

Robust Controller Design of a Wheelchair Mobile via LMI Approach to SPR Systems with Feedback Output

F. L. Rossini, R. Gaino, M. C. M. Teixeira, E. Assunção, R. Cardim and M. R. Covacic

Abstract— This article discusses the design of robust controller applied to Wheelchair Furniture via Linear Matrix Inequalities (LMI), to obtain Strictly Positive Real (SPR) systems. The contributions of this work were the choice of a mathematical model for wheelchair: mobile with uncertainty about the position of the center of gravity (CG), the decoupling of the kinematic and dynamical systems, linearization of the models, the headquarters building of parametric uncertainties, the proposal of the control loop and control law with a specified decay rate.

Keywords— Robust controller, Wheelchair Furniture, Decoupling of Systems, Control Loop, LMI.

I. INTRODUÇÃO

NAS últimas cinco décadas, a robótica disseminou-se na vida cotidiana, assim, por meio deste fenômeno, consolida sua importância na sociedade atual. Sua aplicação encontra-se presente em ambientes industriais ou não que ameaçam a integridade física do ser humano, em tarefas repetitivas, em manipulação de materiais perigosos, etc [1].

No início, o desenvolvimento da robótica objetivava a análise, projeto, construção e controle do robô manipulador, devido a sua importância em aplicações industriais e, com menor intensidade, os demais modelos de robôs. Os robôs móveis com rodas (RMR), nas três últimas décadas, têm despertado interesse crescente da comunidade científica, devido à vasta aplicabilidade, tal como, vigilância, mineração, salva vidas, cuidados de saúde, etc. [1].

Os robôs móveis são classificados segundo o tipo usado para sua locomoção, a saber: rodas [2]-[5], pernas [6], [7] e monitorados [8], [9]. A maioria dos robôs móveis relatados, construídos e avaliados em trabalhos de pesquisa, são os RMR. Isto ocorre porque os RMR são mais eficientes quanto ao consumo de energia, ampla aplicação industrial, exigem menos peças e peças menos complexas, o controle torna-se facilitado,

causa menos desgaste na superfície em movimento e não têm grande problema de equilíbrio [10]-[13].

Os RMR são amplamente usados em pesquisas como plataforma de testes, por possuírem simplicidade mecânica e por representar adequadamente os desafios do problema de controle [14].

Em [14], os autores descrevem o projeto de um controlador cinemático para RMR, baseado na teoria de modos deslizantes, considerando a presença de perturbações cinemáticas. Tal projeto de *controladores a estrutura variável (CEV) utiliza uma lei de controle chaveada de alta velocidade para guiar as trajetórias de estados pré-definidas a uma superfície específica (chamada de superfície de deslizamento ou de chaveamento) com o intuito de alcançar os objetivos convencionais de controle, tais como estabilização e seguimento* [14].

Em [15], Rossomando, Soria e Carelli apresentam o projeto de um controlador adaptável ao caminho de rastreamento baseado na dinâmica nominal do robô em que se desenvolve uma compensação neuronal. O sistema de controle é projetado em duas partes: uma parte que contém o controlador cinemático e o outro controlador dinâmico [15].

Tendo em vista a importância da pesquisa com RMR, neste artigo, manipulam-se os modelos cinemático e dinâmicos do RMR a fim de linearizar e aplicar condições necessárias e suficientes para tornar um Sistema Linear e Invariante no Tempo (SLIT), proposto por Teixeira em [16], seja Estritamente Real Positivo (ERP), usando apenas entradas e saídas mensuradas. Usam-se, também, as condições propostas por Covacic em [17] para tornar ERP o SLIT, com acesso somente à entrada e à saída, para número de saídas igual ou maior que o número de entradas, seja ERP [16], [17].

Usam-se os resultados de Teixeira [14] e Covacic [15] sobre estabilidade, robustez e taxa de decaimento para projetar as matrizes F e K_o que tornam ERP um modelo da Cadeira de Rodas Móveis (CRM) via Desigualdades Matriciais Lineares (*Linear Matrix Inequalities* - LMI) [16] [17].

O Brasil encontra-se num processo de organização de dados estatísticos oficiais sobre pessoas com deficiência, após a Lei nº 7.853/89. O Censo Demográfico de 2000 identificou um contingente de 24,6 milhões de pessoas com algum tipo de deficiência, portanto 14,5% da população brasileira. Naquele momento, foram detectados 4% da população com deficiência física, sendo este grupo composto por 200 mil paraplégicos, 50 mil tetraplégicos, dentre outras lesões físicas [18], [19].

F. L. Rossini, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Campo Mourão, Paraná, Brasil, flossini@hotmail.com.

R. Gaino, Universidade Estadual de Londrina (UEL), Londrina, Paraná, Brasil, rgaino@uel.br.

M. C. M. Teixeira, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Ilha Solteira, São Paulo, Brasil, marcelo@dee.feis.unesp.br.

E. Assunção, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Ilha Solteira, São Paulo, Brasil, edvaldo@dee.feis.unesp.br.

R. Cardim, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Ilha Solteira, São Paulo, Brasil, rcardim@dee.feis.unesp.br.

M. R. Covacic, Universidade Estadual de Londrina (UEL), Londrina, Paraná, Brasil, marciocovacic@uel.br.

Ao considerar a estatística de pessoas com deficiência no Brasil, em dados divulgados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), foram constatados pelo censo demográfico de 2000 um contingente de 200.000 paraplégicos e 50.000 tetraplégicos no país em uma população de 169.872.856 pessoas [19].

Para conscientizar e mobilizar a sociedade e organizações, é fundamental estabelecer uma política de inclusão das pessoas com deficiência. Vindo ao encontro desta necessidade, o Ministério da Saúde apresenta a política *...voltada para a inclusão das pessoas com deficiência em toda a rede de serviços do Sistema Único de Saúde (SUS), caracteriza-se por reconhecer a necessidade de implementar o processo de respostas às complexas questões que envolvem a atenção à saúde das pessoas com deficiência no Brasil* [18].

Assim, define, como seus propósitos gerais, a prevenção de agravos à proteção da saúde, passando pela reabilitação e desempenho humano, contribuindo para a sua inclusão em todas as esferas da vida social e prevenir agravos que determinam o aparecimento de deficiências [18].

A promoção da qualidade de vida, segundo [18], *“... é uma diretriz que deve ser compreendida como responsabilidade social compartilhada, visando assegurar a igualdade de oportunidades, a construção de ambientes acessíveis e a ampla inclusão sociocultural”* [18]. É importante o acesso a escolas, a ambientes públicos, a serviços de saúde, a meios de transporte, etc. Para viabilização desta política nacional os gestores do SUS, tendo como parceiros potenciais as áreas da educação, desenvolvimento social, direito humano, etc, os mesmos investem esforços para consolidar compromissos institucionais para a progressiva inclusão das pessoas com deficiência em suas comunidades [18], uma vez que a *“...mobilidade e a independência são requisitos fundamentais para uma boa qualidade de vida”* [20].

Tendo em vista o exposto acima, um dos objetivos do departamento de Engenharia Elétrica da UEL é melhorar a expectativa de vida de tetraplégicos, desde o ano 2000. Assim, o departamento está desenvolvendo uma cadeira de rodas para tetraplégicos [21]. Em meio a todos estes esforços, o presente artigo tem como objetivo projetar o controlador estático de realimentação da saída e analisar o desempenho do sistema de controle. A análise de controle do sistema utiliza uma estrutura cinemática modelada por [22] e adaptada em [21] para tetraplégicos, por meio de sopro e sucção. Em trabalhos recentes [23], adaptaram-se os comandos de sopro e sucção [21] a uma cadeira de rodas comercial com *joystick*.

