



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

Faculdade de Ciências e Tecnologia
Câmpus de Presidente Prudente

Estudo do Método SPH na Resolução de Problemas de Inpainting

Leticia Braga Berlandi Ferreira

Orientador: Prof. Dr. Wallace Correa de Oliveira Casaca

Programa: Matemática Aplicada e Computacional

Presidente Prudente, Setembro de 2020

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Faculdade de Ciências e Tecnologia de Presidente Prudente

Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional

Estudo do Método SPH na Resolução de Problemas de Inpainting

Leticia Braga Berlandi Ferreira

Orientador: Prof. Dr. Wallace Correa de Oliveira Casaca

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional da Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNESP para obtenção do título de Mestra em Matemática Aplicada e Computacional.

Presidente Prudente, Setembro de 2020

F383e	<p>Ferreira, Leticia Braga Berlandi</p> <p>Estudo do método SPH na resolução de problemas de inpainting / Leticia Braga Berlandi Ferreira. -- Presidente Prudente, 2021</p> <p>95 p. : il., tabs., fotos</p> <p>Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente</p> <p>Orientador: Wallace Correa de Oliveira Casaca</p> <p>1. Retoque digital de imagens. 2. Smoothed particle hydrodynamics. 3. Interpolação. 4. Sistemas de partículas. I. Título.</p>
-------	--

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Estudo do Método SPH na Resolução de Problemas de Inpainting

AUTORA: LETÍCIA BRAGA BERLANDI FERREIRA

ORIENTADOR: WALLACE CORREA DE OLIVEIRA CASACA

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Mestra em MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, pela Comissão Examinadora:

Wallace Correa de Oliveira Casaca

Prof. Dr. WALLACE CORREA DE OLIVEIRA CASACA

Coordenadoria de Curso de Engenharia de Energia / Campus Experimental de Rosana

VIDEOCONFERÊNCIA

Profa. Dra. ANALICE COSTACURTA BRANDI

Departamento de Matemática e Computação / Faculdade de Ciências e Tecnologia de Presidente Prudente

VIDEOCONFERÊNCIA

Prof^a. Dr^a. TAMIRIS TREVISAN NEGRI

Departamento de Matemática e Educação / Instituto Federal de São Paulo - IFSP - Araraquara

Presidente Prudente, 29 de setembro de 2020

Dedico este trabalho a minha família e amigos que de muitas formas me incentivaram e ajudaram para que fosse possível a concretização deste trabalho.

Agradecimentos

Agradeço a Deus, por se fazer presente em todos os momentos, por me ter dotado de saúde, sabedoria e disposição para alcançar mais uma vitória em minha vida.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Wallace Correa de Oliveira Casaca, pela colaboração, paciência e seus conhecimentos repassados durante todo o desenvolvimento do trabalho. Obrigada por exigir de mim muito mais do que eu imaginava ser capaz de fazer. Manifesto aqui minha gratidão eterna por compartilhar sua sabedoria, o seu tempo e a sua experiência.

Aos meus ídolos, meus pais Rosilei e Adilson, pelo amor incondicional e pela paciência. Por terem feito o possível e o impossível para me oferecerem a oportunidade de estudar, acreditando e respeitando minhas decisões e nunca deixando que as dificuldades acabassem com os meus sonhos.

Ao meu irmão Rafael, por ser tão importante na minha vida. Por constantemente me incentivar a correr atrás dos meus objetivos. Obrigada por sempre estar ao meu lado.

A avó Tereza, por ter sentido junto comigo todas as angústias e felicidades, acompanhando cada passo de perto. Pelo amor, amizade, e apoio depositados, além da companhia por todos estes anos.

Ao meu marido Victor, por compreender a importância desta conquista e aceitar a minha ausência quando necessário. Obrigada pela força e por não ter me deixado desistir.

A professora Analice, pela disponibilidade em ajudar e pelas inúmeras sugestões dadas ao longo destes cinco anos de amizade. Obrigada por sempre ter acreditado e depositado sua confiança em mim ao longo de todos estes anos de trabalho que se iniciaram ainda na graduação.

Aos amigos Beatriz e Rafael, pelas ótimas histórias vividas e longos papos dentro e fora da FCT/UNESP, pela amizade, por ajudar a tornar a vida acadêmica muito mais divertida e pelas ajudas no decorrer da graduação e pós-graduação.

*“O caminho que nos leva a vitória é cheio de provas. E quanto mais somos provados
mais nos tornamos aptos a vencer. Se a luta é grande, maior é a vitória”.*
Cecilia Sfalsin

Resumo

O *inpainting* digital, ou retoque digital, é o processo de reconstrução das partes faltantes ou danificadas em uma imagem, tendo como objetivo principal a recomposição gradual dessas áreas, recuperando assim o seu aspecto natural da maneira mais nítida possível. No mundo digital, o *inpainting* refere-se à aplicação de algoritmos sofisticados que reconstituem, por meio de alguma estratégia específica de preenchimento como síntese de texturas, uso de equações diferenciais parciais ou modelos de representação esparsa, as partes perdidas ou corrompidas da imagem. Assim, neste trabalho é proposto um estudo do método *Smoothed Particle Hydrodynamics* para retoque digital de imagens, o que inclui comparações com outros métodos correlatos da literatura. Os fundamentos desse método encontram-se inseridos na teoria de interpolação e em sistemas de partículas, tendo já sido reformulado com sucesso para tratar outras aplicações na frente de Processamento de Imagens como remoção de ruídos e animações gráficas, cuja literatura serviu de apoio para a realização deste trabalho. Além disso, esse método não faz uso de malhas para estimar derivadas, o que o torna bastante interessante e versátil no tratamento do problema de *inpainting*, pois a solução numérica do problema é construída sem que a conectividade entre as partículas dessa aproximação seja preestabelecida. Dessa forma, tem-se como meta obter a harmonização de uma imagem, utilizando a perspectiva humana como referencial para avaliar se o resultado obtido é satisfatório ou não.

Palavras-Chave: *Retoque Digital de Imagens, Smoothed Particle Hydrodynamics, Interpolação, Sistemas de Partículas.*

Abstract

Digital inpainting (or digital retouching) is the process of reconstructing the missing or damaged parts within an image, having as main objective the gradual recomposition of these areas, therefore recovering the natural aspect of the image as clearly as possible. Computationally speaking, the term inpainting refers to the application of sophisticated algorithms that reconstruct, by applying some specific filling strategy such as texture synthesis, partial differential equations or sparse representation models, the missing data or corrupted portions of an image. Bearing this in mind, we propose to apply the so-called Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method for digital image inpainting purposes. The background of such approach lies in interpolation theory and particle systems, which have successfully been reformulated to treat other applications in the field of Image Processing, such as noise removal and graphic animations. Moreover, SPH does not make use of intricate meshes to estimate derivative values, which makes it very interesting and versatile in the treatment of the inpainting problem, since the numerical solution of the related problem is built without imposing any connectivity scheme among the particles. Therefore, the goal of this master degree research is to achieve the visual harmonization of the inpainted image, by using the human vision as a benchmark to assess whether or not the recovered image is satisfactory.

Keywords: *Image Inpainting, Smoothed Particle Hydrodynamics, Interpolation, Particle Systems.*

Lista de Figuras

1.1	Ilustração da (a) imagem danificada e do (b) resultado da restauração através da técnica apresentada em [2].	26
1.2	(a) Imagem inicial, (b) objeto que será removido da imagem e (c) resultado obtido via [17].	26
2.1	Função núcleo em um domínio discretizado.	31
2.2	Animação 2D de uma ferramenta rígida cortando um corpo deformável em duas partes. Fonte: [26].	32
2.3	Animação realística do derramamento de água em um copo. Fonte: [43].	32
2.4	Simulação da interação entre fluidos distintos em uma lâmpada de lava. Fonte: [42].	33
2.5	Animação do derretimento de um objeto que caracteriza o comportamento de um fluido não-Newtoniano. Fonte: [48].	33
2.6	Salpicos do tatu, utilizando (a) 40k, (b) 140k, (c) 185k e (d) 232k partículas nos <i>frames</i> . Fonte: [1].	33
2.7	Modelo realístico de cerveja na sua fase (a) líquida, (b) de bolha e (c) líquida com bolhas. Fonte: [21].	34
2.8	Ilustração do processo de reconstrução da imagem digital. Fonte: [8].	35
2.9	Detecção de borda através do uso da (b) difusão anisotrópica e (c) suavização Gaussiana. Fonte: [49].	36
2.10	Restauração da imagem através do método TV. Fonte: [56].	36
2.11	Restauração da imagem através da pintura elástica. Fonte: [55].	37
2.12	(a) Imagem original, (b) domínio de retoque e restauração da imagem através do (c) método TV e da (d) restauração elástica. Fonte: [55].	37
2.13	(a) Imagem original e restauração da imagem por meio de uma (b) equação de difusão linear e da (c) equação de Ginzburg-Landau. Fonte: [32].	37
2.14	(a) Imagem inicial, (b) imagem danificada e (c) remoção de ruído da imagem através do método SPIR. Fonte: [10].	38
2.15	Abordagem por agrupamento.	39
2.16	Estêncil da aproximação da equação de Laplace pela fórmula dos 5 pontos.	43
3.1	(a) Imagem inicial, (b) imagem danificada e (c) negativo da máscara que contém a área do retoque.	53
3.2	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância Euclidiana.	53
3.3	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância city block.	53

3.4	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Chebyshev.	53
3.5	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Minkowski.	54
3.6	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância Euclidiana.	54
3.7	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância city block.	54
3.8	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância de Chebyshev.	54
3.9	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância de Minkowski.	55
3.10	(a) Imagem inicial, (b) imagem danificada e (c) negativo da máscara que contém a área do retoque.	55
3.11	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância Euclidiana.	56
3.12	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância city block.	56
3.13	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Chebyshev.	56
3.14	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Minkowski.	56
3.15	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância Euclidiana.	57
3.16	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância city block.	57
3.17	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância de Chebyshev.	57
3.18	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância de Minkowski.	57
3.19	(a) Imagem de referência, (b) imagem inicial e (c) negativo da máscara que contém a área do retoque.	58
3.20	Segmentação de imagem para a geração da máscara que contém a área do retoque.	58

3.21	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 12 e (b) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância Euclidiana.	59
3.22	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância city block.	59
3.23	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Chebyshev.	59
3.24	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Minkowski.	60
3.25	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância Euclidiana.	60
3.26	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância city block.	60
3.27	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância de Chebyshev.	61
3.28	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância de Minkowski.	61
3.29	(a) Imagem danificada e (b) negativo da máscara da área do retoque. . . .	62
3.30	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância Euclidiana.	62
3.31	Zoom da imagem retocada com o método SPH, considerando 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância Euclidiana.	63
3.32	(a) Imagem inicial, (b) imagem danificada e (c) negativo da máscara que contém a área do retoque.	63
3.33	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância Euclidiana.	63
3.34	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância city block.	64
3.35	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Chebyshev.	64
3.36	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Minkowski.	64
3.37	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância Euclidiana.	65
3.38	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância city block.	65

3.39	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância de Chebyshev.	65
3.40	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância de Minkowski.	66
3.41	(a) Imagem inicial, (b) imagem danificada e (c) máscara que contém a área do retoque.	66
3.42	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância Euclidiana.	67
3.43	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância city block.	67
3.44	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Chebyshev.	67
3.45	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Minkowski.	68
3.46	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância Euclidiana.	68
3.47	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância city block.	68
3.48	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância de Chebyshev.	69
3.49	Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância de Minkowski.	69
3.50	Aplicação do método (a) AMLE, (b) <i>Harmonic</i> , (c) MS, (d) CH, (e) <i>Transport</i> e (f) SPH no retoque da imagem digital, considerando 6 partículas vizinhas, função spline quártica e distância city block.	78
3.51	Aplicação do método (a) AMLE, (b) <i>Harmonic</i> , (c) MS, (d) <i>Transport</i> e SPH no retoque da imagem digital, considerando (e) 6 partículas vizinhas, função spline quártica e distância Euclidiana, e (f) 6 partículas vizinhas, função spline quártica e distância de Minkowski.	79
3.52	Aplicação do método (a) AMLE, (b) <i>Harmonic</i> , (c) MS, (d) <i>Transport</i> e SPH no retoque da imagem digital, considerando (e) 6 partículas vizinhas, função spline quártica e distância city block, e (f) 6 partículas vizinhas, função spline quártica e distância de Chebyshev.	80
3.53	Aplicação do método (a) AMLE, (b) <i>Harmonic</i> , (c) MS, (d) <i>Transport</i> e SPH no retoque da imagem digital, considerando (e) 12 e (f) 24 partículas vizinhas, função Gaussiana e distância Euclidiana.	81
3.54	Aplicação do método (a) AMLE, (b) <i>Harmonic</i> , (c) MS, (d) <i>Transport</i> e SPH no retoque da imagem digital, considerando (e) 6 partículas vizinhas, função spline quártica e distância Euclidiana, e (f) 6 partículas vizinhas, função Gaussiana e distância de Minkowski.	82

3.55	Aplicação do método (a) AMLE, (b) <i>Harmonic</i> , (c) MS, (d) <i>Transport</i> e SPH no retoque da imagem digital, considerando (e) 6 partículas vizinhas, função Gaussiana e distância de Minkowski, e (f) 6 partículas vizinhas, função spline quíntica e distância city block.	83
------	---	----

Lista de Tabelas

2.1	Comparação entre a mecânica dos fluidos e o retoque de imagens digitais.	35
3.1	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância Euclidiana.	70
3.2	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância city block.	70
3.3	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Chebyshev.	70
3.4	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Minkowski.	70
3.5	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância Euclidiana.	70
3.6	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância city block.	70
3.7	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Chebyshev.	71
3.8	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Minkowski.	71
3.9	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância Euclidiana.	71
3.10	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância city block.	71
3.11	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Chebyshev.	72
3.12	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Minkowski.	72
3.13	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância Euclidiana.	72
3.14	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância city block.	72
3.15	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Chebyshev.	72
3.16	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Minkowski.	72
3.17	Tempo de processamento das imagens retocadas com o método SPH para diferentes valores de k , função Gaussiana e distância Euclidiana.	73
3.18	Tempo de processamento das imagens retocadas com o método SPH para diferentes valores de k , função Gaussiana e distância city block.	73
3.19	Tempo de processamento das imagens retocadas com o método SPH para diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Chebyshev.	73

3.20	Tempo de processamento das imagens retocadas com o método SPH para diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Minkowski.	73
3.21	Tempo de processamento das imagens retocadas com o método SPH para diferentes valores de k , função spline quártica e distância Euclidiana.	74
3.22	Tempo de processamento das imagens retocadas com o método SPH para diferentes valores de k , função spline quártica e distância city block.	74
3.23	Tempo de processamento das imagens retocadas com o método SPH para diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Chebyshev.	74
3.24	Tempo de processamento das imagens retocadas com o método SPH para diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Minkowski.	74
3.25	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância Euclidiana.	74
3.26	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância city block.	75
3.27	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Chebyshev.	75
3.28	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Minkowski.	75
3.29	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância Euclidiana.	75
3.30	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância city block.	75
3.31	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Chebyshev.	75
3.32	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Minkowski.	76
3.33	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância Euclidiana.	76
3.34	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância city block.	76
3.35	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Chebyshev.	76
3.36	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Minkowski.	77
3.37	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância Euclidiana.	77
3.38	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância city block.	77
3.39	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Chebyshev.	77
3.40	Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Minkowski.	77
3.41	Desempenho de cada um dos métodos de comparação.	84
3.42	Desempenho de cada um dos métodos de comparação.	84
3.43	Tempo de processamento das imagens retocadas considerando a execução dos diferentes métodos de comparação.	85
3.44	Desempenho de cada um dos métodos de comparação.	85
3.45	Desempenho de cada um dos métodos de comparação.	85

3.46	Desempenho do método SPH no cálculo do índice de similaridade, considerando a função núcleo Gaussiana, diferentes métricas e diferentes valores de k	86
3.47	Desempenho do método SPH no cálculo do índice de similaridade, considerando a função núcleo spline quártica, diferentes métricas e diferentes valores de k	86
3.48	Desempenho do método SPH no cálculo do índice de similaridade estrutural, considerando a função núcleo Gaussiana, diferentes métricas e diferentes valores de k	87
3.49	Desempenho do método SPH no cálculo do índice de similaridade estrutural, considerando a função núcleo spline quártica, diferentes métricas e diferentes valores de k	87

Lista de Abreviaturas e Siglas

AMLE: *Absolute Minimizing Lipschitz Extension.*

AT: *Ambrosio-Tortorelli.*

CG: *Computação Gráfica.*

CGI: *Computer Generated Imagery.*

CH: *Cahn-Hilliard.*

EDP: *Equação Diferencial Parcial.*

ISO: *International Standards Organization.*

MS: *Mumford-Shah.*

MSE: *Mean Square Error.*

NNP: *Nearest Neighboring Particles.*

PDI: *Processamento Digital de Imagens.*

PSNR: *Peak Signal-to-Noise Ratio.*

SPH: *Smoothed Particle Hydrodynamics.*

SPIR: *Smoothed Particle Image Reconstruction.*

SSIM: *Structural Similarity.*

TV: *Total Variation.*

Sumário

Resumo	7
Abstract	9
Lista de Figuras	10
Lista de Tabelas	15
Lista de Abreviaturas e Siglas	21
1 Introdução	25
1.1 Motivação e Justificativa	27
1.2 Descrição do Problema	27
1.3 Objetivos	28
2 Metodologia e Métodos Adotados	29
2.1 O Método SPH	29
2.1.1 Modelagem de Fluidos na Computação Gráfica Utilizando o Método SPH	31
2.2 Retoque Digital	34
2.2.1 Algoritmos de Restauração em Imagens Digitais	34
2.2.2 Retoque Digital com o Método SPH	38
2.2.3 Utilização de EDPs no Processo de Retoque Digital	40
2.2.3.1 Retoque Digital com o Método AMLE	40
2.2.3.2 Retoque Digital com o Método <i>Harmonic</i>	42
2.2.3.3 Retoque Digital com o Método MS Utilizando a Aproximação AT	44
2.2.3.4 Retoque Digital com o Método CH	45
2.2.3.5 Retoque Digital com o Método <i>Transport</i>	47
2.3 Métricas de Distância	48
2.3.1 Distância Euclidiana	48
2.3.2 Distância City Block	48
2.3.3 Distância de Chebyshev	49
2.3.4 Distância de Minkowski	49
3 Resultados e Discussão	51
3.1 Comparação Envolvendo Diferentes Parâmetros do Método SPH	52
3.1.1 Resultados Qualitativos	52
3.1.2 Resultados Quantitativos	69
3.2 Comparação Entre o Método SPH e Diferentes Técnicas	78
3.2.1 Resultados Qualitativos	78

3.2.2	Resultados Quantitativos	83
3.3	Discussão dos Resultados	86
4	Conclusões	89
	Referências	89

Introdução

Devido ao seu alto viés prático e grande potencial de crescimento no mercado, o problema de *inpainting* digital tem sido amplamente investigado pela indústria de tecnologia e entretenimento, principalmente devido a popularização dos dispositivos portáteis. Empresas de tecnologia de grande projeção como *Microsoft* e *Adobe* tem recrutado parte de seu efetivo trabalho para explorar o problema, no intuito de desenvolver novos filtros de recuperação de fotografias assim como o de aprimorar as tecnologias já existentes em seus softwares profissionais de edição de imagens como, por exemplo, o algoritmo de reconstrução *PatchWorks* [23, 24], acoplado à ferramenta *Microsoft Photo Editor*, e o *PatchMatch* [5, 46], incorporado ao famoso software *Adobe Photoshop*. O problema também tem sido assiduamente explorado pela *Google*, a qual chegou a anunciar em 2017 estar desenvolvendo uma nova metodologia de *inpainting*, entretanto, ainda sem data de previsão de lançamento¹, além de outros esforços coordenados por núcleos específicos de pesquisas no Brasil².

Em termos mais gerais, dada uma imagem danificada e/ou contendo objetos indesejáveis, os processos de *inpainting* ou remoção de objetos tem como prerrogativa produzir uma imagem digital de boa qualidade visual após a execução de um modelo computacional projetado para essa tarefa. Em outras palavras, quando há áreas danificadas ou faltantes na imagem, conforme mostra a Figura 1.1, almeja-se recompor seu aspecto visual natural de forma a minimizar possíveis imperfeições que seriam perceptíveis por um observador humano [14, 17].

¹<https://petapixel.com/2017/05/18/google-will-soon-able-remove-unwanted-objects-photos/>

²<http://g1.globo.com/sp/sao-carlos-regiao/noticia/2014/08/programa-criado-pela-usp-sao-carlos-remove-pessoas-de-foto-de-forma-facil.html>

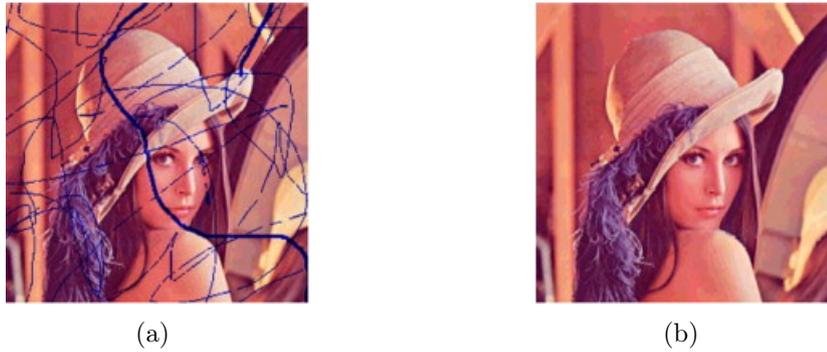


Figura 1.1: Ilustração da (a) imagem danificada e do (b) resultado da restauração através da técnica apresentada em [2].

No caso da aplicação de remoção de objetos, tem-se o mesmo conceito, diferindo-se apenas em termos da área da imagem a ser tratada, que, neste caso, trata-se de um objeto que será removido de dentro da própria imagem, conforme ilustra a Figura 1.2.

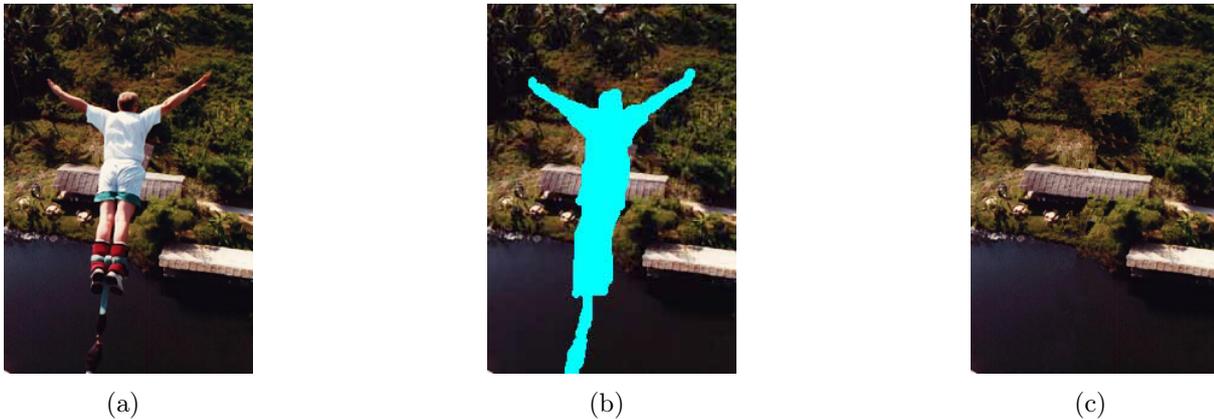


Figura 1.2: (a) Imagem inicial, (b) objeto que será removido da imagem e (c) resultado obtido via [17].

Embora na última década a pesquisa sobre *inpainting* tenha sido quase que exclusivamente voltada às atividades de entretenimento em função das tendências do mercado tecnológico, o problema também se manifesta de forma concreta através de aplicações em outras áreas do conhecimento como, por exemplo, restauração de imagens médicas [33, 62, 57], reconstrução de impressões digitais [50, 36], remoção de artefatos em imagens de sensoriamento remoto [6, 20, 4], entre outras.

Dessa forma, esta pesquisa de mestrado trata do estudo, da comparação e da implementação de métodos referentes ao retoque digital de imagens. Em especial, propõe-se investigar o método de partículas SPH (do inglês *Smoothed Particle Hydrodynamics*), cuja finalidade é a obtenção da harmonização de uma imagem danificada através do método de partículas. Além disso, neste trabalho, foi conduzida uma avaliação das limitações do referido método e da sua eficiência computacional em relação ao tempo de processamento da imagem restaurada. Ainda, como forma de avaliação quantitativa, foram calculados o índice de similaridade e o índice de similaridade estrutural entre duas imagens, a saber, entre a imagem original, sem danificações, e a imagem recuperada.

Sendo assim, o referido texto sintetiza uma descrição das atividades de pesquisa de mestrado desenvolvidas, incluindo a análise do método SPH e a discussão dos resultados obtidos neste trabalho.

1.1 Motivação e Justificativa

O *inpainting* digital fundamenta-se no aperfeiçoamento e na melhoria de fotografias representadas no meio digital, onde o objetivo principal desse processo é reconstruir as partes perdidas e/ou danificadas de uma imagem, recuperando assim a sua verdadeira aparência da maneira mais nítida possível a vista de um observador que não possui acesso à imagem inicial. Entretanto, é preciso uma atenção especial na escolha adequada dos métodos aplicados ao problema de *inpainting* [13].

Os métodos numéricos empregados na solução do problema de *inpainting* têm grande impacto nos resultados e no custo computacional. E esse fato justifica a investigação proposta nesta pesquisa, pois a escolha correta do método de solução pode implicar em variações nos resultados, principalmente do ponto de vista computacional. Além disso, a escolha do método de reconstrução mais adequado influencia fortemente na qualidade visual final do retoque. Porém, alguns métodos produzem reconstruções com maior qualidade gráfica do que outros, e em contrapartida, alguns são mais custosos em relação ao tempo de execução e assim por diante.

Sendo assim, a motivação deste trabalho consiste em avaliar os métodos de solução do problema de *inpainting* de imagens, analisando os resultados obtidos por métodos numéricos e, principalmente, o tempo computacional gasto na geração da atenuação das lacunas presentes em uma imagem digital. Nesse sentido, é preciso estar atento ao tempo de processamento, que deve ser um dos fatores preponderantes na decisão de utilização de um método numérico, visto que em algumas aplicações, o tempo de processamento de um método numérico pode ser tão grande ao ponto de tornar impraticável o seu uso. Finalmente, análises empíricas sobre a eficiência do método SPH considerando diferentes métricas e parâmetros de entrada também são pontos que foram explorados neste trabalho.

