

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO" Faculdade de Ciências e Tecnologia Câmpus de Presidente Prudente

Solução das ambiguidades de linhas de bases médias e longas: aplicação no posicionamento baseado em redes

Crislaine Menezes da Silva

Orientadora: Profa. Dra. Daniele Barroca Marra Alves

Coorientadora: Profa. Dra. Eniuce Menezes de Souza

Programa: Matemática Aplicada e Computacional

Presidente Prudente, outubro de 2015

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Faculdade de Ciências e Tecnologia de Presidente Prudente Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional

Solução das ambiguidades de linhas de bases médias e longas: aplicação no posicionamento baseado em redes

Crislaine Menezes da Silva

Orientadora: Profa. Dra. Daniele Barroca Marra Alves Coorientadora: Profa. Dra. Eniuce Menezes de Souza

> Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional da Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNESP para obtenção do título de Mestre em Matemática Aplicada e Computacional.

FICHA CATALOGRÁFICA

S579s	Silva, Crislaine Menezes da. Solução das ambiguidades de linhas de bases médias e longas : aplicação no posicionamento baseado em redes / Crislaine Menezes da Silva Presidente Prudente : [s.n.], 2015 136 f.
	Orientadora: Daniele Barroca Marra Alves Coorientadora: Eniuce Menezes de Souza Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia Inclui bibliografia
	1. Solução das ambiguidades. 2. Método Lambda. 3. Posicionamento baseado em redes. I. Alves, Daniele Barroca Marra. II. Souza, Eniuce Menezes de. III. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências e Tecnologia. IV. Título.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO" Campus de Presidente Prudente

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. D/ **BARROCA MARRA ALVES** ORIENTADORA

2

Prof. Dr. JOÃO/FRANCISCO GALERA MONICO **UNESP/FCT**

Prof. Dr. PAUL JOZEF DE JONGE Geodetics

Cintaine me

VA

Presidente Prudente (SP), 01 de outubro de 2015.

Resultado: APROVADA.

Faculdade de Ciências e Tecnologia Seção Técnica de Pós-Graduação Rua Roberto Simonsen, 305 CEP 19060-900 Presidente Prudente SP Tel 18 3229-5417 fax 18 3223-4519 posgrad@fct.unesp.br

À minha mãe Sueli e minha avó Gilda, às minhas irmãs Andressa e Adriely, e ao meu sobrinho Bernardo, por permanecerem sempre ao meu lado.

Inicio meus agradecimentos por Deus, por cuidar de mim o tempo todo em sua infinita graça e misericórdia. Por nunca ter me desamparado e por ter colocado pessoas tão especiais a meu lado, sem as quais certamente não teria dado conta!

A minha mãe Sueli, meu infinito agradecimento. Ela que sempre acreditou na minha capacidade. Isso só me fortaleceu, e me fez tentar e fazer o melhor de mim. Obrigada pelo amor incondicional!

A minhas irmãs, Andressa e Adriely, meu agradecimento especial, pois, a seu modo, sempre se orgulharam de mim e confiaram em meu trabalho. Obrigada pela confiança!

Ao pequeno Bernardo, meu amado sobrinho, que, no último ano, esteve tão próximo (literalmente) de mim, que me inspira a querer ser melhor do que fui até hoje!

A meus tios, tias, primos e primas, e especialmente à minha avó Gilda, que vibraram comigo, desde a aprovação no processo seletivo, e sempre fizeram "propaganda" positiva a meu respeito. Obrigada pela força!

As minhas amigas de sempre, Regiane, Carol (Doida), Carol, Aline e Anna por só quererem o meu bem e me valorizarem tanto como pessoa. Obrigada pela amizade!

A Professora Daniele, é claro, que acreditou em meu potencial de uma forma a que eu não acreditava ser capaz de corresponder. Sempre disponível e disposta a ajudar, querendo que eu aproveitasse cada segundo dentro do mestrado para absorver algum tipo de conhecimento. Fez-me enxergar que existe mais que pesquisadores e resultados por trás de uma dissertação, mas vidas humanas... Você não foi somente orientadora, mas, em alguns momentos, conselheira, confidente, mãe e amiga. Agradeço também à Eniuce, minha coorientadora, que sempre esteve disposta a ajudar mesmo a distância. Saibam que vocês foram e são referências profissionais e pessoais para meu crescimento. Obrigada por estarem a meu lado e acreditarem tanto em mim!

A meus amigos do mestrado, pelos momentos divididos juntos, especialmente à Castanha, Gustavo, Heloísa, Pão, Junior, Jonas, Paola, por tornarem mais leve meu trabalho. Agradeço a todos da "nave" pelo companherismo, bobagens e risadas diárias. Um agradecimento especial à Hérida e a Chayene, que se tornaram verdadeiras amigas e, ao Adriano, Bruno Felipe e a Joyce que foram companheiros desde o inicio da graduação. Obrigada por dividirem comigo as angústias e alegrias e ouvirem minhas bobagens. Foi bom poder contar com vocês!

A todos professores do PósMAC, que, com ensinamentos e orientações me ajudaram ativa ou passivamente neste projeto. Vocês também foram referencias para mim!

Aos funcionários da seção de pós-graduação, especialmente a Cinthia, a Ivonete e ao André, pela disponibilidade, simpatia e gentileza. Obrigada pela ajuda!

A todos os alunos e professores do Grupo de Estudo em Geodésia Espacial, especialmente ao professor João Francisco Galera Monico e à Ms. Tayná Ap. Gouveia, que me ajudaram neste trabalho, e nunca negaram ajuda quando precisei. Agradeço muito a vocês, pois me ajudaram em um ambiente que não era o meu. Obrigada de verdade!

Agradeço, também, à FAPESP pelo apoio financeiro (Processo n. 2013/06325-9). Obrigada pelo apoio! Finalmente, gostaria de agradecer à Faculdade de Ciências e Tecnologia por abrir as portas para que eu pudesse realizar este sonho que era a minha dissertação de mestrado. Proporcionaram-me mais que a busca de conhecimento técnico e científico, mas uma lição de vida.

Ninguém vence sozinho... muito obrigada a todos!

Deem graças em todas as circunstâncias, pois esta é a vontade de Deus para vocês em Cristo Jesus. 1 Tessalonicenses 5:18

""Foi o tempo que dedicaste à tua rosa que a fez tão importante". Antoine de Saint-Exupéry

Resumo

Essencial para o desempenho de posicionamento baseado em redes é que um usuário receba e aplique as informações de correção geradas a partir de uma rede. Essas correções são necessárias para o usuário levar em conta os atrasos atmosféricos (ionosfera e troposfera) entre a sua localização aproximada e as estações da rede. A fim de proporcionar correções mais precisas para os usuários, o processamento da rede deve ser baseada na solução das ambiguidades inteiras da fase da portadora entre as estações da rede. Denomina-se ambiguidade o número de ciclos inteiros entre as antenas do satélite e do receptor na primeira época de coleta de dados. As ambiguidades são introduzidas como parâmetros a serem estimados nas equações de observação, processo de solução das ambiguidades pode ser dividido em duas etapas: estimação e de validação. A estimativa está preocupada com o cálculo dos valores das ambiguidades, o etapa de validação é utilizada para inferir se o valor estimado pode ser aceito ou não. Um método muito utilizado pela comunidade científica internacional para a estimação das ambiguidades inteiras é o método LAMBDA. Já para a validação os testes Ratio e FF-RT podem ser utilizados. O objetivo desta dissertação é investigar a solução das ambiguidades no contexto do posicionamento baseado em redes e sua implementação no software FCT RTK Net que foi desenvolvido em ambiente acadêmico. Nesta dissertação alguns experimentos sobre a solução das ambiguidades são apresentados, cujos resultados mostraram que o teste de validação FF-RT produz melhores percentuais de fixação das ambiguidades. Os resultados também mostraram que o ADOP é um bom preditor da taxa de sucesso das ambiguidades e que a detecção e correção de perdas de ciclos são essenciais para a obtenção da solução das ambiguidades.

Palavras-Chave: Solução das Ambiguidades. Método LAMBDA. Posicionamento baseado em redes.

Abstract

Essencial to the performance of Network RTK positioning is that a user receives and applies correction information from a network. These corrections are necessary for the user to account for the atmospheric (ionospheric and tropospheric) delays between his approximate location and the locations of the network's stations. In order to provide the most precise corrections to users, the network processing should be based on integer resolution of the carrier phase ambiguities between the network's stations. Ambiguity is called the number of complete cycles between the satellite antenna and receiver in his first season of data collection. The ambiguities are introduced as parameters to be estimated in the observation equations. Ambiguity resolution can be divided in two steps: estimation and validation. The estimate is concerned with the calculation of the ambiguities values. O validation stage is used to infer whether the estimated value can be accepted or not. A method widely used by the international scientific community for the estimation of integer ambiguities is the LAMBDA method. For the validation the ratio test and FF-RT may be used. The aim of this work is to investigate the resolution of ambiguities in the context of Network RTK and its implementation in FCT RTK Net software that was developed in an academic environment. In this thesis some experiments on resolving the ambiguities are presented, the results showed that the FF-RT validation test produces better percentage fixing the ambiguities. The results also showed that ADOP is a good predictor of the success rate of ambiguities and that the detection and correction cycles slips are essential for obtaining the resolution of ambiguities.

Keywords: Ambiguity Resolution. LAMBDA method. Network RTK..

Lista de Figuras

$2.1 \\ 2.2 \\ 2.3 \\ 2.4 \\ 2.5 \\ 2.6$	Localização do segmento de controle GPS	30 31 32 35 36 37
$3.1 \\ 3.2$	Exemplo de um processo <i>White noise</i> simulado	42 43
$5.1 \\ 5.2$	Região de <i>pull-in</i> para o método dos mínimos quadrados inteiro Espaço de procura das ambiguidades bidimensional	56 58
$\begin{array}{c} 6.1 \\ 6.2 \end{array}$	P_{ADOP} em função ADOP, com variação do número de DD ambiguidades Valores de ADOP que satisfazem uma taxa de sucesso maior do que 0.99	$\begin{array}{c} 67\\ 68\end{array}$
7.1 7.2	Gráfico que apresenta o índice S4 para o dia 03 de março de 2014, des- tacando o período de alta cintilação em vermelho e o período de baixa cintilação em verde	$72 \\ 74$
8.1 8.2	Sensibilidade do ADOP e P_{ADOP} a mudanças no modelo de geometria fixa para a solução instantânea das ambiguidades	77 79
$8.3 \\ 8.4 \\ 8.5$	Índice S4 para o horário 1 – 2 UTC	79 79 80
8.6 8.7 8.8	Média do S4 para o horário 1–2 UTC	80 80 81
8.9 8.10	Magnitude das perdas de ciclos para o horário 1–2 UTC	81 81
8.11 8.12 8.13	Comparação dos ADOPs e P_{ADOP} para o intervalo 0–1 0 1 C	82 82 83
8.14 8.15 8.16	Gráfico dos MAD e MedAE para o período de alta cintilação Discrepância e EMQ para o horário 0-1 UTC	83 84 84
8.17 8.18	Discrepância e EMQ para o horário 2-3 UTC	85 86
8.19	Indice S4 para o horário 8 – 9 UTC	86

8.20	Índice S4 para o horário 9 – 10 UTC	87
8.21	Média do S4 para o horário 7–8 UTC	87
8.22	Média do S4 para o horário 8–9 UTC	87
8.23	Média do S4 para o horário 9–10 UTC	87
8.24	Magnitude das perdas de ciclos para o horário 7–8 UTC	88
8.25	Magnitude das perdas de ciclos para o horário 8–9 UTC	88
8.26	Magnitude das perdas de ciclos para o horário 9–10 UTC	88
8.27	Comparação dos ADOPs e P_{ADOP} para o intervalo 7–8 UTC	89
8.28	Comparação dos ADOPs e P_{ADOP} para o intervalo 8–9 UTC	89
8.29	Comparação dos ADOPs e P_{ADOP} para o intervalo 9–10 UTC	90
8.30	Gráfico dos MAD e MedAE para o período de baixa cintilação	90
8.31	Discrepância e EMQ para o horário 7-8 UTC	91
8.32	Discrepância e EMQ para o horário 8-9 UTC	91
8.33	Discrepância e EMQ para o horário 9-10 UTC	92
8.34	Número de satélites (superior), Teste Ratio (meio) e valor crítico para o	
	FF-RT (inferior) como função do intervalo de tempo para o horário $0 - 1$	
	UTC	93
8.35	Número de satélites (superior), Teste Ratio (meio) e valor crítico para o	
	FF-RT (inferior) como função do intervalo de tempo para o horário $1-2$	
	UTC	93
8.36	Número de satélites (superior), Teste Ratio (meio) e valor crítico para o	
	FF-RT (inferior) como função do intervalo de tempo para o horário $2-3$	
	UTC	94
8.37	Decisão dos testes de validação. FF-RT (superior) e Ratio (inferior), para	
	o intervalo de processamento de 0 – 1 UTC	94
8.38	Decisão dos testes de validação. FF-RT (superior) e Ratio (inferior), para	
	o intervalo de processamento de $1 - 2$ UTC	95
8.39	Decisão dos testes de validação. FF-RT (superior) e Ratio (inferior), para	
	o intervalo de processamento de $2 - 3$ UTC	95
8.40	Número de satélites (superior), Teste Ratio (meio) e valor crítico para o	
	FF-RT (inferior) como função do intervalo de tempo para o horário 7 – 8 $$	
	UTC	96
8.41	Número de satélites (superior), Teste Ratio (meio) e valor crítico para o	
	FF-RT (inferior) como função do intervalo de tempo para o horário $8-9$	
	UTC	97
8.42	Número de satélites (superior), Teste Ratio (meio) e valor crítico para o	
	FF-RT (inferior) como função do intervalo de tempo para o horário $9 - 10$	
	UTC	97
8.43	Decisão dos testes de validação. FF-RT (superior) e Ratio (inferior), para	
	o intervalo de processamento de 7 – 8 UTC	98
8.44	Decisão dos testes de validação. FF-RT (superior) e Ratio (inferior), para	
	o intervalo de processamento de 8 – 9 UTC	98
8.45	Decisão dos testes de validação. FF-RT (superior) e Ratio (inferior), para	
	o intervalo de processamento de $9 - 10$ UTC \ldots \ldots \ldots	99
8.46	Valores do Ratio para 160 épocas de processamento do dia 277, para cada	
	uma das linhas de base: SPTU - SPAR (topo), SPTU - SPDR (meio) e	4 0 -
o / -	$SPTU - SPLI (interior) \dots \dots$	100
8.47	Valores do Ratio para 240 épocas de processamento do dia 278	100
8.48	Valores do Ratio para 240 épocas de processamento do dia 279	101
8.49	valores do Katio para 240 épocas de processamento do dia 213	103

8.50	Valores do Ratio para 240 épocas de processamento do dia 214 10)3
8.51	Valores do Ratio para 240 épocas de processamento do dia 215 10)4
8.52	Decisão do FF-RT, para os diferentes modelos de processamentos para cada	
	uma das linhas de base processadas do dia 277	97
8.53	Decisão do FF-RT, para os diferentes modelos de processamentos para cada	
	uma das linhas de base processadas do dia 278	98
8.54	Decisão do FF-RT, para os diferentes modelos de processamentos para cada	
	uma das linhas de base processadas do dia 279)9
8.55	Decisão do FF-RT, para os diferentes modelos de processamentos para cada	
	uma das linhas de base processadas do dia 213	12
8.56	Decisão do FF-RT, para os diferentes modelos de processamentos para cada	
	uma das linhas de base processadas do dia 214	13
8.57	Decisão do FF-RT, para os diferentes modelos de processamentos para cada	
	uma das linhas de base processadas do dia 279	14
Δ 1	Detecção das perdas de ciclos para o dia 213	<u>9</u> 2
$\Delta 2$	Detecção das perdas de ciclos para o dia 214	$\frac{20}{24}$
A 3	Detecção das perdas de ciclos para o dia 215	$\frac{24}{25}$
A 4	Detecção das perdas de ciclos para o dia 277	$\frac{20}{26}$
A 5	Detecção das perdas de ciclos para o dia 278	$\frac{10}{27}$
A.6	Detecção das perdas de ciclos para o dia 279	$\frac{-}{28}$
B.1	Valores do limiar μ para o FFRT para 240 épocas de processamento do dia	
_	213	29
B.2	Valores do limiar μ para o FFRT, com 240 épocas de processamento do dia	
D a	$214. \ldots \ldots$	30
В.3	Valores do limiar μ para o FFRT, com 240 épocas de processamento do dia	
D 4	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	30
В.4	Valores do limiar μ para o FFRI para 160 epocas de processamento do dia	01
D۲	2/(31
В.Э	valores do limitar μ para o FFRI, com 240 epocas de processamento do dia	91
РG	210 . \dots	21
D.0	values do minar μ para o FFRT, com 240 epocas de processamento do día 270	วา
	215	12
C.1	Valores do ADOP para 240 épocas de processamento do dia 213 13	33
C.2	Valores do ADOP com 240 épocas de processamento do dia 214 13	34
C.3	Valores do ADOP com 240 épocas de processamento do dia 215 13	34
C.4	Valores do ADOP para 160 épocas de processamento do dia 277 13	35
C.5	Valores do ADOP com 240 épocas de processamento do dia 278 13	35
C.6	Valores do ADOP com 240 épocas de processamento do dia 279 13	36

Lista de Tabelas

2.1	Classificação do índice S4	33
6.1	Significado dos símbolos utilizados nas expressões de forma fechada do ADOP.	69
7.1	Descição dos detalhes dos modelos utilizados na estimação das ambiguida- des.	75
8.1	EMQ para o período de alta cintilação ionosférica	85
8.2	EMQ para o período de baixa cintilação ionosférica	90
8.3	Indicação da época em que o modelo fixou as ambiguidades pela primeira vez para o dia 277	100
8.4	Indicação da época em que o modelo fixou as ambiguidades pela primeira	101
8.5	Indicação da época em que o modelo fixou as ambiguidades pela primeira	101
	vez para o dia 279	101
8.6	Percentual de fixação das ambiguidades para o dia 277	102
8.7	Percentual de fixação das ambiguidades para o dia 278	102
8.8	Percentual de fixação das ambiguidades para o dia 279	102
8.9	Indicação da época em que o modelo fixou as ambiguidades pela primeira	
	vez para o dia 213	103
8.10	Indicação da época em que o modelo fixou as ambiguidades pela primeira	
	vez para o dia 214	104
8.11	Indicação da época em que o modelo fixou as ambiguidades pela primeira	
	vez para o dia 215	104
8.12	Percentual de fixação das ambiguidades para o dia 213	105
8.13	Percentual de fixação das ambiguidades para o dia 214	105
8.14	Percentual de fixação das ambiguidades para o dia 215	105
8.15	Percentual de fixação das ambiguidades pelo FF-RT, para o dia 277	110
8.16	Percentual de fixação das ambiguidades pelo FF-RT, para o dia 278	110
8.17	Percentual de fixação das ambiguidades pelo FF-RT, para o dia 279	110
8.18	Percentual de fixação das ambiguidades pelo FF-RT, para o dia 213	115
8.19	Percentual de fixação das ambiguidades pelo FF-KI, para o dia 214	115
8.20	Percentual de fixação das ambiguidades pelo FF-RI, para o dia 215	115
8.21	Discrepância 3D obtida através do processamento no modo estático do PPP do NRCan, para as VRS geradas através dos métodos de solução das	
	ambiguidades com a validação pelo teste Ratio $\hfill \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	116
8.22	Discrepância 3D obtida através do processamento no modo estático do	
	PPP do NRCan, para as VRS geradas através dos métodos de solução das	
	ambiguidades, com a validação pelo FF-RT	116

- ADOP Diluição de Precisão das Ambiguidades, do inglês Ambiguity Dilution of Precision
 - DD Dupla Diferença
 - DoD Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América, do inglês Department of Defense
- EGNOS Serviço Europeu Complementar de Navegação Geostacionária, do inglês European Geostationary Navigation Overlay Service
 - EMQ Erro Médio Quadrático
 - FAC Função de Autocorrelação
 - FFRT Teste Ratio de Falha Fixa, do inglês Fixed Failure Ratio Test
- GLONASS Sistema de Navegação Global por Satélite Russo, do inglês Global Navigation Satellite System
 - GNSS Sistema de Navegação Global por Satélite, do inglês Global Navigation Satellite System
 - GPS Sistema de Posicionamento Global, do inglês Global Positioning System
 - IGS Serviço GNSS Internacional, do inglês International GNSS Service
- LAMBDA Ajustamento por Mínimos Quadrados Decorrelacionados, do inglês Least-squares AMBiguity Decorrelation Adjustment
 - MMI Método dos Mínimos Quadrados Inteiros
 - MMQ Método dos Mínimos Quadrados
 - MSAS Sistema de Aumento por Satélite, do inglês Multi-functional Satellite Augmentation System
 - MVC Matriz de Variância e Covariância

- NAVSTAR-GPS Satélite de Navegação com o Tempo e Variando Sistema de Posicionamento Global, do inglês Navigation Satellite with Time and Ranging - Global Positioning System
 - P_{ADOP} Aproximação da probabilidade de sucesso das ambiguidades do MMI baseada no ADOP
 - PNT Previsão Numérica de Tempo
 - QZSS Sistema de Satélite Quase-Zênite, do inglês Quasi-Zenith Satellite System
 - RBMC Rede Brasileira de Monitoramento Continuo
 - RTK Cinemático em Tempo Real, do inglês Real Time Kinematic
 - RZTD Resíduo do Atraso Zenital Troposférico, do inglês Relative Residual Tropospheric Zenith Delay
 - SBAS Sistemas de Aumento Baseado em Satélites, do inglês Satellite-Based Augmentation Systems
 - SD Simples diferença
 - SDMC Sistema de Correções Diferenciais e Monitoramento, do inglês System for Differential Correction and Monitoring
 - TEC Conteúdo Total de Elétrons, do inglês Total Electron Content
 - WAAS Sistema de Aumento de Grande Área, do inglês Wide Area Augmentation System
 - WGS84 Sistema Geodésico Mundial, do inglês World Geodetic System 1984

Sumário

Re	esum	0	7
A۱	bstra	let	9
Li	sta d	le Figuras	10
\mathbf{Li}	sta d	le Tabelas	13
\mathbf{Li}	sta d	le Siglas	17
1	Intr	odução	23
	1.1	Objetivos	24
	1.2	Justificativa	24
2	Visā	ão geral sobre o GNSS	27
	2.1	GPS	28
		2.1.1 Segmento Espacial	28
		2.1.2 Segmento de Controle	29
		2.1.2 Segmento de Usuário	29
	2.2	Observáveis GNSS	29
	2.2	2.2.1 Pseudodistância	30
		2.2.1 Fiscado distancia	30
	23	Principais erros envolvidos nas observáveis GNSS	31
	2.0	2.3.1 Troposfera	31
		2.3.1 Hopostera	32
		2.3.2 Multicaminho	33
		2.5.5 Multicalinino	34
	2.4	Real Time Kinematic em rede	34
3	Pro	cessos Estocásticos	39
0	31	Especificação de um processo aleatório	39
	3.2	Estatísticas de um processo estocástico	40
	0.2	3 2 1 Média	40
		3.2.1 Micula	40
		3.2.2 Função de Mutocorrelação $\dots \dots \dots$	40
	2 2	D rocessos Estacionários	40
	ე.ე	2 2 1 Drocossos estaciónicas estritamente estacionários	40
		2.2.2. Drogosos estocásticos estimamente estacionários	41 1
		2.2.2 Processos estocasticos estacionarios no sentido ampio	41 1
	ე ∕1	Dreases White Noise	41
	3.4 2 ビ	Processo while Noise	41
	5.5	r rocesso $\pi dnaom$ $walk$	-4Z

4	Modelos matemáticos 4					
	4.1	Modelos de posicionamento GPS	45			
		4.1.1 Modelo baseado na geometria	45			
		4.1.2 Modelo livre de geometria	46			
	4.2	Modelo matemático geral	46			
		4.2.1 Estimativa por mínimos quadrados	47			
		4.2.2 Filtro de Kalman para sistemas lineares discretos	47			
	4.3	Combinações lineares	48			
		4.3.1 Simples Diferenca	49			
		4.3.2 Dupla Diferenca	49			
		4.3.3 Tripla Diferença	50			
		4.3.4 Tetra Diferença	50			
	44	Modelo Ionosfera-float	50			
	1.1	4.4.1 RZTD(Relative Residual Tronosnheric Zenith Delau)	51			
	15	Modele de jonesfera ponderada	51 51			
	4.0		91			
5	Solı	ıção das ambiguidades 5	53			
	5.1	Estimação	53			
	5.2	A classe dos estimadores inteiros	54			
		5.2.1 Método dos mínimos quadrados inteiro	55			
	5.3	Método LAMBDA	56			
		5.3.1 O espaço de procura	56			
		5.3.2 Tranformações das ambiguidades admissíveis	59			
		5.3.3 A reparametrização	59			
		5.3.4 A construção da transformação Z bidimensional	60			
		5.3.5 A construção da transformação Z multidimensional	61			
		5.3.6 Sumário do Método LAMBDA	63			
	5.4	Validação	63			
		5.4.1 Teste Ratio	63			
		5.4.2 FF-RT (Fixed Failure Ratio Test)	63			
6	Δη	adida ADOP	35			
U	А П 6 1	Propriedades de ADOP	55 65			
	0.1 6 9		55 66			
	0.2 6.2	I_{ADOP}	50 67			
	0.0	Furnação na forma forhada nore o ADOP	01 60			
	0.4	Expressão na forma fectada para o ADOF	30			
7	Met	todologia	71			
	7.1	Influência dos fatores utilizados no cálculo das expressões do ADOP em				
		forma fechada	71			
	7.2	Impacto da cintilação ionosférica no ADOP e no posicionamento relativo 🛛 .	71			
		7.2.1 Dados	71			
		7.2.2 Material empregado	72			
		7.2.3 Método empregado	72			
	7.3	Posicionamento baseado em redes	73			
		7.3.1 Dados	73			
		7.3.2 Material empregado	74			
		7.3.3 Comparação da solução das ambiguidades em função dos modelos	_			
		matemáticos	74			
		7.3.4 Desempenho do posicionamento baseado em redes	75			

8 Resultados e discussões				77
	8.1	Influêr	ncia dos fatores no ADOP em forma fechada no modelo de geometria	
		fixa .		. 77
	8.2	Impac	to da cintilação ionosférica no ADOP e no posicionamento relativo	. 78
		8.2.1	Período de alta cintilação	. 78
		8.2.2	Período de baixa cintilação	. 85
		8.2.3	Avaliação do desempenho dos testes de validação das ambiguidades	
			no posicionamento relativo sob influência da cintilação ionosférica	. 92
	8.3	Posicio	onamento baseado em redes	. 99
		8.3.1	Comparação da solução das ambiguidades em função dos modelos	
			matemáticos	. 99
		8.3.2	Desempenho do posicionamento baseado em redes	. 115
9	Con	isidera	ções finais e recomendações para trabalhos futuros	117
	Re	ferênci	as	118
Α	A Detecção de perdas de ciclos			123
в	3 Limiar μ para o FF-RT			129
\mathbf{C}	C ADOP 13			133

CAPÍTULO 1 Introdução

A partir dos últimos anos, os sistemas de posicionamento por GNSS (*Global Navigation Satellite System*) tem sido amplamente utilizados. Um dos sistemas que compõem o GNSS, é o GPS (*Global Positioning System*), que é um sistema de posicionamento global, desenvolvido e mantido pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América (*DoD-Department of Defense*), e se encontra totalmente operacional.

Visando obter alta acurácia, muitos métodos de posicionamento foram desenvolvidos. Um deles, que tem sido amplamente utilizado nos últimos anos, é o RTK (*Real Time Kinematic*) ou posicionamento relativo cinemático em tempo real, visto que tem inúmeras aplicações uma vez que pode proporcionar acurácia centimétrica. O problema em utilizar este método é que a distância entre a estação de referência e o usuário é limitada, devido aos erros dependentes da distância (ionosfera e troposfera). Visando acabar com essa limitação, o conceito de rede de estações de referência foi desenvolvido, denominado posicionamento baseado em redes ou RTK em rede [3]. Este método pode proporcionar acurácia centimétrica para uma grande área de abrangência, dado que modela os erros dependentes da distância e gera correções destes erros. No Brasil, os dados da RBMC(Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo) e da rede GNSS/SP podem ser empregados para realizar esse tipo de posicionamento.

Para proporcionar a alta acurácia o posicionamento baseado em redes utiliza a observável fase de batimento da onda portadora [23]. O problema em utilizar esta observável é que ela é ambígua, ou seja, não se sabe o número de ciclos inteiros na primeira época de coleta de dados. Este número de ciclos inteiros desconhecidos, é denominado ambiguidade. Assim, para a obtenção de alta acurácia no posicionamento num curto espaço de tempo, é necessário a solução das ambiguidades.

Visando este objetivo, muitos métodos de solução das ambiguidades foram desenvolvidos nas últimas duas décadas [45].

O problema de solução das ambiguidades teve muito destaque por ser um problema não trivial, e por isso, muitos métodos foram desenvolvidos visando solucioná-los. Um método, muito utilizado pela comunidade civil e científica internacional, é o método LAMBDA (*Least-squares AMBiguity Decorrelation Adjustment*).

O processo de solução das ambiguidades é realizado no domínio das duplas diferenças (DDs), que reduzem os erros sistemáticos presentes na observável original. Para linhas de bases curtas os efeitos atmosféricos são reduzidos. Já para o caso de linhas de bases médias e longas, os efeitos atmosféricos não são totalmente eliminados inviabilizando assim, a solução correta das ambiguidades, que é uma das principais etapas do posicionamento baseado em redes. Desta forma, faz-se necessário a atenuação dos efeitos atmosféricos, que é formado pelos resíduos devidos a Ionosfera e a Troposfera. Uma das formas possíveis de

realizar essa atenuação é considerar tais resíduos como incógnitas nas duplas diferenças, através da introdução de pseudo-observáveis. Após a introdução das pseudo-observáveis, os resíduos são estimados juntamente com as ambiguidades. Na estimação, esses resíduos podem ser tratados como um dos processos estocásticos, *random walk* ou *white noise*. A utilização destes processos estocásticos torna possível a determinação dos resíduos atmosféricos proporcionando uma melhoria na solução das ambiguidades. Assim, com um tratamento estocástico dos resíduos visa-se nessa pesquisa contribuir com o desenvolvimento do posicionamento baseado em redes no Brasil, visto que as estações de referência das redes aqui disponíveis estão muito distantes uma das outras.

1.1 Objetivos

O objetivo principal dessa dissertação é o estudo e implementação de modelos de solução das ambiguidades no posicionamento baseado em redes. Para atender a esse objetivo, comparecem os seguintes objetivos específicos:

- Investigar os métodos de solução de ambiguidades existentes e verificar o mais apropriado para a realidade atmosférica brasileira;
- Estudar e aplicar os conceitos de *white noise* e *random walk* para um tratamento estocástico da ionosfera e troposfera durante o processo de solução das ambiguidades;
- Implementar o método de solução das ambiguidades selecionado no sistema FCT_RT K_Net ¹;
- Verificar a eficiência do modelo em períodos com alta atividade ionos
férica, incluindo cintilação ionos
férica 2 .

Além disso, de uma forma geral, almeja-se também contribuir com o desenvolvimento científico e tecnológico nacional, visto que o posicionamento baseado em redes pode ser utilizado em inúmeras aplicações, e apenas softwares comerciais de alto custo estão disponíveis para esse tipo de posicionamento, além de muitas vezes não serem adequados à realidade brasileira.

1.2 Justificativa

Uma das principais justificativas dessa dissertação é dar continuidade aos estudos relativos ao RTK em rede no Brasil. Desde 2004 a orientadora desse projeto investiga, desenvolve e avalia o posicionamento baseado em redes, inicialmente com a pesquisa de doutorado (Processo FAPESP: 2003/12771-0) e posteriormente pós-doutorado (Processo FAPESP: 2008/06499-9), que finalizou em 12/2011. No decorrer desses projetos foi desenvolvido um sistema que realiza o RTK em rede sem solução das ambiguidades (FCT_RTK_Net), resultados promissores foram obtidos [4]. No entanto, para um próximo passo, é necessário adicionar ao sistema técnicas para solução das ambiguidades, visando melhorar ainda mais a qualidade posicionamento baseado em redes no Brasil,

 $^{^{1}}$ FCT_RTK_Net é um sistema que realiza o posicionamento baseado em redes que vem sendo desenvolvido por pesquisadores da FCT/UNESP.

²As cintilações ionosféricas são mudanças rápidas que ocorrem na fase e amplitude do sinal recebido, as quais são causadas por irregularidades na densidade de elétrons ao longo do caminho percorrido pelo sinal na ionosfera, podendo enfraquecer o sinal recebido pelos receptores GNSS, fazendo que ocorra em muitos casos a degradação ou até mesmo perca do sinal [13].

onde as condições atmosféricas (principalmente ionosféricas) são peculiares, o que dificulta bastante à solução das ambiguidades.

Um dos pontos importantes que também justificam essa pesquisa é o fato de que o tema central desse projeto está associado a diversos outros em execução com apoio financeiro das agências brasileiras de fomento à pesquisa. Um projeto que merece destaque é o intitulado "GNSS: investigações e aplicações no posicionamento geodésico, em estudos relacionados com a atmosfera e na agricultura de precisão", o qual foi financiado pela FAPESP na modalidade de projeto temático [25]. Outro projeto também vinculado é o PQ (Produtividade em Pesquisa) da orientadora, intitulado "Posicionamento GNSS: Avaliação dos novos sistemas e sinais". Além disso, esse projeto está diretamente relacionado com o projeto regular FAPESP (processo FAPESP 2012/19906-7) desenvolvido sob responsabilidade da orientadora, intitulado "Avaliação robusta do impacto da modelagem atmosférica no Posicionamento Baseado em Redes".

Capítulo

Visão geral sobre o GNSS

O GNSS (*Global Navigation Satellite System*) é uma tecnologia espacial que tem sido amplamente empregada, tanto para fins científicos como civis, comerciais e militares.

Para fins científicos tem sido utilizado em estudos atmosféricos, ionosfera e troposfera, deformação de estruturas, geofísica e também no posicionamento. No que concerne ao uso civil e/ou comercial, ele pode ser empregado em tráfego de veículos, pesca, aviação, lazer, agricultura de precisão, entre outras possibilidades.

Um dos sistemas de posicionamento mais conhecidos é o GPS (*Global Positioning System*), desenvolvido pelos Estados Unidos. Além do GPS está operacional um segundo sistema denominado GLONASS (*Global Navigation Satellite System*), criado pela União Soviética, e hoje sob responsabilidade da Rússia. Os dois sistemas foram declarados operacionais em 1995, mas antes já vinham sendo utilizados em posicionamento geodésico [23].

Em adição ao GPS e GLONASS, dois novos sistemas estão em fase de desenvolvimento, Galileo e Beidou/Compass. O Galileo é a contribuição da União Européia ao GNSS. Ele começou a ser elaborado em 1999 e tem previsão de estar totalmente operacional no final desta década [1]. O Beidou/Compass ¹ é o sistema de navegação por satélites global que está sendo desenvolvido pela China. Ele começou a ser desenvolvido em 2000 e tem previsão de estar totalmente operacional em 2020 [36].

O GPS será tratado em detalhes na próxima seção visto que é o sistema que será usado no desenvolvimento desta pesquisa de mestrado.

Além dos sistemas globais, o GNSS é composto por uma variedade de sistemas regionais. Estes sistemas regionais, também denominados sistemas de aumento, servem para complementar os sistemas globais, e são baseados em satélites SBASs (Satellite-Based Augmentation Systems) para aumentar a disponibilidade, acurácia e confiabilidade do serviço [32]. Dentre os sistemas SBASs destacam-se: WAAS (Wide Area Augmentation System) operado pelos Estados Unidos, EGNOS (European Geostationary Navigation Overlay Service) operado pela União Européia, MSAS (Multi-functional Satellite Augmentation System) e QZSS (Quasi-Zenith Satellite System) operados pelo Japão, GA-GAN (GPS Aided Geo Augmented Navigation) operado pela Índia e SDCM(System for Differential Correction and Monitoring) operado pela Rússia.

¹Beidou é o nome em chinês dado a constelação conhecida como Ursa Maior no hemisfério ocidental [23] [19]

2.1 GPS

O GPS ou NAVSTAR-GPS² é um sistema de posicionamento global, desenvolvido e mantido pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América (DoD-Department of Defense), que visava ser o principal sistema de navegação das forças armadas americanas.

Este sistema começou a ser desenvolvido na década de 70, e foi declarado operacional em 1995, com uma constelação de 24 satélites, distribuídos em seis planos orbitais com altitude de 20200 km e inclinação de 55 graus em relação ao Equador. Hoje 18/06/2015 se tem 31 satélites operacionais [11]. Esta configuração garante que, no mínimo, quatro satélites estejam visíveis em qualquer local da superfície terrestre, em qualquer hora, independente das condições meteorológicas.

O princípio do GPS consiste em medir a distância entre os satélites GPS e a antena do receptor. Para determinar essa distância, é necessário rastrear, no mínimo, 4 satélites, e conhecendo as coordenadas destes é possível determinar as coordenadas da antena do receptor, no mesmo sistema de referência dos satélites. Um quarto satélite é necessário devido ao não sincronismo dos relógios do satélite e receptor, fazendo com que uma incógnita relativa ao tempo seja adicionada.

O sistema GPS é composto por três segmentos: espacial, de controle e de usuários, que serão descritos nas próximas subseções.

2.1.1 Segmento Espacial

O segmento espacial do GPS se resume a constelação de satélites que transmitem sinais de rádio. Este segmento consiste em no mínimo 24 satélites, mas ultimamente tem sido mantido com 31 satélites. Os satélites são distribuídos em seis planos orbitais, com altitude de 20200 km. Cada um dos planos orbitais é inclinado 55 em relação ao Equador.

Cada satélite circunda a Terra duas vezes ao dia, e tem período orbital de 12 horas siderais, ou seja, a posição do satélite se repete 4 minutos antes do dia anterior. O sistema de referência global associado ao GPS é o WGS84(*World Geodetic System - 1984*). As características acima mencionadas garantem a visibilidade de ao menos 4 satélites, em qualquer horário do dia, em qualquer local do planeta [32].

Originalmente, quatro tipos de satélites fizeram parte do projeto. Os blocos de satélites I, II, IIA e IIR.

- O bloco I foi formado por protótipos, e contou com 11 satélites.
- Os blocos II e IIA, onde A significa Advanced, foram compostos por 28 satélites, sendo 9 do bloco II, e 19 do bloco IIA. Atualmente, (18 de junho de 2015) existem 3 satélites do bloco II-A na constelação GPS, sendo que todos tem mais de 20 anos de lançamento [11].
- O bloco II-R, onde R significa *Replenishment*, foi composto de 13 satélites, e tinha como objetivo substituir os satélites do bloco II/IIA. Hoje, (18 de junho de 2015) existem 12 satélites do bloco II-R na constelação GPS [11].

O bloco de satélites IIR-M, com M de *Modernized*, tinha como objetivo introduzir novos sinais. Neste bloco, os satélites passaram a transmitir o sinal civil na portadora

² Ao longo do tempo, **NAVSTAR** foi definido como o acrônimo derivado de Navigation Satellite with Timing and Ranging. Aparentemente, a TRW Corporation defendeu que **NAVSTAR** era um acrônimo de NAVigation System Timing And Ranging. Em [29], foi esclarecido que sua equipe do programa Joint nunca considerou **NAVSTAR** um acrônimo, mas sim como um nome de sonoridade agradável [35].

L2 (L2C). Este bloco contou com 8 satélites, e atualmente, 18 de junho de 2015, 7 permanecem em órbita [11]. O bloco IIF, com F de *Follow-on*, foi criado para introduzir a nova portadora L_5 . Neste bloco, estão previstos os lançamentos de 12 satélites [18]. Hoje, junho de 2015, exitem 9 satélites do bloco II-F na constelação GPS [11].

Além destes blocos de satélites, um novo está em desenvolvimento, e previsão de lançamento a partir de 2016. Este bloco denominado de Bloco III, deverá proporcionar melhorias na acurácia, confiabilidade e integridade [18].

2.1.1.1 Sinais GPS

Os satélites GPS transmitem sinais, que podem ser em três portadoras, dependendo do bloco a qual faz parte.

Cada uma destas portadoras, são geradas a partir da frequência fundamental de 10.23MHz. Estas portadoras são formadas como:

- $L_1 = 154 * 10.23 = 1575.42MHz;$
- $L_2 = 120 * 10.23 = 1227.60 MHz;$
- $L_5 = 115 * 10.23 = 1176.45 MHz$.

Além das portadoras, os satélites transmitem um conjunto de dados denominados mensagem de navegação. Nesta mensagem de navegação, estão contidos: os coeficientes para correção do relógio do satélite, o número da semana GPS, a saúde do satélite, os parâmetros orbitais, os almanaque dos satélites e os elementos para modelos da ionosfera [23].

2.1.2 Segmento de Controle

O segmento de controle do GPS é formado por uma rede global de instalações terrestres que rastreiam os satélites GPS, monitoram suas transmissões, realizam análises, e enviam comandos e dados para a constelação. Atualmente, este segmento é composto por: uma estação de controle mestre, uma estação de controle mestre suplente, 12 antenas de comando e controle e 16 locais de monitoramento. Os locais destas intalações podem ser visualizados na figura 2.1.

2.1.3 Segmento de Usuário

O segmento do usuário GPS está ligado aos receptores GPS, que devem ser apropriados para o fim a que se destina. Este segmento pode ser dividido em civil e militar [23].

Os militares utilizam os receptores GPS para estimar as suas posições e deslocamentos, quando estão treinando ou em combate. Já os civis podem utilizar os receptores GPS para os mais diversos fins, como pesca, navegação entre outros. Neste trabalho, a descrição dos receptores não será realizada. Desta forma, para maiores detalhes, sobre como os receptores são formados, sua classificação e modelos, podem ser encontrados em [23].

2.2 Observáveis GNSS

As observáveis básicas do GNSS são duas: a pseudodistância e a fase de batimento da onda portadora. A primeira é também conhecida como código. O principal objetivo desta subseção, é descrever as equações de observação destas observáveis.



Figura 2.1: Localização do segmento de controle GPS Fonte: [17]

2.2.1 Pseudodistância

A observável pseudodistância é derivada da diferença de tempo entre a transmissão do sinal do satélite s e a recepção do sinal no receptor r. A equação de observação para a pseudodistância é [23]:

$$PD_r^s = \rho_r^s + c \left[dt_r - dt^s \right] + I_r^s + T_r^s + dm + e_{PD_r^s}, \tag{2.1}$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo, ρ_r^s é a distância geométrica entre o satélite e o receptor, dt_r é o erro do relógio do receptor, dt^s é o erro do relógio do satélite, I_r^s é o erro devido a Ionosfera, T_r^s é o erro devido a Troposfera, dm é o erro ocasionado pelo multicaminho e $e_{PD_r^s}$ é o erro da medida da pseudodistância. Para a demonstração de 2.1 ver [23].

2.2.2 Fase de batimento da onda portadora

A observável fase de batimento da onda portadora é muito mais precisa do que a pseudodistância, cerca de cem vezes. Ela é obtida a partir da diferença entre a fase gerada pelo receptor no momento da recepção, e a fase gerada no satélite no tempo de transmissão.

Quando a fase da onda portadora chega ao receptor, ele mede apenas a parte fracional da onda. A partir deste momento, todo ciclo que chega o receptor contabiliza. Porém o número de ciclos inteiros na primeira época de dados permanece desconhecido. Este número inteiro de ciclos desconhecido é o denominado ambiguidade de fase de portadora [39]. A figura 2.2 traz a representação desta observável.

A equação de observação para a fase da onda portadora é, [23]:

$$\phi_r^s = \frac{f}{c} \left[\rho_r^s - I_r^s + T_r^s + \delta m \right] + f \left(dt_r - dt^s \right) + \phi^s(t_0) - \phi_r(t_0) + N_r^s + \varepsilon_{\phi_r^s}, \tag{2.2}$$

onde δm o efeito causado pelo multicaminho na fase, f a frequência do satélite, $\phi_r(t_0)$ a fase gerada no receptor, $\phi^s(t_0)$ a fase gerada no satélite, N_r^s a ambiguidade, e $\varepsilon_{\phi_r^s}$ o erro da fase da onda portadora.


Figura 2.2: Ilustração da fase de batimento da onda portadora

2.3 Principais erros envolvidos nas observáveis GNSS

Muitos são os tipos de erros que afetam as observáveis GNSS. A maioria deles pode ser eliminada, minimizada ou até mesmo evitada. As principais fontes de erros são: satélite, propagação do sinal, receptor/antena e a estação. Todos os erros envolvidos no posicionamento GNSS, bem como o seu detalhamento, podem ser encontrados em [32, 23]. A figura 2.3 apresenta alguns dos principais erros/efeitos encontrados no posicionamento.

Nesta seção serão detalhados apenas os erros sistemáticos de maior magnitude no posicionamento. São eles: a refração atmosférica, as perdas de ciclos e o multicaminho.

A refração atmosférica pode ser dividida em duas partes distintas, levando em consideração o efeito causado por diferentes camadas da atmosfera, a Troposfera e a Ionosfera.

2.3.1 Troposfera

A Troposfera é a camada mais baixa da atmosfera terrestre, se estendendo da superfície até 50 km de altura. A refração troposférica depende do conteúdo do vapor d'água, da temperatura e da pressão do ar. Ao contrário da refração ionosférica ela independe da frequência utilizada, para frequências menores que 30 GHz, que é o caso dos sinais GNSS.

Os efeitos da refração troposférica são: a cintilação atmosférica, a atenuação atmosférica e o atraso troposférico. Segundo [30], "a cintilação é uma oscilação na amplitude da onda eletromagnética, causada por irregularidades e variações bruscas no índice de refratividade troposférica". Já a atenuação, como o próprio nome diz, é uma diminuição da potência da onda eletromagnética, causada por um dos elementos constituintes da atmosfera, este elemento difere para cada frequência [30]. No caso dos sinais GNSS, a atenuação é determinada principalmente pelo oxigênio. Já o atraso troposférico é uma desaceleração que o sinal sofre ao se propagar pela troposfera, devido aos gases presentes nesta camada. Isso causa um atraso no tempo de propagação ocasionando erro no posicionamento. Uma forma de atenuar/eliminar/negligenciar os efeitos referentes a atenuação e



Figura 2.3: Principais erros/efeitos envolvidos no posicionamento GNSS

cintilação troposférica é adotar ângulos de elevação maiores do que 10° ocasionando assim baixa magnitude nesses efeitos. Já o atraso troposférico possui uma magnitude maior, devendo ser modelado adequadamente.

Existem algumas formas de determinar o atraso troposférico através da utilização de modelos matemáticos. Os modelos empíricos mais utilizados são os modelos de Hopfield e Saastamoinen, bem como a modelagem dinâmica através da Previsão Numérica do Tempo (PNT). Maiores informações sobre os efeitos causados pela Troposfera podem ser encontrados em [30, 32].

2.3.2 Ionosfera

A Ionosfera corresponde a camada mais alta da atmosfera, compreendendo entre 50 e 1000 km de altura da superfície terrestre. A refração ionosférica depende da frequência utilizada e do índice de refração. O efeito causado pela refração é proporcional ao conteúdo total de elétrons (TEC), ou seja, está sujeito ao número de elétrons presentes na trajetória do sinal entre as antenas do satélite e do receptor.

O grande problema é a variabilidade TEC no tempo e espaço, em função da variação de diversos fatores, dentre eles, pode-se citar: a radiação solar, variação temporal, da localização, do campo geomagnético, além desses fatores, ocorrem outras anomalias e irregularidades, como a cintilação ionosférica.

Existe algumas técnicas para eliminar/minimizar os efeitos ionosféricos. Cita-se dentre eles os mapas ionosféricos, regionais ou globais, a utilização da observável *ion-free* ou

através de coeficientes transmitidos nas mensagens de navegação. Maiores informações sobre a Ionosfera, os efeitos por ela causados e forma de atenuação/ minimização, podem ser encontrados em [8, 22].

2.3.2.1 Cintilação ionosférica

As cintilações ionosféricas são mudanças rápidas que ocorrem na fase e amplitude do sinal recebido, as quais são causadas por irregularidades na densidade de elétrons ao longo do caminho percorrido pelo sinal na ionosfera, podendo enfraquecer o sinal recebido pelos receptores GNSS, fazendo que ocorra em muitos casos a degradação ou até mesmo perca do sinal [13, 23].

Períodos de cintilação ionosférica estão associados à existência de regiões com pequena escala de irregularidades na densidade de elétrons na camada ionosférica. Estes padrões de irregularidades podem se mover através da ionosfera. A severidade dos efeitos da cintilação está relacionada à densidade de elétrons e ao tamanho dos padrões de irregularidades ionosféricas [2].

De acordo com [23], os fenômenos de cintilação ocorrem com maior frequência nas regiões de altas latitudes e equatorial. Na região de altas altitudes, a ocorrência da cintilação é devida às tempestades geomagnéticas ou magnetosféricas [2]. Já no caso da região equatorial, a cintilação é causada por depleções do plasma de larga escala, em geral conhecidos como bolhas de plasma ou bolhas ionosféricas [23].

As bolhas ionosféricas ocorrem sempre após o pôr-do-sol e, sobretudo no período noturno até a meia-noite. Em algumas fases do ano aparecem durante a noite toda até o amanhecer [23]. Tais irregularidades de larga escala aumentam a ocorrência de cintilações ionosféricas, resultando em degradação nos sinais de comunicação transionosféricos e nos sinais de navegação, como os do GNSS [22].

Nas regiões de médias latitudes não há um efeito muito importante da cintilação, ao contrário do que ocorre nas regiões de altas altitudes e equatorial, sendo a região equatorial a que sofre maior impacto da cintilação no desempenho de rastreamento dos receptores GNSS. Devido estar localizado no equador geomagnético, o Brasil é muito afetado pela cintilação [13].

Os períodos aonde a densidade dos elétrons chega a seus valores máximos, provocando os maiores índices de cintilação são aproximadamente durante os meses de março, abril, setembro e outubro (equinócio) e os mínimos nos meses de solstício de inverno e verão [22].

O índice S4 mapeia a intensidade da cintilação ionosférica. Este pode ser classificado como forte, moderado e fraco, dependendo diretamente da quantidade de cintilação ocorrida no dia em análise [43]. Esta classificação é apresentada na tabela 2.1.

$\mathrm{S4}>1,0$	Forte
$0,5 < { m S4} < 1,0$	Moderado
$0 < \mathrm{S4} < 0, 5$	Fraco

Tabela 2.1: Classificação do índice S4

2.3.3 Multicaminho

O multicaminho ocorre quando o sinal do satélite chega no receptor por vários caminhos. O sinal do satélite pode ser refletido por algumas superfícies próximas a antena do receptor, como árvores, carros, pessoas, edificações, entre outras. O erro máximo causado na fase da onda portadora é de um quarto do comprimento de onda, ou seja, quanto maior a frequência, menor será o erro devido ao multicaminho [23, 34].

O multicaminho é influenciado pelos seguintes fatores: ângulo de elevação do satélite, refratividade do meio onde a antena está posicionada, características da antena, objeto que está refletindo o sinal e técnicas utilizadas nos receptores para reduzir os sinais refletidos [34].

O efeito do multicaminho não é eliminado quando se faz diferenciação das observáveis, pois depende do local onde a antena está localizada. Desta forma, faz-se necessário encontrar estratégias que o atenuem e/ou o minimizem. Estas técnicas de atenuação e maiores detalhes sobre este efeito podem ser encontrados em [34, 33].

2.3.4 Perdas de ciclos

As perdas de ciclos ocorrem quando o receptor perde a sintonia com o sinal do satélite. Essas perdas podem ser ocasionadas por diversos fatores, como: obstruções causadas por árvores, prédios, montanhas, entre outros, especialmente em aplicações cinemáticas, como o caso do RTK; multicaminho ou cintilação ionosférica; baixo ângulo de elevação do satélite; falha no software do receptor, dentre outros.

As perdas de ciclos ocasionam uma mudança no número inteiro de ambiguidades, e assim, toda vez que ocorre uma perda de ciclos as ambiguidades devem ser solucionadas novamente. Desta forma, as perdas de ciclos devem ser detectadas e corrigidas, para que seja possível obter alta acurácia no posicionamento.

Muitas técnicas de correção e detecção de perdas de ciclos foram desenvolvidas. Dentre elas, cabe destacar a apresentada por [24] que realiza triplas e tetras diferenças para detectar a ocorrência e determinar a magnitude das perdas de ciclos. Assim, se uma perda de ciclo é detectada, a magnitude dessa perda é utilizada para aumentar a variância da ambiguidade relacionada a perda e com isso, a ambiguidade é estimada novamente.

A figura 2.4 apresenta um exemplo da detecção de perdas de ciclos descrita anteriormente. No gráfico superior da figura 2.4 são apresentados os dados de duplas diferenças para o satélite 3, onde em vermelho são destacados as ocorrências de perdas de ciclos. Já no gráfico do meio, os dados de tripla diferença são apresentados. No gráfico inferior, as tetras diferenças são apresentadas, e as linhas em vermelho apresentam os limiares para a detecção de perdas de ciclos.

Maiores detalhes sobre a detecção e correção de perdas de ciclos podem ser encontrados em [32, 5, 23].

2.4 Real Time Kinematic em rede

O RTK em rede ou posicionamento baseado em redes é um método de posicionamento que tem sido muito utilizado nos últimos anos. Visto que pode proporcionar acurácia centimétrica quando as ambiguidades da fase da onda portadora são solucionadas corretamente como valores inteiros [3]. No RTK apenas uma única estação de referência localizada nas proximidades do receptor móvel é utilizada. Mas, em razão aos erros envolvidos, principalmente devido à ionosfera, a distância entre a estação de referência e o usuário é geralmente limitada a 20 km ou até menos, dependendo das condições ionosféricas. Assim, para acabar com a limitação espacial o conceito de uma rede de estações de referência foi desenvolvido [23, 3]. No RTK em rede o número de estações de referência pode variar de três a dezenas, e a distância entre elas pode variar de alguns poucos quilômetros a centenas de quilômetros.



Figura 2.4: Detecção de perdas de ciclos com diferenciação da fase

Para realizar o RTK em rede a partir dos dados de uma rede de estações GNSS com coordenadas conhecidas, primeiro estima-se o vetor de ambiguidades para cada linha de base independente da rede [3]. Após esse procedimento, os erros das observáveis em cada uma dessas estações devem ser determinados e através de um método de interpolação apropriado determinar o erro para qualquer local na área de abrangência da rede. Com isso, o usuário pode utilizar esse valor para corrigir suas observáveis e realizar posicionamento com acurácia centimétrica [3].

Diversos métodos vêm sendo desenvolvidos nos últimos anos para formular correções a partir dos dados das estações de uma rede. Existem algumas possibilidades como: algoritmos de derivadas parciais, algoritmos de interpolação, algoritmo de ajustamento condicional [16, 3]. As correções também podem ser utilizadas para gerar dados de uma estação de referência virtual (VRS) próxima ao usuário ou pode ser aplicado o conceito de MAC (*Master-Auxiliary Concept*) [16, 3]. Nesta pesquisa, a VRS foi utilizada para gerar as correções. A idéia básica do conceito de VRS é gerar uma estação que não existe fisicamente, mas que simule uma estação base próxima ao receptor móvel. E o usuário utiliza os dados da VRS como se ela fosse uma estação de referência real [21, 3]. A figura 2.5 apresenta o modo como esse método funciona.

Algumas vantagens de utilizar a VRS são:

- O usuário só precisa dos dados da estação de referência virtual e não necessita baixar os dados de mais de uma estação de referência.
- Ao usuário basta processar apenas uma única linha de base.

Algumas desvantagens da VRS são:

• Em caso de aplicações em tempo real, um link de dados bidirecional é necessário, visto que o usuário precisa transmitir a sua posição aproximada para o centro de controle da rede e este centro transmiti os dados da VRS para o usuário.



Figura 2.5: Representação do posicionamento baseado em redes. Fonte: [3]

O procedimento para realizar o posicionamento baseado em redes pode ser dividido em três etapas. Este procedimento está esquematicamente ilustrado na figura 2.6. As três etapas são:

- (i) O processamento dos dados da rede;
- (ii) A geração dos dados da VRS;
- (iii) O processamento dos dados do usuário.

Apenas a primeira etapa será descrita nessa dissertação, visto que nela é que as pesquisas sobre a solução das ambigidades foram desenvolvidas. Maiores detalhes sobre as outras etapas podem ser encontradas em [3].



Figura 2.6: Etapas do posicionamento baseado em redes.

Capítulo 3

Processos Estocásticos

Um processo estocástico é uma família de variáveis aleatórias, que se supõe definidas num mesmo espaço de probabilidades (Ω, A, P) , onde Ω é um espaço amostral, A é uma σ -álgebra de subconjuntos de Ω e P é uma medida de probabilidade definida em A [26].

Processo Estocástico

Seja T um conjunto arbitrário. Um processo estocástico é uma família $X = \{X(t), t \in T\}$, tal que, para cada $t \in T$, X(t) é uma variável aleatória [26]. Um processo estocástico é dito discreto se o conjunto de índices T é infinito enumerável. Se T for contínuo, então o processo estocástico é dito contínuo.

3.1 Especificação de um processo aleatório

Para caracterizar un processo estocástico o Teorema de Kolmogorov é utilizado. Uma família de variáveis aleatórias $\{X(i), t \in T\}$ constitui um processo estocástico se [14]:

- (i) $X(t_1), \ldots, X(t_n)$ são bem definidas, isto é as funções de distribuição finito-dimensionais $F(x_1, \ldots, x_n; t_1, \ldots, t_n) = P[X(t_1) \le x_1, \ldots, X(t_n) \le x_n]$ são conhecidas, $\forall n \ge 1$;
- (ii) Essas funções satisfazem as condições de
 - simetria: tem o mesmo valor quando $x_j \in t_j$ são submetidos a mesma permutação, como por exemplo, $F(x_1, x_2, x_3; t_1, t_2, t_3) = F(x_2, x_1, x_3; t_2, t_1, t_3)$.
 - convergência: $\lim_{x_n \to \infty} F(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = F(x_1, \dots, x_{n-1}; t_1, \dots, t_{n-1}).$

Quando um valor para o parâmetro t de um processo estocástico X(t) é fixado, obtem -se uma variável aleatória X com função distribuição de probabilidade (F.D.P.) $F(x) = P[X(t) \le x]$. A função de densidade de probabilidade (f.d.p.) correspondente é $f(x) = \frac{\partial}{\partial x}F(x)$. Para cada t tem-se uma variável aleatória X(t) distinta [10].

Especificado de primeira ordem

Um processo estocástico X(t) se diz especificado até primeira ordem, se $\forall t, f(x)$ ou F(x) é conhecida [10].

Especificado de ordem m

Um processo estocástico X(t) é dito ser especificado até ordem m, quando é conhecida a f.d.p. conjunta das m variáveis aleatórias $X(t_i)$ para qualquer conjunto de valores $\{t_i, i = 1, ..., m\}$ [10].

Um processo estocástico está especificado completamente, se ele está especificado até a ordem m, $\forall m$.

3.2 Estatísticas de um processo estocástico

3.2.1 Média

A média ou valor esperado de um processo estocástico X(t) é definida como:

$$\mu(t) = E(X(t)) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx.$$
(3.1)

3.2.2 Função de Autocorrelação

A função de autocorrelação de um processo estocástico X(t) é definida como [10, 6]:

$$R_X(t_1, t_2) = E(X(t_1) X(t_2)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} xy f(x, y) dx dy, \qquad (3.2)$$

onde f(x, y) é a f.d.p. conjunta das variáveis aleatórias $X(t_1), X(t_2)$.

Essa função é uma das principais características de um processo estocástico, pois com ela é possível encontrar a sua função densidade de potência espectral.

3.2.3 Coeficiente de correlação de X(t)

O coeficiente de correlação do processo X(t) é definido como o coeficiente de correlação entre as variáveis aleatórias $X(t_1), X(t_2), \forall t_1, t_2$. Assim, [10]:

$$\rho_X(t_1, t_2) = \frac{C_X(t_1, t_2)}{\sqrt{C_X(t_1, t_1)}\sqrt{C_X(t_2, t_2)}},$$
(3.3)

com $|\rho_X(t_1, t_2)| \le 1$, $C_X(t_1, t_2) = E((X(t_1) - \mu(t_1))(X(t_2) - \mu(t_2)))$. A autocovariância é dada por [10] [6]:

$$C_X(t_1, t_2) = E\left(\left(X\left(t_1\right) - \mu\left(t_1\right)\right)\left(X\left(t_2\right) - \mu\left(t_2\right)\right)\right).$$
(3.4)

3.3 Processos Estacionários

Um processo estocástico é dito estacionário se todas as características do comportamento do processo não são alterados no tempo, ou seja, o processo se desenvolve no tempo em torno da média, de modo que a escolha de uma origem do tempo não é importante [12, 26, 10].

3.3.1 Processos estocásticos estritamente estacionários

Um processo estocástico $X = \{X(t), t \in T\}$ é estritamente estacionário se todas as distribuições finito-dimensionais permanecem as mesmas sob translações no tempo, ou seja, $F(x_1, \ldots, x_n; x_1 + \tau, \ldots, t_n + \tau) = F(x_1, \ldots, x_n; t_1, \ldots, t_n)$, para quaisquer $t_1, \ldots, t_{n+\tau}$ de T [12] [26] [10].

Em particular, se um processo é estritamente estacionário significa que todas as distribuições unidimensionais são invariantes sob translações do tempo, e com isso a média $\mu(t)$ e variância var(t) são constantes, isto é, $\mu(t) = \mu$, $var(t) = \sigma^2$, para todo $t \in T$.

3.3.2 Processos estocásticos estacionários no sentido amplo

Um processo estocástico $X = \{X(t), t \in T\}$ é fracamente estacionário ou estacionário no sentido amplo se e somente se as seguintes condições são satisfeitas [12, 26, 14]:

- (i) $E[X(t)] = \mu(t) = \mu$, constante, para todo $t \in T$;
- (ii) $E[X^2(t)] < \infty$, para todo $t \in T$;

(iii)
$$\begin{array}{c} R_X(t_1, t_2) = R_X(\tau) \\ \tau = t_1 - t_2 \end{array} \quad \forall t_1, t_2 \end{array}$$

Assim, se um processo estocástico é estacionário no sentido amplo então sua função autocorrelação é aa diferença entre dois instantes, como pode ser observado no item (iii).

3.3.2.1 Função de densidade espectral de potência

Se X(t) é um processo estocástico estacionário no sentido amplo, com função de autocorrelação $R_X(\tau)$. Então sua função de densidade espectral de potência de X(t) é definida por:

$$S_X(\omega) = \mathcal{F}\{R_X(\tau)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} R_X(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau, \qquad (3.5)$$

onde \mathcal{F} é a transformada de Fourier e ω representa a frequência angular.

3.3.3 Processo Estocástico Gaussiano

Um processo estocástico $X = \{X(t), t \in T\}$ é denominado Gaussiano (ou normal) se para qualquer conjunto $t_1, t_2, ..., t_n$ de T, as variáveis aleatórias $X(t_1), ..., X(t_n)$ tem distribuição normal n-variada.

3.4 Processo White Noise

Sequência aleatória independente e identicamente distribuída (i.i.d)

Seja $X_n, n = 1, 2, ...$ uma sequência de variáveis aleatórias definidas no mesmo espaço amostral Ω . Uma sequência de variáveis aleatórias é dita ser iid, se $P[X_n = a_n | X_1 = a_1, ..., X_{n-1} = a_{n-1}]$, e se todas as variáveis aleatórias tem a mesma distribuição [26, 12].

Um processo White Noise, também conhecido como puramente aleatório ou ruído branco, é formado por uma sequência de variáveis aleatórias idd [12]. Assim, segue da definição, que um processo white noise é estritamente estacionário e suas variáveis aleatórias são não correlacionadas. Isto é, $\{\varepsilon_t, t \in Z\}$ é um white noise se $\{\varepsilon_t, \varepsilon_s\} = 0, t \neq s$. A figura 3.1 apresenta um processo white noise simulado no software MATLAB.



Figura 3.1: Exemplo de um processo White noise simulado

3.5 Processo Random Walk

Seja $\{\varepsilon_t\}$ um ruído branco com média μ e variância σ^2 . Um processo $\{X_t\}$ é dito ser random walk, ou passeio aleatório se [12] :

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t. \tag{3.6}$$

Fazendo substituições sucessivas é possível reescrever 3.6, como:

$$X_t = X_0 + \sum_{j=1}^t \varepsilon_j. \tag{3.7}$$

Assim, segue que $E(X_t) = t\mu$ e $var(X_t) = t\sigma^2$. Além disso, o processo estocástico passeio aleatório não é estacionário, mas a estacionariedade pode ser obtida através de uma diferença simples. A figura 3.2, a representação de um passeio aleatório simulado no software MATLAB.



Figura 3.2: Exemplo de um processo $Random\ walk\ simulado$

Capítulo

Modelos matemáticos

4.1 Modelos de posicionamento GPS

As equações 2.1 e 2.2, apresentadas na seção 2.2, são a base dos modelos matemáticos para o processamento das observações GPS.

A partir dos parâmetros envolvidos é possível classificar o tipo de modelo de posicionamento GPS. Estes modelos diferem em seu conteúdo e, também são desiguais na solução das ambiguidades.

Quando as coordenadas de um receptor estão entre os parâmetros de interesse diz-se que este é um modelo de posicionamento ou modelo baseado na geometria. As equações de observação do modelo baseado na geometria não são lineares. Para obter uma equação de observação linear para o modelo baseado na geometria é necessário linearizá-las em relação as componentes da linha de base. A geometria receptor-satélite, entra nas derivadas parciais da linearização, e por isso, desempenha um papel importante no modelo baseado na geometria.

Quando as coordenadas do receptor GPS não estão entre os parâmetros de interesse, tem-se um modelo denominado modelo de não posicionamento ou modelo livre de geometria. Pois a geometria existente entre o satélite e o receptor não é considerada. As equações de observação são lineares, ao contrário do modelo baseado na geometria.

4.1.1 Modelo baseado na geometria

Toda vez que se objetiva determinar a posição o modelo baseado na geometria é utilizado. Este modelo pode ser aplicado para o processamento dos dados de um único receptor, como no caso do posicionamento absoluto, ou para múltiplos receptores simultaneamente, como no caso do posicionamento relativo.

Equações de observação linearizadas

Conforme a seção 4.1 as equações de observação do modelo baseado na geometria não são lineares. E essa não linearidade ocorre devido as coordenadas dos satélites e dos receptores, que compõem a distância geométrica entre as antenas do satélite e receptor. Por isso, nesta subseção as equações linearizadas são apresentadas. Para isso, a distância geométrica ρ_r^s , presente nas equações 2.1 e 2.2, será linearizada em relação a posição do receptor. Assim, as equações de observação linearizadas para a pseudodistância (equação 2.1) e fase de batimento da onda portadora (equação 2.2) são dadas como,

$$PD_{r}^{s} = \left(\rho_{r_{0}}^{s} - \frac{X^{s} - X_{r_{0}}}{\rho_{r_{0}}^{s}} \Delta X_{r} - \frac{Y^{s} - Y_{r_{0}}}{\rho_{r_{0}}^{s}} \Delta Y_{r} - \frac{Z^{s} - Z_{r_{0}}}{\rho_{r_{0}}^{s}} \Delta Z_{r}\right) + c\left[dt_{r} - dt^{s}\right] + I_{r}^{s} + T_{r}^{s} + dm + e_{PD_{r}^{s}}$$
$$\phi_{r}^{s} = \frac{f}{c} \left[\left(\rho_{r_{0}}^{s} - \frac{X^{s} - X_{r_{0}}}{\rho_{r_{0}}^{s}} \Delta X_{r} - \frac{Y^{s} - Y_{r_{0}}}{\rho_{r_{0}}^{s}} \Delta Y_{r} - \frac{Z^{s} - Z_{r_{0}}}{\rho_{r_{0}}^{s}} \Delta Z_{r}\right) - I_{r}^{s} + T_{r}^{s} + \delta m \right] + f\left(dt_{r} - dt^{s}\right) + \phi_{r}(t_{0}) - \phi^{s}(t_{0}) + N_{r}^{s} + \varepsilon_{\phi_{r}^{s}},$$

onde X^s , Y^s , Z^s são as coordenadas do satélite s, X_{r_0} , Y_{r_0} , Z_{r_0} são as coordenadas aproximadas do receptor, $\rho_{r_0}^s$ é a distância geométrica aproximada entre satélite e receptor e ΔX_r , ΔY_r e ΔZ_r são as correções aos valores aproximados. Maiores detalhes sobre o desenvolvimento da equação 4.1 podem ser encontrados em [23].

4.1.2 Modelo livre de geometria

Como o modelo baseado na geometria, o modelo de geometria livre pode ser usado para qualquer tipo de posicionamento, absoluto ou relativo. Este modelo é muito utilizado quando se objetiva determinar as ambiguidades ou detectar perdas de ciclos.

As distâncias geométricas e os atrasos troposféricos, das equações 2.1 e 2.2, são agrupados em um único parâmetro que inclui os termos não dispersivos presentes nas duas equações. Seja $\rho^* = \rho_r^s + c [dt_r - dt^s] + T_r^s$ este parâmetro. Assim, pode-se reescrever 2.1 e 2.2:

$$PD_r^s = \rho^* + \mu_j I_r^s + e_{PD_r^s}$$

$$\phi_r^s = \rho^* - \mu_j I_r^s + \lambda_j N_r^s + \varepsilon_{\phi_r^s},$$
(4.1)

onde $\mu_j = \frac{f_1}{f_j}$, em que f é a frequência e j é a j-ésima frequência, e λ_j é o comprimento de onda da frequência j.

4.2 Modelo matemático geral

As equações lineares de observação ou linearizadas da seção anterior (4.1) formam a base de um modelo matemático para a estimativa por mínimos quadrados dos parâmetros desconhecidos. Este modelo matemático, também conhecido como o modelo de Gauss-Markov, descreve a relação entre as observações e os parâmetros desconhecidos. O sistema das m equações de observação, pode-se ser escrito como [23]:

$$y = Ax - v, \tag{4.2}$$

onde y contem as m observações, x é o vetor de n parâmetros desconhecidos, A é a matriz design $mxn \in v$ é a discrepância entre y e Ax. Supõe-se que a média $E\{v\}$ é zero, visto a natureza aleatória da variabilidade nas medições dos modelos. O ruído na medição é representada pela Matriz de Variância-Covariância (MVC) das observações, denotada por [23]:

$$D\{y\} = Q_y,\tag{4.3}$$

onde D{} representa o operador dispersão. Usando o operador esperança é possível escrever a parte funcional da equação 4.2 como:

$$E\{y\} = Ax. \tag{4.4}$$

Assim, é possível reescrever a equação 4.2, acrescida de um modelo estocástico, como [23]:

$$E \{y\} = Ax$$

$$D\{y\} = Q_y,$$
(4.5)

que é o modelo matemático geral para as observações. Assume-se que a medida do ruído segue uma distribuição de probabilidade de Gauss. A complicação em utilizar este modelo, é a presença de observações redundantes. Pois, o número das observações m excede o número de parâmetros desconhecidos n e, por isso, a solução para x deve ser determinada de uma forma otimizada, onde se explora todas as informações contidas no vetor y. O Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) é utilizado para a obtenção da estimativa da solução.

4.2.1 Estimativa por mínimos quadrados

A fim de resolver o modelo de observação, o ajustamento pelo mínimos quadrados é utilizado, visto que é de simples aplicação e, tem propriedades importantes. Para o modelo descrito na equação 4.2, o estimador de mínimos quadrados é definido como [45]:

$$\hat{x} = \min_{x} \|Ax - y\|_{Q_y}^2, \qquad (4.6)$$

e sua minimização é dada como, [23]:

$$\hat{x} = (A^T Q_y^{-1} A)^{-1} A^T Q_y^{-1} y.$$
(4.7)

A partir de 4.7, é possível obter as estimativas das observações ajustadas e dos resíduos [23]:

$$\hat{y} = A\hat{x}
\hat{v} = y - \hat{y}.$$
(4.8)

Esta solução, é conhecida como mínimos quadrados ponderados, pois considera a precisão das observações envolvidas no modelo.

Aplicando a lei de propagação dos erros na MVC das observáveis Q_y , obtem-se [23]:

$$Q_{\hat{x}} = (A^T Q_y^{-1} A)^{-1} Q_{\hat{y}} = (A Q_{\hat{x}} A^T) Q_{\hat{v}} = Q_y - Q_{\hat{y}}.$$
(4.9)

A equação 4.9 representa a precisão do estimador para o parâmetro.

4.2.2 Filtro de Kalman para sistemas lineares discretos

A estimativa recursiva é de suma importância, especialmente quando um número grande de observações é utilizado, como no caso do GNSS [23].

No lugar das equações 4.2 e 4.3, tem -se:

$$y_k = A_k x_k - v_k, D\{y_k\} = Q_{y_k},$$
(4.10)

onde k é a epóca, y_k contem as m observações da epóca k, x_k é o vetor de n parâmetros desconhecidos da epóca k, A_k é a matriz design da epóca k, de dimensão $mxn \in v_k$ é a discrepância entre $y_k \in A_k x_k$.

Seja x_0 o vetor inicial dos parâmetros que pode ser obtido pelo ajustamento padrão por mínimos quadrados e sua matriz de variância covariância (MVC) Q_{x_0} . Com isso, é possível iniciar o ajustamento recursivo e obter $x_k \in Q_{x_k}$ a partir de $x_{k-1} \in Q_{x_{k-1}}$, e também das observações da época k, $y_k \in Q_{y_k}$, que independe das demais épocas.

Assim, tem-se [7]:

$$x_k = \Phi x_{k-1} + w_k, \tag{4.11}$$

onde Φ é a matriz transição entre as épocas, e w_k é o ruído do processo. É assumido que w_k é não correlacionado no tempo, com distribuição normal, média zero $E\{w_k\} = 0$, e sua MVC é Q_{w_k} .

Com as equações 8.21 e 4.11 é possível desenvolver a base do Filtro de Kalman para sistemas lineares, que consiste numa combinação de predição e filtragem [7].

4.2.2.1 Predição

Utiliza-se a predição quando se deseja obter a estimativa do vetor \hat{x}_k , baseado em informações anteriores a época k. Com a estimativa da época anterior é possível obter a estimativa predita e sua MVC, como [7]:

$$\tilde{x}_{k} = \Phi \hat{x}_{k-1}
Q_{\tilde{x}_{k}} = Q_{w_{k}} + \Phi Q_{\hat{x}_{k-1}} \Phi^{T}.$$
(4.12)

4.2.2.2 Filtragem

A filtragem ou atualização é utilizada quando se quer obter a estimativa de x_k com base em todas as observações coletadas até a época k. Assim, as equações atualizadas ou atualizadas do filtro de Kalman são [7]:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + K_k v_k, \tag{4.13}$$

com K_k a matriz ganho de Kalman dada como:

$$K_k = Q_{\hat{x}_{k-1}} A_k^T Q_{y_k}^{-1}, (4.14)$$

e os resíduos preditos como:

$$v_k = y_k - A_k \hat{x}_{k-1}.$$
 (4.15)

A MVC de \hat{x}_k , pode ser atualizada como [23]:

$$Q_{\hat{x}_k} = (Q_{\hat{x}_{k-1}}^{-1} + A_k^T Q_{y_{k-1}}^{-1} A_k)^{-1}.$$
(4.16)

Note que nas equações 4.14 e 4.16 a dimensão da matriz a ser invertida é igual ao número de parâmetros envolvidos. Se o número de observações é maior do que o número de parâmetros, utiliza-se o procedimento a seguir onde a dimensão da matriz a ser invertida é igual ao número de observações. Dessa forma, tem -se no lugar da equação 4.14 [23]:

$$K_k = Q_{\hat{x}_{k-1}} A_k^T Q_{v_k}^{-1}, (4.17)$$

com Q_{v_k} dada por [23]:

$$Q_{v_k} = Q_{y_k} + A_k Q_{x_{k-1}} A_k^T. aga{4.18}$$

Além disso, a equação 4.16 é substituída por [23]:

$$Q_{\hat{x}_k} = (I - K_k A_k) Q_{\hat{x}_{k-1}}.$$
(4.19)

4.3 Combinações lineares

Existem muitas possibilidades de realizar combinações lineares das observáveis GNSS. Cabe ressaltar as combinações lineares realizadas numa mesma estação, utilizando receptor de dupla frequência, como as combinações *ion-free*, *wide lane*, *narrow lane*, e as combinações lineares que envolvem a fase da onda portadora e a pseudodistância, por exemplo a pseudodistância filtrada [23].

Aqui apenas as combinações lineares realizadas entre duas estações diferentes serão detalhadas, como as simples e duplas diferenças. Estas combinações são realizadas visando diminuir os erros presentes nas equações de observação 2.2 e 2.1.

4.3.1 Simples Diferença

A simples diferença (SD) pode ser formada entre dois receptores, dois satélites ou duas épocas. Geralmente, as diferenças utilizadas são formadas entre satélites e receptores.

Para a formação de SD entre dois receptores, é necessário garantir que os dois receptores, rastreiem simultaneamente o mesmo satélite. Considerando dois receptores $r_1 \in r_2$, rastreando o satélite s tem-se a seguinte equação de observação para a SD, [23]:

$$\Delta PD_{r_1,r_2}^s = PD_{r_1}^s - PD_{r_2}^s = \Delta \rho_{r_1,r_2}^s + c \left[dt_{r_1} - dt_{r_2} \right] + \Delta I_{r_1,r_2}^s + \Delta T_{r_1,r_2}^s + \Delta dm_{r_1,r_2}^s + e_{\Delta PD_{r_1,r_2}^s}, \tag{4.20}$$

onde $\Delta \rho_{r_1,r_2}^s = \rho_{r_1}^s - \rho_{r_2}^s$, $\Delta I_{r_1,r_2}^s = I_{r_2}^s - I_{r_1}^s$, $\Delta T_{r_1,r_2}^s = T_{r_1}^s - T_{r_2}^s$, $\Delta dm_{r_1,r_2} = dm_{r_1} - dm_{r_2}$ e $e_{\Delta PD_{r_1,r_2}^s}$ é o erro da SD da pseudodistância. Observe que na equação 4.20, o erro do relógio do satélite dt^s é eliminado. Os erros relativos a refração atmosférica são minimizados, e podem ser eliminados se a linha de base é curta¹.

Analogamente, podemos obter a SD para a fase da onda portadora. A equação de SD para a fase da onda portadora é [23]:

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{r_1,r_2}^s &= \phi_{r_1}^s - \phi_{r_2}^s = \frac{f^s}{c} \left[\Delta\rho_{r_1,r_2}^s - \Delta I_{r_1,r_2}^s + \Delta T_{r_1,r_2}^s + \Delta\delta m_{r_1,r_2} \right] + f^s (dt_{r_1} - dt_{r_2}) + \\ \Delta\phi_{r_1,r_2}(t_0) + \Delta N_{r_1,r_2}^s + \varepsilon_{\Delta\phi_{r_1,r_2}^s}, \end{aligned}$$

$$(4.21)$$

onde f^s é a frequência do satélite s, $\Delta \delta m_{r_1,r_2} = \delta m_{r_1} - \delta m_{r_2}$, $\Delta \phi_{r_1,r_2}(t_0) = \phi_{r_1}(t_0) - \phi_{r_2}(t_0)$, $\Delta N^s_{r_1,r_2} = N^s_{r_1} - N^s_{r_2}$ e $\varepsilon_{\Delta \phi^s_{r_1,r_2}}$ é o erro da SD da fase. Note que, em 4.21 o erro do relógio do satélite dt^s é eliminado, assim como a fase inicial do satélite $\phi^s(t_0)$.

4.3.2 Dupla Diferença

A dupla diferença (DD) é a diferença entre duas SDs, e envolve dois satélites e dois receptores.

A equação de DD para a pseudodistância, considerando dois receptores, $r_1 \in r_2$, e dois satelites s e v, é dada, [23]:

$$\Delta \nabla P D_{r_1, r_2}^{s, v} = \Delta P D_{r_1, r_2}^s - \Delta P D_{r_1, r_2}^v = \Delta \nabla \rho_{r_1, r_2}^{s, v} + e_{\Delta \nabla P D_{r_1, r_2}^{s, v}}, \tag{4.22}$$

onde $\Delta \nabla \rho_{r_1,r_2}^{s,v} = \Delta \rho_{r_1,r_2}^s - \Delta \rho_{r_1,r_2}^v$ e $e_{\Delta \nabla P D_{r_1,r_2}^{s,v}}$ é o erro da DD da pseudodistância. Note que, quando toma-se a DD o erro dos relógios dos receptores, dt_{r_1} e dt_{r_2} são eliminados, bem como os efeitos atmosféricos, se a linha de base for curta.

Da mesma forma que na pseudodistância, também é possível tomar as DD da fase da onda portadora. A equação de DD para ela é [23]:

$$\Delta \nabla \phi_{r_1, r_2}^{s, v} = \frac{f}{c} (\Delta \nabla \rho_{r_1, r_2}^{s, v}) + \Delta \nabla N_{r_1, r_2}^{s, v} + \varepsilon_{\Delta \nabla \phi_{r_1, r_2}^{s, v}}.$$
(4.23)

Quando se utiliza a fase da onda portadora, a equação de DD é a observável empregada no processamento, pois ela elimina os erros sistemáticos presentes na observável original. As ambiguidades sempre são solucionadas no domínio das DD.

¹Segundo [32], linha de base é a distância entre dois receptores GNSS. São consideradas linhas de base curtas, linhas de base cujo comprimento não ultrapassa 20km, dependendo das condições ionosféricas.

4.3.3 Tripla Diferença

A Tripla diferença (TD) é a diferença entre duas DDs, envolvendo os mesmos satélites e receptores, mas em instantes de tempos distintos. Para a pseudodistância, o cálculo da TD não oferece vantagens, mas no caso da fase da onda portadora, a tripla diferenciação elimina as ambiguidades, restando como incógnitas apenas as coordenadas dos receptores. A equação de TD para a fase da onda portadora é dada por [23]:

$$TD_{r_1,r_2}^{s,v}(t_2) = \Delta \nabla \phi_{r_1,r_2}^{s,v}(t_1) - \Delta \nabla \phi_{r_1,r_2}^{s,v}(t_2) = \frac{f}{c} [\Delta \nabla \rho_{r_1,r_2}^{s,v}(t_1) - \Delta \nabla \rho_{r_1,r_2}^{s,v}(t_2)].$$
(4.24)

Por eliminar as ambiguidades, a equação 4.24 é muito utilizada para a detecção de perdas de ciclos.

4.3.4 Tetra Diferença

A Tetra diferença (TT) é a diferença entre duas TDs, envolvendo os mesmos satélites e receptores, mas em instantes de tempo distintos. A equação de TT para a fase da onda portadora é dada por:

$$TT_{r_1,r_2}^{s,v}(t_2) = TD_{r_1,r_2}^{s,v}(t_2) - TD_{r_1,r_2}^{s,v}(t_1) = \frac{f}{c} [\Delta \nabla \rho_{r_1,r_2}^{s,v}(t_0) - 2 * \Delta \nabla \rho_{r_1,r_2}^{s,v}(t_1) + \Delta \nabla \rho_{r_1,r_2}^{s,v}(t_2)].$$

$$(4.25)$$

A equação 4.25 é muito utilizada na correção de perdas de ciclos.

4.4 Modelo Ionosfera-float

As equações 4.22 e 4.23 obtidas na seção 4.3.2 são o ponto de partida do modelo de ionosfera float. A partir delas tem-se [28]:

$$\Delta \nabla \phi_1 = \Delta \nabla \rho + \Delta \nabla T - \mu_1 \Delta \nabla \iota_1 + \lambda_1 \Delta \nabla N_1 + \varepsilon_1$$

$$\Delta \nabla \phi_2 = \Delta \nabla \rho + \Delta \nabla T - \mu_2 \Delta \nabla \iota_1 + \lambda_2 \Delta \nabla N_2 + \varepsilon_2$$

$$\Delta \nabla P D_1 = \Delta \nabla \rho + \Delta \nabla T + \mu_1 \Delta \nabla \iota_1 + e_1$$

$$\Delta \nabla P D_2 = \Delta \nabla \rho + \Delta \nabla T + \mu_2 \Delta \nabla \iota_1 + e_2$$
(4.26)

onde $\Delta \nabla \phi_1$ e $\Delta \nabla \phi_2$ denotam o vetor de DD das observáveis de fase em L1 e L2, respectivamente, $\Delta \nabla PD_1$ e $\Delta \nabla PD_2$ representam o vetor de DD da pseudodistância em L1 e L2, respectivamente, $\Delta \nabla \rho$ representa a DD da distância geométrica entre o satélite e o receptor, $\Delta \nabla T$ representa a DD do atraso troposférico, $\Delta \nabla \iota_1$ representa a DD do atraso ionosférico em L1, $\mu_j = \frac{\lambda_j^2}{\lambda_1^2}$ é o coeficiente ionosférico na frequência j, $\Delta \nabla N_1$ e $\Delta \nabla N_2$ são as DD das ambiguidades da fase da onda portadora em L1 e L2, respectivamente, ε_1 e ε_2 são os erros da fase em L1 e L2 e e_1 e e_2 são os erros da pseudodistância em L1 e L2.

Como no posicionamento baseado em redes as posições das estações são conhecidas, a $\Delta \nabla \rho$ pode ser subtraída das DD de fase e pseudodistância. Além disso, a DD do atraso troposférico são mapeados para o atrasos zenital troposférico. Assim, o modelo de ionosfera float, utilizando a formulação de Gauss-Markov, é dado por [28]:

$$E\left\{ \begin{pmatrix} \Delta\nabla\phi_1 - \Delta\nabla\rho\\ \Delta\nabla\phi_2 - \Delta\nabla\rho\\ \Delta\nabla PD_1 - \Delta\nabla\rho\\ \Delta\nabla PD_2 - \Delta\nabla\rho \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} MF & -\mu_1 I & \lambda_1 I & 0\\ MF & -\mu_2 I & 0 & \lambda_2 I\\ MF & \mu_1 I & 0 & 0\\ MF & \mu_2 I & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\nabla T_z\\ \Delta\nabla \iota_1\\ \Delta\nabla N_1\\ \Delta\nabla N_2 \end{pmatrix}, \quad (4.27)$$

onde $\Delta \nabla T_z$ é o RZTD (*Relative Residual Tropospheric Zenith Delay*) descrito na seção 4.4.1, MF é a função de mapeamento do RZTD e I a matriz identidade. A equação 4.27 é denominada de modelo ionosfera-float.

4.4.1 RZTD(Relative Residual Tropospheric Zenith Delay)

Para linhas de base longas, o processo de DD não elimina o atraso troposférico. Por isso, antes da solução das ambiguidades é necessário corrigir o atraso troposférico com um modelo padrão. Com isso, tem-se [48]:

$$T = T(modelo) + T(resduo), \tag{4.28}$$

onde T é o atraso troposférico total, T(modelo) é o atraso troposférico corrigido por um modelo e T(resíduo) é o atraso troposférico depois de corrigido por um modelo padrão.

Assim, para a determinação do atraso troposférico total é necessário determinar o resíduo do atraso troposférico. Este resíduo é definido como [48]:

$$\Delta \nabla T_{ab}^{xy} = [T_{az}MF(E_a^x) - T_{bz}MF(E_b^x)] - [T_{az}MF(E_a^y) - T_{bz}MF(E_b^y)], \qquad (4.29)$$

onde $\Delta \nabla T_{ab}^{xy}$ é a DD do resíduo do atraso troposférico entre os satélites x e y e os receptores a e b, T_{az} e T_{bz} é o atraso zenital troposférico nos receptores a e b, MF é a função de mapeamento e E é o ângulo de elevação. Como os receptores a e b estão próximos tem-se [48]:

$$\begin{array}{l}
MF(E_a^x) \to MF(E_b^x) \\
MF(E_a^y) \to MF(E_b^y).
\end{array}$$
(4.30)

Assim, é possível substituir 4.28 por [48]:

$$\Delta \nabla T_{ab}^{xy} \cong (T_{az} - T_{bz}) (MF(E^x)) - (T_{az} - T_{bz}) (MF(E^y)), \qquad (4.31)$$

onde E^x e E^y são a média do ângulo de elevação dos satélites x e y para os receptores a e b, respectivamente. Desta forma, é possível reescrever 4.31 como sendo [48]:

$$\Delta \nabla T_{ab}^{xy} \cong (T_{az} - T_{bz}) \left(MF(E^x) - MF(E^y) \right).$$
(4.32)

Com isso, o RZTD é definido como [48]:

$$RZTD = T_{az} - T_{bz}. (4.33)$$

E assim, a DD do resíduo do atraso troposférico pode ser reescrita como [48]:

$$\Delta \nabla T_{ab}^{xy} = RZTD(MF(E^x) - MF(E^y).$$
(4.34)

4.5 Modelo de ionosfera ponderada

O modelo ionosfera-float 4.4, foi criado assumindo que não há uma informação a priori sobre a DD do atraso ionosférico. Mas, geralmente se conhece informação sobre a magnitude esperada das DD dos atrasos ionosféricos, dependendo do comprimento da linha de base, a localização na Terra e o ciclo solar de 11 anos. Este conhecimento a priori sobre as DD dos atrasos ionosféricos pode ser adicionado usando o modelo ionosfera ponderada. Este modelo é uma extensão do modelo ionosfera-float, e se realiza através da introdução de pseudo-observáveis estocásticas para as DD dos atrasos ionosféricos [28].

O modelo de ionosfera ponderada é dado por [28]:

$$E\left\{ \begin{pmatrix} \Delta\nabla\phi_1 - \Delta\nabla\rho \\ \Delta\nabla\phi_2 - \Delta\nabla\rho \\ \Delta\nabla\rho D_1 - \Delta\nabla\rho \\ \Delta\nabla PD_2 - \Delta\nabla\rho \\ \Delta\nabla\iota_1 \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} MF & -\mu_1 I & \lambda_1 I & 0 \\ MF & -\mu_2 I & 0 & \lambda_2 I \\ MF & \mu_1 I & 0 & 0 \\ MF & \mu_2 I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\nabla T_z \\ \Delta\nabla\iota_1 \\ \Delta\nabla\lambda\iota_1 \\ \Delta\nablaN_2 \end{pmatrix}.$$
(4.35)

Para o processamento dos dados, os valores da DD das pseudo-observáveis ionosféricas podem ser assumidos como zero ou então obtidos a partir dos modelos ionosféricos. Já a informação estocástica da ionosfera pode ser escolhida com base nos processos aleatórios descritos no capítulo 3.

Capítulo

Solução das ambiguidades

O problema de solução das ambiguidades como valores inteiros tem sido amplamente pesquisado nas últimas décadas. Muitos algoritmos de solução das ambiguidades foram publicados.

A solução das ambiguidades como valores inteiros pode ser dividido em duas partes: a estimação e a validação. A estimação consiste em calcular as ambiguidades em valores inteiros e a validação é utilizada para verificar se o valor encontrado pode ser utilizado ou não.

Atualmente, o problema considerado não trivial de estimação da ambiguidade inteira pode ser considerado resolvido, devido a grande quantidade de algoritmos disponíveis para fazê-lo. O que ainda falta é a garantia de validação da solução encontrada.

Neste capítulo a teoria sobre a solução das ambiguidades inteiras é detalhada, iniciando com a definição do estimadores inteiros admissíveis. O método LAMBDA é detalhado, e a teoria e alguns métodos de validação são apresentados.

5.1 Estimação

A estimação das ambiguidades como valores inteiros, tem como ponto de partida o sistema de equações de observação de DD linearizadas, que são dadas pelo seguinte sistema linear de equações, segundo [39]:

$$y = Aa + Bb + \epsilon, \tag{5.1}$$

onde y é o vetor de DD observadas menos as calculadas, a é o vetor de DD das ambiguidades inteiras, b é o vetor que contem os parâmetros referentes a linha de base, $A \in B$ são matrizes design para as ambiguidades e linha de base, respectivamente e ϵ é o vetor de erros não modelados.

Para resolver 5.1, o método dos mínimos quadrados é utilizado. Desta forma, o critério de minimização que visa resolver 5.1 é, de acordo com [39]:

$$\min_{a,b} \|y - Bb - Aa\|_{Q_y}^2, \tag{5.2}$$

onde n é o número de DDs das ambiguidades, $\|.\|_{Q_y}^2 = (.)^T Q_y^{-1}(.)$ com $a \in Z^n$, e Q_y é a MVC de DD das observáveis. A função a ser minimizada 5.2 pode ser decomposta em uma soma de quadrados, obtida através da decomposição ortogonal. Assim, [39]

$$\|y - Aa - Bb\|_{Q_y}^2 = \|\hat{e}\|_{Q_y}^2 + \|\hat{a} - a\|_{Q_{\hat{a}}}^2 + \|\hat{b}\|\hat{a} - b\|_{Q_{\hat{b}|\hat{a}}}^2$$
(5.3)

Com, o problema de minimização inicial é transformado em três problemas de minimização individuais. As soluções destes três problemas são referidas como três etapas: a solução float, a estimação das ambiguidades inteiras e a solução fixa.

Solução float

A primeira etapa, a da solução float, consiste em minimizar 5.2 com $a \in \mathbb{R}^n$, $b \in \mathbb{R}^M$ utilizando o método dos mínimos quadrados comum. Isto resulta nas estimativas em valores reais para $a \in b$ e suas correspondentes MVC:

$$\begin{pmatrix}
\hat{a} \\
\hat{b}
\end{pmatrix}; \\
\begin{pmatrix}
Q_{\hat{a}} & Q_{\hat{a}\hat{b}} \\
Q_{\hat{b}\hat{a}} & Q_{\hat{b}}
\end{pmatrix}.$$
(5.4)

Esse resultado (5.4) faz então a entrada para a segunda etapa.

Estimação das ambiguidades inteiras

Na segunda etapa a estimativa para as ambiguidade inteira é calculada a partir da solução float \hat{a} [41]:

$$\check{a} = F(\hat{a}),\tag{5.5}$$

onde $F: \mathbb{R}^n \to \mathbb{Z}^n$ é a função do espaço n-dimensional de números reais para o espaço n-dimensional de números inteiros.

Solução fixa

Uma vez que as ambiguidades inteiras são calculadas, o resíduo $\hat{a} - \check{a}$ é utilizado na terceira etapa para ajustar a solução float \hat{b} do primeiro passo para obter a solução fixa \check{b} . Como resultado, a solução final fixa é obtida da seguinte forma [39]:

$$\check{b} = \hat{b} - Q_{\hat{b}\hat{a}}Q_{\hat{a}}^{-1}(\hat{a} - \check{a}).$$
(5.6)

As soluções encontradas em 5.5 e 5.6 dependem da escolha do método de estimação inteira escolhida. Cada método de estimação tem uma função diferente. Desta forma, na próxima seção a teoria sobre os estimadores inteiros será detalhada.

5.2 A classe dos estimadores inteiros

O espaço dos números inteiros Z^n é de natureza discreta, o que implica que vários vetores de ambiguidades reais serão levados no mesmo vetor de ambiguidades inteiras. Desta forma, é possível construir um subconjunto $S_z \subset R^n$ que para cada vetor inteiro $z \in Z^n[41]$:

$$S_z = \{ x \in \mathbb{R}^n / z = F(x) \}.$$
(5.7)

O subconjunto S_z contem todos os vetores de ambiguidades reais que são levados no mesmo vetor de ambiguidades inteiras. Este subconjunto é denominado de região *pull-in* de z [40]. Com 5.7, tem-se que $\check{a} = z \Leftrightarrow \hat{a} \in S_z$. O estimador da ambiguidade inteira pode ser obtido como [41]:

$$\check{a} = \sum_{z \in \mathbb{Z}^n} z s_z(\hat{a}),\tag{5.8}$$

com

$$s_z(\hat{a}) = \begin{cases} 1, \hat{a} \in S_z \\ 0, c.c. \end{cases}$$
(5.9)

Um estimador de número inteiro é definido através da região *pull-in* S_z , mas nem todos os estimadores inteiros são permitidos, somente alguns estimadores que satisfazem algumas restrições sobre as regiões *pull-in*. Os estimadores permitidos são denominados de estimadores inteiros admissíveis, e formam uma classe de estimadores. Esta classe é definida como segue [41].

Estimadores inteiros admissíveis

Um estimador inteiro, $\check{a} = \sum_{z \in \mathbb{Z}^n} z s_z(\hat{a})$, é dito ser admissível quando sua região *pull-in* S_z , satisfaz as seguintes propriedades [41]:

$$1 \bigcup_{z \in Z^n} S_z = R^n;$$

$$2 S_{z_1} \cap S_{z_2} = \emptyset, \forall z_1, z_2 \in Z^n, z_1 \neq z_2;$$

$$3 S_z = z + S_0, \forall z \in Z^n.$$

A demonstração das propriedades acima pode ser encontrada em [41].

Agora que a classe de estimadores admissíves é conhecida, alguns métodos de estimação inteira fazem parte desta classe. Dentre eles, pode-se citar: o método de arredondamento simples, o método de arredondamento inteiro sequencial e o método dos mínimos quadrados inteiro (MMI). Aqui, apenas o MMI será detalhado, pois é o método empregado nesta pesquisa. Maiores detalhes sobre os métodos podem ser encontrados em [45].

5.2.1 Método dos mínimos quadrados inteiro

O estimador inteiro dos mínimos quadrados inteiros é obtido através do seguinte problema de minimização, [45]:

$$\min_{z,\zeta} \|y - Az - B\zeta\|_{Q_y}^2,$$
(5.10)

com $z \in Z^n$ e $\zeta \in R^n$. Observe que, 5.10 é semelhante a 5.2, e o problema MMI concentra-se em $\|\hat{a} - z\|_{Q_{\hat{a}}}^2$ e é definido como, [41]:

$$\check{a}_{M} = \arg\min_{z\in Z^{n}} \|\hat{a} - z\|_{Q_{\hat{a}}}^{2},$$
(5.11)

onde $\|.\|_{Q_{\hat{a}}}^2 = (.)^T Q_y^{-1}(.)$ e \check{a}_M é a solução para o MMI. Esta solução é obtida através de uma pesquisa.

A região *pull-in* é definida como o conjunto de todos os $x \in \mathbb{R}^n$ que estão mais perto de z do que qualquer outro ponto de grade no \mathbb{R}^n , e esta distância é medida através da métrica da MVC $Q_{\hat{a}}$. A região *pull-in* na qual z pertence é, [45]:

$$S_{z,M} = \left\{ x \in \mathbb{R}^n / \|x - z\|_{Q_{\hat{a}}}^2 \le \|x - u\|_{Q_{\hat{a}}}^2, \forall u \in \mathbb{Z}^n \right\}.$$
 (5.12)

Uma representação semelhante a região *pull-in* do estimador inteiro sequencial pode ser obtida, utilizando:

$$\|x-z\|_{Q_{\hat{a}}}^{2} \leq \|x-u\|_{Q_{\hat{a}}}^{2} \Leftrightarrow (u-z)^{T}Q_{\hat{a}}^{-1}(x-z) \leq \frac{1}{2} \|u-z\|_{Q_{\hat{a}}}^{2}, \forall u \in Z^{n}.$$

Então, segue que:

$$S_{z,M} = \bigcap_{c \in Z^n} \left\{ x \in \mathbb{R}^n / \left| c^T Q_{\hat{a}}^{-1}(x-z) \right| \le \frac{1}{2} \left\| c \right\|_{Q_{\hat{a}}}^2 \right\}, \forall z \in Z^n.$$
(5.13)

A região *pull-in* do MMI é construída a partir de meio espaços, que são espaços delimitados por planos ortogonais (u - z), $u \in Z^n$ que passam por $\frac{1}{2}(u + z)$. É possível mostrar que, no máximo, $2^n - 1$ pares de meios espaços são necessários para a construção. Assim, para o caso bidimensional, três pares são necessários, e a região de *pull-in* são hexágonos. A figura 5.1 apresenta tal região para o caso bidimensional.



Figura 5.1: Região de *pull-in* para o método dos mínimos quadrados inteiro Fonte: Adaptado de [45]

5.3 Método LAMBDA

O método LAMBDA (*Least-squares AMBiguity Decorrelation Adjustment*) foi introduzido por [37] em 1993. Este método é baseado no estimador do MMI, e conforme dito anteriormente resolve 5.11 através de uma pesquisa.

5.3.1 O espaço de procura

Neste método a pesquisa é efetuada em um subconjunto menor, que pode ser enumerado, e que contenha a solução do MMI. Este subconjunto é escolhido como a região delimitada por um hiper-elipsóide, baseado em 5.11.

Esta região elipsoidal é definida como,[39]:

$$\Omega_a = \left\{ a \in Z^n / (\hat{a} - a)^T Q_{\hat{a}}^{-1} (\hat{a} - a) \le \chi^2 \right\},$$
(5.14)

e será denominada como espaço de procura das ambiguidades. Ele é centrado em \hat{a} , sua forma é regida por $Q_{\hat{a}}$ e seu tamanho pode ser controlado por χ^2 , onde χ^2 é uma constante positiva. A partir de 5.14, existem algumas formas de proceder a procura. Neste trabalho, a procura utilizando os mínimos quadrados sequenciais será apresentada, visto que é este procedimento que o método LAMBDA utiliza.

Para começar, inicia-se do fato da MVC das ambiguidades ser diagonal, ou seja, se as ambiguidades não forem correlacionadas. Desta forma, a minimização de 5.11, [39]:

$$\min_{a_1,\dots,a_n} \sum_{i=1}^n \frac{\left(\hat{a}_i - a_i\right)^2}{\sigma_{\hat{a}_i}^2}.$$
(5.15)

Com 5.15, obtem-se n problemas do MMI, e seus minimizadores podem ser encontrados através do arredondamento para o inteiro mais proximo de \hat{a} .

Na realidade, as ambiguidades são altamente correlacionadas, e $Q_{\hat{a}}$ está longe de ser diagonal. Desta forma, faz-se necessário a diagonalização de $Q_{\hat{a}}$, e esta diagonalização deve preservar o que ocorre em 5.15. Logo, será utilizado os mínimos quadrados sequenciais condicionais, que é o mesmo conceito que o estimador inteiro sequencial emprega.

Estimativa por mínimos quadrados sequenciais condicionais

 $\hat{a}_{i|I}$ é a estimativa dos mínimos quadrados para a i-ésima ambiguidade, condicionada através da fixação da ambiguidade anterior (i-1). Tem-se:

$$\hat{a}_{i|I} = \hat{a}_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\sigma_{\hat{a}_i \hat{a}_{j|J}}}{\sigma_{\hat{a}_{j|J}}^2} \left(\hat{a}_{j|J} - a_j \right),$$
(5.16)

onde $\sigma_{\hat{a}_i\hat{a}_{j|J}}$ denota a convariância entre $\hat{a}_i \in \hat{a}_{j|J}$. A principal característica de $\hat{a}_{i|I}$ é que elas não são correlacionadas, e portanto, a sua MVC é diagonal.

É possível reescrever 5.16, com as diferenças das ambiguidades $(\hat{a}_i - a_i)$, em função das diferenças $(\hat{a}_{i|J} - a_j)$, com j = 1, ..., i., como, [39]:

$$(\hat{a}_i - a_i) = \left(\hat{a}_{i|I} - a_i\right) + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\sigma_{\hat{a}_i \hat{a}_j|J}}{\sigma_{\hat{a}_j|J}^2} \left(\hat{a}_{j|J} - a_j\right).$$
(5.17)

A equação 5.17, pode ser escrita, em termo de vetores e matrizes. Seja $\hat{d} = (\hat{a}_1, \hat{a}_{2|1}, \dots, \hat{a}_{n|N})$, com isso, tem-se, [39]:

$$\begin{aligned} (\hat{a} - a) &= L(\hat{d} - a)\\ Q_{\hat{a}} &= LDL^{T}, \end{aligned} \tag{5.18}$$

onde $D = diag(\dots, \sigma^2_{\hat{a}_{i|I}}, \dots)$, e L é a matriz unitária ¹ definida como:

$$L = \begin{cases} l_{ij} = 0, 1 \le i < j < n \\ l_{ij} = 1, i = j \\ l_{ij} = \frac{\sigma_{\hat{a}_i}}{\sigma_{\hat{a}_j|J}^2}, 1 \le j < i < n \end{cases}$$

Uma vez que os mínimos quadrados sequenciais condicionais não são correlacionados, pode-se substituir 5.16 em 5.11, para obter uma expressão similar a 5.15, como [39]:

$$\min_{a_1,\dots,a_n} \sum_{i=1}^n \frac{\left(\hat{a}_{i|I} - a_i\right)^2}{\sigma_{\hat{a}_{i|I}}^2}.$$
(5.19)

Note que 5.19 se reduz a 5.15 quando as ambiguidades float não são correlacionadas. A partir de 5.19, pode-se agora formular a procura pelas ambiguidades inteiras através

¹Uma matriz A é denominada unitária se $A^H A = AA^H = I$, onde $A^H = \overline{A}^T$

do MMQ.

Para isso, o espaço de procura das ambiguidades pode ser reescrito como [39]:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\left(\hat{a}_{i|I} - a_{i}\right)^{2}}{\sigma_{\hat{a}_{i|I}}^{2}} \le \chi^{2}.$$
(5.20)

Os limites escalares da ambiguidades individuais são dados por [39]:

A fim de responder como o espaço de procura das ambiguidades é construído, um exemplo do espaço bidimensional será apresentado. No caso bidimensional, tem-se que o espaço de procura 5.20 se reduz a, [39]:

$$\frac{\left(\hat{a}_{1}-a_{1}\right)^{2}}{\sigma_{\hat{a}_{1}}^{2}}+\frac{\left(\hat{a}_{2|1}-a_{2}\right)^{2}}{\sigma_{\hat{a}_{2|1}}^{2}}\leq\chi^{2}.$$
(5.22)

Este espaço de procura das ambiguidades pode ser visualizado na figura 5.2.



Figura 5.2: Espaço de procura das ambiguidades bidimensional

Na figura 5.2, α representa o centro do espaço de procura, (\hat{a}_1, \hat{a}_2) , o segmento de reta verde representa a linha que passa por α , e tem como vetor direção $(1, \frac{\sigma_{\hat{a}_2\hat{a}_1}}{\sigma_{\hat{a}_1}^2})$. O retângulo que envolve a elipse na figura é descrito pelas seguintes desigualdades [39]:

$$(\hat{a}_1 - a_1)^2 \le \sigma_{\hat{a}_1}^2 \chi^2 (\hat{a}_2 - a_2)^2 \le \sigma_{\hat{a}_2}^2 \chi^2.$$
 (5.23)

Porém, com o uso de 5.22, é possível reescrever 5.23 e obter novos limites [39]:

$$(\hat{a}_1 - a_1)^2 \leq \sigma_{\hat{a}_1}^2 \chi^2 (\hat{a}_{2|1} - a_2)^2 \leq \sigma_{\hat{a}_{2|1}}^2 \chi^2 \lambda(a_1),$$
(5.24)

com $\lambda(a_1) = 1 - \frac{(\hat{a}_1 - a_1)^2}{\sigma_{\hat{a}_1}^2 \chi^2}$. O segmento de reta rosa da figura 5.2 representa a primeira desigualdade de 5.24. Já o segmento de reta laranja, representa a segunda desigualde de 5.24.

Com isso, a partir de 5.24 é possível descrever o procedimento de pesquisa dentro do espaço de procura das ambiguidades.

Para começar, uma ambiguidade inteira a_1 é selecionada de forma que satisfaça o primeiro limite de 5.24. Após isso, a estimativa dos mínimos quadrados condicionada a a_1 , $\hat{a}_{2|1}$, e o escalar $\lambda(a_1)$ são calculados. A partir destes valores, uma ambiguidade inteira a_2 que satisfaça o segundo limite de 5.24 é encontrada. Na prática, a_2 é escolhido como o inteiro mais próximo de $\hat{a}_{2|1}$. Se a_2 não satisfizer o segundo limite, deve-se escolher como a_1 o segundo inteiro mais próximo de \hat{a}_1 , e reiniciar a pesquisa.

Este processo deve ser continuado até que se encontre um par inteiro admissível (a_1, a_2) que pertença ao inteior do espaço de procura. Após isso, o encolhimento na elipse é realizado através da diminuição do valor da constante χ^2 . O valor de χ^2 é escolhido como sendo o valor obtido quando se aplica o par inteiro encontrado em 5.22.

O método LAMBDA realiza um reparametrização no problema de MMI, visando tornar a pesquisa mais rápida e mais fácil de resolver. Maiores detalhes são dados na próxima subsecção.

5.3.2 Tranformações das ambiguidades admissíveis

Seja *a* nosso vetor de *n* ambiguidades inteiras e seja *Z* uma matriz nxn. Para transformar *a* a partir de Z^T , é necessário que o vetor de ambiguidades transformadas $z = Z^T a$ seja inteiro. Com isso, tem-se que todas as entradas da matriz *Z* devem ser números inteiros. Além disso, uma outra condição se faz necessária. É preciso garantir que *a* seja inteiro sempre que *z* seja inteiro, ou seja, $(Z^T)^{-1}$ deve ter entradas inteiras também. A partir disto é possível definir as tranformações das ambiguidades admissíveis.

Matriz de tranformações das ambiguidades admissíveis

Uma matriz Z é uma matriz transformação admissível das ambiguidades se, e somente se, Z e sua inversa Z^{-1} tem entradas que são valores inteiros.

Com isso, é possível reparametrizar as equações obtidas anteriormente. Seja Z^T uma transformação admissível das ambiguidades e seja $z = Z^T a$ o vetor de ambiguidades transformadas. Desta forma, pode se reparametrizar 5.1 como sendo, [39]:

$$y = AZ^{-T}z + Bb + \epsilon. \tag{5.25}$$

A partir disto, obtem-se a estimativa para as ambiguidades transformadas e sua MVC, como [39]:

$$\hat{z} = Z^T \hat{a}$$

$$Q_{\hat{z}} = Z^T Q_{\hat{a}} Z.$$
(5.26)

Note que, $Q_{\hat{z}} \in Q_{\hat{a}}$ são diferentes, exceto se Z = I, fazendo com que a procura seja afetada pela reparametrização.

5.3.3 A reparametrização

Na subseção anterior, a classe das tranformações das ambiguidades admissíveis foi definida. Com base nisso, é possível reparametrizar o problema do MMI. Então 5.11, pode ser transformado no seguinte problema, [39]:

$$\min_{z} \left(\hat{z} - z \right)^{T} Q_{\hat{z}}^{-1} \left(\hat{z} - z \right), \tag{5.27}$$

com $z \in Z^n$. O espaço de procura original 5.20, pode ser transformado em, [39]:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\left(\hat{z}_{i|I} - z_{i}\right)^{2}}{\sigma_{\hat{z}_{i|I}}^{2}} \le \chi^{2}.$$
(5.28)

A orientação e a forma deste espaço de procura é diferente do espaço 5.20, exceto se Z = I. Apesar de serem diferentes, os dois espaços tem o mesmo volume, e com isso, o mesmo número de candidatos.

Com base em 5.28 e 5.21, é possível definir os limites sequenciais transformados, como sendo [39]:

$$(\hat{z}_{1} - z_{1})^{2} \leq \sigma_{\hat{z}_{1}}^{2} \chi^{2} (\hat{z}_{2|1} - z_{2})^{2} \leq \sigma_{\hat{z}_{2|1}}^{2} \left[\chi^{2} - \frac{(\hat{z}_{1} - z_{1})^{2}}{\sigma_{\hat{z}_{1}}^{2}} \right] \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad (5.29) (\hat{z}_{n|N} - z_{n})^{2} \leq \sigma_{\hat{z}_{n|N}}^{2} \left[\chi^{2} - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{(\hat{z}_{j|J} - z_{j})^{2}}{\sigma_{\hat{z}_{j|J}}^{2}} \right].$$

Observe que a utilização de 5.29, segue o mesmo procedimento descrito para os limites originais de 5.21. Após obter a solução do MMI, \tilde{z} , é possível recuperar 5.11 através da seguinte relação:

$$\check{a} = Z^{-T}\check{z}.$$

Além das reparametrizações acima, pode se obter uma equação alternativa para 5.6, dada como [39]:

$$\check{b} = \hat{b} - Q_{\hat{b}\hat{z}}Q_{\hat{z}}^{-1}(\hat{z} - \check{z}).$$
(5.30)

A ideia de utilizar o problema 5.27 ao invés de 5.11, é que a transformação o torne mais fácil de resolver. Com 5.26, obtem-se a seguinte desigualdade, [39]:

$$(\check{a} - \hat{a})^T Q_{\hat{a}}^{-1} (\check{a} - \hat{a}) = (\check{z} - \hat{z})^T Q_{\hat{z}}^{-1} (\check{z} - \hat{z}).$$
(5.31)

Com isso, o método LAMBDA visa, através da transformação Z, obter a decorrelação nas ambiguidades, e assim, tornar o processo de procura muito mais eficiente. Se a decorrelação nas ambiguidades for completa, $Q_{\hat{z}}$ é diagonal e 5.27 pode ser resolvido com o arredondamento para o inteiro mais próximo de \hat{z} .

Até agora não foi mostrado como construir a transformação Z. Nas próximas seções a construção da tranformação Z para o caso bidimensional e multidimensional será apresentada.

5.3.4 A construção da transformação Z bidimensional

Para iniciar a construção da transformação Z bidimensional para o método LAMBDA, considere as ambiguidades float e sua MVC dadas como, [39]:

$$a = \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix}$$

$$Q_{\hat{a}} = \begin{pmatrix} \sigma_{\hat{a}_1}^2 & \sigma_{\hat{a}_1 \hat{a}_2} \\ \sigma_{\hat{a}_2 \hat{a}_1}^2 & \sigma_{\hat{a}_2}^2 \end{pmatrix}.$$
(5.32)

Como discutido anteriormente, as ambiguidades sequenciais condicionais por mínimos quadrados são totalmente decorrelacionadas. Assim, elas serão utilizadas no processo de construção da transformação Z. Desta forma, é possível escrever 5.16 em forma de matriz, obtendo a seguinte transformação, [39]:

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_1\\ \hat{a}_{2|1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0\\ \frac{-\sigma_{\hat{a}_2\hat{a}_1}}{\sigma_{\hat{a}_1}^2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1\\ \hat{a}_2 \end{pmatrix}.$$
 (5.33)

Note que 5.33 distingue de 5.16 apenas por a_1 , que por razões de conveniência será tratado como nulo.

Se $\frac{-\sigma_{\hat{a}_2\hat{a}_1}}{\sigma_{\hat{a}_1}^2}$ for inteiro a matriz de 5.33 é uma transformação das ambiguidades admissível, mas em geral, ele não o é. Contudo, isto pode ser resolvido facilmente aproximando $\frac{-\sigma_{\hat{a}_2\hat{a}_1}}{\sigma_{\hat{a}_1}^2}$ por $-\left[\frac{-\sigma_{\hat{a}_2\hat{a}_1}}{\sigma_{\hat{a}_1}^2}\right]$ onde [.] representa o "arredondamento para o inteiro mais próximo". Com isso, tem-se [39]:

 $\begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_{2'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\begin{bmatrix} \sigma_{\hat{a}_2 \hat{a}_1} \\ \sigma_{\hat{a}_1}^2 \end{bmatrix} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix},$ (5.34)

onde $\hat{a}_{2'}$ é uma aproximação para $\hat{a}_{2|1}$. Observe que em 5.33 optamos por deixar \hat{a}_1 inalterado. Mas se ao invés de \hat{a}_1 for mantido manter \hat{a}_2 seria obtido no lugar de 5.16, a seguinte forma matricial, conforme [39]:

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{1|2} \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{\sigma_{\hat{a}_1\hat{a}_2}}{\sigma_{\hat{a}_2}^2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix}.$$
 (5.35)

Para tornar 5.35 admissível, faz-se agora o que foi feito com 5.33, será arredondado $-\frac{\sigma_{\hat{a}_1\hat{a}_2}}{\sigma_{\hat{a}_2}^2}$ para o seu inteiro mais próximo. E assim, obtem [39]:

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{1'} \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\begin{bmatrix} \frac{\sigma_{\hat{a}_1 \hat{a}_2}}{\sigma_{\hat{a}_2}^2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix},$$
(5.36)

onde $\hat{a}_{1'}$ é uma aproximação para $\hat{a}_{1|2}$.

As transformações 5.33 e 5.35 são completamente decorrelacionadas, mas não são admissíveis. Já as transformações 5.34 e 5.36 são admissíveis, porém não são completamente decorrelacionadas. Por isso, na construção da transformação Z as transformações 5.34 e 5.36 são utilizadas alternadamente.

Assim, a tranformação Z pode ser obtida, como [39]:

$$Z^{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\begin{bmatrix} \frac{\sigma_{\hat{a}_{2\hat{a}_{1}}}}{\sigma_{\hat{a}_{1}}^{2}} \end{bmatrix} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\begin{bmatrix} \frac{\sigma_{\hat{a}_{1\hat{a}_{2}}}}{\sigma_{\hat{a}_{2}}^{2}} \end{bmatrix} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
 (5.37)

Este processo é continuado até se conseguir obter a transformação que decorrelacione ao máximo as ambiguidades. Depois de obtida a tranformação Z, a solução de 5.27 pode ser obtida, e então a solução *ă* pode ser determinada.

5.3.5 A construção da transformação Z multidimensional

Agora o processo de construção da transformação Z multidimensional será apresentado. Para que Z seja uma transformação das ambiguidades admissível as seguintes condições são necessárias e suficientes:

• Preservar o volume;

- Reduzir o produto das variâncias;
- Ter todos os elementos como inteiros.

Com isso, a construção da transformação Z multidimensional será dividida em três etapas, que satisfazem as condições acima: a escolha de uma transformação de Gauss triangular superior ou inferior, a determinação dos elementos da transformação que satisfaça a segunda condição, e o arredondamento dos elementos de Z para o inteiro mais próximo.

A primeira etapa consiste na escolha da transformação de Gauss. Neste trabalho será escolhido, sem perda de generalidade, a transformação de Gauss triangular inferior.

$$Z_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ z_{21} & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{n1} & z_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$
 (5.38)

Na segunda etapa, os elementos z_{ij} serão escolhidos, de forma a minimizar as variâncias entre as ambiguidades. De 5.27, podemos escrever os elementos da diagonal de $Q_{\hat{z}}$, segundo [20]:

$$Q_{\hat{z}}(1,1) = Q_{\hat{a}}(1,1) Q_{\hat{z}}(i,i) = Z_i Q_{ii} Z_i^T + 2Z_i Q_i^T + Q_{\hat{a}}(i,i),$$
(5.39)

parai-1,...,n, com

$$\begin{split} & Z_i = \left[\begin{array}{cccc} Z_{i1} & Z_{i2} & \dots & Z_{i(i-1)} \end{array} \right], \\ & Q_{\hat{a}}(1,1) & Q_{\hat{a}}(1,2) & \dots & Q_{\hat{a}}(1,i-1) \\ & Q_{\hat{a}}(2,1) & Q_{\hat{a}}(2,2) & \dots & Q_{\hat{a}}(2,i-1) \\ & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & Q_{\hat{a}}(i-1,1) & Q_{\hat{a}}(i-1,1) & \dots & Q_{\hat{a}}(i-1,i-1) \end{array} \right], \\ & Q_i = \left[\begin{array}{ccc} Q_{\hat{a}}(i,1) & Q_{\hat{a}}(i,2) & \dots & Q_{\hat{a}}(i,i-1) \end{array} \right]. \end{split}$$

Portanto, a condição de minimização para a determinação dos coeficientes z_{ij} pode ser escrita como [20],

$$\min_{i=2,\dots,n} Q_{\hat{z}}(i,i) = Z_i Q_{ii} Z_i^T + 2Z_i Q_i^T + Q_{\hat{a}}(i,i).$$
(5.40)

Desta forma, utiliza-se 5.40, para obter os coeficientes z_{ij} da solução do sistema de equações lineares, conforme [20]:

$$\frac{dQ_{\hat{z}}(i,i)}{dZ_i} = 2Q_{ii}Z_i^T + Q_i^T,$$
(5.41)

para i = 2, ..., n. Então, a solução de 5.41 é:

$$Z_i = -\frac{Q_i}{Q_{ii}},\tag{5.42}$$

para i = 2, ..., n. Agora, é possível determinar os coeficientes z_{ij} .

Para que a matriz Z seja uma transformação das ambiguidades admissível, resta garantir que todos os seus coeficientes são números inteiros. Com isso, chega-se a terceira etapa. A terceira etapa consiste no arredondamento para o inteiro mais próximo dos coeficientes z_{ij} . Assim, em vez de 5.38 tem-se:

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ [z_{21}] & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [z_{n1}] & [z_{n2}] & \dots & 1 \end{bmatrix},$$
 (5.43)

onde [.] representa o arredondamento para o inteiro mais próximo. Depois das três etapas acima, uma matriz de transformação das ambiguidades admissível foi construída.

5.3.6 Sumário do Método LAMBDA

O problema de solucionar as ambiguidades inteiras, pode ser direcionado à etapa da estimativa inteira das ambiguidades, dada em 5.11. Como as ambiguidades são altamente correlacionadas, a eficiência da pesquisa para a obtenção de \check{a} é prejudicada. A fim de realizar esta pesquisa de forma eficiente o método LAMBDA realiza uma reparametrização em 5.11, de forma que se obtem ambiguidades decorrelacionadas. Para isso, a reparametrização 5.26 é introduzida, onde Z é uma matriz de transformação das ambiguidades admissível.

Assim, 5.11 é substituído por problema equivalente 5.27. O vetor das ambiguidades transformadas \hat{z} é obtido através da procura baseada em limites baseados no ajustamento condicional por mínimos quadrados. Estes limites são dados em 5.29.

Como resultado, o vetor inteiro das ambiguidades transformadas, \check{z} , é obtido, e após isso, é possível encontrar o vetor das ambiguidades inteiras \check{a} . Assim, o método LAMBDA é encerrado, e a parte da estimação está completa. Indo agora pra parte da validação, que será tratada na próxima seção. Se a estimativa é valida então a solução fixa para a linha de base é obtida, a partir do resíduo $(\hat{a} - \check{a})$.

5.4 Validação

A teoria de estimação das ambiguidades não pode ser considerada completa sem medidas rigorosas para validar a solução obtida. É de suma importância entender que calcular a estimativa inteira das ambiguidades é apenas uma etapa, e a validação é outra. A estimação inteira sempre é possível de ser realizada, sendo a estimativa correta ou não. Por isso, a validação faz-se necessária, pois ela fornece a informação se a estimativa obtida pode ou não ser aceita.

5.4.1 Teste Ratio

O teste ratio é o mais popular teste de validação das ambiguidades. Ele foi introduzido por [15] em 1991. Seja \check{a} a solução obtida pelo MMI. Então, ela é aceita se [45]:

$$\frac{\|\hat{a} - \check{a}_2\|_{Q_{\hat{a}}}^2}{\|\hat{a} - \check{a}\|_{Q_{\hat{a}}}^2} = \frac{R_2}{R_1} \ge c,$$
(5.44)

onde c é o valor de tolerância, dado pelo usuário e R_i é utilizado para expressar a norma ao quadrado dos resíduos das ambiguidades da melhor (i = 1) e segunda melhor (i = 2)solução inteira obtida, $\check{a} \in \check{a}_2$, respectivamente.

O problema em utilizar o teste ratio é que a determinação do valor crítico não é claro. Em [15] o teste estatístico é derivado através da aplicação da teoria clássica de testes de hipóteses. Outras abordagens para determinar o valor crítico c foram propostas na literatura, todas baseadas na escolha de um valor fixo, sem uma base teórica. Maiores detalhes sobre as formar de determinação do valor crítico do teste ratio podem ser encontrados em [45]. Mas, apesar das críticas, a validação inteira baseado no teste ratio funciona satisfatoriamente na prática.

5.4.2 FF-RT (Fixed Failure Ratio Test)

O problema em utilizar o teste Ratio com um valor c fixo é que a taxa de falha pode ser muito alta, e a estimativa inteira incorreta pode ter um grave impacto sobre a solução fixa. Por isso o FF-RT foi introduzido por [46]. Neste teste, um valor μ é determinado de forma que garanta que o taxa de falha não exceda a um limite definido pelo usuário.

Seja \check{a} a solução obtida pelo MMI. Então, ela é aceita se [45]:

$$\frac{\|\hat{a} - \check{a}\|_{Q_{\hat{a}}}^2}{\|\hat{a} - \check{a}_2\|_{Q_{\hat{a}}}^2} \le \frac{1}{c} = \mu, \tag{5.45}$$

onde c é o valor de tolerância do teste ratio e $0 \le \mu \le 1$.

A desvantagem em utilizar o FF-RT, é que não existe uma expressão analítica para calcular o valor de μ apropriado para uma determinada taxa de falha. Esse valor é encontrado através de simulações. A seguir, o procedimento para encontrar o valor crítico μ .

Procedimento para determinar o valor μ baseado em simulações

- 1. Calcular a $P_{f,ILS}$. Se $P_{f,ILS} \leq P_f$, faça $\mu = 1$. Caso contrário, vá para o passo 2.
- 2. Gerar N amostras de $\hat{a}_i \sim N(0, Q_{\hat{a}})$, i=1,..., N.
- 3. Determinar \check{a}_i , $\check{a}_{2i} \in R_i = \frac{q(\check{a}_i)}{q(\check{a}_{2i})}$.

4.
$$P_f(\mu) = \frac{N_f}{N}$$
, com $N_f = \sum_{i=1}^N \omega(R_i, a_i)$, onde $\omega(R_i, a_i) = \begin{cases} 1, R_i \le \mu, a_i \ne 0\\ 0, c.c. \end{cases}$

- 5. Escolha $\mu_{min} = (min(R_i) 10^{-16}) \ e \ \mu_{max} = max(R_i).$
- 6. Utilizar um método de encontrar raiz para determinar $\mu \in [\mu_{min}, \mu_{max}]$ de forma que $P_f(\mu) P_f = 0$.

sendo $P_{f,ILS}$ a probabilidade de falha do MMI, normalmente adotado como o limite superior do método de arredondamento inteiro sequencial. A probabilidade de falha do FF-RT P_f é adotada geralmente como 0.1%

Após algumas simulações, observa-se que o número de amostras necessárias para determinar o valor crítico μ é muito alto, o que é um grande problema. Visando eliminar essa desvantagem, [47] introduziu uma tabela que apresenta os valores para μ baseados em diversos modelos GNSS, possibilitando assim o seu uso.

A medida ADOP

O ADOP(*Ambiguity Dilution of Precision*) foi realizado de forma que fosse uma medida simples de calcular e que captasse as características intrínsecas das ambiguidades. Assim, o ADOP é definido como [38]:

$$ADOP = |Q_{\hat{a}}|^{\frac{1}{2n}}, \qquad (6.1)$$

onde |.| representa o determinante. Assim, utilizando o determinante da MVC das ambiguidades obtêm-se um escalar simples, que não depende apenas da variâncias das ambiguidades, mas também das suas covariâncias. Note que o ao elevar o determinante a potência $\frac{1}{2n}$ o resultado da equação (6.1) torna-se em ciclos.

6.1 Propriedades do ADOP

A partir de (6.1) verifica-se que a medida ADOP não apresenta as desvantagens encontradas no traço. Nesta seção, as propriedades da medida ADOP, serão detalhadas.

1^a Propriedade: A medida ADOP é invariante a classe de transformação das ambiguidades Z. Para que o a medida ADOP seja invariante a classe de transformações das ambiguidades é necessário que se tenha ADOP(Q_z)=ADOP(Q_a), com Q_z obtida em (5.26). Em visto disso, deve-se ter |Q_z|=|Q_a|. De fato,

$$|Q_{\hat{z}}| = |Z^T Q_{\hat{a}} Z|,$$

utilizando a propriedade do determinante,

$$\begin{aligned} |Q_{\hat{z}}| &= \left| Z^T \right| \left| Q_{\hat{a}} \right| \left| Z \right|, \\ |Q_{\hat{z}}| &= \left| Q_{\hat{a}} \right|, \end{aligned}$$

visto que as matrizes transformação das ambiguidades preservam volume¹. Logo, obtêm-se que a medida ADOP é invariante a classe de transformações das ambiguidades.

• 2^a Propriedade: A medida ADOP pode ser usada para calcular o volume do espaço de procura das ambiguidades. O volume pode ser calculado como:

$$V_n = \chi^2 U_n A D O P^n.$$

¹Diz-se que a matriz A preserva volume, se |A| = 1.

E a partir do ADOP, pode-se notar que quanto menor ele for, menor é o volume do espaço de procura das ambiguidades, logo a pesquisa torna-se muito mais eficiente.

• 3^a Propriedade: A medida ADOP é igual a média geométrica dos desvios-padrão das ambiguidades, quando essas são totalmente decorrelacionadas. Tem-se que $|Q_{\hat{a}}| = \left| R_{\hat{a}} \prod_{i=1}^{n} \sigma_{\hat{a}_i}^2 \right|$, onde $R_{\hat{a}}$ é a matriz de correlação e $\sigma_{\hat{a}_i}$ é o desvio-padrão da i-ésima ambiguidade. Note que, na hipótese as ambiguidades são totalmente decorrelacionadas, logo $R_{\hat{a}}$ é igual a matriz identidade. Desta forma, de (6.1),

$$ADOP = |Q_{\hat{a}}|^{\frac{1}{2n}},$$
$$ADOP = \left|\sigma_{\hat{a}_i}^2\right|^{\frac{1}{2n}}.$$

Uma vez que o método LAMBDA produz ambiguidades que são altamente decorrelacionadas, a medida ADOP aproxima a precisão média das ambiguidades transformadas. Com isso, a medida ADOP pode ser utilizada para calcular a taxa de sucesso, que é a probabilidade de que as ambiguidades sejam fixadas para os inteiros corretos. Essa taxa de sucesso baseada no ADOP é denominada P_{ADOP} , segundo [45].

6.2 P_{ADOP}

O sucesso na solução das ambiguidades pode ser previsto por meio da probabilidade da estimativa inteira correta, denominada como taxa de sucesso das ambiguidades. Existem muitas formas de calculá-la, apresenta-se aqui a baseada no ADOP.

A P_{ADOP} é dada pela seguinte aproximação, [45]:

$$P_{ADOP} \approx \left(2\Phi\left(\frac{1}{2ADOP}\right) - 1\right)^n,\tag{6.2}$$

onde Φ é a função de densidade acumulada da normal padrão, dada como:

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}v^{2}\right\} dv,$$

e n é o número de DD das ambiguidades. A partir de (6.2) é possível calcular para que valor de ADOP é possível obter a solução correta das ambiguidades com taxa de sucesso necessária. Demonstra-se o valor ideal de ADOP para se obter a taxa de sucesso maior do que 0.999.

$$\begin{aligned} P_{ADOP} &= 0.9999\\ (2\Phi(\frac{1}{2ADOP}) - 1)^n &= 0.9999 \end{aligned}$$

Suponha, sem perda de generalidade, que n = 1, logo,

$$2\Phi(\frac{1}{2ADOP}) = 1.9999$$

 $\Phi(\frac{1}{2ADOP}) = 0.9999$

Procurando o valor 0.9999 na tabela da normal padrão, obtem-se o valor 3.89, assim,

$$\frac{1}{2ADOP} = 3.89$$
$$ADOP = 0.1285$$
Desta forma, para valores de ADOP menores do que 0.1285, tem-se garantido que a taxa de sucesso na solução das ambiguidades é maior do que 0.9999. Isso pode ser visualizado na figura (6.1) que mostra o P_{ADOP} em função dos valores da medida ADOP, para diferentes números de DD ambiguidades, n = 1, ..., 25 onde considera-se todos os sistemas GNSS com constelação completa. Na figura (6.2), um zoom é realizado na figura (6.1) para uma melhor visualização dos valores de ADOP que satisfazem as taxas de sucesso acima de 0.99.



Figura 6.1: P_{ADOP} em função ADOP, com variação do número de DD ambiguidades.

Observa-se na figura (6.2) que a taxa de sucesso baseada no ADOP diminui quando há um aumento do ADOP e essa redução é mais acentuada quanto maior o número de DD de ambiguidades. Nota-se que também que para valores do ADOP menores do que 0.14, obtem-se uma taxa de sucesso maior do que 0.99.

6.3 Formas de calcular o ADOP

Conforme descrito nas propriedades da medida ADOP, a MVC utilizada para o cálculo pode ser tanto a original quanto a transformada obtida no método LAMBDA. Com base nas MVC, além de (6.1), existem outras formas de calcular a medida ADOP que visam simplificar os cálculos ou diminuir o custo computacional quando comparado a (6.1). Pode-se utilizar os autovalores ou as variâncias condicionais. A primeira abordagem é baseada no uso dos autovalores, tem-se:

$$|Q_{\hat{a}}| = \prod_{i=1}^{n} \kappa_{\hat{a}_i},$$

onde $\kappa_{\hat{a}_i}$ são os autovalores da MVC. Assim, (6.1) pode ser reescrita como:

$$ADOP = \prod_{i=1}^{n} \left(\kappa_{\hat{a}_i}\right)^{\frac{1}{2n}}.$$
(6.3)

A vantagem de utilizar (6.3) é que o custo computacional de um método de encontrar autovalores é menor quando comparado ao necessário para calcular o determinante (6.3).



Figura 6.2: Valores de ADOP que satisfazem uma taxa de sucesso maior do que 0.99.

Ao invés de utilizar autovalores (6.3), uma forma mais barata seria empregar as variâncias condicionais. Assim,

$$|Q_{\hat{a}}| = \prod_{i=1}^{n} \sigma_{\hat{a}_{i|1,\dots,(i-1)}}^2$$

onde $\sigma^2_{\hat{a}_{i|1,...,(i-1)}}$ são as variâncias condicionais. Logo, (6.1) torna-se:

$$ADOP = \prod_{i=1}^{n} \sigma_{\hat{a}_{i|1,\dots,(i-1)}}^{\frac{1}{n}}.$$
(6.4)

As variâncias condicionais estão disponíveis quando utiliza-se o método LAMBDA, ou podem ser obtidas na Decomposição de Cholesky (as variâncias condicionais são as entradas da matriz diagonal obtidas após a decomposição).

6.4 Expressão na forma fechada para o ADOP

As expressões na forma fechada para o ADOP foram desenvolvidas para que o ADOP pudesse ser utilizado no planejamento das observações GNSS. Essas expressões foram introduzidas por [42], que as derivou para o modelo livre de geometria. Em [42] diferentes expressões foram derivadas para tratar da ionosfera, como: ionosfera fixa, ponderada ou float, além de apresentar uma expressão para uma rede de estações.

Aqui, apresenta-se as expressões fechadas finais para o ADOP obtidas por [27] que as derivou utilizando o modelo de ionosfera ponderada para vários tipos de modelos GNSS, como o livre de geometria, o de geometria fixa e o baseado na geometria. Maiores detalhes sobre o desenvolvimento das expressões podem ser encontrados em [27].

A tabela 6.1 apresenta os significado dos símbolos utilizados nas fórmulas subsequentes.

Símbolos	
j	número de frequências
k	número de épocas
m	número de satélites rastreados
v	número de componentes da linha de base
v=1	atraso zenital troposférico desconhecido, coordenadas conhecidas
v=3	atraso zenital troposférico conhecido, coordenadas desconhecidas
v=4	atraso zenital troposférico e coordenadas desconhecidos
C_{ϕ}	Matriz cofatora da fase
C_p	Matriz cofatora da pseudodistância
$c_{i_1}^2$	variância da observável ionosférica
γ_i	número de ganho da linha de base
δ	fator de geometria
λ	$\operatorname{comprimento}$
Υ	fator ionosfera
w_s	peso dependente do satélite
R_k	matriz de correlação temporal
e_k	vetor de k uns

Tabela 6.1: Significado dos símbolos utilizados nas expressões de forma fechada do ADOP.

Livre de Geometria

O modelo livre de geometria é conhecido como o modelo mais fraco, uma vez que não se objetiva estimar coordenadas, e por isso, não considera a geometria existente entre o satélite e o receptor. Neste modelo, ambos os receptores da linha de base podem ser estacionários ou cinemáticos e as distâncias geométricas e os atrasos troposféricos são agrupados em um único parâmetro (troposphere-biased range)[27]. A expressão para o modelo livre de geometria para o ADOP é dada como [27] :

$$ADOP = \frac{\sqrt{2}|C_{\phi}|^{\frac{1}{2j}}}{\prod\limits_{i=1}^{j}\lambda_{i}^{\frac{1}{j}}} \left[\frac{1}{e_{k}^{T}R_{k}^{-1}e_{k}}\right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\sum\limits_{s=1}^{m}w_{s}}{\prod\limits_{s=1}^{m}w_{s}}\right]^{\frac{1}{2(m-1)}} \left[1 + \frac{1}{\Upsilon}\right]^{\frac{1}{2j}} \left[1 + \frac{1}{\delta}\right]^{\frac{1}{2j}}.$$
 (6.5)

Baseado na geometria

O modelo baseado na geometria é aquele onde as DD das distâncias geométricas são desconhecidas. As equações de observação do modelo baseado na geometria não são lineares, ao contrário do modelo livre de geometria que são lineares. Para obter uma equação de observação linear para o modelo baseado na geometria é necessário linearizá-las em relação as componentes da linha de base 4.1. A geometria receptor-satélite, entra na avaliação das derivadas parciais da linearização, desempenha um papel importante no modelo baseado na geometria. Além disso, a geometria receptor-satélite também é levada em consideração no mapeamento para o zênite dos diferentes atrasos troposféricos, obtendo um único atraso, o atraso zenital troposférico [27]. Neste modelo, são considerados intervalos de tempo curtos e longos de observação, e os receptores podem ser cinemáticos ou estacionários.

Receptor estacionário ou cinemático, curto tempo de observação

A expressão para o ADOP, para o modelo baseado na geometria, com curto tempo de observação é [27]:

$$ADOP = \frac{\sqrt{2}|C_{\phi}|^{\frac{1}{2j}}}{\prod_{i=1}^{j}\lambda_{i}^{\frac{1}{j}}} \left[\frac{1}{e_{k}^{T}R_{k}^{-1}e_{k}}\right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\sum_{s=1}^{m}w_{s}}{\prod_{s=1}^{m}w_{s}}\right]^{\frac{1}{2(m-1)}} \left[1 + \frac{1}{\Upsilon}\right]^{\frac{1}{2j}} \left[1 + \frac{1}{\delta}\right]^{\frac{v}{2j(m-1)}}.$$
 (6.6)

Receptor estacionário, longo tempo de observação

A expressão do ADOP, para o modelo baseado na geometria, com longo tempo de observação é dada por [27]:

$$ADOP = \frac{\sqrt{2}|C_{\phi}|^{\frac{1}{2j}}}{\prod_{i=1}^{j}\lambda_{i}^{\frac{1}{j}}} \left[\frac{1}{e_{k}^{T}R_{k}^{-1}e_{k}}\right]^{\frac{1}{2}} \left[\sum_{s=1}^{m} w_{s}\right]^{\frac{1}{2(m-1)}} \left[1 + \frac{1}{\Upsilon}\right]^{\frac{1}{2j}} \left[\prod_{i=1}^{v} \left(1 + \frac{1 - \frac{1}{\gamma_{i}}}{\delta + \frac{1}{\gamma_{i}}}\right)\right]^{\frac{1}{2j(m-1)}}.$$

$$(6.7)$$

Geometria Fixa

No modelo de geometria fixa os parâmetros da linha de base e o atraso zenital troposférico são assumidos ausentes. Como no caso do modelo livre de geometria, a geometria receptor-satélite não desempenha um papel no modelo de geometria fixa. Porém, essa geometria é assumida ser conhecida. Restando apenas como parâmetros as ambiguidades e, possivelmente, os atrasos ionosféricos. A expressão para o modelo de geometria fixa para o ADOP é [27]:

$$ADOP = \frac{\sqrt{2}|C_{\phi}|^{\frac{1}{2j}}}{\prod\limits_{i=1}^{j}\lambda_{i}^{\frac{1}{j}}} \left[\frac{1}{e_{k}^{T}R_{k}^{-1}e_{k}}\right]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\sum\limits_{s=1}^{m}w_{s}}{\prod\limits_{s=1}^{m}w_{s}}\right]^{\frac{1}{2(m-1)}} \left[1 + \frac{1}{\Upsilon}\right]^{\frac{1}{2j}}.$$
(6.8)

Assim, com as expressões fechadas para o ADOP, é possível verificar quais os fatores que contribuem para a solução das ambiguidades. Dentre os fatores contribuintes pode-se citar: número de satélites, geometria satélite-receptor, tipos de observáveis, precisão das observáveis, número de frequências, comprimento do intervalo de tempo das observações, número de amostras usadas e a entrada/exclusão dos atrasos ionosféricos.

Capítulo 7 Metodologia

Neste capítulo, os materiais e métodos empregados nessa pesquisa de mestrado são detalhados.

7.1 Influência dos fatores utilizados no cálculo das expressões do ADOP em forma fechada

A influência dos fatores utilizados no cálculo das expressões do ADOP em forma fechada será investigada na pesquisa. O modelo de geometria fixa foi o escolhido para ilustrar os resultados uma vez que todos os outros modelos são derivados a partir dele. As implementações foram realizadas no MATLAB.

Para a realização dos experimentos a equação 6.8 foi tomada como base. O desvio padrão utilizado para a fase foi tomado como 0,03 m e o desvio padrão da pseudodistância como 0,3 m.

Para realizar os experimentos o número de épocas foi considerado um com onze satélites rastreados. O número de frequências foi dois e o modelo de ionosfera ponderada foi utilizado (seção 4.5).

7.2 Impacto da cintilação ionosférica no ADOP e no posicionamento relativo

Nessa seção, são descritos os materiais e métodos utilizados no experimento que visa avaliar o impacto da cintilação ionosférica no desempenho da solução das ambiguidades no posicionamento relativo de linhas de bases curtas.

7.2.1 Dados

O dia escolhido para a realização deste experimento foi 03 de março de 2014, visto que apresenta a ocorrência de cintilação alta, média e baixa, como ilustrado na figura 7.1.

Destacado em vermelho na figura 7.1 encontra-se o intervalo de processamento de de três horas para o período de alta cintilação (0-3 UTC). Já o destaque em verde representa o intervalo de processamento de três horas no período de baixa cintilação (7-10 UTC).



Figura 7.1: Gráfico que apresenta o índice S4 para o dia 03 de março de 2014, destacando o período de alta cintilação em vermelho e o período de baixa cintilação em verde

As estações utilizadas nesse experimento são PPTE, pertencente à RBMC, e PRU2 que pertence a rede CIGALA/CALIBRA, ambas localizadas no campus da Unesp – Presidente Prudente, com uma linha de base de aproximadamente 280 metros.

7.2.2 Material empregado

Para a realização deste experimentos no âmbito do posicionamento relativo foi utilizado um sistema desenvolvido por pesquisadores da FCT/UNESP denominado GPSeq. Este sistema científico realiza o posicionamento relativo de linhas de base curtas, sem estimativa dos resíduos atmosféricos, ionosfera e troposfera, e com estimativa das coordenadas.

Em relação à cintilação ionosférica, foi utilizado o banco de dados do projeto CI-GALA/CALIBRA, além da ferramenta ISMR Query Tool [44], criada com a finalidade de realizar consultas gráficas aos dados de S4, das estações pertencentes à rede.

A implementação dos ADOPs aqui utilizados foi efetuada em Matlab.

7.2.3 Método empregado

Normalmente assume-se que o desvio padrão da Ionosfera é dependente de uma função associada ao comprimento da linha de base, proposto por [31], onde $c_{I_1} = a \cdot l$, com a = 0.68mm/km e l é o comprimento da linha de base.

Desta forma, uma linha de base de mesmo comprimento, em locais diversos do planeta, apresentarão o mesmo desvio padrão, o que na prática não é verdade. Devido a localização geográfica do Brasil, sabe-se que as anomalias ionosféricas, como a cintilação, ocorrem com uma maior frequência, e por isso devem ser levadas em conta no cálculo do valor de c_{I_1} . Por isso, neste experimento, uma nova forma de calcular o c_{I_1} , onde é considerado o valor do índice S4 que mapeia a intensidade da cintilação ionosférica, foi desenvolvida.

Após alguns testes, as novas formas de cálculo propostas são:

• Denominado como sqrt:

$$c_{I_1} = \sqrt{(a \cdot l)^{S_4}};$$
 (7.1)

• Denominado como exp:

$$c_{I_1} = (a \cdot l)^{S_4};$$
 (7.2)

• Denominado como sqrt2:

$$c_{I_1} = \sqrt[2S_4]{(a \cdot l)};$$
 (7.3)

• Denominado como exp2:

$$c_{I_1} = (a \cdot l) \exp(S_4).$$
 (7.4)

E essas novas formas de cálculo do c_{I_1} propostas serão utilizadas no cálculo do ADOP e a partir dos resultados obtidos, será escolhida aquela que melhor se adéqua à realidade brasileira, considerando períodos de alta e baixa ocorrência de cintilação.

Neste experimento os dados do dia 03/03/14 foram processados no GPSeq em períodos de 240 épocas, que corresponde a uma hora. Após isso, os valores do ADOP foram calculados com base na MVC das ambiguidades, obtida na saída do processamento do GPSeq, e comparados com os outros ADOPs obtidos através da expressão fechada, com mudança apenas no valor do desvio padrão ionosférico c_{I_1} . Um dos objetivos deste experimento é verificar se a mudança na variância ionosférica apresenta melhoras quando o índice S4 é englobado à ela, e se a medida P_{ADOP} é um bom estimador de sucesso das ambiguidades quando comparado a dados reais.

Na análise dos ADOPs, duas ferramentas serão empregadas, o MAD (*Median Absolute Deviation*) e o MedAE (*Median Absolut Error*), que não são sensíveis a ocorrência de *outliers*.

Para a análise do melhor método de validação das ambiguidades, dois métodos serão testados, o Ratio (seção 5.4.1) e o FF-RT (seção 5.4.2).

Finalizando, para a análise do impacto no posicionamento relativo de linhas de bases curtas, o EMQ (Erro Médio Quadrático) e a discrepância foram calculados, para obter o erro no posicionamento em cada época, e também o seu valor médio final.

7.3 Posicionamento baseado em redes

As subseções a seguir descrevem a metodologia utilizada nos experimentos referentes ao posicionamento baseado em redes. A seção 7.3.1 apresenta os dados, já a seção 7.3.2 apresenta os materiais utilizados. A subseção 7.3.3, descreve os modelos utilizados para analisar a solução das ambiguidades; a subseção 7.3.4, apresenta a metodologia para avaliar o desempenho das VRS em relação aos modelos utilizados para solucionar as ambiguidades no momento da sua geração.

7.3.1 Dados

Neste experimento foram empregados dados das seguintes estações da rede GNSS/SP: Presidente Prudente (PPTE), Araçatuba (SPAR), Dracena (SPDR), Lins (SPLI) e Tupã (SPTU), para geração da estação virtual na posição X: 3738183.3570, Y:-4597455.8800, Z:-2353419.9036. Neste caso, a estação SPTU por ser a estação mais próxima da posição da VRS (aproximadamente 20 km) foi utilizada como estação base. A Figura 7.2 evidencia as estações utilizadas neste experimento, bem como a posição aproximada da VRS gerada neste experimento.

Os dados empregados para esta análise são referentes a três dias de alta atividade ionosférica em 2014 (04, 05 e 06 de outubro de 2014), e três dias de baixa atividade ionosférica em 2014 (1, 2 e 3 de agosto de 2014). Vale ressaltar que o processamento de cada um destes dias será de uma hora.



Figura 7.2: Estações da rede GNSS/SP para geração da VRS

7.3.2 Material empregado

Para a realização deste experimentos o sistema FCT_RTK_Net é utilizado. O FCT_RTK_Net foi desenvolvido por [3], e está sendo aprimorado por pesquisadores da FCT/UNESP.

O FCT_RTK_Net é um sistema que realiza o posicionamento baseado em redes, com geração da VRS (*Virtual Reference Station*) no modo pós processado.

Em relação a avaliação da qualidade das VRSs geradas, foi utilizado o software online CSRS-PPP (*Canadian Spatial Reference System - Precise Point Positioning*) [9] desenvolvido pelo NRCan (*Natural Resources of Canada*), que realiza o PPP (Posicionamento por Ponto Preciso) no modo estático.

7.3.3 Comparação da solução das ambiguidades em função dos modelos matemáticos

Este experimento foi realizado com a finalidade de analisar a solução das ambiguidades no posicionamento baseado em redes. Para isso, alguns modelos de ajustamento foram utilizados na estimativa das ambiguidades inteiras. A tabela 7.1 apresenta os detalhes dos modelos utilizados, no qual:

- EPE significa que as ambiguidades foram estimadas de forma independente, época a época;
- REC significa que as ambiguidades foram estimadas de forma recursiva;
- HOP que um modelo Hopfield de correção da troposfera foi utilizado;
- FLOAT significa que os efeitos ionosféricos foram estimados utilizando o modelo de ionosfera *float* seção 4.27;
- PON significa que os efeitos ionosféricos foram estimados utilizando o modelo de ionosfera ponderada seção 4.5 e,
- RZTD que o resíduo troposférico foi estimado juntamente com as ambiguidades seção 4.4.1.

Cabe ressaltar que em todos os modelos as coordenadas conhecidas das estações foram injuncionadas.

Modelo	EPE	REC	HOP	FLOAT	PON	RZID
EPE	Х					
PSI	Х		Х		Х	
REC		Х				
ION		Х	Х	Х		
ION-PON		Х	Х		Х	
FLOAT		Х	Х	Х		Х
PON		Х	Х		Х	Х

Tabela 7.1: Descição dos detalhes dos modelos utilizados na estimação das ambiguidades.

Para avaliar e comparar a performance dos modelos de solução das ambiguidades no posicionamento baseado em redes foram analisados os resultados do Ratio (seção 5.4.1) e do FF-RT (seção 5.4.2) das VRS.

7.3.4 Desempenho do posicionamento baseado em redes

Este experimento foi realizado com a finalidade de analisar o desempenho das VRS geradas.

7.3.4.1 Métodos empregados

Neste experimento, os dados da VRS foram gerados com solução das ambiguidades, utilizando as mesmas estratégias para a geração descritas na seção 7.3.3. Após isso, as VRSs geradas foram processadas no CSRS-PPP no modo estático. Um dos objetivos deste experimento é verificar qual modelo de ajustamento utilizado para gerar a VRS apresenta o melhor desempenho nos períodos de alta e de baixa atividade ionosférica.

Por fim, para a análise das VRS, foi calculada discrepância 3D, que proporciona a diferença entre as coordenadas verdadeiras e as estimadas pelo PPP.

Capítulo

Resultados e discussões

Neste capítulo será descrito os resultados obtidos com esta pesquisa.

8.1 Influência dos fatores no ADOP em forma fechada no modelo de geometria fixa

Aqui os resultados e discussões do experimento descrito em 7.1 são apresentados. A figura 8.1 apresenta a sensibilidade do ADOP perante as mudanças no modelo e a taxa de sucesso P_{ADOP} obtida.



Figura 8.1: Sensibilidade do ADOP e P_{ADOP} a mudanças no modelo de geometria fixa para a solução instantânea das ambiguidades

Para a construção do gráfico A da figura 8.1 o valor do desvio padrão da observável ionosférica foi adotado como $c_i = \infty$. Analisando-o nota-se que a adição de novas frequências ocasiona uma grande melhora no ADOP. Quando apenas uma frequência está disponível não há a possibilidade de solucionar as ambiguidades de forma correta instantaneamente. Com duas frequências, o gráfico da P_{ADOP} mostra que a taxa de sucesso aumenta para mais de 75%. Já se três frequências estiverem disponíveis a solução correta das ambiguidades pode ocorrer instantaneamente, desde que não seja necessário estimar as coordenadas da estação¹.

Na construção do gráfico B da figura 8.1 o valor do desvio padrão da observável ionosférica também foi adotado como $c_i = \infty$. Neste gráfico a mudança ocasionada no modelo foi quanto ao número de satélites. A variação do número de satélites no modelo de geometria fixa ocasiona uma pequena melhora no valor do ADOP, não sendo suficiente para proporcionar a solução correta das ambiguidades instantaneamente. Desta forma, com a integração dos diversos sistemas GNSS espera-se que haja uma melhoria no que se refere a solução das ambiguidades.

Na construção do gráfico C da figura 8.1 o valor do desvio padrão da observável ionosférica, foi considerado como variação do comprimento da linha de base². Analisando o gráfico C nota-se que o aumento do comprimento da linha de base ocasiona uma grande deterioração no ADOP. Para linhas de bases curtas, é possível obter a solução correta das ambiguidades instantaneamente. Já para linhas de bases longas a informação da ionosfera não contribui no cálculo do ADOP. Com isso, para linhas de base longas, faz-se necessário uma forma de estimação dos resíduos ionosféricos para que seja possível obter a solução correta das ambiguidades de forma instantânea.

8.2 Impacto da cintilação ionosférica no ADOP e no posicionamento relativo

Nessa seção são apresentados os resultados e análises do experimento para avaliar o impacto da cintilação ionosférica no ADOP e no posicionamento relativo descritos na seção 7.2.

8.2.1 Período de alta cintilação

Primeiramente, nas figuras 8.2, 8.3, 8.4 são apresentados os gráficos referentes ao S4 no período de alta cintilação, gerados no programa ISMR Query Tool, para estação PRU2 com máscara de elevação de 30° . A linha em verde nas figuras 8.2, 8.3, 8.4 marca o valor limiar do S4 para a classificação de baixa cintilação (S4 = 0, 5 conforme tabela 2.1). Já a linha em vermelho simboliza o valor limiar do S4 para o período de alta cintilação (S4 = 1, 0 conforme tabela 2.1).

As figuras 8.2, 8.3, 8.4 apresentam os índices S4 para todos os satélites rastreados. Com isso, pode-se observar que a cintilação ocorrida no horário 0 - 1 UTC (figura 8.2) permaneceu classificada como alta. No horário 1 - 2 UTC (figura 8.3) a cintilação se manteve na classificação alta. Já o horário 2 - 3 UTC (figura 8.4) a cintilação ficou classificada em moderada com picos de alta cintilação.

As figuras 8.5, 8.6, 8.7 apresentam a média do índice S4 realizada entre os satélites rastreados por minuto. Essas médias foram obtidas através do banco de dados do CI-GALA/CALIBRA. Os limiares em vermelho e verde do índice S4 das figuras 8.2, 8.3, 8.4 são mantidos nas figuras 8.5, 8.6, 8.7.

 $^{^1 \}mathrm{Note}$ que no modelo de geometria fixa as coordenadas da estação são assumidas como conhecidas

²Aqui c_i é assumido como: $c_i = 0.68mm/km$ conforme proposto por [31].



Figura 8.2: Índice S4 para o horário 0 - 1 UTC



Figura 8.3: Índice S4 para o horário 1 - 2 UTC



Figura 8.4: Índice S4 para o horário 2 – 3 UTC

Note que, grande parte dos índices S4 se mantem entre a classificação média (índice S4 > 0, 5) e alta cintilação (índice S4 > 1). A média dos índices S4 fica em torno de 0, 6507, 0, 6376 e 0, 4293 para os horários 0-1 UTC (figura 8.5), 1-2 UTC (figura 8.6) e 2-3 UTC



Figura 8.5: Média do S4 para o horário $0{-}1~{\rm UTC}$

Figura 8.6: Média do S4 para o horário 1–2 UTC



Figura 8.7: Média do S4 para o horário 2–3 UTC

(figura 8.7), respectivamente. Conforme visto nas figuras 8.2, 8.3, 8.4 houve ocorrência de alta cintilação nos horários processados, o que pode ocasionar perdas de ciclos. Por isso, agora a ocorrência de perdas de ciclos será analisada. As figuras 8.8, 8.9, 8.10 apresentam a magnitude das perdas de ciclos obtidas através do cálculo da tetra diferença para os satélites rastreados.

Analisando o horário 0 - 1 UTC (figura 8.8) observa-se a ocorrência de muitas perdas de ciclos, chegando a atingir um pico maior do que 200 m de magnitude. No horário 1 - 2 UTC (figura 8.9) nota-se que grandes perdas de ciclos ocorreram, na qual atingiu uma magnitude de 150 metros. Já no horário 2 - 3 UTC (figura 8.10) percebe-se que a ocorrência de perdas de ciclos foi menor quando comparado aos outros dois horários, e a maior magnitude da perda de ciclo ocorrida alcançou 30 metros.

Após avaliar a ocorrência de perdas de ciclos em períodos de cintilação ionosférica alta, o próximo passo é avaliar o impacto desta alta cintilação na solução das ambiguidades, utilizando o ADOP para isso. As figuras 8.11, 8.12 e 8.13 apresentam os diversos ADOPs e P_{ADOP} s relatados na seção 7.2 que serão analisados, empregando para isso, o seguinte esquema de cores:

- ADOP Azul escuro: ADOP calculado através dos dados obtidos do GPSeq (equação 6.1);
- $ADOP_{cf}$ Vermelho: ADOP closed-form proposto por [27] (equação 6.7);
- ADOP_{sqrt} Rosa: calculado utilizando a equação 7.1;



Figura 8.8: Magnitude das perdas de ciclos para o horário 0–1 UTC

Figura 8.9: Magnitude das perdas de ciclos para o horário 1–2 UTC



Figura 8.10: Magnitude das perdas de ciclos para o horário 2–3 UTC

- ADOP_{exp} Verde: calculado utilizando a equação 7.2;
- ADOP_{sqrt2} Preto: calculado utilizando a equação 7.3;
- $ADOP_{exp2}$ Azul claro: calculado utilizando a equação 7.4.

Cabe ressaltar que a parte destacada nas figuras 8.11, 8.12 e 8.13 apresenta uma ampliação da área demarcada para propiciar uma melhor visualização.

Como pode ser observado nas figuras 8.11, 8.12 e 8.13 nenhuma das aproximações do ADOP é capaz de prever a ocorrência dos picos apresentados no ADOP obtido através de dados reais. Estes picos ocorridos no ADOP podem ter sido ocasionados por perdas de ciclos, uma vez que a perda de ciclo faz com que as ambiguidades sejam reinicializadas causando uma piora na MVC das ambiguidades, que é a base do cálculo do ADOP. Essa deterioração da MVC pode ser melhor observada nos gráficos do P_{ADOP} . Toda vez que um pico ocorre no ADOP a probabilidade de sucesso diminui, por isso os P_{ADOP} das figuras 8.11, 8.12 e 8.13 são tão ruidosos. Esse fato das perdas de ciclos estarem correlacionadas com a piora no ADOP, pode ser facilmente notado quando se analisa a figura 8.10 juntamente com a figura 8.13. Observe que no instante em que há a ocorrência de perdas de ciclos o gráfico do P_{ADOP} apresenta os picos, mostrando a deterioração. Quando as perdas de ciclos param de ocorrer o gráfico do P_{ADOP} torna-se constante.



Figura 8.11: Comparação dos ADOPs e P_{ADOP} para o intervalo 0–1 UTC



Figura 8.12: ADOPs e P_{ADOP} para o intervalo 1–2 UTC

Agora, será analisado estatisticamente qual das aproximações do ADOP apresenta o melhor desempenho há ocorrência de cintilação ionosférica. Para isso, os valores do MAD e do MedAE foram calculados, utilizando como verdade os valores do ADOP obtidos através dos dados do GPSeq. Para isso, a figura 8.14 é apresentada, onde os horários de processamento 0-1 UTC, 1-2 UTC, 2-3 UTC são representados, na parte superior, pelas letras A, B e C, respectivamente.

Utilizando a ferramenta MedAe, gráfico superior da figura 8.14, para a análise da melhor aproximação do ADOP, nota-se que no intervalo 0-2 UTC a aproximação do ADOP que apresentou o melhor desempenho foi o $ADOP_{cf}$, o segundo melhor foi o $ADOP_{sqrt}$. Já no gráfico C a melhor aproximação para o ADOP foi o $ADOP_{sqrt2}$, o $ADOP_{cf}$ foi o segundo melhor. Agora utilizando a ferramenta MAD, gráfico inferior da figura 8.14,



Figura 8.13: ADOPs e P_{ADOP} para o intervalo 2–3 UTC



Figura 8.14: Gráfico dos MAD e MedAE para o período de alta cintilação

para a análise da melhor aproximação do ADOP, observa-se que no intervalo 1–3 UTC a melhor aproximação para o ADOP foi o $ADOP_{cf}$. Já no gráfico A do MAD a melhor aproximação para o ADOP foi o $ADOP_{sqrt2}$. Assim, a partir da análise realizada utilizando as ferramentas estatísticas pode-se concluir que a aproximação que teve o melhor desempenho para o período de alta cintilação foi o $ADOP_{cf}$, e o $ADOP_{sqrt2}$ foi aquele com o segundo melhor desempenho.

Agora será analisado o impacto da cintilação no posicionamento relativo de linhas de base curtas. Nesta análise o EMQ será utilizado. As figuras 8.15, 8.16 e 8.17 apresentam os valores da discrepância e do EMQ para o período de alta cintilação.

Analisando as figuras 8.15, 8.16 e 8.17, nota-se que o erro no posicionamento atingiu um pico altíssimo, o que não era de se esperar para o comprimento da linha de base utilizado. Isso pode ter ocorrido devido a presença da cintilação ionosférica de alta intensidade que ocasionou grandes perdas de ciclos, causando assim esse grande deterioramento na



Figura 8.15: Discrepância e EMQ para o horário 0-1 UTC



Figura 8.16: Discrepância e EMQ para o horário 1-2 UTC

acurácia. Além disso, correlacionando com o ADOP nota-se que em grande parte das épocas de processamento as ambiguidades não foram fixadas, provavelmente devido a alta cintilação. Por fim, os valores obtidos no teste Ratio confirmam que as ambiguidades não foram fixadas. A tabela 8.1 apresenta os valores do EMQ para cada uma das coordenadas X, Y e Z.

Analisando a tabela 8.1 juntamente com a figura 8.15 para o horário 0-1 UTC, nota-se que os valores obtidos para o EMQ são muito maiores do que o esperado para a linha de



Figura 8.17: Discrepância e EMQ para o horário 2-3 UTC

	X(m)	Y(m)	Z(m)
Hora 0–1 UTC	3,196	3,498	0,719
Hora 1–2 UTC	6,431	20,114	13,778
Hora 2–3 UTC	0,610	0,419	0,478

Tabela 8.1: EMQ para o período de alta cintilação ionosférica

base selecionada, e pode ter ocorrido devido as grandes perdas de ciclos ocorridas. Desta forma, a indicação do Ratio (1.171) de não fixação das ambiguidades vai de encontro a baixa acurácia apresentada.

Agora efetuando a análise da tabela 8.1 juntamente com a figura 8.16 para horário 1-2 UTC, observa-se que os valores obtidos para o EMQ são muito maiores do que o esperado para a linha de base selecionada (cerca de 280m), e pode ter acontecido também devido as grandes perdas de ciclos ocorridas. O valor do Ratio obtido foi de 1.008, indicando que as ambiguidades não foram fixadas o que corresponde a baixa acurácia apresentada.

Analisando a tabela 8.1 juntamente com a figura 8.17 para o horário 2 - 3 UTC, notase que após os picos ocorridos há a convergência do EMQ. Observe que neste período a cintilação ionosférica foi de moderada a alta, e onde esses picos de alta cintilação aconteceram perdas de ciclos também ocorreram. E com isso, nota-se que os picos de erros no posicionamento, e nos ADOPs ocorreram. Desta forma, observa-se aqui que a acurácia esperada ainda não foi obtida, devido as perdas de ciclos ocorridas no início do processamento. O valor do ratio obtido no final do processamento foi de 1.034, que indica a não fixação das ambiguidades, o que ocasionou na obtenção da baixa acurácia.

8.2.2 Período de baixa cintilação

Nessa seção, primeiramente, são apresentados os gráficos referentes ao S4 no período de baixa cintilação, figuras 8.18, 8.19, 8.20, gerados na ferramenta ISMR Query Tool, para

estação PRU2 com máscara de elevação de 30° . A linha em verde nas figuras 8.18, 8.19 e 8.20 marca o valor limiar do S4 para a classificação de baixa cintilação (S4 = 0, 5 conforme tabela 2.1). Já a linha em vermelho simboliza o valor limiar do S4 para a classificação de alta cintilação (S4 = 1, 0 conforme tabela 2.1).



Figura 8.18: Índice S4 para o horário 7 – 8 UTC



Figura 8.19: Índice S4 para o horário 8 – 9 UTC

Fazendo a análise do horário 7-8 UTC (figura 8.18) pode-se notar que na maior parte do período o índice S4 se manteve na classificação de baixa intensidade, com alguns picos de intensidade moderada nos quinze minutos finais. Analisando os horários 8-9 UTC (figura 8.19) e 9-10 UTC (figura 8.20) observa-se que a cintilação ocorrida manteve-se na baixa intensidade. As figuras 8.21, 8.2.2 e 8.2.2 apresentam a média do índice S4 realizada entre os satélites rastreados por minuto. Essas médias foram obtidas no banco de dados do projeto CIGALA/CALIBRA. Os limiares em vermelho e verde do índice S4 das figuras 8.18, 8.19 e 8.20 são mantidas nas figuras 8.21, 8.2.2 e 8.2.2 e 8.2.2.

Note que, a média dos índices S4 se mantem na classificação baixa (S4 < 0, 5). A média dos índices S4 fica em torno de 0, 1769, 0, 1449 e 0, 1559 para os horários 7-8 UTC (figura 8.21), 8-9 UTC (8.2.2) e 9-10 UTC (8.2.2), respectivamente.

Agora a ocorrência de perdas de ciclos será analisada. Para isso, as figuras 8.24, 8.2.2 e 8.26 apresentam a magnitude das perdas de ciclos obtida através do cálculo da tetra diferença para os satélites rastreados.



Figura 8.20: Índice S4 para o horário 9 – 10 UTC





Figura 8.21: Média do S4 para o horário 7–8 UTC

Figura 8.22: Média do S4 para o horário 8–9 UTC



Figura 8.23: Média do S4 para o horário 9–10 UTC

Observe que ao contrário do período de alta cintilação, no período de baixa cintilação poucas perdas de ciclos ocorreram. Analisando o horário 7 - 8 UTC (figura 8.24) observase a ocorrência de algumas perdas de ciclos, uma vez que houve alguns picos de índice S4 na classificação de média intensidade, mas com magnitude máxima de pouco mais de um metro o que é muito pequeno quando comparada ao período de alta cintilação. No horário 8 - 9 UTC (figura 8.2.2) nota-se que não ocorreram perdas de ciclos. Já no horário 9 - 10 UTC (figura 8.26) percebe-se a ocorrência de pequenas perdas de ciclos, com magnitude



Figura 8.24: Magnitude das perdas de ciclos para o horário 7–8 UTC



Figura 8.25: Magnitude das perdas de ciclos para o horário 8–9 UTC



Figura 8.26: Magnitude das perdas de ciclos para o horário 9–10 UTC

máxima de vinte centímetros. Assim, não espera-se que deteriorações sejam levadas ao posicionamento relativo devido a perdas de ciclos.

Após avaliar a ocorrência de perdas de ciclos em períodos de cintilação ionosférica baixa, o próximo passa é avaliar o impacto desta baixa cintilação na solução das ambiguidades, utilizando o ADOP para isso. As figuras 8.27, 8.28 e 8.29 apresentam os diversos ADOPs e P_{ADOP} s relatados na seção 7.2 que serão analisados. Cabe ressaltar que a parte destacada nas figuras 8.27, 8.28 e 8.29 apresentam uma ampliação da área demarcada para propiciar uma melhor visualização.

Fazendo a análise visual das figuras 8.27, 8.28 e 8.29 é possível observar que a aproximação $ADOP_{sqrt2}$ foi a que teve o comportamento semelhante ao ADOP calculado a partir de dados reais, por isso os valores do P_{ADOP} não aparecem pois são coincidentes com os valores de $P_{ADOP_{sqrt2}}$.

Agora, será analisado estatisticamente qual das aproximações do ADOP apresenta o melhor desempenho quando não há ocorrência de cintilação ionosférica. Para isso, os valores do MAD e do MedAE foram calculados, utilizando como verdade os valores do ADOP obtidos através dos dados do GPSeq. A figura 8.30 é apresentada, onde os horários de processamento 7-8 UTC, 8-9 UTC, 9-10 UTC são representados, na parte superior, pelas letras A, B e C, respectivamente.



Figura 8.27: Comparação dos ADOPs e P_{ADOP} para o intervalo 7–8 UTC



Figura 8.28: Comparação dos ADOPs e P_{ADOP} para o intervalo 8–9 UTC

Utilizando a ferramenta MedAe, gráfico superior da figura 8.30, para a análise da melhor aproximação do ADOP, nota-se que nos gráficos A, B e C a aproximação que apresentou o melhor desempenho foi o $ADOP_{sqrt2}$. Agora utilizando a ferramenta MAD, gráfico inferior da figura 8.30, para a análise da melhor aproximação do ADOP, observa-se que nos gráficos A, B e C a melhor aproximação para o ADOP também foi o $ADOP_{sqrt2}$. Assim, a partir da análise realizada utilizando as ferramentas estatísticas pode-se concluir que a aproximação que teve o melhor desempenho para o período de baixa cintilação foi o $ADOP_{sqrt2}$.

Em seguida é analisado o impacto da cintilação no posicionamento relativo de linhas de base curtas. Nesta análise o EMQ será utilizado. As figuras 8.31, 8.32 e 8.33 apresentam os valores da discrepância e do EMQ para o período de baixa cintilação ionosférica.



Figura 8.29: Comparação dos ADOPs e P_{ADOP} para o intervalo 9–10 UTC



Figura 8.30: Gráfico dos MAD e MedAE para o período de baixa cintilação

Analisando as figuras 8.31, 8.32 e 8.33, nota-se a convergência do erro do posicionamento. Para uma linha de base desse comprimento, é esperado que o erro seja da ordem de poucos centímetros. A tabela 8.2 apresenta os valores obtidos do EMQ para cada uma das coordenadas X, Y e Z para o período de baixa cintilação ionosférica.

UTC	X(cm)	Y(cm)	Z(cm)
Hora 7-8	32,341	7,55	3,325
Hora 8-9	30,76	9,195	4,228
Hora 9-10	40,669	11,315	6,409

Tabela 8.2: EMQ para o período de baixa cintilação ionosférica

Fazendo da análise da tabela 8.2 juntamente com a figura 8.31 para o horário 7-8 UTC, nota-se que os valores obtidos para o EMQ mantem-se em torno da origem nas



Figura 8.31: Discrepância e EMQ para o horário 7-8 UTC



Figura 8.32: Discrepância e EMQ para o horário 8-9 UTC

coordenadas Y e Z, e em X em torno de 30 cm. Aqui, o valor obtido do teste Ratio foi de 3.558, confirmando o que foi apresentado pelo ADOP e P_{ADOP} , que apontavam para uma fixação das ambiguidades.

Efetuando a análise da tabela 8.2 juntamente com a figura 8.32 para horário 8-9 UTC, observa-se que os valores para o EMQ se mantiveram por volta da origem nas coordenadas Y e Z e atingiram 30 cm na coordenada X. Como visto na figura 8.28, os ADOPs e P_{ADOP} indicaram que as ambiguidades foram fixadas, o que foi confirmado pois o valor do ratio no final do processamento foi de 10.191.



Figura 8.33: Discrepância e EMQ para o horário 9-10 UTC

Analisando a tabela 8.2 juntamente com a figura 8.33 para o horário 9 -10 UTC, notase assim como nos outros horários de baixa cintilação que o erro estabilizou-se em cm. O erro ficou por volta da origem na coordenada Z, e atingiu 40 e 11 cm nas coordenadas X e Y, respectivamente. Como indicado pela figura 8.29 as ambiguidades foram fixadas e o valor do ratio obtido no final do processamento foi de 28.417.

8.2.3 Avaliação do desempenho dos testes de validação das ambiguidades no posicionamento relativo sob influência da cintilação ionosférica

Nesta seção é analisado o desempenho dos métodos de validação das ambiguidades, FF-RT e Ratio, diante da presença da cintilação ionosférica no posicionamento relativo.

8.2.3.1 Período de alta cintilação

Primeiramente, os gráficos do número de satélites rastreados e os valores obtidos para o ratio e o limiar μ para o FF-RT são apresentados (Figuras 8.34, 8.35 e 8.36).

Pode-se observar das figuras centrais de 8.34, 8.35 e 8.36, que o valor crítico do teste ratio não foi atingido em nenhum dos três períodos de processamento. Sendo assim, a taxa de fixação das ambiguidades pelo teste ratio foi nula, isso significa dizer que apenas as ambiguidades *float* foram utilizadas para melhorar a estimativa das coordenadas, fazendo com que o resultado final obtido não seja satisfatório, como foi mostrado na tabela 8.1.

Para melhor ilustrar a taxa de fixação das ambiguidades, as figuras 8.37, 8.38 e 8.39 são apresentadas. Nelas, se as ambiguidades foram fixadas a decisão é igual a um, caso contrário, a decisão é zero.

Fazendo a análise da figura 8.37 observa-se que pelo teste FF-RT, em 20 das 240 épocas processadas a estimativa inteira da ambiguidade foi aceita, inclusive na última época, o que poderia trazer uma melhoria para a estimativa das coordenadas encontradas. Apesar de ter sido aceito em algumas das épocas, a taxa de rejeição pelo FF-RT foi muito alta



Figura 8.34: Número de satélites (superior), Teste Ratio (meio) e valor crítico para o FF-RT (inferior) como função do intervalo de tempo para o horário 0 - 1 UTC



Figura 8.35: Número de satélites (superior), Teste Ratio (meio) e valor crítico para o FF-RT (inferior) como função do intervalo de tempo para o horário 1 - 2 UTC

(91,67%), isso pode ser explicado pelo fato da probabilidade de sucesso ser baixa, ou seja, a grande ocorrência de perdas de ciclos neste período (seção 8.2.1) causou a deterioração dos dados da MVC.

A análise da figura 8.38 mostra que pelo FF-RT apenas em 3 das 240 épocas as ambiguidades poderiam ser fixadas. Isso vai de encontro ao apresentado pela figura 8.35, onde os valores do μ encontram-se entre 0 e 0,5 na maior parte das épocas. Com isso,





Figura 8.36: Número de satélites (superior), Teste Ratio (meio) e valor crítico para o FF-RT (inferior) como função do intervalo de tempo para o horário 2 - 3 UTC



Figura 8.37: Decisão dos testes de validação. FF-RT (superior) e Ratio (inferior), para o intervalo de processamento de 0 - 1 UTC

nota-se que a ocorrência de perdas de ciclos, faz com que a probabilidade de sucesso das ambiguidades diminua, fazendo com que em nenhum dos testes de validação a estimativa das ambiguidades obtida seja fixada. A taxa de rejeição do FF-RT foi de 98,75%.

Analisando a figura 8.39 observa-se que a fixação pelo FF-RT ocorreu na maioria das épocas. Enquanto, pelo teste ratio, não aconteceu em nenhuma das épocas. A taxa de rejeição do FF-RT ficou em 35,83%, e essa rejeição deve ter ocorrido devido as perdas



Figura 8.38: Decisão dos testes de validação. FF-RT (superior) e Ratio (inferior), para o intervalo de processamento de 1 - 2 UTC



Figura 8.39: Decisão dos testes de validação. FF-RT (superior) e Ratio (inferior), para o intervalo de processamento de 2-3 UTC

de ciclos, como apresentado na figura 8.10. Desta forma, a utilização do FF-RT poderia melhorar a estimativa das coordenadas, visto que, por ele ambiguidades fixadas foram obtidas.

Por fim, a utilização do teste FF-RT ao invés do Ratio, em períodos com alta ocorrência de cintilação não garante que a estimativa das ambiguidades vai ser sempre fixada, mas

devido a utilização de um valor crítico adequado aos dados previne que ambiguidades fixas sejam erroneamente descartadas.

8.2.3.2 Período de baixa cintilação

Nessa seção, primeiramente, são apresentados os gráficos referentes ao número de satélites rastreados, o valor obtido para o Ratio e o valor crítico para o FF-RT (Figuras 8.40, 8.41 e 8.42).



Figura 8.40: Número de satélites (superior), Teste Ratio (meio) e valor crítico para o FF-RT (inferior) como função do intervalo de tempo para o horário 7 – 8 UTC

Analisando as figuras 8.40, 8.41 e 8.42 nota-se que ao contrário do ocorrido no período de alta cintilação, os valores obtidos para o teste Ratio ultrapassaram o valor crítico, fazendo com que as ambiguidades inteiras fossem utilizadas para ajustar as estimativas para as coordenadas e desta forma, obtendo valores esperados na tabela 8.2. Além disso, os valores obtidos para o Ratio vão de encontro aos apresentados pelo ADOP e P_{ADOP} na seção 8.2.2, que apontavam para uma fixação das ambiguidades.

Para ilustrar a taxa de fixação das ambiguidades, nos métodos FF-RT e Ratio, as figuras 8.43, 8.44 e 8.45 são apresentadas. Nelas, se as ambiguidades foram fixadas a decisão é igual a um, caso contrário, a decisão é zero.

Analisando a figura 8.43, nota-se que o FF-RT teve uma taxa de fixação das ambiguidades maior do que o Ratio, 92,08% contra 42,50%. Isso significa dizer que com a utilização do FF-RT as ambiguidades seriam fixadas primeiro. Além disso, pode se observar que no período que um novo satélite é rastreado o tempo de convergência do FF-RT é menor do que o do Ratio, ou seja, quando um novo satélite entra, o tempo para que a ambiguidade deste novo satélite seja fixa é menor do que o apresentado pelo Ratio.

Fazendo a análise da figura 8.44 observa-se que o FF-RT teve um melhor desempenho do que o Ratio. Enquanto o primeiro validou as ambiguidades em 99,58% das épocas, o segundo validou as ambiguidades em 97,5%. Isso significa que o tempo de convergência para a fixação das ambiguidades foi de apenas uma época no FF-RT, enquanto no Ratio foi de 6 épocas.



Figura 8.41: Número de satélites (superior), Teste Ratio (meio) e valor crítico para o FF-RT (inferior) como função do intervalo de tempo para o horário 8 – 9 UTC



Figura 8.42: Número de satélites (superior), Teste Ratio (meio) e valor crítico para o FF-RT (inferior) como função do intervalo de tempo para o horário 9 – 10 UTC

Analisando a figura 8.45 observa-se que os testes tiveram um desempenho parecido, enquanto o FF-RT fixou as ambiguidades em 97,5% das épocas o Ratio fixou em 96,67% das épocas. Note que, que em ambos os métodos, a validação não foi aceita após um novo satélite ter sido rastreado. Com isso, a diferença entre os dois compareceu no início do processamento, já que o FF-RT tem uma convergência mais rápida do que o Ratio, Hora 7 - 8 UTC



Figura 8.43: Decisão dos testes de validação. FF-RT (superior) e Ratio (inferior), para o intervalo de processamento de 7 – 8 UTC



Hora 8 - 9 UTC

Figura 8.44: Decisão dos testes de validação. FF-RT (superior) e Ratio (inferior), para o intervalo de processamento de 8 – 9 UTC

o FF-RT demorou 1 época para começar a validar enquanto o Ratio demorou 2 épocas para isso.

Por fim, em períodos de baixa cintilação ionosférica e linhas de bases curtas, apesar do teste Ratio ter um bom desempenho com um valor crítico escolhido a priori, o teste FF-RT apresenta um desempenho melhor e pode trazer melhorias quanto a solução final do processamento.



Figura 8.45: Decisão dos testes de validação. FF-RT (superior) e Ratio (inferior), para o intervalo de processamento de 9 – 10 UTC

8.3 Posicionamento baseado em redes

Nessa seção são apresentados os resultados relacionados ao posicionamento baseado em redes.

8.3.1 Comparação da solução das ambiguidades em função dos modelos matemáticos

Aqui os resultados e discussões do experimento descrito em 7.3.3 são apresentados, onde o desempenho dos modelos de solução das ambiguidades são comparados quanto a validação das ambiguidades, utilizando os modelos Ratio e FF-RT, dentro de períodos de alta e baixa atividade ionosférica. Nos apêndices A e C a detecção de perdas de ciclos e os valores calculados do ADOP são apresentados, respectivamente.

Ratio: Período de alta atividade ionosférica

As figuras 8.46, 8.47 e 8.48 apresentam os valores obtidos no teste ratio para os modelos testados no período de alta atividade ionosférica. Cabe ressaltar que na figura 8.46 a linha de base SPTU - PPTE não foi processada devido a falta de dados, o que justifica também o processamento das linhas de base nesse período ter sido de 160 épocas.

Fazendo a análise visual das figuras 8.46, 8.47 e 8.48 nota-se apenas que o modelo ION-PON obteve o valor crítico para o teste ratio. As tabelas 8.3, 8.4 e 8.5 apresentam a época em que o modelo fixou as ambiguidades, para cada uma das linhas de bases, pela primeira vez.

Analisando as tabelas 8.3, 8.4 e 8.5 observa-se que os modelos EPE e REC não fixaram as ambiguidades em nenhuma das linhas de bases e nenhum dos dias do período de alta atividade ionosférica. Cabe ressaltar aqui, que ambos os modelos não fazem correção dos resíduos atmosféricos, desta forma, é de se esperar que eles não realizem a estimação das

Hora 9-10 UTC



Figura 8.46: Valores do Ratio para 160 épocas de processamento do dia 277, para cada uma das linhas de base: SPTU - SPAR (topo), SPTU - SPDR (meio) e SPTU - SPLI (inferior)



Figura 8.47: Valores do Ratio para 240 épocas de processamento do dia 278.

Modelos	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR	SPTU-SPLI
EPE	-	-	-
REC	-	-	-
ION	4	-	32
ION-PON	2	2	2
FLOAT	-	-	-
PON	4	-	32
PSI	-	-	-

Tabela 8.3: Indicação da época em que o modelo fixou as ambiguidades pela primeira vez para o dia $277\,$

ambiguidades de forma correta. Outro modelo que não fixou as ambiguidades para o período de alta atividade ionosférica foi o PSI.



Figura 8.48: Valores do Ratio para 240 épocas de processamento do dia 279.

Modelos	SPTU-PPTE	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR	SPTU-SPLI
EPE	-	-	-	-
REC	-	-	-	-
ION	2	2	2	6
ION-PON	2	2	2	2
FLOAT	2	2	-	-
PON	2	2	2	6
PSI	-	-	-	-

Tabela 8.4: Indicação da época em que o modelo fixou as ambiguidades pela primeira vez para o dia 278

Modelos	SPTU-PPTE	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR	SPTU-SPLI
EPE	-	-	-	-
REC	-	-	-	-
ION	9	3	2	2
ION-PON	2	2	2	2
FLOAT	-	-	-	-
PON	9	3	2	2
PSI	-	-	-	-

Tabela 8.5: Indicação da época em que o modelo fixou as ambiguidades pela primeira vez para o dia 279

O modelo que fixou primeiro, para este período, foi o modelo ION-PON, que atingiu o valor crítico do teste ratio na segunda época de processamento para todas as linhas de base da rede. Agora, a análise será realizada quanto ao percentual de fixação das ambiguidades. Esse percentual será apresentado nas tabelas 8.6, 8.7 e 8.8.

Pode se observar das tabelas 8.6, 8.7 e 8.8 que os modelos ION e PON não atingiram 15% de fixação das ambiguidades para cada uma das linhas de bases. Já o modelo ION-PON foi aquele que apresentou os maiores percentuais de fixação das ambiguidades.

Modelos	SPTU-SPAR	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR
ION	6,87	0	4,37
ION-PON	69, 37	19, 37	56, 25
PON	6,87	0	4,37

Tabela 8.6: Percentual de fixação das ambiguidades para o dia 277

Modelos	SPTU-PPTE	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR	SPTU-SPLI
ION	6,33	14,77	7, 17	9,28
ION-PON	$21,\!94$	$55,\!27$	$37,\!55$	48,1
FLOAT	$0,\!42$	5,06	0	0
PON	$6,\!33$	14,77	7,1700	9,28

Tabela 8.7: Percentual de fixação das ambiguidades para o dia 278

Modelos	SPTU-PPTE	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR	SPTU-SPLI
ION	$0,\!42$	5,86	9,21	$3,\!35$
ION-PON	$15,\!61$	49,79	$40,\!93$	$50,\!63$
PON	$0,\!42$	$5,\!86$	9,21	$3,\!35$

	Tabela 8.8:	Percentual	de fixação	das ambiguidades	para o dia 279
--	-------------	------------	------------	------------------	----------------

Fazendo a análise quanto as linhas de bases, nota-se que a linha de base SPTU-PPTE foi a que teve os menores percentuais de fixação do modelo ION-PON, com um percentual médio de 18,3%. As linhas de bases SPTU-SPAR e SPTU-SPLI, obtiveram um percentual médio de 58,143% e 51,66%, respectivamente. Já a linha de base SPTU-SPDR, que tem o maior comprimento, teve um percentual médio de 32,616%.

Desta forma, o modelo que apresentou o melhor desempenho para o período de alta atividade ionosférica foi o ION-PON, que teve o maior percentual médio de fixação das ambiguidades e também o menor tempo para fixar as ambiguidades.

Ratio: Período de baixa atividade ionosférica

As figuras 8.49, 8.50 e 8.51 apresentam os valores obtidos no teste ratio para os modelos testados no período de baixa atividade ionosférica.

Analisando as figuras 8.49, 8.50 e 8.51 nota-se apenas que o modelo ION-PON obteve o valor crítico para o teste ratio. As tabelas 8.9, 8.10 e 8.11 apresentam a época em que o modelo fixou as ambiguidades, para cada uma das linhas de bases, pela primeira vez.

Com a análise das tabelas 8.9, 8.10 e 8.11 observa-se que o modelo REC não fixou as ambiguidades em nenhuma das linhas de bases e nenhum dos dias do período de baixa atividade ionosférica, repetindo o comportamento apresentado no período de alta atividade ionosférica. O modelo PSI fixou as ambiguidades pela primeira vez na época 136 e 123, para as linhas de bases SPTU-PPTE e SPTU-SPLI, no dia 213, respectivamente. Já o modelo EPE obteve êxito, pela primeira vez, nas épocas 111 para a linha de base SPTU-SPAR do dia 214 e nas épocas 230, 239 e 233, para as linhas de bases SPTU-PPTE, SPTU-SPAR e SPTU-SPLI, respectivamente. Os modelos ION e PON não fixaram as ambiguidades para a linha de base SPTU-PPTE, em nenhum dos dias processados. Já para a linha de base SPTU-SPAR, esses modelos fixaram pela primeira vez, nas épocas 2, 4 e 92, para os dias 213, 214 e 215, respectivamente. Para a linha de base SPTU-SPDR,


Figura 8.49: Valores do Ratio para 240 épocas de processamento do dia 213.



Figura 8.50: Valores do Ratio para 240 épocas de processamento do dia 214.

Modelos	SPTU-PPTE	SPTU-SPAR	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR
EPE	-	-	-	-
REC	-	-	-	-
ION	-	2	-	13
ION-PON	-	2	2	2
FLOAT	-	9	-	-
PON	-	2	-	13
PSI	136	-	-	123

Tabela 8.9: Indicação da época em que o modelo fixou as ambiguidades pela primeira vez para o dia 213



Figura 8.51: Valores do Ratio para 240 épocas de processamento do dia 215.

Modelos	SPTU-PPTE	SPTU-SPAR	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR
EPE	-	111	-	-
REC	-	-	-	-
ION	-	4	2	45
ION-PON	2	2	2	2
FLOAT	-	-	2	-
PON	-	4	2	45
PSI	-	-	-	-

Tabela 8.10: Indicação da época em que o modelo fixou as ambiguidades pela primeira vez para o dia 214

Modelos	SPTU-PPTE	SPTU-SPAR	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR
EPE	230	239	-	233
REC	-	-	-	-
ION	-	92	234	54
ION-PON	2	2	2	2
FLOAT	-	-	-	-
PON	-	92	234	54
PSI	-	-	-	-

Tabela 8.11: Indicação da época em que o modelo fixou as ambiguidades pela primeira vez para o dia $215\,$

esses modelos obtiveram êxito nas épocas 2 e 234, para os dias 214 e 215. Por fim, para a linha de base SPTU-SPLI, a fixação ocorreu nas épocas 13, 45 e 54, para os dias 213, 214 e 215, respectivamente. Já, o modelo FLOAT só fixou na época 9 para a linha de base SPTU-SPAR, do dia 213 e para a linha de base SPTU-SPDR para o dia 214. O modelo ION-PON fixou as ambiguidades para cada uma das linhas de bases nos dias processados na segunda época de processamento, exceto para a linha de base SPTU-PPTE para o dia 213, que tal modelo não conseguiu fixar as ambiguidades. Assim, utilizando o tempo para

fixar a primeira ambiguidade como critério, o modelo que teve o melhor desempenho foi o ION-PON.

Agora, a análise será realizada quanto ao percentual de fixação das ambiguidades. Esse percentual será apresentado nas tabelas 8.12, 8.13 e 8.14.

Modelos	SPTU-PPTE	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR	SPTU-SPLI
ION	0	1,67	0	1,26
ION-PON	0	22,78	13,92	76, 79
FLOAT	0	$0,\!42$	0	0
PON	0	1,67	0	1,26

Tabela 8.12: Percentual de fixação das ambiguidades para o dia 213

Modelos	SPTU-PPTE	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR	SPTU-SPLI
EPE	0	2,93	0	0
ION	0	0, 42	1,26	0, 42
ION-PON	2,53	6,75	20, 68	21,94
FLOAT	0	0	0,42	0
PON	0	0, 42	1,26	0, 42

Tabela 8.13: Percentual de fixação das ambiguidades para o dia 214

Modelos	SPTU-PPTE	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR	SPTU-SPLI
EPE	3,77	0, 42	0	2,09
ION	0	0, 42	0, 42	3,77
ION-PON	1,27	45,57	8,02	62, 87
PON	0	0, 42	0, 42	3,77

Tabela 8.14: Percentual de fixação das ambiguidades para o dia 215

Analisando as tabelas 8.12, 8.13, 8.14 observa-se que a fixação pelo ratio não ocorreu na maioria das épocas. O modelo com o maior percentual médio foi o ION-PON. Fazendo a análise quanto as linhas de bases, nota-se que a linha de base SPTU-PPTE foi a que teve os menores percentuais de fixação do modelo ION-PON, com um percentual médio de 1,9%. As linhas de bases SPTU-SPAR e SPTU-SPLI, obtiveram um percentual médio de 25,03% e 53,86%, respectivamente. Já a linha de base SPTU-SPDR, que tem o maior comprimento, teve um percentual médio de 14,2%. Desta forma, obseva-se que o percentual de rejeição do ratio foi muito alto para o período de baixa atividade ionosférica. Por isso, pode ser necessário a utilização de um modelo de validação das ambiguidade.

FF-RT: Período de alta atividade ionosférica

Ressalta-se que nem todos os modelos descritos em 7.3.3 foram utilizados para solucionar as ambiguidades utilizando o FF-RT como teste de validação, uma vez que modelos não "robustos" acabam levando a uma fixação incorreta das ambiguidades, de acordo com [47]. Por isso, apenas os modelos ION-PON, FLOAT, PON e PSI serão apresentados nessa subseção. No apêndice B os gráficos do limiar μ para o FF-RT são apresentados. Para melhor ilustrar a fixação correta das ambiguidades, as figuras 8.52, 8.53 e 8.54 são apresentadas. Nelas, se as ambiguidades foram fixadas a decisão é igual a um, caso contrário, a decisão é zero.











Fazendo a análise das figuras 8.52, 8.53 e 8.54 observa-se que os modelos que apresentaram melhor desempenho foram o PSI e ION-PON. Nota-se também que a fixação pelo FF-RT ocorreu na maioria das épocas para estes modelos, exceto para a linha de base SPTU-PPTE.

Para verificar qual deles teve um desempenho melhor, a quantidade de épocas com fixação correta das ambiguidades foi determinada. As tabelas 8.15, 8.16 e 8.17 apresentam essa quantidade.

Modelos	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR	SPTU-SPLI
ION-PON	93,75	89, 38	88,75
FLOAT	4,37	0, 63	0, 63
PON	65, 63	10, 63	52, 5
PSI	58, 13	0	63, 39

Tabela 8.15: Percentual de fixação das ambiguidades pelo FF-RT, para o dia 277

Modelos	SPTU-PPTE	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR	SPTU-SPLI
ION-PON	24,58	65, 25	55, 51	48,73
FLOAT	0,85	0,85	1,69	1,69
PON	2,97	33,90	7, 2	25,85
\mathbf{PSI}	59, 32	91, 1	24,58	70, 76
-				

Tabela 8.16: Percentual de fixação das ambiguidades pelo FF-RT, para o dia 278

Modelos	SPTU-PPTE	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR	SPTU-SPLI
ION-PON	21,19	60,17	50,85	55,51
FLOAT	0	$0,\!42$	$1,\!69$	$0,\!42$
PON	1,27	$32,\!63$	$4,\!66$	27,54
\mathbf{PSI}	$58,\!05$	$91,\!95$	$50,\!85$	$73,\!31$

Tabela 8.17: Percentual de fixação das ambiguidades pelo FF-RT, para o dia 279

Fazendo a análise da tabela 8.15, observa-se que o melhor método foi o ION-PON. Já analisando as tabelas 8.16 e 8.17 nota-se que o método PSI teve um melhor desempenho em todos os dias, para três das quatros linhas de bases. Para a linha de base SPTU-SPDR, a linha de base mais longa do processamento, o método ION-PON teve mais épocas fixadas do que o PSI. Assim, com o cálculo da taxa de rejeição média, o método ION-PON ficou com 9, 38%, 51, 9% e 53, 59% para os dias 277, 278 e 279, respectivamente. Já o método PSI, a taxa de rejeição média ficou em 67,08% 38,82% e 31,75%, para os dias 277, 278 e 279, respectivamente. Por fim, a utilização do teste FF-RT, em períodos com alta atividade ionosférica não garante que a estimativa das ambiguidades vai ser sempre fixada, mas devido a utilização de um valor crítico adequado aos dados previne que ambiguidades fixas corretamente sejam erroneamente descartadas. De forma geral, comparando as seções 8.3.1 e 8.3.1 nota-se que o percentual de fixação obtido pelo teste FF-RT foi maior do que o percentual de fixação do teste ratio.

FF-RT: Período de baixa atividade ionosférica

Para melhor ilustrar a fixação correta das ambiguidades, as figuras 8.55, 8.56 e 8.57 são apresentadas. Nelas, se as ambiguidades foram fixadas a decisão é igual a um, caso contrário, a decisão é zero.





Figura 8.56: Decisão do FF-RT, para os diferentes modelos de processamentos para cada uma das linhas de base processadas do dia 214.





Com a análise das figuras 8.55, 8.56 e 8.57 observa-se que os modelos que apresentaram um desempenho melhor foram o PSI e ION-PON. Nota-se também que a fixação pelo FF-RT ocorreu na maioria das épocas para estes modelos, exceto para a linha de base SPTU-PPTE.

Para verificar qual deles teve um desempenho melhor, a quantidade de épocas com fixação correta das ambiguidades foi utilizada. As tabelas 8.18, 8.19 e 8.20 apresentam essa quantidade.

Modelos	SPTU-PPTE	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR	SPTU-SPLI
ION-PON	$17,\!65$	$86,\!97$	87,82	89,08
FLOAT	0	$0,\!84$	$0,\!84$	$0,\!84$
PON	0	$13,\!03$	$7,\!98$	$40,\!34$
PSI	43,70	$86,\!97$	$62,\!61$	$78,\!99$

Tabela 8.18: Percentual de fixação das ambiguidades pelo FF-RT, para o dia 213

Modelos	SPTU-PPTE	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR	SPTU-SPLI
ION-PON	$16,\!81$	$78,\!15$	$78,\!99$	$79,\!83$
FLOAT	0	0	$0,\!84$	1,26
PON	0	5,04	$4,\!62$	$31,\!93$
PSI	$41,\!18$	$85,\!29$	$57,\!98$	$71,\!43$

Tabela 8.19: Percentual de fixação das ambiguidades pelo FF-RT, para o dia 214

Modelos	SPTU-PPTE	SPTU-SPAR	SPTU-SPDR	SPTU-SPLI
ION-PON	8,40	72,27	72,27	72,27
FLOAT	0	0	0	$0,\!84$
PON	0	27,73	$3,\!78$	$20,\!59$
\mathbf{PSI}	$43,\!28$	$85,\!29$	$54,\!62$	$76,\!89$

Tabela 8.20: Percentual de fixação das ambiguidades pelo FF-RT, para o dia 215

Fazendo a análise da tabela 8.18, o método com o maior percentual de aceitação médio foi o ION-PON. Já analisando as tabelas 8.19 e 8.20 nota-se que o método PSI teve um melhor desempenho, para três das quatros linhas de bases processadas. Para a linha de base SPTU-SPDR, a linha de base mais longa do processamento, o método ION-PON teve mais épocas fixadas do que o PSI (média de 34% a mais). Desta forma, com o cálculo da taxa de rejeição média, o método ION-PON ficou com 29,62%, 36,55% e 43,69% para os dias 213, 214 e 215, respectivamente. Já o método PSI, a taxa de rejeição média ficou em 31,93% 36,03% e 34,98%, para os dias 213, 214 e 215, respectivamente. Assim, comparando as seções 8.3.1 e 8.3.1 tem-se que a maior taxa de fixação das ambiguidades foi obtido pelo teste FF-RT, para o período de baixa atividade ionosférica. Ressalta-se também que o método PSI não obteve êxito na fixação das ambiguidades pelo método ratio e já pelo FF-RT, ele foi o que apresentou uma das maiores taxa de êxito.

8.3.2 Desempenho do posicionamento baseado em redes

Aqui os resultados e discussões do experimento descrito em 7.3.4 são apresentados.

Métodos	Dia 213	Dia 214	Dia 215	Dia 277	Dia 278	Dia 278
VRS-EPE	$0,\!3926$	$0,\!4130$	$0,\!3953$	$0,\!0916$	$0,\!0337$	0,1078
VRS-REC	$0,\!3579$	$0,\!1047$	$0,\!1044$	$0,\!1470$	$0,\!0458$	0,1836
VRS-ION	0,1898	$0,\!2153$	$0,\!1496$	$0,\!1364$	$0,\!1365$	0,1
VRS-ION-PON	0,2945	$0,\!3012$	$0,\!185$	$0,\!1301$	0,0998	0,1162
VRS-FLOAT	0,3091	$0,\!4606$	$0,\!3579$	$0,\!2747$	0,1944	0,0632
VRS-PON	0,1898	$0,\!2152$	$0,\!1496$	$0,\!1364$	0,1365	0,1
VRS-PSI	0,0495	$0,\!0541$	$0,\!0557$	0,1461	$0,\!049$	0,1038

Ratio

Tabela 8.21: Discrepância 3D obtida através do processamento no modo estático do PPP do NRCan, para as VRS geradas através dos métodos de solução das ambiguidades com a validação pelo teste Ratio

Fazendo a análise da tabela 8.21, em relação ao período de baixa atividade ionosférica, nota-se que o método que gerou a melhor VRS, foi o VRS-PSI, com discrepância 3D média de 5 cm. Agora, analisando o período de alta atividade ionosférica, o método de solução das ambiguidades que gerou a melhor VRS foi o VRS-PSI, com discrepância média de 10 cm.

FF-RT

Métodos	Dia 213	Dia 214	Dia 215	Dia 277	Dia 278	Dia 278
VRS-ION-PON	0,2942	$0,\!3012$	$0,\!1849$	0,1303	0,1	0,1162
VRS-FLOAT	0,309	$0,\!4516$	$0,\!358$	0,2749	$0,\!1937$	0,068
VRS-PON	$0,\!12$	$0,\!5117$	$0,\!5373$	$0,\!6699$	$1,\!608$	0,5959
VRS-PSI	$0,\!0495$	$0,\!0541$	$0,\!0557$	$0,\!1461$	$0,\!049$	0,1038

Tabela 8.22: Discrepância 3D obtida através do processamento no modo estático do PPP do NRCan, para as VRS geradas através dos métodos de solução das ambiguidades, com a validação pelo FF-RT

Analisando a tabela 8.22, em relação ao período de baixa atividade ionosférica, nota-se que o método que gerou a melhor VRS, foi o VRS-PSI, com discrepância 3D média de 5 cm. Vale ressaltar que no teste FF-RT, ao contrário do teste ratio, este método teve a maior quantidade de ambiguidades fixadas. Com a análise do período de alta atividade ionosférica, o método de solução das ambiguidades que gerou a melhor VRS também foi o VRS-PSI, com discrepância média de 10 cm. Já os outros métodos, quando comparados aos valores obtidos pelo teste ratio, a VRS gerada utilizando o FF-RT teve uma melhoria de 1 cm na média, com exceção do método VRS-PON que foi deteriorado.

Capítulo 9

Considerações finais e recomendações para trabalhos futuros

Nessa pesquisa de Mestrado estudos foram realizados quanto a teoria de solução das ambiguidades, com ênfase no método LAMBDA. Para isso, alguns modelos de ajustamento para a estimativa da ambiguidade inteira foram implementados, juntamente com o método LAMBDA, o ADOP e os testes de validação Ratio e FF-RT. Primeiramente, foi implementado o ajustamento recursivo, através do filtro de Kalman. Após isso, foram implementados modelos de estimativa dos resíduos das DDs, considerando as suas propriedades estocásticas. Os efeitos residuais foram tratados como os processos estocásticos random-walk e white-noise. Aliás, também foram introduzidas pseudo-observações para os efeitos residuais das DDs ionosféricas. Depois, uma nova forma de validação da estimativa inteira das ambiguidades foi implementada, o FF-RT, que faz com que a taxa de rejeição diminua, além de possibilitar a predição da taxa de sucesso da solução das ambiguidades. Além de tudo, a detecção e correção das perdas de ciclos foram implementadas, utilizando a estratégia de tetras diferenciações. Estas implementações foram realizadas no FCT_RTK_Net, que vem sido desenvolvido por pesquidadores da FCT/UNESP.

Além disso, o ADOP foi investigado. Além da teoria, foram desenvolvidas algumas abordagens para o cálculo do desvio padrão ionosférico que consideram o índice de cintilação ionosférica S4 na sua formulação. Para avaliar a performance dos métodos, os dados de um dia com períodos de alta e baixa cintilação ionosférica foram processados no posicionamento relativo para uma linha de base curtas. Com relação ao período de baixa cintilação, o método que apresentou o melhor desempenho em todos os casos analisados foi o $ADOP_{sqrt2}$. Já nos períodos de alta cintilação, dois ADOPs apresentaram bom desempenho, o $ADOP_{cf}$ e o $ADOP_{sqrt2}$. Dessa forma, pode-se concluir que o cálculo do desvio padrão ionosférico pode ser melhorado quando se utiliza o índice S4, calculado a partir da média dos índices dos satélites rastreados.

Outrossim, levando em consideração que o ADOP tem uma propriedade importante de permitir o entendimento aprofundado dos fatores que afetam a solução das ambiguidades, além de predizer uma taxa de sucesso das ambiguidades, ele também foi implementado no FCT_RTK_Net junto com a sua probabilidade de sucesso. Os resultados obtidos, evidenciaram que ele é uma medida relevante, pois dá um limitante superior para a taxa de sucesso da solução das ambiguidades.

Com relação ao posicionamento baseado em redes, considerando a solução das ambiguidades, validada pelo teste ratio, o modelo que apresentou o melhor desempenho foi o VRS-ION-PON, que utiliza a introdução da pseudo-observável ionosférica, tratada como o processo estocástico *random-walk*. Este modelo, obteve a fixação da estimativa inteira na segunda época de processamento. Já quando o teste FF-RT é utilizado, o modelo que teve o melhor desempenho na maior parte dos casos foi o VRS-PSI, que realiza a estimativa dos resíduos ionosféricos e troposféricos, ambos tratados como o processo estocástico *white-noise*, além de adotar a pseudo-observação para os resíduos ionosféricos.

Além disso, a qualidade da VRS gerada pelos métodos de solução foram analisadas. A estimativa das ambiguidades para a geração das VRS foi realizada época a época, ou seja, se na época a ambiguidade foi fixa a VRS é gerada utilizando as ambiguidades fixas, caso contrário as ambiguidades *float* eram utilizadas. Em ambos os métodos de validação das ambiguidades, o método que teve o melhor desempenho no processamento da VRS gerada foi o VRS-PSI, obtendo a discrepância 3D média de 5 cm e 10 cm, para os períodos de baixa e alta atividade ionosférica, respectivamente.

Para trabalhos futuros, recomenda-se utilizar a metodologia aqui apresentada para solução das ambiguidades em linhas de bases longas no posicionamento relativo, para poder visualizar as melhorias proporcionadas já nas coordenadas, não dependendo de outra técnica para avaliar a discrepância no posicionamento. Uma outra melhoria que pode ser investigada é utilizar outras formas de avaliação das VRS geradas, como utilizá-las no posicionamento relativo, como estação base. Além disso, também é possível implementar outras formas de correção e detecção de perdas de ciclos que utilizem ambas as frequências disponíveis, ao invés de detectar e corrigir separadamente, como realizado nesse trabalho.

Referências

- [1] European Space Agency. Galileo. < http://www.esa.int/Our_Activities/ Navigation/The_future_-_Galileo/Next_steps >, 2014. Acesso em: 02 mar. 2014.
- [2] C. R. Aguiar. Grade ionosférica para aplicações em posicionamento e navegação com GNSS. Doutorado em ciências cartográficas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente, 2010.
- [3] D. B. M. Alves. Posicionamento RTK no contexto de redes GPS utilizando o conceito de estação virtual. Doutorado em ciências cartográficas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente, 2008.
- [4] D. B. M. Alves and J. F. G. Monico. GPS/VRS positioning using atmospheric modeling. GPS Solutions, 15(3):253-261, 2011.
- [5] S. B. Bisnath. Efficient, automated cycle-slip correction of dual-frequency kinematic GPS data. In *Proceedings of ION GPS*, pages 145–154, 2000.
- [6] R. G. Brown and P. Y. C. Hwang. Introduction to random signals and applied Kalman filtering: with MATLAB exercises and solutions. John Wiley & Sons, United States of America, 3 edition, 1997.
- [7] P. O. Camargo. Controle de qualidade aplicado ao filtro de kalman. Mestrado em ciências geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1992.
- [8] P. O. Camargo. Modelo regional da ionosfera para uso em receptores de uma freqência. Doutorado em ciências geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1999.
- [9] Natural Resources Canada. Canadian spatial reference system (csrs) precise point positioning (ppp). < http://webapp.geod.nrcan.gc.ca/geod/tools-outils/ppp. php >, 2015. Acesso em: 18 jun. 2015.
- [10] E. Cataldo. Introdução aos processos estocásticos. In R. S. M. Jafelice, C. M. Oishi, F. R. Rafaeli, R. F. Camargo, S. F. P. Saramago, and V. A. B. Pirani, editors, *Notas* em Matemática Aplicada, volume 68 of Notas em Matemática Aplicada, page 106. SBMAC, 2012.
- [11] Federal Space Agency Information Analytical Centre. GPS constellation status. http://glonass-iac.ru/en/{GPS}/ >, 2015. Acesso em: 31 ago. 2015.
- [12] C. Chatfield. The analysis of time series: an introduction. CRC press, London, 6 edition, 2003.

- [13] R. S. Conker, M. B. El-Arini, C. J. Hegarty, and T. Hsiao. Modeling the effects of ionospheric scintillation on GPS/satellite-based augmentation system availability. *Radio Science*, 38(1):1–1, 2003.
- [14] B. de Bragança Pereira, M. B. Z. Pais, and P. R. de Holanda Sales. Analise espectral de series temporais: uma introdução para engenharia, economia e estatística. Arte Final Leasing Editorial, Rio de Janeiro, 1986.
- [15] H. J. Euler and B. Schaffrin. On a measure for the discernibility between different ambiguity solutions in the static-kinematic GPS-mode. In K. Schwarz and G. Lachapelle, editors, *Kinematic Systems in Geodesy, Surveying, and Remote Sensing*, volume 107 of *International Association of Geodesy Symposia*, pages 285–295. Springer New York, 1991.
- [16] G. Fotopoulos and M. E. Cannon. Spatial and temporal characteristics of dGPS carrier phase errors over a regional network. In *Proceedings of the International* Associations of the Institute of Navigation (IAIN), San Diego, 2000.
- [17] United States Government. Control segment. < http://www.gps.gov/systems/ gps/control/ >, 2014. Acesso em : 05 jun. 2014.
- [18] United States Government. GPS. < http://www.gps.gov/ >, 2014. Acesso em : 05 jun. 2014.
- [19] Itwire. Chinese beidou navigation satellite launched from long march 3a rocket. http://www.itwire.com/science-news/space/ 9201-chinese-BeiDou-navigation-satellite-launched-from-long-march-3a-rocket>, 2014. Acesso em: 02 mar. 2014.
- [20] Z. Li and Y. Gao. Construction of high dimensional ambiguity transformations for the lambda method. In *Proceedings...*, pages 305–309. International Symposium on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation, 1997.
- [21] H. V. D. Marel. Virtual GPS reference stations in the netherlands. In Proceedings of the 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1998), pages 49 – 58, Nashville, 1998.
- [22] M. T. Matsuoka. Influência de diferentes condições da ionosfera no posicionamento por ponto com GPS. Doutorado em ciências cartográficas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente, 2007.
- [23] J. F. G. Monico. Posicionamento pelo GNSS: descrição, fundamentos e aplicações. Editora UNESP, São Paulo, 2008.
- [24] J. F. G. Monico, E. M. Souza, and W. C. Machado. Avaliação de estratégias de detecção e correção de perdas de ciclos na portadora GPS 11. Boletim de Ciências Geodésicas, 15(2):178-193, 2009.
- [25] Jo. F. G. Monico. GNSS. Projeto FAPESP na modalidade temático finalizado, 2006.
- [26] P. A. Morettin and C. Toloi. Análise de séries temporais. Edgard Blucher, São Paulo, 2004.

- [27] D. Odijk and P. J. G. Teunissen. ADOP in closed form for a hierarchy of multifrequency single-baseline GNSS models. *Journal of Geodesy*, 82(8):473-492, 2008.
- [28] D. Odijk and P. J. G. Teunissen. Improving the speed of cors network rtk ambiguity resolution. In *Position Location and Navigation Symposium (PLANS)*, 2010 *IEEE/ION*, pages 79–84. IEEE, 2010.
- [29] B. W. Parkinson. GPS eyewitness. GPS World, 5(9):32–45, 1994.
- [30] L. F. Sapucci. Estimativa do vapor d'água atmosférico e avaliação da modelagem do atraso zenital troposférico utilizando GPS. Mestrado em ciências cartográficas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente, 2001.
- [31] B. Schaffrin and Y. Bock. A unified scheme for processing GPS dual-band phase observations. Bulletin gÃC odÃC sique, 62(2):142–160, 1988.
- [32] G. Seeber. *Satellite geodesy*. Walter de Gruyter, New York, 2 edition, 2003.
- [33] E. M. Souza. Efeito de multicaminho de alta frequência no posicionamento relativo GPS estático. Mestrado em ciências cartográficas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2004.
- [34] E. M. Souza. Análise de wavelets para detecção e correção do multicaminho no posicionamento relativo GNSS estático e cinemático. Doutorado em ciências cartográficas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente, 2008.
- [35] R. W. Sturdevant. Navstar, the global positioning system. In S. J. Dick and R. D. Launius, editors, *Societal Impact of Spaceflight*, pages 331–352. National Aeronautics and Space Administration, Washington, 2007.
- [36] BeiDou Navigation Satellite System. Bds. < http://www.beidou.gov.cn/2012/ 12/14/2012121481ba700d7ca84dfc9ab2ab9ff33d2772.html >, 2014. Acesso em: 02 mar. 2014.
- [37] P. J. G. Teunissen. Least-squares estimation of the integer GPS ambiguities. In Invited lecture, section IV theory and methodology, IAG general meeting, Beijing, China, 1993.
- [38] P. J. G. Teunissen. A canonical theory for short GPS baselines. part iv: precision versus reliability. *Journal of Geodesy*, 71(9):513-525, 1997.
- [39] P. J. G. Teunissen. GPS carrier phase ambiguity fixing concepts. In P. J. G. Teunissen and A. Kleusberg, editors, *GPS for Geodesy*, pages 271–318. Springer Berlin, Berlin, 1998.
- [40] P. J. G. Teunissen. On the integer normal distribution of the GPS ambiguities. Artificial satellites, 33(2):49-64, 1998.
- [41] P. J. G. Teunissen. An optimality property of the integer least-squares estimator. Journal of Geodesy, 73(11):587–593, 1999.
- [42] P. J. G. Teunissen and D. Odijk. Ambiguity dilution of precision: definition, properties and application. *Proceedings of ION GPS-1997*, pages 16–19, 1997.

- [43] R. Tiwari, S. Skone, S. Tiwari, and H. J. Strangeways. Wbmod assisted pll GPS software receiver for mitigating scintillation affect in high latitude region. In *General* Assembly and Scientific Symposium, 2011 XXXth URSI, pages 1–4. IEEE, 2011.
- [44] B. C. Vani, M. H. Shimabukuro, and J. F. G. Monico. Ismr query toll. < http:// is-cigala-calibra.fct.unesp.br/is/ismrtool/view/View.php >, 2014. Acesso em: 23 jun. 2014.
- [45] S. Verhagen. The GNSS integer ambiguities: estimation and validation. Publications on geodesy. NCG, Nederlandse Commissie voor Geodesie, Netherlands Geodetic Commission, 2005.
- [46] S. Verhagen and P. J. G. Teunissen. New global navigation satellite system ambiguity resolution method compared to existing approaches. *Journal of Guidance, Control,* and Dynamics, 29(4):981–991, 2006.
- [47] S. Verhagen and P. J. G. Teunissen. The ratio test for future GNSS ambiguity resolution. GPS solutions, 17(4):535–548, 2013.
- [48] J. Zhang and G. Lachapelle. Precise estimation of residual tropospheric delays using a regional GPS network for real-time kinematic applications. *Journal of Geodesy*, 75(5-6):255-266, 2001.

Apêndice A

Detecção de perdas de ciclos

Neste apêndice, são apresentados os resultados da detecção de perdas de ciclos descrita na seção 2.3.4, para o experimento descrito na seção 7.3.3.

Período de baixa atividade ionosférica



Figura A.1: Detecção das perdas de ciclos para o dia 213.



Figura A.2: Detecção das perdas de ciclos para o dia 214.

Período de alta atividade ionosférica



Figura A.3: Detecção das perdas de ciclos para o dia 215.



Detecção de Perdas de Ciclos - L1

Figura A.4: Detecção das perdas de ciclos para o dia 277.



Figura A.5: Detecção das perdas de ciclos para o dia 278.



Figura A.6: Detecção das perdas de ciclos para o dia 279.

Limiar μ para o FF-RT

Neste apêndice, são apresentados os valores dos limiares μ para o FF-RT (seção 5.4.2), para o experimento descrito na seção 7.3.3.

Período de baixa atividade ionosférica



Figura B.1: Valores do limiar μ para o FFRT para 240 épocas de processamento do dia 213.

Período de alta atividade ionosférica



Figura B.2: Valores do limiar μ para o FFRT, com 240 épocas de processamento do dia 214.



Figura B.3: Valores do limiar μ para o FFRT, com 240 épocas de processamento do dia 215.



Figura B.4: Valores do limiar μ para o FFRT para 160 épocas de processamento do dia 277.



Figura B.5: Valores do limiar μ para o FFRT, com 240 épocas de processamento do dia 278.



Figura B.6: Valores do limiar μ para o FFRT, com 240 épocas de processamento do dia 279.

Apêndice C ADOP

Neste apêndice, são apresentados os valores do ADOP, calculados através da equação 6.1, para o experimento descrito na seção 7.3.3. Fazendo a análise do ADOP de forma geral, nota-se que os métodos que apresentaram o melhor desempenho, são aqueles provenientes de ajustamentos recursivos. Assim, se o ADOP for tomado critério de avaliação o melhor método, é o VRS-REC, com pouca diferença para os outros métodos também recursivos.



Período de baixa atividade ionosférica

Figura C.1: Valores do ADOP para 240 épocas de processamento do dia 213.

Período de alta atividade ionosférica



Figura C.2: Valores do ADOP com 240 épocas de processamento do dia 214.



Figura C.3: Valores do ADOP com 240 épocas de processamento do dia 215.



Figura C.4: Valores do ADOP para 160 épocas de processamento do dia 277.



Figura C.5: Valores do ADOP com 240 épocas de processamento do dia 278.



Figura C.6: Valores do ADOP com 240 épocas de processamento do dia 279.