



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

CAMPUS DE PRESIDENTE PRUDENTE

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas

HELOÍSA ALVES DA SILVA



**AVALIAÇÃO DE MODELOS ESTOCÁSTICOS
NO POSICIONAMENTO GNSS**

DISSERTAÇÃO

Presidente Prudente

2009



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

CAMPUS DE PRESIDENTE PRUDENTE

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas

HELOÍSA ALVES DA SILVA

**AVALIAÇÃO DE MODELOS ESTOCÁSTICOS
NO POSICIONAMENTO GNSS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Ciências Cartográficas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de Presidente Prudente, para obtenção do título de Mestre em Ciências Cartográficas.

Orientador: Paulo de Oliveira Camargo.

Co-Orientador: João Francisco Galera Monico.

Presidente Prudente

2009

Silva, Heloísa Alves da.
S58a Avaliação de modelos estocásticos no posicionamento GNSS /
Heloísa Alves da Silva. - Presidente Prudente : [s.n], 2009
xv, 109 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista,
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Orientador: Paulo de Oliveira Camargo
Banca: Mauricio Alfredo Gende, Silvio Jacks dos Anjos Garnés
Inclui bibliografia

1. GNSS. 2. Modelo estocástico. 3. Cintilação ionosférica. I.
Autor. II. Título. III. Presidente Prudente - Faculdade de Ciências e
Tecnologia.

CDD(18.ed.) 621.71

BANCA EXAMINADORA



PROF. DR. PAULO DE OLIVEIRA CAMARGO
(ORIENTADOR)



PROF. DR. MAURÍCIO ALFREDO GENDE
(FACULTAD DE CIENCIAS ASTRONÓMICAS Y GEOFÍSICAS- LA PLATA)



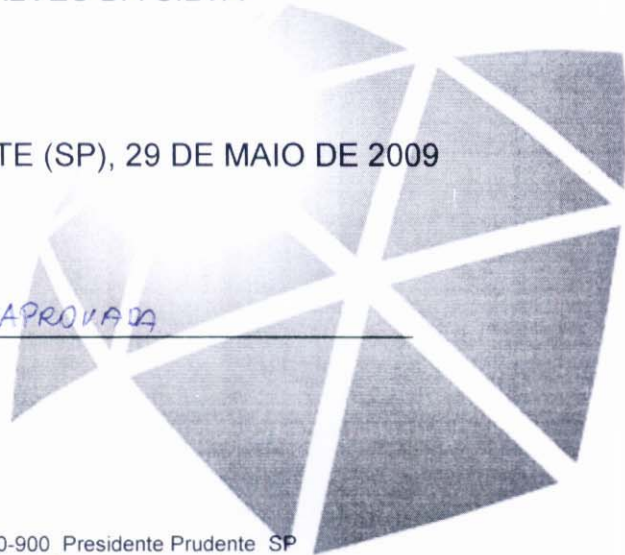
PROF. DR. SILVIO JACKS DOS ANJOS GARNÊS
(UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO-RECIFE)



HELOÍSA ALVES DA SILVA

PRESIDENTE PRUDENTE (SP), 29 DE MAIO DE 2009

RESULTADO: APROVADA



DADOS CURRICULARES

Heloísa Alves da Silva

Nascimento	21.09.1980 – Anápolis – GO
Filiação	Dionisio Teodoro Silva Lúcia das Graças Alves Gontijo Silva
2002 – 2006	Graduação em Engenharia Cartográfica pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNESP, Campus de Presidente Prudente
2007 – 2009	Mestrado em Ciências Cartográficas pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNESP, Campus de Presidente Prudente

DEDICATÓRIA

*Ao meu querido noivo, Haroldo, por todo carinho,
apoio, dedicação e por sempre me encorajar nos
momentos mais difíceis.*

*Aos meus amados pais, Dionisio e Lúcia, por todo
carinho, paciência e compreensão por estarmos tão
longe uns dos outros.*

*À minha querida irmã, Elisane, por todo carinho,
ajuda e compreensão.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me propiciar esta importante fase da minha vida.

Aos meus amados pais, Lúcia e Dionisio, que sempre me incentivaram nos estudos e sempre me apoiaram em minhas decisões e, apesar da distância estamos sempre unidos. À minha querida irmã que veio para junto de mim e me fez sentir mais perto de meus pais e sempre me ajudou nos momentos mais complicados.

Ao meu querido noivo, que sempre esteve junto comigo em todos os momentos dessa importante etapa, me compreendendo, incentivando e ajudando incondicionalmente. E sempre acreditou no meu esforço e capacidade de superar as dificuldades.

Aos meus orientadores Paulo e Galera por toda dedicação e paciência na orientação desse trabalho.

Ao Prof. Aluir (FCT/UNESP) pelas considerações realizadas no exame de qualificação. E aos professores Silvio Jacks (UFPE) e Mauricio Gende (Universidade de La Plata) pelas sugestões e considerações realizadas durante a defesa da dissertação.

À agência de fomento CAPES pelo incentivo a esse trabalho.

Ao pesquisador Marcio Aquino (Universidade de Nottingham) e ao aluno William Dal Poz (PPGCC) pelo fornecimento de dados e troca de conhecimentos.

Aos membros do GEGE (Grupo de Estudos em Geodésica Espacial) pelas críticas e sugestões.

A todos os professores e alunos do PPGCC e a todos os funcionários da FCT/UNESP que de forma direta ou indireta contribuíram para a realização desse trabalho.

EPÍGRAFE

"Muitos dos fracassos da vida ocorrem com as pessoas que não reconheceram o quão próximo elas estavam do sucesso quando desistiram."

(Thomas A. Edison)

RESUMO

Atualmente, o GNSS, em especial o GPS, é uma das tecnologias mais utilizadas para realizar posicionamento. Os modelos funcionais relacionados com as observações GNSS são mais conhecidos do que os modelos estocásticos, visto que o desenvolvimento destes últimos é mais complexo. Normalmente, no posicionamento GNSS são utilizados modelos estocásticos numa forma simplificada, com um modelo padrão, o qual assume que todas as medidas das observações GNSS têm a mesma variância e são estatisticamente independentes. Porém, atualmente os modelos estocásticos relacionados ao GNSS vêm sendo pesquisados com maior profundidade, por exemplo, considerando efeitos de cintilação ionosférica. Este efeito pode ser considerado na modelagem estocástica já que atualmente receptores GNSS permitem a extração de parâmetros de cintilação ionosférica. Além dessa, outro tipo de modelagem estocástica pode ser realizada, no caso, trata-se da consideração da variação dos ângulos de elevação dos satélites durante o rastreamento dos dados. Sendo assim, nessa pesquisa foram desenvolvidos e analisados esses dois casos de modelagem estocástica, tanto no posicionamento relativo, quanto no absoluto (por ponto). No posicionamento relativo, ao se considerar a modelagem estocástica em função da cintilação ionosférica, os resultados atingiram melhorias em torno de 93,0% em relação à modelagem padrão. No processamento e análise foram utilizados dados GPS coletados no Norte da Europa, os quais estão sob condições de cintilação ionosférica. No posicionamento relativo considerando a modelagem estocástica em função dos ângulos de elevação dos satélites, as melhorias foram em torno de 89,2%. No caso do posicionamento por ponto, as melhorias em relação a modelagem estocástica padrão atingiram valores de aproximadamente 45,1% e 42,1% considerando, respectivamente, modelagem estocástica em função da cintilação ionosférica e em função dos ângulos de elevação dos satélites.

Palavras-chaves: GNSS; posicionamento; modelo estocástico; cintilação ionosférica.

ABSTRACT

Nowadays, the GNSS, especially the GPS, is one of the most used techniques to accomplish positioning. The functional models related with the GNSS observables are more known than the stochastic models, considering that the development of the last ones is more complex. Usually, they are used in a simplified form, as the standard model, which assumes that all the GNSS observable have the same variance and are statistically independent. However, the stochastic models are being investigated with more property, for example, considering the ionospheric scintillation effects. This effect can be considered in the stochastic modelling since now receivers GNSS allow the extraction of ionospheric scintillation parameters. Besides that, others stochastic modelling can be accomplished, e.g. considering the variation of the satellites elevation angles during the data tracking. Thus, in this dissertation it was investigated the two cases of stochastic modelling cited above, either in the relative or in the absolute positioning. In the relative positioning case, considering the ionospheric scintillation mitigation in the stochastic modelling, the results have reached improvements of the order of 93.0% comparing to the standard stochastic modelling. In this case, it was used GPS data from Northern Europe which were under scintillation conditions. Concerning to the relative positioning using satellites elevation angles functions in the stochastic modelling, the improvements have reached the order of 89.2%. In the point positioning case, the improvements in relation to the standard stochastic modelling have reached values of the order of 45.1% and 42.1% considering, respectively, stochastic modelling in function of ionospheric scintillation and in function of the satellites elevation angles.

Keywords: GNSS; positioning; stochastic model; ionospheric scintillation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Camadas da ionosfera e concentração de elétrons	25
Figura 2: Regiões geográficas da ionosfera.....	26
Figura 3: Cintilação ionosférica	28
Figura 4: Regiões de ocorrências de cintilações em períodos de máxima (a) e mínima (b) atividade solar.....	28
Figura 5: Receptores do SCINTMON	30
Figura 6: Estações do SCINTEC no Brasil	31
Figura 7: Estações LYB0 e NYA1 utilizadas nos experimentos.....	69
Figura 8: Fluxograma do aplicativo <i>Tracking Jitter</i>	70
Figura 9: Fluxograma do <i>software</i> GPSeq	72
Figura 10: Fluxograma do aplicativo PP_Sc	74
Figura 11: Erro 3D para a estação PPTE (01/09/2007 – 00 às 24 horas).....	76
Figura 12: Δh para a estação PPTE (01/09/2007 – 00 às 24 horas).....	76
Figura 13: Funções de ângulos de elevação	78
Figura 14: Erro 3D e Δh para a estação RT60 - (modelo estocástico somente em função do ângulo).....	80
Figura 15: Erro 3D e Δh para a estação RT60 (modelo estocástico em função do ângulo e das variâncias das observáveis).....	81
Figura 16: Índices ϕ_{60} medidos nas estações LYB0 e NYA1 para satélites com ângulos de elevação $> 10^\circ$	82
Figura 17: Índices S4 medidos na estação LYB0 para satélites com elevação $> 10^\circ$ (22-23 UT, 10/12/2006).....	82
Figura 18: Erro 3D e Δh para a estação NYA1 – modelo estocástico em função do ângulo e das variâncias das observáveis.....	83
Figura 19: Valores de Erro 3D para a estação NYA1 do processamento recursivo.....	84
Figura 20: Valores de Δh para a estação NYA1 do processamento recursivo	85
Figura 21: Experimentos realizados na estação RT60 (2003).....	87
Figura 22: Modelos padrão versus em função dos ângulos de elevação dos satélites (Estação ROSA - 2008)	88
Figura 23: EMQs dos erros 3D e Δh obtidos nos processamentos para a estação LYB0	89
Figura 24: Erro 3D da estação NYA1 – posicionamento relativo.....	91

Figura 25: Erro em altitude da estação NYA1 – posicionamento relativo.....	91
Figura 26: Série temporal dos resíduos ionosféricos das DDs – modelo padrão	93
Figura 27: Série temporal dos resíduos ionosféricos das DDs – modelo com cintilação.....	93
Figura 28: Discrepâncias entre os resíduos ionosféricos estimados e os calculados pelo GIM	94
Figura 29: Erro 3D na estação LYB0 – posicionamento por ponto	95
Figura 30: Erro em altitude na estação LYB0 – posicionamento por ponto	96
Figura 31: Histograma do efeito ionosférico na direção receptor-satélite – Mod_Padrão	97
Figura 32: Histograma do efeito ionosférico na direção receptor-satélite – Mod_Pond_Cint.	97
Figura 33: Efeito ionosférico (L1) na direção receptor/satélite.....	98
Figura 34: Desvio-padrão do efeito ionosférico (L1) na direção receptor/satélite.....	99

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Relação entre os índices Kp e ap	26
Tabela 2: Classificação da atividade geomagnética de acordo com os índices Kp e Ap	26
Tabela 3: Denominação dos processamentos realizados no PP_Sc	75
Tabela 4: Precisoões adotadas nos processamentos realizados no PP_Sc.....	75
Tabela 5: Sumário das estatísticas dos processamentos	77
Tabela 6: Melhoria dos processamentos em relação ao processamento “CA”	77
Tabela 7: Informações a priori do processamento da linha de base UEPP- RT60.....	79
Tabela 8: Resultados dos processamentos em função dos ângulos de elevação (somente em função do ângulo) – UEPP- RT60	80
Tabela 9: Resultados dos processamentos em função dos ângulos de elevação (em função do ângulo e da variância das observáveis) – UEPP- RT60	81
Tabela 10: Informações a priori do processamento da linha de base LYB0-NYA1	83
Tabela 11: Resultados dos processamentos em função dos ângulos de elevação (em função do ângulo e da variância das observáveis) – LYB0-NYA1	84
Tabela 12: Estatísticas do erro 3D para a estação NYA1 do processamento recursivo	85
Tabela 13: Estatísticas de Δh para a estação NYA1 do processamento recursivo	85
Tabela 14: Estações utilizadas nos processamentos por ponto	86
Tabela 15: Sumário dos processamentos realizados para a estação RT60 (2003)	87
Tabela 16: Sumário dos processamentos realizados para a estação ROSA (2008).....	88
Tabela 17: EMQs dos erros 3D e Δh obtidos nos processamentos para a estação LYB0.....	89
Tabela 18: Resumo dos resultados ao final dos processamentos	91
Tabela 19: Resumo das estatísticas dos processamentos recursivos	92
Tabela 20: Média das discrepâncias entre os resíduos estimados e os calculados a partir do GIM	94
Tabela 21: Resumo das estatísticas dos processamentos por ponto	96

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

BLUE	–	<i>Best Linear Unbiased Estimator</i>
DCB	–	<i>Differential Code Bias</i>
DD	–	Dupla Diferença
DP	–	Desvio-Padrão
DGPS	–	<i>Differential GPS</i>
DIA	–	Detecção, Identificação e Adaptação
DLL	–	<i>Delay Lock Loop</i>
DLLs	–	<i>Dynamic Link Library</i>
EMQ	–	Erro Médio Quadrático
FCT	–	Faculdade de Ciências e Tecnologia
FFT	–	<i>Fast Fourier Transform</i>
GISTM	–	<i>GPS Ionospheric Scintillation and TEC Monitor</i>
GLONASS	–	<i>GLObal Navigation Satellite System</i>
GNSS	–	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GPS	–	<i>Global Positioning System</i>
GPSeq	–	GPS Seqüencial
GIM	–	<i>Global Ionosphere Maps</i>
GOM	–	<i>Global Overall Model</i>
IBGE	–	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IESSG	–	<i>Institute of Engineering Surveying and Space Geodesy</i>
IGS	–	<i>International GNSS Service</i>
INCRA	–	Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária
INPE	–	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
ISACCO	–	<i>Ionospheric Scintillation Arctic Campaign Coordinated Observations</i>
LAMBDA	–	<i>Least squares AMBIGUITY Decorrelation Adjustment</i>
LISN	–	<i>Low-latitude Ionospheric Sensor Network</i>
LOM	–	<i>Local Overall Model</i>
MMQ	–	Método dos Mínimos Quadrados
MVC	–	Matriz Variância-Covariância
PCV	–	<i>Phase Center Variation</i>
PLL	–	<i>Phase Lock Loop</i>
PPGCC	–	Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas

PSD	– <i>Power Spectral Density</i>
RBMC	– Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo
RIBaC	– Rede INCRA de Bases Comunitárias
RTK	– <i>Real Time Kinematic</i>
SBAS	– <i>Space Based Augmentation Systems</i>
SCA	– Sistema de Controles Ativos
SD	– Simples Diferença
TD	– Tripla Diferença
TEC	– <i>Total Electron Content</i>
TGO	– <i>Trimble Geomatics Office</i>
UNESP	– Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
VRS	– <i>Virtual Reference Station</i>

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 Objetivos.....	18
1.2 Justificativa	18
1.3 Conteúdo da Pesquisa	19
2 GNSS E IONOSFERA	20
2.1 Combinações Lineares das Observações GNSS.....	20
2.2 Ionosfera e Cintilação.....	24
2.3 Métodos de Posicionamento GNSS	32
2.3.1 Posicionamento por ponto	32
2.3.2 Posicionamento relativo	34
3 AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES GNSS	36
3.1 Método dos Mínimos Quadrados	36
3.2 Ajustamento Recursivo pelo MMQ	38
3.3 Estimação por Filtro de Kalman.....	43
3.4 Controle de Qualidade	45
3.4.1 Controle de qualidade do ajustamento recursivo pelo MMQ.....	48
3.4.1.1 Procedimento DIA local	48
3.4.1.2 Procedimento DIA global.....	50
3.5 Ajustamento Aplicado ao Posicionamento por Ponto	53
4 MODELOS ESTOCÁSTICOS DAS OBSERVAÇÕES GNSS	55
4.1 Modelos Estocásticos com Mesma Precisão	55
4.1.1 Modelo padrão.....	55
4.2 Modelos Estocásticos com Diferentes Precisão.....	57
4.2.1 Modelo em função do ângulo de elevação do satélite	58
4.2.2 Modelo em função da cintilação ionosférica.....	59
5 EQUIVALÊNCIA DO MODELO FUNCIONAL E ESTOCÁSTICO.....	63
5.1 Modelo Funcional Expandido.....	64
5.2 Modelo Estocástico Expandido.....	65
5.3 Equivalência dos Modelos.....	66

6 EXPERIMENTOS E ANÁLISES DOS RESULTADOS.....	68
6.1 Implementação dos Modelos Estocásticos.....	70
6.2 Análise do <i>Software</i> PP_Sc.....	75
6.3 Modelos Estocásticos em Função dos Ângulos de Elevação	77
6.3.1 Posicionamento relativo	79
6.3.2 Posicionamento por ponto	86
6.4 Modelos Estocásticos em Função da Cintilação Ionosférica	90
6.4.1 Posicionamento relativo	90
6.4.2 Posicionamento por ponto	95
7 CONSIDERAÇÕES, CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	100
REFERÊNCIAS	104
ANEXO A - PRODUTO DE KRONECKER.....	109

1 INTRODUÇÃO

O posicionamento com GNSS (*Global Navigation Satellite System*), constituído pelo GPS (*Global Positioning System* – Estados Unidos da América), GLONASS (*GLObal NAVigation Satellite System* – Rússia), futuramente Galileo (União Européia) e Beidou/Compass (China), e sistemas de expansões do GNSS (SBAS – *Space Based Augmentation. Systems*), é uma das tecnologias mais utilizadas nos levantamentos geodésicos e topográficos. Para a realização do processamento das observações GNSS, mais realístico e confiável, é necessária uma boa definição tanto do modelo funcional quanto do modelo estocástico.

Os modelos funcionais relacionados às observações GNSS estão bem estabelecidos por diversos autores, tais como Seeber (2003), Leick (1995), Teunissen e Kleusberger (1998), entre outros. O mesmo não acontece no que diz respeito aos modelos estocásticos; pois, na maioria das vezes estes são desenvolvidos de maneira simplificada. Recentemente, os modelos estocásticos vêm sendo pesquisados com mais profundidade, podendo-se citar trabalhos como os de Wang (1999), Van Dierendonk (2001), Conker et al. (2002), Aquino et al. (2006), Leandro e Santos (2007).

No ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), tanto o modelo funcional quanto o estocástico representam um importante papel no processo de estimação. O modelo estocástico descreve as propriedades estatísticas das observações na forma de matriz variância-covariância (MVC). As observações GNSS são variáveis estocásticas devido aos erros aleatórios, que também incluem os erros sistemáticos, não modelados no modelo funcional. Sendo assim, fica evidente que as incertezas inerentes às observações GNSS devem ser modeladas adequadamente (ODIJK, 2002).

No processamento dos dados GNSS a partir do MMQ, geralmente, assume-se que as medidas de fase de batimento da onda portadora têm a mesma precisão e são estatisticamente independentes e o mesmo se pode dizer com relação às medidas de código. Desta maneira, os modelos estocásticos adotados não são realísticos, proporcionando assim, no final do processamento dos dados envolvidos, precisões otimistas. Uma maneira para solucionar este problema é a adoção e implementação de uma modelagem estocástica mais adequada.

No processamento dos dados GNSS, os vários efeitos atmosféricos envolvidos com as medidas podem ser modelados estocasticamente. O Brasil, por estar numa região equatorial, sofre forte influência da ionosfera, e seus efeitos afetam as observações GNSS no trajeto do satélite até o receptor. Os efeitos de cintilação ionosférica são mais fortes nas regiões equatoriais e estão relacionadas à anomalia equatorial. As cintilações ionosféricas ocorrem também nas altas latitudes e são fortemente correlacionadas com eventos de tempestades geomagnéticas. As regiões de médias latitudes têm menores efeitos de atividade ionosférica nos sinais GNSS. Geralmente, esta região não é muito preocupante para usuários GNSS como as regiões equatoriais e de altas latitudes. Entretanto, eventos de fortes tempestades podem ter um grande impacto sobre aplicações GNSS na região de média latitude, onde a irregularidade de densidade de elétrons pode estender da região equatorial para regiões de médias latitudes (CAMARGO, 1999; CAMARGO; MONICO; FERREIRA, 2000; GIZAWY, 2003).

Com a tecnologia envolvida no desenvolvimento de receptores, tem-se a possibilidade de obter parâmetros relacionados com a cintilação ionosférica (VAN DIERENDONK, 2001; CONKER et al., 2002; AQUINO et al., 2006) e com isso a possibilidade de considerar estes parâmetros na modelagem estocástica.

Nesta pesquisa, as implementações de modelos estocásticos, em função dos ângulos de elevação e da cintilação ionosférica, foram realizadas tanto no processamento relativo, quanto no processamento por ponto (absoluto). No caso do processamento relativo os modelos foram implementados no *software* GPSeq (GPS Sequencial), o qual está em desenvolvimento na FCT/UNESP (Faculdade de Ciências e Tecnologia/Universidade Estadual Paulista) (MONICO, 2005; MACHADO, 2002; SOUZA, 2004; MARQUES; 2008). Para o processamento por ponto, a modelagem estocástica proposta foi implementada no *software* denominado PP_Sc. Este *software* foi desenvolvido no projeto intitulado “Mitigação dos efeitos da cintilação ionosférica no posicionamento GPS”, desenvolvido em cooperação entre a FCT/UNESP e IESSG (*Institute of Engineering Surveying and Space Geodesy*) da Universidade de Nottingham, com apoio financeiro da instituição científica *Royal Society* (Reino Unido).

1.1 Objetivos

Esta dissertação tem como finalidade a pesquisa e implementações de métodos adequados para modelagem estocástica das observações GNSS. Sendo os objetivos específicos:

- Proceder uma revisão dos modelos estocásticos envolvidos nos processamentos dos métodos de posicionamento GNSS relativo e absoluto;
- Avaliar os modelos estocásticos de acordo com as condições normais e perturbadas da atmosfera (por exemplo, efeitos da cintilação ionosférica) e ângulo de elevação do satélite.

1.2 Justificativa

Atualmente, os modelos funcionais para processamento de dados GNSS são bem conhecidos e desenvolvidos na literatura geodésica (SEEBER, 2003; LEICK, 1995; TEUNISSEN; KLEUSBERGER, 1998). Porém, o mesmo não acontece para o caso dos modelos estocásticos.

É necessário considerar que os efeitos atmosféricos podem ser modelados estocasticamente. Dentre esses efeitos pode-se citar a cintilação ionosférica, sendo que, atualmente, parâmetros relacionados a ela podem ser extraídos a partir de receptores GNSS, tais como o GSV4004. Baseado nesses parâmetros é possível calcular as variâncias das observações em função da cintilação (VAN DIERENDONK, 2001; CONKER et al., 2002; AQUINO et al., 2006).

Vale ainda ressaltar que pesquisas relacionadas ao assunto de modelagem estocástica no processamento de dados GNSS tem atualmente alta relevância internacional, haja vista a grande procura por estes temas em congressos e reuniões internacionais.

1.3 Conteúdo da Pesquisa

Essa pesquisa está dividida em sete capítulos, sendo o primeiro destinado a uma introdução sobre o assunto a ser pesquisado e desenvolvido. O segundo capítulo apresenta as combinações lineares das observações GNSS, os efeitos da ionosfera e de cintilação e os métodos de posicionamento GNSS. O capítulo 3 é destinado ao ajustamento de observações GNSS, bem como o controle de qualidade. Os modelos estocásticos envolvidos nas observações GNSS, em função das variâncias das observações, em função dos ângulos de elevação dos satélites e em função da cintilação ionosférica, são apresentados no capítulo 4. No capítulo 5 é descrita a equivalência entre o modelo funcional e estocástico. Os experimentos realizados considerando os diferentes modelos estocásticos e respectivos resultados e análises são apresentados no capítulo 6. O capítulo 7 é destinado às considerações, conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

2 GNSS E IONOSFERA

2.1 Combinações Lineares das Observações GNSS

As observações GNSS são denominadas de pseudodistância e fase de batimento da onda portadora ou simplesmente, como é conhecida, fase da portadora. A medida da pseudodistância é obtida a partir da correlação entre o código gerado pelo satélite no instante de transmissão (t^t) e sua réplica gerada no receptor no instante de recepção (t). O modelo funcional da pseudodistância entre o satélite s e o receptor r pode ser escrito como (MONICO, 2008; STRANG; BORRE, 1997):

$$PD_r^s(t) = \rho_r^s + c(dt_r - dt^s) + Ion_r^s + Trop_r^s + dm_r^s + Orb^s + v_{PD_r^s}, \quad (1)$$

onde:

ρ_r^s – distância geométrica entre o satélite, no instante de transmissão do sinal, e o receptor, no instante de recepção do sinal;

c – velocidade da luz no vácuo;

$dt_r(t)$ – erro do relógio do receptor no instante de recepção t ;

$dt^s(t^t)$ – erro do relógio do satélite em relação erro do relógio do satélite no instante de transmissão t^t ;

Ion_r^s – erro causado pela ionosfera;

$Trop_r^s$ – erro causado pela troposfera;

dm_r^s – erro causado pelo multicaminho;

Orb^s – erro da posição do satélite;

$v_{PD_r^s}$ – erro da pseudodistância devido aos efeitos sistemáticos não modelados e aleatórios.

A medida da fase de batimento da onda portadora é obtida a partir da diferença entre a fase gerada pelo satélite, no instante de transmissão do sinal, e sua réplica gerada pelo receptor, no instante de recepção do sinal. Uma medida fracionária mais a contagem de ciclos a partir da sincronização do receptor/satélite é obtida, restando como incógnita um número inteiro de ciclos desconhecido, denominado ambiguidade (N). O modelo funcional envolvendo a fase de batimento da onda portadora pode ser escrito como (SEEBER, 2003):

$$\phi_r^s(t) = f \left(\frac{\rho_r^s - \text{Ion}_r^s + \text{Trop}_r^s + \text{dm}_r^s + \text{Orb}^s}{c} \right) + f(dt_r - dt^s) + (\phi_t^s(t_0) - \phi_r(t_0)) + N_r^s + v_{\phi_r}^s, \quad (2)$$

onde:

f – frequência nominal da fase;

$\phi_t^s(t_0)$ – fase inicial no satélite, correspondente à época de referência t_0 ;

$\phi_r(t_0)$ – fase inicial no receptor, correspondente à época de referência t_0 ;

N_r^s – ambiguidade da fase do receptor r e satélite s , no instante inicial de rastreamento;

$v_{\phi_r}^s$ – erro da fase da portadora devido aos efeitos sistemáticos não modelados e aleatórios.

Há várias possibilidades de realizar combinações lineares das observações GNSS. Podem-se citar as combinações lineares realizadas entre dois receptores (por exemplo, simples, dupla e tripla diferença) e as combinações lineares realizados num mesmo receptor de dupla frequência (por exemplo, a combinação *ion-free*, *wide lane*, *narrow lane*, entre outras) (MONICO, 2005; LEICK, 2004).

A simples diferença (SD) é formada entre dois receptores, dois satélites ou dois instantes. Normalmente, são utilizadas diferenças entre satélites e receptores. Na SD entre dois receptores, a suposição fundamental é que os dois receptores (r_1 e r_2) rastreiam simultaneamente o mesmo satélite (s). Na SD o erro do relógio do satélite e o erro da posição do satélite são eliminados. As SDs podem ser escritas pelo seguinte modelo funcional (MONICO, 2005):

$$\phi_{SD_{r_1, r_2}}^{s_i} = \phi_{r_1}^{s_i} - \phi_{r_2}^{s_i}. \quad (3)$$

A dupla diferença (DD) é formada pela diferença entre duas SDs, envolvendo então dois satélites e dois receptores. Na DD são eliminados os erros dos relógios dos receptores. As DDs independentes contidas no vetor $\phi_{DD_{\eta, r_2}^{s_i, s_{i+1}}}$ são escritas a partir do modelo funcional (MONICO, 2005):

$$\phi_{DD_{\eta, r_2}^{s_i, s_{i+1}}} = C \phi_{SD_{\eta, r_2}^{s_i}}, \quad (4)$$

onde, C é a matriz de coeficientes das simples diferenças de fase.