Uma cadeira de rodas robotizada é útil para pessoas deficientes que não são capazes de conduzir manualmente uma cadeira de rodas, como as pessoas tetraplégicas. Usando-se uma interface homem máquina, baseada em sinais de sopro e sucção da pessoa com deficiência, a mesma pode conduzir a cadeira de rodas robotizada ao local desejado [21]-[24].

As contribuições deste trabalho são: a escolha de um modelo matemático para a CRM que inclua incertezas quanto à posição do Centro de Gravidade (CG) em relação ao sistema móvel de coordenadas; o desacoplamento do modelo dinâmico do modelo cinemático do sistema, a linearização do modelo dinâmico e do modelo cinemático, os vértices do polítopo correspondentes às matrizes característica e de entrada do sistema e a malha de controle para a CRM, sendo

propostos dois controladores estáticos de realimentação da saída para os modelos dinâmico e cinemático.

Na Seção V, são projetadas as matrizes K_o , que estabiliza o sistema, e F , que torna o sistema ERP. As contribuições desta seção consistem na obtenção do controlador estático (K_d) do modelo dinâmico para sistema ERP com incertezas paramétricas e imposição da taxa de decaimento e a obtenção do controlador estático (K_c) do modelo cinemático por meio de sistema ERP com incertezas paramétricas e imposição da taxa de decaimento.

O artigo encontra-se organizado da seguinte maneira: na seção II, apresentam-se as condições baseadas em LMIs para sistemas ERP; na seção III, discute-se sobre a escolha do modelo matemático da CRM e o desacoplamento da parte dinâmica e da parte cinemática; na seção IV, são linearizados os modelos desacoplados; na seção V, aborda-se o projeto dos controladores via LMIs.

II. CONDIÇÕES BASEADAS EM LMIs PARA SISTEMAS ERP

A. Sistemas ERP

Considere a planta linear, invariante no tempo, controlável e observável [25]:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx,\end{aligned}\tag{1}$$

sendo $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$ e $y \in \mathbb{R}^m$.

Os sistemas ERP são definidos em [26]. Em [27] e [28], os autores apresentaram condições, usando LMIs, para que o sistema realimentado descrito na Fig. 1, com entrada $V(s)$, saída $Y(s)$ e $F = I$, seja ERP para alguma matriz constante K [25].

Teorema 1: [27], [28] *Considere a Fig. 1 com $F = I$. Então, existe uma matriz constante K_o , tal que o sistema da Fig. 1, com entrada $\tilde{U}(s)$ e saída $Y(s)$, seja ERP, se e somente se as seguintes condições forem satisfeitas:*

$$(i) \quad CB = (CB)^T > 0;$$

(ii) *todos os zeros de transmissão da planta $\{A, B, C\}$ apresentam parte real negativa.*

Considere a planta definida em (1), sendo $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ a matriz característica do sistema, $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$ a matriz de entrada do sistema e $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ a matriz de saída do sistema, com $p \geq m$, $\text{posto}(C) = p$ e $\text{posto}(B) = \text{posto}(CB) = m$.

Problema 1: *Dada a planta $\{A, B, C\}$ linear, invariante no tempo, controlável e observável, com $\text{posto}(C) = p$ e $\text{posto}(B) = \text{posto}(CB) = m$, obtenha condições necessárias e/ou suficientes, usando LMIs, para a existência de matrizes constantes F e $K_o \in \mathbb{R}^{m \times p}$, para que o sistema descrito na Fig. 1 seja ERP [17].*

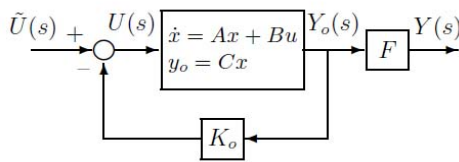


Figura 1. Sistema realimentado do problema 1 [25].

A.1. Sistemas com Realimentação da Saída: Mesmo Número de Entradas e Saídas

Considere a planta definida por equações (1), com $p = m$. A solução do Problema 1, para sistemas com o mesmo número de entradas e saídas, é apresentada no Teorema 2 [25].

Teorema 2: [29], [30] *O Problema 1 tem solução se e somente se existirem matrizes $P = P^T$, R e F , tais que:*

$$PA + A^T P - C^T(R + R^T)C < 0, \quad (2)$$

$$B^T P = FC, \quad (3)$$

$$P > 0. \quad (4)$$

Além disso, quando (2)–(4) são satisfeitas, então uma matriz K_o , que pode ser obtida pela expressão:

$$K_o = (F^T)^{-1}R \quad (5)$$

torna o sistema da Fig. 1, com entrada $\tilde{U}(s)$ e saída $Y(s)$, ERP.

B. Sistemas Incertos com Taxa de Decaimento

Considere, então, a planta descrita em (6) [17], com a lei de controle $u = -K_o y$, sendo y a saída da planta.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(\alpha)x + Bu, \\ y &= C(\alpha)x, \end{aligned} \quad (6)$$

sendo $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$, $p \geq m$ e $\alpha \in \mathbb{R}^r$ dado por:

$$\alpha = [\alpha_1 \quad \dots \quad \alpha_r]^T, \quad (7)$$

sendo $\alpha_i \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, r$, constantes desconhecidas, tais que $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_r = 1$.

São admitidas as seguintes hipóteses:

A_1 O vetor x não está disponível para medição, mas o vetor y está disponível para medição;

A_2 As matrizes com incertezas $A(\alpha)$ e $C(\alpha)$ são constantes, mas desconhecidas e descritas por:

$$A(\alpha) = \sum_{i=1}^r \alpha_i A_i \text{ e } C(\alpha) = \sum_{i=1}^r \alpha_i C_i,$$

sendo $\alpha_i \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, r-1, r$, constantes desconhecidas, $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_r = 1$ e as matrizes A_i e C_i , $i = 1, \dots, r$ são conhecidas (incertezas politópicas).

Apenas a estabilidade de um sistema de controle é insuficiente para a obtenção de um desempenho adequado para um sistema de controle, em geral. Frequentemente, também é necessário especificar a resposta transitória.

Dado um Sistema Linear Invariante no Tempo (SLIT), $\dot{x} = Ax$, $x \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, então, segundo [31], a taxa de decaimento é definida como o máximo valor da constante real $\gamma > 0$, tal que a condição $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{\gamma t} \|x(t)\| = 0$, $\forall x(0) \in \mathbb{R}^n$, é satisfeita para todas as trajetórias $x(t)$ [31].

B.1. Sistemas com o Mesmo Número de Entradas e Saídas

Considerando a planta descrita em (6), satisfazendo às hipóteses A_1 e A_2 , foi proposto em [17] o seguinte problema:

Problema 2: *Dada a planta $\{A(\alpha), B, C(\alpha)\}$, satisfazendo às condições A_1 e A_2 , encontre condições necessárias e suficientes, usando LMIs, para a existência de matrizes constantes F e $K_o \in \mathbb{R}^{m \times m}$, para que o sistema descrito na Fig. 2, com entrada $\tilde{U}(s)$ e saída $Y(s)$, seja ERP.*

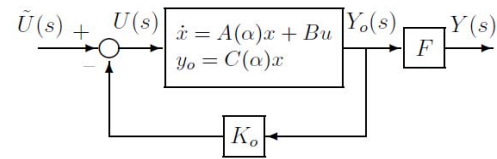


Figura 2. Sistema realimentado do problema 2 [17].

