Using *Universal Line Model* (ULM) for Representing Electromagnetic Transients in Three-Phase Transmission Lines

A. R. J. de Araújo, R. C. da Silva, *Member*, IEEE and S. Kurokawa

Abstract— The second-order differential equations that describe the polyphase transmission line are difficult to solve due to the mutual coupling among them and the fact that the parameters are distributed along their length. A method for the analysis of polyphase systems is the technique that decouples their phases. Thus, a system that has n phases coupled can be represented by n decoupled single-phase systems which are mathematically identical to the original system. Once obtained the n -phase circuit, it's possible to calculate the voltages and currents at any point on the line using computational methods. The Universal Line Model (ULM) transforms the differential equations in the time domain to algebraic equations in the frequency domain, solve them and obtain the solution in the frequency domain using the inverse Laplace transform. This work will analyze the method of modal decomposition in a three-phase transmission line for the evaluation of voltages and currents of the line during the energizing process.

Keywords— Electromagnetic Transients, transmission lines, modal decomposition, distributed parameters.

I. INTRODUÇÃO

AS EQUAÇÕES diferenciais de segunda ordem que descrevem uma linha de transmissão polifásica são de difícil solução devido ao acoplamento entre as fases. Uma importante ferramenta de análise de transitórios eletromagnéticos em sistemas polifásicos é a técnica que desacopla as fases entre si. Desta maneira, um sistema que possui n fases acopladas pode ser representado por n sistemas monofásicos desacoplados que são matematicamente idênticos ao sistema original [1,2].

Para um sistema polifásico genérico, a matriz com os autovetores do produto matricial $[Z][Y]$ desacopla as fases da linha. Existem, para um único produto $[Z][Y]$, diversos conjuntos de autovetores que desacoplam a linha. São conhecidos dois tipos de transformação para decomposição modal. A primeira é uma transformação que decompõe a linha em seus modos exatos, e a segunda é uma transformação que

decompõe a linha em seus quase-modos, utilizando a matriz de transformação de Clarke, na qual pode desacoplar um sistema polifásico em n sistemas monofásicos. Os modos exatos são totalmente desacoplados entre si e são obtidos a partir da utilização das matrizes $[T_i]$ e $[T_v]$ como sendo as matrizes de transformação. As matrizes $[T_i]$ e $[T_v]$ são os autovetores associados aos produtos $[Y][Z]$ e $[Z][Y]$, respectivamente, sendo, de maneira geral, matrizes complexas, cujos elementos são dependentes da frequência. Os quase-modos são obtidos a partir do uso da matriz de Clarke como sendo a única matriz de transformação. A matriz de Clarke é uma matriz real e constante, cujos elementos são independentes da frequência, de fácil implementação em softwares que realizam simulações diretamente no domínio do tempo. Se a linha de transmissão é idealmente transposta a matriz de Clarke decompõe a mesma em seus modos exatos. No entanto, se a linha não é idealmente transposta, mas possuir um plano de simetria vertical a matriz de Clarke decompõe a linha em seus quase-modos que podem, em algumas situações, ser considerados idênticos aos modos exatos [1]. Neste trabalho será mostrado o processo de decomposição da linha em seus quase-modos.

II. QUASE-MODOS DA LINHA DE TRANSMISSÃO

Quando a linha de transmissão é idealmente transposta, a matriz de Clarke separa a linha em seus modos exatos. Em situações em que uma linha não pode ser considerada idealmente transposta, mas possui um plano de simetria vertical, pode-se, com algumas aproximações, utilizar a matriz de Clarke para determinar os modos exatos. Nestas condições obtém-se a linha decomposta em seus quase-modos. Para linhas decompostas em seus quase-modos, as matrizes $[Y_{qm}]$ e $[Z_{qm}]$ possuem alguns elementos não nulos fora da diagonal principal, que serão desprezados. Devido ao fato de que estas matrizes não são matrizes diagonais, não se obtém os modos exatos da linha e sim os seus quase-modos [1,2].

