das posições candidatas, asteriscos em vermelho, na superfície patamar, com raio de alcance de comunicação de 200m e abordagem de Delaunay.



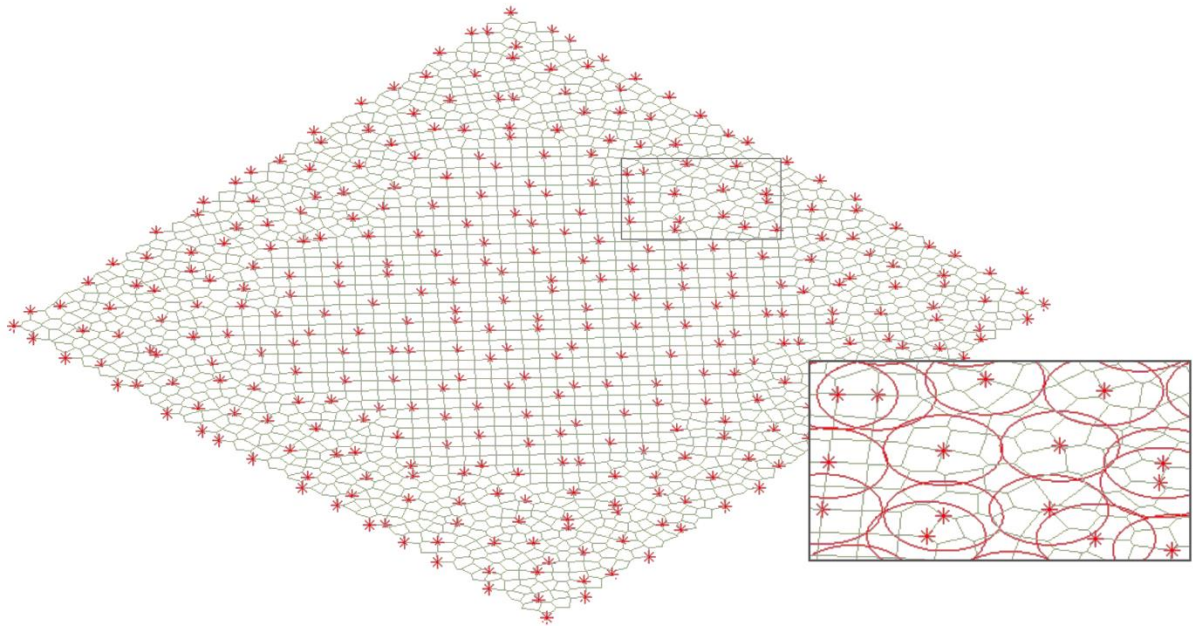
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 46: Visualização do relevo montanhoso com as posições candidatas, marcadas com asteriscos na cor vermelha, geradas a partir da estratégia de Delaunay e raio de comunicação de 200m.



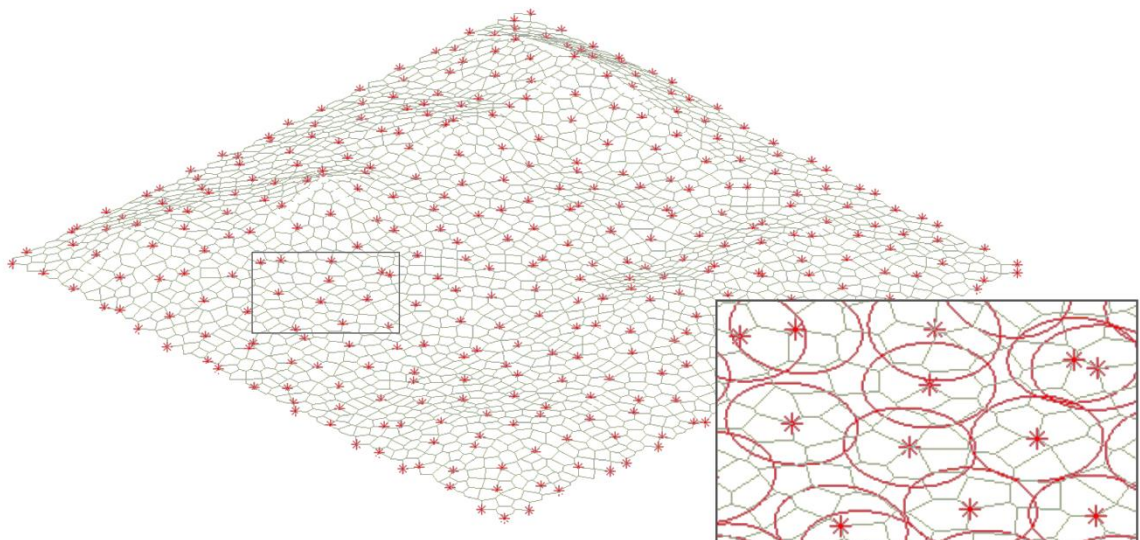
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 47: Visualização das posições candidatas, asteriscos em vermelho, na superfície planície, com raio de alcance de comunicação de 100m e abordagem Voronoi.



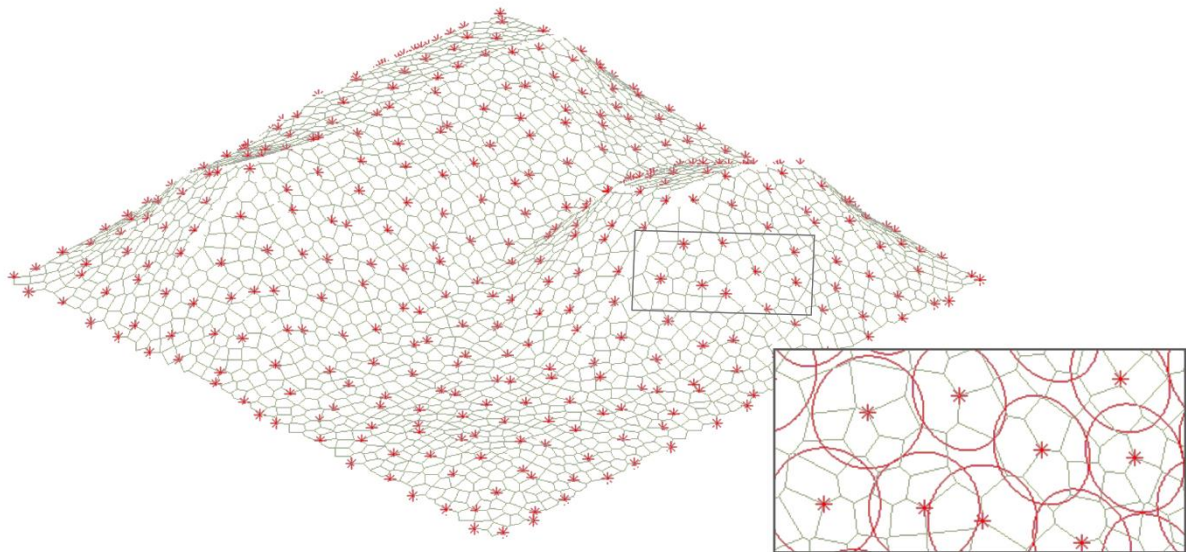
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 48: Visualização das posições candidatas, asteriscos em vermelho, na superfície patamar, com raio de alcance de comunicação de 100m e abordagem Voronoi.



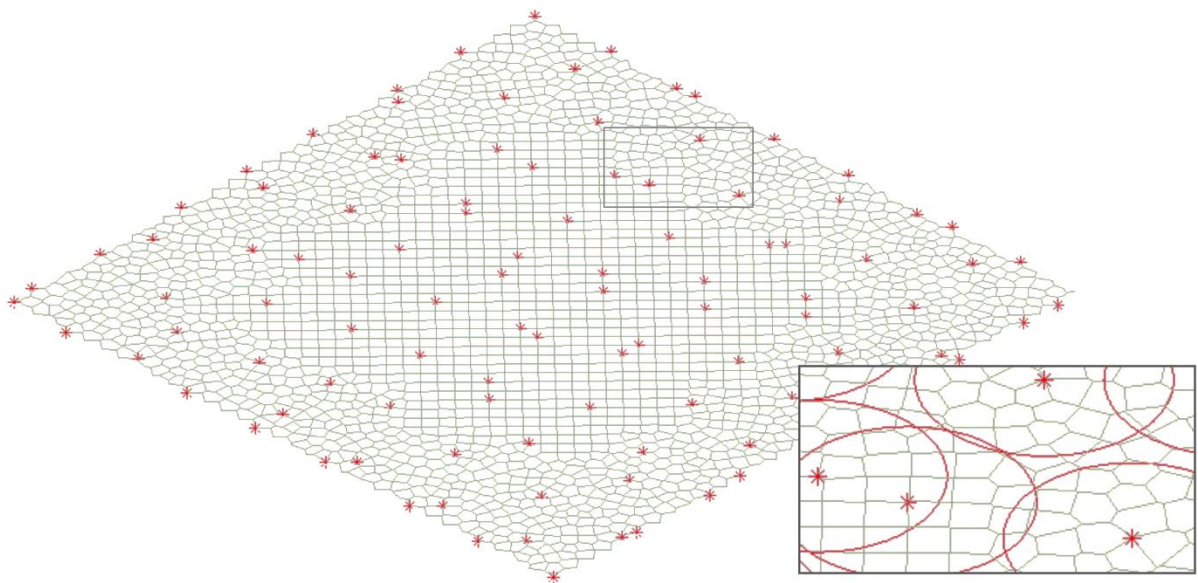
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 49: Visualização das posições candidatas, asteriscos em vermelho, no relevo montanhoso, com raio de alcance de comunicação de 100m e abordagem Voronoi.