1.2 Descrição do Problema

O retoque digital de imagens é capaz de recuperar fotos com defeitos como, por exemplo, as desgastadas pelo tempo ou danificadas por dobraduras e arranhões. Além de corrigir os defeitos, também é possível acrescentar e remover objetos que devem ser previamente especificados. Diante disso, este trabalho propõe a aplicação do método SPH no processo de recuperação de uma imagem digital com dados faltantes.

Sabe-se que os princípios do método SPH são baseados no conceito de interpolação e em sistemas de partículas, ou seja, o método aproxima o valor de uma função ou suas derivadas através de conceitos de interpolação aliados a uma função núcleo. Além disso, diferente de modelagens clássicas que envolvem métodos de discretização numérica em malhas [38, 22], o método SPH não requer conexão entre os nós do domínio de simulação (*meshless*), isto é, este não faz uso de nenhuma malha no processo de interpolação para estimar as derivadas, mas baseia-se na interação de cada nó com todos os seus vizinhos, sendo essa uma das vantagens atribuídas quanto ao tratamento de imagens em geral.

Sendo assim, a descrição do problema de *inpainting* abordado neste trabalho consiste na avaliação sistemática de métodos capazes de completar as partes perdidas e/ou danificadas de uma imagem digital, seja por imperfeição ou pela retirada de alguma área ou objeto. Um maior detalhamento dos modelos estudados nesta pesquisa encontra-se no Capítulo 2, especificamente, na Seção Terciária 2.2.2.

1.3 Objetivos

O objetivo desta pesquisa é investigar a aplicação de *inpainting* digital utilizando o método SPH, propiciando assim a reconstrução de eventuais perdas de dados e danos presentes em uma imagem, tornando-a mais nítida e próxima do seu formato original. Especificamente, foi feita uma investigação acerca da ideia básica do retoque digital de imagens com o método SPH para determinar se a imagem restaurada apresentaria uma boa aparência visual após seu processamento, isto é, de forma que as alterações nos pixels corrompidos da mesma fossem imperceptíveis a vista de um observador que não esteja familiarizado com a imagem inicial.

Como objetivo específico, a metodologia do processo de *inpainting* utilizando o método SPH foi aplicada para analisar e comparar a similaridade entre a imagem corrigida e a imagem inicial. Além disso, para validar os códigos implementados, recorre-se à plataforma *MATLAB*, a qual foi utilizada para conferir os resultados obtidos nesta pesquisa com outras técnicas já consolidadas na literatura.

Metodologia e Métodos Adotados

A seguir são apresentados os métodos para resolver computacionalmente o problema sob investigação, onde serão introduzidos alguns conceitos do ponto de vista da estrutura matemática para se ter uma visão mais geral sobre a técnica *inpainting* digital associada ao método SPH.

2.1 O Método SPH

O SPH é um método numérico de abordagem Lagrangeana e, por se tratar de um método sem malha, visa a obtenção de soluções numéricas consistentes com base em uma determinada coleção de partículas sem a utilização de qualquer malha que venha a definir as ligações entre elas. Além disso, há ainda algumas vantagens em relação aos tradicionais métodos com malha, as quais são:

- Representa-se o domínio através de um sistema de partículas sem conectividade fixa. Assim, tratar de grandes modificações é relativamente mais fácil;
- Cada partícula é um elemento do domínio, então a massa do sistema é usualmente conservada;
- A facilidade em discretizar geometrias complexas é uma característica intrínseca dos métodos sem malha, uma vez que só é necessário realizar a discretização inicial do domínio computacional;
- O refinamento de um sistema de partículas é uma tarefa computacionalmente mais simples de ser executada do que refinar uma malha;
- Há uma maior facilidade em capturar superfícies livres e suas mudanças topológicas.

Esse método foi criado na década de 70 com a finalidade de simular fenômenos envolvendo fluidos compressíveis em Astrofísica como, por exemplo, colisão de estrelas, formação de galáxias e supernovas [30, 39]. Por apresentar uma simples formulação e se basear em partículas, o método é eficiente o bastante para permitir a simulação de certos fenômenos físicos.

Matematicamente, pode-se definir o método SPH como sendo uma aproximação para uma determinada função contínua e suas derivadas, com base em um conjunto de partículas em que cada função e suas derivadas em uma determinada partícula são aproximadas por uma média aritmética ponderada das partículas vizinhas. A formulação

básica desse método pode ser dividida na representação integral de uma função e na aproximação por partículas. Por exemplo, no campo da restauração de imagens, tais partículas são usualmente interpretadas como sendo um conjunto de pixels.

Assim, seja f uma função contínua definida em um domínio $\Omega \subset \mathbb{R}^2$. Usa-se como núcleo a função $W_h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, dada por

$$W_h = W(R), \quad (2.1)$$

onde $R = \frac{\|\mathbf{x}\|}{h}$, \mathbf{x} é a partícula vizinha da partícula \mathbf{u} , h é o raio do suporte compacto de \mathbf{u} , dado por (2.3), e $W(r) = 0$ caso $r > \kappa$, com r sendo a distância entre as partículas \mathbf{u} e \mathbf{x} , e $\kappa \in \mathbb{R}$ relacionado ao núcleo W . Além disso, ressalta-se que o núcleo W_h deve ser escolhido como sendo uma função diferenciável em cada ponto do raio de influência e deve possuir integral unitária.

Baseando-se na representação integral de uma função, tem-se que

$$f^h(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x})W_h(\mathbf{u} - \mathbf{x})d\Omega. \quad (2.2)$$

Nesse método, o sistema é representado por um número finito de partículas distribuídas arbitrariamente sobre o domínio do problema. O domínio da função núcleo W_h em um determinado ponto $\mathbf{u} \in \Omega$ é igual a

$$V(\mathbf{u}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : \|\mathbf{x} - \mathbf{u}\| \leq \kappa h\}, \quad (2.3)$$

e é chamado de suporte compacto de \mathbf{u} .

A função f^h , representada pela integral (2.2), pode ser escrita de forma discreta através da aplicação de um somatório sobre todas as partículas internas ao domínio de suporte. Tal processo recebe o nome de aproximação por partículas e é dado pela seguinte equação:

$$f^h(\mathbf{u}) = \sum_{x \in V(\mathbf{u})} f(\mathbf{x})W_h(\mathbf{u} - \mathbf{x})V_{\mathbf{x}}, \quad (2.4)$$

onde o volume finito $V_{\mathbf{x}}$, que substitui $d\Omega$, é a medida do suporte compacto no entorno da partícula \mathbf{x} . Isso significa que é possível aproximar o valor da função f na posição \mathbf{u} por meio dos valores amostrados na vizinhança de \mathbf{u} , ponderados por uma função de suavização.

A qualidade dos resultados depende diretamente do comportamento de h_j , que refere-se ao raio do suporte compacto de uma partícula \mathbf{x}_j , uma vez que é o responsável por determinar a parcela de partículas vizinhas utilizadas na equação (2.4). Tomando um valor baixo para h_j , pode haver um número escasso de partículas vizinhas dentro do suporte compacto. Em contrapartida, tomando um valor alto para h_j , haverá suavização das propriedades locais. Dessa forma, é de suma importância a determinação da quantidade de partículas vizinhas antes da aplicação do método SPH.

Para um maior entendimento por parte do leitor, optou-se em ilustrar o domínio discretizado juntamente com a função núcleo W e o raio de suporte h , conforme a Figura 2.1.

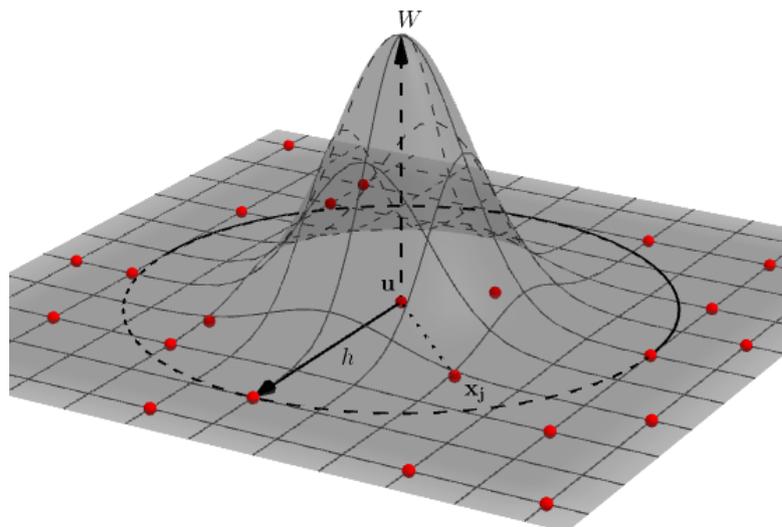


Figura 2.1: Função núcleo em um domínio discretizado.

A Figura 2.1 representa o domínio através de um conjunto de partículas. No centro, mostra-se a partícula \mathbf{u} com sua respectiva zona de influência com raio h e, além disso, a partícula \mathbf{x}_j forma o conjunto de partículas no interior da zona de influência.

Como é conhecido, o método SPH é um método sem malha e, tratando-se da aproximação numérica de equações diferenciais, a sua discretização se dá através de um conjunto de partículas, que também estão associadas a outras propriedades individuais relacionadas à física do fenômeno simulado como, por exemplo, temperatura, densidade e massa. Ainda, como o método é discretizado por um conjunto de partículas, as partículas da discretização não possuem conectividade entre si. Dessa forma, para obter a solução numérica de equações é preciso aproximar alguns operadores: o divergente, o gradiente e o Laplaciano [12]. E, para determinar o padrão da aproximação e definir a dimensão do suporte de influência, a consistência e a precisão, são utilizadas funções núcleo.

Para maiores detalhes sobre o método SPH, tendo se interessado pelo assunto a partir da leitura da breve descrição do método aplicado na solução numérica de equações, aconselha-se que o leitor consulte o trabalho realizado por Takata, intitulado “Aspectos teórico-numéricos dos métodos SPH e MPS” [58].

2.1.1 Modelagem de Fluidos na Computação Gráfica Utilizando o Método SPH

As Imagens Geradas por Computador (CGI, do inglês *Computer Generated Imagery*) ou a popular CG (Computação Gráfica) é uma área da Ciência da Computação que dedica-se ao estudo e interpretação de como se dá a geração de imagens tridimensionais produzidas em computadores para a simulação de objetos reais, objetos imaginários, ou dados coletados por equipamentos na natureza como, por exemplo, tomógrafos e satélites meteorológicos.

De acordo com a ISO (do inglês *International Standards Organization*), a CG é definida por uma coleção de meios e procedimentos em que se armazena diferentes dados em dispositivos que possuem a capacidade de exibir objetos gráficos, via computador. Aliado a isso, tem-se que os computadores vem se desenvolvendo gradativamente, estando cada vez mais potentes e aptos a produzirem diversos efeitos artísticos associados ao

Processamento Digital de Imagens (PDI) aplicado, por exemplo, no contexto do retoque digital. Com isso, devido à escassez do método SPH na literatura de *inpainting*, nesta seção são apresentadas algumas aplicações do referido método na frente de CG em função da alta intersecção entre CG e PDI.

Um dos primeiros trabalhos na área da CG a empregar o método SPH na animação de corpos altamente deformáveis foi o artigo [26], donde se obtém a Figura 2.2. A ideia básica dessa técnica é garantir uma simulação válida e estável de corpos deformáveis através de um sistema de partículas, tendo ciência das grandezas físicas que descrevem o comportamento dos corpos, tais como a posição, o deslocamento, a velocidade e a aceleração da partícula, assim como a relação entre esses parâmetros.

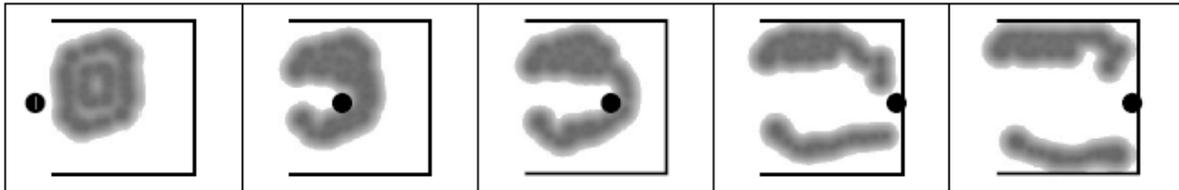


Figura 2.2: Animação 2D de uma ferramenta rígida cortando um corpo deformável em duas partes. Fonte: [26].

Depois de algum tempo, outros autores conseguiram resolver as equações de Navier-Stokes com o método SPH e realizaram uma simulação que pode ser vista na Figura 2.3 [43].

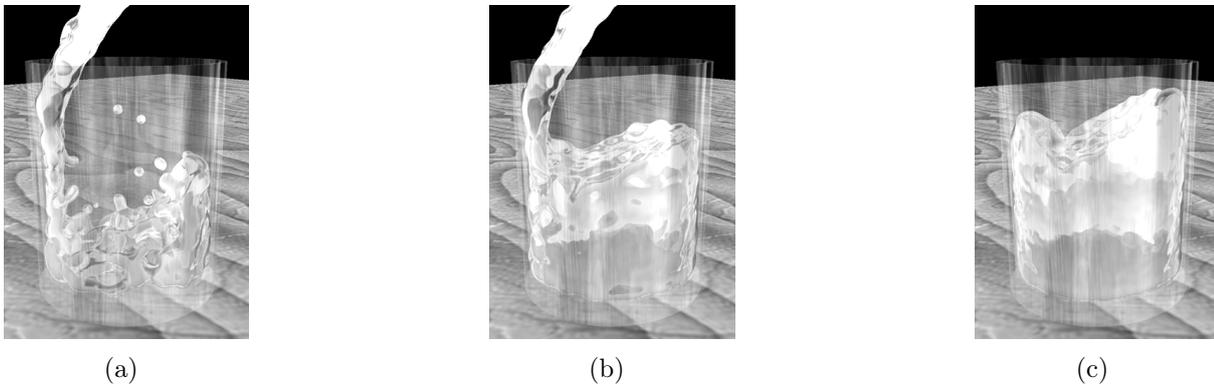


Figura 2.3: Animação realística do derramamento de água em um copo. Fonte: [43].

A partir de então, diversos trabalhos contribuíram para o desenvolvimento de novas técnicas para a criação de animações envolvendo fluidos a partir de um sistema de partículas, inclusive, utilizou-se o método SPH para efetuar a modelagem da interação entre fluidos, conforme mostra a Figura 2.4 [42].

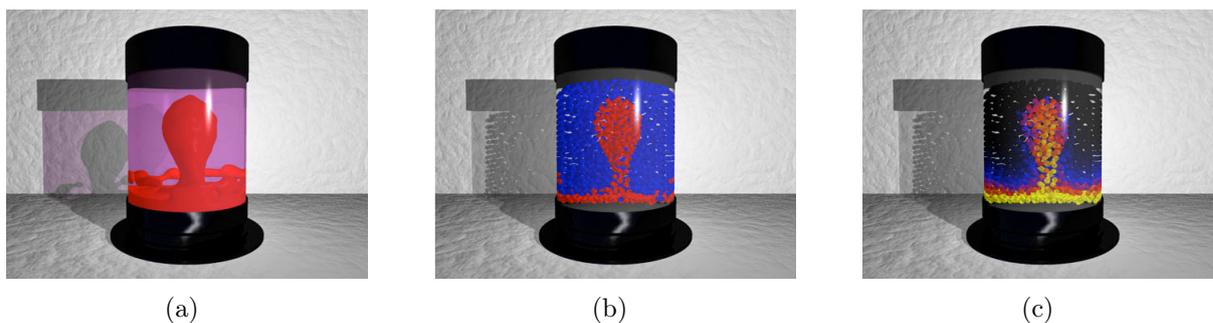


Figura 2.4: Simulação da interação entre fluidos distintos em uma lâmpada de lava. Fonte: [42].

Na Figura 2.5, é possível observar a passagem de um objeto do estado sólido para o estado líquido, devido a temperatura aplicada no derretimento do mesmo [48].

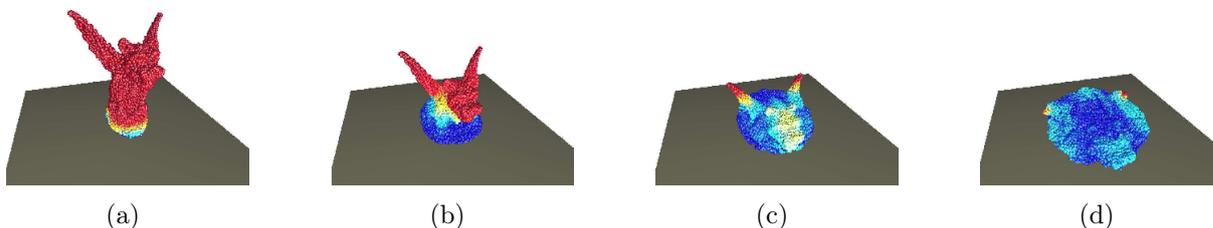


Figura 2.5: Animação do derretimento de um objeto que caracteriza o comportamento de um fluido não-Newtoniano. Fonte: [48].

Nesse caso, uma EDP (Equação Diferencial Parcial) parabólica é utilizada – conhecida como equação do calor ou equação da difusão térmica – na distribuição da temperatura no sólido. Ressalta-se também que o objeto em questão simboliza um fluido não-Newtoniano tal que a alteração dos estados desse fluido dá-se de alta para baixa viscosidade.

No trabalho de Adams et al. (2007) [1], os autores apresentam uma abordagem adaptada à simulação de fluidos através de partículas, onde se estabeleceu uma condição para o uso do método SPH: pode-se aprimorar o tamanho da região com base na quantidade de partículas imprescindíveis na exibição das particularidades do fluido, conforme mostra a Figura 2.6.

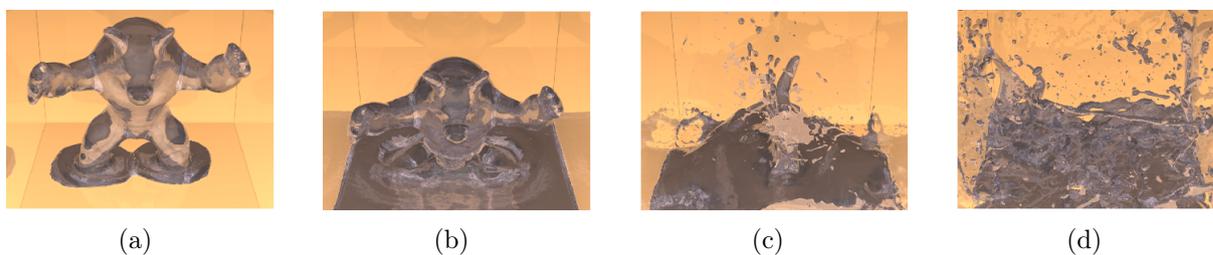


Figura 2.6: Salpicos do tatu, utilizando (a) 40k, (b) 140k, (c) 185k e (d) 232k partículas nos *frames*. Fonte: [1].

Por fim, foi apresentado em [21] um método baseado em partículas capaz de criar animações muito realistas de bolhas em fluidos, conforme ilustra a Figura 2.7. Essa técnica permite que as bolhas se formem e se dissolvam no líquido, possibilitando a movimentação e colisão das mesmas caso sejam agitadas devido a alguma ação externa. Com isso, os

autores apresentam uma simulação do comportamento dinâmico das bolhas de um copo de cerveja, embasando-se na teoria do método SPH sem o uso de malhas, o que faz com que esse método capture aspectos que são difíceis de serem capturados por métodos tradicionais baseados em malhas.

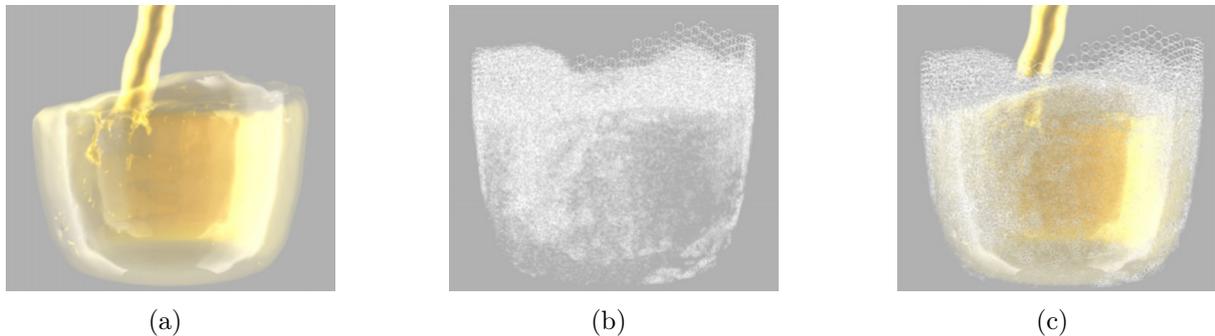


Figura 2.7: Modelo realístico de cerveja na sua fase (a) líquida, (b) de bolha e (c) líquida com bolhas. Fonte: [21].

2.2 Retoque Digital

O presente trabalho consiste em restaurar imagens digitais, recompondo partes desejáveis das mesmas de maneira que a sua aparência natural seja restaurada. Dessa forma, a seguir apresenta-se alguns métodos empregados para a recuperação das partes degradadas de uma imagem digital. Inicia-se pela explicitação de como se dá o desenvolvimento de diversos métodos de restauração de imagens digitais. Em seguida, é apresentada a formulação do método SPH adaptado ao retoque digital e também a descrição de cinco métodos clássicos de *inpainting* digital: o Método de Minimização Absoluta da Extensão de *Lipschitz* (AMLE, do inglês *Absolute Minimizing Lipschitz Extension*), o Método Harmônico (*Harmonic*), Equação de *Mumford-Shah* (MS), Equação de *Cahn-Hilliard* (CH) e Equação do Transporte (*Transport*), que são métodos baseados na utilização de EDPs [53].

2.2.1 Algoritmos de Restauração em Imagens Digitais

A realização da restauração de representações gráficas é tão antiga quanto a própria criação artística, onde tem-se por objetivo restabelecer as partes danificadas de uma obra de arte, reconduzindo-a à sua forma inicial. Por se tratar de um trabalho excessivamente manual e refinado, o mesmo foi conduzido ao longo dos anos apenas por artistas habilitados, onde técnicas especiais de restauração foram aplicadas [35]. No entanto, com o passar das décadas, devido ao aparecimento do conceito de imagem digital, realizou-se a automatização dessa função por meio de softwares editores de imagens.

No contexto de restauração digital, existem diversas aplicações que envolvem o uso de métodos relacionados ao *inpainting* digital, podendo esse ser abordado sob diferentes teorias matemáticas e ferramentas computacionais. Nesse contexto, modelos matemáticos suaves de restauração têm sido difundidos. A seguir, apresenta-se alguns trabalhos envolvendo algumas dessas metodologias.

Bertalmio *et al.* [8] foram os pioneiros a desenvolver um algoritmo de *inpainting* baseado em EDPs. O modelo é baseado em EDPs não lineares e tenta replicar as técnicas básicas utilizadas por artistas de museus especializados em restauração. Após o usuário selecionar as regiões a serem restauradas, o algoritmo preenche automaticamente essas

regiões com as informações ao seu redor, conforme ilustra a Figura 2.8. O preenchimento é feito por meio da ligação das linhas isocrômicas, também chamadas de isofotos (do inglês *isophotes*), isto é, linhas de propagação de mesma tonalidade de cor cinza que se encontram no limite da região que será restaurada [40], de modo que os níveis de cinza na borda da região danificada se estendam continuamente para o interior.



Figura 2.8: Ilustração do processo de reconstrução da imagem digital. Fonte: [8].

Alguns autores realizaram uma comparação entre as equações que modelam o retoque digital e as que simulam o transporte de vorticidade em fluidos incompressíveis, onde relações e semelhanças entre uma imagem e um fluido Newtoniano bidimensional foram estabelecidas [7]. De fato, a equação proposta por Bertalmio *et al.* [8], em seu estado estacionário, equivale às equações de Euler para fluidos incompressíveis e invíscidos (fluidos não viscosos), nas quais a função de intensidade da imagem desempenha o papel da função corrente no problema do fluido. Dessa forma, pela analogia entre a função de corrente de um fluido incompressível bidimensional e a função de intensidade de uma imagem no retoque digital, obtém-se a Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Comparação entre a mecânica dos fluidos e o retoque de imagens digitais.

Mecânica dos Fluidos	PDI
Função corrente: Ψ	Intensidade de imagem: I
Velocidade do fluido: $V = \nabla^\perp \Psi$	Direção dos isofotos: $\nabla^\perp I$
Vorticidade: $\omega = \Delta \Psi$	Suavidade: $\omega = \Delta I$
Viscosidade: ν	Difusão anisotrópica: ν

Fonte: [41].

As condições de contorno do *inpainting* coincidem com o valor de intensidade da imagem na borda da região da pintura e também na direção dos isofotos. Já para o problema de fluido, essa é efetivamente uma condição de contorno generalizada que requer uma formulação de Navier Stokes, introduzindo um termo de difusão. Essa analogia também mostra por que a difusão é necessária no problema de *inpainting*. Na prática, a difusão não linear [49, 52] funciona muito bem para evitar o borrimento das bordas na pintura, conforme mostra a Figura 2.9.

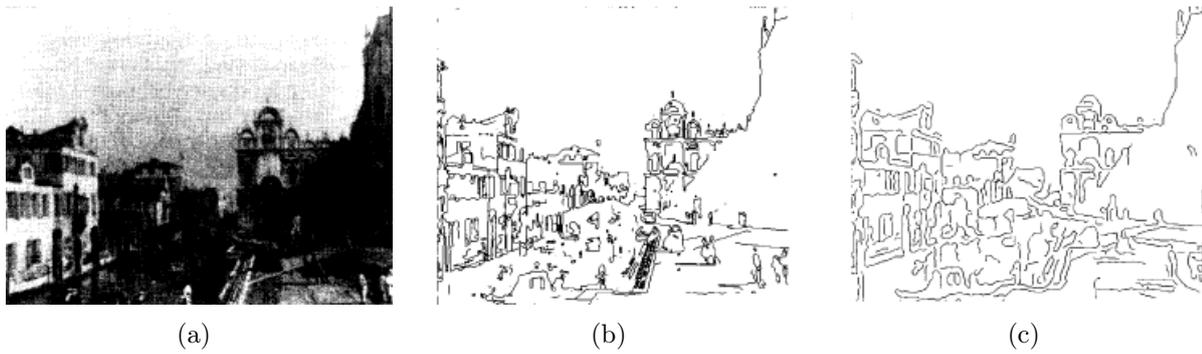


Figura 2.9: Detecção de borda através do uso da (b) difusão anisotrópica e (c) suavização Gaussiana. Fonte: [49].

