

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

THAMIS CORTES FREIRE DE CARVALHO

Mapeamento de órbitas e manobras orbitais em torno de Io

Guaratinguetá
2021

THAMIS CORTES FREIRE DE CARVALHO

Mapeamento de órbitas e manobras orbitais em torno de Io

Trabalho de Mestrado apresentado ao Conselho da Pós Graduação em Física da Faculdade de Engenharia o Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado.

Co-orientadora: Prof^a. Dr^a. Silvia Maria Giuliatti Winter.

Guaratinguetá

2021

C331m	<p>Carvalho, Thamis Côrtes Freire de Mapeamento de órbitas e manobras orbitais em torno de Io / Thamis Côrtes Freire de Carvalho – Guaratinguetá, 2021. 89 : il. Bibliografia: f. 85-89</p> <p>Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2021. Orientador: Prof. Dr. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado Coorientadora: Prof^ª Dr^ª Silvia Maria Giuliatti Winter</p> <p>1. Órbitas. 2. Planetas-órbitas. 3. Sondas espaciais. I. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU 629.783(043)</p>
-------	--

Luciana Máximo
Bibliotecária/CRB-8 3595

THAMIS CÔRTEZ FREIRE DE CARVALHO

**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM FÍSICA”**

**PROGRAMA: FÍSICA
CURSO: MESTRADO**

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:



**PROF. DR. ANTONIO FERNANDO BERTACHINI DE ALMEIDA
PRADO**

Orientador / INPE

participou por videoconferência



**PROFa. DRa. ALESSANDRA FERRAZ DA SILVA
UNESP/FEG**

participou por videoconferência



**PROF. DR. JEAN PAULO DOS SANTOS CARVALHO
UFRB**

participou por videoconferência

Setembro de 2021

DADOS CURRICULARES

THAMIS CORTES FREIRE DE CARVALHO

NASCIMENTO 24/04/1996 - Salvador / BA

FILIAÇÃO Mário Alberto Martins Freire de Carvalho
Tenísia Côrtes de Souza Freire de Carvalho

2014/2019 Bacharelado em Física
Universidade Estadual de Feira de Santana

2019/2021 Mestrado em Física
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"

Dedico este trabalho aos meus avôs, Ma-
rio e Themistocles, e minha avó Sinhá.
(In Memoriam)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me ajudado a chegar até aqui, a meu esposo Lucas por todo suporte e ajuda para a realização desse trabalho e a meus pais por todo amor e paciência durante todos esses anos de estudo. Agradeço a minha 오빠 por todo apoio e amizade.

Ao meu orientador, o professor Dr. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado, expresso minha gratidão por todo auxílio que foi crucial para a realização desse trabalho. Agradeço também a minha co-orientadora a professora Dr^a. Silvia Maria Giuliatti Winter pelas dicas e sugestões.

Este trabalho contou com o apoio da(s) seguinte(s) entidade(s): CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoa de Nível Superior.

"Os céus declaram a glória de Deus; o firmamento proclama a obra das suas mãos "Salmos 19 verso 1

*"We saw the mirage in the desert but we couldn't grasp it. Praying that we'll remain in this desert till the end. Praying that this isn't truly our reality. In the end, we reached the mirage and it became our reality. The scary desert became the ocean with our blood, sweat and tears."
Min Yoon Gi*

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo estudar e mapear as melhores condições orbitais iniciais em torno de Io, considerando os efeitos perturbativos de terceiro corpo proveniente de Júpiter. Para isso, os parâmetros orbitais iniciais da sonda foram investigados através de simulações considerando as equações do movimento para o problema circular restrito de três corpos utilizando o método de Runge-Kutta de 8^a ordem. Considerando que as órbitas em torno de Io sofrem uma forte perturbação de Júpiter e que essas perturbações afetam a forma e a duração dessas órbitas, o trabalho também investigou os efeitos devido a implementação do J_2 de Io, visando com isso entender como o achatamento de Io e a perturbação de Júpiter afetavam as órbitas da sonda. Desta forma, as simulações realizadas em função da inclinação e excentricidade iniciais da sonda permitiram localizar regiões, para diversos valores de semieixo maior inicial, nas quais foram encontradas órbitas com bons tempos de vida compreendidos no intervalo de meses a 2,3 anos. Essas condições foram, normalmente, encontradas em condições de inclinações em torno de 60° , e órbitas iniciais circulares e quase-circulares. Os resultados também mostraram que, para excentricidades iniciais fixas, existem intervalos de inclinações e semieixos maiores iniciais onde os melhores tempos de vida são encontrados. Esse intervalo, para todas as condições simuladas, encontra-se entre 60° à 67° para a inclinação e $2,5R_{Io}$ e $4,0R_{Io}$ para o semieixo maior inicial. O estudo considerando o achatamento de Io permitiu observar que a perturbação devido a não esfericidade é capaz de, em alguns casos, amortecer o efeito do terceiro corpo (Júpiter), aumentando assim o tempo de vida de algumas orbitas. Também foram realizadas manobras orbitais e foram obtidos os melhores momentos para a realização das manobras para os casos analisados, visando assim aumentar o tempo de vida das órbitas que inicialmente durariam menos de 6 meses.

Palavras Chaves: Io, Júpiter, Órbitas, Sondas e Astrodinâmica.

ABSTRACT

The present work proposes to study and map the best initial orbital conditions around Io, considering the disturbing effects of a third body that, in this case, is Jupiter. For this, the initial orbital parameters of the probe were investigated through simulations considering the equations of motion for the restricted circular three-body problem using the 8th order Runge-Kutta method. This work also investigated the effects due to the implementation of J_2 of Io, with the purpose of understanding how the oblateness of Io and the perturbation of Jupiter affected the probe's orbits. Thus, the simulations performed as a here, function of the inclination and initial eccentricity of the probe allowed to locate regions, for several values of the initial semi-major axis, in which the orbits were found with good lifetimes, in the range of months to 2.3 years. These conditions were normally found for conditions of inclinations around 60° , and orbits initially circular and quasi-circular. The results also show that there are inclination intervals and initial semi-axes where the best lifetimes are found for fixed initial eccentricities. This range, for all simulated conditions, is between 60° to 67° for the inclination and $2.5R_{Io}$ and $4.0R_{Io}$ for the initial semi-major axis. The study considering the flattening of Io observed that this effect can reduce the effects of Jupiter's third body in some cases by increasing the lifetimes of the orbits. Orbital maneuvers were also carried out and it were determined the best times perform them for each case that was analyzed. In this way, the lifetime of orbits that previously would last less than 6 months can now be extended.

KEYWORDS: Io, Jupiter, orbit, probe and astrodynamics.

Lista de Figuras

3.1	Esquema da relação entre as coordenadas no sistema inercial (ξ, η) e as coordenadas no sistema girante (x, y) de uma partícula, de massa desprezível, em um ponto do espaço. Considere a origem dos sistemas o centro de massa dos corpos μ e $(1 - \mu)$	10
3.2	Esquema do problema de dois corpos P_1 e P com massas M e m , respectivamente. O corpo P_1 não apresenta uma distribuição uniforme de massa, não sendo esférico. No esquema estão localizados o sistema de referência cartesiano (X, Y, Z) e o sistema polar (ρ, θ) , ambos centrados na origem, sendo Q a posição de um elemento de massa do corpo P_1	14
3.3	Esquema da manobra de transferência de Hohmann, onde r_1 e r_2 são, respectivamente, os raios da órbita circular antes da manobra e da órbita circular após a manobra e ΔV_1 e ΔV_2 os impulsos para a órbita de transferência e para se manter na órbita final desejada.	22
3.4	Esquema da manobra de transferência bi-elíptica tri-impulsiva, onde r_1 , r_2 e r_3 são, respectivamente, os raios da órbita circular antes da manobra, do apogeu da primeira órbita de transferência e da órbita circular após a manobra, e ΔV_1 , ΔV_2 e ΔV_3 os impulsos para a primeira e segunda órbita de transferência e para se manter na órbita final desejada.	25
4.1	Esquema do sistema Io-Júpiter-sonda na implementação computacional considerando os elementos orbitais iniciais da órbita da sonda, onde (a) mostra a órbita de Júpiter e da sonda em torno de Io e (b) apresenta os elementos orbitais da órbita da sonda.	28
4.2	Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e excentricidade inicial, para órbitas implementadas com semieixo maior, a_0 , igual a $4,0R_{Io}$	31
4.3	Mapa de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io em função da inclinação e excentricidade inicial para órbitas implementadas com semieixo maior, a_0 , igual a $4,0 R_{Io}$, considerando o critério da altitude para a colisão.	32
4.4	Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e excentricidade iniciais, para órbitas implementadas com semieixo maior, a_0 , iguais a $1,5R_{Io}$ e $2,0R_{Io}$	34
4.5	(a)-(b) :Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e excentricidade iniciais, para órbitas implementadas com semieixo maior, a_0 , igual a $2,6R_{Io}$ e $2,7R_{Io}$ e (c)-(d) : mapas das regiões de ilhas presentes nos mapas (a) e (b).	35

4.6	(a)-(b): Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e excentricidade iniciais, para órbitas implementadas com semieixo maior igual a $2,8R_{Io}$ e $3,5R_{Io}$ e (c)-(d): mapas de tempos de vida sobre as regiões de ilhas, mais escuras nos mapas, para os semieixos maiores iniciais $2,8R_{Io}$ e $3,5R_{Io}$	36
4.7	Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e excentricidade iniciais, para órbitas implementadas com semieixo maior igual a $4,0R_{Io}$ e $6,0R_{Io}$	37
4.8	Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda e ilhas de estabilidade em torno de Io, em função da inclinação e semieixo maior iniciais para órbitas implementadas com excentricidade, e_0 , igual a 0,00, (a) , e 0,10, (c) e mapas das regiões mais escuras para e_0 , igual a 0,00, (b) , e 0,10, (d)	39
4.9	(a): Mapa de tempos de vida das órbitas da sonda e ilhas de estabilidade (b) , em torno de Io, em função da inclinação e semieixo maior iniciais, para órbitas implementadas com excentricidade, e_0 , igual a 0,15.	40
4.10	(a): Mapa de tempos de vida das órbitas da sonda e ilhas de estabilidade, (b) , em torno de Io, em função da inclinação e semieixo maior iniciais, para órbitas implementadas com excentricidade, e_0 , igual a 0,20.	40
4.11	Evolução temporal da altitude das órbitas implementadas com $I_0 = 60^\circ$ e $e_0 = 0,10$.	42
4.12	Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da longitude do nodo e do argumento do pericentro iniciais, para órbitas simuladas nas condições apresentadas na Tabela (3).	44
4.13	Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da longitude do nodo e do argumento do pericentro iniciais, para órbitas simuladas nas condições apresentadas na Tabela (3).	45
4.14	Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da longitude do nodo e do argumento do pericentro iniciais, para órbitas simuladas nas condições apresentadas na Tabela (4).	47
4.15	Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da longitude do nodo e do argumento do pericentro iniciais, para órbitas simuladas nas condições apresentadas na Tabela (4).	48
4.16	Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e semieixo maior iniciais, para órbitas implementadas com excentricidade, e_0 , igual a 0,00 e 0,10, considerando na dinâmica os efeitos devido ao achatamento de Io.	51
4.17	Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e semieixo maior iniciais, para órbitas implementadas com excentricidade, e_0 , igual a 0,15 e 0,20, considerando na dinâmica os efeitos devido ao achatamento de Io.	52

4.18	Histogramas das quantidades de órbitas, por porcentagem dos ganhos ou perdas nos tempos de vida das órbitas, considerando simulações em função de I_0 e a_0 , para $e_0 = 0, 0$, $e_0 = 0, 10$, $e_0 = 0, 15$ e $e_0 = 0, 20$. O gráfico em (a) apresenta um zoom sobre o histograma total em (b)	53
4.19	Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e excentricidade iniciais, para semieixo maior inicial fixo, considerando as perturbações devido ao achatamento de Io.	55
4.20	Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e excentricidade iniciais, para semieixo maior inicial fixo, considerando as perturbações devido ao achatamento de Io.	56
4.21	Histogramas das quantidades de órbitas por porcentagem dos ganhos ou perdas nos tempos de vida das órbitas considerando simulações em função de I_0 e e_0 para os valores de semieixo maior inicial $1, 2R_{Io}$, $1, 5R_{Io}$ e $2, 0R_{Io}$. O gráfico em (b) apresenta um zoom sobre o histograma total em (a)	57
4.22	Histogramas das quantidades de órbitas por porcentagem dos ganhos ou perdas nos tempos de vida das órbitas considerando simulações em função de I_0 e e_0 para os valores de semieixo maior inicial $2, 6R_{Io}$, $2, 7R_{Io}$ e $2, 7R_{Io}$. Os histogramas em (b) e (c) apresenta um zoom sobre o histograma total em (a)	58
4.23	Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da longitude do nodo e do argumento do pericentro inicial, para órbitas simuladas nas condições apresentadas na Tabela (5), considerando as perturbações devido ao achatamento de Io.	59
4.24	Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da longitude do nodo e do argumento do pericentro inicial, para órbitas simuladas nas condições apresentadas na Tabela (5), considerando as perturbações devido ao achatamento de Io.	60
4.25	Histogramas das quantidades de órbitas por porcentagem dos ganhos ou perdas nos tempos de vida das órbitas considerando simulações em função de ω_0 e Ω_0 . (A) = $e_0 = 0, 15$, $I_0 = 80^\circ$ e $a_0 = 1, 5R_{Io}$, (B) = $e_0 = 0, 01$, $I_0 = 90^\circ$ e $a_0 = 4, 0R_{Io}$, (C) = $e_0 = 0, 01$, $I_0 = 80^\circ$ e $a_0 = 1, 5R_{Io}$, (D) $e_0 = 0, 01$, $I_0 = 80^\circ$ e $a_0 = 8, 0R_{Io}$ e (E) = $e_0 = 0, 15$, $I_0 = 80^\circ$ e $a_0 = 1, 5R_{Io}$	61
4.26	Esquema da manobra orbital para transferência de uma sonda de uma órbita elíptica para sua órbita circular inicial.	62

Lista de Tabelas

1	Condições iniciais apresentadas por de Almeida Prado (2003), para o estudo de sondas em torno de satélites naturais do Sistema Solar.	30
2	Condições para a razão de massa, μ_{Io} , raio de Io, R_{Io} , semieixo maior, a_0 e tempo sideral utilizadas nas simulações.	33
3	Condições orbitais iniciais para as simulações de estudo da longitude do nodo e do argumento do pericentro da órbita da sonda e o registro do tempo de vida para o caso ω_0 e Ω_0 iguais a zero.	43
4	Condições orbitais iniciais, com tempos intermediários e sobreviventes ao tempo total de simulação, para o estudo da escolha da longitude do nodo ascendente e do argumento do pericentro da órbita da sonda e o registro do tempo de vida para o caso ω_0 e Ω_0 iguais a zero.	46
5	Condições orbitais iniciais para as simulações realizadas para o estudo da inclinação, semieixo maior, longitude do nodo e do argumento do pericentro da órbita da sonda.	49
6	Condições utilizadas para a realização das manobras orbitais, sendo R_{Ap} é o raio no apocentro da órbita antes da manobra, R_{cir} o raio da órbita circular após a manobra.	64
7	Módulos dos impulsos, ΔV_1 e ΔV_2 , para as transferências orbitais das condições da Tabela (6).	65

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Objetivo e organização do trabalho	2
2	Revisão Bibliográfica	4
3	Fundamentações Teóricas	8
3.1	Problema circular restrito de 3 corpos	8
3.1.1	Formalismo matemático	8
3.2	Problema do achatamento do corpo central	14
3.2.1	Formalismo matemático	14
3.3	Manobras Orbitais	22
3.3.1	Manobras de transferência de Hohmann e manobra bi-elíptica . . .	22
4	Mapeamento de órbitas em torno de Io	27
4.1	Sistema em estudo	27
4.2	Tempo de vida das órbitas em torno de Io perturbadas por Júpiter	33
4.2.1	Análise da inclinação e excentricidade iniciais	33
4.2.2	Análise da inclinação e semieixo maior iniciais	38
4.2.3	Análise do argumento do pericentro e longitude do nodo iniciais . .	42
4.3	Análise do efeito devido do achatamento de Io	49
4.3.1	Manobras orbitais	62
5	Conclusões	66

1 Introdução

Os povos antigos estudavam os céus por diversos propósitos. Dentre esses povos, os antigos Babilônicos se destacaram por utilizar a matemática para prever a posição dos corpos celestes conhecidos, como mostram as evidências textuais (Loisel, 2013). A maior parte dos achados astronômicos Mesopotâmicos foram escritos por volta de 650 a 50 A.C. Os astrônomos registravam detalhadamente os principais pontos dos ciclos planetários, as datas dos solstícios e equinócios, a ocorrência de eclipses, sua duração e data (Krupp, 2003). Os Babilônicos, entretanto, não chegaram a desenvolver uma representação completa e precisa para o movimento não uniforme como o planetário. Foi durante a era Selêucida (301 – 164 A.C.) que foi desenvolvido o método numérico chamado de função de zigue-zague ou “zigzag function”. Nesse método os astrônomos aproximaram as acelerações e desacelerações cíclicas da Lua e dos planetas com essa função (Krupp, 2003). Em contrapartida, os Gregos tentaram compreender, por meio da filosofia, como se dava o movimento dos corpos celestes. Os filósofos naturais propuseram diversos modelos de movimento. A escola pitagórica acreditava que a Terra tinha o formato esférico e que os demais planetas se moviam separadamente em órbitas em relação ao equador celeste. Posteriormente Aristarco, que também era da escola pitagórica, propôs um modelo heliocêntrico para o universo conhecido. Essa ideia dos corpos celestes terem o formato esférico e que eles realizavam um movimento circular em torno do Sol (McFadden et al., 2006) foi trazida novamente por Copérnico em 1543, em sua obra intitulada *"De revolutionibus orbium coelestium"*, mas foi com Kepler, Galileo e o desenvolvimento da luneta que as observações e descobertas astronômicas se tornaram mais frequentes e a compreensão sobre o planetas e o seu movimento se tornou elucidado. Em seu trabalho *"Sidereus Nuncius"*, Galileu Galilei descreve suas observações realizadas com a ajuda de uma luneta. Ele realizou diversas observações da superfície da Lua e descobriu 4 estrelas errantes que, segundo ele, tinham o seu movimento ao redor de Júpiter. Verificou-se que se tratava de satélites naturais de Júpiter.

Com o início da Era Espacial as pesquisas astronômicas ganharam condições de serem aprimoradas e, desta forma, melhor sucedidas, pois a partir desse momento houve a possibilidade de estudar os planetas, os satélites naturais e outros corpos do Sistema Solar por meio das sondas espaciais. As missões de exploração à Lua tiveram início em 1959 com o lançamento do Luna 1, que foi o primeiro veículo espacial a realizar um flyby na Lua. Posteriormente, diversas missões de exploração foram realizadas e importantes descobertas foram feitas sobre diversos planetas e satélites naturais do Sistema Solar. Entre esses estudos, Riedler et al. (1989) analisaram os dados da Mariner 4, Mars 3, 4 e 5 as quais detectaram e mediram o intervalo do momento magnético do planeta Marte. A missão Mariner 5 realizou observações que ajudaram no estudo do campo magnético e na composição atmosférica de Vênus (Barth et al., 1967). Já as sondas Voyager 1,

Voyager 2 e Galileo trouxeram muitos dados importantes sobre as luas de Júpiter, assim como a missão Cassini-Huygens, que foi realizada para estudo de Saturno e seus sistemas de satélites (Matson et al., 2003). Pela análise dos dados trazidos pela Voyager 1, foram detectadas atividades vulcânicas em Io (Davies, 2007). Detalhes da superfície de Europa sugeriram recentes atividades geológicas (Pappalardo et al., 1999) e evidências de um oceano subterrâneo (Carr et al., 1998) foram trazidas pela Voyager 2 e Galileo. A Cassini detectou plumas de vapor d'água ejetadas do polo sul de Encelados e encontrou também evidências de água no estado líquido (Parkinson et al., 2007). Importantes processos químicos-orgânicos foram identificados na atmosfera de Titã, assim como processos hidrológicos baseados em hidrocarbonetos, os quais são bastante semelhantes ao ciclo da água existente na Terra (Hayes et al., 2018).

Todos esses resultados motivaram a comunidade científica a planejar missões para mapeamento, medição e retirada de amostras de diversas luas e asteroides do sistema solar, como a missão Europa Clipper (NASA, 2021a), que está planejada para ser lançada até o ano de 2025. Ela realizará múltiplos flybys por Europa com o objetivo de mapear toda a lua e verificar o estado físico da água de seu oceano, buscando assim encontrar água no estado líquido (Hofstadter et al., 2020). A missão Dragonfly realizará investigação “in situ” em Titã em busca de materiais orgânicos (Turtle et al., 2017) em sua superfície. Serão estudadas também as propriedades atmosféricas e superficiais dessa lua, sendo o seu lançamento previsto para 2026.

Dentro desse cenário de planejamento de futuras missões para exploração e estudo de satélites naturais presentes no Sistema Solar, Io também se apresenta como um bom candidato a ser visitado em futuras missões. Devido a sua proximidade com Júpiter e por estar em ressonância gravitacional com Europa e Ganimedes, Io possui uma alta dissipação da energia por maré, que resulta no derretimento de uma grande fração de sua massa, fazendo com que essa lua seja o corpo com maior atividade vulcânica do Sistema Solar (Peale et al., 1979). Esse é um dos muitos interesses da comunidade científica no estudo de Io. Assim, o objetivo desse trabalho é realizar o mapeamento de órbitas de sondas espaciais em torno do satélite natural Io considerando os efeitos devidos as perturbações provenientes de Júpiter e do achatamento de Io.

1.1 Objetivo e organização do trabalho

Considerando que as órbitas em torno de Io sofrem uma forte perturbação proveniente de sua proximidade com Júpiter e que essas perturbações afetam a forma e a duração dessas órbitas, o objetivo deste trabalho é investigar a evolução dessas órbitas e as possíveis manobras orbitais em torno de Io. São investigadas e mapeadas as melhores condições orbitais iniciais que permitam órbitas com durações adequadas a realização de missões espaciais. Para isso, são realizadas simulações considerando as equações do movimento

para o problema circular restrito de três corpos utilizando o método de Runge-Kutta de 8ª ordem. Através dessas simulações, os parâmetros iniciais dessas órbitas foram investigados de modo a encontrar condições que ajudem a manter o veículo espacial em órbita por mais tempo antes de colidir com Io ou ser ejetado do sistema. Também é objetivo do trabalho implementar o modelo matemático correspondente ao harmônico zonal J_2 para Io, buscando investigar quais os efeitos do achatamento desses corpos na dinâmica das sondas em torno de Io. São feitas, em alguns casos, manobras orbitais para prolongar a vida dessas órbitas.

Desta forma, o presente trabalho é dividido da seguinte forma. Inicialmente, no Capítulo 2, uma revisão bibliográfica sobre os principais trabalhos que motivam possíveis missões a Io e o que tem sido feito nesse sentido é feita. O capítulo 3 trás o desenvolvimento do formalismo matemático para o problema circular restrito de três corpos, mostrando, posteriormente, a modelagem matemática do problema de dois corpos considerando que o corpo central não possui forma esférica, tratando, mais especificamente, do segundo harmônico zonal (J_2). Por fim, os modelos matemáticos de manobras orbitais são apresentados no Capítulo 3. O Capítulo 4 apresenta as verificações dos resultados simulados com as referências bibliográficas e, posteriormente, são mostrados os resultados e as conclusões observadas no estudo das órbitas em torno de Io sobre os efeitos perturbativos de terceiro corpo de Júpiter e do achatamentos de Io, sendo realizadas manobras orbitais para algumas órbitas obtidas. Por fim, no Capítulo 5, são apresentadas algumas considerações finais.

2 Revisão Bibliográfica

O envio de sondas para o estudo de corpos celestes requer um planejamento detalhado e um conhecimento prévio de algumas características ou informações do corpo a ser estudado e do ambiente que o cerca. Desse modo, a perturbação proveniente dos planetas nas regiões de estudo das luas é um fator importante a ser considerado na busca de órbitas nas quais as sondas serão inseridas. No final dos anos 50, Kozai (1959a) estudou o movimento de uma partícula sujeita a perturbação gravitacional da Terra tendo como objetivo obter as perturbações periódicas de primeira ordem e as seculares até a segunda ordem. Para isso, o autor usou como função perturbadora a expansão do potencial gravitacional em polinômios de Legendre até a 4^a ordem, determinando, desta forma, por meio de médias no movimento médio as variações temporais dos elementos keplerianos da partícula, não sendo levado em conta efeitos como o arrasto atmosférico. Entretanto, foi considerado que o campo gravitacional da Terra possui simetria axial, sendo apenas utilizados o segundo e o quarto termos da expansão do potencial, que são devidos ao achatamento e a assimetria no plano equatorial.

No mesmo ano, Kozai (1959b) tratou da perturbação luni-solar para um satélite próximo à Terra. Em sua abordagem, a forma da função perturbadora devido ao Sol se mostrou bastante similar a da Lua. Sendo assim, ele realizou os cálculos para obtenção das variações nos elementos Keplerianos da partícula considerando somente a perturbação proveniente da Lua e mostrando as mudanças necessárias para tratar as perturbações devido ao Sol. A função perturbadora foi expandida em termos dos polinômios de Legendre e as taxas de variações temporais dos elementos foram expressas, entre outros fatores, em função da inclinação e da longitude do nodo ascendente da Lua ou do Sol. Upton et al. (1959) calculou os efeitos da perturbação luni-solar em órbitas excêntricas e encontrou as taxas de variação da altura do perigeu pelo método de variação de constantes. Seus resultados foram importantes, pois mostraram o quanto os efeitos devidos ao Sol e a Lua interferem no tempo de vida das órbitas. Foi visto, também, que fatores como as configurações orbitais iniciais e o horário de lançamento influenciam, a longo prazo, na altura do perigeu da órbita.

Aprimorando esses estudos, Kozai (1973) propõe um novo método para calcular os efeitos da perturbação lunisolar, no qual a função perturbadora é apresentada em termos dos elementos orbitais do satélite artificial e das coordenadas polares do Sol e da Lua. Desta forma, se tornou possível eliminar analiticamente os termos de curto período realizando as médias com respeito a anomalia média do satélite, mas as equações obtidas deveriam ser integradas numericamente para obtenção das perturbações de longo período. Entretanto, para casos de satélites artificiais em órbitas mais elevadas, ele expõe os cálculos para os termos de curto período, os quais não podem, nesse caso, serem negligenciados devido a necessidade de uma maior precisão. Assim como em Kozai (1965), ele expande as análises

das perturbações levando em conta os efeitos de maré sofrido pela Terra por conta das atrações gravitacionais da Lua e do Sol.

Considerando o uso do método das médias no estudo de perturbações seculares de longo período e ressonâncias, Aksenov (1979a) ressalta que essa abordagem retém os termos mais importantes do movimento em grandes intervalos de tempo. Desta forma, ela serve como uma primeira análise qualitativa do comportamento. Nessa perspectiva, Aksenov (1979a) propõe um análise qualitativa do movimento de um sistema elíptico restrito de três corpos através do uso de dupla média. Considerando que os três corpos descrevem seu movimento sobre o mesmo plano, ele restringe as equações do movimento e determina os dois primeiros termos da expansão da função perturbadora. Seus resultados mostraram, além da formulação matemática, uma análise qualitativa destacando regiões com movimentos de circulação, libração ou perda das órbitas da partícula, proporcionada pela queda da mesma sobre o corpo central. Posteriormente, Aksenov (1979b) obteve um conjunto de equações que visavam determinar as trajetórias desse mesmo sistema.

Através dos trabalhos apresentados por Aksenov, Šidlichovský (1983) propôs um estudo mais geral do problema de três corpos ao considerar um sistema não restrito e não coplanar. Tendo em vista um sistema de coordenadas Jacobianas, sua abordagem descreve a energia cinética, o potencial e assim a hamiltoniana não perturbada e os termos referentes a perturbação. Considerando que dois dos corpos formavam um binário e levando em consideração a conservação do momento angular, Šidlichovský (1983) levou em conta, em sua função hamiltoniana, termos maiores do que a quarta ordem da razão entre os semieixos maiores. Através de métodos de eliminação, eles reduziram o sistema para um grau de liberdade e resolveram as equações.

Levando em consideração as pesquisas relacionadas as perturbações luni-solares e as propostas de solução de problemas de três corpos, de Almeida Prado (2003) propõe a aplicação da teoria de perturbação de um terceiro corpo para estudar e determinar o tempo de vida de órbitas em torno de satélites naturais do Sistema Solar. Para isso, ele verificou a evolução temporal dos elementos orbitais da sonda através da comparação entre três modelos: um modelo de dupla média considerando a função perturbadora expandida até segunda ordem, o mesmo modelo expandido até a quarta ordem e a integração completa do problema circular restrito de três corpos através do método de Runger-Kutta de 8ª ordem. Posteriormente, ele apresentou mapas de tempos de vida para os satélites naturais utilizando a integração numérica do problema, considerando Io como uma das luas em estudo.

