

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Faculdade de Ciências e Tecnologia de Presidente Prudente

Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional

**RECONHECIMENTO DE PADRÕES VIA
WAVELETS: APLICAÇÃO NO
MONITORAMENTO DE ESTRUTURAS A
PARTIR DO EFEITO DO MULTICAMINHO
PROVENIENTE DE SINAIS DE
SATÉLITES GPS**

Tamiris Trevisan Negri

Orientador: Profa. Dra. Eniuce Menezes de Souza

Presidente Prudente, Junho de 2012

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Faculdade de Ciências e Tecnologia de Presidente Prudente

Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional

**RECONHECIMENTO DE PADRÕES VIA
WAVELETS: APLICAÇÃO NO
MONITORAMENTO DE ESTRUTURAS A
PARTIR DO EFEITO DO MULTICAMINHO
PROVENIENTE DE SINAIS DE SATÉLITES
GPS**

Tamiris Trevisan Negri

Orientador: Profa. Dra. Eniuce Menezes de Souza

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional da Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNESP para obtenção do título de Mestre em Matemática Aplicada e Computacional.

Presidente Prudente, Junho de 2012

FICHA CATALOGRÁFICA

N324r Negri, Tamiris Trevisan.
Reconhecimento de padrões via Wavelets : aplicação no monitoramento de estruturas a partir do efeito do multicaminho proveniente de sinais de satélites GPS / Tamiris Trevisan Negri. - Presidente Prudente : [s.n.], 2012
77 f. : il..

Orientador: Eniuce Menezes de Souza
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia
Inclui bibliografia

1. Wavelets. 2. Reconhecimento de Padrões. 3. Monitoramento de Estruturas. I. Souza, Eniuce Menezes de. II. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências e Tecnologia. III. Título.

BANCA EXAMINADORA



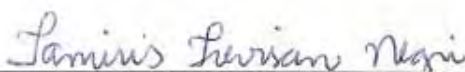
PROFA. DRA. ENIUCE MENEZES DE SOUZA
ORIENTADORA



PROF. DR. MESSIAS MENEGUETTE JUNIOR
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO-FCT



PROF. DR. ROBERTO KAWAKAMI HARROP GALVÃO
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA (ITA)
DIVISÃO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA



TAMIRIS TREVISAN NÉGRI

PRESIDENTE PRUDENTE (SP), 24 DE JULHO DE 2012.

RESULTADO: Aprovado

*Aos meus queridos pais, João e Odete, por estarem sempre
ao meu lado, me apoiando incondicionalmente.*

À minha irmã, Bruna, pelo carinho e companheirismo.

Agradecimentos

A Deus, pela minha vida e por estar sempre ao meu lado.

À minha orientadora, professora Dra. Eniuce Menezes de Souza pela oportunidade, paciência, apoio e incentivo.

Aos professores do PosMAC e do Departamento de Matemática, Estatística e Computação pelas contribuições e incentivo. Em especial agradeço aos professores José Roberto Nogueira, Suetônio de Almeida Meira e José Carlos Rodrigues (Biroca) pelo apoio e amizade desde meus primeiros anos na graduação e ao professor Aylton Pagamisse pela contribuição no estudo das *wavelets*.

Aos funcionários da FCT/UNESP, em especial aos da Seção de Pós-Graduação que foram sempre prestativos e pacientes.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro.

Aos amigos da primeira turma do PosMAC: Cláudio, Danilo (in memoriam), Diego, Marcelo, Marilaine, Marluce, Marluci e Vanderléa. Meus sinceros agradecimentos pelo apoio, amizade e momentos de alegria.

Aos meus familiares e amigos pessoais pela compreensão, força e paciência.

Resumo

Atualmente o monitoramento contínuo de grandes estruturas é mais do que indispensável. O GPS (*Global Positioning System*) tem sido bastante utilizado, mas existem alguns desafios. Nem sempre é possível instalar um receptor diretamente na estrutura, como é o caso de vulcões ou morros com risco de desabamento. Além disso, os sinais rastreados podem ser obstruídos e/ou refletidos até mesmo na própria estrutura, causando o efeito de multicaminho. A qualidade das coordenadas estimadas depois do ajustamento das observações GPS é muito prejudicada por esse efeito. Muitos estudos têm tentado mitigar este efeito no intuito de obter um posicionamento mais acurado. No entanto, esta dissertação de mestrado apresenta uma aplicação inovadora em que o efeito do multicaminho ao invés de ser eliminado é analisado a fim de avaliar e monitorar o objeto refletor sem a necessidade de acesso direto à estrutura, pois o receptor não necessita ser instalado diretamente na mesma, bastando estar próximo a ela de modo que cause o efeito do multicaminho. A metodologia proposta compara os espectros *wavelet* das séries temporais do efeito do multicaminho de dias consecutivos a fim de obter um padrão e reconhecer a repetibilidade do efeito do multicaminho. Uma vez detectada alguma alteração desse padrão, pode-se afirmar ou não sobre a ocorrência de movimento em determinada estrutura. A transformada *wavelet* não-decimada aliada aos dados de pseudodistância mostrou-se ideal para esta aplicação, sendo capaz de detectar o movimento da estrutura a partir de todas as séries temporais analisadas a um nível de significância de 5%.

Palavras chaves: *Wavelets*; Reconhecimento de Padrões; Monitoramento de Estruturas; Multicaminho; GPS.

Abstract

Pattern Recognition by wavelets: Application in structure monitoring using multipath effect from GPS satellite signals.

Nowadays, continuous monitoring of large structures is essential. The GPS (Global Positioning System) has been frequently used, but there are some challenges. In some cases it is impossible to install a receiver directly in the structure, such as volcanoes or hills at risk of collapse. Furthermore, the tracked signals can be obstructed and/or reflected even in the structure causing the multipath effect. The quality of the estimated coordinates after adjustment of GPS observations is very prejudiced by this effect. Many studies have attempted to mitigate this effect in order to obtain a more accurate positioning. However, this work presents an innovative application in which the effect of multipath instead of being eliminated is analyzed to evaluate and monitor the reflecting object without the need for direct access to structure. The receiver does not need to be installed directly in the structure, only be close in order to receive the reflected signal. The proposed methodology compared wavelet spectra of multipath time series of consecutive days to obtain a pattern and recognizing the repeatability of this effect. Once a change is detected in these time series at a significance level, a displacement at a monitored structure could be indicated. Non-decimated wavelet transform combined to the pseudorange data proved to be ideal for this application, since it detected the structure movement from all examined time series considering a 5% significance level.

Keywords: Wavelets; Pattern Recognition; Structure Monitoring; Multipath Effect; GPS.

Lista de Figuras

1.1	Possibilidades de reflexão e difração de sinais de satélites GNSS que podem chegar à antena do receptor causando o efeito do multicaminho. Fonte: [43].	13
1.2	Geometria do multicaminho para um refletor vertical. Fonte: [42].	14
2.1	Algoritmo Piramidal de Mallat: Transformada Wavelet Discreta Decimada (Decomposição).	24
2.2	Transformada Wavelet Não-Decimada (Decomposição).	26
2.3	Gráfico da função escala de Haar (<i>wavelet</i> pai). Fonte: [4].	27
2.4	Gráfico de elementos típicos de V_0 . Fonte: [4].	28
2.5	Gráfico de $\phi(2x)$. Fonte: [4].	28
2.6	Diagrama do Algoritmo Piramidal. Fonte: Adaptado de [42].	31
2.7	<i>Wavelets</i> de Daubechies ψ com $p = 2, 4, 6$ e 10 . Fonte: [43].	31
2.8	Symmlets ψ com $p = 4, 5, 6$ e 10 . Fonte: [43].	32
2.9	Limiar Rígido e Suave em $f(d_i) = d_i$. Fonte: [26, 43].	33
3.1	Concatenação de $m = 128$ observações de consecutivos processos de médias móveis de Haar X^1, X^2, X^3 e X^4 . A variância do processo puramente aleatório é $\sigma^2 = 1$. As linhas verticais pontilhadas indicam quando o processo X^r muda para o processo X^{r+1} , para $r = 1, 2, 3$	41
3.2	Estimativa do Espectro Wavelet. Média de 100 periodogramas <i>wavelets</i> originais do processo de médias móveis de Haar.	42
3.3	Média de 100 periodogramas <i>wavelets</i> corrigidos do processo de médias móveis de Haar.	42
4.1	Placa de ferro de 1,2 x 3,0 metros a 0,1 m de distância da antena do receptor.	45
4.2	Placa de ferro de 1,2 x 3,0 metros a 0,5 m de distância da antena do receptor.	45
4.3	Representação esquemática do experimento.	45
5.1	Séries temporais de multicaminho (resíduos da DD09-04) nos 4 dias (D1, D2, D3 e D4). Os gráficos da primeira coluna são referentes aos dados de pseudodistância e os da segunda coluna referem-se aos dados de fase.	51

5.2	Gráficos de dispersão das séries temporais de multicaminho (DD09-04 pseudodistância) nos dias consecutivos.	53
5.3	Comparação das séries temporais de multicaminho no domínio da frequência.	53
5.4	Periodograma original obtido a partir da TWD considerando-se as séries temporais de resíduos da pseudodistância da DD09-04.	55
5.5	Periodograma original obtido a partir da TWND considerando-se as séries temporais de resíduos da pseudodistância da DD09-04 dos dias 1 e 2.	56
5.6	Periodograma original obtido a partir da TWND considerando-se as séries temporais de resíduos da pseudodistância da DD09-04 dos dias 2 e 3.	56
5.7	Periodograma original obtido a partir da TWND considerando-se as séries temporais de resíduos da pseudodistância da DD09-04 dos dias 3 e 4.	57
5.8	Comparação da TWD e TWND a partir da REMQ, utilizando os dados de pseudodistância.	58
5.9	Comparação das Bases <i>Wavelets</i> a partir da REMQ, utilizando os dados de pseudodistância.	64
5.10	Periodogramas das séries temporais do multicaminho de dois dias consecutivos antes do deslizamento e de dois dias consecutivos após o deslizamento, considerando-se o satélite 04 e os dados de pseudodistância.	67
5.11	Periodogramas das séries temporais do multicaminho de dois dias consecutivos antes do deslizamento e de dois dias consecutivos após o deslizamento, considerando-se o satélite 04 e os dados de fase.	68
5.12	Correlação Cruzada dos periodogramas <i>wavelet</i> (escalas 0, 1 e 2) das séries temporais de resíduos da pseudodistância da DD09-04 de dois dias consecutivos antes do deslizamento.	70

Lista de Tabelas

4.1	Tabela de Contingência para a análise ROC.	49
5.1	Correlação entre as séries temporais provenientes dos resíduos das DD GPS de pseudodistância.	52
5.2	Correlação entre as séries temporais provenientes dos resíduos das DD GPS de fase.	52
5.3	Correlação entre os periodogramas de Fourier das séries temporais provenientes dos resíduos das DD GPS de pseudodistância.	54
5.4	Coefficientes de correlação e pvalores para o periodograma original obtido a partir da TWD considerando-se as escalas 0, 1 e 2.	57
5.5	Coefficientes de correlação e pvalores para o periodograma original obtido a partir da TWND considerando-se as escalas 0, 1 e 2.	58
5.6	Coefficientes de correlação e pvalores para o periodograma suavizado utilizando a TWND (escalas 0, 1 e 2).	59
5.7	Coefficientes de correlação e pvalores para o periodograma completo utilizando a TWND (escalas 0, 1 e 2).	60
5.8	Coefficientes de correlação e pvalores para o periodograma original utilizando a TWND (escala 0).	60
5.9	Coefficientes de correlação e pvalores para o periodograma original utilizando a TWND (escala 1).	60
5.10	Coefficientes de correlação e pvalores para o periodograma original utilizando a TWND (escala 2).	61
5.11	Coefficientes de correlação e pvalores para o periodograma suavizado utilizando a TWND (escala 0).	61
5.12	Coefficientes de correlação e pvalores para o periodograma suavizado utilizando a TWND (escala 1).	61
5.13	Coefficientes de correlação e pvalores para o periodograma suavizado utilizando a TWND (escala 2).	62
5.14	Coefficientes de correlação e pvalores para o periodograma corrigido e suavizado (completo) utilizando a TWND (escala 0).	62

5.15	Coeficientes de correlação e pvalores para o periodograma corrigido e suavizado (completo) utilizando a TWND (escala 1).	62
5.16	Coeficientes de correlação e pvalores para o periodograma corrigido e suavizado (completo) utilizando a TWND (escala 2).	63
5.17	Coeficientes de correlação e pvalores - DAUB8.	65
5.18	Coeficientes de correlação e pvalores - DAUB10.	65
5.19	Coeficientes de correlação e pvalores - SYM4.	65
5.20	Coeficientes de correlação e pvalores - SYM6.	66
5.21	Coeficientes de correlação e pvalores - SYM8.	66
5.22	Correlação entre os espectros <i>wavelet</i> para as séries temporais provenientes dos dados GPS de fase.	69
5.23	Possibilidades de Correlação de Corte e respectivos Níveis de Significância.	70
5.24	Tabela de Contingência para a análise ROC, considerando os dados de pseudodistância e as correlações de 0,07 a 0,12.	71
5.25	Tabela de Contingência para a análise ROC, considerando os dados de fase e as correlações de 0,07 a 0,12.	71

Sumário

Resumo	4
Lista de Figuras	6
Lista de Tabelas	8
Sumário	10
1 Introdução	12
1.1 Objetivos	16
1.2 Conteúdo da Dissertação	16
2 Wavelets	17
2.1 Transformada <i>Wavelet</i> Contínua	17
2.2 Transformada <i>Wavelet</i> Discreta	18
2.3 Análise de Multirresolução (AMR)	20
2.4 Algoritmo Piramidal	22
2.5 <i>Wavelets</i> Não-Decimadas	25
2.6 <i>Wavelets</i> de Suporte Compacto	26
2.6.1 Características das <i>Wavelets</i>	26
2.6.2 <i>Wavelet</i> de Haar	27
2.6.3 <i>Wavelets</i> de Daubechies	29
2.6.4 Symmlets	32
2.7 Análise <i>Wavelet</i> - Limiarização	32
2.7.1 Escolha do Limiar	33
3 Reconhecimento de Padrões a partir do Espectro <i>Wavelet</i>	35
3.1 Séries Temporais Estacionárias	35
3.2 Processos <i>Wavelets</i> Localmente Estacionários	37
3.3 Espectro <i>Wavelet</i> Evolucionário (EWS)	38
3.4 Autocorrelação e Autocovariância Local <i>Wavelet</i>	38
3.5 Estimação do EWS a partir do Periodograma <i>Wavelet</i>	39

3.6	Suavização e Correção do Periodograma <i>Wavelet</i>	39
4	Metodologia	44
4.1	Experimento/Obtenção dos Dados	44
4.2	Processamento dos Dados	46
4.3	Aplicação da Transformada <i>Wavelet</i>	46
4.4	Estimativa do Espectro <i>Wavelet</i>	46
4.5	Reconhecimento do Padrão do Efeito do Multicaminho	47
4.5.1	Coeficiente de Correlação	47
4.5.2	Raiz do Erro Médio Quadrático (REMQ)	48
4.5.3	Análise ROC	48
5	Resultados e Análises	50
5.1	Comparação das Transformadas Decimada e Não-Decimada	54
5.2	Comparação dos Periodogramas: Original, Suavizado e Completo	59
5.3	Comparação das Bases <i>Wavelets</i>	63
5.4	Comparação da Detecção do Movimento da Estrutura a partir das Observáveis Pseudodistância e Fase	66
6	Conclusões e Trabalhos Futuros	72
	Referências Bibliográficas	74

Introdução

É notório que grandes barragens, prédios, dutos de grande porte, grandes pontes e até mesmo partes do nosso planeta se deformam com o passar do tempo. Do ponto de vista estrutural, as obras civis estão sujeitas às ações de forças estáticas e dinâmicas. Estas podem causar deslocamentos dinâmicos que se caracterizam por sua amplitude, direção do movimento e comportamento temporal. As amplitudes, em particular, podem variar da faixa de milímetros a metros, o que depende diretamente do tipo de estrutura, tamanho e rigidez dos elementos estruturais. As ações dinâmicas são resultantes da ação de agentes externos às obras como, por exemplo, o vento, a variação de temperatura, as cargas móveis (pedestres caminhando sobre pontes e passarelas; tráfego de veículos nas pontes e/ou de trens), as cargas de construção, ações sísmicas, vandalismo, explosões ou terremotos, etc. Estas ações podem provocar estados limites últimos, relacionados ao colapso ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação do uso da estrutura [18].

Assim, é evidente a necessidade de constante monitoramento de grandes estruturas, para que desastres ou situações de colapso possam ser evitados. A partir do monitoramento, se os deslocamentos atingirem valores superiores aos admissíveis, podem ser tomadas providências para que haja a segurança humana e material. Pode-se notar que devido às obras grandiosas que vêm sendo construídas nos últimos tempos (várias são apresentadas em [18]), grandes órgãos têm reunido esforços no sentido de investigar a causa prematura das deficiências estruturais e métodos para monitoramento periódico do comportamento das estruturas.

De modo geral, o monitoramento de deslocamento de estruturas é realizado através da variação de posição e da orientação da estrutura como um todo, com relação a um determinado sistema de coordenadas. Dentre os sistemas de monitoramento, o sistema de posicionamento *Global Navigation Satellite System* - GNSS (ou, especificamente, o *Global Positioning System* - GPS) tem recebido um considerável destaque. Em geral,

grandes estruturas têm dois ou mais receptores instalados, além de outros sensores como acelerômetros, inclinômetros e anemômetros. Estações de referência ou redes de estações que operam continuamente também podem ser usadas nas proximidades [37]. Entretanto, dependendo da estrutura, pode ser muito difícil instalar um receptor GPS em determinados pontos, impossibilitando a ocupação na mesma, para que haja o monitoramento de forma direta, como é o caso de vulcões ou morros com risco de desabamento. Além disso, os sinais rastreados podem ser obstruídos e/ou refletidos até mesmo na própria estrutura, causando o efeito de multicaminho.

Este fenômeno é caracterizado pela chegada de um ou mais sinais ao receptor além do sinal direto do satélite. É causado principalmente devido à reflexões do sinal em superfícies mais ou menos próximas da antena e durante o percurso do sinal do satélite ao receptor. [42].

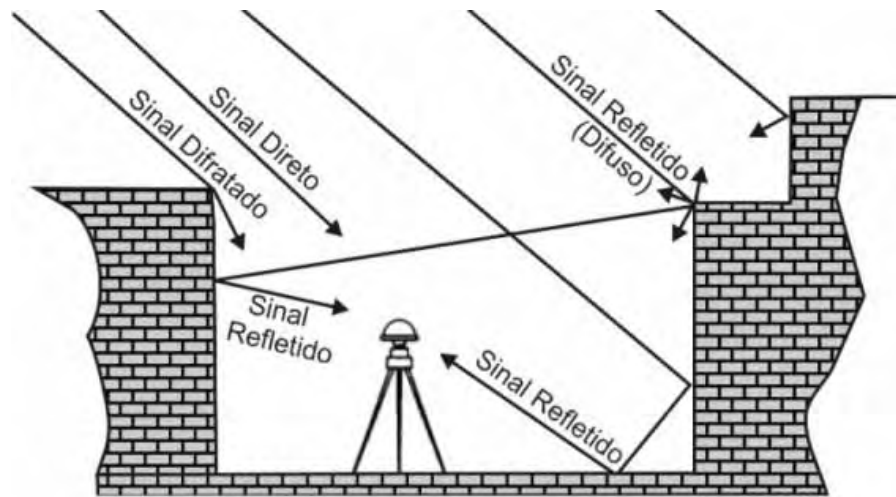


Figura 1.1: Possibilidades de reflexão e difração de sinais de satélites GNSS que podem chegar à antena do receptor causando o efeito do multicaminho. Fonte: [43].

O sinal que chega à antena do receptor é composto do sinal direto e de sinais de multicaminho. Pode-se expressar o sinal composto $S(t)$ por:

$$S(t) = S_D(t) + \sum_{i=1}^n S_{MP,i}(t), \quad (1.1)$$

em que $S_D(t)$ é o sinal direto e $S_{MP,i}(t)$ é o i -ésimo sinal de multicaminho.

A frequência do multicaminho é proporcional à distância perpendicular entre a superfície refletora e a antena, e inversamente proporcional ao comprimento da onda, além de ser função do ângulo de elevação do satélite [20]:

$$f_M = \frac{2d}{\lambda} \sin E \frac{dE}{dt} \quad (1.2)$$

em que d é a distância entre o objeto refletor e a antena no estudo do multicaminho, λ é o comprimento da onda e E é o ângulo de elevação do satélite, como mostra a Figura 1.2.

