



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

**CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE BAURU
FACULDADE DE CIÊNCIAS**

SELMA ROSANA SANTIAGO MANECHINE

**CONSTRUÇÃO DE SIGNOS MATEMÁTICOS:
UMA PROPOSTA DIDÁTICO-METODOLÓGICA PARA AS
SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

SELMA ROSANA SANTIAGO MANECHINE

**CONSTRUÇÃO DE SIGNOS MATEMÁTICOS:
UMA PROPOSTA DIDÁTICO-METODOLÓGICA PARA AS
SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Tese apresentada à Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de Bauru, para a obtenção do título de Doutor em Educação para a Ciência (Área de Concentração: Ensino e Ciências)

Orientadora: Dr^a Ana Maria de Andrade Caldeira

Bauru
2006

SELMA ROSANA SANTIAGO MANECHINE

**CONSTRUÇÃO DE SIGNOS MATEMÁTICOS:
UMA PROPOSTA DIDÁTICO-METODOLÓGICA PARA AS
SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

COMISSÃO JULGADORA

TESE PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR

Presidente e Orientadora:

Prof.^a Dr.^a Adjunta Ana Maria de Andrade Caldeira – UNESP – Bauru

2º Examinador

Prof. Dr. Lauro Frederico Barbosa da Silva – UNESP - Marília

3º Examinador

Prof.Dr. Ávaro João Queiroz - UFBA - Universidade Federal da Bahia

4º Examinador

Pro. Dr. Antonio Vicente Marafioti Garnica – UNESP - Bauru

5º Examinador

Prof. Dr. Nelson Antônio Pirola – UNESP - Bauru

Bauru, 29 de novembro de 2006

AGRADECIMENTOS

A DEUS, por estar presente em todos os momentos de minha vida.

A Professora-doutora Ana Maria de Andrade Caldeira, pelo trabalho de orientação, desenvolvido com muita competência, dedicação e paciência.

Aos professores-doutores, Antonio Vicente Marafioti Garnica e Nelson Antônio Pirola, pelas sugestões, comentários e críticas que tanto contribuíram para a elaboração e evolução dessa tese.

Ao professor-doutor Lauro Frederico Barbosa da Silva por ter me mostrado novos rumos na leitura e organização desta pesquisa.

Ao professor-doutor Leonardo Paulovich, pela objetividade e rigor de suas indicações no percurso da pesquisa.

À amiga Iracema Batista Torquato, sabiamente presente, pelo incentivo e ajuda, sobretudo no momento final da tese.

Aos amigos e companheiros Ana Noêmia, Fernanda, Juliene, Lurdes e Wanderlei, pelo convívio, carinho e dedicação para comigo durante toda essa caminhada.

À direção, coordenação, professores e amigos da Escola Estadual Caetano Perlati, pela confiança em todos os momentos.

À Dirigente Regional de Ensino de Jaú Maria Tereza de Castro Fiorelli, supervisores e amigos pelo apoio constante durante todo o processo de aplicação e análise deste trabalho.

Aos colegas da Bolsa Mestrado pela oportunidade de dividir dúvidas e certezas durante a produção de conhecimento.

A todos que, de algum modo, contribuíram para a concretização desta pesquisa.

Agradeço em especial ao meu esposo e meus filhos, pelo amor expresso de várias formas: pela paciência, compreensão, cooperação e apoio irrestrito.

Dedico este trabalho a minha orientadora
Ana Maria de Andrade Caldeira,
pelo incentivo, apoio, colaboração,
preocupação constante e carinho.

Serei sempre grata.

SUMÁRIO

RESUMO.....	09
ABSTRAT.....	10
INTRODUÇÃO.....	11
CAPÍTULO 1	
O contexto integrador e a experiência no ensino de matemática.....	19
1.1 Integração entre áreas: Uma proposta de Ensino.....	19
1.1.1 A interdisciplinaridade no ensino de matemática.....	26
1.2 O conceito de experiência no contexto escolar.....	31
1.2.1 Outros conceitos sobre a experiência na construção da linguagem matemática.....	35
CAPÍTULO 2	
O Pragmatismo e a Semiótica de Charles Sanders Peirce.....	43
2.1 O Pragmatismo Peirceano.....	43
2.1.1 As inferências no desenvolvimento do raciocínio.....	47
2.1.2 Raciocínio inferenciais Abduutivo/Andutivo/Dedutivo.....	49
2.2 A Teoria Semiótica Peirceana.....	55
2.2.1 A função do Signo na teoria peirceana.....	57
2.2.2 As categorias Universais de Peirce.....	59
2.2.3 A relação triádica: Signo (Representamen), Objeto e Interpretante.....	60
2.2.3.1 Objeto na tricotomia Sígnica.....	61
2.2.3.2 O Interpretante na tricotomia Sígnica.....	62
2.2.4 Correlações dos Signos: O Signo em relação a si mesmo.....	63
2.2.4.1 Correlações dos Signos: O Signo em relação ao seu Objeto Dinâmico.....	63
2.2.4.2 Correlações dos Signos: O Signo em relação ao Interpretante.....	65
2.5 Tríades de Interpretantes: Signo-Pensamento.....	73
CAPÍTULO 3	78
As diferentes linguagens e suas representações no ensino de matemática.....	
3.1 As diferentes linguagens e suas representações.....	78
3.1.1 A linguagem matemática e a semiótica peircena na Educação Matemática.....	81
3.2 Objetos Matemática e suas Representações Sígnicas no Contexto da Linguagem.....	86
3.2.1 Conceito de Medida na grandeza comprimento.....	86
3.2.2 A Estimativa no conceito de medidas de comprimento.....	93

3.2.3 Representações Gráficas.....	100
3.2.3.1 O uso do conceito de escala na construção: interpretação e análise de gráfico ou colunas.....	109
3.3 A noção de Espaço.....	116

CAPÍTULO 4

Metodologia da Pesquisa.....	129
4.1 Proposta Didática – Metodologia.....	129
4.1.1 A 3ª série como espaço investigado.....	131
4.1.2 Características dos Alunos e a Formação dos Grupos.....	136
4.1.3 A Tríade Perceber/Relacionar/Conceituar.....	139
4.1.4 O Olhar do Pesquisador no Processo Investigativo.....	143
4.2 Proposta de Análise Semiótica na produção de ações didático-metodológicas.....	145

CAPÍTULO 5

Desenvolvimento da Pesquisa.....	151
5.1 O contexto experimental no ensino de matemática.....	152
5.2 A formação do coletivo: O contato pesquisadoras/alunas.....	154
5.3 Desenvolvimento das Atividades Didáticas.....	155
5.3.1 Atividade 1 – Primeira observação do Canteiro I.....	155
5.3.2 Atividade 2 – Estimativa.....	161
5.3.3 Atividade 3 – Unidades e Medidas não padronizadas para aferição de comprimentos.....	164
5.3.4 Atividade 4 – Construção do conceito de metro como instrumento e unidade padronizada de medida.....	169
5.3.5 Atividade 5 – A estimativa na problematização de medidas com diferentes instrumentos.....	173
5.3.6 Atividade 6 – Observação do canteiro I de plantas.....	176
5.3.7 Atividade 7 – Plantio das sementes de feijão e seu mapeamento na região escolhida.....	178
5.3.8 Atividade 8 – Registro do crescimento das mudas de feijões em tabela.....	180
5.3.9 Atividade 9 – Construção em gráfico de colunas de cada região do Canteiro I.....	182
5.3.10 Atividade 10 – Análise dos gráficos dos feijoeiros – Canteiro I.....	188
5.3.11 Atividade 11 – Segunda Representação Perceptiva do Canteiro I.....	198
5.3.12 Atividade 12 – Construção em gráfico de colunas das Espécies do Canteiro I.....	203
5.3.13 Atividade 13 – Primeira percepção: Canteiro II.....	208
5.3.14 Atividade 14 – Construção em gráfico de colunas das Espécies do Canteiro II.....	213
5.3.15 Atividade 15 – Análise dos Canteiros I e II.....	215
5.3.16 Atividade 16 – Representações de estimativas de medida de comprimento.....	222
5.3.17 Atividade 17 – Comparação de medidas de comprimento através da linguagem matemática.....	226

CAPÍTULO 6	
Análise Semiótica das Ações Desenvolvidas.....	226
6.1 Conceito de medir.....	231
6.2 A Estimativa de medida de comprimento.....	231
6.3 Comparação de medida de comprimento em linguagem matemática.....	234
6.4 Noção de espaço.....	241
6.5 Gráficos de coluna e uso de escala.....	249
CONCLUSÕES.....	263
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	276
ANEXOS.....	286

MANECHINE, S. R. S. CONSTRUÇÃO DE SIGNOS MATEMÁTICOS: UMA PROPOSTA DIDÁTICO-METODOLÓGICA PARA AS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL. 2006. 304 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência, Área de Concentração: Ensino de Ciências) – Curso de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, Universidade Estadual Paulista.

RESUMO

Esse trabalho tem como objetivo elaborar uma proposta didático-metodológica para o ensino e aprendizagem de Matemática tendo o contexto experiencial como elemento integrador entre as disciplinas de Matemática e Ciências Naturais. Fundamentamos o desenvolvimento e a análise das ações discentes/docentes, pelo referencial teórico da filosofia de Charlers Sanders Peirce (1839- 1914). Segundo a teoria peirceana o modo de apreensão de um fenômeno se dá de forma triádica: primeiridade, secundidade e terceiridade, de maneira que, o conhecimento se faz mediante signos no decorrer da experiência. Os níveis didáticos Sentir-Perceber/Relacionar/Conceituar idealizados a partir da tríade peirceana de interpretantes nortearam a investigação do processo de significação dos conceitos matemáticos e científicos apreendidos pelos alunos. Os conhecimentos matemáticos: (a) medida de comprimento; (b) construção e interpretação de gráficos de colunas; (c) escala; (d) noção de espaço (fronteira, localização e formas geométricas) e estimativa foram desenvolvidos (com 32 alunos de 3ª série do ensino fundamental de uma escola pública) a partir de situações experienciais com canteiros de plantas para apreensão dos conceitos de coexistência e competição entre seres vivos. No ensino de Ciências Naturais as habilidades de medir, estimar, representar e interpretar dados são usadas como ferramenta na elaboração e análise de experimentos e gráficos das proporções estabelecidas entre os fenômenos estudados. Essas habilidades dependem dos signos matemáticos apreendidos no estudo de medidas e tratamento de informações. Podemos ressaltar, entre os pontos analisados, que a proposta didático-metodológica desenvolvida permitiu aos educandos e educadores produzir interpretantes (emocional, energético e lógico). Dessa maneira, o processo de significação (Sentir-Perceber/Relacionar/Conceituar) do fenômeno foi constituído pela elaboração e reflexão das inferências dos alunos quanto aos níveis abdução/indutivo/dedutivo, que puderam ser percebidos nas diversas manifestações hipotéticas e interpretativas dos Objetos estudados. Procuramos demonstrar que a questão de aquisição de conceitos matemáticos e sua significação vai além das representações e envolve a integração dos símbolos matemáticos, lingüísticos e científicos.

Palavras-chave: Didática, Metodologia, Matemática e Semiótica Peirceana.

MANECHINE, S. R. S. CONSTRUCTING MATHEMATICAL MEANINGS OF SYMBOLS: A TEACHING PROJECT FOR THE FIRST YEARS OF ELEMENTARY SCHOLL. 2006. 304 f. Thesis (Doctorate in Education for Science, Concentration Área: Science Teaching) – Post Graduation Course in Education for Science, Universidade Estadual Paulista.

ABSTRACT

The objective of this doctorate thesis is to present a mathematics teaching project in which an experimental environment integrates the disciplines Mathematics and Natural Sciences. The development and analysis of the teachers and students' actions are based on the Charles Sanders Peirce's theory (1839-1914). According to the Peircean theory, understanding a phenomenon relies on a triad – Firstness, Secondness and Thirdness – and knowledge is built on experience. The learning stages Perceiving/Relating/Conceptualizing present in the Peircean theory of interpretants guided the investigation of the students' learning mathematical and scientific concepts. The mathematics contents (a) length measuring, (b) column graphics making and reading, (c) scale, (d) concepts of space (boundary, localization and geometric forms) and estimate were taught to 32 9-year-old schoolchildren from a state school, using plant beds as a real environment where coexistence and competition between living beings are easily seen. In the Natural Science classes, measuring, estimating, representing and interpreting skills are used as tools for doing and analyzing experiments and graphics representing the phenomena studied. These skills were developed from the students' interpreting the mathematical signs learned in the study of measures and data analysis. The mathematics teaching project designed in this thesis produced effective interpretants (emotional, energetic and logical). Thus the signifying process (Perceiving/Relating/Conceptualizing) took place due to the students' drawing inferences on the abductive/inductive/deductive levels which could be noted in their interpreting the objects studied. We show that learning mathematical concepts and their signification are beyond representations and involve integrating mathematical, linguistic and scientific symbols.

Keywords: teaching, methodology, mathematics, Peircean semiotics

INTRODUÇÃO

Neste início de milênio, deparamo-nos com o mundo da ciência e da tecnologia buscando melhoria da qualidade da vida humana. Aliado aos avanços tecnológicos, há o processo de globalização, que impulsiona a competitividade e, conseqüentemente, a busca de novas estratégias de comunicação e produção mundial.

Nesse quadro mundial, em que os novos avanços tecnológicos e científicos possibilitaram à humanidade diminuir distância e ampliar a comunicação de maneira universal, tem-se também ressaltado os impactos dessa interdependência.

As fronteiras geográficas entre os países se diluíram em função dos espaços de produção e conhecimento entre os países desenvolvidos. Mas a desigualdade sócioeconômica vem se ampliando; enquanto alguns países despontam em desenvolvimento científico e tecnológico, proporcionando condições de vida invejáveis, outros caracterizados como emergentes ou em desenvolvimento expressam *um desequilíbrio social gritante*¹.

Como podemos evidenciar, a tecnologia tornou-se imprescindível em nossa sociedade. Conseqüentemente, busca-se o crescimento contínuo científico e técnico dos sujeitos, que dependem do alto nível econômico dos países em geral. Nessa dependência, origina-se a revolução expressada pelo conhecimento.

Libâneo et. al. (2001) descreve essa diferença sócioeconômica entre os países citados enfatizando a repercussão da globalização no processo educativo. Parece-nos inegável que a

¹ D' AMBROSIO, U. *Da realidade à ação: Reflexões sobre educação e matemática*, 1986, p.13.

revolução tecnológica e as demais mudanças mundiais com novos modelos de produção envolvendo tempo, destrezas, procedimentos em equipe, etc. ressoam suas conseqüências em todas as ordens da sociedade, dentre elas a educação².

Nesse quadro de conflitos, os educadores – integrados e articulados ao processo de construção dos saberes elaborados historicamente - encontram-se também em conflito com um contexto escola que, não raro, tem privado os seus participantes da possibilidade de utilização de produtos tecnológicos existentes, indispensáveis à realização humana de maneira digna.

O educador vê-se atualmente dividido entre o paradigma tradicional³ enraizado na nossa estrutura, e no discurso educativo que apresenta elementos escolanovista emergentes das necessidades assumidas pela ciência frente aos avanços sóciotecnológicos disponíveis socialmente.

Repensar o fazer escolar, com vínculo na humanização do sujeito, implica pensar a prática educativa de maneira menos fragmentada (de modo disciplinar), garantindo a integração e a significação dos saberes a partir da formação inicial do educando.

Cabe aos articuladores do processo de ensino e aprendizagem assegurar a aquisição cultural e científica dos alunos, ultrapassando o domínio dos conhecimentos, de maneira fechada em si mesmos, como propriedade particular de determinada área disciplinar, ligando o ato de conhecer às relações de significados e à transcendência de idéias. Os ideários do movimento da escola nova representado por Dewey (1979) já preconizavam essa relação:

Compreender é apreender a significação... Apreender a significação de uma coisa, de um acontecimento ou situação é ver a coisa em suas relações com outras coisas...Contrariamente, aquilo a que chamamos coisa bruta, a coisa sem sentido para nós, é algo cujas relações não foram apreendidas (DEWEY, 1979, P.139).

A partir dessa concepção, os saberes escolares se compõem na interdependência entre as áreas estabelecidas e aos conhecimentos traduzidos pela sociedade. Sendo assim, os conteúdos abordados em sala de aula, deverão ter como objetivos a busca da amplitude de significação e articulação dos saberes. Quanto maior for o índice de relações desenvolvido no contexto escolar, maior será a capacidade de compreensão e resolução dos problemas na sociedade.

² LIBÂNEO, J.C. *Organização e gestão escolar*, 2001,p.246.

³ Paradigma tradicional é entendido como aquele em que o ensino é centrado no professor.

Machado (2002) diz que a escola inserida na sociedade contemporânea deve proporcionar aos educandos a *apropriação do saber* de acordo com a concepção de conhecimento definida como algo que se adquire – *toma-se posse* – e a possibilidade de ir além das informações recebidas para a construção e reconstrução de relações.

Graças às mudanças de pensamentos, atitudes e valores que se consolidam no conviver da sociedade, podemos dizer que a função da escola se amplia para além da possibilidade de oferecer aos educandos a apropriação dos conhecimentos socialmente relevantes.

Para o autor, a escola deve lançar desafios à abertura ao diálogo entre diferentes saberes – científico, social e escolar. Para tanto, a apreensão e análise de diversas linguagens, de tecnologia e de inúmeras reflexões de ordem histórica são metas relacionadas à construção do conhecimento no processo escolar nesse início de século.

Essa posição faz-nos pensar em uma educação vinculada ao ensino e aprendizagem. Desse modo, segundo Caldeira (2004, p.24), *caberia à escola, através do conhecimento, fornecer elementos reflexivos que orientassem os educandos em suas escolhas referentes à vida pessoal e à coletividade em que se inserem*. A nosso ver, a apreensão de conhecimento através de um ensino sistematizado e aberto à reflexão seria o patamar para a construção de sujeitos com bom senso crítico para atuar na sociedade.

Temos presenciado Projetos Pedagógicos constituídos por Escolas com temas geradores de conhecimentos sobre tópicos referentes a Novas Tecnologias, Educação Ambiental e Orientação Sexual propondo em suas atividades inúmeras ações de relevância social. Tomemos como exemplo o uso de tratamento de informação quanto à análise estatística de dados inerentes, na maioria das vezes, em projetos desenvolvidos a partir desses temas. Para representar índice de doenças, de poluição, de riqueza em determinada região ou país, fazem-se gráficos ou introduzem-se jornais, revistas, no contexto, para ilustrar o tema estudado.

Contudo, os conhecimentos matemáticos intrínsecos à elaboração e análise das informações dispostas em tabelas ou em gráfico como: (a) origem dos dados coletados e sua organização; (b) o uso de escala e/ou de sua leitura; (c) análise de uma legenda apresentada em conformidade com os dados gráficos; (d) construção e outras relações matemáticas. Esses elementos que permitem uma abordagem mais complexa do contexto estudado ficam, na maioria das vezes, excluídos do projeto.

Todavia, o desenvolvimento de novas hipóteses geradas pelos alunos sobre o tema em discussão envolvendo novos problemas, a partir da ferramenta gráfica, muitas vezes não

ocorre. Os alunos, quase sempre, organizam os dados fornecidos pelos professores dispondo-os em colunas ou em forma de pizza, mas suas análises sobre o fenômeno representado são superficiais, porque para o educando a elaboração de gráficos converteu-se em ações pontuais de simples organização de dados.

As relações de conhecimentos anteriores à apresentação dos resultados que apontariam para os fatos extraídos do tema gerador deveriam ser priorizadas no desenvolvimento dos projetos, contudo, nessas ações pontuais, elas não aparecem. Por sua vez, esse trabalho que utiliza a construção gráfica para expor uma realidade não consegue possibilitar o estabelecer de novas relações que deveriam surgir entre educação e ensino.

Caldeira (2004), tomando como exemplo o estudo sobre Educação Ambiental, coloca em evidência a questão do desenvolvimento de conhecimentos científicos na escola. Analisa em inúmeros projetos construídos como: *água, lixo, rios, esgotos* que esses têm sua relevância social no tocante à conscientização dos alunos e da comunidade. Contudo, a autora salienta que apesar desses aspectos serem significativos, na maioria das vezes, os projetos enfatizam ações atitudinais aos temas em questão em detrimento dos saberes biológicos como *relações entre fatores bióticos e abióticos dos ecossistemas*, que deveriam subsidiar a reflexão dos alunos frente aos problemas experienciais observados. Assim, ressalta:

Faz-se necessário, desse modo, que o contexto escolar priorize o conhecimento a partir das relações pertinentes e não o inverso: inferir que, ao proporcionar o estabelecimento de algumas relações o aluno aprende (por si) a expandir o conhecimento, atribuindo relações consecutivas nem sempre com aportes científicos (Caldeira, 2004, p.25)

Vemos, a partir dessa concepção de como ensinar, a experiência sendo vista como elemento articulador entre o conhecimento e contexto social, proposta apontada por Dewey (1971) que traz em sua teoria a *operação experimental* como essência na aquisição do saber. Dessa maneira, a reflexão através da experiência deve nortear o processo de conhecimento e não apenas aparecer em projetos pontuais nas diversas áreas de ensino.

No trabalho investigativo de Mestrado procuramos compor um estudo a partir de um contexto experimental com alunos 6^a série⁴. Dispusemo-nos construir uma horta com canteiros de plantas medicinais envolvendo conceitos e habilidades relacionadas às áreas de Matemática, Ciências Naturais e Língua Portuguesa. Para análise do processo de ensino e

⁴ MANEACHINE, S.R.S, *Análise do Processo de Construção de Aprendizagem em Alunos Integrantes de um Projeto de Reforço*, Dissertação (Mestrado), 2003.

aprendizagem, ancoramo-nos nos pressupostos do método analítico vigostskiano quanto aos aspectos cognitivo/afetivo/social. Esse estudo levou-nos a constatação da importância de se trabalhar ações integradas com diferentes disciplinas.

As ações e reações dos alunos durante a apreensão dos conhecimentos de medir, estimar e desenvolvimentos das plantas, instigaram-nos a compreender a apreensão dos conceitos matemáticos e seus significados no processo interpretativo do fenômeno.

Após análise dos resultados, deparamo-nos com algumas respostas dos alunos que nos suscitaram investigar em séries anteriores como o educando experiencia os saberes matemáticos e os articula. As indagações surgidas colocaram-nos novos impasses:(a) como trabalhar o uso de instrumentos para compreensão dos signos de medida de comprimento?; (b) como articular o contexto experimental para o ensino de matemática; (c) como entender a apreensão da linguagem matemática e, o dessa linguagem em outras áreas.

Tais questionamentos possibilitaram-nos perceber que a representação didática de signos como instrumento/símbolo apresentada na teoria vigotskiana, usada anteriormente como suporte teórico-metodológico, não permitiria um acesso diagramático mais próximo à produção dos alunos para a compreensão de como haviam apreendido os conceitos de medida e como os articulavam para explicar os fenômenos estudados.

Ainda, em nossa experiência como professora de Matemática na Rede Estadual e diretora na Rede Municipal, pudemos evidenciar algumas dificuldades referentes aos conceitos básicos de medida, noção de espaço e interpretação gráfica em alunos que iniciavam o 2º Ciclo do ensino fundamental. Esses conceitos são referências para construção de novas interpretações nessa etapa de escolarização (5ª série), de maneira que os alunos dessa série já deveriam dominar e reconhecer esses conceitos em situações-problema como linguagem simbólica matemática, operacionalizando-os e/ou articulando-os para o desenvolvimento de novas ações. Mas o que temos notado é que esses conhecimentos, anteriormente desenvolvidos, têm gerado dificuldades de compreensão por parte dos alunos no processo de ensino de aprendizagem desde as primeiras séries escolares⁵.

Nesse sentido, as questões investigativas que surgiram para o presente trabalho de pesquisa são decorrentes de ações já vivenciadas pelas pesquisadoras. Ao constatarmos as dificuldades apresentadas pelos alunos à apreensão desses conceitos matemáticos, resolvemos investigar outro processo de ensino e aprendizagem, desta vez, com alunos de 3ª séries do ensino fundamental.

⁵ Dados bordados pelo SARESP 2001 a 2003, analisados no *capítulo I* desse trabalho.

Nosso novo objeto de investigação enfocará a apreensão de conceitos matemáticos e suas formas de representações a partir de ações didático-metodológicas, de cunho interdisciplinar fundamentadas pela semiótica peirceana como veremos no decorrer do trabalho.

Analisaremos a representação de conceitos matemáticos e sua interpretação em outros contextos disciplinares que, para nós, envolve ferramentas de linguagens que são imprescindíveis nessa série que escolhemos como contexto de pesquisa.

Com efeito, inúmeros autores colocam o papel da linguagem e da representação simbólica como referências de proposta de ensino e aprendizagem. Buscaremos, nessa investigação, compreender o papel da apreensão simbólica matemática tendo o contexto experiencial como recurso possível à construção de diferentes formas de representações da produção sócio-cultural e interpretação do fenômeno estudado.

As ações, didático-metodológica, que vamos propor procurarão o entendimento e a abrangência das relações simbólicas geradas pelos alunos no processo de significação e ressignificação dos conceitos trabalhados.

Nesse enfoque, as ações desenvolvidas objetivarão:

- a) pesquisar ações didático-metodológicas para o ensino e aprendizagem referentes aos conceitos e habilidades de Medidas, Tratamento de Informações e Noção Espacial, tendo como preocupação o envolvimento do educando com a realidade.
- b) investigar quais as contribuições das linguagens matemáticas, na medida em que elas são relacionadas com o desenvolvimento e apreensão de conceitos científicos de Ciências Naturais a partir de um contexto experimental.
- c) desenvolver ações didático-metodológicas para o ensino de matemática integrando diferentes componentes curriculares.

Tomaremos como conhecimentos determinantes para o desenvolvimento do trabalho os conceitos matemáticos relacionados à: (a) medida e estimativa de comprimento (m, dm e cm); (b) noção de espaço (fronteira e formas geométricas); (c) localização e aferição do espaço; (d) representação e interpretação gráfica a partir de uma escala pré-determinada.

Esses saberes serão apreendidos e utilizados pelos alunos para a compreensão dos conceitos de competição e coexistência de seres vivos pertinentes à área de Ciências Naturais.

O caminho a ser proposto para aquisição dos conhecimentos emergentes da análise das relações sobre um fenômeno natural postulará a existência de objetos matemáticos em

situações diversas. Dessa maneira, os signos matemáticos intrínsecos ao processo de ensino e aprendizagem manifestados serão objeto de nossa análise.

A compreensão de conhecimentos científicos e matemáticos será articulada e desenvolvida durante a avaliação e análise do crescimento de plantas de canteiros no interior da escola. Esse espaço será explorado conjuntamente com o de sala de aula conforme as atividades suscitaram-no.

Optaremos, como vimos, por investigar o processo de apreensão de conhecimentos matemáticos à luz da teoria Semiótica de Charles Sanders Peirce (1839-1914). Sua natureza sistemática de analisar a formação do pensamento nos fez tomá-la como suporte teórico-metodológico para avaliar a formação de interpretantes e símbolos gerados pelos alunos no decorrer das ações didáticas desenvolvidas.

Peirce em seus estudos sobre a Lógica (semiótica) coloca a matemática como uma ciência que procura constituir seus conhecimentos de maneira que os objetos de estudos sejam as próprias relações de idéias que as fundamenta. Nesse aspecto a relação com a experiência é subjacente à construção do conhecimento científico da matemática, que se justifica pelos próprios objetos de investigação. Um segundo aspecto dessa ciência se concretiza com a apreensão de seus objetos (conhecimentos) pela e na sociedade. São esses objetivos que os saberes matemáticos efetivam como pensamentos historicamente elaborados e experienciáveis.

O compromisso do processo de elaboração de conhecimento, na teoria peirceana, firma-se na produção de relações que permitem ao indivíduo, em cada experiência com o fenômeno estudado, produzir significados, de maneira que as significações estabelecidas vão se tornando cada vez mais próximas do fenômeno a ser conhecido, gerando hábitos de conduta. Nesse sentido, o caráter formativo do aluno passa pela capacidade de uma elaboração dinâmica do conhecimento.

Por essa razão ele sustenta:

A significação de um símbolo consiste em como ele pode levar-nos à ação, é evidente que esse, como não pode referir-se à descrição de movimentos mecânicos causados pelos símbolos, mas deve procurar referir uma descrição da ação que tem este ou aquele fim (C.P. 5, 135).⁶

⁶ C.P. refere-se aos Collected Papers of Charles S. Peirce.

Enfocaremos a análise das atividades a serem desenvolvidas procurando analisar as ações simbólicas discentes, bem como as contribuições dessas para os aspectos educacionais.

Para tanto, a pesquisa será organizada em capítulos:

No primeiro capítulo, discutiremos o conceito de integração dos conhecimentos em relação ao ensino e aprendizagem de matemática. Relacionaremos o contexto de experiência a partir do referencial de Peirce aliado aos pressupostos deweyanos, bem como o seu delineamento.

No segundo capítulo, apresentaremos reflexões relacionadas à teoria Pragmática de Peirce e os pressupostos teóricos semióticos peirceanos, articulado à compreensão do pensamento humano.

No terceiro capítulo, analisaremos com o referencial da semiótica de Charles Sanders Peirce e sua relação com as linguagens e representações os conceitos de medida de comprimento, estimativa, construção e interpretação gráfica, noção de espaço e o conceito escalar.

No quarto capítulo, exporemos a metodologia da pesquisa, descrevendo as categorias tricotômicas definidas na teoria pragmática do conhecimento peirceano, que sustentarão a análise dos significados que serão apreendidos e explicitados pelos alunos em diferentes representações sígnicas. A tríade Perceber/Relacionar/Conceituar a ser desenvolvida na proposta didático-metodológica, objeto de investigação do presente trabalho, concernente à tríade de interpretantes lógicos da teoria de Peirce, fundamentará a para análise dos conceitos, ações e habilidades emergentes desse estudo.

O quinto capítulo, relatará as ações desenvolvidas com os alunos ao longo das atividades de ensino e aprendizagem. Analisaremos, nessa etapa, a produção de interpretantes referentes à construção e apreensão de conceitos matemáticos, a mediação desses conceitos na produção de conhecimentos científicos referente ao ensino de Ciências Naturais e a compreensão dos conceitos de coexistências e competição entre seres vivos.

O sexto capítulo, ilustrará através da análise semiótica a relação diagramática dos signos engendrados pelos partícipes no decorrer da proposta didático-metodológica, apontando as possíveis representações de hábitos de conduta firmados pelas ações desenvolvidas. Por último, mas não final, exporemos algumas conclusões sobre o processo investigativo realizado.

CAPÍTULO 1

O CONTEXTO INTEGRADOR E A EXPERIÊNCIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

1.1 Integração entre áreas: uma proposta de ensino

O ensinar de maneira integrada, considerando que todo conhecimento é complexo e interligado a um todo, vem sendo investigado nesses últimos anos. A complexidade do mundo tem levado os sujeitos a se comporem para analisar resultados e situações sob diversos prismas, envolvendo, assim, múltiplos enfoques e perspectivas de análises. São diversas as razões que impulsionam a visão articulada dos conhecimentos. Nas áreas da saúde, da indústria, das artes plásticas, por exemplo, tal princípio tem sido promovido.

Rausell C. (1993 apud Santomé 1998) destaca o desenvolvimento de cinco programas de natureza interdisciplinar envolvendo a Organização do Tratado Atlântico Norte em assuntos ligados a: *Tecnologias avançadas de educação; Ciência em nível atômico-molecular; Química supramolecular; Mudanças climáticas globais e Físicas dos fenômenos caóticos*. Santomé (1998) comenta que no setor das máquinas e tecnologias têm-se fundido adesões de diferentes áreas de conhecimento, como por exemplo, a química, física, biologia,

psicologia, etc. No âmbito econômico, várias interações industriais vêm sendo concretizadas para o desenvolvimento de projetos de cunho tecnológico em prol do mercado competitivo e evolutivo.

Outras formas de se considerarem a não-dissociação entre os vários conhecimentos estão se dispondo em nosso meio, até mesmo de forma antagônica, como projetos ecológicos para prevenção do ambiente e a indústria da guerra na construção de avançados armamentos. A gestão e organização de trabalho chegam à escola. Novas formas de gerenciamento obrigam não só os setores econômico e científico, mas todos os setores sociais, dentre eles o escolar, a compartilhar a construção dessa esfera mundial.

Reforçando a idéia de que as exigências tecnológicas e econômicas pressionam mudanças na educação, Mejía (2003) destaca que as influências impostas por orientações como flexibilidade e descentralização, conceitos esses discutidos na escola, chegam ao setor didático-pedagógico com exigências de novas habilidades para o educador e educando como *manipulação de modelos, compreensão de processos globais e adaptações às mudanças*¹.

Percebemos que essas exigências não se sustentam nos modelos de educação escolar cujo desenvolvimento dos saberes é concebido para os alunos como algo desarticulado dos demais saberes propostos por outro componente curricular em estudo ou mesmo por outras disciplinas. Ao contrário, a educação, leitora e produtora desse mundo globalizado, deve cumprir em sua função o compromisso de articular, em seus padrões curriculares, novas linguagens provenientes desse processo de desenvolvimento sócio-tecnológico.

A luta contra a fragmentação curricular não é nova. Desde o início do século XX, políticas e práticas educacionais foram denunciadas pelos fundadores do movimento “escola nova”, dentre eles John Dewey (1959). Criticavam as estratégias de ensino decorrentes das sobrecargas de fragmentos entre as matérias, temas e lições e seus tratamentos de maneira pontual. Como resultado desse ensino baseado em método repetitivo e autoritário, apontavam a falta de conexão entre os temas e sua aceitação.

Moreno, M. (1993) analisando a relação entre as disciplinas científicas e suas disposições no trabalho escolar, aponta ser necessária a integração dos saberes, para que tenhamos uma visão menos limitada dos contextos estudados e possamos contemplar a realidade com diversos pontos de vista. Assim, diz:

¹ MEJÍA, R. M. *Transformação Social*, 2003, p.13.

Uma solução viável para este conflito é a integração dos saberes. É preciso retirar as disciplinas científicas de suas torres de marfim e deixá-las impregnar-se de vida cotidiana, sem que isto pressuponha, de forma alguma, renunciar às elaborações teóricas imprescindíveis para o avanço da ciência (MORENO, 1993, p.35).

Para Machado (2002), os trabalhos escolares como os científicos têm buscado a organização da integração entre os diversos especialistas. Afirma o autor haver dois fatores que estimulam essa organização, um deles é a crescente fragmentação dos objetos de conhecimento dificultando uma visão de conjunto e o outro é a forma de ocorrência dos fenômenos mundiais e sua difícil abordagem em disciplinas dissociadas².

Reflexões sobre a integração dos conhecimentos científico e escolar e sobre a educação escolar no final desse século vêm buscando estruturas curriculares que sustentem a apreensão e transformação dos saberes e sua produção. Dentre as diversas classificações de relações entre as disciplinas, Santomé (1998) aponta a multidisciplinaridade, a pluridisciplinaridade e a interdisciplinaridade.

A primeira se destaca como sendo um nível baixo de interação. Nessa relação, as informações são adquiridas pelos alunos no decorrer do desenvolvimento disciplinar dos conhecimentos.

Na *pluridisciplinaridade* existe uma cooperação quanto à troca de informações entre as disciplinas mais próximas, dentro de uma área de conhecimento; por exemplo, a área das disciplinas exatas: física, química, matemática, etc.

A *interdisciplinaridade* envolve não somente estudo coletivo, parceria entre as disciplinas e a interdependência entre elas. Requer, sobretudo, uma postura mental e metodológica que leva a mudanças de crenças anteriores e possibilite a aquisição dos conceitos estudados.

O intercâmbio entre os diversos saberes complexos pode se compor levando-se em consideração diversas circunstâncias, dentre elas a própria flexibilidade de tempo do corpo docente, confiança, aceitação de risco, etc.

Assim, desenvolver “um saber plural” na escola é propor nova filosofia e ação de trabalho. Define Santomé (1998): tal ação se desenvolve em alguns passos que geralmente se estabelecem nas intervenções interdisciplinares. São eles³:

- *definir* o problema;
- *determinar* os saberes relevantes para tal ação e as disciplinas envolvidas;

² MACHADO, J. N. *Epistemologia e didática* As concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente, 2002, p.180.

³ SANTOMÉ, T. J. *Globalização e Interdisciplinaridade*, 1998, p.65.

- *desenvolver* um ponto integrador ou questão;
- *especificar* os estudos:
- *reunir* os conhecimentos e buscar novas informações;
- *construir e manter* o diálogo entre os participantes;
- *comparar e avaliar* as idéias adequando-as à realidade;
- *integrar* os resultados obtidos a um modelo coerente;
- *ratificar* ou não as soluções e
- *decidir* sobre as atitudes futuras e sobre o grupo formado.

Afirma o autor que, entre as etapas, a negociação é imprescindível para compor o trabalho em equipe. Enfatiza ainda que investir num processo integrador significa aceitar um novo tipo de pessoa, envolvida, aberta, democrática e crítica, acrescentando que, no mundo globalizado em que vivemos, a formação do sujeito precisa ser mais “polivalente” para enfrentar as inúmeras mudanças vinculadas à imprecisão e ao imediatismo. Entretanto, aponta também os perigos da interdisciplinaridade quanto ao *risco de que os alunos só entrem em contato com conhecimentos de sínteses*. Isso poderá ocorrer quando os conhecimentos se estruturarem de ações desprovidas de trabalho coletivo entre os professores das áreas de ensino⁴.

Segundo Santomé (1998), o significado do termo interdisciplinaridade não chega a um consenso entre os estudiosos. Uns o defendem como uma teoria, outros como *reunificação do saber* e ainda para alguns seja qual fora aceção aceita fica expressa a dificuldade quando colocada no campo da especialização do saber.

No âmbito escolar, o tema interdisciplinar é tido como um dos enfoques de discussões entre as pautas de reuniões, pois esse novo olhar para os conhecimentos põe em cheque um outro problema - o de garantir a especificidade de cada conteúdo e sua área de atuação. Uma educação voltada à reconstrução dos conteúdos, cujos significados possam ser articulados e ressignificados na compreensão de um fenômeno ou mesmo de um novo propósito de conhecimento, não deve ser exaustivamente fragmentada⁵. Por desgaste do termo, aqui adotamos a integralidade entre os vários especialistas e a aceitação que os conceitos científicos estão sempre em processo de reconstrução, o que pressupõe um pensar complexo que vai bem a frente do que se convencionou como o coletivo.

⁴SANTOMÉ, T. J. Globalização e Interdisciplinaridade, 1998, p.45.

⁵Idem, p.46.

A formulação inicial dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), discutida durante os anos de 1995/96, reunia ações relacionadas vinculadas entre os diversos saberes para a melhoria da qualidade da educação brasileira, considerando os conteúdos como meios e não fins em si mesmo.

Cabe à escola investimento no sentido de levar os alunos ao domínio de instrumentos que os capacitem a compreender a base relacional do conhecimento e o processo de produção de significados, bem como a utilizar estes conhecimentos na transformação e construção de novas relações sociais (BRASIL, s/d, p.44).

Essa proposta de articulação dos conteúdos gerou e tem gerado insegurança diante da complexa estrutura e prática que envolve a ação de articular os conteúdos para uma integração entre as áreas. Sabemos que buscar a elaboração dos conhecimentos científicos organizados de forma integrada nos remete ao desenvolvimento de estratégias de ensino e aprendizagem que ultrapassam as barreiras disciplinares, tendo a linguagem e o diálogo como elementos articuladores nas relações professor/aluno, professor/professor e aluno/aluno.

Podemos aferir que é através das relações sujeito/sujeito e sujeito/objeto que os atributos operacionais e os signos subjacentes dessa apropriação se constituem em formas de significados. É a partir desse movimento que os conhecimentos entre as áreas podem se articular e proporcionar novos conhecimentos.

Ferreira (2001) ressalta que a integração e a inter-relação dos componentes curriculares não garantem um ensino interdisciplinar. É preciso que os conhecimentos delineados no plano escolar se articulem e se organizem em uma totalidade, procurando envolver o corpo escolar numa intenção consciente. “O que caracteriza uma prática interdisciplinar é o sentido intencional que ela carrega”.⁶ Ou seja, é necessária uma nova atitude mental.

Pombo (2005), discutindo o conceito de interdisciplinaridade, constata que esse termo e os demais derivados (pluri, multi e trans) têm consigo uma mesma raiz – a palavra disciplina – contudo, aponta a necessidade de se compreender *o que se deixa pensar nessas várias palavras*, isto é, a pretensão de se romper com o caráter estanque das disciplinas. Dessa forma, traz como proposta a interdisciplinaridade *o lugar onde se pensa hoje a condição fragmentada das ciências e onde, simultaneamente, se exprime a nossa nostalgia de um saber*

⁶ FERREIRA, L. S. in: *Práticas Interdisciplinares na Escola*, 2001, p. 33-34.

*unificado*⁷. Garante que a interdisciplinaridade não é algo que *nós tenhamos que fazer*, mas algo que *está a fazer*, quer queiramos ou não.

Podemos compreender este processo e, discursivamente, desenhar projetos que visam acompanhar esse movimento, ir ao encontro de uma realidade que se está a transformar, para além das nossas próprias vontades e dos nossos próprios projetos. Ou podemos não perceber o que está a passar e reagir pela recusa da interdisciplinaridade [...] como se tratasse de um mero projeto voluntarista formulado no contexto de uma simples moda. (POMBO,2005, p.10).

Diante das reflexões apontadas sobre o trabalho integrado, faz-se necessário pensar na prática escolar como um movimento de relações entre os conhecimentos, de maneira que suscite a criação e o diálogo entre as áreas dos saberes, possibilitando aos professores relacionarem suas disciplinas como parte integrante de um todo.

Essa perspectiva pressupõe a construção matemática como uma imagem usual do conhecimento. Analisando os saberes que sustentam a elaboração de novas opções de produção de recursos materiais e humanos, as distribuições de bens de consumo, a elaboração de modelos econômicos e sociais, etc. Nesse sentido, deparamo-nos com teorias científicas pautadas sobre diferentes conhecimentos matemáticos.

Caraça (1958) sublinha esse pensamento ao comparar a matemática como uma Ciência que tem em sua essência as necessidades do homem na luta do entendimento e de conquistas sociais.

A Matemática é geralmente considerada como uma ciência à parte, desligada da realidade, vivendo na penumbra do gabinete, um gabinete fechado, onde não entram os ruídos do mundo exterior, nem o sol nem os clamores dos homens. Isto, só em parte é verdadeiro. Sem dúvida, a Matemática possui problemas próprios, que não têm ligação imediata com os outros problemas da vida social. Mas não há dúvida também de que os seus fundamentos mergulham tanto como os de outro qualquer ramo da Ciência, na vida real; uns e outros entroncam na mesma madre. (CARAÇA, 1958, p.10)

D'Ambrósio (1986), em suas reflexões sobre o contexto integrado ao desenvolvimento da disciplina matemática, apontava que a autonomia exercida pela matemática em todos os seus níveis educacionais baseando-se na *intocabilidade* e no seu "*status*" deveria ser renegociada para uma desejável *atitude matemática* ao invés de simplesmente *matemática*. Para isso, ressaltava que tal atitude só poderia ser desenvolvida

⁷ POMBO, O. *Interdisciplinaridade e Integração dos Saberes*, 2005,p.7.

num *contexto integrado de análise da natureza*⁸. Para D' Ambrósio, a matemática está inserida como instrumento simbólico nas diversas áreas curriculares. Pensando em sua magnitude, faz-se necessário buscar um trabalho matemático voltado à “atitude matemática”. Atitude essa que não descaracteriza a linguagem científica desenvolvida e conquistada ao longo da história dessa disciplina, mas a integra às demais ciências como forma de análise e compreensão do fenômeno estudado.

Confirmando as concepções D' Ambrósio quanto à disciplina de matemática, Steiner (1993) em seu artigo sobre a teoria da Educação Matemática, afirma que a tarefa dessa ciência quanto à educação e ao ensino ainda prossegue sob aspectos específicos e isolados. Analisando a formação de professores, salienta como objetivo a necessidade de *integrar o conhecimento de diferentes disciplinas para um entendimento compreensivo da realidade*.⁹

Levando em consideração as concepções do trabalho interdisciplinar, parece-nos relevante o desenvolvimento de uma proposta didático-metodológica de matemática que propicie reflexão e a relação entre os conhecimentos desenvolvidos nessa disciplina com outros saberes de diferentes áreas de ensino.

Caldeira (2004) analisa o trabalho interdisciplinar caracterizado no contexto experiencial. Afirma em seu estudo com crianças de 3ª série que a relação entre as disciplinas, Matemática e Ciências Naturais, constituída no processo de ensino e aprendizagem, iniciou-se de maneira multidisciplinar.

No decorrer das ações metodológicas desenvolvidas, os limites das disciplinas foram sendo rompidos. A apropriação de signos matemáticos, lingüísticos e científicos deve, portanto, ser apreendida de maneira integrada pelos alunos em favor da construção de relações, explicações e significações sobre o fenômeno em questão. Esse processo articulador foi revelado diante da necessidade de os alunos interpretarem a realidade estudada.

Para Caldeira (2004), esse patamar de ensino que proporciona a utilização de diferentes linguagens (decorrentes de atividades *mental, inter e multidisciplinar*) deve incorporar ações didáticas que: a) privilegiem a experiência; b) propiciem aos alunos maiores condições para ressignificar os conceitos científicos; c) instituem o professor em seu papel de mediador e potencializem diversas habilidades e linguagens na articulação no desenvolvimento de novas experiências; d) integrem uma proposta pedagógica que

⁸ D' AMBRÓSIO, U. *Da realidade à ação: Reflexões sobre educação e matemática*, 1986, p.16.

⁹ STEINER, G. H. *Teoria da Educação Matemática (TEM): Uma introdução*, 1993, p.23.

pressuponha uma ação profissional intelectual calcada em sólidos conhecimentos científicos e metodológicos¹⁰.

Para tanto, buscamos a contextualização dos conceitos matemáticos e sua utilização como ferramenta de leitura e interpretação em outras realidades de conhecimento.

1.1.1 A interdisciplinaridade no ensino de matemática

A matemática surgida no seio da comunidade como proposta de solucionar problemas da vida cotidiana converteu-se, através dos acervos acumulados da humanidade, num imenso sistema disciplinar. Como as demais ciências, ela reflete as leis e as necessidades da sociedade e serve como instrumento de conhecimento para entendimento, articulação e transformação do próprio meio que a constitui.

Entretanto, com traços que a caracterizam como abstrata, precisa e rigorosa logicamente, propagou-se seu extenso campo de aplicação. Com isso, muitas vezes, a matemática escolar tem sido destituída de sua originalidade e do mundo real¹¹.

Os conflitos encontrados no âmbito do ensino dessa disciplina não são poucos, um deles é o complexo contraste da linguagem densa matemática em seus diversos níveis: icônicos, indiciais e simbólicos¹² e a articulação dessa com as demais linguagens. Dessa articulação nasce a garantia de leitura do meio em que vivemos.

Levando-se em conta as características dessa ciência no campo simbólico, D' Ambrósio (1986) a considera universal, surgindo como instrumento de comunicação de cunho global, enquanto que, paralelamente, é apontada como um conhecimento de natureza técnica, de difícil compreensão, apreciado por alguns e limitado a poucos.

Podemos perceber tal dificuldade de compreensão da matemática, nos resultados do SAEB- Sistema de Avaliação da Educação Básica (Inep,2004) realizado em todo o território nacional.

O percentual de estudantes de 4ª série do ensino fundamental analisado pelo SAEB de 2001-2003 comprova que não houve mudanças significativas nos estágios de construção de competências matemáticas. A média apontada como *satisfatória* por essa

¹⁰ CALDEIRA, A.M.A *Semiótica e a Relação Pensamento e Linguagem no Ensino de Ciências Naturais*, 2004, p.165.

¹¹ MACHADO, N. J., *Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua*, 1991, p.65.

¹² Esses termos serão explorados nos capítulos 2 e 4, mas adiantamo-nos e esclarecemos que referências icônicas são aquelas que expressam puros sentimentos ou qualidades; indiciais são as que expressão relações estabelecimento de relações com o Objeto e simbólicas são aquelas que expressão conceitos.

avaliação externa é de 200 pontos dentre os 425 mensurados. Segundo os cálculos de análise estatística, a 4ª série apresentou 176,3 pontos em 2001 e 177,1 em 2003, ficando assim com índice abaixo do proposto para o aproveitamento satisfatório das competências exigidas nessa série. As porcentagens apresentadas na tabela abaixo SAEB-Brasil (2004) descrevem o índice de desenvolvimento de habilidades na resolução de problemas¹³:

Estágio	2001	2003
Muito Crítico	12,5	11,5
Crítico	39,8	40,1
Intermediário	40,0	41,9
Adequado	6,8	6,4
TOTAL	100,00	100,00

Tabela 1 – Percentual de alunos nos estágios de construção de competências – Matemática – 4ª série – Ensino Fundamental – (SAEB – 2001 – 2003 p.34)

Conforme critério avaliativo, a categoria “muito crítico” corresponde à criança que não consegue decodificar a situação problema apresentada para a linguagem matemática com comandos operacionais simples: *não identifica uma operação de soma ou subtração ou não sabe o significado geométrico de figuras simples*. Para a referência “crítico” as crianças desenvolvem algumas habilidades elementares de interpretação: *são capazes de reconhecer partes de um todo em representações geográficas e calcular áreas de figuras desenhadas em malhas quadriculadas contando o número de lados*.

Quanto à resolução de problemas do cotidiano, as crianças, nessa categoria, utilizam apenas pequena somatória no sistema monetário. O nível “intermediário” foi caracterizado com a criança resolvendo problemas do dia-a-dia de adição decimais, calculando uma adição e subtração com número de 03 ordens e efetuando multiplicação com um algarismo. E, no estágio “adequado”, segundo as normas avaliativas, a criança deveria saber resolver problemas reconhecendo e efetuando as 04 operações com números racionais, além de utilizar a noção de proporcionalidade, sistema monetário e calcular corretamente o resultado de uma divisão por número de 02 algarismos¹⁴.

Os dados revelados pelas avaliações do SAEB vêm referenciando a educação da matemática como uma das ciências que mais contribui para o fracasso escolar, pois o desenvolvimento de algumas habilidades, como efetuar as quatro operações fundamentais, é

¹³ SAEB- Brasil, 2003 In: Inep, 2004, p.8

¹⁴ SAEB- Brasil, 2003 In: Inep, 2004, p.35.

imprescindível para resolver problemas e, se o aluno não dominar esse requisito prosseguirá seus estudos com déficits que comprometerão seu processo de aprendizagem em sua trajetória escolar.

Quando falamos de fracasso na escola, sabemos que ele tem múltiplas referências no campo institucional. Fazendo um recorte de análise para os dados relacionados ao processo de ensino e aprendizagem de matemática, com base nos resultados dos exames externos e internos propostos no decorrer das atividades escolares, deparamo-nos com concepções de ensino que vêm apresentando-se, em muitos casos, sem consistência, significando que o aluno não aprende o que a escola lhe propõe ou que aprendeu o que é ensinado na escola, mas apenas para a escola.

A preocupação com as dificuldades em abordar os conteúdos básicos e necessários para que os alunos se mobilizem e atuem numa sociedade em constante mudança vêm sendo alvo de discussão global.

Os autores Lorenzato, S. e Vila, C.M. (1993), analisando o documento “Basic Mathematical Skills for the 21st century” proposto pela associação americana (NCSM) The National Council of Supervisors of Mathematics - em 1988, no encontro em Chicago, Estados Unidos - destacam o posicionamento sobre habilidades básicas em matemática que os alunos deveriam ter para atuar nesse nosso século. Para tanto, o NCSM define a necessidade das habilidades quanto a: (a) *resolução de problemas, comunicação de idéias matemáticas*, (b) *aplicação da matemática a situações da vida cotidiana, atenção para razoabilidade dos resultados, estimativa*, (c) *habilidades em cálculo, raciocínio algébrico, medidas, geometria, estatística e probabilidade*¹⁵.

O documento redigido pelo Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM) sustentando as habilidades apontadas o NCSM para o ensino e de matemática enfatiza as diferentes maneiras de se ensinar e aprender matemática. Destaca novo objetivo para o aluno quanto ao aprender a valorizar esses conhecimentos. Para isso afirma a necessidade de se proporcionar inúmeras experiências relacionadas à evolução cultural, histórica e científica dessa ciência. A preocupação em explorar as relações existentes entre a matemática e as demais disciplinas que ela serve é focada nesse parecer. Nesse sentido, o conceito interdisciplinar é fomentado, no que se refere à comunicação da linguagem matemática estabelecida no desenvolvimento das atividades entre as demais áreas do conhecimento¹⁶.

¹⁵ LORENZATO, S. e VILA, C. M *Século XXI: qual Matemática é recomendável?*, 1993, p.42.

¹⁶ NCTM – *Estandares curriculares y de evaluacion para la educaion matemática*, 1991, p. 6.

Analisando os Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática (PCN) para as séries iniciais, vemos uma conformidade com o NCSM quanto às habilidades elencadas nesse documento.

Podemos caracterizar o processo de ensino e aprendizagem da matemática, no PCN, em quatro eixos: números e operações, medidas, tratamento de informações e espaço e forma. Apesar dessa divisão e organização dos conteúdos nas etapas do ensino fundamental, sabemos que o desenvolvimento dos saberes não é linear e, tampouco, restrito a um eixo de modo fragmentado.

O trabalho de números e operações deve ser proposto por meio de situações problemas que envolvam formas geométricas, contextos espaciais, relações de compra e venda cotidianas, sistema monetário e de medidas, etc. A linguagem gráfica e a estimativa se apresentam no eixo de tratamento de informações. Contudo, no desenvolvimento de tais conhecimentos importa a articulação de conceitos de: espacialidade, medidas, operações numéricas, etc. Por isso, as habilidades básicas – contar, medir e calcular – são necessárias, porém absolutamente insuficientes para coordenar as idéias matemáticas vinculadas ao dia-a-dia.

A matemática não é só cálculo. Quase todo o mundo acaba por aprender a calcular, porém segundo os informes relativos ao nosso ensino de matemática, não se fomentam em nossas crianças outras capacidades de níveis superiores (...) A matemática é pensar - sobre números e probabilidades, acerca de relação e lógica, ou sobre gráficos e variações - porém, acima de tudo, pensar (PAULOS, 1993. p.41-42).

Perceber e relacionar os conhecimentos matemáticos com uma ótica de ensino, além cálculo, remete-nos às questões didática e metodológica. Desse modo, um dos objetivos para suavizar a dicotomia entre os saberes específicos da matemática e os demais é o de encontrar o equilíbrio metodológico entre o desenvolvimento dos conceitos da área e produção de significados dos conhecimentos matemáticos, articulando-os para novas interpretações e representações de linguagens.

Um outro aspecto do trabalho de matemática, principalmente, nas primeiras séries é a relevância dos conteúdos como meio de transitividade entre as áreas. A matemática não deve ser desenvolvida como fim em si mesma, mas como possibilidade de diálogo e de relações com diferentes saberes, como já vimos anteriormente.

Machado (2002) salienta que *os significados constituem-se, socialmente e no seio das linguagens, como uma rede de relações*. Assim, compreender os conceitos matemáticos é

apreender seus significados e a relação entre os significados construídos, na concepção de *rede de relações*.

Em outras palavras, os significados devem ser considerados em relações com outros conhecimentos num estado contínuo de atualização entre elas. Entretanto, as relações de significados constituídas no processo ensino e aprendizagem esbarram na questão de como trabalhar os conteúdos em sala de aula¹⁷.

Uma proposta de ensino, buscando proporcionar rede de significações entre os conhecimentos, tem como finalidade ministrar os conceitos como ponte entre os saberes científicos e o cotidiano. Isso faz com que as disciplinas curriculares, principalmente a matemática, adquiram um aspecto didático metodológico que esteja voltado para a totalidade dos fenômenos estudados.

O ensino, nessa vertente, deve ser realizado além de livros-texto. Aprender as quatro operações básicas efetuando páginas inteiras sem nenhum referencial real e/ou resolver problemas de linguagens métricas ou gráficas a partir de representações prontas carecem de significado para o aluno.

A operacionalização entre números envolve procedimentos que antecedem à sua representação. Trata-se de encontrar contextos reais, em que as noções a serem ensinadas adquiram significados. Conseqüentemente, através de experiências, as situações propostas podem ser decodificadas e colocadas *a posteriori* numa representação.

Desse modo, a representação simbólica é decorrente de uma cadeia de interpretantes da realidade problematizada numa linguagem matemática, precedida de elementos metodológicos que garantem a participação ativa da criança no processo de resolução e não considerada como algo mágico e técnico.

Essa nova forma de pensar o fazer escolar faz com que as tendências de ensino sejam superadas frente às novas formas de entender o ato de educar. Diante das exigências sócio-tecnológicas, as noções de: complexidade, relações e inter-relações, no desenvolvimento dos conteúdos disciplinares, vêm sendo propostas sob o prisma da totalidade: ver o todo e as partes como elementos que não podem ser dissociados.

Nessa ótica decorrente do nosso entendimento sobre atitudes mentais interdisciplinares buscamos analisar uma proposta didático-metodológica para o ensino de matemática nas séries iniciais.

¹⁷ MACHADO, J. N. *Epistemologia e didática* As concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente, 2002, p.37.

Peirce, em seus estudos sobre a Lógica (semiótica), coloca a matemática como uma ciência que procura constituir seus conhecimentos de maneira que os objetos de estudos matemáticos fundem-se às próprias relações de idéias que as fundamentam, precedendo às ciências da experiência (paradigma da idealidade). Nesse aspecto a relação com a experiência é subjacente à construção do conhecimento científico da matemática, que se justifica pelos próprios objetos de investigação.

Silveira (1994), em seu artigo “Peirce e a Matemática”, aborda a visão desse filósofo quanto aos aspectos dessa ciência:

A matemática, para Peirce, porém, é a ciência eminente da construção da forma, ocupando um lugar único e incontestado de paradigma da idealidade. Precede às ciências da experiência, não por ter objetivo próprio, mas porque as idealidades preenchem uma esfera específica do ser, a qual independe das aparências que se apresentam a uma inteligência. Constrói-se seu próprio objeto, pois o ato de construir, em seu caso, não guarda qualquer estranheza com o objeto em construção (SILVEIRA, 1994, p.57).

Para Pierce, segundo Silveira, são as idéias inferenciais que precedem todo conhecimento da realidade. Por isso, é um paradigma de idealidades, ou seja, as inferências precedem às experiências.

Um outro aspecto dessa ciência se concretiza com a apreensão de seus objetos (conhecimentos) pela e na sociedade. São esses objetos que os saberes matemáticos se efetivam como pensamentos historicamente elaborados e experienciáveis.

Procurando equacionar os conteúdos matemáticos como feixes de relações integradoras e dialogáveis em relação aos diferentes saberes, buscamos analisar a estimativa, o conceito de medir, a representação gráfica e a noção espacial no caminho de construções experimentais com o ensino de Ciências Naturais. Partimos do conceito de experiência.

1.2 O conceito de experiência no contexto escolar

A construção do conhecimento foi objeto de estudo em diferentes vertentes filosóficas. O olhar histórico sobre como os sujeitos sustentavam seus pensamentos nos leva a correntes antagônicas como a dos empiristas e a dos racionalistas.

Os empiristas buscam submeter toda a afirmação à prova de experiência. Dentre seus representantes, temos John Locke, seu fundador. Segundo ele, no campo educacional existe relação entre a “instrução proveniente do mundo externo e o desenvolvimento interno da

mente e de suas funções intelectuais”. Conforme suas observações, as crianças são seres racionais, gostando de ser tratadas como tais e, desde que começam a falar, sabem raciocinar. Na formação educativa, ele enfatiza a criatividade, a importância de um saber ligado à experiência real do aluno (CAMBI, 1999).

Já os racionalistas entendem a aquisição do conhecimento como estrutura *a priori*, desvinculada da experiência que o sujeito processa no decorrer de sua vida. Sendo precursor desse estudo, René Descartes (1999) salienta que as idéias são *marcas do Criador*. Como as idéias são colocadas em nosso ser por Deus, serão sempre verdadeiras e conhecidas por intuição, chegando-se à dedução por caminhos racionais¹⁸.

No final do século XVIII, Kant (1980), filósofo alemão, procura superar essa dicotomia estabelecendo relações entre elas. Para ele, o conhecimento se inicia com a experiência, mas tem sua origem nas formas *a priori* da mente humana. A experiência oferece subsídio indispensável para o conhecimento e é no interior do sujeito que se organiza o pensamento¹⁹.

Foi no movimento escolanovista que o contexto de experiência valorizou-se dentro da educação. John Dewey, filósofo da Educação e da Democracia, um dos referentes articuladores dessa pedagogia, enfoca uma educação interligada ao processo social.

Na pedagogia de Dewey (1979), a educação é parte integrante da vida social. As capacidades de compreender, projetar, experimentar e conferir devem ser garantidas no processo de ensino e aprendizagem; desse modo, a educação torna-se *uma contínua reconstrução de experiência*.

O conceito de experiência, na concepção deweyana, não se limita a relações humanas. Ele é evocado num contexto universal de um conjunto de infinitos elementos que se relacionam e inter-relacionam, constituindo-se e se transformando. Esse pensar, de ação/reação, é marcado pela noção de totalidade na formação de um corpo.

Experiência, para Dewey, não é algo estático como um desenvolvimento de receita laboratorial no sentido agente-reagente; é uma forma de interação com o meio, em que o agente se identifica com o meio. Atingindo-o, é também atingido. Ainda Dewey (1979) elucida esse ponto, comentando que as matérias escolares deveriam apresentar os conteúdos como *um corpo racionalmente formulado* e não como resultados cumulados de forma confusa, de *pedaços isolados de experiências*²⁰.

¹⁸ DESCARTES, R., *Vida e Obra*, 1999, p.265.

¹⁹ KANT, I. *Textos Seleccionados*, 1980, p.170-175.

²⁰ *Ibidem*, p.48.

Nessa perspectiva, podemos definir a educação como sendo um fenômeno direto da vida do sujeito em que as contingências do meio proporcionam um contínuo experimentar. A escola deve ser uma instituição social propagadora de experiências. Experiências práticas e cognitivas que vão sendo consolidadas em conhecimentos histórico/culturais.

Com efeito, por intermédio das experiências, que refletem o pensar sobre o fazer, o aluno pode perceber o sentido da apreensão dos conhecimentos escolares e suas implicações no meio, e não apenas imprimi-los através de treino desvinculado de seu significado de vida. Isso envolve a questão de “como e para” que se aprende o que se apreende”.

Machado (2002) põe em evidência que quando conhecemos algo damos significados a ele. Segundo o autor, o conhecer pode ser ampliado num contexto de "ir além". Quando o conhecimento aprendido não se limita a atos isolados, apresenta-se envolvido em "feixes de relações", dando ao conhecedor oportunidades às novas experiências.

A experiência na qualidade de busca de relações entre os diversos saberes deve associar-se às idéias (atos reflexivos) anteriores e, por conseqüência, promover significações decorrentes de análises e previsões, gerando novos interpretantes.

Desse modo, podemos pensar nos diversos pedaços isolados de experiências proporcionados aos educandos, quando trabalhamos com fórmulas e conceitos derivados de expressões puramente mecânicas, ou seja, em idéias que não foram significadas.

Transpondo esse pensamento para a educação escolar, podemos inferir que quanto mais fragmentado, teórico e destituído de experiências for o trabalho disciplinar, menos associações serão garantidas aos educandos, principalmente quando as idéias que as fundamentaram não foram bem assimiladas. No dizer de Peirce: não geraram interpretantes genuínos. Ou por que ficaram apenas no estabelecimento de relações, sem chegar ao conceito (generalização); ou por que nem conseguiram estabelecer relações alguma.

Para Peirce o Objeto em estudo tem caráter originariamente fenomênico e devemos partir da observação a que ele denomina ‘abstração’ a fim de chegarmos a afirmações falíveis as quais uma inteligência é capaz de aprender através da experiência.

Entendemos ser necessária, nesse processo, a valorização da criatividade do aluno. Este deve buscar um processo de organização controlada para proceder a uma revisão crítica da experiência e dos procedimentos verificáveis com o objetivo de preparar o pensamento para enfrentar problemas e projetar soluções operativas.

Assim, devemos atentar sobre a falta de ações experienciadas pelos alunos na escola e, conseqüentemente, a falta do pensar desses alunos a partir de atividades que os obriguem a se debruçarem sobre as situações conflitantes de maneira investigativa. Para tanto, os passos

pedagógicos: identificação de uma situação problema; localização do que deve ser investigado; formulação de inferências; experimentação e avaliação das hipóteses são apontadas como referências à reflexão das linguagens produzidas durante as aulas na solução de problemas.

A linguagem é inerente à realização de novas experiências. Pensar é agir, portanto a linguagem é pensamento-signo, pois quando a criamos ela representa. Corroborando com essa concepção, Dewey diferencia o proceder da experiência no processo educativo. Neste a experiência por tentativa e erro não passa por um raciocínio reflexivo e são as ações reflexivas sobre o conhecimento as que tornam o ato de pensar uma experiência (DEWEY, 1979, p.165)

Com base nas diferentes concepções de experiências, Dewey, ainda afirma que a escola deve proporcionar situações *autênticas ou verdadeiras*, garantindo a participação do aluno na compreensão dos problemas e das situações propostas, antes de começar a comunicar-lhe fatos e idéias por meios de sinais. Ressalta que a construção de significados, através de símbolos como meio representativo evocando as coisas ausente, manifesta expressões constituídas e exploradas pelas áreas dos conhecimentos escolares. Isto engendra um envolver e desenvolver ações constantes em que novos significados sejam elaborados pelos alunos. Muitas vezes, a explicação docente, apenas verbalmente, não é satisfatória na composição de idéias, prescindindo de um envolvimento mais próximo com o real que deve ser explorado a partir de ações empíricas *diretas*²¹.

Peirce, como vimos, não nega o valor da experiência, porque é através dela que mudamos as crenças (idéias) a fim de criamos novos hábitos. Na linguagem do dia-a-dia, distinguimos múltiplas referências icônicas, indiciais e simbólicas²² que expressam qualidades, regras, normas e significados sobre a realidade vivenciada. Nesse processo, temos, além das manifestações verbais, as não-verbais, representadas através de desenhos, gráficos, diagramas, gestos e símbolos.

Caldeira (2004) defende a construção de conhecimento como um processo de aquisição de significação através das linguagens (signos) que se configura no interior de um contexto de relações constituindo novas significações. Utilizando-se da metáfora de *rede* cada *nó* estabelecido dessa rede representa uma *síntese de significação*. Através das experiências e da interação entre os sujeitos, os conhecimentos são firmados. Assim define:

²¹ DEWEY, *Democracia e Educação*, 1979, p.153.

²² Esses termos esclarecidos anteriormente serão explorados nos capítulos 2 e 4

Conceitos científicos são, pois, definidos como enunciados lógicos e argumentativos, construídos por mediação de linguagens e constantemente atualizados por uma comunidade de especialistas, professores, etc, na e pela experiência (CALDEIRA, 2004,p. 162).

Dessa maneira, através de atividades experimentais e nas de reflexão sobre essas, podemos garantir construções de conhecimentos articulados e representados por imagens e gráficos como elementos indicativos do que aluno sabe e vê, proporcionando relações mais fecundas entre os resultados não-verbais e verbais (linguagens sincréticas). Esse espaço de reflexão, em oposição somente ao apelo representado pela linguagem verbal, possibilita o desenvolvimento de diferentes registros para representação dos processos de pensamento do sujeito.

1.2.1 Outros conceitos sobre a experiência na construção da linguagem matemática

Pensando em condições para que o ensino e a aprendizagem se realizem de forma plena, Rué (2003) desenvolve três pré-requisitos fundamentais relacionando esse processo (ensino e aprendizagem) com a experiência. Expressa-os como: a) *associar um referente histórico ao conhecimento aprendido*, isto é, contextualizar o saber relacionando-o à experiência que fundamenta tal conhecimento; b) *associar uma aprendizagem ao papel determinado por um conhecimento no desenvolvimento da experiência cultural e humana*. Esse pré-requisito relaciona a experiência, o conceito, o procedimento e a situação proposta; c) *vincular o aprendido a formas ou modalidades de experiência pessoal*. Busca-se nessa determinação a referência do contexto do aluno. Para o autor, esse ponto é inicial e necessário para a compreensão mais abrangente do fato estudado²³.

Ancorando o processo de ensino e aprendizagem de matemática e o uso do contexto experimental nas idéias de Rué, podemos inferir que uma proposta didático- metodológica de matemática deve percorrer um processo que se inicia pela apropriação de ícones, passando pela investigação de índices, para se chegar ao patamar simbólico. Esse percurso configura uma genuína proposta de ensino, que se amplia para além das fronteiras da linguagem matemática, proporcionando um contexto de desenvolvimento pessoal, coletivo e cultural do ser humano. Segundo Silveira (2002, p.6): *um indivíduo jamais pensará isoladamente, quem*

²³ RUÉ, J. *O que Ensinar e Por quê*: Elaboração e Desenvolvimento de Projetos de Formação, 2003, p.158.

pensa é uma comunidade e é de seu esforço que se aperfeiçoará os processos cognitivos. A esse conjunto, em constante formação pode-se denominar ciência.

Segundo Machado (1997), a partir de dados observáveis brutos e imagens sensíveis, os objetos podem ser representados através de manifestações exteriores, consideradas *imagens analíticas* que são observações mais elaboradas através de instâncias empíricas. As representações elaboradas, oriundas desses momentos empíricos, constituem-se em sistemas de abstrações (generalizações) que se realizam em conhecimentos científicos para explicar a realidade. Entretanto, o processo entre o abstrato (conceito) e o concreto (real) implica em um retorno a este *real* que não se finaliza, pelo contrário, caracteriza-se como um novo ponto de partida para novas relações e abstrações.

Pais (2002), abordando a relação do trabalho escolar, enfatiza a importância de um processo de ensino e aprendizagem com estratégias que contribuam para a transformação do saber cotidiano para o saber escolar. Defende a idéia de que devemos considerar a influência da dimensão experimental na síntese do saber escolar. Em sua análise ressalta a necessidade de encontrar métodos de ensino que possibilitem a criação pedagógica de situações diversificadas, incluindo saberes extra-classe na estruturação da aprendizagem, mesmo no ensino de matemática, apesar de esse ensino não predominar na base experimental²⁴.

Nesse sentido, outro matemático, George Pólya (1994), chama-nos atenção sobre as imagens das duas facetas da matemática:

A Matemática, apresentada de maneira euclidiana, revela-se uma ciência dedutiva, sistemática, mas a Matemática em desenvolvimento apresenta-se como uma ciência indutiva, experimental. Ambos os aspectos são tão antigos quanto a própria ciência (POLYA, 1994, p.5).

Nessa perspectiva, é possível que as possibilidades das abstrações matemáticas tratadas como fim em si mesmas, estejam vinculadas às relações empíricas que as engendraram.

Machado (1997) descreve essa relação quando expõe:

O pensamento matemático por mais que tente libertar-se da experiência, constitui-se num sistema independente, que se nutre de si próprio, que progride em função de suas necessidades intrínsecas, parece trair-se, a cada momento, a revelar em suas raízes os 'resíduos da experiência concreta' (MACHADO, 1997, p.52).

²⁴ PAIS, L.C. *Didática da Matemática*, 2002, p.60.

Piaget (1996), em sua obra “Biologia e Conhecimento”, considera o conhecimento experimental um setor do trabalho cognoscitivo do homem tão importante quanto o conhecimento lógico matemático. Para ele, o conhecimento de um objeto é indissociável da ação sobre esse objeto.

Nesse caso, as abstrações lógico-matemáticas consistem em uma tomada de consciência do sujeito, que é um ser cognoscente, na coordenação das propriedades do objeto. Isso requer processos de observações e envolvimento com o objeto, fazendo com que o sujeito tome certas referências que em situações anteriores haviam passado despercebidas²⁵. É através da ação – chamada pelo autor de *notada* - que o sujeito passa a refletir em pensamento o objeto estudado, elaborando representações sobre esse notar.

Podemos observar inúmeras inter-relações entre as diferentes áreas do conhecimento e essas com a realidade ao notarmos, por exemplo, as experiências de campo em Ciências Naturais em que a coleta de dados e sua sistematização passam por linguagens lógico-matemáticas.

Do ponto de vista das Ciências Naturais, o conhecimento adquirido através das experiências se constitui a partir das estruturas lógicas, porque mostra a integração do conhecimento do meio e dos objetos com a organização e representação matemática.

O uso de conceitos matemáticos, no ensino de química, também pode ser explicitado quando estruturas matemáticas sustentam a elaboração e a explicação de esquemas, relações e/ou leis que definem as substâncias químicas em estudo.

No entanto, encontramos, nos conceitos científico-matemáticos, inúmeras explicações e representações simbólicas decorrentes de observações das regularidades da natureza, notadas e sistematizadas pelo homem, como o formato esférico em conformidade com a estrela solar, o cilindro a partir de observações dos troncos das árvores ou, ainda, as relações métricas desenvolvidas através de padrões do corpo humano: polegada, pé, etc. As formas geométricas são exemplos de representações na matemática organizadas pelos sujeitos, desenvolvidas através de experiências e trocas com o meio.

Freudenthal (1973 apud Shovsmose, 2001), ao falar das relações da matemática com as situações presentes na vida cotidiana do aluno enfatiza: *a realidade já vivida deveria ser a espinha dorsal que une experiências matemáticas. Não importa quão atraentes e motivadores os jogos possam ser, eles nunca ocuparão esse lugar*²⁶.

²⁵PIAGET, J., *A Biologia e conhecimento: ensaio sobre as relações entre as regulações orgânicas e os processos cognoscitivos*, 1996, p.362.

²⁶ Cf. SHOVSMOVE, A *Educação Matemática Crítica: a questão da Democracia*, 2001, p.79

Desse modo, faz-nos sentido considerar a explicação de Anísio Teixeira (1955), em seu estudo sobre a lógica deweyana, quando configura o homem como um dos *agentes* entre os múltiplos agentes da transformação do universo, colocando a experiência concebida dessa ação como *instrumento* de uma contínua transformação.

O *Eu*, representado pelo sujeito como *agente* do pensamento, só se constitui, segundo Dewey (1910), quando esse sujeito consegue controlar as *condições de ocorrências de sugestões* que se processam através de experiências anteriores e as empregam com *responsabilidade* em novas situações²⁷. Isso vem corroborar a utilização do contexto de experiência e sua contínua transformação como instrumento na linguagem matemática, como por exemplo, no campo da geometria. Ela é parte da noção de espaço vivido. Espaço esse que permite ao sujeito, através de atividades experienciadas, percorrê-lo, delimitá-lo, medi-lo, inferi-lo e organizá-lo.

No ensino de geometria, Machado (2002, p.51) assinala que é possível reconhecer uma convergência entre as atividades *preparatórias*, que são de natureza empírica, e a *sistematização do conhecimento geométrico*, de cunho abstrato.

Dienes e Golding (1974), em seus estudos sobre a exploração do espaço e prática da medição, consideram o processo experimental imprescindível para o envolvimento de estimativa de comprimento na prática de medir distância. Utilizando, num espaço extraclasse, como instrumentos ripinhas de madeira de diversos tamanhos para prever unidades de comprimento, enfatizam-se processos experimentais, no tocante a medir distância entre duas árvores do pátio. Isso revela a importância de aferir um fenômeno com diferentes unidades padrão.

Ressaltam que é essencial, em todos os casos propostos, que a criança descubra, por si, as relações existentes entre as diferentes unidades usadas. Argumentam que para as crianças concretizarem com êxito tal descoberta são necessárias experiências *reais* e não *isoladas* do processo de ensino e aprendizagem. É preciso muitas de experiências, a fim de que a criança extraia delas sua convicção, utilizando-as posteriormente como apoio a novas experiências.

Os autores ainda descrevem que a ausência de tais experiências, proveniente do método tradicional de ensino, tem causado conseqüências graves em certas escolas, onde os alunos aprendem de cor palavras que para eles são vazias e sem sentido.

²⁷ TEIXEIRA, A. *Bases da Teoria lógica de Dewey*, 1955, p.49.

Considerando ainda o aspecto de se trabalhar com situações experimentais reais para o desenvolvimento de saberes matemáticos, Ponte et al (2003) nos possibilita, em seu estudo, recomendações curriculares para o ensino de geometria como: - analisar a desvalorização dos aspectos ligados à *observação, à experimentação e à construção* caracterizada no movimento da Matemática Moderna. Ressaltam ainda a preocupação de se considerar esses elementos nas novas tendências curriculares para o ensino de matemática, principalmente para a compreensão do espaço em que atuamos e a percepção da atividade matemática nele. Apontam, nessas tendências, a *importância de estudar os conceitos e objetos geométricos do ponto de vista experimental e indutivo, de explorar a aplicação da Geometria a situações da vida real e de utilizar diagramas e modelos concretos na construção conceitual em Geometria*²⁸.

D'Amore (2005) completa a idéia analisando a didática da matemática quanto à sua proximidade com a realidade empírica. Para esse matemático, o uso de material concreto para a compreensão de conceitos (objetos matemáticos) possibilita um duplo olhar. No primeiro, o instrumento é visto na condição de divulgação de conhecimento, em que a matemática é tratada como a arte de ensinar.

Nessa proposta didática, o material concreto é inserido nas atividades elaboradas pelos professores, como por exemplo, o uso do material dourado, blocos lógicos, etc, como algo a ser utilizado no sentido de tornar claro e próximo um conhecimento estudado. Para o autor, a criação, utilização e análise de instrumentos em ações de ensino pautadas nesses procedimentos são ações em que o uso de material concreto potencializa os aspectos matemáticos das atividades isoladas em si mesmas, chamando-os de *ambientes artificiais*.

Afirma que tais ações não garantem a transferência do saber para outra situação diferente de aprendizagem. Dewey (1959) confirma essa visão quando analisa como se relaciona o pensamento reflexivo com o processo educativo. Aponta em sua teoria a falta de conexão entre as condições reais de experiências vivenciadas pelo aluno e a construção de conhecimentos lógicos escolares. Assim descreveu seu olhar para a formação lógica do pensamento exposto em algumas escolas:

Presume que as qualidades lógicas pertencem unicamente ao conhecimento organizado e que as operações mentais se tornam lógicas apenas através da absorção de material logicamente formulado, já pronto. Nesse caso, a formulação lógica não é o resultado de nenhum processo de pensar, pessoalmente empreendido e conduzido; feita por outra mente, é apresentada em forma acabada, à parte da maneira por que

²⁸ PONTE, P.J.et al, Investigações Matemáticas na Sala de Aula, 2003, p.83.

foi atingida. Então, por algum passe mágico, seu caráter lógico transfere-se para a mente dos alunos (DEWEY, 1959, p.87).

Analisar o processo de ensino e aprendizagem a partir desse contexto metodológico leva-nos a questionarmos o papel da experiência na apreensão dos conhecimentos matemáticos.

