

GISELE DE CARVALHO APOLINÁRIO

**PROJETOS DE CONTROLE DISCRETO COM MODOS
DESLIZANTES PARA SISTEMAS SUJEITOS A ATRASO
NO CONTROLE**

Ilha Solteira - SP
2013



GISELE DE CARVALHO APOLINÁRIO

**PROJETOS DE CONTROLE DISCRETO COM MODOS
DESLIZANTES PARA SISTEMAS SUJEITOS A ATRASO
NO CONTROLE**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Ilha Solteira - UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Engenharia Elétrica.

Especialidade: Automação.

Prof. Dr. José Paulo Fernandes Garcia
Orientador

Ilha Solteira - SP
2013

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

A643p Apolinário, Gisele de Carvalho.
Projetos de controle discreto com modos deslizantes para sistemas sujeitos a atraso no controle / Gisele de Carvalho Apolinário. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2013
117 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2013

Orientador: José Paulo Fernandes Garcia
Inclui bibliografia

1. Sistemas discretos. 2. Controladores discretos. 3. Preditores de estados. 4. Modos deslizantes. 5. Atrasos. 6. Detecção de falhas.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Projetos de controle discreto com modos deslizantes para sistemas sujeitos a atraso no controle

AUTORA: GISELE DE CARVALHO APOLINÁRIO

ORIENTADOR: Prof. Dr. JOSE PAULO FERNANDES GARCIA

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA, Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. JOSE PAULO FERNANDES GARCIA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. MARCELO CARVALHO M TEIXEIRA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. RODRIGO CARDIM
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. CRISTIANO QUEVEDO ANDREA
Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Federal de Mato Grosso do Sul


Prof. Dr. ALFREDO DEL SOLE LORDELO
Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas / Universidade Federal do ABC

Data da realização: 02 de outubro de 2013.

*A minha família:
meus pais, Antônio Vito e Rita de Cássia
e meus irmãos, Juliana e Vitor Hugo.
Porque família é TUDO!*

DEDICO

AGRADECIMENTOS

Primordialmente a Deus, pelo amor incondicional e amparo, por me proporcionar sabedoria, saúde e me fortalecer sempre. Sem Ele eu jamais chegaria até aqui. Te louvo Senhor!

Aos meus pais Antônio Vito e Rita de Cássia, por terem renunciado muitos de seus sonhos em favor dos meus, pela dedicação, formação e principalmente por me mostrar a importância dos estudos. Agradeço minha mãe, que tanto amo, pelas inúmeras vezes que rezou por mim nos momentos de angústia.

A minha irmã Dra. Juliana, meiga e estudiosa, que neste momento carrega em seu ventre meu primeiro sobrinho(a) para a alegria de toda a família, em especial a minha pois sou "Titia Madrinha" dessa benção. Agradeço por todo amor, paciência e apoio dedicado a mim.

Ao meu irmão Vitor Hugo, lindo e alegre, que pude ajudar a cuidar e que hoje me preocupo como se fosse meu filho. Agradeço por todos os momentos divertidos e por todo carinho.

Como é bom ter irmãos! Amo muito! Obrigada Senhor!

Ao meu namorado Oberdan, por todo amor, confiança e incentivo em todos os momentos desta conquista. Eu te amo "Preto"!!!

Ao meu cunhado Dr. Willian, por me aconselhar em muitos momentos ao longo desses anos.

Ao casal professor Dr. José Paulo Fernandes Garcia (meu orientador) e professora Dra. Lizete Maria C. F. Garcia pela oportunidade oferecida, pelo conhecimento compartilhado e por toda dedicação que dispensaram a mim. Ressalto aqui uma verdadeira amizade com a "Profi" Lizete, agradeço a Deus por ter colocado essa pessoa maravilhosa em meu caminho, foram anos de alegria e companheirismo.

Aos professores Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira, Dr. Rodrigo Cardim e Dr. Edvaldo Assunção, pelo acompanhamento nas bancas examinadoras, sugestões e incentivo.

Aos professores que estão à frente do Laboratório de Pesquisa em Controle (LPC), Dr. Marcelo, Dr. José Paulo, Dr. Edvaldo e Dr. Rodrigo, pela brilhante atuação, almejando sempre uma ótima organização do Laboratório. Parabéns!

Ao querido amigo de graduação Régis Leandro Braguim Stábile ("nenenego"); um ser hu-

milde de capacidade plena; pelo incentivo, por todas as ajudas cedidas e pelas risadas compartilhadas.

Aos docentes e funcionários do Departamento de Matemática (FEIS-UNESP), por todo respaldo e apreço.

Aos colegas do Laboratório de Pesquisa em Controle (LPC) e do Laboratório Computacional de Pesquisa em Controle (LCPC), Emerson Ravazzi Pires da Silva, Fernando Barros Rodrigues, Luiz Francisco Sanches Buzachero, Victor Leonardo Yoshimura, Ueslei Barbosa Fernandes, Uiliam Tomaz Alves, Rodolpho Moreira Manesco, Wallysonn Alves de Souza, Edson Italo Mainardi Júnior, Manoel Rodrigo Moreira, João Henrique Pereira Silva, Herbert Eduardo Soto Pereyra, Diogo Ramalho de Oliveira, pela amizade e bons momentos convividos. Em especial, ao amigo Emerson, que nunca mediu esforços para me ajudar.

Aos familiares que torcem para o meu sucesso e que de forma direta ou indireta também me ajudaram.

Minha gratidão também aos amigos da minha cidade natal, Andradina/SP, em especial ao meu diretor espiritual Pe. Orides Fassoni e aos que fazem parte da Paróquia Nossa Senhora das Graças, agradeço pelos momentos de descontração e pelas diversas missas juntos. Cantar é próprio de quem ama!

Aos funcionários Márcia Chaves (Marcinha) e Deoclécio Mitsuiti Kosaka (Deo), pela simpatia e pelo bom atendimento.

A essa cidade fantástica, Ilha Solteira/SP, que no ano de 2003 me acolheu e que até hoje é mencionada com muito carinho por mim.

A Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira (FEIS-UNESP), local onde estudei durante a graduação, o mestrado e o doutorado.

A Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), por ter confiado a mim uma bolsa de Iniciação Científica, uma bolsa de Mestrado e pela aquisição do sistema de suspensão ativa por meio do Projeto Temático (Processo número 2011/17610-0).

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela oportunidade e apoio financeiro no doutorado.

“A vida é como andar de bicicleta se parar, cai, pois o equilíbrio vem do pedalar. O mesmo ocorre com os aviões. Se param, caem. O que sustenta seu equilíbrio é o movimento dos motores. É bom observar que a bicicleta tem duas rodas e um guidão, ou seja, o equilíbrio depende também de uma direção bem determinada. Quem não tem uma meta facilmente se cansa. É preciso saber para onde ir e ser persistente nessa direção.”

(Pe. Léo-2006)

RESUMO

Este trabalho propõe novas estratégias de controle discreto que utilizam preditores de estados. O enfoque principal do trabalho foi dado ao Controle Discreto com Modos Deslizantes aplicados em sistemas que possuem atraso no sinal de controle. As leis sugeridas são caracterizadas principalmente por sua simplicidade de implementação em dispositivos digitais e por proporcionar cálculos rápidos para gerar os sinais de controle. A motivação para essa pesquisa é devido ao amplo interesse do setor de controle e automação pelas influências dos atrasos, em suas diferentes formas, nos projetos de controle. Utiliza-se um preditor já consolidado na literatura em uma das estratégias proposta, enquanto que nas demais estratégias novos preditores são vistos com o objetivo de minimizar os efeitos degenerativos dos atrasos aos projetos. Os métodos de projeto propostos podem ser aplicados no controle de plantas estáveis ou instáveis com atraso no sinal de controle. Com o intuito de validar cada um dos controladores propostos, são apresentados resultados de simulações computacionais em um exemplo de sistema linear de ordem três, em um sistema linear que representa a suspensão ativa de um automóvel e em um sistema não linear que representa o sistema de um pêndulo invertido. No sistema de pêndulo invertido, que em malha aberta é de natureza instável, é proposto um algoritmo de detecção e acomodação automática de falha por atraso no sinal de controle. O presente trabalho mostra resultados satisfatórios mesmo com atrasos constantes e maiores que o período de amostragem, o que comprova a eficácia dos novos controladores.

Palavras-chave: Sistemas de controle discretos. Modos deslizantes. Atraso no sinal de controle. Projetos de controle. Detecção de falhas por atraso.

ABSTRACT

This work proposes new strategies of discrete-time control using state predictors. The main focus was the Sliding Mode Control applied to systems that present delay in the control sign. The suggested control laws are characterized by their simplicity of implementation in digital devices and provide a quick procedure to generate control signals. The motivation for this research is due to the wide interest in the automation and control areas for influences of several kinds of delays, in control projects. We use a predictor widely seen in the literature of the proposed strategies, while for other predictors new strategies are adressed to minimize the degenerative effects of delay in systems. The proposed design methods can be applied to the control of stable or unstable plants, with delay in the control signal. In order to validate each of the proposed controllers we present results of computer simulations for an example of a linear system of third order that represents the active suspension of a vehicle and a nonlinear system which represents an inverted pendulum. In the inverted pendulum system which is of unstable nature, we propose an algorithm for automatic detection and fault accommodation for delay in the control signal. The present work shows satisfactory results even with constant delays and larger sampling period, which proves the efficiency of the new controllers.

Keywords: Discrete control system. Sliding modes. Delay in the control signal. Control projects. Fault detection for delay.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Desempenho dos estados com CEV/MD contínuo sem atraso: Assintoticamente Estável.	31
Figura 2	Desempenho do sinal de controle com CEV/MD contínuo sem atraso: Assintoticamente Estável.	32
Figura 3	Desempenho da superfície de deslizamento com CEV/MD contínuo sem atraso: Assintoticamente Estável.	32
Figura 4	Desempenho dos estados com CEV/MD contínuo com atraso: Não é Assintoticamente Estável.	33
Figura 5	Desempenho do sinal de controle com CEV/MD contínuo com atraso: Não é Assintoticamente Estável.	34
Figura 6	Desempenho da superfície de deslizamento com CEV/MD contínuo com atraso: Não é Assintoticamente Estável.	34
Figura 7	Desempenho dos estados com CEV/MD discreto sem atraso: Assintoticamente Estável.	36
Figura 8	Desempenho do sinal de controle com CEV/MD discreto sem atraso: Assintoticamente Estável.	36
Figura 9	Desempenho da superfície de deslizamento com CEV/MD discreto sem atraso: Assintoticamente Estável.	37
Figura 10	Desempenho dos estados com CEV/MD discreto com atraso: Não é Assintoticamente Estável.	38
Figura 11	Desempenho do sinal de controle com CEV/MD discreto com atraso: Não é Assintoticamente Estável.	38
Figura 12	Desempenho da superfície de deslizamento com CEV/MD discreto com atraso: Não é Assintoticamente Estável.	39
Figura 13	Desempenho dos estados com Projeto I considerando atraso: ESTÁVEL.	43
Figura 14	Desempenho do sinal de controle com Projeto I considerando atraso: ESTÁVEL.	44
Figura 15	Desempenho da superfície de deslizamento com Projeto I considerando atraso: ESTÁVEL.	44
Figura 16	Desempenho dos estados com Projeto II considerando atraso: ESTÁVEL.	52
Figura 17	Desempenho do sinal de controle com Projeto II considerando atraso: ESTÁVEL.	53

Figura 18	Desempenho da superfície de deslizamento com Projeto II considerando atraso: ESTÁVEL.	53
Figura 19	Desempenho dos estados com Projeto III considerando atraso: ESTÁVEL.	63
Figura 20	Desempenho do sinal de controle com Projeto III considerando atraso: ESTÁVEL.	63
Figura 21	Desempenho da superfície de deslizamento com Projeto III considerando atraso: ESTÁVEL.	64
Figura 22	Modelo Esquemático do Sistema de Suspensão Ativa.	65
Figura 23	Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com o CDMD-o sem Atraso.	68
Figura 24	Sinal de Controle com o CDMD-o sem Atraso.	68
Figura 25	Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com CDMD-o com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.	69
Figura 26	Sinal de Controle com CDMD-o com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.	69
Figura 27	Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com o Projeto I com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.	70
Figura 28	Sinal de Controle com o Projeto I com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.	70
Figura 29	Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com o Projeto II com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.	71
Figura 30	Sinal de Controle com o Projeto II com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.	71
Figura 31	Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com o Projeto III com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.	72
Figura 32	Sinal de Controle com o Projeto III com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.	73
Figura 33	Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r : sobrepostas PI, PII e PIII com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.	74
Figura 34	Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com o CDMD-o sem Atraso.	75
Figura 35	Sinal de Controle com o CDMD-o sem Atraso.	76
Figura 36	Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com CDMD-o com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.	76
Figura 37	Sinal de Controle com CDMD-o com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.	77
Figura 38	Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com o Projeto I com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.	77

Figura 39	Sinal de Controle com o Projeto I com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.	78
Figura 40	Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com o Projeto II com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.	79
Figura 41	Sinal de Controle com o Projeto II com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.	79
Figura 42	Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com o Projeto III com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.	80
Figura 43	Sinal de Controle com o Projeto III com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.	80
Figura 44	Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r : sobrepostas PI, PII e PIII com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.	81
Figura 45	Esquema para Detecção de Falhas e Adaptação do Controlador.	84
Figura 46	Sistema Pêndulo Invertido.	86
Figura 47	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto I: Ângulo do Pêndulo.	89
Figura 48	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto I: Posição do Carro.	90
Figura 49	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto I: Sinal de Controle.	90
Figura 50	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto I: Controlador Ativo.	91
Figura 51	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto II: Ângulo do Pêndulo.	92
Figura 52	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto II: Posição do Carro.	93
Figura 53	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto II: Sinal de Controle.	93
Figura 54	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto II: Controlador Ativo.	94
Figura 55	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto III: Ângulo do Pêndulo.	95
Figura 56	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto III: Posição do Carro.	96
Figura 57	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto III: Sinal de Controle.	96
Figura 58	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto III: Controlador Ativo.	97
Figura 59	Esquema de Detecção Ativo: Posição do Carro sobrepostas PI, PII e PIII.	98
Figura 60	Esquema de Detecção Inativo: Posição do Carro.	99
Figura 61	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto I: Ângulo do Pêndulo.	100
Figura 62	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto I: Posição do Carro.	101
Figura 63	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto I: Sinal de Controle.	101
Figura 64	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto I: Controlador Ativo.	102
Figura 65	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto II: Ângulo do Pêndulo.	103
Figura 66	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto II: Posição do Carro.	104
Figura 67	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto II: Sinal de Controle.	104
Figura 68	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto II: Controlador Ativo.	105
Figura 69	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto III: Ângulo do Pêndulo.	106

Figura 70	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto III: Posição do Carro.	107
Figura 71	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto III: Sinal de Controle.	107
Figura 72	Esquema de Detecção Ativo com o Projeto III: Controlador Ativo.	108
Figura 73	Esquema de Detecção Ativo: Posição do Carro sobrepostas PI, PII e PIII. . .	109
Figura 74	Esquema de Detecção Inativo: Posição do Carro.	110

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Parâmetros do Sistema de Suspensão Ativa.	66
Tabela 2	Parâmetros do Sistema Pêndulo Invertido.	87
Tabela 3	Projeto I: Condição de Atraso Inerente	89
Tabela 4	Projeto II: Condição de Atraso Inerente	92
Tabela 5	Projeto III: Condição de Atraso Inerente	95
Tabela 6	Projeto I: Condição de Atraso Inerente	100
Tabela 7	Projeto II: Condição de Atraso Inerente	103
Tabela 8	Projeto III: Condição de Atraso Inerente	106

ABREVIATURAS E ACRÔNIMOS

CEV/MD	Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes
CDMD-o	Controle Discreto com Modos Deslizantes sem Atraso
CDMD-H	Controle Discreto com Modos Deslizantes com Atraso
PI-CDMD-H	Controle Discreto com Modos Deslizantes com Atraso para o Projeto I
PII-CDMD-H	Controle Discreto com Modos Deslizantes com Atraso para o Projeto II
PIII-CDMD-H	Controle Discreto com Modos Deslizantes com Atraso para o Projeto III
A/D	Conversor Analógico/Digital
D/A	Conversor Digital/Analógico
OBCD	Observador Convencional Discreto
PDT	Preditor Discreto
NCS	Networked Control Systems

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
2	RESULTADOS PRELIMINARES DE CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES	20
2.1	CONTROLE CONTÍNUO COM MODOS DESLIZANTES	20
2.1.1	<i>Modelo do Sistema</i>	21
2.1.2	<i>Projeto da Superfície de Deslizamento</i>	21
2.1.3	<i>Projeto do Controlador Contínuo</i>	25
2.2	CONTROLE DISCRETO COM MODOS DESLIZANTES (CDMD-o)	27
2.2.1	<i>Projeto da Superfície Deslizante e da Lei de Controle</i>	28
3	MOTIVAÇÃO E APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA DO ATRASO SOB O ENFOQUE CEV/MD	30
3.1	PROJETO DE CONTROLE CONTÍNUO	30
3.2	PROJETO DE CONTROLE DISCRETO	35
4	PROJETOS DE CONTROLE DISCRETO COM MODOS DESLIZANTES CONSIDERANDO ATRASO NO CONTROLE	40
4.1	PROJETO I: (PI-CDMD-H)	41
4.1.1	<i>Preditor Discreto no Tempo</i>	41
4.1.2	<i>Simulação</i>	43
4.2	PROJETO II: (PII-CDMD-H)	45
4.2.1	<i>Projeto do v_k^{eq}</i>	45
4.2.2	<i>Projeto do v_k^N</i>	49
4.2.3	<i>Simulação</i>	51
4.3	PROJETO III: (PIII-CDMD-H)	54

4.3.1	<i>Projeto do v_k^{eq}</i>	54
4.3.2	<i>Projeto do v_k^N</i>	59
4.3.3	<i>Simulação</i>	62
4.4	APLICAÇÃO NO SISTEMA DE SUSPENSÃO ATIVA	64
4.4.1	<i>Modelagem</i>	64
4.4.2	<i>Simulações: Período de Amostragem de 0,003 s e Atraso de 0,072 s</i>	67
4.4.3	<i>Simulações: Período de Amostragem de 0,006 s e Atraso de 0,072 s</i>	74
4.5	COMENTÁRIOS	82
5	DETECÇÃO E ACOMODAÇÃO AUTOMÁTICA DE FALHA POR ATRASO	83
5.1	DETECÇÃO DE FALHA E ADAPTAÇÃO DO CONTROLADOR	83
5.1.1	<i>Resíduos Acumulados</i>	83
5.1.2	<i>Diagnóstico da Falha</i>	83
5.1.3	<i>Adaptação do Controlador à Falha</i>	84
5.2	OBSERVADOR CONVENCIONAL DISCRETO	85
5.3	APLICAÇÃO NO SISTEMA PÊNDULO INVERTIDO	85
5.3.1	<i>Modelagem</i>	86
5.4	SIMULAÇÕES COM O SISTEMA PÊNDULO INVERTIDO PARA OS PROJETOS I, II e III	88
5.4.1	<i>Simulações: Período de Amostragem de 0,001 s e Atraso de 0,060 s</i>	88
5.4.2	<i>Simulações: Período de Amostragem de 0,006 s e Atraso de 0,072 s</i>	99
5.5	COMENTÁRIOS	110
6	CONCLUSÕES	111
6.1	CONCLUSÕES GERAIS	111
6.2	TRABALHOS PUBLICADOS E SUBMETIDOS	112
6.3	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	113
	REFERÊNCIAS	114

1 INTRODUÇÃO

Vadim I. Utkin, nos anos setenta, divulgou a teoria de sistemas com Controle de Estrutura Variável com Modos Deslizantes (CEV/MD). A partir deste marco, as atividades de pesquisa envolvendo esta metodologia de controle tem se expandido de modo que, ao final dos anos oitenta, muitas aplicações desta técnica tornaram-se possíveis, implicando em uma diversidade de problemas de automação e possibilitando que muitos pesquisadores investissem em novas pesquisas e desenvolvimento nesta área (UTKIN, 1977, 1992; YOUNG, 1993).

Um sistema com Estrutura Variável e Modos Deslizantes utiliza uma lei de controle com alta velocidade de chaveamento com o objetivo de levar a trajetória de estado da planta a uma superfície específica escolhida, mantendo-a por todo o tempo sobre esta superfície. Quando a trajetória dos estados atinge esta superfície e nela permanece, diz-se que o sistema está na condição de deslizamento ou em modo deslizante (UTKIN, 1978; YOUNG, 1993). De modo geral, para o projeto de CEV/MD têm-se que realizar a escolha da superfície de deslizamento e a seleção de uma lei de controle que garanta a alcançabilidade e a permanência da trajetória do sistema em deslizamento (GARCIA et al., 2005).

A principal vantagem desta estratégia é que, quando em deslizamento, o sistema torna-se não influenciável por determinados tipos de incertezas e/ou perturbações, ditas casadas (DRAZENOVIC, 1969). Uma das desvantagens é que, na prática, os chaveamentos em alta velocidade realizados pela lei de controle poderão excitar partes não modeladas do sistema, o que poderá comprometer seu desempenho. Outra desvantagem é que sistemas com CEV/MD são muito mais sensíveis a atrasos no controle ou nas variáveis realimentadas, quando comparados a sistemas controlados por outras técnicas. Isto decorre porque no caso do CEV/MD, a lei de controle com alta velocidade de chaveamento deve sempre direcionar a trajetória de estados para a superfície de deslizamento e quando ocorrem atrasos, mesmo que pequenos, seus efeitos no chaveamento poderão não direcionar a trajetória do sistema para a superfície de deslizamento projetada, podendo levar o sistema à instabilidade (LEE; LEE, 1999).

De maneira geral, a presença de atraso na planta a ser controlada é um dos fatores que contribui para a instabilidade do sistema degradando seu desempenho (GARCIA, 2002). Portanto, o atraso pode ser tratado como uma falha a ser detectada e seus efeitos degenerativos devem ser minimizados. No século XVIII, Bernoulli e Euler, foram os responsáveis pelos primeiros registros de equações com atraso. Volterra em seus estudos sobre dinâmica populacional e avanço de epidemias fez, na década de 1920, uma análise mais minuciosa (VOLTERRA, 1931) e sequencialmente Bellmann contribuiu com esses estudos (BELLMANN; DANSKIN, 1954). Em

Minorsky (1942) estudou-se o problema da estabilização de navios. Com a proposta de que o funcional de Lyapunov deveria ponderar os valores do estado entre o instante atual e o instante atrasado do sistema, Krasovskii inicia o estudo de estabilidade desses sistemas utilizando a abordagem de Lyapunov (KRASOVSKII, 1959).

Mais recentemente, muitos pesquisadores têm direcionado seus estudos para a questão do atraso, uma vez que na prática tornou-se um desafio, pois cada vez mais os sistemas físicos estão sujeitos a esse distúrbio. Percebe-se um aumento de interesse por tais sistemas, principalmente devido ao fato de que sistemas que possuem atraso podem ser mais bem controlados por leis de controle projetadas para modelos não simplificados pela desconsideração do atraso (VALMORBIDA, 2006). Segundo Ribeiro (2006) o atraso está presente em vários sistemas dinâmicos devido a: i) utilização, na planta e/ou malha de controle, de dispositivos microprocessados, que necessitam de um tempo para o processamento de informações; ii) atraso no sistema de medição das variáveis de controle do sistema, e iii) própria natureza da planta, que pode apresentar atrasos embutidos em sua função de transferência. Assim, em sistemas de engenharia, tais como sistemas: de controle, de eletrônica de potência, mecânicos, de telecomunicações, de redes de dados entre outros é comum encontrar a presença do atraso.

Como citado em Xia et al. (2007), em se tratando de sistemas incertos contínuos com atraso, diversos trabalhos foram publicados abordando diversas técnicas: equação de Riccati (JEUNG et al., 1996); *Linear Matrix Inequality* (SOUZA; LI, 1999; YUE, 2004; BASIN; PEREZ; ZUNIGA, 2006; BOUKAS; AL-MUTHAIRI, 2006; CHEN; LAM; XU, 2006), min-max Lyapunov (MOHEIMANI; SAVKIN; PETERSEN, 2000); e controle adaptativo (GE; HONG; LEE, 2004, 2003).

Por outro lado, desde os anos noventa, aplicações de controle com modos deslizantes implementados através de computadores têm sido utilizados com maior frequência em projetos de sistemas (SPURGEON; DAVIES, 1993). A implementação por dispositivos digitais necessita de um período de amostragem. Em projetos de CEV/MD contínuos no tempo, os quais desconsideram estes períodos de amostragem, as variáveis são constantes a cada período amostrado, o que caracteriza como um pequeno atraso existente a cada período, de forma a deteriorar o desempenho do sistema. Assim, projetos de controle CEV/MD discretos no tempo, os quais levam em consideração os conversores Analógicos/Digitais (e, portanto, o período de amostragem) resolvem este problema (GARCIA et al., 2005; APOLINÁRIO, 2009). Outra fonte de atraso nos sistemas microcontrolados é o tempo necessário para a realização dos cálculos para a geração do sinal de controle, implicando em atrasos, geralmente menores que o período de amostragem, mas que podem deteriorar o desempenho do sistema. Este problema foi estudado, por exemplo, em Lee e Lee (1999), Caun (2007). Além disto, o uso dos controladores digitais permitiu uma nova possibilidade: o controle dinâmico de sistemas a distância, via rede de comunicações (em inglês, *Networked Control Systems-NCS*) (YANG, 2006; GODOY; PORTO; INAMASU, 2010;

ZHANG; YU; YIN, 2011). Esta estratégia de controle apesar de trazer inúmeras vantagens para o controle de plantas sujeitas a ambientes hostis, motores em grandes profundidades marítimas usados para extração primária de petróleo, ou outros processos em ambientes industriais adversos, traz a possibilidade da ocorrência de atrasos, ocorridos devido à geração e transmissão de dados em redes deficientes. Estes atrasos são bem maiores do que o período de amostragem e podem causar instabilidade, especialmente em sistemas com CEV/MD.

Desta forma, além de atrasos inerentes aos processos controlados, podem ocorrer atrasos oriundos do controle digital. Ainda segundo Xia et al. (2007), neste enfoque, apesar de vários trabalhos terem sido realizados e divulgados, abordando o tema de projetos de controle discreto em sistemas com atraso, tais como Kapila e Haddad (1998), Mahmoud (2000), Song et al. (1999), Shi, Boukas e Agarwal (1999), Gao et al. (2004), poucos resultados têm sido apresentados abordando CEV/MD discreto, como por exemplo os trabalhos Jeung et al. (1996), Souza e Li (1999), Yue (2004), Basin, Perez e Zuniga (2006). Dos trabalhos que tratam de sistemas com atraso e são controlados por CEV/MD discretos, os algoritmos propostos usam preditores de estados para compor a lei de controle. A maioria destes preditores exige o armazenamento de grande número de amostras passadas do sinal de controle. Isto demanda, dependendo do valor do atraso, muitas amostras armazenadas e uma grande quantidade de cálculos nos dispositivos digitais para gerar o vetor de estados preditivos a cada período de amostragem k , para depois realizar o cálculo do sinal de controle neste mesmo período k . Isto pode, na prática aumentar ainda mais o atraso. Uma outra questão é que muitos destes trabalhos utilizam leis de controle discreta com chaveamentos de alta velocidade (controle de estrutura variável), o que pode comprometer o desempenho do sistema nestes casos, em que atrasos estão presentes.

Neste trabalho, são propostos três projetos de Controle Discreto com Modos Deslizantes (PI-CDMD-H; PII-CDMD-H; PIII-CDMD-H), cujas leis de controle não contém chaveamentos, mas que são capazes de levar a trajetória dos estados do sistema na vizinhança das superfícies de deslizamentos projetadas. As leis sugeridas são caracterizadas principalmente por sua simplicidade de implementação em dispositivos digitais e por proporcionar cálculos rápidos para gerar os sinais de controle.

Os três projetos sugeridos utilizam preditores de estados. No projeto PI-CDMD-H, utiliza-se o preditor de estados proposto por Xia et al. (2007). Nos projetos PII-CDMD-H e PIII-CDMD-H, são sugeridos novos preditores de estados, específicos para cada uma das leis CDMD propostas em cada projeto. Estes preditores tem a vantagem de estimar os estados futuros sem a utilização de amostras passadas dos sinais de controle e, portanto, sem a necessidade de armazenamento de informações amostradas do controle. São também caracterizados por sua simplicidade e por sua rapidez no que diz respeito ao tempo necessário para sua computação. Na prática, estas características fazem com que os controladores digitais propostos contribuam para que não haja ainda mais aumento de atraso na entrada de controle. Para comprovar a

eficácia de cada um dos controladores propostos são apresentados resultados de simulações computacionais em um exemplo de um sistema linear de ordem três, em um sistema linear que representa a suspensão ativa de um automóvel e em um sistema não linear que representa o sistema de um pêndulo invertido. No sistema de pêndulo invertido é proposto um algoritmo de detecção e acomodação automática de falha, sendo a falha considerada como sendo o atraso no sinal de controle (GARCIA et al., 2009). Os resultados das simulações dos três projetos propostos demonstram a eficácia dos controladores propostos e também são comparados entre si.

A seguir o presente documento é organizado desta maneira:

- Capítulo 2 - são apresentados alguns resultados preliminares de Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes (CEV/MD), tanto para o caso contínuo quanto para o caso discreto.

- Capítulo 3 - apresenta-se um exemplo, com simulações sem considerar o atraso e com simulações que consideram os efeitos do atraso, para motivar a necessidade de se projetar controladores para sistemas sujeitos a essa falha.

- Capítulo 4 - como enfoque principal desse trabalho, apresenta-se uma pesquisa relacionada a sistemas discretos com atrasos. Para isso propõe-se aqui os três projetos de Controladores Discreto com Modos Deslizantes para atuarem em sistemas com atrasos com ordem de grandeza maior que o período de amostragem. São eles: (PI-CDMD-H), (PII-CDMD-H) e (PIII-CDMD-H). Neste capítulo mostra-se também simulações, com o Sistema de Suspensão Ativa sujeito a atrasos maiores que o período de amostragem, para os três projetos propostos.

- Capítulo 5 - apresenta-se um esquema de Detecção de Falhas e Acomodação de Falhas por atraso. Esta estratégia é aplicada no controle de um sistema de pêndulo invertido através de simulações com o modelo matemático não linear que representa este sistema.

- Capítulo 6 - são apresentadas as conclusões da pesquisa, sugestões para próximos trabalhos nessa área e os artigos publicados com a mesma linha de pesquisa desta tese.

2 RESULTADOS PRELIMINARES DE CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES

Apresenta-se, neste capítulo, alguns resultados preliminares de Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes (CEV/MD), são eles: Controle Contínuo com Modos Deslizantes e Controle Discreto com Modos Deslizantes. A teoria do Controle Contínuo com Modos Deslizantes aqui detalhada serve de base para a compreensão da estrutura dos projetos com CEV/MD. Esta tese abrange projetos em tempo discreto.

2.1 CONTROLE CONTÍNUO COM MODOS DESLIZANTES

Um sistema de Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes (CEV/MD) é caracterizado por uma lei de controle que é chaveada quando o estado do sistema cruza certas superfícies descontínuas no espaço de estados. Esta estrutura de controle é usualmente não linear e resulta em um sistema com estrutura variável que pode ser considerado como uma combinação de subsistemas, cada um com uma estrutura fixa e que opera em uma região específica do espaço de estados (UTKIN, 1978).

Assim, a estratégia de CEV/MD utiliza uma lei de controle chaveada para conduzir e manter a trajetória dos estados de uma planta em uma superfície específica (chamada superfície de deslizamento ou superfície de chaveamento), ou sobre a intersecção de todas as superfícies escolhidas no espaço de estados. Quando a trajetória dos estados atinge esta superfície e nela permanece, diz-se que o sistema está na condição de deslizamento ou em modo deslizante.

A existência de um modo deslizante requer a estabilidade da trajetória de estado para a superfície de deslizamento. Uma lei de controle deve então ser projetada para assegurar que a trajetória de estados se dirija à superfície de deslizamento (alcançabilidade) e nela permaneça durante todo o tempo subsequente (atratividade).

Assegurar a existência de um modo deslizante na superfície de deslizamento é um caminho necessário no projeto de CEV/MD. Projetar a dinâmica da superfície é um caminho complementar do problema.

Assim, são duas as etapas principais no projeto:

(a) Projeto de uma superfície de deslizamento, tal que a dinâmica da planta, quando em deslizamento, tenha uma trajetória desejada;

(b) Desenvolvimento de uma lei de controle tal que satisfaça as condições de existência e alcançabilidade ao modo deslizando.

A teoria, já clássica, do Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes é detalhadamente apresentada no livro de Utkin (UTKIN, 1978). Para uma leitura mais rápida, em seu tutorial, DeCarlo (DECARLO; ZAK; MATTHEWS, 1988) apresenta de forma didática os principais aspectos da teoria.

Neste item, serão apresentados os principais aspectos que possibilitarão a realização sistematizada do projeto da lei de controle CEV/MD. Todo o texto aqui apresentado foi baseado na referência (DECARLO; ZAK; MATTHEWS, 1988).

2.1.1 Modelo do Sistema

Considera-se uma classe de sistemas tendo um modelo de estado não linear no vetor de estado $x(t)$ e linear no vetor de controle $u(t)$ da forma

$$\dot{x}(t) = f(x, t, u) = f(x, t) + B(x, t)u(t) \quad (1)$$

sendo $x(t) \in \mathbb{R}^n$ o vetor de estado, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ o vetor de controle, $f(x, t) \in \mathbb{R}^n$ e $B(x, t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$. Além disso, cada entrada em $f(x, t)$ e $B(x, t)$ é assumida ser contínua com derivada limitada contínua com respeito a x .

Cada entrada $u_i(t)$ do controle chaveado $u(t) \in \mathbb{R}^m$ tem a forma

$$u_i(x, t) = \begin{cases} u_i^+(x, t) & S_i(x) > 0 \\ u_i^-(x, t) & S_i(x) < 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad (2)$$

sendo $S_i(x) = 0$ a i -ésima superfície de chaveamento.