Portanto, considerando a linha trifásica, transposta ou não, os modos exatos podem ser considerados equivalentes aos quase-modos e serão denominados de modos *alfa*, *beta* e *zero*, respectivamente. A matriz de Clarke ($[T_{clarke}]$) é expressa como sendo conforme (1):

Este trabalho foi desenvolvido pelo Grupo de Estudos de Transitórios Eletromagnéticos (GATE).

A. R. J. Araújo, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Ilha Solteira, SP, Brasil, anderjusto@yahoo.com.br.

R. C. Silva, Instituto federal de São Paulo (IFSP)-Campi Votuporanga, Votuporanga, SP, Brasil, rcleber@gmail.com.

S. Kurokawa, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Ilha Solteira, SP, Brasil, kurokawa@dee.feis.unesp.br.

$$[T_{clarke}] = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \quad (1)$$

As matrizes de impedâncias e admitâncias dos quase-modos da linha são expressas como mostram (2) e (3):

$$[Z_{qm}] = [T_{clarke}]^T [Z] [T_{clarke}] \quad (2)$$

$$[Y_{qm}] = [T_{clarke}]^{-1} [Y] [T_{clarke}]^{-T} \quad (3)$$

Se a linha de transmissão é idealmente transposta, as matrizes $[Z_{qm}]$ e $[Y_{qm}]$ são idênticas às matrizes modais de impedância e admitância $[Z_m]$ e $[Y_m]$. Nestas condições a matriz de Clarke decompõe a linha em seus modos exatos. Caso a linha possua um plano de simetria vertical, mas não possa ser considerada idealmente transposta, as matrizes $[Z_{qm}]$ e $[Y_{qm}]$ são escritas como mostram (4) e (5) [1]:

$$[Z_{qm}] = \begin{bmatrix} Z_\alpha & 0 & Z_{\alpha 0} \\ 0 & Z_\beta & 0 \\ Z_{0\alpha} & 0 & Z_0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[Y_{qm}] = \begin{bmatrix} Y_\alpha & 0 & Y_{\alpha 0} \\ 0 & Y_\beta & 0 \\ Y_{0\alpha} & 0 & Y_0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

As equações (4) e (5) mostram que quando a linha não é idealmente transposta, existe acoplamento entre os quase-modos α e zero. No entanto, em determinadas situações, o acoplamento entre os modos α e zero pode ser desconsiderado. Nestas condições, as matrizes $[Z_{qm}]$ e $[Y_{qm}]$ são reescritas como mostram (6) e (7):

$$[Z_{qm}] \equiv \begin{bmatrix} Z_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & Z_\beta & 0 \\ 0 & 0 & Z_0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$[Y_{qm}] \equiv \begin{bmatrix} Y_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & Y_\beta & 0 \\ 0 & 0 & Y_0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

As tensões e correntes dos quase-modos são obtidas conforme mostram (8) e (9).

$$[V_{qm}] = [T_{clarke}]^T [V] \quad (8)$$

$$[I_{qm}] = [T_{clarke}]^{-1} [I] \quad (9)$$

As equações (8) e (9) podem ser implementados em programas computacionais tais como o MATLAB[®] que realizam simulações diretamente no domínio do tempo. Utilizando as soluções das equações diferenciais mencionadas anteriormente para representar a linha, podem-se calcular as correntes e tensões da mesma no domínio da frequência, sendo que os valores das correntes e tensões, no domínio do tempo, podem ser obtidos com o uso da transformada inversa de Laplace implementada numericamente [3].

Para verificar o desempenho deste modelo, será utilizado o modelo denominado *Universal Line Model* (ULM) [4,5]. O ULM é um modelo em que as correntes e tensões na linha de transmissão são escritas analiticamente a partir da solução das equações diferenciais da linha [4,5]. Esse modelo, em que as correntes e tensões são calculadas no domínio da frequência, permite levar em conta a natureza distribuída dos parâmetros longitudinais e transversais da linha. A resposta no domínio do tempo pode ser obtida por meio do uso das Transformadas Inversas de Laplace [3].