Uma comparação entre o modelo completo elíptico restrito de três corpos e os modelos de media simples e dupla foi feito por Domingos et al. (2013). Após isso, Gomes & de Cássia Domingos (2016), utilizando a solução obtida por Domingos et al. (2015) para o problema elíptico de três corpos, obteve mapas para o tempo de vida de órbitas em torno de sistemas do tipo Terra-Lua em função das excentricidades e inclinações iniciais

da sonda, sendo que a excentricidade do corpo perturbador foi considerado estar em um intervalo de $[0,0-0,2]$. dos Santos et al. (2017) obteve mapas para o tempo de vida de órbitas em torno de um sistema do tipo Callisto-Júpiter assumindo diferentes valores para a excentricidade da órbita do corpo perturbador, levando em conta também o J_2 e o C_{22} de Callisto.

Cinelli et al. (2019) traz um estudo sobre o tempo de vida de órbitas para uma sonda em torno do satélite natural Europa, considerando as perturbações devido a presença de Júpiter e dos termos correspondentes ao J_2 e C_{22} associados ao campo gravitacional de Europa. Utilizando um potencial perturbador em série de polinômios de Legendre e o método de dupla média, seus mapas de tempos de vida são apresentados em função do argumento do pericentro inicial e da diferença da longitude do nodo inicial, em relação ao plano de referência estabelecido no sistema. Assim, seu trabalho apresenta contribuições no estudo do tempo de vida de órbitas com altas inclinações, na investigação dos efeitos devidos ao C_{22} e inclinações críticas. Visando prolongar os tempos de algumas órbitas, Cinelli et al. (2019) também apresenta estudos realizando manobras corretivas em determinadas condições orbitais.

(Carvalho et al., 2012a) estudou o movimento de um satélite artificial em torno de Europa, levando em conta a perturbação proveniente de Júpiter e os efeitos da não esfericidade de Europa. Ele analisou órbitas quase-polares e de baixa altitude utilizando o método de dupla média e média simples. Foram encontradas órbitas instáveis, congeladas com aproximadamente 200 dias de duração. Já em (Carvalho et al., 2012b), para os estudos em torno de Europa, uma comparação entre o modelo de média simples e a solução numérica foi apresentada. No entanto, foi considerado que a órbita do corpo perturbador era circular. Diversas orbitas congeladas, de baixas altitudes e inclinações, com longos períodos de vida foram obtidas como resultado desse estudo. Em (Carvalho et al., 2013) e (Carvalho et al., 2014) foram feitas buscas por órbitas em torno de Europa que tivessem longos tempos de vida e que fossem estáveis.

O trabalho desenvolvido por Tzirti et al. (2009) considerou o problema de inclinações críticas e quasi-críticas para órbitas de satélites artificiais em torno da Lua. Levando em consideração os termos de J_2 e C_{22} no potencial gravitacional e a rotação da Lua em sua abordagem, eles apresentam a dinâmica do sistema através de uma função hamiltoniana por meio da qual foram considerados diferentes combinações das perturbações incluídas no modelo. As análises dos resultados mostraram que os valores dos três parâmetros considerados, J_2 , C_{22} e rotação da Lua, afetavam a amplitude de libração do pericentro e o valor das inclinações quase-críticas e como a rotação da Lua era responsável por suavizar determinados efeitos no sistema. Sobre essa mesma abordagem de órbitas com inclinações críticas, Costa et al. (2020) analisou a implementação dos efeitos devido ao termo setorial C_{22} do harmônico em uma dinâmica que já apresentava as perturbações relacionadas ao achatamento de um satélite natural. Considerando uma abordagem hamiltoniana

do sistema, os autores aplicaram um método de otimização não linear com o objetivo de determinar órbitas críticas e quasi-críticas. Seu estudo teve como objeto principal o satélite natural Io; em torno do qual foram obtidas órbitas diretas e retrógradas.

Considerando o crescente interesse no estudo de satélites naturais de Júpiter, como mostram os trabalhos de Grasset et al. (2013), Phillips & Pappalardo (2014) e Campagnola et al. (2014), o vulcanismo de Io foi detalhadamente estudado por Williams et al. (2011), onde foram utilizados os dados da Voyager e Galileo para produzir o primeiro mapa geológico global desse satélite natural. A melhoria e a obtenção de novos mapas também foi um dos assuntos abordados em seu trabalho. Um dos fatores mais importantes ressaltados foram as aquisições de novos dados que podem ser obtidos através da realização de futuras missões. Tendo em vista a importância do estudo dessa lua, estão previstos, até 2024, segundo o cronograma da extensão da missão Juno, realizações de flybys para Ganímedes, Europa e Io (NASA, 2021b), que tem como um dos objetivos a investigação de diversos aspectos que serão importantes para realização de futuras missões de exploração a esses satélites naturais. Nesse sentido, o presente trabalho visa trazer contribuições para as futuras missões por meio do estudo e mapeamento de órbitas em torno do satélite natural Io.

3 Fundamentações Teóricas

Nesse capítulo serão apresentadas as fundamentações teóricas utilizadas para a realização do presente trabalho. Inicialmente, será discutido sobre o problema circular restrito de três corpos e mostrado o formalismo matemático, seguido do problema do achatamento do corpo central e, por fim, do formalismo para a realização de manobras orbitais.

3.1 Problema circular restrito de 3 corpos

O problema de n-corpos possui diversas aplicações na astronomia e astrodinâmica que podem auxiliar nos estudos e nas missões de exploração espacial, pois as trajetórias de muitos corpos celestes podem ser obtidas através das soluções numéricas desse problema. Entretanto, apesar da sua alta aplicabilidade nos dias atuais, ele foi proposto da forma como é atualmente conhecido no final do século 17 por Isaac Newton em sua obra “Philosophiae Naturalis Principia Mathematica” (Šinkarovs et al., 2014). Desde então, muitas aproximações e soluções particulares foram sendo obtidas, principalmente para o conhecido problema de três corpos. Sendo conhecidas suas massas e suas configurações iniciais, posição e velocidade, em um instante de tempo qualquer, o objetivo desse problema é determinar as posições e velocidades desses corpos em um instante de tempo anterior ou futuro qualquer. Através do estudo desse problema, Euler, Lagrange e Poincaré foram alguns dos autores que obtiveram importantes soluções particulares. Considerando o cenário das missões espaciais, das dimensões das massas, dos veículos espaciais e dos corpos celestes envolvidos nessas missões, uma forma do problema de três corpos bastante considerada é o problema circular restrito de três corpos, onde é considerado que um dos corpos envolvidos no sistema possui uma massa desprezível, considerando a dimensão das massas dos outros dois corpos. Nesse capítulo, será apresentado o modelo matemático para o problema circular restrito de 3 corpos.

3.1.1 Formalismo matemático

Segundo Roy (2005), se forem definidas as massas de N partículas de um sistema por m_i e os vetores posição, em relação a um referencial inercial, para cada massa por $\vec{R}_i(t)$, onde $i = 1, 2, 3..N$, os vetores relativos, entre os corpos do sistema, podem ser descritos por:

$$\vec{r}_{ij}(t) = \vec{R}_j(t) - \vec{R}_i(t) \quad (3.1)$$

Desta forma, pela lei de Newton para a gravitação, é possível escrever a equação que rege o movimento, como

$$\ddot{\vec{R}}_i = G \sum_{j=1}^n \frac{m_j}{\vec{r}_{ij}^3} \vec{r}_{ij} \quad (3.2)$$

Sendo ($j \neq i, i = 1, 2, \dots, n$). Tratando-se do problema restrito de três corpos, o sistema é restringido para um valor de $N = 3$. As massas, os vetores posição e as posições relativas se tornam:

$$\begin{aligned} m_1, \vec{R}_1, \vec{r}_{12} \text{ e } \vec{r}_{13} \\ m_2, \vec{R}_2, \vec{r}_{21} \text{ e } \vec{r}_{23} \\ m_3, \vec{R}_3, \vec{r}_{31} \text{ e } \vec{r}_{32} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Sendo a massa de uma das partículas, para o presente problema, considerada desprezível em relação aos outros dois corpos, é assumido, como forma de normalização do sistema, que a soma das duas outras massas seja unitária. Essas massas podem ser definidas por μ e $(1 - \mu)$, onde é considerado que $\mu \leq 1/2$. Para que a constante gravitacional, G , do sistema também seja normalizada e unitária, as unidades de distância e tempo também são ajustadas de forma a atender os critérios de normalização. Feitas as devidas observações e tomando um sistema de eixos coordenados, não girante, definido por (ξ, η, ζ) , onde o centro de massa dos dois corpos massivos é a origem desse sistema, as coordenadas das massas $(1 - \mu)$ e μ são, respectivamente:

$$(\xi_1, \eta_1, \zeta_1) \quad (3.4)$$

$$(\xi_2, \eta_2, \zeta_2) \quad (3.5)$$

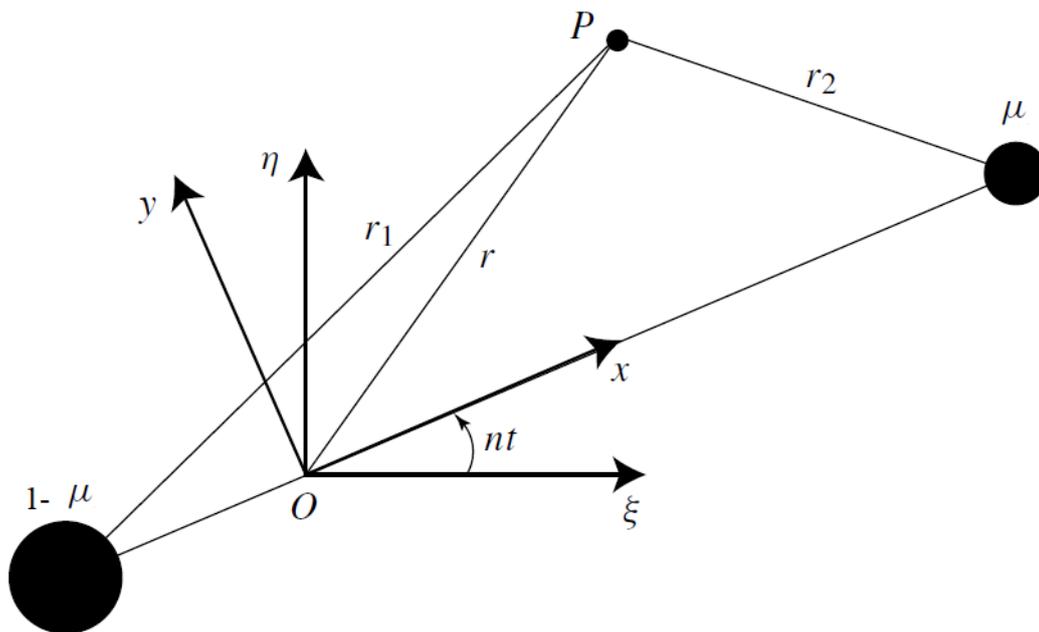
Definidas as posições desses corpos e estabelecidas as coordenadas da partícula como (ξ, η, ζ) , são determinadas, através da lei de Newton para a gravitação definida pela Equação (3.2), as expressões gerais para as componentes da aceleração dessa partícula sujeita a atração gravitacional dos dois corpos μ e $(1 - \mu)$.

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} &= \frac{\mu(\xi_2 - \xi)}{r_2^3} + \frac{(1 - \mu)(\xi_1 - \xi)}{r_1^3} \\ \ddot{\eta} &= \frac{\mu(\eta_2 - \eta)}{r_2^3} + \frac{(1 - \mu)(\eta_1 - \eta)}{r_1^3} \\ \ddot{\zeta} &= \frac{\mu(\zeta_2 - \zeta)}{r_2^3} + \frac{(1 - \mu)(\zeta_1 - \zeta)}{r_1^3} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Em que os raios r_1 e r_2 são definidos por $r_i^2 = (\xi_i - \xi)^2 + (\eta_i - \eta)^2 + (\zeta_i - \zeta)^2$ para $i = 1$ e 2 . Essas componentes da aceleração descrevem o comportamento da partícula para um problema de três corpos geral. Para a abordagem do problema circular restrito de três

corpos são necessárias algumas restrições sobre esse sistema. Inicialmente é assumido que os dois corpos movem-se em órbitas circulares e que a distância entre eles é fixa, mantendo sempre o centro de massa dos corpos como origem do sistema. Deste modo, a velocidade angular desse sistema é fixa e seu movimento médio é n . Devido as restrições impostas para o problema circular restrito é necessário expressar a dinâmica dessa partícula através de um sistema de referência girante, o qual mantém fixa a posição das massas μ e $(1 - \mu)$. Nesse sentido, é imposto um sistema de coordenadas girantes, com origem no mesmo ponto do sistema não girante e que tem uma rotação com uma taxa uniforme n na direção positiva escolhida para o sistema. O modelo desses sistemas de coordenadas pode ser representado pelo esquema da Figura (3.1).

Figura 3.1: Esquema da relação entre as coordenadas no sistema inercial (ξ, η) e as coordenadas no sistema girante (x, y) de uma partícula, de massa desprezível, em um ponto do espaço. Considere a origem dos sistemas o centro de massa dos corpos μ e $(1 - \mu)$



Fonte: Adaptado de Murray & Dermott (1999)

Sobre o novo sistema de coordenadas proposto, é então definida uma configuração onde os corpos massivos estejam sempre sobre um dos eixos coordenados. Desse modo, as coordenadas das massas $(1 - \mu)$ e μ para o sistema de coordenadas girante são, respec-

tivamente:

$$\begin{aligned} & (x_1, 0, 0) \\ & (x_2, 0, 0) \\ & x_1 = -\mu \text{ e } x_2 = 1 - \mu \end{aligned} \tag{3.7}$$

Devido ao novo sistema de coordenadas, os raios relativos da partícula para cada uma das massas do sistema recebe uma nova configuração:

$$\begin{aligned} r_1^2 &= (x_1 - x)^2 + y^2 + z^2 \\ r_2^2 &= (x_2 - x)^2 + y^2 + z^2 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Através das devidas considerações, as coordenadas no novo sistema podem ser relacionadas com as coordenadas no antigo sistema através da matriz de rotação apresentada na Equação (3.9).

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t & 0 \\ \sin t & \cos t & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{3.9}$$

Conhecendo a matriz de rotação que relaciona os dois sistemas propostos e diferenciando a Equação (3.9), são obtidas as matrizes de transformação para as componentes da velocidade e, conseqüentemente, da aceleração da partícula nos dois sistemas de coordenadas:

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t & 0 \\ \sin t & \cos t & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} - y \\ \dot{y} + x \\ \dot{z} \end{pmatrix} \tag{3.10}$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{\xi} \\ \ddot{\eta} \\ \ddot{\zeta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t & 0 \\ \sin t & \cos t & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} - 2\dot{y} - x \\ \ddot{y} + \dot{x} - y \\ \ddot{z} \end{pmatrix} \tag{3.11}$$

A Equação (3.11) apresenta termos relacionados a aceleração de Coriolis e a aceleração centrífuga em suas equações de movimento, sendo que essas acelerações dependem da velocidade da partícula em relação ao sistema de referência girante. Levando em conta que as coordenadas no sistema girante e não girante são relacionadas através da Equação

(3.9), a expressão (3.11) pode ser reescrita de forma que:

$$\begin{aligned}
(\ddot{x} - 2\dot{y} - x)cost - (\ddot{y} + 2\dot{x} - y)sent &= \left[(1 - \mu) \frac{x_1 - x}{r_1^3} + \mu \frac{x_2 - x}{r_2^3} \right] cost \\
&+ \left[\frac{1 - \mu}{r_1^3} + \frac{\mu}{r_2^3} \right] ysent \\
(\ddot{x} - 2\dot{y} - x)sent - (\ddot{y} + 2\dot{x} - y)cost &= \left[(1 - \mu) \frac{x_1 - x}{r_1^3} + \mu \frac{x_2 - x}{r_2^3} \right] sent \\
&+ \left[\frac{1 - \mu}{r_1^3} + \frac{\mu}{r_2^3} \right] ycost \\
\ddot{z} &= - \left[\frac{1 - \mu}{r_1^3} + \frac{\mu}{r_2^3} \right] z
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Realizando algumas manipulações algébricas, as equações descritas em (3.12) podem ser reorganizadas afim de apresentar as equações do movimento:

$$\begin{aligned}
\ddot{x} - 2\dot{y} - x &= -(1 - \mu) \frac{x - x_1}{r_1^3} - \mu \frac{x - x_2}{r_2^3} \\
\ddot{y} + 2\dot{x} - y &= - \left(\frac{1 - \mu}{r_1^3} + \frac{\mu}{r_2^3} \right) y \\
\ddot{z} &= - \left(\frac{1 - \mu}{r_1^3} + \frac{\mu}{r_2^3} \right) z
\end{aligned} \tag{3.13}$$

É possível observar que as equações apresentadas em (3.13) não apresentam uma dependência explícita do tempo e representam a dinâmica da partícula de massa desprezível no sistema de coordenadas girante. Essas equações podem ser escritas de uma forma mais elegante ao considerarmos uma função U que tenha a forma:

$$U = \frac{1 - \mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} + \frac{1}{2} (x^2 + y^2) \tag{3.14}$$

O termo $(\frac{1}{2} (x^2 + y^2))$ diz respeito ao potencial centrífugo do sistema e os termos com o inverso dos raios relativos ao potencial gravitacional do sistema. Assim, as equações do movimento podem ser reescritas na forma:

$$\begin{aligned}
\ddot{x} - 2\dot{y} &= \frac{\partial U}{\partial x} \\
\ddot{y} + 2\dot{x} &= \frac{\partial U}{\partial y} \\
\ddot{z} &= \frac{\partial U}{\partial z}
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Devido a complexidade da resolução das equações (3.15), o problema circular restrito de três corpos não possui uma solução analítica completa que descreva a dinâmica da

partícula, sendo necessário a utilização de métodos numéricos e computacionais para resolver o problema. Entretanto, algumas soluções particulares podem ser obtidas, como os 5 pontos lagrangianos, também conhecidos como pontos de equilíbrio do sistema. Eles são obtidos ao serem buscadas as localizações dos pontos onde a velocidade e a aceleração da partícula são iguais a zero em relação ao sistema de coordenadas girante, mantendo sua velocidade apropriada dentro do referencial inercial. Desta forma, podem ser localizados os pontos instáveis e estáveis em torno dos quais o movimento da partícula pode ser realizado, apresentando assim uma visão sobre a dinâmica dessa partícula.

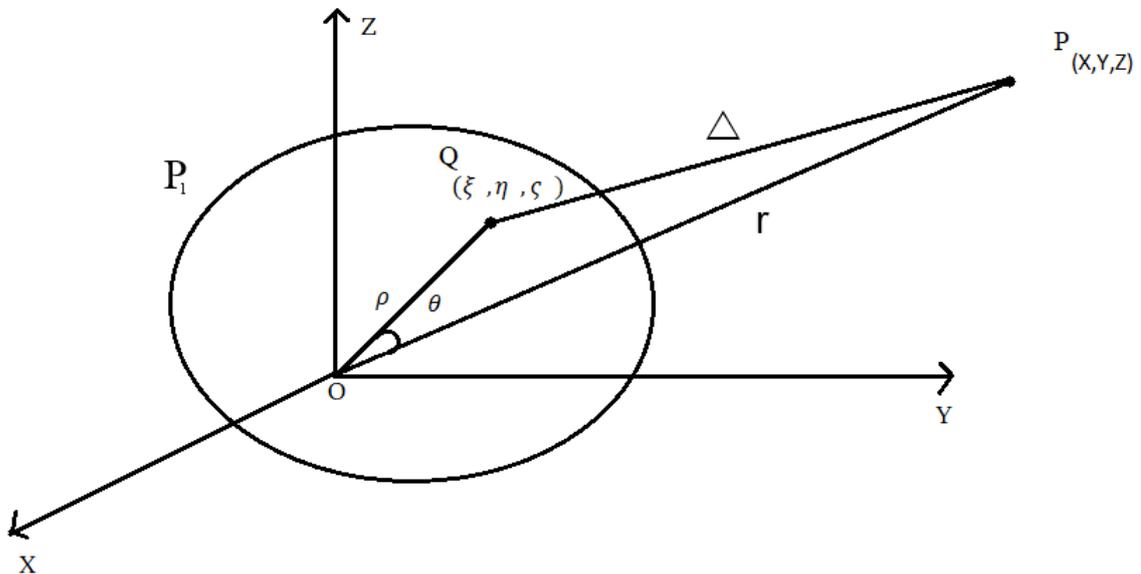
3.2 Problema do achatamento do corpo central

No estudo dos efeitos gravitacionais, em uma primeira análise pode-se aproximar o corpo central por um ponto de massa, e estudar o efeito gravitacional exercido em outros corpos. No entanto, isso é uma aproximação, pois estamos assumindo que o corpo central é um corpo perfeitamente esférico e com densidade homogênea. Nesse caso, assume-se que esses corpos se atraem como se suas massas estivessem concentradas em seus centros. Entretanto, muitos corpos do Sistema Solar não são totalmente esféricos (Murray & Dermott, 1999). Sendo assim, seus potenciais gravitacionais apresentam importantes efeitos que perturbam as órbitas de outros corpos que estejam sob sua influência. Nessa seção, será apresentado o problema da atração gravitacional entre dois corpos onde um deles possui dimensões finitas e distribuição arbitrária de massa, dando uma ênfase nas perturbações devido ao segundo harmônico zonal J_2 . O formalismo matemático foi fundamentado nos trabalhos de Roy (2020) e Brouwer & Clemence (1961).

3.2.1 Formalismo matemático

Assumimos um sistema com eixos coordenados cartesianos (X, Y, Z) , Figura (3.2), onde estão localizados dois corpos P_1 e P com massas M e m , respectivamente. Considerando que (X, Y, Z) são as coordenadas da partícula de massa m e o corpo de massa M apresenta uma distribuição arbitrária de massa, tendo coordenadas de centro de massa (X_0, Y_0, Z_0) , é possível determinar as coordenadas da região Q , (ξ, η, ς) , para um elemento de massa dM do corpo P_1 .

Figura 3.2: Esquema do problema de dois corpos P_1 e P com massas M e m , respectivamente. O corpo P_1 não apresenta uma distribuição uniforme de massa, não sendo esférico. No esquema estão localizados o sistema de referência cartesiano (X, Y, Z) e o sistema polar (ρ, θ) , ambos centrados na origem, sendo Q a posição de um elemento de massa do corpo P_1 .



No sistema em estudo é assumido que a partícula de massa m não faz parte do corpo P_1 , sendo, deste modo, externa ao mesmo ou fazendo parte de uma cavidade em seu interior. Sendo assim, o elemento de massa dM do corpo P_1 exerce sobre a partícula de massa m uma força gravitacional dF_{dm} com módulo igual a:

$$dF_{dm} = \frac{GmdM}{\Delta^2} \quad (3.16)$$

sendo que:

$$\begin{aligned} \Delta &= ((X - \xi)^2 + (Y - \eta)^2 + (Z - \varsigma)^2)^{\frac{1}{2}} \\ r^2 &= X^2 + Y^2 + Z^2 \\ \rho^2 &= \xi^2 + \eta^2 + \varsigma^2 \end{aligned} \quad (3.17)$$

O módulo das componentes da força gravitacional do elemento de massa dM que atua sobre a partícula P são (Brouwer & Clemence, 1961):

$$dF_{dm_x} = Gm \frac{dM(X - \xi)}{\Delta^3}, \quad dF_{dm_y} = Gm \frac{dM(Y - \eta)}{\Delta^3}, \quad dF_{dm_z} = Gm \frac{dM(Z - \varsigma)}{\Delta^3} \quad (3.18)$$

Ao ser integrado para todo o corpo P_1 , as componentes da força, apresentadas na Equação (3.18), tomam a forma:

$$\begin{aligned} F_x &= Gm \int \frac{(X - \xi)}{\Delta^3} dM \\ F_y &= Gm \int \frac{(Y - \eta)}{\Delta^3} dM \\ F_z &= Gm \int \frac{(Z - \varsigma)}{\Delta^3} dM \end{aligned} \quad (3.19)$$

O elemento de massa dM possui uma densidade de massa $\kappa(\xi, \eta, \varsigma)$. As componentes da força de atração da massa M sobre a partícula P podem ser escritas então como:

$$\begin{aligned} F_x &= Gm \iiint \frac{(X - \xi)\kappa(\xi, \eta, \varsigma)}{\Delta^3} d\xi d\eta d\varsigma \\ F_y &= Gm \iiint \frac{(Y - \eta)\kappa(\xi, \eta, \varsigma)}{\Delta^3} d\xi d\eta d\varsigma \\ F_z &= Gm \iiint \frac{(Z - \varsigma)\kappa(\xi, \eta, \varsigma)}{\Delta^3} d\xi d\eta d\varsigma \end{aligned} \quad (3.20)$$

Visando diminuir a quantidade de integrais a serem resolvidas e considerando a derivada parcial de Δ^2 , Equação (3.17), em função de x , y e z :

$$\Delta d\Delta = (X - \xi)dx + (Y - \eta)dy + (Z - \varsigma)dz \quad (3.21)$$

ou

$$-\frac{d\Delta}{\Delta^2} = \frac{\xi - X}{\Delta^3} + \frac{\eta - Y}{\Delta^3} + \frac{\varsigma - Z}{\Delta^3} \quad (3.22)$$

É possível reescrever as componentes da força em função das derivadas parciais.

$$\begin{aligned} F_x &= Gm \iiint \kappa(\xi, \eta, \varsigma) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\Delta} \right) d\xi d\eta d\varsigma \\ F_y &= Gm \iiint \kappa(\xi, \eta, \varsigma) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\Delta} \right) d\xi d\eta d\varsigma \\ F_z &= Gm \iiint \kappa(\xi, \eta, \varsigma) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\Delta} \right) d\xi d\eta d\varsigma \end{aligned} \quad (3.23)$$

Considerando que a força pode ser obtida através do gradiente de um potencial, pode-se reescrever a Equação (3.23) para obter a expressão para o potencial gravitacional:

$$\begin{aligned} F_x &= m \frac{\partial}{\partial x} \left[G \iiint \kappa(\xi, \eta, \varsigma) \left(\frac{1}{\Delta} \right) d\xi d\eta d\varsigma \right] \\ F_y &= m \frac{\partial}{\partial y} \left[G \iiint \kappa(\xi, \eta, \varsigma) \left(\frac{1}{\Delta} \right) d\xi d\eta d\varsigma \right] \\ F_z &= m \frac{\partial}{\partial z} \left[G \iiint \kappa(\xi, \eta, \varsigma) \left(\frac{1}{\Delta} \right) d\xi d\eta d\varsigma \right] \end{aligned} \quad (3.24)$$

assim,

$$\begin{aligned} F_x &= m \frac{\partial}{\partial x} \left[G \int \frac{dM}{\Delta} \right] \\ F_y &= m \frac{\partial}{\partial y} \left[G \int \frac{dM}{\Delta} \right] \\ F_z &= m \frac{\partial}{\partial z} \left[G \int \frac{dM}{\Delta} \right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

logo

$$\begin{aligned} F_x &= m \frac{\partial U}{\partial x} \\ F_y &= m \frac{\partial U}{\partial y} \\ F_z &= m \frac{\partial U}{\partial z} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Desta forma, tratando-se de uma distribuição discreta de massa, o potencial gravitacional é apresentado como (Brouwer & Clemence, 1961):

$$U = G \int \frac{dM}{r} \quad (3.27)$$

onde dM é o elemento de massa do corpo. Desta forma, com base no sistema apresentando pelo esquema da Figura (3.2), o potencial devido ao corpo P_1 de massa M é obtido na forma:

$$U = G \int \frac{dM}{\Delta} \quad (3.28)$$

Através das expressões obtidas na Equação (3.17), o potencial pode ser reescrito como:

$$U = G \int \frac{dM}{r^2 \left[1 - \frac{2\rho}{r} \left(\frac{x\xi + y\eta + z\zeta}{r\rho} \right) + \left(\frac{\rho}{r} \right)^2 \right]} \quad (3.29)$$

Ao serem definidos os elementos:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\rho}{r} \\ q = \cos\theta &= \frac{x\xi + y\eta + z\zeta}{r\rho} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Os mesmos podem ser introduzidos no denominador da Equação (3.29):

$$\Delta^2 = r^2 (1 - q\alpha + a^2) \quad (3.31)$$

o que leva o potencial à forma:

$$U = G \int \frac{dm}{r [(1 - q\alpha + a^2)]^{\frac{1}{2}}} \quad (3.32)$$

O termo presente na Equação (3.32) pode ainda ser trabalhado de modo que, ao expandí-lo em séries de potência em termos de α , é obtida uma expressão em termos dos polinômios de Legendre:

$$\frac{1}{(1 - q\alpha + a^2)} = P_0 + P_1\alpha + P_2\alpha^2 + P_3\alpha^3 + \dots + P_n\alpha^n + \dots \quad (3.33)$$

Ao ser substituída a expansão da Equação (3.33) na integral do potencial gravitacional

devido ao corpo P_1 , Equação (3.32), é possível expressar o potencial de modo que:

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{G}{r} \left[\int P_0 dM + \int P_1 \alpha dM + \int P_2 \alpha^2 dM + \int P_3 \alpha^3 dM + \dots + \int P_n \alpha^n dM + \dots + \right] \\
 &= \frac{G}{r} \int \left[1 + P_1 \frac{\rho}{r} + P_2 \left(\frac{\rho}{r} \right)^2 + P_3 \left(\frac{\rho}{r} \right)^3 + \dots + P_n \left(\frac{\rho}{r} \right)^n + \dots + \right] dM
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

Sendo possível escrever a equação:

$$U = U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + U_4 \dots \tag{3.35}$$

Onde cada termo U_i , com $i = 1, 2, 3, \dots, n$, corresponde a uma contribuição devido a geometria do corpo. A solução para a primeira integral apresentada na expressão (3.34) tem como resultado:

$$\begin{aligned}
 U_0 &= \frac{G}{r} \int dM \\
 &= \frac{GM}{r}
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

Esse termo tem a mesma forma de quando a massa do corpo está concentrada em seu centro de massa. O desenvolvimento do segundo termo, U_1 , permite observar que:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= \frac{G}{r^2} \int \left(\frac{x\xi + y\eta + z\zeta}{r} \right) dM \\
 &= \frac{G}{r^3} \left(x \int \xi dM + y \int \eta dM + z \int \zeta dM \right)
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

Considerando a definição para o centro de massa, é conclusivo que, para os casos nos quais o centro de massa do corpo esteja sobre a origem do sistema de coordenadas, o resultado dessa integral deve ser zero. Um dos termos de interesse para o presente trabalho diz respeito a solução da integral U_2 :

$$U_2 = \frac{G}{r^2} \int \left[\frac{3}{2} \left(\frac{x\xi + y\eta + z\zeta}{r} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}{r^2} \right) \right] dM \tag{3.38}$$

Devido ao fato de muitos corpos celestes serem aproximadamente esféricos, o termo do potencial para U_2 é pequeno em comparação à parcela U_0 , mas consiste em um termo

importante a ser considerado. Desta forma podemos obter U através da Equação (3.38) usando a definição de A, B, C e I (momentos de inércia do corpo P_1 em torno dos eixos OX, OY, OZ e OP), como expresso na Equação (3.39):

$$\begin{aligned}
 A &= \int (y^2 + z^2) dM \\
 B &= \int (z^2 + x^2) dM \\
 C &= \int (x^2 + y^2) dM \\
 I &= \int (Y^2 + Z^2) dM
 \end{aligned}
 \tag{3.39}$$

A expressão dos termos até segunda ordem para o potencial gravitacional é:

$$\begin{aligned}
 U &= U_0 + U_2 \\
 U &= \frac{G}{r} + \frac{G}{2r^3}(A + B + C - 3I)
 \end{aligned}
 \tag{3.40}$$

Para os demais termos, caso o corpo possua uma simetria em relação ao três eixos do sistema de coordenadas, é observado que todos os termos ímpares, $U_3, U_5 \dots U_{2n+1}$, são nulos. Já para os termos pares, $U_4, U_6 \dots U_{2n}$, o seu valor dependerá da geometria do corpo. No estudo de sondas e satélites naturais é útil introduzir na expressão do potencial um sistema de coordenadas polares, onde r é o raio já definido e λ e ϕ dizem respeito à longitude e latitude da sonda. Desse modo, é possível relacionar o sistema de coordenadas cartesianas com o novo sistema de coordenadas esféricas, por:

$$\begin{aligned}
 x &= r \cos(\lambda) \cos(\phi) \\
 y &= r \sin(\lambda) \cos(\phi) \\
 z &= r \sin(\phi)
 \end{aligned}
 \tag{3.41}$$

Realizando os ajustes necessários, o termo correspondente a U_2 se torna:

$$U_2 = \frac{G}{r^3} \left[\left(C - \frac{A+B}{2} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \sin^2 \phi \right) - \frac{3}{4} (A - B) \cos^2 \phi \cos 2\lambda \right]
 \tag{3.42}$$

Considerando que o corpo é um esferóide, é possível escrever o potencial em termos de uma expansão em série dos polinômios de Legendre:

$$U = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{R}{r} \right)^n P_n(\sin \phi) \right] \quad (3.43)$$

Onde R é o raio equatorial do objeto e J_n diz respeito aos coeficientes de gravidade do corpo. A expansão apresentada para boa parte dos estudos é suficiente, sendo os coeficientes de gravidade presentes na expansão derivados das medidas da gravidade na superfície dos corpos ou usando métodos que envolvam observações de valores da precessão e teorias de equilíbrio hidrostático (Brouwer & Clemence, 1961).