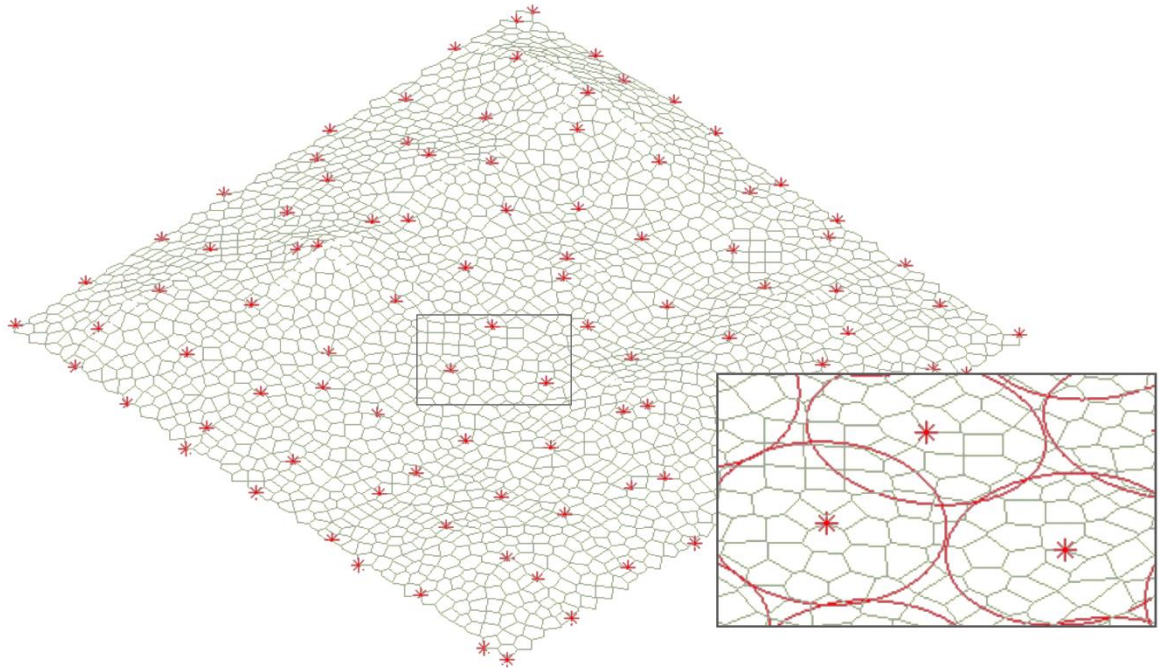
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 50: Visualização da superfície planície com as posições candidatas, marcadas com asteriscos na cor vermelha, geradas a partir da estratégia de Voronoi e raio de comunicação de 200m.



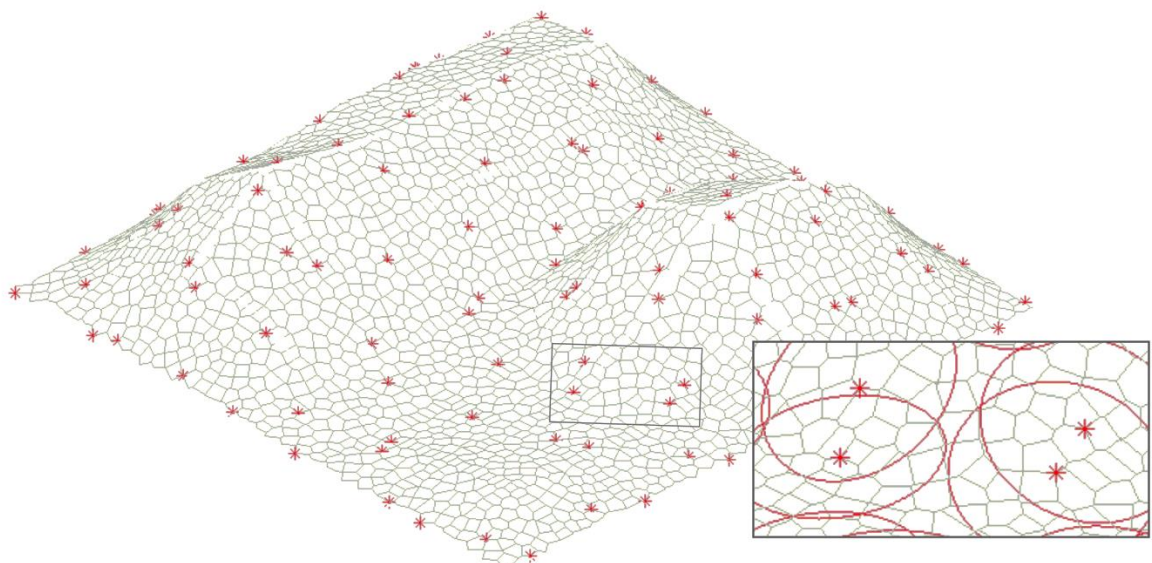
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 51: Visualização da superfície patamar com as posições candidatas, marcadas com asteriscos na cor vermelha, geradas a partir da estratégia de Voronoi e raio de comunicação de 200m.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 52: Visualização do relevo montanhoso com as posições candidatas, marcadas com asteriscos na cor vermelha, geradas a partir da estratégia de Voronoi e raio de comunicação de 200m.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 1: Total de posições candidatas e coberturas obtidas com raio de alcance de 100m, considerando o método proposto executado com as abordagens de Delaunay e Voronoi.

Relevo	Delaunay			Voronoi		
	Nº de posições	Cobertura em m²	% de Cobertura	Nº de posições	Cobertura em m²	% de Cobertura
Planície	345	7.860.172,96	87,34	438	9.000.000,00	100
Patamar	323	7.873.355,40	84,92	453	8.785.118,16	94,76
Montanhoso	434	9.132.484,00	85,62	522	10.677.079,06	100

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 2: Total de posições candidatas e coberturas obtidas com raio de alcance de 200m, considerando o método proposto executado com as abordagens de Delaunay e Voronoi.

Relevo	Delaunay			Voronoi		
	Nº de posições	Cobertura em m²	% de Cobertura	Nº de posições	Cobertura em m²	% de Cobertura
Planície	81	7.587.049,89	84,30	123	6.772.641,90	75,25
Patamar	82	7.277.639,24	78,50	131	9.270.928,83	100
Montanhoso	117	8.493.669,07	79,56	139	9.410.537,88	88,15

Fonte: Elaborada pelo autor.

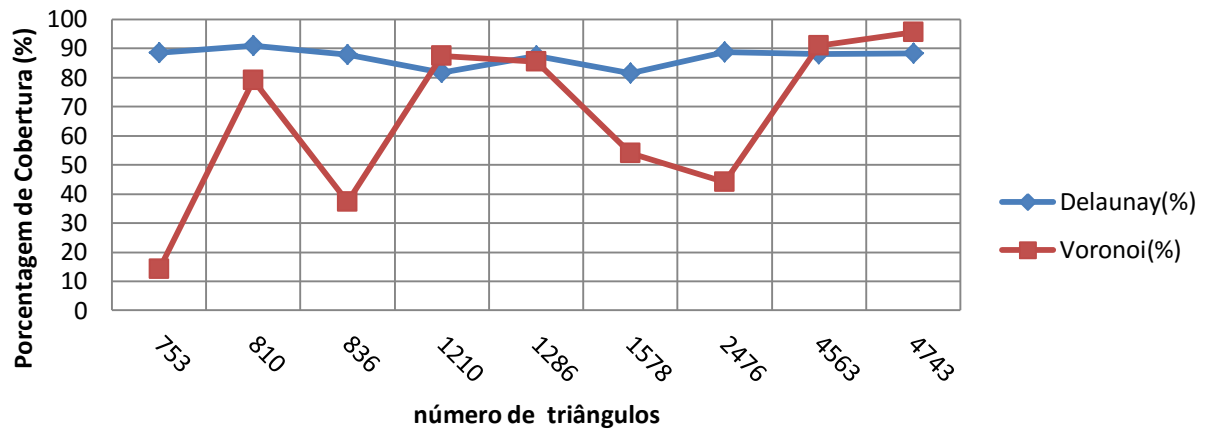
Observando os resultados apresentados nas Tabelas 1 e 2, é possível constatar que a maioria das distribuições com o diagrama de Voronoi resultou em taxas de coberturas superiores às taxas definidas com a estratégia de triangulação de Delaunay. Em todos os testes, os resultados foram relevantes, superiores a 75% de cobertura da superfície. Outro aspecto é que distribuições geradas com Delaunay resultaram em um número menor de posições candidatas, fato este que pode explicar taxas de coberturas menores que as obtidas com Voronoi. Em casos como o relevo patamar e raio de 100m, dado como exemplo, a

diferença é maior que 100 posições. É possível inferir que o método de Voronoi consegue preencher melhor a área de interesse, quando comparado com a triangulação de Delaunay. A estratégia de Delaunay, por sua vez, proporcionou simulações com taxas de coberturas próximas, independente do tipo de superfície. A maior diferença foi de 5,8%, para raio de comunicação de 200m, Tabela 2, e a menor foi de 0,7%, para raio de comunicação definido como 100m, Tabela 1. Por estes números, pode-se indicar que a estratégia de Delaunay é menos suscetível a quantidade de elementos geométricos utilizados para discretizar a superfície, do que a estratégia de Voronoi.

Visando confirmar a estabilidade do método de Delaunay, em relação ao número de elementos geométricos, simulações foram realizadas sobre o relevo montanhoso, com variações nos números de triângulos utilizados para discretizar a superfície. O valor de raio foi de 452m, valor este calculado a partir do trabalho de UNALDI et al. [11]. É importante lembrar que variações nos números de triângulos implicam em variações nos números de células de Voronoi, conseqüentemente no número de posições candidatas, fato este garantido pela dualidade entre as técnicas. Os resultados dos testes são apresentados na Figura 53.

Observando a relação existente entre o percentual de cobertura versus o número de triângulos, os valores de coberturas estão entre 81% e 91%, para a estratégia utilizando Delaunay. Quando observado o resultado com Voronoi, esses valores estão entre 14% e 95%, aproximadamente. Os testes permitiram verificar que a estabilidade de taxas de coberturas com a abordagem de Voronoi pode ser obtida a partir de uma superfície discretizada com um número elevado de triângulos. Pelos testes realizados, Figura 53, a estabilidade foi a partir de 4000 triângulos para a superfície montanhosa. Essa constatação embasou as discretizações das superfícies com um número elevado de triângulos, visando obter posições candidatas com boas taxas de coberturas. Os números de triângulos para cada superfície estão na Tabela 3. É importante ressaltar que aumentar o número de elementos geométricos implica em aumentar os cálculos para determinar as melhores posições candidatas, eliminar sobreposições e garantir a comunicação. Por exemplo, adotando os valores indicados na Tabela 3, os maiores tempos foram com as camadas de comunicação, aplicando a abordagem de Voronoi e raio de 100m: 1h15min para a superfície planície; 1h22min para o relevo patamar; e, 1h48min para o relevo montanhoso.

Figura 53: Relação entre percentagem de cobertura estratégias de Delaunay e Voronoi.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 3: Total de triângulos utilizados para discretizar as superfícies.