O projeto do CEV/MD divide-se em duas fases. A fase 1 implica na elaboração das superfícies de chaveamento de maneira que o sistema restrito às superfícies de chaveamento produza um comportamento desejado. A fase 2 implica na elaboração dos ganhos de realimentação chaveados que levam a trajetória de estados da planta à superfície e a mantenha ali.

2.1.2 Projeto da Superfície de Deslizamento

Uma técnica simples e facilmente aplicável para sistemas multi-entradas é o método de controle equivalente, como proposto por DeCarlo, Zak e Matthews (1988)

► O Método de Controle Equivalente

O método de controle equivalente é um meio de determinação do movimento do sistema

restrito a superfície de chaveamento $S(x) = 0$. Supondo a condição de deslizamento em t_0 , a trajetória de estado da planta intercepta a superfície de chaveamento e um modo deslizante existe para $t \geq t_0$. A existência de um modo deslizante implica:

- 1) $S(x(t)) = 0$;
- 2) $\dot{S}(x(t)) = 0$ para todo $t \geq t_0$.

Da regra da cadeia $[\partial S / \partial x] \dot{x} = 0$. Logo, aplicando em (1), têm-se:

$$\left[\frac{\partial S}{\partial x} \right] \dot{x} = \left[\frac{\partial S}{\partial x} \right] [f(x, t) + B(x, t)u^{eq}] = 0,$$

sendo u^{eq} o chamado controle equivalente que resolve esta equação. Para calcular u^{eq} , assume-se que o produto da matriz $[\partial S / \partial x] B(x, t)$ é não-singular para todo x e t .

Então,

$$u^{eq} = - \left[\left[\frac{\partial S}{\partial x} \right] B(x, t) \right]^{-1} \frac{\partial S}{\partial x} f(x, t), \quad (3)$$

portanto, dado $S(x(t_0)) = 0$, a dinâmica do sistema sobre a superfície de chaveamento para $t \geq t_0$ é dada por

$$\dot{x} = \left[I - B(x, t) \left[\frac{\partial S}{\partial x} B(x, t) \right]^{-1} \frac{\partial S}{\partial x} \right] f(x, t). \quad (4)$$

No caso especial de uma superfície de chaveamento linear, $S(x) = Gx = 0$, $\partial S / \partial x = G$, (4) se reduz a

$$\dot{x} = \left[I - B(x, t) [GB(x, t)]^{-1} G \right] f(x, t). \quad (5)$$

Observe que (5) em conjunto com a limitação $S(x) = 0$ determina o movimento do sistema sobre a superfície de chaveamento. Assim, o movimento sobre a superfície de chaveamento será regido por um conjunto de equações de ordem reduzida. Esta redução de ordem acontece por causa do conjunto de limitações das variáveis, $S(x) = 0$.

► Redução de Ordem

Focando sobre o caso de superfície de chaveamento linear, $S(x) = Gx = 0$, o sistema equivalente deve satisfazer não somente a dinâmica de estado n -dimensional, mas também as " m " equações algébricas, $S(x) = 0$. O uso de ambas as limitações reduz a dinâmica do sistema de um modelo de n -ésima ordem para um modelo de $(n - m)$ -ésima ordem.

Especificamente, supõe-se que o sistema não linear (1) é restrito à superfície de chaveamento $S(x) = Gx = 0$, com dinâmica de sistema dado por (5). Então é possível resolver para (m)

variáveis de estado, em termos das $(n - m)$ variáveis de estado restantes, sendo o $\text{rank}[G] = m$. Substitui-se estas relações nas $(n - m)$ equações restantes de (5) e nas equações correspondendo às (m) variáveis de estado. O sistema de $(n - m)$ ordem resultante descreve completamente o sistema equivalente dada uma condição inicial satisfazendo $S(x) = 0$.

Uma observação muito importante é que a dinâmica do sistema original deve ser dada na forma canônica de Luenberger. Os sistemas que não estão nesta forma frequentemente exigem uma transformação para uma forma mais geral denominada forma regular.

► **Forma Regular e Dinâmica de Ordem Reduzida**

A forma regular da dinâmica da planta (1) é

$$\dot{x}_1 = f_1(x, t), \quad (6)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x, t) + B_2(x, t)u. \quad (7)$$

Na equação a seguir, assume-se que G_2 é não-singular. Assim, em um modo deslizante

$$S(x) = Gx = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} G_1 & G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow G_1x_1 + G_2x_2 = 0,$$

$$x_2 = -G_2^{-1}G_1x_1 \quad (8)$$

e

$$\dot{x}_1 = f_1(x, t) = f_1(x_1, -G_2^{-1}G_1x_1, t) \quad (9)$$

que é a dinâmica de ordem reduzida.

A questão importante é como transformar a dinâmica do sistema dado (1) na forma regular (7). Primeiro, considera-se o caso de uma superfície de chaveamento linear e uma transformação linear invariante no tempo não-singular $z = Tx$. Tomando a derivada de z

$$\dot{z} = T\dot{x} = Tf(x, t) + TB(x, t)u. \quad (10)$$

Para um sistema linear invariante no tempo têm-se:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t); \quad A \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad B \in \mathbb{R}^{n \times m} \\ f(x, t) &= Ax; \quad x = T^{-1}z; \quad \dot{x} = T^{-1}\dot{z}. \end{aligned} \quad (11)$$

Substituindo (11) em (10):

$$\begin{aligned}\dot{z} &= TAT^{-1}z + TBu = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix}, \\ \dot{z} &= Nz + Mu,\end{aligned}\tag{12}$$

sendo:

A - matriz de estado;

B - matriz de entrada;

T - matriz de transformação linear;

$$N = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix},\tag{13}$$

$$M = TB = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix},\tag{14}$$

A_{11} : $(n - m) \times (n - m)$ matriz constante;

A_{12} : $(n - m) \times m$ matriz constante;

A_{21} : $m \times (n - m)$ matriz constante;

A_{22} : $m \times m$ matriz constante;

I : Matriz Identidade de ordem $m \times 1$;

n : número de variáveis de estado;

m : número de entradas da lei de controle u .

Assim, de (12), (13) e (14) têm-se

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} u.\tag{15}$$

No deslizamento, têm-se a condição $G_1 z_1 + G_2 z_2 = 0$ e, portanto, a dinâmica de ordem reduzida torna-se

$$\dot{z}_1 = [A_{11} - A_{12}G_2^{-1}G_1]z_1\tag{16}$$

que tem a estrutura de realimentação $A_{11} + A_{12}F$ com $F = -G_2^{-1}G_1$ e A_{12} desempenhando o papel de matriz de entrada (B) da equação de estado. Se o par (A_{11}, A_{12}) é controlável, então é possível usar efetivamente as técnicas de controle de realimentação clássica para calcular F tal que $A_{11} + A_{12}F$ tenha características desejáveis. Encontrando F , pode-se calcular $[G_1 \ G_2]$ tal que $F = -G_2^{-1}G_1$, assim completando o projeto da superfície de chaveamento. Note que

pode-se usar a técnica de alocação de pólos, técnica de controle ótimo linear, entre outros, para projetar F.

A seguir é dado um algoritmo para o cálculo da superfície de chaveamento:

- 1- Determinar a matriz transformação linear T ;
- 2- Cálculo das matrizes A_{11} e A_{12} ;
- 3- Escolha da técnica para cálculo dos coeficientes da superfície de deslizamento.

Após o cálculo da superfície utilizando métodos computacionais a partir da forma regular do sistema, deve-se projetar o controlador, cujo objetivo é determinar os ganhos de realimentação chaveados que levarão a trajetória de estados da planta à superfície de chaveamento, mantendo-a na condição de modo deslizante.

2.1.3 Projeto do Controlador Contínuo

Na teoria, uma variedade infinita de estratégias de controle da forma (2) são possíveis. Uma alternativa para o controle é:

$$u_i = u^{eq} + u^N, \quad (17)$$

sendo que u^{eq} é a componente do controle equivalente, responsável pela dinâmica do deslizamento e u^N a parte que mantém a trajetória dos estados no deslizamento.

Para controladores tendo a estrutura (17), aplicado em sistemas lineares (11), no deslizamento têm-se que $\dot{S}(x) = G\dot{x}(t) = G[Ax + Bu^{eq}] = 0$. Assim pode-se chegar a uma expressão para a parcela de controle contínuo u^{eq} , que é dada por:

$$u^{eq} = -(GB)^{-1}(GA)x(t) = F_{eq}x(t). \quad (18)$$

Uma vez determinada a parcela de controle, a qual determina a dinâmica do sistema no modo deslizante, deve-se determinar a parcela u^N , a qual direciona o sistema ao deslizamento e o mantém nesta condição por todo o tempo subsequente. Para o sistema linear, com $S(x) = Gx(t)$, têm-se:

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial x} \dot{x} = G [Ax + B(u^{eq} + u^N)]. \quad (19)$$

Substituindo (18) na equação (19) têm-se:

$$\dot{S}(x) = GBu^N, \quad (20)$$

sendo que pode-se forçar $GB = I$, onde I é a matriz identidade, de forma que $\dot{S}(x) = u^N$. Esta condição permite uma verificação fácil das condições de suficiência para a existência e alcançabilidade de um modo deslizante, tal que a condição $S_i\dot{S}_i < 0$ seja satisfeita quando $S_i(x) \neq 0$.

A seguir são mostradas cinco estruturas possíveis de controle descontínuo para u^N : função sinal com ganhos constantes, função sinal com ganhos dependentes dos estados, realimentação linear com ganhos chaveados, realimentação linear contínua e vetor unitário de não linearidade com fator de escala.

1) Função sinal com ganhos constantes:

$$u_i^N(x) = \begin{cases} \alpha_i \operatorname{sgn}(S_i(x)), & S_i(x) \neq 0, \alpha_i(\cdot) < 0 \\ 0 & S_i(x) = 0 \end{cases} \quad (21)$$

A condição suficiente para a existência de um modo deslizante é obtida da seguinte forma:

$$S_i\dot{S}_i = \alpha_i S_i(x) \operatorname{sgn}(S_i(x)) < 0, \text{ se } S_i(x) \neq 0.$$

2) Função sinal com ganhos dependente dos estados:

$$u_i^N(x) = \begin{cases} \alpha_i(x) \operatorname{sgn}(S_i(x)), & S_i(x) \neq 0, \alpha_i(\cdot) < 0 \\ 0 & S_i(x) = 0 \end{cases} \quad (22)$$

Novamente é simples verificar que

$$S_i\dot{S}_i = \alpha_i(x) S_i(x) \operatorname{sgn}(S_i(x)) < 0, \text{ se } S_i(x) \neq 0.$$

3) Realimentação linear com ganhos chaveados:

$$u_i^N(x) = \psi x; \quad \psi = [\psi_{ij}], \quad \psi_{ij} = \begin{cases} \alpha_{ij}, & S_i x_j > 0 \\ \beta_{ij}, & S_i x_j < 0 \end{cases} \quad (23)$$

com $\alpha_{ij} < 0$ e $\beta_{ij} > 0$. Assim novamente,

$$S_i\dot{S}_i = S_i(\psi_{i1}x_1 + \psi_{i2}x_2 + \dots + \psi_{in}x_n) < 0.$$

4) Realimentação linear contínua:

$$u_i^N(x) = \alpha_i S_i(x) \quad \text{e} \quad \alpha_i < 0. \quad (24)$$

A condição para a existência de um modo deslizante é

$$S_i \dot{S}_i = \alpha_i S_i^2(x) < 0.$$

Vale ressaltar que neste trabalho utiliza-se a versão discretizada de (24) que é um controle não chaveado.

5) Vetor unitário não linear com fator de escala:

$$u^N(x) = \frac{S(x)}{\|S(x)\|} \rho, \quad \rho < 0. \quad (25)$$

As condições de existência são

$$S^T(x) \dot{S}(x) = \|S(x)\| \rho < 0, \quad \text{se} \quad S(x) \neq 0.$$

A estrutura (25) pode ser modificada tal que o chaveamento da função sinal $S(x)/\|S(x)\|$ seja feito de forma suave, ou seja:

$$u^N(x) = \frac{S(x)}{\|S(x)\| + \delta} \rho, \quad \rho < 0; \quad \delta \text{pequeno}. \quad (26)$$

2.2 CONTROLE DISCRETO COM MODOS DESLIZANTES (CDMD-o)

Considere o sistema discreto (GARCIA et al., 2005) representado por

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma u_k \\ y_k &= C x_k \end{aligned} \quad (27)$$

sendo $u_k \in \mathbb{R}^m$ o vetor de controle discreto no tempo e $x_k \in \mathbb{R}^n$, $y_k \in \mathbb{R}^p$ os sinais amostrados. As matrizes constantes são $\Phi \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times m}$ e $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$.

O controle é dado a cada instante de amostragem kT_a . Em controle digital, a i -ésima entrada de controle $u_i(t)$ tem um valor constante entre as amostragens

$$u_i(t) = u_{ik} = u_{ik}^{eq} + u_{ik}^N, \quad kT_a \leq t < (k+1)T_a \quad (28)$$

sendo u_{ik}^{eq} a i -ésima componente do vetor de controle equivalente discreto e u_{ik}^N a i -ésima componente do vetor de controle que mantém o sistema na superfície deslizante. A técnica proposta aqui é aplicável a sistemas multivariáveis. Assim, o índice $i = 1, 2, \dots, m$, onde m caracteriza o número de entradas de controle no sistema.

2.2.1 Projeto da Superfície Deslizante e da Lei de Controle

A superfície deslizante discreta no tempo S_k é definida por

$$S_k = Gx_k \quad (29)$$

sendo $S_k \in \mathbb{R}^m$ e a matriz $G \in \mathbb{R}^{m \times n}$, composta pelos ganhos da superfície deslizante, é projetada tal que o sistema, mantido sobre S_k para todo k , seja assintoticamente estável.

Uma lei de controle equivalente para o sistema (27) em deslizamento, para todo k , é obtida de $S_{k+1} = S_k$. Então

$$u_k^{eq} = F_{eq}x_k \quad (30)$$

sendo $F_{eq} = -(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I)$ e $G\Gamma$ uma matriz não-singular. G é uma matriz constante projetada tal que o sistema, em modo deslizante, seja estável.

A lei de controle u_k^N , responsável por conduzir os estados do sistema para o modo deslizante, é projetada. Supõe-se a seguinte candidata à função de Lyapunov

$$V_k = \frac{1}{2}S_k^T S_k \quad (31)$$

A condição de existência da superfície deslizante discreta é dada por,

$$V_{k+1} < V_k, \quad \text{para} \quad \|S_k\| \neq 0 \quad (32)$$

Se substituir (31) em (32), a condição será

$$\frac{1}{2}S_{k+1}^T S_{k+1} < \frac{1}{2}S_k^T S_k, \quad \|S_k\| \neq 0 \quad (33)$$

Considera-se que

$$\Delta S_{k+1} = S_{k+1} - S_k = Gx_{k+1} - Gx_k = G(\Phi x_k + \Gamma u_k) - Gx_k \quad (34)$$

assim se substituir (28) e (30) em (34) têm-se

$$\Delta S_{k+1} = G \Gamma u_k^N \quad (35)$$

Ao inserir a relação $S_{k+1} = S_k + \Delta S_{k+1}$ e (35) na condição (33), e reorganizar os termos, obtém-se

$$(G\Gamma u_k^N)^T S_k < -\frac{1}{2}(G\Gamma u_k^N)^T (G\Gamma u_k^N), \quad \|S_k\| \neq 0 \quad (36)$$

Por simplicidade, admi-se que $G\Gamma = I$ (sendo que I é a matriz identidade). Então, a condição de existência para a superfície deslizando discreta é

$$(u_k^N)^T S_k < -\frac{1}{2}(u_k^N)^T (u_k^N), \quad \|S_k\| \neq 0 \quad (37)$$

Uma lei discreta u_k^N que satisfaz a condição de existência (37) é dada por

$$u_k^N = -\beta S_k, \quad (38)$$

sendo $\beta \in \mathbb{R}^{m \times m}$ uma matriz diagonal com elementos $\beta_{ii} > 0$, $i = 1, \dots, m$.

Dessa forma, a lei de controle discreta que não considera o atraso, CDMD-o, (RIBEIRO, 2006; CAUN, 2007; GARCIA et al., 2005) apresenta a seguinte estrutura

$$\begin{aligned} u_k &= u_k^{eq} + u_k^N \\ u_k &= -[G(\Phi - I)x_k + \beta S_k], \end{aligned} \quad (39)$$

com $S_k = Gx_k$.

3 MOTIVAÇÃO E APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA DO ATRASO SOB O ENFOQUE CEV/MD

O setor de controle e automação tem apresentado um notável interesse pelas questões dos atrasos, em suas diferentes formas, nos projetos de controle. É um fato bastante conhecido que a presença de atraso no tempo em sistemas de controle frequentemente causa instabilidade ou um desempenho indesejável (GHIGGI, 2008). Especificamente, em sistemas que utilizam CEV/MD, o problema do atraso tem grande importância, pois utiliza-se uma lei de controle chaveada em alta velocidade com a finalidade de levar a trajetória de estados ao deslizamento. Se houver atraso, esta por sua vez poderá não direcionar os estados a esta superfície podendo levar o sistema à instabilidade.

Neste capítulo, é exibido um exemplo, com simulações, sem considerar o atraso e com simulações que consideram os efeitos do atraso no desempenho do sistema, para motivar a necessidade de se projetar controladores para sistemas sujeitos a esse tipo de falha.

Neste exemplo, será explorada a robustez do CEV/MD com relação ao atraso no controle. Para isso, será utilizado o seguinte sistema:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t). \quad (40)$$

Foram realizadas quatro simulações, sendo o sistema controlado de duas formas: por CEV/MD contínuo no tempo e outra através de CEV/MD com projeto discreto. As condições das simulações foram duas: uma considerando o sistema sem atraso no controle e a outra com o sistema com atraso no controle. As condições iniciais são $[x_1(0) \ x_2(0) \ x_3(0)]^T = [1 \ 2 \ 3]^T$.

3.1 PROJETO DE CONTROLE CONTÍNUO

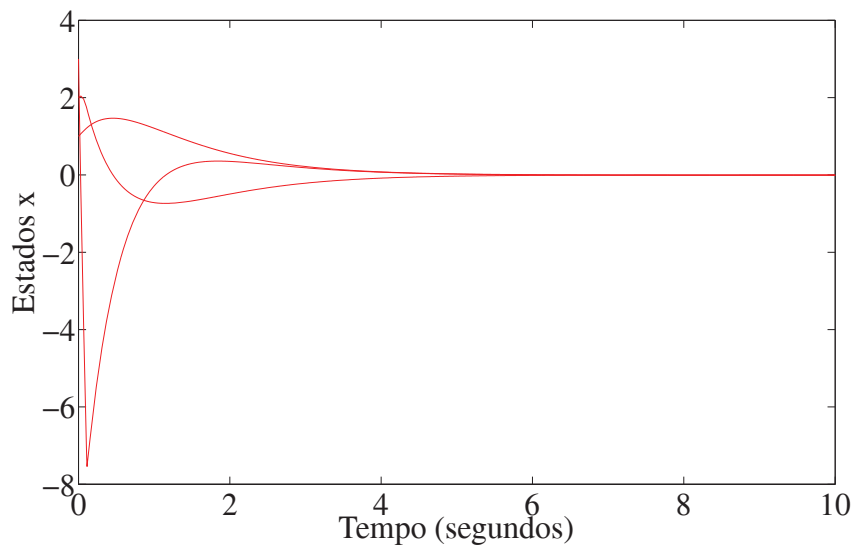
No projeto do controlador CEV/MD contínuo no tempo, alocou-se os pólos para a condição de deslizamento em $[-1 \ -2]$, sendo a lei utilizada

$$\begin{aligned}
 u(t) &= u^{eq} + u^N, \\
 u^{eq} &= F_{eq}x(t), \\
 u^N &= \frac{S(t)}{\|S(t)\| + \delta} \rho \quad \rho < 0; \delta \text{ pequeno} \\
 S(t) &= Gx(t).
 \end{aligned} \tag{41}$$

Os valores numéricos obtidos foram $G = [2 \ 3 \ 1]$, $F_{eq} = [-1 \ -4 \ -6]$, $\rho = -100$ e $\delta = 0,05$. As simulações computacionais foram realizadas no Matlab/Simulink.

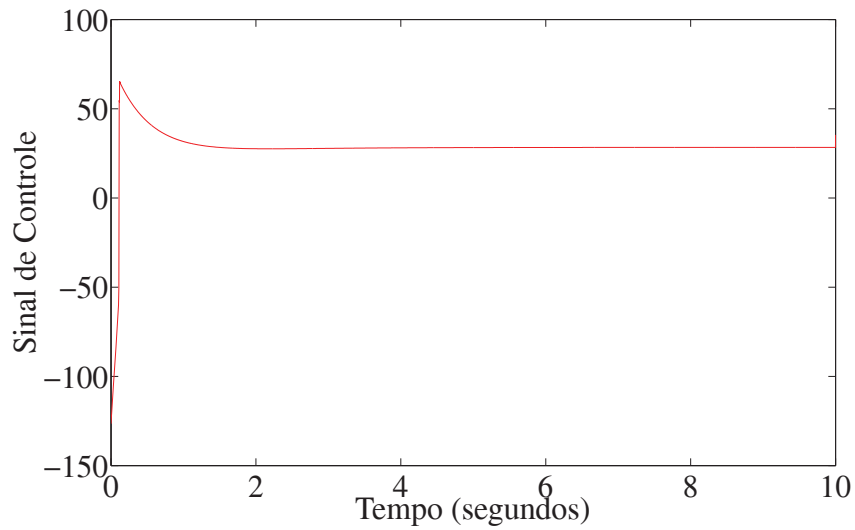
Os resultados obtidos nas simulações podem ser vistos nas Figuras 1, 2 e 3. Na Figura 1, são mostrados os estados do sistema controlado com CEV/MD, na Figura 2, apresenta-se o sinal de controle e na Figura 3, mostra-se a evolução da superfície de deslizamento. Pela análise destas figuras, pode-se observar que o sistema teve um bom desempenho.

Figura 1 - Desempenho dos estados com CEV/MD contínuo sem atraso: Assintoticamente Estável.



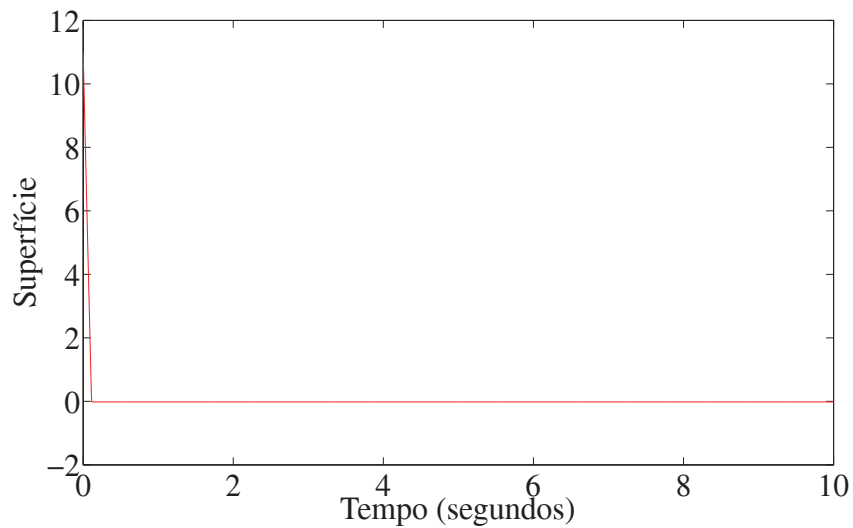
Fonte: Próprio autor

Figura 2 - Desempenho do sinal de controle com CEV/MD contínuo sem atraso: Assintoticamente Estável.



Fonte: Próprio autor

Figura 3 - Desempenho da superfície de deslizamento com CEV/MD contínuo sem atraso: Assintoticamente Estável.



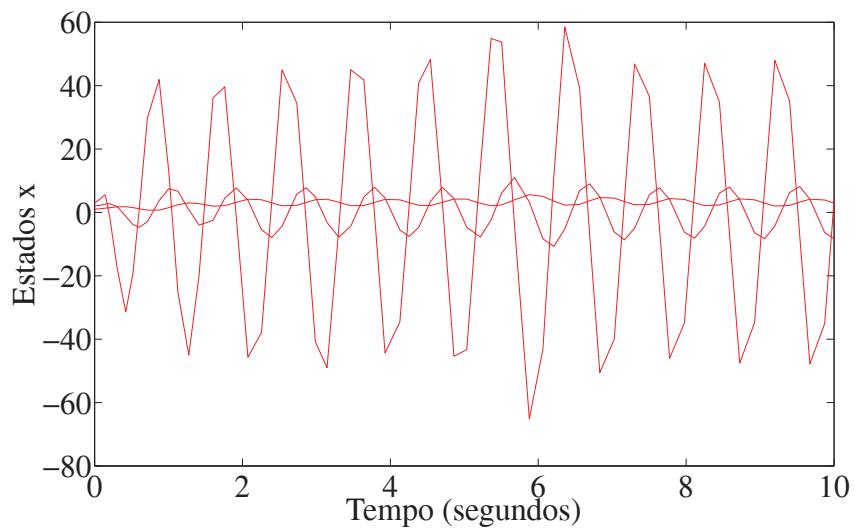
Fonte: Próprio autor

O sistema foi considerado com atraso na lei de controle conforme a seguir

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t - \tau). \quad (42)$$

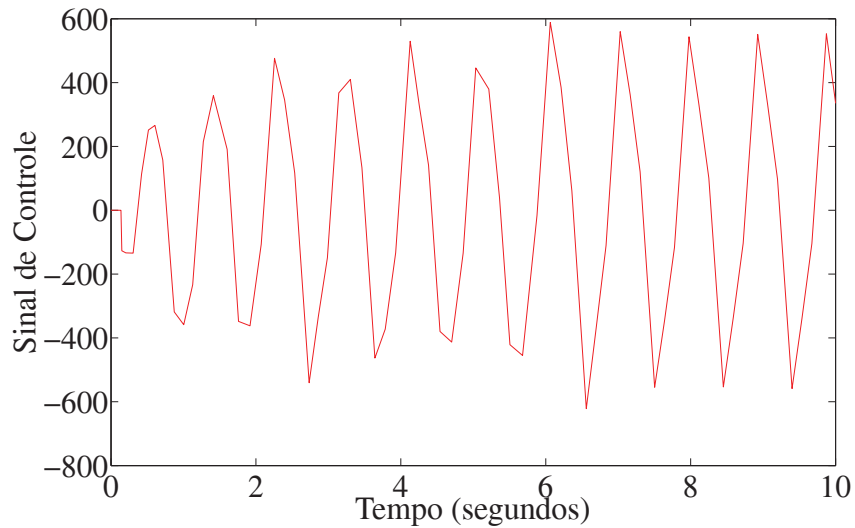
sendo τ o atraso no sinal de controle. Para este exemplo fez-se $\tau = 0,072$ s. Os resultados para as simulações com atraso, mantendo o CEV/MD contínuo convencional são mostrados nas Figuras 4, 5 e 6. Pode-se observar que o atraso tornou o sistema instável com esses controladores.

Figura 4 - Desempenho dos estados com CEV/MD contínuo com atraso: Não é Assintoticamente Estável.



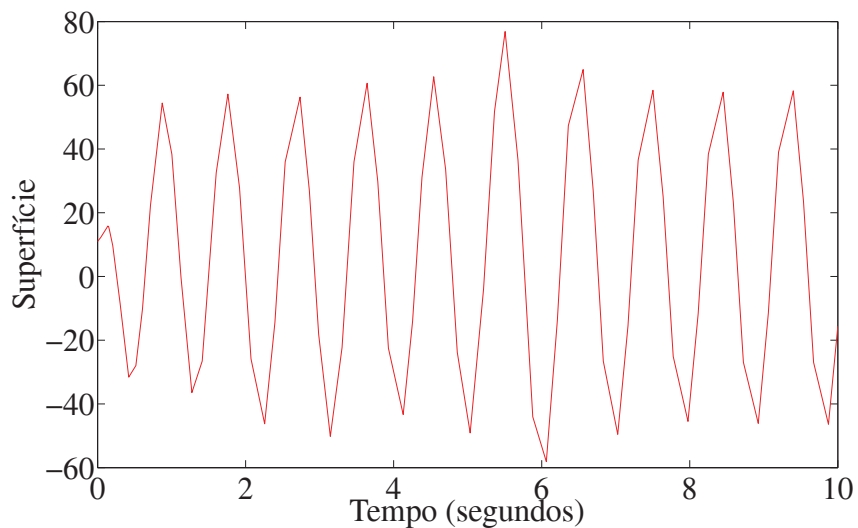
Fonte: Próprio autor

Figura 5 - Desempenho do sinal de controle com CEV/MD contínuo com atraso: Não é Assintoticamente Estável.



Fonte: Próprio autor

Figura 6 - Desempenho da superfície de deslizamento com CEV/MD contínuo com atraso: Não é Assintoticamente Estável.



Fonte: Próprio autor

Para sistemas controlados por dispositivos digitais, necessita-se levar em consideração o período de amostragem no projeto CEV/MD. Assim, na próxima seção será mostrado o comportamento do sistema controlado por CEV/MD discreto.

3.2 PROJETO DE CONTROLE DISCRETO

Neste projeto, leva-se em consideração que os sinais são amostrados num período de amostragem T_a . Desta forma, a representação dinâmica da planta controlada no espaço de estados discretizado é dada por:

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma v_k, \quad (43)$$

sendo x_k o vetor de estados amostrado no instante kT_a e v_k o vetor de controle gerado no instante kT_a . As matrizes Φ e Γ são constantes e dependem do período de amostragem T_a .

Novamente, pode-se desenvolver o projeto CEV/MD a partir dos estados. A superfície de deslizamento discreta é dada por:

$$S_k = Gx_k, \quad (44)$$

sendo $G \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ uma matriz constante, a qual estabelece a dinâmica do sistema em deslizamento.

A lei de controle discreta que estabelece um modo deslizante é composta por uma parte contínua e outra descontínua como proposto em Garcia et al. (2005):

$$v_k = v_k^{eq} + v_k^N, \quad (45)$$

sendo v_k^{eq} o controle equivalente, responsável por determinar o movimento do sistema restrito à superfície de deslizamento, e v_k^N , responsável por levar e manter o sistema no deslizamento.

O controle equivalente é

$$v_k^{eq} = -(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I)x_k. \quad (46)$$

O controle v_k^N é escolhido de modo a garantir a convergência da trajetória de estados para a superfície de deslizamento e é dado por:

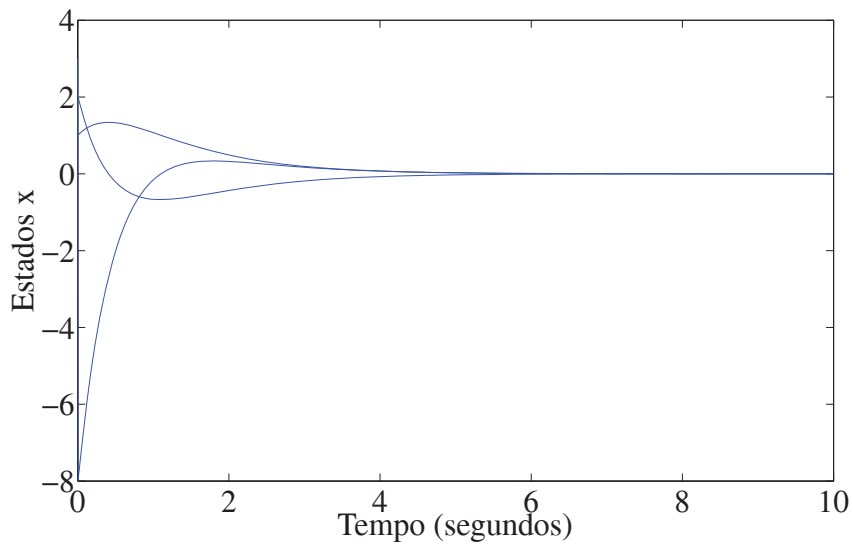
$$v_k^N = -\beta S_k, \quad (47)$$

com $\beta \in \mathbb{R}^{m \times m}$ uma matriz diagonal com elementos $\beta_{ii} > 0$, $i = 1, \dots, m$.

No projeto do controlador CEV/MD alocou-se os pólos para a condição de deslizamento em $\begin{bmatrix} e^{T_a(-1)} & e^{T_a(-2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9940 & 0,9881 \end{bmatrix}$, sendo utilizada a lei mencionada na eq.(44) à eq.(46) com $T_a = 0,006$ s.

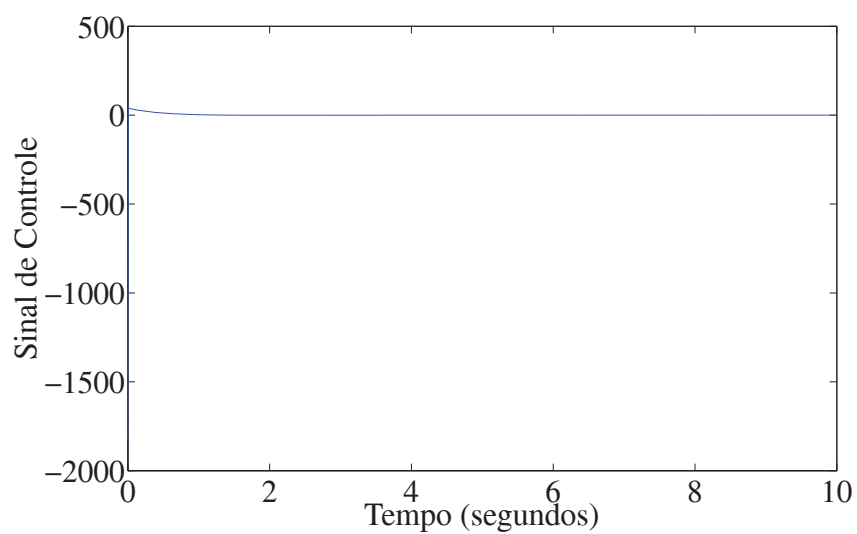
Foram realizadas simulações para os mesmos casos do projeto contínuo, cujos resultados são apresentados nas Figuras 7, 8 e 9. Pode-se notar a semelhança nos resultados quando comparadas ao caso de controle contínuo no tempo.