Há também uma outra abordagem de *inpainting* que foi proposta por Chan e Shen [56], que introduziram a ideia de que modelos bem estabelecidos de remoção de ruídos e de segmentação de imagens podem ser adaptados para o retoque digital por meio de uma simples modificação. Tais modelos geralmente incluem um termo de fidelidade que mantém as soluções próximas à imagem fornecida. Ao restringir os efeitos do termo de fidelidade ao complemento da região a ser preenchida, Chan e Shen mostraram que imagens muito boas podem ser obtidas. Na lacuna a ser preenchida, os modelos de Chan e Shen reconstróem as características ausentes na região faltante de modo a recuperar o aspecto natural da imagem.

A primeira técnica introduzida por Chan e Shen baseia-se no método de *denoising* TV (do inglês *Total Variation*) [51]. Esse modelo pode se propagar com sucesso através das linhas de contorno até o domínio danificado. No entanto, por causa de um termo de regularização, o modelo impõe uma penalidade no comprimento das bordas e, portanto, o modelo de reconstrução não tem a habilidade de conectar contornos envolvendo distâncias muito grandes, conforme mostra a Figura 2.10. Outra ressalva é que esse modelo não estende continuamente a direção dos isofotos através da fronteira do domínio de retoque.



Figura 2.10: Restauração da imagem através do método TV. Fonte: [56].

Posteriormente, Chan *et al.* [55] introduziu um novo modelo variacional de retoque digital, que herdou as características positivas das formulações baseadas no princípio da variação total. Esse modelo é motivado pelo trabalho de Nitzberg *et al.* [47] e inclui um novo termo de regularização, que penaliza não apenas o comprimento das bordas em uma imagem, mas a integral do quadrado de curvatura ao longo dos contornos das bordas. Isso permite que os isofotos sejam conectados às grandes distâncias e que suas direções sejam mantidas contínuas ao longo da borda da região a ser reconstruída, conforme evidenciam as Figuras 2.11 e 2.12.

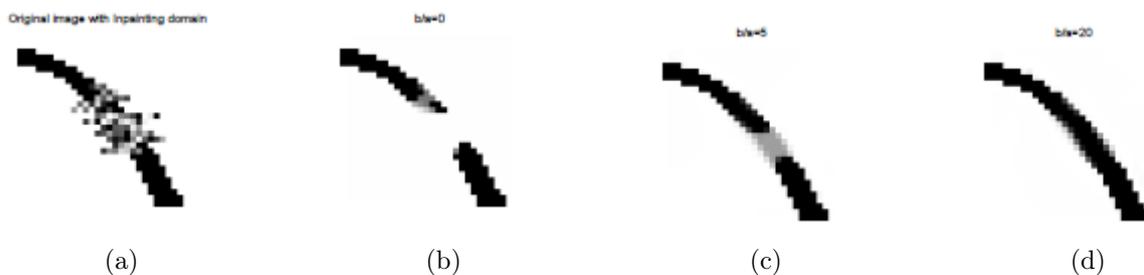


Figura 2.11: Restauração da imagem através da pintura elástica. Fonte: [55].



Figura 2.12: (a) Imagem original, (b) domínio de retoque e restauração da imagem através do (c) método TV e da (d) restauração elástica. Fonte: [55].

De outro modo, Grossauer e Scherzer [32] usaram a equação complexa de Ginzburg-Landau em uma técnica para pintar imagens em tons de cinza. Esse método atribui à parte real u uma grandeza complexa $w = u + iv$ como sendo os valores da escala de cinza da imagem. A grandeza complexa w é então forçada pelo algoritmo a situar-se em um círculo unitário, centrado na origem, no plano complexo. A equação complexa de Ginzburg-Landau resulta então em um sistema acoplado a ser resolvido para u e v , respectivamente.

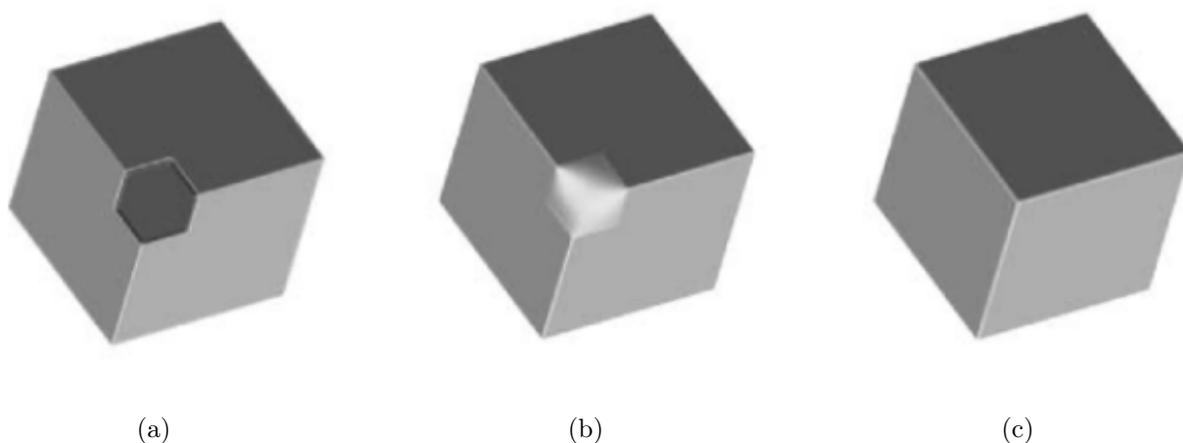


Figura 2.13: (a) Imagem original e restauração da imagem por meio de uma (b) equação de difusão linear e da (c) equação de Ginzburg-Landau. Fonte: [32].

Na Figura 2.13, tem-se que uma das quinas do cubo foi cortada. Ao utilizar uma determinada equação de difusão linear, obtém-se como resultado uma imagem em que a região de reconstrução fica bem realçada após o retoque. Já com a equação de Ginzburg-Landau, um canto perfeito é alcançado.

Por fim, na linha do SPH, uma nova técnica para remover o ruído em uma imagem foi apresentada em [10], donde se obtém a Figura 2.14. O algoritmo usa a abordagem por dispersão para discretizar a representação integral do método SPH, sendo conhecido como SPIR (do inglês *Smoothed Particle Image Reconstruction*). Embora seja eficaz na remoção de ruído, o método SPIR não possui compatibilidade para o problema do retoque digital, pois é ineficaz na restauração de um grande número de pixels reunidos.



Figura 2.14: (a) Imagem inicial, (b) imagem danificada e (c) remoção de ruído da imagem através do método SPIR. Fonte: [10].

Embora exista na literatura métodos capazes de produzir resultados satisfatórios frente a certos contextos supervisionados pelo usuário, é importante ressaltar que esta pesquisa estuda um modelo de retoque digital pouco explorado na literatura, o SPH. Mais especificamente, o intuito deste trabalho está em explorar o uso do método SPH, que se trata de um método lagrangeano sem malha, na resolução de problemas de *inpainting*. É importante enfatizar que a categoria de métodos sem malha se refere a uma classe de métodos que utilizam um conjunto finito de partículas para discretizar o estado e a dinâmica de um sistema.

Como o estudo e o desenvolvimento de métodos numéricos robustos para o retoque digital de imagens são de extrema importância para a comunidade científica que trabalha com análise e formulação de métodos numéricos na restauração de fotografias digitais, o presente trabalho agrega conhecimentos e promove o aprimoramento de métodos de retoque digital, desenvolvimento de códigos e a construção de técnicas que sejam mais eficientes no contexto de foto-edição.

2.2.2 Retoque Digital com o Método SPH

O primeiro trabalho a aplicar o método SPH no âmbito do retoque digital foi Mazzini (2017) [41]. O algoritmo em estudo exprime a ideia de que, dada uma imagem danificada, é necessário discretizar cada um dos seus canais de cores

$$I : [1, a] \times [1, b] \subset \mathbb{N}^2 \rightarrow [0, 1] \subset \mathbb{R}, \quad (2.5)$$

em um conjunto de partículas $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$. Além disso, o usuário deverá fornecer uma máscara de retoque (domínio de retoque/*inpainting*):

$$M : [1, a] \times [1, b] \subset \mathbb{N}^2 \rightarrow \{0, 1\} \subset \mathbb{R}, \quad (2.6)$$

capaz de especificar a área da imagem que deverá ser restaurada, e um inteiro $k = 1, \dots, n$, com $n = a \times b$ sendo o tamanho da imagem. É válido notar que, na prática, a máscara

guia M é uma matriz binária que delimita os objetos a serem tratados pelo método na imagem.

Seja p_k uma partícula que representa um dado pixel, com coordenadas (i_k, j_k) em $[1, a] \times [1, b]$, e considere $I_k = I(i_k, j_k)$ como sendo a intensidade do canal de cor armazenada nesse pixel. Para cada pixel corrompido na imagem, o referido algoritmo baseia-se na abordagem por agrupamento (*gather approach*) para realizar a busca dos k vizinhos mais próximos a esse pixel e o método em estudo irá atribuir uma cor ao pixel baseando-se na interpolação das cores dos pixels vizinhos. Para maiores detalhes, vide a Figura 2.15.

Como já se sabe, h é a medida do raio do suporte compacto de \mathbf{u} , enquanto \mathbf{x}_j configura o conjunto de todas as partículas vizinhas que estão na parte de dentro dessa região. Então, para realizar o agrupamento das k partículas vizinhas, é necessário que o usuário declare um valor fixo para k de modo que a medida de h seja atualizada até a obtenção das k partículas vizinhas que estão compreendidas nesse espaço.

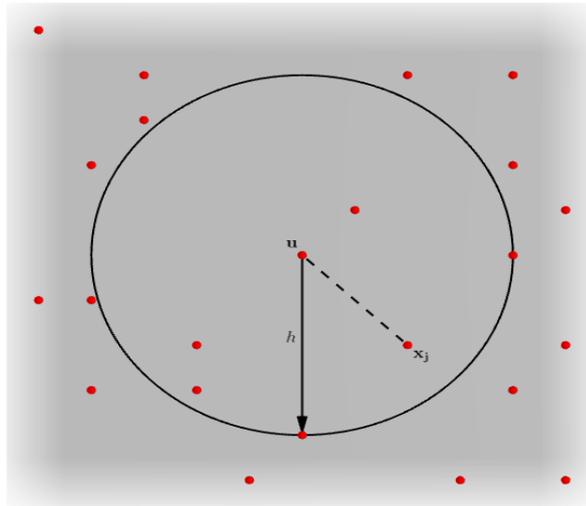


Figura 2.15: Abordagem por agrupamento.

Baseando-se nas informações acima, tem-se que uma partícula corrompida p_k é restaurada através da equação

$$I_k = \sum_{j \in N_k} I_j W_{kj} V_j, \quad (2.7)$$

onde N_k é um conjunto contendo os índices das k partículas vizinhas mais próximas (NNP, do inglês *Nearest Neighboring Particles*) de p_k , $W_{kj} = W_h(r_{kj})$ é a função núcleo com r_{kj} sendo a distância entre as partículas p_k e p_j e $V_j = \frac{1}{k}$ é o elemento de área da partícula p_j . Além disso, vale ressaltar que as funções núcleo utilizadas no presente trabalho foram a Gaussiana:

$$W(R_j, h_i) = \frac{1}{\pi h_i^2} e^{-R_j^2}, \quad (2.8)$$

e a spline quártica:

$$W(R_j, h_i) = \frac{7}{478\pi h_i^2} \cdot \begin{cases} (3 - R_j)^5 - 6(2 - R_j)^5 - 15(1 - R_j)^5, & 0 \leq R_j < 1 \\ (3 - R_j)^5 - 6(2 - R_j)^5, & 1 \leq R_j < 2 \\ (3 - R_j)^5, & 2 \leq R_j < 3 \\ 0, & R_j \geq 3 \end{cases}, \quad (2.9)$$

onde $R_j = \|p_i - p_j\|$ em ambos os casos.

Para explicitar a técnica descrita, considere o seguinte pseudocódigo:

Algoritmo 1: Algoritmo de *inpainting* baseado no método SPH.

Dados: A = imagem danificada; M = máscara; k = número de vizinhos mais próximos.

Resultado: R = imagem restaurada.

```

1 % Determine os  $k$  vizinhos mais próximos de cada partícula corrompida  $p_k$ 
2 para cada partícula  $p_k$  a ser restaurada faça
3   | Determine  $N_k$  com  $N_k \cap M = \emptyset$ 
4 fim
5 % Inicie a restauração da imagem copiando as partículas fora de  $M$ 
6  $R = A$ 
7 % Avalie o atributo de cor de cada partícula corrompida  $p_k$ 
8 para  $p_k \in M$  faça
9   | Determine  $R(p_k)$  através da equação (2.7)
10 fim

```

Na ausência de outras propostas de retoque digital baseadas na formulação SPH, apresenta-se algumas técnicas correlatas da área de *inpainting* (EDPs) que, embora possam se distinguir da modelagem clássica do SPH, apresentam resultados similares quando comparadas ao SPH na tarefa de *inpainting* digital, pois também se baseiam no conceito de suavização das áreas a serem re-preenchidas na imagem.

2.2.3 Utilização de EDPs no Processo de Retoque Digital

Nas seguintes seções quaternárias, apresenta-se a descrição de modelos aplicados ao retoque digital de imagens que se baseiam em EDPs.

2.2.3.1 Retoque Digital com o Método AMLE

Seja u uma função de imagem considerada em um domínio finito imposta a um domínio contínuo $\Psi \subset \mathbb{R}^2$, exceto em um ponto x_0 do domínio. Calcula-se $u(x_0)$ prolongando as informações dos pixels vizinhos da imagem que se encontram ao longo do gradiente da função de imagem. Casas e Torres [18] consideraram essa ideia e propuseram um algoritmo de interpolação que reduz a interpolação para calcular u em x_0 como

$$u(x_0) = \frac{1}{2} (u(x_0 + h\nabla u) + u(x_0 - h\nabla u)) + O(h^2),$$

onde o gradiente $\nabla u(x_0)$ pode ser aproximado por diferenças centrais avaliadas nos pontos vizinhos (conhecidos) do domínio. Da mesma forma, pela expansão de Taylor e tomando $h \rightarrow 0$, obtém-se

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(\nabla u, \nabla u)(x_0) = 0, \quad \text{em } R. \quad (2.10)$$

A equação (2.10) dá origem ao modelo de *inpainting* AMLE junto à condição

$$u|_{\Omega R} = \phi, \quad (2.11)$$

onde ΩR é a fronteira da região R .

Definição 1 Tome $R \subset \mathbb{R}^2$ aberto e delimitado com o limite de Lipschitz. O AMLE de uma função $\phi|_{\Omega R}$ em R é uma função de Lipschitz u em R tal que

$$\sup_{x \in \tilde{R}} |\nabla u(x)| \leq \sup_{x \in \tilde{R}} |\nabla \phi(x)|,$$

para todos os $\tilde{R} \subset R$ e ϕ de modo que $u - \phi$ seja Lipschitz em \tilde{R} e $u = \phi$ em $\Omega \tilde{R}$.

Isso significa que um AMLE u de $\phi|_{\Omega R}$ é uma extensão de ϕ em R que possui uma constante de Lipschitz mínima em todos os subdomínios de R . Jensen [34] prova que, se u é AMLE, então u é a solução única de viscosidade de

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(\nabla u, \nabla u) = 0, \quad \text{em } R, \quad (2.12)$$

com condições de contorno adequadas especificadas no teorema 1. Mais precisamente, Jensen provou o seguinte:

Teorema 1 Seja ϕ Lipschitz contínuo em relação à distância geodésica $d_R(x, y)$ entre x e y . Então u é o AMLE de ϕ em R se, e somente se, u é uma solução de viscosidade da equação (2.12) com dados de contorno $u|_{\Omega R} = \phi$.

Uma vez que a solução numérica da equação (2.12) é normalmente abordada iterativamente, é importante mencionar que Caselles *et al.* [19] provaram a existência e unicidade de soluções de viscosidade $u(\cdot, t)$ para o problema evolutivo correspondente.

Considera-se uma abordagem global de pintura AMLE na qual a imagem pintada u é computada como um estado estacionário de

$$\begin{aligned} u_t &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|}, \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + \lambda \mathbb{1}_{\setminus \mathbb{R}}(\mathfrak{g} - \mathfrak{u}) \\ &= \frac{\nabla u^t}{|\nabla u|} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{\nabla u}{|\nabla u|} + \lambda \mathbb{1}_{\setminus \mathbb{R}}(\mathfrak{g} - \mathfrak{u}), \end{aligned}$$

onde

$$\mathbb{1}_{\setminus \mathbb{R}}(\mathfrak{x}) = \begin{cases} 1, & x \in \Psi \setminus R \\ 0, & x \in R \end{cases}. \quad (2.13)$$

O *inpainting* AMLE difunde-se ao longo do gradiente da imagem, enquanto o *inpainting Harmonic*, conforme descrito na Seção 2.2.3.2, difunde-se em todas as direções de maneira homogênea. Pode-se generalizar essa ideia de interpolação “direcional” prescrevendo um campo vetorial $V = (v_1, v_2)$ de direções de estruturas significativas na imagem pintada u na direção que deseja-se difundir os valores de cinza da imagem de ΩR para dentro. Para isso, resolve-se a seguinte equação da evolução

$$u_t = V^\perp \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} V^\perp + \lambda \mathbb{1}_{\setminus R}(\mathfrak{g} - \mathfrak{u}), \quad (2.14)$$

onde $\lambda > 0$ e $V^\perp = (-v_2, v_1)$. A equação (2.14) difunde as informações conhecidas da imagem de $\Psi \setminus R$ para as partes desconhecidas R da imagem na direção dada em V^\perp . Nesse caso, é necessário o conhecimento de V , pelo menos até uma certa precisão. Embora isso nem sempre possa ser esperado sempre que há essas informações, o design de V nos permite personalizar a equação (2.14) para uma determinada imagem.

2.2.3.2 Retoque Digital com o Método *Harmonic*

Inicialmente, considera-se R a região da imagem e ΩR sua fronteira. Se, por acaso, $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ na equação

$$a(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2b \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + c(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = d\left(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}\right), \quad (2.15)$$

tem-se uma EDP elíptica, para todo ponto (x, y) pertencente a região limitada de R .

Sabe-se que muitos problemas práticos do nosso dia-a-dia são governados por (2.15) [25], com $a = c = -1$ e $b = 0$. Fazendo $d = 0$, obtém-se a equação de Laplace, dada por

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0. \quad (2.16)$$

A equação (2.15) possui infinitas soluções pois, sendo linear e tendo como solução u e v , tem-se que $w = \alpha u + \beta v$ também é solução dessa equação. Dessa forma, para que a solução seja única, deve-se especificar as condições de contorno com a qual se pretende trabalhar em um determinado problema.

O método *Harmonic* é um dos métodos mais simples e compreendido por usuários que querem reconstruir os pixels corrompidos de uma imagem digital. Para isso, realiza-se a interpolação dos dados fornecidos pelos pixels autênticos. A imagem retocada é computada como sendo a solução da equação de Laplace com condição de contorno tipo Dirichlet, dada por:

$$\begin{cases} \nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 & \text{com } (x, y) \in R \\ u = g(x, y) & \text{com } (x, y) \in \Omega R \end{cases}$$

e definida no retângulo $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$ sobre a fronteira ΩR desse retângulo. Para aproximar u_{xx} e u_{yy} por diferenças finitas cobre-se a região R com uma malha formada por retas paralelas aos eixos coordenados. Os pontos dessa malha são denotados por (x_i, y_j) , com $i = 0, 1, \dots, N$ e $j = 0, 1, \dots, M$, sendo N e M a quantidade de subintervalos tomados nas direções x e y , respectivamente.

Esse método é caracterizado por um processo de interpolação suave e linear, que faz com que o valor de cada um dos pixels corrompidos seja substituído pelo valor obtido através do cálculo da média entre os seus pixels vizinhos. Para isso, utiliza-se a equação (2.17), obtida através da discretização da equação de Laplace pelo método de diferenças finitas centrais de segunda ordem, isto é:

$$u_{i-1,j} + u_{i+1,j} + \gamma u_{i,j} + \beta^2(u_{i,j-1} + u_{i,j+1}) = 0, \quad (2.17)$$

com $\beta = \frac{\Delta x}{\Delta y}$ e $\gamma = -2(1 + \beta^2)$. Além disso, deve-se tomar Δx e Δy como sendo, respectivamente, os espaçamentos nas direções x e y .

Essa expressão também é conhecida por fórmula dos cinco pontos e pode ser compreendida observando-se a Figura 2.16.

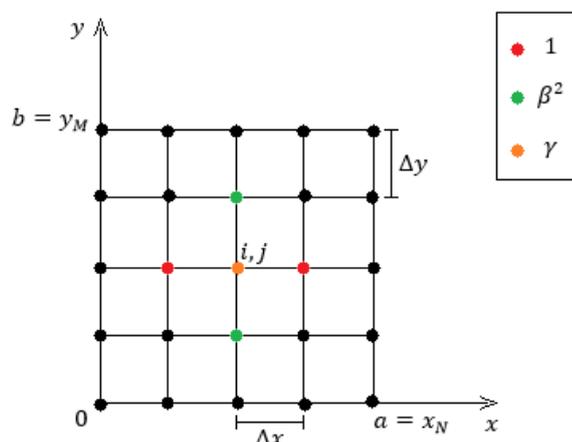


Figura 2.16: Estêncil da aproximação da equação de Laplace pela fórmula dos 5 pontos.

A fórmula dos cinco pontos se aplica para todos os pontos nodais da malha que cobre o interior da região R , e os pontos da fronteira ΩR já são conhecidos devido à condição de contorno. Isso implica em várias equações que deverão ser acopladas dando origem a um sistema linear esparsos com $(N - 1) \times (M - 1)$ equações. Esse sistema pode ser escrito na sua forma matricial $Au = b$, em que a matriz pentadiagonal dos coeficientes A fica conhecida por matriz de discretização, e a matriz dos termos independentes b é construída pelos valores fornecidos através da condição de contorno de Dirichlet. Tem-se que

$$u = \begin{bmatrix} u_{1,1} \\ u_{2,1} \\ \dots \\ u_{N-1,1} \\ u_{1,2} \\ u_{2,2} \\ \dots \\ u_{N-1,2} \\ \dots \\ u_{1,M-1} \\ u_{2,M-1} \\ \dots \\ u_{N-1,M-1} \end{bmatrix},$$

$$b = \begin{bmatrix} \frac{g(x_0,y_1)}{\Delta x^2} + \frac{g(x_1,y_0)}{\Delta y^2} \\ \frac{g(x_2,y_0)}{\Delta y^2} \\ \vdots \\ \frac{g(x_N,y_1)}{\Delta x^2} + \frac{g(x_{N-1},y_0)}{\Delta y^2} \end{bmatrix},$$

a solução perfeita para o modelo. Além disso, essa técnica não se restringe a imagens: usualmente, Ω não precisa ser um plano, podendo ainda ser uma superfície arbitrária, e g uma função de valor real sobre tal superfície.

Infelizmente, exceto em cenários limitados, o funcional não é convexo, o que o torna complexo de se otimizar. Baseando-se em todas essas informações, fez-se necessária a utilização da aproximação AT (*Ambrosio-Tortorelli*) para minimizar a equação (2.18).

Ambrosio e Tortorelli foram os responsáveis em reformular o funcional MS [3], que passaram a trabalhar com uma função suave ao invés do conjunto C . Essa função é denotada por ν e é otimizada de tal forma que transporta o valor $\nu(x) = 1$ para onde a função $g(x)$ é suave, assim como o valor de $\nu(x)$ passa a ser 0 em descontinuidades. Ou seja, se $\nu(x) = 0$, a função $g(x)$ é descontínua. Assim, pode-se declarar ν como sendo uma função auxiliar. No modelo AT, a função ν é próxima de 1, o que faz com que $g(x)$ seja suave, evitando oscilações e mantendo o valor de $\nabla\nu$ próximo de 0. Portanto, o funcional pode ser escrito da seguinte forma:

$$AT_\varepsilon[u, \nu] = \int_{\Omega} \left[\alpha(u - g)^2 + |\nu \nabla u|^2 + \lambda \varepsilon |\nabla \nu|^2 + \frac{\lambda (1 - \nu)^2}{\varepsilon} \right] dx. \quad (2.19)$$

A equação (2.19) depende dos parâmetros α , λ (β é definido como 1 sem perda de generalidade) e ε . Ainda, o parâmetro λ é tal que $\frac{1}{\lambda}$ representa o comprimento das descontinuidades, e o parâmetro ε controla a suavidade de ν . Dessa forma, os autores conseguiram provar que quando $\varepsilon \rightarrow 0$, minimizar as equações (2.18) e (2.19) é equivalente. No entanto, o problema agora é quase convexo e o domínio de integração é fixo e não envolve curvas desconhecidas. Com isso, retocar uma imagem digital através do método MS amparado pelas ideias da aproximação AT é muito mais prático do ponto de vista computacional.

2.2.3.4 Retoque Digital com o Método CH

A equação de CH é uma equação de difusão de quarta ordem não linear originada na ciência dos materiais para modelar a separação de fases e o engrossamento de fases em ligas binárias. Outra abordagem na classe dos algoritmos de *inpainting* de quarta ordem é o *inpainting* de imagens binárias usando a equação de CH modificada, conforme proposto por Bertozzi, Esedoglu e Gillette [9].

Seja $f(\vec{x}) = f(x, y)$ uma dada imagem em um domínio Ω , e suponha que $D \in \Omega$ seja o domínio da pintura. Deixe $u(\vec{x}, t)$ evoluir no tempo para se tornar uma versão totalmente pintada de $f(\vec{x})$ sob a seguinte equação:

$$u_t = -\nabla^2 \left(\varepsilon \nabla^2 u - \frac{1}{\varepsilon} F'(u) \right) + \lambda(\vec{x})(f - u), \quad (2.20)$$

onde

$$\lambda(\vec{x}) = \begin{cases} \lambda_0, & \vec{x} \in \Omega \setminus D \\ 0, & \vec{x} \in D \end{cases}. \quad (2.21)$$

A função $F(u)$ é um potencial não linear com poços correspondendo aos valores de u que são assumidos pela maioria dos valores da escala de cinza. No Experimento 1, na Seção Terciária 3.2.1, usa-se uma imagem binária em que a maioria dos pixels são exatamente pretos ou brancos. Nesse caso, F deve ter poços nos valores $u = 0$ e $u = 1$ (portanto, nesse caso, $F(u)$ é um potencial de poço duplo). No presente trabalho, usa-se

a função $F(u) = u^2(u - 1)^2$; entretanto, outras funções podem ser usadas. Presuma que a função de imagem $u(\vec{x}, t)$ assume valores de tons de cinza em um domínio Ω e satisfaz as condições de contorno periódicas em $\partial\Omega$. Alternativamente, as condições de contorno de Neumann podem ser usadas, ou quaisquer condições de contorno para as quais se pode usar solucionadores rápidos para a equação (consulte a discussão abaixo). A equação (2.20) é chamada de equação de CH modificada, devido ao termo de fidelidade adicionado: $\lambda(\vec{x})(f - u)$.

