



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de São José do Rio Preto

Ronaldo José Rosa Junior

EDUCAÇÃO FINANCEIRA:

Uma proposta de estudo de questões de ENEM e concursos públicos
com abordagem transversal e contextualizada

São José do Rio Preto
2018

Ronaldo José Rosa Junior

EDUCAÇÃO FINANCEIRA:

Uma proposta de estudo de questões de ENEM e concursos públicos com abordagem transversal e contextualizada

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre junto ao Programa Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, pólo de Presidente Prudente.

Orientador: Prof. Dr. Aylton Pagamisse

São José do Rio Preto
2018

Catálogo na Publicação (CIP)
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação – FOA / UNESP

Rosa Junior, Ronaldo José.

Educação financeira: uma proposta de estudo de questões de ENEM e concursos públicos com abordagem transversal e contextualizada / Ronaldo José Rosa Junior. – São José do Rio Preto 2018

90 f. : il. ; 30 cm.

Orientador: Aylton Pagamisse

Dissertação (mestrado profissional) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas

1. Matemática financeira 2. Contextualização 3. Transversalidade
I. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
II. Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas III.

CDU 510

Claudio Hideo Matsumoto CRB-8/5550

Ronaldo José Rosa Junior

EDUCAÇÃO FINANCEIRA:

Uma proposta de estudo de questões de ENEM e concursos públicos com abordagem transversal e contextualizada

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre junto ao Programa Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, pólo de Presidente Prudente.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Aylton Pagamisse
UNESP – Presidente Prudente
Orientador

Prof^a Dr^a Cristiane Nespoli Morelato França
UNESP – Presidente Prudente

Prof. Dr. Daniel dos Santos Viais Neto
Fatec – Presidente Prudente

São José do Rio Preto
02 de fevereiro de 2018

A minha esposa Renata e minhas
filhas Ananda e Clarice.

AGRADECIMENTOS

Meu mais humilde agradecimento ao corpo de professores do PROFMAT da FCT/Unesp – Campus de Presidente Prudente/SP, em particular ao Prof. Dr. Aylton Pagamisse, pela orientação, paciência e confiança.

Meu especial agradecimento ao Padre Luigi Favero, Reitor do Centro Universitário Católico Salesiano Auxilium – UniSALESIANO, pela motivação à continuidade de minha jornada acadêmica.

Meus agradecimentos à Professora Ruth das Neves Alves de Lima e ao Professor Osvaldo Gebra Junior, respectivamente Diretora e Coordenador do Instituto de Educação Manoel Bento da Cruz, em Araçatuba, pelo inestimável apoio no estudo de caso contido neste trabalho.

Meu carinhoso agradecimento aos meus colegas de turma pela imensurável ajuda, pelos ensinamentos, pelo apoio e, principalmente, pela constante motivação.

O abandono da Matemática traz dano a todo o conhecimento, pois aquele que a ignora não pode conhecer as outras ciências ou as coisas deste mundo.

Roger Bacon

RESUMO

Este trabalho propõe uma ordenação de ideias de cunho reflexivo-teórico sobre Educação Financeira e sobre a possibilidade de os alunos serem convidados a se tornarem agentes responsáveis pelo processo de aprendizagem de Matemática Financeira. Este convite, por mediação do professor, se dá num cenário de investigação e reflexão e num claro exercício de intervenção e julgamento prático. Para não suprimir a prática de exercícios, tampouco a teoria sem, no entanto, encará-los como único meio de abordagem, foi eleita a proposta de resolução de questões como estratégia inicial, levando-se em consideração a contextualização e a transversalidade que o assunto permite na interação com outras áreas do conhecimento matemático. Há, ainda, a possibilidade de aprofundamento no tema podendo, assim, transitar desde os mais fundamentais conceitos de regras de três e porcentagens, até o estudo de sequências, funções, exponenciais, logaritmos, construção e análise de gráficos e tabelas. A análise e resolução de questão do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e de questão de prova de concurso público de nível médio, desenvolvidas ao longo dos capítulos, confirmam que a aquisição do saber matemático, fundamentada na visão crítica de problemas cotidianos, proporciona ao aluno a confiança e o desprendimento essenciais para o enfrentamento de situações técnico-científicas. Também geram a capacidade de raciocínio lógico-matemático necessário ao seu pleno exercício de cidadania, conforme propostas de Educação Financeira estabelecidas pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB/96) e dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM).

Palavras-chave: Matemática Financeira. Contextualização. Transversalidade.

ABSTRACT

This essay proposes a sort of reflective-theoretical ideas about Financial Education and about the possibility of the students to be invited to be responsible agents of Financial Mathematics learning. This invitation, with the teacher's mediation, happens in a reflection and investigation scenario and in a clear exercise of intervention and practical judgment. To neither suppress the practicing of the exercises, nor the theory without, yet, face them as the only means of approach, a proposal of solving the questions as initial strategy was chosen, taking into consideration the contextualizing and the transversality which the issue allows in the interaction with other mathematical fields of expertise. There is, still, the possibility of the exploration in greater depth of this topic and it can, therefore, switch over between the most fundamental rules of three concepts and percentages, and the studying of sequences, functions, exponentials, logarithms, building and analyzing graphs and tables. The analysis and question solving of "Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)" and middle level test solving of public contest, solved as and when chapters are presented, confirm that the acquisition of the mathematical knowledge, supported by the critical view of daily problems, provides the students with the essential confidence and detachment for the confrontation of technical-scientific situations. Also, they generate the capability of mathematical-logic thinking needed to the students' complete exercise in citizenship, according to the proposals of Financial Education established by the "Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB/96)" and the "Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM)".

Keywords: Financial Mathematics. Contextualizing. Transversality.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Dinheiro e felicidade.....	18
Figura 2: De pais para filhos.....	19
Figura 3: Consumismo	20
Gráfico 1: Histórico da inflação brasileira.....	21
Figura 4: Resolver problemas reais.....	26
Figura 5: Decoreba.....	28
Quadro 1: Enquete 1 – Perguntas 01 a 05.....	32
Gráfico 2: Respostas da pergunta 01 da 1ª enquete	33
Gráfico 3: Respostas da pergunta 02 da 1ª enquete	33
Gráfico 4: Respostas da pergunta 03 da 1ª enquete	34
Gráfico 5: Respostas da pergunta 04 da 1ª enquete	34
Gráfico 6: Respostas da pergunta 05 da 1ª enquete	35
Quadro 2: Enquete 1 – Perguntas 06 a 13.....	38
Gráfico 7: Respostas da pergunta 06 da 1ª enquete	39
Gráfico 8: Respostas da pergunta 07 da 1ª enquete	39
Gráfico 9: Respostas da pergunta 08 da 1ª enquete	40
Gráfico 10: Respostas da pergunta 09 da 1ª enquete	40
Gráfico 11: Respostas da pergunta 10 da 1ª enquete	41
Gráfico 12: Respostas da pergunta 11 da 1ª enquete	41
Gráfico 13: Respostas da pergunta 12 da 1ª enquete	42
Gráfico 14: Respostas da pergunta 13 da 1ª enquete	42
Figura 6: Pais e filhos.....	43
Quadro 3: Enquete 1 – Perguntas 14 a 17.....	46
Quadro 4: Enquete 1 – Perguntas 14 a 17 – Por turma	46
Gráfico 15: Acertos da pergunta 14 da 1ª enquete	47
Gráfico 16: Acertos da pergunta 15 da 1ª enquete	47
Gráfico 17: Acertos da pergunta 16 da 1ª enquete	48
Gráfico 18: Acertos da pergunta 17 da 1ª enquete	48
Gráfico 19: Acertos das perguntas 14 a 17 da 1ª enquete.....	49
Gráfico 20: Comparativo: perguntas 14 a 17 da 1ª enquete	49
Quadro 5: Enquete 1 – Perguntas 14 a 17 – Agrupadas.....	50
Gráfico 21: Perguntas 14 a 17 – Resultados agrupados.....	50

Gráfico 22: Montante Simples e Montante Composto.....	57
Quadro 6: Montante Simples e Montante Composto.....	64
Gráfico 23: Montantes e funções	67
Quadro 7: Enquete 2 – Perguntas 01 a 04.....	71
Gráfico 24: Acertos 3º B - Perguntas 01 a 04 da 2ª enquete	71
Gráfico 25: Acertos 3º C - Perguntas 01 a 04 da 2ª enquete	72
Gráfico 26: Acertos 3º BC - Perguntas 01 a 04 da 2ª enquete.....	72
Quadro 8: Comparativo 3º B X 3º C na 1ª enquete.....	73
Gráfico 27: Comparativo 3º B X 3º C na 1ª enquete	73
Quadro 9: Comparativo 3º B X 3º C na 2ª enquete – Q. 01 a 04	74
Gráfico 28: Comparativo 3º B X 3º C na 2ª enquete – Q. 01 a 04.....	74
Quadro 10: Comparativo 3º B – 1ª X 2ª enquetes – Q. 01 a 04	75
Gráfico 29: Comparativo 3º B – 1ª X 2ª enquetes – Q. 01 a 04	75
Quadro 11: Comparativo 3º C – 1ª X 2ª enquetes – Q. 01 a 04.....	76
Gráfico 30: Comparativo 3º C – 1ª X 2ª enquetes – Q. 01 a 04	76
Quadro 12: Comparativo 3º BC – 1ª X 2ª enquetes – Q. 01 a 04.....	77
Gráfico 31: Comparativo 3º BC – 1ª X 2ª enquetes – Q. 01 a 04.....	77
Gráfico 32: Comparativo de Montantes Simples e Compostos.....	80
Quadro 13: Enquete 2 – Perguntas 05 a 08.....	81
Gráfico 33: Acertos 3º B - Perguntas 05 a 08 da 2ª enquete	82
Gráfico 34: Acertos 3º C - Perguntas 05 a 08 da 2ª enquete	82
Gráfico 35: Acertos 3º BC - Perguntas 05 a 08 da 2ª enquete.....	83
Quadro 14: Comparativo 3º B X 3º C na 2ª enquete – Q. 05 a 08	84
Gráfico 36: Comparativo 3º B X 3º C na 2ª enquete – Q. 05 a 08.....	84
Quadro 15: Comparativo 3º B X 3º C na 2ª enquete – Q. 01 a 08	85
Gráfico 37: Comparativo 3º B X 3º C na 2ª enquete – Q. 01 a 08.....	85
Quadro 16: Comparativo 3º BC – 1ª enq. (Q. 01 a 04) X 2ª enq. (Q. 01 a 08).....	86
Gráfico 38: Comparativo 3º BC – 1ª enq. (Q. 01 a 04) X 2ª enq. (Q. 01 a 08).....	86

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	EPISTEMOLOGIA DO ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA.....	17
2.1	AS RELAÇÕES DE CONSUMO E A FAMÍLIA	19
2.2	A HERANÇA DA HIPERINFLAÇÃO E O CENÁRIO ECONÔMICO ATUAL...21	
2.3	O PAPEL DA ESCOLA NA EDUCAÇÃO FINANCEIRA	24
2.4	AS INTERAÇÕES NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM.....	25
3	O ESTUDO DE CASO	27
3.1	A FORMULAÇÃO DA PRIMEIRA ENQUETE.....	27
3.2	A ESCOLHA DA SITUAÇÃO PROBLEMA PARA AS AULAS	28
3.3	A OPÇÃO PELAS TURMAS 3º B E 3º C	29
3.4	A FORMULAÇÃO DA SEGUNDA ENQUETE	30
4	A PRIMEIRA ENQUETE	31
4.1	AS PERGUNTAS DE INFORMAÇÕES PESSOAIS SOBRE OS ALUNOS....	31
4.1.1	Os resultados.....	32
4.1.2	Conclusões Imediatas.....	35
4.2	AS PERGUNTAS DE CONHECIMENTOS GERAIS SOBRE FINANÇAS	36
4.2.1	Os Resultados	38
4.2.2	Conclusões Imediatas.....	43
4.3	AS PERGUNTAS DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS.....	44
4.3.1	Os Resultados	45
4.3.2	Conclusões Imediatas.....	51
5	RESOLUÇÃO DE QUESTÃO DO ENEM	52
5.1	QUESTÃO 146 DO CADERNO AMARELO DA PROVA ENEM – 2013.....	53
5.2	OS CONCEITOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA NA QUESTÃO.....	53
5.2.1	O Conceito de Lucro	54
5.2.2	O Cálculo de Porcentagens	54
5.3	A RESOLUÇÃO DA QUESTÃO PROPOSTA	55

6	RESOLUÇÃO DE QUESTÃO DE CONCURSO PÚBLICO	56
6.1	QUESTÃO 09 DA PROVA DO CONCURSO CEF – 2008 – CESGRANRIO..	57
6.2	OS CONCEITOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA NA QUESTÃO	58
6.2.1	Juros, Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas	60
6.2.2	Juros, Funções Afins e Funções Exponenciais	65
6.3	A RESOLUÇÃO DA QUESTÃO PROPOSTA.....	67
7	A SEGUNDA ENQUETE.....	69
7.1	AS PERGUNTAS REAPLICADAS NA SEGUNDA ENQUETE.....	69
7.1.1	Os Resultados	70
7.1.2	Comparativo: Primeira Enquete X Segunda Enquete	73
7.1.3	Conclusões imediatas	78
7.2	AS PERGUNTAS EXCLUSIVAS DA SEGUNDA ENQUETE	78
7.2.1	Os Resultados	80
7.2.2	Conclusões imediatas	87
8	CONCLUSÃO	88
	REFERÊNCIAS.....	89

1 INTRODUÇÃO

Menezes e Santos (2001, online) destacam que transversalidade é “Termo que, na educação, é entendido como uma forma de organizar o trabalho didático na qual alguns temas são integrados nas áreas convencionais de forma a estarem presentes em todas elas”. Segundo eles:

A transversalidade se difere da interdisciplinaridade porque, apesar de ambas rejeitarem a concepção de conhecimento que toma a realidade como um conjunto de dados estáveis, a primeira se refere à dimensão didática e a segunda à abordagem epistemológica dos objetos de conhecimento. Ou seja, se a interdisciplinaridade questiona a visão compartimentada da realidade sobre a qual a escola se constituiu, mas trabalha ainda considerando as disciplinas, a transversalidade diz respeito à compreensão dos diferentes objetos de conhecimento, possibilitando a referência a sistemas construídos na realidade dos alunos (MENEZES e SANTOS, 2001, online).

De acordo com o Ministério da Educação (MEC), os temas transversais estão voltados à “compreensão da realidade social e dos direitos e responsabilidades em relação à vida pessoal e coletiva e a afirmação do princípio da participação política” (BRASIL, 1998a, p.17). Com base nesta ideia, o consumo é um dos temas definidos pelo MEC para abordar valores referentes à cidadania, pois correspondem a questões atuais, importantes e urgentes sob vários aspectos da vida cotidiana.

Isto posto, já não mais é possível dissociar o Ensino de Matemática Financeira da Educação Financeira. O primeiro, de caráter exclusivamente tecnicista, se preocupa com os aspectos formais e científicos do ensino da Matemática, ao passo que o segundo, mais abrangente, visa a autonomia do educando. Segundo Kamii (1984), “Autonomia significa ser governado por si mesmo. É o oposto de heteronomia, que quer dizer ser governado por outra pessoa”. De acordo com o MEC, “esse aluno que estará na vanguarda não será nunca um expectador, um acumulador de conhecimentos, mas um agente transformador de si mesmo e do mundo”.

Assim, o objetivo geral deste trabalho foi descrever como resoluções de questões de provas de ENEM e concursos públicos podem ser utilizadas, interagindo com outras áreas do conhecimento matemático, para transcender o

conteúdo de Matemática Financeira de forma contextual e transversal, numa abordagem crítica e reflexiva.

Os objetivos específicos, delineados para delimitar as estratégias que levam ao objetivo geral, foram:

- i) Identificar as possíveis causas da frequente dificuldade no uso de conhecimentos de Matemática Financeira no cotidiano;
- ii) Formular uma proposta de interação dos conteúdos específicos da Matemática Financeira com outras áreas do conhecimento matemático e do cotidiano dos alunos;
- iii) Estimular o uso do raciocínio lógico-matemático como base para a autoconfiança na aquisição do saber matemático;
- iv) Promover o convite à reflexão crítica no uso de conhecimentos de Matemática Financeira na formação do cidadão.

Para atingir estes objetivos, a estruturação dos capítulos deu-se de tal forma que, no Capítulo 2, foi provocado um ensaio sobre as possíveis causas das dificuldades dos alunos em Matemática Financeira, transitando entre assuntos como a influência das relações de consumo e da família, a herança cultural do período de hiperinflação, o dinamismo da economia, a atual conjuntura econômica nacional e as interações destas questões no processo de aprendizagem de Matemática Financeira, estabelecendo, desta forma, o porquê da importância do tema desta dissertação.

No Capítulo 3, foi descrita a estratégia adotada e as etapas do estudo de caso, estabelecendo o aluno do terceiro ano do ensino médio de escola estadual como o sujeito a quem se destina o objeto deste trabalho e o período que precede a prova do ENEM como época da aplicação do mesmo.

No Capítulo 4, foi apresentada a primeira pesquisa realizada com quatro turmas de terceiro ano do ensino médio, do período matutino da maior escola estadual da cidade de Araçatuba – SP. As perguntas foram fundamentadas na hipótese levantada no Capítulo 2 e os respectivos resultados ajudaram a definir o que será trabalhado nos Capítulos 5 e 6.

Os Capítulos 5 e 6 sugeriram, respectivamente, propostas de resoluções de questões retiradas de provas do ENEM e de concurso público dentro dos

parâmetros estabelecidos, definindo, desta forma, o que pode ser feito, sugerindo como se pode estabelecer a contextualização e a transversalidade de acordo com os assuntos eleitos.

No Capítulo 7, foi apresentada a segunda pesquisa realizada com duas das quatro turmas alvo da primeira pesquisa, após as aulas ministradas. Seus resultados fundamentam a tese deste trabalho.

Assim, não obstante as dificuldades apresentadas no Capítulo 2, este trabalho demonstrará que o professor pode ser o mediador para que seus alunos se tornem, no processo de aquisição do saber matemático, agentes ativos e reflexivos, capazes de estabelecerem julgamento prático e crítico acerca das questões cotidianas que envolvem o conhecimento necessário à boa administração de suas finanças pessoais, ao mesmo tempo em que se preparam para o ingresso em universidades e/ou concursos públicos.

2 EPISTEMOLOGIA DO ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

Falar sobre Educação não é tarefa fácil, pois sua abordagem permeia diferentes instituições, como família, escola, sociedade, cultura, política e até religião, todas com diferentes variáveis e elevados graus de complexidade as quais, isoladamente ou agrupadas, são terreno fértil para o cultivo de ideias sobre Educação Financeira.

Ainda mais complexo é o processo de reeducação, pois implica em quebra de paradigmas e compreensão dos condicionamentos que envolvem o tema, sejam eles lógicos, matemáticos, culturais, sociais ou históricos. É necessário, pois, o reordenamento de ideias sistematizando estas relações, estabelecendo seus vínculos e avaliando seus resultados e aplicações.

Machado e Tavares (2007, p. 07) fazem um interessante paralelo entre a reeducação alimentar e a reeducação financeira:

Não é difícil traçar um paralelo entre os dois dos maiores problemas que afetam as pessoas e suas famílias neste novo e surpreendente terceiro milênio: a obesidade e a inadimplência. Em ambos os transtornos há invariavelmente na origem um descontrole, um compromisso bem intencionado de que a questão será resolvida no menor prazo possível e o descumprimento imediato de promessas feitas *da boca para fora*, porque comer é muito bom e gastar também (Grifo dos autores).

Numa reflexão antropológica do tema, os autores justificam o ato de gastar, assim como o de comer, como uma compensação às dificuldades e dissabores da vida cotidiana:

Gastar é uma extensão desse hábito original. Se os primitivos só tinham alimento, os modernos têm um enorme elenco de produtos e serviços que dão a mesma satisfação. Gastar é, no fundo, uma forma moderna de comer. A diferença é que comer engorda e gastar emagrece, pelo menos, o bolso (MACHADO; TAVARES, 2007, p. 07).

Neste contexto, fica fácil concordar com Machado e Tavares que a reeducação financeira, assim como a alimentar “Parece muito fácil para quem recomenda e quase impossível para quem executa” (MACHADO; TAVARES, 2007, p. 09).

Cinco teorias do comportamento do consumidor destacam-se no mundo do marketing e são objeto de estudo de especialistas. Entre elas, a Teoria da Racionalidade Econômica, sobre a qual Meneghetti e outros (2014, p. 40) destacam:

A Teoria da Racionalidade Econômica, de uma forma breve, foca o comportamento do consumidor na sua soberania no mercado, onde o prazer ou a satisfação coloca-se à frente do desconforto ou sofrimento, onde seu hábito de consumo, como pressuposto, está relacionado ao deleite, ao gosto, à satisfação, à sensação agradável. Entretanto, o suprimento das necessidades nem sempre pode ser concretizado face às delimitações da capacidade de consumo expressada pela renda, e, ainda, como é, ou está, distribuída em cada economia.

As tirinhas de jornais são uma modalidade textual do gênero quadrinhos que têm como característica fundamental o humor, por vezes irônico, de final inesperado. Atualmente as tirinhas vêm sendo usadas com relativa frequência em questões de provas, vestibulares, ENEM e concursos públicos e não raramente expressam temas ligados à educação e ao consumo. A Figura 1 ilustra, desta forma, a relação entre dinheiro e felicidade, traduzindo a ideia central da Teoria da Racionalidade Econômica.



Figura 1: Dinheiro e felicidade

Fonte: <http://www.oslevadosdabreca.com/tag/dinheiro/> (acesso: 24/12/2017)

2.1 AS RELAÇÕES DE CONSUMO E A FAMÍLIA

A sociedade moderna é significativamente marcada pelas relações de consumo e é inquestionável a influência do contexto e da convivência social como determinantes nestas relações, assim como é inegável o forte apelo das campanhas publicitárias cientificamente elaboradas de modo a impor necessidades e ditar padronização. Também é notável a crescente oferta de produtos, de bens e de serviços com conseqüente e proporcional aumento de formas de pagamento, de oferta de crédito e de produtos financeiros.

Para Martins (2011, p. 67), “[...] a euforia com o aumento do crédito pessoal e a crença de que isso é necessariamente bom para o país pode ser um eufemismo perigoso, sobretudo porque pode esconder o fato de que as famílias estão se endividando além da conta”.

Segundo Campos (2013), “A Educação Financeira nos países desenvolvidos compete à família. Já as escolas têm a função de aprimorar a formação que esses indivíduos recebem em casa”. Para Meneghetti e outros (2014, p. 19), “Provavelmente, um dos maiores erros é não ensinar as crianças a lidarem com o dinheiro. E o fato de não se falar sobre isso em casa pode fazer com que as crianças tenham uma ideia errada sobre a vida”.

Entretanto, estarão os pais preparados a orientar os filhos sobre o assunto, ou também eles necessitam da reeducação financeira? Sobre este dilema, Meneghetti e outros (2014, p. 20) questionam “Como dar bons exemplos aos adolescentes, se os adultos não praticam a principal regra: gastar menos do que ganha?”. Esta ideia fica significativamente expressa na Figura 2.



Figura 2: De pais para filhos

Fonte: <http://www.oslevadosdabreca.com/tag/dinheiro/> (acesso: 24/12/2017)

De acordo com Saito (2007, p. 67 citado por CAMPOS, 2013, p. 38), nos países do Leste Europeu e América Latina “[...] fica evidente a inexistência de uma ação consciente da esfera pública, de modo que a população se torna uma vítima fácil de eventuais fraudes e atitudes oportunistas por parte dos fornecedores de produtos e serviços financeiros”.

No Brasil, a falta de políticas públicas eficientes de educação financeira e a inoperância do poder público com ações de proteção ao consumidor têm levado a população a um preocupante cenário de descontrole financeiro e endividamento. Esta conjuntura dificilmente será rompida se não houver mudança de atitude e desenvolvimento de pensamento crítico do consumidor, como ilustra a Figura 3. O pesquisador destaca ainda que no Brasil o foco é o crédito e, mais adiante, conclui:

Para o êxito das ações de educação em Finanças Pessoais, é necessário haver foco no desenvolvimento do pensamento crítico e do caráter não doutrinador, em detrimento da ênfase nos interesses comerciais e voltados ao consumo de um determinado produto financeiro (SAITO, 2007, p. 99).



Figura 3: Consumismo

Fonte: <http://mulher30.com.br/tirinhas/vivi/page/2> (acesso: 24/12/2017)

Com sede em Paris, França, e criada em 1961, a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OCDE é uma organização internacional que reúne as principais potências econômicas mundiais e alguns países emergentes. Atua nos âmbitos internacional e intergovernamental e tem como objetivos, entre outros, contribuir para o crescimento do comércio mundial e ajudar outros países a desenvolverem as suas economias. Pesquisas da OCDE sobre educação financeira apontam para um baixo nível de cultura financeira,

sobretudo em países menos desenvolvidos, indicando fragilidades destas populações.