A segunda visão didática da matemática ressaltada por D'Amore (2005) consiste em abordar o aspecto experimental como parte integrante do processo ensino e aprendizagem. Exprime-o da seguinte maneira:

O saber adquirido pode então ser visto como o produto da elaboração da experiência com a qual o sujeito-aprendiz entra em contato; essa elaboração consiste na interação entre o indivíduo e o seu ambiente e na maneira pela qual o indivíduo interioriza o mundo exterior. Quaisquer que sejam as peculiaridades dessas 'atividades', o sujeito que aprende deve envolver-se em alguma coisa que necessariamente o leva à simbolização (D'AMORE, 2005, p.54).

Fazer a distinção quanto ao uso de instrumento e sua intervenção no processo experimental faz-nos refletir sobre a construção do conhecimento como resultado de relações e inter-relações entre aluno/objeto, cujas atividades se aproximem ao máximo das experiências vivenciadas do educando. Assim, o envolvimento do aluno com o instrumento (objeto matemático) num determinado contexto deve proporcionar, como afirma D'Amore (2005), a organização e elaboração de signos, isto é, a generalização do conhecimento em sistemas semióticos de representações (algoritmo, esquemas, gráficos, etc) e não o instrumento ser apenas um objeto nas mãos de passivos alunos, ou tendo como único escopo ilustrar um conceito a partir de algo a ser apresentado²⁹.

Com base no processo representativo do fenômeno estudado, Charles Sanders Peirce (1972) completa essa idéia quando destaca em sua filosofia pragmática a importância de um contínuo representar na construção de generalizações. Para isso, sugere-nos elaborar conjunturas sobre o real estudado com base no domínio de experiência sobre esse real, de maneira que permita testar a capacidade representativa. Conhecer, para ele, é algo dinâmico e não apenas se configura em apreensão simbólica proposta a partir de confrontos temporais com o objeto. Assim determina:

²⁹ D'AMORE, B. *Epistemologia e didática da matemática*, 2005, p.55.

Conhecer, contudo, não tendo por finalidade dominar o objeto e esgotá-lo em sua representação, mas oferecer uma linha de conduta suficientemente boa pra que nosso ardente desejo de comungar com o objeto possa com o tempo, e cada vez melhor, se realizar (CP 2. 227).

Assim, o desafio que assumimos para análise da construção e apreensão de construtos matemáticos, a partir de um contexto experimental, leva-nos a investigar os mecanismos de produção, o uso de conceitos (objetos matemáticos) e suas representações numa compreensão da totalidade dos fenômenos estudados que não resulte em um “objeto esgotado”.

Nessa perspectiva, julgamos o papel do experimental como meio para criar condições para o aluno reconhecer a necessidade dos conceitos matemáticos (objetos matemáticos) como ferramenta para o aperfeiçoamento e apropriação de novos conhecimentos (interpretantes). Isso significa relacionar o saber matemático (linguagem e operações sígnicas) com outros saberes (linguagens, que também são compostas por signos) a partir de um saber vivenciado, além de apenas analisar o progresso e/ou a expansão das capacidades dos educandos em decodificar problemas relacionados ao ensino e aprendizagem de matemática.

Teixeira, A. (1955), analisando as bases da teoria de Dewey, fundamenta esses princípios. Segundo o autor, os pressupostos deweyanos definem que o saber ultrapassa o hábito da lógica formal tradicional, da definição e demonstrações apenas. Saber significa capacidade de *localizar, definir a dificuldade, descobrir e utilizar* os dados da situação e os conhecimentos já existentes e *manipulá-los* adequadamente para obter conclusões fundadas. Transpondo essas idéias para o conhecimento acumulado escolar, expressa:

Tanto em matemática quanto em física, hoje, fórmulas e postulados sevem de base e deduções desenvolvidas de acordo com regras precisas de implicação. Mas o valor da dedução não é determinado pela correção do método dedutivo, que se lhe aplicou, e sim pelas operações de observação experimental que vão, no final, determinar o valor científico do princípio dedutivo (TEIXEIRA, 1955. p.9)

Para tanto, faz-se necessário definir que, no âmbito escolar, nem toda a atividade do aluno se reduz a ações concretas, pois na medida em que o educando vai se familiarizando e apreendendo determinados signos universais, esses vão se tornando objetos referenciais para conexão, relação e apropriação de novos signos. Nesse sentido, parece-nos imprescindível a utilização do contexto experimental no ensino fundamental de maneira organizada para propiciar a cada educando situações de experiências físicas bem como situações de

experiências lógico-matemáticas, ou seja, de ordem cognitiva, em que eles possam realizar e relacionar tanto as abstrações empíricas quanto as abstrações simbólico-reflexivas.

Sendo assim, por mais abstrata que possa parecer a linguagem matemática, na raiz dos processos de elaboração do conhecimento não se deve deixar de perscrutar as razões pragmáticas quase sempre subjacentes e dificilmente explicitadas.

A linguagem como um sistema de sinais ou de signos forma uma totalidade que designa, indica ou representa algo. É através dela que expressamos pensamentos e conhecimentos que podem exprimir sensações ou significados diferentes, dependendo do sujeito que a emprega, do contexto e das circunstâncias estabelecidas durante seu uso³⁰.

A experiência como instrumento integrador entre os conhecimentos científicos e conceitos escolares pode produzir diferentes linguagens, dentre elas a verbal e a não-verbal (sincrética). Assim, cabe ao professor promover situações e materiais que envolvam os participantes desde da apresentação do fenômeno até a apreensão de diferentes expressões icônicas, indiciais e simbólicas do contexto estudado e não apenas proporcionar momentos de representações pautados em estruturas meramente verbais.

Partindo dos aspectos tratados neste capítulo, julgamos necessária uma reflexão sobre o método fenomenológico de Sanders Charles Peirce e sua teoria sêmica para análise e compreensão das diferentes linguagens e suas representações. Este tema será desenvolvido no próximo capítulo.

³⁰ CHAUI, M. *Convite a filosofia*, 1995, p.142.

CAPÍTULO 2

O PRAGMATISMO E A SEMIÓTICA DE CHARLES SANDERS PEIRCE

2.1 O Pragmatismo Peirceano

Pensar na teoria pragmática reporta-nos ao norte-americano Charles Sanders Peirce (1839-1914), criador de uma das mais importante corrente de idéias filosófica: o pragmatismo.

A estrutura do pragmatismo de Peirce é comparada à construção de uma casa, processo durante o qual o engenheiro considera passo a passo todas as circunstâncias e propriedades dos materiais a serem empregados. Seu método tem como objetivo determinar o *significado real de qualquer conceito, palavra ou proposição*. Por significado, compreende a idéia que se atribui a algo, através de afirmações. E *real*, o estado da coisa em que se acredita em ocasião última Assim, a idéia formada sobre o real pode ser *qualidade de sentimento, um fato ou um signo*¹. *O significado último, de todo o signo, consiste, predominantemente, numa idéia de sentimento ou predominantemente numa idéia de atuar e ser atuado* (CP.3,491).

¹ PEIRCE, C.S. *Semiótica*, 2003, p. 194-195.

Diante do o real, num processo de atuar e de ser atuado por ele, acontece a formação de idéias que, por meio de um estado de vontade, faz-nos experimentar certas percepções, acarretando experiências, denominadas por ele de *conseqüências práticas* (PEIRCE, 2003).

A fim de determinar o significado de uma concepção intelectual, dever-se-ia considerar quais conseqüências práticas poderiam concebivelmente resultar, necessariamente, da verdade dessa concepção; e a soma destas conseqüências constituirá todo o significado da concepção (PEIRCE, 2003, p.195).

Em decorrência disso, o significado se constitui a partir de um processo coletivo de ações, pois, o significado último não se define numa idéia, mas em conseqüências de ações. Desse modo, o conhecimento científico para Peirce não é como conhecimento acumulado, mas um modo peculiar de ação de conduta.

Em sua obra “Como tornar Claras nossas Idéias” (1878), Peirce estabelece o pragmatismo como o método de explicação dos significados Assim, para significar um conceito é necessário examinar suas conseqüências futuras. Acrescenta que conseqüência é resultante de relação entre pensamento e ação (PEIRCE, 1972)

Por essa razão ele sustenta:

A significação de um símbolo consiste em *como* ele pode levar-nos à ação, é evidente que esse *como* não pode referir-se à descrição de movimentos mecânicos causados pelos símbolos, mas deve procurar referir uma descrição da ação que tem este ou aquele *fim*. Para entender o pragmatismo, e submetê-lo à crítica inteligente, antes de tudo procurar um *fim* que possa ser perseguido indefinidamente prolongado de uma ação. (C.P.5, 135)²

Ao submeter os significados dos símbolos à ação e não apenas a descrições mecânicas, define o Pragmatismo como uma doutrina que propõe a determinação dos significados de conceitos intelectuais.

Influenciado pela conduta da vida, arquitetou sua concepção pragmática no fato de que, tudo o que é experienciado por um ser que modifica sua conduta. Dessa maneira, o pragmatismo se estrutura como uma teoria complexa que envolve um processo de busca de um *fim*, sendo este colocado o mais próximo possível da questão a ser conhecida, pois o símbolo possibilita múltiplas significações na medida em que é compreendido.

Para Peirce o pragmatismo tem duas funções:

- *Desembaraçar-nos ativamente de todas as idéias pouco claras;*

² CF. PEIRCE, C.S, *A semiótica*, 2003, p.204.

- *Apoiar, e tornar distintas, idéias em si claras, mas de apreensão mais ou menos difícil* (C P. 5, 206)

Verificamos nessas funções a relação entre o pensamento e a ação, a cognição (conhecer) e o propósito de conhecer. O conhecer é entendido em seus pressupostos como sendo os efeitos que adquirimos no confronto com o conhecimento (objeto). Assim diz: *a sua concepção desses efeitos é o todo da sua concepção do objeto*³.

Nesse processo, *o significado* estabelecido das ações de conhecer *não consiste em experimento, mas sim em fenômenos experimentais*. Como *fenômeno*, define a ação do experimentalista de acordo com certas diretrizes que ele organiza em sua mente. Desse modo, *os resultados experimentais são os únicos resultados capazes de afetar a conduta humana (...)* *Sempre que uma pessoa agir intencionalmente, age sob a crença em algum fenômeno experimental. Por conseguinte, a soma de fenômenos experimentais que uma proposição implica constitui todo o alcance deste fenômeno sobre a conduta humana*⁴.

Outro conceito inerente a sua doutrina é o *propósito racional*. O propósito racional se fundamenta na existência de um relacionar entre a ação decorrente do experimentador sobre o experimentado (objeto) e esse relacionar depende do pensamento veiculando nesse processo. A tradução desse *propósito*, o significado, é um signo em continuidade⁵.

Afirma Peirce, que o reconhecimento dessa continuidade é um elemento essencial da *realidade* que possibilita a categoria de pensamento como representação, relação triádica, mediação e terceridade genuína (PEIRCE, 2003, p.298).

Peirce inspirou outros pragmatistas como William James e John Dewey que concordaram com ele quanto à rejeição do empirismo puro e do racionalismo

Nesses aspectos, podemos dizer que esses pragmatistas aperfeiçoaram essas correntes ao influenciar a teoria do conhecimento que busca a verdade ou realidade como sendo uma idéia a ser compreendida pelo conhecimento humano e não transcendental a esse. Contudo, não desprezaram a concepção de existir conhecimento além daqueles articulados pela humanidade, tratando-o como desconhecido.

Dentre todos os raciocínios abordados por Peirce, distinguimos a construção das idéias matemáticas. Para ele, esse raciocínio procede de construções imaginárias associadas que permitem realizar experimentos mentais sobre os objetos a partir de sua própria criação. Assim, a segurança do matemático deve-se ao fato de seu raciocínio dizer respeito apenas a

³ Idem, p.291. (CP, 5, 402-422)

⁴ Idem, p.292-293.

⁵ PEIRCE, C.S, *A semiótica*, 2003, p.294-295.

condições hipotéticas. (Peirce, 2003, p.195). Foi nesse aspecto que autor entrou em divergência com William James, quando esse último dispôs de sua teoria, referenciando-se aos experimentos práticos para todas as formas de pensamento inclusive para o raciocínio matemático, desprezando as construções dessa ciência a partir de suas próprias relações abstratas.

Shook (2002, p.20), analisando o método pragmático peirceano e deweyano, sustenta que o conhecimento da verdade proposto por esses pragmatistas é visto sobre o plano de conhecer algo por meio de investigações ilimitadas, de maneira que a *verdade ideal* firma-se sobre o que o homem pode conhecer num determinado momento ou época e não na transcendência de conhecimento pautado na perspectiva do *realismo metafísico*.

Nesse sentido, o pragmatismo evidencia relações entre o experimentador/experimento numa constituição contínua, podemos delinear alguns movimentos essenciais:

- O experimentador.
- Reação do meio sobre o experimentador (percepção).
- Uma hipótese verificável que o próprio experimentador a decodifique no universo experimentado ou pelo menos parte dela.
- Dúvida sobre a veracidade da hipótese.
- Isolamento das variáveis sobre as quais o experimentador pretende operacionalizar.
- Modificação das hipóteses primeiras.
- Reação do meio sobre o experimentador (percepção).
- Reconhecimento das tarefas do e pelo experimentador no confronto com o universo experimentado.
- Construção de um diagrama mental
- Construção de hábito de conduta (crença)

Os pontos em comuns em relação à experiência são analisados por Shook:

- 1) embora a experiência seja o fundamento do conhecimento, a mente transforma a experiência em objeto de conhecimento;
- 2.) a transformação da experiência visa a apaziguar a dúvida, etapa preparativa de uma ação com vista a um fim específico;
- 3.) como a mente visa a uma crença prática, a transformação que ela faz da experiência é guiada pela atividade experimental,
- 4.) o processo experimental cria crença sólida e pode ser logicamente avaliado com base em sua função de possibilitar prever confiavelmente e controlar nosso ambiente. (SHOOK, 2002, p.12)

Na doutrina peirceana, temos como elemento central da formação do conhecimento a experiência, experiência⁶ que se torna algo experienciável pelo homem na medida em que ele observa um objeto. O objeto na relação com o ser passa a ser experienciado. Assim, a idéia (o significado) se constitui no processo experimental.

Nesses princípios, o conhecimento científico se sustenta sobre a habilidade de se postular sobre as coisas não-observáveis com o papel explicativo de fenômenos observáveis (Shook, 2002).

Ainda no propósito de conhecer, Peirce evidencia que *toda a função do pensamento é produzir hábito de ação*. Para ele, o hábito se constitui como uma lei. Seu princípio é causado pela inquietação para com algo (dúvida), que estimula a ação do pensamento que se finda com a crença. Assim, *o chegar à crença é a função do pensamento*⁷.

Podemos dizer que a crença é o ponto de chegada e o de partida do pensamento para novas investigações. No processo de conhecer algo, a formação de regra de ação dilui a dúvida constituída anteriormente. Essa regra (o hábito) coloca um ponto de chegada atingindo a crença, que posteriormente pela reflexão sobre o conhecimento se estabelece um novo ponto para o pensamento. Com isso, a crença *é apenas um estágio de ação mental* (PEIRCE, 2003).

Voltando à questão do pragmatismo, temos que o significado de algo depende do quando e do como e, isso nos leva ao propósito de ação, a caminhos de estágios de ação mental. Peirce definiu estes estágios em três inferências de raciocínios: abdução, indução e dedução. Esse estudo se insere no interior da Semiótica, na apresentação de Argumentos como um desdobramento da classe dos signos de terceira ordem.

2.1.1 As inferências no desenvolvimento do raciocínio

Para Peirce, inferência se traduz como sendo a *adoção consciente e controlada de uma consequência de outro conhecimento* (CP 2,442)

Ao apresentar a inferência como sendo um ato consciente e controlado, leva-nos a pensar nela como um processo dinâmico, em que as idéias se relacionam e se traduzem em expressões. Ainda sobre esse conceito, o autor exprime: *O que é mais importante é que cada*

⁶ Nesse sentido optamos por adotar o termo experiencial que se refere ao conjunto de experiências vivenciadas pela mente que interpreta. Assim o termo experimental restringirá para aqueles processos próprios de se testar algum fenômeno, por exemplo, em laboratórios.

⁷ PEIRCE, C.S. *Semiótica e Filosofia*, 1972, p.53.

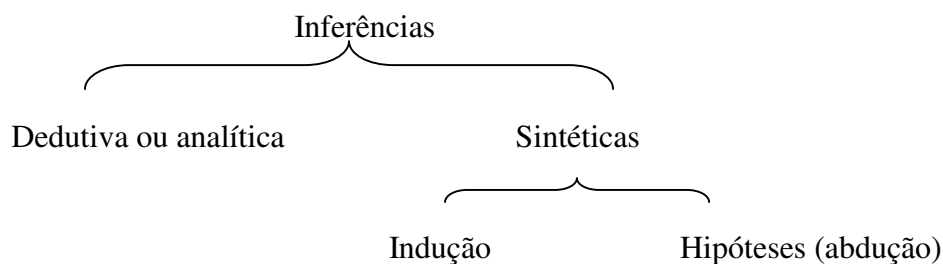
inferência é pensada, no momento em que é tirada, e como uma de suas possíveis classes de inferências (CP2, 444).

Silveira, analisando as descrições peirceanas, aponta a inferência como função da mente cognitiva na busca da verdade. Reportando ao conhecimento científico, descreve que os raciocínios de análise são decorrentes das concepções razão e inferência. (SILVEIRA, 2002).

Santaella (2004), em “o método anticartesiano de C.S. Peirce”, difere a concepção da inferência. A maioria dos lógicos do século XVII considerava a inferência como um processo cognitivo do pensamento com função de expressar esse pensamento pelo argumento. Na concepção de Peirce hipótese também é um tipo de inferência.

Nesse aspecto Peirce constitui a formação do pensamento por meio de raciocínios inferenciais: hipotético ou abduativo, indutivo e dedutivo.

A representação a seguir descreve a classificação das inferências definidas por Peirce (1878)⁸ em correspondência a Lady Welby:



Segundo a teoria Peirceana, é através do raciocínio hipotético que elaboramos suposições sobre o fenômeno, recurso provisório gerado da observação não direta. Exemplifica como sendo a *emoção* captada ao ouvirmos uma música, diferenciando-a da inferência indutiva:

Os diferentes sons produzidos pelos instrumentos de uma orquestra atingem nossos ouvidos e o resultado é uma emoção musical específica, muito distinta dos próprios sons. Essa emoção é em essência, algo semelhante a uma inferência hipotética (...) Podemos dizer que, conseqüentemente, a hipótese dá lugar ao elemento sensorial do pensamento e a indução ao elemento habitudinário. (CP, 3, 337)

Nesse aspecto, as inferências sintéticas se subdividem em indução e hipótese. Em outros documentos Peirce apresenta a inferência hipotética como abdução⁹.

⁸ C.P. V. 3 *Deduction, Induction, and Hypothesis*, 1878, p.326

2.1.2 Raciocínios inferenciais Abduativo/Indutivo/Dedutivo

Abdução constituída como a forma mais fraca de uma argumentação é, contudo, aquela que propicia idéias novas em função das coisas reais.

Por mais fraca que a inferência sintética possa ter sido inicialmente, mesmo que ela tivesse a mais fraca tendência para produzir verdade, ela vai continuamente se tornando mais forte, devido ao estabelecimento de premissas cada vez mais seguras (CP, 2, 510)

Nesse princípio, a abdução é considerada como conjunturas necessárias para o desenvolvimento do pensamento dedutivo.

Para Peirce a abdução é um *método de se formar uma predição geral* (CP, 2,270), mesmo que isso não garanta que decorrer do processo a veracidade sobre o fenômeno (PEIRCE, 2003)

Outro aspecto da abdução é a sua origem experiencial e sua busca pela veracidade ao se debruçar sobre o teste experimental. Nesse sentido, é **em** e **no** processo experiencial que a inferência abduativa surge e toma forma para ser sustentada, explicada e/ou refutada.

Josephson (1996) apresenta a abdução como um tipo de inferência:

Abdução, ou inferência, para a melhor explicação, é uma forma de inferência que vai do dado que descreve alguma coisa em relação a uma hipótese que melhor expõe ou que se refere ao dado. Então abdução é um tipo de formação-teórica ou inferência interpretativa¹⁰.

Silveira (2002) amplia a visão sobre o pensamento hipotético ao nos apresentar pressupostos metodológicos para a construção autônoma de pensamento, tarefa essa que ele difere da imposição da exposição presidida pelo autoritarismo do ensino. Diz:

Aprender é avançar metodicamente hipóteses, e a teoria melhor constituída não deixa jamais de ser hipotética intrinsecamente falível e sujeita à constante verificação dos fatos. Quando o ensinar não se constitui num aprender juntos, torna-se a exposição e a imposição, por vias explícitas ou dissimuladas, de um corpo doutrinário que não se admite criticável e cujo detentor, apesar da freqüente aparência liberal e mesmo revolucionária, apresenta-se como autoridade incontestada. Essa dissimulação, freqüentemente, em nossos dias, assume uma aparência democrática e condescendente que, pela anarquia e a liderança, impele a

⁹ PEIRCE, C.S. *Escritos Coligidos*, 1989, p.9

¹⁰ *Abduction, or inference to the best explanation, is a form of inference that goes from data describing something to a hypothesis that best explains or account for the data. Thus abduction is a kind of theory-forming or interpretative inference* (JOSEPHSON, J.R e JOSEPHSON, S. G, 1996, p.4).

independência e a autonomia da busca limitada da verdade que só se realiza através de um constante esforço e disciplina. A chantagem é, certamente, o último refúgio do autoritarismo no ensino (SILVEIRA, 2002, p.95)

Esse pressuposto nos faz refletir sobre a importância do pensamento abdutivo na formação do pensamento matemático escolar. Criar condições que sustentem o processo experimental do conceito matemático é aludir a esse processo em sentido múltiplo. As estratégias metodológicas de ensino dessa área deveriam partir de observações, apreciação da situação-problema e percepção do contexto utilizado. O aluno, como parte desse processo de conhecer, deveria experienciar a atividade de maneira que as suas opiniões e indagações fossem ouvidas e testadas. As hipóteses elencadas pelos alunos deveriam influenciar todo o percurso resolutivo da situação proposta para melhor analisar e conhecer a verdade sobre o fenômeno estudado. Condições essas, que propiciaria desvendar o próximo conhecimento como falível. Conseqüentemente, os alunos teriam oportunidade de expor suas idéias partindo de suas concepções, perseguindo-as até sua ampliação ou até a construção de outras novas idéias mais próximas do conceito em questão.

Essa perspectiva nos faz pensar em uma metodologia que coloque em evidência uma proposta de ensino e aprendizagem a fim de propiciar a elaboração de inferências hipotéticas e sua reflexão em busca de mudança de hábito de conduta para o ensino de matemática. Assim, possibilite o desencadeamento dos três raciocínios (abdução, indução e dedução) e não seja apenas meio de apresentação de fatos (indução/dedução) em busca de estruturas abstratas dedutivas. Nessas condições, o trabalho dessa ciência se constituiria de relações de ensino e aprendizagem que buscassem a potencialidade de ensino a partir de práticas investigativas dos conhecimentos científicos por meio das manifestações de situações de aprendizagem. Condições essas que colocam em xeque as atividades didáticas do ensino de matemática escolar, principalmente as das primeiras séries da educação básica. Nessa etapa de ensino, os alunos indagam tudo e constroem inferências quase que naturalmente diante do aspecto volitivo que têm sobre o novo. Cabe ao professor não trincar a atenção do aluno em relação ao experimento, expondo os objetos matemáticos como algo pronto, intocável e inquestionável.

O conhecimento indutivo é exposto por Peirce em diferentes momentos de sua teoria. Em praticamente toda sua obra podemos defrontar com seus pensamentos sobre os raciocínios. Recorremos, portanto, a autores que já sistematizaram esses conceitos principais sobre esse termo.

Silveira aponta seis tópicos de análise quanto a conceitualização e crítica sobre a inferência indutiva peirceana:

- 1- O raciocínio indutivo inicia-se com uma hipótese que parece se recomendar;
- 2- Procede-se ao experimento.
- 3- Escolhida uma amostra ao acaso.
- 4- Conclui-se daquilo que é verificado na amostra, um atributo para toda a classe.
- 5- Este processo é essencialmente aproximativo, mas se justifica face às condições do conhecimento positivo pois oferece uma garantia para a inferência realizada.
- 6- Os fatos verificados na amostra satisfazem a definição de um símbolo discente do fato estabelecido na conclusão (SILVEIRA, 2002, p.23).

Entendemos que a inferência indutiva é a forma mais elaborada de um argumento que procede da abdução, porém ainda de consistência fraca que não garante um sentido científico e sendo apenas um patamar para experiências futuras.

Para Peirce, a matemática é a única ciência que prescinde da observação e do experimento para a formação de inferência indutiva.

Fora a matemática, aí incluídas todas as suas definições e deduções, proposições desta ordem (proposições indutivas) não têm nenhuma garantia ou só têm sua garantia derivada de fontes constituídas pela observação e pelo experimento (CP, 2, 369)

Apesar de a matemática sustentar-se em sua natureza lógica - seus objetos analisados são produções hipotético-dedutivas - construídas intelectualmente. No ensino dessa ciência, a preocupação centra-se na aprendizagem discente dos conceitos matemáticos e científicos que engendrem suas máximas significações. Isso pode ser garantido com o desenvolvimento de situações de aprendizagens que sustentem a observação e o levantamento de conjunturas sobre a situação proposta, mesmo quando essa se apresenta sob a forma abstrata.

Silveira (2002) analisando as espécies de raciocínios sob a ótica peirceana; aponta a implicação da observação a todas as espécies de raciocínio, até mesmo para os raciocínios explicitamente diagramáticos como são os da ciência matemática, pois para o autor, as estruturas firmadas para a construção do diagrama dependem da observação para procedentes conclusões.

Temos na indução uma efetiva ligação com a abdução, pois o partir de um estado de indiferença redigido pela vontade desencadeia ações de observações sobre o experimento numa situação de pré-definição de seus traços, construindo assim futuras determinações:

Quando digo que por raciocínio indutivo entendo um curso de investigação experimental, não estou tomando 'experimento' no sentido estreito de uma operação pela qual se variam as condições de um fenômeno quase à nossa vontade (PEIRCE, 2003, p.168).

Parece-nos evidente que o pensar peirceano sobre o raciocínio indutivo é muito mais abrangente do que simples conjunturas a partir de algo observável. Podemos considerar que essa forma de pensamento é imprescindível na mediação entre o raciocínio abduutivo e o dedutivo. Peirce ainda sustenta que a investigação através do experimental, processo constituído pelo raciocínio indutivo, é possível à qualquer ciência. Para isso, uma definição de experimento amplia-se para além de efeitos operacionalizantes.

Quanto ao raciocínio dedutivo, apresenta-o como um argumento que representa fatos nas premissas:

Na dedução, ou raciocínio necessário, partimos de um estado de coisas hipotéticas que definimos sob certos aspectos abstratos (...) Nossa inferência é válida se apenas se houver realmente uma tal relação entre o estado de coisas suposto nas premissas e o estado de coisas enunciado na conclusão (PEIRCE, 2003, p. 215)

Nesse sentido, partimos de hipóteses. Pela observação, criamos dúvidas sobre o observado, suspeitamos sobre a veracidade das hipóteses elencadas sobre o fenômeno estudado. Começamos a construir indagações (reflexão sobre as inferências abdutivas). Na formulação, procuramos elaborar um método investigativo que norteará a seleção de traços sobre o Objeto observado (inferência dedutiva), posteriormente, ao refletir sobre eles estabeleceremos generalizações que devem garantir conexão argumentativa entre as características das premissas e a última concepção (inferências indutivas).

Na teoria peirceana a lógica da investigação é instaurada a partir dessa tríade do raciocínio:

Ela [a dedução] principia-se de uma hipótese, cuja verdade ou falsidade nada tem a ver com o raciocínio... A indução é o teste experimental de uma teoria. Sua justificação é que, embora a conclusão, em qualquer estágio da investigação, possa ser mais ou menos errônea, a aplicação continuada do mesmo método deve corrigir o erro. A única coisa que a indução perfaz é determinar o valor de uma quantidade. Ela parte de uma teoria e avaliar seu grau de concordância com os fatos. Ela nunca pode dar origem a qualquer idéia que seja. Nem o fazer a Dedução. Todas as idéias da Ciência surgem através da abdução. (CP, 5,145) A abdução é o processo de formação de uma hipótese explanatória. É única operação lógica que apresenta uma idéia lógica, pois a indução nada faz além de determinar um valor, e a dedução meramente desenvolve as conseqüências necessárias de uma hipótese pura. (CP, 5, 171)

Denoyel (1999) em seu estudo etnometodológico aborda a *razão experiencial* inseparável a outras duas razões: a *sensível e a formal*. A relação entre as razões, exposta por ele, é marcada pela lógica pragmática peirceana na produção de interpretantes. A razão

sensível é descrita como uma forma inteligente que relaciona as inferências abduativas (primeiridade). A razão experiencial com o domínio das inferências abduativas e indutivas (secundidade). E, a razão formal determina-se no domínio das inferências dedutivas (terceiridade) na mediação contínua em produção de hábitos.

Para o autor a lógica ternária de Peirce permitiu ultrapassar uma ótica binária *prática/teoria*, considerando as inferências *dedutiva e indutiva* da lógica clássica com efeitos insuficientes para compreender a variedade de situações de aprendizagens em alternância. Assim define sua tripolaridade:

É a razão formal com suas regras instituídas que estimula a razão experiencial a inventar novas regras e é a razão sensível que a alimenta da criatividade de seu processo analógico progressivamente (DENOYEL, 1999,p.37)¹¹

Essa noção gerativa e dinâmica da ação do signo, através da experiência constituindo um crescente conhecer da mente, é que nos faz notar que as concepções de Peirce quanto à apreensão do fenômeno se configuram nos pressupostos teóricos de Dewey (1978) com relação à educação ao afirmar que *a experiência presente da criança não se explica por si mesma, justamente porque não é final, mas de transição*¹².

Percebemos, nesse processo de transição da experiência, apontado por Dewey no ato de pensar, as relações triádicas (abdução, indução e dedução) peirceanas. Assim, os estágios da experiência denominados na teoria deweyana por reflexivos, iniciam-se com a dúvida, perplexidade ou algo em confusão (inferências abduativas); na tentativa de interpretação do fenômeno produzem algumas conseqüências, previsões conjecturais (inferências dedutivas); na ação de examinar – observação, inspeção, exploração e análise – elaboram-se tentativas de hipóteses que vão se harmonizando com outras conseqüências; usando-se das hipóteses no percurso do agir reflexivo, colocam-se as hipóteses em provas na intenção de torná-las claras e significativas e valer-se delas e confirmando-as indutivamente. Entendemos que a experiência desenvolvida com os alunos deve perpassar pelos três níveis (abdução, indução e dedução) na construção do pensamento definido por Peirce (2003).

Nesse processo de criar idéias e ressignificá-las, através de um caminho contínuo de análise, vemos a escola com o papel de organizar, integrar e fornecer aos educandos

¹¹ C' est la raison formelle avec ses règles instituées, qui stimule la raison expérientielle à inventer de nouvelles règles, et c'est la raison sensible qui la nourrit de la créativité de as procédure analogique de proche en proche [tradução nossa]

¹² DEWEY, J. *Vida e Educação*, 1978, p.49.

diferentes linguagens no decorrer das experiências educativas, isto é, diferentes relações sógnicas para melhor interpretação e compreensão dos saberes propostos.

Peirce (1972), em seu método pragmático, define a determinação de significados. Para o autor, o significado tem dimensão social e é constituído de ações geradas pelo homem.

No pragmatismo peirceano os conceitos se ampliam para categorias mais gerais dos símbolos, pois através de condutas humanas o significado se estabelece, e não apenas por uma idéia que o signo evoca na mente¹³. Em sua teoria sógnica, destaca que o conhecimento se faz mediante signos e no decorrer da experiência. Para ele, signo *é algo que representa algo para alguém, sob algum prisma*¹⁴.

Na filosofia peirceana, a semiótica se ocupa do universo das representações, ou seja, das relações de inteligibilidade do homem com o mundo e com ele mesmo, elaborando ações interpretativas. Desse modo, *não podemos pensar sem signos*¹⁵.

Na concepção de Peirce, as relações de pensamento se constituem através de um processo que ele denomina de *semiose*, isto é, uma ação triádica cooperativa entre o signo, o objeto e o interpretante. Nesse processo, o interpretante produzido se constituirá em um novo signo que carrega consigo característica do signo anterior e assim *ad infinitum*.

A percepção entendida na primeiridade, com o conhecer do fenômeno em condições de qualidades, têm o sentido de percebê-lo, admirá-lo. No defronto com o real, o aluno estabelece relações sobre o observado produzindo signos de secundidade. Nesse compreender, novas relações vão se estruturando, amplia-se ao máximo esse conhecer sobre o contexto analisado, definindo-o não em conhecimento pronto e acabado, mas como conhecimento experienciável, cujo significado permanece num *continuum*.

Pensar no caráter relevante da construção de símbolos lingüísticos no processo lógico de pensamentos e na significação desses como instrumentos para compreensão de conceitos matemáticos, remete-nos a alguns questionamentos que norteiam essa pesquisa:

- Que concepções podemos inferir das expressões verbais e não-verbais dos alunos sobre o uso dos objetos matemáticos no ensino de ciências naturais, a partir de observações de conduta num contexto experimental?
- Como podemos caracterizar e analisar o processo lógico (ação do pensamento) dos alunos quanto ao significado dos conceitos matemáticos?

¹³ PEIRCE, C.J., *Semiótica e Filosofia*. 1972, p.18.

¹⁴ PEIRCE, C. J., *Semiótica*, 2003, p.46.

¹⁵ PEIRCE, C. J. *Escritos Coligidos*, Nova Cultura, 1974, p.

Nessa interpretação, o problema ressaltado e ilustrado, nas questões acima, diz respeito à apropriação pelos alunos dos signos matemáticos, como objetos de pensamento e não apenas de representação de um contexto real. Signos se fazem presentes para serem interpretados e transformados em novas linguagens (signos). Os trabalhos de Peirce (2003) sobre o signo são de grande valia para compreender melhor o processo de apreensão e significação do objeto aqui questionado.

As relações sîgnicas peirceanas se regem por princípios lógicos, descritos por três componentes: Representamen (signo), Objeto e Interpretante, correlacionados em uma tríade.

Para o Peirce, ao captar a significação de um signo, o intérprete deve ter conhecimento *colateral*, ou prévio, do objeto do signo¹⁶. Moreno (2005) defende o modelo peirceano por propor uma continuidade no processo de constituição de signo. Para ele, o equilíbrio estrutural proposto por Peirce em suas categorias (Primeiridade, Secundidade e Terceiridade) permite, através de uma ligação triádica entre Representamen, Objeto e Interpretante, situar as manifestações da linguagem e colocá-las sob estruturas que conduzem à estabilidade conceitual, a lei. Assim salienta:

Gostaríamos de retomar o modelo de Peirce, pois parece-nos muito esclarecedor da dimensão pragmática do simbolismo lingüístico. Para Peirce, os três elementos de seu modelo não se opõem, estabelecendo, pelo contrário, uma continuidade que conduz do aleatório da Primeiridade – aqui exercido pelo signo Representamen – passando pelo arbitrário da Secundidade – exercida pelo signo Objeto – até o processo de estabilização resultando no equilíbrio estrutural da Terceiridade – exercida pelo signo Interpretante final. (Moreno, 2005, p.90)

Como sugere Moreno, o modelo de Peirce qualifica o signo em três funções diferentes, porém sempre imersas no processo simbólico do conhecimento, de maneira que qualquer substrato de uma mente pensante – *fragmento da experiência* – pode ser qualificado de signo, exercendo uma das funções ou cada uma delas.

2.2 A teoria Semiótica Peirceana

A representação parece estar presente em toda nossa vida. Tudo o que fazemos, ou pensamos fazer, decodificamos em ações como produção de significado através de alguma forma representativa. Contudo, as diferentes formas de representações nos levam a questionar

¹⁶ PEIRCE, S.C. Semiótica, 2003, p.160-161.

sobre elas. Diante da diversidade sgnica que o mundo nos apresenta, podemos propor, através da semiótica, inúmeros questionamentos sobre a construo da linguagem e sua representao. Dentre eles, destacamos algumas questões que nos parecem pertinentes para o entendimento da construo do conhecimento científico no processo ensino e aprendizagem: Como as representaes são configuradas? Como elas são interpretadas e usadas pelo sujeito? Como o processo de construo e desenvolvimento de sistemas de representaes  apreendido e transformado em novas representaes?

A semiótica – semeion – ciência dos signos – tem por objetivo a investigao de qualquer linguagem. Busca examinar os modos de constituio do fenômeno como *fenômeno de produo de significado e sentido*.¹⁷

Entretanto, a semiótica foi conhecida como ciência apenas no século XX, apesar de o estudo sobre os problemas da linguagem ser antigo.

Para os gregos, o signo era definido pela percepo indicativa de qualquer coisa escondida (*delos*) da cognio¹⁸. Foi assim que Platão usou o verbo *significar* para algo a ser revelado.

Aristóteles distinguindo o signo em incerto (*semeon*) e certo (*Tekmrion*), propôs a teoria dos signos a partir de um modelo triádico : *pois aquilo que procede ou segue o ser ou o desenvolvimento duma coisa  um signo do ser do desenvolvimento dessa coisa*¹⁹. Dessa definio, podemos caracterizar o signo procedente como parte de outro signo (seu precedente). Aristóteles também define o signo como uma *premissa* que conduz  conclusão. Assim, temos o terceiro elemento constituindo uma relao triádica dos signos.

Para os estóicos as imagens, também, eram decorrentes de uma relao triádica. Além dos elementos emissor/receptor, existia uma *pré-imagem ou conceitos* que antecipavam a imagem constituda²⁰. Podemos considerar que esse modelo contempla a representao cognitiva de nossa realidade contemporânea, como por exemplo, o modelo de representao do pensamento abordado por Machado (2002) quando compara a formao cognitiva do sujeito com uma *rede de relaes*. Nesse aspecto, parece haver semelhança entre o pensamento estico e o pensamento de Machado quanto  formao sgnica. Tanto para ele como para os estóicos, a apresentao da imagem (signo); traz consigo elementos prévios já

¹⁷ SANTAELLA, L. *Semiótica Aplicada*, 2002, p.13.

¹⁸ NTH, W. *Panorama da Semiótica: de Platão a Peirce*, 1995, p.31

¹⁹ Idem.

²⁰ Idem.

constituídos (signos) ressignificados (re-interpretados) que se configuram numa nova representação²¹.

Dessa maneira, a constituição de imagem não se conclui apenas entre emissor-receptor, mas numa concepção de signos que se inter-relacionam, em *rede* como denota Machado (2002). A teoria peirceana também sustenta esse princípio de *rede de relações*. Referindo-se à mente como um processo semiótico, defende a representação do conhecimento a partir de conexões de significados que a mente pode suscitar: *A mente é uma função proporcional dos universos mais amplos possíveis, tal que seus valores sejam os significados de todos os signos cujos efeitos atuais estejam em efetiva conexão.* (CP.4,550)²²

Dentre os diferentes estudos sobre a apreensão de linguagem no campo cognitivo, buscamos no trabalho de Charles Sanders Peirce (1839-1914) os pressupostos teóricos semióticos para elucidar a pesquisa quanto à apreensão de conceitos matemáticos e suas representações como instrumento de linguagem a ser transposto pelo educando na organização de novos sistemas de representações.

2.2.1 A função do Signo na teoria peirceana

Para Peirce, toda idéia é um signo, que se refere à outra idéia ou objeto do mundo. Nesse sentido, o autor considera o homem um ser no e do mundo, denotando que *o homem é um signo* (CP 5, 314)²³. Essa perspectiva nos garante uma visão semiótica universal do mundo relacionando as dimensões “futuras”, quanto às concepções do ser e sua cognição.

Silveira (2002) ressalta função mediadora do signo na semiótica peirceana. Entende que os signos, nessa teoria, não têm apenas o caráter representativo de algo, mas ultrapassam essa finalidade no processo cognitivo quanto atuam na *crescente incorporação da inteligência ao bem por ela escolhido*²⁴. Enfatiza Silveira, analisando os pressupostos peirceanos, que o signo é a *mediação do pensar* possibilitando aos seres a constituição de *interpretantes* a partir do diálogo.

Refletir sobre o papel mediador do signo e a maneira dialógica pela qual se produz signos, faz-nos reconhecer sobre o caráter eminente do signo, o de ser e de proporcionar o coletivo.

²¹MACHADO, J. N. Epistemologia e didática As concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente, 2002 p.35.

²² C.P. refere-se aos The Collected Papers of Charles S. Peirce.

²³ Idem

²⁴ SILVEIRA, L.F.B Curso Introdutório de Semiótica, 2002, p.2.

São Tomás (1948) em sua teoria dos signos salienta: que *todos os instrumentos dos quais nos servimos para a cognição e para falar são signos*²⁵.

Nöth (1995) analisando a concepção desse filósofo ressalta duas características para o signo: mediadora e instrumental. Enfatiza Nöth a proximidade entre a visão semiótica da teoria de São Tomás e a visão semiótica peirceana. Concordamos com o autor, quando expressa ser a visão semiótica próxima à visão peirceana; pois, a nosso ver, Peirce defende a constituição sígnica de forma dialógica e, no processo de semiose o signo assume a ação instrumental e a ação mediadora.

A palavra signo é entendida, na teoria peirceana, como aquilo que denota um objeto real ou imaginário. Sua função é representar. Para que algo possa ser um signo, esse algo deve *representar* alguma coisa, chamada *objeto*²⁶. Segundo essa concepção, o signo representa o objeto, sendo assim, ele é um elemento distinto do objeto.

O objeto é signo, mas o signo do objeto (algo que representa o objeto) é um signo que por sua vez é parte de um signo. Assim, deve ser entendida como uma espécie de emanção (manifestação, desprendimento de entes) do seu objeto.

Outro ponto que a teoria nos aponta é com relação a um signo ser mais que a parte de um Signo. Para elucidar esse aspecto, retomamos a idéia de signo ser algo distinto de seu Objeto; nesse sentido, Peirce salienta haver no pensamento ou na expressão alguma forma *de explicação* que determina tal diferença. O conjunto formado pela explicação e o signo denotam um signo mais *complexo*²⁷. Buscamos nos relatos peirceanos a definição desse pressuposto:

O signo e a explicação em conjunto formam um outro signo e, dado que a explicação será um signo, ela provavelmente exigirá uma explicação adicional que, em conjunto com o já ampliado signo, formará um signo ainda mais amplo. (Peirce, 2003 p.47)

Para entendermos melhor essa concepção, tomamos como exemplo na construção do conceito matemático “medida de comprimento”, para ilustrar a relação em que um signo descrito é mais do que as partes de um signo anterior. Por exemplo: quando propomos aos alunos, das primeiras séries do ensino fundamental, para que meçam o comprimento de uma carteira utilizando o palmo como unidade padrão (medida não padronizada), a interpretação proposta pelo aluno será um novo signo, podendo ser constituído por um conjunto de signos

²⁵ CF. Nöth, W. *Panorama da Semiótica*: de Platão a Peirce, 1995, p.38-39.

²⁶ PEIRCE, C.S. *Semiótica*, 2003 p. 47.

²⁷ PEIRCE, C.S. *Semiótica*, 2003 p. 16.

(mão, número, desenho) que resultam na resposta alcançada. A resposta (interpretação final) da aferição traz consigo signos que categorizam a ação desenvolvida e fundamentam o resultado obtido. Assim, esse “novo signo” expressa um signo mais amplo do que o anterior.

Outro aspecto do signo definido por Peirce (2003) constitui o signo como referência do objeto. *O signo pode apenas representar o objeto e referir-se a ele*²⁸; isto é, o signo media alguma informação sobre algo.

Para entendermos esse processo relacional do signo defendida por Peirce como contínuo e mediador, acreditamos ser necessário analisar a formação do pensamento constituído por esse semioticista.

2.2.2 As Categorias Universais de Peirce

Peirce no final do século XIX, disposto a encontrar um modelo de categorias que expressasse os múltiplos fenômenos do mundo, firma seus estudos nos pressupostos kantianos desenvolvendo uma fenomenologia²⁹ sustentada por três categorias universais capazes de conter todo o fenômeno que se apresenta à percepção e à mente (Nörth, 2005).

Peirce (2003) defende a cognição como sendo composta de sentimento, sensação e/ou vontade, destacando, além desses elementos, a faculdade de *aprendizado, aquisição, memória e inferência, síntese*³⁰. Com base nesse estudo, Peirce ilustra como princípios básicos da consciência e como ponto de partida da semiótica as categorias: *primeiridade, secundidade e terceiridade*.

A primeiridade é entendida como *sentimento, consciência passiva da qualidade*. Caracteriza-se como sendo a primeira impressão das coisas, uma forma rudimentar, vaga impressão, indeterminada de predicção das coisas. A secundidade é definida com *sentido de resistência a um fato externo ou outra coisa*. Refere-se à ação e reação aos fatos, existentes e reais, é o conflito. A terceiridade denota a *consciência sintética* determinada pela mediação ou processo; ainda: crescimento contínuo, interpretação, sentido de generalidade e aprendizado³¹.

É a partir desse crescimento contínuo que Peirce define a noção de semiose infinita, ou seja, *a capacidade de um signo gerar ou produzir e se desenvolver num outro signo, este chamado de interpretante do primeiro, e assim ad infinitum*. (Santaella, 1995, p. 18).

²⁸ PEIRCE, C.S. *Semiótica*, 2003 p. 48.

²⁹ Fenomenologia entendida como a ciência que tem por função apresentar as categorias formais e universais dos modos como os fenômenos (tudo e qualquer coisa que aparece à percepção e à mente) são apreendidos pela mente (Santaella, 2002, p.7).

³⁰ PEIRCE, C.S. *Semiótica*, 2003 p. 14

³¹ Idem, p.15.

Assim, semiose na teoria peirceana pode ser entendida como o processo que atribui significação ao signo. Para Peirce essa ação, dinâmica envolve a cooperação de três elementos: um signo, seu objeto e seu interpretante, de maneira que essa relação se estabelece em tríade e nunca em ação entre pares.

Segundo Silveira (2007), a organização teórica de Peirce possibilitou a base para a organização e representação do universo da experiência, sendo capaz de a partir das três categorias: primeiridade, secundidade e terceiridade trabalhar os diferentes domínios.

Peirce funda a teoria dos signos, uma ciência que, através da observação, caracteriza todas as formas de experiências de uma mente, fornecendo noções de organização e descrição. Em seus fundamentos o signo apresenta-se numa relação triádica.

2.2.3 A relação triádica: Signo (Representamen), Objeto e Interpretante

Peirce propõe um diagrama tricotômico para representação do signo. Buscamos em seu texto a conceitualização de signo:

Um signo ou *representamen* é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria, na mente dessa pessoa, um signo equivalente, ou talvez, um signo mais desenvolvido. Ao signo assim criado denomino *interpretante* do primeiro signo. O signo representa alguma coisa seu *objeto*. Representa esse objeto não em todos os seus aspectos, mas com referência a um tipo de idéia que eu, por vezes, denominei *fundamento* do representamen. 'Idéia' que deve ser entendida num certo sentido platônico, muito comum no falar cotidiano; refiro-me àquele sentido em que dizemos que um homem relembra o que estava pensando anteriormente, relembra a mesma idéia, e em que, quando um homem continua a pensar alguma coisa, digamos por um décimo de segundo, na medida em que o pensamento continua conforme consigo mesmo durante esse tempo, isto é, a ter um conteúdo similar, é a mesma idéia e não, em cada instante desse intervalo, uma nova idéia. (Peirce, 2003, p.46).

Entendemos o signo como uma relação triádica entre os elementos: o fundamento do signo (*representamen*), seu *objeto* e o *interpretante*. A tríade é criada no e pelo ato de interpretação. Nessa relação, o fundamento do signo determinado pelo objeto na ação de representar algo.

O signo do objeto (representamen), por sua ação criadora, determina o interpretante em referência ao objeto, isto é, uma *representação se faz para alguém*. Desse modo, o terceiro correlato, interpretante, que foi determinado pelo representamen e pelo objeto, se constitui em um novo signo, num contínuo processo sgnico. Assim, o último signo traz consigo referências dos anteriores.

Segundo Ransdell (1983) a palavra *determinação* usada por Peirce envolve a observação de uma representação de maneira dinâmica como um *ato* ou *processo de tal ato*³².

Silveira (2007) descreve os determinantes dos signos a partir dos correlatos escritos por Peirce: *em primeiro lugar, que ele é alguma coisa que apresenta aspecto ou modos; em segundo lugar, que representa algo e, em terceiro, que essa representação se faz para alguém*³³.

2.2.3.1 O Objeto na tricotomia sígnica

O Objeto do Signo, como já correlacionamos, caracteriza-se na função de determinar o signo. Exercendo na tríade o papel do outro ao qual o signo se refere, Peirce (2003) o considera sobre dois aspectos.

O primeiro aspecto define o objeto do signo **enquanto contido no signo**, denominado por *Objeto Imediato* do signo. É o objeto³⁴ tal como o próprio signo o representa. É algo interno, está presente no signo.

O segundo aspecto Peirce denomina de *Objeto Dinâmico* **como algo a ser alcançado por** meio de experiência, denotada por ele como *Colateral*. Assim expressa: *o Signo não pode exprimir, ele pode apenas indicar, deixando ao intérprete a tarefa de descobri-lo por experiência colateral* (Peirce, 2003, p.168).

Welby, L.(1903) explicita a experiência colateral como sendo uma *prévia familiaridade com aquilo que o signo denota [...] e não com familiaridade com o sistema de signos*.³⁵ Assim, podemos entender que a compreensão do signo para qual a mente produz interpretantes, novos interpretantes ancoram-se, desse modo em experiências colaterais. Tomemos o exemplo, se uma professora aponta para um local e diz “Olhe! Chamamos isso de canteiro”. O espaço constituído não é o objeto desse signo (palavra). E o Signo do canteiro (a palavra canteiro) à qual se refere esta declaração, só é concebido através da experiência

³² Cf. QUEIROZ, João, *Semiose segundo C.S. Peirce*, 2004 p. 49.

³³ SILVEIRA, L.F.B. *Curso Semiótica Geral* 2007. p.31.

³⁴ Objeto para Peirce pode ser considerado *coisas* (algo material) como também *uma entidade mental ou imaginária* (algum pensamento) - Cf. NÓTH, W. *Panorama da Semiótica*, 1995, p.69.

³⁵ CF. PEIRCE, C.S *Semiótica*, 2003 p. 62-63..

colateral que proporciona o conhecimento da palavra 'canteiro'³⁶. Para Denoyel (1999) a representatividade é a correlatividade das coisas que é posta em evidência.

2.2.3.2 O Interpretante na tricotomia sgnica

Na concepção de signo, anteriormente desenvolvida, o Interpretante é determinado pelo Representamen e pelo Objeto através da mediação do signo (representamen). Peirce coloca em atenção outra divisão dos interpretantes. Nessa condição, nomeia o *significado resultante de um signo* como *interpretante do signo* (PEIRCE, 1974, p.146).

Peirce, em sua obra, apresenta o interpretante do signo como terceiro correlato, considerando-o como o mais complexo, constituído como o signo que determina uma idéia na mente de uma pessoa³⁷. Assim, o interpretante é o *efeito do signo, algo criado na mente do intérprete* (CP 8.179)³⁸. Nesse sentido, interpretante não pode ser considerado como uma interpretação particular, singular do signo, mas o efeito é algo criado pelo signo.

Do mesmo modo que o Objeto do Signo foi considerado por Peirce sobre dois aspectos Objeto Dinâmico e Objeto Imediato, também, na relação com o Interpretante, temos: o *Interpretante Imediato*, o *Dinâmico* do Signo e, por último, a distinção entre os dois como *Interpretante Normal*. O *Interpretante Dinâmico* do signo constitui-se como aquilo que o signo poderá produzir em uma mente interpretadora e o *Interpretante Imediato* aquilo que o signo produz na mente. Dentre as diversas interpretao es que uma mente pensante produz sobre o Objeto, pelos pressupostos teóricos peirceanos, fica compreendido que essas são constituídas de interpretantes gerando o Interpretante Dinâmico do signo. E, a sucessão de interpretantes em busca de uma expressão mais fidedigna do Objeto estudado constituirá o Interpretante Final.

Para Peirce (2003) o Interpretante Final ou Normal não se caracteriza como último e acabado, mas o que proporciona melhor compreensão do fenômeno, para um determinado tempo.

Peirce estabelece a tricotomia dos signos de acordo com as seguintes relao es: (a) signo em relação a si mesmo; (b) signo em relação ao Objeto Dinâmico; (c) signo em

³⁶ Exemplo apresentado com base aos referidos exemplos apresentados em PEIRCE, C.S. *Semiótica*, 2003, p. 160- 163.

³⁷ Peirce define *mente* como uma função interpretativa de signos de um universo e *pessoa* como todo e qualquer sujeito de semiose (CP. 5, 313-314).

³⁸ Cf. CF. N TH, W. *Panorama da Semiótica: de Platão a Peirce*, 1995 p. 74.

relação ao Interpretante Final. Segundo Santaella (2002) essas relações definem a teoria peirceana do signo em teoria da significação, observação e interpretação³⁹.

2.2.4 Correlações dos Signos: O signo em relação a si mesmo

Da relação do signo em relação ao si mesmo, Peirce estabelece três classes: *quali-signo* (ou qualissigno), *sin-signo* (ou sinsigno) e *legi-signo* (ou legissigno).

O *Quali-signo*, o signo será mera *qualidade*. Segundo o autor, *quali-signo* não atua como signo, pois não se corporifica. *É de natureza de uma aparência* (C.P. 8, 334)

Temos para o entendimento do *quali-signo*, na tríade peirceana, como um signo de potencialidade singular caracterizado em primeiridade nas categorias universais da semiótica.

O *Sin-signo*, segundo elemento dessa classe, constitui-se com signo de algo, evento existente ou acontecimento real. Em Peirce (1972), o *quali-signo* está presente no *sin-signo*. Esse último é uma *ocorrência*, um fato, um evento particular⁴⁰.

E o terceiro elemento dessa tríade denomina-se *Legi-signo*. É uma lei. Peirce (2003) o define como *significante*. *Todo legi-signo significa através de um caso de aplicação*. *Todo signo convencional* se define com esse terceiro elemento dessa tricotomia⁴¹.

Assim, o *sin-signo* constituído pela escolha de *quali-signos* (qualidades), isto é, configurando-se no confronto e intersecção das qualidades torna-se um signo que determina existência. E, o *legi-signo* define-se pelas generalizações que são oriundas das regularidades advindas das escolhas dos *sin-signos* que por sua vez foram constituídas dos *quali-signos* (SILVEIRA, 2002).

2.2.4.1 Correlações dos Signos: O signo em relação ao seu Objeto Dinâmico

Nas relações dos signos para com seu Objeto Dinâmico, Peirce define as três categorias fenomenológicas. Assim, do signo em relação ao seu objeto implica as classes ícone, índice e símbolo.

³⁹ SANTAELLA, L. *Semiótica Aplicada*, 2002, p.9

⁴⁰ CF. PEIRCE, *Semiótica e Filosofia*, 1972, p.100.

⁴¹ CF. PEIRCE, C.S *Semiótica*, 2003 p. 52.

- *Ícone*, denota apenas em virtude de seus caracteres próprios, pois, pertence à primeiridade. Peirce argumenta que um índice não pode ser um quali-signo, pois a qualidade é independente de qualquer outra coisa (é um primeiro). Para ele, ícones “são o que são” independentes do objeto. Assim determina:

Qualquer coisa, seja uma qualidade, um existente individual, ou uma lei, é um ícone de qualquer coisa, na medida em que for semelhante a essa coisa e utilizado como um signo. (Peirce, 1972, p.102)

Dessa perspectiva, a relação que determina um ícone é a de apenas de semelhança (similaridade) ou comparação. Salienta Silveira (2007) que um signo que mantém uma relação com seu objeto de maneira comparativa não necessita que esse objeto exista, bastando comprometer-se apenas com sua forma.

Nesse sentido, tal signo se constitui na categoria de primeiridade na relação de possibilidade. Contudo, Peirce em 1903, considera um outro elemento: o *hipoícone* determinado do substrato do ícone. Assim define:

Uma possibilidade tomada isoladamente é puramente um Ícone em virtude de sua qualidade; e seu objeto somente pode ser uma Primeiridade. Mas um signo pode ser icônico, isto é, pode representar seu objeto principalmente por sua similaridade, não importando qual seu modo de ser. Se for exigido um substantivo, um representamen pode ser denominado um hipoícone. Qualquer imagem material, como uma pintura, é amplamente convencional em seu modo de representar; mas em si mesma, sem legenda ou rótulo, pode ser denominada hipoícone. (CP. 2,276)⁴²

A diferença entre Ícone e Hipoícone estabelecida por Peirce, é que este já funciona como signo. Trata-se de um tipo de representação de pouca solidez.

O *Índice*, configurando a segunda classe dessa tríade, é definido como um signo que se refere ao objeto na medida em que é *afetado* por ele⁴³. Peirce (2003) utilizando-se de uma resposta de um sujeito sobre uma informação, exemplifica o signo indicial: *se a resposta for ‘a cerca de mil metros daqui’[...] A palavra metro embora represente um objeto de sua classe geral, indiretamente é indicial, posto que as barras de um metro são, em si mesmas, signo de um padrão*. Para o autor, os signos indiciais são indispensáveis à matemática⁴⁴.

⁴² CF. SILVEIRA, L.F.B. *Curso Introductório de Semiótica*, 2002, p.13.

⁴³ PEIRCE, C. S. *Semiótica*, 2003, p. 52.

⁴⁴ *Ibid*, p.75.

O *Símbolo*, como terceiro elemento, refere-se ao objeto por *força da lei, um conceito*⁴⁵. Como tal constitui-se em signo quando se torna significante, compreendido como *convencional* ou um *hábito natural*, seja ele existente ou não. (PEIRCE, 2003, p.76)

Na concepção peirceana, um signo genuíno *é um símbolo que tem significado geral*⁴⁶. Descreve o autor *o signo será símbolo se estiver conectado a seu objeto por força da idéia da mente-que-usa-o símbolo, sem a qual essa conexão não existiria*⁴⁷. Nesse sentido, buscaremos, no capítulo 5 e 6, na tricotomia do signo-pensamento, avaliar e interpretar as relações simbólicas de conhecimentos matemáticos produzidas pelos alunos (signos genuínos) a partir de atividades didaticometodológicas de características não-verbais desenvolvidas no presente trabalho. Os conceitos apresentados pelos partícipes, através de representação simbólica matemática, desenhos e construções gráficas ilustrando a compreensão do fenômeno estudado serão analisados na tríade de interpretantes em conformidade com a tríade didática (perceber/relacionar/conceituar) apresentada na pesquisa⁴⁸.

2.2.4.2 Correlações dos Signos: O signo em relação ao Interpretante

A terceira tricotomia descreve a capacidade do signo de gerar interpretante do seu objeto dividido em: *Rema, Dicissigno e Argumento*. Seguem definições de cada signo dessa tricotomia:

Um Rema é um signo que, para seu Interpretante, é um Signo de Possibilidade qualitativa, ou seja, entendido como representando tal e tal espécie de Objeto possível. Todo Rema fornecerá, talvez, alguma informação; mas não é interpretado como destinado a fazê-lo. Um Dicissigno (ou Dicente) é um Signo que, para seu Interpretante, é Signo de existência concreta. Não pode, conseqüentemente, ser um Ícone, porque este não fornece base para uma interpretação, como se referindo a uma existência concreta. Um Dicissigno envolve, como parte dele e necessariamente um Rema para descrever o fato que se entende que indique. Trata-se, porém, de uma peculiar espécie de Rema, e embora seja essencial para o Dicissigno, de nenhuma forma o constitui. Um Argumento é um Signo que, para seu Interpretante, é Signo de lei. (PEIRCE, 1972, p. 102-103)

O Rema é um signo que fornece alguma informação sobre o objeto, sob esse aspecto, é interpretado como um signo de possibilidade. O Dicente é um signo para o seu interpretante

⁴⁵ PEIRCE, C. S. *Semiótica e Filosofia, textos escolhidos*, 1972, p.102.

⁴⁶ PEIRCE, C. S. *Semiótica*, 2003, p. 71.

⁴⁷ *Ibid*, p.73.

⁴⁸ As atividades didáticas proposta para apreensão de conceitos matemáticos serão desenvolvidas e analisadas no Capítulo 5 e 6.

que tem informação efetiva do objeto e não somente potencial, isto é, deve professar relacionar-se ou referir-se a algo com referência à existência concreta. O argumento é um signo de lei para seu interpretante e, como tal é sustentado por uma representação geral que tem por ação garantir a verdade representada pelo signo.

Combinando as três categorias universais (primeiridade, secundidade e terceiridade) e as três tricotomias constituintes do signo em relação a si (representamem), ao Objeto e ao Interpretante, Peirce (2003), chega a dez classes correspondentes desconsiderando algumas combinações que semioticamente são impossíveis. O quadro a seguir sistematiza as combinações⁴⁹:

Categorias	Tricotomias		
	O Signo em relação a si	O Signo em relação ao Objeto	O Signo em relação ao Interpretante
Primeiridade	Quali-signo	Ícone	Rema
Secundidade	Sin-signo	Índice	Dicente
Terceiridade	Legi-signo	Símbolo	Argumento

Quadro 1- Tricotomias sígnicas

Do processo de combinação temos 10 classes de signos e seus exemplos⁵⁰. Para melhor compreensão da constituição das classes, procuramos traduzi-las a partir de um modelo diagramático tridimensional que simboliza a inter-relação triádica do signo em relação a si, ao Objeto e ao Interpretante. O poliedro formado para cada representação das tríades expõe no eixo X a relação de representamen, no eixo Y a relação de Objeto e no eixo Z a relação de interpretante⁵¹. Assim no percurso de (1,1,1) à (3,3,3) sinalizamos as possíveis relações das classes geradas por Peirce:

A Primeira é denotada como Qualissigno - icônico - remático (figura 1): Nos eixos X, Y e Z de valores 1, temos na relação do signo em relação a si mesmo um qualissigno; na relação do signo para como o Objeto a formação icônica e com relação ao interpretante, um rema.

⁴⁹ Ibid, p.92.

⁵⁰ Os exemplos foram retirados da obra: PEIRCE, C. S. *Semiótica*, 3ª ed. São Paulo, 2003 p. 58-59. Conferem-se também em Silveira, L. F.B, *Curso introdutório de Semiótica: unidade IV, Apostila*, 2002 p.6-26.

⁵¹ A construção desse modelo é pautada na análise dos modelos gráficos expostos por Queiroz (2004, p.105-126) relacionando as 10 classes e suas conexões.

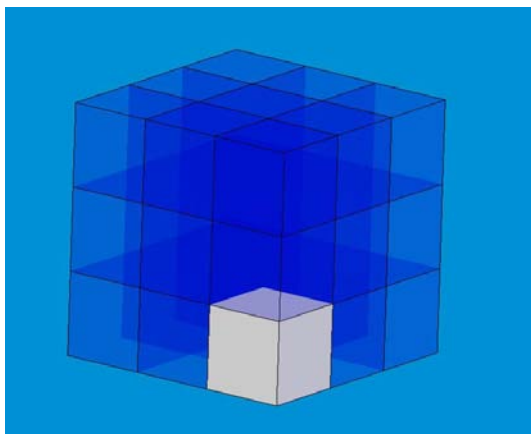


Figura 1- (1,1,1) Qualissigno – icônico- remático

Essa representação expõe uma relação de possibilidade, mera aparência. Temos como exemplo a *sensação de vermelho* (CP. 2. 254). Por expressar mera qualidade é regido pela categoria de primeiridade. Relacionando essa classe sígnica com a formação do pensamento, podemos considerar que ela se conforma com a relação abdutiva em que a apresentação das idéias refere-se à qualidade de sentimentos.

Caminhando para a representação (2,1,1) e (2,2,1), figuras 2 e 3, situamos os signos Sinsigno – icônico – remático e Sinsigno – indicial- remático. O primeiro (2,1,1) é considerado por Peirce como um *diagrama individual* (uma expressão algébrica), na medida em que a qualidade provoca a determinação do objeto e conseqüentemente a formação de um interpretante em nível de possibilidade. O segundo (2, 2,1) exemplificado como um *grito espontâneo*, diferencia-se do primeiro na medida em que a atenção para o Objeto determina sua presença, embora não leve a interpretação do Objeto para um nível além de uma potencialidade (CP., 2, 255-256).

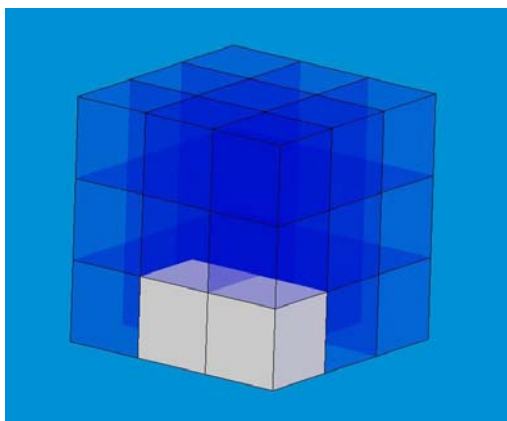


Figura 2 – (2,1,1) Sinsigno-icônico-remático

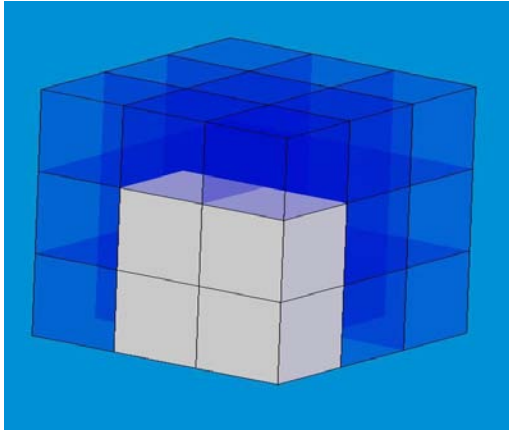


Figura 3 – (2,2,1) Sinsigno-indicial-remático

A figura 4 coloca em evidência a classificação (2,2,2) Sinsigno-indicial-dicente. Essa constituição sígnica determina a idéia de um objeto, contudo, informa o Objeto ultrapassando a relação de mera possibilidade para uma relação que o indique. É um signo interpretado com signo de existência do Objeto. Temos como exemplo um catavento que indica o tempo. Podemos nessa etapa de categorização aludir a relação dos signos com a formação do pensamento em nível de secundidade (CP. 2, 257).

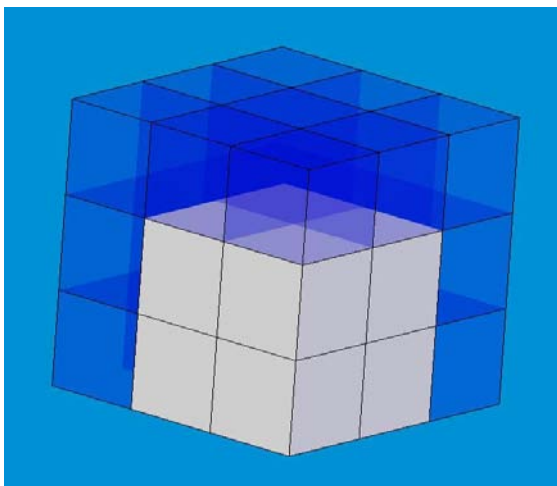


Figura 4 – (2,2,2) Sinsigno-indicial-dicente

Silveira (2002) analisando o exemplo de Peirce para a formação desse signo (2,2,2) justifica a conduta do catavento ao indicar a partir da ação do vento a efetiva direção desse além de informa a sua existência.

As classes, figuras 5 e 6 são um Legissigno- icônico- remático (3,1,1) e Legissigno – indicial – remático (3,2,1). Ambas representam uma lei. Para a primeira, na relação do signo

com o Objeto e com o interpretante se constitui um signo de potencialidade, *um diagrama que não leva em conta sua individualidade*. (CP. 2, 257). A segunda, a relação (3,2,1), para Peirce é de máxima importância, pois ampara a teoria da linguagem. É um signo que atrai a atenção do Objeto, porém, designa-o como mera possibilidade na relação com o interpretante. Silveira analisando essa classe esclarece: *Nas línguas, é especialmente representado pelos pronomes demonstrativos, tais como aquele, isto, esta, etc. Poderá, contudo, exercer sua específica função semiótica, por um gesto que aponta para algo, um olhar dirigido a algo, uma seta que indique o Objeto*⁵².

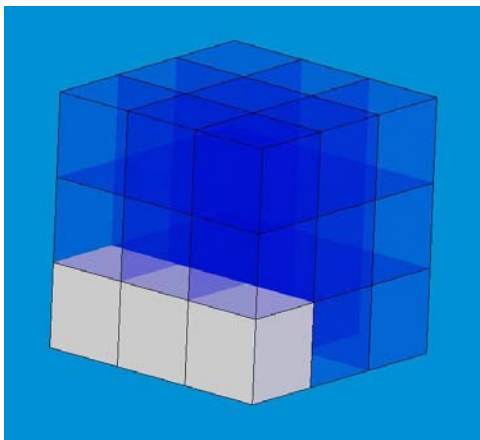


Figura 5- (3,1,1) Legissigno- icônico- remático

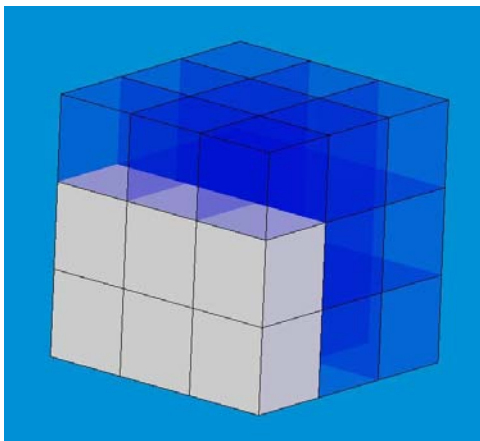


Figura 6- (3,2,1) Legissigno- indicial- remático

A sétima classificação corresponde a um signo com características (3,2,2) Legi-signo Indicial Dicente. Peirce o exemplifica como um *Pregão de rua*. É um signo do tipo lei geral,

⁵² SILVEIRA, L. *Curso Introdutório a Semiótica*, 2002, p. 13.

com informação que define o Objeto e permite uma compreensão que possibilita ir além da potencialidade de interpretação. Caminhando para indicação de algo existente num contexto particular (CP. 2, 260). Podemos identificar o **metro** como signo dessa classe, pois, envolve um signo que propicia a significação da informação (lei) e um que denota a existência dessa informação.

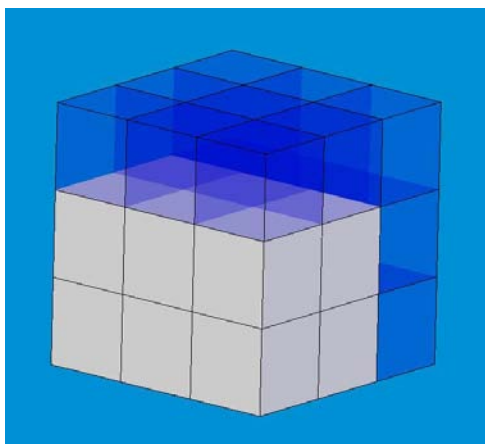


Figura 7- (3,2,2) Legissigno- indicial- dicente

As relações (3,3,1) e (3,3,2) projetam-se para mudança de hábito. Para Peirce, o signo (3,3,1) Legissigno – simbólico – remático, temos como exemplo um nome. É determinado como:

Um signo ligado a seu Objeto por uma associação de idéias gerais de tal modo que sua réplica suscita uma imagem à mente, imagem a qual devido a certos hábitos ou disposições daquela mente, tende a produzir um conceito geral (CP. 2, 261). Assim, pois, a associação de idéias consiste em que um juízo ocasiona outro, do qual é um signo. Isso, no entanto, nada mais é do que inferências (CP. 5, 307)

A necessidade colocada pela teoria peirceana no processo de significação de um fenômeno reforça a presença da abdução para a constituição das inferências hipotéticas que vão produzindo efeitos a partir das experiências vivenciadas sobre o investigado e conduzindo às relações indutiva e dedutiva, isto é, uma representação do interior da mente.

Podemos, assemelhar os signos (3,3,1) ao (3,3,2), porém nesse último o seu interpretante estabelece uma relação indicativa, ou seja, uma conexão àquilo que ele significa. Nesse sentido, temos essa classe diferenciada quanto ao seu grau de abstração, pois representa

maior proximidade com as propriedades de inferências dedutivas. Peirce, o exemplifica como *uma proposição ordinária* (CP. 2, 262). Ainda a respeito desses signos, Silveira nos esclarece:

A semelhança mantida entre o Símbolo Dicente e o Símbolo Remático permite compreendê-lo em tudo que naquele primeiro era construção de um percepto e solicitação a uma mente que fizesse surgir um Conceito Geral. Mas a ele não basta a simples evocação desse conceito. Exige que essa mente venha, num contínuo futuro a atribuir tal Conceito a uma classe de fenômeno como um predicado real, existencialmente presente em todas as suas réplicas. Interpretá-lo desse modo é o papel exigido por pretendido interpretante (SILVEIRA, L. 2002, p.22)

As figuras 8 e 9 representam a construção simbólica desses signos:

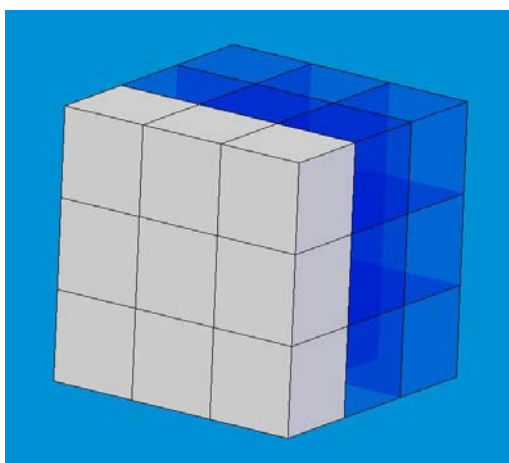


Figura 8- (3,3,1) Legissigno- simbólico- remático

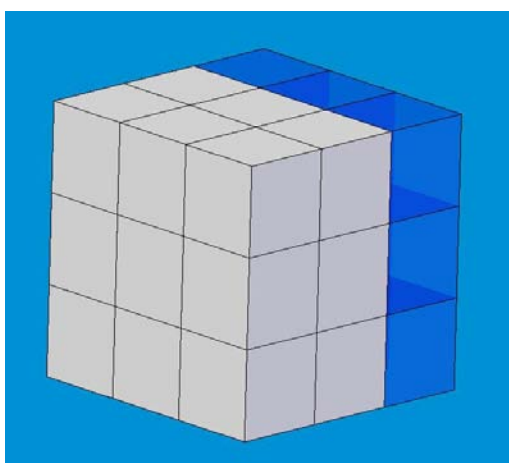


Figura 9- (3,3,2) Legissigno- simbólico- dicente

E, por último, temos (3,3,3) - Argumento Simbólico Legi-Signo – Lei. A representação simbólica que aproxima ao máximo a significação que uma mente evoca sobre um fenômeno no momento último (mas não final), pois para Peirce, a apreensão de algo se constitui num contínuo significar (figura 10).

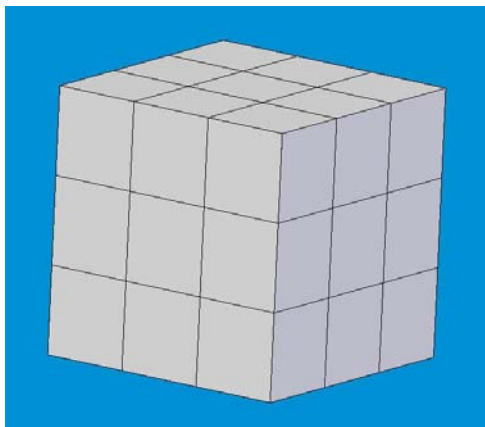


Figura 9- (3,3,3) Legissigno- simbólico- Argumento.

A décima classe é um signo de terceiridade, um Argumento cujo interpretante representa o Objeto como um signo de lei, um conceito. Podemos dizer que essa classe define a relação do pensamento como dedutivo.

No contexto escolar, temos como finalidade de ensino a formação de conhecimentos no que tange à representação (3,3,3), sabendo-se que o processo interpretativo deve iniciar-se a partir da relação (1,1,1) propiciando confrontos experienciais das hipóteses num relacionar até o máximo de sua significação. Menos que isso, estaríamos criando situações pautadas na formação de signos degenerados e, conseqüentemente, a construção de argumentos que não propiciam ou dificultam a compreensão dos conceitos pelos alunos e a sua significação em novas generalizações genuínas.

Dentre as 10 classes apresentadas, Peirce as combinam formando outras subdivisões e novas conexões sígnicas. Analisar, no processo de ensino e aprendizagem, a apreensão de conceitos pelo educando (a partir das tríades peirceanas) permite-nos classificar, observar e interpretar o processo de significação dos conceitos no percurso das atividades desenvolvidas.

Na semiótica peirceana, cada pensamento ou representação cognitiva é da natureza do signo. Assim representação e signo são sinônimos (C.P. 8, 191). Temos na tríade genuína (representamen, objeto e interpretante) a constituição de signo como *um representamen do qual algum interpretante é [o efeito da] cognição de uma mente* (C.P. 2, 242) .

As categorias estabelecidas a partir da semiótica peirceana podem nos fornecer o entendimento das relações desencadeadoras que possibilitaram e ou possibilitarão aproximar

ao máximo a compreensão dos conceitos e sua interação pelos alunos, a fim de que articulem novas formas de conhecimento. Nesse sentido, trataremos de analisar o Interpretante, terceiro elemento da tríade, para fim de análise da pesquisa⁵³.

2.5 Tríades de Interpretantes: Signo-Pensamento

Na produção triádica de Interpretantes, Peirce busca compreender a natureza do significado. Ele diz: *O problema do que seja o 'significado' de um conceito intelectual, somente pode ser resolvido através do estudo dos interpretantes ou propriedades dos efeitos significados dos signos* (CP, 5,465).

Na tríade: Interpretantes Imediatos, Dinâmicos e Finais, as categorias universais (primeiridade, secundidade e terceiridade) podem ser reconhecidas. Segundo Silveira (2002), os Interpretantes Imediatos podem ser caracterizados na primeiridade em sua *potencialidade* de interpretação do signo; os Dinâmicos se encontram na secundidade pelas interpretações *factuais* geradas e os Finais, como *tendência interpretativa do signo para o futuro*, estabelece a terceiridade na formação contínua da lei e generalização.

Peirce (1972) constitui outra tríade de correlatos formada pelo signo-pensamento e determinada pelos Interpretantes, nomeando-os como: *emocional, energético e lógico*. O interpretante emocional é definido pelo autor, como um efeito significativo de *sentimento* provocado pelo signo. Assim diz:

Este 'interpretante emocional', como o denomino, pode importar em algo mais que o sentimento de reconhecimento; e, em alguns casos, é o único efeito significado que o signo produz. Assim, a execução de uma peça de música de concerto é um signo. Fornece, ou pretende fornecer as idéias musicais do compositor; e estas consistem habitualmente numa série de sentimentos. (CP. 5,475)

O interpretante energético é caracterizado por um *esforço* constituído a partir de um efeito *desejado*. Nesse aspecto, Peirce define o interpretante energético pela mediação do interpretante emocional. Silveira (2002) define-o como: *uma ação; supõe um tono de sentimento que o sustente*⁵⁴.