O Teorema 3, concebido em [32], estabelece condições necessárias e suficientes para que todos os polos do sistema incerto da Fig. 2, com o mesmo número de entradas e saídas, tenham parte real menor que $-\gamma$ e que este sistema seja ERP [17].

Teorema 3: [32] *O Problema 2 tem solução se e somente se existirem as matrizes $P(\alpha) = P(\alpha)^T$, R e F , tais que:*

$$\begin{aligned} &P(\alpha)A(\alpha) + A(\alpha)^T P(\alpha) - C(\alpha)^T \dots \\ &\dots (R + R^T)C(\alpha) < 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$B^T P(\alpha) = FC(\alpha), \quad (9)$$

$$P(\alpha) > 0. \quad (10)$$

para todo α definido em (7) e A_2 . Se (8)–(10) forem satisfeitas, então K_o pode ser obtido pela expressão:

$$K_o = (F^T)^{-1}R. \quad (11)$$

A condição (8) é equivalente a [17]:

$$[\alpha_1 I \quad \dots \quad \alpha_r I] Q [\alpha_1 I \quad \dots \quad \alpha_r I]^T < 0, \quad (12)$$

sendo:

$$Q = \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_r \end{bmatrix} [A_1 \quad \dots \quad A_r] + \begin{bmatrix} A_1^T \\ \vdots \\ A_r^T \end{bmatrix} \dots \dots [P_1 \quad \dots \quad P_r] - \begin{bmatrix} C_1^T \\ \vdots \\ C_r^T \end{bmatrix} (R + R^T) \dots \dots [C_1 \quad \dots \quad C_r]. \quad (13)$$

Portanto, uma condição suficiente para (8) é:

$$Q < 0. \quad (14)$$

Se as LMIs (9), (10) e (14), com Q definido em (13) forem factíveis, então K_o pode ser obtido pela expressão (2.11).

Seguindo as ideias descritas em [33], a LMI (13) pode ser flexibilizada por meio do Teorema 4, propostos por [32].

Considere, agora, o sistema incerto descrito por:

$$\dot{x} = A(\alpha)x + B(\alpha)(u + \xi(t, x)),$$

$$y = C(\alpha)x, \quad (15)$$

definindo-se $|\xi(t, x)| = \|\xi(t, x)\|_1 = |\xi_1(t, x)| + \dots + |\xi_m(t, x)|$, sendo que $\xi(t, x)^T = [\xi_1(t, x), \dots, \xi_m(t, x)]$. Então, existem e são conhecidas constantes positivas a e b , tais que $|\xi(t, x)| \leq a|x| + b$.

Teorema 4: [32] *Considere a matriz Q dada em (13). Então, o ponto de equilíbrio do sistema controlado (15), com a lei de controle $u = -K_o y$, sendo y a saída da planta, é globalmente assintoticamente estável se existirem matrizes simétricas $P_i > 0$ e $P_{ij} > 0$ de modo que:*

$$Q_N = Q + \begin{bmatrix} 0 & P_{12} & \dots & P_{1r} \\ P_{12} & 0 & \dots & P_{2r} \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ P_{1r} & P_{2r} & \dots & 0 \end{bmatrix} < 0. \quad (16)$$

B.2. Estabilidade, Robustez e Taxa de Decaimento

A taxa de decaimento γ é especificada pela equação [17]

$$P(\alpha)A(\alpha) + A(\alpha)^T P(\alpha) - C(\alpha)^T \dots \dots (R + R^T)C(\alpha) < -2\gamma P(\alpha). \quad (17)$$

Uma condição suficiente para a equação (17) é

$$Q + [\gamma I \quad \dots \quad \gamma I]^T [P_1 \quad \dots \quad P_r] \dots \dots + [P_1 \quad \dots \quad P_r]^T [\gamma I \quad \dots \quad \gamma I] < 0. \quad (18)$$

As LMIs (9), (10) e (18), com Q definido em (13), especificam o projeto que garante estabilidade, robustez e taxa de decaimento, para o sistema controlado.

C. Sistemas com Números Diferentes de Entradas e Saídas

Considere, agora, a planta definida em (6), com $p > m$, satisfazendo às hipóteses A_1 e A_2 . O Teorema 5, proposto em [17], estabelecem condições suficientes para que todos os polos do sistema incerto da Fig. 2, com o número de saídas maior que o número de entradas, tenham parte real menor que $-\gamma$, $\gamma > 0$, e que este sistema seja ERP:

Teorema 5: [17] *Todos os polos do sistema da Fig. 2 possuem parte real menor que $-\gamma$, com $\gamma > 0$, e este sistema é ERP se existem matrizes $P(\alpha) = P(\alpha)^T$, M , N e F que satisfazem às seguintes condições:*

$$P(\alpha)A(\alpha) + A(\alpha)^T P(\alpha) - C(\alpha)^T \dots$$

$$\dots N^T B^T - BNC(\alpha) < -2\gamma P(\alpha), \quad (19)$$

$$P(\alpha) > 0, \quad (20)$$

$$BM = P(\alpha)B, \quad (21)$$

$$B^T P(\alpha) = FC(\alpha). \quad (22)$$

Neste caso, a matriz K_o é dada por:

$$K_o = M^{-1}N. \quad (23)$$

III. MODELO COMPLETO DA CRM

Considerou-se neste artigo o modelo construído por [34], sendo a principal contribuição do modelo a incerteza da posição do CG, uma vez que a CRM considerada pelo autor possui características reais próximas do modelo de [34].

Em [34] há a apresentação de um modelo dinâmico de uma CRM considerando um plano de trabalho horizontal para os deslocamentos da CRM.

A seguir é ilustrada, na Fig. 3, a CRM considerada por [34].

Por meio da Fig. 3 é possível identificar as duas rodas castores C_l e C_r , assim como os parâmetros b_1 e b_2 , que se referem à posição do CG em relação ao eixo de centro das rodas traseiras e ao eixo longitudinal da CRM, cujo vértice é o ponto B . O ponto de rastreamento $h = [x \quad y]^T$, o centro de massa G , u' e \bar{u} são as velocidades longitudinal e lateral do G , ω e ψ são a velocidade angular e a direção da CRM. Os parâmetros d , a , c_1 e c_2 são distâncias (Fig. 3), F_{rrx} e F_{rry} são as forças longitudinal e lateral dos pneus da roda direita, F_{rlx} e F_{rly} são as forças longitudinal e lateral dos pneus da roda esquerda e F_{clx} , F_{cly} , F_{crx} e F_{cry} são as forças exercidas pelas rodas castores. Demais parâmetros são enunciados no artigo de [34].

$$\cdots \begin{bmatrix} \theta_2 & \theta_7 \\ \theta_8 & \theta_1 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} \theta_4 u - \theta_3 \omega^2 \\ \theta_6 \ddot{u} + \theta_5 u \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{ref} \\ \omega_{ref} \end{bmatrix} \right\}. \quad (42)$$

Efetuada-se a substituição da equação (38) em (42), tem-se o modelo dinâmico desacoplado em (43)