Para verificar o desempenho do modelo, a linha trifásica de 100 km de comprimento será decomposta em seus 3 modos de propagação, onde cada modo é representado por uma linha de transmissão monofásica com uma fonte de excitação. As tensões e correntes em cada modo serão obtidas no domínio da frequência e utilizando a transformada inversa de Laplace implementada numericamente, são obtidas as tensões e correntes no domínio do tempo. Com os valores obtidos e utilizando a matriz de $[T_{clarke}]$, são obtidos as tensões e correntes para uma linha trifásica no domínio temporal.

III. UNIVERSAL LINE MODEL

O *Universal Line Model* (ULM) é um modelo em que as correntes e tensões na linha de transmissão são escritas analiticamente a partir da solução das equações diferenciais da linha [6]. Este modelo, em que as correntes e tensões são calculadas no domínio da frequência, permite considerar a natureza distribuída dos parâmetros longitudinais e transversais da linha. A resposta no domínio do tempo pode ser obtida por meio do uso da Transformada Inversa de Laplace [3].

Uma linha de transmissão é caracterizada pelo fato de seus parâmetros serem distribuídos ao longo de seu comprimento. Este fato faz com que as tensões e correntes ao longo da linha comportem-se como ondas e estas são descritas por equações diferenciais. De modo geral, as equações diferenciais são de difícil solução no domínio do tempo, devido às integrais de convolução, mas no domínio da frequência estas equações se tornam mais simples e suas soluções são conhecidas. A solução no domínio da frequência é genérica e pode ser aplicada para qualquer condição da linha, considerando os parâmetros fixos e/ou variáveis em função da frequência. Quanto à solução no domínio do tempo, esta depende de integrais de convolução cujas soluções não são facilmente obtidas [7].

A. Correntes e tensões em linhas de transmissão monofásica

Nas equações diferenciais da linha, considera-se que seus parâmetros são constantes. Para o cálculo das tensões e correntes em uma linha trifásica, será utilizado o método da decomposição modal, em que o sistema trifásico é decomposto em 3 sistemas monofásicos desacoplados que são equivalentes ao sistema original. A Fig.1 mostra uma linha de transmissão monofásica desacoplada para o modo n genérica de comprimento d .

Figura 1. Linha de transmissão para o modo n de comprimento d .

A linha mostrada na Fig. 1 possui uma impedância e uma admitância dada (10) e (11):

$$Z_n(\omega) = R_n + j\omega L_n \quad (10)$$

$$Y_n(\omega) = G_n + j\omega C_n \quad (11)$$

Onde R_n e L_n são os parâmetros longitudinais, G_n e C_n são os parâmetros transversais da linha por unidade de comprimento para o modo de propagação n . Na Fig.1 $I_A^n(\omega)$ e $I_B^n(\omega)$ são as correntes nos terminais A e B da linha, enquanto que $V_A^n(\omega)$ e $V_B^n(\omega)$ são as tensões nestes terminais no modo n . As equações das correntes no domínio da frequência são dadas por (12) e (13):

$$I_A^n(\omega) = Y_{AA}^n(\omega) V_A^n(\omega) + Y_{AB}^n(\omega) V_B^n(\omega) \quad (12)$$

$$I_B^n(\omega) = Y_{BA}^n(\omega) V_A^n(\omega) + Y_{BB}^n(\omega) V_B^n(\omega) \quad (13)$$

Onde os termos $Y_{AA}^n(\omega)$, $Y_{AB}^n(\omega)$, $Y_{BA}^n(\omega)$ e $Y_{BB}^n(\omega)$ são calculados conforme (14) a (17):

$$Y_{AA}^n(\omega) = \frac{1}{Z_C^n} \coth(\gamma^n(\omega) d) \quad (14)$$

$$Y_{AB}^n(\omega) = -\frac{1}{Z_C^n} \csc h(\gamma^n(\omega) d) \quad (15)$$

$$Y_{BA}^n(\omega) = \frac{1}{Z_C^n} \coth(\gamma^n(\omega) d) \quad (16)$$

$$Y_{BB}^n(\omega) = -\frac{1}{Z_C^n} \csc h(\gamma^n(\omega) d) \quad (17)$$

Nas equações (14) a (17), os termos Z_C^n e $\gamma^n(\omega)$ são a impedância característica e a função de propagação da linha no modo n e são escritos conforme (18) e (19):

$$Z_C^n(\omega) = \sqrt{\frac{Z^n(\omega)}{Y^n(\omega)}} \quad (18)$$

$$\gamma^n(\omega) = \sqrt{Z^n(\omega) Y^n(\omega)} \quad (19)$$

Tanto $Z_C^n(\omega)$ como $\gamma^n(\omega)$ são números complexos e $\gamma^n(\omega)$ pode ser escrito na forma (20).

