

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA PARA A  
EDUCAÇÃO BÁSICA

**A ARTE NA MATEMÁTICA:  
CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO DE GEOMETRIA**

PRISCILA BEZERRA ZIOTO BARROS

BAURU-SP

2017

PRISCILA BEZERRA ZIOTO BARROS

**A ARTE NA MATEMÁTICA:  
CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO DE GEOMETRIA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Docência para a Educação Básica, Mestrado Profissional, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Docência para a Educação Básica, sob a orientação do Prof. Dr. José Roberto Boettger Giardinetto.

BAURU-SP

2017

PRISCILA BEZERRA ZIOTO BARROS

A ARTE NA MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Docência para a Educação Básica, Mestrado Profissional, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Docência para a Educação Básica.

Orientador: Prof. Dr. José Roberto Boettger Giardinetto.

Dissertação apresentada e aprovada em \_\_\_/\_\_\_/2017, pela comissão julgadora:

---

Prof. Dr. José Roberto Boettger Giardinetto (Orientador)

Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP

---

Profa. Dra. Wania Tedeschi

Instituto Federal de São Paulo – IFSP – Campus São Carlos

---

Profa. Dra. Maria do Carmo Monteiro Kobayashi

Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP

Bauru, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2017.

Barros, Priscila Bezerra Zioto.  
A Arte na Matemática: contribuições para o ensino de  
geometria  
/ Priscila Bezerra Zioto Barros, 2017  
206f.

Orientador: José Roberto Boettger Giardinetto;  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual  
Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2017

1. Arte. 2. Matemática. 3. Geometria. 4.  
Interdisciplinaridade. 5. Processo Ensino-  
Aprendizagem. I. Universidade Estadual Paulista.  
Faculdade de Ciências. II. Título.

**ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE Mestrado DE PRISCILA BEZERRA ZIOTO BARROS, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA, DA FACULDADE DE CIÊNCIAS - CÂMPUS DE BAURU.**

Aos 20 dias do mês de março do ano de 2017, às 14:00 horas, no(a) Anfiteatro do Prédio da Pós Graduação, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. JOSE ROBERTO BOETTGER GIARDINETTO - Orientador(a) do(a) Departamento de Educação / Faculdade de Ciências - UNESP/Bauru, Profª Drª WANIA TEDESCHI do(a) Campus São Carlos / Instituto Federal de São Paulo, Profa. Dra. MARIA DO CARMO MONTEIRO KOBAYASHI do(a) Departamento de Educação / Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Faculdade de Ciências de Bauru, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE Mestrado de PRISCILA BEZERRA ZIOTO BARROS, intitulada **ARTE NA MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO DE GEOMETRIA**. Após a exposição, a discente foi arguida oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: Aprovada. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

  
Prof. Dr. JOSE ROBERTO BOETTGER GIARDINETTO  
Profª Drª WANIA TEDESCHI  
Profa. Dra. MARIA DO CARMO MONTEIRO KOBAYASHI

Dedico este trabalho a toda minha família.

Em especial, aos meus pais Maria Aparecida e Ezequiel  
pelas orações e demonstração de fé e carinho.

Ao meu companheiro e amado esposo, Ronaldo,  
pelo carinho, ajuda, incentivo e paciência infinita,  
que foram a base para a realização deste trabalho.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente à Deus, que me deu forças na busca deste sonho profissional e me capacitou para superar as dificuldades encontradas no caminho.

Ao meu orientador, Prof. Dr. José Roberto Boettger Giardinetto, pela paciência nas orientações e por ser mediador de muitas dificuldades; mesmo assim, ensinou-me a trilhar este caminho.

Às professoras doutoras Wania Tedeschi e Maria do Carmo Monteiro Kobayashi, membros da banca examinadora pelas valiosas contribuições ao trabalho.

À escola na qual foi realizada a pesquisa, à equipe gestora, aos professores, aos funcionários, aos alunos e especialmente à Nilce pelo apoio e orações e, igualmente, aos professores Alexandre, Amarildo, Andréia, Audrey, Michele, Patrícia e Sueli que colaboraram para o desenvolvimento e realização deste trabalho.

Ao Programa de Pós-graduação em Docência para a Educação Básica – UNESP – Bauru, por promover conhecimentos no processo ensino-aprendizagem e realizar sonhos profissionais.

Aos colegas de curso, pela amizade e pela aprendizagem coletiva, principalmente às amigas Joseane, Larissa, Michele, Michelle e especialmente à Patrícia e à Viviane, pela cumplicidade nos trabalhos e por sempre estarem ao meu lado nos momentos felizes e infelizes.

À galera do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC), UNICAMP 2013, pelo apoio e aprendizagem e por terem contribuído mesmo indiretamente para este trabalho.

Aos professores Agnaldo, Andreia, Elisa, Júlio, Liberto e Viviane pelas cartas de recomendações em outros momentos importantes e na contribuição indireta a este trabalho.

A todos os meus amigos pela força e torcida por esta conquista profissional.

À minha família linda que, mesmo à distância, me incentivou para superar todas as dificuldades com muita oração e pensamentos positivos.

A você, Ronaldo, por ser paciente e compreensivo, e por ter demonstrado todo o seu amor e apoio em toda esta trajetória.

A todos que, direta e indiretamente, contribuíram à realização desta dissertação.

Obrigada a todos! Sou muito grata!

Farei que a minha instrução resplandeça como aurora,  
para que ilumine os lugares mais distantes.  
[...] Derramarei o ensinamento como profecia  
e o transmitirei para as gerações futuras.  
[...] Vejam: Não trabalhei apenas para mim,  
mas para todos os que procuram a sabedoria.

Eclesiastes (24, 30-32)



## RESUMO

Este trabalho de investigação é um estudo que visa a melhoria do ensino de Matemática. Tem como objetivo a revitalização do ensino de Geometria numa perspectiva interdisciplinar entre Matemática e Arte. O estudo envolveu alunos de uma turma do 6.º ano do Ensino Fundamental - Anos Finais de uma Escola Pública Estadual do Interior do Estado de São Paulo. A pesquisa aplicada em três etapas se deu por meio de Sequências didáticas A, B e C compostas por conteúdos de Geometria. Foram analisadas as transformações geométricas, em especial a simetria de reflexão, rotação e translação, bem como, a aprendizagem de conceitos matemáticos. Conceitos como: simetria, proporção, polígonos, poliedros, pontos, retas, curvas, ângulos, cores, figuras e formas geométricas, dentre outros, foram verificados em recursos como vídeos, softwares educativos Simetrizadores, obras de arte e banco de questões, envolvendo habilidades de leitura visual e geométrica. O desenvolvimento metodológico se deu por pesquisa de abordagem qualitativa, do tipo descritiva, intencionando a retomada da “Geometria Básica”, no sentido de valorização de tais conceitos geométricos, como elementos relevantes para estabelecer a conexão entre a Arte e a Matemática. Os dados foram recolhidos a partir da aplicação das Sequências didáticas A – Transformações Geométricas, B – Obras de Arte e C – Banco de Questões envolvendo materiais manipuláveis, recursos tecnológicos, análise de imagem, contexto histórico e fazer artístico. Os resultados mostraram uma oportunidade de minimizar as defasagens de aprendizagens em conceitos geométricos; houve evolução na construção e ampliação do conhecimento matemático com a interação aluno/aluno, professor/aluno e trabalho em equipe. Apresenta-se, anexo a dissertação, o produto educacional, elaborado com os dados do trabalho, cuja finalidade é fornecer aos professores de Matemática e de Arte, Sequências didáticas envolvendo a Geometria Básica de forma interdisciplinar e contribuir para o ensino interdisciplinar.

**Palavras-chave:** Arte. Matemática. Geometria. Interdisciplinaridade. Processo Ensino-Aprendizagem.

## ABSTRACT

This research is a study aimed at improving Mathematics teaching. Its purpose is to revitalize the teaching of Geometry in an interdisciplinarity perspective between Mathematics and Art. The study involved students from a sixth grade Elementary School group of a State Public School in the interior of the State of São Paulo. The research applied in three stages was done through didactic Sequences A, B and C and composed of Geometry contents. The geometrical transformations, especially the symmetry of reflection, rotation and translation, as well as the learning of mathematical concepts were analyzed. Concepts such as: symmetry, proportion, polygons, polyhedra, points, lines, curves, angles, colors, figures and geometrical shapes, geometrical thoughts, among others, were verified in resources such as videos, symmetrizing educational software, works of art and question bank, involving visual and geometrical reading skills. The methodological development happened through a qualitative research, descriptive type, intending the "Basic Geometry" resumption, considering the importance of such geometrical concepts, as relevant elements to establish a connection between Art and Mathematics. The data were collected from the application of the didactic Sequences A - Geometric Transformations, B - Works of Art and C - Question Bank involving manipulable materials, technological resources, image analysis, historical context and artistic making. The results showed an opportunity to minimize the lags of learning in geometrical concepts; there was an evolution in the construction and expansion of mathematical knowledge with the student/student, teacher/student interactions and teamwork. An educational product and the dissertation, prepared with the data of all the work is presented in an annex, whose purpose is to provide teachers of Mathematics and Art, didactic Sequences involving the "Basic Geometry" in an interdisciplinary way and to contribute to interdisciplinary teaching.

**Keywords:** Art. Mathematics. Geometry. Interdisciplinarity. Teaching-Learning Process.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Fluxograma Espaço e Forma.....	45
Figura 2	Simetrizador 1.....	57
Figura 3	Simetrizador 2.....	58
Figura 4	Fluxograma representando as Transformações Geométricas.....	59
Figura 5	Simetria de Reflexão Vertical, Horizontal e Diagonal.....	61
Figura 6	(F) – Simetria de Reflexão Vertical, Horizontal e Diagonal .....	62
Figura 7	(F) – Simetria de Reflexão Vertical e Horizontal.....	63
Figura 8	(F) – Simetria de Reflexão Vertical e Horizontal.....	64
Figura 9	Simetria de Reflexão no Plano Cartesiano com 2 Eixos de Simetria.....	65
Figura 10	Simetria de Rotação Diagonal com 1 Eixo de Simetria.....	66
Figura 11	Simetria de Rotação no Plano.....	66
Figura 12	Simetria de Rotação no Plano.....	67
Figura 13	Simetria de Rotação no Plano com Infinitos Eixos de Simetria....	67
Figura 14	Simetria de Rotação no Plano.....	67
Figura 15	Simetria Central de Centro O no Plano.....	68
Figura 16	Simetria de Translação Vertical com 1 Eixo de Simetria.....	69
Figura 17	Simetria de Translação Horizontal.....	69
Figura 18	Simetria de Translação no Plano Cartesiano.....	70
Figura 19	Simetria de Translação no Plano com Infinitos Eixos de Simetria	70
Figura 20	Simetria de Translação no Plano com Infinitos Eixos de Simetria	70
Figura 21	Representação da Homotetia de Centro O e Razão k, ou seja, $ k >1$ .....	71
Figura 22	Representação da Homotetia de Centro O e Razão k, ou seja, $0< k <1$ .....	72
Figura 23	Obtida pelo Simetrizador 2.....	91
Figura 24	Obtida pelo Tangram.....	91
Figura 25	Atividade Tangram desenvolvida pelos alunos em díade no Simetrizador 2 (Figura 3).....	94
Figura 26	Simetria de “Reflexão”, eixo de simetria vertical, desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).....	95
Figura 27	Simetria de “Reflexão”, eixo de simetria diagonal, desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).....	95
Figura 28	Simetria de “Reflexão”, com 2 (dois) eixos de simetria (diagonal e vertical), desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).	96

Figura 29	Simetria de “Rotação” no plano, desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).....	96
Figura 30	Simetria de “Rotação”, no plano com infinitos eixos de simetria, desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).	96
Figura 31	Simetria de “Rotação” no plano, desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).....	97
Figura 32	Simetria de “Translação” com eixo horizontal, desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).....	97
Figura 33	Simetria de “Translação” com 2 (dois) eixos de simetria (diagonal e vertical), desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).....	97
Figura 34	Simetria de “Translação” no plano com infinitos eixos de simetria, desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).....	98
Figura 35	Símbolo do time de futebol Santos representando a Simetria de “Reflexão”, eixo de simetria vertical, desenvolvido por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).....	98
Figura 36	Símbolo do time de futebol Corinthians representando a Simetria de “Reflexão” eixo de simetria diagonal, desenvolvido por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).....	99
Figura 37	Símbolo do time de futebol Flamengo, representando a Simetria de “Translação”, desenvolvido por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).....	99
Figura 38	Mosaicos e Malhas baseados em Escher desenvolvidos por alunos em díade no Simetrizador 2 (Figura 3).....	100
Figura 39	Título: Soltando Pipa IV.....	105
Figura 40	Título: A Gare, 1925.....	108
Figura 41	Título: Calmaria II, 1929.....	112
Figura 42	Título: Carnaval em Madureira, 1924.....	113
Figura 43	A Obra Mural "Todos Somos Um".....	116
Figura 44	Pôster oficial da Rio 2016.....	116
Figura 45	Mão em 3D.....	120
Figura 46	Atividade desenvolvida pelos alunos.....	121
Figura 47	Alunos desenvolvendo o Banco de Questões.....	123
Figura 48	Dragão 3D.....	162
Figura 49	Mosaicos de Escher.....	164

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1	Principais Temas, Contribuições e Referências.....	32
Quadro 2	Cronograma/ Resumo das Atividades.....	80
Quadro 3	Desempenho dos alunos nas atividades 1, 2 e 3 – Transformações Geométricas.....	85
Quadro 4	Desempenho dos alunos na atividade 4 – Obras de Arte.....	103
Quadro 5	Desempenho dos alunos nas atividades Banco de Questões.....	124
Quadro 6	Desempenho dos alunos nas atividades Banco de Questões – Resposta Aberta.....	126
Quadro 7	Desempenho dos alunos nas Sequências Didáticas A, B e C.....	165

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1	Evolução dos Resultados do Brasil no SAEB em Matemática (2005 a 2015).....	23
Gráfico 2	Desempenho dos alunos nas atividades 1, 2 e 3 – Transformações Geométricas.....	86
Gráfico 3	Desempenho dos alunos na atividade 4 – Obras de Arte.....	104
Gráfico 4	Desempenho dos alunos nas atividades Banco de Questões.....	125
Gráfico 5	Desempenho dos alunos nas atividades Banco de Questões – Resposta Aberta.....	127
Gráfico 6	Desempenho dos alunos nas Sequências Didáticas A, B e C...	165

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<b>AD</b>	Avaliação Diagnóstica
<b>ANA</b>	Avaliação Nacional de Alfabetização
<b>BDTD</b>	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
<b>CAPES</b>	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
<b>CECIBA</b>	Centro de Estudos de Ciências da Bahia
<b>CI</b>	Cópia da Internet
<b>DAEB</b>	Diretoria de Avaliação da Educação Básica
<b>DCNs</b>	Diretrizes Curriculares Nacionais
<b>EB</b>	Em Branco
<b>EF</b>	Ensino Fundamental
<b>EM</b>	Ensino Médio
<b>ENEM</b>	Exame Nacional do Ensino Médio
<b>FEM</b>	Fórum Econômico Mundial
<b>GEEM</b>	Grupo de Estudos do Ensino da Matemática
<b>GEM</b>	Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática
<b>GEMEG</b>	Grupo de Estudos em Educação Matemática do Estado da Guanabara
<b>GEMPA</b>	Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia da Pesquisa e Ação de Porto Alegre
<b>GEPEM</b>	Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática
<b>GIT</b>	<i>Global Information Technology</i>
<b>GTG</b>	<i>Grupo de Trabalho e Geometria</i>
<b>IDEB</b>	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
<b>IMECC</b>	Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
<b>IMESP</b>	Imprensa Oficial do Estado de São Paulo S/A
<b>INEP</b>	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais
<b>IREM</b>	Instituto de Investigação do Ensino de Matemática
<b>IS</b>	Insatisfatório
<b>IUFM</b>	Instituto Universitário de Formação de Professores
<b>LDB</b>	Lei de Diretrizes e Bases
<b>LDBEN</b>	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
<b>LIBRAS</b>	Língua Brasileira de Sinais

<b>MAC</b>	Museu de Arte Contemporânea de São Paulo
<b>MEC</b>	Ministério da Educação
<b>MMM</b>	Movimento da Matemática Moderna
<b>NEDEM</b>	Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática
<b>OBMEP</b>	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
<b>OCDE</b>	Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico
<b>PCN+</b>	Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
<b>PCNEM</b>	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
<b>PCNs</b>	Parâmetros Curriculares Nacionais
<b>PISA</b>	Programa Internacional de Avaliação de Alunos
<b>PNDL</b>	Programa Nacional do Livro Didático
<b>PNLEM</b>	Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio
<b>PPP</b>	Projeto Político-Pedagógico
<b>PROFMAT</b>	Programa Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
<b>PS</b>	Parcialmente Satisfatório
<b>PUCPR</b>	Pontifícia Universidade Católica do Paraná
<b>PUCRS</b>	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
<b>PUCSP</b>	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
<b>RA</b>	Resposta Aberta
<b>S</b>	Satisfatório
<b>SAEB</b>	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
<b>SAEMI-PE</b>	Sistema de Avaliação Educacional Municipal do Ipojuca
<b>SARESP</b>	Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
<b>SEDUC-GO</b>	Secretaria de Educação, Cultura e Esporte do Estado de Goiás
<b>SEESP</b>	Secretaria de Estado da Educação de São Paulo
<b>SQ</b>	Sequência Didática
<b>SQA</b>	Sequência Didática A
<b>SQB</b>	Sequência Didática B
<b>SQC</b>	Sequência Didática C
<b>SQCRA</b>	Sequência Didática C Resposta Aberta
<b>TALE</b>	Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
<b>TECLE</b>	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
<b>TICs</b>	Tecnologias da Informação e Comunicação



<b>TT</b>	Temas Transversais
<b>UFPR</b>	Universidade Federal do Paraná
<b>UFSC</b>	Universidade Federal de Santa Catarina
<b>UNESP</b>	Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho
<b>UNICAMP</b>	Universidade Estadual de Campinas
<b>UNIFAI</b>	Centro Universitário de Adamantina
<b>UNIRIO</b>	Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
<b>UR</b>	Unidade de Registro

# SUMÁRIO

<b>APRESENTAÇÃO</b> .....	18
<b>INTRODUÇÃO</b> .....	20
<b>1 O PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: GEOMETRIA POR MEIO DA INTERDISCIPLINARIDADE</b> .....	33
1.1. Binômio Interdisciplinar: “Arte e Matemática”.....	41
<b>2 MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS – PERSPECTIVAS SIMÉTRICAS</b> .....	50
2.1 Isometria: Reflexão, Rotação, Central e Translação.....	60
2.1.1 Simetria de Reflexão ou Axial ou Ortogonal.....	60
2.1.2 Simetria Rotacional ou de Rotação.....	65
2.1.3 Simetria Central.....	68
2.1.4 Simetria de Translação.....	68
2.2 Homotetia.....	71
<b>3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS</b> .....	73
3.1 Participantes/Escola.....	75
3.2 Plano de Trabalho, Sequências Didáticas e Coleta de Dados.....	77
<b>4 APRESENTAÇÃO E RESULTADO DAS ATIVIDADES – ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS</b> .....	82
4.1 Sequência Didática A: Transformações Geométricas.....	83
4.2 Sequência Didática B: Obras de Arte.....	101
4.3 Sequência Didática C: Banco de Questões.....	122
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	167
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	172
<b>APÊNDICES</b> .....	180

## APRESENTAÇÃO

O fascínio pela Geometria vem desde a época de estudante. Apesar de se tratar, para mim, de um conteúdo de difícil apropriação, este se tornou um desafio a ser superado e um objetivo a ser atingido, mediante as dificuldades apresentadas na aprendizagem escolar. Tais dificuldades se estenderam no Ensino Superior uma vez que nas disciplinas desses conteúdos foram obtidas as notas mínimas necessárias para aprovação. Já formada, minha trajetória profissional refletiu essas dificuldades conceituais na prática docente, o que ocasionou muita insegurança no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de Geometria.

Minha atuação como professora iniciou-se em 2004 no Estado do Mato Grosso do Sul e desde 2005 sigo como professora efetiva no Estado de São Paulo. Durante esse período houve a observação da desvalorização do processo ensino-aprendizagem da Geometria de acordo com o Currículo Escolar e o baixo desempenho dos alunos no desenvolvimento e análise dos conteúdos matemáticos em avaliações internas e externas.

Assim, com o decorrer do ensino escolar, notei a necessidade de implantar projetos para a revitalização desse processo de ensino-aprendizagem de Geometria que, atualmente, vem mostrando índices abaixo do adequado e esperado para um ensino de qualidade em relação a outros países. A partir desta reflexão e análise procurei buscar aperfeiçoamento em minha prática pedagógica para o desenvolvimento de um plano de aula/ensino, no tocante ao ensino de Geometria, que seja eficiente e eficaz.

Isto se tornou um desafio profissional que me instigou, inicialmente, a tentar o aperfeiçoamento como continuidade dos estudos em nível de Pós-Graduação Stricto Sensu. O primeiro processo foi o Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) desde sua primeira seleção em 2011 até 2015, sempre aprovada, mas não classificada nas vagas. Com o tempo apareceu o desânimo e a baixa estima. Motivada pela reflexão e a vontade de fazer parte da luta por uma Educação de qualidade, participei de outros processos de seleção, sendo aprovada na Pós-Graduação no Programa de Mestrado em Matemática da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), o que representou uma grande alegria, um mestrado com muita aprendizagem acadêmica. Porém, os estudos

realizados estavam distantes da minha realidade como professora de Matemática do Ensino Fundamental (EF)/Anos Finais e Ensino Médio (EM). Entristecia-me a realidade inalterada, então, decidi buscar novos processos, mas, agora na área da Educação. Após pesquisa na internet encontrei o Mestrado Profissional em Docência para a Educação Básica, na Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP) de Bauru, sendo o seu segundo processo seletivo a ser realizado em 2015. Ao tomar ciência desse processo seletivo, bem como da elaboração de projeto de pesquisa, uma das etapas do processo, houve a compreensão de que seria essa a oportunidade de toda a minha trajetória, isto é, o estudo de "Geometria" e principalmente a "Geometria básica"<sup>1</sup> que representa o alicerce de todos os conceitos geométricos. Mas, existia a dúvida! Se houve sempre a dificuldade de aprender, por que estudar Geometria? Não seria mais confortável estudar outra área de menor dificuldade de aprendizagem e abstração? Sim, mas o foco era buscar a resposta, de que todos nós somos capazes de aprender e nos aprofundar em qualquer conteúdo ou disciplina, desde que haja a decisão, motivação e dedicação ao estudo proposto. A decisão pelo tema de pesquisa se deu por meio da análise e reflexão da prática docente e das avaliações internas e externas como questões norteadoras. Por que ensinar Geometria? Por que a luta pela revitalização da Geometria? Por que e para que utilizar o binômio: Arte e Matemática no ensino da Geometria?

O enfoque passou a ser o aprofundamento da base de conceitos matemáticos do processo ensino-aprendizagem, professor e aluno, para assim reduzir as defasagens em Geometria e propiciar ao preparo de avaliações e reflexão sobre os problemas da sociedade.

---

<sup>1</sup> Neste trabalho foram considerados como "Geometria Básica" os conteúdos de Matemática do Currículo do Estado de São Paulo, sendo no Ensino Fundamental – Anos Iniciais os conteúdos do bloco "Espaço e Forma" e no Ensino Fundamental – Anos Finais os conteúdos de "Geometria" do 6.º e 7.º ano. Disponível em: <<http://www.educacao.sp.gov.br/curriculo>>.

## INTRODUÇÃO

A Matemática é baseada na lógica, a arte,  
na reconstrução imaginativa de imagens perceptivas.

Michael Holt

No Estado de São Paulo, em 2008, iniciou-se a implementação da Proposta Curricular do Estado de São Paulo que, a partir de 2009, homologou-se como Currículo<sup>2</sup> Oficial do Estado de São Paulo.

Nos primeiros 40 dias letivos de 2008, a Proposta Curricular propiciou o desenvolvimento do Jornal do aluno. Esse recurso caracterizou a recuperação ou retomada de conteúdo, por conter atividades práticas e diferenciadas, correlato a cada disciplina. Cada aluno recebeu o exemplar com todas as disciplinas de acordo com sua série/ano. Já o professor recebeu a “Revista do Professor” com as orientações do processo, ou seja, o apoio didático aos professores. Em continuidade, o professor recebeu o “Caderno do Professor” contendo as situações de aprendizagem a serem trabalhadas com os alunos, orientações metodológicas, isto é, outro recurso para o professor. A partir de 2009, o governo propiciou o “Caderno do Professor” e o “Caderno do Aluno” como suporte ao desenvolvimento do Currículo. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), publicados em 2007 (BRASIL, 1998) recomenda-se aos professores como recursos didáticos e pedagógicos: livros didáticos, jogos, vídeos, computadores e materiais diversificados, na transmissão da informação, do conhecimento, na inserção social e por estes representarem fonte importante no processo de ensino-aprendizagem.

A área de estudo em 2008 era Ciências da Natureza e suas Tecnologias (Biologia, Química, Física e Matemática). Atualizada em 2010 para Matemática e suas Tecnologias tornou-se uma área isolada (SÃO PAULO, 2008). Em Matemática o Currículo do Estado de São Paulo organizou-se em três grandes blocos temáticos: NÚMEROS, GEOMETRIA e RELAÇÕES representados por Álgebra, Funções, Equações, Números Complexos, Geometria, Trigonometria, Combinatória, Matrizes, Estatística ou Tratamento da Informação entre outros. No Caderno do Professor e

---

<sup>2</sup> A Edição Especial da Proposta Curricular do Estado de São Paulo assim define o Currículo “é a expressão de tudo o que existe na cultura científica, artística e humanista, transposto para uma situação de aprendizagem e ensino” (SÃO PAULO, 2008, p.11).

do Aluno os conteúdos de Geometria em algumas séries/anos foram reorganizados de forma diferente dos planos de aula/ensino do professor. Isto é, no 6.º/9.º ano e no 7.º ano EF/Anos Finais e na 3.ª série do EM o conteúdo de Geometria foi deslocado e alterado para 3.º, 2.º e 1.º bimestre respectivamente e nas demais séries não houve alteração, continuando no 4.º bimestre. Pressupõe-se que as devidas mudanças objetivem a revitalização do ensino de Geometria, cujo foco é minimizar as defasagens de aprendizagens em conceitos geométricos.

A cada ano o ensino na educação brasileira apresenta um considerável nível de dificuldade de aprendizagem, que é medido por meio de testes padronizados. Esses testes sondam os conhecimentos, as competências e habilidades necessárias para cada ciclo da Educação e a capacidade de análise, de raciocínio, de interpretação, bem como as ideias desses estudantes da sociedade atual.

Os testes abrangem as áreas de leitura, principalmente na Língua Portuguesa, Matemática, Ciências e Conhecimentos Gerais com a finalidade de obter uma análise parcial da educação brasileira. Esses testes são aplicados em avaliações internas e externas como: Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB e Prova Brasil), Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), Vestibulares, entre outros. E a partir desta análise, traçam-se metas e parâmetros de qualidade a serem atingidos pelas escolas. Almeja-se, assim, a evolução dos sistemas de ensino, com vistas a conduzir todos a uma educação básica obrigatória, gratuita, com qualidade e adequada à sociedade.

É cada vez mais crescente a preocupação de e entre professores e pesquisadores em relação ao estudo de Geometria nos Currículos da disciplina Matemática, devido ao baixo desempenho dos alunos em Geometria.

[...] a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 1998, p.122).

Com o Movimento da Matemática Moderna (MMM), por volta dos anos 50 e 60 do século passado, sugeriu-se em Geometria o desenvolvimento do conteúdo

Transformações Geométricas. Segundo Pavanello (1989, 1993), antes do MMM o conteúdo de Matemática dividia-se em Aritmética, Álgebra e Geometria. Esses conteúdos eram ensinados por professores diferentes, ou seja, os conteúdos eram ministrados separadamente.

Com o início do MMM, a Geometria passou a ser desenvolvida por Transformações Geométricas o que ocasionou dificuldade em sua implementação propiciando o não domínio do conteúdo por grande parte dos professores, iniciando-se o distanciamento.

A partir da antiga Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), a Lei nº 5692/71, excluiu-se a obrigatoriedade do currículo e se permitiu a autonomia do professor em desenvolver seu próprio plano e de acordo com sua clientela e realidade social, então, este se limitou a trabalhar somente a Aritmética e a Álgebra, deixando de lado o ensino de Geometria.

Entretanto, se observou que o problema do ensino da Geometria surgiu e se evoluiu a partir do MMM, e na medida em que as escolas passaram a atender um número crescente de alunos das classes menos favorecidas. Assim, para Pavanello (1993, p.15) foram atribuídos alguns termos do ensino de Matemática como: “escola da elite x escola do povo ou escola particular x escola pública” e conclui-se como “escola onde se ensina geometria” (escola para a elite) e “escola onde não se ensina geometria” (escola para o povo).

E a partir de então, iniciou-se o distanciamento que gerou um grande abandono no ensino de Geometria e, conseqüentemente, o não conhecimento dos alunos da “Geometria básica”. Tal fato contribuiu para os históricos e os atuais índices insatisfatórios em Matemática em avaliações internas e externas.

De acordo com os índices atuais obtidos na avaliação do Fórum Econômico Mundial<sup>3</sup> (FEM, 2016) em Genebra, na Suíça, tem-se que a qualidade da educação em Matemática e Ciências no Brasil é uma das piores do mundo. De acordo com o relatório *Global Information Technology (GIT, 2016)*<sup>4</sup>, apesar de haver melhorado em

---

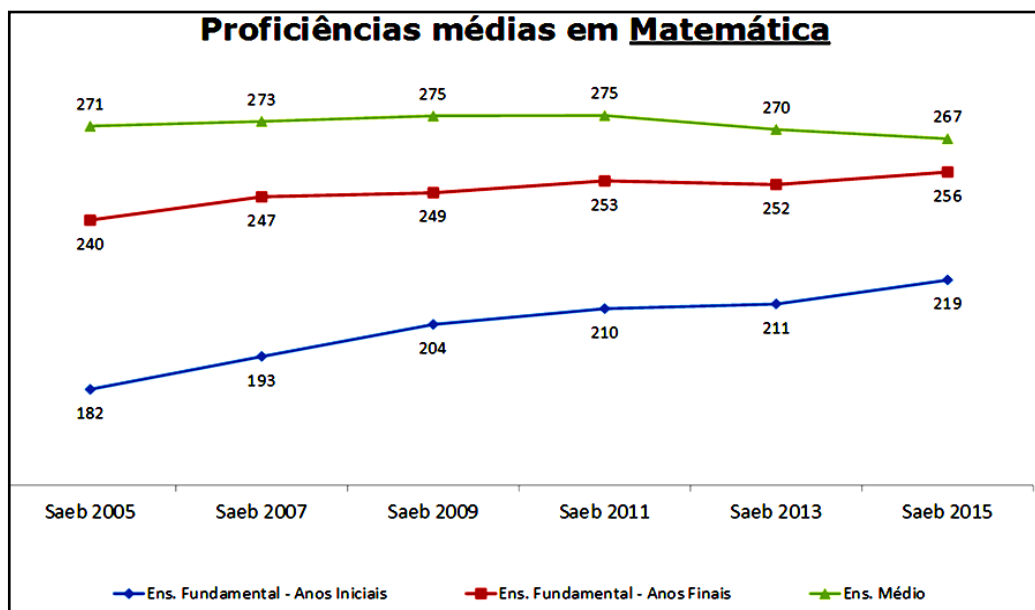
<sup>3</sup> O Fórum Econômico Mundial, Genebra (Suíça), foi criado em 1971 com o nome de Fórum Europeu de Gerenciamento e seu principal objetivo é “melhorar a situação do mundo”. Cf. *World Economic Forum*. Disponível em: <<https://www.weforum.org/about/world-economic-forum>>. Acesso em 15 out. 2016.

<sup>4</sup> A *Global Information Technology* desde 2001 avalia como os países estão se preparando para a nova era de inovação tecnológica. O link mostra relatório sobre o ranking dos países em que o Brasil se encontra na posição 133 nos estudos de Ciência e Matemática, publicado pela *Global Information Technology Report 2016 Innovating in the Digital Economy* (2016, p.233). Disponível em: <[http://www3.weforum.org/docs/GITR2016/WEF\\_GITR\\_Full\\_Report.pdf](http://www3.weforum.org/docs/GITR2016/WEF_GITR_Full_Report.pdf)>. Acesso em: 17 nov. 2016.

relação à Tecnologia da Informação, o país está entre os últimos colocados em conceitos matemáticos e científicos. Dentre 139 países avaliados o Brasil ocupa a 133ª posição.

Segundo um relatório recente da Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE), o Brasil é um dos dez países com o maior número de alunos com baixo rendimento escolar em Matemática, Leitura e Ciência. Segundo o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) o Brasil encontra-se na 58ª colocação<sup>5</sup> entre 65 países em conhecimentos de Matemática.

Segundo o Gráfico 1 é possível constatar o baixo desempenho da aprendizagem em Matemática no Brasil, de acordo com o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica<sup>6</sup> (IDEB) (BRASIL, 2015). Houve uma pequena evolução no Ensino Fundamental – Anos Iniciais e Finais, mas, no Ensino Médio houve o pior desempenho desde 2005, início do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), conforme resultados da PROVA BRASIL (BRASIL, 2015).



**Gráfico 1 – Evolução dos Resultados do Brasil no SAEB em Matemática (2005 a 2015)**

Fonte: PROVA BRASIL (2015) Diretoria de Avaliação da Educação Básica – DAEB/ Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais – INEP (2015)

<sup>5</sup> RANKING PISA 2012. Disponível em: <<http://estaticog1.globo.com/2013/12/03/PISA2012.pdf>> Acesso em: 11 out. 2016.

<sup>6</sup> PROVA BRASIL. Disponível em: <[http://provabrasil.inep.gov.br/artigo/-/asset\\_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/inep-apresenta-resultados-do-saeb-prova-brasil-2015/21206](http://provabrasil.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/inep-apresenta-resultados-do-saeb-prova-brasil-2015/21206)> Acesso em 20 set. 2016.



Em Matemática, o Ensino Fundamental - Anos Iniciais (5.º ano), em 2013, obteve a pontuação de 211, em 2015 atingiu 219, ficando abaixo da meta esperada de 225.

Em seguida, Matemática no Ensino Fundamental - Anos Finais (9.º ano), em 2013, obteve a pontuação de 252, em 2015 atingiu 256, ficando abaixo da meta que era de 300.

Por fim, Matemática no Ensino Médio, em 2013, obteve a pontuação de 270, em 2015 atingiu 267, ficando abaixo da meta que era de 350 reduzindo, assim, sua pontuação anterior de 270 para 267.

Entretanto, os índices indicam que para obter a nota adequada no EF - Anos Iniciais o índice era 225 atingindo 219, no EF - Anos Finais era 300 atingindo 256 e no EM era 350 atingindo 267. Comprova-se o baixo desempenho dos alunos em Matemática, permanecendo abaixo do rendimento escolar.

Retornando aos índices históricos, o Ministério da Educação (MEC) desenvolveu nos anos de 1997 e 1998 os “Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) do Ensino Fundamental (Anos Iniciais e Anos Finais) e do Ensino Médio. Inseriu-se nos PCNs o bloco “Espaço e Forma” que abrange os conteúdos de Geometria Básica em especial as Transformações Geométricas. As noções de “ponto, reta e plano” são o elo de partida entre os conhecimentos prévios dos alunos e o ponto inicial no ensino de “Geometria”.

Entretanto, os PCNs enfatizam que a Geometria desenvolve nos alunos o pensamento geométrico, que gera um entendimento e uma compreensão da visão geométrica no seu cotidiano e no mundo. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM):

[...] as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca (BRASIL, 1998a, p. 44).

Na busca de melhoria para os índices de desenvolvimento no ensino-aprendizagem de Matemática, este trabalho requer o retorno ao currículo escolar do ensino de “Geometria” relacionado à disciplina de Matemática, principalmente no Ensino Fundamental (EF) e de forma interdisciplinar.

Segundo Sherard III (1981) a Geometria é considerada em 7 (sete) habilidades de competência básica<sup>7</sup>:

1- Geometria é uma competência básica porque é uma ajuda importante na comunicação. Nosso vocabulário básico escrito e falado tem muitos termos geométricos; por exemplo: ponto, reta, plano, curva, ângulo, paralelo, perpendicular, círculo, quadrado, retângulo e triângulo. Se vamos comunicar a alguém a localização, o tamanho ou a forma de um objeto, a terminologia geométrica é essencial.

2- Geometria é uma competência básica porque tem ampliações importantes a problemas da vida real.

3- Geometria é uma competência básica porque tem aplicações importantes em outros tópicos da Matemática básica. A Geometria é um tema unificador em todo o currículo da Matemática, e como tal é uma rica fonte de visualizações para os conceitos aritméticos, algébricos e estatísticos. Com frequência usamos exemplos ou modelos geométricos para ajudar nossos alunos a compreender conceitos matemáticos.

4- Geometria é uma competência básica porque dá uma preparação valiosa para cursos mais avançados de Ciências e Matemática e para uma variedade de carreiras que exigem competências matemáticas.

5- Geometria é uma competência básica pelas oportunidades que oferece para desenvolver a percepção espacial. A visualização e a percepção espaciais vêm sendo reconhecidas como competência extremamente importantes para o sucesso em Ciências e Matemática. Mesmo desconsiderando a necessidade de uma boa percepção espacial em ocupações específicas, todos nós precisamos de habilidade de visualizar objetos no espaço e as relações entre eles. Precisamos, ainda, da habilidade para interpretar representações bidimensionais de objetos tridimensionais. Muitos de nós enfrentamos a tarefa de montar um móvel ou um brinquedo seguindo um conjunto de instruções relativas a um esboço bidimensional do objeto real. E a maioria de nós tem a experiência de olhar a planta de uma casa ou de um apartamento e tentar visualizar como serão a casa ou apartamento.

6- Geometria é uma competência básica porque pode servir como veículo para estimular e exercitar habilidades gerais de pensamento e de resolução de problemas. A Geometria oferece aos nossos alunos as oportunidades de olhar, comparar, medir, adivinhar, generalizar e abstrair. Essas oportunidades podem ajudar os estudantes a descobrir relações por si próprios e se tornarem melhores resolvedores de problemas.

7- E, finalmente, a Geometria é uma competência básica porque existem valores culturais e estéticos que vêm de seu estudo. Ninguém pode negar que a Geometria é um veículo para se ensinar Estética. W.D. Reeve expressou-se nesse sentido quando escreveu que o nosso fracasso na apreciação das formas de vida à nossa volta nos leva também a falhar na apreciação de grande parte da beleza do mundo. (SHERARD III, 1981, s. p.).

---

<sup>7</sup> Por que a Geometria é uma competência básica? SHERARD III, Wade H. Why Is Geometry a Basic Skill? *Mathematics Teacher* (1981) Vol. 74, No. 1. A tradução para o Português foi feita pelas professoras Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca e Maria Laura Magalhães Gomes. Disponível em: <<https://pactuando.files.wordpress.com/2014/10/texto-por-que-geometria-c3a9-uma-competc3aancia-bc3a1sica.pdf>>. Acesso em: 15 dez. 2016.

E a revitalização ao ensino-aprendizagem de Geometria propicia a inserção, a relação social e a visualização espacial do mundo e do seu redor. É a relação entre as diferentes áreas de conhecimento que se unem à compreensão e resolução de uma problemática em diferentes pontos de vista. Assim, o ensino da Matemática contribui para a formação do aluno, como bem aponta Miskulin (1994).

O ensino da Matemática contribuiria efetivamente na formação do indivíduo, como um ser capaz de interpretar, compreender e apreciar o mundo físico que o cerca, e, nesse sentido, faz-se necessário essa abordagem da Matemática, a fim de que resgate os aspectos geométricos que permeiam a relação entre esse indivíduo e o espaço em que está inserido (MISKULIN, 1994, p.29).

Para auxiliar neste resgate uma possível intervenção é a interdisciplinaridade. Essa conexão interdisciplinar é um instrumento, um complemento e uma nova metodologia na prática pedagógica na transmissão do conhecimento escolar e não escolar.

O conceito de interdisciplinaridade se encontra na Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais, em especial o do Ensino Médio (PCNEM). Seu conceito não é apenas uma interligação de disciplinas, mas, uma interação entre as pessoas e dela consigo mesma. Trata-se de uma oportunidade de ampliar o olhar, o sentir, o fazer e os conhecimentos de diversas disciplinas no contexto de sua realidade, ou seja, num trabalho que é interdisciplinar e sistemático ao processo de ensino-aprendizagem, segundo os PCNEM (2000).

[...] a interdisciplinaridade deve ser compreendida a partir de uma abordagem relacional, em que se propõe que, por meio da prática escolar, sejam estabelecidas interconexões e passagens entre os conhecimentos através de relações de complementaridade, convergência ou divergência (BRASIL, 2000, p.21).

A interdisciplinaridade faz com que as disciplinas fundam-se uma com as outras em um elo que integra, dialoga e facilita a compreensão e a construção do conhecimento, na solução de um problema cotidiano ou social. A interconexão entre as disciplinas fortalece a contextualização e a aprendizagem significativa, conforme propõe os PCNEM (2000).

Ao propor uma nova forma de organizar o currículo, trabalhado na perspectiva interdisciplinar e contextualizada, parte-se do pressuposto de que toda aprendizagem significativa implica uma relação sujeito-objeto e que, para que esta se concretize, é necessário oferecer as condições para que os dois polos do processo interajam (BRASIL, 2000, p.22).

De acordo com os PCNs, terceiro e quarto ciclos, que apresentam os Temas Transversais (TT), a interdisciplinaridade se fundamenta em uma concepção de diferentes campos de conhecimentos científicos, envolve-se uma abordagem epistemológica de acordo com a realidade de cada escola. Propicia-se uma escola cidadã em que cada vez mais se desenvolve a compreensão do conhecimento em sua totalidade (BRASIL, 1998a).

Moreira (2016, p.51) destaca que “a interdisciplinaridade surgiu no campo educacional com a premissa de favorecer o conhecimento da totalidade”.

A prática pedagógica e o trabalho interdisciplinar se relacionam e se contextualizam em forma de espiral, com reflexões e com a compreensão da totalidade do conhecimento. E “com a interdisciplinaridade vive-se aprendendo pelo trabalho reflexivo sobre as dimensões da prática real e contextualizada [...] para as experiências formadoras da própria prática e da vida interdisciplinar” (FERREIRA, 2010, p. 21).

A intervenção da aprendizagem interdisciplinar se insere na realidade social do aluno, isto é, na situação real do seu cotidiano de forma significativa e contextualizada. Assim, se aprende:

Muito mais que acreditar que a interdisciplinaridade se aprende praticando ou vivendo, os estudos mostram que uma sólida formação à interdisciplinaridade encontra-se acoplada às dimensões advindas de sua prática em situação real e contextualizada (FAZENDA, 2002, p.14).

Em outro documento, nas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs), publicado em 2013, há a interconexão, a interdisciplinaridade e a transversalidade de métodos, de conhecimentos e de saberes na reflexão e análise dos conteúdos e currículos escolares, desenvolvendo habilidades sociais e educativas que devem ser constantes, como aponta o referido documento.

[...] da interdisciplinaridade e da contextualização, que devem ser constantes em todo o currículo, propiciando a interlocução entre os diferentes campos do conhecimento e a transversalidade do conhecimento de diferentes disciplinas, bem como o estudo e o desenvolvimento de projetos referidos a temas concretos da realidade dos estudantes; [...] A perspectiva da articulação interdisciplinar é voltada para o desenvolvimento não apenas de conhecimentos, mas também de habilidades, valores e práticas (BRASIL, 2013, p. 34).

Há inúmeras formas de se trabalhar a interdisciplinaridade, de modo a propiciar o conhecimento e a recuperação desse conhecimento. Mas, sem que se esqueça das particularidades de cada conteúdo, de cada disciplina, de cada ponto

de vista, da realidade em questão desenvolvendo o “aprender a trabalhar coletivamente”, ou seja, “aprender a conviver”.

O objetivo é repensar sobre a importância da escola, a reorganização do processo educativo, a apropriação do conhecimento historicamente acumulado, o saber sistematizado e um método diferenciado de trabalho em que o professor é mediador nesse processo.

A escola propiciar a todos os indivíduos o acesso ao saber sistematizado, produzido historicamente pela humanidade, bem como a transformação do cidadão-crítico social. Assim, o espaço escola é um “espaço institucional da socialização do saber elaborado, sistematizado e não do saber espontâneo, não intencional” segundo Giardinetto (1999, p.40).

O professor como mediador é aquele que planeja, organiza e desenvolve ações que fornece a fundamentação para a possível formação de sujeitos críticos e transformadores, a partir da apropriação do conhecimento historicamente produzido e da realidade social. Os conceitos a serem apropriados são os denominados por Saviani (2011) de “clássicos”:

O clássico não se confunde com o tradicional e também não se opõe, necessariamente, ao moderno e muito menos ao atual. O clássico é aquilo que se firmou como fundamental, como essencial. Pode, pois, constituir-se num critério útil para a seleção dos conteúdos do trabalho pedagógico (SAVIANI, 2011, p.13).

A escola com seus conteúdos clássicos busca a mediação da socialização do saber entre as objetivações do indivíduo singular e as objetivações do gênero humano.

Enquanto atividade mediadora, o trabalho educativo apresenta uma dupla função: por um lado, produz em cada indivíduo singular a história do gênero humano na medida em que, pela apropriação dos conteúdos escolares, o indivíduo se forma enquanto elemento do gênero humano; por outro lado, ao viabilizar essa formação, viabiliza-se a possibilidade da constante formação histórica do gênero humano enquanto a totalidade das relações sociais de objetivação presentes a cada momento histórico (GIARDINETTO, 1999, p.44).

Além disso, sem as possibilidades de conhecimento e a apropriação de seus conteúdos, no processo de humanização mediado pela escola, não é possível a evolução da sociedade.

Não é possível à sociedade ter novos engenheiros, médicos, cientistas, educadores, arquitetos, mecânicos etc., em suas diversas áreas, sem a apropriação daquilo que é 'clássico' em matemática (e nos demais saberes escolares) e que forma engenheiros, médicos, cientistas, educadores, etc. (GIARDINETTO, 2010, p.761).

Para ampliação desses conceitos clássicos em especial a “Geometria” optou-se, neste trabalho, pela escolha da Arte na relação com a Matemática, por meio da qual se busca desenvolver um trabalho interdisciplinar.

Portanto, o problema que motiva o desenvolvimento desta dissertação é: a necessidade de superação do esvaziamento do ensino de “Geometria” desde a época do MMM. E assim, pergunto-me:

Como propiciar a revitalização<sup>8</sup> do ensino de “Geometria” utilizando a Arte de modo interdisciplinar com a Matemática?

E neste contexto de reflexão que esta pesquisa entende-se como hipótese de trabalho que a perspectiva interdisciplinar pode contribuir para a superação do problema relativo ao ensino de Geometria. Um momento de realização desta perspectiva interdisciplinar é o trabalho com o Binômio “Arte e Matemática”.

Os objetivos específicos desta pesquisa são:

1- Buscar procedimentos e possibilidades de revitalização da “Geometria básica” com a Matemática e a Arte, de forma interdisciplinar.

2- Desenvolver Sequências didáticas, com alunos do 6.º ano EF - Anos Finais que envolvam a “Geometria básica”, trabalhadas em sala de informática e também com vídeo.

3- Averiguar se os softwares educativos Simetrizadores<sup>9</sup> e as obras de arte são estratégias e recursos facilitadores no processo de ensino-aprendizagem da

---

<sup>8</sup> Este trabalho tem como objetivo propiciar a revitalização do ensino de Geometria numa perspectiva interdisciplinar entre a Matemática e a Arte. No desenvolvimento da retomada dos conteúdos matemáticos e a superação das dificuldades encontradas nestes conceitos geométricos na Educação Básica.

<sup>9</sup> Softwares Simetrizadores são recursos tecnológicos que propiciam o processo ensino-aprendizagem do conteúdo simetria como: simetria de reflexão, rotação e translação. O Simetrizador 2 foi baseado nas obras de Escher. O material elaborado será apresentado como um produto educacional e à parte desta dissertação.

Matemática e para o melhor conhecimento geométrico, ou seja, do binômio: Arte e Matemática, Geometria e suas conexões.

4- Desenvolver um produto educacional envolvendo a Geometria Básica de forma interdisciplinar.

Para melhor compreensão da pesquisa realizada, esta dissertação está estruturada em 4 (quatro) capítulos.

No Capítulo 1, intitulado “O Processo Ensino-aprendizagem em Matemática: Geometria por meio da Interdisciplinaridade” é apresentado o processo de abandono da Geometria a partir do MMM e as consequências desse abandono, com base nos estudos de Bastos (2006), Ponte (1994), Pavanello (1989, 1993), dentre outros. Também é apresentada a conexão interdisciplinar entre Arte e Matemática, como um recurso à mediação escolar, na concepção de Saviani (2008, 2011), Giardinetto (1999, 2004, 2010) e outros. Intenciona o capítulo oferecer ações propostas para o ensino da Matemática, em especial a “Geometria básica” com o auxílio da Arte. No item 1.1 intitulado “Binômio Interdisciplinar: Arte e Matemática” defende-se como importante essa interdisciplinaridade da Arte com a Matemática. Analisam-se o desenvolvimento da Metodologia Triangular de Barbosa (2005) e os conceitos geométricos nas transformações geométricas, nas obras de arte, na tecnologia, dentre outros. Na Arte interdisciplinar são analisados os conceitos geométricos nas obras dos artistas: Maurits Cornelis Escher, Tarsila do Amaral, Ivan Cruz, Eduardo Kobra e João Carvalho, pelo fato de serem artistas renomados na transmissão visual dos conceitos geométricos em suas obras e, igualmente, pela maioria ser brasileira.

No Capítulo 2, intitulado “Matemática: da imagem ao conceito de transformações geométricas – perspectivas simétricas” aponta-se a retomada de conceitos geométricos através de recursos tecnológicos conforme estudos de Veloso, Bastos e Figueirinhas (2009), dentre outros. Esses conceitos são as transformações geométricas, em especial as Simetrias em livros didáticos do EF e EM e nos softwares educativos Simetrizadores 1 e 2. São apresentadas algumas análises do conteúdo transformações geométricas em especial “Simetria” nos livros didáticos, pesquisadas por Mabuchi (2000), Silva (2014), Oliveira (2015), Santos e Teles (2011), Silva e Lima (2010), Pereira (2005) e outros. Nos itens 2.1 a 2.2 são relacionadas às definições e demonstrações das Transformações Geométricas

(Simetrias e homotetia), segundo Pinho, Batista e Carvalho (2010) e também os Simetrizadores 1 e 2.

Já no Capítulo 3, intitulado “Procedimentos Metodológicos” aponta-se o desenvolvimento de uma metodologia de pesquisa com abordagem qualitativa e descritiva na retomada de conceitos geométricos no sentido de uma valorização desses como elementos imprescindíveis para a realização da conexão Arte e Matemática baseada nos autores Triviños (1987), Fonseca (2002), dentre outros. E o desenvolvimento da Metodologia Triangular de Barbosa (2005) nas obras de arte. Os itens 3.1 e 3.2 referem-se aos participantes, à escola, ao plano de trabalho, as Sequências didáticas e a coleta de dados. As Sequências didáticas propiciam ao aluno à construção do seu conhecimento geométrico, por meio de recursos Simetrizadores, obras de arte e banco de questões, descobrindo, vivenciando e resolvendo situações-problema tornando-as significativas atingindo ou ampliando seus conhecimentos geométricos. E que as interações entre professor e alunos são mediadas pelo saber, como enfatiza Zabala (1998).

Por fim, no Capítulo 4 intitulado “Apresentação e Resultado das Atividades - análise e discussão dos dados” se mostra o desenvolvimento da metodologia qualitativa e descritiva com a aplicação das atividades junto aos alunos, seguida da análise do produto aplicado na escola (análise da prática, de como foi o resultado do produto, o dia a dia, o desenvolvimento inicial e final).

O Quadro 1 apresenta os principais temas, contribuições e referências.



TEMAS	CONTRIBUIÇÕES	PRINCIPAIS REFERÊNCIAS
O abandono da Geometria e as consequências desse abandono	Análise das dificuldades em Geometria que se intensificaram e, aos poucos, foram sendo eliminadas dos currículos escolares a partir do MMM.	Bastos (2006, 2007); Ponte (1994); Pavanello (1989, 1993, 2004).
A conexão interdisciplinar entre Arte e Matemática	A revitalização do ensino de Geometria na retomada de conceitos geométricos e a valorização desses como elementos imprescindíveis para o ensino-aprendizagem interdisciplinar.	Saviani (2008, 2011); Giardinetto (1999, 2004, 2010);
As transformações geométricas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análise das transformações geométricas abordadas nos livros didáticos, em especial a “Simetria”.</li> <li>• Definições e demonstrações.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mabuchi (2000); Silva (2014); Oliveira (2015); Santos e Teles (2011); Silva e Lima (2010); Pereira (2005), Ripplinger (2006), Tonetto (2004), dentre outros.</li> <li>• Pinho, Batista e Carvalho (2010).</li> </ul>
Recursos tecnológicos	A revitalização do ensino de Geometria e a retomada de conceitos geométricos através de recursos tecnológicos.	Veloso, Bastos e Figueirinhas (2009).
Arte e as obras de arte	A Metodologia Triangular e a análise dos conceitos geométricos, por meio das obras de arte dos artistas.	Barbosa (2005), Maurits Cornelis Escher; Tarsila do Amaral; Ivan Cruz; Eduardo Kobra e João Carvalho.
Procedimentos metodológicos	Desenvolver uma pesquisa qualitativa e descritiva baseada na retomada de conteúdos, questões objetivas e dissertativas, na observação e discussão dos conceitos geométricos, através de Sequências didáticas.	Triviños (1987); Fonseca (2002); Zabala (1998).