A matriz C do modelo funcional pode ser definida de duas formas, diferença seqüencial e satélite de referência ou base (TALBOT, 1991 apud MONICO, 2005). No método seqüencial a matriz C é dada por:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

e no método do satélite base, o qual é mais utilizado, considerando o satélite 1 como base, a matriz C é dada por:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

A tripla diferença (TD) é formada pela diferença entre duas DDs, porém em instantes distintos (t) e consecutivos. No caso da TD da fase, a vantagem é que a ambiguidade é eliminada, ficando apenas as coordenadas dos receptores como incógnitas. A TD para o caso da fase da onda portadora é dada por (MONICO, 2005):

$$\phi_{TD}^t = \phi_{DD_{\eta, r_2}^{s_i, s_{i+1}}}^t - \phi_{DD_{\eta, r_2}^{s_i, s_{i+1}}}^{t-1}. \quad (7)$$

A TD é bastante sensível a perdas de ciclos, podendo então ser utilizada na detecção de perdas de ciclos, o que geralmente é feito no pré-processamento dos dados. A TD não é utilizada como solução final, pois introduz maior ruído na observável e também correlação temporal entre as várias combinações em instantes distintos (MONICO, 2005).

A combinação *ion-free* é uma das combinações envolvida entre observações no mesmo receptor. Portanto, realizada somente com receptores de dupla frequência (L1 e L2). Na combinação *ion-free* são eliminados apenas os efeitos de primeira ordem da ionosfera, restando os efeitos de segunda e terceira ordem (HAJJ, 1993; ODIJK, 2002; BASSIRI; MARQUES, 2008). A equação da fase, considerando apenas estes efeitos pode ser escrita como:

$$\phi_{rLi}^s(t) = \frac{f_{Li}}{c} \rho' + (\phi_{tLi}^s(t_0) - \phi_{rLi}(t_0)) + N_{rLi}^s - \frac{I_{rLi}^{s(1)}}{f_{Li}}, \quad (8)$$

onde:

$i = 1, 2$;

$\rho' = \rho + c(dt_r - dt^s) + Trop_r^s + dm_r^s + Orb^s + v_{PD_r}^s$;

$I_{rLi}^{s(1)}$ – efeitos de primeira ordem da ionosfera e pode ser dado por (ODIJK, 2002):

$$I_{rLi}^{s(1)} = \frac{40,3}{f_{Li}^2} TEC, \quad (9)$$

sendo TEC (*Total Electron Content*), o valor do conteúdo total de elétron na ionosfera. Existem diversas formas para a obtenção do valor do TEC, dentre elas, a obtenção a partir da fase, pseudodistância, pseudodistância suavizada pela fase, mapas globais da ionosfera (GIM – *Global Ionosphere Maps*). Mais detalhes podem ser encontrados em Ciralo et al. (2007) e Matsuoka e Camargo (2004).

A combinação *ion-free*, para o caso da fase, é dada por (MONICO, 2005):

$$\phi_{IF} = m_1 \phi_{rL1}^s + m_2 \phi_{rL2}^s. \quad (10)$$

Para que os efeitos de primeira ordem da ionosfera sejam eliminados, devem-se satisfazer as seguintes condições (GOAD, 1996):

$$\begin{aligned} m_1 I_{rL1}^{s(1)} + m_2 I_{rL2}^{s(1)} &= 0 \\ m_1 f_{L1} + m_2 f_{L2} &= f_{L1} \end{aligned} \quad (11)$$

Aplicando estas condições, os valores de m_1 e m_2 , para o caso da fase, são:

$$m_1 = \frac{f_{L1}^2}{f_{L1}^2 - f_{L2}^2} \quad \text{e} \quad m_2 = -\frac{f_{L1} f_{L2}}{f_{L1}^2 - f_{L2}^2}. \quad (12)$$

No caso, a equação provinda da combinação *ion-free* (Eq. 10), pode ser utilizada nas combinações de simples, dupla e tripla diferença.

2.2 Ionosfera e Cintilação

A ionosfera é definida como uma parte da atmosfera onde existe ionização suficiente para afetar a propagação de ondas de rádio (DAVIES, 1990). A ionosfera também pode ser considerada uma camada entre $\cong 50$ e 2000 km acima da superfície da Terra, a qual é caracterizada pela presença de íons e elétrons livres (LEICK, 2004). Durante o dia, diversas camadas ou regiões ionosféricas são reconhecidas de acordo com a altitude e a concentração de íons. Essas regiões são denominadas D, E e F (CAMARGO, 1999; DAVIES, 1990; GIZAWY, 2003).

A região D compreende uma região entre 50 e 85 km e é gerada apenas do lado da Terra iluminado pelo Sol. Já a região E compreende uma região entre 85 e 140 km e é dependente do nível de atividade e do ângulo zenital do Sol. A região F, em períodos de alta ionização durante o dia e na estação de verão subdivide-se em duas: F1 e F2. A região F1 compreende uma região entre 140 e 200 km e apresenta grandes variações, as quais estão associadas ao número de manchas solares. Já a região F2 compreende uma região entre 200 e 1000 ou 2000 km (CAMARGO, 1999). A Figura 1 apresenta as camadas ionosféricas e a concentração de elétrons:

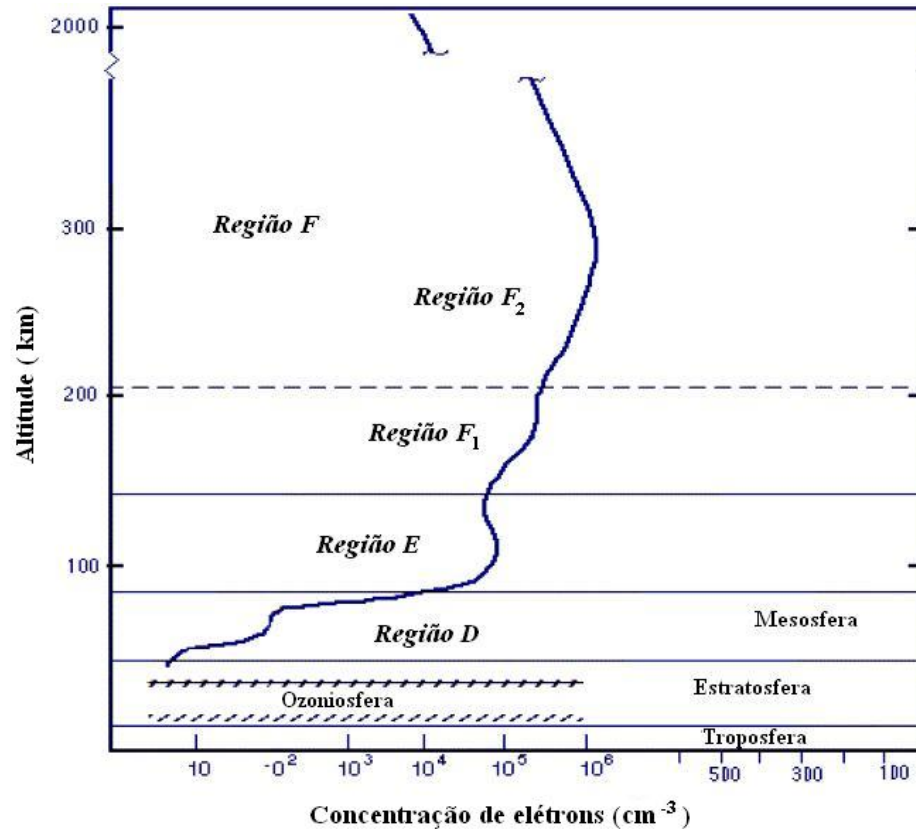


Figura 1: Camadas da ionosfera e concentração de elétrons

Fonte: <http://ion.le.ac.uk/ionosphere/profile.html> (Acesso em maio de 2008).

As chamadas tempestades geomagnéticas, as quais ocorrem devidas principalmente, às explosões solares, influenciam a densidade de elétrons da camada ionosférica. Para determinar a intensidade e a duração de tempestades geomagnéticas são utilizados alguns índices geomagnéticos, dentre eles o índice Kp (índice planetário). O índice Kp é derivado do índice K, o qual é medido em um único local de observação geomagnética e varia de 0 a 9 para cada intervalo de 3 horas. O índice Kp é obtido a partir das variações locais de 12 estações em latitudes geomagnéticas de $\pm 46^\circ$ a 63° . Ele possui intervalos de 3 horas (8 valores diários), é distribuído em 28 níveis de 0o, 0+, 1-, 1o, 1+, ..., 9+, 9o, os quais são expressos em terço de unidade, por exemplo, 5- = $4 \frac{2}{3}$, 5o = 5 e 5+ = $5 \frac{1}{3}$. Em muitas aplicações é conveniente o uso de um único valor diário, porém, é complicado obter uma média dos 8 valores diários utilizando os índices Kp, devido ao fato desses terem um comportamento quase logarítmico. A partir dos índices Kp, foi derivado o índice ap (no mesmo intervalo), o qual tem um comportamento linear. A média dos 8 valores de ap proporciona o índice Ap diário. A Tabela 1 mostra a relação entre os índices Kp e ap (DAVIES, 1990; MATSUOKA, 2007).

Tabela 1: Relação entre os índices Kp e ap

Kp	0o	0+	1-	1o	1+	2-	2o	2+	3-	3o	3+	4-	4o	4+
ap	0	2	3	4	5	6	7	9	12	15	18	22	27	32
Kp	5-	5o	5+	6-	6o	6+	7-	7o	7+	8-	8o	8+	9-	9o
ap	39	48	56	67	80	94	111	132	154	179	207	236	300	400

Fonte: Davies (1990).

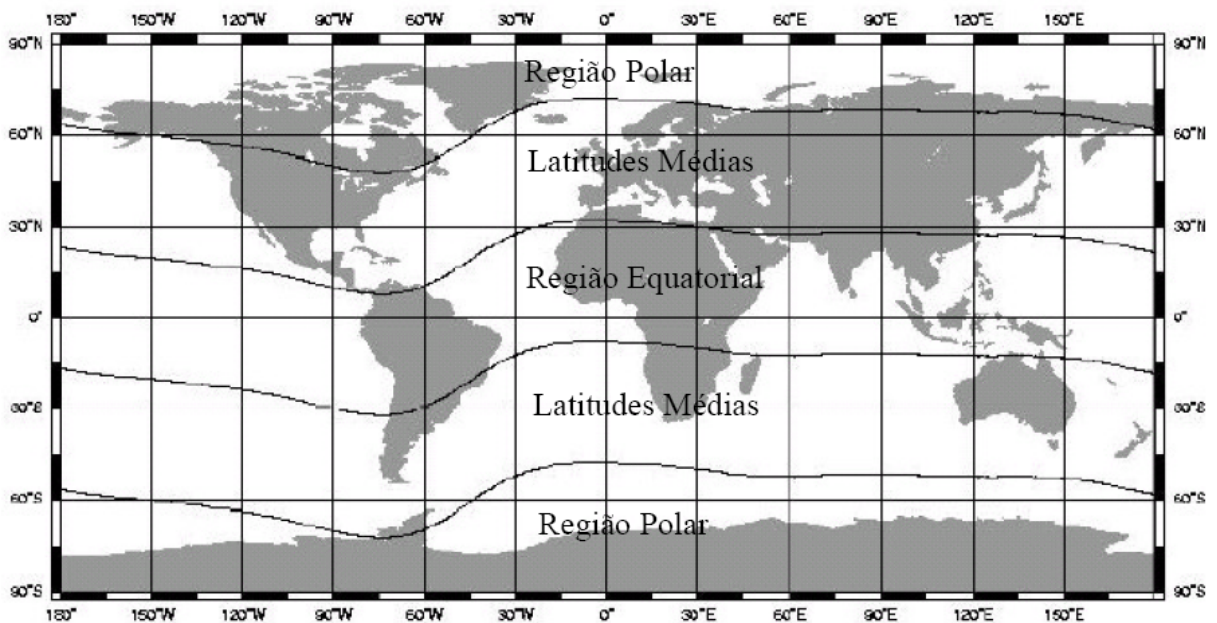
A partir dos índices Kp e ap pode-se classificar a atividade geomagnética de acordo com a Tabela 2:

Tabela 2: Classificação da atividade geomagnética de acordo com os índices Kp e Ap

Atividade geomagnética	Índice Kp	Índice Ap
Calma	0-2	<8
Transição	3	8-15
Ativa	4	16-29
Tempestade fraca	5	30-49
Tempestade intensa	6	50-99
Tempestade muito intensa	7-9	100-400

Fonte: Batista (2003) apud Matsuoka (2007).

Apesar da impossibilidade de determinar exatamente a amplitude das regiões geográficas da ionosfera, projetadas na superfície da Terra em termos de latitude geomagnética, convém defini-las, mesmo que aproximadamente, como mostra a Figura 2 (FONSECA JÚNIOR, 2002):

**Figura 2:** Regiões geográficas da ionosfera

Fonte: Fonseca Júnior (2002).

As regiões equatoriais (estendem $\pm 30^\circ$ do equador geomagnético) contêm os maiores valores de densidade de elétrons, principalmente no início da tarde. Sendo que no equador geomagnético os valores são mais baixos do que nas baixas latitudes ($\pm 15^\circ$ a 20°), onde se concentram os valores mais altos. Tal fenômeno é denominado anomalia equatorial ou anomalia “Appleton”. As instabilidades do plasma ocorrem na camada F (Figura 1), no equador, e normalmente à noite. Nas regiões de altas latitudes o pico de densidade de elétrons é pequeno, porém há uma grande instabilidade de plasma. Nas regiões polares é detectável a variação diurna, o que mostra que a incidência solar é um fator considerável na variação da densidade de elétrons na ionosfera (FONSECA JÚNIOR, 2002).

A ionosfera provoca diversos efeitos nos sinais GNSS, podendo-se citar o atraso do grupo e o avanço da fase, e a variação na densidade de elétrons provocam a cintilação ionosférica (KLOBUCHAR, 1996). As cintilações provocam variações de amplitude, de fase, de polarização e no ângulo do sinal, quando este passa através de uma pequena região de plasma de densidade irregular na ionosfera. As cintilações são particularmente fortes nas zonas aurorais e nas regiões tropicais durante as noites, próximos aos equinócios (DAVIES, 1990; CONKER et al., 2002).

Na ionosfera, a cintilação ocorre devido a pequenas variações do índice de refração causadas pela concentração de íons locais, o que ocorre principalmente na região F da ionosfera devido ao alto conteúdo de elétrons nessa região. A concentração de íons locais produz irregularidades na ionosfera, o que causa a refração. Como resultado, o sinal alcança a antena receptora via dois caminhos, o caminho direto e o caminho refratado, como mostra a Figura 3 (MAINI; AGRAWAL, 2007):

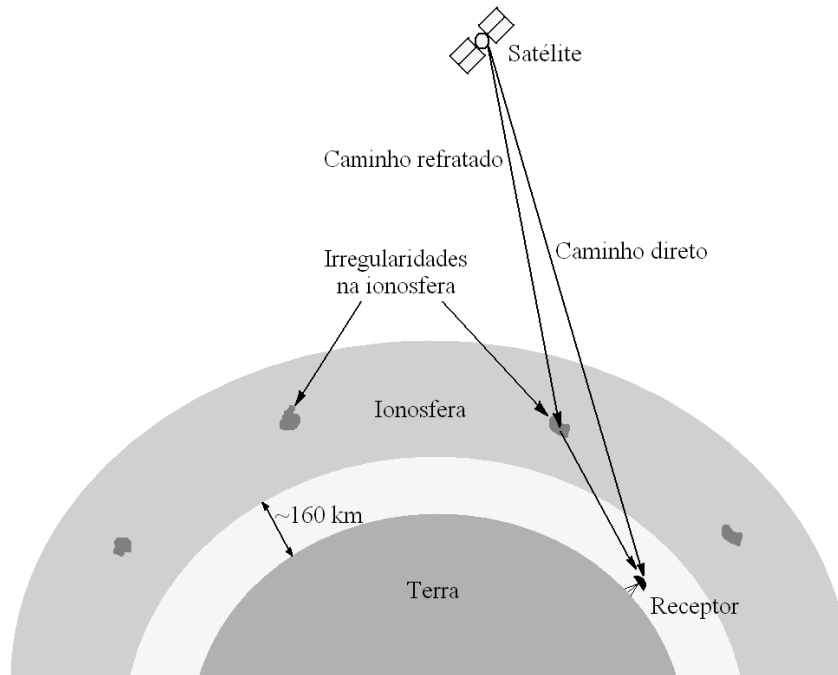


Figura 3: Cintilação ionosférica
Adaptado de Maini e Agrawal (2007).

O efeito de cintilação é inversamente proporcional ao quadrado da frequência e é predominante nas menores frequências de microondas, tipicamente abaixo de 4 GHz. A ocorrência da cintilação aumenta durante períodos de alta atividade solar e outras atividades extremas tal como a ocorrência de tempestades geomagnéticas (MAINI; AGRAWAL, 2007).

As três principais regiões onde ocorrem as cintilações são mostradas na Figura 4:

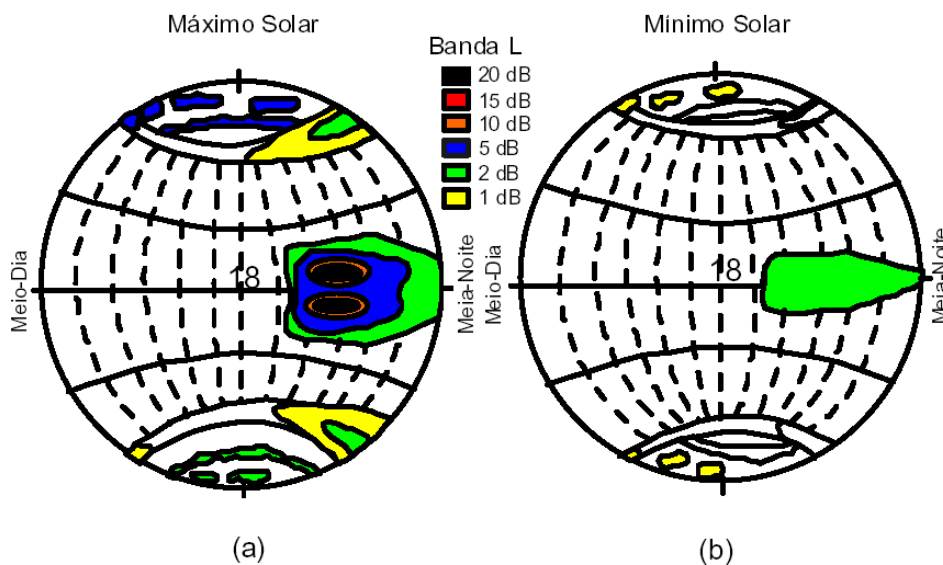


Figura 4: Regiões de ocorrências de cintilações em períodos de máxima (a) e mínima (b) atividade solar
Fonte: Basu e Mankenzie (1988) apud Rodrigues (2003).

A primeira região compreende as regiões equatoriais (latitudes geomagnéticas de ± 10 a 20°), nas quais as cintilações ocorrem no período logo após o pôr-do-sol. A segunda região compreende o lado noturno da região auroral e o lado diurno do vértice polar (latitudes geomagnéticas de ± 65 a 75°). Já a terceira região compreende a região mais interna da capa polar (latitudes geomagnéticas maiores que $\pm 75^\circ$), onde as cintilações podem ocorrer a qualquer hora local. As cintilações também ocorrem em médias latitudes, porém são menos intensas e não apresentam sérios problemas (SKONE, 2000; RODRIGUES, 2003; DAVIES, 1990).

As ocorrências de cintilações nas regiões equatoriais e de baixas latitudes apresentam-se relacionadas com a anomalia equatorial, sendo sua maior intensidade em locais de pico da anomalia. A anomalia equatorial consiste em dois máximos em densidade de elétron, localizada aproximadamente $\pm 15^\circ$ do equador geomagnético. A anomalia equatorial diária, geralmente, começa a se desenvolver próximo das 9 às 10 horas local, e alcança seu desenvolvimento máximo próximo das 14 às 15 horas local (HUANG, CHENG, 1991 apud SKONE, 2000).

Em períodos de máxima atividade solar, porém, a anomalia pode ter um pico às $\cong 21$ horas local, além disso, bolhas de plasma (ou bolhas ionosféricas) se formam nesta região ao pôr-do-sol. Pequenas irregularidades se formam dentro destas bolhas, tornando-se uma fonte de intensas cintilações. A magnitude e a frequência de tais cintilações são correlacionadas com o ciclo solar. As cintilações equatoriais são mais fortes a um máximo solar durante os meses de outubro a novembro e de fevereiro a março. Nas regiões de altas latitudes, a ocorrência de cintilações, geralmente, é devida às tempestades geomagnéticas (SKONE, 2000).

A cintilação ionosférica pode ser monitorada a partir da amplitude e da fase da cintilação. A amplitude da cintilação é monitorada pelo cálculo do índice S_4 . Este índice é derivado a partir da intensidade de sinal não tendencioso dos sinais recebidos dos satélites. A intensidade do sinal é a potência do sinal recebido, que é medido num caminho em que seu valor não flutua com a potência do ruído (VAN DIERENDONK, 2001).

O monitoramento da fase da cintilação é realizado pelo monitoramento do desvio-padrão (σ_ϕ) e pela potência de densidade espectral da fase não tendenciosa a partir dos sinais recebidos dos satélites GNSS. Os valores de σ_ϕ são calculados a cada 60 segundos sobre intervalos de 1, 3, 10, 30 e 60 segundos, e depois é feita uma média destes cinco valores sobre um minuto. A potência da densidade espectral, linhas espectrais da transformada rápida

de Fourier (FFT – *Fast Fourier Transform*), é calculada usando medidas de fase não tendenciosas, as quais são usadas para definir os parâmetros espectrais: comprimento (T_{ϕ_1}) e inclinação (p_{ϕ}) (VAN DIERENDONK, 2001).

O monitoramento da cintilação, atualmente, é realizado por receptores apropriados de cintilação ionosférica: receptores GSV4000 e GSV4001, dos quais é possível extrair informações de amplitude e fase que são requeridas para a extração de parâmetros de cintilação ionosférica (VAN DIERENDONK, 2001).

O monitoramento da cintilação ionosférica no Brasil é feita pelo INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais) através de um sistema denominado SCINTMON. Este sistema é composto de uma rede de receptores GEC Plessey GPS Builder IITM desenvolvidos pela Universidade de Cornell. A placa GPS é capaz de rastrear até 11 satélites simultaneamente com uma taxa de 50 Hz (50 amostras por segundo). A frequência utilizada é a L1 (1575,42 MHz). A Figura 5 mostra os receptores do SCINTMON no território brasileiro (DE PAULA et al., 2008):

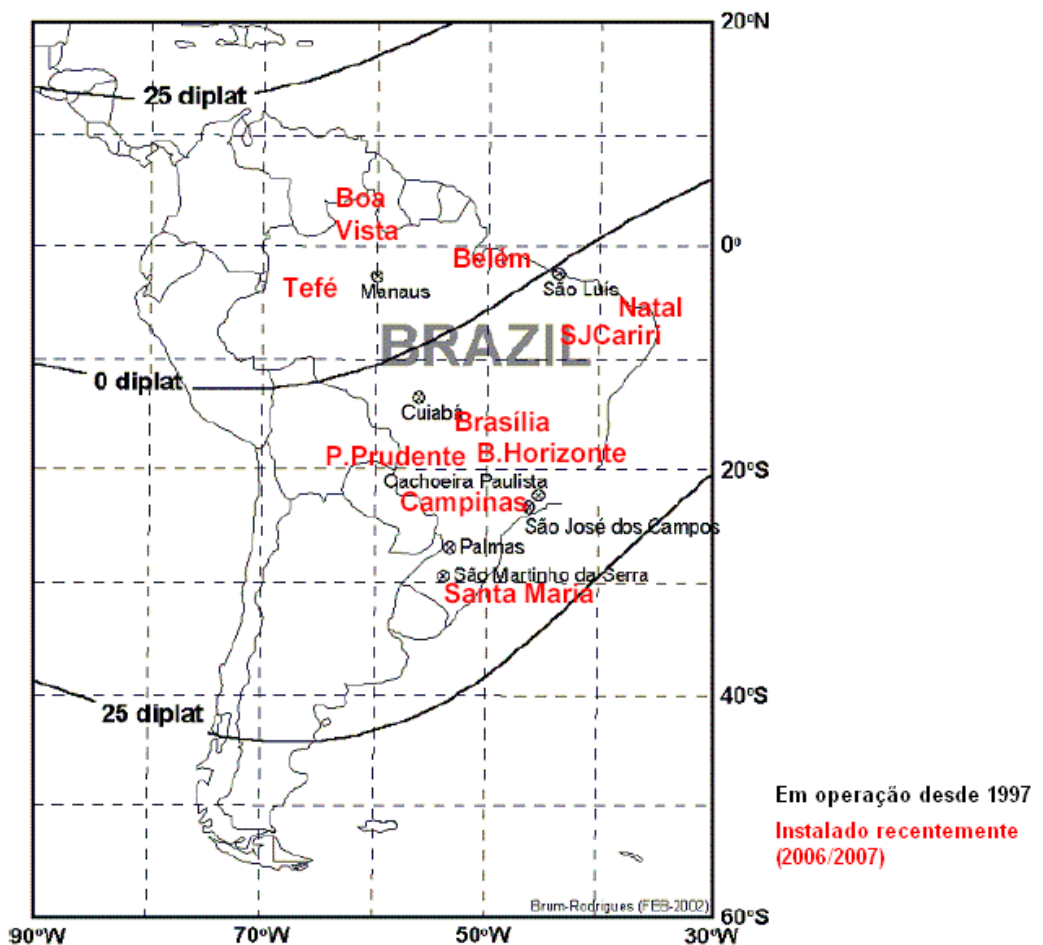


Figura 5: Receptores do SCINTMON
Fonte: De Paula et al. (2008).

O INPE tem também um sistema que é responsável por monitorar a cintilação e o TEC no Brasil, conhecido como SCINTEC. Este sistema fornece mapas de cintilação sobre o território brasileiro em tempo real. O monitoramento é feito através de uma rede de receptores GPS. O SCINTEC é integrado ao projeto LISN (*Low-latitude Ionosphere Sensor Network*) que tem como finalidade fornecer mapas de cintilação e TEC sobre toda a América do Sul em tempo real (DE PAULA et al., 2008). A Figura 6 mostra as estações do SCINTEC no Brasil:



Figura 6: Estações do SCINTEC no Brasil
Fonte: De Paula et al. (2008).

2.3 Métodos de Posicionamento GNSS

O posicionamento geodésico, a partir de medidas de satélites GNSS, consiste na obtenção de coordenadas tridimensionais de um determinado ponto com relação a um referencial geocêntrico definido. No caso em que se leva em consideração a variação das coordenadas no tempo, tem-se o posicionamento geodésico tetradimensional (MONICO, 2008).

O posicionamento pode ser classificado como absoluto (ou por ponto), relativo e DGPS (*Differential GPS*). No caso do posicionamento absoluto, as coordenadas estão associadas diretamente ao geocentro sendo necessária a utilização de apenas um receptor. No posicionamento relativo, as coordenadas são determinadas com relação a uma ou mais estações com coordenadas conhecidas (estações de referência). No posicionamento DGPS, as correções estimadas na estação de referência são aplicadas nas coordenadas ou pseudodistâncias da estação a ser determinada (MONICO, 2008). Com relação ao conceito do DGPS há divergências entre diversos autores. Alguns consideram o DGPS como um método de posicionamento relativo, devido à utilização de duas estações, e outros como posicionamento absoluto, devido às coordenadas da estação serem estimadas em relação ao geocentro. Considerando essas divergências, nesse texto optou-se por incluir o DGPS como um método de posicionamento.

2.3.1 Posicionamento por ponto

O posicionamento por ponto refere-se à estimativa das coordenadas da antena do receptor (X_r, Y_r, Z_r) e do erro do relógio do receptor (dt_r) utilizando as observações das pseudodistâncias (Eq. 1). A precisão do posicionamento por ponto depende de vários fatores, tais como: da precisão da mensagem da navegação (elementos keplerianos e correção dos relógios dos satélites), da constelação de satélites utilizados, da qualidade da observação utilizada, da qualidade do relógio do receptor, das condições da ionosfera, troposfera, multicaminho, etc. (STRANG; BORRE, 1997).

As observações das pseudodistâncias podem ser corrigidas dos efeitos da ionosfera e da troposfera. Os efeitos da ionosfera podem ser estimados por meio do modelo de

Klobuchar (KLOBUCHAR, 1996) e a correção da troposfera pode ser realizada utilizando o modelo de Hopfield (LEICK, 2004).

O erro do relógio do satélite pode ser obtido, com uma boa aproximação, a partir de um polinômio cujos coeficientes (a_0, a_1 e a_2) são transmitidos nas mensagens de navegação (MONICO, 2008):

$$dt^s = a_0 + a_1(t_{\text{GPS}} - \text{toc}) + a_2(t_{\text{GPS}} - \text{toc})^2 + \Delta t_r, \quad (13)$$

onde:

toc – época de referência para os coeficientes a_0, a_1 e a_2 ;

t_{GPS} – tempo GPS de transmissão do sinal;

Δt_r – correção dos efeitos relativísticos.