$$\gamma^n(\omega) = \alpha^n + j\beta^n \quad (20)$$

O termo α^n é denominado de constante de atenuação, expressa em Neper por unidade de comprimento, que corresponde ao amortecimento da onda viajante no condutor.

O termo β^n é denominado constante de fase, expressa em radianos por unidade de comprimento, e corresponde à defasagem angular da onda viajante no condutor. A Fig.2 mostra os circuitos monofásicos para cada modo n , que serão denominados de *alfa*, *beta* e *zero*.

Figura 2. Circuitos modais *alfa*, *beta* e *zero* para uma linha de transmissão trifásica.

B - Soluções das Equações no domínio do Tempo

A transformação de (12) e (13) para o domínio do tempo não é facilmente obtida de modo analítico, devido à presença de integrais de convolução. Uma alternativa consiste em, inicialmente, calcular as correntes e tensões no domínio da frequência e em seguida, com a transformada inversa de Laplace, obter estas grandezas no domínio do tempo. A transformada de Laplace de uma função $f(t)$ é definida como mostra (21):

$$F(s) = L \{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (21)$$

Onde s é a frequência complexa, escrita como mostra (22):

$$s = \sigma + j\omega \quad (22)$$

Em (21) considera-se que $f(t)$ é nula para t menor que zero. É importante notar que as condições iniciais dizem a respeito do funcionamento do circuito antes do instante $t=0$, e, portanto nossa análise descreverá a operação do circuito para $t \geq 0$. A transformada inversa de Laplace é definida conforme (23):

$$f(t) = L^{-1}[F(s)] = \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s) e^{st} ds \quad (23)$$

Em (23), o termo $L^{-1}[F(s)]$ corresponde à transformada inversa de Laplace da função $F(s)$. Aplicando a transformada inversa de Laplace em (12) e (13) e considerando que $s = j\omega$ obtém-se (24) e (25):

$$i_{A}^n(t) = L^{-1}\{I_{A}^n(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y_{AA}^n(\omega) V_{A}^n(\omega) e^{j\omega t} d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y_{AB}^n(\omega) V_{B}^n(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (24)$$

$$i_{B}^n(t) = L^{-1}\{I_{B}^n(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y_{BA}^n(\omega) V_{A}^n(\omega) e^{j\omega t} d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y_{BB}^n(\omega) V_{B}^n(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (25)$$

As equações (24) e (25) são de difícil resolução devido às integrais presentes, sendo que não é possível determinar uma solução analítica para as correntes e tensões em cada modo n . Portanto, são utilizados métodos numéricos que implementam (24) e (25) no domínio da frequência e utilizando a transformada inversa de Laplace conforme o algoritmo proposto por [3], pode-se obter a resposta temporal das correntes e tensões na linha de transmissão. Uma vez obtidas às correntes e tensões no domínio do tempo de cada modo de propagação e utilizando a matriz $[T_{clarke}]$ é possível obter as correntes e tensões em uma linha trifásica em qualquer ponto da linha submetida a uma operação de energização.

IV. RESULTADOS

As simulações da energização de uma linha trifásica submetida ao processo de energização serão mostradas, considerando que a configuração física do circuito trifásico é disposta conforme mostrado na Fig. 3. A linha trifásica de comprimento de 100 km, na qual cada fase é constituída de 4 subcondutores do tipo *Grosbeak*, com raio $r = 1,021$ cm de cada subcondutor e os cabos pára-raios são representados pelos condutores 4 e 5.

Figura 3. Linha de transmissão trifásica.