**Quadro 1 – Principais Temas, Contribuições e Referências**

Fonte: Elaborado pela Autora

Nas Considerações Finais aponta-se uma síntese da pesquisa e sugestões para estudos futuros.

Por fim, são apresentadas as Referências e os Apêndices contendo um link para o produto educacional – Sequências didáticas, intitulado Binômio: “Arte e Matemática” – geometria e suas conexões.

## 1. O PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: GEOMETRIA POR MEIO DA INTERDISCIPLINARIDADE

O abandono da Matemática traz dano a todo o conhecimento, pois aquele que a ignora não pode conhecer as outras ciências ou as coisas do mundo.

Roger Bacon

A Matemática se desenvolveu a partir da necessidade de contagem e medição, pois, foi preciso resolver problemas cotidianos como, por exemplo, a medição de terras, a construção de pirâmides, as representações monetárias, culturais, artísticas (artesanatos, desenhos, pinturas, etc.) que até hoje estão presentes na arquitetura, na engenharia, na própria natureza e o porquê da importância em desenvolver os conhecimentos de Geometria.

Cerca de 3.000 a.C. se desenvolveu a Geometria, que do grego significa *geo* = terra e *metria* = medida, isto é, “medir terra”. Nessa época, também os babilônios utilizavam as tábulas de argila cozida para fazer o cálculo de áreas e de volumes.

Darela, Cardoso e Rosa (2011) apontam que os principais precursores da Geometria foram os egípcios:

No Egito, havia necessidade prática de refazer a subdivisão das terras após cada cheia do Nilo. Segundo o historiador grego Heródoto, é provável que os primeiros a acumular conhecimentos práticos da Geometria tenham sido os estiradores de corda, que eram assim chamados, devido aos instrumentos de medida com cordas entrelaçadas utilizados para marcar ângulos retos. [...] Esses agrimensores aprendiam a determinar as áreas de lotes de terreno, dividindo-os em retângulos e triângulos, tarefa conhecida como triangulação. Acredita-se que foi assim que nasceu a Geometria (DARELA; CARDOSO; ROSA, 2011, p.105).

Há 300 a.C., Euclides foi o precursor da Geometria Euclidiana e sistematizou a geometria espacial, plana e de posição<sup>10</sup>. “Os Elementos” tornou-se a obra Matemática de referência por séculos. Esta se divide em 13 (treze) livros ou capítulos, sendo os seis primeiros sobre a “Geometria Plana Elementar” e os três seguintes sobre a “Teoria dos Números”, o décimo sobre os “Incomensuráveis” e os três últimos sobre a “Geometria no Espaço”. O primeiro livro apresenta conceitos básicos de Geometria entre definições, postulados e axiomas. Darela, Cardoso e

<sup>10</sup> Geometria de posição é a área da Matemática que estuda as posições relativas entre formas geométricas presentes no espaço, por meio das noções de forma, tamanho e posição (ponto, reta, plano e espaço).

Rosa (2011, p.124-125) apresentam as cinco primeiras definições, postulados e axiomas:

Vejamos as cinco primeiras, das vinte e três definições:

1. Ponto é o que não tem parte.
2. Linha é o comprimento sem largura.
3. Os extremos de uma linha são pontos.
4. Linha reta é a que repousa igualmente sobre todos os pontos.
5. Superfície é aquilo que só tem comprimento e largura.

[...] Os cinco postulados presentes no livro I estão relacionados abaixo.

1. Traçar uma reta de qualquer ponto a qualquer ponto.
2. Prolongar uma reta finita continuamente em uma linha reta.
3. Descrever um círculo com qualquer centro e qualquer raio.
4. Que todos os ângulos retos são iguais.
5. Que, se uma reta cortando duas retas faz os ângulos interiores de um mesmo lado menores que dois ângulos retos, as duas retas, se prolongadas indefinidamente, se encontram desse lado em que os ângulos são menores que dois ângulos retos.

[...] Vamos a seguir relacionar os cinco axiomas presentes no livro I.

1. Coisas que são iguais a uma mesma coisa são também iguais entre si.
2. Se iguais são somados a iguais, os totais são iguais.
3. Se iguais são subtraídos de iguais, os restos são iguais.
4. Coisas que coincidem uma com a outra são iguais uma a outra.
5. O todo é maior que a parte.

No decorrer dos séculos a Geometria, segundo Darella, Cardoso e Rosa (2011, p.15), “ramificou-se em várias geometrias, destacando-se a euclidiana, a não euclidiana, a analítica, a projetiva e a dos fractais”. Continua a ramificação em diversas outras Geometrias como: plana, espacial, molecular, descritiva, esférica, ortogonal, complexa, computacional, topológica, dentre outras. E assim, o ensino de Geometria na escola forma a base de estudos em Ciências Exatas, Engenharia, Arquitetura e Tecnologia.

Na década de 50 do século XX, para a melhoria do ensino secundário, foram propostas metodologias pedagógicas americanas e esse fato desencadeou o desenvolvimento de um Movimento Internacional de Modernização conhecido como o Movimento da Matemática Moderna (MMM). Através desse movimento houve a criação e o incentivo, aos grupos nacionais, para repensar, refletir e estudar novas propostas de currículo para a escola sobre o ensino de Matemática e o de Ciências. Segundo Silva (2006) e Gomes (2013), no Brasil, em 1955, na Bahia foi realizado o primeiro Congresso Nacional de Ensino de Matemática no Curso Secundário, organizado pela professora Martha Maria de Souza Dantas, com a participação de Manoel Jairo Bezerra, Osvaldo Sangiorgi, Omar Catunda, Ana Averbuch e outros.

Em 1961, o movimento foi representado pelo Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM) organizado pelo Prof. Osvaldo Sangiorgi e professores do Estado de São Paulo, considerado o pioneiro no Brasil. Posteriormente, surgiram diversos grupos de estudos, dentre eles o Grupo de Estudos em Educação Matemática do Estado da Guanabara (GEMEG) (Estado da Guanabara 1960-1975) e atualmente denominado Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Rio de Janeiro (GPEM), o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática de São Paulo (GEM), o Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia da Pesquisa e Ação de Porto Alegre (GEEMPA), o Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática de Curitiba (NEDEM) e o Centro de Ensino de Ciências da Bahia (CECIBA) liderado pelo professor Omar Catunda.

Com o MMM no século XX, o ensino da Matemática se tornou abstrato para o aluno e, conseqüentemente, um dificultador da aprendizagem e, mesmo com avanços significativos na aprendizagem, não conseguiu cumprir determinados objetivos no processo de ensino-aprendizagem em Matemática.

[...] afirmamos que o movimento em foco acarretou uma maior formalização da Matemática ensinada nas escolas e, conseqüentemente, um distanciamento das questões práticas. E quanto mais distante de situações utilizáveis em Matemática, mais difícil ela se torna, a ponto de tornar-se algo assustador (FELICETTI, 2007, p.31).

E esse distanciamento prejudicou o desenvolvimento da Geometria no Ensino Superior, tanto do campo das Ciências Exatas como no da formação de professores.

Durante séculos, a Geometria foi ensinada na sua forma dedutiva. Ainda assim, a Geometria formava a base das Ciências Exatas, da Engenharia, da Arquitetura e do desenvolvimento tecnológico. A partir da metade do século passado, porém, o chamado movimento da 'Matemática Moderna' levou os matemáticos a desprezarem a abrangência conceitual e filosófica da Geometria Euclidiana, reduzindo-a a um exemplo de aplicação da Teoria dos Conjuntos e da Álgebra Vetorial. Desta forma, a Geometria foi praticamente excluída dos programas escolares e também dos cursos de formação de professores do ensino fundamental e do ensino médio, com conseqüências que se fazem sentir até hoje (BARBOSA, 2003, p.15).

Assim, a Geometria tem sido pouco a pouco excluída do currículo escolar a partir do MMM e as conseqüências estão sendo refletidas na formação dos alunos.

A geometria é praticamente excluída do currículo escolar ou passa a ser, em alguns casos restritos, desenvolvida de uma forma muito mais formal a partir da introdução da Matemática Moderna, a qual se dá justamente quando se acirra a luta pela democratização das oportunidades educacionais, concomitante à necessidade de expansão da escolarização a uma parcela mais significativa da população. [...] É evidente que a exclusão

da geometria dos currículos escolares ou seu tratamento inadequado podem causar sérios prejuízos à formação dos indivíduos (PAVANELLO, 2004, p.2-3).

Progressivamente, após o MMM iniciaram-se movimentos realizados em diversos países e organizados por professores e pesquisadores para discussão e reflexão sobre a questão do abandono e do fracasso da Geometria. Apesar da diferença de ensino entre os países, a busca pelo resgate do ensino de Geometria foi pesquisada por alguns autores como Bastos (2006, 2007), Ponte (1994), Pavanello (1989, 1993), dentre outros, principalmente de Portugal e Brasil.

Entretanto, houve preocupação na revitalização do ensino de Geometria.

A preocupação em resgatar o ensino da geometria como uma das áreas fundamentais da Matemática tem levado muitos professores e pesquisadores a se dedicarem à reflexão e à elaboração, implementação e avaliação de alternativas, que busquem superar as dificuldades não raro encontradas na abordagem desse tema, na escola básica ou em níveis superiores de ensino (FONSECA et al., 2002, p. 91).

Pereira (2001) fez uma análise sobre o abandono do ensino de Geometria para melhor compreensão e retomada da Geometria nos currículos escolares. Na análise usou 6 (seis) dissertações de mestrado e 2 (duas) teses de doutorado de alguns autores, dentre eles, Pavanello (1989). A pesquisa/inventário verificou problemas com a formação do professor, omissão da Geometria em livros didáticos e lacunas deixadas pelo MMM. O autor chegou à conclusão que o MMM contribuiu para o abandono da Geometria:

O MMM propõe um trabalho com Geometria sob o enfoque das estruturas, feito por planos vetoriais ou por transformações, provocando um descontentamento entre os professores. [...] o MMM levou os professores a uma compilação dos livros didáticos da época, e pela dificuldade de uma nova abordagem teórica, conduziu-os para a Teoria dos Conjuntos, abandonando ou mesmo diminuindo o ensino da Geometria; predominando, pois, o ensino da Álgebra (PEREIRA, 2001, p. 63).

Assim, as dificuldades em Geometria se intensificaram e, aos poucos, foram sendo eliminadas dos currículos escolares e, no decorrer do tempo, observou-se que o aluno aprendeu muito pouco de Geometria através dos currículos. Fato esse responsável pelo fraco desempenho em Geometria por parte dos alunos em diversas avaliações. O aluno não compreende a Geometria, o que torna a sua aprendizagem difícil e desafiadora. Miskulin (1994) assim se refere ao ensino-aprendizagem de conceitos geométricos e a atitude negativa dos alunos com a Matemática:

Da maneira como os conceitos geométricos vêm sendo apresentados e trabalhados no contexto educacional, poderíamos inferir que a Geometria tem sido vista como um tópico da Matemática que tem provocado um sentimento forte de aversão aos que com ela convivem. Nota-se também que a riqueza intuitiva dos alunos, em relação à Geometria, foi 'sufocada' pelo sistema escolar (MISKULIN, 1994, p. 37).

O desenvolvimento da Tecnologia na sociedade vêm sendo propagada em alta velocidade, tornando inevitável o impacto de novos recursos tecnológicos nos currículos escolares. Nota-se que os recursos didáticos utilizados nos conteúdos do currículo de Matemática como calculadoras, vídeos, livros e outros estão se tornando incompletos. Como exemplo pode ser citado apenas a utilização do livro didático no processo ensino-aprendizagem, o que o torna um recurso incompleto à obtenção de um resultado satisfatório. Conforme Pereira (2005), a partir de 1988, a escolha do livro didático passou a ser feita pelos próprios professores, conforme nova legislação no Programa Nacional do Livro Didático (PNDL). Constantemente o Ministério da Educação (MEC) vem desenvolvendo a avaliação para o Ensino Fundamental e Médio nas disciplinas básicas e publicado no Guia de Livros Didáticos (BRASIL, 2008) e o Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio (PNLEM). Por meio da avaliação dos livros didáticos identificou-se um pequeno avanço nos conteúdos propostos de cada área e suas abordagens propícias no auxílio ao professor para a escolha do livro. Repara-se que no Brasil os livros didáticos destacam-se não apenas nos aspectos pedagógicos e de ensino-aprendizagem, mas, como mercadoria com produção, fabricação e comercialização.

Essa comercialização do livro didático tem sido investida há décadas em programas de distribuição às escolas públicas, contudo, se percebe a não melhoria da qualidade do ensino-aprendizagem. Igualmente nota-se que os livros didáticos depreciam os conteúdos matemáticos de Geometria, inclusive por sua localização ao final das obras, embora oriente o trabalho pedagógico no ensino de Geometria interdisciplinar com outros conteúdos e áreas de apoio. Mesmo assim, o ensino aprendizagem em Matemática necessita de um apoio tecnologizado, com vistas a minimizar as defasagens de aprendizagem, retomada aos conceitos de Geometria e o despertar do querer aprender nos alunos. Aborda Miskulin (1994) que as novas tecnologias para o ensino da Matemática contribuem para a formação do indivíduo ao desenvolver sua capacidade de interpretar, compreender, visualizar, direcionar, retomar os conceitos geométricos e dar, assim, a devida importância ao ensino da Geometria nesse mundo tecnologizado.

Há alguns anos a disciplina de Matemática tem demonstrado resultados insatisfatórios em avaliações internas e externas, e esse insucesso escolar parece incontornável, o que resulta em prejuízos à aprendizagem e formação do aluno. Essa problemática representa uma preocupação constante, e os professores atribuem como foco principal da situação o currículo, os alunos, as famílias e até os próprios professores com suas metodologias e práticas de ensino. Já os alunos atribuem o fato de que é uma disciplina difícil de entender, assim como apontam que os professores não explicam bem e as aulas são desinteressantes, ou seja, desde o Ensino Fundamental já se desenvolve uma atitude negativa com a Matemática. Para a sociedade o problema está tanto nos professores como nos alunos, mas, a maioria dos professores, alunos, pais e comunidade escolar concorda que é uma disciplina de difícil compreensão e assimilação, resultando em consequências negativas à aprendizagem. Conforme Ponte (1994) esse fato tem algumas implicações.

Para os professores, as causas do insucesso dos seus alunos são frequentemente a sua 'má preparação' em anos anteriores. [...] Apontam igualmente o facto de muitas famílias terem um nível sócio-económico e cultural muito baixo — ou terem um nível aceitável mas não incentivarem suficientemente os alunos. [...] os alunos não se esforçam, não prestam atenção nas aulas nem estudam em casa. Contestam também que os currículos são excessivamente longos e que a necessidade do seu cumprimento obriga a deixar para trás os alunos mais 'lentos'.

Para os alunos, a principal razão do insucesso na disciplina de Matemática resulta desta ser extremamente difícil de compreender. No seu entender, os professores não a explicam muito bem e nem a tornam interessante.

Para os pais e para a opinião pública em geral, a responsabilidade está nos professores que não ensinam convenientemente — ou por falta de preparação ou porque não assumem o necessário nível de exigência — e nos alunos que não se esforçam o suficiente (PONTE, 1994, p.1-2).

Entretanto, o insucesso no ensino-aprendizagem da Matemática, de acordo com Felicetti (2007), decorre dos séculos em que é trabalhada e desenvolvida de forma errada e, assim, desenvolvendo no aluno uma atitude negativa em relação à Matemática.

[...] os fracassos apresentados pela disciplina de Matemática ao longo dos anos são devidos ao fato de a mesma ser erroneamente trabalhada, desenvolvendo dessa forma, no aluno, um sentimento negativo em relação à disciplina. O discente passa a não gostar de Matemática, toma aversão pela mesma, desenvolve o sentimento de medo em relação à Matemática, isto é, tornam-se alunos matofóbicos, pessoas matofóbicas (FELICETTI, 2007, p. 45).

Uma possibilidade de resolução do problema que gera o insucesso em Matemática seriam as mudanças no sistema de ensino e adequações do currículo,

através de recursos que instiguem o aluno a querer aprender de forma significativa e interdisciplinar com outras áreas de conhecimento. E essas adequações conduzem à reflexão e análise das práticas pedagógicas, à formação continuada, à valorização da formação dos professores e o retorno da família e comunidade à escola.

Moreira e Giardinetto (2016, p. 6) sugere a interdisciplinaridade:

Como um momento possível na socialização do saber matemático aos alunos da educação básica, está se propiciando a análise de tais conceitos à luz das múltiplas determinações e mediações históricas que levou a humanidade a produzir aquele determinado conceito.

Atualmente, devido à influência das pedagogias do “aprender a aprender”<sup>11</sup>, tem ocorrido um esvaziamento dos conteúdos.

A escola pública sob a égide das pedagogias do ‘aprender a aprender’ não tem cumprido a sua função social cujo objetivo principal é a socialização do saber mais elaborado produzido pela humanidade. Ao contrário, o que essas pedagogias têm revelado é justamente uma secundarização dos conteúdos, um esvaziamento do trabalho dos professores e uma violação de direito dos filhos das classes trabalhadoras ao acesso a conhecimentos historicamente acumulados (PEREIRA, 2016, p. 35).

A interdisciplinaridade contribui com a oportunidade de se trabalhar um determinado conceito sem limitá-lo a uma única disciplina, o que proporciona uma aprendizagem significativa e leva o aluno à reflexão crítica e à superação. O conhecimento do aluno desenvolve-se culturalmente e socialmente e, desse modo, o método de trabalho pedagógico requer diferenciação.

[...] um método diferenciado de trabalho, especificando-se por passos que são imprescindíveis para o desenvolvimento do educando. O método de ensino visa estimular a atividade e a iniciativa do professor; favorecer o diálogo dos alunos entre si e com o professor, mas sem deixar de valorizar o diálogo com a cultura acumulada historicamente; levar em conta os interesses dos alunos, os ritmos de aprendizagem e o desenvolvimento psicológico, mas sem perder de vista a sistematização lógica dos conhecimentos, sua ordenação e gradação para efeitos do processo de transmissão-assimilação dos conteúdos cognitivos (PETENUCCI, 2008, p. 13).

O trabalho pedagógico é fundamental na mediação do desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem do aluno, do pensamento, da análise, da imaginação e realidade da Matemática na vida. O professor se autoanalisa, reflete e repensa o seu papel na busca por obter meios de transformar e ampliar a

---

<sup>11</sup> Segundo Martins e Duarte (2010, p.8) as pedagogias do “aprender a aprender” são: Escola Nova, do construtivismo, das competências, do professor reflexivo, dos multiculturalistas, de projetos, dentre outras. Disponível em: <<http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/109149/ISBN9788579831034.pdf?sequence=2&isAllowed=y>>. Acesso em 20 set. 2016.



aprendizagem. “Ser professor é ser capaz de implementar seu próprio programa de desenvolvimento profissional. É estar aberto à aprendizagem no todo, é ser investigador no conjunto do trabalho docente” (FELICETTI, 2007, p. 43), e fazer parte da luta em prol da conquista de uma Educação de qualidade.

O presente trabalho busca utilizar a Arte como caminho, ou seja, o meio de criação entre a imagem e os conceitos geométricos. Recurso interdisciplinar que propicia a utilização das obras de arte, a retomada da atração, pela análise de suas imagens na forma tridimensional ou pintada de modo bidimensional. Isto é, a leitura visual e geométrica no desenvolvimento do pensamento geométrico. E também a construção e investigação com os recursos softwares educativos, em especial os Simetrizadores.

A Arte propicia o trabalho interdisciplinar numa perspectiva desejada que os conteúdos matemáticos sejam priorizados e, principalmente, que gerem o conhecimento.

Propor neste trabalho o ensino da Matemática, em especial o da “Geometria Básica” com o auxílio da Arte significa:

- Oportunizar atividades de Matemática para a compreensão dos conteúdos geométricos sistematizados como o desenvolvimento do raciocínio lógico e dedutivo, do pensamento geométrico, da visão bi e tridimensional, dentre outros.
- Realizar uma reflexão crítica com a conexão interdisciplinar entre os conteúdos de Matemática e da Arte.
- Traçar caminhos pedagógicos que possibilitem aos alunos associar essa conexão, utilizando como recursos os livros didáticos aliados à tecnologia, ou seja, conteúdos clássicos e não clássicos.
- Buscar ampliar os conhecimentos, o ensino-aprendizagem na perspectiva de minimizar as defasagens de aprendizagem, desenvolvendo e transformando o ensino e sua visão social.
- Possibilitar a intervenção pedagógica por meio da reflexão e análise dos conteúdos assimilados pelos alunos e a aplicação desses conteúdos no mundo, na sociedade e no seu cotidiano.

A conexão interdisciplinar entre a Matemática e a Arte possibilita o processo de formação de conceitos e o professor é essencial na viabilização de tal processo.

## 1.1 Binômio Interdisciplinar: “Arte e Matemática”

A Matemática apresenta invenções tão sutis que poderão servir não só para satisfazer os curiosos, como também para auxiliar as artes e poupar trabalho aos homens.

René Descartes

A interdisciplinaridade entre a Arte e a Matemática em sala de aula pode proporcionar uma melhora na aprendizagem, ativar a motivação pela análise e percepção dos efeitos visuais e no reconhecimento dos conceitos geométricos, bem como sua importância e a beleza escondida nas obras. Os traços da Matemática são encontrados nas fascinantes obras de arte, histórias em quadrinhos, mangás, fotografias, dentre outros. A Geometria é investigada através da Arte e desenvolve no aluno um olhar matemático diferenciado, reflexivo e analisador no processo formativo humano. Segundo os fundamentos filosóficos de Duarte Júnior (2007, p. 72), é preciso afirmar que:

[...] arte-educação não significa o treino para alguém se tornar um artista. Ela pretende ser uma maneira mais ampla de se abordar o fenômeno educacional considerando-o não apenas como transmissão simbólica de conhecimento, mas como um processo formativo do humano. Um processo que envolve a criação de um sentido para a vida

Alguns artistas plásticos não só influenciaram o estudo de Geometria, mas desenvolveram em suas obras as “geometrias das imagens e formas” transformando-as em simples composições de cores e formas geométricas. Os PCNs de Matemática (BRASIL, 1998) discorre sobre a possibilidade de fascínio do ensino da Geometria:

Uma das possibilidades mais fascinantes do ensino de Geometria consiste em levar o aluno a perceber e valorizar sua presença em elementos da natureza e em criações do homem. Isso pode ocorrer por meio de atividades em que ele possa explorar formas como as de flores, elementos marinhos, casa de abelha, teia de aranha, ou formas em obras de arte, esculturas, pinturas, arquitetura, ou ainda em desenhos feitos em tecidos, vasos, papéis decorativos, mosaicos, pisos, etc. As atividades geométricas podem contribuir também para o desenvolvimento de procedimentos de estimativa visual, seja de comprimentos, ângulos ou outras propriedades métricas das figuras, sem usar instrumentos de desenho ou de medida. Isso pode ser feito, por exemplo, por meio de trabalhos com dobraduras, recortes, espelhos, empilhamentos, ou pela modelagem de formas em argila ou massa (BRASIL, 1998, p. 82-83).

É perceptível que a Matemática e a Arte demonstram diferenças em suas representações, mas, ao mesmo tempo, suas leituras se entrelaçam nas formas concretas ou abstratas, surgindo descobertas Matemática em suas obras. A natureza traz a visão de entrelaçamento do binômio: Arte e Matemática. Segundo Barth (2006, p. 2) “Artistas e matemáticos são privilegiados leitores da natureza; é, pois, com a linguagem visual e a linguagem formal que complementam essa leitura inspirada na natureza, realizam novas descobertas, encontrando formas geométricas bem definidas e inspiradoras [...]”.

A partir da Geometria na Arte, surgem as visões de verdadeiras obras de arte, utilizando os conceitos geométricos como formas e figuras geométricas, simetria, ângulo, perspectiva, ponto de fuga, distância, dentre outros, proporcionando ao observador/aluno a construção do pensamento visual do concreto ou/e do abstrato.

De acordo com os PCNs verifica-se que “o trabalho é feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, estabelecendo conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento [...]” (BRASIL, 1998, p. 39).

No que tange aos conceitos geométricos desenvolvidos em sala de aula, em sua maioria, encontram-se restritos às aplicações no cotidiano, como visualizações de formas geométricas, surgindo limitações à aprendizagem Matemática. E o objetivo é unir tais conceitos com o apoio da Arte e assim reduzir as defasagens e ampliar a aprendizagem e a compreensão dos conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental, principalmente, os conhecimentos “Geométricos Básicos”.

De acordo com o Currículo de Matemática do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012) a Geometria no Ensino Fundamental e Médio tem quatro faces “a percepção, a concepção, a construção e a representação”. A compreensão da Geometria no mundo e ao nosso redor, relaciona-se as formas, as figuras e o espaço em real ou imaginário.

[...] Geometria, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, é o fato de que o conhecimento geométrico apresenta quatro faces, que se relacionam permanentemente na caracterização do espaço: a percepção, a concepção, a construção e a representação. Não são fases, como as da Lua, que se sucedem linear e periodicamente, mas faces, como as de um tetraedro, que se tocam mutuamente, contribuindo para uma compreensão mais rica da natureza do espaço em que vivemos. [...] Geometria costuma realizar-se por meio da percepção imediata das formas geométricas e de suas propriedades características, tendo por base atividades sensoriais como a observação e a manipulação de objetos, desde muito cedo tais atividades relacionam-se diretamente com a construção, a representação ou a concepção de objetos, existentes ou imaginados (SÃO PAULO, 2012, p. 42).

A Geometria no estudo de figuras, formas e relações deve propiciar aos alunos a possibilidade de relacionar a Matemática na perspectiva do desenvolvimento do pensar, do saber e dos conceitos geométricos. Para Barth (2006, p. 4) “entender o espaço e as formas geométricas significa também prevenir determinadas dificuldades de aprendizagem; algumas de percepção espacial, por exemplo, essencialmente ao início do processo de alfabetização [...]”.

As noções de Geometria também são desenvolvidas nas relações espaciais, ou seja, do específico para o geral, da plana para a espacial, ou vice-versa, ampliando a visão espacial do aluno, conforme os PCNs de Matemática.

Os objetos que povoam o espaço são a fonte principal do trabalho de exploração das formas e o aluno deve ser incentivado, a identificar, a reconhecer e encontram formas distintas, tridimensionais e bidimensionais, planas e não planas ao seu redor e a fazer construções, modelos ou desenhos do espaço e descrevê-los. [...] Dessa exploração resultará o reconhecimento de figuras tridimensionais (como cubos, paralelepípedos, esferas, cilindros, cones, pirâmides, etc.) e bidimensionais (como quadrados, retângulos, círculos, triângulos, pentágonos, etc.) e a identificação de suas propriedades (BRASIL, 1998, p. 82).

No entanto, o trabalho geométrico não proporciona apenas o reconhecimento das figuras e formas geométricas, mas, também, as noções de perspectivas do espaço bidimensional ou tridimensional.

Um conceito importante na Arte é a tridimensionalidade, que parte de um plano bidimensional (comprimento e largura), ou seja, de uma folha de papel, dobrada ou cortada, para um plano tridimensional (comprimento, largura ou profundidade e altura).

Uma representação dessa tridimensionalidade é a perspectiva, desenvolvendo os princípios básicos da Geometria com muita precisão, ampliando a percepção visual e a ilusão de realidade. O artista Escher (1898-1972) desenvolveu essa técnica em suas obras.

A partir de formas geométricas a tridimensionalidade se transforma em uma escultura ou desenho em relevo. E o raciocínio espacial ou imaginação Matemática é desenvolvido na visualização mental de todas as fases da escultura ou desenho em relevo inclui-se o brilho e a sombra.

Verifica-se que a introdução da tridimensionalidade nas pinturas, de acordo com Silva (2013), ocorreu nas pinturas renascentistas, possibilitando a representação dos conceitos geométricos, seu desenvolvimento no ensino-aprendizagem e a visualização da ilusão nas obras.

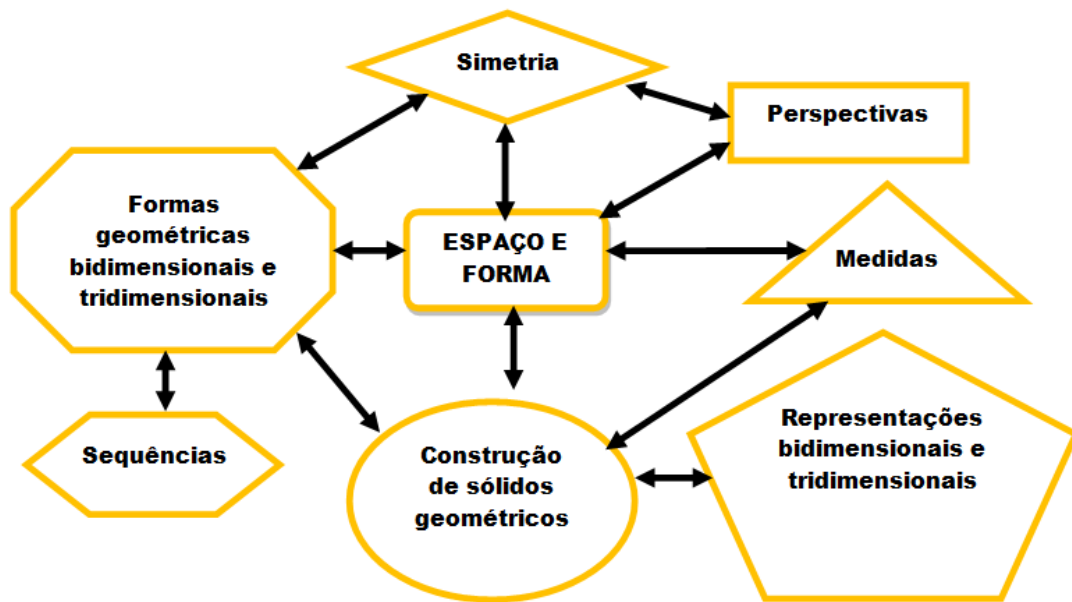
Focar nas pinturas renascentistas, pois o que as diferencia das pinturas das épocas anteriores é precisamente a introdução da terceira dimensão, que permite ver a cena no espaço, representar a distância, o volume, a massa e os efeitos visuais. Além disso, esse não é um assunto comumente trabalhado no ensino fundamental, mas que é fértil em conhecimentos geométricos e que devem ser explorados como: razão, proporção, semelhança, congruência, áreas, perímetros, figuras geométricas e suas propriedades (SILVA, 2013, p. 16).

O Renascimento surge na Itália, a partir do século XIV, com a valorização do homem (humanismo) e da natureza, com características de racionalidade, dignidade do ser humano, rigor científico e ideal humanista na arquitetura, pintura e escultura. Além de reviver a antiga cultura greco-romana, houve progressos e realizações no campo das artes, da literatura e das ciências. E com a reutilização das artes greco-romana como um movimento artístico que demonstrou o elo entre a Arte e Matemática, em uma conexão interdisciplinar. Com o surgimento do movimento artístico Op Art (*Optical art* ou arte óptica) na década de 60, as demonstrações de ilusão de ótica tridimensional tiveram impacto nessa conexão de abstração geométrica, se tornando mais próxima das ciências do que das humanidades e as possibilidades quanto na ciência como na tecnologia. Victor Vassarely (1908-1997) fora considerado o pai da Op Art e, no século XX, Maurits Cornelis Escher (1898-1972) demonstrou em suas obras tal ilusão.

Os conceitos representativos como instrumentos utilizados nessa conexão Arte e Matemática exemplificam: as transformações geométricas, as figuras e formas geométricas, os objetos bi e tridimensionais, dentre outros.

Na arte, a matemática propiciou instrumentos eficazes. Muitas vezes, foram tais instrumentos que se revelaram pontos de referência para caracterização de determinados períodos da arte. Por exemplo, um elemento importante que difere a arte renascentista da arte no período medieval foi a utilização da perspectiva na representação plana de objetos do espaço tridimensional (BOYER, 1974, p. 215). As concepções de transformações geométricas (reflexão, rotação e translação) e a perfeição das formas geométricas foram elementos de inspiração de muitos artistas, como por exemplo, Escher (GIARDINETTO, 2004, p. 12-13).

E esses conceitos geométricos utilizados no mundo real e imaginário colaboram na construção e ampliação do conhecimento e aprendizagem do aluno, como mostra a Figura 1 ao apresentar o fluxograma Espaço e Forma.



**Figura 1 – Fluxograma Espaço e Forma**

Fonte: Adaptado a partir do fluxograma no site da UFRGS  
[http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos\\_iniciais/simetria/simetria.htm](http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/simetria/simetria.htm)

O binômio “Arte e Matemática” são utilizados como instrumento de análise, de desenvolvimento e de conhecimento geométrico sobre as transformações geométricas, as obras de arte e os softwares educativos com a demonstração de que as duas áreas de conhecimento, mesmo sendo diferentes, se interligam interdisciplinarmente.

Na concepção de Cândido (2011) a Arte e a Matemática são áreas distintas, mas, em determinados momentos, elas se integram, completam-se em conhecimento, e a conexão entre as áreas é incontestável. E essa ligação na Educação Matemática tem o olhar geométrico bem conectado com a Matemática e a Arte, o que propicia o enriquecimento da aprendizagem e a compreensão dos conteúdos sobre Geometria e Arte auxiliar. Conforme Fonseca et al. (2002) a Geometria é um caminho para a compreensão e apreciação das obras do homem, que promove valores culturais e estéticos.

A contextualização da Arte como auxílio à Matemática proporciona o aluno a perceber a conexão entre as áreas de conhecimento e instiga o interesse e a curiosidade Matemática ou/ artística. Segundo Alves (2013) trabalhar interdisciplinarmente significa:

Trabalhar a Matemática através da Arte é utilizar os elos atrás descritos, existentes entre a Arte e a Matemática, para fornecer aos alunos uma visão mais ampla do mundo, ao mesmo tempo em que abordagens mais interessantes e apelativas da Matemática são possíveis. [...] o ensino da Matemática carece de uma forma de apresentação mais apelativa do que aquela a que tradicionalmente se recorre. O recurso à ludicidade, assim como a sua contextualização (aspetos que se encontram inter-relacionados), são modos importantes de motivar para a aprendizagem desta disciplina (ALVES, 2013, p.44).

E essa ligação aproxima o aluno do conhecimento matemático e do desenvolvimento da visão geométrica, através da análise de obras de artes, desenhos, fotografias, histórias em quadrinhos, dentre outros.

As imagens apresentadas na arte, em especial nas obras de arte, surgem como um caminho ao ensino, por facilitar ao aluno a compreensão, leitura e representação da imagem, visão de mundo e significados escondidos no olhar de quem as produziu.

Essa visão de mundo inclui o passado, o presente e o futuro, segundo Peixoto (2003, p. 52-53).

[...] toda grande obra – em especial de filósofos, escritores ou artistas – expressa, de modo relativamente coerente e adequado, uma visão de mundo. [...] A visão de mundo envolve, não apenas um momento presente ou passado: também pode expressar projeções do futuro, com base nas percepções e interpretações possibilitadas pelo movimento da história humana.

E os significados escondidos na obra, revelam que a Arte não é uma produção automática, mas, produto humano que pode determinar as transformações no plano original do trabalho do artista e no desenvolver de sua criação, elaboração, compreensão no conteúdo da obra, isto é, nas maneiras de ser, pensar e criar do artista. Afirma Zamboni (1998, p. 54) que “[...] o ver em sentido mais amplo requer um grau de profundidade muito maior, porque o indivíduo tem, antes de tudo, de perceber o objeto em suas relações com o sistema simbólico que lhe dá significado”. Conclui-se que esse olhar analisador na arte, representa o significado do passado, do presente e do futuro, sendo mediador de significados, em especial significados da Geometria. Assim,

[...] ao olhar para uma obra de arte, uma imagem ou outra representação, o fruto desse olhar é reflexo de uma história pessoal e única, vivida em determinada sociedade, cultura e época. Cada pessoa gera um repertório individual, um conjunto de valores, conceitos, ideias, sentimentos e emoções que vão tecendo uma rede de significados para si. [...] a arte é mediadora de significados e cada pessoa poderá ter uma resposta na apreciação de um objeto artístico. [...] Da mesma forma como busquei

aspectos significativos da arte, fui em busca daqueles significativos da geometria (CÂNDIDO, 2011, p. 69-73).

A arte na sociedade atual tornou-se um produto e conhecimento da burguesia, excluindo-se a sociedade menos favorecida, afetando o saber artístico e, conseqüentemente, a não valorização deste conhecimento.

Uma obra de arte produzida em sociedades do passado gera em nós essa autoconsciência, porque a relação entre seu conteúdo e sua forma nos leva a viver os conflitos humanos representados na obra artística como nossos conflitos.

[...] Se a arte propiciar aos indivíduos uma vivência subjetiva intensificada de conflitos que impulsionem a autoconsciência a níveis cada vez mais elevados, ela desempenhará uma função formadora, isto é, educativa. (DUARTE, 2009, p. 469-470).

A arte não se limita apenas ao cotidiano e ao mundo social, mas, na superação da vida e dos acontecimentos sociais e naturais. As obras de arte propiciam a universalidade do sentimento e a apreciação dos variados estilos artísticos e suas manifestações. Assim, arte desenvolve o não fetichismo da realidade e de si mesmo, “a arte uma missão desfetichizadora, ou seja, missão de mostrar o mundo como obra humana (os seus aspectos positivos e negativos)” (DUARTE, 2016, p. 85).

Utilizar a Arte como um meio interdisciplinar se torna essencial a relação Arte e Matemática, por valorizar as experiências e conhecimentos. Prioriza-se a compreensão da Matemática e a contribuição de conceitos para atender as necessidades da sociedade. Portanto, é fundamental desenvolver a visão geométrica e artística do aprendiz na sociedade, pela produção, pela apreciação artística e pela reflexão. Para desenvolver esse tripé (produção, apreciação artística e reflexão ou o fazer artístico, a história da arte e a leitura de obras) tomou-se como base a “Proposta ou Metodologia Triangular<sup>12</sup>” de Ana Mae Barbosa foi sistematizada em 1987, e inseriu-se na década de 90 na LDB nº 9394/96 composto pelo fazer artístico, análise de obras e objetos de arte e a história da arte. O componente curricular Arte, previsto nos PCNs de Arte, parte de quatro linguagens sendo: as artes visuais, o teatro, a dança e a música. Os principais pontos no processo ensino-aprendizagem da Arte são: a leitura, a análise e a interpretação da

---

<sup>12</sup> Ana Mae Barbosa apresenta a “Metodologia Triangular”, a história da arte, leitura da obra de arte e fazer artístico que foi adotada no Museu de Arte Contemporânea de São Paulo (MAC). A leitura da imagem no ensino da Arte. Cf. BARBOSA, A. M. A imagem no ensino da arte: anos oitenta e novos tempos. 6.ed. São Paulo: Perspectiva, 2005.



imagem, o fazer artístico e sua contextualização. A democratização do saber e o ensino em Arte, de acordo os PCNs de Arte (BRASIL, 1998, p.29), desenvolvem “habilidades de percepção, intuição, raciocínio e imaginação”.

O conhecer da Arte contempla o pensamento visual e geométrico, a sensibilização e a imaginação desde as obras tradicionais às modernas e tecnológicas, possibilitando combinações entre elas.

As artes visuais, além das formas tradicionais (pintura, escultura, desenho, gravura, arquitetura, artefato, desenho industrial), incluem outras modalidades que resultam dos avanços tecnológicos e transformações estéticas a partir da modernidade (fotografia, artes gráficas, cinema, televisão, vídeo, computação, performance). Cada uma dessas visualidades é utilizada de modo particular e em várias possibilidades de combinações entre imagens, por intermédio das quais os alunos podem expressar-se e comunicar-se entre si de diferentes maneiras. (BRASIL, 1998, p. 45).

Assim, a Geometria unida à Arte mostra-se relevante na educação escolar e esta pesquisa, dentro de todo o universo artístico, optou por analisar os conceitos geométricos básicos nas obras de Maurits Cornelis Escher, Tarsila do Amaral, Ivan Cruz, Eduardo Kobra e João Carvalho. O trabalho com os autores buscou garantir a apropriação dos seguintes conceitos matemáticos: transformações geométricas em especial a Simetria (de reflexão, de rotação e de translação), polígonos e poliedros, ângulos, conforme a “Geometria básica”, por meio de Sequências didáticas.

As Sequências didáticas são instrumentos utilizados no processo ensino-aprendizagem como recurso para minimizar as defasagens de aprendizagem em conceitos geométricos básicos. São estratégias para recuperar as habilidades geométricas, evoluir o conhecimento e a construção geométrica e visual do aluno na Educação Básica, com a mediação do professor e as interações aluno/aluno, professor/aluno e trabalho em equipe.

A sistematização da imagem com o conceito geométrico se desenvolve na relação entre a Arte e a Matemática, cuja interdisciplinaridade se comunica entre duas ou mais disciplinas no desenvolvimento de conceitos matemáticos ou artísticos. Como exemplo, as disciplinas de Arte e Matemática auxiliam no desenvolvimento da criação, no aprofundamento da criatividade, da Geometria básica, da leitura visual e geométrica e do trabalho em equipe.

A importância de se trabalhar a interdisciplinaridade “Arte e Matemática” no processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos básicos de Geometria no EF e EM são analisados à partir do estudo a seguir.

Flores e Wagner (2014) apresentam o que denominam ser um mapa e um inventário de pesquisas brasileiras que lidam com Arte e Matemática na Educação. Por meio de um levantamento de teses e dissertações do período entre 1987 e 2013, no Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e nos sites dos seguintes Programas: Pós Graduação em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUCSP) e Pós Graduação em Educação da Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR), Pós Graduação em Educação da Universidade Federal do Paraná (UFPR) e Pós Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Utilizaram-se os títulos de teses e dissertações com as palavras-chave “arte e educação matemática”; foram encontrados 25 (vinte e cinco) trabalhos a partir de 1994, a maioria de mestrado concentrada nas regiões Sudeste e Sul, principalmente nas universidades como a UFPR, a Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS) e a UFSC. Conclui-se que atualmente as pesquisas em Educação Matemática e Arte ainda são fracas e minimizadas, cujo termo mais comum é a interdisciplinaridade entre a articulação da Matemática com a Arte, na busca pelo ensino de conceitos ou habilidades visuais. Assim, Flores e Wagner (2014, p. 255) afirmam “Ora, a arte tem muito mais a oferecer para a pesquisa em Educação Matemática. [...] ela pode nos dar pistas para investigar novas formas de aprender, de conceber, de ensinar e de pensar matemática”.

Dessa forma, busca-se um aprendizado mais significativo na perspectiva da relação entre a Matemática e a Arte e a ampliação de conceitos geométricos e do pensamento visual e geométrico. E analisa-se a importância de trabalhar o binômio “Arte e Matemática” na revitalização, retomada e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos na Educação Básica.

O Capítulo que segue apresenta uma síntese dos conceitos de transformações geométricas principalmente a “Simetria”. Promove a análise de pesquisas sobre a “Simetria” nos livros didáticos e na tecnologia, de forma a ilustrar os aspectos essenciais que devem ser garantidos na realização desta perspectiva interdisciplinar.

## 2. MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS – PERSPECTIVAS SIMÉTRICAS

O matemático, tal como o pintor ou o poeta, é um criador de padrões. Um pintor faz padrões com formas e cores, um poeta com palavras e o matemático com ideias. Todos os padrões devem ser belos. As ideias, tal como as cores, as palavras ou os sons, devem ajustar-se de forma perfeita e harmoniosa.

G. H. Hardy

A Simetria é um conceito geométrico representado pelas formas da natureza, nas construções feitas pelo homem, na arte, na ciência e no próprio corpo humano, ou seja, no cotidiano e no mundo, envolvendo suas culturas e fenômenos naturais ou não. Transmite o efeito visual de beleza, de perfeição, de medidas proporcionais, de transformações geométricas e de regularidades. Essas transformações que mantêm a forma e preservam as dimensões são isometrias e as que mantêm a forma, porém, não preservam as dimensões são homotetias.

No Dicionário Houaiss Online (2004), o termo Simetria significa “conformidade, em medida, forma e posição relativa, entre as partes dispostas em cada lado de uma linha divisória, um plano médio, um centro ou eixo”. E, ainda conforme o referido Dicionário, em Geometria o conceito é “transformação geométrica que não altera a forma, as dimensões ou qualquer outra propriedade de uma figura”.

Para Ripplinger (2006) a Simetria é uma transformação que preserva a forma e suas características tais como ângulos, comprimento dos lados, distâncias, tipos e tamanhos, contudo, altera a posição do objeto desenhado.

Segundo Mabuchi (2000) a Simetria destaca-se com o termo “Geometria das Transformações” que se divide em isometrias (movimentos rígidos - reflexão, translação, rotação) e homotetia (ampliação e redução de imagens).

O ensino de Simetria desenvolve a relação entre a altura, a largura e o comprimento, mantendo suas propriedades. A simétrica de uma imagem preservará comprimentos e ângulos, mas, nem sempre manterá a direção e sentido das várias partes da figura. Isto é, refere-se à Geometria Euclidiana a relação da posição e semelhança de um objeto com um eixo, ponto ou plano e se relaciona às formas geométricas e equações matemáticas.

Uma proposta de contribuição ao ensino da Geometria é o ensino do conteúdo de Simetria encontrado na maioria dos livros didáticos. Além de auxílio a outras áreas de conhecimento como: Ciências no Ensino Fundamental; Física, Química e Biologia no Ensino Médio; Geografia no EF/EM, Arte no EF/EM, na Educação Especial e também na Língua Brasileira de Sinais (LIBRAS).

Na Educação Especial o conceito de Simetria proporciona diferentes possibilidades de exploração na construção de figuras, na análise dos eixos de simetria e seus padrões geométricos. Como exemplo, cada aluno com ou sem deficiência necessita abstrair, organizar e coordenar as informações sobre os conceitos de Simetria em diferentes formas. Inicia-se com a “Geometria básica” como ponto, reta, ângulo, distância, até chegar ao conceito de Simetria.

No caso do aluno deficiente visual, a aprendizagem dos conceitos citados oferece dificuldades específicas. Para serem superadas tais dificuldades, necessita de recursos didáticos adaptados, tais como materiais específicos, além de uma abordagem que a motive a aprender tópicos que aparentemente são apenas ‘visuais’ (SEGADAS et al., 2007, p.2).

O material didático específico na Educação Infantil, que trabalha a Simetria no nível intrafigural, interfigural e transfigural do aluno, é o geoplano. Segundo Fernandes e Healy (2007) os termos intrafigural, interfigural e transfigural são fases de um processo contínuo do desenvolvimento das estruturas geométricas.

[...] Na etapa intrafigural, os sujeitos não percebem as transformações da figura dentro do conjunto (figuras-plano), comparação entre essas figuras.  
 [...] Na etapa interfigural aquela em que o sujeito utiliza somente referências internas do sistema analisado, ou seja, as figuras estão num plano, e esse conjunto (figuras-plano) apresenta características de totalidade [...].  
 [...] A terceira etapa, transfigural, não trata somente da transformação de uma figura noutra, mas opera sobre todos os pontos do plano, verificando a realização de determinadas condições (manter sem variação alguns elementos – invariantes) (FERNANDES; HEALY, 2007, p.123).

A Simetria nas línguas de sinais, com sua representação tridimensional (altura, largura e profundidade), facilita a visualização e compreensão da leitura, ou seja, da combinação da língua falada com a sinalizada como poética (linguagem com efeitos artísticos) e mais clara e visível ao leitor. Machado (2013, p. 71) assim aborda a Simetria:

A simetria se apresenta de forma diferente quando empregada nas línguas de modalidade oral e escrita (possuindo limitações quanto à linguagem falada) e nas línguas sinalizadas (onde seu uso e combinação são ilimitados). Nas línguas de sinais a simetria pode ser empregada de forma

que seja possível explorar o espaço de sinalização tridimensionalmente e compor os sinais, articulando-os e relacionando-os esteticamente.

O conceito de Simetria está relacionado a várias situações do cotidiano e no processo ensino-aprendizagem como “reflexão, distância e perpendicularismo. Por todas as razões apontadas não vemos por que ser negligenciado na educação básica” (SEGADAS et al., 2007, p.2). E assim, depara-se com as seguintes indagações:

Por que ensinar Simetria no Ensino Fundamental e no Ensino Médio?

Somente os livros didáticos são o apoio no ensino de Simetria nas aulas de Matemática?

Tais indagações são buscadas na análise do conteúdo, transformações geométricas, em especial “Simetria” nos livros didáticos pesquisados por Mabuchi (2000), Silva (2014), Oliveira (2015), Santos e Teles (2011), Silva e Lima (2010) e Tonetto (2004).

O conteúdo “Transformações Geométricas” ainda não incorporadas às práticas escolares nem à formação de professores, em especial a Simetria, se encontra no estudo de Mabuchi (2000), embora se observe a importância deste conceito no cenário escolar e na formação de professores.

De acordo com Silva (2014), em sua pesquisa, desenvolveu investigações referentes ao ensino das Transformações Geométricas nas reformas curriculares brasileiras de Matemática para o Ensino Fundamental, desde 1930 até 2010. Demarcando a análise do estudo, apenas sobre a Proposta Curricular de Matemática para o Primeiro Grau (1988) e Currículo de São Paulo (2010). A Proposta Curricular de Matemática para o Primeiro Grau (1988) sobre as Transformações Geométricas deixaram de ser estudadas por meio de funções, prescritas para a 5.<sup>a</sup> série (6.<sup>o</sup> ano) e 6.<sup>a</sup> série (7.<sup>o</sup> ano) o estudo dos eixos de simetria axial, rotação e translação de figuras geométricas ao desenvolver dobraduras e recortes. Já na 8.<sup>a</sup> série (9.<sup>o</sup> ano), aborda-se a transformação homotetia sobre semelhança em representações do mundo real e nos polígonos. E conforme o Currículo de São Paulo (2010) prescreve-se ao professor o ensino das Transformações Geométricas, a desenvolver o estudo da Geometria de maneira dinâmica e experimental, focando a simetria axial, rotacional e de translação e a

homotetia, por meio da manipulação de figuras geométricas, para ampliar os conceitos e a aprendizagem dos alunos (SILVA, 2014).

No estudo de Oliveira (2015), cujo principal foco de pesquisa fora o conceito de Simetria estabelecido e analisado como Unidade de Registro (UR) no campo da álgebra, os resultados foram divididos em dois campos – Documentos Oficiais (Proposta Curricular do Estado de São Paulo, Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental II (PCN), Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), Orientações Educacionais Complementares aos PCN do Ensino Médio (PCN+) e Manual/Caderno do Professor (2013). Nos documentos oficiais observaram-se 17 (dezesete) ocorrências na UR, sendo 15 (quinze) no PCN no eixo Espaço e Forma e 2 (dois) na Proposta Curricular do Estado de São Paulo no eixo Tratamento da Informação, ambas no campo da Geometria. No Caderno do Professor – Matemática encontraram-se 134 (cento e trinta e quatro) ocorrências da UR com o termo “simetria”, das quais apenas 20 (vinte) foram classificadas no campo da álgebra em três séries do Ensino Fundamental II e Médio (7.º e 9.º ano e 1.ª série); “[...] dentro de conteúdos da álgebra, é palco de uma rica interlocução entre a álgebra e a Geometria, permitindo ao aluno estabelecer fortes relações e inferências no estudo de determinado tópico matemático” (OLIVEIRA, 2015, p. 73). Concluiu a autora que das 134 (cento e trinta e quatro) ocorrências no Caderno do Professor, das quais 20 (vinte) estão no campo da álgebra, classificam-se 114 (cento e quatorze) no campo da Geometria.

O ensino de Simetria na prática é trabalhado no Ensino Fundamental (EF), minimizada no Ensino Médio (EM) e separadamente na disciplina de Matemática e outras áreas de conhecimento em especial a Arte. Cada disciplina trabalha em momentos diferentes e sem conexões. Atualmente utilizam-se apenas os livros didáticos, apostilas ou cadernos do aluno e professor para seu desenvolvimento, mas, há raridade na aplicação interdisciplinar. Os livros didáticos, em sua maioria, instruem ao ensino de Simetria, através do elo entre as disciplinas, ao buscar a interdisciplinaridade e sua contextualização, contudo, na prática de sala de aula existe a excentricidade, ou seja, isso não acontece.

As isometrias, que até agora têm integrado os programas do ensino básico separadamente, devem ser trabalhadas em conjunto porque é na comparação das suas propriedades — pontos fixos, orientação dos originais e das imagens e outras — e nas composições e relações entre elas que reside a tal estrutura que devemos ir progressivamente revelando aos

alunos, ao longo da escolaridade. Além disso, o estudo da simetria é o melhor ambiente para aprofundar as isometrias, mas isso só é possível se os alunos trabalharem com todas as isometrias simultaneamente (BASTOS, 2007, p. 27).

Segundo Santos e Teles (2011) e o Guia de Livros Didáticos de Matemática (BRASIL, 2008) são destacados dois princípios: o da contextualização e o da interdisciplinaridade, relacionadas ao ensino-aprendizagem da Geometria, conectados com as artes visuais.

Com o objetivo de favorecer a atribuição de significados aos conteúdos matemáticos, dois princípios têm assumido particular destaque no ensino atual: o da contextualização e o da interdisciplinaridade. O primeiro deles estabelece a necessidade de o ensino da Matemática estar articulado com as várias práticas e necessidades sociais, enquanto o segundo defende um ensino aberto para as inter-relações entre a Matemática e as outras áreas do saber científico ou tecnológico (BRASIL, 2008, p.17).