O papel de ϵ em (2.20) é importante. Na equação original de CH, ϵ serve como uma medida da região de transição entre dois metais em uma liga, após o aquecimento e atingir um estado estacionário. Aplicado ao processamento de imagem, ϵ é uma medida da região de transição entre os dois estados da escala de cinza, isto é, o parâmetro $\epsilon > 0$ determina a inclinação da transição entre 0 e 1.

Outra característica importante dessa nova ideia é que existem *solvers* rápidos para a computação da integração numérica da equação de CH e equações de interface difusas. Até o momento, nenhum dos *solvers* existentes foi aplicado a esses problemas no contexto de imagens, e acredita-se que esta combinação sinérgica de um método mais simples baseado em EDPs e um *solver* rápido de última geração poderia fornecer melhorias significativas em relação ao estado-da-arte.

Aqui, demonstra-se como implementar essa ideia usando um *solver* bastante veloz conhecido como divisão de convexidade [28, 61, 54]. A divisão de convexidade decompõe o funcional de energia em duas partes – uma energia convexa e uma energia côncava. Em seguida, calcula-se o fluxo do gradiente para a equação de Euler-Lagrange usando um intervalo de tempo semi-implícito, no qual a parte convexa da energia é implícita, e a parte côncava é explícita. Sob determinadas condições, essa divisão de convexidade resulta em um esquema de discretização de tempo incondicionalmente estável, permitindo intervalos de tempo arbitrariamente grandes. Vollmayr-Lee e Rutenberg [61] refinaram recentemente as condições sob as quais a estabilidade é aplicável para a equação original de CH.

A equação original de CH ((2.20) com $\lambda = 0$) é, de fato, um fluxo (campo) de gradientes usando uma norma H^{-1} para a aferição da energia

$$E_1 = \int_{\Omega} \frac{\epsilon}{2} |\nabla u|^2 + \frac{1}{\epsilon} F(u) d\vec{x}, \quad (2.22)$$

enquanto o termo de fidelidade em (2.20) pode ser derivado de um fluxo de gradientes sob uma norma L^2 para a energia

$$E_2 = \lambda_0 \int_{\Omega \setminus D} (f - u)^2 d\vec{x}, \quad (2.23)$$

mas, no geral, a equação de CH modificada não é um fluxo de gradientes em H^{-1} e nem em L^2 . Para uma discussão do modelo CH e sobre fluxos de gradientes em H^{-1} , ver Taylor e Cahn [59]. No entanto, a ideia de divisão de convexidade, uma para a energia de CH em (2.22) e outra para a energia E_2 em (2.23), ainda pode ser aplicada a esse problema com bons resultados.

Por exemplo, pode-se dividir $E_1 = E_{11} - E_{12}$, tal que

$$E_{11} = \int_{\Omega} \frac{\epsilon}{2} |\nabla u|^2 + \frac{C_1}{2} |u|^2 d\vec{x} \quad (2.24)$$

e

$$E_{12} = \int_{\Omega} -\frac{1}{\epsilon} F(u) + \frac{C_1}{2} |u|^2 d\vec{x}. \quad (2.25)$$

Observe que $-E_{12}$ não é estritamente côncavo; no entanto, na prática, pode-se escolher C_1 de forma que seja côncavo sobre a faixa de valores de u , empiricamente observados na simulação. Da mesma forma, pode-se reescrever $E_2 = E_{21} - E_{22}$, tal que

$$E_{21} = \int_{\Omega \setminus D} \frac{C_2}{2} |u|^2 d\vec{x} \quad (2.26)$$

e

$$E_{22} = \int_{\Omega \setminus D} -\lambda_0 (f - u)^2 + \frac{C_2}{2} |u|^2 d\vec{x}. \quad (2.27)$$

Agora, considere u^k como sendo a solução aproximada de (2.20) no tempo $t = k\Delta t$, em que Δt indica o tamanho das etapas discretas do tempo. A solução numérica u^{k+1} de (2.20) é calculada através de um esquema de passo no tempo da forma

$$\frac{u^{k+1} - u^k}{\Delta t} = -\nabla_{H^{-1}} (E_{11}^{k+1} - E_{12}^k) - \nabla_{L^2} (E_{21}^{k+1} - E_{22}^k), \quad (2.28)$$

onde $\nabla_{H^{-1}}$ e ∇_{L^2} representam a descida do gradiente em relação ao produto interno H^{-1} , e ao produto interno L^2 , respectivamente. Ou seja,

$$\begin{aligned} \frac{u^{k+1} - u^k}{\Delta t} + \epsilon \nabla^4 u^{k+1} - C_1 \nabla^2 u^{k+1} + C_2 u^{k+1} &= \\ = \nabla^2 \left(\frac{1}{\epsilon} F'(u^k) \right) + \lambda(\vec{x}) (f(\vec{x}) - u^k) - C_1 \nabla^2 u^k + C_2 u^k, \end{aligned} \quad (2.29)$$

com $C_1 > \frac{1}{\epsilon}$ e $C_2 > \lambda_0$. A condição nas constantes surge como uma condição de estabilidade da análise numérica do esquema [54].

2.2.3.5 Retoque Digital com o Método *Transport*

O método *Transport* considera a equação genérica de transporte de um escalar, isto é:

$$u_t = \vec{c} \cdot \nabla u, \quad (2.30)$$

onde \vec{c} é chamado de campo de direção no retoque de uma imagem digital.

A equação (2.30) é uma EDP capaz de descrever a dinâmica de diversos fenômenos de transporte, como, por exemplo, quantidade de movimento e transferência de calor e massa. Sendo assim, Bertalmio et al. (2000) [8] apresentaram uma técnica de *inpainting* apoiada na dinâmica de transporte, capaz de reconstruir uma imagem a partir da interpolação e transferência – concomitantemente e de modo iterativo – das estruturas conhecidas da imagem ao longo das linhas de nível de uma função interpolante. Além disso, o algoritmo introduziu um importante conceito envolvendo a direção e propagação do vetor gradiente, até que se alcance os pontos corrompidos no domínio do problema.

A motivação do método se deu através da seguinte equação:

$$u_t = \nabla^\perp u \cdot \nabla \Delta u. \quad (2.31)$$

A expressão acima transporta a intensidade de uma imagem bidimensional $u(x, y)$ ao longo das linhas de nível Δu , onde Δu é o Laplaciano da função imagem:

$$\Delta u = \nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (2.32)$$

que é uma estimativa de suavidade da imagem. Ao tratar a imagem retocada como sendo o estado estacionário da equação (2.31), acha-se que a imagem corrigida será aquela cujas linhas de nível na direção $\nabla^\perp u$ são paralelas às linhas de nível Δu , isto é,

$$\nabla^\perp u \cdot \nabla \Delta u = 0. \quad (2.33)$$

Isso se encaixa na observação de que $\nabla^\perp u \cdot \nabla \Delta u = -\nabla^\perp \Delta u \cdot \nabla u$, que sujeita-se a outra interpretação do processo de *inpainting*: o transporte da intensidade da imagem u se dá através do campo $\vec{c} = -\nabla^\perp \Delta u$.

Considerando o fato de que curvas de nível nunca se tocam, deve-se adicionar um pequeno termo de difusão anisotrópica na equação (2.31), dado por um pequeno parâmetro de peso $\nu > 0$, evitando assim que as linhas de nível se cruzem. Portanto, obtém-se que a aproximação da variável discreta da EDP se dá através da seguinte expressão:

$$u_t = \underbrace{\nabla^\perp u \cdot \nabla \Delta u}_{\text{Transporte de suavidade}} + \underbrace{\nu \nabla \cdot [g(|\nabla u|) \nabla u]}_{\text{Difusão anisotrópica}}. \quad (2.34)$$

A função de difusão g é monótona decrescente e depende do tamanho do gradiente da imagem. Dessa forma, a difusão é mais forte nas áreas lisas e homogêneas da imagem e mais fraca na presença de bordas mais largas, região da imagem onde a mesma perde sua homogeneidade e passa a ter um aspecto borrado. Contudo, as bordas se mantêm inalteradas.

2.3 Métricas de Distância

Nesta seção apresenta-se a descrição das diferentes métricas de distância que foram utilizadas para a geração dos resultados deste trabalho.

2.3.1 Distância Euclidiana

A distância Euclidiana trata-se da distância mais comum entre dois pontos e é calculada utilizando o teorema de Pitágoras. Dados dois pontos $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ e $Q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ de um espaço Euclidiano n -dimensional, a distância Euclidiana é definida como

$$d_E(P, Q) = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + (p_2 - q_2)^2 + \dots + (p_n - q_n)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (p_i - q_i)^2}. \quad (2.35)$$

Aplicada a imagens bidimensionais, a distância Euclidiana entre os pontos $P = (p_1, p_2)$ e $Q = (q_1, q_2)$ é definida como

$$d_E(P, Q) = \sqrt{(p_1 - q_1)^2 + (p_2 - q_2)^2}. \quad (2.36)$$

2.3.2 Distância City Block

A distância city block se assemelha a distância Euclidiana. Porém, nesse caso, para calcular a distância entre dois pontos é necessário percorrer o espaço em linhas retas, sem considerar a diagonal. Ou seja, anda-se apenas para cima, baixo, direita e esquerda. Dados dois pontos $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ e $Q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$, a distância city block é definida como

$$d_{CI}(P, Q) = |p_1 - q_1| + |p_2 - q_2| + \dots + |p_n - q_n| = \sum_{i=1}^n |p_i - q_i|. \quad (2.37)$$

Aplicada a imagens bidimensionais, a distância city block entre os pontos $P = (p_1, p_2)$ e $Q = (q_1, q_2)$ é definida como

$$d_{CI}(P, Q) = |p_1 - q_1| + |p_2 - q_2|. \quad (2.38)$$

2.3.3 Distância de Chebyshev

A distância de Chebyshev se assemelha a distância city block. Porém, nesse caso, considera-se o valor máximo entre os módulos das diferenças de dois pontos. Dados dois pontos $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ e $Q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$, a distância de Chebyshev é definida como

$$d_{CH}(P, Q) = \max(|p_1 - q_1|, |p_2 - q_2|, \dots, |p_n - q_n|). \quad (2.39)$$

Aplicada a imagens bidimensionais, a distância de Chebyshev entre os pontos $P = (p_1, p_2)$ e $Q = (q_1, q_2)$ é definida como

$$d_{CH}(P, Q) = \max(|p_1 - q_1|, |p_2 - q_2|). \quad (2.40)$$

2.3.4 Distância de Minkowski

A distância de Minkowski entre dois pontos serve de generalização para outras distâncias. Ou seja, tomando $s = 1$ na equação (2.41), tem-se a distância city block. E, tomando $s = 2$ na equação (2.41), tem-se a distância Euclidiana. No presente trabalho, usa-se o expoente padrão $s = 2$, o que justifica a equivalência entre os resultados obtidos através da utilização das distâncias Euclidiana e de Minkowski. Dados dois pontos $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ e $Q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ de um espaço Euclidiano n-dimensional, a distância de Minkowski é definida como

$$d_M(P, Q) = \sqrt[s]{|p_1 - q_1|^s + |p_2 - q_2|^s + \dots + |p_n - q_n|^s} = \sqrt[s]{\sum_{i=1}^n |p_i - q_i|^s}. \quad (2.41)$$

Aplicada a imagens bidimensionais, a distância de Minkowski entre os pontos $P = (p_1, p_2)$ e $Q = (q_1, q_2)$ é definida como

$$d_M(P, Q) = \sqrt[s]{|p_1 - q_1|^s + |p_2 - q_2|^s}. \quad (2.42)$$

Finalmente, além das distâncias clássicas discutidas acima, há ainda medidas que são definidas a partir da teoria da medida e integração, que empregam a noção de conjuntos mensuráveis [11], bem como ainda distâncias estocásticas [45].

Resultados e Discussão

Neste capítulo apresenta-se alguns resultados obtidos através da aplicação dos métodos supracitados de retoque digital de imagens.

Para gerar os resultados e avaliar a eficiência dos algoritmos na restauração das imagens, foram realizados alguns experimentos envolvendo a remoção de objetos em imagens sintéticas, remoção de textos sobre imagens, restauração de imagens degradadas, remoção de objetos em imagens reais e, finalmente, remoção de ruídos em imagens. Com relação ao método *Cahn-Hilliard*, uma vez que é necessário que as imagens sejam binárias (em preto e branco), ou contenham poucas tonalidades entre o preto e o branco, foi apresentado apenas um resultado envolvendo o uso de tal método.

A implementação de todos os algoritmos utilizados no presente trabalho foi realizada no software *Matlab*, utilizando um computador com processador Intel Core i7 de 5^a geração e 8 GB de memória RAM como auxílio na realização dos testes.

Tendo como propósito uma melhor avaliação dos resultados numéricos, que posteriormente são apresentados em tabelas, é de grande importância realizar a comparação do desempenho dos métodos utilizados no problema em questão. Na execução de todos os experimentos com o método SPH, considera-se k como sendo a quantidade de partículas vizinhas que são interiores ao suporte compacto da partícula x_j . Também, foram realizadas comparações variando-se o número de vizinhos mais próximos da partícula a ser retocada, onde obtém-se o tempo de execução para cada valor atribuído a k .

Análises quantitativas entre a imagem inicial A e a imagem recuperada R , ambas com tamanho $n = a \times b$ pixels, também foram realizadas. Para isso, utiliza-se a relação sinal-ruído de pico PSNR (do inglês *Peak Signal-to-Noise Ratio*) definida por

$$PSNR = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{MAX_R^2}{MSE} \right), \quad (3.1)$$

onde $MAX_R = 255$ é o maior valor possível de um pixel em uma imagem de 8 bits (a cor de cada pixel recebe um valor de intensidade que varia de 0 (preto) a 255 (branco)). Quando um pixel é representado por bits, usa-se $MAX_R = 2^B - 1$. Por exemplo, ao selecionar 8 bits de profundidade de cor, tem-se que $MAX_R = 2^8 - 1 = 255$ cores). O PSNR depende do erro quadrático médio MSE (do inglês *Mean Square Error*) [37]:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{a-1} \sum_{j=0}^{b-1} \|R(i, j) - A(i, j)\|^2. \quad (3.2)$$

Em suma, o valor de PSNR é expresso por uma escala logarítmica, cuja unidade de medida é o decibel. Sabendo que pequenos valores dessa grandeza correspondem a pequenos valores da medida logarítmica, pode-se concluir que quanto maior for o valor do PSNR maior será a similaridade entre as imagens.

Ainda, utiliza-se o índice de similaridade estrutural SSIM (do inglês *Structural Similarity*) definido por

$$SSIM(A, R) = \frac{(2\mu_A\mu_R + c_1)(2\sigma_{AR} + c_2)}{(\mu_A^2 + \mu_R^2 + c_1)(\sigma_A^2 + \sigma_R^2 + c_2)}, \quad (3.3)$$

onde μ_A é a média de A , μ_R é a média de R , σ_{AR} é a covariância de A e R , σ_A^2 é a variância de A , σ_R^2 é a variância de R , $c_1 = (k_1L)^2$ e $c_2 = (k_2L)^2$ são duas variáveis utilizadas para estabilizar a divisão com denominador fraco, em que $k_1 = 0,01$ e $k_2 = 0,03$ são os valores padrões usualmente adotados na literatura, e L é a faixa dinâmica dos valores dos pixels.

Em resumo, o índice SSIM é expresso por um valor decimal entre 0 e 1. Sabendo-se que o valor 1 indica perfeita semelhança estrutural e o valor 0 não indica similaridade estrutural, pode-se concluir que quanto mais próximo de 1 for o valor resultante maior será a semelhança estrutural entre as imagens.

Para gerar os resultados deste trabalho, cada um dos métodos comparados faz o uso de diferentes parâmetros de entrada. Adota-se aqui dt para descrever o passo na variável temporal t , $maxiter$ para indicar o número máximo de iterações e tol como sendo uma dada tolerância. O método AMLE considera $\lambda = 10^2$, $dt = 0,01$, $maxiter = 40.000$ e $tol = 1 \times 10^{-8}$. Já no método *Harmonic*, os autores definem $dt = 0,1$, $maxiter = 500$ e $tol = 1 \times 10^{-5}$. Ainda, o método *Mumford-Shah* emprega $\lambda = 10^9$ (peso na fidelidade dos dados), $\alpha = 1$ (parâmetros de regularização α), $\gamma = 0,5$ (parâmetros de regularização γ), $\varepsilon = 0,05$ (precisão da aproximação de Ambrosio-Tortorelli do conjunto de arestas), $maxiter = 20$ e $tol = 1 \times 10^{-14}$. Com relação ao método *Cahn-Hilliard*, este utiliza $\epsilon = [100 \ 1]$, $\lambda = 10$, $dt = 1$ e $maxiter = 4.000$. Por fim, o método *Transport* considera $dt = 0,1$, $maxiter = 50$ e $tol = 1 \times 10^{-5}$.

3.1 Comparação Envolvendo Diferentes Parâmetros do Método SPH

Aqui, apresenta-se os resultados obtidos através da aplicação do método SPH, sob o uso de diferentes parâmetros, no contexto do retoque digital.

3.1.1 Resultados Qualitativos

A seguir, apresenta-se os resultados visuais obtidos após a aplicação de diferentes abordagens do método SPH no retoque digital de imagens.

Experimento 1 – Removendo um Objeto de uma Imagem Sintética: O primeiro teste conduzido refere-se à remoção de um objeto de cor branca de uma imagem sintética em nível de cinza, de tamanho 250×143 pixels, onde tem-se como objetivo remover o retângulo branco da Figura 3.1(b).

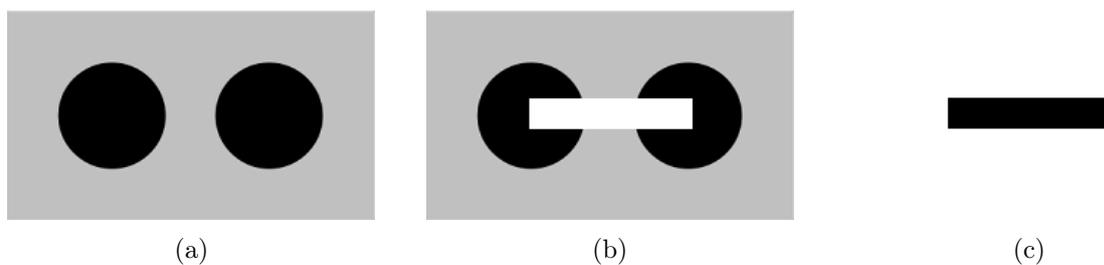


Figura 3.1: (a) Imagem inicial, (b) imagem danificada e (c) negativo da máscara que contém a área do retoque.

Os resultados obtidos com o uso do método SPH podem ser vistos nas Figuras 3.2 a 3.9.

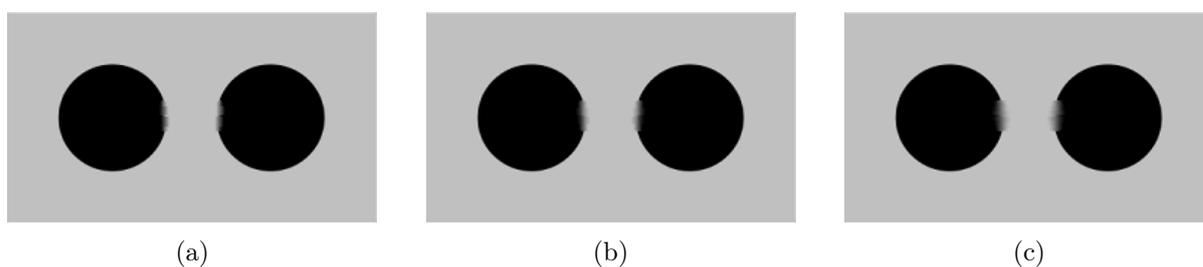


Figura 3.2: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância Euclidiana.

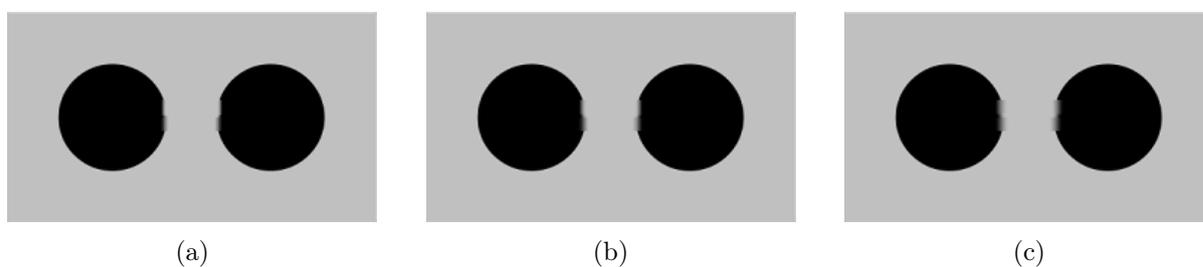


Figura 3.3: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância city block.

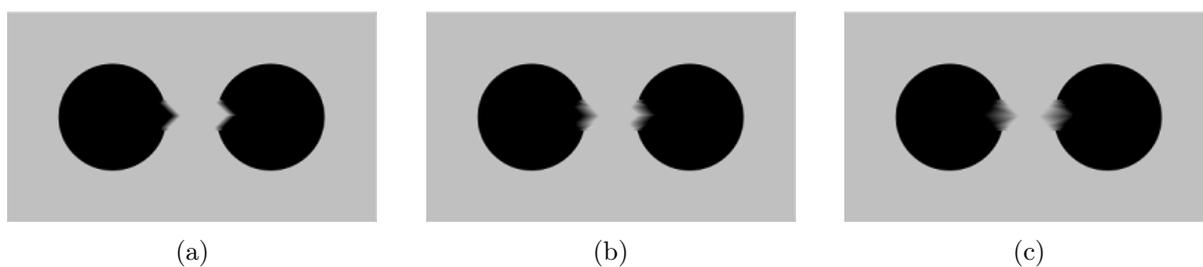


Figura 3.4: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Chebyshev.

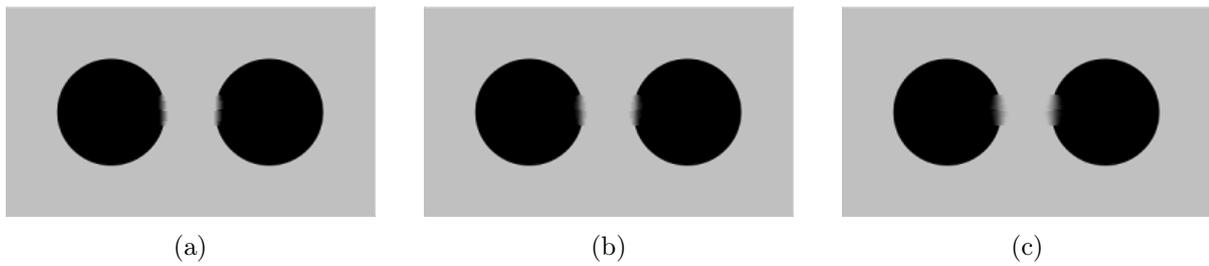


Figura 3.5: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Minkowski.

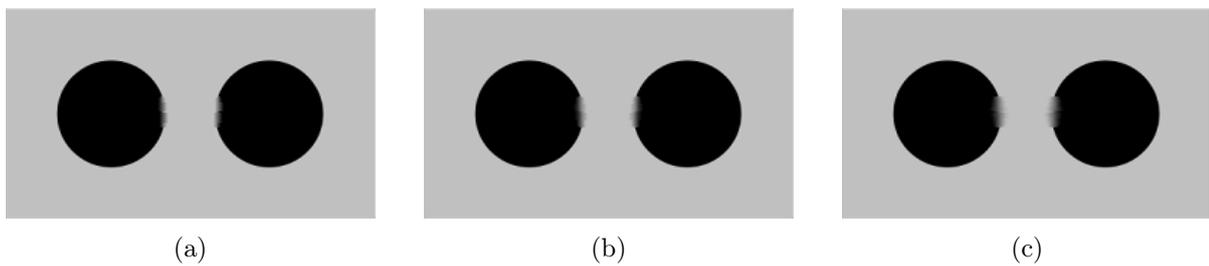


Figura 3.6: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quíntica e distância Euclidiana.

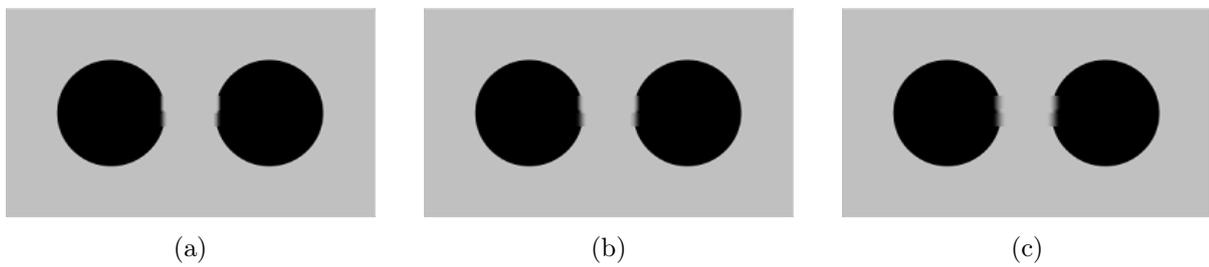


Figura 3.7: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quíntica e distância city block.

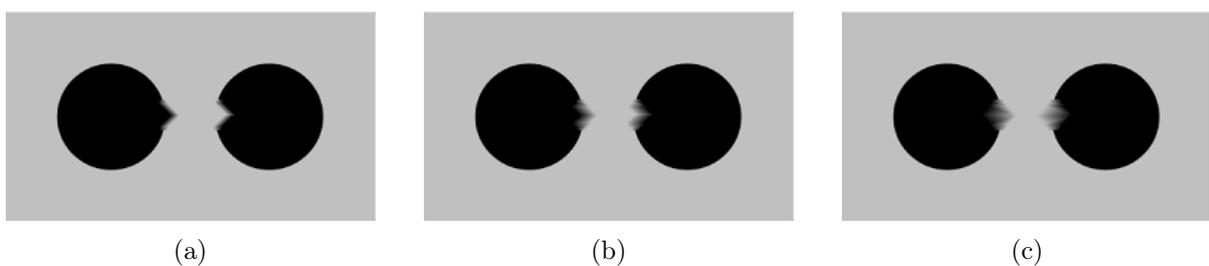


Figura 3.8: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quíntica e distância de Chebyshev.