Considerando a linha mostrada na Fig. 3 são conhecidas para a frequência de 60 Hz as matrizes $[L_{linha}]$ (mH/km) e $[C_{linha}]$ (nF/km) são respectivamente:

$$[L_{linha}] = \begin{bmatrix} 0,8551 & 0,1217 & 0,1217 \\ 0,1217 & 0,6340 & 0,0693 \\ 0,1217 & 0,0693 & 0,6340 \end{bmatrix}$$

$$[C_{linha}] = \begin{bmatrix} 14,6252 & -2,7246 & -2,7246 \\ -2,7246 & 19,8058 & -1,7830 \\ -2,7246 & -1,7830 & 19,8058 \end{bmatrix}$$

Considerando o efeito *skin* e o efeito *solo*, as matrizes $[Z_{linha}]$ (Ω /km) e $[Y_{linha}]$ (μ S/km), para a frequência de 60 Hz, são dadas por:

$$[Z_{linha}] = \begin{bmatrix} 0,6738 + 1,2263i & 0,0580 + 0,3430i & 0,0580 + 0,3430i \\ 0,0580 + 0,3430i & 0,6740 + 1,1531i & 0,0581 + 0,3245i \\ 0,0580 + 0,3430i & 0,0581 + 0,3245i & 0,6740 + 1,1531i \end{bmatrix}$$

$$[Y_{linha}] = \begin{bmatrix} 0,5514i & -0,1027i & -0,1027i \\ -0,1027i & 0,7467i & -0,0672i \\ -0,1027i & -0,0672i & 0,7467i \end{bmatrix}$$

A Fig. 4 mostra uma linha de transmissão trifásica com os terminais receptores B em aberto que será utilizada para o estudo do modelo proposto.

Figura 4. Linha trifásica com fase 1 energizada e terminal B em aberto.

A linha de transmissão da Fig. 4 será energizada por uma fonte de tensão contínua de 20 kV. As Figs. 5 a 7 mostram o comportamento das tensões para os n modos de propagação definidos como alfa, beta e zero das linhas modais da Fig. 2.

Figura 5. Tensão do terminal B no modo alfa.

Figura 6. Tensão do terminal B no modo beta.

Figura 7. Tensão do terminal B no modo zero

As Figs. 5 a 7 mostram as tensões nos modos alfa, beta e zero nos terminais da linha em aberto. Pode-se verificar que cada modo de propagação se comporta como uma linha monofásica independente energizada por uma fonte de tensão constante. Os valores das tensões das fases 1, 2 e 3 são obtidos pela combinação linear das tensões modais mostradas nas Figs. 5 a 7 conforme (26).

$$\begin{bmatrix} V_{1,2,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{clarke} \end{bmatrix}^{-T} \begin{bmatrix} V_{qm} \end{bmatrix} \quad (26)$$

O vetor $[Z_{1,2,3}]$ representa as tensões nas fases 1, 2 e 3 da linha trifásica e $[Z_{qm}]$ representa as tensões nos modos alfa, beta e zero das Figs 5 a 7. A Fig. 8 mostra o comportamento da tensão no terminal aberto de uma linha trifásica, utilizando (26).

Figura 8. Tensões nos terminais B em aberto da linha trifásica de 20 kV.

Na Fig. 8 o comportamento das tensões nas fases 2 e 3 são influenciados pelo comportamento da tensão da fase 1 devido as indutâncias mútuas da linha. Quando a tensão na fase 1 é positiva, as tensões nas fases 2 e 3 se tornam negativas, obedecendo a lei de variação do fluxo de *Faraday-Neumann-Lenz*. Quando a tensão na fase 1 permanece constante, os fluxos induzidos nas outras fases permanecem constantes e não há tensões induzidas nas fases 2 e 3. Quando a tensão na fase A diminui, as tensões induzidas nas fases 2 e 3 são positivas. A Fig.9 mostra o comportamento da corrente nos terminais A da linha trifásica linha em aberto.

Figura 9. Correntes no terminal A com os terminais B em aberto.