Considerando, para o presente trabalho, que o corpo central trata-se de um esferóide, o qual possui simetria em relação ao plano equatorial, apenas o termo $n = 2$ da Equação (3.43) será utilizado, que é o termo devido ao coeficiente de achatamento nos polos, J_2 . Assim a Equação toma a forma:

$$U = \frac{GM}{r} \left[1 - J_2 \left(\frac{R}{r} \right)^2 P_2(\sin \phi) \right] \quad (3.44)$$

Considerando que a aceleração da partícula pode ser obtida pela expressão:

$$\ddot{\vec{r}} = -\nabla V \quad (3.45)$$

Sendo V o potencial gravitacional que se relaciona com o potencial da força por:

$$V = -U \quad (3.46)$$

Desta forma, tomando apenas o termo correspondente ao termo J_2 , fica:

$$V = \frac{GM}{r} J_2 \left(\frac{R}{r} \right)^2 P_2(\sin \phi) \quad (3.47)$$

A partir do potencial, as componentes da aceleração, em razão do achatamento do corpo central, podem ser escritas como (Merguizo Sanchez et al., 2009):

$$\begin{aligned}
\ddot{\vec{r}}_{J_x} &= -(GMJ_2R_P^2) \left[\frac{3x}{2r^5} - \frac{15z^2x}{2r^7} \right] \hat{i} \\
\ddot{\vec{r}}_{J_y} &= -(GMJ_2R_P^2) \left[\frac{3y}{2r^5} - \frac{15z^2y}{2r^7} \right] \hat{j} \\
\ddot{\vec{r}}_{J_z} &= -(GMJ_2R_P^2) \left[\frac{9z}{2r^5} - \frac{15z^3}{2r^7} \right] \hat{k}
\end{aligned} \tag{3.48}$$

Os efeitos perturbativos devido ao achatamento do corpo central é um assunto que vem sendo estudado por muitos anos e pelos mais diversos pesquisadores. Resultados mostram os efeitos, devido ao J_2 , sobre os elementos keplerianos das órbitas de partículas que estejam sujeitas a ação gravitacional desses corpos. Esses efeitos seculares estão relacionados às taxas de precessão sobre o pericentro e a regressão do nodo da órbita dessas partículas (Murray & Dermott, 1999).

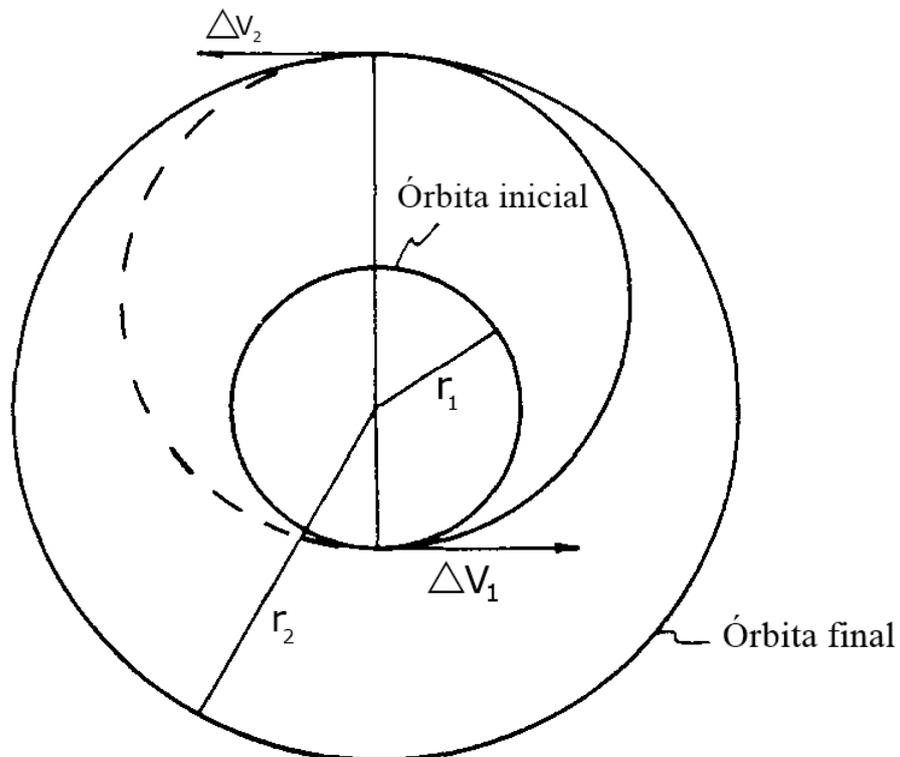
3.3 Manobras Orbitais

As manobras orbitais são extremamente importantes em astronáutica, pois por meio delas é possível posicionar adequadamente o veículo espacial de modo que atenda as necessidades da missão. As manobras de correção tem como objetivo manter o satélite em sua órbita nominal. Elas são utilizadas para compensar os efeitos perturbativos tais como o arrasto atmosférico, o achatamento do corpo, etc. Uma opção são as manobras impulsivas, que foram abordadas de forma analítica por HOHMANN (1925). Nessa seção, serão apresentados os cálculos para obtenção das variações de velocidade necessárias para a realização dessas manobras com base em Chobotov (2002).

3.3.1 Manobras de transferência de Hohmann e manobra bi-elíptica

O esquema da Figura (3.3) mostra como ocorre a transferência de Hohmann, que consiste em transferir um veículo entre duas órbitas circulares e coplanares por meio da realização de dois impulsos.

Figura 3.3: Esquema da manobra de transferência de Hohmann, onde r_1 e r_2 são, respectivamente, os raios da órbita circular antes da manobra e da órbita circular após a manobra e ΔV_1 e ΔV_2 os impulsos para a órbita de transferência e para se manter na órbita final desejada.



Fonte: Adaptado de Chobotov (2002).

O veículo inicialmente se encontra em uma órbita circular com velocidade v_{c1} , sobre a qual um ΔV_1 será aplicado tangencialmente, de forma a alterar a órbita do veículo passando-a a uma órbita elíptica de transferência. A magnitude desse impulso está relacionada a necessidade de atender o requisito de que o raio do apogeu da órbita elíptica de transferência seja igual ao raio da órbita circular a ser alcançada. Quando o veículo chega ao apogeu da órbita, é aplicado novamente uma variação de velocidade tangencial ΔV_2 , para que ele permaneça na órbita circular pretendida. De outro modo ele ficaria na elipse de transferência caso sua velocidade não fosse alterada. Deste modo é necessário determinar as variações de velocidade ΔV_1 e ΔV_2 . Para isso, considere a equação da vis-viva para determinar a velocidade V_1 , e a velocidade inicial na órbita circular para V_r temos:

$$V_1^2 = \mu \left[\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a} \right] \quad (3.49)$$

Sendo o semieixo maior da órbita definido em função dos raios das órbitas circulares inicial e final pela equação

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2} \quad (3.50)$$

Aplicando a Equação (3.50) na expressão (3.49) é então obtida a Equação da vis-viva na forma:

$$V_1^2 = \mu \left[\frac{2}{r_1} - \frac{2}{r_1 + r_2} \right] \quad (3.51)$$

Ao colocar o raio r_1 da órbita circular inicial em evidência na Equação (3.51) é obtido que:

$$V_1^2 = \frac{\mu}{r_1} \left[2 - \frac{2}{1 + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \right] \quad (3.52)$$

Considerando a velocidade inicial na órbita de origem, é possível substituir esse fator na Equação (3.52):

$$V_1^2 = V_{c1}^2 \left[\frac{2 + 2\left(\frac{r_2}{r_1}\right) - 2}{1 + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \right] \quad (3.53)$$

Através da Equação (3.53) é possível determinar a razão entre a velocidade de transferência e a velocidade inicial do veículo na órbita inicial.

$$\frac{V_1}{V_{c1}} = \left[\frac{2(r_2/r_1)}{1 + (r_2/r_1)} \right]^{1/2} \quad (3.54)$$

Tendo em vista que:

$$\frac{V_1}{V_{c1}} - \frac{V_{c1}}{V_{c1}} = \frac{V_1 - V_{c1}}{V_{c1}} = \frac{\Delta V_1}{V_{c1}} \quad (3.55)$$

Através das expressões (3.54) e (3.55) é possível escrever a razão entre ΔV_1 e a velocidade inicial do veículo na órbita inicial, V_{c1} :

$$\frac{\Delta V_1}{V_{c1}} = \left[\frac{2(\frac{r_2}{r_1})}{1 + (\frac{r_2}{r_1})} \right]^{1/2} - 1 \quad (3.56)$$

O mesmo processo deve ser realizado com o objetivo de determinar a razão entre ΔV_2 e a velocidade na órbita inicial. Para isso, a equação de vis-viva é considerada em relação ao raio da órbita final, r_2 :

$$V_2^2 = \mu \left[\frac{2}{r_2} - \frac{2}{r_2 \left[1 + (1/(\frac{r_2}{r_1})) \right]} \right] \quad (3.57)$$

Colocando o raio da órbita circular final, r_2 , em evidência na Equação (3.57) é obtido:

$$V_2^2 = \frac{\mu}{r_2} \left[2 - \frac{2(\frac{r_2}{r_1})}{\left[1 + (\frac{r_2}{r_1}) \right]} \right] \quad (3.58)$$

A Equação (3.58) apresenta um termo para a velocidade final na órbita circular, V_{c2}^2 . Entretanto, essa velocidade, pode ser reescrita em função da velocidade e do raio da órbita inicial e o raio da órbita circular final.

$$V_{c2}^2 = \frac{\mu}{r_2} \quad (3.59)$$

$$V_{c2}^2 = V_{c1}^2 \frac{r_1}{r_2} \quad (3.60)$$

A Equação (3.58) é então reescrita em função da velocidade e raio da órbita inicial e do raio da órbita circular final.

$$V_2^2 = \frac{V_{c1}^2}{r_2/r_1} \left[\frac{2}{1 + (\frac{r_2}{r_1})} \right] \quad (3.61)$$

Através da Equação (3.61) é possível obter a razão entre a velocidade na órbita circular final e a velocidade na órbita circular inicial.

$$\frac{V_2}{V_{c1}} = \left[\frac{2}{r_2/r_1 (1 + r_2/r_1)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.62)$$

Sendo assim obtida a razão entre ΔV_2 e a velocidade na órbita inicial.

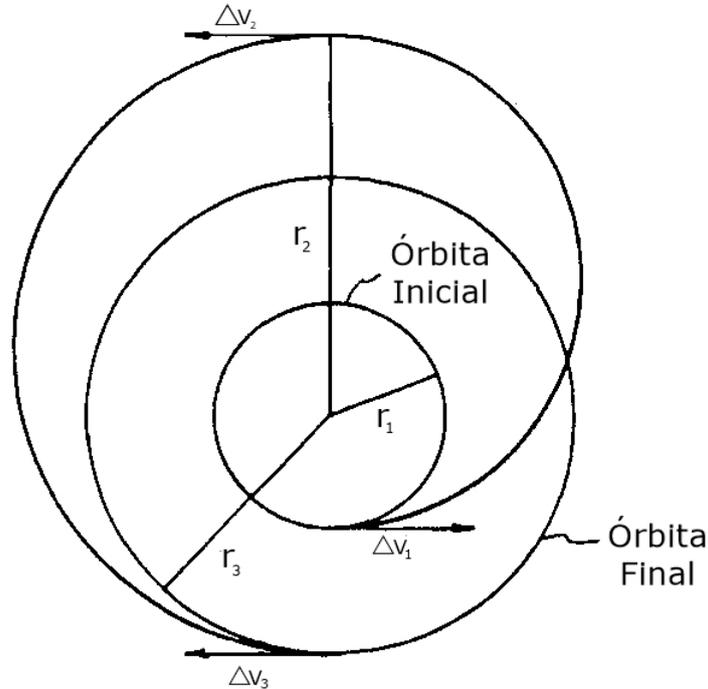
$$\frac{\Delta(V_2)}{V_{c1}} = \left(\frac{1}{r_2/r_1} \right)^{1/2} - \left(\frac{2}{r_2/r_1[1 + r_2/r_1]} \right)^{1/2} \quad (3.63)$$

Desta forma, a velocidade total requerida para a transferência é

$$\Delta V_T = \Delta V_1 + \Delta V_2 \quad (3.64)$$

Outra manobra de transferência orbital é a manobra bi-elíptica. Ela consiste na aplicação de três impulsos para a transição entre duas órbitas circulares e coplanares. O esquema dessa manobra pode ser observado na Figura (3.4). Em comparação com a manobra de transferência de Hohmann, a transferência bi-elíptica possui a aplicação de um impulso a mais, durante a realização da manobra. Além disso, o primeiro impulso dessa manobra apresenta um módulo maior que a realizada na transferência de Hohmann, resultando em uma órbita elíptica de transição de maior semieixo maior.

Figura 3.4: Esquema da manobra de transferência bi-elíptica tri-impulsiva, onde r_1 , r_2 e r_3 são, respectivamente, os raios da órbita circular antes da manobra, do apogeu da primeira órbita de transferência e da órbita circular após a manobra, e ΔV_1 , ΔV_2 e ΔV_3 os impulsos para a primeira e segunda órbita de transferência e para se manter na órbita final desejada.



Fonte: Adaptado de Chobotov (2002).

Assim como na transferência de Hohmann, é necessário determinar as razões entre variações na velocidade, para cada impulso, e a velocidade na órbita inicial. Essas razões são apresentadas na Equação:

$$\frac{\Delta V_1}{V_{c1}} = \left[\frac{2(r_2/r_1)}{1 + (r_2/r_1)} \right]^{1/2} - 1 \quad (3.65)$$

$$\frac{\Delta V_2}{V_{c1}} = \left[\frac{2(r_3/r_1)}{(r_2/r_1)[(r_2/r_1) + (r_3/r_1)]} \right]^{1/2} - \left[\frac{2}{(r_2/r_1)[1 + (r_2/r_1)]} \right]^{1/2} \quad (3.66)$$

$$\frac{\Delta V_3}{V_{c1}} = \left[\frac{2(r_2/r_1)}{(r_3/r_1)[(r_3/r_1) + (r_2/r_1)]} \right]^{1/2} - \frac{1}{(r_3/r_1)} \quad (3.67)$$

Sendo assim, a variação total necessária para a realização da manobra é:

$$\Delta V_T = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 \quad (3.68)$$

Conforme detalhado em Gobetz & Doll (1969), existem transferências derivadas da bi-elíptica para os casos de transferência entre uma órbita circular e uma elíptica e entre órbitas elípticas co-axiais. Há também trabalhos que apresentam a realização de manobras de transferência em ambientes perturbados, como Galperin & Gurfil (2014), que descreve manobras de transferência considerando o achatamento do corpo central. De uma forma geral, em se tratando de gasto mínimo de combustível, as manobras bi-impulsivas do tipo Hohmann ou as tri-impulsivas passando pelo infinito são as mais indicadas para o caso de transferência entre órbitas coplanares.

O estudo das manobras impulsivas pretende investigar formas de aplicação dessas manobras visando, no estágio final dessas órbitas, evitar a colisão da sonda com Io. Assim, as manobras devem ser aplicadas de tal forma a reposicionar o veículo em sua órbita inicial e poder reiniciar um novo ciclo de observação. Entre as possíveis configurações para essas manobras, o critério de escolha é minimizar o consumo de combustível por unidade de tempo de duração da missão.

4 Mapeamento de órbitas em torno de Io

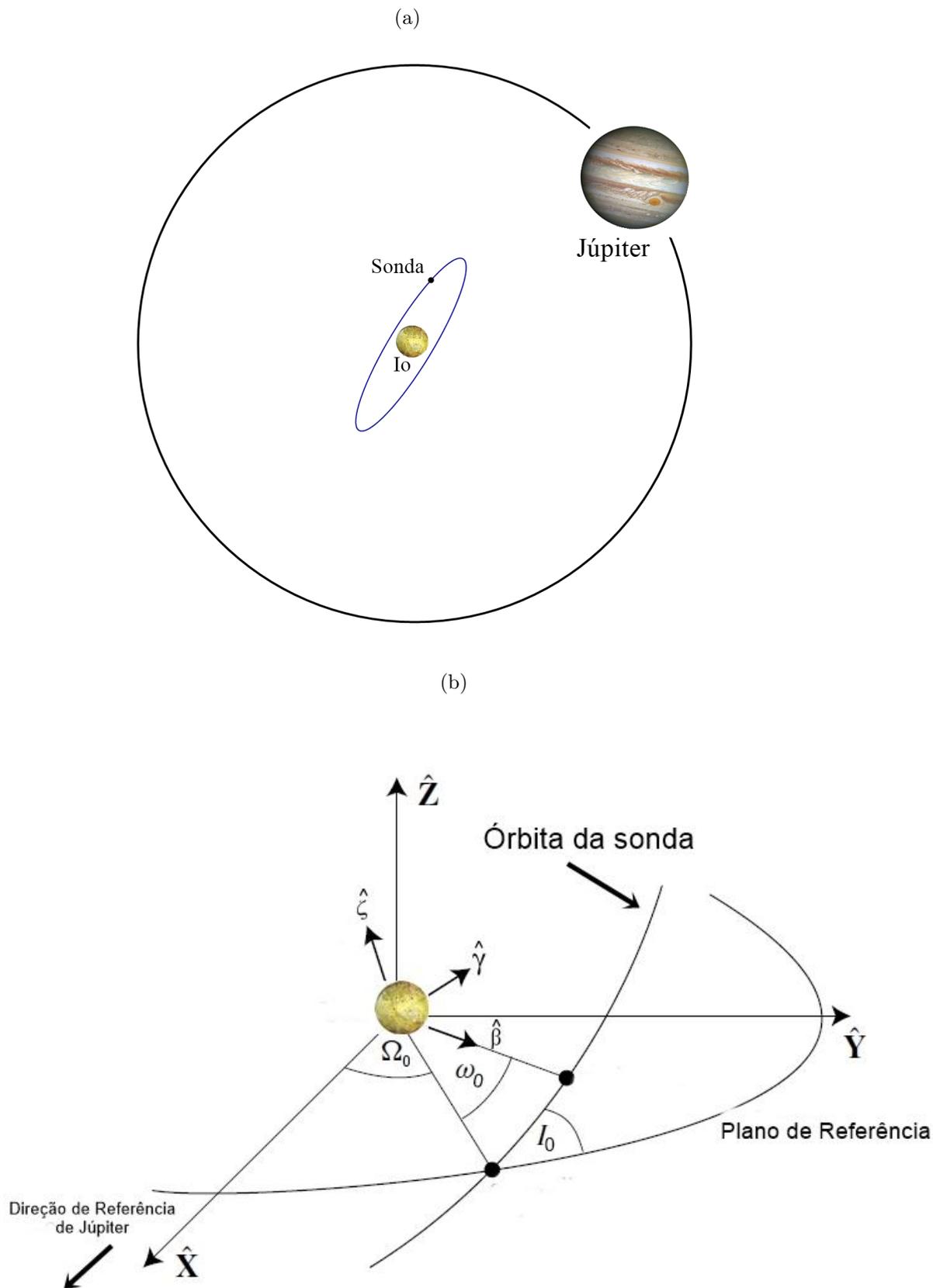
Como o objetivo do presente trabalho é investigar o tempo de vida de órbitas em torno de Io, considerando os efeitos perturbativos devido a Júpiter e a não esfericidade de Io, é necessário estabelecer, após a configuração do sistema físico de estudo, critérios para determinar se os tempos de vida obtidos nas simulações, são suficientes para a realização de missões em torno de Io. Com base nisto, as simulações são executadas, para condições orbitais iniciais determinadas, de forma a realizar estudos considerando, inicialmente, apenas a perturbação devido a Júpiter, e posteriormente, os efeitos devido ao achatamento de Io.

4.1 Sistema em estudo

Considerando o cenário de interesse de estudo como sendo composto por três corpos: Io, a sonda espacial e Júpiter, o sistema do presente problema foi modelado de forma a considerar que a origem do sistema de referência fosse o satélite natural Io, em torno do qual Júpiter descreve uma órbita circular e coplanar de raio unitário, e a sonda uma órbita tridimensional e interna a Júpiter, como mostra o esquema da Figura (4.1), onde a_0 , I_0 , ω_0 , Ω_0 correspondem, respectivamente, ao semieixo maior, a inclinação, ao argumento do pericentro e a longitude do nodo ascendente iniciais da órbita da sonda em torno de Io. Para isso, o problema circular restrito de três corpos, apresentado no Capítulo 3, é utilizado, no qual são feitas rotações sucessivas, com base em (Murray & Dermott, 1999), para que o centro do sistema de coordenadas seja reposicionado do centro de massa do sistema para o centro do satélite natural Io. São realizadas, também, normalizações sobre a massa dos corpos, com base na seção (3.1), e sobre os comprimentos, tendo como referência a distância de Io-Júpiter.

Para obter a evolução temporal e os elementos orbitais osculadores da sonda, o problema circular restrito de três corpos é analisado utilizando um simulador numérico, escrito em linguagem FORTRAN utilizando o método de Runge-Kutta de 8° ordem (de Almeida Prado, 2003). Através desse método, as condições iniciais da órbita da sonda são inseridas com o objetivo de gerar as trajetórias e os elementos orbitais osculadores em função do tempo, visando mapear o tempo de vida obtido pelas órbitas até que elas colidissem com o satélite natural Io, escapassem da região de interesse do estudo ou sobrevivessem ao tempo de integração total estabelecido nas simulações. Através desses resultados, foram produzidos gráficos e mapas de tempos de vida dessas órbitas em função das condições iniciais estabelecidas.

Figura 4.1: Esquema do sistema Io-Júpiter-sonda na implementação computacional considerando os elementos orbitais iniciais da órbita da sonda, onde (a) mostra a órbita de Júpiter e da sonda em torno de Io e (b) apresenta os elementos orbitais da órbita da sonda.



Missões cujo objetivo é o envio de sondas, para orbitarem o corpo ao qual se deseja fazer as observações, ou mesmo medições, sejam elas *in situ* ou não, possuem um importante desafio com respeito ao tempo de vida das órbitas dessas sondas, pois o tempo de voo desses objetos é um fator muito importante a ser levado em conta. A missão Luna 10 foi pioneira no que diz respeito a orbitar um satélite natural, que nesse caso foi a Lua, pois as missões que a antecederam realizaram flyby ou pousaram na superfície lunar (NASA, 2005). O veículo permaneceu em órbita por cerca de 57 dias, e durante esse tempo efetuou investigações a respeito da magnitude do fluxo de raios cósmicos primários (Grigorov et al., 1966), e foi investigado também o campo magnético e o campo gravitacional da Lua (NASA, 2019a). Contudo, foi com o *Lunar orbiter program*, (Kosofsky & El-Baz, 1970), que o mapeamento da Lua foi um dos objetivos da missão, principalmente nas missões Lunar Orbiter 4 e 5, pois as primeiras três missões do programa foram dedicadas a identificar potenciais locais de pouso mais adequados a serem utilizado no programa Apollo (Kosofsky & El-Baz, 1970), que ocorreu anos mais tarde. O Lunar Orbiter 4 permaneceu em órbita por 151 dias, e mapeou 99% do lado visível da Lua e 75% do lado oposto. Entretanto, houveram varias falhas e algumas imagens que foram capturadas pela missão não conseguiram ser transmitidas (NASA, 2019b). Na missão Lunar Orbiter 5 a sonda ficou em órbita por aproximadamente 179 dias e conseguiu nesse tempo mapear praticamente todo o lado oposto da Lua, sendo que foram obtidas 23 imagens que não foram capturadas pela missão anterior, além de 36 diferentes áreas do lado visível e dezenas de locais de pouso que poderiam ser utilizados na realização da missão apollo (NASA, 2019c).

Planejamentos para futuras missões em torno de outros satélites naturais do Sistema Solar também têm sido apresentados, como missões de mapeamento e medição passiva utilizando um *orbiter* em torno de Encelados. As modelagens das missões estimam um tempo médio para realização da missão e aquisição de dados de aproximadamente 3 anos (MacKenzie et al., 2021). No presente trabalho, estabelecemos, com base no tempo de duração da missão Lunar Orbiter 5 e levando em conta que o ideal para as missões são orbitas que tenham duração de anos como a prevista para a futura missão a Enceladus, que o tempo mínimo para ser considerado hábil para a realização de missões com "orbiters" em torno de Io seria de no mínimo 6 meses (180 dias). Além do tempo mínimo da órbita, fica estabelecido também que o termo "estabilidade orbital" será utilizado como referência as órbitas com os maiores tempos de vida obtidos em cada simulação realizada no presente trabalho.

Visando validar o código implementado, foram realizadas simulações considerando as condições apresentadas por de Almeida Prado (2003), contidas na Tabela (1), para Io. Em sua investigação foi considerado como critério de colisão da sonda com o satélite natural o valor da excentricidade osculadora da órbita. Sendo assumido que caso a órbita osculadora apresentasse um pericentro que promovesse uma colisão com a superfície de

Io seria considerada uma colisão. O gráfico da Figura (4.2)(a) apresenta o mapa obtido por de Almeida Prado (2003) e a Figura (4.2)(b) o mapa obtido na simulação realizada.