Os poderes públicos são perfeitamente conscientes da necessidade de melhorar a cultura financeira, mas as recomendações da OCDE mostram que é apenas uma primeira etapa; é necessário [...] persuadir os consumidores de que eles têm necessidade de uma educação financeira e lhe permitir que essa educação seja acessível[...] (MENEGETTI e outros, 2014, p. 53).

2.2 A HERANÇA DA HIPERINFLAÇÃO E O CENÁRIO ECONÔMICO ATUAL

A sociedade brasileira contemporânea vivencia a herança cultural advinda do recente e longo período de hiperinflação, como pode ser observado no Gráfico 1, e da ainda mais recente alternância de períodos entre aparente estabilidade e crises econômicas, seja no âmbito nacional, como no internacional.

Brasileiros chegaram a conviver com inflação de mais de 80% ao mês

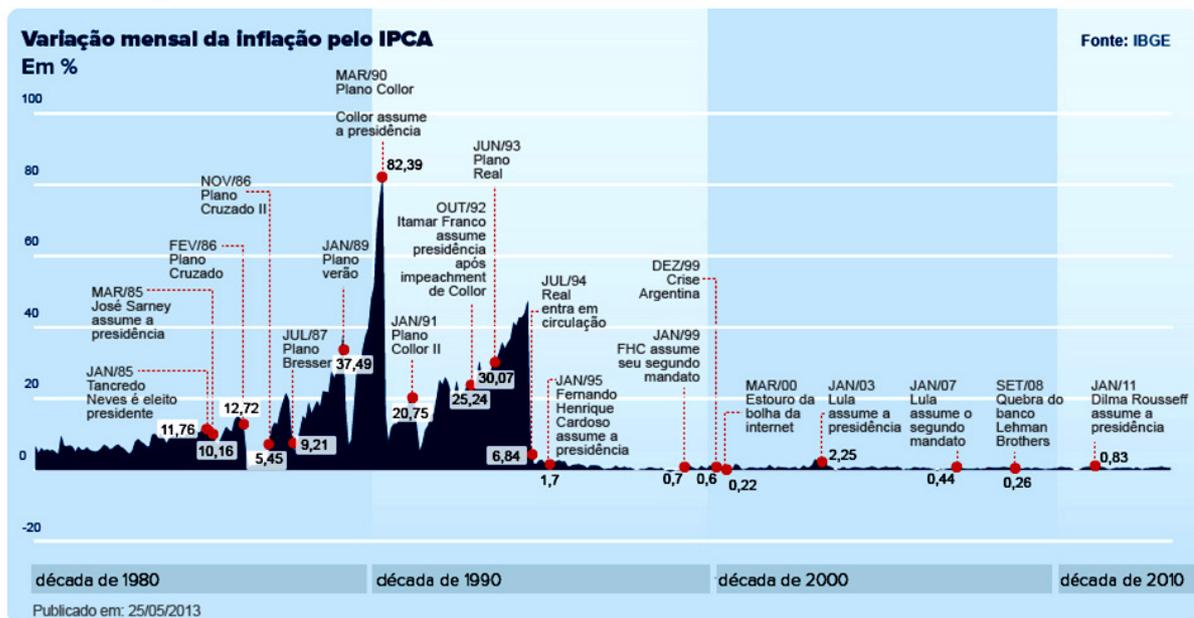


Gráfico 1: Histórico da Inflação Brasileira

Fonte: hefmconsultoria.com (acesso: julho/2015)

Esta herança, a velocidade com que as mudanças ocorrem no cenário econômico e suas implicações no cenário social, aliadas à ineficiência do poder

público no ordenamento das relações de consumo formaram a base sobre a qual se ergueram gerações de brasileiros com baixo nível de cultura financeira.

Estes, por comodidade, por desconforto com o tema ou, o que é mais provável, por ignorância, são incapazes de transmitir às nossas crianças e adolescentes os mais elementares fundamentos de Educação Financeira. Assim, o consumismo inconsciente e inconsequente ganha sobrevida geração após geração.

Soares (2014, p. 02) aborda esta questão:

Muitas pessoas apresentam uma certa rejeição a tudo que diz respeito a expressão que denota finanças, mas creio que isso é cultural. Confundimos finanças com matemática e todos temos medo da matéria que tanto nos causava desconforto nos bancos escolares, então confundir finanças com matemática é normal, o que não pode ser normal é usar isso como desculpa para não conseguir administrar sua vida financeira. Educação financeira é uma matéria ligada mais à administração do que com a matemática. [...] devemos ter em mente que o que temos que aprender é administrar e não a fazer contas.

No mundo moderno, particularmente em momentos de crise, sustentabilidade é muito mais que um modismo; é uma tendência e questão de sobrevivência para os mais diversos setores da sociedade. É premente que se tenham planejamento e ações para suprir necessidades atuais e das próximas gerações. O livro *Meu cofrinho, meu futuro* (2015, p. 24) aplica a expressão 'Sustentabilidade Financeira' e explica que "envolve administrar seu dinheiro com planejamento e nunca gastar mais do que recebe para não ficar com dívidas".

Para Martins (2011, p. 72) "Tudo parece óbvio. E é. O problema não está em *saber o que fazer*, mas em *conseguir fazer*".

Atualmente, a maioria das pessoas sabe que há uma crise financeira global. Infelizmente, a maioria não sabe o que fazer a respeito. Em vez de ignorar, a maioria fecha os punhos ainda mais e espera que a crise passe, rezando para que os líderes políticos consigam resolver a crise global e aqueles dias felizes voltem. Alguns poucos sabem que precisam mudar. Mas, sem uma educação financeira sólida, não sabem o que fazer ou como efetuar essas mudanças (KIYOSAKI, 2011, p. 01).

Com o objetivo de representar o segmento varejista nacional, a Confederação Nacional de Dirigentes Lojistas – CNDL foi fundada em 21 de outubro de 1960 e desempenha importante papel de análise do consumidor brasileiro. Mantém atualizado, via pesquisas, o perfil deste consumidor com dados como faixas salariais e etárias, índices de inadimplência, histórico e expectativa de consumo e outros dados relevantes ao comércio. Assim, presta importante assistência ao setor e sua base de dados é confiável fonte de pesquisa.

Recente matéria publicada no site do CNDL em 14 de novembro de 2017 mostra que os cartões de loja e os empréstimos são os principais causadores da inadimplência dos brasileiros. Cerca de 80% dos inadimplentes brasileiros se encaixam nestas modalidades. Em 2016 o percentual de atraso por estes motivos era de 73%. De acordo com a notícia:

A segunda modalidade de crédito que mais gera negativação de CPF são os empréstimos em bancos ou financeiras: 65% dos entrevistados que têm esse tipo de compromisso ficaram com o 'nome sujo' em decorrência de atrasos em suas parcelas. Nesse último caso, houve uma queda de 10 pontos percentuais na comparação com o ano passado.

Com esta e outras fontes, diversos autores fazem citações à questão da inadimplência e a análise das citações evidencia o dinamismo dos números da economia nacional. A exemplo disto, Machado e Tavares (2007, p. 16) citam:

A Fundação Procon realizou cuidadosas pesquisas que mostraram que mais de 95% dos compradores entrevistados desconhecem a taxa real de juros cobradas em suas compras à prazo. Outra pesquisa, divulgada pela Associação dos Executivos de Finanças, Administração e Contabilidade – Anefac, mostrou que 30% da renda familiar é destinada ao pagamento de encargos financeiros. É muito, especialmente considerando a renda já ser baixa e o saldo restante ser geralmente insuficiente para o sustento das famílias.

Também Meneghetti e outros (2014, p. 7) destacam:

Nos últimos anos, o Brasil experimentou uma expansão de crédito sem precedentes, saindo de um percentual de aproximadamente 30% do PIB no ano de 2007 para um percentual próximo a 60% em 2014. Nesse período, o endividamento das famílias saltou de 25% para 45% da renda familiar.

2.3 O PAPEL DA ESCOLA NA EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Considerando-se o despreparo das famílias para com os assuntos pertinentes à Educação Financeira, a ausência, ou inoperância, do poder público em relação ao tema e o dinamismo das questões relativas ao cenário econômico nacional, fica evidente que a escola ganha papel de destaque na reordenação de ideias acerca do tema.

A escola precisa, em caráter urgente, assumir a vanguarda nas ações que construirão a base sobre a qual se erguerão as novas gerações de consumidores conscientes, reflexivos e críticos.

Tendo em vista ainda a subjetividade, a complexidade e a quantidade de variáveis nos assuntos relativos à Educação Financeira, não se pretende aqui enveredar por todas elas, mas provocar uma reflexão a respeito do papel da escola neste contexto.

Para Martins (2011, p. 57), “Infelizmente, a escola ignora a alfabetização financeira, por isso há milhões de pessoas inteligentes em todo o mundo quebrando por cometer erros banais”.

Pretende-se, portanto, fluir por algumas destas variáveis, em particular nas que, por interferência do professor, podem ser determinantes na construção do conhecimento matemático voltado a uma Educação Financeira crítica e contextualizada, capaz de ser protagonista na construção da cidadania de seus alunos.

Sobre esta responsabilidade, Moreira (2013, p. 01) considera:

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) apresentam a necessidade de que o ensino da matemática colabore para o desenvolvimento da pessoa, na sua qualificação para o trabalho e o exercício da cidadania. Sendo assim, os professores não podem negligenciar a responsabilidade de promover a educação para o consumo. É preciso refletir sobre o fato de que temos que oferecer aos nossos alunos conhecimento matemático suficiente para que decidam, de forma consciente, a melhor maneira de exercer seus direitos como cidadãos e não serem lesados na hora de consumir.

Para Meneghetti e outros (2014, p. 53), “[...] os jovens que saem do sistema escolar hoje devem ter um conhecimento mais amplo ou mais profundo das

questões financeiras que seus próprios pais se eles querem gerir corretamente suas finanças ao longo de sua vida”.

Ainda sobre as recomendações da OCDE, Meneghetti e outros (2014, p. 53) destacam que “[...] a educação financeira deve começar na escola, a população deve ser melhor treinada/educada em questões financeiras no mínimo de idade possível, ou melhor, em idade precoce [...]”.

No mesmo contexto, Martins (2011, p. 91) define ‘inteligência financeira’ como “a inteligência humana voltada às competências e às habilidades para manejar dinheiro e gerenciar ganhos, gastos e investimentos” e completa:

Não vejo como alguém pode aumentar a inteligência financeira sem aprender noções de comércio, de finanças, de tributos e de contratos. Por isso, é lamentável a omissão das escolas no ensino desses assuntos, os quais deveriam, em minha opinião, ser introduzidos na educação de base desde o primeiro ano escolar (MARTINS, 2011, p. 91).

2.4 AS INTERAÇÕES NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM

Segundo Piaget, o conhecimento resulta das ações e interações do sujeito no ambiente em que vive. Sendo assim, é possível e provável que o professor de Matemática constate, no campo da Matemática Financeira, eventuais distorções e equívocos conceituais oriundos do convívio familiar e social.

É neste sentido que devemos considerar a complexidade da missão e o protagonismo que o professor de Matemática deve exercer na abordagem de assuntos ligados à Matemática Financeira e no processo de reeducação financeira de seus alunos.

Os conceitos que os alunos têm ao chegarem à escola são formados por interação com situações da vida cotidiana e pela concepção prévia que eles já têm das relações matemáticas. Essas concepções prévias devem aflorar para que o professor possa perceber os possíveis erros e enganos decorrentes delas, e utilizá-las transformando-as em conceitos mais sofisticados e abrangentes. É essencial que o professor proponha aos alunos um conjunto de situações que os obriguem e os ajudem a ajustar suas ideias e procedimentos, tornando-se capazes de analisar as coisas mais profundamente, de revisar e ampliar os seus conceitos (CARVALHO, 1994, p. 87 - 88).

Não diferentemente dos outros ramos das ciências e das tecnologias, o conhecimento matemático advém da necessidade de dominar situações e resolver problemas. Portanto, não se deve considerar o conhecimento como pronto, acabado e transferível aos alunos como, aliás, faz parte de nossa cultura educacional e fica expresso na Figura 4. O desafio no processo de aprendizagem é proporcionar condições para que o aluno construa o conhecimento a partir de suas interações com situações problema. Para Carvalho (1994, p. 82), “[...] não se aprende Matemática para resolver problemas e, sim, se aprende Matemática resolvendo problemas”.

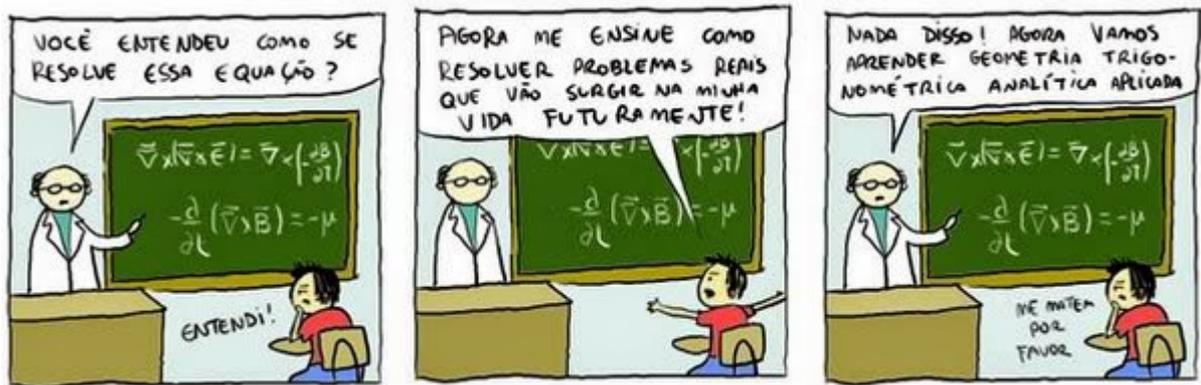


Figura 4: Resolver problemas reais

Fonte: <https://blogdoprofh.wordpress.com/category/matematica/page/2/> (acesso: 24/12/2017)

Conceitos e habilidades desenvolvem-se no decorrer de longos períodos de tempo. Isso é verdade não apenas para as características gerais do pensamento, tais como foram estudadas por Piaget e outros psicogeneticistas, mas também para os conteúdos das ciências, em particular da Matemática (CARVALHO, 1994, p. 88).

Carvalho (1994, p. 82) considera que, “[...] a formação de um conceito se faz ao longo do tempo, por meio de muitas interações, de maneira que novas situações e novos conceitos lhes sejam significativos, aplicando e adaptando as suas antigas ideias”.

Para Mendonça e Paula (2009, p. 84), “A formação de conceitos depende da capacidade dos indivíduos para se apropriarem conteúdos e para objetivá-los, bem como com a capacidade de se unir o todo com as partes”.

3 O ESTUDO DE CASO

Mesmo após 20 anos da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB/96) e da definição dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) que propõem uma educação comprometida com a cidadania, as escolas de ensino médio preservam suas grades curriculares compartmentadas em disciplinas, com seus conteúdos fragmentados e engessados em rigorosos currículos.

O princípio da transversalidade e da interdisciplinaridade objetiva transcender as fronteiras das disciplinas, buscando a interação, a integração e a intercomunicação entre elas. Porém, ainda antes de pensar na transversalidade e na interdisciplinaridade sem, no entanto, perder o foco nestas estratégias pedagógicas, o professor de Matemática deve refletir sobre as conexões e interações entre os diversos ramos do conhecimento matemático.

Para o estudo de caso contido neste trabalho, foi escolhida a escola Instituto Educacional Manoel Bento da Cruz, situada à Rua Carlos Gomes, número 732, no centro da cidade de Araçatuba, estado de São Paulo. Popularmente conhecida como I.E., a escola, que funciona desde 1932, teve sua regularização oficial em 24 de março de 1934, sendo a mais antiga, maior e mais tradicional escola pública da cidade, contando atualmente com cerca de mil alunos por ano.

O estudo de caso ocorreu nas duas semanas circunvizinhas à prova de Matemática do ENEM 2017, ocorrida em 12 de novembro de 2017.

3.1 A FORMULAÇÃO DA PRIMEIRA ENQUETE

A primeira enquete do estudo de caso se deu nas quatro turmas de terceiro ano do Ensino Médio do período matutino da escola e teve um universo de 103 alunos participantes. Foi elaborada com um total de 17 questões, divididas em três grupos de perguntas e aplicada no início da semana que precedeu a prova do ENEM.

O primeiro grupo de perguntas, com cinco questões sobre informações pessoais dos alunos, objetivou traçar o perfil dos alunos participantes. O segundo

grupo de perguntas, com oito questões de conhecimentos gerais sobre finanças, objetivou levantar o conhecimento destes alunos acerca do tema. O terceiro grupo de perguntas, com quatro questões de Matemática Financeira, objetivou verificar o nível de conhecimento matemático nos assuntos relacionados ao tema.

3.2 A ESCOLHA DA SITUAÇÃO PROBLEMA PARA AS AULAS

A escolha das duas questões a serem propostas como situações problema para serem discutidas e resolvidas em sala para os alunos, após a primeira enquete, levou em consideração o fato de contemplarem o ENEM e prova de concurso público. Esta escolha também considerou a reflexão sobre as interações e conexões que os assuntos principais das questões podiam estabelecer com outras áreas do conhecimento matemático, na forma de ‘teia’ de informações.

Foi ainda considerada a contextualização destas questões e como poderiam ser utilizadas de forma a vincular o conhecimento matemático à sua origem e à sua aplicação, abordando o conhecimento matemático de forma agradável, interessante e motivadora, deixando de lado a tradicional ‘decoreba’ ilustrada na Figura 5 e que Paulo Freire denominava de ‘educação bancária’, na qual o professor deposita conhecimento em alunos desprovidos de pensamento próprio.



Figura 5: Decoreba

Fonte: <http://meninomalquinho.educacional.com.br/paginatininha/PaginaAnterior.asp?da=30032017>

(acesso: 24/12/2017)

A ideia central não é apresentar estas questões simplesmente como um modelo acabado, mas como exemplo de metodologia utilizada a favor do raciocínio, da reflexão crítica e do desenvolvimento de habilidades e competências.

Para Carvalho (1994, p. 82), “[...] a proposta de tarefa feita pelo professor deve ser tão interessante que crie, na classe, um clima de pesquisa, de busca de solução para os problemas que emergirem na proposta”.

Sobre o desenvolvimento de metodologias com uso de situação-problema, Perez e Silva (2009, p. 126) consideram:

O desenvolvimento de metodologias sustentadas em situação-problema permite que as aprendizagens se construam na articulação das dúvidas do sujeito com sua busca de respostas, criando uma dinâmica de aprendizagem em que o sujeito se faz presente.

As aulas foram ministradas em horário regular, no fim da semana que precedeu a prova do ENEM e tiveram como estratégia a contextualização, a transversalidade e as interações dos alunos em seus ambientes familiares e sociais de consumo. Os procedimentos didáticos adotados para a resolução das questões escolhidas, do ENEM e de concurso público de nível médio serão respectivamente descritos nos capítulos 5 e 6.

3.3 A OPÇÃO PELAS TURMAS 3º B E 3º C

Para que fossem ministradas as aulas e posteriormente aplicada a segunda enquête, foram selecionadas as turmas 3º B e 3º C que atingiram, respectivamente, o pior e o melhor índice de acerto nas questões do terceiro grupo de perguntas da primeira enquête.

Foi escolhida esta estratégia pois estas questões, que diziam respeito à assuntos específicos de Matemática Financeira, por terem um caráter mais técnico e menos subjetivo, poderiam ter seus resultados mais facilmente comparados aos resultados da segunda enquête, aplicada após as aulas, na semana seguinte.

Foram ministradas duas aulas em cada uma das turmas selecionadas e em nenhum momento do processo os alunos foram informados das etapas consecutivas. O objetivo desta estratégia metodológica foi mensurar, de forma

bastante natural, o impacto das aulas e compará-lo nas turmas de pior e melhor rendimento.

3.4 A FORMULAÇÃO DA SEGUNDA ENQUETE

A segunda enquete do estudo de caso, aplicada nas turmas 3º B e 3º C no início da semana posterior à prova do ENEM, teve um universo de 41 alunos participantes. Foi elaborada com 8 questões, todas com perguntas relativas à Matemática Financeira, divididas em dois grupos.

O primeiro grupo de perguntas utilizou as mesmas quatro questões aplicadas no terceiro grupo de questões da primeira enquete, dando apenas reordenamento nas alternativas e objetivou fazer o comparativo direto com os resultados da primeira enquete.

O segundo grupo de perguntas, também com quatro questões de Matemática Financeira, com grau de dificuldade ligeiramente superior às quatro primeiras, objetivou avaliar situações abordadas nas aulas, mas que não foram mensuradas na primeira enquete.

4 A PRIMEIRA ENQUETE

A primeira enquete pesquisou os alunos das quatro turmas do período matutino do terceiro ano do Ensino Médio. Participaram 103 alunos, sendo 26 alunos do 3º A, 24 alunos do 3º B, 27 alunos do 3º C e 26 alunos do 3º D.

4.1 AS PERGUNTAS DE INFORMAÇÕES PESSOAIS SOBRE O ALUNO

Pergunta 1: Qual sua idade?

Respostas em aberto.

Pergunta 2: Sexo:

- (a) Masculino
- (b) Feminino

Pergunta 3: Você trabalha e tem renda própria?

- (a) Sim
- (b) Não

Pergunta 4: Você recebe mesada fixa?

- (a) Sim
- (b) Não

Pergunta 5: Se você não trabalha e não recebe mesada fixa, escolha a opção mais adequada ao seu caso:

- (a) Ganho de meus familiares valores variados, de acordo com minhas necessidades.
- (b) Nunca recebo dinheiro de meus familiares, que pagam sempre todas as minhas despesas.
- (c) Tenho outras rendas.

4.1.1 Os Resultados

No Quadro 1 estão tabulados os resultados das perguntas 01 a 05. São apresentados os resultados individuais das turmas 3º A, 3º B, 3º C e 3º D e também agrupados como 3º AD e 3º BC, que indicam, respectivamente, as médias das turmas 3º A com 3º D e 3º B com 3º C. A coluna TOTAL apresenta os resultados totais e os respectivos percentuais médios das quatro turmas juntas.

QUESTÃO		3º A		3º D		3º AD		3º B		3º C		3º BC		TOTAL	
01	15	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
	16	3	11,5%	0	0,0%	3	5,8%	5	20,8%	2	7,4%	7	13,7%	10	9,7%
	17	16	61,5%	23	88,5%	39	75,0%	15	62,5%	17	63,0%	32	62,7%	71	68,9%
	18	4	15,4%	2	7,7%	6	11,5%	3	12,5%	7	25,9%	10	19,6%	16	15,5%
	19	2	7,7%	0	0,0%	2	3,8%	1	4,2%	1	3,7%	2	3,9%	4	3,9%
	20	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
	NR	1	3,8%	1	3,8%	2	3,8%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	2	1,9%
02	M	13	50,0%	10	38,5%	23	44,2%	14	58,3%	10	37,0%	24	47,1%	47	45,6%
	F	13	50,0%	16	61,5%	29	55,8%	10	41,7%	17	63,0%	27	52,9%	56	54,4%
	NR	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
03	S	4	15,4%	7	26,9%	11	21,2%	5	20,8%	9	33,3%	14	27,5%	25	24,3%
	N	22	84,6%	19	73,1%	41	78,8%	19	79,2%	18	66,7%	37	72,5%	78	75,7%
	NR	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
04	S	6	23,1%	4	15,4%	10	19,2%	2	8,3%	1	3,7%	3	5,9%	13	12,6%
	N	20	76,9%	22	84,6%	42	80,8%	22	91,7%	26	96,3%	48	94,1%	90	87,4%
	NR	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
05	a	12	48,1%	14	53,8%	26	50,0%	16	66,7%	14	51,9%	30	58,8%	56	54,4%
	b	3	11,1%	1	3,8%	4	7,7%	3	12,5%	4	14,8%	7	13,7%	11	10,7%
	c	3	11,1%	3	11,5%	6	11,5%	1	4,2%	3	11,1%	4	7,8%	10	9,7%
	NR	8	29,6%	8	30,8%	16	30,8%	4	16,7%	6	22,2%	10	19,6%	26	25,2%

Quadro 1: Enquete 1 – Perguntas 01 a 05

Fonte: O autor

Os Gráficos 02 a 06, apresentam os resultados finais das quatro turmas e definem o perfil dos participantes da pesquisa.