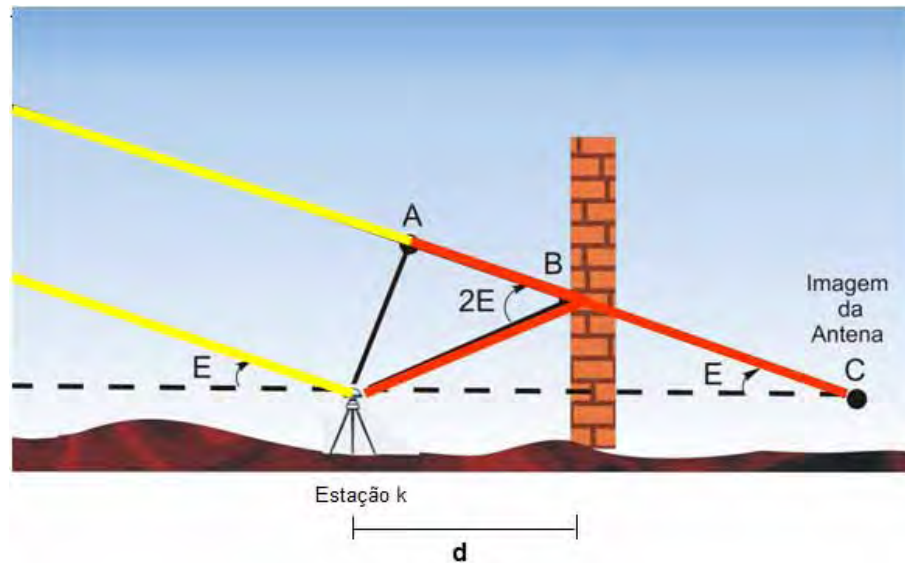


Figura 1.2: Geometria do multicaminho para um refletor vertical. Fonte: [42].

Geralmente, o multicaminho proveniente de superfícies próximas à antena, ou seja, devido a distâncias curtas, é de frequência baixa e o maior causador de erros [43].

A qualidade das coordenadas estimadas depois do ajustamento das observações GPS é muito prejudicada por esse efeito. Nas aplicações na literatura envolvendo o efeito do multicaminho para monitoramento de estruturas, o objetivo tem sido removê-lo para obter um posicionamento mais acurado [38, 41]. Nesses trabalhos, equipamentos são instalados nas estruturas a serem monitoradas. A eliminação completa do multicaminho é muito difícil, embora técnicas muito boas de *hardware* e *software* tenham sido desenvolvidas. Algumas técnicas envolvendo *wavelets* foram investigadas em [43] no intuito de mitigar o efeito do multicaminho, mas notou-se também que este efeito, ao invés de ser apenas eliminado, tinha grande potencial para monitoramento de estruturas, caso fosse analisado detalhadamente. Entretanto, esta vertente não foi explorada em [43] e, portanto, esta pesquisa apresenta uma aplicação inovadora, em que as séries temporais do efeito do multicaminho são analisadas com o intuito de avaliar e monitorar o objeto refletor, sem a necessidade de acesso direto à estrutura.

A análise destas séries temporais é motivada devido a duas importantes características:

- i) Altamente dependente/correlacionado com o ambiente: o efeito do multicaminho depende do material do refletor, ângulo de elevação do satélite, distância do objeto refletor (estrutura) à antena do receptor GPS, dentre outros;

-
- ii) Repetibilidade diária: se o receptor permanece estático e o ambiente inalterado, o multicaminho muda apenas devido ao movimento do satélite e, conseqüentemente, se repete em dias consecutivos.

Dessa forma, se o efeito do multicaminho pudesse ser detectado, seria possível obter sinais ou séries temporais que se repetem diariamente caso o ambiente em questão não se altere. Uma vez detectada uma alteração nessas séries temporais a um determinado nível de significância, um deslocamento da estrutura avaliada seria indicado e as devidas providências poderiam ser tomadas. Vale ressaltar que se a estrutura pode ser monitorada indiretamente sem a necessidade de instalação de diversos receptores ou sensores, os custos e os riscos humanos e materiais podem ser drasticamente reduzidos.

Para detecção do efeito do multicaminho é necessário realizar um processamento dos sinais GPS. Nesse processamento, são aplicados métodos de estimação tais como Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) recursivo ou Filtro de Kalman para estimativa das coordenadas da posição da antena do receptor GPS. Devido ao fato do multicaminho não ser considerado no modelo funcional, este efeito permanece nos resíduos juntamente com os ruídos após a estimativa das coordenadas. Nessa pesquisa, não se tem interesse nas coordenadas estimadas, mas sim, na série temporal dos resíduos em que se encontra o efeito do multicaminho. Entretanto, essa série temporal nem sempre é proveniente de um processo estocástico estacionário. Muitas vezes apresenta comportamento não-estacionário e nem sempre representa claramente o efeito do multicaminho e sua correlação entre dias consecutivos. Portanto, propõe-se nesta pesquisa uma metodologia para detecção do efeito do multicaminho utilizando a Análise *Wavelet* por esta ser capaz de realizar uma análise em tempo e frequência simultaneamente.

As *wavelets* são superiores às bases de Fourier, por exemplo, as quais são localizadas em frequência, mas não no tempo: pequenas mudanças em algumas observações da série podem causar mudanças em todo o espectro de Fourier, o que não acontece com *wavelets* [26].

Dessa forma, foram analisados os espectros *wavelets* das séries temporais de dias consecutivos. Para estimar esses espectros, utilizou-se o periodograma *wavelet*. Entretanto, como o periodograma é um estimador inconsistente desse espectro [33], pode-se contornar tal problema utilizando periodogramas suavizados pelos métodos de limiarização não-lineares [10, 11, 12, 13, 14]. No entanto, em algumas aplicações essa suavização não é necessária e por isso algumas versões dos periodogramas foram comparadas. O poder de detecção do efeito do multicaminho das observáveis pseudodistância e fase da onda portadora foram analisadas e as transformadas *wavelet* decimada e não-decimada e algumas bases foram comparadas.

O reconhecimento de padrões foi realizado a partir do teste estatístico para o coeficiente de correlação de Pearson e da Raiz do Erro Médio Quadrático (REMQ).

1.1 Objetivos

O presente trabalho objetiva investigar e desenvolver uma metodologia matemática/estatística para reconhecimento de padrões de sinais que seja viável em termos práticos e econômicos e que seja eficaz para monitoramento de deslocamento de estruturas, incluindo aquelas de difícil acesso e que não possibilitam a instalação direta de equipamentos.

Busca-se analisar e reconhecer o padrão do efeito do multicaminho de uma determinada estrutura no domínio espectral a partir da análise *wavelet* de sinais provenientes do processamento de dados GPS.

Para alcançar tais metas, compõem os seguintes objetivos específicos:

- Comparar o desempenho de duas possibilidades de aplicação da Transformada *Wavelet* (decimada - TWD - e não decimada - TWND);
- Para a Transformada *Wavelet* escolhida, comparar diferentes estimadores do espectro *wavelet*;
- Comparar diferentes bases de *wavelets*, bem como diferentes números de momentos nulos;
- Comparar qual observável GPS, pseudodistância ou fase da onda portadora, é mais adequada para o reconhecimento do efeito/repetibilidade do multicaminho para aplicação no monitoramento de estruturas.

1.2 Conteúdo da Dissertação

A organização deste trabalho está descrita a seguir, com o conteúdo de cada capítulo.

Os capítulos 2 e 3 são dedicados à revisão bibliográfica sobre *wavelets* e ao reconhecimento de padrões a partir da estimativa de seu espectro.

No capítulo 4 é apresentada a metodologia utilizada e o capítulo 5 destina-se aos resultados e análises.

O sexto capítulo descreve as conclusões e trabalhos futuros.

Wavelets

A análise *wavelet* é uma ferramenta matemática relativamente simples com grande variedade de aplicações, como análise de sinais, análises numéricas, dentre outras. Seu conceito pode ser visto como uma síntese de ideias originadas durante os últimos 30 anos na Engenharia, Física e Matemática [9].

O fator mais interessante e útil das *wavelets* é que elas são localizadas no tempo (ou espaço) e frequência simultaneamente, tornando-as ideais para analisar sinais não-estacionários, contendo transitoriedades como o efeito do multicaminho [43]. Entende-se como “não-estacionária” uma série temporal em que momentos estatísticos como “médias” e “variâncias” apresentam-se distintos estatisticamente, para intervalos de período constante.

2.1 Transformada *Wavelet* Contínua

Na análise de Fourier uma função é gerada por uma sobreposição de exponenciais complexas obtidas por dilatações da função $\omega(x) = e^{ix}$. Da mesma forma, uma expansão em *wavelets* usa translações e dilatações (ou compressões) de uma função $\psi \in L^2(\mathbb{R})$ chamada *wavelet* mãe, obtendo uma família de funções:

$$\psi_{a,b}(x) = |a|^{-1/2} \psi \left(\frac{x-b}{a} \right) \quad a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0, \quad (2.1)$$

em que a é o fator de dilatação e b o de deslocamento, que variam continuamente. O fator $|a|^{-1/2}$ se deve a normalização da base, ou seja, $\|\psi\| = 1$ [45].

Aqui, $\psi \in L^2(\mathbb{R})$, ou seja, para qualquer intervalo $a \leq x \leq b$, $\psi : [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$ é tal que

$$\int_a^b |\psi(x)|^2 dx < \infty. \quad (2.2)$$

Estas funções são ditas quadrado-integráveis. Neste espaço, o produto interno de duas funções f, g é definido como [4]

$$\langle f, g \rangle_{L^2} = \int_a^b f(x) \overline{g(t)} dx. \quad (2.3)$$

A Transformada *Wavelet* Contínua (TWC) de uma função $f \in L^2(\mathbb{R})$, com relação a esta família de *wavelets* $\psi_{a,b}(x)$, é definida por

$$W(a, b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \int f(x) |a|^{-1/2} \overline{\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)} dx, \quad (2.4)$$

em que $\langle f, \psi_{a,b} \rangle$ representa o produto interno em L^2 como definido em (2.3) [9].

Assim como a Transformada de Fourier (TF), a TWC é inversível. Dessa forma, a função original $f(x)$ pode ser recuperada de sua TWC, como mostra o Teorema 1 [23].

Teorema 1 *Seja $\psi \in L^2(\mathbb{R})$ uma função real tal que*

$$C_\psi = \int_0^{+\infty} \frac{|\widehat{\psi}(u)|^2}{u} du < \infty. \quad (2.5)$$

Qualquer função $f \in L^2(\mathbb{R})$ satisfaz

$$f(x) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W(a, b) \psi_{a,b}(x) \frac{dad b}{a^2} \quad (2.6)$$

e

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx = \frac{1}{C_\psi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |W(a, b)|^2 \frac{dad b}{a^2}. \quad (2.7)$$

A equação (2.5) é chamada *condição de admissibilidade da wavelet*. A função $\widehat{\psi}$ é a TF da função ψ , dada por [4]

$$\widehat{\psi}(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x) e^{-iux} dx. \quad (2.8)$$

2.2 Transformada *Wavelet* Discreta

Para obter a Transformada *Wavelet* Discreta (TWD) são utilizados parâmetros de dilatação e translação que não variam continuamente como na TWC, mas sim discretamente. Na análise de sinais, podemos restringir os valores dos parâmetros a, b da equação (2.1) a um *grid* discreto [42], basta fazer

$$a = a_0^{-j}$$

$$b = kb_0 a_0^{-j}$$

em que $j, k \in \mathbb{Z}$ e $a_0 > 1$, $b_0 > 0$.

A família de *wavelets* de interesse se torna então

$$\psi_{j,k}(x) = a_0^{j/2} \psi \left(\frac{x - kb_0 a_0^{-j}}{a_0^{-j}} \right) = a_0^{j/2} \psi (a_0^j x - kb_0). \quad (2.9)$$

Note que o parâmetro de translação b depende da taxa de dilatação que foi escolhida. Assim, quando ψ é bastante dilatada os passos de translação são grandes, e quando ψ é bastante contraída os passos de translação são pequenos [39].

Se restringirmos $a_0 = 2$ e $b_0 = 1$, então existe ψ com boas propriedades de localização tempo-frequência, tal que

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \psi (2^j x - k) \quad (2.10)$$

constitui uma base ortonormal para $L^2(\mathbb{R})$ [9].

Na prática, utilizam-se sinais amostrados e, portanto, a partir de agora serão considerados dados discretos e contidos no conjunto dos números reais.

Um exemplo de função ψ tal que a equação (2.10) constitui uma base ortonormal para $L^2(\mathbb{R})$ é a *wavelet* de Haar, dada por:

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 1/2 \\ -1 & 1/2 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A TWD de X com relação a *wavelet* ψ (2.9) pode ser definida como

$$d_{j,k} = \sum_{t=0}^{n-1} X_t \psi_{j,k}(t), \quad (2.11)$$

em que $X = (X_0, \dots, X_{n-1})'$ e $n = 2^J$ é o número de observações. A equação (2.11) é calculada para $j = 0, \dots, J-1$ e $k = 0, \dots, 2^j - 1$, com $J \in \mathbb{Z}$ representando a escala mais fina, percorrendo n coeficientes d [26, 42].

É possível escrever a TWD (2.11) na forma matricial

$$d = WX, \quad (2.12)$$

o que facilita a definição de sua inversa.

Tomando condições de fronteira apropriadas¹, a TWD é ortogonal e podemos obter sua inversa através de

$$X = W' d$$

¹Para detalhes veja [5, 26].

em que a matriz W' é a transposta de W .

Para o cálculo efetivo da TWD e também de sua inversa (TWDI), utiliza-se um algoritmo nomeado Algoritmo Piramidal que será apresentado na seção 2.4. No entanto, é necessário primeiramente introduzir o conceito de Análise de Multirresolução.

2.3 Análise de Multirresolução (AMR)

A Análise de Multirresolução (AMR) permite analisar um sinal em várias escalas de resolução. Pelo fato de sua implementação discreta poder ser realizada a partir de algoritmos rápidos, a AMR ganhou grande popularidade [32].

Definição 1 *Uma sequência $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ de subespaços fechados de $L^2(\mathbb{R})$ é chamada uma Análise de Multirresolução com função escala ϕ se as seguintes propriedades são satisfeitas [23], [4]:*

MR1) $\dots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \dots$

MR2) $\overline{\bigcup_j V_j} = L^2(\mathbb{R})$

MR3) $\bigcap_j V_j = \{0\}$

MR4) *Invariância em escala: $f(x)$ pertence a V_j se, e somente se, a função $f(2x)$ pertence a V_0*

MR5) *Invariância em translações: $f(x)$ pertence a V_0 se, e somente se, a função $f(x - k)$ pertence a V_0*

MR6) *Existência de uma função $\phi \in V_j$ (função escala) tal que $\{\phi_{j,k}; k \in \mathbb{Z}\}$ é uma base ortonormal de V_j , em que $\phi_{j,k}(x)$ é dada por $\phi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \phi(2^j x - k)$, $j, k \in \mathbb{Z}$.*

A propriedade (MR1) esclarece que uma aproximação numa resolução 2^j contém toda a informação necessária para calcular uma aproximação na escala 2^{j+1} , ou seja, ao passar da escala j para a escala $j + 1$ ganha-se informação. Conforme a resolução aumenta ($j \rightarrow \infty$), a função aproximada converge para a função original, obtendo assim (MR2). No entanto, quando a resolução 2^j decresce ($j \rightarrow 0$) perde-se todas as informações de f e tem-se (MR3). Ainda, (MR4) está relacionada com (MR1), pois à medida que j cresce, refinando a escala, a resolução de frequência aumenta. Sendo assim, detalhes que aparecem em um nível de resolução 2^j também devem estar presentes na resolução 2^{j+1} , isto é, $\dots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \dots$. A propriedade (MR5) mostra que ao tomar uma função $f(x)$ e deslocá-la em k unidades para $f(x - k)$ não haverá mudança no nível de resolução [26, 28, 43]. Na literatura, as palavras “escala” e “nível” (ou ainda “nível de resolução”) são usadas muitas vezes de maneiras diferentes. Nesta pesquisa, utiliza-se

“nível de resolução” para a quantidade 2^j (ou para o inteiro j) e o inverso 2^{-j} é a “escala”. Contudo, dependendo do contexto e, com um abuso de notação, denota-se apenas escala j ao invés de escala correspondente ao nível de resolução 2^j .

A ideia básica de uma AMR é que, desde que uma coleção de subespaços fechados satisfaça (MR1) a (MR6), então existe uma base ortonormal de *wavelets* $\{\psi_{j,k}; j, k \in \mathbb{Z}\}$ de $L^2(\mathbb{R})$, com $\psi_{j,k}(x) = 2^{j/2}\psi(2^jx - k)$, tal que, para todo sinal $f \in L^2(\mathbb{R})$ [9]:

$$P_{j+1}f = P_jf + \sum_{k \in \mathbb{Z}} \langle f, \psi_{j,k} \rangle \psi_{j,k}, \quad (2.13)$$

em que P_j é a projeção ortogonal em V_j .

Nesta decomposição P_jf representa a aproximação da função e o somatório representa os detalhes. Assim, uma AMR representa funções por aproximações e detalhes projetados em subespaços V_j , com $\dots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \dots$ [42].

Desde que $\{\psi_{j-1,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ é uma base ortonormal para o espaço W_{j-1} , definido como o complemento ortogonal de V_{j-1} em V_j , pode-se escrever [4]:

$$\begin{aligned} V_j &= W_{j-1} \oplus V_{j-1} \\ &= W_{j-1} \oplus W_{j-2} \oplus V_{j-2} \\ &\dots \\ &= W_{j-1} \oplus W_{j-2} \oplus \dots \oplus W_0 \oplus V_0. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Dessa forma, cada $f \in V_j$ pode ser decomposta unicamente como

$$f = w_{j-1} + w_{j-2} + \dots + w_0 + f_0, \quad (2.15)$$

em que cada w_l pertence a W_l , $0 \leq l \leq j-1$ e f_0 pertence a V_0 . Repetindo-se infinitamente o processo, tem-se

$$L^2(\mathbb{R}) = \bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} W_j = V_{j_0} \oplus \bigoplus_{j \geq j_0} W_j, \quad (2.16)$$

para algum $j_0 \in \mathbb{Z}$. Logo, $L^2(\mathbb{R})$ é decomposto em subespaços mutuamente ortogonais [9, 4]. Em particular, cada f em $L^2(\mathbb{R})$ pode ser escrita unicamente como

$$f = f_0 + \sum_{j=0}^{\infty} w_j, \quad (2.17)$$

em que $f_0 \in V_0$ e $w_j \in W_j$.

2.4 Algoritmo Piramidal

O Algoritmo Piramidal é a forma mais utilizada para o cálculo da TWD. Este algoritmo utiliza filtros passa-baixa e passa-alta que serão apresentados a seguir.

Considere a base ortonormal gerada por ψ , apresentada na equação (2.10):

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{j/2} (2^j x - k) \quad j, k \in \mathbb{Z}$$

de tal forma que qualquer $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$ pode ser escrita como [26]

$$f(x) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{j,k} \psi_{j,k}(x). \quad (2.18)$$

A equação (2.18) é dita ser uma série de *wavelets*, e os coeficientes *wavelets* são dados por

$$d_{j,k} = \langle f, \psi_{j,k} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{j,k}(x) dx. \quad (2.19)$$

Uma forma de gerar *wavelets* é pela função escala ou *wavelet* pai, que é solução da equação [26]

$$\phi(x) = \sqrt{2} \sum_k h_k \phi(2x - k). \quad (2.20)$$

Dessa forma, a função dada pela equação (2.20) gera uma família ortonormal em $L^2(\mathbb{R})$ [9, 26]

$$\phi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \phi(2^j x - k) \quad j, k \in \mathbb{Z}. \quad (2.21)$$

Nas condições citadas acima, ψ pode ser obtida de ϕ por

$$\psi(x) = \sqrt{2} \sum_k g_k \phi(2x - k), \quad (2.22)$$

em que

$$g_k = (-1)^k h_{1-k} \quad (2.23)$$

é a chamada “Relação do Filtro de Quadratura” (*quadrature mirror filter relation*).

Na verdade, h_k e g_k são coeficientes de filtros passa-baixa e passa-alta, respectivamente, chamados “filtros de quadratura” (*quadrature mirror filters*), que são usados para calcular a TWD. Esses coeficientes são dados por [26]

$$h_k = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x) \phi(2x - k) dx \quad (2.24)$$

e

$$g_k = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) \phi(2x - k) dx. \quad (2.25)$$

As equações (2.20) e (2.22) são chamadas “Equações de Dilatação”.

Agora, considerando o sistema ortonormal

$$\{\phi_{j,k}(x), \psi_{j,k}(x), j, k \in \mathbb{Z}\}, \quad (2.26)$$

é possível escrever para $f(x)$ em $L^2(\mathbb{R})$,

$$f(x) = \sum_k c_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(x) + \sum_{j \geq j_0} \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}(x), \quad (2.27)$$

em que

$$c_{j_0,k} = \langle f(x), \phi_{j_0,k}(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \phi_{j_0,k}(x) dx, \quad (2.28)$$

$$d_{j,k} = \langle f(x), \psi_{j,k}(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{j,k}(x) dx. \quad (2.29)$$

É importante salientar que na equação (2.27), j_0 é o nível de resolução mais baixa.

Usando as equações (2.20) e (2.22), pode-se calcular eficientemente os coeficientes $d_{j,k}$ e $c_{j,k}$. Se

$$\begin{aligned} \psi_{j,k} &= 2^{j/2} \psi(2^j x - k) \\ &= 2^{j/2} 2^{1/2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_n \phi(2(2^j x - k) - n) \\ &= 2^{(j+1)/2} \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_n \phi(2^{j+1} x - (2k + n)) \\ &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_n \phi_{j+1, 2k+n} \\ &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_{n-2k} \phi_{j+1, n} \end{aligned} \quad (2.30)$$

logo,

$$\begin{aligned} d_{j,k} &= \langle f, \psi_{j,k} \rangle \\ &= \langle f, \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_{n-2k} \phi_{j+1, n} \rangle \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_{n-2k} \langle f, \phi_{j+1, n} \rangle \\ &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_{n-2k} c_{j+1, n}. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Realizando os mesmos procedimentos para ϕ , obtem-se:

$$c_{j,k} = \langle f, \phi_{j,k} \rangle \quad (2.34)$$

$$= \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_{n-2k} c_{j+1, n} \quad (2.35)$$

com h_k e g_k dados pelas equações (2.24) e (2.25).