⁵³ Cf. Capítulo 5 e 6 do presente trabalho.

⁵⁴ SILVEIRA, L.F.B, Curso *Introdutório de Semiótica: As categorias da Experiência e os Correlatos dos Signo*, 2002, Unidade IV p.14.

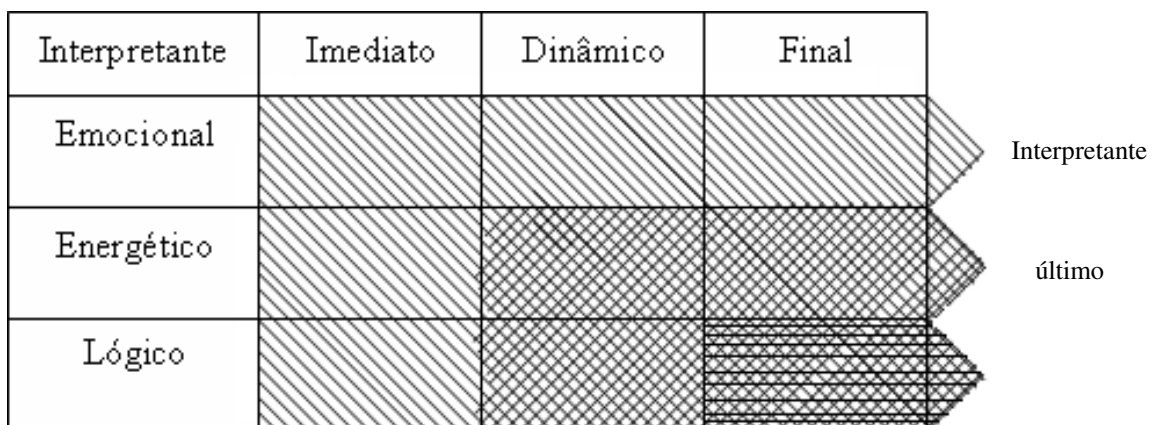
No relato de Peirce temos:

Se um signo produz ainda algum efeito desejado, fá-lo á através da mediação de um interpretante emocional, e tal efeito envolverá sempre um esforço. Denomino-o interpretante energético. O esforço pode ser muscular, como acontece no caso na ordem de chão-armas; mas é usualmente em exercer do mundo interior, um esforço mental. Não pode ser nunca o significado de um conceito intelectual, uma vez que é um ato singular [enquanto] que tal conceito possui uma natureza geral (CP.5,475).

O interpretante lógico é designado como signo a ser categorizado na tríade pela categoria de terceiridade⁵⁵. Para Peirce, se o signo interpretante for um pensamento-intelectual tem que possuir um *interpretante lógico, de forma que possa ser o derradeiro interpretante lógico do conceito* (CP.5, 476). Assim, podemos caracterizar o interpretante lógico como o máximo entendimento produzido pelo signo numa mente interpretativa, uma representação originada da relação do representamen e o objeto (generalidade, abstração).

Com base nesse pressuposto peirceano, relacionado à constituição do signo-pensamento, buscaremos avaliar e analisar os interpretantes dos alunos gerados no decorrer do desenvolvimento das atividades didáticas metodológicas para a apreensão de conhecimentos científicos no estudo do fenômeno apresentado⁵⁶.

Tomemos o Diagrama sugerido por Silveira (1991) para representar as duas séries de interpretantes, anteriormente abordadas: interpretantes imediatos, dinâmico e final; interpretantes emocional, energético e lógico.



A exposição adotada no diagrama demonstra o crescente processo de interpretantes (relação ilustrada no entrelaçamento das malhas) desmembrado sobre as duas séries. Assim, Silveira (1991) reúne, numa construção diagramática, as classes de interpretantes compostos

⁵⁵ Idem.

⁵⁶ Essa análise será apresentada no Capítulo 5 e 6 da referente pesquisa.

por Peirce e as organiza através da sobreposição apresentando os níveis de especificidade que representam os signos:

Uma das séries seria constituída pelos interpretantes imediato, dinâmico e final do signo. O interpretante imediato estaria representado na potência do signo, como espécie de interpretação facultada pelo signo das relações do representamen e do objeto; o interpretante dinâmico seria a efetiva interpretação e o interpretante final, aquele ao qual tende a série das interpretações (Cf.9.4.536-540;5.470-494).[...] A outra [série], seria formada pelos interpretantes emocional, energético e lógico. O primeiro [emocional] é mera disponibilidade, sentimento ou afeição que, rompendo um estado de indiferença, simplesmente predispõe a conduta diante do signo para encaminhar-se em busca do objeto. Desfeita as repercussões psicológicas da exposição, trata-se de um interpretante de mera possibilidade. O segundo [energético], é uma ação que interpreta a relação do signo para com o objeto; [ou seja é] a resposta a um comando e toda reação, são exemplos característicos e formas aproximadamente genuínas de interpretantes energéticos. Finalmente, o terceiro [interpretante lógico] é uma representação que interpreta a relação do *representamen* e o objeto. A conhecida divisão da relação do interpretante em Rema, Dicente e Argumento e, no interior desse último, em abdução, indução e dedução, que são realizações típicas do interpretante lógico (9.2.263, 266-270; 5.4780-480, 11.p.22-23;160-166) (SILVEIRA, 1991, p.49).

Buscamos na tríade de interpretantes: emocional, energético e lógico a base teórica para analisar as concepções verbais dos alunos participantes dessa pesquisa, pois, o Interpretante *é tudo aquilo que é explícito no signo do contexto e das circunstâncias da verbalização* (CP.5,473).

Ainda quanto à formação de interpretantes lógicos, Peirce afirma:

A isto pode acrescentar-se que não são todos os signos a terem interpretantes lógicos, mas somente conceitos intelectuais e semelhantes; e estes se acham intimamente ligados a conceitos gerais ou são eles gerais. (CP. 5. 482)

Outro ponto relacionado à formação de interpretantes que a teoria peirceana nos propõe é o estabelecimento de associação de idéias para se gerar um conceito. Essas idéias, segundo essa concepção, são chamadas de os *primeiros interpretantes lógicos* do fenômeno em questão e são formuladas através de *conjecturas*. Num segundo momento, através de estímulos voluntários internos promovidos por estes interpretantes lógicos a mente passa a designar *formas de condutas*⁵⁷. A linha de conduta de uma mente pensante propicia a visão de diferentes caminhos, que a partir de inúmeros estímulos podem mudar as conjunturas.⁵⁸

Silveira (1991) - estudando o modelo diagramático lógico de Peirce- salienta: *para o autor, o que nos cabe fazer são conjecturas bem fundadas sobre o real e cujas conseqüências,*

⁵⁷ PEIRCE, C.S. Collected Papers of Charles Sanders Peirce (CP. 5,481)

⁵⁸ PEIRCE, C.S. *Escritos Colegiados*, 1974, p.149.

inserindo-se sempre no domínio da experiência possível, permita-lhes testar sua capacidade.

⁵⁹ Desse modo, o conhecimento sobre o real se sustenta a partir da associação de idéias.

A formação de conhecimento sobre um fenômeno estudado se dá num contínuo processo de associação e/ou de rejeição de idéias, tendo a experiência como forma de validação dos interpretantes gerados sobre esse fenômeno. Podemos considerar a constituição de interpretante lógico como o processo sígnico mais complexo da ação do pensamento intelectual. Peirce (1974) designa esse processo, quando afirma que o efeito mental produzido é de *aplicação geral*, denominando-o de *mudança de hábito*⁶⁰.

Por mudança de hábito, o autor a entende como: *modificação nas tendências de uma pessoa para a ação, que resulta de exercícios prévios da vontade, dos atos ou de ambos*⁶¹. Para ele, os efeitos de mudança-de-hábito são descritos como duradouros até a produção de uma nova mudança-de-hábito. Esse processo, por assim dizer, é constituído por repetição de ações, de maneira que novas mudanças ocorram, o que podemos considerar crescimento de Interpretantes, até se atingir uma frequência de ação que ele denomina de *hábito* (CP. 5 477). Assim, hábito seria a consequência da semiose: o Interpretante lógico que transcende.

No artigo 'Como tornar claras as nossas idéias', Peirce (1972) expressa que a função do pensamento é *gerar hábitos de agir*. Esse princípio nos leva a considerar que os nossos hábitos (conceitos) são decorrentes de como interagimos com o objeto de estudo. As ações resultantes dessa interação são frutos de um processo perceptível⁶². Tomando o processo de ensino e aprendizagem como objeto de estudo, somos levados a pensar sobre a necessidade de propiciar aos alunos situações experienciais significativas, isto é, que contribuam para produzir interpretantes lógicos sobre os conhecimentos a serem apreendidos.

Dewey(1959), em sua filosofia, também formaliza a formação do *pensamento reflexivo*, define-a como uma *cadeia* constituída de coisas pensadas mas, não como algo colocado em seqüência sucessiva e sim como um seqüência contínua de idéias que se relacionam. Nesse sentido, há convergências de idéias entre ele e Peirce. Vejamos as palavras do próprio Dewey:

A reflexão não é simplesmente uma seqüência, mas uma consequência – uma ordem de tal modo consecutiva que cada idéia engendra a seguinte como seu efeito natural e, ao mesmo tempo, apóia-se na antecessora ou a esta se refere. As partes sucessivas de um pensamento reflexivo derivam uma das outras e sustentam-se umas às outras,

⁵⁹ SILVEIRA, L.F.B, *Diagramas e Hábitos: Interação entre diagrama e hábito na concepção peirceana de conhecimento.s/d* p.2.

⁶⁰ PEIRCE, C.S. *Escritos Colegiados*, 1974, p147.

⁶¹ Cf. idem, (CP5, 476)

⁶² Para Peirce é na percepção que reside toda a potencialidade geradora de interpretantes.

não vão e vêm confusamente. Cada fase é um passo de um ponto a outro; tecnicamente falando, um termo do pensamento. Cada termo deixa um depósito de que se utiliza o termo seguinte. A correnteza, o fluxo, transforma-se numa série, numa cadeia. Em qualquer pensamento reflexivo, há unidades definidas, ligadas entre si de tal arte que o resultado é um momento continuado para um fim comum. (DEWEY, 1959, p. 14)

Analisando a concepção deweyana à luz da teoria de interpretantes de Peirce, vemos nos relatos de Dewey⁶³ a aplicação das idéias de Peirce quanto à formação do pensamento na educação. Se para Peirce a geração de novos hábitos envolve a reflexão sobre os efeitos do signo (interpretantes) adquiridos no contato com Objeto estudado, num contínuo significar, Dewey sustenta esse contexto, afirmando existir na unidade de pensamento uma relação contínua de conhecimentos (idéias) a partir da reflexão.

Com base nesses pressupostos teóricos, os signos presentes nas diferentes formas de representações devem ser denotados, interpretados e transformados em novas linguagens (signos). Para tanto, faz-se necessário analisarmos a construção e representação das linguagens no processo de ensino e aprendizagem de matemática.

⁶³ John Dewey, filósofo, aluno de Willian James (discípulo de Peirce).

CAPITULO 3

AS DIFERENTES LINGUAGENS E SUAS REPRESENTAÇÕES NO ENSINO DE MATEMÁTICA

3.1 As diferentes linguagens e suas representações

As comunidades humanas, espalhadas no tempo e no espaço, têm estruturas de pensamento subjacentes próprias. Moldadas segundo suas experiências históricas e expressas por meio de linguagens que lhes são significativas. (AGUIAR, T. V. 2004, p. 25)

No decorrer dos séculos, a sociedade providencia meios e modos de comunicação para compartilhar as situações vividas pelo homem, expressando-as em diferentes formas de linguagem, verbais e não-verbais. A variedade de línguas faladas no mundo é um exemplo das inúmeras formas de linguagens que foram e vão se constituindo, através da história da humanidade, como resultado das múltiplas necessidades advindas das condições de sobrevivência dos seres humanos.

Assim, no confronto com o mundo, os sujeitos se relacionam entre si e com o meio. Nessa interrelação, o indivíduo, como ser orgânico, integra-se com o ambiente cultural. Teixeira (1955), analisando a base teórica deweyana, salienta que o *simbólico*

se constitui intelectualmente, através da linguagem, no contexto cultural: *Com a cultura, com a linguagem, o comportamento humano se faz simbólico*¹. Há transposição do organismo para o simbólico.

Dewey (1959), em sua obra ‘Como Pensamos’, caracteriza a linguagem como instrumento na ação do pensamento, inferindo uma relação entre o pensamento e a linguagem. Nessa relação, destaca três pontos: a) *a equivalência entre pensamento e linguagem*. Para isso, busca no próprio termo ‘lógico’, derivado de ‘logos’, a significação indiferente entre razão – pensamento e linguagem; b) *a linguagem como revestimento, a indumentária do pensamento*. Nesse aspecto, o autor referencia a linguagem como a externalização do pensamento. Ela passa a ser algo que comunica o pensar; c) *necessidade da linguagem ao pensamento e à comunicação*. Esse último ponto ilustra a linguagem como algo que integra o pensamento e a comunicação. Assim, ela não é o pensamento, mas indispensável a ele².

A linguagem, com princípios lógicos, faz-se como forma e instrumento das atividades humanas, configurando-se historicamente com representações do pensamento humano no decorrer dos tempos. Para Dewey (1955), a linguagem tem o papel de *comunicar*. Contudo, para que ocorra a comunicação, é necessário que os símbolos e significados disponham de duas características que se relacionam, *sentido existencial comum e percepção das atividades reais desenvolvidas*³.

Na concepção deweyana, implícito no símbolo, há uma *conexão lógica*: ação de *classificação* e de *definição*. Adentrando no terreno da lógica, aprender não quer dizer *aprender coisas*, mas sim a *significação* delas, sendo necessário para isso o uso de sinais ou da linguagem em seu sentido *genérico*⁴. Nesse contexto, os símbolos lingüísticos, empregados nas diferentes áreas do conhecimento, inclusive da matemática, são expressões dos saberes historicamente acumulados, tornando-se instrumentos de caráter intelectual, que auxiliam e articulam novas formas de pensamento. Por isso, no âmbito educacional, a linguagem deve denotar ao educando a ampliação de significados dos objetos, relacionando-os a diferentes campos de conhecimento.

¹ TEIXEIRA, A. *Bases da Teoria lógica de Dewey*, Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, V.23, 1955, p.15.

² DEWEY, J. *Como Pensamos: Como se relaciona o pensamento reflexivo com o processo educativo*, 1959, P.220.

³ Cf. TEIXEIRA, A. *Bases da Teoria lógica de Dewey*, 1955, p.16.

⁴ DEWEY, J. *Como Pensamos: Como se relaciona o pensamento reflexivo com o processo educativo*, 1959, p.233.

No olhar teórico deweyano, a linguagem é tida como o fator histórico e integrador da experiência, essa considerada como meio de reflexão e aprendizagem orgânica/intelectual nos seres vivos. Nessa concepção, o comportamento humano ajusta-se ao ambiente, tornando-se formulável graças à linguagem. *E uma vez formulado, faz-se, ele próprio, objeto também do processo de investigação*⁵.

Sabemos que na educação escolar a linguagem é composta por símbolos (signos) que se configuram no pensamento daqueles que os apreendem. O pensamento, por sua vez, trabalha esse emaranhado de símbolos atribuindo-lhes significados. Os significados apreendidos pelo sujeito são fixados e transmitidos através de símbolos que, por sua vez, carregam consigo *existências sensíveis e particulares* (DEWEY, 1910, p. 228).

A concepção quanto ao papel comunicativo da linguagem impele-nos a postular que o que é percebido pelo sujeito passa a ter sentido existencial para ele. Outro aspecto notado sobre o sentido existencial da linguagem é quanto à necessidade de se ter um *sentido existencial comum* na composição simbólica.

O pensamento lógico nos direciona à: comparação, construção de diagramas, ordenação e classificação das idéias estabelecidas como o “revestimento” da linguagem.

Os símbolos são, assim, elaborados pela congruência/coerência de significados que devem ultrapassar o sentido comum que foram gerados a partir das primeiras percepções sobre a realidade observada.

Segundo Wittgenstein, a linguagem-verbal é carregada de expressões de comportamento denominadas *raízes pré-linguísticas*, que norteiam a maneira de o sujeito se comunicar. Assim a linguagem para ele, não é o resultado do pensamento com a denominação de algo, mas a forma desse pensamento⁶.

Na visão wittgensteiniana, as proposições matemáticas devem ser vistas como instrumentos, regras de transformações de proposições empíricas. Para Wittgenstein o significado da palavra é o próprio uso e seu emprego. Nesse sentido, compreender uma proposição matemática é apreender seu significado em um contexto estudado, e não apenas restringir-se uma análise da lógica simbólica empregada.

Para Peirce, os signos – a linguagem – têm um papel constitutivo dos objetos de pensamento, enfoque esse elucidado em sua teoria filosófica pragmática que, a nosso

⁵ Cf. TEIXEIRA, A. *Bases da Teoria lógica de Dewey*, , 1955, p.19.

⁶ WITTGENSTEIN, L *Investigações Filosóficas*, 1999.

ver, têm pontos de concordância com as idéias do segundo Wittgenstein quanto ao aspecto da compreensão do símbolo a partir de seu uso, quanto à dimensão pragmática.

Godino (2005) trabalhando sobre o significado sistêmico na matemática reporta-se as idéias de Wittgenstein e suas perspectivas sobre significado e compreensão quanto ao entendimento do “significado como uso” numa implicação ao conceito chave de “imersão contextual” que, em seu ponto de vista o contexto, é concebido como contexto cultural e institucional e não simplesmente como “entorno físico de um enunciado lingüístico”⁷.

Analisando a linguagem matemática a partir da tendência operacional dos símbolos, em que esses são estudados na ação, preocupa-se com o processo de como os conceitos foram expressos no enunciado tendo como elemento base o contexto situacional (de uso).

3.1.1 A linguagem matemática e a semiótica peirceana na Educação Matemática

Anderson, et al (2003) analisam o campo da Educação Matemática constituído pela filosofia, psicologia, antropologia, sociologia e recentemente pela semiótica como áreas ao lado da matemática e educação que se ocupam com os aspectos de ensino e aprendizagem e como esses processos são formados por cognição, cultura e contexto sociolingüístico de matemática na sala de aula. Ressaltam os autores, que especialistas de educação matemática e semioticistas definem a semiótica e a matemática intrinsecamente ligadas, considerando matemática e lógica, bem como linguagem e cultura como fundamentais ao processo de semiose. Para eles:

Matemática e semiótica fornecem instrumentos, ajudando-nos a fazer sentido do mundo pela manipulação mental, física e social, pelo ato complexo da interpretação, e pela construção de sistemas de signos, facilitado pela propensão dinâmica de signos para mediar outros signos. Examinando por essa perspectiva semiótica, a atividade educativa é desenvolvida em construção, socialmente situada, culturalmente formada e linguisticamente e visualmente mediada (ANDERSON, et al, 2003 p.1)⁸.

⁷ GODINO, J. *Comparación de herramientas teóricas em didáctica de las matemáticas*, p. 1-2, 2005.

⁸ Mathematics and semiotics provide tools, helping us make sense of the world through mental, physical, and social manipulation, through the complex act of interpretation, and through the construction of sign systems, all of this facilitated by the dynamic propensity of signs to mediate other signs. Viewed through a semiotic perspective, educational activity is developmentally constrained, socially situated, culturally shaped, and linguistically and visually mediated.

Godino (2004) analisando a linguagem matemática coloca-nos a refletir sobre os diversos sistemas de notações (verbais, gráficos, gestuais, etc) que são utilizados para expressarem os objetos matemáticos (conceitos, proposições, teorias) e como esses têm feito parte dos sistemas de representação investigado no campo didático-matemática. Para ele, trabalhos que contemplem significados (institucional e pessoal) sob a perspectiva da interpretação e negociação dos significados, por meio da semiótica, têm proporcionado adequado estudo da problemática do ensino e aprendizagem dos objetos de análise matemática. Essa linha de trabalho tem sido assumida por ele em outras investigações (Godino e Batanero 2003) e por outros pesquisadores da didática matemática (Font, 2005; Ordóñez, 2004; Vile, 2003; Danise, 2003).

Na perspectiva semiótica, buscamos delinear, a partir da teoria de Peirce, os processos cognitivos e lingüísticos que os alunos constituem na aquisição e construção de conhecimentos matemáticos e científicos.

Garnica (2001), em seu artigo “Peirce’s Mathematical Writings: and essay on primary arithmetic books as it relates to Mathematics Educations”, aponta a teoria pragmática de Peirce como importante influência em questões educacionais. Em outros estudos sobre as concepções peirceana, destaca a preocupação de Peirce com o ensino de matemática elementar quanto à forma de abordar as operações matemáticas e o uso do instrumento como ferramenta para a aprendizagem. A ênfase na ligação entre a linguagem matemática estruturada e o seu ensino no contexto escolar com o cuidado de se estabelecer o diálogo, entre as diversas áreas do conhecimento, é ressaltado por Garnica sobre o trabalho de Peirce. Nesse sentido, salienta as concepções peirceanas numa abordagem de educação – Educação Matemática⁹.

Compreender a linguagem matemática, sua representação e integrada com as demais linguagens é fundamental para Lenke (2003), que busca analisar como a semiótica pode contribuir para o professor e estudante de matemática. Seu estudo semiótico procura relaciona diferentes tipos de significados em duas categorias semiótica: a tipológica e a topológica.

Os significados topológicos constituem-se por meio de degraus, representado por ele, através das categorias de Peirce do signo em relação ao objeto (Ícone, Índice e Símbolo). Na relação peirceana entre signo-relação, os signos são capazes de contínuas ou quase-contínuas variações. Essas são apresentadas como algo de nosso interesse (cor,

⁹ GARNICA, V. (digitado)

número, temperatura) e a contínua-variação é definida como algo coniventemente à representação tipológica. Essa tipologia apresenta-se através tipos de sistemas de signos do sistema natural da linguagem: palavra falada, escrita, símbolos matemáticos, químicos¹⁰.

O autor expõe que a concepção semiótica auxilia-nos à compreensão com a linguagem natural, matemática e representação como um sistema integrado e formado para construir significados. Para Lenke, ambas as representações, tipológicas e topológicas estão incluídas na visão signo de Peirce. Nesse sentido, define a visão semiótica, com a função de contribuir para reconceitualizar a matemática, não como simples sistema de signos, mas como um componente integral de um abrangente sistema de recursos semióticos constituindo o significado matemático no contexto real histórico.

Ludlow (2003) analisa a construção de significados simbólicos de matemática a partir de situações de aprendizagens envolvidas num contexto de jogos. Para a autora os conceitos dessa ciência abordam uma linguagem específica que produz diferentes interpretações para um mesmo signo dependendo de seu contexto. Apoiando-se na perspectiva semiótica, define-a como foco central que baliza a atividade de interpretação e transformação de signos mais abstratos e abreviados envolvendo construção de significados através do tempo. Abordando os diferentes aspectos do signo usado na matemática busca nas concepções de Ogden e Richards o olhar tríadico sob o signo a partir da relação referente-símbolo-referência¹¹ (*referent-symbol-reference*) e na teórica de Peirce a base para o processo interpretativo.

Para ela, Peirce descreve três tipos de interpretantes: o intencional, o efetual e o lógico. O interpretante intencional (*meaning intended*) propõe ao sujeito selecionar um signo para o propósito de uma mensagem, produzindo assim um signo de intenção, que de acordo com Peirce produz um efeito. Consequentemente, o interpretante efetual provoca uma ação. O interpretante lógico produzido pelo signo, que é um signo, é ascendente natural dos efeitos produzidos¹². Seguindo esse modelo semiótico procura

¹⁰ LENKE, L.J. *Mathematics in the middle: Measure, Picture, Gesture, Sign, and Word*, p.216-218, 2003.

¹¹ Segundo Ludlow, Ogden e Richards consideram o símbolo como pertencendo referência de símbolo de referente -conjunto de três sinais(referente-símbolo-referencia). Para eles, a significação emerge deste conjunto de três e isto tem uma existência paralela na mente do iniciador e o intérprete - a significação destinada pelo iniciador e a significação interpretada pelo intérprete. Expondo a significação nos termos: a)isto a que o iniciador do símbolo: refere-se, deveria estar referindo-se e acredita que ele se está referindo; b)isto a que o intérprete do símbolo: refere-se, acredita que ele se está referindo e acredita que o iniciador se está referindo.

¹² LUDLOW, S. A. *Classroom discourse in mathematics as na evolving interpreting game*, p.258, 2003.

analisar os discursos nas aulas de matemática buscando relacionar a escrita, o fazer, o significado dado ao contexto e o signo-símbolo matemático.

Os ciclos dos signos foram sendo criados juntamente com a interpretação dos jogos numa evolução espaço de comunicação (zone of communication) entre professor e alunos tendo o processo interpretativo como resultado da investigação. A análise peirceana da variedade de signos usados na interpretação dos jogos foi: a) a linguagem natural usada como meio de comunicação (signo natural); b) a linguagem informal para expressar signos matemáticos (registro matemático); c) a linguagem convencional matemática para notações ou diagramas usados para expor significados (signo formal).

Segundo Ludlow (2003) a semiótica favorece a compreensão teórica de análise representacional das interpretações humanas juntamente com os aspectos cognitivos, lingüísticos, social e cultural (sincrônico/diacrônico). A linguagem ocupa uma posição de destaque no processo de ensino-aprendizagem. Assim, refletir sobre as suas diferentes formas e sua interdependência pode ser de grande valia para compreender o processo de apreensão de conhecimento dos alunos.

Nesse sentido, temos, na própria formação da palavra **compreensão**, referências que podem servir como pontos didático-metodológicos para a investigação proposta (capítulo 5). Derivada do verbo compreender em (com-apreender). O prefixo latino **com** denota o significado de *companhia, contigüidade*¹³; transpondo essa conotação para o processo de ensino e aprendizagem escolar, podemos evocar que a construção conceitual se processa a partir de um coletivo, comunitário, em busca de unidade comum na elaboração de generalização lingüística para definir o fenômeno estudado. Quanto ao verbo **apreender**, no dicionário de Língua Portuguesa¹⁴, encontramos *captar* algo ou *tomar posse por direito*, o que nos permite caracterizar o apreender como posse dos atributos que o conceito denomina a partir das percepções que o aluno abstrai no contato com o objeto em estudo. Isso deve se configurar em um processo 'ativo', envolvendo um contexto experiencial, de maneira que o aluno possa fazer conexões aglutinadoras ou diferenciadoras entre os novos tributos adquiridos e os já existentes em seu campo conceitual. Nesse sentido, a compreensão de um conceito científico passa a ser algo mais do que denominá-lo, pois envolve uma tomada de posse e seu uso num contexto lingüístico que o sustente.

¹³ BECHARA, E. *Moderna Gramática Portuguesa*, 2001, p.357.

¹⁴ BORBA, S F. (org) *Dicionário UNESP de Português*, 2004, p.96.

Segundo Sierpinska (1990), a idéia de significado está intimamente relacionada à concepção de *compreensão*.

Compreender um conceito será então concebido como o ato de captar seu significado. Esse ato será provavelmente um ato de generalização e sínteses de significados relacionados a elementos particulares da 'estrutura' do conceito – a 'estrutura' é a rede de sentidos das sentenças que temos considerado. Estes significados particulares têm de ser capturados em atos de compreensão (ibib, p. 27 in GODINO 2004 p.30).

Podemos ver na concepção peirceana a relação de estrutura conceitual apontada por Sierpinska, pois para Peirce, compreensão se define como *substância e conteúdo* que vão se configurando num processo contínuo de relações (2003, p.131). Assim, um símbolo matemático é significado (compreendido) como conceito, quando, ao denotar um objeto produz signos que possibilitam o máximo de relação para corporificá-lo em signos-pensamento (interpretantes), tornando-os pela ação de uma mente pensante substâncias de um signo de lei.

A preocupação pela significação, no ensino de matemática, leva-nos a questionar sobre a apreensão dos conceitos matemáticos no decorrer da aprendizagem escolar.

Para Godino (2004), a natureza dos objetos matemáticos está ligada ao questionamento e reflexão (ontológica e epistemológica) sobre a origem pessoal e cultural do conhecimento matemático e sua interdependência¹⁵.

Ancorado nessa perspectiva, o uso de instrumento e/ou de objetos matemáticos (símbolos universais), coloca em xeque o processo de significação desses como objetos de ensino na construção de conhecimento científico.

A teoria deweyana chama-nos a atenção quanto à organização dos conteúdos e dos instrumentos na evocação de significados do pensamento. *Pensar é pôr em ordem um assunto, com o fim de descobrir o que significa ou indica* (Dewey, 1959, p. 245).

Dessa afirmação, torna-se evidente que o processo educativo escolar deve ser regido por uma ordem, na construção dos conceitos científicos e seus significados. Para entendermos a apreensão de um determinado conceito no processo de ensino e aprendizagem, devemos, por conseguinte, analisar os procedimentos no decorrer dos passos didático-metodológicos desenvolvidos com e pelos educandos.

¹⁵ GODINO, D. J. *Teoría de Las Funciones Semióticas: Un Enfoque Ontológico- Semiótico de la Cognición e Instrucción Matemática*, 2003, p.31.

Pensar no caráter relevante da apropriação de símbolos lingüísticos, no processo lógico de construir interpretantes como instrumentos para compreensão de conceitos matemáticos, remete-nos a alguns questionamentos que norteiam essa pesquisa:

- Que concepções podemos inferir das expressões verbais e não-verbais dos alunos sobre o uso dos conceitos matemáticos no ensino de ciências naturais, a partir de observações de conduta num contexto experimental?
- Como podemos caracterizar e analisar o processo lógico (ação do pensamento) dos alunos quanto ao significado dos conceitos matemáticos?

Esses questionamentos dizem respeito à apropriação pelos alunos dos signos matemáticos como objetos de pensamento e não apenas de representação de um contexto real.

3.2 Objetos Matemáticos e suas Representações Sígnicas no Contexto da Linguagem

3.2.1 Conceito de Medida na grandeza comprimento

É no contexto das experiências formais e não-formais que o aluno constrói representações mentais de medidas, que lhe permite, por exemplo, operacionalizar com diversos instrumentos padronizados, ou não, de comparação, criando estratégias para resolver problemas. Através dessas representações mentais, estabelecem-se processos de comparação, associação e equivalência entre as grandezas, propiciando a construção de relações entre os conceitos matemáticos e procedimentos de cálculos. Da comparação entre grandezas de mesma natureza, organiza-se a idéia de medida.

O trabalho com medidas possibilita abordar aspectos do dia-a-dia do aluno e integrar as diferentes áreas do conhecimento. Esse processo de organização das idéias para a produção de conhecimento é entendido na teoria peirceana, através dos raciocínios abduativos, indutivos e dedutivos, sendo estes necessários para gerar hábito de conduta. Contudo, o raciocínio dedutivo tem origem nas inferências hipotéticas que definimos a partir certos aspectos abstrativos.

No caminho de conhecer, criamos hipóteses sobre o fenômeno e ao procurarmos verificar a veracidade das idéias concebidas, adequamô-las ao mundo exterior, através da experiência num contínuo processo de significação, para melhor compreender e definir o estudado.

A noção de grandezas e medidas caracteriza-se por sua relevância social, com evidente caráter prático e utilitário. Na vida em sociedade, a aferição está presente em quase todas as atividades realizadas.

No cotidiano encontramos questões sobre medidas resolvidas pelo homem a partir de suas experiências comunitárias. Desde a antiguidade, o homem sentia necessidade de medir e de comparar grandezas. A relação com o corpo humano (pé, mão, polegar, braço, passo, etc) na construção de unidade padrão de comprimento para aferir quantidade foi, e vem sendo adotada até hoje, em alguns países¹⁶.

Segundo Piaget (1975), *medir é compor unidades que se conservam e introduzir entre essas composições um sistema de equivalência*¹⁷. Configurado na teoria peircena no nível indicial. Para entender como e quando as crianças adquirem a propriedade de conservação num processo de equivalência, o autor desenvolveu inúmeras experiências com crianças em diferentes etapas da infância. Em seu trabalho afirma que, em crianças com idade entre 05 a 08 anos, a noção de quantidade está no processo de construção. Conseqüentemente, o trabalho métrico proposto para a educação infantil e para o primeiro ciclo da educação fundamental deverá ser norteador pela noção de medida, respeitando o desenvolvimento desta noção na criança.

Piaget (1975) analisa estas representações mentais a partir das operações *lógico-aritméticas, físicas* e nas relações entre elas. A segunda, afirma ele, configura-se com a constituição de um mesmo valor do objeto, independente das disposições colocadas de suas partes (*partes/unidades*); a segunda, considerando as relações entre objetos ou em suas reuniões; e, por último, nas relações entre essas operações e a *indução experimental*, passando pelo campo da indução-dedução.

A quantidade métrica é, portanto, uma síntese da participação e da colocação (ou deslocação), por igualização das partes-unidades e generalização da idéia de ordem (com todas as disposições que se pode constituir colocando as mesmas unidades ponta com ponta possuindo o mesmo valor), como o número é uma síntese e da relação simétrica por generalização das equivalências e das diferenças seriáveis (PIAGET, 1975, p. 357)

¹⁶ SRINIVASAN, S. *Mensuration in Ancient India*, 1979, p.7

¹⁷ PIAGET, T e SZEMINSKA, A *gênese do número na criança*, 1975, p.311.

Vemos nas representações mentais abordadas por Piaget a possibilidade de aproximações com a teoria peirceana que assegura a realização de uma lógica do argumento compreendida na tríade (abdução, indução e dedução), a qual no processo de semióse permite passar o pensamento do domínio de uma tentativa arriscada hipotética (abdução) para inferências indutivas, que são resultados aproximados desenvolvidos, no decorrer da experiência, em que signos lógicos são gerados num processo dedutivo. Nesse sentido, a experiência é fundamentalmente necessária para o raciocínio indutivo, que semioticamente é um raciocínio de menor perfeição do que a dedução mas é considerado o elemento de ligação do pensamento com a realidade, definida por Piaget como indução-experimental.

Entendemos, juntamente com Peirce (1972), que a função representativa do signo não está na qualidade material nem na aplicação demonstrativa: a função representativa cifra-se na relação sígnica e pensamento (ou reflexão). Para tanto, acreditamos que, a fim de investigar as relações de significações, de um sujeito envolvido (em atividades de medidas de comprimento) é necessário analisar as relações ou generalizações conceituais emitidas por ele durante a escolha e a comparação de unidades no ato de medição, expressando a sistematização simbólica constituída por relações entre a unidade de medida adotada e o número expresso como quantificador dessa comparação. Esse caminho possibilita a análise de elementos indicativos do pensamento refletido nas ressignificações oriundas das semióses do fenômeno mensurado.

Para Caraça (1984), medir *consiste em comparar duas grandezas da mesma espécie*, como dois comprimentos, duas áreas, etc¹⁸.

Na comparação de dois comprimentos, por exemplo, a de dois segmentos de retas, o comprimento de um é maior que o do outro ou vice-versa, a resposta é relativa a “*quantas vezes cabe*” um comprimento no outro e demonstra ser necessário um *termo único de comparação* para medir o comprimento de cada segmento. Por isso há a necessidade de se estabelecer uma *unidade* de medida da grandeza a ser aferida (nesse caso, o centímetro para os comprimentos dos segmentos).

¹⁸ Para Peirce medir consiste em comparar índice e as expressões simbólicas, são geradas pela tríade (ícone, índice e símbolo) no processo de semióse.

Ao medir, além de referenciar a grandeza com uma unidade, a resposta à questão *quantas vezes* solicita um número que expresse o resultado da comparação com a unidade escolhida.

Há, portanto, na ação de medir, três fases e três aspectos diferentes elencados pelo autor: *a) escolha da unidade; b) comparação da unidade; c) expressão do resultado dessa comparação em um número, onde o primeiro e o terceiro aspecto estão intimamente ligados*¹⁹.

Com base nesses aspectos, a interdependência da unidade escolhida com o número aferido é outro princípio a ser observado na ação de medir.

Podemos inferir que a precisão no medir, além de estar ligada aos três aspectos citados, relaciona-se também, ao instrumento prático que o sujeito dispõe para executar a atividade, tendo como resultante a representação destas ações numa linguagem matemático-simbólica que garanta a sua significação e possibilite novas representações sígnicas.

Nunes e Bryant (1997) reforçam a complexidade do ato de medir. Em seus estudos apontam o conceito de *inferência transitiva* inculcado na lógica da aferição, em que a estimativa estaria presente. Por exemplo, se A é maior que B e B é maior que C, sendo A, B e C medidas de comprimento, podemos dizer que A é maior que C ($A > B$, $B > C$ logo $A > C$). Para os autores, a compreensão lógica de medida exige o conceito de unidade. Embora a constante usada no processo métrico seja abrangente, alguns conceitos são universais e outros são culturais²⁰.

Da mesma forma que há aspectos universais na lógica do número (como conservação) e aspectos lógicos no sistema numérico particular construído em culturas (composição aditiva usando a base do sistema), há também aspectos universais lógicos da medida (inferência transitiva) e aspectos lógicos nos sistemas construídos por culturas (os sistemas de unidades). (NUNES e BRYANT, 1997, p.85)

Sendo assim, se as crianças compreenderem a idéia de uma unidade, elas poderão relacionar tamanhos diferentes de comprimento e fazer a comparação lógica das medidas envolvidas.

Estudos analisados pelos autores Nunes & Bryant (1997) com crianças entre 03 a 07 anos refletem que, apesar de os diversos aspectos relacionados com sistema

¹⁹ CARAÇA, B. J., *Conceitos Fundamentais de Matemática*, 1984, p. 29-31.

²⁰ NUNES, T e BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática*, 1997, p.87.

métrico o tornarem abrangente, o desenvolvimento de atividades de medida, nessa fase, é importante para ampliar a compreensão de número.

Se contar é um caso especial de medida no qual as unidades são dadas desde o início, parece ser sensato expandir as experiências das crianças com número fazendo-as trabalhar com sistemas de medidas. Isso claramente não é tarefa simples, e as crianças não dominam unidades de medida apenas reconhecendo-as sobre uma régua, por exemplo, e sabendo como elas são chamadas (NUNES e BRYANT, 1997, p.99).

Vemos nestas concepções a importância de se trabalhar com o conceito de medida, desde a educação infantil, de modo experimental.

Nunes, L. & Mason (1993) enfatizam a necessidade de se trabalhar com situações-problema envolvendo *circunstâncias incomuns*. Em seus estudos, solicitaram às crianças, entre 06 a 08 anos, que efetuassem aferições de comprimentos de linhas a partir de uma régua quebrada, defasada em 4 cm. Nestas condições, as crianças tinham que ser capazes de criar procedimentos para lidar com as dificuldades incomuns apresentadas pelo instrumento quebrado. A partir desta experiência, conclui-se: *introduzir algo incomum na situação de medida, como uma régua quebrada, põe em cena mais claramente as dificuldades das crianças*²¹.

Moura (1995), no seu trabalho sobre o desenvolvimento da noção de medida com criança da pré-escola, preocupa-se em usar diferentes estratégias metodológicas por meio de instrumento não convencional para medir uma distância fixa: régua não numerada, diferentes tamanhos de barbantes demarcados por nós, etc.

Garnica (s/d), analisando os manuscritos matemáticos de Peirce (1976) sobre a aritmética primária, ressalta considerações, elencadas pelo autor, quanto ao uso de instrumento simples como elemento articulador para o ensino dessa ciência. As inúmeras relações de cor, forma, posição que algum instrumento proporciona pode dificultar a apreensão de conceitos. Esse fato caracteriza-se quando os elementos físicos contidos nos instrumentos escolhidos passam a serem vistos pelo aluno como a única mensagem e não integrados ao objeto (conceito) que se propõe estudar. Por outro lado, destaca a não exploração do instrumento pelo educador e pelo educando, que o coloca

²¹ Cf. NUNES, T e BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática*, 1997, p.98.

apenas como material para o cálculo, destituindo-o das relações com as coisas, da aproximação com outras disciplinas e da criatividade de seu próprio uso²².

Esses procedimentos colocam-nos diante de questões metodológicas referentes ao processo de ensino e aprendizagem, de maneira que quanto mais relações de comparação (utilizando objetos e situações incomuns) o professor proporcionar aos alunos, mais estes tenderão a trabalhar com criatividade em prol da necessidade de medir em circunstâncias incomuns. Assim, o ato de medir vinculado a uma situação-problema poderá possibilitar ao aluno ir além de ler um valor a partir de um instrumento e uma unidade padrão previamente denotados para aquela aferição.

Analisando o processo de medir com crianças da pré-escolar, Lorenzato e Moura (2001) questionam o aspecto mecânico trabalhado em sala de aula. Enfatizam que a *leitura mecânica* da régua, balança, ou de outros instrumentos proporcionam para a criança um pensamento de medir *tecnicamente mágico* restrito à exposição numérica. Assim descrevem:

No instrumento de medir, o conceito assume natureza tecnológica e linguagem formal, que o torna ágil e de fácil aplicabilidade. Está totalmente abstraído de sua dinâmica de criação. Se a criança o aprender somente a partir desse estágio de elaboração, aprende somente sua forma mecânica e por isso mecânica será também a relação de entendimento do mesmo. (LORENZATO e MOURA, 2001, p. 35)

Com relação ao aspecto mecânico do uso de objetos no processo de ensino ressaltado pelos autores, temos, na teoria deweyana, o indicativo em que os objetos são empregados para reconhecimento de um significado além de seu uso, o que Peirce denota como experiências colaterais. Nesse sentido, o uso de objetos, desde as séries iniciais, destituído do processo de significação faz com que o ensino se torne tão abstrato como aquele que se constitui em definições e regras prontas.

Para a compreensão de significações da linguagem matemática - integrada aos níveis cognitivo, sensível e imaginário presentes nos diferentes sistemas de representações, - Moura (1995) investiga as noções manifestadas pelas ações de medir da criança, a partir de situações planejadas de ensino. Reporta-se ao conceito peirceano quanto à formação de símbolo (signo), em seu caráter representativo, como

²² GARNICA, V.A. Changes and Changes: an initial study of Peirce's pragmatism and mathematical writings as they relate to education and the teaching and learning of mathematics, s/d, p.15-24.

constituindo-se em uma lei determinada por um interpretante. Na possibilidade da criança abstrair algo diferente do Objeto, afirma:

Embora as observações tenham o valor de conjecturas, elas nos apontam uma das formas de a criança conhecer a medida, isto é, mediada por representações simbólicas e que entendemos como aquilo que significa algo para alguém, na medida em que este alguém o interpreta. [...] Desta forma, quando a criança pode criar um símbolo e usá-lo para comunicar a sua idéia mesmo que esta seja o número que está representado a medida, é possível que esta criação possa mediar o entendimento do significado científico do símbolo numérico(MOURA L.R.A, 1995, p.198-199).

A preocupação em se trabalhar com o conteúdo de medida, no processo de ensino e aprendizagem, inicia-se bem antes das primeiras séries do ensino fundamental. O Referencial Curricular Nacional para educação infantil²³ aponta o trabalho com noção de medida (abordagem experimental) como essencial no decorrer de todas as etapas que compõem o ensino na matemática da educação infantil.

As crianças aprendem sobre medidas, medindo. A ação de medir inclui: a observação e comparação sensorial e perceptiva entre objetos; o reconhecimento da utilização de objetos intermediários, como fita métrica, balança, régua, etc., para quantificar a grandeza (comprimento, extensão, área, peso, massa, etc.). Inclui também efetuar a comparação entre dois ou mais objetos respondendo a questões como: ‘ quantas vezes é maior?’, ‘quantas vezes cabe?’, ‘qual é a altura?’, ‘qual é a distância?’, ‘qual é o peso?’ etc. A construção desse conhecimento decorre de experiências que vão além da educação infantil. (RCN, 1998, p.227)

Vemos que essa proposta de trabalho ancora-se na semiótica peirceana, em que todos os signos, recorrentes de uma inteligência, procedem de um aprender através da experiência.

Enfatiza essa proposta que o uso de uma unidade padronizada deverá ser suscitado no decorrer das atividades como *respostas de comunicação* entre as crianças, uma vez que devemos iniciar o trabalho de medida utilizando diferentes objetos como instrumentos mensuráveis²⁴. Essa linha de pensamento/ação que o RCN propõe para a aprendizagem sobre medidas configura-se com o método de Dewey no que se refere ao diálogo como elemento fundamental de partilha entre Experiência e Atividade.

²³ BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto – Secretaria do Ensino Fundamental SEF: *Referencial Curricular Nacional para Educação Infantil – matemática*, 1998, p.225.

²⁴ BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto – Secretaria do Ensino Fundamental SEF: *Referencial Curricular Nacional para Educação Infantil – matemática*, 1998, p.229.

Peirce (1972), em sua teoria, já apresentava o que Dewey transpõe para a Educação - a importância da comunicação no papel da experiência. Para ele, na ação de perquirir vem implícita a idéia do diálogo e da partilha num contínuo desejo de conhecer.

A criança, muito antes de entrar em contato com medidas na escola, já tem em seu repertório a noção de medir diante das relações estabelecidas em seu ambiente social. Cabe ao professor ser capaz de mobilizar o repertório que o aluno traz e as relações com o cotidiano que estabelece para minimizar os impactos entre o conhecimento formal escolar e o conhecimento prático.

As questões: “Quantos são?” e “Quantos cabem?” são perguntas que se referem à quantidade de elementos de um dado conjunto ou à comparação entre conjuntos. A partir desses questionamentos intrínsecos em aferições, enfatizamos a importância da habilidade de estimar medidas. Desse modo, a partir das indagações dos alunos, podemos aguçar a capacidade criativa e modos de pensar a realidade que o próprio conceito (medir) assume.

No ensino fundamental, conforme grade curricular, a utilização sistematizada do conceito de metro se inicia na 3ª série do primeiro ciclo, começando com instrumentos de comparação não padronizados até se chegar ao metro. Sendo assim, possibilitar, a partir dessa série, o desenvolvimento dos alunos com situações provocadoras, que estimulem pensar sobre medida e discutir procedimentos, pode ser um dos caminhos para construir um bom entendimento das relações que envolvem os conceitos inerentes ao processo de medir.

3.2.2 A Estimativa no conceito de medida de comprimento

Qualquer resultado métrico tem pouco significado, a não ser que se tenha uma estimativa do seu “erro” ou incerteza da aferição²⁵. Nesse sentido, a medida deve refletir a precisão com a qual foi aferido o fenômeno. O “erro” está presente nesse processo e o uso da estimativa pode determinar o nível de incerteza em qualquer comparação. Entretanto, quando o aluno consegue quantificar qualquer coisa e expressá-la em

²⁵ GIMENEZ, J e LINS, C.R. Perspectiva em Aritmética e Álgebra para o século XXI, 1997, p.31.

linguagem matemática, podemos dizer que esse sujeito sabe alguma coisa acerca do assunto estudado.

Defendemos aqui, a importância de se trabalhar a estimativa e/ou o resultado de uma medida emitida pelo aluno como pontos de questionamentos para refletir a significação dos valores emitidos em busca de uma maior aproximação da medida quantificadora desejável.

Como vimos, para Peirce (2003) um *signo* ou *representação* refere-se ao objeto por estar numa *conexão dinâmica* tanto com o *objeto individual* como com os *sentidos ou memória* do sujeito que emprega o signo. Atentamo-nos para a representação súnica no aspecto que aborda o *sentido ou memória* do aluno, considerando a estimativa como signo gerado e gerador de novos signos a partir do confronto que o educando estabelece com o signo *objeto individual* (algo a ser mensurado) num processo dinâmico na construção do conhecimento²⁶.

Pela teoria peirceana qualquer signo emitido por uma mente carrega consigo relação com o próprio signo objeto que o gerou. Nesse aspecto, chamamos a atenção sobre a importância de se trabalhar a estimativa, de medida de comprimento, como ponto de partida e como signo mediador entre as inúmeras vezes em que o educando aferir um objeto até que esse chegue o máximo da significação do conceito de medir, pois com base na teoria peirceana todos os valores atribuídos por uma mente interpretante (no caso aqui especificado trata-se da mensuração) são provenientes das relações súnicas (processo de semiose) que esse adquiriu ao longo do processo em questão.

No conflito entre erros e acertos, no levantamento de hipóteses e conjecturas, a matemática comunica seus resultados. Para Peirce (2003) o caminho a ser percorrido, da hipótese ao resultado, é determinado pelo processo que se expressa na tríade abdução, indução e dedução. A indução é estabelecida como *bússola* a partir das inferências abduativas, de maneira que nos guia às idéias mais próximas e precisas (inferências dedutivas) sobre o fenômeno. Nesse sentido, trabalhar as hipóteses dos educandos, nas atividades de medida, é permitir que as primeiras impressões sobre o observado sejam experienciadas, significadas e ressignificadas.

Lorenzato e Vila (1993) abordam a preocupação pelas professoras em ensinar a operação aos alunos com domínio do emprego de algoritmos sem a habilidade de

²⁶ PEIRCE, C.S., *Semiótica*, 2003, p.74.

estimar resultados. Contudo, expõem que a maioria da matemática usada pelos adultos supõe o uso de estimação.

O cálculo estimado – a previsão - faz parte da vida das pessoas nas experiências mais elementares como contar, comparar, operacionalizar quantidades e medidas.

Nas situações práticas, muitas vezes, não dispomos de papel e nem sempre as respostas precisam ser exatas, basta uma aproximação; por exemplo, quando vamos a compras com um montante fixo e não sabemos de antemão os valores dos produtos que queremos adquirir, no decorrer das compras, vamos efetuando operações mentais com valores aproximados das mercadorias escolhidas para facilitar o cálculo do valor gasto com os produtos escolhidos. Esse procedimento nos garante um valor aproximado entre o montante que temos e o valor que supostamente gastaremos.

Parra (1996), em seu estudo sobre cálculo mental, defende a resposta aproximada e a estimativa como funções intermediárias, presentes no conjunto de procedimentos mentais que o aluno desenvolve, para produzir a resposta à situação analisada. Concordamos com a autora ao explicitar tais funções como uma *perspectiva didática* na prática escolar, pois, podemos proporcionar ao educando o controle e a compreensão da atividade apresentada. Parra afirma também que o exercício do pensar estimado caminha pelas concepções prévias do aluno como ponto de partida para relações mais formais e dedutivas²⁷.

Lins e Gimenez (1997) destacam que, no ensino de matemática, o cálculo aproximado e o uso da estimativa favorecem o desenvolvimento de estratégias mentais. Concebem o cálculo como procedimento, distinguindo-o em *mental, oral*. Faz ainda referência aos instrumentos usados para a ação: *ábaco, regras, papel e lápis e calculadora*²⁸.

Não é por acaso que a palavra cálculo (contar pedras em latim) refere-se ao exercício de contagem. Os homens utilizavam as pedras como estratégia de representação para determinar o número de animais em seu rebanho (IFRAH, 2001).

A estimativa e a aproximação têm sido questionadas pelos autores Lins e Gimenez como operações distintas. Afirmam:

²⁷ PARRA, C. e SAIZ, I.(et. Al) *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*, 1996, P.186-189.

²⁸ GIMENEZ, J e LINS, C.R. *Perspectiva em Aritmética e Álgebra para o século XXI*, 1997, p.80.

A estimativa tem sido definida como a forma de produzir um juízo sobre o tamanho, a quantidade ou o número suficientemente exato para algum propósito dado, o que coincide com o significado vulgar da palavra estimar como juízo de valor sobre algo, e trata-se de uma habilidade com destrezas associadas. A aproximação, por sua vez, é uma técnica concreta” (LINS e GIMENEZ, 1997 p. 71)

Assim, o valor aproximado de uma quantidade, emitido em uma estimativa, trata-se de uma *técnica concreta*. A aproximação deve suscitar a aplicação, interpretação e análise do fenômeno estudado num processo de *simplificação*. Para isso, o sujeito usa, em sua prática diária, procedimentos que facilitem o reconhecimento e a comparação de algo. Entre as técnicas apontadas por Lins e Gimenez há o arredondamento em operações de contagem e/ou instrumentos de maior ou menor precisão em resultados de medida : *aproximar é a ação de substituir um número (ou elemento de um espaço métrico) por outro suficientemente próximo, por algum motivo*²⁹.

Desse modo, na prática, a aproximação de uma medida de comprimento requer conhecimento do sistema de numeração e de unidade padrão de comprimento para relacionar o objeto ou a distância a uma representação.

Para Forrester e Pike (1998), a estimativa é um processo implícito (ou explícito) relativamente a um processo cognitivo envolvendo a decomposição e recomposição do ser estimado matematicamente (ou um objeto físico) num conjunto em que há formação e comparação de domínios específicos que engendram a representação mental.

As diferentes concepções do uso de estimativa, pelos alunos e professores, são mostradas pelos autores com negligência desses sujeitos em relação ao significado das atividades de estimativas. Expõem as dificuldades de se articular, satisfatoriamente, um trabalho conceitual para entender o significado de estimação e medida nos sentidos de: atividades e objetos da matemática.

Para os professores e alunos a estimativa foi considerada como um “palpite”, inserido num discurso de hipóteses, sempre com acepções como: de sugestão, ambigüidade, valor vago e inexato, envolvidas numa prática educativa em que se dispensa o uso de anotações.

A estimativa, por conseguinte, não é vista pelos professores e nem pelos alunos como uma prescrição de atividade conceitual como é a perspectiva de medida. Forrester

²⁹Idem, p.71-72.

e Pike ressaltam que essas representações podem ser decorrentes da forma de proceder à estimativa como um “mero” palpite exposto pelos alunos, sem a preocupação de o professor ensinar a estimar como uma atividade. Outro aspecto salientado foi à falta de articulação dos recursos oral e escrito no processo metodológico do trabalho conceitual³⁰.

Podemos inferir, a partir dessa concepção, que uma estimativa é um “palpite” decorrente de procedimentos? Não é um número qualquer escolhido a esmo, mas um número baseado na observação e no raciocínio. Assim, quando iniciamos uma ação pedagógica estimulando a reflexão sobre a estimativa relacionada a uma situação-problema, instigamos a execução de operações internas envolvendo elementos cognitivos como: comparação, idéia de tamanho e construções lógicas. Isto é, aproximamos o aluno do objeto investigado.

As estimativas devem estar presentes em diversas ações escolares, ultrapassando as relações matemáticas de “maior que”, “menor que” para que os procedimentos adotados possam garantir a noção de intervalo “estar entre”³¹.

Na estimativa de medida de comprimento, a relação entre parte/todo e parte/parte, no sentido de dobro e/ou metade, pode favorecer ao aluno a aferição valores aproximados à medida real. Por exemplo, estimular o aluno a pensar que 15 cm é maior que 10 cm e menor que 20 cm, isto é, relacionar essa medida intermediária (15cm) com o intervalo de 10 cm a 20 cm, poderia ser outro procedimento prático para o professor utilizar como estratégia de ensino na resolução de problemas com medidas, possibilitando, assim, situações práticas/reflexivas que garantam a noção de “estar entre”.

O cálculo mental de medida de comprimento envolve conjuntos de procedimentos apoiados em aspectos conceituais relacionados a: grandezas, unidade-padrão, instrumento e número, que fazem a ação se tornar complexa e nada trivial³².

Desse modo, a capacidade de estimativa, nesse processo, implica a comparação que o aluno faz de uma determinada grandeza em relação a uma unidade de referência. Isso requer a construção de uma imagem da unidade comparada em relação a uma idéia de seu tamanho que cabe ao aluno fazer. Este ao estimar, compara grandezas de mesma

³⁰ FORRESTER, A.M e PIKE, D.C. *Learning to Estimate in the Mathematics Classroom*, 1998.

³¹ GIMENEZ, J e LINS, C.R. *Perspectiva em Aritmética e Álgebra para o século XXI*, 1997, p.81.

³² Os fatores e os aspectos conceituais que retratam o cálculo de medida de comprimento foram analisados segundo a concepção de medir comprimento de Caraça, B.J (1941) abordada nesse trabalho à página___.

natureza, faz relações entre elas (quanto cabe?) e as confronta ao fenômeno, quantificando-o com um número. Essas reflexões/ações são frutos de concepções pré-estabelecidas. Nesse processo, a decomposição e a substituição estão presentes na coordenação intelectual de julgamentos estimados. O valor posicional e a relação de ordem também se estabelecem nessa experiência prática.

Piaget (1996) define essas operações como *abstrações reflexionantes*, isto é, construções lógico-matemáticas que garantem a elaboração de relações que a criança estabelece com o objeto e que existem somente na dimensão mental³³. Ressalta ainda que tais relações são construídas. Por exemplo, a criança não evidenciaria a propriedade transitiva tanto da igualdade como da diferença, ($A=C$, se $C=B$, então, $A=B$ ou $A<B$, se $B<C$, logo $A<C$), se não tivesse o contato com os objetos a serem comparados³⁴.

Peirce (1972) define o processo de abstração como um tipo de *observação*. No desejo de conhecer algo, o ser pensante constrói hipoteticamente diagramas. Examinando-os efetua um proceder denominado *observação reflexiva*. Internamente observa o que imaginou para discernir sobre o experimentado³⁵. Afirma o autor: *aquilo que é internamente incomparável é inexplicável, porque explicar consiste em arrumar as coisas segundo leis gerais ou pô-las em classes naturais*³⁶.

Diante dessas concepções, encontramos, na estratégia do fazer envolvendo estimativas de medidas de comprimento, um dos caminhos possíveis, a semiótica, para analisar os conceitos espontâneos dos alunos frente às atividades propostas, integrando-as na reconstrução e ressignificação dos conceitos científicos de medida de comprimento. Instigar a prática reflexiva semioticamente pode propiciar aos alunos à habilidade de confrontar seus primeiros apontamentos com os resultados finais, proporcionando a reflexão sobre as ações desenvolvidas e a auto-avaliação (tanto dos educadores como dos educandos). Para Peirce a reflexão permite o domínio sobre o hábito. *O homem deve conceber à reflexão o seu peso total*³⁷.

As relações ocorridas em sala de aula, no decorrer das atividades, podem focar o desenvolvimento e a apropriação dos significados, nas falas e atitudes dos alunos, e garantir ao educando e educador que reflitam sobre a estrutura de organização e representação do conhecimento.

³³ Sobre esse tema ver o livro "Abstração Reflexionante", 1995.

³⁴ PIAGET, J., *A Biologia e conhecimento: ensaio sobre as relações entre as regulações orgânicas e os processos cognoscitivos*, 1996, p.25.

³⁵ PEIRCE, S.C., *Semiótica e Filosofia*, 1972, p93.

³⁶ PEIRCE, S.C. *Escritos Coligidos*, 1974, p.42.

³⁷ PEIRCE, S.C., *Semiótica e Filosofia*, 197, p.88.

Na concepção peirceana o processo cognitivo é definido quanto à elaboração de *esquemas, hábitos e interpretante final*³⁸. Nöth (1995) referencia os escritos de Peirce ao conceituar *esquema* como *redes de inter-relações*. Para isso, afirma que o terceiro elemento da tríade sógnica - o interpretante do signo - está sempre presente nas *cognições prévias e futuras*.

Nas cognições prévias, os esquemas são constituídos na de maneira *inferencial* como; por exemplo, a estimativa de uma medida de comprimento e, posteriormente, o esquema pode ser ressignificado como um *conjunto de relações* que o aluno estabelece como conceito. Segundo o autor, essa categoria se firma próxima a do *hábito* e da *generalização*. Tanto a cognição prévia como o conjunto de relações são esquemas apresentados como elementos essenciais ao processo de *semiose* estabelecido por Peirce. A constituição de um *interpretante lógico final* é denominada, nesse processo, referindo-se à fase final. Assim, na mente do aluno, essa cognição formada torna-se um *hábito* quando, por exemplo, o aluno ao estimar o valor do comprimento de um Objeto de medida 1,5m, consegue ressignificar o conceito de metro (1m), como medida padrão universal, emitindo uma valoração próxima do comprimento real ao comprimento observado.

Para Peirce (2003) uma unidade padrão, como o metro, utilizada para comparar grandeza de comprimento é considerado signo indicial, pois carrega consigo relação de comparação. Nesse sentido, os autores citados são convergentes.

O confronto que o aluno faz entre o valor estimado e o resultado adquirido - a partir de instrumentos selecionados e cálculos - geram tomadas de decisões tornando a habilidade de estimar uma tarefa fundamental à construção de interpretantes no decorrer do processo de ensino e aprendizagem.

A Proposta Curricular Nacional (PCN, 1998), para o ensino fundamental, enfatiza que o trabalho de estimativa e aproximação deve ser desenvolvido desde as primeiras séries iniciais para que os alunos possam ir refinando suas habilidades em cálculo.

A estimativa constrói-se juntamente com o sentido numérico e com o significado das operações e muito auxilia no desenvolvimento da capacidade de tomar decisões. O trabalho com estimativa supõe a sistematização de estratégias. Seu desenvolvimento e aperfeiçoamento dependem de um trabalho contínuo de aplicações, construções, interpretações, análises, justificativas e verificações de resultados exatos (PCN, p.77).

³⁸ Cf. NÖTH, W. *Panorama da Semiótica*: de Palatão a Peirce, 1995, p142.

Essa proposta de ensino identifica a estimativa matemática apoiada em duas vertentes. A primeira, quanto às relações de números e operações, apresentando-se no aspecto de “ordem de grandeza”, “valor posicional”, “proporcionalidade” e “equivalência”. A segunda, nos procedimentos de cálculo mental envolvendo decomposição, substituição, arredondamento e compensação. Assim, o cálculo mental envolve conjuntos de procedimentos apoiados em aspectos conceituais.

O exercício e a sistematização dos valores estimados tornam-se relevantes como estratégias de organização do cálculo mental, pois, a partir da exposição dos resultados, os alunos podem confrontar e analisar a resposta obtida pela atividade com as primeiras concepções, possibilitando maior integração entre aluno/aluno e aluno/professor decorrentes do processo desenvolvido.

Cabe ao educador refletir sobre as idéias dos educandos, no decorrer do processo ensino e aprendizagem, proporcionando oportunidades para que eles estabeleçam relações entre as diferentes representações simbólicas, não apenas através da verbalização, mas também nas representações ilustrativas, pictóricas, entre outras, (não-verbais) e/ou pela linguagem matemática, registradas no cotidiano das ações em que se estruturam a sistematização dos saberes.

3.2.3 Representações Gráficas

O uso da linguagem gráfica e de tabelas estão presentes em todos os componentes curriculares como meio de representação de informações e de comunicação, além de sua importância como fonte articuladora de dados na demanda social. Tais aspectos são apontados por Almodova (1978, p.68), quando enfatiza que a representação gráfica não se delimita ao campo da estatística como análise analítica, mas estende-se para o domínio público, cuja observação rápida dos dados possibilita a informação e a comunicação, como na distribuição dos valores do conjunto tais como: crescimento, concentração e dispersão. Enfatiza, ainda, o autor que a representação gráfica dá vida aos dados colhidos e tabulados.

Nos currículos atuais, para o ensino fundamental de Matemática, a construção e análise gráfica vêm sendo propostas nos estudos relativos a noções de estatística³⁹. Entretanto, percebemos que procedimentos como coleta, organização, comunicação e interpretação de dados, bem como elaboração e análise de tabelas e gráficos e outras representações simbólicas são apreciadas por todas as disciplinas e não apenas no contexto estatístico abordado em matemática.

Ponte (2003) descreve esse tema como sendo de relevância na educação para a cidadania. Constitui o papel da estatística como uma importante ferramenta não apenas na coleta e análise de dados como também nas informações de domínio da saúde, econômico, ciência, política. Nesse sentido, considera:

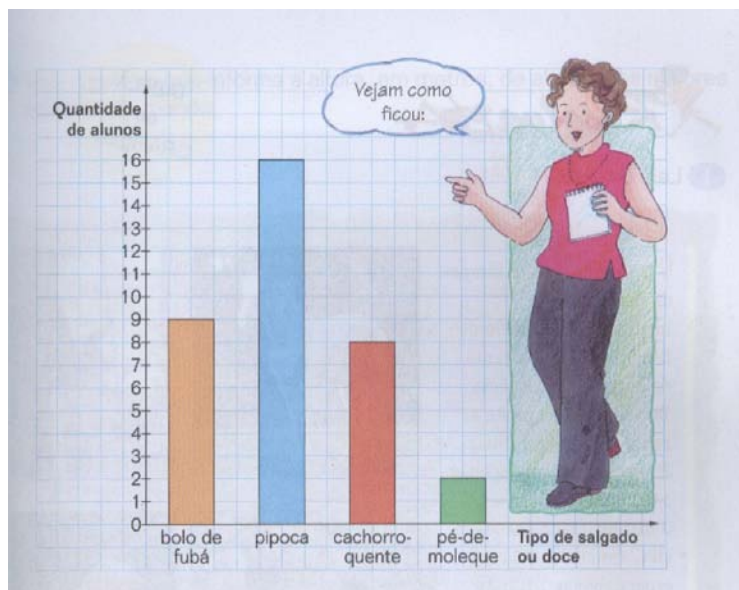
O ensino da estatística assume uma perspectiva investigativa quando o seu objetivo fundamental é o desenvolvimento da capacidade de formular e conduzir investigações decorrentes a dados de natureza quantitativa (PONTE, 2003, p.105).

Para que esses procedimentos ganhem significado, na vida escolar dos educandos, é imprescindível que as formas de relacionar os dados estejam interligadas à linguagem matemática à maneira como os resultados se constituem.

As noções de estatística desenvolvidas a partir de representações, muitas vezes delimitadas em livros textos, têm enfatizado a construção matemática inferida nas linguagens como algo pronto e acabado. Os gráficos ou tabelas, na maioria das vezes, são representados com dados organizados e articulados a questões que, quase sempre, levam o aluno a interpretações pré-estabelecidas, ou seja, buscam-se as articulações dedutivas a respeito do problema proposto sem a preocupação de trabalhar as relações hipotéticas (abdução/indução) dos alunos, através da reflexão sobre questionamentos. E, por meio desses questionamentos deve-se possibilitar a produção de inferências ordenadas relativamente aos resultados coletados e sistematizados no gráfico (deduções). O gráfico⁴⁰ abaixo explicita essa realidade:

³⁹ BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto – Secretaria do Ensino Fundamental SEF: *Parâmetros Curriculares Nacionais – matemática*, 1994

⁴⁰ Representação Gráfica retirada do Livro-texto usado na 3ª série do ensino fundamental (Bonjorno, R.J e Bonjorno, A R., 2000, p.19)



Responda: a) Os alunos preferem trazer doce ou salgado?

b) Qual foi o alimento de maior preferência?

c) E qual o de menor preferência?⁴¹

Analisando as perguntas relacionadas com os dados representados graficamente, podemos perceber que o trabalho de interpretação proposto, nessa atividade, passa a ser, não raro, o de relacionar os dados utilizando estratégias operatórias que são solicitadas a partir de questionamentos pontuais. Nesse sentido, o trabalho proposto aos alunos passa a ser apenas o de analisar os dados utilizando questões pré-estabelecidas.

Notamos que atividades gráficas propostas com essas vertentes contrapõem as idéias de Ponte (2003) quanto ao trabalho investigativo e interdisciplinar que a estatística proporciona. O autor aborda esse campo como a capacidade de análise de problemas reais, de maneira que possibilite ao aluno participar de todo o *ciclo de investigação*, desde a escolha do método para a coleta de dados, organização, representação e sistematização dos dados e, por fim, a interpretação a partir da reflexão e análise do resultado obtido no processo⁴².

Essa proposta é fundamentada, também, nos ideários de Dewey (1979) ao enfatizar a necessidade de maior envolvimento discente com a realidade representada. Caracterizada como uma experiência reflexiva pela concepção deweyana. Esta divide em cinco momentos os aspectos que compõem a experiência. Primeiramente, há a

⁴¹ Idem.

⁴² PONTE, P.J., BROCARD, J. e OLIVEIRA, H. *Investigações Matemáticas na Sala*, 2003, p.105-107.

perplexidade, quando a pessoa envolvida com o fato não o determina por completo. Em seguida, a partir de tentativas de interpretação dos elementos dados, são desenvolvidas *previsões conjecturais*. Um *exame cuidadoso*, através de observação, exploração e análise do problema faz-se necessário na busca de esclarecimento para sua resolução. Posteriormente é enfatizada a importância da *elaboração de uma tentativa de hipótese*. E por fim, o confronto da hipótese⁴³.

Na busca de efetuar o resultado previsto, colocamos em prova a hipótese concebida para a ação, aprovando-a ou não⁴⁴. Braumann (2002 apud Ponte et al 2005) corrobora as concepções deweyanas quando clarifica a importância de um trabalho investigativo entre Matemática. Assim argumenta:

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos (...) Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender andar de bicicleta vendo os outros andarem e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar na bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles⁴⁵.

Na formação de idéias sobre os símbolos matemáticos, o autor expõe a preocupação de como são constituídos os significados sobre os signos apreendidos nessa área e sua relação com os outros conhecimentos como fonte para a intervenção do sujeito na sociedade.

O aprender matemática relacionando as facetas investigativas do objeto (conceito), reporta-nos a tríade peirceana quanto à produção de inferências (abdução/indução/dedução) em que Peirce apresenta a formação de signos genuínos por meio de experiências colaterais. Estas são estabelecidas através das relações entre as unidades assimiladas que o indivíduo, desenvolve durante o processo de compreensão do fenômeno.

⁴³ DEWEY, J., *Democracia e Educação: introdução à filosofia da educação*, 1979, p164.

⁴⁴ O pragmatismo definido por Peirce (1972) resume sua doutrina em três aspectos básicos: *caráter hipotético, operacional e experimentalista*, que vemos articulados às etapas previstas por Dewey para a interpretação do fenômeno.

⁴⁵ Cf. PONTE, P.J., BROCARD, J. e OLIVEIRA, H. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*, 2003, p.19.

O método pragmático peirceano legitima essa forma de conhecer ao ressaltar que a construção de significados não se constitui em *uma idéia que o símbolo evoca na mente mas, é consequência da conduta que gera nos homens*⁴⁶

Pensar a representação gráfica, nessa vertente, significa analisar as expressões verbais e não-verbais discentes como estratégias de conduta que partem de situações problemas experimentais (propostas e articuladas pelo educador) e não somente centradas em questionamentos pontuais de dados prontos da linguagem gráfica ou das tabelas padronizadas.

Zaro e Hillebrand (1999) destacam que:

Dessa forma, experimentos nos quais o aluno tem a possibilidade de manusear o material, “construir” seu experimento, ser levado a formular explicações e conclusões, certamente podem ser de grande contribuição numa formação mais interessante, tanto no aspecto puramente científico como no aspecto humano (ZARO e HILLEBRAND 1999, p.7).

Vemos convergências entre as concepções dos citados autores em relação à teoria deweyana no que se refere ao uso de experimento na constituição de experiência, pois, para Dewey (1979), a experiência e o pensamento estão em processo definidos por aspectos ativo e passivo. O elemento ativo, a experiência, é *tentativa* – significação mediante experimentos propostos e, no aspecto passivo, a experiência se configura em *sofrimento* diante do confronto com algo experienciável⁴⁷. Na possibilidade do envolvimento do aluno com o conhecimento através de experimento, tanto os autores citados como Dewey sugerem que a integração entre o aspecto humano (aquele que experiencia algo) e o aspecto científico (reação advinda da experiência) concretizam-se em formulação de hipóteses, explicações e conclusões.

Dewey (1972), em sua obra ‘Vida e Educação’, define essa integração como estrutura da experiência. Para ele, todo ser, enquanto vivente, está em constante interação com o seu ambiente num processo de dar e receber, de ação e reação com os objetos. Nesse processo, o indivíduo experimenta algo - age sobre ele - e em seguida, a partir da relação com o que experimentou, reage, questionando, explicando e/ou concluindo.

Buscando garantir a visualização do fenômeno estudado, através de atividades que desencadeassem um processo de construção gráfica, Penteado e Barbosa (2003,

⁴⁶ PEIRCE, S.C., *Semiótica e Filosofia*, 1972.p.18.

⁴⁷ DEWEY, J. *Democracia e Educação*: introdução à filosofia da educação, 1979, p152.

p.36), enfatizam a importância do trabalho experimental na constituição e coleta dos dados, em um estudo envolvendo as áreas de Biologia e Matemática relacionada à representação da germinação de sementes de melão.

Na atividade proposta por esses autores, os alunos observaram a temperatura, confrontando-a com a porcentagem de germinação em tabelas e, posteriormente, analisaram os dados em gráfico podendo inferir com mais precisão qual seria a melhor temperatura para uma máxima germinação. Concluem:

Tal prática está também em harmonia com uma visão de construção de conhecimento que privilegia o processo e não o produto-resultado em sala-de-aula, e com uma postura epistemológica que entende o conhecimento como tendo sempre um componente que depende do sujeito⁴⁸

Desse modo, percebemos ser necessário investigar o desenvolvimento dos conceitos integrados às noções de estatística, através da elaboração e interpretação do fenômeno, a partir de experiências de coleta e organização dos dados. Também julgamos necessária a comunicação ativa dos alunos, durante o processo, bem como a socialização que as intervenções favorecem.

A elaboração de hipóteses propicia a compreensão discente no decorrer do estudo permitindo o confronto das dúvidas quanto à observação das interferências do meio. Dessa maneira, os dados coletados, no contexto, têm maior significado para o aluno, favorecendo, no processo, o desenvolvimento do espírito investigativo.

As representações sígnicas decorrentes das experiências dos educandos aproxima-os, cada vez mais, da linguagem matemática. Essa construção didática depende do trabalho do professor como mediador, ao suscitar a observação das diferenças, vantagens, dificuldades de interpretações e de escritas simbólicas elaboradas.

Monteiro e Selva (2001)⁴⁹ discutem o processo de interpretação de gráficos junto a professores das primeiras séries. Em seus estudos, procuraram descrever a compreensão que os professores estabeleceram com a situação interpretativa, através de observações sistemáticas. Relatam a falta de autonomia dos alunos na construção gráfica quanto à criação de estratégia de registro ou mesmo de representação dos dados. Apontam que essa situação é decorrente de uma estratégia docente de ensino

⁴⁸ Ibid, p.46

⁴⁹ MONTEIRO, F.E.C e SELVA, V.C.A. *Investigando a atividade de Interpretação de gráficos entre professores do Ensino Fundamental*, 2001.

padronizada, no decorrer das atividades propostas, para a construção gráfica. Delimitam aos alunos espaçamentos para a projeção das coordenadas e da representação dos dados em colunas.

Segundo os autores, os conteúdos abordados, no tópico de ‘Tratamento de Informações’, são destituídos de questionamentos e, conseqüentemente, as relações entre as linguagens utilizadas, no processo de representação, passam despercebidas aos alunos. Evidenciaram, a partir de práticas que, quando os professores estimulam o diálogo e levantamento de hipóteses dos alunos, durante a construção gráfica utilizando dados reais, há maior envolvimento dos participantes o que assegura o desenvolvimento da familiaridade dos conceitos matemáticos enfocados no estudo. Destacaram, a partir da pesquisa, a relevância do papel do professor no processo de construção de significados em relação ao gráfico, enfatizado a interpretação⁵⁰.

Segundo o PCN (1997), a finalidade do trabalho referente ao tratamento de informação para o primeiro ciclo do ensino fundamental *não é a de que os alunos aprendam apenas a ler e a interpretar representações gráficas, mas que se tornem capazes de descrever e interpretar sua realidade, usando os conhecimentos matemáticos*⁵¹.

Vendramini (2002) analisa os conceitos de estatística com base na proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais em que os resultados (medidas) são tratados no tópico ‘Tratamento de Informações’ referentes às observações em população ou amostra. Enfatiza a dificuldade apresentada pelos alunos nas primeiras séries quanto à identificação de unidades mais adequadas para medir os fenômenos estudados. No enfoque sobre raciocínio estatístico, indica elevado índice de dificuldades de alunos universitários quanto à interpretação de dados em gráficos e tabelas. Destaca que a análise de dados, em tabela, apresenta maior grau de dificuldades do que a interpretação em gráfico, concluindo que tal fato talvez ocorra pela exigência de cruzamentos de informações e comparações que a tabela requer para a compreensão do fenômeno⁵².

Outros estudos foram abordados pela autora, juntamente com Chenta e Silva (2004), como os relativos aos conceitos de estatística em alunos de 7ª série do ensino fundamental. Apontam essas pesquisadoras que, apesar de 48% dos participantes terem

⁵⁰ MONTEIRO, F.E.C e SELVA, V.C.A., *Investigando a atividade de Interpretação de gráficos entre professores do Ensino Fundamental*, 2001 p.15

⁵¹ BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto – Secretaria do Ensino Fundamental SEF: *Parâmetros Curriculares Nacionais – matemática*, 1994, p.43.

⁵² VENDRAMINI, M.C. *Dificuldades em Matemática e solução de problemas de Estatística*, 2003, p.15.

estudado tabelas e 30% gráficos, 83% afirmaram não ter estudado razão e outros conceitos como porcentagem, média e moda. Assim, explicitam que as dificuldades encontradas pelos alunos, para decodificarem informações em gráficos e tabelas, sejam decorrentes da falta de suporte conceitual.

Nesse sentido, o rigor metodológico na organização de estratégias de leitura dos dados em tabela deve ser resultante de uma situação problema ou de etapa que anteceda a elaboração do gráfico.

Na construção e leitura de tabelas, por exemplo, o aluno precisará envolver-se com a linguagem simbólica matemática, de maneira que as relações sígnicas se articulem de forma matricial (vertical e horizontal) para permitir uma leitura significativa dos enunciados. Os dados em tabela não deverão estar dispostos, apenas de maneira linear, mas organizados em diferentes posições proporcionando diferentes leituras. Exemplificamos esse processo com base na análise da tabela proposta na atividade⁵³, a seguir apresentada:

Observando a tabela, calcule a diferença entre a altura dos pontos altos do Brasil e do mundo em cada item.

Nome/ Localização	Altura
Pico do Jaraguá (São Paulo)	1 128 m
Pico da Neblina (Amazonas)	3 014 m
Mont Blanc (França)	4 810 m
Monte Everest (Nepal/China)	8 850 m

- a) Do Pico da Neblina e do Pico do Jaraguá.
- b) Do Monte Everest e do Mont Blanc.
- c) Do Monte Everest e do Pico da Neblina.
- d) Do Mont Blanc e do Pico do Jaraguá.

Observamos, na distribuição das informações na tabela, que, para as crianças interpretarem e resolverem as questões pedidas é necessário o conhecimento de diferentes linguagens. A resolução envolve relações que vão desde as localizações descritas com a altura correspondente referentes a cada uma delas, como também, as operações estabelecidas entre elas que não são constituídas (as quais não são constituídas apenas por uma leitura linear dos dados).

⁵³ Atividade tirada do Livro-didático (Bonjorno R.J e Bonjorno, A R, 2000, p.114) utilizado nas aulas de Matemática em 3ª série do ensino fundamental da escola pública. Escolhemos esse livro por ele fazer parte das atividades didáticas desenvolvidas pelas crianças que participaram da pesquisa.