De acordo com Silva e Lima (2010), com a análise de 12 (doze) coleções indicadas pelo Guia de Livros Didáticos – Matemática (BRASIL, 2008) todas as coleções abordam a noção de simetria de reflexão, exceto uma. O estudo de simetria ou simetria axial ou simetria de reflexão consta em pelo menos um dos volumes de cada coleção. Em sua maioria, o estudo de simetria em atividades experimentais se orienta por meio de dobraduras e espelhos. A introdução às atividades se desenvolve de diversas maneiras, principalmente na observação de simetria na natureza e objetos físicos.

Segundo Tonetto (2004) foram analisados 3 (três) coleções de livros didáticos (1999, 2001 e 2004), cujo estudo demonstra que somente a simetria axial e central são estudadas no EF, de maneira simples e intuitiva. Somente um livro didático apresentou a construção da imagem com régua e compasso para a rotação, isto é, a translação e a rotação são pouco exploradas e as propriedades, definições e exercícios sobre transformações geométricas são objeto raros de estudos.

Conforme Santos e Teles (2011) o estudo realizado em 17 (dezessete) coleções de livros didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental/Anos Iniciais do Programa de Livros Didáticos - PNLD de 2010 com circulação até 2012, sobre as conexões simetria e artes visuais, foram identificadas 200 (duzentas) atividades sendo, 89% do total a simetria de reflexão, 11% do total a simetria de translação e 0% a simetria de rotação, ou seja, houve predominância da simetria de reflexão, a de translação foi minimizada e a de rotação não identificada.

Ressalta-se que o Guia de Livros Didáticos (BRASIL, 2008) se refere apenas à simetria de reflexão ou axial, gerando excentricidade nas isometrias, como simetria de translação e rotação. Ou seja, são trabalhadas de forma parcial tornando o ensino de Geometria pendente, como bem aponta Ripplinger (2006):

[...] os conteúdos de Geometria, enfocando a simetria, são trabalhados às vezes de forma muito superficial, mostrando no ensino da simetria apenas um de seus movimentos, que é a simetria reflexional, sendo deixados de lado os movimentos, como translação e rotação e a combinação dos mesmos, de uma forma geral (RIPPLINGER, 2006, p. 59).

E esse ensino pendente requer a utilização de recursos manipuláveis como, por exemplo, alguns programas de computador que abordam a Geometria de uma forma diferente, desenvolvendo o pensamento geométrico dos alunos.

Uma das grandes dificuldades de professores e alunos está na visualização e na interpretação dos conceitos em Geometria. Atualmente, como alternativa o ensino-aprendizagem se baseia na utilização de Softwares em sala de aula, tornando-se os seus conceitos mais visíveis. Assim,

[...] podemos recorrer às ferramentas tecnológicas disponíveis, nomeadamente programas de geometria dinâmica e applets, que consideramos decisivos no sentido de proporcionar a todos — professores e alunos — imagens e manipulações a que, noutros tempos, só os grandes géometras tinham acesso pelo grande poder da sua imaginação. Mas não só: é preciso proporcionar também algumas experiências com materiais manipuláveis (VELOSO; BASTOS; FIGUEIRINHAS, 2009, p.23).

Os softwares educacionais tornaram-se instrumentos pedagógicos de muita importância, cujo objetivo é propiciar ao aluno o conhecimento do programa e, a partir desse ponto, conectar e interagir, promovendo a construção do conhecimento e a demonstração da aprendizagem. Conforme o PCN de Matemática “existem softwares que exploram problemas envolvendo transformações das figuras. [...] propor aos alunos situações para que comparem duas figuras, em que a segunda é resultante da reflexão da primeira (ou da translação ou da rotação)” (BRASIL, 1998, p.124).

No Brasil, ainda existem escolas sem recursos como o da sala de informática, o que prejudica a aprendizagem, reduz a metodologia e essa falta de recursos e métodos didáticos, além do impedimento ao conhecimento e aprendizagem virtual e visual tecnológico, também impede que o aluno tenha acesso ao mundo tecnológico.

De acordo com os PCNs, os meios tecnológicos podem ser utilizados como apoio ao desenvolvimento de habilidades: leitora, escritora, visual, percepção,



criação, construção e representação de uma aprendizagem individual e coletiva, como exemplo - o computador:

O computador pode ser usado como elemento de apoio para o ensino (banco de dados, elementos visuais), mas também como fonte de aprendizagem e como ferramenta para o desenvolvimento de habilidades. O trabalho com o computador pode ensinar o aluno a aprender com seus erros e a aprender junto com seus colegas, trocando suas produções e comparando-as (BRASIL, 1998, p. 35).

O uso da tecnologia no processo ensino-aprendizagem tem o professor como seu mediador; o principal foco é adequar o uso para que não se resume a um modismo e sim propicie e desenvolva os conhecimentos e conceitos matemáticos/geométricos, bem como a interação dos alunos em todo o processo. Miskulin (1994) se refere ao software “Logo” como uma estratégia tecnológica, por meio do qual se faz uso de computadores no aprimoramento do Ensino da Matemática e, mais especificamente, no Ensino da Geometria.

Acreditamos que, se o Ensino da Matemática e o Ensino da Geometria forem abordados com o uso de novas tecnologias ou novas estratégias metodológicas, esse fato tornará a escola um pouco mais produtiva para o povo e menos improdutivo para a elite. Não estamos pensando simplesmente em estratégias metodológicas, em técnicas, mas no processo global de ensino que vai possibilitar a compreensão e explicitação dos conceitos matemáticos e o seu domínio por parte dos educandos, a partir do cotidiano do aluno e de suas necessidades sociais, independentemente do nível de escolaridade (MISKULIN, 1994, p. 11).

Assim, os recursos tecnológicos tornam a aula diferenciada e motivam tanto o aluno como o professor, a melhorarem o processo de ensino-aprendizagem e o interesse pela Matemática. É uma ação que auxilia a superar a aversão e a atitude negativa em relação à Matemática.

[...] a utilização de tecnologias computacionais pode ser de grande valia na aprendizagem dos conteúdos matemáticos, atuando como ferramenta didática auxiliar, podendo constituir-se numa das possibilidades de ação metodológica na superação da Matofobia que interfere na aprendizagem matemática (FELICETTI, 2007, p.158).

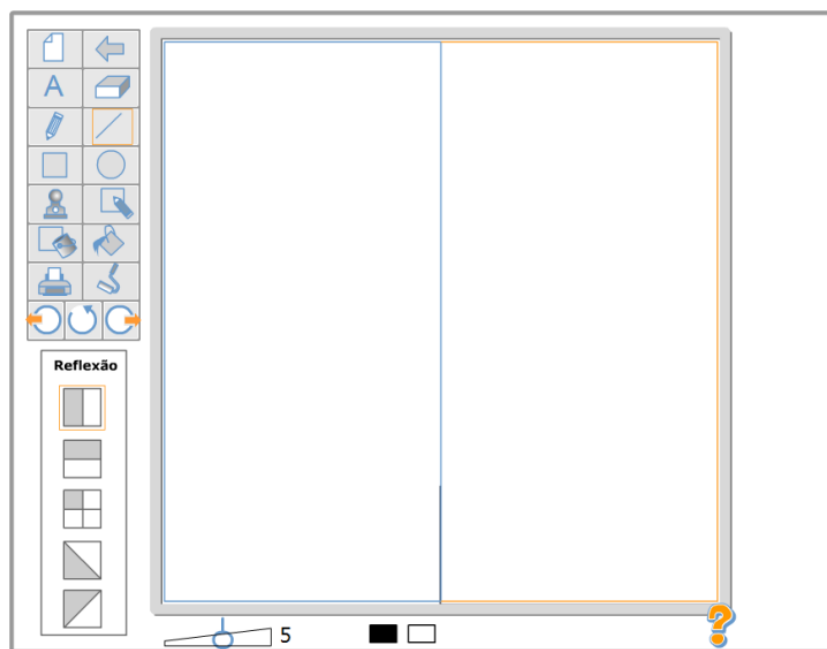
A utilização do computador, com programas ou softwares, tornou-o um forte aliado ao processo ensino-aprendizagem, mas, o cuidado é essencial em seu desenvolvimento, pois o uso incorreto não gera a aprendizagem. Por essa razão, o professor é importante mediador desse processo ensino-aprendizagem ao desenvolver e propor a interdependência e criatividade do aluno, e não apenas o mecanismo.

A mediação do professor na utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) no processo de ensino-aprendizagem auxilia a explorar a Geometria e contribui para a representação geométrica, visual, reflexiva e transformativa da Matemática.

Com a utilização do software, o ensino de geometria pode adquirir características mais dinâmicas, contando assim com diferentes possibilidades de visualização para os objetos geométricos na tela do computador, pois professores e alunos realizarão explorações relacionando esses objetos com conceitos da geometria euclidiana (LORENZATO, 2010, p. 111).

Portanto, tais instrumentos podem ser utilizados no EF e EM, desde que haja a mediação do professor para que a construção da aprendizagem seja significativa.

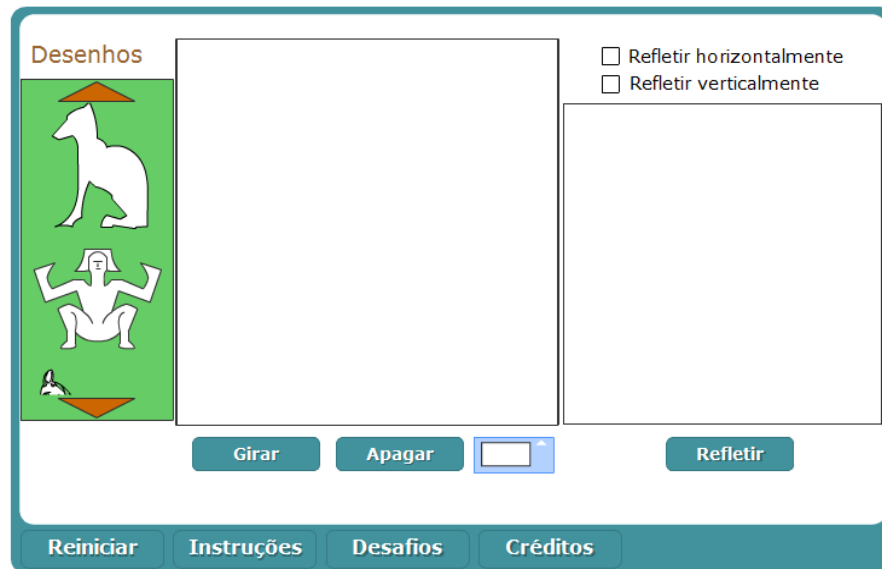
Pretende-se com o uso das tecnologias, em especial os softwares educativos Simetrizadores (Figuras 2 e 3), minimizar as defasagens de ensino e de aprendizagem em Geometria, cujo foco é desenvolver o ensino de Simetria com as transformações geométricas principais: simetria de reflexão, translação e rotação.



**Figura 2 – Simetrizador 1**

Fonte: <<http://profjosecarlos.no.comunidades.net/simetria>>

Simetrizador



**Figura 3 – Simetrizador 2**

Fonte: <[http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos\\_iniciais/objetos/simetrizador.htm](http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/objetos/simetrizador.htm)>

Com o uso dos Simetrizadores (Figuras 2 e 3) são apresentadas as definições das transformações geométricas no plano. Uma figura geométrica se transforma em outra imagem igual ou semelhante em um plano ou conjunto de pontos utilizando a aplicação bijectiva ou bijetora, isto é, injetora e sobrejetora ao mesmo tempo. Na função injetora, os elementos diferentes de A correspondem a elementos diferentes de B, e na função sobrejetora, todo elemento de B é imagem de pelo menos um elemento de A, ou seja, cada elemento de B é uma imagem única de A, surgindo às transformações geométricas. Segundo Bastos (2007, p. 24-26):

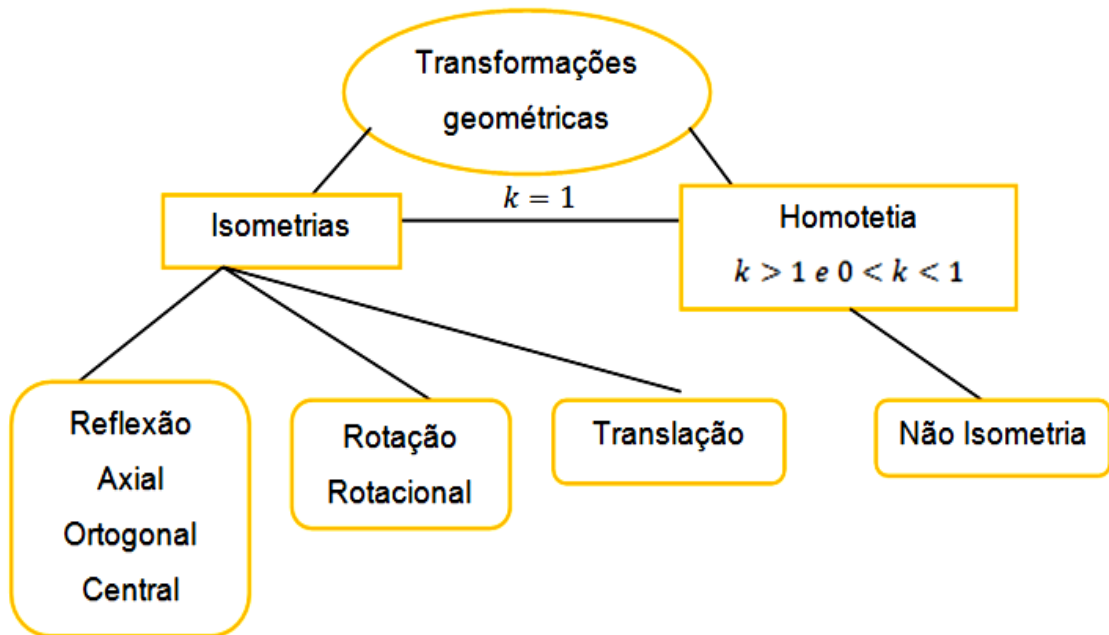
Uma transformação geométrica é sempre uma função bijectiva, de um espaço nele próprio. Nós, professores do ensino básico e secundário, trabalhamos apenas com as transformações geométricas em que esse espaço é o conjunto de pontos do plano, muitas vezes designado por  $R^2$ , dada a identificação de cada ponto com as suas coordenadas, ou o conjunto de pontos do espaço tridimensional, também chamado  $R^3$ . Portanto, e dito de outra maneira, uma transformação geométrica é uma correspondência biunívoca do conjunto de todos os pontos do plano (ou de todos os pontos do espaço) sobre si próprio.

Seja F uma figura no plano  $\pi$ , cuja função de  $\pi$  em  $\pi$  associa-se cada ponto a imagem de F por T que representa o conjunto de pontos imagens de F, denotado por  $F' = T(F)$ , ou seja, a Figura F é transformada na própria imagem da Figura F.

Segundo Pinho, Batista e Carvalho (2010, p. 247) assim é definida a transformação geométrica no plano:

Seja  $p$  um plano. Definimos uma transformação geométrica no plano  $p$  como sendo uma função de  $p$  em  $p$  que associa cada ponto  $M$  do plano  $p$  um ponto  $M'$  de  $p$ , denotado por  $M' = T(M)$ .  $M'$  é chamado imagem de  $M$  por  $T$ . Em particular, se  $F$  é uma figura no plano, a imagem de  $F$  por  $T$  é o conjunto de pontos imagens de  $F$ , denotado por  $F' = T(F)$ .

No fluxograma apresentado na Figura 4 é possível observar as Transformações Geométricas (isometrias e homotetia).



**Figura 4 – Fluxograma representando as Transformações Geométricas**

Fonte: Elaborada pela Autora

Conforme o PCN de Matemática, essas são as principais isometrias:

O estudo das transformações isométricas (transformações do plano euclidiano que conservam comprimentos, ângulos e ordem de pontos alinhados). [...] As principais isometrias são: reflexão numa reta (ou simetria axial), translação, rotação, reflexão num ponto (ou simetria central), identidade. Desse modo as transformações que conservam propriedades métricas podem servir de apoio não apenas para o desenvolvimento do conceito de congruência de figuras planas, mas também para a compreensão das propriedades destas (BRASIL, 1998, p. 124).

O tópico que segue enfoca as definições de Isometria e não Isometria, desenvolvidas nos Simetrizadores (Figuras 2 e 3).

## 2.1 Isometria: Reflexão, Rotação, Central e Translação

Isometria é a transformação geométrica que preserva a distância, os ângulos e as dimensões, ou seja, em uma figura semelhante à inicial com dimensões e ângulos congruentes.

Definição: “Aplicações entre subconjuntos de pontos no plano ou no espaço, que preservam distâncias, são denominadas isometrias” (PINHO; BATISTA; CARVALHO, 2010, p. 304).

Uma Isometria é uma transformação geométrica que preserva a distância entre os pontos e a amplitude dos ângulos, isto é, a figura inicial e o seu transformado são congruentes. A conservação do alinhamento, paralelismo, distância e áreas, ponto médio, ângulo, ortogonalidade são propriedades comuns às isometrias (simetrias axiais ou reflexão, centrais, translações e rotações).

De acordo com Bastos (2006), para o Grupo de Trabalho de Geometria (GTG) a ideia de Simetria, além de estar associada às transformações geométricas denominadas Isometrias, também causa confusão habitual, pois, em português, designou-se simetria axial e simetria central para as transformações geométricas que deveriam chamar de reflexões, meias voltas (no plano) ou inversões (no espaço).

### 2.1.1 Simetria de Reflexão ou Axial ou Ortogonal

A Simetria de Reflexão ou Axial ou Ortogonal reflete a imagem em um segundo eixo, como um espelho, ou seja, a imagem real e sua reflexão. E nesse movimento são mantidas as dimensões, as distâncias e a forma da figura original, quer seja, largura, comprimento ou profundidade e altura. Em outro caso a figura original deverá coincidir com a sua reflexão, isto é, serem congruentes. A Simetria de Reflexão pode ser encontrada em tudo ao redor e inicia-se pelo próprio corpo e se estende aos objetos do cotidiano, de acordo com os PCNs:

Em inúmeros objetos físicos ocorrem aproximações de planos de simetria de reflexão. Em representações planas desses objetos, tais planos de simetria reduzem-se a eixos de simetria. No corpo humano pode-se observar (aproximadamente) um plano de simetria. Assim, também a imagem de um objeto no espelho é simétrica a ele. Há eixos de simetria em

diversas criações do homem, como desenhos de aeronaves, edifícios e móveis (BRASIL, 1998, p. 124).

Pinho, Batista e Carvalho (2010) discorrem sobre a definição de Simetria Axial ou Reflexão ou Ortogonal em relação a uma reta:

Seja  $d$  uma reta

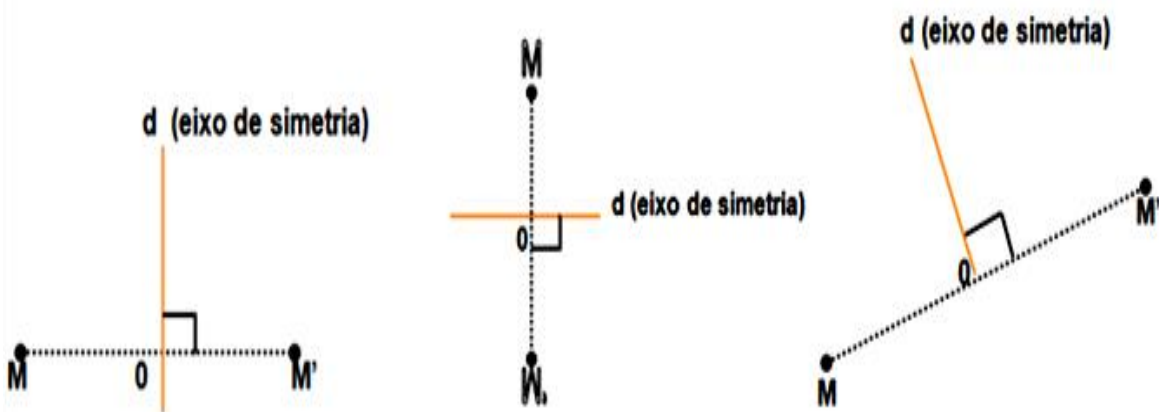
i) se  $M$  é um ponto do plano que não pertence a reta  $d$ , a imagem de  $M$  por esta transformação é um ponto  $M'$  tal que  $d$  seja a mediatriz do segmento  $MM'$  ;

ii) se  $M$  pertence à reta  $d$ , a imagem de  $M$ ,  $M'$  é o próprio ponto  $M$ .

O ponto  $M'$  assim associado ao ponto  $M$  é chamado *simétrico de  $M$  em relação a  $d$* , ou ainda, *imagem de  $M$  pela reflexão do eixo  $d$* .

[...] um eixo de simetria de uma figura  $F$  significa que a imagem de  $F$  pela simetria axial de eixo  $d$  é a própria figura  $F$ . (PINHO; BATISTA; CARVALHO, 2010, p. 247-252).

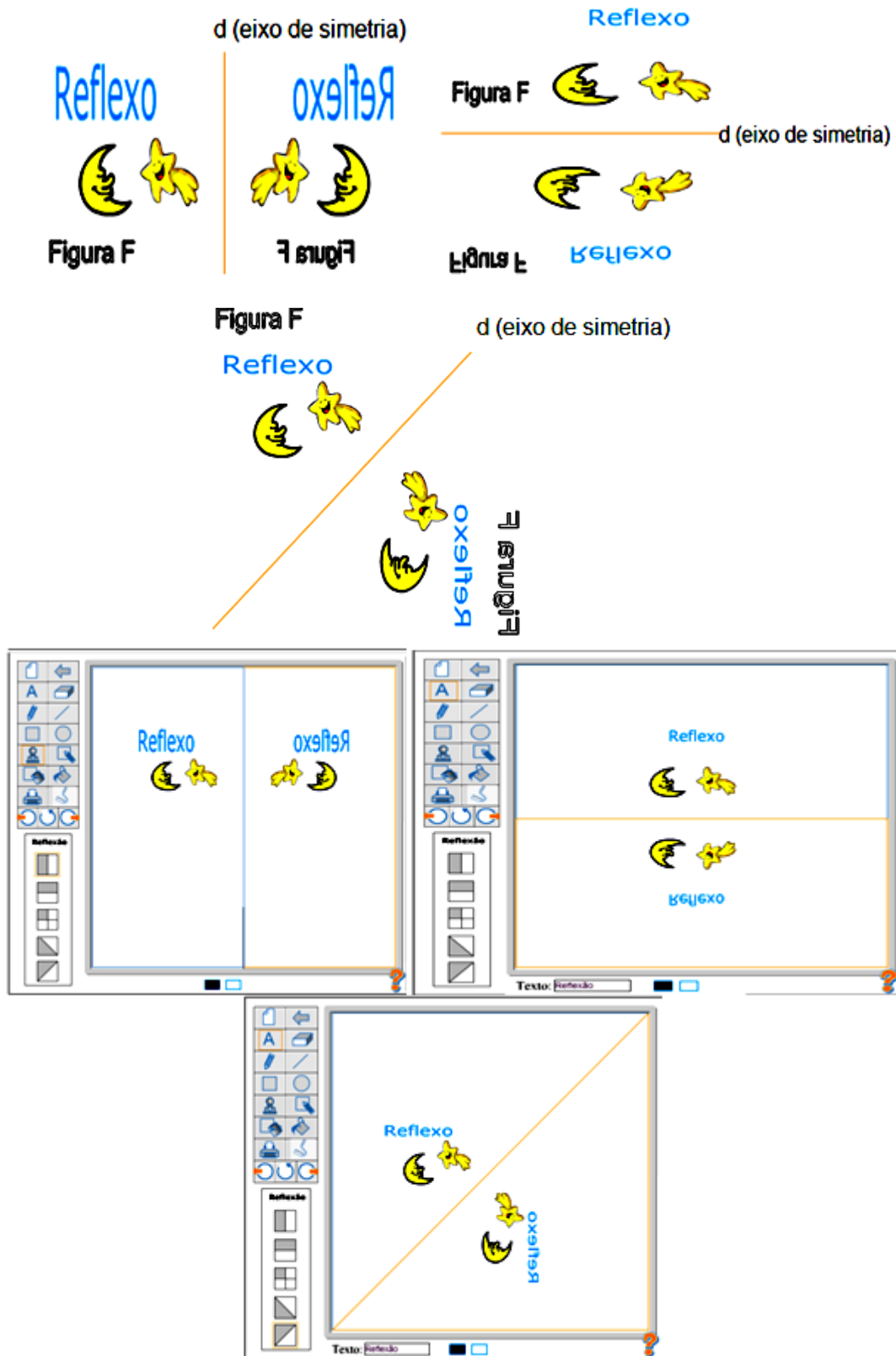
São exemplos de Simetria Axial (Figuras 5, 6, 7, 8 e 9):



**Figura 5 – Simetria de Reflexão Vertical, Horizontal e Diagonal**

Fonte: Elaborada pela Autora

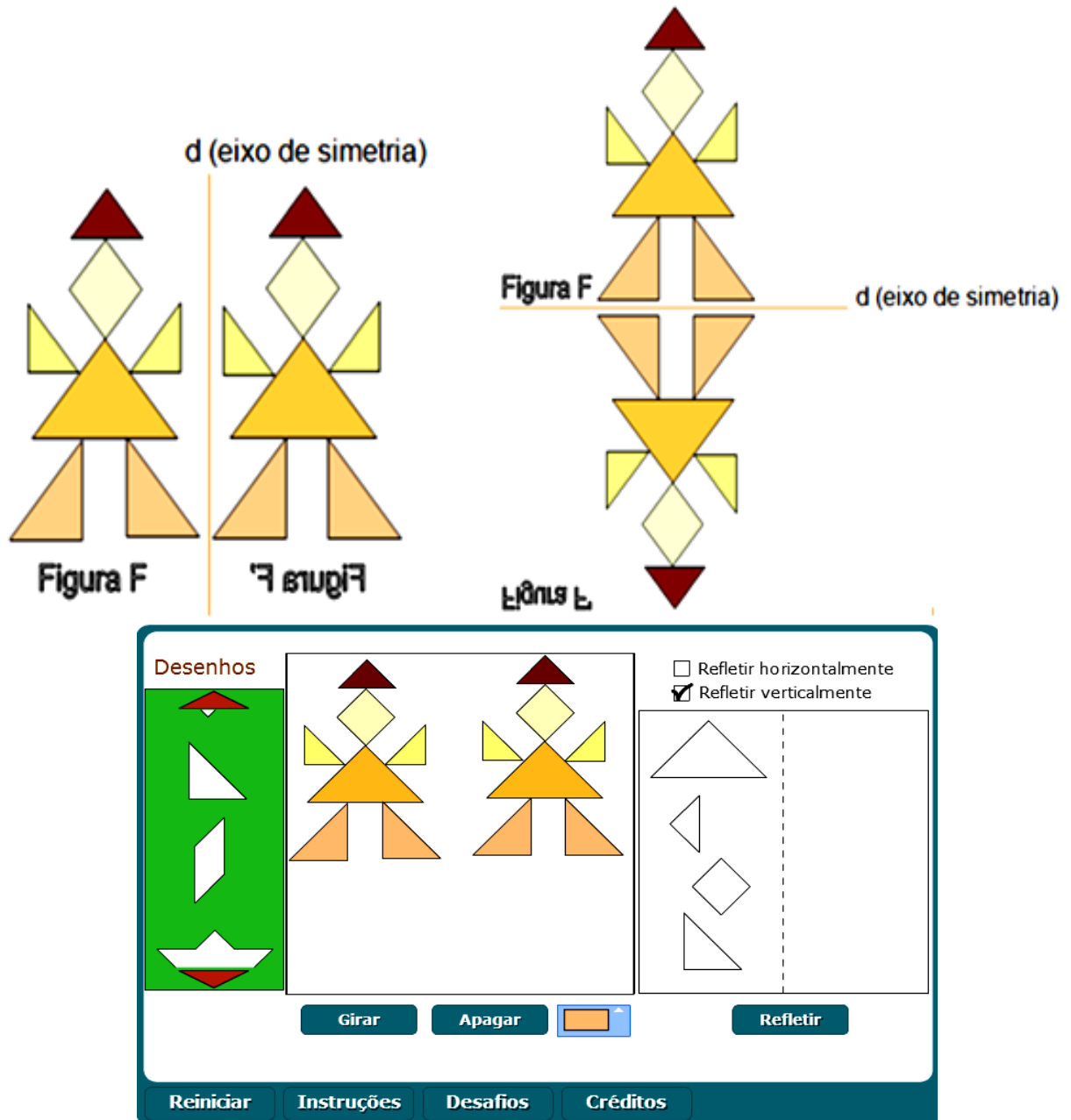
A Figura 6 (F) mostra a Simetria de Reflexão vertical, horizontal e diagonal com 1 eixo de simetria desenvolvida no software Simetrizador 1 (Figura 2).



**Figura 6 (F) – Simetria de Reflexão Vertical, Horizontal e Diagonal**

Fonte: Elaborada pela Autora no Simetrizador 1

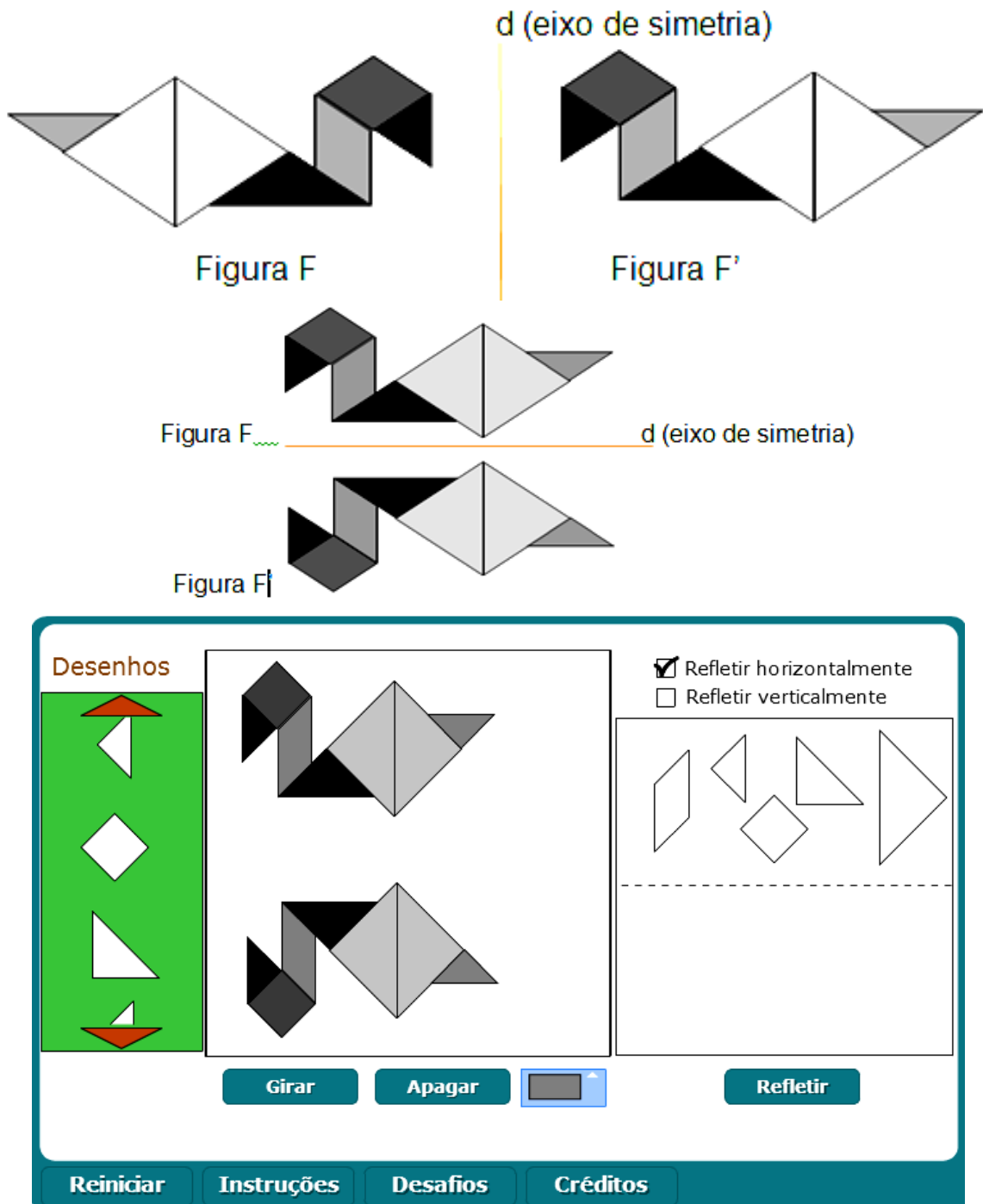
As Figuras 7 (F) e 8 (F) mostram a Simetria de Reflexão vertical e horizontal com 1 eixo de simetria desenvolvida no software Simetrizador 2 (Figura 3).



**Figura 7 (F) – Simetria de Reflexão Vertical e Horizontal**

Fonte: Elaborada pela Autora no Simetrizador 2

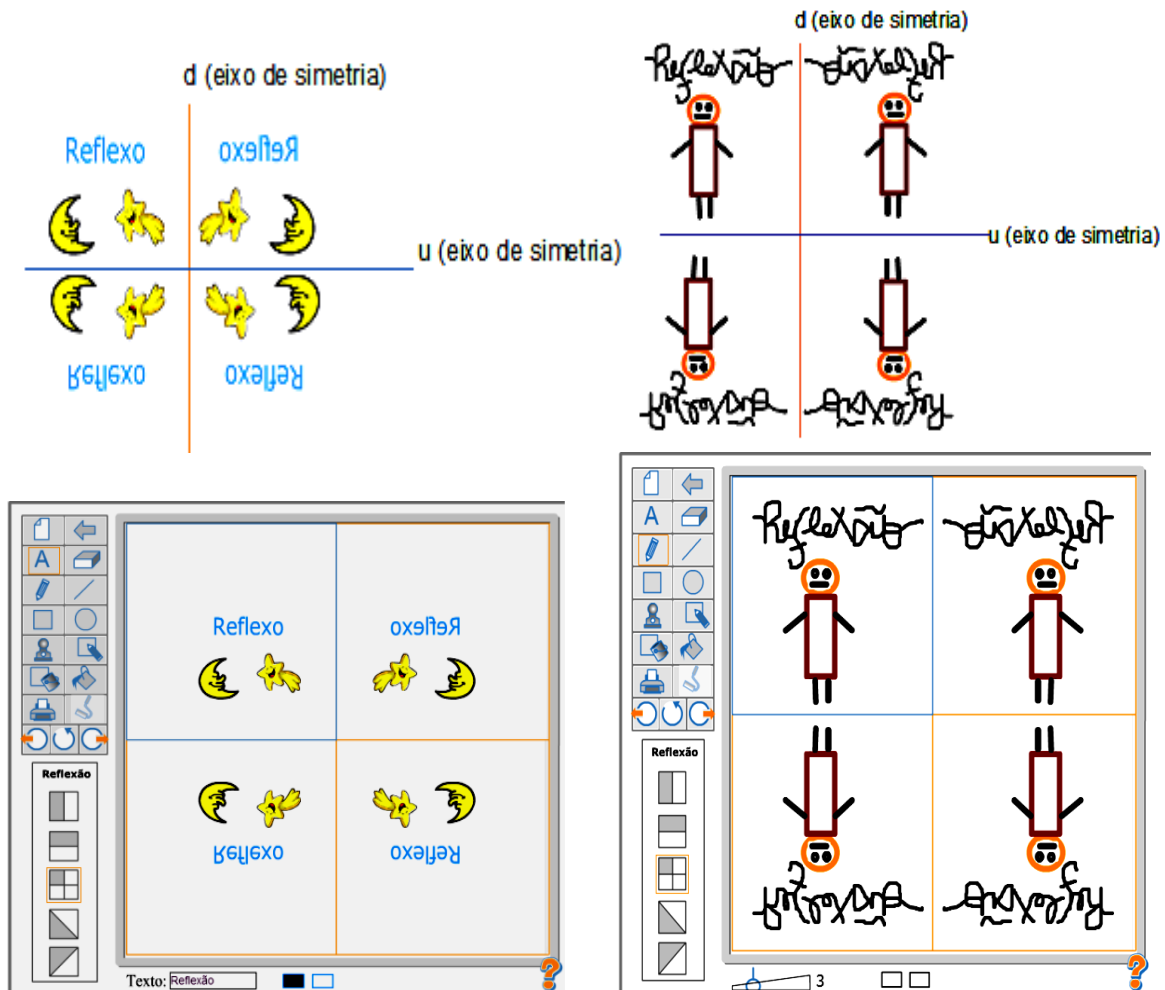




**Figura 8 (F) – Simetria de Reflexão Vertical e Horizontal**

Fonte: Elaborada pela Autora no Simetrizador 2

A Figura 9 mostra a Simetria de Reflexão no plano cartesiano com 2 eixos de simetria desenvolvida no software Simetrizador 1 (Figura 2).



**Figura 9 – Simetria de Reflexão no Plano Cartesiano com 2 Eixos de Simetria**

Fonte: Elaborada pela Autora no Simetrizador 1

### 2.1.2 Simetria Rotacional ou Rotação

Estão presentes nos objetos do cotidiano a Simetria de Rotação ou Centrais através de “desenhos de flores, logotipos de empresas, desenhos de peças mecânicas que giram, copos, pratos, bordados etc.” (BRASIL, 1998, p. 124).

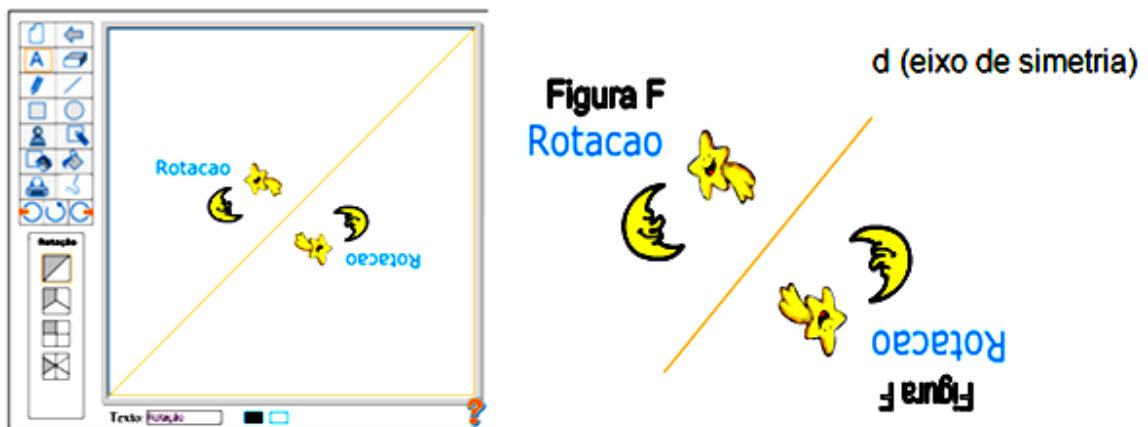
A Simetria de Rotação obtém a imagem refletida em torno de um ponto fixo ou centro de rotação e percorre o ângulo no sentido horário (negativo) ou anti-horário (positivo). De acordo com a definição de Pinho, Batista e Carvalho (2010, p. 262-263).

Seja  $O$  um ponto fixo. A imagem de um ponto  $P$ , distinto de  $O$  pela rotação de centro  $O$  e de ângulo  $\alpha$  no sentido anti-horário, e o ponto  $P'$ , tal que  $OP' = OP$  e o ângulo  $P\hat{O}P' = \alpha$ . Se  $P = O$ , sua imagem é ele próprio.

Notação:  $R_{O,\alpha}(P) = P'$ .

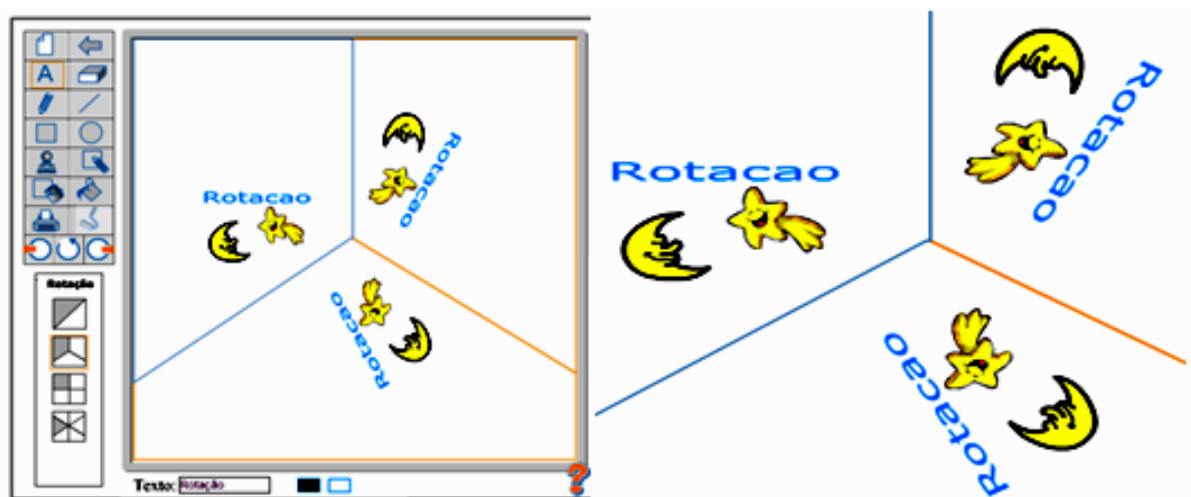
Leia-se:  $R$  é rotação de centro  $O$  e de ângulo  $\alpha$ .

São exemplos de Simetria Rotacional (Figuras 10, 11, 12, 13 e 14) que foram desenvolvidos nos softwares Simetrizadores 1 e 2.



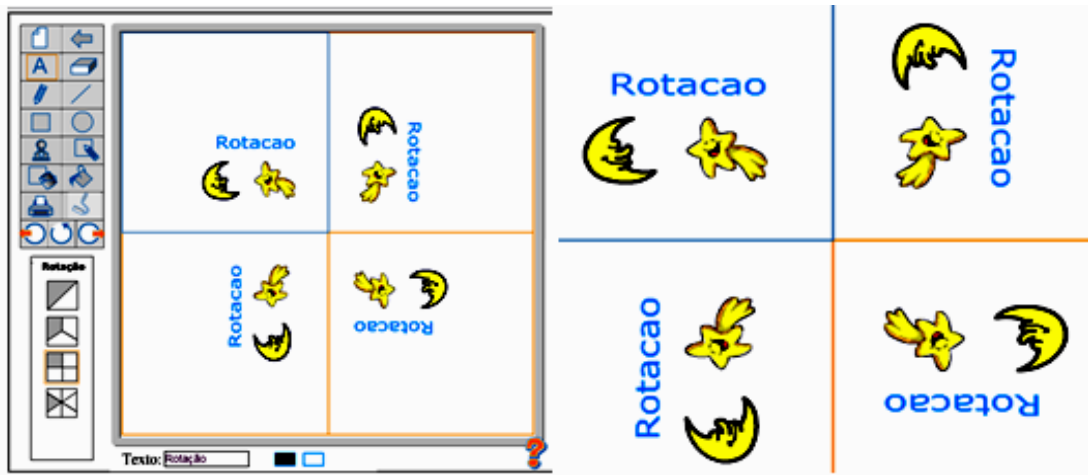
**Figura 10 – Simetria de Rotação Diagonal com 1 Eixo de Simetria**

Fonte: Elaborada pela Autora no Simetrizador 1



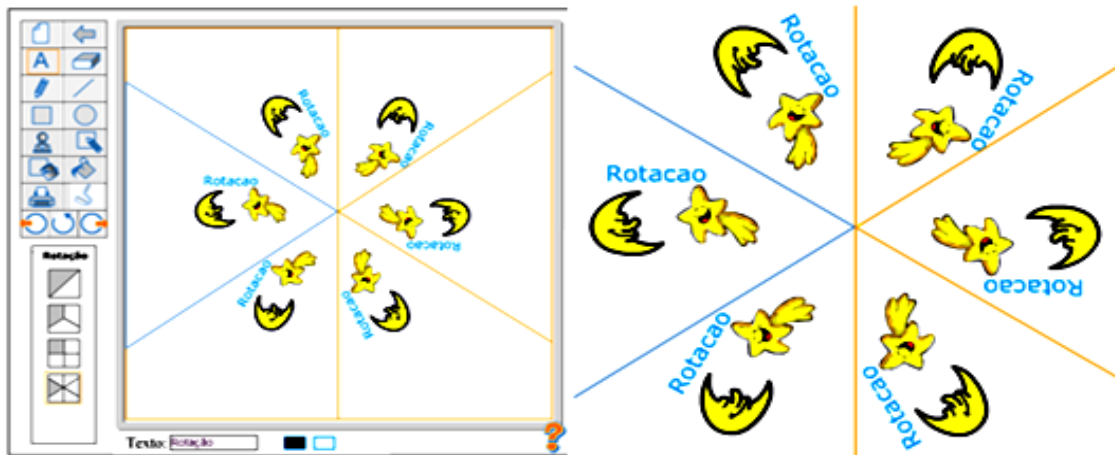
**Figura 11 – Simetria de Rotação no Plano**

Fonte: Elaborada pela Autora no Simetrizador 1



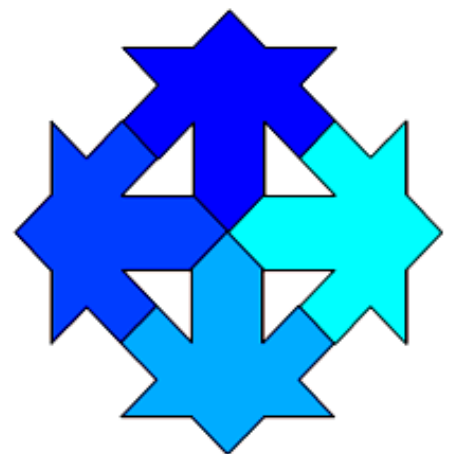
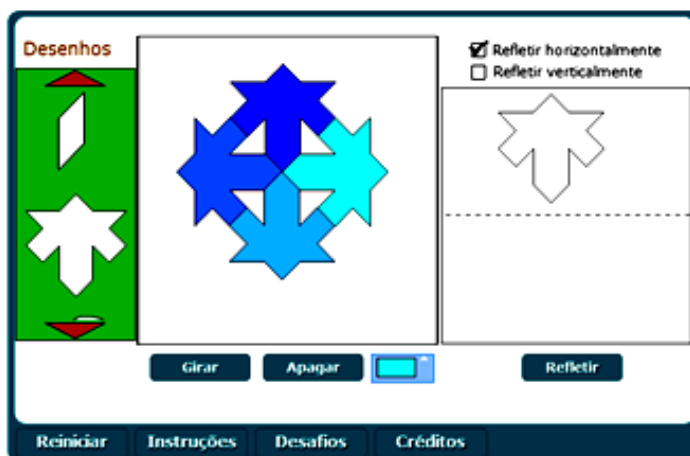
**Figura 12 – Simetria de Rotação no Plano**

Fonte: Elaborada pela Autora no Simetrizador 1



**Figura 13 – Simetria de Rotação no Plano com Infinitos Eixos de Simetria**

Fonte: Elaborada pela Autora no Simetrizador 1



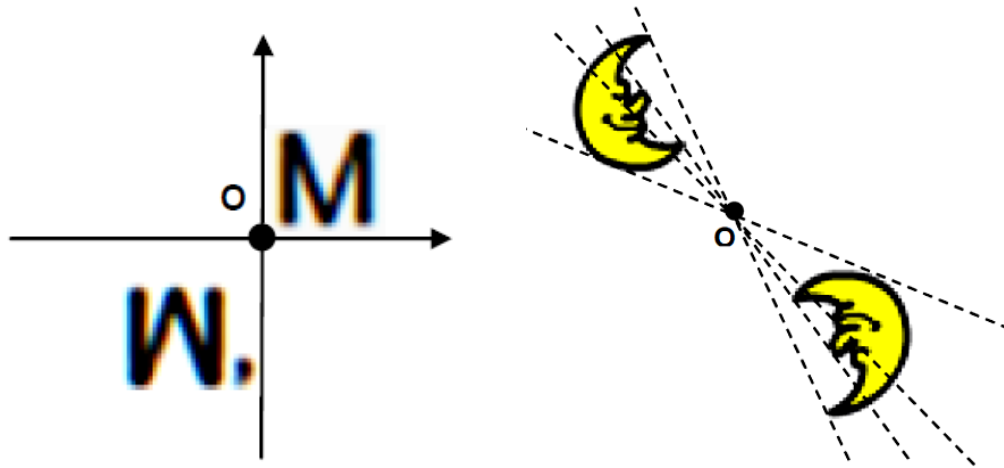
**Figura 14 – Simetria de Rotação no Plano**

Fonte: Elaborada pela Autora no Simetrizador 2

### 2.1.3 Simetria Central

São Simetrias Centrais ou Centro  $O$  ou Rotacionais um ponto, um objeto ou parte de um objeto que, ao girar em relação a um ponto fixo, central ou centro de simetria, coincida um com o outro (ponto, parte ou objeto), isto é, pontos correspondentes ou figuras simétricas.

É definição de Simetria Central, segundo Pinho, Batista e Carvalho (2010, p. 256): “Seja  $O$  um ponto fixo. A imagem de um ponto  $M$  diferente de  $O$  pela simetria de centro  $O$  e o ponto  $M'$ , tal que  $O$  e o ponto médio do segmento  $\overline{MM'}$ . Se  $M = O$ , a imagem de  $M$  e ele mesmo. Notação:  $M' = S_O(M)$ ; ou  $M \xrightarrow{S_O} M'$ ”.



**Figura 15 – Simetria Central de Centro  $O$  no Plano**

Fonte: Elaborada pela Autora

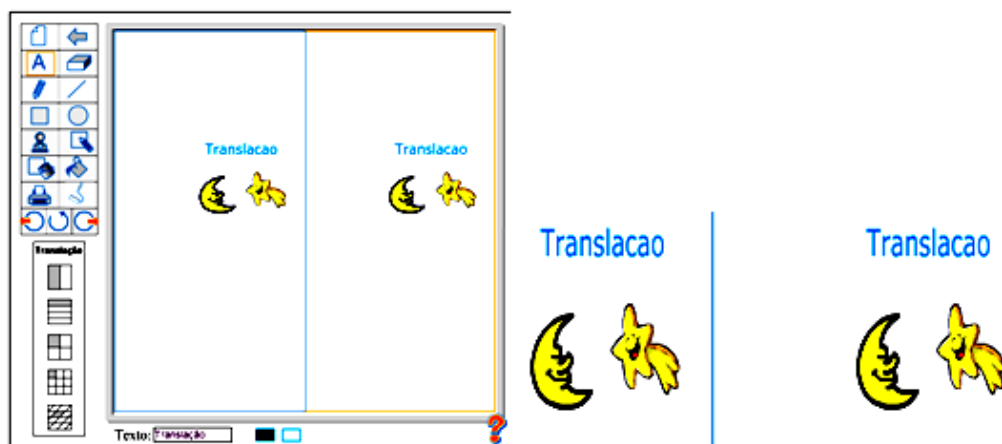
### 2.1.4 Simetria de Translação

A Simetria de Translação gera a imagem pelo deslocamento paralelo de todos os seus pontos a uma mesma amplitude, distância, direção e sentido, ou seja, o deslizamento horizontal ou vertical da imagem sobre uma reta no plano mantém o tamanho ou dimensões, a orientação e a forma. São alguns exemplos do cotidiano: “grades de janelas, cercas de jardins, frisos decorativos em paredes, azulejos decorados etc.” (BRASIL, 1998, p. 124).

A simetria de translação é assim definida por segundo Pinho, Batista e Carvalho (2010, p. 259-260):

Seja  $\vec{u}$  um vetor dado. Definimos pela translação de vetor  $\vec{u}$  associado a cada ponto  $P$  do plano um ponto  $P'$ , tal que  $PP' = \vec{u}$ . Em geral, anota-se  $t_{\vec{u}}$  a translação de vetor  $\vec{u}$ , e escrevemos  $P' = t_{\vec{u}} P$  ou, ainda,  $P \rightarrow P'$ , e lemos 'translação de vetor  $\vec{u}$ '.