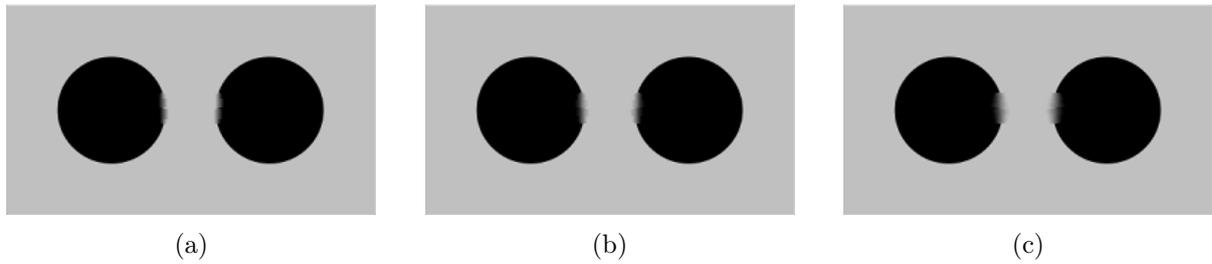


Figura 3.9: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quíntica e distância de Minkowski.

As Figuras 3.2 a 3.9 apresentam os resultados qualitativos obtidos através da aplicação do método SPH no retoque digital da Figura 3.1(b), considerando diferentes métricas e parâmetros em ambas as funções núcleo utilizadas no presente trabalho. Nesse caso, percebe-se que as reconstruções obtidas no Experimento 1 não são satisfatórias, uma vez que os contornos dos círculos não se preservaram tão bem após a restauração da referida imagem. Visualmente falando, é nítido que os resultados menos promissores foram obtidos através do uso da distância de Chebyshev (vide as Figuras 3.4 e 3.8), onde os contornos dos círculos se prolongaram ou não foram totalmente reestabelecidos durante a restauração digital.

Experimento 2 – Removendo um Texto Sobreposto em uma Imagem: No segundo teste, foi avaliado a remoção de texto sobre uma imagem RGB¹. Abaixo, vê-se a imagem inicial, a imagem com o texto sobreposto, e a máscara que contém a área do retoque, ambas com dimensão 500×318 pixels.

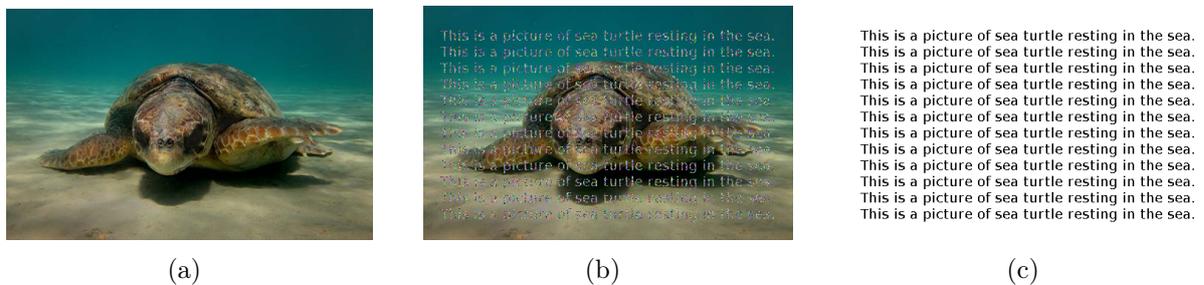


Figura 3.10: (a) Imagem inicial, (b) imagem danificada e (c) negativo da máscara que contém a área do retoque.

Mais uma vez, aplicando o método SPH na tarefa de retoque digital da Figura 3.10(b) e considerando diferentes valores de k , obtém-se os seguintes resultados:

¹O modelo de cores RGB (Red, Green, Blue) é o mais utilizado em imagens digitais. Nesse modelo, cada cor aparece como uma combinação de três cores primárias: vermelho, verde e azul [31]. Cada pixel possui uma intensidade para cada uma dessas três propriedades e a combinação delas forma uma cor única.

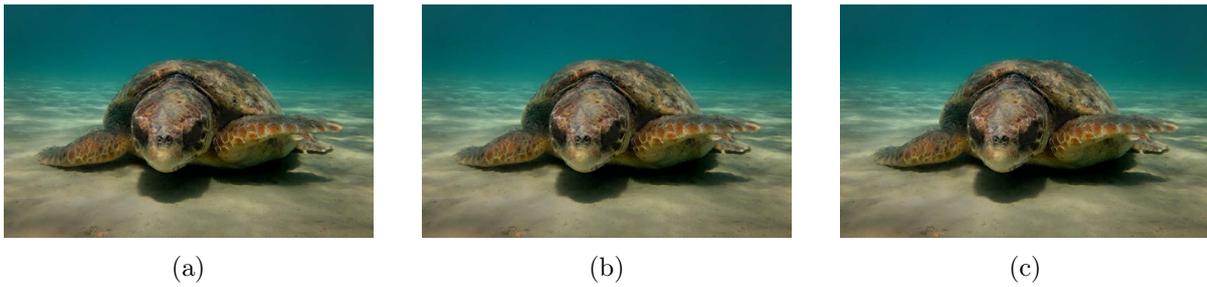


Figura 3.11: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância Euclidiana.

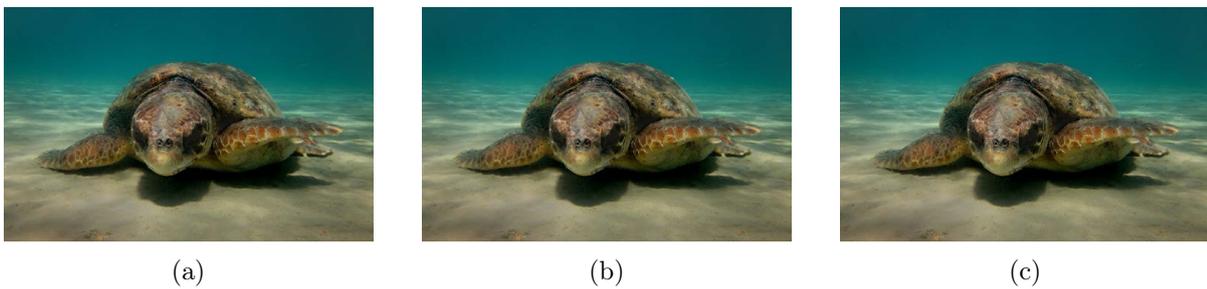


Figura 3.12: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância city block.

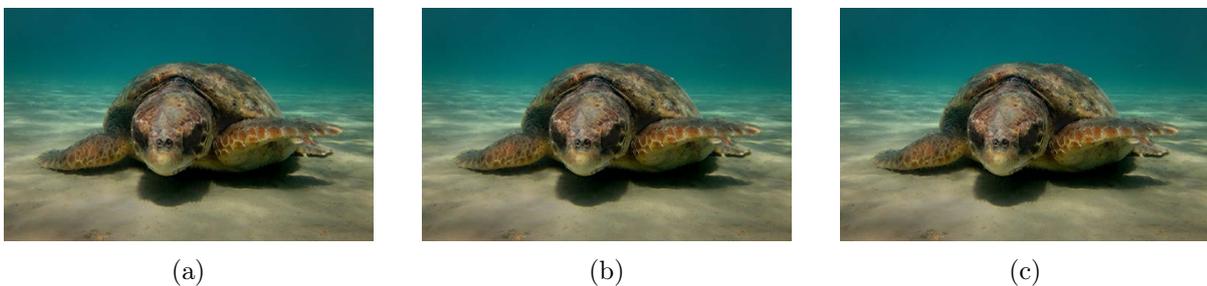


Figura 3.13: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Chebyshev.

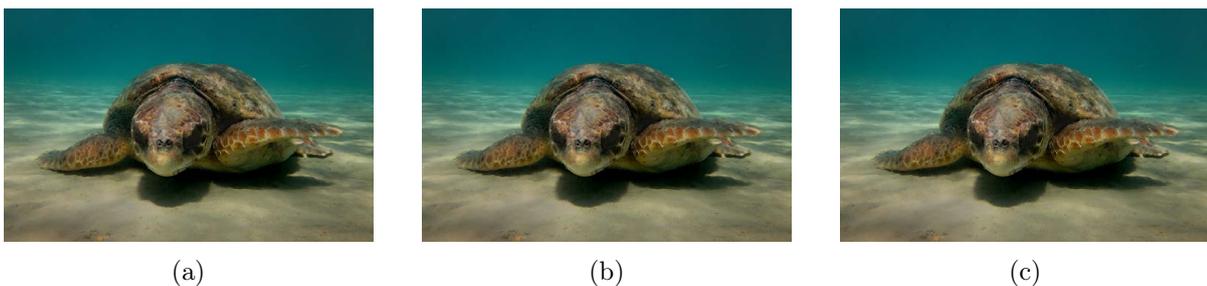


Figura 3.14: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Minkowski.

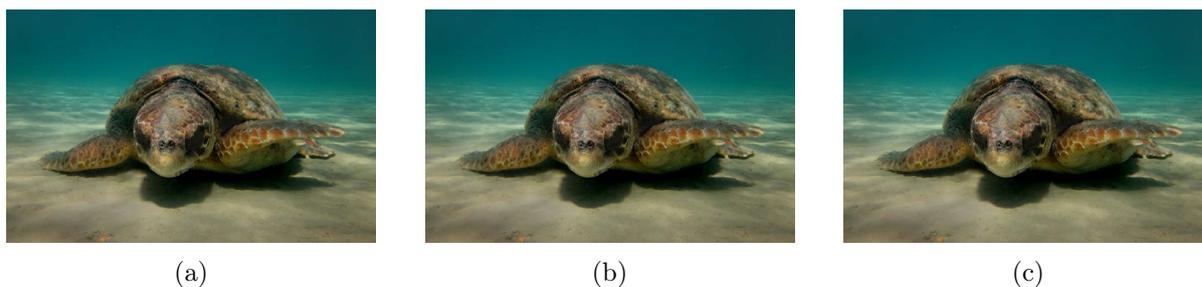


Figura 3.15: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quíntica e distância Euclidiana.

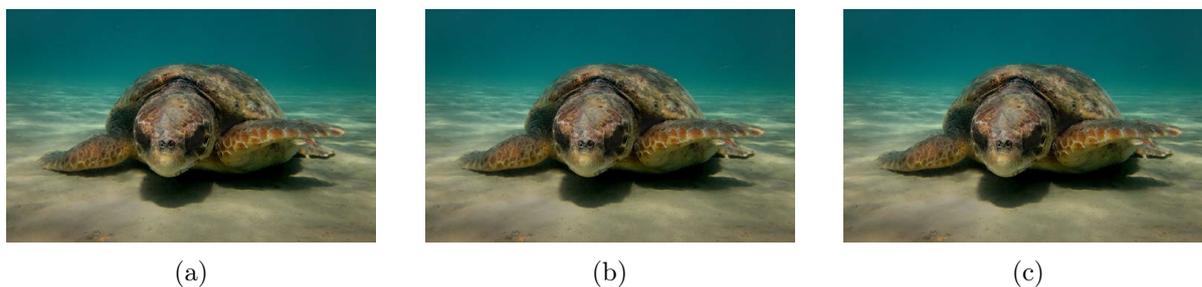


Figura 3.16: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quíntica e distância city block.

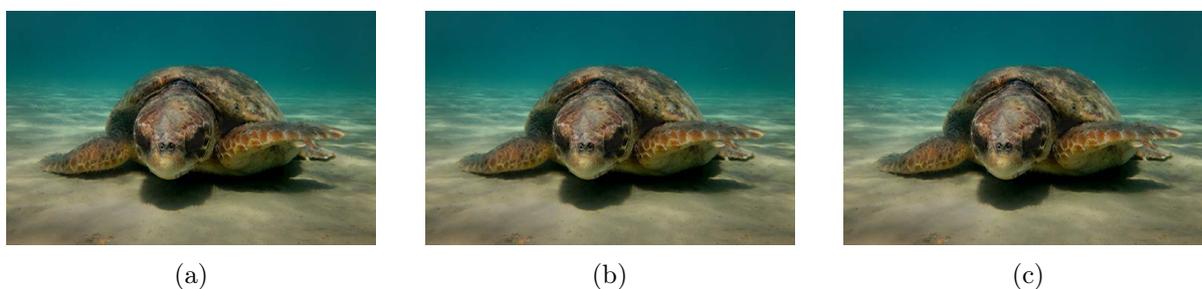


Figura 3.17: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quíntica e distância de Chebyshev.

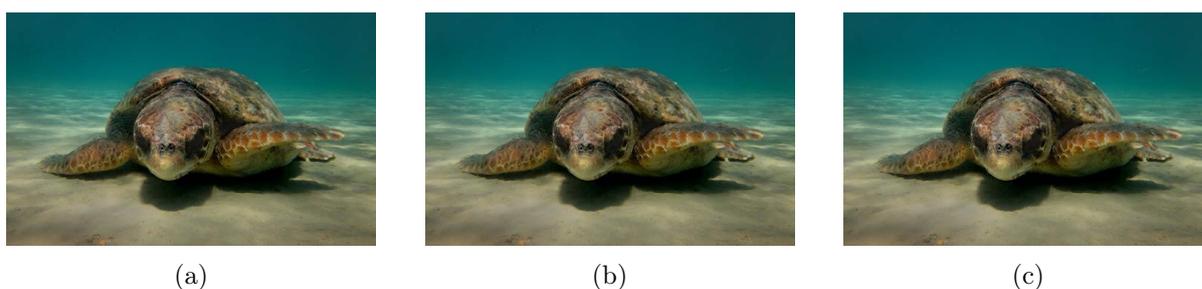


Figura 3.18: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quíntica e distância de Minkowski.

Os resultados apresentados nas Figuras 3.11 a 3.18 mostram remoções textuais satisfatórias, onde é possível perceber uma grande semelhança entre as imagens resultantes após a aplicação do método SPH, sob diferentes condições, na Figura 3.10(b). Além disso, quase não há diferença entre os resultados obtidos e a imagem original do problema.

Experimento 3 – Restaurando uma Foto Antiga e Danificada: O terceiro experimento tem por objetivo avaliar a eficiência do método SPH na restauração de imagens danificadas com o passar do tempo. Neste trabalho, especificamente, usa-se como referência uma imagem RGB de tamanho 300×234 pixels, que foi retocada pelo algoritmo que está agregado ao método SPH, considerando $k = 6$, função Gaussiana e distância Euclidiana. Vale ressaltar que ao digitalizar a imagem, com tamanho original 3372×2637 pixels, houve a necessidade de redimensionamento da fotografia para uma maior eficiência na utilização dos recursos do computador e rapidez na realização do teste.

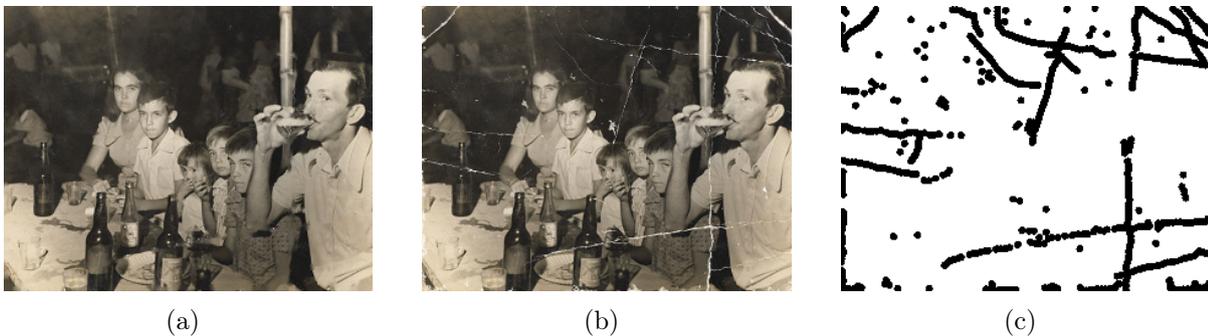


Figura 3.19: (a) Imagem de referência, (b) imagem inicial e (c) negativo da máscara que contém a área do retoque.

Para criar a máscara que contém a área do retoque, foi necessário selecionar manualmente todas as partes deterioradas da Figura 3.19(b). Para tal, empregou-se um algoritmo de segmentação de imagens [16, 15], o qual foi essencial para dividir a imagem digital em dois conjuntos de pixels: genuínos e danificados. A Figura 3.20 ilustra o processo de seleção dos pixels a serem reconstruídos.

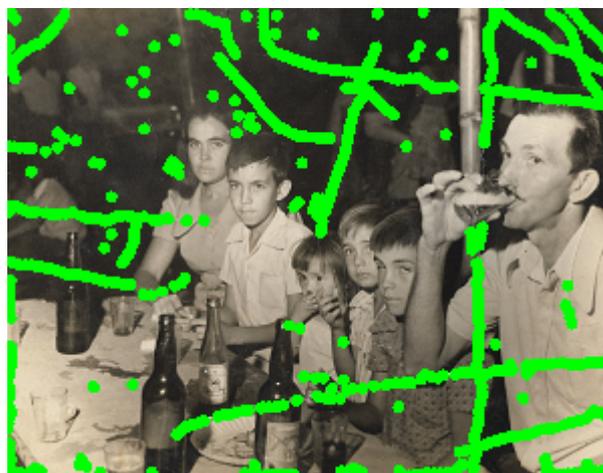


Figura 3.20: Segmentação de imagem para a geração da máscara que contém a área do retoque.

Desta forma, ao aplicar o método SPH no retoque digital da Figura 3.19(b), obtém-se:



Figura 3.21: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 12 e (b) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância Euclidiana.

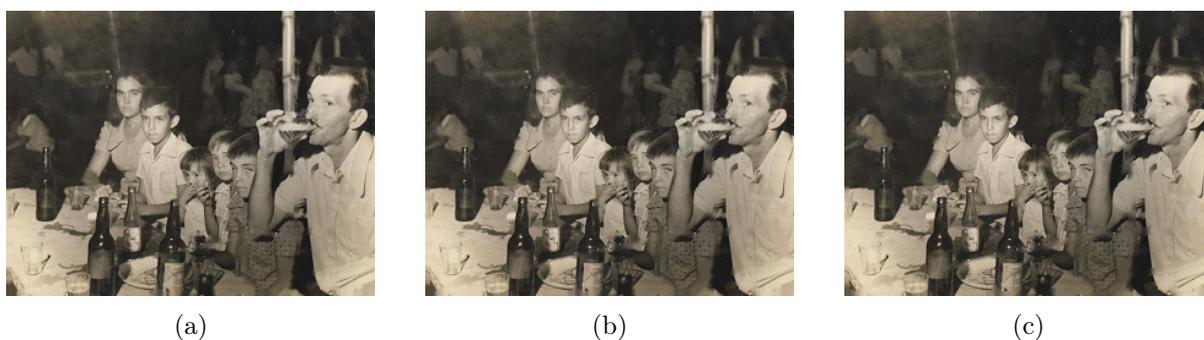


Figura 3.22: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância city block.

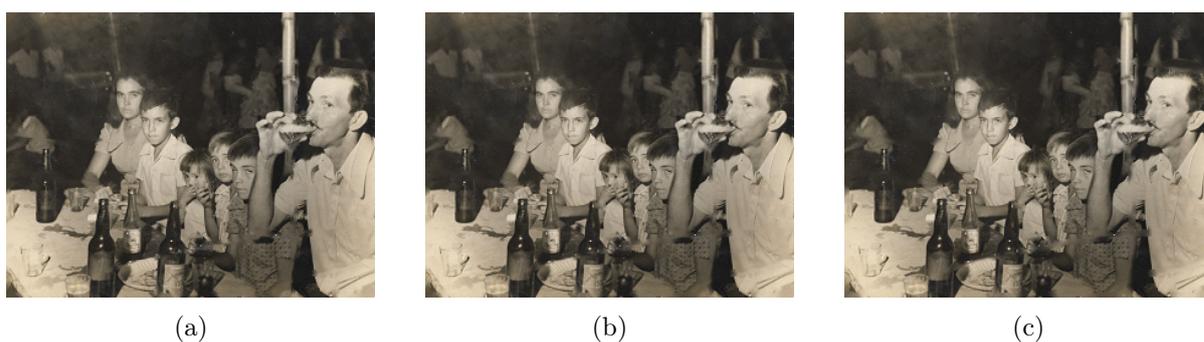


Figura 3.23: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Chebyshev.

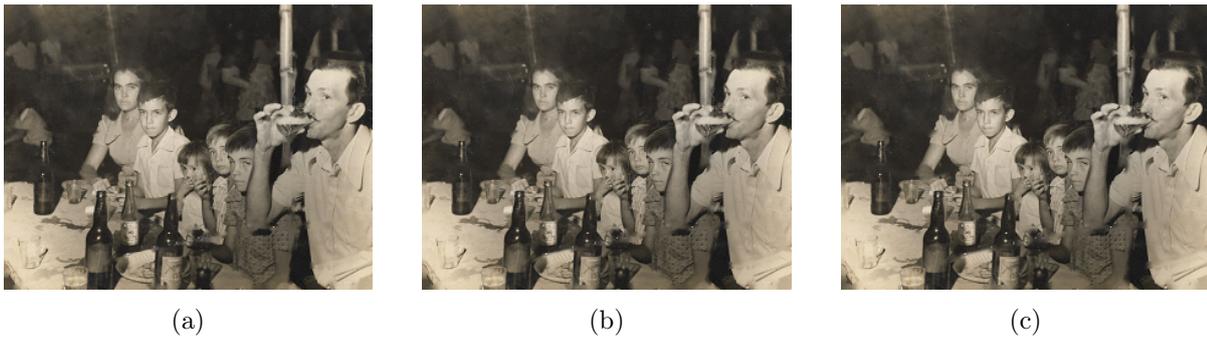


Figura 3.24: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Minkowski.

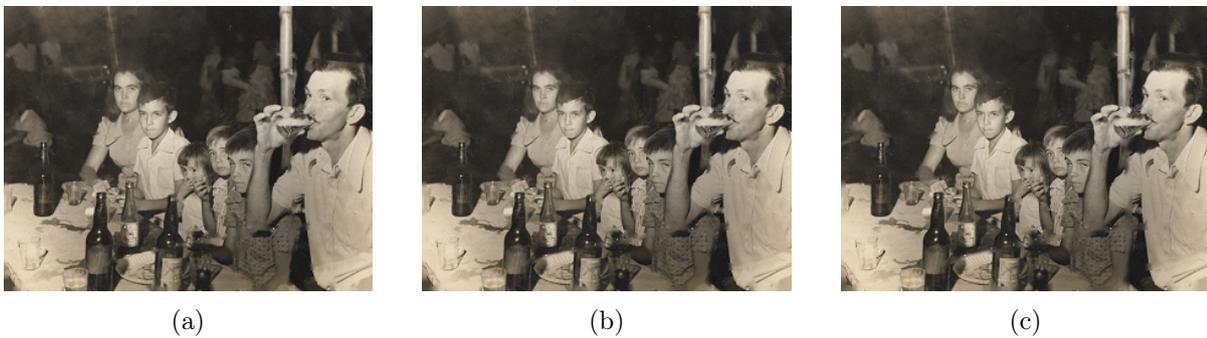


Figura 3.25: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quíntica e distância Euclidiana.

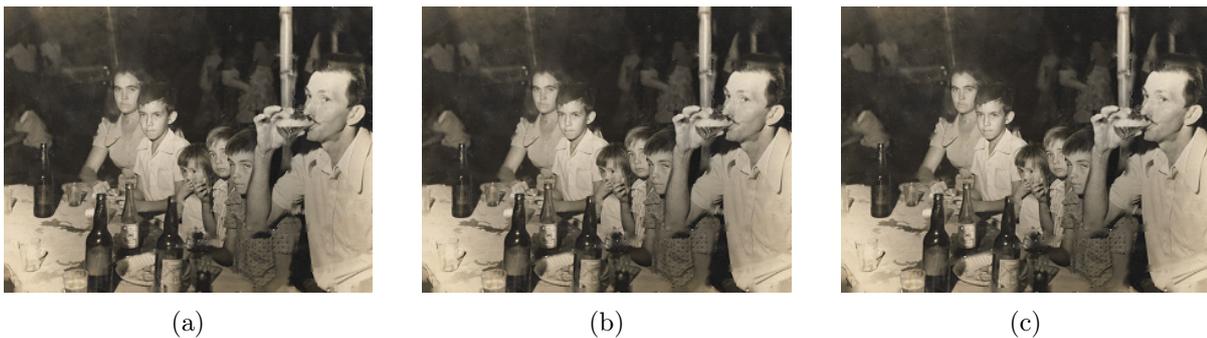


Figura 3.26: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quíntica e distância city block.

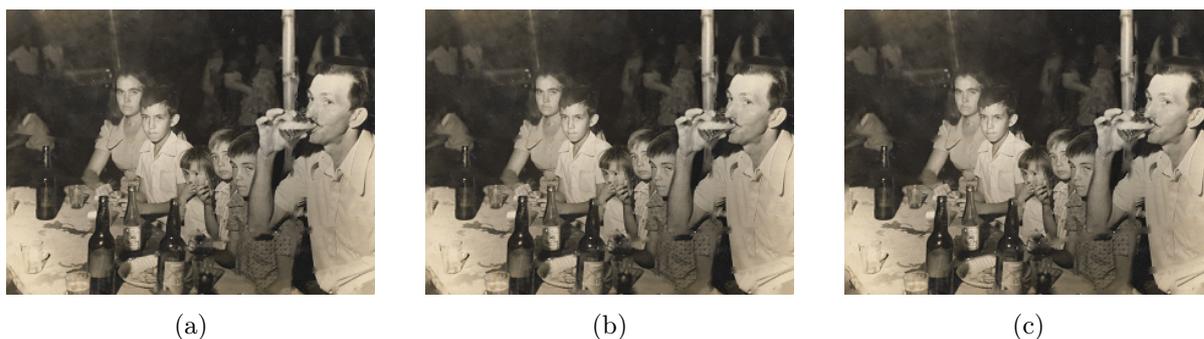


Figura 3.27: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância de Chebyshev.

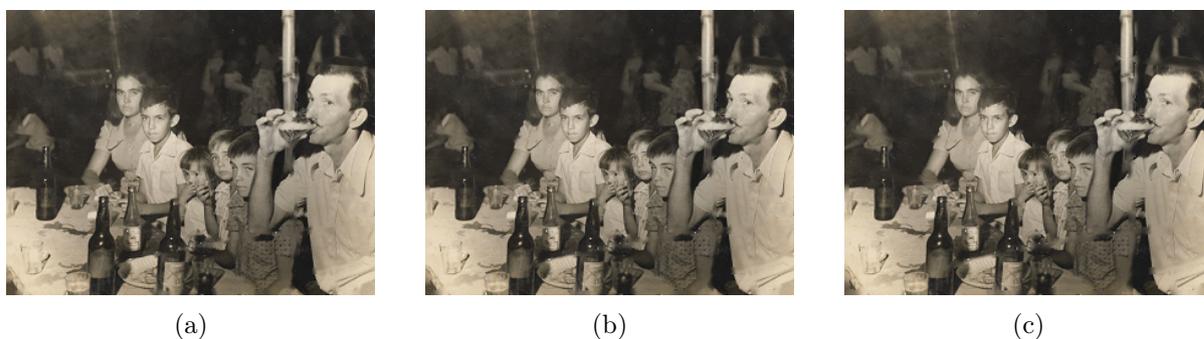


Figura 3.28: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância de Minkowski.