Com base na leitura e análise de tabela, como recurso didático, podemos pensar na distribuição dos dados quanto à possibilidade de trabalharmos a comparação entre eles - “maior que”, “menor que” e “estar entre” - como estratégia de decodificação dos resultados, representações e questionamentos, propiciando ao educando diferentes expressões argumentativas e não os limitando a propor, de imediato, operações matemáticas a serem desenvolvidas.

Guimarães et al, (2000) enfatizam a preocupação de se trabalhar sobre o entendimento de tabela com as crianças das séries iniciais. Ressaltam:

A coleta de dados envolve não somente definir descritores, decidir como medir (tipo de descritor) e, nomear tal descritor, como também a organização destes dados em algum tipo de representação. A tabela pode ser facilmente utilizada por crianças a partir dos 5 ou 6 anos em tarefas de categorização, mas isso não significa que elas já tenham uma compreensão clara da estrutura de uma tabela simples (GUIMARÃES, et al, 2000, p.3)

Trabalhando com crianças de 3ª série, os autores citados defendem que a sistematização dos dados se torna mais significativa quando se oportuniza o levantamento de critérios para a posterior organização de descritores. Afirmam que, para trabalharmos com o estudo de estatística nas séries iniciais, faz-se necessário compreender quais os conceitos envolvidos, de maneira que, na representação de dados, estabeleçam-se quais variáveis serão coletadas, como serão coletadas e como serão registradas. Em seus estudos, demonstram a preocupação das crianças com os dados em linhas, desconsiderando as colunas, o que torna clara a dificuldade em cruzar os dados em tabela.

Hancock e Fabel (1993 apud Guimarães et al 2001) também investigam sujeitos, de 10 a 15 anos, quanto à coleta e organização de dados em tabela. Apontam a dificuldade dos participantes em compreender a representação convencional dos dados. Na organização dos objetos em categorias, observam que os integrantes não cruzavam informações entre as linhas e colunas, preocupando-se apenas com as colunas. Salientam que a compreensão de um banco de dados pode se tornar mais fácil quando os dados forem compilados pelos sujeitos e ressaltam que a coleta organizada (e separada em categorias precisa ser justificada de maneira significativa)⁵⁴.

⁵⁴ Cf. GUIMARÃES, G, GOMES, F.V. E ROAZZI, A. *Categorização e Representação de Dados na 3ª série do Ensino Fundamental*, 2000, p.3-4.

Quanto à representação gráfica essa deve ser utilizada em todas as áreas do conhecimento. Recorrer as linguagens não-vebal e verbal são procedimentos que possibilitam a produção de interpretantes e facilitam a integração das disciplinas. Familiarizar os alunos com a leitura de escala possibilita também a leitura/interpretação de da linguagem gráfica. Esse conceito é intrínseco à construção gráfica.

3.2.3.1 O uso do conceito de escala na construção, interpretação e análise de gráfico de colunas

Lins e Gimenez (1997) analisam o envolvimento de gráficos e tabelas em jornais como recursos visuais de representação de dados em diferentes linguagens. No entanto, destacam que é preciso entender que cada instrumento (ou situação apresentada) envolve diferentes modos de apreensão dos significados, logo a escola deve se preocupar em oferecer situações de ensino e aprendizagem para que os alunos se apropriem de diferentes linguagens.

Assim sinalizam:

De nada adianta a pessoa ver um gráfico de, por exemplo, variação no preço da cesta básica, se o único significado que consegue produzir é o de que aquilo é ‘ o gráfico de uma função’. Em relações quantitativas, é necessário também ‘pensar com gráficos’ e ‘ pensar com diagramas’⁵⁵.

Entendemos esse *pensar com gráficos* como um processo que envolve a necessidade de aproximação do aluno com os dados organizados em linguagem gráfica. Assim, parece-nos conveniente suscitar, como atividade didática, uma maior atenção à leitura e interpretação dos signos utilizados nas representações de gráficos. Quanto maior for o entendimento do aluno, maior facilidade esse terá para compreensão e generalizações do fenômeno estudado. Sobre isso Monteiro e Selva argumentam:

Para a utilização satisfatória dos gráficos, não basta apenas a exposição; é preciso que se proponha uma incursão aos mesmos. Ou seja, a organização das situações de ensino devem possibilitar a interação dos leitores com os gráficos, com vistas a mobilizar os conhecimentos/experiências prévias e a negociar os diversos significados que emergem na situação interpretativa”.(MONTEIRO e SELVA, 2001 p.4)

⁵⁵GIMENEZ, J e LINS, C.R. Perspectiva em Aritmética e Álgebra para o século XXI, 1997, p.72.

Para eles, o desafio de se utilizar à linguagem gráfica está além de sua exposição. Consiste no desenvolvimento de estratégias didático-pedagógicas que envolvam, desde a coleta dos dados (articulada de maneira participativa pelos educandos/educador) até a análise e representação destes num contexto que possibilite generalizações.

A proposta de significação da linguagem gráfica apontada pelos autores está de acordo com a formação de signo-pensamento desenvolvida pela teoria peirceana. Para Peirce (2003), a formação da idéia se configura na rede de relações em que as experiências colaterais são essenciais para a apreensão de interpretantes lógicos (generalizações).

O gráfico de colunas, segundo Almodova (1978, p.70), é amplamente empregado, pois facilita à apreensão da informação de um fenômeno e favorece a comparação entre fenômenos. Para o autor, todo gráfico deve ter título que motive a leitura e interpretação das informações que serão oferecidas.

A legenda é outra fonte de dados a ser interpretada, no decorrer da leitura. Ela relaciona as informações – dados quantitativos e qualitativos e, geralmente é apresentada em forma de tabelas. No uso de gráficos de colunas, os dados são dispostos em dois eixos perpendiculares: um horizontal (eixo dos X ou abscissa) e outro vertical (eixo dos Y ou ordenada) possibilitando a interpretação das informações. Esses dados (apresentados num plano cartesiano X e Y) devem estar em conformidade com a legenda.

Outro ponto que colocamos em análise é o da leitura dos signos que constam num gráfico. Esses podem propiciar a reflexão sobre a distribuição e organização dos dados, garantindo assim, a compreensão e generalização sobre o fenômeno focado.

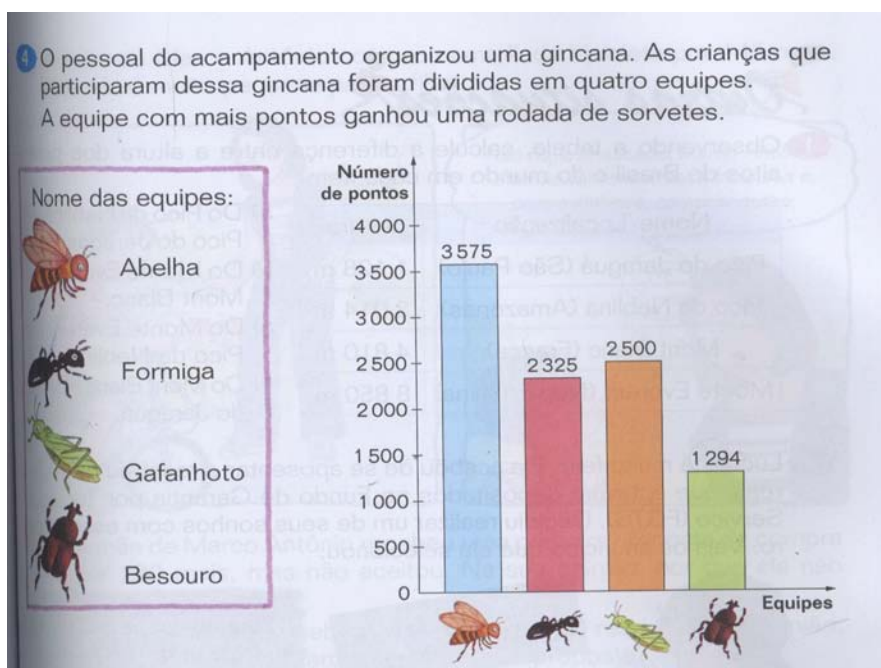
A escala é outro conceito necessário ao estabelecimento de comparações ou interpretações sobre o fenômeno estudado. O não reconhecimento dela, na análise gráfica, pode dificultar a compreensão coerente dos dados ou ainda inibir a elaboração de novas relações entre interpretantes.

Selva e Falcão (2002) defendem a necessidade de se considerarem os suportes simbólicos na compreensão do conhecimento lógico-matemático. Para isso, analisaram o uso de coordenadas espaciais, em crianças de 6 a 8 anos, quanto à reprodução da disposição espacial de pontos e sua localização no eixo de coordenadas X e Y. Utilizaram papel em branco, papel quadriculado e quadriculado com escala. Dentre os aspectos abordados, descreveram a ausência do uso de régua como instrumento de

medida até pelas crianças mais velhas. Afirmaram que, quando a régua foi usada, seu uso teve como objetivo a construção de uma linha reta e não a medição de distâncias do ponto aos eixos na folha em branco. Enfatizam que o uso de papel quadriculado favorecia a realização da tarefa.

A inclusão da escala para a localização de ponto em um espaço bidimensional influenciou as crianças de 6 a 7 anos no uso de estratégias mais avançadas para o entendimento das coordenadas. Nesse sentido, além de ressaltarem a importância da escala, na análise gráfica, destacaram que o trabalho de Tratamento de informação nas primeiras séries do ensino fundamental, quanto à representação de dados, deve partir de situações mais contextualizadoras⁵⁶.

Encontramos em livros didáticos, revistas, jornais, etc., muitas ilustrações gráficas sem as respectivas escalas adotadas. Como exemplo, segue o gráfico⁵⁷ abaixo apresentado no livro didático de uma 3ª série do ensino fundamental. Livro esse usado como fonte para interpretações gráficas pelos alunos no ensino de matemática como atividade desenvolvida no tópico de ‘Tratamento de Informações’.



A partir das representações acima, podemos deduzir a escala pelos dados relacionados nos eixos X e Y. Em outras, não conseguimos identificá-la tão diretamente, precisamos de cálculos matemáticos.

⁵⁶ SELVA, V.C.A. e FALCÃO, A *compreensão das coordenadas espaciais por crianças de 6 a 8 anos: um estudo exploratório*, 2002, p.1-13.

⁵⁷ Bonjorno, R. J & Bonjorno, A R. *Vamos juntos nessa Matemática*, 2000. p.113.

Ler uma escala gráfica, ou fazer uso dela, envolve noções de proporcionalidade. A comparação entre duas grandezas garante uma razão, isto é, um número que será utilizado como “índice de proporção” (quantificador) entre essas grandezas. Por exemplo, uma escala de 1:100 (lê-se um por 100) significa que todas as medidas analisadas nessa escala foram reduzidas em 100 vezes. Traduzida, muitas vezes, pela fração $1/100$, temos o numerador, invariavelmente a unidade, que representa a distância ou a dimensão de um objeto no gráfico e o denominador que representa a distância ou a dimensão de um objeto correspondente analisado. Assim, por exemplo, a cada 1 cm representado no desenho equivale a 100 cm no tamanho real do objeto ou da distância em estudo.

Muitas vezes, faz-se necessária a representação reduzida dos dados coletados, de maneira proporcional à realidade dessa coleta. É a escala que mostra quantas vezes o espaço real sofreu ou sofrerá modificações redutivas ou aumentativas.

A escala representa uma proporção entre dimensões naturais (D) e as dimensões gráficas (d). Dessa forma, pode-se afirmar que **d** está para **D** ou **d** é proporcional a **D** ou **d:D**. A escala pode ser representada por uma fração decimal, originada da expressão matemática ($E = d:D$), cujo quociente resultante é chamado de **Fator de escala** (CASTRO, 1996, p.4)⁵⁸

Para Lins e Gimenez (1997) o pensamento proporcional é caracterizado como aquele que relaciona uma estrutura de comparação, entre parte e todo, ou entre partes e um todo associado às operações de multiplicação e divisão.

No entendimento da escala como relação entre os campos geométrico e numérico, Almodova (1978) ensina-nos que para representarmos qualquer grandeza, temos que pensar em escala. Para ele, a escala é uma graduação contínua ao longo de uma linha, reta ou curva. Afirma que para obtermos uma escala basta assinalarmos contas. Isto é, números sobre a linha a partir de certa calibração. Desse modo, a escala se define para cada cota conforme as variações das grandezas. Conclui o autor, que a escala está em função dessas variações⁵⁹.

Caraça (1941) ressalta a razão como resultante da comparação de grandezas. Descreve a razão como uma relação de dois números, através da medição com a unidade (u) expressa pelo seu cociente.

Exemplificando: AB medido com a unidade CD = 3u, temos:

⁵⁸ Grifo do autor.

⁵⁹ ALMODOVA, J. Introdução à Estatística Geral, 1978.p 49.



sendo $CD = 3u$, $AB = 12u$

$AB : CD = 12 u : 3 u = 4$, exprimimos numericamente a medição AB com a mesma unidade CD , visto que, $AB = 4 \cdot CD$, Assim:

Um segmento de reta é uma grandeza geométrica; a construção de dois segmentos de reta é uma operação do campo geométrico, a expressão numérica da medição significa a tradução dessa operação geométrica por um instrumento do campo numérico (CARAÇA, 1941, p.53)

Segundo os princípios cartográficos, a escala é a “generalização” da realidade, pois os conteúdos enfocados estão condicionados por ela. Outra função da escala diz respeito ao aspecto visual do gráfico (Castro, 1996).

Como vimos, a escala influencia diretamente na disposição dos dados que podem ser mostrados. Desse modo, determina também um tipo particular de medida padrão.

Sendo assim, desenvolver um trabalho de construção e interpretação a partir da linguagem gráfica, sem o envolvimento do estudo de escala, é alijar os alunos da compreensão integrada dos dados e de novas generalizações sobre o fenômeno em questão. Conseqüentemente, a falta de informações explícitas amparadas pela representação escalar dificulta a interpretação dos dados pelos alunos e a articulação com a realidade. Isso distancia a finalidade da abordagem gráfica no contexto escolar.

Schlieman (1990), destaca a dificuldade de alunos de 7ª série em decodificar escalas em problemas envolvendo medida de área. Apresenta situações-problema que implica a construção de figuras geométricas a partir de cortes em pranchas de madeira (por meio de escala pré-estabelecida); compara as estruturas de resolução dos alunos com as de marceneiros. Os resultados expõem a dificuldade dos alunos para resolver situações que não se enquadram diretamente em aplicação de fórmulas. Eles interpretam a escala adotada, porém, mostram dificuldades em aplica-las à construção de figuras por meio de cortes.

Os problemas propostos exigem estratégias em que as ferramentas matemáticas são necessárias para construção de respostas não únicas, que favoreçam a relação entre os conceitos enfocados. Para a autora, esse estudo aponta a negligência do desenvolvimento do conceito de escala na escola. Conhecimento que deveria

possibilitar ao educando a significação dessa ferramenta matemática e seu uso na sociedade.

Quanto ao entendimento escalar, Carraher (1990) compara o raciocínio proporcional de alunos de 7ª série com profissionais da construção civil. A investigação também aponta dificuldade dos estudantes em relacionar medidas de comprimento em plantas de casa com o seu tamanho real a partir de uma escala. Afirma que, o problema analisado tem implicações para a Educação Matemática. Expõe a questão de se trabalhar com situações de aprendizagens que estimulem o aluno a *descobrir relações* e não apenas aprender sobre razão e proporção, por meio de atividades em que o próprio significado do problema resulta do desenvolvimento da aplicação direta do algoritmo e regra de três. Propõe o desenvolvimento de problemas de natureza mais gerais envolvendo resoluções informais, o que favorecerá ao aluno a familiarização da lógica do algoritmo.

O ensino de escala é proposto como conteúdo da grade curricular da 5ª série do ensino fundamental. Propiciar a construção dessa linguagem a partir da representação dos dados, abordando a existência de uma constante de contagem (unidade padrão) a partir da 3ª série é uma forma de evitar a dicotomia entre os conceitos métricos e escalar, no decorrer das séries, o que pode minimizar as dificuldades apresentadas pelos alunos do Ensino Fundamental quanto ao uso do Tratamento de Informações.

Apontamos tais dificuldades com base no perfil do aluno brasileiro, quanto à aprendizagem de matemática, traçado pelo Sistema Nacional da Educação Básica (Saeb).

Analisando os dados referentes às competências e habilidades do eixo de Tratamento de Informações das turmas do último ano do Ensino Fundamental, em 2001 e 2003, constatamos que apenas 38,8% em 2001, e 39,7% em 2003, dos alunos foram categorizados no nível **intermediário**, isto é, conseguiram ler tabelas de dupla entrada e identificar os dados correspondentes em gráficos de colunas.

Para o nível **adequado**, que determinava a habilidade de interpretação gráfica e sua construção, o percentual de alunos foi 2,8 em 2001 e 3,3 em 2003. Os demais percentuais ficam distribuídos entre as categorias **crítico** e **muito crítico**, classificando os alunos que não souberam relacionar os dados de tabelas com as suas respectivas representações gráficas e também não conseguiram transpor o que havia sido pedido no enunciado da atividade proposta para a linguagem gráfica (INEP, 2004, p.35-37).

Esses dados nos fazem refletir sobre a proposta didática metodológica desenvolvida para o ensino e aprendizagem dos conceitos de razão e proporção. Conceitos inerentes à interpretação e à construção gráfica.

Para Carraher (1990), o entendimento escalar/desenho envolve a relação proporcional entre várias relações numéricas. Relações que devem ser dispostas através de estratégias, denominada pela autora como *testes de hipótese*. Isso implica trabalhar a partir de conhecimentos específicos pré-dominados para chegar aos conhecimentos mais abstratos. Retomamos aqui, a concepção peirceana sobre a formação de hábitos, em que os signos apreendidos (conhecimentos específicos) são hipóteses que irão permitir a aquisição de novas significações e novos hábitos.

A noção de razão e proporção, conceitos intrínsecos à escala, é desenvolvida pela criança muito antes da 5ª série, mesmo sem consciência dessas nomenclaturas. Perceber a disparidade entre quantidades e suas representações na linha de “quanto cabe?”, “quanto precisa?”, “que altura?”, etc., são problemas, como vimos, resolvidos no cotidiano da sala de aula em qualquer decorrência entre dados analisados.

Wood (1998), em seus estudos com multiplicação e divisão, relata que as crianças crescem num convívio de relações ou razões *um para-muitos*. Essas razões podem ser explicadas na quantidade entre conjuntos figurinhas/pacotes, homens/pernas, animais/patas, etc. Na relação animal/patas, podemos representar por meio da escrita matemática 1:4 (um cachorro para quatro patas). Então, temos para 04 cachorros a soma sucessiva $4 + 4 + 4 + 4$ do número de patas, isto é, 4:16. O fator escalar, que expressa o número de vezes em que a replicação é feita, mantém a proporção entre os dois conjuntos.

Afirma o autor:

Uma razão 1:4, expressa uma relação ‘invariante’ entre dois conjuntos (...) Se uma criança focaliza apenas o resultado de uma única solução de adição repetida, ela não compreenderá esse invariante que se revela nos padrões dos números produzidos por sucessivas replicações do conjunto (WOOD, 1998, p.233).

Salienta o autor que, se a criança não entender a relação que caracteriza a “invariância” (relação entre partes e todos), ela não dará conta dos padrões envolvidos na própria noção de número. Estendendo esse conceito como básico para a representação numérica, temos a constituição do nosso sistema de numeração decimal em que cada 10 unidades configura 01 dezena, portanto, 01 unidade é 1:10 de uma

dezena, da mesma maneira, as construções do metro, de seus múltiplos e submúltiplos são desenvolvidas.

Podemos concluir que a noção de escala (apesar de se entendida como uma escrita matemática complexa) tem suas raízes na relação parte-todo desenvolvida muito antes da 5ª série, quando se trabalha com a noção de proporcionalidade nas primeiras séries iniciais e, também, na sistematização do conceito de medida de comprimento “o metro” na 3ª série⁶⁰.

Nesse sentido, apontamos, juntamente com o uso da escala, a importância do estudo de medida e o reconhecimento pelo aluno da unidade padrão adotada na elaboração de gráfico. Assim, podemos possibilitar ao educando a compreensão do conceito escalar inter-relacionado a organização, a leitura e análise dos dados.

3.3 A Noção de Espaço

Sabemos que, desde os primeiros meses da vida do ser humano, impressões e percepções referentes ao domínio do espaço são pouco a pouco delineadas, através da interação com o meio ampliando seu desenvolvimento. Sendo assim, muito antes da criança ingressar na escola, algumas noções espaciais como: *dentro e fora, diante e atrás, antes e depois* vêm sendo desenvolvidas, cabendo ao professor proporcionar experiências que estimulem, ajudem e ampliem as relações geométricas na exploração espacial⁶¹.

Apesar das experiências, quanto à noção espacial, já fazerem parte do mundo do educando, nem sempre no contexto escolar, essas são compreendidas por ele. Podemos identificar nas práticas escolares de muitos professores a apropriação, com o intuito de contextualizar os conhecimentos, de materiais didáticos, tais como: filme, jogo, computador, objeto, etc. Não raro, utilizando-os como recurso visual e tátil. Com essa perspectiva, propiciam ações didáticas a partir de situações “mostrativas” e “manipulativas”, considerando-as como tarefas experimentais. Por exemplo, na aprendizagem de figuras não planas (espaciais) é frequentemente observável, em exercícios propostos para o aluno, o manuseio (pelo aluno e/ou professor) de objetos

⁶⁰ A apreensão de conceitos matemáticos, segundo Peirce são construções sógnicas do signo em relação ao Objeto (conceitos) que se estabelecem pelo processo de semiose sustentado pela tríade ícone, índice e símbolo.

⁶¹ DIENES, Z.P. e GOLDING, W.E. *Exploração do espaço e prática da medição*, 1974, p.02.

referenciados aos sólidos geométricos – cubos, paralelepípedos – representados nos livros didáticos para determinação de suas características como número faces, vértices e arestas. Desse modo, os educadores, buscam aproximar o educando das representações figurativas simbólicas do mundo real utilizando modelos e objetos que funcionam como meio apresentativo/demonstrativo dos conceitos a serem estudados.

Pais (2000), analisando a influência do movimento da escola nova, concebe o *aprender fazendo*, princípio implícito nessa tendência pedagógica, e nos lembra, em relação ao uso de material didático, que esse princípio foi compreendido pelos educadores como manipulação de objetos. Muitos educadores, entretanto, deixam de considerar a necessária relação entre *experiência e reflexão* que deve existir entre o fazer e o aprender-fazer reflexivamente. Argumenta ainda que os recursos didáticos são envolvidos como suporte experimental e têm por finalidade serem mediadores nas interfaces do ensino e aprendizagem.

Dentre outras dificuldades, quanto ao problema da formação do professor, Pais (2000) aponta, com base no ensino da geometria, conflitos que se desencadeiam em duas direções opostas: *recair na vertente do empirismo, caracterizado somente pela manipulação, ou refugiar-se em um reduto racionalista onde os conceitos geométricos são vistos simplesmente como idéias perfeitas e abstratas*⁶².

Desse ponto de vista, o autor reflete sobre a estreita relação entre a razão e a experiência no uso do material didático no ensino da geometria. Afirma acreditar no diálogo entre a *racionalidade* e a *sensibilidade*⁶³ no processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, ressalta que:

É essa posição moderada que nos parece a postura mais adequada para fundamentar o uso de materiais didáticos no ensino da geometria. Pois, do ponto de vista educacional, pensamos não ser conveniente estabelecer uma separação absoluta e radical entre as informações apreendidas pela percepção e pela racionalidade. (PAIS, 2002, p. 8)

Duhalde e Cuberes (1998, p.62), apoiados nessa concepção, discutem a importância da *observação e reflexão* na construção do conhecimento. Alertam que a experiência por si só não tem sentido, a menos que seja *precedida de uma observação ativa e seja acompanhada por uma reflexão posterior*⁶⁴.

⁶² PAIS, C. L. *Didática da Matemática*, 2002,p.2.

⁶³ Na teoria semiótica peircena isso é essencial, sem o qual o signo interpretante lógico não será alcançado.

⁶⁴ Novamente temos confirmada a importância da relação triádica signo, objeto e interpretante.

Segundo Piaget (1973), as crianças (na faixa etária de 7 a 12 anos - fase denominada de pré-operatória) apresentam modificações no desenvolvimento cognitivo, devido às relações de conhecimentos que se ampliam com a ação social. Podemos atribuir a escola, um dos meios sociais privilegiados, o papel de fomentar desde as 1ª séries a formação de conceitos pautada em reflexão sobre o percebido e o construído. Essa fase é marcada por operações concretas no que diz respeito ao processo de manipulação de objetos ou por contextos experienciais e não por enunciados apenas verbais de situações problemas. Nesse sentido, essa lógica operatória é uma *lógica das relações*⁶⁵. Para isso, os objetos são combinados seguindo suas diferentes relações. A relação do todo para as partes, e vice-versa, torna-se fácil quando apresentada experimentalmente em problemas resolvidos através de operações concretas (Piaget J., 1973, p.24).

Na concepção piagetiana, a lógica pré-operatória difere da lógica formal caracterizada em média a partir dos 12 anos. Nessa etapa os conceitos desenvolvidos, nesse período, segundo o autor, são compostos em estruturas e não isoladamente. Além disso, nesse período, a representação do fenômeno e as relações estabelecidas são compostas em conjuntos, desse modo, os conceitos são organizados em sistemas e não isolados⁶⁶.

Podemos afirmar, segundo a teoria piagetiana, que os alunos de 3ª séries, crianças com idades entre 9 a 11 anos, encontram-se na lógica pré-operatória em que as relações entre os objetos são partes integrantes do processo de aprendizagem. Por conseguinte, quanto mais relações tiverem com o contexto estudado, mais os fenômenos serão apercebidos e apreendidos no defronto com esse todo.

Em estudo sobre o campo espacial, o autor ressalta que o meio é indissociável do sujeito na compreensão das percepções⁶⁷.

O espaço é uma organização dos movimentos de tal natureza que imprime às percepções formas cada vez mais coerentes. O princípio dessas formas deriva das próprias condições de assimilação, as quais implicam a elaboração de grupos (...) Por conseguinte, o espaço é o produto de uma interação do organismo e do meio, na qual não é possível dissociar a organização do universo percebido da atividade do próprio sujeito (PIAGET, 1970, p.202)

⁶⁵ Primeiridade/Secundidade, segundo Peirce. Os alunos não têm ainda condições para alcançarem não plenamente as determinações (em terceiridade)..

⁶⁶ PIAGET, J., Problemas de Psicologia genética, 1973, p.34.

⁶⁷ Essa concepção também é reafirmada por Peirce, uma vez que para ele pensamento é ação.

Com relação às crianças de 3ª série, isto é, com idade entre 9 a 10 anos, Piaget (1973) aponta que o domínio do espaço sustenta abstrações, podendo envolver a representação do sistema de coordenadas ou de referências (vertical e horizontal).

Afirma o autor que a representação espacial pressupõe sistemas de operações permitindo a constituição de um plano bidimensional representativo. Assim, os trabalhos de representações dos objetos e suas relações métricas (medidas de comprimento e de área) são viáveis desde que sejam desenvolvidos sobre o plano concreto⁶⁸.

A partir dessas considerações, podemos inferir que a compreensão das relações espaciais deve ser desenvolvida não por “fatos” de dados, mas iniciada por experiências perceptivas apresentadas às crianças de primeiras séries, de maneira que possibilitem maior contato possível com o espaço a ser estudado. A partir da apresentação das superfícies, deve-se propiciar relações concretas entre as fronteiras e o espaço limitado por elas.

Fainguelernt (1999), confirmando essa concepção, sustenta que a geometria é vista como uma *ciência empírica* que deve estar inserida no contexto escolar desde os primeiros anos de ensino. É através das relações espaciais que o aprendiz pode estabelecer caminhos que o ajudarão a fazer conexões entre *o estágio das operações concretas* e *o estágio das operações abstratas*⁶⁹.

Para os autores Ponte, Brocardo, e Oliveira (2003, p.83), o estudo de conceitos e objetos geométricos deve se apoiar na visão experimental e indutiva, possibilitando a exploração e a aplicação da Geometria em situações reais, bem como propiciar a utilização de diagramas, modelos, desenhos para o desenvolvimento da construção conceitual. Endossando essas idéias, Berdonneau, e Aberkame, (1997, p.130) enfatizam que, nas primeiras séries do ensino fundamental, as figuras estudadas são construções lógicas (axiomas) originárias do raciocínio que precisam ser apresentadas para as crianças como parte de uma geometria que se apóia na experiência sensível do homem⁷⁰.

Com base nessa concepção, no desenvolvimento geométrico, o educador deve integrar as operações lógicas provenientes desse conteúdo com atividades empíricas que esse campo proporciona.

⁶⁸ PIAGET, J., Problemas de Psicologia genética, 1973, p.73.

⁶⁹ FAINGUELERNET, K.E., *Educação Matemática: representação e construção em geometria*, 1999, p.51.

⁷⁰ Na semiótica peirceana, essa base seria primeiridade.

Pesquisas constataam que professores do Ensino Fundamental e Médio têm dificuldades em relação ao ensino da Geometria (ALMOULOU, et.al, 2004, FACCO, 2003, MAIOLI, 2002, ABRANTES, 1999, LOUREZATO, 1995). No processo de ensino e aprendizagem podemos destacar outros elementos conflitantes quanto ao ensino e aprendizagem desse conteúdo: a forma descontínua da Geometria apresentada nos currículos; a falta de conhecimentos pelos professores sobre concepções didáticas e conceituais referentes ao ensino da Geometria; a apresentação dos conceitos geométricos em livros didáticos a partir de fórmulas privilegiando a resolução algébricas, etc.

Castilho (1989) já ressaltava a necessidade de se trabalhar a Geometria considerando as habilidades de: observação, manipulação e representação. Afirma que as figuras existem em universo tridimensional, de maneira que a familiarização da criança com o espaço em que ela se move e atua é imprescindível para o trabalho geométrico nas primeiras séries. Assim, enfatiza: *Mais importante que 'designar' e 'definir' como ações meramente repetidoras das palavras e preposições que o professor fala ou escreve, é observar, descrever, comparar, tocar e construir*⁷¹.

Partindo, inicialmente, de processos experimentais, o ambiente espacial pode adquirir significados mais amplos e, no desenvolvimento das impressões sobre o real, as relações matemáticas podem ser vivenciadas e articuladas pelo educando em via de construir proposições e generalizações geométricas⁷².

A geometria na pré-escola e no 1º grau inicia-se pela 'percepção de' e 'ação sobre' os objetos no mundo exterior. Esses objetos são inicialmente percebidos no espaço, depois são observados e analisados, muitas propriedades são identificadas e descritas verbalmente, levando a uma classificação e mais tarde à conceituação. (FAINGUELERNT, K. 1999 p.55)

Entendemos, desse modo, que os conhecimentos oriundos do espaço vivenciado pelo aluno passam a se organizar em espaço percebido, que surge com o estabelecimento de relações com os elementos experienciados, criando possibilidades de representações e futuras generalizações⁷³, como é o caso das figuras geométricas, mapas, plantas, gráficos, diagramas, etc.

⁷¹ CASTILHO, R.F.S. *Geometria: até onde a vista alcança*, 1989, p.24.

⁷² Alcançar a terceiridade, segundo Peirce.

⁷³ Semiose, para Peirce. Esse processo não é estanque, e pode ser notado a todo instante do conhecer.

É através do raciocínio abduutivo, que o educando produzirá idéias novas sobre o observado e, conseqüentemente poderá deduzir sobre as hipóteses elencadas do percebido. As ações experienciais decorrentes sobre hipóteses levantadas são operacionalizadas num processo de confronto com o fenômeno estudado produzindo assim novas generalizações e idéias mais elaboradas de conhecimento. Essa forma de raciocínio, na teoria peirceana, implica a formação de diagramas mentais.

Silveira (1996) ressalta a importância da observação para a produção de novas relações e o caráter dinâmico das inferências.

A inferência produzida por um pensamento diagramático, ou por qualquer pensamento que cresce com a experiência, implica a observação de um objeto impondo-se ao espírito, e sua conservação em um objeto relacional construído por este mesmo espírito. (...) O que é construído no diagrama é ipso facto atribuído como logicamente verdadeiro ao objeto. Somente pela observação pode dar lugar à descoberta das novas relações permitidas pelo diagrama e o pensamento tem lugar na medida mesmo em que se efetua a construção destas relações. O caráter necessário da inferência é essencialmente lógico e não pode submeter-se a qualquer determinismo mecânico (SILVEIRA, 1996 p. 2)

Podemos dizer que o perceber o mundo visual com precisão, efetuar transformações das percepções iniciais e re-elaborar hipóteses sobre o ambiente analisado são situações propostas nos estudos referentes à educação básica.

Com base nessa perspectiva, desde a educação infantil, a geometria proposta nas diretrizes curriculares enfatiza a percepção do espaço, das figuras e das formas, enfocando a capacidade do aluno de transformar objetos de seu meio e orientar-se em meio ao mundo dos objetos no espaço⁷⁴. Para o ensino fundamental, essas habilidades estão ligadas a experiências de ser, ler e estar no espaço⁷⁵.

A noção espacial, nas primeiras séries iniciais do ensino fundamental, é tratada no contexto matemático, envolvendo diferentes segmentos da geometria. Os valores das relações de comprimento (parte/todo), superfície plana e traçados de retas fazem parte desse contexto. As conservações das formas e medidas deslocamento dos objetos são também pontos propostos para serem trabalhados nessa etapa escolar, além da geometria das semelhanças que desenvolve conceitos do plano escalar na ampliação e redução de figuras. Sendo assim, quando desenvolvemos atividades como trabalhar com figuras bidimensionais e tridimensionais estamos tratando de diversas geometrias.

⁷⁴ BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto – Secretaria do Ensino Fundamental SEF: *Referencial Curricular Nacional para Educação Infantil – matemática*, 1998, p.232

⁷⁵ Ministério da Educação e do Desporto – Secretaria do Ensino Fundamental SEF: *Parâmetros Curriculares Nacionais – matemática*. V.3 São Paulo. 1994, p.67.

Dienes e Golding (1975) definem a geometria como o estudo do espaço. Para esses, os objetos que se constituem num espaço podem ser estudados a partir de propriedades geométricas. Essas propriedades formam os ramos da geometria como a Topologia, Geometria Projetiva, Afim, Euclidiana e etc. Na Topologia, desenvolvem-se as propriedades invariantes das figuras, assim como as noções de fronteira, de interior e de exterior. A Geometria Projetiva e Afim estudam as propriedades das figuras, como por exemplo, noção de linhas retas, pontos, razão entre segmentos de retas, deslocamento. Na Geometria Euclidiana os aspectos anteriores se complementam com o estudo dos ângulos, rotações e relações métricas⁷⁶.

LUJAN (1997), apoiando-se no modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele, analisa a construção geométrica com crianças do 1ª série do ensino fundamental. Para ela um trabalho cognitivo deve buscar estratégias de ensino que favoreçam o interesse, motivação e reflexão do aluno e não se restringir ao conhecimento de conteúdo transmitido em sala de aula.

Parece-nos natural pensar que, no decorrer das séries do ensino fundamental, as diferentes abordagens da geometria devam se relacionar para compreensão do fenômeno, de maneira que a percepção, relação e construção de propriedades estejam presentes nesse processo.

Fainguelent (1999), todavia, aponta-nos problemas quanto a essa proposta de ensinar geometria. A autora, trabalhando com alunos de 3ª e 4ª série do 1º grau em seu estudo sobre o conceito de simetria e translação, enfatiza que a matemática é ensinada para os alunos de maneira *repetitiva, automática e desligada da realidade*. Analisando as primeiras séries do ensino fundamental destaca que as crianças dessa etapa escolar têm como principal preocupação o *fazer conta e decorar algoritmo* e não são estimuladas a desenvolver a visão espacial e a percepção⁷⁷.

Imenes (1987) aponta a dificuldade de se trabalhar a geometria no 1º grau, destaca que em geral os alunos são apenas *informados* a respeito de certas propriedades das figuras. Os alunos nem descobrem tais propriedades fazendo experiência e tão pouco chegam a elas através da dedução. Assim, descreve: *atualmente, raras ocasiões*

⁷⁶ DIENES, Z.P. e GOLDING, W.E. *Exploração do espaço e prática da medição*, 1974, p.3 a 6)

⁷⁷ FAINGUELERNET, k. E. *Educação Matemática: representação e construção em geometria*, 1999, p.23.

*em que a geometria é trabalhada em classe, constata-se que, salvo exceções de praxe [...] Trata-se de uma abordagem despersonalizada, sem linha definida*⁷⁸.

Com base nesse estudo, acreditamos que, na medida em que as sociedades transitam em torno de sistemas de comunicação, cabe aos educadores pensar sobre a linguagem matemática, sem restringi-la ao cálculo verbal e a cálculos numéricos.

O domínio espacial não é conteúdo exclusivo da matemática, mas está inserido em diferentes áreas do ensino. Podemos observar os conceitos geométricos inseridos na construção dos conhecimentos das Ciências Naturais; pois, através do estudo do ambiente, com sua forma e seu nicho, podemos possibilitar a intervenção de diferentes linguagens (signos), desde a visual até a matemática.

Manechine (1993) confirma a importância da relação entre as diferentes linguagens no processo de ensino e aprendizagem. Em seu estudo com crianças que faziam parte de uma classe de reforço, investigou a apreensão de conceitos científicos e matemáticos a partir da construção de uma horta com plantas medicinais. A transferência de aprendizagem dos conceitos de medida de comprimento e localização espacial tornou-se relevante para o desenvolvimento dos conceitos de Ciências: estudo das partes e funções das plantas, estudo e cultivo de plantas medicinais (Hortelã e Erva Cidreira) e compreensão de sua importância à vida humana.

No ensino de Geografia, a noção espacial para criança de 1ª a 4ª série é proposta tendo como objetivo educar o aluno para a visão cartográfica. A relação entre a aritmética e a geometria estão presentes como instrumentos de análise e de representação do espaço físico em questão. Nessa etapa, Carlos (2003, p.98) define que a alfabetização cartográfica supõe o desenvolvimento de noções como:

- *visão oblíqua e visão vertical;*
- *imagem tridimensional, imagem bidimensional;*
- *alfabeto cartográfico: ponto, linha e área;*
- *construção da noção de legenda;*
- *proporção e escala;*
- *lateralidade/referência, orientação.*

Segundo Carlos (2003), há um interesse natural das crianças pelas imagens. Contudo, para atingir os objetivos propostos, nessa etapa escolar, é necessário oferecer

⁷⁸ IMENES, *A geometria no primeiro grau: experimental ou dedutiva*, 1987, p.57

inúmeros recursos visuais, desenhos, maquetes, tabelas, etc, incluindo representações feitas pelos alunos, acostumando-os à *linguagem visual*.

Fainguelernt (1999) enfatiza a representação geometria a partir da visualização e faz referência ao desenho como uma estratégia de fundamental importância para o pensamento espacial. Para ela, a visualização consiste na habilidade de *perceber, representar, transformar, descobrir, gerar, comunicar, documentar e refletir* sobre as informações visuais⁷⁹.

A teoria peirceana determina que o símbolo, gerado pelo processo de semiose, *está conectado na força da idéia da mente-que-usa-o-símbolo, sem isso a ligação com o Objeto não existiria*⁸⁰. Nesse aspecto, os símbolos matemáticos (signos lógicos) representados em forma pictórica perfazem as habilidades apresentadas por Fainguelernt, pois essas estão interligadas à ação da mente que usa-o-símbolo para a formação de novas generalizações.

Em outro estudo, a autora, investigando a linguagem LOGO com alunos de 3ª e 4ª, na construção de caminhos abertos, através de coordenadas (frente/trás, direita/esquerda), inicia tais atividades com a representação pictórica. Assim afirma:

O desenho é a expressão gráfica do pensamento, podendo representar qualquer natureza de conhecimento, seja ele científico ou não. Por essa razão foi muito solicitado nessas atividades, pois nota-se desde muito cedo o interesse dos alunos por expressarem-se através de desenho. (Fainguelernt, K.E. 1999, p.112)

Machado (2002) destaca a importância do desenho como instrumento integrador entre o fator visual e o lingüístico-lógico-matemático no processo e elaboração do objeto gráfico. Assim, os recursos pictóricos tornam-se elementos fundamentais na comunicação e na expressão do sujeito⁸¹.

Pais (2000), apesar de confirmar a importância da integração do desenho na construção conceitual matemática, aponta alguns aspectos negativos no uso do recurso pictórico. Analisando conceitos geométricos representados por desenho em livros e outros suportes do saber escolar, destaca a predominância de figuras geométricas regulares, quadrado, retângulo e triângulo, ilustradas sempre em mesma posição. Cita,

⁷⁹ FAINGUELERNET, k. E. *Educação Matemática: representação e construção em geometria*, 1999, .53.

⁸⁰ PEIRCE, S. C. *Semiótica e Filosofia*. Trad. Mota e Hegenberg, 1972, 26p.

⁸¹ MACHADO, J. N. *Epistemologia e didática* As concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente, 2002, p.105

por exemplo, *o triângulo isósceles desenhado com o comprimento de sua base um pouco menor do que a altura relativa a esta base horizontal*. Com essa observação, justifica que a fixação da figura, numa única posição, pode se tornar obstáculo ao aprendizado do conceito correspondente. As figuras geométricas passam a ser vistas pelos educandos de maneira estereotipada, dificultando a construção e as relações conceituais⁸².

Araújo (1994) enfoca o ensino de geometria, nas séries iniciais, ressaltando a necessidade de um conhecimento sistematizado quanto a significação e o domínio matemático abrangendo os aspectos de visualização, linguagem e habilidade gráfica. Quanto à visualização dessa ciência, destaca o uso da representação das formas num tratamento metodológico por parte de autores e professores que dificultam a apreensão das figuras geométricas, ao apresentá-las sempre numa mesma posição. Outro fator apontado por Araújo é a desconsideração do plano como espaço, ao destacar apenas as figuras tridimensionais como espaciais. Expõe a necessidade de trabalhar situações-problema que permitam situar o aluno no espaço em que se encontra; situações essas relacionadas a um ou dois referenciais, oportunizando, desse modo, a percepção da posição em que se encontra o observador relativamente aos objetos, como algo mutável e não absoluto⁸³.

Essa análise é pertinente, pois reflete a preocupação de como o educando apreende a imagem e, a partir dela, como pode construir relações entre os significados elaborados.

Parra e Saiz (1996) e seus colaboradores, por meio de um estudo sobre o ensino da geometria, nas escolas primárias, apontam a falta do domínio discente de relações com o espaço, reduzindo a aprendizagem geométrica ao conhecimento de objetos definidos e à sua nomenclatura. Contudo, tal conhecimento para as autoras tem mostrado o que o aluno “*sabe dizer*” em detrimento do que ele “*sabe fazer*”. Argumentam: *o ensino da geometria, em nossas escolas, se reduz a fazer com que nossos estudantes memorizem os nomes das figuras, os mapas geométricos e as fórmulas que servem para calcular áreas, volumes...*⁸⁴.

Contrapondo a essa metodologia do apenas “saber dizer,” propomos o desenvolvimento da linguagem geométrica a partir de concepções experimentais. Dessa

⁸² PAIS, C.L., *Uma Análise do Significado da Utilização de Recursos Didáticos no Ensino de Geometria*, 2000, p.5.

⁸³ ARAÚJO, S.A.M. *Porque ensinar geometria nas séries iniciais de 1º grau*, 1994, p.12-16.

⁸⁴ PARRA, C. e SAIZ, I. (et. Al) *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*, 1996, p.250.

maneira, o professor poderá proporcionar ao educando das primeiras séries iniciais e principalmente aos que cursam a 3ª série, o envolvimento do “saber dizer” - a apreensão do conceito sistematizado - com o “saber fazer” – interação com o meio na elaboração de hipóteses e no desenvolvimento de novas generalizações (interpretantes lógicos).

O caminho da aprendizagem conceitual geométrica requer esforços de sensações decorrentes de estímulos provindos do ambiente, experiências, levantamento de idéias e imagens. Isto é, diferentes contextos devam ser criados, organizados e apresentados ao aluno no processo de ensino e aprendizagem, possibilitando diversas interpretações.

Do ponto de vista da semiótica peirceana, as interpretações de sensações são descritas pela percepção, na medida em que o aluno entra em contato, de maneira ativa, com o objeto em estudo. Nos momentos de atividades inter-relacionais, podemos vincular a apresentação/representação do fenômeno ao processo de decodificação a partir da visualização. E, na medida em que a ação experimental sobre o objeto é antecedida pela volição, ela permite a constituição de novas condições para geração de imagens simbólicas (signos simbólicos). Estas vão se estruturando, pelas e nas representações verbais ou não-verbais em outros novos signos e/ou novas sistematizações que, por sua vez, podem possibilitar inovadoras formas de representações do fenômeno (semiose).

Silveira (2002) trata esse contínuo movimento de construção simbólica, através da semiótica peirceana, como uma ciência *lógica da conduta*. Para o autor, cabe à semiótica:

Representar o objeto como objeto de volição e o meio pelo qual racionalmente alcançá-lo. Desse modo, é precedida não só pela representação categorial da experiência, como pela representação da admirabilidade com que se apresentam os fenômenos e pela volição do fenômeno como objeto de conduta.(SILVEIRA, 2002, p.46)

Assim, os primeiros contatos com o objeto ou fenômeno a ser estudado não se iniciam com representações de experiências, pois a representação já é a evocação que o aluno emite a partir das percepções apreendidas pela volição expressa no contato com o fenômeno quando esse é apresentado. A representação é alcançada com base nas relações elaboradas que podem ser externalizadas em diferentes linguagens sígnicas. Nessa perspectiva, traçada por Silveira e elucidada por nós à luz do processo de ensino e

aprendizagem, o professor deve apresentar aos alunos situações previamente organizadas e refletidas que estimulem a aplicabilidade de habilidades perceptivas e de atitudes de admirabilidade referentes ao contexto estudado, possibilitando momentos para os alunos construírem suas próprias relações e sucessivamente os conceitos delas decorrentes.

Godino (1993) reafirma a importância da semiótica à apreensão conceitual e propõe uma investigação didática envolvendo *sistema de práticas sociais com um campo de problemas* compartilhados a partir da observação. Em seu estudo enfatiza que: *os símbolos (significantes) remetem e estão em lugar das entidades conceituais (significados)*⁸⁵. Nessa concepção, defende que, na construção conceitual o domínio da *sintaxe* da linguagem simbólica matemática, é importante e necessária a compreensão dos aspectos relativos à semântica e pragmática para se chegar à *natureza do conceito e proposições matemáticas* em dependência com o contexto e a situação-problema envolvida⁸⁶

As noções geométricas interligadas aos conceitos de medidas são pertinentes, conforme enfocamos no item (3.2.1)⁸⁷, em que a sistematização do metro é proposta para essas séries. Desse modo, os conceitos de medida de comprimento e operações, decorrentes da comparação dos comprimentos, relacionam-se na representação espacial quanto à própria conservação do comprimento de um objeto e/ou das distâncias entre os objetos. Nesse contexto, apontamos também a estimativa como elemento mediador entre as operações desenvolvidas e os resultados inferidos oral e verbalmente, ou representados por meio da linguagem não-verbal.

Assim, desenvolver ações didáticas metodológicas, através de canteiros experimentais, integrando conceitos matemáticos com os de Ciências Naturais, pode ser uma forma pertinente de possibilitar aos educandos uma aprendizagem significativa que envolve estratégias educativas diversas.

Acreditamos que o uso de desenho, para manifestação das observações das crianças das primeiras séries do ensino fundamental, seja viável como parte do processo comunicativo de apresentação/representação do fenômeno focado.

⁸⁵GODINO, D. J. *Teoria de Las Funciones Semióticas: Un Enfoque Ontológico- Semiótico de la Cognición e Instrucción Matemática*, 2003 P.237.

⁸⁶Idem, p.22.

⁸⁷ (1.3) aborda o desenvolvimento de medida de comprimento e suas implicações nas primeiras séries do ensino fundamental.

Desse modo, as elaborações decorrentes das percepções espaciais podem propiciar aos alunos a ressignificação dos conceitos geométricos durante as diversas etapas de ensino com as quais tiverem contato no processo em questão. As relações verbais e não-verbais devam estar presentes e devam ser exploradas pelo educador de maneira a garantir ao educando a organização e apreensão dos conceitos científicos e matemáticos de forma não fragmentada.

Aproximar o educando da construção de conhecimentos matemáticos vinculados aos contextos experimentais referentes às imagens espaciais, pictóricas, entre outras, é a forma mais coesa/coerente de organizar os conteúdos dessa disciplina.

CAPÍTULO 4

METODOLOGIA DESENVOLVIDA

4.1 Proposta Didático-Metodológica

A pesquisa realizada objetivou avaliar uma proposta didático-metodológica para o ensino de Matemática, articulada com o ensino de Ciências Naturais e fundamentada na tríade Perceber/Relacionar/Conceituar¹, visando ao ensino de conceitos matemáticos para alunos das séries iniciais. Nomeamos essa tríade conforme as fases de representação dos fenômenos que entendemos ocorrer mentalmente. Vamos nos fundamentar nos princípios básicos do referencial da semiótica de Charles Sanders Peirce (1839-1914) quanto à relação do signo com o Objeto e quanto à produção de signos-pensamento obtidos durante o processo de construção de significados. Relações, essas, adotadas para investigar a aquisição de conceitos matemáticos de forma interdisciplinar com a formação de interpretantes durante a apreensão de conhecimentos científicos envolvidos no ensino de Ciências Naturais².

¹ Metodologia descrita no manual da série Trocando Idéias – Ciências Naturais elaborado por Santos, M.L., Caldeira A.M.A., Brando, F.R., 2004 (prelo) e no Artigo: Apresentação de Representação de fenômenos biológicos a partir de um canteiro de plantas, Caldeira, A.M.A. e Manechine, S.R.S, 2005 (Prelo).

² Estudo desenvolvido conjuntamente com CALDEIRA, A. M.A., *Semiótica e a Relação Pensamento e Linguagem no Ensino de Ciências Naturais*, 2004.

No desenvolvimento das seqüências didáticas, procuramos investigar como se deu a apreensão de objetos matemáticos (conceitos) em um contexto escolar. As ações de perquirir envolveram análise semiótica dos resultados relacionados ao processo de ensino e aprendizagem, e a avaliação das atividades didáticas ocorridas com 32 alunos de idade, entre 9 e 11 anos de uma 3ª série do Ensino Fundamental, numa Escola Pública.

No que tange a apreensão de conhecimentos matemáticos, um dos objetivos desse estudo foi apresentar uma “proposta didática metodológica ancorada nos conteúdos do ensino fundamental” que possibilitasse a formação de conceitos de matemática e, na medida em que esses fossem sendo apreendidos pelos alunos, passassem a ser ferramentas para o entendimento de conhecimentos abordados em outras áreas, bem como para a compreensão dos conceitos de competição e coexistência de seres vivos pertinentes à área de Ciências Naturais.

Esse caminho - proposto para a aquisição dos conhecimentos emergentes da análise das relações sobre um fenômeno natural - levou-nos a postular a existência de objetos matemáticos em situações diversas. Dessa maneira, os signos matemáticos, intrínsecos nesse processo de ensino e aprendizagem manifestados pelas expressões de linguagens, foram alvos de nossa análise.

Nesse contexto, os pressupostos pragmáticos peirceanos nos serviram de base para obter uma formalização metodológica de investigação dos aspectos cognitivos e didáticos desenvolvidos nesse estudo.

Do pragmatismo peirceano temos o método de determinação de significados dos conceitos intelectuais (PEIRCE, 2004, p.194). Através de suas categorias universais (primeiridade, secundidade e terceiridade), podemos identificar e compreender os diferentes tipos de experiências vivenciadas pelos seres humanos. Desse modo, as relações sîgnicas propostas em sua teoria semiótica fundamentaram a análise do processo de apreensão de significados dos alunos.

A compreensão do fenômeno estudado, a partir dos conceitos matemáticos, foi articulada e desenvolvida durante a avaliação e análise do crescimento de plantas de canteiros no interior da escola. O espaço dentro e fora da sala de aula passou a ser explorado como elemento integrador de ações, conforme as atividades propostas suscitavam seu envolvimento.

Dewey (1959 p.41), analisando a compreensão dos saberes escolares afirma que quando esses conhecimentos distanciam-se da realidade do aluno tendem a torná-lo intelectualmente irresponsável, pois ele não confronta o aprendido com suas crenças e ações pré-estabelecidas.

Nessa perspectiva, as ações experienciais desenvolvidas na pesquisa tiveram como propósito sustentar a mediação das relações dos conceitos matemáticos apreendidos pelos participantes com outras situações vivenciadas e suas respectivas sistematizações simbólicas.

4.1.1 A 3ª série como espaço investigativo

As disciplinas das primeiras séries do ensino fundamental são quase todas ministradas por um único professor titular em cada série. Sendo assim, os conteúdos de todas as áreas de ensino ficam a cargo desse profissional. A seu critério fica também, um horário semanal pré-estabelecido para selecionar as disciplinas e os conteúdos programáticos abrangidos por ela. Não raro, o professor segue o horário por ele instituído com flexibilidade. Apenas os conteúdos para o ensino de Artes e de Educação Física são desenvolvidos por outros professores.

Nesse contexto, o professor das primeiras séries pode estabelecer ações didáticas que possibilitem a integração entre os conteúdos das diferentes áreas de ensino, propiciando vínculos significativos entre os alunos o que torna o processo de ensino e aprendizagem integrador. Foi nesse espaço que buscamos desenvolver um trabalho investigativo de uma proposta didático-metodológica de cunho interdisciplinar.

Como nos aponta Santomé (2002), a ação interdisciplinar requer alguns passos preliminares determinados como: definir o problema, determinar os saberes relevantes para tal ação, desenvolver os pontos de integração, especificar os estudos, buscar informações, construir e manter o diálogo entre os participantes, comparar e avaliar as idéias para com a realidade, integrar e/ou ratificar os resultados e, por fim, decidir sobre as atividades futuras.

Desse modo, procuramos analisar a grade escolar para as séries iniciais, delimitando o problema em questão, ou seja, nosso objetivo ficou assim constituído: “analisar uma proposta didático-metodológica para o ensino de conceitos matemáticos e científicos com cunho interdisciplinar”. Definimos os conceitos a serem trabalhados a partir dos conteúdos norteadores dos eixos curriculares: medida e tratamento de informação para o ensino de Matemática, conteúdos propostos pela Coordenação de uma Escola Estadual. Com os conhecimentos de matemática delimitados, o espaço de investigação também o foi: a 3ª série do período da manhã. Essa série sugerida pela coordenadora pedagógica e professora titular da classe passou a ser o alvo de investigação, pois a sistematização dos conceitos de medir inicia-se nessa etapa escolar. Outro fator que influenciou nossa escolha foi o fato de o ensino

dessa série solicitar o envolvimento de situações-problema com ênfase em interpretações gráficas e medidas.

A 3ª série é uma etapa intermediária do Ciclo I do ensino fundamental. Ela é considerada pelos professores como uma série de “conexão” entre as duas anteriores (1ª e 2ª) e a última série desse ciclo. No tocante à proposta curricular para o ensino de matemática, temos na 3ª série a sistematização de vários conhecimentos trabalhados nas séries anteriores. Por exemplo, o conceito de medida (desenvolvido na 1ª e 2ª séries com unidades não padronizadas) é ampliado com medidas padronizadas, na 3ª série. As quatro operações (também desenvolvidas anteriormente no campo dos números naturais) nessa série são relacionadas com situações-problema envolvendo o conjunto dos números racionais. Nesse sentido, a 3ª série requer do educador uma proposta de ensino que integre os conceitos vivenciados nas etapas anteriores.

Para isso, o entendimento de como os conteúdos foram propostos e desenvolvidos nas séries anteriores é ponto crucial para o professor exercer o seu papel de mediador dos conhecimentos escolares. Conseqüentemente, uma opção didático-metodológica de ensino deve possibilitar ao aluno fazer relações entre os saberes já vivenciados que sirvam como ancoragens àqueles a serem construídos no decorrer da aprendizagem.

Assim, no decorrer da 3ª série, é importante para o professor criar situações que promovam referências e articulação dos conceitos em diferentes áreas curriculares. Devem ser prestigiadas também as relações experienciadas pelos alunos durante todo seu percurso escolar.

Uma opção didático-metodológica processual deve reconhecer, na fala dos participantes, pontos indiciais sobre o fenômeno estudado. Isso é necessário para que evitemos o ensino de conteúdos pautados em aulas meramente expositivas que apelem para a vertente tradicional memorística. Os conteúdos não podem ser apresentados de forma desconexa dos fatos experienciais discentes que fazem parte do seu repertório cognitivo. Devem, desse modo, ser articulados com o que o aluno já sabe, ou seja, com os conhecimentos elaborados por ele nas séries anteriores.

Para o ensino de Ciências Naturais ficou resolvido, junto ao corpo docente da escola, o desenvolvimento do conteúdo “seres vivos”, sendo esse também pautado na proposta pedagógica da escola. A integração dos conceitos entre as disciplinas foi suscitada pelos professores titulares das classes, nas avaliações do corpo docente, quando esse apontou a necessidade de se trabalhar a disciplina matemática de maneira integrada com as demais áreas

de conhecimento e contextualizada de acordo com o cotidiano do aluno traduzidas em ações extraclasse e na própria sala de aula. Assim, pareceu-nos pertinente o desenvolvimento das ações concretizadas por atividades que atendessem ambos contextos.

Sabemos que para que um trabalho flua, de maneira interdisciplinar, faz-se necessário o diálogo permanente entre os participantes. Sob este aspecto, a questão de investigar a apreensão de conhecimentos, numa 3ª série, foi proposta para o professor titular da classe.

Segundo a direção, a docente responsável por essa classe mostrou-se interessada pelo trabalho de pesquisa, colocando-se à disposição das pesquisadoras. A professora se posicionou como elemento importante entre os alunos e as pesquisadoras. Durante o processo investigativo, ela contribuiu com informações sobre a aprendizagem dos partícipes e com observações sobre as ações desenvolvidas.

Flick (2004) expõe a importância do diálogo entre o pesquisador e a instituição escolar ao salientar que o papel do pesquisador perpassa pelo processo de negociação entre as instituições pesquisadas e os participantes. O diálogo é o principal veículo que sustenta as trocas. Para o autor a investigação escolar agita a instituição em três aspectos: *a) quanto aos limites de suas próprias atividades; b) quanto aos motivos da 'investigação' não serem claros para a instituição; c) quanto à falta de razões sólidas para negar as solicitações de investigação.* Ressalta-se, assim, a necessidade de se expor integralmente as informações sobre os objetivos da pesquisa, intenções e procedimentos, para que a negociação entre a instituição e os participantes possa chegar a uma construção de *aliança operativa.* (FLICK, 2004, p.70-71)

O 'como' esse delineamento metodológico foi estabelecido (em relação ao nosso Objeto - "Análise de uma proposta de atividades didático-metodológicas para apreensão de conceitos matemáticos integrados ao ensino de ciências) pautou-se em potencializar todas as ações desenvolvidas"³ – balizadas pelo desenvolvimento dos conceitos matemáticos e habilidades referentes à:

a) Medidas e Grandezas:

- medida de comprimento (m, dm e cm);
- estimativa de comprimento.

b) Espaço e Formas:

- noção de espaço: fronteira, formas geométricas;

³ A análise dessa proposta será configurada nos pressupostos semióticos peirceanos no *capítulo IV e V* do presente trabalho.

- localização e aferição de espaços.

c) Tratamento de Informação:

- representação de dados em tabelas;

- escala e

- representação e interpretação de gráficos de colunas.

O processo investigativo dos signos matemáticos apreendidos pelos alunos se estruturou, através da análise dos conceitos, que emergiram das situações-problema desencadeadas dos processos experienciais desenvolvidos no estudo do fenômeno natural. Desde os primeiros encontros, os alunos se mostraram solícitos em relação ao trabalho a ser desenvolvido.

Os alunos já tinham realizado experimentos sobre alguns conceitos e habilidades, como por exemplo, a medida padronizada ‘ metro’ e seus submúltiplos; contudo, durante o desenvolvimento das atividades didáticas, percebemos a necessidade de ressignificá-los para que os alunos pudessem compreendê-los e usá-los em novas situações-problema.

Os processos referentes à atribuição de significados e, posterior, ressignificação dos conceitos (o que caracteriza a própria semiótica peirceana) levou-nos a investigar a maneira de como o livro texto, utilizado por essa série pela professora, abordava a construção dos conceitos matemáticos pertinentes a esse estudo.

Para que esse processo investigativo se constituísse de maneira integrada foram tomadas algumas diretrizes como⁴:

- elaboração de o material didático e de seqüências didáticas para que as relações de ensino e aprendizagem se desenvolvessem de maneira integrada.
- discussão prévia entre as pesquisadoras sobre a concepção teórica que fundamentaria todas as ações a serem desenvolvidas e sobre organização do material didático necessário;
- consideração de todas as produções dos alunos pelas pesquisadoras para as futuras tomadas de decisões de caráter didático-metodológico.

Os encontros com os alunos foram estruturados num período de 06 meses, em 02 dias semanais, com 02 horas de duração cada. Os dados oriundos da investigação são resultantes das anotações das pesquisadoras ocorridas durante as ações didáticas ministradas nesse período.

O desenvolvimento das aulas foi registrado continuamente pelas pesquisadoras. Conforme atividade proposta, a pesquisadora S mediava e a pesquisadora A anotava. Por

⁴ Cf. CALDEIRA, A.M.A, *Semiótica e a Relação Pensamento e Linguagem no Ensino de Ciências Naturais*, UNESP, São Paulo, 2004, Tese de Livre Docência, p.75.

vezes os papéis se invertiam. As pesquisadoras, ao término de cada encontro, reuniam-se para analisar os dados coletados e as ações desenvolvidas.

Buscamos interagir, de forma plena, com o coletivo instituído, para garantir a identificação necessária e fundante. A partir desse contexto, procuramos observar, entender, analisar e ressignificar o objeto de estudo.

Flick (2004) caracteriza a investigação como qualitativa, na medida em que se converte em um processo contínuo de construção de versões da realidade. A atitude do investigador, nesse processo, baseia-se na abertura e na sua capacidade de refletir sobre essa realidade analisada⁵.

Bogdam (1994) define a pesquisa qualitativa em cinco aspectos: a) *o ambiente natural* como fonte direta de dados. Nesse aspecto, o investigador está em contato com o local de ocorrência da pesquisa. *Para o investigador qualitativo, divorciar o ato, a palavra de seu contexto é perder de vista o significado*⁶; b) *dados descritivos*; *A descrição funciona bem como método de recolha de dados, quando se pretende que nenhum detalhe escape ao escrutínio*⁷; c) *valor do processo*. Este passa a ter maior importância do que os resultados ou produtos. A ênfase no modo como as ações e interações se traduzem nas atividades propostas faz com que esse aspecto da investigação qualitativa aborde o procedimento como determinante do desempenho cognitivo dos participantes e da significação dos conhecimentos estudados nesse processo; d) *a constituição das abstrações*. Na medida em que os dados vão sendo colhidos, o processo de análise vai tomando corpo. As questões e decisões fluem desse corpo e norteiam o próprio processo de investigação; e) *O significado* como ponto crucial. Esse se constitui a partir do diálogo entre os participantes e o investigador, de maneira que não há neutralidade entre eles, frente às experiências adquiridas. De acordo com essas idéias, fundamentamos o desenvolvimento da pesquisa em questão.

As atividades propostas foram desenvolvidas individual e coletivamente. Cada aluno recebeu um caderno para anotações das tarefas propostas e desenvolvidas. Quando a seqüência didática era ministrada em folhas de sulfite, os alunos as colavam no caderno. Esse material foi analisado no decorrer da pesquisa para verificarmos como os alunos estavam construindo e reconstruindo os conhecimentos ao longo do processo de ensino e aprendizagem constituído para o estudo em questão.

⁵ FLICK, U. *Introducción a la investigación cualitativa*. 2004, p.23-24.

⁶ BOGDAM, C.R e BIKLEN, K. S., *Investigação qualitativa em Educação*, 1994, P.47.

⁷ Idem, p.49.

4.1.2 Características dos Alunos e a Formação dos Grupos

Os alunos estavam juntos, desde a série anterior, então, eles já se conheciam e conviviam como colegas de classe. Os alunos 02 e 28 tinham passado pela experiência da repetência na 2ª série. Com exceção das crianças 16 e 14, que apresentavam dificuldades para escrever e ler, e do aluno 28 (que não sabia ler e nem escrever mostrando-se apático às orientações da professora) todos os demais eram assíduos nas tarefas e participativos.

Era costume a professora trabalhar com a classe agrupada em duplas. Ela organizava os alunos no início da semana e eles permaneciam com seus parceiros todo esse período, sendo remanejados caso apontassem problemas de integração ou indisciplina durante as atividades.

A constituição de pares obedecia a dois critérios: aluno com maior dificuldade com o de menor dificuldade e/ou o mais falante com o mais quieto. Com o propósito de construir e propiciar um diálogo aberto e espontâneo, propusemos, nos primeiros encontros, manter as duplas propostas pela professora. Esse procedimento inicial proporcionou-nos conhecer as crianças de modo menos artificial e respeitar as opções feitas pela professora da classe. Posteriormente, fixamos, para melhor atender nossos escopos procedimentais didático-metodológicos, grupos de 4 ou 5 elementos que se tornaram permanentes durante toda a pesquisa.

Uma vez que os alunos se conheciam e se apresentavam como um grupo homogêneo⁸, procuramos organizá-los respeitando as suas escolhas, na medida do possível. Assim, deixamos estabelecido que algumas atividades didáticas iniciar-se-iam com ações individuais orais e escritas e/ou em duplas, conforme as situações metodológicas suscitassem.

A formação de grupos permanentes permitiu-nos melhor identificação dos alunos durante as declarações feitas por eles e a construção das atividades. A fixação dos elementos reafirmou a familiaridade entre eles, criando condições sistemáticas de análise de conhecimentos.

As situações didáticas envolvendo ações individuais orais e escritas foram firmadas com o propósito de investigarmos as concepções prévias de cada participante e,

⁸ Consideramos a homogeneidade referente à faixa etária e o nível escolar dos alunos.

seqüencialmente, as respostas eram partilhas entre os elementos do grupo e, posteriormente, expostas para a classe.

As implicações verbais e escritas dos alunos como premissas sobre o estudo em questão foram utilizadas como ponto de partida e, durante o processo de apreensão dos conceitos, como pontos de reflexão e análise dos interpretantes constituídos.

Diferentes estratégias de registros (orais, gráficos, pictóricos) foram utilizadas para compreensão do fenômeno no decorrer do processo estabelecido.

A construção e a análise de canteiros de plantas foram situações experienciais que nortearam a apreensão de conhecimentos. Esses espaços proporcionaram a integração das disciplinas Matemática e Ciências. Assim, os conceitos e habilidades matemáticas envolvendo: medida escala, estudo do espaço e interpretação gráfica passaram a ser intrínsecos e necessários à compreensão dos conceitos de coexistência e competição, entre as espécies analisadas, nas atividades didáticas referentes ao estudo em questão.

Não entendemos como atividades didáticas um conjunto linear de situações que o aluno tenha que aprender; mas, sim, situações de aprendizagem constituídas, num conjunto de ações em que o aluno possa identificar e interpretar os dados relacionados ao problema enfocado. Dessa forma, abrimos o diálogo para que todos os alunos pudessem expressar suas concepções prévias e as adquiridas em cada etapa do processo de ensino e aprendizagem.

Essa atividade possibilitou um relacionar de idéias, gerenciado pela reflexão o que engendrou um contínuo confronto entre o pensar, o fazer e o agir de forma pragmática e reflexiva de modo a superar a dicotomia teoria e prática. Desenvolvendo atividades afins, através da pesquisa coletiva/individual, os alunos foram estimulados a buscar novas fontes, confrontar novas realidades percebidas e/ou desenvolver outras novas atividades que fossem julgadas pertinentes no decorrer do trabalho.

As principais habilidades discentes que fizeram parte da pesquisa são as seguintes⁹:

- **Observar:** Essa habilidade é uma das mais importantes para ser estimulada no contexto matemático, pois aprender a observar os dados com um olhar, além de rigoroso, mas também “cismado e curioso”, em relação às situações apresentadas, é essencial ao estudo e compreensão dos fatos.
- **Descrever:** Com a descrição, podemos analisar as concepções dos alunos sobre o fenômeno observável. Além disso, essa habilidade propicia aos alunos formas de representações que relatam as percepções deles sobre o objeto em estudo. Os registros,

⁹ Habilidades desenvolvidas também na proposta Metodológica Interdisciplinar para o Ensino de Ciências Naturais- Tese de Livre Docência – Caldeira 2004.

através de diagramas, mapas, desenhos, construções de esquemas simbólicos e a exploração da oralidade podem ser atividades decorrentes dessa habilidade.

- **Identificar:** As problematizações apresentadas aos alunos são ações que possibilitam a identificação de conceitos matemáticos, apontam diferenças e semelhanças de situações e, sustentam classificações e uso de símbolos específicos.
- **Codificar e Decodificar:** Essas habilidades são utilizadas para proporcionarem aos alunos o estabelecimento de relações com os enunciados: o que estes expressam e quais os procedimentos terão que ser postos para que a questão proposta seja resolvida. As ações decorrentes dessas habilidades devem engendrar o pleno uso da linguagem matemática em situações de ensino e aprendizagem.
- **Comparar:** Propicia aos alunos possibilidades de estabelecer confronto entre objetos, espaços, símbolos e também habilidades de examinar simultaneamente várias situações ou dados a fim de estabelecer possíveis relações entre eles.
- **Coletar Dados:** É uma habilidade a ser desenvolvida para que os alunos busquem informações sobre o contexto estudado e entendam o fenômeno observado a partir de outras organizações de dados.
- **Experimentar:** Consideramos as ações de experimentar relativamente ao desenvolvimento de competências que proporcionem a utilização de materiais simples e próximos do contexto dos alunos (experimentos) de maneira que lhes suscitem o desejo de compreender os conceitos envolvidos.
- **Somar Idéias:** Para essa categoria de habilidades, são apresentadas as idéias que devem ser desenvolvidas, em diversas situações-problema. Nelas inclui-se o conjunto de explicações científicas sobre determinado conceito em questão, que deve ser apresentando, através de textos (orais e escritos), que possam gerar novos esquemas e expressões matemáticas. As representações sígnicas matemáticas envolvidas em textos escritos fundamentam a interação entre diferentes linguagens e a transposição didática dos conteúdos para outras áreas de conhecimento.
- **Elaborar Tabelas, Gráficos, Esquemas:** São habilidades que os alunos empregam como meio organizacional de dados. Essas, além de propiciar maior clareza na representação e análise de resultados coletados, favorecem o desenvolvimento de ferramentas que propicie sínteses. São, portanto, essenciais para elucidar as situações-problema, de forma coesa/coerente e esclarecedora.
- **Sintetizar por meio de: textos, maquetes, representações pictóricas, diagramas:** Propicia trabalhar diferentes formas de sistematização bem como a possibilidade de

estabelecer relações lógicas. Por meio da apreensão dessa habilidade novas formas de conduta podem ser estabelecidas e, assim, pode-se chegar a diferentes conclusões.

- **Interpretar Dados:** Fomenta questionamentos possibilitam levantar hipóteses, interpretar idéias, analisar resultados, classificar e selecionar dados, confrontar valores, compartilhar e discutir pensamentos.
- **Relacionar:** Essa habilidade se baseia na interfase conceituar. Com ela o aluno-pesquisador pode estabelecer associações, confronto, analogias, inferir idéias. A compreensão dos fenômenos estudados pode ser ampliada na medida em que se trabalha com inúmeras situações de aprendizagem, indagando resultados e ou hipóteses, proporcionando situações próximas à realidade e/ou realidade provocadora de questionamento.

Na busca de estabelecer interação entre os conhecimentos científicos e atividades experienciadas pelos alunos, procuramos relacionar os conceitos e habilidades vinculadas à proposta didática vigente em três níveis cognitivos: Perceber/Relacionar/Conceituar.

4.1.3 A tríade Sentir-Perceber/Relacionar/Conceituar.

Apresentamos como níveis investigativos (para análise do conjunto das relações fenomênicas observadas, nas ações didáticas desenvolvidas) a tríade Sentir-Perceber/Relacionar/Conceituar. Procuramos, através das categorias e diagramas, contextualizar o estudo com o fundamento da semiótica. Entendemos as relações Sentir-Perceber/Relacionar, como propulsoras de interpretantes emocionais expressos por interpretantes lógicos no momento em que uma mente interpretadora confronta sentimentos provocados pela primeiridade proposta por Peirce à realidade circundante. Trata-se de um confronto com dados experienciais que levam à ação, qualquer que seja essa, conforme demonstraremos a seguir.

Para podermos analisar semioticamente o processo de construção sgnica, apoiamos-nos em uma metodologia didática para o ensino de fenômenos naturais elaborada por Caldeira (2004) e que pressupõe, em conformidade com a tríade peirceana, uma seqüência de sentir/perceber fenômenos, estabelecer relações com experiências vividas e gerar interpretantes em um nível chamado de conhecer (conceituar). Esse processo é contínuo e os signos gerados dele podem potencializar, ou não, a geração de novas cadeias de interpretantes num processo sem delimitação predeterminada.

genuinamente, a efetiva representação do Objeto, em estudo, produzirá um signo degenerado, ou em nível de interpretantes de menor significado, o que abordaremos com mais especificidade no próximo capítulo.

Para Peirce (1972), os elementos de todo conceito inserem-se no campo lógico do pensamento, por meio da percepção, e esses se projetam pela ação. Nesse sentido, a tríade: Sentir-Perceber/Relacionar/Conceituar perpassa o caminho da construção do conhecimento e, conseqüentemente, o do próprio processo investigativo.

No nível Sentir/Perceber, situamos ações de confronto relacionadas ao contexto experiencial concreto advindo dos contatos que foram propostos com os canteiros de plantas, canteiros esses utilizados no decorrer do estudo do espaço, das formas e do acompanhamento do crescimento das mudas existentes e plantadas.

A estimulação da percepção de fenômeno, através de princípios naturais, quase não é usada no ensino de matemática. O trabalho escolar, por exemplo, com os conceitos geométricos referentes a formas e espaço, na maioria das vezes, fica restrito ao livro-texto com representações de figuras predeterminadas ou ao manuseio de blocos lógicos¹¹. Esses são recursos importantes; mas, se esses conceitos forem explorados e desenvolvidos, através de ambientes naturais, poderão aproximar os conteúdos escolares à realidade percebida pelo aluno, propiciando-lhe a integração dos conhecimentos dispostos em classe com o universo extraclasse.

Diferentes partes do corpo dos alunos (palmo, dedo, pé) foram exploradas, em situações perceptivas como recursos didáticos-metodológicos à compreensão do conceito de padrão de medidas. Os instrumentos régua, fita métrica, trena, metro de carpinteiro foram também inseridos nas atividades didáticas, com finalidade perceptiva, de maneira a propiciar a exploração das formas, cores e símbolos existentes e, dessa forma, possibilitar a elaboração de inúmeras relações com os Objetos e, conseqüentemente, a elaboração de conceitos matemáticos, intrínsecos ao processo de medir.

Os instrumentos, no ensino de matemática, têm papel representativo da realidade, mas sua exploração é bastante restrita. O professor, quase sempre, utiliza-se da régua e fita métrica preocupando-se em inseri-los na apropriação de conceito.

Limitando-se a esse uso, deixa de explorar inicialmente os conceitos inerentes aos objetos (tamanho, cor, representação dos números e de outros signos) e de fazer referência a esses conceitos (percebidos nos objetos) como recursos sígnicos para manuseio e construção

¹¹ Materiais existentes nas escolas como recursos didáticos para o ensino de matemática.

de novos signos. Os signos (advindos do processo perceptivo do espaço e/ou do objeto) devem preceder a representação de seu uso e mediar todo o processo da atividade didática experiencial. É o que nos ensina Peirce:

Os elementos de todo conceito entram no pensamento lógico através dos portões da percepção e dele saem pelos portões da ação utilitária; e tudo que não puder exigir seu passaporte, em ambos esses portões, deve ser apreendido pela razão como elemento não autorizado¹².

Nesse sentido, o exercício de observação de um ambiente natural pode oferecer múltiplas possibilidades de interação com formas, cores, espessuras, texturas, quantidade, altura, propiciando, através de situações de aprendizagem, estímulos de outros órgãos do sentido como: olfato, tato, paladar, além do auditivo e do visual para o desenvolvimento de conhecimentos científicos.

Afirma Caldeira (2004) que o ambiente natural deve ser o ponto de partida e de chegada do processo investigativo.

A exploração do ambiente e de instrumentos possibilita o máximo de contato com objetos universais de medida em atividades didáticas com os canteiros, entre outras. Para a construção de conceitos matemáticos, as situações experienciais devem ser criadas para alcançar as concepções dos alunos em relação ao fenômeno estudado a partir da observação, do toque, do diálogo, do entendimento sobre as ações de comparativas vivenciadas.

Num segundo nível, temos o P/Relacionar – um conjunto de ações didáticas tendo como objetivo fazer do aluno um articulador de possibilidades ao decodificar signos matemáticos, utilizando-os para elaborar e reelaborar as suas próprias concepções sobre os problemas decorrentes das atividades experienciais sobre o fenômeno estudado. As habilidades discentes a serem desenvolvidas, no nível de relacionar, estão essencialmente ligadas ao nível Sentir-Perceber que geram interpretante tendendo à simbolização em nível de secundidade.

Em Peirce, as relações se constituem no processo de semiose, de maneira que, nas categorias universais da formação do pensamento, a secundidade é por ele definida como o confronto, estado esforço da mente que, através de percepções, estabelece relações sgnicas que indicam o objeto estudado.

Por último, temos o nível Conceituar, que definimos como um conjunto de ações em que o aluno, familiarizado com a atividade proposta, consegue organizar as informações

¹² PEIRCE, C.S. *Semiótica*, São Paulo, 2003, p.239.

pertinentes exploradas no decorrer do processo de ensino e aprendizagem. As expressões do aluno, nessa etapa, devem explicar de forma coerente e conclusiva a situação estudada e serão categorizadas como interpretantes lógicos em terceiridade.

Entendemos como forma coerente e conclusiva os resultados de compreensão representados na etapa de conhecimento analisado; e, como conhecimento final/lógico, a conceitualização de algo que deve propiciar uma apreensão de significados (interpretantes) considerando-os, sempre, um procedimento do devir que deve proporcionar um hábito ou uma mudança de conduta decorrente da formação desse hábito.

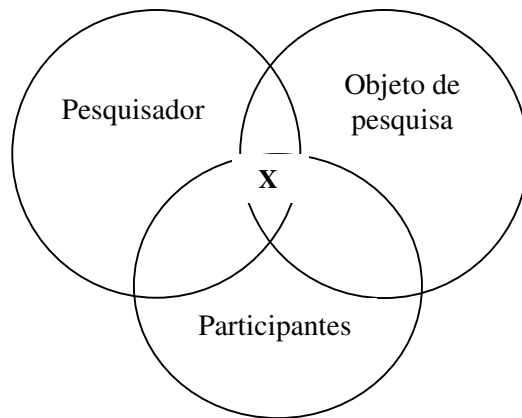
4.1.4 O Olhar do Pesquisador no Processo Investigativo

A categorização é uma das etapas do processo analítico da pesquisa que se conduz em permanente processo de semiose. Nesse processo, a análise investigativa implica relações experienciais do pesquisador que envolve a relação entre o Objeto de estudo, os participantes e os dados pesquisados.