São exemplos de simetria de translação (Figura 16, 17, 18, 19 e 20) desenvolvidos no software Simetrizador 1:



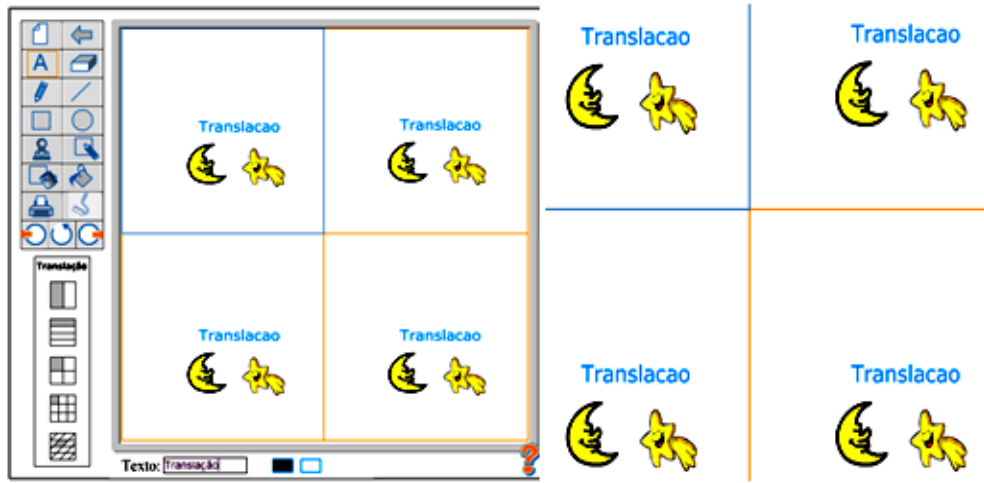
**Figura 16 – Simetria de Translação Vertical com 1 Eixo de Simetria**

Fonte: Elaborada pela Autora no Simetrizador 1



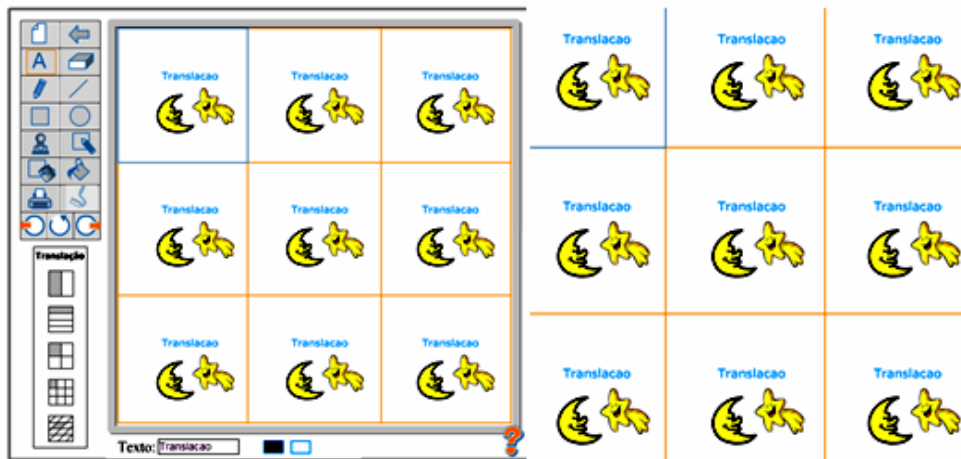
**Figura 17– Simetria de Translação Horizontal**

Fonte: Elaborada pela Autora no Simetrizador 1



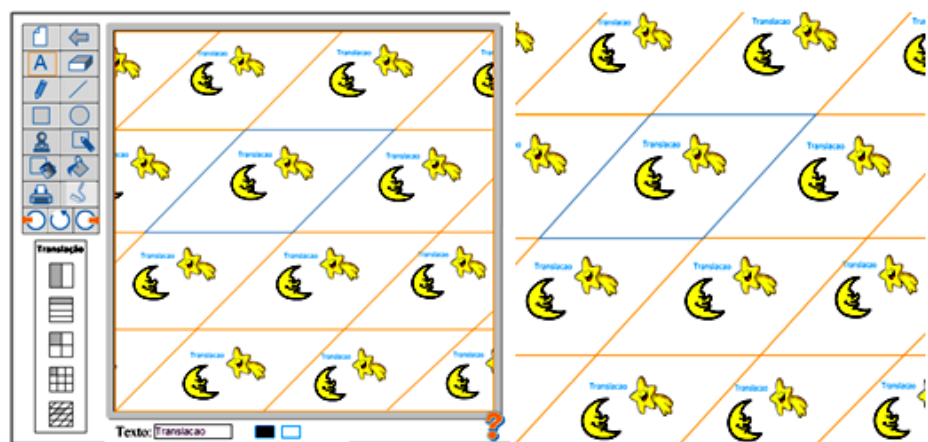
**Figura 18 – Simetria de Translação no Plano Cartesiano**

Fonte: Elaborada pela Autora no Simetrizador 1



**Figura 19 – Simetria de Translação no Plano com Infinitos Eixos de Simetria**

Fonte: Elaborada pela Autora no Simetrizador 1



**Figura 20 – Simetria de Translação no Plano com Infinitos Eixos de Simetria**

Fonte: Elaborada pela Autora no Simetrizador 1

## 2.2 Homotetia

É uma transformação geométrica que preserva a distância, os ângulos e a forma semelhante à da figura inicial, mas, não preserva as dimensões das arestas ou lados, ou seja, em uma figura semelhante à inicial com dimensões ou tamanhos diferentes, mas, ângulos congruentes.

Quando se aumenta ou se diminui uma figura em uma escala, as medidas dos ângulos, direção e sentido, amplitude e paralelismo se conservam. E os comprimentos são multiplicados pelo valor da escala.

Caso o valor da escala seja  $k=1$  a homotetia será uma isometria, caso seja,  $k>1$  e  $0<k<1$ , tem-se o valor da escala  $k$ . Para aumentar uma figura o número real ou módulo  $k$  tem que ser maior que 1, isto é, ampliação  $|k|>1$ . Para diminuir uma figura o valor ou módulo de  $k$  tem que ser menor que 1 e maior que 0, ou seja, redução,  $0<|k|<1$  (PINHO, BATISTA E CARVALHO, 2010). Assim, as formas das figuras são conservadas pela homotetia como os triângulos (isósceles, equilátero, retângulo) e dos quadriláteros (paralelogramo, quadrado, losango e retângulos).

Seja  $O$  um ponto do plano e  $k$  um número real e  $k \neq 0$ . Homotetia de centro  $O$  e de razão  $k$  é uma transformação geométrica que, a cada ponto  $A$  do plano, associa um ponto  $A'$  sobre a reta  $\overrightarrow{AO}$ , tal que  $OA' = kOA$ .

- [...] • se  $k > 0$ , o vetor  $\overrightarrow{OA'}$  está no sentido positivo,
- se  $k < 0$  o vetor  $\overrightarrow{OA'}$  está no sentido negativo.

Notação: Denotamos esta homotetia por:  $h_{o,k}$  ou  $A \xrightarrow{h} A'$ . (PINHO; BATISTA; CARVALHO, 2010, p. 259-260).

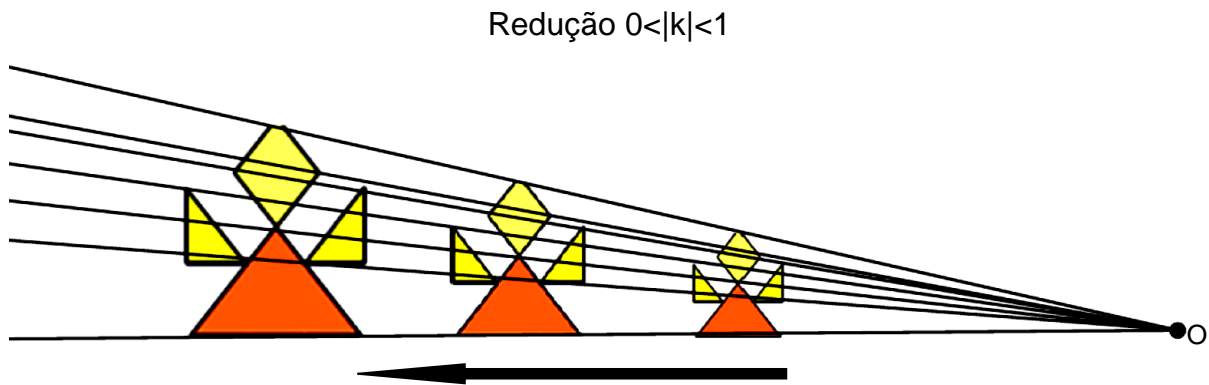
Ampliação  $|k|>1$



Figura 21– Representação da Homotetia de Centro  $O$  e Razão  $k$ , ou seja,  $|k|>1$

Fonte: Elaborada pela Autora





**Figura 22 – Representação da Homotetia de Centro O e Razão k, ou seja,  $0 < |k| < 1$**   
 Fonte: Elaborada pela Autora

A análise das figuras iguais ou semelhantes no estudo das transformações de homotetia é essencial na compreensão da razão k, segundo o PCN – Matemática:

O estudo das transformações que envolvem a ampliação e redução de figuras é um bom ponto de apoio à construção do conceito de semelhanças. [...] compreender a ideia de razão de semelhança ('a razão k que existe entre dois de seus lados homólogos') (BRASIL, 1998, p. 124).

A partir de então, tratou este estudo de explorar a conexão interdisciplinar entre a Matemática e a Arte, por meio de recursos tecnológicos e de Sequências didáticas. A Sequência didática pretende justificar os conceitos, as definições e proporcionar ao aluno um estudo a partir da observação e análise de algumas transformações geométricas, em especial a Simetria de reflexão, translação e rotação. As atividades refazem o processo histórico dos conceitos e definições a partir da criação, composição, interação e da aplicação de recursos tecnológicos como os softwares educativos Simetrizadores 1 e 2 e, assim, busca-se a revitalização do ensino de Geometria.

Em continuidade inicia-se a aplicação das transformações geométricas nos Simetrizadores 1 e 2 com os alunos na sala de informática e vídeo como recursos de apoio à retomada de "Geometria básica" de modo tecnologizado.

Nos capítulos que seguem são apresentados os procedimentos metodológicos, o desenvolvimento das atividades e a análise dos resultados.

### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Aponta-se, neste capítulo, apresentar a metodologia, os procedimentos, os instrumentos utilizados, os participantes, a escola, o plano de trabalho, as Sequências didáticas e a coleta de dados.

Objetiva-se a revitalização do ensino de “Geometria” e a partir dessa premissa foi estabelecida os procedimentos metodológicos e a análise dos dados à pergunta investigativa: “Como propiciar a revitalização do ensino de “Geometria” utilizando a Arte de modo interdisciplinar com a Matemática?”.

Esta pesquisa é classificada como de abordagem qualitativa e do tipo descritiva, baseada nos autores Fonseca (2002) e Zabala (1998), ainda, pela Metodologia Triangular de Barbosa (2005). Em primeiro momento caracteriza-se como bibliográfica baseada nos autores Mabuchi (2000); Silva (2014); Oliveira (2015); Santos e Teles (2011); Silva e Lima (2010); Pereira (2005), Ripplinger (2006), Tonetto (2004), dentre outros, pois, foi constituído a partir da leitura desses autores de referência um estudo bibliográfico acerca do ensino-aprendizagem da “Matemática”, sua história a partir do MMM, o conteúdo de “Simetria” nos livros didáticos e a interdisciplinaridade entre Arte e Matemática.

A pesquisa é investigada de acordo com Fonseca (2002, p. 34) como “uma metodologia sistemática, no sentido de transformar as realidades observadas, a partir da sua compreensão, conhecimento e compromisso para a ação dos elementos envolvidos na pesquisa”. E a mediação do professor é essencial na análise e reflexão do desenvolvimento de investigação da pesquisa.

O pesquisador quando participa na ação traz consigo uma série de conhecimentos que serão o substrato para a realização da sua análise reflexiva sobre a realidade e os elementos que a integram. A reflexão sobre a prática implica em modificações no conhecimento do pesquisador (FONSECA, 2002, p. 35).

A pesquisa qualitativa em educação coloca o sujeito do processo sob um olhar social e cultural, de forma investigativa e contextualizada.

Contudo, o pesquisador tem que ter o cuidado na investigação, na instrumentalização e análise de dados da pesquisa, pois no desenvolvimento da pesquisa qualitativa podem surgir dificuldades – decorrentes de problemas em estudo – que tratam da realidade social em sua multidiversidade, tornando-a

multidimensional (diversas formas de intervenção ao ensino/e/ou/aprendizagem). A pesquisa qualitativa conforme Fonseca (2002, p. 20) se concentra “na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais”.

Segundo os procedimentos qualitativos sugeridos por Triviños (1987), estes investigam a pesquisa sobre o Positivismo (visão artificial e limitada), a Fenomenologia (a condição do problema e a tendência conservadora) e o Marxismo (o material-histórico-dialético, informações desde a natureza até as transformações humanizadas) que minimizam os erros e acertos.

O pesquisador que segue uma linha teórica baseada no materialismo dialético deve ter presente em seu estudo uma concepção dialética da realidade natural e social e do pensamento, a materialidade dos fenômenos e que estes são possíveis de conhecer. Estes princípios básicos do marxismo devem ser completados com a ideia de que existe uma realidade objetiva fora da consciência e que esta consciência é um produto resultado da evolução do material, o que significa que para o marxismo a matéria é o princípio primeiro e a consciência é o aspecto secundário, o derivado. Sobre estes fundamentos o pesquisador deve considerar as categorias e leis da dialética (TRIVIÑOS, 1987, p. 73).

A natureza descritiva aprofunda a descrição dos dados, a delimitação de técnicas e métodos, ou seja, “a análise documental é outro tipo de estudo descritivo que fornece ao investigador a possibilidade de reunir uma grande quantidade de informação sobre leis estaduais de educação, processos e condições escolares, planos de estudo, requisitos de ingresso, livros-texto etc.”, como bem confirma Triviños (1987, p. 111). Os dados coletados são descritivos e o pesquisador é o mediador e o instrumento que analisa e observa todo o desenvolvimento das atividades propostas, o que torna o trabalho do pesquisador independente.

O conteúdo matemático escolhido “Geometria básica” em especial a Simetria, as obras de arte e o banco de questões, geraram o fato da retomada ao ensino de Geometria e também porque em diversos estudos esse tema transformações geométricas como foco nas Simetrias têm sido pouco trabalhado na Educação Básica. Os livros didáticos e o currículo do Estado de São Paulo trazem esses conteúdos, mas, de forma minimizada e seu trabalho se faz com disciplinas isoladas, onde não há o trabalho interdisciplinar.

Após esta etapa deu-se a elaboração de Sequências didáticas envolvendo a utilização da Arte como auxiliar no ensino de “Geometria”, por meio de softwares Simetrizadores, as obras de arte e o banco de questões (recursos interdisciplinares). Na sequência, foi realizada a aplicação das Sequências didáticas, como forma de

verificar se os recursos interdisciplinares propiciaram a ampliação e a retomada dos conhecimentos geométricos básicos no processo ensino-aprendizagem da Matemática e se instigou no aluno o querer aprender Matemática.

Neste trabalho foram realizadas algumas análises necessárias quanto à pesquisa qualitativa e descritiva sendo: a observação, a interação entre professor/aluno, aluno/aluno e trabalho em equipe, assim como a análise e registro dos procedimentos e da identificação das dificuldades e das facilidades encontradas durante a aplicação das Sequências didáticas no processo ensino-aprendizagem da Matemática. Desse modo, foi possível a análise para a posterior constatação e reflexão da contribuição dos recursos interdisciplinares para a revitalização ao seu ensino de Geometria e do querer aprender Matemática.

O registro dos dados foi feito por meio da câmera do celular, fotografias realizadas durante o desenvolvimento das Sequências didáticas através de análise, observação, reflexão do processo ensino-aprendizagem no decorrer da aplicação e as atividades dos alunos na realização das Sequências didáticas, cujo trabalho foi proposto às vezes em tríade, díade e outras individualmente.

O projeto foi elaborado e após, solicitado à Diretoria de Educação do Estado de São Paulo – Região de Araçatuba (Apêndice E) e à direção da escola (Apêndice F), sede de pesquisa, a devida autorização para sua execução, juntamente com os Termos de Consentimento Livre Esclarecido (TCLE) aos professores (Apêndice G) e aos pais ou responsáveis dos alunos participantes (Apêndice D), bem como o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) aos alunos (Apêndice C). Após a autorização dos órgãos citados, o projeto foi submetido ao Comitê de Ética em Pesquisa da Unesp (CEP), junto à Faculdade de Ciências, conforme Resolução de n.º 466, de 12 de dezembro de 2012, do Conselho Nacional de Saúde (CNS) e aprovado com o número do Parecer: 1.765.401 (Apêndice B).

### **3.1 Participantes/Escola**

Fizeram parte deste estudo 36 (trinta e seis) alunos, cuja faixa etária corresponde ao 6.º ano do Ensino Fundamental - Anos finais, do turno tarde, de uma Escola Estadual da cidade de Araçatuba, interior do Estado de São Paulo. Para preservar a identidade dos alunos estes foram identificados por números de 1 a 36.

Ao final da aplicação, apenas 29 (vinte e nove) alunos permaneceram na pesquisa devido à transferência escolar durante o ano letivo.

A opção por este grupo se dá pela análise do meu trabalho, como professora desde 2005, de que o trabalho sobre a “Geometria básica” se desenvolve de uma maneira mais produtiva no início do EF- Anos Finais e caso isso se perca durante o processo ensino-aprendizagem as dificuldades encontradas no final do EF- Anos Finais e no início do EM são perceptíveis. Além disso, a escola disponibilizava de 4 (quatro) turmas de 6.º ano e essa turma foi escolhida pela compatibilidade de horário da professora de matemática da turma e a mim, professora aplicadora do trabalho.

A instituição de ensino objeto de estudo no ano de 2016 possui um total de 20 (vinte) turmas, sendo 12 (doze) turmas do EF- Anos Finais e 8 (oito) turmas do EM e seu funcionamento ocorre nos períodos da manhã e da tarde. Está situada numa região de periferia do município de Araçatuba/SP, onde os alunos são oriundos tanto da zona urbana como da zona rural e de famílias de baixa-renda. Atualmente, muitos problemas são trazidos para a escola, não apenas relacionados à Educação, mas à família, desde a falta de estrutura familiar, de acompanhamento escolar e até a falta de alimentação.

O Projeto Político-Pedagógico (PPP) de 2015-2018 da escola foi elaborado com a finalidade de:

[...] contribuir para a melhoria e o desenvolvimento de uma educação integral, com potencialidades físicas, mental e intelectual, para que os educandos possam enfrentar o mundo como cidadãos participativos, reflexivos e autônomos, conhecedores dos seus direitos e deveres, conscientes no seu papel na sociedade.

[...] manter uma relação de convivência entre a escola e a comunidade, convivência esta fundamental durante todo o processo de seu desenvolvimento.

[...] fazer com que o aluno adquira conhecimento aliado a uma formação de valores éticos, morais, despertando a solidariedade e respeito às diversidades culturais, raciais, religiosas e políticas. (PPP, 2015-2018, p.7-9).

E assim, atingir as metas que são “identificar o que está funcionando e o que não está” e a partir destas “fazer uma avaliação das ações em andamento e propor avanços” e ter o compromisso de refletir com o aluno, “sempre com foco no aprendizado”. (PPP, 2015-2018, p.7).

No blog da instituição se encontra a missão desta escola em promover “a construção de uma proposta eficaz transpondo os obstáculos no processo de ensino-aprendizagem”. Além disso, propiciar:

A afetividade envolvendo a relação professor/aluno, as questões relacionadas ao domínio do conteúdo pelo professor, e à construção do conhecimento por parte do aluno, o processo de avaliação, a diversidade metodológica, o trabalho coletivo e a integração escola-comunidade. [...] A cada dia aprimorar as ações e traçar novos caminhos em busca da tão almejada qualidade de ensino.

Espera-se ainda que:

Esse educando valorize o conhecimento, os bens culturais e o trabalho; selecione o que é relevante investigar e pesquisar; construa hipóteses; compreenda e raciocine logicamente; compare e estabeleça relações; adquira confiança em si próprio com capacidade de pensar e encontrar soluções.

A escola, igualmente, quer “uma educação inovadora e significativa no processo ensino-aprendizagem, para formar cidadãos competentes e habilidosos para a vida, o mercado de trabalho e a convivência social e solidária”.

A escolha da unidade escolar para a aplicação da pesquisa concedeu-se pelo fato de ser o local de trabalho da pesquisadora, facilitando, assim, o plano de trabalho, a coleta e a análise dos dados.

### **3.2 Plano de Trabalho, Sequências Didáticas e Coleta de Dados**

Este trabalho apresenta, como um dos objetivos específicos desta pesquisa, verificar se o uso adequado de softwares Simetrizadores, obras de arte e banco de questões sobre “Geometria básica”, através de Sequências didáticas com o auxílio da arte, contribuem para o desenvolvimento de conceitos geométricos, na revitalização do ensino de Geometria.

Para o favorecimento das Sequências didáticas – em que as situações contribuem para a construção do conhecimento e uma aprendizagem significativa e que possam propiciar ao aluno a interagir em qualquer situação e vivenciar a sua própria construção e apropriação do saber.

As interações entre professor e alunos são mediadas pelo saber e a apropriação deste saber. Assim, neste trabalho propomos aos alunos a construção e ampliação de seus conhecimentos em “Geometria básica” e a capacidade de resolução de problemas geométricos no trilhar desta caminhada, por meio de Sequências didáticas.

Segundo Zabala (1998, p. 18) Sequência didática é “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim que são conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos”. O desenvolvimento da construção do conhecimento e os conteúdos de aprendizagem ocorrem em uma sequência em que são desenvolvidas as práticas e as intenções educativas em três dimensões: as conceituais, as procedimentais e as atitudinais. E essas dimensões se interligam entre si nas atividades teóricas, práticas, lúdicas, diferenciadas e diversificadas na apropriação e construção do conhecimento. As atividades propostas neste estudo estão organizadas por respostas: satisfatória (S), parcialmente satisfatória (PS), insatisfatória (IS), em branco (EB), cópia da internet (CI) e resposta aberta (RA).

A partir de observações durante a realização da aplicação e desenvolvimento das Sequências didáticas foi possível traçar algumas considerações e análises no processo de ensino-aprendizagem de Geometria. Além disso, houve o desenvolvimento de um material didático-pedagógico - produto educacional, apresentado separadamente, que servirá de orientação metodológica e um recurso didático aos professores de Arte e Matemática.

Para a realização das Sequências didáticas propostas foram disponibilizadas 28 (vinte e oito) aulas, com duração de 50 (cinquenta) minutos cada. Os alunos desenvolveram algumas atividades em grupo (tríade ou díade) e outras individuais para um melhor acompanhamento da observação e evolução do processo ensino-aprendizagem e melhor adequação e distribuição nos computadores do laboratório de informática. A estratégia didática elaborada permitiu observar a evolução do trabalho em equipe com alunos mediadores no desenvolvimento do trabalho e as interações aluno/aluno, bem como, o desenvolvimento de cada aluno com o trabalho individual.

O material didático-pedagógico foi produzido como produto desta dissertação de mestrado. É uma proposta para professores de Matemática e Arte, contendo Sequências didáticas a partir de retomada de conteúdos sobre a “Geometria básica” em especial a Simetria, ou seja, as transformações geométricas. Os softwares Simetrizadores, o banco de questões e as obras de arte, como já mencionado anteriormente, são usados como recursos didáticos na retomada e desenvolvimento de conteúdos geométricos com o auxílio da Arte e uma atitude positiva da

Matemática. A relevância está no desenvolvimento do pensamento visual e geométrico, do raciocínio dedutivo e criativo do aluno.

As Sequências didáticas estão voltadas especificadamente a um conteúdo de revisão sobre a “Geometria básica” e como recursos as obras de arte, os vídeos, o banco de questões e os softwares Simetrizadores. Foram desenvolvidas 3 (três) Sequências didáticas.

Os trabalhos ocorreram às quartas-feiras durante os meses de maio a novembro do ano de 2016 com a utilização de 2 (duas) aulas semanais e/ou quinzenais e/ou mensais, totalizando 28 (vinte e oito) aulas realizadas no laboratório de informática e na sala de vídeo da instituição.

O Quadro 2 apresenta o cronograma e o resumo das atividades referentes às Sequências didáticas realizadas.



Encontros	Sequências Didáticas	Atividades	C/H 1=50min
1.º	-	Apresentação do projeto aos alunos e pedido de autorização.	2
2.º	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Sequência didática A – Transformações Geométricas</b></li> <li>➤ Objetivos: Retomar conceitos sobre transformações geométricas, reconhecer conceitos geométricos em obras de arte e incentivar ao uso de softwares no processo ensino-aprendizagem.</li> <li>➤ Apresentação dos vídeos O Mundo da Matemática - Decisões Permanentes; Desafios da Simetria; Simetria no software Simetrizador 1. Retomar transformações geométricas em especial simetria de reflexão, rotação e translação. Conhecer o software Simetrizador 1.</li> </ul>	2
3.º	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Conhecer o software Simetrizador 2 e o site &lt;<a href="http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/">http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/</a>&gt; sobre o tema Espaço e Forma com jogos, desafios e atividades diversas. Atividade livre para o conhecimento e a familiarização dos softwares Simetrizadores 1 e 2 e os conteúdos do bloco Espaço e Forma em especial a Simetria.</li> </ul>	2
4.º	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Retomada de conteúdos sobre “Geometria básica” utilizando como recurso didático “vídeos”. Como exemplo os vídeos Mosaicos – Elo entre Geometria e Arte; O Mundo da Matemática – Perspectiva; Polígonos e mosaicos; Obras de Escher (Catálogo). E revisar os vídeos anteriores sobre Simetria.</li> </ul>	2
5.º	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Atividade 1- Análise sobre o vídeo inicial “O Mundo da Matemática - Decisões Permanentes”.</li> <li>➤ Atividade 2- Análise no site sobre o conteúdo Espaço e Forma.</li> </ul>	2
6.º	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Atividade 3- Análise de uma figura feita pelo Tangram e no Simetrizador 2 com foco nas formas geométricas e a construção de figuras geométricas nos Simetrizadores 1 e 2.</li> </ul>	2
7.º	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Sequência didática B – Obras de Arte</b></li> <li>➤ Objetivos: retomar, reconhecer e interligar os conceitos geométricos básicos em obras de arte.</li> <li>➤ Conhecer e refletir sobre a “Geometria básica” implícitas nas obras de arte dos artistas Tarsila do Amaral, Ivan Cruz, Eduardo Kobra, João Carvalho (J Desenhos), Maurits Cornelis Escher.</li> </ul>	2
8.º	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Retomada de conteúdos sobre a interdisciplinaridade “Arte e Matemática” como recurso vídeos diversos sobre polígonos, poliedros em especial os sólidos de Platão, formas bi e tridimensionais, ângulos, ou seja, a “Geometria básica”.</li> </ul>	2
9.º	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Atividade 4- Análise das obras de arte sobre simetria, polígonos, poliedros, figuras planas e espaciais, formas bi e tridimensionais, ângulos, isto é, “Geometria básica”.</li> </ul>	2
10.º	2	Continuação: Leitura visual e geométrica de uma obra de arte e a sua própria criação com o foco de análise e utilização das formas geométricas e a “Geometria básica”.	2

11.º	2	➤ Retomar os desenhos de J Desenhos e desenhar em 3D a sua própria mão.	2
12.º	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Sequência didática C – Banco de Questões</b></li> <li>➤ Objetivos: Verificar se houve contribuição na revitalização de Geometria no processo ensino-aprendizagem e se minimizou as defasagens em conceitos geométricos.</li> <li>➤ Atividade 6- Banco de Questões sobre “Geometria básica” – Verificar se a aprendizagem foi significativa e se gerou conhecimento.</li> </ul>	2
13.º	3	Continuação: Personalizar, montar e analisar o dragão 3D e personalizar obras de Escher.	2
14.º	3	<p>➤ Finalizar o Banco de Questões, uma Conversa final, a análise e a observação de todo o processo, se contribuiu com a retomada de conceitos geométricos e a revitalização do ensino de Geometria, se gerou ampliação dos conhecimentos geométricos e se aguçou uma atitude positiva nos alunos em querer aprender Matemática.</p> <p>Agradecimentos.</p>	2

### Quadro 2 – Cronograma/ Resumo das Atividades

Fonte: Elaborado pela Autora

Após a organização do trabalho deu-se andamento à pesquisa.

O Capítulo que segue apresenta o resultado obtido na aplicação das Sequências didáticas com os alunos do 6.º ano, a análise das atividades e a discussão dos resultados.

## 4 APRESENTAÇÃO E RESULTADO DAS ATIVIDADES - ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

A análise dos dados seguiu a metodologia de abordagem de pesquisa de natureza qualitativa do tipo descritiva. Buscou-se uma análise interpretativa das produções dos alunos durante o desenvolvimento das Sequências didáticas. Os resultados finais foram delineados a partir da comparação entre o aprendizado composto dos alunos frente ao conhecimento matemático do início e fim das referidas Sequências didáticas.

Ou seja, a partir de situações didáticas proporcionar ao aluno a uma situação em que desenvolva seu conhecimento matemático e a aprendizagem geométrica em situações sociais e cotidianas, tornando-se um cidadão crítico, reflexivo e participativo.

As atividades foram organizadas por respostas: satisfatória (S), parcialmente satisfatória (PS), insatisfatória (IS), em branco (EB), cópia da internet (CI) e resposta aberta (RA). Durante a análise das respostas das Sequências didáticas A e B são destacadas as parcialmente satisfatórias (PS) sendo um meio termo entre as respostas satisfatórias (S) e as insatisfatórias (IS), pois de acordo com o Guia de Livros Didáticos PNLD 2008: Matemática “algumas atividades de traçado de figuras geométricas são sequências de passos a serem seguidos, sem justificativa” (BRASIL, 2008, p.73). E na Sequência didática C as parcialmente satisfatórias (PS) e as satisfatórias (S) para verificação houveram ou não a ampliação da aprendizagem em “Geometria básica”.

Portanto, o processo de avaliação deu-se através das Sequências didáticas. Segue descrito o desenvolvimento de cada encontro, a coleta de dados, os registros e a análise dos resultados na linguagem em primeira pessoa.

No primeiro (1.º) encontro com os alunos do 6.º ano me apresentei e coloquei de forma detalhada, os procedimentos da pesquisa com a utilização de softwares educativos, obras de arte, banco de questões e vídeos na retomada de conteúdos geométricos em especial a “Geometria básica” com o auxílio da arte e da tecnologia. E quanto as atividades a serem desenvolvidas ficou afirmado que não seriam avaliativas para o sistema de notas bimestrais, mas, sim, de colaboração ao trabalho de pesquisa chamado dissertação. Em seguida, uma aluna perguntou “como seria

uma avaliação feita no computador” e articulei dizendo que dependeria do objetivo do professor sobre essa atividade avaliativa, ou seja, uma série de análises e observações do professor durante todo o desenvolvimento da atividade, desde a participação individual ou coletiva dos alunos até a realização final da atividade.

Apresentei o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) ou Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) (Apêndices D e C) dos pais ou responsáveis e dos alunos. Após apresentação, os alunos presentes concordaram em participar da pesquisa, assinando o termo e levando para casa o TCLE aos pais ou responsáveis, retornando-o no próximo encontro. E nos próximos encontros também foram apresentados os termos aos alunos faltantes.

A seguir, o desenvolvimento, análise e discussão de cada Sequência didática.

A Sequência didática A – “Transformações Geométricas” objetivou-se na retomada dos conceitos sobre transformações geométricas, em especial a Simetria em obras de arte e nos Softwares Simetrizadores 1 e 2.

A Sequência didática B – “Obras de Arte” objetivou-se na retomada, no reconhecimento e na interligação dos conceitos geométricos básicos em obras de arte.

A Sequência didática C – “Banco de Questões” objetivou-se na verificação através do banco de questões, se houve contribuição na revitalização de Geometria no processo ensino-aprendizagem.

#### **4.1 Sequência Didática A – Transformações Geométricas**

A partir do segundo (2.<sup>o</sup>) encontro deu-se início a Sequência Didática A – Transformações Geométricas desenvolvendo-se os objetivos de retomada de conceitos sobre transformações geométricas, o reconhecimento de conceitos geométricos em obras de arte e o incentivo ao uso de softwares no processo ensino-aprendizagem matemático. Cujo objetivo foi propiciar o conhecimento da obra de arte e a contextualização antes do fazer, ou seja, a produção artística individual de acordo com a Metodologia Triangular de Barbosa.

Destaca-se, segundo os PCNs, a importância do trabalho deste conceito geométrico:

Deve destacar-se também nesse trabalho a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias), de modo que permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial [...]. Além disso, é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1998, p.51).

As atividades 1, 2 e 3 foram desenvolvidas individualmente, mas os questionários 3.1, 3.2 e 3.3 foram desenvolvidos alguns de modo individual e outros em díades; pelo fato de nem todos os computadores estarem funcionando houve adequação dos alunos para a realização das atividades.

No segundo (2.º), terceiro (3.º) e (4.º) quarto encontros, foram apresentados os vídeos: O Mundo da Matemática - Decisões Permanentes; Desafios da Simetria; Simetria no Software Simetrizador 1; Mosaicos – Elo entre Geometria e Arte; O Mundo da Matemática – Perspectiva; Polígonos e Mosaicos; Obras de Escher (Catálogo) e os softwares educativos Simetrizadores 1 e 2, cujo objetivo foi retomar os conteúdos sobre “Geometria básica” envolvendo as transformações geométricas, em especial simetria de reflexão, rotação e translação. Também foram utilizados os recursos apresentados no site <[http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos\\_iniciais/](http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/)> sobre o tema Espaço e Forma, onde os alunos, através de algumas atividades livres conheceram e se familiarizaram com esses conteúdos de Espaço e Forma e também os softwares Simetrizadores 1 e 2. E, assim, foi possível promover novas oportunidades de aprendizagem para minimizar as dificuldades de forma mais qualitativa utilizando como auxiliar a arte e a tecnologia.

No quinto (5.º) encontro foram desenvolvidas as Atividades 1 e 2 em que os alunos, após análise no sítio sobre o vídeo inicial “O Mundo da Matemática - Decisões Permanentes” fizeram um comentário sobre o vídeo, a Simetria apresentada e a “Geometria básica” nesse conteúdo Espaço e Forma.

Nesse encontro houve a participação de 30 (trinta) alunos, referentes a atividade 1 e 2 e notou-se que uma parte dos alunos assistiu novamente o vídeo e reproduziram partes do vídeo em suas respostas, outra pequena parte respondeu com suas palavras, ou seja, apenas o conhecimento adquirido ao assistir o vídeo e 3 alunos (9,99%) reproduziram com pesquisas sobre o vídeo na internet. Esta atividade foi desenvolvida na sala de informática e favoreceu o acesso dos alunos

ao recurso internet. A atividade 2 foi desenvolvida no site envolvendo conteúdos do bloco Espaço e Forma.

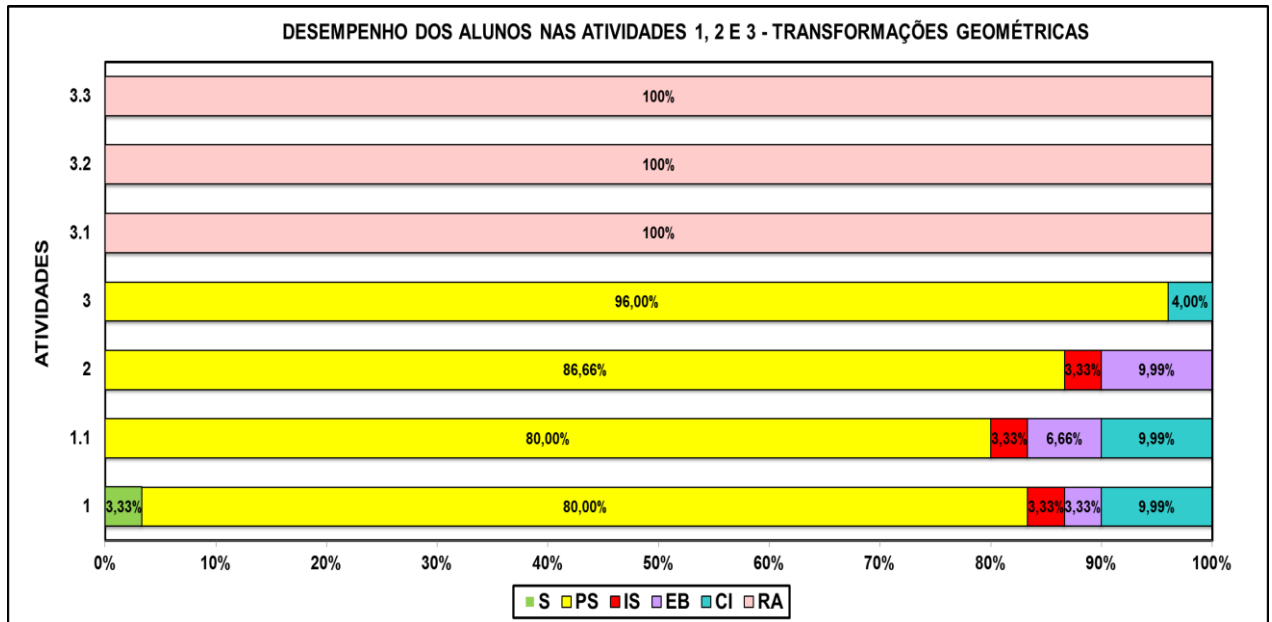
No Quadro 3 e Gráfico 2 observa-se o desempenho de 30 (trinta) alunos na atividade 1 e 2 e 25 (vinte e cinco) alunos na atividade 3.

<b>DESEMPENHO NAS ATIVIDADES 1, 2 e 3 – TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS – ALUNOS (25 e 30)</b>													
	<b>S</b>	<b>%</b>	<b>PS</b>	<b>%</b>	<b>IS</b>	<b>%</b>	<b>EB</b>	<b>%</b>	<b>CI</b>	<b>%</b>	<b>RA</b>	<b>%</b>	<b>Total Alunos</b>
<b>1</b>	1	3,33	24	80,00	1	3,33	1	3,33	3	9,99	0	0,00	30
<b>1.1</b>	0	0,00	24	80,00	1	3,33	2	6,66	3	9,99	0	0,00	30
<b>2</b>	0	0,00	26	86,66	1	3,33	3	9,99	0	0,00	0	0,00	30
<b>3</b>	0	0,00	24	96,00	0	0,00	0	0,00	1	4,00	0	0,00	25
<b>3.1</b>	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	25	100,00	25
<b>3.2</b>	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	25	100,00	25
<b>3.3</b>	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	25	100,00	25

Legenda: S= Satisfatório; PS= Parcialmente Satisfatório; IS= Insatisfatório; EB= Em Branco; CI= Cópia Internet; RA= Resposta Aberta.

**Quadro 3 – Desempenho dos alunos nas atividades 1, 2 e 3 – Transformações Geométricas**

Fonte: Elaborado pela Autora



Legenda: S= Satisfatório; PS= Parcialmente Satisfatório; IS= Insatisfatório; EB= Em Branco; CI= Cópia Internet; RA= Resposta Aberta.

### **Gráfico 2 – Desempenho dos alunos nas atividades 1, 2 e 3 – Transformações Geométricas**

Fonte: Elaborado pela Autora

Observa-se no Quadro 3 e Gráfico 2 o desempenho de 30 (trinta) alunos na atividade 1 que gerou 1 resposta satisfatória, 24 parcialmente satisfatórias, 1 insatisfatória, 1 em branco e 3 cópias da internet. Foi possível perceber respostas distintas, em que a maioria conta sobre a história de Júlia e a situação da tatuagem. Poucos relacionaram a Simetria (de reflexão, rotação e translação), Escher e a sua obra e outros conceitos geométricos. Concluiu-se que 80% das respostas foram parcialmente satisfatórias.

A seguir algumas das respostas dos alunos na atividade 1:

**Atividade 1** O vídeo “**O Mundo da Matemática - Decisões Permanentes**”. Conte um pouco sobre o vídeo.

Aluno 03

o vídeo mostra uma menina que toma uma decisão de fazer uma tatuagem, o vídeo também fala de simetria que é a simetria plana quando o objeto gira a simetria é de Patalão a figura se reflete como se figurar por girando um eixo de simetria figura bidimensional simetria de Patalão aqui ele me a simetria se produz um objeto.

Aluno 16

Uma menina quer fazer uma tatuagem baseada na obra de Escher. Ela tinha tanta certeza que queria fazer a tatuagem, mas quando chegou a hora de fazer a tatuagem, ela desistiu que ia falar com sua mãe antes de fazer essa tatuagem e acabou não fazendo porque ela não tinha tanta certeza e pelo medo da agulha não fez.  
No fim do vídeo, seu amigo deu um presente para ela inspirado na obra de Escher, mjos e demônios.

Aluno 31

EU LEMBRO QUE FALA SOBRE SIMETRIA AI TEM A DE: REFLEXÃO, ROTAÇÃO E TRANSLAÇÃO DOS DESENHOS DOS AGOS DEMONIO

A aula foi realizada na sala de informática. Mediante uma observação atenta constatou-se que a maioria dos alunos assistiram novamente ao vídeo com pausas para copiar as falas ou fazer um resumo e, assim a aplicação desta atividade na sala de informática dificultou a análise desta atividade. Observou-se a prática de reprodução e não produção do conhecimento.

Em continuidade a atividade 1.1 observa-se a mesma atitude dos alunos na atividade anterior com respostas diversificadas e algumas pesquisas na internet. Assim, foram analisadas 24 respostas parcialmente satisfatórias, 1 insatisfatória, 2




em branco e 3 cópias da internet. Concluiu-se que 80% das respostas foram parcialmente satisfatórias. O foco desta atividade era relacionar os conceitos de Simetria em obras de arte e na natureza, desenvolvendo a conexão Arte e Matemática.

**Atividade 1.1** Você observou a simetria nas obras de Escher. De acordo com o vídeo descreva com suas palavras o que significa Simetria e como ela é um importante elo entre a Matemática e a Arte.

Aluno 07

A SIMETRIA É TIPO UM  
ALINHAMENTO DE DOIS DESENHOS  
OU DIVIDIR UM DESENHO IGUAL



Aluno 15

a simetria está presente em toda a parte, seja na natureza, nas artes ou na matemática. Simetria é a semelhança exata, de uma forma em torno de um eixo de simetria que é uma linha reta em torno de um ponto ou intanto de um plano.

Aluno 16

É uma série de desenhos espelhados e figuras rotacionais. Nós precisamos da simetria para nosso cotidiano, porque se não tivéssemos a simetria, o nosso corpo seria torto e estreito, como a construção de casas e prédios.

Foi possível perceber respostas distintas sobre a Simetria e como ela está inserida em nosso cotidiano, mas ainda há uma confusão em separar os tipos de Simetria. Como a aula estava sendo realizada na sala de informática, houve a observação de que os alunos 5, 14 e 15 pesquisaram na internet a resposta sobre a

pergunta, outros passaram a assistir novamente o vídeo com pausas para fazer resumos ou copiar na íntegra prejudicando a análise desta atividade. Novamente a prática de reprodução e não produção do conhecimento.

Já na atividade 2 o foco foi conhecer esse recurso que abrange diversas atividades e jogos sobre os conteúdos matemáticos, sendo um bom recurso ao auxílio ensino-aprendizagem dos alunos.

Ao analisar o Quadro 3 e Gráfico 2 demonstra-se 26 respostas parcialmente satisfatórias, 1 insatisfatória e 3 em branco. Concluiu-se que 86,66% das respostas foram parcialmente satisfatórias. O foco era relacionar os conceitos geométricos, principalmente a Simetria, através dos jogos, desafios e atividades diversas que o site proporciona ao navegante.

Segue abaixo algumas respostas dos alunos na atividade 2:

**Atividade 2** Acesse o site: <[http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos\\_iniciais/](http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/)> e brinque com os exercícios do banco de atividades e do conteúdo Espaço e Forma e conte sua experiência na aprendizagem Matemática. Visite o link e amplie seus conhecimentos sobre simetria, formas geométricas, sólidos, dentre outros e quando precisar estudar sobre outros conteúdos matemáticos aproveite este site e navegue sobre os links dos conteúdos relacionados a Números e Operações, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação.

Aluno 11

*Eu realizei jogos e fiz um laboratório.*

Aluno 14

*Aprendi sobre a simetria sobre localização espacial, sólido, formas geométricas, representação de objetos, sequência e simetria.*

Aluno 15

Aprendi que existe muitas formas geométricas.  
 Que a o nosso redor existe muitas simétricas.  
 tudo pode ser representado através de formas  
 geométricas.

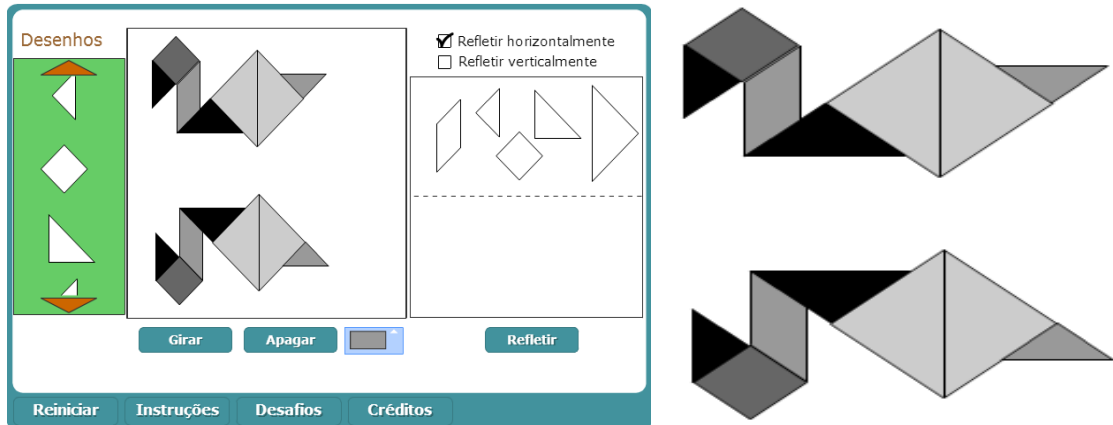
Foi observado que a maioria dos alunos navegou pelo link, brincou e realizou algumas atividades. As respostas foram bem diversificadas, pela diversidade de atividades que o site proporciona. O objetivo principal era propiciar ao aluno a ampliar seus conceitos geométricos de forma diferenciada através de jogos e desafios no recurso tecnológico como o computador, além de abranger outras áreas da matemática, sendo um ótimo recurso de estudo para os alunos.

Em seguida, no sexto (6.º) encontro, foi desenvolvida a atividade 3 - Análise de uma figura feita pelo Tangram e no Simetrizador 2 com foco nas formas geométricas e a construção de figuras geométricas nos Simetrizadores 1 e 2.

Conforme Quadro 3 e Gráfico 2, essa atividade foi desenvolvida por 25 alunos sendo 24 respostas parcialmente satisfatórias e 1 cópia da internet. Concluiu-se que 96% obtiveram resultado parcialmente satisfatório. O foco dessa atividade foi identificar e definir figuras geométricas, em especial triângulos e quadriláteros. A maioria não percebeu a conexão entre as formas geométricas, figuras geométricas e polígonos.

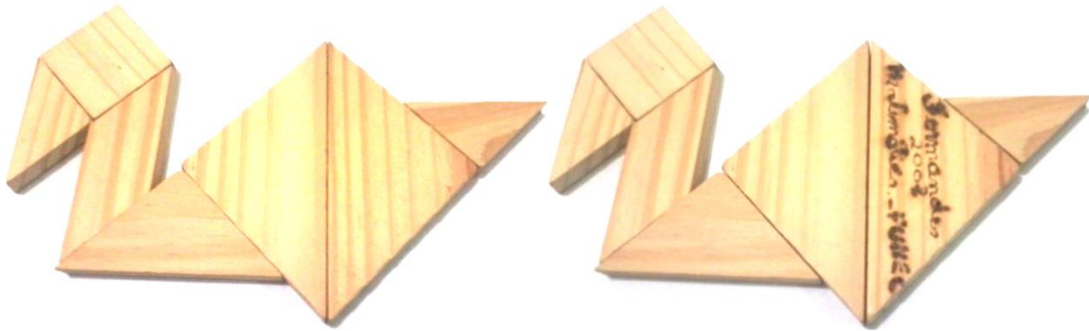
Em continuidade, algumas respostas dos alunos na atividade 3:

**Atividade 3** Analise as figuras criadas pela Profa. Priscila no Simetrizador 2 e pelo Tangram (quebra-cabeça chinês que ao posicionar as 7 peças com movimentações e rotações forma diversas figuras).



**Figura 23 – Obtida pelo Simetrizador 2**

Fonte: Elaborada pela Autora



**Figura 24 – Obtida pelo Tangram**

Fonte: Elaborada pela Autora

• Quantos triângulos e quadriláteros a Profa. Priscila utilizou no simetrizador?

- (A) 3 e 3      (B) 4 e 2      (C) 5 e 2      (D) 7 e 1

Aluno 12

- (A) 3 e 3      (B) 4 e 2      (~~C~~) 5 e 2      (D) 7 e 1

Aluno 14

- (A) 3 e 3      ~~(B) 4 e 2~~      (C) 5 e 2      (D) 7 e 1

As respostas dos alunos nesta pergunta foram B e C, em que a maioria acertou a alternativa C. Alguns alunos não se atentaram que o Tangram é formado

por 7 (sete) peças e marcaram a alternativa B ou se confundiram com o formato geométrico das peças.

Nesta próxima pergunta o intuito foi demonstrar que é possível desenvolver os mesmos conceitos geométricos de formas diferentes. E, como no exemplo das Figuras 23 e 24 utilizando ou não a tecnologia.

- É possível perceber alguma diferença nos desenhos? Comente.

Aluno 14

não, porque são espelhados mas são iguais

Aluno 20

Sim, da para notar a diferença entre os simétricos e os espelhados

Aluno 28

Não, porque eles só tem a diferença, que um é feito no computador e o outro é feito a mão.

Na próxima pergunta o foco foi detectar se os alunos, após os vídeos e todo o processo de retomada da “Geometria básica”, conseguiriam descrever com suas palavras sobre os triângulos e quadriláteros e suas diferenças quanto à classificação e forma.

Aluno 11

Triângulo é algo que tem 3 pontos e quadrilátero tem 4 pontos

Aluno 16

Triângulos = polígonos de três lados.  
 Quadriláteros = polígonos de quatro lados.  
 A diferença entre eles é que um  
 tem 4 lados e outro tem 3 lados.

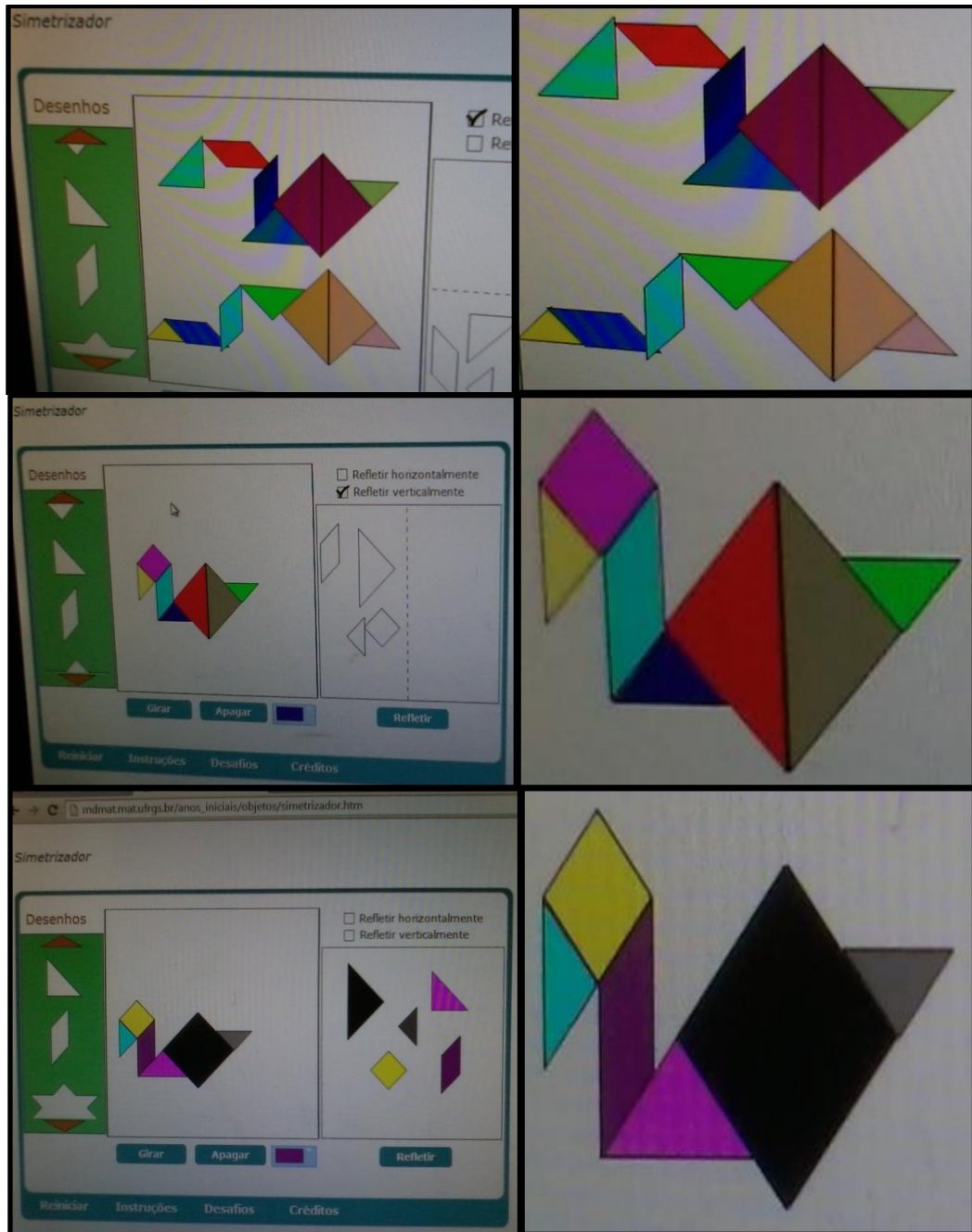
Aluno 28

O triângulo ele parece um paroneda  
 e o quadrilátero parece que quadrado  
 eles são diferente porque um é forma  
 geométrica e o outro é um polígono

Observou-se que na maioria das respostas classificou os triângulos como três pontas e quadriláteros sem pontas ou quatro pontas ou quatro lados. Nota-se, portanto que eles têm noções desses conceitos e apenas precisa trabalhar a nomenclatura dos mesmos. Como exemplo: o triângulo tem três (vértices, lados e ângulos internos) e o quadrilátero tem 4 (vértices, lados e ângulos internos). Outra observação é que as respostas dos alunos 22, 28 e 34 foram iguais. No dia da aplicação não houve a observação de ajuda entre os alunos, mas houve a preocupação entre respostas iguais e confundiram as formas geométricas e os polígonos. Sendo que formas geométricas com contorno fechado, formado apenas por retas que não se cruzam são figuras geométricas chamadas de polígonos como exemplo o triângulo e o quadrilátero.