Os efeitos relativísticos podem ser divididos em efeito de relatividade geral e especial. O efeito relativístico geral é devido o sinal gerado pelo satélite e o sinal recebido pelo receptor estarem em potenciais gravitacionais diferentes. O efeito relativístico especial é devido ao sinal gerado pelo satélite ou o sinal recebido pelo receptor estar se movendo com relação a um sistema inercial. Os efeitos de relatividade geral e especial já são corrigidos no lançamento dos satélites quando a frequência do relógio é ajustada para 10,22999999545 MHz. Porém, resta ainda o efeito periódico causado pela pequena excentricidade da órbita do satélite, o qual deve ser corrigido no cálculo do erro do relógio do satélite (Eq. 13) a partir da seguinte equação (KAPLAN, 1996):

$$\Delta t_r = F e \sqrt{A} \text{sen}(E_k), \quad (14)$$

onde:

$F = -4,442807633 \times 10^{-10}$ seg/m;

e – excentricidade da órbita do satélite;

A – semi-eixo maior da órbita do satélite;

E_k – anomalia excêntrica da órbita do satélite.

A posição dos satélites (X^S, Y^S, Z^S) pode ser calculada a partir dos elementos keplerianos advindos das mensagens de navegação, sendo as equações disponíveis em Seeber (2003). No caso, as coordenadas dos satélites devem ser obtidas no instante de transmissão do sinal, porém este não é conhecido a priori sendo necessário calcular, primeiramente, a posição do satélite no instante de recepção, o qual é conhecido. Posteriormente, obtém-se o tempo de propagação do sinal a partir da pseudodistância calculada, permitindo então o cálculo aproximado do instante de transmissão do sinal, iniciando em seguida um processo iterativo (MONICO, 2008).

Além disso, a posição do satélite deve ser obtida num sistema fixo a Terra, sendo que as coordenadas devem ser corrigidas do movimento de rotação da Terra, já que durante o tempo de propagação do sinal o sistema de coordenadas terrestres rotaciona com relação ao satélite. As coordenadas dos satélites $(X^{S'}, Y^{S'}, Z^{S'})$ são corrigidas a partir da seguinte expressão (STRANG; BORRE, 1997):

$$\begin{bmatrix} X^S(t_r - \tau_r^S) \\ Y^S(t_r - \tau_r^S) \\ Z^S(t_r - \tau_r^S) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_e \tau_r^S) & \text{sen}(\omega_e \tau_r^S) & 0 \\ -\text{sen}(\omega_e \tau_r^S) & \cos(\omega_e \tau_r^S) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^{S'}(t_r - \tau_r^S) \\ Y^{S'}(t_r - \tau_r^S) \\ Z^{S'}(t_r - \tau_r^S) \end{bmatrix}$$

ou

(15)

$$\bar{X}^S(t_r - \tau_r^S) = R_3(\omega_e \tau_r^S) \bar{X}^{S'}(t_r - \tau_r^S).$$

2.3.2 Posicionamento relativo

O posicionamento relativo tem como objetivo determinar as coordenadas de uma estação desconhecida com relação a outra conhecida, ou seja, objetiva a determinação do vetor entre dois pontos que freqüentemente são chamados de linha de base (HOFMANN-WELLENHOF; LICHTENEGGER; COLLINS, 2001).

Para realizar o posicionamento relativo é necessário utilizar no mínimo dois receptores, os quais devem rastrear simultaneamente um grupo de pelo menos dois satélites comuns. Porém, atualmente o usuário pode ter no mínimo um receptor, já que se tem a possibilidade de utilizar dados de receptores pertencentes a Sistemas de Controle Ativos (SCA), nos quais os receptores rastreiam continuamente os satélites que estão visíveis e o

centro responsável pelo sistema disponibiliza os dados via internet. No Brasil, tem-se a Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC), sob responsabilidade do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), além da RIBaC (Rede INCRA de Bases Comunitárias do GPS) sob responsabilidade do INCRA (Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária), que atualmente estão integradas. Além dessas, tem-se a Rede GNSS Ativa do Estado de São Paulo, sob responsabilidade da FCT/UNESP e ainda algumas redes particulares, tais como da empresa Santiago & Cintra e Leica.

No caso do posicionamento relativo, normalmente utilizam-se as duplas diferenças como observações fundamentais. O posicionamento relativo pode ser realizado de diversas maneiras, dentre as quais se têm: relativo estático; estático rápido; semicinemático e cinemático. Os quais podem utilizar uma das seguintes observações originais: pseudodistância; fase da onda portadora ou ambas (MONICO, 2008).

O processamento de dados no método relativo cinemático pode ser realizado após a coleta (pós-processado) ou durante a coleta (tempo real). No caso do processamento em tempo real faz-se necessária a utilização de um *link* de rádio ou outro sistema de comunicação para a transmissão dos dados e também de *software* apropriado para o processamento dos dados em tempo real, no qual realize a solução das ambiguidades instantaneamente. Este método é similar ao método DGPS em tempo real, o qual utiliza as pseudodistâncias como observáveis. Outro método, o qual utiliza a fase da onda portadora, é denominado RTK (*Real Time Kinematic*). Porém, devido a alguns erros envolvidos no processamento dos dados, por exemplo, efeitos da troposfera e da ionosfera e, a distância entre a estação de referência e o usuário, tem sido investigado o conceito de RTK em rede, o qual utiliza uma rede de estações de referência. Nesse tipo de posicionamento, os dados das estações de referência da rede são utilizados para gerar as chamadas “correções da rede”, ou até mesmo, dados de uma estação localizada nas proximidades do usuário, denominada *Virtual Reference Station* (VRS) (MONICO, 2008; ALVES et al., 2005).

3 AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES GNSS

A obtenção da posição de uma estação terrestre a partir de medidas GNSS, geralmente pode ser obtida a partir da técnica de ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).

O ajustamento só faz sentido nos casos em que o número de observações é maior que o número de incógnitas, ou seja, quando há redundância de informações. As observações são sujeitas às flutuações probabilísticas, de forma que os dados redundantes são geralmente inconsistentes com o modelo funcional e, assim cada amostra fornecerá resultados diferentes. Para obter uma solução única, um critério adicional, tal como o MMQ, pode ser aplicado.

Para a realização do ajustamento, utiliza-se o modelo matemático, o qual é composto pelo modelo funcional e pelo modelo estocástico. O modelo funcional descreve as propriedades determinísticas da realidade física. Por outro lado, o modelo estocástico descreve as propriedades não-determinísticas (probabilísticas) das variáveis envolvidas, particularmente aquelas que representam as observações (MIKHAIL, 1976).

Algumas vezes há a necessidade de expandir os parâmetros de um modelo funcional. Porém, pode-se obter um resultado equivalente modificando nesse caso o modelo estocástico. Esta equivalência proporciona uma grande flexibilidade na implementação de algoritmos de estimação (BLEWITT, 1998). Na seção 5 é demonstrada a equivalência entre o modelo funcional e estocástico.

3.1 Método dos Mínimos Quadrados

O ajustamento pelo MMQ, no caso do processamento de dados GNSS, pode ser realizado por meio do método paramétrico, quer seja em lote ou recursivo. No processamento em lote todas as observações são ajustadas simultaneamente e no recursivo as observações podem ser inseridas à medida que se tornam disponíveis (MONICO, 2008).

No método paramétrico, os valores observados ajustados são dados em função dos parâmetros ajustados, ou seja (TEUNISSEN, 2001):

$$\hat{L} = F(\hat{X}), \quad (16)$$

onde, $\hat{X} = X_0 + X$, sendo X_0 o vetor dos parâmetros aproximados e X o vetor de correções aos parâmetros aproximados.

O modelo funcional linearizado é dado por:

$$V = L - AX, \text{ com } n > u \quad (17)$$

onde:

n – número de equações;

u – número de parâmetros incógnitos;

V – vetor ($n \times 1$) dos resíduos;

$A = \left. \frac{\partial F}{\partial \hat{X}} \right|_{X_0}$ – matriz ($n \times u$) *design* (Jacobiana);

X – vetor ($u \times 1$) dos parâmetros incógnitos;

$L = L_b - L_0$ – vetor ($n \times 1$), sendo $L_0 = F(X_0)$ e L_b o vetor dos valores observados.

No método paramétrico, a condição do MMQ ($V^T P V = \text{mínimo}$) é formulada através da seguinte condição (GEMAEL, 1994):

$$\phi = V^T P V = (L - AX)^T P (L - AX) = \text{mínimo}, \quad (18)$$

onde, P é a matriz ($n \times n$) dos pesos, simétrica e definida positiva, a qual é dada por:

$$P = \sigma_0^2 \Sigma_{L_b}^{-1}, \quad (19)$$

sendo σ_0^2 o fator de variância a priori.

O vetor dos parâmetros que minimiza a forma quadrática (Eq. 18) é dado por:

$$\hat{X} = (A^T P A)^{-1} (A^T P L), \quad (20)$$

logo, obtêm-se as observações ajustadas e os resíduos:

$$\hat{L} = A\hat{X} + L_0 \quad e \quad V = L_b - \hat{L}. \quad (21)$$

Aplicando a lei de propagação das covariâncias nas Equações 20 e 21, obtém-se, respectivamente, a MVC dos parâmetros ajustados ($u \times u$), a MVC das observações ajustadas ($n \times n$) e a MVC dos resíduos estimados ($n \times n$) (GEMAEL, 1994):

$$\Sigma_{\hat{X}} = \Sigma_X = \hat{\sigma}_0^2 (A^T P A)^{-1}, \quad (22)$$

$$\Sigma_{\hat{L}} = A \Sigma_{\hat{X}} A^T, \quad (23)$$

$$\Sigma_V = \Sigma_{L_b} - \Sigma_{\hat{L}}, \quad (24)$$

onde, $\hat{\sigma}_0^2$ o fator de variância a posteriori, o qual é dado por:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{n - u}. \quad (25)$$

3.2 Ajustamento Recursivo pelo MMQ

O processamento recursivo pelo MMQ é um procedimento de estimação que permite atualizar os estimadores para novas observações sem a necessidade de armazenar todas as observações anteriores (TEUNISSEN, 2001).

Aplicando o operador de esperança matemática, $E\{V\} = 0$, na Equação 17 e considerando o modelo não-linear, tem-se:

$$E\{L_b\} = AX; \quad D\{L_b\} = \Sigma_{L_b}, \quad (26)$$

onde, $D\{\}$ é o operador de dispersão, definido como $E\{(X - E\{X\})(X - E\{X\})^T\}$.

Assim, generalizando para k instantes, pode-se escrever o seguinte modelo particionado (TEUNISSEN, 2001):

$$E\left\{\begin{bmatrix} L_0^b \\ L_1^b \\ L_2^b \\ \vdots \\ L_k^b \end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_k \end{bmatrix} X; \quad D\left\{\begin{bmatrix} L_0^b \\ L_1^b \\ L_2^b \\ \vdots \\ L_k^b \end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} \Sigma_{L_0^b} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Sigma_{L_1^b} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_{L_2^b} & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \Sigma_{L_k^b} \end{bmatrix}, \quad (27)$$

sendo L_i^b ($i = 0, 1, \dots, k$) observações não correlacionadas.

A solução do modelo em (27) pelo MMQ é dado por (TEUNISSEN, 2001):

$$\begin{cases} \hat{X}_k = \left(\sum_{i=0}^k A_i^T \Sigma_{L_i^b}^{-1} A_i \right)^{-1} \left(\sum_{i=0}^k A_i^T \Sigma_{L_i^b}^{-1} L_i^b \right) \\ \Sigma_{\hat{X}_k} = \left(\sum_{i=0}^k A_i^T \Sigma_{L_i^b}^{-1} A_i \right)^{-1} \end{cases}. \quad (28)$$

Combinando esta solução com a última linha da Equação 27, assumindo \hat{X}_{k-1} e L_k^b como estatisticamente independentes, tem-se:

$$E\left\{\begin{bmatrix} \hat{X}_{k-1} \\ L_k^b \end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} I \\ A_k \end{bmatrix} X; \quad D\left\{\begin{bmatrix} \hat{X}_{k-1} \\ L_k^b \end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{X}_{k-1}} & 0 \\ 0 & \Sigma_{L_k^b} \end{bmatrix}. \quad (29)$$

A solução do modelo (Expressão 29) pelo MMQ será dada da seguinte expressão (CAMARGO, 1992; TEUNISSEN, 2001):

$$\begin{cases} \hat{X}_k = \left(\Sigma_{\hat{X}_{k-1}}^{-1} + A_k^T \Sigma_{L_k^b}^{-1} A_k \right)^{-1} \left(\Sigma_{\hat{X}_{k-1}}^{-1} \hat{X}_{k-1} + A_k^T \Sigma_{L_k^b}^{-1} L_k^b \right) \\ \Sigma_{\hat{X}_k} = \left(\Sigma_{\hat{X}_{k-1}}^{-1} + A_k^T \Sigma_{L_k^b}^{-1} A_k \right)^{-1} \end{cases} \quad (30)$$

A Equação 30 também pode ser escrita como (TEUNISSEN, 2001):

$$\begin{cases} \hat{X}_k = \hat{X}_{k-1} + \Sigma_{\hat{X}_k} A_k^T \Sigma_{L_k^b}^{-1} (L_k^b - A_k \hat{X}_{k-1}) \\ \Sigma_{\hat{X}_k} = \left(\Sigma_{\hat{X}_{k-1}}^{-1} + A_k^T \Sigma_{L_k^b}^{-1} A_k \right)^{-1} \end{cases} \quad (31)$$

Na Equação 30, verifica-se que o estimador \hat{X}_k pode ser calculado diretamente a partir do estimador anterior \hat{X}_{k-1} e da observação atual L_k^b . Verifica-se também a partir das Equações 28 e 29 que o modelo particionado (Eq. 27) pode ser resolvido em dois passos. No primeiro, estima-se \hat{X}_{k-1} e $\Sigma_{\hat{X}_{k-1}}$ e no segundo utiliza-se essa estimativa, juntamente com a observação L_k^b e sua respectiva MVC, para obter a solução final \hat{X}_k e $\Sigma_{\hat{X}_k}$. Isso mostra que não é necessário armazenar as observações anteriores, L_{k-1}^b , para o propósito de obter a estimativa atual de \hat{X}_k , o que consiste na essência da estimação recursiva. Assim, as etapas envolvidas no ajustamento recursivo pelo MMQ são (TEUNISSEN, 2001):

1) Inicialização:

$$\begin{cases} \hat{X}_0 = \left(A_0^T \Sigma_{L_0^b}^{-1} A_0 \right)^{-1} \left(A_0^T \Sigma_{L_0^b}^{-1} L_0^b \right) \\ \Sigma_{\hat{X}_0} = \left(A_0^T \Sigma_{L_0^b}^{-1} A_0 \right)^{-1} \end{cases} \quad (32)$$

2) Atualização do vetor de parâmetros:

A partir da Expressão 31, pode-se escrever a atualização do vetor de parâmetros da seguinte forma:

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k-1} + K_k V_k, \quad (33)$$

onde, $k=1, 2, \dots$, V_k é o vetor de resíduos preditos e K_k é a matriz de ganho, os quais são dados por:

$$V_k = L_k^b - A_k \hat{X}_{k-1}, \quad (34)$$

$$K_k = \Sigma_{\hat{X}_k} A_k^T \Sigma_{L_k^b}^{-1}. \quad (35)$$

3) Atualização da MVC de \hat{X}_k :

$$\Sigma_{\hat{X}_k} = \left(\Sigma_{\hat{X}_{k-1}}^{-1} + A_k^T \Sigma_{L_k^b}^{-1} A_k \right)^{-1}. \quad (36)$$

onde, $k=1, 2, \dots$

No método paramétrico recursivo, verifica-se na Equação 30 que três matrizes de dimensões u , n e u necessitam ser invertidas. Entretanto, é possível derivar uma expressão para que apenas uma matriz de ordem n necessite ser invertida. Tal expressão é encontrada através da solução da Equação 30 via equações de condição (TEUNISSEN, 2001):

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -A_k & I_{n_k} \end{bmatrix}}_{B^T} \underbrace{E\left\{ \begin{bmatrix} \hat{X}_{k-1} \\ L_k^b \end{bmatrix} \right\}}_{L_b} = 0; \quad \underbrace{D\left\{ \begin{bmatrix} \hat{X}_{k-1} \\ L_k^b \end{bmatrix} \right\}}_{L_b} = \underbrace{\begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{X}_{k-1}} & 0 \\ 0 & \Sigma_{L_k^b} \end{bmatrix}}_{\Sigma_{L_b}}. \quad (37)$$

Aplicando o MMQ, a solução da Equação 37 é dada por (TEUNISSEN, 2001):

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \hat{X}_k \\ \hat{L}_k \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} I_u & 0 \\ 0 & I_{n_k} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\Sigma_{\hat{X}_{k-1}} A_k^T \\ \Sigma_{L_k^b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_k \Sigma_{\hat{X}_{k-1}} A_k^T + \Sigma_{L_k^b} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -A_k I_{n_k} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \hat{X}_{k-1} \\ L_k^b \end{bmatrix} \end{pmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{X}_k} & \Sigma_{\hat{X}_k L_k^a} \\ \Sigma_{\hat{L}_k \hat{X}_k} & \Sigma_{\hat{L}_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{X}_{k-1}} & 0 \\ 0 & \Sigma_{L_k^b} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -\Sigma_{\hat{X}_{k-1}} A_k^T \\ \Sigma_{L_k^b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_k \Sigma_{\hat{X}_{k-1}} A_k^T + \Sigma_{L_k^b} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -A_k \Sigma_{\hat{X}_{k-1}} \Sigma_{L_k^b} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (38)$$

A partir da Expressão 38 tem-se que:

$$\hat{L}_k = L_k^b - \Sigma_{L_k^b} \left[\Sigma_{L_k^b} + A_k \Sigma_{\hat{X}_{k-1}} A_k^T \right]^{-1} \left[L_k^b - A_k \Sigma_{\hat{X}_{k-1}} \right], \quad (39)$$

sendo o resíduo predito e sua respectiva MVC dados por:

$$\begin{aligned} V_k &= L_k^b - A_k \Sigma_{\hat{X}_{k-1}} \\ \Sigma_{V_k} &= \Sigma_{L_k^b} + A_k \Sigma_{\hat{X}_{k-1}} A_k^T \end{aligned} \quad (40)$$

Então, as etapas envolvidas no ajustamento recursivo pelo MMQ são (TEUNISSEN, 2001):

1) Inicialização:

Da mesma forma que no método paramétrico (Eq. 31).

2) Atualização do vetor de parâmetros:

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k-1} + K_k V_k, \quad (41)$$

onde, $k=1, 2, \dots$. V_k é o resíduo predito e K_k é a matriz de ganho, os quais são dados por:

$$V_k = L_k^b - A_k \hat{X}_{k-1}, \quad (42)$$

$$K_k = \Sigma_{\hat{X}_{k-1}} A_k^T \Sigma_{V_k}^{-1}, \quad (43)$$

$$\Sigma_{V_k}^{-1} = \Sigma_{L_k^b} + A_k \Sigma_{\hat{X}_{k-1}} A_k^T. \quad (44)$$

3) Atualização da MVC de \hat{X}_k :

$$\Sigma_{\hat{X}_k} = (I - K_k A_k) \Sigma_{\hat{X}_{k-1}}. \quad (45)$$

onde, $k=1, 2, \dots$

3.3 Estimação por Filtro de Kalman

O filtro de Kalman é um método para se estimar o vetor estado de um modelo dinâmico a partir de observações aleatórias. Considerando o filtro de Kalman para sistemas lineares, os modelos dinâmico e o de observação são expressos, respectivamente, por (CAMARGO, 1992):

$$X_k = T_{k,k-1} X_{k-1} + W_k, \quad (46)$$

$$L_k^b = A_k X_k + V_k, \quad (47)$$

onde:

$T_{k,k-1}$ – matriz de transição entre os instantes $k-1$ e k ;

W_k – vetor das correções ao modelo dinâmico;

L_k^b – vetor ($n \times 1$) das observações do instante k ;

A_k – matriz *design* no instante k ;

X_k – vetor ($u \times 1$) estado aleatório no instante k ;

V_k – vetor ($n \times 1$) de ruído das medidas no instante k .

Os modelos estocásticos envolvidos no filtro de Kalman são dados por:

$$\begin{aligned} E\{V_k V_m^T\} &= \Sigma_{V_k} \delta_{k,m} \\ E\{V_{d_k} V_{d_m}^T\} &= \Sigma_{V_{d_k}} \delta_{k,m}, \\ D\{X_0\} &= \Sigma_{X_0} \end{aligned} \quad (48)$$

onde, $\delta_{k,m}$ é a função delta de Kronecker, sendo $\delta_{k,m} = 1$ quando $k = m$ e $\delta_{k,m} = 0$ quando $k \neq m$.

O filtro de Kalman é uma combinação de predição e filtragem. A predição consiste de se utilizar na estimativa somente os dados anteriores a um dado instante t_k , já a filtragem consiste em se utilizar na estimativa dados obtidos desde uma época anterior até um dado instante t_k . A Expressão 49 apresenta, respectivamente, as equações de predição e filtragem (CAMARGO, 1992):

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k|k-1} &= T_{k,k-1} \hat{X}_{k-1|k-1} \\ \hat{X}_{k|k} &= \hat{X}_{k|k-1} + K_k \left[L_k^b - A_k \hat{X}_{k|k-1} \right], \end{aligned} \quad (49)$$

onde:

$k|k-1$ – instante k considerando os dados do instante $k-1$;

$k|k$ – instante k considerando os dados até o k -ésimo instante, sendo:

$$\mathbf{K}_k = \Sigma_{\hat{X}_{k|k-1}} \mathbf{A}_k^T \left[\mathbf{A}_k \Sigma_{\hat{X}_{k|k-1}} \mathbf{A}_k^T + \Sigma_{L_k^b} \right]^{-1}, \quad (50)$$

onde, \mathbf{K}_k é conhecida como matriz de ganho de Kalman.

As MVCs dos vetores de estado predito e filtrado são dadas por (CAMARGO, 1992):

$$\begin{aligned} \Sigma_{\hat{X}_{k|k-1}} &= \mathbf{T}_{k,k-1} \Sigma_{\hat{X}_{k-1|k-1}} \mathbf{T}_{k,k-1}^T + \Sigma_{W_k} \\ \Sigma_{\hat{X}_{k|k}} &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{A}_k] \Sigma_{\hat{X}_{k|k-1}} \end{aligned} \quad (51)$$

No caso, se a matriz de transição for considerada como identidade, a estimação por filtro de Kalman coincide com o ajustamento recursivo por MMQ.

A estimação por filtro de Kalman para sistemas não-lineares, o qual envolve iterações, pode ser encontrado com mais detalhes em Camargo (1992).

3.4 Controle de Qualidade

O controle de qualidade, nas Ciências Geodésicas e correlatas, é um sistema amplo e complexo que abrange todas as etapas de um projeto, visando melhorar e assegurar a qualidade deste de acordo com três fatores: economia, precisão e confiabilidade. O primeiro é relacionado ao custo do projeto e o segundo à dispersão dos resultados na ausência de erros nos modelos (funcional e estocástico) ou nas observações. Já o terceiro, confiabilidade, é relacionado à detecção de erros grosseiros e sistemáticos com certo nível de confiança. Para minimizar ou eliminar tais erros um procedimento pode ser aplicado, o qual é baseado em três etapas: Detecção, Identificação e Adaptação. Tal procedimento é denominado DIA (CAMARGO, 1992).

A detecção de erro consiste num teste que é realizado para verificar se ocorreu um erro no modelo matemático e/ou na observação. Dessa forma, verificam-se as hipóteses (TEUNISSEN, 1998):

$$H_0 : E\{L_b\} = AX \quad \text{contra} \quad H_a : E\{L_b\} \in R^n . \quad (52)$$

A estatística¹ T apropriada para testar H_0 contra H_a é:

$$T = V^T \Sigma_{L_b}^{-1} V, \quad (53)$$

onde, $V = L_b - \hat{L}$ (resíduos dos mínimos quadrados).

A hipótese nula (H_0) será rejeitada quando:

$$T < \chi_{1-\alpha, n-u}^2 . \quad (54)$$

Caso seja detectado erro no ajustamento, é necessária a identificação da possível fonte causadora. Admitindo que os modelos são apropriados, os testes consistem em avaliar as observações. A identificação da observação com erro pode ser feita utilizando o método Data Snooping de Baarda (BAARDA, 1977). As hipóteses são (TEUNISSEN, 1998):

$$H_0 : E\{L_b\} = AX \quad \text{contra} \quad H_a : E\{L_b\} = AX + C\nabla, \quad \forall \nabla \neq 0, \quad (55)$$

onde:

∇ – vetor incógnito de ordem $q \times 1$;

C – matriz de ordem $n \times q$.

Considerando o caso unidimensional, ou seja, $q = 1$ e c um vetor (reduzido da matriz C), a identificação se dá a partir do cálculo dos resíduos normalizados w_i (TEUNISSEN, 1998):

$$w_i = \frac{c_i^T \Sigma_{L_b}^{-1} V}{\sqrt{c_i^T \Sigma_{L_b}^{-1} \Sigma_V \Sigma_{L_b}^{-1} c_i}}, \quad (56)$$

¹ Em Gemael (1994) T é denominado χ_c^2 .

onde, o numerador da Equação 56 representa o chamado resíduo transformado e o denominador o erro estimado. O vetor c representa a redundância parcial, o qual é um vetor n -dimensional contendo elementos unitários para as observações a serem testadas, e zero para as outras posições. Analisando-se um resíduo por vez, o vetor c tem a seguinte forma w_i (TEUNISSEN, 1998):

$$c_i^T = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0], \quad (57)$$

$\begin{matrix} 1 & 2 & & i-1 & i & i+1 & & n-1 & n \end{matrix}$

onde, i representa a observação a ser testada.

Na Expressão 56, a Σ_V é calculada tal como na Equação 24, porém utilizando o fator de variância a priori (σ_0^2) ao invés do fator de variância a posteriori ($\hat{\sigma}_0^2$).

A hipótese nula não é rejeitada a um nível de significância α_0 ($\alpha_0 = \frac{\alpha}{n}$) se:

$$-N_{\alpha_0/2}(0,1) < w_i < N_{\alpha_0/2}(0,1) \quad \text{ou} \quad -\sqrt{\chi_{\alpha_0,1}^2} < w_i < \sqrt{\chi_{\alpha_0,1}^2}, \quad (58)$$

caso contrário, a observação i contém erro. Como o teste verifica uma observação de cada vez, dependendo do tamanho do erro após calcular w_i , pode ocorrer de uma ou até todas excederem o valor crítico. Então, a observação suspeita de conter o erro será aquela que tiver o maior valor de w_i , ou seja:

$$|w_i| > N_{\alpha_0/2}(0,1) \quad \text{e} \quad |w_j| \geq |w_i| \quad (i=1, \dots, n \text{ e } i \neq j). \quad (59)$$

Após a identificação de um erro, é necessária a adaptação da hipótese nula para eliminar a presença de tendências na solução. A adaptação do tipo de processamento realizado pode ser feita através, por exemplo, do cálculo da influência a ser retirada dos parâmetros devido às observações com erros ou o reproprocessamento sem a observação com erro.

3.4.1 Controle de qualidade do ajustamento recursivo pelo MMQ

Como a estimação da solução é recursiva, aplica-se o procedimento DIA na forma recursiva, podendo ser local e o global. O procedimento DIA local é quando os testes são realizados no instante k . Se um teste é realizado considerando os instantes anteriores tem-se então o procedimento global.

3.4.1.1 Procedimento DIA local

Nesse caso as hipóteses são (TEUNISSEN, 1998):

$$H_0^k : E\{V_k\} = 0 \quad \text{contra} \quad H_a^k : E\{V_k\} = \epsilon \in R^{n_k}, \quad (60)$$

onde, n_k é o número de observações no instante k .

A estatística utilizada para testar H_0 contra H_a é denominada LOM (*Local Overall Model*) (TEUNISSEN, 1998):

$$T_{LOM}^k = V_k^T \Sigma_{V_k}^{-1} V_k, \quad (61)$$

onde:

V_k – vetor dos resíduos preditos no instante k ;

Σ_{V_k} – MVC dos resíduos preditos no instante k ;

T_{LOM}^k tem distribuição Qui-quadrado (χ^2), com n_k graus de liberdade, e a presença de erro é detectada a um certo nível de significância α se (TEUNISSEN, 1998):

$$T_{LOM}^k > \chi_{\alpha, n_k}^2. \quad (62)$$

Caso haja a detecção de erro, a próxima etapa é a identificação da observação que contém o erro. Para tanto, são consideradas as seguintes hipóteses:

$$H_0^k : E\{V_k\} = 0 \quad \text{contra} \quad H_a^k : E\{V_k\} = c_k \nabla, \quad (63)$$

onde, c_k é o vetor reduzido da matriz C , dado por:

$$c_{k_i}^T = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0], \quad (64)$$

$\begin{matrix} 1 & 2 & & i-1 & i & i+1 & & n_k-1 & n_k \end{matrix}$

sendo i , a observação a ser testada.

A estatística local para identificar a observação com o erro é dada por (TEUNISSEN, 1998):

$$t_k = \frac{c_{V_{k_i}}^T \Sigma_{V_k}^{-1} V_k}{\sqrt{c_{V_{k_i}}^T \Sigma_{V_k}^{-1} c_{V_{k_i}}}}. \quad (65)$$

A estatística t_k tem distribuição normal padronizada ($N(0,1)$) quando a hipótese H_0 é verdadeira. A identificação consiste, primeiramente, em encontrar o maior valor de $|t_k|$ entre todas as hipóteses alternativas especificadas. A observação mais provável de conter o erro é a associada à estatística t_k que exceder o valor crítico de $N_{\alpha_0/2}(0,1)$, ou seja (TEUNISSEN, 1998):

$$|t_k| > N_{\alpha_0/2}(0,1). \quad (66)$$

Após a identificação é necessário realizar a adaptação para eliminar a presença de tendências (*bias*) no vetor estado filtrado. Uma descrição detalhada dessa etapa é encontrada em Teunissen (1998).