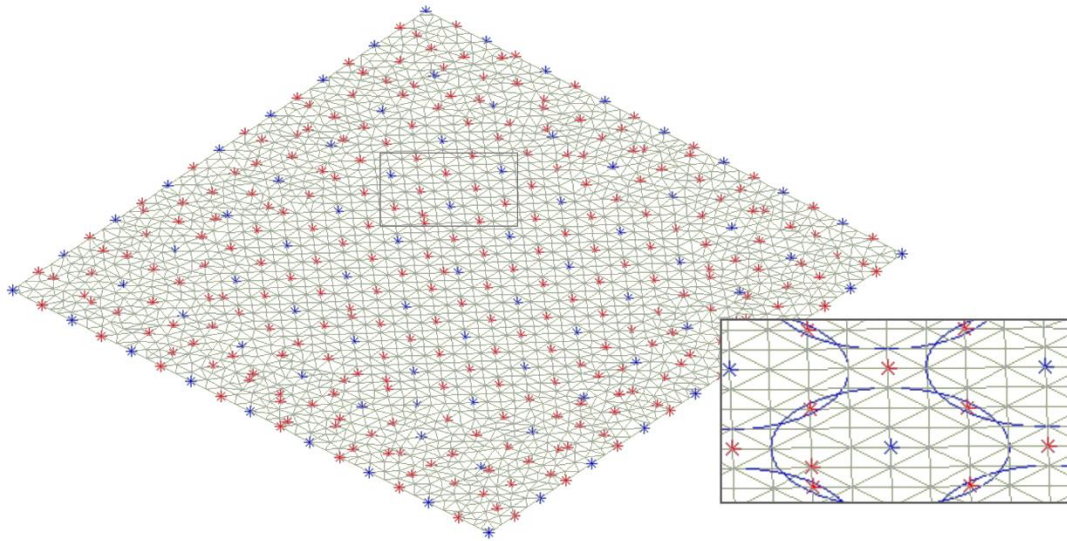
Tipos de Relevo	Total de triângulos
Planície	4376
Patamar	4412
Montanhoso	4948

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2 Simulações de Distribuições: Camada de Sensoriamento

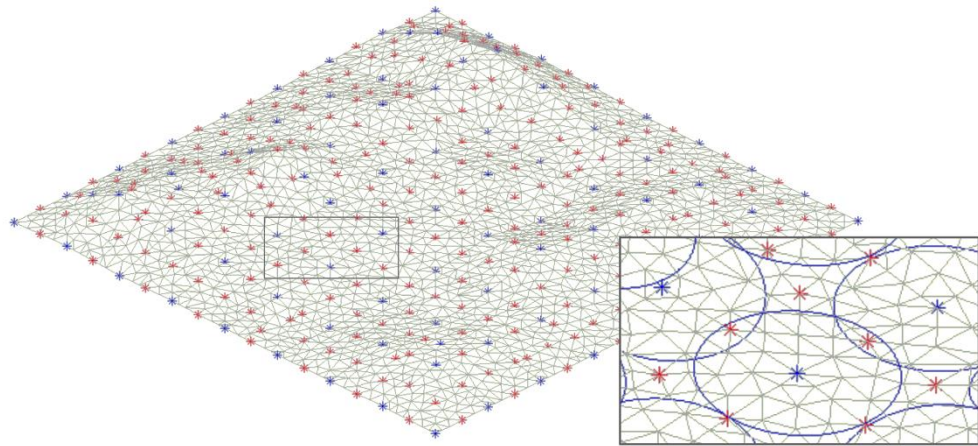
A camada de sensoriamento foi gerada a partir das posições candidatas de comunicação, as quais foram definidas com raio de 100m, estratégias de Delaunay e Voronoi, para os três relevos exemplificados previamente. O raio de sensoriamento r_s foi de 200m, o dobro de r , conforme discutido em LI et al. [79]. Para favorecer a visualização de cada camada, as posições candidatas de comunicação foram marcadas com asteriscos na cor vermelha e as de sensoriamento foram marcadas na cor azul. Nas Figuras 54 a 59 estão os resultados obtidos com os parâmetros descritos previamente.

Figura 54: Visualização do relevo planície com as posições candidatas para comunicação (cor vermelha) e sensoriamento (cor azul), geradas a partir da estratégia de Delaunay.



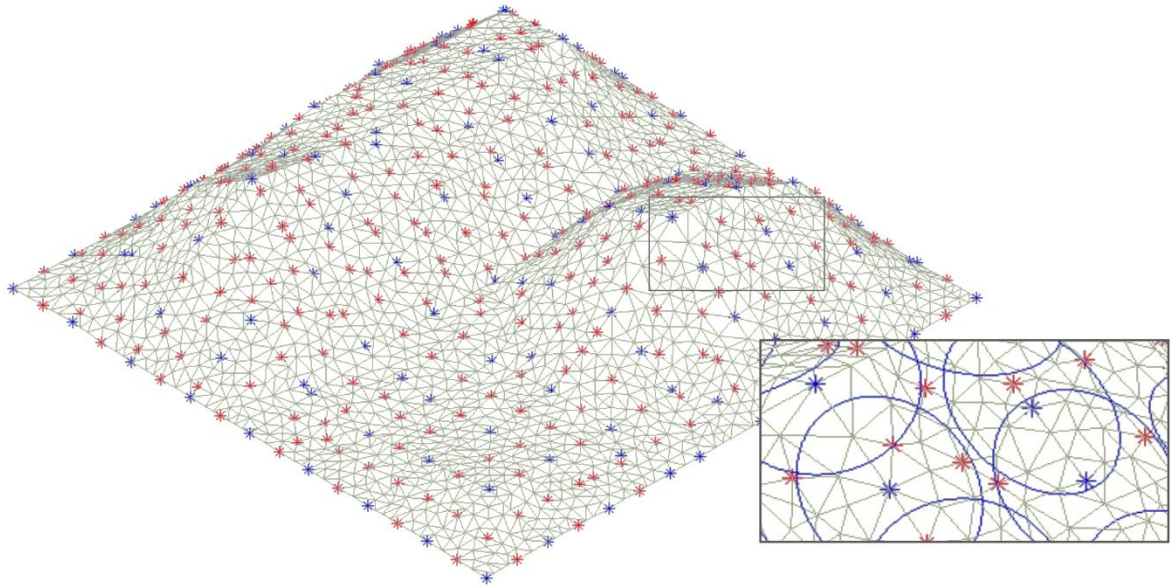
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 55: Visualização do relevo patamar com as posições candidatas para comunicação (cor vermelha) e sensoriamento (cor azul), geradas a partir da estratégia de Delaunay.



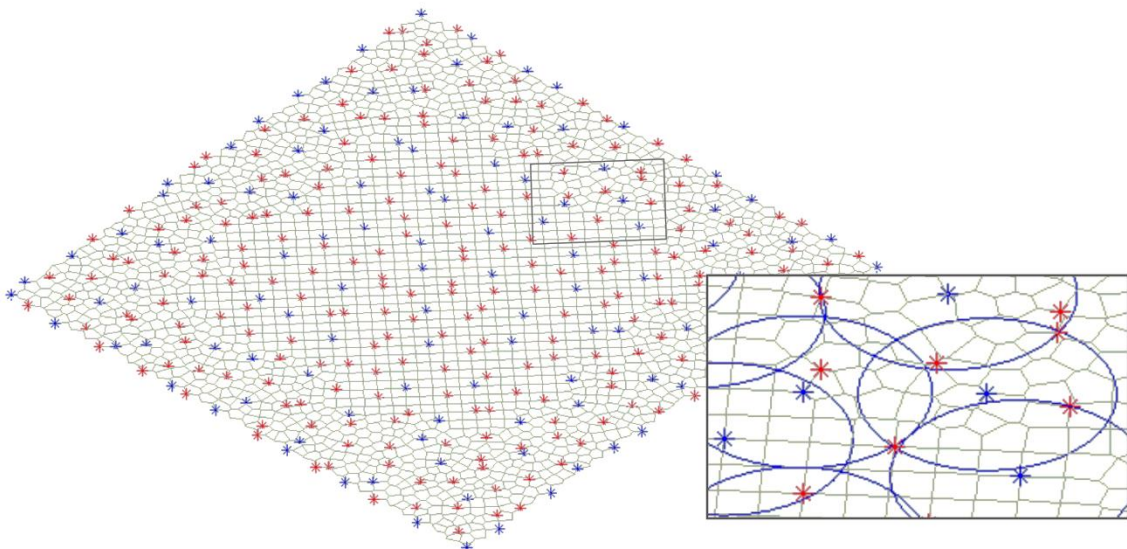
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 56: Visualização do relevo montanhoso com as posições candidatas para comunicação (cor vermelha) e sensoriamento (cor azul), geradas a partir da estratégia de Delaunay.



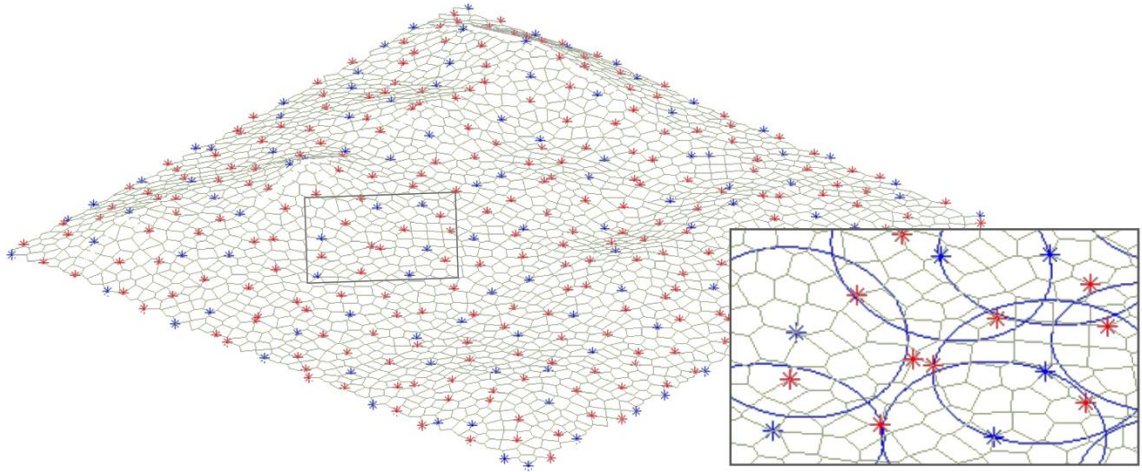
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 57: Visualização do relevo planície com as posições candidatas para comunicação (cor vermelha) e sensoriamento (cor azul), geradas a partir da estratégia de Voronoi.