Tabela 1: Condições iniciais apresentadas por de Almeida Prado (2003), para o estudo de sondas em torno de satélites naturais do Sistema Solar.

Condições Simuladas - Io	μ	$R (Km)$	$a (Km)$	Tempo Sideral (Dias)	
	0,0000468	1815	422000	1,77	
Condições Simuladas - Sonda	e_0	a_0	I_0	ω_0	Ω_0
	[0,0-0,5]	$4R_{Io}$	[60-85]°	0°	0°

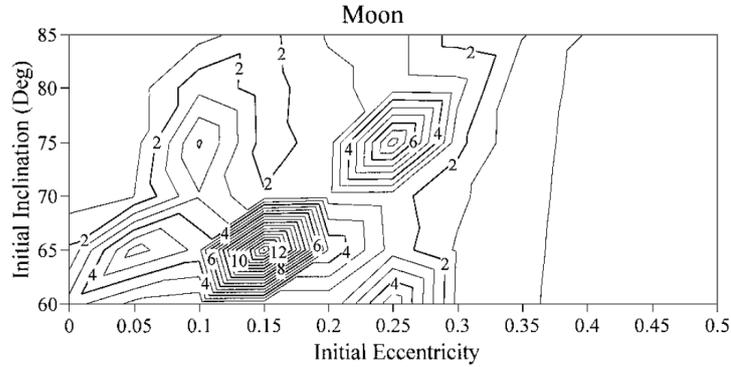
Fonte: de Almeida Prado (2003)

Os mapas da Figura (4.2) apresentam os tempos de vida obtidos nas simulações, através da escala de cores e das linhas que delimitam regiões com mesmo valor para os tempos de vida das órbitas da sonda. A análise desses mapas permitiu notar a equivalência entre os resultados.

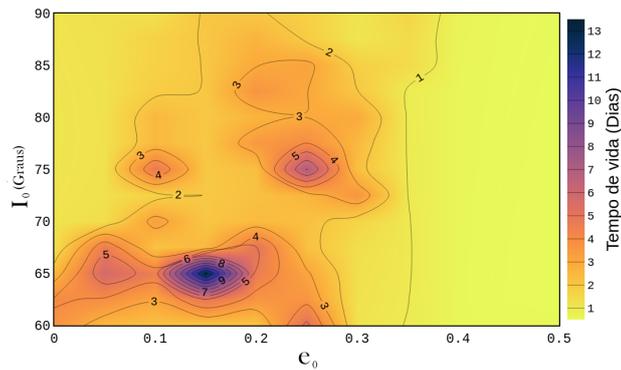
As similaridades podem ser vistas comparando as condições orbitais com os maiores tempos de vida, as quais encontram-se na região entre $[0, 1 - 0, 2]$ para a excentricidade inicial e inclinação em torno de 65° . Nos mapas da figura (4.2), existem outras ilhas de estabilidade orbital, ou seja, regiões de maior duração das órbitas em faixas onde as vizinhanças possuem tempos de vida consideravelmente inferiores. Mesmo com a presença dessas ilhas, é importante destacar que essas simulações, considerando o semieixo maior inicial da órbita da sonda igual a quatro vezes o raio de Io, registraram tempos de vida baixos, de no máximo 13 dias, valor demasiadamente baixo considerando o tempo mínimo estabelecido para realizações de possíveis estudos em torno de satélites naturais, com base no critério estabelecido nesses trabalho. Esse comportamento se deve por conta da proximidade de Io com Júpiter. Dessa forma as perturbações provocadas pelo campo gravitacional do planeta tendem a afetar muito as órbitas de uma sonda em torno desse satélite natural.

Figura 4.2: Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e excentricidade inicial, para órbitas implementadas com semieixo maior, a_0 , igual a $4,0R_{Io}$.

(a) de Almeida Prado (2003) - Io



(b) $a_0 = 4,0R_{Io}$



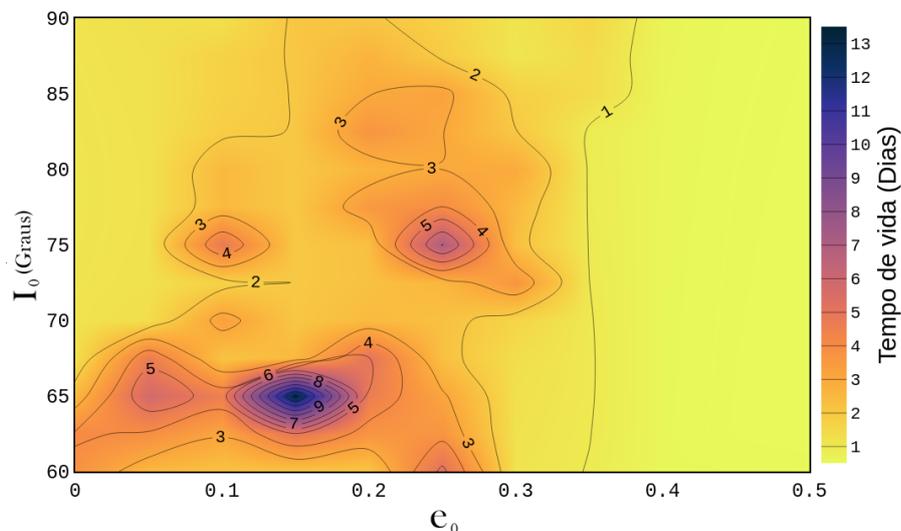
Para o presente trabalho, após a validação do código, foi escolhida uma condição de colisão diferente da verificação pela excentricidade da órbita, como foi apresentado por de Almeida Prado (2003). As simulações passaram a considerar o critério da altitude para detecção de uma colisão. Esse critério baseia-se na verificação da distância entre a superfície do satélite e da sonda a cada passo da integração, sendo considerada colisão quando a altitude for nula, ou seja, essa distância for igual a zero. Adicionalmente a troca do critério de colisão, foi considerado também a verificação de possíveis ejeções da sonda da região próxima ao satélite natural. Esse critério foi estabelecido considerando o valor do C3, Equação (4.1), que corresponde ao dobro da energia de dois corpos, com base em Neto & de Almeida Prado (1998).

$$C3 = 2E = V^2 - \left(\frac{2\mu_{Io}}{r} \right) \quad (4.1)$$

onde V e r são o módulo da velocidade da sonda e o módulo do vetor posição da sonda com respeito a Io e μ_{Io} é a razão de massa desse satélite natural. O uso dessa abordagem

foi possível porque a massa da sonda foi considerada negligenciável e foi assumido que a órbita inicial da sonda, em torno de Io, seria fechada e com velocidade menor do que a velocidade de escape da região da esfera de Hill de Io. Através do valor obtido para o C3 foi possível determinar se a órbita da sonda é fechada, ou se torna aberta, o que corresponde, em um determinado tempo, a um escape da gravidade de Io, saindo assim da região de interesse. Para garantir que a sonda tenha escapado, as simulações verificaram o valor da energia nos momentos seguintes a detecção do escape para verificar se a mesma não voltou a ser capturada por Io. Considerando os ajustes realizados, o mapa da Figura (4.3) apresenta os resultados para os tempos de vida das órbitas em torno de Io, implementada sobre as mesmas condições iniciais apresentadas por de Almeida Prado (2003), Tabela (1), considerando, entretanto, o critério da altitude para definir uma colisão e o critério do C3, para verificar possíveis escapes. Esses novos critérios foram utilizados em todas as simulações desenvolvidas neste trabalho.

Figura 4.3: Mapa de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io em função da inclinação e excentricidade inicial para órbitas implementadas com semieixo maior, a_0 , igual a $4,0 R_{Io}$, considerando o critério da altitude para a colisão.



Os resultados mostraram que, considerando os novos critérios de colisão e escape, em todo o mapa gerado na Figura (4.3), os tempos de vida obtidos foram baixos, chegando, em poucos casos, a 13 dias de órbitas. Considerando os valores sugeridos para missões em torno de satélites naturais, como mencionado no começo desse capítulo, as órbitas obtidas apresentaram uma porcentagem muito inferior ao mínimo estabelecido nesse trabalho, que seria de 180 dias. Isso significa que as condições iniciais usadas não geram órbitas adequadas para os objetivos aqui buscados.

4.2 Tempo de vida das órbitas em torno de Io perturbadas por Júpiter

Tendo em vista os resultados apresentados no mapa da Figura (4.3) e visando encontrar órbitas com maior duração, além de estudar os efeitos perturbativos de Júpiter sobre as condições orbitais iniciais da órbita da sonda, foram feitas simulações considerando para a órbita da sonda espacial diferentes condições iniciais. Para isso, inicialmente, considerando as condições presentes para Io na tabela (2), valores de semieixo maior inicial foram escolhidos e mantidos fixos, e realizadas simulações considerando os mesmos conjuntos de condições iniciais para a inclinação e excentricidade usados na Tabela (1) e no mapa da Figura (4.3).

Tabela 2: Condições para a razão de massa, μ_{Io} , raio de Io, R_{Io} , semieixo maior, a_0 e tempo sideral utilizadas nas simulações.

Condições Simuladas - Io	μ	R (Km)	a (Km)	Tempo Sideral (Dias)
	0,0000468	1821.6	421800	1,77

Fontes: (de Almeida Prado, 2003) e (Serra et al., 2019).

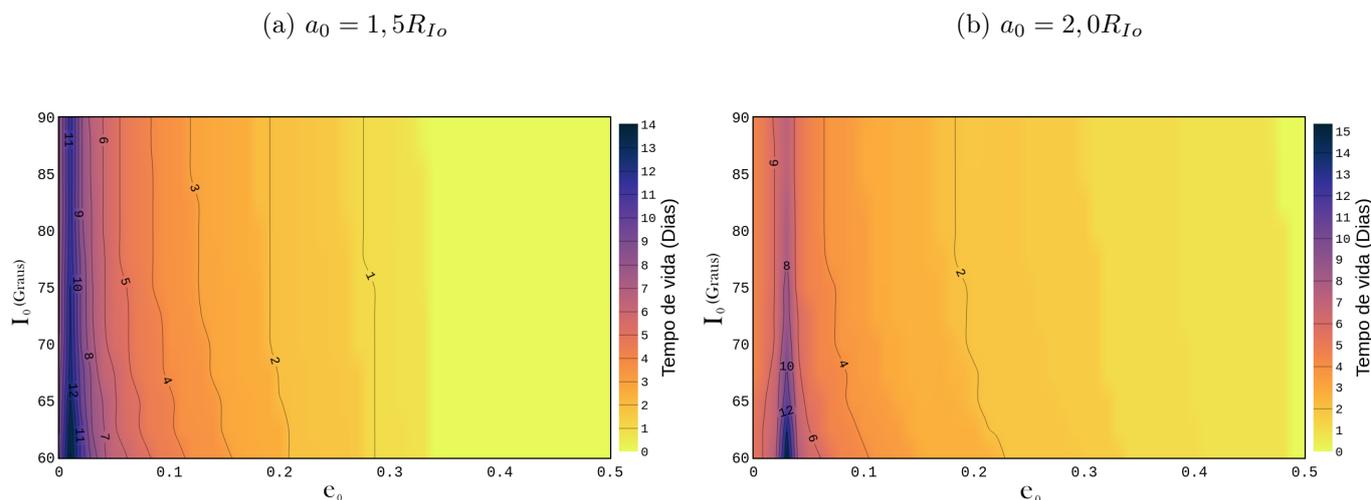
A escolha das condições para a inclinação e excentricidade inicial das órbitas da sonda foram mantidas, levando em consideração o interesse por estudar órbitas com inclinação acima do valor crítico da inclinação (39,2), (Kozai, 1962), devido ao efeito Kozai. O outro critério estabelecido para a permanência desse intervalo de inclinação, [60-90]°, nos estudos foi o de que órbitas polares e quase polares permitem uma maior e mais precisa varredura do objeto em estudo (Park & Junkins, 1994). Posteriormente, para uma análise mais profunda do efeito no tempo de vida das órbitas devido a escolha do semieixo maior inicial, foram realizadas simulações, para excentricidades iniciais fixas, para intervalos de inclinação e semieixo maior iniciais. Foram também analisados alguns efeitos devidos a escolha do argumento do pericentro e da longitude do nodo ascendente. Todas as simulações foram realizadas para um intervalo de tempo correspondente à 477 períodos orbitais de Io em torno de Júpiter, o que corresponde a um tempo total de 844 dias. Sendo assim, as órbitas que foram classificadas como sobreviventes ao tempo total de integração correspondem a condições iniciais que sobreviveram no mínimo ao tempo de 2,3 anos.

4.2.1 Análise da inclinação e excentricidade iniciais

Para a análise dos efeitos devido a escolha das inclinações e das excentricidades iniciais, foram realizadas simulações considerando os valores de $1,5R_{Io}$, $2,0R_{Io}$, $2,6R_{Io}$, $2,7R_{Io}$, $2,8R_{Io}$, $3,5R_{Io}$, $4,0R_{Io}$ e $6,0R_{Io}$ para o semieixo maior inicial. Esses valores de a_0 foram escolhidos como valores testes, a fim de observar como os mapas em função da inclinação e da excentricidade inicial poderiam sofrer modificações devido a escolha da altitude inicial

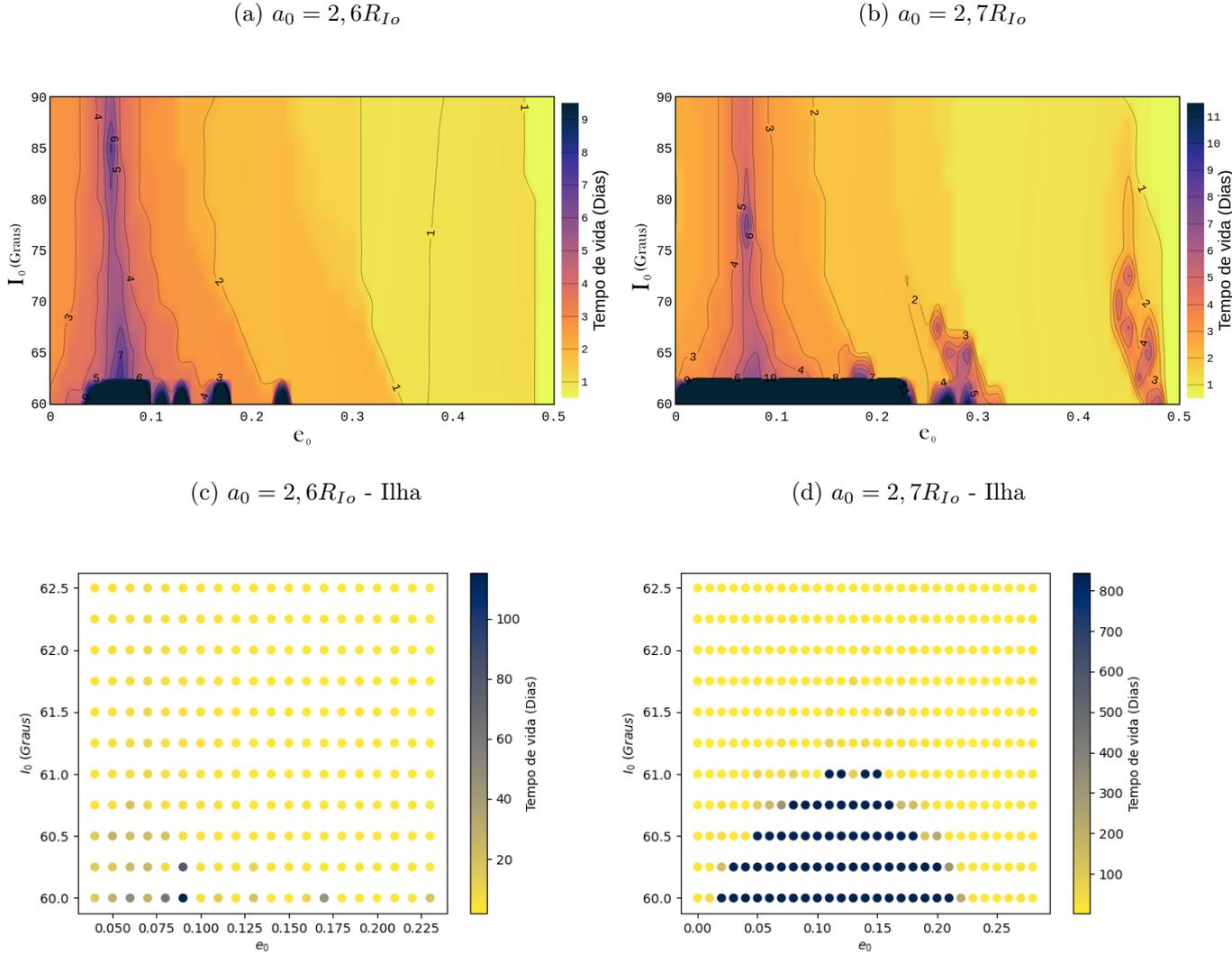
da sonda. Os mapas obtidos, em função da inclinação e excentricidade iniciais da órbita da sonda, são apresentados nas Figuras (4.4) à (4.7). A análise dos resultados dos mapas permitiu observar que foram registrados aumentos no número de dias de duração das órbitas, a medida que essas foram implementadas com menores valores das inclinações, dentro do intervalo de $[60 - 90]^\circ$. Uma dependência mais expressiva do que para o valor da inclinação inicial foi observada com respeito ao valor da excentricidade inicial da órbita da sonda, pois, foi visto que quanto menor a excentricidade inicial dessas órbitas, maiores foram os tempos de vida obtidos. Para as órbitas simuladas com semieixo maior iniciais iguais a $1,5R_{Io}$, Figura (4.4)(a), esse comportamento pode ser visto à medida que as condições com maiores tempos de vida estão em regiões de menor inclinação, 60° , e órbitas circulares. Entretanto, os tempos de vida dessas órbitas não foram maiores do que 14 dias.

Figura 4.4: Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e excentricidade iniciais, para órbitas implementadas com semieixo maior, a_0 , iguais a $1,5R_{Io}$ e $2,0R_{Io}$.



Do mesmo modo, as órbitas implementadas com um semieixo maior inicial igual a $2,0R_{Io}$, Figura (4.4)(b), também não apresentaram órbitas com duração superior a 15 dias, sendo que suas órbitas com maiores tempos foram localizadas em regiões de baixa inclinação, 60° , e órbitas quase circulares com valor de $e_0 = 0,05$. A dependência geral com o valor da inclinação e excentricidade iniciais também foi observada nos mapas gerados com semieixos maiores iniciais de $2,6R_{Io}$ e $2,7R_{Io}$, Figuras (4.5)(a) e (4.5)(b). Entretanto, nesses casos, foram localizadas ilhas de estabilidade orbital, que se encontram nas regiões mais escura nos mapas, onde foram registradas algumas órbitas com tempos de vida maiores do que toda a sua vizinhança. Essas regiões estão presentes no mapa da Figura (4.5)(a) na faixa de $[0,04 - 0,09]$ para a excentricidade e inclinação de 60° e para as condições: $e_0 = 0,11$, $e_0 = 0,13$, $e_0 = 0,017$, $e_0 = 0,23$. Para todas essas condições o valor da inclinação inicial foi de 60 graus e, no mapa da Figura (4.5)(b), no intervalo de $[0,0 - 0,23]$ e em $e_0 = 0,27$. A inclinação para os dois casos foi igual a 60 graus.

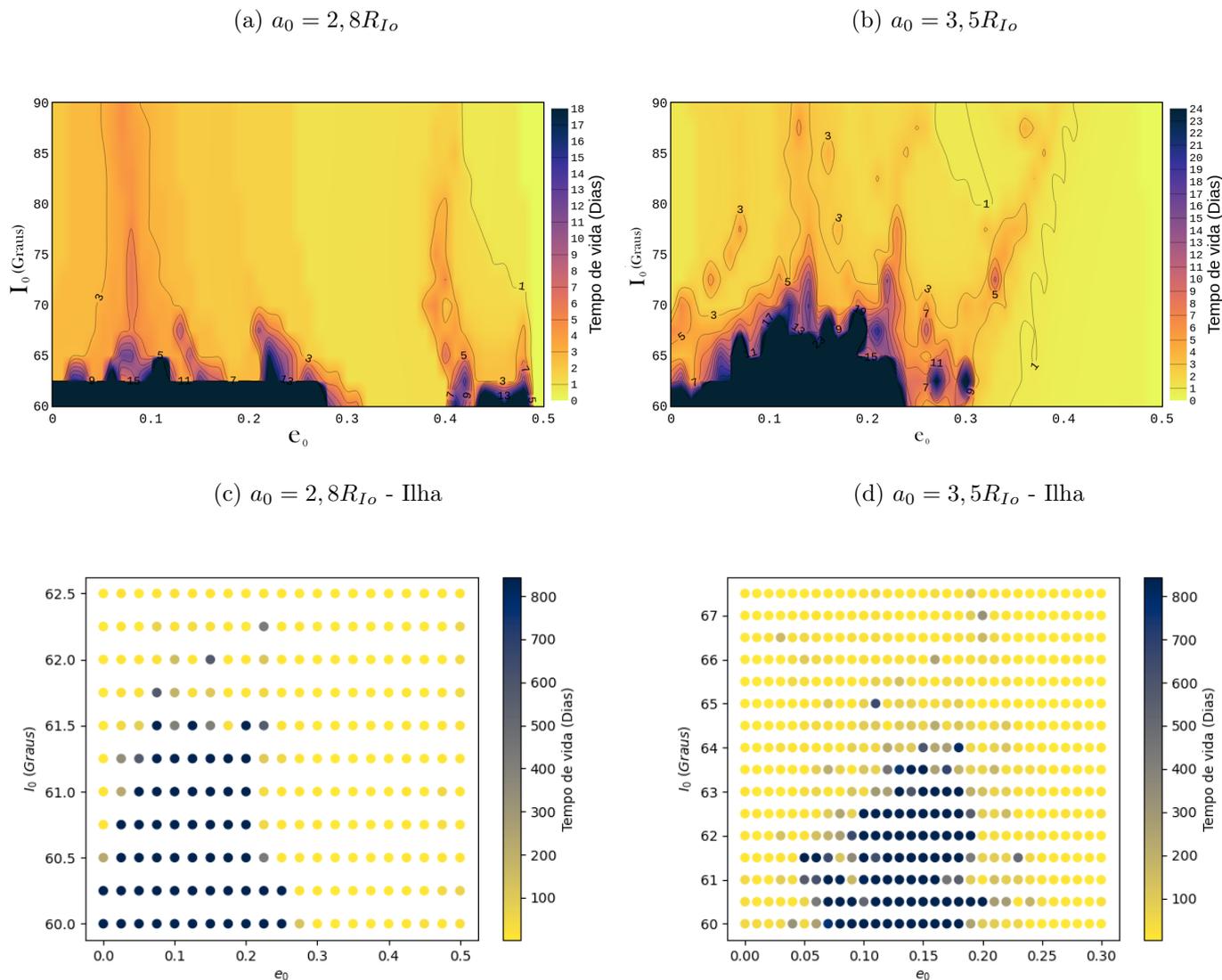
Figura 4.5: **(a)-(b)**: Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e excentricidade iniciais, para órbitas implementadas com semieixo maior, a_0 , igual a $2,6R_{Io}$ e $2,7R_{Io}$ e **(c)-(d)**: mapas das regiões de ilhas presentes nos mapas (a) e (b).



Os tempos de vida registrados para $a_0 = 2,6R_{Io}$ e $a_0 = 2,7R_{Io}$, fora das regiões de estabilidade orbital, registram no máximo 9 e 11 dias, respectivamente. O que também configura tempos baixos para a realização de missões. No entanto, dentro das regiões de ilhas de estabilidade orbital, foram registradas para $a_0 = 2,6R_{Io}$ algumas órbitas com duração entre 11 e 115 dias, porém nenhuma órbita sobreviveu ao tempo total de integração, como mostra o zoom sobre a região apresentado na Figura (4.5)(c). Entretanto, para as órbitas com o semi eixo inicial de $a_0 = 2,7R_{Io}$, houve o registro de órbitas, na região mais escura, dentre as quais foram encontradas condições que resultaram em tempos de vida com valores entre 12 e 320 dias, como mostra a Figura (4.5)(d). Para a altitude inicial de $1,7R_{Io}$, correspondente a $a_0 = 2,7R_{Io}$ também foram registradas cerca de 65 condições iniciais que proporcionaram a sonda sobreviver ao tempo de integração total, o que corresponde a uma duração de pelo menos 2,3 anos, (844 dias). Essas condições

também podem ser observadas na Figura (4.5)(d). Para ambos os casos, $a_0 = 2,6R_{Io}$ e $a_0 = 2,7R_{Io}$, não houveram registros de escapes da região de interesse.

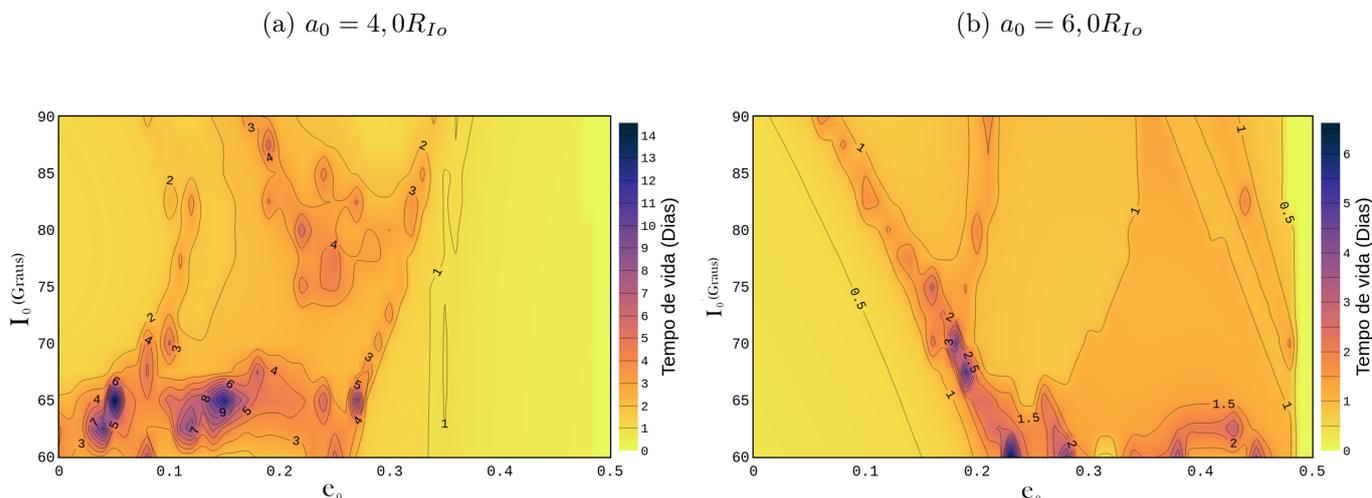
Figura 4.6: (a)-(b): Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e excentricidade iniciais, para órbitas implementadas com semieixo maior igual a $2,8R_{Io}$ e $3,5R_{Io}$ e (c)-(d): mapas de tempos de vida sobre as regiões de ilhas, mais escuras nos mapas, para os semieixos maiores iniciais $2,8R_{Io}$ e $3,5R_{Io}$.



Para as órbitas inicialmente com $a_0 = 2,8R_{Io}$, a maior parte dos registros de tempos de vida foram de até 18 dias. No entanto, assim como para $a_0 = 2,7R_{Io}$, também foram localizadas órbitas sobreviventes ao tempo total de integração na região mais escura do mapa. Essas órbitas sobreviventes foram encontradas no intervalo de $[0, 0 - 0, 27]$ para a excentricidade inicial e inclinação entre 60° e $62,5^\circ$. Uma região com alta excentricidade, nas proximidades de $e_0 = 0,44$ e que se estende a $e_0 = 0,5$ e inclinação entre $[60, 0 : 62, 2]$, onde foram encontradas órbitas com duração de até 120 dias, também foi localizada e aparece mais escuro no mapa da Figura (4.6)(a). Entretanto, nem todas as órbitas pre-

sentas nessas regiões mais escuras, $[0, 0 - 0, 27]$ e próximas a $0, 44$, sobreviveram ao tempo total de integração, correspondendo a 2, 3 anos de duração. Foram encontradas por volta de 12 ejeções da região de interesse, mais de 150 colisões e existem tempos, para ambos os casos, no intervalo de 21 à 774 dias, (aproximadamente 2 anos), como mostra o mapa da Figura (4.6)(c), que apresenta um zoom sobre essas regiões. Os resultados apresentados nas condições de $2, 7R_{Io}$ e $2, 8R_{Io}$ para o semieixo maior inicial são importantes, pois, mesmo em uma região onde as perturbações promovidas por Júpiter sobre Io e, conseqüentemente, sobre as órbitas de sondas em torno de Io, foi possível encontrar condições orbitais onde as perturbações não foram suficientes para ejetar ou levar a colisão da sonda com a lua em um intervalo curto de tempo.

Figura 4.7: Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e excentricidade iniciais, para órbitas implementadas com semieixo maior igual a $4, 0R_{Io}$ e $6, 0R_{Io}$.