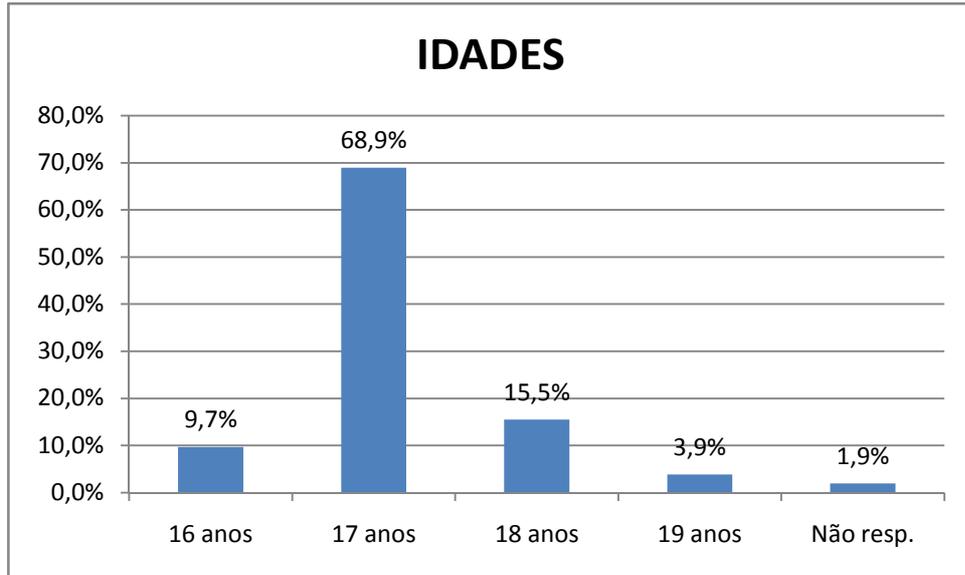


Gráfico 2: Respostas da pergunta 01 da 1ª enquete

Fonte: O autor

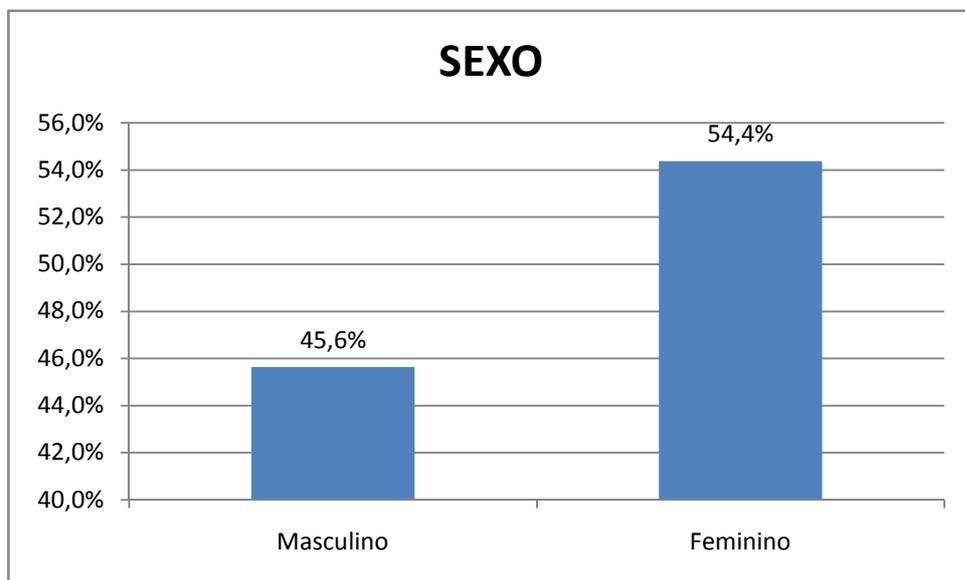


Gráfico 3: Respostas da pergunta 02 da 1ª enquete

Fonte: O autor

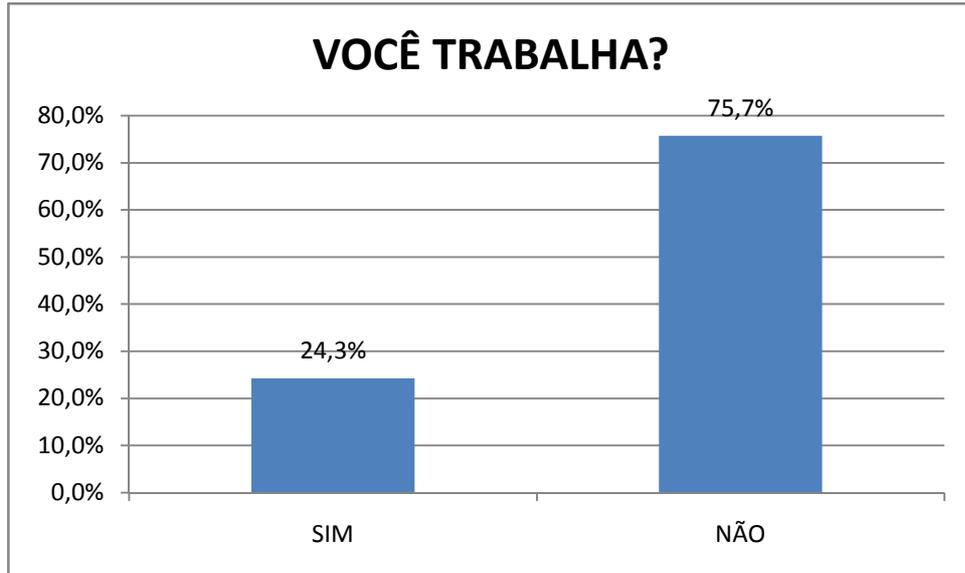


Gráfico 4: Respostas da pergunta 03 da 1ª enquete

Fonte: O autor

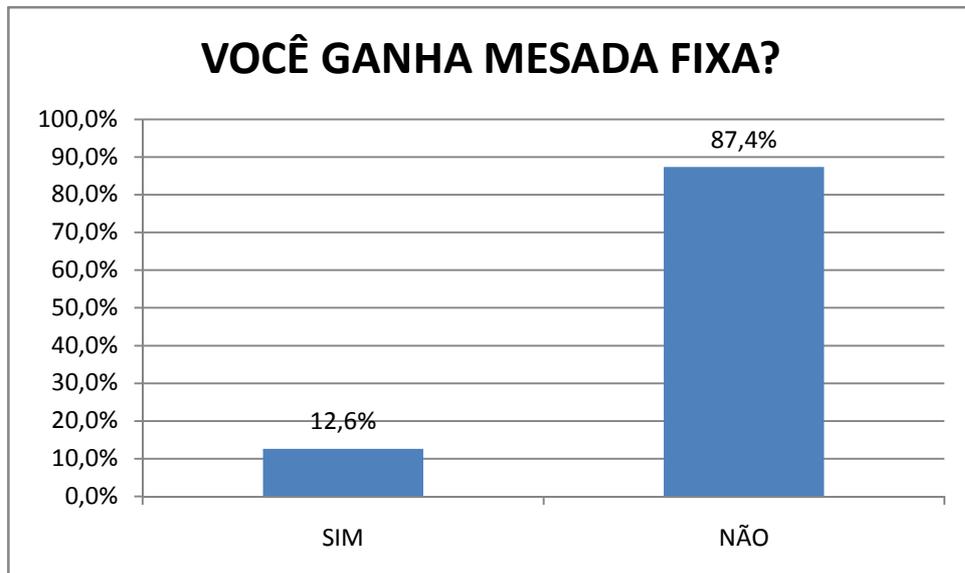


Gráfico 5: Respostas da pergunta 04 da 1ª enquete

Fonte: O autor

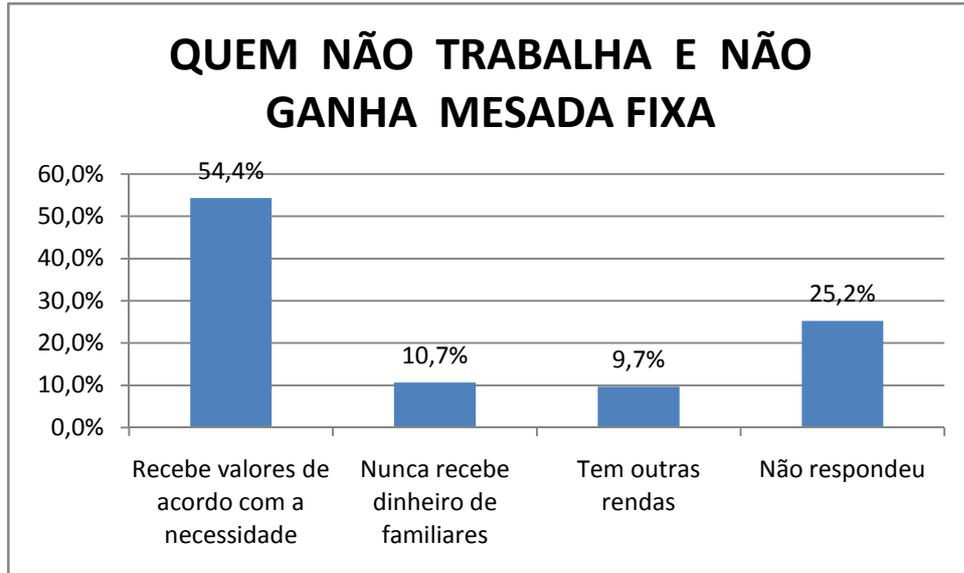


Gráfico 6: Respostas da pergunta 05 da 1ª enquete

Fonte: O autor

4.1.2 Conclusões Imediatas

Os dados indicam que os alunos possuem alto grau de dependência financeira da família, considerando que 78,6% dos alunos são menores de idade, 75,7% não trabalham e que 87,4% nem sequer recebem mesada fixa.

Pode-se facilmente concluir que, pelo fato de não possuírem um valor fixo a administrar, dificilmente estes jovens já saibam gerir suas finanças pessoais. Isto se confirma no fato de que 54,4% deles recebem dos familiares valores de acordo com suas necessidades pessoais, fato que pode gerar nestes jovens uma zona de conforto em relação às questões financeiras. Aidar (2016, p.21) afirma que:

Assim como não é possível imaginar alguém em pleno século XXI sem saber usar computador e internet, também é fundamental hoje em dia que se aprenda a lidar com o dinheiro. Além de ser necessário ter conhecimento de como funciona o mundo das finanças, o jovem contemporâneo tem influência no meio em que vive, então é preciso informar-se para poder influenciar!

4.2 AS PERGUNTAS DE CONHECIMENTOS GERAIS SOBRE FINANÇAS

Pergunta 6: Qual seu nível de conhecimentos sobre finanças para gerenciar seu próprio dinheiro?

- (a) Fraco. Gostaria de possuir um nível muito melhor de conhecimento sobre finanças.
- (b) Razoável. Gostaria de saber um pouco mais sobre finanças.
- (c) Bom. Conheço quase tudo que precisaria saber sobre finanças.
- (d) Ótimo. Posso conhecimentos muito amplos sobre finanças e investimentos.

Pergunta 7: Você sabe o que é Educação Financeira? (a) Sim (b) Não

Pergunta 8: Em sua opinião, quando se deve iniciar a Educação Financeira?

- (a) No Ensino Fundamental.
- (b) No Ensino Médio.
- (c) No curso superior.
- (d) No início do exercício profissional.
- (e) Quando constituir família.

Pergunta 9: Qual a importância da Educação Financeira na adolescência para o sucesso na vida adulta?

- (a) Não sei.
- (b) Sem nenhuma importância.
- (c) Pouco importante.
- (d) Razoavelmente importante.
- (e) Muito importante.

Pergunta 10: Em sua opinião a orientação aos adolescentes de como usar seu dinheiro é responsabilidade: (pode assinalar mais de um item)

- (a) Dos pais.
- (b) Das escolas.
- (c) Das empresas.
- (d) Dos meios de comunicação.

Pergunta 11: Você já conversou com seus pais sobre questões financeiras?

- (a) Sempre.
- (b) Nunca.
- (c) Poucas vezes.

Pergunta 12: Qual sua opinião sobre Educação Financeira nas escolas?

- (a) Sou contra.
- (b) Indiferente.
- (c) Pode ser útil.
- (d) Será muito útil.

Pergunta 13: Quanto aos livros sobre Educação Financeira:

- (a) Nunca nem ouvi falar.
- (b) Já ouvi falar mas nunca li.
- (c) Já li pelo menos um.

4.2.1 Os Resultados

No Quadro 2 estão tabulados os resultados das perguntas 06 a 13. Assim como no Quadro 1, são apresentados os resultados individuais das turmas 3º A, 3º B, 3º C e 3º D e agrupados como 3º AD e 3º BC, que indicam, respectivamente, as médias das turmas 3º A com 3º D e 3º B com 3º C. A coluna TOTAL apresenta os resultados totais e os respectivos percentuais médios das quatro turmas juntas.

QUESTÃO		3º A		3º D		3º AD		3º B		3º C		3º BC		TOTAL	
06	a	6	23,1%	3	11,5%	9	17,3%	6	25,0%	2	7,4%	8	15,7%	17	16,5%
	b	13	50,0%	18	69,2%	31	59,6%	14	58,3%	22	81,5%	36	70,6%	67	65,0%
	c	5	19,2%	3	11,5%	8	15,4%	1	4,2%	3	11,1%	4	7,8%	12	11,7%
	d	2	7,7%	2	7,7%	4	7,7%	2	8,3%	0	0,0%	2	3,9%	6	5,8%
	NR	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	1	4,2%	0	0,0%	1	2,0%	1	1,0%
07	S	19	73,1%	20	76,9%	39	75,0%	17	70,8%	18	66,7%	35	68,6%	74	71,8%
	N	7	26,9%	6	23,1%	13	25,0%	6	25,0%	9	33,3%	15	29,4%	28	27,2%
	NR	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	1	4,2%	0	0,0%	1	2,0%	1	1,0%
08	a	9	34,6%	12	46,2%	21	40,4%	8	33,3%	12	44,4%	20	39,2%	41	39,8%
	b	12	46,2%	14	53,8%	26	50,0%	14	58,3%	14	51,9%	28	54,9%	54	52,4%
	c	1	3,8%	0	0,0%	1	1,9%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	1	1,0%
	d	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	1	4,2%	1	3,7%	2	3,9%	2	1,9%
	e	4	15,4%	0	0,0%	4	7,7%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	4	3,9%
	NR	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	1	4,2%	0	0,0%	1	2,0%	1	1,0%
09	a	1	3,8%	1	3,8%	2	3,8%	2	8,3%	0	0,0%	2	3,9%	4	3,9%
	b	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
	c	0	0,0%	2	7,7%	2	3,8%	3	12,5%	0	0,0%	3	5,9%	5	4,9%
	d	5	19,2%	4	15,4%	9	17,3%	1	4,2%	4	14,8%	5	9,8%	14	13,6%
	e	20	76,9%	19	73,1%	39	75,0%	17	70,8%	23	85,2%	40	78,4%	79	76,7%
	NR	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	1	4,2%	0	0,0%	1	2,0%	1	1,0%
10	a	26	100,0%	25	96,2%	51	98,1%	22	91,7%	27	100,0%	49	96,1%	100	97,1%
	b	5	19,2%	7	26,9%	12	23,1%	5	20,8%	12	44,4%	17	33,3%	29	28,2%
	c	0	0,0%	1	3,8%	1	1,9%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	1	1,0%
	d	4	15,4%	3	11,5%	7	13,5%	2	8,3%	2	7,4%	4	7,8%	11	10,7%
	NR	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
11	a	15	57,7%	14	53,8%	29	55,8%	11	45,8%	10	37,0%	21	41,2%	50	48,5%
	b	1	3,8%	1	3,8%	2	3,8%	1	4,2%	1	3,7%	2	3,9%	4	3,9%
	c	10	38,5%	11	42,3%	21	40,4%	12	50,0%	16	59,3%	28	54,9%	49	47,6%
	NR	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
12	a	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
	b	2	7,7%	1	3,8%	3	5,8%	4	16,7%	0	0,0%	4	7,8%	7	6,8%
	c	13	50,0%	15	57,7%	28	53,8%	12	50,0%	17	63,0%	29	56,9%	57	55,3%
	d	9	34,6%	10	38,5%	19	36,5%	8	33,3%	10	37,0%	18	35,3%	37	35,9%
	NR	2	7,7%	0	0,0%	2	3,8%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	2	1,9%
13	a	7	26,9%	7	26,9%	14	26,9%	12	50,0%	14	51,9%	26	51,0%	40	38,8%
	b	15	57,7%	16	61,5%	31	59,6%	11	45,8%	12	44,4%	23	45,1%	54	52,4%
	c	4	15,4%	3	11,5%	7	13,5%	1	4,2%	1	3,7%	2	3,9%	9	8,7%
	NR	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%