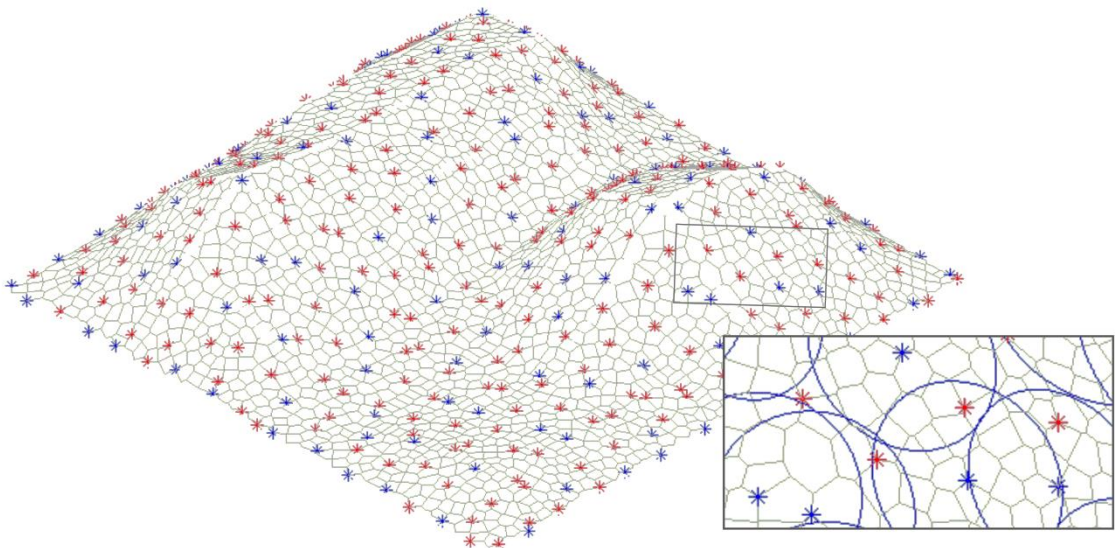
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 58: Visualização do relevo patamar com as posições candidatas para comunicação (cor vermelha) e sensoriamento (cor azul), geradas a partir da estratégia de Voronoi.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 59: Visualização do relevo montanhoso com as posições candidatas para comunicação (cor vermelha) e sensoriamento (cor azul), geradas a partir da estratégia de Voronoi.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir das simulações realizadas para as superfícies planície, patamar e montanhosa, o total de posições e taxa de cobertura de sensoriamento para cada teste são apresentados na Tabela 4, em função das técnicas de Delaunay e Voronoi, bem como dos raios de comunicação de 100m e de sensoriamento de 200m.

Tabela 4: Total de posições candidatas e taxas de coberturas de sensoriamento obtidas para as superfícies planície, patamar e montanhoso.

Relevo	Delaunay			Voronoi		
	Nº de posições	Cobertura em m ²	% de Cobertura	Nº de posições	Cobertura em m ²	% de Cobertura
Planície	82	7.643.510,80	84,93	110	6.883.696,74	76,49
Patamar	87	7.793.700,56	84,07	106	6.892.777,67	74,35
Montanhoso	121	8.250.279,63	77,28	128	8.573.359,68	80,31

Fonte: Elaborada pelo autor.

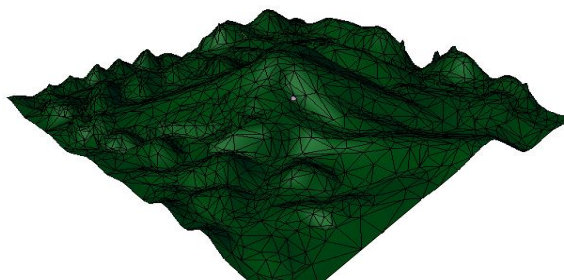
Observando a Tabela 4 é possível verificar que os resultados indicam boas taxas de coberturas, com variações entre 74% e 84%: a técnica de Delaunay forneceu as melhores taxas de coberturas com o menor número de posições candidatas. Outra constatação é que as taxas de coberturas de sensoriamento são menores que as de comunicação (indicadas na Tabela 2), com uma diferença entre 2,41% a 8,34% para Delaunay e 19,69% a 23,51% para Voronoi. Uma explicação para isso é que um raio de sensoriamento maior que o de comunicação implica em descartar posições de comunicação, conseqüentemente, as melhores posições de sensoriamento são escolhidas a partir de um número reduzido de posições fixas, associadas à superfície de interesse. Apesar de taxas de sensoriamento ligeiramente menores, no caso de Delaunay, observa-se também que o método é capaz de definir as melhores posições candidatas de comunicação para conter sensores, sem comprometer a homogeneidade de cobertura de sensoriamento. Esse fato é uma contribuição importante para a área, principalmente por ter dados dessa natureza durante a fase de planejamento de uma RSSF.

5.3 Comparações de Desempenhos

O desempenho do método proposto foi comparado aos de outros trabalhos disponíveis na literatura. Os critérios adotados para definir os trabalhos para comparação foram descritos na subseção 4.8. Os trabalhos que simularam relevos tridimensionais, com informações dos terrenos e raios, bem como forneceram dados sobre as taxas e números de posições foram os descritos por OKTUG, S. et al [6], LIU, L. et al. [9] e JIM, M. et al. [10]. Uma constatação importante foi que os método proposto contribui com a literatura focada no tema por fornecer simulações para camadas de comunicação e sensoriamento, fato este não considerado nos métodos apresentados em OKTUG, S. et al [6], LIU, L. et al. [9] e JIM, M. et al. [10].

O trabalho de OKTUG, S. et al [6] foi um dos primeiros na literatura em abordar problemas de cobertura de RSSF para superfícies tridimensionais. As técnicas utilizadas foram baseadas em grade e herdadas de ambientes bidimensionais (2D). Para a cobertura foi escolhida uma reserva ambiental próxima a “*Encanto Park*”, em Phoenix, Arizona, E.U.A. A área de interesse foi delimitada por 1000m². Para a distribuição de nodos sensores na área de interesse, OKTUG, S. et al [6] adotaram um raio de sensoriamento de 25m. A partir dos dados disponibilizados, uma representação aproximada da superfície está na Figura 60.

Figura 60: Superfície tridimensional representada a partir dos dados apresentados por OKTUG, S. et al [6].

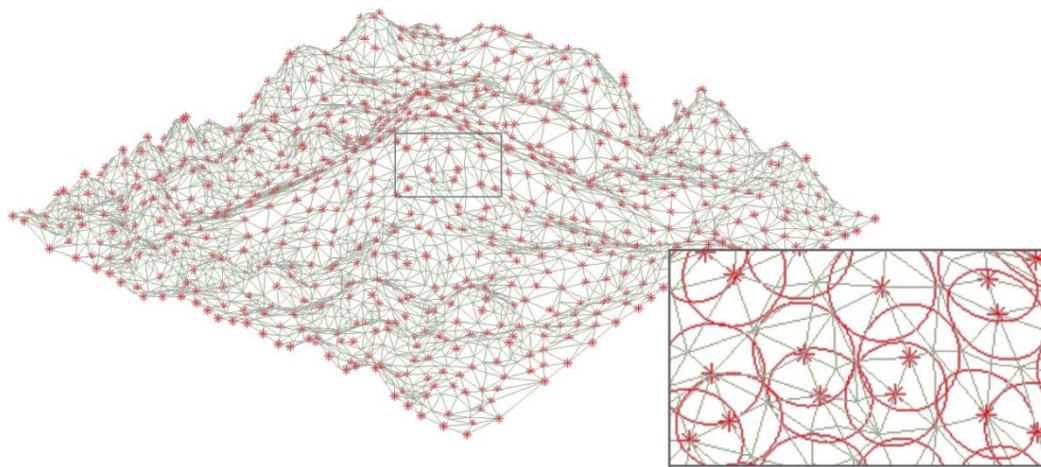


Fonte: elaborada pelo autor.

OKTUG, S. et al. obtiveram 46% de cobertura com 2800 posições. O método proposto foi aplicado sobre a superfície ilustrada na Figura 60, com o mesmo raio, 25m. Os resultados obtidos com as distribuições de Delaunay, Figura 61, foram 831 posições candidatas e taxa de

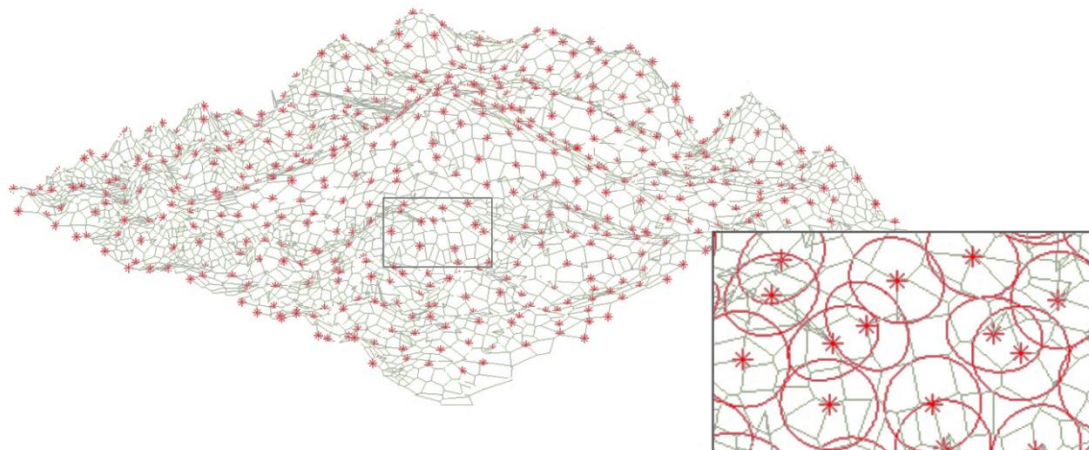
cobertura de 95,29%. O método de Voronoi, Figura 62, indicou 628 posições candidatas e alcançou 94,23% de área coberta. As taxas de coberturas por unidade, obtidas com Delaunay, 0,1147%, e Voronoi, 0,1501%, são superiores aos valores fornecidos por OKTUG, S. et al. [6], que foi de apenas 0,0164% por unidade. Nesta comparação, o método proposto forneceu uma cobertura maior com redução no número de posições de 70%, aproximadamente.

Figura 61: Visualização das posições candidatas obtidas a partir da superfície descrita por OKTUG, S. et al [6] e abordagem de Delaunay.



Fonte: Elaborada pelo autor.

