



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

CAROLINA GOULART DE CARVALHO

**MODELO ANALÍTICO PARA LINHAS DE TRANSMISSÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA: APLICAÇÃO EM LINHAS TRIFÁSICAS
COM PLANO DE SIMETRIA VERTICAL**

Ilha Solteira
2013

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

“Modelo Analítico para Linhas de Transmissão de Energia Elétrica: Aplicação em Linhas Trifásicas com Plano de Simetria Vertical”

CAROLINA GOULART DE CARVALHO

Orientador: Prof. Dr. Sergio Kurokawa

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia - UNESP – Campus de Ilha Solteira, para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de Conhecimento: Automação.

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

C331m Carvalho, Carolina Carolina Goulart de .
Modelo analítico para linhas de transmissão de energia elétrica: aplicação em linhas trifásicas com plano de simetria vertical / Carolina Carolina Goulart de Carvalho. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2013
142 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2013

Orientador: Sérgio Kurokawa
Inclui bibliografia

1. Linhas de transmissão. 2. Análise no domínio da frequência.
3. Representação modal. 4. Matriz de transformação. 5. Método de Newton-Raphson. 6. Domínio das fases.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA



CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Modelo Analítico para Linhas de Transmissão de Energia Elétrica: Aplicação em Linhas Trifásicas com Plano de Simetria Vertical

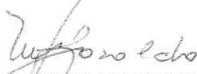
AUTORA: CAROLINA GOULART DE CARVALHO

ORIENTADOR: Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA, Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. SERGIO KUROKAWA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. AILTON AKIRA SHINODA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Profa. Dra. MARIANGELA CARVALHO BOVOLATO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. MARCOS DE ARAUJO PAZ
Departamento de Tecnologia - DTEC / Universidade Estadual de Feira de Santana


Prof. Dr. DAMÁSIO FERNANDES JÚNIOR
Departamento de Engenharia-Elétrica / Universidade Federal de Campina Grande

Data da realização: 06 de junho de 2013.

DEDICO

Aos meus pais, exemplos para minha vida, que me ensinaram a crer que tudo é possível e a nunca desistir dos meus sonhos. Ao meu esposo, que sempre acreditou em mim e me apoiou todos esses anos. As minhas queridas irmãs, que sempre estiveram ao meu lado.

AGRADECIMENTOS

Durante toda minha vida muitas pessoas compartilharam comigo muitos dos meus sonhos. A todas essas pessoas que permaneceram ao meu lado, o meu mais profundo e sincero obrigado. Especialmente quero agradecer e dedicar este trabalho:

A Deus, essa força espiritual que me move e faz acreditar que “*tudo pode o que crê*” e a Maria Santíssima por sua maravilhosa interseção;

Aos meus pais Francisco e Rosângela, minhas queridas e amadas irmãs, Cristiane e Gabriela e ao meu esposo, Leandro, por toda paciência e compreensão;

A minha avó Maria, que por pouco não compartilhou esse momento comigo, mas sei que onde estiver estará intercedendo por mim;

A minha família e meus amigos, que tanto amo, que a cada momento estiveram presentes e torcendo por mim, mesmo quando eu não acreditava mais;

Aos mestres e mentores que contribuíram com minha formação em especial ao meu orientador. O professor Sérgio foi impecável na seriedade e no desempenho das tarefas acadêmicas e seu apoio foi um estímulo e sinal de amizade. Pela compreensão e pelo prazer de trabalharmos juntos;

Aos professores Ailton Shinoda, Mariângela Carvalho Bovolato, Marcos Paz e Damásio Fernandes pela disposição em participar da banca, bem como por seus questionamentos e contribuições na etapa da defesa;

A todos os docentes, funcionários e alunos do Departamento de Engenharia Elétrica e aos companheiros de jornada, Newton, Anderson, Rodrigo e Eduardo, pela cumplicidade e a ajuda;

E ao CNPQ pelo apoio financeiro que me possibilitaram a dedicação exclusiva.

“O sábio não é aquele que conhece todas as respostas, mas o que busca incessantemente o conhecimento, partindo do princípio de que não conhece nada.” Cristiane Queiroz de Carvalho

RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo analítico para uma linha de transmissão trifásica com plano de simetria vertical. Devido às características físicas dessa linha, é possível representá-la por um sistema constituído por uma linha monofásica e por uma linha bifásica. Nesse sistema, as equações que descrevem o comportamento das grandezas nos terminais da linha monofásica são conhecidas, enquanto que as equações da linha bifásica foram obtidas utilizando uma matriz de transformação escrita explicitamente em função dos parâmetros da linha trifásica. Em seguida, as grandezas modais da linha trifásica foram convertidas para o domínio das fases e as equações resultantes representam um modelo analítico desenvolvido diretamente no domínio das fases dessa linha. Para verificar o desempenho do modelo, foram realizadas simulações considerando a energização e a incidência de uma descarga atmosférica em uma linha trifásica de 440 kV. Esses resultados foram comparados aos resultados obtidos com a linha representada por meio de um método clássico (representação nos modos) e as simulações mostraram que o modelo responde adequadamente na faixa de frequência correspondente aos procedimentos de manobra e chaveamento. O modelo desenvolvido leva em conta o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais da linha e também o fato de que os parâmetros da linha são distribuídos ao longo de seu comprimento. Acredita-se que a análise das matrizes, que dão suporte ao modelo, e a validação do modelo no domínio do tempo possa dar origem, futuramente, a um modelo de linha de transmissão desenvolvido diretamente no domínio do tempo. Tal modelo, pelo fato de ser obtido diretamente das equações de propagação da linha, permitirá a obtenção de resultados de simulações, de transitórios eletromagnéticos que ocorrem em sistemas de energia elétrica, mais precisos permitindo assim que o sistema de energia elétrica opere com maior confiabilidade e segurança.

Palavras Chaves: Linhas de transmissão. Análise no domínio da frequência Representação modal. Matriz de transformação. Método de Newton-Raphson. Domínio das fases.

ABSTRACT

This paper presents an analytical model to a three-phase transmission line with vertical symmetry plane. Because of physical characteristics of this line, it is possible to represent it by a system consisting of a single-phase and a two-phase line. In this system, the equations that describe the behavior of single-phase terminals quantities are known, while the two-phase equations were obtained using a transformation matrix written explicitly in terms of the parameters of three-phase line. Then, the modal quantities of three-phase line were converted into phase domain and the resulting equations represent an analytical model developed directly in phase domain of this line. To verify the performance of the model, were performed simulations considering the energization and impact of a lightning surge in a 440 kV three-phase line. These results were compared to results obtained with the line represented by a classical method (presentation modes) and simulations show that the model responds appropriately in the frequency range corresponding to the operation and switching procedures. The model developed takes into account the frequency effect on the longitudinal line parameters and also the fact that the line parameters are distributed along their length. It is believed that the matrix analysis, that support the model and the model validation in time domain may give rise in the future to a transmission line model developed directly in time domain. Such a model, because it is obtained directly from the propagation equations of line, will enable the more accurate results of simulations of electromagnetic transients that occur in electrical power systems, so that the electrical power systems operate with greater reliability and security.

Keywords: Transmission lines. Frequency domain analysis. Modal representation. Transformation matrix. Newton-Raphson method. Phase domain.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Linha de transmissão monofásica de comprimento d	27
Figura 2 - Circuito equivalente para um elemento infinitesimal da linha	28
Figura 3 - Linha de transmissão monofásica de comprimento d no domínio da frequência	31
Figura 4 - Representação das correntes e tensões em uma linha polifásica com n fases	33
Figura 5 - Representação de uma linha de transmissão polifásica no domínio modal	38
Figura 6 - Modo genérico de uma linha de transmissão polifásica de comprimento d	42
Figura 7 - (a) Modelo modal clássico (b) Modelo proposto	46
Figura 8 - Representação das correntes e tensões em uma linha polifásica com n fases	47
Figura 9 - Linha trifásica com plano de simetria vertical	53
Figura 10 - Representação de uma linha bifásica sem plano de simetria vertical	55
Figura 11 - Representação modal de uma linha trifásica utilizando duas matrizes de transformação	56
Figura 12 - Representação das correntes e tensões nos terminais do modo β	58
Figura 13 - Representação das correntes e tensões nos terminais do modo 1	58
Figura 14 - Representação das correntes e tensões nos terminais do modo 2	59
Figura 15 - Silhueta da estrutura de uma linha de transmissão trifásica de 440 kV	65
Figura 16 - Linha trifásica equivalente sem os cabos pára-raios	66
Figura 17 - Energização da linha trifásica	67
Figura 18 - Módulo da corrente no terminal emissor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10Ω	67
Figura 19 - Módulo da corrente no terminal receptor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10Ω	68
Figura 20 - Módulo da tensão no terminal receptor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10Ω	68

Figura 21 - Módulo da corrente no terminal emissor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	69
Figura 22 - Módulo da corrente no terminal receptor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	69
Figura 23 - Módulo da tensão no terminal receptor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	70
Figura 24 - Módulo da corrente no terminal emissor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 Ω	70
Figura 25 - Módulo da corrente no terminal receptor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 Ω	71
Figura 26 - Módulo da tensão no terminal receptor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 Ω	71
Figura 27 - Módulo da corrente no terminal emissor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	72
Figura 28 - Módulo da corrente no terminal receptor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	72
Figura 29 - Módulo da tensão no terminal receptor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	73
Figura 30 - Incidência de uma descarga atmosférica na linha trifásica	74
Figura 31 - Módulo da corrente no terminal emissor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 Ω	74
Figura 32 - Módulo da corrente no terminal receptor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 Ω	75
Figura 33 - Módulo da tensão no terminal receptor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 Ω	75
Figura 34 - Módulo da corrente no terminal emissor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	76
Figura 35 - Módulo da corrente no terminal receptor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	76
Figura 36 - Módulo da tensão no terminal receptor da fase 2 da linha de 100 km,	

considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	77
Figura 37 - Módulo da corrente no terminal emissor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 Ω	77
Figura 38 - Módulo da corrente no terminal receptor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 Ω	78
Figura 39 - Módulo da tensão no terminal receptor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 Ω	78
Figura 40 - Módulo da corrente no terminal emissor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	79
Figura 41 - Módulo da corrente no terminal receptor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	79
Figura 42 - Módulo da tensão no terminal receptor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	80
Figura 43 - Linha trifásica não transposta com plano de simetria vertical	91
Figura 44 - Representação de uma linha bifásica sem plano de simetria vertical	94
Figura 45 - Linha trifásica não transposta com plano de simetria vertical	100
Figura 46 - Representação modal de uma linha trifásica utilizando duas matrizes de transformação	101
Figura 47 - Representação modal para uma linha de transmissão trifásica	107
Figura 48 - Representação das correntes e tensões nos terminais do modo β	107
Figura 49 - Representação das correntes e tensões nos terminais do modo α	108
Figura 50 - Representação das correntes e tensões nos terminais do modo 0	109
Figura 51 - Silhueta da estrutura de uma linha de transmissão trifásica de 440 kV	122
Figura 52 - Resistência própria da fase 1	123
Figura 53 - Resistência mútua entre as fases 1 e 2	124
Figura 54 - Resistência própria da fase 2	124
Figura 55 - Resistência mútua entre as fases 2 e 3	125
Figura 56 - Indutância própria da fase 1	125
Figura 57 - Indutância mútua entre as fases 1 e 2	126
Figura 58 - Indutância própria da fase 2	126

Figura 59 - Indutância mútua entre as fases 2 e 3	127
Figura 60 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal emissor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10Ω	129
Figura 61 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal receptor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10Ω	129
Figura 62 - Módulo do erro relativo entre as tensões no terminal receptor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10Ω	130
Figura 63 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal emissor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000Ω	130
Figura 64 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal receptor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000Ω	131
Figura 65 - Módulo do erro relativo entre as tensões no terminal receptor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000Ω	131
Figura 66 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal emissor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10Ω	132
Figura 67 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal receptor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10Ω	132
Figura 68 - Módulo do erro relativo entre as tensões no terminal receptor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10Ω	133
Figura 69 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal emissor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000Ω	133
Figura 70 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal receptor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000Ω	134
Figura 71 - Módulo do erro relativo entre as tensões no terminal receptor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000Ω	134
Figura 72 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal emissor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10Ω	135
Figura 73 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal receptor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10Ω	136
Figura 74 - Módulo do erro relativo entre as tensões no terminal receptor da fase 1 da	

linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 Ω	136
Figura 75 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal emissor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	137
Figura 76 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal receptor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	137
Figura 77 - Módulo do erro relativo entre as tensões no terminal receptor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	138
Figura 78 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal emissor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 Ω	138
Figura 79 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal receptor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 Ω	139
Figura 80 - Módulo do erro relativo entre as tensões no terminal receptor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 Ω	139
Figura 81 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal emissor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	140
Figura 82 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal receptor da fase 2 da Linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	140
Figura 83 - Módulo do erro relativo entre as tensões no terminal receptor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 Ω	141

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Modelagens de sistemas de transmissão de energia elétrica (COSTA, 2013)	15
1.2	Metodologia Proposta	22
1.3	Trabalho publicados	24
1.3.1	Artigos técnicos publicados em periódicos	24
1.3.2	Artigos técnicos publicados em anais de congresso	24
1.4	Conclusão	25
2	RELAÇÕES DE CORRENTES E TENSÕES DE LINHAS DE TRANSMISSÃO	26
2.1	Introdução	26
2.2	Equações de uma linha de transmissão monofásica	27
2.3	Equações de uma linha de transmissão polifásica genérica	32
2.4	Conclusão	38
3	MODELO ANALÍTICO PARA LINHAS DE TRANSMISSÃO POLIFÁSICAS	40
3.1	Introdução	40
3.2	Descrição do modelo	40
3.3	Obtenção analítica da matriz de transformação modal $[T_1]$	47
3.4	Conclusão	51
4	REPRESENTAÇÃO DE LINHAS TRIFÁSICAS, COM PLANO DE SIMETRIA VERTICAL, POR MEIO DO MODELO PROPOSTO	52
4.1	Introdução	52
4.2	Representação de uma linha trifásica por meio de duas matrizes de transformação	52
4.3	Desenvolvimento do modelo proposto	57
4.4	Conclusão	63
5	VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO	65
5.1	Introdução	65

5.2	Desempenho do modelo proposto em simulações de transitórios resultantes da energização da linha	66
5.3	Desempenho do modelo proposto em simulações de transitórios resultantes da incidência de descarga atmosféricas	73
5.4	Conclusão	80
	CONCLUSÃO	82
	REFERÊNCIAS	84
	APÊNDICE A	91
A1	Introdução	91
A2	Desenvolvimento analítico da matriz $[T_{\alpha 0}]$	91
A3	Conclusão	98
	APÊNDICE B	100
B.1	Introdução	100
B.2	Obtenção das matrizes $[N_1]$, $[N_2]$, $[N_3]$ e $[N_4]$	100
B.3	Conclusão	121
	APÊNDICE C	122
C.1	Introdução	122
C.2	Parâmetros longitudinais e transversais da linha	122
C.3	Conclusão	127
	APÊNDICE D	128
D.1	Introdução	128
D.2	Erro referente ao desempenho do modelo proposto em simulações de transitórios resultantes da energização da linha	128
D.3	erro referente ao desempenho do modelo proposto em simulações de transitórios resultantes da incidência de descarga atmosféricas	135
D.4	Conclusão	141

1 INTRODUÇÃO

1.1 Modelagens de sistemas de transmissão de energia elétrica (COSTA, 2013)

Os primeiros relatos técnicos abordando modelagem computacional de sistemas de energia elétrica, mas especificamente linhas de transmissão, datam o fim dos anos 1960.

Dois artigos técnicos destacaram-se na literatura de modo a predefinir o atual conceito do Electromagnetic Transient Program, ou mais conhecido como EMTP.

O primeiro desses foi publicado em 1969 por Hermann W. Dommel, intitulado Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single- and Multiphase Networks (DOMMEL, 1969). Esse artigo propôs um método computacional de solução para a simulação de transitórios eletromagnéticos no domínio do tempo em linhas polifásicas representadas por parâmetros discretizados ou distribuídos. Essa metodologia apresentou diversos aprimoramentos; e.g., inserção de alguns elementos não lineares nas simulações. No entanto, o algoritmo proposto apresenta várias limitações computacionais, tais como o armazenamento de um número reduzido de amostragens em um intervalo discreto de tempo. A limitação na quantidade de amostragens decorrentes de um passo de cálculo Δt excessivamente grande na discretização do vetor de tempo t resultou em erros de truncamento e instabilidade numérica do método. Para minimizar as oscilações e erros inerentes ao método pode-se utilizar a regra de integração trapezoidal na resolução das equações diferenciais ordinárias da linha, cujas constantes são representadas pelas indutâncias e capacitâncias equivalentes aos parâmetros longitudinais e transversais, respectivamente, de uma linha sem perdas. A regra trapezoidal aplicada à resolução do sistema de equações diferenciais apresentado por Dommel representava, ao menos na época, a solução mais simples e relativamente estável para o cálculo dos transitórios eletromagnéticos.

Nesse mesmo artigo publicado por Dommel em 1969, propõe-se a representação de linhas por parâmetros distribuídos sem perdas. A partir desta abordagem, uma solução exata pode ser obtida por meio do método das características, mais conhecido como método de Bergeron. Tal método de solução foi inicialmente, em 1928, aplicado na resolução de problemas hidráulicos e mais tarde adaptado para problemas envolvendo sistemas elétricos. A associação do método das características e da regra trapezoidal adaptada por Dommel resultou em um algoritmo versátil

capaz de calcular transitórios eletromagnéticos em linhas representadas por parâmetros distribuídos ou discretos (DOMMEL, 1969).

Um segundo trabalho publicado logo após de Dommel (1969) e de igual contribuição para o atual estado da arte na modelagem computacional de sistemas de energia elétrica, foi o artigo intitulado *Introduction of Frequency-Dependent Line Parameters into an Electromagnetic Transient Program*, publicado por Alan Budner em 1970 (BUDNER, 1970). Nesse modelo, basicamente, uma linha de transmissão bifásica é desacoplada em seus dois modos de propagação, os quais são posteriormente modelados no domínio da frequência por dois quadripolos totalmente independentes um do outro. As correntes e tensões no domínio da frequência podem ser obtidas facilmente pelas equações trigonométricas relativas à representação por quadripolos (two-port representation), sendo as tensões e correntes posteriormente obtidas no domínio do tempo por meio de transformadas inversas de Fourier e do cálculo das integrais de convolução resultantes.

A modelagem proposta por Budner (1970) apresenta boa precisão, pois representa de forma adequada a natureza distribuída dos parâmetros elétricos variáveis em função da frequência para linhas com perdas, tendo como base a teoria proposta em 1926 por J. R. Carson (CARSON, 1926). Inicialmente os resultados foram analisados considerando um sistema bifásico, logo então, o modelo foi generalizado para um sistema polifásico transposto, fazendo uso de técnicas de desacoplamento modal.

Como amplamente descrito pela literatura técnica, sabia-se antes do início dos anos 1980 que os parâmetros elétricos de linhas de transmissão aéreas ou cabos subterrâneos são fortemente dependentes do efeito da frequência, i.e., determinados em função da frequência devido ao efeito do retorno da corrente através do solo (efeito solo) e, em frequências mais baixas, influenciados pelo efeito pelicular (*skin effect*) decorrente da interação entre o campo eletromagnético no interior dos condutores da linha (FUCHS, 1979). Uma grande quantidade de artigos descrevendo a solução das equações de linhas de transmissão no domínio da frequência foram propostas, por meio do uso de transformadas inversas e convoluções (SNELSON, 1972; MEYER; DOMMEL, 1974; SEMLYEN; DABULEANU, 1975; SEMLYEN, 1981). Assim, ao término dos anos 1970, diversos conceitos e classificações, tais como os conceitos de modelos por parâmetros discretos ou distribuídos, desenvolvidos diretamente no domínio do tempo ou fazendo uso de

transformadas inversas, aplicando ou não análise modal para representação polifásica, entre outras terminologias, foram explicitamente introduzidas para caracterização dos diversos algoritmos e modelagens desenvolvidos a partir de 1980.

A modelagem não só de linhas de transmissão no domínio da frequência, mas de sistemas em geral, geralmente não é uma tarefa trivial. Ademais, a resolução desses problemas e simulações no domínio do tempo utilizando transformadas inversas e integrais de convolução não representa uma solução simples, quando não impraticável. Enfim, trabalhar com modelos implementados diretamente no domínio do tempo sempre gerou soluções mais compreensíveis e intuitivas do ponto de vista prático. Nesse âmbito, diversos modelos de linhas, desenvolvidos diretamente no domínio do tempo, foram publicados considerando intrinsecamente o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais, sem a utilização de transformadas inversas e integrais de convolução. Tal método consiste na aproximação da impedância longitudinal da linha $Z(\omega)$ por uma função racional e representação elétrica dessa função por meio de uma associação de elementos resistivos e indutivos obtidos em função dos pólos e resíduos da função racional dada anteriormente. Dessa forma, a representação em termos de circuitos elétricos da linha é dada por uma série de elementos discretos e constantes no domínio do tempo, i.e., a linha é representada por uma cascata de circuitos π modificada de forma a incluir o efeito da frequência em cada segmento de linha (MARTÍ, 1982; 1988). Essa metodologia, introduzida ao longo dos anos 1980, é atualmente conhecida como *vector fitting* e constitui a base para diversos modelos de linhas de transmissão e sistemas dependentes da frequência até os dias atuais (GUSTAVSEN; SEMLYEN, 1998; 1999).

No final dos anos 1990, um modelo de linha de transmissão representado por parâmetros distribuídos e solucionado no domínio do tempo por transformada inversa de Fourier, foi proposto por Morched et al. (1999) (MORCHED; GUSTAVSEN; TARTIBI, 1999). Tal modelo foi denominado pelos próprios autores como Universal Line Model - ULM. Porém, em teoria, trata-se de um aprimoramento da técnica previamente proposta por Budner em 1970 (BUDNER, 1970). O ULM é um modelo digital de linhas de transmissão aplicado para simulação de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia elétrica. Tais modelos são geralmente solucionados por meio de transformadas inversas e convoluções, mas algumas vezes esses processos consomem muito tempo de simulação. Logo, o ULM utiliza uma formulação mais

eficiente de solução por meio da aproximação dos elementos das matrizes relativas aos parâmetros elétricos da linha por funções racionais de baixa ordem. Esse modelo faz uso de uma matriz de transformação modal totalmente dependente da frequência, sendo assim desenvolvido intrinsecamente no domínio modal, porém no domínio das fases. As simulações no domínio do tempo são obtidas por meio de convoluções obtidas a partir de transformada inversa de Fourier (MORCHED; GUSTAVSEN; TARTIBI, 1999). O ULM é considerado um dos modelos computacionais mais precisos para a simulação de transitório eletromagnéticos em linhas de transmissão e cabos subterrâneo, porém, apresenta diversas restrições quanto a inclusão de elementos não lineares no processo de modelagem do sistema e simulação, e.g., arcos voltaicos, pára-raios de oxido metálico, capacitores, entre outros componentes e elementos de sistemas de energia elétrica. Vale destacar mais uma vez que a modelagem de fenômenos eletromagnéticos transitórios e outros dispositivos aplicados na distribuição e transmissão de energia elétrica são, em sua grande maioria, facilmente modelados no domínio do tempo e, na maior parte das vezes, a modelagem equivalente no domínio da frequência torna-se uma tarefa complexa, sendo muitas vezes impraticável. Desse modo, integrar modelos desenvolvidos diretamente no domínio da frequência ao ULM e simular os resultados no domínio do tempo não é uma tarefa trivial, sendo que muitas vezes a modelagem do sistema no domínio da frequência é totalmente desconhecida.

Recentemente, Gómez e Uribe (2009) publicaram um artigo apresentando uma completa revisão sobre a utilização de transformada de Laplace na simulação e análise de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia elétrica (GÓMES; URIBE, 2008). Nessa revisão, diversos pontos importantes são discutidos abordando o uso de transformada inversa e posterior resolução das integrais de convolução resultantes dessa técnica. De fato, modelos baseados diretamente a partir das equações no domínio da frequência, obtidas a partir da representação da linha ou modo de propagação por quadripolos ou matriz ABCD (two-port circuit), apresentam uma maior precisão para uma ampla faixa de frequência, pois representam de forma precisa a função $Z(\omega)$ da impedância longitudinal do meio de propagação. Tal precisão pode ser verificada por meio da simulação dos transitórios eletromagnéticos decorrentes de um impulso unitário através de um modo de propagação modelado por elementos discretos, diretamente no domínio do tempo, e posteriormente comparando os mesmos resultados obtidos para o mesmo meio de

propagação, porém, modelado por parâmetros distribuídos no domínio da frequência e fazendo uso de transformada inversa de Laplace (COSTA et al., 2010).

Apesar da grande precisão apresentada pelos modelos desenvolvidos diretamente no domínio da frequência e fazendo uso de transformadas inversas para obtenção dos resultados no domínio do tempo, Gómes e Uribe (2009) destacam também possíveis erros de truncamento aos quais esse procedimento está sujeito e métodos para suavizá-los. e.g., erros devido ao truncamento do espectro de frequência associado a um sinal de entrada qualquer, o que muitas vezes vem a ser extremamente amplo, especialmente tratando-se de sinais impulsivos e rápidos (e.g.: um impulso unitário ou atmosférico). Tais erros resultam em imprecisões denominadas oscilações de Gibbs, os quais, por sua vez, resultam em variações na amplitude do sinal de saída a ser analisado (GÓMES; URIBE, 2008). Esses erros, na amplitude do sinal de saída, são inaceitáveis tratando-se de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia elétrica, sendo que essas variações tendem a ser muitas dezenas de kilovolts em sistemas de transmissão de energia elétrica, por exemplo. Para solucionar esses erros, ou ao menos minimizá-los, diversos autores propõe a utilização de métodos de janelamento, tais como: Lanczos window for transient analysis proposto por Day et al. (1965) (DAY; MULLINEUX; REED, 1965), e Hamming window proposto por Wedepohl (1983) (WEDEPOHL, 1983), entre muitos outros métodos de janelamento aplicados no processamento digital de sinais.

Outra imprecisão na modelagem de sistemas no domínio da frequência e utilizando transformada inversa são os erros intrínseco à discretização por um passo de integração $\Delta\omega$ associado à função contínua $\omega = 2\pi f$, sendo f o vetor de frequência considerado. Esse procedimento resulta em imprecisões conhecidas pelo termo em inglês aliasing errors e normalmente são parcialmente corrigidas pela obtenção de uma constante de amortecimento (damping constant) que geralmente é obtida de forma empírica e nem sempre exclui totalmente as oscilações espúria decorrentes da discretização de ω (sendo que em muitas vezes piora ainda mais as oscilações decorrentes desse mesmo procedimento). Portanto, o ajuste da referente constante de amortecimento e correção das imprecisões resultantes da discretização de uma função contínua por um passo de integração qualquer, não é um procedimento trivial (GÓMES; URIBE, 2008).

Com o âmbito de desenvolver uma metodologia mais prática, diretamente no domínio do tempo, sem a utilização de transformadas inversas e complexas integrais de convolução, diversos modelos foram propostos entre 1990 e 2010. A grande maioria desses modelos é baseada na modelagem equivalente do sistema por elementos convencionais de circuitos elétricos, o que torna o modelo fácil de ser utilizado e adequado para simular transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão incluindo diversos outros dispositivos de potência ou fenômenos eletromagnéticos lineares ou não, levando em conta que os mesmos são em sua grande maioria bem conhecidos no domínio do tempo e pouco conhecidos no domínio da frequência.

Inicialmente, destacam-se os modelos de linha de transmissão propostos por M. S. Mamis, fazendo uso de cascata de circuitos π e representação das equações diferenciais do circuito equivalente no espaço de estados (MAMIS; NACAROGLU, 2002; MAMIS, 2003). Nos modelos propostos por Mamis, as equações de estado são convencionalmente solucionadas utilizando a regra trapezoidal de integração, sendo essa o mesmo método utilizado por Dommel em 1969. Porém, esses modelos não levam em consideração efeito da frequência sobre os parâmetros transversais da linha, sendo assim não apresentam resultados adequados para uma grande variedade de transitórios eletromagnéticos aos quais linhas de transmissão e sistemas de energia elétrica estão sujeitos. O mesmo modelo, por equações de estado, é abordado por Mácias et al. (2005), com enfoque nos métodos de resolução das equações de estado (MÁCIAS, 2005). Diversos métodos de resolução são analisados e comparados em precisão, estabilidade e tempo de processamento. Entre todos os métodos analisados nesse último informe técnico, vale destacar o método de Euler, Heun (regra trapezoidal), Runge-Kutta e Eigensystem-based solution. Por outro lado, os trabalhos publicados por Mamis procuram enfatizar as vantagens técnicas da modelagem por parâmetros discretizados, tais como a fácil obtenção do perfil detalhado das tensões e correntes em qualquer ponto da linha (na maioria das vezes complexo demais em modelos desenvolvidos no domínio da frequência, utilizando circuitos equivalentes por quadripolos) e destacando a versatilidade na modelagem e inserção de elementos não lineares ao longo da linha (MAMIS; NACAROGLU, 2002; MAMIS, 2003).

Após a série de trabalhos publicados, Kurokawa et al. (2007) apresenta um novo modelo de linha levando em conta o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais utilizando *vector fitting* e fazendo uso da representação no espaço de estado das equações diferenciais

resultantes da representação da linha por elementos discretos resistivos, indutivos e capacitivos (KUROKAWA et al., 2007). Posteriormente, Kurokawa et al. (2009) expande o modelo citado anteriormente para representação de um circuito trifásico com plano de simetria vertical e sem transposição das fases, utilizando desacoplamento modal por meio de uma matriz constante e real (KUROKAWA et al., 2009). Dessa forma, a linha é desacoplada em seus modos e quasi-modos, os quais são respectivamente modelados como três linhas de transmissão monofásicas e independentes (TAVARES; PISSOLATO; PORTELA, 1999).

Entre os anos 2000 e 2010, outros autores desenvolveram modelos alternativos ao convencional EMTP de linhas de transmissão levando em conta o efeito da frequência, elementos e dispositivos não lineares, propondo novas técnicas, aprimorando metodologias previamente propostas, entre muitas outras contribuições (RAMÍREZ et al., 2001; GUTIÉRREZ et al., 2002; MORENO et al., 2005; DÁVILA et al., 2006). Entre esses autores, vale destacar o artigo técnico publicado por Gutiérrez et al. (2002), propondo um modelo de linha utilizando o método das características para simulação de transitórios em linhas de transmissão caracterizadas por trechos não uniformes (GUTIÉRREZ et al., 2002). Em sequência, destaca-se o método de análise de transitórios em linhas de transmissão proposto por Moreno et al. (2005). Tal método é desenvolvido considerando a modelagem no domínio da frequência e fazendo uso de transformada inversa de Laplace para obtenção dos resultados no domínio do tempo. Na representação de elementos não lineares, Moreno et al. (2005) propõe algumas aproximações na representação de chaveamentos no sistema (MORENO et al., 2005). No entanto, como discutido anteriormente, generalizar a modelagem de elementos não lineares acoplados ao sistema (e.g. corona, descargas disruptivas nas cadeias de isoladores, transformadores, capacitores, para-raios inseridos na linha, manobras mecânicas, etc.) é uma proposta complexa e em muitos casos torna-se impraticável.

Além dos modelos apresentados até então, atualmente diversos programas e toolboxes para simulação de sistemas de energia elétrica encontram-se disponíveis no mercado ou gratuitos para download na internet. O software Matlab apresenta um conjunto de ferramentas prontas para simulação de sistemas de potência, o Simulink/SimPowerSystems. Outra versão comercial e desenvolvida em parceria com os próprios criadores do EMTP, na University of British Columbia (Vancouver, Canadá), é o Microtran. Porém, atualmente, tem perdido grande parte do mercado

para o atual PSCAD, desenvolvido pela Manitoba-HVDC Research Centre em conjunto com a University of Manitoba, com sede em Winnipeg, no mesmo país. Por fim, vale destacar a versão livre do Alternative Transient Program, mais conhecido como ATPDraw ou simplesmente ATP.

Esse último programa tem sido utilizado em grande escala no Brasil e em diversos outros países para fins de pesquisa ou didáticos.

Atualmente, com o constante incremento na velocidade computacional dos processadores e com base em diversas técnicas de processamento paralelo, encontra-se disponível o Real-Time Digital Simulator (RTDS), desenvolvido pela RTDS Technologies Inc., com sede também em Winnipeg, Canadá. O RTDS trata-se de um computador dedicado à simulação em tempo real de sistemas de energia elétrica, com a capacidade de testar em tempo real sistemas de proteção, controle, HVDC, FACTS, entre outros dispositivos de eletrônica de potência e muitas outras aplicações. Atualmente, diversas empresas e instituições de pesquisa utilizam o RTDS para testar e pesquisar novos sistemas e equipamentos destinados à distribuição e à transmissão de energia elétrica.

1.2 Metodologia Proposta

Considerando a bibliografia sobre a modelagem de linhas apresentada anteriormente, um modelo analítico para uma linha de transmissão trifásica com plano de simetria vertical é proposto fazendo uso das relações de correntes e tensões de uma linha de transmissão e da representação modal da linha.

Inicialmente foi feito um estudo a respeito das equações diferenciais de uma linha de transmissão polifásica genérica que é caracterizada por matrizes com as impedâncias e admitâncias obtidas a partir dos parâmetros longitudinais e transversais da linha. Nesse estudo, os conceitos abordando a técnica de decomposição modal foram imprescindíveis para a obtenção das equações que descrevem o modelo analítico proposto.

Na representação modal, uma linha de transmissão, que originalmente está no domínio das fases, é separada em seus modos de propagação. Desse modo, uma linha de n fases é representada por seus n modos de propagação e cada um desses n modos comporta-se como uma linha monofásica, e é totalmente desacoplado dos demais modos. Nesse modelo, os cálculos das correntes e tensões na linha são realizados no domínio modal e em seguida, essas grandezas são

convertidas novamente para o domínio das fases. A conversão fase-modo-fase dá-se por meio de uma matriz de transformação modal obtida a partir das matrizes de impedância longitudinal $[Z]$ e de admitância transversal $[Y]$ da linha. Geralmente, a matriz de transformação possui elementos pertencentes ao conjunto dos números complexos e tais elementos são variáveis em relação à frequência (WEDEPOHL; NGUYEN; IRWIN, 1996). Essas características fazem com que essa matriz, usualmente, seja obtida por meio de métodos numéricos, inviabilizando assim o desenvolvimento de um modelo analítico para linhas com mais de uma fase.

No entanto, caso seja obtida explicitamente uma função que relacione os elementos da matriz de transformação aos parâmetros da linha, é possível desenvolver um modelo analítico para linhas de transmissão polifásicas cujas equações são funções desses parâmetros.

Acredita-se que a obtenção desse modelo permitirá um melhor conhecimento da função que relaciona as correntes e tensões aos parâmetros da linha. Atualmente, esta relação não é conhecida, pois os elementos da matriz de transformação são obtidos por meio de métodos numéricos.

Uma importante vantagem do modelo analítico proposto é o seu desenvolvimento diretamente no domínio das fases, o que permite que as correntes e tensões sejam obtidas em qualquer situação de análise da linha (e.g. na análise da linha considerando a mesma com curto-circuito em fase-terra ou fase-fase), o que não pode ser feito tão facilmente na técnica de decomposição modal.

Além disso, as equações que descrevem esse modelo permitem uma simplicidade no cálculo das correntes e tensões, uma vez que essas equações não exigem, por parte do usuário, o conhecimento de conceitos matemáticos complexos, ao contrario de outras técnicas previamente propostas, que apesar de mostrarem relativa precisão, são implementadas por meio da manipulação dos autovetores e dos autovalores utilizados no cálculo das matrizes de transformação modal em função da frequência (COSTA, 2013). Esses prévios métodos de correção modal são demasiadamente complexos e, em muitos casos, ineficiente do ponto de vista computacional, uma vez que são métodos realimentados por meio de um erro relativo a cada passo de cálculo, i.e., os valores de cada elemento da matriz de transformação são recalculados em função do erro obtido com base no valor anterior para cada elemento do vetor de frequências (COSTA, 2013).

Todos os termos presentes nas equações que representam esse modelo são funções, unicamente, dos parâmetros $[Z]$ e $[Y]$, sendo que a análise dessas funções poderá resultar em conhecimentos úteis que passam a ser utilizados na tentativa de se obter um modelo no domínio do tempo. O modelo desenvolvido leva em conta o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais da linha e também o fato de que os parâmetros da linha são distribuídos ao longo de seu comprimento. Acredita-se que a análise das matrizes, que dão suporte ao modelo, e a validação do modelo no domínio do tempo possa dar origem, futuramente, a um modelo de linha de transmissão desenvolvido diretamente no domínio do tempo. Tal modelo, pelo fato de ser obtido diretamente das equações de propagação da linha, permitirá a obtenção de resultados de simulações, de transitórios eletromagnéticos que ocorrem em sistemas de energia elétrica, mais precisos permitindo assim que o sistema de energia elétrica opere com maior confiabilidade e segurança.

Por fim, espera-se que com este trabalho, um novo conceito de representação de linhas de transmissão esteja desenvolvido, de maneira que esse modelo seja uma alternativa na análise de fenômenos transitórios que ocorrem em linhas de transmissão do sistema de energia elétrica

1.3 Trabalho publicados

1.3.1 Artigos técnicos publicados em periódicos

SOUZA JUNIOR, N. V.; CARVALHO, C. G.; KUROKAWA, S.; PISSOLATO, J. A **Transmission Line Model Developed Directly in Phase Domain**, IEEE Latin America Transaction, vol. 11, nº 2, pp. 713-718, mar. 2013. (Qualis B2).

SOUZA JUNIOR, N. V.; CARVALHO, C. G.; KUROKAWA, S.; PISSOLATO, J. A **Distributed Parameters Transmission Line Model Developed Directly in Phase Domain**, Electric Power Components and Systems, 2013. (aceito para publicação 2013)(Qualis B2)

1.3.2 Artigos técnicos publicados em anais de congresso

CARVALHO, C. G.; SOUZA JUNIOR, N. V.; KUROKAWA, S.; PISSOLATO, J. **Representation of Transmission Lines in Modal Domain Using Analytical Transformation**

Matrices, IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America (T&D-LA), pp 50-56, 2010.