Quadro 2: Enquete 1 – Perguntas 06 a 13

Fonte: O autor

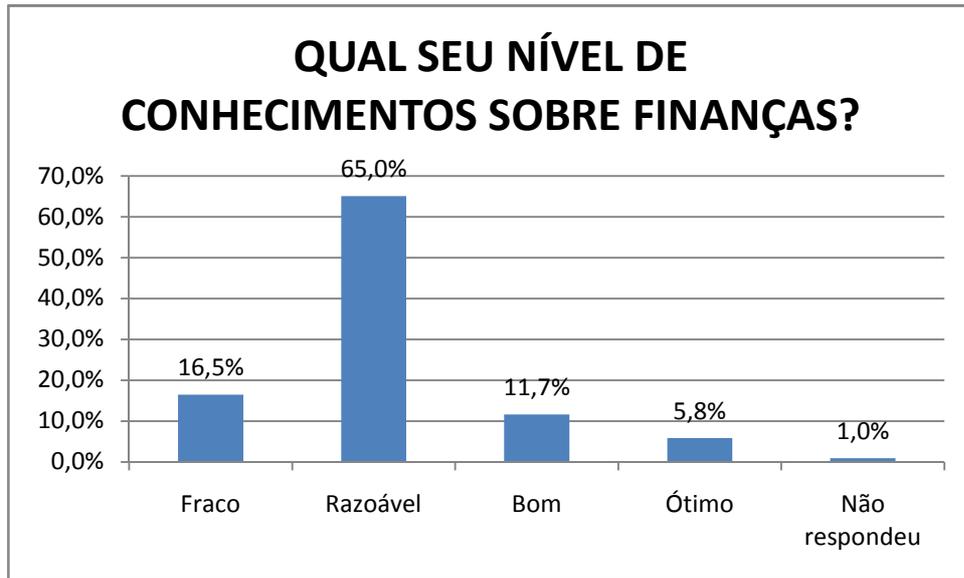


Gráfico 7: Respostas da pergunta 06 da 1ª enquete

Fonte: O autor

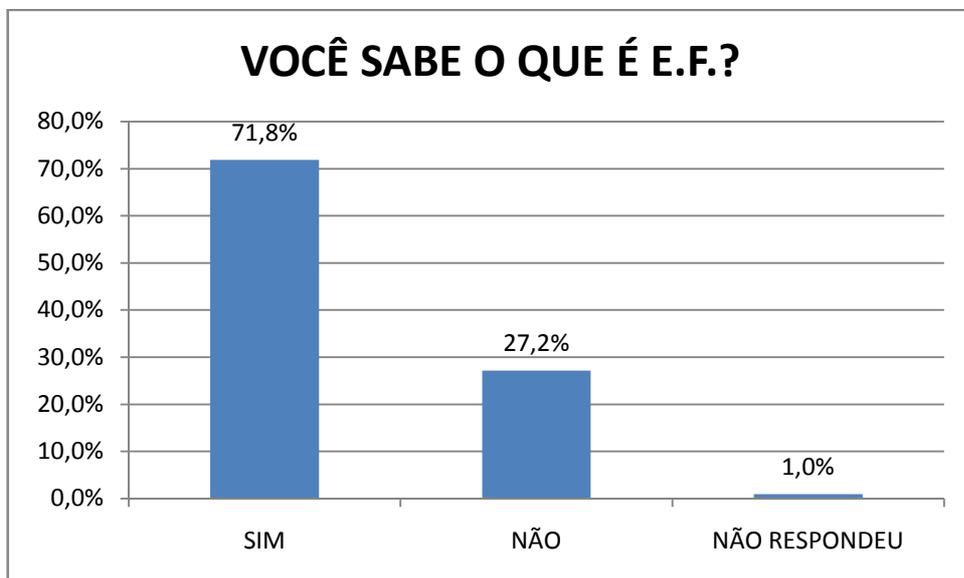


Gráfico 8: Respostas da pergunta 07 da 1ª enquete

Fonte: O autor

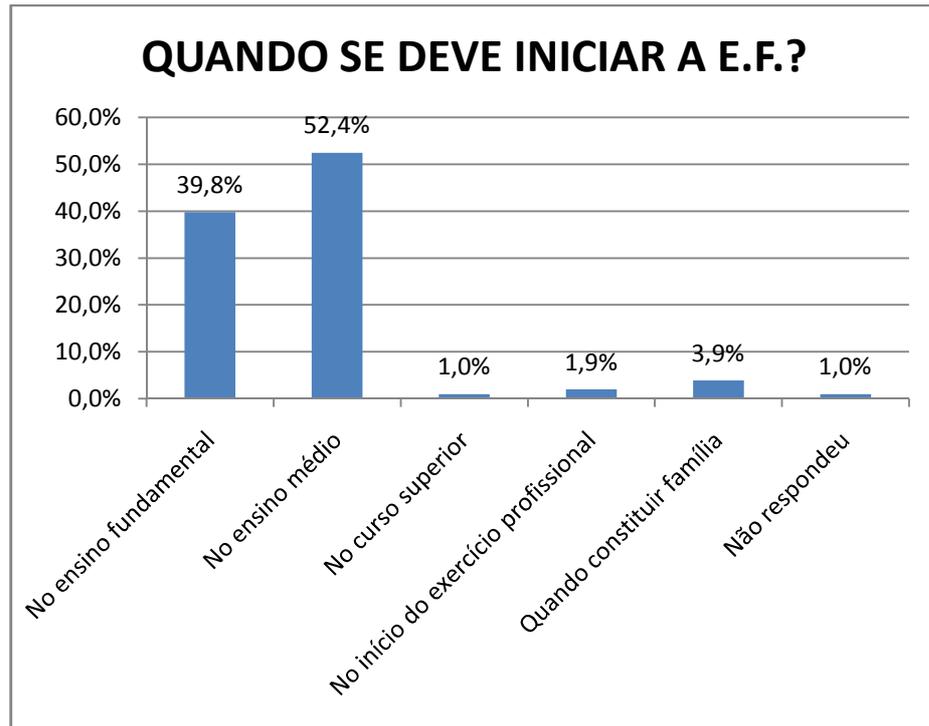


Gráfico 9: Respostas da pergunta 08 da 1ª enquete

Fonte: O autor

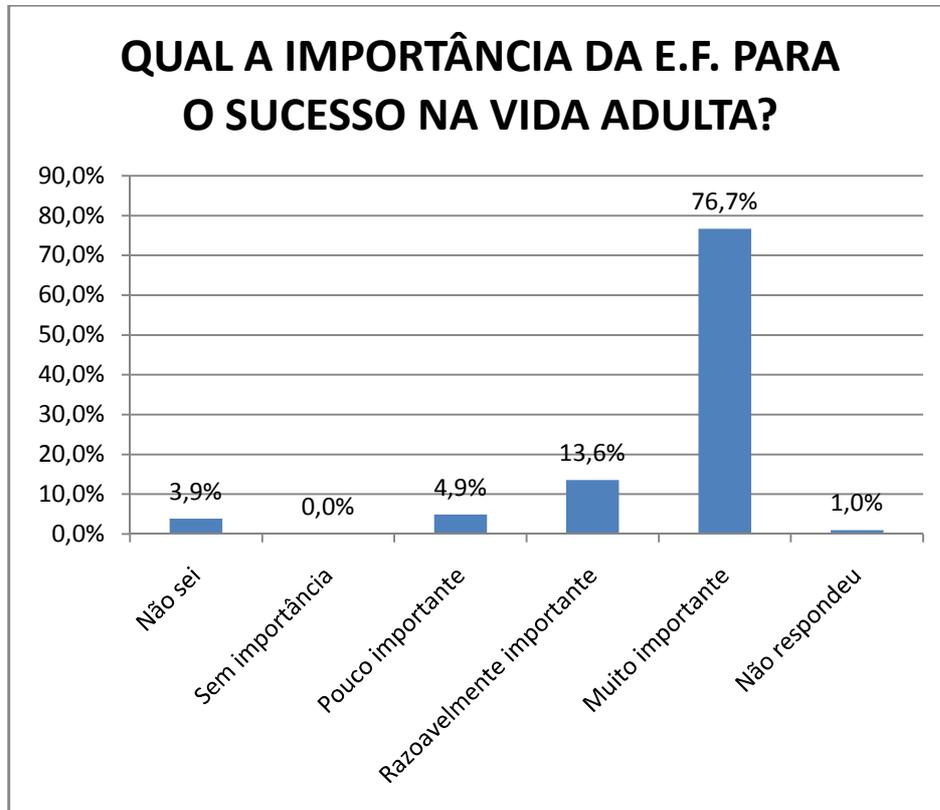


Gráfico 10: Respostas da pergunta 09 da 1ª enquete

Fonte: O autor

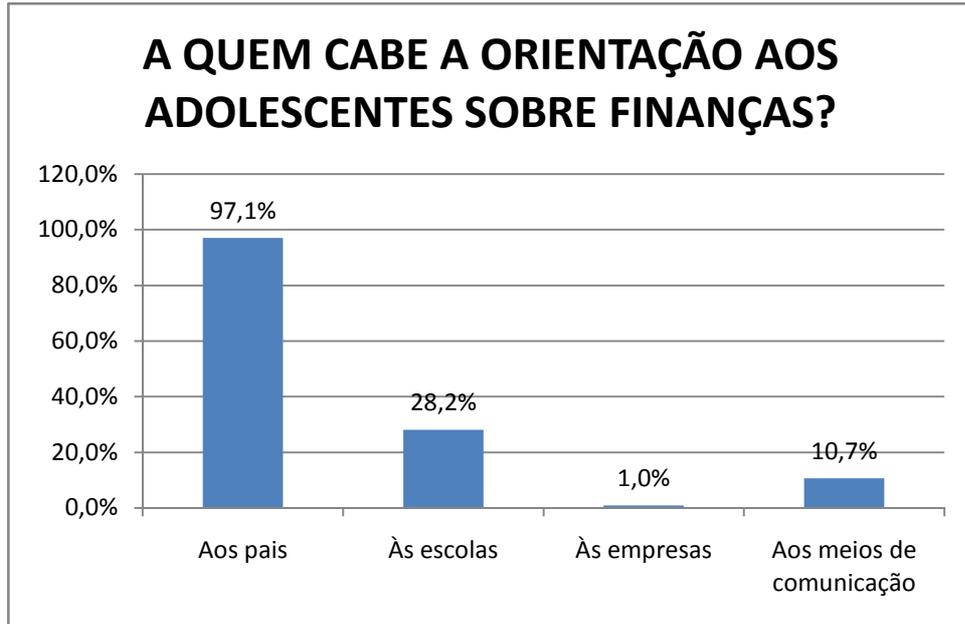


Gráfico 11: Respostas da pergunta 10 da 1ª enquete

Fonte: O autor

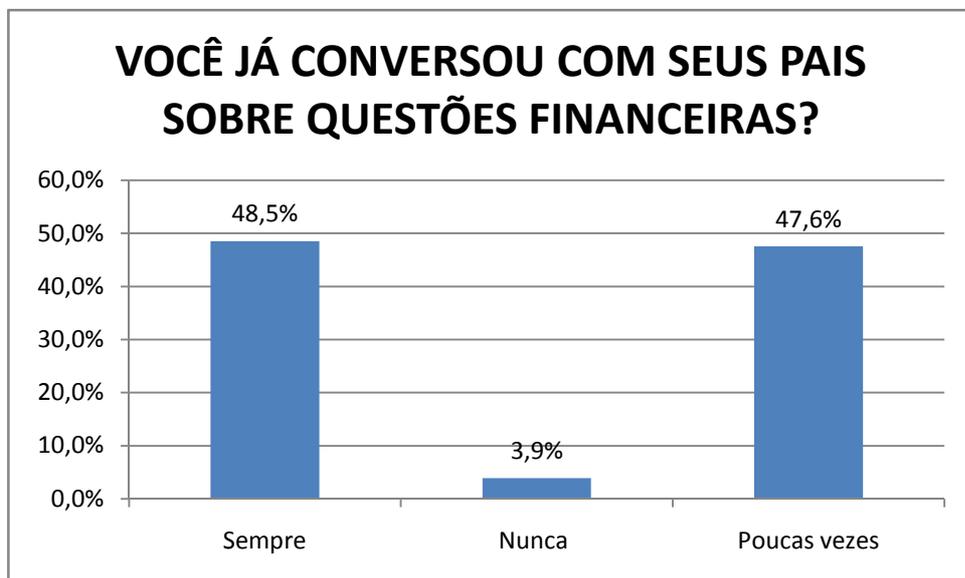


Gráfico 12: Respostas da pergunta 11 da 1ª enquete

Fonte: O autor

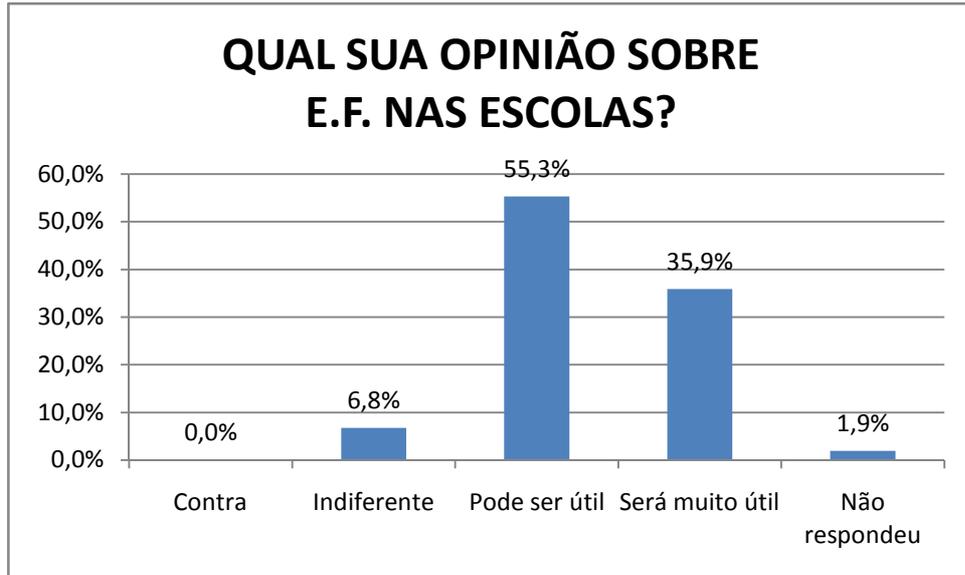


Gráfico 13: Respostas da pergunta 12 da 1ª enquete

Fonte: O autor

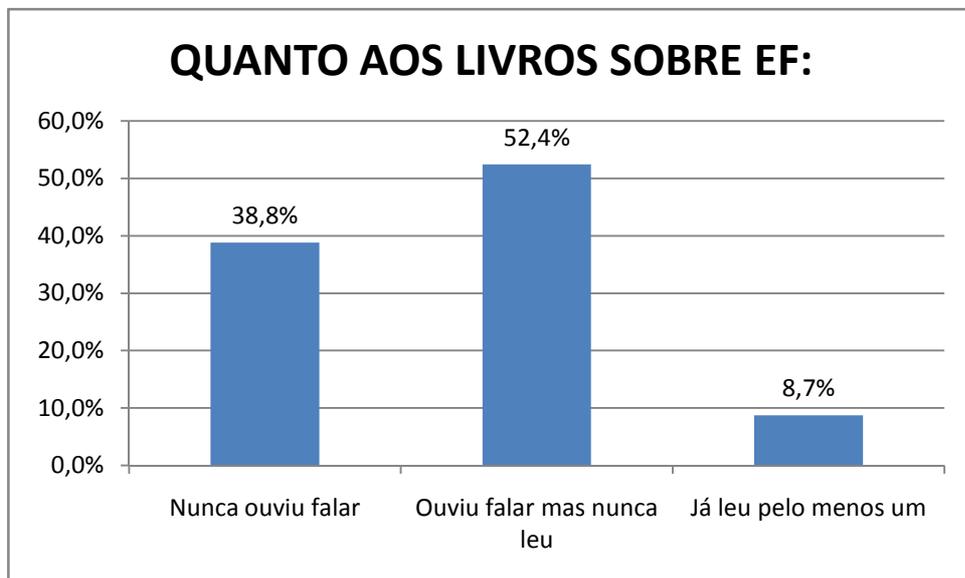


Gráfico 14: Respostas da pergunta 13 da 1ª enquete

Fonte: O autor

4.2.2 Conclusões Imediatas

Não obstante 71,8% dos alunos terem afirmado saber o que é Educação Financeira, apenas 17,5% deles acreditam ter bom ou ótimo conhecimento sobre finanças e investimentos e 8,7% afirmam ter lido pelo menos um livro sobre Educação Financeira. Segundo Aidar (2016, p. 48), “Uma pesquisa do Indicador de Educação Financeira 2014 (IndEF) revelou que jovens brasileiros entre 16 e 24 anos são o grupo que menos tem controle sobre a vida financeira. O percentual dos que admitem não ter as finanças sob controle chega a 40%”.

Ao se perguntar a eles se sabem como lidar com o dinheiro, a resposta automática é “sim”. Mas, quando se questiona se eles conseguem ficar sempre com dinheiro, “não” é a resposta. Como é possível alguém saber lidar com dinheiro, se não consegue administrá-lo? Eles deveriam refletir que a realidade é outra, pois a taxa de desemprego dos jovens entre 18 e 24 anos, no Brasil, tem sido invariavelmente quase o dobro da média nacional. Além disso, para a metade dos jovens que já estão no mercado de trabalho, o rendimento médio mensal não passa de um salário mínimo. Mesmo assim, a utilização dos cartões de plástico é cada vez maior, o crédito vai explodindo e o endividamento aumentando. A tendência consumista de muitos jovens é insustentável no médio prazo (FALCETTA e outros, 2014, p. 20).

Dos 103 alunos participantes desta fase da pesquisa, 100 alunos, ou seja, 97,1% do total atribuem aos pais a responsabilidade de orientar os adolescentes de como utilizar seu dinheiro, embora apenas 48,5% deles afirmaram sempre conversar com eles à respeito de questões financeiras. A exemplo do que expressa a Figura 6, não há, entretanto, como mensurar os resultados desta orientação.



Figura 6: Pais e filhos

Fonte: <http://anoticia.clicrbs.com.br/sc/noticia/2012/10/dicas-para-falar-de-dinheiro-com-seu-filho-3913715.html> (acesso: 24/12/2017)

É grande o número de homens e mulheres que não discutem as questões financeiras com a família. Muitos pais trocam algumas palavras com os filhos sobre compras e mesada, mas não vão além disso. Poucos conversam com o cônjuge e os filhos sobre a renda da família, os gastos, como devem gerenciar suas despesas e, sobretudo, quanto aos limites (MARTINS, 2011, p. 72).

É interessante e contraditório o dado de que, apesar de apenas 28,2% dos entrevistados atribuírem à escola a responsabilidade da orientação aos adolescentes de como usar seu dinheiro, 91,2% deles acreditam que Educação Financeira nas escolas pode ou será muito útil.

Temos ainda que 76,7% dos estudantes consideram muito importante a Educação Financeira na adolescência para o sucesso na vida adulta, sendo que 92,2% manifestaram que a Educação Financeira deve se iniciar no Ensino Fundamental ou no Ensino Médio.

4.3 AS PERGUNTAS DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS

Pergunta 14: O que são juros?

- (a) Uma tarifa cobrada pelo banco.
- (b) Um imposto cobrado em contas.
- (c) Uma tarifa cobrada pelo cartão de crédito.
- (d) Uma multa pelo atraso no pagamento de um compromisso.
- (e) Uma compensação financeira pelo uso ou investimento de um dinheiro por um tempo.

Pergunta 15: Numa compra de R\$1.000,00, com juros de 10% ao mês, metade é paga como entrada e a outra metade após 30 dias da compra. Neste caso, quanto será pago de juros?

- (a) Exatamente R\$ 100,00.
- (b) Mais de R\$ 100,00.
- (c) Exatamente R\$ 50,00.
- (d) Menos de R\$ 50,00.

Pergunta 16: Quanto aos juros simples e aos juros compostos, podemos afirmar que:

- (a) São indiferentes para o credor.
- (b) São indiferentes para o devedor.
- (c) Para o credor, os juros simples são sempre mais vantajosos
- (d) Para o devedor, os juros simples são sempre mais vantajosos.
- (e) Para o devedor, o mais vantajoso depende do tempo que leva para pagar.

Pergunta 17: Ao fazer uma compra, a melhor forma de pagamento:

- (a) É sempre à vista.
- (b) É sempre com cheque para 30 dias.
- (c) É sempre com cartão de crédito.
- (d) Depende das condições e prazos.

4.3.1 Os Resultados

No Quadro 3 temos os resultados gerais das questões 14 a 17. Assim como nos Quadros 1 e 2, são apresentados os resultados individuais das turmas 3º A, 3º B, 3º C e 3º D e agrupados como 3º AD e 3º BC, que indicam, respectivamente, as médias das turmas 3º A com 3º D e 3º B com 3º C. A coluna TOTAL apresenta os resultados totais e os respectivos percentuais médios das quatro turmas juntas. No

Quadros 4 temos os resultados percentuais das questões 14 a 17 por turma e no Quadro 5 os resultados médios dos agrupamentos das turmas 3º A com 3º D e 3º B com 3º C, indicados, respectivamente como 3º AD e 3º BC, assim como a média geral das quatro turmas, indicado como 3º ABCD.

Nos Gráficos 15 a 21, são apresentados os resultados dos Quadros 3, 4 e 5, utilizando os mesmos critérios de agrupamentos de resultados, expressos por 3º AD, 3º BC e 3º ABCD. A análise apresentada desta forma objetiva facilitar o comparativo com a segunda enquete, na qual foram trabalhadas apenas as turmas 3º B e 3º C.

QUESTÃO		3º A		3º D		3º AD		3º B		3º C		3º BC		TOTAL	
14	a	2	7,7%	1	3,8%	3	5,8%	2	8,3%	1	3,7%	3	5,9%	6	5,8%
	b	5	19,2%	3	11,5%	8	15,4%	2	8,3%	2	7,4%	4	7,8%	12	11,7%
	c	1	3,8%	0	0,0%	1	1,9%	4	16,7%	0	0,0%	4	7,8%	5	4,9%
	d	5	19,2%	12	46,2%	17	32,7%	12	50,0%	11	40,7%	23	45,1%	40	38,8%
	e	10	38,5%	9	34,6%	19	36,5%	4	16,7%	13	48,1%	17	33,3%	36	35,0%
	NR	3	11,5%	1	3,8%	4	7,7%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	4	3,9%
15	a	11	42,3%	10	38,5%	21	40,4%	22	91,7%	4	14,8%	26	51,0%	47	45,6%
	b	2	7,7%	0	0,0%	2	3,8%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	2	1,9%
	c	11	42,3%	15	57,7%	26	50,0%	2	8,3%	20	74,1%	22	43,1%	48	46,6%
	d	0	0,0%	1	3,8%	1	1,9%	0	0,0%	1	3,7%	1	2,0%	2	1,9%
	NR	2	7,7%	0	0,0%	2	3,8%	0	0,0%	2	7,4%	2	3,9%	4	3,9%
16	a	0	0,0%	2	7,7%	2	3,8%	1	4,2%	0	0,0%	1	2,0%	3	2,9%
	b	3	11,5%	0	0,0%	3	5,8%	10	41,7%	0	0,0%	10	19,6%	13	12,6%
	c	1	3,8%	6	23,1%	7	13,5%	3	12,5%	4	14,8%	7	13,7%	14	13,6%
	d	15	57,7%	1	3,8%	16	30,8%	4	16,7%	3	11,1%	7	13,7%	23	22,3%
	e	5	19,2%	17	65,4%	22	42,3%	6	25,0%	20	74,1%	26	51,0%	48	46,6%
	NR	2	7,7%	0	0,0%	2	3,8%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	2	1,9%
17	a	18	69,2%	21	80,8%	39	75,0%	21	87,5%	22	81,5%	43	84,3%	82	79,6%
	b	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
	c	0	0,0%	1	3,8%	1	1,9%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	1	1,0%
	d	6	23,1%	4	15,4%	10	19,2%	3	12,5%	5	18,5%	8	15,7%	18	17,5%
	NR	2	7,7%	0	0,0%	2	3,8%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	2	1,9%
ACERTOS Q. 14 a 17		32	30,8%	45	43,3%	77	37,0%	15	15,6%	58	53,7%	73	35,8%	150	36,4%

Quadro 3: Enquete 1 – Perguntas 14 a 17

Fonte: O autor

Resultados da 1ª Enquete por Turma					
Turma	Q. 14	Q. 15	Q. 16	Q. 17	Q. 14 a 17
3º A	38,5%	42,3%	19,2%	23,1%	30,8%
3º B	16,7%	8,3%	25,0%	12,5%	15,6%
3º C	48,1%	74,1%	74,1%	18,5%	53,7%
3º D	34,6%	57,7%	65,4%	15,4%	43,3%

Quadro 4: Enquete 1 – Perguntas 14 a 17 – Por Turma

Fonte: O autor

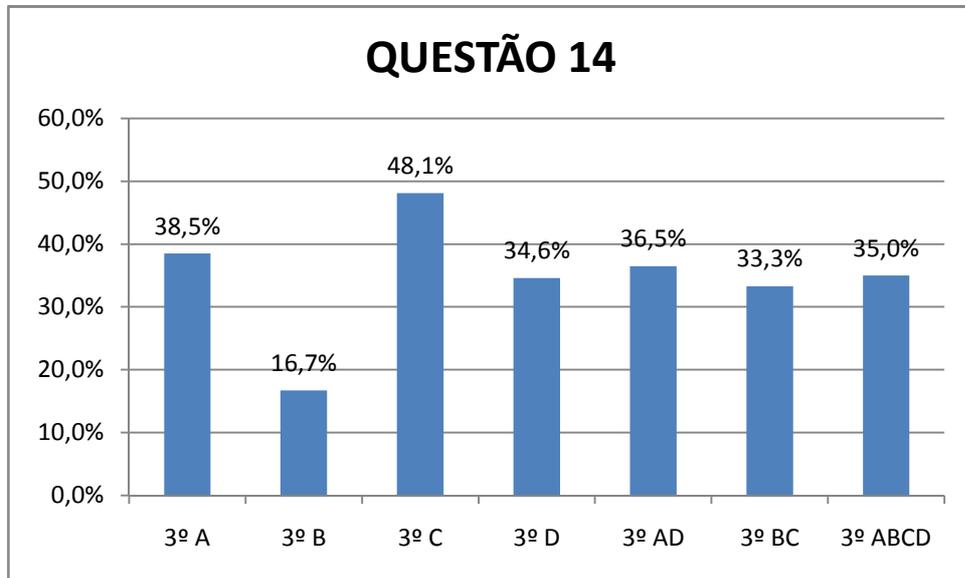


Gráfico 15: Acertos da pergunta 14 da 1ª enquete

Fonte: O autor

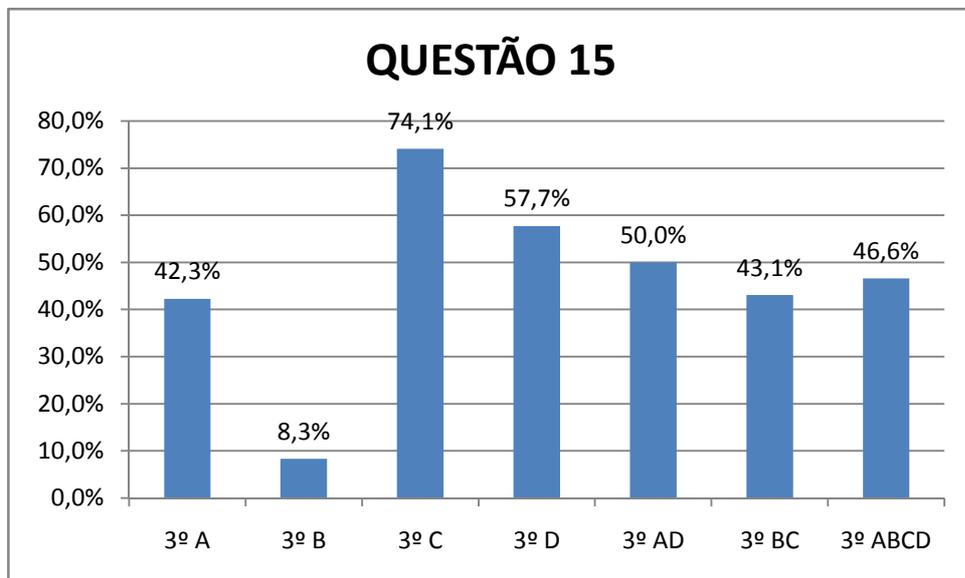


Gráfico 16: Acertos da pergunta 15 da 1ª enquete

Fonte: O autor

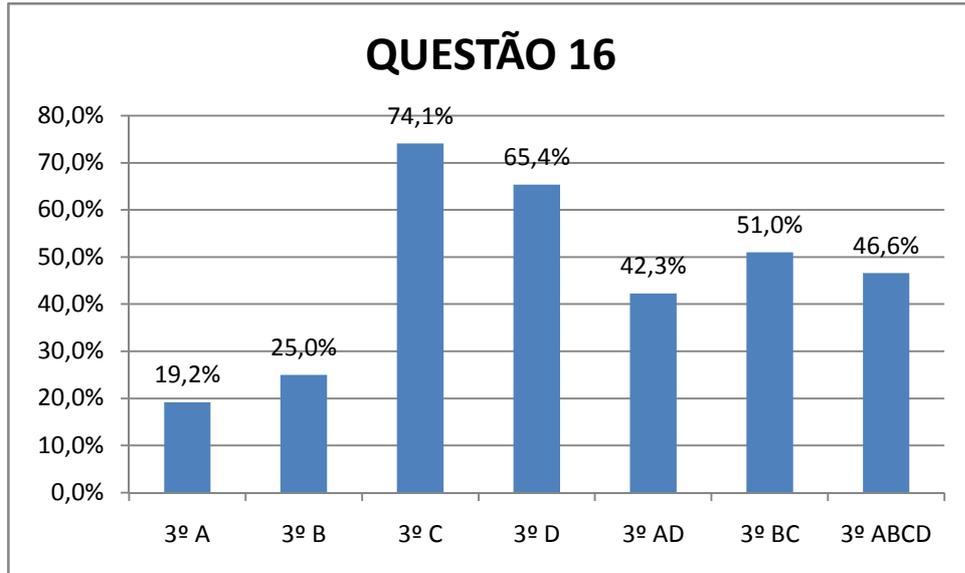


Gráfico 17: Acertos da pergunta 16 da 1ª enquete

Fonte: O autor

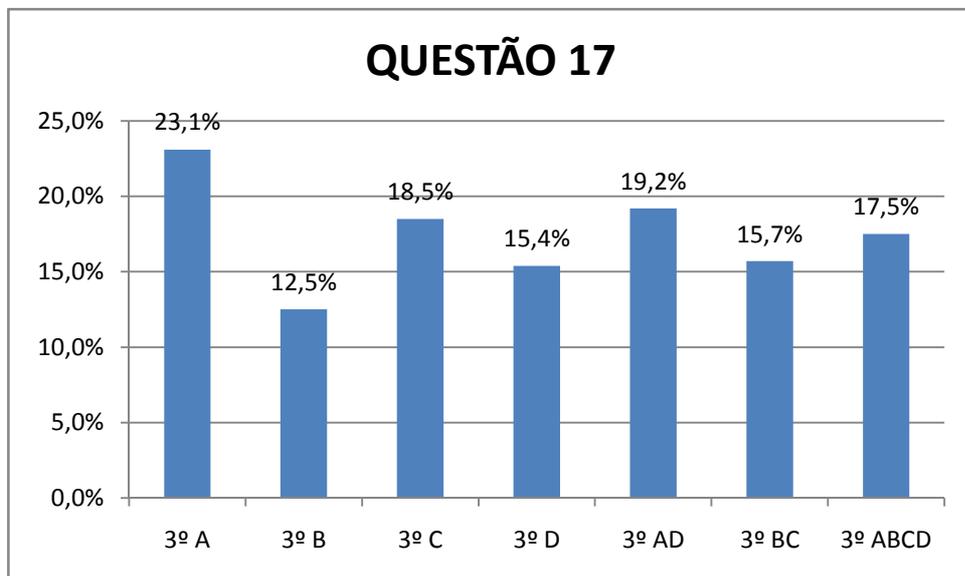


Gráfico 18: Acertos da pergunta 17 da 1ª enquete

Fonte: O autor

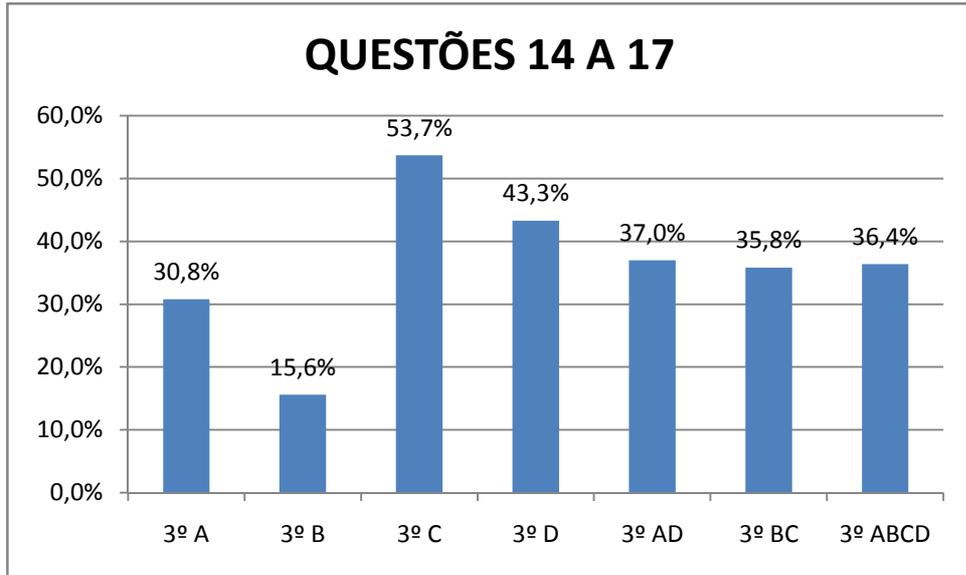


Gráfico 19: Acertos das perguntas 14 a 17 da 1ª enquete

Fonte: O autor

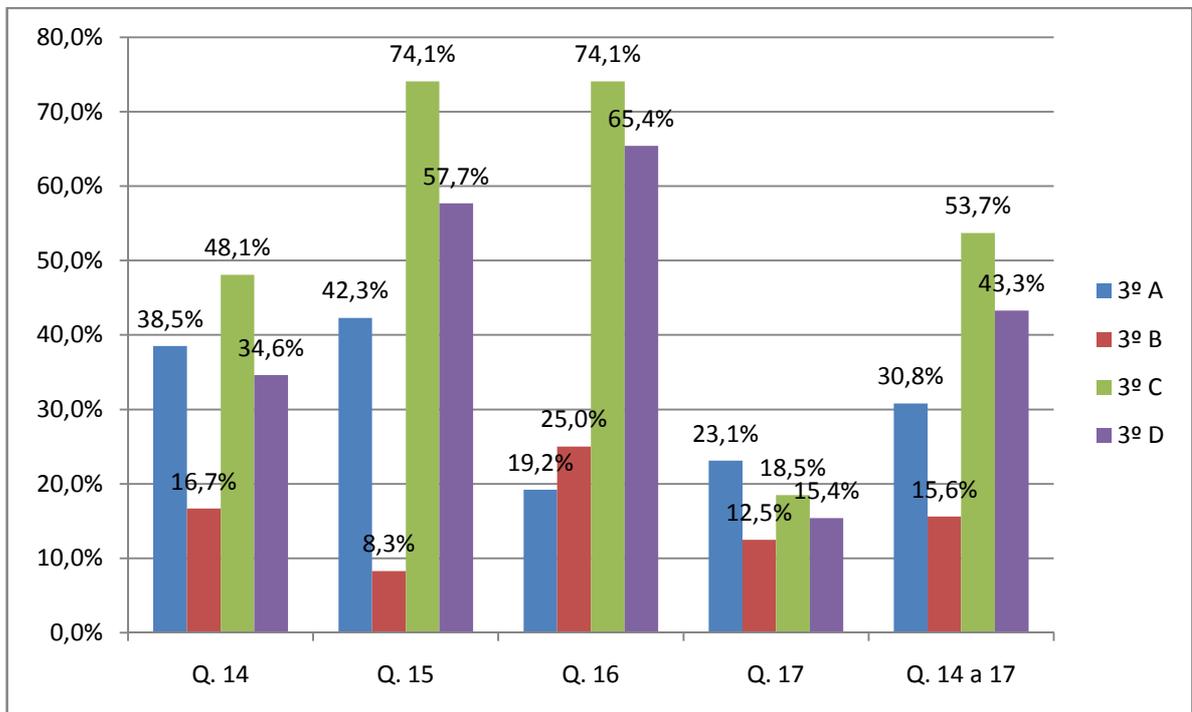


Gráfico 20: Comparativo: perguntas 14 a 17 da 1ª enquete

Fonte: O autor

Resultados da 1ª Enquete - Agrupados					
Turmas	Q. 14	Q. 15	Q. 16	Q. 17	Q. 14 a 17
3º AD	36,5%	50,0%	42,3%	19,2%	37,0%
3º BC	33,3%	43,1%	51,0%	15,7%	35,8%
3º ABCD	35,0%	46,6%	46,6%	17,5%	36,4%