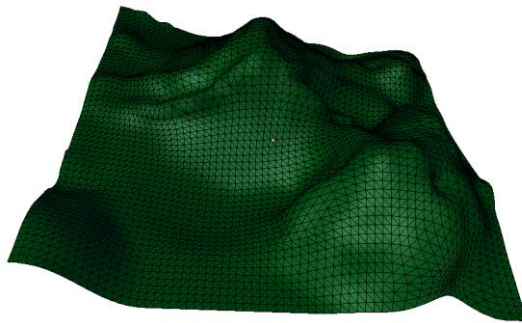
Figura 62: Visualização das posições candidatas obtidas a partir da superfície descrita por OKTUG, S. et al [6] e abordagem de Voronoi.



Fonte: Elaborada pelo autor.

O segundo trabalho selecionado para comparação foi o de LIU, L. et al. [9]. A área de interesse proposta pelos autores foi limitada em 1000m². As simulações foram realizadas com um raio de 60m. A partir dos dados fornecidos por LIU, L. et al. [9], a superfície foi representada e está na Figura 63.

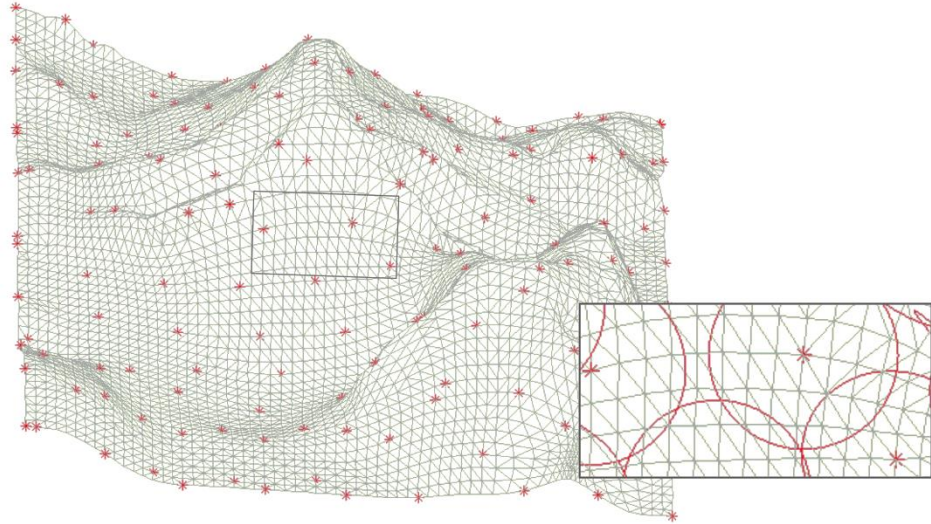
Figura 63: Superfície tridimensional representada a partir dos dados apresentados por LIU, L. et al. [9].



Fonte: elaborada pelo autor.

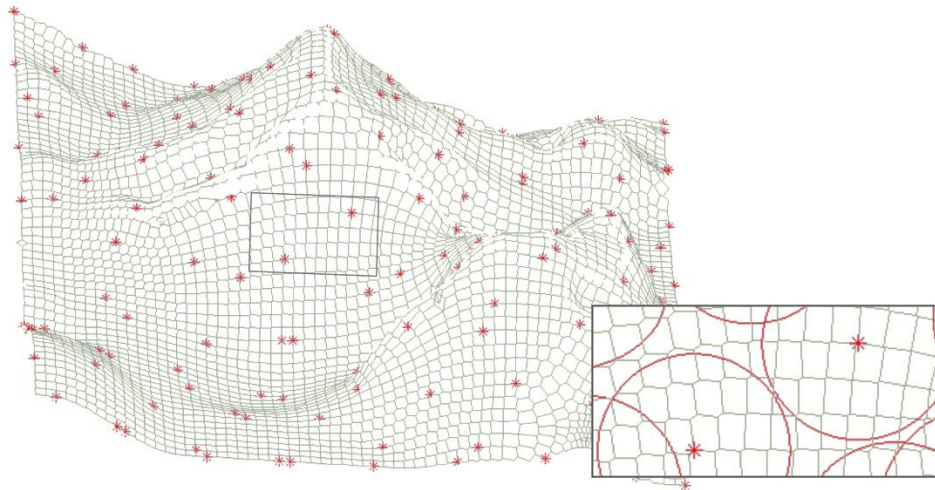
LIU, L. et al. [9] realizaram quatro simulações, nas quais foram definidos um limite máximo de 400 nodos sensores por teste. O melhor resultado foi de aproximadamente 98% de cobertura da superfície, indicando uma taxa de 0,2450% de cobertura por unidade. O método proposto foi aplicado com as estratégias de Delaunay , Figura 64, e Voronoi, Figura 65. A taxa de cobertura com Delaunay foi de 91,10%, com 160 posições selecionadas. Embora a cobertura seja menor, o método proposto aqui precisou de somente 40% do total de posições utilizadas por LIU, L. et al. [9] para obter um resultado relevante: somente 6,9% de diferença. Além disso, a cobertura por nodo foi de 0,5694%, mostrando que nosso método fornece melhor aproveitamento de cobertura por unidade. Os resultados obtidos com a estratégia de Voronoi foram de 98,84% de cobertura, com 154 posições: estes valores indicam uma taxa de 0,6418% por unidade. Apesar da taxa de cobertura obtida ser praticamente a mesma da fornecida por LIU, L. et al. [9], o método proposto aqui fornece uma cobertura por unidade maior, resultando em uma redução significativa no número posições, aproximadamente 61%.

Figura 64: Visualização das posições candidatas obtidas a partir da superfície descrita por LIU, L. et al. [9] e abordagem de Delaunay.



Fonte: Elaborada pelo autor.

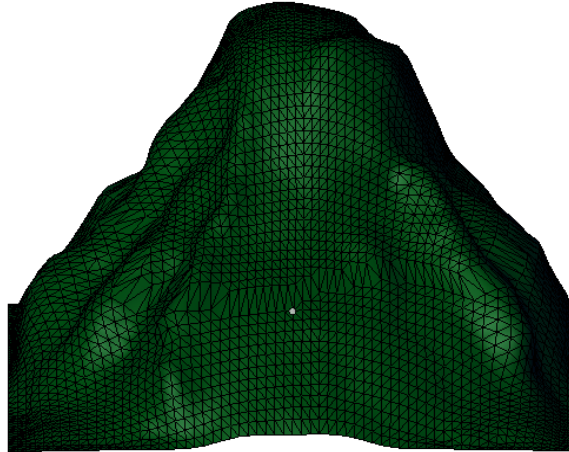
Figura 65: Visualização das posições candidatas obtidas a partir da superfície descrita por LIU, L. et al. [9] e abordagem de Voronoi.



Fonte: Elaborada pelo autor.

JIN, M. et al. [10] propuseram um método baseado em grade para definir uma distribuição inicial e uma técnica secundária para maximizar as taxas de coberturas. A área utilizada foi 720m², conforme representação aproximada que está na Figura 66.

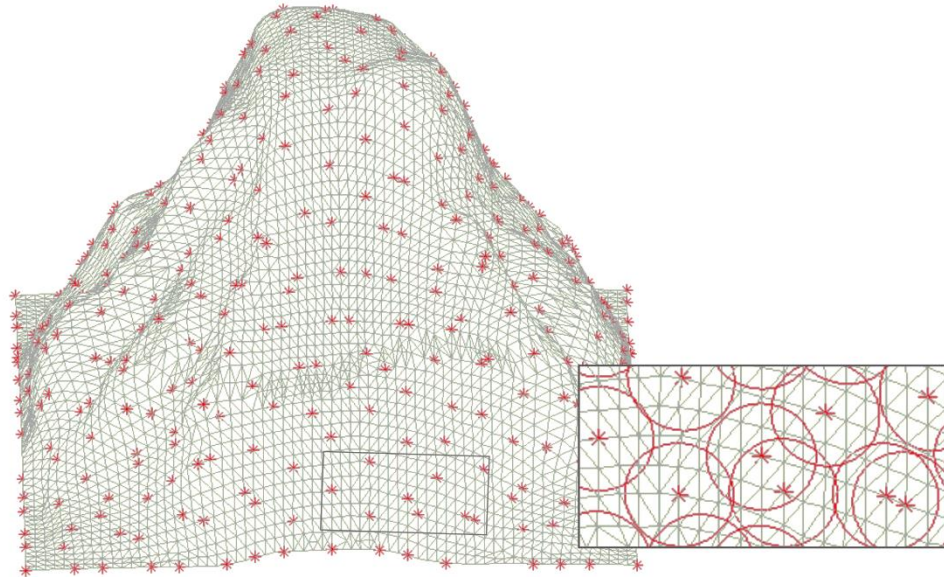
Figura 66: Superfície tridimensional representada a partir dos dados apresentados por JIM, M. et al. [10].



Fonte: elaborada pelo autor.

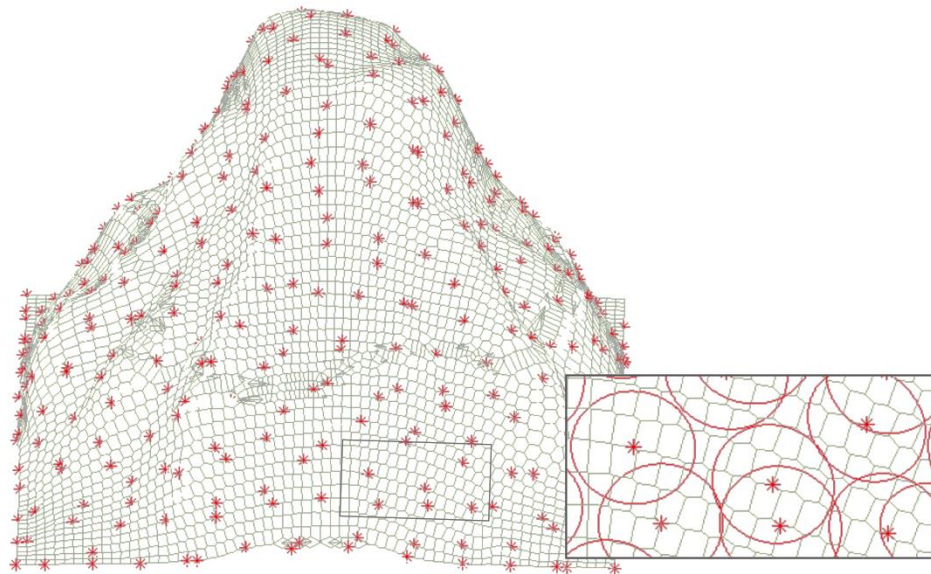
JIN, M. et al. [10] utilizaram um raio de comunicação de 30m, limitando em 400 o número máximo de posições. A melhor estratégia dos autores forneceu aproximadamente 98% de cobertura, com 0,2450% por unidade. Considerando a superfície indicada na Figura 68 e mesmo raio, 30m, o método proposto forneceu com a estratégia de Delaunay, Figura 67, uma taxa de cobertura de 86,83%, com 415 posições. O número de posições obtido é maior, 15 unidades a mais, que o fornecido por JIN, M. et al. [10]. A taxa de cobertura por unidade é de 0,2092%, menor do que a taxa conquistada pelos autores. No entanto, a distribuição baseada em Voronoi, Figura 68, forneceu 98,54%, com 390 posições candidatas, 10 posições a menos que o fornecido pelos autores. A taxa de cobertura por unidade também foi melhor, de 0,2527% por unidade.