Nesse mesmo propósito, Flick salienta, que na investigação qualitativa, os dados não podem ser expressos simplesmente através de um registro neutro, mas se constitui em uma etapa de análise em profundidade que é, antes de tudo, essencialmente uma compreensão específica e relacional em relação à construção da realidade. *A interpretação dos dados se orienta na codificação e categorização (...) inclui uma maneira específica de compreender a relação entre o problema e o método* (FLICK, 2004, p.26).

No processo de decodificação e categorização dos dados, limites cercam o pesquisador, enquanto articulador e investigador do processo de ensino e aprendizagem. Esse fazer requer que ele tenha ciência dos limites que o cercam. Nesse sentido, a delimitação do tema, do tempo disponível para desenvolver a pesquisa, bem como as relações entre os partícipes, devem ser compreendidas e relacionadas com o tempo necessário para o envolvimento efetivo com a comunidade escolar.

Procuramos na representação diagramática expressar as intersecções do pensamento do pesquisador estabelecidas nos papéis de articulador do processo de ensino e aprendizagem, no decorrer das ações didáticas relacionadas ao processo de significação dessas atividades:



- 1- O Pesquisador interage com o Objeto de pesquisa e com os Participantes num processo experiencial para a construção do problema de pesquisa e, durante o processo, estabelece ações diagnóstica e articuladora (x).
- 2- O Pesquisador interage com o Objeto de pesquisa e com os Participantes num processo experiencial na produção de conhecimentos (x)
- 3- O Pesquisador interage com os Participantes e com o Objeto de pesquisa no processo Interpretativo dos dados coletados (x).

No sentido de conseguir expressar novas compreensões sobre o fenômeno estudado, procuramos construir estruturas que delineassem os caminhos e os configurassem em generalizações, visando a produção do interpretante final (que, como já frisado, não cessa a cadeia de semiose, mas é o último em relação a um dado experimento). Segundo Peirce, esse construir de significados é contínuo e os signos gerados podem potencializar ou não a geração de novas cadeias de interpretantes em um processo sem delimitação. Para isso o papel do pesquisador fenomenológico apresentou-se sob dois olhares.

Caldeira e Torquato (2005) sustentam que o olhar do pesquisador pode direcionar-se sob a perspectiva tanto do objeto de investigação quanto das possibilidades que uma mente engendra ao conhecer o próprio objeto que investiga:

- a) O pesquisador observador, parte de percepções sincréticas sensoriais que lhe despertam o Objeto de análise sem estabelecer vínculos com os possíveis conflitos com o real; b) a seguir, em contato com o real e com os conflitos gerados por ele, busca, nas percepções indiciais, elementos que lhe permitam relacionar os dados 'difusos' obtidos na etapa posterior aos elementos agora engendrados a fim de perquirir as possíveis alternativas para resolvê-los; c) por fim e ao cabo, elabora hipóteses abertas para desvelar o Objeto pesquisado tendo em mente alcançar um

interpretante formal que lhe garanta uma possível explicação a qual será retomada em pesquisas posteriores¹³.

Dessas etapas podemos entender que, enquanto o investigador analisa e interpreta os signos (gerados pelos alunos nos processos de semiose), uma segunda posição lhe é definida. Essa outra posição é a do pesquisador durante o trabalho de perquirir. Nesse sentido, enquanto observa, relaciona e conclui sobre os dados e os processos de ensino e aprendizagem desenvolvidos ao longo do estudo. Desse modo, o pesquisador também produz interpretantes sobre o processo de pesquisa. Na tendência (desejo) de determinar o máximo de compreensão sobre o Objeto, em investigação, define caminhos que, pelo processo de semiose, configuram-se em generalizações e, por fim, parte em busca da elaboração do interpretante final ou lógico.

Nesse sentido, o pesquisador, com duplo olhar, articula junto com partícipes durante o desenvolvimento das ações didáticas, a coleta dos dados. Afastando-se das atividades experienciadas, no processo didático-metodológico desenvolvido, projeta-se sobre os registros organizados por ele e pelos alunos no decorrer do processo.

A partir desse enfoque, procuramos analisar a interpretação dos significados dos partícipes obtidos no percurso desta pesquisa à luz da semiótica peirceana.

4.2 Proposta de Análise Semiótica na produção e execução de ações didático-metodológicas

No tecer das atividades, emaranhados de conceitos matemáticos e científicos foram se constituindo para explicação do fenômeno observado e experienciado. Desse processo geraram-se inúmeras hipóteses e argumentos decorrentes da comunicação e interpretação dos alunos durante o desenvolvimento das ações.

As tarefas propostas aos alunos (no espaço experienciável e/ou em grupos constituídos em sala de aula) resultaram em ações dialógicas tanto individuais como coletivas.

Os signos interpretantes trazem consigo estruturas em diversos níveis de relações simbólicas (ou tendendo a essas), em diferentes formas de linguagens, que o próprio Objeto de estudo possibilita engendrar.

De acordo com o estudo semiótico de Queiroz (2004), as classificações de signos da teoria semiótica de Peirce, a partir de seu modelo triádico de semiose, respondem a vários

¹³ CALDEIRA, A.M.A e TORQUATO, I.B. *Metodologia fenomenológica, pesquisa qualitativa para o ensino de conceito científico*, 2005, p.2. TORQUATO, I.B. *Avaliação dos Impactos das propagandas políticas Amigos da Escola, no âmbito escolar*, 2005.

tópicos: a) *quantas variedades fundamentais podem ser concebidas*; b) *quais são estas modalidades*; c) *como elas estão inter-relacionadas*¹⁴. Desse modo, apoiando-nos nas classes de signos peirceanos, propusemos construir um modelo didático-metodológico de análise investigativa que propiciasse avaliar como ocorreram:

- a) a apreensão dos signos pelos alunos em suas respectivas classes de análise;
- b) o processo de construção de novas generalizações de matemática e a elaboração desses signos no ensino de ciências naturais;
- c) a análise dos interpretantes constituídos nas diferentes linguagens estabelecidas durante a compreensão discente em relação aos conceitos matemáticos apresentados em diversos níveis de interpretantes e cruzamento entre níveis.

Buscamos a representação diagramática entre signos decorrentes da relação do signo com o objeto e com os signos interpretantes elaborados, respeitadas as exigências do contexto fenomenológico em que se produzem, contexto este, que de acordo com a filosofia de Peirce, organiza-se segundo as três categorias: primeiridade, secundidade e terceiridade. Convindo lembrar que a categoria de terceiridade, ou de lei, pressupõe a categoria de secundidade, ou existência, e esta última, a categoria de primeiridade, ou potencialidade afirmada.

Os dados, expostos no quadro -1 expressam as conexões entre os signos que serviram como suporte de análise da pesquisa:

Categorias Semióticas	Primeiridade	Secundidade	Terceiridade	Categorias Didáticas
Interpretante Emocional	X			Sentir/Perceber
Interpretante Energético	X	X		S-Perceber/Relacionar
Interpretante Lógico:	X	X	X	S-P/R/Conceituar

Quadro 1 – Representação das relações sígnicas

¹⁴ Cf. QUEIROZ, J. expõe em sua obra *Semiose segundo C.S. Peirce* – São Paulo – EDUC, FAPESP, 2004 o resultado de suas investigações gráficas da semiótica peirceana.

Da representação diagramática decorrente das relações sígnicas estabelecidas por Peirce¹⁵, procuramos expor o nível de produção de significados discentes na combinação das relações de signos-pensamento (interpretantes emocional, energético e lógico) com a tríade didática Sentir-Perceber/Relacionar/Conceituar.

E, em primeiridade, temos a constituição do signo Interpretante Emocional, etapa que sustenta a produção dos signos posteriores. Sendo a primazia das relações, o signo formado na categoria do argumento no nível de potencialidade é imprescindível para a produção de Interpretante Lógico, ou seja, para a construção de significados e generalizações que vão se aprimorando para a formação de hábito de conduta.

Em secundidade, já se torna possível discriminar o Interpretante Energético do signo, que, como ação, restringe a potencialidade do Interpretante Emocional a uma realização particular, em que interagem o sujeito e o meio. Segundo Peirce, esse nível de interpretante se constitui a partir da mediação do Interpretante Emocional. Assim define:

Se um signo produz algum outro efeito significado próprio, ele fará através da mediação do interpretante emocional, e esse efeito ulterior sempre será um esforço. Eu denomino interpretante energético. O esforço pode ser muscular, como é o caso do comando de descansar armas; mas muito mais usualmente ele é um exercício sobre o Mundo Interior, um esforço mental. (CP, 5, 475)

Na produção de signo em terceiridade genuína, instaura-se de maneira distinta o Interpretante Lógico, ou seja, o signo, capaz de representar ele mesmo o objeto, sem que esta representação se reduza à ação do sujeito, e, mesmo ainda, a um estado emocional meramente disposicional. O signo que expressa o fenômeno analisado representa a máxima significação (conceituar), mas não a última que o aluno pode desenvolver sobre os conhecimentos estudados.

Silveira analisando a tríade peirceana de interpretantes esclarece as subdivisões (primeiridade, secundidade e terceiridade):

Mesmo em sua expressão genuína, haverá ocasião de se demonstrar, pode um interpretante lógico subdividir-se em formas em que predomine em um momento a primeiridade, em outros a secundidade e somente em sua máxima generalidade só prevalece a terceiridade. Na argumentação lógica, genuinamente decorrente de classe de interpretantes que nela encontra denominação mais adequada, as hipóteses são denominadas pela categoria da primeiridade, já que se constituem em argumentos sobre a possibilidade de uma representação geral dos fatos encontrados; as induções são argumentos caracterizados pela secundidade, já que se constituem em estratégias de verificação das hipóteses na experimentação com exemplares da classe de fenômenos representados e somente a dedução, constitui-se

¹⁵ Quadro representado no capítulo 2 página __

em argumento genuinamente geral em que sua sustentação é exclusivamente a necessidade lógica da produção das conclusões a partir das premissas. (SILVEIRA, p.13)

Para isso, a tríade Sentir-Perceber/Relacionar/Conceituar, que configurou o processo metodológico do fenômeno estudado, passou a se constituir como categorias para a análise investigativa da pesquisa. Esses elementos, em conformidade com as relações sîgnicas das categorias peirceanas - concernentes à produção de interpretantes -delimitaram as expressões simbólicas verbais e não-verbais perquiridas.

Assim, o nível Sentir-Perceber caracterizou-se em nível Lógico pelas formas sîgnicas representadas pelos alunos que produzem interpretantes lógicos em primeiridade ou secundidade (conforme o contexto e o nível de entendimento alcançado pelos alunos durante os experimentos realizados e suas manifestações escritas, orais ou pictóricas), com o fenômeno em estudo. Podem também nesse nível, expressar interpretantes energéticos com tendência à simbolização. A produção de significados apresenta-se como hipóteses que podem gerar novos níveis de interpretantes. Os signos determinados nessa etapa são categorizados na relação exposta na figura-1. Por apresentarem-se como uma vaga expressão sobre o observado, é algo de pouca informação, que não pode ser analisado como um conceito. Nasce de argumentos de possibilidade que sugerem que algo pode ser, uma representação geral em relação à certeza do que seja.

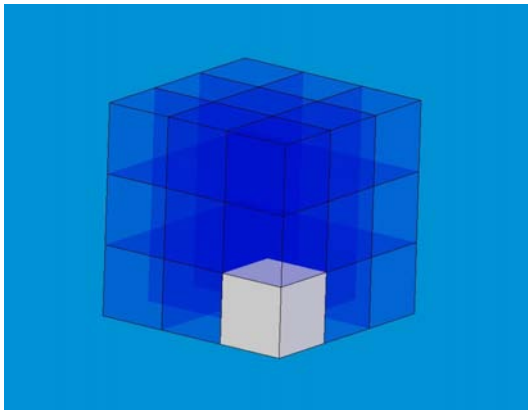


Figura -1 – O nível Perceber

As ações categorizadas no nível S-Perceber/Relacionar são expressões sîgnicas que nos permitiram identificar, nas respostas dos alunos, signos indiciais (interpretantes energéticos) provenientes das relações perceptivas com o fenômeno estudado que podem ou não tender posteriormente à simbolização.

Os signos-pensamento constituídos nessa etapa não chegam à generalização, categorizando-se em signos de secundidade que na produção de interpretantes geram

Interpretantes lógicos menos complexos (em primeiridade ou secundidade em rumo à interpretação de signos genuínos). Os signos produzidos são determinados pelas relações experienciais com o conhecimento em questão (geram inferências indutivas) que determinam alguns efeitos desejáveis, **interpretantes** que informam sobre o conceito, mas não chegam a deduções genuínas, ou seja, que sustente a conclusão sobre o fenômeno.

Partindo de inferências abduativas, vão constituindo-se, pelo confronto experienciável, em inferências indutivas expressando signos que devem revelar, sob algum aspecto, o fenômeno estudado. Podemos configurá-los na representação exposta na figura-2.

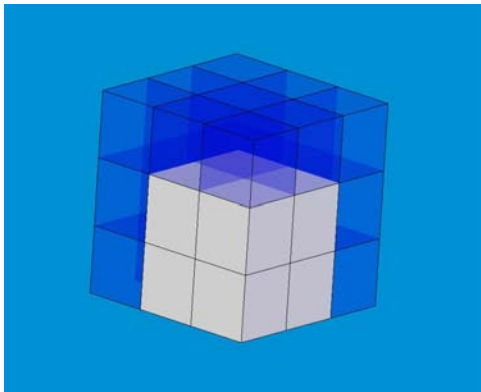


Figura-2 – O nível Perceber/Relacionar

O Conceituar é o nível de terceiridade (em relação ao nível de interpretantes lógicos, que também podem ser analisados em primeiridade, secundidade e terceiridade), em que as representações sígnicas, do signo em relação ao fenômeno analisado tende simbolização ou rumam à simbolização genuína, como mostrará o próximo diagrama. Nessa fase de significância, as operações são dedutivas, que conseqüentemente, foram oriundas das inferências abduativas e indutivas, isto é, dos níveis de primeiridade e secundidade. Nesse nível de interpretantes, os alunos devem ser capazes de interpretar a situação analisada, bem como devem ser capazes de produzir novas generalizações sobre o conhecimento em questão, conforme ressaltado.

A figura-3 exprime a relação da categoria de interpretante lógico ou final. Final apenas em relação àquela etapa de interpretantes, pois a semiose é sempre contínua.

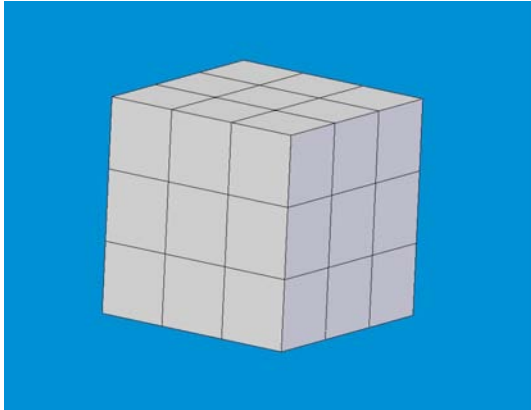


Figura-4 – O nível Conceituar

Antes de estabelecer essas categorias e discuti-las em decorrência de análise balizadas em ações didático-metodológica, faz-se necessário esclarecer a importância da contínua mediação do signo e suas correlações. Silveira aborda esse ponto de vista do peirceano:

O signo, por definição, é um mediador; não se reduz, contudo, a um meio ou instrumento que tentasse transpor a barreira que separaria dois pólos antagônicos em constante disputa pro hegemonia. Se tal conclusão relembra Hegel na introdução à *Fenomenologia do Espírito*, os correlatos do signo, porém, não se negam nem se suprimem: a potência do presente e do representamen é espontaneidade, mas não indeterminação e o interpretante não ocupa o lugar do absoluto, mesmo que provisória ou ilusoriamente. O signo-pensamento é, antes de qualquer coisa, constante e evolutivo remetimento, num tempo cósmico e objetivo, dos seus correlatos, em todos dos níveis de sua realização (SILVEIRA, 1991, P.51).

Desse modo, os diagramas são apresentados como recurso didático imagético para que os iniciantes em semiótica peirceana possam tecer suas próprias inferências. Assim, as categorias firmadas para análise das atividades expressam os pensamentos dos alunos e são oriundas das percepções, hipóteses, inferências e julgamentos conceituais de maneira a propiciar um “olhar cismado” e, além disso, acrescentamos “curioso” sobre a apreensão de signos matemáticos e sua inter-relação com outras linguagens (signos) no contexto observado.

No sentido de conseguir expressar as compreensões sobre o fenômeno, em questão, procuramos construir estruturas compreensivas do fenômeno estudado (conceitos matemáticos), expressando-as em forma de textos descritivos e diagramas interpretativos os quais serão expostos nos *capítulos 5 e 6*.

CAPITULO 5

DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

As ações didático-metodológicas foram desenvolvidas a partir da seqüência de atividades previamente refletida e constituída pelas as pesquisadoras S e A. Para integrar ações das áreas de Matemática e Ciências, conforme nosso objetivo, buscamos, inicialmente, conhecer a Proposta Pedagógica da Escola e os conteúdos programados para o I Ciclo do Ensino Fundamental.

Tivemos, assim, o cuidado de propiciar atividades que garantissem a aproximação dos conhecimentos inerentes às áreas de Matemática e Ciências com o currículo da 3ª série escolar escolhida.

Analisando o espaço físico da escola, as pesquisadoras decidiram utilizar um canteiro de formato triangular repleto de plantas como contexto e instrumento para integrar os conceitos a serem estudados.

5.1 O Contexto experimental no ensino de Matemática

As crianças haviam sido informadas que iniciariam um projeto de estudos com atividades referentes a um canteiro de plantas. Elas teriam que observar e, ao mesmo tempo, emitir as opiniões que quisessem. O canteiro era um espaço triangular de dimensões 3m x 3m x 4,5m, localizado perto da horta escolar, tratava-se de um espaço desocupado. Nele cresciam, sem nenhum controle, comigo-ninguém-pode, alecrim, boldo, erva cidreira, quebra-pedras, picões, trevos, roseiras e outras espécies variadas, distribuídas em diferentes extratos. Um tronco de uma antiga árvore permanecia no local. Uma pequena cerca de bambu limitava o maior lado do canteiro, separando as plantas pendentes do caminho que dava acesso à horta. Um outro lado de 3m se localizava entre uma parede com uma janela, a da biblioteca da escola, e um corredor. O outro, de mesma medida, situava-se entre um corredor e a parede do fundo dos banheiros das crianças. Um portão interno isolava o canteiro e a horta do acesso diário das crianças.

Foi nesse espaço que as pesquisadoras buscaram o desenvolvimento das atividades, integrando o processo de ensino e aprendizagem da disciplina de matemática com a disciplina de Ciências Naturais no sentido de analisar, com 32 crianças de 3ª série, o conceito de competição e coexistência entre os seres vivos. Para isso, era necessário o envolvimento das crianças, com o canteiro, de maneira experimental, por meio de uma seqüência de procedimentos didáticos que envolvessem os seguintes elementos:

- a) identificar as plantas;
- b) relacionar os espaços entre elas;
- c) verificar se os elementos essenciais à sobrevivência eram disponíveis igualmente. Para a construção dessas atividades eram imprescindíveis os conceitos matemáticos relativos à:
 - a) representação do espaço;
 - b) medidas de comprimento para aferição das espécies e do espaço;
 - c) construção e leitura de tabelas e gráficos dos dados coletados durante as experiências.

Conforme visto no capítulo 3, *Conceitos Matemáticos e suas Representações*, a noção de espaço é trabalhada desde a Educação Infantil. As primeiras séries do Ensino Fundamental, para o ensino de geometria, consideram a exploração do espaço como elemento imprescindível na apreensão dos objetos matemáticos.

Observamos, nos livros didáticos das primeiras séries iniciais (1ª a 4ª série), a representação e o estudo das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais. As

Propostas e Referenciais Educacionais Brasileiros (PCNs e RCN) destacam a exploração dos conceitos geométricos relacionados à natureza e ao cotidiano do aluno.

Muitas escolas possuem materiais didáticos (sólidos geométricos, blocos lógicos) disponíveis para o trabalho de geometria em sala de aula. Frequentemente esses objetos são introduzidos, no ensino de matemática, pelos professores, como jogos ou mesmo como material de manipulação. Dão apoio aos conhecimentos referentes às suas formas e nomenclaturas. Estudam-se também o número de faces, vértices e arestas de cada sólido. Proporcionam um contato direto da criança com os objetos matemáticos, mas o contexto natural que possibilita a familiaridade e a integração do aluno com as formas em seu habitat, quase não é explorado. Às vezes, nem mesmo utilizam os blocos lógicos e os sólidos geométricos comparando-os com os objetos do cotidiano do aluno disponível em sala de aula, apenas comparam os materiais entre si.

Oferecer ao educando um espaço a ser explorado mais próximo de sua realidade pode propiciar maior quantidade e melhor qualidade quanto à relação de comparação na construção de conceitos, além de aguçar, nas crianças, a percepção do espaço relativamente aos conceitos explorados em ambientes extraclasse. Nesse aspecto, constituindo o canteiro de plantas, como contexto experiencial, podemos, por exemplo, relacionar o formato da cerca de bambu com a forma geométrica cilíndrica; explorar o formato, a espessura e o comprimento das plantas; comparar o espaço do canteiro, com outro espaço; identificar o formato do canteiro - seu contorno, entre outras atividades.

O conceito de medida de comprimento foi outro conceito que procuramos desenvolver durante a comparação entre as plantas. Essa proposta foi explorada pela pesquisadora A para analisar a competição e coexistência entre os seres vivos.

Partindo de medidas não padronizadas (barbantes, palmos, etc), introduzimos o metro e seus submúltiplos (dm e cm). Diferentes instrumentos, fita métrica, régua de 30 cm e de 50 cm, foram explorados como objetos na leitura e aferições durante todo o acompanhamento das mudas plantadas e das já existentes no canteiro. A escrita e leitura de tabela de dupla entrada e a construção de gráfico de colunas foram outros conceitos abordados no decorrer da pesquisa. O trabalho com escala e estimativa foi imprescindível para a elaboração e análises do fenômeno em questão. Desse modo, os conceitos matemáticos foram sendo estudados a partir desse contexto experimental, ora como conceitos a serem aprendidos, ora como conceitos-instrumento a serem utilizados na apreensão de novos conceitos matemáticos e científicos.

Como relata Caldeira (2005) *denominamos essa construção como processo de semiose, aqui em estudo, e pretendemos, a partir da realidade, estudar relações entre as plantas que não são comumente enfocadas, apesar da presença abundante em diferentes meios*. Se para a pesquisadora Caldeira o canteiro possibilitou a interação das crianças com as plantas e a apreensão do conceito de coexistência e competição proposto no ensino de Ciências Naturais, para o ensino de Matemática, buscamos analisar a construção e o desenvolvimento dos conceitos propostos, no decorrer da exploração do canteiro e analisar as inter-relações que os conceitos matemáticos proporcionam como subsídios de estudo e compreensão do fenômeno em questão.

Os dados aqui descritos (e posteriormente analisados) referem-se aos conceitos de matemática, enquanto os relativos a Ciências Naturais foram objetos de outro relato¹. Em todo o momento, os conceitos das áreas se relacionaram e, portanto, serão descritos quando necessário. A cada término de aula, confrontávamos os dados e analisávamos as descrições como tomada de decisão para elaboração de novas atividades e análises.

5.2 A formação do Coletivo: O contato pesquisadoras/alunos

O que a nutrição e a reprodução representam para a vida fisiológica, a educação é para a vida social, vista de forma de transmissão e comunicação entre pessoas, umas com as outras, e entre pessoas e grupos (Dewey, 1971, p.7)

Desse conceito, situamos a educação como condição social. Nesse sentido, a escola se assume como um dos *locus* privilegiado da comunidade.

Como professoras-pesquisadoras, sabíamos da existência de um coletivo instituído no interior de cada sala de aula. Assim, tínhamos consciência de que teríamos que construir uma nova organização, na medida em que nos situássemos como integrantes de uma sala de aula; pois, a relação professor/aluno instituída deveria ser reorganizada com a nossa inserção e estabelecidas novas formas de comunicação. Era necessário o conhecimento mútuo para o desenvolvimento de um trabalho coletivo cooperativo e integrador.

A turma era composta de 32 alunos entre 09 a 10 anos. Alguns alunos foram apontados pela professora da classe por apresentarem dificuldades para aprender e outros, como repetentes. No decorrer dos trabalhos, pudemos detectar essas dificuldades. Eles não

¹ Dados analisados em CALDEIRA, A M. A, Tese de Livre-docência – UNESP- Bauru, 2005.

usavam a escrita no padrão culta da língua portuguesa como os demais, contudo, copiavam as anotações da lousa e se expressavam usando a linguagem popular, com incorreções gramaticais, ora através da fala, ora usando a linguagem pictórica do desenho. A interação constante, apesar de a professora achar que esses não tinham condições para aprender².

O primeiro contato com a 3ª série foi bastante significativo para a construção do trabalho. A professora titular conversara com a turma sobre a nossa participação, em algumas aulas, durante a semana. Como eles já sabiam que participariam de atividades, já no primeiro contato, encontramos uma classe interativa e questionadora. Algumas questões foram levantadas pelos alunos como: **Vocês vão vir todos os dias?; Agora vamos ter três professoras?** Ficou, então, estabelecido que nós iniciariamos o estudo com algumas ações em conjunto, sempre às quartas e às sextas-feiras e, quando necessário, viríamos outras vezes durante a semana. A receptividade foi imediata. Percebemos, nesse primeiro momento, uma abertura por parte do grupo através da euforia expressa pelos partícipes.

5.3 Desenvolvimento das Atividades Didáticas

Contexto Experiencial: Canteiro I

5.3.1 Atividade 1: Primeira Observação do Canteiro I

No dia combinado, as crianças já nos aguardavam. Iniciamos com uma visita ao canteiro de plantas. Como os alunos, na maioria das vezes, efetuavam as atividades em dupla na sala de aula, aproveitamos a estrutura das duplas para compor grupos de 4 ou 5 crianças.

Acompanhadas pelas pesquisadoras, os alunos deslocaram-se até o local combinado para observação do canteiro-objeto de estudos. Nessa etapa, foram-lhes apresentadas as questões:

a) O que vocês sentem ao observar esse canteiro?; b) Vocês consideram que existem muitas plantas no canteiro?; c) Com tantas plantas presentes, será que uma planta atrapalha o desenvolvimento da outra?

² Aprender, nesse momento, para a professora, significava acompanhar um ditado e transcrevê-lo, copiar as anotações da lousa e/ou responder através da escrita os questionamentos propostos durante as atividades em sala de aula.

Alguns alunos, nesse primeiro contato com o canteiro, buscavam saber o que deveriam fazer, outros permaneciam em silêncio. Depois de perceberem que podiam questionar sobre tudo ou tocar no que quisessem, ficaram à vontade e começaram a se expressar oralmente. As pesquisadoras iam anotando todas as reações discentes e tentando captar cada momento específico das expressões verbais e não-verbais decorrentes desse primeiro contato.

As várias hipóteses estavam sendo categorizadas para abordagem dos conceitos de Ciências Naturais. Ao analisarmos as concepções dos alunos, deparamo-nos com conceitos matemáticos implícitos quanto à comparação de diferentes grandezas (comprimento, quantidade) e a relação de espaço entre as mudas. Seguem as idéias emitidas sobre as questões levantadas e as observações registradas:

b) Vocês consideram que existem muitas plantas no canteiro?

O “sim” foi respondido por todos.

c) Com tantas plantas presentes, será que uma planta atrapalha o desenvolvimento da outra?

Foram inúmeras as hipóteses levantadas pelos alunos. As idéias emitidas por eles estão categorizadas no Quadro-1 a seguir:

Uma planta atrapalha a outra: 3;29;13;23	Uma planta não atrapalha a outra: 14;9;6;11;20
<i>As grandes ocupam os lugares das pequenas e atrapalham uma a outra. (2)</i>	<i>Tem muita planta. Uma não ocupa o lugar da outra.(4)</i>
<i>Será que conseguem viver apertadas? (6)</i>	<i>São acostumadas no canto delas. Mas tem umas bem velhas. (13)</i>
<i>As grandes ocupam os lugares das pequenas e atrapalham um a outra. (25)</i>	<i>Cada uma deve crescer no seu lugar.(19)</i>

Quadro 1 – Concepções dos alunos em relação à quantidade de plantas em um espaço.

As crianças retornaram para a sala e projetaram em desenho as percepções sobre o canteiro de planta (anexo-1). Por estarmos cientes de que havia alunos com dificuldades para expressar suas concepções, através da escrita ou mesmo da fala, conforme vimos, buscamos a

possibilidade de expor suas observações por meio de ações pictóricas. Essa foi uma das alternativas encontradas para garantirmos a integração pesquisadoras/alunos, na elaboração da tarefa proposta, sem que nenhum deles ficasse constrangido por não saber efetuar o exercício solicitado. O diálogo permeou todo o momento da realização da atividade. Por meio dos desenhos, muitos detalhes foram apreendidos.

O Quadro-2 expressa as representações pictóricas dos alunos, que foram categorizadas de acordo com a tríade: Sentir-Perceber/Relacionar/Conceituar. Doravante usaremos S para representar “sentir”, P para “perceber” e “Inter.” para “interpretante”. Ressaltamos que Sentir e Relacionar estão relacionados à secundidade, ao interpretante apresentando indícios de complexidade. Os interpretantes lógicos correspondem a terceiridade como signos genuínos (tendendo à significação), ao envolverem a totalidade das relações tecidas que resultaram em conceitos ou nível do conceituar³.

Conceitos Geométricos	Atribuição de Juízo de Valor	Resultado da Ação dos alunos	1ª Representação Pictórica – Canteiro I – 21/05/04
Espaço	S-P/Relacionar	Representaram o espaço do canteiro de forma linear sem delimitá-lo.	3 -17 -15 - 8 - 27 - 6 - 4 -16 - 10- 25- 13 - 23 - 12 - 26 - 29 - 9 - 14 - 22 - 11 - 28 - 5 - 21 - 31 - 21
	S-P/Relacionar	Representaram o espaço do canteiro como uma região fechada em qualquer formato.	24 - 19 - 18
	Conceituar – tendendo à simbolização	Desenhou o espaço do canteiro com formato correto (triangular)	7
Fronteiras	S-P/Relacionar	Localizaram uma das fronteiras (cerca de bambu)	9 - 12 - 14 - 17 - 22 - 24 - 25 - 26 -29
	Conceituar - tendendo à simbolização	Relacionou o espaço com suas circunvizinhanças	7
Medida de Comprimento	S-P/Relacionar	Representaram plantas num só extrato	10- 8 - 12 - 13 - 14 - 16 - 22 - 27 - 28 - 23 - 29 -26
	Conceituar - tendendo à simbolização	Representaram plantas em diferentes extratos	3 - 4 -5 -6 - 11- 17 -19 - 21- 7- 9 - 15- 18- 24 - 31 - 13- 25.

Obs: faltaram os alunos 1, 2 e 30.

Quadro 2 - Primeiras Percepções do Canteiro-I de Planta

³ Em outras palavras, a nosso ver, o interpretante lógico também pode ser engendrado em primeiridade (pouco desenvolvido), em secundidade (razoavelmente desenvolvido e/ou apresentando um grau razoável de complexidade) e em terceiridade, genuíno (plenamente desenvolvido, grau máximo de complexidade que levará a uma mudança de atitude/conduita).

Por meio dessa atividade pictórica, pudemos perceber que os alunos representaram detalhes das folhas e flores. A aluna (20) desenhou uma folha com vários detalhes perceptivos, como: nervuras, cores e detalhes de fungos. As plantas entrelaçadas, desenhadas em diferentes extratos, caracterizaram a idéia de abandono do canteiro. Grande parte dos alunos produziu seus desenhos em cores e onze não quiseram colori-los.

Percebemos, nas projeções dos alunos, que a noção de fronteira, forma, espaço entre as mudas, quantidades de plantas, foram conceitos usados por eles que deveriam ser trabalhados através de novas atividades experienciais.

Analisando o formato do canteiro desenhado pelos alunos, pudemos observar que a maioria representou o canteiro de forma linear, sem delimitação de fronteiras; outros o representaram como uma região fechada, mas com formato irregular qualquer. E, apenas um aluno relacionou-o de forma triangular. Quanto ao conceito de fronteira: um aluno relacionou as circunvizinhanças; dez alunos representaram a cerca de bambu e os demais (20 alunos) não identificaram as fronteiras.

Os diferentes extratos entre as plantas foram observados e relacionados por 16 alunos, e os demais desenharam as plantas num só extrato.

Analisando semioticamente as representações do canteiro, com um formato regional qualquer, podemos apontar indícios de interpretante lógico, pois a representação do espaço e dos demais elementos existentes, nesse local, foi expressa nos desenhos elaborados por esses alunos. Como por exemplo, substratos de plantas e caramujos que apontam o fenômeno oferecendo algumas informações sobre o local observado.

A aluna (A07) expõe, através do desenho, uma melhor representação do canteiro. Esboça uma compreensão mais detalhada do espaço estudado, através dos conceitos: formato triangular definido, fronteiras localizadas, plantas desenhadas em diferentes extratos. Conseqüentemente, essa aluna demonstrou, por meio do registro pictórico, tendências de simbolização do Objeto as quais categorizamos como interpretante lógico em nível conceitual.

A representação do canteiro em forma de desenho possibilitou-nos a compreensão de como os alunos identificaram os aspectos do local experienciado, gerando interpretantes tendendo à simbolização através dos signos percebidos/relacionados.

Segundo Peirce (1989), quanto maior atenção dada ao fenômeno maior conexão e mais precisa será seqüência lógica do pensamento. Para ele, a apresentação do fenômeno diversas vezes, em diferentes ocasiões, faz com que a atenção seja despertada. Salienta que a

atenção pode lembrar um pensamento e conseqüentemente ligá-lo a outro. A ligação da atenção e abstração favorece a formação de hábito de conduta.

Assim, as dimensões das espécies das plantas, formato do canteiro e suas circunvizinhanças foram alguns dos conceitos matemáticos que os alunos ressignificaram através dessa atividade didática não-verbal. As figuras, a seguir, ilustram as percepções de alguns alunos:

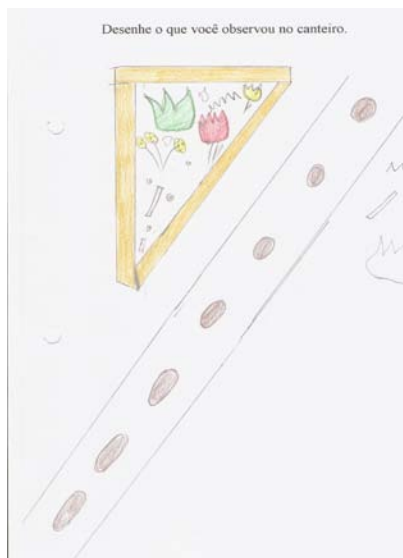


Fig.1 Percepção do canteiro I (A7)

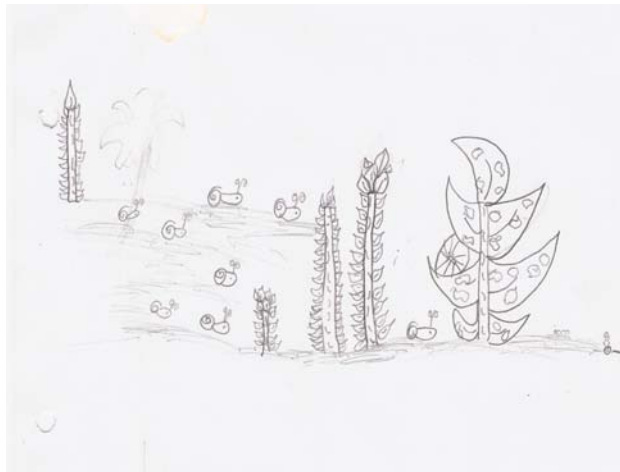


Fig.2 Percepção do canteiro I (23)



Fig.3 Percepção do canteiro I (A9)

Ao final dessas ações, as pesquisadoras se reuniram, decidindo que novas atividades experienciais deveriam ser trabalhadas, a fim de possibilitar seqüências de percepções, no canteiro, para que os alunos pudessem expressar novas percepções sobre o fenômeno estudado e chegar a níveis de conhecimentos tendendo sempre a alcançar níveis simbólicos (ou seja, maior grau de abstração e complexidade).

Dessa avaliação ficou a proposta, para o estudo de Ciências Naturais, decorrente da seguinte seqüência didática: *a) identificar as plantas; b) relacionar os espaços entre elas; c) verificar se os elementos essenciais à sobrevivência eram disponíveis igualmente; d) testar o plantio de uma semente num local limpo e em outro local onde deveria haver muitas plantas.* (Caldeira, 2004 p. 83).

Para que essa seqüência fosse desenvolvida, alguns conceitos e habilidades matemáticas estavam subjacentes e deveriam ser trabalhados:

Noção de espaço:

- a) identificar o formato do canteiro e das plantas;
- b) observar a área do canteiro com as suas plantas;
- c) relacionar o espaço entre as mudas no canteiro;
- d) determinar as fronteiras do canteiro;

Medida de comprimento:

- a) estimar medida de comprimento;
- b) ler e escrever medida de comprimento (m, dm e cm) comparando as mudas desde o seu estágio de germinação, crescimento e muda final

- c) comparar os diferentes extratos das plantas do canteiro.

Tratamento de Informações:

- a) saber anotar as aferições das mudas em tabelas de dupla entrada;
- b) interpretar os dados de crescimento das mudas dispostos em tabelas;
- c) representar o processo de crescimento das mudas e das plantas já existentes em papel quadriculado, dispondo os dados em colunas a partir de um escala pré-determinada pelo coletivo;
- d) utilizar e representar o conceito escalar na elaboração de gráfico;
- e) ler e interpretar gráficos e tabelas elaborados pelos alunos para interpretação do fenômeno estudado.

Para tanto, seguimos uma seqüência de procedimentos didático-metodológica em que os conceitos matemáticos, elencados acima, fossem apreendidos em conformidade com os conceitos científicos propostos para o ensino e aprendizagem de Ciências Naturais, sendo o objeto-canteiro o instrumento experiencial de todo o processo.

A partir desse contexto, os saberes matemáticos foram analisados como objetos a serem apreendidos pelos alunos como instrumentos para ressignificarem os novos conceitos apontados na interpretação inicial e relacioná-los aos conceitos de coexistência e competição de seres vivos propostos para a área de Ciências Naturais.

Descreveremos, a seguir, a seqüência de atividades elaboradas e desenvolvidas para o processo de construção interdisciplinar pretendida.

5.3.2 Atividade 2 : Estimativa

A professora da classe já tinha trabalhado o uso da régua como medida padronizada e a leitura em cm e mm, como proposta de atividade do livro-didático seguido nessa série. Para conhecer os interpretantes elaborados pelas crianças com relação ao uso de símbolos matemáticos⁴, no processo de medir, aplicamos uma atividade envolvendo estimativa métrica.

A partir de fitas coloridas, não numeradas, medindo 1m (fita amarela), 50 cm (fita vermelha), 30 cm (fita verde) e 10 cm (fita azul), buscamos diagnosticar se os educandos

⁴ Optamos por usar o termo símbolo “matemático” para tornar didaticamente nossa compreensão mais clara acerca do objeto específico do trabalho realizado. Sabemos que, na tríade proposta por Peirce, o símbolo já indica que houve diversas relações estabelecidas, envolvendo linguagens sincréticas em primeiridade e secundidade.

sabiam se expressar por meio da linguagem verbal (escrita) os signos padronizados envolvidos em instrumentos de medida (m, dm e cm) e se tinham noções dos diferentes padrões de medidas de comprimento.

Foi distribuída a cada criança uma folha digitada para anotar a estimativa de comprimento de cada fita apresentada (anexo-2). Logo após, lemos, com as crianças, o que estava escrito nessa folha e buscamos o entendimento geral dos nossos leitores sobre as ações propostas, através de diálogos estabelecidos entre nós. Cientes do que lhes tínhamos pedido, cada aluno registrou individualmente a medida estimada da fita apresentada em sua folha.

As fitas foram afixadas no quadro negro, uma de cada vez, sem que houvesse o confronto entre elas. Seguem algumas estimativas representadas para ilustrar os dados:

Qual a medida de comprimento da Fita Amarela (1 m)?

- 360 (16); 1,15 (7); 1,30 m (12).

Qual a medida de comprimento da Fita Vermelha (50 cm) ?

- 9 (16); 1 (7); 30 cm (12).

Qual a medida de comprimento da Fita Verde (30 cm)?:

- 60 (16); 30 (7); 3m (12).

Qual medida de comprimento da Fita Azul (10 cm) ?:

- 50 (16); 15 (7); 1m (12).

O Quadro-3, a seguir, ilustra a análise da representação sígnica dos alunos ao estimar as medidas de comprimento:

ATRIBUIÇÃO DE JUÍZO DE VALOR E DE FATO	DESCRIÇÃO DA AÇÃO – 18/05/04	ALUNOS
S-Perceber/Relacionar	O aluno estimou utilizando apenas o número como símbolo quantificador.	2- 23 – 11 – 10 – 7- 16 – 21
S-Perceber/Relacionar	O aluno estimou utilizando um número e qualquer unidade padrão como símbolos representativos.	20 – 18 – 17 – 9 – 13 – 22 – 8 – 4 – 24 – 14 3 – 6 – 26 – 15 – 12 – 5 – 30 – 25 – 27
Conceituar – Inter. Lógico tendendo à simbolização	O aluno estimou comparando com um número e com a unidade padrão coerente o objeto.	1 – 19 – 28 – 29

Obs: Os alunos 31 e 32 faltaram.

Quadro 3 – Estimativa de Medida de Comprimento.

Obtivemos, como resultado, a constatação que apenas 04 alunos estimaram as medidas de comprimento com um número e com a unidade padrão coerente (m ou cm); 08 alunos estimaram o comprimento das fitas com um número sem colocar a unidade padrão usada e os demais estimaram utilizando um número e uma unidade padrão qualquer como símbolo representativo.

Pudemos diagnosticar que mais da metade dos alunos não conseguiu representar numericamente a medida e seu padrão, apesar desses conteúdos já terem sido trabalhados anteriormente. Compreendemos que não tinham construído o signo número mais unidade de medida, apresentando, portanto, os interpretantes lógicos tendentes à simbolização que aqui serão denominados os que demonstraram pouca informação em nível abstrato, conceitual ou simbólico quanto à escrita matemática de medida. Em outras palavras, a construção sógnica desse objeto não foi genuína, não se completou. Desse modo, a geração de interpretantes não determinou uma significação fidedigna das estimativas de comprimento para que, semioticamente, pudéssemos denominá-los como signos simbólicos ou interpretantes lógicos-terceiridade. Os alunos, entretanto, nessa etapa de aprendizagem, apontavam indícios simbólicos utilizando número e unidade-padrão sobre o conceito de medir, porém não tinham, em seu repertório, a significação coerente dos signos matemáticos (m, dm, cm) que possibilitassem a compreensão do seu uso como padrões referenciais na produção de hipóteses comparativas de tamanho.

A identificação desses interpretantes possibilitou-nos a mediação de novas atividades para que esses conceitos pudessem ser ressignificados. Assim, retomamos a elaboração de medida de comprimento.

Comparando o livro didático (2000) proposto para ser trabalhado na 3ª série⁵ com a Proposta Curricular Nacional de Matemática (PCN) para as primeiras séries do ensino fundamental, vemos uma discordância metodológica referente à compreensão do conceito de medida de comprimento.

O PCN de matemática (1997) propõe a elaboração desse conceito a partir da comparação com instrumentos não padronizados, porém, as imagens e as atividades desencadeadoras para a construção do conceito de medida de comprimento, propostas no livro didático para essa série, destacam a utilização (nas atividades iniciais) da medida padrão metro (m) e seus submúltiplos (cm e mm), isto é, medidas padronizadas dispostas em

⁵ Livro Didático (Bonjorno, J.R. 2000) usado pela escola com livro didático enviado pelo órgãos estaduais.

instrumentos padronizados (régua e fita métrica). Dessa forma, o conceito de medida de comprimento parte da comparação dessa grandeza com medidas padronizadas (m, cm e mm).

Além de subentender que os alunos já dominavam e percebiam a importância de uma unidade padrão, na leitura e escrita da aferição do comprimento de um objeto qualquer, o livro didático adotado colocava como conceito - a ser dominado nessa série - a apropriação da medida padrão metro (m) e seus submúltiplos centímetro e milímetro (cm e mm), desconsiderando, o autor do referido livro, a formação da medida padrão decímetro (dm) que é submúltiplo do metro e, também, necessário para entender as subdivisões posteriores (cm e mm)⁶.

Talvez essa tenha sido uma das causas de a maioria das crianças ter estimado o tamanho das fitas usando qualquer número com qualquer unidade padrão.

Diante da situação constatada, reelaboramos atividades para compreensão e apreensão do conceito de medidas de comprimento, iniciando as comparações de diversos comprimentos utilizando diferentes unidades de medidas não padronizadas.

5.3.3 Atividade 3: unidades de medidas não padronizadas para aferição de comprimentos.

Desenvolvemos, primeiramente, ações com medidas de comprimento, através de instrumentos não padronizados (lápiz, palmos, barbantes de diferentes tamanhos), para enfatizar a importância da unidade padrão.

Os alunos, para essa atividade, foram dispostos em dupla, porém, cada criança recebeu uma folha digitada (anexo-3) para as anotações das medidas aferidas. Solicitamos que medissem o comprimento do tampo da carteira (lado maior) com os diferentes instrumentos. A figura – 4 ilustra essa ação:

⁶ Situação analisada em atividade do livro didático (Bonjorno, J.R. 2000) usado na 3ª série desenvolvida pelas crianças com a professora titular.

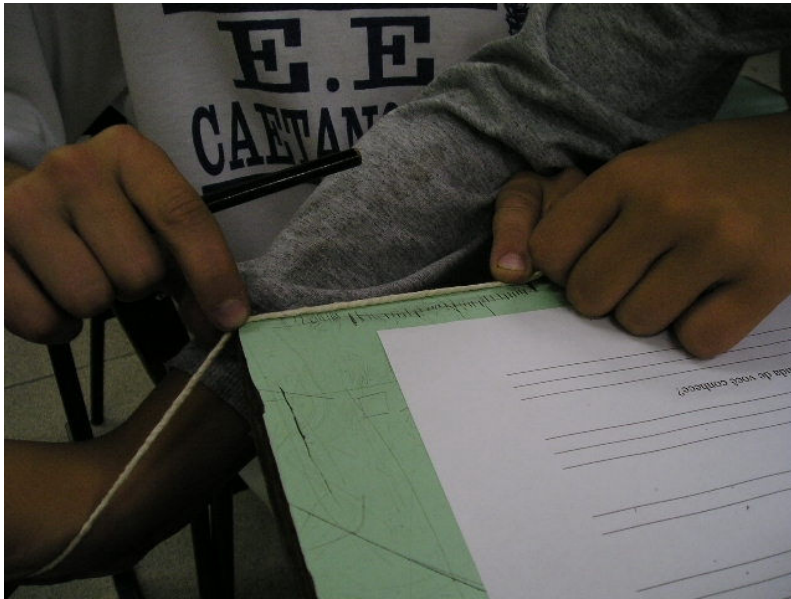


Figura 4 – Medição do tampo da carteira usando o barbante.

Através da partilha das medidas aferidas, os alunos puderam perceber que era necessário relacionar o objeto a ser mensurado (comprimento da carteira) com o instrumento de comparação usado (medida padrão). Os dados em grupo foram organizados em uma única tabela, na lousa, para melhor visualização e discussão dos resultados (anexo-4).

Durante a execução da tarefa de medir comprimento, com os diferentes instrumentos (lápiz, barbantes, etc), diagnosticamos que todos os alunos procuraram estratégias para aferir a distância desejada. Tinham alcançado o entendimento do processo de medir e até atentaram em simular o padrão “mm”, observado nas régua de 30 cm, para completar a medida do tampo da carteira, quando o barbante oferecido, como padrão, não proporcionou medida inteira (fig.4)⁷.

No decorrer das anotações na lousa, alguns grupos questionaram-se percebendo as diferenças entre as medidas. Foi pedido, então, que explicassem o porquê do resultado e, se necessário, medissem o objeto novamente.

A classe, ao perceber as discrepâncias entre os dados, quando um grupo emitia os resultados, exclamaram:

Ichi!!!, Nossa!!!,

Como isso!!!

⁷ Nesse sentido, podemos identificar o interpretante energético expresso nas e pelas ações de medir e o interpretante lógico sendo gerado a partir da expressão da significação razoavelmente construída durante de elaboração das atividades.

Analizamos essas exclamações como elaboração de interpretantes emocionais expressos através dos energéticos, pois trazem relações com o Objeto observado com manifestações de sentimentos. Expressão que algo está “errado” mas não apontam indicação do erro. Ressaltamos que os interpretantes emocionais só se materializam em signos interpretantes energéticos, porque uma vez expressos por meio da linguagem oral, escrita ou pictórica já expressam relações e confrontos com o real.

Durante a análise da tabela, os alunos tentavam solucionar as discrepâncias de seus dados e produziam novos interpretantes, isto é, apontavam relações com o fenômeno, mas não chegavam a elaborar conclusões sobre o problema observado:

- *Nossa! O comprimento da carteira do meu grupo deu 4,5 lápis e do grupo 09 deu 8,5.*(25)
- *Que diferença! 9 palmos e no outro grupo 3 palmos.* (3)
- *Há eu sei, o meu grupo colocou a mão deitada e não em pé.* (8)

Pudemos observar que o aluno (8) avançou em relação à discussão sobre os dados observados e emitiu um raciocínio lógico em relação à discrepância de valores ocorrida, enquanto que os alunos (25 e 3) apontaram as relações entre os dados aferidos, contudo o “conceito” (Interpretante Lógico) elaborado permaneceu ainda vago, ou pouco desenvolvido.

Para Peirce o interpretante energético determina a significação do Objeto em sua singularidade em decorrência do confronto com o real (como reação). O interpretante lógico, em terceiridade, somente é elaborado em decorrência da apreensão/elaboração dos interpretantes emocional e energético, garantindo “o máximo da compreensão do fenômeno”.

Na análise dos dados representados na lousa, indagamos as crianças com as seguintes questões:

- **Se tirarmos os nomes dos objetos usados para medir e observarmos a tabela, poderíamos saber o comprimento da carteira?** Assim responderam:

- *Nossa! não dá. Não sei se é lápis ou barbante.* (15)
- *Que confusão que fica, um e meio o que?*(8)

- **Então o que é preciso para achar o comprimento da carteira?**

(todos) -*Faltam os nomes dos objetos.*

Percebemos no argumento do aluno (8) as relações e experiências constituídas e o caminho para a conceitualização (que determina interpretante lógico foi razoavelmente desenvolvido).

- **Ah! Quando indicamos as medidas com o nome dos objetos usados para medir, nós compreendemos o que foi feito?**

Nesse momento, houve uma polêmica entre os alunos. Alguns não estavam satisfeitos com as medidas, outros haviam entendido a importância de se explicitar qual a unidade padrão usada, apesar de não terem caracterizado os instrumentos com essa referência. Assim se expressaram por meio de interpretantes lógicos:

-É dá pra entender escrevendo o lápis [instrumento usado]⁸ mais ainda está confusa as medidas.(9)

- Sem escrever o objeto não dá para saber com que foi medido.(28)

Após o diálogo com a classe, cada aluno respondeu questões sobre a partilha e sobre o processo de medir. Queríamos, a partir desse relato escrito, verificar o que lhes havia chamado a atenção durante a atividade, além de buscar o entendimento sobre o que a criança sabia sobre a ação de medir e quais eram os instrumentos de medidas familiares.

O Quadro-4, a seguir, mostra a análise das respostas dos alunos que foram categorizadas segundo a tríade Sentir-Perceber/Relacionar/Conceituar⁹.

O nível Sentir-Perceber caracteriza as expressões dos alunos que ainda não apresentam relações indiciais com o objeto em estudo, mas somente podem ser expressas por interpretantes energéticos.

As ações categorizadas no nível S-P/Relacionar são expressões sígnicas que nos permitem identificar, nas respostas dos alunos, relações que indicam o objeto de estudo, mas não produzem “ainda” conclusões gerais, isto é, não chegam aos conceitos (interpretantes lógicos em terceiridade). São interpretantes que expressam afirmações com pouca exatidão e detalhes em relação ao fenômeno estudado.

O nível Conceituar é definido como aquele em que as respostas dos alunos expressam os conceitos pelos quais se propõem abstrações, gerando interpretantes lógicos, isto é, produzindo signos em terceiridade ou signos genuínos. Selecionamos 4 duplas mais significativas representadas no Quadro- 4, as demais concepções dos alunos constam no anexo-5.

⁸ Escrita interpretativa da pesquisadora.

⁹ Usaremos os símbolos (P/R/C) para referenciar os níveis Perceber/Relacionar/Conceitar, conforme já ressaltado.

QUESTÕES	ALUNOS			
	14 e 15	25	5 - 6	18 - 3
O que você observou entre as medidas obtidas com os diferentes objetos?	<i>Eu observei que alguns grupos deu mais e alguns deu menos depende de cada um. (uns tem lápis diferentes alguns tem palmos maiores ou menores)</i> C (Inter. Lógico)¹⁰	<i>Eu observei que as medidas estão diferentes no quadro por que as pessoas tem formas diferentes de medir.</i> C (Inter. Lógico)	<i>Ficou uma confusão só. Porque as coisas são muito diferentes.</i> S-P/R	<i>Percebi que as medidas são diferentes uma das outras. Por que os lápis são diferentes, as palmas, o barbante pequeno e o barbante grande.</i> C (Inter. Lógico)
O que é medir?	<i>Nós usamos lápis para medir (nós ponhamos a mão entre a carteira para ver a medida.</i> S-P/R	<i>A gente precisa saber o que você vai medir, e com que a gente vai medir</i> S-P/R	<i>Começar de uma ponta e ir até a outra. E usar objeto para medir</i> C (Inter. Lógico)	<i>Primeiro precisamos os nomes[padrões de medida] para medir</i> S-P/R
O que é preciso fazer para medir?	<i>Nós podemos usar a mão, lápis, apontador, régua, caneta, etc</i> S-P/R	<i>Fita de costureira, trena, régua e objeto</i> S-P/R.	<i>Régua, fita métrica, fita de costureira e a trena</i> S-P/R	<i>Fita métrica, trena, fita de costureira e régua</i> S-P/R
Quais os instrumentos de medida que você conhece?	<i>Régua, lápis, caneta, borracha, trena e fita de costureira.</i> C (Inter. Lógico)	<i>Régua, fita de pedreiro e trena.</i> C (Inter. Lógico)	<i>Régua, fita métrica, fita de costureira, trena</i> C (Inter. Lógico).	<i>Trena, régua, fita métrica, fita de costureira e objetos.</i> C (Inter. Lógico)

Quadro 4- Representação da análise das respostas dos alunos referentes ao processo de medir – atividade II.

Analisando as respostas dos grupos, pudemos diagnosticar que, ao usarem objetos variados para aferir um mesmo comprimento, os alunos entenderam que o uso de diferentes padrões de medidas, para comparar uma mesma grandeza, causa dificuldades em relação ao processo interpretativo, devido à ausência de um padrão para a comparação. Quando perguntamos sobre o conceito de medir através das questões “**O que é preciso fazer para medir?**” e “**Quais os instrumentos de medida que você conhece?**”, obtivemos explicações advindas da ação de medir e não propriamente do que é medir, contudo, estávamos trabalhando com crianças de 3ª série e sabíamos as dificuldades que essas apresentariam para conceituar ‘medir’. Quanto à última questão: “**Quais os instrumentos de medida que você**

¹⁰ Categorizamos como Interpretante Lógico os signos com tendência à simbolização, conforme vimos.

conhece?”, observamos o reconhecimento dos instrumentos de seus cotidianos. Sobre esse aspecto, salientamos a importância da mediação do professor quanto à apresentação de outros instrumentos de medidas, para que o aluno possa elaborar novas relações de conhecimentos.

Aproveitamos esses questionamentos para inserir a importância de medidas padronizadas e a construção do conceito de metro.

5.3.4 Atividade 4: Construção do conceito de metro como instrumento e unidade padronizada de medida.

Iniciamos a construção da representação do metro a partir de uma folha de papel sulfite, pedindo para cada aluno dividi-la em três partes de maior comprimento possível e mesma largura. Alguns dividiram primeiramente a folha ao meio e depois novamente em duas partes. Outros iniciaram medindo a largura da folha com uma régua argumentando que “não dava conta certa”, isto é, divisão exata. Com o nosso auxílio, as crianças dobraram a folha em três partes, ficando com as três tiras de mesmo comprimento e largura.

A nossa proposta, usando as tiras de sulfites, era construir um instrumento de medida padronizado, o metro e seus submúltiplos (dm e cm), que posteriormente utilizaríamos para medir o canteiro. Para isso, partimos da afirmação que um metro continha 100 cm. Como os alunos já haviam trabalhado com a régua, sabiam que a maior régua que media 30 cm. Eles deveriam colar as tiras de maneira que obtivessem uma única tira de comprimento 100 cm. Posteriormente, dividiram-na em dm e cm.

Na semana seguinte à construção da representação de metro, utilizamos a fita de 1 metro demarcada com os respectivos submúltiplos para que os alunos medissem o tampo da carteira e outros objetos. Para que a atividade fosse sendo sistematizada e os símbolos métricos familiarizados na linguagem matemática, preocupamo-nos também em anotar os resultados encontrados (anexo-6)

Percebemos, no decorrer da atividade, que, quando pedimos para medirem o comprimento da carteira, os alunos não tiveram dúvidas para identificar o seu comprimento em relação à altura, mas ainda não conseguiam aferir usando os dois padrões pré-estabelecidos (dm e cm).

Durante a realização da proposta, eles demonstraram que não haviam ainda compreendido que 1 dm equivale a 10 cm, apesar da demarcação, de 10 em 10cm, feita, na fita 1 metro.

Dos 23 alunos que executaram a atividade, a metade deles fez a leitura em dm e cm com a intervenção da professora e da pesquisadora, pois as crianças, nesse momento, apresentavam insegurança para aferir resultados e também para concluir a tarefa, buscando confirmação ou ajuda para execução da atividade. Essa análise nos possibilitou identificar que os alunos necessitavam de novas ações para compreender a representação de metro e seus submúltiplos.

Buscamos introduzir o conceito de estimativa, utilizando fichas a fim de promover a integração entre as linguagens verbal e não-verbal e facilitando o envolvimento das crianças. Foram distribuídas, para cada grupo de 04 alunos, 25 fichas verdes sem numeração de tamanho 10 cm x 3cm e uma fita métrica, além do metro que eles haviam construído de papel sulfite na atividade anterior.

Nessa atividade, as crianças iriam sobrepor as fichas verdes no metro construído e na fita métrica, para observarem quantas fichas seriam necessárias para compor o metro (10 fichas) e a fita métrica (15 fichas) e quais as diferenças entre esses dois instrumentos usados.

Nessa mesma aula, trabalhamos oralmente a construção de diferentes medidas, utilizando as fichas verdes e as confrontando com os outros instrumentos. Seguem alguns questionamentos desenvolvidos durante a aula:

- Quanto vocês acham que mede uma fita métrica?

- *Um metro, 5 dm ou 150 cm. (23)*

- *Um metro, mas ela é maior que o metro. (19)*

Utilizando as fichas, efetuamos o confronto das estimativas com os instrumentos em análise. Foi solicitado às crianças para elaborarem suas representações em relação às carteiras, utilizando as fichas verdes, diferentes comprimentos em cm e dm. E a cada resultado representado fizemos o confronto entre os grupos.

Ainda, nessa atividade, exploramos a observação dos instrumentos (metro, fita métrica e fichas) com relação ao seu tamanho, noção do zero, apresentação das partes, escrita dos números. Depois de certo momento livre para observação dos objetos, indagamos:

- O que vocês acharam dos instrumentos?

- *A fita métrica tem um lado pintado de uma cor e do outro é colorido. (20)*

- *A fita métrica é maior que o metro. (19)*

Os interpretantes produzidos apontam a atenção despertada para com os instrumentos o que demonstrou tendência à relação simbólica produzida a partir dessas experiências.

Para Peirce tudo que nos surpreende, isto é, tudo que nos atrai atenção se configura em relações indiciais, pois liga o fenômeno observado à mente. O interpretante final não compreende um significado geral, mas propicia a informação sobre o objeto.

- Por que será que a fita métrica tem pedaços pintados de cores diferentes?

- *Por causa do (dm) e do (cm) para separarem um do outro. (22)*

- *Porque cada um é um decímetro.(16)*

- *A ficha verde não tem número, mas é 10 cm. (27)*

- E, como representamos o comprimento de uma parte pintada, 1 decímetro na matemática?

Todos responderam *com o d e o m – 1 dm.*

Durante as ações experienciais dos alunos, verificamos as relações emitidas por eles, na produção de interpretantes lógicos (conceituar), ao relacionar as partes coloridas do instrumento (fita métrica) a medida padrão “dm”. Assim, por meio da rede de relações estabelecidas entre a atenção, o instrumento e as abstrações produzidas, a formação do conceito decímetro foi sendo estabelecida.

A exploração dos objetos propiciou-nos trabalhar com as hipóteses dos alunos que surgiram a partir das experiências com os instrumentos de medida. O formato, a cor e a gradação representados na fita métrica foram explorados, permitindo a análise das inferências abduativas/indutivas relativas às deduções representadas pelos signos interpretantes elaborados pelos alunos.

Com o uso dos instrumentos, procuramos sistematizar o metro e seus submúltiplos, comparando diferentes medidas propostas na escrita simbólica matemática.

Cada aluno recebeu um impresso (anexo-7) no qual tinha que pintar de cor azul o quadradinho que representava a maior medida comparada e de cor vermelha os dois quadradinhos correspondentes caso as duas medidas tivessem o mesmo tamanho. Primeiramente, trabalhamos com algumas situações de modo coletivo para que as crianças se familiarizassem com as cores e suas respectivas funções. Posteriormente, cada criança executou a atividade individualmente.

Analisamos essa tarefa, a partir de três aspectos referentes à comparação das grandezas, comprimentos escritos em símbolos matemáticos: a) mesma unidade-padrão e números diferentes; b) diferentes unidades-padrão e mesmo número; c) diferentes unidades-padrão e números.

O Quadro-5 a seguir indica as comparações dos alunos em cada aspecto conceitual proposto:

Aspectos Comparados 28/05/04	S-P/Relacionar	Conceituar Interpretante Lógico – tendendo à simbolização
Mesma unidade-padrão e números diferentes, como: 1m e 2m	14, 20,24,21, 25, 27 e 30	1,3,4,5,6,,8,9,10,11,12,13, 15,16, 17,18,19,22,23,26,29, 31 e 32.
Diferentes unidades-padrão e mesmo número, como: 3dm e 3 m	1,2,3,12,13,14,16,19,20,21, 22,24,25,26, 27,29,30 e 31.	4,5,6,8,9,10,11,15, 17, 18, 23 e 32
Diferentes unidades-padrão e números como: 3dm e 1m	1,2,13,14,16,19,20,21,22,24, 25,26,27,29,30 e 31	3,4,5,6,8,9,10,11,12,15,17,18, 23,32

Obs: Os alunos 7 e 28 faltaram.

Quadro 5 – Representação da comparação simbólica de medidas de comprimentos em diferentes unidades-padrão.

A aluna (30), apesar de ter apresentado dificuldades com os dados para comparação do primeiro aspecto (mesma unidade-padrão e números diferentes), ao resolver as demais comparações, as fez corretamente. Buscamos entender essa discrepância dialogando com a aluna. Ela disse-nos que, no início, enganou-se com as cores ao pintar os quadradinhos correspondentes para cada resposta e depois não quis apagar.

Dos 30 alunos que fizeram a atividade, doze (4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 15, 17, 18, 23 e 32) acertaram os três aspectos conceituais abordados na leitura e interpretação de medidas, ou seja, produziram interpretantes lógicos em nível conceitual. Os demais, apesar de emitirem interpretantes lógicos (em primeiro nível de abstração), ao comparar os diversos símbolos presentes na escrita matemática para medida de comprimento, apontaram dificuldades durante o processo de leitura e comparação das medidas pré-estabelecidas.

Pudemos notar que, quando envolvemos comparações com diferentes unidades-padrão, os alunos apresentam maior incidência de erro. Por estarmos trabalhando com 3ª série, sabíamos que a comparação de grandezas, com diferentes unidades-padrão, seria um item do conteúdo de medida a ser desenvolvido ao longo do processo de ensino dessa série. Isso significa que não seria apenas com algumas ações que os alunos conseguiriam chegar ao interpretante lógico genuíno (plenamente desenvolvido ou em terceiridade).

5.3.5 Atividade 5: A estimativa na problematização de medidas com diferentes instrumentos.

As atividades didáticas, para o desenvolvimento de conceitos referentes às grandezas e medidas, tinham sido iniciadas, com os alunos, a fim de dar suporte às novas ações propostas. O uso de diferentes instrumentos padronizados (trena, metro de carpinteiro) constituiu-se num dos pontos necessários a ser desenvolvido e as dimensões do canteiro - 3m x 3m x 4,5 - proporcionavam esse trabalho. Além do que, cada instrumento tem suas limitações e isso oferecia, no contexto estudado, novas oportunidades para problematização.

Trabalhando com a trena, em sala da aula, criamos situações-problema, que envolveram possibilidades de os alunos estimarem medidas de comprimentos; e, posteriormente, realizarem a aferição. Nessa atividade as carteiras foram dispostas em semicírculo, possibilitando a formação do coletivo e a criação de maior espaço livre, para o manuseio dos instrumentos de medidas, conforme as exigências das situações propostas.

Procuramos, nas ações verbais, introduzir regras de condutas a fim de que um aluno pudesse ouvir o outro; aceitar (ou não) as idéias do colega e expor o seu ponto de vista. Assim, os alunos deveriam levantar a mão para falar, respeitar o colega, enquanto esse estivesse se expressando e, se não concordasse, pedir réplica levantando novamente a mão. Segue a análise dos interpretantes emitidos pelos alunos no processo dialógico estabelecido.

Explorando o metro de carpinteiro:

O instrumento é mostrado e manuseado pelos alunos. – **Vocês sabem o nome desse instrumento?**

- *metro de pedreiro* (14)
- *Nossa!, Dona, até onde vai?*(13)

Exploramos o material contanto inicialmente de 10 em 10 cm, até completar 5 partes de 10 e perguntamos:

- Chegamos até esse ponto que é marcado pelo número 50. O que significa esse 50?

- *05 decímetro* (19)
- *ou 50* (11)
- *O [11] falou 50, mas é 50 centímetros.* (réplica do 19) (Int. Lógico)
- *meio metro* (11) . (S) **Meio metro por quê?**
- *cinquenta mais cinquenta é cem, um metro.* (11) (Int. Lógico)

No diálogo constituído entre os alunos, observamos a rede de relações construída e a geração de interpretantes lógicos cada vez mais complexos. As expressões de admirabilidade, interesse e formação de hipóteses são apontadas no decorrer do manuseio do instrumento (metro de carpinteiro). Percebemos a relação de signos-pensamento estabelecidos e o crescente significado gerado pela comunidade presente.

(S) Aqui está marcando 100 centímetros, 1 metro, se eu dobrar essa medida. Quanto terei agora? (sobrepusemos como medida um metro sobre a sobra do instrumento marcando o novo comprimento e o esticamos novamente até 2 metros)

- *dois metros* (4)

- *Então não é cinco, esse, esse aqui é dois. Nossa! O do meu pai [trena] tem cinco.* (20)

A aluna relaciona o instrumento “metro de carpinteiro” - tamanho 2m - com algo que experienciou - tamanho 5m. Nesse momento, **fez** a co-relação com o objeto (trena).

Para Peirce as relações colaterais são decorrentes das observações experimentais que as definem por *uma prévia familiaridade com aquilo que o signo denota* (PEIRCE, 2003, p. 161).

(S) É. Esse aqui tem dois metros. Se ele tem dois metros. Levante a mão quem sabe. Não falem, agora é hora de pensar. Em dois metros há quantos centímetros?

- *duzentos* (1)

(S) Pensem. Em dois metros há quantos decímetros?

A classe ri.

Perguntamos ao aluno **(28). Você pode responder?(S) Mais ou menos, quanto você acha? Em um metro há quantos decímetros? Quem pode ajudar o (28)?**

- *Eu, vinte.* (7)

Por quê (7)?

- *Ah, Dona! 1 metro tem 10 em 2 metros tem 20.* (7)

Explorando a trena

Uma das alunas havia trazido uma trena e sua colega nos apresentou.

- *A (20) trouxe esse aqui, essa que é a trena, tá escrito assim, ó: 5m* (30)

Aproveitamos o instrumento para compará-lo com o anterior e trabalharmos novamente a habilidade de estimar medida de comprimento:

(S) - Então vamos pensar. Dois metros é esse tamanho. [esticamos a trena até 2 metros e sobrepusemos a ela o metro de carpinteiro] Com os instrumentos esticados aproveitamos a medida da sala para fazer uma comparação tendo como referência a medida 2 m apresentada.

(S) - Quanto vocês acham que mede o comprimento da sala? [determinado como comprimento a medida entre a porta e a parede].

- *Cinco metros (28); Cinco e dez (17); Seis metros (19)*

Nessa etapa, as deduções emitidas pelas estimativas foram comparadas experimentalmente explorando novos padrões de comparação.

Durante a aferição com a trena, a cada metro que aumentávamos, além dos dois metros medidos, questionávamos esse comprimento em cm e eles o transformavam em m.

(S)- Até aqui deu trezentos centímetros.

- *três metros (8)*

No decorrer da aferição, havia alunos que ainda faziam estimativas, como: *Tem mais três metros e meio (1)*

Quando chegamos a cinco metros de comprimento, as crianças perceberam que precisam de mais trena e, novamente, começaram a estimar.

- *Ah, cinco e meio não vai dar. Cinco e vinte! (21)*

Utilizamos a demarcação do piso no chão para ajudar na estimativa.

(S)- Prestem atenção. Quanto vocês acham que mede esse azulejo? Não vão medir é só pensar.

- *Eu sei! Vinte centímetros (4); - quinze centímetros (26); - trinta centímetros (3)*

O comprimento que faltava era relacionado ao comprimento de 01 azulejo e quando medimos as crianças comemoraram.

(S) - Cinco metros e trinta centímetros.

Na lousa, prosseguimos a discussão aproveitando a medida aferida para escrevermos matematicamente os resultados encontrados.

Foi anotado 5,30m e questionamos:

(S) -Se fosse medido o comprimento em centímetros, como ficaria a escrita?

- O aluno (6) foi à lousa e escreveu 530.

Perguntamos:

(S)- Tudo certo?

- *Não dona, 530 o que?, respondeu (18).*

- *Ah é! falta o centímetro. (6) [o aluno retornou a lousa e completou a escrita].*

Novamente questionamos:

(S) -E em decímetros?

- *Cinquenta e três decímetros* (11)

As argumentações representadas, nos questionamentos acima, mostram-nos as relações hipotéticas, na produção de signos-pensamento quanto à classe dos interpretantes: emocional, energético e lógico. As deduções correspondentes aos Interpretantes lógicos (conceituar) são decorrentes de signos engendrados pelos confrontos experienciais (interpretantes emocional e energético) tendo como suporte os instrumentos de medida usados para apreensão de conceitos matemáticos. Os Interpretantes foram sendo elaborados pelos alunos a partir de relações de significação e ressignificação (semiose) produzidas por meio das hipóteses sobre o observado. Como ressalta a teoria pragmática peirceana, o agir intencional de um indivíduo é resultante de sua crença. Essa é constituída pelas ações experimentais (ou experiência colaterais) decorrentes das relações cognitivas estabelecidas com Objeto investigado, ou seja, num processo de semiose, ou seja de constantes novas representações.

Apesar de o raciocínio estar correto, percebemos que as crianças apresentavam dificuldades, tanto oralmente como por escrito, para relacionar o número à unidade padrão, usada no processo de medir. Contudo, sabíamos que, no decorrer da seqüência didática que nos propusemos desenvolver, os alunos usariam novamente esses instrumentos, entre outros, como a fita métrica e a régua de 30 cm. Desse modo, durante o estudo do fenômeno, novas oportunidades de estimativa, leitura e escritas de medidas de comprimento fizeram parte do processo ensino e aprendizagem.

5.3.6 Atividade 6: Observação do canteiro I de plantas.

Numa segunda visita ao canteiro, propusemos às crianças que o observassem e emitissem opiniões sobre a quantidade de luz e água, se havia ou não espaço para a espécie se desenvolver no solo e se a presença de ar era suficiente, ou não, para cada planta. Teriam também que coletar folhas referentes às diferentes espécies, localizando-as numa projeção do canteiro feita no papel próprio para as anotações (anexo-8). Por fim, usando trena e fita métrica, mediriam os lados do canteiro escrevendo a aferição obtida nos respectivos lados correspondentes da projeção dada. Assim, pudemos diagnosticar a noção de espacialidade, quanto à localização das espécies, e sua representação na projeção dada, bem como as

relações métricas aferidas em relação aos lados. Todos esses experimentos foram realizados em campo, com a respectiva projeção transcrita na folha de anotação.

Observamos também a leitura, obtida mediante diferentes instrumentos (trena e fita métrica), das medidas do canteiro e sua escrita em linguagem matemática.

As crianças mostravam-se animadas, com as atividades, identificando o espaço escolhido para os experimentos como sendo seu próprio local de experimentos. Desse modo, os alunos passaram a sentir-se “donos” e “responsáveis” pelo canteiro.

Na semana seguinte, organizamos os alunos em grupo e nos dirigimos ao canteiro de observações. Os alunos se surpreenderam: o hortelão havia cortado todas as plantas altas e deixado somente as rasteiras e as arbustivas mais baixas. O impacto foi imediato, não somente para as pesquisadoras, como também para as crianças. Perguntamos o motivo do corte das plantas e ficamos sabendo pelo próprio hortelão que ele estava tentando evitar a propagação de pulgões na horta. Esse impasse foi apenas uma amostra, entre outras, que os professores se depararam no decorrer das atividades desenvolvidas. Ação como essa dificulta o cumprimento das propostas didáticas elaboradas pelo corpo docente, colocando, não raro, os objetivos educacionais em segundo plano. Segundo Caldeira (2004, p.84) essa situação marca um *descompasso* entre as ações *didáticas e as administrativas*.

Diante da dificuldade imposta pela poda, precisávamos de uma alternativa para que pudéssemos realizar todas as fases da experiência e desenvolvêssemos as habilidades cognitivas que subsidiariam o trabalho.

Depois de nos defrontarmos com o canteiro modificado, percebemos que tínhamos uma nova situação-problema a ser questionada com os alunos para que pudéssemos continuar com a seqüência didática prevista. Propusemos os seguintes questionamentos:

- Com o corte das plantas perdemos uma parte da nossa observação. Como poderíamos saber se as plantas podem viver juntas, no canteiro, ou se umas atrapalham as outras?

Diante das expressões emitidas pelos alunos para solucionar o problema em questão, a pesquisadora A exerceu o papel de medidora. Novos caminhos foram traçados, a partir das hipóteses argumentadas coletivamente. Assim, chegamos ao consenso de que deveríamos plantar outras mudas e, a partir do crescimento dessas, verificaríamos se uma planta atrapalharia ou não a outra. Ficou decidido que iríamos plantar sementes de feijão.

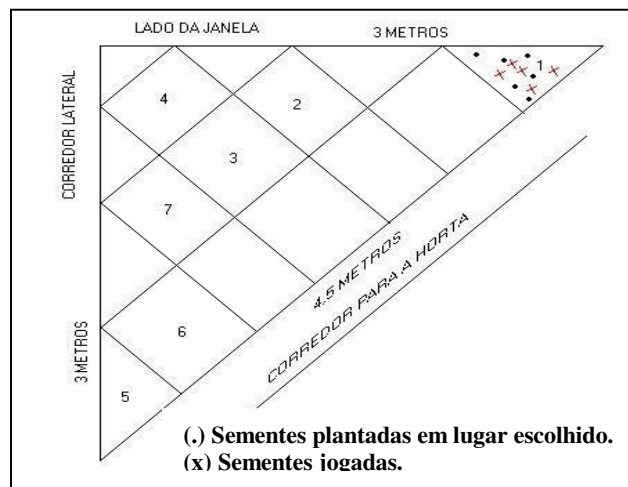
Após o término dessa aula, ao analisarmos as ações ocorridas, decidimos dividir o canteiro e delimitar espaços para que os grupos semeassem grãos de feijão.

5.3.7 Atividade 7: Plantio das sementes de feijão e seu mapeamento na região escolhida.

O canteiro foi demarcado com barbante e estaca para que cada grupo recebesse um espaço para o plantio e garantisse a observação e aferição das mudas. Foram estabelecidos 7 grupos, de 4-5 alunos, aleatoriamente, Cada grupo escolheu um “território” que foi demarcado por uma bandeira (verde) numerada.

A cada um dos grupos foram fornecidas 10 sementes de feijão, de maneira que 05 (cinco) delas deveriam ser plantadas em covas (com 2 cm de profundidade) em locais escolhidos pelos alunos. Outras 05 (cinco) mudas deveriam ser “jogadas” entre as plantas existentes nessa região. Receberam também plaquetas numeradas, de 01 a 10, para localizar cada semente jogada e plantada.

Uma folha contendo o canteiro mapeado foi distribuída a cada grupo para que os alunos anotassem a localização das sementes. Usaríamos um código pré-estabelecido: marcaríamos com um “x” as sementes jogadas e com “o” as sementes plantadas. Segue o desenho do canteiro mapeado, para melhor entendimento da atividade proposta.



Com o mapa do canteiro em mãos (anexo-9), eles puderam analisar não somente o canteiro, mas o espaço escolhido em relação ao de seus colegas no sentido parte/todo e parte/partes. Para enfatizarmos a importância de situar a delimitação da região escolhida, como uma área fechada, e o reconhecimento das fronteiras existentes em cada território foram utilizados barbantes que garantiam a demarcação. Fizemos regiões (com papel manilha em tamanho original), para que cada grupo pudesse localizar as sementes plantadas (bem como as jogadas), marcando as circunvizinhanças do terreno. Com essa atividade, iniciamos o uso da

escala, pois os grupos tinham que confrontar o canteiro todo e a região escolhida do mapa com o tamanho original em papel manilha.