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_r \\ \dot{\omega}_l \end{bmatrix} = \frac{1}{\theta_7 \theta_8 - \theta_1 \theta_2} \begin{bmatrix} \frac{1}{r} & \frac{d}{2r} \\ \frac{1}{r} & -\frac{d}{2r} \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} \theta_2 & \theta_7 \\ \theta_8 & \theta_1 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{ref} \\ \omega_{ref} \end{bmatrix} \right\}. \quad (43)$$

sendo:

$$n_1 = \theta_4 (\omega_r + \omega_l) \frac{r}{2} - \theta_3 \left(\frac{r^2}{d^2} \right) (\omega_r - \omega_l)^2$$

$$n_2 = \theta_6 (\omega_r - \omega_l) \frac{r}{d} + \theta_5 (\omega_r + \omega_l) (\omega_r - \omega_l) \frac{r^2}{2d}$$

Assim, obteve-se o modelo dinâmico (43) da CRM, sendo $[u_{ref} \ \omega_{ref}]^T$ o vetor de entrada e $[u \ \omega]^T$ o vetor de estados. Considerou-se para tal projeto a possibilidade de acesso a todos os estados, sendo assim, a matriz de saída de tal modelo é a matriz identidade ($C = I_{2 \times 2}$).

Ao considerar o modelo cinemático (24) e (25), tem-se:

$$\dot{x} = u \cos \psi - (a - b_1) \omega \sin \psi, \quad (44)$$

$$\dot{y} = u \sin \psi + (a - b_1) \omega \cos \psi, \quad (45)$$

$$\dot{\psi} = \omega. \quad (46)$$

Na próxima seção, os modelos dinâmico (43) e cinemático (44)-(46) são linearizados.

IV. LINEARIZAÇÃO DOS MODELOS DESACOPLADOS

A fim de aplicar as ferramentas lineares de projeto de controlador estático propostas por [16] e [17] torna-se necessária a linearização dos modelos dinâmico e cinemático desacoplados da CRM.

A. Linearização do Modelo Dinâmico

Ao considerar o modelo dinâmico (43), tal modelo tem como parâmetros constantes θ_i , $i = 1, \dots, 8$, r e d , como variáveis de estado ω_r e ω_l e variáveis de entrada u_{ref} e ω_{ref} .

Tomando-se (43) e aplicando-se o método de linearização de Lyapunov [36] para constituição da matriz característica do sistema A_d e a matriz de entrada B_d , sendo:

$$A_d = \begin{bmatrix} a_{d11} & a_{d12} \\ a_{d21} & a_{d22} \end{bmatrix}, \quad (47)$$

$$B_d = \begin{bmatrix} b_{d11} & b_{d12} \\ b_{d21} & b_{d22} \end{bmatrix}, \quad (48)$$

cujas entradas respectivas matrizes são dadas em (49)-(56).

Obtidas as respectivas entradas das matrizes A_d e B_d , para o modelo linear, consideraram-se os parâmetros θ_i , $i = 1, \dots, 8$, sugeridos por [34], o desvio lateral de aproximadamente $b_1 = 0,145$ [m] em relação ao ponto B e a distância $a = 0,35$ [m], conforme a Tabela 1.

TABELA 1. IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DA CRM. [34].

	Deslocamento lateral para esquerda	Sem deslocamento	Deslocamento lateral para direita
Massa do Ocupante (kg)	62	62	62
θ_1	0,4605	0,4087	0,4703
θ_2	0,2304	0,1925	0,2274
θ_3	0,0023	-0,0047	0,0009
θ_4	1,0187	1,0042	1,0068
θ_5	0,0277	0,0044	0,0291
θ_6	0,9103	0,8744	0,9008
θ_7	-0,0143	-0,0104	-0,0106
θ_8	-0,0658	-0,0711	-0,0280

Foram manipuladas as expressões de θ_5 , θ_7 e θ_8 de [34] e foi utilizado o parâmetro b_1 para obter o parâmetro $b_2 \cong 0,151$ [m]. Consideraram-se as informações de a , b_1 , b_2 e θ_i , $i = 1, \dots, 8$, da Tabela 1, e assim foram construídas as matrizes correspondentes aos vértices dos politopos, sendo as variáveis incertas para o projeto $-0,151 \leq b_2 \leq 0,151$ [m], $0,15 \leq r \leq 0,35$ [m] e $0,40 \leq d \leq 0,70$ [m], respectivamente, a posição lateral do CG, ponto G ($b_2 > 0$ representa um deslocamento para esquerda e $b_2 < 0$ um deslocamento para direita), o raio das rodas traseiras e a distância entre as rodas traseiras da CRM (Fig. 3).

Para a constituição das matrizes do sistema, usaram-se as velocidades angulares $\omega_r = \omega_l = 0$ [rad/s] (ponto de operação) associadas aos vértices dos politopos. Para cada vértice $P_{di}(r, d, b_2)$ do politopo, as matrizes A_{di} e B_{di} , sendo $i = 1, \dots, 8$, linearizadas para o sistema dinâmico, foram obtidas a partir de (4.3)-(4.12), com os valores dados na Tabela 1.

Além das matrizes de estados do sistema, considerou-se que as variáveis de estados encontram-se todas disponíveis para medição, à título de análise de desempenho, logo a matriz de saída admitida é $C_d = I_{2 \times 2}$.

B. Linearização do Modelo Cinemático

O segundo modelo analisado é o modelo cinemático, sendo linearizado via método de linearização de Lyapunov [36]. Por meio de tal ferramenta obtiveram-se as seguintes matrizes linearizadas do sistema, A_c e B_c :

$$a_{d11} = -\frac{1}{\theta_1 \theta_2 - \theta_7 \theta_8} \left(\frac{r \theta_4}{2} + \frac{2 \theta_3 (\omega_l - \omega_r) r^2}{d^2} \right) \left(\frac{\theta_2}{r} + \frac{d \theta_8}{2r} \right) \cdots$$

$$\cdots - \frac{1}{\theta_1 \theta_2 - \theta_7 \theta_8} \left(\frac{\theta_7}{r} + \frac{d \theta_1}{2r} \right) \left(\frac{r \theta_6}{d} - \frac{\theta_5 (\omega_l - \omega_r) r^2}{2d} + \frac{\theta_5 (\omega_l + \omega_r) r^2}{2d} \right), \quad (49)$$

$$a_{d21} = \frac{1}{\theta_1 \theta_2 - \theta_7 \theta_8} \left(\frac{r \theta_4}{2} + \frac{2 \theta_3 (\omega_l - \omega_r) r^2}{d^2} \right) \left(\frac{\theta_8}{2} - \frac{\theta_2}{r} \right) \cdots$$

$$\cdots + \frac{1}{\theta_1 \theta_2 - \theta_7 \theta_8} \left(\frac{\theta_1}{2} - \frac{\theta_7}{r} \right) \left(\frac{r \theta_6}{d} - \frac{\theta_5 (\omega_l - \omega_r) r^2}{2d} + \frac{\theta_5 (\omega_l + \omega_r) r^2}{2d} \right), \quad (50)$$

$$a_{d12} = -\frac{1}{\theta_1\theta_2-\theta_7\theta_8}\left(\frac{r\theta_4}{2}-\frac{2\theta_3(\omega_l-\omega_r)r^2}{d^2}\right)\left(\frac{\theta_2}{r}+\frac{d\theta_8}{2r}\right)\dots$$