As equações (2.32)-(2.35) são a base do algoritmo piramidal. Note que no j -ésimo passo, o algoritmo calcula $c_{j,k}$ e $d_{j,k}$ a partir dos coeficientes suaves do nível $j + 1$. Utilizando a notação

$$(H_j x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_{n-2k} x_n \quad (2.36)$$

e

$$(G_j x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} g_{n-2k} x_n, \quad (2.37)$$

pode-se escrever as equações (2.33) e (2.35) da seguinte forma:

$$c_{j,k} = H_j c_{j+1,k} \quad (2.38)$$

e

$$d_{j,k} = G_j c_{j+1,k}, \quad (2.39)$$

em que H_j pode ser interpretado como um filtro passa-baixa e G_j um filtro passa-alta [43].

Note que $c_{j,k}$ e $d_{j,k}$ são obtidos de $c_{j+1,k}$ por um processo de convolução seguido de uma decimação (ou *downsampling*) por dois, que é indicada por $\downarrow 2$. Neste processo, eliminam-se as amostras pares ou ímpares de maneira que no nível j , tem-se metade dos coeficientes do nível $j + 1$, donde o nome “piramidal”, dado por Mallat (1989)[22].

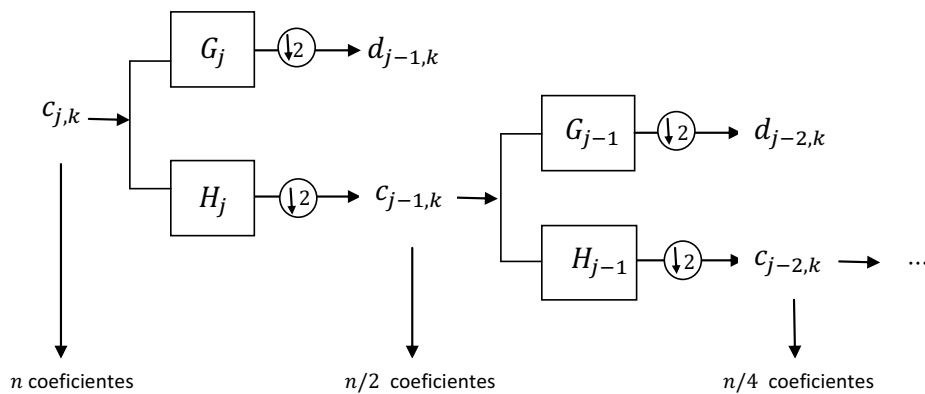


Figura 2.1: Algoritmo Piramidal de Mallat: Transformada Wavelet Discreta Decimada (Decomposição).

Para a reconstrução do sinal é utilizado o mesmo processo inversamente: os mesmos coeficientes são aplicados em ordem reversa e ao invés da decimação, os componentes do sinal são alongados por inserção de zeros (interpolação) entre os coeficientes da

transformada (*upsampling*). Desta forma, o procedimento da TWDI resulta aplicando-se *upsampling* ($\uparrow 2$) seguido de filtragem. O procedimento é repetido até obter-se o sinal original. Na reconstrução os coeficientes $c_{j+1,k}$ são obtidos de $c_{j,k}$ e $d_{j,k}$:

$$c_{j+1,k} = \sum_k h_{n-2k} c_{j,k} + \sum_k g_{n-2k} d_{j,k}.$$

2.5 Wavelets Não-Decimadas

Como apresentado na seção 2.4, a TWD pode ser vista como um processo de filtragem seguido por uma decimação (diádica) por 2, em que são aproveitados apenas os elementos pares ou ímpares, implicando em selecionar uma base diferente. Aplicar uma decimação ímpar é equivalente a aplicar uma decimação par em dados transladados de 1 elemento. A escolha da decimação corresponde a escolha de uma origem, ou seja, a TWD depende da escolha da origem [29].

Uma translação na entrada dos dados pode resultar em um conjunto de coeficientes *wavelets* completamente diferente se comparado ao conjunto de dados obtidos com a entrada original. Em algumas aplicações é necessário que o método não seja sensível à origem, ou seja, é preferível que seja invariante à translação, o que é conseguido com a *wavelet* não-decimada, pois esta leva em consideração todos os elementos: pares e ímpares.

A fórmula para a *wavelet* não-decimada, correspondente à equação (2.10), para $\psi_{j,k}(x)$ se torna

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \psi \{ 2^j (x - k) \}, \quad j, k \in \mathbb{Z}. \quad (2.40)$$

A transformada *wavelet* não-decimada (TWND) é obtida eliminando-se a decimação na TWD. Dessa forma, em cada escala haverá n coeficientes e o esforço computacional requerido para o cálculo é de $O(n \log_2 n)$, contra $O(n)$ da TWD. Mesmo assim, o algoritmo para calcular a TWND ainda é considerado rápido [28]. Sejam H_j e G_j os filtros passa-baixa e passa-alta. A cada nível estes filtros são modificados pela inserção de zeros, como apresentado em [29].

A TWND é também conhecida na literatura como transformada *wavelet* estacionária (SWT - *stationary wavelet transform*), transformada *wavelet* invariante à translação (SIDWT - *shift-invariant discrete wavelet transform*), transformada *wavelet* discreta redundante (RDWT - *redundant discrete wavelet transform*) e *frames wavelet* discretos (DWF - *discrete wavelet frames*), dentre outros nomes [6, 15, 29].

A Figura 2.2 mostra o cálculo da TWND. Os coeficientes de aproximação $c_{j,k}$ e os coeficientes de detalhes $d_{j,k}$ são obtidos de c_{j+1} como na TWD, no entanto não se realiza a decimação e modificam-se os filtros a cada escala.

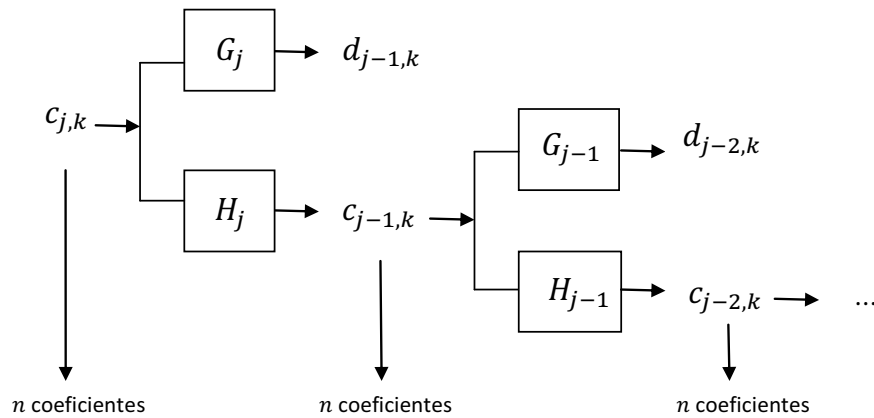


Figura 2.2: Transformada Wavelet Não-Decimada (Decomposição).

2.6 Wavelets de Suporte Compacto

2.6.1 Características das Wavelets

Existem muitas alternativas para a escolha das *wavelets*. Os fatores que mais influenciam nesta escolha são, geralmente, suavidade, simetria, ortogonalidade e suporte compacto.

A suavidade de uma *wavelet* pode ser determinada pelo número de momentos nulos de ψ . Uma *wavelet* tem p momentos nulos se

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^k \psi(x) dx = 0, \quad 0 \leq k < p.$$

O valor de p está relacionado com o grau de suavidade da *wavelet*. Em geral, quanto maior p , mais suave será ψ [43].

Simetria e ortogonalidade são fatores interligados. Existem *wavelets* ortonormais e biortogonais, ou ainda, nenhum dos dois casos. Quando as *wavelets* possuem bases biortogonais, seus filtros de decomposição e reconstrução podem ser simétricos, gerando *wavelets* simétricas. Isso não ocorre em bases ortonormais: no caso de *wavelets* ortogonais (exceto o caso de Haar), simetria e reconstrução exata não são compatíveis se os filtros utilizados para decomposição e reconstrução forem os mesmos [9, 43].

Definição 2 Uma função f tem suporte compacto se existe um intervalo fechado e limitado, fora do qual $f(x) = 0$.

Dessa forma uma *wavelet* tem suporte compacto se sua energia está restrita a um intervalo finito [21].

As *wavelets* de maior interesse nessa pesquisa são funções com suporte compacto, pois estas têm localização espacial, tornando-se ideais para aplicações em séries temporais. Algumas dessas *wavelets* são apresentadas a seguir.

2.6.2 Wavelet de Haar

A *wavelet* de Haar é dada pela função

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 1/2 \\ -1 & 1/2 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (2.41)$$

cuja função escala (ou *wavelet* pai) é

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.42)$$

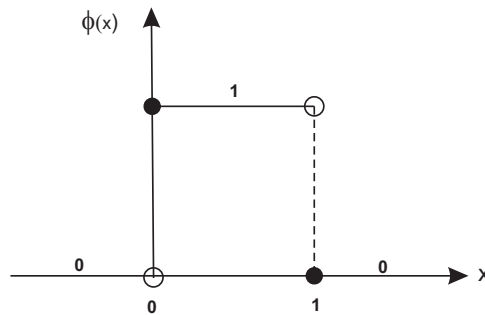


Figura 2.3: Gráfico da função escala de Haar (*wavelet* pai). Fonte: [4].

Seja V_0 o espaço das funções da forma

$$\sum_{k \in \mathbb{Z}} a_k \phi(x - k), \quad a_k \in \mathbb{R}.$$

Desde que $\phi(x - k)$ apresenta descontinuidades em $x = k$ e $x = k + 1$, V_0 consiste de todas as funções constantes por partes, onde a descontinuidade ocorre no conjunto dos inteiros. Como k tem abrangência em um intervalo finito, esta função tem suporte compacto. O gráfico a seguir mostra elementos típicos de V_0 .

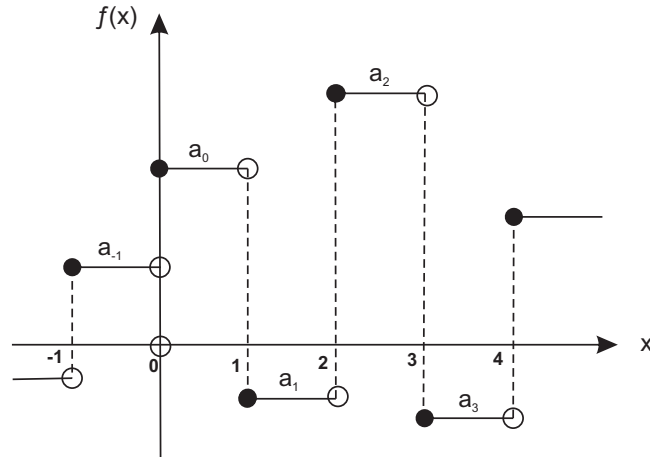


Figura 2.4: Gráfico de elementos típicos de V_0 . Fonte: [4].

Observe que a função $\phi(2x)$, cujo gráfico é apresentado a seguir, reduz a largura de $\phi(x)$ pela metade.

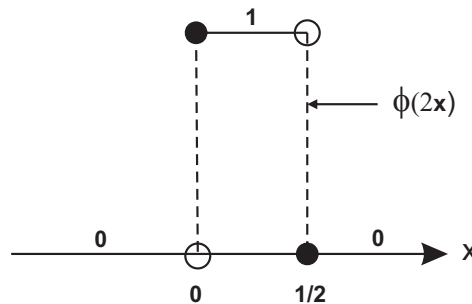


Figura 2.5: Gráfico de $\phi(2x)$. Fonte: [4].

Pode-se transladar $\phi(2x)$ e obter:

$$\phi(2x - k) = \phi\left(2\left(x - \frac{k}{2}\right)\right)$$

que é a mesma função de $\phi(2x)$ transladada por $k/2$ unidades.

Seja V_1 o espaço das funções da forma

$$\sum_{k \in \mathbb{Z}} a_k \phi(2x - k), \quad a_k \in \mathbb{R}.$$

Assim, V_1 é o espaço das funções constantes por partes de suporte compacto, cujas descontinuidades estão no conjunto $\{0, \pm 1/2, \pm 1, \pm 3/2, \dots\}$. Portanto, $V_0 \subset V_1$.

com a terceira, quinta e as outras linhas ímpares. As linhas pares também seguem o mesmo padrão, envolvendo os coeficientes $c_3, -c_2, c_1, -c_0$. As linhas ímpares representam um filtro passa-baixa h , correspondente à suavização dos dados. Já as linhas pares representam um filtro passa-alta g , correspondente a captura dos detalhes que h perdeu. É importante salientar que as bordas do sinal são tratadas por periodização para obter tal matriz [35].

A partir da matriz inversa de (2.44) é possível reconstruir o vetor original de dados de comprimento n a partir de seus $n/2$ componentes suavizados s , e seus $n/2$ componentes de detalhes d . Como esta matriz é ortogonal, sua inversa é dada pela transposta

$$\mathbf{W}^t = \begin{bmatrix} c_0 & c_3 & & \cdots & & & & & c_2 & c_1 \\ c_1 & -c_2 & & \cdots & & & & & c_3 & -c_0 \\ c_2 & c_1 & c_0 & c_3 & & & & & & \\ c_3 & -c_0 & c_1 & -c_2 & & & & & & \\ & & & & \ddots & & & & & \\ & & & & & c_2 & c_1 & c_0 & c_3 & \\ & & & & & c_3 & -c_0 & c_1 & -c_2 & \\ & & & & & & & c_2 & c_1 & c_0 & c_3 \\ & & & & & & & c_3 & -c_0 & c_1 & -c_2 \end{bmatrix}. \quad (2.45)$$

A matriz apresentada na equação (2.44) pode ser utilizada para ilustrar o algoritmo piramidal. Como apresentado na seção 2.2, a TWD consiste em aplicar uma matriz de coeficientes *wavelets*, como a matriz W de maneira hierárquica. Primeiramente, a matriz é aplicada a um vetor x de dados, de comprimento n . Depois, o vetor “suavizado” de tamanho $n/2$ recebe esta mesma aplicação. Em seguida, a matriz é aplicada a um vetor “suavizado-suavizado” de comprimento $n/4$, e assim por adiante até permanecer um número trivial de componentes “suavizado-...-suavizado” (geralmente 2 ou 4). Esse processo nada mais é do que o Algoritmo Piramidal apresentado na seção 2.4. Na realidade, o algoritmo piramidal não é um simples produto de uma matriz esparsa por um vetor, mas sim um algoritmo otimizado a fim de eliminar a duplicidade de cálculos [35]. Este algoritmo pode ser representado também pelo diagrama a seguir [35, 42]:

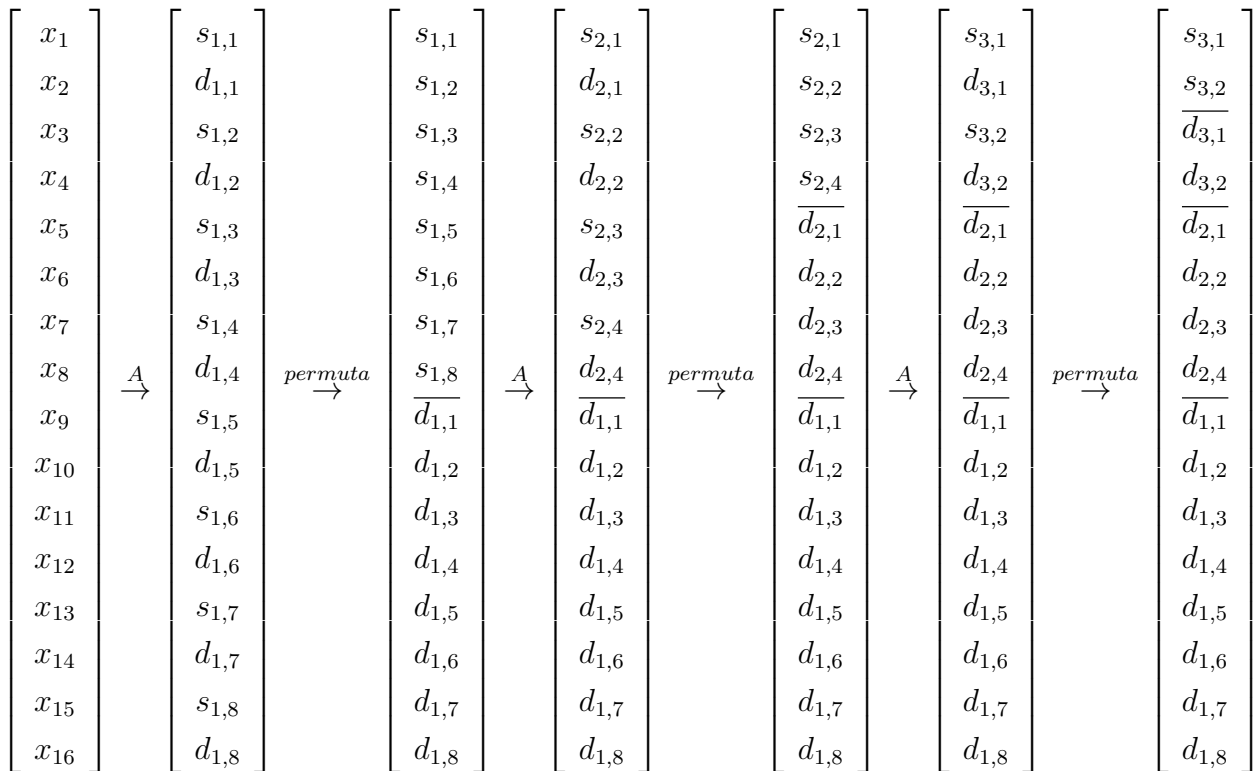


Figura 2.6: Diagrama do Algoritmo Piramidal. Fonte: Adaptado de [42].

Na Figura 2.7 são apresentadas algumas *wavelets* de Daubechies calculadas para $p = 2, 4, 6, 10$.

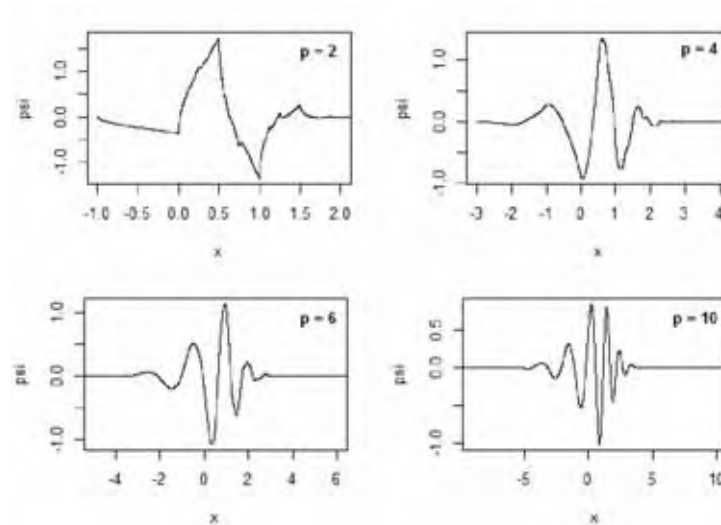


Figura 2.7: *Wavelets* de Daubechies ψ com $p = 2, 4, 6$ e 10 . Fonte: [43].

2.6.4 Symmlets

Observando a Figura 2.7, é possível perceber que as *wavelets* de Daubechies são bastante assimétricas. Na busca por melhorar a simetria, porém manter a simplicidade, Daubechies propôs as Symmlets como uma modificação das suas *wavelets* originais [1]. As Symmlets também são ortogonais, possuem p momentos nulos e suporte em $[-p + 1, p]$ [43]. A Figura 2.8 ilustra algumas Symmlets calculadas para $p = 4, 5, 6$ e 10 .

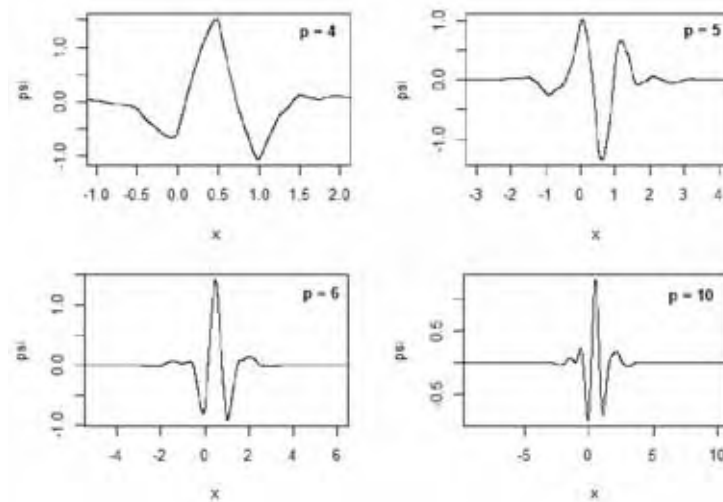


Figura 2.8: Symmlets ψ com $p = 4, 5, 6$ e 10 . Fonte: [43].

2.7 Análise *Wavelet* - Limiarização

Quando dados discretos são obtidos por medições ou manipulados computacionalmente para serem armazenados digitalmente, as informações podem ser alteradas em alguma etapa deste processo por várias formas de interferência, ou mesmo ruídos [3].

As técnicas de limiarização têm por objetivo a redução (e mesmo remoção) do ruído presente num sinal, diminuindo (ou zerando) os coeficientes *wavelets* [26]. Assim, o procedimento de limiarização consiste de três estágios:

- 1) A partir da TWD de x_1, \dots, x_n obtêm-se os coeficientes *wavelets* $d_{j,k}$, que são contaminados por ruídos;
- 2) Utilizam-se limiares (*thresholds*) para reduzir ou anular aqueles coeficientes abaixo de certo valor. Obtêm-se, nesse estágio, os coeficientes desprovidos de ruído.
- 3) Utilizando a TWDI dos coeficientes do estágio (2), o sinal é reconstruído sem as componentes relativas aos ruídos.

2.7.1 Escolha do Limiar

Para a escolha dos limiares no estágio (2), existem dois problemas: um é a escolha do esquema de limiares e o outro é a escolha dos parâmetros que governam este esquema.

2.7.1.1 Escolha dos Esquemas de Limiarização

Abaixo são apresentados os esquemas de limiarização mais utilizados [26, 42, 43].

Considere d um vetor de componentes $\{d_i\}_{i=0}^{n-1} \subset \mathbb{R}$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ um limiar. Tem-se,

i) **Limiarização Rígida** (*Hard Threshold*), definido por

$$L_{\lambda}^R(d_i) = \begin{cases} 0, & |d_i| < \lambda \\ d_i, & |d_i| \geq \lambda \end{cases} \quad (2.46)$$

ii) **Limiarização Suave** (*Soft Threshold*), definido por

$$L_{\lambda}^S(d_i) = \begin{cases} d_i - \lambda, & d_i > \lambda \\ 0, & -\lambda \leq d_i \leq \lambda \\ d_i + \lambda, & d_i < -\lambda \end{cases} \quad (2.47)$$

A Figura 2.9 mostra como estes dois esquemas de limiarização agem. Observe que (i) é do tipo “mata” ou “preserva”, enquanto (ii) é do tipo “mata” ou “reduz”.

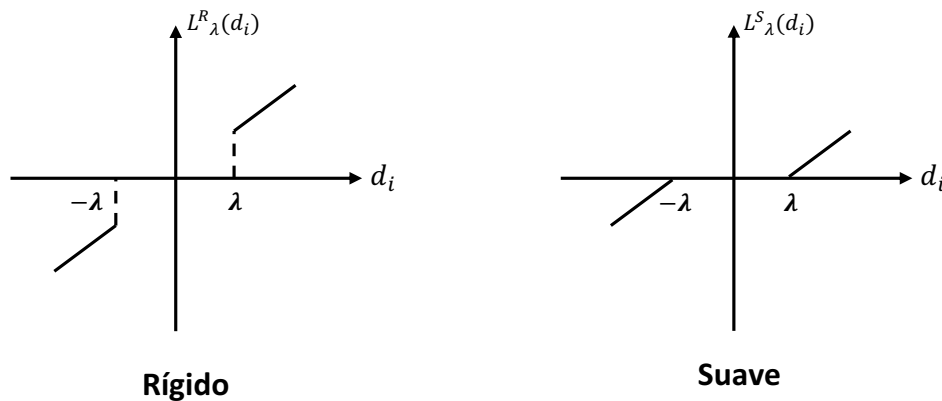


Figura 2.9: Limiar Rígido e Suave em $f(d_i) = d_i$. Fonte: [26, 43].

2.7.1.2 Escolha dos Parâmetros

O parâmetro λ que aparece em (2.46) e (2.47) depende de um parâmetro de dispersão σ . Este último parâmetro representa o nível de ruído, e pode ser estimado de duas maneiras: pode-se assumir que existe um único parâmetro σ aplicável a todos os níveis da

transformação, denominado *limiar global*; ou ainda, considerar que existe um parâmetro σ_j para cada nível de resolução 2^j , ou seja, para cada escala j tem-se um limiar λ_j [3, 26].

Para a escolha destes parâmetros, é proposto em [13] por Donoho e Johnstone, o uso do limiar universal

$$\lambda = \hat{\sigma} \sqrt{2 \log(n)}, \quad (2.48)$$

em que $\hat{\sigma}$ é a estimativa do nível de ruído, o qual deve ser estimado a partir dos dados, podendo ser uma abordagem por nível com um parâmetro de dispersão σ para cada nível j , ou de forma global, com um único parâmetro de dispersão para todas as escalas [3, 42].

A fim de estimar o nível de ruído na equação (2.48), Donoho e Johnstone [14] propuseram ainda o seguinte estimador:

$$\hat{\sigma} = \text{med} \{ |d_{J-1,k}| : 0 \leq k \leq n/2 \} / 0,6745, \quad (2.49)$$

em que *med* indica a mediana, $J - 1$ é a escala mais fina e o fator 0,6745 é determinado estatisticamente em [11].

Reconhecimento de Padrões a partir do Espectro *Wavelet*

As séries temporais de multicaminho são, geralmente, provenientes de processos estocásticos não-estacionários e, portanto, precisam ser analisadas tanto no domínio da frequência, quanto no domínio do tempo. Sendo assim, as *wavelets* surgem como uma ferramenta ideal por ser capaz de realizar esta análise simultaneamente.

Para o reconhecimento de padrão destas séries temporais existem diversas técnicas. Muitas delas utilizam decomposição *wavelet* e sua capacidade de multirresolução para realizar tal processo, muitas vezes aliadas a outros métodos, como redes neurais, por exemplo [44, 40]. Nesta pesquisa, utilizou-se o espectro *wavelet*, aliado ao coeficiente de correlação de Pearson e à raiz do erro médio quadrático (REMQ) para realizar o reconhecimento de padrão das séries temporais de multicaminho.

O espectro *wavelet* é uma ferramenta de bastante utilidade na Análise *Wavelet*. A partir deste espectro é possível descobrir informações importantes em um sinal ou série temporal, como por exemplo, as frequências predominantes e onde elas ocorrem.

3.1 Séries Temporais Estacionárias

Os modelos utilizados para descrever séries temporais são processos estocásticos, ou seja, processos controlados por leis probabilísticas [27]. Um processo estocástico é uma família de variáveis aleatórias ordenadas no tempo, de forma que uma série temporal é uma realização ou trajetória de tal processo.

Uma série temporal estacionária é aquela cujas propriedades estatísticas não se modificam com o tempo [28]. No entanto, séries estritamente estacionárias são geralmente

muito fortes para a maioria das propostas práticas, e sendo assim, formas mais fracas são usadas, como segue.

Uma série $\{X_t\}$ é dita ser estacionária de segunda ordem ou fracamente estacionária se satisfaz as seguintes propriedades [7, 28]:

- 1) $E(X_t) = \mu$
- 2) $\gamma(\tau) = cov(X_t, X_{t+\tau})$, o coeficiente de autocovariância na defasagem τ , é uma função apenas de τ implicando, quando $\tau = 0$, que a variância é constante como uma função do tempo.

A autocovariância do processo $\gamma(\tau)$ pode ser estimada pela autocovariância amostral, $c(\tau)$, que é obtida pelo cálculo da covariância amostral dos valores amostrados $\{x_t\}_{t=1}^{n-\tau}$, com os valores da defasagem $\{x_{t+\tau}\}_{t=1}^{n-\tau}$, em que $n = 2^J$ é o tamanho da série. A autocorrelação mede a associação linear entre x_t e $x_{t+\tau}$, identificando o grau de relação dentro da série temporal em diferentes defasagens. A autocorrelação parcial na defasagem τ é o excesso da autocorrelação nesta defasagem que ainda não foi calculado pela autocorrelação nas defasagens menores.

O espectro, ou função densidade espectral, $f(\omega)$, é a medida da “quantidade” de oscilação nas diferentes frequências $\omega \in (-\pi, \pi)$. Mais especificamente, $f(\omega)d\omega$ é a contribuição das frequências em $(\omega, \omega + d\omega)$ para a variância total de X_t . A relação entre o espectro e a autocovariância é dada pela relação de Fourier

$$f(\omega) = (2\pi)^{-1} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \gamma(\tau) \exp(-i\omega\tau). \quad (3.1)$$

Se $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ é um processo estocástico estacionário, então ele pode usualmente ser representado por

$$X_t = \int_{-\pi}^{\pi} \exp(i\omega t) dZ(\omega) = \int_{-\pi}^{\pi} A(\omega) \exp(i\omega t) d\xi(\omega), \quad (3.2)$$

em que $A(\omega)$ é a amplitude do processo, enquanto $dZ(\omega)$ e $d\xi(\omega)$ são processos com incrementos ortogonais e ortonormais, respectivamente. A autocovariância $\gamma(\tau)$ para este processo pode ser obtida como

$$\gamma(\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega) \exp(i\omega\tau) d\omega, \quad (3.3)$$

em que a função densidade espectral $f(\omega)$ é relacionada ao processo estocástico com incrementos ortogonais $Z(\omega)$ e a distribuição espectral $F(\omega)$ por

$$E |dZ(\omega)|^2 = dF(\omega) = f(\omega) d\omega. \quad (3.4)$$

No processo estacionário a amplitude $A(\omega)$ não depende do tempo, e dessa forma o comportamento da frequência da série temporal não se modifica ao longo do tempo. Uma maneira de introduzir a dependência no tempo em uma representação como na equação (3.2) é trocar $A(\omega)$ por uma forma tempo-dependente como $A_t(\omega)$, que resulta em um modelo tempo-frequência [28]. Uma outra maneira é o uso das *wavelets*: existem versões dos processos variância, autocorrelação, correlação cruzada e espectro, adaptados e indexados por escala, utilizando a transformada *wavelet* discreta (TWD) clássica ou sua versão não-decimada [30]. Um exemplo é a variância *wavelet*, um meio de descobrir a “quantidade” de variância existente em um processo nas diferentes escalas diádicas [28].

3.2 Processos *Wavelets* Localmente Estacionários

As séries temporais das propostas práticas geralmente são não-estacionárias, isto é, suas propriedades estatísticas mudam com o tempo. Alguns processos não-estacionários podem ser tratados como processos localmente estacionários, ou seja, estacionário em intervalos menores, embora não seja estacionário no todo.

Um processo *wavelet* localmente estacionário (LSW - *Locally Stationary Wavelet*), $\{X_{t,n}\}_{t=0,\dots,n-1}$, $n = 2^J \geq 1$, é um processo estocástico duplamente indexado, com a seguinte representação no sentido de média quadrática

$$X_{t,n} = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_k w_{j,k;n} \psi_{j,k}(t) \xi_{j,k}, \quad (3.5)$$

em que $\{\xi_{j,k}\}$ é uma sequência de incrementos ortonormal aleatória, $\{\psi_{j,k}(t)\}_{j,k}$ é um conjunto de *wavelets* discretas não-decimadas, e $\{w_{j,k;n}\}$ é um conjunto de amplitudes.

Nesta representação tem-se a construção de um modelo de série temporal $X_{t,n}$ a partir de uma combinação linear de funções oscilatórias ($\psi_{j,k}$) com amplitudes aleatórias ($w_{j,k;n} \xi_{j,k}$), que é a representação multiescala equivalente à construção para os processos estacionários em (3.2)[28].

As quantidades na representação (3.5) possuem algumas propriedades explanadas com mais detalhes em [28, 30]. A primeira delas, $E(\xi_{j,k}) = 0$, garante que o processo $X_{t,n}$ tem sempre média zero. A segunda, $cov(\xi_{j,k}, \xi_{l,m}) = \delta_{j,l} \delta_{k,m}$, em que $\delta_{j,l}$ é o delta de Kronecker, significa que a sequência de incremento ortonormal é não correlacionada. A terceira, controla a velocidade de evolução de $w_{j,k;n}$ proibindo-os de se desviarem de uma função $W_j(z)$ para $z \in (0, 1)$, assumindo

$$\sup_k |w_{j,k;n} - W_j(k/n)| \leq C_j/n, \quad (3.6)$$

em que $\{C_j\}$ é um conjunto de constantes com $\sum_{j=0}^{J-1} C_j < \infty$. A quantidade z é devida a mudança na escala do tempo $z = k/n$. Restrições de suavidade são impostas sobre $W_j(k/n)$ impedindo-a de oscilar descontroladamente, e isto controla a velocidade da evolução de $w_{j,k;n}$ [28].

A razão para não querer que as propriedades estatísticas de $X_{t,n}$ evoluam rapidamente é para permitir a estimação. Quanto mais devagar o processo evolui, maior é o conjunto de observações que podem ser agrupadas para obter boas estimativas do processo $W_j(k/n)$.

3.3 Espectro *Wavelet* Evolucionário (EWS)

Em um modelo geral de série temporal como em (3.2), a amplitude $A(\omega)$ controla o volume da oscilação senoidal na frequência ω . O espectro deste processo é dado por $f(\omega) = |A(\omega)|^2$. Uma função similar é definida para o processo *wavelet* localmente estacionário, o espectro *wavelet* evolucionário (EWS - *Evolutionary Wavelet Spectrum*), definido como:

$$S_j(z) = |W_j(z)|^2 \quad (3.7)$$

para $j = 0, \dots, J(n) - 1$, $z \in (0, 1)$. O espectro evolucionário de *wavelets* determina a energia local (variância) do processo na escala j e posição $z \in (0, 1)$ [28].

3.4 Autocorrelação e Autocovariância Local *Wavelet*

Se $X_{t,n}$ é um processo LSW construído a partir de *wavelets* discretas não-decimadas, então sua autocovariância também deve depender do tempo:

$$c_n(z, \tau) = cov \{X_{[zn],n}; X_{[zn]+\tau,n}\} \quad (3.8)$$

para $z \in (0, 1)$ e $\tau \in \mathbb{Z}$ [30].

Pensando no modelo (3.5), para obter a função de autocovariância ou autocorrelação de $X_{t,n}$ é necessário conhecer a autocovariância/autocorrelação *wavelet* devido a linearidade da covariância.

Dessa forma, a autocovariância local $c(z, \tau)$ de um processo LSW com EWS $\{S_j(z)\}$ pode ser definida por

$$c(z, \tau) = \sum_{j=0}^{J-1} S_j(z) \Psi_j(\tau), \quad \tau \in \mathbb{Z}, z \in (0, 1) \quad (3.9)$$

em que $\Psi_j(\tau)$ é a função de autocorrelação *wavelet* dada por

$$\Psi_j(\tau) = \sum_k \psi_{j,k}(0) \psi_{j,k}(\tau) \quad j < 0, \tau \in \mathbb{Z}. \quad (3.10)$$

Em [30] verifica-se ainda que a autocovariância, $c_n(z, \tau)$, de $X_{t,n}$ converge para a autocovariância local, $c(z, \tau)$, quando $n \rightarrow \infty$. Além disso, (3.9) é análoga à fórmula usual em que a autocovariância de um processo estacionário é a transformada de Fourier de seu espectro.

3.5 Estimação do EWS a partir do Periodograma *Wavelet*

O periodograma *wavelet* é uma forma de estimar o espectro *wavelet*.

De maneira geral, dada uma série temporal x_1, \dots, x_n , a equação (3.5) mostra que X_t é a transformada *wavelet* inversa dos coeficientes $w_{j,k;n} \xi_{j,k}$. Desde que (3.5) é uma transformada não-decimada, é preciso conhecer a transformada *wavelet* não-decimada de $\{x_t\}$ para obter os coeficientes $w_{j,k;n}$ (ou $W_j(z)$). Notando que o espectro é o quadrado de W_j , pode-se estimá-lo pelo quadrado dos coeficientes *wavelets* não-decimados de $\{x_t\}$. Estes coeficientes são dados por [30]:

$$d_{j,k;n} = \sum_{t=1}^n x_t \psi_{j,k}(t) \quad (3.11)$$

e assim, o periodograma *wavelet* pode ser escrito como

$$I_{k,n}^j = |d_{j,k;n}|^2. \quad (3.12)$$

Assim como nos periodogramas clássicos, os periodogramas *wavelets* têm variância assintótica não-nula e precisam ser suavizados para obter consistência. Além disso, uma escala fixa j , pode conter informação de outras escalas $j' \neq j$. Sendo assim, além de suavizar é necessário também corrigir o periodograma. A suavização ou correção podem ser realizadas em ambas as ordens, no entanto, [30] recomenda realizar primeiro a suavização e depois a correção para facilitar a análise.

3.6 Suavização e Correção do Periodograma *Wavelet*

Seja $\mathbf{I}(z) = \left\{ I_{[zn],n}^j \right\}_{j=0,\dots,J-1}$ o vetor do periodograma em (3.12). Foi mostrado em [30] que

$$E \{ \mathbf{I}(z) \} = AS(z) + O(n^{-1}) \quad (3.13)$$

para todo $z \in (0, 1)$, em que $\mathbf{S}(z) = \{S_j(z)\}_{j=0, \dots, J-1}$ e a matriz A , definida por

$$A_{jl} = \langle \Psi_j, \Psi_l \rangle = \sum_{\tau} \Psi_j(\tau) \Psi_l(\tau), \quad (3.14)$$

é o produto interno das autocorrelações *wavelets*, o que justifica o periodograma $\mathbf{I}(z)$ ser, na média, um estimador viesado do espectro, implicando na necessidade de conhecer A para obter uma estimativa de \mathbf{S} não viesada.

Desta forma, pode-se considerar o periodograma corrigido

$$\mathbf{L}_k = A_j^{-1} \mathbf{I}_k, \quad k = 0, \dots, n-1. \quad (3.15)$$

Para a suavização, o trabalho de von Sachs et al, [46], descreve em detalhes como suavizar um periodograma usando uma segunda base *wavelet* ortonormal $\{\tilde{\varphi}_{l_0 m}(z), \tilde{\psi}_{lm}(z)\}$ de $L^2([0, 1])$, em que $\tilde{\psi}_{lm}(z) = 2^{l/2} \tilde{\psi}(2^l z - m)$, l_0 é a escala mais grossa e $l \geq l_0$, $m = 0, \dots, 2^l - 1$.

Primeiramente, considera-se os coeficientes *wavelets* empíricos obtidos. Para j fixo, o periodograma *wavelet* $I_{[zn]}^j$ para $\tilde{\psi}_{lm}(z)$ pode ser expressado como

$$I_{k,n}^j = \sum_l \sum_m \hat{v}_{lm} \tilde{\psi}_{lm} \left(\frac{k}{n} \right), \quad k = 0, \dots, n-1, \quad (3.16)$$

em que

$$\hat{v}_{lm} = n^{-1} \sum_{p=0}^{n-1} I_{p,n}^j \tilde{\psi}_{lm} \left(\frac{p}{n} \right), \quad (3.17)$$

para $l = l_0, \dots, \log_2(n)$ e $m = 0, \dots, 2^l - 1$.

A fim de realizar o “*denoising*” (retirada do ruído), aplicamos a limiarização não-linear (seção 2.7, capítulo 2) aos coeficientes *wavelet* $\{\hat{v}_{lm}\}$. A reconstrução do estimador é obtida através da transformada inversa dos coeficientes que restaram após a aplicação da limiarização, ou seja,

$$\tilde{S}_j(z) = \sum_l \sum_m \tilde{v}_{lm} \tilde{\psi}_{lm}(z), \quad z \in (0, 1), \quad (3.18)$$

em que $\tilde{v}_{lm} = L_{\lambda}^{R/S}(\hat{v}_{lm})$ (limiar rígido ou suave) [30, 46].

Para ilustrar que usando *wavelets* não-decimadas, é possível quantificar o quanto a autocovariância de uma série temporal se modifica conforme o passar do tempo, será considerado um processo localmente estacionário simulado a partir de processos de médias móveis de Haar [30], $\{X_t^{(r)}\}$, de ordem $2^r - 1$, $r = 1$ a 4. Para $r = 1$:

$$X_t^1 = 2^{\frac{-1}{2}} (\epsilon_t - \epsilon_{t-1}) \quad (3.19)$$

em que $\{\epsilon_t\}$ é um processo aleatório (ruído branco) com média zero e variância σ^2 . O processo $X_t^{(1)}$, é um processo estacionário com $w_{j,k;n}$ e $W_j(z)$ iguais a um para $j = J - 1$ (para todo k, z), e zero para todos os outros j , $\xi_{-1k} = \epsilon_k$, e $\psi_{j,k}(t)$ são as *wavelets* discretas não-decimadas de Haar. Os coeficientes em (3.19) são as *wavelets* Haar não-decimadas da escala $J - 1$.

Usando as *wavelets* da escala $J - 2$ obtemos o processo de segunda ordem

$$X_t^{(2)} = 2^{-1} (\epsilon_t + \epsilon_{t-1} - \epsilon_{t-2} - \epsilon_{t-3}) \quad (3.20)$$

com $\xi_{-2k} = \epsilon_k$, e $w_{j,k;n}$ (e $W_j(z)$) é igual a 1 para $j = J - 2$ e zero caso contrário. Pode-se continuar o processo até a ordem r . É importante observar que os coeficientes em (3.19) são os coeficientes da *wavelet* discreta Haar da escala mais fina. Neste caso $W_j(z)$ é uma função constante de z , o que caracteriza um processo estacionário [28, 30]. Pode-se construir processos não-estacionários em que $W_j(z)$ não é constante.

Considere $S_j^r(z)$ o EWS de um processo de médias móveis de Haar. Então $S_j^r(z)$ é igual a 1 para $j = J - r$ e zero caso contrário. O processo simulado pode ser construído pela concatenação de m observações de cada processo X_t^1, X_t^2, X_t^3 e X_t^4 . Em cada segmento de m observações o processo é estacionário, mas como um processo de $4m$ observações ele é não-estacionário. A mudança de segmento para segmento sobre o tempo será capturada conforme a mudança do espectro *wavelet* $S_j(z)$. A realização de uma série deste tipo pode ser observada na Figura 3.1.

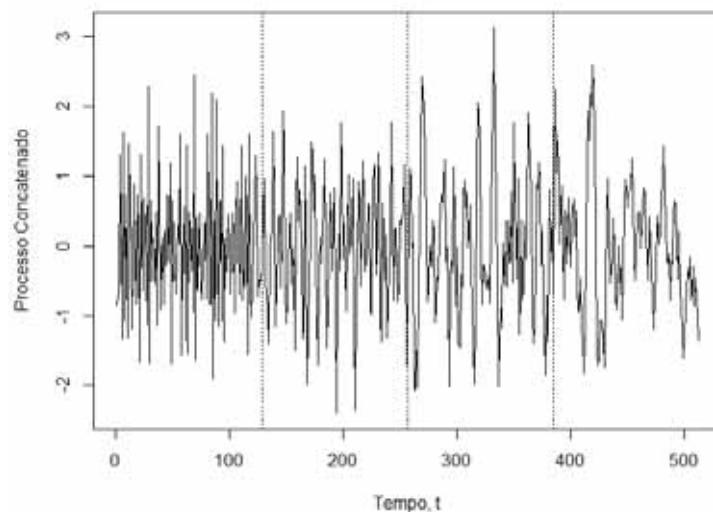


Figura 3.1: Concatenação de $m = 128$ observações de consecutivos processos de médias móveis de Haar X^1, X^2, X^3 e X^4 . A variância do processo puramente aleatório é $\sigma^2 = 1$. As linhas verticais pontilhadas indicam quando o processo X^r muda para o processo X^{r+1} , para $r = 1, 2, 3$.

O espectro evolucionário para a série concatenada será simplesmente $S_j^1(z)$ seguido sucessivamente por $S_j^2(z)$, $S_j^3(z)$ e $S_j^4(z)$ em cada um dos quatro segmentos de 128 observações: o EWS é constante em cada segmento. Uma estimativa do EWS para a série concatenada aparece na Figura 3.2.

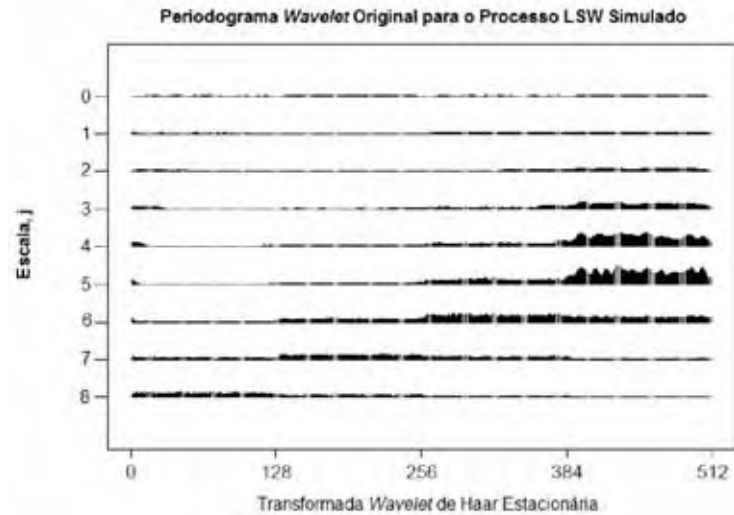


Figura 3.2: Estimativa do Espectro Wavelet. Média de 100 periodogramas *wavelets* originais do processo de médias móveis de Haar.

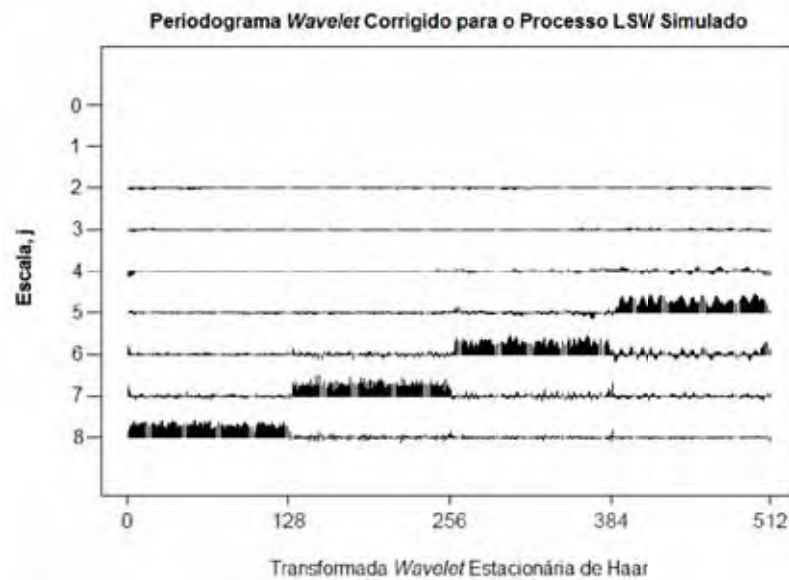


Figura 3.3: Média de 100 periodogramas *wavelets* corrigidos do processo de médias móveis de Haar.

A linha inferior de coeficientes na Figura 3.3 estima $S_8(t)$ e mostra que $S_8(t)$ é não-nula somente quando o processo de médias móveis $X^1(t)$ é “ativo”. Então, no tempo $t = 128$, o processo de médias móveis $X^2(t)$ se torna ativo e isto é refletido por um bloco

de coeficientes não-nulos de $S_7(t)$ até o tempo $t = 256$ e assim por diante. Vale ressaltar que no periodograma original (Figura 3.2) as informações da escala 8 “deslizam” para a escala 7 e assim acontece com as demais escalas, por isso foi necessário corrigi-lo.

Metodologia

A metodologia necessária para atingir os objetivos dessa pesquisa será descrita nas seções seguintes. A implementação da metodologia proposta foi realizada em linguagem R (<http://cran.r-project.org/>) fazendo uso de pacotes disponíveis tais como o *wavethresh*.

4.1 Experimento/Obtenção dos Dados

Nesta etapa, para a obtenção de séries temporais que permitissem aplicar e avaliar o desempenho da metodologia proposta, fez-se necessário realizar um experimento simulando deslocamentos. Nesse sentido utilizou-se os dados de um experimento realizado por [34]. Esse experimento foi realizado no terraço do Laboratório de Geodésia Espacial (LGE) na FCT/UNESP em Presidente Prudente, com aproximadamente 25 m da estação PPTE da RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo) utilizada como base para realizar o posicionamento relativo [25]. Um receptor Trimble 4600 LS de simples frequência foi colocado no terraço do LGE onde não há objetos refletores nas proximidades da antena. O receptor foi colocado diretamente na laje para que não houvesse multicaminho proveniente do chão. Para causar propositalmente o efeito do multicaminho, mas de maneira que fosse possível simular um deslizamento, foi colocada uma placa de ferro de $1,2 \times 3,0$ m à 0,1 m de distância da antena do receptor. Os dados de fase da onda portadora e pseudodistância [25] foram coletados por dois dias consecutivos.



Figura 4.1: Placa de ferro de 1,2 x 3,0 metros a 0,1 m de distância da antena do receptor.

Posteriormente, a placa foi deslocada para 0,5 m de distância da antena do receptor e a coleta também foi feita por dois dias consecutivos, de forma que fosse possível analisar a repetibilidade do efeito do multicaminho nas séries temporais.



Figura 4.2: Placa de ferro de 1,2 x 3,0 metros a 0,5 m de distância da antena do receptor.

Na Figura 4.3 é ilustrado um esquema que representa o experimento realizado para simular o deslocamento de uma estrutura (objeto refletor representado como uma placa de ferro).

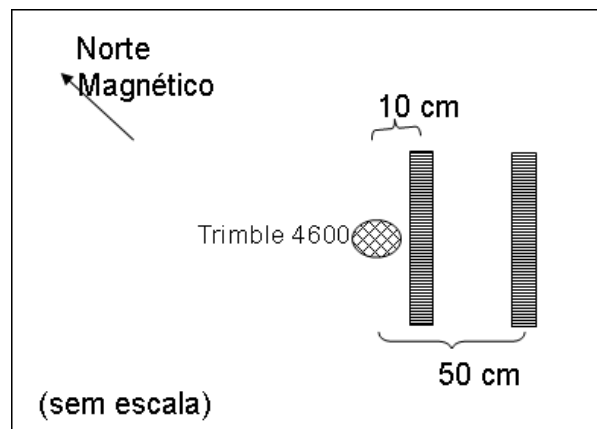


Figura 4.3: Representação esquemática do experimento.

4.2 Processamento dos Dados

No processamento dos dados GPS referente à linha de base LGE-PPTE, adotou-se o satélite 09 como satélite base por ter alto ângulo de elevação (75° a 80°) para formar as duplas diferenças (DD) com os demais satélites (04, 05, 17, 24, 30, 06). Uma das etapas do processamento dos dados refere-se à estimativa das coordenadas da antena do receptor aplicando o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) recursivo ou Filtro de Kalman. De acordo com os modelos funcional e estocástico em geral adotados, o efeito do multicaminho é “eliminado” nos resíduos da estimativa [42, 43]. Isso ocorre pois devido a curta linha de base, os efeitos atmosféricos são praticamente eliminados no processo de dupla diferenciação, logo os “erros” mais significativos nos resíduos são provenientes do multicaminho. As séries temporais do efeito do multicaminho não são estacionárias, mas podem ser consideradas localmente estacionárias, o que faz com que as *wavelets* sejam ideais nessa aplicação.

4.3 Aplicação da Transformada *Wavelet*

Muitos artigos utilizam a TWD [2, 19, 31, 40, 17] e a TWND [36, 16, 47, 8] para o reconhecimento de padrões. Logo, é interessante investigar qual das duas transformadas melhor detecta o padrão do efeito do multicaminho.

Nessa etapa a TWD (seção 2.2) ou a TWND (seção 2.5) foram aplicadas às séries temporais para que o padrão do efeito do multicaminho gerado pela estrutura fosse posteriormente reconhecido. As bases Daubechies com 8 e 10 momentos nulos e Symmlets com 4, 6, 8 e 10 momentos nulos foram testadas. Embora a *wavelet* de Haar tenha sido apresentada na fundamentação teórica, essa base não será utilizada na comparação, pois não é adequada para sinais suaves.

4.4 Estimativa do Espectro *Wavelet*

A partir dos coeficientes *wavelets* calculados pela TWD e TWND, foram obtidos os periodogramas (seção 3.5), os quais são uma estimativa do espectro *wavelet*. Conforme apresentado na seção 3.6, esse periodograma precisa ser suavizado e corrigido para que a estimativa do espectro seja não viesada e consistente. No entanto, em algumas aplicações a suavização ou correção pode não ser necessária, o que motiva a comparação destes estimadores do espectro *wavelet*.

4.5 Reconhecimento do Padrão do Efeito do Multicaminho

Uma vez que a estrutura não sofre deslocamentos o efeito do multicaminho muda apenas devido ao movimento dos satélites e, portanto, se repete em dias consecutivos. Tal repetibilidade ou padrão, dificilmente visualizado ou detectado diretamente na série temporal no domínio do tempo, pode ser verificado no domínio espectral a partir do periodograma *wavelet* (Equação 3.12). Uma alteração no padrão do efeito do multicaminho proveniente da estrutura, o qual deveria se repetir diariamente, indica uma possibilidade de deslocamento.

Para a comparação dos espectros entre os dias consecutivos, no intuito de indicar deslocamento ou não da estrutura, calculou-se os coeficientes de correlação de Pearson. Para comparar as diferentes bases *wavelets* e as transformadas decimada e não-decimada, foi utilizada também a REMQ.

4.5.1 Coeficiente de Correlação

Nessa análise o coeficiente de correlação linear de Pearson é calculado, escala por escala, entre dois periodogramas. Nessa pesquisa é interessante testar se a correlação entre os periodogramas é positiva. O teste é realizado considerando que o coeficiente de correlação segue distribuição t com $n - 2$ graus de liberdade. Dessa forma, as hipóteses são:

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho > 0$$

Assim, ao nível de significância de 5%, se o nível descritivo do teste ou p valor for menor que 0,05, rejeita-se a hipótese nula, então as séries são correlacionadas nos dias consecutivos, o que implica estabilidade da estrutura. Quando a hipótese nula não é rejeitada, há indicativos de movimento/deslocamento da estrutura monitorada.

Considerando a possibilidade da correlação máxima entre os espectros não ser obtida com o cálculo do coeficiente de correlação na defasagem 0, pode-se calcular a correlação cruzada, em que os valores de um periodograma são correlacionados com os valores do outro periodograma em várias defasagens (*lags*) distintas. A variância do coeficiente de correlação cruzada sob a hipótese nula de correlação zero é aproximadamente $1/n$ em que n é o comprimento da série. Os coeficientes são assintoticamente normais, de maneira que o limite superior do intervalo de 95% de confiança é aproximadamente $2/\sqrt{n}$ [35]. Os valores de correlação cruzada, quando plotados em um gráfico nas diferentes defasagens, representam a função de correlação cruzada.

4.5.2 Raiz do Erro Médio Quadrático (REMQ)

Além do coeficiente de correlação, pode-se calcular a REMQ para analisar os periodogramas obtidos. O Erro Médio Quadrático (EMQ) pode ser definido como

$$EMQ = \frac{\sum_{t=1}^n e_t^2}{n} \quad (4.1)$$

em que e_t é a diferença entre os periodogramas de um dia para o outro. Logo, é possível definir a REMQ como

$$REMQ = \sqrt{EMQ} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n e_t^2}{n}}. \quad (4.2)$$

Nesta análise, o valor do REMQ foi utilizado para comparar diferentes metodologias.

4.5.3 Análise ROC

Quando se desenvolve métodos/modelos que envolvem detecção é importante validar seus resultados de forma a qualificar seu poder discriminativo. A análise ROC (*Receiver Operating Characteristic*) é uma técnica que permite estudar a variação da sensibilidade e especificidade para diferentes valores de corte.

O valor do ponto de corte é definido como um valor que pode ser selecionado pelo pesquisador entre os valores possíveis para a variável de decisão. Nesta pesquisa, considerando a discriminação de ocorrência de movimento pelo teste de correlação, conforme descrito na seção 4.5.1, a um pré-determinado nível de significância α , indica-se o movimento pela comparação de α com o pvalor correspondente à correlação calculada para os dados. Isso é equivalente a determinar uma correlação de corte correspondente a tal nível de significância α . Logo, nota-se que a taxa de falsos positivos e falsos negativos depende de tal especificação. Nesse sentido, a análise ROC tem papel importante para a garantia da melhor correlação de corte para a discriminação de ocorrência do movimento.

Uma maneira de apresentar os dados para a análise ROC é por meio de uma tabulação cruzada (tabela de contingência) entre o valor previsto (predito) e o valor real, como ilustrado na Tabela 4.1. Seu funcionamento é simples: considera-se valores positivos que a análise julgou positivos como verdadeiros positivos - VP (acerto), valores positivos que o sistema julgou negativos como falso negativo - FN (erro), valores negativos que o sistema julgou positivos como falso positivos - FP (erro), e valores negativos que o sistema julgou como negativos como verdadeiros negativos - VN (acerto). *Pos* é o total de exemplos positivos; *Neg* é o total de negativos; *PPos* é o total de preditos positivos; *PNeg* é o total de preditos negativos e *Total* é o número total no conjunto considerados.

Tabela 4.1: Tabela de Contingência para a análise ROC.

	Preditos Positivos	Preditos Negativos	
Positivos	VP	FN	Pos
Negativos	FP	VN	Neg
	PPos	PNeg	Total

Os valores descritos são usados para calcular diferentes medidas como a sensibilidade e a especificidade. A sensibilidade, neste caso, é a probabilidade do teste detectar o movimento da estrutura quando realmente houve movimento, ou seja,

$$\text{Sensibilidade} = \frac{VP}{VP + FN} = \frac{VP}{P_{\text{os}}}.$$

A especificidade é a probabilidade do teste não detectar o movimento da estrutura, quando realmente não houve movimento:

$$\text{Especificidade} = \frac{VN}{FP + VN} = \frac{VN}{N_{\text{eg}}}.$$

Pode-se ainda definir a acurácia, taxa de acerto e taxa de erro do teste.

$$\text{Acurácia} = \frac{VP}{P_{\text{Pos}}}$$

$$\text{Taxa de Acerto} = \frac{VP + VN}{\text{Total}}$$

$$\text{Taxa de Erro} = 1 - \text{Taxa de Acerto}$$

A análise também pode ser feita visualmente, em que o gráfico ROC é um gráfico bidimensional no qual os eixos X e Y representam o complementar da especificidade e a sensibilidade, respectivamente, e variam de 0 a 1. O ponto (0, 1) representa a classificação perfeita, na qual todos os positivos e negativos são rotulados corretamente [24].

Resultados e Análises

No capítulo 4 foi apresentada a metodologia proposta e o experimento realizado no intuito de validá-la. A partir dos dados coletados e processados, foram obtidas as séries temporais dos resíduos provenientes de seis DD com relação a um satélite base, coletados em quatro dias: dois dias consecutivos com a placa a 0,1 m de distância da antena do receptor (antes do deslizamento), e dois dias consecutivos com a placa a 0,5 m da antena do receptor (após o deslizamento). O período de amostragem foi de 15 segundos.

Para ilustrar os resultados, escolheu-se a série temporal de resíduos da DD09-04 pois o satélite 04 está em baixo ângulo de elevação e é um dos mais propícios a causar reflexões na placa (efeito do multicaminho). Entretanto, os resultados numéricos serão apresentados para todas as séries temporais.

Na Figura 5.1 são ilustradas as séries temporais dos resíduos da DD09-04 para a pseudodistância (PD) e a fase nos 4 dias (D1, D2, D3 e D4).

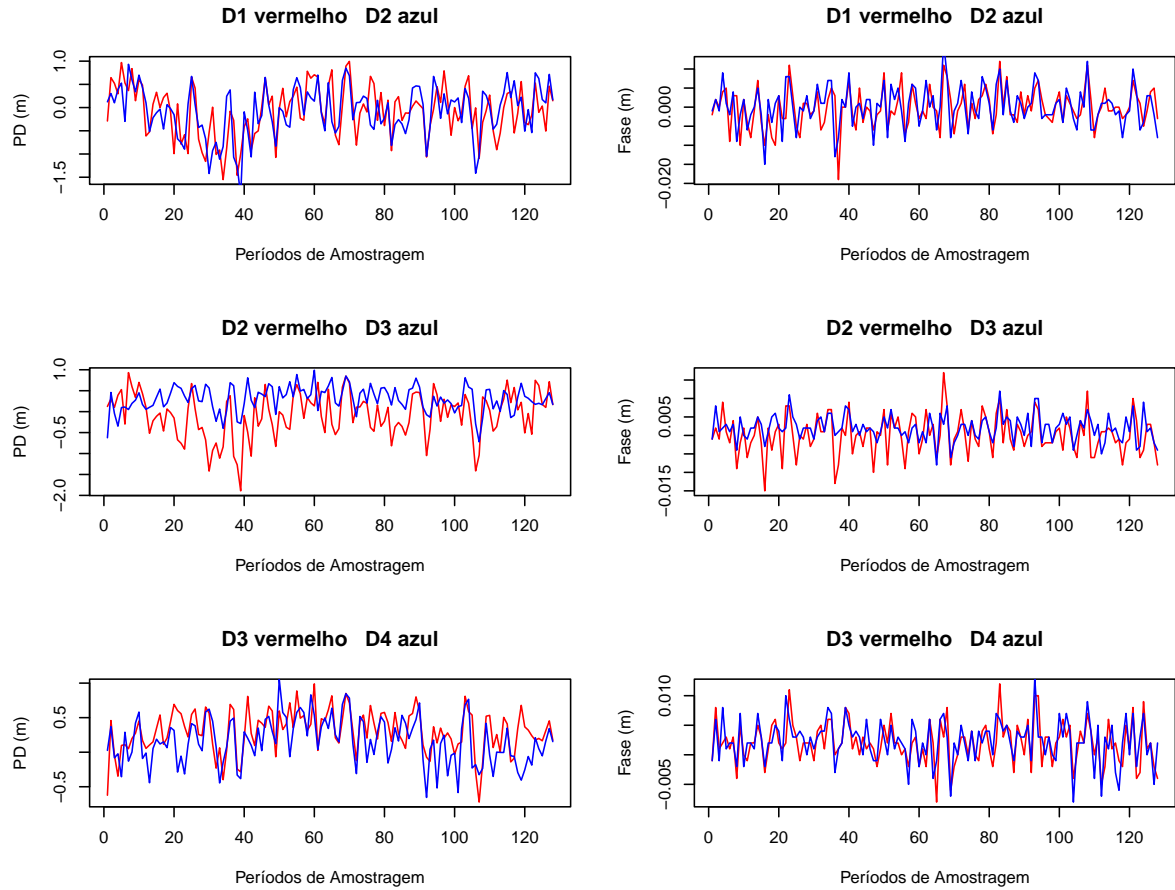


Figura 5.1: Séries temporais de multicaminho (resíduos da DD09-04) nos 4 dias (D1, D2, D3 e D4). Os gráficos da primeira coluna são referentes aos dados de pseudodistância e os da segunda coluna referem-se aos dados de fase.

Observando a Figura 5.1 pode surgir a pergunta se não é possível detectar deslocamentos diretamente nas séries temporais de multicaminho. Nesse sentido, nas Tabelas 5.1 e 5.2 são apresentados os coeficientes de correlação e seus respectivos níveis descritivos (pvalores) para antes do movimento (dias 1 e 2), período do deslizamento (dias 2 e 3) e após o mesmo (dias 3 e 4).

Tabela 5.1: Correlação entre as séries temporais provenientes dos resíduos das DD GPS de pseudodistância.

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,61	< 0,001	0,25	0,003	0,57	< 0,001
DD 09-05	0,72	< 0,001	0,45	< 0,001	0,79	< 0,001
DD 09-17	0,53	< 0,001	0,40	< 0,001	0,52	< 0,001
DD 09-24	0,32	< 0,001	0,33	< 0,001	0,58	< 0,001
DD 09-30	0,62	< 0,001	0,20	0,013	0,75	< 0,001
DD 09-06	0,48	< 0,001	0,47	< 0,001	0,65	< 0,001

Tabela 5.2: Correlação entre as séries temporais provenientes dos resíduos das DD GPS de fase.

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,61	< 0,001	0,52	< 0,001	0,67	< 0,001
DD 09-05	0,82	< 0,001	0,18	0,019	0,90	< 0,001
DD 09-17	0,77	< 0,001	-0,15	0,95*	0,87	< 0,001
DD 09-24	0,86	< 0,001	0,76	< 0,001	0,88	< 0,001
DD 09-30	0,30	< 0,001	0,40	< 0,001	0,62	< 0,001
DD 09-06	0,61	< 0,001	0,68	< 0,001	0,72	< 0,001

Conforme descrito na Metodologia (capítulo 4), o pvalor apresentado nas Tabelas 5.1 e 5.2 referem-se ao nível descritivo do teste estatístico que está verificando se a correlação é positiva, ao nível de significância de 5%. Nota-se que foi detectado correlação positiva para todas as séries temporais, com exceção da série temporal de resíduos da DD09-17 para a fase, o que indica a inviabilidade da detecção de deslocamentos a partir do *matching* das séries temporais de multicaminho. O (*) na Tabela 5.2 indica o alerta de movimento da estrutura monitorada. A dificuldade de discriminação de mudanças na correlação entre os dias diretamente nas séries temporais pode ser visualizada na Figura 5.2, que apresenta os gráficos de dispersão para a pseudodistância (DD09-04).

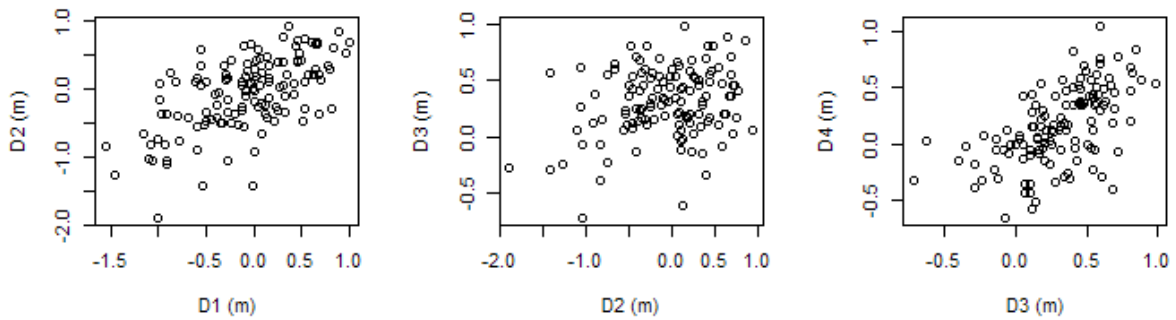


Figura 5.2: Gráficos de dispersão das séries temporais de multicaminho (DD09-04 pseudodistância) nos dias consecutivos.

Além disso, é interessante analisar se é possível reconhecer este padrão apenas no domínio da frequência, e para tanto foram calculados os periodogramas de Fourier e suas correlações entre os dias consecutivos dos dados de pseudodistância por essa observável apresentar maior incidência do efeito do multicaminho. A Figura 5.3 apresenta os periodogramas da comparação dos dias e Tabela 5.3 os coeficientes de correlação.

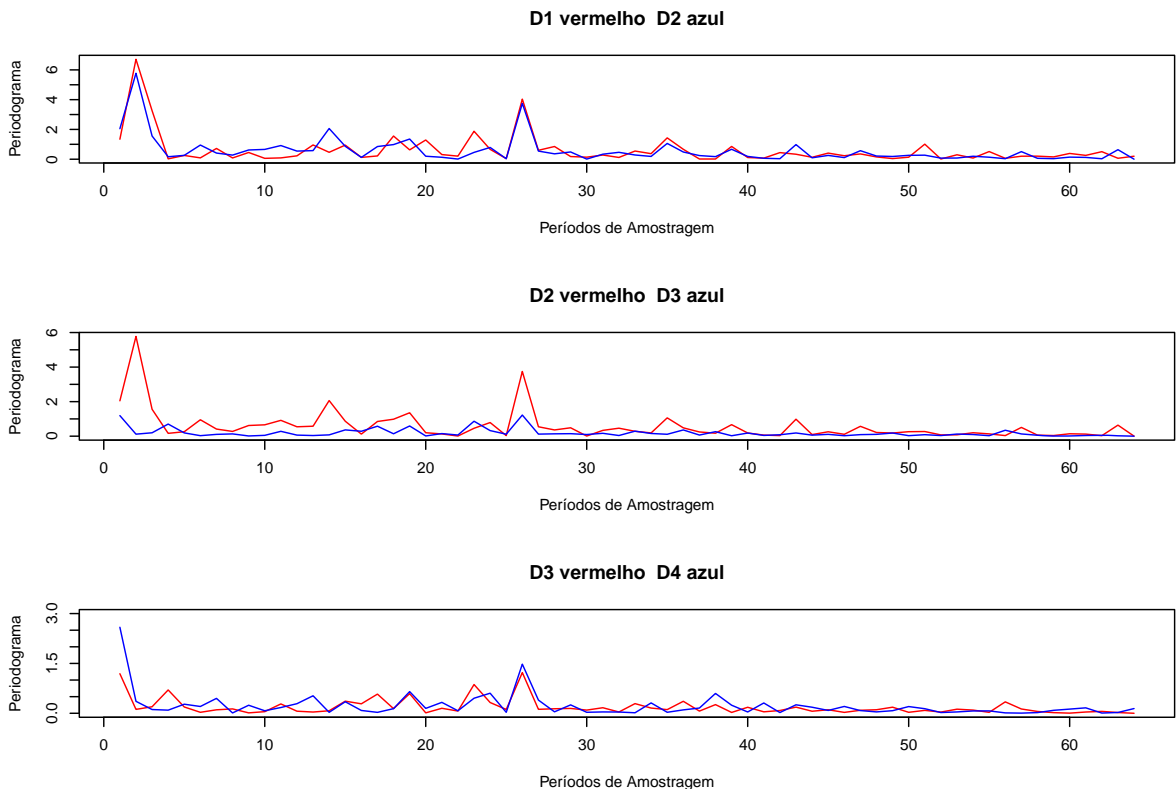


Figura 5.3: Comparação das séries temporais de multicaminho no domínio da frequência.

Tabela 5.3: Correlação entre os periodogramas de Fourier das séries temporais provenientes dos resíduos das DD GPS de pseudodistância.

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,87	< 0,001	0,40	< 0,001	0,72	< 0,001
DD 09-05	0,88	< 0,001	0,27	0,016	0,88	< 0,001
DD 09-17	0,78	< 0,001	0,61	< 0,001	0,56	< 0,001
DD 09-24	0,57	< 0,001	0,78	< 0,001	0,63	< 0,001
DD 09-30	0,95	< 0,001	0,66	< 0,001	0,91	< 0,001
DD 09-06	0,76	< 0,001	0,77	< 0,001	0,93	< 0,001

Observando a Tabela 5.3 percebe-se que no domínio da frequência os periodogramas não foram capazes de detectar movimento para nenhuma série temporal. Faz-se necessário, portanto, uma análise tempo-frequência, o que é conseguido estimando os espectros *wavelet* a partir dos periodogramas. Para verificação da efetividade da metodologia proposta, foram realizadas algumas análises. Primeiramente, foram comparadas a TWD e a TWND para verificar qual delas melhor detecta o padrão do efeito do multicaminho (seção 5.1). Em seguida são comparados os periodogramas nas versões original, suavizado e corrigido e suavizado (completo). A seção 5.3 compara algumas bases *wavelet* e números de momentos nulos. Por fim, a detecção do movimento da estrutura a partir das observáveis pseudodistância e fase da onda portadora é analisada na seção 5.4.

5.1 Comparação das Transformadas Decimada e Não-Decimada

Para a comparação das transformadas decimada e não-decimada foi utilizado o periodograma original e a base Symmlets com 10 momentos nulos (SYM10) com os dados de pseudodistância. O porquê dessas escolhas será esclarecido nas seções 5.3 e 5.4. A Figura 5.4 apresenta a comparação dos periodogramas obtidos a partir da TWD entre os dias consecutivos. Nas Figuras 5.5, 5.6 e 5.7 são apresentados os periodogramas provenientes da TWND.

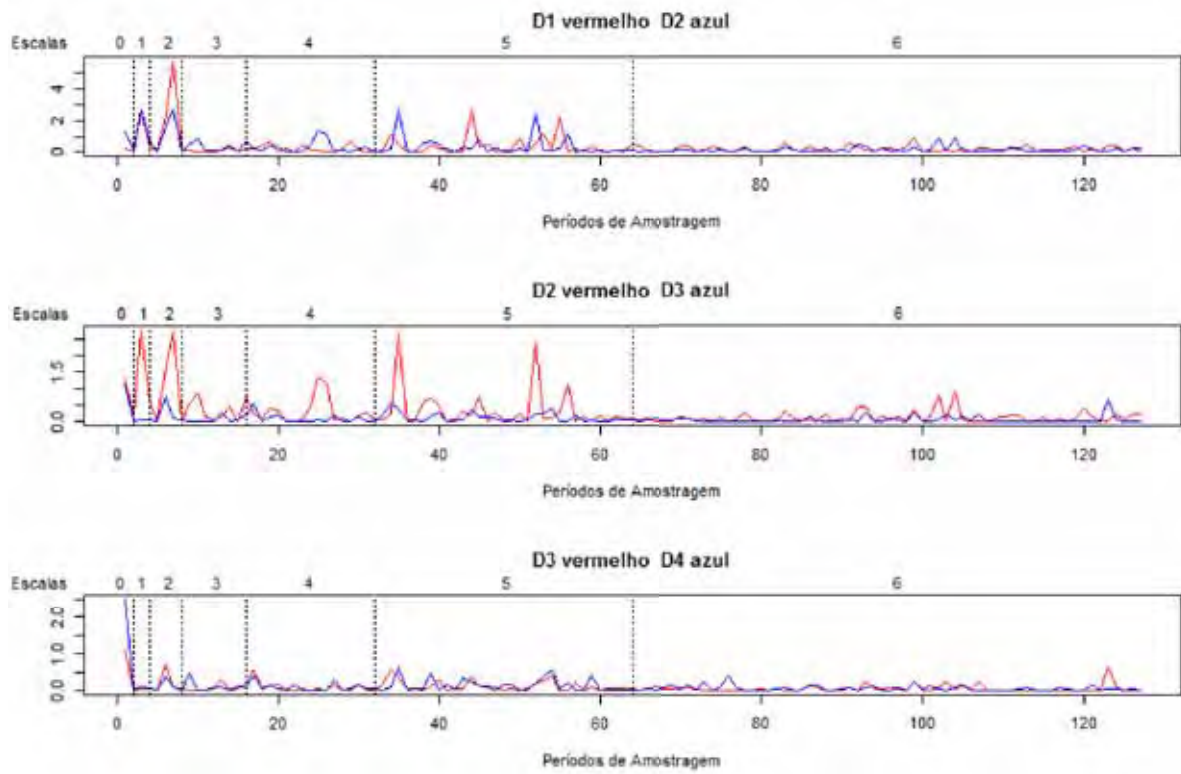


Figura 5.4: Periodograma original obtido a partir da TWD considerando-se as séries temporais de resíduos da pseudodistância da DD09-04.

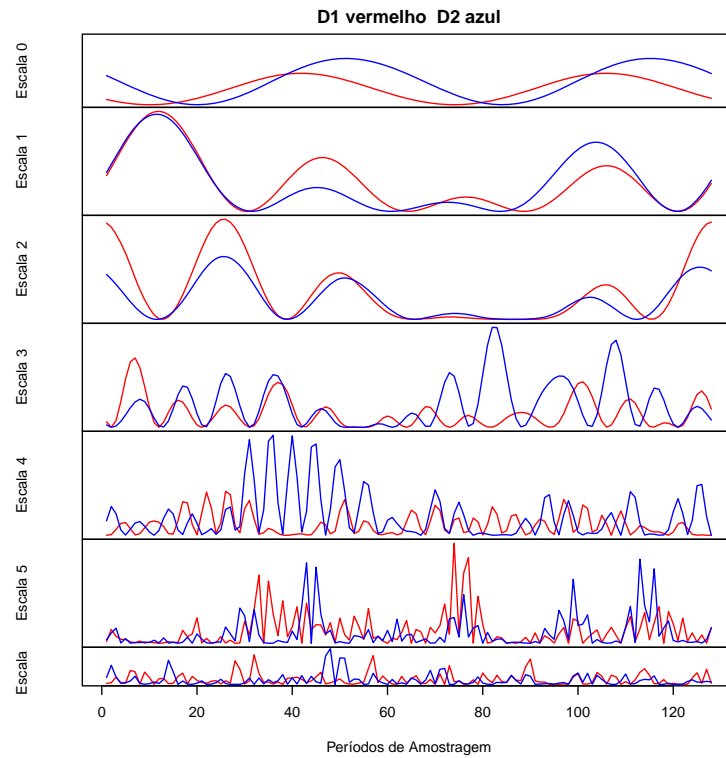


Figura 5.5: Periodograma original obtido a partir da TWND considerando-se as séries temporais de resíduos da pseudodistância da DD09-04 dos dias 1 e 2.

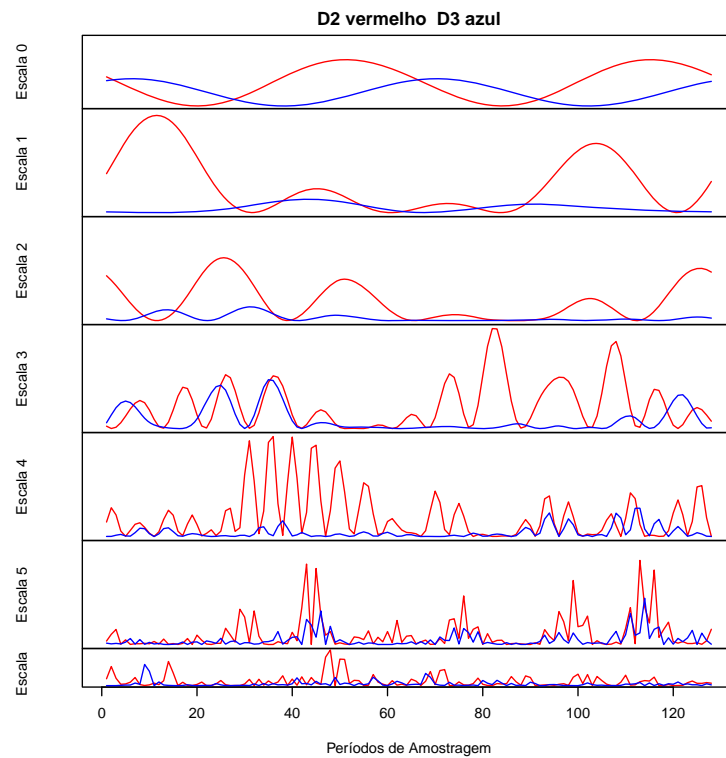


Figura 5.6: Periodograma original obtido a partir da TWND considerando-se as séries temporais de resíduos da pseudodistância da DD09-04 dos dias 2 e 3.

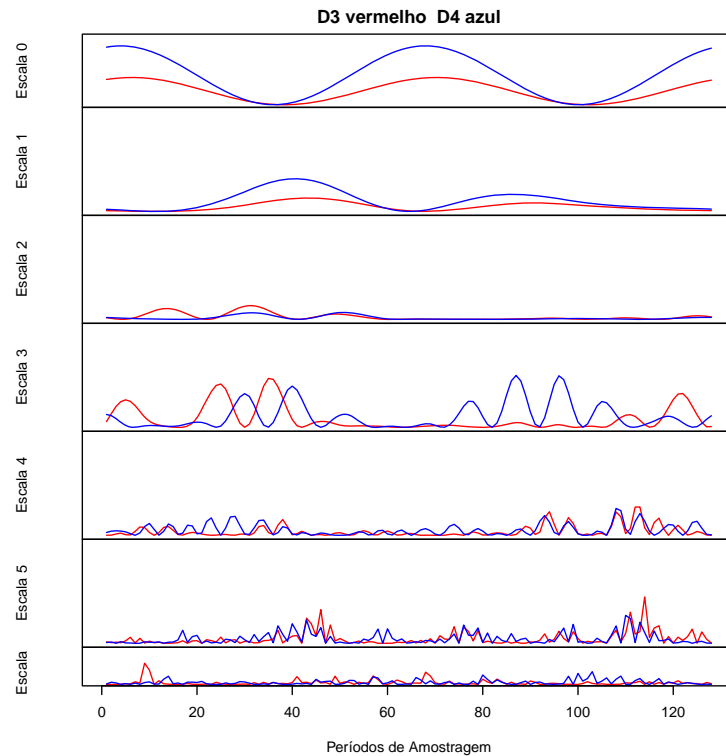


Figura 5.7: Periodograma original obtido a partir da TWND considerando-se as séries temporais de resíduos da pseudodistância da DD09-04 dos dias 3 e 4.

Observando os espectros nas escalas 0 a 2 nas Figuras 5.4, 5.5 e 5.7 é possível perceber um padrão que se repete nos dois dias consecutivos em que não houve alteração no cenário do experimento (D1xD2 e D3xD4). Isso era esperado pois as escalas mais suaves representam a “assinatura” do efeito do multicaminho de baixa frequência. As escalas mais finas são referentes aos efeitos de alta frequência e ruídos. Esse comportamento foi similar para as demais séries temporais.

Nas Tabelas 5.4 e 5.5 são apresentados os coeficientes de correlação obtidos.

Tabela 5.4: Coeficientes de correlação e pvalores para o periodograma original obtido a partir da TWD considerando-se as escalas 0, 1 e 2.

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,84	0,0087	0,11	0,41*	0,88	0,0049
DD 09-05	0,721	0,034	-0,47	0,86*	0,75	0,026
DD 09-17	0,69	0,044	-0,16	0,64*	0,76	0,025
DD 09-24	0,70	0,039	-0,061	0,55*	0,98	< 0,001
DD 09-30	0,96	< 0,001	0,43	0,17*	0,49	0,13*
DD 09-06	0,69	0,043	0,23	0,31*	0,93	0,001

Tabela 5.5: Coeficientes de correlação e pvalores para o periodograma original obtido a partir da TWND considerando-se as escalas 0, 1 e 2.

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,83	< 0,001	-0,14	0,99*	0,93	< 0,001
DD 09-05	0,81	< 0,001	-0,36	0,99*	0,88	< 0,001
DD 09-17	0,74	< 0,001	-0,016	0,62*	0,61	< 0,001
DD 09-24	0,59	< 0,001	-0,12	0,99*	0,79	< 0,001
DD 09-30	0,98	< 0,001	0,062	0,11*	0,64	< 0,001
DD 09-06	0,67	< 0,001	0,078	0,064*	0,98	< 0,001

Através das Tabelas 5.4 e 5.5 é possível observar que existe uma correlação forte entre os dados dos dias antes do movimento e após o movimento. No entanto, durante o movimento perde-se esta correlação forte entre os dias devido à não ocorrência da repetibilidade do efeito do multicaminho.

Observando as Tabelas 5.4 e 5.5, verificou-se que ambas as transformadas (TWD e TWND) foram capazes de detectar o movimento da estrutura para todas as séries temporais. No entanto, a TWD apresentou um falso alarme de movimento para a DD09-30. Além disto, foi calculada a REMQ para a TWD e para a TWND, também considerando as escalas 0, 1 e 2. A Figura 5.8 mostra o resultado obtido.

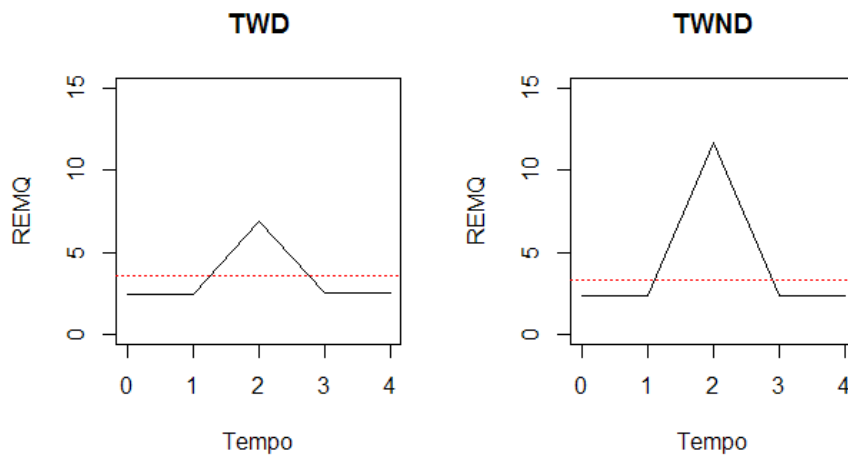


Figura 5.8: Comparação da TWD e TWND a partir da REMQ, utilizando os dados de pseudodistância.

A linha tracejada representa o limiar que ao ser ultrapassado indica a ocorrência de movimento da estrutura monitorada. Este limiar foi calculado a partir dos dados dos dias em que não houve movimento. Para este cálculo, existe algumas possibilidades. O limiar apresentado na Figura 5.8 foi calculado considerando-se os EMQ de todas as séries

temporais nos períodos em que não houve movimento da estrutura (D1xD2 e D3xD4), somando-os e posteriormente, aplicando a raiz quadrada.

Desta forma, verificou-se que apesar de ambas as transformadas serem capazes de detectar o movimento da estrutura, o movimento foi melhor evidenciado a partir da TWND, visto que os valores de REMQ para esta transformada foram superiores aos da TWD, reduzindo a possibilidade de falsos alarmes.

Para permitir a comparação das transformadas, os periodogramas originais foram calculados a partir de funções implementadas no software R, no entanto, este cálculo não está disponível no pacote *wavethresh*. Este pacote disponibiliza uma função (*ewspec*) para o cálculo do periodograma corrigido e suavizado (completo) a partir da TWND. Dessa forma, na próxima seção serão comparados os periodogramas originais, suavizado e completo utilizando a TWND, pois esta transformada se mostrou a mais adequada e será utilizada nas próximas análises.

5.2 Comparação dos Periodogramas: Original, Suavizado e Completo

Conforme descrito na seção 3.6, o periodograma é um estimador viesado e inconsistente do espectro e na maioria das aplicações necessita ser corrigido e suavizado em busca de consistência. Nesta seção, o desempenho de tais periodogramas é avaliado para o monitoramento de estruturas. Para tanto, foi calculado o coeficiente de correlação dos periodogramas originais, suavizado e, corrigido e suavizado (completo) para avaliar qual deles melhor reconhece o padrão do efeito do multicaminho. Considerou-se a TWND com a base Symmlets com 10 momentos nulos e os dados de pseudodistância. A Tabela 5.5 apresentou os resultados para o periodograma original. As Tabelas 5.6 e 5.7 apresentam os resultados para os periodogramas suavizado e completo, respectivamente.

Tabela 5.6: Coeficientes de correlação e pvalores para o periodograma suavizado utilizando a TWND (escalas 0, 1 e 2).

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,83	< 0,001	-0,14	0,99*	0,93	< 0,001
DD 09-05	0,82	< 0,001	-0,36	0,99*	0,88	< 0,001
DD 09-17	0,74	< 0,001	-0,017	0,63*	0,61	< 0,001
DD 09-24	0,59	< 0,001	-0,12	0,99*	0,79	< 0,001
DD 09-30	0,98	< 0,001	0,061	0,12*	0,64	< 0,001
DD 09-06	0,67	< 0,001	0,078	0,062*	0,98	< 0,001

Tabela 5.7: Coeficientes de correlação e pvalores para o periodograma completo utilizando a TWND (escalas 0, 1 e 2).

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,87	< 0,001	-0,036	0,76*	0,68	< 0,001
DD 09-05	0,86	< 0,001	-0,0095	0,57*	0,60	< 0,001
DD 09-17	0,70	< 0,001	0,03	0,28*	0,58	< 0,001
DD 09-24	0,51	< 0,001	-0,055	0,86*	0,64	< 0,001
DD 09-30	0,91	< 0,001	0,027	0,30*	0,82	< 0,001
DD 09-06	0,48	< 0,001	-0,20	0,99*	0,93	< 0,001

Através das Tabelas 5.5 a 5.7 nota-se que todos os periodogramas foram capazes de detectar o movimento para todas as séries temporais. Nesta análise foram consideradas as escalas 0, 1 e 2 conjuntamente. Pode-se também considerá-las separadamente a fim de diminuir os custos computacionais. As Tabelas 5.8 a 5.16 apresentam os coeficientes de correlação e pvalores para esta análise.

Tabela 5.8: Coeficientes de correlação e pvalores para o periodograma original utilizando a TWND (escala 0).

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,58	< 0,001	-0,25	0,99*	0,98	< 0,001
DD 09-05	0,091	0,15*	-0,99	0,99*	0,99	< 0,001
DD 09-17	0,46	< 0,001	-0,047	0,70*	0,50	< 0,001
DD 09-24	0,45	< 0,001	-0,72	0,99*	0,99	< 0,001
DD 09-30	0,99	< 0,001	-0,063	0,76*	0,42	< 0,001
DD 09-06	0,55	< 0,001	-0,27	0,99*	0,99	< 0,001

Tabela 5.9: Coeficientes de correlação e pvalores para o periodograma original utilizando a TWND (escala 1).

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,88	< 0,001	-0,31	0,99*	0,94	< 0,001
DD 09-05	0,24	0,0038	-0,57	0,99*	0,74	< 0,001
DD 09-17	0,84	< 0,001	0,39	< 0,001	0,85	< 0,001
DD 09-24	0,64	< 0,001	-0,51	0,99*	0,86	< 0,001
DD 09-30	0,97	< 0,001	0,23	0,0045	0,47	< 0,001
DD 09-06	0,52	< 0,001	-0,41	0,99*	0,94	< 0,001

Tabela 5.10: Coeficientes de correlação e pvalores para o periodograma original utilizando a TWND (escala 2).

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,92	< 0,001	0,31	< 0,001	0,62	< 0,001
DD 09-05	0,90	< 0,001	0,91	< 0,001	0,66	< 0,001
DD 09-17	0,61	< 0,001	-0,012	0,55*	0,64	< 0,001
DD 09-24	0,68	< 0,001	0,93	< 0,001	0,16	0,038
DD 09-30	0,97	< 0,001	0,16	0,034	0,81	< 0,001
DD 09-06	0,82	< 0,001	-0,21	0,99*	0,26	0,0018

Tabela 5.11: Coeficientes de correlação e pvalores para o periodograma suavizado utilizando a TWND (escala 0).

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD09-04	0,58	< 0,001	-0,25	0,99*	0,98	< 0,001
DD09-05	0,091	0,16*	-0,99	0,99*	0,99	< 0,001
DD09-17	0,47	< 0,001	-0,046	0,70*	0,50	< 0,001
DD09-24	0,44	< 0,001	-0,72	0,99*	0,99	< 0,001
DD09-30	0,99	< 0,001	-0,063	0,76*	0,42	< 0,001
DD09-06	0,55	< 0,001	-0,27	0,99*	0,99	< 0,001

Tabela 5.12: Coeficientes de correlação e pvalores para o periodograma suavizado utilizando a TWND (escala 1).

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD09-04	0,88	< 0,001	-0,31	0,99*	0,94	< 0,001
DD09-05	0,24	0,0037	-0,57	0,99*	0,74	< 0,001
DD09-17	0,84	< 0,001	0,39	< 0,001	0,85	< 0,001
DD09-24	0,64	< 0,001	-0,51	0,99*	0,86	< 0,001
DD09-30	0,97	< 0,001	0,23	0,0046	0,47	< 0,001
DD09-06	0,52	< 0,001	-0,41	0,99*	0,94	< 0,001

Tabela 5.13: Coeficientes de correlação e pvalores para o periodograma suavizado utilizando a TWND (escala 2).

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD09-04	0,92	< 0,001	0,31	<0,001	0,62	< 0,001
DD09-05	0,90	< 0,001	0,91	<0,001	0,66	< 0,001
DD09-17	0,61	< 0,001	-0,012	0,55*	0,64	< 0,001
DD09-24	0,68	< 0,001	0,93	<0,001	0,16	0,037
DD09-30	0,98	< 0,001	0,26	0,035	0,81	< 0,001
DD09-06	0,82	< 0,001	-0,20	0,99*	0,25	0,0019

Tabela 5.14: Coeficientes de correlação e pvalores para o periodograma corrigido e suavizado (completo) utilizando a TWND (escala 0).

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,66	< 0,001	-0,24	0,99*	0,97	< 0,001
DD 09-05	0,07	0,21*	-0,98	0,99*	0,98	< 0,001
DD 09-17	0,69	< 0,001	0,05	0,30*	0,54	< 0,001
DD 09-24	0,44	< 0,001	-0,72	0,99*	0,97	< 0,001
DD 09-30	0,99	< 0,001	-0,06	0,74*	0,43	< 0,001
DD 09-06	0,54	< 0,001	-0,27	0,99*	0,99	< 0,001

Tabela 5.15: Coeficientes de correlação e pvalores para o periodograma corrigido e suavizado (completo) utilizando a TWND (escala 1).

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,87	< 0,001	-0,27	0,99*	0,92	< 0,001
DD 09-05	0,27	< 0,001	-0,39	0,99*	0,80	< 0,001
DD 09-17	0,75	< 0,001	0,32	< 0,001	0,77	< 0,001
DD 09-24	0,57	< 0,001	-0,57	0,99*	0,83	< 0,001
DD 09-30	0,98	< 0,001	0,17	0,03	0,55	< 0,001
DD 09-06	0,51	< 0,001	-0,38	0,99*	0,94	< 0,001

Tabela 5.16: Coeficientes de correlação e pvalores para o periodograma corrigido e suavizado (completo) utilizando a TWND (escala 2).

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,89	< 0,001	0,15	0,05*	0,55	< 0,001
DD 09-05	0,84	< 0,001	0,83	< 0,001	0,62	< 0,001
DD 09-17	0,59	< 0,001	-0,066	0,77*	0,54	< 0,001
DD 09-24	0,55	< 0,001	0,89	< 0,001	0,25	0,0023
DD 09-30	0,96	< 0,001	0,11	0,11*	0,82	< 0,001
DD 09-06	0,47	< 0,001	-0,25	0,99*	0,58	< 0,001

As Tabelas 5.8 a 5.16 mostram que todos os periodogramas foram capazes de detectar o movimento da estrutura para todas as séries temporais na escala 0, apesar de todos eles também apresentarem um falso alarme para a DD09-05 nesta escala. Já para a escala 1, todos os periodogramas detectaram o movimento para 4 séries temporais, e para a escala 2 os periodogramas original e suavizado detectaram o movimento para 2 séries temporais, enquanto que o periodograma completo detectou para 4 séries temporais. Dessa forma, apesar de reduzir o custo computacional, a análise considerando as escalas separadamente não se mostra adequada para esta aplicação e, portanto, as próximas análises considerarão as escalas 0, 1 e 2 conjuntamente.

O periodograma original foi gerado pelo quadrado do valor absoluto dos coeficientes *wavelets*. Para a suavização, aplicou-se a limiarização rígida com o limiar universal à todos os níveis de resolução (seção 2.7). Dessa forma, essas funções necessitam ser programadas para gerar os periodogramas de *wavelets* original e suavizado. Já o periodograma completo, por estar disponível a partir da função “*ewspec*” facilita a implementação e torna o processo mais prático. Como o periodograma completo detectou o movimento para todas as séries temporais a um nível de confiança de 95% considerando as escalas 0, 1 e 2 conjuntamente e, é mais prático devido a existência de uma função pronta, as comparações das seções 5.3 e 5.4 utilizam apenas o periodograma completo.

5.3 Comparação das Bases *Wavelets*

Como apresentado na seção 2.6, existem algumas alternativas para a escolha da *wavelet* mãe. Nesta pesquisa foram testadas as bases Daubechies com 8 e 10 momentos nulos (DAUB8 e DAUB10) e Symmlets com 4, 6, 8 e 10 momentos nulos (SYM4, SYM6, SYM8 e SYM10). A Figura 5.9, baseada no REMQ das séries temporais de pseudodistância, mostra a eficiência de cada uma destas bases para a detecção do movimento da estrutura.

Utilizou-se a TWND e as escalas 0, 1 e 2 conjuntamente do periodograma gerado a partir da função *ewspec*.

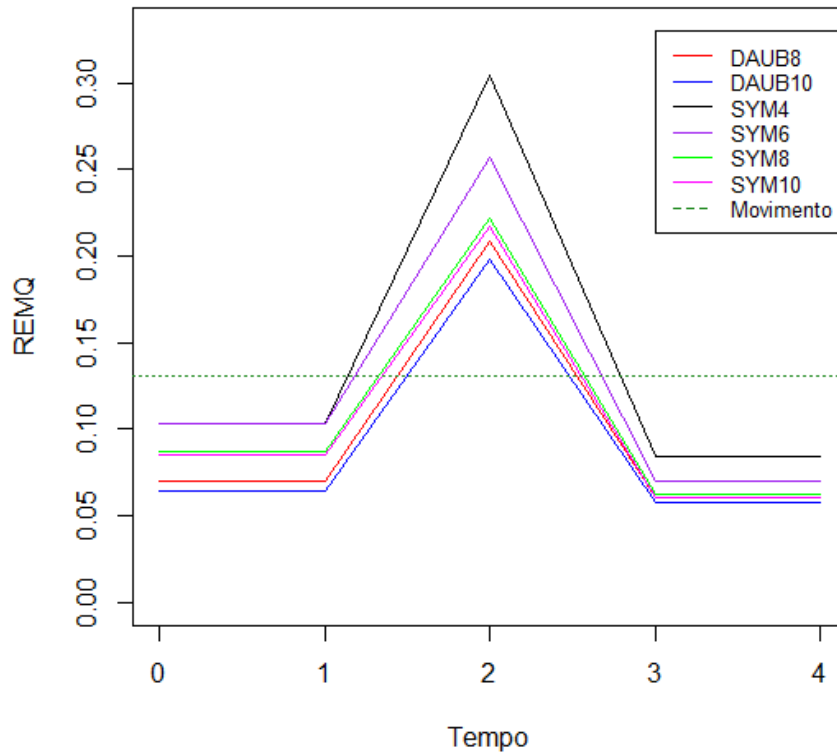


Figura 5.9: Comparação das Bases *Wavelets* a partir da REMQ, utilizando os dados de pseudodistância.

Observe que, a partir da REMQ é possível observar que todas as bases conseguem detectar o movimento da estrutura. O limiar utilizado foi calculado a partir da média das REMQ, acrescentando-se 5 vezes o desvio padrão, pois, considerando a desigualdade de Chebchev, independentemente da distribuição, é garantido que pelo menos 96% das observações estão dentro desse intervalo.

Para avaliar qual delas tem um melhor desempenho pode-se analisar os coeficientes de correlação e pvalores. A Tabela 5.7 apresentou os dados para a base Symmlets com 10 momentos nulos. As Tabelas 5.17 a 5.21 apresentam os coeficientes de correlação nas escalas 0, 1 e 2 para as demais bases, também considerando o periodograma completo e a pseudodistância.

Tabela 5.17: Coeficientes de correlação e pvalores - DAUB8.

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,88	< 0,001	-0,21	0,99*	0,75	< 0,001
DD 09-05	0,79	< 0,001	-0,0022	0,52*	0,55	< 0,001
DD 09-17	0,95	< 0,001	0,30	< 0,001	0,49	< 0,001
DD 09-24	0,74	< 0,001	0,11	0,016	0,64	< 0,001
DD 09-30	0,95	< 0,001	0,24	< 0,001	0,86	< 0,001
DD 09-06	0,46	< 0,001	-0,19	0,99*	0,94	< 0,001

Tabela 5.18: Coeficientes de correlação e pvalores - DAUB10.

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,90	< 0,001	-0,25	0,99*	0,75	< 0,001
DD 09-05	0,81	< 0,001	-0,011	0,59*	0,52	< 0,001
DD 09-17	0,96	< 0,001	0,31	< 0,001	0,68	< 0,001
DD 09-24	0,77	< 0,001	0,10	0,025	0,59	< 0,001
DD 09-30	0,95	< 0,001	0,23	< 0,001	0,88	< 0,001
DD 09-06	0,45	< 0,001	-0,20	0,99*	0,94	< 0,001

Tabela 5.19: Coeficientes de correlação e pvalores - SYM4.

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,90	< 0,001	0,01	0,42*	0,78	< 0,001
DD 09-05	0,81	< 0,001	0,058	0,13*	0,66	< 0,001
DD 09-17	0,76	< 0,001	0,025	0,31*	0,66	< 0,001
DD 09-24	0,55	< 0,001	0,045	0,19*	0,71	< 0,001
DD 09-30	0,94	< 0,001	-0,0075	0,56*	0,79	< 0,001
DD 09-06	0,49	< 0,001	-0,12	0,99*	0,92	< 0,001

Tabela 5.20: Coeficientes de correlação e pvalores - SYM6.

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,87	< 0,001	-0,013	0,60*	0,74	< 0,001
DD 09-05	0,83	< 0,001	-0,017	0,63*	0,66	< 0,001
DD 09-17	0,72	< 0,001	0,034	0,25*	0,61	< 0,001
DD 09-24	0,54	< 0,001	-0,015	0,62*	0,67	< 0,001
DD 09-30	0,91	< 0,001	0,033	0,26*	0,79	< 0,001
DD 09-06	0,47	< 0,001	-0,18	0,99*	0,92	< 0,001

Tabela 5.21: Coeficientes de correlação e pvalores - SYM8.

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,87	< 0,001	-0,043	0,80*	0,75	< 0,001
DD 09-05	0,79	< 0,001	-0,066	0,90*	0,62	< 0,001
DD 09-17	0,81	< 0,001	0,11	0,013	0,53	< 0,001
DD 09-24	0,61	< 0,001	0,047	0,18*	0,64	< 0,001
DD 09-30	0,93	< 0,001	0,13	0,0058	0,80	< 0,001
DD 09-06	0,44	< 0,001	-0,20	0,99*	0,93	< 0,001

Analisando as Tabelas 5.7 e 5.17 a 5.21 é notório que as bases Sym4, Sym6 e Sym10 tiveram melhor desempenho. Escolheu-se a base Sym10 para as análises desta pesquisa por esta ter um número maior de momentos nulos e, portanto, ser mais suave.

5.4 Comparação da Detecção do Movimento da Estrutura a partir das Observáveis Pseudodistância e Fase

As Figuras 5.10 e 5.11 apresentam os periodogramas das séries temporais dos resíduos da pseudodistância e fase, respectivamente, considerando-se o satélite 04 para os 4 dias (2 dias antes do deslizamento e 2 dias após o deslizamento). Nesta análise, foi utilizada a TWND com o periodograma completo e a base Symmlets com 10 momentos nulos (SYM10), conforme discutido nas seções 5.1, 5.2 e 5.3.

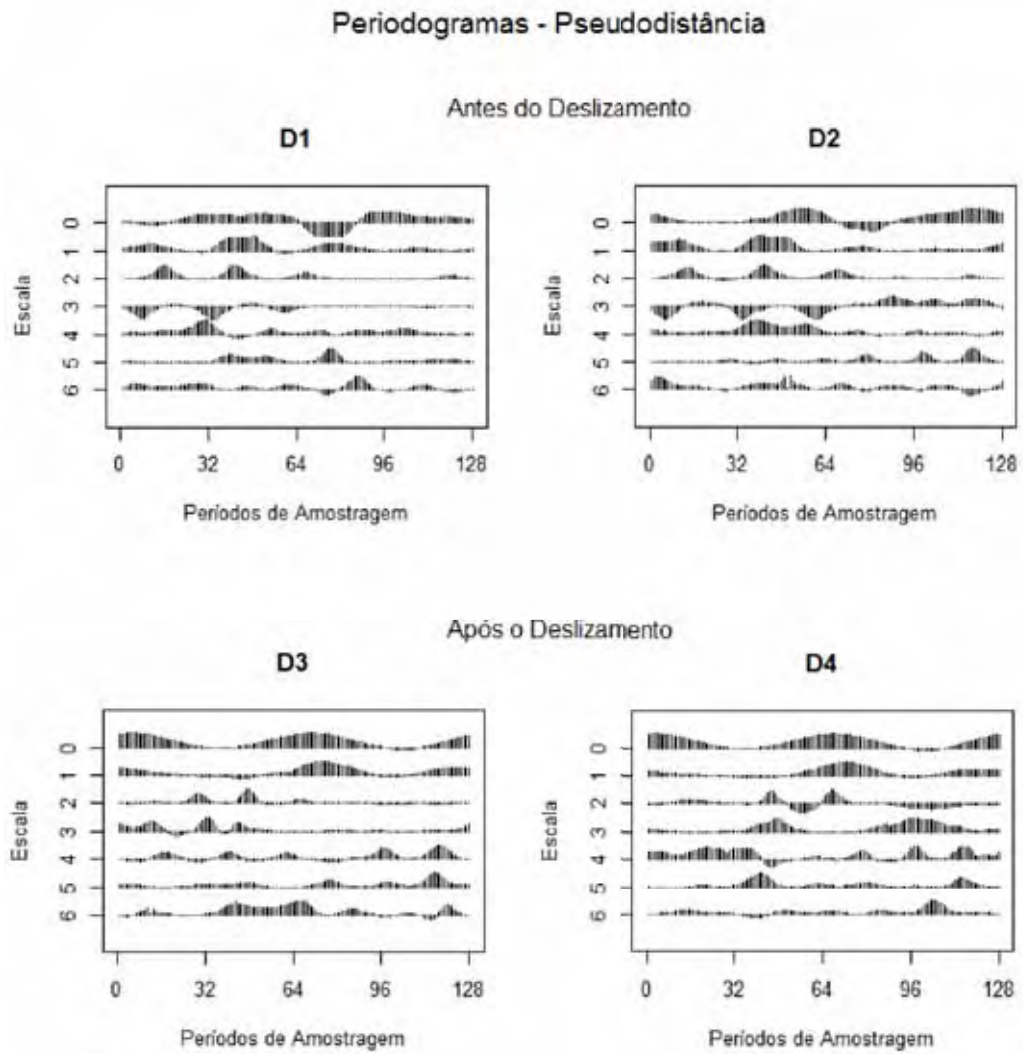


Figura 5.10: Periodogramas das séries temporais do multicaminho de dois dias consecutivos antes do deslizamento e de dois dias consecutivos após o deslizamento, considerando-se o satélite 04 e os dados de pseudodistância.