A noção de espaço foi outro tema trabalhado, ao analisarem a localização das mudas e das fronteiras. As ações desenvolvidas pelos grupos estão categorizadas no Quadro-6:

GRUPOS	ALUNOS	FRONTEIRAS DE CADA REGIÃO	LOCALIZAÇÃO DAS SEMENTES NA REGIÃO
G-1	17, 18, 6,3 e 5	Localizaram todas as fronteiras .	Localizaram todas as sementes
G-2	1, 9, 8, 15 e 31	Localizaram 01 fronteira das 04 existentes	Localizaram 09 sementes
G-3	25, 4, 30, 27 e 14	Localizaram 02 fronteiras das 04 existentes	Localizaram todas as sementes e algumas plantas existentes na região (comigo ninguém pode e tronco)
G-4	16 e 10	Localizaram 03 fronteiras das 04 existentes	Localizaram todas as sementes e plantas (comigo ninguém pode)
G-5	20, 29, 32 e 22	Localizaram todas as fronteiras	Localizaram todas as sementes e plantas existentes (matinhos, alecrim)
G-6	2,26,23, 21 e 13	Localizaram 02 fronteiras	Localizaram todas as sementes
G-7	12, 28, 19, 11 e 7	Localizaram todas as fronteiras	Localizaram todas as sementes

Quadro 6– Representação da localização das regiões com suas fronteiras e das sementes de feijões.

Pudemos observar que os alunos se envolveram com a atividade e que o conceito de fronteira estava sendo apreendido. Analisamos, com grupos G-2 e G-6, a localização das circunvizinhanças.

Os alunos do Grupo-2 apenas demarcaram as fronteiras que limitavam a sua região com outra região plantada. O grupo G-6 localizou 02 fronteiras, uma delas fazia ligação com a do Grupo-5, a outra dava acesso ao corredor para a horta. As demais faziam circunvizinhanças com regiões não usadas para o plantio, desse modo essas não chamaram a atenção discente. Relato dos alunos:

- *Ah, Dona! O nosso canteiro [região 2] só liga com o canteiro 3.(G2 -1,9,8,15 e 31)*
- *Os outros lados [regiões deixadas como acesso] não vai plantar nada. (G6 -2, 26, 23, 21 e 13)*

Podemos analisar pelos relatos citados, quanto à tríade Perceber/Relacionar/Conceituar que das fronteiras percebidas, os alunos conceituaram aquelas que, no decorrer das observações, foram relacionadas às fronteira de outras regiões plantadas. O interpretante lógico gerado em terceiridade (conceito de fronteira) foi decorrente das percepções sobre o canteiro e suas áreas.

Berdonneu e Aberkane (1997) enfatizam a necessidade de se construir junto às crianças (das primeiras séries do Ensino Fundamental) trabalhos geométricos fundamentados

em experiências sensíveis do ser. Nesse sentido, o contato - com as regiões demarcadas no canteiro de plantas e seus desenhos (mapa da região escolhida) - possibilitou aos alunos o confronto entre diversos instrumentos e, conseqüentemente, promoveu maior interação entre o observado e a sistematização decorrente. Necessário ressaltar, nessa atividade, a relação estabelecida pelas crianças com as diferentes formas de canteiros (definidas pela demarcação das áreas). Repudiamos, desse modo, o reducionismo do ensino da geometria pautado apenas em formas geométricas regulares e suas nomenclaturas.

Dando continuidade a essa atividade, passamos a observar a germinação e o crescimento das mudas.

5.3.8 Atividade 8 - Registro do crescimento das mudas de feijões em tabela

Após as atividades experimentais, os alunos receberam uma tabela na qual deveriam anotar a data, a germinação e/ou o crescimento de cada feijão, tanto dos locais escolhidos para o plantio como daqueles jogados entre as plantas (anexo-10). Para diferenciarem as mudas germinadas, ou não, usaram o código: para as mudas germinadas, deveria ser usado o sinal de (+) e para aquelas não germinadas o sinal de (-).

A coleta de dados prosseguiu durante 5 semanas. No decorrer desse processo, os alunos mediram as plantas, registrando-as na tabela.

No desenvolvimento dessa etapa, os alunos familiarizaram-se com o uso de fitas métricas, réguas, trenas. Para medir o comprimento dos feijoeiros, perceberam que era preciso criar estratégias, pois a leitura do comprimento das plantas seria feita na vertical, muitas vezes, com ponto de partida no solo e de chegada no topo da muda, diferenciando-se de uma aferição na horizontal. A figura-5, a seguir, ilustra tal procedimento:



Figura 5: Aferição das mudas em cada região do canteiro I.

Outro tema analisado, durante o processo métrico, foi o do uso de instrumentos. Por exemplo, ressaltamos que: (1) o início da fita métrica é marcado com uma placa de metal e a escrita numérica parte do 1cm; (2) o início da leitura, na régua, é o zero que fica distante alguns milímetros do início do instrumento; (2) observação atenta em relação à alteração da aferição, quando esses elementos não forem observados.

Necessário salientar que a leitura e escrita, em tabela, foram desenvolvidas e questionadas no decorrer dessa atividade.

Com o passar das semanas, os alunos começaram a discutir: o crescimento das mudas, as medidas fornecidas durante a coleta e as próprias anotações. Muitas vezes, a medida fornecida por um dos componentes do grupo, durante a aferição, não era aceita pelos demais, pois confrontavam o crescimento da planta (relativamente aos dias anteriores anotados) com as medidas das outras mudas do território. Nesse sentido, estavam sempre atentos à unidade-padrão usada e estimavam o crescimento de suas mudas comparando-as entre si e com os demais territórios plantados. A figura-6 representa o plantio das mudas, nos diferentes territórios:



Figura 6 – As mudas de feijões demarcadas em cada região.

5.3.9 Atividade-9: Construção em gráfico de colunas de cada região do Canteiro I

Na semana seguinte, os alunos de posse de uma tabela de dupla entrada iniciaram a observação e a aferição das mudas conforme as instruções. Já na segunda semana de observação, os alunos, com fita métrica em mãos, mediram o comprimento das mudas e compararam (com outros grupos, num processo interativo) o crescimento entre elas e com outras mudas plantadas.

No decorrer das aferições, mediávamos as discussões apresentadas nos grupos questionando a respeito da proporção de crescimento entre as mudas ou mesmo de uma mesma muda, propondo a observação da medida de uma muda realizada naquela semana em relação à sua medida obtida na semana anterior.

Outro ponto analisado, durante a coleta de dados, foi o referente às relações bióticas e abióticas observadas (falta de chuva, vento, espaço, animais, etc). Seguem alguns exemplos das atividades discentes cujos resultados foram analisados como Interpretante Lógico:

-A planta 7 chegou a 71 cm (19)

-Tem feijão que nem cresceu (21)

-Jogamos em qualquer lugar. Outra planta não deixou o feijão nascer (14)

Após a coleta de dados, os alunos já estavam familiarizados com os resultados das medidas de comprimentos dos feijoeiros dispostos em tabelas e escritos em signos matemáticos (cm e dm).

Nessa etapa escolar, as crianças de 3ª série têm acesso à interpretação de gráficos de barras ou colunas apresentados em livros-texto ou em folhas mimeografadas pela professora.

Faz parte também dessa série a construção gráfica. Para isso, os dados são apresentados aos alunos e organizados em colunas no papel quadriculado. Contudo, tínhamos observado em trabalhos desenvolvidos anteriormente com a classe que os alunos apenas distribuía os dados contando quadradinhos já delimitados pela professora. Além disso, eram pré-estabelecidas na folha para cada aluno as retas X e Y nas quais eles distribuía os dados sem se dar conta dessa etapa da construção gráfica. Outro ponto analisado foi a falta da legenda ou da anotação dos dados nas coordenadas X e Y.

A partir dessa realidade, a maneira de representar os resultados no gráfico, abordando os conceitos matemáticos relativos à construção dessa linguagem, passou a ser a nossa preocupação.

Para que os alunos percebessem a relação entre os dados vivenciados em sua coleta com o contexto experimental, e a organização deles em tabelas que seriam, posteriormente, representadas graficamente, buscamos construir gráficos de colunas enfatizando a importância:

- a) da apresentação dos dados a partir de um título;
- b) das retas horizontal e vertical com seus referidos dados;
- c) do uso da escala e sua representação em signos matemáticos.

Dentre as sete (07) regiões de feijoeiros analisadas e organizadas em tabelas, primeiramente, propusemos a construção de uma delas para apreensão dos conceitos matemáticos quanto à noção de escala e seu uso na representação gráfica.

Os alunos receberam uma folha de papel quadriculado de 1cm x 1cm de tamanho A4 e a tabela referente às medidas de crescimento dos feijões da região-6 (Quadro 7). De posse dos dados iniciamos a elaboração do gráfico de colunas problematizando esse construir.

GRUPO 06

DUPLA 6	Local Escolhido para o plantio					Feijões jogados entre as plantas				
Germinação	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
18/06	+	+	+	+	+			+	+	+
23/06	5cm	10cm	6cm	10cm	11cm			10cm		11cm
25/06	4cm	12cm	7cm	14cm	16cm			14cm	10cm	15cm
30/06	13cm	16cm	10cm	15cm	19cm			17cm	20cm	15cm
30/07	23cm	41cm	51cm	36cm	71cm			20cm		23cm

Quadro 7 – Tabela de dados referente ao crescimento dos feijões da região-6.

Observando a tabela - **região 6** - com as aferições marcadas semanalmente e da folha quadriculada, questionamos:

- Quantos feijões serão representados?

Dez, mas o feijão 6 morreu (14) (Interpretante Lógico-Conceitual)

- Temos 5 semanas observadas e, a partir da segunda semana, vocês começaram a medir os feijões. Como vamos representá-los?

Ah, professora, são 4 risco [colunas] para cada [feijão]. (7) (Interpretante Lógico-Conceitual)

Precisávamos saber como construiríamos as colunas, usando a folha em forma de rosto ou em paisagem. Assim, mostramos uma folha de pé (rosto) e deitada (paisagem) e indagamos:

- Bem, temos 10 mudas de feijões, 05 plantadas em áreas escolhidas e 05 jogadas. Quantas colunas têm que fazer? Estávamos pensando na representação dos dados na horizontal.

-Vixi! (Interpretante energético -Sentir-Perceber), *não dá, só tem 20 quadradinhos na folha em pé.* (17) – (Interpretante Lógico– S-Perceber/Relacionar)

-Tem 26 de altura. (9) [Interpretante Lógico, pensando nas colunas com a folha em formato de rosto]

- Só se emendar folhas (24) (Interpretante Lógico-Conceitual)¹¹

Analisando os interpretantes gerados pelos alunos, durante a resolução da problemática imposta para representar os dados coletados, defrontamos com o interpretante emocional/energético quando a dificuldade é exposta com a expressão “Vixi”. Ao manipular a folha em diversas maneiras e contar quadradinhos, a produção de interpretante energético sustenta a relação de confronto em nível (S/Perceber/Relacionar) que oferece informação/ação para o problema sem no entanto alcançar o nível de interpretante lógico. Na busca para melhor compreensão e possível solução, posteriormente, os alunos produziram interpretantes lógicos genuínos, em nível conceitual (em terceiridade), que sustentam a conduta para a ação desejada.

Após essa discussão, ficou determinado que a folha fosse emendada e que a utilizaríamos com o formato de paisagem.

Como os alunos sempre recebiam a folha já demarcada, procuramos, nesse momento, iniciar a construção enfatizando a importância das retas horizontal e vertical, na construção do

¹¹ Percebemos que a fala do aluno 24 relacionava-se com a conclusão (*26 de altura*) do aluno 9.

gráfico, para que eles pudessem se familiarizar com esse conceito. Assim, propusemos deixar dois quadradinhos de espaçamento tanto para a borda inferior da folha como para a borda lateral esquerda e traçamos as retas. Nessa etapa, explicamos a importância e função das retas traçadas na linguagem gráfica, confrontando com inúmeros gráficos apresentados no livro didático usado nessa série.

Até agora tínhamos resolvido que as mudas de feijões seriam representadas na reta horizontal (eixo da coordenada X) e que precisávamos pensar na escala para representar o crescimento do feijoeiro no eixo da coordenada Y. Diante da tabela, questionamos novamente:

- Olhando as medidas marcadas de todas as semanas, o que podemos observar quanto à altura dos feijões?

O maior é 71 cm e o menor é 5 cm [todos] (Interpretante Lógico)

Essa medida foi marcada na lousa. Pedimos para cada aluno medir a altura e a largura de cada quadradinho da folha. Eles já haviam trabalhado com esse papel, mas como era de costume receber a quantidade de quadradinhos para ser representada em forma de colunas e pintada sem a análise da proporcionalidade entre a altura dos quadradinhos e os dados representados em coluna, os alunos não tinham relacionado esse conceito à construção gráfica. Assim, como os alunos não tinham associado a altura das mudas de plantas com a noção de escala, apontamos uma idéia para iniciar o diálogo e o estudo desse conceito.

- O que vocês acham se cada quadradinho de comprimento 01 cm representar 01 cm do crescimento do feijão?

Alguns alunos, no momento, concordaram. Outros responderam:

-Nossa!Tem que emendar folha de novo. (9)

-Para o feijão menor dá [5cm], mas para o outro não [71 cm] (13, 27) (Interpretante Lógico- Conceitual)

- Bem podemos pensar em outro valor para cada quadradinho. Por exemplo, se cada quadradinho (1cm) valer 2cm do crescimento do feijão, será que fica mais fácil?

- Respostas:

- Eu acho que tem que subir 4 quadradinhos. (13) [a aluna estava pensando na medida 10 cm]

- Não, 4 quadradinhos só dá 8 cm, precisa de mais um. (17)

-Ai!, que confusão, então eu conto de dois em dois?¹² (4)

Percebemos pelas respostas das crianças que algumas delas já apresentavam a noção de escala a partir do problema situado. No decorrer da discussão com a classe, procuramos sistematizar, na lousa, as idéias apresentadas e, posteriormente, buscamos a representação dessas em escala. Assim, para a localização dos dados no eixo vertical foi determinado que cada quadradinho de comprimento (1cm) valeria 2 cm da altura de cada feijão. A partir desse diálogo, estabelecemos a escrita escalar:

Cada \square vale 2cm ou cada $\overline{\quad}$ no desenho equivale 2cm da medida real (comprimento da muda de feijão).

Construímos conjuntamente a representação gráfica das 05 primeiras sementes de feijões plantadas em áreas escolhidas. Na aula seguinte, demos continuidade a atividade, pedindo que cada criança terminasse de expor os dados elaborados graficamente referentes as outras 05 mudas que representavam as sementes jogadas, respeitando a padronização anterior das colunas e a escala adotada.

Segue no Quadro-8 a análise da construção gráfica que representa a elaboração das colunas referentes às 05 sementes jogadas na Região-6.

Signos Gráficos	Descrição da ação Categorizadas como Atributos de Juízo de Valor (17/08/04)	Aluno que relacionaram os signos.	Alunos que relacionaram e escreveram signos matemáticos (tendendo à simbolização)
		S-P/Relacionar	Conceituar
Reta Horizontal	Construíram uma reta horizontal limitando o gráfico – Eixo X		Todos
Noção do Eixo X	Representaram na reta horizontal (eixo X) as mudas seguindo sempre o mesmo espaçamento na construção das colunas e entre elas também.	3-16- 24- 21- 28-29 e 31.	1 -2- 4- 5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-17-18-19-22-23-24-25-26-27-30 e 32
	Representaram os dados no eixo X, utilizando o número correspondente àqueles anotados na tabela de coleta de dados para cada muda de feijão.	9 -16-17- 21 -22 -24 – 28 -29 e 30	1-2-3-4-5-6-7-8-10-11-12-13-14-15-18-19-21-23-25-26-27-31e 32
Reta Vertical	Construíram uma reta vertical limitando o gráfico – Eixo Y		Todos

¹² Os níveis de interpretantes (Emocional/Energético/Lógico) configuravam-se no decorrer das atividades. Para o Interpretante Lógico-Conceituar temos como denotação o máximo entendimento produzido pelo signo numa mente interpretativa.

Eixo Y	Representaram o crescimento das mudas escrevendo seus valores métricos na reta horizontal (eixo Y) em correspondência com as colunas construídas.	2 -5- 7- 8- 10 -11 – 16- 18 – 21- 22 – 23 – 26 – 29 – 30 – 31-27 – 32 -24	18 – 1- 14- 4- 12- 15 – 6- 13- 17 – 9 – 3- 25 –19 – 28
Noção de Escala	Representaram o crescimento dos feijões a partir da escala adotada.	12-13-16-21- 22 – 30 - 26- 29 -24 e 31.	25 - 19 - 10 - 18- 11- 31- 1 - 27 - 3- 23 - 5 - 7- 4- 8- 6- 2- 9- 17- 15 -14- 28 -32
	Representaram a escala usada em linguagem matemática	1 - 9 –10- 12-13- 16 - 21- 26- 28 -29 – 30- 24 -22 –25 e 31	18 -11- 31- 27 -23- 5- 14 - 7- 4 – 8 -15 - 6- 2 17 - 3- 19 -32
Nomear o gráfico	Preocuparam-se em titular o gráfico quanto ao plantio de sementes em áreas escolhidas e com as sementes jogadas nessa área.	2 – 7- 10 -16 – 19- 21- 22 -26- 28 -29 – 30- 24 – 32 - 13 -31	11- 18- 31-1- 27 -23 - 5 -14 - 4 - 8 - 12 - 15 -6 - 17 -9 -3 - 25

Obs: A aluna 20 faltou.

Quadro 8 – Representação da análise da construção gráfica da região 6 – Crescimento das mudas de feijões jogadas.

Constatamos, a partir dessa atividade, que a maioria dos alunos soube organizar os dados obedecendo ao critério de representação na reta horizontal (eixo X). Apesar de todos terem desenhado a reta vertical (eixo Y), percebemos que mais da metade do número de alunos analisados não a utilizou, para representar numericamente as medidas das mudas de feijões construídas em colunas.

Outro conceito que questionamos foi o escalar. Pudemos notar que dez alunos (12-13-16-21- 22 – 30 - 26- 29 -24 e 31) não haviam compreendido a escala adotada, mas além desses, outros cinco (1,9,10,28,25), apesar de usarem a escala para construir o gráfico, não conseguiram representá-la em símbolos matemáticos. Mostram em suas anotações formas sígnicas como índices, apenas relações indicativas. Quanto ao título, tivemos 14 alunos que não o representaram.

Esses resultados são decorrentes de os alunos sempre receberem as folhas pré-organizadas para representarem os dados em colunas ou por analisarem os gráficos já elaborados e com questionamentos referentes apenas aos dados representativos, despreocupando-se das demais representações sígnicas que envolvem a linguagem gráfica.

Foi a partir dessa análise que, seguidamente, reproduzimos, em papel pardo, o gráfico elaborado pela classe e o afixamos na lousa, para compartilhar formas de raciocínio alcançadas, durante a construção, bem como para expressar a interação entre eles¹³.

¹³ Optamos por descrever essa atividade juntamente com a análise dos gráficos pelos grupos. Dessa maneira, a visualização do gráfico estaria mais próxima para melhor entendimento da atividade.

Posteriormente, analisamos, junto aos grupos, o desenvolvimento das mudas, em cada região, a partir de representação gráfica.

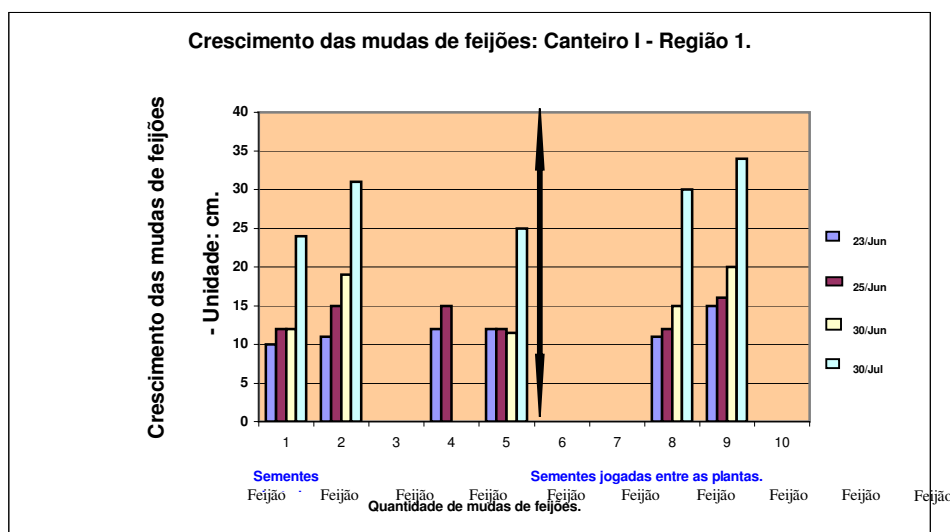
5.3.10 -Atividade 10: Análise dos gráficos dos feijoeiros – Canteiro I

Após a construção dos gráficos, procuramos verificar como o grupo interpretava o gráfico de sua região. Parte dessa discussão foi analisada por Caldeira (2004 p. 97-109). Nessa atividade, os símbolos matemáticos apreendidos passaram a ser instrumentos para interpretação do fenômeno interligando a linguagem matemática ao processo de elaboração dos resultados (anexo-11).

Dessa forma, a análise gráfica feita pelos alunos expressava, de forma destacada, a interpretação do contexto estudado a partir de instrumentos, em que o real observado era descrito e construído em dados organizados no decorrer do processo.

Segundo Penteado e Barbosa (2003), as atividades desencadeadoras de um processo de construção gráfica devem garantir a visualização do fenômeno estudado. Nesse sentido, buscamos integrar as noções estatísticas do tratamento de informações, as experiências de coleta e organização dos dados, e não apenas a interpretação de gráficos representados de forma ilustrativa em livro-textos. Apontaremos os diálogos (que engendraram interpretantes) emitidos pelos participantes que deram suporte à análise dos resultados a partir dos signos matemáticos propostos nesse estudo.

Gráfico 1 – Crescimento de feijoeiros em cm



(2) Por que existem espaços em branco no gráfico?

5- *O feijão não nasceu.*

P(2) – A planta 3 foi plantada em local escolhido.

5 – *A planta tem seus rivais: o caracol.*

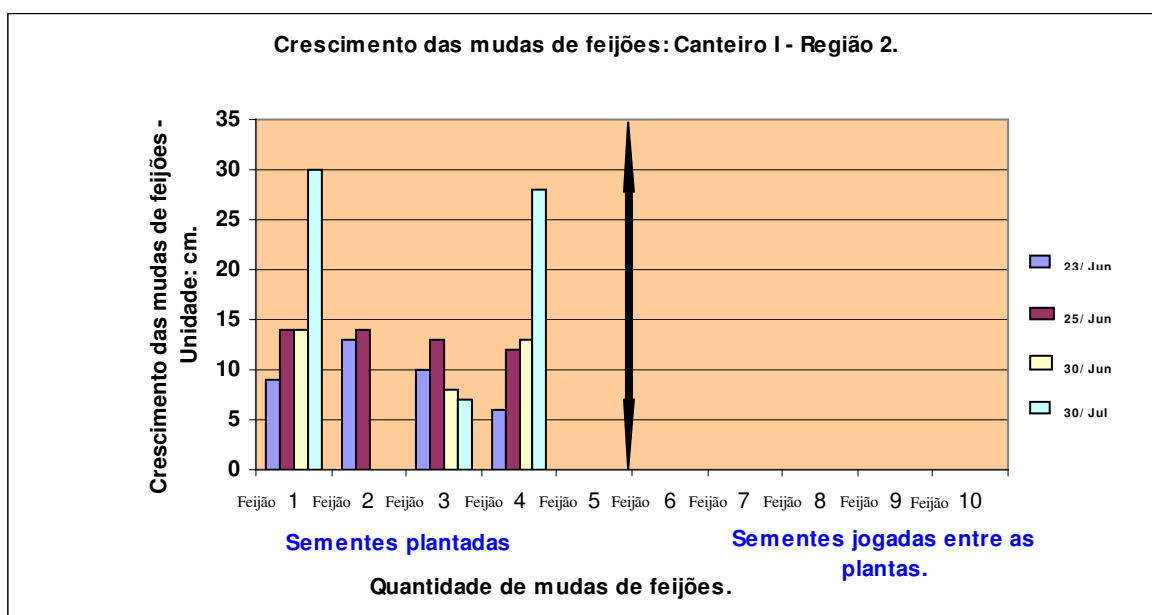
18 – *A formiga comeu!*

P(2) A planta 4 cresceu um pouco e depois morreu.

5 - *De vez em quando uma planta atrapalha a outra e ela briga pelo espaço* (Interpretante Lógico)

A busca para melhor compreensão do contexto estabelecido quanto ao conceito de competição e coexistência entre os seres vivos foi um dos objetivos alcançados ao confrontarmos as hipóteses dos alunos com os dados representados graficamente. Os interpretantes gerados tornaram-se cada vez mais complexos. Os alunos - ao analisar os espaços vazios do gráfico e argumentar sobre suas conseqüências - produziram signospensamento com propriedades conceituais, interpretantes lógicos em terceiridade, demonstrando condutas de aprendizado sobre conhecimento estudado.

Gráfico 2 - Crescimento de feijoeiros em cm

**P(2) Por que existem espaços em branco no gráfico?**

15 – *Jogou 5 feijões e enterrou 5.*

P(2) A planta nº 5 não cresceu e foi enterrada.

15- [apontando para o espaço em branco do gráfico e para as demais colunas] *A gente plantou e as outras a gente jogou nasceu porque tinha melhor solo.*

9 – A planta 2 cresceu até 15 e depois morreu.

Analisando a muda nº 2 levantaram as hipóteses:

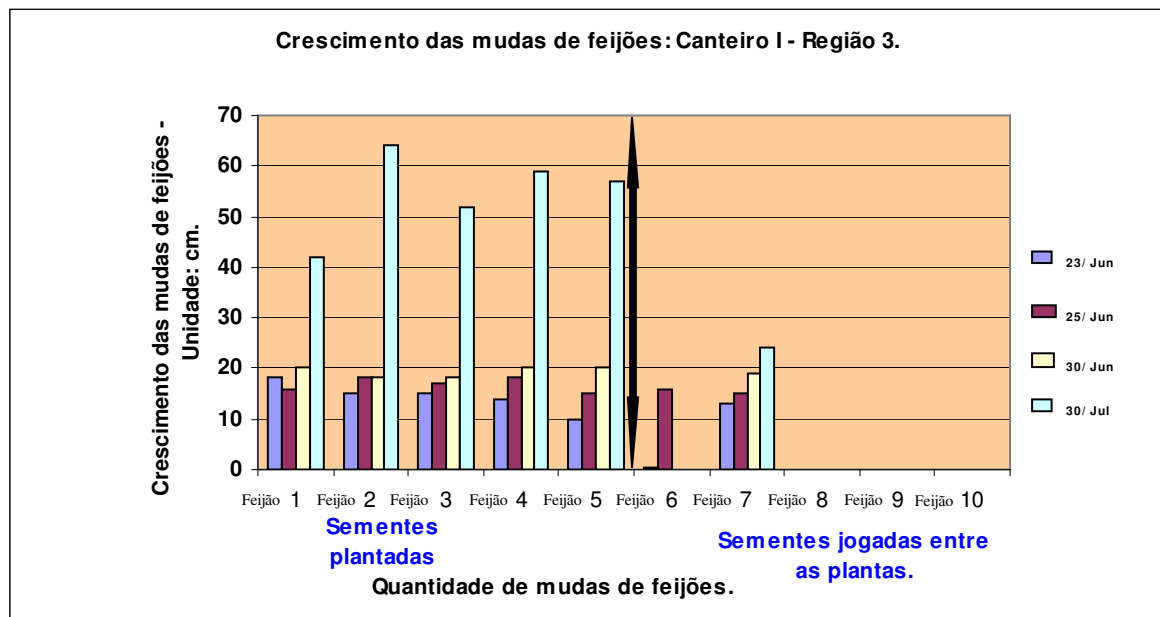
- *A formiga comeu! (15); Foi o caramujo! (27)*

9 – *As plantas brigam pelo solo. Uma planta pode atrapalhar a outra.* (Interpretante Lógico)

Esse grupo - ao analisar o gráfico de sua região de controle- relacionou os espaços em branco ressaltando as conseqüências da experiência realizada: a) quanto às sementes de feijões jogadas entre as plantas (6, 7, 8, 9 e 10); b) quanto às condições do solo para explicar a não germinação, c) quanto a possíveis outras hipóteses (caramujo, espaço).

A comparação da semente (2), que aponta inicialmente um crescimento, foi explicada com maior detalhamento relacionando a competição entre os diferentes seres vivos observados no decorrer da coleta e as demais espécies de plantas existentes que se desenvolveram juntamente com as mudas de feijões durante o processo experiencial. Tais inferências determinam os interpretantes lógicos em nível conceitual que o grupo finaliza nessa abordagem gráfica.

Gráfico 3 -Crescimento de feijoeiros em cm



P(2) Por que existem espaços em branco no gráfico?

14 – *Alguma planta atrapalhou, não tinha espaço*

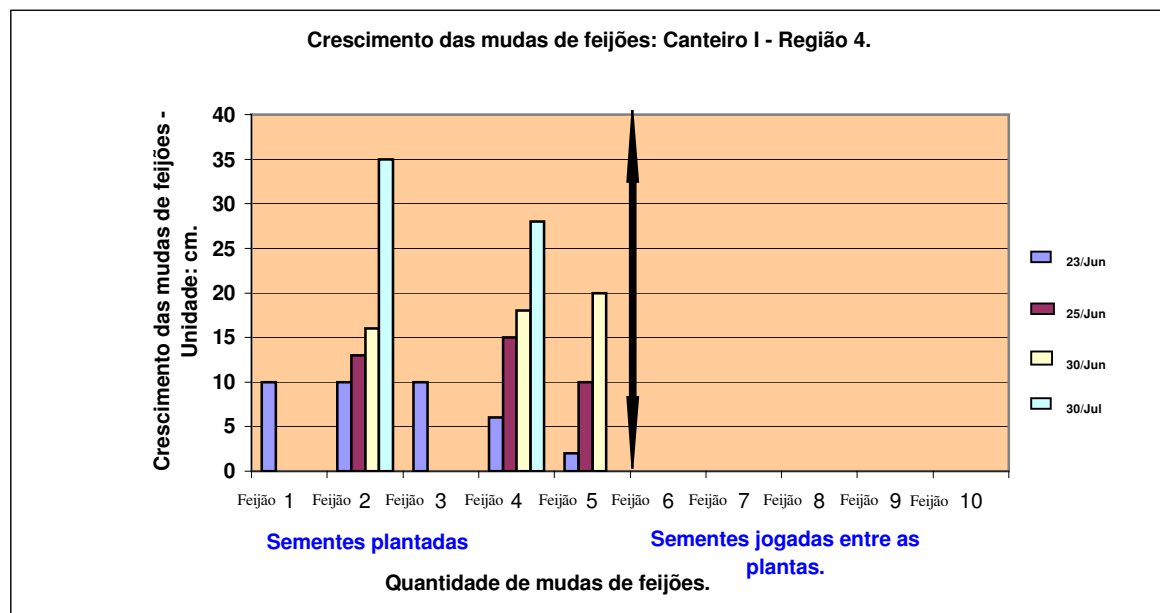
25 – Jogamos em qualquer lugar [o aluno aponta para os espaços vazios no gráfico referentes aos feijões 8, 9 e 10]. Outra planta não deixou o feijão nascer.

25 – Tinha espaço para todas. Não pegaram sol, água. O caramujo pode ter comido.

O aluno (25) discordando da idéia de seu colega (14) constrói outras associações a partir das observações experienciais expondo seu ponto de vista em relação a muda nº 7 que foi jogada e nasceu; as demais mudas 8, 9 e 10 que não nasceram.

Podemos perceber que o aluno produziu interpretante lógico com informações mais complexas em relação à semente analisada.

Gráfico 4 - Crescimento de feijoeiros em cm



Os integrantes desse grupo tiveram dificuldades para interpretar os dados e, às vezes, não respondiam o que lhes fora perguntado.

P(2) Por que existem espaços em branco no gráfico?

16 – 5 eram lugares ruins e 5 eram bons.

A idéia a cima expõe o pensamento do aluno apresentando algumas informações sobre o experimento criando interpretantes lógicos menos desenvolvidos, implicando a mediação do professor com possíveis questionamentos sobre o observado em prol de fomentar novas inferências¹⁴.

P(2) Mas, mesmo nos lugares bons, as plantas 1, 3 e 5 não foram medidas no início de junho. Por quê?

2 – Porque atrapalhava.

16 – O caramujo pode ter comido, acho que comeu.

A análise da interpretação feita pelo aluno (2) foi recolocada em discussão, utilizando novamente a leitura das colunas apresentadas no gráfico, para as mudas em confronto.

P(2) Mas, se elas cresceram o caramujo não as comeu. Como poderemos “ter certeza” de que foram as formigas, os caramujos ou outro problema?

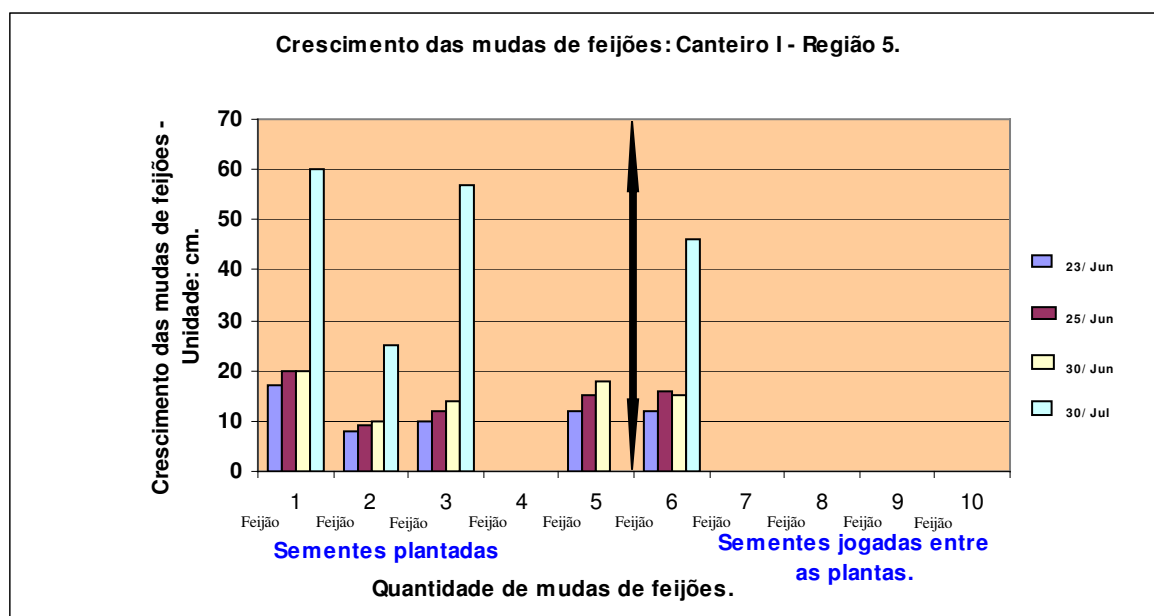
¹⁴ Ressaltamos o interpretante lógico também pode ser engendrado em primeiridade (pouco desenvolvido), em secundidade (razoavelmente desenvolvido/apresentando um grau razoável de complexidade) e em terceiridade, genuíno (grau máximo de complexidade que o levará a uma mudança de atitude/conduita).

10 – *Ficando lá o dia inteiro.* (Interpretante Energético)

Os integrantes desse grupo identificaram as colunas no gráfico com suas respectivas mudas, relacionando-as com os lugares plantados e jogados. Contudo, não produziram, até aquele momento, um interpretante lógico (de nível conceitual: terceiridade) sobre a muda 3.

Nas três primeiras colunas, referentes às aferições de 23/25 e 30 de junho, ela não aparece e, em julho, a planta é demarcada no gráfico com 10cm de comprimento. Com explicações, os alunos não levantam a possibilidade, por exemplo, de uma falta de aferição das mudas, no início do processo ou uma marcação “errada,” no dia 30 de junho, em relação a essa planta. Nesse sentido, o processo de semiose gerou interpretantes lógico de pouco significação sobre o ensaio¹⁵.

Grupo- 5 Crescimento de feijoeiros em cm



P(2) Por que existem espaços em branco no gráfico?

20 – *Vich! A lagarta comeu tudo.* [aluno apontando a planta 4].

A aluna expressa relação de sentimento (interpretante emocional) ao se defrontar com a análise da semente 4. Esse lampejo de sentir é imediatamente relacionado a outros signos-pensamento e nova inferência é criada para solucionar o fato observado. Os

¹⁵ Cf. nota de rodapé nº 14.

interpretantes no nível (sentir-perceber/relacionar/conceituar) podem ser alcançado a partir das ações de plantio e controle das mudas vivenciadas no canteiro e são classificados em interpretantes lógicos, este dependendo do grau de complexidade alcançada, conforme ressaltamos.

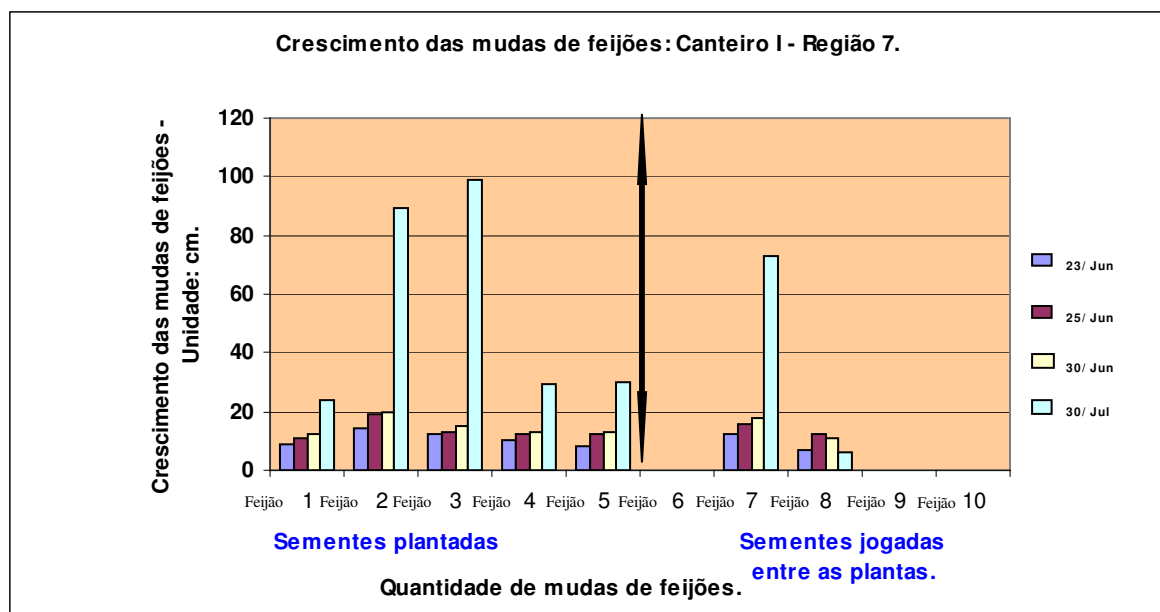
P(2) E as demais (nº 7 a 10)?

22 – Não foi plantado num lugar bom.

22 – Faltou sol porque uma planta ficou em cima. [E apontando para o feijão nº 5] Pode não ter tido luz ou espaço. (Interpretante Lógico- Conceitual)

Percebemos o uso do gráfico e a leitura das colunas com propriedade pelos alunos. Além de identificarem os espaços em branco, levantaram hipóteses sobre o feijão de menor crescimento.

Grupo 7 -Crescimento de feijoeiros em cm



P(2) Por que existem espaços em branco no gráfico?

12- Uma planta atrapalha a outra.

28- Um grupo foi jogado e outro plantado.

11 – *As plantas para sobreviver precisam de espaço, sol, água.*

(Interpretantes Lógicos- Conceituais)

Mas, olhem a muda (7) e as mudas (4 e 5) . O que será que aconteceu?

33- *A planta 7 chegou a 71 cm.*

11- *A planta 3 cresceu mais que a 7 chegou quase 100 cm.*

7 – *A planta 8 foi comida.*

19 – *O caracol comeu.*

(Interpretantes Lógicos- Conceituais)

Percebemos, nesse grupo, que os alunos estavam familiarizados com as medidas de comprimento das mudas de feijões. Assim, a leitura e o confronto dos dados, na representação gráfica, geraram interpretantes lógicos conceituais e/ou em nível do conceituar.

A comparação entre as sementes plantadas e as jogadas também foi destacada pelos alunos na análise gráfica. A muda de número 8 foi aferida com menor valor no último mês. Os alunos também emitiram hipóteses relativamente aos seres vivos observados durante as experiências desenvolvidas com o canteiro. Outras relações com o processo experiencial vivenciado anteriormente surgiram quando os alunos foram indagados sobre os espaços em branco apresentados no gráfico.

Grupo 6 -Crescimento de feijoeiros em cm

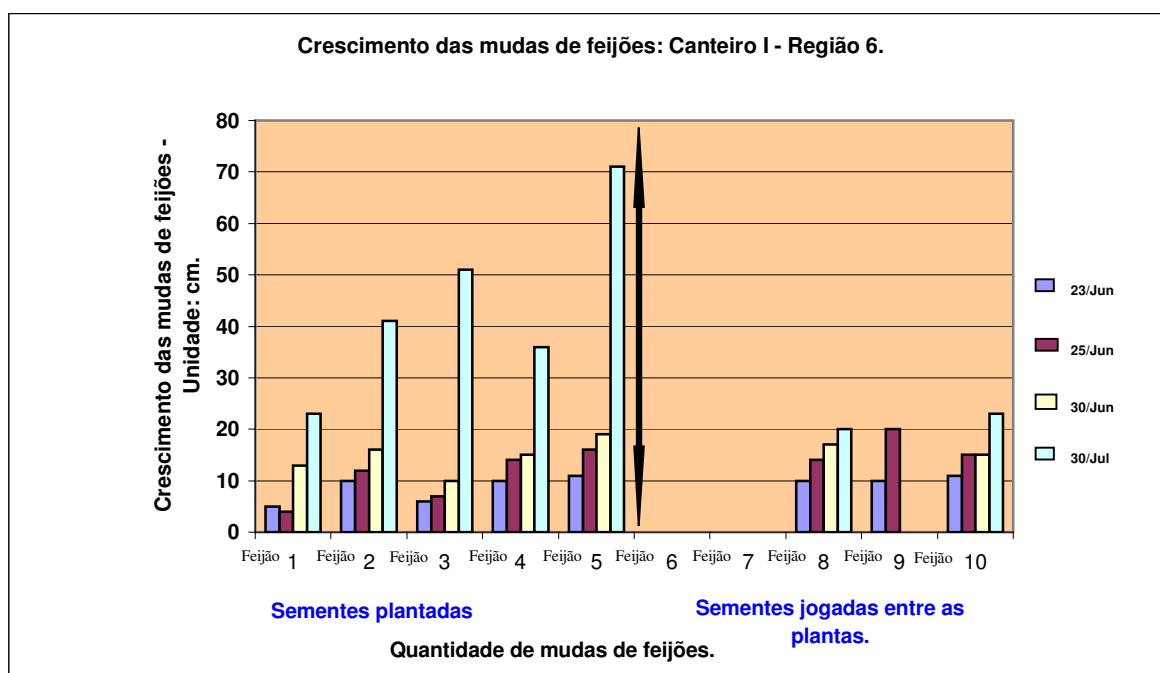


Gráfico 6 – Interpretação obtida pelo grupo.

P(2) Por que existem espaços em branco no gráfico?

21- *A 6 e 7 não nasceu porque foram jogadas no lado difícil.*

P(2) Mas a 8/9/10 também germinaram.

13 – *É, mas tinha sol, luz e água.*

23 – *Uma planta cresceu mais que a outra porque tinha mais luz, mais água.*

Os alunos desse grupo conseguiram chegar a interpretantes lógicos (desenvolvidos) ou mais complexos tendendo a simbolização ao relacionar as mudas jogadas (6 a 10) com as plantas (1 a 5). O 23, além de comparar as três mudas (8,9,e10) e, suas respectivas colunas com as mudas 6 e 7, criou novas hipóteses usando os fatores ambientes observados.

Gráfico 6 – Interpretação da classe.

O gráfico 06 foi analisado pelo grupo responsável pela região 6 (plantio de coleta de dados) e também serviu de base a uma discussão coletiva com a classe. Como ele já havia sido construído pelos alunos em classe, foi elaborado em papel pardo e o afixamos, na lousa, para compartilhar formas de raciocínio alcançadas pelos alunos, durante a interpretação de suas regiões, e na própria construção do gráfico. O objetivo foi compartilhar formas de raciocínio alcançadas no interior dos grupos e na interação com os demais grupos que não conseguiram ir além do levantamento de hipóteses.

Segue a análise interpretativa:

O que esse gráfico representa?

25 - *Feijão grande tem 70 cm e um pouquinho o feijão nº 5 .*

5 - *O nº 1 cresceu um pouco e diminuiu e depois cresceu de novo.*

12 - *25 cm [feijão nº 1]*

Todos leram e interpretaram a legenda.

Durante a observação das semanas de coletas, perguntamos:

Por que aumentou tanto?

5 - *Porque passou um mês (Interpretante Lógico)*

4 - *O 9 não achou água (Interpretante Lógico)*

13 - *O 6 e o 7 não acharam luz e água. (Interpretante Lógico)*

17 - *Os outros atrapalharam e precisaram brigar pelo lugar. O 5 cresceu sempre*

18 – *1, 2,3,4, e 5 – encontraram condições boas. 5 e 6 não encontrou condições. Os demais apesar de jogados encontraram condições.*

12 – *A planta número 1 do dia 23 de junho ela nasceu no dia 25 de junho ela diminuiu e no dia 30 de junho ela nasceu mais ainda e depois no dia 30 de julho ela nasceu muito mais no grupo 6.*

Qual é a escala usada?

23 - 5 cm

24 - 5 - Em centímetro.

Por que se faz o gráfico?

17- *Só medir/ficar na cabeça, é preciso marcar para lembrar.*

25 - *Dá para ver o tamanho do feijão.*

18 – *Mais fácil para ver.*

Os signos-pensamento produzidos pelos partícipes no decorrer do processo didático metodológico foram signos interpretantes que apontaram em sua representação a integração entre os símbolos matemáticos e as experiências de conhecimentos científicos. Os alunos a partir da linguagem gráfica configurada por inúmeros conceitos matemáticos puderam decodificá-los e usá-los como recursos lingüísticos para produzirem novos significados durante a interpretação do espaço (canteiro I), engendrando interpretantes lógicos - conceituais.

Na análise dos argumentos-hipotéticos apresentados pelos alunos podemos verificar o dinamismo das relações que se constituíram e se expandiram em novos interpretantes em busca de maior esclarecimento e fidedignidade sobre o investigado. Esse processo é reconhecido por Peirce de produção de hábitos de conduta, é ressaltado por Silveira (2007) ao explicitar:

Pela formulação de leis da interação sujeito-objeto, o homem generaliza as situações de experiências e se predispõe a atuar segundo suas escolhas. O domínio desta generalização, ou seja, da elaboração do pensamento, é o domínio da Terceiridade no interior do universo da conduta (SILVEIRA, 2007, p.128)

Como, durante a coleta de dados e observação do canteiro, houve a interrupção de um mês devido às férias, ao retornarmos, os alunos depararam-se com as mudas em vagens e com diversas espécies secas devido à falta de chuva. Muitas crianças indagaram sobre a estética do canteiro, e novas percepções foram expressas. Segue a análise dessa visita.

5.3.11 Segunda Representação Perceptiva do Canteiro I

Nessa ocasião, as classes já não mostravam divisão entre os grupos e o trabalho coletivo imperava nas atividades. Por ocasião das férias, as atividades foram interrompidas por 20 dias, porém as crianças não deixaram de observar o canteiro durante esse período. Como a escola ficava aberta para atividades do Projeto Escola da Família, muitas crianças se mostraram preocupadas quanto à manutenção da sua região plantada e foram cuidar para que ninguém mexesse novamente no canteiro e danificasse as mudas. Quando retomamos às atividades, fomos informados pelos alunos sobre os cuidados que tiveram com o local escolhido.

Dando continuidade às atividades experienciais, os alunos foram convidados a observar o canteiro e seus impactos (anexo-12). Foi expressiva a reação de satisfação dos alunos ao se confrontarem novamente com o canteiro I. Disseram:

10 – *Meu Deus! Eu quero ver meu feijão. Tem caracol.*

16 – *Quebraram o nosso feijão. Tem 5 feijões nessa vagem.*

(S) Quem quebrou?

16 – *O vento.*

Após a observação do canteiro, pedimos para que cada aluno desenhasse o canteiro I e tudo o que havia percebido. Assim, os conceitos abordados na primeira visita ao canteiro foram novamente analisados nessa seqüência didática¹⁶. Seguem alguns relatos dos alunos:

25 - *Quantas plantas nasceram! Cada planta bonita. Arruda não tem mais! Acho que secou.*

23 – *O sol está batendo mais do outro lado do que no canteiro.*

12 – *Essa planta rouba a água do feijão, olha que tronco grosso.*

18 - *Nossa, morreu tudo!*

15 -*Nasceu um monte desse troço!* [boldo]

18 - *O canteiro está feio.*

20 - *Olha, ervilha!*

22 - *Não, é feijão .*

30 - *O feijão dá volta atrás e na planta. Brigaram uma com a outra por causa do espaço*

O encontro com o feijoeiro em vagem foi outro aspecto explorado pelos alunos e analisado durante a visita.

¹⁶ As idéias dos alunos com relação à segunda observação do canteiro I foi também analisada em Caldeira (2004, p. 116 e 117)

30 – *A vagem tinha 4 feijões, ele estava mole. Deu para matar a curiosidade “minha prima pensava que o feijão já vinha moreninho. E agora ela vai descobrir que ele é mais branquinho” .*

13 – *Olha a vagem! É onde fica guardado o feijão, é o escudo.*

17 – *A vagem seca o feijão é duro de branco.*

6 - *Há vagem verde! Nossa que molinho.*

Abrindo a vagem perguntou:

- *Posso comer?* (6) E, experimentou.

Desse contexto exposto, vemos um crescente interagir de idéias entre os alunos que foram se constituindo num processo que podemos analisar desde as expressões de admirabilidade: “Nossa!”, “Meu Deus!”, ou apontando qualidades (feio, bonito) signos-pensamento em nível de primeiridade. Tais interpretantes, alimentados com novas percepções procederam relacionando os diferentes aspectos observados como “plantas quebradas”, comprovadas a partir da atenção/relação com o Objeto (em 6).

Percebemos, após essas atividades de observação, que as crianças estavam atentas aos diferentes aspectos que o espaço experimental lhes proporcionava. O Anexo –18 descreve as inferências, sensações e associações de idéias. Os Quadros 9 e 10 representam as percepções dos alunos, expostas através de desenhos, em relação ao Canteiro I de plantas.

Conceitos Geométricos	Atribuição de Juízo de valor	Resultados da Ação dos alunos	2ª Representação Pictórica – Canteiro I delimitado em Regiões (30/07/05)
Espaço	S-P/Relacionar	Representaram o espaço do canteiro de forma linear sem delimitar fronteiras.	25 – 16 – 10 – 21- 22 – 23 – 8 – 9 –15- 23 –24-25 31 – 2 – 28 – 26
	Conceituar Int. Lógico – tendendo à simbolização	Representaram a região escolhida, delimitando-a. (relação parte/todo)	5- 7 - 11- 12-19- 17 –14- 13- 30
		Desenharam o espaço do canteiro com formato correto (triangular)	20 – 18 – 5- 3 – 31- 4 – 27 – 6
Fronteira	S-P/Relacionar	Localizaram uma das fronteiras (cerca de bambu)	23- 17 – 5 – 6 – 15 –18- 27
	Conceituar Int. Lógico -- tendendo à simbolização	Relacionaram o espaço com suas circunvizinhanças	7 – 18 – 5 – 6 – 27 -17

Obs: Os alunos 29, 32 e 1 faltaram nessa atividade.

Quadro 9 - Representação das percepções dos alunos em relação ao Canteiro I de plantas.

Conceitos Geométricos	Atribuição de Juízo de valor	Resultados da Ação dos alunos	2ª Representação Pictórica Canteiro I delimitado em regiões (30/07/05)
Medida de Comprimento	S-P/Relacionar –	Representaram plantas num só extrato	8 – 10 – 16 – 21 – 7
	Conceituar Int. Lógico – tendendo à simbolização	Representaram Plantas em diferentes extratos	5 – 3- 6 – 15 – 9 – 4 – 30- 22 – 20- 13 – 23 – 12 – 30 -17- 19- 28- 26-24-14- 25- 11-31-2
Localização	Conceituar Int. Lógico – tendendo à simbolização	Demarcaram as regiões com bandeiras.	20- 13- 12- 11- 19- 28- 18- 31 – 4 – 27 – 17-30 – 3 -25
		Demarcaram as regiões com segmento de retas.	13 – 11- 12 – 19- 17- 18- 5- 3- 31- 4 –27- 30 14 – 25 -31

Obs: Os alunos 29, 32 e 1 faltaram nessa atividade.

Quadro 10- Representação das percepções dos alunos em relação ao Canteiro I de plantas.

Analisando as percepções dos alunos em relação à noção de espaço, 07 alunos se detiveram em representar a sua região, outros 08 desenharam o canteiro todo e seu formato triangular.

Na primeira percepção do espaço desenhado pelos alunos, observamos que apenas uma aluna representou o canteiro em forma de triângulo e os demais fizeram-no com qualquer formato ou não delimitaram nenhuma área no desenho. Podemos perceber que, nessa atividade (segunda percepção), os alunos se preocuparam em limitar a área observada representando-a em formato triangular, produzindo interpretante lógico- conceitual.

Notamos também que houve melhor percepção discente sobre o contexto analisado em se tratando das circunvizinhanças. Na primeira observação, tivemos uma aluna preocupada em relacionar o espaço com suas circunvizinhanças e, nesse momento, 05 alunos escreveram todas as fronteiras referentes ao espaço observado e 07 outros localizaram a maior fronteira (o corredor) que dava acesso à horta.

Quanto ao aspecto localização, como o canteiro havia sido subdividido em regiões, deparamo-nos com 14 alunos (20- 13- 12- 11- 19- 28- 18- 31 – 4 – 27 – 17- 30 – 3 -25) que se preocuparam em representar as bandeiras que demarcavam as regiões escolhidas e 15 alunos (13 – 11- 12 – 19- 17- 18- 5 - 3- 31- 4 –27- 30 -14 – 25 -31) desenharam seus canteiros

dividindo-o em regiões com segmentos de retas, localizando alguns feijões com bandeiras numeradas.

As atividades de aferições dos comprimentos das mudas, no decorrer das semanas, poderiam ser uma das causas que levaram a maioria dos alunos a representar as plantas em diferentes extratos (23 alunos); sendo que, na primeira percepção, apenas 08 alunos tinham atentado para esse conceito.

Desse modo, ressaltamos que os alunos desenharam o canteiro I mais detalhadamente na segunda representação do que na primeira. A análise semiótica desse contexto será desenvolvida no *capítulo 6*. Entretanto, podemos dizer que os alunos:

- Representaram o formato triangular do canteiro;
- Delimitaram seu espaço com fronteira nomeando as circunvizinhanças;
- Identificaram as variações de altura dos extratos de plantas;
- Desenharam o canteiro I com suas subdivisões, numerando-as.

Seguem as percepções de alguns alunos para melhor ilustrar os aspectos estudados:

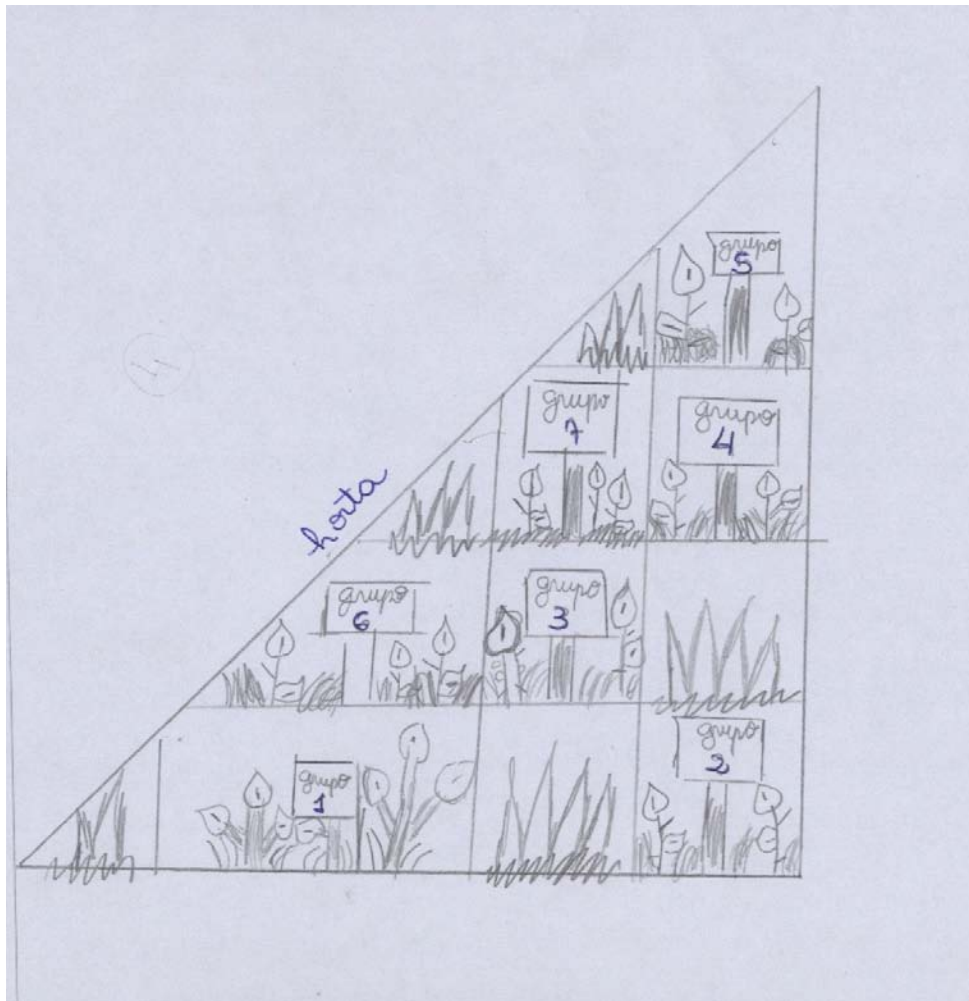


Figura 7 - Representação pictórica do Canteiro I –Grupo 3 – (4)

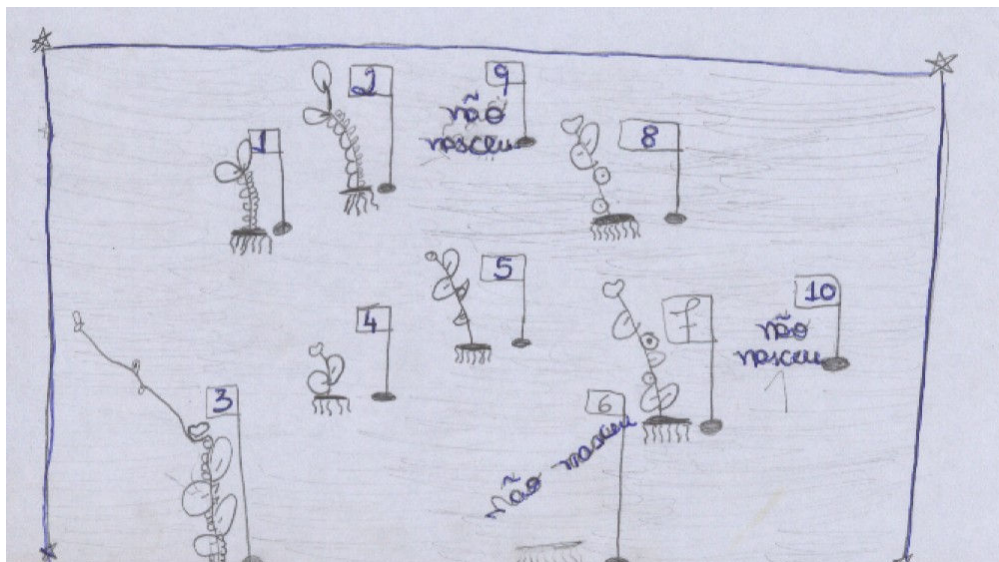


Figura 8 - Representação pictórica de uma região do Canteiro I – (19)

Desde o início do plantio das sementes de feijões até essa etapa de observação, não só o feijoeiro, mas todas as plantas existentes no canteiro haviam crescido. Para que os alunos

pudessem chegar ao entendimento do conceito de coexistência e competição, entre as diferentes espécies existentes, propusemos a observação de todas as plantas desenvolvidas no canteiro, relacionando quantidade e altura.

5.3.12 Atividade- 12: Construção em Gráfico de colunas das Espécies do Canteiro I.

Foi proposto que cada grupo coletasse uma folha de cada espécie observada, medisse a altura dessa espécie e contasse a quantidade de mudas existentes no canteiro. Os grupos receberam uma folha de papel sulfite em que anexaram as folhas das mudas observadas com fita adesiva para identificação da espécie e anotaram a medida de comprimento aferida da muda observada e a sua quantidade.

Na semana seguinte, cada grupo recebeu uma tabela estando o cabeçalho distribuído em 17 colunas com os nomes das espécies observadas. Cada coluna possuía uma cor específica e sete para serem completadas com as medidas aferidas por cada grupo, conforme a espécie observada.

A tabela (anexo-13) foi desenhada na lousa e as medidas foram partilhadas e discutidas. Durante o preenchimento da tabela, as crianças observaram que para uma mesma espécie havia medidas diferentes e, entre elas, algumas medidas se destacavam com grande diferença; por exemplo, quando as medidas da muda de fumo foram partilhadas, um dos grupos (G4) aferiu-a em 85 cm sendo que os demais grupos aferiram-na aproximadamente em torno de 40 a 50 cm. Quando questionados responderam:

-Ah! Professora, já sei onde erramos, nós medimos desde de lá de baixo até a folha e não até o tronco (33)¹⁷

- Por isso é que deu diferença. (33) (Interpretante Lógico - conceitual)

Percebemos as relações de significados, no canteiro I, que o processo de aferição das mudas possibilitou ao confrontar os dados dos diferentes grupos. Os dados do grupo G-4 produziram indignação aos demais alunos e os interpretantes elaborados pelo grupo revelam o nível de entendimento expresso em relação aos signos matemáticos representados na tabela.

A partir dessa atividade, tínhamos várias medidas para representar uma mesma espécie. O uso do conceito de média foi introduzido, nesse contexto, decorrente da necessidade de representarmos todas as espécies do canteiro I. Mais uma vez tínhamos uma

¹⁷ O aluno 33 veio transferido de outra instituição escolar e passou a fazer parte do grupo a partir da atividade da representação de todas as espécies de plantas do Canteiro I - 2º semestre.

situação-problema instalada e, para darmos continuidade à análise e apreensão dos conceitos de coexistência e competição entre os seres vivos, foram seminais a leitura e a análise de todas as espécies existentes no canteiro.

A elaboração da média das alturas das espécies observadas constituiu-se em um novo conceito matemático que subsidiou o entendimento dos dados relativos à construção e interpretação do gráfico do canteiro I. Desse modo, buscamos desenvolver esse conceito trabalhando coletivamente. Até esse momento, as crianças não haviam efetuado operações de divisão com decimal e estavam iniciando a resolução referente a problemas de soma com números não inteiros.

Pudemos observar grande interesse pelo assunto, pois os alunos estavam familiarizados com as escritas das medidas em m, dm e cm. Para acharmos a média do comprimento das espécies observadas, cada grupo reescreveu no caderno, no caderno, as medidas de uma das espécies analisadas, na coleta de dados, e efetuou a divisão pela quantidade de mudas coletadas. As respostas finais apresentadas pelos grupos foram compartilhadas no coletivo, finalmente foram anotadas, na tabela, no espaço da média de cada espécie.

De posse da tabela completada com as médias, os alunos construíram outro gráfico de colunas, respeitando as cores propostas na tabela para cada espécie como sendo uma legenda pré-estabelecida (anexo-14).

O gráfico II foi elaborado trabalhando-se, novamente os conceitos de representação dos dados nos eixos cartesianos X e Y, escala usada, título, construção das colunas e legenda. Segue a análise referente nos Quadro- 11 e 12.

Conceitos	Descrição das ações: Categorizadas como Atributos de Juízo de Valor:	Gráfico de todas as Espécies do Canteiro I - 27/08 ¹⁸	
		S-Perceber/Relacionar: Alunos relacionaram os signos matemáticos na elaboração gráfica.	Conceituar: Alunos que relacionaram os signos matemáticos tendendo à simbolização no gráfico: Interpretantes Lógicos
Eixo X	Construíram uma reta horizontal limitando o gráfico.		Todos
	Representaram na reta horizontal (eixo X) as mudas seguindo sempre o mesmo espaçamento para a construção das colunas e entre elas também.		Todos
	Representaram os dados no eixo X, utilizando o número correspondente àqueles anotados na tabela de coleta de dados para cada muda.	7 - 14- 15- 2-30-21- 22-24-28 e29	20 - 23- 1- 27- 26- 31-11- 16-18 -10 - 19- 25- 4- 5- 3- 9 -8-13- 6- 12 - 2 - 17 e 32
	Representaram cada muda (espécies) com a cor correspondente àquelas adotadas na tabela de coleta de dados (legenda).	2 - 7 - 21- 22-24-28 e 29	20 - 23- 1- 27- 26- 31-11- 16-18 -10 - 19- 25- 4- 5- 3- 9 -8-13- 6- 12- 14 - 15- 30 - 3 -17 e 32.
Eixo Y	Construíram uma reta vertical limitando o gráfico.		Todos
	Representaram o crescimento das mudas escrevendo seus valores métricos na reta horizontal (eixo Y) em correspondência com as colunas construídas.	1-2-4-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-19-20-21-22-23-25-26-27-28-29 -30-31-21 e 32	3 - 9- 5 - 18

O aluno 33 faltou nessa atividade.

Quadro 11- Representação Gráfica de todas as espécies observadas no canteiro I

Conceitos	Descrição da ação Categorizadas como Atributos de Juízo de Valor :	Gráfico de todas as Espécies do Canteiro I – 27/08	
		S-Perceber/Relacionar: Alunos que relacionaram os signos matemáticos na elaboração gráfica	Conceituar: Alunos que relacionaram os signos matemáticos tendendo à simbolização no gráfico (Interpretantes Lógicos).
Noção de Escala	Representaram o crescimento das mudas a partir da escala adotada.	2 -7- 17- 26 -10- 28 e 29	19-25- 21- 5- 9 -13- 6- 15- 12- 8- 4 - 20- 5- 23-24- 1- 27- 31- 11- 16- 18- 3- 32- 22- 14-30
	Representaram a escala usada em linguagem matemática	2 -7 -17 – 26 – 28- 10 e 29	– 19-25- 21- 3- 9- 17 -13- 6- 15- 12- 8- 4 -20- 5- 23- 1- 27- 31- 11- 16- 18- 3- 32- 22- 14-30 - 24
Nomear o gráfico	Preocuparam-se em titular o gráfico II quanto a representação das espécies do canteiro I.		Todos

O aluno 33 faltou nessa atividade.

Quadro 12- Representação gráfica de todas as espécies observadas no canteiro I.

Analisando a construção gráfica da representação de todas as espécies do canteiro I, percebemos que houve avanço quanto à representação dos dados coletados.

Nessa atividade didática, os alunos tiveram que trabalhar com a tabela e com legenda, pois cada espécie estava relacionada a uma cor que eles adotaram para as colunas na elaboração gráfica. Para isso, a leitura e a interpretação foram necessárias em tabela de dupla entrada.

A reta horizontal (eixo X) foi desenhada por todos e a maioria, além de ilustrar as colunas com as respectivas cores das espécies de plantas usadas na legenda, também as numerou.

Quanto ao uso e à escrita da escala, pudemos observar melhoras significativas dos alunos na elaboração do Gráfico II. Ressaltamos que os alunos desenvolveram interpretantes lógicos – conceituais.

Os alunos (17, 2, 26, 28, 29 e 10) precisaram da mediação da pesquisadora e ajuda dos colegas para representarem os dados utilizados na escala. Segundo a tríade perceber/relacionar/conceituar, pudemos perceber, durante as ações desenvolvidas, que esses alunos relacionavam os valores da escala adotada, através leitura, mas ao representar a altura das colunas (crescimento das mudas de plantas) aplicando o conceito escalar, apresentaram dificuldades, apontando a necessidade de novas atividades para apreensão desses signos matemáticos.

Um dos conceitos a ser questionado é a titulação da atividade. Constatamos que, no Gráfico II, os alunos não colocaram título. Por isso, esse conceito foi novamente abordado na análise e interpretação coletiva.

Após esse primeiro conjunto de atividades didáticas (desenvolvidas para a análise e apreensão dos conceitos estudados), a partir do contexto experiencial denominado Canteiro I, possibilitamos o confronto entre ambientes com condições favoráveis à germinação e ao crescimento (Canteiro I) e outro contexto diverso que diferenciasses tais condições.

Novas seqüências didático-metodológicas foram propostas, tendo como instrumento de observação uma outra área denominada Canteiro II.

O estudo desse novo espaço seguiu as mesmas diretrizes das ações desenvolvidas com o espaço anterior (canteiro I). Desse modo, os conceitos matemáticos dispostos anteriormente puderam ser ressignificados para a compreensão dessa área.

A observação, o contado com as espécies existentes no local, as aferições das mudas e do espaço foram situações experienciais criadas para propiciar aos alunos a representação do canteiro II por meio de desenho e da elaboração gráfica.

Contexto Experiencial: Canteiro II

5.2.13 Atividade-13: Primeira percepção Canteiro II

Um novo espaço, tendo o mesmo formato e mesma área, foi selecionado e demarcado como Canteiro II.

Escolhemos essa área por conter uma árvore de aproximadamente 17,3 m de altura e bem copada, que impedia a luz do sol de atingir o solo, de maneira que ao seu redor poucas espécies conseguiam coexistir.

De posse de instrumentos de medida (fita métrica e régua), os alunos foram convidados a: medir o contorno do canteiro, identificar as plantas existentes e aferir a altura de cada muda observada. Durante as ações propostas, os alunos emitiam interpretantes sobre a nova região observada:

27 – *Dona você fez canteiro igual.*

15 – *É um triângulo.*

9 – *Igual ao outro nosso, mas tem pouca planta.*

No decorrer da aferição dos lados do Canteiro II, os alunos, usando a fita métrica, discutiam com colegas as dificuldades encontradas para resolver a situação proposta.

Os interpretantes emitidos nos diálogos foram anotados e analisados. Nessas ações, percebemos a familiaridade com os instrumentos usados. Ao esticarem a fita métrica, já emitiam o valor e quanto esta foi colocada linearmente fizeram a soma das medidas expressando:

22- *Uma fita é um metro e meio, mais uma 3 metros.*

14- *É o mesmo desenho do outro canteiro.*

32 – *É um triângulo.*

26 - *Vich! Deu mais grande! Precisa de mais uma fita.* [o lado do terreno aferido era maior que o comprimento da fita].

(32) *É só marcar onde ela parou e depois somar 150 cm.* [solução proposta pelo 32 diante da dificuldade apontada por 26] .

Medindo o lado maior do canteiro:

3 – *Duas fitas – 300 cm mais 110 cm é 410 cm ou 4,10m.*

12– *Esse lado mede 300 mais 137 é 337 cm.*

(S) *Pense novamente.*

12 – *Há! 300 mais 100. Nossa! 437 cm.*

7 – *Há! dona eu não sei fazer essas contas de cabeça.*

13- *Essa árvore mede uns 20 metros.*

Podemos perceber que a rede de relações sobre os conceitos estudados vai sendo configurada tanto em amplitude como em profundidade em decorrências das idéias geradas. As observações e informações sobre o novo espaço (canteiro II) se entrelaçam com os conhecimentos pré-existentes experienciados no canteiro I. Desse modo, os interpretantes gerados sustentam a comparação conceitual entre as áreas quanto ao formato, medidas, quantidade de espécies existentes e seus aspectos.

Nas estratégias de medida criadas pelos alunos, para aferição do canteiro II, notamos autonomia da maioria dos alunos para realizar as atividades quanto à leitura dos instrumentos, o que engendrou interpretantes lógicos tendentes à simbolização, esses relacionados às operações decorrentes do proceder métrico. Os interpretantes lógicos analisados, durante as ações de observação, comparação e representação do canteiro II, expressam a familiaridade com os conceitos verbalizados e escritos.

Nessa etapa do trabalho, os alunos já estavam mais confiantes para exporem suas idéias e o coletivo formado ajudava na construção dos conceitos. Após um período de observação livre do espaço, os alunos retornaram para a classe e representaram individualmente, por meio de desenho, suas percepções sobre o Canteiro II (anexo-15).

Durante o desenvolvimento dos desenhos sobre a área observada, algumas indagações expressas pelos alunos nos fizeram questionar formas de representações.

A preocupação em desenhar a árvore foi unânime, porém, ao tentar representar o canteiro e a árvore, em perspectiva, mostraram dificuldade. O conceito escalar também foi apontado nesse processo. Assim questionaram:

16 *Eu não consigo colocar a árvore dentro do meu canteiro. Não consigo colocar [desenhar] as linhas.*

10- *Vou desenhar o canteiro depois as plantas. Fora do canteiro vou desenhar o sol. O canteiro não tem sol.*

25- *A árvore é muito grande como eu vou desenhar?*

6 - *Que tamanho eu vou fazer para a árvore, ela fica em pé?*

11 – *Dona, como eu vou colocar 4m na folha e a árvore?*

31 – *Dona pode fazer o murinho [uma das fronteiras]. Vou desenhar a barreira para cair água. [canaleta para evasão de água localizada próxima a um dos lados do canteiro]*

O quadro-13, a seguir, expressa a análise dos desenhos discentes a partir das categorias estabelecidas.

Conceitos Geométricos	Atribuição de Juízo de Valor	Resultado das Ações discentes	Representação Pictórica do Canteiro II – 7/10/05
Espaço	S-P/Relacionar	Representaram o espaço do canteiro de forma linear sem limitar as fronteiras	10 -31- 9- 26
	S-P/Relacionar	Representaram o espaço do canteiro como uma região fechada em qualquer formato.	17 -1 – 23- 27 -25- 21- 24
	Conceituar Inter. Lógico-tendendo à simbolização	Desenharam o espaço do canteiro com formato correto (triangular)	7-8-19- 15- 5- 18-6 -3- 32- 12- 28- 11- 16- 33- 4- 14- 13- 2- 22- 20
Fronteiras	S-P/Relacionar	Localizaram uma das fronteiras (o muro da quadra)	19 -28 -27- 2- 21- 20 -26
	Conceituar Inter. Lógico -tendendo à simbolização	Relacionaram o espaço a suas circunvizinhanças	32-12- 23- 4- 13- 22
Medida de Comprimento	S-P/Relacionar	Representaram plantas num só extrato	
	Conceituar Inter. Lógico -tendendo à simbolização	Representaram plantas em diferentes extratos	Todos
		Representaram a árvore ultrapassando a fronteira do canteiro	28-11-31-10-8-7-19-15- 18-3-32-12-24-1-23-27- 25-4-14-13-2-22-20

Os alunos 29 e 30 faltaram nessa atividade.

Quadro 13 – Representação das Percepções do Canteiro-II de Planta.

Analisando os desenhos dos alunos, referente ao Canteiro II, verificamos que todos eles se preocuparam em representar os diferentes extratos das plantas observadas.

A maioria dos alunos, apesar de expor suas dificuldades para representar o tamanho da árvore existente nesse espaço, conseguiu desenhá-la extrapolando a área delimitada do canteiro. As circunvizinhanças geraram outros conceitos que foram apontados pelos partícipes em suas representações.

O formato triangular do canteiro foi desenhado por 20 alunos dos 31 presentes, contudo ainda tínhamos alunos que desenharam a área observada em diferentes formas (1, 23, 27, 17, 11, 21, 24 e 25) e outros (10, 31 e 26) que não delimitaram nenhuma região, preocupando-se em desenhar a árvore e diferentes espécies observadas ao seu redor.

Os alunos (7, 33, 13 e 26) preocuparam-se em localizar a presença do sol, no espaço do canteiro, mostrando a falta do sol na área delimitada para o canteiro II. Outros detalhes, como: grande quantidade de folhas secas, sementes no chão, mudas de plantas desenhadas entre as raízes da árvore, estacas (que firmavam a demarcação do canteiro) e seres vivos foram representados.

A preocupação em colorir o desenho foi exposta por muitos, 13 dos alunos efetuaram suas representações em preto e branco. Os desenhos, a seguir, ilustram as observações dos alunos sobre o canteiro II.