$$\dots + \frac{1}{\theta_1\theta_2-\theta_7\theta_8}\left(\frac{\theta_7}{r}+\frac{d\theta_1}{2r}\right)\left(\frac{r\theta_6}{d}-\frac{\theta_5(\omega_l-\omega_r)r^2}{2d}+\frac{\theta_5(\omega_l+\omega_r)r^2}{2d}\right), \quad (51)$$

$$a_{d22} = \frac{1}{\theta_1\theta_2-\theta_7\theta_8}\left(\frac{r\theta_4}{2}-\frac{2\theta_3(\omega_l-\omega_r)r^2}{d^2}\right)\left(\frac{\theta_8}{2}-\frac{\theta_2}{r}\right)\dots$$

$$\dots - \frac{1}{\theta_1\theta_2-\theta_7\theta_8}\left(\frac{\theta_1}{2}-\frac{\theta_7}{r}\right)\left(\frac{r\theta_6}{d}+\frac{\theta_5(\omega_l-\omega_r)r^2}{2d}+\frac{\theta_5(\omega_l+\omega_r)r^2}{2d}\right), \quad (52)$$

$$b_{d11} = -\frac{1}{\theta_1\theta_2-\theta_7\theta_8}\left(\frac{\theta_2}{r}+\frac{d\theta_8}{2r}\right), \quad (53)$$

$$b_{d21} = -\frac{1}{\theta_1\theta_2-\theta_7\theta_8}\left(\frac{\theta_2}{r}-\frac{\theta_8}{2}\right), \quad (54)$$

$$b_{d12} = -\frac{1}{\theta_1\theta_2-\theta_7\theta_8}\left(\frac{\theta_7}{r}+\frac{d\theta_1}{2r}\right), \quad (55)$$

$$b_{d22} = \frac{1}{\theta_1\theta_2-\theta_7\theta_8}\left(\frac{\theta_1}{2}-\frac{\theta_7}{r}\right). \quad (56)$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_{c13} \\ 0 & 0 & a_{c23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_c = \begin{bmatrix} b_{c11} & b_{c12} \\ b_{c21} & b_{c22} \\ b_{c31} & b_{c32} \end{bmatrix},$$

sendo:

$$a_{c13} = \frac{r(a-b_1)(\omega_l-\omega_r)\cos(\psi)}{d}\dots$$

$$\dots - \frac{r(\omega_l+\omega_r)\sin(\psi)}{2}, \quad (59)$$

$$a_{c23} = \frac{r(a-b_1)(\omega_l-\omega_r)\sin(\psi)}{d}\dots$$

$$\dots - \frac{r(\omega_l+\omega_r)\cos(\psi)}{2}, \quad (60)$$

$$b_{c11} = \frac{r\cos(\psi)}{2} - \frac{r(a-b_1)\sin(\psi)}{d}, \quad (61)$$

$$b_{c12} = \frac{r\cos(\psi)}{2} + \frac{r(a-b_1)\sin(\psi)}{d}, \quad (62)$$

$$b_{c21} = \frac{r\sin(\psi)}{2} + \frac{r(a-b_1)\cos(\psi)}{d}, \quad (63)$$

$$b_{c22} = \frac{r\sin(\psi)}{2} - \frac{r(a-b_1)\cos(\psi)}{d}, \quad (64)$$

$$b_{c31} = \frac{r}{d}, \quad (65)$$

$$b_{c32} = -\frac{r}{d}. \quad (66)$$

Prosseguindo com o projeto de controlador robusto, são consideradas as incertezas $0,15 \leq r \leq 0,35$ [m] e $0,40 \leq d \leq 0,70$ [m] e como parâmetros constantes de operação $\omega_r = \omega_l = 0,75$ [rad/s], $\psi = -\frac{\pi}{6}$ [rad], $b_1 = 0,145$ [m] e $a = 0,35$ [m]. A malha de controle é apresentada na Fig. 4. Para cada vértice $P_{ci}(r, d, \psi)$ do politopo, as matrizes A_{ci} e B_{ci} , sendo $i = 1, \dots, 4$, linearizadas para o sistema cinemático, foram obtidas a partir de (57)-(66).

Além das matrizes de estados do sistema cinemático, considerou-se que as variáveis de estados encontram-se disponíveis, sendo a matriz de saída será $C_c = I_{3 \times 3}$.

Considerando o exposto acima, arranjados os modelos, dinâmico em (47)-(48) e cinemático em (57)-(58), constituiu-se a malha de controle conforme é apresentada na Fig. 4, sendo: $\mu = [u_{ref} \ \omega_{ref}]^T$ o vetor de entrada do modelo dinâmico linearizado, $\kappa(t)$ o dispositivo detector de sinal para auxiliar no movimento inicial do sistema cinemático, B_d a matriz de entrada do modelo dinâmico em (48), $\eta = [\omega_r \ \omega_l]^T$ o vetor de estados do modelo dinâmico, A_d a matriz característica do sistema em (47), I a matriz identidade de saída de ordem dois e K_d é a matriz dos ganhos estáticos do controlador referente ao sistema dinâmico de ordem 2×2 . O bloco $\int(\cdot)dt$ é a integração dos sinais $\dot{\omega}_r$ e $\dot{\omega}_l$ e T é uma matriz de ganhos para amplificar os sinais de saída do sistema dinâmico.

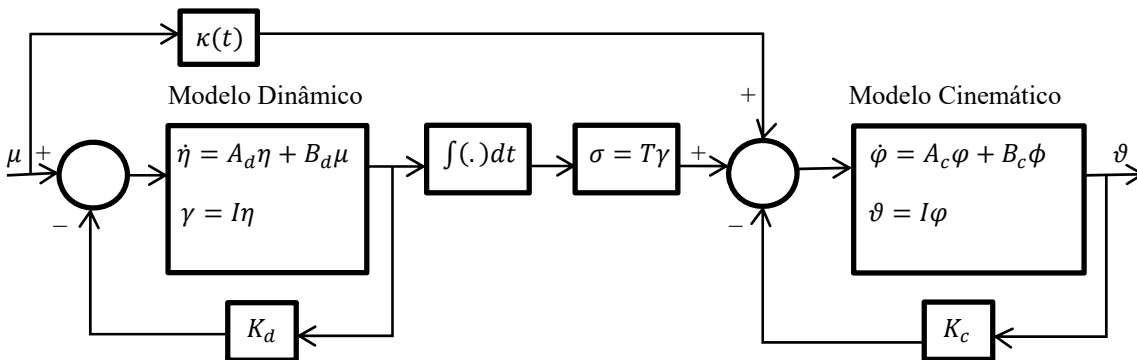


Figura 4. Constituição da malha de controle do sistema: modelo dinâmico, matriz de transformação, matriz de ganho e modelo cinemático, (nº BR 10 2014 018375 2).

Considerando o exposto acima, arranjados os modelos, dinâmico em (47)-(48) e cinemático em (57)-(58), constituiu-se a malha de controle conforme é apresentada na Fig. 4, sendo: $\mu = [u_{ref} \ \dot{u}_{ref}]^T$ o vetor de entrada do modelo dinâmico linearizado, $\kappa(t)$ o dispositivo detector de sinal para auxiliar no movimento inicial do sistema cinemático, B_d a matriz de entrada do modelo dinâmico em (48), $\eta = [\omega_r \ \omega_l]^T$ o vetor de estados do modelo dinâmico, A_d a matriz característica do sistema em (47), I a matriz identidade de saída de ordem dois e K_d é a matriz dos ganhos estáticos do controlador referente ao sistema dinâmico de ordem 2×2 . O bloco $\int(\cdot)dt$ é a integração dos sinais $\dot{\omega}_r$ e $\dot{\omega}_l$ e T é uma matriz de ganhos para amplificar os sinais de saída do sistema dinâmico.