Quadro 5: Enquete 1 – Perguntas 14 a 17 – Agrupadas

Fonte: O autor

Vale observar que no Gráfico 21 a cor azul e a cor vermelha estão associadas, respectivamente, às médias do 3º A com 3º D e 3º B com 3º C e a cor verde à média geral das quatro turmas.

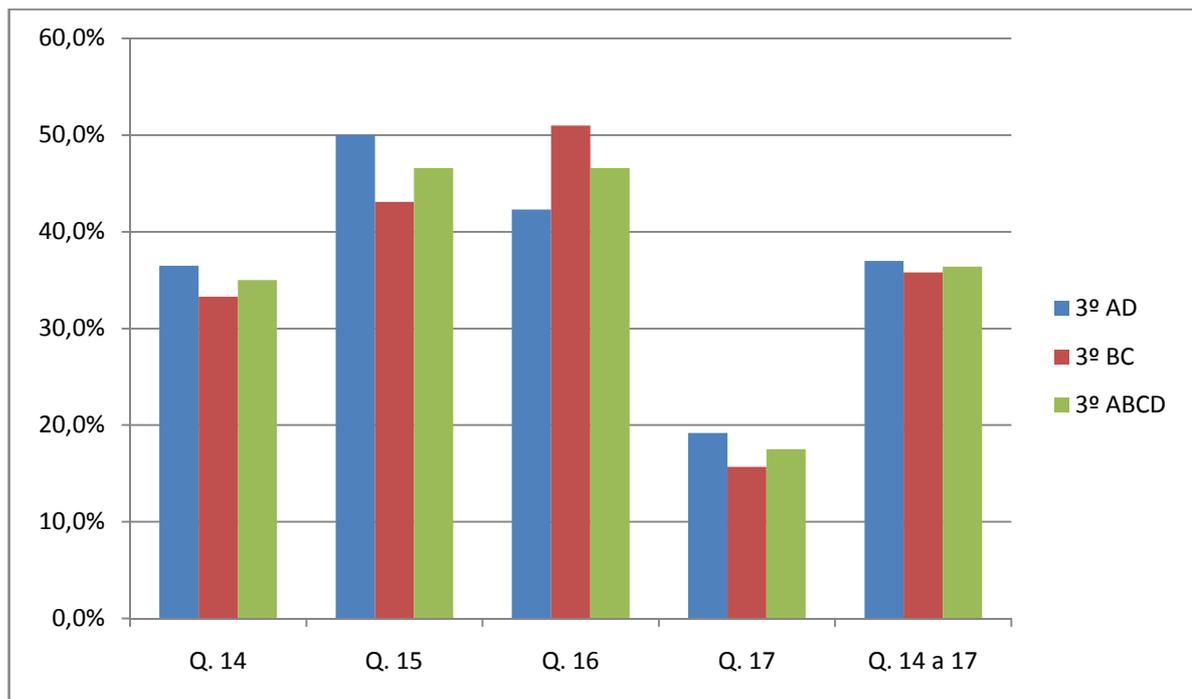


Gráfico 21: Perguntas 14 a 17 – Resultados Agrupados

Fonte: O autor

4.3.2 Conclusões Imediatas

Os resultados apresentados no Quadro 4 e nos Gráficos 15 a 20 demonstraram claramente as dificuldades e o despreparo dos alunos nos assuntos de Matemática Financeira. Particularmente preocupante é o fato de que as questões utilizadas requeriam apenas conhecimentos conceituais básicos e cálculos elementares.

Como pode ser constatado no Quadro 4 e nos Gráficos 19 e 20, excetuando-se a turma 3º C que atingiu média de acertos apenas razoável, de 53,7%, as demais obtiveram médias de acertos bastante ruins, destacando-se negativamente o 3º B, que obteve média geral pouco superior a 15% de acertos.

Os índices da questão 17, de média geral 17,5% de acertos das quatro turmas, evidenciaram o despreparo dos alunos na tomada de decisão sobre formas de pagamentos.

Os resultados apresentados no Quadro 5 e no Gráfico 21 indicam equilíbrio de resultados nos agrupamentos do 3º A com 3º D e 3º B com 3º C. Isto viabiliza a utilização do 3º B e 3º C na segunda e terceira etapas do estudo de caso, que consistem, respectivamente, na aula com proposta de atividade e na aplicação da segunda enquete.

A escolha do 3º B e 3º C se deve ao fato de serem as que apresentaram, respectivamente, o pior e o melhor resultado nas questões 14 a 17 da primeira enquete, o que proporcionou avaliar na segunda enquete se houve diferença de impacto da aula com proposta de atividade em turma fraca e turma forte.

5 RESOLUÇÃO DE QUESTÃO DO ENEM

Quando criado em 1998 o ENEM teve cerca de 157 mil inscritos e tinha a finalidade exclusiva de avaliar o aprendizado dos alunos concluintes do ensino médio. A partir de 2009 ganhou o status de vestibular e em 2016 atingiu a marca recorde de 9,2 milhões de inscritos.

Em 2017 o ENEM teve 7,6 milhões de inscritos, mas apenas 6,7 milhões de inscrições confirmadas. Com 32% de abstenção em 2017, pela primeira vez os dois dias de provas foram distribuídos em dois domingos consecutivos.

É inquestionável que o ENEM tornou-se, no Brasil, o maior e principal meio de acesso ao ensino superior, congregando candidatos de todas as origens e camadas sociais e ganhando, a cada ano, maior importância e abrangência, sendo atualmente usado pelo Sistema de Seleção Unificada (Sisu) como único meio de acesso a diversas importantes universidades e utilizado por outras como opção de acesso.

Também passou a ser requisito para programas do Governo Federal como o Programa Universidade para Todos (PROUNI), Fundo de Financiamento Estudantil (FIES), Programa Nacional de Acesso ao Ensino Técnico e Emprego (PRONATEC), Ciências sem Fronteiras e certificação para o ensino médio para maiores de 18 anos. Tornou-se importante instrumento de aferição da qualidade do ensino médio e das escolas públicas e particulares.

Não bastassem os motivos elencados, o ENEM tem a característica de ser uma prova que privilegia e avalia a capacidade do candidato em demonstrar uma visão cidadã e universal do mundo e que saiba aplicar conceitos multidisciplinares, uma vez que as provas são contextualizadas e interdisciplinares.

Dada essa importância e seu crescimento, é natural que o ENEM passasse a ser foco da maioria dos alunos do ensino médio. Em recente levantamento do INEP, foi constatado que o uso de porcentagens e questões correlatas à Matemática Financeira estão entre os cinco assuntos mais cobrados em todas as edições desta prova.

A questão apresentada a seguir constou na prova ENEM na área de Matemática e suas Tecnologias. Elaborada sob coordenação do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), foi aplicada no segundo dia de prova do exame, em 27 de outubro de 2013.

5.1 QUESTÃO 146 DO CADERNO AMARELO DA PROVA ENEM – 2013

O contribuinte que vende mais de R\$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.

Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Um contribuinte que vende por R\$ 34 mil um lote de ações que custou R\$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de

- (A) R\$ 900,00.
- (B) R\$ 1 200,00.
- (C) R\$ 2 100,00.
- (D) R\$ 3 900,00.
- (E) R\$ 5 100,00.

5.2 OS CONCEITOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA NA QUESTÃO

Segundo a Matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias para o Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM (BRASIL. MEC. INEP, 1998, p. 4), é competência de área 4 “Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano”.

Esta questão privilegia dois fundamentos da Matemática Financeira que são os conceitos de porcentagens e de lucro. Vale salientar que aqui se encontra uma excelente oportunidade de expansão do assunto “porcentagens”. Segundo Martins (2011, p. 57), “Educação financeira é algo que deve começar com coisas simples e fáceis de entender. Uma vez aprendido o básico, fica fácil aprofundar e sofisticar seus conhecimentos”.

Pode o professor mostrar diferentes modos do cálculo percentual, tais como o cálculo direto pelo conceito de porcentagem como fração centesimal, com o uso de regra de três ou mesmo pela fórmula de juros simples para um período unitário de tempo. O professor pode também requerer de seus alunos que apresentem outros exemplos originários de suas experiências cotidianas.

5.2.1 O Conceito de Lucro

Excetuando-se a existência de outras variáveis, podemos conceituar lucro (L) como a diferença entre o valor de venda (V) e o valor de compra (C), quando esta diferença for positiva. Assim, temos que:

$$L = V - C$$

Se esta diferença for negativa o resultado será prejuízo (P), que pode ser expresso como:

$$P = C - V$$

5.2.2 Cálculo de Porcentagens

Na questão proposta é necessário obter 15% de 8000. Portanto, este caso será utilizado para exemplificar diferentes formas deste cálculo.

Utilizando o modo direto pelo conceito de porcentagem como fração centesimal devemos inicialmente mostrar que:

$$15\% = \frac{15}{100} = 0,15$$

Assim, para obter os 15% de 8000 basta fazer:

$$15\% \text{ de } 8000 = \frac{15}{100} \cdot 8000 = \frac{15 \cdot 8000}{100} = \frac{120000}{100} = 1200$$

Utilizando regra de três simples devemos inicialmente mostrar que os 8000 representam o 'todo', ou seja, os 100% e sobre este valor serão calculados os 15%, da seguinte forma:

$$\begin{array}{ccc} 100\% & \underline{\hspace{1cm}} & 8000 \\ 15\% & \underline{\hspace{1cm}} & x \end{array}$$

Efetuada-se a multiplicação em 'cruz', ou em 'xis', como costumam dizer os alunos, temos:

$$100\% \cdot x = 8000 \cdot 15\%$$

$$x = \frac{120000\%}{100\%} = 1200$$

Embora seja possível obter este valor também pelo uso da fórmula de juros simples para um período unitário de tempo, não é conveniente fazê-lo agora, mas após os conceitos de juros que serão abordados no capítulo 6. Fica, então, a proposta de retomar esta questão como situação-problema a ser discutida no início do assunto 'Juros'.

5.3 A RESOLUÇÃO DA QUESTÃO PROPOSTA

Considerando que as ações foram vendidas por R\$ 34.000,00, haviam sido compradas por R\$ 26.000,00 e não houve informação de outras variáveis que impactassem nestes valores, neste exemplo escreveremos $V = 34000$, $C = 26000$, e então podemos concluir que houve lucro, da seguinte forma:

$$L = V - C = 34000 - 26000 = 8000$$

Assim, se o pagamento do Imposto de Renda para a Receita Federal é de 15% do lucro, então temos, conforme já descritas as formas de obtenção, que 15% de R\$ 8.000,00 é R\$ 1.200,00. Portanto, a opção correta se dá na alternativa (B), que apresenta este valor.

6 RESOLUÇÃO DE QUESTÃO DE CONCURSO PÚBLICO

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL. MEC. SEF, 1998, p. 40):

Ao se estabelecer um primeiro conjunto de parâmetros para a organização do ensino de Matemática no Ensino Médio, pretende-se contemplar a necessidade da sua adequação para o desenvolvimento e promoção de alunos, com diferentes motivações, interesses e capacidades, criando condições para a sua inserção num mundo em mudança e contribuindo para desenvolver as capacidades que deles serão exigidas em sua vida social e profissional.

Sob este ponto de vista, podemos considerar que para uma significativa parcela de alunos do ensino médio a opção por concursos públicos pode ser interessante e motivadora, seja ela prioritária em relação à realização do curso superior, ou concomitante a ele.

Por este motivo, a utilização de questões de provas de concursos durante o ensino médio pode se tornar uma interessante proposta de ensino aliada a uma situação-problema.

Ainda segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL. MEC. SEF, 1998, p. 43):

O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência.

Nesta questão, fica evidente a correlação da Matemática Financeira com outras áreas do conhecimento matemático, pois, além dos conceitos de juros, simples ou compostos, diretamente ligados à Matemática Financeira, pode-se fazer as conexões entre juros simples com funções afins e progressões aritméticas e juros compostos com funções exponenciais e progressões geométricas.

A questão apresentada a seguir constou no concurso público para o provimento de cargo de Técnico Bancário da Caixa Econômica Federal (CEF)

promovido pela Fundação Cesgranrio. A exigência do edital para os candidatos era Ensino Médio completo e a data de aplicação da prova foi 30/04/2008.

6.1 QUESTÃO 09 DA PROVA DO CONCURSO DA CEF – 2008 – CESGRANRIO

O gráfico a seguir representa as evoluções no tempo do Montante a Juros Simples e do Montante a Juros Compostos, ambos à mesma taxa de juros. M é dado em unidades monetárias e t , na mesma unidade de tempo a que se refere a taxa de juros utilizada.

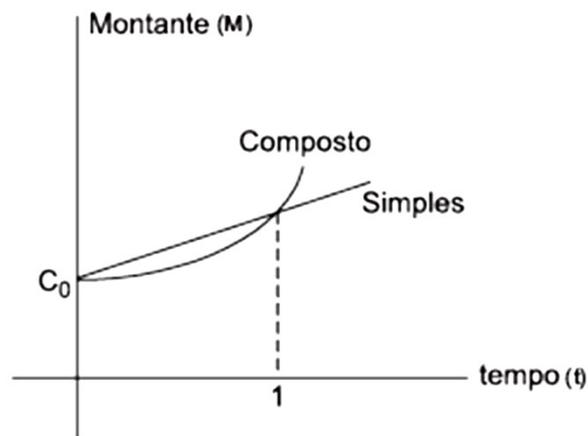


Gráfico 22: Montante Simples e Montante Composto

Fonte: Concurso CEF – Cesgranrio (2008)

Analisando-se o gráfico, conclui-se que para o credor é mais vantajoso emprestar a juros

- (A) compostos, sempre.
- (B) compostos, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo.
- (C) simples, sempre.
- (D) simples, se o período do empréstimo for maior do que a unidade de tempo.
- (E) simples, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo.

6.2 OS CONCEITOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA NA QUESTÃO

Diferentes e interessantes definições de juros podem ser encontradas nos mais diversos autores. Segundo Vieira (2000, p. 19), “Juros é a remuneração do capital emprestado, podendo ser entendido, de forma simplificada, como sendo o aluguel pago pelo uso do dinheiro”. Para Crespo (2009, p. 80), “Juro é a remuneração, a qualquer título, atribuído ao capital” e para Machado e Tavares (2007, p. 23), “Não está totalmente errado aquele que diz que juro é o imposto que o ingênuo paga para o esperto”. Já para Mendonça e outros (2007, p.17):

Pode-se, então, definir juros como a quantia cobrada pelo credor ao tomador de recursos pela utilização de seu capital, denominado capital inicial ou principal, por um período determinado. Como consequência, o credor passa a possuir, findo esse período, um novo capital, denominado montante, que nada mais é que a soma do capital inicial mais os juros auferidos nesse período.

Entende-se por juros (J) a compensação financeira que se dá devido ao pagamento posterior de um valor, seja pelo empréstimo ou aplicação deste valor, por financiamento ou pelo atraso no cumprimento de um compromisso financeiro. Os juros são sempre diretamente proporcionais ao capital (C), que é o valor principal aplicado, emprestado, financiado ou devido. Também são diretamente proporcionais ao tempo (t) de empréstimo, aplicação, financiamento ou de demora no pagamento e diretamente proporcionais a uma taxa percentual (i) que será combinada entre as partes. Denominamos por montante (M) ao valor do capital inicial (C) acrescido dos juros (J). Assim, temos:

$$M = C + J$$

Os juros são denominados simples quando calculados sobre o capital (C) e a esta operação financeira denominamos como ‘regime de capitalização simples’. Para Crespo (2009, p. 81), “**Juro simples** é aquele calculado unicamente sobre o capital inicial” (grifo do autor). Daí, temos a fórmula:

$$J = C.i.t$$

Devemos tomar cuidado para que a taxa percentual (i) e o tempo (t) tenham sempre a mesma referência temporal. Por exemplo, se a taxa aplicada for mensal, o tempo deverá ser considerado em meses. Já se a taxa for anual, o tempo deverá ser considerado em anos.

No regime de juros simples, os juros de cada período são sempre calculados em função do capital inicial (principal) aplicado. Os juros do período não são somados ao capital para o cálculo de novos juros nos períodos seguintes. Os juros não são capitalizados e, conseqüentemente, não rendem juros. Assim, apenas o principal é que rende juros (PUCCINI, 2004).

Os juros são denominados compostos quando calculados sobre o montante (M), isto é, a cada período de tempo os juros (J) são acrescidos ao capital (C) e é iniciado um novo período no qual se calculam os novos juros sobre o montante (M) do período anterior. A esta operação financeira denominamos 'regime de capitalização composta'. Segundo Crespo (2009, p. 118), "**Juro composto** é aquele que em cada período financeiro, a partir do segundo, é calculado sobre o montante relativo ao período anterior" (grifo do autor).

No regime de capitalização composta, os juros produzidos num período serão acrescidos ao valor aplicado e no próximo período também produzirão juros, formando o chamado "juros sobre juros" (KUHNNEN, 2008).

Nos juros compostos utilizamos a fórmula:

$$M = C.(1 + i)^n$$

Aqui também se deve tomar cuidado para que a quantidade de períodos de capitalização (n) e a taxa percentual (i) tenham sempre a mesma referência temporal. Por exemplo, num período de seis meses em que a capitalização é composta e se dá bimestralmente, devemos ter a taxa (i) bimestral e, neste caso, temos $n = 3$, pois seis meses equivalem a três bimestres. Entretanto, num período de um ano em que se tenha capitalização composta trimestral, adotamos $n = 4$, pois em 12 meses temos quatro trimestres.

Crespo (2009, p. 80) nos dá o seguinte entendimento sobre os regimes de capitalização e o processo de formação do juro:

No regime de **capitalização a juro composto**, o juro formado no fim de cada período é incorporado ao capital que tínhamos no início do período, e, assim, esse montante passa a render juro no período seguinte; dizemos, então, que os **juros são capitalizados**.

Já no **regime de capitalização a juro simples**, por convenção, apenas o capital inicial rende juro, isto é, o juro formado no fim de cada período a que se refere a taxa não é incorporado ao capital, para, também, render juro no período seguinte; dizemos, neste caso, que os **juros não são capitalizados** (grifos do autor).

6.2.1 Juros, Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas

Segundo Dante (2011, p. 145) “Progressão aritmética (PA) é toda sequência de números na qual a diferença entre cada termo (a partir do segundo) e o termo anterior é constante”. Essa constante é denominada razão (r) da PA. Assim, na PA $(a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; \dots; a_n; \dots)$, o número n natural e não nulo indica a posição do termo a_n na sequência. Logo, por esta definição, temos:

$$r = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = a_5 - a_4 = \dots$$

Por consequência direta da definição, temos:

$$a_2 = a_1 + r; a_3 = a_2 + r; a_4 = a_3 + r; a_5 = a_4 + r; \dots$$

Consideremos como exemplo uma PA de primeiro termo $a_1 = 1000,00$ e razão $r = 100,00$. Assim, teremos:

$$a_2 = 1000,00 + 100,00 = 1100,00$$

$$a_3 = 1100,00 + 100,00 = 1200,00$$

$$a_4 = 1200,00 + 100,00 = 1300,00$$

$$a_5 = 1300,00 + 100,00 = 1400,00$$

$$a_6 = 1400,00 + 100,00 = 1500,00$$

$$a_7 = 1500,00 + 100,00 = 1600,00$$

Daí resulta a seguinte PA de termos crescentes:

PA (1000,00; 1100,00; 1200,00; 1300,00; 1400,00; 1500,00; 1600,00; ...)

Consideremos um empréstimo de um capital $C = R\$ 1000,00$ a uma taxa de 10% ao mês de juros simples. Dado o conceito de juro simples, que é calculado sempre sobre o capital, neste caso temos o seguinte juro mensal:

$$\frac{10}{100} \cdot 1000,00 = 100,00$$

Isto significa que este empréstimo renderá todo mês R\$ 100,00 de juro, ou seja, o montante terá um acréscimo de R\$ 100,00 ao mês. Podemos, assim, estabelecer os seguintes montantes mensais no período de t meses:

$$\text{Para } t = 1, M_1 = 1000,00 + 100,00 = R\$ 1100,00$$

$$\text{Para } t = 2, M_2 = 1100,00 + 100,00 = R\$ 1200,00$$

$$\text{Para } t = 3, M_3 = 1200,00 + 100,00 = R\$ 1300,00$$

$$\text{Para } t = 4, M_4 = 1300,00 + 100,00 = R\$ 1400,00$$

$$\text{Para } t = 5, M_5 = 1400,00 + 100,00 = R\$ 1500,00$$

$$\text{Para } t = 6, M_6 = 1500,00 + 100,00 = R\$ 1600,00$$

Também pelo uso da fórmula de juros simples podemos calcular os montantes mensais, fazendo $C = R\$ 1000,00$, $i = 10\%$ ao mês:

$$J = C \cdot i \cdot t = 1000 \cdot \frac{10}{100} \cdot t = 100 \cdot t$$

$$\text{Para } t = 1, J_1 = 100 \cdot 1 = 100, M_1 = 1000,00 + 100,00 = R\$ 1100,00$$

$$\text{Para } t = 2, J_2 = 100 \cdot 2 = 200, M_2 = 1000,00 + 200,00 = R\$ 1200,00$$

$$\text{Para } t = 3, J_3 = 100 \cdot 3 = 300, M_3 = 1000,00 + 300,00 = R\$ 1300,00$$

$$\text{Para } t = 4, J_4 = 100 \cdot 4 = 400, M_4 = 1000,00 + 400,00 = R\$ 1400,00$$

$$\text{Para } t = 5, J_5 = 100 \cdot 5 = 500, M_5 = 1000,00 + 500,00 = R\$ 1500,00$$

$$\text{Para } t = 6, J_6 = 100 \cdot 6 = 600, M_6 = 1000,00 + 600,00 = R\$ 1600,00$$

Comparando os termos da PA do exemplo, de primeiro termo $a_1 = 1000,00$ e razão $r = 100,00$ com os montantes do empréstimo de um capital $C = R\$ 1000,00$ a uma taxa de 10% ao mês de juros simples, fica evidente a relação entre PA e juros simples. Podemos concluir que um empréstimo a juros simples de um capital C a uma taxa i produz montantes que são termos de uma PA de primeiro termo C e razão dada por $C.i$.