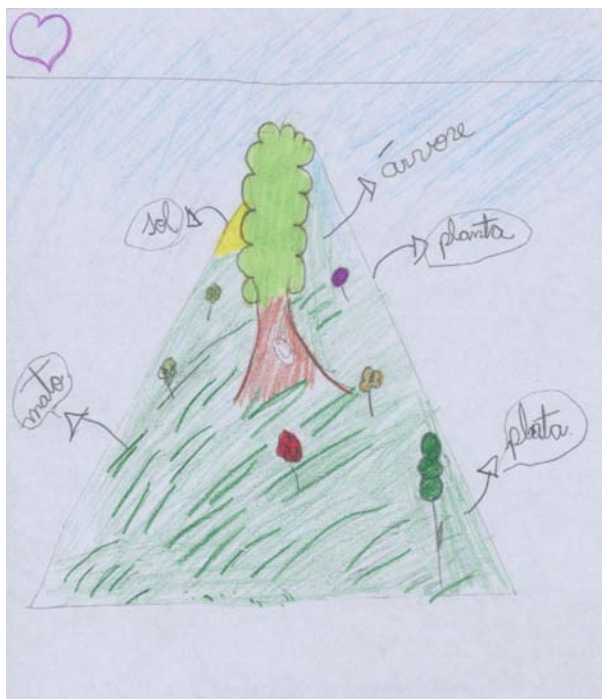


Figura 09 - Representação pictórica do Canteiro II (A-7)

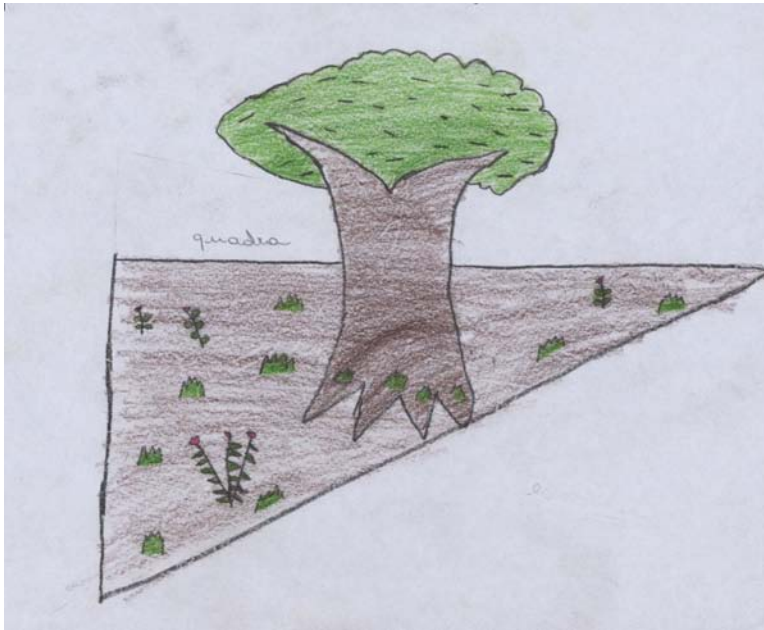


Figura 10 - Representação pictórica do Canteiro II- (A-15)

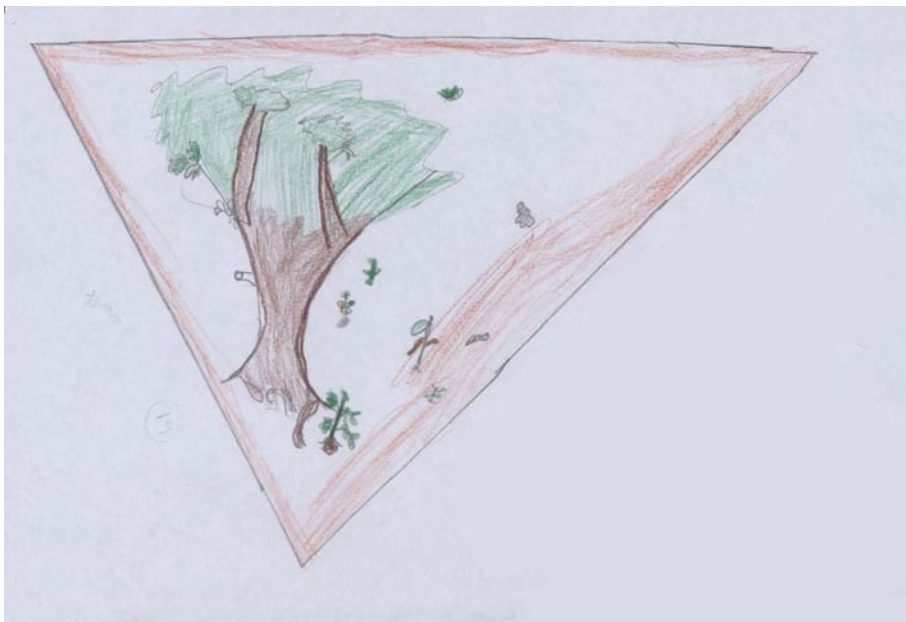


Figura 11- Representação pictórica do Canteiro II- (A-9)

Posteriormente, pedimos aos alunos que fizessem o mesmo levantamento, anteriormente realizado, identificando plantas e medindo, em cada espécie encontrada, a respectiva altura. A intenção dessa atividade foi permitir o estabelecimento das seguintes possibilidades de comparação:

- Os dois têm a mesma forma e tamanho;

- O Canteiro I tem um número inventariado em 17 espécies cujas alturas variam entre 7 cm a 146 cm.
- O Canteiro II tem um número inventariado em 4 espécies cujas alturas variam entre 13 cm e uma espécie atinge 17,3 m.
- Por que ocorrem essas diferenças entre espaços tão próximos?
- Qual deve ser o fator que faz com que a distribuição de plantas, entre os canteiros, seja diferente?

Para trabalharmos a construção de interpretantes relacionados à comparação desses canteiros e, conseqüentemente, a construção conceitual sobre o fenômeno em estudo, mais uma vez tivemos de nos ater aos conceitos matemáticos como ferramentas para elaboração e análise dos contextos experienciais.

Desse modo, foi necessária a elaboração de uma tabela representando as alturas das espécies existentes no canteiro II (anexo-16) coletadas durante a observação da área e, posteriormente, a construção gráfica desse espaço observado.

Os conceitos de escala e média, as habilidades de: medir comprimento, comparar, ler, escrever e interpretar os dados, em tabelas, foram novamente usadas pelos alunos durante a execução da atividade.

5.3.14 Atividade 14: Construção em Gráfica de Colunas das Espécies do Canteiro II

De posse da tabela referente às mudas do Canteiro II, preenchida com a média de cada espécie construída pela classe, cada aluno elaborou a representação gráfica do canteiro-II a partir de folha quadriculada.

A discussão sobre a escala apropriada à representação das espécies foi outra situação criada pelas circunstâncias presentes. Tínhamos uma árvore de aproximadamente 17,3 m e algumas espécies que variavam de 13 cm a 35 cm. Uma das opções analisadas foi estabelecer o seguinte critério: cada comprimento do quadrinho (1cm) do papel quadriculado valeria 1 m.

Depois de discutirmos essa escala referente à representação das mudas menores, concluímos que usaríamos a mesma escala usada no canteiro I, isto é, a altura de cada quadradinho representaria 10 cm.

Ficou estipulado que a coluna representativa da árvore maior chegaria até o final da folha sabendo que precisaríamos de mais folhas para construí-la, porém, as colunas seriam mais visíveis em relação às demais mudas.

Nesse debate, os alunos puderam perceber que a função da escala depende da escolha realizada (critério relacionado à seleção), e disso decorre a representação gráfica. Segue, no Quadro-14, a análise dos signos matemáticos abordados na representação gráfica das plantas do canteiro II pelos alunos

Signos Gráficos	Descrição das ações: Categorizadas como Atributos de Juízo de Valor: (20/10/04)	S-Perceber/Relacionar: Alunos que relacionaram os signos matemáticos -	Conceituar: Alunos que relacionaram os signos matemáticos tendendo à simbolização no gráfico – Inter. Lógico
Reta Horizontal	Construíram uma reta horizontal limitando o gráfico.		Todos
Noção do Eixo X	Representaram, na reta horizontal (eixo X), as mudas seguindo sempre o mesmo espaçamento para a construção das colunas e entre elas também.		Todos
	Representaram os dados no eixo X, utilizando o número correspondente àqueles anotados na tabela de coleta de dados para cada muda.	1-2- 5-7- 9 -10 -16 -17- 18 -19 20 -21 -22 -23-24 - 25 27-28- 29 -30 -31 -32	30 – 6 -3 – 15 – 8 – 14 – 4 – 32- 13- 26 -19- 12- 11 -33
	Representaram cada muda (espécies) com a cor correspondente àquelas adotadas na tabela de coleta de dados (legenda).		Todos
Reta Vertical –	Construíram uma reta vertical limitando o gráfico.		Todos
Noção do Eixo Y	Representaram o crescimento das mudas escrevendo seus valores métricos na reta horizontal (eixo Y) em correspondência com as colunas construídas.	1-2-5 -9-7 -10 – 16 17- 18– 20 – 22 - 23– 24 – 25 –28- 29 – 30-31- 33	21- 30- 6 -3 – 15 – 8 – 14 - 4- 11 – 12 – 19 – 32- 13 – 26- 27
Noção de Escala	Representaram o crescimento das mudas a partir da escala adotada.		Todos
	Representaram a escala usada em linguagem matemática		21- 30 -3 -15 -8- 4-17- 18-19- 11- 32-26- 12- 27-28-30-23- -33
Nomear o gráfico	Preocuparam-se em titular o gráfico: Canteiro II		32 – 4- 14 – 9- 15 – 3 – 30 – 13- 26- 19- 12 -11- 27-21

Quadro 14: Representação da análise da construção das plantas do Canteiro II – 20/outubro

Analisando os dados da tabela, pudemos perceber que todos os alunos presentes conseguiram construir o gráfico de coluna a partir de uma escala predeterminada.

As espécies das plantas do canteiro II foram representadas com numeração, no eixo X, conforme a seqüência da tabela.

O espaçamento entre as colunas foi mantido. As cores representando cada espécie de planta, na legenda, foram também mantidas iguais pelos alunos para identificação das colunas no gráfico. Essa conformidade das cores das colunas em relação à legenda construída mostrou-nos a relação do gráfico com os dados na tabela e, conseqüentemente, com a legenda.

Todos desenharam o eixo Y. A maioria dos alunos usou-o para representar as medidas, em cm de cada espécie, correlacionando-as às colunas desenhadas. Esse dado demonstra um aspecto crescente com relação ao uso dos eixos X e Y quanto à representação dos dados e sua leitura referentes às retas verticais e horizontais.

A preocupação em nomear a atividade foi expressiva em relação à atividade anterior em que os alunos não haviam nomeado o gráfico.

Com as tabelas e os gráficos correspondentes aos dois contextos experienciais, buscamos a interpretação e análise dos canteiros para verificar se os alunos haviam apreendido os conceitos.

5.3.15 Atividade 15: Análise dos Canteiros I e II

Os conceitos matemáticos referentes às atividades didáticas desenvolvidas pelos partícipes para a contextualização dos espaços (canteiro I e II) e a interpretação do fenômeno natural fizeram parte dessa atividade.

Para isso os alunos, de posse dos gráficos e tabelas correspondentes aos canteiros I e II, responderam questões dirigidas.

Elaboramos um instrumento (anexo-17) que nos conduziu os questionamentos, juntamente com as representações gráficas.

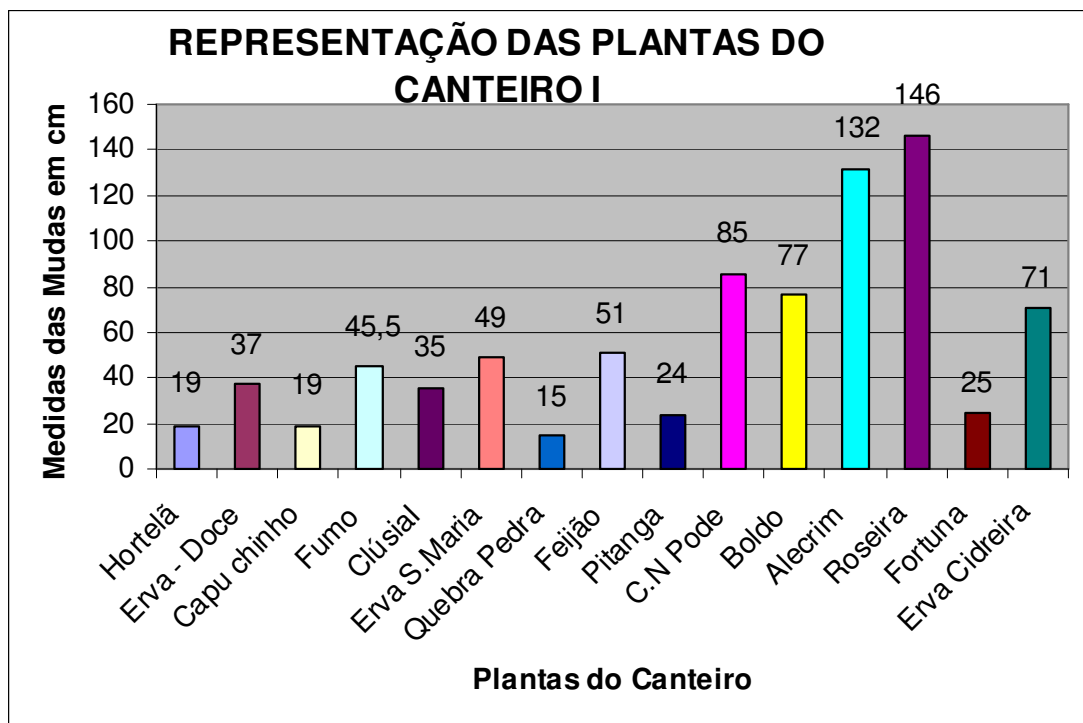


Figura 12- Gráfico do Canteiro I

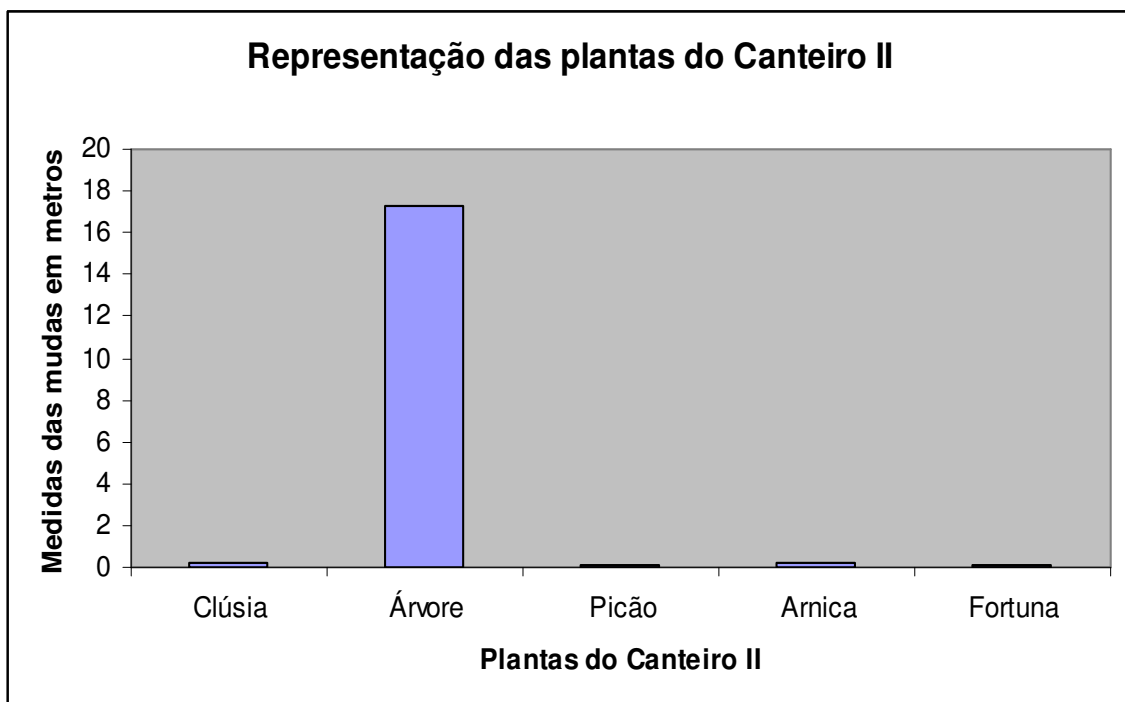


Figura 13 - Gráfico do Canteiro II

Elaboramos um instrumento (anexo-17) que nos conduziu aos questionamentos, juntamente com análise gráfica:

- 1) Quantas plantas estão representadas em cada gráfico?

- 2) Se pensarmos que os canteiros estão localizados próximos e apresentam a mesma medida e formato, por que será que são diferentes em relação ao número de plantas?
- 3) Analisando a tabela I e seu gráfico, o que podemos entender?
- 4) Analisando a tabela II e seu gráfico, o que podemos entender?
- 5) Qual a escala usada para a construção do gráfico do Canteiro I?
- 6) Qual a escala usada para a construção do gráfico do Canteiro II?

Utilizando as representações gráficas (canteiro I e II) e as suas respectivas tabelas, solicitamos que os alunos as comparassem e interpretassem o desenvolvimento de uma espécie (fortuna) existente nos dois canteiros.

Os quadros (15 a 17), a seguir, trazem as interpretações dos grupos apresentados nessa atividade:

ALUNOS	Questão 1 – Quantas plantas estão representadas em cada gráfico?	Questão 2 – Se pensarmos que esses canteiros estão localizados próximos e apresentam a mesma medida, mesmo formato, por que será que são diferentes com relação ao número de plantas? ¹⁹
03,06,05,17 e 18	- No canteiro I tem 17 plantas. (03)C - No canteiro II tem 5 plantas. (05) C (interpretantes lógicos)	-Depende do lugar para nascer as plantas Canteiro I e Canteiro II (09)S-P/R -Mas é o mesmo solo (06) S-P/R -Para germinar é preciso de água. E para crescer é preciso de água, terra, espaço e solo (todos) C -Bate sol no canteiro I (03) S-P/R -Não bate sol por causa da árvore grande no canteiro II (03) C -Com a árvore a água não desce para as plantas. No canteiro II as plantas brigam pela água e pela luz (18) C -No canteiro I há competição com o espaço (05) C
15, 09, 01, 31 e 08	- Canteiro I tem 17 plantas (09) C - Canteiro II tem 4 plantas (15) C (interpretantes lógicos)	- Solo tinha nos dois (31) C - Para germinar precisa só de água (09) C - Para crescer terra, água, luz, solo e ar (todos) C - Chove nos dois? (31) S-P/R - No canteiro II a árvore não deixou cair água nas mudas (09) C - No canteiro I tem competição pelo espaço, solo (09 e 01) C - No canteiro II a competição é pela luz e água (09) C - Elas conseguiram viver, mas o cara matou elas (31) S-P/R
32, 20, 22 e 24	- No canteiro I tem 17 plantas e no canteiro II tem 4 plantas (32) C (interpretantes lógicos)	- No canteiro II tem menos plantas e são menores. No canteiro I tem mais plantas e são maiores. Não tem luz e água no canteiro II porque tem a planta grande. Há competição de pegar luz. A luz ajuda a crescer (32) C - No canteiro I a competição é pelo espaço (20) C - Tem mais plantas juntas no canteiro I (24) C
26,21,23, 13 e 02	- No canteiro I tem 17 plantas (26) C - No canteiro II tem uma planta grande (21) C -No canteiro I a maior planta é 1,40m (13) C - No canteiro II é 17 m a maior planta (23)C (interpretantes lógicos)	- No canteiro I tem mais plantas do que o novo. (23) C - No canteiro I plantamos feijão e o canteiro II, nada. É bem difícil bater luz no canteiro II. (23) C - A árvore impede a luz. (26) S-P/R - Bate mais sol no canteiro I, se chove pega mais água e no canteiro II se chove pega só umas gotinhas. (21) S-P/R - Compete o canteiro I pelo espaço. No canteiro I tem mais plantas juntas vivendo. (02) C - Compete pelo espaço no canteiro I (26) - No canteiro II compete pela luz (21) C

Quadro 15-A – Representação da análise dos canteiros I e II – questões 1 e 2.

¹⁹ A questão 2 passou a ser alvo de análise de atividades dos conceitos abordados em Ciências Naturais (CALDEIRA, 2005).

ALUNOS	Questão 1 – Quantas plantas estão representadas em cada gráfico?	Questão 2 – Se pensarmos que esses canteiros estão localizados próximos e apresentam a mesma medida, mesmo formato, por que será que são diferentes com relação ao número de plantas?²⁰
19,12,28,7 e 11	- No canteiro II tem uma maior e outras menores.(19) R/P - Tem 17 plantas no canteiro I e 5 plantas no canteiro II (12) C (Interpretante Lógico)	- Tem poucas plantas no canteiro II (19). E mais terra (11) C - Por que tem tantas plantas no canteiro I e em outro não? (28) S-P/R - No canteiro II tem muito espaço (11) S-P/R - No canteiro I tem pouco espaço (28) S-P/R - No canteiro I as raízes atrapalham (12) Não tem luz. (11) S-P/R - Por isso que o feijão (08) não crescia estava debaixo da cidreira (19) C - Para desenvolver as plantas precisam de água, luz, ar e espaço (12) C - Para germinar as plantas precisam de ar e luz (19) C - No canteiro II compete pela luz (11) C - No canteiro I as plantas competem pelo espaço (12) C
33, 10 e 16 30, 25, 14, 04 e 27	- No canteiro I tem 17 espécies e no II tem 4 espécies (33) C (Interpretante Lógico) - No canteiro I tem 17 espécies e no canteiro II tem 04 espécies (30) C (Interpretante Lógico)	- No canteiro I era mais aberto para a chuva (16) - A árvore do canteiro II atrapalhava a chuva de cair nas folhas menores (33) C - A árvore grande não deixa a água cair na terra (10) C - No canteiro I tem muitas plantas para o espaço está tudo junto (16) C - No canteiro II a competição é pelo sol e luz e água (33) C - Não tem ar no canteiro I. (27) S-P/R - Ar tem sempre (30) S-P/R - Para germinar precisa de água (04) S-P/R - Para crescer as plantas precisam de água, terra, luz, espaço, solo (todos) C - No canteiro II a planta maior cobre as menores, não tem luz (27 e 30) C - A planta grande impede a chuva, ela é um escudo para as menores (14) C - No canteiro I, elas conseguiram sobreviver e não cresceram muito porque não choveu muito (14). – Mesmo que cortou elas cresceram (30) C - No canteiro II tinha espaço, a competição foi pela água e pela luz, sol. (14) C

Quadro 15-B –Representação da análise dos canteiros I e II – questões 1 e 2.

²⁰ A questão 2 foi alvo da análise das atividades dos conceitos abordados em Ciências Naturais Conferir em CALDEIRA, 2005.

ALUNOS	Compreensão – Gráfico I – Representação do Canteiro I	Compreensão – Gráfico II – Representação do Canteiro II
	Questão 3 -Analisando a tabela I e seu gráfico, podemos entender que:	Questão 4 - Analisando a tabela II e seu gráfico, podemos entender que:
06,05,03, 18 e 17	<i>Tem vários tipos de plantas, tem plantas maiores, tem algumas que tem nome e algumas que não sabemos. Acho que algumas são mais fortes como a Roseira 1,46m. E a menor é o trevo com 7 cm.C</i>	<i>Que para fazer o gráfico precisamos da Escala. E pode fazer o gráfico de Escalas diferentes. A maior planta é de 17, 3m . E a menor é de 13 cm C</i>
15, 09, 01, 31 e 08	<i>Que as plantas precisam de solo, água e luz. A roseira mede 1,46 m e o trevo 7cm. A planta Ornamental I e a Capuchinho tem a mesma medida (19 cm).C</i>	<i>A árvore é a maior planta do canteiro (17,3 m), as menores são o picão e a fortuna (0,13 m) C</i>
30,25, 14, 04 e 27	<i>Na tabela a planta 1 e a 3 são iguais. A maior e a Roseira e a menor é a o trevo.C</i>	<i>A árvore maior é 17,3 m e a menor é 0,13 m o picão e a fortuna e tem poucas mudas C</i>
16, 10 e 33	<i>A roseira é a maior com a altura de 146 cm e a menor mede 7 cm. C</i>	<i>A maior é a árvore com 17,3 m, o picão e a fortuna tem 13 cm.C</i>
22, 24, 20 e 32	<i>O trevo mede 7 cm e a roseira mede 146 cm. Tem 17 plantas.C</i>	<i>As menores são o picão e fortuna com 13 cm cada uma. A maior planta é a árvore e mede 17, 3 m C</i>
13, 26, 23 , 21 e 2	<i>A maior planta é a roseira ela mede 1, 46m. A menor planta é a trevo, ela mede 7 cm. No canteiro I há 17 mudas. C</i>	<i>A menor planta é a fortuna e o picão os dois medem 13 cm. A maior é a árvore que mede 17 m C</i>
12, 07, 11, 19, 28	<i>Existem 17 plantas, a mais baixa tem 7 cm a maior tem 1,49 m.C</i>	<i>Existem 5 plantas na tabela II, a mais baixa tem 13 cm e a maior tem 17m.C</i>

Quadro 16 – Representação da análise dos canteiros I e II – questões 3 e 4.

Podemos observar que os alunos construíram interpretantes lógicos expressando os conceitos apreendidos ao confrontar as tabelas e gráficos dos canteiros I e II.

ALUNOS	Analisando a compreensão do uso de escala na construção gráfica		Situação Comparativa
	Questão – 5 Qual a escala usada para a construção do gráfico do Canteiro I ?	Questão- 6 Qual a escala usada para a construção do gráfico do Canteiro I I?	Questão -7 A altura da planta fortuna no Gráfico I foi de 25 cm e no Gráfico II de 13 cm. Por que você acha que isso aconteceu?²¹
06,05,03, 18 e 17	<i>Cada quadradinho vale 10 cm ou 1 dm. C</i>	<i>Cada quadradinho vale 1 dm. E no computador vale quadrado de 1m. C</i>	<i>Porque no canteiro I tinha mais sol e mais água. C</i>
15, 09, 01, 31 e 08	<i>Cada quadradinho vale 10 cm C</i>	<i>Cada quadradinho vale 100 cm. C</i>	<i>Porque o canteiro II a árvore tampa as plantas. S-P/R</i>
30,25, 14, 04 e 27	<i>Cada vale 10 cm. C</i>	<i>10 cm cada quadradinho. C</i>	<i>Porque não teve luz e água no canteiro II C</i>
16, 10 e 33	<i>Cada quadradinho vale 1 dm. C</i>	<i>Cada quadradinho vale 10 cm. C</i>	<i>Porque tinha mais luz no canteiro I. C</i>
22, 24, 20 e 32	<i>Cada quadrado vale 10 cm ou 1 dm C.</i>	<i>Cada quadrado vale 10 cm ou 1 dm C</i>	<i>No canteiro I tinha mais luz e água e ela pode crescer mais. C</i>
13, 26, 23, 21 e 2	<i>Cada quadrado vale 10 cm C</i>	<i>Cada quadrado vale 10 cm C</i>	<i>Porque no canteiro I a fortuna cresceu por causa que ela pega mais luz e água. C</i>
12, 07, 11, 19, 28	<i>Cada quadrado vale 1 dm C.</i>	<i>Cada quadrado vale 10 cm ou 1m na outra escala. C</i>	<i>No canteiro I havia mais luz que no II e portanto, elas podem crescer mais. C</i>

Quadro 17 – Representação da análise dos canteiros I e II – questões 5, 6 e 7.

²¹ A questão 7 foi analisada em CALDEIRA, 2005.

Analisando as respostas, percebemos que todos os alunos entenderam a escala adotada e relacionaram os conceitos matemáticos para responder as questões 5, 6 e 7 produzindo interpretantes lógicos.

Podemos observar, a partir das expressões dos alunos, que todos relacionaram corretamente o número de plantas aos respectivos canteiros. Construíram interpretantes lógicos conceituais, ou em terceiridade, ao identificarem e compararem as plantas de maior altura em cada espaço estudado. Usaram os signos matemáticos (símbolos) nas conclusões métricas sobre as mudas analisadas em tabelas e gráficos. Relacionaram as diferentes condições de plantio das mudas e as interferências ambientais em seus desenvolvimentos. Compreenderam a importância da escala para a construção gráfica e souberam representá-la matematicamente.

Percebemos nessa fase que os alunos tiveram habilidades para:

- diferenciar os gráficos dos canteiros I e II;
- identificar o número de plantas presentes em cada canteiro através das tabelas e/ou gráficos;
- comparar as medidas de comprimento das plantas através dos gráficos;
- relacionar as mudas de plantas representadas nas tabelas e suas dimensões com as colunas referentes em gráficos de colunas.
- compreender a importância da escala na construção gráfica;
- ler o comprimento das espécies representadas em cada coluna, no gráfico, a partir de uma escala pré-determinada;
- escrever uma escala adotada com signos matemáticos;
- efetuar transformação de medida de comprimento (m, dm e cm);
- associar a organização das plantas, nos espaços dos canteiros I e II, aos fatores ambientais.

5.3.16 Atividade 16 - Representações de estimativas de medida de comprimento

Acreditamos que a habilidade de estimar deve permear todo o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. Desse modo, o trabalho de medir, ler e interpretar o fenômeno estudado foi integrado, desde o início de sua construção até a fase final de interpretação dos resultados, com atividades de estimativas.

Conforme os conceitos matemáticos propostos, desenvolvemos atividades envolvendo comparações de comprimento, estimando cada instrumento. Retornamos ao uso de estimativa com o propósito de verificar a habilidade discente referente à unidade padrão metro e seus submúltiplos (cm ou dm).

Essa atividade fora desenvolvida no início do trabalho, antes de começarmos o estudo do conceito de medida num contexto experiencial. Essa etapa do processo, depois de 04 meses de estudo, foi retomada. Todos os alunos escreveram as estimativas elaboradas referentes a cada fita apresentada (sem demarcação): primeiramente, a fita vermelha de comprimento (1m), depois a fita amarela (0,50 de comprimento) e assim sucessivamente. A fita verde media 30 cm e a azul 10 cm (quanto ao comprimento).

A análise das estimativas está categorizada a seguir (Quadro-18):

ATRIBUIÇÃO DE JUÍZO DE VALOR	DESCRIÇÃO DA AÇÃO – (03/10/04)	ALUNOS 2ª Estimativa
S-Perceber/Relacionar	O aluno estimou utilizando apenas o número como símbolo quantificador.	10 – 20
S-Perceber/Relacionar	O aluno estimou utilizando um número e qualquer unidade padrão como símbolos representativos.	16- 7 - 28
Conceituar - Inter. Lógico Tendendo à simbolização	O aluno estimou comparando com um número e a unidade padrão coerente o objeto.	17 – 26 – 21- 4 – 27 – 22 – 19 – 3 – 11 – 23 – 12 – 5 – 1 – 24 – 31 – 29 – 25 – 15- 13 – 8- 14 –18 –6 – 9 – 32 e 33

Obs: Os alunos 2 e 30 faltaram

Quadro 18 – Comparação de estimativas de comprimento

Dentre os resultados, três alunos (10 e 20) que estimaram usando apenas o número como elemento de comparação e os alunos (16, 7 e 28), apesar de representarem as estimativas com um número e uma unidade padrão, fizeram-nas utilizando (cm ou dm) apontando inferências indutivas construindo, assim, interpretantes lógicos de pouca significação. Dos 31 alunos presentes, 26 estimaram escrevendo corretamente suas comparações com um número e com a unidade padrão coerente ao objeto (fitas) produzindo interpretantes lógicos em terceiridade.

Segundo a teoria peirceana, a relação de interpretantes que uma mente desenvolve está em constante processo, *ad infinitum*. Sendo assim, para esses alunos novas oportunidades de ações comparativas terão que ser propostas, a fim de lhes possibilitar novos processos de semiose e construções generalizadas mais próximas possíveis dos interpretantes finais.

5.3.17 Atividade 17: Comparação de medidas de comprimento, através da linguagem matemática

Outra atividade (confrontada no final das interpretações gráficas) foi a de leitura e interpretação de signos matemáticos expostos para comparação de medidas de comprimento. Tínhamos analisado esses aspectos no início do trabalho (mês de agosto) quanto à leitura e à escrita do metro e seus submúltiplos. Retomamos essa atividade, com o intuito de comparar aos resultados (obtidos entre uma etapa e outra) no mês de novembro.

Cada aluno tinha que pintar, usando a cor azul, o maior comprimento. Se ambos fossem iguais, na comparação, esses seriam pintados com a cor vermelha. Essa atividade teve como objetivo analisar as abstrações de medida de comprimento, pois, nesse momento, os alunos não fizeram uso de instrumentos para realizar a comparação, apenas efetuaram-nas por meio da linguagem matemática., o Quadro-19, a seguir, ilustra a análise das respostas dos partícipes:

Atribuição de Juízo de valor (10/11/04)	S-Perceber/Relacionar	Conceituar - Inter. Lógico tendendo à simbolização
Mesma unidade-padrão e números diferentes: 1m e 2m	12, 29, 26	10, 33, 19, 3, 7, 11, 32, 25, 6, 13, 21,18, 22, 23, 2, 8, 4, 15, 31, 1, 9, 30, 27, 5, 17,16
Diferentes unidades-padrão e mesmo número: 3dm e 3 m	16- 12-7-22-29-21-26-2-e 8	10, 33, 19, 11, 32, 13, 6, 23, 15, 31, 1, 9, 25, 4, 30, 27, 5, 17, 18, 3
Diferentes unidades-padrão e números: 3dm e 1m	16- 12-29-21-26-2- 8 e 7	10, 33, 19, 11, 32, 22, 13, 23, 15, 31, 1, 6, 9, 25, 4, 30, 3, 27, 5, 17, 18

Obs: Faltaram os alunos 14, 20, 24, 28 e 33 nessa atividade

Quadro 19 – Tabela referente à comparação de medidas comprimentos em diferentes unidades-padrão.

Percebemos, a partir dos dados apresentados na tabela, uma melhora significativa dos alunos quanto à habilidade de leitura e comparação de medidas de comprimento representadas em signos matemáticos. Os alunos 26, 29 e 12 apresentaram dificuldades para compreender a atividade. Quando questionados pela pesquisadora, mostraram dúvidas na comparação de medidas escritas com diferentes números e padrões. Apontaram também o uso das cores (azul e vermelha) como elemento dificultador nas comparações realizadas.

A categoria que apresentou os comprimentos, com mesmo número, mas unidade padrão diferente, foi a que teve maior incidência de “erros”: 9 alunos (16, 12, 7, 22, 29, 21, 26, 2 e 8), entre os 28, que desenvolveram a atividade. Essa situação demonstra que esses alunos, na interpretação de medida de comprimento, apresentam dificuldades em comparar as diferentes unidades-padrão referentes às medidas relacionadas, elaborando interpretantes lógicos de pouca significação. Contudo, percebemos que quanto à comparação entre medidas, representadas em diferentes quantidades e unidades-padrão, a maioria dos alunos conseguiu compará-las satisfatoriamente, produzindo interpretantes lógicos conceituais.

Ressaltamos, a partir dessa análise, a importância de se trabalhar as expressões matemáticas num contexto experienciável, pois, a sistematização do metro e seus submúltiplos iniciam-se nessa série para chegar a 5^a com representações mais abstratas.

A análise semiótica das ações descritas será desenvolvida no próximo capítulo.

CAPÍTULO 6

ANÁLISE SEMIÓTICA DAS AÇÕES DESENVOLVIDAS

A partir das ações desenvolvidas (capítulo 5), elaboramos um diagrama mental referente ao processo de ensino e aprendizagem dos conceitos balizado nas categorias semióticas da teoria peirceana. Essa concepção nos proporcionou o delineamento das ações e, conseqüentemente, da comunicação e interpretação das inúmeras facetas que o fenômeno nos interpelou analisar.

A apreensão de conceitos matemáticos, no processo ensino e aprendizagem, pode ser vista como ações cognitivas que caminham em via de mão dupla. Temos, por um lado, os signos matemáticos, objetos a serem perquiridos, apresentados no contexto escolar a partir de situações que possibilitam a inter-relação da linguagem matemática com as demais linguagens para a compreensão dos conceitos inerentes aos diferentes problemas apresentados.

Os inúmeros contextos servem de aportes à construção e reconstrução da linguagem matemática. Por outro lado, temos os significados simbólicos dessa ciência, o acervo sógnico que ela produz, que são objetos para a compreensão e representação de novos símbolos que o homem elabora no percurso de sua história.

Assim, a matemática pode ser entendida como linguagem que produz objetos (conceitos) a serem apreendidos, interpretados e testados pelo meio, isto é, por atividades experienciais como também instrumento para ressignificação através de semioses contínuas.

Segundo Santaella (1992), o conjunto de diferentes esquemas analíticos típicos e recorrentes depende de *procedimentos heurísticos* capazes de denotar o objeto em estudo a partir *de espectro infinito (...)* para *promover instrumentos de estudos que nos obrigam a descobrir e enfrentar as ambigüidades ao invés de ocultá-las*¹.

Nessas perspectivas, procuramos expor, a relação sógnica (que não pretendemos esgotada) proveniente do processo didático-metodológico apresentado no capítulo anterior.

Os objetos matemáticos (conceitos) analisados, através da tríade peirceana do signo em relação ao objeto (ícone, índice, símbolo), podem ser observados em todos os signos gerados e geradores no decorrer das atividades analisadas.

Na teoria de Peirce, a produção de signo é dinâmica, com função de gerar hábitos de conduta. Esse princípio permitiu-nos analisar epistemologicamente a formação dos signos matemáticos (discentes) e mostrar como a semiose se concretizou pela interpretação dos fenômenos naturais, ou seja, como **ocorreu** a produção de interpretantes lógicos a partir dos objetos matemáticos em relação aos conhecimentos escolares e os científicos.

No tecer das atividades, vários conceitos matemáticos foram se constituindo para a explicação do fenômeno observado e experienciado. Durante esse processo foram gerados interpretantes (emocional, energético e lógico) decorrentes da análise da comunicação e interpretação dos alunos.

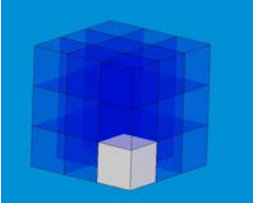
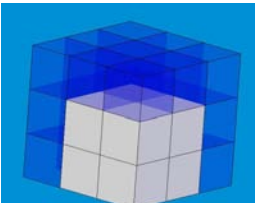
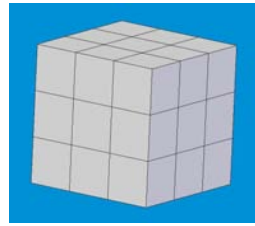
Das tarefas propostas aos alunos (no espaço experienciável e/ou em grupos constituídos em sala de aula e fora dela) resultaram ações dialógicas, orais e escritas, transpostas individual e/ou coletivamente. Os signos que expressam os interpretantes, no decorrer do plantio do feijoeiro², e os relativos à comparação dos canteiros para a apreensão do conceito de coexistência e competição entre seres vivos, trazem consigo as relações de linguagens que o contexto interdisciplinar proporcionou.

¹ .SANTAELLA, L.B. *Estrategia para la aplicación de Peirce a la literatura*, Revista de la Asociación Española de Semiótica, nº1, 1992, p.4.

² Signos esses engendrados pelo o desenvolvimento das mudas e das plantas existentes nos canteiros, durante a coleta de dados.

Buscamos, na representação diagramática, a relação signo /objeto e signo/interpretante, tendo por base a tríade primeiridade, secundidade e terceiridade num sistema relacional para expressar as redes sgnicas elaboradas no processo de ensino e aprendizagem.

Retomamos, no quadro apresentado e analisado no *capítulo 4*, Metodologia da Pesquisa, suporte para a análise dos interpretantes gerados pelos alunos no desenvolvimento da pesquisa em questão.

Categorias	Primeiridade (1)	Secundidade (2)	Terceiridade(3)	Representação das Relações Semióticas
Interpretante Emocional (1) Primeiridade	X			1,1,1- Int. Emocional, – Sentir -Perceber 
Interpretante Energético (2) Secundidade	X	X		2,2,2 – Int. Energético Indicial – S.P./Relacionar 
Interpretante Lógico (3) Terceiridade	X	X	X	3,3,3 – Int. Lógico tendendo à simbolização - Conceituar 

Quadro –1 Diagramas referentes a tricotomia de interpretantes.

Como Interpretantes Emocionais, concebemos as expressões discentes que representaram as primeiras sensações sentidas/percebidas³. Podem ser descritas como

³ Podemos ressaltar instantes únicos de primeiridade, característica singular dos interpretantes puramente emocionais que são episódios de contemplação, percepção primeira (que aqui faz parte do que convencionamos como o ato de “Perceber”), sem a interferência incisiva do confronto com o real.

“sensibilidades” diante do fenômeno analisado. Indicam relações de qualidade com o Objeto investigado e somente podem ser analisadas pelos índices gerados em secundidade.

Desse modo, os Interpretantes Energéticos gerados a partir dos Interpretantes Emocionais foram constituídos num percurso não linear dos signos-pensamento. Púdemos identificar pelas expressões dos alunos (verbais e não-verbais) formas de pensamento cada vez mais próximas e detalhadas que foram compondo o significado do objeto investigado.

Esses interpretantes, na teoria sýnica peirceana, como vimos, é a categoria da binariedade, do conflito, do esforço e da resistência, da ação/reação, da causa/efeito. É a intervenção de outro (ou de algo), que nos oferece contornos, mostrando-nos limites, daquilo que vai contra nossas primeiras percepções. Portanto, a secundidade assegura a existência (o processo experiencial).

Os interpretantes lógicos gerados a partir dos interpretantes emocionais e energéticos foram considerados pelas construções discentes interpretativas (signo-último possível) que expressaram o máximo de significação no decorrer do processo ensino e aprendizagem. Tais signos, entretanto, não se configuram como “finais”, mas caracterizam-se como as representações que os alunos elaboraram sobre os conhecimentos estudados tendendo a novas representações sýnicas.

Da representação diagramática referentes às relações sýnicas estabelecidas por Peirce⁴, temos, na produção de signo genuíno em terceiridade, o Interpretante Lógico em que o signo elaborado expõe a máxima significação do Objeto e gera uma mudança de hábito ou comportamento.

O Interpretante Lógico, em relação ao Objeto Dinâmico, caracteriza-se como simbólico (terceiridade) e aduz a acepção sýnica de autogeração⁵, relativamente ao entendimento, à inteligência, ao movimento.

Silveira (2007) ressalta que mesmo o Interpretante Lógico em sua forma genuína poderá ser categorizado em nível de primeiridade, secundidade e terceiridade. Assim afirma:

⁴ Quadro representado no capítulo 2 página 75.

⁵ SANTAELLA, Lúcia *A teoria geral dos signos* – Semiose e autogeração, 1995.

Ao interpretante lógico, Peirce atribui, se maior discussão, a natureza de um conceito, dado ser caracterizado na tríade pela categoria de terceiridade. Em sua generalidade, degenerar-se-á, desde que haja, em alguma instância nele implicada, qualquer redução para um estado menos geral. Mesmo em sua expressão genuína – haverá ocasião de se demonstrar -, pode um interpretante lógico subdividir-se em formas em que predomine, em um momento, a primeiridade, em outros, a secundidade e somente em sua máxima generalidade só prevalecer a terceiridade. (SILVEIRA, 2007, P.53)

Desse modo, as categorias, representadas na primeira coluna do Quadro 1, como vimos, são universais e ocorrem concomitantemente em todo e qualquer fenômeno. Assim, não podemos rigorosamente afirmar de um fenômeno se ocorre em primeiridade ou em secundidade, ou em terceiridade, mas podemos classificar fenômenos com tendência à primeiridade, à secundidade ou à terceiridade, conforme visto em Silveira (2007).

Na teoria peirceana, os diagramas são usados para expressar as relações entre os elementos, indicando, nas representações engendradas, possíveis caminhos cognitivos a ser percorridos podendo ser constantemente reconstruídos, a fim de agilizar a conduta para alcançar o interpretante final.

Silveira ressalta a importância dos diagramas mentais no processo de formação de hábito de conduta em direção à verdade: “O que move o pensamento é a presença de algo que se apresenta como bem e cuja representação agiliza a conduta a alcançá-lo. A representação, realizando esta tarefa, avança em direção à verdade.” (SILVEIRA, 2000).

Destarte, para agilizar o pensamento discente, em busca da apreensão dos conceitos matemáticos, foram propostas, durante todo percurso desenvolvido, atividades envolvendo as habilidades de:

- medir, ler e escrever comprimentos;
- estimar; representar, interpretar os dados em tabelas e gráficos de colunas;
- escrever e ler escala;
- representar o espaço (canteiro) denotando seus diferentes aspectos, contorno e circunvizinhanças.

As análises tomaram como referência o conjunto das relações discentes estabelecidas. Não era nosso objetivo processar comparações individuais entre os alunos. Tal opção foi decorrente do nosso objeto primeiro: buscar uma metodologia fundamentada pela semiótica para o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos.

Avaliar as apreensões conceituais dos alunos implica entender que o individual se desenvolve no coletivo. Isso inclui também compreender as relações colaterais estabelecidas entre: pesquisadores e pesquisadores; pesquisadores e alunos e, por fim, pesquisadores e professores, professores, alunos e pesquisadores, a partir do diálogo, do reconhecimento de percepções múltiplas e das experiências decorrentes do confronto com os fenômenos (sejam esses objetos, coisas ou pessoas).

6.1 Conceito de Medir

As habilidades expressadas pela escrita simbólica matemática de comparar medidas de comprimento, estimar, ler e escrever - por meio de instrumentos - foram avaliadas durante as atividades (2,3,4,5,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17) referentes à construção do conceito de medida de comprimento (m, dm e cm), bem como as ressignificações relativas à interpretação do fenômeno estudado.

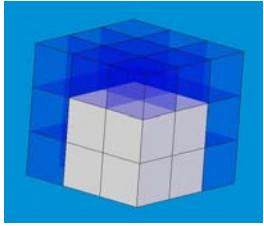
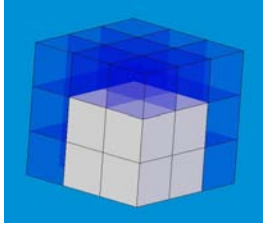
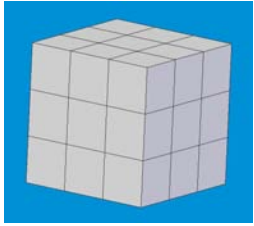
6.2 A Estimativa de medida de comprimento

Iniciamos com a estimação de fitas coloridas de diferentes tamanhos, sem demarcações, a fim de analisar as concepções prévias dos alunos quanto à percepção de tamanho e sua estimativa de comprimento. Trabalhamos as ações de estimar em todo o estudo em questão.

Partimos do levantamento de hipóteses, com instrumentos de medida não padronizada (barbante, lápis, palmo) para reelaborar o conceito de padrão de medida em instrumentos como metro, fita métrica, trena e régua. Nesse caminho, procuramos sistematizar a medida padrão metro (m) e seus submúltiplos (dm e cm).

A estimativa passou a ser desenvolvida como proposta didático-metodológica. As respostas decorrentes das atividades analisadas foram redirecionadas às ações futuras do trabalho de pesquisa.

A primeira atividade de estimativa foi proposta em 18/05/04, após cinco meses (03/10/04), retomamos essa ação de estimar em busca de novos interpretantes elaborados pelos alunos. O confronto dos dados e a análise semiótica dessas atividades estão ilustradas no quadro – 2 a seguir:

Descrição das Ações	1ª Estimativa dos alunos (18/05/04)	2ª Estimativa dos alunos (03/10/04)	Representação das Relações Semióticas
Indicaram a estimativa com apenas um número qualquer	2- 23 – 11 – 10 – 7- 16 – 21	10 – 20	Sentir-Perceber/Relacionar Interpretante - tendendo à secundidade 
Utilizaram um número e qualquer unidade padrão para representar a estimativa	20 – 18 – 17 – 9 – 13 – 22 – 8 - 4 – 24 – 14 3 – 6 – 26 – 15 – 12 – 5 – 30 – 25 -27	16 - 7 - 28	Sentir-Perceber/Relacionar Interpretante - tendendo à secundidade 
Estimaram com um número e uma unidade padrão adequados ao comprimento apresentado.	1 – 19 – 28 -29	17 – 26 – 21- 4 – 27 – 22 – 19 – 3 – 11 – 23 – 12 – 5 – 1 – 24 – 31 – 29 – 25 – 15-13 – 8– 14 – 18 – 6 – 9-33- 32	Conceituar Int.Lógico - tendendo à simbolização 

Obs: Alunos que faltaram: 31 e 32 (1ª Estimativa) e, 2 e 30 (2ª estimativa).

Quadro-2 Representação das relações semióticas das estimativas

Vimos inicialmente, em 18/05/04, na 1ª ação de estimar, que a maioria dos alunos havia exposto suas percepções utilizando qualquer número e/ou qualquer unidade padrão para comparar o comprimento das fitas.

Isso indica que a tradução da operação geométrica escrita, através dos signos matemáticos, apontava signos indiciais, não expressando coerentemente a relação simbólica entre o campo numérico e a unidade padrão usada, produzindo, portanto, interpretantes que esboçam a natureza do pensamento com pouca força conceitual.

Podemos dizer que a construção hipotética, nessa fase, constituiu-se por pensamentos indutivos. Os alunos indicaram as relações de comprimento, mas não conseguiram significá-las dedutivamente através da linguagem matemática e ressignificá-las em outros instrumentos, ou seja, apontavam dúvidas em relação às expressões de medidas, elaborando signos com tendência à secundidade (sentir-perceber/relacionar).

Observando a última análise de estimativa, em 3/10/04, verificamos que a maioria dos alunos estimou o comprimento das fitas representando-o com números e unidades-padrão adequadas.

A escrita simbólica das medidas pode garantir a máxima significação do conceito vigente, que o contexto experiencial proporcionou, ou seja, a produção de Interpretantes Lógicos em nível de terceiridade (conceituar).

Os alunos 10, 20, 16, 7 e 28 foram categorizados como os que elaboraram interpretantes que apontavam - em sua representação simbólica - expressões sobre o comprimento estimado apesar de pouca compreensão estabelecida pelos signos emitidos.

Os alunos 16 e 7, apesar de apresentarem dúvidas para estimarem um comprimento usando a escrita matemática, avançaram em relação à 1ª estimativa, quando expressaram o tamanho das fitas com apenas o quantificador numérico.

Desse modo, os alunos 16 e 7 apontaram símbolos que estabeleciam conexão da idéia significada ao fenômeno estudado. Mas seus interpretantes ainda não puderam ser caracterizados como interpretantes lógicos em nível de terceiridade.

O entendimento sobre o pragmatismo de Peirce mostra-nos que a relação de pensamento e ação resulta da totalidade de efeitos produzidos por uma mente em relação ao objeto a ser conhecido. Ressalta Peirce⁶:

⁶ Cf. MOTA, Octanny Silveira da e HEGENBERG, Leônidas. Introdução. In: PEIRCE, C.S. *Semiótica e Filosofia*, 1972, p. 17.

Considerem-se quais efeitos – efeitos que possam conceivelmente ter conseqüências práticas – imaginamos possua o objeto de nossa concepção. Nesse caso, nossa concepção de tais efeitos constitui a totalidade de nossa concepção do objeto [...] Todo o propósito intelectual de qualquer símbolo consiste na totalidade dos modos gerais de conduta racional que, na dependência de todas as possíveis e diversas circunstâncias e desejos, assegurariam a aceitação do símbolo.

Desse entendimento sobre “conseqüências práticas”, desenvolvemos ações decorrentes do processo constante de elaboração de interpretantes por meio de condutas experienciáveis, no decorrer das atividades propostas e não em experimentos estáticos.

Assim, os interpretantes lógicos apontados nessa análise, como conduta dos partícipes à estimativa de comprimento, foram constituídos a partir das diversas relações elaboradas durante a pesquisa.

Podemos afirmar que ficou manifestada, nas atividades, uma progressiva aprendizagem dos alunos em estimar medida de comprimento pela formação de novo hábito de conduta (quanto ao relacionar o número e o padrão de medida para estimar).

A formação de conceitos (hábito de conduta) pressupõe um contínuo significar com propensão a uma “síntese de significação” que sustenta a compreensão dos fenômenos estudados.

O nível de complexidade que envolve a rede de relações desenvolvidas deve se estabelecer mediante à apreensão e à compreensão que o aluno firma com o conhecimento e seu significado elaborados durante todo processo de ensino e aprendizagem. (CALDEIRA, 2005).

Temos aqui a possibilidade de apontar essa “síntese de significação” estabelecida:

<p>Síntese de Significação: Observação, comparação e representação dos elementos (número e unidade-padrão) presentes na estimativa de medida de comprimento.</p>

6.3 Comparação de medida de comprimento em linguagem matemática

A comparação de medida de comprimento, através da escrita simbólica matemática, foi também analisada no processo de construção do conceito de medir.

Foram analisados nas atividades propostas:

- o uso de diferentes instrumentos de medidas: fita métrica, trena, régua, metro de carpinteiro para comparação de comprimentos;
- leitura e registro do crescimento das mudas em tabelas;
- o uso dos espaços investigados (canteiros I e II) em que os alunos se deparam com a representação dos signos matemáticos em linguagem científica.

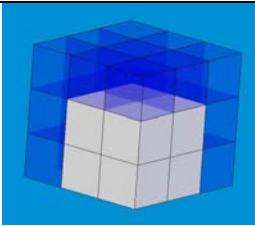
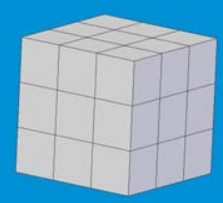
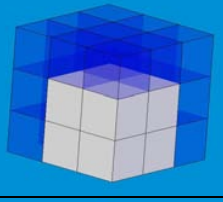
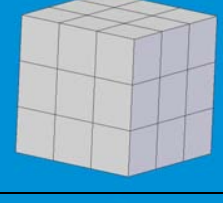
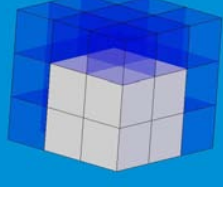
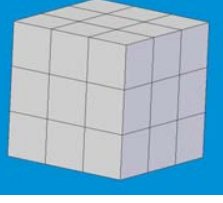
Dentre as ações propostas envolvendo a escrita matemática, as atividades (4 e 17) constituíram-se na comparação de medida de comprimento sem a ajuda do instrumento de medição.

Nelas, os alunos emitiram juízo de valor através da comparação de expressões matemáticas (anexo-7) referentes ao metro e seus submúltiplos.

O quadro 3, a seguir, demonstra a análise semiótica das ações discentes no início do projeto (18/05/04) e após cinco meses (18/10/04).

A organização dessa atividade foi subdividida em três episódios (3 A, 3B e 3C):

- comparação de medidas de comprimento utilizando a mesma unidade-padrão e diferentes números (1m e 2m);
- comparação de medidas de comprimento utilizando diferentes unidades-padrão e mesmo número (3m e 3dm);
- comparação de medida de comprimento utilizando diferentes unidades-padrão e número (3dm e 1 m)

Atribuição de Juízo de Valor	Ações desenvolvidas pelos alunos		Representação da Análise Semiótica	
	28/05/04	10/11/04		
Mesma unidade-padrão e números diferentes: 1m e 2m (ParteA)	14- 20 –24 –21 – 25 27 e 30	12- 29- 26		S-P/Relacionar- Interpretante tendendo à secundidade
	1-3-4-6-8-9-10-11-12-13-15-16-17-18-19-22-23-24-26-29-31 e 32.	10- 33- 19- 3- 7-11- 32- 25- 6- 13-21-18 22- 23- 2-8- 4- 15- 31- 1- 9-30- 27- 5- 17-16		Conceituar – Int. Lógico – tendendo à simbolização
Diferentes unidades-padrão e mesmo número: 3dm e 3 m (ParteB)	1-2-3-12-13-14-16-19-20-21-22-24-25-26-27-29-30 e 31.	16-12-7-22-29-21-26-2-e 8		S-P./Relacionar- Interpretante tendendo à secundidade
	4-5-6-8-9-10-11-15-17- 18- 23 e 32	10- 33- 19 –11-32- 13- 6- 23- 15-31- 1- 9- 25- 4-30- 27- 5- 17- 18-3		Conceituar – Int. Lógico – com tendência à simbolização
Diferentes unidades-padrão e números: 3dm e 1m (Parte C)	1-2-13-14-16-19-20-21-22-24-25-26-27-29-30 e 31	16-12-29-21-26-2- 8 e 7		S-Perceber/ Relacionar- Interpretante tendendo à secundidade
	3,4,5,6,8,9,10,11,12, 15,17,18, 23,32	10, 33, 19, 11, 32, 22, 13, 23, 15, 31, 1, 6, 9, 25, 4, 30, 3, 27, 5, 17, 18		Conceituar – Int. Lógico – tendendo à simbolização

Obs: Os alunos 7 e 28 faltaram no dia 28/05/04 e os alunos 10,20,24,28 e 33 faltaram no dia 10/11/04

Quadro-3(A,B e C): Representação da análise semiótica da comparação de medida de comprimento⁷

Na primeira série (parte A) de comparações de comprimentos, percebemos a predominância de interpretantes lógicos em nível de terceiridade.

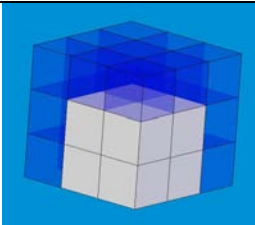
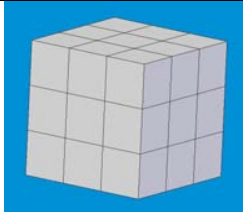
⁷ As partes (A,B e c) referentes ao quadro 3, serão analisadas de forma separada.

Quando foi solicitada aos alunos a comparação de comprimentos (com mesmo número quantificador e diferentes unidades, 3m e 4m), percebemos que a maioria deles realizou com êxito a proposta. Entretanto, comparações de comprimento que abordam a escrita matemática, em que a unidade-padrão permanece constante, não garantem que o educando saiba comparar medida de comprimento, pois a escolha da grandeza e o padrão adotado na ação de medir fazem parte da relação do conceito de medida. Nesse caso, quando a criança acerta, nada indica que a unidade-padrão foi analisada. Contudo, estávamos trabalhando com alunos de 3ª série, e a sistematização do m, dm e cm é proposta como conteúdo programático na 5ª série. Nesse sentido, optamos por trabalhar essa atividade analisando, passo a passo, a habilidade da leitura e a comparação de medir.

Relacionando as ações desenvolvidas nos dois períodos (28/05/04 e 10/11/04), nessa etapa de comparação, temos como síntese de significação:

Síntese de Significação: Observação/identificação dos elementos (número e unidade-padrão) existentes na linguagem matemática para comparação da

A representação da análise semiótica na 2ª etapa dessa atividade é abordada no quadro 3B a seguir:

Atribuição de Juízo de Valor	Ações desenvolvidas pelos alunos		Representação da Análise Semiótica
	28/05/04	10/11/04	
Diferentes unidades-padrão e mesmo número: 3dm e 3 m	1-2-3-12-13-14-16-19-20-21-22-24-25-26-27-29-30 e 31.	16-12-7-22-29-21-26-2-e 8	 S-P/ Relacionar Interpretante tendendo à secundidade
(Parte B)	4-5-6-8-9-10-11-15- 17- 18- 23 e 32	10- 33- 19 –11-32- 13- 6- 23-15- 31- 1- 9-25- 4- 30- 27-5- 17- 18- 3	 Conceituar Int. Lógico – tendendo à significação

Obs: Os alunos 7 e 28 faltaram no dia 28/05/04 (1ª comparação) e os alunos 14,20,28 e 33 faltaram no dia 10/11/04 (2ª comparação).

Quadro-3B: Representação da análise semiótica da comparação de medida de comprimento

Na segunda série (parte B) - em que os comprimentos foram propostos com mesmo número quantificador e diferentes unidades-padrão (3m e 3dm) - observamos que, no início do trabalho (18/05/04), a maioria dos partícipes teve dificuldades para gerar interpretantes lógicos em terceiridade. Evidenciamos a inconstância das crianças diante da exigência imposta nessa etapa em perceber, relacionar e comparar diferentes unidades-padrão. Nessa etapa, apontaram dúvidas para identificar m, dm e cm, produzindo interpretantes que relacionavam a escrita matemática ao conceito estudado, mas com pouca significação. Esse nível caracterizou-se pela presença de signos indiciais, que indicavam o Objeto estudado; porém, não alcançaram a generalização desejada em nível conceitual.

Nessa segunda etapa, aduzimos o confronto dos elementos perceptivos advindo das experiências anteriores, o que permitiu aos alunos maior atenção quanto aos elementos existentes na escrita matemática. A dúvida apresentada pelos partícipes - quanto à comparação de medidas envolvendo diferentes unidades padrão - demonstra a complexidade operacional que envolve a noção de medir.

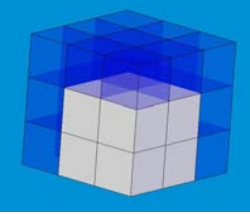
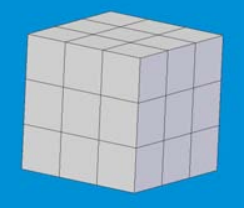
Em 10/11/04, foi efetuada novamente essa atividade. A análise semiótica desenvolvida indicou-nos que a maior parte dos alunos adquiriu a habilidade de comparar, o que favoreceu a elaboração de interpretantes lógicos em nível conceitual (terceiridade).

Podemos deduzir dessa análise que os alunos construíram diagramas mentais do metro e de seus submúltiplos relacionando-os. Isso permitiu a execução das ações de comparação na linguagem matemática apontando maior compreensão sobre o objeto do que foi constado na primeira série de comparações.

A síntese de significação desenvolvida foi:

Síntese de Significação: Observação e identificação das relações de medidas de comprimento que foram expressas matematicamente com os elementos (diferentes unidades-padrão e mesmo número).

A próxima etapa da atividade é analisada no quadro a seguir:

Atribuição de Juízo de Valor	Ações desenvolvidas pelos alunos		Representação da Análise Semiótica
	28/05/04	10/11/04	
Diferentes unidades-padrão e números: 3dm e 1m (Parte C)	1-2-13-14-16-19-20-21-22-24-25-26-27-29-30 e 31	16-12-29-21-26-2- 8 e 7	 S-P/Relacionar Interpretante tendendo à secundidade
	3,4,5,6,8,9,10,11,12,15,17,18, 23,32	10, 33, 19, 11, 32, 22, 13, 23, 15, 31, 1, 6, 9, 25, 4, 30, 3, 27, 5, 17, 18	 Conceituar – Int. Lógico – tendendo à simbolização

Obs: Os alunos 7 e 28 faltaram no dia 28/05/04 (1ª comparação) e os alunos 14,20,28 e 33 faltaram no dia 10/11/04 (2ª comparação).

Quadro-3C: Representação da análise semiótica da comparação de medida de comprimento

Analisando a terceira série (parte C) de expressões matemáticas, em que o número e a unidade padrão diferenciaram-se (3m e 2cm), pudemos identificar que, no início das ações de comparação (18/05/04), poucos alunos conseguiram produzir signos em terceiridade. Nesse aspecto, predominaram interpretantes em nível de secundidade (S-P/Relacionar). A maioria apresentou dúvidas para relacionar o aspecto geométrico com o número solicitado na tarefa proposta.

Confrontando os dados iniciais dessa série com os de 10/11/04, notamos a predominância dos alunos que elaboraram interpretantes lógicos tendendo à terceiridade. Se na etapa (18/05/04) 13 alunos haviam chegado a esse nível de interpretantes, em 10/11/04, 21 os alunos compararam com êxito os símbolos matemáticos demonstrando tendência à simbolização.

A caracterização dos discentes, em níveis de elaboração de interpretantes, possibilitou-nos analisar as ações didático-metodológicas, no decorrer do processo ensino e aprendizagem, diagnosticando o nível de dificuldades discentes decorrentes das próprias tarefas exigidas.

Sabemos que a comparação, por meio da linguagem matemática, é uma ação que requer do aluno o máximo de abstração sobre o Objeto analisado; no caso em questão, medida de comprimento.

Sabemos que o aluno de 3ª série está iniciando a leitura, aferição e sistematização do conceito de medir. Contudo, ficou demonstrado que apesar de a atividade exigir maior grau de abstração, os educandos apresentaram crescimento no processo de significação.

O uso da escrita matemática, o acompanhamento do crescimento das mudas de feijão e das demais espécies de plantas existentes nos canteiros; o registro e a leitura em tabela propiciaram a familiarização dos alunos *relativa à* escrita dos símbolos métricos.

A estimativa desenvolvida pelo confronto entre as espécies, durante as ações propostas, também contribuiu ao desenvolvimento de habilidades de comparação de comprimento para a realização dessa atividade em que os valores foram pré-determinados.

Peirce (1972) denota que *a validade das idéias, caso se persiga fins científicos, é determinada pelas conseqüências que possam ter para o prosseguimento da investigação*⁸. Nesse sentido, apontamos por meio das categorias de interpretantes o desenvolvimento dos alunos no próprio processo de medir, determinado pela contínua construção de novos signos em relação às suas idéias iniciais e a representação que posteriormente passaram a *elaborar* com tendência à simbolização *referente* aos conceitos científicos desenvolvidos.

Podemos concluir dessa análise que os alunos relacionaram os signos presentes na escrita matemática de medida de comprimento como o demonstra a síntese de significação:

Síntese de Significação: Observação/Relação e Interpretação dos elementos (número e unidade-padrão) expressos em linguagem matemática para comparação da grandeza comprimento.

Desse modo, a ação didática envolvendo a Noção de Espaço, integrando-se ao desenvolvimento das habilidades de medir, propiciou o estabelecimento de novas generalizações.

⁸ PEIRCE, C.S. *Semiótica e Filosofia*, 1972, p.21.

6.4 Noção de Espaço

Utilizando os canteiros, no desenvolvimento das atividades experienciais, buscamos avaliar a noção de espaço que os alunos dominavam em relação às habilidades de: a) identificar e representar os formatos dos canteiros; b) localizar, representar e nomear as mudas; c) representar os fenômenos naturais e relacionar as mudas com os fenômenos e o espaço; d) representar as fronteiras e nomeá-las. Essas habilidades foram analisadas a partir dos registros e diálogos dos participantes referentes às atividades didáticas (1,6,7,8,11,13) sobre as observações dos canteiros I e II quanto: (a) ao plantio e crescimento do feijoeiro, (b) medição das espécies analisadas e (c) representações pictóricas das regiões.

O registro por meio de desenhos possibilitou-nos analisar, através da linguagem não-verbal, as percepções dos alunos a respeito do espaço experienciado em cada visita aos canteiros.

Os Canteiros I e II foram constituídos com o propósito de comparação visando ao entendimento do conceito de Coexistência e Competição entre seres vivos. O Canteiro I já existia como espaço livre da escola. O Canteiro II foi construído mantendo o mesmo formato e tamanho do anterior, porém contou com um elemento dificultador (uma árvore de aproximadamente 17 m de altura) que chamou a atenção dos alunos durante a sua representação. Nesse aspecto, salientamos que, em virtude de os alunos terem trabalhado com o conhecimento escalar, a preocupação de representar a árvore em seu tamanho proporcional foi apontada por eles durante a elaboração dos desenhos do Canteiro II.

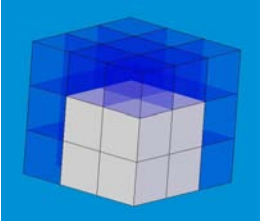
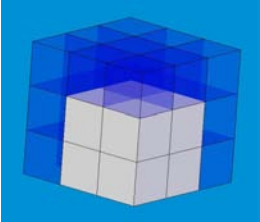
Outro ponto salientado pelos partícipes, no decorrer da atividade pictórica do Canteiro II, foi a preocupação em representar a árvore em perspectiva relativamente ao seu contorno (fronteiras da região) bem como as demais plantas observadas.

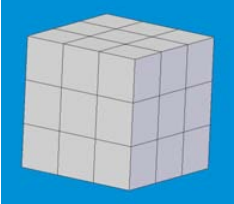
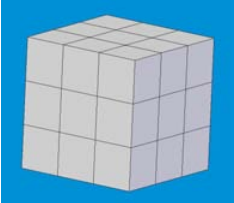
Piaget (1973) afirma que as crianças na faixa etária entre 9 a 11 anos não se atém em representar os espaço em perspectiva, apesar de coordenar relações de comprimento e altura. Entretanto, muitos alunos desenharam o canteiro ultrapassando a percepção bidimensional. Isso pode ser explicado devido às ações experienciais desenvolvidas (tanto na primeira região, Canteiro I, bem como na região referente ao

Canteiro II) em que os conceitos de matemática e de Ciências Naturais foram relacionados.

Peirce afirma que as diversas interpretações que uma mente produz sobre o Objeto são geradas por relações sígnicas em busca da expressão mais fidedigna desse Objeto. Para o autor, o máximo de significação produzida pela mente é decorrente das relações abduativas/indutivas experienciadas. Desse modo, a produção de significados perpassa pela cognição quanto à constituição de inferências abduativas/indutivas/dedutivas. Analisamos esse processo através das experiências realizadas sobre os fenômenos analisados (nos canteiros I e II), o que possibilitou aos alunos, como vimos, a produção **constante** de interpretantes.

Destarte, possibilitamos ao aluno o máximo de relações com o fenômeno estudado tanto quanto nos foi possível nos limites desse trabalho. Partindo de ações hipotéticas, as percepções discentes foram se estabelecendo através de constantes busca por novas e significações que elaboravam sobre o espaço em questão. Os quadros 4, 5 e 6 abordam tais análises.

Conceitos Geométricos: Espaço	Representação Pictórica dos alunos			Representação da análise Semiótica
	CANTEIRO I (21/05/04)	CANTEIRO I delimitado em regiões (30/07/04)	CANTEIRO II (7/10/04)	
Representaram o espaço do canteiro de forma linear sem limitar as fronteiras	3 -17 -15 -8 -27 -6 -4 -16 -10- 25- 13 -23 -12 -26 -29 -9 -14 -22 -11 -28 -5 -21 e 31	25 - 16 - 10 -21- 22 - 23 -8 - 9 -15- 23 -2 -28 -24 -25 e 26	10 -31- 9- 26	 <p>S-Perceber/Relacionar Int. tendendo à secundidade</p>
Representaram o espaço do canteiro como uma região fechada em qualquer formato.	24 - 19 - 18		17 -1 -23- 27 -25- 21- 24	 <p>S-P/Relacionar Int. tendendo à secundidade</p>

Desenharam o espaço do canteiro com formato correto (triangular)	7	20 -18-5-3-31-4-27-6-17	7-8-19- 15 -5- 18-6 -3-32- 12- 28-11- 16- 33- 4-14- 13- 2- 22-20	 <p>Conceituar – Int. Lógico – tendendo à simbolização</p>
Representaram a região escolhida, delimitando-a.		5 - 11- 12- 17 -19- 7 -14-13- 30 -		 <p>Conceituar – Int. Lógico – tendendo à simbolização</p>

Alunos que faltaram: 1ª representação: (1,2 e 30); 2ª representação: (1,29 e 32); 3ª representação: (29 e 30).

Quadro 4 – Representação da análise semiótica da noção do espaço experiencial (Canteiro I e II)

Com relação à delimitação do espaço, inicialmente, a maioria dos alunos produziu interpretante que pode ser categorizado nem nível (S-P/Relacionar), ou seja, representou o Canteiro I sem limitar seu formato, ou sem relacioná-lo com seu formato triangular ou com qualquer outra forma geométrica. Apenas uma aluna elaborou interpretante lógico tendendo à simbolização, delimitando o espaço observado em forma triangular.

Numa segunda abordagem sobre as percepções dessa área, após trabalharmos com o plantio de feijões e observação sistemática de seu crescimento, novamente pedimos aos alunos que desenhassem a região analisada. Isso nos possibilitou identificar o processo discente referente ao conhecimento do espaço experienciável. Nessa etapa, predominou a representação do canteiro todo e/ou da região escolhida para o plantio e desenvolvimento das mudas. Foi trabalhada com rigor a relação parte/todo.

Na representação do Canteiro II, dos 31 partícipes, 27 deles se preocuparam em delimitar a região desenhada. Entre esses, 20 a representaram com o formato triangular, isto é, com propensão à simbolização, engendrando, portanto, interpretante lógico em terceiridade.

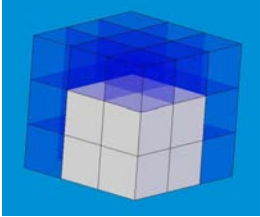
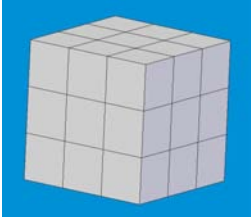
Compreender o espaço percebido (seu limite e sua forma) garante-nos reconhecê-lo como Objeto de uso. Esse saber se tornou expressivo aos alunos no decorrer das ações pictóricas desenvolvidas.

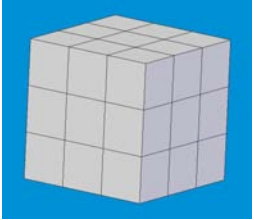
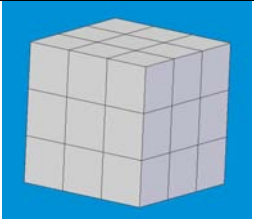
Oferecer experimentos em que o aluno tenha possibilidade de representar o percebido/observado, através de ações verbais e não-verbais, abre-nos uma proposta metodológica que possibilitam habilidades de transformar, gerar, comunicar e refletir sobre os conhecimentos e informações visuais.

A síntese de significação dessa etapa sobre a noção de espaço demonstra:

Síntese de Significação: Observação/Identificação e Representação do formato geométrico dos canteiros e/ou das regiões limitadas para o plantio.

O desenvolvimento dos conceitos de fronteira e localização das espécies foi também analisado nos momentos de observação do espaço estudado. Segue a análise que efetuamos sobre essa atividade no quadro-5

Conceitos Geométricos: Fronteira/ Localização	Representação Pictórica dos alunos			Representação da análise Semiótica
	CANTEIRO I (21/05/04)	CANTEIRO I delimitado em regiões (30/07/04)	CANTEIRO II (7/10/04)	
Localizaram uma das fronteiras	9 - 12 - 14 - 17 - 22- 24 - 25 -26 -29	23- 17 - 5 - 6 - 15 - 27 - 7 - 18-	19 -28 -27- 2- 21- 20 -26	 <p>S- Perceber/Relacionar -Int. tendendo à secundidade</p>
Relacionaram o espaço com suas circunvizinhanças	7	7 - 18 - 5 - 6 - 27- 17	32-12- 23- 4- 13- 22	 <p>Conceituar - Int. Lógico - tendendo à simbolização</p>

Demarcaram as regiões com bandeiras		20- 13-12-11-19-28-18-31-4-27-17-30-3 –28 e 25		
Demarcaram as regiões com segmentos de retas		13-11-12-19-17-18-5-3-31-4-27-30- 14-25		Conceituar – Int. Lógico – tendendo à simbolização
Localizaram diferentes espécies no canteiro e regiões				 Conceituar – Int. Lógico – tendendo à simbolização

Alunos que faltaram: 1ª representação: 1,2 e 30; 2ª representação: 20,29 e 33, 3ª representação: 29 e 30.

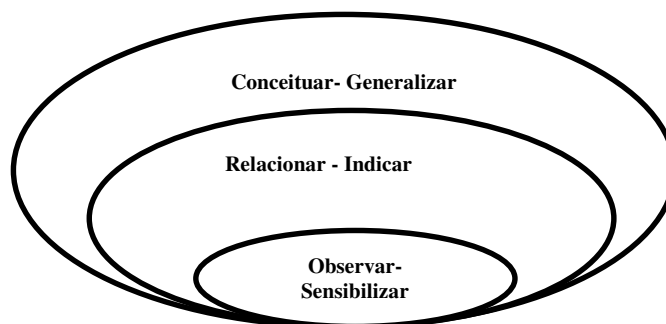
Quadro-5: Análise semiótica dos conceitos de fronteira e localização das espécies de plantas.

Na primeira representação pictórica (Canteiro I - 21/05/04), poucos alunos se detiveram sobre os conceitos de fronteira e localização das mudas de plantas; 06 localizaram uma das fronteiras (cerca de bambu), elaborando interpretante com pouca significação sobre o observado, e apenas a aluna 7 representou as circunvizinhanças desse espaço e elaborou interpretante lógico em nível conceitual.

Posteriormente, em 30/07/04, houve maior detalhamento nos desenhos. Muitos alunos localizaram suas regiões de plantio e/ou as mudas de feijões com bandeiras coloridas e numeradas, produzindo interpretantes lógicos tendendo à simbolização/terceiridade. As fronteiras também foram representadas com maior incidência. A localização de diferentes espécies, nas áreas observadas, foi sendo determinada no decorrer de observações sistemáticas. Analisamos o avanço dos alunos nesse aspecto.

Após o cultivo das leguminosas, a preocupação em analisar muda por muda, comparando o crescimento delas, propiciou a familiarização com o espaço experienciado e sua representação. Apontar o domínio que os alunos foram desenvolvendo - em relação às fronteiras e circunvizinhanças - através da integração com espaço experienciado, obriga-nos a refletir sobre o ensino e aprendizagem da geométrica não como conhecimento de objetos restritos às suas nomenclaturas e fórmulas, mas como caminho

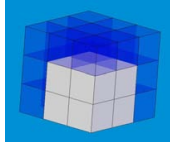
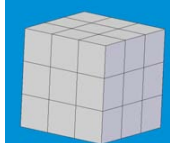
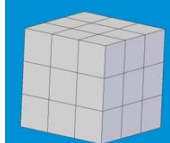
em que os conceitos matemáticos sejam (principalmente na 3ª série) envolvidos com sensações e/ou estímulos provenientes do ambiente, para posterior levantamento de hipótese sobre as imagens percebidas. Os alunos ao articularem forma e conteúdo, através de ilustrações, foram desenvolvendo habilidades de Perceber (ver para sentir as sensações), Relacionar (ver, comparar para inferir) e Conceituar para Generalizar. Deste modo, podemos traçar o seguinte diagrama:



Esse diagrama engendrou um percurso gerativo de interpretantes contínuo relacionado ao contexto experiencial o que garantiu atividades articuladas aos espaços “experienciáveis”. Isso foi representado satisfatoriamente nos desenhos discentes, permitindo-nos identificar os conceitos de fronteira e localização. A síntese de significação desses conceitos pode ser demonstrada em:

Síntese de Significação: Observação/identificação e localização do espaço e das espécies de plantas em cada região experienciadas.

Para que o acompanhamento pudesse gerar novas linguagens e novos interpretantes, propusemos situações didáticas possibilitando, além da localização das mudas de plantas, a observação do ritmo de crescimento das espécies no entorno analisado e as interferências da natureza e do homem. Nesse sentido, o conceito de medida de comprimento (altura das mudas) foi exigido. O quadro-6 aborda a análise semiótica desse conhecimento.

Conceito: Medida de Comprimento	Representação Pictórica dos alunos			Representação da Análise Semiótica
	CANTEIRO I (21/05/04)	CANTEIRO I delimitado em regiões (30/07/04)	CANTEIRO II (7/10/04)	
Representaram plantas num só extrato	10- 8 – 12 – 13 – 14 – 16 – 22 – 27 – 28 - 23 – 29 -26	8 – 10 – 16 – 21 – 7		 S-Perc./Relacionar –Int. tendendo à secundidade
Representaram plantas em diferentes extratos	3 – 4 –5 –6 – 11- 17 -19 – 21- 7- 9 – 15- 18- 24- 21-31-13 e 25	5 – 3- 6 – 15 – 9 – 4 – 30- 22 –20- 13 – 23 – 12 – 30 - 17- 19- 28- 26-24-14- 25- 11-31-2	Todos	 Conceituar – Int. Lógico – tendendo à simbolização
Representaram a árvore ultrapassando a fronteira do canteiro			28-11-31-10- 8-7-19-15-18- 3-32-12-24-1- 23-27-25-4- 14-13-2-22- 20	 Conceituar – Int. Lógico – tendendo à simbolização

Alunos que faltaram: 1ª representação: (1,2 e 30); 2ª representação: (20,29 e 33); 3ª representação: 29, 30.

Quadro-6: Análise semiótica do conceito de medida de comprimento das espécies de plantas.

Nas primeiras impressões dos alunos, pudemos analisar que o comprimento das plantas foi representado em um único extrato. Muitos desenharam essas plantas num emaranhado de elementos, sem identificá-las, representado-as em diferentes alturas. Tal “emaranhado” pode ser denominado como um todo sincrético.

Entre os 31 alunos analisados, 17 definiram as espécies observadas em diferentes extratos, produzindo interpretantes lógicos que expressavam maior fidedignidade representativa em relação ao fenômeno observado. Os demais apenas apontaram a existência das mudas produzindo interpretantes que relacionavam o objeto com signos que expressavam algumas informações, mas sem elaborar um signo de lei, ou, em outras palavras, sem chegar à generalização.

Numa segunda etapa (30/07/04), em que solicitamos novamente a atividade pictórica, pudemos observar a predominância de interpretantes lógicos, em nível de terceiridade, relacionados ao conceito de medida de comprimento.

A maioria dos alunos demonstrou propensão à simbolização. Representaram as espécies com especificidades em relação: à altura, ao formato, à cor e ao detalhamento das folhas. Isso ocorreu mediante as relações didático-metodológicas integradas desenvolvidas entre as disciplinas de Matemática e Ciências Naturais.