Já para o modelo cinemático, $\phi = [\omega_r \ \omega_l]^T$ é o vetor de entrada, B_c a matriz de entrada do sistema em (58), $\varphi = [x \ y \ \vartheta]^T$ é o vetor de estados, A_c a matriz característica do sistema em (57), I é a matriz identidade de saída de ordem três e K_c é a matriz do controlador estático do sistema cinemático de ordem 2×3 .

V. PROJETO DE SISTEMA ERP VIA LMIs

Nesta seção são apresentados os resultados do projeto e analisados os controladores estáticos de realimentação da saída dos modelos dinâmico e cinemático da CRM.

B. Sistemas ERP Incertos com Especificação da Taxa de Decaimento

Para o projeto dos controladores estáticos dos modelos dinâmico e cinemático, consideraram-se incertezas quanto aos parâmetros, b_1 , r e d , para o modelo dinâmico e r , d e ψ , para o modelo cinemático e a imposição da taxa de decaimento para ambos os modelos em (47)-(48) e (57)-(58), respectivamente.

B.1. Sistema com o Mesmo Número de Entradas e Saídas

Nesta seção, projetou-se e analisou-se o controlador estático por realimentação da saída do modelo dinâmico com incertezas paramétricas e especificação de uma taxa de decaimento.

O projeto do controlador constitui-se em aplicar o Teorema 4, proposto por [17], cujo programa foi desenvolvido no ambiente do software MatLab®. Considerando-se o exposto, seguem as LMIs implementadas, as quais devem ser factíveis para o sistema ser ERP e atender a taxa de decaimento imposta:

$$Q + [\gamma I \ \dots \ \gamma I]^T [P_1 \ \dots \ P_8] \dots \\ \dots + [P_1 \ \dots \ P_8]^T [\gamma I \ \dots \ \gamma I] < 0. \quad (67)$$

$$B_{di}^T P_i = F C_{di}, \quad i = 1, \dots, 8, \quad (68)$$

$$P_i > 0, \quad i = 1, \dots, 8. \quad (69)$$

sendo Q dada em (13) e flexibilizada em (16).

Assim, obtiveram-se as matrizes:

$$F = \begin{bmatrix} 0,1367 & 0,3561 \\ 0,0999 & -0,3340 \end{bmatrix}, \quad (70)$$

$$K_o = (10^4) \begin{bmatrix} 1,5016 & 0,4496 \\ 1,6013 & -0,6142 \end{bmatrix}, \quad (71)$$

as quais tornam o sistema ERP e estabilizam o sistema, sendo a taxa de decaimento especificado foi de 2,5.

A seguir é ilustrada na Fig. 5 a resposta do sistema ERP com a matriz de realimentação da saída (71) ao degrau unitário para o primeiro vértice do politopo do sistema dinâmico da CRM.

Portanto é possível constatar a performance do sistema através da ilustração gráfica anterior (Fig. 5), sendo o sistema ERP com realimentação da saída e a taxa de decaimento especificada de 2,5. O ganho (T) do sistema dinâmico linearizado é 10^4 , o qual condiciona os sinais de saída num intervalo de $[-1; 1]$.

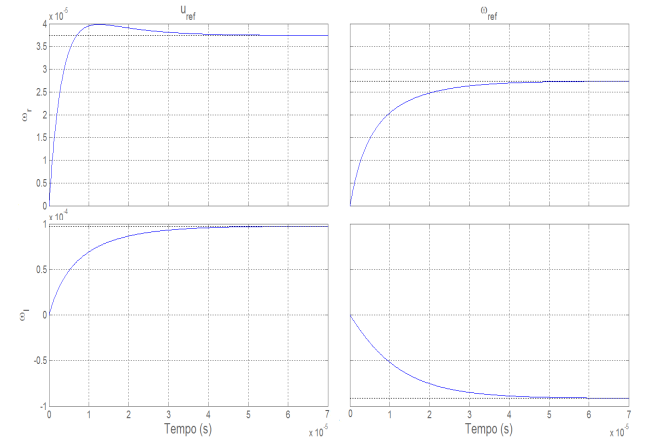


Figura 5. Resposta ao degrau unitário na entrada ($\mu = [u_{ref} \ \dot{u}_{ref}]^T$), sendo a saída ($\eta = [\omega_r \ \omega_l]^T$) multiplicada por uma matriz de ganho $T = (10^4)I_{2 \times 2}$, para o primeiro vértice do politopo, $P_{d1}(0,15; 0,40; 0,151)$.

B.2. Sistemas com Número de Saídas Maior que o Número de Entradas

Considere, agora, o modelo cinemático linearizado em (57)-(58). Para que o sistema seja ERP, as condições (19)-(22) do Teorema 5 devem ser satisfeitas. Assim construíram-se as rotinas no software MatLab® encontrando-se factibilidade para as mesmas com taxa de decaimento 0,0919. Logo as matrizes que tornam o sistema ERP e estável são dadas por:

$$F = \begin{bmatrix} 0,0010 & 0,0002 & 0,0014 \\ 0,0010 & -0,0002 & -0,0014 \end{bmatrix} \quad (72)$$

$$K_o = (10^5)K_f, \quad (73)$$

sendo:

$$K_f = \begin{bmatrix} 4,3238 & 2,4986 & 2,9554 \\ 4,3260 & -2,5066 & -2,9650 \end{bmatrix}, \quad (74)$$

com a lei de controle $u = -K_o y$, sendo y a saída da planta.

A matriz de saída do modelo cinemático, $\vartheta = I\varphi$, foi multiplicada por um ganho de 10^5 para construção da Fig. 6,

sendo a resposta do sistema ao degrau unitário referente ao primeiro vértice do modelo.

Portanto, a taxa de decaimento encontrada por meio do Teorema 5, condições de (19)-(22), foi de 0,0919. Por fim, observa-se o desempenho do sistema na Fig. 6.

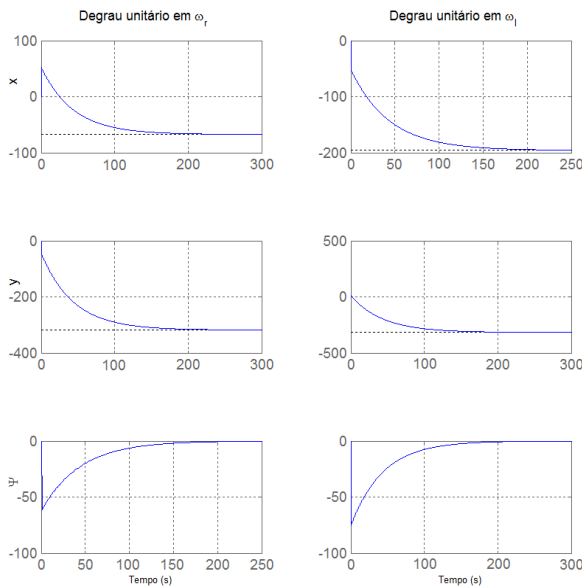


Figura 6. Resposta ao degrau unitário na entrada ($\phi = [\omega_r \ \omega_l]^T$) sendo a saída ($\phi = [x \ y \ \psi]^T$) multiplicada por um ganho de 10^5 . Representação do primeiro vértice do politopo, $P_{c1} \left(0,15; 0,40; -\frac{\pi}{6}\right)$.