3.4.1.2 Procedimento DIA global

O procedimento DIA local descrito na seção anterior pode ser insensível a tendências não modeladas. Nesse caso, consideram-se as seguintes hipóteses globais (TEUNISSEN, 1998):

$$H_0^{j,k} : E\{V_k\} = 0 \quad \text{contra} \quad H_a^{j,k} : E\{V_k\} \in R^{v_k}, \quad (67)$$

onde:

j – instante que se considera que o erro está começando a ocorrer;

$$v_k = \sum_{i=j}^k n_i.$$

A estatística utilizada para testar $H_0^{j,k}$ contra $H_a^{j,k}$ é denominada GOM (*Global Overall Model*) (TEUNISSEN, 1998):

$$T_{GOM}^{j,k} = \sum_{i=j}^k V_i^T \Sigma_{V_i}^{-1} V_i, \quad (68)$$

quando $j = k$, o teste será igual ao teste de detecção local (Eq. 60).

Na forma recursiva, a estatística na Equação 68 pode ser reescrita como (TEUNISSEN, 1998):

$$T_{GOM}^{j,k} = T_{GOM}^{j,k-1} + G_{j,k} [T_{LOM}^k - T_{GOM}^{j,k-1}], \quad (69)$$

onde, $G_{j,k} = \frac{n_k}{v_k}$.

A estatística $T_{GOM}^{j,k}$ também segue a distribuição Qui-quadrado (χ^2) com v_k graus de liberdade e o erro global é detectado a um certo nível de significância α se:

$$T_{GOM}^{j,k} > \chi_{\alpha, v_k}^2. \quad (70)$$

Após a detecção do erro na observação, é realizada a identificação global dos erros detectados no instante k . Para tanto, tem-se as seguintes hipóteses:

$$H_0^{j,k} : E\{V_{j,k}\} = 0 \quad \text{contra} \quad H_a^{j,k} : E\{V_{j,k}\} = c_{V_{j,k}} \nabla, \quad \forall \nabla \neq 0 \quad (71)$$

onde, $c_{V_{j,k}} = [c_{V_j}^T, \dots, c_{V_k}^T]^T$ é o vetor reduzido da matriz $C_{V_{j,k}}$.

A estatística utilizada na identificação é dada por (TEUNISSEN, 1998):

$$T_{n-u=1}^{j,k} = (t_{j,k})^2 \quad \text{com} \quad t_{j,k} = \frac{\sum_{i=j}^k c_{V_i}^T \Sigma_{V_i}^{-1} V_i}{\sqrt{\sum_{i=j}^k c_{V_i}^T \Sigma_{V_i}^{-1} c_{V_i}}}. \quad (72)$$

Na identificação da observação com erro em cada instante i , a hipótese nula não é rejeitada a um nível de significância α_0 se (CAMARGO, 1992):

$$-N_{\alpha_0/2}(0,1) < t_{j,k}^i < N_{\alpha_0/2}(0,1), \quad (73)$$

caso contrário, a observação no instante contém erro.

Como no caso da detecção, pode-se escrever a estatística de identificação global na forma recursiva, de forma que a estatística local é utilizada como entrada para novo instante (TEUNISSEN, 1998):

$$(t_{j,k})^2 = (t_{j,k-1})^2 + g_{j,k}[(t_k)^2 - (t_{j,k-1})^2], \quad (74)$$

onde:

$$g_{j,k} = \frac{C_{V_k}^T \Sigma_{V_k}^{-1} C_{V_k}}{\sum_{i=j}^k C_{V_i}^T \Sigma_{V_i}^{-1} C_{V_i}}, \quad (75)$$

$$C_{V_i} = C_i - AX_{i,j} \quad \text{com } i = j, \dots, k, \quad (76)$$

$$X_{i+1,j} = T_{i+1/i}(X_{i,j} + K_i C_{V_i}) \quad \text{com } X_{j,j} = 0. \quad (77)$$

Após a identificação do erro, a adaptação global faz-se necessária para eliminar a influência da observação com erro no vetor estado e na respectiva MVC, o que é realizado da seguinte forma (TEUNISSEN, 1998):

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k|k}^{\text{corr}} &= T_{k,k+1} \hat{X}_{k+1|j} \hat{V}^{j,k} \\ \Sigma_{\hat{X}_{k|k}^{\text{corr}}} &= \Sigma_{\hat{X}_{k|k}} + T_{k,k-1} \hat{X}_{k+1|j} \sigma_{\hat{V}^{j,k}}^2 \hat{X}_{k+1|j}^T T_{k,k-1}^T, \end{aligned} \quad (78)$$

onde, $\hat{V}^{j,k}$ é o estimador do erro identificado e $\sigma_{\hat{V}^{j,k}}^2$ sua variância, os quais são expressos por (TEUNISSEN, 1998):

$$\hat{V}^{j,k} = \frac{t_{j,k}}{\sqrt{\sum_{i=j}^k c_{V_i}^T \Sigma_{V_i}^{-1} c_{V_i}}} \quad \text{e} \quad \sigma_{\hat{V}^{j,k}}^2 = \frac{1}{\sum_{i=j}^k c_{V_i}^T \Sigma_{V_i}^{-1} c_{V_i}}. \quad (79)$$

3.5 Ajustamento Aplicado ao Posicionamento por Ponto

No posicionamento por ponto se estiver disponível no mínimo quatro satélites, a posição e o erro do relógio do receptor podem ser estimados através de um ajustamento pelo MMQ. Assumindo-se que as observações são não correlacionadas e independentes a matriz peso torna-se diagonal ($P = \sigma_0^2 I$) e a matriz A é obtida a partir da linearização da equação da pseudodistância (Eq. 1), assim (STRANG; BORRE, 1997; MONICO, 2008):

$$AX = \begin{bmatrix} -\frac{X^{s1} - X_r^0}{(\rho_r^{s1})^0} & -\frac{Y^{s1} - Y_r^0}{(\rho_r^{s1})^0} & -\frac{Z^{s1} - Z_r^0}{(\rho_r^{s1})^0} & 1 \\ -\frac{X^{s2} - X_r^0}{(\rho_r^{s2})^0} & -\frac{Y^{s2} - Y_r^0}{(\rho_r^{s2})^0} & -\frac{Z^{s2} - Z_r^0}{(\rho_r^{s2})^0} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{X^{sn} - X_r^0}{(\rho_r^{sn})^0} & -\frac{Y^{sn} - Y_r^0}{(\rho_r^{sn})^0} & -\frac{Z^{sn} - Z_r^0}{(\rho_r^{sn})^0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_r \\ \Delta Y_r \\ \Delta Z_r \\ cdt_r \end{bmatrix}. \quad (80)$$

onde:

X^s, Y^s, Z^s – coordenadas dos satélites;

X_r, Y_r, Z_r – coordenadas do receptor (parâmetros);

$\Delta X_r, \Delta Y_r, \Delta Z_r$ e dt_r – parâmetros do ajustamento (correspondem às correções das coordenadas aproximadas e do erro do relógio do receptor);

$(\rho_r^s)^0$ – a distância geométrica aproximada entre o satélite (s) e o receptor (r):

$$\rho_r^s = \sqrt{(X^s(t_r - \tau_r^s) - X_r(t_r))^2 + (Y^s(t_r - \tau_r^s) - Y_r(t_r))^2 + (Z^s(t_r - \tau_r^s) - Z_r(t_r))^2}, \quad (81)$$

distância entre o receptor e o satélite no instante t_r .

A solução do MMQ é dada por (STRANG; BORRE, 1997):

$$\begin{bmatrix} \Delta X_r \\ \Delta Y_r \\ \Delta Z_r \\ cdt_r \end{bmatrix} = (A^T P A)^{-1} (A^T P (L_b - L_0)). \quad (82)$$

Assim, as coordenadas dos receptores são dadas por:

$$\begin{aligned} X_r &= X_r^0 + \Delta X_r \\ Y_r &= Y_r^0 + \Delta Y_r . \\ Z_r &= Z_r^0 + \Delta Z_r \end{aligned} \quad (83)$$

A MVC dos parâmetros ajustados é dada por:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{X_r}^2 & \sigma_{X_r Y_r} & \sigma_{X_r Z_r} & \sigma_{X_r dt_r} \\ \sigma_{Y_r X_r} & \sigma_{Y_r}^2 & \sigma_{Y_r Z_r} & \sigma_{Y_r dt_r} \\ \sigma_{Z_r X_r} & \sigma_{Z_r Y_r} & \sigma_{Z_r}^2 & \sigma_{Z_r dt_r} \\ \sigma_{dt_r X_r} & \sigma_{dt_r Y_r} & \sigma_{dt_r Z_r} & \sigma_{dt_r}^2 \end{bmatrix} = \hat{\sigma}_0^2 (A^T P A)^{-1}. \quad (84)$$

Como a linearização pela série de Taylor é feita considerando apenas os termos de primeira ordem, é necessário realizar iterações no ajustamento (MONICO, 2008).

4 MODELOS ESTOCÁSTICOS DAS OBSERVAÇÕES GNSS

Quando se realiza o processamento dos dados GNSS no modo relativo utilizando as observações de DDs, a construção da MVC, e conseqüentemente da matriz peso, é baseada na lei de propagação de covariâncias. Geralmente, assume-se que as observações (pseudodistância e/ou fase) são independentes e com mesma variância. A precisão das observações GNSS pode variar de acordo com as condições de medida, tal como o ângulo de elevação do satélite e efeitos da ionosfera. A adoção incorreta de modelos estocásticos no processamento de dados GNSS, resultará, por exemplo, em estatísticas não confiáveis para as soluções de ambiguidades das DDs no posicionamento relativo e, conseqüentemente, soluções tendenciosas para o posicionamento (WANG, 1999).

4.1 Modelos Estocásticos com Mesma Precisão

4.1.1 Modelo padrão

No modelo estocástico padrão normalmente assume-se que todas as medidas da fase da onda portadora ou pseudodistâncias têm a mesma variância (σ^2) e ainda que sejam estatisticamente independentes. Então, as observações (ϕ_r^s) são tratadas como independentes e a MVC das observações pode ser formulada como (JIN; WANG; PARK, 2005):

$$\Sigma_{\phi_r^s} = \sigma^2 I, \quad (85)$$

onde, I é a matriz identidade.

Ao aplicar a lei de propagação de covariâncias (GEMAEL, 1994) na Equação 3, obtém-se a MVC do vetor das SDs (MONICO, 2008):

$$\Sigma_{\phi_{SD_{r1,r2}^{s_i}}} = 2\sigma^2 I_n. \quad (86)$$

Aplicando a lei de propagação das covariâncias no modelo funcional dado pela Equação 4, considerando a matriz dada pela Equação 5, a MVC (modelo estocástico) das medidas de DDs será (MONICO, 2008):

$$\Sigma_{\phi_{DD_{r1,r2}^{s_i,s_{i+1}}}} = 2\sigma^2 \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (87)$$

Para a matriz C da Equação 6, em que se considera um satélite base, independentemente do satélite escolhido, a MVC das DDs será dada por (MONICO, 2008):

$$\Sigma_{\phi_{DD_{r1,r2}^{sb,s_i}}} = 2\sigma^2 \begin{bmatrix} 2 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (88)$$

Na prática, este modelo estocástico para medidas de DD é de fácil implementação. Entretanto, este modelo estocástico simplificado pode gerar resultados não confiáveis no posicionamento GNSS (JIN; WANG; PARK, 2005).

Nas MVCs dadas pelas Equações 86 e 87, as DDs não são correlacionadas entre épocas. Portanto, a MVC de, por exemplo, k épocas é composta por k blocos diagonais, similares aos das Equações 87 e 88. Uma expressão genérica para as DDs de uma época i qualquer é dada por (MONICO, 2008):

$$\Sigma_{\phi_{DD_{r1,r2}^{s_i,s_{i+1}}}} = \sigma^2 [\Lambda \Lambda^T] \otimes [C C^T], \quad (89)$$

onde:

C – matriz do tipo da Equação 5 ou 6;

\otimes – o produto de Kronecker (ANEXO A);

Λ – matriz que leva em consideração a correlação entre as linhas de base. Cada linha é formada por elementos nulos e não-nulos, estes últimos compostos por +1 e -1, os quais identificam os vértices da rede formando cada linha de base.

4.2 Modelos Estocásticos com Diferentes Precisões

Considerando os receptores 1 e 2 e os satélites s_i ($i=1, 2, \dots, n$), então o modelo estocástico que envolve as observações com variâncias diferentes, porém não correlacionadas, é dado por:

$$\Sigma_{\phi_r^s} = \begin{bmatrix} \sigma_{\phi_1^{s_i}}^2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\phi_2^{s_i}}^2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\phi_1^{s_{i+1}}}^2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\phi_2^{s_{i+1}}}^2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_{\phi_1^{s_n}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \sigma_{\phi_2^{s_n}}^2 \end{bmatrix}, \quad (90)$$

e o modelo estocástico da SD torna-se:

$$\Sigma_{\phi_{SD_{r1,r2}^{s_i}}} = \begin{bmatrix} \left(\sigma_{\phi_1^{s_i}}^2 + \sigma_{\phi_2^{s_i}}^2 \right) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \left(\sigma_{\phi_1^{s_{i+1}}}^2 + \sigma_{\phi_2^{s_{i+1}}}^2 \right) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \left(\sigma_{\phi_1^{s_n}}^2 + \sigma_{\phi_2^{s_n}}^2 \right) \end{bmatrix}. \quad (91)$$

Já para o caso da DD da fase, a MVC, considerando o método do satélite base (seção 2.1), é dada por:

$$\Sigma_{\phi_{DD_{r1,r2}}^{sb,si}} = \begin{bmatrix} \left(\sigma_{\phi_{1,2}^{sb}}^2 + \sigma_{\phi_{1,2}^{si}}^2 \right) & \sigma_{\phi_{1,2}^{sb}}^2 & \dots & \sigma_{\phi_{1,2}^{sb}}^2 & \sigma_{\phi_{1,2}^{sb}}^2 \\ \sigma_{\phi_{1,2}^{sb}}^2 & \left(\sigma_{\phi_{1,2}^{sb}}^2 + \sigma_{\phi_{1,2}^{si+1}}^2 \right) & \sigma_{\phi_{1,2}^{sb}}^2 & \dots & \sigma_{\phi_{1,2}^{sb}}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{\phi_{1,2}^{sb}}^2 & \sigma_{\phi_{1,2}^{sb}}^2 & \dots & \sigma_{\phi_{1,2}^{sb}}^2 & \left(\sigma_{\phi_{1,2}^{sb}}^2 + \sigma_{\phi_{1,2}^{sn}}^2 \right) \end{bmatrix}, \quad (92)$$

onde, $\sigma_{\phi_{1,2}^{sb}}^2 = \sigma_{\phi_1^{sb}}^2 + \sigma_{\phi_2^{sb}}^2$ e $\sigma_{\phi_{1,2}^{si}}^2 = \sigma_{\phi_1^{si}}^2 + \sigma_{\phi_2^{si}}^2$.

Nas próximas seções são descritos alguns modelos estocásticos, sendo que as variâncias relacionadas a estes modelos poderão ser substituídas nas Equações 90, 91 ou 92.

4.2.1 Modelo em função do ângulo de elevação do satélite

Para modelar as variâncias das medidas GNSS, na prática, pode-se utilizar uma função que utiliza o ângulo de elevação dos satélites, isto é (KING; BOCK, 1999):

$$\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = a^2 + b^2 f^2(\text{elev}_r^s(t)), \quad (93)$$

onde, $\text{elev}_r^s(t)$ é o ângulo de elevação do satélite (s) com relação ao receptor (r) para o instante (t) em radianos e $f(\text{elev}_r^s(t))$ representa uma expressão em função do ângulo de elevação do satélite. a e b são valores constantes iguais a 4,3 mm e 3 mm, respectivamente, os quais foram estimados por King e Bock (1999).

A função do ângulo de elevação do satélite pode ser escrita de acordo com uma das seguintes expressões, dentre outras (WANG, 1999):

$$f(\text{elev}_r^s(t)) = \frac{1}{\text{sen}(\text{elev}_r^s(t))}, \quad (94)$$

$$f(\text{elev}_r^s(t)) = \frac{1}{(\text{elev}_r^s(t))}, \quad (95)$$

$$f(\text{elev}_r^s(t)) = e^{-\text{elev}_r^s(t)}, \quad (96)$$

$$f(\text{elev}_r^s(t)) = \cos(\text{elev}_r^s(t)), \quad (97)$$

$$f(\text{elev}_r^s(t)) = \frac{1}{\cos(\text{elev}_r^s(t))}. \quad (98)$$

4.2.2 Modelo em função da cintilação ionosférica

Os sinais GNSS proporcionam excelentes meios para medir os efeitos de cintilação ionosférica. No passado, satélites eram lançados especialmente para monitorar a cintilação ionosférica e, embora os sinais enviados a partir de satélites GNSS tenham sido usados com sucesso, o uso destes é em escala limitada. Este fato se deve aos receptores disponíveis não proporcionarem informações de fase e de amplitude que são necessárias para a extração dos parâmetros de cintilação. Atualmente, com receptores GPS que permitem a o rastreamento de informações de cintilação ionosférica (VAN DIERENDONK, 2001) e de modelos para a extração dos parâmetros de cintilação (CONKER et al., 2002), é possível solucionar este problema.

O rastreamento nos receptores é feito principalmente pelo *delay lock loop* (DLL) e pela *phase lock loop* (PLL). Estes, geralmente embutidos como *hardware* e *software*, asseguram que o código e a fase da onda portadora chegando ao receptor sejam sincronizados aos códigos e fases gerados no receptor e mantenham-se rastreando os sinais continuamente (LEICK, 1995; WARD, 1996; CONKER et al., 2002).

Assumindo que não há correlação entre a amplitude e a fase da cintilação, a variância do erro de rastreamento na saída de PLL pode ser calculada por (KNIGHT; FINN, 1998; HEGARTY, 1997 citados por CONKER et al., 2002):

$$\sigma_{\phi_{rLi}^s}^2 = \sigma_{\phi_{SLi}}^2 + \sigma_{\phi_{TLi}}^2 + \sigma_{\phi_{OSC}}^2, \quad (99)$$

onde:

$\sigma_{\phi_{SLi}}^2$ – variância da cintilação da fase na portadora L1 ou L2;

$\sigma_{\phi_{TLi}}^2$ – variância do ruído termal na portadora L1 ou L2;

$\sigma_{\phi_{OSC}}^2$ – variância do oscilador do receptor/satélite ($\sigma_{\phi_{OSC}}$ assumido ser igual a 0,1 rad).

As variâncias do ruído termal para portadoras L1 e L2 são dadas, respectivamente, por:

$$\sigma_{\phi_{TL1}}^2 = \frac{B_{nL1} \left[1 + \frac{1}{2\eta(c/n_0)_{L1-CA} (1 - 2S_4^2(L1))} \right]}{(c/n_0)_{L1-CA} (1 - 2S_4^2(L1))}, \quad (100)$$

$$\sigma_{\phi_{TL2}}^2 = \frac{B_{nL2} \left[1 + \frac{1}{2\eta_Y(c/n_0)_{L1-P} (1 - 2S_4^2(L1))} \right]}{(c/n_0)_{L2-P} (1 - 2S_4^2(L2))}, \quad (101)$$

onde:

B_{nL1} – largura de banda unilateral da PLL de terceira ordem da L1 igual a 10 Hz;

B_{nL2} – largura de banda unilateral da PLL de terceira ordem da L2 igual a 0,25 Hz;

η – tempo de integração de pré-deteção, sendo igual a 0,02 s para GPS;

η_Y – tempo de integração de pré-deteção, sendo igual a $1,96 \cdot 10^{-6}$ s para GPS;

$(c/n_0)_{L1-CA}$ – forma fracionária da densidade da razão sinal-ruído igual a $10^{0,1(C/N_0)_{L1-CA}}$;

$(c/n_0)_{L1-P}$ – forma fracionária da densidade da razão sinal-ruído igual a $10^{0,1(C/N_0)_{L1-P}}$;

$(c/n_0)_{L2-P}$ – forma fracionária da densidade da razão sinal-ruído igual a $10^{0,1(C/N_0)_{L2-P}}$;

$S_4^2(L1) < 0,707$ (no caso da Equação 99);

$S_4^2(L1) < 0,687$ (no caso da Equação 100);

$$S_4^2(L2) = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^{1,5} S_4^2(L1) = \left(\frac{1575,42}{1227,60}\right)^{1,5} S_4^2(L1) = 1,454 S_4^2(L1).$$

Quando não há cintilação, $S_4^2(L1)$ é igual a zero e as Equações 100 e 101 tornam-se as equações padrão para indicar os ruídos termiais (L1 e L2) do receptor. Finalmente, as variâncias da cintilação da fase para as portadoras L1 e L2 são dadas, respectivamente, por (CONKER et al., 2002):

$$\sigma_{\phi_{SL1}}^2 = \frac{\pi T}{kf_n^{p-1} \text{sen}\left(\frac{[2k+1-p]\pi}{2k}\right)}, \quad (102)$$

$$\sigma_{\phi_{SL2}}^2 = \frac{\pi T}{kf_n^{p-1} \text{sen}\left(\frac{[2k+1-p]\pi}{2k}\right)} \cdot \begin{cases} \alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2}, & \text{caso A = L1 e L2 não correlacionados} \\ \alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} - 2, & \text{caso B = L1 e L2 correlacionados} \end{cases}, \quad (103)$$

onde:

T – potência espectral a 1 Hz;

p – inclinação da PSD (*Power Spectral Density*) para $f \gg f_0$, sendo f_0 a frequência correspondente a máxima dimensão da irregularidade na ionosfera ($1 < p < 2k$);

k – ordem do *loop* (3 para a portadora L1 e 2 para a portadora L2);

f_n – frequência natural do *loop*, 1,91 Hz para L1 e 0,75 Hz para L2;

$$\alpha = \frac{f_2}{f_1} = \frac{60}{77}.$$

As Equações 101 e 102 são válidas, desde que $2k - p > 0$ e $p > 1$. Considerando p geralmente entre 1 e 4, a condição é atendida para *loops* de segunda e terceira ordem.

A variância do erro de rastreamento na saída de DLL em metros pode ser calculada por (CONKER et al., 2002):

$$\sigma_{\phi_r}^2 = W \cdot \sigma_{\phi_\tau}^2, \quad (104)$$

onde,

$W = 293,0523$ m (CA) ou $29,30523$ m (P2);

$\sigma_{\phi_\tau}^2$ – variância do ruído termal.

As variâncias do ruído termal nos códigos CA (L1) e P (L2) são dadas, respectivamente, por (CONKER et al., 2002):

$$\sigma_{\phi_{\tau CA}}^2 = \frac{B_{nCA} d \left[1 + \frac{1}{\eta(c/n_0)_{L1-CA} (1 - 2S_4^2(L1))} \right]}{2(c/n_0)_{L1-CA} (1 - S_4^2(L1))}, \quad (105)$$

$$\sigma_{\phi_{\tau P}}^2 = \frac{B_{nP} \left[1 + \frac{1}{2\eta_Y(c/n_0)_{L1-P} (1 - S_4^2(L1))} \right]}{2(c/n_0)_{L2-P} (1 - S_4^2(L1))}, \quad (106)$$

onde:

B_{nCA} – largura de banda unilateral igual a 0,1 Hz;

B_{nP} – largura de banda unilateral da DLL igual a 0,3 Hz;

d – espaçamento correlato em chips CA, igual a 0,1.

Com relação aos parâmetros p e T observados nas equações acima, estes podem ser calculados através de linhas espectrais de uma FFT (*Fast Fourier Transform*), no caso o parâmetro T pode ser determinado em função dos valores de p e $\sigma_{\phi_{60}}$ (variância da fase de cintilação):

$$T = \frac{\sigma_{\phi_{60}}^2 \cdot (1-p)}{2 \cdot (25^{(1-p)} - 0,1^{(1-p)})}. \quad (107)$$

5 EQUIVALÊNCIA DO MODELO FUNCIONAL E ESTOCÁSTICO

Considerando as equações de observações linearizadas (BLEWITT, 1998):

$$L = AX + V, \quad (108)$$

onde, L é a diferença entre o vetor de observações e o vetor calculado em função dos parâmetros aproximados, A é a matriz *design* e X o vetor de correções dos parâmetros do modelo funcional. Pode-se assumir o seguinte modelo estocástico:

$$\begin{aligned} E\{V\} &= 0 \\ E\{VV^T\} &= \Sigma_{L_b} \equiv P^{-1}, \quad \text{para } \sigma_0^2 = 1 \end{aligned} \quad (109)$$

O melhor estimador linear imparcial (BLUE – *Best Linear Unbiased Estimator*) de X é dado pela Equação 20, o qual tem as seguintes propriedades estatísticas (BLEWITT, 1998):

$$\begin{aligned} E\{\hat{X}\} &= X \\ E\{\hat{X}\hat{X}^T\} &= (A^T P A)^{-1} \equiv \Sigma_{\hat{X}} \end{aligned} \quad (110)$$

A partir do uso de uma aproximação *bayesiana* para a estimação, pode-se supor a priori que $E\{X\} = 0$, sendo introduzido implicitamente um dado $X_0 = 0$ com uma covariância a priori Σ_{X_0} . Neste caso, o estimador se torna (BLEWITT, 1998):

$$\hat{X} = (A^T P A + \Sigma_{X_0}^{-1})^{-1} A^T P L. \quad (111)$$

Verifica-se que a Equação 111 aproxima da 20 quando o limite $\Sigma_{X_0} \rightarrow \infty$, conseqüentemente, pode-se considerar a Equação 20 como um caso especial da 111, a qual não se tem nenhuma informação a priori.

5.1 Modelo Funcional Expandido

Para estimar as correções dos parâmetros aproximados e um conjunto extra de parâmetros Y do modelo funcional, pode-se considerar a seguinte equação de observações aumentada (BLEWITT, 1998):

$$L = AX + BY + V \quad \text{ou} \quad L = (A \ B) \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} + V. \quad (112)$$

Considerando a analogia entre as Equações 20 e 112, tem-se que a solução para o conjunto de parâmetros expandido é (BLEWITT, 1998):

$$\begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{Y} \end{pmatrix} = \left(\begin{pmatrix} A^T \\ B^T \end{pmatrix} P (A \ B) \right)^{-1} \begin{pmatrix} A^T \\ B^T \end{pmatrix} PL \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{Y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^T P A & A^T P B \\ B^T P A & B^T P B \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} A^T P L \\ B^T P L \end{pmatrix}. \quad (113)$$

As estimativas de X , ou seja, os parâmetros de interesse (definindo o operador de projeção \bar{P}) podem ser obtidas aplicando o seguinte lema sobre inversão de matrizes simétricas (BLEWITT, 1998):

$$\Lambda^{-1} = \begin{pmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_{12} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} (\Lambda_1 - \Lambda_{12} \Lambda_2^{-1} \Lambda_{21})^{-1} & (\Lambda_{12} - \Lambda_2^{-1} \Lambda_{21} - \Lambda_1)^{-1} \Lambda_{12} \Lambda_2^{-1} \\ (\Lambda_{21} - \Lambda_1^{-1} \Lambda_{12} - \Lambda_2)^{-1} \Lambda_{21} \Lambda_1^{-1} & (\Lambda_2 - \Lambda_{21} \Lambda_1^{-1} \Lambda_{12})^{-1} \end{pmatrix}, \quad (114)$$

assim,

$$\hat{X} = (A^T P \bar{P} A)^{-1} A^T P \bar{P} L, \quad \text{onde} \quad \bar{P} \equiv I - B(B^T P B)^{-1} B^T P. \quad (115)$$

O método apresentado permite estimar os parâmetros X sem ter que calcular Y . Verifica-se que a Equação 115 tem a mesma forma que a Equação 111 quando $\Sigma_{X_0} \rightarrow \infty$

e ao considerar $\bar{P} = P'$, a qual representa matriz peso reduzida e é expressa por (BLEWITT, 1998):

$$P' = P - PB(B^T PB)^{-1} B^T P. \quad (116)$$

Se, na realidade, o interesse é obter estimativas para Y para cada conjunto, basta substituir \hat{X} (Eq. 115) na Equação 113, obtendo:

$$\hat{Y} = (B^T PB)^{-1} B^T P(L - A\hat{X}). \quad (117)$$

No caso do modelo funcional utilizado no processamento de dados GNSS, o qual pode ser encontrado em Seeber (2003), Monico (2008), Leick (1995), os efeitos sistemáticos tais como a ionosfera, a troposfera, podem ser definidos como parâmetros extras e representados na Equação 112 pelo vetor Y .