SOUZA JUNIOR, N. V.; CARVALHO, C. G.; KUROKAWA, S.; PISSOLATO, J.; BOVOLATO, L. F. **Um Modelo Analítico de Linhas de Transmissão de Energia Elétrica Desenvolvido Diretamente no Domínio das Fases**, Latin American Congress on Electricity Generation and Transmission – CLAGTEE, 2011.

SOUZA JUNIOR, N. V.; CARVALHO, C. G.; KUROKAWA, S.; PISSOLATO, J. **Transmission Line Model Developed Directly in Phase Domain**, IEEE Power and Energy Society General Meeting, 2012.

CARVALHO, C. G., KUROKAWA, S., PISSOLATO J. **An Analytical Model For Three-phase Transmission lines Developed Directly in the Phase Domain**, IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America (T&D-LA), 2012.

1.4 Conclusão

Neste capítulo foi apresentado um breve histórico a respeito da modelagem de sistemas de energia elétrica. Essas descrições contribuíram para enfatizar as principais contribuições da metodologia proposta nesta tese.

Em seguida, foi apresentada a caracterização do problema e o objetivo deste trabalho.

Por fim, considerando as contribuições dessa nova metodologia, a repercussão veio por meio de algumas publicações em revistas e em anais de congresso.

2 RELAÇÕES DE CORRENTES E TENSÕES DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO

2.1 Introdução

No estudo e desenvolvimento de modelos de linhas de transmissão, verifica-se que os parâmetros longitudinais e transversais da linha são influenciados pelas características físicas da linha e pelas características do meio em que essa está imersa. Considera-se também, que os parâmetros da linha são distribuídos ao longo de seu comprimento.

Devido à natureza distribuída dos parâmetros, as correntes e tensões em uma linha de transmissão são obtidas a partir da solução de equações diferenciais que são funções do tempo e da posição ao longo da linha. As soluções dessas equações diferenciais são conhecidas no domínio do tempo somente para o caso de linhas ideais (linhas sem perdas), mas tais soluções são facilmente obtidas no domínio da frequência.

Neste capítulo, será mostrado o desenvolvimento das equações clássicas que descrevem o comportamento de uma linha de transmissão e as soluções para essas equações no domínio da frequência.

Inicialmente, serão apresentadas as equações diferenciais de uma linha de transmissão monofásica genérica no domínio da frequência, bem como sua solução. A partir dessas relações, as equações diferenciais de uma linha de transmissão polifásica são apresentadas.

A solução para as equações que representam uma linha polifásica genérica pode ser obtida por meio da representação dessa linha no domínio modal. No domínio modal, uma linha polifásica com n fases é representada por seus n modos de propagação e cada um desses n modos comporta-se como uma linha monofásica independente. Essa maneira de representar a linha será denominada, neste trabalho, modelo clássico.

Na representação modal, as grandezas de fase são convertidas para o domínio dos modos por meio de uma matriz de transformação modal adequada. Nesse domínio, as correntes e tensões são obtidas para cada modo e em seguida, essas grandezas são convertidas novamente para o domínio das fases. A matriz de transformação que realiza a conversão fase-modo-fase é uma matriz cujas colunas são autovetores correspondentes aos autovalores do produto $[Y][Z]$ ou

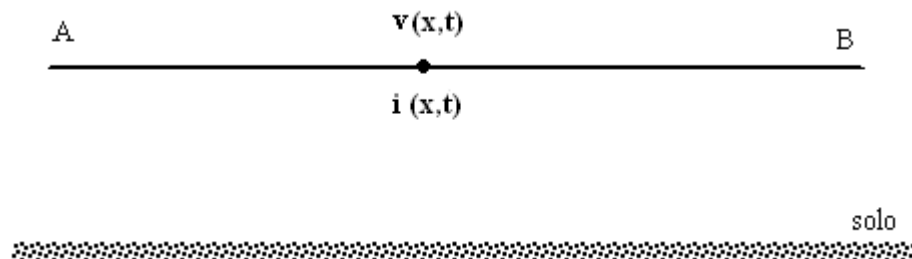
$[Z][Y]$, sendo $[Z]$ a matriz de impedâncias longitudinais e $[Y]$ a matriz de admitâncias transversais da linha. Essa matriz é, geralmente, variável em função da frequência e pode ser obtida por meio de métodos numéricos como, por exemplo o método de Newton-Raphson (WEDEPOHL; NGUYEN; IRWIN, 1996).

2.2 Equações de uma linha de transmissão monofásica

A distribuição das correntes e tensões e a transferência de energia ao longo da linha de transmissão podem ser analisadas de diversas maneiras. O objetivo dessas análises é obter expressões matemáticas aplicáveis à solução de problemas envolvendo linhas genéricas de transmissão. Essas expressões devem não só garantir a solução para linhas de transmissão, como também devem representar suas características e limitações (FUCHS, 1979).

Verifica-se que é possível estabelecer, matematicamente, uma relação entre as correntes e tensões, em um sistema de transmissão, por meio de equações, descritas no tempo e na frequência, considerando aspectos físicos da linha e do meio na qual a linha está inserida. Considere uma linha de transmissão monofásica genérica representada na Figura 1.

Figura 1 - Linha de transmissão monofásica de comprimento d



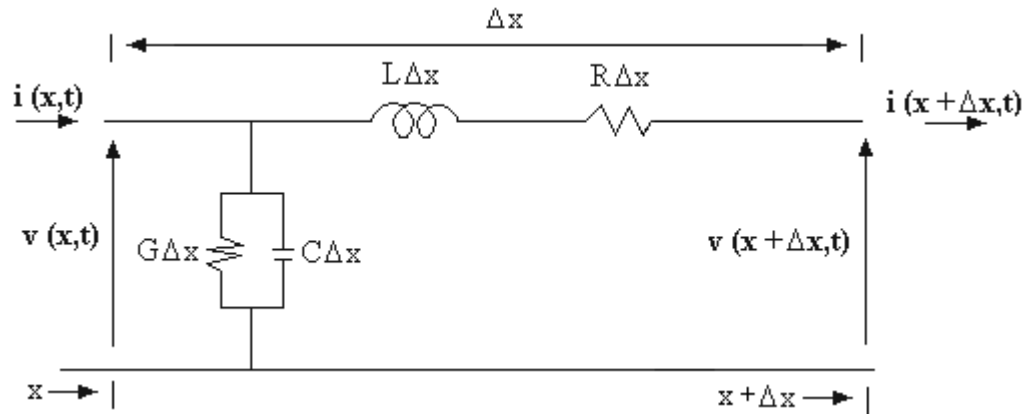
Fonte: Elaboração da própria autora

A Figura 1 mostra uma linha monofásica, de comprimento d , onde o retorno da corrente se dá por meio do solo. Nessa figura, A e B são, respectivamente, os terminais emissor e receptor da linha, enquanto que $v(x,t)$ e $i(x,t)$ são, respectivamente, a tensão e a corrente na posição x ao longo da linha no instante de tempo t .

Sabendo que os parâmetros elétricos longitudinais e transversais de uma linha de transmissão são uniformemente distribuídos ao longo do comprimento da mesma, pode-se

representar um elemento infinitesimal da linha conforme a Figura 2 (CHIPMAN, 1972; GREENWOOD, 1977).

Figura 2 - Circuito equivalente para um elemento infinitesimal da linha



Fonte: Elaboração da própria autora

No circuito mostrado na Figura 2, R e L são, respectivamente, a resistência e a indutância longitudinais da linha, por unidade de comprimento, e os elementos G e C são, respectivamente, a condutância e a capacitância transversais da linha, por unidade de comprimento.

As equações de corrente e de tensão para o circuito ilustrado na Figura 2 são:

$$i(x,t) - i(x + \Delta x,t) - G\Delta x v(x,t) - C\Delta x \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$-v(x,t) + v(x + \Delta x,t) + R\Delta x i(x + \Delta x,t) + L\Delta x \frac{\partial i(x + \Delta x,t)}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

As equações (1) e (2) podem ser reescritas como:

$$i(x + \Delta x,t) - i(x,t) = -G\Delta x v(x,t) - C\Delta x \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \quad (3)$$

$$-v(x + \Delta x,t) + v(x,t) = R\Delta x i(x + \Delta x,t) + L\Delta x \frac{\partial i(x + \Delta x,t)}{\partial t} \quad (4)$$

Dividindo ambos os lados das equações (3) e (4) por Δx , tem-se:

$$\frac{i(x + \Delta x, t) - i(x, t)}{\Delta x} = -G v(x, t) - C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (5)$$

$$\frac{v(x + \Delta x, t) - v(x, t)}{\Delta x} = -R i(x + \Delta x, t) - L \frac{\partial i(x + \Delta x, t)}{\partial t} \quad (6)$$

A partir da definição de derivada, (SWOKOWSKI, 1995), obtém-se:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{i(x + \Delta x, t) - i(x, t)}{\Delta x} = \frac{\partial i(x, t)}{\partial x} \quad (7)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{v(x + \Delta x, t) - v(x, t)}{\Delta x} = \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \quad (8)$$

logo:

$$-\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = G v(x, t) + C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (9)$$

$$-\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} = R i(x, t) + L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \quad (10)$$

As equações (9) e (10) são equações diferenciais de primeira ordem e descrevem o comportamento das correntes e tensões, em uma linha monofásica, no domínio do tempo.

As soluções das equações diferenciais (9) e (10) no domínio do tempo não são facilmente obtidas (BRANIN, 1967). No entanto, é possível obter as soluções dessas equações no domínio da frequência.

No domínio da frequência, as equações (9) e (10), tornam-se (MARTINEZ; GUSTAVSEN; DURBAK, 2005; BUDNER, 1970):

$$-\frac{dI(x, \omega)}{dx} = Y(\omega) V(x, \omega) \quad (11)$$

$$-\frac{dV(x, \omega)}{dx} = Z(\omega) I(x, \omega) \quad (12)$$

onde:

$$Z(\omega) = R(\omega) + j\omega L(\omega) \quad (13)$$

$$Y(\omega) = G(\omega) + j\omega C(\omega) \quad (14)$$

Geralmente, em casos de linhas aéreas costuma-se desprezar a condutância $G(\omega)$ e também, desconsidera-se o efeito da frequência sobre a capacitância $C(\omega)$ (MARTINEZ; GUSTAVSEN; DURBAK, 2005).

Nas expressões (11) e (12), $I(x, \omega)$ e $V(x, \omega)$ são, respectivamente, a corrente e a tensão em uma posição x da linha no domínio da frequência. Os termos $Z(\omega)$ e $Y(\omega)$ são, respectivamente, a impedância longitudinal e a admitância transversal da linha por unidade de comprimento. Os parâmetros $R(\omega)$, $L(\omega)$, $Z(\omega)$ e $Y(\omega)$ são, de maneira genérica, variáveis em relação à frequência. Nas equações (11)-(14), o termo ω corresponde à frequência angular e por questões de simplificação será omitido no restante deste trabalho.

Derivando as equações (11) e (12) em relação à x , tem-se:

$$-\frac{d^2 I(x)}{dx^2} = Y \frac{dV(x)}{dx} \quad (15)$$

$$-\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = Z \frac{dI(x)}{dx} \quad (16)$$

Substituindo as equações (12) e (11) nas equações (15) e (16), respectivamente, e fazendo as devidas manipulações algébricas, obtém-se:

$$\frac{d^2 I(x)}{dx^2} = YZI(x) \quad (17)$$

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = ZYV(x) \quad (18)$$

As soluções para as equações (17) e (18) são dadas por (FUCHS, 1979):

$$I(x) = \frac{1}{Z_c} a e^{-\gamma x} - \frac{1}{Z_c} b e^{\gamma x} \quad (19)$$

$$V(x) = ae^{-\gamma x} + be^{\gamma x} \quad (20)$$

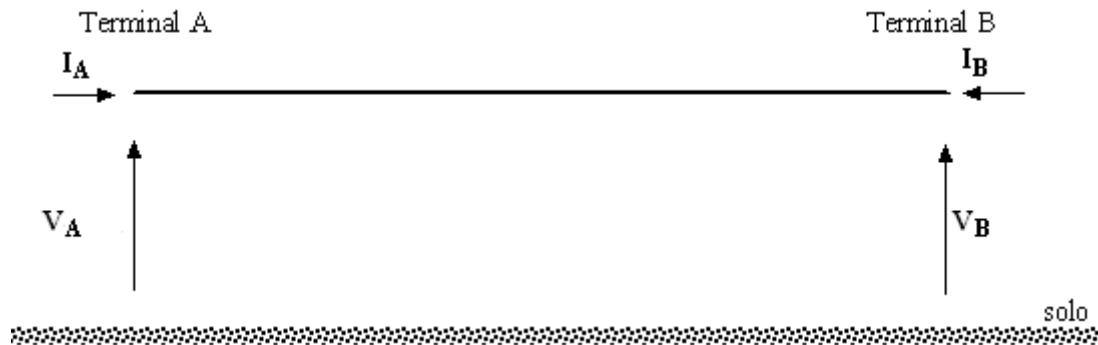
Nas equações (19) e (20), os termos γ e Z_C são, respectivamente, a função de propagação e a impedância característica da linha. Esses parâmetros pertencem ao conjunto dos números complexos, são variáveis em função da frequência e são dados por (MARTI, 1983; CHIPMAN, 1972):

$$\gamma = \sqrt{ZY} \quad (21)$$

$$Z_C = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \quad (22)$$

A figura a seguir representa uma linha de transmissão monofásica genérica de comprimento d que possui em seus terminais correntes e tensões.

Figura 3 - Linha de transmissão monofásica de comprimento d no domínio da frequência



Fonte: Elaboração da própria autora

Na Figura 3, A e B são, respectivamente, os terminais emissor e receptor da linha monofásica. As componentes I_A e I_B são as correntes longitudinais da linha nos terminais A e B, respectivamente, enquanto que V_A e V_B são as tensões nesses terminais. As correntes I_A e I_B e as tensões V_A e V_B estão no domínio da frequência.

Considerando os terminais A e B da linha mostrada na Figura 3, (19) e (20) tornam-se (BUDNER, 1970):

$$V_A = V_B \cosh(\gamma d) - I_B Z_C \sinh(\gamma d) \quad (23)$$

$$I_A = -I_B \cosh(\gamma d) + \frac{V_B}{Z_C} \sinh(\gamma d) \quad (24)$$

onde:

$$\sinh(\gamma d) = \left(\frac{e^{\gamma d} - e^{-\gamma d}}{2} \right) \quad (25)$$

$$\cosh(\gamma d) = \left(\frac{e^{\gamma d} + e^{-\gamma d}}{2} \right) \quad (26)$$

Uma vez obtidas as correntes e tensões no domínio da frequência, é possível convertê-las para o domínio do tempo por meio do uso das transformadas inversas de Fourier ou Laplace (MORENO; RAMIREZ, 2008).

2.3 Equações de uma linha de transmissão polifásica genérica

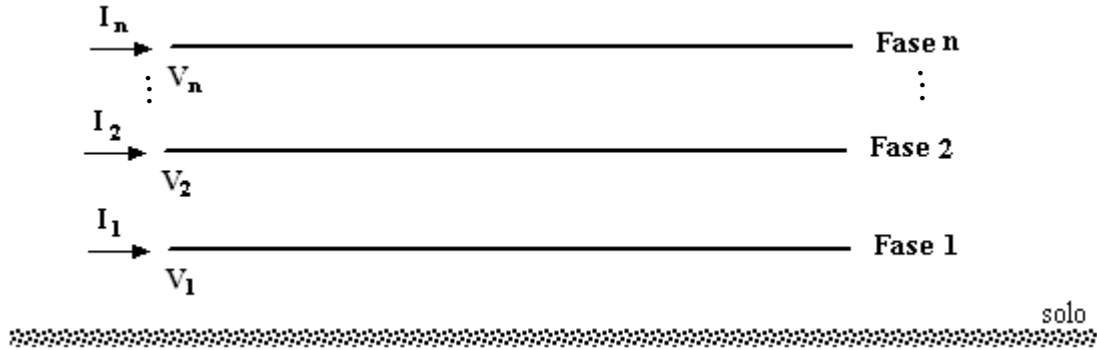
Considerando as equações de segunda ordem que descrevem o comportamento de uma linha monofásica genérica é possível obter as equações para uma linha polifásica. Essas equações são de difícil solução devido ao acoplamento que existe entre as fases.

Uma importante ferramenta na análise de sistemas polifásicos é a técnica que desacopla as fases da linha. Dessa maneira, um sistema que possui n fases acopladas pode ser representado por n sistemas monofásicos que são matematicamente idênticos ao sistema original e cujas equações de corrente e tensão são conhecidas.

Considere uma linha polifásica com n fases, conforme mostra a Figura 4.

Na Figura 4, I_1 e V_1 , são, respectivamente, a corrente e a tensão na fase 1, I_2 e V_2 , são, respectivamente, a corrente e a tensão na fase 2 e, I_n e V_n , são, respectivamente, a corrente e a tensão na fase n .

Figura 4 – Representação das correntes e tensões em uma linha polifásica com n fases



Fonte: Elaboração da própria autora

Para a linha polifásica, mostrada na Figura 4, no domínio da frequência, a impedância longitudinal e a admitância transversal, por unidade de comprimento, são escritas, respectivamente, na forma (PORTELA; TAVARES, 1993):

$$[Z] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \dots & z_{nn} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \dots & y_{nn} \end{bmatrix} \quad (28)$$

sendo:

- z_{ii} impedância própria da fase i ;
- z_{ij} impedância mútua entre as fases i e j ;
- y_{ii} admitância da fase i ;
- y_{ij} admitância entre as fases i e j .

Assim, para uma linha polifásica, as equações diferenciais de primeira ordem são dadas por (MARTINEZ; GUSTAVSEN; DURBAK, 2005):

$$-\frac{d[V]}{dx} = [Z][I] \quad (29)$$

$$-\frac{d[I]}{dx} = [Y][V] \quad (30)$$

As equações diferenciais de segunda ordem para uma linha polifásica, escritas no domínio da frequência, são escritas como:

$$\frac{d^2[I]}{dx^2} = [Y][Z][I] \quad (31)$$

$$\frac{d^2[V]}{dx^2} = [Z][Y][V] \quad (32)$$

Nas equações (29)-(32), [I] e [V] são, respectivamente, os vetores com as correntes e tensões de fase da linha, escritas no domínio da frequência.

As equações (31) e (32) são de difícil resolução, uma vez que os produtos matriciais [Z][Y] e [Y][Z] são, de maneira genérica, distintos (as matrizes [Z] e [Y] não são matrizes diagonais).

Tais produtos podem ser transformados em matrizes diagonais a partir da utilização de uma transformação de similaridade (CHEN, 1999). Nesse caso, os produtos matriciais [Z][Y] e [Y][Z] resultarão em matrizes diagonais cujos elementos são os autovalores dos produtos matriciais.

A matriz $[\lambda_v]$, que é a matriz com os autovalores de [Z][Y], é calculada por meio da seguinte relação (FARIA, 1997):

$$[\lambda_v] = [T_v]^{-1}[Z][Y][T_v] \quad (33)$$

Os autovalores $[\lambda_i]$ do produto matricial [Y][Z] são (WEDEPOHL; NGUYEN; IRWIN, 1996):

$$[\lambda_i] = [T_i]^{-1}[Y][Z][T_i] \quad (34)$$

Nas equações (33) e (34), as matrizes $[T_V]$ e $[T_I]$ são as matrizes cujas colunas são os autovetores associados aos autovalores dos produtos $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$, respectivamente, e $[T_V]^{-1}$ e $[T_I]^{-1}$ são, respectivamente, as matrizes inversas de $[T_V]$ e $[T_I]$. As matrizes $[T_V]$, $[T_I]$, $[\lambda_I]$ e $[\lambda_V]$ são complexas e variáveis em relação à frequência.

Os produtos matriciais $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$, de maneira genérica são distintos e, portanto, as matrizes $[T_V]$ e $[T_I]$ são diferentes. No entanto, mesmo sendo $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$ matrizes distintas, seus determinantes e conseqüentemente seus autovalores $[\lambda_I]$ e $[\lambda_V]$ são iguais.

Assim, denominando os autovalores dos produtos $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$ de $[\lambda_m]$, as equações (33) e (34), tornam-se:

$$[\lambda_m] = [T_V]^{-1}[Z][Y][T_V] \quad (35)$$

$$[\lambda_m] = [T_I]^{-1}[Y][Z][T_I] \quad (36)$$

A matriz $[\lambda_m]$ é uma matriz diagonal do tipo (LIPSCHUTS, 1976):

$$[\lambda_m] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (37)$$

Fazendo algumas manipulações nas equações (35) e (36), obtém-se:

$$[Z][Y] = [T_V][\lambda_m][T_V]^{-1} \quad (38)$$

$$[Y][Z] = [T_I][\lambda_m][T_I]^{-1} \quad (39)$$

Substituindo as equações (38) e (39) nas equações (31) e (32), respectivamente, e fazendo algumas manipulações, tem-se:

$$\frac{d^2[T_V]^{-1}[V]}{dx^2} = [\lambda_m][T_V]^{-1}[V] \quad (40)$$

$$\frac{d^2[T_I]^{-1}[I]}{dx^2} = [\lambda_m][T_I]^{-1}[I] \quad (41)$$

Nas equações (40) e (41), as correntes e tensões modais são definidas como:

$$[V_m] = [T_v]^{-1}[V] \quad (42)$$

$$[I_m] = [T_I]^{-1}[I] \quad (43)$$

Manipulando as expressões (42) e (43), obtém-se:

$$[V] = [T_v][V_m] \quad (44)$$

$$[I] = [T_I][I_m] \quad (45)$$

Nesse caso, $[V_m]$ e $[I_m]$ são os vetores com as tensões e as correntes modais da linha, respectivamente.

Substituindo $[V]$ e $[I]$ das equações (44) e (45) nas equações (40) e (41), respectivamente, obtém-se:

$$\frac{d^2[V_m]}{dx^2} = [\lambda_m][V_m] \quad (46)$$

$$\frac{d^2[I_m]}{dx^2} = [\lambda_m][I_m] \quad (47)$$

Substituindo $[V]$ e $[I]$ das equações (44) e (45) nas equações (29) e (30), têm-se:

$$\frac{d[T_v][V_m]}{dx} = -[Z][T_I][I_m] \quad (48)$$

$$\frac{d[T_I][I_m]}{dx} = -[Y][T_v][V_m] \quad (49)$$

Manipulando as equações (48) e (49), obtém-se:

$$\frac{d[V_m]}{dx} = -[T_V]^{-1}[Z][T_I][I_m] \quad (50)$$

$$\frac{d[I_m]}{dx} = -[T_I]^{-1}[Y][T_V][V_m] \quad (51)$$

sendo:

$$[Z_m] = [T_V]^{-1}[Z][T_I] \quad (52)$$

$$[Y_m] = [T_I]^{-1}[Y][T_V] \quad (53)$$

Nas equações (52) e (53), $[Z_m]$ e $[Y_m]$ são respectivamente, as matrizes de impedâncias longitudinais e admitâncias transversais modais exatas da linha.

Derivando as equações (50) e (51) em relação à x e fazendo as devidas manipulações, obtém-se:

$$\frac{d^2[V_m]}{dx^2} = [Z_m][Y_m][V_m] \quad (54)$$

$$\frac{d^2[I_m]}{dx^2} = [Y_m][Z_m][I_m] \quad (55)$$

As equações (54) e (55) são as equações diferenciais modais da linha. Uma vez que as matrizes $[Z_m]$ e $[Y_m]$ são diagonais (WEDEPOHL; NGUYEN; IRWIN, 1996), as equações (54) e (55) estão desacopladas e diz-se que as mesmas estão escritas no domínio modal.

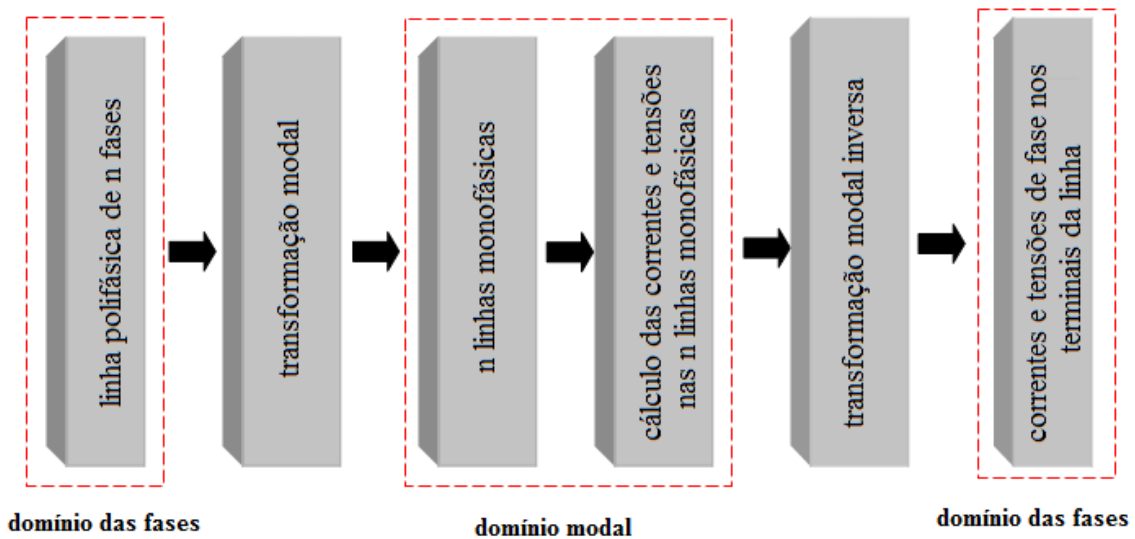
A Figura 5 mostra o procedimento para o cálculo das correntes e tensões de fase de uma linha polifásica, quando se representa a linha no domínio modal.

No domínio modal, uma linha de transmissão polifásica com n fases é representada por meio de seus n modos de propagação que se comportam como sendo n linhas monofásicas independentes, cujas soluções são conhecidas (BUDNER, 1970).

Na representação modal, os cálculos das correntes e tensões são realizados no sistema de n linhas monofásicas equivalente ao sistema original e, uma vez obtidas essas grandezas, converte-se as mesmas para o domínio das fases por meio de uma transformação modal inversa.

As equações de conversão das correntes e tensões, fase-modo-fase, são as equações descritas em (42)-(45).

Figura 5 - Representação de uma linha de transmissão polifásica no domínio modal



Fonte: Elaboração da própria autora

2.4 Conclusão

Neste capítulo, foram mostradas as equações que descrevem o comportamento das correntes e tensões de linhas de transmissão. Verificou-se que as equações diferenciais podem ser obtidas por meio de um elemento diferencial da linha considerando seus parâmetros distribuídos ao longo da mesma.

Foram apresentadas as equações da linha no domínio do tempo e no domínio da frequência. As equações em função do tempo não são facilmente solucionadas, contudo, no domínio da frequência, a solução é relativamente mais fácil.

Com isso, foi explorada, neste capítulo, a solução das equações de correntes e tensões, no domínio da frequência para linhas de transmissão monofásicas e polifásicas.

A solução para as linhas polifásicas pode ser obtida considerando a representação dessa linha no domínio modal. Esse método de representação utiliza uma matriz de transformação que converte as grandezas de fase para o domínio modal e vice-versa. As colunas dessa matriz são

autovetores associados aos autovalores do produto matricial entre os parâmetros da linha polifásica. Usualmente, essa matriz é obtida por meio de métodos numéricos.

O próximo capítulo apresenta uma representação alternativa para linhas polifásicas, em que as correntes e tensões são obtidas por meio de uma matriz de transformação desenvolvida analiticamente.

3 MODELO ANALÍTICO PARA LINHAS DE TRANSMISSÃO POLIFÁSICAS

3.1 Introdução

No capítulo anterior, foi visto que para obter as correntes e tensões de uma linha de transmissão polifásica pode-se utilizar a técnica de decomposição modal. Nesse modelo, uma linha de transmissão polifásica com n fases é representada por n modos de propagação que se comportam como n linhas monofásicas independentes e equivalentes ao sistema polifásico original.

Desse modo, ao contrário do que ocorre em linhas monofásicas, não existe um modelo que permita o cálculo das correntes e tensões diretamente nas fases de uma linha polifásica. Isso ocorre devido ao fato de que não é usual a obtenção analítica da matriz de transformação responsável pela conversão fase-modo-fase das grandezas dessa linha. Caso essa matriz seja obtida analiticamente, é possível desenvolver um modelo analítico para linhas polifásicas diretamente nas fases, considerando unicamente os parâmetros longitudinais e transversais da linha.

A seguir, será apresentado o desenvolvimento desse modelo considerando as relações entre correntes e tensões obtidas no capítulo 2.

3.2 Descrição do modelo

Uma linha polifásica genérica com n fases é caracterizada por uma matriz de impedância longitudinal $[Z]$ e por uma matriz de admitância transversal $[Y]$.

Caso essa linha seja representada no domínio modal, obtêm-se as matrizes de impedância longitudinal $[Z_m]$ e de admitância transversal $[Y_m]$ a partir das seguintes relações (WEDEPOHL; NGUYEN; IRWIN, 1996):

$$[Z_m] = [T_v]^{-1}[Z][T_i] \quad (56)$$

$$[Y_m] = [T_I]^{-1}[Y][T_V] \quad (57)$$

Nas equações (56) e (57), as matrizes $[T_V]$ e $[T_I]$ são, respectivamente, as matrizes cujas colunas são os autovetores associados aos autovalores dos produtos $[Z][Y]$ e $[Y][Z]$ enquanto que $[T_V]^{-1}$ e $[T_I]^{-1}$ são, respectivamente, as matrizes inversas de $[T_V]$ e $[T_I]$. As matrizes $[T_V]$ e $[T_I]$ são complexas e variáveis em relação à frequência.

Existe uma relação entre as matrizes $[T_V]$ e $[T_I]$ dada por (WEDEPOHL; NGUYEN; IRWIN, 1996):

$$[T_V]^{-1} = [T_I]^t \quad (58)$$

Portanto, basta calcular uma das matrizes e, a partir de (58), obtém-se a outra.

Levando em consideração a relação mostrada em (58), as equações (56) e (57) podem ser reescritas como (WEDEPOHL; NGUYEN; IRWIN, 1996):

$$[Z_m] = [T_I]^t [Z] [T_I] \quad (59)$$

$$[Y_m] = [T_I]^{-1} [Y] [T_I]^{-t} \quad (60)$$

Na equação (59), a matriz $[T_I]^t$ é a transposta de $[T_I]$ e, na equação (60), a matriz $[T_I]^{-t}$ é a inversa de $[T_I]^t$.

Em (59) e (60), as matrizes $[Z_m]$ e $[Y_m]$ são diagonais e podem ser escritas como:

$$[Z_m] = \begin{bmatrix} Z_{m_{11}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_{m_{22}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_{m_{nn}} \end{bmatrix} \quad (61)$$

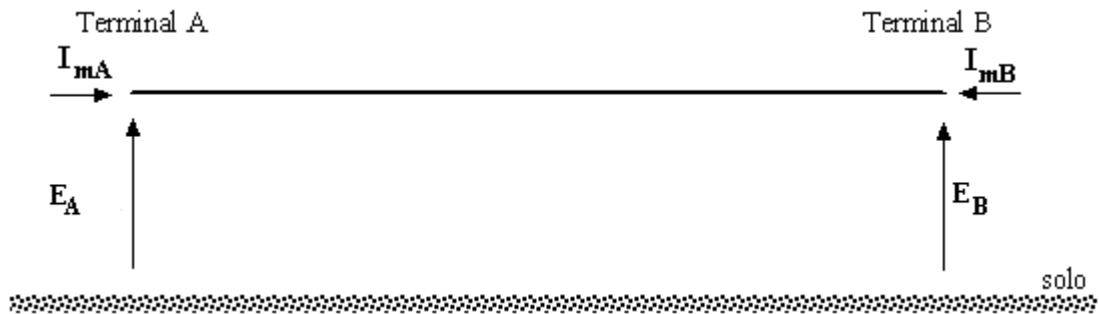
$$[Y_m] = \begin{bmatrix} Y_{m_{11}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Y_{m_{22}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Y_{m_{nn}} \end{bmatrix} \quad (62)$$

Na equação (61), Z_{m11} , Z_{m22}, \dots, Z_{mnn} são as impedâncias longitudinais nos modos 1, 2, ..., n, respectivamente, enquanto que na equação (62), Y_{m11} , Y_{m22}, \dots, Y_{mnn} são as admitâncias transversais nesses modos.

No domínio modal, uma linha polifásica com n fases é representada por meio de seus n modos de propagação que se comportam como sendo n linhas monofásicas independentes.

A Figura 6 mostra um modo genérico de uma linha polifásica.

Figura 6 – Modo genérico de uma linha de transmissão polifásica de comprimento d



Fonte: Elaboração da própria autora

Na Figura 6, A e B são, respectivamente, os terminais emissor e receptor do modo de propagação. Os termos E_A e E_B são, respectivamente, as tensões transversais nos terminais A e B do modo enquanto que os termos I_{mA} e I_{mB} são, respectivamente, as correntes longitudinais nos terminais A e B do modo de propagação. A relação entre as correntes e tensões, para cada modo, é dada por (BUDNER, 1970):

$$E_A = E_B \cosh(\gamma d) - I_{mB} Z_C \sinh(\gamma d) \quad (63)$$

$$I_{mA} = -I_{mB} \cosh(\gamma d) + \frac{E_B}{Z_C} \sinh(\gamma d) \quad (64)$$

Nas equações (63) e (64), os termos γ e Z_C são respectivamente, a função de propagação e a impedância característica modais da linha (MARTI, 1983; CHIPMAN, 1972).

Aplicando as equações (63) e (64) nos n modos de propagação, têm-se os seguintes vetores de tensão e corrente no domínio modal:

$$\begin{bmatrix} E_{A1} \\ E_{A2} \\ \vdots \\ E_{An} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_{m1} d) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_{m2} d) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \cosh(\gamma_{mn} d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{B1} \\ E_{B2} \\ \vdots \\ E_{Bn} \end{bmatrix} - \quad (65)$$

$$\begin{bmatrix} Z_{Cm1} \sinh(\gamma_{m1} d) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_{Cm2} \sinh(\gamma_{m2} d) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_{Cmn} \sinh(\gamma_{mn} d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{mB1} \\ I_{mB2} \\ \vdots \\ I_{mBn} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_{mA1} \\ I_{mA2} \\ \vdots \\ I_{mA n} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_{m1} d) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_{m2} d) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \cosh(\gamma_{mn} d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{mB1} \\ I_{mB2} \\ \vdots \\ I_{mBn} \end{bmatrix} + \quad (66)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{Cm1}} \sinh(\gamma_{m1} d) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_{Cm2}} \sinh(\gamma_{m2} d) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{Z_{Cmn}} \sinh(\gamma_{mn} d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{B1} \\ E_{B2} \\ \vdots \\ E_{Bn} \end{bmatrix}$$

Nas equações (65) e (66), os termos $\gamma_{m1}, \gamma_{m2}, \dots, \gamma_{mn}$ são, respectivamente, as funções de propagações nos modos 1, 2, ..., n, enquanto que $Z_{Cm1}, Z_{Cm2}, \dots, Z_{Cmn}$, são, respectivamente, a impedâncias características nos modos 1, 2, ..., n da linha polifásica.

As equações (65) e (66) podem ser escritas, resumidamente, como:

$$[E_A] = [A][E_B] - [B][I_{mB}] \quad (67)$$

$$[I_{mA}] = [C][E_B] - [D][I_{mB}] \quad (68)$$

em que:

$$[A] = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_{m1} d) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_{m2} d) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \cosh(\gamma_{mn} d) \end{bmatrix} \quad (69)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} Z_{Cm1} \sinh(\gamma_{m1} d) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_{Cm2} \sinh(\gamma_{m2} d) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_{Cmn} \sinh(\gamma_{mn} d) \end{bmatrix} \quad (70)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{Cm1}} \sinh(\gamma_{m1} d) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_{Cm2}} \sinh(\gamma_{m2} d) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{Z_{Cmn}} \sinh(\gamma_{mn} d) \end{bmatrix} \quad (71)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_{m1} d) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_{m2} d) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \cosh(\gamma_{mn} d) \end{bmatrix} \quad (72)$$

As grandezas de fase e modo obedecem às seguintes relações:

$$[E] = [T_I]^t [V] \quad (73)$$

$$[I_m] = [T_I]^{-1} [I] \quad (74)$$

Na equação (73), $[V]$ é o vetor com as tensões de fase enquanto que $[E]$ é o vetor com as tensões modais. Na equação (74), $[I]$ é o vetor com as correntes de fase da linha e $[I_m]$ é o vetor com as correntes dos modos da linha.

Substituindo as equações (73) e (74) nas equações (67) e (68) e fazendo as devidas manipulações matemáticas, obtêm-se:

$$[V_A] = [T_1]^{-1} [A][T_1]^t [V_B] - [T_1]^{-1} [B][T_1]^{-1} [I_B] \quad (75)$$

$$[I_A] = [T_1][C][T_1]^t [V_B] - [T_1][D][T_1]^{-1} [I_B] \quad (76)$$

Nas equações (75) e (76), os vetores $[V_A]$ e $[V_B]$ contêm as tensões de fase nos terminais A e B da linha, respectivamente, enquanto que os vetores $[I_A]$ e $[I_B]$ contêm as correntes de fase nos terminais A e B. As matrizes $[A]$, $[B]$, $[C]$ e $[D]$ são obtidas, calculando as funções de propagações e impedâncias características modais. Esses elementos podem ser obtidos desenvolvendo as equações (59) e (60).

Considerando as equações (75) e (76), é possível obter analiticamente as correntes e tensões de fase de uma linha polifásica genérica. Porém, o desenvolvimento desse modelo somente é possível caso a matriz de transformação $[T_1]$ seja obtida analiticamente.

Sabe-se que a matriz $[T_1]$ é uma matriz cujas colunas são autovetores associados ao produto $[Y][Z]$. Desse modo, caso seja obtida explicitamente uma função que relacione os elementos da matriz $[T_1]$ com os parâmetros da linha, é possível desenvolver um modelo para a linha unicamente em função dos parâmetros da mesma.

As equações (75) e (76) podem ser escritas da seguinte maneira:

$$[V_A] = [F_1([Z],[Y])][V_B] - [F_2([Z],[Y])][I_B] \quad (77)$$

$$[I_A] = [F_3([Z],[Y])][V_B] - [F_4([Z],[Y])][I_B] \quad (78)$$

Nas equações (77) e (78), $[Z]$ e $[Y]$ são as matrizes de impedâncias longitudinais e de admitância transversais, respectivamente, enquanto que $[F_1([Z],[Y])]$, $[F_2([Z],[Y])]$, $[F_3([Z],[Y])]$ e $[F_4([Z],[Y])]$ são matrizes cujos elementos são funções obtidas a partir dos parâmetros da linha.

Uma vez obtidas essas matrizes, obtém-se um modelo analítico para uma linha polifásica desenvolvido diretamente nas fases.

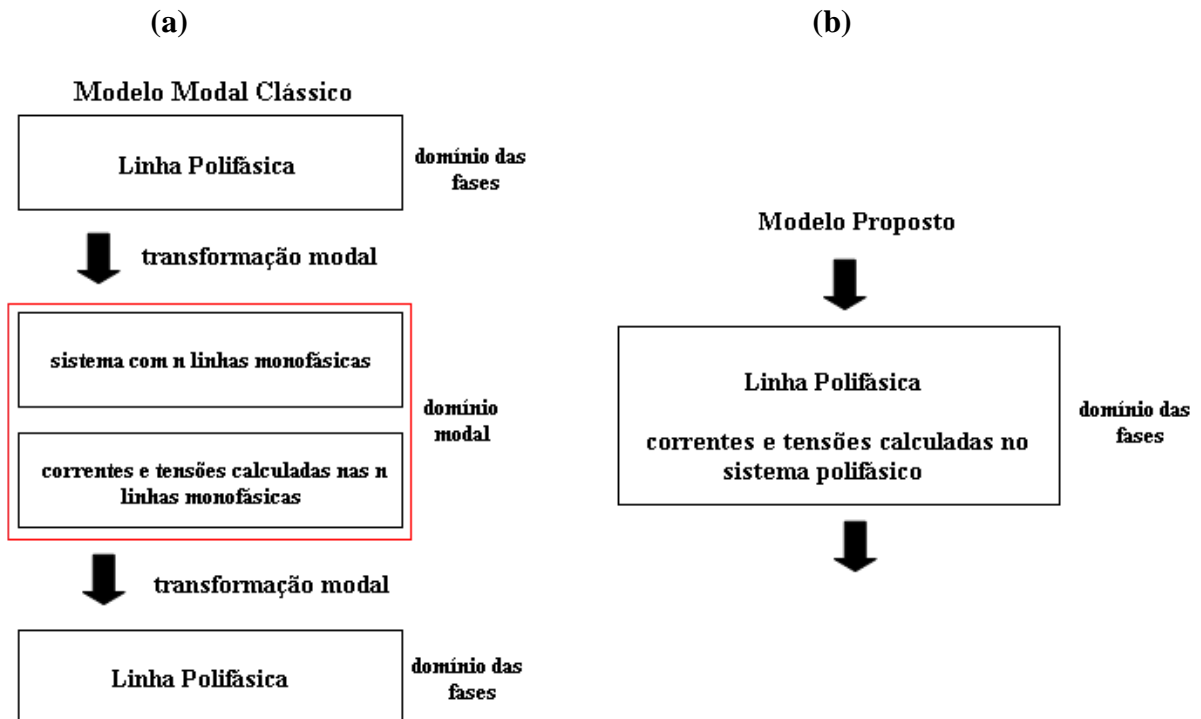
Considerando a técnica de decomposição modal, mostrada no capítulo anterior, verifica-se que no domínio modal, os modos da linha são totalmente desacoplados quando os terminais de fase estão todos em aberto ou todos em curto-circuito. Nesse caso, os modos são bem definidos e bem separados uns dos outros. No entanto, existem situações, (por exemplo, na análise da linha considerando a mesma com curto-circuito em fase-terra ou fase-fase) em que as correntes e

tensões de um modo podem depender das correntes e tensões dos demais modos. Conclui-se, portanto, que os modos não são totalmente desacoplados nesse caso, dificultando assim a aplicação do modelo modal.

Considerando o modelo proposto, as correntes e tensões podem ser obtidas em qualquer situação de análise da linha. Além disso, verifica-se que no cálculo das matrizes $[F_1([Z],[Y])]$, $[F_2([Z],[Y])]$, $[F_3([Z],[Y])]$ e $[F_4([Z],[Y])]$ não é necessário o conhecimento da teoria de decomposição modal.

Outra observação importante é que os elementos das matrizes $[Z]$ e $[Y]$ podem ser escritos na forma de funções racionais cujos pólos possuem parte real negativa. Espera-se que o modelo proposto, baseado única e exclusivamente nas matrizes $[Z]$ e $[Y]$, possa futuramente ser escrito na forma de funções racionais que permite a implementação do mesmo no domínio do tempo (GUSTAVSEN; NORDSTROM, 2008).

Figura 7 – (a) Modelo modal clássico (b) Modelo proposto



Fonte: Elaboração da própria autora

Para analisar o processo de cálculo das correntes e tensões em uma linha polifásica genérica, a Figura 7 mostra uma representação da técnica de decomposição modal e uma representação do modelo proposto neste capítulo.

Na Figura 7, o diagrama (a) representa o modelo modal clássico e o diagrama (b) representa o modelo proposto neste capítulo. Pretende-se enfatizar com essas representações, a obtenção das correntes e tensões considerando cada modelo.

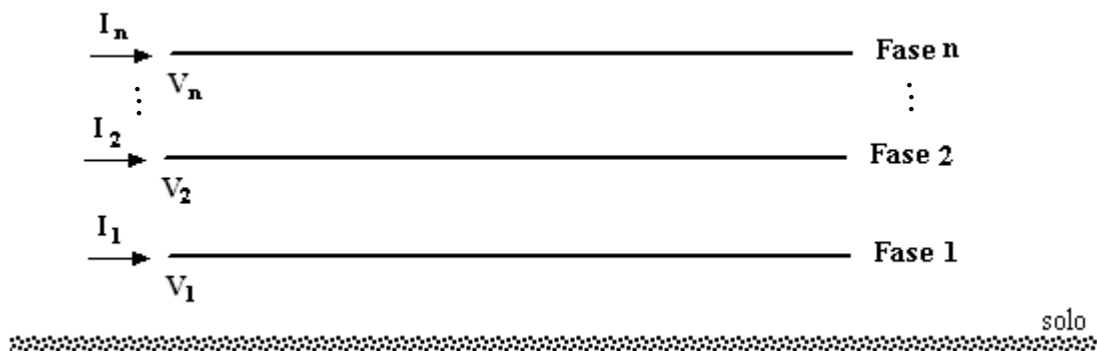
Verifica-se que na representação modal, as correntes e tensões são obtidas por meio do processo de conversão fase-modo-fase. Já no modelo proposto, esse processo não é realizado, uma vez que as correntes e tensões são obtidas diretamente nas fases da linha.

3.3 Obtenção analítica da matriz de transformação [T]

Anteriormente, verificou-se que para implementar o modelo proposto é necessário que a matriz de transformação modal, que desacopla a linha polifásica, seja obtida analiticamente em função dos parâmetros longitudinais e transversais dessa linha.

Considere a representação de uma linha polifásica com n fases conforme mostra a Figura 8.

Figura 8 – Representação das correntes e tensões em uma linha polifásica com n fases



Fonte: Elaboração da própria autora.

Para a linha polifásica mostrada na figura anterior, no domínio da frequência, a impedância longitudinal e a admitância transversal, por unidade de comprimento, são representadas, respectivamente, como (PORTELA; TAVARES, 1993):

$$[Z] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \cdots & z_{nn} \end{bmatrix} \quad (79)$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \cdots & y_{nn} \end{bmatrix} \quad (80)$$

Os autovalores correspondentes ao produto $[Y][Z]$ podem ser obtidos por meio da seguinte expressão (LIPSCHUTS, 1976):

$$\det([S] - \lambda_k [U]) = 0 \quad (81)$$

Na expressão (81), a matriz $[S]$ é a matriz obtida pelo produto $[Y][Z]$ e a matriz $[U]$ é a matriz identidade de ordem n .

Desenvolvendo (81), tem-se:

$$\det \left(\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (82)$$

Na equação (82), os elementos da matriz $[S]$ são conhecidos, enquanto que a matriz $[\lambda_k]$ deve ser determinada para cada valor de frequência.

Desenvolvendo a equação (82), obtém-se:

$$\det \left(\begin{bmatrix} S_{11} - \lambda_1 & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} - \lambda_2 & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} - \lambda_n \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (83)$$

Calculando o determinante mostrado na expressão (83) obtém-se um polinômio de grau n .

Logo, para determinar os autovalores λ_k é necessário determinar as raízes da equação polinomial e, uma vez obtida, pode-se partir para a obtenção dos elementos da matriz de transformação $[T_I]$.

Então, para um autovalor λ_k genérico, é possível escrever a seguinte expressão (WEDEPOHL; NGUYEN; IRWIN, 1996):

$$([S] - \lambda_k [U])[T_{Ik}] = [0] \quad (84)$$

Considerando uma linha de transmissão polifásica, a matriz de transformação que desacopla essa linha pode ser representada por:

$$[T_I] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & \cdots & T_{1n} \\ T_{21} & T_{22} & \cdots & T_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{n1} & T_{n2} & \cdots & T_{nn} \end{bmatrix} \quad (85)$$

Para a matriz dada na equação (85), sua k -ésima coluna, o vetor $[T_{Ik}]$ está associado ao k -ésimo autovalor λ_k . Ou seja, para se obter o primeiro conjunto de autovetores correspondentes ao primeiro autovalor encontrado, a equação (84) torna-se:

$$([S] - \lambda_1 [U])[T_{I1}] = [0] \quad (86)$$

Na equação (86), o vetor $[T_{I1}]$ contém os autovetores da primeira coluna da matriz $[T_I]$.

Desenvolvendo essa equação, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} S_{11} - \lambda_1 & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} - \lambda_1 & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} - \lambda_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{21} \\ \vdots \\ T_{n1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (87)$$

Manipulando algebricamente essa expressão, tem-se:

$$\begin{aligned}
(S_{11} - \lambda_1)T_{11} + S_{12}T_{21} + \dots + S_{1n}T_{n1} &= 0 \\
S_{21}T_{11} + (S_{22} - \lambda_1)T_{21} + \dots + S_{2n}T_{n1} &= 0 \\
\vdots & \\
S_{n1}T_{11} + S_{n2}T_{21} + \dots + (S_{nn} - \lambda_1)T_{n1} &= 0
\end{aligned} \tag{88}$$

O sistema mostrado em (88), possui infinitas soluções. Para que se obtenha uma única solução, considere a hipótese de que o módulo de $[T_{11}]$ é unitário (WEDEPOHL; NGUYEN; IRWIN, 1996):

$$T_{11}^2 + T_{21}^2 + \dots + T_{n1}^2 - 1 = 0 \tag{89}$$

Logo, a solução desse sistema dá-se por meio da obtenção dos elementos $T_{11}, T_{21}, \dots, T_{n1}$, da primeira coluna da matriz $[T_I]$.

Analogamente, o processo se repete para todas as colunas da matriz $[T_I]$.

Considerando as equações (88) e (89), é possível obter analiticamente, em função dos parâmetros da linha, todas as colunas da matriz $[T_I]$.

No entanto, em se tratando de linhas polifásicas, as matrizes $[Z]$ e $[Y]$ são de ordem n .

Consequentemente, a equação (83) resultará em um polinômio de grau n em λ , cuja solução analítica não é facilmente obtida.

No entanto, para uma linha de transmissão trifásica não transposta mas com um plano de simetria vertical, a aplicação do modelo analítico é viável e possível. Devido às características físicas dessa linha, a mesma pode ser representada por um sistema constituído por uma linha monofásica e uma linha bifásica (KUROKAWA et al., 2007). Nesse caso, deve-se obter uma matriz de transformação para a linha bifásica.

Para uma linha bifásica genérica, a obtenção analítica dos autovalores resultará em um polinômio de grau 2, cuja solução analítica é conhecida.

Portanto, o modelo proposto neste capítulo pode ser aplicado em uma linha trifásica, sem a dificuldade resultante do polinômio de grau 3.

A aplicação do modelo será apresentada no próximo capítulo.

3.4 Conclusão

Neste capítulo, foi proposto um modelo analítico que calcula as correntes e tensões de uma linha polifásica genérica diretamente nas fases.

Para a obtenção desse modelo, foi necessário desenvolver uma relação explícita entre a matriz de transformação modal e os parâmetros da linha. Porém, verificou-se que no caso de linhas polifásicas com n fases, a obtenção da matriz de transformação depende da solução analítica de um polinômio de grau n , cuja solução não é conhecida.

Uma alternativa nesse caso foi considerar uma linha trifásica com plano de simetria vertical cujas características permitem que a mesma possa ser representada por um sistema constituído por uma linha monofásica e uma linha bifásica. Desse modo, o cálculo analítico da matriz de transformação é trivial, uma vez que a maior dificuldade é obter as raízes de uma equação de grau 2.

Assim, o modelo proposto pode ser aplicado em uma linha trifásica, sem a dificuldade de encontrar a solução para um polinômio de grau 3.

Todos os elementos contidos nesse modelo são escritos em função, unicamente, dos parâmetros longitudinais e transversais da linha.

4 REPRESENTAÇÃO DE LINHAS TRIFÁSICAS, COM PLANO DE SIMETRIA VERTICAL, POR MEIO DO MODELO PROPOSTO

4.1 Introdução

No capítulo 3, verificou-se que a obtenção de um modelo analítico para linhas de transmissão polifásicas requer que os elementos da matriz de transformação sejam expressos analiticamente.

Contudo, para que a matriz de transformação seja obtida analiticamente é necessário obter as raízes de um polinômio de grau n .

Devido ao grau de dificuldade encontrado na obtenção das raízes desse polinômio, uma solução é considerar uma linha de transmissão trifásica não idealmente transposta, mas com um plano de simetria vertical. Essa linha pode ser representada como sendo um sistema constituído por uma linha monofásica e por uma linha bifásica. Nesse caso, deve-se obter uma expressão analítica para a matriz de transformação que desacopla a linha bifásica.

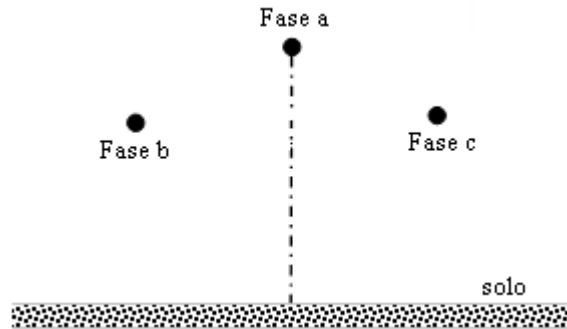
Para uma linha bifásica genérica, os autovalores são obtidos por meio das raízes de um polinômio de grau 2, cuja solução analítica é conhecida. Uma vez determinados os autovalores, pode-se obter analiticamente a matriz de transformação em função dos parâmetros da linha trifásica. Com a obtenção dessa matriz é possível estabelecer uma relação entre as grandezas de fase da linha bifásica e as grandezas modais da linha trifásica. Sendo assim, todas as grandezas modais da linha trifásica serão conhecidas e escritas em função unicamente de seus parâmetros.

Por fim, para obter um modelo analítico para a linha trifásica é necessário converter as grandezas modais para o domínio das fases. Esse processo será mostrado neste capítulo.

4.2 Representação de uma linha trifásica por meio de duas matrizes de transformação (KUROKAWA et al., 2007)

Considere uma linha trifásica não idealmente transposta, mas que possui um plano de simetria vertical, conforme mostra a Figura 9:

Figura 9 – Linha trifásica com plano de simetria vertical



Fonte: Elaboração da própria autora

No domínio modal, as matrizes de impedância longitudinal $[Z_m]$ e de admitância transversal $[Y_m]$, são escritas, respectivamente, como (WEDEPOHL; NGUYEN; IRWIN, 1996):

$$[Z_m] = [T_I]^t [Z] [T_I] \quad (90)$$

$$[Y_m] = [T_I]^{-1} [Y] [T_I]^{-t} \quad (91)$$

Nas equações (90) e (91), a matriz $[T_I]$ é uma matriz cujas colunas são os autovetores associados aos autovalores do produto $[Y][Z]$. As matrizes $[T_I]^t$ e $[T_I]^{-1}$ são, respectivamente, a transposta e a inversa da matriz $[T_I]$ e, $[T_I]^{-t}$ é a inversa da matriz $[T_I]^t$.

Os elementos da matriz $[T_I]$ são complexos e variáveis em relação à frequência, o que dificulta a implementação dos mesmos em programas que realizam simulações diretamente no domínio do tempo. Devido à configuração geométrica da linha trifásica mostrada na Figura 9 é possível substituir a matriz $[T_I]$ pela matriz de Clarke cujos elementos são reais e constantes, sendo de fácil manipulação em programas do tipo EMTP (TAVARES; PISSOLATO; PORTELA, 1999; KUROKAWA et al., 2007).

Nesse caso, a matriz de Clarke separa a linha em suas componentes α , β e zero. A componente β é um modo exato enquanto que as componentes α e zero são acopladas mutuamente e são denominados quase-modos.

Assim, substituindo $[T_I]$ pela matriz de Clarke nas equações (90) e (91), obtêm-se:

$$[Z_{\alpha\beta 0}] = [T_{clarke}]^t [Z] [T_{clarke}] \quad (92)$$

$$[Y_{\alpha\beta 0}] = [T_{\text{clarke}}]^{-1} [Y] [T_{\text{clarke}}]^{-t} \quad (93)$$

Nas equações (92) e (93), $[Z_{\alpha\beta 0}]$ e $[Y_{\alpha\beta 0}]$ são, respectivamente, as matrizes de impedância longitudinal e admitância transversal escritas no domínio modal. A matriz $[T_{\text{clarke}}]$ é uma matriz de transformação real e independente da frequência (TAVARES; PISSOLATO; PORTELA, 1999; KUROKAWA et al., 2005).

$$[T_{\text{clarke}}] = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \quad (94)$$

Desenvolvendo (92) e (93), as matrizes $[Z_{\alpha\beta 0}]$ e $[Y_{\alpha\beta 0}]$, podem ser escritas como (KUROKAWA et al., 2009):

$$[Z_{\alpha\beta 0}] = \begin{bmatrix} z_{\alpha} & 0 & z_{\alpha 0} \\ 0 & z_{\beta} & 0 \\ z_{\alpha 0} & 0 & z_0 \end{bmatrix} \quad (95)$$

$$[Y_{\alpha\beta 0}] = \begin{bmatrix} y_{\alpha} & 0 & y_{\alpha 0} \\ 0 & y_{\beta} & 0 \\ y_{\alpha 0} & 0 & y_0 \end{bmatrix} \quad (96)$$

Observa-se nas equações (95) e (96) que a linha trifásica pode ser representada como sendo uma linha monofásica, que corresponde à componente β (modo exato), e uma linha bifásica, que corresponde às componentes α e zero (quase-modos). Verifica-se também que não existe acoplamento entre a linha monofásica e a linha bifásica.

Se a componente β for excluída nas matrizes $[Z_{\alpha\beta 0}]$ e $[Y_{\alpha\beta 0}]$, nas equações (95) e (96), obtêm-se as matrizes de impedância e de admitância da linha bifásica, escritas como:

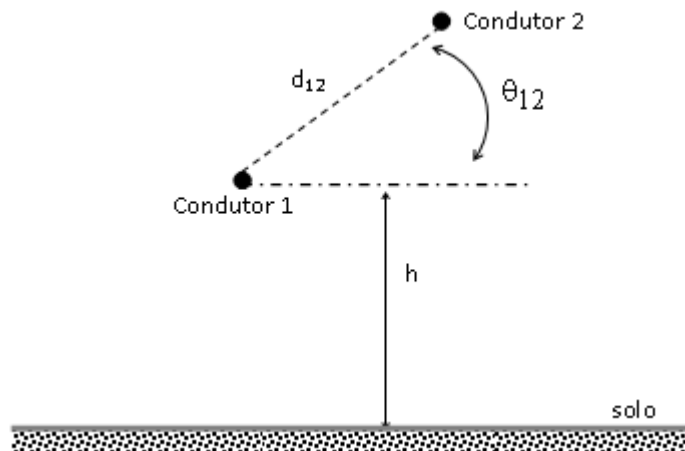
$$[Z_{\alpha 0}] = \begin{bmatrix} z_{\alpha} & z_{\alpha 0} \\ z_{\alpha 0} & z_0 \end{bmatrix} \quad (97)$$

$$[Y_{\alpha 0}] = \begin{bmatrix} y_{\alpha} & y_{\alpha 0} \\ y_{\alpha 0} & y_0 \end{bmatrix} \quad (98)$$

Observa-se nas equações (97) e (98) que as matrizes $[Z_{\alpha 0}]$ e $[Y_{\alpha 0}]$ possuem as características das matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal, respectivamente, de uma linha bifásica sem um plano de simetria vertical.

Essa linha pode ser representada conforme mostra a Figura 10.

Figura 10 - Representação de uma linha bifásica sem plano de simetria vertical



Fonte: Elaboração da própria autora

Na Figura 10, os condutores 1 e 2 são elementos da linha bifásica que representam as componentes α e zero. O acoplamento entre as componentes α e zero é representado pelo acoplamento entre os condutores 1 e 2. O condutor 1 encontra-se a uma altura genérica h em relação ao solo. Na mesma figura, d_{12} é a distância genérica entre os condutores 1 e 2 e θ_{12} pode assumir quaisquer valores desde que $\theta_{12} \neq 0$ e $\theta_{12} \neq \pi$. Exclui-se os valores π e 0 para o ângulo θ_{12} pelo fato de que com esses valores a linha bifásica seria simétrica e as impedâncias próprias da mesma seriam iguais.

Considerando que $[T_{\alpha 0}]$ seja uma matriz cujas colunas são os autovetores associados aos autovalores do produto $[Y_{\alpha 0}][Z_{\alpha 0}]$, as matrizes de impedância longitudinal $[Z']$ e de admitância transversal $[Y']$, no domínio modal, da linha mostrada na Figura 10, são escritas como sendo (KUROKAWA et al., 2009):

$$[Z'] = [T_{\alpha 0}]^t [Z_{\alpha 0}] [T_{\alpha 0}] \quad (99)$$

$$[Y'] = [T_{\alpha 0}]^{-1} [Y_{\alpha 0}] [T_{\alpha 0}]^{-t} \quad (100)$$

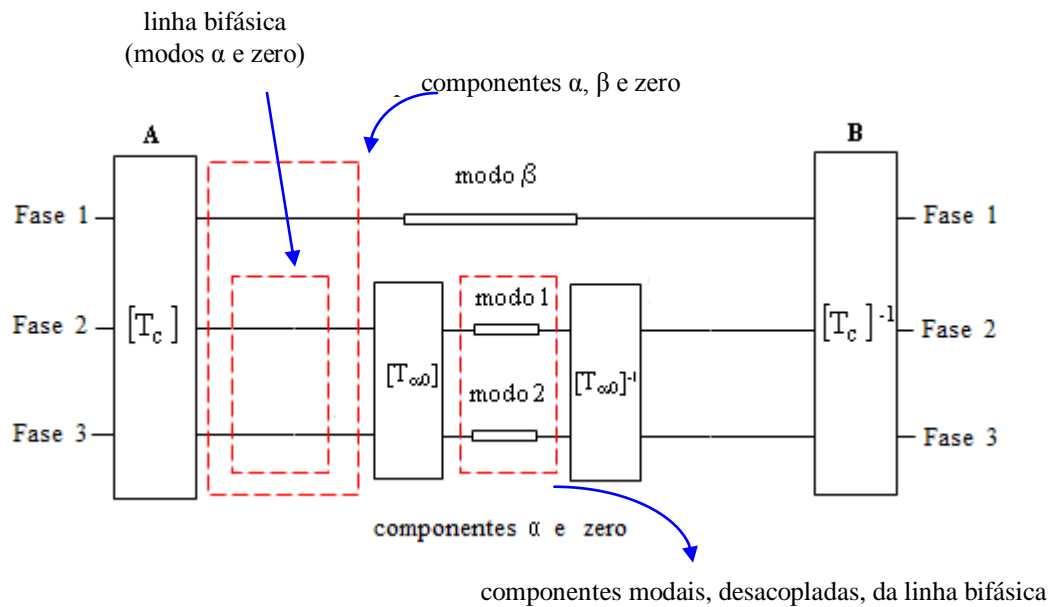
As matrizes $[Z']$ e $[Y']$, obtidas em (99) e (100), são matrizes diagonais que podem ser escritas na forma:

$$[Z'] = \begin{bmatrix} z_1 & 0 \\ 0 & z_2 \end{bmatrix} \quad (101)$$

$$[Y'] = \begin{bmatrix} y_1 & 0 \\ 0 & y_2 \end{bmatrix} \quad (102)$$

Portanto, se as componentes α e zero da linha mostrada na Figura 10 forem representadas como sendo uma linha bifásica, a linha trifásica pode ser desacoplada em seus modos exatos a partir do uso de duas matrizes de transformação. A primeira é a matriz de Clarke que separa a linha nas componentes α , β e zero e a segunda é uma matriz que desacopla as componentes α e zero (KUROKAWA et al., 2007). A Figura 11 mostra uma representação esquemática do processo de decomposição modal utilizando duas matrizes de transformação.

Figura 11 - Representação modal de uma linha trifásica utilizando duas matrizes de transformação



Fonte: Elaboração da própria autora

Na Figura 11, A e B são, respectivamente, os terminais emissor e receptor da linha trifásica e $[T_{\alpha 0}]$ é a matriz que decompõe a linha bifásica em seus modos exatos. Essa matriz é expressa em função dos parâmetros da linha bifásica, ou seja, $[T_{\alpha 0}]$ é a matriz cujas colunas são os autovetores associados aos autovalores do produto $[Y_{\alpha 0}][Z_{\alpha 0}]$.

Para obter os autovalores do produto $[Y_{\alpha 0}][Z_{\alpha 0}]$ é preciso calcular as raízes de um polinômio de grau 2, cuja solução analítica é conhecida. Assim, a matriz de transformação $[T_{\alpha 0}]$ pode ser obtida analiticamente por meio de um processo matemático relativamente simples (CARVALHO et al., 2010; SOUZA JUNIOR et al., 2011; 2012; 2013).

As matrizes de impedância e admitância nas equações (97) e (98) possuem elementos que são escritos em função dos parâmetros da linha trifásica.

Logo, pode-se afirmar que a matriz de transformação $[T_{\alpha 0}]$ é escrita analiticamente em função das matrizes $[Z]$ e $[Y]$ da linha trifásica.

O desenvolvimento algébrico e obtenção analítica dos elementos da matriz de transformação $[T_{\alpha 0}]$ serão mostrados no apêndice A deste trabalho.

4.3 Desenvolvimento do modelo

Verifica-se na Figura 11 que as componentes modais da linha trifásica são os modos 1, 2 e β , sendo que esses modos se comportam como sendo linhas monofásicas independentes cujas equações são conhecidas. Uma vez que os elementos da matriz $[T_{\alpha 0}]$ são obtidos analiticamente (Apêndice A) é possível estabelecer uma relação entre essas equações e os parâmetros da linha trifásica.

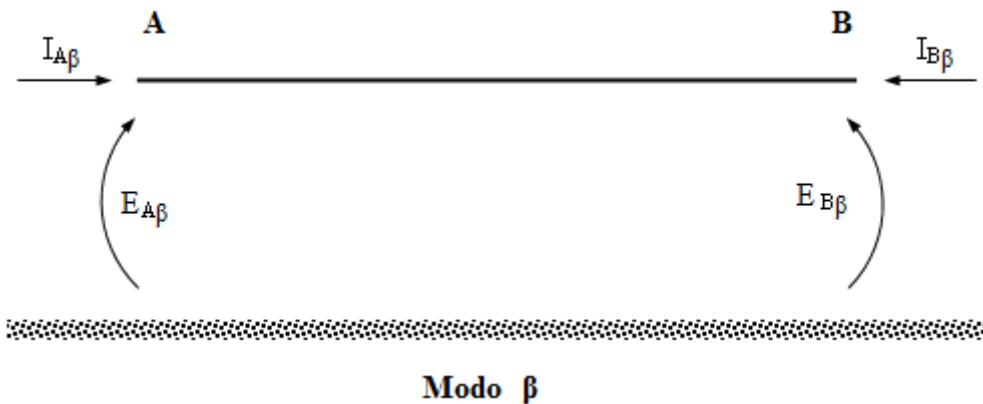
Inicialmente considere o modo β , mostrado na Figura 12. Nessa figura, A e B são, respectivamente, os terminais emissor e receptor do modo β . Os termos $E_{A\beta}$ e $E_{B\beta}$ são, respectivamente, as tensões transversais nos terminais A e B do modo β , enquanto que os termos $I_{A\beta}$ e $I_{B\beta}$ são, respectivamente, as correntes longitudinais nos terminais A e B desse modo.

Uma vez que o modo de propagação comporta-se como uma linha monofásica, a relação entre as correntes e tensões no modo β pode ser escrita como (BUDNER, 1970):

$$E_{A\beta} = E_{B\beta} \cosh(\gamma_{\beta} d) - I_{B\beta} Z_{C\beta} \sinh(\gamma_{\beta} d) \quad (103)$$

$$I_{A\beta} = -I_{B\beta} \cosh(\gamma_{\beta} d) + \frac{E_{B\beta}}{Z_{C\beta}} \sinh(\gamma_{\beta} d) \quad (104)$$

Figura 12 - Representação das correntes e tensões nos terminais do modo β

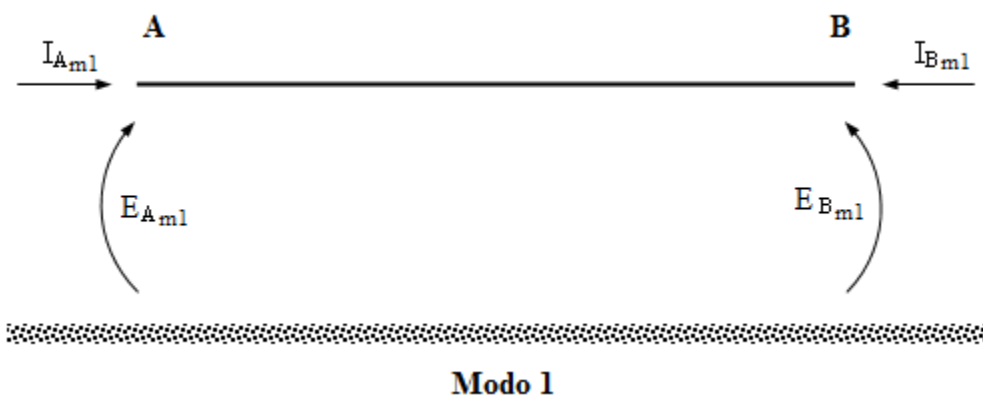


Fonte: Elaboração da própria autora

Nas equações (103) e (104), os termos γ_{β} e $Z_{C\beta}$ são, respectivamente, a função de propagação e a impedância característica do modo β . Esses elementos podem ser calculados em função das matrizes $[Z]$ e $[Y]$ da linha trifásica.

Considere, agora, o modo 1, representado na Figura 13.

Figura 13 - Representação das correntes e tensões nos terminais do modo 1



Fonte: Elaboração da própria autora

Na Figura 13, A e B são, respectivamente, os terminais emissor e receptor do modo 1. Os termos E_{Am1} e E_{Bm1} são, respectivamente, as tensões transversais nos terminais A e B do modo 1, enquanto que os termos I_{Am1} e I_{Bm1} são, respectivamente, as correntes longitudinais nos terminais A e B desse modo.

A relação entre as correntes e tensões no modo 1 é escrita como:

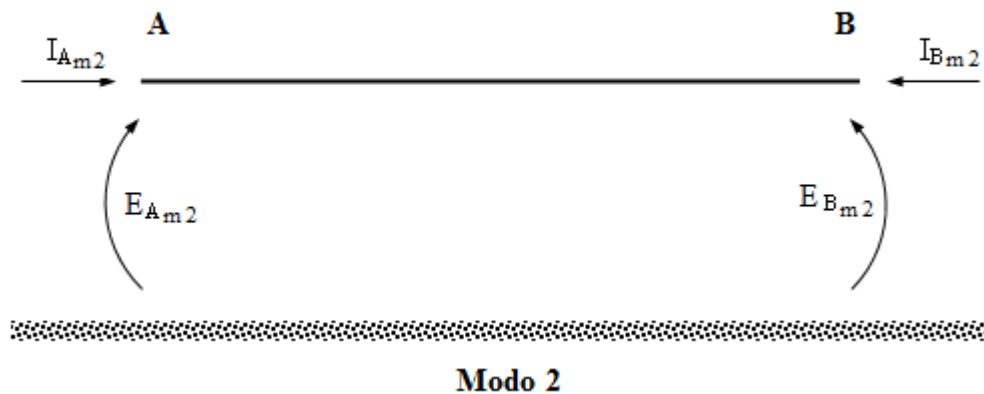
$$E_{mAm1} = E_{mBm1} \cosh(\gamma_{m1} d) - I_{mBm1} Z_{Cm1} \sinh(\gamma_{m1} d) \quad (105)$$

$$I_{mA m1} = -I_{mB m1} \cosh(\gamma_{m1} d) + \frac{E_{mB m1}}{Z_{Cm1}} \sinh(\gamma_{m1} d) \quad (106)$$

Nas equações (105) e (106), os termos γ_{m1} e Z_{Cm1} são, respectivamente, a função de propagação e a impedância característica do modo 1. Esses elementos podem ser calculados em função das matrizes $[Z]$ e $[Y]$ da linha trifásica.

Considere o modo 2, representado na Figura 14.

Figura 14 - Representação das correntes e tensões nos terminais do modo 2



Fonte: Elaboração da própria autora

Na Figura 14, A e B são, respectivamente, os terminais emissor e receptor do modo 2. Os termos E_{Am2} e E_{Bm2} são, respectivamente, as tensões transversais nos terminais A e B do modo 2, enquanto que os termos I_{Am2} e I_{Bm2} são, respectivamente, as correntes longitudinais nos terminais A e B desse modo.

A relação entre as correntes e tensões no modo 2 é escrita como:

$$E_{mA\ m2} = E_{mB\ m2} \cosh(\gamma_{m2} d) - I_{mB\ m2} Z_{Cm2} \sinh(\gamma_{m2} d) \quad (107)$$

$$I_{mA\ m2} = -I_{mB\ m2} \cosh(\gamma_{m2} d) + \frac{E_{mB\ m2}}{Z_{Cm2}} \sinh(\gamma_{m2} d) \quad (108)$$

Nas equações (107) e (108), os termos γ_{m2} e Z_{Cm2} são, respectivamente, a função de propagação e a impedância característica do modo 2. Esses elementos podem ser calculados em função das matrizes $[Z]$ e $[Y]$ da linha trifásica.

Agrupando as equações (103), (105) e (107), na forma matricial, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} E_{mA\ m1} \\ E_{A\beta} \\ E_{mA\ m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_{m1}d) & 0 & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_{\beta}d) & 0 \\ 0 & 0 & \cosh(\gamma_{m2}d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{mB\ m1} \\ E_{B\beta} \\ E_{mB\ m2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{Cm1} \sinh(\gamma_{m1}d) & 0 & 0 \\ 0 & Z_{C\beta} \sinh(\gamma_{\beta}d) & 0 \\ 0 & 0 & Z_{Cm2} \sinh(\gamma_{m2}d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{mB\ m1} \\ I_{B\beta} \\ I_{mB\ m2} \end{bmatrix} \quad (109)$$

Agrupando as equações (104), (106) e (108), na forma matricial, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} I_{mA\ m1} \\ I_{A\beta} \\ I_{mA\ m2} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_{m1}d) & 0 & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_{\beta}d) & 0 \\ 0 & 0 & \cosh(\gamma_{m2}d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{mB\ m1} \\ I_{B\beta} \\ I_{mB\ m2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{Cm1}} \sinh(\gamma_{m1}d) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_{C\beta}} \sinh(\gamma_{\beta}d) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_{Cm2}} \sinh(\gamma_{m2}d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{mB\ m1} \\ E_{B\beta} \\ E_{mB\ m2} \end{bmatrix} \quad (110)$$

Reescrevendo as equações (109) e (110), resumidamente, têm-se:

$$[E_{mA}] = [\theta_1][E_{mB}] - [\theta_2][I_{mB}] \quad (111)$$

$$[I_{mA}] = [\theta_3][E_{mB}] - [\theta_1][I_{mB}] \quad (112)$$

onde:

$$[\theta_1] = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_{m1}d) & 0 & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_{\beta}d) & 0 \\ 0 & 0 & \cosh(\gamma_{m2}d) \end{bmatrix} \quad (113)$$

$$[\theta_2] = \begin{bmatrix} Z_{Cm1} \sinh(\gamma_{m1}d) & 0 & 0 \\ 0 & Z_{C\beta} \sinh(\gamma_{\beta}d) & 0 \\ 0 & 0 & Z_{Cm2} \sinh(\gamma_{m2}d) \end{bmatrix} \quad (114)$$

$$[\theta_3] = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{Cm1}} \sinh(\gamma_{m1}d) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_{C\beta}} \sinh(\gamma_{\beta}d) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_{Cm2}} \sinh(\gamma_{m2}d) \end{bmatrix} \quad (115)$$

Nas equações (113)-(115), verifica-se que as funções de propagação, γ_{m1} , γ_{m2} e γ_{β} e as impedâncias características, Z_{Cm1} , Z_{Cm2} e $Z_{C\beta}$ são conhecidas e são funções dos parâmetros da linha trifásica. O cálculo desses elementos é mostrado no apêndice B deste trabalho.

Nas equações (111) e (112), pode-se estabelecer uma relação explícita entre as grandezas (correntes e tensões) modais e as grandezas de fase da linha trifásica (CARVALHO; KUROKAWA; PISSOLATO, 2012):

$$[E_m] = [M_I][V] \quad (116)$$

$$[I_m] = [M_V][I_f] \quad (117)$$

onde:

$$[M_I] = \begin{bmatrix} \left(\frac{2T_{11}}{\sqrt{6}} + \frac{T_{21}}{\sqrt{3}} \right) & \left(\frac{T_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{11}}{\sqrt{6}} \right) & \left(\frac{T_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{11}}{\sqrt{6}} \right) \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \left(\frac{2T_{12}}{\sqrt{6}} + \frac{T_{22}}{\sqrt{3}} \right) & \left(\frac{T_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{12}}{\sqrt{6}} \right) & \left(\frac{T_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{12}}{\sqrt{6}} \right) \end{bmatrix} \quad (118)$$

$$[M_V] = \begin{bmatrix} \left(\frac{2X_{11}}{\sqrt{6}} + \frac{X_{21}}{\sqrt{3}} \right) & \left(\frac{X_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{11}}{\sqrt{6}} \right) & \left(\frac{X_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{11}}{\sqrt{6}} \right) \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \left(\frac{2X_{12}}{\sqrt{6}} + \frac{X_{22}}{\sqrt{3}} \right) & \left(\frac{X_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{12}}{\sqrt{6}} \right) & \left(\frac{X_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{12}}{\sqrt{6}} \right) \end{bmatrix} \quad (119)$$

Na equação (118), T_{11} , T_{12} , T_{21} e T_{22} são os elementos da matriz de transformação $[T_{\alpha 0}]$ e na equação (119), X_{11} , X_{12} , X_{21} e X_{22} são os elementos da matriz $[T_{\alpha 0}]^{-1}$.

Portanto, os elementos das matrizes $[M_I]$ e $[M_V]$ são conhecidos e obtidos em funções dos parâmetros da linha trifásica.

Substituindo nas equações (111) e (112) as equações (116) e (117), têm-se:

$$[M_I][V_A] = [\theta_1][M_I][V_B] - [\theta_2][M_V][I_{fB}] \quad (120)$$

$$[M_V][I_{fA}] = -[\theta_1][M_V][I_{fB}] + [\theta_3][M_I][V_B] \quad (121)$$

Manipulando as expressões (120) e (121), obtêm-se:

$$[V_A] = [M_I]^{-1}[\theta_1][M_I][V_B] - [M_I]^{-1}[\theta_2][M_V][I_{fB}] \quad (122)$$

$$[I_{fA}] = [M_V]^{-1}[\theta_3][M_I][V_B] - [M_V]^{-1}[\theta_1][M_V][I_{fB}] \quad (123)$$

As equações (122) e (123) podem ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} V_A \\ I_{fA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [N_1] & [N_2] \\ [N_3] & [N_4] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_B \\ I_{fB} \end{bmatrix} \quad (124)$$

onde:

$$[N_1] = [M_I]^{-1} [\theta_1] [M_I] \quad (125)$$

$$[N_2] = -[M_I]^{-1} [\theta_2] [M_V] \quad (126)$$

$$[N_3] = [M_V]^{-1} [\theta_3] [M_I] \quad (127)$$

$$[N_4] = -[M_V]^{-1} [\theta_1] [M_V] \quad (128)$$

Depois que as matrizes $[N_1]$, $[N_2]$, $[N_3]$ e $[N_4]$ são obtidas, a equação (124) é usada para calcular as correntes e tensões nos terminais da linha trifásica. Essas matrizes são obtidas analiticamente em função dos elementos das matrizes $[Z]$ e $[Y]$.

A matriz (124) pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} V_{A1} \\ V_{A2} \\ V_{A3} \\ I_{fA1} \\ I_{fA2} \\ I_{fA3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{111} & N_{112} & N_{113} & N_{211} & N_{212} & N_{213} \\ N_{121} & N_{122} & N_{123} & N_{221} & N_{222} & N_{223} \\ N_{131} & N_{132} & N_{133} & N_{231} & N_{232} & N_{233} \\ \hline N_{311} & N_{312} & N_{313} & N_{411} & N_{412} & N_{413} \\ N_{321} & N_{322} & N_{323} & N_{421} & N_{422} & N_{423} \\ N_{331} & N_{332} & N_{333} & N_{431} & N_{432} & N_{433} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{B1} \\ V_{B2} \\ V_{B3} \\ I_{fB1} \\ I_{fB2} \\ I_{fB3} \end{bmatrix} \quad (129)$$

Usando (129) é possível obter as correntes e tensões para qualquer configuração da linha trifásica mostrada na Figura 9.

4.4 Conclusão

Este capítulo apresentou o desenvolvimento de um modelo analítico diretamente nas fases de uma linha de transmissão trifásica não transposta com um plano de simetria vertical.

Devido às características físicas dessa linha, a mesma pode ser representada por meio de um sistema constituído por uma linha monofásica e uma linha bifásica. Nesse processo de representação, a linha trifásica é decomposta utilizando duas matrizes de transformação: a primeira é a matriz de Clarke e a segunda, uma matriz variável na frequência, escrita em função dos parâmetros da linha trifásica.

Com a escolha dessa linha, foi possível obter analiticamente uma matriz de transformação modal adequada à linha bifásica e, conseqüentemente, estabelecer uma relação entre as grandezas de fase e modo da linha trifásica. Como resultado, foram obtidas equações cujos termos presentes são calculados por meio de expressões algébricas não complexas e todos eles são funções dos parâmetros da linha trifásica.

Para verificar o desempenho do modelo obtido, foram realizadas simulações considerando a energização e a incidência de uma descarga atmosférica em uma linha trifásica. Os resultados obtidos serão apresentados no capítulo seguinte.

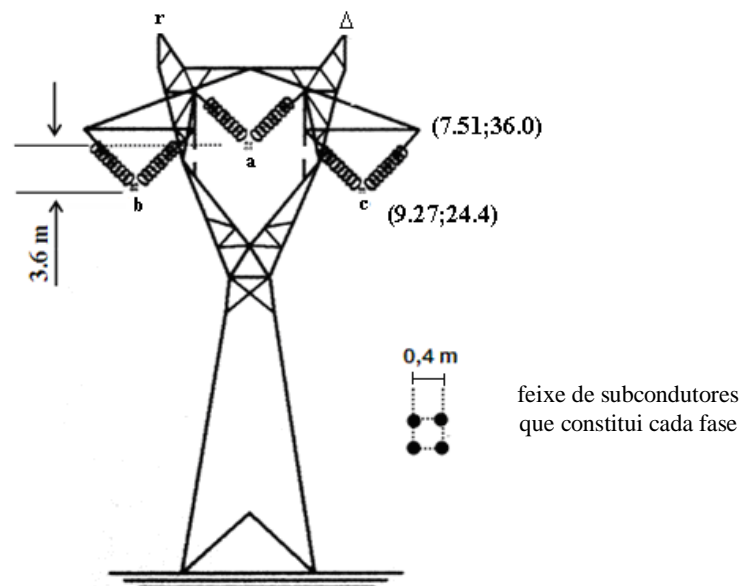
5 VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO

5.1 Introdução

No capítulo 4, foi desenvolvido um modelo analítico para calcular as correntes e tensões de uma linha de transmissão trifásica não idealmente transposta mas com um plano de simetria vertical.

Para verificar o desempenho do modelo proposto, o mesmo foi utilizado para simular as sobretensões, resultantes da energização e da incidência de descarga atmosférica em uma linha trifásica de 440 kV do tipo mostrada na Figura 15.

Figura 15 - Silhueta da estrutura de uma linha de transmissão trifásica de 440 kV



Fonte: Elaboração da própria autora

Na estrutura mostrada na Figura 15, cada uma das fases é constituída de condutores múltiplos cujos subcondutores são do tipo Grosbeak. A estrutura possui dois cabos pára-raios do tipo EHSW-3/8". Considerou-se a resistividade do solo igual a 1000 Ω .m.

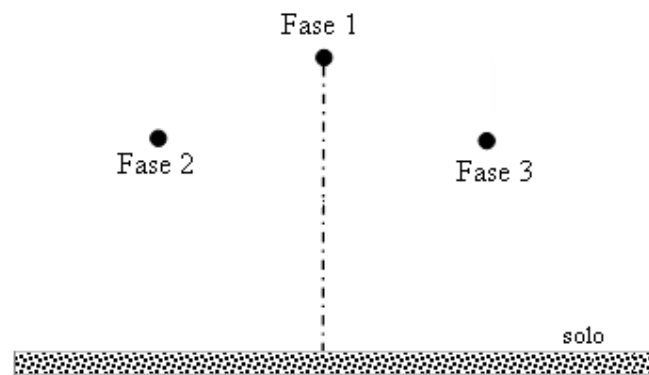
Os parâmetros longitudinais e transversais da linha foram calculados levando em consideração os efeitos do solo e pelicular (DOMMEL, 1996; MARTI, 1983). Considerou-se que

a condutância da linha é nula e os elementos da matriz de capacitância constantes (MARTINEZ; GUSTAVSEN; DURBAK, 2005)

No apêndice C será mostrado o comportamento dos parâmetros longitudinais e transversais utilizados nas simulações dos resultados.

Considerou-se também, que os cabos pára-raios foram rebatidos nas fases da linha (KUROKAWA et al., 2005). Desse modo, a estrutura mostrada na Figura 15 pode ser representada como sendo:

Figura 16 - Linha trifásica equivalente sem os cabos pára-raios



Fonte: Elaboração da própria autora

Os resultados obtidos com o modelo analítico foram comparados aos resultados obtidos com o modelo clássico descrito no capítulo 2.

Todas as comparações foram realizadas considerando as linhas com comprimentos iguais a 100 km e 500 km em uma faixa de frequência compreendida entre 10^2 Hz e 10^5 Hz e 10^2 Hz e 5×10^4 Hz, respectivamente. Todas as simulações foram desenvolvidas no software Matlab®.

Foi realizada uma análise do erro absoluto entre os resultados obtidos com ambos modelos. As simulações serão apresentadas no apêndice D deste trabalho.

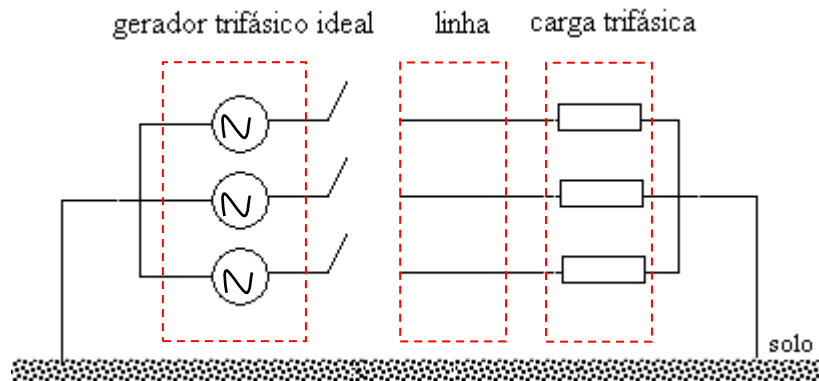
5.2 Desempenho do modelo proposto em simulações de transitórios resultantes da energização da linha

Para simular as tensões e correntes durante a energização da linha, considerou-se o circuito mostrado na Figura 17.

Na Figura 17, a linha de 440 kV é energizada por um gerador trifásico ideal, com frequência de 60 Hz.

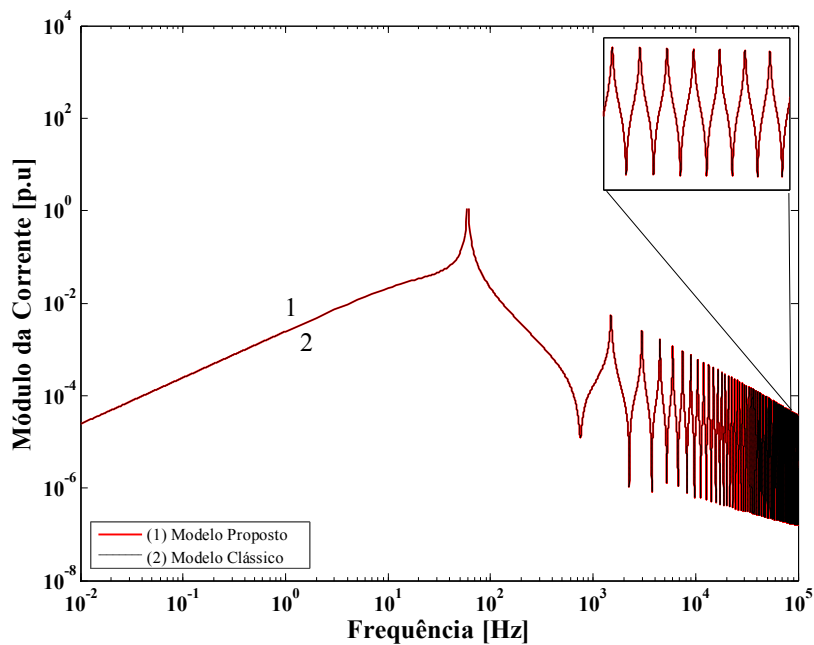
Foram realizadas simulações considerando linhas de 100 km e 500 km alimentando cargas trifásicas com impedância por fase de 10Ω e 1000Ω .

Figura 17 – Energização da linha trifásica



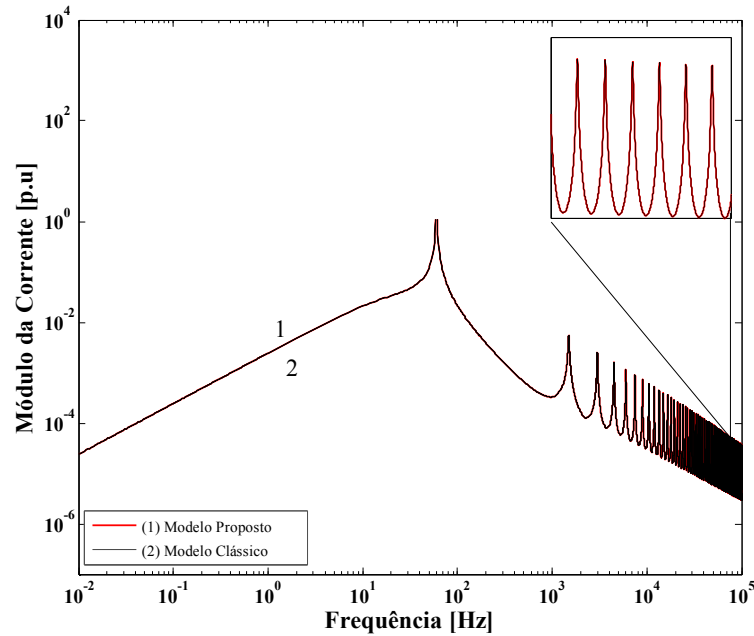
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 18 - Módulo da corrente no terminal emissor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



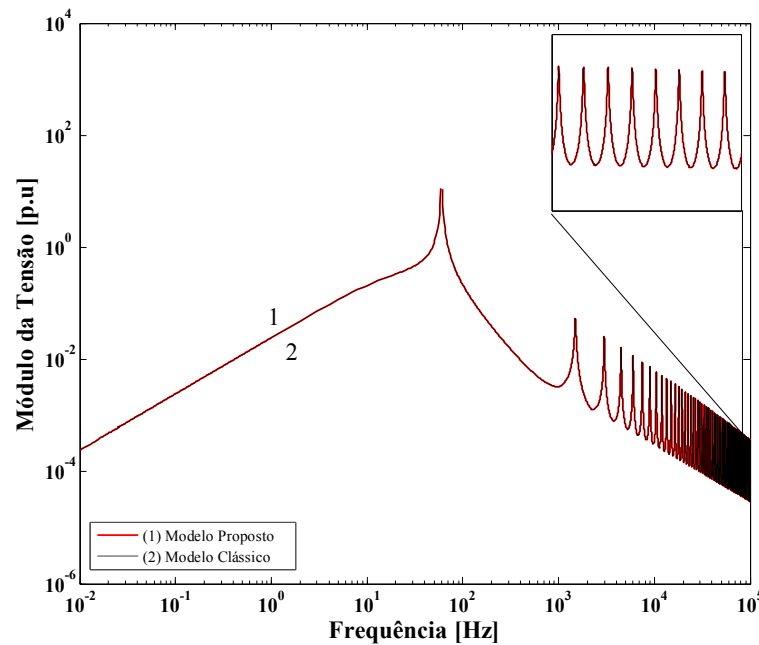
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 19 - Módulo da corrente no terminal receptor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



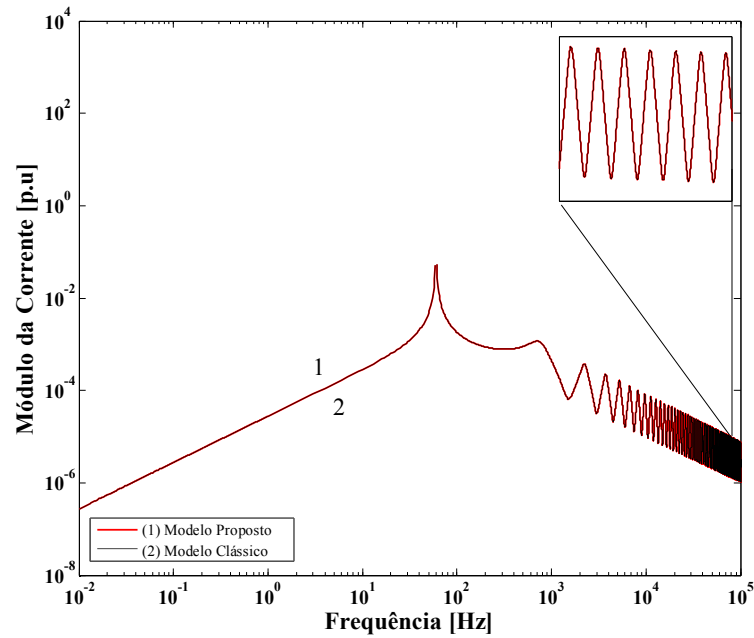
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 20 - Módulo da tensão no terminal receptor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



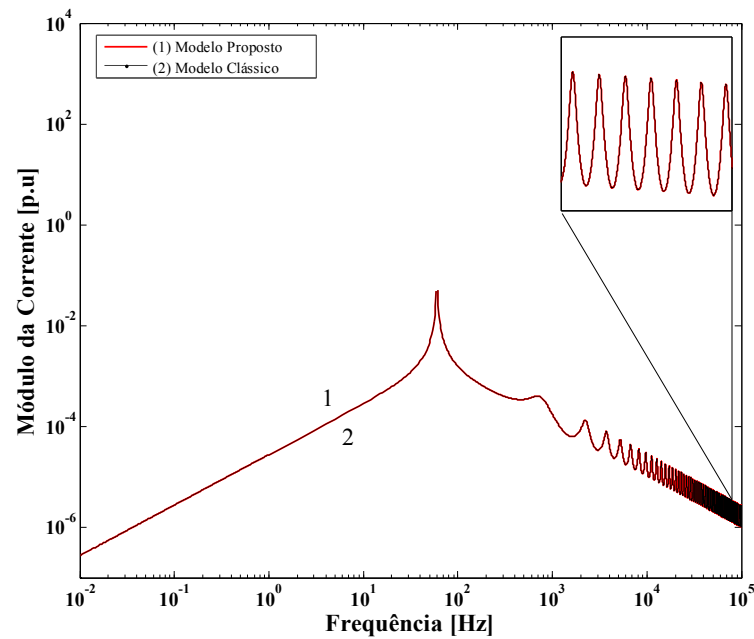
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 21 - Módulo da corrente no terminal emissor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



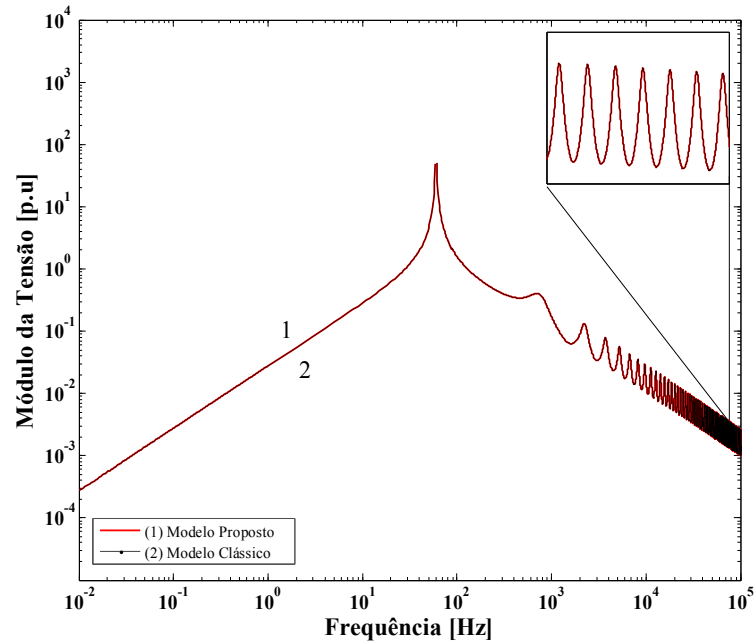
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 22 - Módulo da corrente no terminal receptor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



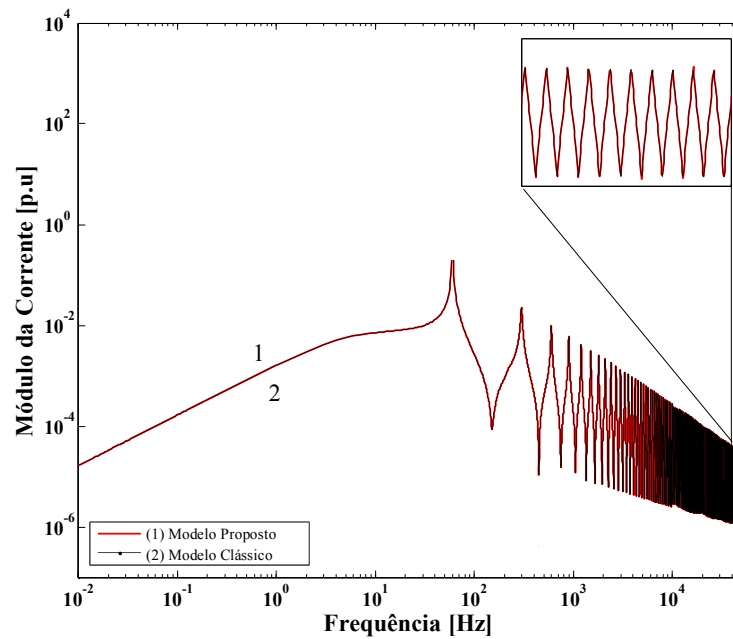
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 23 - Módulo da tensão no terminal receptor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



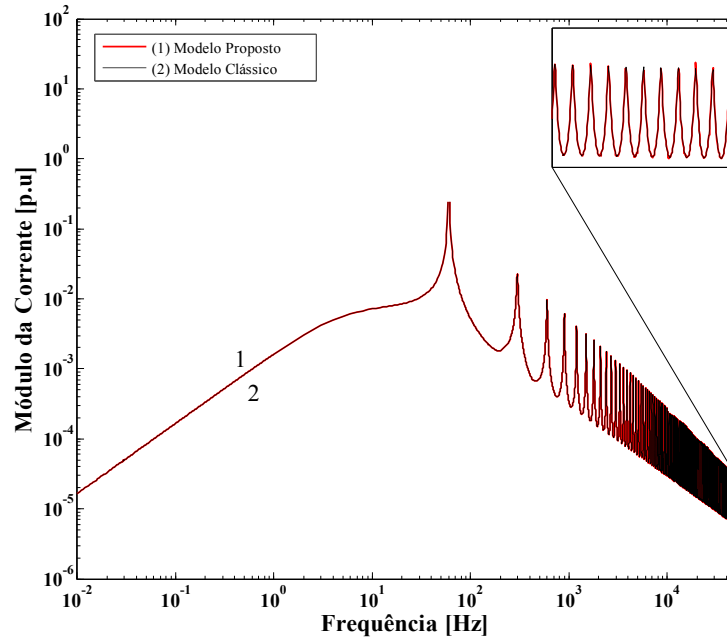
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 24 - Módulo da corrente no terminal emissor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



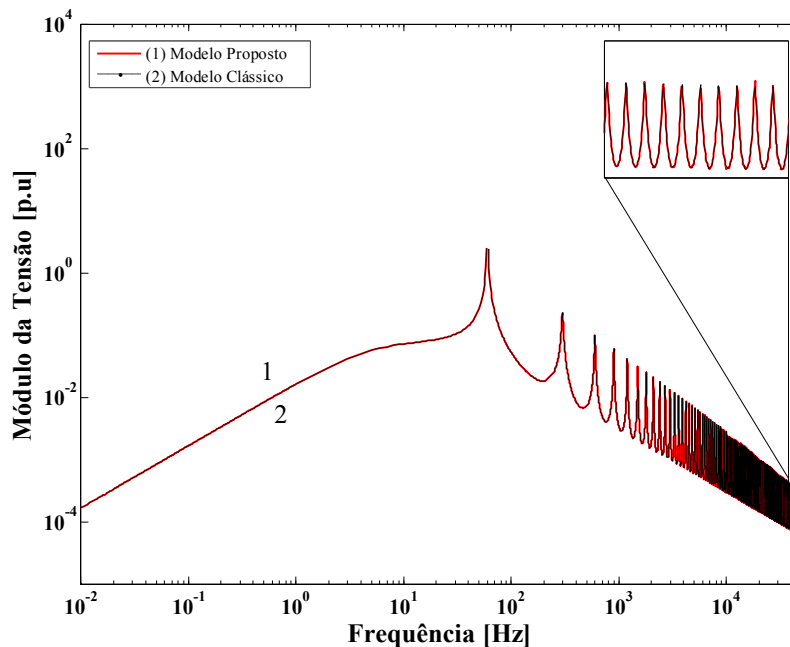
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 25 - Módulo da corrente no terminal receptor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



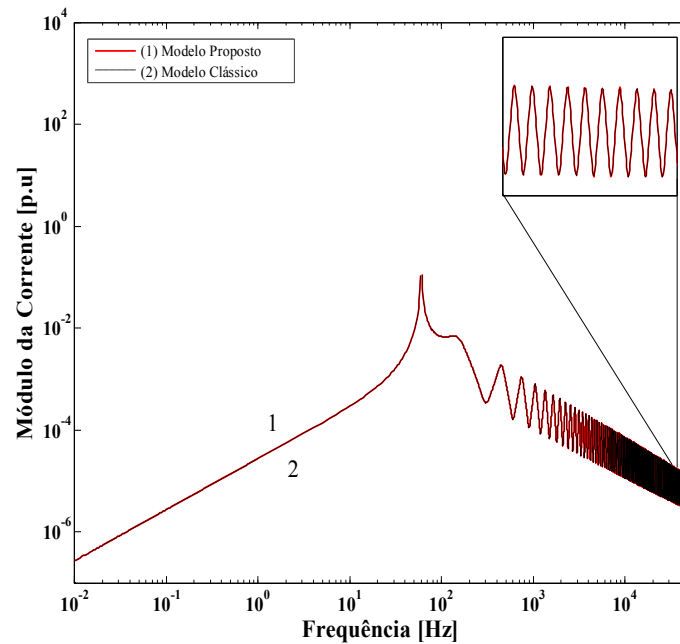
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 26 - Módulo da tensão no terminal receptor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



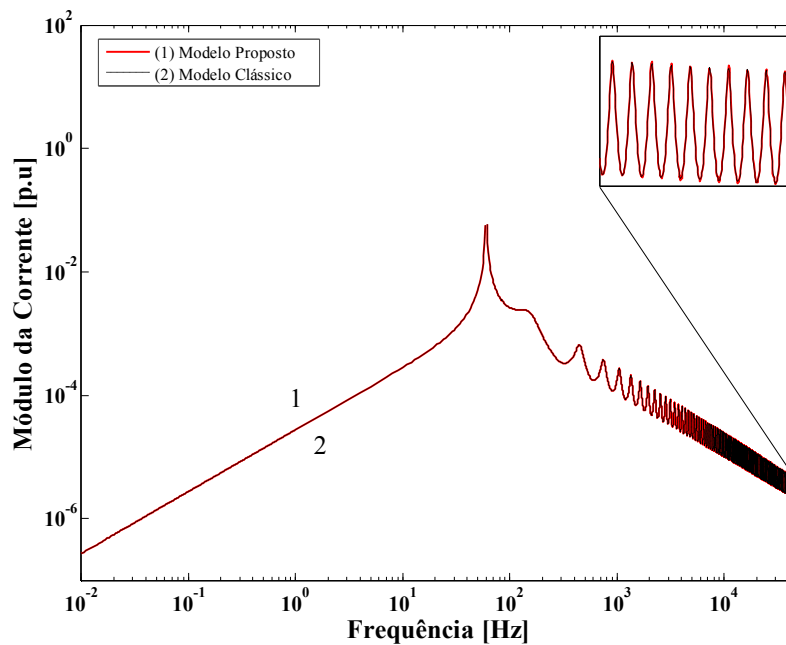
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 27 - Módulo da corrente no terminal emissor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



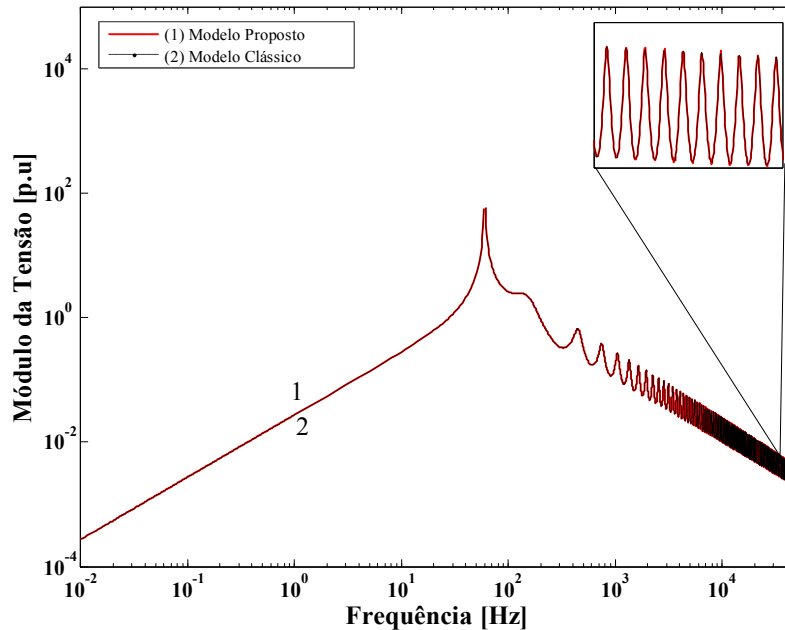
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 28 - Módulo da corrente no terminal receptor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 29 - Módulo da tensão no terminal receptor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



Fonte: Elaboração da própria autora

Todas as simulações realizadas mostram que os resultados obtidos com o modelo clássico e proposto são coincidentes.

Também foram realizadas simulações considerando as fases 2 e 3 da linha e os resultados são coerentes aos resultados apresentados para a fase 1.

5.3 Desempenho do modelo proposto em simulações de transitórios resultantes da incidência de descarga atmosféricas

Para simular a incidência de uma descarga atmosférica considerou-se o circuito mostrado na Figura 30. Essa configuração foi escolhida por ser uma configuração típica na análise do desempenho de modelos de linhas de transmissão (GUSTAVSEN; SENLYEN, 1998).

Na Figura 30, considerou-se uma linha trifásica com uma carga trifásica conectada em seus terminais. No emissor dessa linha, considerou-se a incidência de uma descarga atmosférica que foi representada de acordo com as descrições técnicas obtidas junto à International Electrotechnical Commission (IEC/60060-1, 2010), por uma função do tipo dupla exponencial que no domínio da frequência é escrita como sendo:

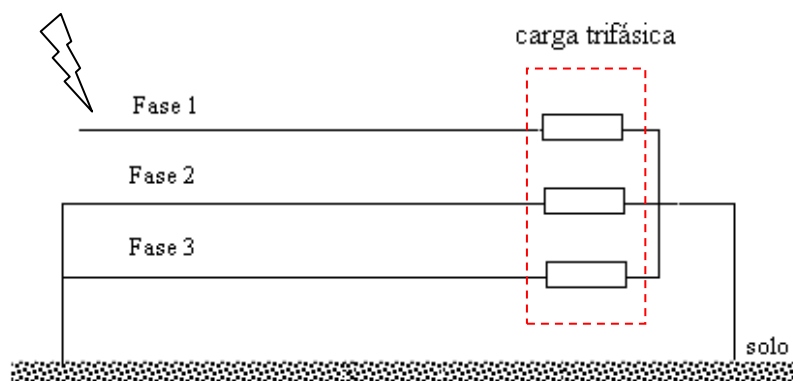
$$V(s) = V_0 \left(\frac{1}{s+a} - \frac{1}{s+b} \right) \quad (130)$$

onde:

$$a = 0.141 \times 10^6 \text{ e } b = 5.300 \times 10^7;$$

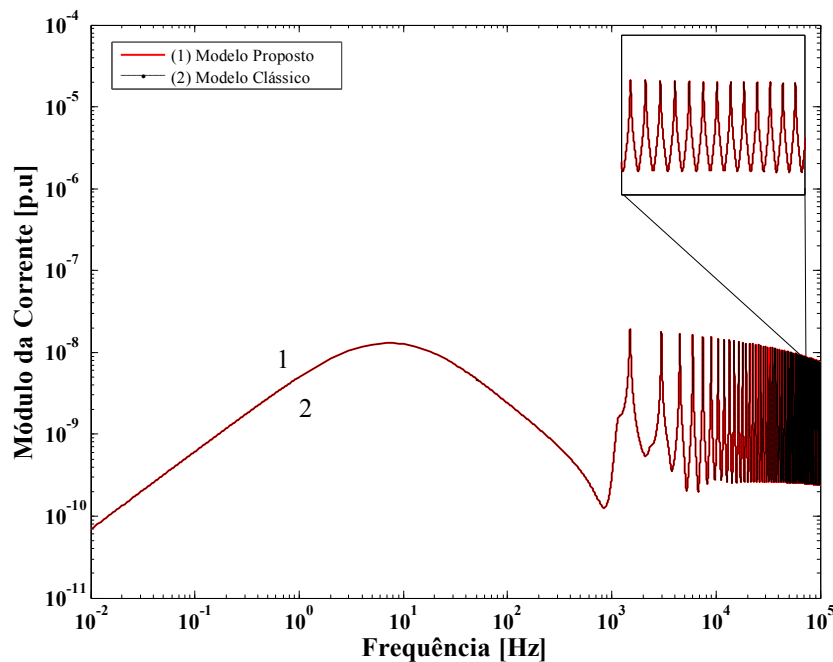
V_0 - fonte de tensão aplicada no terminal emissor e $s = 2\pi f$, sendo f o valor da frequência.

Figura 30 – Incidência de uma descarga atmosférica na linha trifásica.



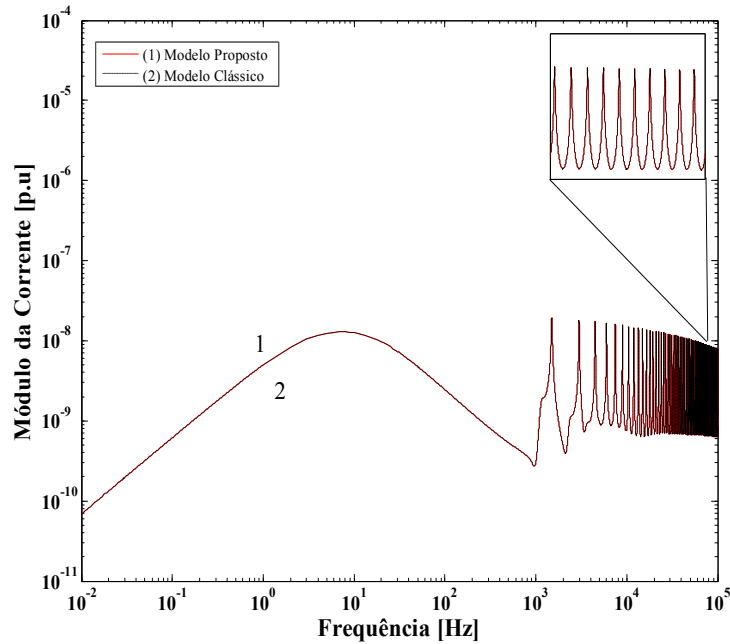
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 31 - Módulo da corrente no terminal emissor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



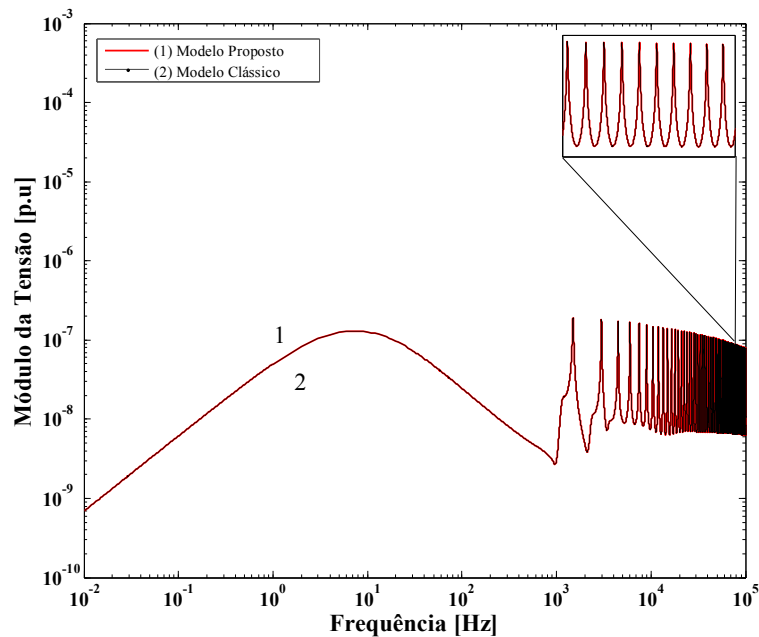
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 32 - Módulo da corrente no terminal receptor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



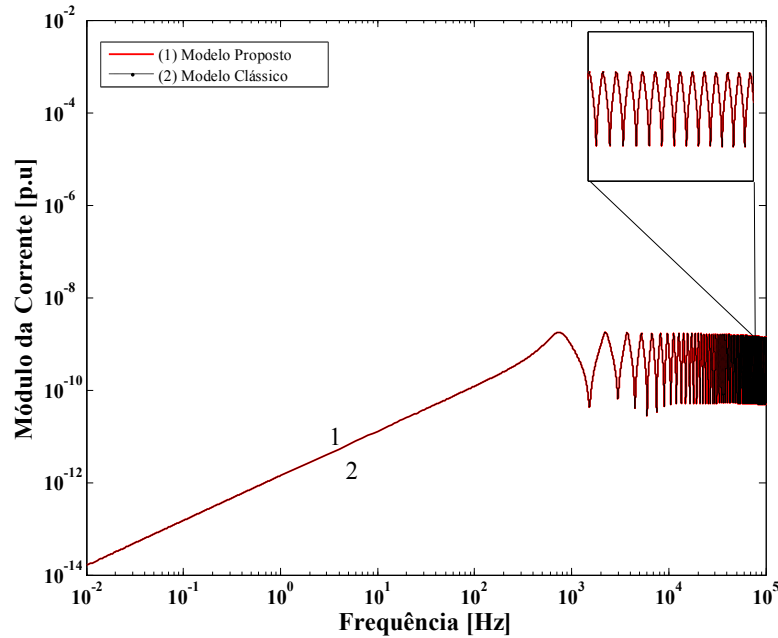
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 33 - Módulo da tensão no terminal receptor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



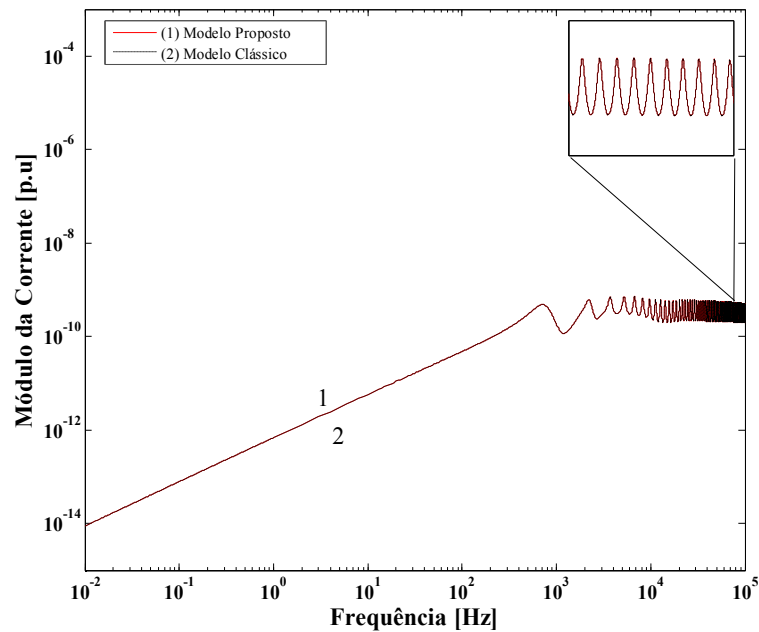
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 34 - Módulo da corrente no terminal emissor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



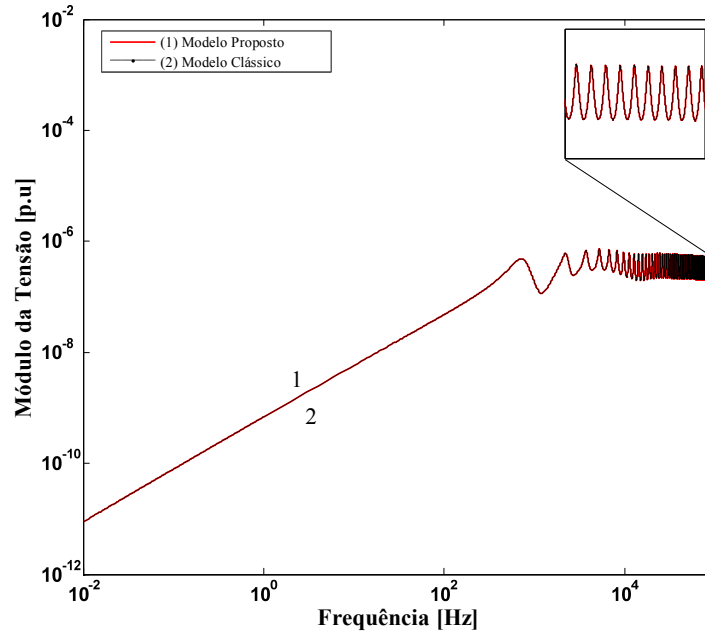
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 35 - Módulo da corrente no terminal receptor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



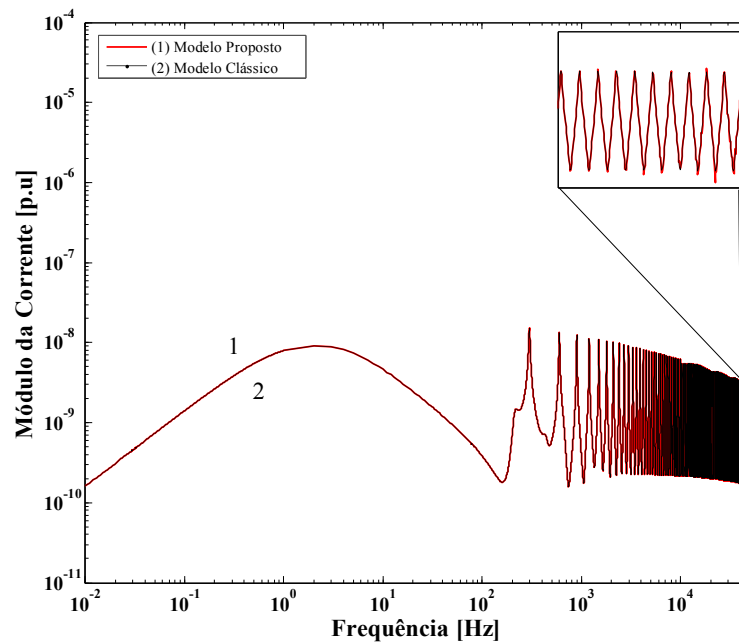
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 36 - Módulo da tensão no terminal receptor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



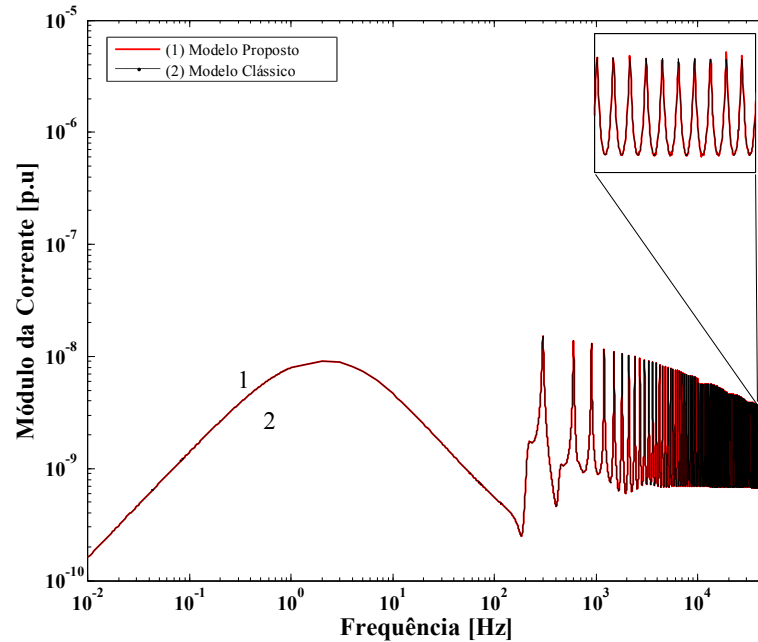
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 37 - Módulo da corrente no terminal emissor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



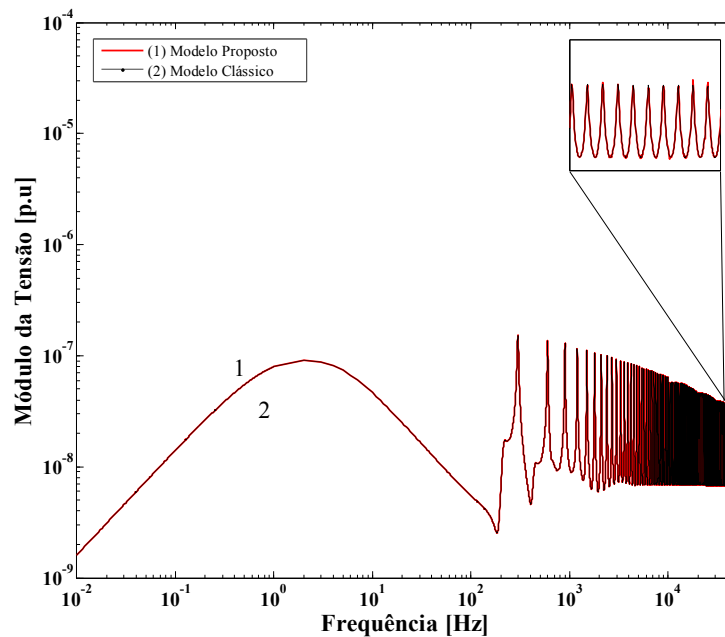
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 38 - Módulo da corrente no terminal receptor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



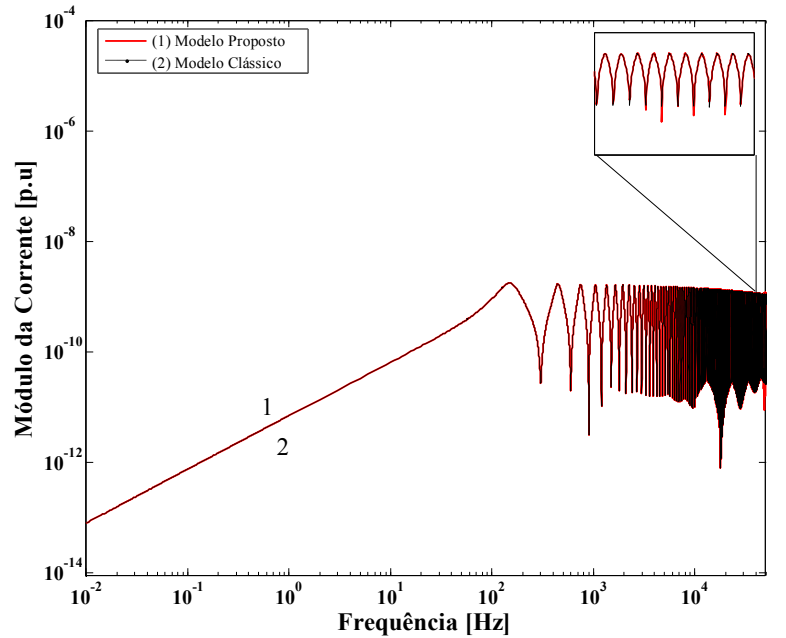
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 39 - Módulo da tensão no terminal receptor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



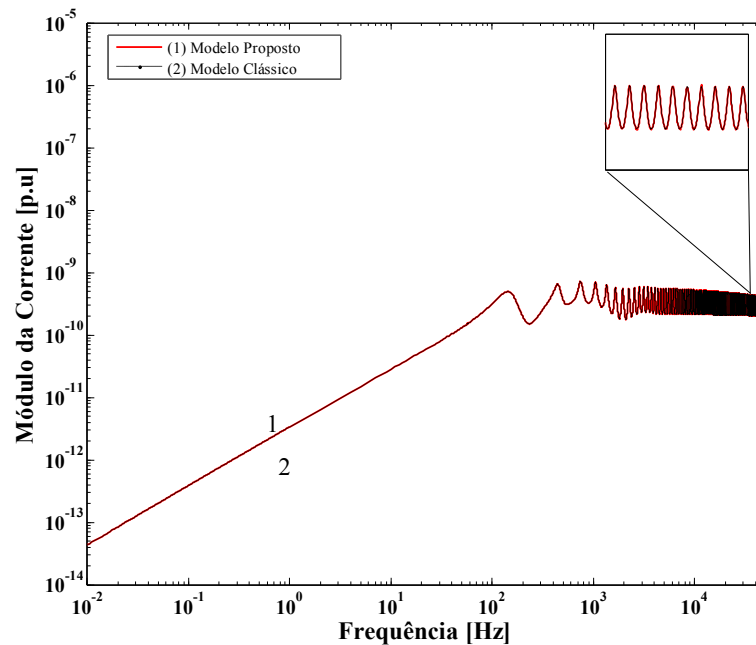
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 40 - Módulo da corrente no terminal emissor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



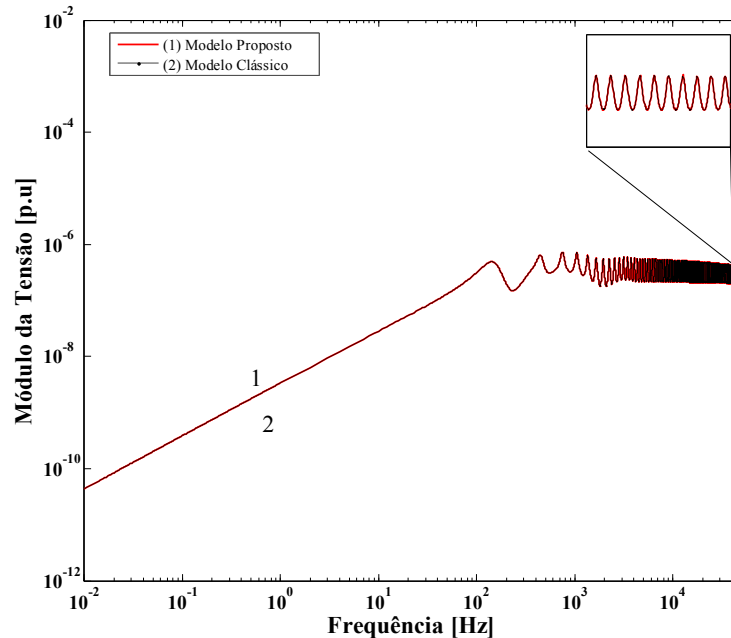
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 41 - Módulo da corrente no terminal receptor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 42 - Módulo da tensão no terminal receptor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



Fonte: Elaboração da própria autora

Todas as simulações realizadas mostram que os resultados obtidos com o modelo clássico e proposto são coincidentes.

Também foram realizadas simulações considerando as fases 1 e 3 da linha e os resultados são coerentes aos resultados apresentados para a fase 2.

5.4 Conclusão

Neste capítulo foi feita a verificação do desempenho do modelo proposto.

Para isso, os resultados obtidos com o modelo analítico proposto foram comparados aos resultados obtidos com um modelo clássico.

A análise considerou os parâmetros de uma linha trifásica de 440 kV e as simulações das sobretensões resultantes da energização e da incidência de descarga atmosférica.

Considerou-se a linha com comprimentos iguais a 100 km e 500 km, em uma faixa de frequência compreendida entre 10^2 Hz e 10^5 Hz e 10^2 Hz e 5×10^4 Hz, respectivamente. As simulações foram realizadas no software Matlab®.

Todos os resultados obtidos por meio do modelo proposto apresentam o mesmo comportamento que os resultados obtidos por meio do modelo clássico.

Portanto, o modelo analítico apresentado no capítulo 4 é eficiente e pode ser utilizado como um modelo alternativo no cálculo das correntes e tensões da linha trifásica.

CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi apresentado um modelo analítico de uma linha de transmissão trifásica desenvolvido diretamente no domínio das fases.

Para a obtenção desse modelo foi feito, inicialmente, um estudo a respeito da solução para as equações diferenciais de uma linha de transmissão. Verificou-se que ao contrário do que ocorre em linhas monofásicas, não existe um modelo que descreve o comportamento das correntes e tensões no domínio das fases. Isso ocorre, devido ao fato de que a matriz de transformação que decompõe a linha em seus modos de propagação, na representação modal, é obtida, geralmente, por meio de métodos numéricos. Sendo assim, foi desenvolvida uma relação explícita entre a matriz de transformação e os parâmetros longitudinais e transversais da linha. Essa relação deu início ao desenvolvimento do modelo analítico.

Durante o desenvolvimento do modelo, verificou-se que, para linhas polifásicas, a obtenção analítica da matriz de transformação depende da solução de um polinômio de grau n , que não é conhecida. Nesse caso, a linha de transmissão cujo cálculo analítico da matriz de transformação é relativamente fácil, é uma linha bifásica, na qual a maior dificuldade é a obtenção das raízes de um polinômio de grau 2.

Para aplicar o modelo em linhas trifásicas, considerou-se uma linha trifásica sem transposição e com um plano de simetria vertical. Essa configuração da linha permite representá-la como sendo uma linha monofásica e uma linha bifásica. No processo de decomposição dessa linha, são utilizadas duas matrizes de transformação: a primeira é a matriz de Clarke que separa a linha nas componentes α , β e zero e a segunda é uma matriz que desacopla as componentes α e zero.

A matriz de transformação que decompõe a linha bifásica foi obtida analiticamente, em função dos parâmetros da linha trifásica e, a partir dessa relação, as equações de correntes e tensões de fase da linha bifásica foram desenvolvidas.

Obtidas as grandezas (correntes e tensões) modais da linha trifásica, o próximo passo foi convertê-las para o domínio das fases. O processo de conversão foi realizado, inicialmente,

agrupando as grandezas modais e, por meio de manipulações algébricas, foram obtidas as equações de correntes e tensões de fase da linha trifásica. Essas equações são facilmente manipuladas e todos os termos são funções das matrizes de impedâncias e admitâncias da linha trifásica.

A validação do modelo proposto deu-se por meio de comparações de resultados de simulações de transitórios resultantes da energização e da incidência de descarga atmosférica na linha.

Todas as simulações realizadas mostram que os resultados obtidos com o modelo clássico e proposto são coincidentes.

Logo, o modelo analítico proposto mostrou-se eficiente no cálculo das correntes e tensões de uma linha trifásica.

As principais vantagens de um modelo analítico para linhas de transmissão de energia elétrica estão listadas a seguir.

- esse modelo é desenvolvido diretamente no domínio das fases, o que permite que as correntes e tensões sejam obtidas em qualquer situação de análise da linha (por exemplo, na análise da linha considerando a mesma com curto-circuito em fase-terra ou fase-fase), o que não pode ser feito tão facilmente na técnica de decomposição modal;
- as equações que descrevem esse modelo não exigem, por parte do usuário, o conhecimento de conceitos matemáticos complexos (como, por exemplo, os conceitos de autovetores e autovalores que são fundamentais no modelo modal);
- todos os termos presentes nas equações que representam esse modelo são funções, unicamente, dos parâmetros $[Z]$ e $[Y]$, sendo que a análise dessas funções poderá resultar em conhecimentos úteis que passam a ser utilizados na tentativa de se obter um modelo no domínio do tempo;

Acredita-se que a análise das matrizes, que dão suporte ao modelo, e a validação do modelo no domínio do tempo possa dar origem, futuramente, a um modelo de linha de transmissão desenvolvido diretamente no domínio do tempo.

A análise dessas matrizes será feita em trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

BRANIN JUNIOR, F. H. Transient analysis of lossless transmission lines. **Proceedings of the IEEE**, New York, v. 55, n. 11, p. 2012-2013, nov. 1967.

BUDNER, A. Introduction of frequency-dependent line parameters into an electromagnetic transients program. **IEEE Trans. Power App. And Systems**, New York, v. PAS-89, n. 1, p. 88-97, jan. 1970.

CARVALHO, C. G.; SOUZA JUNIOR, N. V.; KUROKAWA, S.; PISSOLATO, J. Representation of transmission lines in modal domain using analytical transformation matrices. In: TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION: LATIN AMERICA (T&D-LA), 2010, São Paulo. **Proceeding...** São Paulo: Tec Art Editora, 2010. p. 50-56.

CARVALHO, C. G.; KUROKAWA, S.; PISSOLATO, J. An analytical model for three-phase transmission lines developed directly in the phase domain. In: Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America (T&D-LA), 6., 2012, Montevideo. **Proceeding...** Montevideo: IEEE PES T&D LA, 2012. p. 1-8.

Carson J. R. Wave propagation in overhead wires with ground return. **Bell System Tech. Journal**, New York, v. 5, p. 539-554, 1926.

CHEN, C. T. **Linear system theory and design**. New York: Oxford University Press, 1999. p. 44-85.

CHIPMAN, R. A. **Teoria e problemas de linhas de transmissão**. São Paulo: McGraw-Hill, 1972.

COSTA E. C. M.; KUROKAWA S.; PISSOLATO J.; PRADO A. J.; BOVOLATO L. F. Parâmetros discretos e distribuídos para o estudo de transitórios eletromagnéticos. In CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA - CBA, 18., 2010, Bonito. **Anais ...** Bonito: CBA/2010, 2010. p. 3911-3916.

COSTA, E. C. M. **Proposta de uma metodologia aprimorada para modelagem de linhas de transmissão no espaço de estados.** 2013. 91 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2013.

DÁVILA M.; NAREDO J. L.; MORENO P.; GUTIÉRREZ J. A. The effects of non-uniformities and frequency dependence of line parameters on electromagnetic surge propagation. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Oxford, v. 28, n. 3, p. 151-157, 2006.

DAY S. J.; MULLINEUX N.; REED J. R. Developments in obtaining transient response using Fourier transforms. Part I: gibbs phenomena and Fourier integrals. **International Journal of Electrical Engineering Education**, Manchester, v. 3, p. 501-506, 1965.

DOMMEL H. W. Digital computer solution of electromagnetic transients in single- and multiphase networks. **IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-88, n. 4, p. 388-399, 1969.

DOMMEL, H.W. **EMTP theory book**, 2. ed. Vancouver: Microtan Power System Analysis Corporation, 1996.

FARIA, J. A. B.; BRICEÑO, J. H. On the modal analysis of asymmetrical three-phase transmission lines using standard transformation matrices. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 12, n. 4, p. 1760-1765, oct. 1997.

FUCHS, R. D. **Transmissão de energia elétrica**: linhas aéreas; teoria das linhas em regime permanente. 2ª ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1979.

GÓMEZ P.; URIBE F. A. The numerical Laplace transform: an accurate technique for analyzing of electromagnetic transients on power system devices. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Oxford, v. 31, n. 2-3, p. 116-123, 2008.

GREENWOOD, A. **Electrical transients in power systems**. New York: John Wiley & Sons, 1977.

GUSTAVSEN, B.; SEMLYEN, A. Combined phase and modal domain calculation of transmission transients based on vector fitting. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 13, n. 2, p. 596-604, April 1998.

GUSTAVSEN B.; SEMLYEN A. A rational approximation of frequency domain responses by vector fitting. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 4, n. 3, p. 1052-1061, 1999.

GUSTAVSEN, B.; NORDSTROM, J. Pole identification for the universal line model based on trace fitting. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v.33, n. 1, jan. p. 472-479, 2008.

GUTIÉRREZ, J. A.; MORENO, P.; NAREDO, J. L.; GUTIÉRREZ, J. C. Fast transients analysis of nonuniform transmission lines through the method of characteristics. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Oxford, v. 24, n. 9, p. 781-788, 2002.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION- IEC 60060-1. **High-voltage test techniques – part 1**: general definitions and test requirements. 3. ed. Geneva: IEC 2006, 2010.

KUROKAWA, S.; PISSOLATO FILHO, J.; TAVARES, M. C.; PORTELA, C. M.; PRADO, A. J. Behavior of overhead transmission line parameters on the presence of ground wires. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 20, n. 2, p. 1669-1676, apr. 2005.

KUROKAWA, S.; DALTIM, R. S.; PRADO, A. J. ; PISSOLATO, J. An alternative modal representation of a symmetrical non-transposed three-phase transmission line. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 22, n. 1, p. 500-501, feb. 2007.

KUROKAWA, S.; YAMANAKA, F. N. R.; PRADO, A. J.; BOVOLATO, L. F.; PISSOLATO, J. Representação de linhas de transmissão por meio de variáveis de estado levando em consideração o efeito da frequência sobre os parâmetros longitudinais. **Revista Controle & Automação**, Natal, v. 18, n. 3, p. 337-346, 2007.

KUROKAWA, S.; PRADO, A. J. ; PISSOLATO, J.; BOVOLATO, L. F.; DALTIM, R. S. Alternative proposal for modal representation of a non-transposed three-phase transmission line with a vertical symmetry plane. **IEEE Latin America Transactions**, Região 9, v. 7, n. 2, p. 182-189, jun. 2009.

KUROKAWA, S.; YAMANAKA, F. N. R.; PRADO, A. J.; PISSOLATO J. Inclusion of the frequency effect in the lumped parameters transmission line model: state space formulation. **Electric Power Systems Research**, Lausanne, v. 79, n. 7, p. 1155-1163, 2009.

LIPSCHUTZ, S. **Álgebra linear**. 2. ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1972. p. 243-273.

MÁCIAS, J. A. R.; EXPÓSITO, A. G.; SOLER, A. B. A Comparison of techniques for state-space transient analysis of transmission lines. **IEEE Transaction Power Delivery**, New York, v. 20, n. 2, p. 894-903, 2005.

MAMIS, M. S.; NACAROGLU A. Transient voltage and current distributions on transmission lines. **IEE Proc. General Transmission and Distribution**, London, v. 149, n. 6, p. 705-712, 2002.

MAMIS, M. S. Computation of electromagnetic transients on transmission lines with nonlinear components. **IEE Proc. General Transmission and Distribution**, London, v. 150, n. 2, p. 200-203, 2003.

MARTI J. R. Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations. **IEEE Transaction Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-101, n. 1, p. 147-155, 1982.

MARTI, L. Simulation of transients in underground cables with frequency-dependent modal transformation matrices. **IEEE Transaction Power Delivery**, New York, v. 3, n. 3, p. 1099-1110, 1988.

MARTI, L. Low-order approximation of transmission line parameters for frequency dependent models. **IEEE Transaction Power App. and Systems**, New York, v. PAS-102, n. 11, p. 3582-3589, nov.1983.

MARTINEZ, J. A.; GUSTAVSEN, B.; DURBAK, D. Parameter determination for modeling system transients-part I: overhead lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 20, n. 3, p 2038-2044, jul. 2005.

MEYER, W. S.; DOMMEL, H. W. Numerical modeling of frequency-dependent transmission-line parameters in an electromagnetic transients program. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-93, n. 5, p. 1401-1409, 1974.

MORENO, P.; GÓMEZ, P.; NAREDO, J. L.; GUARDADO, J. L. Frequency domain transient analysis of electrical networks including non-linear conditions. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Oxford, v. 27, n. 2, p. 139-146, 2005.

MORENO, P.; RAMÍREZ, A. Implementation of the numerical laplace transform: a review. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 23, n. 4, p. 2599-2609, oct. 2008.

MORCHED, A.; GUSTAVSEN, B.; TARTIBI M. A universal model for accurate calculation of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables. **IEEE Transactions Power Delivery**, New York, v. 14, n. 3, p. 1032-1038, 1999.

PORTELA, C.; TAVARES, M. C. Six-phase transmission line – propagation characteristics and new three-phase representation. **IEEE PES Transactions on Power Delivery**, New York, v. 8, n. 3, p. 1470-1483, jul. 1993.

RAMÍREZ, A.; NAREDO, J. L.; MORENO, P.; GUARDADO, L. Electromagnetic transients in overhead lines considering frequency dependence and corona effect via the method of characteristics. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Oxford, v. 23, n. 3, p. 179-188, 2001.

SEMLYEN, A.; DABULEANU, A. Fast and accurate switching transient calculations on transmission lines with ground return using recursive convolutions. **IEEE Transactions Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-94, n. 2, p. 561-571, 1975.

SEMLYEN S. Contributions to the theory of calculation of electromagnetic transients on transmission lines with frequency dependent parameters. **IEEE Transactions Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-100, n. 2, p. 848-856, 1981.

SNELSON, J. K. Propagation of travelling waves on transmission lines: frequency dependent parameters. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-91, n. 1, p. 85-91, 1972.

SOUZA JUNIOR, N. V.; CARVALHO, C. G.; KUROKAWA, S.; PISSOLATO, J.; BOVOLATO, L. F. Um modelo analítico de linhas de transmissão de energia elétrica desenvolvido diretamente no domínio das fases. In: LATIN AMERICAN CONGRESS ON ELECTRICITY GENERATION AND TRANSMISSION – CLAGTEE, 9., 2011, Mar de Plata. **Proceedings...** Guaratinguetá: Departamento Nacional do Livro, 2011. p. 1-8.

SOUZA JUNIOR, N. V.; CARVALHO, C. G.; KUROKAWA, S.; PISSOLATO, A Transmission Line Model Developed Directly in Phase Domain. In: IEEE POWER & ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 2012, San Diego. **Proceedings...** San Diego: IEEE Power and Energy Society General Meeting, 2012. p. 1-7.

SOUZA JUNIOR, N. V.; CARVALHO, C. G.; KUROKAWA, S.; PISSOLATO, J. A transmission line model developed directly in phase domain. **IEEE Latin America Transaction**, Região 9, v. 11, n. 2, p. 713-718, mar. 2013.

SWOKOWSKI, E.W. **Cálculo com geometria analítica**. São Paulo: Makron do Brasil, 1995. v. 2.

TAVARES, M. C.; PISSOLATO, J.; PORTELA, C. M. Mode domain multiphase transmission line model – use in transient studies. **IEEE Transaction on Power Delivery**, New York, v. 14, n. 4, p. 1533-1544, oct. 1999.

TAVARES M. C.; PISSOLATO, J.; PORTELA, C. M. Quasi-modes multiphase transmission line model. **Electric Power Systems Research**, Lausanne, v. 49, n. 3, p. 159-167, 1999.

WEDEPOHL, L. M. Power system transients: errors incurred in the numerical inversion of the laplace transform. In: MIDWEST SYMPOSIUM ON CIRCUITS AND SYSTEMS, 26., 1983, Puebla. 1983. **Proceeding...** Puebla: MWSCAS, 1983. p.174-178.

WEDEPHOL, L. M.; NGUYEN H. V.; IRWIN, G. D. Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using Newton-Raphson method. **IEEE Transaction Power Delivery**, New York, v. 11, n. 3, p. 1538-1546, aug. 1996.

APÊNDICE A: OBTENÇÃO ANALÍTICA DA MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO $[T_{\alpha 0}]$

A.1 Introdução

No capítulo 3, foi desenvolvido um modelo analítico para uma linha de transmissão trifásica não idealmente transposta mas com um plano de simetria vertical.

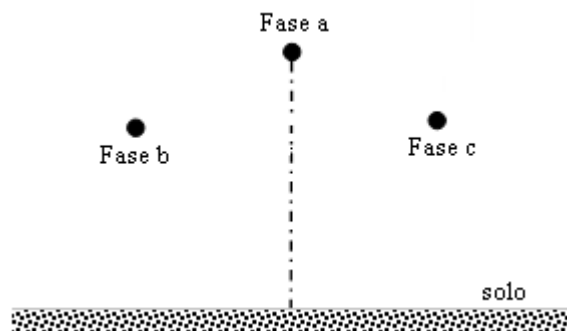
No entanto, para que esse modelo seja considerado um modelo analítico é necessário obter uma relação explícita entre a matriz de transformação e os parâmetros da linha.

Neste apêndice, será apresentado o desenvolvimento analítico da matriz de transformação $[T_{\alpha 0}]$.

A.2 Desenvolvimento analítico da matriz $[T_{\alpha 0}]$

Considere uma linha de transmissão trifásica com um plano de simetria vertical e não idealmente transposta.

Figura 43 – Linha trifásica não transposta com plano de simetria vertical



Fonte: Elaboração da própria autora

As matrizes de impedância longitudinal $[Z]$ e admitância transversal $[Y]$ para essa linha são escritas como (KUROKAWA et al., 2005):

$$[Z] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{12} \\ z_{12} & z_{22} & z_{23} \\ z_{12} & z_{23} & z_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{12} \\ y_{12} & y_{22} & y_{23} \\ y_{12} & y_{23} & y_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

A linha trifásica mostrada na Figura 43 pode ser decomposta em suas componentes α , β e zero por meio das seguintes relações:

$$[Z_{\alpha\beta 0}] = [T_{\text{clarke}}]^t [Z] [T_{\text{clarke}}] \quad (\text{A.3})$$

$$[Y_{\alpha\beta 0}] = [T_{\text{clarke}}]^{-1} [Y] [T_{\text{clarke}}]^{-t} \quad (\text{A.4})$$

Nas equações (A3) e (A4), $[Z_{\alpha\beta 0}]$ e $[Y_{\alpha\beta 0}]$ são, respectivamente, as matrizes de impedância longitudinal e admitância transversal escritas no domínio modal. A matriz $[T_{\text{clarke}}]$ é uma matriz de transformação real e independente da frequência (TAVARES; PISSOLATO; PORTELA, 1999; KUROKAWA et al., 2005).

$$[T_{\text{clarke}}] = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Nas equações (A3) e (A4), as matrizes $[T_{\text{Clarke}}]^t$ e $[T_{\text{Clarke}}]^{-1}$ são, respectivamente, a transposta e a inversa da matriz $[T_{\text{Clarke}}]$ e, $[T_{\text{Clarke}}]^{-t}$ é a inversa da matriz $[T_{\text{Clarke}}]^t$.

Fazendo as devidas manipulações nas equações (A3) e (A4), obtêm-se as seguintes matrizes:

$$[Z_{\alpha\beta 0}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}(2z_{11} - 4z_{12} + z_{22} + z_{23}) & 0 & \frac{\sqrt{2}}{3}(z_{11} + z_{12} - z_{22} - z_{23}) \\ 0 & z_{22} - z_{23} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{3}(z_{11} + z_{12} - z_{22} - z_{23}) & 0 & \frac{1}{3}(z_{11} + 4z_{12}) + \frac{2}{3}(z_{22} + z_{23}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

$$[Y_{\alpha\beta 0}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}(2y_{11} - 4y_{12} + y_{22} + y_{23}) & 0 & \frac{\sqrt{2}}{3}(y_{11} + y_{12} - y_{22} - y_{23}) \\ 0 & y_{22} - y_{23} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{3}(y_{11} + y_{12} - y_{22} - y_{23}) & 0 & \frac{1}{3}(y_{11} + 4y_{12}) + \frac{2}{3}(y_{22} + y_{23}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Verifica-se nas equações (A.6) e (A.7) que a linha trifásica pode ser representada como sendo uma linha monofásica, que corresponde à componente β , e uma linha bifásica, que corresponde às componentes α e zero. A componente β é um modo exato enquanto que as componentes α e zero são acopladas mutuamente e são denominados quase-modos. As componentes α e zero não são acopladas à componente β .

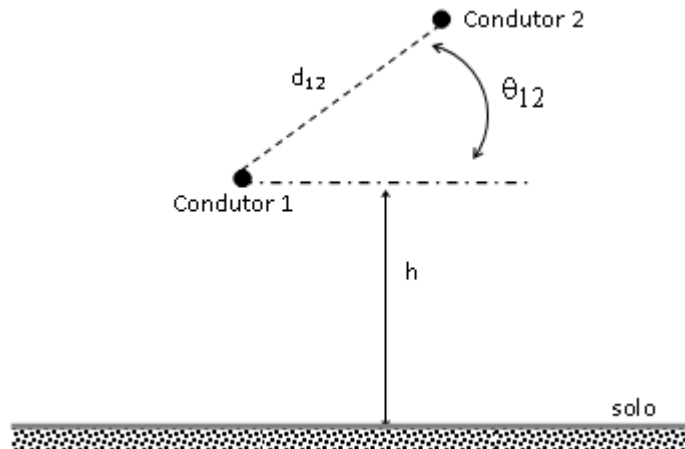
Desse modo, excluindo a componente β nas equações (A.6) e (A.7), obtêm-se as matrizes de impedância e de admitância da linha bifásica, escritas como:

$$[Z_{\alpha 0}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}(2z_{11} - 4z_{12} + z_{22} + z_{23}) & \frac{\sqrt{2}}{3}(z_{11} + z_{12} - z_{22} - z_{23}) \\ \frac{\sqrt{2}}{3}(z_{11} + z_{12} - z_{22} - z_{23}) & \frac{1}{3}(z_{11} + 4z_{12}) + \frac{2}{3}(z_{22} + z_{23}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

$$[Y_{\alpha 0}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}(2y_{11} - 4y_{12} + y_{22} + y_{23}) & \frac{\sqrt{2}}{3}(y_{11} + y_{12} - y_{22} - y_{23}) \\ \frac{\sqrt{2}}{3}(y_{11} + y_{12} - y_{22} - y_{23}) & \frac{1}{3}(y_{11} + 4y_{12}) + \frac{2}{3}(y_{22} + y_{23}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

Observa-se nas equações (A.8) e (A.9) que as matrizes $[Z_{\alpha 0}]$ e $[Y_{\alpha 0}]$ possuem as características das matrizes de impedância longitudinal e de admitância transversal, respectivamente, de uma linha bifásica sem um plano de simetria vertical.

Figura 44 - Representação de uma linha bifásica sem plano de simetria vertical



Fonte: Elaboração da própria autora

Na Figura 44, os condutores 1 e 2 são elementos da linha bifásica que representam as componentes α e zero. O acoplamento entre as componentes α e zero é representado pelo acoplamento entre os condutores 1 e 2. O condutor 1 encontra-se a uma altura genérica h em relação ao solo. Na mesma figura, d_{12} é a distância genérica entre os condutores 1 e 2 e θ_{12} pode assumir quaisquer valores desde que $\theta_{12} \neq 0$ e $\theta_{12} \neq \pi$. Exclui-se os valores π e 0 para o ângulo θ_{12} pelo fato de que com esses valores a linha bifásica seria simétrica e as impedâncias próprias da mesma seriam iguais.

Reescrevendo as equações (A.8) e (A.9), têm-se

$$[Z_{\alpha 0}] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{12} & K_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

$$[Y_{\alpha 0}] = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{12} & W_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

em que:

$$K_{11} = \frac{1}{3}(2z_{11} - 4z_{12} + z_{22} + z_{23}) \quad (\text{A.12})$$

$$K_{12} = \frac{\sqrt{2}}{3}(z_{11} + z_{12} - z_{22} - z_{23}) \quad (\text{A.13})$$

$$K_{22} = \frac{1}{3}(z_{11} + 4z_{12}) + \frac{2}{3}(z_{22} + z_{23}) \quad (\text{A.14})$$

e,

$$W_{11} = \frac{1}{3}(2y_{11} - 4y_{12} + y_{22} + y_{23}) \quad (\text{A.15})$$

$$W_{12} = \frac{\sqrt{2}}{3}(y_{11} + y_{12} - y_{22} - y_{23}) \quad (\text{A.16})$$

$$W_{22} = \frac{1}{3}(y_{11} + 4y_{12}) + \frac{2}{3}(y_{22} + y_{23}) \quad (\text{A.17})$$

Nas equações (A.12)-(A.17), todos os elementos das matrizes $[Z_{\alpha 0}]$ e $[Y_{\alpha 0}]$ são escritos em função dos parâmetros longitudinais e transversais da linha trifásica. Optou-se por representar as matrizes de impedâncias e admitâncias da linha bifásica como nas equações (A.10) e (A.11) para fins de simplificações. Assim, a partir desse ponto, todas as matrizes escritas em função dos parâmetros da linha trifásica, podem ser facilmente reconhecidas.

Para calcular os autovalores do produto matricial $[Y_{\alpha 0}][Z_{\alpha 0}]$ considere a seguinte relação (LIPSCHUTZ, 1972):

$$\det ([S_{\alpha 0}] - \lambda_k [U]) = 0 \quad (\text{A.18})$$

Na expressão (A.18), a matriz $[S_{\alpha 0}]$ é a matriz obtida por meio do produto $[Y_{\alpha 0}][Z_{\alpha 0}]$ e $[U]$ é a matriz identidade de ordem 2.

Desenvolvendo o termo $([S_{\alpha 0}] - \lambda_k [U])$ na expressão (A.18), tem-se:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} - \lambda & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} - \lambda \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

Nessa equação, a matriz $[S]$ é dada por:

$$[S_{\alpha 0}] = \begin{bmatrix} K_{11} W_{11} + K_{12} W_{12} & K_{12} W_{11} + K_{22} W_{12} \\ K_{11} W_{12} + K_{12} W_{22} & K_{12} W_{12} + K_{22} W_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{A.20})$$

Verifica-se na relação (A.20) que a matriz $[S_{\alpha 0}]$ é escrita, unicamente, em função dos parâmetros da linha trifásica.

Substituindo em (A.18), o lado direito da equação (A.19) e calculando o determinante, obtém a seguinte equação:

$$\lambda^2 - \lambda (S_{11} + S_{22}) + (S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}) = 0 \quad (\text{A.21})$$

A equação (A.21) é um polinômio de grau 2 cujas raízes são escritas como sendo:

$$\lambda_1 = \frac{(S_{11} + S_{22}) + \sqrt{S_{11}^2 - 2 S_{11} S_{22} + 4 S_{12} S_{21} + S_{22}^2}}{2} \quad (\text{A.22})$$

$$\lambda_2 = \frac{(S_{11} + S_{22}) - \sqrt{S_{11}^2 - 2 S_{11} S_{22} + 4 S_{12} S_{21} + S_{22}^2}}{2} \quad (\text{A.23})$$

Uma vez que os autovalores são conhecidos é possível obter a matriz $[T_{\alpha 0}]$.

Para isso, considere que a matriz $[T_{\alpha 0}]$ é escrita como:

$$[T_{\alpha 0}] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{A.24})$$

A primeira coluna da matriz $[T_{\alpha 0}]$, que é um vetor que será denominado $[T_{\alpha 01}]$, está relacionada ao autovalor λ_1 por meio da seguinte expressão (WEDEPOHL; NGUYEN; IRWIN, 1996):

$$([S_{\alpha 0}] - \lambda_1 [U])[T_{\alpha 01}] = 0 \quad (\text{A.25})$$

Manipulando a equação (A.25), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} S_{11} - \lambda_1 & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} - \lambda_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

Na equação (A.26), os elementos T_{11} e T_{21} são os elementos da primeira coluna da matriz $[T_{\alpha 0}]$ associados ao autovalor λ_1 .

Desenvolvendo a equação (A.26) e fazendo as devidas manipulações, tem-se a seguinte relação:

$$T_{11} = -\frac{S_{12}}{S_{11} - \lambda_1} T_{21} \quad (\text{A.27})$$

Utilizando a hipótese de que o módulo $[T_{\alpha 01}]$ é unitário, ou seja:

$$T_{11}^2 + T_{21}^2 - 1 = 0 \quad (\text{A.28})$$

O sistema formado pelas equações (A.27) e (A.28) possui uma única solução:

$$T_{11} = -\frac{S_{12}}{\sqrt{(S_{11} - \lambda_1)^2 + S_{12}^2}} \quad (\text{A.29})$$

$$T_{21} = \frac{S_{11} - \lambda_1}{\sqrt{(S_{11} - \lambda_1)^2 + S_{12}^2}} \quad (\text{A.30})$$

A segunda coluna da matriz $[T_{\alpha 0}]$ está relacionada ao autovalor λ_2 por meio da seguinte expressão:

$$([S_{\alpha 0}] - \lambda_2[U])[T_{\alpha 02}] = 0 \quad (\text{A.31})$$

Manipulando a equação (A.31), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} S_{11} - \lambda_2 & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} - \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{12} \\ T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.32})$$

Na equação (A.32), os elementos T_{12} e T_{22} são os elementos da segunda coluna da matriz $[T_{\alpha 0}]$ associados ao autovalor λ_2 .

Desenvolvendo a equação (A.32) e fazendo as devidas manipulações, obtém-se a relação:

$$T_{12} = -\frac{S_{12}}{S_{11} - \lambda_2} T_{22} \quad (\text{A.33})$$

Utilizando a hipótese de que o módulo $[T_{\alpha 02}]$ é unitário, ou seja:

$$T_{12}^2 + T_{22}^2 - 1 = 0 \quad (\text{A.34})$$

O sistema formado pelas equações (A.33) e (A.34), possui uma única solução:

$$T_{12} = -\frac{S_{12}}{\sqrt{(S_{11} - \lambda_2)^2 + S_{12}^2}} \quad (\text{A.35})$$

$$T_{22} = \frac{S_{11} - \lambda_2}{\sqrt{(S_{11} - \lambda_2)^2 + S_{12}^2}} \quad (\text{A.36})$$

Logo, pode-se escrever a matriz $[T_{\alpha 0}]$ como sendo (SOUZA JUNIOR et al., 2013):

$$[T_{\alpha 0}] = \begin{bmatrix} -\frac{S_{12}}{\sqrt{(S_{11} - \lambda_1)^2 + S_{12}^2}} & -\frac{S_{12}}{\sqrt{(S_{11} - \lambda_2)^2 + S_{12}^2}} \\ \frac{S_{11} - \lambda_1}{\sqrt{(S_{11} - \lambda_1)^2 + S_{12}^2}} & \frac{S_{11} - \lambda_2}{\sqrt{(S_{11} - \lambda_2)^2 + S_{12}^2}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.37})$$

Na expressão (A.37), a matriz $[T_{\alpha 0}]$ pode ser obtida analiticamente em função das matrizes $[Z]$ e $[Y]$ da linha trifásica, uma vez que os elementos da matriz $[S_{\alpha 0}]$ são obtidos em função desses parâmetros.

Portanto, conhecida a matriz $[T_{\alpha 0}]$, pode-se escrever analiticamente as relações de correntes e tensões da linha trifásica em função de seus parâmetros.

A.3 Conclusão

Este apêndice apresentou o desenvolvimento analítico da matriz de transformação $[T_{\alpha 0}]$.

Verificou-se que todos os elementos pertencentes a essa matriz são escritos em função dos parâmetros da linha trifásica.

Substituindo os elementos da matriz $[T_{\alpha 0}]$ no modelo proposto é possível obter as relações analíticas para as matrizes $[N_1]$, $[N_2]$, $[N_3]$ e $[N_4]$. Esse processo será apresentado no Apêndice B deste trabalho.

APÊNDICE B: OBTENÇÃO ANALÍTICA DAS MATRIZES $[N_1]$, $[N_2]$, $[N_3]$ e $[N_4]$

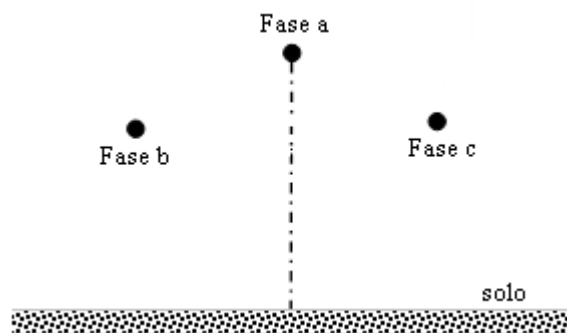
B.1 Introdução

Neste apêndice será mostrada a aplicação completa do modelo analítico em uma linha de transmissão trifásica não idealmente transposta mas com um plano de simetria vertical.

B.2 Obtenção das matrizes $[N_1]$, $[N_2]$, $[N_3]$ e $[N_4]$ (CARVALHO; KUROKAWA; PISSOLATO, 2012)

Considere uma linha de transmissão trifásica não idealmente transposta mas com um plano de simetria vertical.

Figura 45 – Linha trifásica não transposta com plano de simetria vertical



Fonte: Elaboração da própria autora

As matrizes de impedância longitudinal $[Z]$ e admitância transversal $[Y]$ para essa linha são escritas como (KUROKAWA et al., 2005):

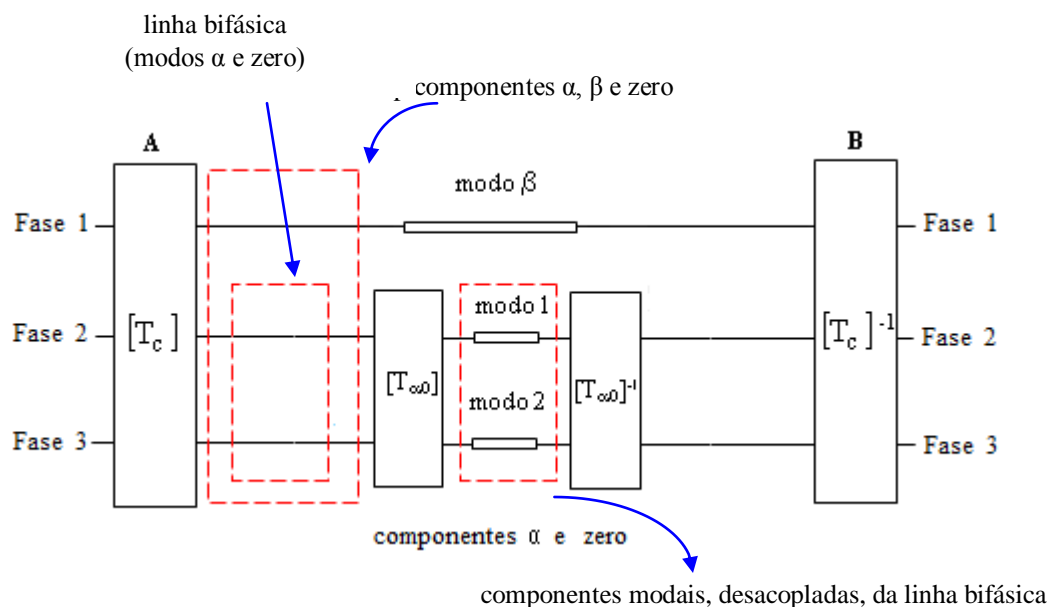
$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{12} \\ Z_{12} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{12} & Z_{23} & Z_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{12} \\ y_{12} & y_{22} & y_{23} \\ y_{12} & y_{23} & y_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

Devido às características físicas dessa linha, a mesma pode ser desacoplada em seus modos exatos a partir do uso de duas matrizes de transformação. A primeira é a matriz de Clarke que separa a linha nas componentes α , β e zero e a segunda é uma matriz que desacopla as componentes α e zero (KUROKAWA et al., 2007).

A Figura 46 mostra uma representação esquemática do processo de decomposição modal utilizando duas matrizes de transformação.

Figura 46 - Representação modal de uma linha trifásica utilizando duas matrizes de transformação



Fonte: Elaboração da própria autora

Na Figura 46, A e B são, respectivamente, os terminais emissor e receptor da linha e os modos exatos da linha trifásica são representados pelos modos 1, 2 e β . No domínio modal, esses modos se comportam como sendo linhas monofásicas independentes cujas equações são conhecidas.

No capítulo 3, as equações de correntes e tensões para os modos 1, 2 e β foram apresentadas e agrupadas como:

$$[E_{mA}] = [\theta_1][E_{mB}] - [\theta_2][I_{mB}] \quad (B.3)$$

$$[I_{mA}] = [\theta_3][E_{mB}] - [\theta_1][I_{mB}] \quad (B.4)$$

onde:

$$[\theta_1] = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_{m1}d) & 0 & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_{\beta}d) & 0 \\ 0 & 0 & \cosh(\gamma_{m2}d) \end{bmatrix} \quad (B.5)$$

$$[\theta_2] = \begin{bmatrix} Z_{Cm1} \sinh(\gamma_{m1}d) & 0 & 0 \\ 0 & Z_{C\beta} \sinh(\gamma_{\beta}d) & 0 \\ 0 & 0 & Z_{Cm2} \sinh(\gamma_{m2}d) \end{bmatrix} \quad (B.6)$$

$$[\theta_3] = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{Cm1}} \sinh(\gamma_{m1}d) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_{C\beta}} \sinh(\gamma_{\beta}d) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_{Cm2}} \sinh(\gamma_{m2}d) \end{bmatrix} \quad (B.7)$$

Nas equações (B.5)-(B.7), γ_{m1} , γ_{m2} e γ_{β} são as funções de propagação dos modos 1, 2 e β , respectivamente e, Z_{Cm1} , Z_{Cm2} e $Z_{C\beta}$ são as impedâncias características desses modos. Esses parâmetros podem ser obtidos por meio das equações (99) e (100), no capítulo 4.

Assim, para o modo β , a função de propagação e a impedância característica são escritas, respectivamente, como:

$$\gamma_{\beta} = \sqrt{(z_{22} - z_{23})(y_{22} - y_{23})} \quad (B.8)$$

$$Z_{C\beta} = \sqrt{\frac{z_{22} - z_{23}}{y_{22} - y_{23}}} \quad (B.9)$$

Em (B.8) e (B.9), a função de propagação e impedância característica são obtidas em função dos parâmetros da linha trifásica mostrada na Figura 45. Os elementos z_{22} , z_{23} , y_{22} e y_{23} pertencem as matrizes de impedância e admitância dadas nas equações (B.1) e (B.2), respectivamente.

Para o modo 1 da linha bifásica, a função de propagação e impedância característica são dadas, respectivamente, por:

$$\gamma_{m1} = \sqrt{z_1 y_1} \quad (\text{B.10})$$

$$Z_{Cm1} = \sqrt{\frac{z_1}{y_1}} \quad (\text{B.11})$$

onde:

$$z_1 = \frac{S_{12}^2 K_{11} - 2(S_{11} - \lambda_1)S_{12} K_{12} + (S_{11} - \lambda_1)^2 K_{22}}{(S_{11} - \lambda_1)^2 + S_{12}^2} \quad (\text{B.12})$$

$$y_1 = \frac{[(S_{11} - \lambda_1)^2 + S_{12}^2][S_{12}^2 W_{22} + 2(S_{11} - \lambda_2)S_{12} W_{12} + (S_{11} - \lambda_2)^2 W_{11}]}{S_{12}^2 (\lambda_2 - \lambda_1)^2} \quad (\text{B.13})$$

Para o modo 2 da linha bifásica, a função de propagação e impedância característica são dadas, respectivamente, por:

$$\gamma_{m2} = \sqrt{z_2 y_2} \quad (\text{B.14})$$

$$Z_{Cm2} = \sqrt{\frac{z_2}{y_2}} \quad (\text{B.15})$$

onde:

$$z_2 = \frac{S_{12}^2 K_{11} - 2(S_{11} - \lambda_2)S_{12} K_{12} + (S_{11} - \lambda_2)^2 K_{22}}{(S_{11} - \lambda_2)^2 + S_{12}^2} \quad (\text{B.16})$$

$$y_2 = \frac{[(S_{11} - \lambda_2)^2 + S_{12}^2][S_{12}^2 W_{22} + 2(S_{11} - \lambda_1)S_{12} W_{12} + (S_{11} - \lambda_1)^2 W_{11}]}{S_{12}^2 (\lambda_1 - \lambda_2)^2} \quad (\text{B.17})$$

Nas equações (B.10), (B.11), (B.14) e (B.15), as funções de propagações e as impedâncias características são obtidas em função dos parâmetros da linha trifásica. Todos os elementos dessas equações foram apresentados no Apêndice A deste trabalho.

No capítulo 3, o modelo proposto permite que as correntes e tensões da linha trifásica sejam obtidas diretamente nas fases, ou seja, não é necessário conhecer as grandezas modais da linha.

Sendo assim, nas equações (B.3) e (B.4) deve-se estabelecer uma relação explícita entre as grandezas dos modos 1, 2 e β e as grandezas de fase da linha trifásica.

Na Figura 46, verifica-se que as grandezas do modo β podem ser facilmente convertidas para o domínio das fases da linha trifásica. No entanto, as grandezas dos modos 1 e 2, devem ser convertidas, inicialmente, para o domínio das fases da linha bifásica.

Sabe-se que a matriz de transformação $[T_{\alpha 0}]$ decompõe a linha bifásica nos modos 1 e 2 (SOUZA JUNIOR et al., 2012; 2013). Logo, o processo de conversão modo-fase da linha bifásica também será realizado por meio dessa matriz.

Considere então, a matriz $[T_{\alpha 0}]$ escrita como:

$$[T_{\alpha 0}] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{B.18})$$

Para a linha bifásica, as grandezas de fase e modo obedecem as seguintes relações:

$$[E_m] = [T_{\alpha 0}]^t [E] \quad (\text{B.19})$$

$$[I_m] = [T_{\alpha 0}]^{-1} [I] \quad (\text{B.20})$$

Na equação (B.19), a matriz $[E_m]$ é o vetor com as tensões modais enquanto que, a matriz $[E]$ é o vetor com as tensões de fase da linha bifásica. Na equação (B.20), a matriz $[I_m]$ é o vetor com as correntes modais, enquanto que a matriz $[I]$ é o vetor com as correntes de fase da linha bifásica. As matrizes $[T_{\alpha 0}]^t$ e $[T_{\alpha 0}]^{-1}$ são, respectivamente, a transposta e a inversa da matriz $[T_{\alpha 0}]$.

A matriz $[\mathbf{T}_{\alpha 0}]^{-1}$ pode ser escrita como:

$$[\mathbf{T}_{\alpha 0}]^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11} & \mathbf{X}_{12} \\ \mathbf{X}_{21} & \mathbf{X}_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{B.21})$$

A matriz $[\mathbf{T}_{\alpha 0}]$, na equação (B.18), é obtida analiticamente em função dos parâmetros da linha trifásica. Logo, os elementos da matriz $[\mathbf{T}_{\alpha 0}]^{-1}$ também são obtidos analiticamente em função desses parâmetros.

Desenvolvendo a equação (B.19) para os terminais A e B da linha bifásica, têm-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{mA\ m1} \\ \mathbf{E}_{mA\ m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11} & \mathbf{T}_{21} \\ \mathbf{T}_{12} & \mathbf{T}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{A\alpha} \\ \mathbf{E}_{A0} \end{bmatrix} \quad (\text{B.22})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{mB\ m1} \\ \mathbf{E}_{mB\ m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11} & \mathbf{T}_{21} \\ \mathbf{T}_{12} & \mathbf{T}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{B\alpha} \\ \mathbf{E}_{B0} \end{bmatrix} \quad (\text{B.23})$$

Nas equações (B.22) e (B.23), $\mathbf{E}_{A\alpha}$ e $\mathbf{E}_{B\alpha}$ são as tensões na componente α nos terminais da linha bifásica, enquanto que \mathbf{E}_{A0} e \mathbf{E}_{B0} são as tensões na componente 0 nos terminais dessa linha.

Manipulando as equações (B.22) e (B.23), têm-se as seguintes relações:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{mA\ m1} \\ \mathbf{E}_{mA\ m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11} \mathbf{E}_{A\alpha} + \mathbf{T}_{21} \mathbf{E}_{A0} \\ \mathbf{T}_{12} \mathbf{E}_{A\alpha} + \mathbf{T}_{22} \mathbf{E}_{A0} \end{bmatrix} \quad (\text{B.24})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{mB\ m1} \\ \mathbf{E}_{mB\ m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11} \mathbf{E}_{B\alpha} + \mathbf{T}_{21} \mathbf{E}_{B0} \\ \mathbf{T}_{12} \mathbf{E}_{B\alpha} + \mathbf{T}_{22} \mathbf{E}_{B0} \end{bmatrix} \quad (\text{B.25})$$

Desenvolvendo a equação (B.20) para os terminais A e B da linha bifásica, têm-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{mA\ m1} \\ \mathbf{I}_{mA\ m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11} & \mathbf{X}_{21} \\ \mathbf{X}_{12} & \mathbf{X}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{A\alpha} \\ \mathbf{I}_{A0} \end{bmatrix} \quad (\text{B.26})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{mB\ m1} \\ \mathbf{I}_{mB\ m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11} & \mathbf{X}_{21} \\ \mathbf{X}_{12} & \mathbf{X}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{B\alpha} \\ \mathbf{I}_{B0} \end{bmatrix} \quad (\text{B.27})$$

Nas equações (B.26) e (B.27), $I_{A\alpha}$ e $I_{B\alpha}$ são as correntes na componente α nos terminais da linha bifásica, enquanto que I_{A0} e I_{B0} são as correntes na componente 0 nos terminais dessa linha.

Manipulando as equações (B.26) e (B.27), têm-se as seguintes relações:

$$\begin{bmatrix} I_{mA \ m1} \\ I_{mA \ m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} I_{A\alpha} + X_{21} I_{A0} \\ X_{12} I_{A\alpha} + X_{22} I_{A0} \end{bmatrix} \quad (B.28)$$

$$\begin{bmatrix} I_{mB \ m1} \\ I_{mB \ m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} I_{B\alpha} + X_{21} I_{B0} \\ X_{12} I_{B\alpha} + X_{22} I_{B0} \end{bmatrix} \quad (B.29)$$

As equações (B.24), (B.25), (B.28) e (B.29) mostram uma relação modo-fase entre as grandezas da linha bifásica.

O próximo passo é obter uma relação entre as correntes e tensões das componentes α e zero e as grandezas da linha trifásica.

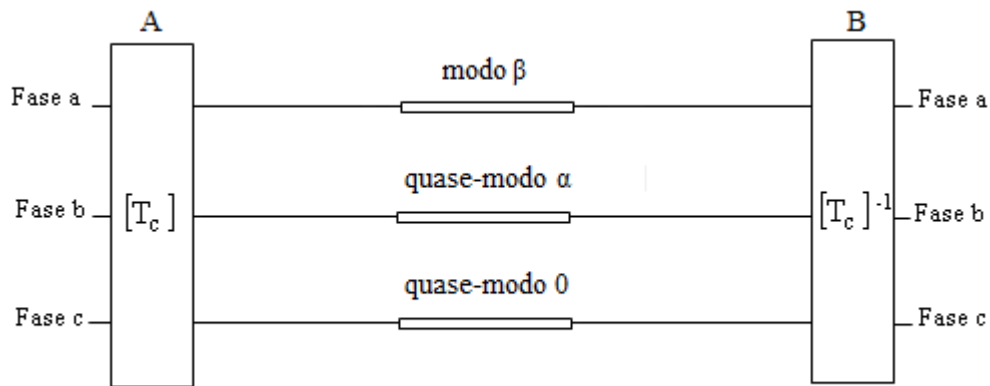
Na Figura 46, a linha bifásica corresponde às componentes α e zero (quase-modos) da linha trifásica. As correntes e tensões nessas componentes são consideradas grandezas modais em relação a linha trifásica.

A Figura 47 mostra uma representação esquemática com as correntes e tensões nas componentes α , β e zero da linha trifásica.

Na Figura 47, A e B são, respectivamente, os terminais emissor e receptor da linha trifásica e $[T_C]$ é a matriz de Clarke, cujos elementos são reais e constantes.

Na Figura 47, os quase-modos da linha trifásica são representados pelos modos α e zero e o modo β é um modo exato da linha. No domínio modal, esses modos se comportam como sendo linhas monofásicas independentes cujas equações são conhecidas.

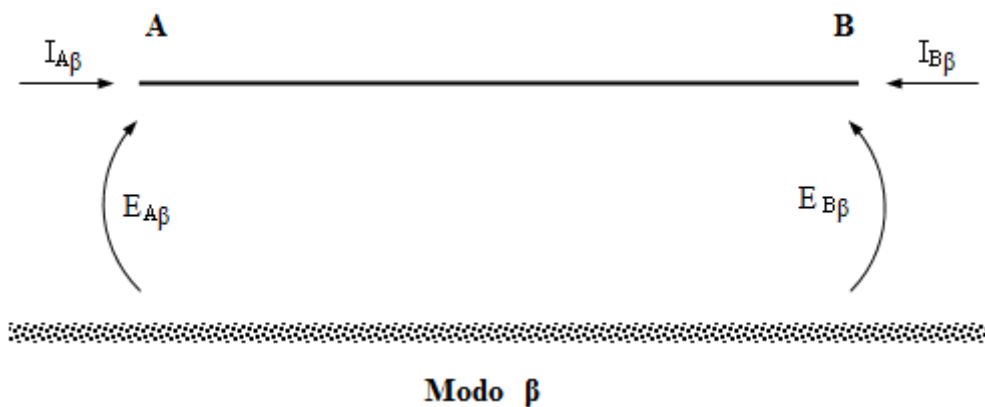
Figura 47 - Representação modal para uma linha de transmissão trifásica



Fonte : Elaborado pela própria autora

Considere o modo β da linha trifásica representado na Figura 48.

Figura 48 - Representação das correntes e tensões nos terminais do modo β



Fonte: Elaboração da própria autora

Na Figura 48, os termos $E_{A\beta}$ e $E_{B\beta}$ são, respectivamente, as tensões transversais nos terminais A e B do modo β , enquanto que os termos $I_{A\beta}$ e $I_{B\beta}$ são, respectivamente, as correntes longitudinais nos terminais A e B desse modo.

A relação entre as correntes e tensões no modo β pode ser escrita como:

$$E_{A\beta} = E_{B\beta} \cosh(\gamma_\beta d) - I_{B\beta} Z_{C\beta} \sinh(\gamma_\beta d) \quad (\text{B.30})$$

$$I_{A\beta} = -I_{B\beta} \cosh(\gamma_{\beta} d) + \frac{E_{B\beta}}{Z_{C\beta}} \sinh(\gamma_{\beta} d) \quad (\text{B.31})$$

Para o quase-modo α da linha trifásica, as correntes e tensões estão representadas na Figura 49.

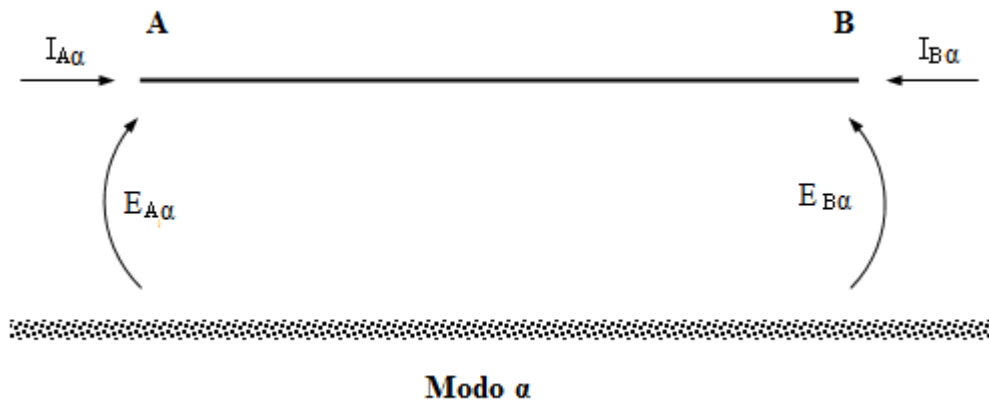
Na Figura 49, $E_{A\alpha}$ e $E_{B\alpha}$ são as tensões no modo α , nos terminais da linha trifásica, enquanto que $I_{A\alpha}$ e $I_{B\alpha}$ são as correntes nesses terminais.

A relação entre as correntes e tensões no modo α pode ser escrita como:

$$E_{A\alpha} = E_{B\alpha} \cosh(\gamma_{\alpha} d) - I_{B\alpha} Z_{C\alpha} \sinh(\gamma_{\alpha} d) \quad (\text{B.32})$$

$$I_{A\alpha} = -I_{B\alpha} \cosh(\gamma_{\alpha} d) + \frac{E_{B\alpha}}{Z_{C\alpha}} \sinh(\gamma_{\alpha} d) \quad (\text{B.33})$$

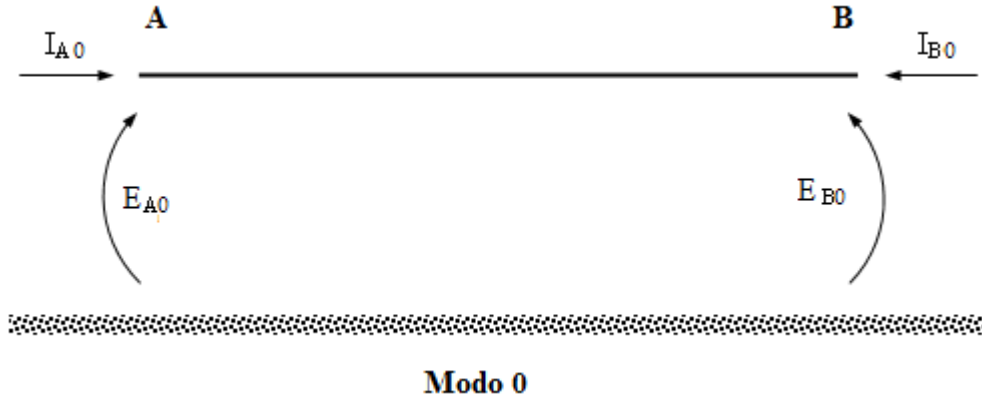
Figura 49 - Representação das correntes e tensões nos terminais do modo α



Fonte : Elaborado pela própria autora

Para o quase-modo 0 da linha trifásica, as correntes e tensões estão representadas na Figura 50.

Figura 50 - Representação das correntes e tensões nos terminais do modo 0



Fonte : Elaborado pela própria autora

Na Figura 50, E_{A0} e E_{B0} são as tensões no modo 0, nos terminais A e B, respectivamente, enquanto que I_{A0} e I_{B0} são as correntes nos terminais A e B, respectivamente, nesse mesmo modo.

A relação entre as correntes e tensões no modo 0 pode ser escrita como:

$$E_{A0} = E_{B0} \cosh(\gamma_0 d) - I_{B0} Z_{C0} \sinh(\gamma_0 d) \quad (\text{B.34})$$

$$I_{A0} = -I_{B0} \cosh(\gamma_0 d) + \frac{E_{B0}}{Z_{C0}} \sinh(\gamma_0 d) \quad (\text{B.35})$$

Agrupando as equações (B.30), (B.32) e (B.34) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} E_{A\alpha} \\ E_{A\beta} \\ E_{A0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_\alpha d) & 0 & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_\beta d) & 0 \\ 0 & 0 & \cosh(\gamma_0 d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{B\alpha} \\ E_{B\beta} \\ E_{B0} \end{bmatrix} - \quad (\text{B.36})$$

$$\begin{bmatrix} Z_{C\alpha} \sinh(\gamma_\alpha d) & 0 & 0 \\ 0 & Z_{C\beta} \sinh(\gamma_\beta d) & 0 \\ 0 & 0 & Z_{C0} \sinh(\gamma_0 d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{B\alpha} \\ I_{B\beta} \\ I_{B0} \end{bmatrix}$$

Agrupando as equações (B.31), (B.33) e (B.35) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} I_{A\alpha} \\ I_{A\beta} \\ I_{A0} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_\alpha d) & 0 & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_\beta d) & 0 \\ 0 & 0 & \cosh(\gamma_0 d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{B\alpha} \\ I_{B\beta} \\ I_{B0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{C\alpha}} \sinh(\gamma_\alpha d) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_{C\beta}} \sinh(\gamma_\beta d) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_{C0}} \sinh(\gamma_0 d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{B\alpha} \\ E_{B\beta} \\ E_{B0} \end{bmatrix} \quad (\text{B.37})$$

Para a linha trifásica, as grandezas de fase e modo obedecem as seguintes relações:

$$[E] = [T_{\text{clarke}}]^t [V] \quad (\text{B.38})$$

$$[I] = [T_{\text{clarke}}]^{-1} [I_f] \quad (\text{B.39})$$

em que :

$$[T_{\text{clarke}}] = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \quad (\text{B.40})$$

Na equação (B.38), [V] é o vetor com as tensões de fase da linha trifásica, enquanto que [E] é o vetor com as tensões modais. Na equação (B.39), [I_f] é o vetor com as correntes de fase da linha e [I] é o vetor com as correntes dos modos da mesma.

Desenvolvendo a equação (B.38) e fazendo as devidas manipulações, tem-se:

$$\begin{bmatrix} E_{A\alpha} \\ E_{A\beta} \\ E_{A0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{A1} \\ V_{A2} \\ V_{A3} \end{bmatrix} \quad (\text{B.41})$$

para o terminal A, e

$$\begin{bmatrix} E_{B\alpha} \\ E_{B\beta} \\ E_{B0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{B1} \\ V_{B2} \\ V_{B3} \end{bmatrix} \quad (\text{B.42})$$

para o terminal B da linha.

Manipulando as equações (B.41) e (B.42), respectivamente, obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} E_{A\alpha} \\ E_{A\beta} \\ E_{A0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} V_{A1} - \frac{1}{\sqrt{6}} V_{A2} - \frac{1}{\sqrt{6}} V_{A3} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} V_{A2} - \frac{1}{\sqrt{2}} V_{A3} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} (V_{A1} + V_{A2} + V_{A3}) \end{bmatrix} \quad (\text{B.43})$$

$$\begin{bmatrix} E_{B\alpha} \\ E_{B\beta} \\ E_{B0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} V_{B1} - \frac{1}{\sqrt{6}} V_{B2} - \frac{1}{\sqrt{6}} V_{B3} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} V_{B2} - \frac{1}{\sqrt{2}} V_{B3} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} (V_{B1} + V_{B2} + V_{B3}) \end{bmatrix} \quad (\text{B.44})$$

Desenvolvendo a equação (B.39) e fazendo as devidas manipulações, tem-se:

$$\begin{bmatrix} I_{A\alpha} \\ I_{A\beta} \\ I_{A0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{fA1} \\ I_{fA2} \\ I_{fA3} \end{bmatrix} \quad (\text{B.45})$$

para o terminal A, e

$$\begin{bmatrix} I_{B\alpha} \\ I_{B\beta} \\ I_{B0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{fB1} \\ I_{fB2} \\ I_{fB3} \end{bmatrix} \quad (\text{B.46})$$

para o terminal B da linha.

Manipulando as equações (B.45) e (B.46), respectivamente, obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} I_{A\alpha} \\ I_{A\beta} \\ I_{A0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} I_{fA1} - \frac{1}{\sqrt{6}} I_{fA2} - \frac{1}{\sqrt{6}} I_{fA3} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} I_{fA2} - \frac{1}{\sqrt{2}} I_{fA3} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} (I_{fA1} + I_{fA2} + I_{fA3}) \end{bmatrix} \quad (\text{B.47})$$

$$\begin{bmatrix} I_{B\alpha} \\ I_{B\beta} \\ I_{B0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} I_{fB1} - \frac{1}{\sqrt{6}} I_{fB2} - \frac{1}{\sqrt{6}} I_{fB3} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} I_{fB2} - \frac{1}{\sqrt{2}} I_{fB3} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} (I_{fB1} + I_{fB2} + I_{fB3}) \end{bmatrix} \quad (\text{B.48})$$

As equações (B.43) e (B.44) representam as relações entre as tensões de fase e modo da linha trifásica, enquanto que as equações (B.47) e (B.48), as relações entre as correntes.

Da equação (B.43), pode-se escrever:

$$E_{A\alpha} = \frac{2}{\sqrt{6}} V_{A1} - \frac{1}{\sqrt{6}} V_{A2} - \frac{1}{\sqrt{6}} V_{A3} \quad (\text{B.49})$$

$$E_{A0} = \frac{1}{\sqrt{3}} (V_{A1} + V_{A2} + V_{A3}) \quad (\text{B.50})$$

Substituindo as equações (B.49) e (B.50) na equação (B.24) e fazendo as devidas manipulações, têm-se:

$$E_{mA\ m1} = V_{A1} \left(\frac{2T_{11}}{\sqrt{6}} + \frac{T_{21}}{\sqrt{3}} \right) + V_{A2} \left(\frac{T_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{11}}{\sqrt{6}} \right) + V_{A3} \left(\frac{T_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{11}}{\sqrt{6}} \right) \quad (B.51)$$

$$E_{mA\ m2} = V_{A1} \left(\frac{2T_{12}}{\sqrt{6}} + \frac{T_{22}}{\sqrt{3}} \right) + V_{A2} \left(\frac{T_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{12}}{\sqrt{6}} \right) + V_{A3} \left(\frac{T_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{12}}{\sqrt{6}} \right) \quad (B.52)$$

Da equação (B.44) pode-se escrever:

$$E_{B\alpha} = \frac{2}{\sqrt{6}} V_{B1} - \frac{1}{\sqrt{6}} V_{B2} - \frac{1}{\sqrt{6}} V_{B3} \quad (B.53)$$

$$E_{B0} = \frac{1}{\sqrt{3}} (V_{B1} + V_{B2} + V_{B3}) \quad (B.54)$$

Substituindo as equações (B.53) e (B.54) na equação (B.25) e fazendo as devidas manipulações, têm-se:

$$E_{mB\ m1} = V_{B1} \left(\frac{2T_{11}}{\sqrt{6}} + \frac{T_{21}}{\sqrt{3}} \right) + V_{B2} \left(\frac{T_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{11}}{\sqrt{6}} \right) + V_{B3} \left(\frac{T_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{11}}{\sqrt{6}} \right) \quad (B.55)$$

$$E_{mB\ m2} = V_{B1} \left(\frac{2T_{12}}{\sqrt{6}} + \frac{T_{22}}{\sqrt{3}} \right) + V_{B2} \left(\frac{T_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{12}}{\sqrt{6}} \right) + V_{B3} \left(\frac{T_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{12}}{\sqrt{6}} \right) \quad (B.56)$$

Das equações (B.43) e (B.44), pode-se escrever:

$$E_{A\beta} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_{A2} - \frac{1}{\sqrt{2}} V_{A3} \quad (B.57)$$

$$E_{B\beta} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_{B2} - \frac{1}{\sqrt{2}} V_{B3} \quad (B.58)$$

Agrupando as equações (B.51), (B.52) e (B.57), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} E_{mA\ m1} \\ E_{A\beta} \\ E_{mA\ m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{2T_{11}}{\sqrt{6}} + \frac{T_{21}}{\sqrt{3}}\right) & \left(\frac{T_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{11}}{\sqrt{6}}\right) & \left(\frac{T_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{11}}{\sqrt{6}}\right) \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \left(\frac{2T_{12}}{\sqrt{6}} + \frac{T_{22}}{\sqrt{3}}\right) & \left(\frac{T_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{12}}{\sqrt{6}}\right) & \left(\frac{T_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{12}}{\sqrt{6}}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{A1} \\ V_{A2} \\ V_{A3} \end{bmatrix} \quad (\text{B.59})$$

Agrupando as equações (B.55), (B.56) e (B.58), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} E_{mB\ m1} \\ E_{B\beta} \\ E_{mB\ m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{2T_{11}}{\sqrt{6}} + \frac{T_{21}}{\sqrt{3}}\right) & \left(\frac{T_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{11}}{\sqrt{6}}\right) & \left(\frac{T_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{11}}{\sqrt{6}}\right) \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \left(\frac{2T_{12}}{\sqrt{6}} + \frac{T_{22}}{\sqrt{3}}\right) & \left(\frac{T_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{12}}{\sqrt{6}}\right) & \left(\frac{T_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{12}}{\sqrt{6}}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{B1} \\ V_{B2} \\ V_{B3} \end{bmatrix} \quad (\text{B.60})$$

As equações (B.59) e (B.60) podem ser escritas, resumidamente, como:

$$[E_{mA}] = [M_I][V_A] \quad (\text{B.61})$$

$$[E_{mB}] = [M_I][V_B] \quad (\text{B.62})$$

onde:

$$[M_I] = \begin{bmatrix} \left(\frac{2T_{11}}{\sqrt{6}} + \frac{T_{21}}{\sqrt{3}}\right) & \left(\frac{T_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{11}}{\sqrt{6}}\right) & \left(\frac{T_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{11}}{\sqrt{6}}\right) \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \left(\frac{2T_{12}}{\sqrt{6}} + \frac{T_{22}}{\sqrt{3}}\right) & \left(\frac{T_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{12}}{\sqrt{6}}\right) & \left(\frac{T_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{12}}{\sqrt{6}}\right) \end{bmatrix} \quad (\text{B.63})$$

A matriz $[M_I]$ pode ser reescrita como:

$$[M_I] = \begin{bmatrix} a & b & b \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ c & d & d \end{bmatrix} \quad (\text{B.64})$$

em que:

$$a = \frac{2T_{11}}{\sqrt{6}} + \frac{T_{21}}{\sqrt{3}} \quad (\text{B.65})$$

$$b = \frac{T_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{11}}{\sqrt{6}} \quad (\text{B.66})$$

$$c = \frac{2T_{12}}{\sqrt{6}} + \frac{T_{22}}{\sqrt{3}} \quad (\text{B.67})$$

$$d = \frac{T_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{T_{12}}{\sqrt{6}} \quad (\text{B.68})$$

Nas equações (B.65)-(B.68), T_{11} , T_{12} , T_{21} e T_{22} são os elementos da matriz de transformação $[T_{\alpha 0}]$ obtida no Apêndice A.

Logo, os elementos da matriz $[M_I]$ são escritos em função dos parâmetros $[Z]$ e $[Y]$, da linha trifásica.

Desenvolvendo o mesmo processo para as correntes, da equação (B.47) pode-se escrever:

$$I_{A\alpha} = \frac{2}{\sqrt{6}} I_{fA1} - \frac{1}{\sqrt{6}} I_{fA2} - \frac{1}{\sqrt{6}} I_{fA3} \quad (\text{B.69})$$

$$I_{A0} = \frac{1}{\sqrt{3}} (I_{fA1} + I_{fA2} + I_{fA3}) \quad (\text{B.70})$$

Substituindo as equações (B.69) e (B.70) na equação (B.28) e fazendo as devidas manipulações, têm-se:

$$I_{mA_{m1}} = I_{fA1} \left(\frac{2X_{11}}{\sqrt{6}} + \frac{X_{21}}{\sqrt{3}} \right) + I_{fA2} \left(\frac{X_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{11}}{\sqrt{6}} \right) + I_{fA3} \left(\frac{X_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{11}}{\sqrt{6}} \right) \quad (\text{B.71})$$

$$I_{mA_{m2}} = I_{fA1} \left(\frac{2X_{12}}{\sqrt{6}} + \frac{X_{22}}{\sqrt{3}} \right) + I_{fA2} \left(\frac{X_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{12}}{\sqrt{6}} \right) + I_{fA3} \left(\frac{X_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{12}}{\sqrt{6}} \right) \quad (\text{B.72})$$

Da equação (B.48) pode-se escrever:

$$I_{B\alpha} = \frac{2}{\sqrt{6}} I_{fB1} - \frac{1}{\sqrt{6}} I_{fB2} - \frac{1}{\sqrt{6}} I_{fB3} \quad (\text{B.73})$$

$$I_{B0} = \frac{1}{\sqrt{3}} (I_{fB1} + I_{fB2} + I_{fB3}) \quad (\text{B.74})$$

Substituindo as equações (B.73) e (B.74) na equação (B.29) e fazendo as devidas manipulações, têm-se:

$$I_{mB\ m1} = I_{fB1} \left(\frac{2X_{11}}{\sqrt{6}} + \frac{X_{21}}{\sqrt{3}} \right) + I_{fB2} \left(\frac{X_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{11}}{\sqrt{6}} \right) + I_{fB3} \left(\frac{X_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{11}}{\sqrt{6}} \right) \quad (\text{B.75})$$

$$I_{mB\ m2} = I_{fB1} \left(\frac{2X_{12}}{\sqrt{6}} + \frac{X_{22}}{\sqrt{3}} \right) + I_{fB2} \left(\frac{X_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{12}}{\sqrt{6}} \right) + I_{fB3} \left(\frac{X_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{12}}{\sqrt{6}} \right) \quad (\text{B.76})$$

Das equações (B.47) e (B.48), pode-se escrever:

$$I_{A\beta} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{fA2} - \frac{1}{\sqrt{2}} I_{fA3} \quad (\text{B.77})$$

$$I_{B\beta} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{fB2} - \frac{1}{\sqrt{2}} I_{fB3} \quad (\text{B.78})$$

Agrupando as equações (B.71), (B.72) e (B.77), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} I_{mA\ m1} \\ i_{A\beta} \\ I_{mA\ m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{2X_{11}}{\sqrt{6}} + \frac{X_{21}}{\sqrt{3}} \right) & \left(\frac{X_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{11}}{\sqrt{6}} \right) & \left(\frac{X_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{11}}{\sqrt{6}} \right) \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \left(\frac{2X_{12}}{\sqrt{6}} + \frac{X_{22}}{\sqrt{3}} \right) & \left(\frac{X_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{12}}{\sqrt{6}} \right) & \left(\frac{X_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{12}}{\sqrt{6}} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{fA1} \\ I_{fA2} \\ I_{fA3} \end{bmatrix} \quad (\text{B.79})$$

Agrupando as equações (B.75), (B.76) e (B.78), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{mB\ m1} \\ \mathbf{I}_{B\beta} \\ \mathbf{I}_{mB\ m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{2X_{11}}{\sqrt{6}} + \frac{X_{21}}{\sqrt{3}} \right) & \left(\frac{X_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{11}}{\sqrt{6}} \right) & \left(\frac{X_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{11}}{\sqrt{6}} \right) \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \left(\frac{2X_{12}}{\sqrt{6}} + \frac{X_{22}}{\sqrt{3}} \right) & \left(\frac{X_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{12}}{\sqrt{6}} \right) & \left(\frac{X_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{12}}{\sqrt{6}} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{fB1} \\ \mathbf{I}_{fB2} \\ \mathbf{I}_{fB3} \end{bmatrix} \quad (\text{B.80})$$

As equações (B.79) e (B.80) podem ser escritas, resumidamente, como:

$$[\mathbf{I}_{mA}] = [\mathbf{M}_V][\mathbf{I}_{fA}] \quad (\text{B.81})$$

$$[\mathbf{I}_{mB}] = [\mathbf{M}_V][\mathbf{I}_{fB}] \quad (\text{B.82})$$

onde:

$$[\mathbf{M}_V] = \begin{bmatrix} \left(\frac{2X_{11}}{\sqrt{6}} + \frac{X_{21}}{\sqrt{3}} \right) & \left(\frac{X_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{11}}{\sqrt{6}} \right) & \left(\frac{X_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{11}}{\sqrt{6}} \right) \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \left(\frac{2X_{12}}{\sqrt{6}} + \frac{X_{22}}{\sqrt{3}} \right) & \left(\frac{X_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{12}}{\sqrt{6}} \right) & \left(\frac{X_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{12}}{\sqrt{6}} \right) \end{bmatrix} \quad (\text{B.83})$$

A matriz $[\mathbf{M}_V]$ pode ser reescrita como:

$$[\mathbf{M}_V] = \begin{bmatrix} e & f & f \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ g & h & h \end{bmatrix} \quad (\text{B.84})$$

em que:

$$e = \frac{2X_{11}}{\sqrt{6}} + \frac{X_{21}}{\sqrt{3}} \quad (\text{B.85})$$

$$f = \frac{X_{21}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{11}}{\sqrt{6}} \quad (\text{B.86})$$

$$g = \frac{2X_{12}}{\sqrt{6}} + \frac{X_{22}}{\sqrt{3}} \quad (\text{B.87})$$

$$h = \frac{X_{22}}{\sqrt{3}} - \frac{X_{12}}{\sqrt{6}} \quad (\text{B.88})$$

Nas equações (B.85)-(B.88), X_{11} , X_{12} , X_{21} e X_{22} são os elementos da matriz inversa de $[T_{\alpha 0}]$.

Logo, os elementos da matriz $[M_V]$ são escritos em função dos parâmetros $[Z]$ e $[Y]$, da linha trifásica.

Substituindo na equação (B.3), as equações (B.61) e (B.62) e na equação (B.4), as equações (B.81) e (B.82), têm-se:

$$[M_I][V_A] = [\theta_1][M_I][V_B] - [\theta_2][M_V][I_{fB}] \quad (\text{B.89})$$

$$[M_V][I_{fA}] = -[\theta_1][M_V][I_{fB}] + [\theta_3][M_I][V_B] \quad (\text{B.90})$$

Manipulando as expressões (B.89) e (B.90), obtêm-se:

$$[V_A] = [M_I]^{-1} [\theta_1][M_I][V_B] - [M_I]^{-1} [\theta_2][M_V][I_{fB}] \quad (\text{B.91})$$

$$[I_{fA}] = [M_V]^{-1} [\theta_3][M_I][V_B] - [M_V]^{-1} [\theta_1][M_V][I_{fB}] \quad (\text{B.92})$$

As equações (B.91) e (B.92) podem ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} V_A \\ I_{fA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [N_1] & [N_2] \\ [N_3] & [N_4] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_B \\ I_{fB} \end{bmatrix} \quad (\text{B.93})$$

onde:

$$[N_1] = [M_I]^{-1} [\theta_1][M_I] \quad (\text{B.94})$$

$$[N_2] = -[M_I]^{-1} [\theta_2][M_V] \quad (\text{B.95})$$

$$[N_3] = [M_V]^{-1} [\theta_3][M_I] \quad (\text{B.96})$$

$$[N_4] = -[M_V]^{-1}[\theta_1][M_V] \quad (\text{B.97})$$

As matrizes $[N_1]$, $[N_2]$, $[N_3]$ e $[N_4]$ podem ser escritas, respectivamente, como:

$$[N_1] = \frac{1}{2(da - bc)} \begin{bmatrix} 2da & 2db & 2db \\ -ca & -cb & -cb \\ -ca & -cb & -cb \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_{m1} d) & 0 & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_{m1} d) & 0 \\ 0 & 0 & \cosh(\gamma_{m1} d) \end{bmatrix} +$$

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_\beta d) & 0 & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_\beta d) & 0 \\ 0 & 0 & \cosh(\gamma_\beta d) \end{bmatrix} + \quad (\text{B.98})$$

$$\frac{1}{2(da - bc)} \begin{bmatrix} -2cb & -2db & -2db \\ ca & da & da \\ ca & da & da \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_{m2} d) & 0 & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_{m2} d) & 0 \\ 0 & 0 & \cosh(\gamma_{m2} d) \end{bmatrix}$$

$$[N_2] = \frac{1}{2(da - bc)} \begin{bmatrix} 2de & 2df & 2df \\ -ce & -cf & -cf \\ -ce & -cf & -cf \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{Cm1} \sinh(\gamma_{m1} d) & 0 & 0 \\ 0 & Z_{Cm1} \sinh(\gamma_{m1} d) & 0 \\ 0 & 0 & Z_{Cm1} \sinh(\gamma_{m1} d) \end{bmatrix} +$$

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{C\beta} \sinh(\gamma_\beta d) & 0 & 0 \\ 0 & Z_{C\beta} \sinh(\gamma_\beta d) & 0 \\ 0 & 0 & Z_{C\beta} \sinh(\gamma_\beta d) \end{bmatrix} + \quad (\text{B.99})$$

$$\frac{1}{2(da - bc)} \begin{bmatrix} -2gb & -2hb & -2hb \\ ga & ha & ha \\ ga & ha & ha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{Cm2} \sinh(\gamma_{m2} d) & 0 & 0 \\ 0 & Z_{Cm2} \sinh(\gamma_{m2} d) & 0 \\ 0 & 0 & Z_{Cm2} \sinh(\gamma_{m2} d) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
[N_3] = & \frac{1}{2(\text{he} - \text{gf})} \begin{bmatrix} 2\text{ha} & 2\text{hb} & 2\text{hb} \\ -\text{ga} & -\text{gb} & -\text{gb} \\ -\text{ga} & -\text{gb} & -\text{gb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{\text{Cm1}}} \sinh(\gamma_{\text{m1}} d) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_{\text{Cm1}}} \sinh(\gamma_{\text{m1}} d) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_{\text{Cm1}}} \sinh(\gamma_{\text{m1}} d) \end{bmatrix} + \\
& \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{\text{C}\beta}} \sinh(\gamma_{\beta} d) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_{\text{C}\beta}} \sinh(\gamma_{\beta} d) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_{\text{C}\beta}} \sinh(\gamma_{\beta} d) \end{bmatrix} + \quad (\text{B.100})
\end{aligned}$$

$$\frac{1}{2(\text{he} - \text{gf})} \begin{bmatrix} -2\text{cf} & -2\text{df} & -2\text{df} \\ \text{ce} & \text{de} & \text{de} \\ \text{ce} & \text{de} & \text{de} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{\text{Cm2}}} \sinh(\gamma_{\text{m2}} d) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_{\text{Cm2}}} \sinh(\gamma_{\text{m2}} d) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_{\text{Cm2}}} \sinh(\gamma_{\text{m2}} d) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
[N_4] = & \frac{1}{2(\text{he} - \text{gf})} \begin{bmatrix} 2\text{he} & 2\text{hf} & 2\text{hf} \\ -\text{ge} & -\text{gf} & -\text{gf} \\ -\text{ge} & -\text{gf} & -\text{gf} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_{\text{m1}} d) & 0 & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_{\text{m1}} d) & 0 \\ 0 & 0 & \cosh(\gamma_{\text{m1}} d) \end{bmatrix} + \\
& \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_{\beta} d) & 0 & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_{\beta} d) & 0 \\ 0 & 0 & \cosh(\gamma_{\beta} d) \end{bmatrix} + \quad (\text{B.101})
\end{aligned}$$

$$\frac{1}{2(\text{he} - \text{gf})} \begin{bmatrix} -2\text{gf} & -2\text{hf} & -2\text{hf} \\ \text{ge} & \text{he} & \text{he} \\ \text{ge} & \text{he} & \text{he} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_{\text{m2}} d) & 0 & 0 \\ 0 & \cosh(\gamma_{\text{m2}} d) & 0 \\ 0 & 0 & \cosh(\gamma_{\text{m2}} d) \end{bmatrix}$$

Na equação (B.93), as matrizes $[N_1]$, $[N_2]$, $[N_3]$ e $[N_4]$ correspondem, respectivamente, às funções matriciais $[F_1([Z],[Y])]$, $[F_2([Z],[Y])]$, $[F_3([Z],[Y])]$ e $[F_4([Z],[Y])]$, mostradas no capítulo 3 nas equações (77) e (78).

B.3 Conclusão

No capítulo 4, foi proposto um modelo analítico para uma linha de transmissão trifásica com plano de simetria vertical.

No entanto, para que o modelo seja aplicado corretamente, as matrizes correspondentes ao modelo devem ser obtidas analiticamente em função dos parâmetros da linha.

Sendo assim, o objetivo deste apêndice foi apresentar o desenvolvimento analítico das matrizes $[N_1]$, $[N_2]$, $[N_3]$ e $[N_4]$.

Uma vez que essas matrizes são conhecidas, o modelo proposto pode ser aplicado na linha trifásica.

APÊNDICE C: PARÂMETROS LONGITUDINAIS E TRANSVERSAIS DE UMA LINHA TRIFÁSICA COM PLANO DE SIMETRIA VERTICAL

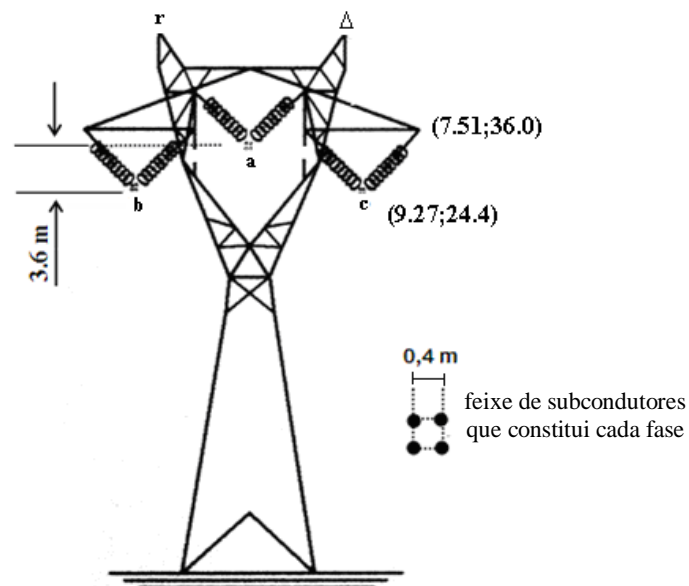
C.1 Introdução

Neste apêndice serão apresentados os parâmetros longitudinais e transversais de uma linha de transmissão trifásica não idealmente transposta mas com um plano de simetria vertical, utilizados nas simulações dos resultados obtidos por meio dos modelos proposto e clássico.

C.2 Parâmetros longitudinais e transversais da linha

No capítulo 5, os modelos proposto e clássico foram utilizados para simular as sobretensões, resultantes da energização e da incidência de descarga atmosférica em uma linha trifásica de 440 kV do tipo mostrada na Figura 51

Figura 51 - Silhueta da estrutura de uma linha de transmissão trifásica de 440 kV



Fonte: Elaboração da própria autora

Na estrutura mostrada na Figura 51, cada uma das fases é constituída de condutores múltiplos cujos subcondutores são do tipo Grosbeak. A estrutura possui dois cabos pára-raios do tipo EHSW-3/8". Considerou-se a resistividade do solo igual a 1000 Ω .m.

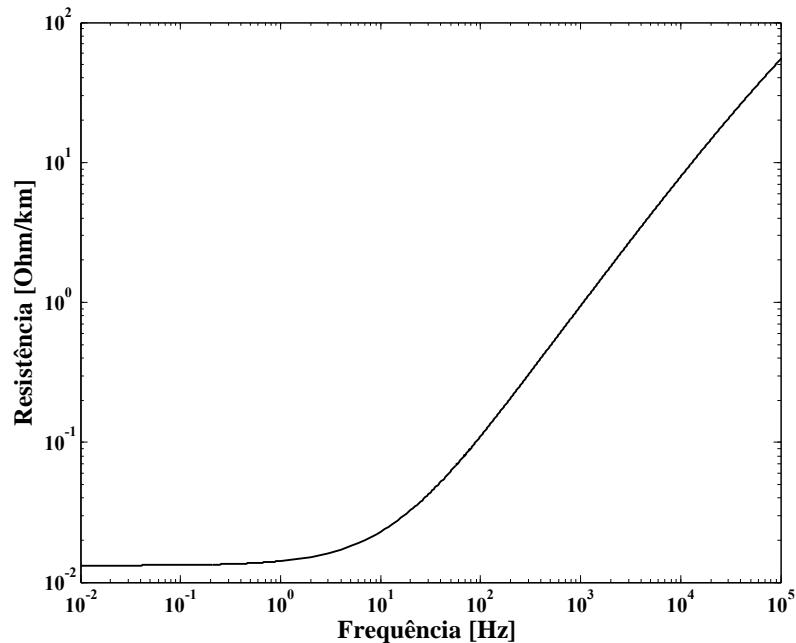
Os parâmetros longitudinais e transversais da linha foram calculados levando em consideração os efeitos do solo e pelicular (DOMMEL, 1996; MARTI, 1983). Considerou-se que a condutância da linha é nula e os elementos da matriz de capacitância constantes (MARTINEZ; GUSTAVSEN; DURBAK, 2005)

A matriz de capacitância utilizada possui os seguintes elementos:

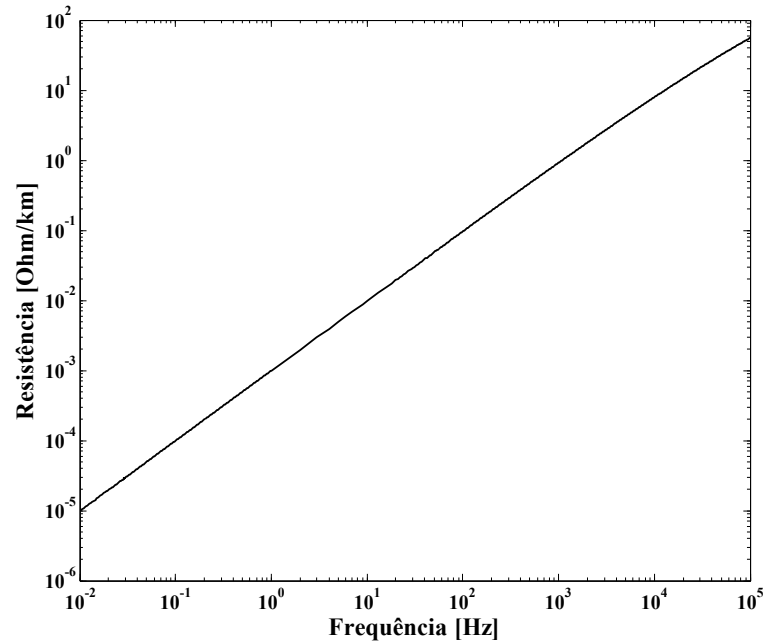
$$[C] = \begin{bmatrix} 8.0960 & -1.6097 & -1.6097 \\ -1.6097 & 7.9870 & -0.7524 \\ -1.6097 & -0.7524 & 7.9870 \end{bmatrix} \eta\text{F/km}$$

Nas Figuras 52-55, serão apresentadas as resistências próprias e mútuas da linha mostrada na Figura 51. Nas Figuras 56-59 serão apresentadas as indutâncias próprias e mútuas dessa linha.

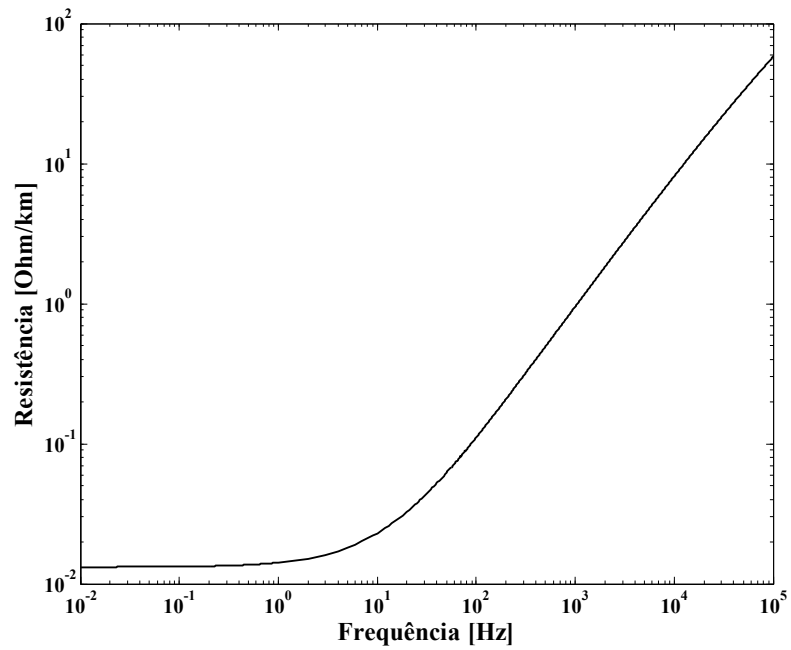
Figura 52 - Resistência própria da fase 1



Fonte: Elaboração da própria autora

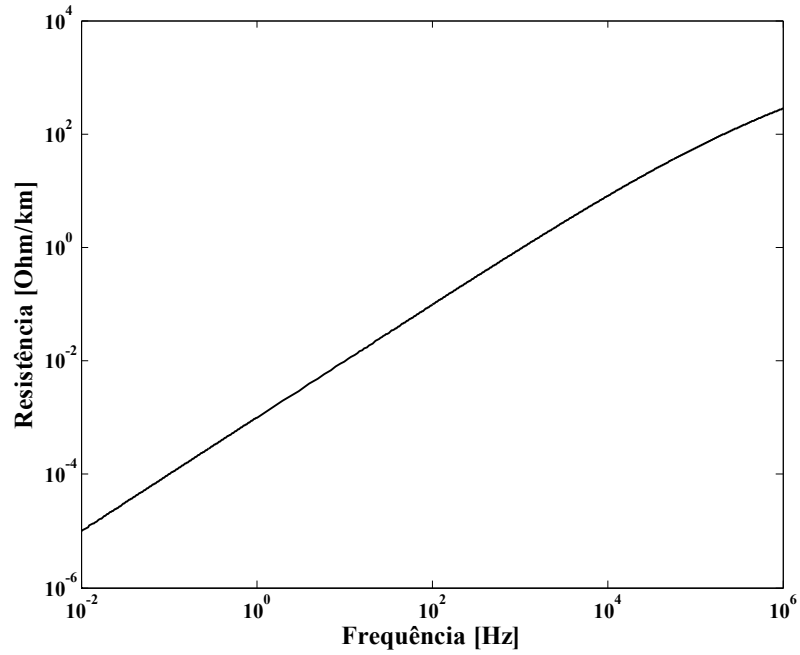
Figura 53 - Resistência mútua entre as fases 1 e 2

Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 54 - Resistência própria da fase 2

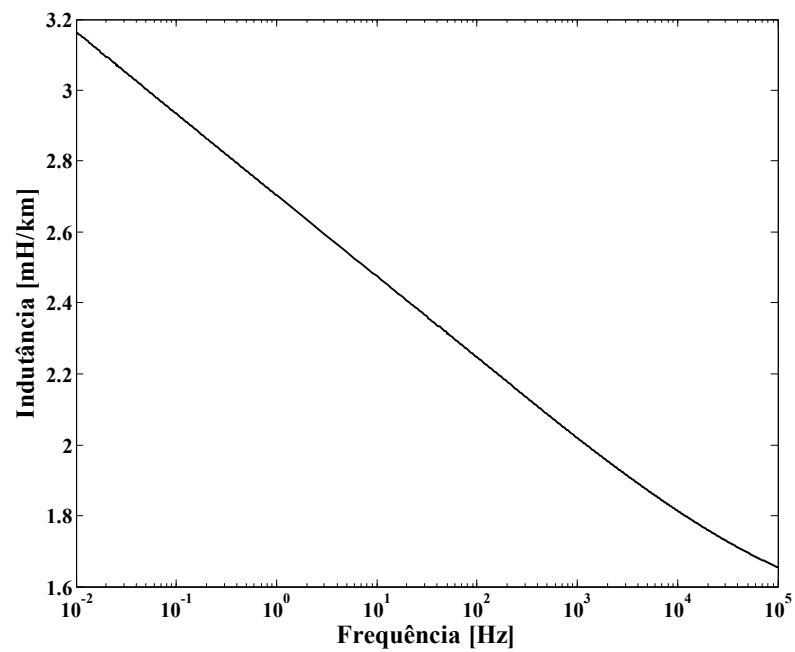
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 55 - Resistência mútua entre as fases 2 e 3

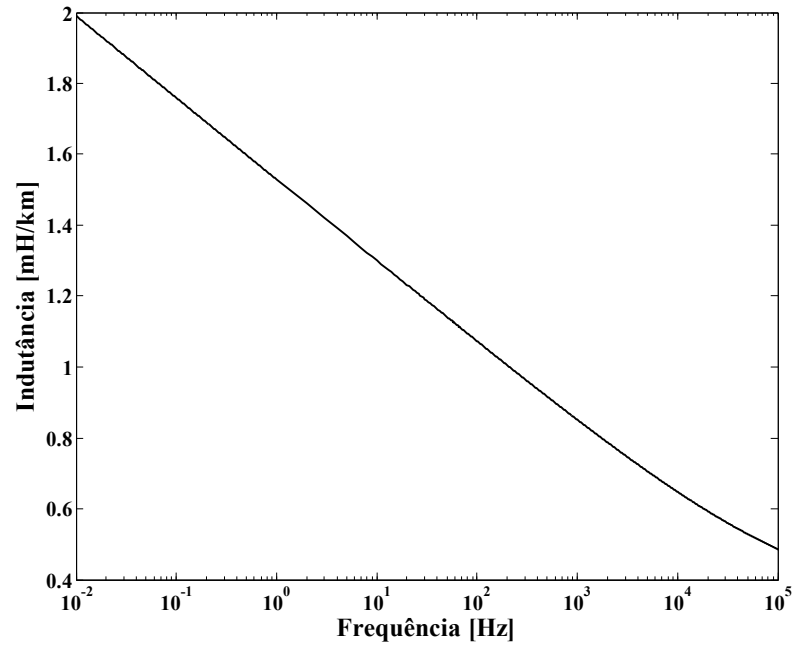


Fonte: Elaboração da própria autora

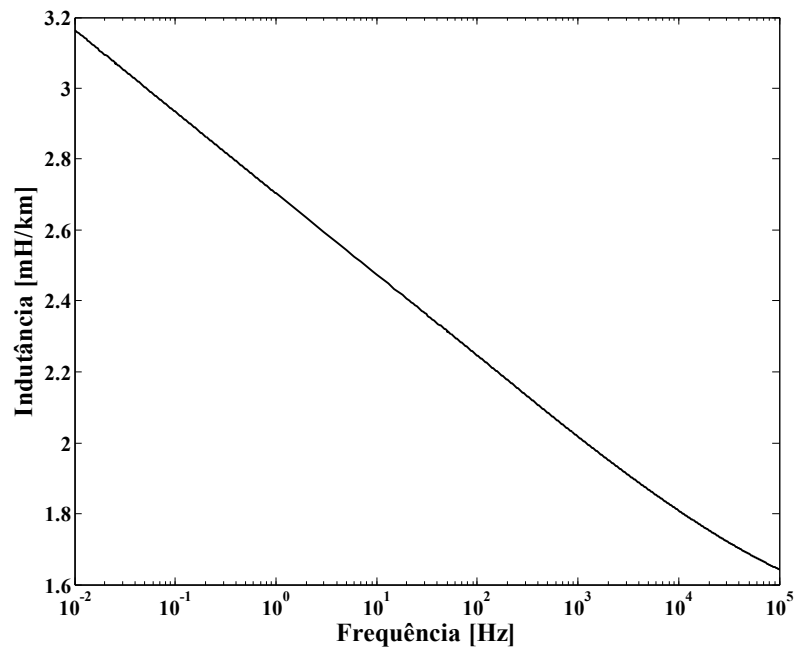
Figura 56 - Indutância própria da fase 1



Fonte: Elaboração da própria autora

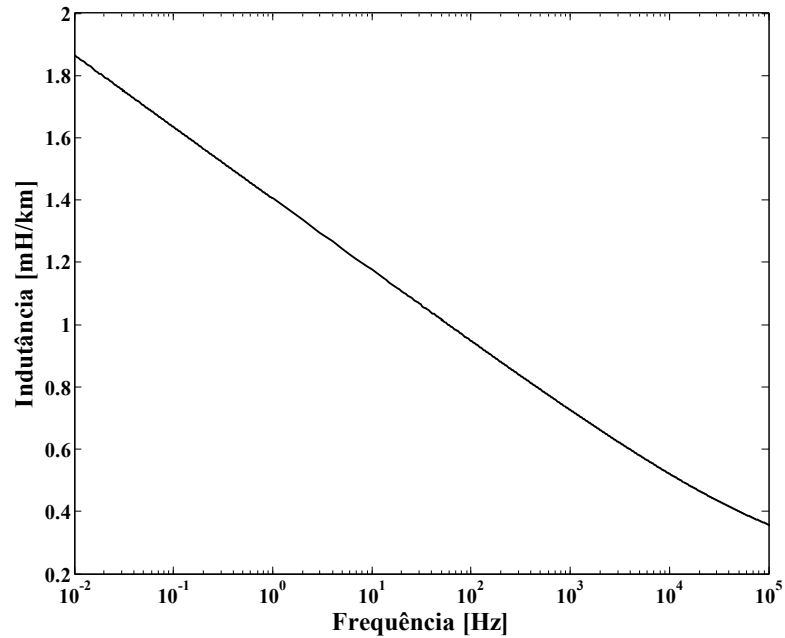
Figura 57 - Indutância mútua entre as fases 1 e 2

Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 58 - Indutância própria da fase 2

Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 59 - Indutância mútua entre as fases 2 e 3



Fonte: Elaboração da própria autora

C.3 Conclusão

No capítulo 5, foram apresentados os resultados obtidos por meio do modelo proposto e clássico. Nessas simulações foram utilizados os parâmetros longitudinais e transversais de uma linha de transmissão trifásica não transposta mas com um plano de simetria vertical que foram apresentados neste apêndice.

APÊNDICE D: ANÁLISE DE ERRO

D.1 Introdução

No capítulo 5, foi verificado o desempenho do modelo proposto nas simulações das sobretensões, resultantes da energização e da incidência de descarga atmosférica em uma linha trifásica com plano de simetria vertical.

Os resultados obtidos com o modelo analítico foram comparados aos resultados obtidos com o modelo clássico descrito no capítulo 2 e as simulações foram realizadas considerando o comportamento do módulo das correntes e tensões da linha trifásica.

Para complementar o estudo dos resultados, foi feita uma análise do comportamento do erro relativo entre os modelos analisados no capítulo 5. Esse erro foi calculado por:

$$\varepsilon = \frac{|V| - |V_{\text{ref}}|}{|V_{\text{ref}}|} \times 100 \quad (\text{D.1})$$

onde:

ε - erro relativo;

V - grandeza obtida por meio do modelo proposto;

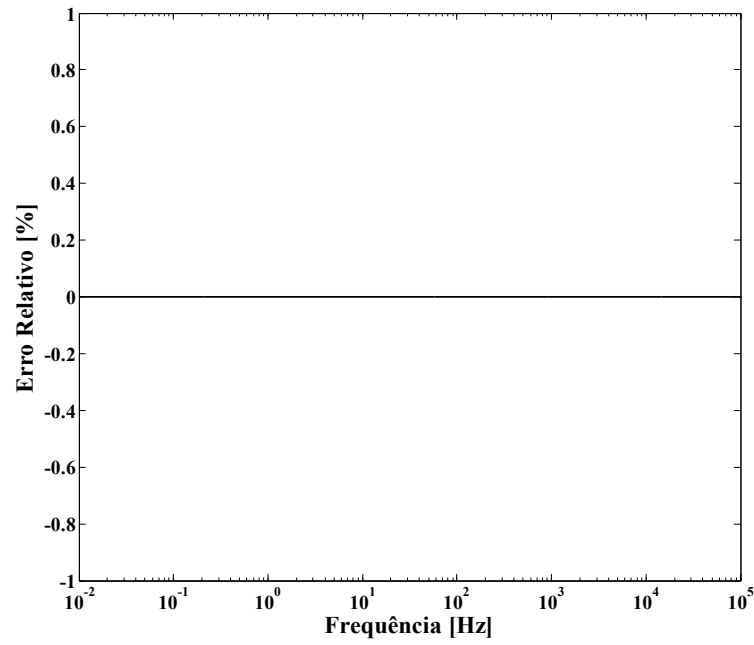
V_{ref} - grandeza obtida por meio do modelo clássico.

Todas as comparações foram realizadas considerando as linhas com comprimentos iguais a 100 km e 500 km em uma faixa de frequência compreendida entre 10^{-2} Hz e 105 Hz e 10^{-2} Hz e 5×10^4 Hz, respectivamente. Todas as simulações foram desenvolvidas no software Matlab®.

D.2 Erro referente ao desempenho do modelo proposto em simulações de transitórios resultantes da energização da linha

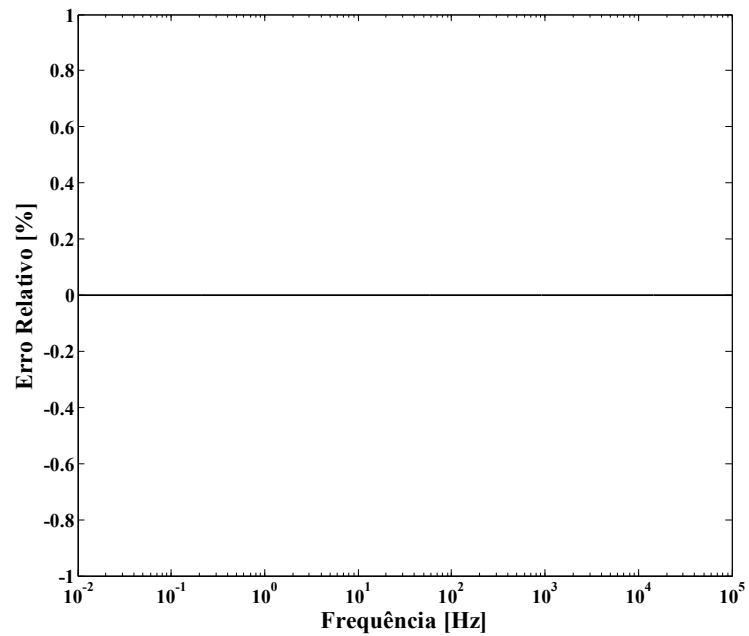
Para simular as tensões e correntes durante a energização da linha, considerou-se o circuito mostrado na Figura 17 do capítulo 5.

Figura 60 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal emissor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



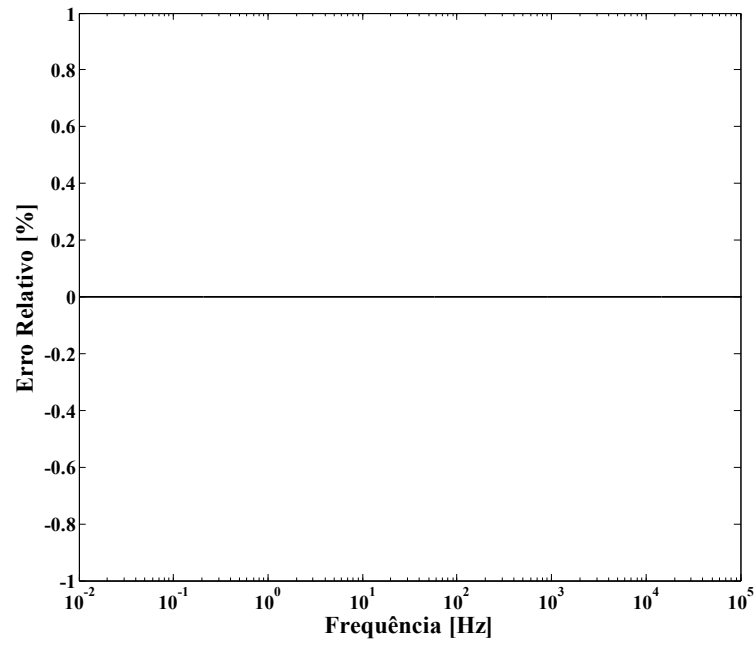
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 61 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal receptor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



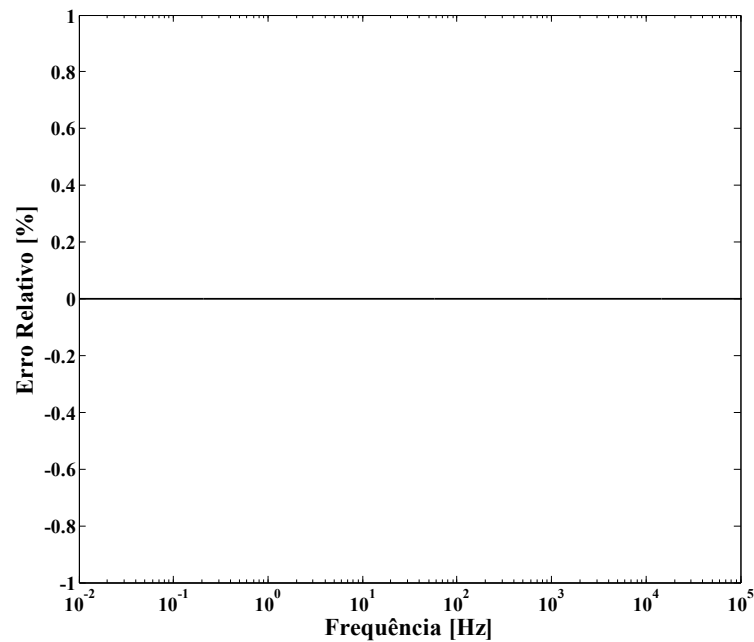
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 62 - Módulo do erro relativo entre as tensões no terminal receptor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



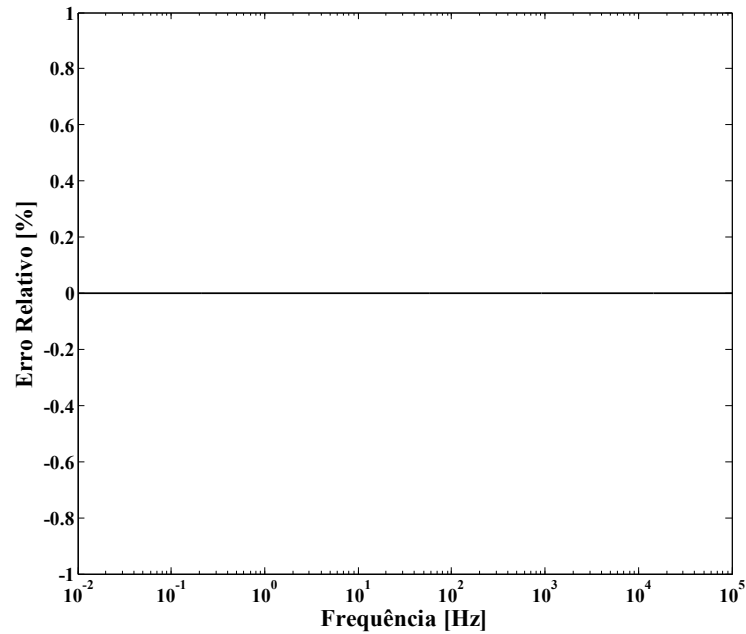
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 63 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal emissor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



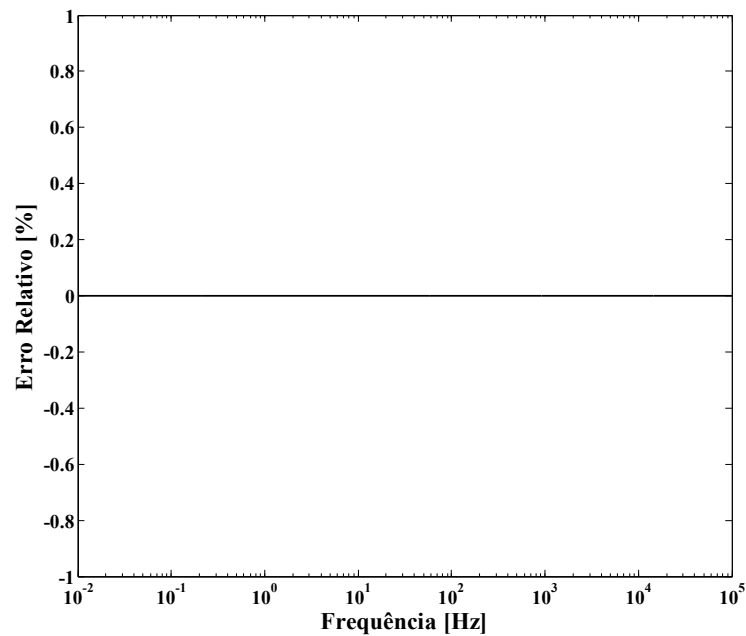
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 64 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal receptor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



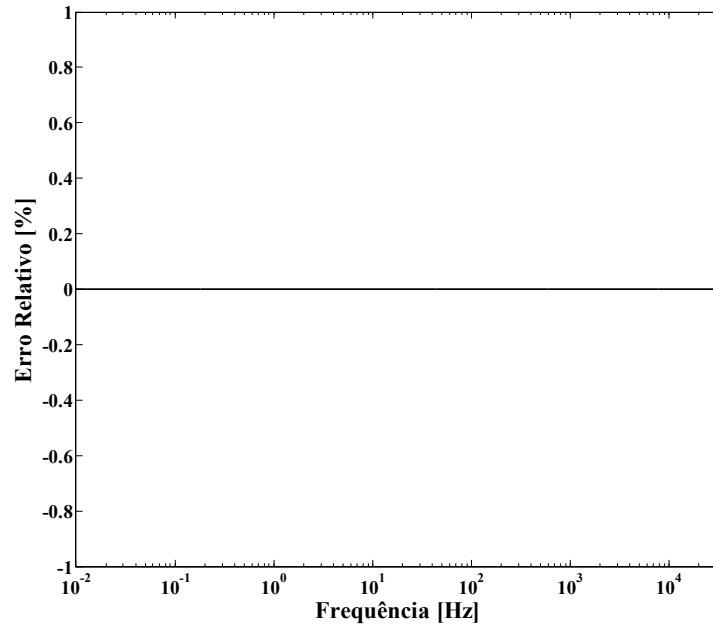
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 65 - Módulo do erro relativo entre as tensões no terminal receptor da fase 1 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



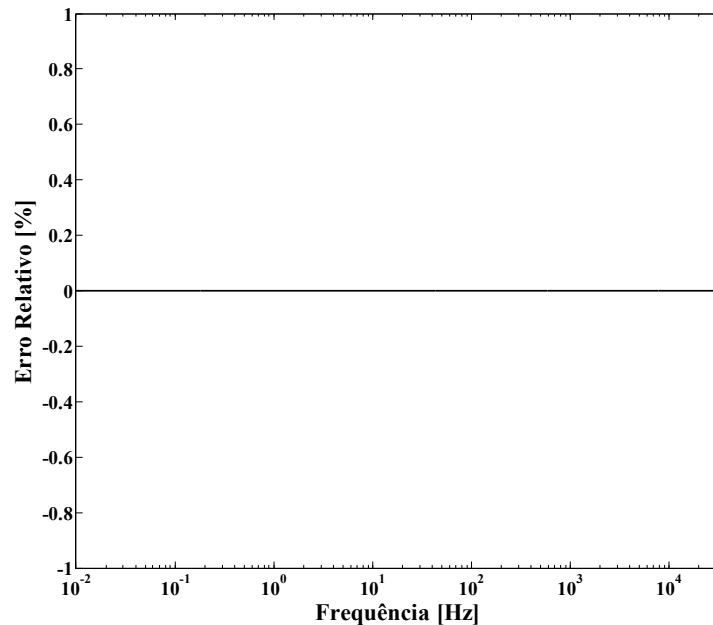
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 66 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal emissor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



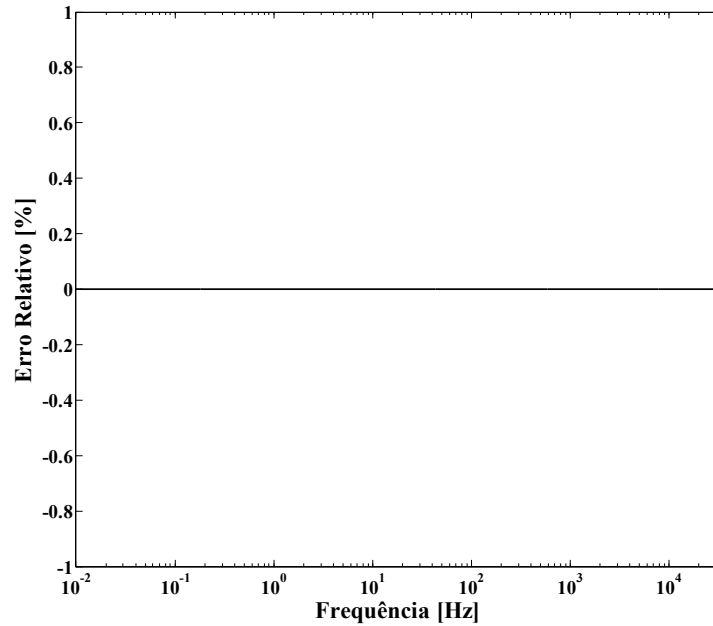
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 67 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal receptor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



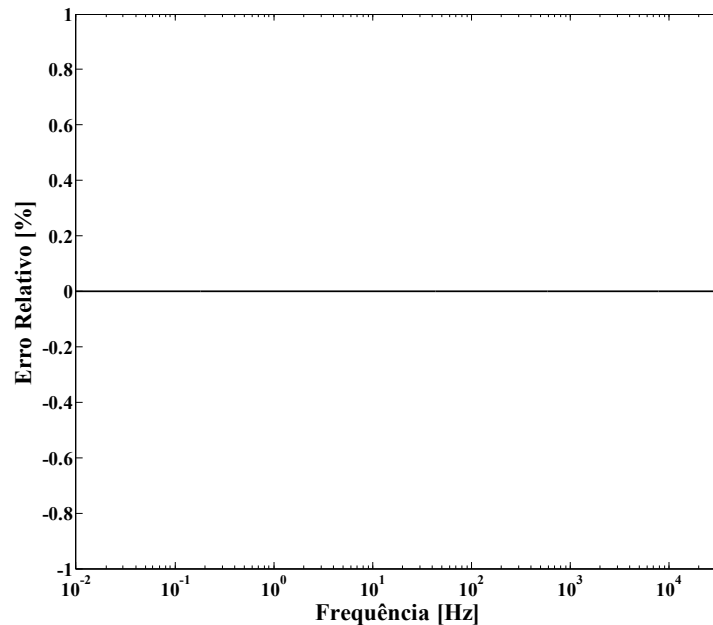
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 68 - Módulo do erro relativo entre as tensões no terminal receptor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



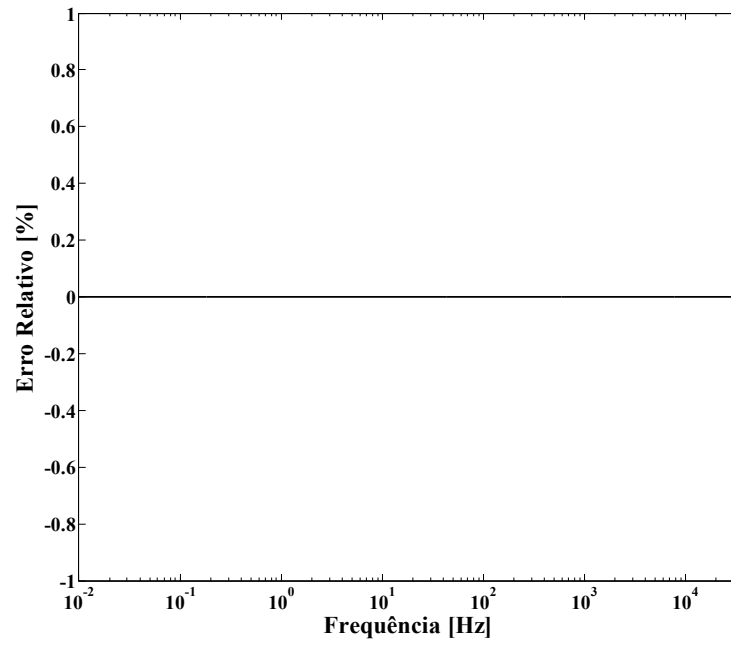
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 69 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal emissor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



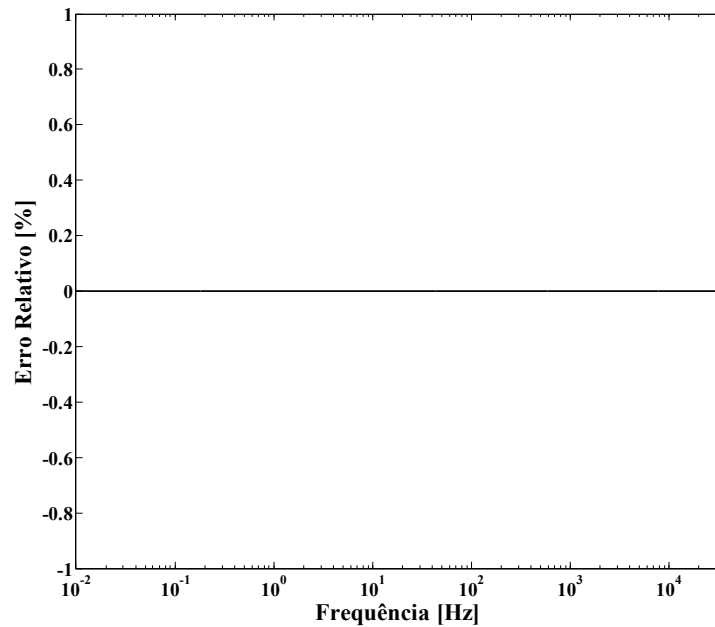
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 70 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal receptor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 71 - Módulo do erro relativo entre as tensões no terminal receptor da fase 1 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



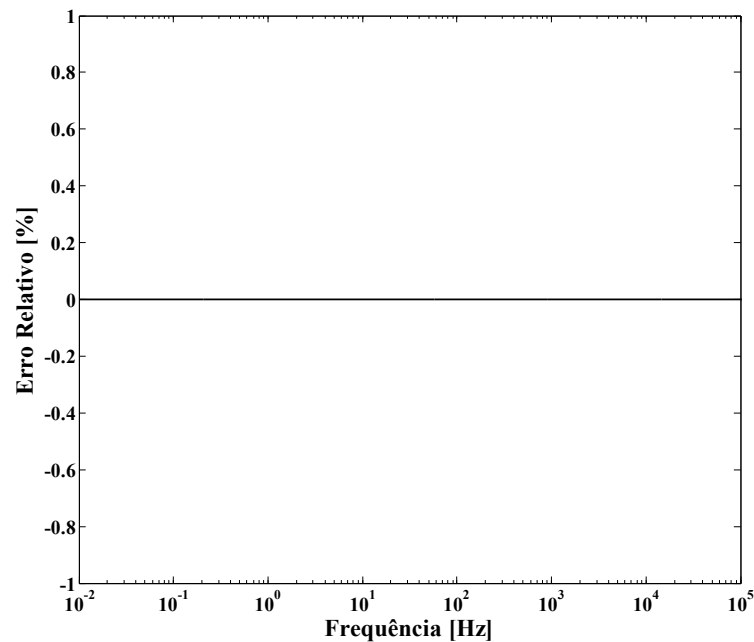
Fonte: Elaboração da própria autora

Também foram realizadas simulações considerando as fases 2 e 3 da linha e os resultados são coerentes aos resultados apresentados para a fase 1.

D.3 Desempenho do modelo proposto em simulações de transitórios resultantes da incidência de descarga atmosféricas

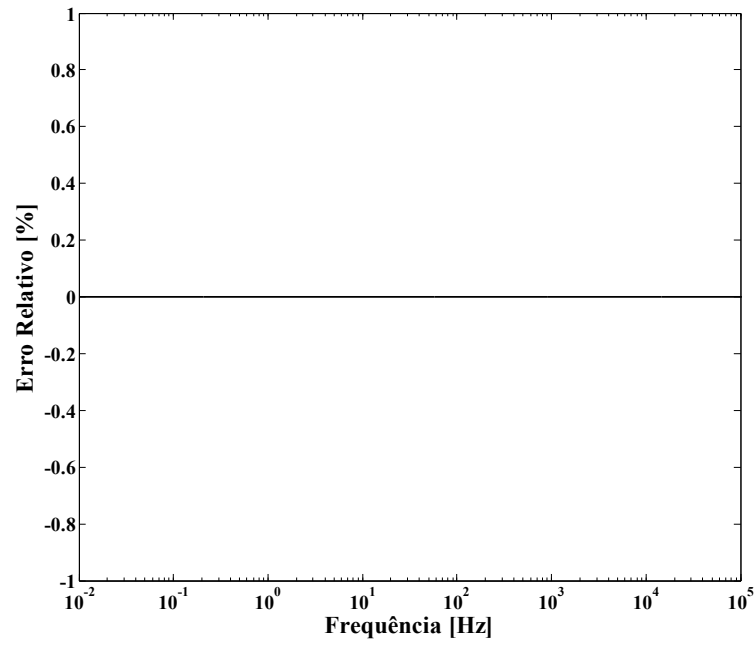
Para simular a incidência de uma descarga atmosférica considerou-se o circuito mostrado na Figura 30 do capítulo 5.

Figura 72 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal emissor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



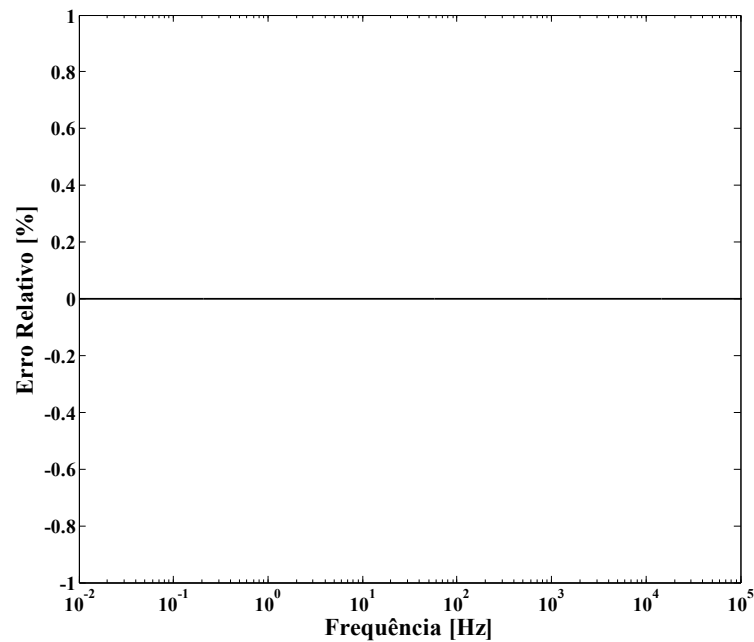
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 73 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal receptor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



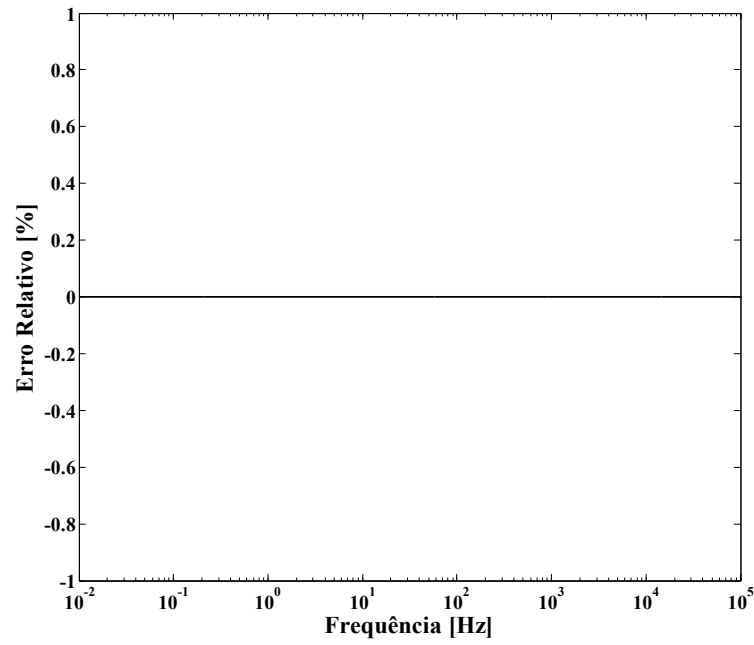
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 74 - Módulo do erro relativo entre as tensões no terminal receptor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



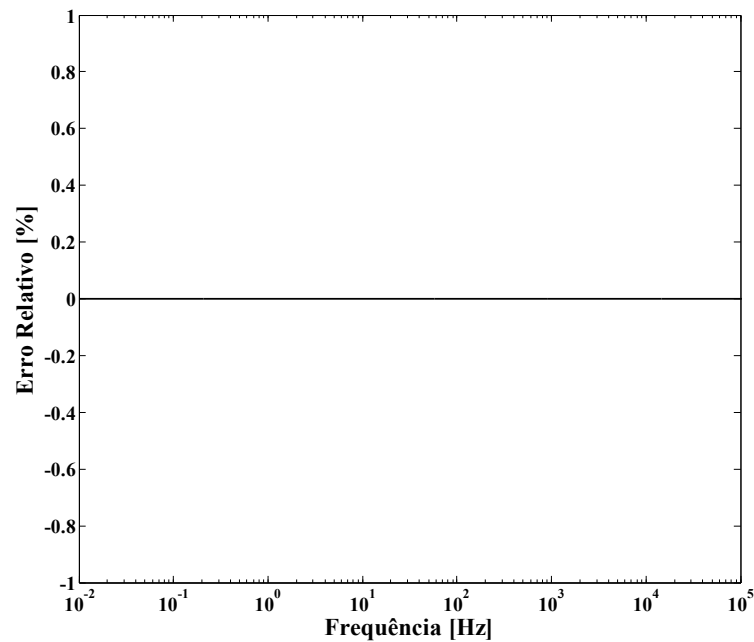
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 75 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal emissor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



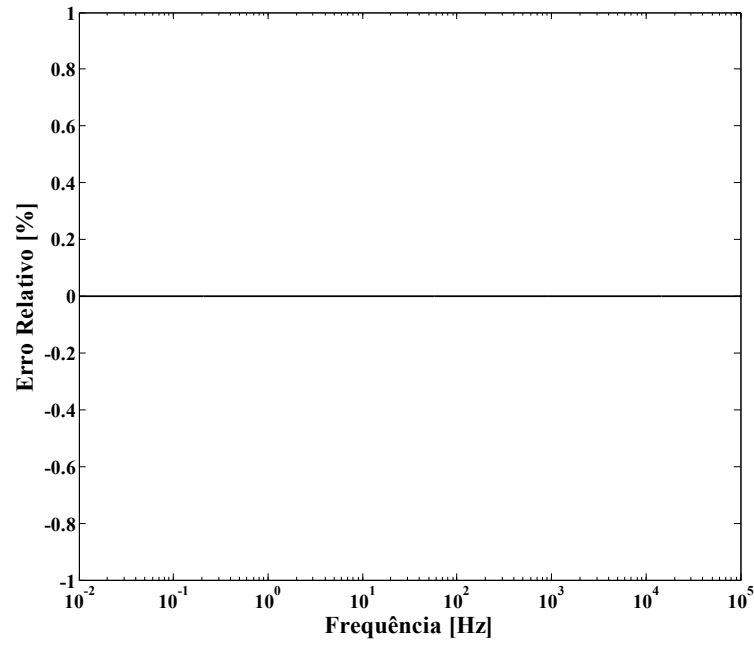
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 76 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal receptor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



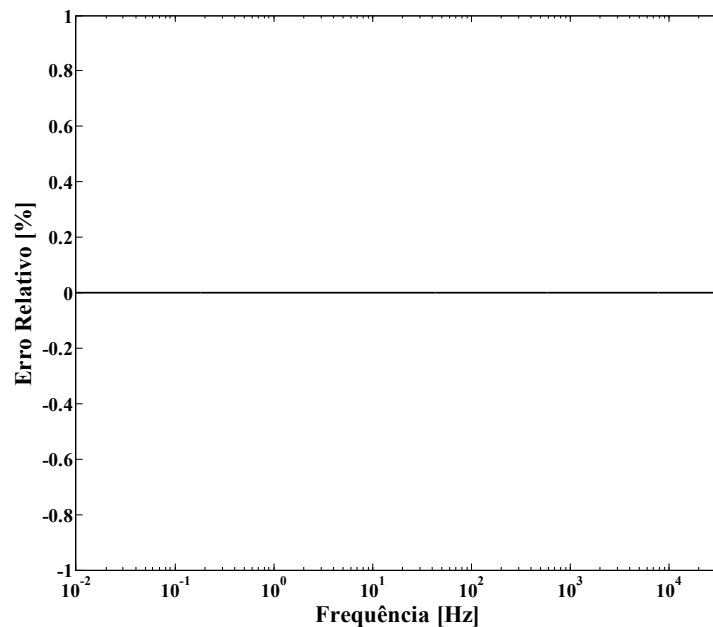
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 77 - Módulo do erro relativo entre as tensões no terminal receptor da fase 2 da linha de 100 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



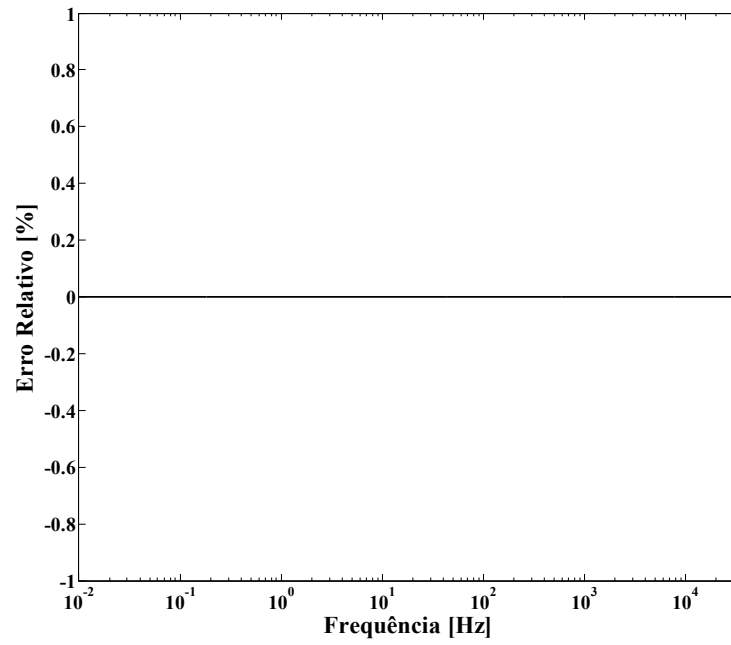
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 78 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal emissor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



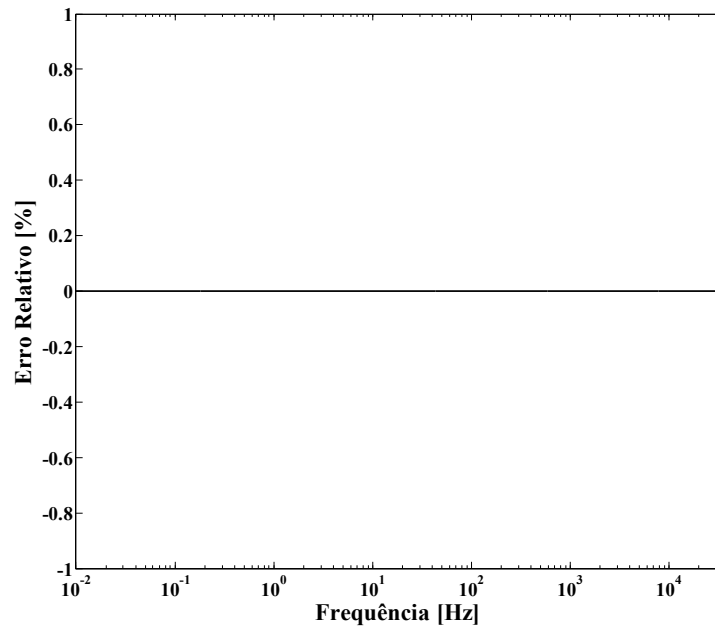
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 79 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal receptor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



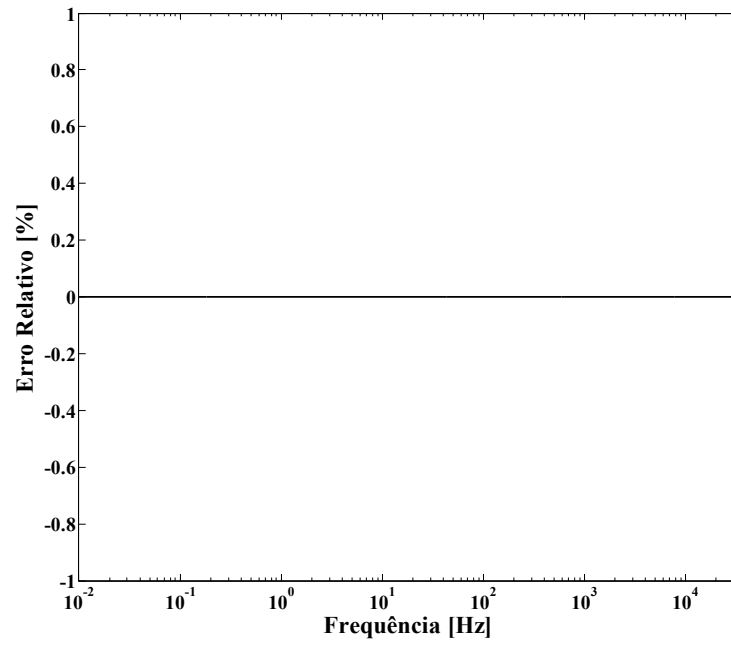
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 80 - Módulo do erro relativo entre as tensões no terminal receptor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 10 ohm.



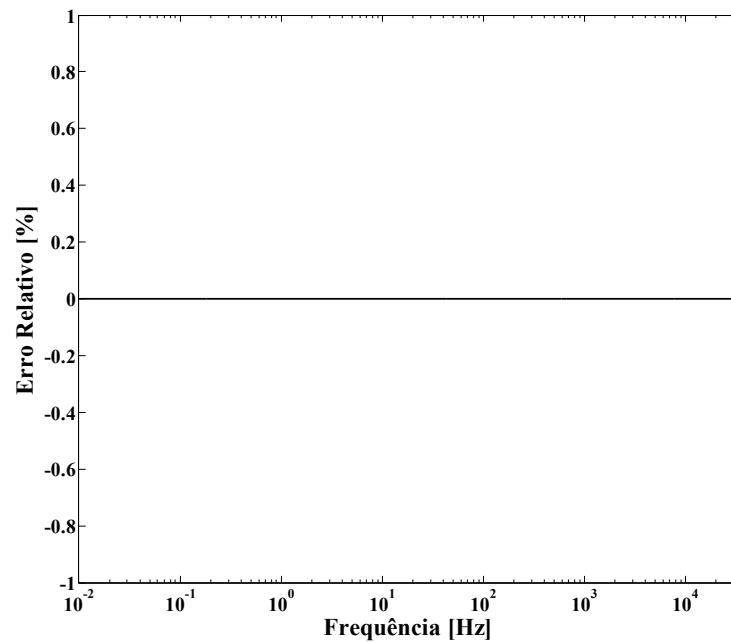
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 81 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal emissor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



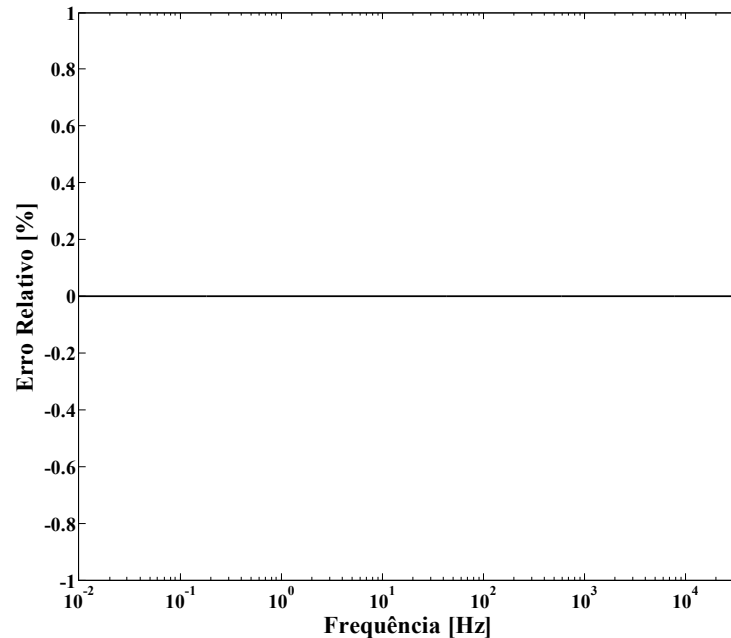
Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 82 - Módulo do erro relativo entre as correntes no terminal receptor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



Fonte: Elaboração da própria autora

Figura 83 - Módulo do erro relativo entre as tensões no terminal receptor da fase 2 da linha de 500 km, considerando uma carga com impedância igual a 1000 ohm.



Fonte: Elaboração da própria autora

Também foram realizadas simulações considerando as fases 2 e 3 da linha e os resultados são coerentes aos resultados apresentados para a fase 1.

D.4 Conclusão

No capítulo 5, capítulo foi feita a verificação do desempenho do modelo analítico desenvolvido neste trabalho.

Os resultados obtidos com o modelo analítico foram comparados aos resultados obtidos com um modelo clássico e todos os resultados foram coerentes em toda faixa de frequência analisada.

No entanto, para verificar se de fato, o modelo proposto apresenta os mesmo resultados que o modelo clássico foi realizada, neste apêndice, uma análise comparativa de erro e verificou-se que a diferença entre esses resultados está próxima a zero.

Portanto, pode-se afirmar que o modelo proposto se comporta adequadamente e pode ser utilizado para calcular as grandezas de fase da linha trifásica.