VI. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O artigo apresentou a escolha do modelo matemático da CRM e o desacoplamento da parte dinâmica da parte cinemática. A partir dos modelos desacoplados, os mesmos foram linearizados. Com as matrizes característica e de entrada dos sistemas, construíram-se as matrizes correspondentes aos vértices dos politopos para o modelo dinâmico, A_{di} e B_{di} e para o modelo cinemático, A_{ci} e B_{ci} , $i = 1, \dots, 8$.

A partir da proposta de controle, apresentada na Fig. 4, programaram-se as condições dos Teoremas 4 e 5, as quais apresentaram factibilidade. Encontraram-se as matrizes (70) e (71), que tornam o sistema do modelo dinâmico ERP e estabilizam o sistema, com uma taxa de decaimento especificada de 2,5. E encontraram-se as matrizes (5.6) e (573), que tornam o sistema ERP e estabilizam o sistema cinemático, com taxa de decaimento de 0,0919.

As Figs. 5 e 6 ilustram os desempenhos dos sistemas dinâmico e cinemático, respectivamente, no domínio do tempo, sendo possível constatar o atendimento às taxas de decaimento.

O modelo de controle elaborado na Fig. 4 e suas equações de controle embasado por LMIs, encontram-se em fase de implementação no *Laboratório de Controle Avançado, Robótica e Engenharia Biomédica* do Depto. De Engenharia Elétrica da UEL, e, patentado no INPI sob título “Cadeira de rodas movida por sopro e sucção” n° BR 10 2014 018375 2. Depósito realizado na AINTEC/UEL.

VII. CONCLUSÃO

Ao considerar a teoria de sistemas ERP via abordagem por LMI, houve a necessidade de adequar o modelo da RMR a um modelo linear. A partir desta adequação, considerou-se também, a variação dos parâmetros do modelo, sendo assim mais próximo de projetos realizáveis.

A partir do projeto dos controladores nota-se a rápida estabilização do subsistema dinâmico quando comparado ao subsistema cinemático.

Ao analisar o sistema como um todo e supor a realização da proposta, percebe-se que fica pendente para trabalhos futuros a melhoria da taxa de decaimento do subsistema cinemático.

REFERÊNCIAS

- [1] R. S. Ortigoza, M. M. Aranda, G. S. Ortigoza, V. M. H. Guzmán, M. A. M. Vilchis, G. S. González, J. C. H. Lozada e M. O. Carbajal, *Wheeled Mobile Robots: A Review. IEEE Latin America Transactions*, vol. 10, no. 6, pp. 2209-2217, dezembro 2012.
- [2] P. F. Muir e C. P. Neuman, *Kinematic modeling of wheeled mobile robots*, Technical Report No. CMU-RI-TR-86-12, The Robotics Institute and The Department of Electrical and Computer Engineering, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, junho 1986.
- [3] P. F. Muir e C. P. Neuman, *Kinematic modeling of wheeled mobile robots*, *Journal of Robotic Systems*, vol. 4, no. 2, pp. 281-340, 1987.
- [4] J. C. Alexander e J. H. Maddocks, *On the kinematics of wheeled mobile robots*, *Int. J. Robotics Res.*, vol. 8, pp. 15-27, 1989.
- [5] G. Campion, G. Bastin e B. D’Andrea-Novet, *Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots*, *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 12, pp. 47-62, 1996.
- [6] M. H. Raibert, H. B. Brown, M. Chepponis, E. Hastings, J. Koechling, K. N. Murphy, S. S. Murthy e A. J. Stentz, *Dynamically stable legged locomotion*, Technical Report No. CMU-RI-TR-83-20, The Robotics Institute and Department of Computer Science, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, dezembro 1983.
- [7] D. J. Todd, *Walking machines: an introduction to legged robots*, Kogan Page, London, 1985.
- [8] T. Iwamoto, H. Tamamoto e K. Honma, *Transformable crawler mechanism with adaptability to terrain variations*, in *Proc. of the International Conference on Advanced Robotics*, pp. 285-292, Tokyo, 1983.
- [9] G. Granosik e J. Borenstein, *Integrated joint actuator for serpentine robots*, *IEEE/ASME Trans. on Mechatronics*, vol. 10, pp. 473-481, 2005.
- [10] M. G. Bekker, *Theory of land locomotion*, University of Michigan Press, Michigan, 1956.
- [11] M. G. Bekker, *Off-The-Road locomotion, research and development in terramechanics*, University of Michigan Press, Michigan, 1960.
- [12] M. G. Bekker, *Introduction to Terrain-Vehicle Systems*, University of Michigan Press, Michigan, 1969.
- [13] J. M. Holland, *Basic Robotics Concepts*. Howard W. Sams & Co., Inc. Indianapolis, IN, 1983.
- [14] MARTINS, N. A.; EL’YOUSSEF, E. S.; BERTOL, D. W.; DE PIERI, E. R.; MORENO, U. F.; CASTELAN, E. B.: *Trajectory Tracking of a Nonholonomic Mobile Robot with Kinematic Disturbances: A Variable Structure Control Design. IEEE Latin America Transactions*, vol. 9, no. 3, pp. 280-287, junho 2011.
- [15] F. G. Rossomando, C. Soria e R. Carelli, *Adaptive Neural Dynamic Compensator for Mobile Robots in Trajectory Tracking Control. IEEE Latin America Transactions*, vol. 9, no. 5, pp. 593-602, setembro 2011.
- [16] M. C. M. Teixeira, *Control of uncertain dynamical systems using strictly positive real systems*. In: *Lecture Notes in Control and Information Optimization, 144: Analysis and Optimization of Systems*. Berlin: Springer-Verlag, pp. 900-911, 1990.
- [17] M. R. Covacic, *Síntese de sistemas ERP baseada em LMIs e controle com estrutura variável*. Tese de Doutorado — FEIS-UNESP, Ilha Solteira-SP, Brasil, 2006.
- [18] Ministério da Saúde, *Política Nacional de Saúde da Pessoa com Deficiência*. Editora do Ministério da Saúde, Brasília, 2010.
- [19] S. A. N. Rabeh, M. H. L. Caliri, *Capacidade funcional em indivíduos com lesão de medula espinhal. Acta Paul Enferm*, vol. 23, no. 3, pp. 312-327, 2010.