Órbitas que sobreviveram ao tempo total de integração também foram registradas nas simulações com semieixo maior inicial igual a $3, 5R_{Io}$, Figura (4.6)(b) e (4.6)(d). Essas órbitas estão entre as condições registradas para a faixa de $[0, 00 - 0, 23]$ para a excentricidade inicial e inclinação entre 60° e $67, 5^\circ$ e em $e_0 = 0, 27$ e $e_0 = 0, 3$, onde para ambas as condições o valor da inclinação inicial foi de $62, 5^\circ$. No intervalo apresentado, as órbitas que colidiram com Io ou escaparam da região de interesse registraram tempos entre 26 dias e 2, 0 anos. As demais condições simuladas não tiveram tempos maiores do que 24 dias. Simulações para um semieixo maior com valor de $6, 0R_{Io}$ registraram órbitas com tempos máximos de 6 dias.

Através dos resultados apresentados observou-se que, no geral, existe uma relação entre a escolha da excentricidade inicial e o tempo de vida das órbitas. Nesse sentido, as órbitas iniciais mais circulares tendem a apresentar maiores tempos de vida. Esse comportamento se deve ao fato de órbitas muito excêntricas apresentarem um pericentro mais próximo de Io, o que pode favorecer a colisão. Além disso, essas órbitas são mais perturbadas por

Júpiter, o que também contribui para possíveis colisões. A escolha da inclinação também tem certo grau de influência, pois, devido ao Efeito Kozai (de Almeida Prado, 2003), onde ocorre uma troca entre o valor da inclinação e da excentricidade, as órbitas tendem a se tornar excêntricas, o que favorece possíveis colisões ou escapes, mais rapidamente à medida que as sondas são implementadas em inclinações mais altas. A análise dos mapas nas Figuras (4.4) a (4.7) também mostram que a escolha do semieixo maior inicial da sonda, e conseqüentemente da altitude de inserção da sonda, apresenta um papel importante, pois, dependendo do valor de semieixo maior inicial escolhido, começaram a ser encontradas órbitas com tempos de duração dentro do intervalo estabelecido como suficiente para a realização da missão.

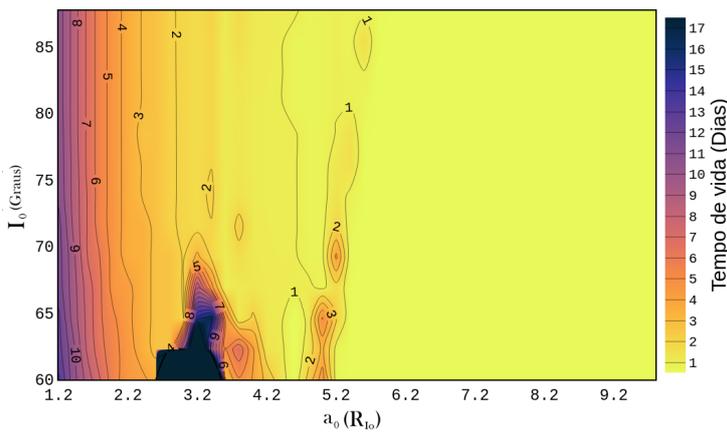
4.2.2 Análise da inclinação e semieixo maior iniciais

Com base nos resultados observados na seção (6.2.1), foi observado que, para determinados valores do semieixo maior, foram encontradas condições com órbitas com durações de tempo dentro do intervalo considerado como suficientes para realização das missões, de meses, ou mesmo, de anos. Diante disto, visando aprofundar a investigação dos efeitos da escolha da altitude inicial da sonda, e também da escolha de a_0 , foram realizadas simulações para um intervalo de semieixo maior inicial da sonda entre a faixa de $1,2R_{Io}$ e $10,0R_{Io}$ para uma faixa de inclinação inicial de $[60 - 90]^\circ$, mantendo o mesmo critério de interesse para a inclinação. Essas investigações foram realizadas para órbitas iniciais circulares e com excentricidade nos valores de 0, 10; 0, 15 e 0, 20. Todas as condições foram simuladas para o intervalo de tempo correspondente a 2,3 anos. Para o caso das órbitas iniciais excêntricas, o valor do argumento do pericentro e da longitude do nodo ascendente iniciais permaneceram fixos e com valor igual a zero grau. Os mapas produzidos com os resultados das simulações são apresentados nas Figuras (4.8) à (4.10). O mapa apresentado na Figura (4.8)(a) mostra o comportamento dos tempos de vida das órbitas, com base na escolha da inclinação e do semieixo maior inicial, considerando que essas órbitas sejam implementadas com excentricidade zero. Os resultados expressam que existe uma região entre $2,5R_{Io}$ e $3,5R_{Io}$, para inclinações entre $[60, 0 - 62, 5]^\circ$, mais escura no mapa da Figura (4.8)(a) e com zoom no mapa da Figura (4.8)(b), na qual foram observadas condições onde as órbitas sobreviveram ao tempo total de integração, tendo uma duração de pelo menos 844 dias. As órbitas vizinhas, presentes no intervalo, que não sobreviveram todo esse tempo, mas estão presentes na região mais escura, registraram tempos entre 18 e 831 dias, como mostra o mapa da Figura (4.8)(b). As demais combinações de semieixo maior e inclinação iniciais simuladas registraram órbitas com tempos de vida de até 17 dias. Para os casos com excentricidade iniciais das órbitas igual a 0, 10, Figura (4.8)(c), os resultados também apresentaram um comportamento similar, ou seja, a presença da região escura mas, para esse caso, essa faixa se encontra entre $2,5R_{Io}$ e $3,6R_{Io}$ para o valor do semieixo maior inicial. Entretanto, seu intervalo para a inclinação foi de $[60 - 67, 5]^\circ$.

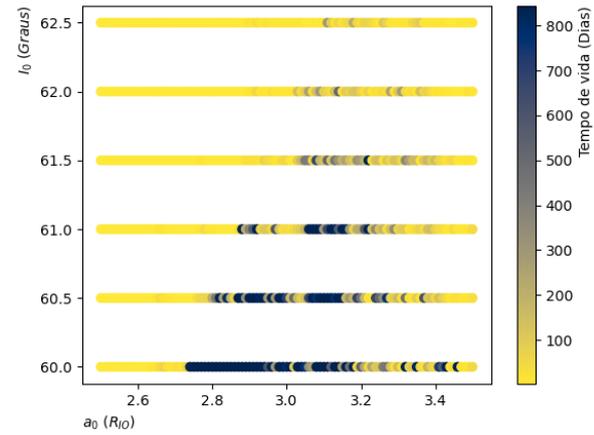
Foram registradas órbitas que sobreviveram ao tempo total da integração do sistema e órbitas com tempos de até 824 dias, como visto no mapa da Figura (4.8)(d).

Figura 4.8: Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda e ilhas de estabilidade em torno de Io, em função da inclinação e semieixo maior iniciais para órbitas implementadas com excentricidade, e_0 , igual a 0,00, (a), e 0,10, (c) e mapas das regiões mais escuras para e_0 , igual a 0,00, (b), e 0,10, (d).

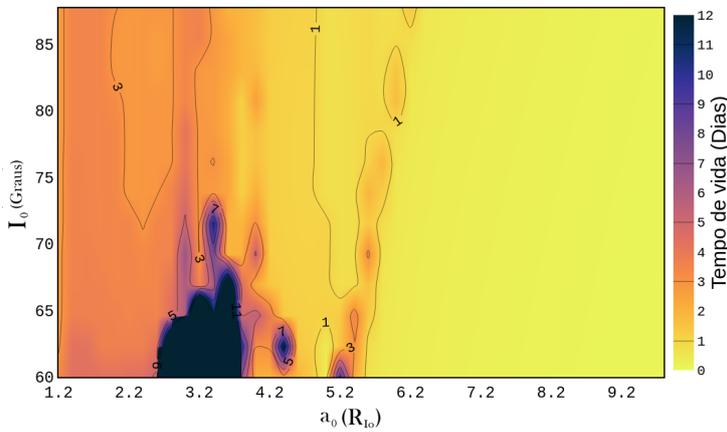
(a) $e_0 = 0,0$



(b) Ilha de estabilidade para $e_0 = 0,0$



(c) $e_0 = 0,10$



(d) Ilha de estabilidade para $e_0 = 0,10$

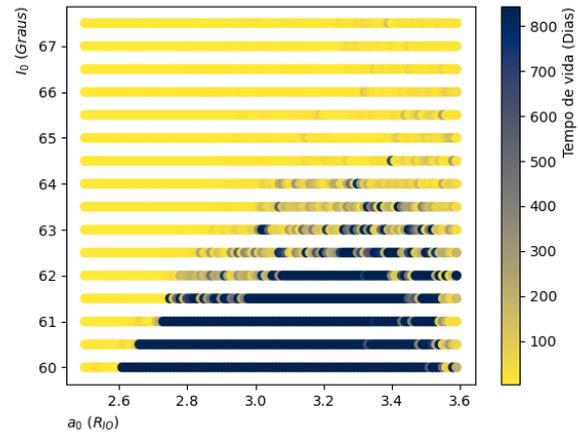
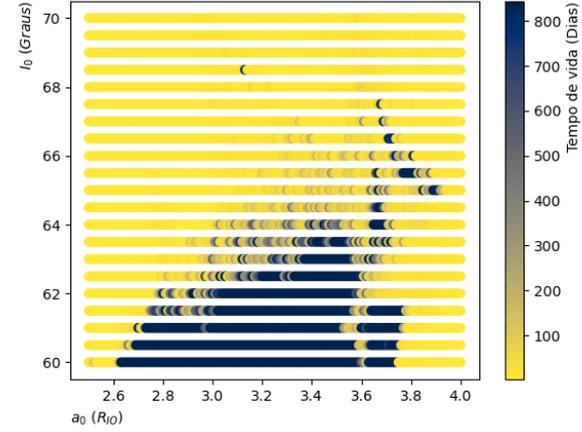
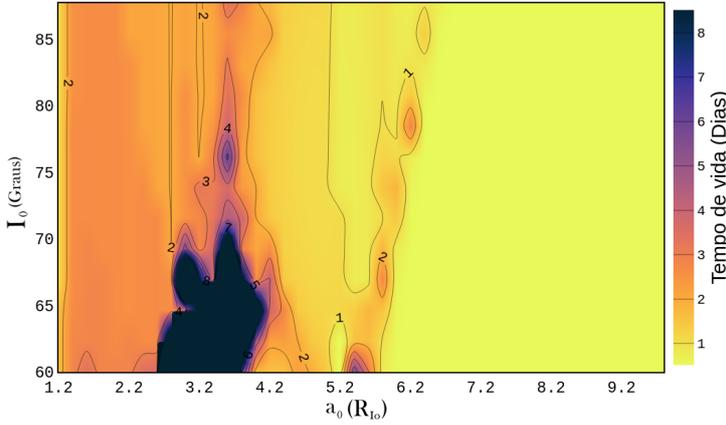


Figura 4.9: **(a)**: Mapa de tempos de vida das órbitas da sonda e ilhas de estabilidade **(b)**, em torno de Io, em função da inclinação e semieixo maior iniciais, para órbitas implementadas com excentricidade, e_0 , igual a 0,15.

(a) $e_0 = 0,15$

(b) Ilha de estabilidade para $e_0 = 0,15$

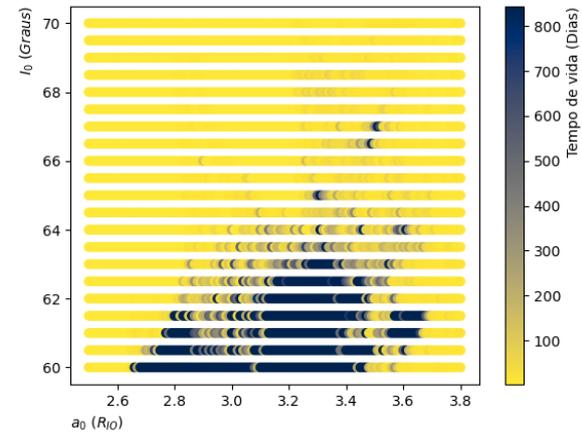
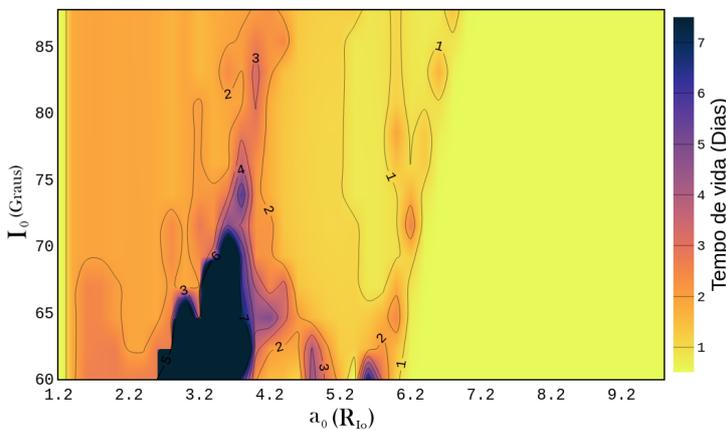


Para as órbitas com excentricidades iniciais de 0,15, como visto na Figura (4.9)(a), é verificado o mesmo comportamento visto para os casos anteriores, onde as melhores órbitas se encontram na faixa entre $2,5R_{Io}$ e $4,0R_{Io}$. Essa região abrange a faixa de inclinação de 60° à 70° , como mostra a Figura (4.9)(b), onde existem cerca de 536 órbitas sobreviventes ao tempo total e órbitas com tempos na faixa de 10 à 816 dias que colidiram ou ejetaram durante o tempo analisado.

Figura 4.10: **(a)**: Mapa de tempos de vida das órbitas da sonda e ilhas de estabilidade, **(b)**, em torno de Io, em função da inclinação e semieixo maior iniciais, para órbitas implementadas com excentricidade, e_0 , igual a 0,20.

(a) $e_0 = 0,20$

(b) Ilha de estabilidade para $e_0 = 0,20$



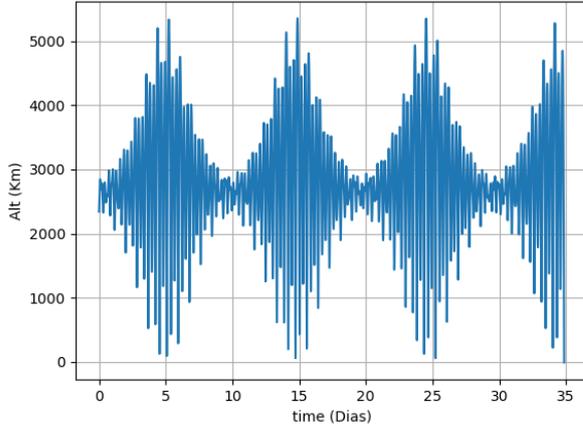
O mapa para as órbitas implementadas com excentricidade de 0,20, como visto na

Figura (4.10)(a), manteve a região com melhores tempos. Entretanto, para essa configuração orbital, dentro da região mais escura, as órbitas vizinhas que não sobreviveram ao tempo total de simulação apresentaram tempos máximos de 834 dias, como pode ser melhor visto no mapa da Figura (4.10)(b). Deste modo, a análise dos resultados obtidos e apresentados nessa seção permitiu concluir que os tempos de vida das órbitas, externas ao intervalo de $2,5R_{Io} \leq a_0 \leq 3,8R_{Io}$, apresentaram uma grande dependência em relação a escolha do valor do semieixo maior inicial e , conseqüentemente, da altitude inicial da sonda, assim como a escolha da excentricidade inicial. Esse comportamento pode ser explicado considerando que as órbitas implementadas com altitudes, logo semieixos maiores, mais baixos, com valores entre $a_0 = 1,2R_{Io}$ e $a_0 = 2,4R_{Io}$, sentem menos a perturbação devido ao terceiro corpo, pois, as sondas nessas órbitas são colocadas em regiões mais próximas de Io, permanecendo assim mais tempo dentro da região de domínio da esfera de influência do satélite natural, gerando maiores durações das órbitas. De mesmo modo, as órbitas implementadas com altitudes mais altas, como exemplo $a_0 = 3,9R_{Io}$ ou superiores, que por estarem mais afastadas de Io sofrem mais os efeitos perturbativos de terceiro corpo de Júpiter, o que contribui para os registros de baixos tempos de vida das órbitas observados. Entretanto, através dos dados observados, o melhor intervalo de semieixo maior inicial para a colocação das sondas é a faixa $2,5R_{Io} \leq a_0 \leq 3,8R_{Io}$, pois, embora esse intervalo não tenha as regiões de menores altitudes iniciais simuladas, algumas condições iniciais, como mostram as Figuras (4.8)(b-d), (4.9)(b) e (4.10)(b), registraram órbitas com tempos adequados para a realização de possíveis missões.

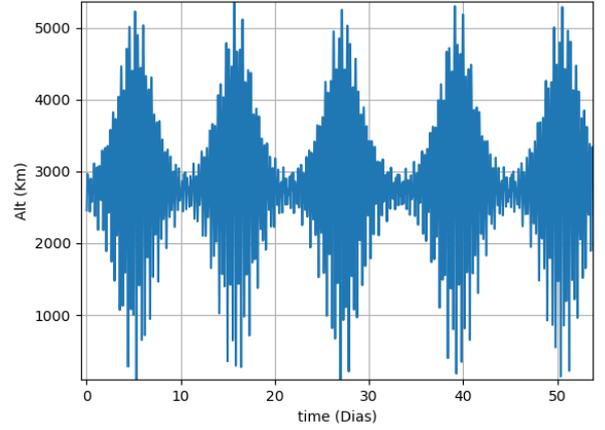
Visando investigar um pouco sobre as perturbações causada pela altitude da sonda nas regiões de ilhas, com base no mapa da ilha da Figura (4.8)(d), os gráficos da Figura (4.11) foram plotados para quatro órbitas específicas, sendo todas para a inclinação de 60° . O objetivo é ter uma visão do comportamento das órbitas antes da região de estabilidade orbital, no início dessa região, dentro da região e posterior a ela, tendo como base para isso o valor do semieixo maior. Como os casos apresentados nas Figuras (4.11)(b),(c) e (d) registraram órbitas com tempos de vida de 844, 844 e 250 dias, respectivamente, um intervalo de tempo específico foi assumido nos gráficos, afim de comparar os comportamentos para a evolução da altitude ao longo do tempo. Os resultados mostraram que órbitas no início da região de estabilidade apresentaram, além de um comportamento diferente, uma variação menor na altitude da sonda, ao longo do tempo de vida. Nota-se dois comportamentos oscilatórios: um de curto período (menor que 1 dia) e um de médio período (cerca de 10 dias) para os valores menores de a_0 . Para os valores maiores restam apenas oscilações de curto período. Em ambos os casos as amplitudes são muito elevadas da ordem, aproximadamente, de $5061Km$.

Figura 4.11: Evolução temporal da altitude das órbitas implementadas com $I_0 = 60^\circ$ e $e_0 = 0,10$.

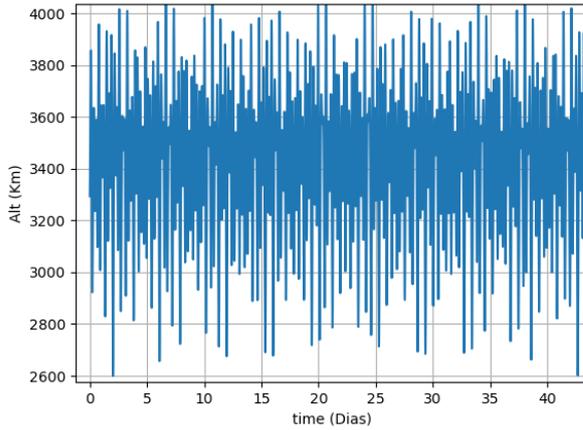
(a) $a_0 = 2,54R_{Io}$,



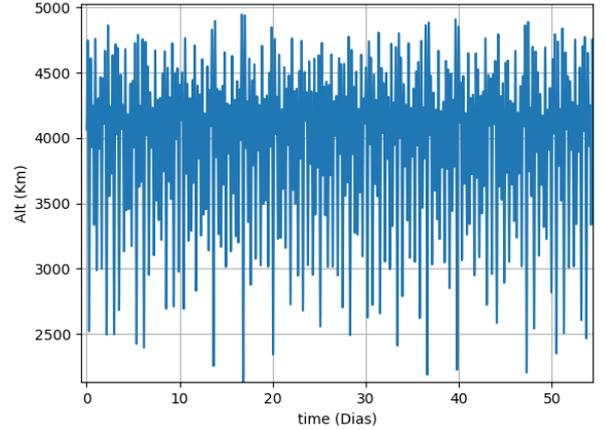
(b) $a_0 = 2,61R_{Io}$,



(c) $a_0 = 3,12R_{Io}$,



(d) $a_0 = 3,59R_{Io}$,



4.2.3 Análise do argumento do pericentro e longitude do nodo iniciais

Para os casos de órbitas excêntricas, nas simulações realizadas nas sessões anteriores, os valores iniciais do argumento do pericentro, ω_0 , e a longitude do nodo ascendente, Ω_0 , foram mantidos constantes e iguais a zero. Essa escolha foi feita com o objetivo de estudar o efeito da inclinação, I_0 , da excentricidade, e_0 , e do semieixo maior inicial, a_0 , da órbita da sonda em torno de I_o . Nesse sentido, a presente seção, teve como objetivo estudar os efeitos da escolha de ω_0 e Ω_0 sobre órbitas com tempos de vida consideravelmente baixos, como até 11 dias, intermediários, entre 223 e 269 dias, e sobreviventes ao tempo total de integração de 2,3 anos (844 dias). Para isso foram, inicialmente, escolhidas condições nas quais os tempos de vida obtidos foram consideravelmente baixos, como mostra a Tabela (3). Nessas condições os valores de a_0 , e_0 e I_0 foram mantidos constantes e foram simuladas órbitas para o intervalo de $0^\circ \leq \omega_0 \leq 360^\circ$ e $0^\circ \leq \Omega_0 \leq 360^\circ$ para o

argumento do pericentro e longitude do nodo ascendente iniciais. Os resultados obtidos nas simulações são apresentados nos mapas das Figuras (4.12) e (4.13).

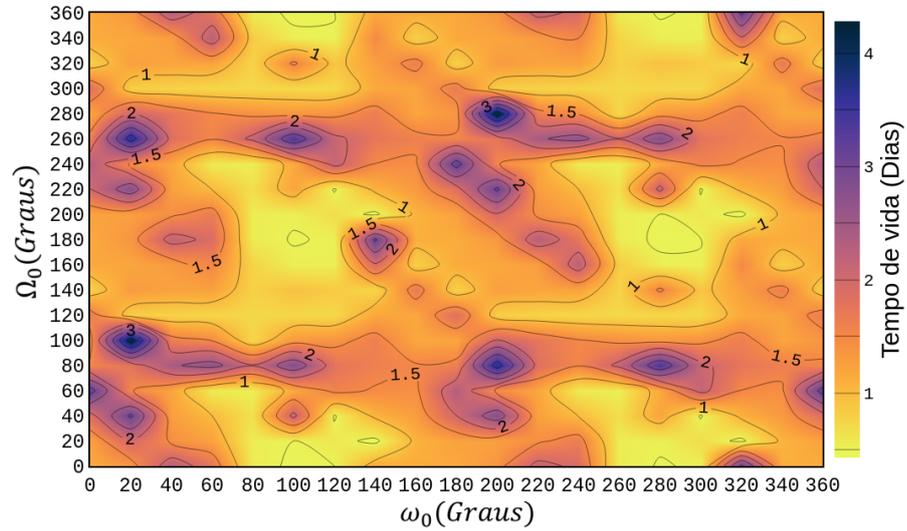
Tabela 3: Condições orbitais iniciais para as simulações de estudo da longitude do nodo e do argumento do pericentro da órbita da sonda e o registro do tempo de vida para o caso ω_0 e Ω_0 iguais a zero.

Condições orbitais iniciais Sonda	e_0	I_0	a_0	ω_0	Ω_0	Tempo de Vida (Dias)
	0,01	80°	$4R_{Io}$	[0-360]°	[0-360]°	1,14
	0,01	90°	$4R_{Io}$	[0-360]°	[0-360]°	1,20
	0,01	80°	$1,5R_{Io}$	[0-360]°	[0-360]°	11,63
	0,01	80°	$8,0R_{Io}$	[0-360]°	[0-360]°	0,22
	0,15	80°	$1,5R_{Io}$	[0-360]°	[0-360]°	2,68

Os resultados obtidos nas simulações mostraram que, para a grade de condições apresentada na Tabela (3), a escolha dos valores iniciais de ω_0 e Ω_0 causou algumas mudanças no tempo de vida das órbitas. Dependendo da escolha do semieixo maior inicial, da inclinação e da excentricidade da órbita, existem regiões de ω_0 e Ω_0 que favorecem, no sentido de aumentar o tempo de vida das órbitas, a realização da missão. Como exemplo, com base nos tempos expostos na Tabela (3), o mapa das Figuras (4.12)(a) e (4.12)(b) mostram condições com ganhos de até 3 dias. Já os mapas das Figuras (4.13)(a) a (4.13)(c) apresentaram ganhos de até 16; 4 e menos de um dia, respectivamente. Entretanto, embora tenham sido obtidas condições que apresentaram ganhos de tempo de vida, esses valores não foram grandes, não trazendo uma contribuição considerável para a missão. É importante destacar também que certa quantidade das combinações da longitude do nodo ascendente inicial e do argumento do pericentro inicial também apresentaram perdas no tempo de vida das órbitas. Sendo assim, a escolha desses elementos orbitais iniciais mostram um importante comportamento a ser observado nas regiões com órbitas com tempos intermediários e sobreviventes ao tempo total de integração.

Figura 4.12: Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da longitude do nodo e do argumento do pericentro iniciais, para órbitas simuladas nas condições apresentadas na Tabela (3).

(a) $e_0 = 0,01$, $I_0 = 80^\circ$ e $a_0 = 4R_{Io}$,



(b) $e_0 = 0,01$, $I_0 = 90^\circ$ e $a_0 = 4R_{Io}$,

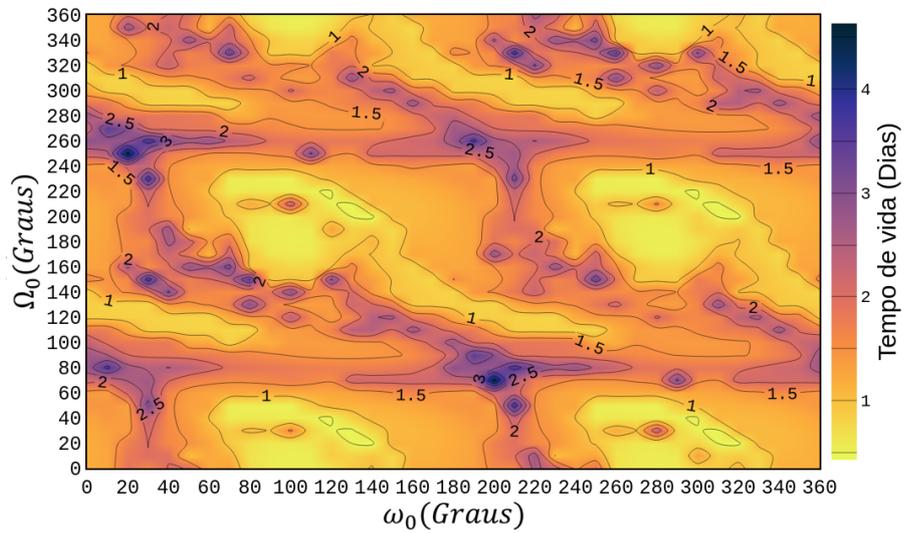
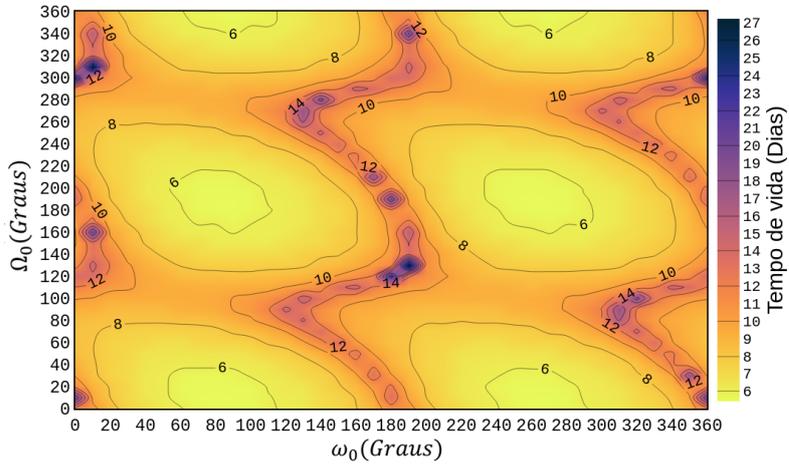
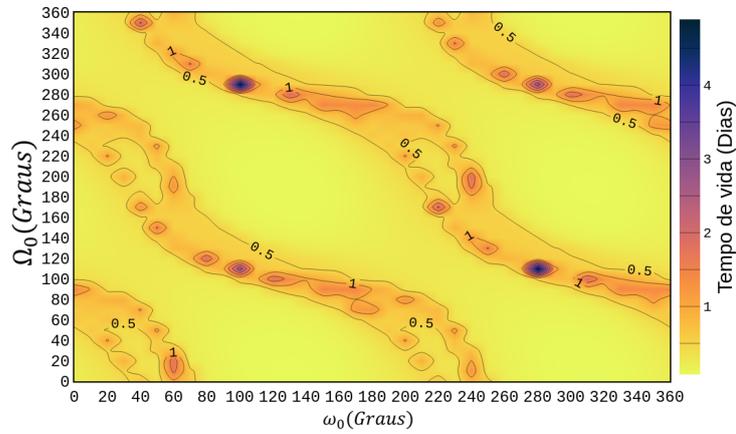


Figura 4.13: Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da longitude do nodo e do argumento do pericentro iniciais, para órbitas simuladas nas condições apresentadas na Tabela (3).