Figura 7 - Desempenho dos estados com CEV/MD discreto sem atraso: Assintoticamente Estável.



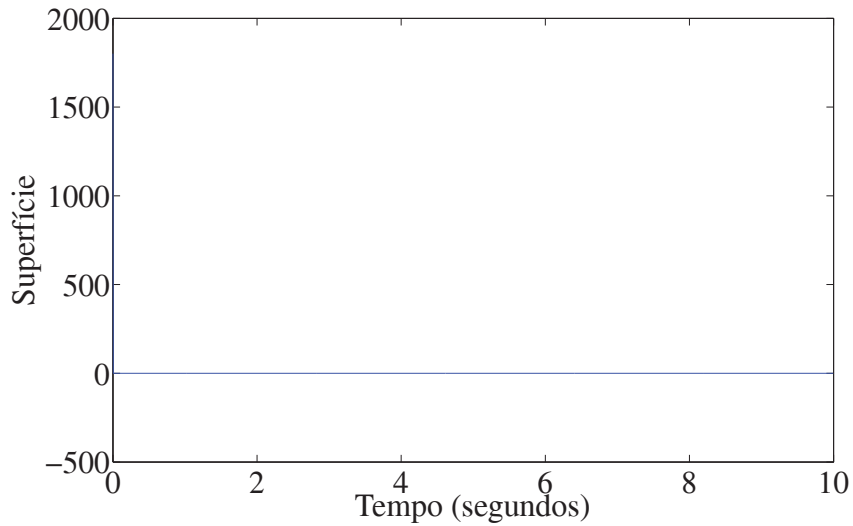
Fonte: Próprio autor

Figura 8 - Desempenho do sinal de controle com CEV/MD discreto sem atraso: Assintoticamente Estável.



Fonte: Próprio autor

Figura 9 - Desempenho da superfície de deslizamento com CEV/MD discreto sem atraso: Assintoticamente Estável.



Fonte: Próprio autor

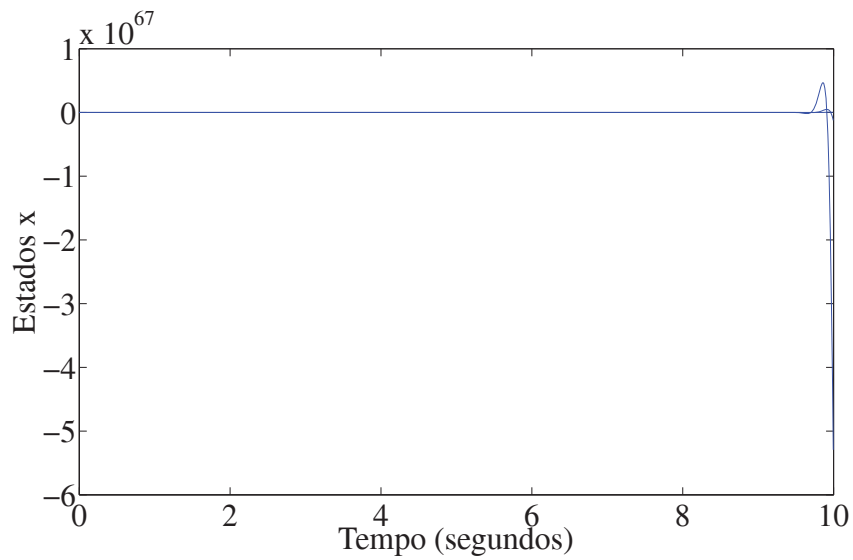
Para o caso em que existe atraso no sinal de controle discreto o sistema torna-se:

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma v_{k-H}, \quad (48)$$

sendo H o número de períodos de amostragens atrasados. Para o exemplo apresentado, o período de amostragem $T_a = 0,006$ s e $H = 12$ períodos, resultando em um atraso no tempo $\tau = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.

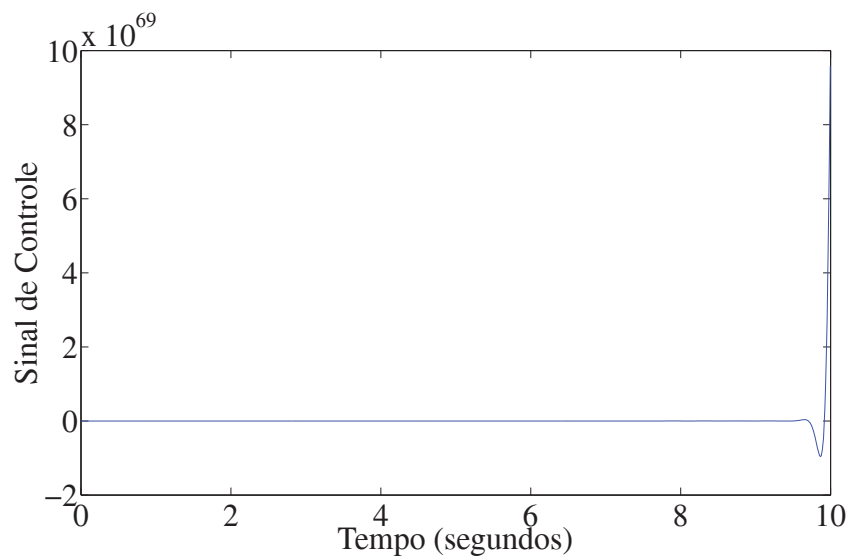
Os resultados para as simulações com atraso, mantendo o CEV/MD discreto convencional são mostrados nas Figuras 10, 11 e 12. Pode-se notar que são semelhantes aos controles CEV/MD contínuos: não apresentam robustez quando o sistema apresenta atrasos (não considerados no projeto CEV/MD).

Figura 10 - Desempenho dos estados com CEV/MD discreto com atraso: Não é Assintoticamente Estável.



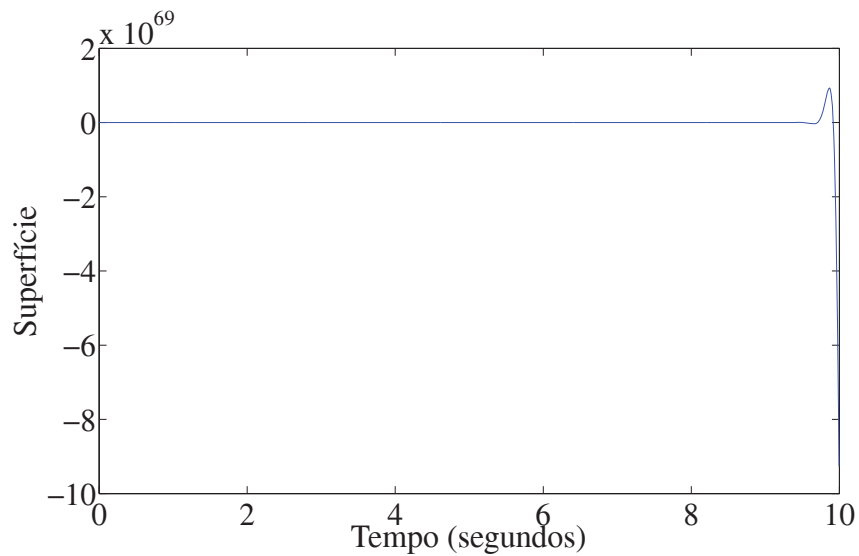
Fonte: Próprio autor

Figura 11 - Desempenho do sinal de controle com CEV/MD discreto com atraso: Não é Assintoticamente Estável.



Fonte: Próprio autor

Figura 12 - Desempenho da superfície de deslizamento com CEV/MD discreto com atraso: Não é Assintoticamente Estável.



Fonte: Próprio autor

Desta forma são necessários projetos CEV/MD, seja contínuo, seja discreto, que considerem a possibilidade de o sistema apresentar atraso no controle.

No capítulo seguinte serão abordados três projetos de controle CEV/MD Discretos que são robustos em relação ao atraso no controle.

4 PROJETOS DE CONTROLE DISCRETO COM MODOS DESLIZANTES CONSIDERANDO ATRASO NO CONTROLE

Projetos de controle CEV/MD discretos no tempo, que consideram o atraso, são indicados para amenizar os efeitos prejudiciais do atraso no controle uma vez que levam em consideração os conversores Analógicos/Digitais. Dessa maneira, neste capítulo, são propostos três projetos (PI-CDMD-H, PII-CDMD-H e PIII-CDMD-H) que utilizam seus respectivos preditores de estados com o intuito de resolver os problemas dos atrasos. Esses três projetos de Controladores Discreto com Modos Deslizantes atuam em sistemas com atrasos com ordem de grandeza maior que o período de amostragem e se destacam por seus preditores propostos. No projeto PI-CDMD-H, utiliza-se o preditor de estados proposto por Xia et al. (2007). Nos projetos PII-CDMD-H e PIII-CDMD-H, são propostos novos preditores de estados, específicos para cada uma das leis CDMD propostas em cada projeto.

Para os projetos, considere o seguinte modelo de espaço de estados discretos no tempo com atraso no controle

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma v_{k-H}, \\y_k &= C x_k,\end{aligned}\tag{49}$$

sendo que H é constante conhecida, tal que $\tau = H \times T_a$, com T_a sendo o período de amostragem, H a quantidade de períodos e τ o atraso. O vetor $v_{k-H} \in \mathbb{R}^m$ refere-se ao controle discreto; $x_k \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estado amostrado considerado acessível, $y_k \in \mathbb{R}^p$ é o vetor de saída e as matrizes $\Phi \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times m}$ e $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ são constantes conhecidas.

A lei de controle é realizada por um computador digital, assim v é o sinal de controle discreto dado por

$$\begin{aligned}v(t) &= v_k = v_k^{eq} + v_k^N, \\kT_a &\leq t < (k+1)T_a,\end{aligned}\tag{50}$$

sendo v_k^{eq} a k -ésima componente do vetor de controle equivalente discreto e v_k^N a k -ésima componente do vetor de controle que mantém o sistema na superfície deslizante. A técnica proposta aqui é aplicável a sistemas multivariáveis.

4.1 PROJETO I: (PI-CDMD-H)

Neste projeto, utiliza-se um preditor proposto por Xia et al. (2007) para projetar o controlador tendo (49) como o modelo em questão.

4.1.1 Preditor Discreto no Tempo

De acordo com (XIA et al., 2007), seja x_k^{pI} um preditor para o sistema (49). Assume-se que Φ é não-singular. Assim

$$x_k^{pI} = \Phi^H x_k + \sum_{i=-H+1}^0 \Phi^{-i} \Gamma v_{k-1+i}, \quad (51)$$

sendo $x_k^{pI} \in \mathbb{R}^n$ e $\Phi^H = \underbrace{\Phi \times \Phi \times \dots \times \Phi}_{H\text{-vezes}}$.

Note que, para se obter x_k^{pI} é necessário ter armazenado todos os valores amostrados de v_{k-1+i} para $i = -H + 1$ até $i = 0$. O valor de x_k^{pI} é obtido a cada instante realizando-se a operação $\Phi^H x_k + \sum_{i=-H+1}^0 \Phi^{-i} \Gamma v_{k-1+i}$. Isto, na prática, representa uma demanda de espaço na memória e um maior tempo de cálculo do dispositivo digital para geração do sinal de controle, fato este que poderá implicar em acréscimo no atraso, além do H considerado inerente da planta controlada.

Proposição 1. *A dinâmica do preditor (51) para o sistema (49) pode ser convenientemente descrita pelo sistema de matrizes, Φ e Γ , conforme*

$$x_{k+1}^{pI} = \Phi x_k^{pI} + \Gamma v_k. \quad (52)$$

Demonstração: Considerando o sistema (49), o preditor (51) pode ser escrito como

$$\begin{aligned} x_{k+1}^{pI} &= \Phi^H x_{k+1} + \sum_{i=-H+1}^0 \Phi^{-i} \Gamma v_{k+i} \\ x_{k+1}^{pI} &= \Phi^H (\Phi x_k + \Gamma v_{k-H}) + \sum_{i=-H+1}^0 \Phi^{-i} \Gamma v_{k+i} \\ x_{k+1}^{pI} &= \Phi (\Phi^H x_k) + \Phi^H \Gamma v_{k-H} + \sum_{i=-H+1}^0 \Phi^{-i} \Gamma v_{k+i} \\ x_{k+1}^{pI} &= \Phi (\Phi^H x_k) + \sum_{i=-H}^0 \Phi^{-i} \Gamma v_{k+i} \\ x_{k+1}^{pI} &= \Phi (\Phi^H x_k) + \sum_{i=-H}^{-1} \Phi^{-i} \Gamma v_{k+i} + \Phi^0 \Gamma v_{k+0} \\ x_{k+1}^{pI} &= \Phi (\Phi^H x_k) + \sum_{i=-H}^{-1} \Phi^{-i} \Gamma v_{k+i} + \Gamma v_k. \end{aligned} \quad (53)$$

Fazendo $i = j - 1$, têm-se

$$\begin{aligned}
x_{k+1}^{pI} &= \Phi(\Phi^H x_k) + \sum_{j=-H+1}^0 \Phi^{-j+1} \Gamma v_{k-1+j} + \Gamma v_k \\
x_{k+1}^{pI} &= \Phi(\Phi^H x_k) + \sum_{j=-H+1}^0 \Phi^{-j} \Phi \Gamma v_{k-1+j} + \Gamma v_k \\
x_{k+1}^{pI} &= \Phi \left[\Phi^H x_k + \sum_{j=-H+1}^0 \Phi^{-j} \Gamma v_{k-1+j} \right] + \Gamma v_k \\
x_{k+1}^{pI} &= \Phi x_k^{pI} + \Gamma v_k.
\end{aligned} \tag{54}$$

■

Observação 1. *Através da introdução do preditor (51), o sistema original com atraso no controle (49), foi convertido em (52), livre do atraso. Assim, o projeto de controle do sistema pode ser realizado pelo sistema equivalente, ou seja, será realizado com o novo preditor de estados e não pelos estados originais. Segundo Xia et al. (2007), se v_k estabiliza x_k^{pI} então estabiliza também x_k e vice-versa.*

A dinâmica dos estados x_k^{pI} é livre de atraso, com isso considera-se, para o projeto do controlador, o modelo dado em (49) sem considerar o atraso, ou seja,

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma v_k, \tag{55}$$

com a dinâmica de controle dada em (50).

A superfície deslizante discreta no tempo S_k é aqui proposta por

$$S_k = G x_k^{pI}, \tag{56}$$

sendo que a matriz $G \in \mathbb{R}^{m \times n}$ é projetada tal que os estados, mantidos sobre S_k para todo k , sejam assintoticamente estáveis.

Para o projeto do controlador $v_k = v_k^{eq} + v_k^N$ têm-se que o projeto do v_k^{eq} e do v_k^N seguem passos análogos ao projeto visto no Capítulo 2 deste trabalho pois para esse projeto o sistema (55) é o considerado. Portanto para o Projeto I, a lei de controle é dada por

$$v_k = -[G(\Phi - I)x_k^{pI} + \beta S_k], \tag{57}$$

com $S_k = G x_k^{pI}$ e $x_k^{pI} = \Phi^H x_k + \sum_{i=-H+1}^0 \Phi^{-i} \Gamma v_{k-1+i}$.

4.1.2 Simulação

Para o controlador proposto no Projeto I utiliza-se o modelo discreto dado pelo sistema (49), com período de amostragem $T_a = 0,006$ s e $H = 12$ períodos, logo $\tau = 12 \times 0,006 = 0,072$ s. As matrizes Φ e Γ são:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0060 & 0,0000 \\ 0,0000 & 1,0000 & 0,0061 \\ 0,0061 & 0,0121 & 1,0182 \end{bmatrix}, \quad (58)$$

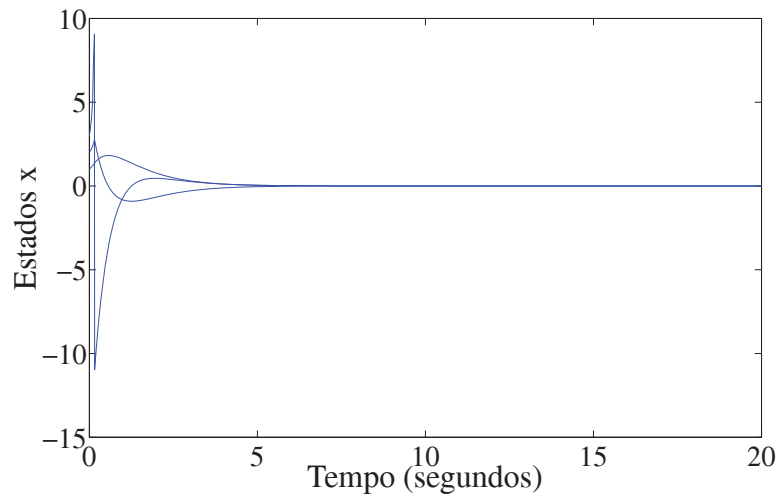
$$\Gamma^T = \begin{bmatrix} 0,0000 & 0,0000 & 0,0061 \end{bmatrix}, \quad (59)$$

onde os valores numéricos da matriz G , usados no controle são dados por

$$G = \begin{bmatrix} 327,38 & 491,08 & 163,69 \end{bmatrix}. \quad (60)$$

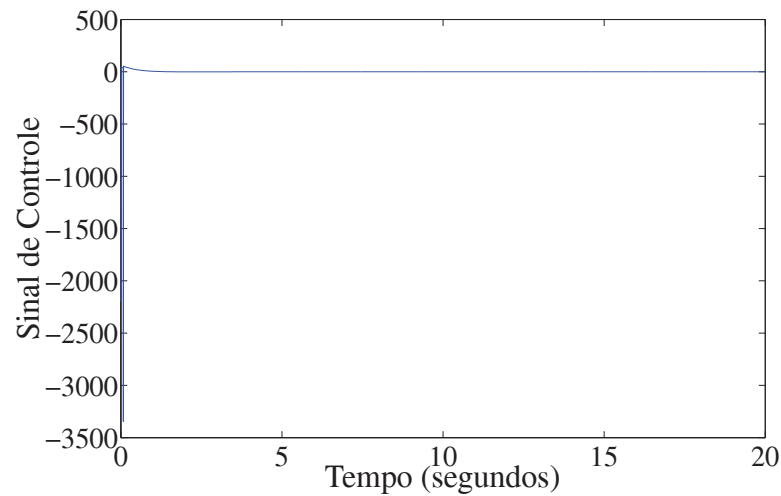
Os resultados das simulações com condições iniciais $[x_1(0) \ x_2(0) \ x_3(0)] = [1 \ 2 \ 3]$ e $\beta = 1,0$ são mostrados a seguir.

Figura 13 - Desempenho dos estados com Projeto I considerando atraso: ESTÁVEL.



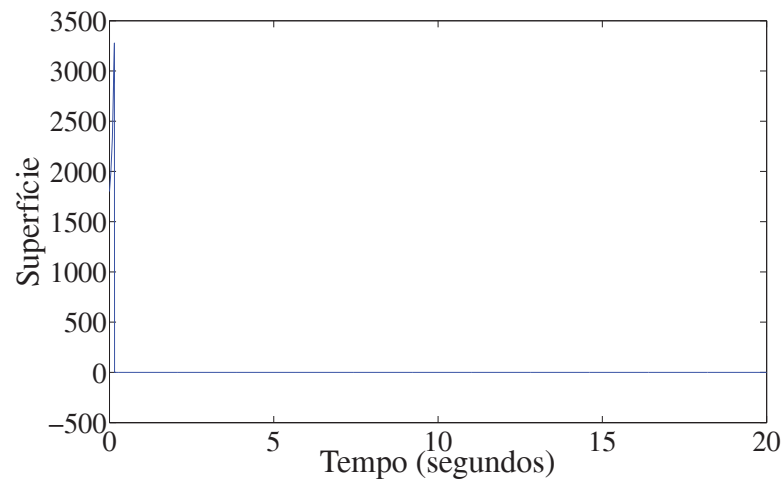
Fonte: Próprio autor

Figura 14 - Desempenho do sinal de controle com Projeto I considerando atraso: ESTÁVEL.



Fonte: Próprio autor

Figura 15 - Desempenho da superfície de deslizamento com Projeto I considerando atraso: ESTÁVEL.



Fonte: Próprio autor

As Figuras 13, 14 e 15 mostram o desempenho dos estados do sistema, do sinal de controle e da superfície de deslizamento, respectivamente. Em se tratando de um projeto discreto, cujo atraso é caracterizado por ser 12 vezes maior que o período de amostragem, essas figuras ilustram um desempenho adequado. Na Figura 13, mesmo na presença do atraso nota-se a estabilidade dos estados do sistema. A Figura 14 mostra um bom desempenho do sinal de controle na condição de atraso. Na Figura 15, nota-se que a condição de deslizamento é atingida rapi-

damente. Dessa maneira têm-se estabilidade e bom desempenho do sistema pelo Projeto I, que utiliza o preditor (51), mesmo na presença de atraso com essa grandeza.

4.2 PROJETO II: (PII-CDMD-H)

Neste projeto considera-se o modelo dado em (49) com a dinâmica de controle dada em (50). A superfície deslizando discreta no tempo S_k é aqui proposta por

$$S_k = Gx_k, \quad (61)$$

sendo a matriz $G \in \mathbb{R}^{m \times n}$ projetada tal que os estados, mantidos sobre S_k para todo k , sejam assintoticamente estáveis. Sequencialmente define-se G .

4.2.1 Projeto do v_k^{eq}

O controle equivalente discreto v_k^{eq} para o sistema (50), na condição de deslizamento, é obtido se assumir que $S_{k+1} = S_k$, então

$$Gx_{k+1} = Gx_k, \quad (62)$$

usando (49) segue que

$$v_{k-H}^{eq} = -(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I)x_k, \quad (63)$$

portanto para o período de amostragem k ,

$$v_k^{eq} = -(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I)x_{k+H}. \quad (64)$$

• Projeto do preditor para o sistema em deslizamento

Considerando Φ , Γ e H constantes conhecidas, têm-se

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma v_{k-H}^{eq} \\ x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma \left[-(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I)x_k \right] \\ x_{k+1} &= \left[\Phi - \Gamma(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I) \right] x_k \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
 x_{k+2} &= \Phi x_{k+1} + \Gamma v_{k-H+1}^{eq} \\
 x_{k+2} &= \Phi x_{k+1} + \Gamma \left[-(G\Gamma)^{-1} G (\Phi - I) x_{k+1} \right] \\
 x_{k+2} &= \left[\Phi - \Gamma (G\Gamma)^{-1} G (\Phi - I) \right] x_{k+1} \\
 x_{k+2} &= \left[\Phi - \Gamma (G\Gamma)^{-1} G (\Phi - I) \right] \left[\Phi - \Gamma (G\Gamma)^{-1} G (\Phi - I) \right] x_k \\
 x_{k+2} &= \left[\Phi - \Gamma (G\Gamma)^{-1} G (\Phi - I) \right]^2 x_k
 \end{aligned}$$

então

$$x_{k+H} = \left[\Phi - \Gamma (G\Gamma)^{-1} G (\Phi - I) \right]^H x_k.$$

Fazendo $x_{k+H} = x_k^{pII}$ têm-se

$$x_k^{pII} = [\Psi_2]^H x_k, \quad (65)$$

com $\Psi_2 = \Phi - \Gamma (G\Gamma)^{-1} G (\Phi - I)$. Logo x_k^{pII} é o preditor para o Projeto II.

Nota-se que este preditor não depende dos sinais de controle amostrados e sua computação é simples e rápida. Desta forma, em relação ao preditor x_k^{pI} (XIA et al., 2007), o preditor proposto x_k^{pII} demanda menor espaço de memória e maior rapidez nos cálculos para os dispositivos digitais.

Com isso, (64) torna-se

$$v_k^{eq} = F_{eq} x_k^{pII}, \quad (66)$$

com $F_{eq} = -(G\Gamma)^{-1} G (\Phi - I)$ e $G\Gamma$ uma matriz não-singular.

Proposição 2. *A dinâmica do preditor proposto (65) para o sistema (49) pode ser convenientemente descrita pelo sistema de matrizes, Φ_2 e Γ_2 , conforme*

$$x_{k+1}^{pII} = \Phi_2 x_k^{pII} + \Gamma_2 \bar{v}_k^{eq}, \quad (67)$$

sendo;

$$[\Phi_2] = [\Psi_2]^H [\Phi] [\Psi_2]^{-H},$$

$$[\Gamma_2] = [\Psi_2]^H [\Gamma],$$

$$\bar{v}_k^{eq} = [F_{eq}] [\Psi_2]^{-H} x_k^{pII}.$$

Demonstração: Dado que

$$x_{k+H} = x_k^{pII} = \left[\Phi - \Gamma (G\Gamma)^{-1} G (\Phi - I) \right]^H x_k, \quad (68)$$

considerando o sistema (49), o preditor (65) pode ser escrito como

$$x_{k+H+1} = x_{k+1}^{pII} = [\Psi_2]^H x_{k+1}, \quad (69)$$

com isso, no deslizamento tem-se

$$\begin{aligned} x_{k+1}^{pII} &= [\Psi_2]^H [\Phi x_k + \Gamma v_{k-H}^{eq}] \\ x_{k+1}^{pII} &= [\Psi_2]^H [\Phi x_k] + [\Psi_2]^H [\Gamma v_{k-H}^{eq}], \end{aligned} \quad (70)$$

por (66) segue

$$x_{k+1}^{pII} = [\Psi_2]^H [\Phi] [x_k] + [\Psi_2]^H [\Gamma] [F_{eq} x_{k-H}^{pII}]. \quad (71)$$

Como $x_{k+H} = x_k^{pII}$ então $x_{k-H}^{pII} = x_k$, de modo que substituindo em (71)

$$x_{k+1}^{pII} = [\Psi_2]^H [\Phi] [x_k] + [\Psi_2]^H [\Gamma] [F_{eq}] [x_k], \quad (72)$$

assim x_{k+1}^{pII} pode ser convenientemente escrito por

$$x_{k+1}^{pII} = [\Psi_2]^H [\Phi] [x_k] + [\Psi_2]^H [\Gamma] [F_{eq}] [\Psi_2]^{-H} [\Psi_2]^H x_k. \quad (73)$$

- Encontre uma matriz $[\Phi_2] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tal que $[\Psi_2]^H [\Phi] = [\Phi_2] [\Psi_2]^H$.

Como

$$[\Psi_2]^H [\Phi] = [\Phi_2] [\Psi_2]^H \Leftrightarrow [\Phi_2] = [\Psi_2]^H [\Phi] [\Psi_2]^{-H}, \quad (74)$$

então $[\Phi_2]$ e $[\Phi]$ possuem os mesmos autovalores.

Portanto (73) torna-se

$$x_{k+1}^{pII} = [\Phi_2] \left\{ [\Psi_2]^H x_k \right\} + [\Psi_2]^H [\Gamma] [F_{eq}] [\Psi_2]^{-H} \left\{ [\Psi_2]^H x_k \right\}. \quad (75)$$

Logo por (65)

$$x_{k+1}^{pII} = [\Phi_2] x_k^{pII} + [\Psi_2]^H [\Gamma] [F_{eq}] [\Psi_2]^{-H} x_k^{pII}. \quad (76)$$

Seja $[\Gamma_2] = [\Psi_2]^H [\Gamma]$ assim

$$x_{k+1}^{pII} = [\Phi_2] x_k^{pII} + [\Gamma_2] \bar{v}_k^{eq}, \quad (77)$$

com $\bar{v}_k^{eq} = [F_{eq}] [\Psi_2]^{-H} x_k^{pII}$.

■

Observação 2. *Através da introdução do preditor (65), o sistema original com atraso no controle (49), foi convertido em (67), livre de atraso. Vale ressaltar que a dinâmica do sistema não forçado de x_k^{pII} é a mesma de x_k pois Φ_2 e Φ são semelhantes.*

Proposição 3. *\bar{v}_k^{eq} estabiliza x_k^{pII} se, e somente se v_k^{eq} estabiliza x_k . Assim, o projeto de controle do sistema, para o Projeto II, pode ser realizado pelo sistema equivalente realizado com o novo preditor de estados e não pelos estados originais.*

Demonstração: No deslizamento em malha fechada, têm-se que o sistema original é dado por

$$x_{k+1} = [\Phi]x_k + [\Gamma]v_{k-H}^{eq}, \quad (78)$$

Como $v_{k-H}^{eq} = F_{eq}x_{k-H}^{pII}$, para o sistema sem incertezas $x_{k-H}^{pII} = x_k$. Assim

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= [\Phi]x_k + [\Gamma][F_{eq}]x_k \\ x_{k+1} &= \{[\Phi] + [\Gamma][F_{eq}]\}x_k, \end{aligned} \quad (79)$$

e o sistema preditor é

$$x_{k+1}^{pII} = [\Phi_2]x_k^{pII} + [\Gamma_2]\bar{v}_k^{eq}, \quad (80)$$

com (74) e (77) têm-se

$$\begin{aligned} x_{k+1}^{pII} &= \{[\Psi_2]^H [\Phi] [\Psi_2]^{-H}\}x_k^{pII} + \{[\Psi_2]^H [\Gamma]\} \{[F_{eq}] [\Psi_2]^{-H} x_k^{pII}\} \\ x_{k+1}^{pII} &= \{[\Psi_2]^H \{[\Phi] + [\Gamma][F_{eq}]\} [\Psi_2]^{-H}\}x_k^{pII}, \end{aligned} \quad (81)$$

então $[F_{eq}] = [-(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I)]$ deve satisfazer a condição de estabilidade para o sistema (79) e para o sistema (81).

Seja $\Phi_{2MF} = \{[\Phi] + [\Gamma][F_{eq}]\}$ e $\bar{\Phi}_{2MF} = \{[\Psi_2]^H \{[\Phi] + [\Gamma][F_{eq}]\} [\Psi_2]^{-H}\}$ então

$$\bar{\Phi}_{2MF} = \{[\Psi_2]^H \{\Phi_{2MF}\} [\Psi_2]^{-H}\} \quad (82)$$

portanto as matrizes Φ_{2MF} e $\bar{\Phi}_{2MF}$ possuem os mesmos autovalores.

Com isso conclui-se que, \bar{v}_k^{eq} estabiliza x_k^{pII} se, e somente se v_k^{eq} estabiliza x_k . ■

4.2.2 Projeto do v_k^N

A lei de controle v_k^N , responsável por conduzir os estados do sistema para a superfície de deslizamento, será projetada considerando o atraso.

Vamos supor a seguinte candidata à função de Lyapunov

$$V_k = \frac{1}{2} S_k^T S_k. \quad (83)$$

O sistema será atraído para a superfície de deslizamento (61) se a seguinte desigualdade for satisfeita:

$$V_{k+1} < V_k. \quad (84)$$

A partir de (83), a condição de atratividade (84) torna-se

$$\frac{1}{2} [S_{k+1}^T S_{k+1}] < \frac{1}{2} [S_k^T S_k]. \quad (85)$$

Dado que (FURUTA, 1990)

$$S_{k+1} = S_k + \Delta S_k. \quad (86)$$

Se substituir (86) na condição (85), têm-se

$$[S_k]^T [\Delta S_k] < -\frac{1}{2} [\Delta S_k]^T [\Delta S_k]. \quad (87)$$

Uma vez que $\Delta S_k = S_{k+1} - S_k$, por (61) tem

$$\Delta S_k = Gx_{k+1} - Gx_k. \quad (88)$$

Por (49) segue

$$\Delta S_k = G[\Phi - I]x_k + G\Gamma v_{k-H}. \quad (89)$$

Como

$$v_{k-H} = v_{k-H}^{eq} + v_{k-H}^N, \quad (90)$$

considera-se (90) e substitui (63) em (89), assim

$$\Delta S_k = G\Gamma v_{k-H}^N. \quad (91)$$

Se substituir (91) em (87)

$$S_k^T [G\Gamma v_{k-H}^N] < -\frac{1}{2} [G\Gamma v_{k-H}^N]^T [G\Gamma v_{k-H}^N]. \quad (92)$$

Admite-se que $G\Gamma = I$, então a condição de existência para a superfície deslizando discreta no tempo é

$$S_k^T [v_{k-H}^N] < -\frac{1}{2} [v_{k-H}^N]^T [v_{k-H}^N]. \quad (93)$$

Um controle v_{k-H}^N que satisfaz a desigualdade (93) é

$$v_{k-H}^N = -\beta S_k, \quad (94)$$

com $\beta \in \mathbb{R}^{m \times m}$ uma matriz diagonal, com elementos β_{ii} em sua diagonal, sendo $i = 1, \dots, m$.

Substitui-se (94) em (93) e segue que

$$\begin{aligned} S_k^T [-\beta S_k] &< -\frac{1}{2} [-\beta S_k]^T [-\beta S_k] \\ - [S_k^T \beta S_k] &< -\frac{1}{2} [S_k^T \beta^T \beta S_k] \\ - [S_k^T \beta S_k] &< -\frac{1}{2} [S_k^T \beta^2 S_k]. \end{aligned} \quad (95)$$

Logo

$$2 [S_k^T \beta S_k] > [S_k^T \beta^2 S_k], \quad (96)$$

que é verdadeiro para $0 < \beta_{ii} < 2$, com $i = 1, \dots, m$.

Se $\beta_{11} = \beta_{22} = \dots = \beta_{ii} = \bar{\beta}$ com $i = 1, 2, \dots, m$; então a matriz $\beta \in \mathbb{R}^{m \times m}$ pode ser substituída pelo escalar $\bar{\beta} \in \mathbb{R}^+$, com isso substituindo (94) em (93) têm-se

$$\begin{aligned} S_k^T [-\bar{\beta} S_k] &< -\frac{1}{2} [-\bar{\beta} S_k]^T [-\bar{\beta} S_k] \\ -\bar{\beta} S_k^T S_k &< -\frac{1}{2} \bar{\beta}^2 S_k^T S_k \\ -\bar{\beta} &< -\frac{1}{2} \bar{\beta}^2 \\ \bar{\beta} \left(1 - \frac{\bar{\beta}}{2}\right) &> 0, \end{aligned} \quad (97)$$

ou seja, $0 < \bar{\beta} < 2$.