- [20] P. D. M. F. Antão, *Cadeira de rodas elétrica adaptada a tetraplégicos*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 2010.
- [21] A. F. Sobrinho, L. Prado, K. R. Felizardo, W. Germanovix e R. Gaino, Sistemas de controle para cadeira de rodas comandados por sopro e sucção. *VI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*. Bauru, pp. 1-6, 2003.
- [22] M. Mazo, F. J. Rodríguez, J. L. Lázaro, J. Ureña, J. C. García, E. Santiso e P. A. Revenga, Electronic control of a wheelchair guided by voice commands. *Control Engineering Practice*, vol. 3, no. 5, pp. 665-674, 1995.
- [23] C. L. L. Ferreira, S. G. S. Cervantes e W. Germanovix, Cadeira de rodas controlada por sopro e sucção. In: *Congresso Brasileiro de Automática 2008*, Juiz de Fora. Anais do Congresso Brasileiro de Automática, 2008.
- [24] F. L. Rossini, N. M. dos Santos, R. Gaino e M. R. Covacic, Projeto de Controlador Robusto Aplicado à Cadeira de Rodas Móveis via Abordagem por LMIs. *Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática 2012*, Campina Grande, pp. 2966-2972, 2012.
- [25] M. R. Covacic, M. C. M. Teixeira, E. Assunção e R. Cardim, Comparative Study of LMI-Based Output Feedback SPR Synthesis for Plants with Different Numbers of Inputs and Outputs. *International Workshop on Variable Structure Systems*, VSS'08, pp. 130-135, 2008.
- [26] B. D. O. Anderson, A simplified viewpoint of hyperstability. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 13, pp. 292-294, 1968.
- [27] M. C. M. Teixeira, *Real Positive Systems and Adaptive Control*. Tese de Doutorado, PUC-RJ, Rio de Janeiro-RJ, Brasil, 1989.
- [28] H. Kaufman, I. Bar-Kana e K. Sobel, Direct Adaptive Control Algorithms: Theory and Applications. *Communications and Control Engineering Series*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 1994.
- [29] M. C. M. Teixeira, A. D. S. Lordelo e E. Assunção, On LMI based design of SPR systems and output variable structure controllers. In: *Advances in Variable Structure Systems. Analysis, Integration and Applications - Proceedings of the 6th IEEE International Workshop on Variable Structure Systems*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., pp. 199-208, 2000.
- [30] A. D. S. Lordelo, *Controle automático com estrutura variável utilizando sistemas ERP e LMI*. Dissertação de Mestrado — FEIS-UNESP, Ilha Solteira-SP, Brasil, 2000.
- [31] S. Boyd, L. Ghaoui, E. Feron e V. Balakrishnan, *Linear matrix inequalities in systems and control theory*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.
- [32] M. R. Covacic, *Controle automático com estrutura variável utilizando sistemas ERP e LMI*. Dissertação de Mestrado — FEIS-UNESP, Ilha Solteira-SP, Brasil, 2001.
- [33] M. C. M. Teixeira, H. C. Pietrobom e E. Assunção, Novos resultados sobre a estabilidade e controle de sistemas não-lineares utilizando modelos Fuzzy e LMI. *Revista Controle & Automação*, vol. 11, no. 1, pp. 37-48, 2000.
- [34] C. Del La Cruz, T. F. Bastos e R. Carelli, Adaptive Motion Control Law of a Robotic Wheelchair. *Control Engineering Practice*, vol. 19, pp. 113-125, 2011.
- [35] Y. Zhang, D. Hong, J. H. Chung e S. A. Velinsky, Dynamic Model Based Robust Tracking Control of a Differentially Steered Wheeled Mobile Robot. *Proceedings of the American Control Conference*, Philadelphia, Pennsylvania, pp. 850-855, 1998.
- [36] J. J. Slotine e W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, New Jersey, 1991.



Flávio Luiz Rossini é graduado em Matemática pela Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Mandaguari (FAFINAM), Mandaguari, Paraná, Brasil, em 2004. Também, graduado em Engenharia de Controle e Automação pelo Centro Universitário de Maringá (CESUMAR), Maringá, Paraná, Brasil, em 2008. Especialista em Matemática e Estatística pela Universidade de Lavras (UFLA), Lavras, Minas Gerais, Brasil (2006). Mestre em engenharia elétrica da Universidade Estadual de Londrina (UEL), Londrina, Paraná, Brasil e professor titular da Universidade Tecnológica Federal do Paraná em Campo Mourão (UTFPR), sendo as atividades de pesquisa e ensino concentradas em sistemas de controle por realimentação da saída, modelagem linear e não linear de dispositivos mecatrônicos.



Ruberlei Gaino é graduado em Engenharia Elétrica (1996), mestrado (2000) e doutorado (2009) pela UNESP-Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Ilha Solteira, São Paulo, Brasil. Professor da Universidade Estadual de Londrina desde 2000, atualmente é professor adjunto do departamento de engenharia elétrica da UEL. Consultor *ad hoc* da CAPES e FUNDAÇÃO ARAUCÁRIA. Tem experiência na área de Engenharia Elétrica, com ênfase

em controle no tempo contínuo e discreto, controle robusto, LQG/LTR, dinâmica de máquinas elétricas, sistemas lineares e não-lineares, fuzzy Takagi Sugeno, LMI, identificação de sistemas por mínimos quadrados, engenharia de reabilitação, Cadeira de rodas, Eletroestimulação, biomecânica, Labview, paraplegia, automação e CLP.



Marcelo C. M. Teixeira nasceu em Campo Grande-MS, Brasil, em 1957. Possui graduação em Engenharia Elétrica pela Escola de Engenharia de Lins (1979), Mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (1982) e Doutorado em Engenharia Elétrica pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (1989). Adicionalmente, fez um estágio de Pós-doutoramento na Purdue University, em West Lafayette, IN, Estados Unidos, em 1996 e 1997. Atualmente, é Professor Titular do Departamento de Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira (FEIS) da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), onde atua desde 1982. Suas áreas de interesse incluem teoria de controle e aplicações, controle adaptativo, sistemas com estrutura variável, projetos embasados em desigualdades matriciais lineares, sistemas fuzzy e sistemas chaveados.



Edvaldo Assunção nasceu em Andradina-SP, Brasil, em 1965. É graduado em Engenharia Elétrica pela UNESP – Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira-SP, Brasil, em 1989. Recebeu o título de Mestre em Engenharia Elétrica pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica, ITA-CTA, em 1991, e o título de Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, Brasil. Recebeu o prêmio do Instituto de Engenharia de São Paulo como o Melhor Estudante Graduado do Ano de 1989, na UNESP. Atua, desde 1992, no Departamento de Engenharia Elétrica da UNESP - Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira-SP, Brasil, onde é Professor Associado. Suas áreas de interesse incluem teoria de controle e aplicações, projetos embasados em desigualdades matriciais lineares e controle robusto.



Rodrigo Cardim nasceu em Adamantina-SP, Brasil, em 1981. Possui graduação em Engenharia Elétrica (2004) e Doutorado em Engenharia Elétrica (2009) pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), Ilha Solteira-SP, Brasil, no Departamento de Engenharia Elétrica, onde atua como Professor. Suas áreas de interesse incluem teoria de controle e aplicações, projetos embasados em desigualdades matriciais lineares, controle com estrutura variável, sistemas fuzzy e sistemas chaveados. Dr. Cardim recebeu o prêmio do Instituto de Engenharia de São Paulo como o Melhor Estudante Graduado do Ano em 2004, na FEIS-UNESP.



Márcio R. Covacic nasceu em Tupaciguara-MG, Brasil, em 1976. Possui graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (1998), mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2001) e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2006), Ilha Solteira, São Paulo, Brasil. Atualmente é Professor Adjunto da Universidade Estadual de Londrina. Tem experiência na área de Engenharia Elétrica, com ênfase em Eletrônica Industrial, Sistemas e Controles Eletrônicos. Suas áreas de interesse incluem teoria de controle e aplicações, projetos embasados em desigualdades matriciais lineares, controle com estrutura variável e sistemas fuzzy.