Para Dante (2011, p. 152), progressão geométrica (PG) é “[...] toda sequência de números não nulos na qual é constante o quociente da divisão de cada termo (a partir do segundo) pelo termo anterior”. Essa constante é denominada razão (q) da PG. Assim, na PG $(a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; \dots; a_n; \dots)$, o número n natural e não nulo indica a posição do termo a_n na sequência. Logo, por esta definição, temos:

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \frac{a_5}{a_4} = \dots$$

Por consequência direta da definição, temos:

$$a_2 = a_1 \cdot q; a_3 = a_2 \cdot q; a_4 = a_3 \cdot q; a_5 = a_4 \cdot q; \dots$$

Como exemplo, seja uma PG de primeiro termo $a_1 = 1000,00$ e razão $q = 1,1$. Para efeitos práticos e conformizar com o sistema monetário nacional, consideremos a aproximação de duas casas decimais para os valores finais e, assim, teremos:

$$a_2 = 1000,00 \cdot 1,1 = 1100,00$$

$$a_3 = 1100,00 \cdot 1,1 = 1210,00$$

$$a_4 = 1210,00 \cdot 1,1 = 1331,00$$

$$a_5 = 1331,00 \cdot 1,1 = 1464,10$$

$$a_6 = 1464,10 \cdot 1,1 = 1610,51$$

$$a_7 = 1610,51 \cdot 1,1 = 1771,56$$

Daí resulta a seguinte PG de termos crescentes:

PA (1000,00; 1100,00; 1210,00; 1331,00; 1464,10; 1610,51; 1771,56; ...)

Consideremos agora um empréstimo de um capital $C = R\$ 1000,00$ a uma taxa de 10% ao mês de juros compostos, capitalizados mensalmente. Dado o conceito de juro composto, que é calculado sempre sobre o montante do período imediatamente anterior, obtemos o seguinte fator de correção mensal dos montantes:

$$100\% + 10\% = 110\% = \frac{110}{100} = 1,1$$

Podemos, assim, estabelecer os seguintes montantes mensais no período de t meses:

$$\text{Para } t = 1, M_1 = 1000,00 \cdot 1,1 = R\$ 1100,00$$

$$\text{Para } t = 2, M_2 = 1100,00 \cdot 1,1 = R\$ 1210,00$$

$$\text{Para } t = 3, M_3 = 1210,00 \cdot 1,1 = R\$ 1331,00$$

$$\text{Para } t = 4, M_4 = 1331,00 \cdot 1,1 = R\$ 1464,10$$

$$\text{Para } t = 5, M_5 = 1464,10 \cdot 1,1 = R\$ 1610,51$$

$$\text{Para } t = 6, M_6 = 1610,51 \cdot 1,1 = R\$ 1771,56$$

Também pelo uso da fórmula de juros compostos podemos calcular os montantes mensais, fazendo $C = R\$ 1000,00$, $i = 10\%$ e $n = t$:

$$M = C \cdot (1 + i)^n = 1000,00 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^n = 1000,00 \cdot (1,1)^n$$

$$\text{Para } t = 1, M_1 = 1000,00 \cdot (1,1)^1 = 1000,00 \cdot (1,1) = R\$ 1100,00$$

$$\text{Para } t = 2, M_2 = 1000,00 \cdot (1,1)^2 = 1000,00 \cdot (1,21) = R\$ 1210,00$$

$$\text{Para } t = 3, M_3 = 1000,00 \cdot (1,1)^3 = 1000,00 \cdot (1,331) = R\$ 1331,00$$

$$\text{Para } t = 4, M_4 = 1000,00 \cdot (1,1)^4 = 1000,00 \cdot (1,4641) = R\$ 1464,10$$

$$\text{Para } t = 5, M_5 = 1000,00 \cdot (1,1)^5 = 1000,00 \cdot (1,61051) = R\$ 1610,51$$

$$\text{Para } t = 6, M_6 = 1000,00 \cdot (1,1)^6 = 1000,00 \cdot (1,771561) = R\$ 1771,56$$

Comparando os termos da PG do exemplo, de primeiro termo $a_1 = 1000,00$ e razão $q = 1,1$ com os montantes do empréstimo de um capital $C = R\$ 1.000,00$ a

uma taxa de 10% ao mês de juros compostos capitalizados mensalmente, fica clara a relação entre PG e juros compostos. Podemos concluir que um empréstimo a juros compostos de um capital C a uma taxa i produz montantes que são termos de uma PG de primeiro termo C e razão dada por $(1 + i)$.

Dispondo os montantes mensais obtidos nos exemplos a juros simples e a juros compostos para o período de 0 a 6 meses na forma de tabela, temos o Quadro 6 a seguir:

t (meses)	Montante Simples	Montante Composto
0	R\$ 1.000,00	R\$ 1.000,00
1	R\$ 1.100,00	R\$ 1.100,00
2	R\$ 1.200,00	R\$ 1.210,00
3	R\$ 1.300,00	R\$ 1.331,00
4	R\$ 1.400,00	R\$ 1.464,10
5	R\$ 1.500,00	R\$ 1.610,51
6	R\$ 1.600,00	R\$ 1.771,56

Quadro 6: Montante Simples e Montante Composto

Fonte: o autor

A partir deste ponto, pode o professor possibilitar aos alunos, com o uso de calculadoras, a discussão sobre taxas de juros praticadas no Brasil, em particular em saldos negativos de contas bancárias e de créditos rotativos no uso de cartões de crédito, bem como no financiamento de bens e produtos.

Interessante, nestes casos, utilizar exemplos de períodos acumulados de até um ano, para o caso de contas bancárias e uso de cartão de crédito e de até seis anos, como pode ser o caso dos financiamentos de veículos. Esta discussão pode ser proveitosa no sentido de despertar nos alunos uma análise crítica reflexiva sobre os juros praticados no Brasil, assim como sobre suas práticas e experiências pessoais e familiares de consumo.

6.2.2 Juros, Funções Afins e Funções Exponenciais

Assim como foi tratado o paralelo com progressões, pode ser proposto um paralelo entre juros e funções. Obviamente se deve iniciar a abordagem com o uso de tabelas e gráficos em casos mais básicos para, posteriormente, chegar aos exemplos correlatos aos casos de juros simples e compostos já abordados.

Giovanni e outros (2015, p. 54) nos dão a seguinte definição de função: “Dados dois conjuntos não vazios, A e B e uma correspondência f que associa os elementos de A com os elementos de B , dizemos que f é uma **função** de A em B quando **cada** elemento x de A está associado, por f , a um **único** elemento y de B ” (grifos do autor).

Em uma função f de A em B podemos denotar simbolicamente $f: A \rightarrow B$ e estabelecer a relação $y = f(x)$ entre a variável independente $x \in A$ e a variável dependente $y \in B$. O conjunto A constitui-se de todos os valores atribuídos a x , chama-se domínio da função pode ser escrito como $A = D(f)$. O conjunto B é chamado de contradomínio da função e pode ser representado por $B = CD(f)$.

Entre os incontáveis modelos de funções, utilizaremos a função conhecida por função afim. Para Giovanni e outros (2015, p. 83), “Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax + b$, com a e b reais é chamada função afim”. Os valores a e b são denominados ‘coeficientes numéricos’. Consideremos como exemplo a função afim $f: A \rightarrow B$, adotando $a = 100,00$ e $b = 1000,00$. Assim, obtemos a função definida por:

$$y = f(x) = 100,00 \cdot x + 1000,00$$

Atribuindo a x valores naturais, obtemos:

$$\text{Para } x = 0, y = f(0) = 100,00 \cdot 0 + 1000,00 = 0 + 1000,00 = 1000,00$$

$$\text{Para } x = 1, y = f(1) = 100,00 \cdot 1 + 1000,00 = 100,00 + 1000,00 = 1100,00$$

$$\text{Para } x = 2, y = f(2) = 100,00 \cdot 2 + 1000,00 = 200,00 + 1000,00 = 1200,00$$

$$\text{Para } x = 3, y = f(3) = 100,00 \cdot 3 + 1000,00 = 300,00 + 1000,00 = 1300,00$$

$$\text{Para } x = 4, y = f(4) = 100,00 \cdot 4 + 1000,00 = 400,00 + 1000,00 = 1400,00$$

$$\text{Para } x = 5, y = f(5) = 100,00 \cdot 5 + 1000,00 = 500,00 + 1000,00 = 1500,00$$

$$\text{Para } x = 6, y = f(6) = 100,00 \cdot 6 + 1000,00 = 600,00 + 1000,00 = 1600,00$$

Comparando os resultados deste exemplo com os termos da PA de primeiro termo $a_1 = 1000,00$ e razão $r = 100,00$ e com os montantes do empréstimo de um capital $C = R\$ 1000,00$ a uma taxa de 10% ao mês de juros simples, é notória a relação entre função afim, PA e juros simples.

Para Giovanni e outros (2015, p. 150), “A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ dada por $f(x) = a^x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$, é denominada **função exponencial de base a**” (grifo do autor). Mantidas as condições estabelecidas para $a > 0$ e $a \neq 1$, uma possível variação da função exponencial pode ser dada por $f(x) = b.a^x$, para b um coeficiente numérico não nulo.

Aqui também, para efeitos práticos e adequar com o sistema monetário nacional, consideremos a aproximação de duas casas decimais para os valores finais. Seja como exemplo a função exponencial $f: A \rightarrow B$, na forma $y = f(x) = b.a^x$. Adotando $a = 1,1$ e $b = 1000,00$, obtemos a função definida por:

$$y = f(x) = 1000,00 \cdot (1,1)^x$$

Atribuindo a x valores naturais, obtemos:

$$\text{Para } x = 0, y = f(0) = 1000,00 \cdot (1,1)^0 = 1000,00 \cdot (1) = 1000,00$$

$$\text{Para } x = 1, y = f(1) = 1000,00 \cdot (1,1)^1 = 1000,00 \cdot (1,1) = 1100,00$$

$$\text{Para } x = 2, y = f(2) = 1000,00 \cdot (1,1)^2 = 1000,00 \cdot (1,21) = 1210,00$$

$$\text{Para } x = 3, y = f(3) = 1000,00 \cdot (1,1)^3 = 1000,00 \cdot (1,331) = 1331,00$$

$$\text{Para } x = 4, y = f(4) = 1000,00 \cdot (1,1)^4 = 1000,00 \cdot (1,4641) = 1464,10$$

$$\text{Para } x = 5, y = f(5) = 1000,00 \cdot (1,1)^5 = 1000,00 \cdot (1,61051) = 1610,51$$

$$\text{Para } x = 6, y = f(6) = 1000,00 \cdot (1,1)^6 = 1000,00 \cdot (1,771561) = 1771,56$$

Comparando os resultados deste exemplo com os termos da PG de primeiro termo $a_1 = 1000,00$ e razão $q = 1,1$ e com os montantes do empréstimo de um capital $C = R\$ 1000,00$ a uma taxa de 10% ao mês de juros compostos capitalizados mensalmente, é indiscutível a relação entre função exponencial, PG e juros compostos.

Mediante a análise dos resultados do Quadro 6, e com os conhecimentos relativos às funções considerados neste capítulo, facilmente obtemos o Gráfico 23 que apresenta o comparativo entre os montantes a juros simples e a juros compostos, considerados no mesmo capital inicial $C = R\$ 1000,00$ e à mesma taxa de juros $i = 10\%$ ao mês:

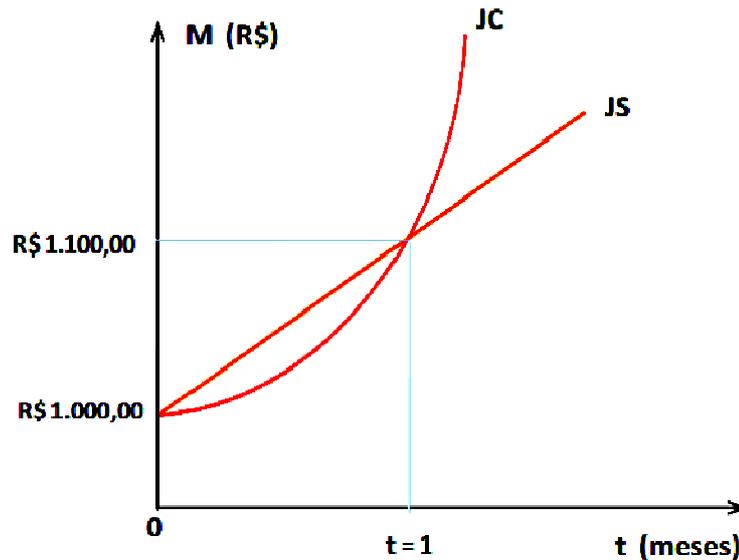


Gráfico 23: Montantes e funções

Fonte: o autor

6.3 A RESOLUÇÃO DA QUESTÃO PROPOSTA

De volta à questão inicialmente proposta no início deste capítulo e a partir dos conhecimentos estabelecidos, pode-se facilmente chegar à opção (E) que afirma que, para o credor, é mais vantajoso emprestar a juros simples se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo. Por simples observação percebe-se que, neste período, o gráfico do montante a juros simples encontra-se acima do gráfico do montante a juros compostos e isto indica que, no período citado, os juros simples são maiores que os compostos.

Para evitar que a opção pela alternativa (E) se fundamente na mera observação do gráfico, o que basta para concluir a questão, pode-se, a título de exemplo estabelecer o cálculo do montante simples e do montante composto para o

período de 15 dias. Para tanto, utilizaremos o mesmo capital $C = \text{R\$ } 1.000,00$ e a mesma taxa mensal $i = 10\%$ ao mês e adotaremos $t = 15 \text{ dias} = 0,5 \text{ meses}$.

Assim, para a obtenção do montante simples, teremos:

$$J = C.i.t = 1000 \cdot \frac{10}{100} \cdot 0,5 = 100 \cdot 0,5 = \text{R\$ } 50,00$$

$$M = C + J = 1000,00 + 50,00 = \text{R\$ } 1050,00$$

E, para a obtenção do montante simples, fazendo $n = t = 0,5$ e teremos:

$$M = C.(1 + i)^n = 1000,00 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^{0,5} = 1000,00 \cdot (1,1)^{0,5}$$

$$M = 1000,00 \cdot (1,0488088) = \text{R\$ } 1048,81$$

Este exemplo é interessante, pois, além de mostrar que os juros simples rendem para o credor $\text{R\$ } 1,19$ a mais que os juros compostos, seu cálculo pode ser feito utilizando-se uma calculadora simples, bastando que tenha a opção de raiz quadrada.

Outra questão que pode ser proposta aos alunos, neste ponto, é a discussão sobre opções entre juros simples e compostos que, via de regra, acredita-se erroneamente que os juros compostos são sempre piores para o devedor.

7 A SEGUNDA ENQUETE

As aulas ministradas às turmas 3º B e 3º C, na segunda etapa do estudo de caso, foram planejadas e fundamentadas conforme proposta didática apresentada nos Capítulos 5 e 6. Assim sendo, a segunda enquete objetivou mensurar os resultados destas aulas por meio de comparativos com os da primeira enquete, seja por meio da reaplicação de questões apresentadas na primeira, seja por meio de novas questões. Participaram 21 alunos do 3ª B e 20 alunos do 3º C, no total de 41 alunos.

7.1 AS PERGUNTAS REAPLICADAS NA SEGUNDA ENQUETE

Pergunta 01: O que são juros?

- (a) Uma multa pelo atraso no pagamento de um compromisso.
- (b) Um imposto cobrado em contas.
- (c) Uma compensação financeira pelo uso ou investimento de um dinheiro por um tempo.
- (d) Uma tarifa cobrada pelo cartão de crédito.
- (e) Uma tarifa cobrada pelo banco.

Pergunta 02: Numa compra de R\$1.000,00, com juros de 10% ao mês, metade é paga como entrada e a outra metade após 30 dias da compra. Neste caso, quanto será pago de juros?

- (a) Menos de R\$ 50,00.
- (b) Exatamente R\$ 50,00.
- (c) Exatamente R\$ 100,00.
- (d) Mais de R\$ 100,00.

Pergunta 03: Quanto aos juros simples e aos juros compostos, podemos afirmar que:

- (a) Para o devedor, o mais vantajoso depende do tempo que leva para pagar.
- (b) Para o devedor, os juros simples são sempre mais vantajosos.
- (c) Para o credor, os juros simples são sempre mais vantajosos.
- (d) São indiferentes para o devedor.
- (e) São indiferentes para o credor.

Pergunta 04: Ao fazer uma compra, a melhor forma de pagamento:

- (a) Depende das condições e prazos.
- (b) É sempre à vista.
- (c) É sempre com cheque para 30 dias.
- (d) É sempre com cartão de crédito.

7.1.1 Os Resultados

No Quadro 7 estão tabulados os resultados do primeiro grupo de perguntas da segunda enquete, numeradas de 01 a 04. Nele são apresentados os resultados individuais das turmas 3º B e 3º C e também agrupados como 3º BC, indicando os resultados conjuntos das duas turmas. O mesmo ocorre nos Gráficos 24 a 26.

QUESTÃO		3º B		3º C		3º BC	
01	a	4	19,0%	3	15,0%	7	17,1%
	b	0	0,0%	2	10,0%	2	4,9%
	c	15	71,4%	14	70,0%	29	70,7%
	d	1	4,8%	0	0,0%	1	2,4%
	e	0	0,0%	1	5,0%	1	2,4%
	NR	1	4,8%	0	0,0%	1	2,4%
02	a	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
	b	8	38,1%	17	85,0%	25	61,0%
	c	10	47,6%	3	15,0%	13	31,7%
	d	2	9,5%	0	0,0%	2	4,9%
	NR	1	4,8%	0	0,0%	1	2,4%
03	a	9	42,9%	15	75,0%	24	58,5%
	b	9	42,9%	1	5,0%	10	24,4%
	c	2	9,5%	1	5,0%	3	7,3%
	d	1	4,8%	1	5,0%	2	4,9%
	e	0	0,0%	2	10,0%	2	4,9%
	NR	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
04	a	3	14,3%	4	20,0%	7	17,1%
	b	16	76,2%	16	80,0%	32	78,0%
	c	1	4,8%	0	0,0%	1	2,4%
	d	1	4,8%	0	0,0%	1	2,4%
	NR	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
ACERTOS Q. 01 a 04		35	41,7%	50	62,5%	85	51,8%

Quadro 7: Enquete 2 – Perguntas 01 a 04

Fonte: o autor

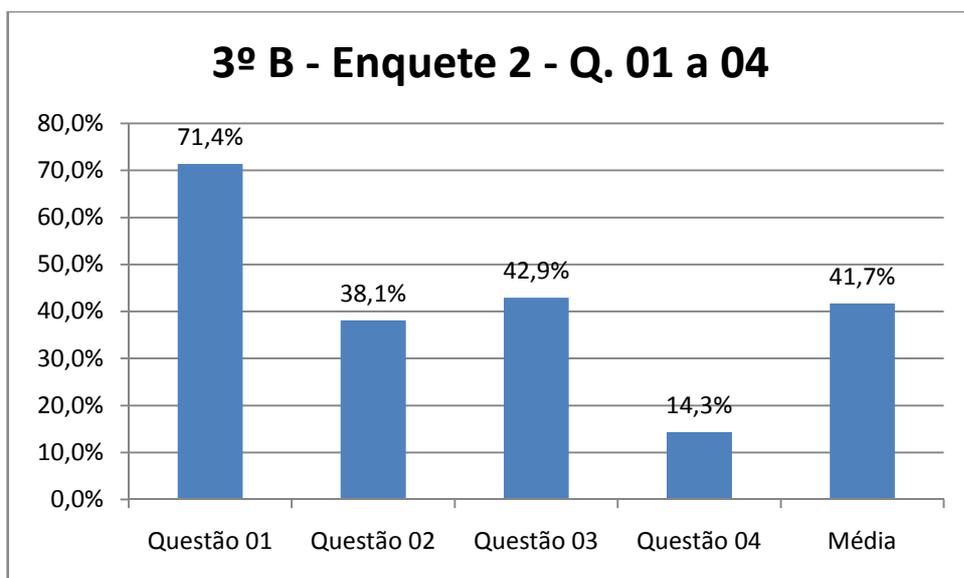


Gráfico 24: Acertos 3º B - Perguntas 01 a 04 da 2ª enquete

Fonte: o autor

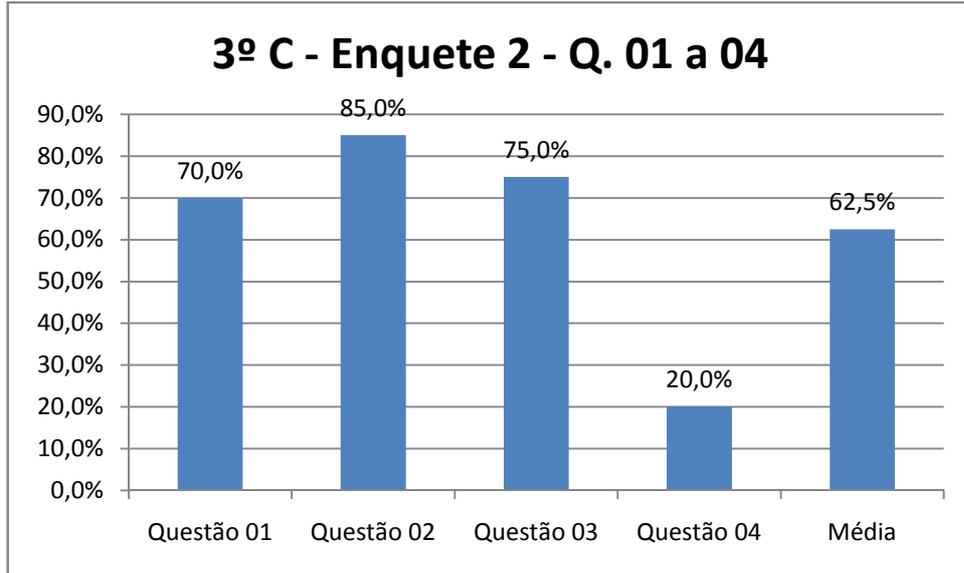


Gráfico 25: Acertos 3º C - Perguntas 01 a 04 da 2ª enquete

Fonte: o autor

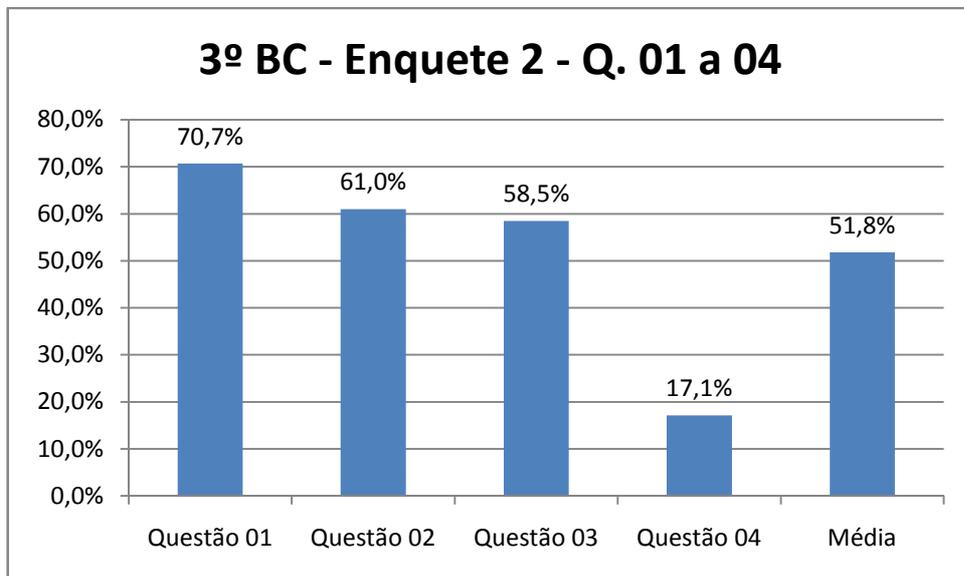


Gráfico 26: Acertos 3º BC - Perguntas 01 a 04 da 2ª enquete

Fonte: o autor

7.1.2 Comparativo: Primeira Enquete X Segunda Enquete

As questões 14 a 17 da primeira enquete são as mesmas reaplicadas na segunda enquete numeradas como questões 01 a 04, tendo sido apenas alteradas as ordens das alternativas. No Quadro 8 e no Gráfico 27 são rerepresentados os resultados das turmas 3º B e 3º C na primeira enquete, de modo a facilitar a posterior comparação com os respectivos resultados da segunda enquete.