Figura 67: Visualização das posições candidatas obtidas a partir da superfície descrita por JIN, M. et al. [10] e abordagem de Delaunay.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 68: Visualização das posições candidatas obtidas a partir da superfície descrita por JIN, M. et al. [10] e abordagem de Voronoi.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Além das vantagens destacadas previamente, é importante ressaltar que o método proposto pode fornecer distribuições para camadas de comunicação e sensoriamento, recurso que não está presente em cada método utilizado para comparação. Para exemplificar, as superfícies estudadas por OKTUG, S. et al [6], LIU, L. et al. [9] e JIM, M. et al. [10] foram simuladas com a camada de sensoriamento. O raio de comunicação adotado foi definido a partir da propriedade descrita por LI et al.[79]: o raio de sensoriamento deve ser o dobro do raio de comunicação. A partir disso, os melhores resultados foram obtidos com a estratégia de Delaunay.

A superfície discutida por OKTUG, S. et al [6] foi simulada com raio de sensoriamento de 25m e o resultado está apresentado na Figura 69. A camada de sensoriamento foi estabelecida com 830 posições candidatas e forneceu uma taxa de cobertura de 95,29%. A camada de sensoriamento para a superfície discutida por LIU, L. et al. [9] foi simulada com raios de comunicação e sensoriamento definidos em 30m e 60m, respectivamente. A simulação com a estratégia de Delaunay, Figura 70, forneceu 167 posições candidatas e uma taxa de cobertura de 90,55%. A camada de sensoriamento obtida a partir da superfície descrita por JIM, M. et al. [10] foi com raio de comunicação de 15m e raio de sensoriamento com 30m. Os resultados foram 425 posições candidatas e taxa de cobertura de sensoriamento de 84,44%, Figura 71.

Figura 69: Visualização das posições candidatas para camada de comunicação, asteriscos em vermelho, e sensoriamento, asteriscos em azul, geradas a partir da superfície descrita por OKTUG, S. et al [6] e abordagem de Delaunay.

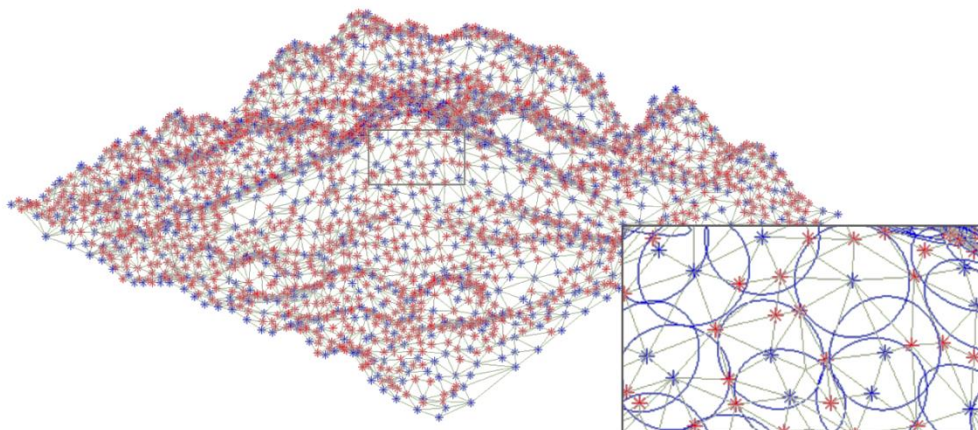
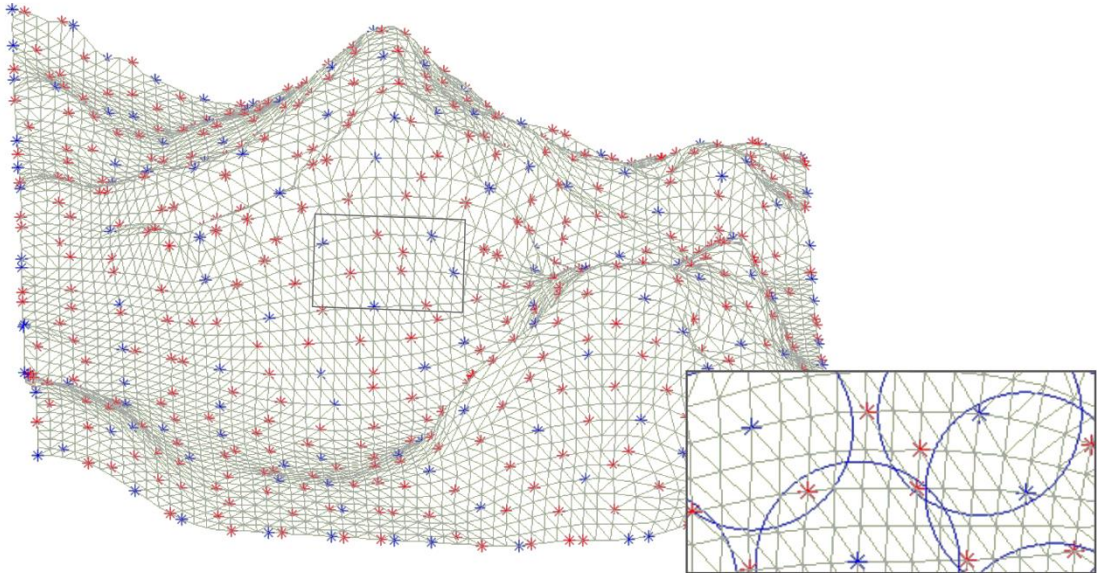
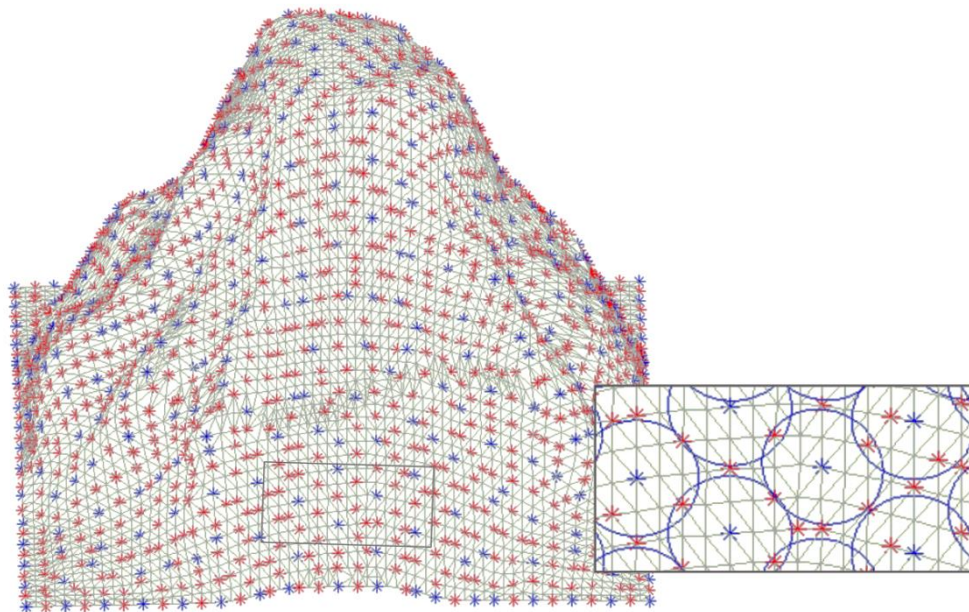


Figura 70: Visualização das posições candidatas para camada de comunicação, asteriscos em vermelho, e sensoriamento, asteriscos em azul, geradas a partir da superfície descrita por LIU, L. et al. [9] e abordagem de Delaunay.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 71: Visualização das posições candidatas para camada de comunicação, asteriscos em vermelho, e sensoriamento, asteriscos em azul, geradas a partir da superfície descrita por JIM, M. et al. [10] e abordagem de Delaunay.



Fonte: Elaborada pelo autor.

6 Conclusões

O problema de distribuição de nodos utilizando um número mínimo de dispositivos é considerado do tipo *NP-Hard* [12]. Por essa característica, as soluções apresentadas foram desenvolvidas e mensuradas aplicando estratégias heurísticas. Mesmo assim, a partir dos trabalhos pesquisados, não foi possível afirmar que uma única solução mantenha a mesma qualidade de cobertura para todas as situações exploradas [14, 74]. Uma distribuição apropriada pode garantir uma RSSF com menos falhas de comunicação, menor consumo de energia e erros de posicionamento dos nodos. Nesse contexto, diferentes abordagens foram direcionadas para distribuição de nodos [5, 7, 12 - 14, 70, 72], tendo Voronoi e Delaunay como estratégias principais.

Outra constatação foi que a maior parte dos trabalhos estudados apresentaram soluções bidimensionais para espaços tridimensionais. A planificação comumente realizada não garante comunicação entre nodos, devido aos diferentes níveis em um terreno e que se tornam obstáculos naturais, não tratados. Também, há poucos trabalhos explorando coberturas de comunicação e sensoriamento. Esses critérios foram tratados como excludentes e em relevos bidimensionais [7, 12, 13, 70, 72].

Neste contexto, o método proposto contribui com a literatura focada no tema, pois permite simulações de distribuições de posições candidatas para camadas de comunicação e de sensoriamento em superfícies tridimensionais, com a vantagem ainda de testar diferentes raios e estratégias (Voronoi e Delaunay). Os testes realizados mostraram essa versatilidade, subseção 5.1, principalmente quando comparados aos modelos descritos por OKTUG, S. et al [6], LIU, L. et al. [9] e JIM, M. et al. [10]. As taxas de coberturas obtidas com as distribuições de posições candidatas superaram os resultados dos modelos utilizados para comparação.