5.2 Modelo Estocástico Expandido

A partir da Equação 116, verifica-se que é necessário encontrar um modelo estocástico que dá origem à matriz peso reduzida (P'). Um modelo estocástico é corretamente formulado em termos de valores esperados (Eq. 20), mas infelizmente a matriz peso reduzida é singular, pois \bar{P} é uma matriz idempotente: $\bar{P} \cdot \bar{P} = \bar{P}$. Se a parte expandida do modelo for considerada como uma fonte de ruído (chamado de *process noise*) ao invés de uma parte do modelo funcional, pode-se escrever o seguinte modelo estocástico expandido (BLEWITT, 1998):

$$\begin{aligned} \Sigma'_{L_b} &= E\{V' V'^T\} \\ \Sigma'_{L_b} &= E\{(BY + V)(BY + V)^T\} \\ \Sigma'_{L_b} &= E\{VV^T\} + BE\{YY^T\}B^T, \\ \Sigma'_{L_b} &= \Sigma_{L_b} + B\Sigma_{L_b Y} B^T \end{aligned} \quad (118)$$

onde, $\Sigma_{L_b Y}$ é, por definição, a MVC a priori para o parâmetro Y. Para que os dados influenciem completamente o resultado, pode-se escolher $\Sigma_{L_b Y}$ com valores arbitrariamente grandes.

A inversa da Equação 118 corresponde a uma matriz peso reduzida quase similar a dada pela 116 (BLEWITT, 1998):

$$\begin{aligned}
 P' &= (\Sigma_{L_b} + B\Sigma_{L_b Y} B^T)^{-1} \\
 P' &= \Sigma_{L_b}^{-1} - \Sigma_{L_b}^{-1} B(B\Sigma_{L_b}^{-1} B^T + \Sigma_{L_b Y}^{-1})^{-1} B^T \Sigma_{L_b}^{-1} . \\
 P' &= P - PB(BPB^T + \Sigma_{L_b Y}^{-1})^{-1} B^T P
 \end{aligned} \tag{119}$$

A diferença entre a Equação 119 e a 116 está na presença da MVC a priori dos parâmetros Y ($\Sigma_{L_b Y}$). A aproximação funcional e estocástica é equivalente quando a MVC dos parâmetros Y conter valores suficientemente grande, de forma que sua inversa não influencie nos resultados (Eq. 119). Para os dois modelos serem equivalentes, o modelo estocástico deveria considerar somente as correlações introduzidas por dependência funcional dos dados no processo de ruído (como definido para a matriz B), ou seja, com nenhuma informação a priori sobre a variância atual do processo de ruído (BLEWITT, 1998).

5.3 Equivalência dos Modelos

A equivalência da Equação 113 com a 115 e a Equação 119 prova a correspondência entre modificar o modelo funcional e modificar o modelo estocástico. Ao invés de estimar parâmetros extras, escolhe-se modificar o modelo estocástico assim como produzir a matriz peso reduzida (em magnitude) ou uma matriz covariância aumentada. Assim as correspondentes matrizes covariâncias para os dados e para os parâmetros estimados aumentarão (BLEWITT, 1998):

$$(\text{aumento da covariância}) \equiv (\text{redução da matriz peso}) \equiv (\text{parâmetro de estimação})$$

Isto é, o modelo estocástico expandido pode ser considerado como uma estimação implícita dos parâmetros extras, com a vantagem de que há uma economia nos cálculos. A única desvantagem é que não se estima os parâmetros Y e nem a correlação entre X e Y (BLEWITT, 1998).

No caso do processamento de dados GNSS, pode-se alterar o modelo estocástico ao invés de introduzir novos parâmetros, como por exemplo, efeitos da ionosfera, troposfera, entre outros.

6 EXPERIMENTOS E ANÁLISES DOS RESULTADOS

Os modelos estocásticos considerados nos processamentos de dados GPS, e apresentados na seção 4, foram implementados no *software* de posicionamento relativo GPSeq (em desenvolvimento na FCT/UNESP) e no *software* de posicionamento por ponto PP_Sc (desenvolvido num projeto em colaboração entre a Universidade de Nottingham e a FCT/UNESP).

Para a realização de experimentos com o modelo estocástico em função da cintilação ionosférica foram utilizados dados de receptores GSV4004 com monitores GISTM (*GPS Ionospheric Scintillation and TEC Monitor*), que fornecem informações sobre os efeitos de cintilação ionosférica e fazem parte do projeto ISACCO (*Ionospheric Scintillation Arctic Campaign Coordinated Observations*) (DE FRANCESCHI et al., 2006). Estes dados foram disponibilizados pelo IESSG (*Institute of Engineering Surveying and Space Geodesy*) da Universidade de Nottingham na Inglaterra, através de contato com o Pesquisador Doutor Márcio H. O. Aquino. No caso, foram fornecidos arquivos de dados já com as variâncias das observações considerando a cintilação ionosférica e também arquivos binários com dados brutos dos receptores GSV4004. A partir desses dados e das equações descritas na seção 4.2.2, foi desenvolvido um *software*, denominado *Tracking Jitter*, o qual permite calcular as variâncias das observáveis em função da cintilação. Os arquivos de cintilação utilizados nesse trabalho referem-se às estações LYB0 (localizada em Longyearbyen) e NYA1 (localizada em Ny Alesund), cuja distância é de aproximadamente 125 km e sua localização é mostrada na Figura 7:

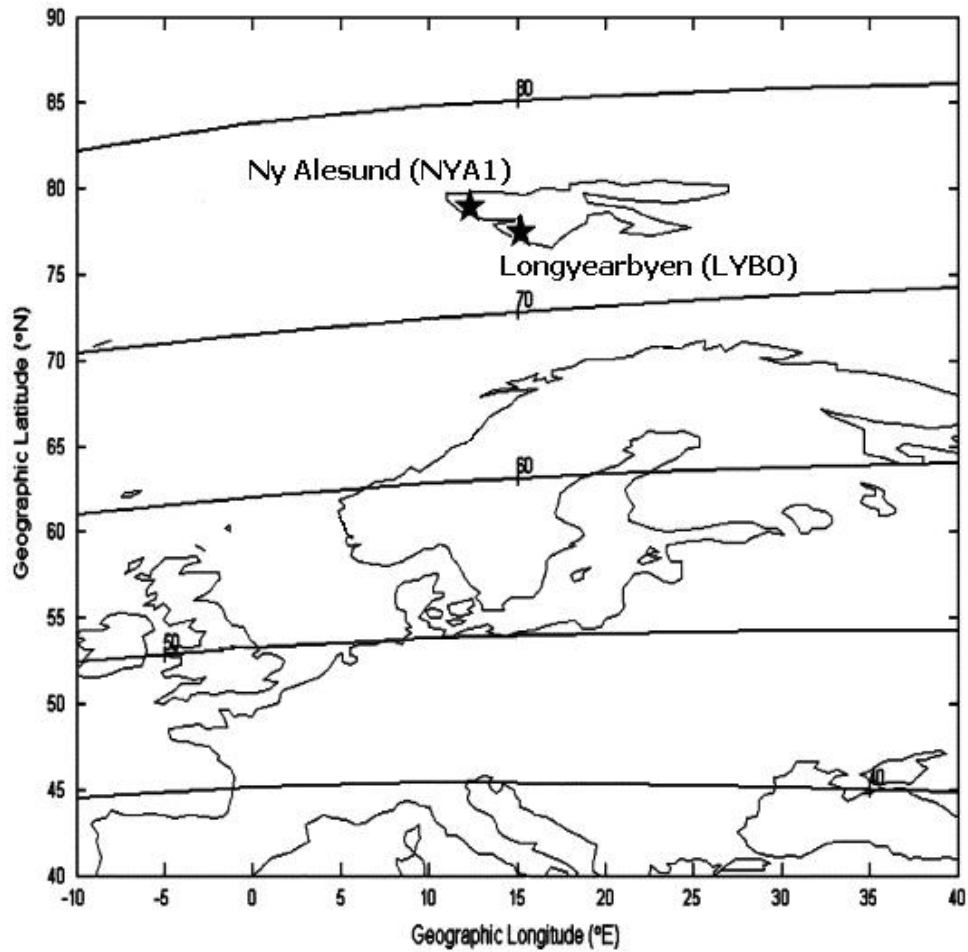


Figura 7: Estações LYB0 e NYA1 utilizadas nos experimentos

No caso dos processamentos envolvendo os modelos estocásticos em função dos ângulos de elevação foram utilizados dados das estações UEPP e PPTE (Presidente Prudente/SP) pertencentes à RBMC, da estação ROSA (Rosana/SP) da Rede GNSS Ativa do Estado de São Paulo (MONICO et al., 2006) e do ponto denominado RT60 (localizado a 60 km da UEPP). Os dados do ponto RT60 foram coletados em um experimento de mestrado da FCT/UNESP realizado no ano de 2003 (DAL POZ, 2005).

6.1 Implementação dos Modelos Estocásticos

Devido à disponibilização de alguns arquivos binários com dados brutos coletados por receptores GSV4004 foi possível implementar um *software* capaz de calcular as variâncias das observáveis em função da cintilação (seção 4.2.2). Os arquivos binários contêm dados por um período de 15 minutos, sendo necessária, então, a junção de vários arquivos para um período maior (1 dia, por exemplo). O programa que converte estes dados binários para arquivo ASCII, extraíndo os parâmetros de cintilação, foi fornecido pelo pesquisador Marcio Aquino, o qual foi desenvolvido pela GPS Silicon Valley, denominado ParseIsmr. A partir dos parâmetros de cintilação extraídos pelo ParseIsmr foram implementadas as equações baseadas nos modelos de Conker et al. (2003), que fornecem as variâncias das observáveis em função da cintilação (seção 4.2.2). A Figura 8 apresenta o fluxograma do funcionamento do programa:

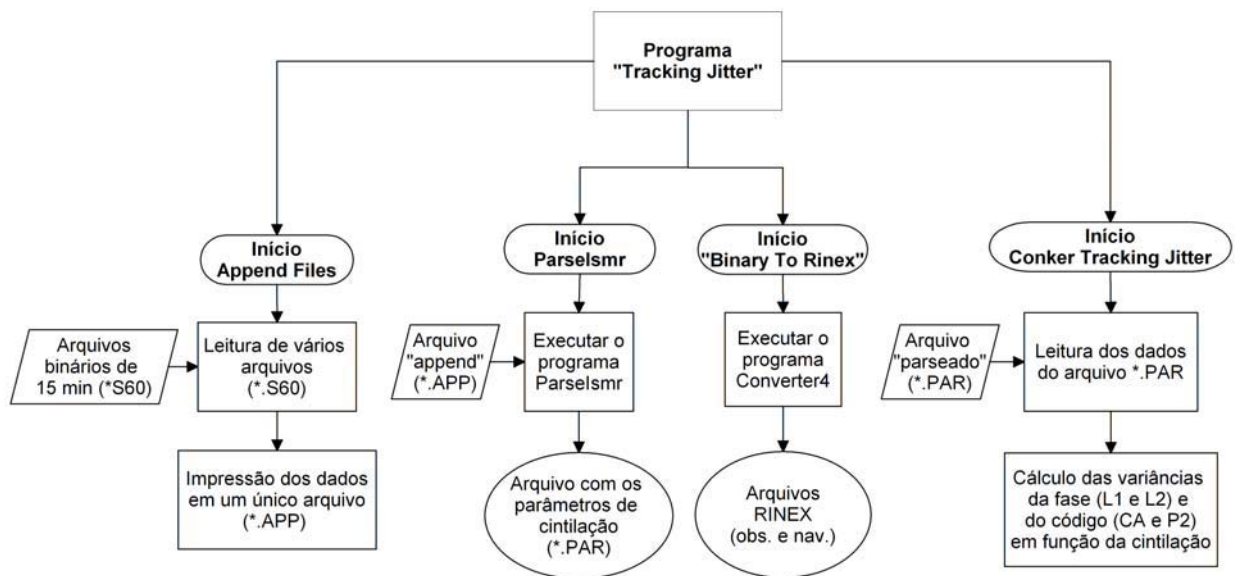


Figura 8: Fluxograma do aplicativo *Tracking Jitter*

O aplicativo *Tracking Jitter* contém diversas opções de processamento relacionadas com o cálculo das variâncias em função da cintilação, podendo-se destacar a junção dos arquivos binários (Append Files), transformação dos dados binários para ASCII (ParseIsmr), extração dos arquivos RINEX de observação (BinaryToRinex), utilizando o aplicativo “Converter4” da empresa Novatel, e cálculo das variâncias de cintilação com base nas equações implementadas (seção 4.2.2). É necessário dizer que, a princípio foi adotado um

valor igual a 2 para o parâmetro p e o parâmetro T foi obtido em função de p a partir da Equação 107. Essa estratégia foi adotada com base nos experimentos desenvolvidos por Aquino et al. (2006).

O GPSeq é um *software* que foi originalmente desenvolvido em linguagem de programação Fortran e atualmente têm-se a versão em C/C++, a qual utiliza subrotinas em linguagem Fortran por meio de DLLs (*Dynamic Link Libraries*). Dessa forma, foi desenvolvida uma classe em C++ para aplicar os modelos estocásticos no processamento com o GPSeq. Foram implementados os modelos estocásticos em função da cintilação e do ângulo de elevação, descritos na seção 4.

O GPSeq realiza o processamento na forma recursiva e utiliza o método LAMBDA (*Least squares AMBiguity Decorrelation Adjustment*) para a solução das ambiguidades. Para a correção dos efeitos da troposfera é utilizado o modelo de Hopfield. No caso da correção dos efeitos da ionosfera tem-se a combinação *ion-free* e o método de estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs. No último caso, os resíduos ionosféricos são estimados como um processo estocástico utilizando um modelo de correlação, *white-noise* ou *random walk*, sendo os resíduos ionosféricos introduzidos como pseudo-observáveis, com valores nulos, no modelo funcional e respectivo desvio-padrão associado (MARQUES, 2008; BASSIRI; HAJJ, 1993; ODIJK, 2002).

Além dos modelos estocásticos foram implementados no GPSeq, as correções dos *offsets* das antenas nas frequências L1 e L2, cujos valores para diversas antena podem ser encontrados no *site* ANTCAL (<http://www.ngs.noaa.gov/ANTCAL/>).

A Figura 9 mostra o fluxograma com as funcionalidades do programa:

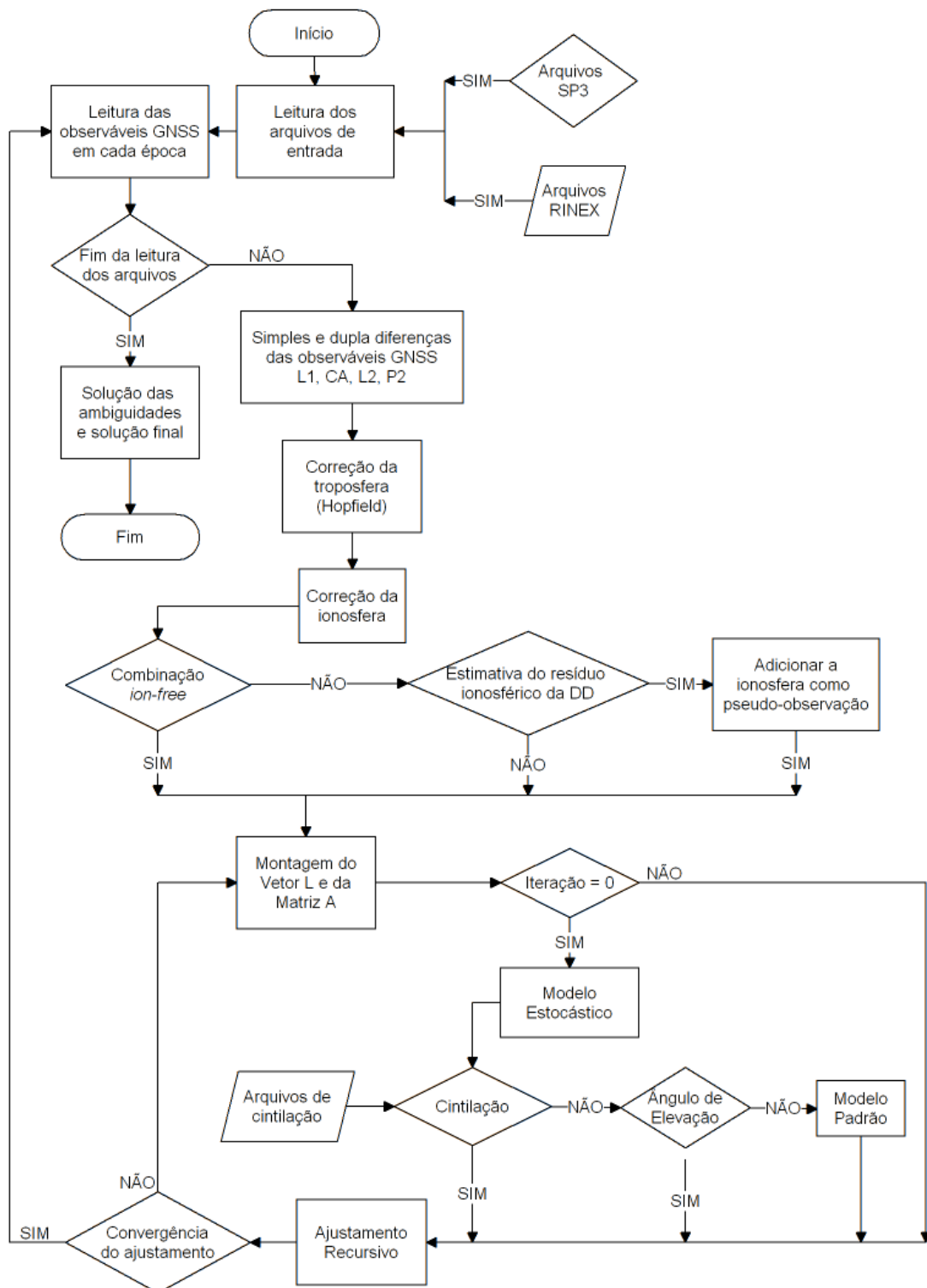


Figura 9: Fluxograma do *software* GPSeq

Para o posicionamento por ponto foi desenvolvido o aplicativo PP_Sc, o qual realiza o processamento época por época. Neste programa o usuário pode utilizar arquivos de efemérides precisas (IGS – *International GNSS Service*) e arquivos com correção dos DCBs (*Differential Code Bias*) (<http://www.aiub.unibe.ch/CODE>). Com relação aos efeitos da troposfera, estes podem ser corrigidos através do modelo de Hopfield. A correção dos efeitos da ionosfera pode ser feita através do modelo de Klobuchar, da combinação *ion-free* ou da estimativa do efeito ionosférico na direção receptor/satélite. No último caso, o valor da ionosfera advindo do modelo de Klobuchar é adotado como um valor a priori e a estimativa do efeito ionosférico é feita com base na introdução de pseudo-observações para cada satélite e respectivo desvio-padrão adotado pelo usuário. Para a modelagem estocástica foram implementados três modelos: padrão; em função do ângulo de elevação; em função da cintilação.

O fluxograma com as funcionalidades do programa PP_Sc é apresentado na Figura 10:

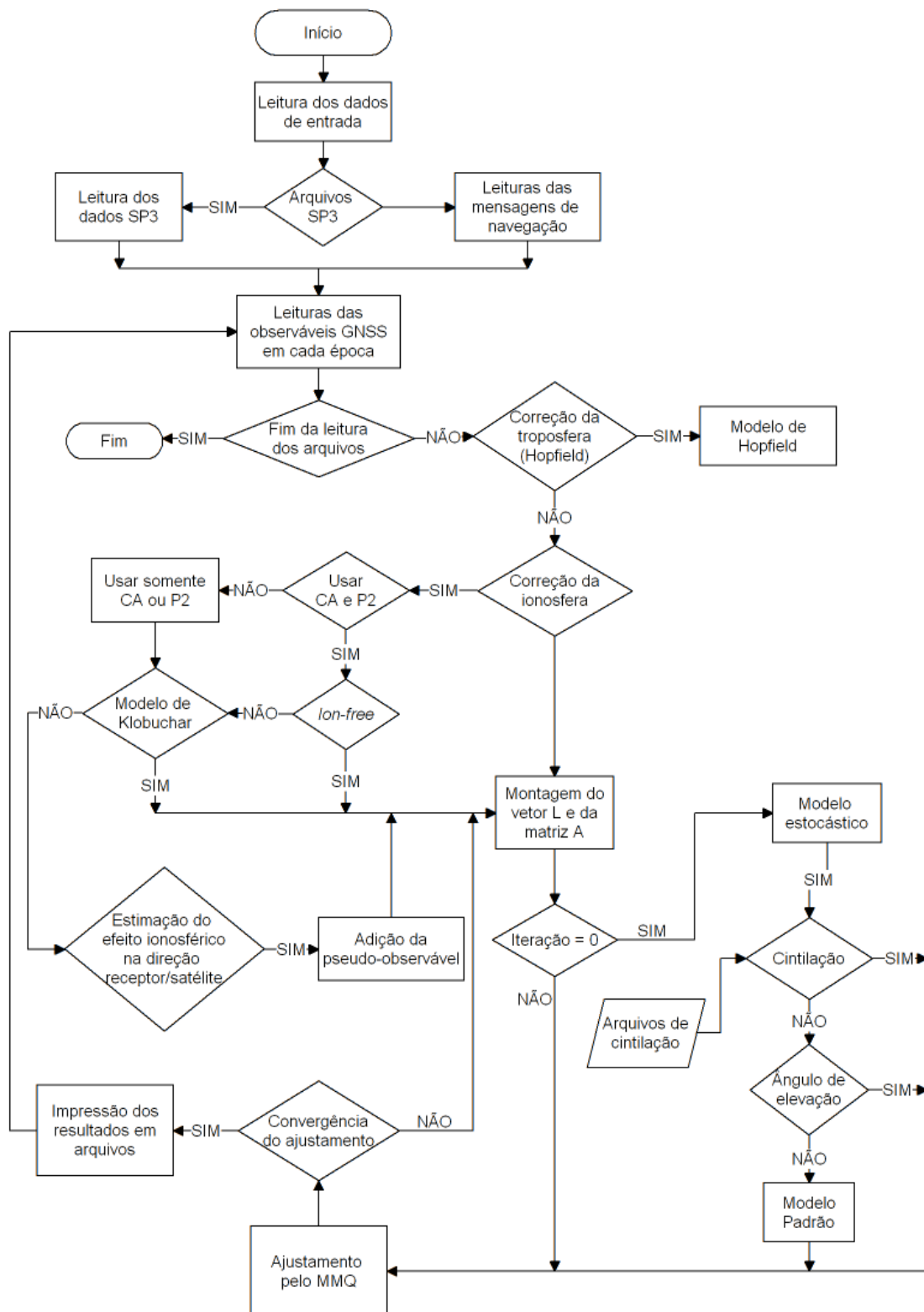


Figura 10: Fluxograma do aplicativo PP_Sc

6.2 Análise do *Software* PP_Sc

A princípio foram realizados experimentos visando a verificação do funcionamento do *software* PP_Sc. Sendo assim, foi escolhida a estação PPTE (pertencente à RBMC), cujos dados são referentes ao dia 01 de setembro de 2007, sendo que para esse dia o valor do índice Kp teve uma média diária de 2, indicando uma atividade geomagnética calma.

Os processamentos, num total de cinco, foram realizados utilizando uma máscara de elevação de 15° e efemérides precisas. Na Tabela 3 são apresentados os tipos de procedimentos utilizados nos processamentos. As precisões adotadas nos processamentos são apresentadas na Tabela 4:

Tabela 3: Denominação dos processamentos realizados no PP_Sc

Tipos de processamentos	Efeitos da troposfera	Efeitos da ionosfera
CA	Sem correção	Sem correção
CA + HOP	Hopfield	Sem correção
CA + HOP + KLOB	Hopfield	Klobuchar
IF + HOP	Hopfield	Combinação <i>ion-free</i>
CA + HOP + EST_IONO	Hopfield	Estimativa dos efeitos ionosféricos

Tabela 4: Precisões adotadas nos processamentos realizados no PP_Sc

Tipos de processamentos	σ_{CA} (m)	σ_{P2} (m)	σ_{Iono} (m)
CA	2,0	-	-
CA + HOP	2,0	-	-
CA + HOP + KLOB	2,0	-	-
IF + HOP	1,0	1,5	-
CA + HOP + EST_IONO	2,0	-	0,4

Com relação à Tabela 4, os valores das precisões foram escolhidos após vários testes empíricos. No caso da combinação *ion-free* adotou-se desvios-padrão diferentes dos outros processamentos. Esta estratégia foi adotada devido ao fato de na combinação *ion-free* serem feitas propagações de covariâncias.

Utilizando as configurações descritas na Tabela 4 foram realizados os processamentos e as coordenadas estimadas (X, Y, Z e h) comparadas com as coordenadas consideradas “verdadeiras” (X’, Y’, Z’ e h’). No caso, as coordenadas “verdadeiras” da estação PPTE, no sistema de referência SIRGAS 2000, época 2000,4 (disponibilizadas pelo IBGE), foram transformadas para o sistema de referência das efemérides precisas (ITRF2005, época 2007,668) utilizando a transformação de Helmert (SOLER; DOYLE; HALL, 1999). Os

erros 3D ($\sqrt{(X - X')^2 + (Y - Y')^2 + (Z - Z')^2}$) e em altitude ($\Delta h = h - h'$) são apresentados na Figura 11 e na Figura 12:

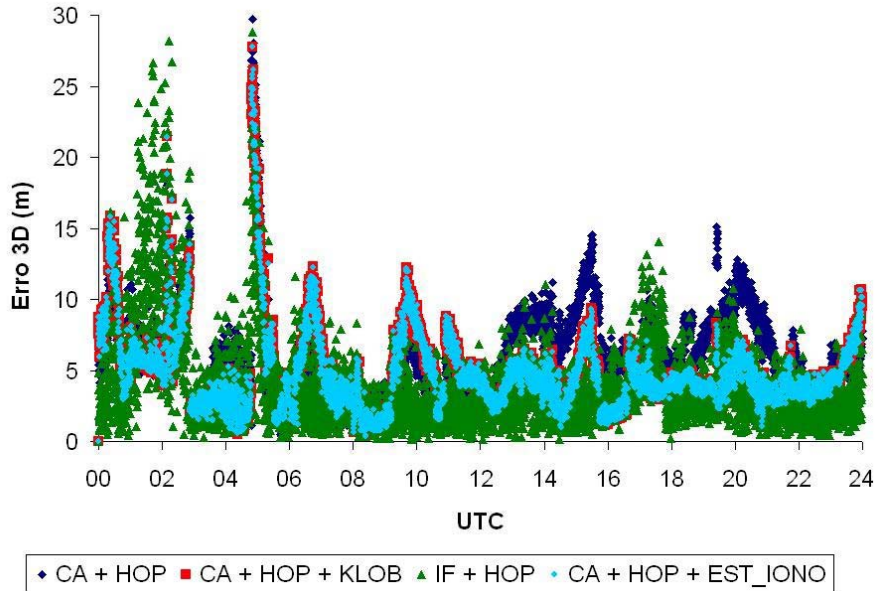


Figura 11: Erro 3D para a estação PPTE (01/09/2007 – 00 às 24 horas)

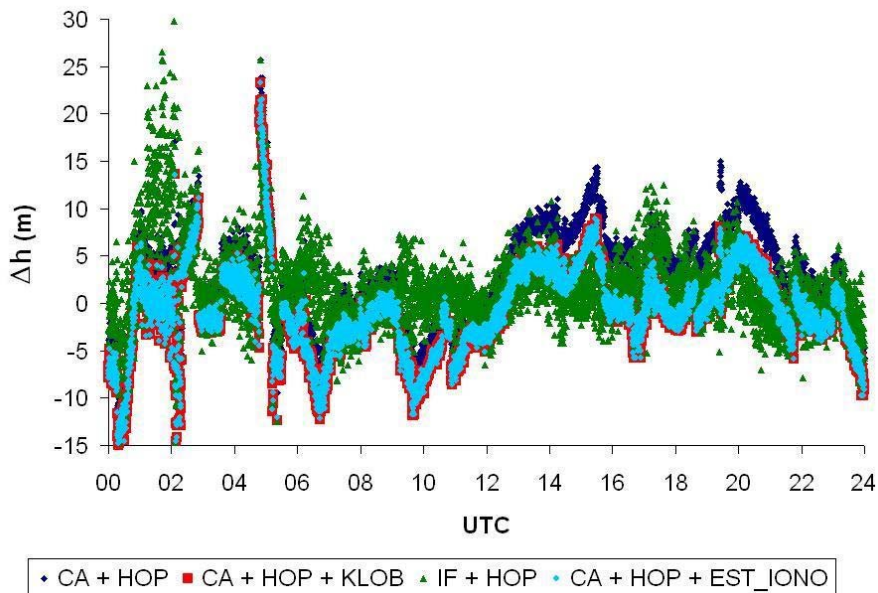


Figura 12: Δh para a estação PPTE (01/09/2007 – 00 às 24 horas)

Os valores da média, DP (Desvio-Padrão) e EMQ (Erro Médio Quadrático) dos erros 3D e Δh nos processamentos realizados são apresentados na Tabela 5:

Tabela 5: Sumário das estatísticas dos processamentos

Tipos de processamentos	Erro 3D (m)			Δh (m)			Aceite no teste χ^2 (%) (1- α = 95%)
	Média	DP	EMQ	Média	DP	EMQ	
CA	11,011	4,895	12,050	10,322	5,203	11,560	98,785
CA + HOP	5,819	3,326	6,702	2,952	5,043	5,843	99,861
CA + HOP + KLOB	4,816	2,904	5,624	-0,759	4,562	4,624	99,861
IF + HOP	3,930	3,357	5,169	1,744	4,232	4,578	99,965
CA + HOP + EST IONO	4,815	2,893	5,617	-0,760	4,552	4,615	99,878

Na Tabela 6 são mostrados os níveis de melhoria dos quatro últimos processamentos em relação ao processamento sem utilizar nenhuma correção (CA):

Tabela 6: Melhoria dos processamentos em relação ao processamento “CA”

Tipos de processamentos	Melhoria em erro 3D (%)	Melhoria em Δh (%)
CA + HOP	44,379	49,451
CA + HOP + KLOB	53,331	59,996
IF + HOP	57,108	60,400
CA + HOP + EST IONO	53,383	60,079

Verifica-se na Tabela 6 que melhores resultados, tanto em erro 3D quanto em Δh, foram obtidos ao realizar os processamentos com correções da troposfera (Hopfield) e da ionosfera, aplicando a *ion-free* ou com a estimativa dos resíduos das DDs. Dessa maneira, optou-se por realizar os demais processamentos realizando as correções da troposfera a partir do modelo de Hopfield e combinação *ion-free* ou estimativa do efeito da ionosfera na direção receptor/satélite.