A Fig. 9 mostra o comportamento das correntes nos terminais A da linha de transmissão considerando os terminais B em aberto. Verifica-se que quando a corrente da fase 1 é

positiva, as correntes das fases 2 e 3 são negativas, produzindo tensões negativas em suas respectivas fases. De modo análogo quando a corrente na fase 1 é negativa, as correntes induzidas nas fases 2 e 3 são positivas. Considerando que a fonte de tensão contínua do circuito trifásico da Fig. 4 seja substituída por uma fonte de tensão senoidal dada por (27):

$$v(t) = V_m \cos(2\pi ft) \quad (27)$$

Onde V_m é o valor de pico da tensão e f é a frequência. A linha de transmissão da Fig. 4 será energizada por uma fonte de tensão alternada de 255 kV de pico, correspondendo a uma tensão de linha de 440 kV, e frequência de 60 Hz. A Fig. 10 mostra o comportamento das tensões das fases 1, 2 e 3 em valores por unidade, sendo o valor base de 225 kV.

Figura 10. Tensões nos terminais B em aberto da linha trifásica.

A Fig. 10 mostra o comportamento das tensões nas fases 2 e 3 são influenciados pelo comportamento da tensão da fase 1 devido as indutâncias mútuas da linha de modo análogo ao comportamento observado na Fig. 8. Após o período transitório as tensões induzidas nas fases 2 e 3 se anulam e a tensão na fase 1 atinge seu valor de regime de 1 pu.

Considerando que cada fase da linha será alimentada por tensões $V_1(t)$, $V_2(t)$ e $V_3(t)$ simétricas, equilibradas e defasadas de 120° entre si, conforme mostra a Fig.11, as tensões medidas nos terminais B em aberto da linha podem ser observadas conforme a Fig.12.

Figura 11. Linha trifásica com fonte senoidal simétrica e equilibrada e terminal B em aberto.

Figura 12. Tensões nos terminais B em aberto da linha trifásica com tensões de alimentação simétrica, equilibrada e defasadas de 120° .

A Fig. 12 mostra que a tensão de pico para a fase 1 atinge o valor de 1.8 pu aproximadamente. De modo análogo a fig. 8. Quando a tensão na fase 1 é positiva, as tensões nas fases 2 e 3 se tornam negativas e quando a tensão na fase 1 diminui, as tensões induzidas nas fases 2 e 3 são positivas.

A seguir será considerado que a linha de transmissão trifásica é atingida por uma descarga atmosférica na fase 1 em um determinado momento após sua energização. A tensão de uma descarga atmosférica é descrita pela equação (28).

$$V(t) = V_0(e^{-at} - e^{-bt}) \quad (28)$$

O termo V_0 é a amplitude da tensão e a e b são os coeficientes numéricos. Na simulação, foi considerado que $V_0 = 5100$ V, $a = 1,14 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$, $b = 5,3 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ e a descarga atmosférica ocorre 32,5 ms após a energização da linha. A Fig. 13 mostra as tensões medidas nos terminais B em aberto da linha.

Figura 13. Tensões nos terminais B da linha trifásica em aberto após descarga atmosférica na fase 1.

Na simulação da Fig. 13 não foi considerado o efeito das torres no amortecimento da tensão nos condutores. A tensão resultante na fase 1 será a soma da tensão senoidal e com a tensão da descarga atmosférica no instante 32,5 ms. A amplitude a descarga atmosférica foi considerada com 20 vezes a tensão de base do sistema trifásico. Pode-se verificar que a tensão na fase 1 chega aproximadamente a 3,30 vezes o

valor de regime permanente. As tensões induzidas nas fases 2 e 3 apresentam picos de tensão elevados, mas devido a característica da curva de descarga atmosférica, as oscilações são amortecidas rapidamente.

V. CONCLUSÃO

Neste trabalho pode-se verificar que com o método da decomposição modal é possível obter as correntes e tensões em uma linha de transmissão trifásica. Devido à dificuldade de resolução das equações diferenciais que modelam a linha de transmissão polifásica, o sistema que possui n fases acopladas pode ser representado por n sistemas monofásicos desacoplados que são equivalentes ao sistema original.