É importante ressaltar que a metodologia adotada neste trabalho, apresentada na seção 4, teve como objetivo calcular a cobertura da área de interesse, tratando problemas complexos de sobreposições e eliminação de áreas externas. Uma aproximação realizada foi a de definir a área de cobertura de uma posição por meio de um raio omnidirecional, em relação à superfície. Naturalmente, a posição do disco de cobertura depende da inclinação da superfície e possíveis sobreposições podem gerar erros de aproximações, não calculados. Apesar disso, a metodologia foi clara e robusta para fornecer resultados relevantes. Na literatura, os problemas aqui apresentados não foram abordados para superfícies tridimensionais ou

indicados que foram tratados apropriadamente, fato este que pode ter maximizado os resultados. Assim, é possível considerar que este trabalho torna-se um referencial importante para embasar discussões sobre o tema.

Os resultados apresentados na subseção 5.1 indicaram uma relação entre taxas de coberturas e números de triângulos aplicados para discretizar as superfícies. Foi possível verificar que um número elevado de triângulos proporciona mais opções de posições candidatas e, portanto, favorece a escolha da melhor combinação para tratar o problema de MCMS. A estratégia de Delaunay mostrou-se mais estável que a estratégia de Voronoi. A estratégia de Delaunay apresentou maior cobertura por posição candidata, inclusive para os testes considerando as camadas de sensoriamento. Como desvantagem está o tempo de processamento requerido. Pelos resultados obtidos, o aumento considerável de simplexes pode implicar em não obter uma solução em um tempo de processamento aceitável. Possíveis otimizações do método, buscando reduzir o tempo de processo, não foram incluídas no escopo deste trabalho.

A contribuição fundamental do presente trabalho está na versatilidade do método desenvolvido para realizar distribuições de posições candidatas, comunicação e sensoriamento, em superfícies tridimensionais comumente encontradas na natureza, com a possibilidade de verificar as melhores condições obtidas a partir das estratégias de Delaunay e Voronoi. Outra contribuição é a metodologia para o tratamento das sobreposições de coberturas, dos limites das superfícies tridimensionais e da seleção de posições candidatas utilizando dois raios (comunicação e sensoriamento).

Como sugestões para trabalhos futuros, torna-se interessante pesquisar:

1. O erro gerado pelo método proposto;
2. A maximização da cobertura traçando uma relação ideal sobre tamanho do raio aplicado e o número de triângulos gerados sob a superfície;
3. A minimização da seleção de nodos de comunicação com a utilização de grafos;
4. Técnicas de otimização para reduzir o tempo de processamento;
5. Simulações a partir da camada de sensoriamento como distribuição inicial e observar os impactos sobre a camada de comunicação.

Referências

- [1] VIEIRA, L. F. M.; FERNANDES, A. O.; DA SILVA JR., D. C.; YATOS e WISDOM: Plataforma de Software para Redes de Sensores, Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2004.

- [2] HOLGER, K.; WILLIG, A.; Protocols and architectures for wireless sensor networks (1° ed.). New York: Wiley, 2006.

- [3] POTTIE, G. J.; Wireless sensor networks. In Information Theory Workshop, 1998. p. 139–140.

- [4] GHOSH A.; DAS, S. K.; Coverage and connectivity issues in wireless sensor networks: A survey. In Pervasive and Mobile Computing 4, 2008. p. 303–334.

- [5] WU, C.; LEE, K.; CHUNG, Y.; A Delaunay Triangulation Based Method for Wireless Sensor Network Deployment. In 12th International Conference on Parallel and Distributed Systems, IEEE, Minneapolis, Minnesota, 2006.

- [6] OKTUG, S.; KHALILOV, A.; TEZCAN, H.; 3D Coverage Analysis under Heterogeneous Deployment Strategies in Wireless Sensor Networks. In The Fourth Advanced International Conference on Telecommunications, IEEE, Atenas, Grécia, 2008.

- [7] CHANG, C.; CHANG, C.; CHEN, Y.; CHANG, H.; Obstacle-resistant deployment algorithms for wireless sensor networks. In IEEE Transactions on Vehicular Technology, 58 v., n. 6, 2009. p. 2925-2941.

- [8] INGLE, M. R.; BAWANE, N.; An Energy Efficient Deployment of Nodes in Wireless Sensor Network using Voronoi Diagram. In Electronics Computer Technology (ICECT), Kanyakumari, Tamil Nadu, 2011.

- [9] LIU, L.; MA, H.; On Coverage of Wireless Sensor Networks for Rolling Terrains. In IEEE Transactions On Parallel And Distributed Systems, vol. 23, nº 1, 2012.

- [10] JIN, M.; RONG, G.; WU, H.; SHUAI, L.; GUO, X. Optimal Surface Deployment Problem in Wireless Sensor Networks. In IEEE Infocom, Orlando, Flórida, 2012.

- [11] UNALDI, N.; TEMEL, S.; ASARI, V.; Method for optimal sensor deployment on 3D terrains utilizing a steady state genetic algorithm with a guided walk mutation operator based on the wavelet transform. In *Sensors*, 12 v., n. 4, 2012. p. 5116-5133.
- [12] LEE, J.; SEOK, J.; LEE, J.; Multiobjective Optimization Approach for Sensor Arrangement in A Complex Indoor Environment. In *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics—part C: Applications and reviews*, 42 v., n. 2, 2012.
- [13] SEOK, J.; LEE, J.; KIM, W.; LEE, J.; A Bipopulation-Based Evolutionary Algorithm for Solving Full Area Coverage Problems. In *IEEE Sensors Journal*, 13 v., n. 12, 2013.
- [14] YOON, Y.; KIM, Y.; An Efficient Genetic Algorithm for Maximum Coverage Deployment in Wireless Sensor Networks. In *IEEE Transactions On Cybernetics*, 43 v., n. 5, 2013.
- [15] AL-TURJMAN, F. M.; HASSANEIN, H. S.; IBNKAHLA, M. Quantifying connectivity in wireless sensor networks with grid-based deployments. In *Journal of Network and Computer Applications* 36, 2013. p. 368–377.
- [16] ARTHIA, K.; VIJAYALAKSHMIB, A.; RANJANC, P. V.; Critical Event Based Multichannel Process Control Monitoring using WSN for Industrial Applications. In *Procedia Engineering* 64, Dallas, Texas, 2013. p. 142 – 148.
- [17] CHONG, C.; KUMAR, S. P.; Sensor Networks: Evolution, Opportunities, and Challenges. In *Proceedings Of The IEEE*, 91 v., n. 8, 2003.
- [18] HARTUNG, C.; HAN, R.; SEIELSTAD, C; HOLBROOK, S.; FireWxNet: A Multi-Tiered Portable Wireless System for Monitoring Weather Conditions in Wildland Fire Environments , In *ACM 1-59593-195-3/06/0006, MobiSys'06, Uppsala, Suécia, 2006.*
- [19] MAINWARING, A.; POLASTRE, J.; SZEWCZYK, R.; CULLER, D.; ANDERSON. J.; Wireless sensor networks for habitat monitoring; In *first ACM Workshop on Wireless Sensor Networks and Applications, Atlanta, Geórgia, 2002.*
- [20] DELIN, K. A.; HARVEY, R. P.; CHABOT, N. A.; JACKSON, S. P.; ADAMS; M.; JOHNSON, D.W.; BRITTON. J. T.; Sensor web in Antarctica: Developing an intelligent, autonomous platform for locating biological flourishes in cryogenic environments. In *34th Lunar and Planetary Science Conference, Houston, Texas, 2003.*

- [21] AL-HAIJA, Q. A.; AL-QADEEB, H.; AL-LWAIMI, A.; Case Study: Monitoring of AIR quality in King Faisal University using a microcontroller and WSN. In *Procedia Computer Science* 21, Niagara Falls, Ontario, 2013. p.517 – 521.
- [22] BAE, S.C.; JANG, W. S.; WOO, S.; SHIN, D. H.; Prediction of WSN placement for bridge health monitoring based on material characteristics; In *Automation in Construction* 35, 2013. p.18–27.
- [23] RONDINI, C. A.; MACHADO, J. M. O algoritmo de Delaunay em três dimensões: uma implementação computacional para o ambiente Mathematica for Windows; Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP, São José do Rio Preto, São Paulo, 1999.
- [24] MALISKA JUNIOR; C. R. Geração de malhas para domínios 2,5 dimensionais usando triangulação de Delaunay restrita. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, 2001.
- [25] DELAUNAY, B.; Sur la sphère vide, *Bul. Acad. Sci. URSS Class. Sci. Nat.* ,São Petesburgo, Rússia, 1934. p. 793-800.
- [26] CHENG, SIU-WING; DEY, TAMAL K.; SHEWCHUK, JONATHAN.; Delaunay mesh generation. CRC Press, Boca Raton, Flórida 2013.
- [27] DU, D.; HWANG F.; Computing in Euclidean Geometry, World Scientific, 2º Ed., Singapura, 1995.
- [28] XU, B.; HISCHKE, S.; WALKE, B.; The role of Ad Hoc networking in future wireless communications. In *Communication Technology Proceedings, 2003. ICCT 2003. International Conference, 2 v.*, IEEE, Beijing, China, 2003. p. 1353-1358.
- [29] SI, HANG; TETGEN, A. A quality tetrahedral mesh generator and three-dimensional Delaunay triangulator. Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastic, Ed. 1.5, Berlin, Germany, 2013.
- [30] WIRELESS LAN MEDIUM ACCESS CONTROL (MAC) AND PHYSICAL LAYER (PHY) SPECIFICATIONS, STANDARD, IEEE 802.11, New York. IEEE, 1997. Disponível em:<<http://pdos.csail.mit.edu/decouto/papers/802.11b.pdf>> Acesso em: 13 mar. 2014.