6.3 Modelos Estocásticos em Função dos Ângulos de Elevação

As funções dos ângulos de elevação (Eq. 94 a 98) podem ser consideradas como as precisões das observações no processamento de dados, conforme citado na seção 4.2.1. Sendo assim, foi verificado o comportamento das funções em relação aos ângulos de elevação, as quais podem ser visualizadas na Figura 13:

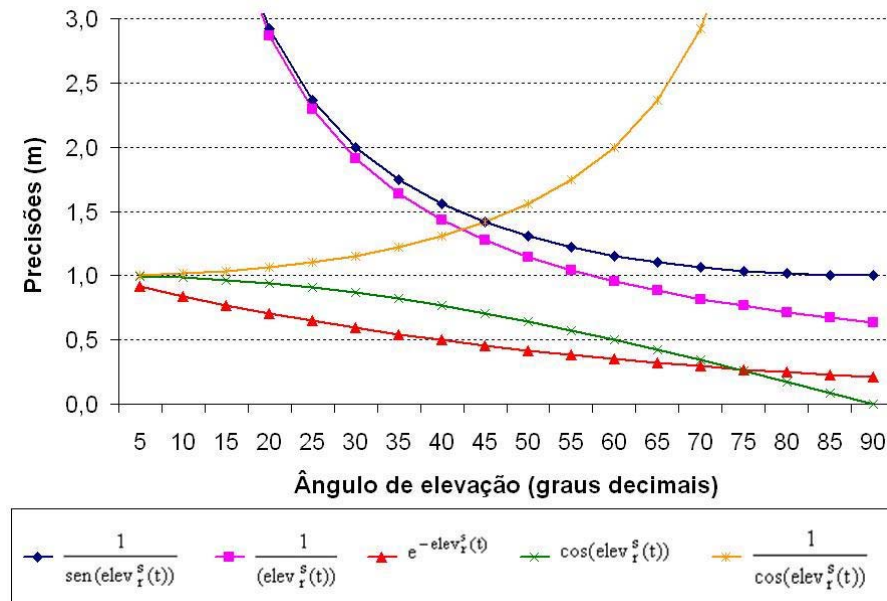


Figura 13: Funções de ângulos de elevação

De acordo com o comportamento das funções (Figura 13), verifica-se que os valores ao realizar a função do inverso do cosseno aumentam conforme aumenta o ângulo de elevação, já para as outras funções, conforme aumenta o ângulo de elevação decresce o valor da função. Baseado nesse pressuposto, foram implementados os modelos estocásticos em função dos ângulos de elevação referentes às quatro primeiras funções, Equações 94, 95, 96 e 98. Os processamentos realizados com essas funções são denominados, respectivamente, de: Sen_Elev; Elev; Exp_Elev e Cos_Elev.

Baseado na Equação 93 e desconsiderando as constantes a e b, pode-se escrever o modelo estocástico em função do ângulo de elevação da seguinte forma:

$\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = f^2(\text{elev}_r^s(t))$. Além disso, considerando que as variâncias das observáveis são diferentes para a fase (L1 e L2) e para o código (CA e P2) pode-se deduzir outro modelo, $\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{\text{obs}}^2 f^2(\text{elev}_r^s(t))$ (σ_{obs}^2 é a variância da observação – CA, P2, L1 ou L2).

6.3.1 Posicionamento relativo

Para a realização dos processamentos considerando ou não os ângulos de elevação dos satélites no posicionamento relativo foram utilizados, a princípio, as estações UEPP e RT60. No caso, a estação UEPP foi utilizada como estação de referência, sendo a linha de base UEPP- RT60 (60 km) processada no *software* TGO (*Trimble Geomatics Office*). No processamento dessa linha base utilizou-se uma máscara de elevação de 15°, efemérides precisas e correção da troposfera a partir do modelo de Hopfield com estimativa do atraso zenital troposférico a cada uma hora. Foi realizada a combinação *ion-free*, sendo que a solução das ambiguidades foi dada como “fixa”, o valor do *ratio* foi de 2,8 e variância a posteriori foi de 1,675. As coordenadas obtidas nesse processamento (X, Y, Z e h) foram tomadas como referência (“verdadeira”).

Os processamentos considerando ou não a modelagem estocástica em função dos ângulos de elevação foram realizados no *software* GPSeq. A princípio foi realizado um processamento considerando as observáveis de código (CA e P2) e fase (L1 e L2), no qual se aplicou o modelo de Hopfield para correção da troposfera e aplicou-se a metodologia da estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs. Este primeiro processamento foi denominado de Padrão. As configurações utilizadas no processamento, cujas precisões foram escolhidas após diversos testes empíricos, são apresentadas na Tabela 7:

Tabela 7: Informações a priori do processamento da linha de base UEPP- RT60

Máscara de elevação	Intervalo do processamento	σ_{L1}	σ_{L2}	σ_{CA}	σ_{P2}	σ_{Iono}
15°	12:50:00 h - 15:47:15 h	0,004 m	0,005 m	0,4 m	0,5 m	0,005 m x km

Os experimentos considerando os ângulos de elevação na modelagem estocástica foram realizados de acordo com as funções descritas nas Equações 94 a 97. No primeiro experimento foram realizados processamentos, nos quais se utilizou as variâncias das observáveis escritas somente em função dos ângulos de elevação ($\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = f(\text{elev}_r^s(t))$) e $\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = f^2(\text{elev}_r^s(t))$). No final de todos os processamentos as soluções das ambiguidades foram *float*. Na Figura 14 são mostrados os valores de erro 3D e Δh da estação RT60 para o modelo padrão e para os quatro modelos em função do ângulo de elevação dos satélites, em

relação ao valor tomado como referência, ou seja, considerado como “verdadeiro”. Estes valores e respectivos GOM são apresentados na Tabela 8.

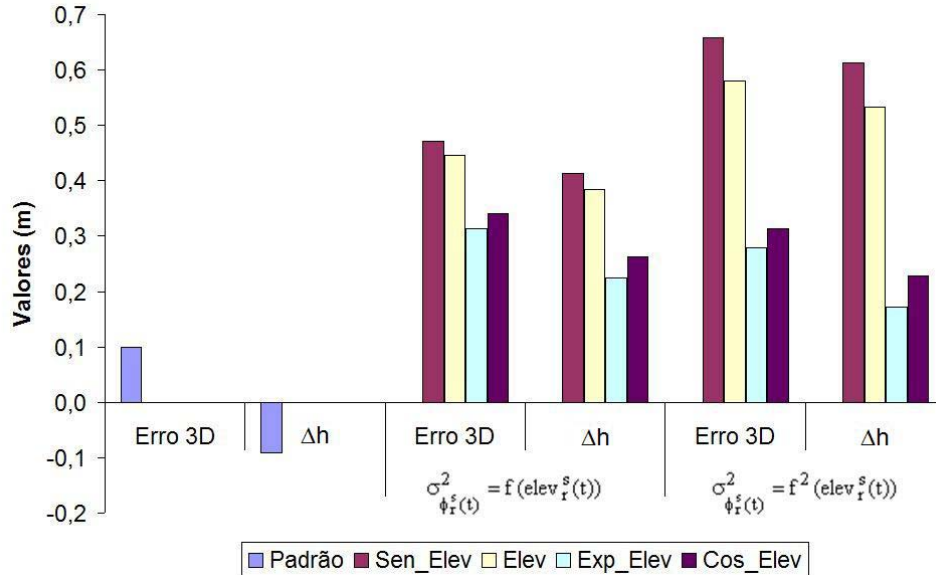


Figura 14: Erro 3D e Δh para a estação RT60 - (modelo estocástico somente em função do ângulo)

Tabela 8: Resultados dos processamentos em função dos ângulos de elevação (somente em função do ângulo) – UEPP- RT60

	Tipos de processamentos	Erro 3D (m)	Δh (m)	GOM
$\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2$	Padrão	0,099	-0,092	0,78
$\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = f(elev_r^s(t))$	Sen_Elev	0,471	0,413	1,56
	Elev	0,446	0,384	1,52
	Exp_Elev	0,314	0,225	0,53
	Cos_Elev	0,341	0,263	0,58
$\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = f^2(elev_r^s(t))$	Sen_Elev	0,657	0,613	4,91
	Elev	0,580	0,533	4,73
	Exp_Elev	0,279	0,172	0,58
	Cos_Elev	0,314	0,228	0,58

Ao analisar a Figura 14 e a Tabela 8 verifica-se que nenhum dos modelos estocásticos em função dos ângulos de elevação dos satélites melhorou as coordenadas em comparação com o modelo padrão. Porém, pode-se verificar que ao utilizar a função do ângulo no caso Exp_Elev o valor do GOM foi o menor.

No segundo experimento, também se utilizou as funções descritas nas Equações 94 a 97, porém, ponderadas pelas observáveis (CA, P2, L1 e L2) descritas na Tabela 7, nos quais também considerou-se somente a função dos ângulos ($\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f(elev_r^s(t))$) e quadrado das funções ($\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f^2(elev_r^s(t))$). A Figura

15 e a Tabela 9 apresentam os valores de erro 3D e Δh da estação RT60 para o modelo padrão e para os quatro modelos em função do ângulo de elevação dos satélites ponderados pelas variâncias das observáveis:

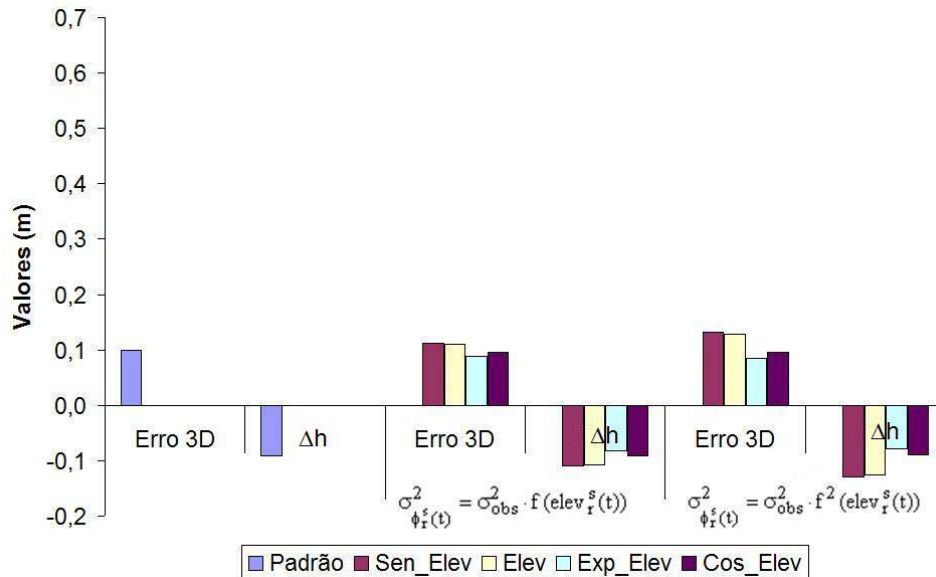


Figura 15: Erro 3D e Δh para a estação RT60 (modelo estocástico em função do ângulo e das variâncias das observáveis)

Tabela 9: Resultados dos processamentos em função dos ângulos de elevação (em função do ângulo e da variância das observáveis) – UEPP- RT60

	Tipos de processamentos	Erro 3D (m)	Δh (m)	GOM
$\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2$	Padrão	0,099	-0,092	0,78
$\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f(elev_r^s(t))$	Sen_Elev	0,112	-0,109	0,46
	Elev	0,111	-0,108	0,49
	Exp_Elev	0,089	-0,083	1,53
	Cos_Elev	0,095	-0,091	1,11
$\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f^2(elev_r^s(t))$	Sen_Elev	0,132	-0,129	0,26
	Elev	0,128	-0,126	0,29
	Exp_Elev	0,085	-0,078	2,71
	Cos_Elev	0,096	-0,089	1,41

Ao comparar a Figura 14 e a Tabela 8 com a Figura 15 e a Tabela 9 pode-se verificar que os valores dos erros 3D e Δh diminuíram quando se considerou as variâncias das observáveis nos modelos estocásticos em função dos ângulos de elevação. Verifica-se também que o caso em que houve as maiores melhorias foi quando se utilizou o modelo estocástico $\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f^2(elev_r^s(t))$ no caso Exp_Elev. Porém, os menores valores de GOM foram obtidos nos casos Sen_Elev e Elev.

Baseado nos experimentos descritos anteriormente foi realizado processamentos utilizando os modelos estocásticos em função dos ângulos de elevação dos satélites e das variâncias das observações. Para tanto, foram utilizados dados das estações LYB0 e NYA1 (Figura 7), cujo índice Ap no período de coleta (22 às 23 horas) foi de 22, indicando uma atividade geomagnética ativa. A Figura 16 e a Figura 17 mostram, respectivamente, os índices de cintilação S4 e phi60 para satélites com ângulos de elevação maiores que 10°:

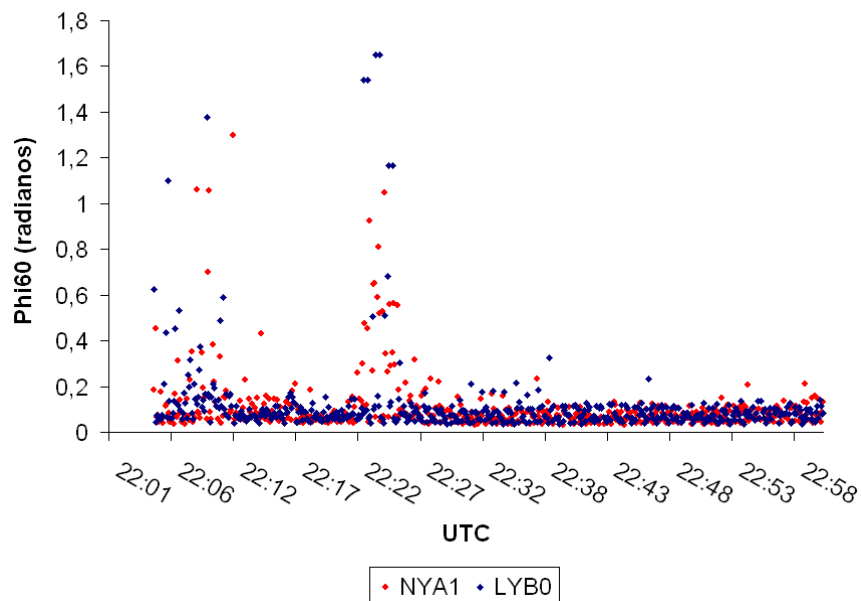


Figura 16: Índices phi60 medidos nas estações LYB0 e NYA1 para satélites com ângulos de elevação > 10°

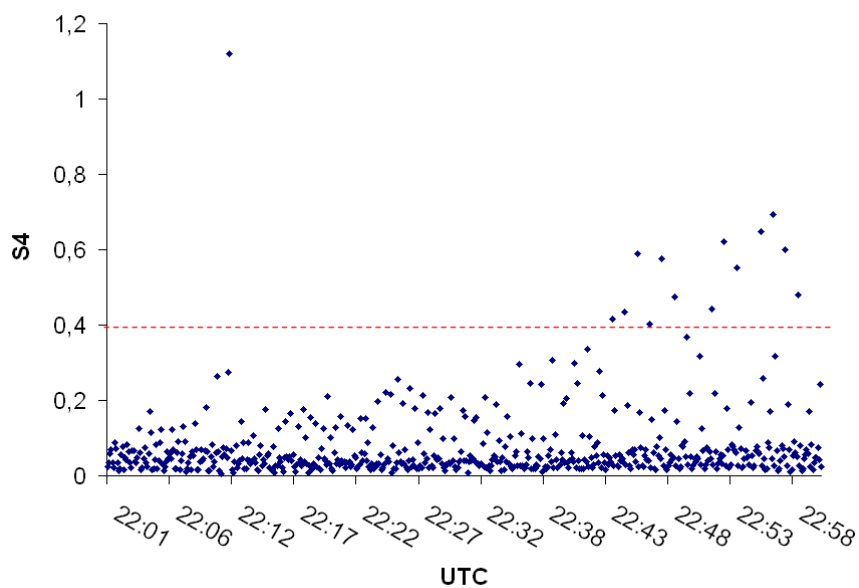


Figura 17: Índices S4 medidos na estação LYB0 para satélites com elevação > 10° (22-23 UT, 10/12/2006)

A Figura 16 indica que houve uma forte cintilação da fase tanto para a estação LYB0 quanto para a estação NYA1. Na Figura 17 verifica-se que houve alguns valores maiores que 0,4, indicando ocorrências de cintilação.

As informações descritas na Tabela 10 foram utilizadas nos processamentos considerando ou a modelagem estocástica padrão ou a modelagem considerando os ângulos de elevação dos satélites. No caso, as precisões foram escolhidas após alguns testes:

Tabela 10: Informações a priori do processamento da linha de base LYB0-NYA1

Máscara de elevação	Intervalo do processamento	σ_{L1}	σ_{L2}	σ_{CA}	σ_{P2}	σ_{Iono}
10°	22 h - 23 h	0,006 m	0,008 m	0,6 m	0,8 m	0,002 m x km

Na Tabela 11 são apresentados os valores do GOM dos processamentos, os quais tiveram solução *float* para as ambiguidades. As coordenadas obtidas nos processamentos foram comparadas com as coordenadas “verdadeiras” da estação LYB0 (disponibilizadas juntamente com os dados GPS). A Tabela 11 e a Figura 18 apresentam os valores dos erros 3D e Δh quando se utilizou os modelos estocásticos padrão e em função dos ângulos de elevação:

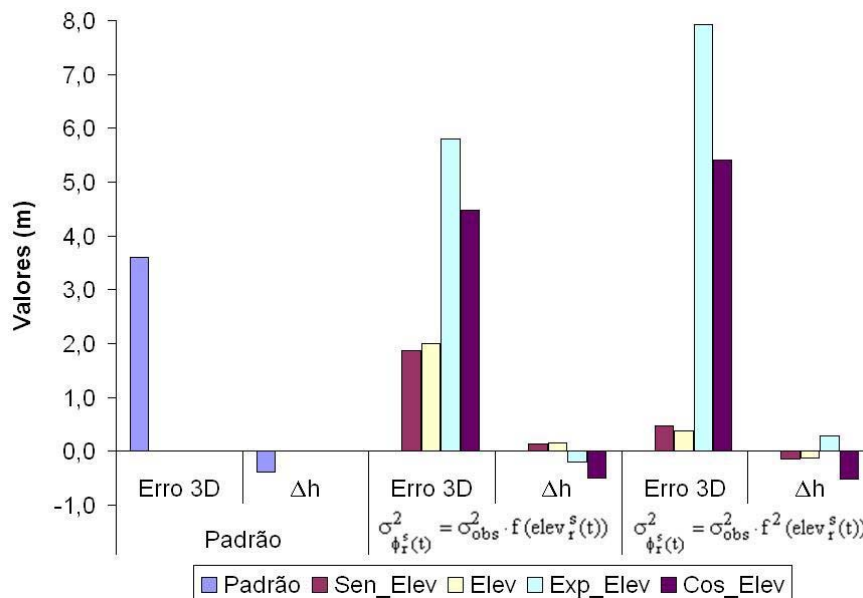


Figura 18: Erro 3D e Δh para a estação NYA1 – modelo estocástico em função do ângulo e das variâncias das observáveis

Tabela 11: Resultados dos processamentos em função dos ângulos de elevação (em função do ângulo e da variância das observáveis) – LYB0-NYA1

	Tipos de processamentos	Erro 3D (m)	Δh (m)	GOM
$\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2$	Padrão	3,597	-0,388	440,01
$\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f(elev_r^s(t))$	Sen_Elev	1,871	0,130	292,43
	Elev	1,995	0,161	308,37
	Exp_Elev	5,807	-0,194	646,84
	Cos_Elev	4,486	-0,499	518,79
$\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f^2(elev_r^s(t))$	Sen_Elev	0,463	-0,151	168,64
	Elev	0,387	-0,132	188,02
	Exp_Elev	7,924	0,278	977,58
	Cos_Elev	5,411	-0,521	604,52

Ao analisar a Figura 18 e a Tabela 11, pode-se verificar que o caso em que houve uma maior melhoria com relação ao modelo padrão, tanto no erro 3D quanto em Δh , foi quando se considerou o modelo estocástico $\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f^2(elev_r^s(t))$, no caso Elev. Neste caso, o valor do GOM foi de 188,02, o qual também foi um dos menores.

Com o objetivo de verificar os resultados durante todo o período do processamento recursivo foram analisadas as séries temporais dos erros 3D e Δh considerando o modelo padrão e o modelo estocástico $\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f^2(elev_r^s(t))$, utilizando as diferentes funções de ângulos de elevação dos satélites.

A Figura 19 apresenta a série temporal do erro 3D e a Tabela 12 apresentam um sumário das estatísticas considerando todo o período do processamento:

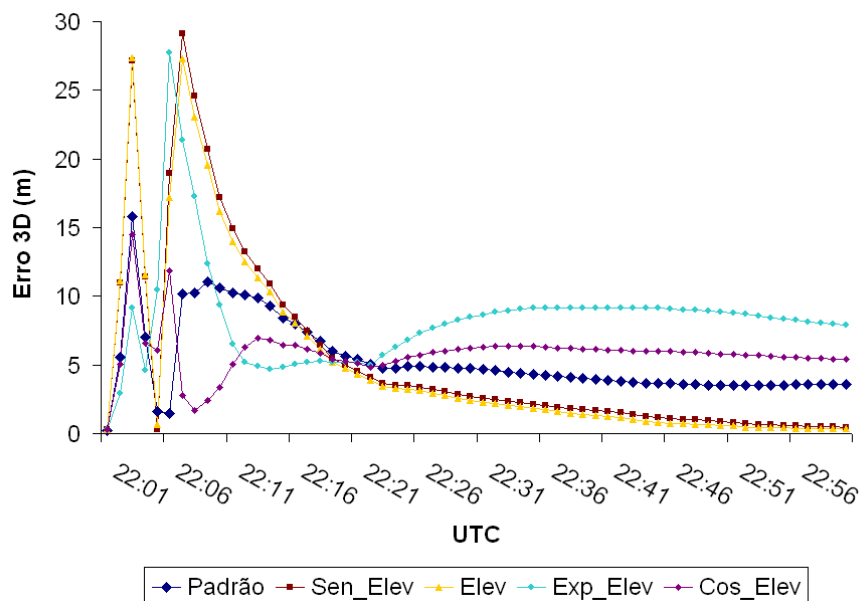
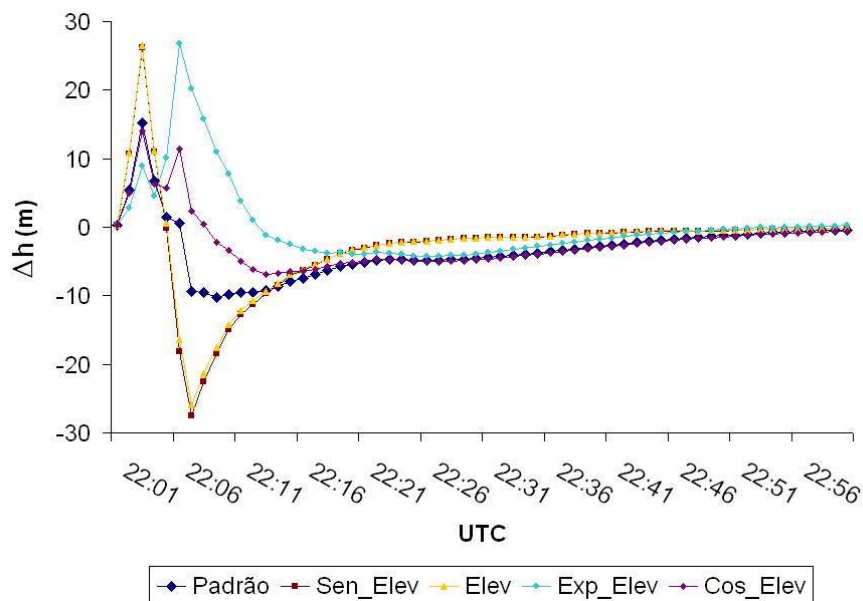


Figura 19: Valores de Erro 3D para a estação NYA1 do processamento recursivo

Tabela 12: Estatísticas do erro 3D para a estação NYA1 do processamento recursivo

	Tipos de processamentos	Média (m)	DP (m)	EMQ (m)
$\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2$	Padrão	5,322	2,779	6,004
$\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f(elev_r^s(t))$	Sen_Elev	5,062	5,207	7,262
	Elev	4,950	4,988	7,027
	Exp_Elev	6,012	1,756	6,263
	Cos_Elev	5,564	1,860	5,867
$\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f^2(elev_r^s(t))$	Sen_Elev	5,453	7,004	8,876
	Elev	5,081	6,743	8,443
	Exp_Elev	8,341	3,918	9,215
	Cos_Elev	5,818	1,828	6,098

A série temporal e o sumário das estatísticas para os valores de Δh durante todo o período do processamento são apresentados, respectivamente, na Figura 20 e na Tabela 13:

**Figura 20:** Valores de Δh para a estação NYA1 do processamento recursivo**Tabela 13:** Estatísticas de Δh para a estação NYA1 do processamento recursivo

	Tipos de processamentos	Média (m)	DP (m)	EMQ (m)
$\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2$	Padrão	-3,264	4,249	5,358
$\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f(elev_r^s(t))$	Sen_Elev	-2,903	5,894	6,570
	Elev	-2,789	5,760	6,399
	Exp_Elev	-2,192	3,922	4,493
	Cos_Elev	-2,976	4,002	4,987
$\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f^2(elev_r^s(t))$	Sen_Elev	-2,822	7,472	7,987
	Elev	-2,635	7,224	7,690
	Exp_Elev	0,234	5,965	5,969
	Cos_Elev	-2,271	3,984	4,585

Ao analisar as Figuras 19 e 20, bem como as Tabelas 12 e 13, verifica-se que o menor EMQ em erro 3D foi obtido quando se aplicou a função *Cos_Elev*, utilizando o modelo $\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f(elev_r^s(t))$ e, em Δh foi obtido utilizando a função *Exp_Elev*, com o mesmo modelo. Entretanto, ao analisar os resultados ao final do processamento (Tabela 11), os menores valores de erro 3D (0,387 m) e Δh (-0,132 m) foram obtidos quando se considerou o modelo estocástico em função do ângulo de elevação, utilizando a função *Elev* no modelo $\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f^2(elev_r^s(t))$ e, ao analisar as Tabelas 12 e 13, o valor de EMQ relacionado a esta mesma função, considerando todo o período do processamento recursivo, foi um dos maiores, tanto em erro 3D (8,443 m) quanto em Δh (7,690 m).

6.3.2 Posicionamento por ponto

No caso do posicionamento por ponto foram realizados experimentos no *software* PP_Sc considerando ou não os ângulos de elevação dos satélites na modelagem estocástica, utilizando o modelo $\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f(elev_r^s(t))$. Os testes foram realizados, utilizando dados de duas estações denominadas RT60 e ROSA. Algumas informações relacionadas a estas estações são apresentadas na Tabela 14:

Tabela 14: Estações utilizadas nos processamentos por ponto

Informações	Estação RT60	Estação ROSA
Data	28/06/2003	20/06/2008
Período	12:48:40 às 15:54:00 horas	00:00:00 às 23:59:45 horas
Índice Kp (média no período)	4	2

Foram realizados três tipos de processamentos, considerando: CA + HOP + KLOB, CA + HOP + EST_IONO, IF + HOP, os quais foram descritos na Tabela 3. Estes três experimentos foram realizados considerando o modelo estocástico padrão, cujos resultados foram denominados de Padrão. Foram adotados, após alguns experimentos, tanto para a estação RT60 quanto para ROSA os valores de 1,2 m e 1,5 m para σ_{CA} e σ_{P2} , respectivamente. Para os valores de precisões da ionosfera, após vários testes, foram

escolhidos os valores de 0,8 m e 0,4 m para a estação RT60 e ROSA, respectivamente. Foi adotada uma máscara de elevação no processamento de 10° para ambas as estações.

Quatro experimentos foram realizados considerando as variâncias das observações em função dos ângulos de elevação dos satélites (Equações 93 a 96), respectivamente denominadas de Sen_Elev, Elev, Exp_Elev e Cos_Elev.

Ao final dos processamentos as coordenadas estimadas foram comparadas com as coordenadas “verdadeiras”. No caso da estação ROSA, as coordenadas “verdadeiras” disponibilizadas pelo IBGE (SIRGAS2000, época 2000,4) foram transformadas para o sistema de referência das efemérides precisas (ITRF2005, época 2008,471) utilizando a transformação de Helmert (SOLER; DOYLE; HALL, 1999). As coordenadas “verdadeiras” da estação RT60 são as advindas do processamento realizado no *software* TGO (seção 6.3.1).