Assim, se

$$v_{k-H}^N = -\beta S_k = -\beta [Gx_k], \quad (98)$$

então para o instante k têm-se

$$v_k^N = -\beta [Gx_{k+H}]. \quad (99)$$

Portanto, o controle discreto no tempo v_k^N que satisfaz a condição (84) e mantém o sistema em modo deslizante é dado por

$$v_k^N = -\beta Gx_k^{pII}, \quad (100)$$

com $0 < \beta_{ii} < 2$.

Assume-se a superfície de deslizamento (61), logo o controle que considera o atraso no tempo é

$$v_k = v_k^{eq} + v_k^N = [F_{eq}x_k^{pII}] + [-\beta Gx_k^{pII}], \quad (101)$$

ou seja, o controlador proposto, para o Projeto II, é dado por

$$v_k = F_2 x_k^{pII}, \quad (102)$$

com $F_2 = [F_{eq} - \beta G]$.

Observação 3. Para toda trajetória, não apenas no deslizamento, em malha fechada se

$$v_k = v_k^{eq} + v_k^N = [F_{eq}x_k^{pII}] + [-\beta Gx_k^{pII}] = [F_{eq} - \beta G] x_k^{pII} = F_2 x_k^{pII},$$

então o controle v_k estabiliza x_k se, e somente se estabiliza x_k^{pII} . Para se provar basta substituir F_{eq} por F_2 nas demonstrações das proposições (2) e (3).

4.2.3 Simulação

Para o controlador do Projeto II utiliza-se o modelo discreto dado pelo sistema (49), com período de amostragem $T_a = 0,006$ s e $H = 12$ períodos, logo $\tau = 12 \times 0,006 = 0,072$ s. As matrizes Φ e Γ são:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0060 & 0,0000 \\ 0,0000 & 1,0000 & 0,0061 \\ 0,0061 & 0,0121 & 1,0182 \end{bmatrix}, \quad (103)$$

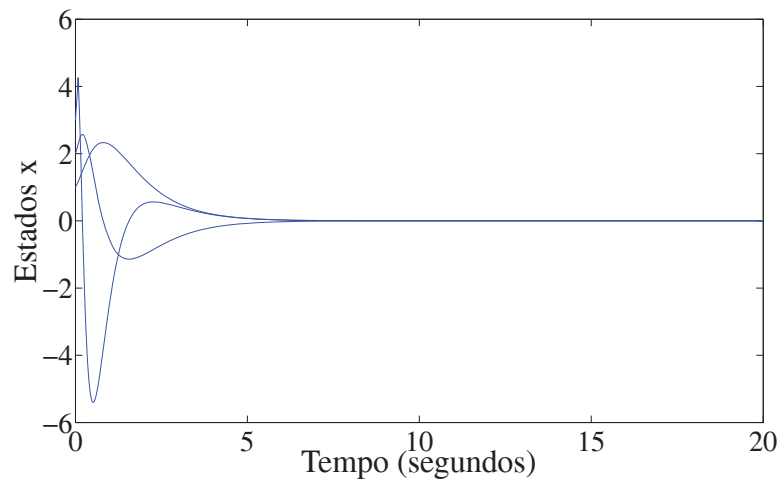
$$\Gamma^T = \begin{bmatrix} 0,0000 & 0,0000 & 0,0061 \end{bmatrix}, \quad (104)$$

onde os valores numéricos da matriz G , usados no controle são dados por

$$G = \begin{bmatrix} 327,38 & 491,08 & 163,69 \end{bmatrix}. \quad (105)$$

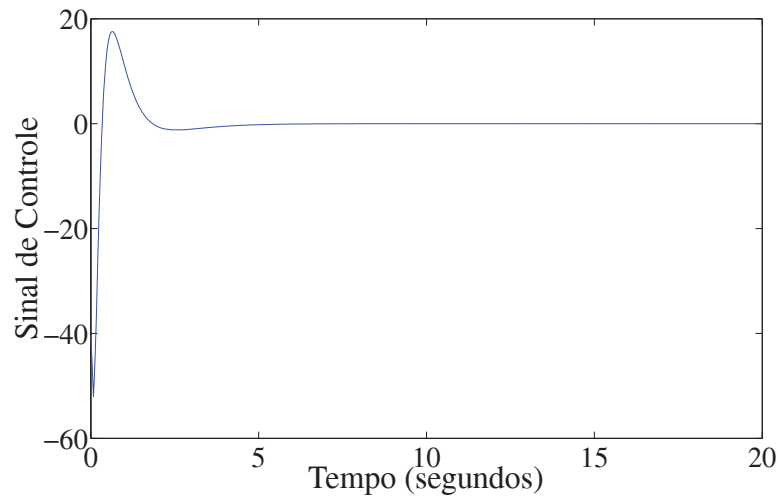
Os resultados das simulações com condições iniciais $[x_1(0) \ x_2(0) \ x_3(0)] = [1 \ 2 \ 3]$ e $\beta = 0,01$ são mostrados a seguir.

Figura 16 - Desempenho dos estados com Projeto II considerando atraso: ESTÁVEL.



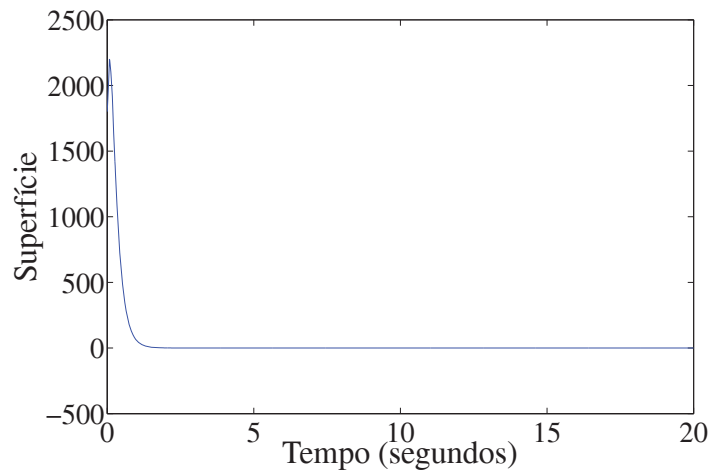
Fonte: Próprio autor

Figura 17 - Desempenho do sinal de controle com Projeto II considerando atraso: ESTÁVEL.



Fonte: Próprio autor

Figura 18 - Desempenho da superfície de deslizamento com Projeto II considerando atraso: ESTÁVEL.



Fonte: Próprio autor

As Figuras 16, 17 e 18 mostram o desempenho dos estados do sistema, do sinal de controle e da superfície de deslizamento, respectivamente. Em se tratando de um projeto discreto, cujo atraso é caracterizado por ser 12 vezes maior que o período de amostragem, essas figuras ilustram um desempenho adequado. Na Figura 16, mesmo na presença do atraso nota-se a estabilidade do sistema. A Figura 18 mostra que o sistema atinge o deslizamento em aproximadamente 1,0 segundo. Dessa maneira têm-se estabilidade do sistema pelo Projeto II, que utiliza o preditor (65), mesmo na presença de atraso com essa grandeza.

4.3 PROJETO III: (PIII-CDMD-H)

Neste projeto, considera-se o modelo dado em (49) com a dinâmica de controle dada em (50). A superfície deslizante discreta no tempo S_k , que leva em consideração o atraso, é aqui proposta por

$$S_k = Gx_k - G\Gamma v_{k-H-1}, \quad (106)$$

sendo a matriz $G \in \mathbb{R}^{m \times n}$ projetada tal que os estados, mantidos sobre S_k para todo k , sejam assintoticamente estáveis. Sequencialmente define-se G .

4.3.1 Projeto do v_k^{eq}

O controle equivalente discreto v_k^{eq} para o sistema (50), na condição de deslizamento, é obtido se assumir que $S_{k+1} = S_k$, então

$$Gx_{k+1} - G\Gamma v_{k-H}^{eq} = Gx_k - G\Gamma v_{k-H-1}^{eq}, \quad (107)$$

usando (49) segue que

$$v_{k-H-1}^{eq} = -(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I)x_k, \quad (108)$$

portanto para o período de amostragem k ,

$$v_k^{eq} = -(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I)x_{k+(H+1)}. \quad (109)$$

• Projeto do preditor para o sistema em deslizamento

Considerando Φ , Γ e H constantes conhecidas, têm-se

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma v_{k-H}^{eq} \\ x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma \left[-(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I)x_{k+1} \right] \\ x_{k+1} &= \Phi x_k - \Gamma(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I)x_{k+1} \\ x_{k+1} &= \left[I + \Gamma(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I) \right]^{-1} \Phi x_k \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
x_{k+2} &= \Phi x_{k+1} + \Gamma v_{k-H+1}^{eq} \\
x_{k+2} &= \Phi x_{k+1} + \Gamma \left[-(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) x_{k+2} \right] \\
x_{k+2} &= \Phi x_{k+1} - \Gamma(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) x_{k+2} \\
x_{k+2} &= \left[I + \Gamma(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) \right]^{-1} \Phi x_{k+1} \\
x_{k+2} &= \left[I + \Gamma(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) \right]^{-1} \Phi \left[I + \Gamma(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) \right]^{-1} \Phi x_k \\
x_{k+2} &= \left\{ \left[I + \Gamma(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) \right]^{-1} \Phi \right\}^2 x_k
\end{aligned}$$

então

$$x_{k+(H+1)} = \left\{ \left[I + \Gamma(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) \right]^{-1} \Phi \right\}^{(H+1)} x_k.$$

Fazendo $x_{k+(H+1)} = x_k^{pIII}$ têm-se

$$x_k^{pIII} = \{\Psi_3\}^{(H+1)} x_k, \quad (110)$$

com $\Psi_3 = \left[I + \Gamma(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) \right]^{-1} \Phi$. Logo x_k^{pIII} é o preditor para o Projeto III.

Nota-se também que este preditor proposto exige menos espaço de memória e menor tempo de computação a cada período k , quando comparado ao preditor x_k^{pI} (XIA et al., 2007).

Com isso (109) torna-se

$$v_k^{eq} = F_{eq} x_k^{pIII}, \quad (111)$$

com $F_{eq} = -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I)$ e $G\Gamma$ uma matriz não-singular.

Proposição 4. *A dinâmica do preditor proposto (110) para o sistema (49) pode ser convenientemente descrita pelo sistema de matrizes, Φ_3 e Γ_3 , conforme*

$$x_{k+1}^{pIII} = \Phi_3 x_k^{pIII} + \Gamma_3 \hat{v}_k^{eq}, \quad (112)$$

sendo;

$$[\Phi_3] = [\Psi_3]^{(H+1)} [\Phi] [\Psi_3]^{-(H+1)},$$

$$[\Gamma_3] = [\Psi_3]^{(H+1)} [\Gamma],$$

$$\hat{v}_k^{eq} = [F_{eq}] [\Psi_3]^{-(H)} x_k^{pIII}.$$

Demonstração: Dado que

$$x_{k+(H+1)} = x_k^{pIII} = \left\{ \left[I + \Gamma(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) \right]^{-1} \Phi \right\}^{(H+1)} x_k, \quad (113)$$

considerando o sistema (49), o preditor (110) pode ser escrito como

$$x_{k+(H+1)+1} = x_{k+1}^{pIII} = [\Psi_3]^{(H+1)} x_{k+1}, \quad (114)$$

com isso no deslizamento tem-se

$$\begin{aligned} x_{k+1}^{pIII} &= [\Psi_3]^{(H+1)} [\Phi x_k + \Gamma v_{k-H}^{eq}] \\ x_{k+1}^{pIII} &= [\Psi_3]^{(H+1)} [\Phi x_k] + [\Psi_3]^{(H+1)} [\Gamma v_{k-H}^{eq}] \end{aligned} \quad (115)$$

por (111) segue

$$x_{k+1}^{pIII} = [\Psi_3]^{(H+1)} [\Phi] [x_k] + [\Psi_3]^{(H+1)} [\Gamma] [F_{eq} x_{k-H}^{pIII}]. \quad (116)$$

Como $x_{k+(H+1)} = x_k^{pIII}$ então, desconsiderando incertezas, $x_{k-H}^{pIII} = x_{k+1}$, de modo que (116) fica

$$x_{k+1}^{pIII} = [\Psi_3]^{(H+1)} [\Phi] [x_k] + [\Psi_3]^{(H+1)} [\Gamma] [F_{eq}] [x_{k+1}] \quad (117)$$

assim com (113) têm-se

$$x_{k+1}^{pIII} = [\Psi_3]^{(H+1)} [\Phi] [x_k] + [\Psi_3]^{(H+1)} [\Gamma] [F_{eq}] [\Psi_3] x_k. \quad (118)$$

Logo por (110)

$$\begin{aligned} x_{k+1}^{pIII} &= [\Psi_3]^{(H+1)} [\Phi] [x_k] + [\Psi_3]^{(H+1)} [\Gamma] [F_{eq}] [\Psi_3] [\Psi_3]^{-(H+1)} x_k^{pIII} \\ x_{k+1}^{pIII} &= [\Psi_3]^{(H+1)} [\Phi] [x_k] + [\Psi_3]^{(H+1)} [\Gamma] [F_{eq}] [\Psi_3]^{-(H)} x_k^{pIII}. \end{aligned} \quad (119)$$

- Encontre uma matriz $[\Phi_3] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tal que $[\Psi_3]^{(H+1)} [\Phi] = [\Phi_3] [\Psi_3]^{(H+1)}$.

Como

$$[\Psi_3]^{(H+1)} [\Phi] = [\Phi_3] [\Psi_3]^{(H+1)} \Leftrightarrow [\Phi_3] = [\Psi_3]^{(H+1)} [\Phi] [\Psi_3]^{-(H+1)}, \quad (120)$$

então $[\Phi_3]$ e $[\Phi]$ possuem os mesmos autovalores.

Portanto (119) torna-se

$$x_{k+1}^{pIII} = [\Phi_3] \left\{ [\Psi_3]^{(H+1)} x_k \right\} + [\Psi_3]^{(H+1)} [\Gamma] [F_{eq}] [\Psi_3]^{-(H)} x_k^{pIII}, \quad (121)$$

e por (110)

$$x_{k+1}^{pIII} = [\Phi_3] x_k^{pIII} + [\Psi_3]^{(H+1)} [\Gamma] [F_{eq}] [\Psi_3]^{-(H)} x_k^{pIII}. \quad (122)$$

Seja $[\Gamma_3] = [\Psi_3]^{(H+1)} [\Gamma]$ assim

$$x_{k+1}^{pIII} = [\Phi_3] x_k^{pIII} + [\Gamma_3] \hat{v}_k^{eq}, \quad (123)$$

com $\hat{v}_k^{eq} = [F_{eq}] [\Psi_3]^{-(H)} x_k^{pIII}$.

■

Observação 4. *Através da introdução do preditor (110), o sistema original com atraso no controle (49), foi convertido em (112), livre de atraso. Vale ressaltar que a dinâmica do sistema não forçado de x_k^{pIII} é a mesma de x_k pois Φ_3 e Φ são semelhantes.*

Proposição 5. *\hat{v}_k^{eq} estabiliza x_k^{pIII} se, e somente se v_k^{eq} estabiliza x_k . Assim, o projeto de controle do sistema, para o Projeto III, pode ser realizado pelo sistema equivalente realizado com o novo preditor de estados e não pelos estados originais.*

Demonstração: Pela análise do deslizamento em malha fechada têm-se que;

O sistema original é dado por

$$x_{k+1} = [\Phi] x_k + [\Gamma] v_{k-H}^{eq}, \quad (124)$$

Como $v_k^{eq} = F_{eq} x_{k+H+1}$ então $v_{k-H}^{eq} = F_{eq} x_{k+1}$. Assim

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= [\Phi] x_k + [\Gamma] [F_{eq}] x_{k+1} \\ x_{k+1} &= \left\{ [I - \Gamma F_{eq}]^{-1} \Phi \right\} x_k, \end{aligned} \quad (125)$$

e o sistema preditor é

$$\begin{aligned} x_{k+1}^{pIII} &= [\Phi_3] x_k^{pIII} + [\Gamma_3] \hat{v}_k^{eq} \\ x_{k+1}^{pIII} &= [\Phi_3] x_k^{pIII} + \left\{ [\Psi_3]^{(H+1)} [\Gamma] \right\} \left\{ [F_{eq}] [\Psi_3]^{-(H)} x_k^{pIII} \right\}. \end{aligned} \quad (126)$$

Como por (110)

$$x_k^{pIII} = [\Psi_3]^{(H+1)} x_k = [\Psi_3]^{(H)} [\Psi_3] x_k \quad (127)$$

então

$$[\Psi_3]^{-(H)} x_k^{pIII} = [\Psi_3] x_k \Rightarrow [\Psi_3]^{-(H)} x_k^{pIII} = x_{k+1}. \quad (128)$$

Logo, substitui-se em (126) e assim segue que

$$x_{k+1}^{pIII} = [\Phi_3]x_k^{pIII} + [\Psi_3]^{(H+1)} [\Gamma] [F_{eq}] x_{k+1}. \quad (129)$$

Novamente por (110)

$$x_{k+1}^{pIII} = [\Phi_3]x_k^{pIII} + [\Psi_3]^{(H+1)} [\Gamma] [F_{eq}] \left\{ [\Psi_3]^{-(H+1)} x_{k+1}^{pIII} \right\}. \quad (130)$$

Fazendo $\bar{\Gamma}\bar{F}_{eq} = [\Psi_3]^{(H+1)} [\Gamma] [F_{eq}] [\Psi_3]^{-(H+1)}$ têm-se

$$x_{k+1}^{pIII} = \left\{ [I - \bar{\Gamma}\bar{F}_{eq}]^{-1} [\Phi_3] \right\} x_k^{pIII}. \quad (131)$$

Com isso $[F_{eq}] = \left[-(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I) \right]$ deve satisfazer a condição de estabilidade para o sistema (125) e para o sistema (131).

Seja $\Phi_{3MF} = \left\{ [I - \Gamma F_{eq}]^{-1} [\Phi] \right\}$ e $\bar{\Phi}_{3MF} = \left\{ [I - \bar{\Gamma}\bar{F}_{eq}]^{-1} [\Phi_3] \right\}$. Então as matrizes Φ_{3MF} e $\bar{\Phi}_{3MF}$ são semelhantes, logo possuem os mesmos autovalores.

De fato:

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_{3MF} &= \left\{ [I - \bar{\Gamma}\bar{F}_{eq}]^{-1} [\Phi_3] \right\} \\ \bar{\Phi}_{3MF} &= \Omega [\Phi_3]. \end{aligned} \quad (132)$$

sendo $\Omega = \left\{ I + [\Psi_3]^{(H+1)} [-\Gamma F_{eq}] [\Psi_3]^{-(H+1)} \right\}^{-1}$.

Aplica-se a regra da inversão matricial em Ω e têm-se

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_{3MF} &= \left\{ I - [\Psi_3]^{(H+1)} \left[(-\Gamma F_{eq})^{-1} + I \right]^{-1} [\Psi_3]^{-(H+1)} \right\} [\Phi_3] \\ \bar{\Phi}_{3MF} &= [\Psi_3]^{(H+1)} \left\{ [\Psi_3]^{-(H+1)} - Z [\Psi_3]^{-(H+1)} \right\} [\Phi_3], \end{aligned} \quad (133)$$

sendo $Z = \left[I + (-\Gamma F_{eq})^{-1} \right]^{-1}$.

Aplica-se novamente a regra da inversão matricial em Z e segue que

$$\bar{\Phi}_{3MF} = [\Psi_3]^{(H+1)} \left\{ [\Psi_3]^{-(H+1)} - \left[I - (I - \Gamma F_{eq})^{-1} \right] [\Psi_3]^{-(H+1)} \right\} [\Phi_3], \quad (134)$$

uma vez que $[\Phi_3] = \left\{ [\Psi_3]^{(H+1)} [\Phi] [\Psi_3]^{-(H+1)} \right\}$, substitui-se em (134) e com manipulações algébricas resulta-se

$$\bar{\Phi}_{3MF} = [\Psi_3]^{(H+1)} \left\{ [I - \Gamma F_{eq}]^{-1} [\Phi] \right\} [\Psi_3]^{-(H+1)}, \quad (135)$$

ou seja,

$$\bar{\Phi}_{3MF} = [\Psi_3]^{(H+1)} [\Phi_{3MF}] [\Psi_3]^{-(H+1)}, \quad (136)$$

pois $\Phi_{3MF} = \left\{ [I - \Gamma F_{eq}]^{-1} [\Phi] \right\}$.

Portanto, \hat{v}_k^{eq} estabiliza x_k^{PIII} se, e somente se, v_k^{eq} estabiliza x_k . ■

4.3.2 Projeto do v_k^N

A lei de controle v_k^N , responsável por conduzir os estados do sistema para a superfície de deslizamento, será projetada considerando o atraso.

Vamos supor a seguinte candidata à função de Lyapunov

$$V_k = \frac{1}{2} S_k^T S_k. \quad (137)$$

O sistema será atraído para a superfície de deslizamento (106) se a seguinte desigualdade for satisfeita:

$$V_{k+1} < V_k. \quad (138)$$

A partir de (137), a condição de atratividade (138) torna-se

$$\frac{1}{2} [S_{k+1}^T S_{k+1}] < \frac{1}{2} [S_k^T S_k]. \quad (139)$$

Dado que (FURUTA, 1990)

$$S_{k+1} = S_k + \Delta S_k. \quad (140)$$

Se substituir (140) na condição (139), têm-se

$$[S_k]^T [\Delta S_k] < -\frac{1}{2} [\Delta S_k]^T [\Delta S_k]. \quad (141)$$

Uma vez que $\Delta S_k = S_{k+1} - S_k$, por (106) segue

$$\Delta S_k = [Gx_{k+1} - G\Gamma v_{k-H}] - [Gx_k - G\Gamma v_{k-H-1}]. \quad (142)$$

Por (49) segue

$$\Delta S_k = G[\Phi - I]x_k + G\Gamma v_{k-H-1}. \quad (143)$$

Como

$$v_{k-H-1} = v_{k-H-1}^{eq} + v_{k-H-1}^N, \quad (144)$$

considera-se (144) e substitui (108) em (143), assim

$$\Delta S_k = G\Gamma v_{k-H-1}^N. \quad (145)$$

Se substituir (145) em (141) conclui-se que

$$S_k^T [G\Gamma v_{k-H-1}^N] < -\frac{1}{2} [G\Gamma v_{k-H-1}^N]^T [G\Gamma v_{k-H-1}^N]. \quad (146)$$

Admite-se que $G\Gamma = I$, então a condição de existência para a superfície deslizante discreta no tempo é

$$S_k^T [v_{k-H-1}^N] < -\frac{1}{2} [v_{k-H-1}^N]^T [v_{k-H-1}^N]. \quad (147)$$

Um controle v_{k-H-1}^N que satisfaz a desigualdade (147) é

$$v_{k-H-1}^N = -\beta S_k, \quad (148)$$

com $\beta \in \mathbb{R}^{m \times m}$ uma matriz diagonal, com elementos β_{ii} em sua diagonal, onde $i = 1, \dots, m$.

Substitui-se (148) em (147) e segue que

$$\begin{aligned} S_k^T [-\beta S_k] &< -\frac{1}{2} [-\beta S_k]^T [-\beta S_k] \\ - [S_k^T \beta S_k] &< -\frac{1}{2} [S_k^T \beta^T \beta S_k] \\ - [S_k^T \beta S_k] &< -\frac{1}{2} [S_k^T \beta^2 S_k]. \end{aligned} \quad (149)$$

Logo

$$2 [S_k^T \beta S_k] > [S_k^T \beta^2 S_k], \quad (150)$$

que é verdadeiro para $0 < \beta_{ii} < 2$.

Se $\beta_{11} = \beta_{22} = \dots = \beta_{ii} = \bar{\beta}$ com $i = 1, 2, \dots, m$, então a matriz $\beta \in \mathbb{R}^{m \times m}$ pode ser substituída pelo escalar $\bar{\beta} \in \mathbb{R}^+$, com isso substituindo (94) em (93) têm-se

$$\begin{aligned} S_k^T [-\bar{\beta} S_k] &< -\frac{1}{2} [-\bar{\beta} S_k]^T [-\bar{\beta} S_k] \\ -\bar{\beta} S_k^T S_k &< -\frac{1}{2} \bar{\beta}^2 S_k^T S_k \\ -\bar{\beta} &< -\frac{1}{2} \bar{\beta}^2 \\ \bar{\beta} \left(1 - \frac{\bar{\beta}}{2}\right) &> 0, \end{aligned} \tag{151}$$

ou seja, $0 < \bar{\beta} < 2$ com $\bar{\beta} \neq 1$.

Como

$$v_{k-H-1}^N = -\beta S_k = -\beta [Gx_k - G\Gamma v_{k-H-1}], \tag{152}$$

então, para o instante k , têm-se

$$v_k^N = -\beta [Gx_{k+H+1} - G\Gamma v_k]. \tag{153}$$

isto é,

$$\begin{aligned} v_k^N &= -\beta Gx_{k+H+1} + \beta G\Gamma [v_k^{eq} + v_k^N] \\ v_k^N &= -\beta Gx_{k+H+1} + \beta G\Gamma v_k^{eq} + \beta G\Gamma v_k^N \\ v_k^N - \beta G\Gamma v_k^N &= -\beta Gx_{k+H+1} + \beta G\Gamma v_k^{eq} \\ (I - \beta G\Gamma) v_k^N &= -\beta Gx_{k+H+1} + \beta G\Gamma v_k^{eq} \\ (I - \beta) v_k^N &= -\beta Gx_{k+H+1} + \beta v_k^{eq}. \end{aligned} \tag{154}$$

Por (109), segue que

$$\begin{aligned} (I - \beta) v_k^N &= -\beta Gx_{k+H+1} + \beta \left[-(G\Gamma)^{-1} G (\Phi - I) x_{k+H+1} \right] \\ v_k^N &= (I - \beta)^{-1} \beta \left[-G - (G\Gamma)^{-1} G (\Phi - I) \right] x_{k+H+1} \end{aligned} \tag{155}$$

com $\beta \neq I$.

Portanto, o controle discreto no tempo v_k^N que satisfaz a condição (138) e mantém o sistema em modo deslizante é dado por

$$\begin{aligned} v_k^N &= (I - \beta)^{-1} \beta \left[-G - (G\Gamma)^{-1} G (\Phi - I) \right] x_k^{pIII} \\ v_k^N &= \beta (I - \beta)^{-1} \beta \left[-G + F_{eq} \right] x_k^{pIII}, \end{aligned} \tag{156}$$

com $0 < \beta_{ii} < 2$ e $\beta_{ii} \neq 1$.

Assume-se a superfície de deslizamento (106), logo o controle que considera o atraso no tempo é

$$v_k = v_k^{eq} + v_k^N = \left[F_{eq} x_k^{pIII} \right] + \left\{ \beta (I - \beta)^{-1} \beta [-G + F_{eq}] x_k^{pIII} \right\}, \quad (157)$$

ou seja, o controlador proposto, para o Projeto III, é dado por

$$v_k = F_3 x_k^{pIII}, \quad (158)$$

com $F_3 = \left\{ F_{eq} + \beta (I - \beta)^{-1} \beta [-G + F_{eq}] \right\}$ e $\beta \neq I$.

Observação 5. Para toda trajetória, não apenas no deslizamento, em malha fechada se

$$v_k = v_k^{eq} + v_k^N = \left[F_{eq} x_k^{pIII} \right] + \left\{ \beta (I - \beta)^{-1} \beta [-G + F_{eq}] x_k^{pIII} \right\} = F_3 x_k^{pIII},$$

então o controle v_k estabiliza x_k se, e somente se estabiliza x_k^{pIII} . Para se provar basta substituir F_{eq} por F_3 nas demonstrações das proposições (4) e (5).

4.3.3 Simulação

Para o controlador do Projeto III utiliza-se o modelo discreto dado pelo sistema (49), com período de amostragem $T_a = 0,006$ s e $H = 12$ períodos, logo $\tau = 12 \times 0,006 = 0,072$ s. As matrizes Φ e Γ são:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0060 & 0,0000 \\ 0,0000 & 1,0000 & 0,0061 \\ 0,0061 & 0,0121 & 1,0182 \end{bmatrix}, \quad (159)$$

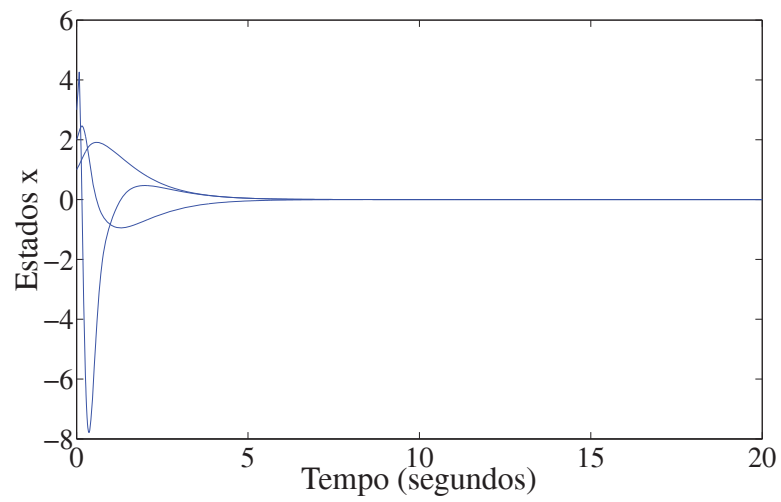
$$\Gamma^T = \begin{bmatrix} 0,0000 & 0,0000 & 0,0061 \end{bmatrix}, \quad (160)$$

onde os valores numéricos da matriz G , usados no controle são dados por

$$G = \begin{bmatrix} 327,38 & 491,08 & 163,69 \end{bmatrix}. \quad (161)$$

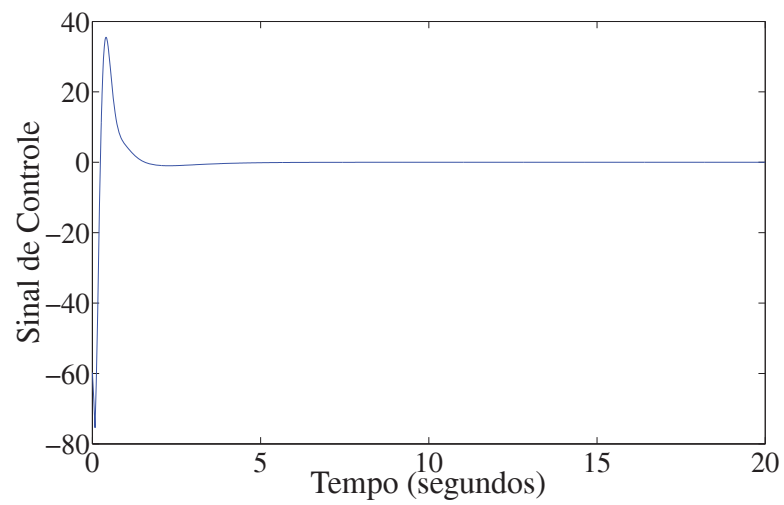
Os resultados das simulações com condições iniciais $[x_1(0) \ x_2(0) \ x_3(0)] = [1 \ 2 \ 3]$ e $\beta = 0,02$ são mostrados a seguir.

Figura 19 - Desempenho dos estados com Projeto III considerando atraso: ESTÁVEL.



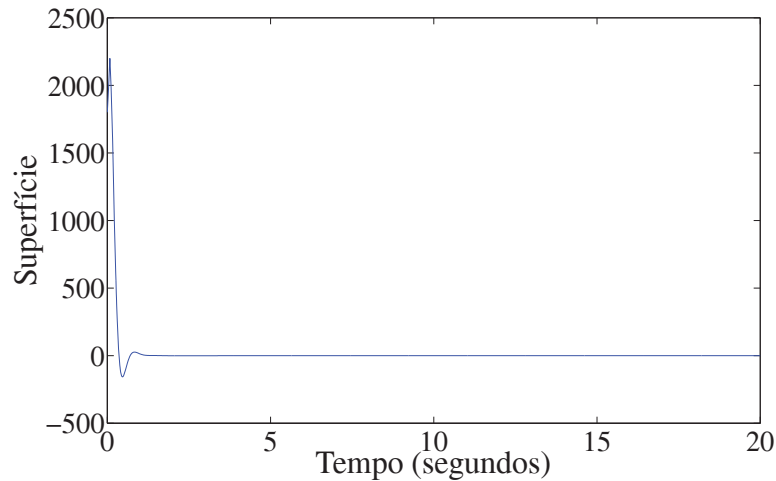
Fonte: Próprio autor

Figura 20 - Desempenho do sinal de controle com Projeto III considerando atraso: ESTÁVEL.



Fonte: Próprio autor

Figura 21 - Desempenho da superfície de deslizamento com Projeto III considerando atraso: ESTÁVEL.



Fonte: Próprio autor

As Figuras 19, 20 e 21, mostram o desempenho dos estados do sistema, do sinal de controle e da superfície de deslizamento, respectivamente. Em se tratando de um projeto discreto, cujo atraso é caracterizado por ser 12 vezes maior que o período de amostragem, essas figuras ilustram um desempenho adequado. Na Figura 19, mesmo na presença do atraso nota-se a estabilidade dos estados do sistema. A Figura 20 mostra um bom desempenho do sinal de controle na condição de atraso. A Figura 21 é satisfatória pois atinge o deslizamento em aproximadamente 1,0 segundo, fazendo com que os estados do sistema alcancem o equilíbrio em 5,0 segundos. Dessa maneira, têm-se estabilidade do sistema pelo Projeto III, que utiliza o preditor (110), mesmo na presença de atraso com essa grandeza.

4.4 APLICAÇÃO NO SISTEMA DE SUSPENSÃO ATIVA

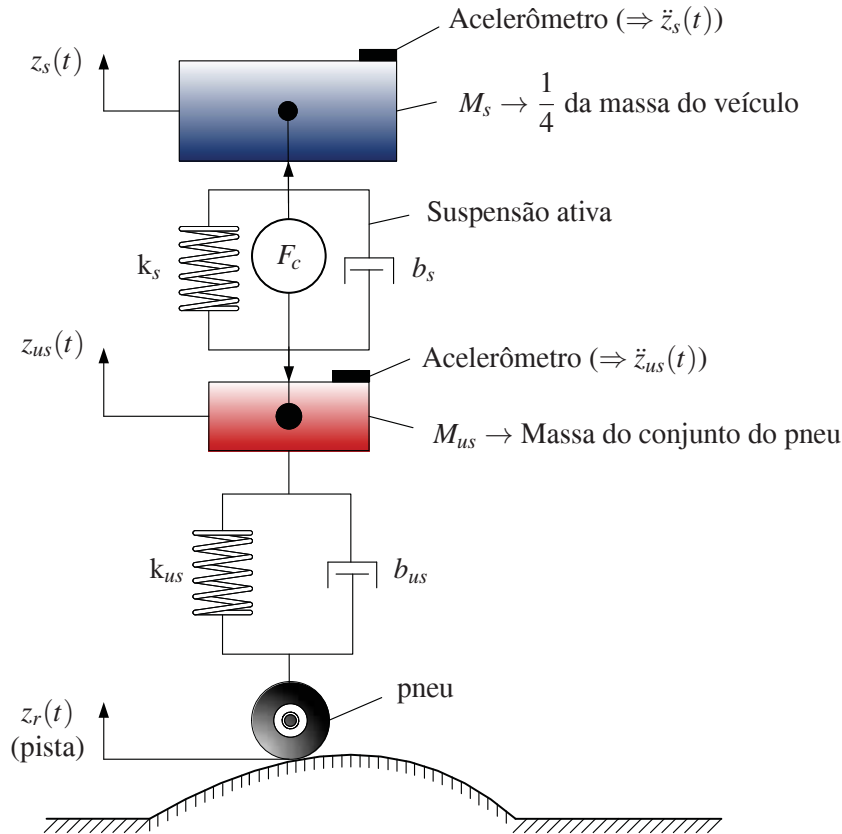
Nesta seção, são apresentados os resultados das simulações utilizando um sistema linear que representa a suspensão ativa de um automóvel. Os três projetos de controladores propostos são aplicados neste sistema físico com o objetivo de provar a eficácia das novas leis. A modelagem desse equipamento é descrita a seguir.

4.4.1 Modelagem

Considere um modelo que representa 1/4 da suspensão de um veículo, fabricado pela Quanser[®] que está representado na Figura 22 (QUANSER, 2009). O sistema de suspensão

ativa é representado por um motor conectado entre duas massas, M_s e M_{us} , sendo controlado pela força F_c . O objetivo desse sistema é atenuar as vibrações causadas por problemas na pista. A massa M_s simboliza 1/4 do corpo total do veículo sendo suportada pela mola k_s e pelo amortecedor b_s . M_{us} é a massa do conjunto do pneu do veículo e é suportada pela mola k_{us} e pelo amortecedor b_{us} .

Figura 22 - Modelo Esquemático do Sistema de Suspensão Ativa.



Fonte: (SILVA, 2012)

O sistema de suspensão ativa pode ser modelado como um sistema massa-mola-amortecedor duplo (QUANSER, 2009). Desta forma, as duas entradas do sistema são a força de controle F_c e a derivada da superfície da pista $\dot{z}_r(t)$.

As equações de movimento do sistema podem ser descritas no espaço de estados na forma da equação (162). Uma dedução detalhada pode ser vista em Quanser (2009).

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \quad (162)$$

sendo B_1 a matriz relacionada com a derivada da superfície da pista (\dot{z}_r) e B_2 a matriz relacionada com a força de controle F_c sendo $F_c = u(t)$. Os quatro estados, considerados acessíveis,

são definidos por

$$x(t) = \begin{bmatrix} z_s(t) - z_{us}(t) \\ \dot{z}_s(t) \\ z_{us}(t) - z_r(t) \\ \dot{z}_{us}(t) \end{bmatrix}. \quad (163)$$

O primeiro estado é a deflexão da suspensão, o segundo estado denota a velocidade vertical do corpo do veículo, o terceiro estado é a deflexão do pneu e o quarto estado representa a velocidade vertical do conjunto da roda.

A primeira entrada do sistema, $w(t)$, é a velocidade da superfície da pista (\dot{z}_r). A segunda entrada, $u(t)$ é a ação de controle F_c . As matrizes A , B_1 e B_2 da representação no espaço de estados são apresentadas por

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{k_s}{M_s} & -\frac{b_s}{M_s} & 0 & \frac{b_s}{M_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{M_{us}} & \frac{b_s}{M_{us}} & -\frac{k_{us}}{M_{us}} & -\frac{(b_s+b_{us})}{M_{us}} \end{bmatrix}, \quad (164)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ \frac{b_{us}}{M_{us}} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_s} \\ 0 \\ -\frac{1}{M_{us}} \end{bmatrix}. \quad (165)$$

Os valores numéricos das matrizes de estado A , B_1 e B_2 são calculados a partir dos valores numéricos fornecidos pelo fabricante (QUANSER, 2009), apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros do Sistema de Suspensão Ativa.

Parâmetros	Símbolo	Valor
Massa de 1/4 do corpo total do veículo (kg)	M_s	2,45
Massa do conjunto do pneu (kg)	M_{us}	1
Constante de rigidez da mola (N/m)	k_s	900
Constante de rigidez da mola (N/m)	k_{us}	2500
Coefficiente de amortecimento (Ns/m)	b_s	7,5
Coefficiente de amortecimento (Ns/m)	b_{us}	5

Fonte: (QUANSER, 2009)

4.4.2 Simulações: Período de Amostragem de 0,003 s e Atraso de 0,072 s

Para um período de amostragem de $T_a = 0,003$ s e $H = 24$ períodos têm-se $\tau = 24 \times 0,003 = 0,072$ s o valor do atraso adotado, ou seja, um atraso 24 vezes o período de amostragem.

Para os projetos dos controladores PI-CDMD-H, PII-CDMD-H e PIII-CDMD-H considera-se o período de amostragem de 0,003 s e projeta-se a superfície de deslizamento com os ganhos G tais que os pólos contínuos sejam $p_1 = -23,0114$, $p_2 = -24,0955 + 25,1044i$ e $p_3 = -24,0955 - 25,1044i$. Os pólos para o sistema discretizado são $z_1 = 0,8710$, $z_2 = 0,8556 + 0,1299i$ e $z_3 = 0,8556 - 0,1299i$. Dessa maneira seguem as matrizes (Φ) , (Γ) , (F_{eq}) e (G) dos projetos

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0,9944 & 0,0029 & 0,0110 & -0,0029 \\ -1,0828 & 0,9893 & -0,0379 & 0,0105 \\ 0,0040 & 0,0000 & 0,9889 & 0,0029 \\ 2,6230 & 0,0258 & -7,3239 & 0,9484 \end{bmatrix}, \quad (166)$$

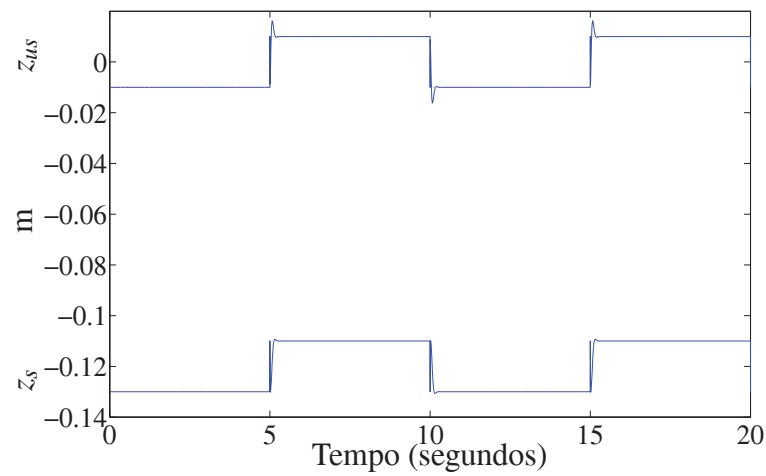
$$\Gamma^T = \begin{bmatrix} 0,0000 & 0,0012 & -0,0000 & -0,0029 \end{bmatrix}, \quad (167)$$

$$F_{eq} = \begin{bmatrix} 900,0000 & -16,3746 & -383,4455 & 41,2224 \end{bmatrix}, \quad (168)$$

$$G = 10^3 \times \begin{bmatrix} 8,3974 & 0,6829 & -8,7042 & -0,0301 \end{bmatrix}. \quad (169)$$

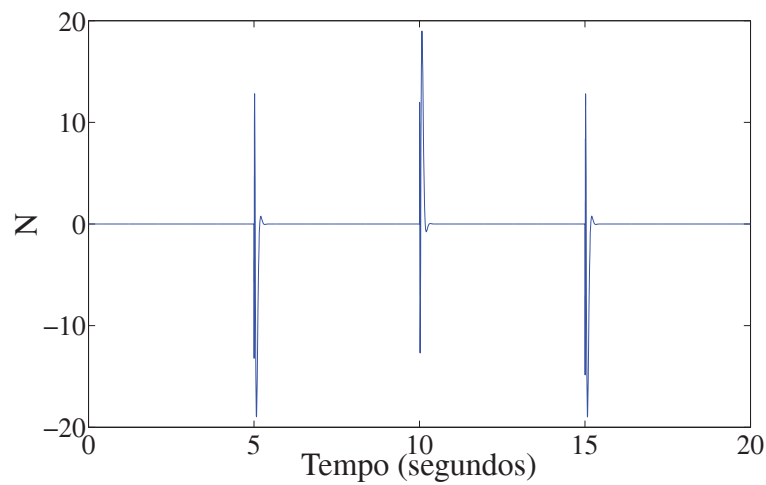
• SIMULAÇÕES NO SISTEMA DE SUSPENSÃO ATIVA COM O CDMD-o

As Figuras 23 e 24 mostram o deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r e o esforço do sinal de controle, respectivamente, com a atuação do controlador CDMD-o para o sistema sem atraso. Analisando as respostas obtidas, nota-se que o controlador CDMD-o foi capaz de proporcionar um bom desempenho do deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r , na ausência do atraso, consequentemente teve um satisfatório desempenho.

Figura 23 - Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com o CDMD-o sem Atraso.

Fonte: Próprio autor

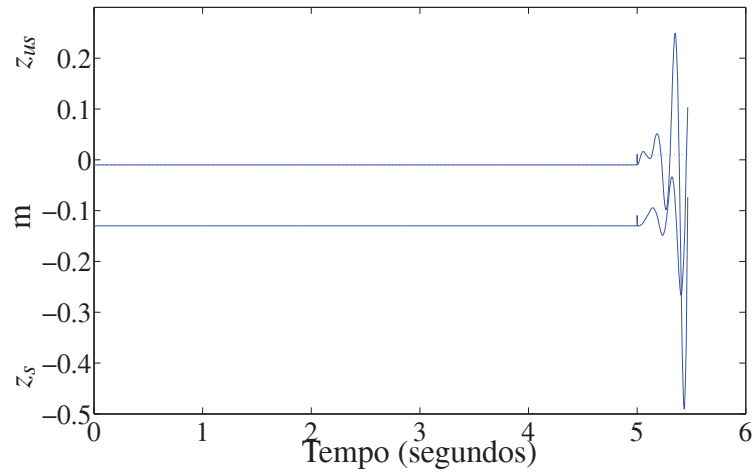
Figura 24 - Sinal de Controle com o CDMD-o sem Atraso.



Fonte: Próprio autor

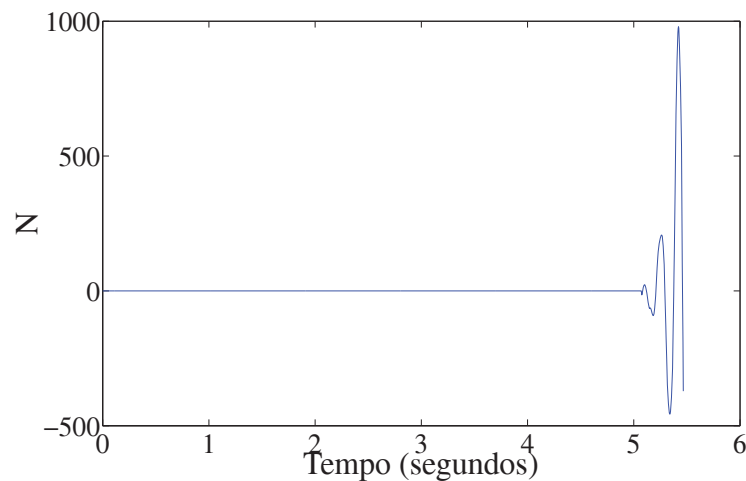
Uma vez que se introduz o atraso, de $H = 24$ amostras, no sistema percebe-se pelas Figuras 25 e 26 que o controlador CDMD-o não é capaz de amenizar seus efeitos prejudiciais de modo que o sistema, que é de natureza estável, foi para a instabilidade.

Figura 25 - Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com CDMD-o com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.



Fonte: Próprio autor

Figura 26 - Sinal de Controle com CDMD-o com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.



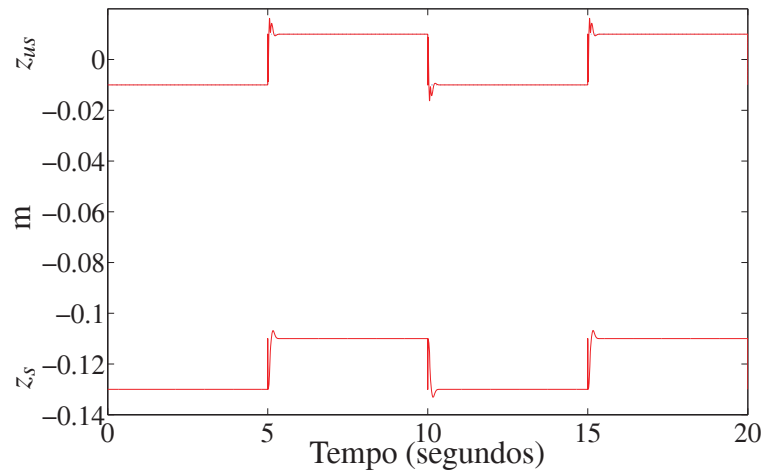
Fonte: Próprio autor

Diante disso têm-se a importância dos Projetos PI-CDMD-H, PII-CDMD-H e PIII-CDMD-H propostos neste trabalho pois apresentam controladores capazes de estabilizar o sistema mesmo na presença do atraso, vale ressaltar que são atrasos maiores que o período de amostragem. A seguir mostra-se simulações com período de amostragem de 0,003 s e atraso de 0,072 s.

• SIMULAÇÕES NO SISTEMA DE SUSPENSÃO ATIVA COM O PROJETO I

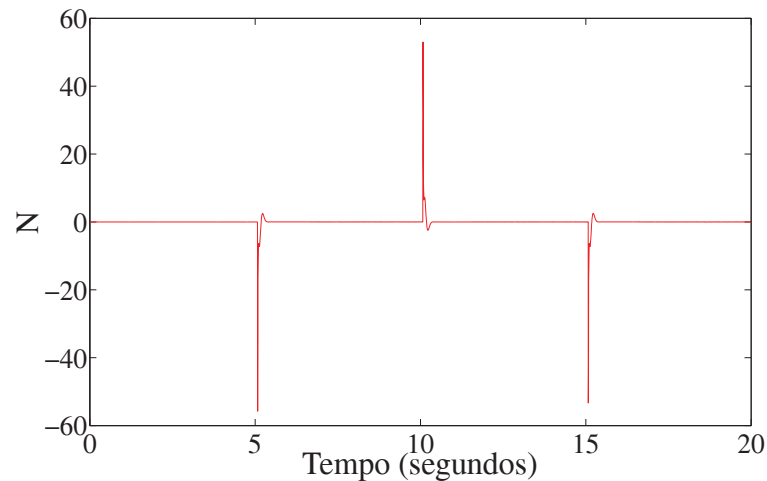
Para o projeto do controlador PI-CDMD-H têm-se $\beta = 0,2$. Os resultados das simulações são mostrados a seguir.

Figura 27 - Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com o Projeto I com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.



Fonte: Próprio autor

Figura 28 - Sinal de Controle com o Projeto I com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.



Fonte: Próprio autor

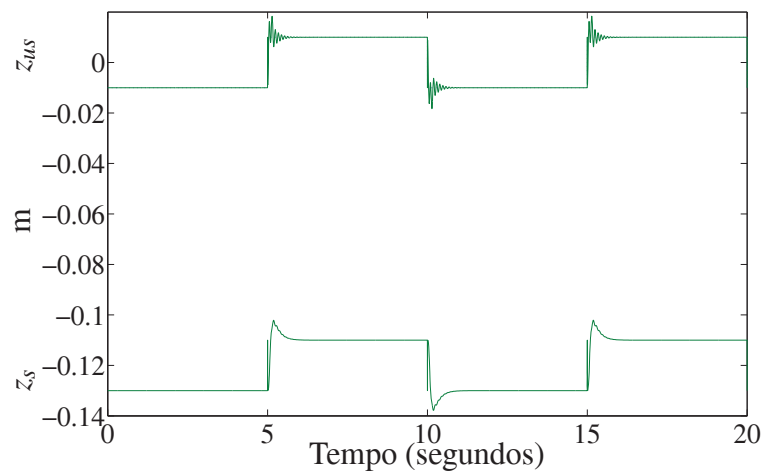
A Figura 27 mostra um bom desempenho do deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r ; e a Figura 28 exibe o esforço do sinal de controle com a atuação do controlador PI-CDMD-H considerando o atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s. Investigando as respostas obtidas, nota-se que o controlador PI-CDMD-H proporcionou um bom desempenho do deslocamento

de z_s e z_{us} seguindo z_r mesmo na presença do atraso com essa ordem de grandeza, com isso o esforço de controle é visto na Figura 28.

• SIMULAÇÕES NO SISTEMA DE SUSPENSÃO ATIVA COM O PROJETO II

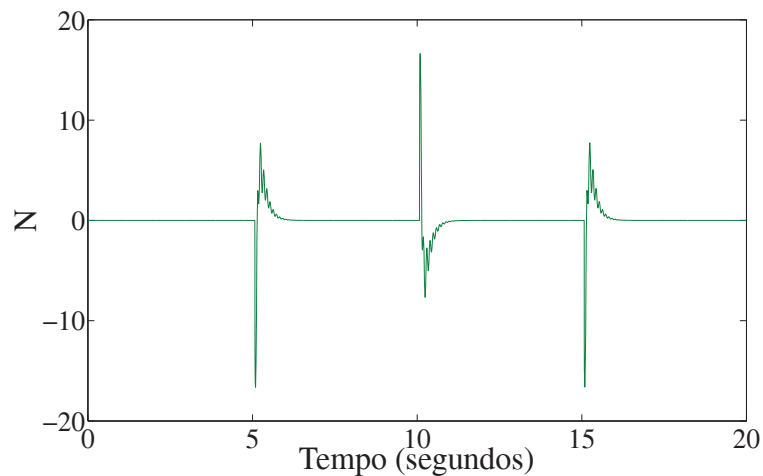
Para o projeto do controlador PII-CDMD-H têm-se $\beta = 0,03$. Os resultados das simulações são mostrados a seguir.

Figura 29 - Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com o Projeto II com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.



Fonte: Próprio autor

Figura 30 - Sinal de Controle com o Projeto II com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.



Fonte: Próprio autor

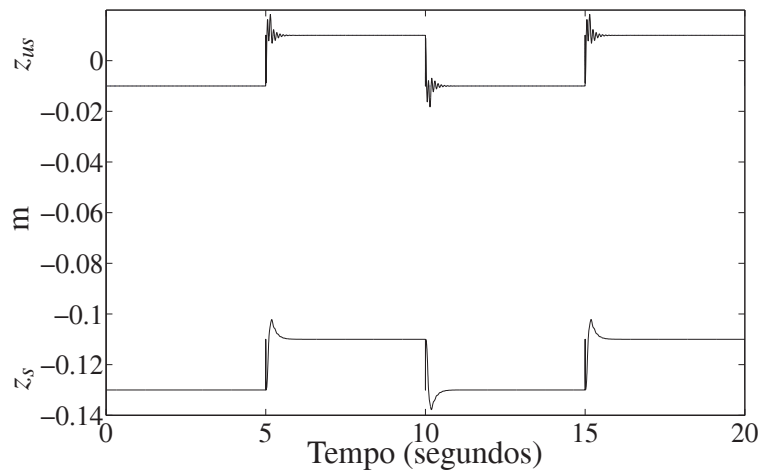
A Figura 29 mostra um bom desempenho do deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r e a Figura

30 exibe o esforço de controle com a atuação do controlador PII-CDMD-H considerando o atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s. Investigando as respostas obtidas, nota-se que o controlador PII-CDMD-H proporcionou um bom desempenho do deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r mesmo na presença do atraso com essa ordem de grandeza. Nota-se que o esforço de controle (Figura 30) é menor do que o apresentado pelo Projeto I (Figura 28), o qual ultrapassou 39,2 N que é o limite máximo permissível para o equipamento real fabricado pela Quanser. Ou seja, o controlador do Projeto I teria sua implementação prática comprometida, enquanto que o controlador do Projeto II seria adequado para implementação prática, pois seu sinal de controle não ultrapassou 39,2 N em nenhum instante.

• SIMULAÇÕES NO SISTEMA DE SUSPENSÃO ATIVA COM O PROJETO III

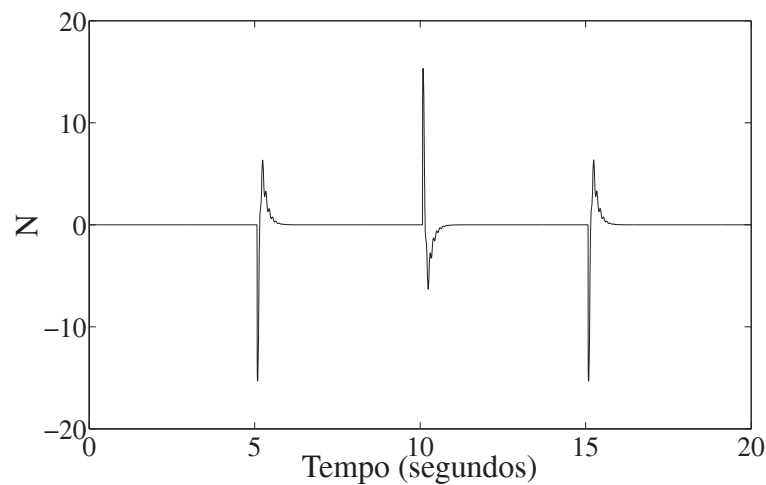
Para o projeto do controlador PIII-CDMD-H têm-se $\beta = 0,025$ assim os resultados das simulações são mostrados a seguir.

Figura 31 - Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com o Projeto III com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.



Fonte: Próprio autor

Figura 32 - Sinal de Controle com o Projeto III com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.



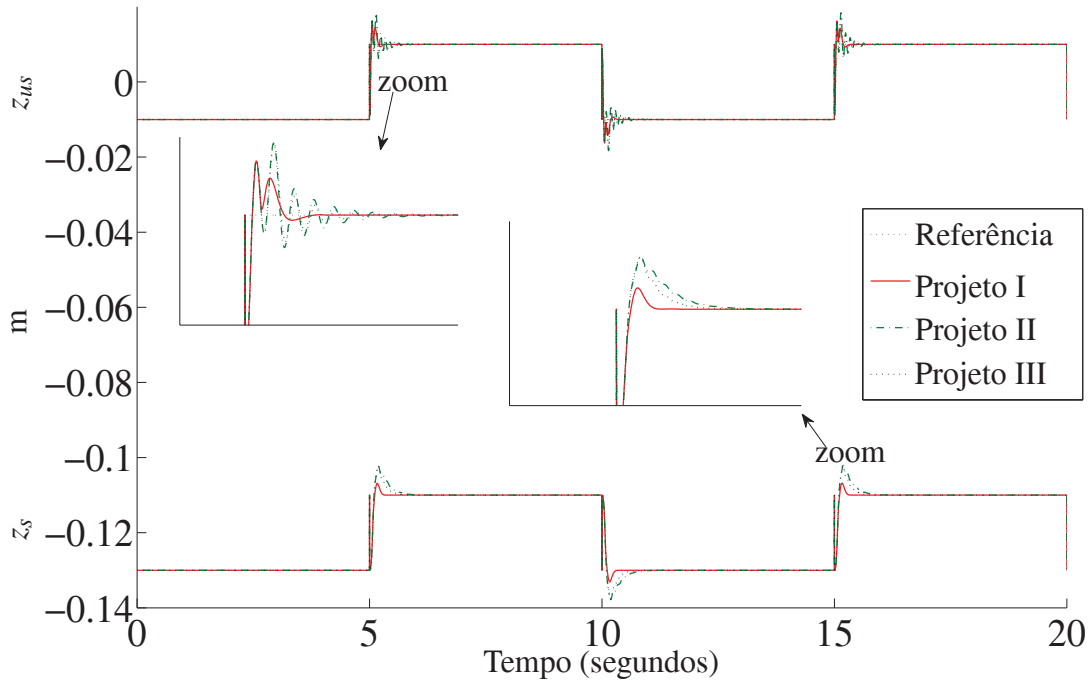
Fonte: Próprio autor

A Figura 31 mostra um bom desempenho do deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r e a Figura 32 exhibe o esforço do sinal de controle com a atuação do controlador PIII-CDMD-H considerando o atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s. Investigando as respostas obtidas, nota-se que o controlador PIII-CDMD-H proporcionou um bom desempenho do deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r mesmo na presença do atraso com essa ordem de grandeza. Nota-se que o esforço de controle (Figura 32) é menor do que o apresentado pelo Projeto I (Figura 28), o qual ultrapassou 39,2 N que é o limite máximo permissível para o equipamento real fabricado pela Quanser. Ou seja, o controlador do Projeto I teria sua implementação prática comprometida, enquanto que o controlador do Projeto III seria adequado para implementação prática, pois seu sinal de controle não ultrapassou 39,2 N em nenhum instante.

• SIMULAÇÃO COM OS PROJETOS I, II E III SOBREPOSTOS

A Figura 33 mostra uma sobreposição do deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com os três projetos de controladores visto neste trabalho. Observa-se que as simulações seguem o sinal de referência (z_r) inclusive na condição de atraso 24 vezes o período de amostragem $T_a = 0,003$ s. Percebe-se a semelhança das curvas para os Projetos I, II e III cujos controladores em cada projeto são distintos. Todos apresentaram excelente desempenho.

Figura 33 - Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r : sobrepostas PI, PII e PIII com Atraso $\tau = H \times T_a = 24 \times 0,003 = 0,072$ s.



Fonte: Próprio autor

4.4.3 Simulações: Período de Amostragem de 0,006 s e Atraso de 0,072 s

Para um período de amostragem de $T_a = 0,006$ s e $H = 12$ períodos têm-se $\tau = 12 \times 0,006 = 0,072$ s o valor do atraso adotado, ou seja, um atraso 12 vezes o período de amostragem.

Para os projetos dos controladores PI-CDMD-H, PII-CDMD-H e PIII-CDMD-H considera-se o período de amostragem de 0,006 s e projeta-se a superfície de deslizamento com os ganhos G tais que os pólos contínuos sejam $p_1 = -23,0114$, $p_2 = -24,0955 + 25,1044i$ e $p_3 = -24,0955 - 25,1044i$. Os pólos para o sistema discretizado são $z_1 = 0,8710$, $z_2 = 0,8556 + 0,1299i$ e $z_3 = 0,8556 - 0,1299i$. Dessa maneira seguem as matrizes (Φ) , (Γ) , (F_{eq}) e (G) dos projetos

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0,9780 & 0,0058 & 0,0431 & -0,0056 \\ -2,1205 & 0,9759 & -0,1641 & 0,0235 \\ 0,0155 & 0,0002 & 0,9565 & 0,0057 \\ 5,0389 & 0,0575 & -14,1610 & 0,8707 \end{bmatrix}, \quad (170)$$

$$\Gamma^T = \begin{bmatrix} 0,0000 & 0,0024 & -0,0000 & -0,0056 \end{bmatrix}, \quad (171)$$

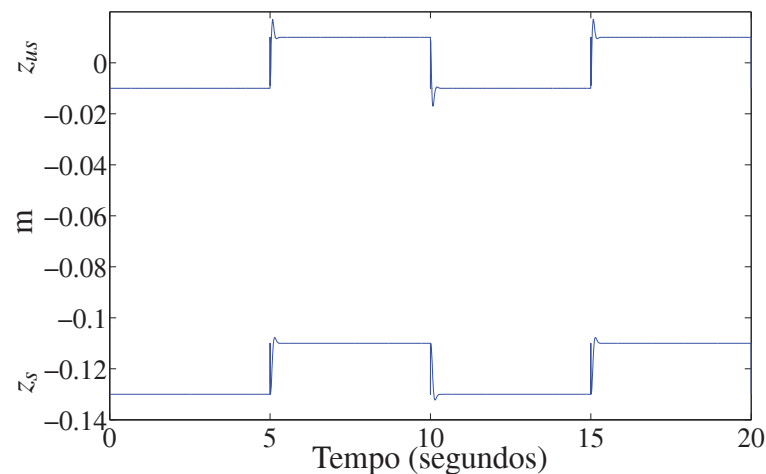
$$F_{eq} = \begin{bmatrix} 900,0000 & -13,2887 & -510,8310 & 35,4369 \end{bmatrix}, \quad (172)$$

$$G = 10^3 \times \begin{bmatrix} 3,8964 & 0,3176 & -4,0727 & -0,0154 \end{bmatrix}. \quad (173)$$

• SIMULAÇÕES NO SISTEMA DE SUSPENSÃO ATIVA COM O CDMD-o

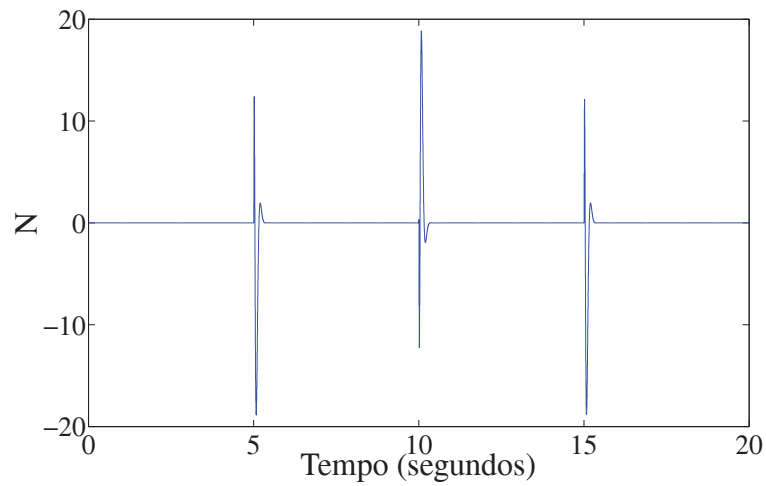
As Figuras 34 e 35 mostram o deslocamento de z_s e z_{us} e o esforço do sinal de controle, respectivamente, com o controlador CDMD-o para o sistema sem atraso. Analisando as respostas obtidas, nota-se que o controlador CDMD-o foi capaz proporcionar um bom desempenho do deslocamento de z_s e z_{us} , na ausência do atraso, conseqüentemente teve satisfatório desempenho.

Figura 34 - Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com o CDMD-o sem Atraso.



Fonte: Próprio autor

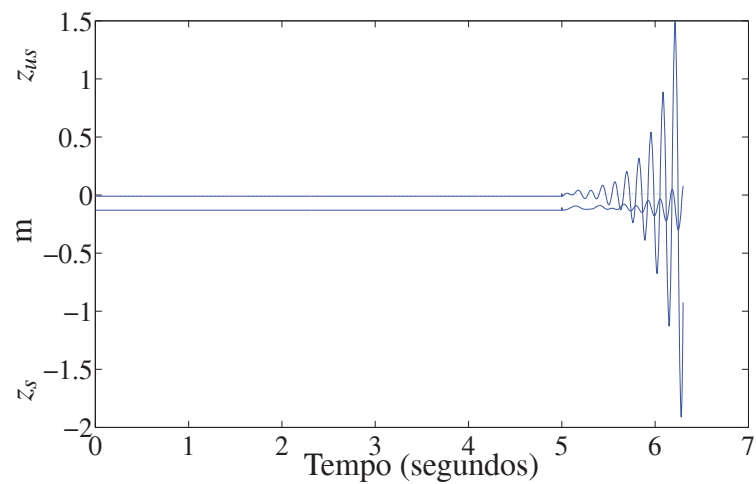
Figura 35 - Sinal de Controle com o CDMD-o sem Atraso.



Fonte: Próprio autor

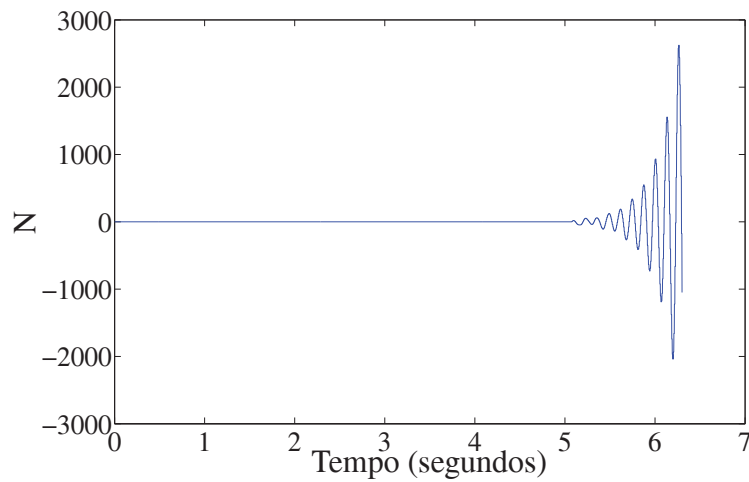
Uma vez que se introduz o atraso de $H = 12$ no sistema percebe-se pelas Figuras 36 e 37 que o controlador CDMD-o não é capaz de amenizar seus efeitos prejudiciais de modo que o sistema tornou-se instável.

Figura 36 - Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com CDMD-o com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.



Fonte: Próprio autor

Figura 37 - Sinal de Controle com CDMD-o com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.



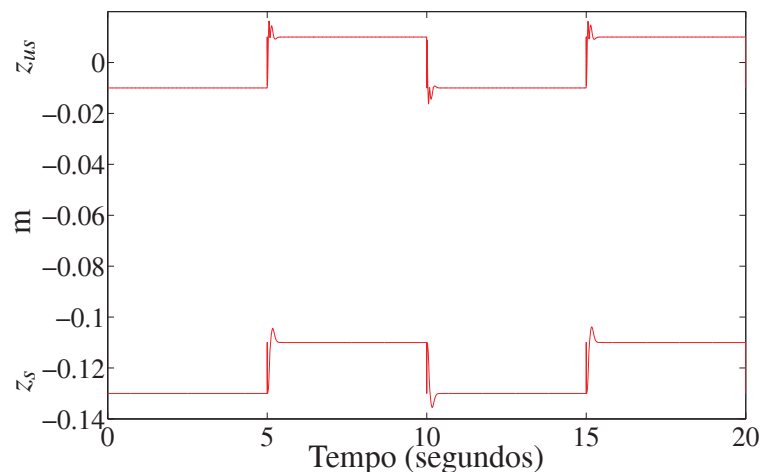
Fonte: Próprio autor

Diante disso, têm-se a importância dos Projetos I, II e III propostos neste trabalho pois propõem controladores capazes de estabilizar o sistema mesmo na presença do atraso, vale ressaltar que são atrasos maiores que o período de amostragem. A seguir mostra-se simulações com período de amostragem de 0,006 s e atraso de 0,072 s.

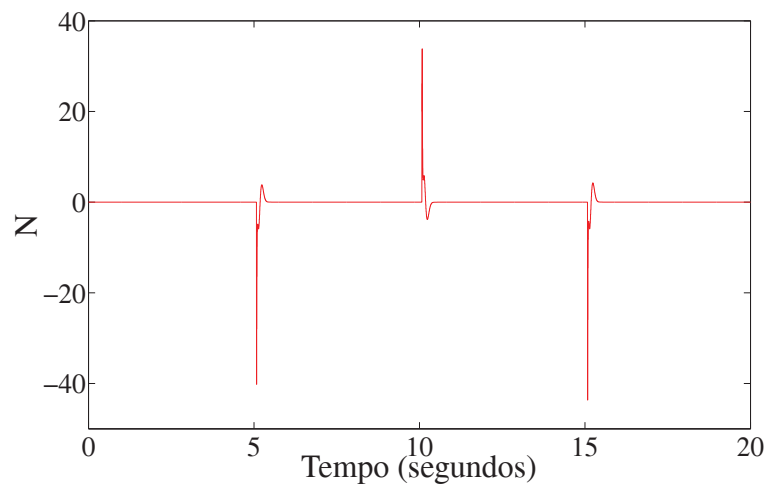
• SIMULAÇÕES NO SISTEMA DE SUSPENSÃO ATIVA COM O PROJETO I

Para o projeto do controlador PI-CDMD-H têm-se $\beta = 0,2$. Os resultados das simulações são mostrados a seguir.

Figura 38 - Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com o Projeto I com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.



Fonte: Próprio autor

Figura 39 - Sinal de Controle com o Projeto I com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.

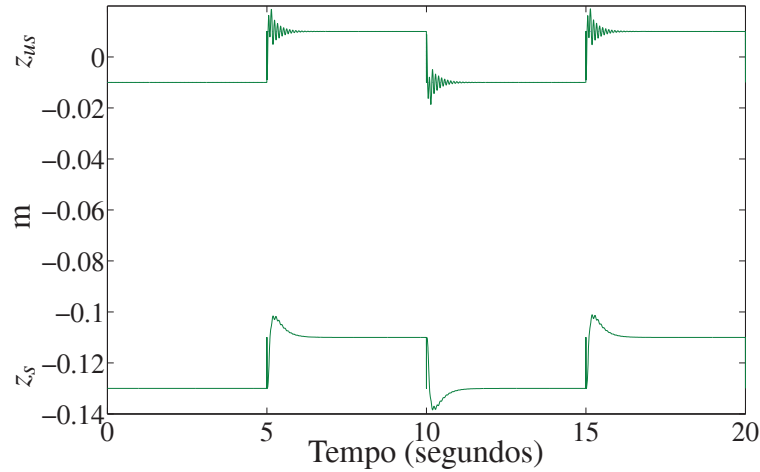
Fonte: Próprio autor

A Figura 38 mostra um bom desempenho do deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r e a Figura 39 exhibe o esforço do sinal de controle com a atuação do controlador PI-CDMD-H considerando o atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s. Investigando as respostas obtidas, nota-se que o controlador PI-CDMD-H proporcionou um bom desempenho do deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r mesmo na presença do atraso com essa ordem de grandeza, o esforço de controle é visto na Figura 39.

• SIMULAÇÕES NO SISTEMA DE SUSPENSÃO ATIVA COM O PROJETO II

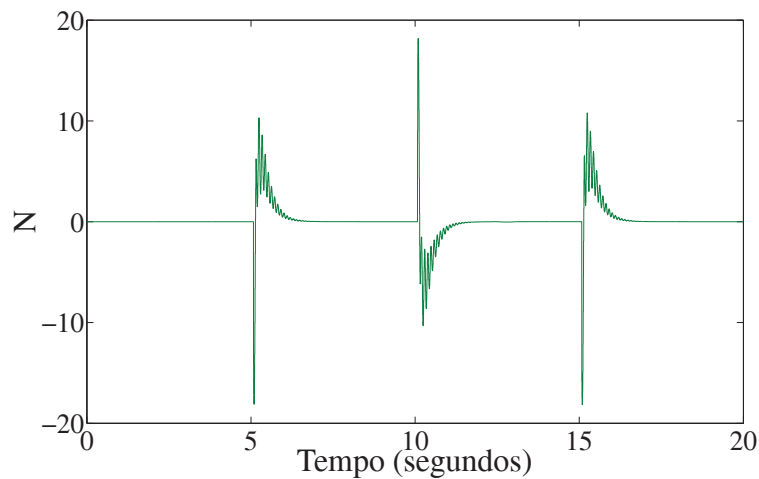
Para o projeto do controlador PII-CDMD-H têm-se $\beta = 0,03$. Os resultados das simulações são mostrados a seguir.

Figura 40 - Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com o Projeto II com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.



Fonte: Próprio autor

Figura 41 - Sinal de Controle com o Projeto II com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.



Fonte: Próprio autor

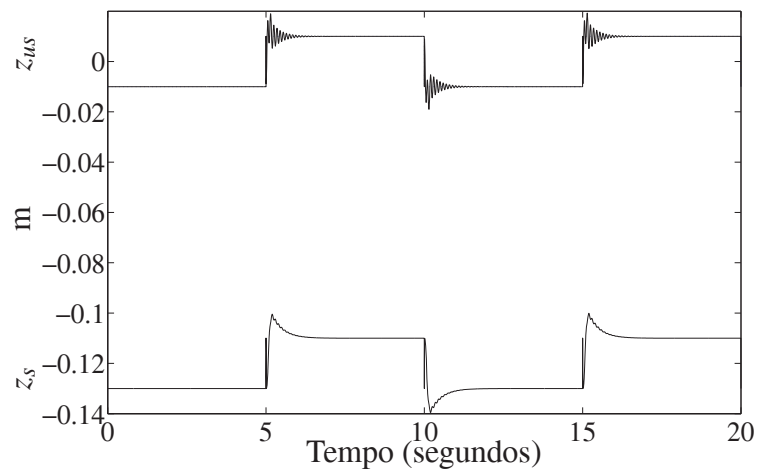
A Figura 40 mostra um bom desempenho do deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r ; e a Figura 41 exibe o esforço de controle com a atuação do controlador PII-CDMD-H considerando o atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s. Investigando as respostas obtidas, nota-se que o controlador PII-CDMD-H proporcionou um bom desempenho do deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r mesmo na presença do atraso com essa ordem de grandeza. Nota-se que o esforço de controle (Figura 41) é menor do que o apresentado pelo Projeto I (Figura 39), o qual ultrapassou 39,2 N que é o limite máximo permissível para o equipamento real fabricado pela Quanser. Ou

seja, o controlador do Projeto I teria sua implementação prática comprometida, enquanto que o controlador do Projeto II seria adequado para implementação prática, pois seu sinal de controle não ultrapassou 39,2 N em nenhum instante.

• SIMULAÇÕES NO SISTEMA DE SUSPENSÃO ATIVA COM O PROJETO III

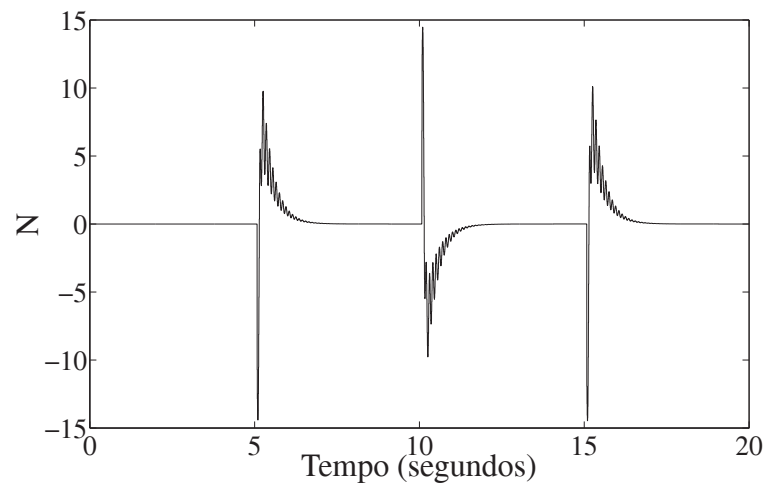
Para o projeto do controlador PIII-CDMD-H têm-se $\beta = 0,04$ assim os resultados das simulações são mostrados a seguir.

Figura 42 - Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com o Projeto III com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.



Fonte: Próprio autor

Figura 43 - Sinal de Controle com o Projeto III com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.



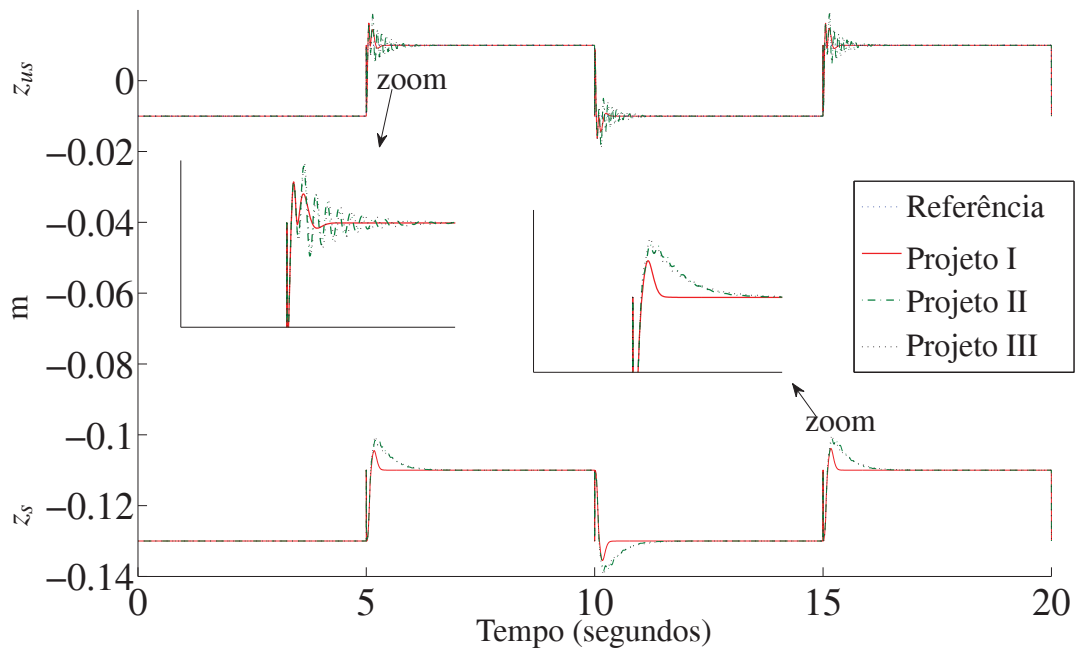
Fonte: Próprio autor

A Figura 42 mostra um bom desempenho do deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r ; e a Figura 43 exibe o esforço do sinal de controle com a atuação do controlador PIII-CDMD-H considerando o atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s. Investigando as respostas obtidas, nota-se que o controlador PIII-CDMD-H proporcionou um bom desempenho do deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r mesmo na presença do atraso com essa ordem de grandeza. Nota-se que o esforço de controle (Figura 43) é menor do que o apresentado pelo Projeto I (Figura 39), o qual ultrapassou 39,2 N que é o limite máximo permissível para o equipamento real fabricado pela Quanser. Ou seja, o controlador do Projeto I teria sua implementação prática comprometida, enquanto que o controlador do Projeto II seria adequado para implementação prática, pois seu sinal de controle não ultrapassou 39,2 N em nenhum instante.

• SIMULAÇÃO COM OS PROJETOS I, II E III SOBREPOSTOS

A Figura 44 mostra uma sobreposição do deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r com os três projetos de controladores visto neste trabalho. Observa-se que as simulações seguem o sinal de referência (z_r) inclusive na condição de atraso 12 vezes o período de amostragem $T_a = 0,006$ s. Percebe-se a semelhança das curvas para os Projetos I, II e III cujos controladores em cada projeto são distintos. Todos apresentaram bom desempenho.

Figura 44 - Deslocamento de z_s e z_{us} seguindo z_r : sobrepostas PI, PII e PIII com Atraso $\tau = H \times T_a = 12 \times 0,006 = 0,072$ s.



Fonte: Próprio autor

4.5 COMENTÁRIOS

Apresentou-se projetos de Controladores Discretos com Modos Deslizantes que consideram o atraso no tempo; PI-CDMD-H, PII-CDMD-H e PIII-CDMD-H, caracterizados por serem robustos em relação a H e atuarem de forma eficaz na presença de atraso muito maior que o período de amostragem. É oportuno observar que as leis de controle nos três projetos deixam de ser chaveadas e passam a ser suave; por esse motivo as estratégias de controle deixam de ser CEV/MD e passam a ser apenas com Modos Deslizantes. Simulações com esses projetos, utilizando um exemplo numérico e o sistema de suspensão ativa, foram mostradas e constatou-se um semelhante e satisfatório desempenho por parte dos mesmos. Notou-se que as leis de controle aqui propostas são capazes de direcionar a trajetória dos estados do sistema para a superfície deslizante escolhida e que são caracterizadas principalmente por sua simplicidade de implementação e por sua rapidez aos cálculos que geram os sinais de controle. Nos projetos, PII-CDMD-H e PIII-CDMD-H, que utilizam novos preditores de estados, verificou-se vantagens em estimar os estados futuros sem utilizar as amostras anteriores, com isso na prática esses projetos minimizam ainda mais possíveis atrasos computacionais uma vez que são simples e rápidos.

No capítulo seguinte será apresentado um esquema de detecção e adaptação de falhas por atraso e o modelo matemático do sistema que será utilizado como outro exemplo de aplicação.

5 DETECÇÃO E ACOMODAÇÃO AUTOMÁTICA DE FALHA POR ATRASO

5.1 DETECÇÃO DE FALHA E ADAPTAÇÃO DO CONTROLADOR

Nesta seção, apresenta-se uma técnica de detecção e adaptação do controlador à falha devido ao atraso (APOLINÁRIO, 2009; GARCIA et al., 2009). Para essa técnica os resíduos são fundamentais na escolha do controlador adequado para melhorar o desempenho e a estabilidade relativa do sistema.

5.1.1 Resíduos Acumulados

Considere o sistema discreto no tempo dado por (49). A saída discreta disponível da planta real $y_k \in \mathbb{R}^p$ é comparada com as saídas dos observadores. Dois observadores são utilizados. No primeiro é admitido que o sistema controlado é sem atraso, fornecendo a saída $\hat{y}_k^o \in \mathbb{R}^p$ e o estado $\hat{x}_k^o \in \mathbb{R}^n$ e no segundo observador é assumido que o atraso (H) está presente, fornecendo uma saída de tempo discreto $\hat{y}_k^H \in \mathbb{R}^p$ e o estado $\hat{x}_k^H \in \mathbb{R}^n$;

As funções de resíduos, para cada um dos observadores, são definidas por:

$$r_k^o = \sum_{i=1}^k \|\hat{y}_i^o - y_i\|, \quad (174)$$

$$r_k^H = \sum_{i=1}^k \|\hat{y}_i^H - y_i\|. \quad (175)$$

5.1.2 Diagnóstico da Falha

A menor função de resíduo indicará a real condição do sistema. Assim, o diagnóstico da falha pode ser formulado como:

i) Se no instante de amostragem k -ésimo têm-se

$$\text{MIN} [r_k^H \quad r_k^o] = r_k^o \quad (176)$$

então o sistema não apresenta falha.

ii) Se no instante de amostragem k-ésimo têm-se

$$\text{MIN} [r_k^H \quad r_k^o] = r_k^H \tag{177}$$

então a planta apresenta falha devido ao atraso.

5.1.3 Adaptação do Controlador à Falha

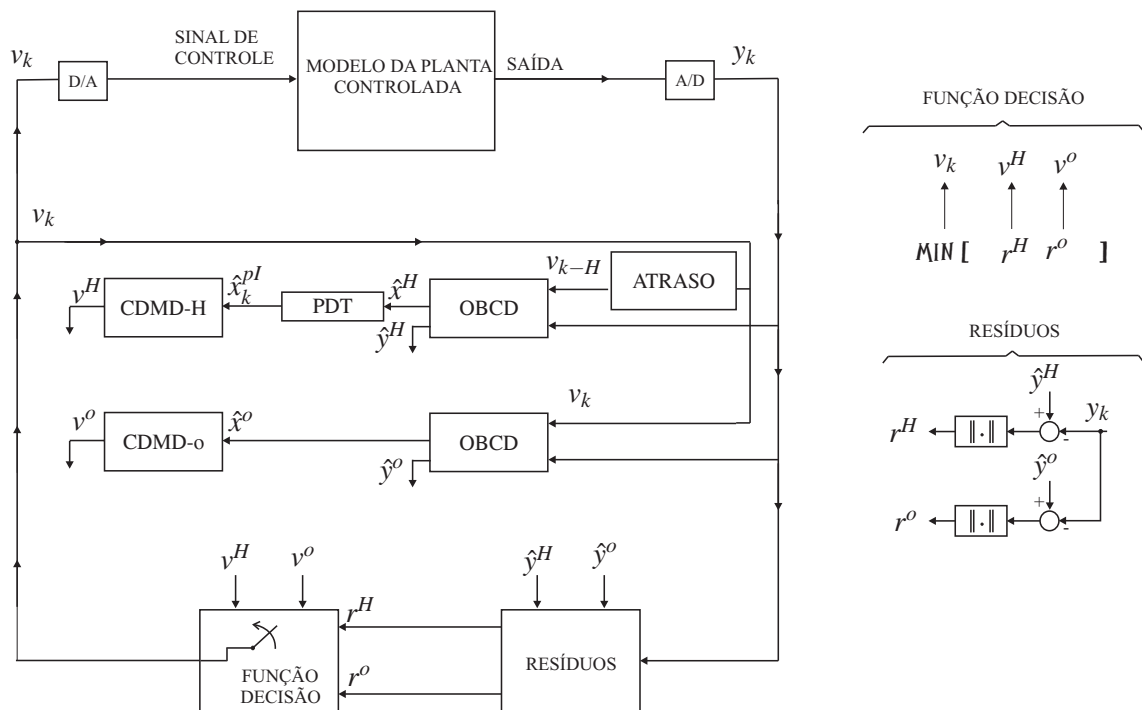
A adaptação do controlador pode ser chaveada conforme a seguinte lógica:

- i) Se a condição dada em (176) ocorre, ativa-se o controlador (CDMD-o),
- ii) Se a condição dada em (177) ocorre, ativa-se o controlador (CDMD-H).

Com isso o controlador é adaptado a condição de operação do sistema.

A Figura 45 ilustra o esquema proposto para Detecção de Falhas e Adaptação do Controlador, onde a saída da planta controlada passa pelos observadores e são comparadas com as saídas reais. Conforme o menor valor numérico dos resíduos, têm-se a função decisão que irá escolher qual dos controladores será usado.

Figura 45 - Esquema para Detecção de Falhas e Adaptação do Controlador.



Fonte: Próprio autor

5.2 OBSERVADOR CONVENCIONAL DISCRETO

Considere o modelo matemático discreto (GARCIA et al., 2005) dado por

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma u_k \\ y_k &= C x_k\end{aligned}\tag{178}$$

com acesso somente à saída y , onde $u_k \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de controle discreto no tempo e $x_k \in \mathbb{R}^n$, $y_k \in \mathbb{R}^p$ são os sinais amostrados. As matrizes constantes são $\Phi \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times m}$ e $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$.

O Observador Convencional Discreto (OBCD) (OGATA, 1995) é descrito pela seguinte equação:

$$\hat{x}(k+1) = \Phi \hat{x}(k) + \Gamma u(k) + L[y(k) - C\hat{x}(k)]\tag{179}$$

sendo que L é a matriz de ganhos de realimentação e $\hat{x}(k)$ é a estimativa do estado $x(k)$.

A dinâmica do erro no instante k , definido por $e(k) = x(k) - \hat{x}(k)$, é dada por

$$e(k+1) = [\Phi - LC]e(k)\tag{180}$$

sendo os ganhos L escolhidos tal que (180) seja assintoticamente estável.

5.3 APLICAÇÃO NO SISTEMA PÊNDULO INVERTIDO

Apresenta-se o modelo matemático do sistema Pêndulo Invertido, equipamento da Quanser (QUANSER, 1998). Utiliza-se este sistema para a aplicação da metodologia de Detecção de Falhas e Adaptação do Controlador (APOLINÁRIO, 2009) servindo de base para a comprovação da eficácia dos novos controladores propostos nos projetos PI-CDMD-H, PII-CDMD-H e PIII-CDMD-H desta tese. A aplicação do esquema de detecção e acomodação de falhas por atraso envolvendo os três projetos propostos foi escolhida para o Sistema Pêndulo Invertido pois este sistema é naturalmente instável e seu modelo matemático é não linear. Apesar de os controladores PI, PII e PIII terem sido projetados a partir de modelos linearizados em torno do ponto de operação (haste na posição vertical) as simulações foram realizadas utilizando as equações não lineares, como verifica-se a seguir. Os resultados obtidos foram satisfatórios, o que demonstra, na prática, que os controladores são robustos em relação a desvios de erros de modelagem.

5.3.1 Modelagem

A Figura 46 mostra o Sistema Pêndulo Invertido, onde o pêndulo é montado sobre um carro com motor, que está sobre um trilho. A base do pêndulo (carro) pode se mover apenas em cima do trilho onde ele está posicionado. Dessa maneira considera-se apenas um problema bi-dimensional.

Este sistema pode ser comparado a um sistema lançador de foguetes, cujo objetivo é manter a nave na posição vertical no momento do seu lançamento (CAUN, 2007).

Na Figura 46, u é a força de controle, M é a massa do carro, m é a massa do pêndulo, x é a posição do carro sobre o trilho e θ é o ângulo do pêndulo.

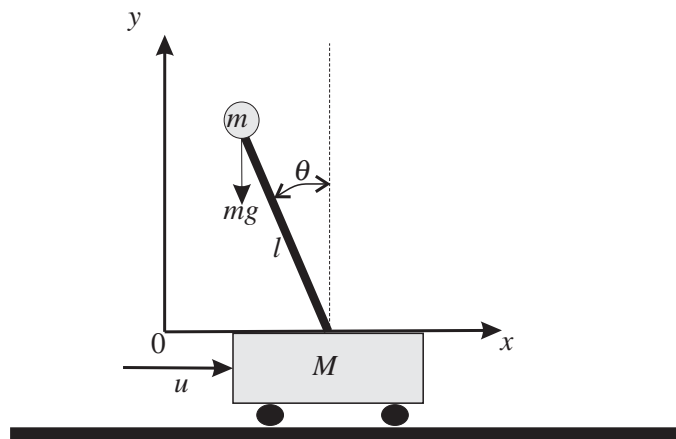
O vetor de estados para o Pêndulo Invertido é definido como

$$x^T = \left[\theta, x, \frac{\partial}{\partial t} \theta, \frac{\partial}{\partial t} x \right] \quad (181)$$

e o vetor de saída é

$$y^T = [\theta, x]. \quad (182)$$

Figura 46 - Sistema Pêndulo Invertido.



Fonte: (QUANSER, 1998)

As equações diferenciais que representam a dinâmica do sistema pêndulo invertido são dadas a seguir (QUANSER, 1998)

$$\begin{aligned} (M + m)\ddot{x} - ml(\sin\theta)\dot{\theta}^2 + ml(\cos\theta)\ddot{\theta} &= u \\ m\ddot{x}\cos\theta + ml\ddot{\theta} &= mg\sin\theta + m\sin\theta\dot{\theta}\dot{x} \end{aligned} \quad (183)$$

que também podem ser escritas da seguinte forma

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{x} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{x} \\ \frac{(M+m)g\sin\theta - ml\sin\theta\dot{\theta}^2\cos\theta + b\dot{x}\cos\theta + (M+m)\sin\theta\dot{\theta}\dot{x}}{l(M+m(\sin\theta)^2)} \\ \frac{ml\dot{\theta}^2\sin\theta - mg\sin\theta\cos\theta - b\dot{x} - m\cos\theta\sin\theta\dot{\theta}\dot{x}}{M+m-m(\cos\theta)^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{a\cos\theta}{l(M+m(\sin\theta)^2)} \\ \frac{a}{M+m-m(\cos\theta)^2} \end{bmatrix} V. \quad (184)$$

A relação entre a força de controle u e a tensão V , em Volts, gerada pelo computador digital é dada por

$$u = aV - b\dot{x} \quad (185)$$

e os valores numéricos de a e b , assim como os outros parâmetros são dados pela Tabela 2.

Tabela 2 - Parâmetros do Sistema Pêndulo Invertido.

Parâmetros	Símbolos	Valores	Unidades
Comprimento do pêndulo	l	0,61	m
Massa do pêndulo	m	0,21	Kg
Massa do carro	M	0,4573	Kg
Constante gravitacional	g	9,8	m/s ²
Dado da placa de aquisição	a	1,7378	-
Dado da placa de aquisição	b	7,6872	-

Fonte: (QUANSER, 1998)

Linearizando o sistema no ponto de equilíbrio $\begin{bmatrix} \theta & x & \dot{\theta} & \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ através do comando *linmod* no software MATLAB/SIMULINK, obtêm-se as seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 46,9362 & 0 & 0 & 55,0860 \\ -4,5049 & 0 & 0 & -16,8012 \end{bmatrix} \quad (186)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -12,4594 \\ 3,8001 \end{bmatrix} \quad (187)$$

que representam a dinâmica do sistema.

5.4 SIMULAÇÕES COM O SISTEMA PÊNDBULO INVERTIDO PARA OS PROJETOS I, II e III

Nesta seção, são apresentados os resultados das simulações no Controle do Sistema Pêndulo Invertido mesmo na presença de atraso. Tratam-se de projetos discretos para sistemas com atrasos caracterizados por serem maiores que o período de amostragem. Os controladores foram projetados a partir dos modelos linearizados, porém as simulações foram feitas aplicando as técnicas de controle nos modelos não lineares do sistema em questão. Com o intuito de provar o bom desempenho dos novos controladores, propostos nos Projetos I, II e III, utiliza-se o esquema de Detecção de Falhas e Adaptação do Controlador nas simulações objetivando uma comparação do desempenho dos controladores, mesmo na presença de atrasos relativamente grandes.

Assume-se que apenas as saídas da planta estão disponíveis, ou seja, o ângulo do pêndulo θ e a posição do carro x . Os estados são obtidos pela estimação proveniente do observador descrito na seção 5.2 e utiliza-se uma onda quadrada como sinal de referência para a posição do carro nas simulações.

5.4.1 Simulações: Período de Amostragem de 0,001 s e Atraso de 0,060 s

Para um período de amostragem de $T_a = 0,001$ s e $H = 60$ períodos têm-se $\tau = 60 \times 0,001 = 0,060$ s como valor do atraso adotado, ou seja, um atraso 60 vezes o período de amostragem.

Para o projeto dos controladores PI-CDMD-H, PII-CDMD-H e PIII-CDMD-H utiliza-se o modelo discreto correspondente, com período de amostragem de 0,001 s. A transformação discreta para esse período de amostragem pôde ser obtida usando o comando *c2d* do software MATLAB/SIMULINK. Os pólos escolhidos para o projeto de controle foram colocados em -7 , -5 e -4 assim os pólos equivalentes na transformação discreta são 0,9930; 0,9950 e 0,9960. Dessa forma segue as matrizes Φ e Γ

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0 & 0,0010 & 0,0000 \\ -0,0000 & 1,0000 & -0,0000 & 0,0010 \\ 0,0468 & 0 & 1,0008 & 0,0546 \\ -0,0045 & 0 & -0,0000 & 0,9833 \end{bmatrix}, \quad (188)$$

$$\Gamma^T = \begin{bmatrix} -0,0000 & 0,0000 & -0,0124 & 0,0038 \end{bmatrix}. \quad (189)$$

• SIMULAÇÕES COM O PROJETO I

Para o projeto do controlador PI-CDMD-H têm-se $\beta = 0,1$ e os valores numéricos da matriz G , utilizados no controle são dados por

$$G = 10^3 \times \begin{bmatrix} -1,6341 & -1,1459 & -0,2875 & -0,6793 \end{bmatrix}. \quad (190)$$

A condição operacional inerente do sistema foi simulada como está mostrado na Tabela 3. O caso sem atraso indica que o sistema deverá ser controlado pelo CDMD-o, eq. (39) e o caso com atraso indica que o sistema deverá ser controlado pelo PI-CDMD-H, eq. (57). O detector proposto deverá realizar a comutação automática dos controladores.

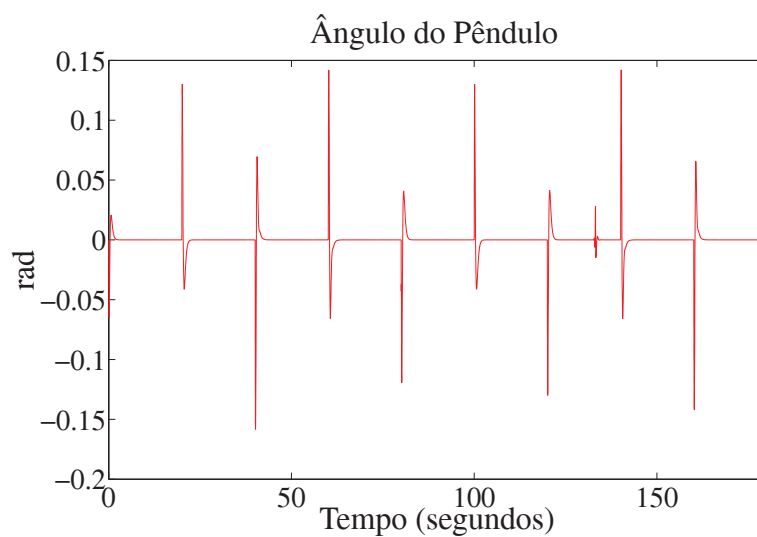
Tabela 3 - Projeto I: Condição de Atraso Inerente

Tempo (segundos)	Condição	Controlador Ativo	Atraso (segundos)
$0 \leq t < 40$	sem atraso	CDMD-o	0
$40 \leq t < 80$	com atraso	PI-CDMD-H	0,060
$80 \leq t < 120$	sem atraso	CDMD-o	0
$120 \leq t < 180$	com atraso	PI-CDMD-H	0,060

Fonte: Dados da pesquisa do autor

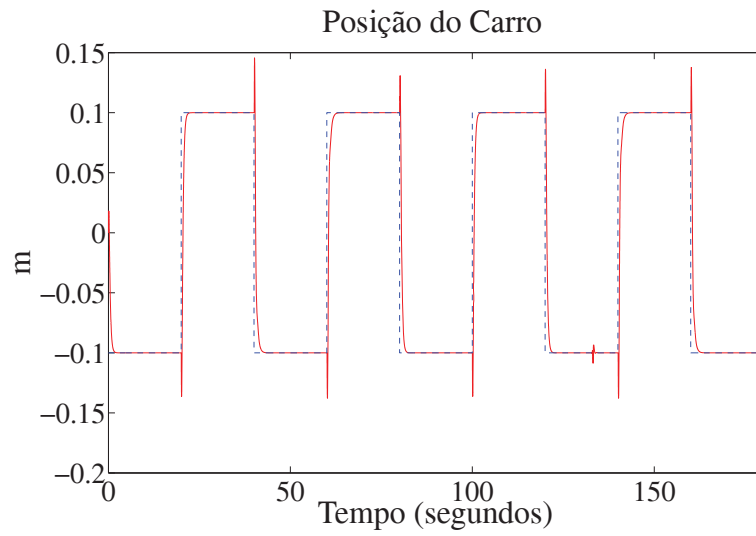
Os resultados das simulações com condições iniciais $\begin{bmatrix} \theta & x & \dot{\theta} & \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ são mostrados a seguir:

Figura 47 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto I: Ângulo do Pêndulo.



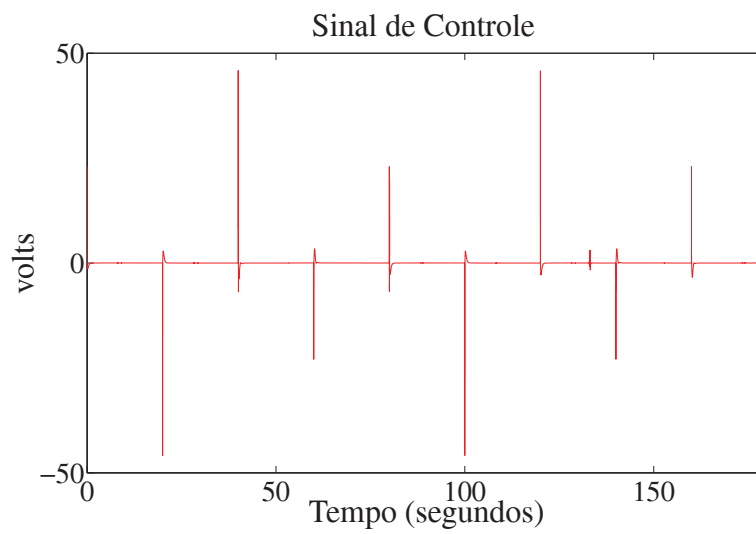
Fonte: Próprio autor

Figura 48 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto I: Posição do Carro.



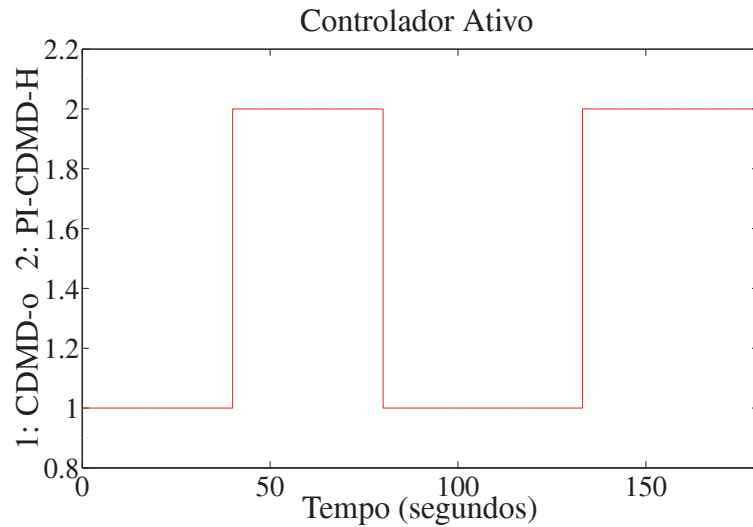
Fonte: Próprio autor

Figura 49 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto I: Sinal de Controle.



Fonte: Próprio autor

Figura 50 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto I: Controlador Ativo.



Fonte: Próprio autor

As Figuras 47, 48 e 49 mostram o desempenho do ângulo do pêndulo, da posição do carro e do sinal de controle com o Esquema de Detecção e Acomodação de Falha Ativo, respectivamente. Na Figura 47, mesmo na presença do atraso (de 40s à 80s e de 120s à 180s) nota-se um bom desempenho do ângulo do pêndulo com o controlador PI-CDMD-H. A Figura 48 mostra a posição do carro seguindo de forma eficiente o sinal de referência inclusive na condição de atraso. Na Figura 50, têm-se o controlador ativo, ou seja os controladores são chaveados adequadamente por todo o tempo de simulação o que mostra a eficácia do esquema de detecção proposto.

• SIMULAÇÕES COM O PROJETO II

Para o projeto do controlador PII-CDMD-H têm-se $\beta = 0,008$ e os valores numéricos da matriz G , utilizados no controle são dados por

$$G = 10^3 \times \begin{bmatrix} -1,6341 & -1,1459 & -0,2875 & -0,6793 \end{bmatrix}. \quad (191)$$

A condição operacional inerente do sistema foi simulada como está mostrado na Tabela 4. O caso sem atraso indica que o sistema deverá ser controlado pelo CDMD-o, eq. (39) e o caso com atraso indica que o sistema deverá ser controlado pelo PII-CDMD-H, eq. (102). O chaveamento para atuação adequada dos controladores deverá ser efetuado automaticamente pelo esquema de detecção proposto.

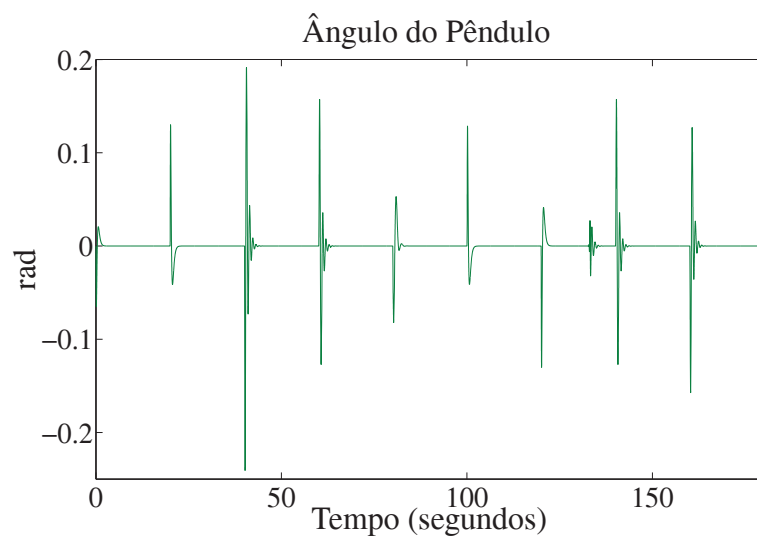
Tabela 4 - Projeto II: Condição de Atraso Inerente

Tempo (segundos)	Condição	Controlador Ativo	Atraso (segundos)
$0 \leq t < 40$	sem atraso	CDMD-o	0
$40 \leq t < 80$	com atraso	PII-CDMD-H	0,060
$80 \leq t < 120$	sem atraso	CDMD-o	0
$120 \leq t < 180$	com atraso	PII-CDMD-H	0,060

Fonte: Dados da pesquisa do autor

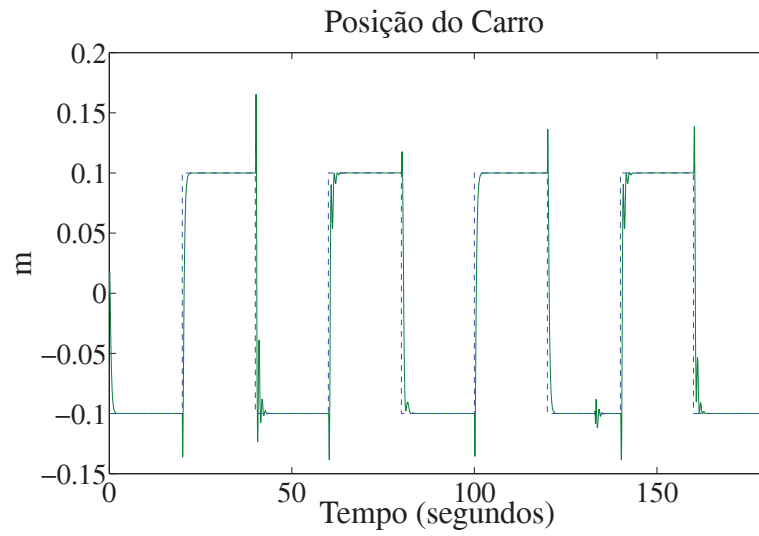
Os resultados das simulações com condições iniciais $\begin{bmatrix} \theta & x & \dot{\theta} & \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ são mostrados a seguir

Figura 51 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto II: Ângulo do Pêndulo.



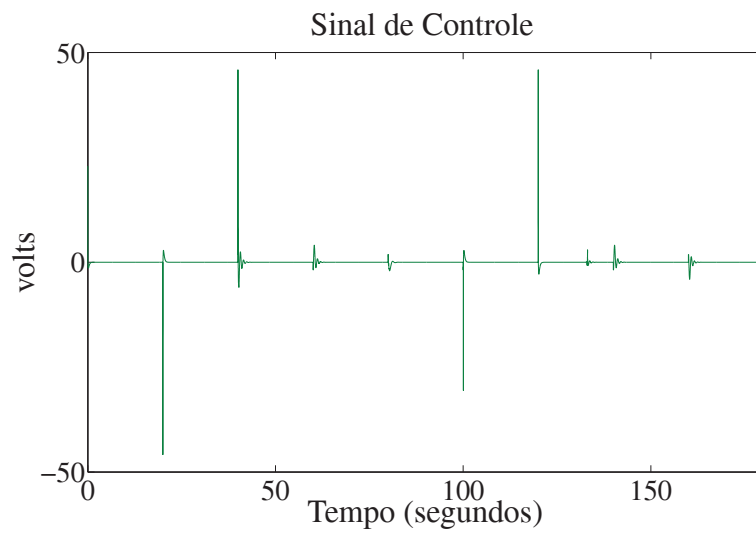
Fonte: Próprio autor

Figura 52 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto II: Posição do Carro.



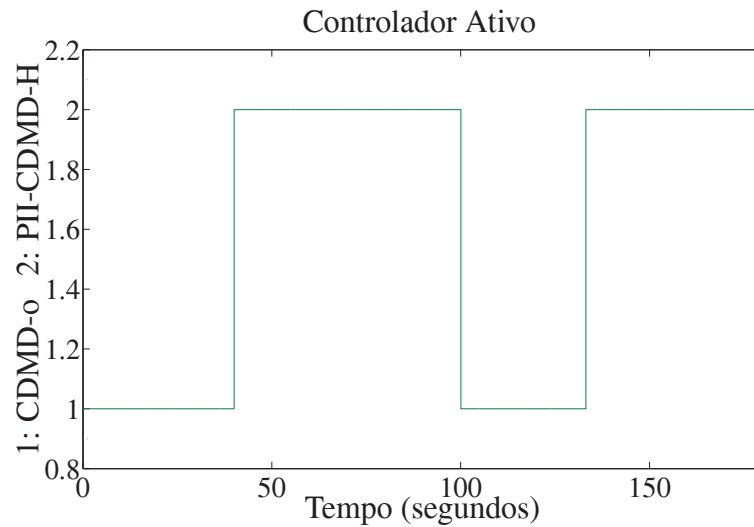
Fonte: Próprio autor

Figura 53 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto II: Sinal de Controle.



Fonte: Próprio autor

Figura 54 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto II: Controlador Ativo.



Fonte: Próprio autor

As Figuras 51, 52 e 53 mostram o desempenho do ângulo do pêndulo, da posição do carro e do sinal de controle com o Esquema de Detecção e Acomodação de Falha Ativo, respectivamente. Na Figura 51, mesmo na presença do atraso (de 40s à 80s e de 120s à 180s) nota-se um bom desempenho do ângulo do pêndulo com o controlador PII-CDMD-H. A Figura 52 mostra a posição do carro seguindo de forma eficiente o sinal de referência inclusive na condição de atraso. Na Figura 54, têm-se o controlador ativo, ou seja os controladores são chaveados por todo o tempo de simulação, porém neste caso observa-se que o esquema de detecção não atuou de maneira tão eficaz, pois demorou o chaveamento para o controlador CDMD-o, ou seja, em períodos em que não havia atraso, o controlador PII-CDMD-H continuou a atuar. Mesmo nesta situação não houve deterioração no desempenho do sistema, de modo que mesmo com não linearidades e atraso inexistente, o controlador PII-CDMD-H proporcionou bom desempenho ao pêndulo, o que demonstra sua robustez.

• SIMULAÇÕES COM O PROJETO III

Para o projeto do controlador PIII-CDMD-H têm-se $\beta = 0,02$ e os valores numéricos da matriz G , utilizados no controle são dados por

$$G = 10^3 \times \begin{bmatrix} -1,6341 & -1,1459 & -0,2875 & -0,6793 \end{bmatrix}. \quad (192)$$

A condição operacional inerente do controlador digital foi simulada como está mostrado na Tabela 5. Novamente, o caso sem atraso indica que o sistema deverá ser controlado pelo CDMD-o, eq.(39) e o caso com atraso indica que o sistema deverá ser controlado pelo PII-CDMD-H, eq.(158). O detector proposto deverá chavear automaticamente os controladores.

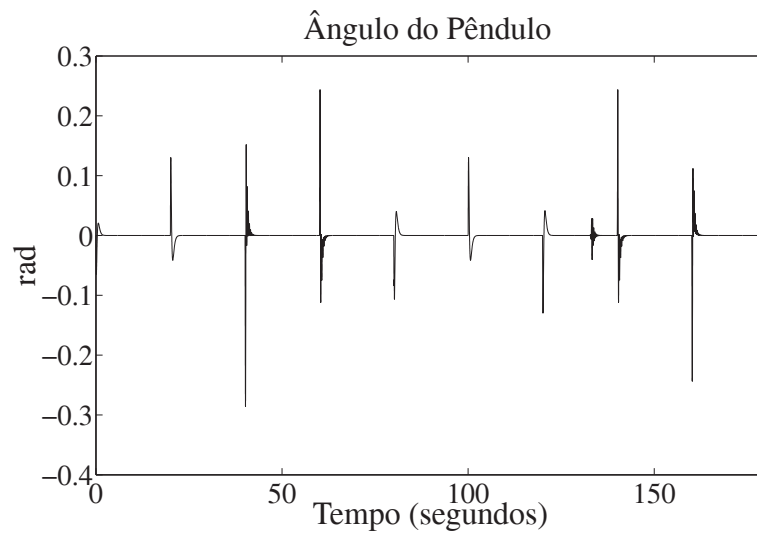
Tabela 5 - Projeto III: Condição de Atraso Inerente

Tempo (segundos)	Condição	Controlador Ativo	Atraso (segundos)
$0 \leq t < 40$	sem atraso	CDMD-o	0
$40 \leq t < 80$	com atraso	PIII-CDMD-H	0,060
$80 \leq t < 120$	sem atraso	CDMD-o	0
$120 \leq t < 180$	com atraso	PIII-CDMD-H	0,060

Fonte: Dados da pesquisa do autor

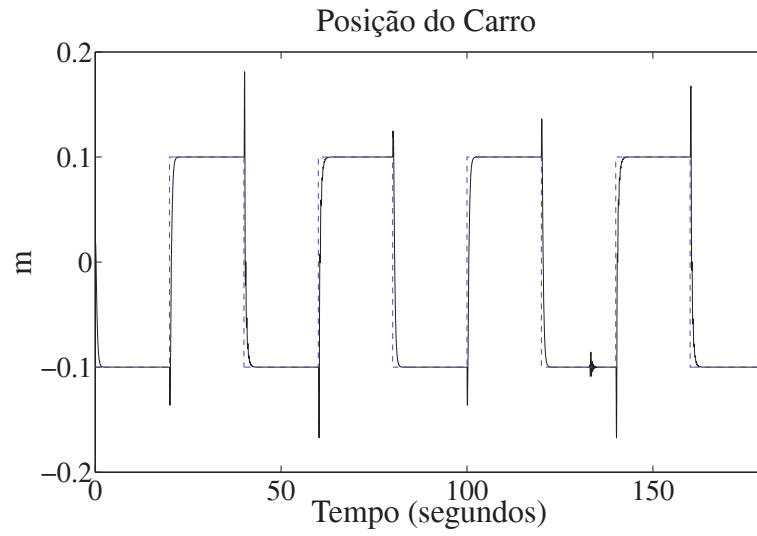
Os resultados das simulações com condições iniciais $\begin{bmatrix} \theta & x & \dot{\theta} & \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ são mostrados a seguir

Figura 55 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto III: Ângulo do Pêndulo.



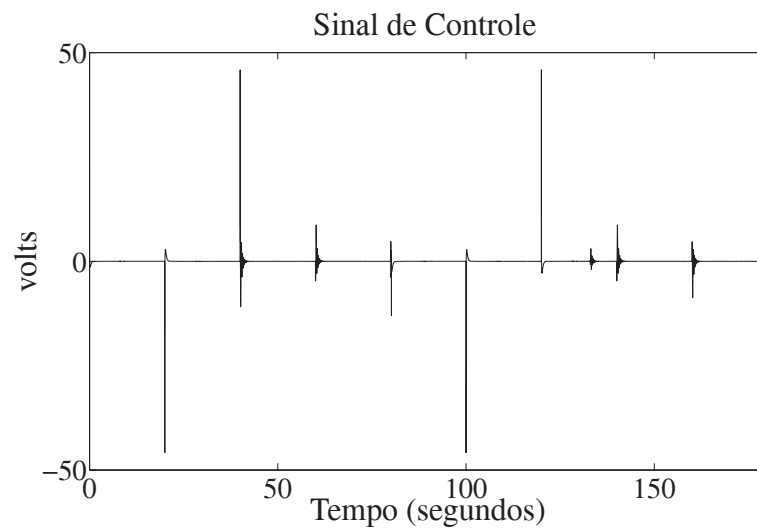
Fonte: Próprio autor

Figura 56 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto III: Posição do Carro.



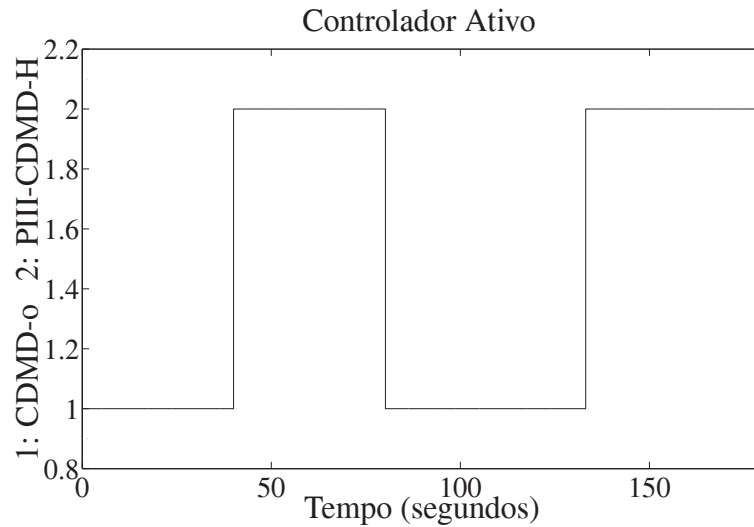
Fonte: Próprio autor

Figura 57 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto III: Sinal de Controle.



Fonte: Próprio autor

Figura 58 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto III: Controlador Ativo.



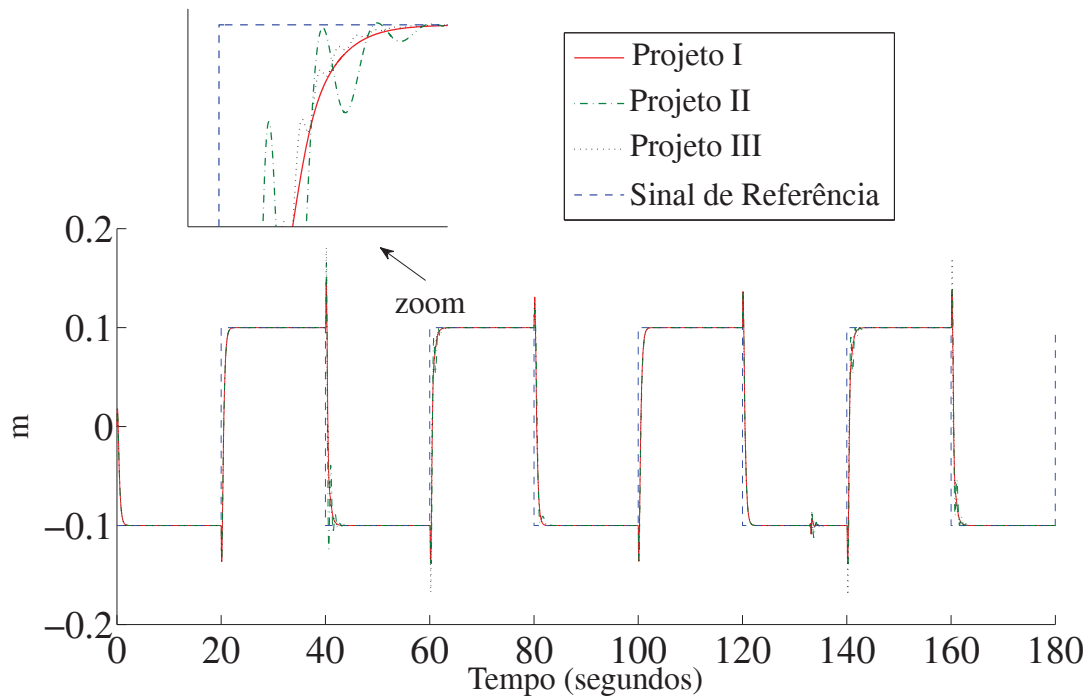
Fonte: Próprio autor

As Figuras 55, 56 e 57 mostram o desempenho do ângulo do pêndulo, da posição do carro e do sinal de controle com o Esquema de Detecção e Acomodação de Falha Ativo, respectivamente. Na Figura 55, mesmo na presença do atraso (de 40s à 80s e de 120s à 180s) nota-se um bom desempenho do ângulo do pêndulo com o controlador PIII-CDMD-H. A Figura 56 mostra a posição do carro seguindo o sinal de referência inclusive na condição de atraso. Na Figura 58, têm-se o controlador ativo, ou seja os controladores são chaveados por todo o tempo de simulação porém neste caso observa-se que o esquema de detecção não atuou de maneira tão eficaz, pois demorou o chaveamento para o controlador CDMD-o, ou seja, em períodos em que não havia atraso, o controlador PIII-CDMD-H continuou a atuar. Mesmo nesta situação não houve deterioração no desempenho do sistema, de modo que mesmo com não linearidades e atraso inexistente, o controlador PIII-CDMD-H proporcionou bom desempenho ao pêndulo, o que demonstra sua robustez.

• SIMULAÇÃO COM OS PROJETOS I, II E III SOBREPOSTOS

A Figura 59 mostra uma sobreposição da posição do carro com os três projetos de controladores visto neste trabalho. Observa-se que as simulações seguem o sinal de referência inclusive na condição de atraso 60 vezes o período de amostragem $T_a = 0,001$ s. Percebe-se a semelhança das curvas para os Projetos I, II e III cujos controladores em cada projeto são distintos.

Figura 59 - Esquema de Detecção Ativo: Posição do Carro sobrepostas PI, PII e PIII.

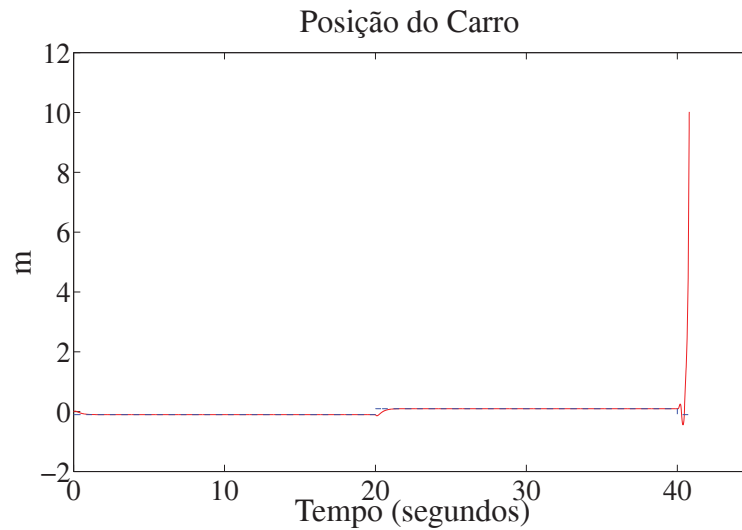


Fonte: Próprio autor

• SIMULAÇÃO COM O ESQUEMA DE DETECÇÃO INATIVO

Na Figura 60, têm-se o Esquema de Detecção e Acomodação de Falha Inativo para a posição do carro, assim obteve-se a atuação do controlador CDMD-o por todo o tempo de simulação provocando a instabilidade do sistema na ocorrência do atraso 60 vezes o período de amostragem $T_a = 0,001$ s.

Figura 60 - Esquema de Detecção Inativo: Posição do Carro.



Fonte: Próprio autor

5.4.2 Simulações: Período de Amostragem de 0,006 s e Atraso de 0,072 s

Para um período de amostragem de $T_a = 0,006$ s e $H = 12$ períodos têm-se $\tau = 12 \times 0,006 = 0,072$ s o valor do atraso adotado, ou seja, um atraso 12 vezes o período de amostragem.

Para o projeto dos controladores PI-CDMD-H, PII-CDMD-H e PIII-CDMD-H utiliza-se o modelo discreto correspondente, com período de amostragem de 0,006 s. A transformação discreta para esse período de amostragem pôde ser obtida usando o comando *c2d* do software MATLAB/SIMULINK. Os pólos escolhidos para o projeto de controle foram colocados em -7 , -5 e -4 assim os pólos equivalentes na transformação discreta são 0,9589; 0,9704 e 0,9763. Dessa forma segue as matrizes Φ e Γ

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1,0008 & 0 & 0,0060 & 0,0010 \\ -0,0001 & 1,0000 & -0,0000 & 0,0057 \\ 0,2774 & 0 & 1,0008 & 0,3145 \\ -0,0257 & 0 & -0,0001 & 0,9041 \end{bmatrix}, \quad (193)$$

$$\Gamma^T = \begin{bmatrix} -0,0002 & 0,0001 & -0,0711 & 0,0217 \end{bmatrix}. \quad (194)$$

• SIMULAÇÕES COM O PROJETO I

Para o projeto do controlador PI-CDMD-H têm-se $\beta = 0,1$ e os valores numéricos da matriz G , utilizados no controle são dados por

$$G = \begin{bmatrix} -272.7595 & -191.2800 & -47.9843 & -113.4000 \end{bmatrix}. \quad (195)$$

A condição operacional inerente do sistema foi simulada como está mostrado na Tabela 6. O caso sem atraso indica que o sistema deverá ser controlado pelo CDMD-o, eq.(39) e o caso com atraso indica que o sistema deverá ser controlado pelo PI-CDMD-H, eq.(57). O detector deverá efetuar o chaveamento automático dos controladores.

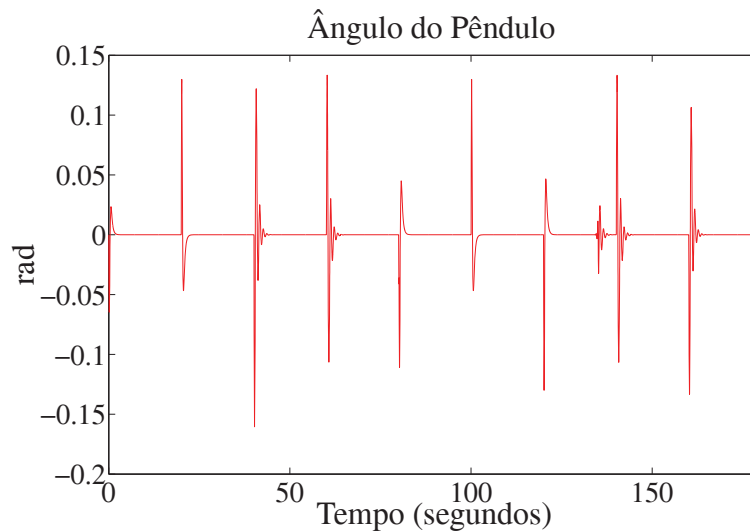
Tabela 6 - Projeto I: Condição de Atraso Inerente

Tempo (segundos)	Condição	Controlador Ativo	Atraso (segundos)
$0 \leq t < 40$	sem atraso	CDMD-o	0
$40 \leq t < 80$	com atraso	PI-CDMD-H	0,072
$80 \leq t < 120$	sem atraso	CDMD-o	0
$120 \leq t < 180$	com atraso	PI-CDMD-H	0,072

Fonte: Dados da pesquisa do autor

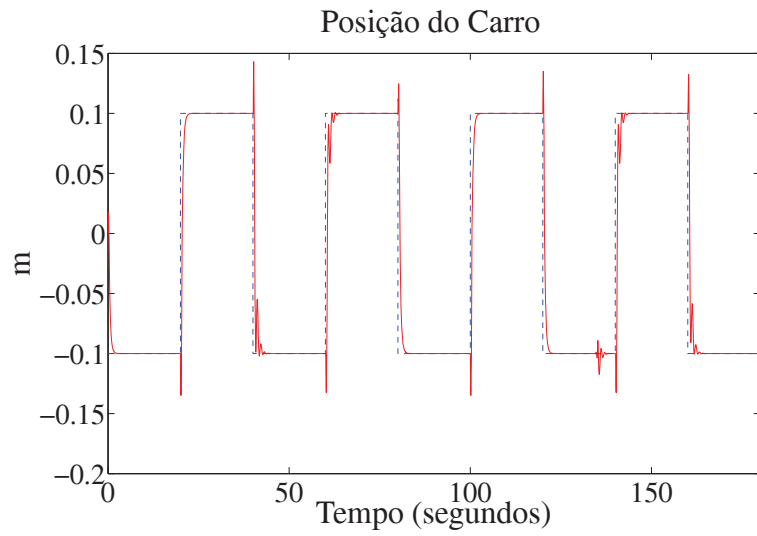
Os resultados das simulações com condições iniciais $\begin{bmatrix} \theta & x & \dot{\theta} & \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ são mostrados a seguir

Figura 61 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto I: Ângulo do Pêndulo.



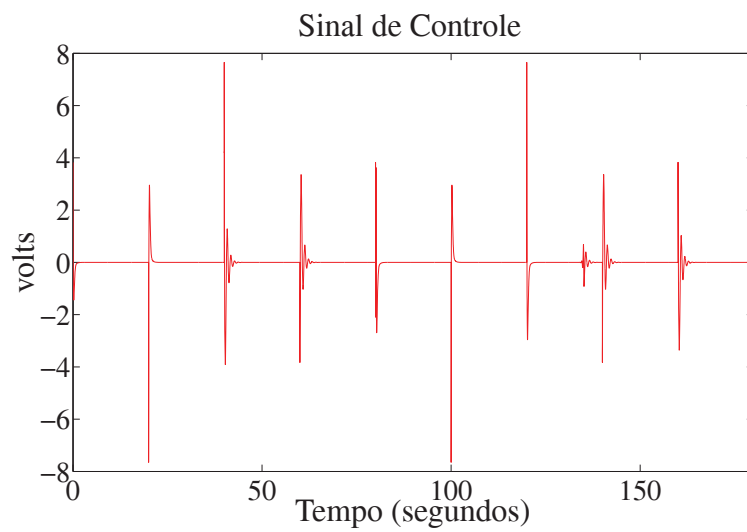
Fonte: Próprio autor

Figura 62 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto I: Posição do Carro.



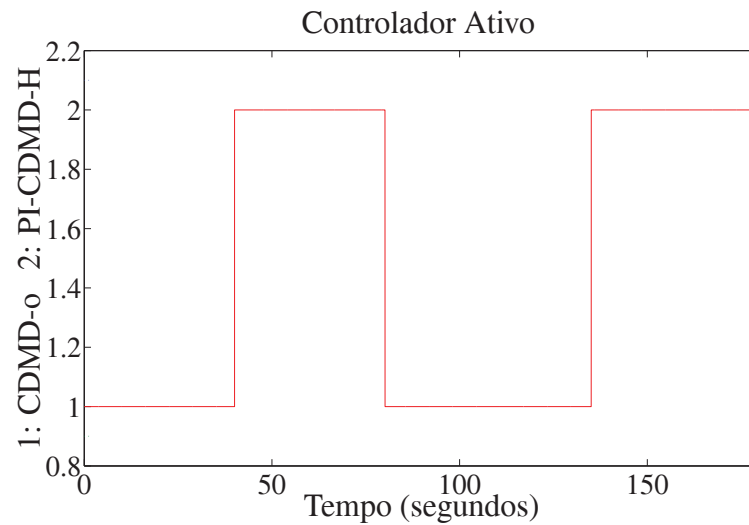
Fonte: Próprio autor

Figura 63 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto I: Sinal de Controle.



Fonte: Próprio autor

Figura 64 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto I: Controlador Ativo.



Fonte: Próprio autor

As Figuras 61, 62 e 63 mostram o desempenho do ângulo do pêndulo, da posição do carro e do sinal de controle com o Esquema de Detecção e Acomodação de Falha Ativo, respectivamente. Na Figura 61, mesmo na presença do atraso (de 40s à 80s e de 120s à 180s) nota-se um bom desempenho do ângulo do pêndulo com o controlador PI-CDMD-H. A Figura 62 mostra a posição do carro seguindo com excelência o sinal de referência inclusive na condição de atraso. Na Figura 64, têm-se o controlador ativo, ou seja os controladores são chaveados por todo o tempo de simulação porém neste caso observa-se que o esquema de detecção não atuou de maneira tão eficaz, pois demorou o chaveamento para o controlador CDMD-o, ou seja, em períodos em que não havia atraso, o controlador PI-CDMD-H continuou a atuar. Mesmo nesta situação, não houve deterioração no desempenho do sistema, de modo que mesmo com não linearidades e atraso inexistente, o controlador PI-CDMD-H proporcionou bom desempenho ao pêndulo, o que demonstra sua robustez.

• SIMULAÇÕES COM O PROJETO II

Para o projeto do controlador PII-CDMD-H têm-se $\beta = 0,08$ e os valores numéricos da matriz G , utilizados no controle são dados por

$$G = \begin{bmatrix} -272.7595 & -191.2800 & -47.9843 & -113.4000 \end{bmatrix}. \quad (196)$$

A condição operacional inerente do sistema foi simulada como está mostrado na Tabela 7. O caso sem atraso indica que o sistema deverá ser controlado pelo CDMD-o, eq. (39) e o caso com atraso indica que o sistema deverá ser controlado pelo PII-CDMD-H, eq. (102). O chaveamento para atuação adequada dos controladores deverá ser efetuada automaticamente

pelo esquema de detecção proposto.