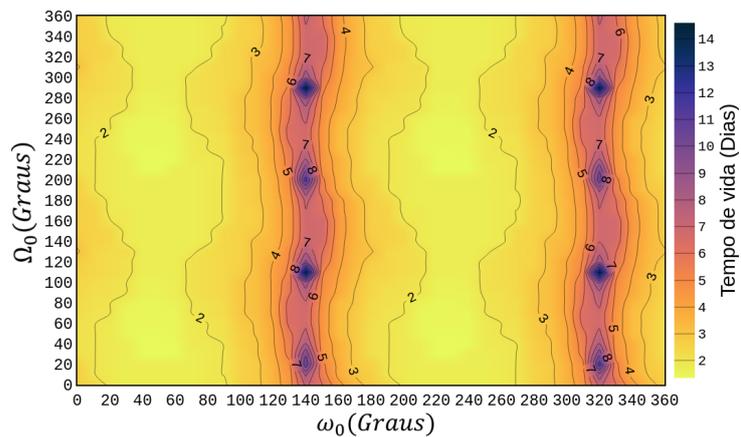
(a) $e_0 = 0,01$, $I_0 = 80^\circ$ e $a_0 = 1,5R_{Io}$,



(b) $e_0 = 0,01$, $I_0 = 80^\circ$ e $a_0 = 8R_{Io}$,



(c) $e_0 = 0,15$, $I_0 = 80^\circ$ e $a_0 = 1,5R_{Io}$,



Visando observar os efeitos da escolha de ω_0 e Ω_0 nas condições iniciais que promoveram órbitas com altos tempos de vida, ou mesmo órbitas sobreviventes ao tempo total de integração, foram realizadas simulações utilizando os dados presentes na Tabela (4). As órbitas escolhidas levaram em consideração condições de órbitas sobreviventes, condições com tempos consideráveis para a realização de pequenas missões ou as condições de maiores tempos registradas no intervalo. Os resultados obtidos são apresentados nos mapas das Figuras (4.14) e (4.15)

Tabela 4: Condições orbitais iniciais, com tempos intermediários e sobreviventes ao tempo total de simulação, para o estudo da escolha da longitude do nodo ascendente e do argumento do pericentro da órbita da sonda e o registro do tempo de vida para o caso ω_0 e Ω_0 iguais a zero.

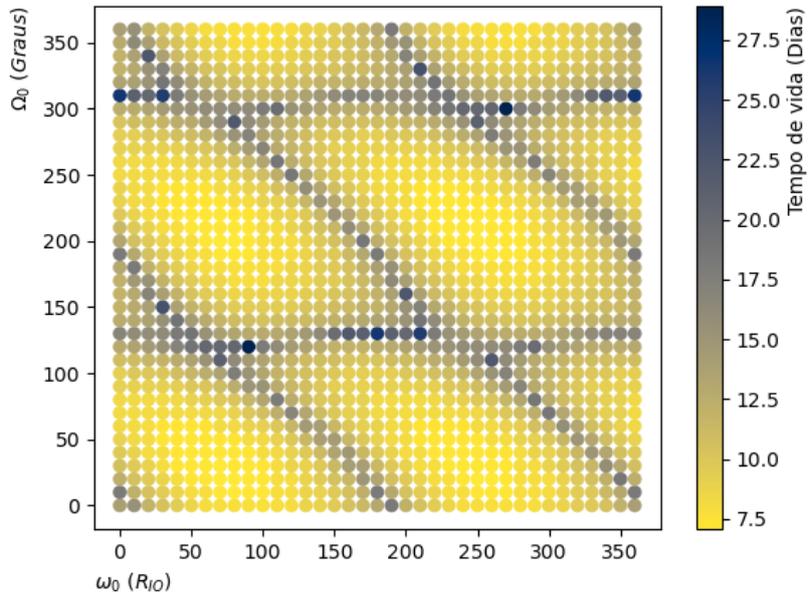
Condições orbitais iniciais da Sonda	e_0	I_0	a_0	ω_0	Ω_0	Tempo de Vida (Dias)
	0,01	60°	1,5 R_{Io}	[0-360]°	[0-360]°	14
	0,20	60°	2,7 R_{Io}	[0-360]°	[0-360]°	844
	0,22	60°	2,7 R_{Io}	[0-360]°	[0-360]°	223
	0,06	60°	3,5 R_{Io}	[0-360]°	[0-360]°	269

Os resultados obtidos considerando as condições orbitais com tempos de vida intermediários e sobreviventes ao tempo total de integração da Tabela (4) reforçaram a evidência dos comportamentos observados nas simulações anteriores. Foi observado que, dependendo da combinação de ω_0 e Ω_0 , foram registradas órbitas com ganhos no tempo de vida em todos os mapas simulados, como mostram as condições $\omega_0 = 0,0^\circ$ e $\Omega_0 = 310,0^\circ$, Figura (4.14)(a) e $\omega_0 = 340,0^\circ$ e $\Omega_0 = 0,0^\circ$, Figura (4.15)(a), onde foram registradas órbitas com 28 e 789 dias, respectivamente. Esses valores correspondem a ganhos de 14 e 560 dias. Em alguns casos, nos mapas das Figuras (4.15)(a) e (4.15)(b), foi possível obter ganhos suficientes para que essas órbitas sobrevivessem ao tempo total de simulação, correspondente a 2,3 anos. O intervalo entre [350 – 360]° para o argumento do pericentro e longitude do nodo no valor de 20° no mapa da Figura (4.15)(b) e a faixa de [140 – 150]° para o argumento do pericentro e longitude do nodo no valor de 0,0° no mapa da (4.15)(a) são exemplos dessas condições.

Entretanto, é importante mencionar que, em relação aos casos das órbitas sobreviventes ao tempo total de integração e com registros de tempo de 223 e 269 dias, para $\omega_0 = \Omega_0 = 0^\circ$, também foram registradas condições com perdas expressivas no tempo de vida das órbitas. Essas perdas foram tão expressivas que foram observadas condições, em todos os mapas, onde o tempo de vida das órbitas passou a registrar apenas um dia de duração. Para o caso do mapa da Figura (4.14)(b), esses resultados correspondem a uma perda de até 842 dias. Sendo assim, os resultados mostram a importância da devida escolha do valor do argumento do pericentro e da longitude do nodo inicial das órbitas, pois uma implementação bem sucedida pode promover órbitas dentro da estabilidade orbital desejada.

Figura 4.14: Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da longitude do nodo e do argumento do pericentro iniciais, para órbitas simuladas nas condições apresentadas na Tabela (4).

(a) $e_0 = 0,01$, $I_0 = 60^\circ$ e $a_0 = 1,5R_{Io}$,



(b) $e_0 = 0,2$, $I_0 = 60^\circ$ e $a_0 = 2,7R_{Io}$,

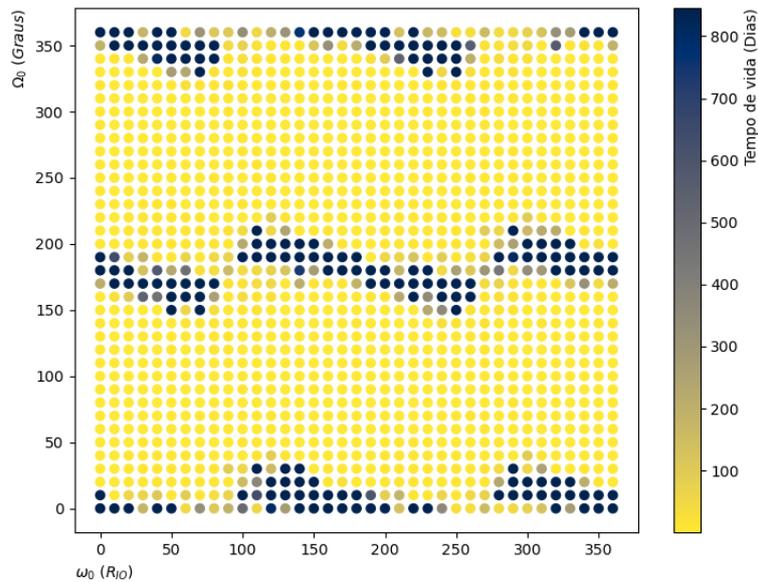
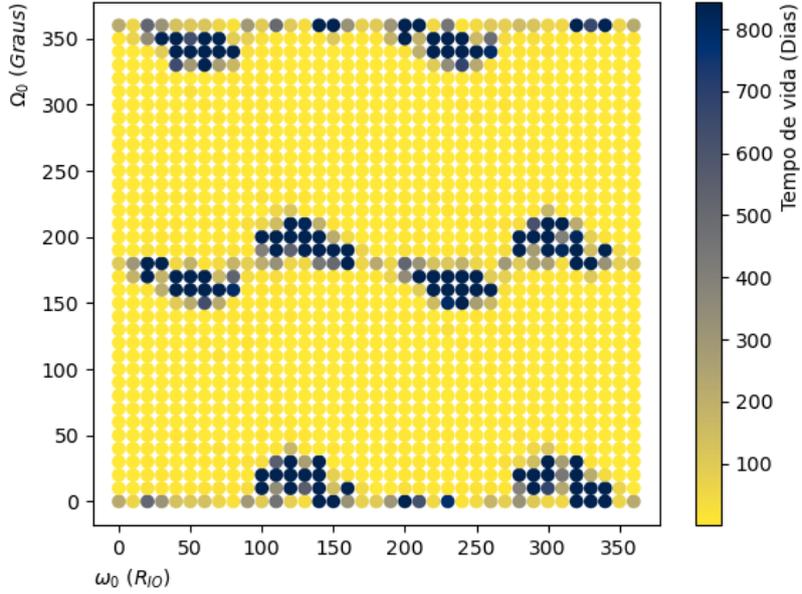
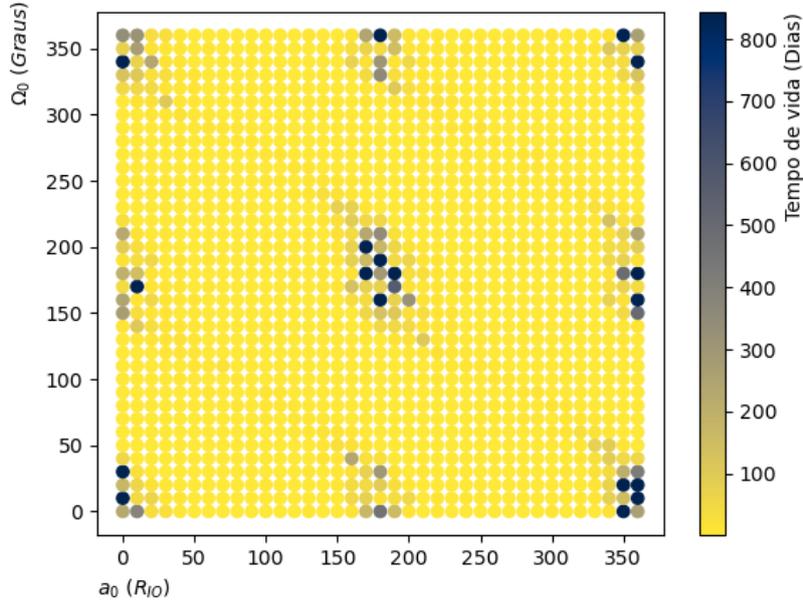


Figura 4.15: Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da longitude do nodo e do argumento do pericentro iniciais, para órbitas simuladas nas condições apresentadas na Tabela (4).

(a) $e_0 = 0,22$, $I_0 = 60^\circ$ e $a_0 = 2,7R_{Io}$,



(b) $e_0 = 0,06$, $I_0 = 60^\circ$ e $a_0 = 3,5R_{Io}$,



4.3 Análise do efeito devido do achatamento de Io

Nas simulações realizadas até o momento, foi assumido que o corpo central, nesse caso o satélite natural Io, apresentava uma geometria perfeitamente esférica e uma densidade homogênea. Essas considerações são interessantes para uma análise geral dos efeitos do campo gravitacional dos corpos. Referências bibliográficas como Marchal (2000), Liu & Wang (2000), dos Santos et al. (2017) indicam que o achatamento do corpo central tem a capacidade de compensar os efeitos devido a um terceiro corpo perturbador, ajudando a manter órbitas mais estáveis.

Como os resultados apresentados mostraram que muitas das órbitas em torno de Io tinham uma duração muito curta, sendo observados apenas alguns intervalos de condições iniciais, em particular, que as órbitas contidas nessas regiões se destacavam por altas durabilidades, o estudo dos efeitos devido ao achatamento de Io é uma proposta na busca de órbitas mais estáveis, além de promover uma abordagem mais completa do modelo matemático. Assim, com base em Schubert et al. (2004), foram realizadas simulações considerando o valor de $1,8595 \times 10^{-3}$ para o J_2 de Io. Em nossas simulações, consideramos apenas os efeitos do coeficiente J_2 devido a sua maior magnitude em relação aos outros harmônicos de Io, como exemplo o valor do C_{22} da ordem de 10^{-4} .

Tabela 5: Condições orbitais iniciais para as simulações realizadas para o estudo da inclinação, semieixo maior, longitude do nodo e do argumento do pericentro da órbita da sonda.

Condições orbitais iniciais da Sonda	e_0	I_0	a_0	ω	Ω
	[0, 0 – 0, 5]	[60 – 90]	$1,5R_{Io}$	0°	0°
	[0, 0 – 0, 5]	[60 – 90]	$2,0R_{Io}$	0°	0°
	[0, 0 – 0, 5]	[60 – 90]	$2,6R_{Io}$	0°	0°
	0, 00	[60 – 90]	$[1,5 - 10, 0]R_{Io}$	0°	0°
	0, 10	[60 – 90] $^\circ$	$[1,5 - 10, 0]R_{Io}$	0°	0°
	0, 15	[60 – 90] $^\circ$	$[1,5 - 10, 0]R_{Io}$	0°	0°
	0, 20	[60 – 90] $^\circ$	$[1,5 - 10, 0]R_{Io}$	0°	0°
	0, 01	80°	$4R_{Io}$	[0-360] $^\circ$	[0-360] $^\circ$
	0, 01	90°	$4R_{Io}$	[0-360] $^\circ$	[0-360] $^\circ$
	0, 01	80°	$1,5R_{Io}$	[0-360] $^\circ$	[0-360] $^\circ$
	0, 01	80°	$8,0R_{Io}$	[0-360] $^\circ$	[0-360] $^\circ$
0, 15	80°	$8,0R_{Io}$	[0-360] $^\circ$	[0-360] $^\circ$	

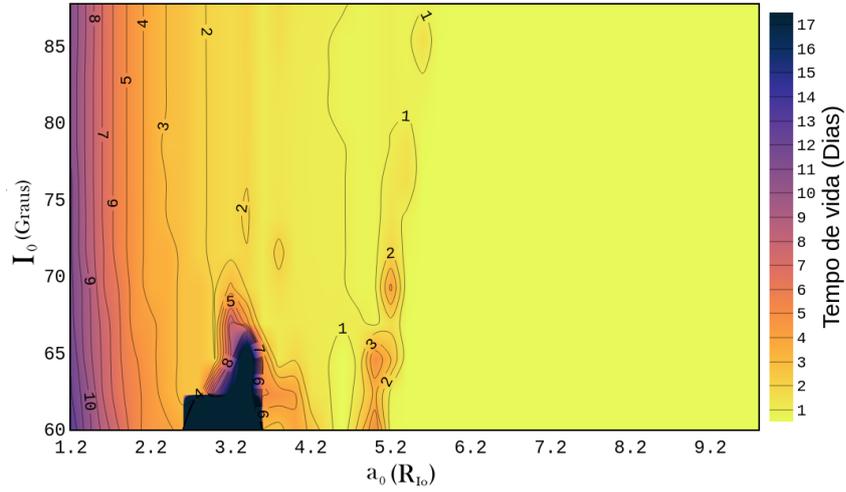
As simulações levando em conta o efeito do J_2 de Io foram feitas para as mesmas condições simuladas anteriormente no estudo da inclinação e excentricidade iniciais, inclinação e semieixo maior iniciais, e para o estudo do argumento do pericentro e da longitude do nodo iniciais. Uma retrospectiva dessas condições é apresentada na Tabela (5).

Considerando os resultados obtidos para os mapas em função da inclinação e do semi-

eixo maior inicial, com base nos dados da Tabela (5), apresentados nas Figuras (4.16) e (4.17), foi possível observar que o comportamento geral dos tempos de vida foram mantidos em todos os casos. Embora os tempos de vida das órbitas tenham sofrido algumas mudanças, é possível ver os mesmos efeitos devido a escolha da inclinação e do semieixo maior iniciais observados nos mapas das Figuras (4.8) e (4.9), mostrando a maior dependência dos tempos de vida com a escolha do semieixo maior inicial, e da altitude inicial da órbita da sonda. As regiões de estabilidade orbital também foram mantidas em todos os mapas, estando presentes, de modo geral, no intervalo de $2,3R_{Io} \leq a_0 \leq 4,0R_{Io}$, para diferentes intervalos de inclinação, que no entanto conservam bem as regiões já apresentadas nas simulações realizadas apenas sujeitas a perturbação de Júpiter.

Figura 4.16: Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e semieixo maior iniciais, para órbitas implementadas com excentricidade, e_0 , igual a 0,00 e 0,10, considerando na dinâmica os efeitos devido ao achatamento de Io.

(a) $e_0 = 0,00$



(b) $e_0 = 0,10$

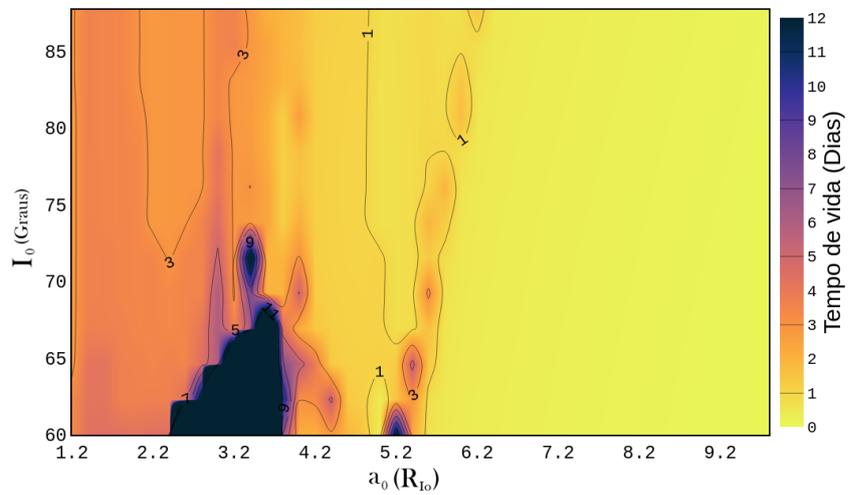
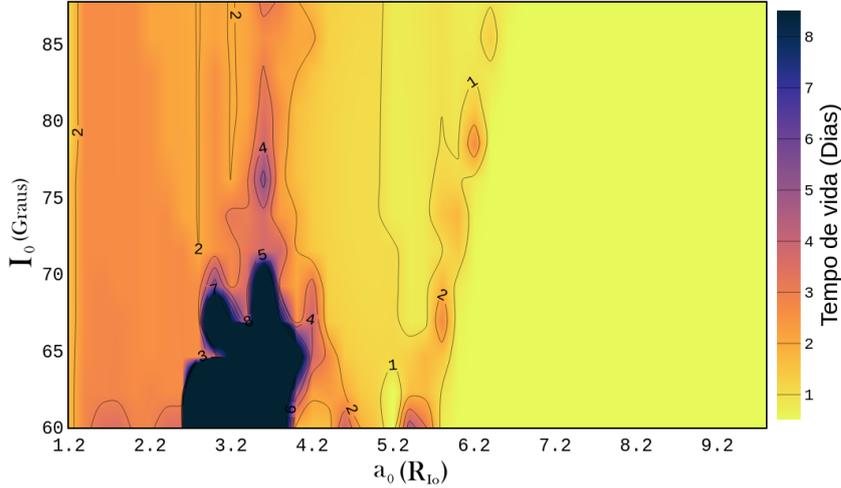
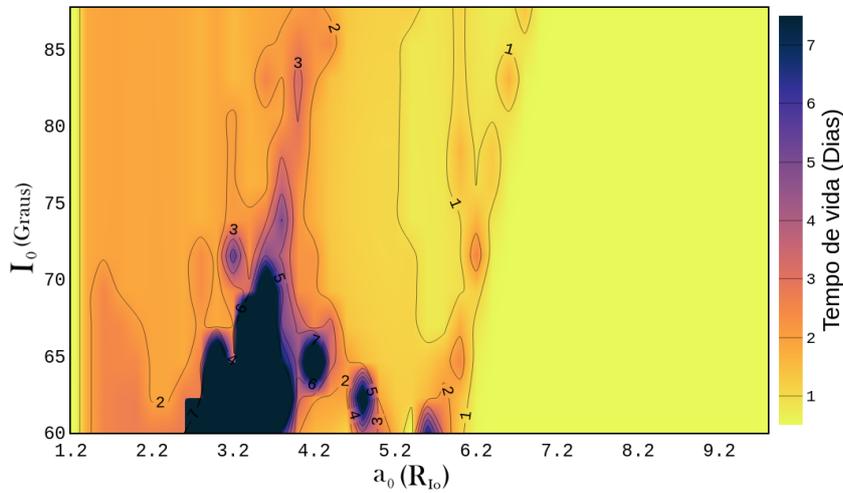


Figura 4.17: Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e semieixo maior iniciais, para órbitas implementadas com excentricidade, e_0 , igual a 0,15 e 0,20, considerando na dinâmica os efeitos devido ao achatamento de Io.

(a) $e_0 = 0,15$



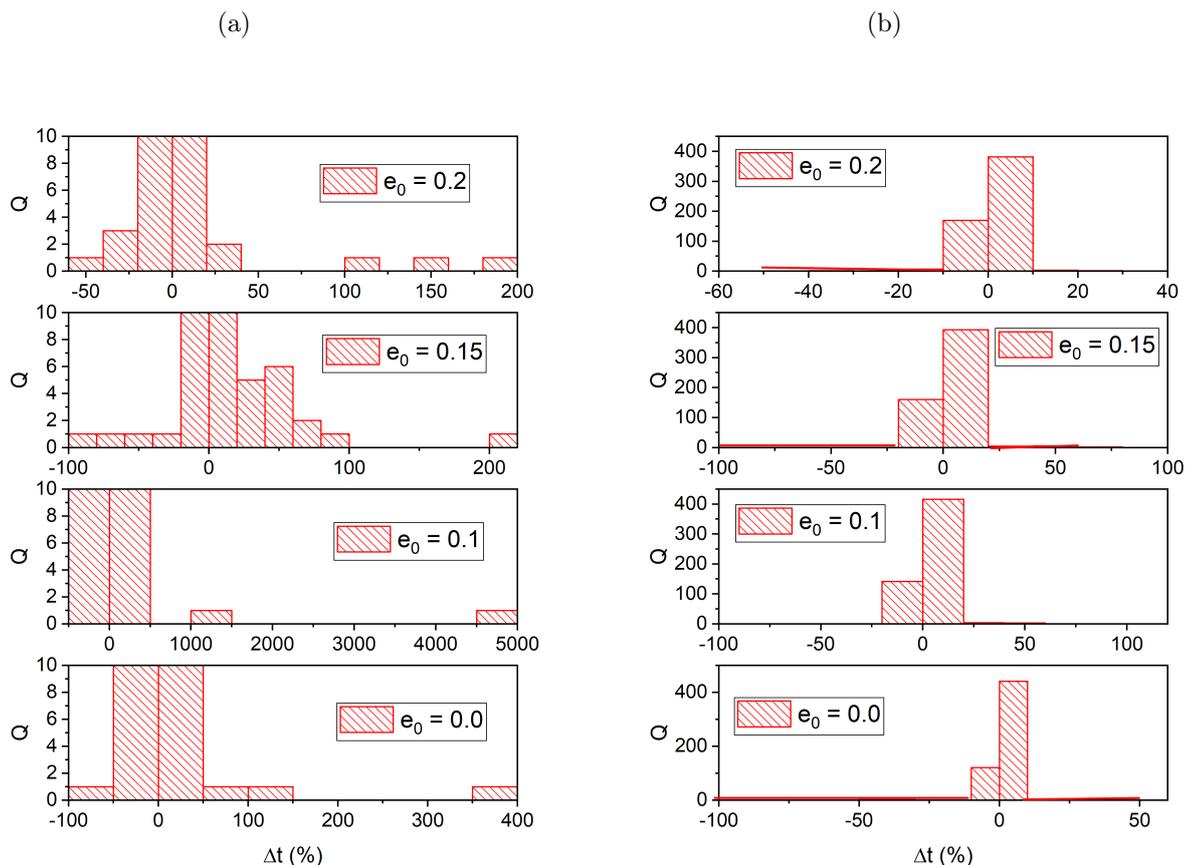
(b) $e_0 = 0,20$



Visando estudar os efeitos do achatamento de Io sobre os tempos de vida das órbitas, nos mapas em função da inclinação e do sem-eixo maior iniciais, foram obtidas as diferenças de tempo entre cada condição obtida nas simulações com o J_2 e apenas com a perturbação devido a Júpiter, sendo o resultado das operações representada por Δt em porcentagem, em relação aos tempos de vida obtidos apenas com a perturbação de Júpiter. Esses dados foram reunidos nos histogramas de Quantidades de órbitas (Q) por porcentagem das variações do tempo na Figura (4.18). As porcentagens positivas, colocadas sobre o eixo horizontal, correspondem a ganhos nos tempos de vida das órbitas em

relação a duração das órbitas sem o J_2 e as porcentagens negativas representam perdas nos tempos de vida das órbitas em relação ao dados obtidos nas simulações apenas com a perturbação de terceiro corpo de Júpiter.

Figura 4.18: Histogramas das quantidades de órbitas, por porcentagem dos ganhos ou perdas nos tempos de vida das órbita, considerando simulações em função de I_0 e a_0 , para $e_0 = 0, 0, e_0 = 0, 10, e_0 = 0, 15$ e $e_0 = 0, 20$. O gráfico em (a) apresenta um zoom sobre o histograma total em (b)



Os histogramas, juntamente com a análise dos dados gerados nas simulações, mostraram, inicialmente, que os maiores ganhos e perdas, devido ao efeito do achatamento de Io, foram registrados na região para o semieixo maior inicial de $2, 3R_{Io}$ a $4, 0R_{Io}$, regiões onde também foram registrados os maiores tempos de vida nas simulações sem considerar o harmônico zonal J_2 de Io. As diferenças para as demais regiões não foram significativas, pois, em sua maioria não foram superiores a um dia.

Os resultados também mostraram que a maior parte das órbitas registraram ganhos ou perdas entre a faixa de 0 à 25%, e que, em geral, a medida que a excentricidade inicial aumenta a quantidade de órbitas com perdas no tempo de vida aumenta. Entretanto, as órbitas com ganhos ainda são a maioria, mostrando que o achatamento de Io consegue amortecer os efeitos perturbativos provenientes de Jupiter. Houve o registro de 1 órbita que obteve um ganho entre $[4500 - 5000]\%$. As condições iniciais dessa órbita foram

$a_0 = 2,6R_{Io}$, $e_0 = 0,1$ e $I_0 = 60,0^\circ$ e o tempo sem o J_2 de Io foi de 5 dias e com o J_2 de Io foi de 251 dias.

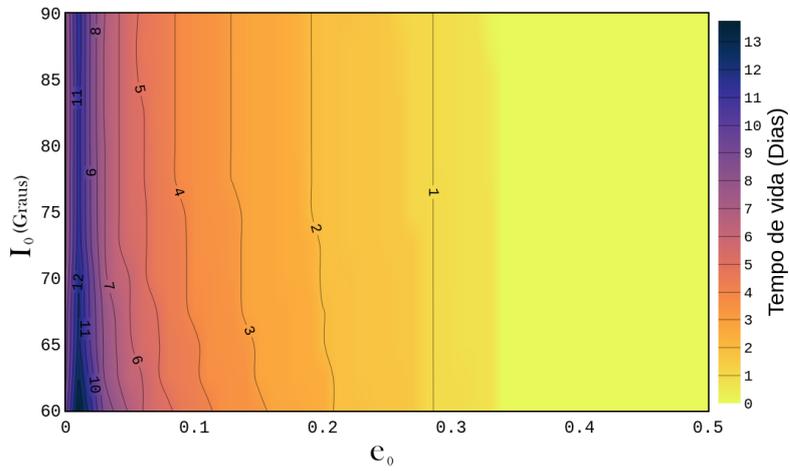
Para as simulações em função da inclinação e da excentricidade iniciais, sujeitas ao achatamento de Io, (Figuras (4.19) e (4.20)), foi observado que, de modo geral foi mantido o mesmo comportamento observado nos mapas, considerando apenas a perturbação de Júpiter, (Figuras (4.4) à (4.7)). Assim sendo, em geral, foram obtidas órbitas com maiores tempos de vida nas regiões de baixa inclinação e órbitas menos excêntricas. Entretanto, para o caso de $a_0 = 3,5R_{Io}$, uma condição em que uma órbita na proximidade de $e_0 = 0,5$ obteve um tempo de vida da ordem de meses, como visto anteriormente para o caso sem o J_2 de Io. Entretanto, mesmo o comportamento sendo mantido, os tempos de vida registraram uma leve diminuição, ao menos para as regiões externas as regiões de estabilidade orbital, registradas como mais escuras nos gráficos. Essas regiões de estabilidade orbital continuaram presentes em todos os sistemas simulados, menos para $a_0 = 1,5R_{Io}$ e $a_0 = 2,0R_{Io}$, onde não houveram ocorrências.