A Figura 21 e a Tabela 15 mostram os valores do EMQ do erro 3D e do Δh dos processamentos realizados para a estação RT60:

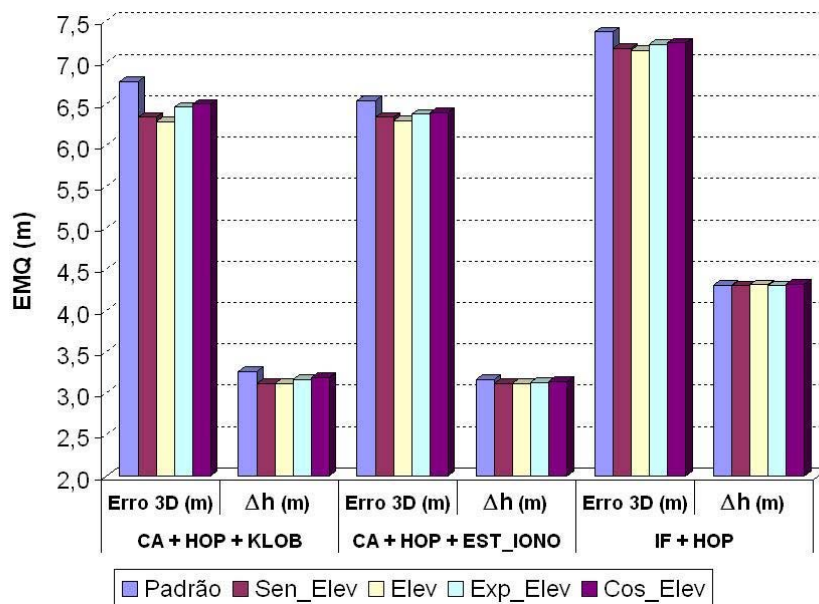


Figura 21: Experimentos realizados na estação RT60 (2003)

Tabela 15: Sumário dos processamentos realizados para a estação RT60 (2003)

Tipos de processamentos	CA + HOP + KLOB		CA + HOP + EST_IONO		IF + HOP	
	EMQ Erro 3D (m)	EMQ Δh (m)	EMQ Erro 3D (m)	EMQ Δh (m)	EMQ Erro 3D (m)	EMQ Δh (m)
Padrão	6,774	3,263	6,544	3,169	7,371	4,307
Sen_Elev	6,338	3,121	6,338	3,121	7,174	4,303
Elev	6,282	3,119	6,300	3,120	7,148	4,314
Exp_Elev	6,461	3,164	6,378	3,132	7,223	4,300
Cos_Elev	6,496	3,189	6,395	3,143	7,239	4,320

Ao analisar a Figura 21 e a Tabela 15, verifica-se que ao considerar os modelos estocásticos em função dos ângulos de elevação, tanto no caso em que utilizou o modelo de Klobuchar quanto no caso da estimativa dos efeitos ionosféricos, os resultados tiveram poucas melhorias se comparados com o modelo estocástico padrão. A maior melhoria ocorreu quando se aplicou o modelo estocástico em função do ângulo (Eq. 95), atingindo uma discrepância em relação ao modelo padrão de 0,491 m para o EMQ do erro 3D e de 0,144 m para o EMQ do Δh . No caso da combinação *ion-free*, houve melhorias no EMQ do erro 3D ao considerar todos os modelos em função do ângulo de elevação, porém no EMQ do Δh houve melhorias apenas ao considerar os modelos estocásticos em função do seno (Eq. 94) e da exponencial do ângulo (Eq. 96).

Na Figura 22 e da Tabela 16 são apresentados os valores de EMQ do erro 3D e do Δh para a estação ROSA:

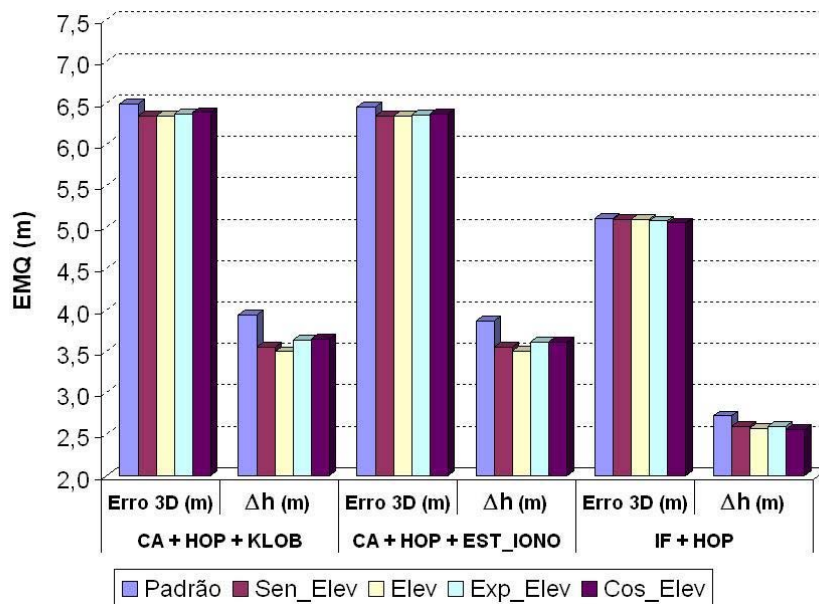


Figura 22: Modelos padrão versus em função dos ângulos de elevação dos satélites (Estação ROSA - 2008)

Tabela 16: Sumário dos processamentos realizados para a estação ROSA (2008)

Tipos de processamentos	CA + HOP + KLOB		CA + HOP + EST_IONO		IF + HOP	
	EMQ Erro 3D (m)	EMQ Δh (m)	EMQ Erro 3D (m)	EMQ Δh (m)	EMQ Erro 3D (m)	EMQ Δh (m)
Padrão	6,493	3,946	6,452	3,866	5,109	2,724
Sen_Elev	6,347	3,555	6,347	3,555	5,097	2,600
Elev_2	6,345	3,500	6,345	3,505	5,098	2,575
Exp_Elev	6,372	3,644	6,361	3,613	5,078	2,597
Cos_Elev	6,387	3,649	6,368	3,616	5,054	2,557

A partir da Figura 22 e da Tabela 16, pode-se verificar que houve poucas melhorias em todos os casos em que se considerou a modelagem estocástica em função dos ângulos de elevação se comparados com o processamento padrão. A maior melhoria obtida foi também no caso em que se considerou a Equação 95 (em função do inverso do ângulo), com discrepâncias em relação ao modelo padrão de 0,148 m e 0,446 m, respectivamente para o EMQ do erro 3D e para o EMQ do Δh .

Também foram realizados processamentos para a estação LYB0 (das 22 às 23 horas), nos quais se utilizou efemérides precisas, máscara de elevação de 10° , $\sigma_{CA} = 1,2 \text{ m}$, $\sigma_{P2} = 1,5 \text{ m}$ e $\sigma_{\text{Iono}} = 1,2 \text{ m}$. A Figura 23 e a Tabela 17 apresentam os valores dos EMQs dos erros 3D e Δh obtidos nos processamentos:

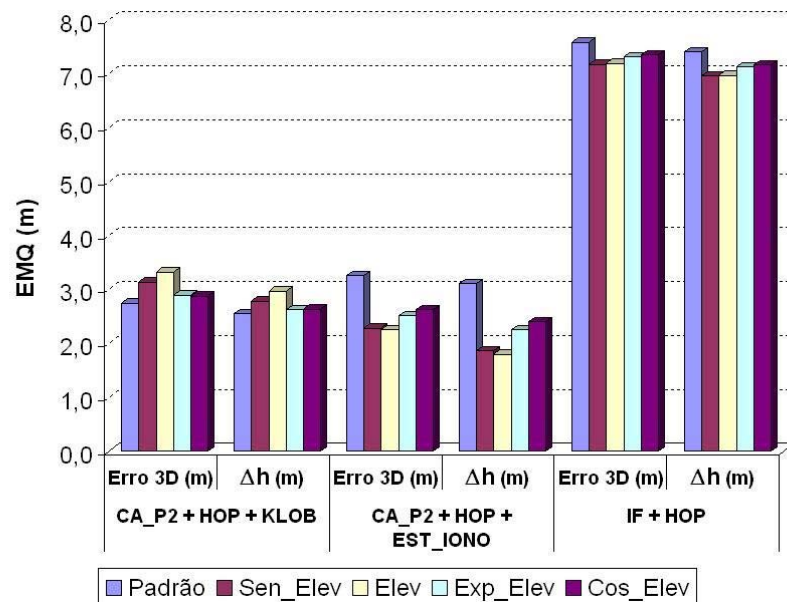


Figura 23: EMQs dos erros 3D e Δh obtidos nos processamentos para a estação LYB0

Tabela 17: EMQs dos erros 3D e Δh obtidos nos processamentos para a estação LYB0

Tipos de processamentos	CA_P2 + HOP + KLOB		CA_P2 + HOP + EST_IONO		IF + HOP	
	Erro 3D (m)	Δh (m)	Erro 3D (m)	Δh (m)	Erro 3D (m)	Δh (m)
Padrão	2,746	2,549	3,255	3,104	7,579	7,401
Sen_Elev	3,134	2,783	2,279	1,859	7,172	6,960
Elev	3,318	2,965	2,253	1,796	7,189	6,969
Exp_Elev	2,893	2,619	2,516	2,249	7,316	7,128
Cos_Elev	2,875	2,633	2,619	2,397	7,350	7,167

Na Figura 23 e na Tabela 17 verifica-se que ao considerar o modelo estocástico em função dos ângulos de elevação nos processamentos CA_P2 + HOP + EST_IONO e IF + HOP todos os valores de EMQs foram menores que os obtidos pelo

processamento utilizando o modelo estocástico Padrão. O mesmo não ocorreu no processamento CA_P2 + HOP + KLOB. Nota-se ainda que ao realizar o processamento IF + HOP, este atingiu os maiores valores de EMQ, em torno de 7 metros, enquanto nos outros dois processamentos os valores ficaram em torno de 3 metros.

6.4 Modelos Estocásticos em Função da Cintilação Ionosférica

6.4.1 Posicionamento relativo

Com o *software* GPSeq foram realizados dois experimentos, um considerando o modelo estocástico padrão (Mod_Padrão) e outro considerando o modelo estocástico em função da cintilação (Mod_Pond_Cint). Para tanto, foram utilizados dados das estações LYB0 e NYA1 (Figura 7), os quais se referem ao dia 10 de dezembro de 2006, das 22 às 23 horas.

Tanto no processamento padrão quanto no processamento com cintilação foi utilizada uma máscara de elevação de 10° e para a correção da ionosfera, foi utilizado o método de estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs, sendo adotado, após vários experimentos, um desvio-padrão de 2 mm por km. Com relação a modelagem estocástica foram adotadas, para o caso padrão, as seguintes precisões: $\sigma_{CA} = 0,600$ m ; $\sigma_{P2} = 0,800$ m ; $\sigma_{L1} = 0,006$ m e $\sigma_{L2} = 0,008$ m. No caso da modelagem estocástica considerando a cintilação ionosférica, após vários experimentos e considerando a inexistência de erros grosseiros, foi adotada uma ponderação de valor igual a 10 para as variâncias em função da cintilação, visando melhorar os valores estimados do GOM.

A Figura 24 e a Figura 25 apresentam as séries temporais para o erro 3D e em altitude da estação NYA1:

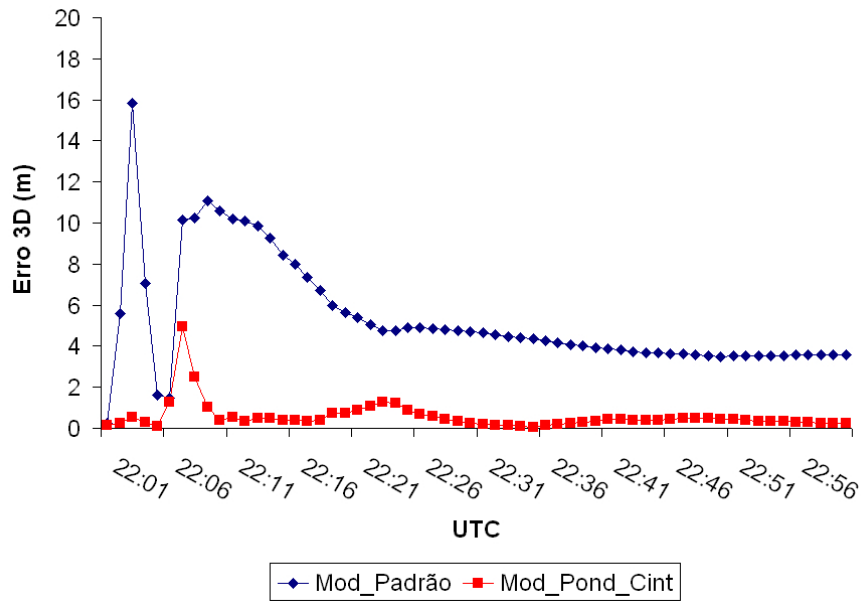


Figura 24: Erro 3D da estação NYA1 – posicionamento relativo

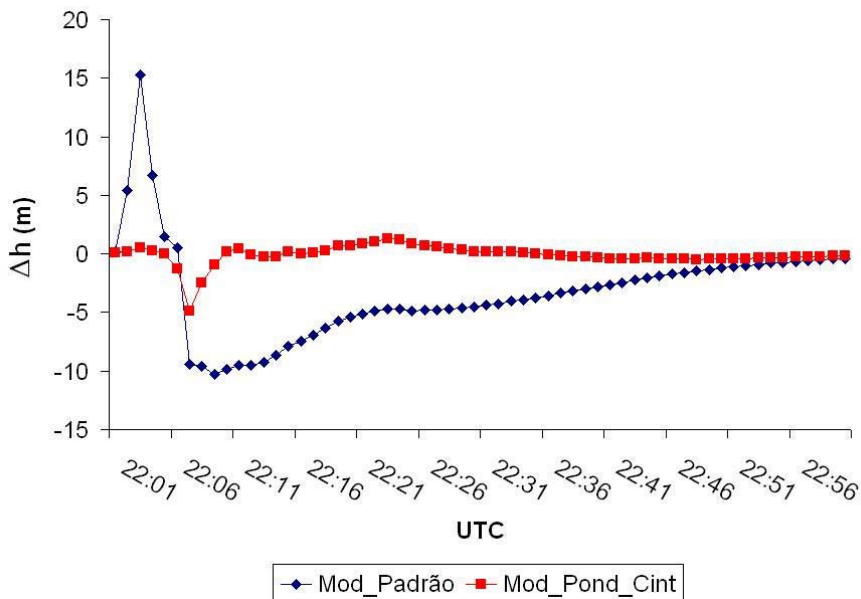


Figura 25: Erro em altitude da estação NYA1 – posicionamento relativo

A partir das séries temporais (Fig. 24 e 25), pode-se verificar uma significativa melhoria ao utilizar a modelagem estocástica em função da cintilação. Na Tabela 18 pode-se verificar um resumo das estatísticas ao final dos processamentos:

Tabela 18: Resumo dos resultados ao final dos processamentos

Tipos de processamentos	Erro 3D (m)	Δh (m)	GOM	Solução das ambiguidades
Mod Padrão	3,597	-0,388	440,010	<i>float</i>
Mod Pond Cint	0,251	-0,191	84,250	<i>float</i>

Observa-se na Tabela 18, que o processamento considerando a cintilação proporcionou uma melhoria de 93,0% no erro 3D e de 50,8% em Δh , bem como valor bem menor para o GOM.

Na Tabela 19 verificam-se as estatísticas calculadas para todo o período dos processamentos recursivos:

Tabela 19: Resumo das estatísticas dos processamentos recursivos

Tipos de processamentos	Erro 3D			Δh		
	Média (m)	DP (m)	EMQ (m)	Média (m)	DP (m)	EMQ (m)
Mod_Padrão	5,322	2,779	6,004	-3,264	4,249	5,358
Mod_Pond_Cint	0,558	0,695	0,891	-0,105	0,856	0,862

Ao analisar a Tabela 19, verifica-se que a melhoria no EMQ do erro 3D foi de 85,2% e no EMQ de Δh foi de 83,9%. Retornando à seção 6.3.1, no processamento da estação LYB0, quando foram aplicados os modelos estocásticos em função dos ângulos de elevação, verifica-se que o único caso em que houve melhorias no EMQ, tanto no erro 3D quanto em Δh , foi no caso Cos_Elev com $\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = f(\text{elev}_r^s(t))$. Neste caso, as melhorias atingiram valores de 2,3% para o EMQ do erro 3D e de 6,9% para Δh . Baseado nessas estatísticas, verifica-se que houve uma melhor modelagem estocástica ao considerar a cintilação ionosférica para dados com presença desse efeito, do que ao aplicar a modelagem em função dos ângulos de elevação, atingindo melhorias consideráveis durante todo o período do processamento dos dados.

O resíduo ionosférico estimado para cada satélite pode ser visualizado na Figura 26 e na Figura 27:

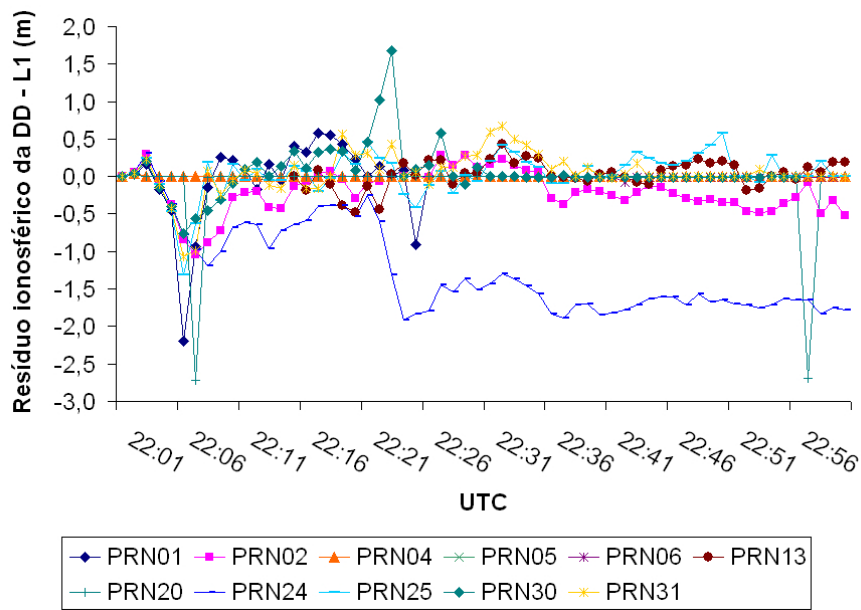


Figura 26: Série temporal dos resíduos ionosféricos das DDs – modelo padrão

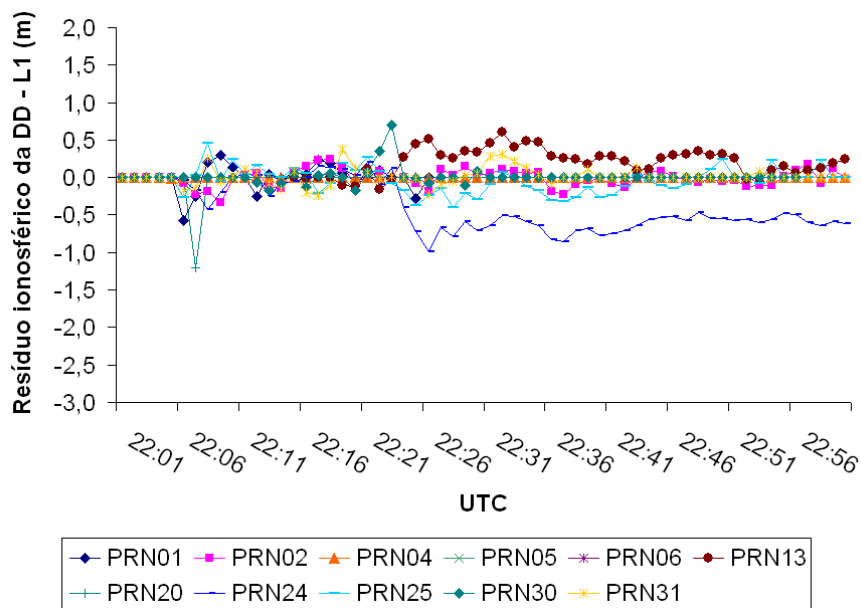


Figura 27: Série temporal dos resíduos ionosféricos das DDs – modelo com cintilação

Ao analisar a Figura 26 e a Figura 27, nota-se que os resíduos ionosféricos das DDs para o caso padrão ficaram entre -3,0 e 2,0 m. Já com o caso com cintilação o intervalo foi entre -1,5 e 1,0 m, mostrando que o modelo estocástico também melhora a estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs.

No caso, foram calculados os resíduos ionosféricos das DDs usando os GIM (<ftp://ftp.unibe.ch/aiub/CODE>) e estes foram comparados com as médias dos resíduos ionosféricos das DDs estimados apresentados na Figura 26 e na Figura 27. As discrepâncias são mostradas na Figura 28:

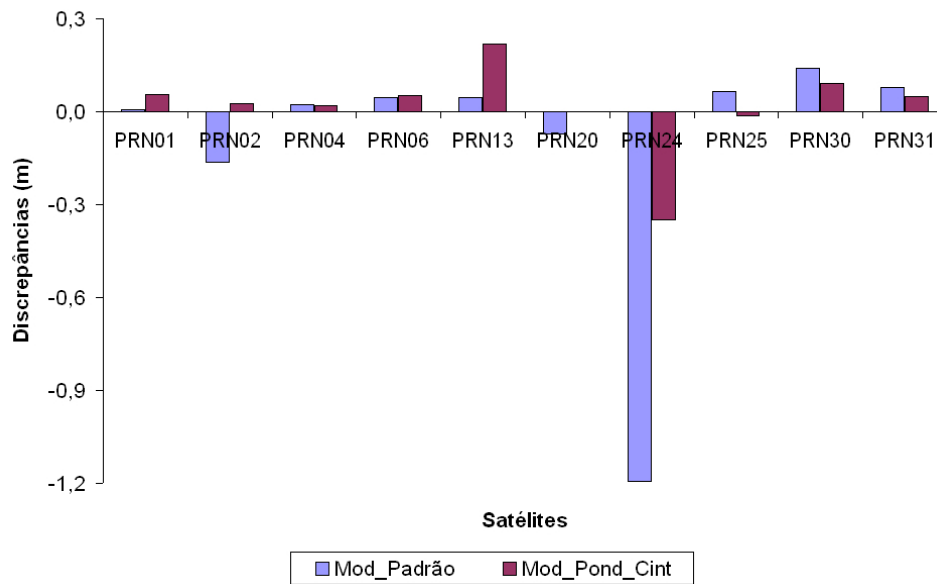


Figura 28: Discrepâncias entre os resíduos ionosféricos estimados e os calculados pelo GIM

A partir da Figura 28, verifica-se que as discrepâncias em relação ao GIM são menores para a maioria dos satélites quando os resíduos ionosféricos das DDs são estimados com a ponderação por cintilação ionosférica. A Tabela 20 mostra a média das discrepâncias entre os resíduos ionosféricos das DDs estimados e os resíduos ionosféricos das DDs calculados a partir do GIM:

Tabela 20: Média das discrepâncias entre os resíduos estimados e os calculados a partir do GIM

Tipos de processamentos	Diferença da média (m)
Mod_Padrão	-0,102
Mod_Pond_Cint	0,015

Considerando a Figura 28 e a Tabela 20, pode-se verificar que os valores estimados estão mais próximos do GIM quando se utiliza a modelagem estocástica considerando a cintilação ionosférica. Assumindo os valores calculados do GIM como “verdadeiros”, pode-se afirmar que a utilização dessa modelagem melhora também a estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs.

6.4.2 Posicionamento por ponto

Para os processamentos por ponto (PP) no *software* PP_Sc considerando ou não a cintilação ionosférica, foram utilizados dados da estação LYB0 referentes ao dia 10/12/2006 das 22 às 23 horas, cujo índice Ap nesse período foi de 22, indicando uma atividade geomagnética ativa.

Foram realizados dois processamentos: considerando o modelo estocástico padrão (Mod_Padrão) e outro considerando a cintilação ionosférica (Mod_Pond_Cint). Em ambos os processamentos foram utilizadas as observáveis CA e P2, com correção da troposfera a partir do modelo de Hopfield e com estimativa do efeito ionosférico na direção receptor-satélite, cuja precisão adotada, após vários experimentos, foi de 0,1 m. Foram utilizados arquivos de efemérides precisas. Para o processamento utilizando o modelo estocástico padrão foi adotado as precisões de 1,2 m para CA e 1,5 m para P2. Ao final dos processamentos as coordenadas da estação LYB0 foram comparadas com as coordenadas “verdadeiras” (disponibilizadas juntamente com os dados GPS). A Figura 29 e a Figura 30 mostram as séries temporais para os erros 3D e Δh no PP para a estação LYB0:

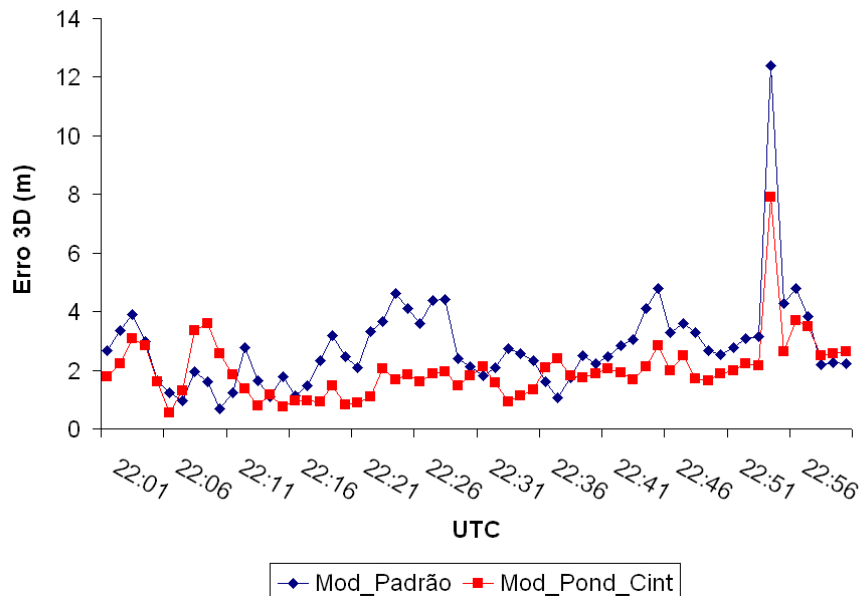


Figura 29: Erro 3D na estação LYB0 – posicionamento por ponto

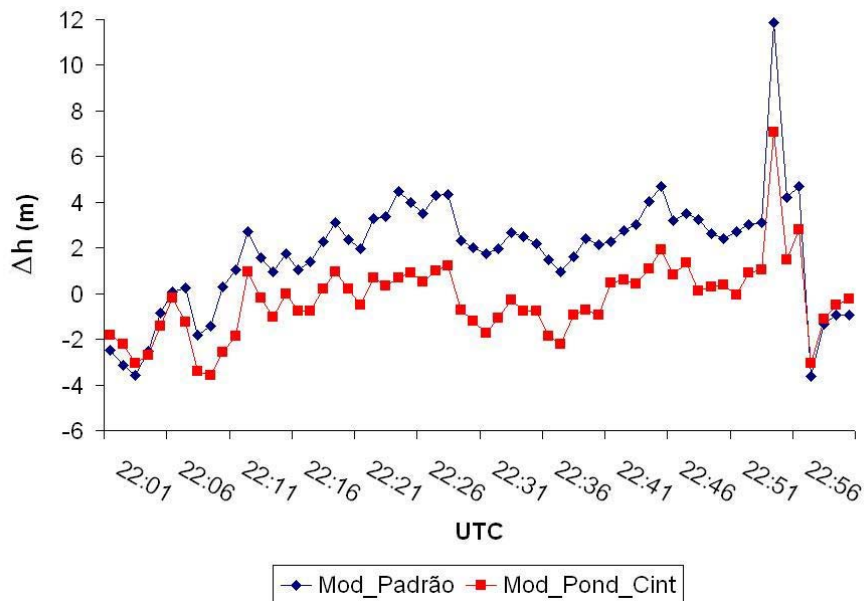


Figura 30: Erro em altitude na estação LYB0 – posicionamento por ponto

A partir da Figura 29 e da Figura 30 é possível verificar na maioria dos casos que ao considerar os efeitos de cintilação ionosférica na modelagem estocástica os resultados ficaram mais acurados, o que pode ser também verificado na Tabela 21:

Tabela 21: Resumo das estatísticas dos processamentos por ponto

Tipos de processamentos	Erro 3D (m)			Δh (m)		
	Média	DP	EMQ	Média	DP	EMQ
Mod_Padrão	2,818	1,629	3,255	1,849	2,494	3,104
Mod_Pond_Cint	1,992	1,064	2,259	-0,284	1,678	1,702

A melhoria em EMQ alcançou aproximadamente 30,6% para erro 3D e 45,1% Δh para ao considerar os efeitos de cintilação ionosférica no modelo estocástico do PP. Retornando à Tabela 17, quando se considerou a modelagem estocástica em função dos ângulos de elevação dos satélites no processamento CA_P2 + HOP + EST_I, o único caso em que as melhorias em EMQ ficaram similares ao processamento considerando a cintilação ionosférica foi o caso Elev, cujas melhorias em EMQ foram de 30,8% e 42,1% para erro 3D e Δh, respectivamente. Nos demais casos em função dos ângulos de elevação, as melhorias em EMQ foram menores do que quando utilizou a modelagem estocástica em função da cintilação ionosférica.