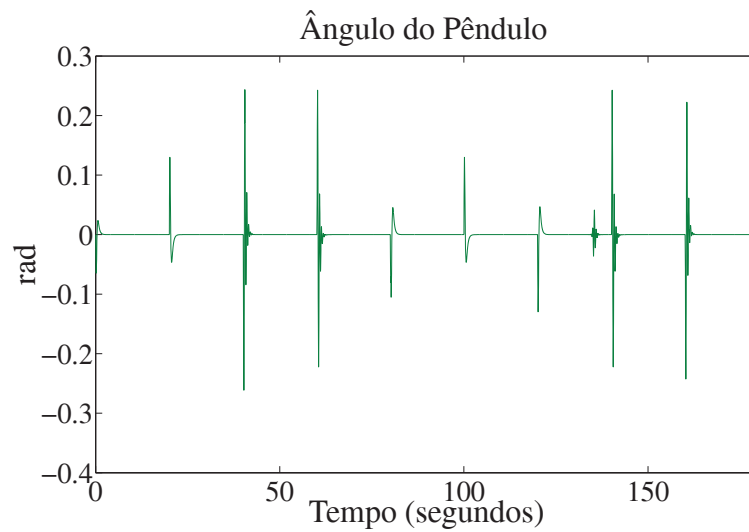
Tabela 7 - Projeto II: Condição de Atraso Inerente

Tempo (segundos)	Condição	Controlador Ativo	Atraso (segundos)
$0 \leq t < 40$	sem atraso	CDMD-o	0
$40 \leq t < 80$	com atraso	PII-CDMD-H	0,072
$80 \leq t < 120$	sem atraso	CDMD-o	0
$120 \leq t < 180$	com atraso	PII-CDMD-H	0,072

Fonte: Dados da pesquisa do autor

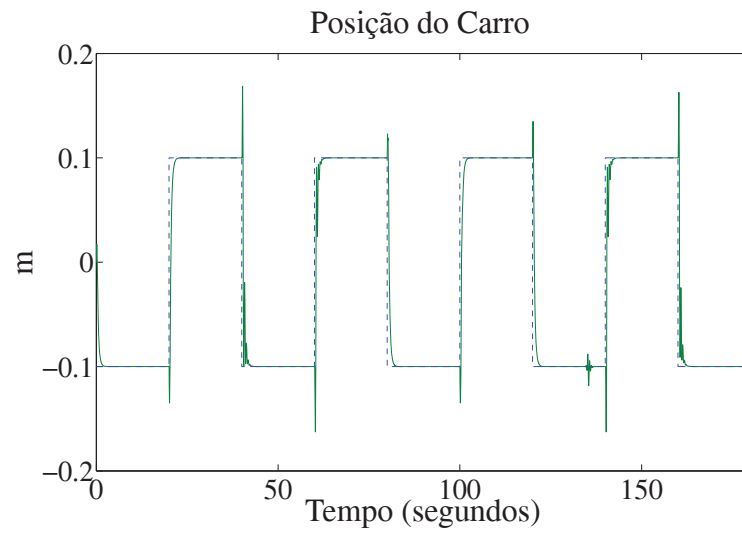
Os resultados das simulações com condições iniciais $\begin{bmatrix} \theta & x & \dot{\theta} & \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ são mostrados a seguir

Figura 65 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto II: Ângulo do Pêndulo.



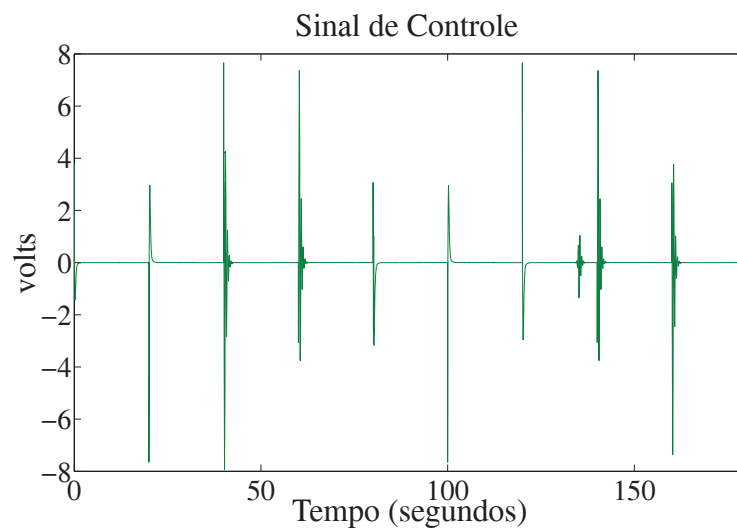
Fonte: Próprio autor

Figura 66 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto II: Posição do Carro.



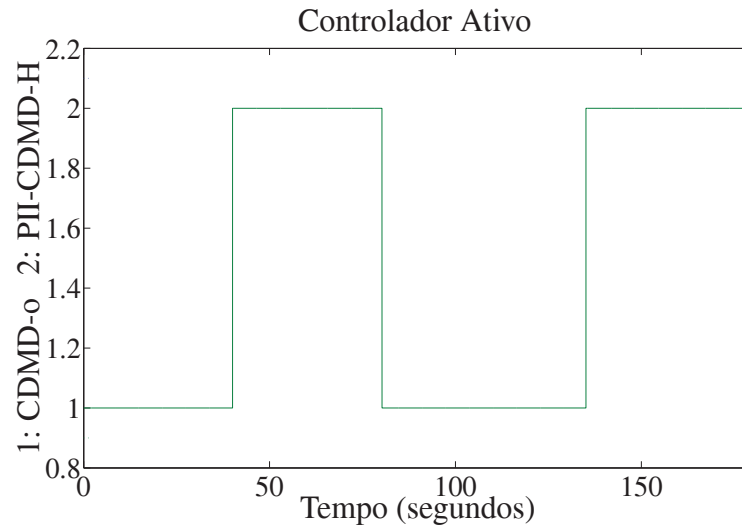
Fonte: Próprio autor

Figura 67 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto II: Sinal de Controle.



Fonte: Próprio autor

Figura 68 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto II: Controlador Ativo.



Fonte: Próprio autor

As Figuras 65, 66 e 67 mostram o desempenho do ângulo do pêndulo, da posição do carro e do sinal de controle com o Esquema de Detecção e Acomodação de Falha Ativo, respectivamente. Na Figura 65, mesmo na presença do atraso (de 40s à 80s e de 120s à 180s) nota-se um bom desempenho do ângulo do pêndulo com o controlador PII-CDMD-H. A Figura 66 mostra a posição do carro seguindo com excelência o sinal de referência inclusive na condição de atraso. Na Figura 68, têm-se o controlador ativo, ou seja os controladores são chaveados por todo o tempo de simulação porém neste caso observa-se que o esquema de detecção não atuou de maneira tão eficaz, pois demorou o chaveamento para o controlador CDMD-o, ou seja, em períodos em que não havia atraso, o controlador PII-CDMD-H continuou a atuar. Mesmo nesta situação não houve deterioração no desempenho do sistema, de modo que mesmo com não linearidades e atraso inexistente, o controlador PII-CDMD-H proporcionou bom desempenho ao pêndulo, o que demonstra sua robustez.

• SIMULAÇÕES COM O PROJETO III

Para o projeto do controlador PIII-CDMD-H têm-se $\beta = 0,08$ e os valores numéricos da matriz G , utilizados no controle são dados por

$$G = \begin{bmatrix} -272.7595 & -191.2800 & -47.9843 & -113.4000 \end{bmatrix}. \quad (197)$$

A condição operacional inerente do sistema foi simulada como está mostrado na Tabela 8. O caso sem atraso indica que o sistema deverá ser controlado pelo CDMD-o, eq.(39) e o caso com atraso indica que o sistema deverá ser controlado pelo PII-CDMD-H, eq.(158). O detector proposto deverá chavear automaticamente os controladores.

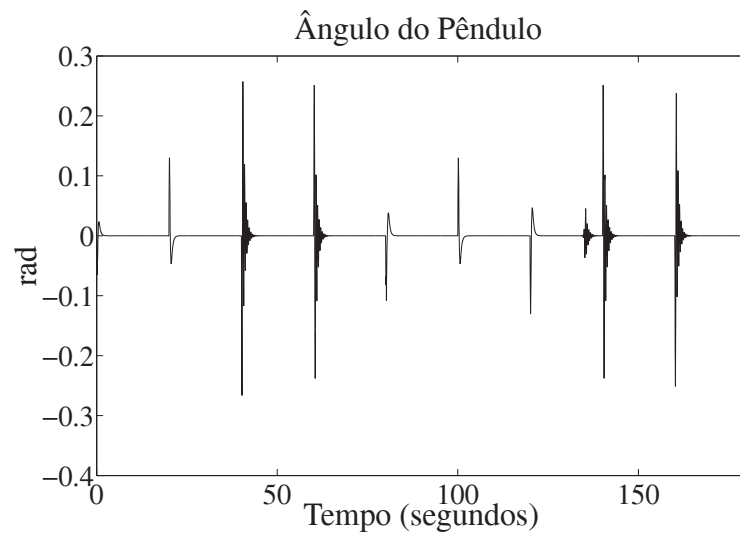
Tabela 8 - Projeto III: Condição de Atraso Inerente

Tempo (segundos)	Condição	Controlador Ativo	Atraso (segundos)
$0 \leq t < 40$	sem atraso	CDMD-o	0
$40 \leq t < 80$	com atraso	PIII-CDMD-H	0,072
$80 \leq t < 120$	sem atraso	CDMD-o	0
$120 \leq t < 180$	com atraso	PIII-CDMD-H	0,072

Fonte: Dados da pesquisa do autor

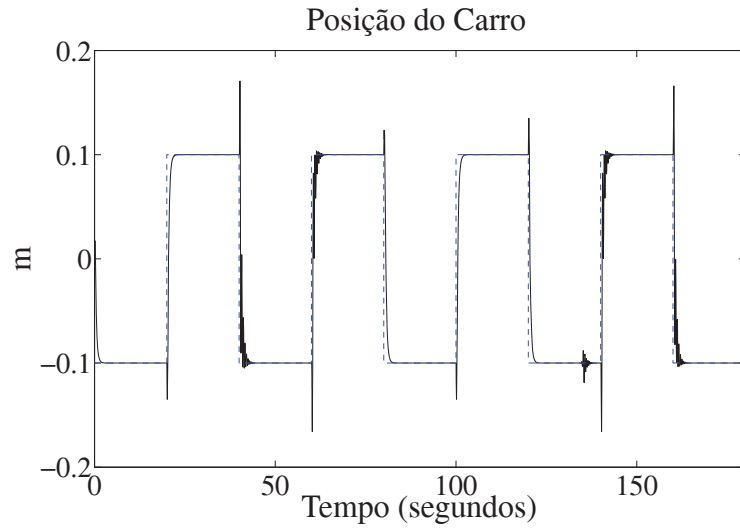
Os resultados das simulações com condições iniciais $\begin{bmatrix} \theta & x & \dot{\theta} & \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ são mostrados a seguir

Figura 69 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto III: Ângulo do Pêndulo.



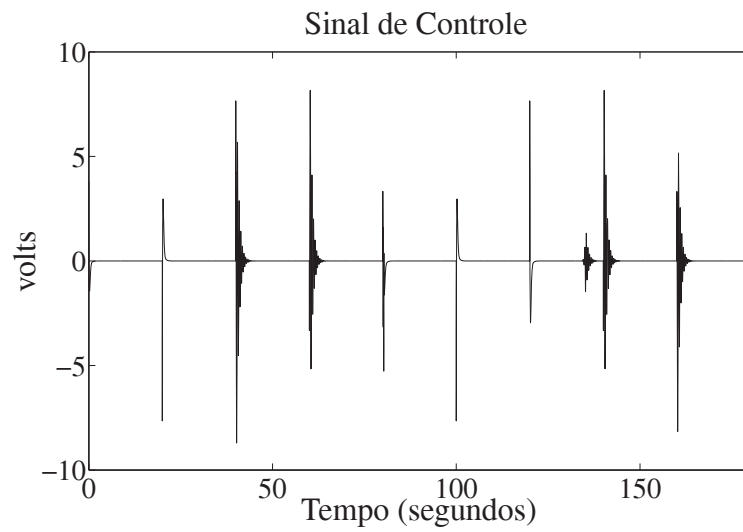
Fonte: Próprio autor

Figura 70 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto III: Posição do Carro.



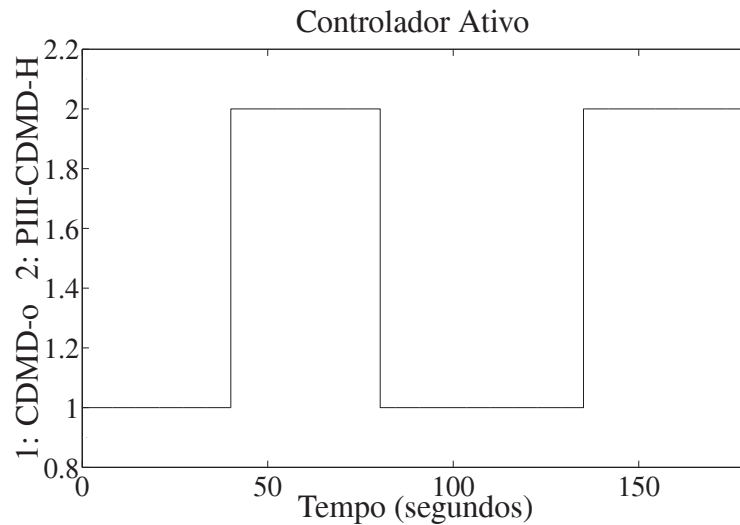
Fonte: Próprio autor

Figura 71 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto III: Sinal de Controle.



Fonte: Próprio autor

Figura 72 - Esquema de Detecção Ativo com o Projeto III: Controlador Ativo.



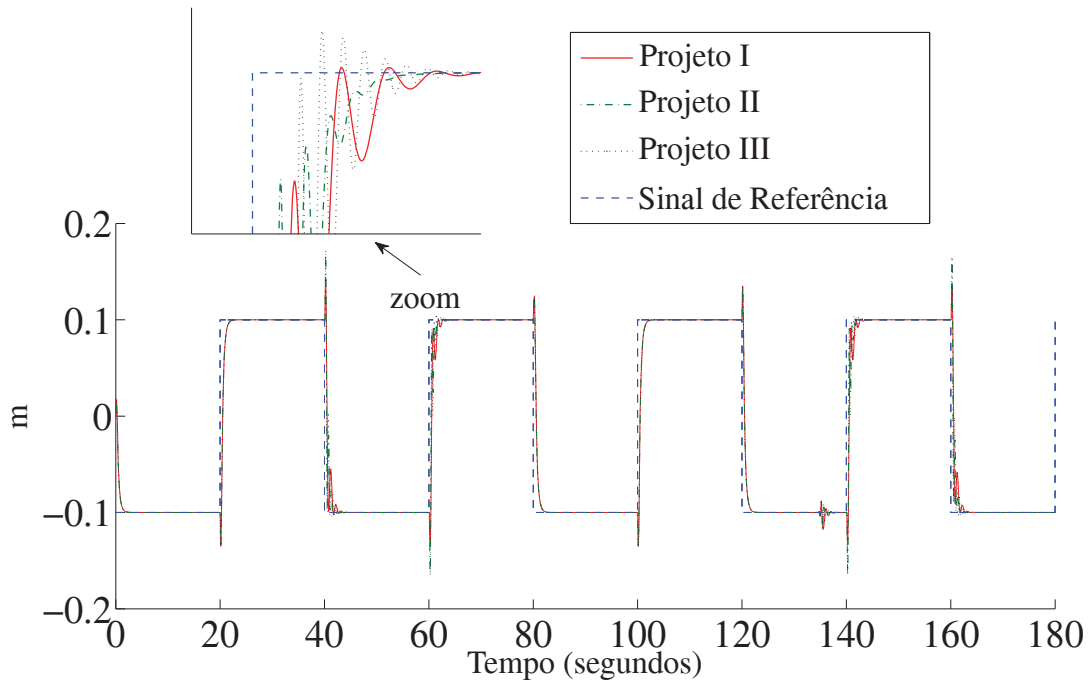
Fonte: Próprio autor

As Figuras 69, 70 e 71 mostram o desempenho do ângulo do pêndulo, da posição do carro e do sinal de controle com o Esquema de Detecção e Acomodação de Falha Ativo, respectivamente. Na Figura 69, mesmo na presença do atraso (de 40s à 80s e de 120s à 180s) nota-se um bom desempenho do ângulo do pêndulo com o controlador PIII-CDMD-H. A Figura 70 mostra a posição do carro seguindo com excelência o sinal de referência inclusive na condição de atraso. Na Figura 72, têm-se o controlador ativo, ou seja os controladores são chaveados por todo o tempo de simulação porém neste caso observa-se que o esquema de detecção não atuou de maneira tão eficaz, pois demorou o chaveamento para o controlador CDMD-o, ou seja, em períodos em que não havia atraso, o controlador PIII-CDMD-H continuou a atuar. Mesmo nesta situação não houve deterioração no desempenho do sistema, de modo que mesmo com não linearidades e atraso inexistente, o controlador PIII-CDMD-H proporcionou bom desempenho ao pêndulo, o que demonstra sua robustez.

• SIMULAÇÃO COM OS PROJETOS I, II E III SOBREPOSTOS

A Figura 73 mostra uma sobreposição da posição do carro com os três projetos de controladores visto neste trabalho. Observa-se que as simulações seguem o sinal de referência inclusive na condição de atraso 12 vezes o período de amostragem $T_a = 0,006$ s. Percebe-se a semelhança das curvas para os Projetos I, II e III cujos controladores em cada projeto são distintos.

Figura 73 - Esquema de Detecção Ativo: Posição do Carro sobrepostas PI, PII e PIII.

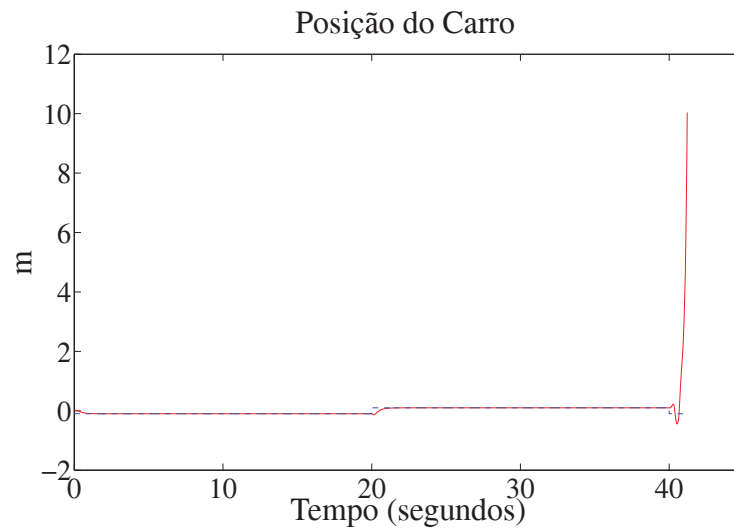


Fonte: Próprio autor

• SIMULAÇÃO COM O ESQUEMA DE DETECÇÃO INATIVO

Na Figura 74 têm-se o Esquema de Detecção e Acomodação de Falha Inativo para a posição do carro, assim obteve-se a atuação do controlador CDMD-o por todo o tempo de simulação provocando a instabilidade do sistema na ocorrência do atraso 12 vezes o período de amostragem $T_a = 0,006$ s.

Figura 74 - Esquema de Detecção Inativo: Posição do Carro.



Fonte: Próprio autor

5.5 COMENTÁRIOS

Neste capítulo foram apresentados; um esquema de Detecção e Adaptação do Controlador à Falhas utilizando um Observador Convencional Discreto, o modelo matemático do Sistema Pêndulo Invertido como planta a ser controlada e as simulações empregando os controladores propostos nos Projetos I, II e III . Utilizou-se o esquema de detecção de falhas e adaptação do controlador proposto, nas simulações para várias condições de operação, para comprovar a funcionalidade e a eficácia dos novos controladores propostos nos projetos.

6 CONCLUSÕES

6.1 CONCLUSÕES GERAIS

Esta tese colabora com os estudos relacionados às técnicas de controle para sistemas lineares em tempo discreto sujeitos a atrasos no controle. Todo trabalho baseou-se em pesquisas relacionadas a teoria de Estrutura Variável e Modos Deslizantes (CEV/MD). Diante disso este trabalho propõe soluções para os problemas que envolvem atrasos no sinal de controle. Controladores com modos deslizantes que utilizam preditores em seu projeto são propostos com o intuito de amenizar os efeitos prejudiciais dessa falha ao sistema. O objetivo deste trabalho é implementar controladores capazes de atuar em sistemas sujeitos a atrasos maiores que o período de amostragem e que sejam caracterizados por leis simples e rápidas no que se refere ao tempo necessário para sua computação. Três novas estratégias de controladores discretos são propostas: i) PI-CDMD-H, que utiliza o preditor de estados proposto por Xia et al. (2007), ii) PII-CDMD-H, que possui um novo preditor de estados em seu projeto mas que não considera o atraso na superfície de deslizamento e iii) PIII-CDMD-H, que além de considerar um novo preditor de estados em seu projeto considera também o atraso na superfície de deslizamento escolhida. As leis de controle projetadas em PI-CDMD-H, PII-CDMD-H e PIII-CDMD-H foram dadas nas equações (57), (102) e (158), respectivamente.

Ao se projetar controladores toda atenção é dada para minimizar os efeitos negativos dos atrasos uma vez que podem levar o sistema a instabilidade. Assim, as três estratégias de controle, utilizando preditores de estados, apresentaram bons resultados nas simulações computacionais; com o exemplo do sistema linear de ordem três, com o sistema linear que representa a suspensão ativa de um automóvel e com o sistema não linear que representa o sistema pêndulo invertido; mesmo na presença de atrasos. Caracterizados por serem maiores que o período de amostragem esses atrasos são de fato prejudiciais ao sistema e por isso a importância dos três projetos. Com as simulações, observou-se que as leis de controle aqui propostas são capazes de direcionar a trajetória dos estados do sistema para a superfície deslizante escolhida e que nos projetos, PII-CDMD-H e PIII-CDMD-H, que utilizam novos preditores de estados, existem vantagens em estimar os estados futuros sem utilizar as amostras anteriores, com isso na prática esses projetos minimizam ainda mais possíveis atrasos computacionais.

As simulações digitais com o sistema pêndulo invertido, foram apresentadas, porém nelas utiliza-se a estratégia de detecção de falha e adaptação automática do controlador baseada nos resíduos. Essa estratégia age de modo que os controladores sejam chaveados automaticamente

conforme a condição de falha, assim foram vistas simulações com os projetos propostos e o CDMD-o sendo alternados. Através dos resultados obtidos comprovou-se a eficácia dos novos controladores para atuar na condição de atrasos muito maiores que o período de amostragem. Vale ressaltar que o esquema utilizado teve um bom desempenho para grandes valores de atrasos e que quando não se utiliza essa técnica o sistema se torna instável.

As simulações mostram um bom desempenho, com os projetos propostos, tanto para a planta estável, quanto para a planta instável. Vale ressaltar que este trabalho de pesquisa gerou publicações e que propiciou novos caminhos para análises, investigações e estudos.

6.2 TRABALHOS PUBLICADOS E SUBMETIDOS

Publicações relacionadas com o conteúdo da tese:

GARCIA, J.; GARCIA, L.; APOLINÁRIO, G.; RODRIGUES, F. Sliding mode for detection and accommodation of computation time delay fault. *Mathematics and Computers in Simulation*, Amsterdam, v. 80, n. 2, p. 449-465, 2009.

APOLINÁRIO, G. C. ; GARCIA, L. M. C. F. ; GARCIA, J. P. F. ; RODRIGUES, F. B. . Controle digital com detecção e acomodação de falhas por atraso de transporte. In: XVIII CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA - CBA, 2010, BONITO/MS. Anais do XVIII Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2010), 2010. p. 4642-4648.

APOLINÁRIO, G. C. ; GARCIA, J. P. F. ; GARCIA, L. M. C. F. ; RODRIGUES, F. B. ; GARCIA, S. C. . Delay time detection and accommodation for a networked dc motor control. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ELETRÔNICA DE POTÊNCIA - COBEP, 2011, Natal/RN. Anais do Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência - COBEP, 2011.

GARCIA, J. P. F. ; GARCIA, L. M. C. F. ; APOLINÁRIO, G. C. ; RODRIGUES, F. B. ; RIBEIRO, J. M. S. . A new sliding mode controller for time-delay systems. In: XIX CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA - CBA, 2012, Campina Grande/PB. Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2012), 2012. p. 1165-1171.

ALVES, U. N. L. T. ; FERNANDES, U. B. ; APOLINÁRIO, G. C. ; GARCIA, J. P. F. ; RODRIGUES, F. B. . Controle de sistema de suspensão ativa por computador: Estratégia de controle robusto considerando atraso na aquisição de dados. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE - SBAI, 2013, Fortaleza/CE. Anais do XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI 2013), 2013.

6.3 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Trabalhos futuros poderão se beneficiar dessa nova técnica de controle permitindo:

- a implementação prática no sistema de Suspensão Ativa e Pêndulo Invertido como também para outros sistemas passíveis de controle;
- a análise da robustez;
- as pesquisas e os novos projetos com atrasos computacionais utilizando a teoria CEV/MD;
- as estratégias de controle para o sistema aqui estudado porém utilizando a teoria de LMIs para se projetar os controladores.

REFERÊNCIAS

- APOLINÁRIO, G. C. *Detecção de falhas em sistemas incertos com atraso no sinal de controle*. 2009. 82 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2009. Disponível em: <<http://www.feis.unesp.br/#!/departamentos/engenharia-eletrica/pos-graduacao/dissertacoes/2009/>>. Acesso em: 09 ago. 2011.
- BASIN, M. V.; PEREZ, J.; ZUNIGA, R. M. Optimal filtering for nonlinear polynomial systems over linear observations with delay. *International Journal Innovative Computing, Information and Control*, Kumamoto, v. 2, n. 4, p. 863–874, 2006.
- BELLMANN, R.; DANSKIN, J. M. *A survey of the mathematical theory of time lag, retarded control and hereditary processes*. Santa Monica: The Rand Corporation, 1954. 107 p. (Technical report).
- BOUKAS, E. K.; AL-MUTHAIRI, N. F. Delay-dependent stabilization of singular linear systems with delays. *International Journal Innovative Computing, Information and Control*, Kumamoto, v. 2, n. 2, p. 283–291, 2006.
- CAUN, A. P. *Modos deslizantes discretos em sistemas incertos de natureza instável com atraso na computação do sinal de controle*. 2007. 94 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2007. Disponível em: <<http://www.feis.unesp.br/#!/departamentos/engenharia-eletrica/pos-graduacao/dissertacoes/2007/>>. Acesso em: 15 ago. 2012.
- CHEN, B.; LAM, J.; XU, S. Memory state feedback guaranteed cost control for neutral delay systems. *International Journal Innovative Computing, Information and Control*, Kumamoto, v. 2, n. 2, p. 293–303, 2006.
- DECARLO, R. A.; ZAK, S. H.; MATTHEWS, G. P. Variable structure control of nonlinear and multivariable systems: A tutorial. *Proceedings of the IEEE*, New York, v. 76, n. 3, p. 212–232, march 1988.
- DRAZENOVIC, B. The invariance conditions in variable structure systems. *Automatica*, Elmsford, v. 5, n. 3, p. 287–295, 1969.
- FURUTA, K. Sliding mode control of a discrete system. *Systems & Control Letters*, Amsterdam, v. 14, n. 2, p. 145–152, 1990.
- GAO, H.; LAM, J.; WANG, C.; WANG, Y. Delay-dependent output-feedback stabilization of discrete-time systems with time-varying state delay. *IEE Proceeding, Control Theory Application*, Stevenage, v. 151, n. 6, p. 691–698, 2004.
- GARCIA, J. P. F.; GARCIA, L. M. C. F.; APOLINÁRIO, G. C.; RODRIGUES, F. B. Sliding

- mode for detection and accommodation of computation time delay fault. *Mathematics and Computers in Simulation*, Amsterdam, v. 80, n. 2, p. 449–465, 2009.
- GARCIA, J. P. F.; RIBEIRO, J. M. S.; SILVA, J. J. F.; MARTINS, E. S. Continuous-time and discrete-time sliding mode control accomplished by a computer. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, Stevenage, v. 152, n. 2, p. 220–228, 2005.
- GARCIA, L. M. C. F. *Controle com estrutura variável e modos deslizantes em sistemas incertos com atraso no controle*. 2002. 92 f. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.
- GE, S. S.; HONG, F.; LEE, T. H. Adaptive neural network control of nonlinear systems with unknown time delays. *IEEE Transaction on Automatic Control*, London, v. 48, n. 11, p. 2004–2010, 2003.
- GE, S. S.; HONG, F.; LEE, T. H. Adaptive neural control of nonlinear time-delay systems with unknown virtual control coefficients. *IEEE Transaction Systems, Man Cybernetics B, Cybernetics*, New York, v. 34, n. 1, p. 449–516, 2004.
- GHIGGI, I. M. F. *Controle de sistemas com atrasos no tempo na presença de atuadores saturantes*. 2008. 129 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.
- GODOY, E. P.; PORTO, A. J. V.; INAMASU, R. Y. Applied simulation to evaluate the quality of control of networked control systems. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NETWORKING SENSING AND CONTROL (ICNSC), 2010. Chicago: *Proceedings of the...Chicago: IEEE*, 2010. p. 435–440.
- JEUNG, E. T.; OH, D. C.; KIM, J. H.; PARK, H. B. Robust controller design for uncertain systems with time delays: LMI approach. *Automatica*, Elmsford, v. 32, p. 1229–1231, 1996.
- KAPILA, V.; HADDAD, W. M. Memory less H_1 controls for discrete-time systems with time delay. *Automatica*, Elmsford, v. 34, n. 9, p. 1141–1144, 1998.
- KRASOVSKII, N. *Stability of motion*. Moscow: Gosudartv Izdat. Fiz. Math. Lit., 1959.
- LEE, S. M.; LEE, B. H. A discrete-time sliding mode controller and observer with computation time delay. *Control Engineering Practice*, Oxford, v. 7, n. 8, p. 943–955, 1999.
- MAHMOUD, M. S. Robust H_1 control of discrete systems with uncertain parameters and unknown delays. *Automatica*, Elmsford, v. 36, n. 9, p. 627–635, 2000.
- MINORSKY, N. Self-excited oscillations in dynamical systems possessing retarded actions. *Journal of Applied Mechanics*, New York, v. 9, p. 65–71, 1942.
- MOHEIMANI, S. O. R.; SAVKIN, V. A.; PETERSEN, I. R. Synthesis of minimax optimal controllers for uncertain time-delay systems with structured uncertainty. *International Journal of Systems Science*, Hants, v. 31, p. 137–147, 2000.
- OGATA, K. *Discrete time control systems*. 2. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1995. 768 p.
- QUANSER. *Inverted pendulum - User's manual*. Ontario, Canada, 1998.

QUANSER. *Active suspension - User's manual*. Ontario, Canada, 2009.

RIBEIRO, J. M. S. *Controle discreto com modos deslizantes em sistemas incertos com atraso no sinal de controle*. 2006. 126 f. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006. Disponível em: <<http://www.feis.unesp.br/#!/departamentos/engenharia-eletrica/pos-graduacao/teses/2006/>>. Acesso em: 17 março 2012.

SHI, P.; BOUKAS, E. K.; AGARWAL, R. K. Control of markovian jump discrete-time systems with norm bounded uncertainty and unknown delay. *IEEE Transaction Automatics Control*, London, v. 44, n. 11, p. 2139–2144, 1999.

SILVA, E. R. P. da. *Controle de sistemas lineares incertos via realimentação derivativa utilizando funções de Lyapunov dependentes de parâmetros*. 2012. 126 f. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, SP, novembro 2012. Disponível em: <<http://www.feis.unesp.br/#!/departamentos/engenharia-eletrica/pos-graduacao/teses/2012/>>. Acesso em: 10 maio 2013.

SONG, S. H.; KIM, J. K.; YIM, C. H.; KIM, H. C. H_1 control of discrete-time linear systems with time-varying delays in state. *Automatica*, Elmsford, v. 35, n. 8, p. 1587–1591, 1999.

SOUZA, C. E. de; LI, X. Delay-dependent robust H_1 control of uncertain linear state-delayed systems. *Automatica*, Elmsford, v. 35, p. 1313–1321, 1999.

SPURGEON, S. K.; DAVIES, R. A Nonlinear control strategy for robust sliding mode performance in the presence of unmatched uncertainty. *International Journal of Control*, London, v. 57, n. 5, p. 1107–1123, 1993.

UTKIN, V. I. Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Moscow, v. 22, n. 2, p. 212–222, 1977.

UTKIN, V. I. *Sliding modes and their applications in variable structure systems*. Moscow: Mir-Publishers, 1978.

UTKIN, V. I. *Sliding modes in control and optimization*. Berlin: Springer-Verlag, 1992.

VALMORBIDA, G. *Estabilidade de sistemas com atraso: Análise de incertezas e de saturação empregando desigualdades matriciais lineares*. 2006. 60 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.

VOLTERRA, V. *Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la Vie*. 7. ed. Paris: Gauthier-Villars, 1931. 214 p. (Cahiers scientifiques).

XIA, Y.; LIU, G. P.; SHI, P.; CHEN, J.; REES, D.; LIANG, J. Sliding mode control of uncertain linear discrete time systems with input delay. *IEE Control Theory Applications*, Stevenage, v. 1, n. 4, p. 1169–1175, 2007.

YANG, T. C. Networked control system: a brief survey. *IET Control Theory and Applications*, Stevenage, v. 153, n. 4, p. 403–412, 2006.

YOUNG, K. K. D. *Variable structure control for robotics and aerospace applications: Studies*

in Automation and Control. Amsterdam: Elsevier Science Publishers B. V., 1993.

YUE, D. Robust stabilization of uncertain systems with unknown input delay. *Automatica*, Elmsford, v. 40, n. 2, p. 331–336, 2004.

ZHANG, W.; YU, L.; YIN, S. A switched system approach to Hinf control of networked control systems with time-varying delays. *Journal of the Franklin Institute*, Elmsford, v. 348, p. 165–178, 2011.