Na próxima etapa são apresentadas as atividades livres nos questionários 3.1, 3.2 e 3.3 utilizando os Simetrizadores 1 e 2, desenvolvendo os conceitos de Transformações Geométricas, em especial a Simetria nas obras de Escher. Algumas atividades foram realizadas individualmente e outras em díade de acordo com o funcionamento dos computadores; não havia um para cada aluno, então houve adequação para a realização dessas atividades e a maioria optou pelo trabalho em díade. Inicia-se nesta etapa o desenvolvimento da Metodologia Triangular com o foco no fazer artístico e sua reflexão, principalmente no olhar e pensamento geométrico.

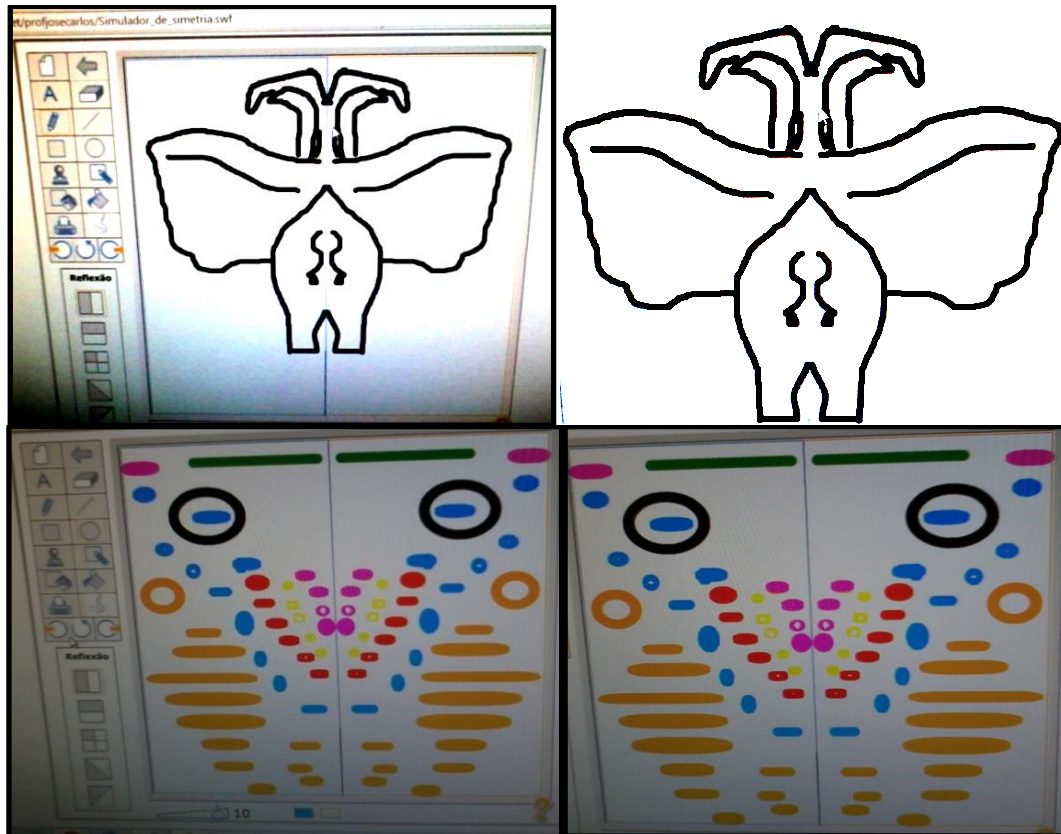
- Vamos treinar! Escolha um Simetrizador para construir a representação da figura e não se esqueça de personalizar as cores.



**Figura 25 – Atividade Tangram desenvolvida pelos alunos em di ade no Simetrizador 2 (Figura 3).**

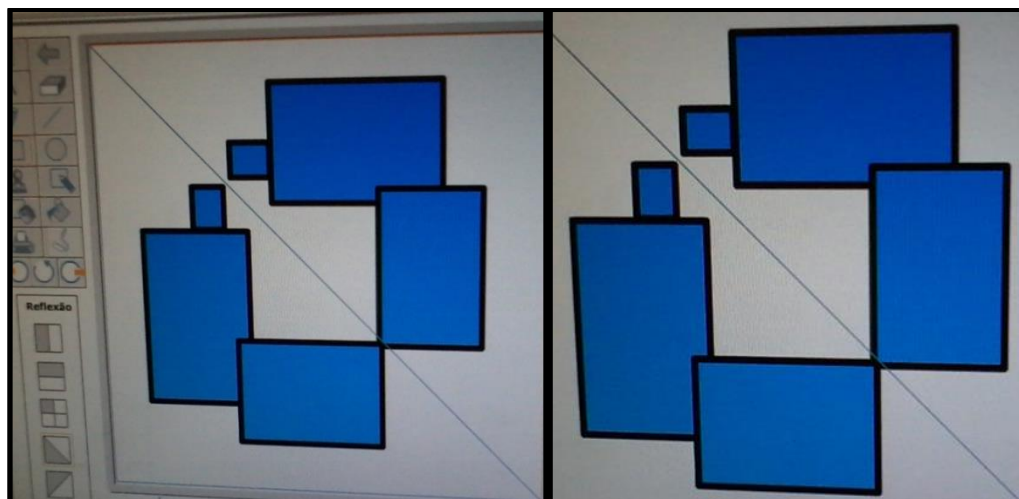
Fonte: Elaborada pelos Alunos

**Atividade 3.1** Utilizando os Simetrizadores 1 ou 2, criar mosaicos baseados nas obras de Escher e n o se esque a de utilizar os principais tipos de Simetria (Reflex o, Rota o e Transla o). Escolha as imagens ou formas geom tricas que desejar, sendo poss vel criar novas figuras com suas jun oes, ou seja, analise as combina oes isom tricas em algumas obras do artista Escher.



**Figura 26 – Simetria de “Reflexão” eixo de simetria vertical desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).**

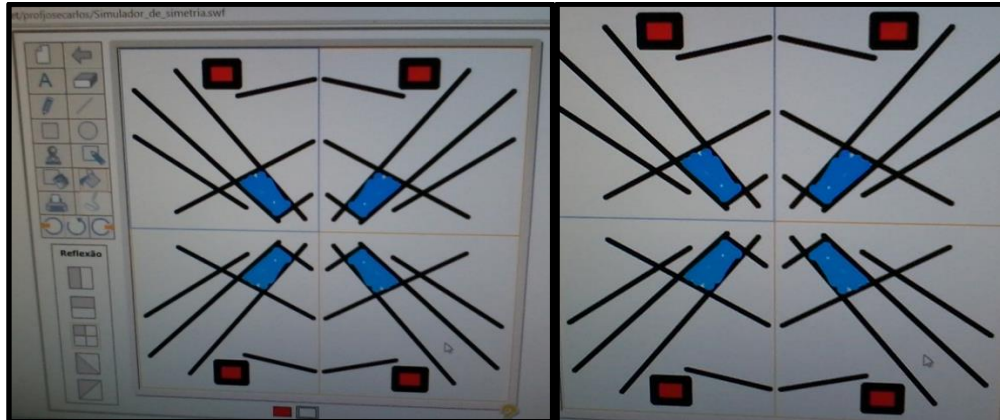
Fonte: Elaborada pelos Alunos



**Figura 27 – Simetria de “Reflexão” eixo de simetria diagonal, desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).**

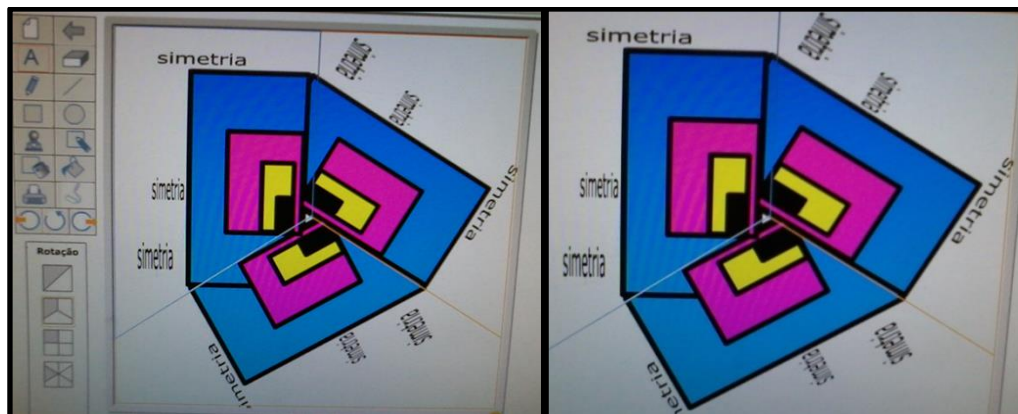
Fonte: Elaborada pelos Alunos





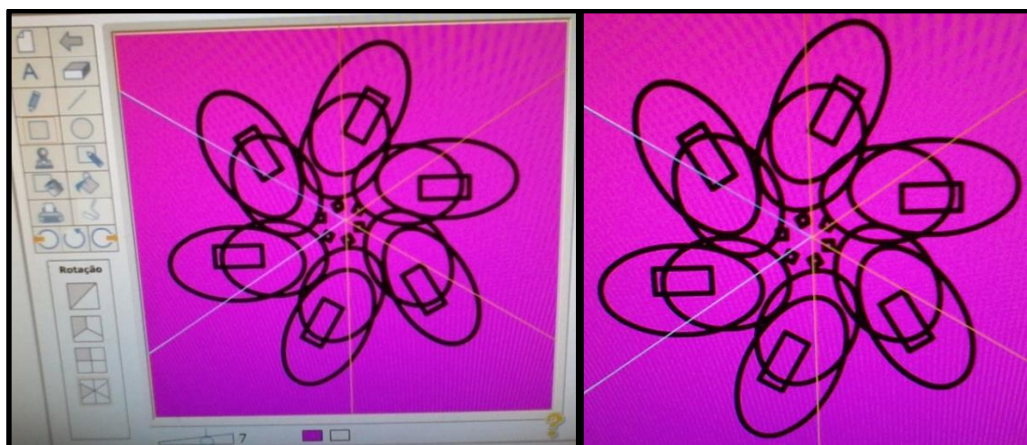
**Figura 28 – Simetria de “Reflexão” com 2 (dois) eixos de simetria (diagonal e vertical), desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).**

Fonte: Elaborada pelos Alunos



**Figura 29 – Simetria de “Rotação” no plano, desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).**

Fonte: Elaborada pelos Alunos



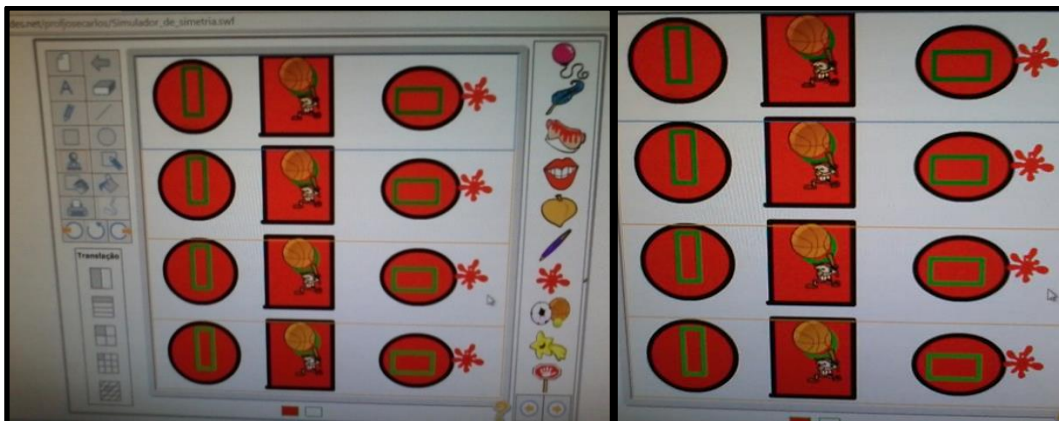
**Figura 30 – Simetria de “Rotação” no plano com infinitos eixos de simetria, desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).**

Fonte: Elaborada pelos Alunos



**Figura 31 – Simetria de “Rotação” no plano desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).**

Fonte: Elaborada pelos Alunos



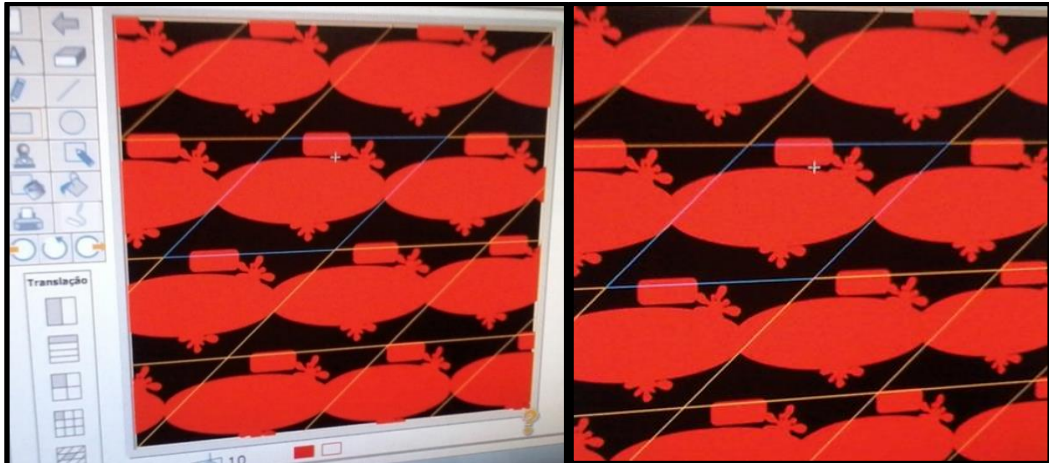
**Figura 32 – Simetria de “Translação” com eixo horizontal desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).**

Fonte: Elaborada pelos Alunos



**Figura 33 – Simetria de “Translação” com 2 (dois) eixos de simetria (diagonal e vertical), desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).**

Fonte: Elaborada pelos Alunos

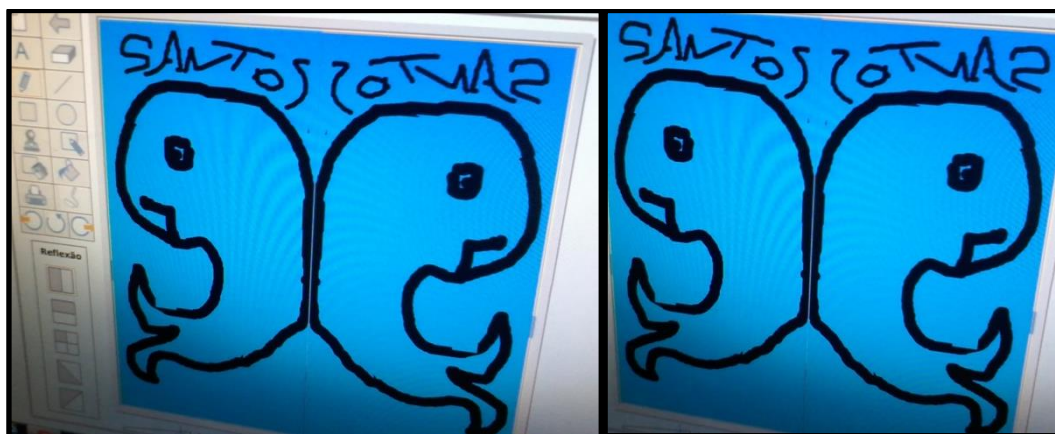


**Figura 34 – Simetria de “Translação” no plano com infinitos eixos de simetria, desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).**

Fonte: Elaborada pelos Alunos

### Atividades Livre!!!

**Atividade 3.2** Escreva o nome do seu time de futebol no Simulador 1 à mão e escolha o tipo de simetria. Em seguida desenhe o símbolo ou mascote que representa seu time de futebol utilizando qualquer simulador.



**Figura 35 – Símbolo do time de futebol Santos representando a Simetria de “Reflexão” eixo de simetria vertical desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).**

Fonte: Elaborada pelos Alunos



**Figura 36 – Símbolo do time de futebol Corinthians representando a Simetria de “Reflexão” eixo de simetria diagonal desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).**

Fonte: Elaborada pelos Alunos



**Figura 37 – Símbolo do time de futebol Flamengo, representando a Simetria de “Translação” desenvolvida por alunos em díade no Simetrizador 1 (Figura 2).**

Fonte: Elaborada pelos Alunos

**Atividade 3.3** Solte sua imaginação; utilizando um Simetrizador crie a imagem que desejar, mas, não se esqueça da simetria e das obras de Escher.



**Figura 38 – Mosaicos e Malhas baseados em Escher desenvolvidos por alunos em di ade no Simetrizador 2 (Figura 3).**

Fonte: Elaborada pelos Alunos

Observou-se que os alunos optaram pelo Simetrizador 1 na realiza o das atividades livres para desenvolver a Metodologia Triangular na sua produ o e expressar sua pr pria imagina o e seu pensamento geom trico. Foi produtivo o desenvolvimento da atividade em que a maioria se empolgou em criar seus pr prios

desenhos e a interação com os Simetrizadores resultaram em trabalhos satisfatórios (S) e, assim, esse recurso auxiliar tecnológico no processo ensino/aprendizagem de Simetria propiciou a revitalização do ensino de Geometria.

Conforme os PCNs, “as simetrias estão muito presentes no cotidiano. [...] No corpo humano pode-se observar (aproximadamente) um plano de simetria. [...] Há eixos de simetria em diversas criações do homem [...]” (BRASIL, 1998, p.124).

Esta inter-relação entre a Arte e Matemática permitiu aos alunos compreenderem que a Geometria faz parte do seu cotidiano e estão presentes na natureza, nas obras de arte e nos espaços ao seu redor.

Finalizamos esta sequência a partir do desenvolvimento da Metodologia Triangular com o conhecimento das Transformações Geométricas e contexto histórico em especial a Simetria e o fazer geométrico, principalmente a Simetria com as produções artísticas dos alunos nos Simetrizadores 1 e 2.

Na próxima Sequência didática B são apresentadas a Simetria e outros conceitos geométricos em obras de arte.

## **4.2 Sequência Didática B – Obras de Arte**

A partir do 7.º encontro iniciou-se a Sequência didática B – Obras de Arte com o objetivo de retomar, reconhecer e interligar os conceitos geométricos básicos em obras de arte e propiciar a Metodologia Triangular em conhecer as obras de artes, contextualizar com a matemática e outras áreas de conhecimento e finalizar com o fazer artístico individual ou coletivo e a reflexão sobre sua produção artística e olhar geométrico.

As atividades sobre “Geometria básica” propiciaram uma ligação entre a Matemática e Arte que, segundo os PCNs (1998):

[...] é fundamental que os estudos do Espaço e Forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1998, p.51).

No sétimo (7.º) e oitavo (8.º) encontros foi possível conhecer e refletir sobre a “Geometria básica” implícita nas obras de arte dos artistas Tarsila do Amaral, Ivan

Cruz, Eduardo Kobra, João Carvalho (J Desenhos), Maurits Cornelis Escher, através de vídeos sobre suas obras, biografia e a Geometria encontrada na natureza e em todo lugar.

No oitavo (8.º) encontro foi realizada uma retomada de conteúdos sobre a interdisciplinaridade “Arte e Matemática” e como recursos foram usados vídeos diversos sobre polígonos, poliedros, em especial os sólidos de Platão, formas bi e tridimensionais, ângulos, ou seja, a “Geometria básica”.

No nono (9.º), décimo (10.º) e décimo primeiro (11.º) encontros foi, inicialmente, desenvolvida a atividade 4 (quatro) sobre analisar os conteúdos básicos de Geometria como a simetria, polígonos, poliedros, figuras planas e espaciais, formas bi e tridimensionais, ângulos, nas obras de arte. Após isso foi realizada a produção e criação dos alunos, a leitura de uma obra de arte e a criação de um novo desenho, com o foco em ativar sua própria análise e criatividade utilizando as formas geométricas e a “Geometria básica”. E assim, propiciar a Metodologia Triangular na apreciação artística e na reflexão do olhar e pensamento geométrico, a história e leitura visual e geométrica das obras de arte e contextualizar as aprendizagens do conteúdo geométrico. Essa atividade foi realizada em grupo, sendo 8 (oito) grupos de três ou tríade e 1 (uma) dupla ou díade, totalizando 9 (nove) grupos formados por 26 (vinte e seis) alunos, com o objetivo de trabalho e aprendizagem coletiva.

No Quadro 4 e Gráfico 3 referentes à atividade 4 (quatro) observa-se o desempenho de 26 (vinte e seis) alunos formando-se 9 (nove) grupos.

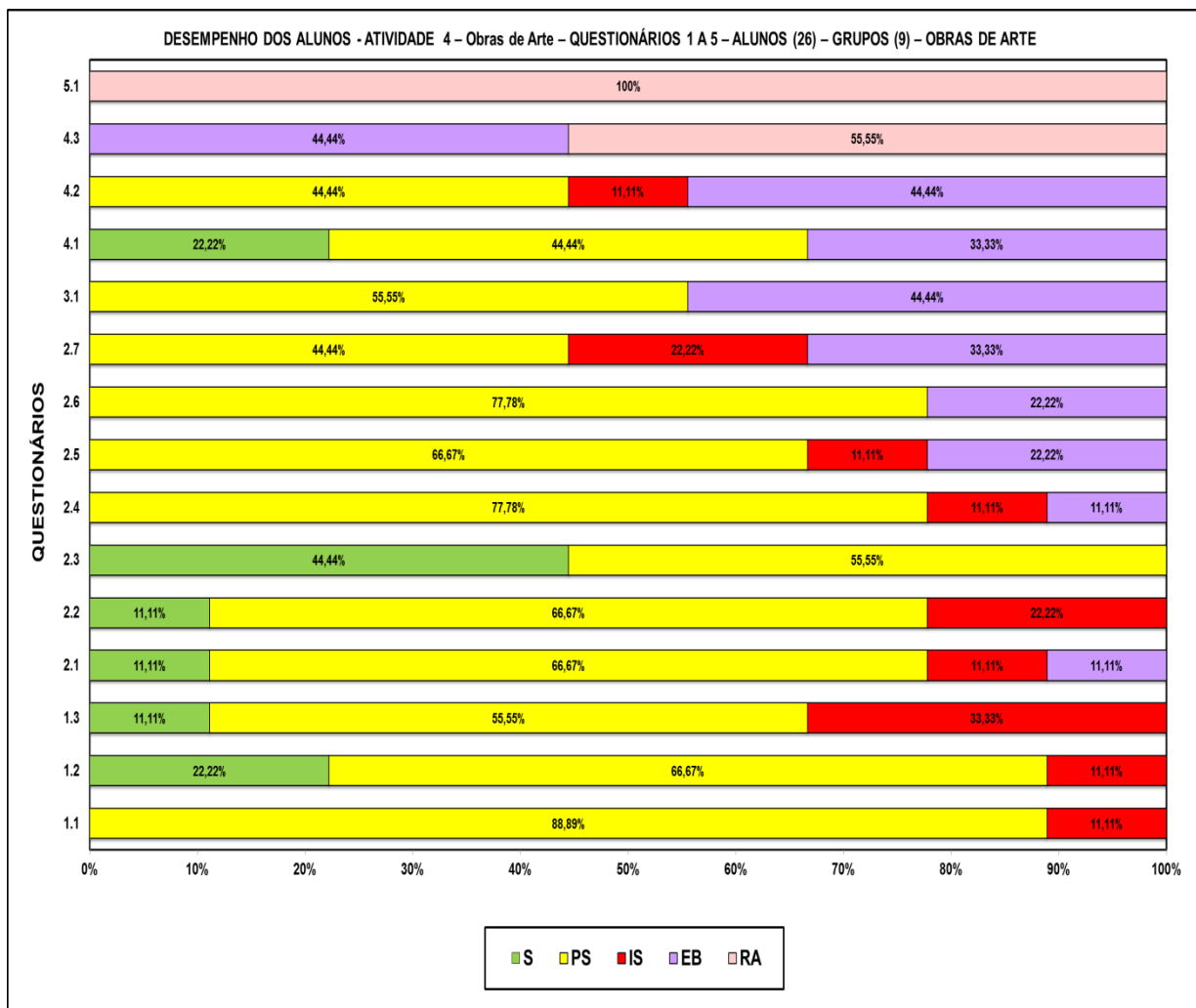
<b>ATIVIDADES 4 – QUESTIONÁRIOS 1 A 5 – ALUNOS (26) – GRUPOS (9) – OBRAS DE ARTE</b>										
	<b>S</b>	<b>%</b>	<b>PS</b>	<b>%</b>	<b>IS</b>	<b>%</b>	<b>EB</b>	<b>%</b>	<b>RA</b>	<b>%</b>
<b>1.1</b>	0	0,00	8	88,89	1	11,11	0	0,00	0	0,00
<b>1.2</b>	2	22,22	6	66,67	1	11,11	0	0,00	0	0,00
<b>1.3</b>	1	11,11	5	55,55	3	33,33	0	0,00	0	0,00
<b>2.1</b>	1	11,11	6	66,67	1	11,11	1	11,11	0	0,00
<b>2.2</b>	1	11,11	6	66,67	2	22,22	0	0,00	0	0,00
<b>2.3</b>	4	44,44	5	55,55	0	0,00	0	0,00	0	0,00
<b>2.4</b>	0	0,00	7	77,78	1	11,11	1	11,11	0	0,00
<b>2.5</b>	0	0,00	6	66,67	1	11,11	2	22,22	0	0,00
<b>2.6</b>	0	0,00	7	77,78	0	0,00	2	22,22	0	0,00
<b>2.7</b>	0	0,00	4	44,44	2	22,22	3	33,33	0	0,00
<b>3.1</b>	0	0,00	5	55,55	0	0,00	4	44,44	0	0,00
<b>4.1</b>	2	22,22	4	44,44	0	0,00	3	33,33	0	0,00
<b>4.2</b>	0	0,00	4	44,44	1	11,11	4	44,44	0	0,00
<b>4.3</b>	0	0,00	0	0,00	0	0,00	4	44,44	5	55,55
<b>5.1</b>	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	9	100,00

Legenda: S= Satisfatório; PS= Parcialmente Satisfatório; IS= Insatisfatório; EB= Em Branco; RA= Resposta Aberta.

#### **Quadro 4 – Desempenho dos alunos na atividade 4 – Obras de Arte**

Fonte: Elaborado pela Autora





Legenda: S= Satisfatório; PS= Parcialmente Satisfatório; IS= Insatisfatório; EB= Em Branco; RA= Resposta Aberta.

### Gráfico 3 – Desempenho dos alunos na atividade 4 – Obras de Arte

Fonte: Elaborado pela Autora

Inicia-se a atividade 4 com o questionário 1 e finaliza-se com o questionário 5 e propicia-se a leitura de obras de artes, o olhar visual e geométrico, o pensamento geométrico, a produção do fazer artístico e a reflexão dos conceitos geométricos em obras de arte, de acordo com a Metodologia Triangular.

A seguir algumas respostas dos alunos na atividade 4:

**Atividade 4** Faça a análise da Geometria nas obras de arte dos artistas Ivan Cruz, Tarsila do Amaral, Eduardo Kobra e J Desenhos. Em seguida responda os questionários de 1 a 5.

**Questionário 1** Analise a obra de arte “Soltando Pipa IV” (Figura 39) do artista Ivan Cruz e responda:

Obs.: A Figura 39 representa na Sequência didática do aluno como Figura 1.



**Figura 39 – Título: Soltando Pipa IV**

Fonte: <<http://www.brincadeirasdecrianca.com.br/>>

No questionário 1.1 observa-se no Quadro 4 e Gráfico 3 que 8 (oito) grupos obtiveram um desempenho parcialmente satisfatório e 1 (um) grupo insatisfatório. Os alunos não conseguiram assimilar corretamente os conceitos de simetria e assimetria, mesmo após a retomada desses conceitos desde a Sequência didática A. A obra de Arte de Ivan Cruz (Figura 39) demonstram imagens assimétricas onde apenas algumas figuras dentro da obra demonstra Simetria; nesta obra destaca-se a Simetria no modelo de cada pipa. Concluiu-se que 88,89% dos grupos obtiveram um resultado parcialmente satisfatório.

**1.1-** Identifique se a obra de arte representa em algum momento uma imagem simétrica ou assimétrica. Cite as diferenças e os porquês?

Grupo de Alunos: 01, 23 e 34

*representa formas assimétricas, a simetria é de forma igual e a assimetria é formada de formas diferentes.*

Grupo de Alunos: 04, 16 e 30

Juan Cruz "Saltando Pipa IV" - Nessa obra, o formato das pipas são diferentes, é assimétrico.

Grupo de Alunos: 09, 11 e 26

Figura 1 = Assimétrica

Simétrica é desenho igual ao outro.  
Assimétrica é desenho diferente ao outro

Em seguida o questionário 1.2 desenvolveu a análise do contorno da imagem e como a linha foi utilizada na construção da obra de arte. O foco foi relembrar polígonos. De acordo com o Quadro 4 e Gráfico 3, 2 (dois) grupos tiveram o desempenho satisfatório, 6 (seis) parcialmente satisfatório e 1 (um) insatisfatório. Concluiu-se que 66,67% dos grupos obtiveram o desempenho parcialmente satisfatório.

**1.2-** E as linhas, como elas são?

Grupo de Alunos: 01, 23 e 34

Não curvas e retas.

Grupo de Alunos: 04, 16 e 30

"Saltando Pipa IV" - As linhas são retas, curvas, onduladas.

Em continuidade, o questionário 1.3 desenvolveu o conceito de polígonos e, de acordo com o Quadro 4 e Gráfico 3, houve 1 (um) grupo com desempenho satisfatório, 5 (cinco) parcialmente satisfatórios e 3 (três) insatisfatórios. O foco foi retomar os conceitos de polígonos, que são formas ou figuras geométricas fechadas, formadas apenas por retas que não se cruzam. Observou-se que a maioria dos alunos compreende os conceitos de polígonos, mas ainda apareceram dúvidas em

alguns momentos ao citarem que os postes são polígonos e não perceberam que têm curvas e são cilindros tornando-se não polígonos. Concluiu-se que 55,55% dos grupos obtiveram um desempenho parcialmente satisfatório.

**1.3-** Nesta obra há polígonos e não polígonos. Faça uma análise na obra e cite alguns exemplos de polígonos e não polígonos.

Grupo de Alunos: 25, 27 e 28

tem lados retos, vértices e são  
 figuras planas.  
 O que não é polígono são  
 abertos e curvados.

No questionário 2 foram desenvolvidas, com base nas obras de arte, a visão geométrica, a análise de ângulos, retas, polígonos e poliedros, em especial os sólidos de Platão, figuras e formas geométricas, simetria, análise de imagens, ilusões de ótica, imagem bi e tridimensional na Metodologia Triangular em especial a reflexão geométrica.

Obs.: A Figura 40 se apresenta na Sequência didática do aluno como Figura 3, a Figura 43 como Figura 4 e a Figura 44 como Figura 5.

**Questionário 2** Faça a análise das obras de arte A Gare, Calmaria II e Carnaval em Madureira, da artista Tarsila do Amaral e em seguida responda as questões de 2.1 a 2.7.



**Figura 40 – Título: A Gare, 1925**

Fonte: <<http://www.tarsiladoamaral.com.br>>; <<http://www.acervodearte.com.br>>

Conforme o Quadro 4 e Gráfico 3, o questionário 2.1 em relação aos grupos, obteve 1 (um) grupo com desempenho satisfatório, 6 (seis) parcialmente satisfatório, 1 (um) insatisfatório e 1 (um) em branco. Observou-se que a maioria dos alunos diferenciou figuras planas de figuras espaciais, mas, algumas respostas foram confundidas com polígonos e não polígonos. É importante destacar que a figura plana é planificada (duas dimensões) e a figura espacial são sólidos geométricos (três dimensões) e a imagem das obras são bidimensionais e tridimensionais, pintadas de modo bidimensional. Concluiu-se que 66,7% dos grupos obtiveram um resultado parcialmente satisfatório.

**2.1-** Identifique na obra A Gare (Figura 40) algumas figuras geométricas que remetem à ideia de figuras planas ou espaciais. Descreva-as.

Grupo de Alunos: 01, 23 e 34

O trenzinho tem formas e é espacial, e a torre tem formas e é plana

Grupo de Alunos: 03, 17 e 36

o trem é espacial pois ele tem altura  
 comprimento e largura. A rua é plana pois  
 ela tem largura e comprimento.  
 A casa é espacial pois ela tem altura  
 largura e comprimento.

Grupo de Alunos: 05, 19 e 35

O trem, as casas são figuras espa-  
 ciais, a linha do trem as rodas,  
 as janelas são figuras planas.

No questionário 2.2, de acordo com o Quadro 4 e Gráfico 3, os grupos obtiveram: 1 (um) resultado satisfatório, 6 (seis) parcialmente satisfatórios e 2 (dois) insatisfatórios. Analisou-se que a maioria dos alunos conheceu a nomenclatura dos polígonos ou poliedros, mas, foi comum identificarem figuras com 4 (quatro) lados apenas como retângulo ou quadrado e não quadrilátero e, também, confundirem losango como um hexágono e não quadrilátero como os alunos do grupo 09, 11 e 26. Houve continuidade na próxima questão com a análise de figuras com 4 (quatro) lados. Concluiu-se que 66,67% dos grupos tiveram desenvolvimento parcialmente satisfatório.

**2.2-** Como chamamos as figuras que possuem 3 lados? E as figuras de 4 lados, 5 lados e 6 lados?

Grupo de Alunos: 03, 17, 36

de 3: triângulo  
 de 4: quadrado  
 de 5: pentágono  
 de 6: hexágono

Grupo de Alunos: 04, 16 e 30

3 lados - triângulo. 4 lados - quadriláteros.  
 5 lados - pentágonos. 6 lados - hexa-  
 gono.

Grupo de Alunos: 09, 11 e 26

~~3 lados = Triângulo~~  
~~4 lados = Quadrado e Retângulo~~  
~~5 lados = Equilátero~~  
~~6 lados = Losângulo~~

Em relação ao questionário 2.3, de acordo com o Quadro 4 e Gráfico 3, 4 (quatro) grupos obtiveram desempenho satisfatório e 5 (cinco) grupos parcialmente insatisfatórios. Em continuidade à questão anterior, alguns alunos identificaram apenas o quadrado e retângulo como quadriláteros e não relacionaram que o quadrado e o retângulo são dois elementos apenas do conjunto de quadriláteros e que há outros elementos formados por 4 (quatro) lados. Concluiu-se que 55,55% dos grupos obtiveram um resultado parcialmente satisfatório.

**2.3-** Todas as figuras de 4 lados são chamadas de quadrado?

Grupo de Alunos: 03, 17 e 36

sim, pois possui quatro lados

Grupo de Alunos: 04, 16 e 30

Não, são chamadas de quadriláteros.

Grupo de Alunos: 09, 11 e 26

Não, algumas são chamadas de Retângulo

Já no questionário 2.4, conforme o Quadro 4 e Gráfico 3, os grupos obtiveram em seu desempenho: 7 (sete) parcialmente satisfatórios, 1 (um) insatisfatório e 1 (um) em branco. Observou-se que os alunos identificaram o ângulo de  $90^\circ$  (reto) dentro da sala de aula, mas não relacionaram com o seu cotidiano extraclasse e, igualmente, não relacionaram com as obras de arte trabalhadas anteriormente. Concluiu-se que 77,78% dos grupos obtiveram um desempenho parcialmente satisfatório.

**2.4-** Você conhece o ângulo de  $90^\circ$  chamado reto? É um dos principais ângulos utilizados no nosso cotidiano. Observando ao seu redor consegue descrever onde o ângulo reto está localizado? Descreva alguns ângulos encontrados nas obras.

Grupo de Alunos: 03, 17 e 36

está localizado no quarto lado  $90^\circ$  é chamado de ângulo  
quando abrimos mais um ângulo obtuso é se abrir mais  
o ângulo fica até  $180^\circ$

Grupo de Alunos: 09, 11 e 26

Sim, Sim, em quadrados, retângulos, laje da  
escola.

Grupo de Alunos: 25, 27 e 28

Sim, laje, mesa, janela, armário  
etc.

Em seguida, no questionário 2.5, de acordo com o Quadro 4 e Gráfico 3, os grupos obtiveram em suas respostas: 6 (seis) parcialmente satisfatórios, 1 (um) insatisfatório e 2 (dois) em branco. O intuito foi desenvolver a visão bi e tridimensional nas imagens da obra de arte de Tarsila do Amaral e relacionar a simetria de reflexão na análise entre os sólidos geométricos e a sua reflexão na água conforme a Metodologia Triangular. Observou-se que a maioria dos alunos não relacionou a Simetria e qual a Simetria na obra, também a maioria não identificou que os sólidos representam as figuras espaciais e sua reflexão às figuras planas, mesmo estando em uma obra bidimensional. Concluiu-se que o grupo obteve em seu desempenho 66,67% parcialmente satisfatório.

**2.5-** Descreva o que você observa na obra Calmaria II (Figura 41) e identifique as figuras geométricas que representam as formas bidimensionais e



tridimensionais, mesmo estando em um plano. Existe a simetria nesta obra? Caso exista, qual simetria está representada?



**Figura 41 – Título: Calmaria II, 1929**

Fonte: <<http://www.tarsiladoamaral.com.br>>; <<http://www.acervodearte.com.br>>

Grupo de Alunos: 1, 23 e 34

Um triângulo é BIDIMENSIONAL e os cilindros são TRIDIMENSIONAIS. Não existe simetria nos cilindros entre outros.

Grupo de Alunos: 03, 17 e 36

Não representa figura de três lados figura retângulo e figura com duas pontas coisas arredondadas.

Grupo de Alunos: 13, 20 e 21

Formas geométricas etc, tridimensionais, um, o triângulo, retângulo, cilindro etc

No questionário 2.6, conforme o Quadro 4 e Gráfico 3, os grupos obtiveram em seu desenvolvimento, 7 (sete) respostas parcialmente satisfatórias e 2 (duas) em branco. Observou-se que houve erros nas análises dos alunos como, por exemplo, as respostas dos alunos dos grupos (01, 23 e 24); (3,17 e 36); (13, 20 e 21) que relacionaram a imagem A como quadrado e cubo e a imagem D como pentágono, figura reta e quadrilátero, sendo que o foco era a nomenclatura de quadrilátero. A imagem B como um retângulo e não como um triângulo e os ângulos E reto= $90^\circ$ , F agudo $<90^\circ$  e G obtuso $>90^\circ$ . Concluiu-se que 77,78% dos grupos obteve resultado parcialmente satisfatório.

**2.6-** Observando a obra Carnaval em Madureira (Figura 42) que elementos representam:



**Figura 42 – Título: Carnaval em Madureira, 1924**

Localização: Fundação José e Paulina Nemirovsky, SP.

Fonte: <<http://www.tarsiladoamaral.com.br>>; <<http://www.acervodearte.com.br>>

Adaptada pela Autora

- a) a forma geométrica A: \_\_\_\_\_
- b) a imagem B: \_\_\_\_\_
- c) a forma geométrica C: \_\_\_\_\_
- d) a forma geométrica D: \_\_\_\_\_
- e) o ângulo E: \_\_\_\_\_
- f) o ângulo F: \_\_\_\_\_
- g) o ângulo G: \_\_\_\_\_
- h) Outras observações que deseja destacar: \_\_\_\_\_

## Grupo de Alunos: 01, 23 e 34

- a) a forma geométrica A: Hexágono
- b) a imagem B: Hexágono
- c) a forma geométrica C: Círculo
- d) a forma geométrica D: Pentágono
- e) o ângulo E: reto
- f) o ângulo F: agudo
- g) o ângulo G: obtusos
- h) Outras observações que deseja destacar:

NÃO

## Grupo de Alunos: 03, 17 e 36

- a) a forma geométrica A: quadrado
- b) a imagem B: retângulo
- c) a forma geométrica C: Círculo
- d) a forma geométrica D: A figura retta
- e) o ângulo E: 90° retos, com largura
- f) o ângulo F: reto
- g) o ângulo G: tem 4 lados
- h) Outras observações que deseja destacar:

tem centros de círculos de retângulo e quadrado

## Grupo de Alunos: 13, 20 e 21

- a) a forma geométrica A: cube
- b) a imagem B: Retângulo
- c) a forma geométrica C: Círculo
- d) a forma geométrica D: quadrado
- e) o ângulo E: 90° GRAUS
- f) o ângulo F: Menos de 90° graus
- g) o ângulo G: mais de 90° graus
- h) Outras observações que deseja destacar: e círculo de quadrado

Enfim, no questionário 2.7, de acordo com o Quadro 4 e Gráfico 3 os grupos obtiveram 4 (quatro) parcialmente satisfatórios, 2 (dois) insatisfatórios e 3 (três) em branco. Observou-se que, de modo geral, o aluno relacionou pouco os conceitos geométricos ou deixou em branco. Percebeu-se que em questões dissertativas

e/ou/abertas não houve o esforço do aluno em respondê-las. Concluiu-se que 44,44% dos grupos obtiveram um resultado parcialmente satisfatório.

**2.7-** Após a análise das obras de arte, você consegue identificar simetria, formas geométricas, ângulos, polígonos, poliedros, figuras planas e espaciais? Explique como entendeu esses conceitos geométricos.

Grupo de Alunos: 03, 17 e 36

Porém algumas figuras também plana,  
círculos, retângulo / quadrilátero,  
sem triangular / retângulo.

Grupo de Alunos: 6 e 7

que geometria plana de aberturas como  
quadrado, Triângulo, Retângulo, Cor-  
dões

Inicia-se o questionário 3 em continuidade ao anterior no desenvolvimento dos conceitos geométricos em obras de arte, juntamente com a Metodologia Triangular.

Obs.: A Figura 43 é representada na Sequência didática do aluno como Figura 4 e a Figura 44 como Figura 5.

**Questionário 3** O artista muralista Kobra apresentou sua obra "Todos somos um" (Figura 43) na Rio 2016. Dentre os 13 pôsteres oficiais produzidos na Rio 2016, segue o pôster (Figura 44) produzido por Kobra.



**Figura 43 – A obra Mural "Todos somos um" Figura 44 – Pôster oficial da Rio 2016**

Fonte: <<http://www.brasil2016.gov.br/pt-br/noticias/mural-celebra-uniao-dos-povos-e-vira-ponto-turistico-na-zona-portuaria>>

No questionário 3.1, de acordo com o Quadro 4 e Gráfico 3, os grupos obtiveram em seu desenvolvimento 5 (cinco) resultados parcialmente satisfatórios e 4 (quatro) em branco. O intuito nesta atividade foi detectar se houve aprendizagem dos conceitos geométricos após a revisão destes conceitos em questões abertas e/ou/dissertativas, mas, observou-se o desânimo dos alunos em responder esse tipo de questão, prejudicando a análise da aprendizagem. Concluiu-se que 55,54% dos grupos obtiveram um resultado parcialmente satisfatório.

**3.1-** Faça uma análise do pôster oficial da Rio 2016 e destaque os conceitos geométricos que encontrou com seu pensamento visual e geométrico. Descreva-os.

Grupo de Alunos: 01, 23 e 34

Ângulos: agudo na pipa.  
 Formas: Quadriláteros na camiseta do menino  
 Plana: pipa  
 Ponto P.: cabelo do menino  
 Tridimensional: cabeça do menino  
 Dimensional:

Grupo de alunos: 03, 17 e 36

Tem muitas figuras geométricas que  
1. Retângulo, quadrado, círculo.

Inicia-se o questionário 4 em continuidade às atividades anteriores desenvolvendo os conceitos geométricos em obras de arte com questões abertas e/ou/dissertativas. Novamente houve a dificuldade em responder essas questões abertas e/ou/dissertativas, pois os grupos estavam deixando-as de lado; houve, então, uma conversa sobre a importância da participação em responder todas as questões para a análise da aprendizagem.

**Questionário 4** Observe e analise desde a construção das obras de arte, a utilização dos conceitos geométricos básicos até a transmissão do pensamento artístico e geométrico. Em seguida, responda:

De acordo com o Quadro 4 e Gráfico 3 o questionário 4.1 obteve em seu desempenho 2 (dois) satisfatórios, 4 (quatro) parcialmente satisfatórios e 3 (três) em branco. Observou-se que nos grupos que responderam houve a percepção da importância das formas e figuras geométricas na construção das obras de arte. Concluiu-se que 44,44% dos grupos obtiveram um resultado parcialmente satisfatório.

**4.1-** Imagine essas obras sem as formas geométricas. Descreva sua imaginação.

Grupo de Alunos: 01, 23 e 34

Figuras sem graça e sem vida.

Grupo de Alunos: 09, 11 e 26

A figura não existiria pois toda a  
figura é formada por formas geométricas.

Conforme o Quadro 4 e Gráfico 3, o questionário 4.2 obteve pelos grupos o desempenho de 4 (quatro) parcialmente satisfatórios, 1 (um) insatisfatório e 4 (quatro) em branco. Observou-se que os grupos que responderam essa questão escolheram ambas as obras de Eduardo Kobra, pois relacionaram com as Olimpíadas do Rio 2016. Concluiu-se que 44,44% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios.

**4.2-** A Geometria básica está presente nas obras de arte apresentadas. Qual obra, na sua visão espacial e geométrica, demonstra de uma forma mais clara os conceitos matemáticos? Comente.

Grupo de Alunos: 01, 23 e 34

a 2 e a 3 parecem bastante...

Grupo de Alunos: 09, 11 e 26

Há figuras de Eduardo Kobra (Kobra)  
ela ficou muito bonita e ela homenagea  
As olimpíadas do Rio 2016 e alguns índios

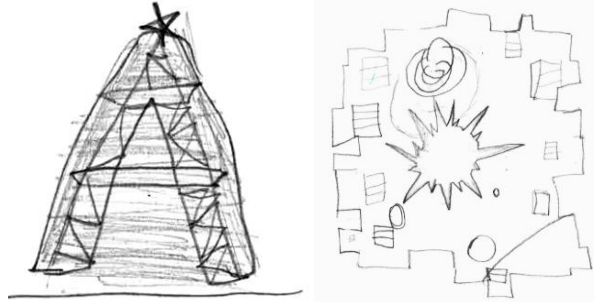
Enfim, no questionário 4.3, de acordo com o Quadro 4 e Gráfico 3, os grupos obtiveram, apesar de ser uma atividade aberta, 5 (cinco) parcialmente satisfatórios e 4 (quatro) em branco. Observou-se uma diversidade nos desenhos e pouca habilidade em desenho, sendo pouco demonstradas as formas e figuras geométricas e sua personalização, ou seja, a construção do fazer artístico. Concluiu-se que 55,55% dos grupos obtiveram um resultado parcialmente satisfatório.

**4.3-** A partir das obras de arte apresentadas, crie seu próprio desenho utilizando as formas e figuras geométricas. Não se esqueça de observar as formas e as cores que compõem as obras, sua impressão, sensação e inspiração na tela.

Grupo de Alunos: 03, 17 e 36



Grupo de Alunos: 06 e 07



Grupo de Alunos: 25, 27 e 28



Enfim, no décimo primeiro (11.º) encontro o questionário 5 foi a retomada dos desenhos de J Desenhos ao aprender a desenhar em 3D a sua própria mão. Em continuidade às dicas que se seguiram, o intuito foi colocar a mão na massa e desenvolver os conceitos geométricos visuais. Assim, desenvolver a visão geométrica ao desenhar em duas dimensões (bidimensionais) e criar efeitos em três dimensões (tridimensionais) trabalhando em especial o sombreado, retas e curvas e ativar sua criatividade e produção de acordo com a Metodologia Triangular.

**Questionário 5** Agora você já conhece o trabalho de J Desenhos. E a partir de seu trabalho vamos aprender a desenhar em 3D. Acompanhe as etapas!

Vamos fazer um desenho 3D! Utilizando a nossa mão como exemplo. Observe a técnica e dicas de J Desenhos nos passos a seguir:



Passos:

Lembrete: é importante caprichar nos passos para obter um bom resultado.

1.º passo: usando o lápis e a folha de papel sulfite branca, desenhe o contorno de sua mão e um pouco do seu pulso.

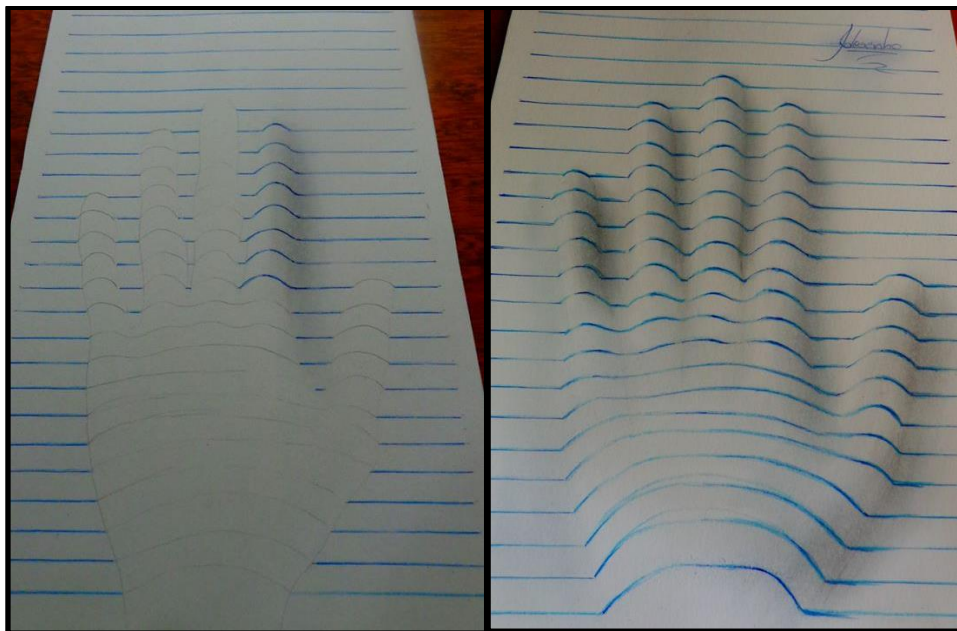
2.º passo: utilize uma caneta de cor preta ou lápis preto e contorne as partes que serão a sombra, ou seja, os dedos da mão e as outras partes deverão ser feitas linhas paralelas, retas e com a distância entre cada uma delas de no máximo 1 cm e no mínimo 0,5 cm.

3.º passo: as linhas que estiverem dentro do desenho da mão deverão ter certa inclinação ou certo arredondamento.

4.º passo: siga os passos 2 e 3 até que se complete de linhas toda a folha de papel sulfite.

5.º passo: finalize utilizando canetinhas coloridas, repetindo todo o processo nas imagens acima, sem deixar nenhum espaço em branco.

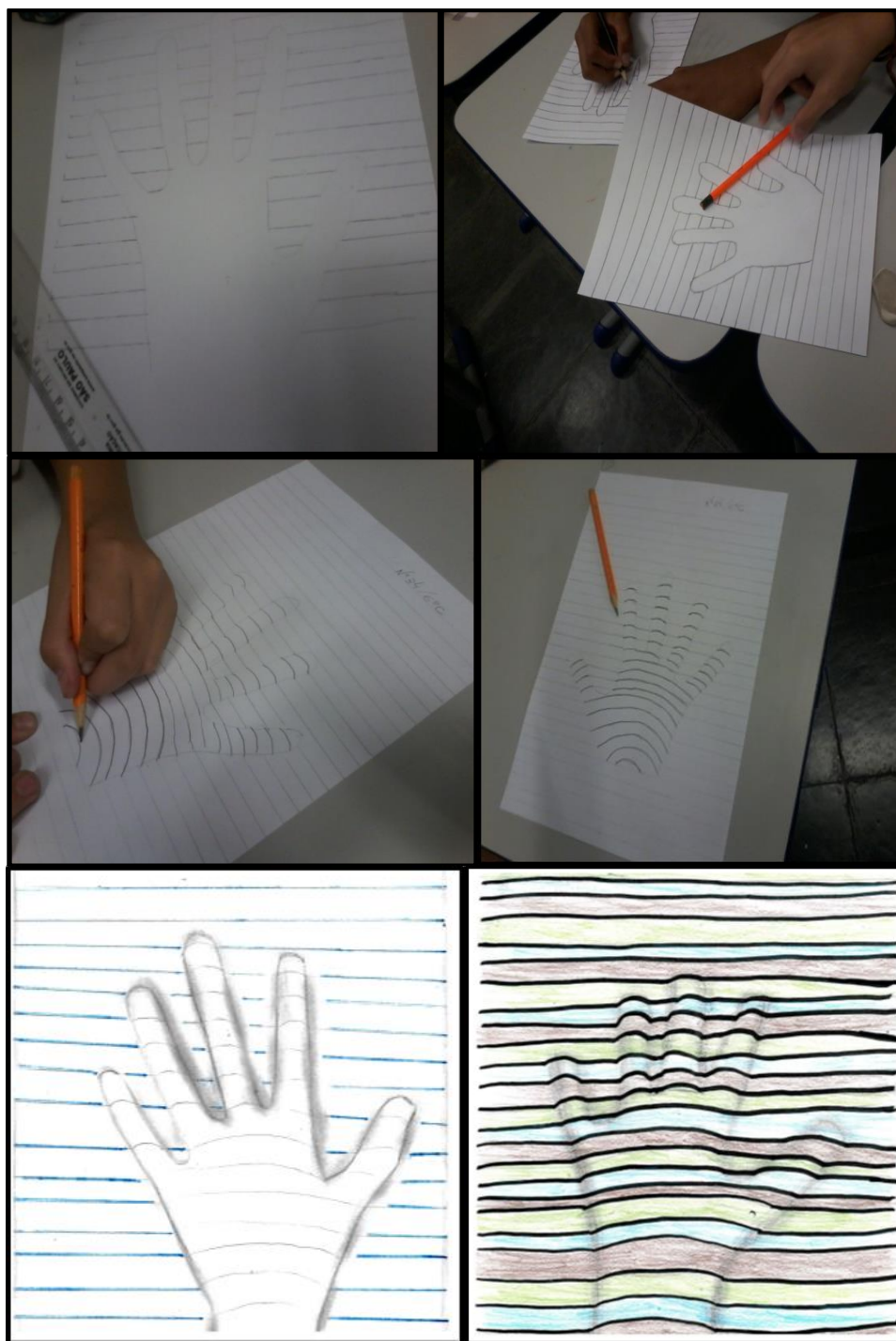
6.º passo: Podemos também optar pela utilização apenas do lápis preto como J Desenhos e fazer o sombreamento em torno do desenho para destacar a luz e sombra, surgindo a profundidade, a tridimensionalidade. Crie a ilusão de vida e movimento aos seus desenhos.