Nas Figs. 5 a 7 mostram as tensões distintas para os modos de propagação *alfa*, *beta* e *zero* e pode-se verificar que cada modo se comporta como uma linha monofásica energizada por uma fonte de tensão constante e com o terminal receptor em aberto. Pode-se verificar que o comportamento das correntes e tensões induzidas obedecem a lei de Faraday-Lenz. Na energização com fonte de tensão contínua, a tensão no terminal em aberto irá atingir o valor da fonte de em regime permanente e as tensões nas outras fases serão nulas, pois não há a variação de fluxo mútuo.

Na Fig. 13, após a descarga atmosférica, a tensão na fase 1 é aproximadamente a 3,30 pu e as tensões nas fases 2 e 3 apresentam picos de tensão que se amortecem rapidamente devido ao decaimento exponencial da descarga atmosférica.

Os resultados mostraram que o modelo *Universal Line Model*, aplicado na decomposição modal de linhas polifásicas, pode ser utilizado para estudar transitórios eletromagnéticos de uma linha de transmissão trifásica submetida a diversos processos de energização.

VI. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) ao apoio recebido para o desenvolvimento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- [1] S. Kurokawa, R. C. Silva, "Alternative model of three-phase transmission line theory-based modal decomposition", Revista IEEE América Latina, vol. 10, p. 2074-2079, September 2012.
- [2] M. C. Tavares, J. Pissolato, C.M. Portela., "Mode Domain Multiphase Transmission Line Model-Use in Transient Studies", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, no 4, pp. 1533-1544, October 1999.
- [3] P. Moreno, A. Ramirez., "Implementation of the Numerical Laplace Transform: A Review", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 23, no 4, pp. 2599-2609, October 2008.
- [4] A. Morched, B. Gustavsen et al., "A Universal Model for Accurate Calculation of Electromagnetic Transients on Overhead Lines and Underground Cables". IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 14, No 3, pp. 1032-1038, July, 1999.
- [5] B. Gustavsen, "Validation of Frequency Dependent Transmission Line Models", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 20, No 2, April, 2005, pp. 925-933.

[6] A. Budner, "Introduction of Frequency-Dependent Line Parameters into an Electromagnetic Transients Program". Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on Vol: PAS-89, Issue: 1, January 2005, pp. 88-97.

[7] A. R. J. Araújo, R. C. Silva, S. Kurokawa, L. F. Bovolato, "Analysis of Electromagnetic Transients in Three-Phases Transmission Line using the Modal Decomposition" Sixth IEEE/PES Transmission and Distribution: Latin America Conference and Exposition (T&D-LA), 2012, Montevideo, vol. unique, p. 1-6, September 2012.

numéricos.

Anderson Ricardo Justo de Araújo Graduado em Engenharia Elétrica pela Faculdade de Engenharia Elétrica de Ilha Solteira, UNESP - Ilha Solteira (2012) e atualmente é estudante de mestrado em Engenharia Elétrica na Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, UNESP. Sua principal área de interesse são transitórios eletromagnéticos em sistemas elétricos de potência utilizando métodos

elétricos de potência utilizando métodos numéricos e modelos de linhas de transmissão para simulações de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência.

Rodrigo Cleber da Silva Graduado (2010) e Mestrado (2012) em Engenharia Elétrica na Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista. cursando o Doutorado em Engenharia Elétrica na Universidade Estadual Paulista. Atualmente professor do Instituto Federal de São Paulo (IFSP). Suas principais áreas de interesse são transitórios eletromagnéticos em sistemas elétricos de potência utilizando métodos numéricos e modelos de linhas de transmissão para simulações de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência.

Sérgio Kurokawa (S'01-M'04) Graduado em Engenharia Elétrica (1990). Desde 1994 atua como Professor na Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista (UNESP). Obteve o título de Doutor em Engenharia Elétrica na Faculdade de Engenharia Elétrica e da Computação da Universidade Estadual Paulista (UNICAMP). Suas principais áreas de interesse são transitórios eletromagnéticos em sistemas elétricos de potência e modelos de linhas de transmissão para simulações de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência.