

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA - CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Desenvolvimento de técnicas eficientes de programação linear na utilização de metaheurísticas para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão.

Edison Righetto

Rubén Augusto Romero Lázaro

Orientador

José Roberto Sanches Mantovani

Co-orientador

Tese de doutorado submetida ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira-UNESP, como parte dos requisitos para a obtenção do título de doutor em engenharia elétrica.

Ilha Solteira(SP), Fevereiro de 2010

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP - Ilha Solteira.

R571d Righetto, Edison.
Desenvolvimento de técnicas eficientes de programação linear na utilização de metaheurísticas para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão / Edison Righetto. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2010
118 f.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2010

Orientador: Rubén Augusto Romero Lázaro
Co-orientador: José Roberto Sanches Mantovani

1. Energia elétrica - Transmissão. 2. Dualidade (Matemática). 3. Métodos de relaxação (Matemática).

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Desenvolvimento de técnicas eficientes de programação linear na utilização de metaheurísticas para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão

AUTOR: EDISON RIGHETTO


ORIENTADOR: Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de DOUTOR em ENGENHARIA ELÉTRICA, Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Profa. Dra. ANNA DIVA PLASENCIA LOTUFO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. CARLOS ROBERTO MINUSSI
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. ANTÔNIO CÉSAR BALEEIRO ALVES
Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação / Universidade Federal de Goiás


Prof. Dr. MARCOS JULIO RIDER FLORES
Departamento de Sistemas de Energia Elétrica / Universidade Estadual de Campinas

Data da realização: 23 de fevereiro de 2010.

Agradeço aos amigos
Agradeço aos amigos que ajudam a
tomar ciência
Agradeço aos amigos que apoiam com ciência
Agradeço aos amigos com paciência

Agradeço especial e fortemente a

Rubén Augusto Romero Lázaro
José Roberto Sanches Mantovani
Mauricio Granada Echeverri
Edgar Manuel Carreño Franco
Deoclécio Mitsuiti Kosaka
Luzia F.Pedrazzi Righetto
Ana Julia Righetto

Com afeto e consciência, agradeço

Abstract

This paper presents a linear programming expert strategy to solve efficiently the energy transmission network expansion planning problem using the variable neighborhood search algorithm (VNS). The mathematical model used is a mixed integer linear programming problem. Solution of this model using different metaheuristics, depending on the electrical system under analysis, may require hundreds of thousands of linear programming problems (LP) which require high computational effort and consume almost all of the CPU time required by the metaheuristic. The basic idea of this paper is to identify appropriate basic solutions which help to start the process and speed up the solution of the many subsequent subproblems generated during a typical run, solving the LP problems efficiently. The starting basic solution is defined as an appropriate dual feasible basis for the specific problem, new LP problems resulting from changes in some parameters of the planning problem are solved using a bounded dual simplex algorithm. The proposed methodology was validated and tested in a system of medium size.

Keywords: transmission planning, bounded dual simplex, relaxation .

Resumo

Neste trabalho apresenta-se uma estratégia de programação linear especializada para resolver, de forma eficiente, o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica usando o algoritmo de busca em vizinhança variável (VNS). O modelo matemático para este problema é um modelo de programação linear inteira mista. A solução deste modelo através de metaheurísticas, dependendo do sistema elétrico sob análise, pode exigir a solução de centenas de milhares de problemas de programação linear (PL) que exigem elevado esforço computacional e consomem a maior parte do tempo de CPU exigido pela metaheurística. A ideia fundamental deste artigo consiste em identificar soluções básicas adequadas para iniciar o processo de solução do problema de planejamento da transmissão e os inúmeros problemas de PL exigidos pela metaheurística, fazendo que os problemas de PL sejam resolvidos de forma eficiente computacionalmente. A solução básica adequada consiste na definição uma base dual factível específica para o problema que permite que novos problemas de PL resultantes das alterações de alguns parâmetros do problema de planejamento possam ser resolvidos usando um algoritmo dual simplex canalizado. A metodologia proposta foi validada e testada em um sistema de médio porte.

Palavras-chave: planejamento de transmissão, dual simplex canalizado, relaxação.

Sumário

1	Introdução Geral	1
2	O Problema de Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão	4
2.1	Introdução	4
2.2	Modelo matemático	5
2.2.1	Modelo de transportes	5
2.2.2	Modelo DC	8
2.3	Técnicas de solução	10
2.3.1	Métodos heurísticos construtivos	10
2.3.2	Métodos de otimização clássica	14
2.3.3	Metaheurísticas	15
2.4	Uso de Programação Linear em Planejamento de Sistemas de Transmissão . . .	17
3	A Metaheurística de Busca em Vizinhaça Variavel	20
3.1	Introdução	20
3.2	Características Básicas das Metaheurísticas	20
3.3	Aspectos Fundamentais do Algoritmo VNS	22
3.4	Diversos Tipos de Algoritmos VNS	23
3.4.1	Algoritmo VND	23
3.4.2	Algoritmo RVNS	25
3.4.3	Algoritmo BVNS	26
3.4.4	Algoritmo GVNS	28
3.5	Algoritmo VNS Implementado	29
3.5.1	Aspectos Básicos da Metaheurística	29
3.5.2	Algoritmo VNS Implementado	33
4	Problema de Programação Linear para o Modelo de Transportes	36

4.1	Introdução	36
4.2	O Tipo de Problema de Programação Linear	37
4.3	Resolução Eficiente dos Problemas de Programação Linear	38
4.3.1	Resolução do Primeiro Problema de Programação Linear	38
4.3.2	Resolução Eficiente dos Outros Problemas de Programação Linear	46
4.4	Detalhes de Implementação Computacional	49
5	Algoritmo Especializado para Resolver Problemas de PL do Modelo DC	50
5.1	Introdução	50
5.2	Modelo Matemático Clássico	50
5.3	Transformação do Modelo Matemático do Problema de PL	51
5.4	Exemplo: Transformação e Predespacho	58
5.5	Técnica de Reotimização	62
6	Testes e Resultados Experimentais	66
6.1	Testes Usando o Modelo DC	66
6.1.1	Sistema IEEE de 24 Barras	66
6.1.2	Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras	69
6.2	Testes Usando o Modelo de Transportes	70
6.2.1	Sistema IEEE de 24 Barras	70
6.2.2	Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras	72
7	Conclusões	74
A	O Problema de Programação Linear com Variáveis Limitadas	81
A.1	Introdução	81
A.2	Algoritmo Dual Simplex Canalizado	83
A.2.1	Análise da variável básica candidata a sair da base.	83
A.2.2	Análise da variável não básica que deve entrar na base	87
A.2.3	Prova da otimalidade do quadro Dual Simplex Canalizado	92
B	Exemplos Ilustrativos Usando o Modelo de Transportes	99
B.1	Exemplo 1	99
B.2	Exemplo 2	102
B.3	Exemplo 3	103

C Teorema	106
D Dados dos Sistemas Elétricos	109

Capítulo 1

Introdução Geral

O problema de planejamento a longo prazo da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica é um problema altamente relevante para a operação eficiente dos sistemas elétricos de potência. O problema também é um dos mais complexos de resolver entre os de otimização de sistemas elétricos por causa de particularidades tais como: a existência de variáveis discretas no modelo, o caráter não diferenciável da função objetivo e das restrições não lineares, a dificuldade de encontrar soluções factíveis, a não convexidade da região factível e, portanto, o caráter multimodal da função objetivo e, finalmente, o aparecimento do fenômeno da explosão combinatória das alternativas de solução.

No problema de planejamento, dada a topologia base do sistema elétrico e os dados de geração e demanda de um horizonte de planejamento, pretende-se encontrar o plano ótimo de expansão, isto é, quais linhas de transmissão e ou transformadores devem ser adicionados ao sistema elétrico para que opere de forma adequada com os dados de demanda. Portanto, formam parte dos dados o conjunto de linhas de transmissão e transformadores que podem ser adicionados no sistema elétrico com a indicação da localização, custo e os parâmetros elétricos (capacidade de transmissão, resistência elétrica, reatância elétrica, etc.).

A modelagem mais simples é o planejamento estático. Conhecidos os dados de geração (que podem ser deixados fixos ou determinados pelo processo de otimização), deve-se determinar o plano ótimo de expansão. Essa modelagem matemática pode ser estendida para levar em conta outros critérios de operação. Uma alternativa é considerar o problema de planejamento multiestágio de sistemas de transmissão. Nesse caso o horizonte de planejamento é separado em vários estágios e devem ser conhecidos os dados de geração e demanda para cada estágio de planejamento. Nesse contexto, deve-se encontrar o plano ótimo de expansão para cada estágio mas resolvendo o problema dentro de um processo de otimização integral. Uma alternativa de modelagem é o problema de planejamento considerando segurança sendo o mais conhecido o problema de planejamento com segurança ($N - 1$). Nesse caso, o sistema deve ser expandido de forma que se uma linha de transmissão ou transformador sai de operação então o restante ainda deve permitir continuar operando de forma adequada. Em outra abordagem existem vários cenários de operação, isto é, várias proposta de operação onde em cada proposta um gerador deve operar em um ponto de operação especificado. Assim, o sistema deve ser expandido de forma que opere de forma adequada para todos os cenários de operação previamente especificados. Existem ainda outras exigências de modelagem que podem ser consideradas como, por exemplo, levar em conta a operação do sistema elétrico em um sistema de acesso aberto, isto é,

o mercado elétrico deve determinar a forma de operação do sistema elétrico. Devemos observar que todas as formas de modelagem mencionadas estão relacionadas com a operação do sistema elétrico, isto é, o estilo e a qualidade de operação que se deseja.

Outro aspecto em relação a modelagem matemática é a representação do modelo de rede, isto é, se o sistema de transmissão deve ser representado da forma mais próxima da operação real satisfazendo as leis naturais de operação do sistema elétrico. Nesse contexto, o modelo de rede ideal é representar a operação da rede usando o modelo AC que leve em conta os fluxos de potência ativa e reativa, assim como as duas leis de Kirchhoff de forma exata. Esse modelo, sistematicamente usado em análise de operação de sistemas elétricos, infelizmente ainda não é usada intensivamente em planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Usar esse modelo exige conhecer as demandas de potência ativa e reativa em cada barra de carga. Assim, caso seja usado o modelo AC em planejamento da expansão então deveríamos também levar em conta o planejamento de fontes de potência reativa nas barras do sistema elétrico. Portanto, o problema a ser resolvido é o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão e de alocação de fontes de potência reativa. Esse tipo de problema ainda não é muito pesquisado e deve ser um dos tópicos de pesquisa relevantes nos próximos anos. O planejamento da expansão foi iniciado modestamente e usando modelos matemáticos relaxados, isto é, simplificados. Atualmente, ainda são usados quatro modelos: (1) o modelo de transportes, (2) o modelo híbrido, (3) o modelo linear disjuntivo e, (4) o modelo DC.

Nas pesquisas iniciais foram usados modelos muito simplificados, mais fáceis de resolver. Garver apresentou em 1970 a primeira proposta conhecida como modelo de transportes. No modelo de transportes a linha é linha ideal, com impedância zero e, portanto, sem perdas. Tal modelagem leva em conta apenas a primeira lei de Kirchhoff e as restrições operacionais ou limites de linhas de transmissão e geradores. Obviamente, assim como em todos os modelos relaxados, é realizado o planejamento considerando apenas o fluxo de potência ativa. Do ponto de vista matemático o problema é de programação linear inteiro misto. Portanto, não aparecem restrições não lineares e é um modelo mais fácil de resolver que os outros.

O modelo DC leva em conta as duas leis de Kirchhoff e os limites operacionais de linhas de transmissão e geradores e também considerando apenas o fluxo de potência ativa. Do ponto de vista matemático, representa um problema de programação não linear inteira mista. Justamente as restrições relacionadas com a segunda lei de Kirchhoff são não lineares.

O híbrido é um modelo intermediário em que podem ser incorporados apenas uma parcela das restrições relacionadas com a segunda lei de Kirchhoff. Dependendo do subconjunto de restrições descartadas, o modelo pode ser linear (mais próximo do modelo de transportes) ou não linear (mais próximo do modelo DC). O modelo linear disjuntivo é uma representação equivalente do DC encontrada após um processo de transformação. A grande vantagem do modelo linear disjuntivo é justamente a linearidade, quando comparado com o modelo DC. Apresenta a desvantagem de incremento de variáveis e de escolha de um parâmetro de transformação, problema que podem ser adequadamente contornados. O modelo linear disjuntivo não é usado neste trabalho.

Para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão podem ser usadas todas as técnicas de otimização. A escolha da técnica de otimização vai depender também do modelo. As principais técnicas podem ser agrupadas na seguinte forma: (1) técnicas de otimização clássica, (2) heurísticas e, (3) metaheurísticas. Entre as técnicas clássicas de otimização mais interessantes no planejamento da expansão de sistemas de transmissão estão

os algoritmos branch and bound e a decomposição de Benders. Essas técnicas apresentam problemas quando aumenta a complexidade do problema a ser resolvido mas encontram facilmente soluções ótimas de sistemas pequenos. As heurísticas são técnicas muito simples de implementar, muito rápidas e geralmente encontram soluções de boa qualidade que servem como inicializadoras do processo de otimização clássica ou por metaheurísticas.

As metaheurísticas são as técnicas mais exploradas para resolver o problema de planejamento em anos recentes. Elas apresentam a grande vantagem de trabalhar eficientemente para todos os modelos matemáticos do problema de planejamento, isto é, a eficiência da metaheurística não se degrada muito quando usamos modelos de complexidade diferentes tais como o modelo de transportes e o modelo AC. Por outro lado, podemos afirmar, por exemplo, que o algoritmo de decomposição de Benders é relativamente eficiente com o modelo de transportes mas é inaplicável para o modelo AC. Em todos os casos de utilização de metaheurísticas para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, deve-se resolver um problema de programação linear. Basicamente, a metaheurística escolhe uma proposta de expansão mas para descobrir se essa proposta é factível, devemos resolver um problema de programação linear. Uma metaheurística normalmente gera milhares de propostas de expansão e, portanto, devemos resolver milhares de problemas de programação linear para verificar a factibilidade de cada proposta. Resolver de forma eficiente os problemas de programação linear relacionadas com as propostas de expansão geradas pelas metaheurísticas representa a parte fundamental deste trabalho.

Neste trabalho apresentamos uma proposta para resolver de forma eficiente os problemas de programação linear que verificam a factibilidade de propostas de expansão geradas pelas metaheurísticas. Consideramos neste trabalho o modelo de transportes e o modelo DC. Para mostrar o desempenho desses módulos de resolução de problemas de programação linear usamos um algoritmo de busca em vizinhança variável (VNS) que é uma técnica de otimização da família das metaheurísticas. Entretanto, esses módulos especializados podem ser incorporados em qualquer metaheurística. Assim, o desenvolvimento de um algoritmo VNS eficiente não é um objetivo por enquanto.

O presente trabalho está organizado da seguinte forma: o capítulo 1 faz a introdução geral, o capítulo 2 faz uma análise e revisão bibliográfica do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, o capítulo 3 apresenta uma revisão da metaheurística de busca em vizinhança variável (VNS) e o tipo de algoritmo VNS desenvolvido neste trabalho, o capítulo 4 apresenta a proposta eficiente de resolução de problemas de PL quando usamos o modelo de transportes e o algoritmo VNS, o capítulo 5 apresenta a proposta eficiente de resolução de problemas de PL quando usamos o modelo DC e o algoritmo VNS e representa uma continuação de trabalhos anteriores desenvolvidos no LAPSEE (Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica), o capítulo 6 mostra os resultados de testes e o capítulo 7 mostram as conclusões. No final do texto também apresentamos a bibliografia, dados menos relevantes são deixados no Apêndice, assim como os dados dos sistemas elétricos usados em testes.

Capítulo 2

O Problema de Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão

2.1 Introdução

Problema de planejamento de sistemas de transmissão de energia elétrica é uma questão de vivo interesse na esfera de otimização aplicada tanto sob a face de modelagem (na verdade, modelagens) quanto no aspecto de técnicas de solução.

Nas mais diversas áreas de conhecimento, problemas são sempre formulados e discutidos através de modelos, simples ou mais elaborados, carregados de detalhes ou mais despojados mas, tratáveis com os recursos disponíveis. É necessário que a modelagem seja bem posta do ponto de vista do problema verdadeiro que ela pretende representar.

No planejamento de sistema de transmissão, o problema real é um sistema elétrico com uma topologia corrente e pretende-se encontrar o plano de expansão ótimo para um horizonte definido, isto é, onde e que tipos de circuitos devem ser construídos para que o sistema atenda a demanda específica respeitando as capacidades dos componentes. Nesse cenário, a formulação matemática mais atraente deve ser através das relações de fluxo de carga AC. Entretanto, dois motivos principais não recomendam historicamente esse enfoque: (1) as ferramentas matemáticas disponíveis nas fases iniciais dos trabalhos de planejamento não permitiram tratar de forma eficiente um problema com uma modelagem muito complexa, especialmente pelo fato de que a topologia base de um sistema de transmissão pode ter um elevado nível de ilhamento; (2) o planejamento da expansão de sistemas transmissão está voltado apenas no fornecimento de potência ativa e a questão dos reativos é geralmente deixada para ser tratada posteriormente. Entretanto, atualmente já existem algumas propostas para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão usando diretamente o modelo AC e resolvendo simultaneamente o problema de planejamento de potência ativa e reativa. Mesmo assim, o modelo DC ainda é muito usado em trabalhos de planejamento assim como suas versões relaxadas.

Vários modelos matemáticos são usados nos trabalhos de planejamento de sistemas de transmissão: o modelo de transportes, o modelo híbrido linear, o modelo híbrido não linear, o modelo DC, o modelo linear disjuntivo e, como foi mencionado anteriormente, o modelo AC [31].

Qualquer das formulações propostas conduzem a um problema de otimização envolvendo

relações lineares e ou não lineares com variáveis de decisão mistas (inteiras e contínuas) constituindo o que na pesquisa operacional é conhecida como programação não linear inteira mista (PNLIM).

Neste trabalho usamos o modelo de transportes e o modelo DC [35]. Assim, apenas esses modelos serão apresentados. O problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão de longo prazo é denominado de problema PEST. O problema PEST é o chamado modelo estático onde existe apenas um horizonte de planejamento. Um modelo mais geral é o problema de planejamento multiestágio da expansão de sistemas de transmissão em que o horizonte de planejamento é separado em vários estágios e, deve-se encontrar a proposta ótima de expansão em cada estágio. O problema PEST também pode ter modelos mais complexos quando são levados em conta outros aspectos tais como o planejamento com segurança, as incertezas na demanda futura, as exigências de operação em mercado competitivo, etc. Esses modelos não são tratados neste trabalho mas as propostas apresentadas aqui podem ser extendidas.

Em resumo, analisamos dois modelos do problema PEST (transportes e DC) para o caso básico, isto é, o chamado problema de planejamento estático com um horizonte de planejamento. Deve-se observar que ainda hoje não é possível encontrar a solução ótima de sistemas de grande porte, como o caso do sistema Norte-Nordeste brasileiro, para o modelo de transportes e para a modelagem básica. O motivo é o esforço de processamento proibitivo. Assim, a aceleração de processamento ainda representa importante tópico de pesquisa.

2.2 Modelo matemático

Nas últimas quatro décadas apareceram várias formulações abordando o planejamento da expansão de sistemas de transmissão tais como o modelo de transportes, híbrido linear, híbrido não linear, disjuntivo, DC e AC, assim como variantes desses modelos.

O modelo DC considera as duas leis de Kirchhoff e a capacidade de transmissão das linhas de transmissão e dos geradores e, do ponto de vista de otimização, é um problema de programação não linear inteira mista. O modelo de transportes considera somente a lei de Kirchhoff das correntes e a capacidade das linhas de transmissão e dos geradores. Este modelo é um problema de programação linear inteira mista já que as restrições não lineares correspondentes à lei das tensões de Kirchhoff foram eliminadas.

2.2.1 Modelo de transportes

O modelo de transportes (MT) foi inicialmente apresentado por Garver em 1970 [1]. Garver apresentou um modelo matemático usando os conceitos de fluxos em redes e também um algoritmo heurístico construtivo para resolvê-lo. Usando esses conceitos, outros pesquisadores reformularam o modelo de Garver e ele assume a forma atualmente usada.

No modelo de transportes deve-se levar em conta apenas a lei de correntes de Kirchhoff e a capacidade de linhas de transmissão e dos geradores.

O modelo de transportes assume a formulação seguinte:

$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} & (2.1) \\
\text{s.a.} & \\
& Sf + g = d \\
& |f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \\
& 0 \leq g \leq \bar{g} \\
& 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \text{e inteiro} \\
& f_{ij} \quad \text{irrestrito} \\
& \forall (i,j) \in \Omega
\end{aligned}$$

em que:

- v : Função objetivo (investimento devido às adições de circuitos no sistema);
- Ω : Conjunto de todos os ramos definidos pelos circuitos existentes e as alternativas de expansão;
- c_{ij} : Custo de um circuito no ramo $(i, j) \in \Omega$;
- n_{ij} : Número de circuitos adicionados;
- n_{ij}^0 : Número de circuitos da configuração base no ramo $(i, j) \in \Omega$;
- \bar{n}_{ij} : Número máximo de adições de circuitos no ramo $(i, j) \in \Omega$;
- S : Matriz de incidência nó-ramo transposta do sistema elétrico;
- f : Vetor de fluxos cujo elemento f_{ij} representa o fluxo de potência total que passa pelo circuito $(i, j) \in \Omega$;
- \bar{f}_{ij} : Fluxo máximo de potência permitido para o circuito $(i, j) \in \Omega$;
- g : Vetor de gerações cujo elemento g_i representa o nível de geração na barra de geração i ;
- \bar{g} : Vetor de máxima capacidade nas barras de geração;
- d : Vetor de demanda cujo elemento d_i representa a demanda de carga na barra i .

O conjunto de restrições $Sf + g = d$ expressa a lei das correntes de Kirchhoff, uma equação para cada barra do sistema. As restrições $|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}$ representam as equações de capacidade de transmissão dos circuitos (linhas de transmissão ou transformadores) e a possibilidade de fluxo em qualquer sentido. As demais restrições contam o limite de geração e do número de circuitos adicionados em cada ramo (i, j) .

Pode-se verificar que o modelo de transportes é um problema de programação linear inteiro misto (PLIM) [15, 23]. A complexidade do problema está relacionada com o número de caminhos candidatos a adição, isto é, com as variáveis n_{ij} que devem assumir valores inteiros.

O modelo de transportes pode ser resolvido, por exemplo, usando um algoritmo *branch and bound* [2, 29] que caso convirja, é possível conhecer a solução ótima do problema. Entretanto, para sistemas de grande porte como o sistema Norte-Nordeste brasileiro, ainda não foram propostos algoritmos it *branch and bound* para encontrar a solução ótima. O número elevado de subproblemas de programação linear (PL) que devem ser resolvidos torna-o proibitivo.

Quando pretende-se resolver o modelo de transportes usando metaheurísticas geralmente é preferível usar um modelo ligeiramente modificado. Neste trabalho, resolvemos o modelo de transportes usando um algoritmo de busca em vizinhança variável (VNS) e, portanto:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v &= \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{k \in \Omega_k} r_k & (2.2) \\
 \text{s.a.} & \\
 & Sf + g + r = d \\
 & |f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \\
 & 0 \leq r \leq d \\
 & 0 \leq g \leq \bar{g} \\
 & 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \text{e inteiro} \\
 & f_{ij} \quad \text{irrestrito} \\
 & \forall (i, j) \in \Omega
 \end{aligned}$$

Em relação à modelagem anterior adicionam-se novas variáveis ao modelo de transportes, isto é, as variáveis chamadas de geração artificial ou de corte de carga e α é um parâmetro usado para compatibilizar unidades na função objetivo e ou para penalizar uma parcela da nova função objetivo. Assim, para cada barra de demanda k é adicionada uma variável r_k que varia entre zero e o valor da demanda nessa barra. Essa variável é chamada de geração artificial ou de corte de carga. Ω_k é o conjunto de índices de todas as barras de demanda. Do ponto de vista de otimização, o novo modelo apresentado é um problema com região factível maior que o modelo original (foram adicionadas novas variáveis). Assim, a solução ótima dos dois modelos será a mesma se na solução ótima todas as variáveis artificiais são iguais a zero.

A nova modelagem também é muito parecida com a de um problema de PL quando é usado o método big M. Deve-se lembrar que nesse caso são adicionadas variáveis artificiais no problema de PL original e essas novas variáveis aparecem na nova função objetivo com coeficientes iguais a M que deve assumir valores relativamente elevados. Obviamente, todas essas novas variáveis devem ser retiradas da base para que a solução ótima do problema modificado seja a mesma do problema original. Caso isso não seja possível, então a solução ótima do problema modificado é diferente do problema original indicando uma infactibilidade. Todas essas propriedades relacionadas com o método big M em programação linear são válidas quando compara-se o modelo de transportes e o modelo de transportes modificado. Entretanto, no problema de transportes modificado não existe a possibilidade de que sua solução ótima seja infactível ou ilimitada. Pode-se verificar que uma solução factível trivial acontece quando $r_k = d_k$ e todas as outras variáveis iguais a zero o que prova que a solução desse problema pode ser factível. Adicionalmente, como todas as variáveis são canalizadas com limites finitos, problema não pode ser ilimitado. Deve-se observar que as variáveis f_{ij} também têm limite inferior e superior dados pela relação $-(\bar{n}_{ij} + n_{ij}^0) \leq f_{ij} \leq (\bar{n}_{ij} + n_{ij}^0)$ Em resumo, o problema de transportes modificado

tem ótimo finito e o ótimo desse modelo modificado é o mesmo do modelo original se na solução ótima do modelo modificado todas as variáveis r_k são iguais a zero.

Quando resolve-se o problema PEST usando o modelo de transportes modificado usando o algoritmo VNS acontece que o algoritmo VNS faz uma proposta de investimento em expansão significando que as variáveis n_{ij} são especificadas e, portanto, o modelo (2.2) se reduz a um simples problema de PL que determina apenas os valores das variáveis r_k . Se todas as variáveis r_k são iguais a zero na solução ótima então a proposta de expansão fornecida pela metaheurística é factível. Em caso contrário, a proposta é infactível e apresenta corte de carga. Assim, a resolução do problema de PL indica apenas se a proposta de expansão é factível ou infactível. Nesse contexto, não precisamos escolher o valor do parâmetro α .

Neste trabalho resolvemos o modelo de transportes usando a modelagem (2.2) e usando um algoritmo VNS.

2.2.2 Modelo DC

O modelo DC desenvolvido em [12] generaliza o modelo de fluxo de carga DC e é tido como ideal para o trato do planejamento de sistemas de transmissão. Leva em conta as duas leis de Kirchhoff para o sistema elétrico e a capacidade de transmissão das linhas existentes e candidatas. É um problema de programação não linear inteiro misto (PNLIM), NP-completo, muito difícil de resolver porque apresenta o fenômeno da explosão combinatória. Também deve-se observar que o modelo DC realiza apenas o planejamento de potência ativa.

O modelo DC tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v &= \sum_{i,j \in \Omega} c_{ij} n_{ij} & (2.3) \\
 \text{s.a.} & \\
 & Sf + g = d \\
 & f_{ij} - \gamma_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0 \\
 & |f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij})\bar{f}_{ij} \\
 & 0 \leq g \leq \bar{g} \\
 & 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \text{ e inteiro} \\
 & f_{ij} \quad \text{irrestrito} \\
 & \theta_j \quad \text{irrestrito}
 \end{aligned}$$

Em relação ao modelo de transportes apenas foram adicionadas as restrições correspondentes à segunda lei de Kirchhoff representadas pelas equações $f_{ij} - \gamma_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0$. Aparece uma equação desse tipo para cada caminho candidato. Essas relações são não lineares e, por esse motivo, resolver o modelo DC é significativamente mais complexa que resolver o modelo de transportes. A parte mais ativa de pesquisas no problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão encontra-se nas últimas décadas nos desafios impostos pelo modelo DC, podendo-se citar [1, 11, 13, 14, 15].

O modelo DC também pode ser modificado da mesma forma que no modelo de transportes ao adicionar as variáveis de geração artificial ou de corte de carga. Assim, uma versão modificada

do modelo DC assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \sum_{i,j \in \Omega} c_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{k \in \Omega_k} r_k & (2.4) \\
\text{s.a.} & \\
& Sf + g + r = d \\
& f_{ij} - \gamma_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0 \\
& |f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \\
& 0 \leq r \leq d \\
& 0 \leq g \leq \bar{g} \\
& 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \text{ e inteiro} \\
& f_{ij} \quad \text{irrestrito} \\
& \theta_j \quad \text{irrestrito}
\end{aligned}$$

As mesmas observações feitas para o modelo de transportes modificado são válidas para o modelo DC modificado e os motivos para a mudança são os mesmos. Entretanto, neste trabalho usamos uma versão transformada mas equivalente do modelo DC modificado. No modelo (2.4) podem ser eliminadas as variáveis f_{ij} . Assim, substituindo $f_{ij} = \gamma_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j)$ nas outras relações, o modelo transformado mas equivalente assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\text{Min } v &= \sum_{i,j \in \Omega} c_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{k \in \Omega_k} r_k & (2.5) \\
\text{s.a.} & \\
& B(n_{ij}, n_{ij}^0, \gamma_{ij})\theta + g + r = d \\
& (n_{ij} + n_{ij}^0)|\theta_i - \theta_j| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0)\phi_{ij} \\
& 0 \leq r \leq d \\
& 0 \leq g \leq \bar{g} \\
& 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \text{ e inteiro} \\
& \theta_j \quad \text{irrestrito}
\end{aligned}$$

em que

$$\phi_{ij} = \frac{\bar{f}_{ij}}{\gamma_{ij}}$$

No modelo, B é a matriz de susceptâncias que depende das variáveis n_{ij} e dos parâmetros n_{ij}^0 e γ_{ij} . Um elemento fora da diagonal de B é igual à susceptância equivalente das linhas de transmissão entre as barras i e j e, o elemento da diagonal é igual à soma das susceptâncias equivalentes das linhas de transmissão de cada caminho ligado com a barra i com sinal trocado.

Caso o modelo DC seja resolvido por uma metaheurística como o algoritmo VNS então se for colocada uma proposta de expansão pela metaheurística, com os valores das variáveis

n_{ij} assumindo valores conhecidos, então, o modelo (2.4) se reduz a um problema de PL. Esse problema de PL se presta apenas para verificar se a proposta fornecida pela metaheurística é factível ou não. Assim, para uma proposta de expansão s com os valores de n_{ij}^s conhecidos, devemos resolver o seguinte problema de PL:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } w &= \sum_{k \in \Omega_k} r_k & (2.6) \\
 \text{s.a.} & \\
 & B\theta + g + r = d \\
 & |\theta_i - \theta_j| \leq \phi_{ij} \quad \forall \Omega_s \\
 & 0 \leq r \leq d \\
 & 0 \leq g \leq \bar{g} \\
 & \theta_j \quad \text{irrestrito}
 \end{aligned}$$

No problema de PL anterior, a matriz B é conhecida e Ω_s é o conjunto de índices dos caminhos em que existem linhas de transmissão para a proposta de expansão corrente (linhas da topologia base e linhas da proposta de expansão). Neste trabalho, o problema de PL mostrado em (2.6) é resolvido de forma eficiente sempre que o algoritmo VNS envia uma proposta de expansão para a rotina de solução de problemas de PL. O resolvidor de problemas de PL simplesmente indica se há corte de carga, ($w \neq 0$) e, portanto, a proposta de expansão fornecida pelo algoritmo VNS é infactível ou não, se ($w = 0$).

2.3 Técnicas de solução

Todo trabalho de planejamento da expansão de sistemas de transmissão combina duas etapas distintas: o modelamento e a(s) técnica(s) de resolução que se pretende implementar. Algum olhar sobre modelos já foi lançado e sobre as técnicas de resolução pode-se agrupá-las assim: algoritmos heurísticos construtivos, otimização clássica e metaheurísticas. Algumas publicações comparam modelos, outras discutem algoritmos e suas variações [17, 18, 19, 20]. A seguir, apresentaremos algumas técnicas de solução.

2.3.1 Métodos heurísticos construtivos

Uma estratégia heurística de otimização encontra uma solução de boa qualidade para um problema complexo. A ideia básica é aproveitar as características do problema ou informações mais elaboradas para encontrar uma solução de boa qualidade. Existem vários tipos de algoritmos heurísticos, sendo o mais popular o chamado algoritmo heurístico construtivo (AHC) [1, 6, 7, 35]. A maioria dos algoritmos heurísticos apresentados na literatura especializada para o problema PEST são algoritmos heurísticos construtivos. O AHC para o problema PEST é uma estratégia passo a passo onde em cada passo é adicionado ao sistema elétrico uma ou várias linhas de transmissão. A decisão de quais linhas de transmissão devem ser adicionadas na solução em construção é realizada usando um critério de sensibilidade ou de desempenho.

Assim, a principal diferença entre os AHC apresentados para o problema PEST está no tipo de índice de sensibilidade usado.

Para sistemas de grande porte, ainda hoje não é fácil encontrar a solução ótima do problema PEST devido ao elevado esforço de processamento ou porque não existe técnica de otimização que tenha a capacidade de provar que uma solução encontrada após a convergência seja a ótima. Garver foi pioneiro nessa tarefa de resolver o problema PEST de forma eficiente. Assim, Garver formulou o problema PEST na forma equivalente ao modelo de transportes apresentada anteriormente e, para resolver esse modelo, apresentou a estratégia de um algoritmo heurístico construtivo.

Algoritmo heurístico construtivo é um procedimento passo a passo que sistematicamente, a partir da configuração base, sugere o número de circuitos a serem adicionados (em cada passo) até que o sistema possa operar adequadamente. Configurações recebendo novos circuitos passam a atuar como novas configurações correntes. Em cada passo, o circuito escolhido para ser adicionado é o mais interessante segundo algum critério de sensibilidade ou índice de desempenho. A diferença entre os algoritmos heurísticos construtivos reside no indicador de sensibilidade.

Um indicador de sensibilidade é uma medida relacionada com a variação da função objetivo devido a algumas variações dos parâmetros do sistema, ou seja, da configuração corrente ou pode ser qualquer outro tipo de informação inclusive a experiência do planejador [8]. O indicador de sensibilidade possui as seguintes características:

- indica os caminhos adequados para realizar a adição de circuitos;
- é de caráter local, isto é, identifica a melhor estratégia para a configuração corrente e não a melhor estratégia para a melhor configuração final do sistema principalmente se for um sistema de grande porte.

Geralmente, um algoritmo heurístico construtivo encontra as soluções ótimas de sistemas de porte pequeno, apenas boas para sistemas médios ou grandes. Deve-se enfatizar entretanto a importância destes algoritmos:

- foi o primeiro método sistematizado para tratar problemas de planejamento de sistemas elétricos de grande porte;
- simples de entender, programar e usar;
- os esforços computacionais destes algoritmos são pequenos;
- as estruturas destes algoritmos são utilizadas no desenvolvimento de outros mais elaborados como as metaheurísticas (*simulated annealing*, algoritmo genético, busca tabu, GRASP, etc.);
- as empresas de energia elétrica ainda hoje empregam os algoritmos heurísticos construtivos.

Heurísticas construtivas usando o modelo de transportes

No mesmo trabalho em que foi apresentado o modelo de transportes, Garver apresentou a proposta de resolver esse modelo usando um AHC. Assim, um tópico importante é identificar o indicador de sensibilidade usado por Garver [1, 3, 9, 10].

A proposta de Garver consiste em resolver em cada passo o próprio modelo de transportes após relaxar a integralidade das variáveis de investimento n_{ij} . Deve-se observar que se no modelo de transportes eliminamos a exigência de que as variáveis de investimento sejam inteiras e podem assumir valores reais entre seus limites, então o modelo de transportes se reduz a um simples problema de PL. Se resolvemos esse PL então devem aparecer como solução valores de n_{ij} não inteiros. Entretanto, a solução desse PL pode ser usado para identificar o caminho mais interessante para adicionar uma linha de transmissão.

A estratégia de Garver é adicionar em cada passo do algoritmo uma linha de transmissão naquele caminho que leva o maior fluxo de potência. O argumento é que se for adicionada uma linha de transmissão nesse caminho então existe a possibilidade de ser encontrada uma solução de excelente qualidade. O processo é repetido até que a solução do PL indica $n_{ij} = 0$, significando que com as linhas de transmissão já adicionadas o sistema elétrico opera adequadamente. Em resumo, sejam os n_{ij}^o as linhas da topologia base e sejam os n_{ij}^1 as linhas já adicionadas no processo iterativo do AHC de Garver. Portanto, as linhas de transmissão existentes na topologia corrente é igual a $n_{ij}^c = n_{ij}^o + n_{ij}^1$. Assim, para a topologia corrente, devemos resolver o seguinte problema de PL:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } v &= \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} & (2.7) \\
 \text{s.a.} & \\
 & Sf + g = d \\
 & |f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^c) \bar{f}_{ij} \\
 & 0 \leq g \leq \bar{g} \\
 & 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} - n_{ij}^1 \\
 & f_{ij} \quad \text{irrestrito} \\
 & \forall (i, j) \in \Omega
 \end{aligned}$$

Pode-se observar que o PL mostrado anteriormente é apenas o modelo de transportes (2.1) onde foi eliminada a integralidade das variáveis n_{ij} e no lugar de n_{ij}^o (linhas de transmissão da topologia base) foram incorporadas as linhas de transmissão da topologia corrente $n_{ij}^c = n_{ij}^o + n_{ij}^1$. Obviamente, se a solução de um problema de PL desse tipo apresenta todos os valores de n_{ij} inteiros então essa solução é ótima para o modelo de transportes. Normalmente não acontece esse tipo de comportamento em testes com sistemas elétricos reais.

O algoritmo de Garver apresenta os seguintes passos:

1. Iniciar o processo de otimização apenas com a topologia base, isto é com $n_{ij}^c = n_{ij}^o$. Essa topologia se transforma na solução corrente.
2. Resolver o PL (2.7) para a topologia corrente. Se a solução do PL apresenta todos os valores de $n_{ij} = 0$ então parar o processo porque essa topologia é factível e representa a

proposta de solução n_{ij}^1 encontrada pelo algoritmo de Garver. Caso contrário, ir ao passo 3.

3. Adicionar uma linha de transmissão no caminho (i, j) que apresenta o maior valor de $n_{ij}\bar{f}_{ij}$ onde n_{ij} é a solução do problema de PL. Atualizar o vetor n_{ij}^1 com a nova adição e voltar ao passo 2.

O algoritmo de Garver encontra soluções de boa qualidade para sistemas reais mas raramente encontra a solução ótima. Ele é usado neste trabalho para encontrar uma solução de boa qualidade para iniciar o processo de otimização do algoritmo VNS. Também, deve-se observar que o índice de sensibilidade desse AHC é de excelente qualidade porque é obtido da solução do próprio problema após relaxar a integralidade das variáveis de investimento.

Heurísticas construtivas usando o modelo DC

Existem muitos algoritmos na literatura especializada para resolver o modelo DC sendo que a maioria deles são heurísticos construtivos. Entre os mais conhecidos temos três AHC: (1) o algoritmo de mínimo esforço [7], (2) o algoritmo de mínimo corte de carga [3] e, (3) o algoritmo de Villasana-Garver-Salon [3]. O indicador de sensibilidade do algoritmo de mínimo esforço está inspirado na ideia de que a linha de transmissão que deve ser adicionada ao sistema elétrico na topologia corrente é aquela que produz a maior distribuição de fluxos no sistema elétrico. No caso do algoritmo de mínimo corte de carga, o indicador de sensibilidade está inspirado na ideia de que a linha de transmissão que deve ser adicionada ao sistema elétrico na topologia corrente é aquela que tende a produzir a maior diminuição do corte de carga no sistema elétrico. O algoritmo de Villasana-Garver-Salon, algoritmo VNS, está inspirada nas mesmas ideias apresentadas por Garver para o modelo de transportes. É um dos melhores AHC para o modelo DC e apresentamo-lo com certo detalhe .

O algoritmo VGS usa como índice de sensibilidade a resolução do modelo híbrido linear após relaxar a integralidade das variáveis de investimento. Relaxando a integralidade das variáveis de investimento, o modelo híbrido linear transforma-se em um problema de PL. Podemos resolvê-lo mas considerando a topologia corrente (as linhas de transmissão da topologia base e as linhas de transmissão adicionadas pelo processo iterativo do AHC). Portanto, o algoritmo VNS segue a lógica fundamental do AHC de Garver. A grande diferença é que ao usar o modelo híbrido linear considerando a topologia corrente, todas as linhas de transmissão da topologia corrente devem obedecer as duas leis de Kirchhoff. Esse fato produz uma particularidade interessante da solução final encontrada. A solução encontrada é factível para o modelo DC já que todas as linhas da topologia corrente estão obedecendo as duas leis de Kirchhoff e não existe necessidade de novas linhas de transmissão.

Em cada passo do algoritmo VGS, deve-se resolver o seguinte problema de PL:

$$\begin{aligned} \min v &= \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} & (2.8) \\ \text{s.a.} & \\ & S f + S^o f^o + S^1 f^1 + g = d \\ & f_{ij}^o - \gamma_{ij} n_{ij}^o (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i, j) \in \Omega_o \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{ij}^1 - \gamma_{ij} n_{ij}^1 (\theta_i - \theta_j) &= 0 \quad \forall (i, j) \in \Omega_1 \\
|f_{ij}| &\leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall (i, j) \in \Omega_o \\
|f_{ij}^o| &\leq n_{ij}^o \bar{f}_{ij} \quad \forall (i, j) \in \Omega_o \\
|f_{ij}^1| &\leq n_{ij}^1 \bar{f}_{ij} \quad \forall (i, j) \in \Omega_1 \\
0 &\leq g \leq \bar{g} \\
0 &\leq n_{ij} \leq (\bar{n}_{ij} - n_{ij}^1) \\
f_{ij}^o, f_{ij}^1 &\text{ e } f_{ij} \text{ irrestritos} \\
\theta_j &\text{ irrestrito}
\end{aligned}$$

onde S^o é a matriz de incidência nó-ramo transposta das linhas da topologia base e as barras conectadas a elas, S^1 é a matriz de incidência nó-ramo transposta das linhas adicionadas no processo iterativo e as barras conectadas a elas, Ω_1 é o conjunto de índices das linhas adicionadas no processo iterativo, Ω_o é o conjunto de índices das linhas existentes na topologia base, f_{ij}^1 é o fluxo total no caminho (i, j) pelos circuitos adicionados no processo iterativo e f_{ij}^o é o fluxo total no caminho (i, j) pelos circuitos existentes na topologia base. As outras grandezas são as mesmas da modelagem tradicional.

O algoritmo VGS tem a mesma estrutura mostrada para o algoritmo de Garver. A única diferença é o tipo de PL resolvido no passo 2. Assim, no algoritmo VGS resolve-se o problema de PL (2.8) em lugar do (2.7), resolvido no caso do modelo de transportes. O algoritmo VGS foi usado neste trabalho para encontrar uma solução de boa qualidade para iniciar o processo de solução usando o algoritmo VNS apresentado no capítulo 3.

2.3.2 Métodos de otimização clássica

Para resolver o problema de planejamento de sistemas de transmissão usando o modelo de transportes (2.1), pode-se utilizar a técnica de decomposição de Benders separando o problema original em dois subproblemas: um subproblema de investimento também chamado de mestre e um subproblema de operação chamado de escravo. O subproblema de investimento, de programação inteira, por isso complexo, pode ser resolvido, por exemplo, pelo algoritmo *branch and bound*. O subproblema de operação é um ordinário problema de programação linear, sem grandes dificuldades portanto [15, 29].

Também para resolver o modelo de transportes, pode-se usar a decomposição de Benders dentro de um contexto hierarquizado, via relaxação. Assim, numa primeira fase resolve-se o problema original onde foi relaxada a integralidade das variáveis de investimento e, na fase final, resolve-se o problema original, igualmente com o recurso de Benders. A vantagem consiste em usar os cortes de Benders gerados na primeira fase para acelerar o processo na fase final. Neste caso, os dois subproblemas são de programação linear, fato que permite diminuir as iterações necessárias para a convergência na fase final onde o mestre é um problema inteiro. Outra estratégia consiste em substituir a fase inicial por um conjunto de restrições geradas usando características específicas do problema de planejamento de sistemas de transmissão. São restrições relaxadas e não eliminam as soluções factíveis do problema original mas aceleram fortemente o processo de convergência na resolução do problema.

Na utilização do modelo DC para resolver o problema de planejamento de sistemas de

transmissão, a técnica presente é a decomposição de Benders [4, 23] (generalizada) devido a natureza não convexa desse problema não linear inteiro misto cujo modelo foi apresentado em (2.4).

2.3.3 Metaheurísticas

Desde os anos 1960 muito se tem estudado sobre heurísticas direcionadas à solução de problemas de otimização combinatória NP-completo. São limitadas e fornecem a mesma solução quando iniciadas do mesmo ponto. Mais recentemente, pesquisam-se estratégias metaheurísticas, mais flexíveis, ainda pouco exploradas. Essas adaptam-se facilmente ao processamento paralelo [45] e são direcionadas à otimização global de um problema, podendo conter diferentes procedimentos de busca local em cada passo, evitando uma parada prematura em ótimos locais, proporcionando soluções melhores. Nas últimas décadas, surgiram vários procedimentos metaheurísticos na solução de problemas combinatórios. As mais populares são: *Simulated Annealing*(SA), busca tabu, algoritmo genético, GRASP, etc. Tem-se com as várias metaheurísticas resultados satisfatórios para a solução do problema de planejamento da expansão de sistemas elétricos [16, 21, 22, 27, 30]. A eficiência das metaheurísticas está na implementação de boas estratégias que melhor exploram o espaço de busca do problema.

Simulated Annealing

O *Simulated Annealing* baseia-se em uma analogia com a mecânica estatística de materiais com resfriamento, onde substâncias físicas tais como metais são levados a altos níveis de temperatura e posteriormente são gradual e lentamente resfriadas até alcançar um estado mínimo de energia. Sob outras condições, menos cuidadosas de resfriamento, o material se cristalizaria com uma energia "localmente mínima", frequentemente se traduzindo em imperfeições estruturais. A abordagem do SA é probabilística. O SA não requer informações sobre derivadas e não é afetado por descontinuidades e ou não linearidades. O SA realiza pequenos passos de busca em uma topografia local (descendo encosta); se o passo resulta em uma melhoria na solução, a nova solução é aceita, caso contrário, esta nova solução é aceita com probabilidade que inicialmente é 1. Contudo, com o progresso das iterações, o SA é reduzido a probabilidade de aceitar uma nova solução que não apresenta aprimoramento em relação àquela obtida na iteração anterior.

O SA é muito aplicado em problemas de otimização combinatória podendo inclusive ser combinado com algoritmos genéticos onde a cada geração, após as operações de cruzamento e mutação, para busca local dos valores dos indivíduos através de uma pequena perturbação no valor dos indivíduos.

Algoritmos Genéticos

John Holland e colaboradores da University of Michigan estavam interessados em sistemas complexos artificiais, capazes de adaptarem-se a mudanças de condições ambientais [38]. Sob este ponto de vista, a necessidade da estruturação de sistemas com mecanismos de autoadaptação é enfatizada. Uma população de indivíduos, para adaptar-se coletivamente em um ambiente, deve comportar-se como um sistema natural, onde a sobrevivência é promovida eliminando-se os comportamentos prejudiciais e recompensando-se os comportamentos úteis.

Os algoritmos genéticos são capazes de evitar espertamente os ótimos locais presentes nos problemas com elevada quantidade de alternativas, pois, por meio do conjunto de configurações é possível avaliar simultaneamente várias regiões do mesmo espaço de busca. Essa característica é referida na literatura como paralelismo implícito e responde pelo bom desempenho do método.

O algoritmo deve cumprir as seguintes etapas:

1. Representar adequadamente uma configuração do problema. A mais comum é a representação em codificação binária, em que os operadores genéticos de recombinação e mutação são facilmente simulados;
2. Encontrar uma forma correta de avaliar a função objetivo ou seu equivalente (*fitness*) e identificar as configurações de melhor qualidade;
3. Desenvolver uma estratégia de seleção das configurações que atribua às configurações de melhor qualidade uma maior participação na formação das configurações da nova população;
4. Criar mecanismo que permita implementar o operador genético de recombinação;
5. Implementar o operador genético de mutação e terminar de gerar a nova população;
6. Quando o critério de parada for satisfeito, parar. Caso contrário, voltar ao passo 2.

Trabalho de Holland e colaboradores pode ser visto em [38]. Problema de planejamento de sistemas de transmissão a longo prazo utilizando algoritmos genéticos encontram-se em [21, 32, 34], entre outros.

GRASP

A metaheurística GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) é composta por duas fases associadas em cada iteração: uma fase de construção, em que uma solução candidata é construída por uma heurística gulosa, seguida por uma busca por mínimo local pertencente à vizinhança construída por gula. A melhor solução entre todas as iterações, denominada incumbente, é considerada a solução corrente do problema.

A fase de construção do algoritmo consiste em encontrar uma solução de qualidade para o problema, usando um algoritmo construtivo, escolhendo em cada passo um elemento de uma lista de tamanho k . Em detalhes:

1. Escolher a solução inicial ou corrente;
2. Elaborar uma lista com k variáveis atraentes para essa solução;
3. Escolher uma variável da lista e atualizar a solução corrente com a adição da variável escolhida;
4. Se a solução corrente é factível, ou satisfaz o critério de parada, a fase construtiva terminou. Caso contrário, deve-se elaborar uma nova lista com k variáveis atraentes. Fase de busca local do GRASP consiste em definir uma vizinhança da solução encontrada

na etapa gulosa e aí encontrar uma solução factível de melhor qualidade, após o que se reinicia a busca local redefinindo a nova vizinhança da nova solução. Elevado esforço computacional facilmente se faz necessário.

Para o problema da expansão de sistemas elétricos, o desenvolvimento de um algoritmo GRASP pode ser feito da seguinte forma: na fase gulosa usa-se um algoritmo construtivo do tipo mínimo corte de carga. O processo é iniciado com a topologia do ano de referência e, a cada passo, é adicionado um circuito ao sistema elétrico. Assim, utilizando o modelo DC, resolve-se um problema de programação linear. Deve-se enfatizar que:

- a fase de busca construtiva pode não encontrar uma topologia factível após um número razoável de adições de circuitos. Neste caso, deve-se interromper a busca e optar por outro processo;
- se encontrada uma topologia factível na fase gulosa, parte-se para eliminação de circuitos irrelevantes adicionados nessa fase como ocorre com o algoritmo de mínimo corte de carga ou qualquer outro algoritmo heurístico construtivo.

A fase de busca local consiste na troca de circuitos, isto é, simular a adição de um circuito e a retirada de outro, tentando encontrar uma topologia de melhor qualidade e, em seguida, reiniciar a busca local.

2.4 Uso de Programação Linear em Planejamento de Sistemas de Transmissão

Foram desenvolvidos alguns algoritmos de PL especializados para os problemas de energia elétrica, entre eles aquele de B. Stott e J. L. Marinho [28] uma consequência dos trabalhos iniciais de próprio Stott. Stott e Marinho apresentam um método de programação linear para cálculos de despacho de segurança e controle emergencial em sistemas de potência de grande porte. Segundo os autores, o método é confiável, rápido, flexível, fácil de programar e com esforço computacional pequeno. Trabalha-se diretamente com as variáveis e limites dos sistemas de potência, não se usa variáveis de folga e ou não negatividade. Explora fortemente a esparsidade de matrizes. O método usa curvas de custo de geração multissegmentadas, simples e eficiente.

As características gerais desse método de PL consistem no uso do simplex revisado para o problema dual, bases reduzidas e relaxação. O processo começa através de um ponto de operação inicial do sistema de potência contendo sobrecarga nos ramos. Os limites dos fluxos de ramos violados são impostos um a um, reprogramando otimamente o sistema em cada passo, testando para novas sobrecargas, tendo a chance de relaxar os limites impostos previamente. Assim, caminha-se para a solução final.

Os coeficientes das restrições geralmente apresentam elevada esparsidade, um conjunto reduzido dessas restrições são usadas em alguns estágios num esquema de busca com restrição iterativa. As restrições não esparsas estão presentes apenas para os poucos fluxos de ramos cujos limites foram determinados. O método tem grande eficiência computacional pelo fato do número de ligações dos fluxos de ramo na solução eventual não ser exagerado.

Requer-se uma linearização incremental do modelo de fluxo de carga. A precisão do modelo incremental de fluxo de carga DC é adequada, mas se for necessária alta precisão, a solução do PL pode interagir com a solução do fluxo de carga AC.

Outro PL especializado encontra-se na dissertação de mestrado de Andre Chainho Gandini [36]. Gandini apresenta a metodologia de Stott para resolver problemas de corte de carga oriundo do problema de planejamento. Embora os problemas de planejamento e operação de uma rede de energia sejam de natureza distinta, o problema do corte de carga é de otimização da operação. Gandini primeiro ajusta o problema tomando em cada barra a demanda ou geração líquida e, em seguida, introduz geradores fictícios. A questão que se coloca é determinar o despacho econômico de potência ativa, no qual os únicos custos estão atrelados aos geradores fictícios.

Esse é o problema resolvido por Stott embora com modelagem diferente. Stott realiza uma linearização da rede em torno de um dado ponto de operação, obtido externamente, em geral, a partir de um fluxo de carga AC. A linearização é feita segundo o modelo DC incremental, em torno do ponto de operação. As variáveis de controle são as variações nas injeções líquidas de potência ativa, somente nas barras com injeção de potência controlável. Stott sugere representar cargas como injeções negativas controláveis de potência ativa, quando se desejar considerar o corte de carga como uma das possíveis ações de controle.

Já no problema de corte de carga, a modelagem da rede é DC e não é necessário dispor de um ponto inicial de linearização obtido externamente porque ela é feita sobre toda faixa de operação do sistema. Desta maneira, os limites de geração e transmissão são os limites originais dos componentes do sistema. Outra diferença: no problema de corte de carga são consideradas apenas as reatâncias das linhas de transmissão no fluxo de carga DC enquanto no método de Stott considera-se também as resistências e uma adequada técnica para representar as perdas.

Deve-se olhar também para as redes desconexas, comuns nas rotinas de planejamento, uma vez que a médio prazo poderá ocorrer o acréscimo de novas barras via surgimento, por exemplo, de novas usinas de geração. As novas barras precisam ser conectadas ao sistema de modo ótimo. Embora a ocorrência de ilhamentos não torne o problema infactível (cada carga pode ser atendida pelo gerador fictício instalado na própria barra), torna-o mais difícil por causa da singularidade da matriz B .

Ademais, no problema de operação, os custos de geração são variáveis, permitindo-se, inclusive, a representação completa da curva de custos de geração linearizadas por partes. Já no problema de corte de carga em planejamento, os custos incrementais de geração são zero (geradores reais) ou unitários (geradores fictícios). É permitido dizer que o problema de corte de cargas é um caso particular do problema de operação corretiva que Stott resolve, mas baseado num modelo diferente.

Recentemente, foram desenvolvidas novas pesquisas na tentativa de resolver de forma eficiente problemas de PL resultantes da aplicação de heurísticas e metaheurísticas ao problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Um trabalho desse tipo é apresentado em [35] em que é realizada uma primeira tentativa de resolver problemas de PL relacionados com o modelo DC e sua posterior aplicação para resolver problemas de PL dentro da estrutura do algoritmo heurístico construtivo de mínimo corte de carga. Assim, este trabalho representa uma continuidade daquele. Maiores detalhes sobre modelagem matemática e técnicas de solução relacionadas com o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão

podem ser encontrados em [4, 5, 24].

Capítulo 3

A Metaheurística de Busca em Vizinhança Variável

3.1 Introdução

Neste trabalho usamos o algoritmo de vizinhança variável, VNS (*Variable Neighborhood Search*)[37], para avaliar o desempenho dos algoritmos de PL especializados que aparecem quando usamos metaheurísticas para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão(PEST)a longo prazo. Escolhemos o algoritmo VNS,uma metaheurística pouco usada na otimização de sistemas elétricos e especialmente na solução do problema PEST.

Neste capítulo,inicialmente, apresentamos as principais diferenças entre a otimização usando metaheurísticas (qualquer uma delas) e a clássica. Depois, as características fundamentais do algoritmo VNS, os tipos de algoritmos VNS existentes na literatura especializada e o tipo de algoritmo VNS usado na otimização do problema PEST neste trabalho.

3.2 Características Básicas das Metaheurísticas

Uma metaheurística é uma estratégia de busca através do espaço de candidatas a solução de um problema. A grande vantagem das metaheurísticas sobre as técnicas clássicas de otimização é que as metaheurísticas se adaptam muito mais facilmente nas características de um problema e, mesmo quando a complexidade é alterada, a lógica fundamental de uma heurística não muda de forma significativa [25, 27, 32, 34]. As técnicas clássicas de otimização precisam de um modelo matemático enquanto as metaheurísticas não necessariamente precisam . Quando existem modelos matemáticos as técnicas clássicas geralmente exigem condições adicionais tais como continuidade (às vezes, diferenciabilidade) da função objetivo e das restrições, a convexidade das restrições e da função objetivo para o problema de extremantes . A grande vantagem da otimização clássica é que podem garantir a otimalidade da solução encontrada se as hipóteses necessárias são válidas. Essa garantia não existe nas metaheurísticas. Entretanto, para o modelo DC do problema PEST essas hipóteses não são cumpridas e, portanto, as técnicas clássicas de otimização não podem garantir a convergência para o ótimo global.

Metaheurísticas neste trabalho são estratégias especializadas de dois tipos, isto é, a constru-

tiva e a de busca através de vizinhança. Uma heurística é uma estratégia de otimização que usando um critério de desempenho encontra uma boa solução de um problema complexo. No caso da heurística construtiva, usando uma estratégia de passo a passo e um critério de desempenho encontramos uma solução de boa qualidade. Em cada passo escolhemos um componente da solução e no último passo terminamos de gerar uma solução de boa qualidade [26, 33]. Por outro lado, na heurística de busca através de vizinhança o processo é iniciado a partir de uma solução inicial que se transforma na solução corrente e, a partir dessa solução são geradas as soluções vizinhas usando uma definição de vizinhança. O algoritmo passa para a melhor solução vizinha desde que seja melhor que a solução corrente. O processo é repetido até que a melhor solução vizinha é de pior qualidade que a solução corrente. Nesse caso, o algoritmo de busca através de vizinhança termina o processo de otimização, parando geralmente em um ótimo local. Metaheurísticas tais como o algoritmo das formigas[38] e o algoritmo GRASP representam apenas formas especializadas ou generalizações do algoritmo heurístico construtivo. Por outro lado, praticamente todas as outras metaheurísticas tais como os algoritmos genéticos, busca tabu, o algoritmo PSO (*Particle Swarm Optimization*), o algoritmo de recozimento simulado e o algoritmo VNS são apenas especializações ou sofisticações do algoritmo heurístico de busca através de vizinhanças.

Na utilização das metaheurísticas em geral e particularmente o algoritmo VNS devemos especificar um conjunto de características relacionadas com a sua aplicação na resolução de um tipo de problema complexo. Essas características são as seguintes: (1) uma forma de representação ou de codificação de uma proposta de solução que deve identificar de forma adequada um elemento do espaço de busca, (2) uma forma adequada de identificação da qualidade da solução encontrada, (3) uma forma de identificar se uma proposta de solução é factível ou infactível, (4) uma estratégia de decisão em relação as soluções infactíveis, (5) uma estratégia para encontrar a primeira proposta de solução (ou o primeiro conjunto de soluções) que se transforma na solução corrente, (6) uma forma de caracterização de vizinhança e (7) uma estratégia de escolha do vizinho mais adequado para realizar a transição, isto é, o vizinho que deve ser escolhido como solução corrente. A diferença fundamental entre as metaheurísticas está nesta última característica.

De todas as características mencionadas anteriormente, a mais importante é a escolha de uma forma de representação ou codificação de um elemento do espaço de busca (seria o equivalente da escolha das variáveis de decisão na montagem do modelo matemático na otimização clássica). Essa proposta condiciona as outras características do problema e a qualidade da estratégia geral de otimização. A representação de uma solução deve permitir encontrar o valor da função objetivo ou seu equivalente assim como verificar se a proposta é factível ou infactível. Também a proposta de representação de uma de solução permite especificar a estrutura de vizinhança para realizar as transições através do espaço de busca do problema.

Neste ponto, o assunto central é como contornar o principal problema da heurística de busca através de vizinhança tradicional que termina o processo quando o melhor vizinho é de pior qualidade que a solução corrente. Em outras palavras, como sair de um ótimo local. Para este assunto crucial analisamos apenas três metaheurísticas, isto é, o algoritmo de recozimento simulado (SA de *Simulated Annealing*), o algoritmo de busca tabu (TS de *Tabu Search*) [22] e o algoritmo VNS [39]. O algoritmo SA sai de um ótimo local aceitando de forma probabilística degradar a qualidade da solução corrente, isto é, pode ser realizada a transição para um vizinho de pior qualidade e esse processo é controlado pelo programa de esfriamento do algoritmo SA. Adicionalmente, o algoritmo SA não precisa avaliar todos os vizinhos para re-

alizer a transição, isto é, para cada vizinho identificado e avaliado, devemos proceder ao teste de aceitação probabilístico. Em resumo, o algoritmo TS usa uma lista de atributos proibidos e um critério de aspiração para gerenciar as transições através do espaço de busca e sai dos ótimos locais degradando a solução corrente, isto é, realizando uma transição para uma solução de pior qualidade.

A estratégia fundamental do algoritmo VNS é que não realiza uma degradação da qualidade da solução corrente. Assim, se todas as soluções vizinhas da solução corrente são de pior qualidade então o algoritmo VNS muda a vizinhança na tentativa de encontrar um vizinho de melhor qualidade. Caso essa tentativa fracasse então o algoritmo VNS muda novamente a vizinhança até encontrar uma solução vizinha de melhor qualidade. Observamos nesse contexto que no algoritmo VNS, a solução corrente também é a incumbente (melhor solução encontrada até qualquer instante do processo de busca). Na verdade, no algoritmo VNS, todas as soluções encontradas nas transições através do espaço de busca são soluções incumbentes e, se em algum momento, o processo realiza uma transição para a solução ótima global então o processo de transições termina, sem possibilidade de sair desse ótimo global. Esse tipo de comportamento não acontece com as outras metaheurísticas.

3.3 Aspectos Fundamentais do Algoritmo VNS

A estratégia do algoritmo VNS está inspirada em três observações importantes:

- **Fato 1:** O mínimo local em relação a uma estrutura de vizinhança não é necessariamente também mínimo local para outra estrutura de vizinhança.
- **Fato 2:** O mínimo global é um mínimo local com respeito a todas as estruturas de vizinhança.
- **Fato 3:** Para muitos problemas, os mínimos locais para várias estruturas de vizinhança apresentam composição muito parecidas.

A última observação é de caráter empírico (feita pelos criadores) e particularmente importante na formulação de um algoritmo VNS, implica que uma solução ótima local fornece informação importante em relação ao ótimo global especialmente se a solução ótima local for de excelente qualidade. Existe também a observação empírica de que as soluções ótimas locais geralmente estão concentradas em regiões específicas do espaço de busca. Se as soluções ótimas locais estivessem uniformemente distribuídas no espaço de busca todas as metaheurísticas se tornariam ineficientes. Portanto, se for encontrado um ótimo local na região em que se encontra o ótimo global então uma metaheurística tipo VNS tem grande chance de encontrá-lo. Por outro lado, se o ótimo global se encontra em outra região então a única possibilidade de encontrá-lo é implementando um processo de diversificação para chegar nas proximidades do ótimo global. Por esse motivo um equilíbrio entre intensificação e diversificação no processo de busca pode ser importante em uma metaheurística.

Existe um outro aspecto importante que deve formar parte da lógica de implementação de um algoritmo VNS que está relacionado com a qualidade de um ótimo local. Um ótimo local de função objetivo de melhor qualidade não necessariamente pode ser mais adequado para

tentar encontrar um ótimo global. Supor que existem duas soluções ótimas locais x_a e x_b em que $f(x_a) < f(x_b)$ para o problema de minimização. Na análise tradicional podemos concluir que x_a é um ótimo local de melhor qualidade que x_b . Entretanto, se essas soluções devem ser usadas para iniciar (ou reiniciar) o processo de busca então podemos afirmar que aquela solução com características internas mais próximas da solução ótima global é a mais adequada para iniciar (ou reiniciar) a busca e, portanto, não necessariamente a solução x_a deve ser escolhida. Assim, por exemplo, para o problema PEST a solução ótima local que tiver o maior número de elementos n_{ij} iguais com a solução ótima é a mais adequada para iniciar (ou reiniciar) a busca. Naturalmente, em condições normais não conhecemos a solução ótima.

Entretanto, existem problemas onde a solução ótima é conhecida e existem vários algoritmos heurísticos para encontrar soluções ótimas locais. Nesse contexto, podemos usar a observação anterior para identificar o algoritmo heurístico que produz soluções ótimas locais de melhor qualidade para iniciar a busca usando o algoritmo VNS. Esse tipo de comportamento acontece no problema PEST em que existem instâncias (sistemas elétricos) cujas soluções ótimas são conhecidas e muitos algoritmos heurísticos construtivos para encontrar excelentes soluções ótimas locais. Assim, podemos identificar o melhor algoritmo heurístico construtivo para ser incorporado na estrutura de solução de um algoritmo VNS.

Existem várias formas de implementar o algoritmo VNS e, portanto, podem ser implementados uma família de algoritmos VNS. Denotemos por N_k , ($k = 1, \dots, kmax$), um conjunto finito de estruturas de vizinhança pré-selecionadas e seja $N_k(x)$ o conjunto de soluções ou vizinhos na k -ésima vizinhança de x . Uma solução ótima x_{opt} (ou mínimo global) é uma solução onde o mínimo do problema é alcançado. Dizemos que x' é um mínimo local de um problema com relação a N_k , se não existir solução $x \in N_k(x) \subseteq X$ tal que $f(x) < f(x')$. Assim, a ideia é definir um conjunto de estruturas de vizinhança que podem ser usadas de forma determinística, de forma aleatória ou determinística e aleatória. Essas formas de usar a estrutura de vizinhança produzem algoritmos VNS de desempenhos diferentes.

3.4 Diversos Tipos de Algoritmos VNS

Existem várias propostas de algoritmos VNS que podem ser usados de forma independentes ou integradas em estruturas VNS mais complexas. Neste trabalho apresentamos quatro tipos de algoritmos VNS e são os seguintes: (1) VND, (2) RVNS, (3) BVNS e (4) GVNS.

3.4.1 Algoritmo VND

A forma mais simples de um algoritmo tipo VNS é o VND (Variable Neighborhood Descent). O algoritmo VND está baseado no Fato 1 mencionado anteriormente, isto é, um mínimo local para uma estrutura de vizinhança não é necessariamente mínimo local para outra estrutura de vizinhança. Assim, o ótimo local x' de x na vizinhança $N_1(x)$ não necessariamente é igual ao ótimo local x'' de x para a vizinhança $N_2(x)$. O algoritmo VND assume a seguinte forma:

1. Selecione um conjunto de estruturas de vizinhança N_s , $s = 1, \dots, s_{max}$.
Encontre uma solução inicial x .

2. Faça $s = 1$.
3. Encontre a melhor solução vizinha x' de x , ($x' \in N_s(x)$).
4. Se x' é melhor que x então faça $x = x'$ e $s = 1$ e volte ao passo 3. Caso contrário vá ao passo 5.
5. Fazer $s = s + 1$. Se $s \leq s_{max}$ volte ao passo 3. Caso contrário, pare.

Estrutura básica de um algoritmo VND

Entretanto, esse tipo de algoritmo básico pode ser integrado em uma estrutura mais complexa de algoritmo VNS. Quando o algoritmo VND for usado de forma independente devemos priorizar a busca de soluções de excelente qualidade. Por outro lado, se o algoritmo VND é usado em estruturas mais complexas pode ser mais importante encontrar uma boa solução mais rapidamente.

Em relação ao algoritmo VND devemos fazer as seguintes observações:

- O tamanho da vizinhança é um assunto crítico. Se a vizinhança for muito grande então o algoritmo pode se tornar muito lento. Assim, se o algoritmo VND for usado de forma independente podem ser aceitáveis vizinhanças de cardinalidade elevada (um número elevado de vizinhos). Se o algoritmo VND for usado em uma estrutura VNS mais complexa (ver o algoritmo GVNS) então a vizinhança deve ter cardinalidade não muito grande. Em qualquer contexto pode ser recomendável usar técnicas de redução de vizinhança da mesma forma que no algoritmo TS.
- Em relação ao item anterior, podemos modificar o algoritmo VND para que não seja muito lenta. Observamos que no passo 3, todos os vizinhos são avaliados para identificar o melhor. Assim, apenas o melhor vizinho é comparado com a solução corrente x . Esse passo pode ser mudado de forma que os vizinhos sejam ordenados e assim que for identificado um vizinho melhor que a solução corrente então, devemos realizar a transição. Nesse contexto, o tamanho da vizinhança não é crítico.
- Na lógica do algoritmo VND está implícito que as vizinhanças mudam de tamanho de forma crescente, isto é, a vizinhança N_1 tem menos elementos que a vizinhança N_2 e assim sucessivamente. Assim, a estrutura do algoritmo VND prioriza a vizinhança de menor tamanho, isto é, sempre que for encontrada uma nova incumbente e após executada a transição o algoritmo VND retorna para a vizinhança N_1 . Uma alternativa pode ser avaliar as vizinhanças em sequência, isto é, em cada passo devemos analisar uma estrutura de vizinhança. Essa proposta pode tornar o algoritmo VND mais lento mas enriquece o processo com maior diversificação.
- As estruturas de vizinhança podem não ser suficientes para encontrar o ótimo global. Observamos que as estruturas de vizinhança crescem em complexidade (cada nova estrutura tem um número muito maior de elementos ou vizinhos). Assim, se as estruturas de vizinhança não estão adequadamente projetadas pode não ser possível encontrar as soluções ótimas de problemas complexos. Portanto, definir de forma adequada as estruturas de vizinhança é crucial em algoritmos tipo VNS.

3.4.2 Algoritmo RVNS

O segundo tipo de algoritmo VNS é o chamado RVNS (*Reduced Variable Neighborhood Search*)[37]. Este tipo de algoritmo está inspirado em dois aspectos fundamentais no processo de busca relacionados com a intensificação e a diversificação. Por um lado temos o Fato 3 que afirma que na região de um ótimo local normalmente existem outras soluções ótimas locais que podem ser encontradas a partir de um ótimo local inicial e, portanto, montamos uma estratégia de intensificação para listar esses ótimos locais. Por outro lado, sair de uma região de ótimo local para encontrar um ótimo local de uma região mais distante exige uma estratégia que implique em uma mudança mais radical na caracterização da vizinhança especialmente em problemas que tem característica multimodal. Assim, uma busca que contemple os aspectos de intensificação e diversificação pode permitir encontrar ótimos locais de uma mesma região e pode permitir ao processo de busca sair para ótimos locais de regiões mais distantes do ponto de ótimo local corrente (incumbente). Esse tipo de trabalho foi incorporado no algoritmo RVNS cuja estrutura assume a seguinte forma:

1. Selecione um conjunto de estruturas de vizinhança N_k , $k = 1, \dots, k_{max}$.
Encontre uma solução inicial x .
Escolha um critério de parada.
2. Faça $k = 1$.
3. Gere uma solução x' aleatoriamente da k -ésima vizinhança de x , ($x' \in N_k(x)$).
4. Se x' é melhor que x então fazer $x = x'$ e $k = 1$ e, volte ao passo 3. Caso contrário, vá ao passo 5.
5. Faça $k = k + 1$. Se $k \leq k_{max}$ volte ao passo 3. Caso contrário, vá ao passo 6.
6. Se o critério de parada for satisfeito, pare . Caso contrário , volte ao passo 2.

Estrutura básica de um algoritmo RVNS

Em relação ao algoritmo RVNS devemos fazer as seguintes observações:

- No passo 3 é escolhido de forma aleatória um vizinho da solução corrente para uma certa estrutura de vizinhança. Lembremos que a solução corrente geralmente é um mínimo local. Nesse contexto, uma escolha aleatória pretende encontrar uma solução na vizinhança próxima da solução corrente ou uma solução correspondente a uma outra região de ótimo local distante da solução corrente.
- Outro aspecto crucial é quanto devemos insistir na busca na vizinhança de um ótimo local. Por um lado temos o Fato 2 que estipula que em muitos problemas um ótimo local geralmente se encontra muito próximo de outras soluções ótimas locais e localizados em pequenas regiões do espaço de busca. Portanto, quando for encontrado um ótimo local então essa solução contém informação implícita das outras soluções ótimas locais e provavelmente da própria solução ótima global. Assim, é natural explorar inicialmente

nas proximidades de um ótimo local. Entretanto, se essa região de ótimo local se encontra muito distante de outras regiões de ótimo local a estratégia de busca local pode não ser suficiente para sair dessa região de ótimo local. Portanto, pode ser necessário adicionar uma nova estratégia no processo de busca. Essa possibilidade é introduzida no algoritmo RVNS.

- No algoritmo RVNS escolhemos um conjunto de estruturas de vizinhança N_k , $k = 1, \dots, k_{max}$ caracterizadas em relação com a solução corrente x (que pode ou não ser um ótimo local). Geralmente essas vizinhanças estão aninhadas, isto é, os elementos da vizinhança N_1 também são elementos na vizinhança N_2 e assim sucessivamente. Nesse contexto, escolhemos aleatoriamente um vizinho na primeira vizinhança. Se esse vizinho escolhido é melhor que a solução corrente então esse vizinho a substitui e reiniciamos o processo de busca a partir da nova incumbente. Em caso contrário, passamos para o seguinte nível de vizinhança. Se for realizada a transição em um nível superior de vizinhança então a busca volta para o primeiro nível. Depois que todos os níveis de vizinhança são avaliados o processo volta para o primeiro nível e o processo de busca deve continuar até cumprir um critério de parada.
- Como as vizinhanças são cada vez maiores em tamanho então o algoritmo RVNS explora com maior frequência vizinhanças de níveis elevados já que em cada nível de vizinhança não é avaliada inteira como acontece com o algoritmo VND. No algoritmo RVNS escolhemos apenas um vizinho e se esse vizinho for de melhor qualidade então voltamos para o primeiro nível de vizinhança e continuamos com o processo de intensificação. Em caso contrário passamos para o seguinte nível. Assim, a vizinhança no algoritmo RVNS pode ser maior em tamanho e complexidade quando comparado com o algoritmo VND.

Devemos observar que o algoritmo RVNS produz uma escolha de vizinhos mais dinâmica escolhendo vizinhos de todas as estruturas de vizinhança (diversificação) e priorizando a primeira estrutura de vizinhança (intensificação) nas fases iniciais da busca. Entretanto, uma componente importante da estrutura RVNS é a capacidade de encontrar novas regiões promissoras a partir de um ótimo local. O algoritmo RVNS também pode ser usado de forma independente ou pode ser integrado em uma estrutura mais complexa de algoritmo VNS.

3.4.3 Algoritmo BVNS

O terceiro tipo de algoritmo VNS é o chamado BVNS (*Basic Variable Neighborhood Search*)[37]. O algoritmo BVNS tenta integrar as características dos algoritmos VND e RVNS. Por um lado, o algoritmo VND permite encontrar soluções ótimas locais de boa qualidade e, por outro lado, o algoritmo RVNS permite encontrar novas regiões promissoras a partir de um ótimo local. Assim, juntando essas características podem ser formulados dois tipos de algoritmos VNS que geralmente apresentam excelente desempenho. Esses algoritmos são chamados de Basic Variable Neighborhood Search (BVNS) e General Variable Neighborhood Search (GVNS). A estrutura do algoritmo BVNS assume a seguinte forma:

1. Selecione um conjunto de estruturas de vizinhança N_k , $k = 1, \dots, k_{max}$.
 Encontre uma solução inicial x .
 Escolha um critério de parada.

2. Faça $k = 1$.
3. Gere uma solução x' aleatoriamente da k -ésima vizinhança de x , ($x' \in N_k(x)$).
4. Implemente uma busca local a partir de x' . Seja x'' o ótimo local desse processo de busca.
5. Se x'' é melhor que x então faça $x = x''$, $k = 1$ e, volte ao passo 3. Caso contrário, vá ao passo 6.
6. Faça $k = k + 1$. Se $k \leq k_{max}$ volte ao passo 3. Caso contrário, vá ao passo 7.
7. Se o critério de parada for satisfeito, pare. Caso contrário, volte ao passo 2.

Estrutura básica de um algoritmo BVNS

Em relação ao algoritmo RVNS devemos fazer as seguintes observações:

O algoritmo BVNS combina a busca local com mudanças sistemáticas da vizinhança em torno do ótimo local encontrado.

A lógica de trabalho do algoritmo BVNS é muito interessante. Inicialmente devemos escolher as k estruturas de vizinhança. O processo de otimização é iniciado de uma solução x e na vizinhança $N_1(x)$. Na sequência escolhemos de forma aleatória um vizinho x' de x em $N_1(x)$. A partir de x' é iniciado um processo de busca local para encontrar um ótimo local x'' . Nesse contexto podem acontecer 3 casos: (1) se $x'' = x$ significa que x já era o ótimo local dessa região e, portanto, devemos mudar para outro nível de vizinhança ($N_2(x)$ neste caso); (2) se x'' é de pior qualidade que x então foi encontrado um ótimo local de pior qualidade que a incumbente x e também devemos mudar de vizinhança; e (3) se x'' é de melhor qualidade que x então significa que foi encontrada uma solução melhor que a incumbente e, portanto, devemos atualizá-la e reiniciar a busca permanecendo na vizinhança $N_1(x)$. Se no processo de otimização atingimos o último nível de vizinhança sem encontrar uma solução melhor que a incumbente então o processo volta a busca no primeiro nível de vizinhança. O processo termina quando se cumpre um critério de parada. O critério de parada pode ser especificado de várias formas tais como: (1) tempo máximo de computação, (2) número máximo de iterações ou (3) um número máximo de iterações sem a mudança da incumbente.

Em qualquer iteração do processo sempre que a busca local encontra uma nova incumbente voltamos para a vizinhança $N_1(x)$ e sempre que a busca local encontra uma solução de igual ou pior qualidade que a incumbente então mudamos para uma vizinhança mais complexa. Essa estratégia e a escolha aleatória do vizinho da incumbente x evita ciclagem e permite encontrar ótimos locais distantes da incumbente corrente.

A estratégia de busca local do passo 4 do algoritmo BVNS pode ser qualquer heurística. Entretanto a busca local também pode usar um algoritmo VNS. Assim, o BVNS pode ser transformado em um algoritmo mais geral chamado GVNS (it General Variable Neighborhood Search)[37]. O GVNS é obtido generalizando o BVNS simplesmente usando um algoritmo VND como estratégia de busca local e usando um algoritmo RVNS para melhorar a solução inicial usada para iniciar a busca.

3.4.4 Algoritmo GVNS

O algoritmo GVNS é uma generalização do BVNS em que a busca local é realizada por um algoritmo VND e a solução inicial é melhorada por um RVNS. Assim, o algoritmo GVNS assume a seguinte forma:

1. Selecione um conjunto de estruturas de vizinhança $N_k, k = 1, \dots, k_{max}$ que deve ser usado na estrutura principal do algoritmo GVNS.
Escolha um critério de parada para a estrutura principal do algoritmo GVNS.
Selecione um conjunto de estruturas de vizinhança $N_p, p = 1, \dots, p_{max}$ que deve ser usado na estrutura do algoritmo RVNS.
Escolha um critério de parada para o algoritmo RVNS.
Selecione um conjunto de estruturas de vizinhança $N_s, s = 1, \dots, s_{max}$ que deve ser usado na estrutura do algoritmo VND.
Encontre uma solução inicial x .
2. Faça $p = 1$.
3. Gere uma solução x' aleatoriamente da p -ésima vizinhança de $x, (x' \in N_p(x))$.
4. Se x' é melhor que x então faça $x = x', p = 1$ e, volte ao passo 3. Caso contrário, vá ao passo 5.
5. Faça $p = p + 1$. Se $p \leq p_{max}$ volte ao passo 3. Caso contrário, vá ao passo 6.
6. Se o critério de parada não for satisfeito voltar ao passo 2. Caso contrário, ir ao passo 7 (foi encontrada a melhor solução inicial obtida pelo algoritmo RVNS).
7. Faça $k = 1$.
8. Gere uma solução x' aleatoriamente da k -ésima vizinhança de $x, (x' \in N_k(x))$.
9. Faça $s = 1$.
10. Encontre o melhor vizinho x'' de x' em $N_s(x)$.
11. Se x'' é melhor que x' então faça $x' = x'', s = 1$ e, voltar ao passo 10. Caso contrário, vá ao passo 12.
12. Faça $s = s + 1$. Se $s \leq s_{max}$ voltar ao passo 10. Caso contrário, vá ao passo 13 (foi encontrado um ótimo local pelo algoritmo VND).
13. Se x' é melhor que x então faça $x = x', k = 1$ e, volte ao passo 8. Caso contrário, vá ao passo 14.
14. $k = k + 1$
Se $k \leq k_{max}$ volte ao passo 8. Caso contrário, vá ao passo 15.
15. Se o critério de parada for satisfeito, pare . Caso contrário, volte ao passo 7.

Estrutura básica de um algoritmo GVNS

Todas as observações realizadas para o algoritmo BVNS permanecem válidas no GVNS. Como foi mencionado anteriormente, a mudança fundamental está na fase de melhoria inicial da solução inicial usando um RVNS e na fase de busca local que é realizada usando um algoritmo VND. Existem outros algoritmos ou estruturas mais complexas baseadas na lógica do VNS que fogem do escopo deste trabalho.

Em relação ao algoritmo GVNS, podemos fazer as seguintes observações:

- As três estruturas de vizinhança presentes no algoritmo GVNS devem ser adequadamente projetadas para que o algoritmo GVNS encontre a solução ótima global ou soluções quase-ótimas. Nesse projeto, notamos que a ideia fundamental consiste em encontrar as melhores regiões de ótimo local e o mais rapidamente possível. Na verdade a única forma de garantir que o processo não fique estacionado em um ótimo local é quando a união de todas as estruturas de vizinhança reproduzem o espaço de busca completo.
- Existe ainda a questão de como proceder se as estruturas de vizinhança geram vizinhos ineficazes. Este incômodo aparece com muita frequência como no caso do problema PEST. Uma alternativa simples é descartar as soluções vizinhas ineficazes. Outra alternativa, muito usada em outras metaheurísticas, é penalizar a função objetivo incorporando as ineficazidades na função objetivo.

Maiores detalhes teóricos sobre o algoritmo VNS podem ser encontrados em [39, 40, 41].

3.5 Algoritmo VNS Implementado

Neste trabalho foi implementado um tipo de algoritmo VNS para resolver dois modelos do problema PEST: (1) o modelo de transportes e (2) o modelo DC.

Assim, mostramos de forma separada os dois aspectos fundamentais do algoritmo VNS, isto é, os aspectos básicos da metaheurística e o algoritmo VNS implementado.

3.5.1 Aspectos Básicos da Metaheurística

Nesta parte mostramos os detalhes relacionados com os tópicos básicos que devem ser definidos antes da implementação da metaheurística, tais como a representação ou codificação de uma proposta de solução, a forma de encontrar o valor da função objetivo de cada proposta de solução, a identificação de ineficazidades e como tratá-las, a forma de definir as estruturas de vizinhança, entre outros. Para ilustrar alguns detalhes da escolha e implementação desses tópicos usamos um sistema elétrico de pequeno porte mostrado na figura 3.1. Na figura 3.1 aparecem apenas as linhas existentes na topologia base e podem ser adicionadas linhas de transmissão entre qualquer par de barras do sistema elétrico.

A representação ou codificação de uma proposta de solução do problema PEST é realizada escolhendo apenas os valores das variáveis inteiras n_{ij} que corresponde ao número de linhas de

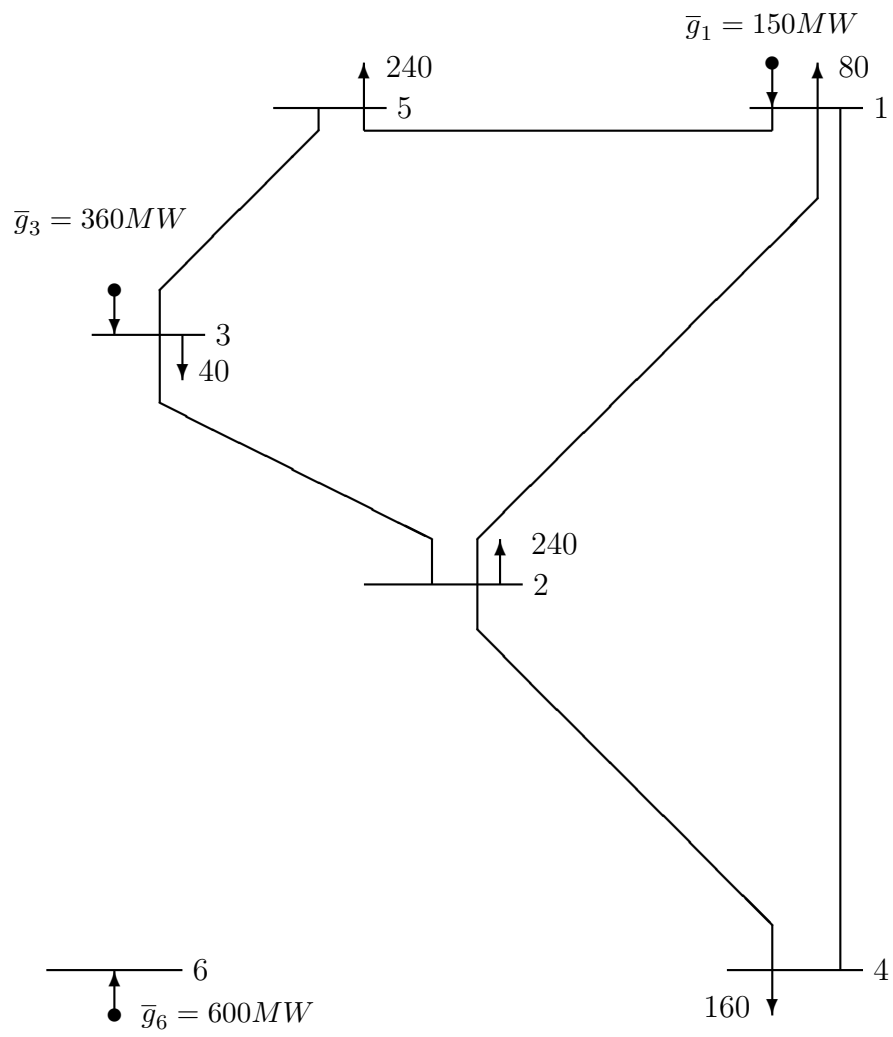


Figura 3.1: Sistema de 6 barras.

transmissão que devem ser construídas no caminho ij . Observamos que se os valores de n_{ij} são fixados então o modelo matemático do problema PEST se reduz a um simples problema de programação linear (PL). A solução desse problema indica apenas se a proposta de solução é factível ou infactível, isto é, se a proposta de solução apresenta corte de carga ou não.

Para ilustrar a forma de representação ou codificação de uma proposta de solução vamos supor que existe uma proposta de solução que é mostrada na figura 3.2. Podemos verificar que foram adicionadas as seguintes linhas de transmissão: $n_{12} = n_{23} = n_{26} = n_{35} = 1$ e $n_{46} = 2$. Essa proposta de solução pode ser representada por um vetor da seguinte forma:

$n =$	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6	2-3	2-4	2-5	2-6	3-4	3-5	3-6	4-5	4-6	5-6	←Caminhos
	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	2	0	

Figura 3.2: Codificação de caminhos.

Uma vez escolhida a proposta de solução especificada por um vetor com a estrutura mostrada anteriormente, devemos encontrar o valor da função objetivo. Assim, para uma proposta de investimento $n = \{n_{ij}^k\}$, a função objetivo pode ser facilmente calculada usando a seguinte relação:

$$v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij}^k$$

A tarefa mais demorada é verificar se a proposta de solução é factível ou não, isto é, se apresenta ou não corte de carga. Como foi mencionado anteriormente, essa verificação é obtida resolvendo um problema de PL. Para o modelo de transportes, o problema de PL que deve ser resolvido assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } w &= \sum_{k \in \Omega_c} r_k && (3.1) \\
 \text{s.a.} & && \\
 S f + g + r &= d && \\
 -(n_{ij}^1 + n_{ij}^o) \bar{f}_{ij} &\leq f_{ij} \leq (n_{ij}^1 + n_{ij}^o) \bar{f}_{ij} && \\
 0 &\leq r \leq d && \\
 0 &\leq g \leq \bar{g} && \\
 \forall (i, j) &\in \Omega &&
 \end{aligned}$$

onde as grandezas mostradas já foram definidas exceto n_{ij}^1 que identifica a proposta de investimento especificada e fixada pela metaheurística, Ω_c que identifica as barras de demanda ou carga e w é o corte de carga no sistema para a proposta de solução apresentada pela metaheurística.

Resolver de forma eficiente o PL mostrado no sistema (3.1) é uma das principais contribuições deste trabalho. Para cada proposta de solução devemos resolver um problema de PL e uma metaheurística pode precisar resolver milhares de problemas desse tipo. Adicionalmente, esses problemas de PL são muito parecidos e, portanto, aproveitamos a solução e o

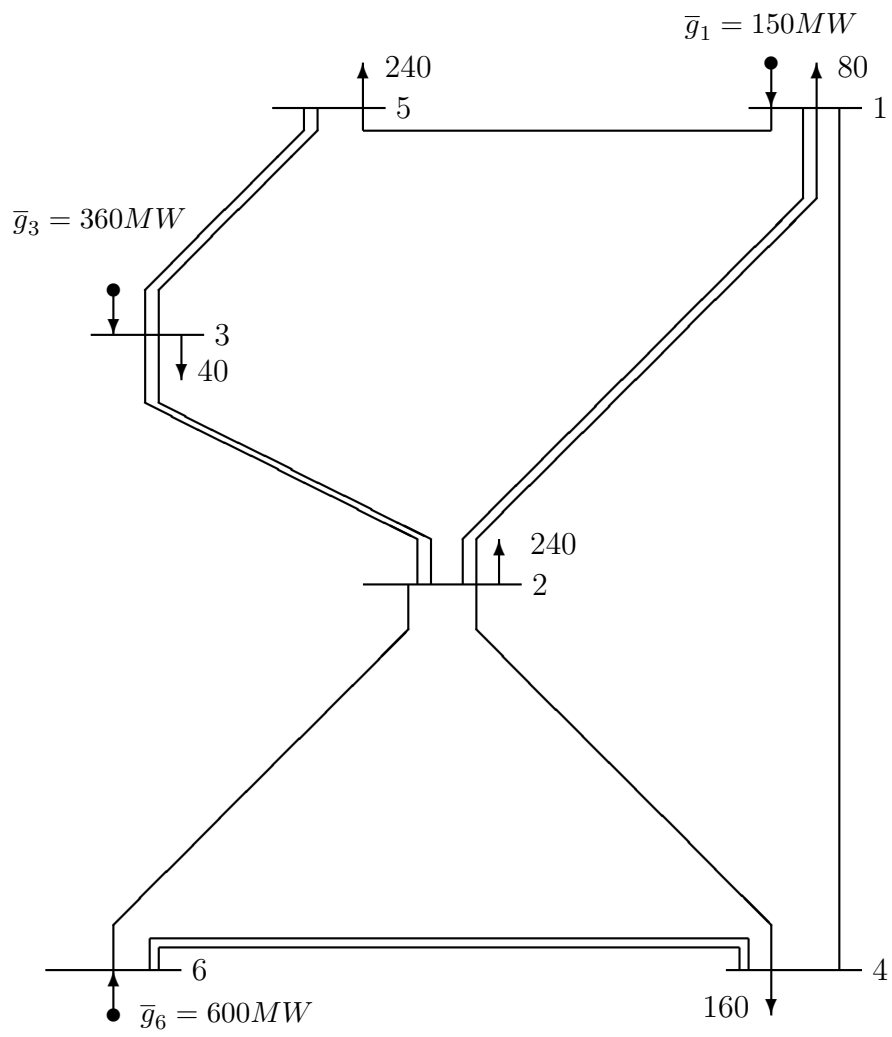


Figura 3.3: Sistema de 6 barras.

quadro ótimo de um desses PLs para resolver de forma eficiente outros problemas de PL. Adicionalmente, devemos observar que resolver esses PL geralmente exige mais de 90 % do tempo de processamento requerido por uma metaheurística. Esses tópicos são desenvolvidos em um capítulo separado.

Para o modelo DC, o problema de PL que deve ser resolvido assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\text{Min } w &= \sum_{k \in \Omega_c} r_k & (3.2) \\
\text{s.a.} & \\
& S f + g + r = d \\
& f_{ij} - \gamma_{ij}(n_{ij}^1 + n_{ij}^o)(\theta_i - \theta_j) = 0 \\
& -(n_{ij}^1 + n_{ij}^o)\bar{f}_{ij} \leq f_{ij} \leq (n_{ij}^1 + n_{ij}^o)\bar{f}_{ij} \\
& 0 \leq r \leq d \\
& 0 \leq g \leq \bar{g} \\
& \theta_j \text{ irrestritos } \forall (i, j) \in \Omega
\end{aligned}$$

onde as grandezas mostradas já foram definidas anteriormente. Todas as observações realizadas para o PL do modelo de transportes são válidas para o modelo DC. Observamos que o PL do sistema (3.2) é diferente do problema de PL do sistema (3.1). A diferença está no conjunto de restrições de igualdade $f_{ij} - \gamma_{ij}(n_{ij}^1 + n_{ij}^o)(\theta_i - \theta_j) = 0$. A resolução eficiente do PL do sistema (3.2) e a incorporação dessa técnica de resolução em um algoritmo VNS também é uma das principais contribuições deste trabalho. Este tema é desenvolvido em um capítulo separado.

Após resolver o PL e conhecer o corte de carga para uma proposta de solução já é possível avaliar todos os vizinhos de uma proposta de solução e separar as propostas factíveis das infactíveis e também já se conhece o custo de cada proposta de expansão. Portanto falta apenas definir as estruturas de vizinhança e o algoritmo VNS que deve ser usado para resolver o problema PEST. Esses tópicos são abordados na seguinte subseção.

3.5.2 Algoritmo VNS Implementado

O VNS implementado para resolver o problema PEST é uma versão modificada do algoritmo VND. Assim, a estrutura do algoritmo VNS usado assume a seguinte forma:

1. Selecione um conjunto de estruturas de vizinhança N_k , $k = 1, \dots, k_{max}$.
 Encontre uma solução inicial n^o , que se transforma na solução corrente n , usando um algoritmo heurístico construtivo eficiente para cada modelo do problema PEST (modelo de transportes e modelo DC).
2. Faça $k = 1$.
3. Encontre a melhor solução vizinha n' de n , ($n' \in N_k(n)$).
4. Se n' é melhor que n então faça $n = n'$, $k = 1$ e volte ao passo 3. Caso contrário vá ao passo 5.

5. Faça $k = k + 1$. Se $k \leq k_{max}$ volte ao passo 3. Caso contrário, pare.

Estrutura básica de um algoritmo VNS implementado

No algoritmo VNS apresentado, o passo 3 é o mais crítico em relação a tempo de processamento. Nesse passo devemos avaliar a qualidade de todos os vizinhos para identificar o melhor deles. Para avaliar a qualidade de cada vizinho devemos resolver um problema de PL. Assim, se em determinado momento do processo entramos no passo 3 para análise em vizinhança $N_2(n)$ em que existem, digamos, 150 vizinhos com custos de expansão atraentes então devemos resolver 150 problemas de PL. Observamos também que a estrutura desses problemas de PL são muito parecidas e, portanto, conhecendo a solução de um problema de PL, resolveremos de forma mais eficiente todos os outros. O desenvolvimento de técnicas eficientes de resolução desses problemas de PL, para os modelos de transporte e DC, representam as principais contribuições deste trabalho e esses tópicos são apresentados nos capítulos 4 e 5.

Reforçamos que o algoritmo tipo VNS proposto é um algoritmo VND com uma ligeira mudança. A mudança mais importante consiste em propor encontrar a topologia inicial usando um algoritmo heurístico construtivo (AHC) eficiente. Para cada um dos modelos matemáticos do problema PEST existem muitos AHC disponíveis na literatura especializada. Lembramos que uma das hipóteses fundamentais do algoritmo VNS é chegar o mais rápido possível a uma região de ótimo local de grande qualidade. Assim, a forma mais rápida de chegar a uma região desse tipo é usando um AHC eficiente. Neste trabalho foram usados os seguintes AHC:

- O AHC de Garver para resolver o modelo de transportes.
- O AHC de Villasana-Garver-Salon para resolver o modelo DC.

As características desses AHC foram apresentadas em detalhe no capítulo 2.

Também observamos que o objetivo deste trabalho não é desenvolver uma metaheurística eficiente e especializada. Assim, caso haja pretensão de desenvolver no futuro um algoritmo GVNS especializado para o problema PEST, todas as principais contribuições deste trabalho, isto é, a resolução eficiente dos PL que aparecem no processo iterativo de um algoritmo VNS permanecem válidos porque não muda de forma importante a estrutura dos problemas de PL devem ser resolvidos.

Finalmente, um último aspecto a considerar é a estrutura de vizinhança usada para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Neste ponto existem duas propostas a serem implementadas: (1) uma proposta de vizinhança visando apenas o circuito ou linha de transmissão e (2) a proposta de vizinhança visando caminhos. A proposta que visa vizinhança de circuitos ou linhas de transmissão basicamente realiza trocas de circuitos (adição e/ou retirada de linhas de transmissão). Assim, para cinco níveis de vizinhança podemos elaborar as seguintes estruturas de vizinhança:

- Vizinhança $N_1(n)$: Retirada de uma linha de transmissão de um caminho.
- Vizinhança $N_2(n)$: Troca de duas linhas de transmissão (adição de uma linha de transmissão de um caminho e retirada de uma linha de transmissão de outro caminho).

- Vizinhança $N_3(n)$: Troca de três linhas de transmissão (adição de uma linha de transmissão de um caminho e retirada de duas linhas de transmissão de outro caminho ou adição de duas linhas de transmissão de um caminho e retirada de uma linha de transmissão de outro caminho).
- Vizinhança $N_4(n)$: Troca de quatro linhas de transmissão (adição de uma linha de transmissão de um caminho e retirada de três linhas de transmissão de outro caminho, ou adição de duas linhas de transmissão de um caminho e retirada de duas linhas de transmissão de outro caminho, ou adição de três linhas de transmissão de um caminho e retirada de uma linha de transmissão de outro caminho).
- Vizinhança $N_5(n)$: Troca de quatro linhas de transmissão (adição de uma linha de transmissão de um caminho e retirada de quatro linhas de transmissão de outro caminho, ou adição de duas linhas de transmissão de um caminho e retirada de três linhas de transmissão de outro caminho, ou adição de três linhas de transmissão de um caminho e retirada de duas linhas de transmissão de outro caminho, ou adição de quatro linhas de transmissão de um caminho e retirada de uma linha de transmissão de outro caminho).

A estrutura de vizinhança visando caminhos está fora do escopo deste trabalho e não foi implementado computacionalmente. Finalmente, observamos que não se resolve problemas de PL para toda solução vizinha gerada pelas estruturas de vizinhança. Para o caso em que uma solução vizinha gere uma proposta de solução com investimento em expansão maior que o custo de expansão da solução corrente (verificada de forma trivial) não é necessário resolver um problema de PL, já que essa proposta é de pior qualidade que a solução corrente. Esse fato reduz de forma considerável o tempo de processamento e já pode ser considerado como uma forma rudimentar de técnica de redução de vizinhança. A implementação de técnicas de redução de vizinhança especializadas também está fora do nosso escopo. Também, neste trabalho, as propostas de solução infactível (com corte de carga) são descartadas e, portanto, não é usada a técnica de penalização da função objetivo para propostas de solução infactíveis.

Capítulo 4

Problema de Programação Linear para o Modelo de Transportes

4.1 Introdução

Neste capítulo analisamos em detalhes os aspectos teóricos e a implementação computacional da resolução eficiente dos problemas de PL que aparecem quando usamos o algoritmo VNS apresentado no capítulo anterior para resolver o modelo de transportes do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, o problema PEST. Assim, inicialmente apresentamos novamente o modelo de PL a ser resolvido, depois mostramos a estratégia de resolução. Também mostramos os detalhes de implementação computacional. Alguns tópicos relacionados com este capítulo foram deixados para o Apêndice. Entre esses tópicos encontram-se o método dual simplex canalizado para resolver problemas de PL e os exemplos ilustrativos. Os tópicos apresentados neste capítulo estão entre as principais contribuições deste trabalho.

Devemos observar que o tipo de PL que mostraremos e analisaremos neste capítulo deve ser resolvido milhares ou centenas de milhares de vezes no caso de sistemas elétricos complexos e de grande porte. Todos esses problemas são muito parecidos. Assim, o aspecto crucial a ser analisado é como encontrar a forma mais eficiente de resolver esses problemas de PL. Nesse contexto, a estratégia fundamental é resolvê-los aproveitando a solução ótima e o quadro simplex ótimo de um problema de PL já resolvido. Portanto, nessa proposta normalmente existe uma estratégia para resolver o primeiro PL e uma estratégia para resolver os outros. Devemos observar que um trabalho relativamente parecido é realizado quando pretendemos resolver um problema de programação linear inteiro misto usando um algoritmo *branch and bound*. Nesse caso, todos os problemas de PL correspondente a cada nó da árvore de *branch and bound* são muito parecidos e a única diferença é nos limites das variáveis canalizadas. Também, sabemos que nesse caso o primeiro problema de PL, chamado P_o pode ser resolvido usando uma estratégia independente (algoritmo primal simplex ou dual simplex) mas a única forma eficiente de resolver os outros problemas de PL é usando um método dual simplex canalizado e, a solução ótima e o quadro ótimo do problema de PL antecessor ou do problema P_o . Assim, a estratégia apresentada tem algumas semelhanças com o desenvolvimento de algoritmos *branch and bound* especializados mas é significativamente diferente. Entretanto, ambos usam o método dual simplex canalizado como estratégia fundamental para resolver os problemas de PL.

4.2 O Tipo de Problema de Programação Linear

Nos capítulos 2 e 3 foi mostrado o tipo de PL que deve ser resolvido quando tratamos do modelo de transportes do problema PEST usando uma metaheurística e, particularmente, o algoritmo VNS apresentado no capítulo anterior. Assim, para uma proposta de investimento n_{ij}^k especificada pelo algoritmo VNS e que corresponde ao PL de cada solução vizinha da solução corrente no passo 3, devemos resolver o seguinte PL:

$$\text{Min } w = \sum_{k \in \Omega_c} r_k \quad (4.1)$$

s.a.

$$S f + g + r = d \quad (4.2)$$

$$-(n_{ij}^1 + n_{ij}^o) \bar{f}_{ij} \leq f_{ij} \leq (n_{ij}^1 + n_{ij}^o) \bar{f}_{ij} \quad (4.3)$$

$$0 \leq r \leq d \quad (4.4)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (4.5)$$

$$\forall (i, j) \in \Omega$$

Para analisar o PL mostrado vamos supor que estamos resolvendo o caso correspondente a um sistema elétrico com n_b barras, n_l caminhos onde podem ser construídas linhas de transmissão, n_g barras de geração e n_c barras de demanda. Assim, o PL mostrado tem n_b restrições de igualdade correspondente ao conjunto de restrições $S f + g + r = d$, $2 n_l$ restrições de desigualdade correspondente ao conjunto de restrições $-(n_{ij}^1 + n_{ij}^o) \bar{f}_{ij} \leq f_{ij} \leq (n_{ij}^1 + n_{ij}^o) \bar{f}_{ij}$, n_c restrições de desigualdade correspondente ao conjunto de restrições $r \leq d$ e n_g restrições de desigualdade correspondentes ao conjunto de restrições $g \leq \bar{g}$, além das restrições triviais de não negatividade nas variáveis em r e g . Também devemos observar que geralmente n_l é muito maior que n_b . Observamos que a matriz S é uma matriz altamente esparsa e em cada coluna apenas existem dois elementos diferentes de zero, um de valor 1 e outro de valor -1. A função objetivo tem apenas as variáveis tipo r (os geradores artificiais) e essas variáveis têm coeficientes unitários.

Em relação ao PL mostrado anteriormente e as possíveis formas de solução desse PL podemos realizar as seguintes observações:

- A forma mais ineficiente de resolver o PL é usando um algoritmo primal simplex tradicional. Nesse caso, o tamanho da base do quadro simplex é $2n_l + n_b$ e não é possível usar o quadro ótimo de um PL para resolver um novo problema porque seria destruída a factibilidade .
- Uma alternativa melhorada mas ainda ineficiente é usar um algoritmo primal simplex canalizado. Nesse caso, o tamanho da base do quadro simplex é n_b e não é possível usar o quadro ótimo de um PL para resolver um novo problema porque seria destruída a factibilidade .
- Uma alternativa eficiente, assim como nos algoritmos *branch and bound*, é obviamente usar um algoritmo dual simplex canalizado para resolver o PL. Neste caso, o tamanho da base é igual a n_b . Para tornar a estratégia ainda mais eficiente o próximo passo

consiste em avaliar a possibilidade de resolver esse PL sem a necessidade de Fase I que pode ser necessário na resolução de muitos problemas. Neste trabalho mostramos que é possível resolver o PL em análise sem necessidade de Fase I desde que seja escolhida adequadamente a base inicial.

- Um último assunto fundamental é que se for usado um algoritmo dual simplex canalizado para resolver todos os problemas de PL então, podemos aproveitar a solução ótima de um PL assim como o quadro ótimo desse PL para resolver os outros problemas de PL. Neste trabalho mostramos que se os problemas de PL diferem apenas nas variáveis de expansão n_{ij}^k então a otimalidade do quadro ótimo de um PL continua sendo preservada para os outros problemas, isto é, a mudança de valores das variáveis n_{ij}^k de um problema de PL para outro não destrói a otimalidade do quadro simplex. Assim, podemos usar o quadro ótimo de um PL como quadro simplex inicial de outro PL se for usado um algoritmo dual simplex canalizado para resolver todos os problemas de PL.

Em resumo, a melhor estratégia para resolver os problemas de PL em análise é usar um algoritmo dual simplex canalizado que dispense o uso de Fase I usando uma estratégia eficiente na montagem do quadro simplex inicial. Podemos usar o quadro ótimo de um PL como quadro simplex inicial para resolver os novos problemas de PL. Na próxima seção discutimos essa estratégia de forma detalhada.

4.3 Resolução Eficiente dos Problemas de Programação Linear

Nesta seção analisamos uma forma eficiente de resolver os problemas de PL. Para uma apresentação mais adequada da proposta separamos a análise em duas partes: (1) forma de resolver o primeiro problema de PL e, (2) forma de resolver os outros problemas de PL. Finalmente apresentamos a proposta na forma de um algoritmo.

4.3.1 Resolução do Primeiro Problema de Programação Linear

A proposta consiste em resolver o primeiro problema de PL usando um algoritmo dual simplex canalizado sem necessidade de Fase I. Assim, devemos mostrar a estratégia que permite montar um quadro simplex inicial que necessariamente satisfaz otimalidade mas não necessariamente a factibilidade. Em outras palavras, devemos montar uma base inicial B que permita montar um quadro inicial em que os coeficientes de custo relativo de todas as variáveis não básicas satisfaçam o critério de otimalidade, isto é, todos os coeficientes de custo relativo das variáveis não básicas no limite superior são maiores ou iguais a zero e todos os coeficientes de custo relativo das variáveis não básicas no limite inferior são menores ou iguais a zero de acordo com a terminologia tornada clássica por Bazaraa [42]. Se for cumprida essa exigência então temos um quadro simplex que cumpre com a otimalidade e, portanto, não precisa de Fase I.

Um outro tópico que devemos analisar é uma estratégia eficiente de fixação das variáveis não básicas na montagem desse quadro simplex inicial. De acordo com a teoria do método simplex para resolver problemas de PL, as variáveis básicas podem assumir qualquer valor entre

seus limites mas as variáveis não básicas devem ser fixadas no limite inferior ou no superior. Obviamente, na montagem do quadro simplex inicial as variáveis básicas podem apresentar algum limite violado. O algoritmo dual simplex canalizado deve encontrar uma solução ótima com todas as variáveis básicas nos seus limites adequados. Entretanto, podemos desenvolver uma estratégia que permita fixar algumas variáveis não básicas no limite mais provável (inferior ou superior) diminuindo o número de variáveis básicas que devem ter algum limite violado na montagem do quadro simplex inicial. Essa estratégia visa diminuir o número de iterações do algoritmo dual simplex canalizado para encontrar a solução ótima do primeiro problema de PL.

A escolha da base inicial que elimina a necessidade de Fase I na resolução do problema de PL é relativamente simples. A proposta consiste em escolher a base inicial com $(nb - 1)$ colunas da matriz S correspondentes a um subconjunto de $(nb - 1)$ variáveis tipo f_{ij} e as outras $(nl - nb + 1)$ seriam variáveis não básicas. Para completar as variáveis básicas escolhemos o gerador de maior capacidade por motivos que justificamos adiante. Também são variáveis não básicas as $(ng - 1)$ variáveis tipo g e as nc variáveis tipo r . Em resumo, temos n_b variáveis básicas e $(nl - nb + ng + nc)$ variáveis não básicas. O assunto fundamental agora é como escolher as nb variáveis básicas. Nessa escolha devemos levar em conta prioritariamente as variáveis básicas com maior possibilidade de continuarem na base no quadro simplex ótimo do PL. A exigência é uma proposta para diminuir o número de iterações simplex para encontrar a solução ótima. É óbvio que se a maioria das variáveis básicas do quadro simplex inicial permanecem como variáveis básicas no quadro ótimo do PL então menos iterações serão necessárias para resolver o PL. Devemos observar que o posto da matriz S é $(n(b - 1))$, isto é, a matriz S tem apenas $(n(b - 1))$ linhas ou colunas linearmente independente e por esse motivo não podemos escolher nb variáveis básicas tipo f_{ij} . Portanto, na formação da base escolhemos apenas $(n(b - 1))$ variáveis básicas tipo f_{ij} . A outra variável básica escolhida para completar a base é a variável tipo g da geradora de maior capacidade. Essa escolha aumenta a possibilidade de que essa variável continue sendo básica no quadro ótimo do PL que está sendo resolvido.

Para satisfazer as condições mencionadas anteriormente, escolhemos a base usando conceitos relacionados com a teoria de grafos e ordenamos as linhas de transmissão por ordem decrescente de capacidade e também levando em conta o número de linhas existentes na proposta de solução em análise. Sabemos do problema de fluxo em redes que as variáveis relacionadas com um conjunto de arcos que formam uma árvore do grafo, isto é, uma topologia radial podem ser usadas para formar uma base. Em outras palavras, as variáveis tipo fluxo correspondentes a uma topologia radial formam uma base, isto é, essa matriz tem inversa. O problema PEST pode ser considerado como um grafo em que as barras são os nós do grafo e as linhas de transmissão são os arcos do grafo. Sabemos também que a árvore de um grafo com n_b nós é um subgrafo com $(n(b - 1))$ arcos e deve ser conexo. Portanto, $(n(b - 1))$ arcos que não formam laço representam uma topologia radial e suas variáveis formam uma base de tamanho $(n(b - 1))$. Para completar uma base de tamanho n_b escolhemos a variável tipo g escolhendo a variável de geração de maior capacidade como foi mencionado anteriormente.

Em resumo, a base inicial é formada por $(nb - 1)$ variáveis tipo f_{ij} e uma variável de geração g_k . As variáveis tipo f_{ij} devem estar formadas pelos caminhos (arcos) de maior capacidade no sistema elétrico cujo PL está sendo resolvido e que formam uma topologia radial. A variável de geração deve ser aquela de maior capacidade de geração.

Para identificar as variáveis tipo f_{ij} que devem ser básicas usamos uma estratégia semelhante ao algoritmo de Kruskal[26] para encontrar uma árvore de um grafo. Essa estratégia assume a

seguinte forma:

1. Selecione os caminhos em ordem decrescente com a capacidade de transmissão. A capacidade de transmissão de um caminho é determinada pela relação $(n_{ij}^1 + n_{ij}^o)\bar{f}_{ij}$. Em caso de empate deve ser priorizado o caminho em que existam linhas de maior capacidade de transmissão, isto é, o caminho com maior valor de \bar{f}_{ij} . Persistindo o empate deverá ser escolhido o primeiro caminho no ordenamento na base de dados.
2. Faça $k = 1$.
3. Escolha o próximo caminho da lista ordenada de caminhos.
4. Avalie a possibilidade de que o caminho em análise possa ser adicionada na árvore em formação (se o caminho não gera laço com os caminhos já adicionados então será o caso). Caso não seja possível adicionar o novo caminho então descarte-o e volte ao passo 3. Caso contrário, vá ao passo 5.
5. Adicione o caminho para a árvore em formação.
 Faça $k = k + 1$.
 Se $k = (n_c b - 1)$ pare o processo porque já foi formada a árvore do grafo e, portanto, já foram identificadas as variáveis f_{ij} que devem ser básicas. Caso contrário, volte ao passo 3.

Observamos que o algoritmo anterior é usado uma única vez e para encontrar a base inicial do primeiro problema de PL a ser resolvido.

Para ilustrar a estratégia usamos o sistema elétrico de pequeno porte mostrado na figura 4.1, um sistema de 4 barras e cinco caminhos.

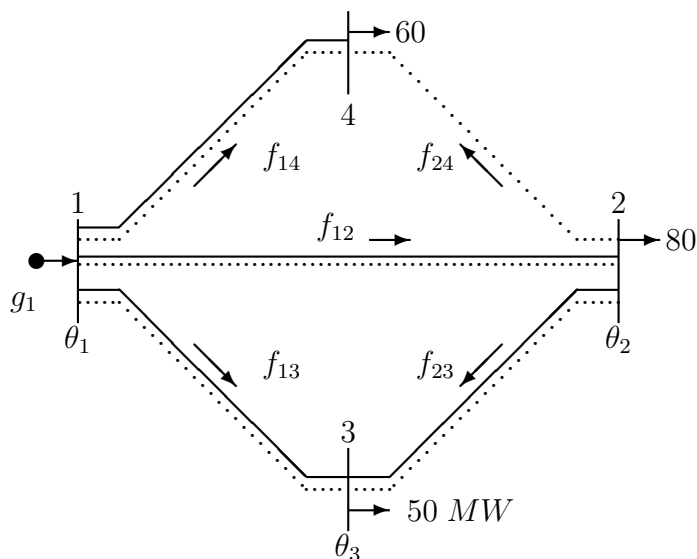


Figura 4.1: Sistema de 4 barras.

Dados do sistema elétrico mostrado na figura 4.1 são os seguintes:

- Capacidade de transmissão de cada linha:

$$\bar{f}_{12} = 35 \quad \bar{f}_{13} = \bar{f}_{14} = \bar{f}_{23} = \bar{f}_{24} = 40 \text{ MW}$$

- Custo de expansão de cada linha:

$$c_{12} = 3 \quad c_{13} = c_{14} = c_{23} = c_{24} = 2 \text{ u.m.}$$

- Linhas existentes na topologia base:

$$n_{12}^o = n_{13}^o = n_{14}^o = n_{23}^o = 1 \quad n_{24}^o = 0$$

- Dados de geração e demanda:

$$\bar{g}_1 = 200 \quad d_2 = 80 \quad d_3 = 50 \quad d_4 = 60 \text{ MW}$$

- Proposta de expansão fornecida pelo algoritmo VNS:

$$n_{12} = n_{13} = n_{14} = n_{23} = n_{24} = 0 \quad (\text{sem investimento})$$

Para avaliar a proposta de solução mostrada anteriormente, devemos resolver o seguinte PL:

$$\text{Min } w = r_2 + r_3 + r_4$$

s.a.

$$\begin{array}{rccccr} -f_{12} - f_{13} - f_{14} & & & + g_1 & & = 0 \\ f_{12} & & - f_{23} - f_{24} & & + r_2 & = 80 \\ & f_{13} & + f_{23} & & + r_3 & = 50 \\ & & f_{14} & + f_{24} & & + r_4 = 60 \end{array}$$

$$-35 \leq f_{12} \leq 35$$

$$-40 \leq f_{13} \leq 40$$

$$-40 \leq f_{14} \leq 40$$

$$-40 \leq f_{23} \leq 40$$

$$0 \leq f_{24} \leq 0$$

$$0 \leq r_2 \leq 80$$

$$0 \leq r_3 \leq 50$$

$$0 \leq r_4 \leq 60$$

$$0 \leq g_1 \leq 200$$

Na notação usada está implícito que o sentido positivo do fluxo é da barra de menor numeração para a barra de maior numeração. Assim, $f_{12} = 35$ significa um fluxo de 35 MW da barra 1 para a barra 2. Um valor negativo significa um fluxo da barra 2 para a barra 1. Esse raciocínio é válido em todo o trabalho.

Para o exemplo mostrado e de acordo com a análise realizada anteriormente, a base inicial para o exemplo mostrado na figura 4.1 deve ser a seguinte:

$$x_B = \begin{bmatrix} g_1 \\ f_{23} \\ f_{13} \\ f_{14} \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Conhecendo B^{-1} podemos montar o quadro simplex. Assim, se multiplicamos as n_b relações de igualdade do modelo matemático por B^{-1} encontramos as seguintes relações equivalentes ao sistema anterior:

$$\begin{array}{rcl} g_1 & & + r_2 + r_3 + r_4 = 190 \\ f_{23} & - f_{12} + f_{24} - r_2 & = -80 \\ f_{13} & + f_{12} - f_{24} + r_2 + r_3 & = 130 \\ f_{14} & + f_{24} & + r_4 = 60 \end{array}$$

Observamos que as equações anteriores são realmente as que aparecem no quadro simplex, faltando apenas adicionar a função objetivo transformada e atualizar a coluna independente.

O próximo passo importante é fixar as variáveis não básicas no seus limites inferior ou superior. Obviamente, se as variáveis não básicas são fixadas no limite adequado então o processo de resolução gerenciado por um algoritmo dual simplex canalizado deve exigir menos iterações para atingir a convergência. Desenvolvemos técnicas muito especializadas para fixar essas variáveis não básicas. Neste trabalho, apresentamos apenas uma técnica com um pequeno nível de especialização. Nessa proposta levamos em conta os seguintes aspectos fundamentais:

- O valor mais provável das variáveis tipo r , isto é, as variáveis de geração artificial, na solução ótima do PL é zero. Assim, é recomendável fixar as variáveis relacionadas com a geração artificial no limite inferior de zero. Lembramos que uma proposta de investimento factível produz uma proposta sem corte de carga, isto é, com todos os geradores artificiais com valores iguais a zero. No caso da metaheurística VNS, a proposta de expansão corrente sempre é factível e os problemas de PL que resolvemos são propostos com pequenas alterações (são propostas de solução vizinhas da solução corrente). Portanto, muitos desses problemas de PL devem também ser factíveis e aqueles que não são factíveis devem ter corte de carga em um número reduzido de barras (o que equivale a afirmar que muito poucas variáveis de tipo geração artificial devem ser diferentes de zero). Esta afirmação é verdadeira na aplicação de todas as metaheurísticas mas é particularmente mais verdadeira no caso da aplicação do algoritmo VNS na forma em que foi apresentada no capítulo 3.
- Fixar as variáveis de geração artificial no limite inferior é a melhor estratégia para gerar um quadro simplex inicial que cumpre com o critério de otimalidade, isto é, os coeficientes de custo relativo são menores ou iguais a zero para as variáveis não básicas que se encontram no limite inferior e são maiores ou iguais a zero para as variáveis não básicas que se encontram no limite superior. Uma base que gera um quadro simplex desse tipo não precisa de fase I. Portanto, é fundamental fixar todas as variáveis não básicas tipo geração artificial no limite inferior.

- As variáveis não básicas tipo g , isto é, as variáveis relacionadas com a geração real devem ser fixadas no limite superior. Da experiência, sabemos que raramente a geração de uma usina é nula. Geralmente, algumas usinas geradoras estão operando no limite e outras se encontram operando em níveis intermediários. Assim, já que as variáveis de geração devem ser não básicas então a melhor estratégia é deixar todas elas no limite superior. Esse raciocínio é aplicável quando resolvemos o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão em que existe a reprogramação da geração (neste caso, na solução ótima, algumas geradoras opera no limite e outras nos níveis intermediários). Para o caso do problema PEST em que não existe a reprogramação da geração todas as variáveis de geração se encontram no limite superior e, neste caso, todas as variáveis de geração devem ser fixadas no limite superior (devemos lembrar que a soma das gerações especificadas deve ser igual à demanda).
- O limite correto das variáveis não básicas tipo f_{ij} geralmente pode ser prognosticado. Essa variável fornece o fluxo de potência pelo caminho que liga as barras i e j . As barras i e j podem ser de geração, de demanda ou de passo (sem geração e demanda). Nesse contexto, o sentido do fluxo de potência (da barra i para a barra j ou vice-versa) geralmente pode ser prognosticado. Assim, cada barra tem três opções (geração, demanda, passo) e, portanto, existem nove possibilidades de análise que geram seis possibilidades diferentes. Assim, verificamos através de raciocínio simples que as seguintes afirmações têm grande possibilidade de ser verdadeira: (i) se ambas barras são de passo não podemos prognosticar o sentido do fluxo de potência, (ii) se uma barra é de passo e a outra de geração então o sentido mais provável do fluxo de potência é da barra de geração para a de passo, (iii) se uma barra é de passo e a outra de demanda então o sentido mais provável do fluxo de potência é da barra de passo para a de demanda, (iv) se as duas barras são de geração então o sentido mais provável do fluxo de potência é da barra que tem maior capacidade de geração para a de menor capacidade de geração, (v) se as duas barras são de demanda então o sentido mais provável do fluxo de potência é da barra que tem menor demanda para a de maior demanda, (vi) se uma barra é de geração e a outra de demanda então o sentido mais provável do fluxo é da barra de geração para a de demanda.

Em relação a estratégia anterior, observamos que a ideia fundamental é escolher o limite correto das variáveis não básicas para diminuir o número de iterações do algoritmo dual simplex canalizado. Caso ocorra uma escolha inadequada desses limites então o algoritmo dual simplex canalizado ficará um pouco mais demorado. Entretanto, a proposta na maioria dos casos deve acelerar o processo de solução do algoritmo dual simplex canalizado.

Em resumo, as variáveis não básicas são fixadas nos respectivos limites inferior ou superior de acordo com a seguinte proposta.

- Todas as variáveis tipo r_i (geração artificial) são fixadas em zero (limite inferior).
- Todas as variáveis tipo g_i (geração real) são fixados no limite superior.
- As variáveis tipo f_{ij} são fixadas de acordo com a proposta já apresentada.

Para fins de ilustração, para o sistema mostrado na figura 4.1 e para a base escolhida anteriormente, podemos fixar as variáveis não básicas da seguinte forma:

- Os geradores artificiais são fixados no limite inferior: $r_2 = r_3 = r_4 = 0$.
- As variáveis de fluxo são fixados da seguinte forma:
 $f_{12} = 35$ no seu limite superior (está ligando uma barra de geração com uma barra de demanda (o fluxo é da barra 1 para a barra 2)).
 $f_{24} = 0$ é fixado no seu limite inferior (está ligando duas barras de demanda e a barra 2 é de maior demanda).

Com essa escolha já podem ser calculados os valores das variáveis básicas usando o sistema transformado mostrado anteriormente. Assim, as variáveis básicas desse quadro inicial assumem os seguintes valores:

$$x_B = \begin{bmatrix} g_1 \\ f_{23} \\ f_{13} \\ f_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 190 \\ -45 \\ 95 \\ 60 \end{bmatrix}$$

Esses valores também correspondem aos valores da coluna independente (geralmente chamada coluna RHS) do quadro simplex inicial. Verificamos que esse quadro simplex não deve satisfazer a factibilidade porque a variável básica $f_{23} = -45$ está com o limite inferior violado, a variável básica $f_{13} = 95$ está com seu limite superior violado e a variável básica $f_{14} = 60$ também. Neste exemplo existem muitas variáveis básicas com os limites violados porque a proposta de solução realmente apresenta corte de carga elevado. O fato do quadro simplex não satisfazer a condição de factibilidade não representa problema porque esse PL deve ser resolvido usando um algoritmo dual simplex canalizado.

Para montar um quadro simplex inicial falta provar que a estratégia apresentada satisfaz o critério de otimalidade, isto é, os coeficientes de custo relativo das variáveis não básicas que se encontram no limite inferior devem ser menores ou iguais a zero e os coeficientes de custo relativo das variáveis não básicas que se encontram no limite superior devem ser maiores ou iguais a zero. Caso essa premissa seja verdadeira então o algoritmo dual simplex canalizado não precisa de fase I.

Observemos que no PL enfocado os coeficientes de custo na função objetivo para as variáveis tipo g_i (geração real) e tipo f_{ij} (fluxo de potência) são iguais a zero e os coeficientes de custo das variáveis tipo r_i são iguais a 1.

Seja uma base B formada por colunas correspondentes a variáveis formadas por um gerador real e por $(n(b-1))$ variáveis tipo f_{ij} . Nesse contexto, o vetor c_B de coeficientes de custo das variáveis básicas assume a seguinte forma:

$$c_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Portanto, os coeficientes de custo relativo das variáveis não básicas assumem a seguinte forma:

$$\bar{c}_N = c_B B^{-1} N - c_N = -c_N$$

Devemos observar que os elementos de c_N são iguais a 0 (no caso de variáveis tipo g_i (geração real) e f_{ij} (fluxo de potência)) ou iguais a 1 (no caso de variáveis r_i (geração artificial)). Portanto, em relação ao vetor \bar{c}_N (o vetor de coeficientes de custo relativo) podemos obter as seguintes conclusões:

- Os coeficientes de custo relativo das variáveis tipo g_i satisfazem o critério de otimalidade porque são iguais a 0. Critério de otimalidade garantida mesmo que essas variáveis fossem fixadas no limite inferior (devemos lembrar porém que todas essas variáveis não básicas são fixadas no limite superior).
- Os coeficientes de custo relativo das variáveis tipo f_{ij} satisfazem o critério de otimalidade porque são iguais a 0. Como essas variáveis podem ser fixados em qualquer limite do ponto de vista de otimalidade então essas variáveis são fixadas em um dos limites seguindo a estratégia mostrada anteriormente.
- Os coeficientes de custo relativo das variáveis tipo r_i são todos iguais a -1 . Portanto, a única garantia de que o critério de otimalidade seja satisfeita é que essas variáveis não básicas se encontrem no limite inferior. Essa decisão é fundamental para garantir uma base e um quadro simplex que satisfaz o critério de otimalidade (todos os coeficientes de custo relativo das variáveis não básicas no limite superior são maiores ou iguais a zero e todos os coeficientes de custo relativo das variáveis não básicas no limite inferior são menores ou iguais a zero) mas não necessariamente satisfaz a factibilidade. Entretanto, esse quadro simplex pode ser otimizado usando um algoritmo dual simplex canalizado caso a factibilidade não se encontre satisfeita.

Após montar o quadro simplex na forma em que foi proposta anteriormente o próximo passo consiste em resolver o problema de PL usando um algoritmo dual simplex canalizado. Para o sistema da figura 3.1, o algoritmo dual simplex canalizado resolve o problema de PL após duas iterações adicionais encontrando a seguinte solução:

$$\begin{array}{cccccc} f_{12} = 35 & f_{13} = 40 & f_{14} = 40 & f_{23} = 10 & f_{24} = 0 & \\ g_1 = 115 & r_2 = 55 & r_3 = 0 & r_4 = 20 & w = 75 & MW \end{array}$$

A resolução completa do PL correspondente à proposta de solução do sistema mostrado na figura 3.1 se encontra no Apêndice, assim como o algoritmo dual simplex canalizado.

Finalmente devemos realizar as seguintes observações:

- Podemos verificar após uma análise detalhada que existem várias formas para escolher uma base B que gere um quadro simplex que satisfaça com o critério de otimalidade. Nessa tarefa devemos simplesmente levar em conta que uma variável tipo r_i não pode formar parte da base porque nesse caso $c_B \neq 0$ e perdemos a hipótese fundamental na estratégia para montar uma base inicial que satisfaça a otimalidade. Adicionalmente, todas as variáveis tipo r_i que são não básicas devem ser fixadas no limite inferior porque os coeficientes de custos relativos dessas variáveis são iguais a -1 . Todas as outras hipóteses usadas na montagem da base inicial propostas neste trabalho podem ser modificadas.

- Podemos verificar que as variáveis tipo r_i são as mais importantes na elaboração da estratégia, portanto, essas variáveis devem ser tratadas com maior atenção.
- Podemos usar o quadro inicial montado para resolver o primeiro PL para solucionar todos os outros problemas de PL solicitados pela metaheurística VNS. Devemos lembrar que para resolver o primeiro PL precisamos escolher uma base B inicial de forma adequada e depois foi necessário encontrar a inversa dessa base para a montagem do quadro simplex inicial. Esse trabalho é necessário uma única vez quando usamos a metaheurística VNS, isto é, para resolver o primeiro problema de PL. Para resolver todos os outros problemas de PL não precisamos executar essa tarefa. Nesse caso, simplesmente escolhemos o quadro simplex de um problema de PL já resolvido anteriormente, por exemplo, o quadro inicial do primeiro PL.
- Devemos notar que a observação anterior é fundamental e reduz de forma significativa o trabalho de processamento para resolver os outros problemas de PL. Esse tópico é abordado de forma separada.

4.3.2 Resolução Eficiente dos Outros Problemas de Programação Linear

Para resolver os outros problemas de PL solicitados pela metaheurística VNS usamos o quadro dual simplex de um problema de PL anteriormente resolvido. Verificamos que esse quadro dual simplex pode ser qualquer um deles desde que na base não se encontre uma variável tipo r_i e elas estejam todas na qualidade de variáveis não básicas no seu limite inferior.

Portanto, para resolver de forma eficiente um problema de PL quando já foram resolvidos anteriormente outros problemas de PL, neste trabalho, foi implementada a seguinte estratégia:

- Usar a base inicial e o quadro dual simplex inicial do primeiro problema de PL até encontrar uma incumbente com base não degenerada, isto é, até que seja resolvido um PL proposto pelo algoritmo VNS e que corresponde a uma proposta de solução sem corte de carga e a proposta de menor investimento e, adicionalmente, não tenha uma base degenerada.
- Resolver todos os outros problemas de PL usando base final e o quadro dual simplex final da última incumbente com base não degenerada.
- Para que o quadro dual simplex escolhido para resolver o novo PL se encontre pronto devemos apenas atualizar a coluna independente RHS com os novos valores das variáveis não básicas e obviamente atualizar o valor dos limites das variáveis tipo f_{ij} . Lembramos que mesmo que preservemos a natureza dos limites das variáveis tipo f_{ij} (o limite inferior ou superior especificado no quadro dual simplex escolhido para montar o quadro inicial) os valores desses limites de algumas dessas variáveis podem mudar porque na nova proposta estamos adicionando ou retirando linhas de transmissão. Obviamente, os limites das variáveis básicas também podem mudar. Como resultado dessa atualização encontramos os novos valores da coluna independente RHS, isto é, os novos valores das variáveis básicas incluído o valor da função objetivo.

Para ilustrar o processo de resolução de um novo problema de PL vamos resolver um novo PL para o sistema elétrico mostrado na figura 3.1. Vamos supor que aparece uma nova proposta de investimento:

$$n_{12} = n_{13} = n_{14} = 1 \qquad n_{23} = n_{24} = 0$$

isto é, uma proposta com a adição de 3 novas linhas de transmissão. Para resolver esse novo PL usamos o quadro inicial do problema de PL que corresponde ao primeiro problema de PL (o problema de PL inicial que corresponde a uma proposta sem investimento já resolvido anteriormente).

Neste caso devemos observar apenas que os novos limites das variáveis tipo f_{ij} assumem os seguintes valores:

$$\begin{aligned} -70 &\leq f_{12} \leq 70 \\ -80 &\leq f_{13} \leq 80 \\ -80 &\leq f_{14} \leq 80 \\ -40 &\leq f_{23} \leq 40 \\ 0 &\leq f_{24} \leq 0 \end{aligned}$$

e as outras variáveis permanecem com os mesmos limites.

Com esses novos valores e sem mudar a natureza atual do limite encontramos os novos valores da coluna RHS, isto é, os valores das variáveis básicas e da função objetivo. Esses valores são os seguintes:

$$x_B = \begin{bmatrix} g_1 \\ f_{23} \\ f_{13} \\ f_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 190 \\ -10 \\ 60 \\ 60 \end{bmatrix} \implies w = 0$$

Observemos que a variável f_{12} foi mantido como não básica no limite superior mas como novo valor de $f_{12} = 70$ e $f_{24} = 0$ permanece sem mudança. O quadro dual simplex montado dessa forma está pronto para ser otimizado usando o algoritmo dual simplex canalizado. Podemos verificar que esse quadro satisfaz o critério de factibilidade e, portanto, é um quadro ótimo e, assim, encontramos a solução ótima do novo PL sem nenhuma iteração do quadro dual simplex, apenas encontrando os novos valores da coluna RHS e verificando a factibilidade do quadro. Este fenômeno poderá acontecer com muita frequência na resolução dos novos problemas de PL. A solução ótima desse PL é seguinte:

$$\begin{array}{ccccc} f_{12} = 70 & f_{13} = 60 & f_{14} = 60 & f_{23} = -10 & f_{24} = 0 \\ g_1 = 190 & r_2 = 0 & r_3 = 0 & r_4 = 0 & w = 0 \text{ MW} \end{array}$$

Os detalhes completos da resolução desse novo PL encontram-se no Apêndice.

Para ilustrar a forma de usar o quadro simplex final de uma proposta de solução que não apresenta corte de carga vamos resolver um último exemplo neste capítulo. Neste caso vamos supor que temos a seguinte proposta de investimento sugerido pelo algoritmo VNS:

$$n_{13} = 2 \qquad n_{14} = 1 \qquad n_{12} = n_{23} = n_{24} = 0$$

isto é, uma proposta com a adição de 3 novas linhas de transmissão. Esta proposta na verdade é vizinha do exemplo anterior onde foi retirada a linha do caminho 1 – 2 e adicionada uma linha no caminho 1 – 3.

Para resolver esse novo PL usamos o quadro final do problema de PL que não apresenta corte de carga e que na verdade é nossa incumbente corrente.

Neste caso devemos observar apenas que os novos limites das variáveis tipo f_{ij} assumem os seguintes valores:

$$\begin{aligned} -35 &\leq f_{12} \leq 35 \\ -120 &\leq f_{13} \leq 120 \\ -80 &\leq f_{14} \leq 80 \\ -40 &\leq f_{23} \leq 40 \\ 0 &\leq f_{24} \leq 0 \end{aligned}$$

e as outras variáveis permanecem nos mesmos limites.

Com esses novos valores e sem mudar a natureza atual do limite encontramos os novos valores da coluna RHS, isto é, os valores das variáveis básicas e da função objetivo. Esses valores são os seguintes:

$$x_B = \begin{bmatrix} g_1 \\ f_{23} \\ f_{13} \\ f_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 190 \\ -45 \\ 95 \\ 60 \end{bmatrix} \implies w = 0$$

Podemos verificar que a única variável básica que tem o limite violado é a $f_{23} = -45$ com o limite inferior violado. Essa variável sai da base sendo substituída pela variável não básica r_2 . Assim, o algoritmo dual simplex canalizado encontra a solução ótima do novo PL em apenas uma iteração com a seguinte solução ótima:

$$\begin{aligned} f_{12} = 35 & \quad f_{13} = 90 & \quad f_{14} = 60 & \quad f_{23} = -40 & \quad f_{24} = 0 \\ g_1 = 185 & \quad r_2 = 5 & \quad r_3 = 0 & \quad r_4 = 0 & \quad w = 5 \text{ MW} \end{aligned}$$

A solução completa desse exemplo se encontra no Apêndice.

Como foi mencionado anteriormente, no algoritmo VNS, a solução corrente também é a incumbente (esse comportamento não acontece nas outras metaheurísticas) e, portanto, os problemas de PL que resolvemos correspondem a propostas de soluções vizinhas da solução

corrente (a diferença entre a proposta de solução corrente, que também é a incumbente, e a proposta de solução vizinha a ser analisada é apenas em um número reduzido de linhas de transmissão e depende do nível de vizinhança que estamos trabalhando no algoritmo VNS). Assim, se escolhermos a base final e o quadro dual simplex final da incumbente para resolver o novo problema de PL, esperamos que a solução ótima do novo PL seja encontrada em poucas iterações dual simplex canalizadas. Essa proposta foi implementada neste trabalho.

4.4 Detalhes de Implementação Computacional

O algoritmo VNS, assim como a forma de resolver os problemas de PL foram implementados em linguagem Fortran. Podemos desenvolver várias estratégias adicionais para melhorar a velocidade de processamento tais como armazenamento compacto da informação. Essas técnicas especializadas não foram implementadas neste trabalho. Entretanto, foram levadas em conta na implementação computacional as seguintes características do problema:

- Foram usadas apenas variáveis inteiras. Podemos provar que se os valores de geração e demanda do sistema de energia elétrica são todos inteiros então em qualquer quadro simplex aparecem apenas elementos iguais a -1, 1 e 0. Essa propriedade é uma consequência da forma da matriz S (em cada coluna aparece apenas dois elementos diferentes de 0, um de valor 1 e outro de valor -1) e da forma das colunas da submatriz restante (uma coluna da variável tipo r_i tem todos os elementos iguais a 0 exceto um elemento que é igual a 1 e uma coluna da variável tipo g_i tem a mesma estrutura).
- Na resolução de determinados problemas de PL uma variável tipo f_{ij} pode ter a restrição canalizada na seguinte forma: $0 \leq f_{ij} \leq 0$. Esse tipo de problema aparece quando não existe linha de transmissão no caminho $i - j$ na topologia base e se na proposta de solução também não for adicionada linha nesse caminho. Este comportamento aparece, por exemplo, para o caminho 2-4 para a proposta de solução sem investimento do sistema da figura 3.1, apresentada anteriormente. Nesse caso, se for preciso resolver problema de PL dessa proposta de forma isolada e sem interesse de aproveitamento do quadro simplex para resolver outros problemas, então essa variável deve ser retirada do problema porque seu valor já é conhecido (valor zero). Entretanto, como esse não é o objetivo neste trabalho, e porque em futuros problemas de PL podem aparecer linhas de transmissão nesse caminho, devemos manter essa variável no processo de solução. Assim, quando resolvemos um problema de PL, esse tipo de variável é mantida de forma permanente como sendo não básica (no limite inferior) e não são usadas como candidata a entrar na base no teste de substituição do algoritmo dual simplex canalizado.

Os testes com a proposta apresentada são mostrados no capítulo 6.

Capítulo 5

Algoritmo Especializado para Resolver Problemas de PL do Modelo DC

5.1 Introdução

Neste capítulo apresentamos um algoritmo de PL usado para resolver subproblemas de programação linear (PL) que aparecem quando usamos o modelo DC e uma metaheurística para resolver esse modelo do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão inquirindo sobre a factibilidade do modelo DC de modo mais eficiente que os software comerciais orientados para a resolução de problemas de PL de tipo geral [26]. As metaheurísticas que utilizam o modelo DC tem como estratégia encontrar uma proposta de investimento e verificar a sua factibilidade resolvendo um problema de PL. Isto pode ocorrer milhares de vezes quando tratamos de problemas de grande porte e quando usamos, por exemplo, o algoritmo VNS. Assim, a eficiência computacional do algoritmo é importante.

O algoritmo proposto consiste em aproveitar as nuances do modelo DC em duas etapas: 1) transformação do problema de PL em um outro problema equivalente obtendo uma redução do número de variáveis e das restrições de igualdade, e, 2) solução desse problema resultante usando um algoritmo dual simplex canalizado e o conceito de relaxação. Observamos que o problema de PL equivalente tem apenas uma única restrição de igualdade e um número geralmente elevado de restrições de desigualdade (e igual ao número de circuitos do sistema elétrico). O uso do conceito de relaxação é adequado porque apenas um número pequeno de restrições de desigualdade estão ativas na solução ótima do problema e em cada passo incorpora-se a restrição de desigualdade mais violada.

5.2 Modelo Matemático Clássico

Quando conhecemos uma proposta de investimento para o modelo DC do problema PEST, então o modelo original que era um problema de programação não linear inteiro misto, se reduz a um problema de PL que deve apenas verificar se a proposta de investimento fornecida pela metaheurística é factível (sem corte de carga) ou não (com corte de carga). Assim, se no modelo matemático do problema PEST, apresentado no capítulo 2, é conhecido o valor das variáveis

de investimento , n_{ij} , n_{ij}^k , então o problema PEST toma a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } w &= \alpha \sum_i r_i & (5.1) \\
 \text{s.a.} & & \\
 & B\theta + g + r = d & \\
 & |\theta_i - \theta_j| \leq \bar{\phi}_{ij} & \\
 & 0 \leq g \leq \bar{g} & \\
 & 0 \leq r \leq d & \\
 & \theta_i \quad \text{irrestritos} & \\
 & \forall (i, j) \in \Omega &
 \end{aligned}$$

em que α é um parâmetro de compatibilização de unidades na função objetivo e nas meta-heurísticas funciona também como parâmetro de penalidade quando incorporamos na função objetivo o corte de carga. Observamos que no algoritmo VNS não usamos esse tipo de função objetivo, isto é, as propostas são factíveis ou infactíveis e, portanto, não precisamos usar a função objetivo composta e, por esse motivo, usamos um valor de $\alpha = 1$. Nesse contexto, w representa o valor exato do corte de carga correspondente a uma proposta de investimento fornecido pelo algoritmo VNS. Assim, o resolvidor de problemas de PL apenas informa para a metaheurística se a proposta de investimento apresenta corte de carga e o valor desse corte de carga ou se a proposta é factível e, portanto, não apresenta corte de carga. Uma maneira eficiente para responder esta questão é o âmagô deste trabalho.

5.3 Transformação do Modelo Matemático do Problema de PL

O problema de PL (5.1) será nesta seção transformado num equivalente com um menor número de variáveis de decisão e de restrições de igualdade, cuja solução é possível usando um algoritmo dual simplex canalizado e a estratégia de relaxação.

Sejam n_b o número de barras do sistema, n_l o número de circuitos existentes na configuração corrente, n_g o número de barras de geração e n_r o número de barras de carga. Portanto, o número de variáveis do problema (5.1) é igual a $n_v = n_b + n_g + n_r$. Outrossim, o número de restrições é igual a $n_{res} = n_b + 2n_l + n_g + n_r$ porque restrições em valor absoluto contam em dobro. Assim, um algoritmo do tipo primal simplex canalizado trabalha com uma base de tamanho $n_b + 2n_l$ ou numa hipótese mais sofisticada de tamanho $n_b + n_l$. De todo modo, o tamanho da base pode ser muito grande aumentando o esforço computacional e os erros de arredondamento no algoritmo de PL. Observamos que em sistemas elétricos reais o número de caminhos n_l é muito maior que o número de barras n_b .

O procedimento proposto consiste em deixar as variáveis de decisão em função das gerações (reais e ou fictícias), obtendo-se um sistema equivalente onde os ângulos de tensões estarão implícitos, como comentaremos a seguir.

O primeiro conjunto de restrições do problema (5.1) advém da combinação das leis de Kirchhoff:

$$B\theta + g + r = d \quad (5.2)$$

e o número de restrições é igual a n_b , número de barras do sistema. Detalhando:

$$\begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1i} & \dots & b_{1j} & \dots & b_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{i1} & \dots & b_{ii} & \dots & b_{ij} & \dots & b_{im} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{j1} & \dots & b_{ji} & \dots & b_{jj} & \dots & b_{jm} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \dots & b_{mi} & \dots & b_{mj} & \dots & b_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_i \\ \vdots \\ \theta_j \\ \vdots \\ \theta_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_i \\ \vdots \\ g_j \\ \vdots \\ g_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_i \\ \vdots \\ r_j \\ \vdots \\ r_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_i \\ \vdots \\ d_j \\ \vdots \\ d_m \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Sendo B matriz singular, toma-se uma barra como referência, digamos k , e, faz-se $\theta_k = 0$. Assim, excluindo as filas k , linha e coluna, obtém-se uma matriz inversível de ordem $(m - 1)$ e a partir de (5.3) podemos explicitar:

$$\theta = (B')^{-1} [d - (g + r)] \quad (5.4)$$

onde B' é uma matriz de dimensão $(n_b - 1) \times (n_b - 1)$ obtida após eliminar a linha e a coluna k da matriz B .

Assim (5.4) fornece um rol de restrições com $(m - 1)$ equações com a barra de referência apartada. Por outro lado, a equação da barra de referência que foi deixada em separado assume a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} b_{k1} & \dots & b_{ki} & \dots & b_{kk} & \dots & b_{kj} & \dots & b_{km} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_i \\ \vdots \\ \theta_k \\ \vdots \\ \theta_j \\ \vdots \\ \theta_m \end{bmatrix} + g_k + r_k = d_k \quad (5.5)$$

Na relação anterior o ângulo $\theta_k = 0$ (barra de referência). Os valores dos outros ângulos podem ser obtidos de (5.4) e, portanto, obtemos θ_i da seguinte forma:

$$\theta_i = \left[\begin{array}{cccccccc} b'_{i1} & \dots & b'_{ii} & \dots & b'_{ik-1} & b'_{ik+1} & \dots & b'_{ij} & \dots & b'_{im} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} d_1 - (g_1 + r_1) \\ \vdots \\ d_i - (g_i + r_i) \\ \vdots \\ d_{k-1} - (g_{k-1} + r_{k-1}) \\ d_{k+1} - (g_{k+1} + r_{k+1}) \\ \vdots \\ d_j - (g_j + r_j) \\ \vdots \\ d_m - (g_m + r_m) \end{array} \right] \quad (5.6)$$

em que

$$\left[\begin{array}{cccccccc} b'_{i1} & \dots & b'_{ii} & \dots & b'_{ik-1} & b'_{ik+1} & \dots & b'_{ij} & \dots & b'_{im} \end{array} \right]$$

é a linha i de $(B')^{-1}$.

O segundo conjunto de restrições do sistema (5.1) são restrições de desigualdade referentes aos limites de fluxos nas linhas:

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \phi_{ij} \quad (5.7)$$

enfatizando que cada ramo (i, j) é limitado inferior e superiormente. Assim, de (5.7):

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \frac{\bar{f}_{ij}}{\gamma_{ij}} \quad (5.8)$$

em que \bar{f}_{ij} é a capacidade máxima de um circuito em (i, j) e γ_{ij} é a susceptância de um circuito.

Para uma proposta de investimento, a lei das tensões de Kirchhoff fornece:

$$f_{ij} = (\theta_i - \theta_j) \gamma_{ij}^{eq} \quad (5.9)$$

em que $\gamma_{ij}^{eq} = n_{ij} \gamma_{ij}$ e n_{ij} é o número de ramos no caminho (i, j) .

Logo em (5.8) tem-se:

$$|(\theta_i - \theta_j) \gamma_{ij}^{eq}| \leq \frac{\bar{f}_{ij}}{\gamma_{ij}} \gamma_{ij}^{eq} \quad (5.10)$$

Assim:

$$\begin{aligned} -n_{ij} \bar{f}_{ij} &\leq (\theta_i - \theta_j) \gamma_{ij}^{eq} \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \\ -n_{ij} \bar{f}_{ij} &\leq f_{ij} \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \end{aligned} \quad (5.11)$$

Levando (5.6) e (5.9) em (5.11), tem-se:

$$-n_{ij}\bar{f}_{ij} \leq \left[\begin{array}{cccc} b'_{i1} - b'_{j1} & \dots & b'_{ik-1} - b'_{jk-1} & b'_{ik+1} - b'_{jk+1} & \dots & b'_{im} - b'_{jm} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} d_1 - (g_1 + r_1) \\ \vdots \\ d_i - (g_i + r_i) \\ \vdots \\ d_{k-1} - (g_{k-1} + r_{k-1}) \\ d_{k+1} - (g_{k+1} + r_{k+1}) \\ \vdots \\ d_j - (g_j + r_j) \\ \vdots \\ d_m - (g_m + r_m) \end{array} \right] \gamma_{ij}^{eq} \leq n_{ij}\bar{f}_{ij} \quad (5.12)$$

que pode ser escrita de forma compacta como a seguir:

$$-n_{ij}\bar{f}_{ij} \leq f_{ij}(g, r) \leq n_{ij}\bar{f}_{ij}$$

em que cada $f_{ij}(g, r)$ é uma relação algébrica representando o fluxo f_{ij} em função das variáveis de decisão tipo g e r , e, os n_{ij} são conhecidos e fornecidos pela metaheurística.

Essa relação pode ser novamente compactada da seguinte forma:

$$-n_f \leq G \left[\begin{array}{c} g \\ r \end{array} \right] + P \leq n_f \quad (5.13)$$

em que n_f é um vetor de tamanho n_l de valores conhecidos, G é uma matriz de dimensão $n_l \times (n_g + n_r)$ com elementos conhecidos e P um vetor de tamanho n_l também com valores conhecidos.

O conjunto de restrições (5.12) e a restrição k de (5.2) (mostrada em (5.5)) são equivalentes às restrições (5.2) e (5.7), mas agora houve redução no número de variáveis com a eliminação das variáveis θ .

Para que o sistema (5.1) possa ser reescrito somente em função das gerações (reais ou artificiais), substituímos os ângulos de tensões dados por (5.6) e (5.5), lembrando que é nulo o ângulo referente à barra de folga:

$$\begin{bmatrix} b_{k1} & \dots & b_{kk-1} & b_{kk+1} & \dots & b_{km} \end{bmatrix} (B')^{-1} \begin{bmatrix} d_1 - (g_1 + r_1) \\ \vdots \\ d_i - (g_i + r_i) \\ \vdots \\ d_{k-1} - (g_{k-1} + r_{k-1}) \\ d_{k+1} - (g_{k+1} + r_{k+1}) \\ \vdots \\ d_j - (g_j + r_j) \\ \vdots \\ d_m - (g_m + r_m) \end{bmatrix} + g_k + r_k = d_k \quad (5.14)$$

em que:

$$\begin{bmatrix} b_{k1} & \dots & b_{kk-1} & b_{kk+1} & \dots & b_{km} \end{bmatrix} (B')^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & \dots & -1 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

é uma propriedade muito importante e está provada como teorema no Apêndice.

Assim a equação de balanço de potência presente em (5.1) pode ser reescrita como:

$$\sum_{i \in \Omega_4} g_i + \sum_{i \in \Omega_3} r_i = \sum_{i \in \Omega_3} d_i \quad (5.16)$$

em que Ω_3 é o conjunto de barras com carga e Ω_4 é o conjunto de barras de geração.

O sistema (5.1) pode então ser apresentado da seguinte forma equivalente:

$$\text{Min } w = \sum_{i \in \Omega_3} \alpha_i r_i \quad (5.17)$$

s.a.

$$\sum_{i \in \Omega_4} g_i + \sum_{i \in \Omega_3} r_i = \sum_{i \in \Omega_3} d_i \quad (5.18)$$

$$-n\bar{f} \leq G \begin{bmatrix} g \\ r \end{bmatrix} + P \leq n\bar{f} \quad (5.19)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (5.20)$$

$$0 \leq r \leq d \quad (5.21)$$

Em relação ao PL equivalente (5.17) observamos:

- Para montar o problema de PL equivalente precisamos inverter uma matriz de tamanho $(n_b - 1) \times (n_b - 1)$.
- As variáveis de decisão desse problema de PL são as variáveis tipo g e r também presentes no problema de PL original (5.1). Assim, podemos verificar que foram eliminadas as n_b variáveis tipo θ .

- O problema tem apenas uma única restrição de igualdade representando o balanço de potência do sistema elétrico e dada por (5.18), $2n_l$ restrições de desigualdade relacionadas com as restrições de capacidade de transmissão das linhas de transmissão e representadas por (5.19) e $n_g + n_r$ restrições de desigualdade mostradas em (5.20) e (5.21) além das restrições triviais.
- Como as restrições (5.20) e (5.21) são canalizadas e podem ser controladas de forma implícita por algoritmos dual simplex canalizados então o tamanho da base de um algoritmo simplex para resolver esse problema de PL é igual a $n_l + 1$. Nesse contexto aparece a proposta de usar também a estratégia de relaxação.
- A proposta de relaxação consiste em resolver o problema de PL sem levar em conta as $2n_l$ restrições (5.19). Assim, inicialmente é montado um quadro dual simplex cuja base é de tamanho 1 (o correspondente à equação de balanço de potência). Adicionalmente, na montagem desse quadro dual simplex devemos fixar as variáveis no limite inferior ou superior. Esse processo de fixação pode ser realizado de forma eficiente.
- A solução do PL inicia o processo de otimização com um quadro simplex com base de tamanho um. Após resolver esse problema relaxado verificamos se alguma restrição do tipo (5.19) está violada. Caso exista alguma violada então a incorporamos e resolvemos o novo problema (nesse caso o tamanho da base é igual a 2). Esse processo pode ser repetido até que nenhuma restrição do tipo (5.18) ainda não incorporada no quadro simplex se encontre violada.
- A estratégia anterior torna-se eficiente porque na prática um número reduzido de linhas de transmissão encontram-se operando fora de seus limites. Devemos lembrar que os problemas de PL que devemos resolver são propostas de solução fornecidos pelo algoritmo VNS e essas propostas são vizinhas da proposta de solução corrente (que não tem corte de carga e portanto não tem linha de transmissão sobrecarregada). Portanto, o tamanho da base não deve crescer muito e, por esse motivo a estratégia de relaxação se torna especialmente eficiente.
- Caso seja proposta uma solução sem corte de carga então o problema de PL pode ser resolvido ao montar o quadro inicial.

No problema (5.17) as únicas variáveis que importam são as gerações g e r e contam $n_v = n_g + n_r \leq n_b$ variáveis. Assim, na solução ótima podem estar ativas n_v restrições, uma delas a equação de balanço de potência, outras são limites de geração ($0 \leq g \leq \bar{g}$ ou $0 \leq r \leq d$) e algumas poucas restrições do tipo $f_{ij}(g, r)$ em que:

$$G \begin{bmatrix} g \\ r \end{bmatrix} + P = f(g, r)$$

e $f(g, r)$ é um vetor de funções com elementos $f_{ij}(g, r)$ e, como foi mencionado anteriormente, a estratégia mais adequada para tratar o problema (5.17) a (5.21) é usar algoritmo dual simplex canalizado combinado com relaxação.

Metodologia de otimização

Para resolver cada PL, usamos o seguinte algoritmo:

1. Ajuste os dados do sistema identificando as barras de geração e de carga. As barras ilhadas devem ser ignoradas e nas barras com geração e carga deve-se examinar valores e decide-se por geração ou carga.
2. Realize o *predespacho* e monte o quadro dual simplex canalizado com uma base de tamanho um (a equação de balanço).
3. Identifique a restrição mais violada.
Se não existe violação, encontre as grandezas de interesse e pare.
Em caso contrário, vá ao passo 4.
4. Introduza a restrição mais violada no quadro dual simplex canalizado e reotimize.
Volte ao passo 3.

Predespacho

O predespacho é uma estratégia para satisfazer a única restrição de igualdade, isto é, a equação de balanço de potência ativa. Nessa estratégia, as variáveis de geração devem ser alocadas no limite superior ou inferior e apenas um gerador deve operar dentro de seus limites completando o balanço de potência ativa. Assim, inicia-se o predespacho colocando-se todas as variáveis de geração em seus limites inferiores e a seguir escolhe-se o gerador que deve ser colocado no seu limite superior, observando o roteiro:

1. procure entre as restrições de fluxos, a mais violada;
2. escolha uma geração real (custo zero) que esteja em seu limite inferior e que melhor alivia a restrição encontrada no passo (1), coloque-a no seu limite superior e vá ao passo (6). Caso não exista tal geração real, vá ao passo (3);
3. escolha a primeira geração real que esteja em seu limite inferior, coloque-a no seu limite superior e vá ao passo (6). Caso não exista tal geração real, vá ao passo (4);
4. escolha uma geração artificial que esteja em seu limite inferior e que melhor possa aliviar a restrição encontrada no passo (1), coloque-a no seu superior e vá ao passo (6). Caso não exista tal geração artificial, vá ao passo (5);
5. escolha a primeira geração artificial que esteja em seu limite inferior, coloque-a no seu superior e vá ao passo (6);
6. Vá ao passo (7) se a soma das gerações for maior ou igual a demanda total do sistema, caso contrário, volte ao passo (1);
7. Se a soma das gerações for maior que a demanda total do sistema, escolhe-se a geração que viola uma restrição para ser fixada no valor igual a diferença entre a demanda total e a última soma das gerações encontrada no passo (3).

É importante observar que as gerações artificiais só sairão de seus limites inferiores em último caso, pois a questão consiste em minimizar a função objetivo.

Os valores das gerações a partir do predespacho resolvem o sistema (5.17) se forem retiradas as restrições de fluxo, ou seja, é solução do problema relaxado. Assim, montamos um quadro ótimo dual simplex canalizado desse problema relaxado e com uma única restrição de igualdade. Verifica-se então se há restrições de fluxo violadas (se a resposta for negativa, a solução atual é factível, terminando o problema). Escolhemos a restrição de fluxo mais violada para fixá-la no seu limite violado e com essa introdução, surge um atualizado quadro dual simplex canalizado. Realizamos iterações de PL, reotimizando o quadro dual simplex canalizado. Verificamos novamente se existe restrição de fluxo violada para introduzi-la no problema relaxado e assim até que o problema seja resolvido.

O sistema (5.17) é relaxado retirando-se as restrições referentes aos fluxos nos ramos:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } w &= \sum_{i \in \Omega_3} \alpha_i r_i & (5.22) \\
 \text{s.a.} & \\
 & \sum_{i \in \Omega_4} g_i + \sum_{i \in \Omega_3} r_i = \sum_{i \in \Omega_3} d_i \\
 & 0 \leq g \leq \bar{g} \\
 & 0 \leq r \leq d
 \end{aligned}$$

O predespacho encontra a solução ótima do sistema (5.22). Um quadro ótimo e factível dual simplex canalizado é montado mas essa solução pode não ser factível para (5.17) pois pode haver restrições de fluxo violadas. Assim, alguma restrição de fluxo violada é escolhida para ser fixada no limite violado e introduzida no sistema (5.18) como restrição de igualdade e no quadro dual simplex canalizado após a atualização adequada da restrição escolhida.

Nesse procedimento passo a passo, o quadro dual simplex canalizado continua satisfazendo a otimalidade dual mas pode perder a factibilidade primal. Algumas iterações de PL são necessárias até se obter um quadro ótimo e factível, advindo assim uma nova solução utilizada para averiguar se ainda existe alguma restrição de fluxo em (5.17) violada e repetindo o processo enquanto necessário. Assim, a solução obtida será a ótima de (5.17) e também de (5.1) originalmente proposta.

5.4 Exemplo: Transformação e Predespacho

Usamos o sistema mostrado na figura 5.1 para ilustrar os tópicos apresentados. Os dados se encontram nas tabelas 5.1 e 5.2. Assim, resolvemos o problema de PL para a topologia base e com proposta de investimento zero. Portanto, devemos resolver o problema de PL quando existem no sistema as 4 linhas de transmissão mostradas na figura 5.1.

Usando a formulação original (5.1) temos o seguinte problema de PL para o exemplo da figura:

$$\text{Min } w = r_2 + r_3 + r_4 \quad (5.23)$$

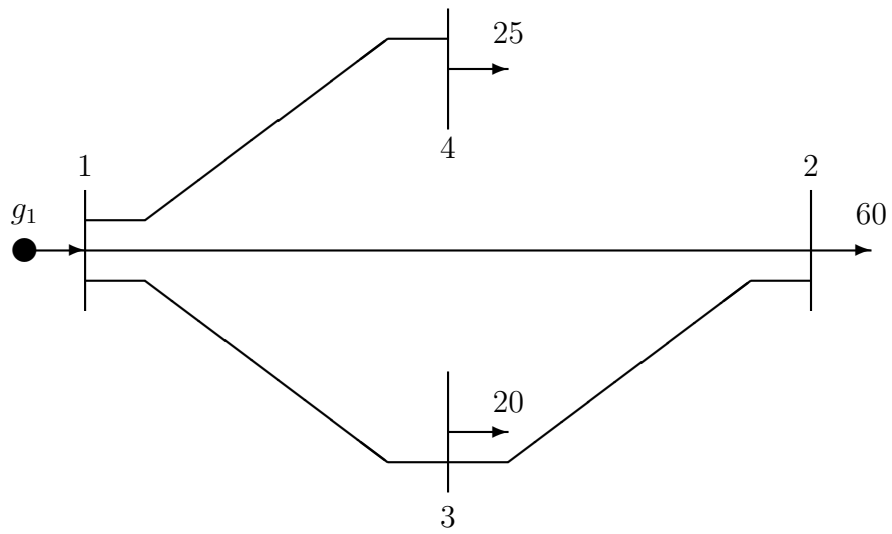


Figura 5.1: Sistema de quatro barras.

Tabela 5.1: Dados do sistema de 4 barras.

Barra	Cap. de geração (MW)	Carga (MW)
1	105.0	0.0
2	0.0	60.0
3	0.0	20.0
4	0.0	25.0

Tabela 5.2: Dados das linhas para o sistema da figura 4.1.

n°	Linha	Reatância (pu)	Capacidade (MW)
1	1-2	3	35
2	1-3	2	40
3	1-4	2	40
4	2-3	2	40

s.a.

$$\begin{array}{rcccccc}
 -1,333\theta_1 & +0,333\theta_2 & +0,5\theta_3 & +0,5\theta_4 & +g_1 & = & 0 \\
 0,333\theta_1 & -0,833\theta_2 & +0,5\theta_3 & & +r_2 & = & 60 \\
 0,5\theta_1 & +0,5\theta_2 & -\theta_3 & & +r_3 & = & 20 \\
 0,5\theta_1 & & & & -0,5\theta_4 & +r_4 & = & 25 \\
 |\theta_1 - \theta_2| & \leq & 35 & & & & & \\
 |\theta_1 - \theta_3| & \leq & 40 & & & & & \\
 |\theta_1 - \theta_4| & \leq & 40 & & & & & \\
 |\theta_2 - \theta_3| & \leq & 40 & & & & & \\
 0 \leq g_1 & \leq & 105 & & & & & \\
 0 \leq r_2 & \leq & 60 & & & & & \\
 0 \leq r_3 & \leq & 20 & & & & & \\
 0 \leq r_4 & \leq & 25 & & & & & \\
 \theta_i & & \text{irrestrito para } i=1, \dots, 4 & & & & &
 \end{array}$$

Usando a formulação modificada (5.17), montamos um PL equivalente a (5.23):

$$Min \ w = r_2 + r_3 + r_4 \tag{5.24}$$

s.a.

$$\begin{array}{rcccccc}
 g_1 + r_2 + r_3 + r_4 & = & 105 & & & & & \\
 -35 & \leq & 0,286g_1 & -0,286r_2 & +0,286r_4 & +10,01 & \leq & 35 \\
 -40 & \leq & 0,715g_1 & +0,286r_2 & +0,715r_4 & -34,992 & \leq & 40 \\
 -40 & \leq & & & -r_4 & +25,00 & \leq & 40 \\
 -40 & \leq & 0,286g_1 & +0,715r_2 & +0,286r_4 & -50,008 & \leq & 40 \\
 0 \leq g_1 & \leq & 105 & & & & & \\
 0 \leq r_2 & \leq & 60 & & & & & \\
 0 \leq r_3 & \leq & 20 & & & & & \\
 0 \leq r_4 & \leq & 25 & & & & &
 \end{array}$$

Primeiramente com as restrições de fluxo ignoradas temos o seguinte problema de PL relaxado:

$$\text{Min } w = r_2 + r_3 + r_4 \tag{5.25}$$

s.a.

$$g_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 105$$

$$0 \leq g_1 \leq 105$$

$$0 \leq r_2 \leq 60$$

$$0 \leq r_3 \leq 20$$

$$0 \leq r_4 \leq 25$$

Uma vez posto o PL, passamos ao *predespacho*: todos os geradores são fixados inicialmente em seus limites inferiores. Observamos que f_{23} (quarta restrição de fluxo) é o único violado e que o gerador 1 pode consertar a inconveniência. Fazendo $g_1 = 105$ terminamos o predespacho com a equação de balanço satisfeita. A solução do PL relaxado é então $g_1 = 105$ e as demais variáveis nulas.

Observamos novamente os fluxos $f_{12} = 40,04$, $f_{13} = 40,08$, $f_{14} = 25$ e $f_{23} = -19,92$. O fluxo f_{12} é o mais violado. Devemos incorporar a restrição referente ao fluxo mais violado ao PL relaxado e temos um novo problema:

$$\text{Min } w = r_2 + r_3 + r_4 \tag{5.26}$$

s.a.

$$g_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 105$$

$$0,286g_1 - 0,286r_2 + 0,286r_4 + 10,01 \leq 35$$

$$0 \leq g_1 \leq 105$$

$$0 \leq r_2 \leq 60$$

$$0 \leq r_3 \leq 20$$

$$0 \leq r_4 \leq 25$$

O algoritmo dual simplex canalizado permite resolver (5.26) obtendo-se a seguinte solução: $g_1 = 96,2$, $r_2 = 8,81$ e as demais variáveis nulas. Observando as restrições de fluxo não é mais encontrada qualquer violação. Assim, a solução do sistema relaxado (5.26) é também solução de (5.24) com corte de carga igual a $w = 8,81$.

Importa notar que topologias que não produzem cortes de carga nos problemas sem redespacho terminam sempre no predespacho e não requerem iterações de PL. A justificativa é a seguinte: a soma das gerações é igual a soma das demandas e nenhuma restrição de fluxo está violada.

Quando a soma das gerações for maior que a soma das demandas existe a oportunidade do redespacho com a cautela de topologia sem corte de carga. Neste caso, a resolução pode parar no predespacho ou algumas iterações do algoritmo de PL serão exigidas.

Para topologias apresentando cortes de carga, o algoritmo demanda algumas iterações de PL mas a dimensão da base sempre será pequena comparada com a dimensão da base do método

primal simplex. Note-se que o custo computacional para montar o novo modelo matemático está na inversão da matriz (B').

O algoritmo proposto por Stott [28] e a versão de Gandini [36] são melhores que o modelo DC original, pois diminuem o tamanho da base, mas a necessidade do cálculo dos ângulos a cada iteração deixou-os desinteressantes e, além disso, não é possível utilizar um usual quadro dual simplex canalizado.

5.5 Técnica de Reotimização

Na busca de solução do sistema (5.1) devemos calcular a inversa de uma certa matriz. Se isto for feito milhares de vezes resulta num custo computacional proibitivo. Todos os algoritmos de planejamento de sistemas de transmissão, heurísticos, de otimização clássica e metaheurísticas, resolvem de maneira iterativa problemas de PL que se distinguem pela adição ou remoção de um ramo ou de poucos ramos e, assim, é interessante aproveitar uma única inversão para todos os PL que se sucedem.

A alteração da susceptância de um ramo (i, j) de uma rede de transmissão causa pequenas modificações na matriz B (que aparece em (5.1)), isto é, apenas quatro entradas da matriz se modificam se for alterado um ramo (a saber, as entradas a_{ii} , a_{ij} , a_{ji} e a_{jj}), e, para encontrar a inversa da nova matriz a partir da inversa anterior, apela-se para um lema detalhado por Monticelli [43] e aqui reproduzido:

Considere o sistema linear:

$$A^0 x^0 = b \quad (5.27)$$

em que A^0 é uma matriz ($n \times n$) inversível, x^0 e b vetores ($n \times 1$). Seja ΔA uma variação introduzida na matriz de coeficientes inversível A , o novo sistema passa a ser o seguinte:

$$(A^0 + \Delta A)(x^0 + \Delta x) = b \quad (5.28)$$

e reescrito

$$A^0 \Delta x + \Delta A x^0 + \Delta A \Delta x = 0 \quad (5.29)$$

A partir de (5.29) segue que:

$$\Delta x = - (A^0)^{-1} [\Delta A (x^0 + \Delta x)] \quad (5.30)$$

Considere mais que a matriz ΔA possa ser fatorada como:

$$\Delta A = CDF \quad (5.31)$$

sendo C uma matriz ($n \times l$), D uma matriz ($l \times l$) e F uma matriz ($l \times n$).

Premultiplicando-se (5.31) por F e isolando o vetor $F\Delta x$ de dimensão ($l \times 1$), tem-se:

$$F\Delta x = -[\Pi_l + F(A^0)^{-1}CD]^{-1}F(A^0)^{-1}CDFx^0 \quad (5.32)$$

em que Π_l é a matriz identidade ($l \times l$).

Substituindo-se (5.32) em (5.31), pode-se determinar o valor da correção Δx :

$$\Delta x = -(A^0)^{-1}CD[\Pi_l + F(A^0)^{-1}CD]^{-1}Fx^0 \quad (5.33)$$

Considerando que:

$$x = x^0 + \Delta x \quad (5.34)$$

ou

$$A^{-1}b = (A^0)^{-1}b + \Delta x \quad (5.35)$$

e substituindo (5.33) em (5.31), obtém-se:

$$A^{-1}b = (A^0)^{-1}b - (A^0)^{-1}CD[\Pi_l + F(A^0)^{-1}CD]^{-1}F(A^0)^{-1}b \quad (5.36)$$

Como este resultado vale para todo vetor b , conclui-se que:

$$A^{-1} = (A^0)^{-1} - (A^0)^{-1}C[D^{-1} + F(A^0)^{-1}C]^{-1}F(A^0)^{-1}. \quad (5.37)$$

Como medida de cautela admitamos que todas as inversões de matrizes citadas são legítimas.

Assim, temos um método para a inversão da matriz susceptância no caso de adição ou remoção de ramos em uma rede de energia elétrica, devendo ser observado que o ramo a ser adicionado ou removido não esteja ligado a uma barra ilhada.

Exemplo ilustrativo numérico

A técnica será melhor compreendida examinando o sistema de seis barras de Garver sem despacho (os dados se encontram no Apêndice). Na configuração inicial foi adicionada uma linha no caminho (2, 6) para evitar o ilhamento da barra 6:

A matriz susceptância do exemplo é:

$$B = \begin{bmatrix} -9,1667 & 2,5 & 0 & 1,6667 & 5 & 0 \\ 2,5 & -13,3333 & 5 & 2,5 & 0 & 3,3333 \\ 0 & 5 & -10 & 0 & 5 & 0 \\ 1,6667 & 2,5 & 0 & -4,1667 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 5 & 0 & -10 & 0 \\ 0 & 3,3333 & 0 & 0 & 0 & -3,3333 \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Tomando a barra 5 como referência, excluimos de B sua quinta linha e quinta coluna, obtendo uma matriz B^0 e:

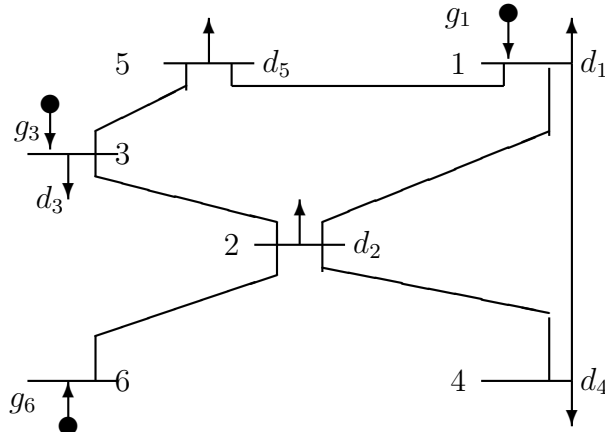


Figura 5.2: Sistema de seis barras-configuração inicial

$$(B^0)^{-1} = \begin{bmatrix} -0,1548 & -0,0903 & -0,0452 & -0,1161 & -0,0903 \\ -0,0903 & -0,2193 & -0,1097 & -0,1677 & -0,2194 \\ -0,0452 & -0,1097 & -0,1548 & -0,0839 & -0,1097 \\ -0,1161 & -0,1677 & -0,0839 & -0,3871 & -0,1677 \\ -0,0903 & -0,2193 & -0,1097 & -0,1677 & -0,5193 \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

Adicionando um ramo no caminho (4,6) obtém-se uma nova matriz B , ligeiramente diferente daquela que aparece em (5.38) a saber:

$$B = \begin{bmatrix} -9,1667 & 2,5 & 0 & 1,6667 & 5 & 0 \\ 2,5 & -13,3333 & 5 & 2,5 & 0 & 3,3333 \\ 0 & 5 & -10 & 0 & 5 & 0 \\ 1,6667 & 2,5 & 0 & -7,5 & 0 & 3,3333 \\ 5 & 0 & 5 & 0 & -10 & 0 \\ 0 & 3,3333 & 0 & 3,3333 & 0 & -6,6667 \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

A questão que se coloca é a inversão da nova matriz B_{nova}^0 , a nova B , excluídas as filas de referência. Para isso utiliza-se o lema da inversão como aparece em Monticelli [43] ou também em (5.37):

$$B_{nova}^{-1} = (B^0)^{-1} - (B^0)^{-1}C[D^{-1} + F(B^0)^{-1}C]^{-1}F(B^0)^{-1}$$

em que D é o oposto da susceptância do ramo adicionado, C é um vetor coluna com $(nb - 1)$ elementos cujas entradas são nulas, exceto nas posições (i, j) que são respectivamente 1 e -1. Se i ou j corresponder à barra de referência, então essa entrada será omitida. Além disso, $F = C^t = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ -1]$, $D = -3,3333$ e $D^{-1} = -0,3$.

Logo:

$$(B_{nova}^0)^{-1} = \begin{bmatrix} -0,1541 & -0,0918 & -0,0459 & -0,1096 & -0,1007 \\ -0,0918 & -0,2163 & -0,1081 & -0,1807 & -0,1985 \\ -0,0459 & -0,1081 & -0,1541 & -0,0904 & -0,0993 \\ -0,1096 & -0,1807 & -0,0904 & -0,3318 & -0,2563 \\ -0,1007 & -0,1985 & -0,0993 & -0,2563 & -0,3774 \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

Com esta técnica de reotimização, o tempo computacional de um algoritmo heurístico que a utiliza como subrotina para a resolução de sucessivos problemas de PL diminui significativamente, pois utiliza uma matriz já invertida para inverter outra somente com operações de multiplicação. Esse método falha para sistemas com muitas barras ilhadas.

Capítulo 6

Testes e Resultados Experimentais

Neste capítulo apresentamos os testes experimentais em dois sistemas elétricos muito usados na literatura especializada, o sistema IEEE de 24 barras e 41 caminhos para adição de circuitos e o sistema Sul brasileiro reduzido de 46 barras e 79 caminhos para a adição de circuitos. Os dados desses sistemas se encontram no Apêndice. Também em ambos casos apresentamos testes usando o modelo de transportes e usando o modelo DC.

6.1 Testes Usando o Modelo DC

Apresentamos os resultados encontrados pelo algoritmo VNS quando usamos o modelo DC para representar o problema de planejamento da expansão da rede.

6.1.1 Sistema IEEE de 24 Barras

O sistema de 24 barras tem 41 caminhos candidatos a adição de linhas de transmissão ou transformadores. O sistema tem uma demanda total de 8550 MW e uma geração total instalada de 10215 MW. Foram realizados testes com o sistema IEEE de 24 barras para cinco tipos diferentes de planejamento. O primeiro teste corresponde ao planejamento em que é considerado o redespacho da geração, isto é, o planejador escolhe apenas os limites dos geradores e o valor exato da geração em cada barra de geração é determinada pelo processo de otimização. Nos outros testes, a geração em cada barra de geração é fixada e esse tipo de planejamento é conhecido como planejamento da expansão de sistemas de transmissão sem reprogramação da geração. Assim, para quatro propostas de geração é encontrado o plano de expansão de sistemas de transmissão. Conceitualmente, existem cinco problemas de planejamento da expansão de sistemas de transmissão que usam os mesmos dados. Os dados de geração desses diferentes planos são encontrados no Apêndice.

Em todos os casos, a solução inicial para iniciar o processo de otimização usando o algoritmo VNS foi encontrado usando o algoritmo heurístico construtivo de Villasana-Garver-Salon, algoritmo VGS.

Sistema IEEE de 24 Barras: Plano 1

Este caso corresponde ao planejamento em que é permitido a reprogramação da geração. Os resultados encontrados são os seguintes:

- Solução encontrada pelo algoritmo VGS:
Investimento: 321 milhões de dólares.
Número de problemas de PL resolvidos: 9.
Adições realizadas: $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 1$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{01-08} = 1$ e $n_{06-07} = 2$.
- Solução encontrada pelo algoritmo VNS:
Investimento: 152 milhões de dólares.
Número de problemas de PL resolvidos até encontrar a incumbente: 135.
Número de problemas de PL resolvidos até a convergência: 196.
Adições realizadas: $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{10-12} = 1$ e $n_{14-16} = 1$.

Sistema IEEE de 24 Barras: Plano 2

Este caso corresponde a um dos quatro casos de planejamento em que não existe reprogramação da geração. Os resultados encontrados são os seguintes:

- Solução encontrada pelo algoritmo VGS:
Investimento: 547 milhões de dólares.
Número de problemas de PL resolvidos: 16.
Adições realizadas: $n_{01-05} = 1$, $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-16} = 1$, $n_{15-21} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$, $n_{17-18} = 1$, $n_{01-08} = 1$ e $n_{06-07} = 1$.
- Solução encontrada pelo algoritmo VNS:
Investimento: 390 milhões de dólares.
Número de problemas de PL resolvidos até encontrar a incumbente: 131.
Número de problemas de PL resolvidos até a convergência: 323.
Adições realizadas: $n_{01-05} = 1$, $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$ e $n_{17-18} = 2$.

Sistema IEEE de 24 Barras: Plano 3

Este caso corresponde a um dos quatro casos de planejamento em que não existe reprogramação da geração. Os resultados encontrados são os seguintes:

- Solução encontrada pelo algoritmo VGS:

Investimento: 618 milhões de dólares.

Número de problemas de PL resolvidos: 16.

Adições realizadas: $n_{01-05} = 1$, $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 1$, $n_{10-11} = 1$, $n_{14-16} = 2$, $n_{15-16} = 1$, $n_{15-21} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{17-18} = 1$ e $n_{06-07} = 2$.

- Solução encontrada pelo algoritmo VNS:

Investimento: 392 milhões de dólares.

Número de problemas de PL resolvidos até encontrar a incumbente: 507.

Número de problemas de PL resolvidos até a convergência: 653.

Adições realizadas: $n_{01-05} = 1$, $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 1$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 2$ e $n_{17-18} = 2$.

Sistema IEEE de 24 Barras: Plano 4

Este caso corresponde a um dos quatro casos de planejamento em que não existe reprogramação da geração. Os resultados encontrados são os seguintes:

- Solução encontrada pelo algoritmo VGS:

Investimento: 318 milhões de dólares.

Número de problemas de PL resolvidos: 10.

Adições realizadas: $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{16-17} = 1$, $n_{20-23} = 1$ e $n_{06-07} = 2$.

- Solução encontrada pelo algoritmo VNS:

Investimento: 218 milhões de dólares.

Número de problemas de PL resolvidos até encontrar a incumbente: 14.

Número de problemas de PL resolvidos até a convergência: 96.

Adições realizadas: $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{10-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{16-17} = 1$ e $n_{20-23} = 1$.

Sistema IEEE de 24 Barras: Plano 5

Este caso corresponde a um dos quatro casos de planejamento em que não existe reprogramação da geração. Os resultados encontrados são os seguintes:

- Solução encontrada pelo algoritmo VGS:

Investimento: 476 milhões de dólares.

Número de problemas de PL resolvidos: 12.

Adições realizadas: $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{10-12} = 1$, $n_{12-13} = 1$, $n_{14-16} = 1$, $n_{15-24} = 1$, $n_{16-17} = 1$ e $n_{06-07} = 2$.

- Solução encontrada pelo algoritmo VNS:

Investimento: 342 milhões de dólares.

Número de problemas de PL resolvidos até encontrar a incumbente: 417.

Número de problemas de PL resolvidos até a convergência: 615.

Adições realizadas: $n_{03-24} = 1$, $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{10-12} = 1$, $n_{09-11} = 1$, $n_{14-16} = 2$ e $n_{16-17} = 1$.

Em relação aos resultados obtidos nos testes, deve-se observar que o algoritmo VNS encontrou as melhores soluções conhecidas (menores investimento) para os sistemas testados. Essas soluções foram encontradas com um esforço de processamento baixo comparado com o esforço de processamento de outras metaheurísticas. O algoritmo heurístico construtivo de Villasana-Garver-Salon encontra soluções de custo muito elevados. Esse comportamento pode ser esperado porque o sistema é altamente conexo (com muitos laços) e, nesse contexto, a qualidade do índice de sensibilidade diminui. Entretanto, a composição da solução (as linhas adicionadas) é de excelente qualidade e permite, a partir dela, encontrar facilmente a melhor solução conhecida para cada um dos cinco casos desse sistema elétrico.

6.1.2 Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras

O sistema Sul brasileiro tem 46 barras, 79 caminhos para adição de novas linhas de transmissão ou transformadores, demanda de 6880 MW e uma potência instalada de geração de 10545 MW.

Este caso corresponde ao planejamento em que existe reprogramação da geração. Os resultados encontrados são os seguintes:

- Solução encontrada pelo algoritmo VGS:

Investimento: 95,795 milhões de dólares.

Número de problemas de PL resolvidos: 9.

Adições realizadas: $n_{20-21} = 2$, $n_{42-43} = 1$, $n_{05-06} = 2$, $n_{06-46} = 1$, $n_{20-23} = 1$ e $n_{19-21} = 1$.

- Solução encontrada pelo algoritmo VNS:

Investimento: 70,289 milhões de dólares.

Corte de carga: $w = 1,3$ MW.

Número de problemas de PL resolvidos até encontrar a incumbente: 216.

Número de problemas de PL resolvidos até a convergência: 499.

Adições realizadas: $n_{20-21} = 2$, $n_{42-43} = 1$, $n_{05-06} = 2$, $n_{06-46} = 1$, $n_{20-23} = 1$ e $n_{13-20} = 1$.

Neste caso a melhor solução encontrada é também a melhor solução conhecida na literatura especializada. Também neste caso, a solução fornecida pelo algoritmo VGS é relativamente elevada em termos de custo mas a composição da solução é de excelente qualidade (veja as linhas adicionadas pelo algoritmo de VGS e a solução encontrada pelo algoritmo VNS).

6.2 Testes Usando o Modelo de Transportes

6.2.1 Sistema IEEE de 24 Barras

Em todos os casos, a solução inicial para o processo de otimização usando o algoritmo VNS foi encontrada usando o algoritmo heurístico construtivo de Garver.

Sistema IEEE de 24 Barras: Plano 1

Este caso corresponde ao planejamento em que é permitido a reprogramação da geração. Os resultados encontrados são os seguintes:

- Solução encontrada pelo algoritmo de Garver:
Investimento: 102 milhões de dólares.
Número de problemas de PL resolvidos: 5.
Adições realizadas: $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, e $n_{14-16} = 1$.
- Solução encontrada pelo algoritmo VNS:
Investimento: 102 milhões de dólares.
Número de problemas de PL resolvidos até encontrar a incumbente: 0.
Número de problemas de PL resolvidos até a convergência: 32.
Adições realizadas: $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, e $n_{14-16} = 1$.

Sistema IEEE de 24 Barras: Plano 2

Este caso corresponde a um dos quatro casos de planejamento em que não existe reprogramação da geração. Os resultados encontrados são os seguintes:

- Solução encontrada pelo algoritmo de Garver:
Investimento: 226 milhões de dólares.
Número de problemas de PL resolvidos: 9.
Adições realizadas: $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{14-16} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$ e $n_{17-18} = 1$.
- Solução encontrada pelo algoritmo VNS:
Investimento: 226 milhões de dólares.
Número de problemas de PL resolvidos até encontrar a incumbente: 0.
Número de problemas de PL resolvidos até a convergência: 63.
Adições realizadas: $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$, $n_{14-16} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$ e $n_{17-18} = 1$.

Sistema IEEE de 24 Barras: Plano 3

Este caso corresponde a um dos quatro casos de planejamento em que não existe reprogramação da geração. Os resultados encontrados são os seguintes:

- Solução encontrada pelo algoritmo de Garver:
Investimento: 372 milhões de dólares.
Número de problemas de PL resolvidos: 11.
Adições realizadas: $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 1$, $n_{10-11} = 1$, $n_{11-14} = 1$, $n_{14-16} = 2$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$ e $n_{17-18} = 1$.
- Solução encontrada pelo algoritmo VNS:
Investimento: 340 milhões de dólares.
Número de problemas de PL resolvidos até encontrar a incumbente: 7.
Número de problemas de PL resolvidos até a convergência: 114.
Adições realizadas: $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 1$, $n_{10-11} = 1$, $n_{11-14} = 1$, $n_{14-16} = 2$, $n_{16-17} = 2$, e $n_{17-18} = 1$.

Sistema IEEE de 24 Barras: Plano 4

Este caso corresponde a um dos quatro casos de planejamento em que não existe reprogramação da geração. Os resultados encontrados são os seguintes:

- Solução encontrada pelo algoritmo de Garver:
Investimento: 110 milhões de dólares.
Número de problemas de PL resolvidos: 5.
Adições realizadas: $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$ e $n_{13-14} = 1$.
- Solução encontrada pelo algoritmo VNS:
Investimento: 110 milhões de dólares.
Número de problemas de PL resolvidos até encontrar a incumbente: 0.
Número de problemas de PL resolvidos até a convergência: 36.
Adições realizadas: $n_{06-10} = 1$, $n_{07-08} = 2$ e $n_{13-14} = 1$.

Sistema IEEE de 24 Barras: Plano 5

Este caso corresponde a um dos quatro casos de planejamento em que não existe reprogramação da geração. Os resultados encontrados são os seguintes:

- Solução encontrada pelo algoritmo de Garver:
Investimento: 260 milhões de dólares.
Número de problemas de PL resolvidos: 7.
Adições realizadas: $n_{07-08} = 1$, $n_{10-11} = 1$, $n_{14-16} = 2$, $n_{16-17} = 1$ e $n_{06-07} = 1$.
- Solução encontrada pelo algoritmo VNS:
Investimento: 190 milhões de dólares.
Número de problemas de PL resolvidos até encontrar a incumbente: 97.
Número de problemas de PL resolvidos até a convergência: 190.
Adições realizadas: $n_{06-07} = 1$, $n_{09-12} = 1$, $n_{14-16} = 1$ e $n_{16-17} = 1$.

Em relação aos testes realizados não é possível obter resultados conclusivos sobre a qualidade da solução encontrada pelo algoritmo VNS porque os resultados desse tipo de testes (modelo de transportes para o sistema de 24 barras) não aparecem na literatura. Entretanto, os valores encontrados são significativamente menores em termos de custos quando comparados com os obtidos para o modelo DC, mostrando que os resultados podem ser de excelente qualidade.

6.2.2 Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras

Este caso corresponde ao planejamento em que existe reprogramação da geração. Os resultados encontrados são os seguintes:

- Solução encontrada pelo algoritmo de Garver:
Investimento: 63 milhões de dólares.
Número de problemas de PL resolvidos: 8.
Adições realizadas: $n_{20-23} = 1$, $n_{20-21} = 2$, $n_{42-43} = 1$, $n_{05-06} = 2$ e $n_{06-46} = 1$.
- Solução encontrada pelo algoritmo VNS:
Investimento: 63 milhões de dólares.
Número de problemas de PL resolvidos até encontrar a incumbente: 0.
Número de problemas de PL resolvidos até a convergência: 201.
Adições realizadas: $n_{20-23} = 1$, $n_{20-21} = 2$, $n_{42-43} = 1$, $n_{05-06} = 2$ e $n_{06-46} = 1$.

Neste caso existe a solução ótima conhecida para este sistema e é menor que a solução encontrada pelo algoritmo VNS. Uma análise detalhada das soluções mostra que para encontrar a solução ótima desse sistema elétrico, a partir da solução inicial fornecida pelo algoritmo VGS, o algoritmo VNS deve trabalhar com vizinhança de nível seis na lógica de vizinhança simples (de circuitos) ou de vizinhança de nível quatro na lógica de vizinhança especializada (de caminhos). O algoritmo VNS desenvolvido não tem tanta sofisticação.

Na comparação dos resultados em tempo de processamento entre o algoritmo VNS que resolve os problemas de PL usando o software MINOS e o algoritmo VNS que resolve os problemas de PL na forma desenvolvida neste trabalho existem diferenças significativas. Assim, para

o modelo de transportes o algoritmo que usa o PL especializado é em torno de 4 vezes mais rápido e, para o modelo DC, o algoritmo que usa o PL especializado é em torno de 6 vezes mais rápido. Essa relação de tempos de processamento pode ainda mudar de forma significativa após algumas mudanças de alguns módulos de programação. Deve-se observar que a programação do algoritmo de PL realizado neste trabalho não tem o nível de sofisticação que existem nos pacotes comerciais. Mesmo assim, o algoritmo desenvolvido se tornou mais rápido devido ao nível de especialização do ponto de vista teórico na implementação da estrutura do algoritmo. Todos os programas foram desenvolvidos em Fortran 77 e foi usado o software MINOS como subrotina dos módulos de programação (o MINOS disponível no LAPSEE está escrito em Fortran 77).

Finalmente, como a parcela de contribuição mais importante deste trabalho é a proposta de solução eficiente dos problemas de PL que aparecem quando se pretende resolver o problema de planejamento da expansão usando metaheurísticas, então foi realizado um teste independente da estrutura do algoritmo VNS. Assim foram gerados aleatoriamente propostas de solução, usando uma lógica parecida com as metaheurísticas mas usando uma estratégia aleatória, para o sistema de 24 barras. Nesse caso é possível comparar o desempenho do algoritmo de PL especializado desenvolvido neste trabalho com o algoritmo de PL do MINOS. Assim, foram gerados aleatoriamente 100.000 propostas de solução e cada proposta de solução foi resolvido usando um algoritmo de PL para verificar se a proposta é viável ou não. Nesse contexto, o algoritmo que resolve os problemas de PL usando a proposta apresentada neste trabalho é aproximadamente 3 vezes mais rápido que o algoritmo que resolve os problemas de PL usando o MINOS.

Capítulo 7

Conclusões

Neste trabalho foram desenvolvidos algoritmos de programação linear especializados para resolver os problemas de programação linear que aparecem quando usamos metaheurísticas para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica na formulação básica para o modelo de transportes e o modelo DC.

Os resultados obtidos mostram que existe ainda um campo amplo de pesquisa no desenvolvimento de técnicas eficientes de programação linear para resolver de forma mais eficiente os problemas de programação linear que aparecem na aplicação das metaheurísticas.

Neste trabalho foi usado um algoritmo VNS para mostrar o desempenho dos módulos de programação linear desenvolvidos. Entretanto a proposta de resolver de forma eficiente os problemas de programação linear apresentados neste trabalho podem ser utilizados em qualquer tipo de metaheurística e na maioria dos algoritmos heurísticos construtivos, isto é, em todos os algoritmos heurísticos construtivos em que seja necessário resolver problemas de programação linear mas as variáveis n_{ij} são conhecidas ou não aparecem na modelagem usada pelo índice de sensibilidade. Para os casos em que os n_{ij} são variáveis de decisão devem ser resolvidos novas estratégias eficientes de resolução de novos tipos de problemas de programação linear.

Os programas especializados de programação linear também foram usados apenas para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão que usa o chamado modelo estático com apenas um horizonte de planejamento. Também a modelagem usada não leva em conta o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão considerando com contingências $(N - 1)$. Entretanto, se para resolver esses modelos mais complexos são usadas as metaheurísticas então as técnicas eficientes de programação linear desenvolvidos neste trabalho são diretamente aplicáveis.

Os resultados encontrados mostram um bom desempenho do algoritmo VNS. Entretanto, esse algoritmo deve ser melhorado para que trabalhe de forma eficiente em testes com sistemas mais complexos, especialmente em dois tópicos fundamentais: (1) desenvolvimento de propostas de vizinhança especializadas como a vizinhança de caminhos em contraposição de vizinhança de circuitos, (2) desenvolvimento de técnicas eficientes de redução de vizinhança na mesma forma em que é realizado em outras metaheurísticas, especialmente no algoritmo de busca tabu e, (3) o desenvolvimento de algoritmos VNS mais especializados. Deve-se observar que o algoritmo VNS usado neste trabalho é apenas um algoritmo tipo VND. Assim, pode ser desenvolvido algoritmos VNS mais eficientes tais como o algoritmo GVNS. Entretanto, este trabalho não

teve como meta desenvolver algoritmos VNS. Assim, apenas foi adaptada uma versão existente no LAPSEE de forma a tornar possível testar sistemas de complexidade média e verificar o desempenho dos algoritmos especializados de programação.

Ainda existem vários tópicos que podem ser explorados nesta linha de pesquisa de desenvolvimento de módulos especializados de programação linear. Assim, uma proposta interessante pode ser usar as técnicas especializadas de programação linear para resolver problemas de fluxos em redes. Essa proposta pode ser implementada para o modelo de transportes.

Obviamente, existe ainda várias formas de melhorar os algoritmos apresentados melhorando as técnicas de programação, entre outros rumos para o futuro.

Após a introdução de melhorias nos módulos de programação e melhorias no algoritmo VNS, pode-se realizar testes em sistemas realmente desafiadores. Alguns sistemas altamente complexos, como o sistema Norte-Nordeste brasileiro, ainda representam um grande desafio porque não se conhecem as soluções ótimas desses sistemas. Particularmente, para o sistema Norte-Nordeste brasileiro ainda não se conhecem as soluções ótimas nem mesmo para o modelo mais simples que é o modelo de transportes. Adicionalmente, novos testes com metaheurísticas melhoradas foram encontrando soluções cada vez melhores para o modelo DC. Assim, certamente, o caminho futuro no citado caso complexo, é o uso do modelo DC.

Referências Bibliográficas

- [1] *Garver, L.L.*: “Transmission network estimation using linear programming”, IEEE Trans. Power App. Syst., 1970, **89**, pp. 1688-1697.
- [2] *Haffner, S., Monticelli, A., Garcia, A., and Romero, R.*: “Specialized branch and bound algorithm for transmission network expansion planning”, IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, 2001, **148**, (5), pp. 482-488.
- [3] *Villasana, R., Garver, L.L., and Salon, S.J.*: “Transmission network planning using linear programming”, IEEE Trans. Power App. Systems, 1985, **104**, (2), pp. 349-356.
- [4] *Binato S.*: “Expansão ótima de Sistemas de Transmissão Através de Decomposição de Benders e Técnicas de Planos Cortantes”, Tese de doutorado, UFRJ, abril de 2000.
- [5] *Haffner, S.*: “Planejamento de sistemas de transmissão no contexto de livre mercado”, Tese de doutorado, 2000, Unicamp-Brazil.
- [6] *Romero, R., Rocha, C., Mantovani, M., and Mantovani, J.R.S.*: “Analysis of heuristic algorithms for the transportation model in static and multistage planning in network expansion systems”, IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, 2003, **150**, (5), pp. 521-526.
- [7] *Monticelli, A., Santos, Jr. A., and Pereira, M.V.F., Cunha, S.H., Parker, B.J., Praça, J.C.G.*: “Interactive transmission network planning using a least-effort criterion”, IEEE Trans. Power App. Systems, 1982, **101**, (10), pp. 3919-3925.
- [8] *Pereira, M.V.F., and Pinto, L.M.V.G.*: “Application of sensitivity analysis of load supplying capability to interactive transmission expansion planning”, IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, 1985, **104**, (2), pp. 381-389.
- [9] *Levi, V.A., and Calovic, M.S.*: “A New decomposition based method for optimal expansion planning of large transmission networks”, IEEE Transactions on Power Systems, 1991, **6**, (3), pp. 937-943.
- [10] *Dechamps, C., and Jamouille, A.*: “Interactive computer program for planning the expansion of meshed transmission networks”, International Journal of Electrical Power and Energy Systems, 1980, **2**, (2), pp. 103-108.
- [11] *Latorre-Bayona G., Perez-Arriaga J.I.*: “CHOPIN, A Heuristic Model for Long Term Transmission Expansion Planning”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 4, November 1994.

- [12] *Romero R., Monticelli A.*: “A Hierarchical Decomposition Approach for Transmission Network Expansion Planning”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 1, pp. 373-380, February 1994.
- [13] *Pereira M.V.F., Pinto L.M.V.G., Cunha S.H.F., Oliveira G.C.*: “A Decomposition Approach to automated generation-transmission expansion Planning”; IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS - 104, No. 11, November, 1985.
- [14] *Pereira M.V.F., Pinto L.M.V.G., Oliveira G.C., Cunha S.H.F.*: “Composite Generation Transmission Expansion Planning”; EPRI Research Project 2473-9, EL-5179, 1987.
- [15] *Haffner S., Monticelli A., Garcia A., Mantovani J., Romero R.*: “Branch and Bound Algorithm for Transmission System Expansion Planning Using a Transportation Model”, IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, Vol. 147(3), pp. 149-156, May 2000.
- [16] *Gallego, R.A., Monticelli, A., and Romero, R.*: “Tabu search algorithm for network synthesis”, IEEE Transactions on Power Systems, 2000, **15**, (2), pp. 490-495.
- [17] *Gallego, R.A., Monticelli, A., and Romero, R.*: “Comparative studies of non-convex optimization methods for transmission network expansion planning”, IEEE Transactions on Power Systems, 1998, **13**, (3), pp. 822-828.
- [18] *Gallego R.A., Alves A.B., Monticelli A., Romero R.*: “Parallel Simulated Annealing Applied to Long Term Transmission Network Expansion Planning”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 1, pp. 181-188, February 1997.
- [19] *Gallego R.A., Monticelli A., Romero R.*: “Transmission System Expansion Planning by Extended Genetic Algorithm”, IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, 145(3):329-335, May, 1998.
- [20] *Romero R., Gallego R.A., Monticelli A.*: “Transmission System Expansion Planning by Simulated Annealing”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 1, pp. 364-369, February 1996.
- [21] *Da Silva, E.L., Gil, H.A., Areiza, J.M.*: “Transmission network expansion planning under an improved genetic algorithm”, IEEE Transactions on Power Systems, 2000, **15**, (4), pp 1168-1175.
- [22] *Da Silva, E.L., Areiza, J.M., De Oliveira, G.C., Binato, S.*: “Transmission network expansion planning under a tabu search approach”, IEEE Transactions on Power Systems, 2001, **16**, (1), pp. 62-68.
- [23] *Romero, R., Monticelli, A., Garcia, A., Haffner, S.*: “Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning”, IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, 2002, **148**, (5), pp. 482-488.
- [24] *Latorre, G., Cruz, R.D., Areiza, J.M., and Villegas, A.*: “Classification of publications and models on transmission expansion planning”, IEEE Transactions on Power Systems, 2003, **18**, (2), pp. 938-946.

- [25] *Fang R., Hill D.J.*: “A New Strategy for Transmission Expansion in Competitive Electricity Markets”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 18, No. 1, pp. 374-380, February, 2003.
- [26] *Hashimoto, S.H.M., Romero, R., Mantovani, J.R.S.*: “Efficient linear programming algorithm for the transmission network expansion planning problem”, **IEE Proceeding in Generation, Transmission and Distribution**, Vol. 150, No. 5, pp 536-542, September 2003.
- [27] *Escobar, A., Gallego, R.A., Romero, R.*: “Multi-stage and Coordinated Planning of the Expansion of Transmission Systems”, para aparecer em **IEEE Transactions on Power Systems**, 2003 ou 2004.
- [28] *Stott B., Marinho J.L.*: “Linear Programming for Power System Network Security Applications”, *IEEE Transactions on PAS*, Vol. PAS - 98, No. 3, May-June, 1979.
- [29] *Rider M.J., Garcia, A., Romero, R.*: “Transmission system expansion planning by a branch and bound algorithm”, *IET Generation, Transmission and Distribution*, 2008, **2**, (1), pp. 90-99.
- [30] *Romero, R., Rider, M.J., Silva, I.D.*: “A metaheuristic to solve the transmission expansion planning”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 22, No. 4, pp. 2289-2291, November, 2007.
- [31] *Rider M.J., Garcia, A., Romero, R.*: “Power system transmission network expansion planning using AC model”, *IET Generation, Transmission and Distribution*, 2007, **1**, (5), pp. 731-742.
- [32] *Silva, I.D., Rider, M.J., Romero, R., Murari, C.A.*: “Transmission network expansion planning considering uncertainty in demand”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 21, No. 4, pp. 1565-1573, November, 2006.
- [33] *Sanchez, I.G., R. Romero, Mantovani, J.R.S., Rider, M.J.*: “Transmission expansion planning using the DC model and non-linear programming technique”, **IEE Proceeding in Generation, Transmission and Distribution**, Vol. 152, No. 6, pp 763-769, November 2005.
- [34] *Silva, I.D., Rider, M.J., R. Romero, Garcia, A., Murari, C.A.*: “Transmission network expansion planning with security constraints”, **IEE Proceeding in Generation, Transmission and Distribution**, Vol. 152, No. 6, pp 828-836, November 2005.
- [35] *Hashimoto S.H.M.*: “Análise e desenvolvimento de algoritmos eficientes de programação linear para o problema de planejamento de sistemas de transmissão a longo prazo”, **tese de doutorado**, DEE-FEIS-UNESP, 2005.
- [36] *Gandini A.C.*: “Método de programação linear dual para o cálculo de cortes de carga em planejamento da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica”, **dissertação de mestrado**, FEEC-UNICAMP, 1998.
- [37] *Martins W.*: “Busca em vizinhança variavel aplicado na solução do problema de planejamento da expansão do sistema de transmissão de energia elétrica”, **dissertação de mestrado**, DEE-FEIS-UNESP, 2009.

- [38] *Glover F.; Kochenberger G.A.*: “Handbook of metaheuristics”, **Kluwer Academic Publishers**, 2003.
- [39] *Hansen, P.; Mladenovic, N.*: “Development of variable neighborhood search”, **Les Cahiers du GERAD**, Vol. 22, G-01-24, 2001.
- [40] *Hansen, P.; Mladenovic, N.*: “Variable neighborhood search: Principles and applications”, **European Journal of Operations Research**, Vol. 130, No. 3, pp 449-467, 2001.
- [41] *Hansen, P.; Mladenovic, N.; Perez, J.A.M.*: “Variable neighborhood decomposition search”, **Journal of Heuristics**, Vol. 4, No. 7, pp 335-350, 2001.
- [42] *Bazaraa M.S.; Jarvis J.J.; Sherali H.D.*: Linear programming and networks flows, John Wiley & Sons, 1990.
- [43] *Monticelli A.*: Fluxo de carga em redes de energia elétrica, Edgard Bucher, 1983.
- [44] *Garfinkel R.S.; Nemhauser G.L.*: Integer Programming, John Wiley & Sons, 1972.
- [45] *de Oliveira S.A.*: Metaheurísticas aplicadas ao planejamento da expansão da transmissão de energia elétrica em ambiente de processamento distribuído, tese de doutorado, FEEC-UNICAMP, 2004.

Publicações Relacionadas com a Tese

- **R. Romero, E. Righetto, M. Granada, J.M. Lopez, J.R.S. Mantovani:**

Specialized linear programming applied to the transmission network expansion planning problem, ALIO/EURO, Vol. 1, pp 01-06, Buenos Aires, Argentina, 2008.

- **R. Romero, E. Righetto, J.R.S. Mantovani:**

Metaheurística especializada para resolver el problema de la planificación de la expansión de sistemas de transmisión de energía eléctrica, OPTIMA 2009, VIII Congreso Chileno de Investigación Operativa, Vol. 1, pp 01-10, Termas de Chillan, Chile, 2009.

Apêndice A

O Problema de Programação Linear com Variáveis Limitadas

A.1 Introdução

Neste apêndice abordamos o problema de programação linear com variáveis limitadas (canalizado) seguindo uma interessante proposta feita por Garfinkel- Nemhauser[44] pois oferece quadros simplex mais reduzidos daqueles que aparecem em M. Bazaraa [42].

Consideremos o problema linear com variáveis canalizadas (P):

$$\begin{aligned} \text{Min } x_0 &= cx \\ \text{s.a.} & \\ & Ax = b \\ & l \leq x \leq u \end{aligned}$$

Seja B uma base factível e a partir dela decompos a matriz A e os vetores x e c da seguinte forma :

$$\begin{aligned} A &= [B \ N] \\ x &= \begin{bmatrix} x_B \\ x_N \end{bmatrix} \\ c &= [c_B \ c_N] \end{aligned}$$

A função objetivo e as restrições podem ser reescritas

$$x_0 = [c_B \ c_N] \begin{bmatrix} x_B \\ x_N \end{bmatrix} = c_B x_B + c_N x_N \tag{A.1}$$

$$x_0 = \begin{bmatrix} B & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_B \\ x_N \end{bmatrix} = c_B x_B + c_N x_N \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{bmatrix} B & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_B \\ x_N \end{bmatrix} = b \quad (\text{A.3})$$

Conseqüentemente, podemos exprimir a função objetivo (x_0) e as variáveis básicas (x_B) em termos das variáveis não básicas (x_N):

$$x_B = B^{-1}b - B^{-1}N x_N \quad (\text{A.4})$$

$$x_0 = c_B[B^{-1}b - B^{-1}N x_N] + c_N x_N$$

$$x_0 = c_B B^{-1}b - [c_B B^{-1}N - c_N] x_N$$

As equações A.4 podem ser reescritas matricialmente:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ x_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_B B^{-1}b \\ B^{-1}b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_B B^{-1}N - c_N \\ B^{-1}N \end{bmatrix} x_N \quad (\text{A.5})$$

Com o propósito de desenvolver o método simplex, introduzimos novas notações

$$x_0 = x_{B0}$$

$$x_B = \begin{bmatrix} x_{B1} \\ x_{B2} \\ \vdots \\ x_{Bm} \end{bmatrix}$$

e se j for índice associado a alguma variável não básica com a correspondente coluna a_j em N ,

$$y_j = \begin{bmatrix} y_{0j} \\ \vdots \\ y_{ij} \\ \vdots \\ y_{mj} \end{bmatrix} = B^{-1}a_j$$

A.2 Algoritmo Dual Simplex Canalizado

Após o estabelecimento de notações, voltemos ao problema linear canalizado P enunciado no início deste Apêndice e, escolhendo uma base B , podemos escrever as variáveis básicas em termos das não básicas da seguinte maneira:

$$x_{Bi} = y_{io} - \sum_{j \in R_2} y_{ij} x_j - \sum_{j \in R_1} y_{ij} x_j \quad \text{para } i = 0, 1, 2, \dots, m \quad (\text{A.6})$$

onde : R_1 é o conjunto de índices das variáveis não básicas que estão no limite inferior e R_2 é o conjunto de índices das variáveis não básicas que estão no limite superior.

A busca do ponto que minimiza o problema P pelo método simplex criado por George B. Dantzig (em torno de 1947) exige alterações na base corrente, isto é, variáveis entram ou saem da base, passo a passo, uma decisão por vez, atualizando aquela tida como base corrente até que critérios de otimalidade sejam atingidos ou sejamos impelidos a parar (eventualmente um problema pode ser ilimitado). Realçamos que no caso do problema canalizado, se uma variável sai da base então ela obrigatoriamente assume um dos valores extremos possíveis. Resumiremos o método em seguida.

A.2.1 Análise da variável básica candidata a sair da base.

Seja z_{io} o valor corrente da variável básica i no quadro dual simplex canalizado então,

$$z_{io} = y_{io} - \sum_{j \in R_2} y_{ij} u_j - \sum_{j \in R_1} y_{ij} l_j \quad (\text{A.7})$$

a) **Quando $z_{ro} > u_r$: Variável básica tem seu limite superior violado.**

a.1) Quando a variável não básica x_k candidata a entrar na base estiver em seu limite superior:

Neste caso, o novo valor da variável x_k deve ser:

$$x_k = u_k - \Delta_k \quad (\text{A.8})$$

usando A.8 em A.7 e A.6 temos:

$$x_{Bi} = y_{io} - \sum_{j \in R_1} y_{ij} x_j - \sum_{j \in R_2, j \neq k} y_{ij} x_j - y_{ik} x_k$$

$$x_{Bi} = y_{io} - \sum_{j \in R_1} y_{ij} x_j - \sum_{j \in R_2, j \neq k} y_{ij} x_j - y_{ik}(u_k - \Delta_k)$$

$$x_{Bi} = y_{io} - \underbrace{\sum_{j \in R_1} y_{ij} x_j - \sum_{j \in R_2} y_{ij} x_j + y_{ik} \Delta_k}_{z_{io}}$$

$$x_{Bi} = z_{io} + y_{ik} \Delta_k \quad i = 0, 1, \dots, m \quad (\text{A.9})$$

em que z_{io} é o valor corrente da variável básica i .

Para a variável básica x_{Br} que tem seu limite superior violado, usando a equação A.9, temos:

$$x_{Br} = z_{ro} + y_{rk} \Delta_k \quad (\text{A.10})$$

A variável básica x_{Br} que deve sair da base, será levada ao seu limite superior factível e então teremos:

$$x_{Br} = z_{ro} + y_{rk} \Delta_k = u_r \Rightarrow \Delta_k = \frac{(u_r - z_{ro})}{y_{rk}} \quad (\text{A.11})$$

A nova variável básica x_k deve ser atualizada :

$$x_k = u_k - \Delta_k = u_k - \frac{(u_r - z_{ro})}{y_{rk}}$$

$$x_k = u_k + \frac{1}{y_{rk}}(z_{ro} - u_r) \quad (\text{A.12})$$

e outras varáveis básicas, $i \neq r$, também são atualizadas:

$$x_{Bi} = z_{i0} + y_{ik} \Delta_k$$

$$x_{Bi} = z_{i0} + y_{ik} \left(\frac{u_r - z_{ro}}{y_{rk}} \right)$$

$$x_{Bi} = z_{i0} + \frac{y_{ik}}{y_{rk}} (u_r - z_{ro}) \quad \text{para } i = 1, \dots, m; i \neq r \quad (\text{A.13})$$

Uma forma alternativa para A.13 aparece quando substituimos A.12 em A.13:

$$x_{Bi} = z_{i0} + y_{ik}(u_k - x_k) \quad \text{para } i = 1, \dots, m; i \neq r \quad (\text{A.14})$$

Em A.14 é empregado o valor atualizado de x_k .

a.2) Quando a variável não básica x_k candidata a entrar na base está em seu limite inferior:

O valor atualizado de x_k neste caso deve ser:

$$x_k = l_k + \Delta_k \quad (\text{A.15})$$

Usando A.15 em A.7 e A.6, teremos:

$$\begin{aligned} x_{Bi} &= y_{io} - \sum_{j \in R_1, j \neq k} y_{ij} x_j - \sum_{j \in R_2} y_{ij} x_j - y_{ik} x_k \\ x_{Bi} &= y_{io} - \sum_{j \in R_1, j \neq k} y_{ij} x_j - \sum_{j \in R_2} y_{ij} x_j - y_{ik} (l_k + \Delta_k) \\ x_{Bi} &= y_{io} - \underbrace{\sum_{j \in R_1} y_{ij} x_j - \sum_{j \in R_2} y_{ij} x_j - y_{ik} \Delta_k}_{z_{io}} \end{aligned}$$

$$x_{Bi} = z_{io} - y_{ik} \Delta_k \quad \text{para } i = 0, 1, \dots, m \quad (\text{A.16})$$

A variável básica x_{Br} que tem seu limite superior violado, deve sair da base assumindo seu valor superior factível e então temos:

$$x_{Br} = z_{ro} - y_{rk} \Delta_k = u_r \Rightarrow \Delta_k = \frac{(z_{ro} - u_r)}{y_{rk}} \quad (\text{A.17})$$

A nova variável básica x_k deve ser atualizada assim:

$$x_k = l_k + \Delta_k = l_k + \frac{(z_{ro} - u_r)}{y_{rk}} \Rightarrow x_k = l_k + \frac{1}{y_{rk}} (z_{ro} - u_r) \quad (\text{A.18})$$

e outras variáveis básicas, $i \neq r$, serão adequadamente atualizadas assim:

$$\begin{aligned} x_{Bi} &= z_{io} - y_{ik} \Delta_k = z_{io} - \frac{y_{ik}}{y_{rk}} (z_{ro} - u_r) \\ x_{Bi} &= z_{io} + \frac{y_{ik}}{y_{rk}} (u_r - z_{ro}) \quad \text{para } i = 1, \dots, m; i \neq r \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Uma forma alternativa para A.19 ocorre substituindo $(u_r - z_{ro})$ de A.18:

$$x_{Bi} = z_{io} + y_{ik} (l_k - x_k) \quad \text{para } i = 1, \dots, m; i \neq r \quad (\text{A.20})$$

b) **Quando $z_{ro} < l_r$ a variável básica tem seu limite inferior violado:**

b.1) Quando a variável não básica x_k candidata a entrar na base estiver em seu limite superior, então, o novo valor dessa variável será:

$$x_k = u_k - \Delta_k \quad (\text{A.21})$$

A equação A.9 continua válida :

$$qx_{Bi} = z_{io} + y_{ik}\Delta_k \quad \text{para } i = 0,1,\dots,m \quad (\text{A.22})$$

onde z_{io} é o valor corrente da variável básica i .

Usando A.22 para a variável básica x_{Br} que tem seu limite inferior violado e deve portanto sair da base, assumindo esse limite inferior factível temos :

$$\begin{aligned} x_{Br} &= z_{ro} + y_{rk} \Delta_k = l_r \\ \Rightarrow \Delta_k &= \frac{l_r - z_{ro}}{y_{rk}} \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

A nova variável básica x_k deve ser atualizada :

$$\begin{aligned} x_k &= u_k - \Delta_k = u_k - \frac{1}{y_{rk}}(l_r - z_{ro}) \\ \Rightarrow x_k &= u_k + \frac{(z_{ro} - l_r)}{y_{rk}} \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

e outras variáveis básicas também :

$$\begin{aligned} x_{Bi} &= z_{io} + y_{ik}\Delta_k \\ x_{Bi} &= z_{io} + \frac{y_{ik}}{y_{rk}}(l_r - z_{ro}) \quad \text{para } i = 1,\dots,m; i \neq r \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

Usando A.24 podemos reescrever A.25:

$$\begin{aligned} (l_r - z_{ro}) &= y_{rk}(u_k - x_k) \\ x_{Bi} &= z_{io} + y_{ik}(u_k - x_k) \quad \text{para } i = 1,\dots,m; i \neq r \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Em A.25 devemos usar o novo valor de x_k encontrado em A.24.

b.2) Quando a variável não básica x_k candidata a entrar na base estiver em seu limite inferior:

O novo valor de x_k deve ser :

$$x_k = l_k + \Delta_k \quad (\text{A.27})$$

A equação A.16 continua válida e usando-a para a variável básica x_{Br} que tem seu limite inferior violado e, portanto, sai da base assumindo esse limite inferior factível, então:

$$x_{Br} = z_{ro} - y_{rk}\Delta_k = l_r$$

$$\Rightarrow \Delta_k = \frac{(z_{ro} - l_r)}{y_{rk}} \quad (\text{A.28})$$

A nova variável básica x_k deve ser atualizada:

$$\begin{aligned} x_k &= l_k + \Delta_k = l_k + \frac{(z_{ro} - l_r)}{y_{rk}} \\ \Rightarrow x_k &= l_k + \frac{(z_{ro} - l_r)}{y_{rk}} \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

e as variáveis básicas $i \neq r$ assumem a forma de A.16:

$$\begin{aligned} x_{Bi} &= z_{io} - y_{ik}\Delta_k \\ x_{Bi} &= z_{io} - y_{ik} \left(\frac{z_{ro} - l_r}{y_{rk}} \right) \\ x_{Bi} &= z_{io} + \frac{y_{ik}}{y_{rk}} (l_r - z_{ro}) \quad \text{para } i = 1, \dots, m; i \neq r \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

ou empregando A.29 em A.30, temos:

$$x_{Bi} = z_{io} + y_{ik}(l_k - x_k) \quad \text{para } i = 1, \dots, m; i \neq r \quad (\text{A.31})$$

As relações encontradas devem ser organizadas objetivando montar um algoritmo dual simplex canalizado que seja fácil de manipular.

A.2.2 Análise da variável não básica que deve entrar na base

a) Quando $z_{ro} > u_r$: A variável básica tem seu limite superior violado.

A pivotagem deve produzir uma melhoria na função objetivo (ela deverá aumentar pois a questão é de minimização enfocada via dualidade).

a.1) Quando uma variável não básica em seu limite superior é candidata a entrar na base:

Se x_k está em seu limite superior, $k \in R_2$, então, $y_{ok} \geq 0$.

De A.13 e após a pivotagem, a função objetivo atualizada assume:

$$\begin{aligned} \tilde{z}_{00} &= z_{00} + \frac{y_{ok}}{y_{rk}} (u_r - z_{ro}) \\ y_{ok} \geq 0; (u_r - z_{ro}) \leq 0 &\Rightarrow y_{rk} < 0 \quad \text{pois} \quad \frac{y_{ok}}{y_{rk}} (u_r - z_{ro}) \geq 0 \end{aligned}$$

para que a função objetivo melhore.

Assim são candidatas a entrar na base as variáveis $x_j, j \in R_2$ tais que

$$y_{rj} < 0$$

Da linha de custos relativos $\forall j \in R_2$ temos:

$$y_{oj} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \geq 0 \quad (\text{os novos custos relativos devem continuar não negativos para } \forall j \in R_2)$$

$$y_{oj} \geq \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \Rightarrow \frac{y_{oj}}{y_{rj}} \leq \frac{y_{ok}}{y_{rk}} \quad \text{pois } y_{rj} < 0$$

Assim, x_k seleccionado é aquele com $k \in R_2$ e tal que:

$$\frac{y_{ok}}{y_{rk}} = \max \left\{ \frac{y_{oj}}{y_{rj}}; y_{rj} < 0 \text{ e } x_j = u_j \right\} \quad (\text{A.32})$$

Como $y_{oj} \geq 0$ e $y_{rj} < 0$ então $\left(\frac{y_{ok}}{y_{rk}} \right) < 0$

a.2) Quando uma variável não básica em seu limite inferior é candidata a entrar na base:

Suponhamos que foi seleccionado um $x_k, k \in R_1$, então $y_{ok} \leq 0$

De A.19 temos que após a pivotagem a função objetivo assume:

$$\tilde{z}_{00} = z_{00} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} (z_{ro} - u_r)$$

Como $y_{ok} \leq 0$ e $(z_{ro} - u_r) > 0$ então necessariamente $y_{rk} > 0$ para que

$$-\frac{y_{ok}}{y_{rk}} (z_{ro} - u_r) \geq 0$$

possa produzir um aumento na função objetivo. Assim são candidatas a entrar na base as variáveis não básicas $x_j, j \in R_1$, tal que

$$y_{rj} > 0$$

.

Na linha de custos relativos $\forall j \in R_1$ teremos após a pivotagem:

$$y_{oj} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \leq 0 \quad (\text{os novos custos relativos devem continuar não positivos } \forall j \in R_1)$$

então,

$$\frac{y_{oj}}{y_{rj}} \leq \frac{y_{ok}}{y_{rk}} \quad \text{pois } y_{rj} > 0$$

Assim , o x_k selecionado é aquele com $k \in R_1$ tal que:

$$\frac{y_{ok}}{y_{rk}} = \max \left\{ \frac{y_{oj}}{y_{rj}} ; y_{rj} > 0 \text{ e } x_j = l_j \right\} \quad (\text{A.33})$$

De A.32 e A.33 podemos concluir que entrará na base a variável x_k tal que:

$$\frac{y_{ok}}{y_{rk}} = \max \left\{ \left(\frac{y_{oj}}{y_{rj}} \right) : \begin{array}{l} y_{rj} < 0 \text{ e } x_j = u_j \\ \text{ou} \\ y_{rj} > 0 \text{ e } x_j = l_j \end{array} \right\} \quad (\text{A.34})$$

ou de maneira equivalente:

$$\left(-\frac{y_{ok}}{y_{rk}} \right) = \min \left\{ \left(-\frac{y_{oj}}{y_{rj}} \right) : \begin{array}{l} y_{rj} < 0 \text{ e } x_j = u_j \\ \text{ou} \\ y_{rj} > 0 \text{ e } x_j = l_j \end{array} \right\} \quad (\text{A.35})$$

b) Quando $z_{ro} < l_r$: A variável básica tem seu limite inferior violado:

Lembremos mais uma vez que o pivotamento deve proporcionar um aumento da função objetivo para o problema de minimização.

b.1) Quando uma variável não básica em seu limite superior é candidata a entrar na base:

Suponhamos escolhido um $x_k, k \in R_2$, então $y_{ok} \geq 0$.

De A.25 temos que após o pivotamento, a função objetivo assume:

$$\tilde{z}_{00} = z_{00} + \frac{y_{ok}}{y_{rk}}(l_r - z_{ro})$$

Como $y_{ok} \geq 0$ e $(l_r - z_{ro}) > 0$ então $y_{rk} > 0$ para garantir que

$\frac{y_{ok}}{y_{rk}}(l_r - z_{ro}) \geq 0$ pois a função objetivo deve aumentar.

Assim, são candidatas a entrar na base as variáveis $x_j, j \in R_2$, tal que

$$y_{rj} > 0$$

.

Na linha de custos relativos $\forall j \in R_2$ teremos depois do pivotamento:

$y_{oj} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \geq 0$ (os custos relativos devem continuar não negativos para $\forall j \in R_2$).

$$y_{oj} \geq \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \Rightarrow \frac{y_{ok}}{y_{rk}} \leq \frac{y_{oj}}{y_{rj}}$$

Assim ,o x_k selecionado é aquele com $k \in R_2$ tal que:

$$\frac{y_{ok}}{y_{rk}} = \min \left\{ \frac{y_{oj}}{y_{rj}} : y_{rj} > 0 \text{ e } x_j = u_j \right\} \quad (\text{A.36})$$

e (y_{ok}/y_{rk}) é positivo.

b.2) Quando uma variável não básica em seu limite inferior é candidata a entrar na base:

Suponhamos selecionado um $x_k, k \in R_1$,então $y_{ok} \leq 0$.

De A.30 temos que após o pivotamento , a função objetivo assume:

$$\tilde{z}_{00} = z_{00} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} (z_{ro} - l_r)$$

$$(z_{ro} - l_r) < 0 \text{ e } y_{ok} \leq 0 \text{ então } y_{rk} < 0 \text{ para garantir que}$$

$$-\frac{y_{ok}}{y_{rk}} (z_{ro} - l_r) \geq 0 \text{ (pois a função objetivo deve aumentar).}$$

Assim, são candidatas a entrar na base as variáveis $x_j, j \in R_1$, tais que

$$y_{rj} < 0$$

Na linha de custos relativos $\forall j \in R_1$, teremos após o pivotamento:

$$y_{oj} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \leq 0 \text{ (os novos custos relativos devem continuar não positivos } \forall j \in R_1 \text{)}$$

$$y_{oj} \leq \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \Rightarrow \frac{y_{oj}}{y_{rj}} \geq \frac{y_{ok}}{y_{rk}} \text{ pois } y_{rj} < 0$$

Assim , o x_k selecionado é aquele com $k \in R_1$, tal que:

$$\frac{y_{ok}}{y_{rk}} = \min \left\{ \left(\frac{y_{oj}}{y_{rj}} \right) : y_{rj} < 0 \text{ e } x_j = l_j \right\} \quad (\text{A.37})$$

De A.35 e A.36 podemos concluir que a variável x_k que entrará na base deve ser tal que

$$\left(\frac{y_{ok}}{y_{rk}} \right) = \min \left\{ \left(\frac{y_{oj}}{y_{rj}} \right) : \begin{array}{l} y_{rj} > 0 \text{ y } x_j = u_j \\ \text{ou} \\ y_{rj} < 0 \text{ y } x_j = l_j \end{array} \right\} \quad (\text{A.38})$$

Resumo:

- Se a variável básica x_{B_r} viola seu limite superior:

$$x_k \Rightarrow \left(-\frac{y_{ok}}{y_{rk}} \right) = \min \left\{ \left(-\frac{y_{oj}}{y_{rj}} \right) : \begin{array}{l} y_{rj} < 0 \text{ e } x_j = u_j \\ \text{ou} \\ y_{rj} > 0 \text{ e } x_j = l_j \end{array} \right\} \quad (\text{A.39})$$

- Se a variável x_{B_r} viola seu limite inferior:

$$x_k \Rightarrow \left(\frac{y_{ok}}{y_{rk}} \right) = \min \left\{ \left(\frac{y_{oj}}{y_{rj}} \right) : \begin{array}{l} y_{rj} > 0 \text{ e } x_j = u_j \\ \text{ou} \\ y_{rj} < 0 \text{ e } x_j = l_j \end{array} \right\} \quad (\text{A.40})$$

A.2.3 Prova da otimalidade do quadro Dual Simplex Canalizado

O procedimento já descrito para elaboração dos quadros duais simplex canalizados ainda aguarda justificativa. É o que faremos em seguida.

Teorema 2: Se a escolha da variável não básica que deve entrar na base no quadro dual simplex canalizado foi realizado usando A.39 ou A.40 então, satisfaz a otimalidade, isto é, no novo quadro devemos observar que

$$\begin{aligned} y_{oj} &\leq 0 \quad \forall j \in R_1 \\ &e \\ y_{oj} &\geq 0 \quad \forall j \in R_2 \end{aligned} \tag{A.41}$$

Devemos provar que se x_{Br} é a variável que sai da base e se x_k é escolhida assim:

- Se $z_{ro} > u_r$

$$x_k \Rightarrow \left(-\frac{y_{ok}}{y_{rk}} \right) = \min \left\{ \left(-\frac{y_{oj}}{y_{rj}} \right) : \begin{array}{l} y_{rj} < 0 \text{ e } x_j = u_j \\ \text{ou} \\ y_{rj} > 0 \text{ e } x_j = l_j \end{array} \right\}$$

- Se $z_{ro} < l_r$

$$x_k \Rightarrow \frac{y_{ok}}{y_{rk}} = \min \left\{ \left(\frac{y_{oj}}{y_{rj}} \right) : \begin{array}{l} y_{rj} > 0 \text{ e } x_j = u_j \\ \text{ou} \\ y_{rj} < 0 \text{ e } x_j = l_j \end{array} \right\}$$

então o novo quadro satisfaz a OTIMALIDADE, isto é, satisfaz A.41.

Prova 1:

- Quando $z_{ro} > u_r$.

Suponhamos selecionado um x_k com $k \in R_1$. Então

$$y_{ok} < 0 \quad e \quad y_{rk} > 0$$

.Devemos provar que

$$y_{oj} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \leq 0 \quad \forall j \in R_1 \tag{A.42}$$

e

$$y_{oj} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \geq 0 \quad \forall j \in R_2. \tag{A.43}$$

Prova de A.42 :

(1) Se $y_{rj} > 0$ e $j \in R_1$

$$-\frac{y_{ok}}{y_{rk}} \leq -\frac{y_{oj}}{y_{rj}} \quad \text{de A.39}$$

$$\text{Multiplicando por } y_{rj} > 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \leq -\frac{y_{oj}}{y_{rj}} y_{rj}$$

$$y_{oj} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \leq 0$$

e assim provamos que o custo relativo das variáveis não básicas com $j \in R_1$ e $y_{rj} > 0$ são não positivas.

(2) Se $y_{rj} < 0$ e $j \in R_1$,

$$-\frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \leq 0 \quad \text{pois} \quad y_{ok} < 0; \quad y_{rk} > 0 \quad \text{e} \quad y_{rj} < 0$$

Então

$$y_{oj} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \leq y_{oj} \leq 0$$

e está provado em mais este caso que os custos relativos das variáveis não básicas permanecem não positivas .

Prova de A.43:

(1) Se $y_{rj} > 0$ e $j \in R_2$,

$$-\frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \geq 0 \quad \text{pois} \quad y_{ok} < 0; \quad y_{rk} > 0 \quad \text{e} \quad y_{rj} > 0$$

Então

$$y_{oj} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \geq y_{oj} \geq 0$$

e mais uma vez está provado que os custos relativos colaboram para manter a otimalidade.

(2) Se $y_{rj} < 0$ e $j \in R_2$ então de A.35

$$-\frac{y_{ok}}{y_{rk}} \leq -\frac{y_{oj}}{y_{rj}} \quad \text{e multiplicando por } y_{rj} < 0 \quad \text{temos :}$$

$$-\frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \geq -\frac{y_{oj}}{y_{rj}} y_{rj} \Rightarrow y_{oj} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \geq 0$$

e mais uma vez está provado que os custos relativos colaboram para manter a otimalidade.

Suponhamos que foi escolhido um x_k tal que $k \in R_2$. Então:

$$\begin{cases} y_{ok} > 0 \\ y_{rk} < 0 \end{cases}$$

Devemos provar que

$$y_{oj} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \leq 0 \quad \forall j \in R_1 \quad (\text{A.44})$$

e

$$y_{oj} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \geq 0 \quad \forall j \in R_2 \quad (\text{A.45})$$

Prova de A.44:

(1) Se $y_{rj} > 0$ e $j \in R_1$ então

$$-\frac{y_{ok}}{y_{rk}} \leq -\frac{y_{oj}}{y_{rj}} \quad \text{de A.35}$$

Multiplicando por $y_{rj} > 0$ temos

$$-\frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \leq -\frac{y_{oj}}{y_{rj}} y_{rj} \Rightarrow y_{oj} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \leq 0$$

e está provado que os custos relativos das variáveis não básicas com $j \in R_1$ e $y_{rj} > 0$ são não positivas.

(2) Si $y_{rj} < 0$ y $j \in R_1$ então

$$-\frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \leq 0 \text{ pois } y_{ok} > 0; y_{rk} < 0 \text{ e } y_{rj} < 0$$

Então

$$y_{oj} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \leq y_{oj} \leq 0$$

e está provado que os custos relativos das variáveis não básicas com $j \in R_1$ e $y_{rj} < 0$ são não positivas.

Prova de A.45:

(1) Se $y_{rj} > 0$ y $j \in R_2$ então

$$-\frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \geq 0 \quad \text{pois} \quad y_{ok} \geq 0; \quad y_{rk} < 0 \quad \text{e} \quad y_{rj} > 0$$

. Então

$$y_{oj} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \geq y_{oj} \geq 0$$

e está provado que os custos relativos das variáveis não básicas com $j \in R_1$ e $y_{rj} > 0$ são não negativas.

(2) Se $y_{rj} < 0$ e $j \in R_2$ então de A.35 temos

$$-\frac{y_{ok}}{y_{rk}} \leq -\frac{y_{oj}}{y_{rj}}$$

.Multiplicando por $y_{rj} < 0 \Rightarrow -\frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \geq -\frac{y_{oj}}{y_{rj}} y_{rj}$

$$y_{oj} - \frac{y_{ok}}{y_{rk}} y_{rj} \geq 0$$

e está provado que os custos relativos das variáveis não básicas com $j \in R_2$ e $y_{rj} < 0$ são não negativas.

Prova 2:

b) Quando $z_{ro} < l_r$.

Depois do pivotamento todos os custos relativos devem satisfazer a otimalidade:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_{oj} &\leq 0 \quad \forall j \in R_1 \\ &e \\ \tilde{y}_{oj} &\geq 0 \quad \forall j \in R_2 \end{aligned}$$

A prova deste caso é mera repetição daquela feita na parte (a).

Resumo das relações matemáticas para o pivotamento.

a) $z_{ro} > u_r$

a.1) $x_k : k \in R_2 \Rightarrow y_{rk} < 0$

$$x_k = u_k - \Delta_k$$

$$\Delta_k = -\frac{(z_{ro} - u_r)}{y_{rk}} > 0$$

$$x_k = u_k + \frac{1}{y_{rk}}(z_{ro} - u_r)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{Bi} = z_{io} + \frac{y_{ik}}{y_{rk}}(u_r - z_{ro}) \\ x_{Bi} = z_{io} + y_{ik}(u_k - x_k) \\ x_{Bi} = z_{io} + y_{ik} \Delta_k \end{array} \right\} i \neq r$$

a.2) $x_k : k \in R_1 \Rightarrow y_{rk} > 0$

$$x_k = l_k + \Delta_k$$

$$\Delta_k = \frac{(z_{ro} - u_r)}{y_{rk}} > 0$$

$$x_k = l_k + \frac{1}{y_{rk}}(z_{ro} - u_r)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{Bi} = z_{io} + \frac{y_{ik}}{y_{rk}}(u_r - z_{ro}) \\ x_{Bi} = z_{io} + y_{ik}(l_k - x_k) \\ x_{Bi} = z_{io} - y_{ik} \Delta_k \end{array} \right\} i \neq r$$

b) $z_{ro} < l_r$

b.1) $x_k : k \in R_2 \Rightarrow y_{rk} > 0$

$$x_k = u_k - \Delta_k$$

$$\Delta_k = \frac{(l_r - z_{ro})}{y_{rk}} > 0$$

$$x_k = u_k - \frac{(l_r - z_{ro})}{y_{rk}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{Bi} = z_{io} + \frac{y_{ik}}{y_{rk}}(l_r - z_{ro}) \\ x_{Bi} = z_{io} + y_{ik}(u_k - x_k) \\ x_{Bi} = z_{io} + y_{ik} \Delta_k \end{array} \right\} i \neq r$$

b.2) $x_k : k \in R_1 \Rightarrow y_{rk} < 0$

$$x_k = l_k + \Delta_k$$

$$\Delta_k = -\frac{(l_r - z_{ro})}{y_{rk}} > 0$$

$$x_k = l_k + \frac{(z_{ro} - l_r)}{y_{rk}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{Bi} = z_{io} + \frac{y_{ik}}{y_{rk}}(l_r - z_{ro}) \\ x_{Bi} = z_{io} + y_{ik}(l_k - x_k) \\ x_{Bi} = z_{io} - y_{ik} \Delta_k \end{array} \right\} i \neq r$$

Algoritmo Dual Simplex Canalizado

Lembremos que o algoritmo apresentado resolve o seguinte tipo de problema de PL:

$$\begin{aligned} \min z(x) &= cx \\ \text{s.a.} \quad Ax &= b \\ l &\leq x \leq u \end{aligned}$$

(1) Monte um quadro dual simplex inicial (Satisfazendo OTIMALIDADE)

(2) Verifique a otimalidade do quadro:

Se o quadro for factível, pare. ($l_i \leq z_{io} \leq u_i$ para $i = 1, 2, \dots, m$)

(3) Selecione a variável que deve sair da base: x_{Br}

Escolha um x_{Bi} que tem seu limite mais violado.

(4) Escolha a variável não básica que deve entrar na base: x_k

- Se x_{Br} foi escolhido tal que $z_{ro} > u_r$, selecione x_k usando A.46.
- Se x_{Br} foi escolhido tal que $l_r > z_{ro}$ selecione x_k usando A.47.
- Se não foi possível escolher x_k então o problema é infactível. Pare.

(5) Pivotamento do quadro:

Pivotar o quadro na forma padrão, atualizando a coluna RHS da seguinte forma:

- Se $z_{ro} > u_r$ (x_{Br} foi escolhido usando A.46 e x_k é tal que $k \in R_2$, use A.48 para atualizar a coluna RHS.
- Se $z_{ro} > u_r$ (x_{Br} foi escolhido usando A.46 e x_k é tal que $k \in R_1$, use A.49 para atualizar a coluna RHS.
- Se $l_r > z_{ro}$ (x_{Br} foi escolhido usando A.47 e x_k é tal que $k \in R_2$, use A.50 para atualizar a coluna RHS.
- Se $l_r > z_{ro}$ (x_{Br} foi escolhido usando A.47 e x_k é tal que $k \in R_1$, use A.51 para atualizar a coluna RHS.

Volte ao passo (2).

$$x_k \Rightarrow \left(-\frac{y_{ok}}{y_{rk}} \right) = \min \left\{ \left(-\frac{y_{oj}}{y_{rj}} \right) : \begin{array}{ll} y_{rj} < 0 & e \quad x_j = u_j \\ & ou \\ y_{rj} > 0 & e \quad x_j = l_j \end{array} \right\} \quad (\text{A.46})$$

$$x_k \Rightarrow \left(\frac{y_{ok}}{y_{rk}} \right) = \min \left\{ \left(\frac{y_{oj}}{y_{rj}} \right) : \begin{array}{ll} y_{rj} > 0 & e \quad x_j = u_j \\ & ou \\ y_{rj} < 0 & e \quad x_j = l_j \end{array} \right\} \quad (\text{A.47})$$

$$(3.6.1 - (a)): \quad z_{ro} > u_r \Rightarrow x_k : k \in R_2 \Rightarrow y_{rk} < 0$$

$$\begin{cases} \Delta_k = -\frac{(z_{ro}-u_r)}{y_{rk}} > 0 \\ x_k = u_k - \Delta_k & \leftarrow \tilde{z}_{ro} \\ x_{Bi} = z_{io} + y_{ik} \Delta_k \quad i \neq r & \leftarrow \tilde{z}_{io} \end{cases} \quad (A.48)$$

$$(3.6.1 - (b)): \quad z_{ro} > u_r \Rightarrow x_k \Rightarrow k \in R_1 \Rightarrow y_{rk} > 0$$

$$\begin{cases} \Delta_k = \frac{(z_{ro}-u_r)}{y_{rk}} > 0 \\ x_k = l_k + \Delta_k & \leftarrow \tilde{z}_{ro} \\ x_{Bi} = z_{io} - y_{ik} \Delta_k & \leftarrow \tilde{z}_{io} \end{cases} \quad (A.49)$$

$$(3.6.2 - (a)): \quad z_{ro} < l_r \Rightarrow x_k := k \in R_2 \Rightarrow y_{rk} > 0$$

$$\begin{cases} \Delta_k = \frac{(l_r-z_{ro})}{y_{rk}} > 0 \\ x_k = u_k - \Delta_k & \leftarrow \tilde{z}_{ro} \\ x_{Bi} = z_{io} + y_{ik} \Delta_k & \leftarrow \tilde{z}_{io} \end{cases} \quad (A.50)$$

$$(3.6.2 - (b)): \quad z_{ro} < l_r \Rightarrow x_k := k \in R_1 \Rightarrow y_{rk} < 0$$

$$\begin{cases} \Delta_k = -\frac{(l_r-z_{ro})}{y_{rk}} > 0 \\ x_k = l_k + \Delta_k & \leftarrow \tilde{z}_{ro} \\ x_{Bi} = z_{io} - y_{ik} \Delta_k & \leftarrow \tilde{z}_{io} \end{cases} \quad (A.51)$$

Apêndice B

Exemplos Ilustrativos Usando o Modelo de Transportes

B.1 Exemplo 1

Consideremos o sistema de 4 barras, que corresponde ao sistema mostrado na figura 3.1 e que repetimos neste Apêndice juntamente com os dados.

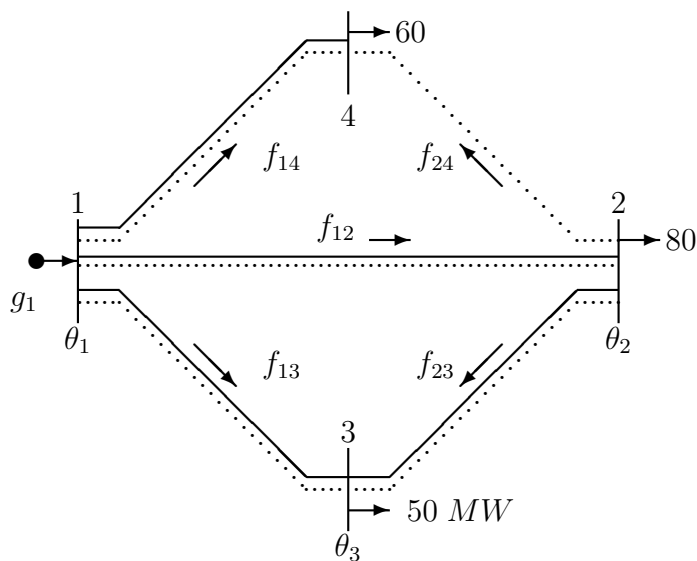


Figura 4.1: Sistema de 4 barras.

Dados do sistema elétrico mostrado na figura 4.1 são os seguintes:

- Capacidade de transmissão de cada linha:

$$\bar{f}_{12} = 35 \quad \bar{f}_{13} = \bar{f}_{14} = \bar{f}_{23} = \bar{f}_{24} = 40 \text{ MW}$$

- Custo de expansão de cada linha:

$$c_{12} = 3 \quad c_{13} = c_{14} = c_{23} = c_{24} = 2 \text{ u.m.}$$

- Linhas existentes na topologia base:

$$n_{12}^o = n_{13}^o = n_{14}^o = n_{23}^o = 1 \quad n_{24}^o = 0$$

- Dados de geração e demanda:

$$\bar{g}_1 = 200 \quad d_2 = 80 \quad d_3 = 50 \quad d_4 = 60 \text{ MW}$$

- Proposta de expansão fornecida pelo algoritmo VNS:

$$n_{12} = n_{13} = n_{14} = n_{23} = n_{24} = 0 \quad (\text{sem investimento})$$

Neste caso vamos encontrar o corte de carga para uma proposta de investimento zero, isto é, vamos resolver o problema para a topologia base (sem adições). Usaremos o algoritmo dual simplex canalizado apresentado no Apêndice.

Para avaliar a proposta de solução mostrada anteriormente, devemos resolver o seguinte PL:

$$\text{Min } w = r_2 + r_3 + r_4$$

s.a.

$$-f_{12} - f_{13} - f_{14} \quad + g_1 \quad = 0$$

$$f_{12} \quad - f_{23} - f_{24} \quad + r_2 \quad = 80$$

$$f_{13} \quad + f_{23} \quad + r_3 \quad = 50$$

$$f_{14} \quad + f_{24} \quad + r_4 = 60$$

$$-35 \leq f_{12} \leq 35$$

$$-40 \leq f_{13} \leq 40$$

$$-40 \leq f_{14} \leq 40$$

$$-40 \leq f_{23} \leq 40$$

$$0 \leq f_{24} \leq 0$$

$$0 \leq r_2 \leq 80$$

$$0 \leq r_3 \leq 50$$

$$0 \leq r_4 \leq 60$$

$$0 \leq g_1 \leq 200$$

O Processo de solução assume a seguinte forma:

1. Montagem do quadro inicial: o quadro inicial é mostrado usando a proposta apresentada no capítulo 3.

Variáveis básicas: g_1 , f_{23} , f_{13} e f_{14}

Variáveis não básicas no limite superior: f_{12} .

Variáveis não básicas no limite inferior: f_{24} , r_2 , r_3 e r_4 .

Com essa escolha montamos o quadro inicial mostrada na Tabela A.1.

2. Primeira iteração:

A variável f_{13} é candidata a sair da base porque tem o limite superior mais violado e deve se tornar não básica no limite superior.

A variável r_2 é escolhida para entrar na base.

Pivotamos o quadro simplex e encontramos os novos valores das variáveis básicas:

$$\Delta r_2 = \frac{(95-40)}{1} = 55$$

$$w = 0 - (-1)(55) = 55$$

$$g_1 = 190 - 1(55) = 135$$

$$f_{23} = -45 - (-1)(55) = 10$$

$$r_2 = 0 + 55 = 55$$

$$f_{14} = 60$$

Variáveis não básicas no limite superior: f_{12} , f_{13} .

Variáveis não básicas no limite inferior: f_{24} , r_3 e r_4 .

3. Segunda iteração:

A variável f_{14} é a única candidata a sair da base porque tem o limite superior violado e deve se tornar não básica no limite superior.

A variável r_4 é escolhida para entrar na base.

Pivotamos o quadro simplex e encontramos os novos valores das variáveis básicas:

$$\Delta r_4 = \frac{(60-40)}{1} = 20$$

$$w = 55 - (-1)(20) = 75$$

$$g_1 = 135 - 1(20) = 115$$

$$f_{23} = 10$$

$$r_2 = 55$$

$$r_4 = 0 + 20 = 20$$

4. Terceira iteração:

A solução é ótima. Os valores ótimos são os seguintes:

$$\begin{array}{cccccc} f_{12} = 35 & f_{13} = 40 & f_{14} = 40 & f_{23} = 10 & f_{24} = 0 & \\ g_1 = 115 & r_2 = 55 & r_3 = 0 & r_4 = 20 & w = 75 & MW \end{array}$$

Tabela A.1: Processo iterativo do Exemplo 1.

	RHS	$-f_{12}$	$-f_{24}$	$-r_2$	$-r_3$	$-r_4$
ω	0	0	0	-1	-1	-1
g_1	190	0	0	1	1	1
f_{23}	-45	-1	1	-1	0	0
f_{13}	95	1	-1	1	1	0
f_{14}	60	0	1	0	0	1

	RHS	$-f_{12}$	$-f_{24}$	$-f_{13}$	$-r_3$	$-r_4$
ω	55	1	-1	1	0	-1
g_1	135	-1	1	-1	0	1
f_{23}	10	0	0	1	1	0
r_2	55	1	-1	1	1	0
f_{14}	60	0	1	0	0	1

	RHS	$-f_{12}$	$-f_{24}$	$-f_{13}$	$-r_3$	$-r_4$
ω	75	1	0	1	0	1
g_1	115	-1	0	-1	0	-1
f_{23}	10	0	0	1	1	0
r_2	55	1	-1	1	1	0
r_4	20	0	1	0	0	1

B.2 Exemplo 2

Neste caso alteramos a proposta de solução para o problema do exemplo 1. Pretendemos resolver o PL quando a proposta de solução fornecida pelo algoritmo VNS assume a seguinte forma:

$$n_{12} = n_{13} = n_{14} = 1 \qquad n_{23} = n_{24} = 0$$

Neste caso os novos intervalos das variáveis canalizadas são:

$$-70 \leq f_{12} \leq 70$$

$$-80 \leq f_{13} \leq 80$$

$$-80 \leq f_{14} \leq 80$$

$$-40 \leq f_{23} \leq 40$$

$$0 \leq f_{24} \leq 0$$

$$0 \leq r_2 \leq 80$$

$$0 \leq r_3 \leq 50$$

$$0 \leq r_4 \leq 60$$

$$0 \leq g_1 \leq 200$$

Para resolver este problema usamos o quadro inicial do exemplo 1.

1. Montagem do quadro inicial: usamos o quadro inicial do exemplo 1 que tem a seguinte distribuição de variáveis:

Variáveis básicas: g_1, f_{23}, f_{13} e f_{14}

Variáveis não básicas no limite superior: f_{12} .

Variáveis não básicas no limite inferior: f_{24}, r_2, r_3 e r_4 .

Para que o quadro inicial do novo problema se encontre completa precisamos apenas encontrar os novos valores das variáveis básicas, isto é, precisamos encontrar os novos valores da coluna RHS levando em conta os novos valores das variáveis não básicas. Esses novos valores são os seguintes:

$$x_B = \begin{bmatrix} g_1 \\ f_{23} \\ f_{13} \\ f_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 190 \\ -10 \\ 60 \\ 60 \end{bmatrix} \implies w = 0$$

Assim, podemos montar o quadro inicial mostrado na Tabela A.2 e podemos iniciar o processo de otimização.

2. Primeira iteração:

A solução é ótima. Os valores ótimos são:

$$\begin{aligned} f_{12} = 70 & & f_{13} = 60 & & f_{14} = 60 & & f_{23} = -10 & & f_{24} = 0 \\ g_1 = 190 & & r_2 = r_3 = r_4 = 0 & & w = 0 & & \text{MW} \end{aligned}$$

Tabela A.2: Processo iterativo do Exemplo 2.

	RHS	$-f_{12}$	$-f_{24}$	$-r_2$	$-r_3$	$-r_4$
ω	0	0	0	-1	-1	-1
g_1	190	0	0	1	1	1
f_{23}	-10	-1	1	-1	0	0
f_{13}	60	1	-1	1	1	0
f_{14}	60	0	1	0	0	1

Assim, foi encontrada a solução ótima do PL em apenas uma iteração.

B.3 Exemplo 3

Neste caso alteramos a proposta de solução para o problema do exemplo 2. Pretendemos resolver o PL quando a proposta de solução fornecida pelo algoritmo VNS é:

$$n_{13} = 2 \quad n_{14} = 1 \quad n_{12} = n_{23} = n_{24} = 0$$

Neste caso os novos intervalos das variáveis canalizadas são:

$$-35 \leq f_{12} \leq 35$$

$$-120 \leq f_{13} \leq 120$$

$$-80 \leq f_{14} \leq 80$$

$$-40 \leq f_{23} \leq 40$$

$$0 \leq f_{24} \leq 0$$

$$0 \leq r_2 \leq 80$$

$$0 \leq r_3 \leq 50$$

$$0 \leq r_4 \leq 60$$

$$0 \leq g_1 \leq 200$$

Para resolver este problema usamos o quadro inicial do exemplo 1.

1. Montagem do quadro inicial: usamos o quadro final do exemplo 2 (que neste caso simples também é o quadro inicial) que tem a seguinte distribuição de variáveis:

Variáveis básicas: g_1 , f_{23} , f_{13} e f_{14}

Variáveis não básicas no limite superior: f_{12} .

Variáveis não básicas no limite inferior: f_{24} , r_2 , r_3 e r_4 .

Para que o quadro inicial do novo problema se encontre completa precisamos apenas encontrar os novos valores das variáveis básicas, isto é, precisamos encontrar os novos valores da coluna RHS levando em conta os novos valores das variáveis não básicas. Esses novos valores são os seguintes:

$$x_B = \begin{bmatrix} g_1 \\ f_{23} \\ f_{13} \\ f_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 190 \\ -45 \\ 95 \\ 60 \end{bmatrix} \Rightarrow w = 0$$

Assim, podemos montar o quadro inicial mostrado na Tabela A.3 e podemos iniciar o processo de otimização.

2. Primeira iteração:

A variável f_{23} é a única candidata a sair da base porque tem o limite inferior violado e deve se tornar não básica no limite inferior.

A variável r_2 é escolhida para entrar na base.

Pivotamos o quadro simplex e encontramos os novos valores das variáveis básicas:

$$\Delta r_2 = \frac{(-45 - 1(-40))}{-1} = 5$$

$$w = 0 - (-1)(5) = 5$$

$$g_1 = 190 - 1(5) = 185$$

$$r_2 = 0 + 5 = 5$$

$$f_{13} = 95 - 1(5) = 90$$

$$f_{14} = 60$$

3. Segunda iteração:

A solução é ótima. Os valores ótimos são:

$$f_{12} = 35 \quad f_{13} = 90 \quad f_{14} = 60 \quad f_{23} = -40 \quad f_{24} = 0$$

$$g_1 = 185 \quad r_2 = 5 \quad r_3 = 0 \quad r_4 = 0 \quad w = 5 \text{ MW}$$

Tabela A.3: Processo iterativo do Exemplo 3.

	RHS	$-f_{12}$	$-f_{24}$	$-r_2$	$-r_3$	$-r_4$
ω	0	0	0	-1	-1	-1
g_1	190	0	0	1	1	1
f_{23}	-45	-1	1	-1	0	0
f_{13}	95	1	-1	1	1	0
f_{14}	60	0	1	0	0	1

	RHS	$-f_{12}$	$-f_{24}$	$-f_{23}$	$-r_3$	$-r_4$
ω	5	1	-1	-1	-1	-1
g_1	185	-1	1	1	1	1
r_2	5	1	-1	-1	0	0
f_{13}	90	0	0	1	1	0
f_{14}	60	0	1	0	0	1

Apêndice C

Teorema

Teorema: Seja B uma matriz quadrada de ordem n representando fisicamente uma combinação das duas leis de Kirchhoff conforme a equação (5.1) e satisfazendo a condição:

$$\sum_{j=1}^n b_{ij} = 0 \quad (\text{C.1})$$

para $i=1,2,\dots,n$

Seja B' a matriz resultante da exclusão da k -ésima linha e k -ésima coluna de B . Seja b o vetor cujas coordenadas são exatamente os elementos da k -ésima linha de B , exceto o elemento de ordem k . Sob estas condições, segue que:

$$b(B')^{-1} = [-1 - 1 \dots - 1] \quad (\text{C.2})$$

em que $n, i, j, k \in N$

Demonstração:

Da condição (C.1) segue que B é singular e também da condição (C.1) e da lei das tensões de Kirchhoff que B' é não singular.

Por outro lado, seja s um vetor com $(n - 1)$ elementos satisfazendo:

$$s = [-1 - 1 \dots - 1] B' \quad (\text{C.3})$$

Transpondo ambos os lados de (C.3), obtém-se:

$$s^t = (B')^t [-1 - 1 \dots - 1]^t \quad (\text{C.4})$$

Executando a multiplicação indicada em (C.4), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1(k-1)} & b_{1(k+1)} & \dots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{1(k-1)} & \dots & b_{(k-1)(k-1)} & b_{(k-1)(k+1)} & \dots & b_{(k-1)n} \\ b_{1(k+1)} & \dots & b_{(k-1)(k+1)} & b_{(k+1)(k+1)} & \dots & b_{(k+1)n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{1n} & \dots & b_{(k-1)n} & b_{(k+1)n} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix} = s^t$$

ou

$$\begin{bmatrix} -(b_{11} + \dots + b_{1(k-1)} + b_{1(k+1)} + \dots + b_{1n}) \\ \vdots \\ -(b_{1(k-1)} + \dots + b_{(k-1)(k-1)} + b_{(k-1)(k+1)} + \dots + b_{(k-1)n}) \\ -(b_{1(k+1)} + \dots + b_{(k-1)(k+1)} + b_{(k+1)(k+1)} + \dots + b_{(k+1)n}) \\ \vdots \\ -(b_{1n} + \dots + b_{(k-1)n} + b_{(k+1)n} + \dots + b_{nn}) \end{bmatrix} = s^t$$

Na igualdade acima aplicamos linha a linha a condição (C.1) do teorema e obtemos $s^t = b^t$ ou $s = b$. Assim, como enunciado, obtém-se:

$$b = [-1 \ -1 \ \dots \ -1] B' \quad (\text{C.5})$$

Uso da estratégia de relaxação

Nos problemas de planejamento de sistemas de transmissão ocorre que poucas restrições de desigualdades estão ativas na solução ótima (apenas aquelas restrições dos circuitos operando no limite) e portanto, a técnica de relaxação torna-se recomendável e eficiente.

Relaxação consiste em desconsiderar do problema original as restrições de desigualdade e resolver o novo problema através do algoritmo dual simplex canalizado. Encontrando a solução ótima do problema relaxado devemos verificar se as restrições abandonadas estão satisfeitas ou não. Se todas as restrições relaxadas estão satisfeitas então foi encontrada a solução do problema original. Caso contrário, escolhemos a restrição mais violada e agregamo-la ao quadro dual simplex ótimo para uma adequada reotimização. A restrição violada entrante passa por atualização que descreveremos em seguida.

Seja a restrição violada:

$$\sum_{j=1}^n a_{(m+1),j} x_j \leq b_{(m+1)}$$

Primeiro, devemos transformar a desigualdade numa restrição de igualdade usando uma variável de folga:

$$\sum_{j=1}^n a_{(m+1),j} x_j + x_{(n+1)} = b_{(m+1)}$$

ou equivalentemente:

$$a^{m+1} x + x_{n+1} = b_{m+1}$$

e o vetor a^{m+1} pode ser decomposto em duas parcelas:

$$a^{m+1} = [a_B^{m+1} \quad a_N^{m+1}]$$

classicamente separando em a^{m+1} as variáveis básicas das não básicas. Assim a restrição a ser adicionada ao quadro dual simplex adequadamente atualizada assume a seguinte forma:

$$x_{n+1} + [a_N^{m+1} - a_B^{m+1} B^{-1} N] x_N = b_{(m+1)} - a_B^{m+1} B^{-1} b - a_N^{m+1} x_N$$

e as matrizes $B^{-1}N$ e $B^{-1}b$ estão disponíveis no último quadro ótimo.

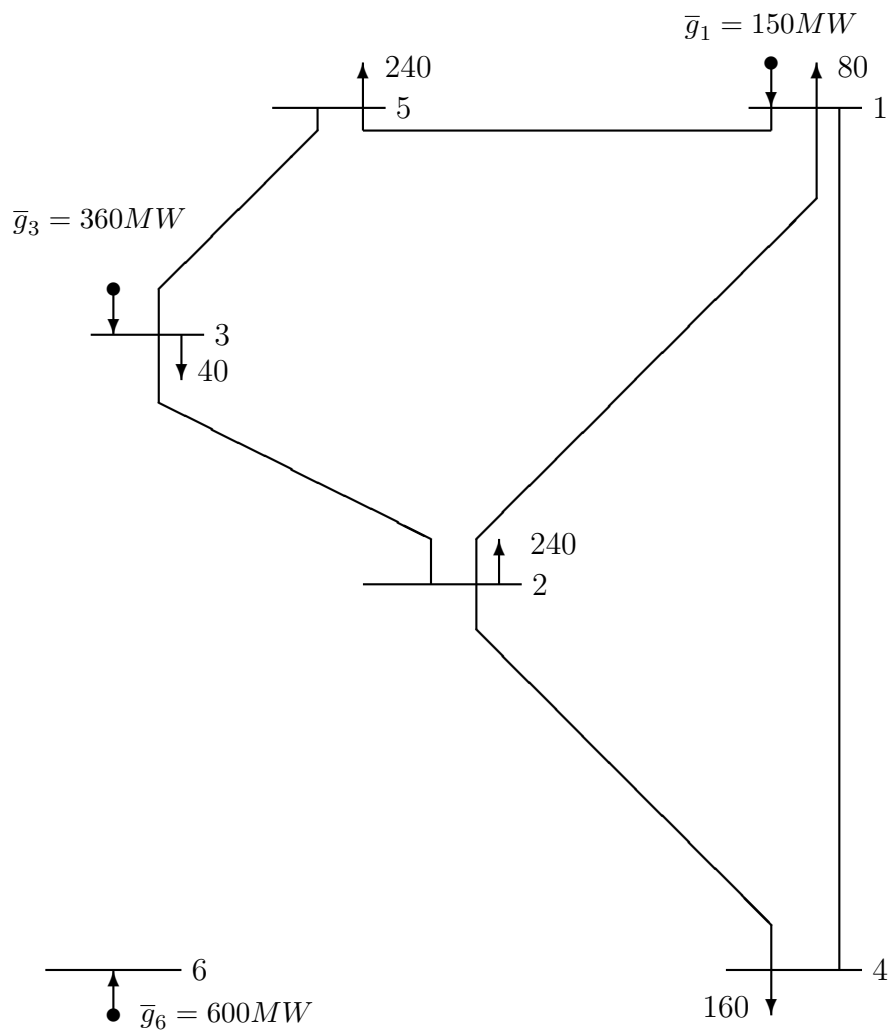
O novo quadro é dual factível e usa-se o algoritmo dual simplex canalizado para reotimizá-lo.

Depois de cada reotimização devemos novamente examinar se existe entre as restrições relaxadas, alguma violada para ser incorporada ao problema. Esse processo continua até não mais haver restrições violadas.

Apêndice D

Dados dos Sistemas Elétricos

Nesta parte apresentamos os dados dos sistemas usados em testes. Também mostramos a topologia inicial dos sistemas elétricos.



Topologia inicial do sistema de 6 barras.

Dados de geração e demanda do sistema de 6 barras

Barra	Geração (MW)	Demanda (MW)
1	150.0	80.0
2	0.0	240.0
3	360.0	40.0
4	0.0	160.0
5	0.0	240.0
6	600.0	0.0

Dados das linhas do sistema de 6 barras.

No	Barra	Barra	n_{ij}^o	Reatância (pu)	Potência (MW) (MW)	Custo (UM)
1	1	2	1	0.40	100.0	40.0
2	1	3	0	0.38	100.0	38.0
3	1	4	1	0.60	80.0	60.0
4	1	5	1	0.20	100.0	20.0
5	1	6	0	0.68	70.0	68.0
6	2	3	1	0.20	100.0	20.0
7	2	4	1	0.40	100.0	40.0
8	2	5	0	0.31	100.0	31.0
9	2	6	0	0.30	100.0	30.0
10	3	4	0	0.59	82.0	59.0
11	3	5	1	0.20	100.0	20.0
12	3	6	0	0.48	100.0	48.0
13	4	5	0	0.63	75.0	63.0
14	4	6	0	0.30	100.0	30.0
15	5	6	0	0.61	78.0	61.0

Dados de geração e demanda do sistema de 46 barras

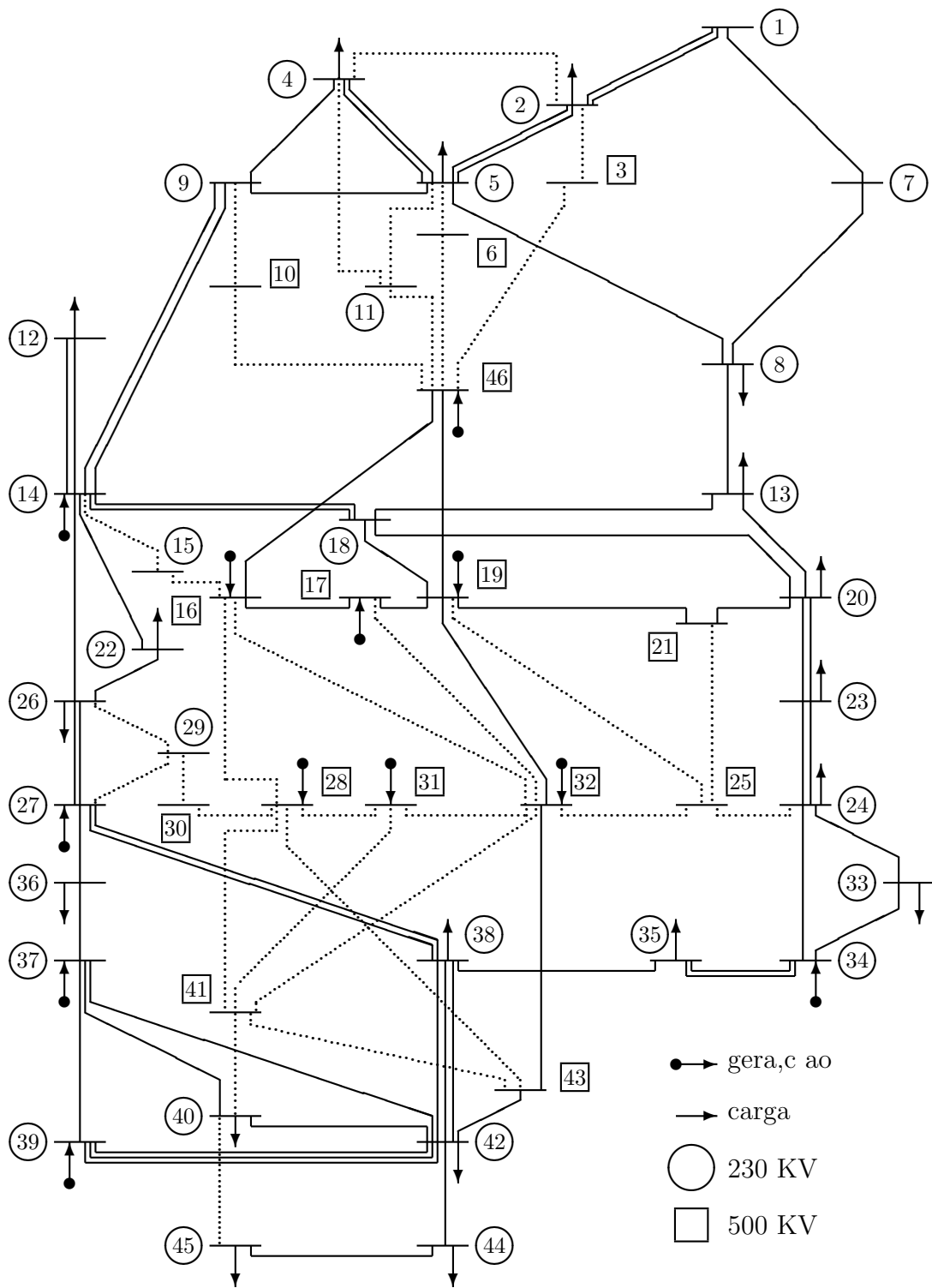
Barra	Geração (MW)	Demanda (MW)
1	0.00	0.00
2	0.00	443.10
3	0.00	0.00
4	0.00	300.70
5	0.00	238.00
6	0.00	0.00
7	0.00	0.00
8	0.00	72.20
9	0.00	0.00
10	0.00	0.00
11	0.00	0.00
12	0.00	511.90
13	0.00	185.80
14	1257.00	0.00
15	0.00	0.00
16	2000.00	0.00
17	1050.00	0.00
18	0.00	0.00
19	1670.00	0.00
20	0.00	1091.20
21	0.00	0.00
22	0.00	81.90
23	0.00	458.10
24	0.00	478.20
25	0.00	0.00
26	0.00	231.90
27	220.00	0.00
28	800.00	0.00
29	0.00	0.00
30	0.00	0.00
31	700.00	0.00
32	500.00	0.00
33	0.00	229.10
34	748.00	0.00
35	0.00	216.00
36	0.00	90.10
37	300.00	0.00
38	0.00	216.00
39	600.00	0.00
40	0.00	262.10
41	0.00	0.00
42	0.00	1607.90
43	0.00	0.00
44	0.00	79.10
45	0.00	86.70
46	700.00	0.00

Dados das linhas do sistema de 46 barras.

No	Barra	Barra	n_{ij}^o	Reatância (pu)	Potência (MW) (MW)	Custo 10^3 US\$
1	1	7	1	0.0616	270.	4349.0
2	1	2	2	0.1065	270.	7076.0
3	4	9	1	0.0924	270.	6217.0
4	5	9	1	0.1173	270.	7732.0
5	5	8	1	0.1132	270.	7480.0
6	7	8	1	0.1023	270.	6823.0
7	4	5	2	0.0566	270.	4046.0
8	2	5	2	0.0324	270.	2581.0
9	8	13	1	0.1348	240.	8793.0
10	9	14	2	0.1756	220.	11267.0
11	12	14	2	0.0740	270.	5106.0
12	14	18	2	0.1514	240.	9803.0
13	13	18	1	0.1805	220.	11570.0
14	13	20	1	0.1073	270.	7126.0
15	18	20	1	0.1997	200.	12732.0
16	19	21	1	0.0278	1500.	32632.0
17	16	17	1	0.0078	2000.	10505.0
18	17	19	1	0.0061	2000.	8715.0
19	14	26	1	0.1614	220.	10409.0
20	14	22	1	0.0840	270.	5712.0
21	22	26	1	0.0790	270.	5409.0
22	20	23	2	0.0932	270.	6268.0
23	23	24	2	0.0774	270.	5308.0
24	26	27	2	0.0832	270.	5662.0
25	24	34	1	0.1647	220.	10611.0
26	24	33	1	0.1448	240.	9399.0
27	33	34	1	0.1265	270.	8288.0
28	27	36	1	0.0915	270.	6167.0
29	27	38	2	0.2080	200.	13237.0
30	36	37	1	0.1057	270.	7025.0
31	34	35	2	0.0491	270.	3591.0
32	35	38	1	0.1980	200.	12631.0
33	37	39	1	0.0283	270.	2329.0
34	37	40	1	0.1281	270.	8389.0
35	37	42	1	0.2105	200.	13388.0
36	39	42	3	0.2030	200.	12934.0
37	40	42	1	0.0932	270.	6268.0
38	38	42	3	0.0907	270.	6116.0
39	32	43	1	0.0309	1400.	35957.0
40	42	44	1	0.1206	270.	7934.0

Dados das linhas do sistema de 46 barras (continuação).

No	Barra	Barra	n_{ij}^o	Reatância (pu)	Potência (MW) (MW)	Custo 10^3 US\$
41	44	45	1	0.1864	200.	11924.0
42	19	32	1	0.0195	1800.	23423.0
43	46	19	1	0.0222	1800.	26365.0
44	46	16	1	0.0203	1800.	24319.0
45	18	19	1	0.0125	600.	8178.0
46	20	21	1	0.0125	600.	8178.0
47	42	43	1	0.0125	600.	8178.0
48	2	4	0	0.0882	270.	5965.0
49	14	15	0	0.0374	270.	2884.0
50	46	10	0	0.0081	2000.	10889.0
51	4	11	0	0.2246	240.	14247.0
52	5	11	0	0.0915	270.	6167.0
53	46	6	0	0.0128	2000.	16005.0
54	46	3	0	0.0203	1800.	24319.0
55	16	28	0	0.0222	1800.	26365.0
56	16	32	0	0.0311	1400.	36213.0
57	17	32	0	0.0232	1700.	27516.0
58	19	25	0	0.0325	1400.	37748.0
59	21	25	0	0.0174	2000.	21121.0
60	25	32	0	0.0319	1400.	37109.0
61	31	32	0	0.0046	2000.	7052.0
62	28	31	0	0.0053	2000.	7819.0
63	28	30	0	0.0058	2000.	8331.0
64	27	29	0	0.0998	270.	6672.0
65	26	29	0	0.0541	270.	3894.0
66	28	41	0	0.0339	1300.	39283.0
67	28	43	0	0.0406	1200.	46701.0
68	31	41	0	0.0278	1500.	32632.0
69	32	41	0	0.0309	1400.	35957.0
70	41	43	0	0.0139	2000.	17284.0
71	40	45	0	0.2205	180.	13994.0
72	15	16	0	0.0125	600.	8178.0
73	46	11	0	0.0125	600.	8178.0
74	24	25	0	0.0125	600.	8178.0
75	29	30	0	0.0125	600.	8178.0
76	40	41	0	0.0125	600.	8178.0
77	2	3	0	0.0125	600.	8178.0
78	5	6	0	0.0125	600.	8178.0
79	9	10	0	0.0125	600.	8178.0



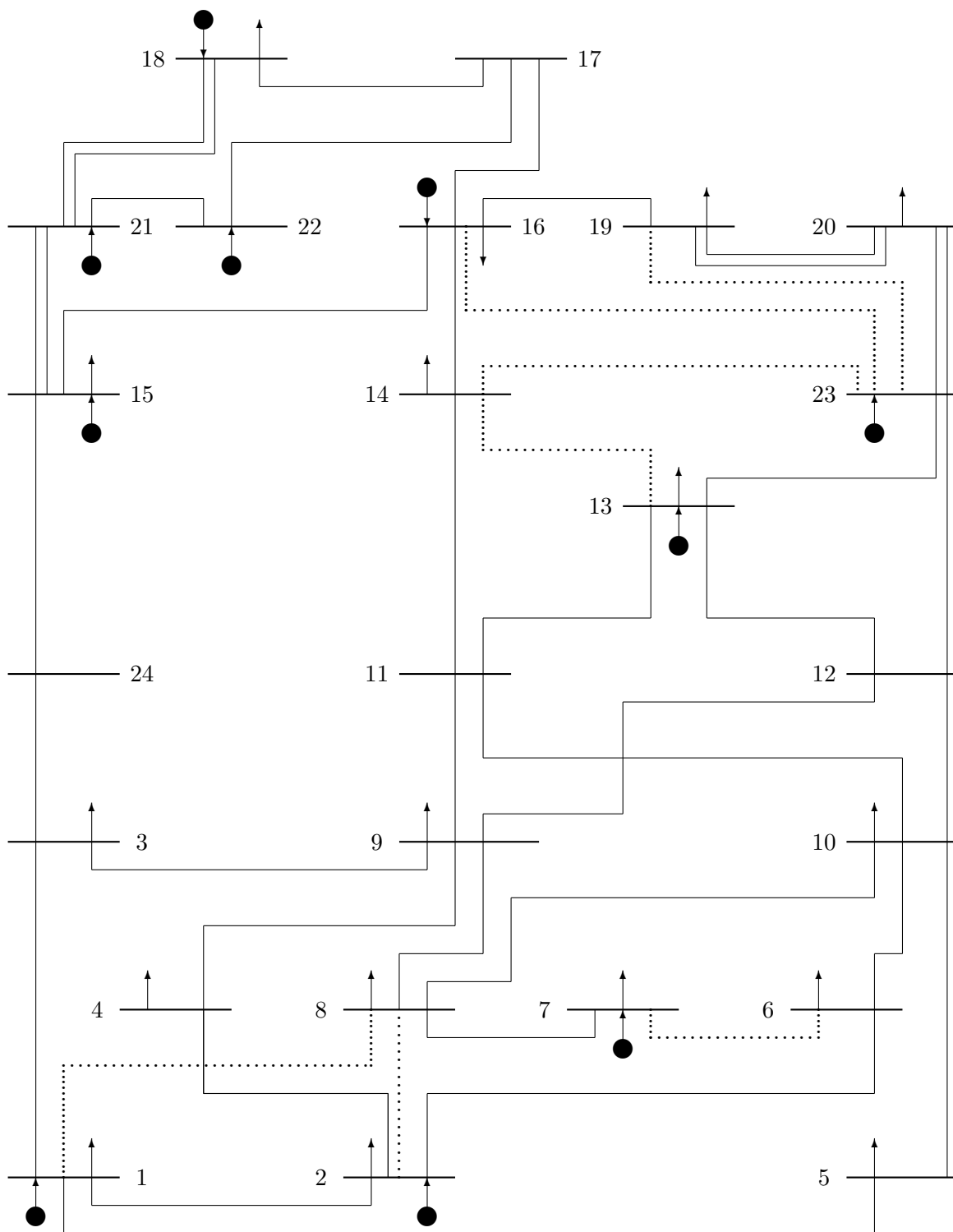
Sistema Sul Brasileiro - Rede Inicial.

Dados de geração e demanda do sistema de 24 barras

Barra	Geração (MW)	Demanda (MW)
1	576.0	324.0
2	576.0	291.0
3	0.0	540.0
4	0.0	222.0
5	0.0	213.0
6	0.0	408.0
7	900.0	375.0
8	0.0	513.0
9	0.0	525.0
10	0.0	585.0
11	0.0	0.0
12	0.0	0.0
13	1773.0	795.0
14	0.0	582.0
15	645.0	951.0
16	465.0	300.0
17	0.0	0.0
18	1200.0	999.0
19	0.0	543.0
20	0.0	384.0
21	1200.0	0.0
22	900.0	0.0
23	1980.0	0.0
24	0.0	0.0

Dados das linhas do sistema de 24 barras.

No	Barra	Barra	n_{ij}^o	Reatância (pu)	Potência (MW) (MW)	Custo 10^3 US\$
1	1	2	1	0.0139	175.	3000.0
2	1	3	1	0.2112	175.	55000.0
3	1	5	1	0.0845	175.	22000.0
4	2	4	1	0.1267	175.	33000.0
5	2	6	1	0.1920	175.	50000.0
6	3	9	1	0.1190	175.	31000.0
7	3	24	1	0.0839	400.	50000.0
8	4	9	1	0.1037	175.	27000.0
9	5	10	1	0.0883	175.	23000.0
10	6	10	1	0.0605	175.	16000.0
11	7	8	1	0.0614	175.	16000.0
12	8	9	1	0.1651	175.	43000.0
13	8	10	1	0.1651	175.	43000.0
14	9	11	1	0.0839	400.	50000.0
15	9	12	1	0.0839	400.	50000.0
16	10	11	1	0.0839	400.	50000.0
17	10	12	1	0.0839	400.	50000.0
18	11	13	1	0.0476	500.	66000.0
19	11	14	1	0.0418	500.	58000.0
20	12	13	1	0.0476	500.	66000.0
21	12	23	1	0.0966	500.	134000.0
22	13	23	1	0.0865	500.	120000.0
23	14	16	1	0.0389	500.	54000.0
24	15	16	1	0.0173	500.	24000.0
25	15	21	2	0.0490	500.	68000.0
26	15	24	1	0.0519	500.	72000.0
27	16	17	1	0.0259	500.	36000.0
28	16	19	1	0.0231	500.	32000.0
29	17	18	1	0.0144	500.	20000.0
30	17	22	1	0.1053	500.	146000.0
31	18	21	2	0.0259	500.	36000.0
32	19	20	2	0.0396	500.	55000.0
33	20	23	2	0.0216	500.	30000.0
34	21	22	1	0.0678	500.	94000.0
35	1	8	0	0.1344	500.	35000.0
36	2	8	0	0.1267	500.	33000.0
37	6	7	0	0.1920	500.	50000.0
38	13	14	0	0.0447	500.	62000.0
39	14	23	0	0.0620	500.	86000.0
40	16	23	0	0.0822	500.	114000.0
41	19	23	0	0.0606	500.	84000.0



Sistema IEEE de 24 barras.

Sistema de 24 barras: Dados de geração dos cinco planos (MW)

Barra	P_o	P_1	P_2	P_3	P_4	$Dem.$
1	576	576	465	576	520	324
2	576	576	576	576	520	291
3	0	0	0	0	0	540
4	0	0	0	0	0	222
5	0	0	0	0	0	213
6	0	0	0	0	0	408
7	900	900	722	900	812	375
8	0	0	0	0	0	513
9	0	0	0	0	0	525
10	0	0	0	0	0	585
11	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
13	1773	1773	1424	1457	1599	795
14	0	0	0	0	0	582
15	645	645	645	325	581	951
16	465	465	465	282	419	300
17	0	0	0	0	0	0
18	1200	1200	1200	603	718	999
19	0	0	0	0	0	543
20	0	0	0	0	0	384
21	1200	1200	1200	951	1077	0
22	900	900	900	900	900	0
23	1980	315	953	1980	1404	0
24	0	0	0	0	0	0

METAHEURÍSTICA ESPECIALIZADA PARA RESOLVER EL PROBLEMA DE LA PLANIFICACIÓN DE LA EXPANSIÓN DE SISTEMAS DE TRANSMISIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA

AUTOR R. ROMERO¹, AUTOR E. RIGHETTO¹ Y J.R.S. MANTOVANI¹
E-MAIL: RUBEN@DEE.FEIS.UNESP.BR; RIGHETTO@MAT.FEIS.UNESP.BR

¹Universidade Estadual Paulista – UNESP- Campus de Ilha Solteira

Resumen: Este trabajo presenta una estrategia de programación lineal especializada para resolver de forma más eficiente el problema de planificación de la expansión de sistemas de transmisión de energía eléctrica usando metaheurísticas. El modelo matemático del problema de planificación de la expansión de sistemas de transmisión es un problema de programación lineal entero mixto. Cuando usamos metaheurísticas para resolver ese problema de planificación debemos resolver decenas de millares o a veces centenas de millares de problemas de programación lineal y la resolución de esos problemas de programación lineal consume casi todo el esfuerzo de procesamiento de la metaheurística. Así, en este trabajo presentamos una estrategia eficiente para resolver esos problemas de programación lineal. La idea fundamental consiste en identificar soluciones básicas eficientes para resolver los nuevos problemas de programación lineal que aparecen al usar la metaheurística en el proceso de solución. Se muestra que siempre existe una base dual factible y, por lo tanto, el nuevo problema puede resolverse usando un algoritmo dual simplex con variables canalizadas. Se muestran resultados encontrados usando un sistema eléctrico de complejidad mediana.

Palabras clave: Planificación de sistemas de transmisión, programación lineal, algoritmos genéticos, método dual simplex canalizado

ABSTRACT

Resumen: Este trabajo presenta una estrategia de programación lineal especializada para resolver de forma más eficiente el problema de planificación de la expansión de sistemas de transmisión de energía eléctrica usando metaheurísticas. El modelo matemático del problema de planificación de la expansión de sistemas de transmisión es un problema de programación lineal entero mixto. Cuando usamos metaheurísticas para resolver ese problema de planificación debemos resolver decenas de millares o a veces centenas de millares de problemas de programación lineal y la resolución de esos problemas de programación lineal consume casi todo el esfuerzo de procesamiento de la metaheurística. Así, en este trabajo presentamos una estrategia eficiente para resolver esos problemas de programación lineal. La idea fundamental consiste en identificar soluciones básicas eficientes para resolver los nuevos problemas de programación lineal que aparecen al usar la metaheurística en el proceso de solución. Se muestra que siempre existe una base dual factible y, por lo tanto, el nuevo problema puede resolverse usando un algoritmo dual simplex con variables canalizadas. Se muestran resultados encontrados usando un sistema eléctrico de complejidad mediana.

Key Words: Planificación de sistemas de transmisión, programación lineal, algoritmos genéticos, método dual simplex canalizado

1. INTRODUCCIÓN

El problema de la planificación de la expansión de sistemas de transmisión de energía eléctrica, que en este trabajo llamaremos simplemente de problema PSTEE, es un problema relevante y muy complejo de resolver entre los problemas de optimización de la planificación de sistemas eléctricos. Este problema consiste en encontrar el plan óptimo de expansión de un sistema de energía eléctrica. Así, conocida la topología base o existente del sistema de transmisión de un sistema eléctrico, los nuevos datos de generación y demanda eléctrica para un horizonte de tiempo conocido y los datos de costos y parámetros eléctricos de nuevas líneas de transmisión que pueden ser construidos se pretende encontrar el plano óptimo de expansión, o sea, se desea saber cuales líneas de transmisión deben ser construidas entre las candidatas disponibles para que el sistema eléctrico opere adecuadamente para los nuevos valores de generación y demanda y, lógicamente, con la menor inversión posible en la construcción de las nuevas líneas de transmisión.

En general, el problema PSTEE puede asumir formas más complejas porque el horizonte de planificación puede dividirse en varias etapas y en ese caso debemos encontrar el plan óptimo para cada etapa y llevando en cuenta las tasas de interés distribuidas en cada etapa. Cuando existe apenas un horizonte de planificación entonces el problema es llamado de planificación estática y esse tipo de modelo usamos en este trabajo. Sin embargo, la propuesta apresentada puede ser facilmente extendida para la planificación multietapa. El problema PSTEE también asume diferentes formas cuando se escoge el modelo de red eléctrica, el tipo de demanda y la forma de considerar las leyes que rigen el funcionamiento de un sistema eléctrico. En ese contexto, el modelo más simple usado en planificación es el llamado modelo de transportes que considera apenas la primera lei de Kirchhoff y el balance de potencia ativa. En modelos más complejos se debe llevar en cuenta la segunda lei de Kirchhoff de forma aproximada o exacta y el balance de potencia activa y reactiva. En ese caso los modelos matemáticos asumen cada vez formas más complejas. En este trabajo es usado el modelo de transportes y por eso el modelo matemático resultante es un problema de programación lineal entero mixto.

El modelo de transportes puede resolverse usando un algoritmo tipo branch and bound. Sin embargo, para sistemas de grande porte y; o complejos un algoritmo branch and bound tiene problemas de convergencia porque el número de problemas de programación lineal (PL) que se debe resolver es muy elevado. Así, una alternativa es resolver ese problema usando metaheurísticas. En ese caso se puede encontrar soluciones óptimas o sub-óptimas con un esfuerzo de procesamiento menor. Sin embargo, mismo usando metaheurísticas se debe resolver decenas de millares o centenas de millares de problemas de PL. En este trabajo se propone una forma eficiente de resolver esos problemas de PL. Un motivo adicional de escoger las metaheurísticas para resolver el modelo de transportes es que, cuando pasamos a usar modelos más complejos, esas metaheurísticas pueden ser facilmente adaptadas para los modelos más complejos mientras que en esas condiciones ya no se pueden usar algoritmos branch and bound o se tienen que hacer adaptaciones más complejas.

En este trabajo realizamos algunas transformaciones en los problemas de PL que se deben resolver de forma que esos problemas de PL sean resueltos de forma más eficiente usando un algoritmo dual simplex canalizado. La metaheurística usada para resolver el problema PSTEE es un algoritmo genético especializado que es una adaptación y extensión de la propuesta apresentada por Chu-Beasley para resolver el problema generalizado de designación.

2. MODELO MATEMÁTICO DEL PROBLEMA DE PLANIFICACIÓN

El modelo matemático del problema PSTEE para el llamado modelo de transportes tiene la siguiente forma [1]:

$$\text{Min} \quad v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} + \sum_{k \in \Omega_r} r_k \quad (1)$$

s.a.

$$Sf + g + r = d \quad (2)$$

$$-(n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \leq f_{ij} \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \quad (3)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (4)$$

$$0 \leq r \leq d \quad (5)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad (6)$$

$$\{i, j\} \in \Omega$$

donde n_{ij} , n_{ij}^0 , f_{ij} y \bar{f}_{ij} representan, respectivamente, el número de circuitos adicionados en el camino $i - j$, el número de circuitos existentes en la topología base, el flujo de potencia total en el camino $i - j$ y el flujo máximo de una línea de transmisión. v es el costo de inversión, S es la matriz de incidencia ramo-barras transpuesta del sistema eléctrico y de dimensión $nl \times nb$ donde nl es el número de caminos para adición de líneas de transmisión y nb es el número de barras del sistema. f es un vector con elementos f_{ij} , g es el vector de generación de tamaño ng y con valores máximos iguales a \bar{g} , d es el vector de demanda, \bar{n}_{ij} es el número máximo de líneas que pueden ser adicionadas en el camino $i - j$, r es el vector de cortes de carga, Ω es el conjunto de caminos donde pueden adicionarse líneas de transmisión y Ω_k es el conjunto de todas las barras del sistema. En este modelo matemático las restricciones (2) representan la primera ley de Kirchhoff (una ecuación por barra) y las restricciones (3) representan límites de operación de las líneas de transmisión (una relación por camino). Obviamente el modelo matemático anterior, que es un problema de programación lineal entero mixto, se puede resolver usando un algoritmo branch and bound [4] que no es el objetivo de este trabajo. También, debemos observar que en el modelo matemático anterior si fijamos las variables n_{ij} entonces el modelo matemático se reduce a un problema de PL donde se debe verificar apenas si el sistema tiene o no tiene corte de carga. Esa es la estrategia usada por las metaheurísticas para resolver el problema PSTEE. Todas las metaheurísticas usadas para resolver el problema PSTEE [3] representan o codifican apenas las variables enteras y encuentran los valores exactos de las variables continuas resolviendo un problema de PL que apenas indica si la propuesta de solución escogida por la metaheurística permite que el sistema opere adecuadamente (sin corte de carga) o opera de forma no adecuada (con corte de carga).

3. METAHEURÍSTICA USADA PARA RESOLVER EL PROBLEMA PSTEE

Muchas técnicas de optimización fueron presentadas en la literatura especializada para resolver el problema PSTEE [3]. Esas técnicas pueden ser agrupadas en las siguientes categorías: (a) técnicas heurísticas, (b) técnicas clásicas de optimización tales como los algoritmos de branch and bound y la decomposición matemática de Benders, y (c) técnicas metaheurísticas tales como recocido simulado, algoritmos genéticos, búsqueda tabú, etc. En este trabajo usamos un algoritmo genético especializado conocido como algoritmo genético de Chu-Beasley (AGCB) que fue originalmente presentado en [3]. Sin embargo, debemos mencionar que implementamos una versión especializada del algoritmo AGCB.

El algoritmo AGCB modificado puede resumirse en los siguientes pasos:

1. Especificar los parámetros de control (tamaño de la población, recombinación, mutación, etc);
2. Especificar las características generales del algoritmo tales como la forma de representación o codificación, forma de generar la población inicial, la selección por torneo, la manipulación de infactibilidades, etc;
3. Encontrar la población inicial usando una estrategia aleatoria controlada o algoritmos heurísticos robustos y eficientes dando prioridad a aquellos algoritmos que encuentran soluciones factibles. Encontrar los vectores fitness (que almacena los costos de inversión de cada propuesta de solución) y unfitness (que almacena los valores de corte de carga de las propuestas de solución infactibles) resolviendo un problema de PL para cada propuesta de solución;
4. Realizar la selección por torneo para escoger dos topologías generadoras de nuevas soluciones;
5. Realizar la recombinación y preservar apenas un descendiente escogido de forma aleatoria;
6. Realizar mutación en el descendiente preservado y resolver un PL para calcular el unfitness (corte de carga) de esa propuesta de solución;
7. Realizar una mejora local del descendiente preservado usando un algoritmo heurístico eficiente que elimine la infactibilidad del descendiente preservado;
8. Decidir si el descendiente generado y mejorado puede entrar a la población corriente substituyendo un elemento de la población. Ese proceso es realizado usando una prueba de substitución;
9. Si el criterio de parada fue cumplido entonces pare el proceso. En caso contrario volver al paso 4.

En el algoritmo anterior debemos resolver problemas de PL en los pasos 3 y 6. También debemos observar que la resolución de esos problemas de PL consume casi todo el tiempo de procesamiento de una iteración del algoritmo. El algoritmo genético especializado mostrado anteriormente fue implementado usando la siguiente estrategia: (1) la población inicial fue generada usando una estrategia aleatoria controlada onde es escogido un número reducido de caminos para adición de líneas de transmisión y en cada camino es adicionado un número de líneas entre 1 y el número máximo de líneas permitidas y, (2) la fase de mejora local no fue

implementada. Para implementar la fase de mejoría local debemos de resolver un tipo de PL diferente al PL que aparece al fijar los valores de los n_{ij} . Sabemos que la mejor estrategia de implementar la fase de mejoría local es usar el algoritmo de Garver para encontrar una solución factible para el modelo DC a partir de la topología que corresponde al descendiente generado. Esse tipo de PL tiene una estructura diferente y debemos realizar investigaciones adicionales para también resolver ese tipo de problema de PL de forma eficiente.

En los pasos 3 y 6 debemos resolver un problema de PL después de conocer una propuesta de inversión gerenciada por la metaheurística. Así, debemos resolver el siguiente PL:

$$\text{Min} \quad w = \sum_{k \in \Omega_r} r_k \quad (7)$$

s.a.

$$Sf + g + r = d \quad (8)$$

$$-(n_{ij}^0 + n_{ij}^k) \bar{f}_{ij} \leq f_{ij} \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}^k) \bar{f}_{ij} \quad (9)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (10)$$

$$0 \leq r \leq d \quad (11)$$

$$\{i, j\} \in \Omega$$

donde w es el corte de carga que corresponde a cada propuesta de solución y $n^k = n_{ij}^k$ representa una propuesta de solución. Si la propuesta de solución es factible entonces el corte de carga es igual a $w = 0$. Si existe corte de carga entonces la propuesta de solución es infactible. En este trabajo presentamos una forma eficiente de resolver esos problemas de PL. Debemos observar que todos los problemas de PL que deben resolverse son diferentes apenas en la restricción (9), o sea, apenas son diferentes en los límites de la variable canalizada f_{ij} .

4. ALGORITMO DUAL SIMPLEX CANALIZADO

La diferencia fundamental entre 2 problemas de PL correspondiente a dos propuestas de solución n^q y n^s en el modelo de PL mostrado en (7)-(11) está en los límites de la variable canalizada f_{ij} . Así, concluimos que todos los problemas de PL que resolvemos son diferentes apenas en los límites de las variables f_{ij} . Particularmente, las restricciones (8) son exactamente iguales para todos los problemas de PL que debemos resolver.

Obviamente, un algoritmo Primal Simplex con Variables Canalizadas no puede ser eficiente para resolver ese tipo de problemas de PL. Usando ese algoritmo precisaríamos de Fase I de los algoritmos tipo primal simplex y cada PL debe resolverse de forma independiente. Así, por ejemplo, si tenemos la solución óptima y el cuadro óptimo de la solución de un PL entonces esa solución no puede ser aprovechada para resolver otro PL porque la factibilidad es destruida.

Portanto, es evidente que debemos abandonar la propuesta de usar algoritmos tipo primal simplex.

Cada problema de PL mostrado en (7)-(11) puede resolverse de forma más eficiente usando un algoritmo dual simplex canalizado de fase única (DSC). La fase I puede ser eliminada si identificamos una base B que genera una solución básica que cumple con el criterio de optimalidad, o sea, es una base adecuada para iniciar la optimización del algoritmo dual simplex canalizado de fase única. En el problema PSTEE esa base se puede obtener fácilmente encontrando un árbol del grafo que corresponde a la red del sistema eléctrico. Adicionalmente, este árbol puede ser generado escogiendo los caminos que corresponden a las líneas de mayor capacidad de transmisión que generalmente operan dentro de sus límites y, por lo tanto, tienen mayor probabilidad de que formen parte de la base óptima. De esa forma se genera una base formada por las columnas de algunas variables f_{ij} en que esa base permite montar un cuadro simplex donde se cumple la optimalidad, o sea, un cuadro adecuado para optimizar el problema en fase única usando el algoritmo dual simplex canalizado. Obviamente, un cuadro simplex montado de esa forma no cumple con la factibilidad y, por lo tanto, debemos continuar el proceso de optimización usando el algoritmo dual simplex canalizado. Sin embargo, por la forma como fue generada la base (identificando las variables que tienen mayor posibilidad de formar parte de la base óptima) el proceso de optimización lleva pocas iteraciones para encontrar la solución óptima del PL.

Sea f_B las nb variables de tipo f_{ij} que forman la base y generada por los caminos de las líneas de mayor capacidad del sistema eléctrico y que forman un árbol. Sea f_N las otras $(nl - nb)$ variables de tipo f_{ij} que son no básicas. Adicionalmente, todas las variables de tipo g_k y r_k son clasificadas también como no básicas. En ese contexto, los coeficientes de costo de las variables básicas C_B y no básicas C_N asumen la siguiente forma:

$$C_B = [000, \dots, 000]$$

$$C_N = [000, \dots, 0011, \dots, 1]$$

donde los nb elementos de C_B son iguales a cero y C_N tiene $(ng + nl - nb)$ elementos iguales a cero (ng es el número de barras con generación, nl es el número de caminos y nb el número de barras del sistema eléctrico) y apenas nc elementos son iguales a 1 (nc es el número de barras del sistema eléctrico con demanda). Debemos observar que apenas las variables r_k aparecen en la función objetivo y con coeficientes unitarios. Así, los coeficientes de costo relativo de las variables no básicas asumen la siguiente forma:

$$\bar{C}_N = C_B B^{-1} N - C_N = -C$$

$$\bar{C}_N = [000, \dots, 00-1-1, \dots, -1] \leq 0.$$

La relación anterior muestra que fue encontrada una base que cumple con el criterio de optimalidad y, por lo tanto, podemos usar un algoritmo dual simplex canalizado de fase única para resolver el PL. También debemos observar que para montar ese cuadro simplex debemos invertir

la matriz básica B de tamaño $nb \times nb$. Adicionalmente, también variables tipo g_k pueden ser usadas para formar la base inicial (apenas las variables r_k no pueden ser usadas para formar una base si queremos garantizar optimalidad). Otra característica importante de la propuesta es que la inversión de la matriz B é realizada apenas una vez, para resolver el primer problema de PL, y para resolver los otros problemas de PL usaremos las bases óptimas y los cuadros óptimos de problemas de PL que fueron resueltos anteriormente.

El cuadro simplex montado usando la estrategia mencionada anteriormente puede ser usada para resolver todos los problemas de PL que son requeridos por la metaheurística. La única diferencia entre todos los cuadros simplex de cada problema de PL es la columna independiente RHS. Por ese motivo invertimos la matriz B una única vez y podemos usar el cuadro simplex montados para resolver todos los problemas de PL requeridos por la metaheurística que en sistemas de grande porte o complejos pueden ser necesarios resolver centenas de millares de problemas de PL. Sin embargo, como veremos posteriormente, podemos usar cuadros simplex generados posteriormente para resolver de forma más eficiente los nuevos problemas de PL.

Mencionamos anteriormente que puede ser interesante generar una base inicial formada por variables f_{ij} de líneas de transmisión con mayor capacidad y que formen un árbol. Adicionalmente, las variables no básicas devem ser colocadas en sus límites inferior e superior. Es posible escoger el límite adecuado de cada variable no básica de forma eficiente. Así, por ejemplo, es facil identificar el límite correcto de las variables f_{ij} verificando si las líneas de transmisión que representan están ligados a barras de generación o carga. Las variables r_k deben ser fijados todos en el limite inferior de cero. Así, un cuadro simplex montado de la forma indicada encuentra la solución óptima en pocas iteraciones y con muy pocos cambios de base.

Apesar de que el cuadro simplex inicial montado de acuerdo con la estrategia mostrada anteriormente puede ser usado como cuadro inicial para resolver todos los problemas de PL en este trabajo usamos una estrategia un poco más eficiente. En realidad podemos usar como cuadro inicial cualquier cuadro óptimo de un problema de PL para resolver un nuevo problema de PL simplemente actualizando la columna independiente RHS y desde que la base óptima no tenga una variable tipo r_k . Así, en este trabajo usamos el cuadro simplex de la mejor solución factible encontrada, o sea, de la mejor solución en términos de inversión y sin corte de carga. Verificamos experimentalmente que esse cuadro simplex permite resolver más rápidamente todos los nuevos problemas de PL.

Con todas las propuestas mostradas anteriormente implementamos una estrategia para resolver todos los problemas de PL requeridos por el algoritmo de Chu-Beasley especializado. La estructura básica de ese algoritmo es el siguiente:

- 1- Escoger un conjunto de variables de tipo f_{ij} que corresponden a las líneas de transmisión de mayor capacidad y forman un árbol. Las columnas de esas variables forman la base inicial B . Esta base y el cuadro simplex montado usando esta base puede ser usada para resolver todos los problemas de PL. Por lo tanto, invertimos esa base una única vez. Resolver el problema de PL usando un algoritmo dual simplex canalizado. Usamos esse cuadro inicial para resolver los nuevos problemas de PL hasta encontrar una solución sin corte de carga. A partir de ese momento, todos los nuevos problemas de PL son resueltos usando como cuadro inicial el

cuadro óptimo de la mejor solución encontrada en el proceso de optimización (también llamada solución incumbente).

2. Resolver los nuevos problemas de PL usando como cuadro inicial el primer cuadro montado para resolver el primer problema de PL o el cuadro óptimo de la mejor solución encontrada. Debemos apenas recalcular la columna independiente RHS. Usar almacenamiento compacto y operadores especiales para resolver el problema de PL (iteraciones del cuadro simplex).

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

La estrategia presentada en este trabajo fue usado para resolver el problema de planificación de sistemas de transmisión de un sistema de tamaño mediano, el sistema sur brasilero reducido de 49 barras y 79 caminos para adición de líneas de transmisión. Los datos de ese sistema se encuentran en la referencia [4] y la figura 1 muestra el diagrama esquemático de ese sistema eléctrico.

El algoritmo genético especializado de Chu-Beasley encuentra la solución óptima de ese sistema eléctrico después de resolver en torno de 1500 problemas de programación lineal. Como fue usado el algoritmo especializado de Chu-Beasley entonces no fue necesario especificar el valor del parámetro ϵ (es una ventaja adicional de este tipo de algoritmo). La solución óptima encontrada es la siguiente:

$v = 53,334$ millones de dólares y las siguientes líneas de transmisión deben ser construidas:
 $n_{33-34} = 1, n_{20-21} = 2, n_{42-43} = 1, n_{05-11} = 2, n_{46-11} = 1.$

La misma prueba fue realizada substituyendo el algoritmo de PL presentado en este trabajo por una subrutina comercial de PL y sin ajustes de parámetros. Verificamos que la metaheurística resulta en torno de 15 veces más rápido cuando usamos el algoritmo de PL especializado mostrado em este trabajo. Para verificar el desempeño real del algoritmo presentado todavia debemos mejorar la parte de programación del algoritmo de PL y realizar pruebas con sistemas de mayor tamaño o más complejos.

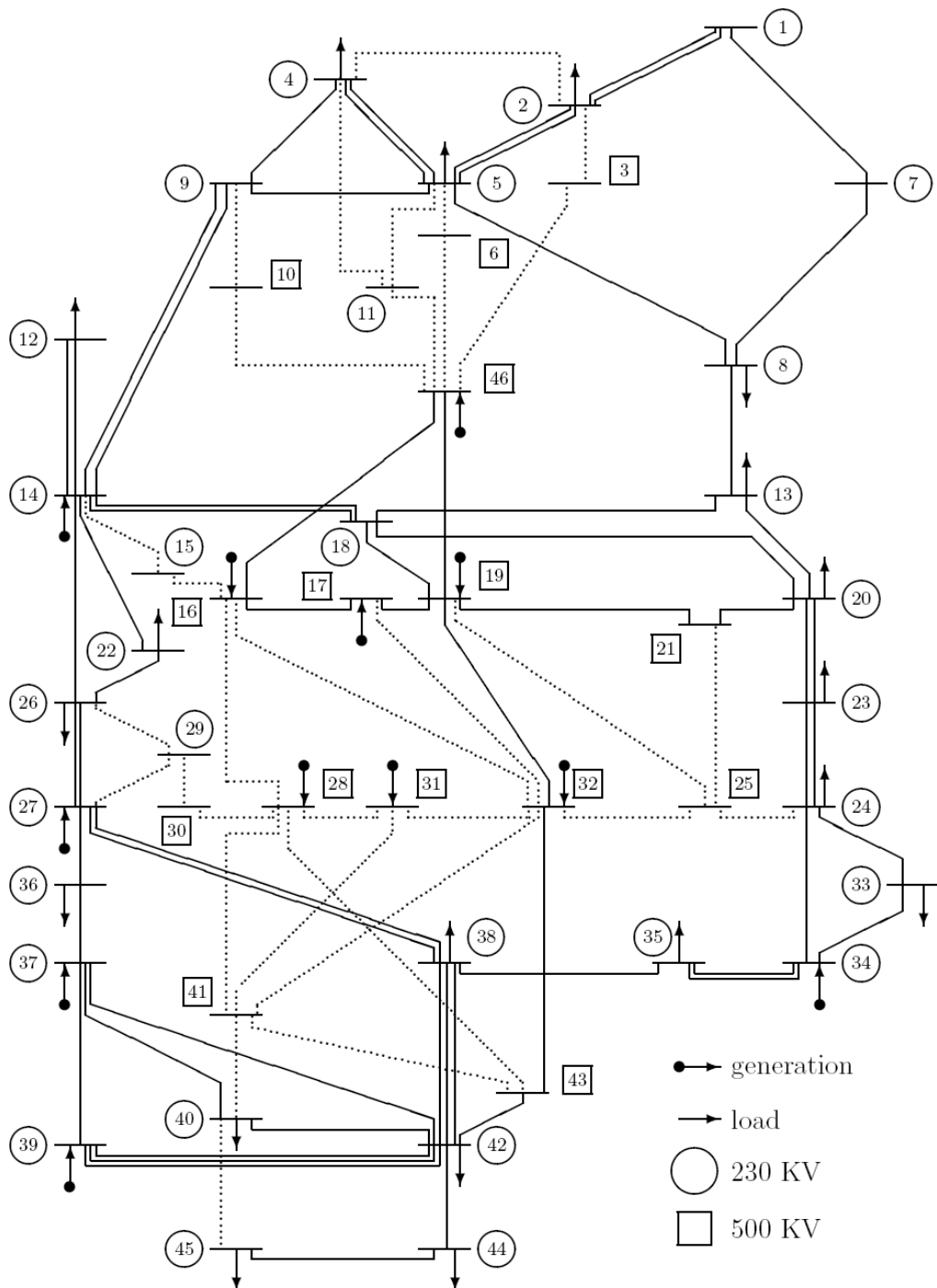


Figura N°1. Inicial topology of power system

REFERENCIAS

- [1] GARVER, L.L.: 'Transmission network estimation using linear programming,' IEEE Trans. Power App. Syst., 1970, PAS-89, pp. 1688-1697.
- [2] HAFFNER, S., MONTICELLI, A., GARCIA, A., and ROMERO, R.: 'Specialised branch-and-bound Algorithm for transmission network expansion planning,' IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, 2001, 148 (5), pp. 482-488.
- [3] ROMERO, R., MONTICELLI, A., GARCIA, A., and HAFFNER, S.: 'Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning,' IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, 2002, 149 (1), pp. 482-488.
- [4] GALLEGO R., MONTICELLI A., and ROMERO R.: 'Transmission systems expansion planning by an extended genetic algorithms,' IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, 1998, 145 (3), pp. 329-335.
- [5] DA SILVA, E., GIL, H., and AREIZA J.: 'Transmission network expansion planning under an improved genetic algorithm,' IEEE Transactions on Power Systems, 2000, 15 (4), pp 1168-1175.
- [6] HOLLAND, J.H.: 'Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence', The University of Michigan Press, 1975.
- [7] GOLDBERG, D.E.: 'Genetics algorithms in search, optimization and machine Learning,' Addison Wesley Reading, Mass., 1989.
- [8] MICHALEWICZ, Z.: 'Genetic algorithms + data structures evolution programs,' Artificial Intelligence, Springer, Berlin, 1996.
- [9] CHU, P.C., and BEASLEY, J.E.: 'A genetic algorithm for the generalized assignment problem,' Computers Operations Research, 1997, 24 (1), pp 17-23.
- [10] VILLASANA, R., GARVER, L.L., and SALON, S.J.: 'Transmission network planning using linear programming,' IEEE Trans. Power App. Syst., 1985, PAS-104, pp. 349-356.

Specialized linear programming applied to the transmission network expansion planning problem

Ruben A. Romero^a, Edison Righetto^b, Mauricio Granada^c, Jesus M. Lopez^d and Jose R.S. Mantovani^a

^a*Departamento de Engenharia Eletrica, Universidade Estadual Paulista (UNESP) Campus de Ilha Solteira, Av Brasil norte 364, S.P, Brasil, ruben@dee.feis.unesp.br; mant@dee.feis.unesp.br*

^c*Programa de Ingenieria Electrica, Universidad Tecnologica de Pereira (UTP), Vereda la Julita, Pereira, Colombia, magra759@hotmail.com*

^d*Departamento de Ingenieria Electrica, Universidad de Antioquia (UdeA), Grupo de Investigacion en Manejo Eficiente de la Energia (GIMEL), Calle 67 No 53-108, Medellin - Colombia, lezama@udea.edu.com*

^b*Departamento de Matematica, Universidade Estadual Paulista (UNESP) Campus de Ilha Solteira, Alameda Rio de Janeiro, 266, S.P, Brasil, righeto@mat.feis.unesp.br*

Keywords: Network expansion planning, genetic algorithms, linear programming, bounded variable dual simplex method.

Abstract. This paper proposes a specialized linear programming method applied to the transmission expansion planning of electric power systems. The adopted model of the planning problem is the so called transport model which is a mixed integer linear programming problem. For this type of model and for complex systems, a branch and bound algorithm might need to solve several tens of million of linear programming problems (LPs). A well known alternative to avoid solving such a huge amount of LPs is the use of metaheuristics such as genetic algorithms which in turn will also have to solve a considerable high number of LPs to reach convergence. Typically, a metaheuristic might need to solve tens of thousands or hundreds of thousands of LPs to find satisfactory results. In this paper an efficient way to solve these LPs is proposed. The proposed method consists of transforming the linear programming problem into an equivalent problem that allows to identify a feasible initial base for all of the LPs. This initial base permits the efficient solution of all the LPs required by the metaheuristic using a bounded dual simplex algorithm. Test results show an excellent performance of the proposed method.

1 Introduction

The transmission network expansion planning is a relevant and complex problem in the field of optimization of electrical systems. This problem consists in finding the optimal plan for the electrical system expansion. Given the current topology of the system, the future demand and the parameters of candidate circuits to be constructed, the planning problem must find the transmission lines and/or transformers that, with minimum investment, permit the system to operate in an adequate way in a specified planning horizon. Taking into account the planning period, the planning problem can be divided in two categories: static or dynamic. In the first case, only one stage of the problem is considered, and in the second case, the planning horizon is divided in several stages. In the basic Static Transmission Planning (STP) the expansion process is carried out considering only the active power balance equations and a simplified network model. The other operation and planning requirements are taken into account in a later phase of the planning process. Some of these requirements might include contingencies, planning with reactive sources, an AC model of the network, etc. In highly complex systems the use of the transport model, which is presented in this paper, is still valid.

In this paper the authors present an efficient linear programming algorithm to be used with a metaheuristic to solve the basic STP problem using the transport model. Usually a metaheuristic might need to solve a great number of LPs (tens of thousands or hundreds of thousands). Then, most of the computational time required by the metaheuristic is spent solving the LPs. This means that an efficient proposal that reduces the processing time to solve the LPs will dramatically reduce the time consumed by the metaheuristic.

2 Mathematical modelling of the STP problem

The mathematical model of the STP problem using the transport model presents the following format (Garver, 1970):

$$\text{Min} \quad v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{i,j} n_{i,j} + \sum_{k \in \Omega_r} r_k \quad (1)$$

s.t.

$$Sf + g + r = d \quad (2)$$

$$-(n_{i,j}^0 + n_{i,j}) \bar{f}_{i,j} \leq f_{i,j} \leq (n_{i,j}^0 + n_{i,j}) \bar{f}_{i,j} \quad (3)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (4)$$

$$0 \leq r \leq d \quad (5)$$

$$0 \leq n_{i,j} \leq \bar{n}_{i,j} \quad (6)$$

$$\{i, j\} \in \Omega$$

where n_{ij} , n_{ij}^0 , f_{ij} and \bar{f}_{ij} represent, respectively, the number of circuits added to the $i - j$ right-of-way, the number of circuits in the base case, the total power flow and the corresponding maximum power flow to the circuit in the $i - j$ right-of-way. v is the investment cost, w is the load shedding, S is the branch-node incidence matrix of the power system with dimensions $nl \times nb$ where nl is the number of lines and nb is the number of buses of the system. f is a vector with f_{ij} elements, g is a vector of size ng (number of generators) whose maximum value is \bar{g} , d is the demand vector, $\bar{n}_{i,j}$ is the maximum number of circuits that can be added to the $i - j$ right-of-way, r is the vector of load shedding, Ω is the set of all right-of-ways and Ω_k is the set of all buses with demand.

It is observed that setting the variables n_{ij} for a given proposal k ($n_{ij} = n_{ij}^k$) the mathematical model is reduced to a linear programming problem that only aims to find a proposal with minor load shedding. Constraint (2) represents the active power balance equations in each node and corresponds to Kirchhoff's Current Law (KCL). The other constraints account for the operation limits of the transmission devices.

The above mathematical model can be solved using a bunch of optimization techniques, such as heuristics algorithms, classical optimization techniques like branch and bound algorithms, Benders decomposition and meta-heuristics (Gallego R.A., 1998). In this paper, a specialized genetic algorithm that belongs to the meta-heuristic group is implemented. For each investment proposal, the load shedding is determined and the exact value of the operation variables is found using a bounded dual simplex algorithm.

3 Metaheuristic implemented to solve the STP problem

Several algorithms for the solution of the transmission expansion planning problem have been proposed in the specialized literature (Latorre G., 2003). These methodologies can be

separated in three main categories: (a) heuristic algorithms, (b) classic optimization algorithms such as Benders decomposition and Branch & Bound algorithms, and (c) metaheuristic techniques such as simulated annealing, genetic algorithms, and tabu search (Gallego R.A., 1998). In this paper a specialized metaheuristic known as the Chu Beasley Genetic Algorithm (CBGA) is implemented with some modifications on its original formulation (Chu and Beasley, 1997). Nevertheless, it should be noted that any other metaheuristic can be implemented and the CBGA is used with the sole purpose of testing the performance of the specialized linear programming technique which is the main concern of this paper. Details on the CBGA are beyond the scope of this paper. The proposed metaheuristic is summarized in the following steps:

1. Specify control parameters (population size, recombination rate, mutation rate, etc).
2. Specify general characteristics of the algorithm such as codification, initial population, tournament selection, handling of unfeasibilities, etc.
3. Find an initial population using a random controlled strategy or efficient and robust heuristic techniques, giving priority to those algorithms that generate only feasible solutions. Specify the fitness and unfitness of the initial population solving LPs problems.
4. Implement a tournament selection to choose the parents.
5. Perform recombination and preserve only one offspring.
6. Perform mutation on the preserved offspring and solve the LP problem to calculate the unfitness.
7. Implement a local improvement phase of the preserved offspring using efficient heuristic algorithms.
8. Decide whether the new improved offspring can be part of the current population substituting an individual after verifying the substitution test.
9. If the stopping criteria are met stop the process. If not, go to step 4.

It is worth mentioning that in steps 3 and 6 Linear Programming (LP) problems must be solved. Most of the time required by the metaheuristic is spent solving these LPs.

The genetic algorithm presented was implemented using the next strategy: (1) The initial population was generated using a controlled aleatory strategy, an aleatory number is generated between 1 and n_c to indicate the number of paths where to add circuits, and in each one of those paths a number of circuits between 1 and the max circuit allowed are added; (2) The local improvement from step 7 was not implemented. To implement efficiently the proposal to generate the initial solution using constructive heuristic algorithms and the local improvement step, the LP problems to be solved must have a different structure from the ones solved in steps 3 and 6. The efficient solution of this kind of LP is still undeveloped.

In steps 3 e 6 some LP's should be solved after finding an investment proposal determined for the metaheuristic. So, for this investment proposal the next LP should be solved:

$$\text{Min} \quad w = \sum_{k \in \Omega_r} r_k \quad (7)$$

s.t.

$$Sf + g + r = d \quad (8)$$

$$-(n_{i,j}^0 + n_{i,j}^k)\bar{f}_{i,j} \leq f_{i,j} \leq (n_{i,j}^0 + n_{i,j}^k)\bar{f}_{i,j} \quad (9)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (10)$$

$$0 \leq r \leq d \quad (11)$$

$$\{i, j\} \in \Omega$$

where w is the load shedding who defines the unfeasibility of the investment proposal n^k . Feasible investment proposals should have a load shedding value of $w = 0$. This work presents an efficient way to solve all the LPs generated for the metaheuristic having a structure as the one presented above. Additionally, we must observe that all the LPs differ only in the bounds of the bounded variables $f_{i,j}$.

4 Bounded dual simplex algorithm

The difference between two LPs problems modelled by equations (7)- (11) corresponding to two different investment proposals n^q and n^s consists only in the limits of the bounded variables $f_{i,j}$. Therefore, all the PLs involved in the solution of the basic STP problem using a metaheuristic differ only in the limits of the variables $f_{i,j}$.

A Bounded Variable Primal Simplex Algorithm (BVPSA) would not be efficient to solve the type of PLs required by the metaheuristic. To solve a particular PL of the type described by equations (7)- (11) a BVPSA requires a phase I of the algorithm because there are equality constraints and there is not a primal-feasible initial base that can be found in a trivial way. Then, every PL must be solved using a BVPSA of two phases. Additionally, suppose that we know the solution and the optimal tableau of a PL that corresponds to an investment proposal of a specified n^q . In this context it would not be possible to use the optimal solution and the optimal tableau of this LP to efficiently solve the PL corresponding to another investment proposal of a specified n^s even if these solutions were neighbors. The new solution proposal destroys the feasibility of the optimal tableau given by the previous proposal. Then, every PL corresponding to an investment proposal must be solved independently using a BVPSA of two phases.

Every PL of the type described in this paper can be solved in a more efficient way using a single-phase Bounded Variable Dual Simplex Algorithm (BVDSA). This is possible if a base B is identified through a tree of the graph that represents the electrical system. This tree can be selected among the lines with the highest capacity of the transmission system. The base formed by the $f_{i,j}$ variables that generate this tree corresponds to a simplex tableau that meets the optimality criterion, and then represents a suitable tableau that can be worked out using a BVDSA. Obviously a simplex tableau obtained in this way does not accomplish feasibility and then the BVDSA must be carried out until feasibility is reached. This means that there is no need to execute the phase I of the BVDSA. To prove this hypothesis it must be proved that the relative cost coefficients of the nonbasic variables are less or equal to zero.

The simplex tableau built using this hypothesis can be used to solve all the LPs required by the metaheuristic. Then, even if the metaheuristic needed to solve several million of LPs, the matrix B would only be inverted once. Consequently, the only difference between the PLs is the RHS column of the dual simplex tableau.

As the initial simplex tableau has to be built only once, then an efficient strategy can be implemented to choose the basic variables. A first attempt could be to select the basic variables as the transmission lines with the highest capacity. Also, the nonbasic variables can be efficiently classified in the inferior and superior limits. In this way, the generation variables must be preferably classified in its superior limit and all the artificial generation variables must be classified in its inferior limit. Most of the power flow variables f_{ij} can be efficiently classified in their inferior or superior limits as well. For example, if a transmission line links a generation bus k with a load bus m , then the variable f_{km} representing the power flow from k to m must be classified as a nonbasic variable in its superior limit.

There is still an important remark that should be made regarding the solution strategy of the PLs generated by the transport model, and it is that any other optimal tableau of a PL can be used to solve the other PLs. Therefore, the use of the initial tableau as proposed in this paper is not compulsory. Any optimal tableau of a given PL can be used to initialize the optimization of another PL as long as all variables of the type r_k are out of the adopted base. In this context, from a certain stage of the metaheuristic optimization process, the optimal tableau of the incumbent solution can be used to solve new PLs.

Taking into account the observations mentioned above a BVDSA was implemented to solve all the PLs required by a metaheuristic when the transport model is used in the STP problem. The basic structure of the proposed algorithm is the following:

- 1- Choose a set of variables of the type f_{ij} corresponding to the transmission lines with the highest capacity. The columns of these variables form a base B . This base is a suitable base for the BVDSA and can be used to solve all the LPs. This base will be inverted only once to find B^{-1} . Solve the LP using a bounded dual simplex algorithm starting from a initial solution that meets all the optimality criterions. The initial solution to solve the first LP is constructed using the algorithm presented in this paper. The starting solution for all the other LPs is the optimal solution of the best feasible solution and without load shedding found during the metaheuristic optimization process.
2. Solve the LP for the investment proposal n^k using the simplex tableau built for the first LP changing only the RHS column. Use compact storage and special operations to solve this type of LP.

The strategy described above can be used for all LPs. Also, if an investment proposal with zero load shedding is found (and with all the r variables out of the base), the base of that LP along with its final tableau can be used as the initial tableau of the subsequent LPs. That base is closer to the optimal base of the new LPs, and this fact will reduce the number of iterations. Additionally, the tableau of the incumbent solution can be used.

5 Results and conclusions

The strategy presented in this paper to solve the LPs generated by a metaheuristic when solving the STP problem using the transport model was implemented on a system of medium complexity. This power system has 46 buses and 79 right-of-ways corresponding to a graph of 46 nodes and 79 arches. The data for this system can be found in (Romero R., 2002), Figure 1 shows the topology for this system. The same metaheuristic was implemented with two variants. In the first case the LPs generated by the metaheuristic were solved using a commercial software

without any information of the specific characteristics of the problem. In the second case, the specialized LP presented in this paper was implemented to solve the PLs generated by the metaheuristic.

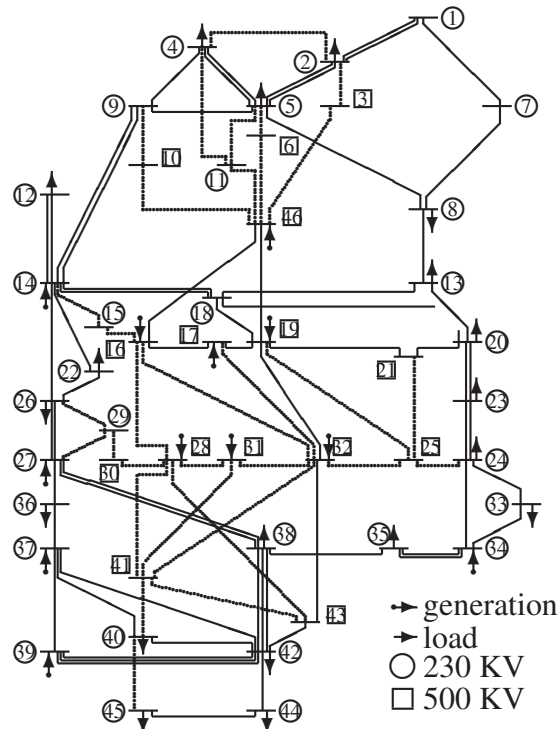


Figure 1: Initial topology of power system.

A metaheuristic found the optimal solution of this system after solving an average of 1400 LPs. In the tests a value of $\alpha = 10^6$ US/MW was used. The optimal solution of this system correspond to an investment of $v = 53.334$ millions of dollars with the next circuit added: $n_{33-34} = 1, n_{20-21} = 2, n_{42-43} = 1, n_{05-11} = 2, n_{46-11} = 1$.

Both algorithms do the same optimization process, being the only difference the processing speed of the LP problems. It was found that the LP algorithm presented in this paper allows the metaheuristic to be 15 times faster than the same metaheuristic using a commercial LP solver. Tests with bigger and more complex systems will be performed to obtain more conclusive results.

References

- Chu, P. and Beasley, J.: 1997, A genetic algorithm for the generalized assignment problem, *Computers and Operations Research* **Vol. 24, No. 1**, 17–23.
- Gallego R.A., Monticelli A., R. R.: 1998, Comparative studies of non-convex optimization methods for transmission network expansion planning, *IEEE Transactions on Power Systems* **13, No. 2**.
- Garver, L.: 1970, Transmission network estimation using linear programming, *IEEE Trans. Power App. Syst.* **PAS-89**, 1688–1697.
- Latorre G., Cruz R.D., A. J. V. A.: 2003, Classification of publications and models on transmission expansion planning, *IEEE Transactions on Power Systems* **Vol. 18, No. 2**, 938–946.
- Romero R., Monticelli A., G. A. H. S.: 2002, Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning, *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution* **149(1)**, 27–36.