Comparativo da 1ª Enquete: 3º B X 3º C					
Turma	Q. 14	Q. 15	Q. 16	Q. 17	Q. 14 a 17
3º B	16,7%	8,3%	25,0%	12,5%	15,6%
3º C	48,1%	74,1%	74,1%	18,5%	53,7%
3º BC	33,3%	43,1%	51,0%	15,7%	35,8%

Quadro 8: Comparativo 3º B X 3º C na 1ª enquete

Fonte: o autor

Vale observar que nos Gráficos 27 e 28 a cor azul e a cor vermelha estão associadas, respectivamente, ao 3º B e 3º C e a cor verde à média geral das duas turmas.

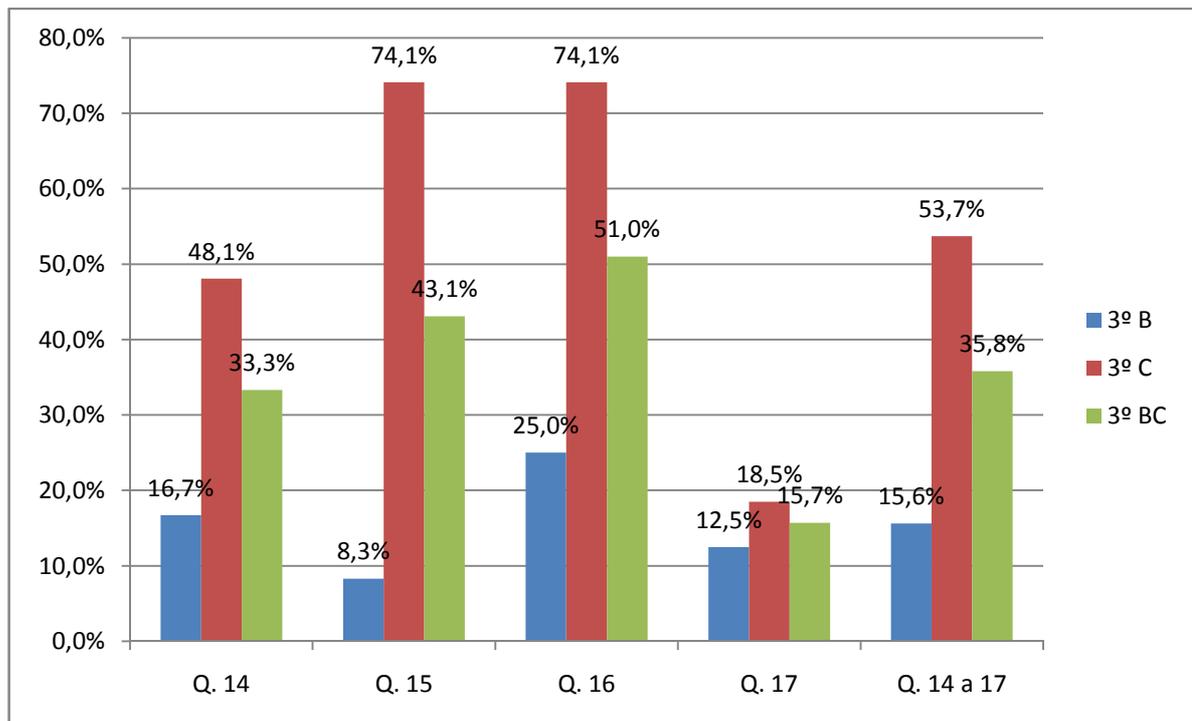


Gráfico 27: Comparativo 3º B X 3º C na 1ª enquete

Fonte: o autor

No Quadro 9 e no Gráfico 28 são apresentados os resultados das turmas 3º B e 3º C na segunda enquete, nas questões 01 a 04.

Comparativo da 2ª Enquete: 3º B X 3º C					
Turma	Q. 01	Q. 02	Q. 03	Q. 04	Q. 01 a 04
3º B	71,4%	38,1%	42,9%	14,3%	41,7%
3º C	70,0%	85,0%	75,0%	20,0%	62,5%
3º BC	70,7%	61,0%	58,5%	17,1%	51,8%

Quadro 9: Comparativo 3º B X 3º C na 2ª enquete – Q. 01 a 04

Fonte: o autor

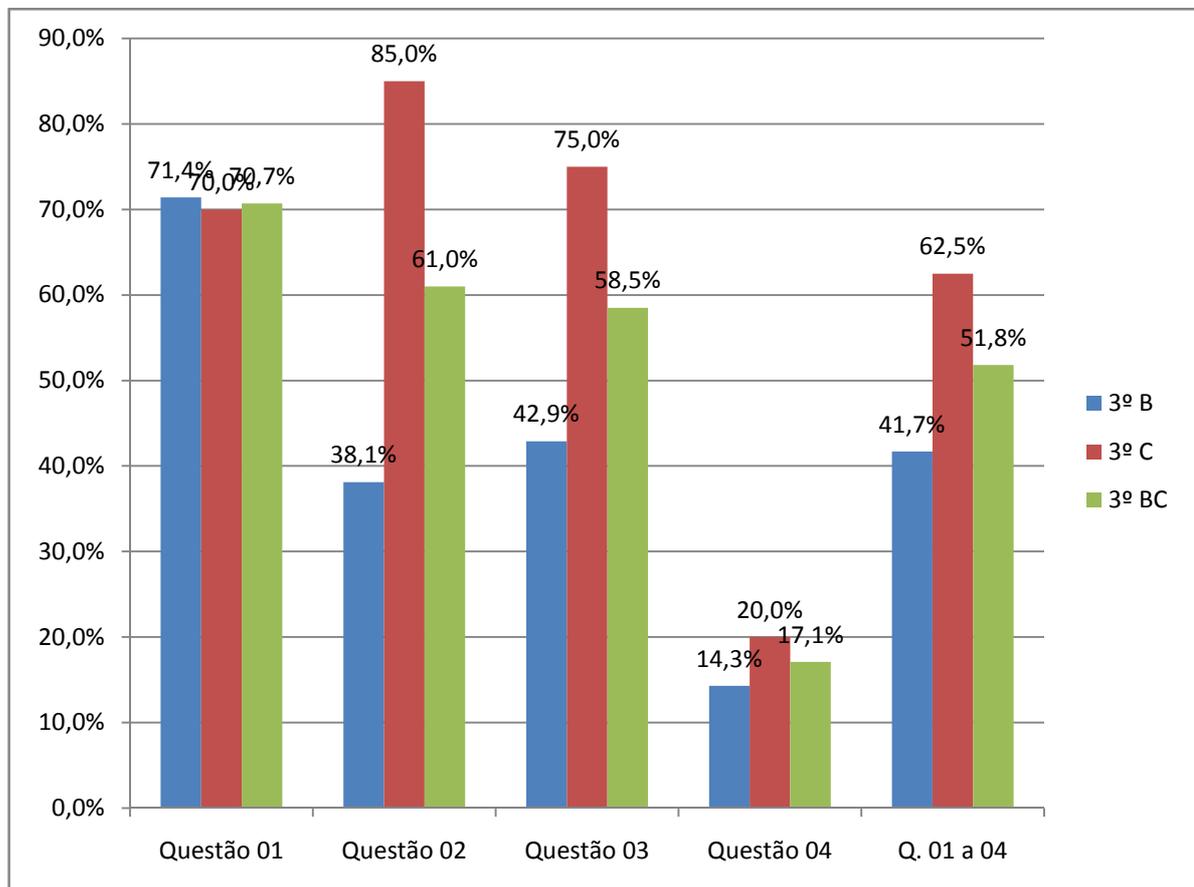


Gráfico 28: Comparativo 3º B X 3º C na 2ª enquete – Q. 01 a 04

Fonte: o autor

No Quadro 10 e no Gráfico 29 são apresentados os comparativos dos resultados da turma 3º B na primeira e na segunda enquete, nas questões 01 a 04.

Comparativo 3º B: 1ª Enquete X 2ª Enquete					
Questão	Q. 01	Q. 02	Q. 03	Q. 04	Q. 01 a 04
1ª Enq.	16,7%	8,3%	25,0%	12,5%	15,6%
2ª Enq.	71,4%	38,1%	42,9%	14,3%	41,7%
Variação	327,5%	359,0%	71,6%	14,4%	167,3%

Quadro 10: Comparativo 3º B – 1ª X 2ª enquetes – Q. 01 a 04

Fonte: o autor

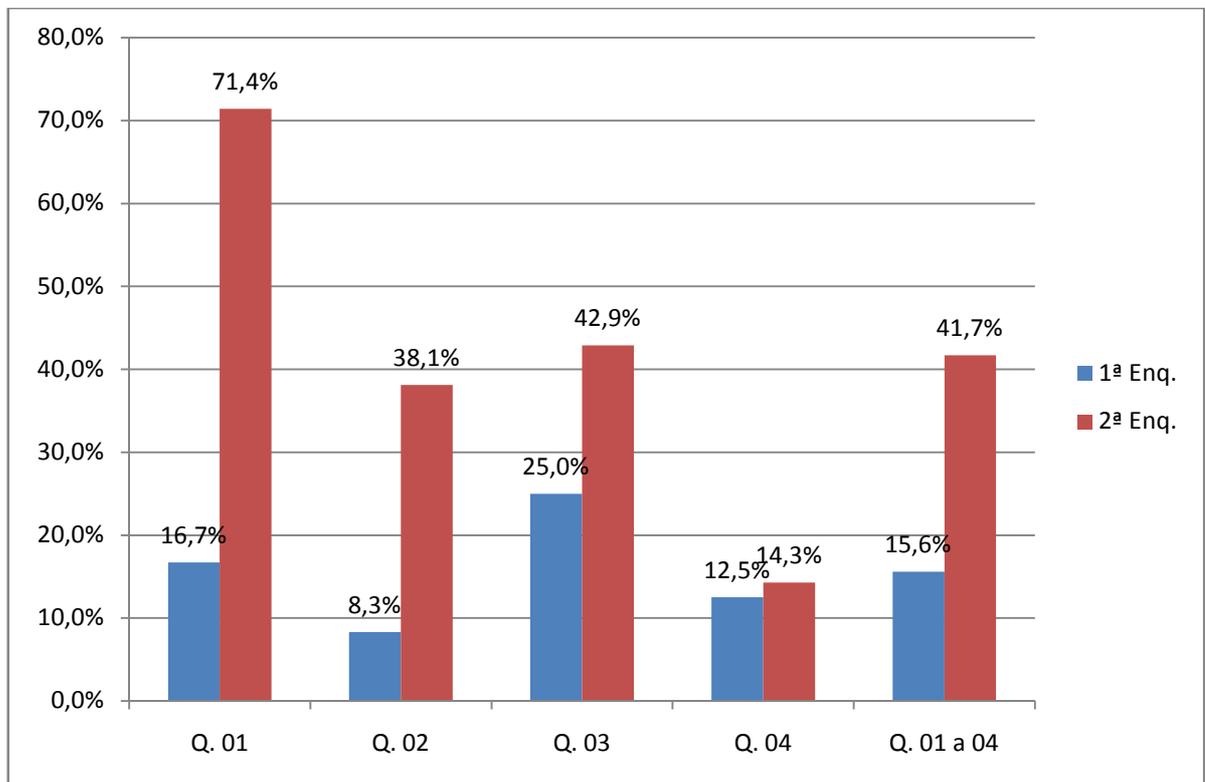


Gráfico 29: Comparativo 3º B – 1ª X 2ª enquetes – Q. 01 a 04

Fonte: o autor

No Quadro 11 e no Gráfico 30 são apresentados os comparativos dos resultados da turma 3º C na primeira e na segunda enquete, nas questões 01 a 04.

Comparativo 3º C: 1ª Enquete X 2ª Enquete					
Questão	Q. 01	Q. 02	Q. 03	Q. 04	Q. 01 a 04
1ª Enq.	48,1%	74,1%	74,1%	18,5%	53,7%
2ª Enq.	70,0%	85,0%	75,0%	20,0%	62,5%
Varição	45,5%	14,7%	1,2%	8,1%	16,4%

Quadro 11: Comparativo 3º C – 1ª X 2ª enquetes – Q. 01 a 04

Fonte: o autor

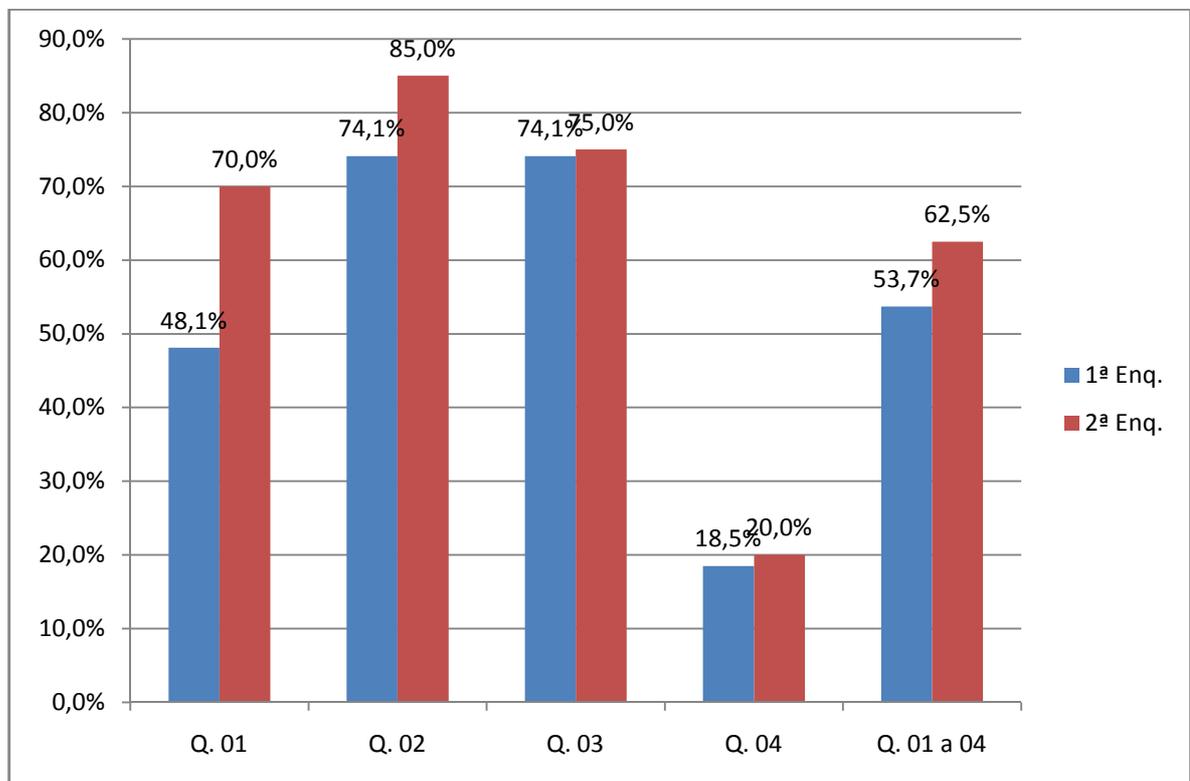


Gráfico 30: Comparativo 3º C – 1ª X 2ª enquetes – Q. 01 a 04

Fonte: o autor

No Quadro 12 e no Gráfico 31 são apresentados os comparativos das médias dos resultados das turmas 3º B e 3º C na primeira e na segunda enquete, nas questões 01 a 04.

Comparativo 3º BC: 1ª Enquete X 2ª Enquete					
Questão	Q. 01	Q. 02	Q. 03	Q. 04	Q. 01 a 04
1ª Enq.	33,3%	43,1%	51,0%	15,7%	35,8%
2ª Enq.	70,7%	61,0%	58,5%	17,1%	51,8%
Variação	112,3%	41,5%	14,7%	8,9%	44,7%

Quadro 12: Comparativo 3º BC – 1ª X 2ª enquetes – Q. 01 a 04

Fonte: o autor

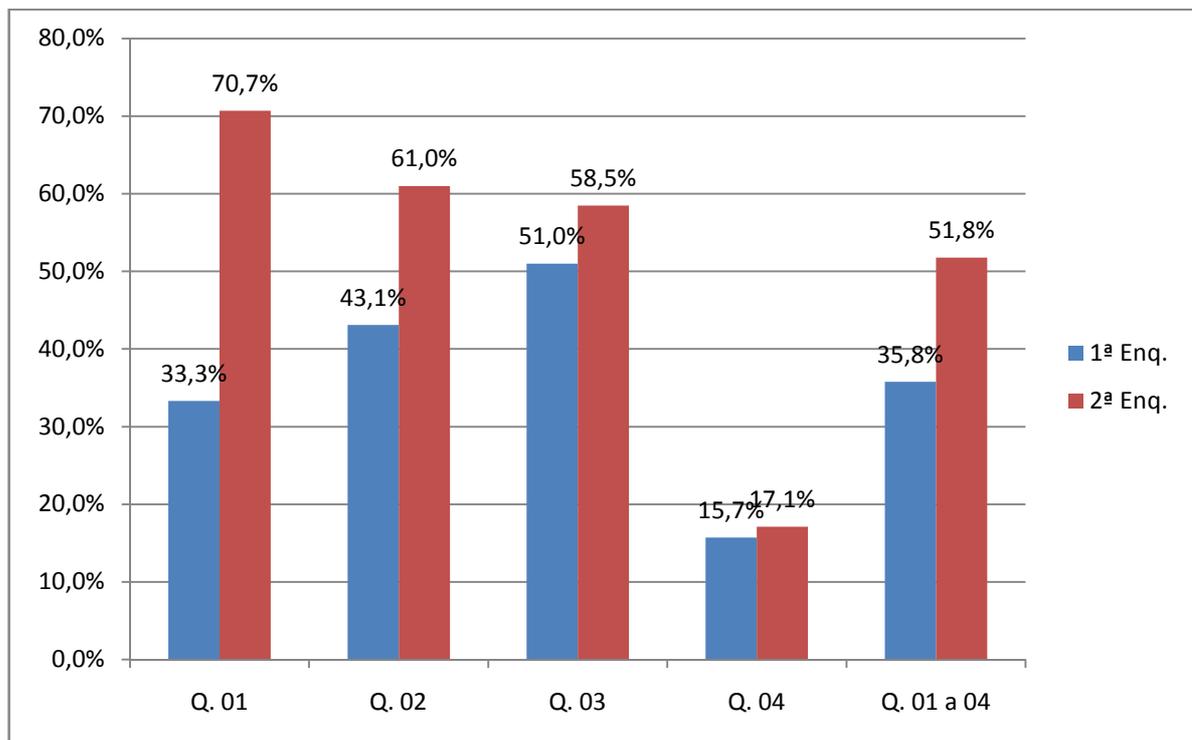


Gráfico 31: Comparativo 3º BC – 1ª X 2ª enquetes – Q. 01 a 04

Fonte: o autor

7.1.3 Conclusões Imediatas

Quando comparados os resultados da primeira enquete, no Quadro 8 e Gráfico 9, nas turmas 3º B (média de 15,6%) e 3º C (média de 53,7%) com os das mesmas questões na segunda enquete, respectivamente iguais a 41,7% e 62,5%, observa-se o significativo crescimento dos índices de acerto.

Este crescimento é particularmente expressivo no 3º B que apresentou os piores índices entre as quatro turmas pesquisadas na primeira enquete. A média desta turma (41,7%) na segunda superou a média geral das quatro turmas na primeira enquete (36,4%).

Nos Quadros 10, 11 e 12 e Gráficos 29, 30 e 31 percebe-se que as duas turmas apresentaram melhoras em todas as questões (crescimento médio de 44,7% no índice de acertos). Destaca-se o crescimento do 3º B na primeira (327,5%) e na segunda questão (359,0%).

O menor crescimento se deu no 3º B na terceira questão (1,2%), talvez pelo fato de que já apresentava alto índice de acerto quando da primeira aplicação (74,1%). Embora possuísse o mesmo índice na segunda questão, ainda assim apresentou crescimento de 14,7%.

Os resultados nos levam a concluir que foi significativamente positiva a estratégia didática adotada para as aulas ministradas, particularmente na turma mais fraca, cujo crescimento foi melhor.

7.2 AS PERGUNTAS EXCLUSIVAS DA SEGUNDA ENQUETE

Pergunta 05: Assinale a única opção **ERRADA** sobre um empréstimo de R\$1.000,00 a uma taxa de 10% ao mês de juros:

- (a) A juros simples, em dois meses rende um montante de R\$ 1.200,00.
- (b) A juros compostos, em dois meses rende um montante de R\$ 1.210,00.
- (c) Em três meses rende juros simples de R\$ 300,00.
- (d) No final do primeiro mês de empréstimo, os juros compostos são maiores que os juros simples.

Pergunta 06: Assinale a única opção **ERRADA** sobre um empréstimo de R\$ 1.000,00 a uma taxa de 10% ao mês de juros:

- (a) Os montantes simples formam uma progressão aritmética de razão 100.
- (b) Os montantes compostos formam uma progressão geométrica de razão 1,1.
- (c) O gráfico que representa os montantes compostos é representado por função exponencial.
- (d) O gráfico que representa os montantes simples é representado por função de 1º grau.
- (e) A função que representa os montantes M , em x meses de aplicação a juros simples, é dada por $M(x) = 100 + 1000x$.

Pergunta 07: Assinale a única opção **CORRETA** sobre um empréstimo de R\$1.000,00 a uma taxa de 10% ao mês de juros:

- (a) Os juros simples serão sempre menores que os compostos.
- (b) Os juros compostos serão sempre maiores que os simples.
- (c) Ao término do primeiro mês, a aplicação a juros simples rende o mesmo montante que a juros compostos.
- (d) Para um empréstimo por apenas 10 dias, os juros simples são mais vantajosos para o devedor que os juros compostos.

Pergunta 08: O gráfico a seguir representa as evoluções no tempo do Montante a Juros Simples e do Montante a Juros Compostos, ambos à mesma taxa de juros. M é dado em unidades monetárias e t , na mesma unidade de tempo a que se refere a taxa de juros utilizada.

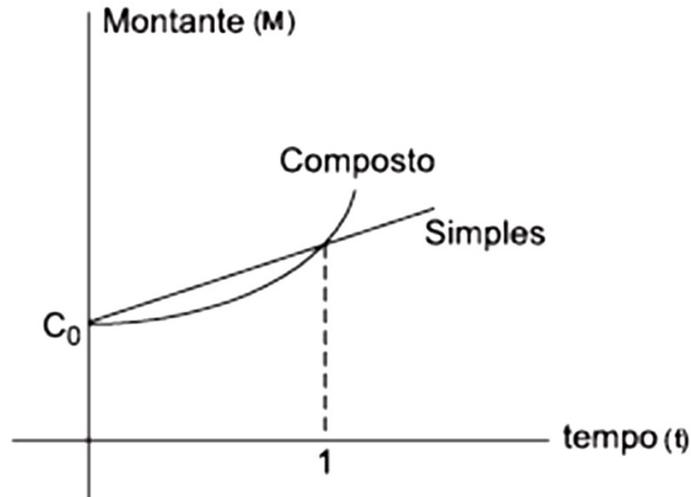


Gráfico 32: Comparativo de Montantes Simples e Compostos

Fonte: Concurso CEF – Cesgranrio (2008)

Analisando-se o gráfico, conclui-se que para o **credor** é mais vantajoso emprestar a juros

- (a) compostos, sempre.
- (b) compostos, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo.
- (c) simples, sempre.
- (d) simples, se o período do empréstimo for maior do que a unidade de tempo.
- (e) simples, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo.

7.2.1 Os Resultados

No Quadro 13 estão tabulados os resultados do segundo grupo de perguntas da segunda enquete, numeradas de 05 a 08. Nele são apresentados os resultados individuais das turmas 3º B e 3º C e também agrupados como 3º BC, indicando os resultados conjuntos das duas turmas.

QUESTÃO		3º B		3º C		3º BC	
05	a	3	14,3%	2	10,0%	5	12,2%
	b	5	23,8%	5	25,0%	10	24,4%
	c	9	42,9%	1	5,0%	10	24,4%
	d	4	19,0%	11	55,0%	15	36,6%
	NR	0	0,0%	1	5,0%	1	2,4%
06	a	1	4,8%	0	0,0%	1	2,4%
	b	6	28,6%	4	20,0%	10	24,4%
	c	2	9,5%	4	20,0%	6	14,6%
	d	4	19,0%	3	15,0%	7	17,1%
	e	8	38,1%	8	40,0%	16	39,0%
	NR	0	0,0%	1	5,0%	1	2,4%
07	a	3	14,3%	1	5,0%	4	9,8%
	b	6	28,6%	1	5,0%	7	17,1%
	c	4	19,0%	14	70,0%	18	43,9%
	d	8	38,1%	4	20,0%	12	29,3%
	NR	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
08	a	4	19,0%	3	15,0%	7	17,1%
	b	5	23,8%	7	35,0%	12	29,3%
	c	5	23,8%	0	0,0%	5	12,2%
	d	1	4,8%	3	15,0%	4	9,8%
	e	6	28,6%	7	35,0%	13	31,7%
	NR	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
ACERTOS Q. 05 a 08		22	26,2%	40	50,0%	62	37,8%

Quadro 13: Enquete 2 – Perguntas 05 a 08

Fonte: o autor

Os Gráficos 33, 34 e 35 apresentam os resultados do segundo grupo de perguntas da segunda enquete, numeradas de 05 a 08. Nele são apresentados, respectivamente, os resultados individuais das turmas 3º B e 3º C e também agrupados como 3º BC, indicando os resultados médios das duas turmas.