A análise em função dos ganhos ou perdas das órbitas, com base no histograma da Figura (4.21), mostraram que a medida que o semieixo maior inicial cresceu, no intervalo de $1,5R_{Io}$ e $2,0R_{Io}$, o número de órbitas com ganhos nos tempos de vida diminuiu. Isso mostra que, para as regiões externas as regiões de estabilidade orbital, $[2,4 - 4,0]R_{Io}$, o efeito do achatamento de Io contribui de forma positiva para órbitas com altitudes iniciais menores. Entretanto, o aumento no número de órbitas com perdas de duração encontrou-se principalmente na região de perdas de até 5%, como mostram os histogramas da Figura (4.21).

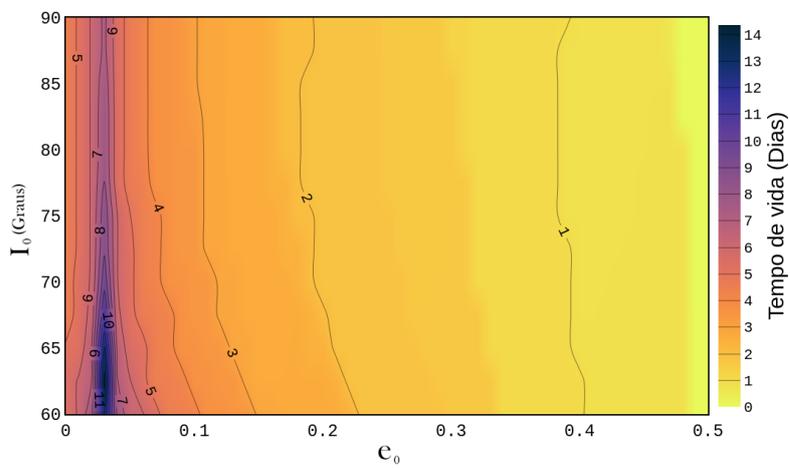
A análise dos mapas e histogramas para as simulações realizadas em termos de I_0 e e_0 , para os valores de semieixo maior inicial de $2,6R_{Io}$, $2,7R_{Io}$ e $2,8R_{Io}$, regiões onde foram encontradas órbitas dentro da estabilidade orbital de interesse, mostraram que, ao ser considerado o efeito do J_2 de Io, grande parte das órbitas apresentaram perdas de tempos de vida. Entretanto, essas perdas foram de até 5% com respeito aos tempos obtidos considerando apenas a perturbação de Júpiter. Também foram obtidas condições orbitais com altos ganhos nessas regiões. Para o caso de $2,6R_{Io}$, uma órbita com ganho correspondente a 4674%, fazendo com que a órbita passasse de uma duração de 5 dias para 251 dias. Ganhos de até aproximadamente 350% foram encontrados para $a_0 = 2,7R_{Io}$ e de até 1500% para $a_0 = 2,8R_{Io}$, como pode ser visto na Figura (4.22)(c).

Figura 4.19: Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e excentricidade iniciais, para semieixo maior inicial fixo, considerando as perturbações devido ao achatamento de Io.

(a) $a_0 = 1,5R_{Io}$



(b) $a_0 = 2,0R_{Io}$



(c) $a_0 = 2,6R_{Io}$

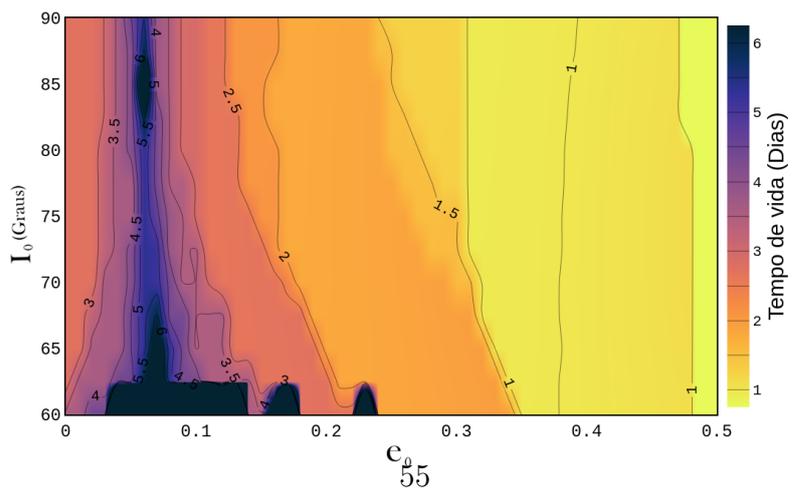
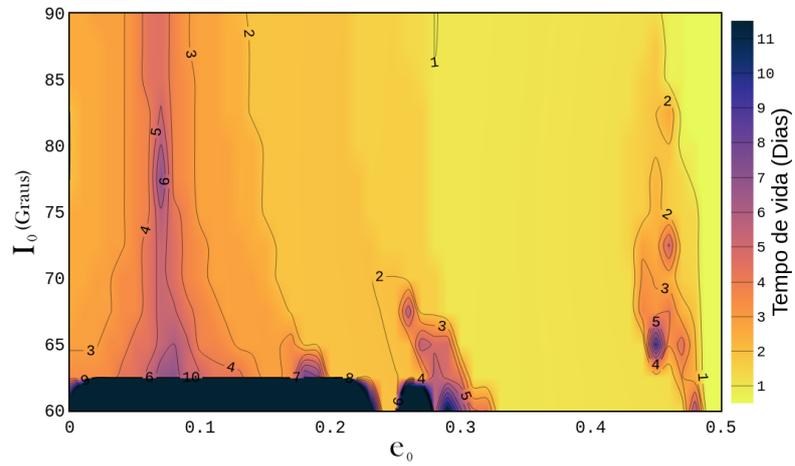
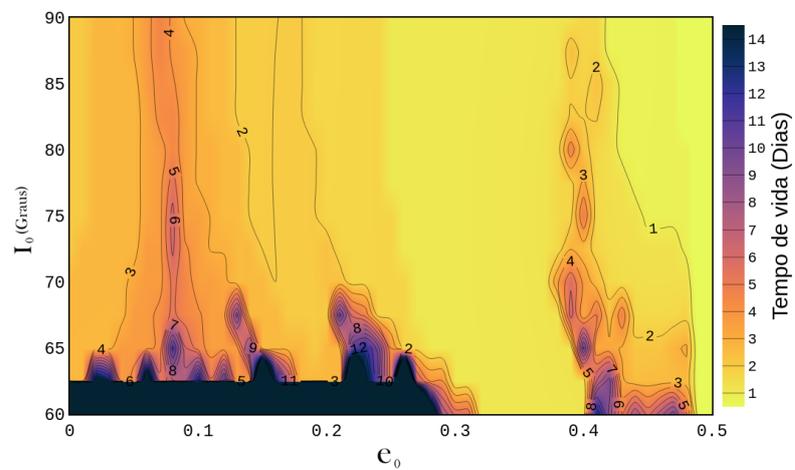


Figura 4.20: Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da inclinação e excentricidade iniciais, para semieixo maior inicial fixo, considerando as perturbações devido ao achatamento de Io.

(a) $a_0 = 2,7R_{Io}$



(b) $a_0 = 2,8R_{Io}$



(c) $a_0 = 3,5R_{Io}$

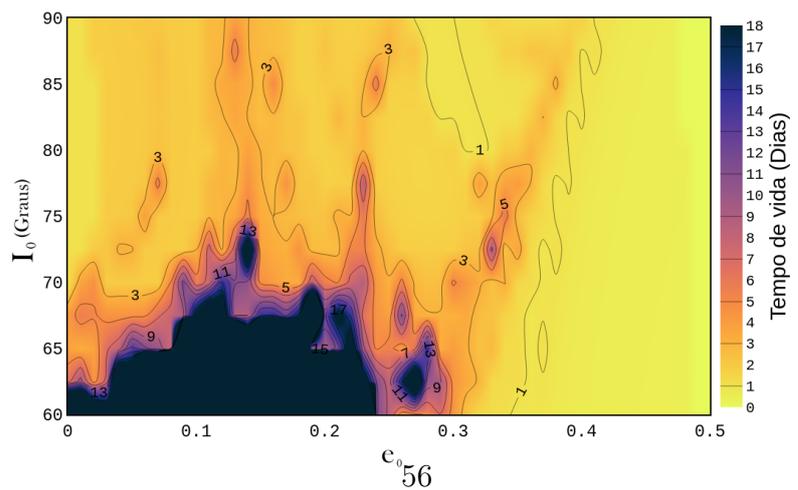


Figura 4.21: Histogramas das quantidades de órbitas por porcentagem dos ganhos ou perdas nos tempos de vida das órbitas considerando simulações em função de I_0 e e_0 para os valores de semieixo maior inicial $1,2R_{I_0}$, $1,5R_{I_0}$ e $2,0R_{I_0}$. O gráfico em (b) apresenta um zoom sobre o histograma total em (a)

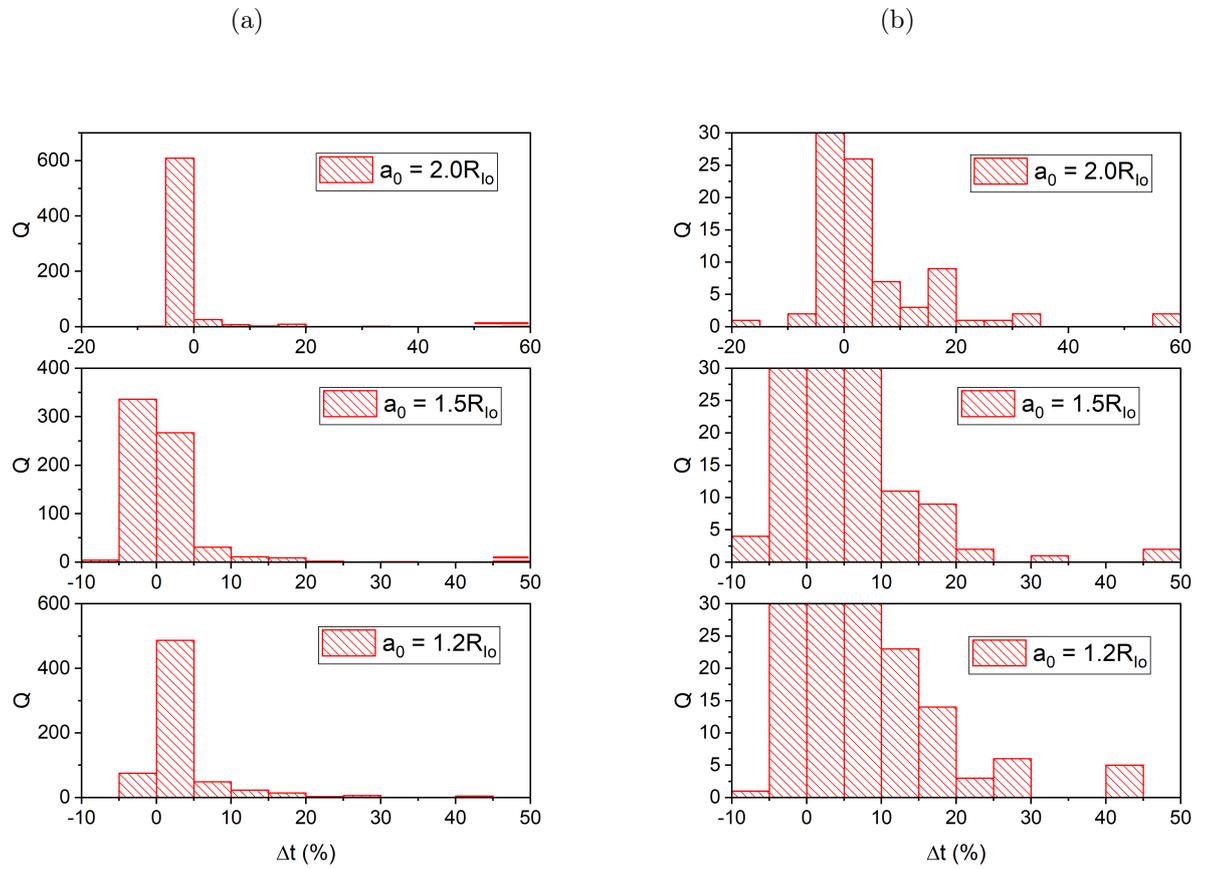
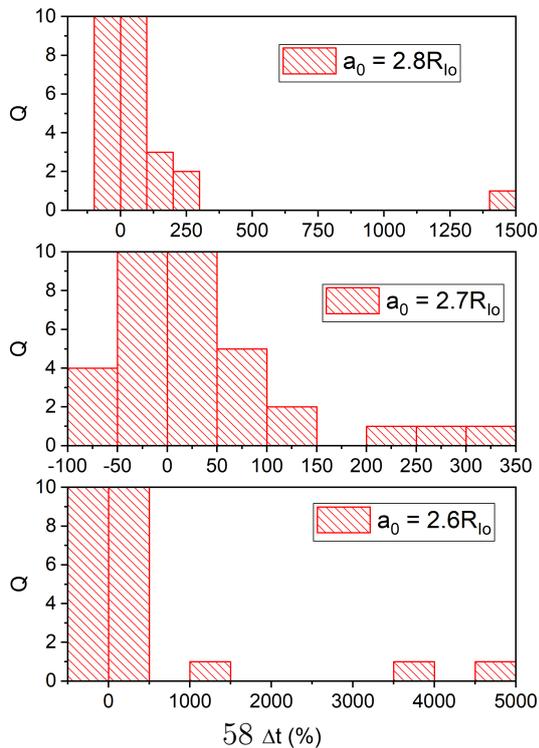
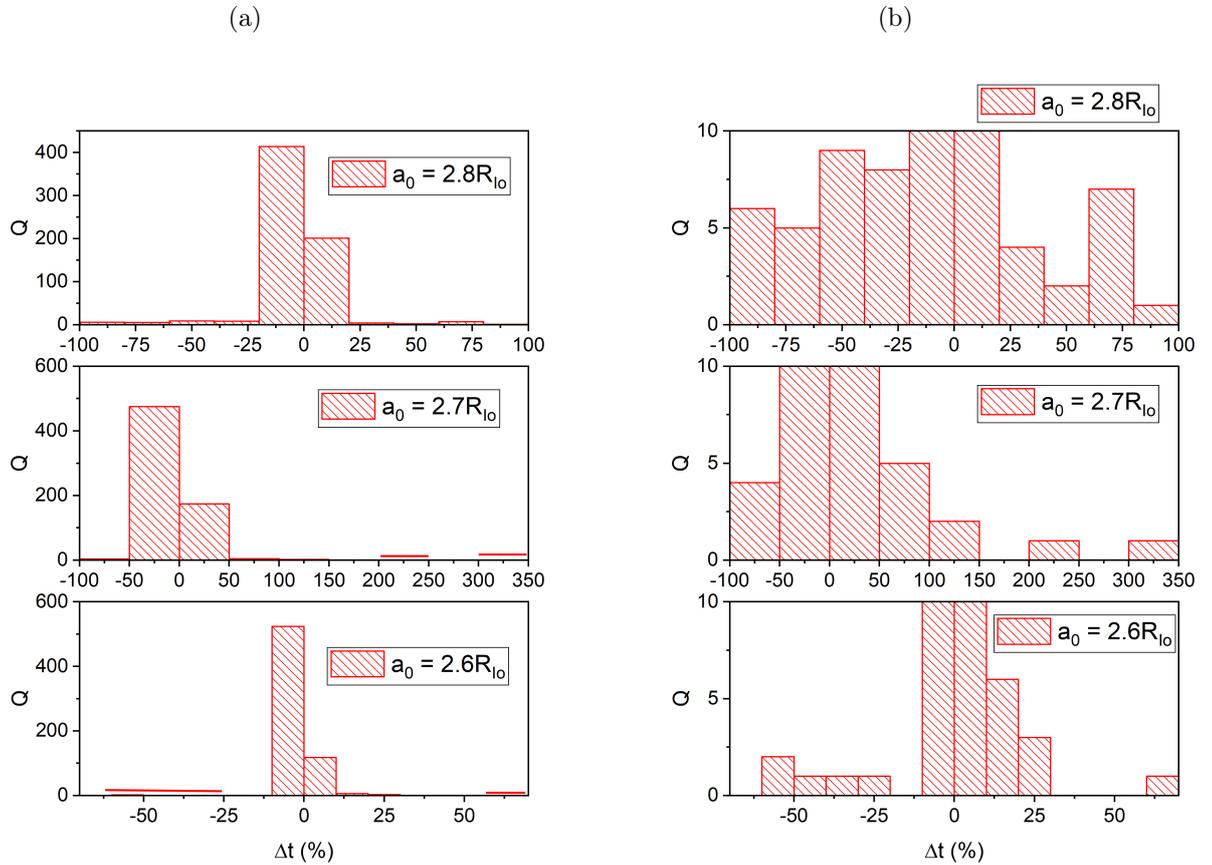


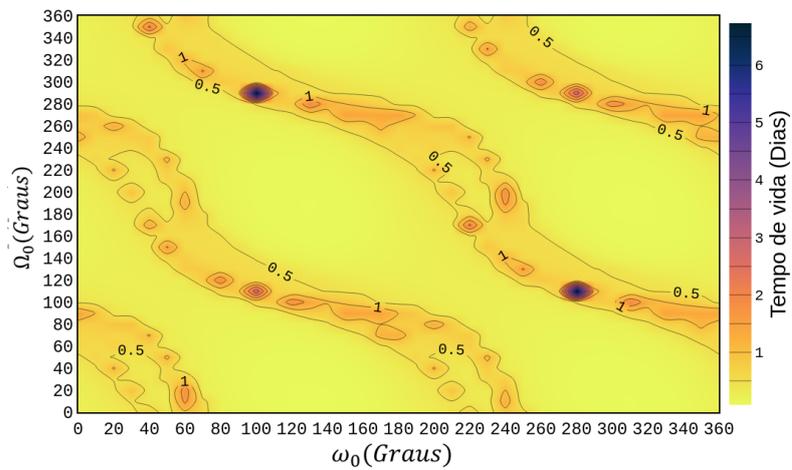
Figura 4.22: Histogramas das quantidades de órbitas por porcentagem dos ganhos ou perdas nos tempos de vida das órbitas considerando simulações em função de I_0 e e_0 para os valores de semieixo maior inicial $2,6R_{I_0}$, $2,7R_{I_0}$ e $2,8R_{I_0}$. Os histogramas em (b) e (c) apresenta um zoom sobre o histograma total em (a)



Os mapas resultantes, considerando o J_2 de Io, em função da longitude do nodo e argumento do pericentro inicial da órbita da sonda, são apresentados nas Figuras (4.23) e (4.24).

Figura 4.23: Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da longitude do nodo e do argumento do pericentro inicial, para órbitas simuladas nas condições apresentadas na Tabela (5), considerando as perturbações devido ao achatamento de Io.

(a) $e_0 = 0,01$, $I_0 = 80^\circ$ e $a_0 = 8,0R_{Io}$



(b) $e_0 = 0,15$, $I_0 = 80^\circ$ e $a_0 = 8,0R_{Io}$

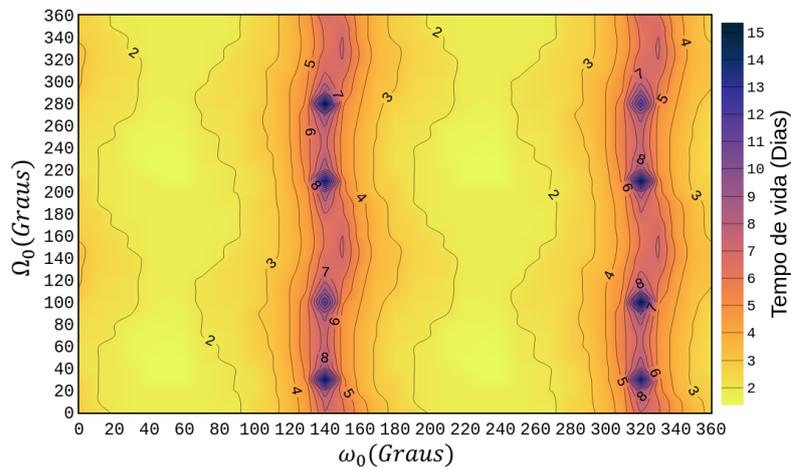
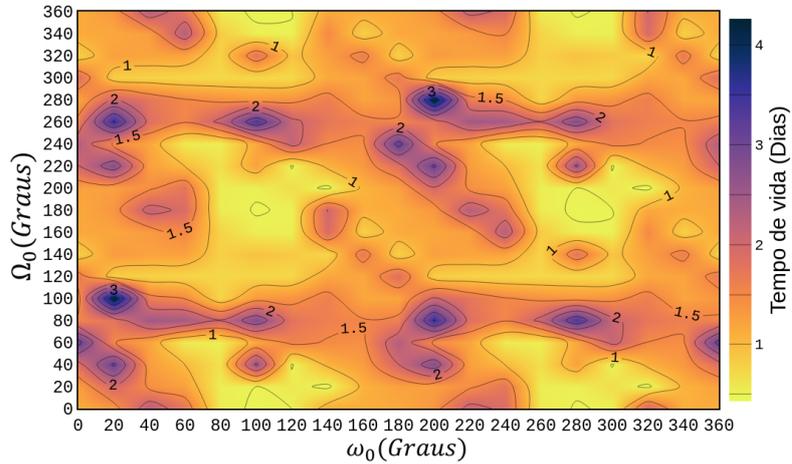
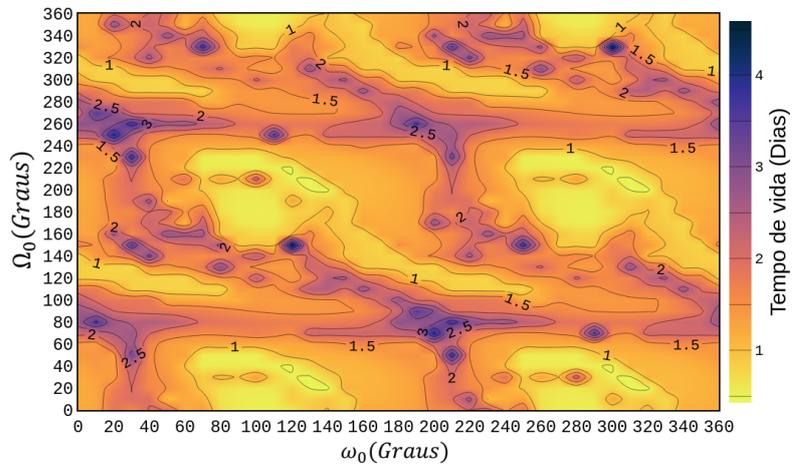


Figura 4.24: Mapas de tempos de vida das órbitas da sonda em torno de Io, em função da longitude do nodo e do argumento do pericentro inicial, para órbitas simuladas nas condições apresentadas na Tabela (5), considerando as perturbações devido ao achatamento de Io.

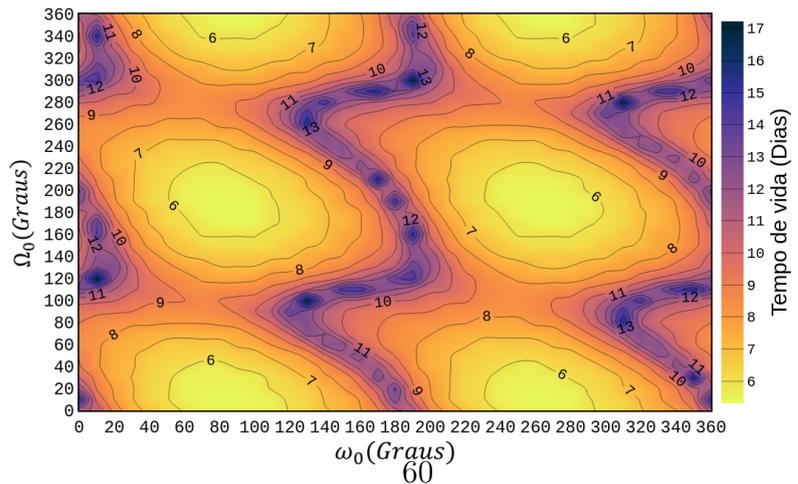
(a) $e_0 = 0,01$, $I_0 = 80^\circ$ e $a_0 = 4,0R_{Io}$



(b) $e_0 = 0,01$, $I_0 = 90^\circ$ e $a_0 = 4,0R_{Io}$

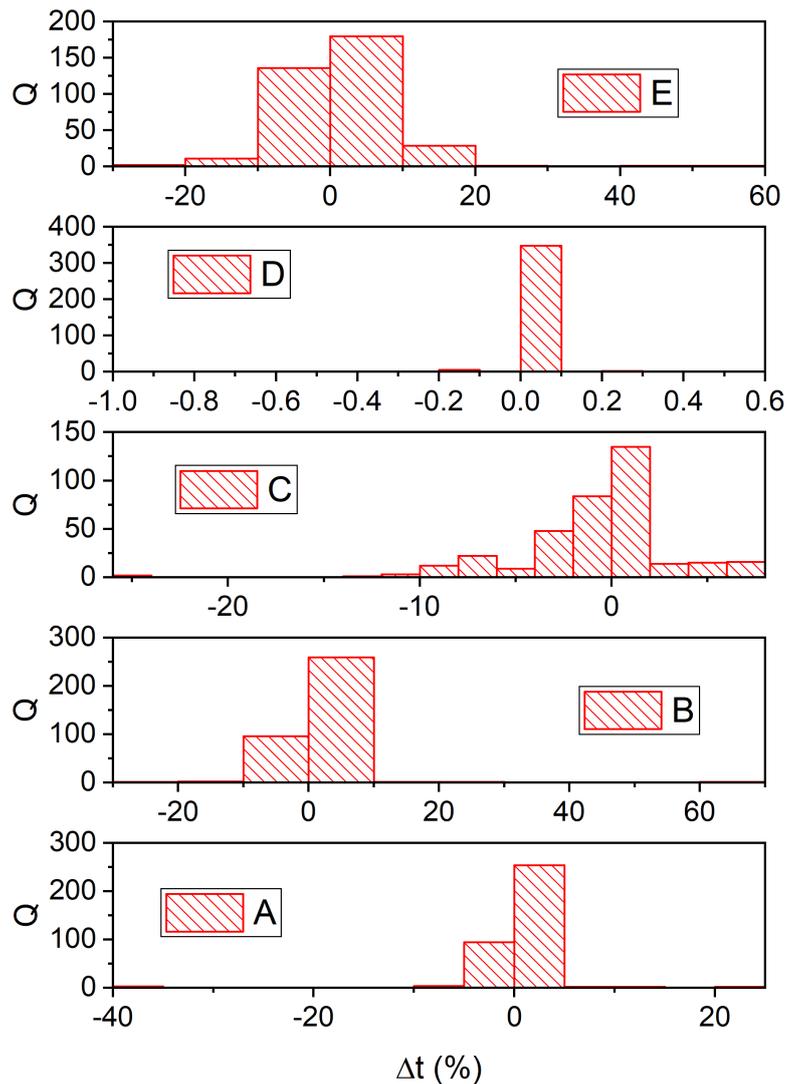


(c) $e_0 = 0,01$, $I_0 = 80^\circ$ e $a_0 = 1,5R_{Io}$



O comportamento geral dos mapas em função da longitude do nodo e do argumento do pericentro inicial considerando o achatamento de Io foi o mesmo se comparado aos mapas das figuras (4.12) e (4.13), onde foi considerado apenas a perturbação de Jupiter. Entretanto houveram, no geral, um pequeno aumento no tempo de vida dessas órbitas, como pode ser observado nos histogramas da figura (4.25), onde a maior quantidade de órbitas, encontra-se na região de ganhos de até 5%. Entretanto, a simulação para ω_0 e Ω_0 com $a_0 = 1,5R_{Io}$ foi a que registrou a maior quantidade de órbitas com perdas nos tempos de vida, nas dinâmicas considerando a não esfericidade de Io. Essas perdas chegaram a 25%.

Figura 4.25: Histogramas das quantidades de órbitas por porcentagem dos ganhos ou perdas nos tempos de vida das órbitas considerando simulações em função de ω_0 e Ω_0 . (A) = $e_0 = 0,15$, $I_0 = 80^\circ$ e $a_0 = 1,5R_{Io}$, (B) = $e_0 = 0,01$, $I_0 = 90^\circ$ e $a_0 = 4,0R_{Io}$, (C) = $e_0 = 0,01$, $I_0 = 80^\circ$ e $a_0 = 1,5R_{Io}$, (D) $e_0 = 0,01$, $I_0 = 80^\circ$ e $a_0 = 8,0R_{Io}$ e (E) = $e_0 = 0,15$, $I_0 = 80^\circ$ e $a_0 = 1,5R_{Io}$.