**Figura 45 – Mão em 3D**

Fonte: <<http://www.arteblog.net/2012/12/28/como-fazer-desenho-com-efeito-3d-a-mao-passo-a-passo/>> e <[https://www.facebook.com/naslinhasdocaderno/photos\\_stream](https://www.facebook.com/naslinhasdocaderno/photos_stream)>.

**5.1-** Agora crie seu próprio desenho 3D utilizando a mesma ideia do desenho “Mão em 3D” de J Desenhos. E não se esqueça de como a Matemática básica é importante para a criação e para dar vida aos seus desenhos. E esses conceitos básicos de Matemática e Arte como retas, curvas, simetria e cores, luz, sombra dentre outros, criam a ilusão de 3D nas obras pintadas de modo bidimensional.



**Figura 46 – Atividade desenvolvida pelos alunos**  
Fonte: Elaborado pela Autora

Foi produtivo e os alunos participaram ativamente desenvolvendo a sua visão geométrica através da leitura de imagem bi e tridimensional, principalmente a ilusão 3D e a produção de seu fazer artístico, criatividade e sensibilidade. Resultou-se em satisfatória a aprendizagem desses conceitos geométricos, colocando a mão na massa e construindo sua própria mão 3D.

Finalizamos esta sequência a partir do saber de técnicas e o fazer geométrico as suas produções artísticas e o desenvolvimento da Metodologia Triangular.

A seguir deu-se início à Sequência didática C contendo um banco de questões envolvendo os conceitos geométricos trabalhados nas sequências anteriores, como revisão e constatação da ampliação ou não da aprendizagem de conceitos geométricos nas obras de arte, nas transformações geométricas, no cotidiano e na realidade social.

#### **4.3 Sequência Didática C – Banco de Questões**

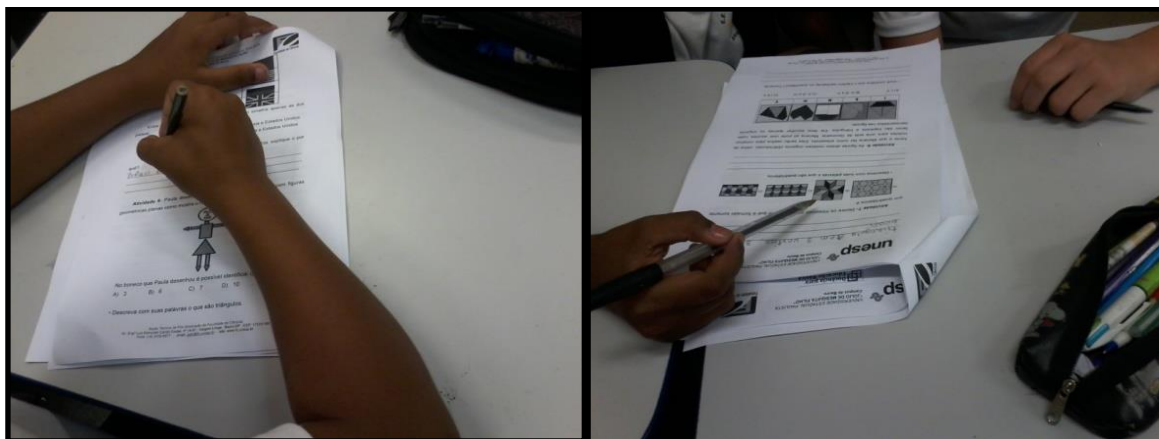
Finalmente, no décimo segundo (12.º), décimo terceiro (13.º) e décimo quarto (14.º) encontros, a atividade seis (6) ou questionário seis (6) envolveu a Sequência Didática C – Banco de Questões sobre “Geometria básica” contendo vinte (20) atividades com questões objetivas e dissertativas (abertas), onde se verificou se a aprendizagem foi significativa e se gerou conhecimento, em especial geométrico. E, na conclusão da análise de desenvolvimento segue em destaque o resultado parcialmente satisfatório (PS) e o satisfatório (S). As atividades foram adaptadas pela professora para melhor desenvolvimento dos conceitos geométricos, bem como, para a participação dos alunos na construção do seu próprio conhecimento.

E assim, no decorrer da aplicação da Sequência Didática C – Banco de Questões propiciou-se o “desenvolver a argumentação, de modo que os alunos não se satisfaçam apenas com a produção de respostas a afirmações, mas, assumam a atitude de sempre tentar justificá-las. [...] para que o aluno reconheça a importância das demonstrações em Matemática”, conforme consta nos PCNs (BRASIL, 1998, p. 71). A partir de então foi trabalhada a análise da ampliação dos conceitos

geométricos e o ensino-aprendizagem da Matemática e a contextualização com outras áreas de conhecimento, conforme a Metodologia Triangular.

Ao término do Banco de Questões, realizou-se uma conversa final, com a análise e a observação de todo o processo ensino-aprendizagem para verificar se despertou uma atitude positiva nos alunos em querer aprender Matemática e também foram tecidos os agradecimentos pela colaboração.

Nestes encontros (12.º, 13.º e 14.º) participaram 28 (vinte e oito) alunos formando-se tríades, díades ou individual. Observou-se durante todo o processo que a maioria dos alunos gostam de trabalhar em equipe ou grupo, mas, há aqueles que não gostam e preferem o trabalho individual. Então, essa atividade foi organizada da melhor forma possível para que os alunos se sentissem bem e acomodados, formando então 1 (uma) tríade, 12 (doze) díades e 1 (um) individual, num total de 14 (catorze) grupos com 28 (vinte e oito) alunos. O foco foi a ampliação dos conhecimentos em conceitos geométricos, em especial a “Geometria básica”, na propiciação da revitalização da Geometria utilizando como recursos principais a interdisciplinaridade entre a Arte e a Matemática.



**Figura 47 – Alunos desenvolvendo o Banco de Questões**

Fonte: Elaborada pela Autora

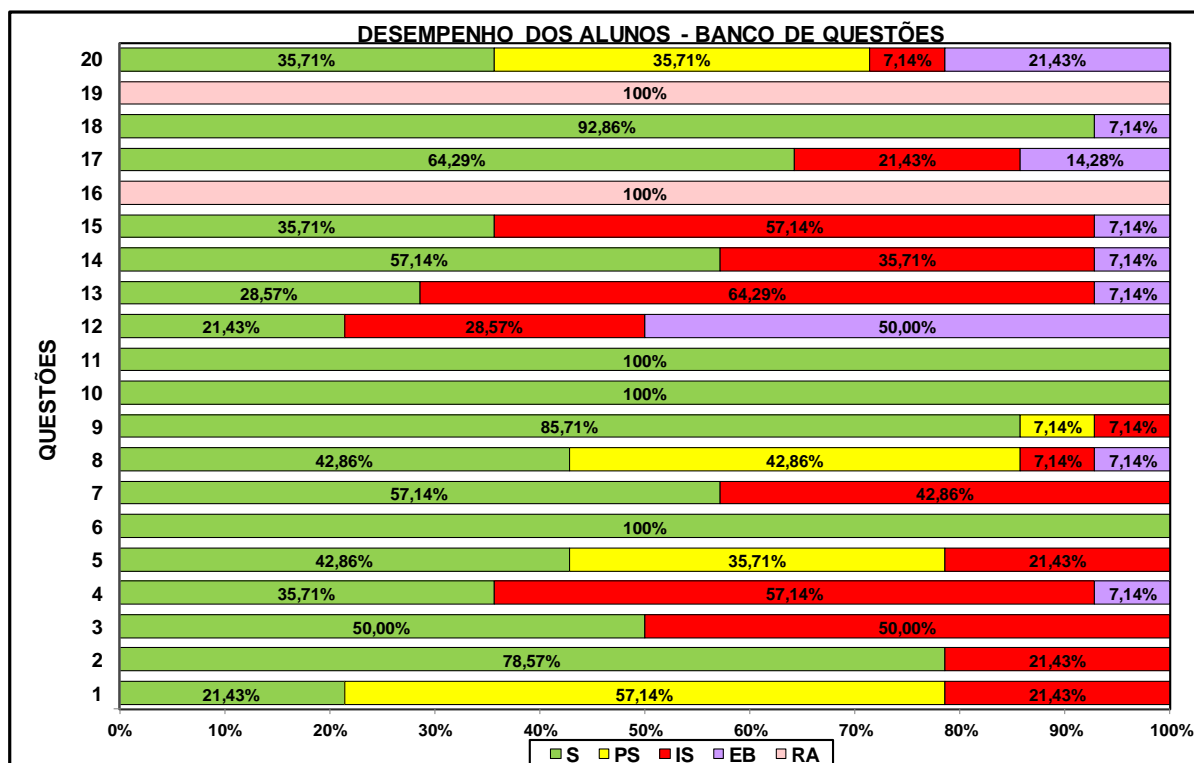
A seguir o Quadro 5 (cinco) e o Gráfico 4 (quatro) apresentam o desempenho dos alunos nas 20 (vinte) atividades formadas pelo Banco de Questões (Sequência Didática C) nas questões objetivas ou abertas e o Quadro 6 (seis) e o Gráfico 5 (cinco) apresentam o desempenho dos alunos nas questões dissertativas (abertas).

<b>DESEMPENHO ATIVIDADES – BANCO DE QUESTÕES – GRUPOS (14) – ALUNOS (28)</b>										
	<b>S</b>	<b>%</b>	<b>PS</b>	<b>%</b>	<b>IS</b>	<b>%</b>	<b>EB</b>	<b>%</b>	<b>RA</b>	<b>%</b>
<b>1</b>	3	21,43	8	57,14	3	21,43	0	0,00	0	0,00
<b>2</b>	11	78,57	0	0,00	3	21,43	0	0,00	0	0,00
<b>3</b>	7	50,00	0	0,00	7	50,00	0	0,00	0	0,00
<b>4</b>	5	35,71	0	0,00	8	57,14	1	7,14	0	0,00
<b>5</b>	6	42,86	5	35,71	3	21,43	0	0,00	0	0,00
<b>6</b>	14	100,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00
<b>7</b>	8	57,14	0	0,00	6	42,86	0	0,00	0	0,00
<b>8</b>	6	42,86	6	42,86	1	7,14	1	7,14	0	0,00
<b>9</b>	12	85,71	1	7,14	1	7,14	0	0,00	0	0,00
<b>10</b>	14	100,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00
<b>11</b>	14	100,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00
<b>12</b>	3	21,43	0	0,00	4	28,57	7	50,00	0	0,00
<b>13</b>	4	28,57	0	0,00	9	64,29	1	7,14	0	0,00
<b>14</b>	8	57,14	0	0,00	5	35,71	1	7,14	0	0,00
<b>15</b>	5	35,71	0	0,00	8	57,14	1	7,14	0	0,00
<b>16</b>	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	14	100,00
<b>17</b>	9	64,29	0	0,00	3	21,43	2	14,28	0	0,00
<b>18</b>	13	92,86	0	0,00	0	0,00	1	7,14	0	0,00
<b>19</b>	0	0,00	0	0,00	0	0,00	0	0,00	14	100,00
<b>20</b>	5	35,71	5	35,71	1	7,14	3	21,43	0	0,00

Legenda: S= Satisfatório; PS= Parcialmente Satisfatório; IS= Insatisfatório; EB= Em Branco; RA= Resposta Aberta.

#### **Quadro 5 – Desempenho dos alunos nas atividades Banco de Questões**

Fonte: Elaborado pela Autora



Legenda: S= Satisfatório; PS= Parcialmente Satisfatório; IS= Insatisfatório; EB= Em Branco; RA= Resposta Aberta.

**Gráfico 4 – Desempenho dos alunos nas atividades Banco de Questões**

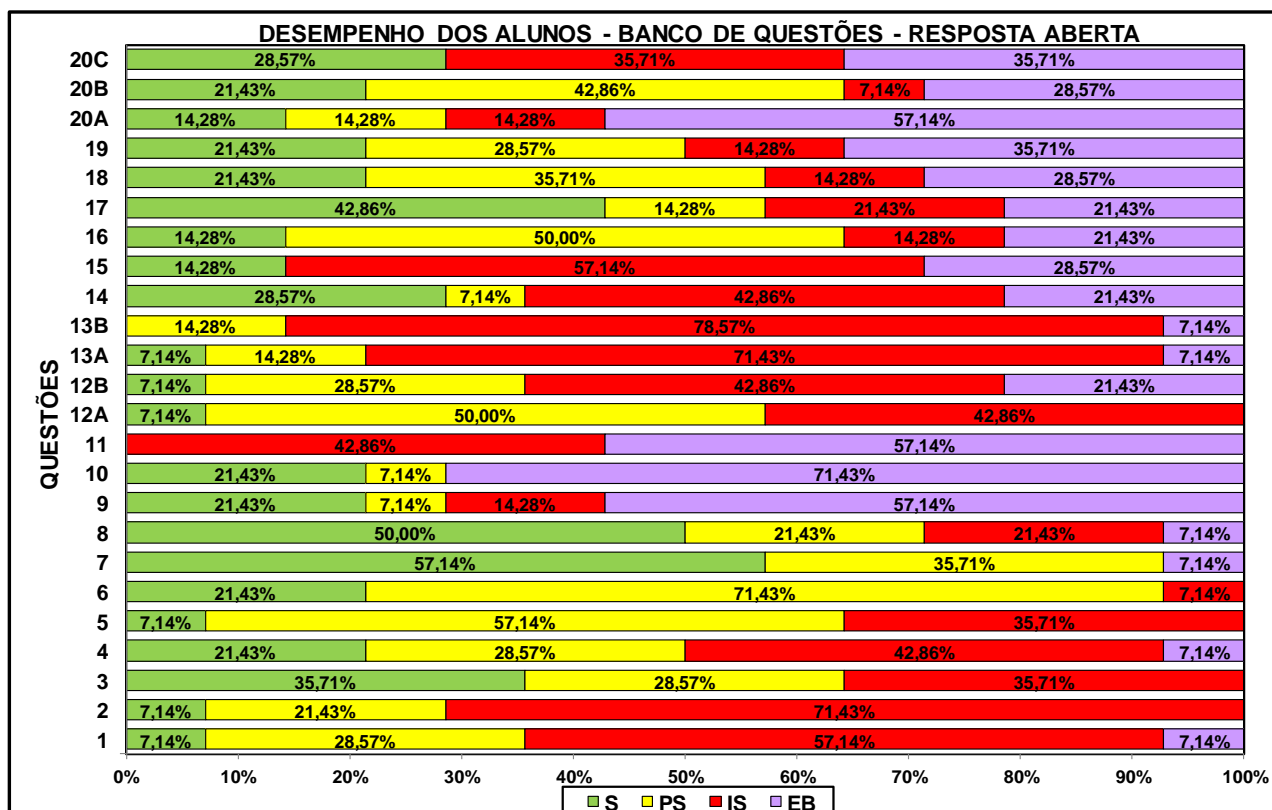
Fonte: Elaborado pela Autora

<b>DESEMPENHO ATIVIDADES – BANCO DE QUESTÕES – RESPOSTA ABERTA – GRUPOS (14) – ALUNOS (28)</b>								
	<b>S</b>	<b>%</b>	<b>PS</b>	<b>%</b>	<b>IS</b>	<b>%</b>	<b>EB</b>	<b>%</b>
<b>1</b>	1	7,14	4	28,57	8	57,14	1	7,14
<b>2</b>	1	7,14	3	21,43	10	71,43	0	0,00
<b>3</b>	5	35,71	4	28,57	5	35,71	0	0,00
<b>4</b>	3	21,43	4	28,57	6	42,86	1	7,14
<b>5</b>	1	7,14	8	57,14	5	35,71	0	0,00
<b>6</b>	3	21,43	10	71,43	1	7,14	0	0,00
<b>7</b>	8	57,14	5	35,71	0	0,00	1	7,14
<b>8</b>	7	50,00	3	21,43	3	21,43	1	7,14
<b>9</b>	3	21,43	1	7,14	2	14,28	8	57,14
<b>10</b>	3	21,43	1	7,14	0	0,00	10	71,43
<b>11</b>	0	0,00	0	0,00	6	42,86	8	57,14
<b>12 A</b>	1	7,14	7	50,00	6	42,86	0	0,00
<b>12 B</b>	1	7,14	4	28,57	6	42,86	3	21,43
<b>13 A</b>	1	7,14	2	14,28	10	71,43	1	7,14
<b>13 B</b>	0	0,00	2	14,28	11	78,57	1	7,14
<b>14</b>	4	28,57	1	7,14	6	42,86	3	21,43
<b>15</b>	2	14,28	0	0,00	8	57,14	4	28,57
<b>16</b>	2	14,28	7	50,00	2	14,28	3	21,43
<b>17</b>	6	42,86	2	14,28	3	21,43	3	21,43
<b>18</b>	3	21,43	5	35,71	2	14,28	4	28,57
<b>19</b>	3	21,43	4	28,57	2	14,28	5	35,71
<b>20 A</b>	2	14,28	2	14,28	2	14,28	8	57,14
<b>20 B</b>	3	21,43	6	42,86	1	7,14	4	28,57
<b>20 C</b>	4	28,57	0	0,00	5	35,71	5	35,71

Legenda: S= Satisfatório; PS= Parcialmente Satisfatório; IS= Insatisfatório; EB= Em Branco

**Quadro 6 – Desempenho dos alunos nas atividades Banco de Questões – Resposta Aberta**

Fonte: Elaborado pela Autora



Legenda: S= Satisfatório; PS= Parcialmente Satisfatório; IS= Insatisfatório; EB= Em Branco

### Gráfico 5 – Desempenho dos alunos nas atividades Banco de Questões – Resposta Aberta

Fonte: Elaborado pela Autora

Banco de Questões: Avaliação Diagnóstica (AD), Avaliação Nacional de Alfabetização (ANA), Prova Brasil, Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), dentre outras.

**Obs.:** Algumas atividades foram adaptadas pela autora.

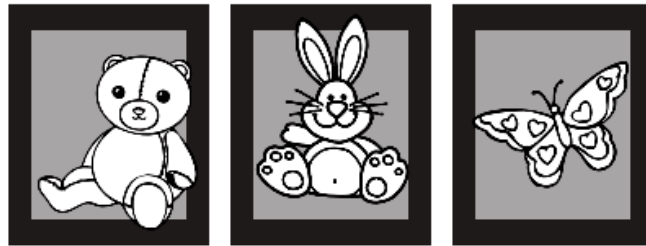
Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 1 obteve pelos grupos o desempenho de 3 (três) satisfatórios, 8 (oito) parcialmente satisfatórios, 3 (três) insatisfatórios. Observou-se que todas as alternativas foram escolhidas como resposta e que houve uma confusão por parte dos alunos na identificação dos quadros, em relação às formas geométricas. Concluiu-se que 57,14% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 21,43% satisfatórios.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 a atividade 1 obteve pelos grupos o desempenho de 1 (um) satisfatório, 4 (quatro) parcialmente satisfatórios, 8 (oito) insatisfatórios e 1 (um) em branco. Observou-se que alguns alunos confundiram a simetria com formas geométricas e não perceberam que a borboleta, de acordo com



seu ângulo ou posição no quadro, possui simetria e os outros não. Concluiu-se que 28,57% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 7,14% satisfatórios.

**Atividade 1-** Observe abaixo os quadros que estão pendurados na parede do quarto de Isabela.



- Esses quadros lembram a forma geométrica do \_\_\_\_?
- A) círculo.      B) quadrado.      C) retângulo.      D) triângulo.

• Observando as imagens e sua posição no quadro. Qual dessas imagens de acordo com sua posição representa melhor a Simetria? E por quê?

Fonte: Simulado 17 – Avaliação Nacional de Alfabetização (ANA) – 3.º Ano – SAEMI-PE – Matemática. Disponível em: <<http://profwarles.blogspot.com.br/2012/07/simulados-preparatorio-para-prova.html>>. Acesso em: 06 dez. 2015.

Algumas respostas dos Alunos:

Grupo de Alunos: 01 e 1

- A) círculo.      B) quadrado.      ~~C) retângulo.~~      D) triângulo.

Grupo de Alunos: 07

- ~~A) círculo.~~      B) quadrado.      C) retângulo.      D) triângulo.

Grupo de Alunos: 09 e 11

- A) círculo.      ~~B) quadrado.~~      C) retângulo.      D) triângulo.

Grupo de Alunos: 15 e 29

- A) círculo.      B) quadrado.      C) retângulo.       D) triângulo.

Grupo de Alunos: 04 e 16

*É urso, porque o urso está em um ângulo diferente do da borboleta e do coelho.*

Grupo de Alunos: 13 e 20

*É borboleta, porque contém partes iguais; se tiramos uma metade, as outras são iguais a outra.*

Faculdade de Ciências

Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 2 obteve pelos grupos o desempenho de 11 (onze) satisfatórios e 3(três) insatisfatórios. Observou-se que a única alternativa que não foi escolhida pelos alunos foi a letra A cilindro e que ainda há dificuldade na identificação de figuras e formas geométricas e sua nomenclatura. Concluiu-se que 0% dos resultados dos grupos foi parcialmente satisfatório e 78,57% foram satisfatórios.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 a atividade 2 obteve pelos grupos o desempenho de 1 (um) satisfatório, 3 (três) parcialmente satisfatórios, 10 (dez) insatisfatórios. Observou-se que houve dificuldade de visualização geométrica e na verificação se havia ou não simetria. Concluiu-se que 21,43% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 7,14% satisfatórios.

**Atividade 2-** Observe abaixo o desenho de um equipamento de sinalização.



• Esse equipamento lembra qual forma geométrica?

- A) Cilindro.      B) Cone.      C) Esfera.      D) Pirâmide

- Você considera essa figura simétrica? Por quê?

Fonte: Simulado 17 – Avaliação Nacional de Alfabetização (ANA) – 3.º Ano – SAEMI – PE – Matemática. Disponível em: <<http://profwarles.blogspot.com.br/2012/07/simulados-preparatorio-para-prova.html>>. Acesso em: 06 dez. 2015.

Grupos de Alunos: 01 e 18

- A) Cilindro.     B) Cone.    C) Esfera.    D) Pirâmide

Não, porque a parte de baixo do cone tem largura e fundura.

Grupos de Alunos: 03, 12 e 17

- A) Cilindro.    B) Cone.     C) Esfera.    D) Pirâmide

Não, pois se cortar com uma linha vai girar e não vai em alguns lugares!

Grupos de Alunos: 07

- A) Cilindro.     B) Cone.    C) Esfera.    D) Pirâmide

Sim, porque os lados são iguais

Grupos de Alunos: 14 e 27

- A) Cilindro.    B) Cone.    C) Esfera.     D) Pirâmide

Sim, porque ela possui formas geométricas

Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 3 obteve pelos grupos o desempenho de 7 (sete) satisfatórios e 7 (sete) insatisfatórios. Observou-se que os alunos ainda não assimilaram o conceito de simetria de reflexão. Concluiu-se que 0% dos resultados dos grupos foi parcialmente satisfatório e 50% satisfatórios.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 a atividade 3 obteve pelos grupos o desempenho de 5 (cinco) satisfatórios, 4 (quatro) parcialmente satisfatórios, 5 (cinco) insatisfatórios. Observou-se que a maioria dos alunos compreende os conceitos de transformações geométricas, mas não conseguem diferenciar esses conceitos em imagens desenvolvendo a visão geométrica e, com isso, houve uma confusão entre

os tipos de simetria. Concluiu-se que 28,57% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 35,71% satisfatórios.

**Atividade 3-** A professora Marli pediu para a sua aluna Ana Paula observar a figura e fazer um desenho mostrando como fica a reflexão da bandeirinha sobre o eixo de simetria  $r$ .



Assinale a alternativa que mostra o desenho correto de Ana Paula.



• Essa figura representa uma transformação geométrica chamada Simetria (reflexão, rotação, translação). Qual Simetria ela representa? Por quê?

Fonte: Adaptada – Banco de Questões – SARESP – 6.<sup>a</sup> Série/7.<sup>o</sup> Ano. Disponível em: <[http://www.fai.com.br/portal/pibid/adm/atividades\\_anexo/0a04b41489a1434a01ebb737645b9666.pdf](http://www.fai.com.br/portal/pibid/adm/atividades_anexo/0a04b41489a1434a01ebb737645b9666.pdf)>. Acesso em: 06 dez. 2015.

Grupos de Alunos: 02 e 36



*translação, porque a palmeira já  
falou o que significa na  
figura.*

Grupos de Alunos: 04 e 16



Reflexão, porque a bandeirinha  
está sendo espelhada.

Grupos de Alunos: 13 e 20



Reflexão, porque de um lado ela pode gerar  
para outro.

Grupos de Alunos: 15 e 29



Reflexão! Porque ela espelha sua própria  
imagem

Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 4 obteve pelos grupos o desempenho de 5 (cinco) satisfatórios, 8 (oito) insatisfatórios e 1 (um) em branco. Observou-se que a única alternativa não escolhida pelos alunos foi a letra D e continuou a confusão entre a combinação de elementos e conceitos geométricos, em especial a simetria. Concluiu-se que 0% dos resultados dos grupos foi parcialmente satisfatório e 35,71% satisfatórios.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 a atividade 4 obteve pelos grupos o desempenho de 3 (três) satisfatórios, 4 (quatro) parcialmente satisfatórios, 6 (seis) insatisfatórios e 1 (um) em branco. Observou-se que, em continuidade, ainda existe por parte dos alunos certa confusão em simetria e os tipos de simetria e suas combinações. Concluiu-se que 28,57% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 21,43% satisfatórios.

**Atividade 4-** O pátio da escola de Pedro foi enfeitado com bandeirolas coloridas para a festa junina. O professor de matemática, encarregado dessa tarefa, resolveu propor aos alunos as seguintes condições para a confecção das bandeirolas:

- Devem ser formadas por três faixas, como o modelo abaixo;



- Para as faixas 1 e 3 devem ser usadas as cores Verde, Amarelo, Vermelho, ou Azul;
- Para a faixa 2 podem-se usar apenas as cores Amarelo ou Vermelho;
- Todas as bandeirolas deverão ter **3 cores distintas**.

Antes de iniciar o trabalho, o professor propôs que os alunos descobrissem o número de bandeirolas diferentes que poderiam ser obtidas com essas condições.

A turma, que resolveu corretamente o problema, descobriu que esse número é:

- A) 10                      B) 12                      C) 16                      D) 20

• Você considera que as bandeirolas são figuras simétricas? Por quê? Caso afirmativo, qual Simetria elas representam?

Fonte: Adaptada – Banco de Questões – SARESP – 8.ª Série/9.º Ano. Disponível em: <[http://www.fai.com.br/portal/pibid/adm/atividades\\_anexo/0a04b41489a1434a01ebb737645b9666.pdf](http://www.fai.com.br/portal/pibid/adm/atividades_anexo/0a04b41489a1434a01ebb737645b9666.pdf)>. Acesso em: 06 dez. 2015.

Grupo de Alunos: 01 e 18

- A) 10                      ~~B) 12~~                      C) 16                      D) 20

*Sim, rotacional porque a figura ela pode se mover em várias formas*

Grupo de Alunos: 13 e 20

- A) 10                      B) 12                      ~~C) 16~~                      D) 20

*Sim porque podemos encaixá-las umas nas outras*

Grupo de Alunos: 14 e 27

- ~~A) 10~~                      B) 12                      C) 16                      D) 20

*não considero como figura simétrica.*

Grupo de Alunos: 25 e 28

- A) 10                      ~~B) 12~~                      C) 16                      D) 20

*Sim, porque são formas geométricas translacionadas*

Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 5 obteve pelos grupos o desempenho de 6 (seis) satisfatórios, 5 (cinco) parcialmente satisfatórios, 3 (três) insatisfatórios. Observou-se que todas as alternativas foram escolhidas pelos alunos, tornando uma confusão na aprendizagem destes conceitos geométricos, principalmente em imagens. Concluiu-se que 35,71% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 42,86% satisfatórios.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 a atividade 5 obteve pelos grupos o desempenho de 1 (um) satisfatório, 8 (oito) parcialmente satisfatórios, 5 (cinco) insatisfatórios. Observou-se que há diversidade nas respostas dos alunos e que, novamente, há a demonstração de confusão sobre os conceitos geométricos em especial a simetria em imagens. Concluiu-se que 57,14% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 7,14% satisfatórios.

**Atividade 5-** Ao final dos resultados das Olimpíadas de Pequim, os quatro primeiros países no rol de medalhas foram:

China	
Estados Unidos	
Rússia	
Grã Bretanha	

Entre as bandeiras desses países, apresentam simetria apenas as dos países:

- |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|
| A) Grã - Bretanha e China.  | B) Rússia e Estados Unidos. |
| C) Rússia e Grã - Bretanha. | D) China e Estados Unidos.  |

- As bandeiras dos outros países não possuem Simetria, explique o porquê?.

Grupo de Alunos: 06 e 26

- A) Grã Bretanha e China. B) Rússia e Estados Unidos.  
 C) Rússia e Grã Bretanha. D) China e Estados Unidos

Porque tem estrelas e quadrado

Grupo de Alunos: 07

- A) Grã Bretanha e China. B) Rússia e Estados Unidos.  
 C) Rússia e Grã Bretanha. D)  China e Estados Unidos

Porque o desenho está errado

Grupo de Alunos: 09 e 11

- A) Grã Bretanha e China. B) Rússia e Estados Unidos.  
 C) Rússia e Grã Bretanha. D) China e Estados Unidos

Porque eles não possuem simetria

Grupo de Alunos: 13 e 20

- A) Grã Bretanha e China. B)  Rússia e Estados Unidos.  
 C) Rússia e Grã Bretanha. D) China e Estados Unidos

Porque eles não se encaixam perfeitamente

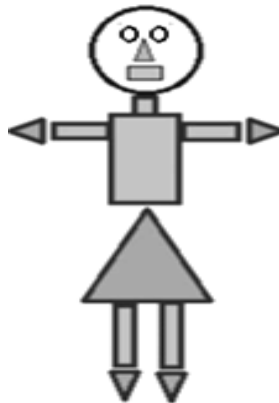
Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 6 obteve pelos grupos o desempenho de 14 (catorze) satisfatórios. Observou-se que todos os alunos marcaram a letra B e demonstraram conhecimento visual dos conceitos geométricos básicos, em especial o triângulo. Concluiu-se que 0% dos resultados dos grupos foi parcialmente satisfatório e 100% satisfatórios.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 a atividade 6 obteve pelos grupos o desempenho de 3 (três) satisfatórios, 10 (dez) parcialmente satisfatórios, 1 (um) insatisfatórios. Observou-se que parte dos alunos relacionaram o triângulo como uma figura plana, de três lados e três pontas, mas, ainda há uma pequena confusão



sobre sua definição ou conceitos geométricos. Concluiu-se que 71,43% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 21,43% satisfatórios.

**Atividade 6-** Paula desenhou em seu caderno um boneco com figuras geométricas planas como mostra o modelo a seguir:



No boneco que Paula desenhou é possível identificar quantos triângulos?

- A) 3      B) 6      C) 7      D) 10

- Descreva com suas palavras o que são triângulos.

Fonte: Adaptada – 2.ª Prova Diagnóstica – 2014 – 5.º Ano – SEDUC-GO – Matemática.  
Disponível em: <<http://profwarles.blogspot.com.br/2012/07/simulados-preparatorio-para-prova.html>>.  
Acesso em: 06 dez. 2015.

Grupo de Alunos: 04 e 16

- A) 3      ~~B) 6~~      C) 7      D) 10

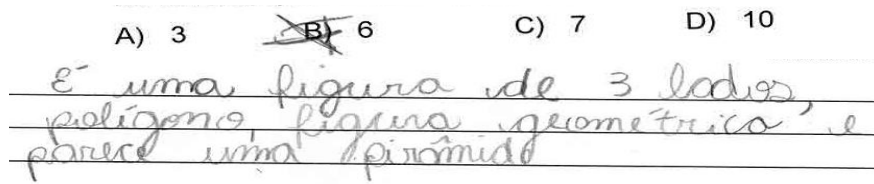
Triângulos são figuras de três lados que possuem base e que contêm uma ponta e ele é plano.

Grupo de Alunos: 09 e 11

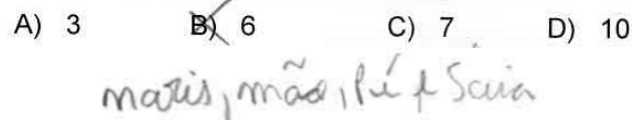
- A) 3      ~~B) 6~~      C) 7      D) 10

Triângulos são uma figuras de 3 lados com 3 pontas (Pontas) e 3 ângulos, e são tridimensionais.

Grupo de Alunos: 14 e 27



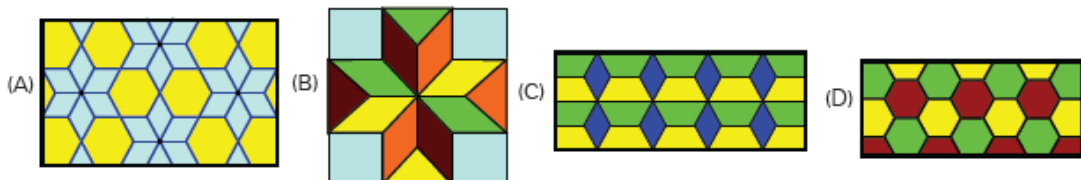
Grupo de Alunos: 15 e 29



Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 7 obteve pelos grupos o desempenho de 8 (oito) satisfatórios e 6 (seis) insatisfatórios. Observou-se que parte dos alunos acertaram a alternativa correta, ou seja, a letra C e demonstraram o conhecimento visual dos conceitos geométricos básicos, em especial o quadrilátero. Concluiu-se que 0% dos resultados dos grupos foi parcialmente satisfatório e 57,14% satisfatórios.

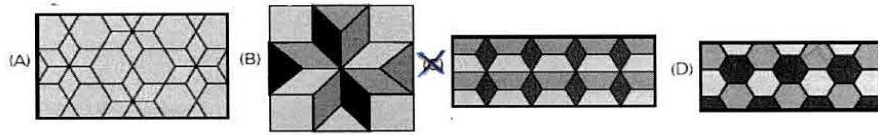
Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 a atividade 7 obteve pelos grupos o desempenho de 8 (oito) satisfatórios, 5 (cinco) parcialmente satisfatórios e 1 (um) em branco. Observou-se que uma parte dos alunos relacionou o quadrilátero como uma figura de quatro lados, mas, ainda houve uma pequena confusão sobre sua definição ou conceitos geométricos, principalmente em relacioná-lo a ter quatro ângulos de 90° (reto). Concluiu-se que 35,71% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 57,14% satisfatórios.

**Atividade 7-** Dentre os mosaicos abaixo, aquele que é formado somente por quadriláteros é:



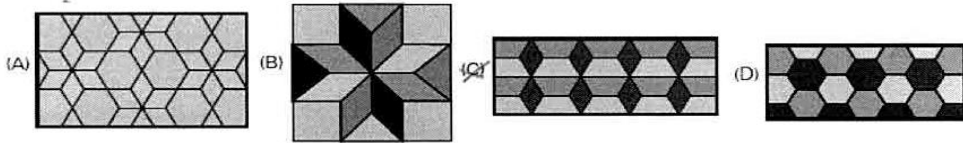
- Descreva com suas palavras o que são quadriláteros.

Grupo de Alunos: 04 e 16



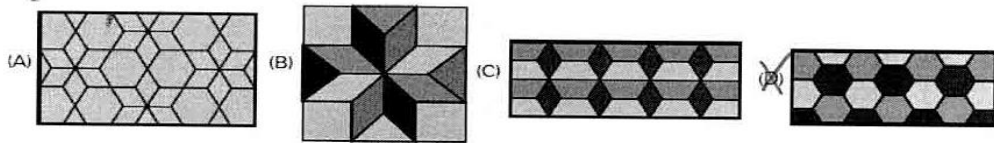
Quadriláteros são figuras poligonais de quatro lados.

Grupo de Alunos: 06 e 26



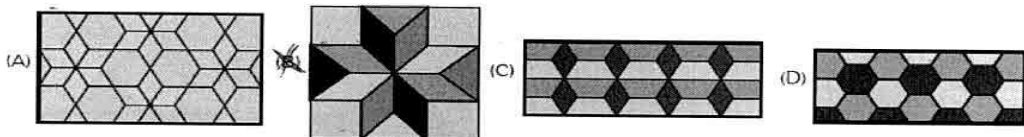
São formas com 4 lados retos.

Grupo de Alunos: 07



QUADRILÁTEROS SÃO FIGURAS QUE TEM 4 LADOS

Grupo de Alunos: 21 e 30



quadrilátero 90° graus em todos os lados e é quadrado

Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 8 obteve pelos grupos o desempenho de 6 (seis) satisfatórios, 6 (seis) parcialmente satisfatórios, 1 (um) insatisfatório e 1 (um) em branco. Observou-se que uma parte dos alunos desenvolveu a análise visual geométrica em relação aos triângulos e trapézios da imagem. Concluiu-se que 42,86% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 42,86% satisfatórios.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 a atividade 8 obteve pelos grupos o desempenho de 7 (sete) satisfatórios, 3 (três) parcialmente satisfatórios, 3 (três)

insatisfatórios e 1 (um) em branco. Observou-se que uma parte dos alunos relacionou o trapézio como uma figura de quatro lados, mas, ainda houve uma pequena confusão sobre sua definição ou conceitos geométricos. Concluiu-se que 21,43% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 50,00% satisfatórios.

**Atividade 8-** As figuras abaixo mostram origamis (dobraduras), vistos de frente e que Mariana faz como artesanato. Eles serão usados para construir móveis para uma aula de Geometria. Mariana só pode usar aqueles cujas faces são trapézios e triângulos. Ela deve escolher apenas os origamis representados nas figuras:



A) I, II

B) II, III e V

C) II, III e IV

D) I e V

- Você considera que o trapézio representa um quadrilátero? Comente.

Fonte: Banco de Questões – SARESP – 6.<sup>a</sup> Série/7.<sup>o</sup> Ano. Disponível em: [http://www.fai.com.br/portal/pibid/adm/atividades\\_anexo/0a04b41489a1434a01ebb737645b9666.pdf](http://www.fai.com.br/portal/pibid/adm/atividades_anexo/0a04b41489a1434a01ebb737645b9666.pdf) >. Acesso em: 06 dez. 2015.

Grupo de Alunos: 03, 12 e 17

A) I, II

 B) II, III e V

C) II, III e IV

D) I e V

Sim algumas formas são quadriláteros trapézios, não quadriláteros.

Grupo de Alunos: 04 e 16

 A) I, II

B) II, III e V

C) II, III e IV

D) I e V

Sim, porque ele tem quatro lados e é um polígono.

Grupo de Alunos: 09 e 11

A) I, II      B) II, III e V      C) II, III e IV      ~~D) I e V~~  
Sim, Ele tem quatro lados

Grupo de Alunos: 23 e 34

~~A) I, II~~      B) II, III e V      C) II, III e IV      D) I e V  
sim, pois ele tem quatro lados

Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 9 obteve pelos grupos o desempenho de 12 (doze) satisfatórios, 1 (um) parcialmente satisfatório, 1 (um) insatisfatório. Em continuidade, observou-se que a maioria dos alunos demonstraram uma visão geométrica em relação aos conceitos sobre os triângulos na imagem dos sólidos platônicos. Concluiu-se que 7,14% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 85,71% satisfatórios.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 a atividade 9 obteve pelos grupos o desempenho de 3 (três) satisfatórios, 1 (um) parcialmente satisfatório, 2 (dois) insatisfatórios e 8 (oito) em branco. Observou-se que uma parte dos alunos não optou em justificar sua resposta e novamente a dificuldade em responder questões dissertativas e/ou/abertas, deixando-as em branco. Concluiu-se que 7,14% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 21,43% satisfatórios.

**Atividade 9-** As figuras a seguir se referem aos sólidos Platônicos.



• Qual desses sólidos que a planificação é formada apenas por triângulos?

- A) Dodecaedro, Icosaedro e Cubo.  
 B) Tetraedro, Octaedro e Icosaedro.  
 C) Tetraedro, Octaedro e Cubo.  
 D) Dodecaedro, Octaedro e Icosaedro.

Grupo de Alunos: 02 e 36

- A) Dodecaedro, Icosaedro e Cubo.
- B) Tetraedro, Octaedro e Icosaedro.
- C) Tetraedro, Octaedro e Cubo.
- D) Dodecaedro, Octaedro e Icosaedro.

Letra B

Grupo de Alunos: 13 e 20

- A) Dodecaedro, Icosaedro e Cubo.
- B) Tetraedro, Octaedro e Icosaedro.
- C) Tetraedro, Octaedro e Cubo.
- D) Dodecaedro, Octaedro e Icosaedro.

tetraedro, octaedro, icosaedro

Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 10 obteve pelos grupos o desempenho de 14 (catorze) satisfatórios. Observou-se que todos os alunos acertaram a alternativa B e demonstraram o conhecimento visual geométrico sobre os quadriláteros e as figuras e formas geométricas. Concluiu-se que 0% dos resultados dos grupos foi parcialmente satisfatório e 100% satisfatórios.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 a atividade 10 obteve pelos grupos o desempenho de 3 (três) satisfatórios, 1 (um) parcialmente satisfatório e 10 (dez) em branco. Observou-se, novamente, que uma parte dos alunos não optou por justificar sua resposta, deixando-as em branco. Concluiu-se que 7,14% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 21,43% satisfatórios.

**Atividade 10-** Carlos montou o desenho a seguir utilizando o Tangram (quebra-cabeça chinês que ao posicionar as 7 peças com movimentações e rotações forma diversas figuras).



• Quantos quadriláteros do Tangram Carlos utilizou?

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4

Fonte: 2.<sup>a</sup> Prova Diagnóstica – 2014 – 5.<sup>o</sup> Ano – SEDUC-GO – Matemática. Disponível em: <<http://profwarles.blogspot.com.br/2012/07/simulados-preparatorio-para-prova.html>>. Acesso em: 06 dez. 2015.

Grupo de Alunos: 03, 12 e 17

- (A) 1      ~~(B) 2~~      (C) 3      (D) 4

ele utilizou 2 peças de quadriláteros.

Grupo de Alunos: 13 e 20

- (A) 1      ~~(B) 2~~      (C) 3      (D) 4

ele utilizou dois quadriláteros.

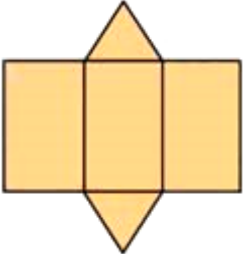

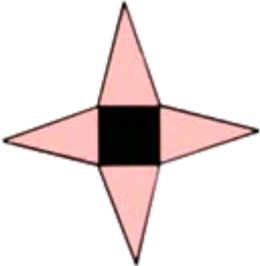
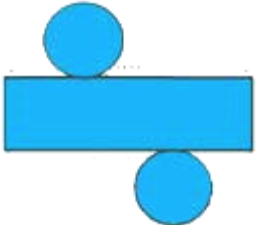
Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 11 obteve pelos grupos o desempenho de 14 (catorze) satisfatórios. Observou-se que todos os alunos acertaram a alternativa correta, ou seja, a letra D, demonstrando novamente os conhecimentos visuais geométricos de figuras e formas em sua planificação (bidimensional) e sua forma (tridimensional). Concluiu-se que 0% dos resultados dos grupos foi parcialmente satisfatório e 100% satisfatórios.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 a atividade 11 obteve pelos grupos o desempenho de 6 (seis) insatisfatórios e 8 (oito) em branco. Observou-se novamente, que uma parte dos alunos não optou por justificar sua resposta, deixando-as em branco e os que justificaram nada mencionaram sobre os conceitos geométricos do cilindro. Concluiu-se que não houve resultados parcialmente satisfatórios e nem satisfatórios.

**Atividade 11-** Observe o bumbo que Beto gosta de tocar. Ele tem a forma de um cilindro.

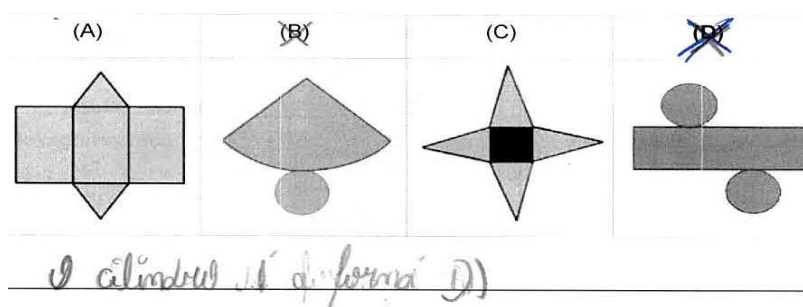


• Qual é o molde do cilindro?

(A)	(B)	(C)	(D)
			

Fonte: Prova Brasil de Matemática – 5.º Ano: Espaço e Forma. Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/prova-brasil-espaco-forma-475540.shtml>. Acesso em: 30 nov. 2015.

Grupo de Alunos: 03, 12 e 17



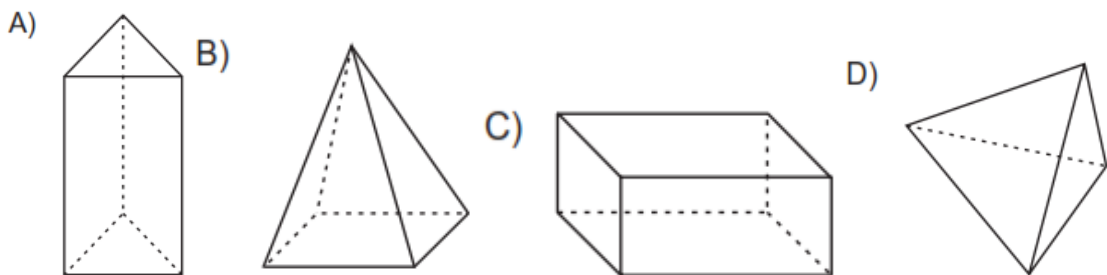
Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 12 obteve pelos grupos o desempenho de 3 (três) satisfatórios, 4 (quatro) insatisfatórios e 7 (sete) em branco. Observou-se que uma parte dos alunos não respondeu a questão, sendo possível ser por esquecimento ou por não terem conseguido interpretar a pergunta e, com isso, deduziram que era apenas para preencher a tabela sobre os conceitos geométricos dos poliedros e não se atentaram em responder qual poliedro



representa uma pirâmide de base quadrada. Concluiu-se que 0% dos resultados dos grupos foi parcialmente satisfatório e 21,43% satisfatórios.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 na atividade 12 observou-se uma confusão nos conceitos geométricos dos poliedros, em especial, a verificação das faces, vértices e arestas e a relação de Euler. Assim, na atividade 12 A se obteve pelos grupos o desempenho de 1 (um) satisfatório, 7 (sete) parcialmente satisfatórios e 6 (seis) insatisfatórios. Concluiu-se que 50% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 7,14% satisfatórios. Já na atividade 12 B se obteve pelos grupos o desempenho de 1 (um) satisfatório, 4 (quatro) parcialmente satisfatórios, 6 (seis) insatisfatórios e 3 (três) em branco. Concluiu-se que 28,57% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 7,14% satisfatórios.

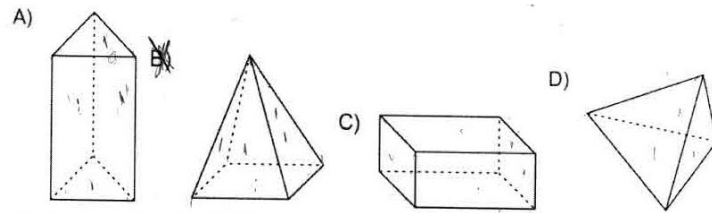
**Atividade 12-** Qual dos desenhos abaixo melhor representa uma pirâmide de base quadrangular? Identifique as faces, vértices e arestas e verifique as relações de Euler, preenchendo a tabela a seguir.



	Face (F) F = número de faces	Vértice (V) V = número de vértices	Aresta (A) A = número de arestas	Relação de Euler $V - A + F = 2$
A)				
B)				
C)				
D)				

- Descreva a sua interpretação sobre a face, vértice e aresta.

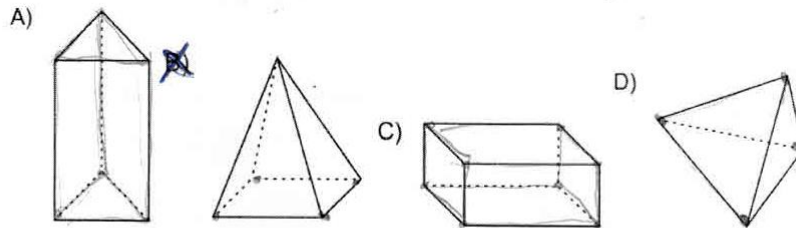
Grupo de Alunos: 01 e 18



	Face (F) F = número de faces	Vértice (V) V = número de vértices	Aresta (A) A = número de arestas	Relação de Euler $V - A + F = 2$
A	5	6	6	7
B	5	5	5	5
C	5	8	8	11
D	3	4	5	6

Conseguimos interpretar pela aula anterior da professora

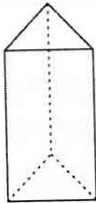
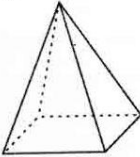
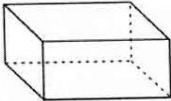
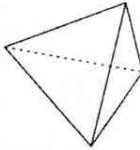
Grupo de Alunos: 04 e 16



	Face (F) F = número de faces	Vértice (V) V = número de vértices	Aresta (A) A = número de arestas	Relação de Euler $V - A + F = 2$
A	5	6	9	$6 - 9 + 5 = 2$
B	5	5	8	$5 - 8 + 5 = 2$
C	6	8	12	$8 - 12 + 6 = 2$
D	4	4	6	$4 - 6 + 4 = 2$

Face = cada lado da figura.  
Vértice = cada ponta da figura.  
Aresta = cada linha da figura.

Grupo de Alunos: 14 e 27

A)  B)  C)  D) 

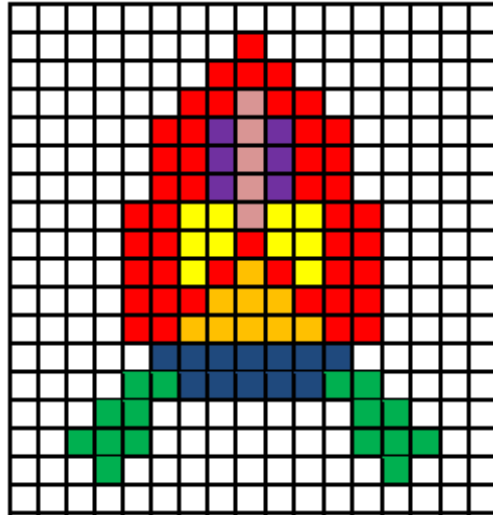
	Face (F) F = número de faces	Vértice (V) V = número de vértices	Aresta (A) A = número de arestas	Relação de Euler $V - A + F = 2$
A	5	6	9	4
B	5	5	8	9
C	8	8	12	
D	4	4	6	7

face: frente  
 aresta: trás  
 vértice: são os cantos, os pontos das formas

Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 13 obteve pelos grupos o desempenho de 4 (quatro) satisfatórios, 9 (nove) insatisfatórios e 1 (um) em branco. Observou-se certa dificuldade dos alunos em identificar os conceitos de área e perímetro, através de malha quadriculada. Concluiu-se que 0% dos resultados dos grupos foi parcialmente satisfatório e 28,57% satisfatórios.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 na atividade 13 houve dificuldade em demonstrar os conceitos geométricos de simetria, área e perímetro de imagens através de malhas quadriculadas e a minoria demonstrou essa aprendizagem e conseguiu relacioná-las pela imagem. Assim, a atividade 13 A obteve pelos grupos o desempenho de 1 (um) satisfatório, 2 (dois) parcialmente satisfatórios, 10 (dez) insatisfatórios e 1 (um) em branco. Concluiu-se que 14,28% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 7,14% satisfatórios. Já a atividade 13 B obteve pelos grupos o desempenho de 2 (dois) parcialmente satisfatórios, 11 (onze) insatisfatórios e 1 (um) em branco. Concluiu-se que 14,28% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 0% satisfatórios.

**Atividade 13-** Observe o foguete desenhado na malha quadriculada.



• Sabendo que a medida do lado de cada quadradinho é cm, determine o perímetro e a área do foguete?

(A) 68 cm e  $103 \text{ cm}^2$ .

(B) 58 cm e  $105 \text{ cm}^2$ .

(C) 55 cm e  $208 \text{ cm}^2$

(D) 50 cm e  $306 \text{ cm}^2$ .

• A figura do foguete representa uma Simetria? Caso afirmativo, qual Simetria ele representa?

• Comente sobre o perímetro e a área do foguete

Fonte: 3.<sup>a</sup> Prova Diagnóstica – 2013 – 5<sup>o</sup>. Ano – SEDUC-GO – Matemática. Disponível em: <<http://profwarles.blogspot.com.br/2012/07/simulados-preparatorio-para-prova.html>>. Acesso em: 06 dez. 2015.