Os efeitos ionosféricos na direção receptor/satélite foram estimados nos processamentos, os quais foram introduzidos no ajustamento como pseudo-observações, sendo o valor advindo do modelo de Klobuchar adotado como valor a priori. Os histogramas dos efeitos ionosféricos na direção receptor/satélite foram elaborados com auxílio do *software* MiniTab (MINITAB, 2005) e podem ser visualizados nas Figuras 31 e 32:

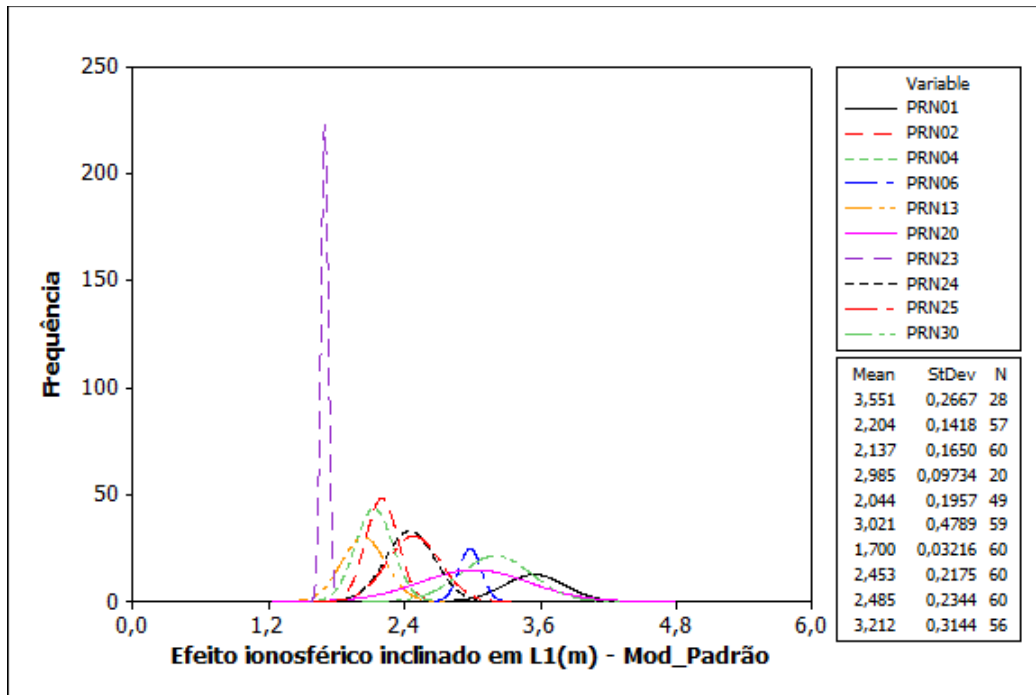


Figura 31: Histograma do efeito ionosférico na direção receptor-satélite – Mod_Padrão

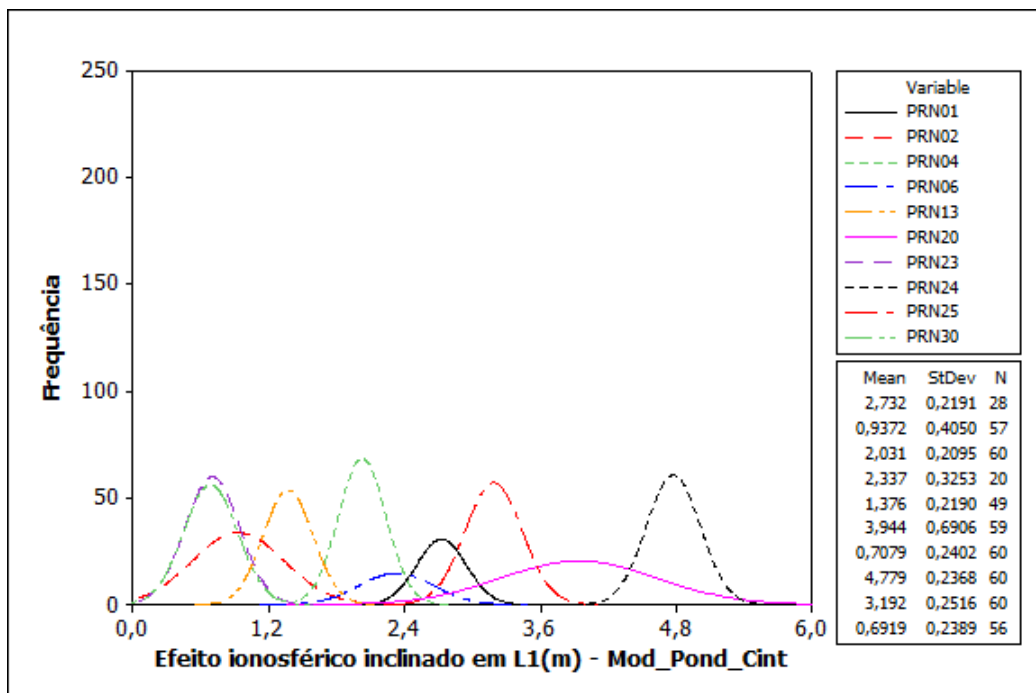


Figura 32: Histograma do efeito ionosférico na direção receptor-satélite – Mod_Pond_Cint

Os histogramas apresentados nas Figuras 31 e 32 mostram intervalos dos efeitos ionosféricos diferentes de 1,2 a 4,8 para o caso padrão e de 0,0 a 6,0 para o caso com cintilação, quando se considera ou não os efeitos de cintilação ionosférica. Além disso, os valores das médias dos efeitos ionosféricos apresentam valores diferentes. Isto mostra que tal como no processamento relativo, o modelo estocástico considerando a cintilação influencia a estimativa dos efeitos ionosféricos no PP. Na Figura 33 é apresentada os efeitos ionosféricos estimados para alguns satélites considerando ou não a cintilação:

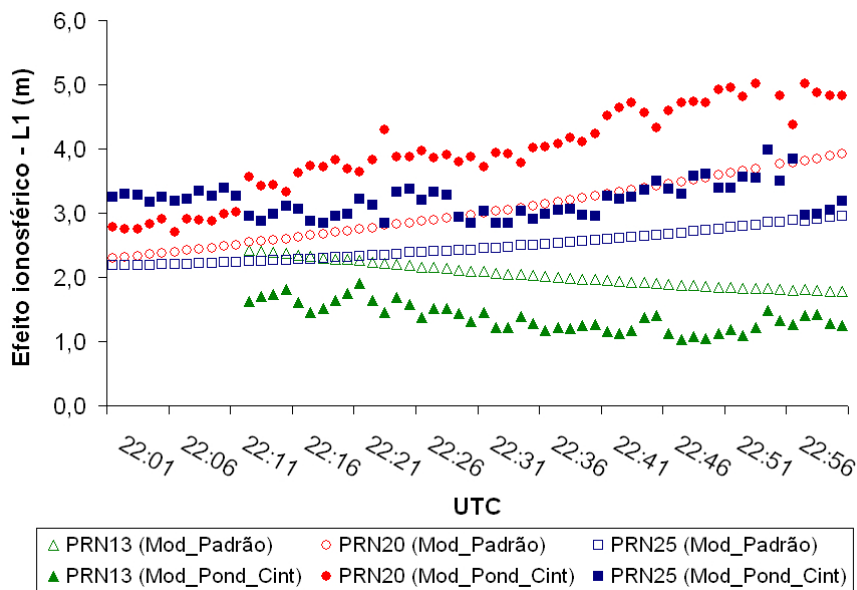


Figura 33: Efeito ionosférico (L1) na direção receptor/satélite

Como pode ser visualizada na Figura 33, a utilização da cintilação ionosférica na modelagem estocástica influenciou na estimativa do parâmetro ionosférico. A Figura 34 mostra os desvios-padrão dos efeitos ionosféricos estimados quando se considerou ou não a cintilação ionosférica na modelagem estocástica:

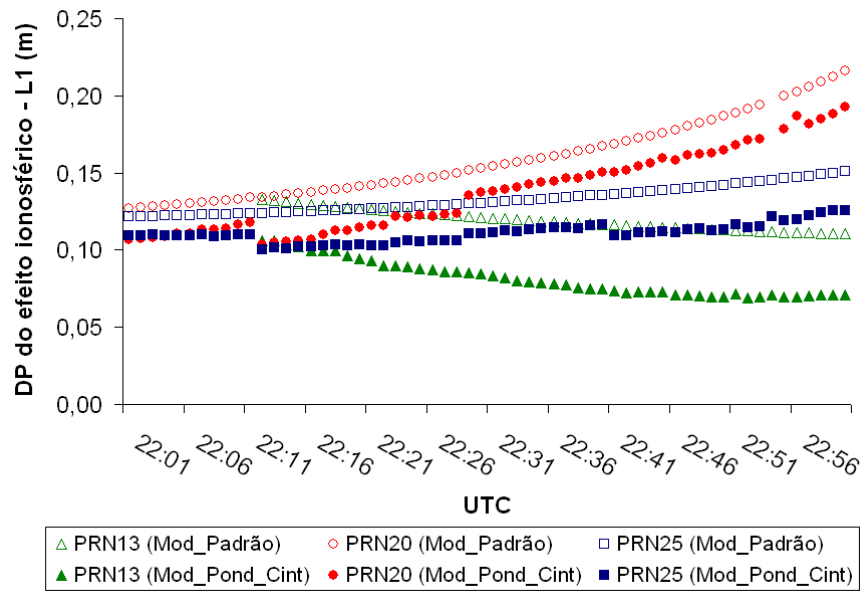


Figura 34: Desvio-padrão do efeito ionosférico (L1) na direção receptor/satélite

Verifica-se na Figura 34 que os efeitos ionosféricos foram estimados com melhor precisão quando se considerou a cintilação ionosférica no modelo estocástico. A média dos desvios-padrão considerando todos os satélites foram de 0,14 m para o caso padrão e de 0,10 m para o caso com cintilação.

7 CONSIDERAÇÕES, CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Nesse trabalho foram estudados e implementados os modelos estocásticos em função dos ângulos de elevação dos satélites e em função da cintilação ionosférica. Tais modelos foram implementados tanto no processamento relativo, *software* GPSeq, quanto no processamento por ponto, *software* PP_Sc. Além das implementações dos modelos estocásticos nos *softwares* GPSeq e PP_Sc, foi desenvolvido o *software* Tracking Jitter, o qual calcula as variâncias das observáveis em função da cintilação ionosférica.

Primeiramente, foram realizados experimentos com o *software* PP_Sc. Foram realizados processamentos dos dados da estação PPTE (dados de 2007) utilizando apenas as observações CA, aplicando ou não as correções de troposfera (modelo de Hopfield) e ionosfera (modelo de Klobuchar ou estimativa dos efeitos ionosféricos). Também foi realizado um processamento considerando a combinação *ion-free*, no qual se realizou a correção da troposfera (modelo de Hopfield). Ao final dos processamentos verificou-se que os que obtiveram melhores resultados foram os processamentos em que se aplicou a correção da troposfera pelo modelo de Hopfield e estimando os efeitos ionosféricos ou realizando a combinação *ion-free*.

Em seguida, foram realizados processamentos considerando ou não os modelos estocásticos em função dos ângulos de elevação, tanto no posicionamento relativo quanto no posicionamento por ponto.

No posicionamento relativo foram processadas duas linhas de base: UEPP-RT60 (~60 km, dados de 2003) e LYB0-NYA1 (~125 km, dados de 2006), esta última sobre influência de cintilação ionosférica. Ambos os processamentos foram realizados utilizando as observáveis L1, L2, CA e P2, efemérides precisas, correção dos *offsets* das antenas, correção da troposfera pelo modelo de Klobuchar e estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs para a correção da ionosfera.

Os processamentos da linha de base UEPP-RT60 foram realizados considerando o modelo estocástico padrão, os modelos somente em função dos ângulos de elevação e os modelos em função das variâncias das observações e dos ângulos de elevação. Ao final dos processamentos verificou-se que ao utilizar os modelos estocásticos em função das variâncias e dos ângulos de elevação os valores ficaram mais próximos do modelo padrão e, em alguns casos, os valores de erro 3D e Δh ficaram melhores. Os melhores resultados ocorreram quando se considerou a variância da observação e a função ao quadrado do ângulo

de elevação (caso Exp_Elev), atingindo melhorias de 15,7% e 15,2% em erro 3D e Δh , respectivamente.

Com relação aos processamentos da linha de base LYB0-NYA1, estes foram realizados considerando a modelagem estocástica padrão e a modelagem estocástica em função das variâncias das observações e dos ângulos de elevação. Ao final dos processamentos o único caso em que houve melhorias, tanto em erro 3D e Δh , com relação ao modelo padrão foi no caso em que se considerou o modelo $\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f(elev_r^s(t))$, cuja função foi o inverso do ângulo (caso Elev), cujas melhorias foram de 89,2% para o erro 3D e 66,2% para Δh . Durante todo o processamento da linha de base LYB0-NYA1 (dados com influência de cintilação), em nenhum caso em que se considerou a modelagem estocástica em função dos ângulos obteve-se melhorias tanto em erro 3D quanto em Δh .

Os processamentos por ponto foram realizados para as estações RT60 (dados de 2003), ROSA (dados de 2008) e LYB0 (dados de 2006). Para as estações RT60 e ROSA foram realizados processamentos utilizando a observável CA, aplicando a correção da troposfera pelo modelo de Hopfield e a correção da troposfera pelo modelo de Klobuchar ou através da estimativa dos efeitos ionosféricos. Também foi realizado um processamento com combinação *ion-free* e correção da troposfera (modelo de Hopfield). Já para a estação LYB0 foram utilizadas as observáveis CA e P2, foram aplicadas as correções da troposfera pelo modelo de Hopfield e da ionosfera foi realizada pelo modelo de Klobuchar ou pela estimativa dos efeitos ionosféricos ou pela combinação *ion-free*. No que concerne a modelagem estocástica, foram realizados processamentos considerando a modelagem padrão ou a modelagem em função dos ângulos de elevação ($\sigma_{\phi_r^s(t)}^2 = \sigma_{obs}^2 \cdot f(elev_r^s(t))$).

Com relação à estação RT60, ao realizar os processamentos utilizando o modelo de Klobuchar ou a estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs os valores de EMQ, tanto do erro 3D quanto de Δh , melhoraram ao aplicar a modelagem estocástica em função dos ângulos de elevação ao invés de aplicar a modelagem padrão. Já quando o processamento foi realizado utilizando a combinação *ion-free*, os valores de EMQ, tanto do erro 3D quanto de Δh , tiveram melhorias com relação ao modelo padrão apenas quando se considerou os modelos em função do inverso do seno (Sen_Elev) e do inverso do ângulo de elevação (Elev). Os melhores valores de EMQ do erro 3D e Δh , se comparados com processamento considerando o modelo padrão, ocorreram quando se considerou o modelo estocástico em função do inverso do ângulo de elevação, tanto para o caso em que se aplicou o modelo de

Klobuchar (erro 3D = 6,282 m e $\Delta h = 3,119$ m) quanto para o caso da estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs (erro 3D = 6,300 m e $\Delta h = 3,120$ m). Sendo que considerando o modelo padrão os valores do EMQ do erro 3D e Δh para o processamento com Klobuchar foram de 6,774 m e 3,263 m ,respectivamente e, para o processamento com estimativa dos resíduos ionosféricos foram de 6,544 m e 3,169 m, respectivamente. Já no caso em que se realizou a combinação *ion-free*, os melhores resultados de EMQ do erro 3D e Δh comparados com o modelo padrão (erro 3D = 7,371 m e $\Delta h = 4,307$ m) ocorreu quando se considerou o modelo estocástico em função do ângulo de elevação no caso Exp_Elev (erro 3D = 7,223 m e 4,300 m).

Nos processamentos da estação ROSA, seja considerando o modelo de Klobuchar ou a estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs ou realizando a combinação *ion-free*, todos os valores de EMQ do erro 3D e Δh foram melhores quando se considerou os modelos estocásticos em função dos ângulos de elevação ao invés do modelo estocástico padrão. Sendo que, ao processar os dados com o modelo de Klobuchar e considerando o modelo em função do inverso do ângulo de elevação (Elev) os valores do EMQ do erro 3D e Δh , 6,317 m e 3,499 m, foram melhores que quando se considerou o modelo estocástico padrão, erro 3D igual a 6,465 m e Δh igual a 3,946 m. No processamento com estimativa dos resíduos ionosféricos os melhores valores de EMQ do erro 3D e Δh , se comparados com o modelo padrão (erro 3D = 6,424 m e $\Delta h = 3,861$ m), também ocorreram quando se considerou o modelo estocástico em função do inverso do ângulo de elevação, com valores de 6,317m e 3,500 m. Já no caso do processamento com a combinação *ion-free*, os melhores resultados de EMQ, se comparados com o modelo padrão (erro 3D = 5,093 m e $\Delta h = 2,720$ m), ocorreu quando se considerou o modelo em função cosseno do ângulo de elevação (Cos_Elev).

Os processamentos considerando ou não a cintilação ionosférica foram realizados tanto no posicionamento relativo quanto no posicionamento por ponto.

No caso do posicionamento relativo foram utilizadas as estações LYB0 e NYA1, utilizando as observáveis L1, L2, CA e P2, efemérides precisas, correção da troposfera pelo modelo de Klobuchar e correção da ionosfera pelo meio da estimativa dos resíduos ionosféricos. Ao final dos processamentos a solução com cintilação teve uma melhoria de 50,6% e de 93,0% para o erro 3D e Δh , respectivamente, se comparada com a solução com o modelo padrão. Ao considerar a cintilação ionosférica, as melhorias no EMQ em todo o processamento foram de 85,2% para o erro 3D e 83,9% para Δh .

No caso do posicionamento por ponto, foram utilizadas as observáveis CA e P2, efemérides precisas, correção da troposfera (Hopfield) e estimativa dos resíduos ionosféricos. Ao final do processamento, a solução com cintilação teve melhorias de 30,6% e 45,1% para o erro 3D e Δh , respectivamente, com relação a solução como modelo padrão.

Baseado nos experimentos realizados chega-se à conclusão de que a modelagem estocástica influencia na solução final dos processamentos GNSS, atingindo melhorias no posicionamento relativo de até 89,2% considerando os ângulos de elevação dos satélites e 93,0% considerando a cintilação ionosférica na modelagem estocástica. Já no posicionamento por ponto estas melhorias alcançaram até 42,1% considerando o modelo estocástico em função dos ângulos de elevação dos satélites e 45,1% considerando o modelo em função da cintilação ionosférica.

Como recomendações para minimizar os erros nos resultados sugere-se realizar a implementação nos *softwares* PP_Sc e GPSeq do modelo da troposfera a partir da PNT (Previsão Numérica do Tempo) disponível no CPTEC/INPE, o qual abrange a região brasileira. Além disso, a implementação das correções dos PCVs (*Phase Center Variation*) e também a complementação no controle de qualidade.

Com relação ao *software Tracking Jitter*, propõem-se a implementação da FFT para a determinação dos parâmetros p e T no cálculo das variâncias em função da cintilação ionosférica.

REFERÊNCIAS

ALVES, D. B. M.; SOUZA, E. M.; FORTES, L. P.; MONICO, J. F. G. Formulação matemática para o cálculo da VRS no RTK em rede. In: XXII CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 2005, Macaé, RJ, **Anais...**

AQUINO, M; MONICO, J. F. G.; DODSON, A; MARQUES, H. A.; Mitigating the effects of ionospheric scintillations on position estimates, invited presentation to the **3rd European Space Weather Week**, Online Proceedings, Brussels, 13-17 November, 2006.

BASSIRI, S.; HAJJ, G. A. Higher-order ionospheric effects on the global positioning systems observables and means of modeling them, **Manuscr. Geod.**, 18, 280–289, 1993.

BLEWITT, G. GPS data processing methodology. In: TEUNISSEN, P. J. G.; KLEUSBERG, A. **GPS for geodesy**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 1998. Cap. 6, p. 231-270.

CAMARGO P. O. **Controle de qualidade aplicado ao filtro de Kalman**. 1992. 94 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

_____. **Modelo regional da ionosfera para uso em receptores de uma frequência**. 1999. 191 f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

_____; MONICO, J.F.G.; FERREIRA, L. D. D. Application of ionospheric corrections in the equatorial region for L1 GPS users. **Earth, Planets and Space**, Japão, v.52, n.11, p.1083-1089, 2000.

CIRAOLO, L.; AZPILICUETA, F.; BRUNINI, C.; MEZA, A.; RADICELLA, S. M. Calibration errors on experimental slant total electron content (TEC) determined with GPS. **Journal of Geodesy**. v. 81, n. 2, p. 111-120, fev. 2007.

CONKER, R. S.; EL-ARINI, B.; HEGARTY, C. J.; HSIAO, T. Modeling the effects of ionospheric scintillation on GPS/Satellite-Based augmentation system availability. **Radio Science**. vol. 37, 2002.

DAL POZ, W. R. **Posicionamento relativo na região equatorial em diversas condições ionosféricas**. 2005. 161f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

DAVIES, K. **Ionospheric radio**. England: Short Run Press LTd., 1990, 580p.

DE FRANCESCHI, G., ALFONSI, L., ROMANO, V. ISACCO: an Italian project to monitor the high latitudes ionosphere by means of GPS receivers. **GPS Solutions**, pp. 263-267, 2006, DOI 10.1007/s10291-006-0036-6.

DE PAULA, E. R.; KANTOR, I. J.; REZENDE, L. F. C.; MUELLA, M. T. H.; CAMPOS, A. A. N.; SMORIGO, P. F.; NETO, A. C. Characteristics of the low latitude ionospheric irregularities and their effects over GPS signal. **Ionospheric scintillation: Scientific Aspects Space Weather and Services**. Nottingham, 2008. Disponível em: < http://www.nottingham.ac.uk/iessg/public/2008_iono_workshop/De_Paula.pdf >. Acesso em jun. de 2008.

FONSECA JÚNIOR, E. S. **O sistema GPS como ferramenta para a avaliação ionosférica no Brasil**. 2002. 176p. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia de Transportes, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**. Curitiba: UFPR, 1994. 319p.

GISAWY, M. L. **Development of an ionosphere monitoring technique using GPS measurements for high latitude GPS users**. 2003. 161 p. Thesis. University of Calgary. Calgary. Disponível em: < <http://www.geomatics.ucalgary.ca/links/GradTheses.html> > Acesso em: mar. 2007.

GOAD, C. Surveying with the Global Positioning System. In PARKINSON, B. W.; SPILKER JR., J. J. **Global Positioning System: theory and applications**. Washington: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 1, Cap. 18.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J. **GPS: theory and practice**. 5th. rev. ed. Wien: New York: Springer-Verlag, 2001. 382 p.

HUANG, Y-N; CHENG, K. Ionospheric disturbances at the equatorial anomaly crest region during the March 1989 magnetic storm. **J Geophys Res**, 1991. 96(A8): 13953-13965.

JIN, S.; WANG J.; PARK P. An improvement of GPS height estimations: stochastic modeling. **Earth Planets Space**, 57, p. 253–259, 2005.

KAPLAN, E. D. **Understanding GPS: principles and applications**. 2 ed. Boston: Artech House, Inc., 1996. 554p.

KING, R. W.; BOCK, Y. **Documentation for the GAMIT GPS analysis** software. Mass. Inst. of Technol., Cambridge Mass, 1999.

KLOBUCHAR, J. A. Ionospheric effects on GPS. In: PARKINSON, B. W.; SPILKER JUNIOR, J. J. **Global Positioning System: theory and applications**. Washington, Dc: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc, 1996. Cap. 12, p. 485-515.

LEANDRO, R. F.; SANTOS, M. C. Stochastic models for GPS positioning: an empirical approach. **GPS World**. fev. 2007. Disponível em: < <http://www.gpsworld.com/gpsworld/article/articleDetail.jsp?id=401144> >. Acesso em 5 abr. 2007.

LEICK, A. **GPS satellite surveying**. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 1995.560 p.

_____. **GPS satellite surveying**. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 2004.435 p.

MACHADO, W. C. **Solução rápida das ambigüidades GPS para aplicações no posicionamento relativo de linhas de base curtas**. 2002. 126 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

MAINI, A. K; AGRAWAL, V. **Satellite technology: principles and applications**. Hoboken, N.J.: John Wiley, 2007. 558 p.

MARQUES, H. A. **Influência da ionosfera no posicionamento GPS: estimativa dos resíduos no contexto de duplas diferenças e eliminação dos efeitos de 2ª e 3ª ordem**. 2008. 151f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

MATSUOKA, M. T. **Influência de diferentes condições da ionosfera no posicionamento por ponto com GPS: Avaliação na região brasileira**. 2007. 263 f. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

_____; CAMARGO, P. O. Cálculo do TEC usando dados de receptores GPS de dupla frequência para a produção de mapas da ionosfera para a região brasileira. **Revista Brasileira de Cartografia**. Rio de Janeiro, n. 56/01, p. 14-27, jul. 2004.

MIKHAIL, E. M. **Observations and least squares**. New York: IEP, 1976.497 p.

MINITAB. MINITAB QUALITY COMPANION. 2005: **MINITAB – Statistical software**. Disponível em: <<http://www.minitab.com>>. Acesso em: 2008.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS**: descrição, fundamentos e aplicações. São Paulo: Unesp, 2000. 287p.

_____. **Ajustamento das observáveis GPS no contexto de posicionamento geodésico**, Tese de Livre Docência, - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2005.

_____, CAMARGO, P. O.; SAPUCCI, L. F.; ALVES; D. B. M., SOUZA, E. M.; FAUSTINO, R. C.; DALBELLO, L. F.; POLEZEL, W. C. **Rede GPS ativa do Estado de São Paulo**: Suporte ao posicionamento geodésico. Relatório Científico N° 01. FAPESP – Auxílio à Pesquisa, Processo 04/03384-5. 2006.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS**: descrição, fundamentos e aplicações. 2 ed. São Paulo: Unesp, 2008. 476p.

ODIJK D. **Fast precise GPS positioning in the presence of ionospheric delays**. 2002. 242 f. PhD dissertation, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Delft University of Technology, Delft.

RODRIGUES, F. S. **Estudo das irregularidades ionosféricas equatoriais utilizando GPS**. 2003. 175p. Dissertação (Mestrado em Geodésia Espacial) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos.

SEEBER, G. **Satellite geodesy**: foundations, methods, and applications. 2nd. ed. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 2003. 589p.

SKONE, S. GPS receiver tracking performance under ionospheric scintillations conditions. In: **IGS Network Workshop**, Soria Moria, Oslo, Norway, 12-14 July, 2000. Disponível em: < <http://www.gdiv.statkart.no/igsworkshop/book/> >. Acesso em junho de 2008.

SOLER, T.; DOYLE, N. S.; HALL, L. W. Rigorous transformation of GPS-determined vector components. In: **ION GPS '99**, Nashville, TN, 14-17 September 1999.

SOUZA, E. M. **Efeito de multicaminho de alta frequência no posicionamento relativo GPS estático**: Detecção e atenuação utilizando wavelets, 2004. 140 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

STRANG, G.; BORRE, K. **Linear algebra, geodesy and GPS**. Wellesley: Wellesley-Cambridge Press, 1997, 624p.

TEUNISSEN, P. J. G. Quality control and GPS. In: TEUNISSEN, P. J. G.; KLEUSBERG, A. **GPS for geodesy**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 1998. Cap. 7, p. 271-318.

_____. **Dynamic data processing: recursive least-squares**. Netherlands: Delft University Press, 2001. 241 p.

_____; KLEUSBERG, A. **GPS for geodesy**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 1998.

VAN DIERENDONK, A. J. Measuring ionospheric scintillation effects from GPS signals. **ION 59th Annual Meeting**. Albuquerque, New Mexico, 11-13. June 2001, p. 391-396.

WANG, J. **Modelling and quality control for precise GPS and GLONASS satellite positioning**. 1999. 171 p. PhD Thesis - School of Spatial Sciences, Curtin University of Technology.

WARD, P. Satellite signal acquisition and tracking. In: KAPLAN, E. D. **Understanding GPS principles and applications**. Boston: Artech House, 1996. Cap. 5, p. 119-208.

ANEXO A - PRODUTO DE KRONECKER

Seja uma matriz A de ordem $m \times n$ e uma matriz B de ordem $p \times q$, o produto de Kronecker $A \otimes B$ é dado pela matriz de ordem $mp \times nq$ (ODIJK, 2002):

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \cdots & a_{1n}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \cdots & a_{2n}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & a_{m2}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix}.$$

Algumas propriedades são (ODIJK, 2002):

- 1) $(A + C) \otimes B = A \otimes B + C \otimes B$;
- 2) $A \otimes (B \otimes C) = (A \otimes B) \otimes C$;
- 3) $(A \otimes B)(C \otimes D) = (AC) \otimes (BD)$;
- 4) $(A \otimes B)^T = A^T \otimes B^T$;
- 5) $\det\{A \otimes B\} = (\det\{A\})^m (\det\{B\})^n$;
- 6) $(A \otimes B)^{-1} = A^{-1} \otimes B^{-1}$

Neste caso, A e B são matrizes quadradas de ordem $m \times m$ e $n \times n$, respectivamente e, ambas assumem a inversa.