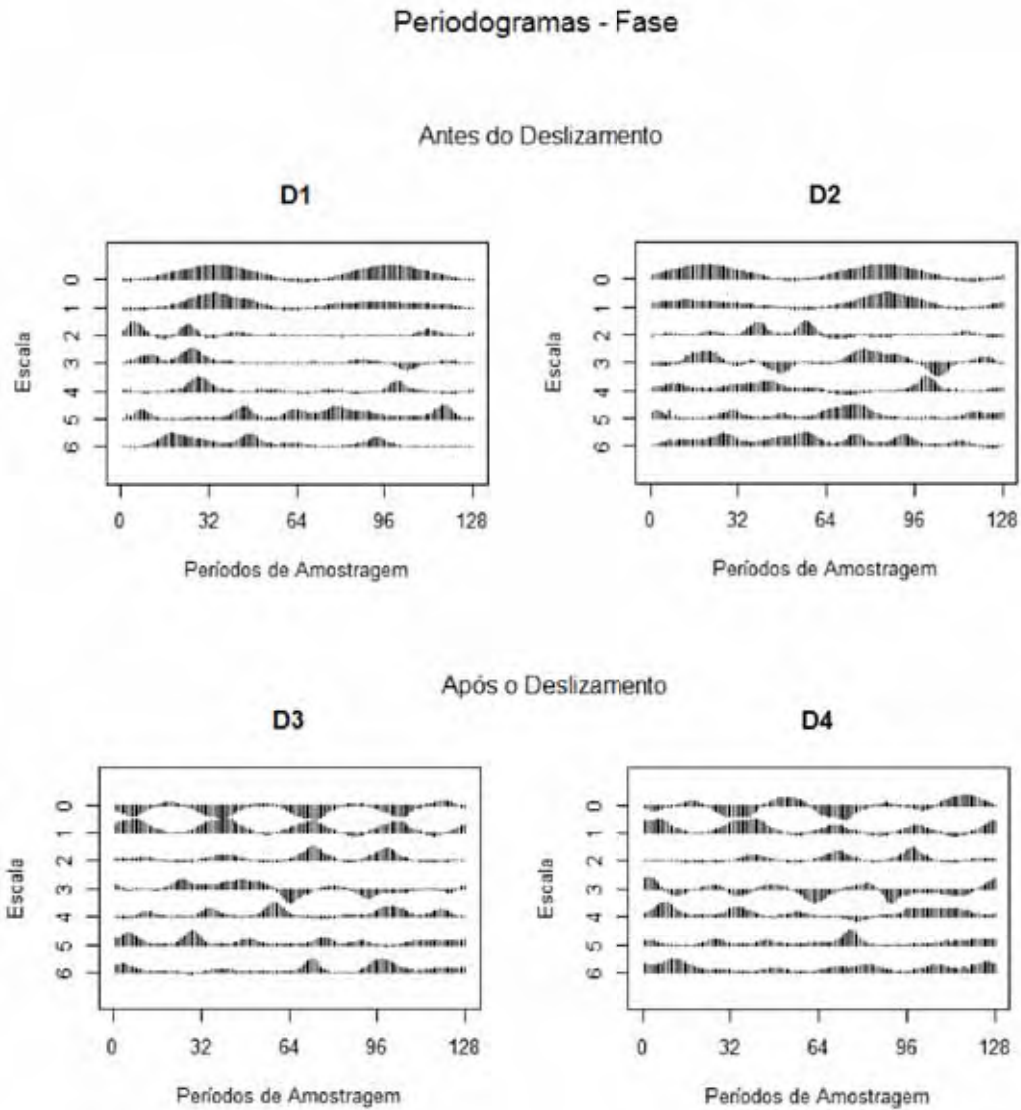


Figura 5.11: Periodogramas da séries temporais do multicaminho de dois dias consecutivos antes do deslizamento e de dois dias consecutivos após o deslizamento, considerando-se o satélite 04 e os dados de fase.

Na Tabela 5.7 foram apresentados os coeficientes de correlação para os dados provenientes de pseudodistância. A Tabela 5.22 apresenta os resultados para os dados de fase.

Tabela 5.22: Correlação entre os espectros *wavelet* para as séries temporais provenientes dos dados GPS de fase.

	Antes		Deslizamento		Depois	
	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor	Correlação	pvalor
DD 09-04	0,19	< 0,001	-0,18	0,99*	0,89	< 0,001
DD 09-05	0,84	< 0,001	-0,18	0,99*	0,96	< 0,001
DD 09-17	0,98	< 0,001	-0,16	0,99*	0,96	< 0,001
DD 09-24	0,97	< 0,001	0,90	< 0,001	0,99	< 0,001
DD 09-30	0,77	< 0,001	0,029	0,28*	0,81	< 0,001
DD 09-06	0,77	< 0,001	0,81	< 0,001	0,93	< 0,001

Através das Tabelas 5.7 e 5.22 nota-se que para a pseudodistância o alerta foi detectado a partir de todas as séries temporais. Já para as séries temporais de fase, verifica-se que a detecção do movimento na estrutura é mais difícil. Isso é esperado, pois o movimento está sendo detectado apenas pelo efeito do multicaminho e este efeito é bem mais significativo para a pseudodistância, o que lhe confere maior capacidade de detecção do mesmo. Na Figura 5.1 esse fato se evidencia, pois enquanto o efeito do multicaminho atingiu até 2 metros na pseudodistância, ele não passou de poucos decímetros na fase.

Foram calculadas, ainda, as funções de correlação cruzada, pois a correlação máxima não necessariamente é atingida na defasagem zero, conforme ilustrado na Figura 5.12, em que é apresentada a correlação cruzada dos periodogramas *wavelet* das séries temporais de resíduos da DD09-04 de dois dias consecutivos antes do deslizamento.

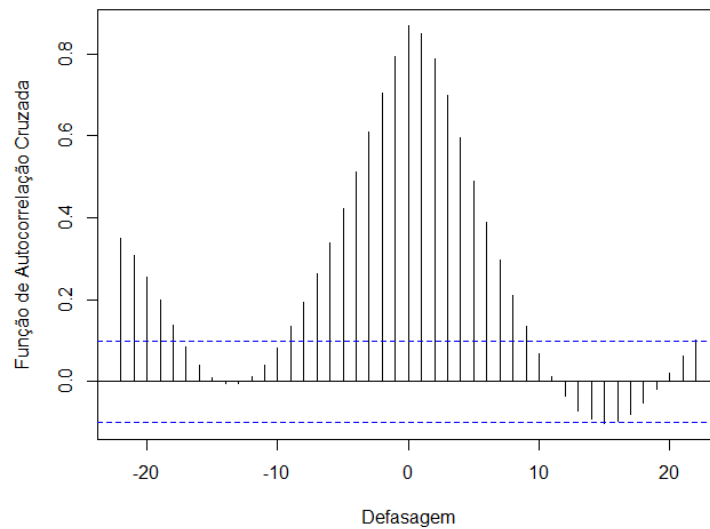


Figura 5.12: Correlação Cruzada dos periodogramas *wavelet* (escalas 0, 1 e 2) das séries temporais de resíduos da pseudodistância da DD09-04 de dois dias consecutivos antes do deslizamento.

A correlação na defasagem zero foi 0,87, conforme Tabela 5.7, que coincide com a correlação máxima obtida a partir da correlação cruzada. Logo, as decisões de detecção de deslizamento para todas as séries temporais não são alteradas quando a correlação máxima é utilizada. Portanto, por praticidade, pode ser utilizado o coeficiente de correlação calculado na defasagem 0, evitando cálculos desnecessários.

Além disso, foi realizada a análise ROC para estudar a variação da sensibilidade e especificidade para diferentes valores de correlação. Conforme discutido na seção 4.5.3, a discriminação de ocorrência de movimento pode ser feita pelo teste de correlação, a um pré-determinado nível de significância α . Isso é equivalente a determinar uma correlação de corte correspondente a tal nível de significância α . Dessa forma, a Tabela 5.23 apresenta algumas possibilidades de correlação de corte e respectivos níveis de significância α que poderiam ser adotados.

Tabela 5.23: Possibilidades de Correlação de Corte e respectivos Níveis de Significância.

Correlação de Corte	Nível de Significância
0,07	0,085
0,08	0,058
0,09	0,038
0,10	0,025
0,11	0,015
0,12	0,010

Com base nestes valores, as Tabelas 5.24 e 5.25 apresentam as Tabelas de Contingência para as análises ROC de pseudodistância e fase, respectivamente. As Tabelas de Contingência para a pseudodistância apresentam os mesmos valores quando a correlação é variada no intervalo de 0,07 a 0,12, portanto, é apresentado apenas uma tabela. O mesmo acontece com os dados de fase.

Tabela 5.24: Tabela de Contingência para a análise ROC, considerando os dados de pseudodistância e as correlações de 0,07 a 0,12.

	Preditos Positivos	Preditos Negativos	
Positivos	06	00	06
Negativos	00	12	12
	06	12	18

Tabela 5.25: Tabela de Contingência para a análise ROC, considerando os dados de fase e as correlações de 0,07 a 0,12.

	Preditos Positivos	Preditos Negativos	
Positivos	04	02	06
Negativos	00	12	12
	04	14	18

Para os dados de pseudodistância, considerando todas as séries temporais, tanto a sensibilidade quanto a especificidade foram de 100% para todas as correlações de “corte” no intervalo de 0,07 a 0,12. A acurácia para a pseudodistância foi 100% assim como taxa de acerto, e a taxa de erro foi zero. Para a fase, embora a especificidade tenha sido de 100%, a sensibilidade foi de apenas 67%, considerando todas as séries temporais e correlações de “corte” no intervalo de 0,07 a 0,12. Isso indica muitos falsos negativos, deixando de indicar o movimento da estrutura quando é necessário. A acurácia para a fase foi 100%, no entanto, a taxa de acerto foi 89% e a taxa de erro 11%. Isso representa, a partir desse experimento, que a detecção de movimento a partir do efeito do multicaminho é indicada apenas usando as séries temporais de pseudodistância, e não é indicada para as séries temporais de fase.

Conclusões e Trabalhos Futuros

Nesta pesquisa utilizou-se a análise de *wavelets* para o reconhecimento do padrão e repetibilidade do efeito do multicaminho a partir de processos LSW, e conseqüentemente, o monitoramento de uma determinada estrutura. Uma vez detectada alguma alteração desse padrão, pode ser afirmado ou não sobre a ocorrência de movimento da estrutura analisada.

As diversas metodologias existentes para o monitoramento de estruturas geralmente utilizam receptores GPS instalados na própria estrutura e tentam mitigar o efeito do multicaminho por este causar erros de posicionamento. Dessa forma, essa pesquisa apresentou uma aplicação inovadora em que o efeito do multicaminho, ao invés de ser eliminado, é analisado a fim de avaliar e monitorar o objeto refletor sem a necessidade de acesso direto à estrutura, pois o receptor não necessita ser instalado diretamente na mesma, bastando estar próximo a ela de modo que cause o efeito do multicaminho.

Um experimento simulando deslocamentos foi realizado de modo a causar propositalmente o efeito do multicaminho para que a metodologia pudesse ser verificada. Uma revisão bibliográfica sobre *wavelets* foi realizada e apresentou-se como estimar o espectro *wavelet* a partir do periodograma *wavelet*.

Várias análises foram realizadas a partir dos periodogramas obtidos. Comparou-se a TWD e a TWND e as diferentes bases *wavelets* constatando que a TWND com a base Symmlets mostrou ser a mais adequada para esta aplicação. Verificou-se a superioridade da pseudodistância em detectar o efeito do multicaminho quando comparada à fase da onda portadora e que este efeito é melhor visualizado nas escalas mais suaves dos periodogramas. Além disso, foram comparados os periodogramas original, suavizado e corrigido, mostrando que as três versões detectam com clareza o movimento simulado.

Conclui-se, portanto, que os objetivos de investigar e desenvolver uma metodologia matemática para reconhecimento de padrões de sinais que seja viável em termos práticos e

econômicos e que seja eficaz para monitoramento de deslocamento de estruturas, incluindo aquelas de difícil acesso e que não possibilitam a instalação direta de equipamentos foi atingido.

O reconhecimento de padrões foi realizado a partir do coeficiente de correlação e da REMQ dos periodogramas. Embora os indicativos tenham sido promissores, vale ressaltar que a correlação de Pearson mede apenas a associação linear entre as séries. Nesse sentido, outros métodos de comparação/*matching* necessitam ser investigados.

O ângulo de elevação e azimute dos satélites é um fator que pode influenciar na causalidade do efeito do multicaminho e, portanto, também merece futuras investigações. Além disso, a análise tempo-frequência utilizada neste trabalho foi feita a partir das bases *wavelets*, no entanto, outras metodologias nesta linha podem ser testadas, como por exemplo a Transformada de Fourier janelada.

Referências Bibliográficas

- [1] ADDISON, P. S. *The Illustrated Wavelet Transform Handbook: Introductory Theory and Applications in Science, Engineering, Medicine and Finance*. IoP Publishing, Edinburgh, 2002.
- [2] ANTONINO-DAVIU, J. A., ET AL. Feature extraction for the prognosis of electromechanical faults in electrical machines through the dwt. *First International workshop on Nonlinear Dynamics and Synchronization 2*, 2 (2008), 158.
- [3] BAYER, F. M., AND KOZAKEVICIUS, A. J. SPC-Threshold: Uma proposta de limiarização para filtragem adaptativa de sinais. *TEMA: Tendências em Matemática Aplicada e Computacional 11*, 2 (2010), 121–132.
- [4] BOGGESS, A., AND NARCOWICH, F. J. *A First Course in Wavelets with Fourier Analysis*. NJ 07458. Prentice Hall, Upper Saddle River, 2001.
- [5] BRUCE, A. G., AND GAO, H. *Applied Wavelet Analysis with S-PLUS*. Springer, New York, 1996.
- [6] BURRUS, C. S., GOPINATH, R. A., AND GUO, H. *Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms: A Primer*, vol. 55. Prentice Hall, 1998.
- [7] CHATFIELD, C. *The Analysis of Times Series: An Introduction*. Chapman and Hall, London, 2003.
- [8] CHEN, G., AND KÉGL, B. Feature extraction using radon, wavelet and fourier transform. In *SMC'07* (2007), pp. 1020–1025.
- [9] DAUBECHIES, I. *Ten Lectures on Wavelets*. SIAM, Philadelphia, PA, 1992.
- [10] DONOHO, D. L. Nonlinear wavelet methods for recovery of signals, densities, and spectra from indirect and noisy data. In *SYMPOSIA IN APPLIED MATHEMATICS* (1993), no. 47, pp. 173–205.
- [11] DONOHO, D. L., ET AL. Wavelet shrinkage: Asymptopia? (with discussion). *Journal Royal Statistical Society 57* (1995), 301–369.

-
- [12] DONOHO, D. L., ET AL. Density estimation by wavelet thresholding. *Annals of Statistics* 24 (1996), 508–539.
- [13] DONOHO, D. L., AND JOHNSTONE, I. M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. *Biometrika* 81 (1994), 425–455.
- [14] DONOHO, D. L., AND JOHNSTONE, I. M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage. *Journal American Statistical Association* 90 (1995), 1200–1224.
- [15] FOWLER, J. E. The redundant discrete wavelet transform and additive noise. *Signal Processing Letters, IEEE* 12, 9 (2005), 629–632.
- [16] GARZELLI, A., AND NENCINI, F. Panchromatic sharpening of remote sensing images using a multiscale kalman filter. *Pattern Recognition* 40, 12 (2007), 3568–3577.
- [17] LAMBERT, G., AND BOCK, F. Wavelet methods for texture defect detection. In *Proceedings of the 1997 International Conference on Image Processing (ICIP '97) 3-Volume Set-Volume 3 - Volume 3* (Washington, DC, USA, 1997), ICIP '97, IEEE Computer Society.
- [18] LAROCCA, A. P. C. *O Uso do GPS como Instrumento de Controle de Deslocamentos Dinâmicos de Obras Cíveis - Aplicação na Área de Transportes*. PhD thesis, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.
- [19] LEE, S. W., ET AL. Multiresolution recognition of unconstrained handwritten numerals with wavelet transform and multilayer cluster neural network. *Pattern Recognition* 29, 12 (1996), 1953 – 1961.
- [20] LEICK, A. *GPS Satellite Surveying*. John Wiley and Sons, New York, 1995.
- [21] LIMA, P. C. Wavelets: uma introdução. *Matemática Universitária* 33 (2002), 13–44.
- [22] MALLAT, S. G. A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11, 7 (July 1989), 674–693.
- [23] MALLAT, S. G. *A wavelet tour of signal processing*. Academic Press, United States of America, 1998.
- [24] MATSUBARA, E. T. *Relação entre Ranking, Análise ROC e Calibração em Aprendizado de Máquina*. PhD thesis, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC-USP, 2008.

-
- [25] MONICO, J. F. G. *Posicionamento pelo GNSS: Descrição, fundamentos e aplicações*. UNESP, São Paulo, 2008.
- [26] MORETTIN, P. A. *Ondas e Ondaletas: da análise de Fourier à análise de ondaletas*. EDUSP, São Paulo, 1999.
- [27] MORETTIN, P. A., AND TOLOI, C. M. C. *Análise de Séries Temporais*. Edgar Blucher, São Paulo, 2004.
- [28] NASON, G. P. *Wavelet Methods in Statistics with R*. Springer, New York, 2008.
- [29] NASON, G. P., AND SILVERMAN, B. W. The stationary wavelet transform and some statistical applications. In *Lecture Notes in Statistics* (New York, 1995), no. 103, Springer-Verlag, pp. 281–299.
- [30] NASON, G. P., VON SACHS, R., AND KROISANDT, G. Wavelet processes and adaptive estimation of the evolutionary wavelet spectrum. *Journal of the Royal Statistical Society* 62 (1998), 271–292.
- [31] NGAN, H. Y. T., ET AL. Wavelet based methods on patterned fabric defect detection. *Pattern Recogn.* 38, 4 (2005), 559–576.
- [32] PAGAMISSE, A. *Discriminação de Texturas pela Transformada Wavelet*. PhD thesis, Instituto de Matemática, Estatística e Computação, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, 2004.
- [33] PERCIVAL, D. B., AND WALDEN, A. T. *Wavelet Methods for Time Series Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- [34] POLEZEL, W. G. C., SOUZA, E. M., AND MONICO, J. F. G. Correlação da SNR e multicaminho proveniente de diferentes distâncias e materiais. In *IV Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas* (2005).
- [35] PRESS, W. H., ET AL. *Numerical recipes in C++: the art of science computing*, 2nd ed. Cambridge University Press, 2002.
- [36] RATHINAVEL, S., AND ARUMUGAM, S. Shoe print recognition based on redundant discrete wavelet transform and support vector machine. *European Journal of Scientific Research* 65, 3 (2011), 312–320.
- [37] RIZOS, C., VAN CRANENBROEC, J., AND LUI, V. Advances in GNSS-RTK for structural deformation monitoring in regions of high ionospheric activity. *FIG Congress 2010: Facing the Challenges - Building the Capacity* (2010).

-
- [38] ROBERTS, G. W., ET AL. Geodetic signal diagnosis and its applications to structural deformation. In *Second Symposium on Geodesy for Geotechnical and Structural Engineering* (Berlin, Germany, 2002), pp. 111–122.
- [39] SANCHES, I. J. Compressão sem perdas de projeções de tomografia computadorizada usando transformada wavelet. Master's thesis, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2001.
- [40] SHANLIN, K., YUZHE, K., AND HUANCHEN, Z. Application of wavelet transform for fault pattern recognition and analysis of power system generator. In *Proceedings of the 21st annual international conference on Chinese control and decision conference* (Piscataway, NJ, USA, 2009), CCDC'09, IEEE Press, pp. 3944–3947.
- [41] SHENGXIANG, H., , XIANGSHENG, J., AND BAOCEN, Y. Characteristics of multipath effects in GPS dynamic deformation monitoring. *Geo-Spatial Information Science* 9, 2 (2006), 79–83.
- [42] SOUZA, E. M. Efeito do multicaminho de alta frequência no posicionamento relativo GPS estático. Master's thesis, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual do Estado de São Paulo, Presidente Prudente, 2004.
- [43] SOUZA, E. M. *Análise de Wavelets para Detecção e Correção do Multicaminho no Posicionamento Relativo GNSS estático e Cinemático*. PhD thesis, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual do Estado de São Paulo, Presidente Prudente, 2008.
- [44] STERNICKEL, K. Automatic pattern recognition in ECG time series. *Computer Methods and Programs in Biomedicine* 68, 2 (2002), 109 – 115.
- [45] VETTERLI, M., AND KOVACEVIC, J. *Wavelets and subband coding*. Prentice-Hall, New Jersey, 1995.
- [46] VON SACHS, R., NASON, G. P., AND KROISANDT, G. Adaptive estimation of the evolutionary wavelet spectrum. Tech. Rep. 516, Statistic Department, Stanford University, Stanford, 1997.
- [47] ZANARDELLI, W. G., STRANGAS, E. G., AND AVIYENTE, S. Identification of intermittent electrical and mechanical faults in permanent-magnet AC drives based on time-frequency analysis. *IEEE Transactions on Industry Applications* 43, 4 (2007), 971–980.