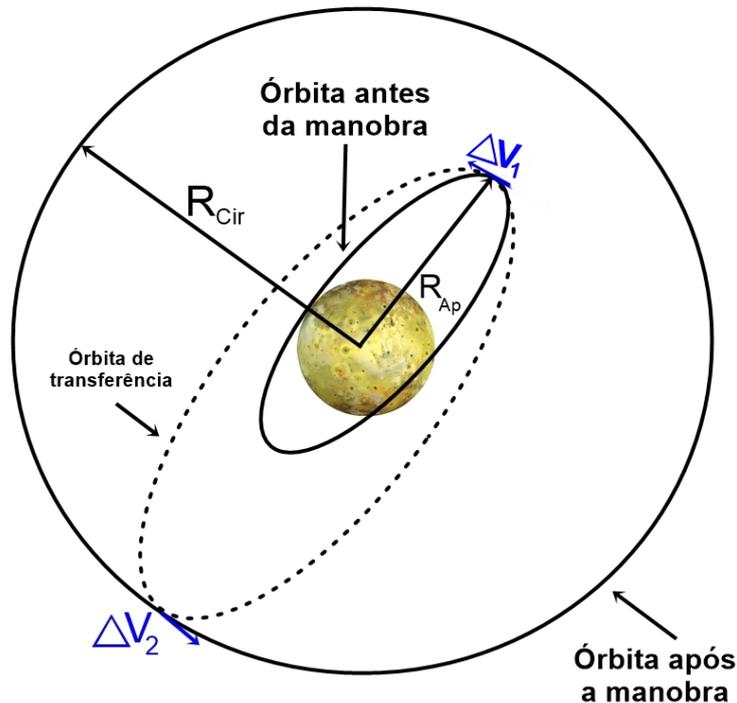


Esses resultados reforçam a importancia da escolha do argumento do pericentro e da longitude do nodo inicial, pois foi visto que, para determinadas regiões, o achatamento de Io contribui para o efeito das perdas das órbitas, que já era um comportamento observado nas simulações sem o J_2 .

4.3.1 Manobras orbitais

Os resultados para os tempos de vida das órbitas, inicialmente circulares, em torno de Io, mostraram a presença de uma região onde são encontradas órbitas com tempos suficientes para a realização das missões. Mas, dentro desse intervalo, nem todas as condições apresentaram tempos suficientes, ou seja, maiores do que 6 meses, pois algumas dessas órbitas registraram tempos entre 30 e 60 dias. Visando, aumentar o tempo de vida dessas órbitas, foram escolhidas condições dentro desse intervalo que colidiram com Io, e propostas manobras orbitais em três momentos do tempo de vida das órbitas, buscando encontrar o melhor momento para a realização dessas.

Figura 4.26: Esquema da manobra orbital para transferência de uma sonda de uma órbita elíptica para sua órbita circular inicial.



Com base no esquema mostrado na Figura (4.26), onde R_{Ap} é o raio no apocentro da órbita elíptica antes da manobra, R_{Cir} é o raio da órbita circular após a manobra, ΔV_1 o módulo do primeiro impulso (aplicado na órbita antes da manobra) para colocar o veículo espacial na órbita de transferência e ΔV_2 o módulo do segundo impulso (aplicado na órbita de transferência) para colocar o veículo espacial de volta na órbita circular que ocupava

antes do decaimento devido às perturbações sofridas. As condições foram escolhidas de modo a transferir a sonda de sua órbita elíptica atual para a órbita circular inicial sobre a qual ela foi inicialmente colocada. Desse modo, para obter o valor do módulo da velocidade necessária para sair de sua órbita atual e ir para a órbita de transferência (ΔV_1) e, posteriormente, o módulo da velocidade necessária para colocá-la na órbita circular de destino (ΔV_2), foram realizados os cálculos mostrados nas Equações (4.2) e (4.3). Visando obter qual o melhor momento para a realização de manobra de transferência, os tempos de vida das órbitas foram divididos em três momentos, 1/3 do tempo total, 2/3 do tempo total, e um tempo entre 1 e 2 dias antes da colisão. As condições escolhidas, presentes na Tabela (6) e os resultados obtidos são mostrados na Tabela (7).

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{2\mu}{a(1+e)} - \frac{2\mu}{(a(1+e)) + r_{cir}}} - \sqrt{\frac{2\mu}{a(1+e)} - \frac{\mu}{a}} \quad (4.2)$$

$$\Delta V_2 = \sqrt{\frac{2\mu}{R_{cir}} - \frac{2\mu}{(a(1+e)) + r_{cir}}} - \sqrt{\frac{\mu}{R_{cir}}} \quad (4.3)$$

$$\Delta V = |\Delta V_1| + |\Delta V_2| \quad (4.4)$$

Considerando os resultados obtidos para os módulos das velocidades necessárias para realizar as manobras, foi possível determinar os melhores momentos de cada órbita considerada para a realização dessas manobras. Para isso foi determinado o valor da taxa entre o módulo do impulso total necessário e o tempo no qual a manobra foi aplicada. Através dessa investigação foi observado que, para os casos das órbitas I e de VII à IX, o melhor momento para a realização das manobras é após 2/3 do tempo de vida da órbita implementada inicialmente, pois nesses momentos foram registradas as melhores taxas para os impulsos totais em função do tempo. Como exemplo, após 19 e 40 dias para as órbitas I e VII, respectivamente, onde as taxas foram de $2,578 \times 10^{-4}$ e $2,936 \times 10^{-4}$, respectivamente, significando que esses momentos são mais vantajosos para a aplicação das manobras. Já para as órbitas dos casos IV à V, os melhores momentos para a realização das manobras seriam alguns poucos dias antes do seu tempo final. Observamos que os tempos de vida das órbitas, antes da realização das manobras, eram de, aproximadamente, 38 e 60 dias para as órbitas I e VII e 50 e 38 dias para as órbitas IV e V.

Tabela 6: Condições utilizadas para a realização das manobras orbitais, sendo R_{Ap} é o raio no apocentro da órbita antes da manobra, R_{cir} o raio da órbita circular após a manobra.

Manobras	Tempo (Dias)	a	e	R_{Ap}	R_{cir}
Órbita I	10.0011661	0.0104532	0.5555078	0.0162600	0.01148757
	19.9987958	0.0107402	0.1603934	0.0124628	0.01148757
	37.9994802	0.0103748	0.3926246	0.0144482	0.01148757
Órbita II	10.1550000	0.0119300	0.2349000	0.0147324	0.01381963
	18.8901100	0.0119300	0.2306300	0.0146814	0.01381963
	28.5729900	0.0119800	0.4965100	0.0179282	0.01381963
Órbita III	16.1970800	0.0135600	0.1205300	0.0151944	0.01468336
	32.9122500	0.0122300	0.0581110	0.0129407	0.01468336
	46.0467400	0.0143100	0.0673400	0.0152736	0.01468336
Órbita IV	16.4428600	0.0128000	0.0239200	0.0131062	0.01511522
	32.5975100	0.0124300	0.3161900	0.0163602	0.01511522
	48.0377800	0.0132600	0.3514100	0.0179197	0.01511522
Órbita V	13.5800800	0.0104100	0.1581800	0.0120567	0.01148757
	26.7287200	0.0114100	0.2024400	0.0137198	0.01148757
	36.2949000	0.0111900	0.1155100	0.0124826	0.01148757
Órbita VI	10.2222000	0.0126500	0.0521400	0.0133096	0.01278316
	20.9872400	0.0116500	0.1753000	0.0136922	0.01278316
	28.2389700	0.0132700	0.4175500	0.0188109	0.01278316
Órbita VII	20.2498900	0.0109900	0.0255880	0.0124949	0.01196262
	40.4290400	0.0114300	0.3360200	0.0135935	0.01196262
	58.3766800	0.0115100	0.1970100	0.0177451	0.01196262
Órbita VIII	15.3925300	0.0117400	0.1369300	0.0150847	0.01295590
	30.6754300	0.0114300	0.1892800	0.0137208	0.01295590
	45.3553600	0.0110900	0.5417100	0.0153653	0.01295590
Órbita IX	14.7435900	0.0123000	0.2849000	0.0158043	0.01446743
	28.4032400	0.0137300	0.2004200	0.0164818	0.01446743
	38.7226900	0.0128000	0.3855100	0.0177345	0.01446743

Tabela 7: Módulos dos impulsos, ΔV_1 e ΔV_2 , para as transferências orbitais das condições da Tabela (6).

Manobras	Tempo (Dias)	ΔV_1	ΔV_2	ΔV	$(\Delta V)/t$
Órbita I	10.0011661	0.0130499	-0.0052714	0.0183212	0.0018319
	19.9987958	0.0038684	-0.0012866	0,0051550	0.0002578
	37.9994802	0.0092115	-0.0035447	0,0127562	0.0003357
Órbita II	10.1550000	0.0061540	-0.0009228	0.0070768	0.0006969
	18.8901100	0.0060767	-0.0008732	0.0069499	0.0003679
	28.5729900	0.0114182	-0.0036510	0.0150692	0.0005274
Órbita III	16.1970800	0.0029753	-0.0004808	0.0034561	0.0002134
	32.9122500	0.0036413	0.0018098	0.0054511	0.0001656
	46.0467400	0.0013482	-0.0005535	0.0019017	0.0000413
Órbita IV	16.4428600	0.0028094	0.0020172	0.0048266	0.0002935
	32.5975100	0.0081882	-0.0010898	0.0092780	0.0002846
	48.0377800	0.0077301	-0.0023138	0.0100439	0.0002091
Órbita V	13.5800800	0.0043820	-0.0007668	0.0051488	0.0003791
	26.7287200	0.0035997	-0.0027662	0.0063659	0.0002382
	36.2949000	0.0023606	-0.0013113	0.0036718	0.0001012
Órbita VI	10.2222000	0.0009654	-0.0006073	0.0015727	0.0001539
	20.9872400	0.0043586	-0.0010300	0.0053886	0.0002568
	28.2389700	0.0068024	-0.0055201	0.0064855	0.0002297
Órbita VII	20.2498900	0.0036747	-0.0006769	0.0043516	0.0002149
	40.4290400	0.0039411	-0.0019649	0.0059059	0.0001461
	58.3766800	0.0113210	-0.0058168	0.0171378	0.0002936
Órbita VIII	15.3925300	0.0064420	-0.0022397	0.0086817	0.0005640
	30.6754300	0.0053361	-0.0008556	0.0061916	0.0002018
	45.3553600	0.0095269	-0.0025044	0.0120313	0.0002653
Órbita IX	14.7435900	0.0071849	-0.0012423	0.0084272	0.0005716
	28.4032400	0.0038749	-0.0018217	0.0056966	0.0002006
	38.7226900	0.0084258	-0.0028155	0.0112414	0.0002903

5 Conclusões

O presente trabalho buscou investigar e mapear as melhores condições orbitais iniciais que permitam órbitas naturais com durações adequadas a realização de missões espaciais em torno de Io. As primeiras simulações realizadas mostraram a similaridade entre os resultados obtidos para o estudo de órbitas em torno de Io, considerando as perturbações de terceiro corpo de Júpiter, usando as mesmas condições apresentadas por de Almeida Prado (2003). Os estudos realizados nesse trabalho também evidenciaram a eficiência no uso do método de detecção de colisão por verificação da altitude e possíveis escapes pela verificação da energia do sistema, o método que foi adotado para todas as simulações e estudos realizados no trabalho.

Os estudos realizados em função da inclinação e excentricidade iniciais da sonda permitiram identificar regiões, em diversas condições para o semieixo maior inicial, nas quais foram encontradas órbitas com tempos de vida dentro do intervalo de 6 meses e 2,3 anos, intervalo considerado adequado para a realização das missões. Considerando que, no geral, as órbitas em torno de Io sofrem fortes perturbações resultantes de sua proximidade com Júpiter, a localização dessas regiões contendo órbitas com bons tempos de vida é um resultado importante. Para os casos de semieixo maior inicial igual a $1,5R_{Io}$ e $2,0R_{Io}$, as melhores condições foram encontradas para as inclinações mais baixas, 60° , e órbitas iniciais circulares e quase-circulares. Foram encontradas órbitas com até 15 dias de duração. Resultados interessantes foram encontrados para os casos de $2,6 R_{Io}$, $2,7 R_{Io}$, $2,8 R_{Io}$ e $3,5 R_{Io}$, onde foram encontradas condições iniciais com órbitas com duração de pelo menos 844 dias, sempre nas inclinações iniciais mais baixas, chegando a excentricidades iniciais entre $[0,0 - 0,30]$. As simulações também mostraram órbitas com duração entre 31 a 774 dias. O comportamento geral das simulações mostrou que, a medida que a inclinação da órbita inicial era reduzida, os tempos de vida duravam mais, assim como as órbitas menos excêntricas. Esse comportamento evidencia o efeito Kozai presente nessa região.

Nas simulações, considerando a órbita inicial da sonda circular ou com valores específicos de excentricidades, foi possível concluir, através dos mapas de tempos de vida em função da inclinação e do semieixo maior iniciais, que existem determinadas faixas de valores para o semieixo maior inicial da órbita, para cada excentricidade orbital inicial escolhida, para os quais os maiores tempos de vida para órbitas em torno de Io são encontrados. Os estudos localizaram esse intervalo entre o valor de $2,3R_{Io}$ e na vizinhança de $4,0R_{Io}$. A extensão dessas regiões, em termos da escolha da inclinação inicial, variou com a excentricidade inicial simulada, entretanto, permaneceu na faixa de 60° à 67° . Os estudos em função do argumento do pericentro e da longitude do nodo iniciais mostraram que uma boa escolha desses elementos iniciais pode promover um aumento no tempo de vida das órbitas. Entretanto, uma atenção maior deve ser dada ao fato de que órbitas

sobreviventes ao tempo total de integração ou com altos tempos de vida são muito sensíveis a escolha do argumento do pericentro e longitude do nodo ascendente iniciais, pois apenas a mudança de poucos graus foi suficiente para mostrar que os tempos de vida das órbitas podem ser perdidos a ponto de não ser mais possível ter uma duração de poucos dias de vida.

Os resultados apresentados nas regiões de ilhas de estabilidade orbital mostraram que para as sondas implementadas em órbitas circulares, aproximadamente 82% dessas órbitas colidiram, em algum momento com a superfície de Io, e 11% sobreviveram ao tempo total de integração. Dessa forma, foram registradas mais órbitas que colidiram ou sobreviveram do que aquelas que escaparam da região de interesse nas proximidades de Io. Nos casos simulados considerando órbitas iniciais excêntricas, foram registradas algumas quedas na porcentagem de órbitas que colidiram com a superfície de Io, como por exemplo para o caso de $e_0 = 0,1$ e $e_0 = 0,15$, onde foram registradas, aproximadamente, 73% e 61%. Em termos dos escapes, foram registradas aumentos na porcentagem para os casos de órbitas iniciadas com $e_0 = 0,1$ e $e_0 = 0,2$, que registram valores de 23% e 19%, respectivamente. Por fim, as órbitas sobreviventes também foram registradas nas análises das condições iniciadas com excentricidade diferente de zero, chegando a corresponder a 16% das órbitas para o caso de $e_0 = 0,15$. Em termos do semieixo maior inicial, foi observado que, a medida que o semieixo maior inicial aumentou, foi registrada uma distribuição da porcentagem das órbitas que colidiram, escaparam ou sobreviveram ao tempo total de integração. Como exemplo, para o caso de $a_0 = 2,6 R_{Io}$, todas as órbitas colidiram com a superfície de Io. Entretanto, para $a_0 = 2,7 R_{Io}$ e $a_0 = 3,5 R_{Io}$ é possível observar que a porcentagem de órbitas que sobreviveram e que escaparam, para cada caso, foi de 21% e 13%, para a sobrevivência, 0% e 34% para o escape, respectivamente.

As simulações considerando os efeitos devido do achatamento de Io permitiram concluir que seu efeito é capaz de amortecer os efeitos de terceiro corpo de Júpiter em alguns casos. A maioria das condições com ganhos foi registrada na faixa de [5 - 40]%. Houveram registros com ganhos maiores que 1000%, porém essas condições foram pontuais. Entretanto, nem todas as configurações iniciais são favorecidas por esse efeito, pois também foram registradas perdas e elas foram encontradas em sua maioria entre a faixa de [5 - 25]% em relação a dinâmica sem o J_2 de Io, sendo que as perdas de aproximadamente 100% foram mais raras, principalmente para os casos onde a sonda se encontrava em uma altitude mais baixa em relação a Io. É interessante observar que os maiores ganhos e perdas foram registrados no mesmo intervalo de semieixo maior inicial de $2,5 R_{Io}$ e $4,0 R_{Io}$. Também foram realizadas manobras orbitais que permitiram reposicionar as sondas em sua órbita inicial, conseguindo assim promover um crescimento no número de dias de vida das órbitas. Considerando os resultados obtidos para os módulos dos impulsos necessários para realizar as manobras, foi possível determinar os melhores momentos de cada órbita considerada para a realização dessas manobras. Para isso foi determinado o valor da taxa

entre o módulo do impulso total necessário para a manobra e o tempo da aplicação da manobra. Através dessa investigação foi observado que, para os casos das órbitas I e de VI à VIX, o melhor momento para a realização das manobras é após $2/3$ do tempo de vida da órbita implementada inicialmente. Como exemplo, após 19 e 40 dias para as órbitas I e VII, respectivamente, onde as taxas foram de $2,578 \times 10^{-4}$ e $2,936 \times 10^{-4}$, respectivamente, significando que esses momentos são mais vantajosos para a aplicação das manobras. Já para as órbitas dos casos IV à V, os melhores momentos para a realização das manobras seriam alguns poucos dias antes do seu tempo final.

Referências

- AKSENOV, E. The doubly averaged, elliptical, restricted, three-body problem. *Astronomicheskii Zhurnal*, 56:419, 1979a.
- AKSENOV, E. Trajectories in the doubly-averaged, elliptical, restricted, three-body problem. *Astronomicheskii Zhurnal*, 56:623, 1979b.
- BARTH, C. A., PEARCE, J. B., KELLY, K. K., WALLACE, L., & FASTIE, W. G. Ultraviolet emissions observed near venus from mariner v. *Science*, 158(3809):1675–1678, 1967.
- BROUWER, D. & CLEMENCE, G. Methods of celestial mechanics, acad. Press, New York, 1961.
- CAMPAGNOLA, S., BUFFINGTON, B. B., & PETROPOULOS, A. E. Jovian tour design for orbiter and lander missions to europa. *Acta Astronautica*, 100:68–81, 2014.
- CARR, M. H., BELTON, M. J., CHAPMAN, C. R., DAVIES, M. E., GEISLER, P., GREENBERG, R., MCEWEN, A. S., TUFTS, B. R., GREELEY, R., SULLIVAN, R., ET AL. Evidence for a subsurface ocean on europa. *Nature*, 391(6665):363–365, 1998.
- CARVALHO, J., ELIPE, A., DE MORAES, R. V., & PRADO, A. Low-altitude, near-polar and near-circular orbits around europa. *Advances in Space Research*, 49(5):994–1006, 2012a.
- CARVALHO, J., MOURAO, D., ELIPE, A., DE MORAES, R. V., & PRADO, A. Frozen orbits around europa. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 22(10):1250240, 2012b.
- CARVALHO, J., VILHENA DE MORAES, R., & PRADO, A. Dynamics of artificial satellites around europa. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, 2013.
- CARVALHO, J., VILHENA DE MORAES, R., & PRADO, A. Searching less perturbed circular orbits for a spacecraft travelling around europa. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, 2014.
- CHOBOTOV, V. A. *Orbital mechanics*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2002.
- CINELLI, M., ORTORE, E., & CIRCI, C. Long lifetime orbits for the observation of europa. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 42(1):123–135, 2019.
- COSTA, M., VILHENA DE MORAES, R., PRADO, A., & CARVALHO, J. An optimization approach to search for quasi-critical inclinations for direct and retrograde orbits:

- Applications for artificial satellites around io. *The European Physical Journal Special Topics*, 229:1429–1440, 2020.
- DAVIES, A. G. *Volcanism on Io*, volume 7. Cambridge University Press, 2007.
- DE ALMEIDA PRADO, A. F. B. Third-body perturbation in orbits around natural satellites. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 26(1):33–40, 2003.
- DOMINGOS, R., DE ALMEIDA PRADO, A. B., & DE MORAES, R. V. Studying the behaviour of averaged models in the third body perturbation problem. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 465, page 012017. IOP Publishing, 2013.
- DOMINGOS, R. D. C., PRADO, A. D. A., & DE MORAES, R. V. A study of the errors of the averaged models in the restricted three-body problem in a short time scale. *Computational and Applied Mathematics*, 34(2):507–520, 2015.
- DOS SANTOS, J. C., CARVALHO, J. P., PRADO, A. F., & DE MORAES, R. V. Lifetime maps for orbits around callisto using a double-averaged model. *Astrophysics and Space Science*, 362(12):227, 2017.
- GALPERIN, A. & GURFIL, P. Closed-form solutions for optimal orbital transfers around oblate planets. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 61(1):1–39, 2014.
- GOBETZ, F. & DOLL, J. A survey of impulsive trajectories. *AIAA Journal*, 7(5):801–834, 1969.
- GOMES, V. M. & DE CÁSSIA DOMINGOS, R. Studying the lifetime of orbits around moons in elliptic motion. *Computational and Applied Mathematics*, 35(3):653–661, 2016.
- GRASSET, O., DOUGHERTY, M., COUSTENIS, A., BUNCE, E., ERD, C., TITOV, D., BLANC, M., COATES, A., DROSSART, P., FLETCHER, L., ET AL. Jupiter icy moons explorer (juice): An esa mission to orbit ganymede and to characterise the jupiter system. *Planetary and Space Science*, 78:1–21, 2013.
- GRIGOROV, N. L., MADUYEV, V., PISARENKO, N. F., & SAVENKO, I. Investigation of cosmic radiation on the ams’luna-10’. 1966.
- HAYES, A. G., LORENZ, R. D., & LUNINE, J. I. A post-cassini view of titan’s methane-based hydrologic cycle. *Nature Geoscience*, 11(5):306–313, 2018.
- HOFSTADTER, M. D., FLETCHER, L. N., SIMON, A. A., MASTERS, A., TURRINI, D., & ARRIDGE, C. S. Future missions to the giant planets that can advance atmospheric science objectives. *Space Science Reviews*, 216(5):1–17, 2020.

- HOHMANN, W. Die erreichbarkeit der himmelskoerper (flight to celestial bodies). 1925.
- KOSOFKY, L. J. & EL-BAZ, F. *The moon as viewed by Lunar Orbiter*, volume 200. US Government Printing Office, 1970.
- KOZAI, Y. The motion of a close earth satellite. *The Astronomical Journal*, 64:367, 1959a.
- KOZAI, Y. On the effects of the sun and the moon upon the motion of a close earth satellite. *SAO Special Report*, 22, 1959b.
- KOZAI, Y. Secular perturbations of asteroids with high inclination and eccentricity. *The Astronomical Journal*, 67:591–598, 1962.
- KOZAI, Y. Effects of the tidal deformation of the earth on the motion of close earth satellites. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 17:395, 1965.
- KOZAI, Y. A new method to compute lunisolar perturbations in satellite motions. *SAO Special Report*, 349, 1973.
- KRUPP, E. C. *Echoes of the ancient skies: The astronomy of lost civilizations*. Courier Corporation, 2003.
- LIU, L. & WANG, X. On the orbital lifetime of high-altitude satellites. *Chinese Astronomy and Astrophysics*, 24(3):284–288, 2000.
- LOISEL, A.-C. R. Enuma anu enlil. *The Encyclopedia of Ancient History*, 2013.
- MACKENZIE, S. M., NEVEU, M., DAVILA, A. F., LUNINE, J. I., CRAFT, K. L., CABLE, M. L., PHILLIPS-LANDER, C. M., HOFGARTNER, J. D., EIGENBRODE, J. L., WAITE, J. H., ET AL. The enceladus orbilander mission concept: balancing return and resources in the search for life. *The Planetary Science Journal*, 2(2):77, 2021.
- MARCHAL, C. L. Fifth john v. breakwell memorial lecture: the restricted three-body problem revisited. *Acta Astronautica*, 47(2-9):411–418, 2000.
- MATSON, D. L., SPILKER, L. J., & LEBRETON, J.-P. The cassini/huygens mission to the saturnian system. *The Cassini-Huygens Mission*, pages 1–58, 2003.
- McFADDEN, L.-A., JOHNSON, T., & WEISSMAN, P. *Encyclopedia of the solar system*. Elsevier, 2006.
- MERGUIZO SANCHEZ, D., YOKOYAMA, T., BRASIL, P. I. D. O., & CORDEIRO, R. R. Some initial conditions for disposed satellites of the systems gps and galileo constellations. *Mathematical Problems in Engineering*, 2009, 2009.

- MURRAY, C. D. & DERMOTT, S. F. *Solar system dynamics*. Cambridge university press, 1999.
- NASA. Soviet lunar missions. 2005.
- NASA. Luna 10. 2019a.
- NASA. Lunar orbiter 4. 2019b.
- NASA. Lunar orbiter 5. 2019c.
- NASA. Nasa’s europa clipper. 2021a.
- NASA. Nasa’s juno mission expands into the future. 2021b.
- NETO, E. V. & DE ALMEIDA PRADO, A. F. B. Time-of-flight analyses for the gravitational capture maneuver. *Journal of guidance, control, and dynamics*, 21(1):122–126, 1998.
- PAPPALARDO, R. T., BELTON, M. J., BRENNEMAN, H., CARR, M., CHAPMAN, C. R., COLLINS, G., DENK, T., FAGENTS, S., GEISSLER, P. E., GIESE, B., ET AL. Does europa have a subsurface ocean? evaluation of the geological evidence. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 104(E10):24015–24055, 1999.
- PARK, S.-Y. & JUNKINS, J. Orbital mission analysis for a lunar mapping satellite. In *Astrodynamic Conference*, page 3717. 1994.
- PARKINSON, C. D., LIANG, M.-C., HARTMAN, H., HANSEN, C. J., TINETTI, G., MEADOWS, V., KIRSCHVINK, J. L., & YUNG, Y. L. Enceladus: Cassini observations and implications for the search for life. *Astronomy & Astrophysics*, 463(1):353–357, 2007.
- PEALE, S. J., CASSEN, P., & REYNOLDS, R. T. Melting of io by tidal dissipation. *Science*, 203(4383):892–894, 1979.
- PHILLIPS, C. B. & PAPPALARDO, R. T. Europa clipper mission concept: Exploring jupiter’s ocean moon. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, 95(20):165–167, 2014.
- RIEDLER, W., MÖHLMANN, D., ORAEVSKY, V., SCHWINGENSCHUH, K., YEROSHENKO, Y., RUSTENBACH, J., AYDOGAR, O., BERGHOFER, G., LICHTENEGGER, H., DELVA, M., ET AL. Magnetic fields near mars: First results. *Nature*, 341(6243):604–607, 1989.
- ROY, A. Orbital motion, 4thedi. 2005.

- ROY, A. E. *Orbital motion*. CRC Press, 2020.
- SCHUBERT, G., ANDERSON, J., SPOHN, T., & MCKINNON, W. Interior composition, structure and dynamics of the galilean satellites. *Jupiter: The planet, satellites and magnetosphere*, 1:281–306, 2004.
- SERRA, D., LARI, G., TOMMEI, G., DURANTE, D., GOMEZ CASAJUS, L., NOTARO, V., ZANNONI, M., IESS, L., TORTORA, P., & BOLTON, S. J. A solution of jupiter’s gravitational field from juno data with the orbit14 software. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 490(1):766–772, 2019.
- ŠIDLICHOVSKÝ, M. On the double averaged three-body problem. *Celestial Mechanics*, 29(3):295–305, 1983.
- ŠINKAROV, A., SCHOLZ, S.-B., BERNECKY, R., DOUMA, R., & GRELCK, C. Sac/c formulations of the all-pairs n-body problem and their performance on smps and gpgpus. *Concurrency and Computation: Practice and Experience*, 26(4):952–971, 2014.
- TURTLE, E., BARNES, J., TRAINER, M., LORENZ, R., HIBBARD, K., ADAMS, D., BEDINI, P., LANGELAAN, J., & ZACNY, K. Dragonfly: In situ exploration of titan’s prebiotic organic chemistry and habitability. In *European Planetary Science Congress*, volume 11. 2017.
- TZIRTI, S., TSIGANIS, K., & VARVOGLIS, H. Quasi-critical orbits for artificial lunar satellites. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 104(3):227–239, 2009.
- UPTON, E., BAILIE, A., & MUSEN, P. Lunar and solar perturbations on satellite orbits. *Science*, 130(3390):1710–1711, 1959.
- WILLIAMS, D. A., KESZTHELYI, L. P., CROWN, D. A., YFF, J. A., JAEGER, W. L., SCHENK, P. M., GEISSLER, P. E., & BECKER, T. L. Volcanism on io: New insights from global geologic mapping. *Icarus*, 214(1):91–112, 2011.