- [31] TANENBAUM, A. S.; Redes de Computadores. Tradução de Vanderberg D. de Souza. 4 ed. Rio de Janeiro: Ed. Elsevier. Título original: Computer networks, 2003.
- [32] MANAP, Z.; ALI, B. M.; NG, C.K.; NOORDIN N. K.; SALI, A.; A review on hierarchical routing protocols for wireless sensor networks. In Wireless personal communications, 72 v., n. 2, New York, 2013. p. 1077-1104.
- [33] HILL, J. L.; System Architecture for Wireless Sensor Networks. Tese (Ph.D), Univerisy Of California, Berkeley, Califórnia, 2003.
- [34] SILVA, F. A.; BRAGA, T. R. M.; RUIZ, L. B.; NOGUEIRA, J. M. S.; Tecnologia de Nós Sensores Sem Fio, Disponível em <<http://homepages.dcc.ufmg.br/~linnyer/ufmgnoossensores.pdf>>, Departamento de Ciência da Computação - UFMG, Belo Horizonte, Minas Gerais, 2004.
- [35] (SMART DUST). Autonomous sensing and communication in a cubic millimeter, disponível em: <<http://robotics.eecs.berkeley.edu/%7Epister/SmartDust>>, Berkeley, Califórnia, 2002.
- [36] POTTIE, G. J.; KAISER, W. J.; Wireless Integrated Network Sensors (WINS): Principles and Practice, disponível em: <http://www.seas.ucla.edu/~pottie/papers/smallWINS_ACM.pdf>, UCLA, Los Angeles, Califórnia, 2002.
- [37] (JPL) SENSOR WEBS, disponível em: <<http://sensorwebs.jpl.nasa.gov/>>, NASA, Houston, Texas, 2002.
- [38] LOUREIRO, A. A. F.; NOGUEIRA, J. M. S.; RUIZ, L. B.; MINI, R. A. F.; NAKAMURA, E. F.; FIGUEIREDO, C. M. S.; Redes de Sensores Sem Fio; In UFMG SBRC, Belo Horizonte, minas Gerais, 2003.
- [39] (TINYOS); Disponível em <<http://www.tinyos.net/>>, acessado em 04/05/2014.
- [40] (MANTISOS), disponível em <<http://www.cs.colorado.edu/~rhan/sensornets.html>>, acessado em 04/05/2014.
- [41] RUIZ, L. B.; CORREIA, L. H. A.; VIEIRA, L. F. M.; MACEDO, D. F.; NAKAMURA, E. F.; FIGUEIREDO, C. M. S.; VIEIRA, M. A. M.; BECHELANE, E. H.;

CAMARA, D.; LOUREIRO, A. A. F.; NOGUEIRA, J. M. S.; DA SILVA JR., D. C.; Arquiteturas para Redes de Sensores Sem Fio; Disponível em <<http://www.inf.ufes.br/~zegonc/material/Redes%20de%20Sensores%20sem%20Fio/>>, Departamento de Ciência da Computação - UFMG, Belo Horizonte, Minas Gerais, 2010.

[42] POTTIE, G. J.; KAISER, W. J.; Wireless integrated network sensors. In *Communications of the ACM* 43 (5), 2000. p. 51–58.

[43] SHEN, X.; & PAN, Y.; *Fundamentals of Wireless Sensor Networks Theory and Practice* 1. ed., United Kingdom: Wiley, 2010.

[44] AKKAYA, K.; YOUNIS, M.; A survey on routing protocols for wireless sensor networks. In *Ad Hoc Networks*, 3 v., 2005. p. 325–349.

[45] DRESSLER, F.; A study of self-organisation mechanisms in Ad Hoc and sensor networks. In *Computer Communications*, Phoenix, Arizona, 2008.

[46] SHEWCHUK, J. R.; Lecture notes on Delaunay mesh generation, Technical Report. In Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of California, Berkley, Califórnia, 1999.

[47] GEORGE, P. L.; HERMELINE F.; Delaunay's mesh of a convex polyhedron in dimension d. Application to arbitrary polyhedra. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 33 v., n. 5, 1992. p. 975-995.

[48] BABUSKA, Y.; AZIZ, A. K.; On the angle condition in the finite element method; *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 13 v., n. 2, 1976. p. 214-226.

[49] CIARLET, P. G.; *The finite element method for elliptic problems*. 2. ed., New York, New York: Ed. Elsevier North-Holland, 1979.

[50] THACKER, W. C.; A brief review of techniques for generating irregular computational grids; In *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 15 v., n. 9, 1980. p. 1335-1341.

[51] BOWYER, A.; Computing Dirichlet tessellations. In *Computer Journal*, 24 v., n. 2, 1981. p. 162-166.

- [52] WANG, C.; SCHUBERT, L.; An optimal algorithm for constructing the Delaunay triangulation of a set of line segments; In Anais 3º ACM Symposium on Computational Geometry, 1987. p. 223-232.
- [53] LO, S. H.; A new mesh generation scheme for arbitrary planar domains; In International Journal for Numerical Methods in Engineering, 21 v., 1985. p. 1403-1426.
- [54] COXETER, H. S. M.; FEW, L.; ROGERS, C. A.; Covering space with equal spheres, *Mathematika*, 6 v., n. 2, 1959. p.147-157.
- [55] HERMELINE, F.; Une méthode automatique de maillage en dimension N, Tese (Doutorado) - Universidade Pierre et Marie-Curie, Páris, França, 1980.
- [56] MARRETO, C. A. R.; O algoritmo de Delaunay em Três Dimensões: Uma Implementação Computacional para o Ambiente Matemática for Windows. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - Unesp – Rio Preto, São José do Rio Preto, São Paulo 1999.
- [57] CHAE, M. J.; YOO, H. S.; KIM, J. R.; CHO, M. Y.; Bridge condition monitoring system using wireless network (CDMA and ZigBee). In International Symposium on Automation and Robotics in Construction, Tóquio, Japão, 2006. p. 332–334.
- [58] RILEY, M.; Programming Your Home: Automate with Arduino, Android, and Your Computer, The Pragmatic Programmers, 1. ed., 2012.
- [59] (MQ-2 GAS SENSOR); Technical Data For MQ-2 Gas Sensor, disponível em: <<http://www.seedstudio.com/depot/datasheet/MQ-2.pdf>>, acessado em: 20/05/2014.
- [60] WANG, Y. C.; HU, C. C.; TSENG, Y. C.; Efficient deployment algorithms for ensuring coverage and connectivity of wireless sensor networks. In First International Conference on Wireless Internet (WICON'05). IEEE, Budapeste, Hungria, 2005. p. 114–121.
- [61] BATALIN, M. A.; SUKHATME, G. S.; Coverage, exploration and deployment by a mobile robot and communication network. In *Telecommun. Syst.—Special Issue Wireless Sensor Networks*, 26 v., n. 2–4, Los Angeles, Califórnia, 2004. p. 181– 196.

- [62] BATALIN, M. A.; SUKHATME, G. S.; The design and analysis of an efficient local algorithm for coverage and exploration based on sensor network deployment. In *IEEE Transactions on Robotics*, 23 v., n. 4, 2007. p. 661-675.
- [63] CHIZARI, H.; HOSSEINI, M.; POSTON, T.; RAZAK, S. A.; ABDULLAH, A. H.; Delaunay Triangulation as a New Coverage Measurement Method in Wireless Sensor Network. In *Sensors*, 11 v., n. 3, 2011. p. 3163-3176.
- [64] AXLER, S.; RIBET, K.A.; Combinatorics and graph theory. In *Undergraduate Texts in Mathematics*. In Springer: New York, New York, 2008.
- [65] ZHANG, Q.; LI, H.; MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition. In *IEEE Transactions on evolutionary computation*, 11 v., n. 6, 2007. p. 712-731.
- [66] ZHANG, Q.; LIU, W.; TSANG, E.; VIRGINAS, B.; Expensive multiobjective optimization by MOEA/D with Gaussian process model. In *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 14 v., n. 3, 2010. p. 456-474.
- [67] BREMERMAN, H. J.; ROGSON, J.; SALAFF, S.; Global properties of evolution processes. In *Natural Automata and Useful Simulations*, H. H. Pattee, 2. ed., Ed. Spartan Books, 1966. p. 3-42.
- [68] ESHELMAN, L. J.; SCHAFFER, J. D.; Real-coded genetic algorithms and interval-schemata. In *2nd Workshop Foundations of Genetic Algorithms*, San Mateo, California, 1993. p. 187-202.
- [69] GOLDBERG, D.; *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Reading. In Massachusetts, USA: Addison-Wesley, 1989.
- [70] VECCHIO, M.; LÓPEZ-VALCARCE, R.; Improving area coverage of wireless sensor networks via controllable mobile nodes: A greedy approach; In *Journal of Network and Computer Applications*, 48 v., 2014.
- [71] RIBEIRO, M. G.; NEVES, L. A.; PINTO, A. R.; NASCIMENTO, M. Z.; ZAFALON, G. F. D.; VALÊNCIO, C.; Surface coverage in Wireless Sensor Networks based on Delaunay Tetrahedralization; *Journal of Physics: Conference Series* 574, Madrid, Espanha, 2014.

- [72] KIM; K.; Mountainous terrain coverage in mobile sensor networks; IET Journals, 9 v., Iss. 5. 2015. p. 613–620.
- [73] WEISSTEIN, ERIC W.; Circumcenter; In MathWorld - A Wolfram Web Resource. Disponível em: <<http://mathworld.wolfram.com/Circumcenter.html>>; Acessado em: 06/06/2015.
- [74] GAREY, M.; JOHNSON, D. S.; Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness, San Francisco, Califórnia, 1979.
- [75] (BL); BLENDER LICENCE 1.0, disponível em: <<http://www.blender.org/BL/>>, acessado em: 20/05/2015.
- [76] IEZZI, G.; DOLCE, O.; Geometria Analítica; Editora Moderna; São Paulo, 1976. p. 141.
- [77] TIAN, D.; GEORGANAS, N. D. A Coverage-Preserving Node Scheduling Scheme for Large Wireless Sensor Networks; WSNA'02, Atlanta, Georgia, 2002.
- [78] PRIM, R. C. Shortest connection networks And some generalizations, Bell System Technical Journal 36 (6), 1957. p. 1389–1401.
- [79] D. LI AND H. LIU. “Sensor coverage in wireless sensor networks,” in Wireless Networks: Research, Technology and Applications, J. Feng, Ed. Nova Science Publishers, 2009. p. 3–31.
- [80] PAVARINO, E.; NEVES, L. A.; MACHADO, J. M.; DE GODOY, M. F.; SHIYOU, Y.; MOMENTE, J. C.; VALÊNCIO, C. R.; Free tools and strategies for the generation of 3D finite element meshes: modeling of the cardiac structures. In Journal of Biomedical Imaging, Journal of Biomedical Imaging, 2013. p. 5.
- [81] MILNE, R. M. Mensuration And Elementary Solid Geometry For Schools; Paperback, Cambridge, UK 1923.
- [82] HAHN, Brian; VALENTINE, Daniel. Essential MATLAB for engineers and scientists. 4. ed., Newnes: Ed. Oxford, 2007.

[83] POSAMENTIER, A. S.; LEHMANN, I. *The Secrets of Triangles: A Mathematical Journey*, Amhert, New York: Prometheus Books, 2012.