Mais uma vez, através das Figuras 3.19(a), 3.21, 3.22, 3.23, 3.24, 3.25, 3.26, 3.27 e 3.28, nota-se que os resultados obtidos pelo método SPH foram bastante satisfatórios quando aplicado na restauração da Figura 3.19(b).

Além disso, ao produzir uma nova máscara que contém a área do retoque, considerando a Figura 3.19(a) como referência para a imagem inicial e construindo manualmente formas geométricas sintéticas na imagem, tem-se que o algoritmo pode vir a gerar certos “defeitos” na reconstrução da imagem, conforme pode-se observar na Figura 3.31. Isso ocorre devido ao fato de que há uma grande perda da quantidade de informação da imagem inicial na região de retoque durante esse processo.

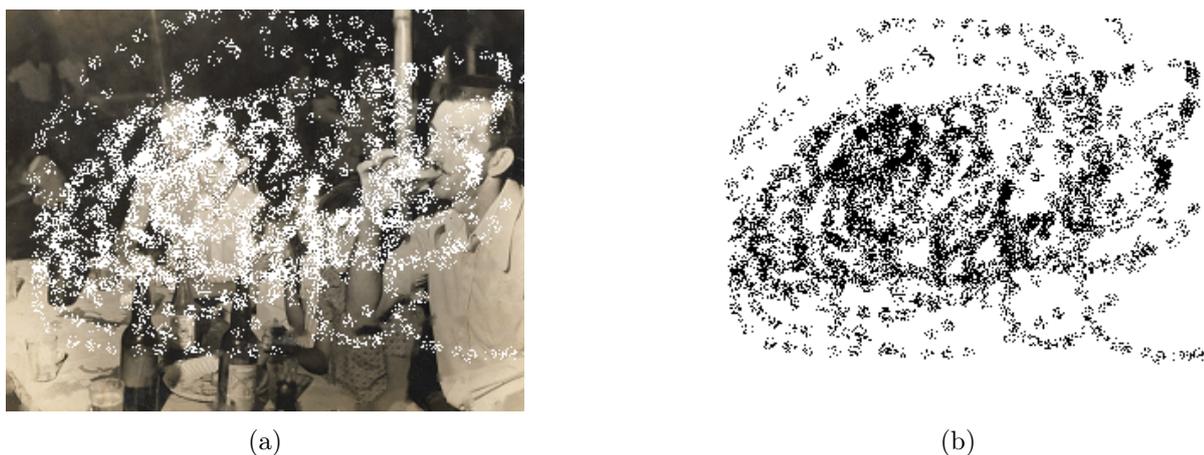


Figura 3.29: (a) Imagem danificada e (b) negativo da máscara da área do retoque.

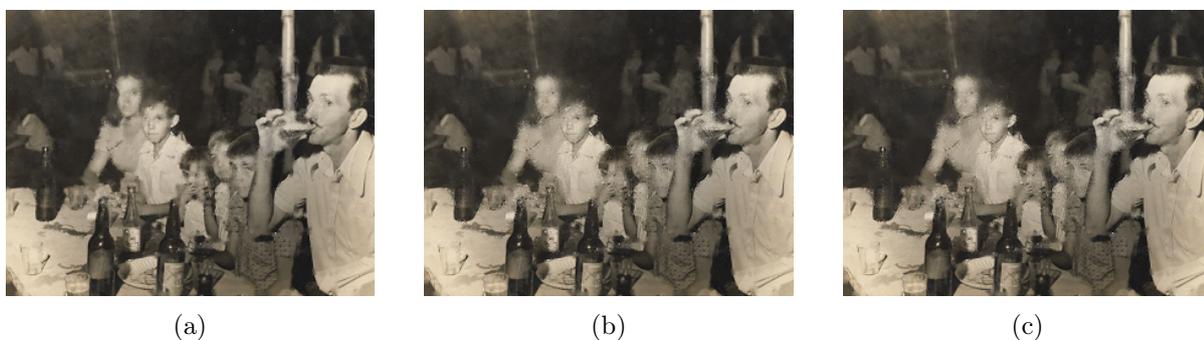


Figura 3.30: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância Euclidiana.

De fato, a Figura 3.30, gerada através da aplicação do método SPH no retoque digital da Figura 3.29(a), mostra que uma máscara que contém a área do retoque extensa gerada a partir de uma imagem corrompida manualmente pode fazer com que o algoritmo suavize demasiadamente a imagem como, por exemplo, a face de alguns indivíduos na fotografia. Isso demonstra que, embora o método SPH seja eficaz na tarefa de restauração de imagens, também pode gerar resultados não satisfatórios nos casos em que o domínio de retoque é extenso. Para uma melhor visualização, vide a Figura 3.30(c).



Figura 3.31: Zoom da imagem retocada com o método SPH, considerando 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância Euclidiana.

Experimento 4 – Removendo Danificações em uma Imagem Real: O quarto experimento objetiva averiguar a eficiência do método SPH quanto a remoção de danificações que estão espalhadas em uma imagem real no formato de cor RGB. Nesse caso, o tamanho da imagem é 360×240 pixels.

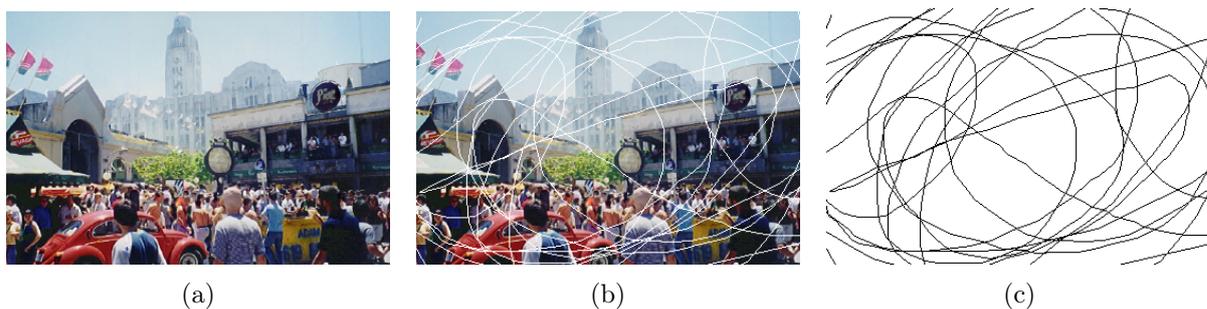


Figura 3.32: (a) Imagem inicial, (b) imagem danificada e (c) negativo da máscara que contém a área do retoque.

Ao adotar o método SPH no processo de retoque digital da Figura 3.32(b), atinge-se os seguintes resultados:



Figura 3.33: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância Euclidiana.



Figura 3.34: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância city block.



Figura 3.35: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Chebyshev.



Figura 3.36: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Minkowski.



Figura 3.37: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quíntica e distância Euclidiana.



Figura 3.38: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quíntica e distância city block.



Figura 3.39: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quíntica e distância de Chebyshev.



Figura 3.40: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quíntica e distância de Minkowski.

Visualmente, há uma grande semelhança entre os resultados apresentados e a imagem inicial, ou seja, praticamente não há diferenças em relação à imagem original do problema. Baseando-se nisso, constata-se que o método SPH atuou satisfatoriamente na reconstrução da Figura 3.32(b). Os valores apresentados nas Tabelas 3.25 a 3.32 confirmam o ótimo desempenho do método para esse caso em questão.

Experimento 5 – Removendo o Ruído Presente em uma Imagem: O quinto e último teste executado no presente trabalho trata da remoção de ruídos em imagens RGB, onde tem-se como meta melhorar a nitidez das fotos e reduzir o ruído existente nas mesmas. Na Figura 3.41, vê-se a imagem inicial, a imagem com ruído e a máscara que contém a área do retoque, ambas com largura 357 pixels e altura 315 pixels.

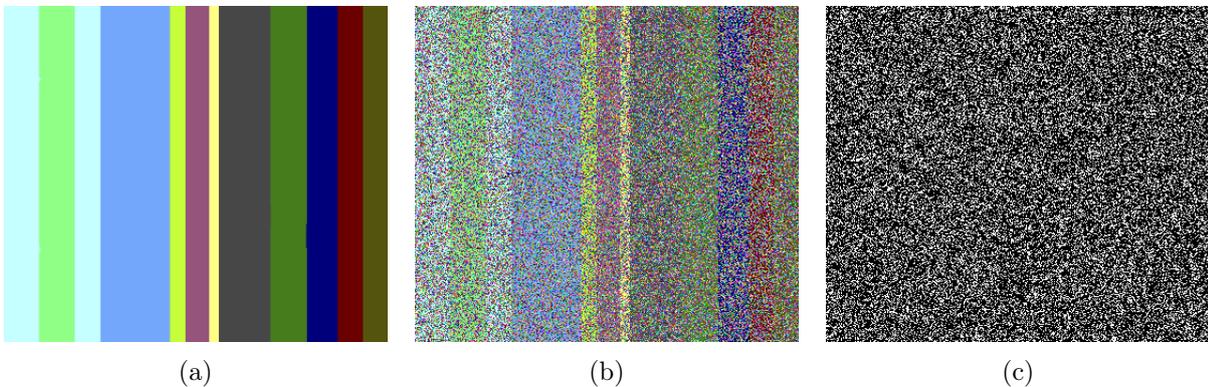


Figura 3.41: (a) Imagem inicial, (b) imagem danificada e (c) máscara que contém a área do retoque.

Em um primeiro momento, ao observar as Figuras 3.42 a 3.49, uma pessoa consegue facilmente verificar a qualidade das imagens resultantes depois da aplicação do método SPH na Figura 3.41(b).

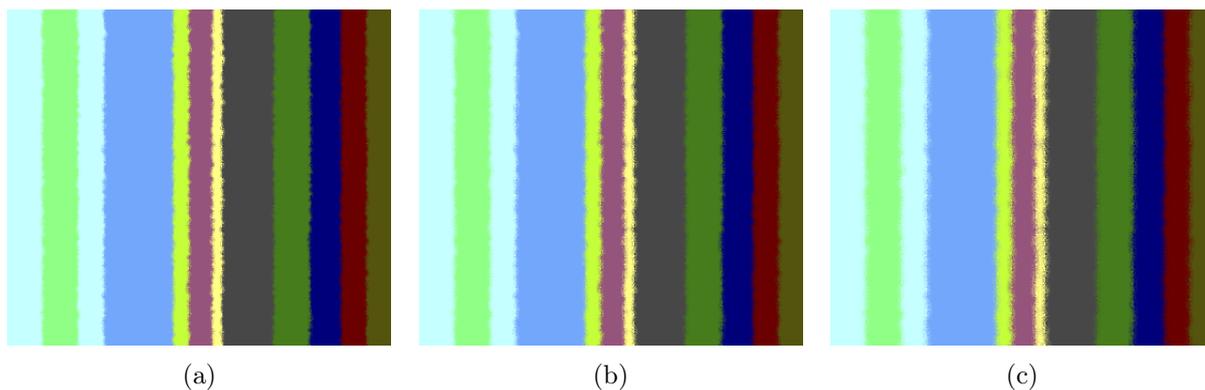


Figura 3.42: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância Euclidiana.

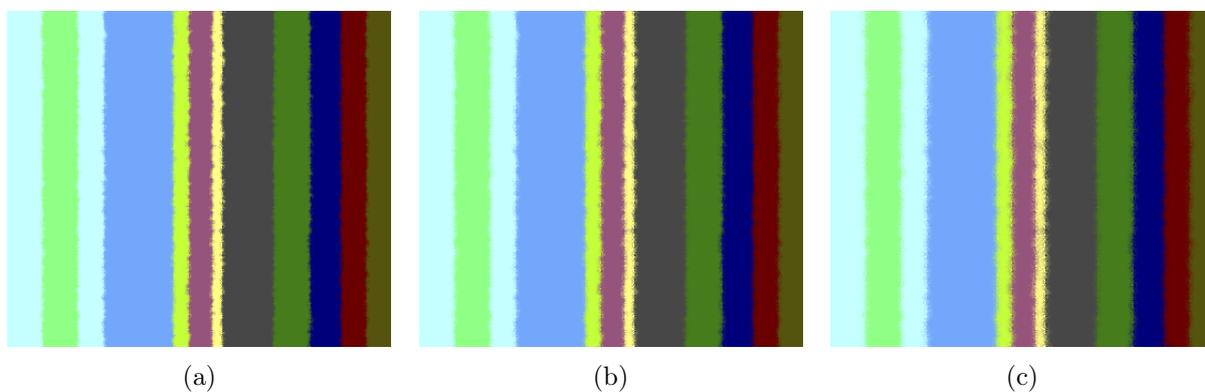


Figura 3.43: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância city block.

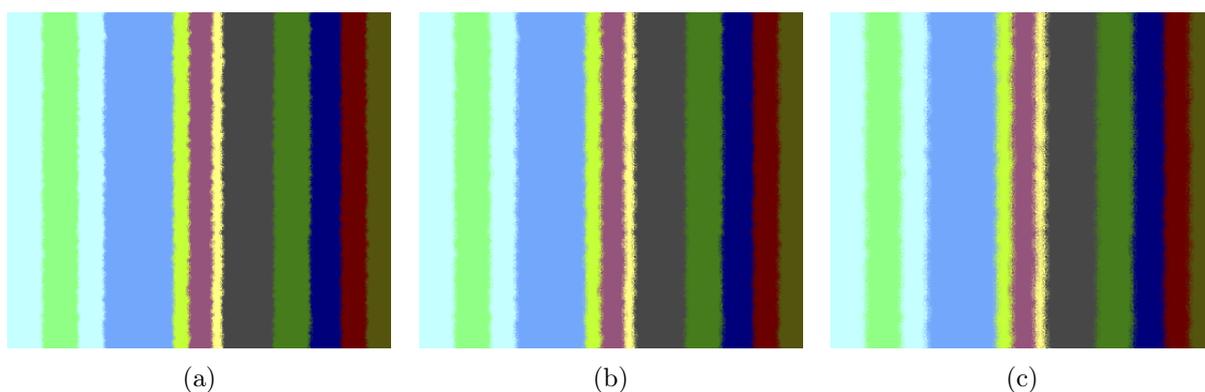


Figura 3.44: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Chebyshev.

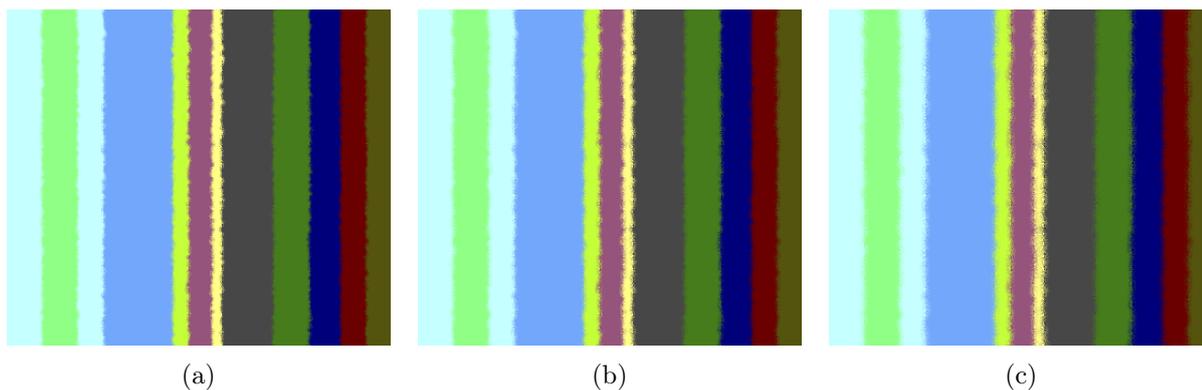


Figura 3.45: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função Gaussiana e distância de Minkowski.

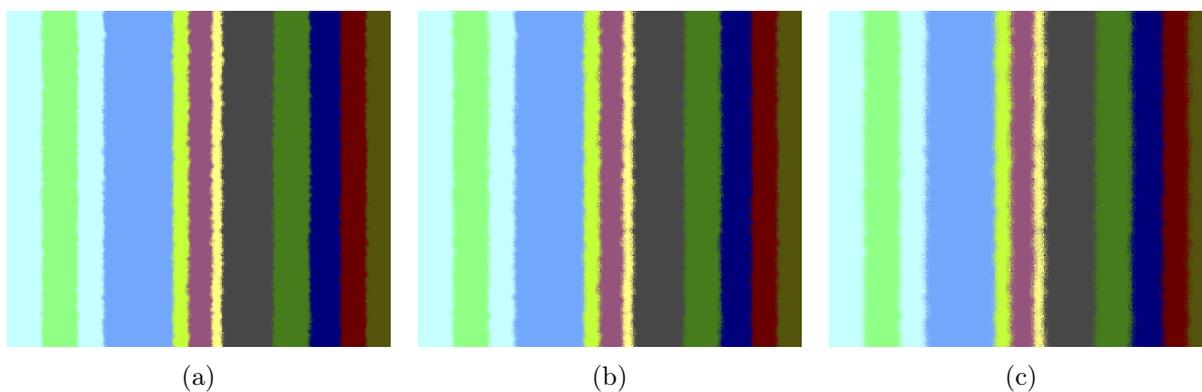


Figura 3.46: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quíntica e distância Euclidiana.

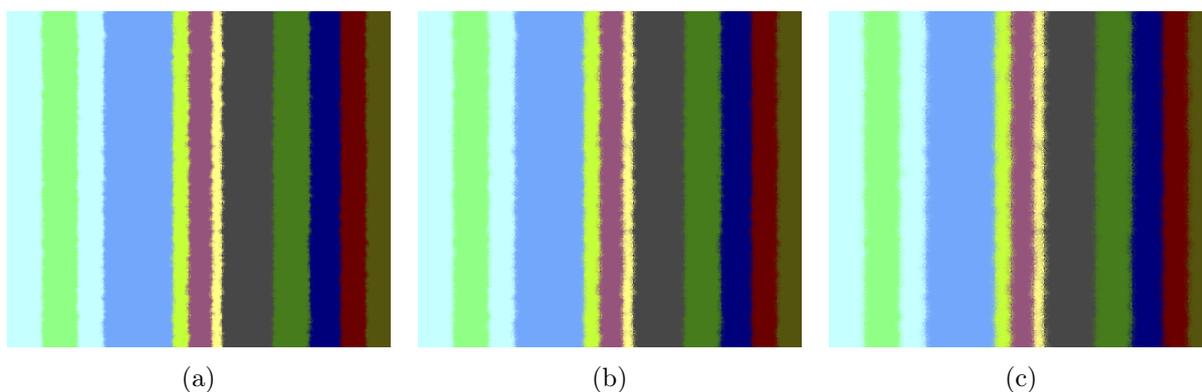


Figura 3.47: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quíntica e distância city block.

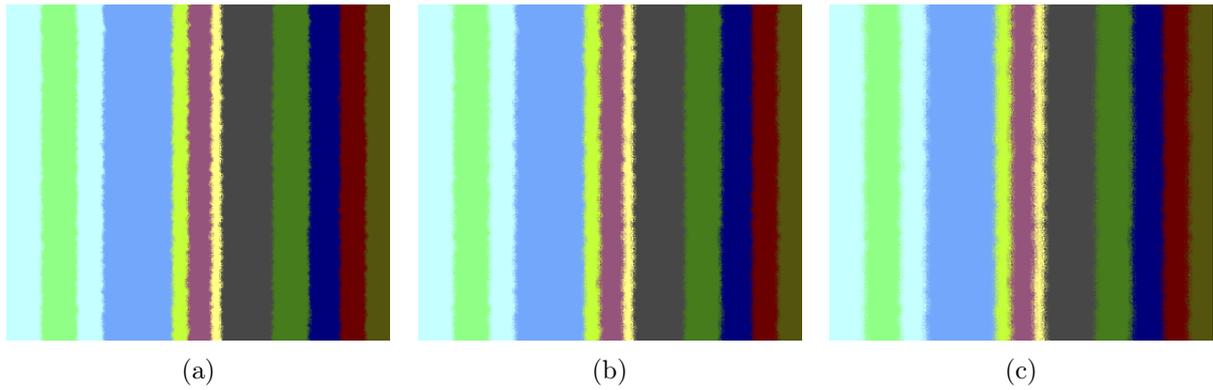


Figura 3.48: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância de Chebyshev.

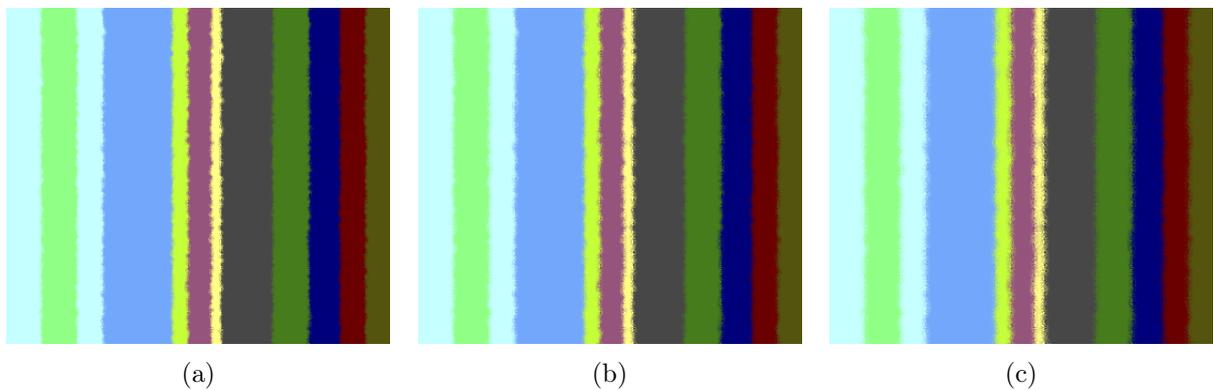


Figura 3.49: Aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando (a) 6, (b) 12 e (c) 24 partículas vizinhas na aproximação, função spline quártica e distância de Minkowski.

Nesse experimento, tem-se também que parte dos resultados obtidos não geraram reconstruções plenamente harmônicas, pois as formas das linhas verticais não se preservaram de forma homogênea após a restauração da Figura 3.41(b).

3.1.2 Resultados Quantitativos

A seguir, apresenta-se os resultados numéricos obtidos após a aplicação de diferentes abordagens do método SPH no retoque digital das Figuras 3.1(b), 3.10(b), 3.19(b), 3.32(b) e 3.41(b).

Experimento 1 – Removendo um Objeto de uma Imagem Sintética: As Tabelas 3.1 a 3.8 mostram o desempenho do método SPH em relação ao tempo de execução obtido até a reconstrução das Figuras 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8 e 3.9, assim como o cálculo do índice de similaridade e do índice de similaridade estrutural entre elas e a Figura 3.1(a). Considera-se o número k de vizinhos mais próximos.

Tabela 3.1: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância Euclidiana.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	1,171	47,2740	0,9924
12	1,282	46,5444	0,9906
24	1,368	45,6760	0,9877

Tabela 3.2: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância city block.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	1,247	47,9798	0,9926
12	1,257	47,2538	0,9916
24	1,782	46,5727	0,9901

Tabela 3.3: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Chebyshev.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	1,180	46,7547	0,9863
12	1,289	45,6220	0,9854
24	1,421	44,3925	0,9813

Tabela 3.4: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Minkowski.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	1,403	47,2740	0,9924
12	1,501	46,5444	0,9906
24	1,837	45,6760	0,9877

Tabela 3.5: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quintica e distância Euclidiana.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	1,243	47,2740	0,9924
12	1,322	46,5444	0,9906
24	1,489	45,6811	0,9877

Tabela 3.6: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quintica e distância city block.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	1,234	47,9798	0,9926
12	1,296	47,2538	0,9916
24	1,417	46,5727	0,9901

Tabela 3.7: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Chebyshev.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	1,210	46,7547	0,9863
12	1,313	45,6220	0,9854
24	1,400	44,3925	0,9813

Tabela 3.8: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Minkowski.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	1,177	47,2740	0,9924
12	1,280	46,5444	0,9906
24	1,364	45,6811	0,9877

No Experimento 1, nota-se que o menor tempo de processamento foi obtido através da utilização da função núcleo Gaussiana, distância Euclidiana e $k = 6$. E, os maiores valores de PSNR e SSIM foram obtidos através da utilização da função núcleo Gaussiana, distância city block com $k = 6$, e função núcleo spline quártica, distância city block com $k = 6$ (resultados equivalentes). Por outro lado, o maior tempo de processamento foi obtido através da utilização da função núcleo Gaussiana, distância de Minkowski e $k = 24$. E, os menores valores de PSNR e SSIM foram obtidos através da utilização da função núcleo Gaussiana, distância de Chebyshev com $k = 24$, e função núcleo spline quártica, distância de Chebyshev com $k = 24$ (resultados equivalentes).

Experimento 2 – Removendo um Texto por Cima de uma Imagem: O desempenho do método SPH com relação ao tempo decorrido até o processamento das Figuras 3.11, 3.12, 3.13, 3.14, 3.15, 3.16, 3.17 e 3.18, assim como a semelhança entre elas e a Figura 3.10(a), pode ser observado nas Tabelas 3.9 a 3.16.

Tabela 3.9: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância Euclidiana.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	16,339	45,2393	0,9860
12	15,542	44,7619	0,9831
24	16,924	44,1539	0,9799

Tabela 3.10: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância city block.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	14,976	45,0991	0,9852
12	16,852	44,6994	0,9829
24	17,241	44,1541	0,9799

Tabela 3.11: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Chebyshev.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	14,764	44,4476	0,9818
12	15,648	44,5171	0,9815
24	16,287	43,8284	0,9775

Tabela 3.12: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Minkowski.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	18,452	45,2393	0,9860
12	19,027	44,7619	0,9831
24	19,939	44,1539	0,9799

Tabela 3.13: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância Euclidiana.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	15,155	45,2393	0,9860
12	15,323	44,7619	0,9831
24	16,395	44,1539	0,9799

Tabela 3.14: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância city block.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	15,065	45,0991	0,9852
12	15,352	44,6994	0,9829
24	16,382	44,1541	0,9799

Tabela 3.15: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Chebyshev.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	14,895	44,4476	0,9818
12	15,735	44,5171	0,9815
24	16,641	43,8284	0,9775

Tabela 3.16: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Minkowski.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	15,141	45,2393	0,9860
12	15,405	44,7619	0,9831
24	16,422	44,1539	0,9799

No Experimento 2, observa-se que o menor tempo de processamento foi obtido através da utilização da função núcleo Gaussiana, distância de Chebyshev e $k = 6$. E, os maiores valores de PSNR e SSIM foram obtidos através da utilização da função núcleo Gaussiana, distância Euclidiana com $k = 6$, e função núcleo Gaussiana, distância de Minkowski com $k = 6$, e função núcleo spline quártica, distância Euclidiana com $k = 6$, e função núcleo spline quártica, distância de Minkowski com $k = 6$ (resultados equivalentes). Mais uma vez, o maior tempo de processamento foi obtido através da utilização da função núcleo Gaussiana, distância de Minkowski e $k = 24$. Novamente, os menores valores de PSNR e SSIM foram obtidos através da utilização da função núcleo Gaussiana, distância de Chebyshev com $k = 24$, e função núcleo spline quártica, distância de Chebyshev com $k = 24$ (resultados equivalentes).