Grupo de Alunos: 04 e 16

(A) 68 cm e  $103 \text{ cm}^2$ .

(B) 58 cm e  $105 \text{ cm}^2$ .

(C) 55 cm e  $208 \text{ cm}^2$

(D) 50 cm e  $306 \text{ cm}^2$ .

➤ Sim, porque ela contém formas geométricas.

➤ Perímetro é ao redor dos quadradinhos e a área é o meio dos quadradinhos.

Grupo de Alunos: 06 e 26

- (A) 68 cm e 103 cm<sup>2</sup>.  
 (C) 55 cm e 208 cm<sup>2</sup>

- ~~(B)~~ 58 cm e 105 cm<sup>2</sup>.  
 (D) 50 cm e 306 cm<sup>2</sup>.

- sim, espelho
- que vão ter as mesmas

Grupo de Alunos: 25 e 28

- (A) 68 cm e 103 cm<sup>2</sup>.  
~~(B)~~ 55 cm e 208 cm<sup>2</sup>

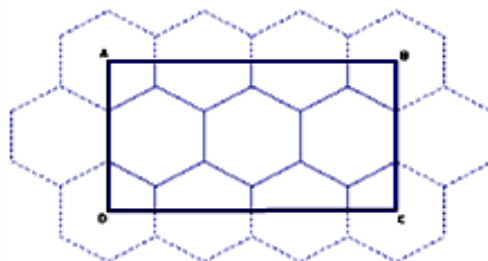
- (B) 58 cm e 105 cm<sup>2</sup>.  
 (D) 50 cm e 306 cm<sup>2</sup>.

- sim ele é um triângulo
- 15, por 9

Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 14 obteve pelos grupos o desempenho de 8 (oito) satisfatórios, 5 (cinco) insatisfatórios e 1 (um) em branco. Observou-se que houve uma confusão em relacionar o ângulo formado pelos vértices do retângulo, onde todas as alternativas foram escolhidas pelos alunos, e nem todos chegaram à alternativa correta, ou seja, letra C. Concluiu-se que não houve resultados parcialmente satisfatórios e 57,14% satisfatórios.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 a atividade 14 obteve pelos grupos o desempenho de 4 (quatro) satisfatórios, 1 (um) parcialmente satisfatórios, 6 (seis) insatisfatórios e 3 (três) em branco. Observou-se que a maioria não conseguiu relacionar o ângulo de 90° (reto) em um retângulo inserido em um hexágono. Concluiu-se que 7,14% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 28,57% satisfatórios.

**Atividade 14-** O retângulo ABCD da figura abaixo foi obtido a partir de um mosaico de hexágonos regulares, de modo que os pontos A, B, C e D correspondem aos centros dos hexágonos em cujo interior se encontram.



Assim, admitindo que o retângulo seja pavimentado com partes de hexágonos recortados, sem perdas, o ângulo formado nos vértices A, B, C e D é:

- A) 45°                      B) 60°                      C) 90°                      D) 180°

• Comente sobre o ângulo escolhido.

Fonte: Banco de Questões – SARESP – 3.ª Série E.M. Disponível em: <[http://www.fai.com.br/portal/pibid/adm/atividades\\_anexo/0a04b41489a1434a01ebb737645b9666.pdf](http://www.fai.com.br/portal/pibid/adm/atividades_anexo/0a04b41489a1434a01ebb737645b9666.pdf)>. Acesso em: 06 dez. 2015.

Grupo de Alunos: 03, 12 e 17

~~A) 45°~~                      B) 60°                      C) 90°                      D) 180°

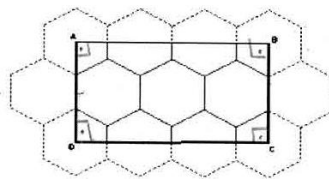
O 45° Graus a figura.

Grupo de Alunos: 04 e 16

A) 45°                      B) 60°                      ~~C) 90°~~                      D) 180°

O angulo de 90° é o angulo reto de alguma figura poligonal.

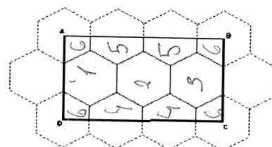
Grupo de Alunos: 13 e 20



- A) 45°                      B) 60°                      C) 90°                      ~~D) 180°~~

Porque é possível fazer um quadrado com todos os quatro pontos.

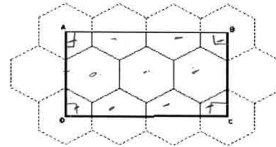
Grupo de Alunos: 21 e 30



- A)  $45^\circ$       ~~B)  $60^\circ$~~       C)  $90^\circ$       D)  $180^\circ$

O Angulo escolhido é  $60^\circ$ .

Grupo de Alunos: 23 e 34



- A)  $45^\circ$       B)  $60^\circ$       ~~C)  $90^\circ$~~       D)  $180^\circ$

porque ele é de forma quadrada

Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 15 obteve pelos grupos o desempenho de 5 (cinco) satisfatórios, 8 (oito) insatisfatórios e 1 (sete) em branco. Observou-se a falta de conhecimento dos alunos em relação aos ângulos, e uma parte dos alunos não conseguiu visualizar a manobra realizada pelo skatista em um giro de  $180^\circ$ , assim, todas as alternativas foram escolhidas pelos alunos. Concluiu-se que não houve resultados parcialmente satisfatórios e 35,71% satisfatórios.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 a atividade 15 obteve pelos grupos o desempenho de 2 (dois) satisfatórios, 8 (oito) insatisfatórios e 4 (quatro) em branco. Observou-se o não conhecimento de uma parte dos alunos em relação aos ângulos, mas, também, há o fato de não terem respondido às questões dissertativas e/ou/abertas. Concluiu-se que não houve resultados parcialmente satisfatórios e 14,28% satisfatórios.

**Atividade 15-** Lourenço estava com seu skate posicionado para a esquerda, como mostra a Figura 1, e a seguir fez uma manobra dando um giro de forma a posicionar o skate para a direita, como mostra a Figura 2.



Figura 1



Figura 2

A medida de ângulo que pode ser associada ao giro dessa manobra é:

- a)  $45^\circ$                       b)  $90^\circ$                       c)  $180^\circ$                       d)  $360^\circ$

- Comente sobre o ângulo escolhido.

Fonte: Adaptada – Banco de Questões – SARESP – 6.ª Série/7.º Ano. Disponível em: [http://www.fai.com.br/portal/pibid/adm/atividades\\_anexo/0a04b41489a1434a01ebb737645b9666.pdf](http://www.fai.com.br/portal/pibid/adm/atividades_anexo/0a04b41489a1434a01ebb737645b9666.pdf). Acesso em: 06 dez. 2015.

Grupo de Alunos: 02 e 36

- A)  $45^\circ$                       B)  $90^\circ$                       C)  $180^\circ$                       D)  $360^\circ$
- Ele tem  $45^\circ$  graus

Grupo de Alunos: 03, 12 e 17

- A)  $45^\circ$                        B)  $90^\circ$                       C)  $180^\circ$                       D)  $360^\circ$
- O giro da manobra é  $90^\circ$ .

Grupo de Alunos: 04 e 16

- A)  $45^\circ$                       B)  $90^\circ$                        C)  $180^\circ$                       D)  $360^\circ$
- O ângulo de  $180^\circ$  é a metade do ângulo de  $360^\circ$ .

Grupo de Alunos: 09 e 11

- A)  $45^\circ$                       B)  $90^\circ$                       C)  $180^\circ$                        D)  $360^\circ$

Para fazer um giro usamos o ângulo de  $360^\circ$  graus

Grupo de Alunos: 21 e 30

- A)  $45^\circ$                       B)  $90^\circ$                        C)  $180^\circ$                       D)  $360^\circ$

$180^\circ$  é só a metade do caminho

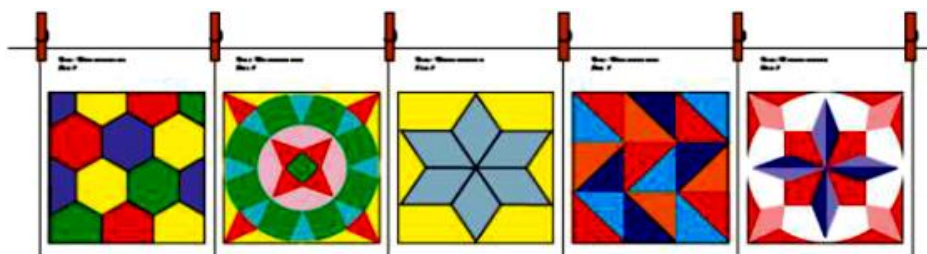
Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 16 obteve pelos grupos o desempenho de 14 (catorze) respostas abertas. Nesta atividade, por ser uma



questão aberta, não foram avaliadas se os resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios ou satisfatórios. Concluiu-se que 100% dos grupos participaram da atividade e no próximo Quadro 6 e Gráfico 5 são demonstrados os resultados analisados.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 a atividade 16 obteve pelos grupos o desempenho de 2 (dois) satisfatórios, 7 (sete) parcialmente satisfatórios, 2 (dois) insatisfatórios e 3 (três) em branco. Observou-se que uma parte dos alunos relacionou nos mosaicos, conceitos geométricos estudados nas atividades e sequências anteriores como a simetria, figuras e formas geométricas e outros alunos compararam esses conceitos com objetos do cotidiano ou na própria natureza. Concluiu-se que 50% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 14, 28% satisfatórios.

**Atividade 16-** Na aula de Matemática, a turma de Juliana desenhou mosaicos utilizando figuras geométricas. Ao final da aula, todos os desenhos decoraram a sala. Utilizando um fio e pregadores de roupa, os alunos foram prendendo seus desenhos, um ao lado do outro, como mostra a próxima Figura.



• Observe os mosaicos desenhados pela turma de Juliana. Desenvolva sua visão geométrica e descreva os conceitos geométricos existentes nos mosaicos.

Fonte: Adaptada – Banco de Questões – SARESP – 8.ª Série/9.º Ano. Disponível em: <[http://www.fai.com.br/portal/pibid/adm/atividades\\_anexo/0a04b41489a1434a01ebb737645b9666.pdf](http://www.fai.com.br/portal/pibid/adm/atividades_anexo/0a04b41489a1434a01ebb737645b9666.pdf)>. Acesso em: 06 dez. 2015.

Grupo de Alunos: 01 e 18

*Éislo ou simétrico afeto ad polígonos*

Grupo de Alunos: 04 e 16

As formas geométricas dos massivos  
não quadrado, triângulo, paralelo  
grama, hexágono, etc.

Grupo de Alunos: 13 e 20

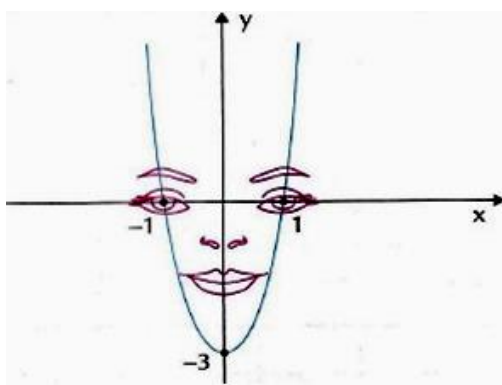
A primeira figura é como se fosse uma Colmeia  
a segunda, é como se fosse um lago, a terceira  
um e flor, e outra como um buda, a outra um flor

Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 17 obteve pelos grupos o desempenho de 9 (nove) satisfatórios, 3 (três) insatisfatórios e 2 (dois) em branco. Observou-se que uma parte dos alunos acertou essa questão, mas houve, em alguns momentos, alunos que relacionaram simetria de reflexão com a homotetia, pois, no gráfico há a possibilidade de ampliar ou reduzir a imagem. Concluiu-se que não houve resultados parcialmente satisfatórios e 64,29% satisfatórios.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 a atividade 17 obteve pelos grupos o desempenho de 6 (seis) satisfatórios, 2 (dois) parcialmente satisfatórios, 3 (três) insatisfatórios e 3 (três) em branco. Observou-se que mesmo a maioria tendo acertado essa questão, houve uma confusão nos conceitos de simetria e os tipos de simetria. Concluiu-se que 14,28% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 42,86% satisfatórios.

**Atividade 17-** Em busca de uma simetria, um caricaturista utilizou a parábola para traçar o rosto da figura que segue. A equação que define essa parábola é:

$$y = 3x^2 - 3.$$



Podemos, então, afirmar que a caricatura demonstrada no gráfico representa uma simetria de:

- A) rotação      B) translação      C) homotetia      D) reflexão

- Deixe seu comentário do porquê.

Fonte: Adaptado – UniRio – RJ. Disponível em: <<http://www.colegiosantoamaro.com.br/wp-content/uploads/sites/24/2013/04/Matem%C3%A1tica-3D2.pdf>>. Acesso em: 06 jul. 2015.

Grupo de Alunos: 04 e 16

- A) rotação      B) translação      C) homotetia       D) reflexão

Porque o desenho que está de um lado se reflete do outro, formando uma caricatura.

Grupo de Alunos: 05 e 35

- A) rotação       B) translação      C) homotetia      D) reflexão

por que o isso está em translação

Grupo de Alunos: 14 e 27

- A) rotação      B) translação      C) homotetia       D) reflexão

Porque as duas figuras são totalmente iguais e isso significa que é uma reflexão.

Grupo de Alunos: 23 e 34

- A) rotação      B) translação       C) homotetia      D) reflexão

por que a homotetia ela reduz e aumenta a figura

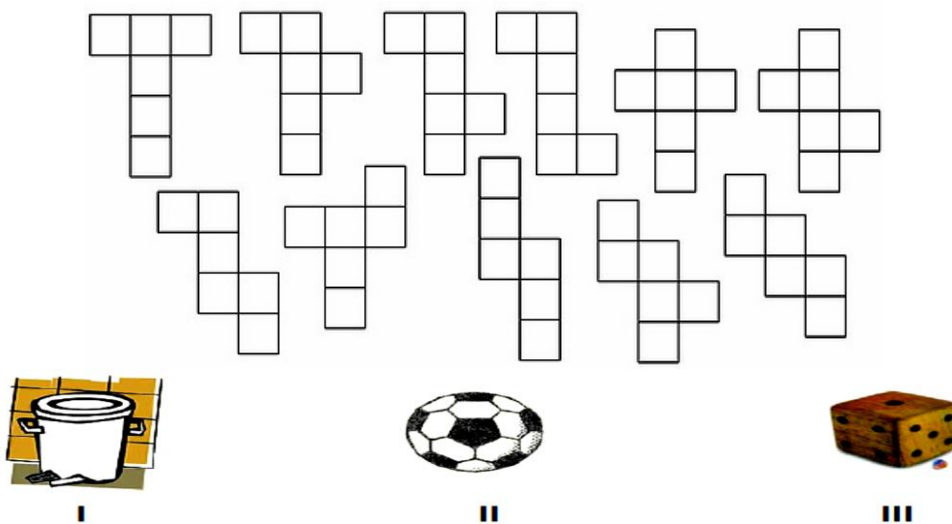
Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 18 obteve pelos grupos o desempenho de 13 (treze) satisfatórios e 1 (um) em branco. Observou-se que quase

todos os alunos acertaram essa questão e demonstraram os conceitos geométricos em imagens bi e tridimensionais no desenvolver de sua visão geométrica. Concluiu-se que não houve resultados parcialmente satisfatórios e 92,86% satisfatórios.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 a atividade 18 obteve pelos grupos o desempenho de 3 (três) satisfatórios, 5 (cinco) parcialmente satisfatórios, 2 (dois) insatisfatórios e 4 (quatro) em branco. Observou-se, novamente, a dificuldade em responder questões dissertativas e/ou/abertas e se percebeu uma confusão em conceitos geométricos planejados ou não e, neste caso, o cubo; contudo, alguns conseguiram relacionar as formas geométricas do cubo com a do dado. Concluiu-se que 35,71% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 21,43% satisfatórios.

**Atividade 18-** O cubo é um sólido geométrico. Todas as faces são quadriláteros e assim torna-se também um prisma. Tem 12 arestas, 8 vértices e 6 faces.

Vamos conhecer as 11 Planificações do Cubo (figuras bidimensionais) que ao montá-los se transformam em poliedros (figuras tridimensionais).



• Observe as figuras espaciais acima e diga qual representa um cubo e o porquê?

- A) I                      B) II                      C) III                      D) nenhuma das alternativas

Treine sua visão espacial através de planificações.

Fonte: <[http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos\\_iniciais/objetos/planificacoes.htm](http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/objetos/planificacoes.htm)>.

Grupo de Alunos: 04 e 16

A) I      B) II       C) III      D) nenhuma das alternativas

Porque é um dado e o dado é naturalmente um cubo e porque é tridimensional.

Grupo de Alunos: 09 e 11

A) I      B) II       C) III      D) nenhuma das alternativas

Ele tem 6 lados

Grupo de Alunos: 15 e 29

A) I      B) II       C) III      D) nenhuma das alternativas

Porque tem 4 lados

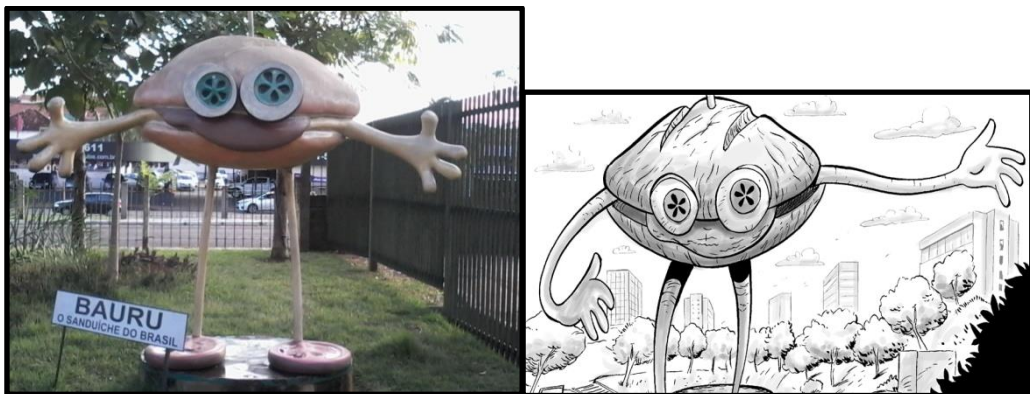
Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 19 obteve pelos grupos o desempenho de 14 (catorze) respostas abertas. Nesta atividade por ser uma questão aberta não foram avaliadas se os resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios ou satisfatórios. Conclui-se que 100% dos grupos participaram da atividade e no próximo quadro 6 e gráfico 5 serão demonstrados os resultados analisados.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 a atividade 19 obteve pelos grupos o desempenho de 3 (três) satisfatórios, 4 (quatro) parcialmente satisfatórios, 2 (dois) insatisfatórios e 5 (cinco) em branco. Observou-se, novamente, a dificuldade dos alunos em responder questões dissertativas e/ou/abertas; o intuito dessa atividade foi trabalhar a interdisciplinaridade entre as áreas e demonstrar conceitos de polígonos e não polígonos, através de imagens como nesta história em quadrinhos e na contextualização da Metodologia Triangular. Houve uma pequena confusão entre os conceitos das figuras e formas geométricas relacionados nas imagens. Concluiu-se que 28,57% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 21,43% satisfatórios.

**Atividade 19-** O bauru é um sanduíche brasileiro inventado por Casimiro Pinto Neto, em homenagem à sua cidade natal – Bauru, interior do Estado de São Paulo; o lanche foi oficializado em 1998 pela Lei Municipal 4314, de 24 de junho de 1998. Portanto, a cidade de Bauru é conhecida pelo sanduíche bauru. Então, vamos conhecer a história do bauruzinho criado pelo “Red Door HQs”.

Oi, galera!

Sou o bauruzinho.

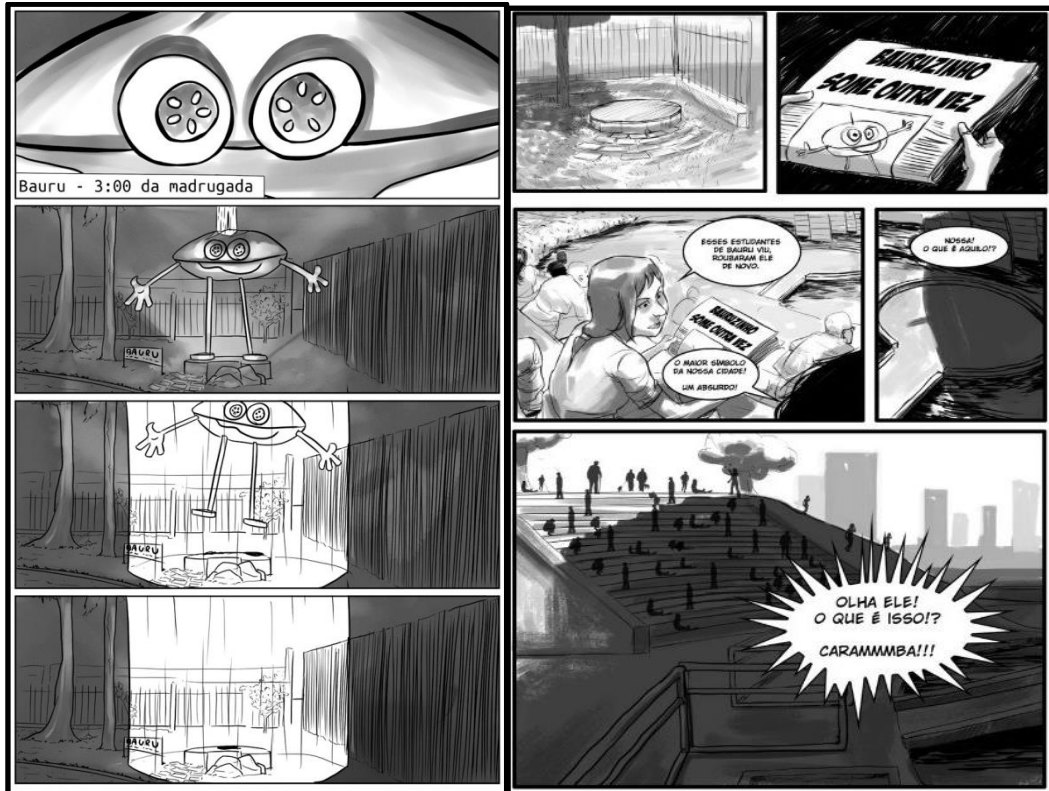


Fonte: Elaborada pela Autora e pelo Red Door HQs

Minha criação ocorreu com a ajuda de três amigos desenhista da cidade de Bauru o “Red Door HQs” pelo sistema de compartilhamento. Cada um fez um pedacinho de minha história e a criação geométrica do cenário. Olha que legal! Todo mundo aprende junto sobre a interdisciplinaridade entre a língua portuguesa, matemática e arte. Trabalhar coletivamente é um desafio, mas muito importante para a ampliação da aprendizagem.

- A língua portuguesa com sua escrita e leitura no desenvolvimento da história.
- A matemática com suas medidas, simetria, perspectiva e formas geométrica.
- A arte com sua criatividade, seu cenário e suas cores.

Conheça minha história!



Fonte: Red Door HQs  
Disponível em: < <http://reddoorhq.com/ano-ii/bauruzinho-pag-01/> >.

- Agora que você me conhece, descreva os conceitos geométricos utilizados em minha criação.

Grupo de Alunos: 02 e 36

Eles usam várias formas e  
formas tridimensionais e relacionam a ma-  
teia Matemática e Artes

Grupo de Alunos: 03, 12 e 17

Umário, 1 Bola Grande e círculos.

Grupo de Alunos: 09 e 11

Lingua Portuguesa, Matemática e  
Artes

Conforme o Quadro 5 e Gráfico 4 a atividade 20 obteve pelos grupos o desempenho de 5 (cinco) satisfatórios, 5 (cinco) parcialmente satisfatórios, 1 (um) insatisfatório, 3 (três) em branco. Observou-se que houve uma confusão em diferenciar figura plana/bidimensional de figura espacial/tridimensional, mas, mesmo assim, uma parte dos alunos acertou essa questão. Concluiu-se que 35,71% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 35,71% satisfatórios.

Conforme o Quadro 6 e Gráfico 5 na atividade 20 observou-se novamente a dificuldade dos alunos em responder questões dissertativas e/ou/abertas, e mesmo após o vídeo nas revisões sobre o dragão 3D e após montá-lo, houve dificuldade em compreender o segredo do dragão e sua ilusão de ótica. No último item houve a continuidade da dificuldade de relacionarem os conceitos geométricos trabalhados durante todo o estudo e não somente sobre a atividade 20 do dragão 3D. Assim, na atividade 20 A se obteve pelos grupos o desempenho de 2 (dois) satisfatórios, 2 (dois) parcialmente satisfatórios, 2 (dois) insatisfatórios e 8 (oito) em branco. Concluiu-se que 14,28% dos resultados dos grupos foram parcialmente satisfatórios e 14,28% satisfatórios. Já na atividade 20 B se obteve pelos grupos o desempenho de 3 (três) satisfatórios, 6 (seis) parcialmente satisfatórios, 1 (um) insatisfatório e 4 (quatro) em branco. Concluiu-se que 42,86% dos resultados dos grupos foram



parcialmente satisfatórios e 21,43% satisfatórios. Por fim, na atividade 20 C se obteve pelos grupos o desempenho de 4 (quatro) satisfatórios, 5 (cinco) insatisfatórios e 5 (cinco) em branco. Concluiu-se que não houve resultados parcialmente satisfatórios e 28,57% satisfatórios.

**Atividade 20-** O dragão 3D foi criado em um encontro *Gathering for Gardner* 3, em homenagem ao matemático americano Martin Gardner (21/10/1914 – 22/05/2010), que tinha grande interesse pelo ilusionismo. Ele foi um escritor de enigmas matemáticos “a matemática recreativa” e tornou-se o grande campeão da racionalidade com seus quebra-cabeças e jogos matemáticos, que até hoje inspiram principalmente os matemáticos.



- A figura do dragão é uma figura? Por quê?
- A) plana/bidimensional                      B) plana/tridimensional
- C) espacial/tridimensional                D) espacial/bidimensional

• O dragão está planejado. Ao montar o dragão, analise-o e tente descobrir o seu segredo. Comente. E não se esqueça de personalizá-lo.

Chegamos à etapa final deste trabalho. Obrigada pela colaboração!

Deixe seus comentários! Não se esqueça de falar sobre os conceitos geométricos aprendidos.

Saiba mais!

DRAGÃO de papel em 3D que mexe a cabeça. Disponível em:

<<http://www.manualdomundo.com.br/2011/03/drago-de-papel-que-mexe-cabeca/>>. Acesso em: 11 abr. 2015.

Grupo de Alunos: 04 e 16

A) plana/bidimensional

B) plana/tridimensional

C) espacial/tridimensional

D) espacial/bidimensional

➤ Porque é plana e é tridimensional.

➤ O seu segredo é as dobraduras da cabeça e a visão de ótica.

➤ Eu achei essa avaliação muito interessante, os conceitos geométricos aprendidos são figuras simples. Adorei fazer essa avaliação, muito interessante.

Grupo de Alunos: 09 e 11

A) plana/bidimensional

B) plana/tridimensional

C) espacial/tridimensional

D) espacial/bidimensional

➤ Sim, Ela é tridimensional

➤ Ilusão de Ótica

➤ Aprender foi fácil, gostei de aprender sobre os conceitos.

Grupo de Alunos: 21 e 30

A) plana/bidimensional

B) plana/tridimensional

C) espacial/tridimensional

D) espacial/bidimensional

➤ Porque, ela é plana.

➤ o Segredo dele é que ele está fechado a  
cabeça e Parepi qui está aberto.

➤ nos Aprendemos sobre o cilindro  
Sobre o triângulo Sobre a simetria aprendemos  
tambem o que é quadrilátera e também aprendemos  
o que é essas coisas.

### Atividade Mão na Massa!

Finalizou-se a atividade com o dragão 3D sua planificação e montagem, permitindo o desenvolvimento da visão bi e tridimensional (Figura 48) e a personalização dos mosaicos de Escher (Figura 49) e a produção do fazer artístico.

#### Personalização e Montagem do Dragão 3D





**Figura 48 – Dragão 3D**  
Fonte: Elaborada pelos Alunos

Personalização dos Mosaicos de Escher



**Figura 49 – Mosaicos de Escher**  
Fonte: Elaborada pelos Alunos

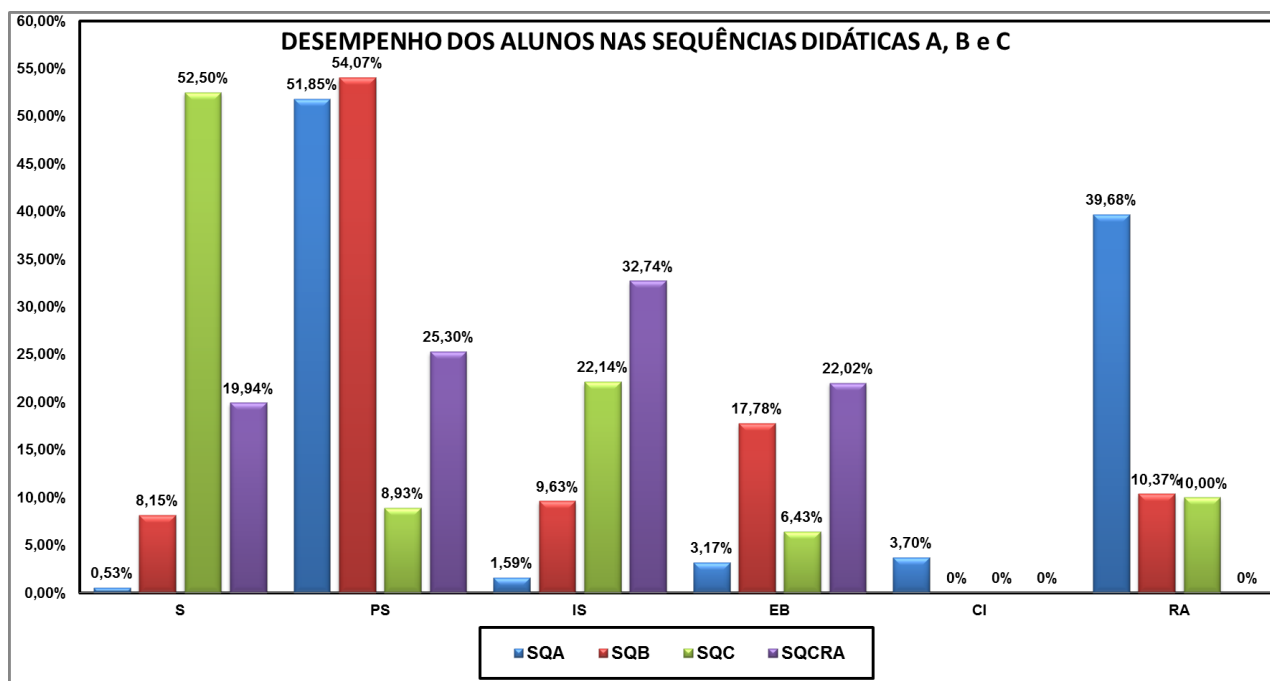
A seguir finalizou-se com o Quadro 7 e Gráfico 6 sobre o desempenho dos alunos nas Sequências Didáticas A, B e C. Foi realizado um resumo contendo as médias das sequências em: satisfatório (S), parcialmente satisfatório (PS), insatisfatório (IS), em branco (EB), cópia da internet (CI) e resposta aberta (RA).

DESEMPENHO DOS ALUNOS NAS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS A, B e C												
	S	%	PS	%	IS	%	EB	%	CI	%	RA	%
<b>SQA</b>	1	0,53	98	51,85	3	1,59	6	3,17	7	3,70	75	39,68
<b>SQB</b>	11	8,15	73	54,07	13	9,63	24	17,78	0	0,00	14	10,37
<b>SQC</b>	147	52,50	25	8,93	62	22,14	18	6,43	0	0,00	28	10,00
<b>SQCRA</b>	67	19,94	85	25,30	110	32,74	14	22,02	0	0,00	0	0,00

Legenda: S= Satisfatório; PS= Parcialmente Satisfatório; IS= Insatisfatório; EB= Em Branco; CI= Cópia Internet; RA= Resposta Aberta; SQA= Sequência Didática A, SQB= Sequência Didática B; SQC= Sequência Didática C; SQCRA= Sequência Didática C Resposta Aberta.

**Quadro 7 – Desempenho dos alunos nas Sequências Didáticas A, B e C.**

Fonte: Elaborado pela Autora



Legenda: S= Satisfatório; PS= Parcialmente Satisfatório; IS= Insatisfatório; EB= Em Branco; CI= Cópia Internet; RA= Resposta Aberta; SQA= Sequência Didática A, SQB= Sequência Didática B; SQC= Sequência Didática C; SQCRA= Sequência Didática C Resposta Aberta.

**Gráfico 6 – Desempenho dos alunos nas Sequências Didáticas A, B e C.**

Fonte: Elaborado pela Autora

Observou-se que a Sequência Didática C – Banco de Questões (SQC) obteve o melhor desempenho entre as sequências com 52,50% nas respostas satisfatórias (S). A Sequência Didática B – Obras de Arte (SQB) obteve o maior índice entre as sequências com 54,07% nas respostas parcialmente satisfatórias (PS). A Sequência Didática C Resposta Aberta (SQCRA) obteve o maior índice entre as sequências com 32,74% nas respostas insatisfatórias (IS) e 22,02% nas respostas em branco (EB). A Sequência Didática A – Transformações Geométricas (SQA) foi a única sequência com 3,70% dos resultados de cópia da internet (CI) e 39,68% de questões com respostas abertas (RA).

Obs. Foram analisadas as respostas abertas (RA) da Sequência Didática C Resposta Aberta (SQCRA) das demais sequências, por ter desenvolvido em quase todas as atividades questões objetivas e dissertativas e/ou/abertas.

Concluiu-se que a Sequência Didática B – Obras de Arte (SQB) obteve o maior índice nas respostas parcialmente satisfatórias (PS). E assim, propiciou o ensino-aprendizagem da “Geometria básica” de forma interdisciplinar entre a Arte e a Matemática.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Baseado em estudos anteriores, constata-se que a Geometria vem sendo excluída dos currículos escolares, conforme Pavanello (1989), e a partir de documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (BRASIL, 1998) e a Proposta Curricular do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2010) destaca-se a importância da Geometria e se recomenda o trabalho em todos os anos da Educação Básica, desde a Educação Infantil envolvendo os conteúdos geométricos do bloco Espaço e Forma.

A Geometria está presente desde as formas da natureza até as construídas pelo homem em nossa sociedade de várias formas de representação, e seus conceitos geométricos são essenciais à vida cotidiana e à compreensão da realidade do mundo. O ensino/aprendizagem da “Geometria básica” na Educação Básica propicia as capacidades de raciocínio lógico e dedutivo, a leitura visual e geométrica, o pensamento geométrico, a percepção espacial, geométrica e criativa dos alunos.

Segundo Sherard III (1981) as razões para que a “Geometria” faça parte do Currículo de Matemática e para que o aluno adquira o conhecimento e a compreensão em conceitos geométricos está na sociedade e no cotidiano. Nele, se dá o processo de ensino-aprendizagem em “Geometria básica” propiciando ao aluno a capacidade de percepção, apreciação e assimilação da natureza, da arte, da arquitetura, das necessidades da sociedade e proporcionar uma vida cultural, social e harmoniosa.

Este trabalho teve o objetivo de propiciar um processo de revitalização do ensino/aprendizagem da Geometria devido ao seu abandono gradativo na Educação Básica. A consequência deste abandono gerou diversos problemas no ensino/aprendizagem, desde a formação da habilidade visual e geométrica do professor e assim o reflexo deste abandono dentro da sala de aula no processo ensino/aprendizagem dos alunos.

Os recursos didáticos utilizados desde a Época do MMM como, por exemplo, o livro didático tornaram as aulas desmotivadas e desinteressantes, mesmo sendo um ótimo recurso para se proporcionar o conhecimento. Assim, conforme o trabalho de alguns autores como Ripplinger (2006), Silva e Lima (2010), dentre outros,



citados anteriormente neste trabalho, sobre o livro didático e o ensino da “Geometria básica”, em especial as transformações geométricas; estes estudos demonstraram a relevância de se trabalhar os livros didáticos em conexão com a tecnologia como exemplo os softwares Simetrizadores 1 e 2 e o Logo, com os jogos como exemplo o Tangran, os jogos no site da UFRGS e outros, dentre outras possibilidades visando a superação das dificuldades encontradas e a revitalização do ensino de Geometria.

Assim, a superação do esvaziamento do ensino de “Geometria”, que vem desde a época do MMM, utilizando a Arte de forma interdisciplinar com a Matemática, bem como obter respostas à pergunta desta dissertação: “Como propiciar a revitalização do ensino de “Geometria” utilizando a Arte de modo interdisciplinar com a Matemática?”.

Nesta pesquisa foram utilizadas 3 (três) Sequências Didáticas A, B e C na busca da revitalização do ensino-aprendizagem da “Geometria”, baseada em uma abordagem qualitativa e descritiva conforme Triviños (1987) e Fonseca (2002) e, ainda, pela Metodologia Triangular de Barbosa (2005) com a produção e reflexão do fazer artístico, a análise da leitura visual e geométrica das obras, sua reflexão e contextualização com outras áreas de conhecimento. Intencionou-se desenvolver no aluno a ampliação do conhecimento e da aprendizagem matemática para que este se torne um aluno crítico, reflexivo e participativo. Segundo o Guia de Livros Didáticos - PNLD (BRASIL, 2008) as atividades que trabalham conceitos geométricos nem sempre são justificáveis, assim optou-se como norteador nas análises das respostas dos alunos nas Sequências Didáticas A e B as parcialmente satisfatórias (PS) e na Sequência Didática C as parcialmente satisfatórias (PS) e as satisfatórias (S) na verificação da aprendizagem em “Geometria básica”.

Na primeira Sequência Didática A – Transformações Geométricas trabalhou-se os conceitos geométricos, em especial a Simetria. Esses conceitos foram desenvolvidos através de recursos diversificados em especial os Simetrizadores 1 e 2. De acordo com as respostas dos alunos observou-se na atividade 3 que se alcançou 96% das respostas com resultado parcialmente satisfatório (PS), uma vez que os alunos souberam identificar e definir acerca de triângulos e quadriláteros. Já as atividades de Simetria trabalhadas nos Simetrizadores 1 e 2 geraram uma interação aluno/aluno, professor/aluno e trabalho em equipe, transformando o aluno em um aluno crítico, reflexivo e participativo, o que resultou em trabalhos satisfatórios (S). Nas demais atividades, houve o dificultador, classificado como

resultado insatisfatório (IS) que foi o de relacionar os conceitos de Simetria em atividades diversas como a Simetria de reflexão, rotação e translação nas obras de Escher e outros conceitos geométricos, como a conexão entre as formas geométricas, figuras geométricas e polígonos.

Na Sequência Didática B – Obras de Arte se trabalhou os conceitos geométricos básicos em obras de arte. Esses conceitos foram desenvolvidos por meio de recursos diversificados, em especial as obras de arte dos artistas Tarsila do Amaral, Ivan Cruz, Eduardo Kobra, João Carvalho (J Desenhos) e Maurits Cornelis Escher. De acordo com as respostas dos alunos observou-se na atividade 1.1 que se alcançou 88,89% de resultado parcialmente satisfatório (PS); a dificuldade em tornar o resultado satisfatório foi que os alunos não conseguiram diferenciar os conceitos de Simetria e Assimetria. Já na atividade 2.1 os alunos identificaram somente o quadrado e o retângulo como quadriláteros e não demonstraram a visão geométrica de que eles são apenas dois elementos do conjunto de quadriláteros e, mesmo assim, essa atividade foi a que mais atingiu um resultado satisfatório (S). Um dificultador na atividade 1.3 foi que a maioria dos alunos não compreendeu os conceitos de polígonos e não polígonos, resultando em um resultado insatisfatório (IS). Compreendeu-se, então, a importância de retomar os conceitos de polígonos, formas geométricas, figuras geométricas, poliedros, ângulos, imagem bi e tridimensional, dentre outros conceitos geométricos e sua nomenclatura.

Enfim, a Sequência Didática C – Banco de Questões envolveu os conceitos geométricos trabalhados nas Sequências A e B e nas revisões que foram necessárias ao longo do desenvolvimento deste trabalho. Na atividade 1 houve uma confusão nos conceitos de simetria e formas geométricas; mesmo assim, alcançou-se 57,14% de resultados parcialmente satisfatórios (PS). Já nas atividades 6, 10 e 11 os alunos demonstraram conhecimento visual dos conceitos geométricos do triângulo, dos quadriláteros e das figuras e formas geométricas, em especial os conceitos de planificação (bidimensional) e sua forma (tridimensional). Também houve uma confusão na nomenclatura desses conceitos, mas ainda obteve-se melhores resultados satisfatórios(S). Já na atividade 13 houve dificuldade da maioria dos alunos em identificar os conceitos de área, perímetro e Simetria, através de malha quadriculada ou imagens e obteve-se o maior índice insatisfatório (IS). Dentre todas as Sequências, essa foi a que mais despontou como um dificultador, pelo fato de seu banco de questões conter questões abertas e/ou/dissertativas, o que levou

os alunos a deixar em branco, prejudicando a análise dos resultados e ocultando se houve ou não ampliação da aprendizagem em conceitos geométricos.

Em destaque, essas situações que dificultaram a análise dos resultados neste trabalho foram as questões abertas e/ou/dissertativas, em que os alunos demonstraram desânimo em respondê-las e, às vezes, optaram por não responder, deixando-as de lado, mesmo após uma conversa sobre a importância em respondê-las. Nota-se a importância de se trabalhar, constantemente, atividades que envolvam questões abertas e/ou/dissertativas, visando ativar nos alunos a capacidade de transferir seus conhecimentos e aprendizagens, não apenas oralmente ou por meio de avaliações objetivas, mas, de outras formas diversificadas.

Após a média de todos os resultados, concluiu-se que a Sequência Didática B – Obras de Arte obteve o maior índice geral nas respostas parcialmente satisfatórias (PS), sendo possível comprovar que o trabalho interdisciplinar entre a Arte e a Matemática propicia uma melhor aprendizagem da “Geometria básica”.

Retornando à pergunta de pesquisa deste trabalho “Como propiciar a revitalização do ensino de “Geometria” utilizando a Arte de modo interdisciplinar com a Matemática?”. Tem-se como resposta que foi possível, através das Sequências Didáticas A, B e C, detectar a ampliação na aprendizagem dos conceitos geométricos e a contribuição à revitalização do ensino de “Geometria”, bem como, se oportunizou ao aluno desenvolver e ativar a criatividade, a sensibilidade, a produção do fazer artístico, a leitura visual e geométrica, a contextualização (Metodologia Triangular) e a “Geometria básica” nas obras de arte, nas transformações geométricas e na sociedade.

O trabalho interdisciplinar entre a Arte e a Matemática, utilizando diversos recursos, em especial os recursos tecnológicos, os bancos de questões e as obras de arte, promoveu a melhoria no processo ensino/aprendizagem da “Geometria básica”, a revitalização do ensino de “Geometria” e demonstrou a importância de se trabalhar os conceitos geométricos nos currículos escolares. Mesmo com um resultado satisfatório em se trabalhar a “Geometria” de forma interdisciplinar entre a Arte e Matemática, observou-se que os índices alcançados foram pequenos pela grande dificuldade dos alunos em desenvolver algumas atividades; isto se deve ao fato, como mencionado anteriormente neste trabalho, ao pouco trabalho desenvolvido na sala de aula em relação aos conceitos de “Geometria”.

Sendo assim, destaca-se a importância de estudos futuros no complemento deste trabalho e na busca de outros caminhos e recursos na revitalização do ensino de “Geometria”.

## REFERÊNCIAS

ALVES, H. S. P. **Ensinar matemática através da arte**: um incentivo ao gosto pela matemática? Lisboa, 2013. 166 p. Disponível em: <<http://repositorioaberto.uab.pt/handle/10400.2/2759>>. Acesso em: 05 jul. 2016.

BARBOSA, A. A. Interdisciplinaridade. In: BARBOSA, A. M. (org.). **Inquietações e mudanças no ensino da arte**. 3. ed., São Paulo: Cortez, 2007.

BARBOSA, A. M. **A imagem no ensino da arte**: anos oitenta e novos tempos. 6. ed. São Paulo: Perspectiva, 2005.

BARBOSA, A. M.; CUNHA, F. P. (orgs). **A abordagem triangular no ensino das artes e culturas visuais**. São Paulo: Cortez, 2010.

BARBOSA, P. M. O estudo da geometria. **Revista Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, n. 25, 2003. Disponível em: <<http://www.abc.gov.br/?catid=4&itemid=67>>. Acesso em: 05 jul. 2016.

BARTH, G.M.P. **Arte e Matemático, subsídios para uma discussão interdisciplinar por meio das obras de M. C. Escher**. 2006. 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Paraná. Curitiba-SP: UFPR, 2006. Disponível em: <[http://www.ppgge.ufpr.br/teses/M06\\_barth.pdf](http://www.ppgge.ufpr.br/teses/M06_barth.pdf)>. Acesso em: 04 jun.2015.

BASTOS, R. **Simetria**. Notas sobre o Ensino da Geometria (GTG), Educação e Matemática, n.º 88, p. 9-11. Lisboa: APM, 2006.

BASTOS, R. **Transformações geométricas**. Notas sobre o Ensino da Geometria (GTG), Educação e Matemática, n.º 94, p.23-27. Lisboa: APM, 2007.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental - PCN**. Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. - Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 15 dez. 2016.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Arte**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos**: apresentação dos temas transversais / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998a. 436 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio - PCNEM**, Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 1998b.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Temas Transversais**. Secretaria de Educação Fundamental. V.1. Brasília/SEF, 1998c. 436p. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro081.pdf>> Acesso em: 22 jul. 2016.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio – PCNEM**. Bases Legais. Brasília: MEC, 2000.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Ministério da Educação. Diretoria de Currículos e Educação Integral. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013. 562p.

\_\_\_\_\_. **Lei nº 9.394**, de 20 de dezembro de 1996. Dispõe sobre a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Presidência da República. Casa Civil. Subchefia para Assuntos Jurídicos. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/L9394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm)>. Acesso em: 18 jul. 2016.

\_\_\_\_\_. **Lei nº 5692**, de 11 de agosto de 1971. Fixa Diretrizes e Bases para o Ensino de 1º e 2º graus e dá outras providências. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/L5692.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L5692.htm)> Acesso em: 25 jul. 2016.

\_\_\_\_\_. **Guia de Livros Didáticos PNLD 2008**: Matemática /Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2007.

\_\_\_\_\_. **Guia de Livros Didáticos PNLD 2014**: Matemática /Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2013.

\_\_\_\_\_. PROVA BRASIL. **Resultados**. Diretoria de Avaliação da Educação Básica – DAEB/ Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais – INEP. Disponível em: <<http://provabrasil.inep.gov.br/resultados-2015>>. Acesso em: 15 set. 2016.

\_\_\_\_\_. PROVA BRASIL. **Resultados do SAEB**. Disponível em: <[http://provabrasil.inep.gov.br/artigo/-/asset\\_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/inep-apresenta-resultados-do-saeb-prova-brasil-2015/21206](http://provabrasil.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/inep-apresenta-resultados-do-saeb-prova-brasil-2015/21206)> Acesso em: 15 set. 2016.

\_\_\_\_\_. **Ranking PISA 2012**. Disponível em: <<http://estaticog1.globo.com/2013/12/03/PISA2012.pdf>> Acesso em: 11 out. 2016.

CÂNDIDO, P. T. **Olhares que pensam e sentem**: arte e mediação cultural na aula de geometria. Dissertação (Mestrado em Artes). Universidade Estadual Paulista, Campus Barra Funda, São Paulo-SP: UNESP, 2011, p.250.

DARELA, E.; CARDOSO, M. C.; ROSA, R. C. **História da matemática**. 3. ed. – Palhoça: Unisul Virtual, 2011, p.295.

DUARTE JÚNIOR, J. F. **Por que arte-educação?** Campinas SP: Papyrus, 2007.

DUARTE, N. Arte e educação contra o fetichismo generalizado na sociabilidade contemporânea. **Perspectiva**. Florianópolis, v. 27, n. 2, 461-479, jul./dez. 2009. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/perspectiva/article/view/15885>>. Acesso em: 15 dez. 2016.

\_\_\_\_\_. **Os conteúdos escolares e a ressurreição dos mortos**: contribuição à teoria histórico-crítica do currículo. 1 ed. Campinas SP: Autores Associados, 2016, p. 160.

\_\_\_\_\_. **Vigotski e o “Aprender a Aprender”**: crítica às apropriações neoliberais e pós-modernas da teoria vigotskiana. Campinas: Autores Associados, 2000.

FAZENDA, I. C. A. (Org). **Dicionário em construção**: interdisciplinaridade. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2002.

FELICETTI, V. L. **Um estudo sobre o problema da matofobia como agente influenciador nos altos índices de reprovação na 1ª série do Ensino**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre: PUCRS, 2007. Disponível em: <<http://tede2.pucrs.br/tede2/bitstream/tede/3295/1/397533.pdf>>. Acesso em: 12 jul. 2016.

FERNANDES, S. H. A. A., HEALY, L. Transição entre o intra e interfigural na construção de conhecimento por alunos cegos. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, vol. 9, n.1, p. 121-153, 2007. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/588>>. Acesso em: 12 jul. 2016.

FERREIRA, Nali R. S. Currículo: espaço interdisciplinar de experiências formadoras do professor da escola de educação básica. Publicação Oficial do GEPI - Grupo de Estudos e Pesquisa em Interdisciplinaridade – Educação/Currículo – Linha de Pesquisa: Interdisciplinaridade: PUC/SP. **R. Interd.** São Paulo, Volume 1, número 0, p.01-83. Out, 2010. Disponível em: <[http://www.pucsp.br/gepi/downloads/revista\\_gepi\\_201011.pdf](http://www.pucsp.br/gepi/downloads/revista_gepi_201011.pdf)>. Acesso em: 27 jul. 2016.

FLORES. C. R.; WAGNER, D. R. **Um mapa e um inventário da pesquisa brasileira sobre arte e educação matemática**. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 16, n. 1, p. 243-258, 2014.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

FONSECA, M. C. F. R. et al. **O ensino de Geometria na Escola Fundamental – Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

FÓRUM ECONÔMICO MUNDIAL – FEM. **Sua missão.** *Word Economic Forum*. Disponível em: <<https://www.weforum.org/about/world-economic-forum>>. Acesso em: 15 out. 2016.

GIARDINETTO, J. R. B. **Matemática escolar e matemática da vida cotidiana.** Campinas: Editora Autores Associados, 1999. (Coleção Polêmicas do Nosso Tempo, nº 65).

\_\_\_\_\_. Considerações sobre a utilização da história da matemática como recurso didático. **Pedagogia cidadã Cadernos de Formação Educação Matemática.** São Paulo: UNESP, 2004, p. 07 - 20.

\_\_\_\_\_. O conceito de saber escolar “clássico” em Dermeval Saviani: implicações para a educação matemática. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática.** Rio Claro, SP: UNESP, v.23, nº36, p. 753-773, 2010.

*GLOBAL INFORMATION TECHNOLOGY – GTI. Report 2016. Innovating in the Digital Economy.* Disponível em: <[http://www3.weforum.org/docs/GITR2016/WEF\\_GITR\\_Full\\_Report.pdf](http://www3.weforum.org/docs/GITR2016/WEF_GITR_Full_Report.pdf)>. Acesso em: 17 nov. 2016.

GOMES, M. L. M. **História do ensino da Matemática:** uma introdução. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

HOUAISS, A. **Dicionário eletrônico Houaiss da Língua Portuguesa.** Rio de Janeiro: Objetiva, 2004. Disponível em: <<http://houaiss.uol.com.br>>. Acesso em: 20 set. 2016.

LORENZATO, S. (org). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de Professores).

MABUCHI, S. T. **Transformações geométricas - a trajetória de um conteúdo não incorporado às práticas escolares.** Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo: PUCSP, 2000.

MACHADO, F. A. **Simetria na Poética Visual na Língua de Sinais.** Dissertação (Mestrado em Tradução). Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis-SC: PGET/UFSC, 2013.149p.

MARTINS, L. M.; DUARTE, N. (org). **Formação de Professores.** Limites Contemporâneos e Atividades Necessárias. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2010. Disponível em: <[http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/109149/ISBN\\_9788579831034.pdf?sequence=2&isAllowed=y](http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/109149/ISBN_9788579831034.pdf?sequence=2&isAllowed=y)> Acesso em: 10 dez. 2016.

MISKULIN, R. G. S. **Concepções teórico-metodológico baseadas em Logo e em resolução de problemas para o processo de ensino/aprendizagem da**



**geometria.** Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Campinas. Campinas-SP: UNICAMP, 1994, 281p.

MOREIRA, L. S. **A interdisciplinaridade no ensino da matemática pela perspectiva da pedagogia histórico-crítica:** superando a pedagogia de projetos. Dissertação (Mestrado em Ciências). Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Bauru-SP: UNESP, 2016, 176 f.

MOREIRA, L. S.; GIARDINETTO, J. R. B. A interdisciplinaridade no ensino da matemática pela perspectiva da pedagogia histórico-crítica. XII ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016. **Anais...** São Paulo-SP. Disponível em: <[http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4619\\_2383\\_ID.pdf](http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4619_2383_ID.pdf)>. Acesso em: 01 ago. 2016.

OLIVEIRA, B. P. de. **O conceito de simetria na álgebra escolar:** um estudo baseado na análise de documentos oficiais e manuais de professores. Dissertação (Mestrado em Ensino, História, Filosofia das Ciências e Matemática). Universidade Federal do ABC. Santo André-SP: UFABC, 2015. 77 f.