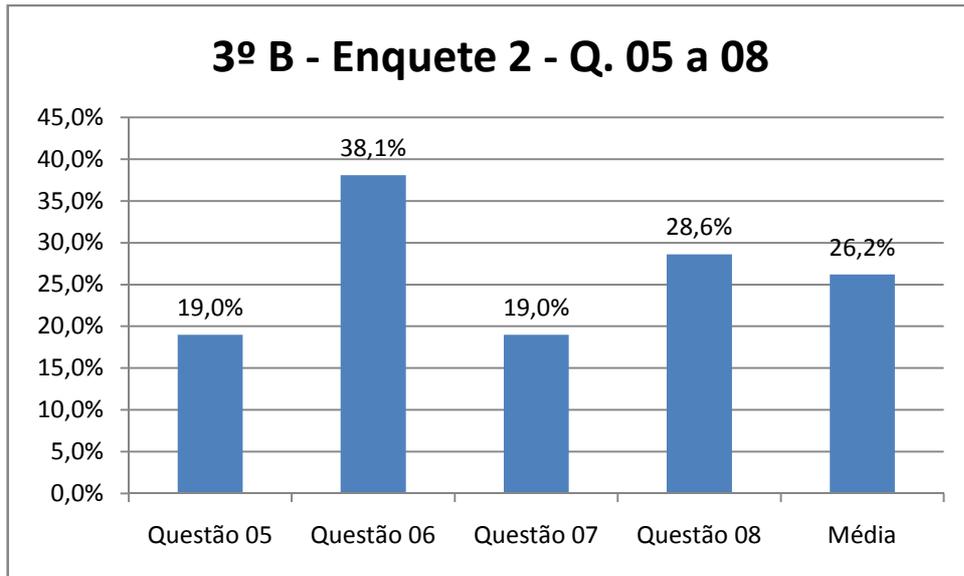


Gráfico 33: Acertos 3º B - Perguntas 05 a 08 da 2ª enquete

Fonte: o autor

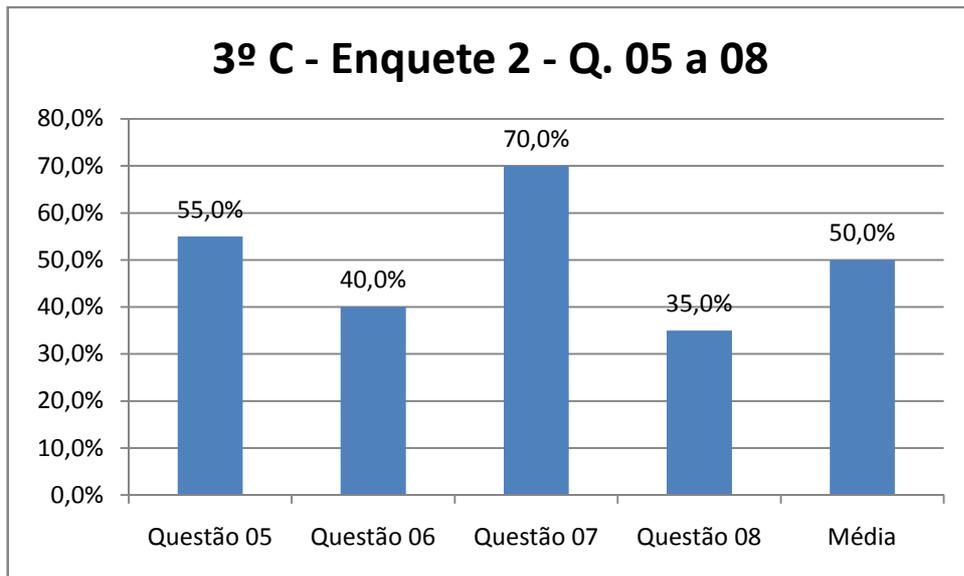


Gráfico 34: Acertos 3º C - Perguntas 05 a 08 da 2ª enquete

Fonte: o autor

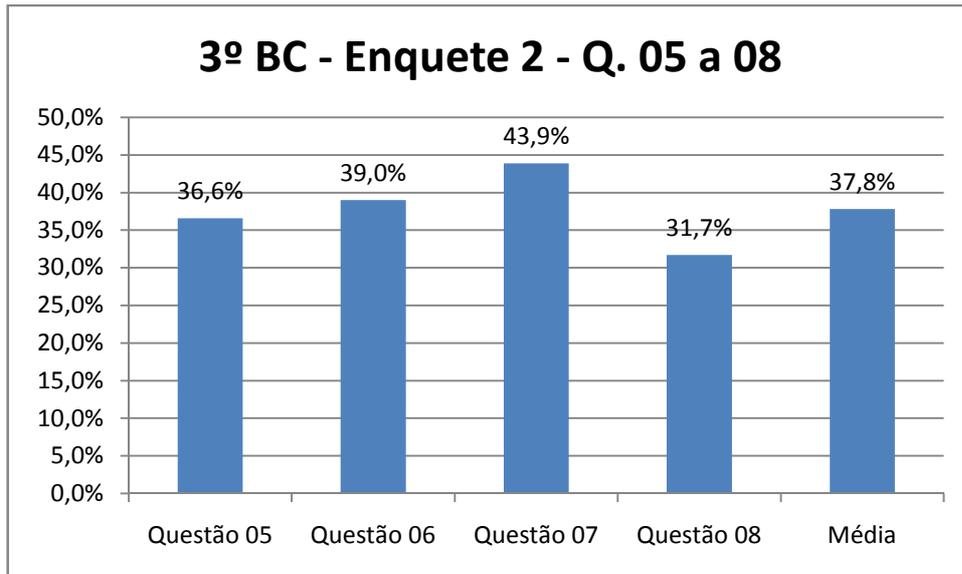


Gráfico 35: Acertos 3º BC - Perguntas 05 a 08 da 2ª enquete

Fonte: o autor

O Quadro 14 e o Gráfico 36 apresentam o comparativo dos resultados do segundo grupo de perguntas da segunda enquete, numeradas de 05 a 08 entre o 3º B e o 3º C. Neles são apresentados os resultados individuais das turmas 3º B e 3º C e também agrupados como 3º BC, indicando os resultados médios conjuntos das duas turmas.

O Quadro 15 e o Gráfico 37 apresentam o comparativo dos resultados dos dois grupos de perguntas da segunda enquete, numeradas de 01 a 04 e de 05 a 08, entre o 3º B e o 3º C. Neles são apresentados os resultados individuais das turmas 3º B e 3º C e também agrupados como 3º BC, indicando os resultados médios conjuntos das duas turmas.

Vale observar que nos Gráficos 36 e 37 a cor azul e a cor vermelha estão associadas, respectivamente, às médias do 3º B e 3º C e a cor verde à média geral das duas turmas.

Comparativo da 2ª Enquete: 3º B X 3º C					
Turma	Q. 05	Q. 06	Q. 07	Q. 08	Q. 05 a 08
3º B	19,0%	38,1%	19,0%	28,6%	26,2%
3º C	55,0%	40,0%	70,0%	35,0%	50,0%
3º BC	36,6%	39,0%	43,9%	31,7%	37,8%

Quadro 14: Comparativo 3º B X 3º C na 2ª enquete – Q. 05 a 08

Fonte: o autor

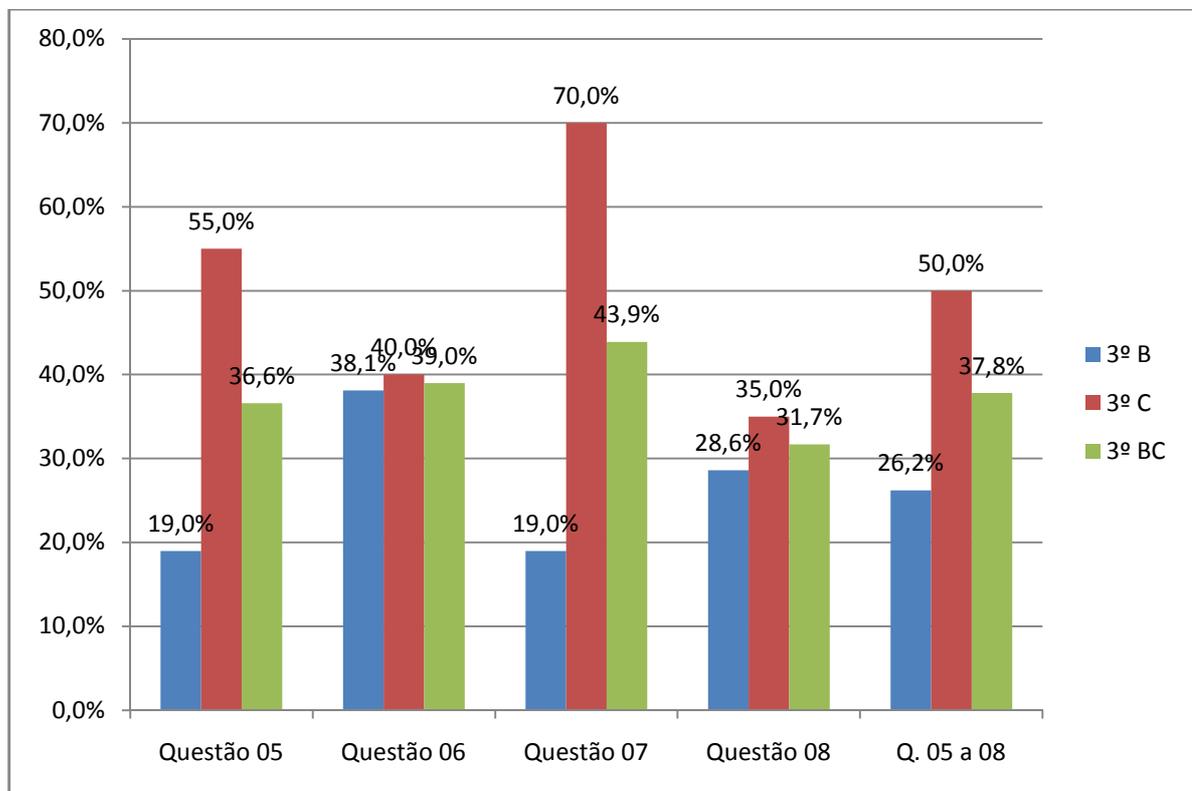


Gráfico 36: Comparativo 3º B X 3º C na 2ª enquete – Q. 05 a 08

Fonte: o autor

Comparativo da 2ª Enquete: 3º B X 3º C			
Questões	Q. 01 a 04	Q. 05 a 08	Q. 01 a 08
3º B	41,7%	26,2%	33,9%
3º C	62,5%	50,0%	56,3%
3º BC	51,8%	37,8%	44,8%

Quadro 15: Comparativo 3º B X 3º C na 2ª enquete – Q. 01 a 08

Fonte: o autor

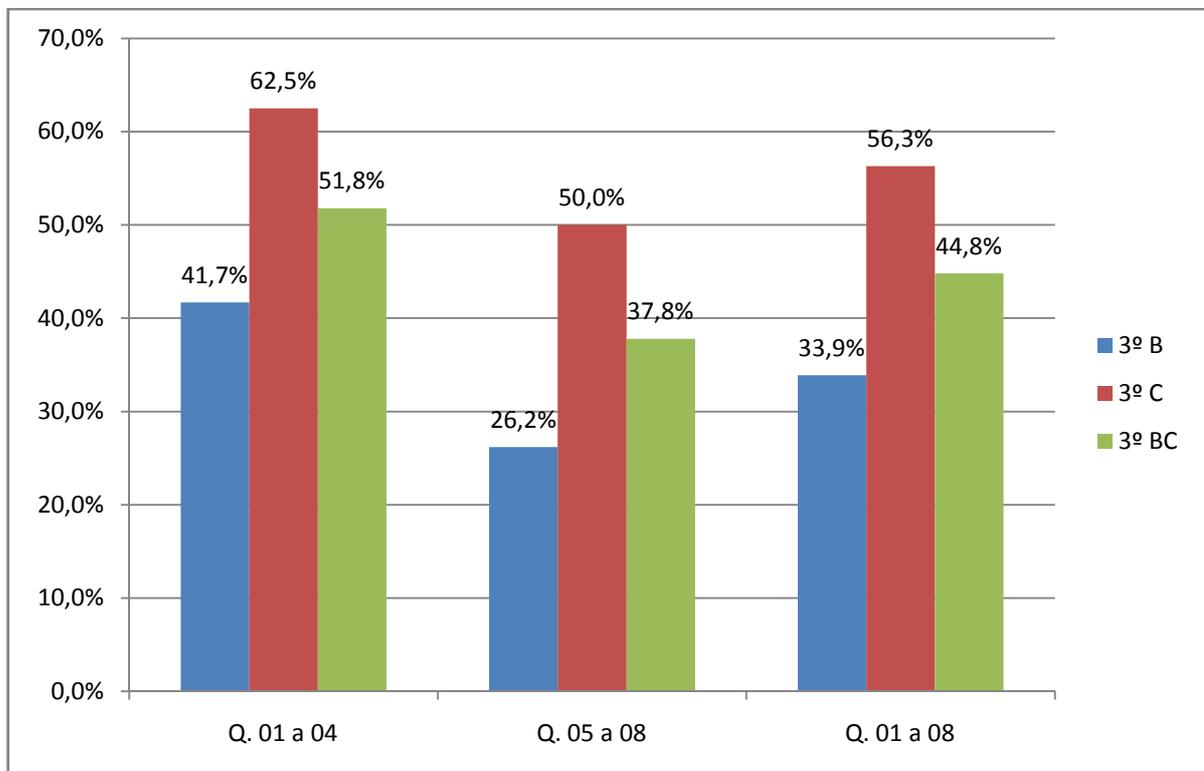


Gráfico 37: Comparativo 3º B X 3º C na 2ª enquete – Q. 01 a 08

Fonte: o autor

O Quadro 16 e o Gráfico 38 apresentam o comparativo dos resultados agrupados do 3º B e 3º C na primeira enquete com os totais dos dois grupos de perguntas da segunda enquete, numeradas de 01 a 08. Neles são apresentados os resultados individuais das turmas 3º B e 3º C e também agrupados como 3º BC, indicando os resultados conjuntos das duas turmas.

Comparativo 3º BC			
1ª Enquete (Q. 01 a 04) X 2ª Enquete (Q. 01 a 08)			
Enquete - Questões	3º B	3º C	3º BC
1ª Enq. - Q. 01 a 04	15,6%	53,7%	35,8%
2ª Enq. - Q. 01 a 08	33,9%	56,3%	44,8%
Variação	117,3%	4,8%	25,1%

Quadro 16: Comparativo 3º BC – 1ª enq. (Q. 01 a 04) X 2ª enq. (Q. 01 a 08)

Fonte: o autor

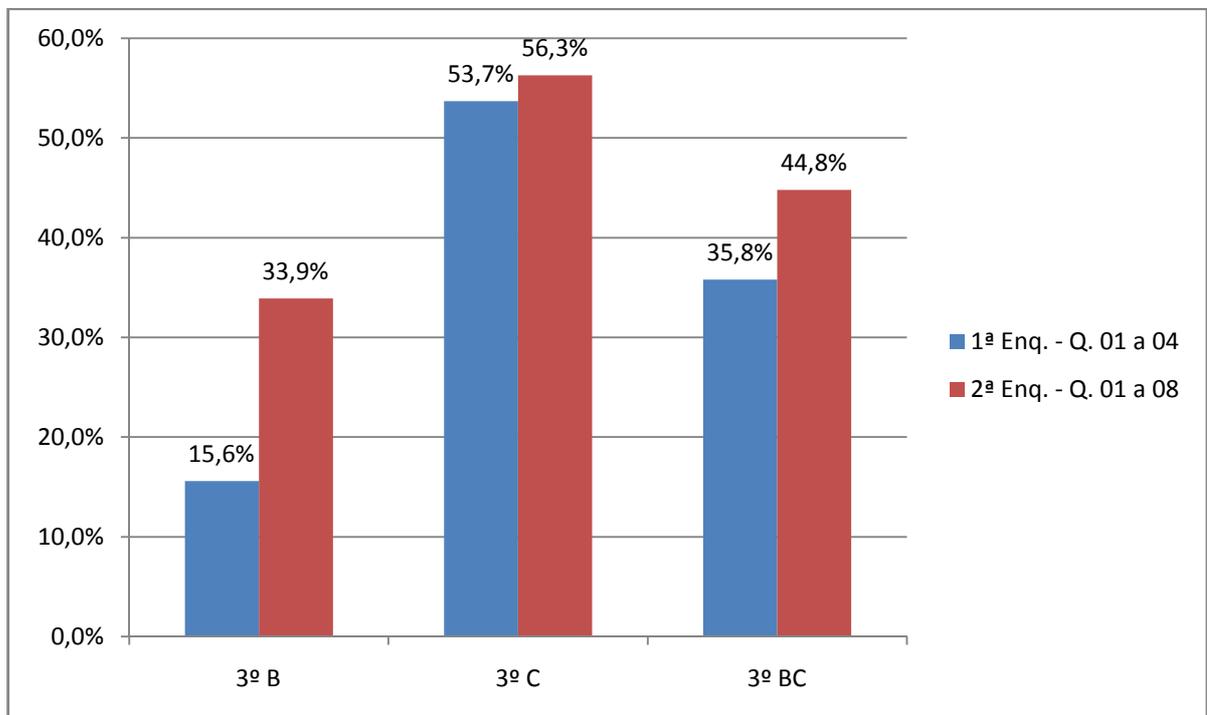


Gráfico 38: Comparativo 3º BC – 1ª enq. (Q. 01 a 04) X 2ª enq. (Q. 01 a 08)

Fonte: o autor

7.2.2 Conclusões Imediatas

Conforme esclarecido na Seção 3.4, o segundo grupo de perguntas também com quatro questões de Matemática Financeira, apresentou grau de dificuldade ligeiramente superior às quatro primeiras e objetivou avaliar situações abordadas nas aulas da segunda etapa do estudo de caso, as quais não foram mensuradas na primeira enquete.

No Quadro 15 e Gráfico 37 percebe-se que o índice de acertos do 3º B (26,2%) e do 3º C (50,0%) nas perguntas do segundo grupo foram inferiores aos acertos das questões do primeiro grupo, respectivamente iguais a 41,7% e 62,7%.

Entretanto, no Quadro 16 e no Gráfico 38, quando comparados os índices médios de acertos das questões 01 a 08 da segunda enquete com os índices das questões da primeira enquete, concluímos que houve crescimento em ambas as turmas e, conseqüentemente, na média geral.

Nesta comparação, o 3º C, que já possuía o melhor índice entre as quatro turmas, alcançou crescimento médio de 4,8%. No entanto o 3º B, que possuía o pior índice, apresentou crescimento médio de 117,3%, atingindo mais que o dobro dos acertos na primeira enquete.

Assim, mais uma vez, conclui-se que os resultados das propostas foram plenamente satisfatórios, particularmente em turma de baixo rendimento.

8 CONCLUSÃO

Este trabalho propôs, inicialmente, um ensaio sobre as possíveis causas das dificuldades iniciais na abordagem da Matemática Financeira sem, entretanto, tratar o assunto de forma acabada, possibilitando aos leitores inferir sobre o tema.

A imediata conclusão na leitura dos capítulos é a possibilidade da interação entre diferentes segmentos do conhecimento matemático. Este processo, na forma de teia de informações, estabelece interessantes e esclarecedoras conexões entre áreas distintas do saber matemático.

Confirmou-se, ainda, que a diversidade de formas de abordagem numa mesma situação-problema possibilita aos alunos a busca de soluções alternativas como particular estímulo ao desenvolvimento do raciocínio lógico. Assim, promove a autoconfiança necessária para a abordagem de situações cotidianas em suas relações de consumo e em seus contextos sociais e de trabalho.

Desse modo, dá-se como plenamente confirmada a hipótese inicial e o alcance do objetivo geral de descrever de que maneira as resoluções de questões do ENEM e de concurso público podem ser utilizadas para transcender o conteúdo de Matemática Financeira de forma contextual e transversal, numa abordagem crítica e reflexiva.

Os resultados desse trabalho confirmam seu valor social e sua contribuição no sentido de ultrapassar os limites acadêmicos do conhecimento curricular e nos convidam a uma reflexão muito mais ampla do que a simples análise de técnicas de ensino em um tema específico como a Matemática Financeira. Remetem-nos a repensar o papel do professor como educador, capaz de instrumentar o conteúdo curricular para a interpretação do real e a tomada de decisões.

Particularmente a Matemática Financeira, sob um olhar de Educação Financeira, é capaz de oferecer aos alunos acesso a informações num grau de complexidade crescente e fazê-los adquirir experiências nos contextos de suas relações sociais, de modo a influenciar seus comportamentos com mudanças de atitudes e, assim, despertá-los à cidadania inclusiva.

REFERÊNCIAS

- AIDAR, Flávia. **Educação Financeira: Um guia de valor**. 1. Ed. São Paulo: Moderna, 2016. 80 p.
- BRASIL. MEC. INEP. **Exame Nacional do Ensino Médio: Documento Básico**. Brasília, 1998.
- BRASIL. MEC. SEF. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília, 1998.
- CAMPOS, André Bernardo. **Investigando como a Educação Financeira Crítica pode contribuir para tomada de decisões de consumo de Jovens-indivíduos-consumidores**. Dissertação de Mestrado. Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.
- CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do ensino de Matemática**. São Paulo: Cortez, 1994. 120 p.
- CESGRANRIO, Fundação. **Concurso Caixa Econômica Federal – Seleção Externa/2008**. Disponível em: https://arquivo.pciconcursos.com.br/provas/10944515/907f70ca5526/cef0108_prova1.pdf. Acesso em: 21 de out. 2016
- CRESPO, Antônio Arnot. **Matemática Financeira Fácil**. 14. Ed. São Paulo: Saraiva, 2009. 255 p.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. São Paulo: Ática, 2011. 624 p.
- FREIRE, Paulo. **Educação como prática da liberdade**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1998.
- GIOVANNI, José Ruy et al. **360° Matemática Fundamental: Uma nova abordagem**. 2. Ed. São Paulo: FTD, 2015. 800 p.
- KAMII, Constance. **A criança e o número**. Campinas: Papirus, 1994.
- KIYOSAKI, Robert T. **Guia do Pai Rico: o poder da educação financeira**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011. 209 p. Tradução de: An unfair advantage
- KUHNEN, Osmar Leonardo. **Finanças Empresariais**. 2. Ed. São Paulo: Atlas, 2008
- MACHADO, José Roberto; TAVARES, Ary Baddini. **Economia Familiar – Recomendações para sua vida financeira não naufragar**. São Paulo: Liv. e Ed. Universitária de Direito, 2007. 80 p.
- MARTINS, José Pio. **Seu futuro - Educação financeira e atitudes para conquistar sua independência**. 1. Ed. São Paulo: Editora Fundamento, 2011. 128 p.

MENDONÇA, Fernando Wolff; PAULA, Ercília Maria Angeli Teixeira de. **Psicologia do Desenvolvimento**. Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2009. 212p.

MENDONÇA, Luís Geraldo et al. **Educação Financeira**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2014.

MENEGHETTI Neto, Alfredo et al. **Educação como prática da liberdade**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1998.

MENEZES, Ebenezer Takuno de; SANTOS, Thais Helena dos. Verbete transversalidade. **Dicionário Interativo da Educação Brasileira - Educabrazil**. São Paulo: Midiamix, 2001. Disponível em: <<http://www.educabrazil.com.br/transversalidade/>>. Acesso em: 23 de out. 2016.

Meu cofrinho, meu futuro: educação financeira. – 1.ed. – São Paulo: Caramelo, 2015.

MOREIRA, Janaína Lopes. **Educação Matemática: A Matemática e a Educação para o Consumo**. Dissertação de Mestrado em Matemática, Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2013.

PEREZ, Isilda Lozano; SILVA, Maria Heloísa Aguiar da. **Docência no Ensino Superior**. Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2009. 196p.

PUCCINI, Abelardo de Lima. **Matemática Financeira: Objetiva e Aplicada**. 7. Ed. São Paulo: Saraiva, 2004.

SAITO, André Taue. **Uma Contribuição ao Desenvolvimento da Educação em Finanças Pessoais no Brasil**. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo: São Paulo, 2007. 152 p.

SOARES, Roberto Gonçalves. **Saia do vermelho**. Brasília: Editora Kiron, 2014

VIEIRA Sobrinho, José Dutra. **Matemática Financeira**. 7. Ed. São Paulo: Atlas, 2000.