Experimento 3 – Restaurando uma Foto Antiga e Danificada: As Tabelas 3.17 a 3.24 mostram o tempo de execução obtido pelo método SPH até a reconstrução das Figuras 3.19(a), 3.21, 3.22, 3.23, 3.24, 3.25, 3.26, 3.27 e 3.28. Nesse caso, não se tem a imagem inicial (antes da deterioração), uma vez que ela já se encontrava danificada. Portanto, não há como determinar a semelhança (quantitativa) entre a reconstrução e a “imagem inicial”.

Tabela 3.17: Tempo de processamento das imagens retocadas com o método SPH para diferentes valores de k , função Gaussiana e distância Euclidiana.

k	Tempo (s)
6	4,223
12	4,417
24	4,890

Tabela 3.18: Tempo de processamento das imagens retocadas com o método SPH para diferentes valores de k , função Gaussiana e distância city block.

k	Tempo (s)
6	4,354
12	4,549
24	4,870

Tabela 3.19: Tempo de processamento das imagens retocadas com o método SPH para diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Chebyshev.

k	Tempo (s)
6	4,560
12	4,342
24	5,484

Tabela 3.20: Tempo de processamento das imagens retocadas com o método SPH para diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Minkowski.

k	Tempo (s)
6	4,920
12	5,277
24	6,024

Tabela 3.21: Tempo de processamento das imagens retocadas com o método SPH para diferentes valores de k , função spline quártica e distância Euclidiana.

k	Tempo (s)
6	4,201
12	4,508
24	5,089

Tabela 3.22: Tempo de processamento das imagens retocadas com o método SPH para diferentes valores de k , função spline quártica e distância city block.

k	Tempo (s)
6	4,021
12	4,367
24	5,124

Tabela 3.23: Tempo de processamento das imagens retocadas com o método SPH para diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Chebyshev.

k	Tempo (s)
6	4,005
12	4,348
24	5,218

Tabela 3.24: Tempo de processamento das imagens retocadas com o método SPH para diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Minkowski.

k	Tempo (s)
6	4,023
12	4,299
24	5,050

No terceiro experimento, tem-se que o menor tempo de processamento foi obtido através da utilização da função núcleo spline quártica, distância de Chebyshev e $k = 6$. Assim como nos Experimentos 1 e 2, o maior tempo de processamento foi obtido através da utilização da função núcleo Gaussiana, distância de Minkowski e $k = 24$.

Experimento 4 – Removendo um Objeto de uma Imagem Real: Nas Tabelas 3.25 a 3.32, observa-se o desempenho do método SPH até a reconstrução das Figuras 3.33, 3.34, 3.35, 3.36, 3.37, 3.38, 3.39 e 3.40.

Tabela 3.25: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância Euclidiana.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	4,981	43,7634	0,9872
12	4,961	42,9330	0,9830
24	6,123	42,3585	0,9785

Tabela 3.26: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância city block.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	4,684	43,4522	0,9858
12	5,127	42,7665	0,9826
24	5,218	42,2199	0,9781

Tabela 3.27: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Chebyshev.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	4,768	43,6812	0,9868
12	4,827	42,5916	0,9802
24	5,461	42,1393	0,9767

Tabela 3.28: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Minkowski.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	4,671	43,7634	0,9872
12	5,100	42,9330	0,9830
24	5,221	42,3585	0,9785

Tabela 3.29: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância Euclidiana.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	4,623	43,7634	0,9872
12	5,017	42,9579	0,9830
24	5,326	42,3585	0,9785

Tabela 3.30: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância city block.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	4,824	43,4522	0,9858
12	5,002	42,7665	0,9826
24	5,226	42,2199	0,9781

Tabela 3.31: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Chebyshev.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	5,066	43,6812	0,9868
12	5,114	42,5916	0,9802
24	5,265	42,1393	0,9767

Tabela 3.32: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Minkowski.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	4,727	43,7634	0,9872
12	4,939	42,9579	0,9830
24	5,261	42,3585	0,9785

No Experimento 4, constata-se que o menor tempo de processamento foi obtido através da utilização da função núcleo spline quártica, distância Euclidiana e $k = 6$. Contudo, o maior tempo de processamento foi obtido através da utilização da função núcleo Gaussiana, distância Euclidiana e $k = 24$.

Nesse caso, os maiores e menores valores de PSNR e SSIM são iguais aos valores obtidos no Experimento 2. Pois, os maiores valores de PSNR e SSIM foram obtidos através da utilização da função núcleo Gaussiana, distância Euclidiana com $k = 6$, e função núcleo Gaussiana, distância de Minkowski com $k = 6$, e função núcleo spline quártica, distância Euclidiana com $k = 6$, e função núcleo spline quártica, distância de Minkowski com $k = 6$ (resultados equivalentes). E, os menores valores de PSNR e SSIM foram obtidos através da utilização da função núcleo Gaussiana, distância de Chebyshev com $k = 24$, e função núcleo spline quártica, distância de Chebyshev com $k = 24$ (resultados equivalentes).

Experimento 5 – Removendo o Ruído Presente em uma Imagem: Com relação aos resultados qualitativos apresentados nas Figuras 3.42 a 3.49, nas Tabelas 3.33 a 3.40 encontram-se algumas informações sobre o desempenho do método SPH.

Tabela 3.33: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância Euclidiana.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	45,421	39,7632	0,9391
12	42,381	38,2994	0,9186
24	47,025	36,7917	0,8852

Tabela 3.34: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância city block.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	41,368	39,6619	0,9407
12	41,682	38,2065	0,9210
24	48,906	36,7531	0,8894

Tabela 3.35: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Chebyshev.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	42,648	39,6007	0,9331
12	43,808	38,1394	0,9113
24	46,297	36,6603	0,8777

Tabela 3.36: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função Gaussiana e distância de Minkowski.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	38,746	39,7632	0,9391
12	41,286	38,2994	0,9186
24	45,513	36,7917	0,8852

Tabela 3.37: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância Euclidiana.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	48,376	39,7632	0,9391
12	51,594	38,2994	0,9186
24	56,604	36,7917	0,8852

Tabela 3.38: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância city block.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	40,308	39,6619	0,9407
12	42,934	38,2065	0,9210
24	46,701	36,7361	0,8893

Tabela 3.39: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Chebyshev.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	40,898	39,6007	0,9331
12	42,159	38,1394	0,9113
24	47,624	36,6603	0,8777

Tabela 3.40: Desempenho do método SPH, considerando diferentes valores de k , função spline quártica e distância de Minkowski.

k	Tempo (s)	PSNR	SSIM
6	40,673	39,7632	0,9391
12	43,682	38,2994	0,9186
24	49,782	36,7917	0,8852

Por fim, no quinto experimento, vê-se que o menor tempo de processamento foi obtido através da utilização da função núcleo Gaussiana, distância de Minkowski e $k = 6$. Os maiores valores de PSNR foram obtidos através da utilização da função núcleo Gaussiana, distância Euclidiana com $k = 6$, e função núcleo Gaussiana, distância de Minkowski com $k = 6$, e função núcleo spline quártica, distância Euclidiana com $k = 6$, e função núcleo spline quártica, distância de Minkowski com $k = 6$ (resultados equivalentes). E, os maiores índices SSIM foram alcançados por meio do uso da função núcleo Gaussiana, distância city block com $k = 6$, e função núcleo spline quártica, distância city block com $k = 6$ (resultados equivalentes).

Ainda, verifica-se que o maior tempo de processamento foi obtido através da utilização da função núcleo spline quártica, distância Euclidiana e $k = 24$. E, assim como nos Experimentos 1, 2 e 4, os menores valores de PSNR e SSIM foram obtidos através da utilização da função núcleo Gaussiana, distância de Chebyshev com $k = 24$, e função núcleo spline quártica, distância de Chebyshev com $k = 24$ (resultados equivalentes).

3.2 Comparação Entre o Método SPH e Diferentes Técnicas

Nesta seção apresenta-se os resultados obtidos através da aplicação do método SPH e dos métodos AMLE, *Harmonic*, MS, CH e *Transport* no contexto do retoque digital. Considera-se também as Figuras 3.1(b), 3.10(b), 3.19(b), 3.32(b) e 3.41(b) durante o processo de reconstrução. Além disso, é importante ressaltar que, ao realizar as comparações com os outros métodos, considera-se as configurações do método SPH que apresentaram os melhores resultados nos testes descritos na Seção 3.1.

3.2.1 Resultados Qualitativos

A seguir, apresenta-se os resultados visuais obtidos após a aplicação do método SPH e dos demais métodos de comparação no retoque digital de imagens.

Experimento 1 – Removendo um Objeto de uma Imagem Criada: Os resultados obtidos com o uso dos algoritmos na restauração da Figura 3.1(b) podem ser vistos na Figura 3.50.

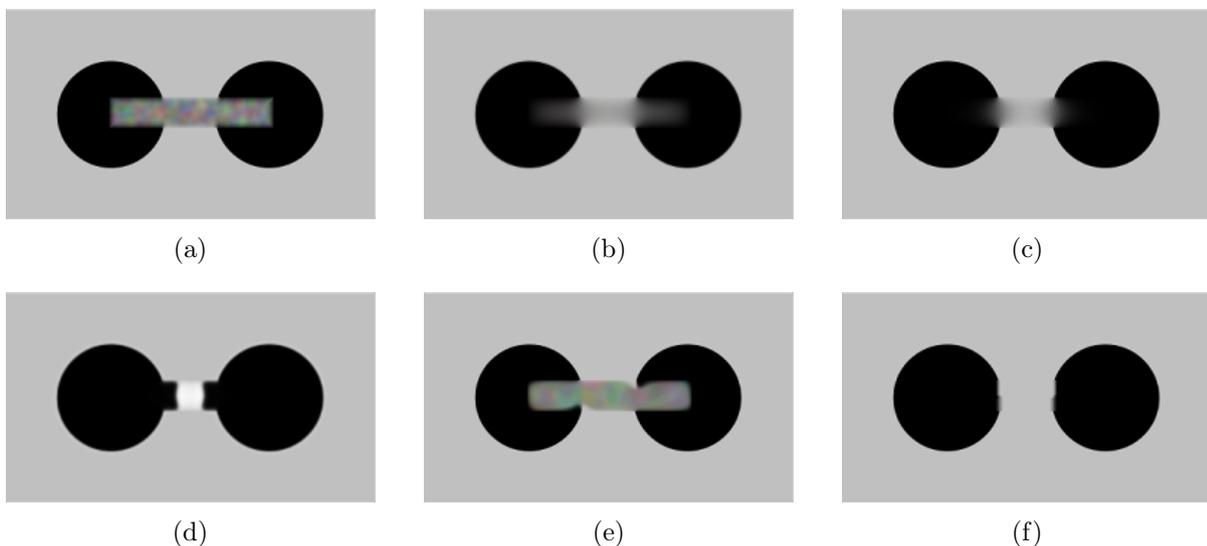


Figura 3.50: Aplicação do método (a) AMLE, (b) *Harmonic*, (c) MS, (d) CH, (e) *Transport* e (f) SPH no retoque da imagem digital, considerando 6 partículas vizinhas, função spline quártica e distância city block.

Nesse caso, os resultados produzidos pelas técnicas abordadas não foram bons o suficiente. E, mesmo não apresentando um resultado tão bom assim, o método SPH destaca-se dentre as demais técnicas, por alcançar o resultado mais satisfatório durante a reconstrução da Figura 3.1(b). Já os três resultados visuais menos satisfatórios foram obtidos utilizando-se os modelos AMLE, CH e *Transport*, onde a região de reconstrução

é bastante realçada ou a reconstrução excede o limite da área do círculo, além do preenchimento da área danificada não ter sido realizado corretamente.

Experimento 2 – Removendo um Texto por Cima de uma Imagem: Aplicando os métodos no retoque digital da Figura 3.10(b), obtém-se os seguintes resultados:

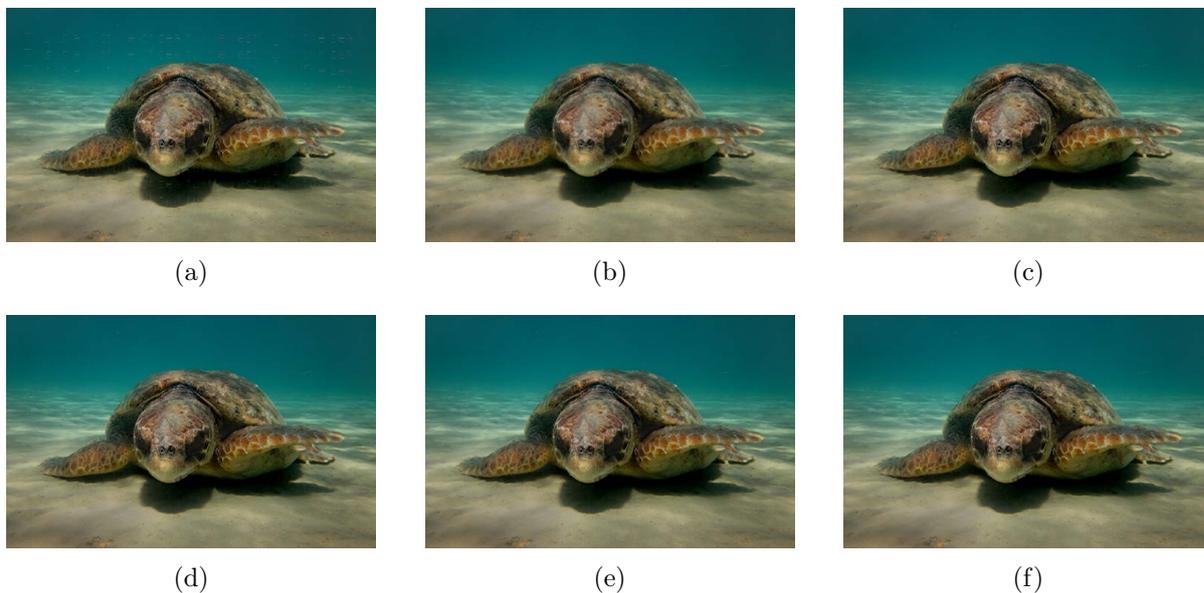


Figura 3.51: Aplicação do método (a) AMLE, (b) *Harmonic*, (c) MS, (d) *Transport* e SPH no retoque da imagem digital, considerando (e) 6 partículas vizinhas, função spline quintica e distância Euclidiana, e (f) 6 partículas vizinhas, função spline quintica e distância de Minkowski.

Analisando a Figura 3.51, observa-se o bom desempenho dos métodos que aqui foram propostos. Porém, na Figura 3.51(a), consegue-se notar mais facilmente que o método AMLE apresenta algumas falhas após a reconstrução da imagem e, dessa forma, ele produz o resultado menos satisfatório frente às demais técnicas.

Experimento 3 – Restaurando uma Foto Antiga e Danificada: Aplicando as técnicas no retoque digital da Figura 3.19(b), obtém-se:

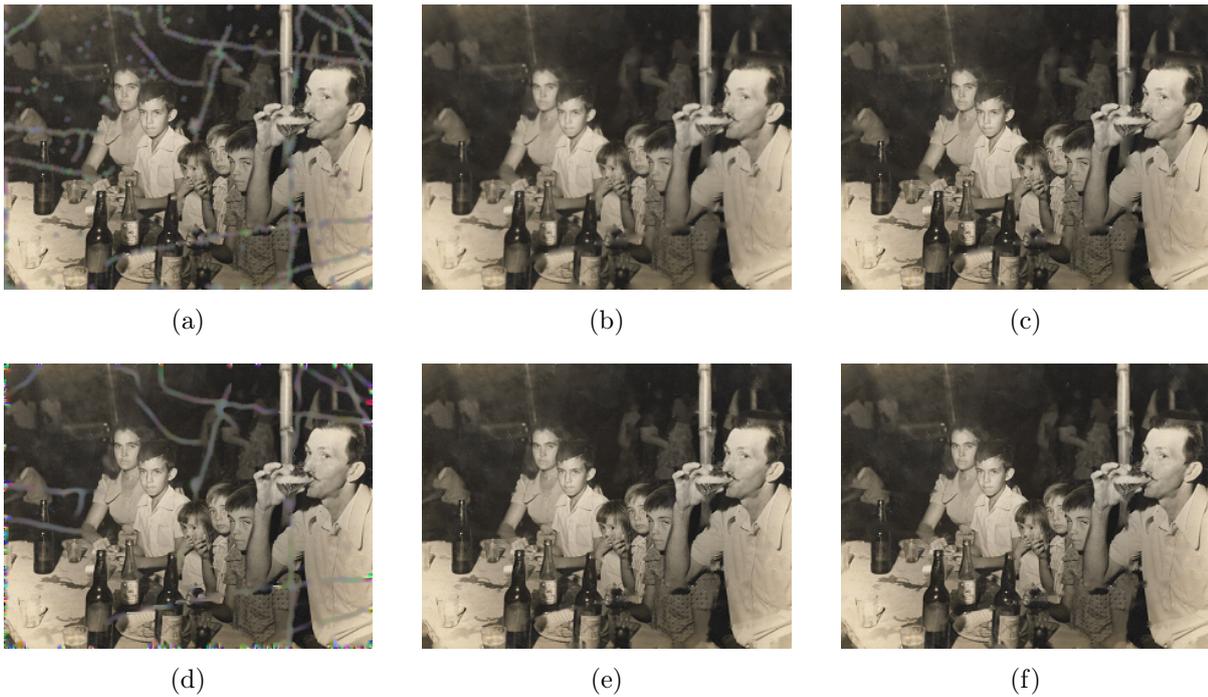


Figura 3.52: Aplicação do método (a) AMLE, (b) *Harmonic*, (c) MS, (d) *Transport* e SPH no retoque da imagem digital, considerando (e) 6 partículas vizinhas, função spline quíntica e distância city block, e (f) 6 partículas vizinhas, função spline quíntica e distância de Chebyshev.

De acordo com os resultados apresentados na Figura 3.52, pode-se notar que as soluções menos satisfatórias foram produzidas pelos métodos AMLE e *Transport*, onde as imagens restauradas realçam bastante a região de retoque. Isso faz com que essas técnicas não se sobressaiam frente às demais. E, se tratando dos outros métodos, bons resultados foram apresentados.

Mais uma vez, aplicando os métodos de comparação no retoque digital da Figura 3.29(a), obtém-se os seguintes resultados:



Figura 3.53: Aplicação do método (a) AMLE, (b) *Harmonic*, (c) MS, (d) *Transport e SPH* no retoque da imagem digital, considerando (e) 12 e (f) 24 partículas vizinhas, função Gaussiana e distância Euclidiana.

Nesse caso, todos os algoritmos geraram alguns defeitos na reconstrução da Figura 3.29(a), conforme pode-se observar na Figura 3.53. Acredita-se que o problema também esteja relacionado a grande perda da quantidade de informação na região de retoque durante esse processo.

Experimento 4 – Removendo um Objeto de uma Imagem Real: Ao adotar os métodos apresentados no retoque digital da Figura 3.32(b), atinge-se os seguintes resultados:

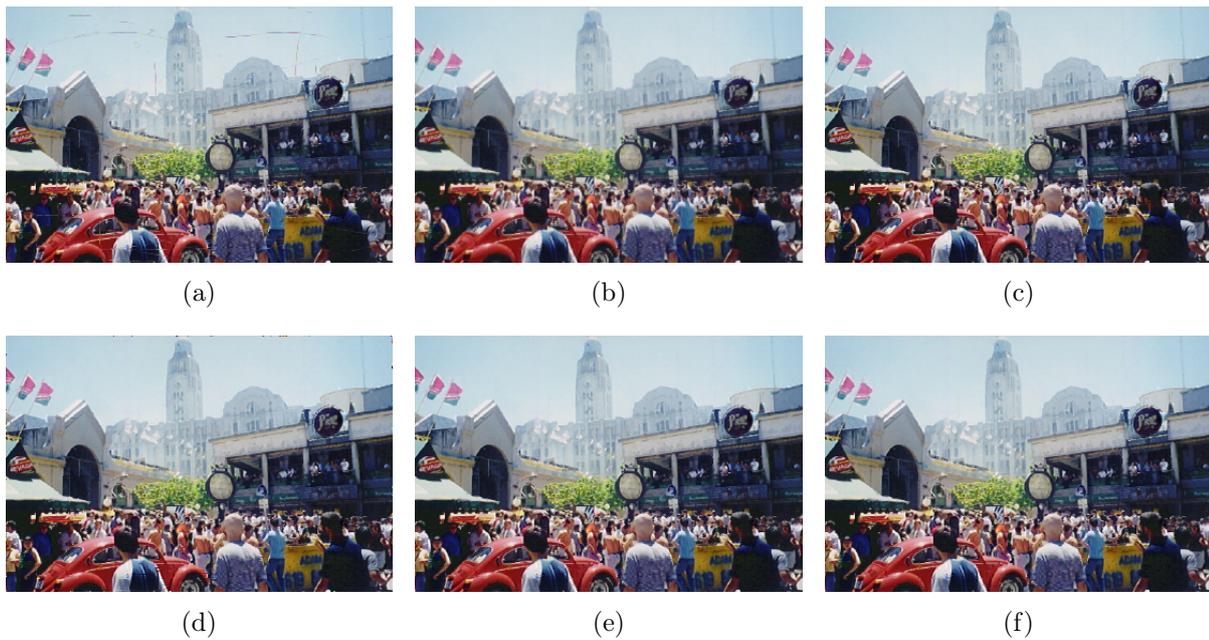


Figura 3.54: Aplicação do método (a) AMLE, (b) *Harmonic*, (c) MS, (d) *Transport* e SPH no retoque da imagem digital, considerando (e) 6 partículas vizinhas, função spline quártica e distância Euclidiana, e (f) 6 partículas vizinhas, função Gaussiana e distância de Minkowski.

Baseando-se nos resultados apresentados na Figura 3.54, pode-se constatar que, mais uma vez, as imagens restauradas através dos métodos AMLE e *Transport* realçam a região de retoque e/ou produzem efeitos indesejáveis. Já os demais métodos atuaram de maneira bastante satisfatória na restauração da imagem corrompida, sem produzir qualquer efeito indesejável.

Experimento 5 – Removendo o Ruído Presente em uma Imagem: Observando a Figura 3.55, é fácil verificar a qualidade das imagens resultantes depois da aplicação dos processos de *inpainting* na Figura 3.41(b).

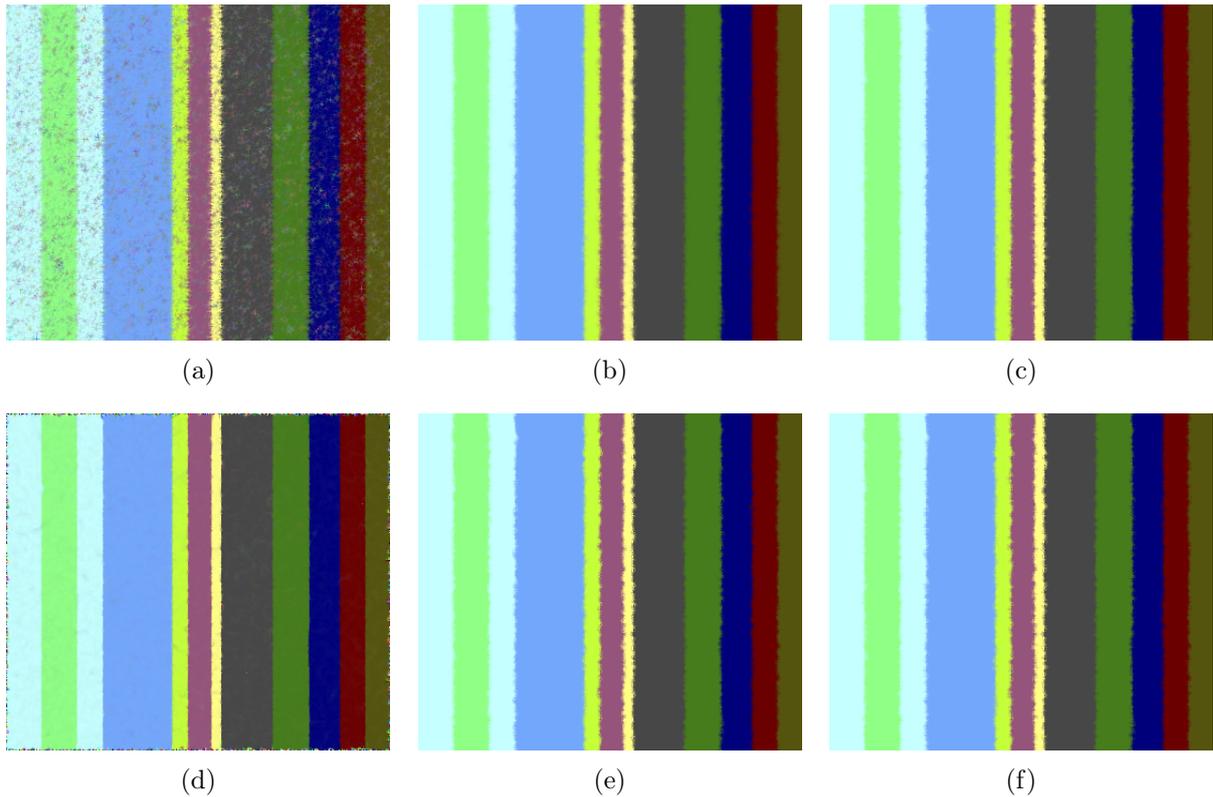


Figura 3.55: Aplicação do método (a) AMLE, (b) *Harmonic*, (c) MS, (d) *Transport* e SPH no retoque da imagem digital, considerando (e) 6 partículas vizinhas, função Gaussiana e distância de Minkowski, e (f) 6 partículas vizinhas, função spline quártica e distância city block.

Novamente, os métodos não foram tão eficientes na remoção do ruído presente na Figura 3.41(b), pois as formas das linhas verticais não se preservaram tão bem após o retoque. O método *Transport* foi o que mais chegou perto de preservar tais formas; porém, o mesmo não apresentou muita eficácia na remoção do ruído, uma vez que o ruído ainda se faz presente em alguns pontos da imagem restaurada, principalmente em sua borda.

3.2.2 Resultados Quantitativos

A seguir, apresenta-se os resultados numéricos obtidos após a aplicação do método SPH e dos demais métodos de comparação no retoque digital de imagens.