PAVANELLO, R. M. Porque ensinar/aprender geometria? In: VII Encontro Paulista de Educação Matemática, 2004, São Paulo. **Anais...** MR21. Disponível em: <[http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais\\_VII\\_EPEM/mr.html](http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/mr.html)>. Acesso em: 07 mar.2016.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências. In: **Revista Zetetiké**, ano 1, nº 1, p. 07-17. Campinas-SP: UNICAMP, Faculdade de Educação, 1993. Disponível em: <<http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2611/2353>>. Acesso em: 07 mar. 2016.

\_\_\_\_\_. **O abandono de geometria:** uma visão histórica. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Campinas. Campinas-SP: UNICAMP, 1989.

PEIXOTO, M. I. H. **Arte e grande público:** a distância a ser extinta. Campinas, SP: Autores Associados, 2003.

PEREIRA, A. C. C. **Teorema de Thales:** uma conexão entre os aspectos geométrico e algébrico em alguns livros didáticos de matemática. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro-SP: UNESP, 2005, 123 f.

PEREIRA, A. J. **Contribuições da pedagogia histórico-crítica para o ensino da geometria espacial no ciclo de alfabetização.** Dissertação (Mestrado em Ciências). Faculdade de Ciências. Universidade Estadual Paulista. Bauru-SP:UNESP, 2016, 104 f.

PEREIRA, M. R. O. **A geometria escolar**: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo: PUCSP, 2001, 84 f.

PETENUCCI, M. C. Desvelando a Pedagogia Histórico-Crítica. **Caderno Pedagógico**. Pérola, Paraná: Secretaria De Estado da Educação do Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2289-6.pdf>>. Acesso em: 29 set. 2016.

PINHO, J. L. R.; BATISTA, E.; CARVALHO, N. T. B. **Geometria I**. 2. ed. Florianópolis: EAD/UFSC/CED/CFM, 2010. 330 p.

PONTE, J. P. Matemática: Uma disciplina condenada ao insucesso. **NOESIS**, 1994, n. 32, p. 1-5.

RIPPLINGER, H. M. G. **A simetria nas práticas escolares**. 2006. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação) Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Estado do Paraná. Curitiba: UNESPAR, 2006, 112 p.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação – SEESP. **Currículo do Estado de São Paulo**: Matemática e suas tecnologias / Secretaria da Educação. 1. ed. atual. – São Paulo: SE, 2012.72p.

\_\_\_\_\_. Edição Especial da Proposta Curricular. **Revista do Professor**. São Paulo: IMESP, 2008.

\_\_\_\_\_. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo**. Coordenadora Maria Inês Fini. Secretaria da Educação. 1. ed. atual. – São Paulo: SE, 2010.

SANTOS, L. F. Simetria na Arte, Arte na Simetria: uma discussão histórica e conceitual. **Anais...** Minicurso. XII ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática - ISSN 2178 - 034X, 2016, São Paulo – SP. Disponível em: <[http://sbem.bruc.com.br/xiiennem/pdf/6168\\_2788\\_ID.pdf](http://sbem.bruc.com.br/xiiennem/pdf/6168_2788_ID.pdf)> Acesso em 20 jul.2016.

SANTOS, L. F.; TELES, R. A. M.. As conexões entre simetrias e artes visuais em livros didáticos de matemática para os anos iniciais. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática – CIAEM. **Anais...** Recife, Brasil, 2011. Disponível em: <<http://www.lematec.net.br/CDS/XIIICIAEM/artigos/1182.pdf>>. Acesso em: 04 jul. 2016.

SANTOS, L. F.; TELES, R. A. M. Pintar, dobrar e colar: o encontro da simetria com as artes visuais. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática – CIAEM. **Anais...** Recife, Brasil, 2011a. Disponível em: <[http://ciaem-redumate.org/ocs/index.php/xiii\\_ciaem/xiii\\_ciaem/paper/view/2697/724](http://ciaem-redumate.org/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/view/2697/724)> Acesso em: 04 jul. 2016.

SAVIANI, D. **Escola e democracia**: teoria da educação, curvatura da vara, onze teses sobre educação política. 40. ed. v.5. Campinas, SP: Autores Associados, 2008. (Coleção Polêmicas do Nosso Tempo).

\_\_\_\_\_. **Pedagogia histórico-crítica**: primeiras aproximações. 11. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2011. (Coleção Educação Contemporânea).

SEGADAS, C. et al. O ensino de simetria para deficientes visuais. IX ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais...** Belo Horizonte, 2007. p. 1-17. Disponível em: <[http://www.sbemrasil.org.br/files/ix\\_enem/Html/comunicacao Cientifica.html](http://www.sbemrasil.org.br/files/ix_enem/Html/comunicacao Cientifica.html)> Acesso em: 12 jul. 2016.

SHERARD III, W. H. *Why Is Geometry a Basic Skill?* **Mathematics Teacher**, vol. 74, no. 1, 1981. Trad. Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca e Maria Laura Magalhães Gomes Por que a Geometria é uma competência básica? Disponível em: <<https://pactuando.files.wordpress.com/2014/10/texto-por-que-geometria-c3a9-uma-competc3aancia-bc3a1sica.pdf>>. Acesso em: 10 jan. 2017.

SILVA, A. P. **Matemática na Arte**: análise de uma proposta de ensino envolvendo a pintura renascentista e a Geometria em uma classe do 9º ano do Ensino Fundamental em Belo Horizonte (MG). 2013. 201 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto-MG:UFOP, 2013. Disponível em:<[http://www.pppedmat.ufop.br/arquivos/dissertacoes\\_2013/Alessandra%20Pereira%20da%20Silva.pdf](http://www.pppedmat.ufop.br/arquivos/dissertacoes_2013/Alessandra%20Pereira%20da%20Silva.pdf)>. Acesso em: 22 jun. 2015.

SILVA, E.O.; LIMA, I. M. S. **A simetria de reflexão nos PCN e livros didáticos de matemática para o ensino fundamental**. X Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática, Cultura e Diversidade. **Anais...** Salvador – BA, 7 a 9 de Julho de 2010. Disponível em: <[http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/ENEM10/artigos/CC/T12\\_CC1539.pdf](http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/ENEM10/artigos/CC/T12_CC1539.pdf)> Acesso em: 04 jul. 2016.

SILVA, J. C. D. **As transformações geométricas nos currículos prescritos de matemática no ensino fundamental (1930-2010)**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo. São Paulo: UNIAN, 2014.158 f.

SILVA, M. C. L. Movimento da Matemática Moderna: possíveis leituras de uma cronologia. **Revista Diálogo Educacional**. Curitiba, PR, v. 6, n. 18, p. 49-63, maio./ago. 2006. Disponível em: <<http://www2.pucpr.br/reol/pb/index.php/dialogo?dd1=576&dd99=view&dd98=pb>>. Acesso em: 29 set. 2016.

TONETTO, C. P. As transformações geométricas (isometrias) no Ensino Fundamental- estudo de livros didáticos e sugestões de atividades. Trabalho de Conclusão de Curso. (Licenciatura em Matemática) Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis-SC: UFSC, 2004. 121 f

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: A Pesquisa Qualitativa em Educação**. São Paulo: Atlas, 1987.

VELOSO, E.; BASTOS, R.; FIGUEIRINHAS, S. Isometrias e Simetria com materiais manipuláveis. **Revista Educação e Matemática**. n.º 101, p.23-28. Lisboa: APM, 2009.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

ZAMBONI, S. **A pesquisa em arte: um paralelo entre arte e ciência**. Campinas: SP: Autores Associados, 1998.

## APÊNDICES

### APÊNDICE A - ALTERAÇÃO DE TÍTULO



#### TERMO DE ESCLARECIMENTO

Este projeto pesquisa intitulado **“NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA”** teve o seu título alterado para **“A ARTE NA MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO DE GEOMETRIA”**, mantendo inalterado todo o processo e desenvolvimento do trabalho pesquisa. Sem mais,

Aluna pesquisadora responsável: Priscila Bezerra Zioto Barros

Orientador: Prof. Dr. Jose Roberto Boettger Giardinetto

## APÊNDICE B - APROVAÇÃO PELO COMITÊ DE ÉTICA

UNESP - FACULDADE DE  
CIÊNCIAS CAMPUS DE BAURU  
- JÚLIO DE MESQUITA FILHO



### PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

#### DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

**Título da Pesquisa:** NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA

**Pesquisador:** PRISCILA BEZERRA ZIOTO BARROS

**Área Temática:**

**Versão:** 3

**CAAE:** 52940816.9.0000.5398

**Instituição Proponente:** UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JULIO DE MESQUITA FILHO

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

#### DADOS DO PARECER

**Número do Parecer:** 1.765.401

#### Apresentação do Projeto:

O projeto se apresenta de forma adequada, seguindo as normas científicas/metodológicas consideradas importantes no cenário atual da pesquisa científica, com linguagem clara, objetiva e, portanto, suficientemente esclarecedora.

#### Objetivo da Pesquisa:

Desenvolver uma proposta de ensino de Matemática e Arte que auxilie você e seus colegas na aprendizagem dos conteúdos de Geometria básica e consiga perceber e relacionar as conexões existentes entre o Binômio: a Arte e a Matemática

#### Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Não há riscos imediatos para a população envolvida.

#### Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

A pesquisa apresenta-se bem delimitada, com o objetivo e a metodologia articulados ao que se pretende investigar

#### Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Estão de acordo com a resolução 466/12

#### Recomendações:

Nada a declarar

**Endereço:** Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, nº 14-01

**Bairro:** CENTRO

**CEP:** 17.033-360

**UF:** SP

**Município:** BAURU

**Telefone:** (14)3103-6087

**Fax:** (14)3103-6087

**E-mail:** arimaia@fc.unesp.br

**UNESP - FACULDADE DE  
CIÊNCIAS CAMPUS DE BAURU  
- JÚLIO DE MESQUITA FILHO**



Continuação do Parecer: 1.765.401

**Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**

Nada a declarar

**Considerações Finais a critério do CEP:**

**Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:**

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_651550.pdf	23/06/2016 19:50:18		Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Pre_Projeto_PRISCILA_BEZERRA_ZIOTO_BARROS_3.docx	23/06/2016 19:44:15	PRISCILA BEZERRA ZIOTO BARROS	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLEPROF2.docx	12/04/2016 23:54:29	PRISCILA BEZERRA ZIOTO BARROS	Aceito
Outros	TCLEDirigente.docx	12/04/2016 23:53:35	PRISCILA BEZERRA ZIOTO BARROS	Aceito
Outros	TCLEDiretora1.docx	12/04/2016 23:52:46	PRISCILA BEZERRA ZIOTO BARROS	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE1.doc	12/04/2016 23:46:44	PRISCILA BEZERRA ZIOTO BARROS	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALE1.docx	12/04/2016 23:45:56	PRISCILA BEZERRA ZIOTO BARROS	Aceito
Folha de Rosto	Doc4.pdf	27/01/2016 22:55:03	PRISCILA BEZERRA ZIOTO BARROS	Aceito

**Situação do Parecer:**

Aprovado

**Necessita Apreciação da CONEP:**

Não

BAURU, 07 de Outubro de 2016

\_\_\_\_\_  
**Assinado por:**  
**Ari Fernando Mala**  
**(Coordenador)**

**Endereço:** Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, nº 14-01  
**Bairro:** CENTRO **CEP:** 17.033-360  
**UF:** SP **Município:** BAURU  
**Telefone:** (14)3103-6087 **Fax:** (14)3103-6087 **E-mail:** arimaia@fc.unesp.br

Página 02 de 03

**UNESP - FACULDADE DE  
CIÊNCIAS CAMPUS DE BAURU  
- JÚLIO DE MESQUITA FILHO**



Continuação do Parecer: 1.765.401

## APÊNDICE C – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO AOS ALUNOS



### TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO AOS ALUNOS

<b>IDENTIFICAÇÃO DA PESQUISA</b>	
Pesquisa: “NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA”	
Orientador: Prof. Dr. Jose Roberto Boettger Giardinetto	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (14) 31036081	Endereço Eletrônico: <a href="mailto:jrbgiar@fc.unesp.br">jrbgiar@fc.unesp.br</a>
Aluna responsável: Priscila Bezerra Zioto Barros	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (18) 98199-4088	E-mail: <a href="mailto:priscazioto@bol.com.br">priscazioto@bol.com.br</a>
<p><b>Justificativa:</b> A Matemática na escola é um importante processo de formação de conceitos e o professor é essencial para que você e seus colegas desenvolva o pensar, o analisar, a imaginação e realidade, encontrando o porquê da matemática na vida e em uma Educação de qualidade. O conceito geométrico desenvolvido em sala de aula, em sua maioria, encontra-se muito distante de suas aplicações no cotidiano, surgindo defasagens de aprendizagem em matemática. Vamos utilizar a matemática interdisciplinar com a arte para sanar essas dificuldades.</p>	
<p><b>Objetivo:</b> Desenvolver uma proposta de ensino de Matemática e Arte que auxilie você e seus colegas na aprendizagem dos conteúdos de Geometria básica e consiga perceber e relacionar as conexões existentes entre o Binômio: a Arte e a Matemática.</p>	
<p><b>Metodologia:</b> Serão aplicadas, desenvolvidas e fotografadas as atividades diversificadas (sequências didáticas) e a gravação em áudio das aulas.</p>	
<p><b>Outras informações:</b> Para a realização desta pesquisa não se prevê riscos ou desconfortos a vocês participantes, pretendendo trazer benefícios para a aprendizagem dos conteúdos de Geometria básica e as conexões existentes entre a Arte e a Matemática. Asseguramos que a identidade dos participantes serão mantidas em sigilo e que serão cumpridas as exigências éticas da Resolução CNS 466/2012.</p>	



**IDENTIFICAÇÃO DO VOLUNTÁRIO**

Nome do participante:

Responsável:

RG:

Declaro ter sido informado(a) de maneira clara e detalhada sobre as justificativas, os objetivos e a metodologia da pesquisa intitulada “**NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA**” bem como as atividades envolvidas.

Estou ciente de que a minha identidade será mantida em sigilo.

Estou ciente de que a participação é voluntária e que posso recusar a participar a qualquer momento, sem nenhum prejuízo escolar.

Permito a realização de fotografias que não colocam em risco ou perigo a minha identidade e concordo com sua divulgação aos resultados provenientes da pesquisa somente para fins didáticos e pedagógicos.

Recebi uma cópia deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas com a professora Priscila.

Araçatuba, \_\_/\_\_/\_\_

\_\_\_\_\_  
Assinatura

## APÊNDICE D – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO AOS PAIS



### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO AOS PAIS

<b>IDENTIFICAÇÃO DA PESQUISA</b>	
Pesquisa: <b>“NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA”</b>	
Orientador: Prof. Dr. Jose Roberto Boettger Giardinetto	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (14) 31036081	Endereço Eletrônico: <a href="mailto:jrbgiar@fc.unesp.br">jrbgiar@fc.unesp.br</a>
Aluna responsável: Priscila Bezerra Zioto Barros	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (18) 98199-4088	E-mail: <a href="mailto:priscazioto@bol.com.br">priscazioto@bol.com.br</a>
<p><b>Justificativa:</b> A Matemática na escola é um importante processo de formação de conceitos e o professor é essencial na viabilização do trabalho pedagógico, na melhor maneira do aluno desenvolver o pensar, o analisar, a imaginação e realidade, encontrando o por quê da importância da matemática na vida e o professor repensar o seu papel, sentir e agir na luta em uma Educação de qualidade. O conceito geométrico desenvolvidos em sala de aula, em sua maioria, encontra-se muito distante de suas aplicações no cotidiano, surgindo limitações à aprendizagem matemática, visualização de formas geométricas e sua relação ao redor. Utilizar a arte como um meio é um caminho de criação entre a imagem e o conceito, analisando as obras no resgate do atrativo, com suas imagens de forma tridimensional, pintadas de modo bidimensional, trazendo beleza e ilusão à suas obras.</p>	
<p><b>Objetivo:</b> Desenvolver uma proposta de ensino de Matemática e Arte que auxilie os alunos na aprendizagem dos conteúdos de Geometria e consiga perceber e relacionar as conexões existentes entre o Binômio: a Arte e a Matemática. Baseado na Pedagogia Histórico Crítica, verificar se o uso dessa metodologia acarreta melhoria na aprendizagem de todos os alunos e auxílio ao professor, com intuito de elaborar um Produto Educacional (material didático pedagógico).</p>	
<p><b>Metodologia:</b> Serão aplicadas e fotografadas as atividades diversificadas (sequências didáticas) e a gravação em áudio das aulas.</p>	
<p><b>Outras informações:</b> Para a realização desta pesquisa não se prevê riscos ou desconfortos aos participantes, pretendendo trazer benefícios para a aprendizagem dos conteúdos de Geometria básica e as conexões existentes entre a Arte e a Matemática. Asseguramos que a identidade dos participantes serão mantidas em sigilo e que serão cumpridas as exigências éticas da Resolução CNS 466/2012.</p>	



### IDENTIFICAÇÃO DO VOLUNTÁRIO

Nome do responsável:

RG:

Declaro ter sido informado(a) de maneira clara e detalhada sobre as justificativas, os objetivos e a metodologia da pesquisa intitulada “**NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA**” bem como as atividades envolvidas. Estou ciente de que a privacidade do(a) meu filho(a) será respeitada, ou seja, o nome ou qualquer outro dado ou elemento que possa, de qualquer forma, identificar meu filho(a) serão mantidos em sigilo.

Estou ciente de que posso recusar a participação de meu filho(a), retirar meu consentimento ou interromper a participação dele(a) a qualquer momento, sem precisar justificar.

Estou ciente de que a participação é voluntária e a recusa em participar não irá acarretar qualquer penalidade.

Estou ciente de que meu filho(a) não será identificado(a) em nenhuma publicação, palestra, curso, etc., que possam resultar deste trabalho.

Declaro que concordo com a participação do meu filho(a), como voluntário(a), da pesquisa acima descrita.

Recebi uma cópia deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Araçatuba, \_\_/\_\_/\_\_

\_\_\_\_\_  
Assinatura

## APÊNDICE E – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO À DIRIGENTE



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Bauru



Bauru, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_

Prezada Senhora:

Solicitamos autorização para a mestrandia **Priscilla Bezerra Zioto Barros** colher dados para sua pesquisa intitulada "**NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA**". A pesquisa será desenvolvida por revisão de conteúdos, observação e aplicação de sequências didáticas na Escola Estadual "Prof. Genésio de Assis". O objetivo da pesquisa consiste em observar e desenvolver uma proposta de ensino de Matemática e Arte que auxilie os alunos na aprendizagem dos conteúdos de Geometria e consiga perceber e relacionar as conexões existentes entre o Binômio: a Arte e a Matemática. Baseado na Pedagogia Histórico Crítica, verificar se o uso dessa metodologia acarreta melhoria na aprendizagem de todos os alunos e auxílio ao professor, com intuito de elaborar um Produto Educacional (material didático pedagógico).

O estudo ora proposto integra o Programa de Pós Graduação em "Docência para a Educação Básica" da UNESP de Bauru, sob a orientação do Prof. Dr. José Roberto Boettger Giardinetto.

Os dados colhidos serão eticamente tratados, seguindo as normas prescritas pelo Comitê de Ética em pesquisa envolvendo seres humanos. Assim, além dos cuidados com o levantamento de dados, as identidades das crianças serão preservadas, de acordo com a Resolução CNS 466/2012.

Agradecemos a atenção e colocamo-nos à disposição para maiores informações.

Atenciosamente,

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. José Roberto Boettger Giardinetto  
Orientador

\_\_\_\_\_  
Prof.ª Dr.ª Eliana Marques Zanata  
Coordenadora do PPGDEB

Ilma Sra.

**SUELI APARECIDA DA SILVA BONFIETTI**  
DIRIGENTE REGIONAL DE ENSINO  
ARAÇATUBA-SP

## APÊNDICE F – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO À DIRETORA



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Bauru



Bauru, \_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

Prezada Senhora:

Solicitamos autorização para a mestrandia **Priscila Bezerra Zioto Barros** colher dados para sua pesquisa intitulada "**NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA**". A pesquisa será desenvolvida por revisão de conteúdos, observação e aplicação de sequências didáticas na Escola Estadual "Prof. Genésio de Assis". O objetivo da pesquisa consiste em observar e desenvolver uma proposta de ensino de Matemática e Arte que auxilie os alunos na aprendizagem dos conteúdos de Geometria e consiga perceber e relacionar as conexões existentes entre o Binômio: a Arte e a Matemática. Baseado na Pedagogia Histórico Crítica, verificar se o uso dessa metodologia acarreta melhoria na aprendizagem de todos os alunos e auxílio ao professor, com intuito de elaborar um Produto Educacional (material didático pedagógico).

O estudo ora proposto integra o Programa de Pós Graduação em "Docência para a Educação Básica" da UNESP de Bauru, sob a orientação do Prof. Dr. José Roberto Boettger Giardinetto.

Os dados colhidos serão eticamente tratados, seguindo as normas prescritas pelo Comitê de Ética em pesquisa envolvendo seres humanos. Assim, além dos cuidados com o levantamento de dados, as identidades das crianças serão preservadas, de acordo com a Resolução CNS 466/2012.

Agradecemos a atenção e colocamo-nos à disposição para maiores informações.

Atenciosamente,

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. José Roberto Boettger Giardinetto  
Orientador

\_\_\_\_\_  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Eliana Marques Zanata  
Coordenadora do PPGDEB

Ilma Sra.

**MÔNICA HELENA S. COSTA**

DIRETORA DA ESCOLA ESTADUAL PROF. GENÉSIO DE ASSIS  
ARAÇATUBA-SP

## APÊNDICE G – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO AO (À) PROFESSOR (A)



### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO AO PROFESSOR

<b>IDENTIFICAÇÃO DA PESQUISA</b>	
<b>Pesquisa: “NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA”</b>	
Orientador: Prof. Dr. Jose Roberto Boettger Giardinetto	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (14) 31036081	Endereço Eletrônico: <a href="mailto:jrbgiar@fc.unesp.br">jrbgiar@fc.unesp.br</a>
Aluna responsável: Priscila Bezerra Zioto Barros	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (18) 98199-4088	E-mail: <a href="mailto:priscazioto@bol.com.br">priscazioto@bol.com.br</a>
<p><b>Justificativa:</b> A Matemática na escola é um importante processo de formação de conceitos e o professor é essencial na viabilização do trabalho pedagógico, na melhor maneira do aluno desenvolver o pensar, o analisar, a imaginação e realidade, encontrando o por quê da importância da matemática na vida e o professor repensar o seu papel, sentir e agir na luta em uma Educação de qualidade. O conceito geométrico desenvolvidos em sala de aula, em sua maioria, encontra-se muito distante de suas aplicações no cotidiano, surgindo limitações à aprendizagem matemática, visualização de formas geométricas e sua relação ao redor. Utilizar a arte como um meio é um caminho de criação entre a imagem e o conceito, analisando as obras no resgate do atrativo, com suas imagens de forma tridimensional, pintadas de modo bidimensional, trazendo beleza e ilusão à suas obras.</p>	
<p><b>Objetivo:</b> Desenvolver uma proposta de ensino de Matemática e Arte que auxilie os alunos na aprendizagem dos conteúdos de Geometria e consiga perceber e relacionar as conexões existentes entre o Binômio: a Arte e a Matemática. Baseado na Pedagogia Histórico Crítica, verificar se o uso dessa metodologia acarreta melhoria na aprendizagem de todos os alunos e auxílio ao professor, com intuito de elaborar um Produto Educacional (material didático pedagógico).</p>	
<p><b>Metodologia:</b> Serão aplicadas e fotografadas as atividades diversificadas (seqüências didáticas) e a gravação em áudio das aulas.</p>	
<p><b>Outras informações:</b> Para a realização desta pesquisa não se prevê riscos ou desconfortos a você participante, pretendendo trazer benefícios para a aprendizagem dos conteúdos de Geometria básica e as conexões existentes entre a Arte e a Matemática. Asseguramos que a identidade dos participantes serão mantidas em sigilo e que serão cumpridas as exigências éticas da Resolução CNS 466/2012.</p>	



<b>IDENTIFICAÇÃO DO VOLUNTÁRIO</b>
Nome do participante:
Responsável:
RG:
<p>Declaro ter sido informado(a) de maneira clara e detalhada sobre as justificativas, os objetivos e a metodologia da pesquisa intitulada “<b>NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA</b>” bem como as atividades envolvidas. Estou ciente de que a minha privacidade será respeitada, ou seja, meu nome ou qualquer outro dado ou elemento que possa, de qualquer forma, me identificar serão mantidos em sigilo.</p> <p>Estou ciente de que posso me recusar a participar, retirar meu consentimento ou interromper minha participação a qualquer momento, sem precisar justificar.</p> <p>Estou ciente de que a participação é voluntária e a recusa em participar não irá acarretar qualquer penalidade.</p> <p>Estou ciente de que não serei identificado(a) em nenhuma publicação, palestra, curso, etc., que possam resultar deste trabalho.</p> <p>Declaro que concordo com a minha participação, como voluntário(a), da pesquisa acima descrita.</p> <p>Recebi uma cópia deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.</p> <p style="text-align: right;">Araçatuba, __/__/__</p> <p style="text-align: right;">_____</p> <p style="text-align: right;">Assinatura</p>

## APÊNDICE H – AUTORIZAÇÃO PIBID – MATEMÁTICA - FACULDADES ADAMANTINENSES INTEGRADAS



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Bauru



Bauru, 29 de junho de 2016

Prezado PIBID – Matemática - FAI

Solicitamos autorização para a mestranda **Priscila Bezerra Zioto Barros** utilizar algumas imagens do Banco de Questões Saesp de acordo com a LEI N. 9.610/98 no auxílio de sua pesquisa intitulada **"NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA"**. A pesquisa será desenvolvida por revisão de conteúdos, observação e aplicação de sequências didáticas em uma Escola Estadual do Interior de São Paulo. O objetivo da pesquisa consiste em observar e desenvolver uma proposta de ensino de Matemática e Arte que auxilie os alunos na aprendizagem dos conteúdos de Geometria e consiga perceber e relacionar as conexões existentes entre o Binômio: a Arte e a Matemática. Baseado na Pedagogia Histórico Crítica, verificar se o uso dessa metodologia acarreta melhoria na aprendizagem de todos os alunos e auxílio ao professor, com intuito de elaborar um Produto Educacional (material didático pedagógico).

O estudo ora proposto integra o Programa de Pós Graduação em "Docência para a Educação Básica" da UNESP de Bauru, sob a orientação do Prof. Dr. José Roberto Boettger Giardinetto.

Os dados colhidos serão eticamente tratados, seguindo as normas prescritas pelo Comitê de Ética em pesquisa envolvendo seres humanos. Assim, além dos cuidados com o levantamento de dados, as identidades das crianças serão preservadas, de acordo com a Resolução CNS 466/2012. E autorização de uso de imagem de acordo com a LEI N. 9.610/9 a título gratuito e sem qualquer ônus ao pesquisador.

Agradecemos a atenção e colocamo-nos à disposição para maiores informações.

IDENTIFICAÇÃO DA PESQUISA	
Pesquisa: <b>"NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA"</b>	
Orientador: Prof. Dr. Jose Roberto Boettger Giardinetto	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (14) 31036081	Endereço Eletrônico: <a href="mailto:jrbgiar@fc.unesp.br">jrbgiar@fc.unesp.br</a>
Aluna responsável: Priscila Bezerra Zioto Barros	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (18) 98199-4088	E-mail: <a href="mailto:priscazioto@bol.com.br">priscazioto@bol.com.br</a>





UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Bauru



**AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM (LEI N. 9.610/98)**

Nome do Responsável PIBID - FAI: Simone Leite Andrade

RG: 24 348 379 - X

Telefone para contato: 18 997039384

Endereço Eletrônico: simone\_leite@uol.com.br

Declaro ter sido informado de maneira clara e detalhada sobre as justificativas, os objetivos e a metodologia da pesquisa intitulada "**NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA**" bem como as atividades envolvidas. Estamos cientes de que este trabalho é denominado sem fins lucrativos, sendo uma contribuição para a melhoria da Educação.

Declaro que concordo com o uso de imagem de algumas atividades do Banco de Questões Saresp a título gratuito e sem qualquer ônus de todos os direitos à pesquisadora Priscila Bezerra Zioto Barros para colaboração na pesquisa acima e contribuição na melhoria da Educação.

A presente Autorização é outorgada livre e espontaneamente, em caráter gratuito a utilização de imagem e de trabalhos desenvolvidos. Assino em 02(duas) vias de igual teor.

Sem mais,

\_\_Adamantina\_\_, 29/06/2016

Assinatura

Obs. FAI - Faculdades Adamantinense Integrado alterado para Centro Universitário de Adamantina – UniFAI.

## APÊNDICE I – AUTORIZAÇÃO DO LIVRO GEOMETRIA I – JOSÉ LUIZ ROSAS PINHO, ELIEZER BATISTA E NERI TEREZINHA BOTH CARVALHO



Bauru, \_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

Prezada Coordenação Acadêmica do Curso de Licenciatura em Matemática na Modalidade à Distância da Universidade Federal de Santa Catarina/CFM/CED/UFSC.

Solicitamos autorização para a mestranda **Priscila Bezerra Zioto Barros** utilizar o material do livro Geometria I. José Luiz Rosas Pinho, Eliezer Batista, Neri Terezinha Both Carvalho – 2. ed. – Florianópolis: EAD/UFSC/CED/CFM, 2010. 330 p. de acordo com a LEI N. 9.610/98 no auxílio de sua pesquisa intitulada **"NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA"**. A pesquisa será desenvolvida por revisão de conteúdos, observação e aplicação de sequências didáticas em uma Escola Estadual do Interior de São Paulo. O objetivo da pesquisa consiste em observar e desenvolver uma proposta de ensino de Matemática e Arte que auxilie os alunos na aprendizagem dos conteúdos de Geometria e consiga perceber e relacionar as conexões existentes entre o Binômio: a Arte e a Matemática. Baseado na Pedagogia Histórico Crítica, verificar se o uso dessa metodologia acarreta melhoria na aprendizagem de todos os alunos e auxílio ao professor, com intuito de elaborar um Produto Educacional (material didático pedagógico).

O estudo ora proposto integra o Programa de Pós Graduação em "Docência para a Educação Básica" da UNESP de Bauru, sob a orientação do Prof. Dr. José Roberto Boettger Giardinetto.

Os dados colhidos serão eticamente tratados, seguindo as normas prescritas pelo Comitê de Ética em pesquisa envolvendo seres humanos. Assim, além dos cuidados com o levantamento de dados, as identidades das crianças serão preservadas, de acordo com a Resolução CNS 466/2012. E autorização de uso de imagem de acordo com a LEI N. 9.610/9 a título gratuito e sem qualquer ônus ao pesquisador.

Agradecemos a atenção e colocamo-nos à disposição para maiores informações.

IDENTIFICAÇÃO DA PESQUISA	
Pesquisa: "NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA"	
Orientador: Prof. Dr. Jose Roberto Boettger Giardinetto	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (14) 31036081	Endereço Eletrônico: <a href="mailto:jrbgiar@fc.unesp.br">jrbgiar@fc.unesp.br</a>



Faculdade de Ciências

Aluna responsável: Priscila Bezerra Zioto Barros	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (18) 98199-4088	E-mail: <a href="mailto:priscazioto@bol.com.br">priscazioto@bol.com.br</a>

### AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM (LEI N. 9.610/98)

Nome do Responsável Coordenação Acadêmica do Curso de Licenciatura em Matemática na Modalidade à Distância da UFSC:

MÁRCIO ROBERTO FERNANDES

RG: 16.164.482

Telefone para contato: 48-37212295

Endereço Eletrônico: [marcio.fernandes@ufsc.br](mailto:marcio.fernandes@ufsc.br)

Declaro ter sido informado de maneira clara e detalhada sobre as justificativas, os objetivos e a metodologia da pesquisa intitulada "NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA" bem como as atividades envolvidas. Estamos cientes de que este trabalho é denominado sem fins lucrativos, sendo uma contribuição para a melhoria da Educação.

Declaro que concordo com o uso de imagem do material referente ao livro Geometria I. José Luiz Rosas Pinho, Eliezer Batista, Neri Terezinha Both Carvalho – 2. ed. – Florianópolis: EAD/UFSC/CED/CFM, 2010. 330 p. a título gratuito e sem qualquer ônus de todos os direitos à pesquisadora Priscila Bezerra Zioto Barros para colaboração na pesquisa acima e contribuição na melhoria da Educação.

A presente Autorização é outorgada livre e espontaneamente, em caráter gratuito a utilização de imagem e de trabalhos desenvolvidos. Assino em 02(duas) vias de igual teor.

Sem mais,

Florianópolis, 25/7/16

Assinatura

## APÊNDICE J – AUTORIZAÇÃO DE IMAGEM – DESENHOS DE JOÃO CARVALHO (J DESENHOS)



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Bauru



Bauru, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_

Prezado Responsável e Artista João A. Carvalho

Solicitamos autorização para a mestrandia **Priscila Bezerra Zioto Barros** utilizar algumas imagens dos desenhos de João A. Carvalho de acordo com a LEI N. 9.610/98 no auxílio de sua pesquisa intitulada "**NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA**". A pesquisa será desenvolvida por revisão de conteúdos, observação e aplicação de sequências didáticas em uma Escola Estadual do Interior de São Paulo. O objetivo da pesquisa consiste em observar e desenvolver uma proposta de ensino de Matemática e Arte que auxilie os alunos na aprendizagem dos conteúdos de Geometria e consiga perceber e relacionar as conexões existentes entre o Binômio: a Arte e a Matemática. Baseado na Pedagogia Histórico Crítica, verificar se o uso dessa metodologia acarreta melhoria na aprendizagem de todos os alunos e auxílio ao professor, com intuito de elaborar um Produto Educacional (material didático pedagógico).

O estudo ora proposto integra o Programa de Pós Graduação em "Docência para a Educação Básica" da UNESP de Bauru, sob a orientação do Prof. Dr. José Roberto Boettger Giardinetto.

Os dados colhidos serão eticamente tratados, seguindo as normas prescritas pelo Comitê de Ética em pesquisa envolvendo seres humanos. Assim, além dos cuidados com o levantamento de dados, as identidades das crianças serão preservadas, de acordo com a Resolução CNS 466/2012. E autorização de uso de imagem de acordo com a LEI N. 9.610/9 a título gratuito e sem qualquer ônus ao pesquisador.

Agradecemos a atenção e colocamo-nos à disposição para maiores informações.

IDENTIFICAÇÃO DA PESQUISA	
Pesquisa: "NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA"	
Orientador: Prof. Dr. Jose Roberto Boettger Giardinetto	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (14) 31036081	Endereço Eletrônico: <a href="mailto:jrbgiar@fc.unesp.br">jrbgiar@fc.unesp.br</a>
Aluna responsável: Priscila Bezerra Zioto Barros	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (18) 98199-4088	E-mail: <a href="mailto:priscazioto@bol.com.br">priscazioto@bol.com.br</a>



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Bauru



**AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM (LEI N. 9.610/98)**

Nome do Artista: João Adriano de Carvalho

RG: MG-21.072.997

Responsável: Neusa Mota Silva de Carvalho

RG: MG-10.902703

Telefone para contato: 9741-0573

Endereço Eletrônico: joaoad@desenho@gmail.com

Declaramos termos sido informados de maneira clara e detalhada sobre as justificativas, os objetivos e a metodologia da pesquisa intitulada "NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA" bem como as atividades envolvidas. Estamos cientes de que este trabalho é denominado sem fins lucrativos, sendo uma contribuição para a melhoria da Educação.

Declaramos que concordamos com o uso de imagem de alguns desenhos do trabalho de João A. Carvalho a título gratuito e sem qualquer ônus de todos os direitos à pesquisadora Priscila Bezerra Zito Barros para colaboração na pesquisa acima e contribuição na melhoria da Educação.

A presente Autorização é outorgada livre e espontaneamente, em caráter gratuito a utilização de imagem e de trabalhos desenvolvidos, incluindo as artes e textos que poderão ser exibidos, juntamente com a minha imagem ou não. Assinamos em 02(duas) vias de igual teor.

Sem mais,

\_\_\_\_\_ / /

João Adriano de Carvalho

Assinatura (Artista)

Neusa Mota Silva de Carvalho

Assinatura (Responsável)

## APÊNDICE K – AUTORIZAÇÃO DE IMAGEM – HISTÓRIA DO BAURUZINHO – RED DOOR HQs



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Bauru



Bauru, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

Prezados Artistas Desenhistas "Red Door HQs"

Solicitamos autorização para a mestrandia **Priscila Bezerra Zioto Barros** utilizar a imagem e história do Bauruzinho de acordo com a LEI N. 9.610/98 no auxílio de sua pesquisa intitulada "**NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA**". A pesquisa será desenvolvida por revisão de conteúdos, observação e aplicação de sequências didáticas em uma Escola Estadual do Interior de São Paulo. O objetivo da pesquisa consiste em observar e desenvolver uma proposta de ensino de Matemática e Arte que auxilie os alunos na aprendizagem dos conteúdos de Geometria e consiga perceber e relacionar as conexões existentes entre o Binômio: a Arte e a Matemática. Baseado na Pedagogia Histórico Crítica, verificar se o uso dessa metodologia acarreta melhoria na aprendizagem de todos os alunos e auxílio ao professor, com intuito de elaborar um Produto Educacional (material didático pedagógico).


O estudo ora proposto integra o Programa de Pós Graduação em "Docência para a Educação Básica" da UNESP de Bauru, sob a orientação do Prof. Dr. José Roberto Boettger Giardinetto.

Os dados colhidos serão eticamente tratados, seguindo as normas prescritas pelo Comitê de Ética em pesquisa envolvendo seres humanos. Assim, além dos cuidados com o levantamento de dados, as identidades das crianças serão preservadas, de acordo com a Resolução CNS 466/2012. E autorização de uso de imagem de acordo com a LEI N. 9.610/9 a título gratuito e sem qualquer ônus ao pesquisador.

Agradecemos a atenção e colocamo-nos à disposição para maiores informações.

IDENTIFICAÇÃO DA PESQUISA	
Pesquisa: "NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA"	
Orientador: Prof. Dr. Jose Roberto Boettger Giardinetto	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (14) 31036081	Endereço Eletrônico: <a href="mailto:jrbgiar@fc.unesp.br">jrbgiar@fc.unesp.br</a>
Aluna responsável: Priscila Bezerra Zioto Barros	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (18) 98199-4088	E-mail: <a href="mailto:priscazioto@bol.com.br">priscazioto@bol.com.br</a>

AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM (LEI N. 9.610/98)	
Nome do Artista Desenhista1:	
RG:	
Nome do Artista Desenhista2:	
RG:	
Nome do Artista Desenhista3:	
RG:	
Telefone para contato:	
Endereço Eletrônico:	
<p>Declaramos termos sido informados de maneira clara e detalhada sobre as justificativas, os objetivos e a metodologia da pesquisa intitulada "NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA" bem como as atividades envolvidas. Estamos cientes de que este trabalho é denominado sem fins lucrativos, sendo uma contribuição para a melhoria da Educação.</p> <p>Declaramos que concordamos com o uso de imagem do Bauruzinho e sua história a título gratuito e sem qualquer ônus de todos os direitos à pesquisadora Priscila Bezerra Zioto Barros para colaboração na pesquisa acima e contribuição na melhoria da Educação.</p> <p>A presente Autorização é outorgada livre e espontaneamente, em caráter gratuito a utilização de imagem do Bauruzinho e sua história, incluindo as artes e textos que poderão ser exibidos, juntamente com nossa imagem ou não. Assinamos em 02(duas) vias de igual teor.</p> <p style="text-align: right;">Sem mais,</p> <p style="text-align: right;">_____, ____/____/____</p> <p>_____ Assinatura (Artista1)</p> <p>_____ Assinatura (Artista2)</p> <p>_____ Assinatura (Artista3)</p>	

 Red Door HQs <reddoorhq@gmail.com> 20/03/2016

para mim

Olá Priscila!

Desculpe-nos a demora para responder!

Nós autorizamos o uso da história do Bauruzinho para o uso no seu Mestrado.

Infelizmente no momento não estou com as imagens em alta resolução, então por enquanto segue anexo as imagens que estão no site.

Att,  
Equipe Red Door HQs

...

3 anexos



## APÊNDICE L – AUTORIZAÇÃO DE IMAGEM – OBRAS DE ARTE – KOBRA



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Bauru



Bauru, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

Prezado Artista "Eduardo Kobra"

Solicitamos autorização para a mestrandia Priscila Bezerra Zioto Barros utilizar algumas imagens de suas obras de acordo com a LEI N. 9.610/98 no auxílio de sua pesquisa intitulada "**NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA**". A pesquisa será desenvolvida por revisão de conteúdos, observação e aplicação de sequências didáticas em uma Escola Estadual do Interior de São Paulo. O objetivo da pesquisa consiste em observar e desenvolver uma proposta de ensino de Matemática e Arte que auxilie os alunos na aprendizagem dos conteúdos de Geometria e consiga perceber e relacionar as conexões existentes entre o Binômio: a Arte e a Matemática. Baseado na Pedagogia Histórico Crítica, verificar se o uso dessa metodologia acarreta melhoria na aprendizagem de todos os alunos e auxílio ao professor, com intuito de elaborar um Produto Educacional (material didático pedagógico).

O estudo ora proposto integra o Programa de Pós Graduação em "Docência para a Educação Básica" da UNESP de Bauru, sob a orientação do Prof. Dr. José Roberto Boettger Giardinetto.

Os dados colhidos serão eticamente tratados, seguindo as normas prescritas pelo Comitê de Ética em pesquisa envolvendo seres humanos. Assim, além dos cuidados com o levantamento de dados, as identidades das crianças serão preservadas, de acordo com a Resolução CNS 466/2012. E autorização de uso de imagem de acordo com a LEI N. 9.610/9 a título gratuito e sem qualquer ônus ao pesquisador.

Agradecemos a atenção e colocamo-nos à disposição para maiores informações.

IDENTIFICAÇÃO DA PESQUISA	
Pesquisa: " <b>NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA</b> "	
Orientador: Prof. Dr. Jose Roberto Boettger Giardinetto	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (14) 31036081	Endereço Eletrônico: <a href="mailto:jrbgiar@fc.unesp.br">jrbgiar@fc.unesp.br</a>
Aluna responsável: Priscila Bezerra Zioto Barros	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (18) 98199-4088	E-mail: <a href="mailto:priscazioto@bol.com.br">priscazioto@bol.com.br</a>





UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Bauru



### AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM (LEI N. 9.610/98)

Nome do Artista:

RG:

Telefone para contato:

Endereço Eletrônico:

Declaro ter sido informado de maneira clara e detalhada sobre as justificativas, os objetivos e a metodologia da pesquisa intitulada "NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA" bem como as atividades envolvidas. Estamos cientes de que este trabalho é denominado sem fins lucrativos, sendo uma contribuição para a melhoria da Educação.

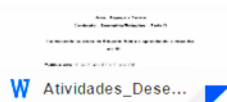
Declaro que concordo com o uso de imagem de algumas obras do meu trabalho a título gratuito e sem qualquer ônus de todos os direitos à pesquisadora Priscila Bezerra Zioto Barros para colaboração na pesquisa acima e contribuição na melhoria da Educação.

A presente Autorização é outorgada livre e espontaneamente, em caráter gratuito a utilização de imagem e de trabalhos desenvolvidos, incluindo as artes e textos que poderão ser exibidos, juntamente com a minha imagem ou não. Assino em 02(duas) vias de igual teor.

Sem mais,

\_\_\_\_\_ , \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Assinatura (Artista)



**Kobra Kobra** <studio.kobra@hotmail.com>  
para mim ▾

08/06/2016



Ola tudo bem ?

Otimo !

pode utilizar sem problemas.

tko

...

## APÊNDICE M – AUTORIZAÇÃO DE IMAGEM – OBRAS DE ARTE – TARSILA DO AMARAL



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Bauru



Bauru, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_

Prezado Responsável Direito Autoral - "Tarsila do Amaral"

Solicitamos autorização para a mestrandia **Priscila Bezerra Zioto Barros** utilizar algumas imagens das obras da Artista Tarsila do Amaral de acordo com a LEI N. 9.610/98 no auxílio de sua pesquisa intitulada "**NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA**". A pesquisa será desenvolvida por revisão de conteúdos, observação e aplicação de sequências didáticas em uma Escola Estadual do Interior de São Paulo. O objetivo da pesquisa consiste em observar e desenvolver uma proposta de ensino de Matemática e Arte que auxilie os alunos na aprendizagem dos conteúdos de Geometria e consiga perceber e relacionar as conexões existentes entre o Binômio: a Arte e a Matemática. Baseado na Pedagogia Histórico Crítica, verificar se o uso dessa metodologia acarreta melhoria na aprendizagem de todos os alunos e auxílio ao professor, com intuito de elaborar um Produto Educacional (material didático pedagógico).

O estudo ora proposto integra o Programa de Pós Graduação em "Docência para a Educação Básica" da UNESP de Bauru, sob a orientação do Prof. Dr. José Roberto Boettger Giardinetto.

Os dados colhidos serão eticamente tratados, seguindo as normas prescritas pelo Comitê de Ética em pesquisa envolvendo seres humanos. Assim, além dos cuidados com o levantamento de dados, as identidades das crianças serão preservadas, de acordo com a Resolução CNS 466/2012. E autorização de uso de imagem de acordo com a LEI N. 9.610/9 a título gratuito e sem qualquer ônus ao pesquisador.

Agradecemos a atenção e colocamo-nos à disposição para maiores informações.

IDENTIFICAÇÃO DA PESQUISA	
Pesquisa: "NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA"	
Orientador: Prof. Dr. Jose Roberto Boettger Giardinetto	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (14) 31036081	Endereço Eletrônico: <a href="mailto:jrbgiar@fc.unesp.br">jrbgiar@fc.unesp.br</a>
Aluna responsável: Priscila Bezerra Zioto Barros	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (18) 98199-4088	E-mail: <a href="mailto:priscezioto@bol.com.br">priscezioto@bol.com.br</a>

*Seção Técnica de Pós-Graduação da Faculdade de Ciências*  
Av. Engº Luiz Edmundo Carrijo Corbe, nº 14-01 - Vargem Limpa Bauru-SP CEP: 17033-360  
Fone: (14) 3103-6077 - email: [pgfc@fc.unesp.br](mailto:pgfc@fc.unesp.br) - site: [www.fc.unesp.br](http://www.fc.unesp.br)



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Bauru



AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM (LEI N. 9.610/98)	
Nome do Artista:	
RG:	
Responsável:	
RG:	
Telefone para contato:	
Endereço Eletrônico:	
<p>Declaramos termos sido informados de maneira clara e detalhada sobre as justificativas, os objetivos e a metodologia da pesquisa intitulada "NA ARTE E NA MATEMÁTICA: DA IMAGEM AO CONCEITO DE PERSPECTIVA" bem como as atividades envolvidas. Estamos cientes de que este trabalho é denominado sem fins lucrativos, sendo uma contribuição para a melhoria da Educação.</p> <p>Declaramos que concordamos com o uso de imagem de algumas obras do trabalho de Tarsila do Amaral a título gratuito e sem qualquer ônus de todos os direitos à pesquisadora Priscila Bezerra Zioto Barros para colaboração na pesquisa acima e contribuição na melhoria da Educação.</p> <p>A presente Autorização é outorgada livre e espontaneamente, em caráter gratuito a utilização de imagem e de trabalhos desenvolvidos, incluindo as artes e textos que poderão ser exibidos, juntamente com a sua imagem ou não. Assinamos em 02(duas) vias de igual teor.</p> <p style="text-align: right;">Sem mais,</p> <p style="text-align: right;">_____</p> <p style="text-align: right;">Assinatura (Artista) – <i>In Memoriam</i></p> <p style="text-align: right;">_____</p> <p style="text-align: right;">Assinatura (Responsável)</p>	



Luciana Freire Rangel

Ontem, 17:13

Você



Responder



Prezados responsáveis ...

1 MB

Baixar Salvar no OneDrive - Pessoal

Oi Priscila,

estamos de acordo com o uso, sem ônus, das imagens de obras da artista, para a apresentação de sua dissertação e desejamos muito sucesso para você.

Qualquer novo uso, em especial uso comercial ou com finalidade lucrativa deverá ser objeto de nova autorização.

Peço a gentileza que nos mantenha informados sobre a defesa pois assim poderemos divulgar no nosso site.

Atenciosamente

Luciana Freire Rangel

----- Mensagem original -----

## APÊNDICE N– AUTORIZAÇÃO DE IMAGEM – OBRAS DE ARTE – IVAN CRUZ



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Bauru



Bauru, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_

Prezado Artista "Ivan Cruz"

Solicitamos autorização para a mestrandia **Priscila Bezerra Zioto Barros** utilizar algumas imagens de suas obras de acordo com a LEI N. 9.610/98 no auxílio de sua pesquisa intitulada "**A ARTE NA MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO DE GEOMETRIA**". A pesquisa será desenvolvida por revisão de conteúdos, observação e aplicação de sequências didáticas em uma Escola Estadual do Interior de São Paulo. O objetivo da pesquisa consiste em observar e desenvolver uma proposta de ensino de Matemática e Arte que auxilie os alunos na aprendizagem dos conteúdos de Geometria e consiga perceber e relacionar as conexões existentes entre o Binômio: a Arte e a Matemática. Baseado na Pedagogia Histórico Crítica, verificar se o uso dessa metodologia acarreta melhoria na aprendizagem de todos os alunos e auxílio ao professor, com intuito de elaborar um Produto Educacional (material didático pedagógico).

O estudo ora proposto integra o Programa de Pós Graduação em "Docência para a Educação Básica" da UNESP de Bauru, sob a orientação do Prof. Dr. José Roberto Boettger Giardinetto.

Os dados colhidos serão eticamente tratados, seguindo as normas prescritas pelo Comitê de Ética em pesquisa envolvendo seres humanos. Assim, além dos cuidados com o levantamento de dados, as identidades das crianças serão preservadas, de acordo com a Resolução CNS 466/2012. E autorização de uso de imagem de acordo com a LEI N. 9.610/9 a título gratuito e sem qualquer ônus ao pesquisador.

Agradecemos a atenção e colocamo-nos à disposição para maiores informações.

IDENTIFICAÇÃO DA PESQUISA	
Pesquisa: "A ARTE NA MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO DE GEOMETRIA"	
Orientador: Prof. Dr. Jose Roberto Boettger Giardinetto	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (14) 31036081	Endereço Eletrônico: <a href="mailto:jrbgiar@fc.unesp.br">jrbgiar@fc.unesp.br</a>
Aluna responsável: Priscila Bezerra Zioto Barros	Instituição / Departamento: UNESP/Bauru – Departamento de Educação
Telefone: (18) 98199-4088	E-mail: <a href="mailto:priscazioto@bol.com.br">priscazioto@bol.com.br</a>

*Seção Técnica de Pós-Graduação da Faculdade de Ciências*  
Av. Engº Luiz Edmundo Carrijo Corbe, nº 14-01 - Vargem Limpa Bauru-SP CEP: 17033-360  
Fone: (14) 3103-6077 - email: [pgfc@fc.unesp.br](mailto:pgfc@fc.unesp.br) - site: [www.fc.unesp.br](http://www.fc.unesp.br)

AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM (LEI N. 9.610/98)
Nome do Artista:
RG:
Telefone para contato:
Endereço Eletrônico:
<p>Declaro ter sido informado de maneira clara e detalhada sobre as justificativas, os objetivos e a metodologia da pesquisa intitulada "A ARTE NA MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO DE GEOMETRIA" bem como as atividades envolvidas. Estamos cientes de que este trabalho é denominado sem fins lucrativos, sendo uma contribuição para a melhoria da Educação.</p> <p>Declaro que concordo com o uso de imagem de algumas obras do meu trabalho a título gratuito e sem qualquer ônus de todos os direitos à pesquisadora Priscila Bezerra Zioto Barros para colaboração na pesquisa acima e contribuição na melhoria da Educação.</p> <p>A presente Autorização é outorgada livre e espontaneamente, em caráter gratuito a utilização de imagem e de trabalhos desenvolvidos, incluindo as artes e textos que poderão ser exibidos, juntamente com a minha imagem ou não. Assino em 02(duas) vias de igual teor.</p> <p style="text-align: right;">Sem mais,</p> <p style="text-align: center;">_____, ____/____/____</p> <p style="text-align: right;">_____ Assinatura (Artista)</p>



**Projeto Brincadeiras de Criança Ivan Cruz <projeto brincadeiras de criança@gmail.com>** 16 de mar

para Ivan, mim

ola boa noite!

lindo trabalho parabéns!

que bom q nos encontramos de novo, não havia mesmo recebido seu email.

vamos tirar umas dúvidas sobre o termo, por favor

1- as imagens a serem utilizadas são as que vcs colocou na apresentação?  
vamos acrescentar o anexo e o envio da conclusão no termo?

Declaro que concordo com o uso de imagem das obras descritas no Anexo " Apresentação\_Ivan\_Cruz2 " do meu trabalho a título gratuito e sem qualquer ônus de todos os direitos à pesquisadora Priscila Bezerra Zioto Barros para colaboração na pesquisa acima e contribuição na melhoria da Educação. E o envio dos dados colhidos na conclusão deste estudo para nossos arquivos e conhecimento.

estamos a disposição?

fique com Deus

parabéns!

## APÊNDICE O

### **BINÔMIO: “ARTE E MATEMÁTICA” – GEOMETRIA E SUAS CONEXÕES**

(Produto Educacional – Sequências Didáticas)

Disponível em: <<http://www.fc.unesp.br#!/posdocencia>> ou <<http://www.fc.unesp.br#!/pos-graduacao/mestrado-doutorado/mestrado-profissional-em-docencia-para-a-educacao-basica/dissertaes-e-produtos/dissertacoes-e-produtos/>>.