Experimento 1 – Removendo um Objeto de uma Imagem Criada: A Tabela 3.41 mostra o desempenho dos algoritmos em relação ao tempo de execução, cálculo do índice de similaridade e do índice de similaridade estrutural entre as Figuras 3.50 e 3.1(a).

Tabela 3.41: Desempenho de cada um dos métodos de comparação.

Método	Tempo (s)	PSNR	SSIM
AMLE	4,700	37,5414	0,9272
<i>Harmonic</i>	1,797	37,4547	0,9397
MS	11,098	41,4761	0,9622
CH	68,310	40,9053	0,9677
<i>Transport</i>	25,985	37,6327	0,9303
SPH	1,234	47,9798	0,9926

Ao observar os dados da Tabela 3.41, pode-se afirmar que o menor tempo de processamento, o maior valor de PSNR e o maior índice SSIM foram obtidos através da aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando 6 partículas vizinhas na aproximação, função núcleo spline quártica e distância city block. O maior tempo de processamento foi obtido pelo método CH, o menor valor de PSNR foi obtido através da utilização do método *Harmonic* e o menor índice SSIM foi alcançado por meio do uso do método AMLE.

Experimento 2 – Removendo um Texto por Cima de uma Imagem: O desempenho dos métodos com relação ao tempo decorrido até o processamento de cada uma das imagens que compõem a Figura 3.51 e a semelhança entre elas e a Figura 3.10(a) pode ser observado na Tabela 3.42.

Tabela 3.42: Desempenho de cada um dos métodos de comparação.

Método	Tempo (s)	PSNR	SSIM
AMLE	33,566	41,5532	0,9576
<i>Harmonic</i>	2,805	44,1902	0,9833
MS	55,986	45,9611	0,9889
<i>Transport</i>	250,565	45,5225	0,9860
SPH	15,155	45,2393	0,9860
SPH	15,141	45,2393	0,9860

Através da Tabela 3.42, percebe-se que o menor tempo de processamento foi obtido através da utilização do método *Harmonic*. E, os maiores valores de PSNR e SSIM foram obtidos pelo método MS. Por outro lado, o maior tempo de processamento foi obtido através da utilização do método *Transport* e os menores valores de PSNR e SSIM foram obtidos pelo método AMLE.

Experimento 3 – Restaurando uma Foto Antiga e Danificada: A Tabela 3.43 mostra o tempo de execução obtido por cada um dos métodos até a reconstrução da Figura 3.52.

Tabela 3.43: Tempo de processamento das imagens retocadas considerando a execução dos diferentes métodos de comparação.

Método	Tempo (s)
AMLE	10,078
<i>Harmonic</i>	4,551
MS	34,871
<i>Transport</i>	60,339
SPH	4,021
SPH	4,005

Conforme mostra a Tabela 3.43, o menor tempo de processamento foi obtido através da aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando 6 partículas vizinhas na aproximação, função núcleo spline quíntica e distância de Chebyshev. Além disso, o maior tempo de processamento foi obtido através da utilização do método *Transport*.

Experimento 4 – Removendo um Objeto de uma Imagem Real: Na Tabela 3.44, observa-se o desempenho dos métodos até o processamento da Figura 3.54.

Tabela 3.44: Desempenho de cada um dos métodos de comparação.

Método	Tempo (s)	PSNR	SSIM
AMLE	12,479	42,2091	0,9611
<i>Harmonic</i>	0,826	38,5806	0,9782
MS	39,516	44,3257	0,9898
<i>Transport</i>	75,573	43,9707	0,9775
SPH	4,623	43,7634	0,9872
SPH	4,671	43,7634	0,9872

De acordo com a Tabela 3.44 e assim como no Experimento 2, tem-se que o menor tempo de processamento foi obtido através da utilização do método *Harmonic* e os maiores valores de PSNR e SSIM foram obtidos pelo método MS. Nota-se também que o maior tempo de processamento foi obtido pelo método *Transport*, o menor valor de PSNR foi obtido através da utilização do método *Harmonic* e o menor índice SSIM foi alcançado por meio do uso do método AMLE.

Experimento 5 – Removendo o Ruído Presente em uma Imagem: Com relação aos resultados quantitativos, na Tabela 3.45 encontra-se algumas informações sobre a desenvoltura de todas as metodologias abordadas nesta investigação até a reconstrução da Figura 3.55.

Tabela 3.45: Desempenho de cada um dos métodos de comparação.

Método	Tempo (s)	PSNR	SSIM
AMLE	17,589	31,4735	0,5336
<i>Harmonic</i>	3,265	38,7846	0,9429
MS	48,582	39,7260	0,9513
<i>Transport</i>	111,451	38,7180	0,8606
SPH	38,746	39,7632	0,9391
SPH	40,308	39,6619	0,9407

Enfim, na Tabela 3.45 vê-se que o menor tempo de processamento foi obtido através do método *Harmonic*. Além disso, o maior valor de PSNR foi obtido através da aplicação do método SPH no retoque da imagem digital, considerando 6 partículas vizinhas na aproximação, função núcleo Gaussiana e distância de Minkowski. Ainda, o maior índice SSIM foi obtido através do método MS.

Assim como no Experimento 2, o maior tempo de processamento foi obtido através da utilização do método *Transport* e os menores valores de PSNR e SSIM foram obtidos pelo método AMLE.

3.3 Discussão dos Resultados

Em todos os testes realizados acima, o método SPH adaptado à tarefa retoque digital de imagens se mostrou qualificativo e bastante versátil pois, analisando os resultados reportados nas Tabelas 3.1 a 3.45, pode-se inferir que o método apresentou um bom índice de similaridade na tarefa de reconstrução, além de um tempo de processamento aceitável, sendo competitivo com outros métodos correlatos da literatura.

Para um maior entendimento, percepção e visualização, optou-se por organizar os dados quantitativos do método SPH, obtidos no presente trabalho. Nas Tabelas 3.46, 3.47, 3.48 e 3.49, decidiu-se destacar os números nas cores azul e vermelho, para indicar os melhores e piores resultados obtidos em cada um dos experimentos, respectivamente.

As Tabelas 3.46 e 3.47 mostram o desempenho do algoritmo SPH em relação ao cálculo do índice de similaridade (PSNR) entre a imagem retocada e a imagem inicial. Considera-se o número k de vizinhos mais próximos e diferentes métricas.

Tabela 3.46: Desempenho do método SPH no cálculo do índice de similaridade, considerando a função núcleo Gaussiana, diferentes métricas e diferentes valores de k .

Distância	Euclidiana			City Block			Chebyshev			Minkowski			
	k	6	12	24	6	12	24	6	12	24	6	12	24
Experimento 1		47, 2740	46, 5444	45, 6760	47, 9798	47, 2538	46, 5727	46, 7547	45, 6220	44, 3925	47, 2740	46, 5444	45, 6760
Experimento 2		45, 2393	44, 7619	44, 1539	45, 0991	44, 6994	44, 1541	44, 4476	44, 5171	43, 8284	45, 2393	44, 7619	44, 1539
Experimento 4		43, 7634	42, 9330	42, 3585	43, 4522	42, 7665	42, 2199	43, 6812	42, 5916	42, 1393	43, 7634	42, 9330	42, 3585
Experimento 5		39, 7632	38, 2994	36, 7917	39, 6619	38, 2065	36, 7531	39, 6007	38, 1394	36, 6603	39, 7632	38, 2994	36, 7917

Tabela 3.47: Desempenho do método SPH no cálculo do índice de similaridade, considerando a função núcleo spline quártica, diferentes métricas e diferentes valores de k .

Distância	Euclidiana			City Block			Chebyshev			Minkowski			
	k	6	12	24	6	12	24	6	12	24	6	12	24
Experimento 1		47, 2740	46, 5444	45, 6811	47, 9798	47, 2538	46, 5727	46, 7547	45, 6220	44, 3925	47, 2740	46, 5444	45, 6811
Experimento 2		45, 2393	44, 7619	44, 1539	45, 0991	44, 6994	44, 1541	44, 4476	44, 5171	43, 8284	45, 2393	44, 7619	44, 1539
Experimento 4		43, 7634	42, 9579	42, 3585	43, 4522	42, 7665	42, 2199	43, 6812	42, 5916	42, 1393	43, 7634	42, 9579	42, 3585
Experimento 5		39, 7632	38, 2994	36, 7917	39, 6619	38, 2065	36, 7361	39, 6007	38, 1394	36, 6603	39, 7632	38, 2994	36, 7917

Pelas Tabelas 3.46 e 3.47, observa-se que os valores obtidos através da utilização da função núcleo Gaussiana foram bem próximos e, alguns (a maioria), até mesmo iguais, daqueles obtidos através da utilização da função núcleo spline quártica. Ao analisar os dados, interpreta-se que, em ambas as funções núcleo e em todos os experimentos aqui apresentados, os piores resultados do método SPH no cálculo do índice de similaridade foram obtidos através da utilização da distância de Chebyshev, considerando 24 partículas vizinhas na aproximação. Por sua vez, os melhores resultados do método SPH no cálculo do índice de similaridade, em ambas as funções núcleo e em quase todos os experimentos, foram obtidos através da utilização das distâncias Euclidiana e de Minkowski – onde os

valores são exatamente iguais, com $k = 6$ em ambos os casos. O único caso onde isso não ocorre é no Experimento 1, onde os melhores resultados foram obtidos através da utilização da distância city block, considerando 6 partículas vizinhas na aproximação.

As Tabelas 3.48 e 3.49 mostram o desempenho do algoritmo SPH em relação ao cálculo do índice de similaridade estrutural (SSIM) entre a imagem retocada e a imagem inicial. Mais uma vez, considera-se o número k de vizinhos mais próximos e diferentes métricas.

Tabela 3.48: Desempenho do método SPH no cálculo do índice de similaridade estrutural, considerando a função núcleo Gaussiana, diferentes métricas e diferentes valores de k .

Distância	Euclidiana			City Block			Chebyshev			Minkowski			
	k	6	12	24	6	12	24	6	12	24	6	12	24
Experimento 1		0,9924	0,9906	0,9877	0,9926	0,9916	0,9901	0,9863	0,9854	0,9813	0,9924	0,9906	0,9877
Experimento 2		0,9860	0,9831	0,9799	0,9852	0,9829	0,9799	0,9818	0,9815	0,9775	0,9860	0,9831	0,9799
Experimento 4		0,9872	0,9830	0,9785	0,9858	0,9826	0,9781	0,9868	0,9802	0,9767	0,9872	0,9830	0,9785
Experimento 5		0,9391	0,9186	0,8852	0,9407	0,9210	0,8894	0,9331	0,9113	0,8777	0,9391	0,9186	0,8852

Tabela 3.49: Desempenho do método SPH no cálculo do índice de similaridade estrutural, considerando a função núcleo spline quártica, diferentes métricas e diferentes valores de k .

Distância	Euclidiana			City Block			Chebyshev			Minkowski			
	k	6	12	24	6	12	24	6	12	24	6	12	24
Experimento 1		0,9924	0,9906	0,9877	0,9926	0,9916	0,9901	0,9863	0,9854	0,9813	0,9924	0,9906	0,9877
Experimento 2		0,9860	0,9831	0,9799	0,9852	0,9829	0,9799	0,9818	0,9815	0,9775	0,9860	0,9831	0,9799
Experimento 4		0,9872	0,9830	0,9785	0,9858	0,9826	0,9781	0,9868	0,9802	0,9767	0,9872	0,9830	0,9785
Experimento 5		0,9391	0,9186	0,8852	0,9407	0,9210	0,8893	0,9331	0,9113	0,8777	0,9391	0,9186	0,8852

Nas Tabelas 3.48 e 3.49, observa-se que os valores obtidos através do método SPH no cálculo do índice de similaridade estrutural, utilizando as funções núcleo Gaussiana e spline quártica, respectivamente, são exatamente iguais. As únicas exceções estão no Experimento 5, quando se utiliza a distância city block com $k = 24$; porém, essa diferença é de apenas um décimo de milésimo. Mais uma vez, analisando os dados, tem-se que para todos os experimentos aqui apresentados, os piores resultados do método SPH no cálculo do índice de similaridade estrutural também foram obtidos através da utilização da distância de Chebyshev com $k = 24$. No Experimento 1, os melhores resultados também foram obtidos através da utilização da distância city block, considerando 6 partículas vizinhas na aproximação. Já nos Experimentos 2 e 4, os melhores resultados foram obtidos através da utilização das distâncias Euclidiana e de Minkowski – onde os valores são exatamente iguais – com $k = 6$ em ambos os casos. E, por fim, no Experimento 5, os melhores resultados foram obtidos através da utilização da distância city block, considerando 6 partículas vizinhas na aproximação.

De modo geral, sob diferentes condições, o método SPH produz os melhores resultados quando considera a função núcleo spline quártica. Porém, o único caso onde isso não ocorre é no Experimento 5, utilizando a distância city block com $k = 24$.

Note também que, para as imagens testadas acima, não se teve a necessidade de considerar $k = 24$, uma vez que utilizando $k = 6$ e/ou $k = 12$, bons resultados foram produzidos com um menor tempo de processamento. Outro ponto importante a ser salientado é que, tendo em conta a qualidade das reconstruções obtidas no Experimento 1, pode-se afirmar que o método de *inpainting* baseado na formulação SPH não apresentou um resultado tão satisfatório assim quanto a remoção do retângulo branco da imagem sintética, em que os contornos dos círculos não se preservaram tão bem após a restauração da Figura 3.1(b). Contudo, diante desse mesmo experimento, o referido método destacou-se quando comparado com as outras cinco abordagens de retoque digital para a imagem mencionada (vide a Tabela 3.41).

Finalmente, com relação aos demais experimentos, o método de *inpainting* baseado no SPH também apresentou resultados satisfatórios em vista dos demais modelos, embora seu tempo de processamento tenha sido superior ao método *Harmonic* em alguns casos.

Conclusões

O presente trabalho teve por objetivo apresentar um estudo sobre diversas técnicas de *inpainting* digital, em especial aquelas baseadas em EDPs e no método SPH. Tanto análises qualitativas como de ordem numérica foram conduzidas nesta pesquisa, o que incluiu comparativos envolvendo cada uma das técnicas estudadas como ainda a variação dos principais parâmetros do método SPH como, por exemplo, número de partículas, diferentes métricas de distância, entre outros. Além do aspecto paramétrico explorado sobre o método SPH, foram também endereçadas diferentes aplicações no contexto de reconstrução de imagens digitais como restauração de imagens antigas danificadas, remoção textual e eliminação de ruídos. Finalmente, questões envolvendo o custo computacional de cada técnica também foram exploradas nesta dissertação.

Com relação ao método SPH, pelo fato desse conciliar eficiência na reconstrução (devido à coleta de informações da área que circunda a região a ser retocada) e mobilidade em transportar essas informações para o domínio de retoque, tal algoritmo mostrou-se preciso e robusto computacionalmente e, além disso, apresentou resultados satisfatórios tratando-se da qualidade visual das imagens, sendo os mesmos similares aos resultados obtidos pelos demais métodos também apresentados no presente trabalho, os quais já são consolidados na literatura. Ainda sobre o método SPH, na obtenção dos resultados foi realizada uma variação da quantidade de partículas vizinhas do pixel a ser retocado e, assim como o tamanho da região a ser retocada, isso demonstrou exercer influência no resultado final. Além disso, constatou-se que pequenas mudanças na máscara da imagem podem influenciar diretamente na obtenção de resultados incoerentes.

Por fim, podê-se observar a partir das tabelas numéricas que os resultados obtidos utilizando diferentes métodos numéricos foram quantitativamente satisfatórios. Porém, observa-se que o método SPH aplicado ao problema de *inpainting* se destaca quando comparado às demais técnicas, uma vez que a confirmação da efetividade do método em convergir para o resultado se dá devido ao seu rápido processamento e há grande semelhança entre a imagem corrigida e a imagem inicial, constatada através do cálculo do índice de similaridade e do índice de similaridade estrutural entre as imagens digitais.

Referências

- [1] B. Adams; M. Pauly; R. Keiser; L. J. Guibas. Adaptively sampled particle fluids. *ACM Trans. Graph.*, 26:48, 2007.
- [2] V. K. Alilou; F. Yaghmaee. Application of grnn neural network in non-texture image inpainting and restoration. *Pattern Recognition Letters*, 62(C):24–31, 2015.
- [3] L. Ambrosio; V. M. Tortorelli. Approximation of functional depending on jumps by elliptic functional via t-convergence. In *Communications on Pure and Applied Mathematics*, pages 999–1036, 1990.
- [4] S. Azevedo; G. Cardim; W. Casaca; E. Silva; R. Singh. Shadows removal in high resolution remote sensing images using local inpainting strategy. In *PECORA 20 - Observing a Changing Earth: Science for Decisions, Monitoring, Assessment, and Projection (Honored Mention Award)*, pages 13–21, 2017.
- [5] C. Barnes; E. Shechtman; A. Finkelstein; D. B. Goldman. Patchmatch: A randomized correspondence algorithm for structural image editing. *ACM Transactions on Graphics (Proc. SIGGRAPH)*, 28(3):24:1–24:11, 2009.
- [6] D. P. Basso; M. Colnago; W. Casaca. Remoção de obstruções textuais via inpainting digital em imagens de sensoriamento remoto. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, 7(1), 2020.
- [7] M. Bertalmio; A. L. Bertozzi; G. Sapiro. Navier-stokes, fluid dynamics, and image and video inpainting. In *Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. CVPR 2001*, volume 1. IEEE, 2001.
- [8] M. Bertalmio; G. Sapiro; V. Caselles; C. Ballester. Image inpainting. In *Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 417–424. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 2000.
- [9] A. L. Bertozzi; S. Esedoglu; A. Gillette. Inpainting of binary images using the Cahn–Hilliard equation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 16(1):285–291, 2007.
- [10] G. D. Blasi; E. Francomano; A. Tortorici; E. Toscano. A smoothed particle image reconstruction method. *Calcolo: a quarterly on numerical analysis and theory of computation*, 48(1):61–74, 2011.
- [11] M. A. P. Cabral. Introdução à teoria da medida e integral de Lebesgue, 2016.
- [12] F. P. do Carmo. *A Equação de Poisson e a Decomposição de Helmholtz-Hodge com Operadores SPH*. PhD thesis, PUC – Rio de Janeiro, 2008.

- [13] W. C. O. Casaca. Restauração de imagens digitais com texturas utilizando técnicas de decomposição e equações diferenciais parciais. Master dissertation, IBILCE, UNESP, S. J. Rio Preto, 2010.
- [14] W. C. O. Casaca. Graph laplacian for spectral clustering and seeded image segmentation. Phd thesis, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.
- [15] W. Casaca; J. P. Gois; H. C. Batagelo; G. Taubin; L. G. Nonato. Laplacian coordinates: Theory and methods for seeded image segmentation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2020.
- [16] W. Casaca; L. G. Nonato; G. Taubin. Laplacian coordinates for seeded image segmentation. In *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pages 384–391, 2014.
- [17] W. Casaca; M. P. Almeida; M. Boaventura; L. G. Nonato. Combining anisotropic diffusion, transport equation and texture synthesis for inpainting textured images. *Pattern Recognition Letters*, pages 36–45, 2014.
- [18] J. R. Casas; L. Torres. Strong edge features for image coding. In *Mathematical Morphology and Its Applications to Image and Signal Processing*, volume 5, pages 443–450. Springer, 07 1996.
- [19] V. Caselles; J-M. Morel; C. Sbert. An axiomatic approach to image interpolation. *IEEE Transactions on image processing*, 7(3):376–386, 02 1998.
- [20] Q. Cheng; H. Shen; L. Zhang; P. Li. Inpainting for remotely sensed images with a multichannel nonlocal total variation model. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 52(1):175–187, 2014.
- [21] P. W. Cleary; S. H. Pyo; M. Prakash; B-K. Koo. Bubbling and frothing liquids. In *SIGGRAPH 2007*, 2007.
- [22] M. Colnago; W. Casaca; L. F. de Souza. A high-order immersed interface method free of derivative jump conditions for Poisson equations on irregular domains. *Journal of Computational Physics*, 423:109791, 2020.
- [23] A. Criminisi; P. Perez; K. Toyama. Object removal by exemplar-based inpainting. In *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 2, pages 721–728, 2003.
- [24] A. Criminisi; P. Perez; K. Toyama. Region filling and object removal by exemplar-based image inpainting. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(9):1200–1212, 2004.
- [25] J. A. Cuminato; M. Meneguette. *Discretização de equações diferenciais parciais: técnicas de diferenças finitas*. Sociedade Brasileira de Matemática, 2013.
- [26] M. Desbrun; M-P. Gascuel. Smoothed particles: a new paradigm for animating highly deformable bodies. In *Computer animation and simulation*, pages 61–76, Vienna, 1996. Springer.
- [27] S. Esedoglu; J. Shen. Digital inpainting based on the mumford-shah-euler image model. In *European Journal of Applied Mathematics*, pages 353–370, 2002.

- [28] D. J. Eyre. An unconditionally stable one-step scheme for gradient systems. *Unpublished article*, pages 1–15, 1998.
- [29] N. B. Franco. *Cálculo numérico*. Pearson, 2006.
- [30] R. A. Gingold; J. J. Monaghan. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 181(3):375–389, 1977.
- [31] R. C. Gonzalez; R. E. Woods. *Digital image processing*. Prentice Hall, 2002.
- [32] H. Grossauer; O. Scherzer. Using the complex Ginzburg-Landau equation for digital inpainting in 2D and 3D. In *International Conference on Scale-Space Theories in Computer Vision*, pages 225–236. Springer, 2003.
- [33] L. Hogeweg; C. I. Sánchez; J. Melendez; P. Maduskar; A. Story; A. Hayward; B. van Ginneken. Foreign object detection and removal to improve automated analysis of chest radiographs. *Medical Physics*, 40(7):071901, 2013.
- [34] R. Jensen. Uniqueness of Lipschitz extensions: minimizing the sup norm of the gradient. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 123(1):51–74, 03 1993.
- [35] A. G. S. Júnior. Métodos para retoque digital de imagens utilizando equações diferenciais parciais, 2007. Trabalho de Conclusão de Curso.
- [36] M. A. Khan; T. M. Khan; D. Bailey; Y. Kong. A spatial domain scar removal strategy for fingerprint image enhancement. *Pattern Recognition*, 60:258–274, 2016.
- [37] J. V. Leme; W. Casaca; M. Colnago; M. A. Dias. Towards assessing the electricity demand in brazil: Data-driven analysis and ensemble learning models. *Energies*, 13(6):1407, 2020.
- [38] Z. Liu; S. Zhong; Z. Xie; W. Wang. A novel anisotropic second order regularization for mesh denoising. *Computer Aided Geometric Design*, 71:190–201, 2019.
- [39] L. B. Lucy. A numerical approach to testing of the fission hypothesis. *Astronomical Journal*, 82:1013–1024, 1977.
- [40] S. Masnou; J. Morel. Level lines based disocclusion. In *Image Processing. ICIP 98. Proceedings 1998 International Conference on Image Processing*, pages 259–263. IEEE, 1998.
- [41] F. A. Mazzini. Retoque digital com o método SPH. Master’s thesis, Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, 2017.
- [42] M. Müller; B. Solenthaler; R. Keiser; M. H. Gross. Particle-based fluid-fluid interaction. In *Symposium on Computer Animation*, pages 237–244, 2005.
- [43] M. Müller; D. Charypar; M. H. Gross. Particle-based fluid simulation for interactive applications. In *Symposium on Computer Animation*, pages 154–159, 2003.
- [44] D. K. Mumford; J. Shah. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems. In *Communications on Pure and Applied Mathematics*, pages 577–685, 1989.

- [45] R. G. Negri; E. A. da Silva; W. Casaca. Inducing contextual classifications with kernel functions into support vector machines. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 15(6):962–966, 2018.
- [46] A. Newson; A. Almansa; M. Fradet; Y. Gousseau; P. Perez. Towards fast, generic video inpainting. In *European Conference on Visual Media Production (CVMP)*, pages 7:1–7:8, 2013.
- [47] M. Nitzberg; D. Mumford; T. Shiota. *Filtering, segmentation and depth*, volume 662. Springer, 1993.
- [48] A. Paiva; F. Petronetto; T. Lewiner; G. Tavares. Particle-based non-newtonian fluid animation for melting objects. *19th Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing*, pages 78–85, 2006.
- [49] P. Perona; J. Malik. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 12(7):629–639, 1990.
- [50] M. Rahmes; J. D. Allen; A. Elharti; G. B. Tenali. Fingerprint reconstruction method using partial differential equation and exemplar-based inpainting methods. In *Biometrics Symposium*, pages 1–6, 2007.
- [51] L. I. Rudin; S. Osher. Total variation based image restoration with free local constraints. In *Image Processing, 1994. Proceedings. ICIP-94., IEEE International Conference*, volume 1, pages 31–35. IEEE, 1994.
- [52] L. I. Rudin; S. Osher; E. Fatemi. Nonlinear total variation based noise removal algorithms. *Physica D: nonlinear phenomena*, 60(1-4):259–268, 1992.
- [53] CB. Schönlieb. *Partial Differential Equation Methods for Image Inpainting*. Cambridge University Press, 2015.
- [54] C-B. Schönlieb; A. Bertozzi. Unconditionally stable schemes for higher order inpainting. *Communications in Mathematical Sciences*, 9:413–457, 06 2011.
- [55] J. Shen; S. H. Kang; T. F. Chan. Euler’s elastica and curvature-based inpainting. *SIAM journal on Applied Mathematics*, 63(2):564–592, 2003.
- [56] J. Shen; T. F. Chan. Mathematical models for local nontexture inpaintings. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 62(3):1019–1043, 2002.
- [57] S. Shojaeilangari; C. R. Schmidtlein; A. Rahmim; M. R. Ay. Recovery of missing data in partial geometry pet scanners: Compensation in projection space vs image space. *Medical Physics*, 45(12):5437–5449, 2018.
- [58] A. S. Takata. Aspectos teórico-numéricos dos métodos SPH e MPS. Master’s thesis, UNESP, Faculdade de Ciências e Tecnologia (FCT) – Presidente Prudente, 2015.
- [59] J. E. Taylor; J. W. Cahn. Linking anisotropic sharp and diffuse surface motion laws via gradient flows. *Journal of Statistical Physics*, 77(1-2):183–197, 1994.
- [60] A. Tsai; A. J. Yezzi; A. S. Willsky. Curve evolution implementation of the mumford-shah functional for image segmentation, denoising, interpolation, and magnification. *IEEE transactions on image processing: a publication of the IEEE Signal Processing Society*, 10 8:1169–1186, 2001.

-
- [61] B. P. Vollmayr-Lee; A. D. Rutenberg. Fast and accurate coarsening simulation with an unconditionally stable time step. *Physical Review E*, 68(6):066703, 2003.
- [62] X. Zhang; J. W. L. Wan. Image restoration of medical images with streaking artifacts by euler's elástica inpainting. In *IEEE 14th International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI 2017)*, pages 235–239, 2017.