A Síntese de Significação gerada das representações discentes pode ser demonstrada em:

<p>Síntese de Significação: Observação/Identificação e Representação das espécies de plantas em diferentes extratos.</p>

O desenvolvimento das atividades realizadas nos Canteiro I e II, que serviram como elementos mediadores, o que favoreceu à apreensão dos conhecimentos científicos de Matemática e Ciências Naturais. Os exercícios relacionados aos saberes matemáticos foram integrados aos saberes de Ciências Naturais.

No início, as ações desenvolvidas apresentavam-se limitadas apenas aos conhecimentos das áreas de Matemática e Ciências Naturais. Com o decorrer do processo de ensino e aprendizagem, as atividades progressivamente se inter-relacionaram, possibilitando uma rede de articulações, entre os conhecimentos elaborados, o que favoreceu a integração entre essas áreas.

Dessa forma, os alunos não mais indagavam se os assuntos enfocados eram das “matérias”: matemática ou ciências, mas os relacionavam para solucionar as futuras situações-problema propostas.

A preocupação com o espaço experienciado, o envolvimento com os aspectos observados e, posteriormente, analisados passaram a ter sentido para os partícipes, de maneira que os conhecimentos matemáticos apreendidos configuraram-se em ferramentas à compreensão dos saberes científicos em Ciências Naturais. Isso despertou o interesse dos alunos quanto à necessidade de entender a geometria do local e o crescimento das espécies a fim de fomentar novas inferências sobre o fenômeno estudado.

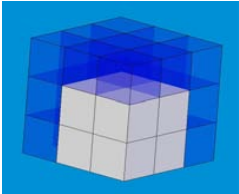
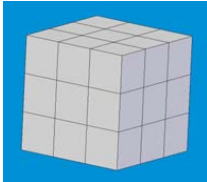
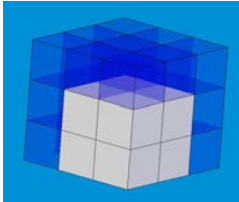
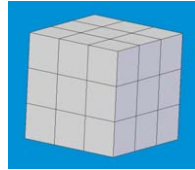
A partir da análise sobre as percepções discentes dos canteiros, procuramos sistematizar as observações em relação à linguagem gráfica, que foi sendo construída, no percurso da pesquisa. Assim, as atividades propostas foram decorrentes de ações didático-metodológicas que foram sendo desenvolvidas conforme as análises feitas pelos pesquisadores sobre as representações discentes.

6.5 Gráficos de Coluna e o uso de Escala

Durante a construção dos gráficos de colunas, atividades (9,12,14), procuramos desenvolver: (a) os conceitos matemáticos referentes à representação dos eixos X e Y; (b) a leitura e interpretação dos valores dispostos em tabelas; (c) o uso da escala para representação dos dados coletados; (d) a representação dos dados e colunas; (e) o espaçamento entre as colunas e (f) o uso de legenda e titulação. Para a apreensão desses conceitos, trabalhamos, como foi visto, as habilidades de: representar, denotar, ordenar, relacionar, sistematizar.

O conceito de escala foi desenvolvido: no decorrer do plantio das sementes de feijões; nas regiões demarcadas do canteiro I e nas representações gráficas nas atividades (7,9,10,13,14 e 15) com ações que propiciaram as habilidades de interpretar, escrever e significar o conceito escalar através da linguagem gráfica.

Para melhor visualização da análise desenvolvida, subdividimos a construção conceitual em três quadros enfocando: a representação dos eixos X , Y; a denotação de seus respectivos dados (quadro-7 e 8); e a noção de escala e titulação gráfica (quadro-9).

Noção do Eixo X	CANTEIRO I – (27/08/04)		CANTEIRO II – (20/10/04)	
	Representação Gráfica dos alunos de todas as espécies de plantas do canteiro I		Representação Gráfica dos alunos de todas as espécies de plantas do Canteiro II	
Descrição das Ações	S-Perceber/Relacionar –Int. tendendo à secundidade 	Conceituar – Int. Lógico: tendendo à simbolização 	S/Perceber/Relacionar tendendo à secundidade 	Conceituar – Int. Lógico: tendendo à simbolização 
Construíram uma reta horizontal limitando o gráfico – Eixo X		Todos		Todos
Representaram na reta horizontal (eixo X) as mudas seguindo sempre o mesmo espaçamento para a construção das colunas e entre elas também.		Todos		Todos
Representaram os dados no eixo X, utilizando o número correspondente àquele anotado na tabela de coleta de dados para cada muda.	14-15-2-7-22-24-28-29-21-30-32	20-23-1-27-26-31-11-16-18-10-19-25-4-5-3-9-8-13-6-12-2-17 e 32	1-2- 5-7- 9 -10 -16 -17-18 -19 20 -21 -22 -23-24 -25 27-28- 29 -30 -31 e 32	30 - 6 -3 - 15 - 8 - 14 - 4 - 32- 13- 26 -19- 12- 11 e 33
<ul style="list-style-type: none"> Representar am cada muda (espécies) com a cor correspondente àquela adotada na tabela de coleta de dados (legenda). 	2 - 21- 7- 22- 24- 28 e 29	20-23-1-27-26-31-11-6-18-10-19-25-4-5-3-9-8-13-6-14-15-30-3-17 e 32	•	Todos

O aluno 33 não compareceu à representação gráfica do Canteiro I.

Quadro 7 – Representação da análise semiótica da noção do eixo x dos Gráficos do Canteiro I e II

Após trabalharmos a importância da elaboração do eixo X (reta horizontal) para a representação gráfica, todos os alunos passaram a construí-la. A formação desses interpretantes foi possível mediante situações-problema que a própria formalização conceitual exigiu.

A demarcação dos dados no eixo X foi feita pela representação das colunas representando cada espécie de planta pela cor ou número correspondente à tabela e à legenda. Em relação a esses aspectos, os alunos (7, 22, 24, 28 e 29) efetuaram a atividade, mas necessitaram da intervenção da pesquisadora e/ou colegas, elaborando interpretantes que, numa primeira etapa, expressavam algumas informações conceituais sobre o conteúdo estudado. Os demais relacionaram os signos matemáticos expressos nas tabelas de dados da reta X, registrando cada coluna com a cor e a numeração correspondente, elaborando, assim, interpretantes lógicos com maior significado tendendo à simbolização.

Ressaltamos como ações didático-metodológicas: (a) a problematização e o confronto das idéias discentes, entre a quantidade de espécies de plantas a ser representada e a quantidade de quadradinhos da folha quadriculada; (b) a construção hipotética dos partícipes que proporcionou a observação atenta da presença da reta X e (c) a percepção da significância dessa reta na elaboração de gráficos de colunas.

A relação dos dados referentes aos elementos cor e/ou número, através de tabela, o que possibilitou o desenvolvimento de habilidades de ordenar, fazer correspondência e interpretar legenda. A maioria dos alunos relacionou os signos adotados a cada planta demonstrando propensão à simbolização gráfica.

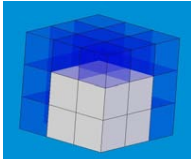
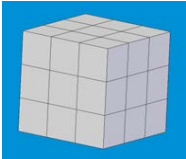
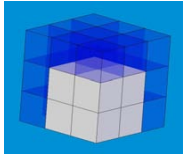
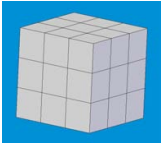
A elaboração de interpretantes lógicos relativos à construção e ao uso do eixo X possibilitou a formalização (e posterior interpretação) dos dados coletados e representados em tabelas, bem como efetivou a necessidade do conceito escalar.

Revisitamos os estudos de (Guimarães, et al 2000; Vendramini, 2002; Chenta e Silva, 2004) quanto à importância de se trabalhar o entendimento de tabela com os alunos desde as primeiras séries. Trabalho esse que deve envolver a interpretação de dados e proporcionar a elaboração de sentido àqueles que vão interpretá-los. Dessa forma, os dados tornaram-se significativos aos alunos mediante as situações experienciais referentes ao plantio e à coleta dos dados, o que proporcionou a definição de padrões de medida; critérios; e categorizações para a representação dos resultados nas colunas referentes.

Em relação a esses aspectos, demonstramos a Síntese de Significação:

Síntese de Significação: Observação/Comparação e elaboração da reta X.
Observação/ Correspondência e notação dos dados em tabela relacionados ao eixo X utilizando os signos (cores ou números).

O estudo do eixo Y também fez parte da produção conceitual no decorrer das atividades propostas. Segue a representação da análise semiótica no quadro-8.

<p>Noção do Eixo Y Descrição das Ações</p>	<p>CANTEIRO I – (27/08/04)</p>		<p>CANTEIRO II – (20/10/04)</p>	
	<p>Representação Gráfica dos Alunos de Todas as Espécies de Plantas do Canteiro I</p>		<p>Representação Gráfica dos alunos de todas as espécies de plantas do Canteiro II</p>	
	<p>S-Perceber/Relacionar Int. tendendo à secundidade</p> 	<p>Conceituar – Int. Lógico –tendendo à simbolização</p> 	<p>S-Perceber/Relacionar Int. tendendo à secundidade</p> 	<p>Conceituar Int. Lógico – tendendo à simbolização</p> 
<p>Construíram uma reta vertical limitando o gráfico – Eixo Y</p>		<p>Todos</p>		<p>Todos</p>
<p>Representaram o crescimento das mudas escrevendo seus valores métricos na reta horizontal (eixo Y) em correspondência com as colunas construídas.</p>	<p>1-2-4-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-19-20-21-22-23-25-26-27-28-29-30-31-21 e 32</p>	<p>3-9 - 5 e 18</p>	<p>1-2-5 -9- 7 -10 – 16 17-18– 20 – 22 - 23– 24 – 25 –28- 29 – 30-31- 33</p>	<p>21- 30- 6 -3 – 15 – 8 – 14 - 4- 11 – 12 – 19 – 32- 13 – 26- 27</p>

O aluno 33 não compareceu à representação gráfica do Canteiro I.

Quadro 8 – Representação da análise semiótica da noção do eixo y dos Gráficos do Canteiro I e II

A representação do eixo Y foi assimilada por todos, contudo, a notação de dados nessa reta não foi estabelecida *necessariamente* como o foi no eixo X.

Não foi expressiva “quantitativamente”, a nosso ver, a elaboração de interpretantes lógicos tendendo à simbolização, em relação às ações de demarcar o valor correspondente à altura de cada espécie, no eixo Y, relativa à escrita matemática, principalmente no primeiro momento referente a essa atividade: a maioria dos alunos relacionou algumas alturas (das espécies referentes às colunas), registrando-as na representação do Canteiro I (27/8/04).

A produção de interpretantes lógicos elaborados em máxima significação, nesse processo, foi observada e analisada entre os aprendizes que demarcaram todas as alturas correspondentes às colunas relacionadas à escrita matemática. O desenvolvimento dessa habilidade pôde ser constatado pelas ações desenvolvidas no Canteiro II (20/10/06).

A nosso ver, a quantidade de muda representada no Canteiro II possibilitou a aferição de suas respectivas alturas no eixo Y, pois, eram apenas 05 espécies a serem representadas em relação às 17 estabelecidas no Canteiro I.

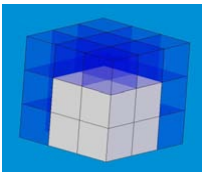
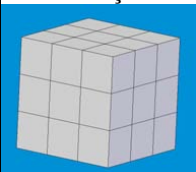
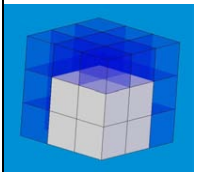
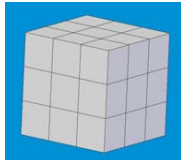
A escrita matemática apresentando a altura de cada espécie de planta, no eixo Y, na coluna, propiciou a visualização da correspondência, realizada pelos alunos, relativamente ao tamanho dessas versus a altura de plantas representadas em tabela. Isso foi demonstrado pelas representações sígnicas gráficas realizadas pelos partícipes.

A Síntese das representações obtidas, nessa etapa, pode ser demonstrada no quadro abaixo:

Síntese de Significação: Observação/Comparação e elaboração da reta Y.

Observação/Correspondência e notação dos dados apresentados em tabela referentes ao eixo Y com propensão aos símbolos da matemática.

Evidenciamos que os dois aspectos referentes à construção do eixo X e Y foram articulados e expressos pela linguagem gráfica. Para que esses conceitos fossem elaborados, o conceito escalar foi novamente solicitado. Analisamos o uso e representação escalar no quadro-9, a seguir:

Noção de Escala e Titulação do Gráfico	CANTEIRO I – (27/08/04)		CANTEIRO II – (20/10/04)	
	Representação Gráfica dos Alunos de Todas as Espécies de Plantas do Canteiro I		Representação Gráfica dos alunos de todas as espécies de plantas do Canteiro II	
Descrição das Ações	S-Perceber/Relacionar Int. tendendo à secundidade 	Conceituar – Int. Lógico –tendendo a simbolização 	S-Perceber/Relacionar Int. tendendo à secundidade 	Conceituar Int. Lógico – tendendo à simbolização 
Representaram o crescimento dos feijões a partir da escala adotada.	2- 7-17-26-10-28 e 29	19-25-21-5-9-17-13-6-15-12-8-4-20-5-23-1-27-31-11-16-18-3-32-22-14-30 e 24		Todos
Representaram a escala usada em linguagem matemática	2- 7-17-26-10-28 e 29	19-25-21-5-9-17-13-6-15-12-8-4-20-5-23-1-27-31-11-16-18-3-32-22-14-30 e 24	1-2-5-6-7-9-10-13-14-16-20-22-24-25-29 e 31	21- 30 -3 -15 -8- 4-17-18-19- 11-32-26- 12- 27-28-30-23- -33
Preocuparam-se em titular o gráfico.		Todos		32 – 4- 14 – 9- 15 – 3 – 30 – 13-26- 19- 12 -11- 27-21

O aluno 33 não compareceu à representação gráfica do Canteiro I .

Quadro 9 – Representação da análise semiótica da noção de escala e titulação dos Gráficos do Canteiro I e II

O conceito escalar esteve presente na transposição dos dados, isto é, em toda a construção gráfica. A relação proporcional quadrado/altura das espécies representadas passou a ser problematizada no decorrer do processo de ensino e aprendizagem da linguagem gráfica.

O entendimento proveniente da relação “quantas vezes cabe?” foi fundamental à compreensão da medida, tornando-se um elemento fundamental, para que posteriormente fosse possível relacioná-lo ao conceito escalar.

A transposição da altura de cada espécie - a partir de uma escala (cada quadrado de 1cm valendo 10cm) - favoreceu a percepção e a representação dessa grandeza (não apenas como Objeto discreto que pode ser significado em relação à extensão como quantidade “inteira” de quadrados - , mas como possibilidade de ser estabelecidas relações fracionárias. A construção gráfica, proposta nessa ação didático-metodológica, retoma ao entendimento do processo de comparação existente no ato de medir, em que temos a unidade e a grandeza a ser medida.

Na elaboração do gráfico, a unidade privilegiada constituiu-se a partir da escala adotada; ou seja, cada quadrado equivaleu a 10 cm, restando aos alunos determinar quantos quadrados seriam utilizados para referenciar a altura de cada espécie de planta (representada em coluna). Esse processo demonstrou-nos a necessidade de calcular a quantidade inteira e a fracionária de quadrados a fim de definir a altura de cada coluna a ser construída.

Desse modo, os alunos foram instigados a estimar o melhor valor para sistematizar as medidas de comprimento registradas em tabelas e suas representações em colunas. Essa ação, através de questionamentos, proporcionou a estimação discente e o desenvolvimento de habilidades em relação à avaliação de hipóteses que cada aluno inicialmente formulava, o que posteriormente proporcionou e a geração de interpretantes com propensão à simbolização (ou à generalização/lei). Ratificamos, assim, que o conceito escalar foi se estabelecendo mediante a necessidade imposta pelas ações desencadeadas a fim de resolver as situações-problema apresentadas.

Alguns discentes apresentaram dúvidas para representar a escala em linguagem matemática. Entretanto, ressaltamos que a formalização desse conceito é proposta para a 5ª série devido ao nível de abstração requerida pelos símbolos a serem elaborados.

A leitura dos símbolos métricos, na tabela, e as transferências desses para as colunas requeriam dos alunos habilidades em relação às operações aditivas, multiplicativas e de

divisão. Essas foram progressivamente desenvolvidas, a partir do papel quadriculado, o que favoreceu a transferência dos dados através da elaboração de colunas.

Os resultados obtidos demonstram-nos que os alunos apresentaram propensão à simbolização e que é também possível trabalhar com esses conteúdos a partir da 3ª série, desde que as ações didático-metodológicas estejam relacionadas às experiências dos alunos.

Podemos afirmar que a habilidade que envolvia o uso da escala foi desenvolvida com êxito - tanto em relação às elaborações discentes de representação das espécies dos canteiros I e II (realizadas em linguagem gráfica) - bem como para a posterior análise desses espaços e expressões pictóricas elaboradas.

Ressaltamos, sobre a elaboração da linguagem gráfica, a síntese de significação:

Síntese de Significação: Observação/relação e representação de dados em tabela para a linguagem gráfica.
Operacionalização de escala na elaboração de gráfico de colunas.

É preciso considerar que o êxito demonstrado pelos alunos na resolução de situações-problema decorreu, em grande parte, da elaboração de ações didático-metodológicas que teve como suporte uma seqüência de etapas estabelecidas para o entendimento das relações estabelecidas entre: medida de comprimento, noção de espaço e representação gráfica. A linguagem métrica foi, desse modo, apreendida pelos alunos que foram atribuindo significação (interpretantes lógicos) a essa linguagem no próprio espaço experimental.

Decorrente da rede de significação obtida, os aspectos matemáticos favoreceram a compreensão discente referente à relação necessária entre o conceito de competição e o de coexistência entre os seres vivos, possibilitando novas semioses.

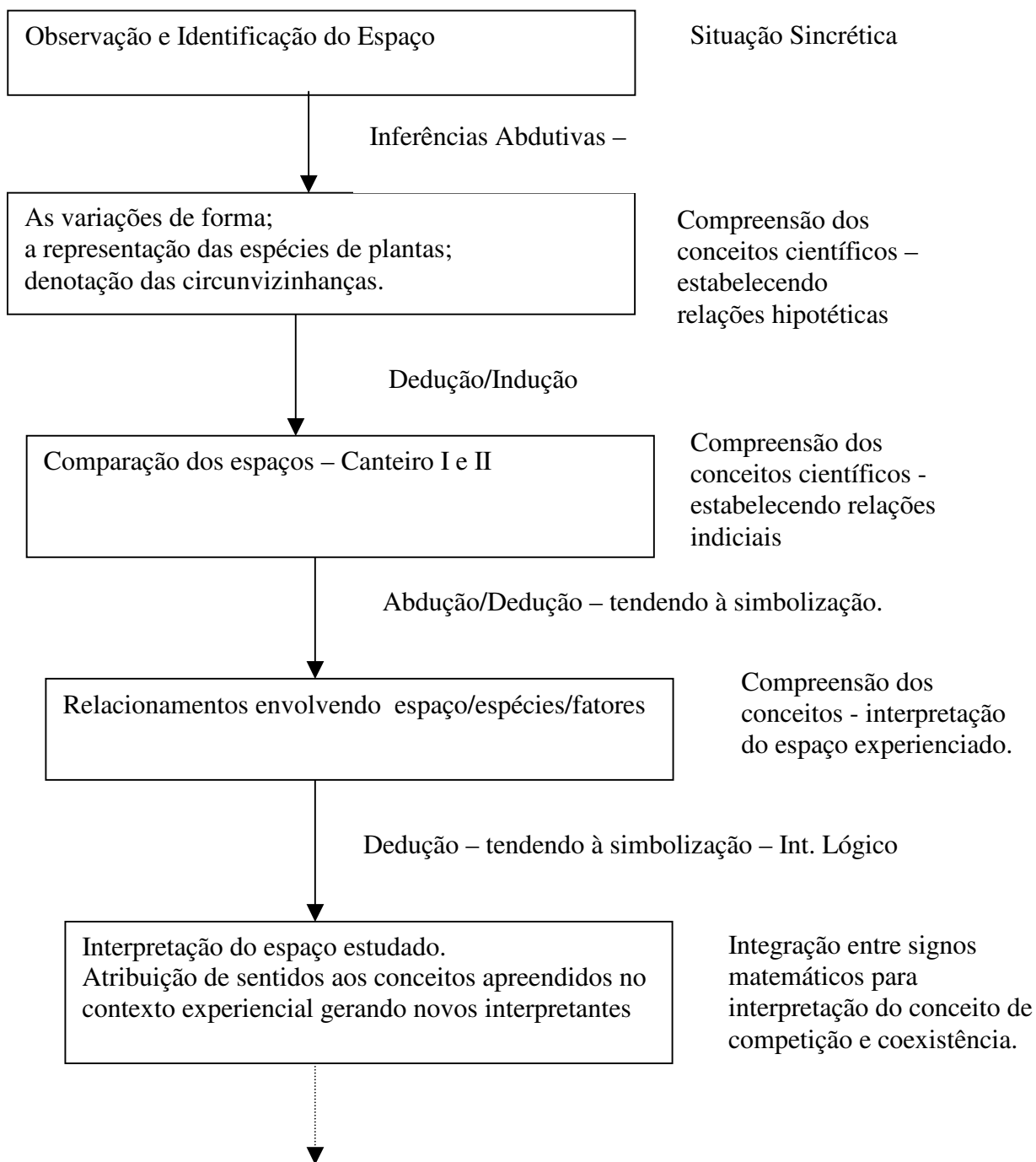
Dessa análise, recortamos os conceitos de matemática e suas implicações na produção de conhecimentos científicos, refletindo sobre as representações expressas pelos alunos; procuramos buscar indicadores que pudessem articular os conhecimentos matemáticos aos conhecimentos de ciências, por meio de análises referentes às ações didático-metodológicas (planejadas e re-planejadas no decorrer do processo ensino e aprendizagem).

Desse modo, a relação signo-pensamento expressa por ações verbal e não-verbal foi construída no trajeto investigativo que nos pareceu possível, dentro dos limites desse trabalho, a fim de tecer constantes relações entre os Objetos estudados (relativos à matemática e à

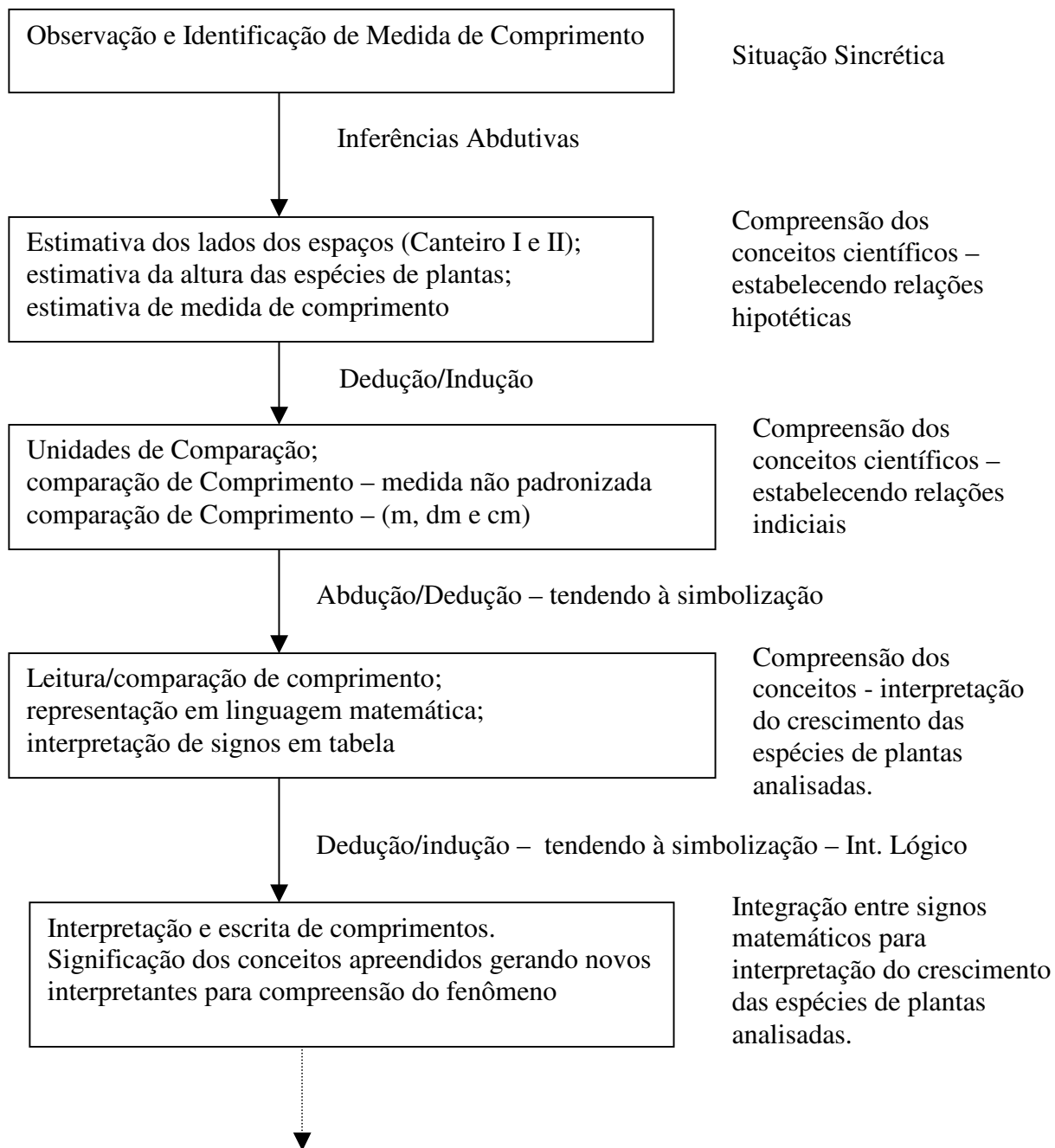
ciência natural) o que nos favoreceu futuras tomadas de decisões . Segundo Peirce: “A função representativa do signo não está nem na qualidade material nem na aplicação demonstrativa, a função representativa cifra-se numa relação do signo no pensamento.” (1980, p.74).

O domínio epistemológico que envolve o estabelecimento de constantes relações entre diversos saberes para a construção de conhecimento em Matemática decorre da compreensão dos signos de diferentes linguagens, conjuntamente com o desenvolvimento de habilidades e novos hábitos ou condutas. Procuramos sistematizar as condutas sinalizadas pelos interpretantes que foram elaborados no processo ensino e aprendizagem nos esquemas a seguir:

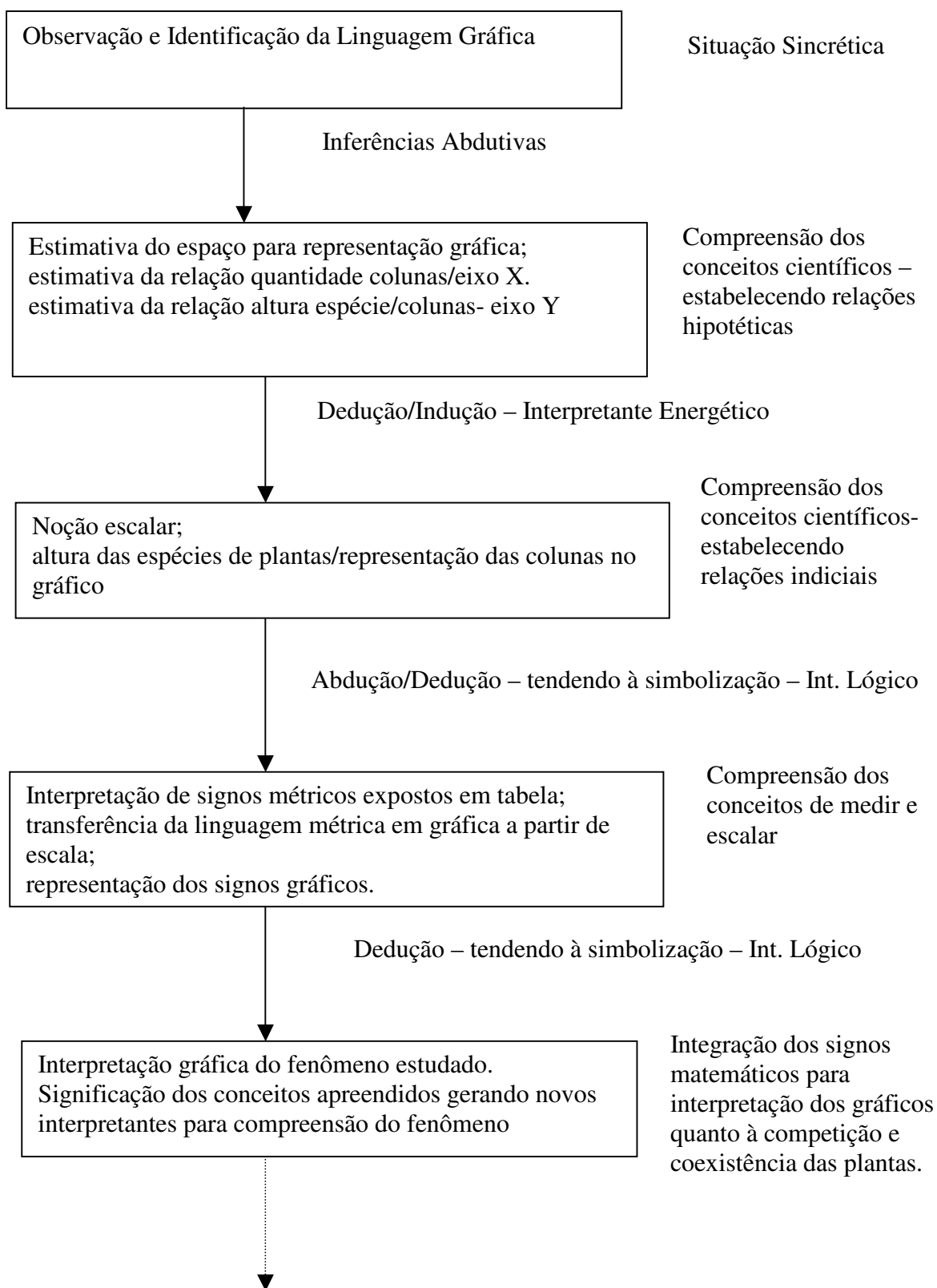
Estudo do Espaço



Estudo da grandeza: Comprimento



Estudo da Linguagem Gráfica



Desse modo, as atividades em sala de aula e extraclasse foram entendidas como integradas pelos alunos e a partir delas foram constituídas sínteses de significações sobre os objetos matemáticos (conceitos) estudados e ressignificados para explicar o conceito de coexistência e competição de seres vivos.

Compreender o motivo pelo qual se realizava uma determinada ação experiencial e apropriar-se de suas finalidades correlacionando os saberes matemáticos e científicos foi um dos objetivos que priorizamos nas atividades didáticas propostas.

As condições de ensino e aprendizagem desenvolvidas buscaram integrar conceitos matemáticos a diferentes linguagens analisando o processo de significação dos alunos para compreender a produção de conhecimento. Podemos dizer que buscar a compreensão conceitual discente com tal finalidade integradora é essencial não apenas para apreensão de conceitos como também para reflexão sobre os procedimentos e as atitudes expressas por parte dos educandos e educadores durante o processo de semiose.

CONCLUSÕES

Procuramos, nesse espaço, esboçar o processo de desenvolvimento desse trabalho e sintetizar suas principais contribuições para a ação educativa.

O objetivo dessa pesquisa foi elaborar uma proposta metodológico-didática para o ensino de matemática que permitissem estudar o processo de aprendizagem com base na semiótica peirceana.

As atividades desenvolvidas firmaram-se na condução de um processo didático-metodológico que permitiu identificar a conduta discente no percurso de conhecer¹ o objeto e aprender a linguagem matemática, explicitando por várias ações de representação à apreensão conceitual dessa ciência. Para isso, contamos com os canteiros de plantas como contextos experimentais e as possíveis correlações sígnicas por ele engendradas.

Algumas questões elencadas no início dessa investigação balizaram o processo didático-metodológico proposto. Vamos retomá-las para possíveis reconsiderações senão

¹ O termo conhecer aqui explicitado é definido como a compreensão mais próxima possível da questão a ser conhecida, pois o símbolo possibilita múltiplas significações na medida em que é compreendido.

últimas, tendo em vista que o processo de semiose é contínuo, mas as resultantes do processo gerativo de interpretantes que foi desenvolvido:

- Que concepções podem ser inferidas em relação às expressões verbais e não-verbais dos alunos sobre o uso dos objetos matemáticos, no ensino de ciências naturais, a partir de observações de conduta num contexto experiencial?
- Como o processo lógico (ação do pensamento) dos alunos pode ser caracterizado quanto ao significado dos conceitos matemáticos por eles elaborados?

Refletir nesses questionamentos requer entender a construção de signos matemáticos (no processo lógico de pensamento e na decorrente elaboração de interpretantes gerados) como instrumentos para compreensão de conceitos científicos.

Esse propósito mostrou-nos o quanto uma ação educativa é complexa e exige uma constante superação de conflitos, rupturas, continuidades e saltos qualitativos que se tornaram partes integrantes das ações de ensino e aprendizagem .

As dificuldades passaram a ser perceptíveis mediante constatação de como os conhecimentos matemáticos obtidos anteriormente haviam sido articulados no contexto escolar. Por exemplo, por meio das análises referentes às atividades de estimativas de medida de comprimento, nas observações de tarefas já desenvolvidas, em apontamentos dos partícipes e nas hipóteses inferidas sobre os conhecimentos apresentados.

Dessa maneira, podemos afirmar que os desafios oriundos do trabalho de propiciar a apreensão de conhecimentos, refletindo seus significados, demandaram situações de envolvimento com o corpo docente e discente.

Para Peirce, as conseqüências de práticas se constituem a partir de um processo interpretativo coletivo, pois a significação última é derivada da ação de experimentar, oriundas de percepções verificadas na mudança de hábitos que se traduzem em novas ações de conduta.

Sabemos que um trabalho articulado é dependente de vários aspectos estruturais e conjunturais: macro e micro organizacional. O primeiro diz respeito ao âmbito governamental (decorrentes de propostas, leis, decretos e resoluções). O segundo se funda na autonomia de cada unidade escolar, no projeto pedagógico, como reflexo da consciência

profissional da coletividade que compõe a instituição. Firmamos nosso estudo nessa segunda esfera, tendo ciência que ambos não são excludentes.

As ações didático-metodológicas desenvolvidas, no contexto escolar, foram operações configuradas com base nas grades curriculares em vigor e nas propostas governamentais expressas nos Parâmetros e Referenciais Curriculares Nacionais; sem, entretanto, nos restringirmos a eles. Escolhemos alguns conhecimentos matemáticos que, ao longo da formação discente, passaram a ser vistos como conceitos universais à apreensão de novas formas de linguagens.

Os objetos matemáticos enfocados foram: (a) medida de comprimento; (b) estimativa; (c) noção de espaço; (d) representação gráfica; (d) uso de escala.

Desse percurso investigativo destacamos aspectos relevantes em relação:

- a) à metodologia didática relacionada ao contexto experimental e à produção de conhecimento;
- b) à análise semiótica peirceana dos conceitos matemáticos e científicos e
- c) aos signos apreendidos no processo de ensino e aprendizagem em matemática.

O contexto experimental e a produção de conhecimento

As relações perceptivas e hipotéticas são freqüentemente propostas em outras áreas de ensino como Ciências Naturais, Geografia, Artes, etc, no entanto, é pouco incentivada na disciplina de Matemática em que são fundamentais.

Destacamos nesse trabalho o aspecto perceptivo, proveniente das situações experienciais dos partícipes envolvendo ações problematizadoras de observação dos espaços em sala de aula e extraclasse, com o uso de vários instrumentos.

A exploração do espaço experimental (Canteiro I e II) foi um dos elementos articuladores para a integração das disciplinas: Matemática e Ciências Naturais.

Através do estudo dessas áreas, pudemos perceber, nos desenhos e nas argumentações, habilidades de observação e levantamento de hipóteses que foram sendo reorganizadas em novas idéias vinculadas aos aspectos perceptivos.

Isso vem confirmar (o que Peirce ressalta em sua filosofia pragmática) a importância de um contínuo representar na produção de generalizações, em que a base da capacidade representativa se constitui no contexto de experiência sobre o observável.

Outro episódio oriundo de ações perceptivas foi o desenvolvimento de atividades relacionadas ao uso de instrumentos de medida. A familiarização de diferentes ferramentas (trena, metro de carpinteiro, fita métrica e régua) teve como objetivo instigar o aluno a sentir-perceber/relacionar/generalizar suas diversas características.

Tais instrumentos foram permanentemente reconstruídos a partir das situações-problema. Essa reconstrução ocorreu no processo de investigar logicamente as relações presentes nessas situações e de buscar soluções mais satisfatórias.

O trabalho experimental pôde focar a potencialidade discente nas diferentes formas de relacionar os conceitos. As observações contínuas e sistemáticas do meio contribuíram para a apreensão mais detalhada do fenômeno. As manifestações orais e escritas durante o processo permitiram a produção de hipóteses, confronto e elaboração de generalizações sobre o estudo em questão. Esse construir relacionando procedimentos, habilidades e conceitos teceram a compreensão dos partícipes.

Essas ações, segundo Peirce, são a que possibilitam a produção de signos genuínos, visto que, o conhecimento se estabelece num processo de semiose que, através da exposição e da dúvida, permite a continuidade das relações de conhecimento sobre o objeto.

Das ações experienciais desenvolvidas nos contextos extraclasse e em sala-de-aula podemos enfatizar que:

- ✓ o trabalho perceptivo e hipotético oriundo das tarefas de observação e confronto dos contextos experimentais possibilitou desenvolver ações argumentativas que se configuraram na produção de interpretantes sobre os conceitos investigados, permitiram-nos analisar o processo de conhecimento matemático;
- ✓ as estruturas de significação apontadas pelos alunos durante as atividades culminaram num processo de semiose para a formação de hábitos de condutas e não em esquemas prontos (indutivos/dedutivos), impostos com intuito de reter conhecimentos mágicos e desarticulados de outras experiências de aprendizagem.;

- ✓ a apreciação dos instrumentos no contexto matemático estabeleceu-se como algo que agrega a compreensão dos signos instituídos pelo homem, permitindo novos avanços de conhecimentos a partir dessas generalizações;
- ✓ a elaboração de ações didáticas que propiciem ao educando olhar para o instrumento como meio integrador de linguagem permitiu explorar seus aspectos sógnicos experienciados e constituídos culturalmente para solução de problemas;
- ✓ a apreensão de signos matemáticos, principalmente nas séries iniciais, a partir de situações de observação e experiência, possibilitou a elaboração de hipóteses estimulando aos alunos a ações reflexivas para explicar o Objeto em questão.

A integração dos conceitos matemáticos e suas representações

Fundamentar conhecimento, relacionando os signos experienciáveis decorrentes de aprendizagem integrada implica associá-los a processos de aquisição de linguagens que determinam sua significação.

A Matemática em suas estruturas simbólicas deve ser significada no contexto escolar em uma linguagem matemática que, apesar de suas peculiaridades simbólicas, constitui-se como Objeto de apreciação, experiencição, apreensão e generalizações.

No percurso escolar, a linguagem matemática vai se tornando complexa no decorrer das séries cursadas pelos alunos. O caráter simbólico é decorrente de ações articuladas entre as diversas áreas de conhecimento. O processo de ensino e aprendizagem de matemática, é necessário ressaltar, não pode ser reduzido à expressão de fórmulas genéricas e abstratas, fundadas em si mesmas, pois isso não propicia a geração genuína de interpretantes.

Contraopondo-nos a visão fechada do ensino de matemática, restrito às referidas fórmulas “abstratas”, não raro, expressas pelos aprendizes de modo mecânico, procuramos

estabelecer situações-problema que instigassem a observação, reflexão e construção de hipóteses pelo aluno. Situações essas presentes no contexto estudado.

O aluno, nesse processo, pôde construir interpretantes, baseando-se em ações integradas que exigiram conhecimentos prévios articulados às novas descobertas sobre a linguagem matemática. Isso lhe possibilitou a apreensão de novos conceitos de forma contínua.

Da filosofia pragmática peirceana temos o conhecer como algo dinâmico, que nos oferece uma linha de conduta metodológica para expressar o Objeto cada vez de forma mais profundada. Esse processo, como visto, compreendido como semiose, foi estabelecido para entendimento do fenômeno estudado, não como “Objeto esgotado”, mas baseado na capacidade de como o aluno geriu e relacionou os conceitos matemáticos. Assim, as diferentes representações exigidas do contexto didático-metodológico desenvolvido propiciaram tecer um caminho epistemológico para melhor compreensão das estratégias educativas envolvendo alunos/pesquisador/professor/contexto. As ações perquiridas e efetivadas asseguraram-nos observações e análise contínuas referentes aos seguintes elementos:

- ✓ O coletivo e o Objeto.
- ✓ reação do Objeto sobre o experimentador² (percepção);
- ✓ a hipótese identificada e expressa pelo experimentado do universo experienciado ou pelo menos parte dele;
- ✓ a dúvida sobre a veracidade da hipótese;
- ✓ o isolamento das variáveis sobre as quais o experimentador pretende operacionalizar;
- ✓ a produção de um diagrama mental;
- ✓ a reformulação contínua de hipóteses ao longo do processo de semiose;
- ✓ a reação do experimentador em relação ao Objeto (novas percepções);
- ✓ o reconhecimento das tarefas do e pelo experimentador no confronto com o universo experienciado (avaliação da hipótese);
- ✓ a construção de um diagrama mental e, ao cabo,
- ✓ a construção de hábito de conduta (decorrente da mudança de crença anteriores).

² Experimentador: aluno e/ou grupos analisados.

Os elementos elencados foram relevantes para formar conceitos matemáticos adequados à realidade da classe e, conseqüentemente, para subsidiar a aquisição de conhecimentos pelos alunos.

A inter-relação simbólica matemática proposta para explicar fenômenos naturais contribuiu para a formação de sínteses de significação que os alunos foram gerando do simples ao complexo no decorrer do trabalho. Os conceitos passaram a fazer parte do repertório discente como signos-pensamento na produção de novos interpretantes, ampliando as possibilidades representação/interpretação.

Assim, firma-se a idéia de interpretante último possível (que salientamos não é definitivo), pois, toda vez que olhamos para um Objeto produzimos signos que vão se ajustando “como fios de uma rede de novas relações” para chegarmos o mais próximo de suas características, ressignificando-o, ou seja, construindo novos hábitos de conduta.

A semiótica peirceana e o ensino de matemática

A construção de conhecimentos analisada pela tríade Sentir-Perceber/Relacionar/Conceituar subsidiou parâmetros indicativos para o processo investigativo.

Dessa maneira, o processo de significação do fenômeno foi constituído por elaboração partindo da reflexão sobre as inferências discentes relacionadas às formas de raciocínio: abduativo; dedutivo/indutivo e indutivo/dedutivo, que puderam ser analisáveis nas diversas manifestações discentes (hipotéticas) sobre os conceitos matemáticos e científicos.

O nível Sentir-Perceber (relativo principalmente ao raciocínio abduativo) foi firmado como base para toda e qualquer situação de aprendizagem. Apesar de não podermos identificá-lo nas representações sógnicas dos alunos, esses foram apontados nas primeiras hipóteses apresentadas oralmente quando os aprendizes expressaram admiração e sentimentos sobre o observado.

As expressões discentes de dúvidas (observadas durante todo processo) foram decorrentes de confronto com os fenômenos. Essas propiciaram o nível do relacionar, apresentando indícios sobre a aquisição de conhecimentos em cada etapa desenvolvida.

Os pensamentos tendendo à simbolização do conteúdo analisado ofereceram-nos uma oportunidade singular para refletir sobre relações de entendimento elaboradas pelos alunos, o que nos possibilitou uma compreensão mais plena acerca do processo discente concernente a generalização.

Dessa forma, as ações didático-metodológicas fundamentadas na tríade semiótica, permitiram-nos bases metodológicas (no qual as ações eram desencadeadas continuamente). Essas subsidiaram nossa reflexão sobre a ação perceptiva discente, passando depois pela investigação de signos indiciais configurados em interpretantes energéticos para, posteriormente analisar os interpretantes lógicos.

Durante o processo analítico desse trabalho, consideramos que:

- ✓ a importância de se ter interpretado as expressões orais e escritas dos alunos calcadas nas categorias semióticas de signos-pensamento possibilitou a clareza de idéias relativas à apresentação dos resultados, assegurando as evidências cognitivas a partir das relações triádicas de interpretantes;
- ✓ as relações caracterizadas pelos níveis (sentir-perceber/relacionar/conceituar) servem ao professor como indicadores ao processo de ensino e aprendizagem, para diagnosticar a compreensão dos alunos, a fim de que possam buscar novas situações didáticas para garantir, ao máximo, a produção de interpretantes sobre os conhecimentos estudados;

Os signos apreendidos no processo de ensino e aprendizagem em matemática **Representação do espaço**

No percurso didático, pudemos verificar a necessidade de propiciar diferentes modos de representações para analisarmos os interpretantes produzidos pelos alunos.

O estudo dos espaços (Canteiro I e II) contribuiu para que as habilidades exigidas no entendimento espacial propusessem o envolvimento discente com linguagens matemática, gráficas, pictóricas, gestuais, entre outras, que foram tornando-se complexas no decorrer das atividades.

Notamos progresso em relação ao vocabulário científico usado pelos alunos, por exemplo, os termos “feio”, “rouba” expressos nas apreciações do canteiro: “*Essa planta rouba a água do feijão, olha que tronco grosso*” (12), “- *Nossa, morreu tudo! O canteiro*

está feio”(18) foram substituídos, no decorrer do processo, por “competitivo”, “relacional” e “coexistente”.

O canteiro foi tornando-se propriedade da classe, interesse que gradualmente vivenciamos nas ações argumentativas dos alunos. Como as expressões:

“*Ah! meu feijão morreu*” (17)

“*Que lindo está o meu canteiro*” (13)

“*Dona, nós viemos tomar conta [do canteiro] nas férias para ninguém mexer*”.(11 e 19)

As ações de medir as espécies de plantas e comparar os espaços (canteiros I e II) apresentados em formato triangular e em regiões quadriláteras (divisões do canteiro I) possibilitaram o envolvimento dos alunos com essas formas. Conseqüentemente, as superfícies estudadas estimularam situações-problema pertinentes à localização, confrontos entre as áreas observadas e percepção de suas circunvizinhanças (fronteiras).

Nas argumentações afirmadas durante as observações das regiões e nas suas representações pictóricas, pudemos verificar a familiaridade constituída com esses conceitos.

Outro aspecto salientado foi o relativo às ações didáticas envolvendo a passagem das observações “reais” do canteiro I e suas regiões para a observação e análise dos mesmos traduzidos em representações escalares. Isso garantiu uma perspectiva de continuidade de apreensão conceitual (localização e fronteira) em situações abstratas, porém contextualizada.

Na vertente do ensino e aprendizagem, destacamos como constituintes fundamentais:

- ✓ as representações através de desenhos, que expressaram as percepções dos partícipes sobre os espaços experienciados, permitindo-nos identificar o crescimento conceitual dos aspectos geométricos e científicos das áreas pesquisadas;
- ✓ as ações pictóricas, durante a investigação do fenômeno, que nos asseguraram recursos metodológicos e analíticos para compreensão dos signos envolvendo a relação apresentação-representação do Objeto;

- ✓ os conceitos de fronteira, localização e formas geométricas, que foram sendo relacionados em todas as observações e comparações dos espaços (Canteiro I e II) favoreceram o reconhecimento das espécies e a explicitação dos aspectos das regiões exploradas (articulando as ações propostas);
- ✓ o reconhecimento das posições das espécies, atribuindo-lhes signos matemáticos, que permitiram: explicitar os aspectos das regiões, localizar e interpretar a relação de competição e coexistência entre os seres vivos, mostrando o uso da linguagem matemática, pelos alunos, para significar conhecimentos científicos;
- ✓ as atividades, que compuseram a mediação entre o “real” e a representação desse se constituíram em estratégia metodológica, favorecendo a inserção da noção do conceito escalar, usado posteriormente na elaboração e significação da linguagem gráfica.

Medida de Comprimento

A aferição das mudas de feijões e das espécies de plantas contidas nos canteiros também contribuiu para a elaboração de estratégia de medição e de escolha do melhor instrumento a ser usado em cada situação-problema. Por exemplo, para denotar o crescimento das mudas de feijões, a fita métrica foi a ferramenta mais usada devido a: flexibilidade, as divisões decimais (em cores diferentes), o que permitiu ao aluno inferenciar valores mais próximo da medida “real” a partir da percepção das marcações. Para determinar o tamanho dos canteiros preferiram a trena, pois os demais instrumentos necessitavam de cálculos intermediários, fato logo percebido pelos alunos, para compor o resultado desejado.

No processo de significação de medida de comprimento, tivemos que resgatar o conceito de unidade de comparação. Esse conceito é apontado como conteúdo a ser trabalhado desde a Educação Infantil (RCN)³ com unidades não padronizadas, estendendo-se às primeiras séries do Ensino Fundamental (1ª e 2ª séries). A sistematização com unidades padronizadas de comprimento (m, dm, cm e mm), massa (kg, g) e volume (l, ml) é proposta para a 3ª série, ampliando-se na 4ª série.

A unidade-padrão de medida (padronizada ou não) é um conhecimento imprescindível ao processo de medir que, se não for bem entendido pelo aluno, pode traduzir-se em ambigüidade relativamente aos resultados.

³ BRASIL, Referencial Curricular Nacional para Educação Infantil.

Sob esse aspecto, podemos verificar, não raro, que alunos do Ciclo II (5^a a 8^a) apresentam dificuldades para interpretar, relacionar e operacionalizar unidades básicas de comprimento (m, dm e cm)⁴ e de outras grandezas devido à incompreensão da unidade-padrão referente.

As ações propostas como situações de comparação de comprimentos suscitaram ao aluno perceber a importância da escolha e o uso de unidades-padrão no processo de aferir, bem como a suas leituras e escritas na linguagem matemática.

A estimativa foi outra estratégia didático-metodológica assumida nesse trabalho como atividade de ensino e aprendizagem. Podemos concluir que:

- ✓ a estimativa, como construção didática no processo de medir, possibilitou-nos diagnosticar, nortear e assistir os alunos nas atividades realizadas por eles acrescentando às ações precedentes novos signos que se relacionaram com os anteriores, ampliando as habilidades discentes de comparação de comprimento;
- ✓ a simbologia matemática do conhecimento de medir comprimento passou a fazer parte do acervo dos alunos que a empregaram para explicar os aspectos biológicos referentes ao ensino de Ciências Naturais;
- ✓ é pertinente o desenvolvimento de habilidades de estimar em todo o processo de medir (a partir da verificação das concepções prévias dos participantes a respeito de medida de comprimento, bem como durante o percurso de sua sistematização).

Representação gráfica

Outra linguagem explorada na presente proposta didático-metodológica foi a gráfica. Essa potencializou a abstração do espaço experienciado e a re-interpretação do crescimento das espécies de plantas e demais fenômenos biológicos existentes.

A construção gráfica tornou-se fundamental à compreensão do conceito de coexistência e competição dos seres vivos. É notório, como vimos, que a representação sistemática dos dados coletados possibilitou o domínio de novos conceitos de matemática (medida, estimativa, leitura em tabela, escala), relacionando-os com os saberes das ciências naturais (categorização de espécies de plantas, germinação e crescimento).

⁴ Análise apresentada no capítulo 4 em “medida de comprimento”.

Um dos problemas pautados quanto à aprendizagem da linguagem gráfica foi o concernente à maneira de como os gráficos foram apresentados aos educandos. Exploramos o uso dessa linguagem no tópico de “Tratamento de Informação” em todas as séries do ensino fundamental.

Os conteúdos referentes à linguagem gráfica são apresentados, na maioria das vezes, a partir de representações que abordam questionamentos pontuais acerca dos dados sistematizados o que não oferece subsídios para que os alunos possam representá-los em diversas linguagens, principalmente a não-verbal. Outro entrave que envolve essa linguagem pode ser destacada na sua formalização. Muitos dados são oferecidos aos educandos em tabelas para serem apenas decodificados em representações de colunas. As situações de aprendizagem gráfica a partir desse enfoque perpetuam a fragmentação e a descontextualização do ensino e aprendizagem do Objeto matemática referente.

Contudo, sabemos que a apreensão dos signos gráficos é imprescindível à sua representação para organização dos dados e faz parte do processo de ensino e aprendizagem dessa linguagem. Para isso, as habilidades de observar, organizar, ler, comparar e interpretar relacionando os conceitos gráficos foi alvo desse trabalho.

Diante desses pressupostos, concluímos que:

- ✓ a transposição da simbologia matemática apresentada em tabelas com o aporte da linguagem gráfica (com objetivo de expressar as experiências de plantio e acompanhamento das plantas) foi relevante nas estratégias de solução dos problemas apresentados em diversas atividades;
- ✓ trabalhar os valores gráficos a partir de dados articulados em sala de aula e em situação experiencial como canteiro de plantas, possibilitou-nos a análise rigorosa dos dados coletados relacionados aos conceitos matemáticos e aos de Ciências Naturais;
- ✓ as categorizações dos interpretantes dos alunos subsidiaram a compreensão de como se deu à produção de signos matemáticos e sua significação na representação de gráficos de colunas.

Os referenciais teóricos que fundamentaram nosso trabalho norteou tanto o olhar epistemológico dos pesquisadores sobre as ações propostas elaboradas bem como o olhar

lógico, proposto pela semiótica peirceana em relação ao percurso estabelecido por todos os partícipes na aquisição de conhecimento.

Podemos dizer que esses olhares se inter-relacionaram no decorrer da pesquisa, subsidiando o processo de semiose discente oferecendo maiores possibilidades para a construção dos conceitos matemáticos articulados aos de Ciências Naturais.

Esperamos que as propostas aqui demonstradas possibilitem confrontos, dúvidas e novas estratégias didática-metodológicas quanto:

- A integração das disciplinas Ciências Naturais e Matemática;
- A experiência como elemento articulador para o ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos.
- A inte-relação entre as linguagens não-verbais (gráfica, pictórica, corporal, entre outras) e as verbais (decorrentes de elementos lingüísticos) para a apreensão simbólica matemática.
- A apreensão de conceitos matemáticos a partir da observação e do levantamento de hipóteses.
- Os olhares semiótico/lógico e o investigativo para a elaboração da significação e ressignificação dos conceitos matemáticos.

Colocamos a semiótica como perspectiva de análise, interpretação e, conseqüentemente, negociação das significações do caminho interdisciplinar estabelecido para reflexão da problemática de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos e sua transposição em outras linguagens de conhecimento. Caminho esse, que a própria Educação Matemática vem nos instigando a investigar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA

ABRANTES, P. **Investigações em Geometria na Sala de Aula**, In: *Investigações Matemáticas na Sala de Aula e no Currículo – Lisboa: Projeto MPT e APM*, H. Fonseca, S.L.B.Brunheira, J.P. Ponte e P. Anbrantes, 1999, p.2153-167.

AGUIAR, T.V. **O verbal e o não verbal**. São Paulo: UNESP, 2004, 112p.

ALMODOVA, J. **Introdução à Estatística Geral**, 2 ed. São Paulo: Estrutura, 1978. 195p.

ALMOULOU, A. S. et al, **A geometria no ensino fundamental: reflexes sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos**. *Revista Brasileira de Educação*, Set/Dez 2004, n 27, p.95-107.

ANDERSON, M, et. Al **The Art, Craft, and Science of Mathematical Meaning-Making**. Cap. 1, *Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: from thinking to interpreting to knowing*, Toronto, Canadá: Legas, 2003, p.1-13.

ARAÚJO, F. U. in: **Temas transversais em educação: bases para uma formação integral**. São Paulo: Ática,1998. p. 9-17.

ARAÚJO, S.A M. **Porque ensinar Geometria nas séries iniciais de 1º grau**, *A Educação Matemática em Revista – SBEM*, n 3, 1994, p.12-16.

ASSUMPCÃO, I. **Interdisciplinaridade: uma tentativa de compreensão do fenômeno.** In: Prática Interdisciplinares na Escola. São Paulo: Cortez, 2001. p. 23-31.

BECHARA, E. **Moderna Gramática Portuguesa.** Rio de Janeiro: Lucerna, 2001.

BOGDAN, C. R. E BIKLEN, k. S. **Investigação Qualitativa em Educação.** Trd. Alvarez, J, M., Santos, B.S e Baptista, M T., Porto: Portugal, 1994, 331p.

BONJORNO, J.R. **Vamos juntos nessa Matemática.** São Paulo: FTD, 2000.264p.

BORBA, C. M e PENTEADO,G.M., **Informática e Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003, p.99.

BORBA, S F. (org) **Dicionário UNESP** de Português Contemporâneo. São Paulo: Unesp, 2004.

BOYER, B.C. **História da Matemática,** Tradução: Gomide, F. E. São Paulo: Afiliada, 1974.p.1-32.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto: **Proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais – Introdução.** São Paulo: s/d.

_____. Ministério da Educação e do Desporto – Secretaria do Ensino Fundamental SEF: **Referencial Curricular Nacional para Educação Infantil – matemática.** V.3 São Paulo: 1998.

_____. Ministério da Educação e do Desporto – Secretaria do Ensino Fundamental SEF: **Parâmetros Curriculares Nacionais – matemática.** V.3 São Paulo: 1994, 144p.

CALDEIRA, A.M.A **Semiótica e a Relação Pensamento e Linguagem no Ensino de Ciências Naturais,** Tese: Livre Docência, 2004, p.175.

CALDEIRA, A.M.A e MANECHINE, S.R.S **A apresentação e Representação de fenômenos biológicos a partir de um canteiro de plantas,** Revista Investigação em Ensino de Ciência (IENCI) V12 –2 ISSN 1518-8795, 2007.

CARAÇA, B. J., **Conceitos Fundamentais de Matemática,** 1º ed., Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1984.

CARLOS, A F. A (org.) **A geografia na sala de aula.** 5 ed. São Paulo: Contexto, 2003.

CASTRO, M.F.J, **Princípios de Cartografia Sistemática, Cartografia Temática e Sistema de Informação Geográfica**. Instituto de Geociências e Ciências Exatas: Departamento de Cartografia e Análise da Informação Geográfica. USP- Rio Claro: 1996.p.1-35.

CASTILHO, R.F.S. **Geometria até onde a vista alcança**, Revista AMAE Educando 203, Maio/1989, p.25-27.

CHAUÍ, M. **Convite a filosofia**, 5 ed. São Paulo: Ática, 1995, p.137-150.

CUBERES, G.T.M e DUHALDE, **Encontro Iniciais com a Matemática**: contribuições à educação infantil, Porto Alegre: Artmed, 1998, p.199.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação**: Reflexões sobre educação e matemática. São Paulo: Summus; Universidade Estadual de Campinas, 1986.

D'AMORE, R. **Epistemologia e didática da Matemática**. São Paulo: Escrituras Editora, 2005. p.123.

DANESI, M. **Inconicity na Metaphorical Thinking in Teaching Word Problem-Solving**. Cap. 9, Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: from thinking to interpreting to knowing, Toronto, Canadá: Legas, 2003, p 169-181.

DESCARTES, R., **Vida e Obra**. São Paulo: Nova Cultural Ltda, Pensadores, 1999.p.333.

DELORS, J. **Educação**: um tesouro a descobrir, 7 ed. São Paulo: Cortez; Brasília, DF:MEC: UNESCO, 2002.

DENOYEL, N., **Alternance tripolaire et raison expérentielle à la lumière de la sèmiotique de Peirce**. Revista Française de Pédagogie, n 128, jul-set, 1999, p.35-42.

DEWEY, J. **Como Pensamos**: Como se relaciona o pensamento reflexivo com o processo educativo. 3 ed. São Paulo: Nacional, 1959, 285p.

_____. **Democracia e Educação**: introdução à filosofia da educação 4 ed. São Paulo: Ed. Nacional, 1979, 395 p.

_____. **Vida e Educação**. Trad. Anísio S; Teixeira, Rio de Janeiro: Melhoramentos. MEC, 1978,

DIENES, Z.P. e GOLDING, W.E. **Exploração do espaço e prática da medição**, São Paulo: EPU, 1974, p.88.

ESTEVE, M. J. **A terceira Revolução Educacional** A Educação na Sociedade do Conhecimento. São Paulo: Moderna, 2004. p.205

FACCO, R.S. **Conceito de Área uma proposta de ensino-aprendizagem**. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, 2003, p.124.

FAINGUELERNET, K.E., **Educação Matemática: representação e construção em geometria**. Porto Alegre: Artmed, 1999, p.225.

FERREIRA, L S. **Introdução a noção de interdisciplinaridade** in: Prática Intedisciplinares na Escola. São Paulo: Cortez, 2001. p. 33-35.

FLICK, U. **Introducción a la investigación cualitativa**. Madrid: Marata, 2004, p.322.

FONT, V. et al **Algumas Aplicaciones de la Teoria de Las Funciones Semióticas a la Didáctica del Análisis Infinitesimal**, Didactique des Mathématiques, Vol, n 1 – 2005.

FORRESTER, A.M e PIKE, D.C. **Learning to Estimate in the Mathematics Classroom: A Conservation-Analytic Approach**, Journal of Research in Mathematics Education, n3, V.29 Maio, 1998, p.334-356.

GARNICA, M.V.A **Peirce's Mathematical Writings: na Essay on Primary Arithmetic Books as it Relates to Mathematics Educacion**, Revista Brasileira da Matemática – Vol 1 n 2 – outubro/2001, p.37-57.

_____. **Changes and Chances: na Initial Study fo Peirce's Pragmatism and Mathematical Writings as they Relate to Education na the Teaching and Learning of Matematics**, s/d (digitado).

GIMENEZ, J e LINS, C.R. **Perspectiva em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

GODINO, D. J. **Teoria de Las Funciones Semióticas: Un Enfoque Ontológico- Semiótico de la Cognición e Instrucción Matemática**, 2003, 318p. www.ugr.es/local/jgodino/ acesso em 10/10/2005.

_____. **Comparación de Herramientas Teóricas em Didática de las Matemáticas**, 2004, 18p. www.sholar.com acesso 10/11/2005.

_____. e BATANERO, C. **Semiotic Functions in Teaching and Learnig Mathematics**, Cap. 8, Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: from thinking to interpreting to knowing. Toronto, Canadá: Legas, 2003, p.149-167.

GUIMARÃES, G. GITINARA V. e ROAZZI, **Categorização e Representação de dados na 3ª série do Ensino Fundamental**, ANPED, 2000, CD 23ª p-8-11. www.anped.org.br acesso em 17/06/2005.

IMENES, **A geometria no primeiro grau: experimental ou dedutiva?** Revista de Ensino de Ciências n 19 – Out. FUNBEC, 1987, p.55-61

JOSEPHSON, J R e JOSEPHSON, G.S. **Abductive inference: Computation, philosophy, technology**, Press Syndicate of the University of Cambridge, 1996, p.1-30.

KANT, I. **Textos Selecionados**, tradução: Bernkopf, M. T, Quintela, P, Torres, R.R.º- São Paulo: Abril Cultural, 1980.p.160-207.

LENKE, L.J. **Mathematics in the Middle: Measure, Picture, Gesture, Sing, and Word**, Cap. 11, Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: from thinking to interpreting to knowing, Toronto, Canadá: Legas, 2003, p.215-234.

LIBÂNEO, J.C. **Organização e gestão escolar**. Goiânia: Alternativa, 2001.246p.

LORENZATO, S e MOURA, L.R.A., **O medir de Crianças Pré-Escolares**. Revista Zetetiké, v.9, n 15/16, Jan/Dez, 2001, p.7-45.

LORENZATO, S. e VILA, C. M **Século XXI: qual Matemática é recomendável?** A posição do The Natinonal Council of Supervisors fo Mathematics. Revista Zetetiké, v. 1 março/1993, p.41-49.

LUJAN, S. L.M., **A geometria na 1ª série do 1º grau: um trabalho na perspectiva de Van Hiele**, Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, 1997, p.122.

LUDLOW, S.A. **Classrrom Discouse in Mathematics as na Evolving Interpreting Game**, Cap. 13, Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: from thinking to interpreting to knowing, Ed.Legas, Toronto, Canadá, 2003, p.253-281.

MACHADO, J. N. **Epistemologia e didática** As concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente. São Paulo: Cortez, 2002.

_____. **Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua.** São Paulo: Cortez, 1991.

_____. **Matemática e realidade.** 4 ed. São Paulo: Cortez, 1997.

MAIOLI, M. **Uma oficina para formação de professores com enfoque em quadriláteros,** Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, 2002,p.150.

MANECHINE, S.R.S, **Análise do Processo de Construção de Aprendizagem em Alunos Integrantes de um Projeto de Reforço.** Dissertação (Mestrado) Faculdade de Ciências, UNESP- Bauru, 2003, p.207.

MEJÍA, R. M. **Transformação Social,** 2 ed. São Paulo: Cortez, p.85.

MONTEIRO, F.E.C e SELVA, V.C.A. **Investigando a atividade de Interpretação de gráficos entre professores do Ensino Fundamental,** 2001, p.1-17. www.sbempaulista.or.br, acesso em 03/04/2005.

MORENO, A.R. **Introdução a uma Pragmática Filosófica:** De uma concepção de Filosofia como atividade Terapêutica a uma Filosofia da Linguagem, Campinas, Ed. UNICAMP, 2005, 411p.

MORENO, M. **Temas Transversais:** Um ensino voltado para o futura, in:**Temas Transversais em Educação:** Bases para uma formação integral, Busquets, D. M (et. al) 1998, p. 35 .

MOURA, L.R.A **A Medida e a Criança Pré-Escolar,** Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Educação, Campinas, São Paulo, 1995 (Tese de Doutorado), p.209.

NCTM, **Estandares Curriculares y de elvaluacion para la Educacion Matematica,** Trad. Facon, J.M.A e Rodrigo, C. J., Sociedad Andaluza de Educacion Matematica THALES,s/d, p.265.

NÖTH, W. **Panorama da Semiótica:** de Palatão a Peirce. São Paulo: Annablume, 1995, 145p.

NUNES, T e BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática.** Porto Alegre, Arned, 1997.

PAIS, C. L. **Didática da Matemática**, 2 ed. Belo Horizonte: Autentica, 2002,128p.

_____. **Uma Análise do Significado da Utilização de Recursos Didáticos no Ensino de Geometria**, 2000, p. 11-16 www.anped.org.br., acesso em 03/03/2005.

PARRA, C. e SAIZ, I.(et. Al) **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Trad. Juan Acuña Lorens. Porto Alegre: Artes Médicas. 1996.

PAULOS, John A. **Mas allá de los números**. Barcelona: Tusquets Editores. 1993.

PEIRCE, S.C. **Escritos Coligidos**.Tradução: D'Oliveira, M A e Pomerangblum,S, 4 ed. São Paulo: Nova Cultura, 1974 - Os Pensadores, 190p.

_____. **Semiótica e Filosofia**. Trad. Mota e Hegenberb. São Paulo: Cultrix, 1972. 164p.

_____. **Semiótica**, São Paulo: Perspectiva, 2003, 336p.

_____. **Os Pensadores**. São Paulo: Abril Cultural, 1980.

_____. Collected Papers of Charles S. Peirce. V 1-6. Harstone and P. Weiss. Cambridge M. A. – The Belknap Press of Harvard University, 1974.

PIAGET, J **A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação**, Rio de Janeiro: Zahar editores, 1975.

_____.**O desenvolvimento das quantidades físicas na criança: conservação e Atomismo**. 2 ed. Rio de Janeiro: 1975.

PIAGET, J. e SZEMINSKA, A. **A gênese do número na criança**. Tradução: Oiticica, M. C. 2 ed. Rio de Janeiro: 1975.

_____. e INHELDER, B. **A psicologia da criança**. Trad. Cajado, M. O Rio de Janeiro: Difel, 2003.

_____. **A Biologia e conhecimento: ensaio sobre as relações entre as regulações orgânicas e os processos cognoscitivo**. Rio de Janeiro: Vozes, 1996.

_____.**La construction du réel chez l'enfant**. Trad. Dlachaux et Neestlé. Rio de Janeiro: 1970.

PIAGET, J. **Problemas de Psicologia genética**. Ed. Forence. Rio de Janeiro: Trad. Célia E. A Di Peiro, 1973

_____. [et.al] **Abstração Reflexionante: Relações Lógico-Aritméticas e Ordem das Relações Espaciais**, Trad. Fernando Becker e Petrolina B. G. da Silva. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995, 292p.

POMBO, O. **Interdisciplinaridade e Integração dos Saberes** Liinc em revista, v.1, n.1 março 2005, p.4-16 <http://www.liinc.ufrj.br/revista>, acesso em 15/11/2005

PONTE, P.J., BROCARD, J. e OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

QUEIROZ, A. J. **Semiose segundo C.S. Peirce**. São Paulo: EDUC. FAPESP, 2004, p. 207.

RANGHETTI, S. D. **A Força do Ato de Perguntar na Ação Reflexiva**, In: A virtude da força nas práticas interdisciplinares. Fazenda, I. (org). Campinas, S.P.: Papirus, 1999, 79-87p.

RUÉ, J. **O que Ensinar e Por quê: Elaboração e Desenvolvimento de Projetos de Formação**. São Paulo: Moderna, 2003.

SAMTOMÉ, T. J. **Globalização e Interdisciplinaridade: O currículo integrado**. Porto Alegre: Artmed, 1998

SANTAELLA, L. **Semiótica Aplicada**, São Paulo: Thomson Learning, 2002, 186p.

_____. **Teoria Geral dos Signos**. São Paulo: Ática, 1995, 199p.

_____. **O que é Semiótica**. São Paulo: Brasiliense, 1983, 84p.

_____. **O Método Anticartesiano de c. S. Peirce**, São Paulo, E. Unesp, 2004, 275p.

_____. **Estrategia para la aplicación de Peirce a la literatura**, Revista de la Asociación Española de Semiótica, nº1, 1992, 43p.

SELVA, V.C.A. e FALCÃO, **A compreensão das coordenadas espaciais por crianças de 6 a 8 anos: um estudo exploratório**. Revista: Estudo de Psicologia (Natal), V.7 n 2, Natal, Jul/Dez, 2002, p2-13 www.scielo.br, acesso em 07/06/2005.

SHIEMANN, A, CARRAHER, D e CARRAHER, T. **Na vida dez na escola zero**. São Paulo: Cortez 2001.

SILVEIRA, L.F.B. **Curso de Semiótica Geral**, São Paulo, Quartier Latin, 2007, 237p.

_____. **Curso Introdutório de Semiótica**, 2002. (Apostila digitada)

_____. **Na origem está o Signo**. São Paulo: v.14, 1991, p.45-46.

_____. **Peirce e a Matemática**. São Paulo: Revista Bolema, Ano 9 , especial 3, 1994, p.53-65.

_____. **Caráter Sinfônico das Representações Semióticas**, 2006, 12p.(prelo).

SHOOK, R.J. **Os pioneiros do pragmatismo americano**, Trad. Said, M.F., Rio de Janeiro: DP&A, 2002, 211p.

SKOVSMOVE, **O Educação Matemática Crítica: a questão da Democracia**, Campinas, SP: Papirus, 2001 – Coleção Perspectiva em Educação Matemática.

SRINIVASAN, S. **Mensuration in Ancient Índia**, Ajanta Publications, India, 1979, 165p.

STEINER, G. H. **Teoria da Educação Matemática (TEM): Uma introdução**, Quadrante, V. 2. nº 2, 1993, 19-34 p.

TEIXEIRA, A. **Bases da Teoria lógica de Dewey**, Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, V.23, 1955, 3-27p.

TORQUATO, I.B. **Avaliação dos Impactos das propagandas políticas Amigos da Escola, no âmbito escolar**, UNESP-SP – Faculdade de Educação, Marília, São Paulo, 1995 (Tese de Doutorado), p.420.2005.

UNESCO Brasil – A UNESCO e a OCDE Confirmam a Rentabilidade dos Investimentos na Educação – 2003 – www.unesco.org.br/noticias/revista_ant acesso em 28/10/2005.

VENDRAMINI, M.C. **Dificuldades em Matemática e solução de problemas de Estatística**, 2002, p.1-8 www.sbempaulista.org.br , acesso em 14/04/2005.

VILE, A. **Mathematics in Flatland: A Peircean, Trialectic View of the Nature of Mathematics**, Cap. 3, Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: from thinking to interpreting to knowing. Toronto, Canadá: Legas, 2003, p.35-48.

WITTGENSTEIN, L., **Sobre a Natureza humana/ P.M.S. Hacker**, trad. Cutter, G.V.J. São Paulo: Unesp. 2000, 61p.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas** -Trad. José Carlos Bruni. Os Pensadores. São Paulo: Nova Cultural, 1999, 207p.

WOOD, D. **How Children Think and learn-** The Social Contexts of Cognitive Development. Tradução: Bartalotti, C. C., Como as Crianças Aprendem. São Paulo: Loyola., 2003.

[www. Inep.gov.br](http://www.inep.gov.br). acesso em 04/04/2005

[www. Inep.gov.br/imprensa/noticias/saeb/news04_17.htm](http://www.inep.gov.br/imprensa/noticias/saeb/news04_17.htm) acesso em 05/04/2005

ZARO, M. e HILLEBRAND, V. **Matemática Experimental**. São Paulo: Ed. Ática, 1999.

Anexo – 1

NOME: _____ DATA: __/__/__

Primeira Percepção do Canteiro I

Desenhe o que você observou no canteiro.

Anexo – 2

NOME: _____ DATA: __/__/__

ATIVIDADE I – PERCEPÇÃO DE TAMANHO

OBSERVE A FITA NA LOUSA E ESCREVA:

A medida de comprimento da FITA AMARELA é _____

A medida de comprimento da FITA VERMELHA é _____

A medida de comprimento da FITA VERDE é _____

A medida de comprimento da FITA AZUL é _____

Anexo – 3

NOME: _____ DATA: __/__/__

ATIVIDADE II – TRABALHADO COM MEDIDAS

Vamos medir o maior lado do tampo da carteira.

O comprimento do tampo da carteira é:

_____ lápis

_____ palmos

_____ barbantes pequenos

_____ barbantes grandes

PARTILHANDO AS MEDIDAS ENCONTRADAS

Após a partilha das medidas encontradas para o comprimento da carteira com os diferentes objetos, escreva:

O que você observou entre as medidas obtidas com os diferentes objetos?

O que é medir?

O que é preciso para medir?

Quais os instrumentos de medida que você conhece?

Anexo 4

Comprimento da carteira com medida padrão (não padronizada)

grupos objetos	1 13-26	2 15-21	3 19-9	4 10-16	5 5-22	6 4-27	7 8-28	8 18-3	9 5-6	10 25-24	11 e 15	12 23-11
Lápis	4	4	4,3	7,5	4	4	4	4	4	4	4	4
Palmas	5	4,50	4	6,5	4,5	8	3	9	8,5	7,5	4	4
Barbante pequeno	5	5,20	5	6,5	5	6,5	5	5,5	6	5	5,2	6,5
Barbante grande	2	1,5	1,10	Um e meio	1,90	1,50	1,40 m	Um e meio	1 e meio	1,60	1,50 m	1m e meio

Anexo- 6

NOME: _____ DATA: __/__/__

ATIVIDADE III

GRUPO: _____

Usando a fita construída pelo grupo (o metro)**I - MEÇA E ANOTE OS RESULTADOS:**

- 1) O comprimento do tampo da carteira é de: _____ **dm** (decímetro) ou _____ **cm** (centímetro).
- 2) A largura do tampo da carteira é de: _____ **dm** ou _____ **cm**.
- 3) A sua régua tem _____ **dm** ou _____ **cm**.
- 4) O seu caderno é de _____ **dm** ou _____ **cm** de comprimento (medida do maior lado).

COMPARANDO RESULTADOS (lousa)

Anexo - 7

NOME: _____ DATA: __/__/__

ATIVIDADE IV

Compare as medidas pintando os quadradinhos:

Marque com um X em VERMELHO quando as medidas representarem o mesmo tamanho.

Marque com um X em AZUL, a maior medida, quando os tamanhos forem diferentes.

2 dm 1 dm 5dm 8 dm 4,5 dm 5 dm 3cm 7 cm 10 cm 9 cm 1 dm 10 cm 5 dm 5 cm 3 cm 3 dm 1 m 1 cm 1 m 100 cm 1 m 50 cm 10 dm 1 m 30 cm 3 dm 15 cm 2 dm

Anexo- 8

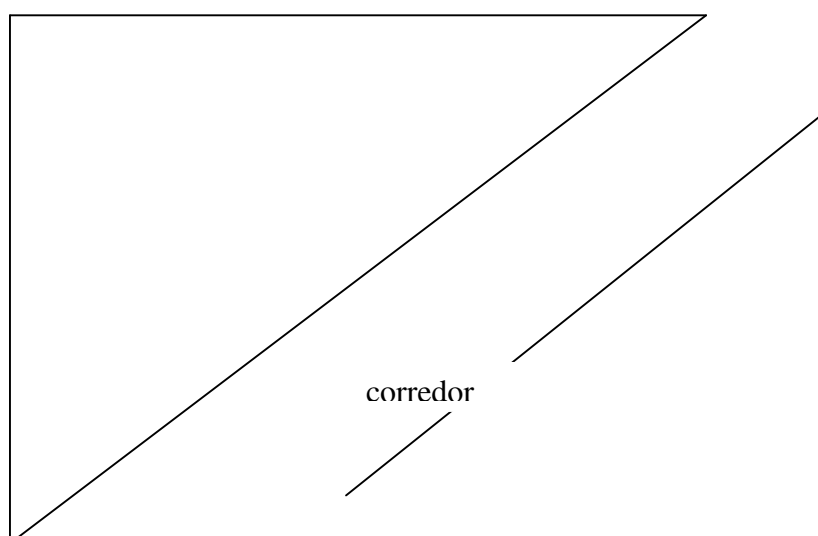
NOME: _____ DATA: ___/___/___

VISITA AO CANTEIRO PARA OBSERVAÇÃO E ANÁLISE DAS PLANTAS

FOLHA	Quantidade de LUZ recebida	Quantidade de ÁGUA disponível	Espaço no SOLO	Presença de AR
1-	() Boa () Pouca	() Suficiente () Pouca	() Bom () Falta Espaço	() Suficiente () Insuficiente
2-	() Boa () Pouca	() Suficiente () Pouca	() Bom () Falta Espaço	() Suficiente () Insuficiente
3-	() Boa () Pouca	() Suficiente () Pouca	() Bom () Falta Espaço	() Suficiente () Insuficiente

FOLHA	Quantidade de LUZ recebida	Quantidade de ÁGUA Disponível	Espaço no SOLO	Presença de AR
4-	() Boa () Pouca	() Suficiente () Pouca	() Bom () Falta Espaço	() Suficiente () Insuficiente
5-	() Boa () Pouca	() Suficiente () Pouca	() Bom () Falta Espaço	() Suficiente () Insuficiente

LOCALIZANDO AS PLANTAS



Anexo – 8-A

NOME: _____ DATA: __/__/__

Complete o quadro abaixo escrevendo

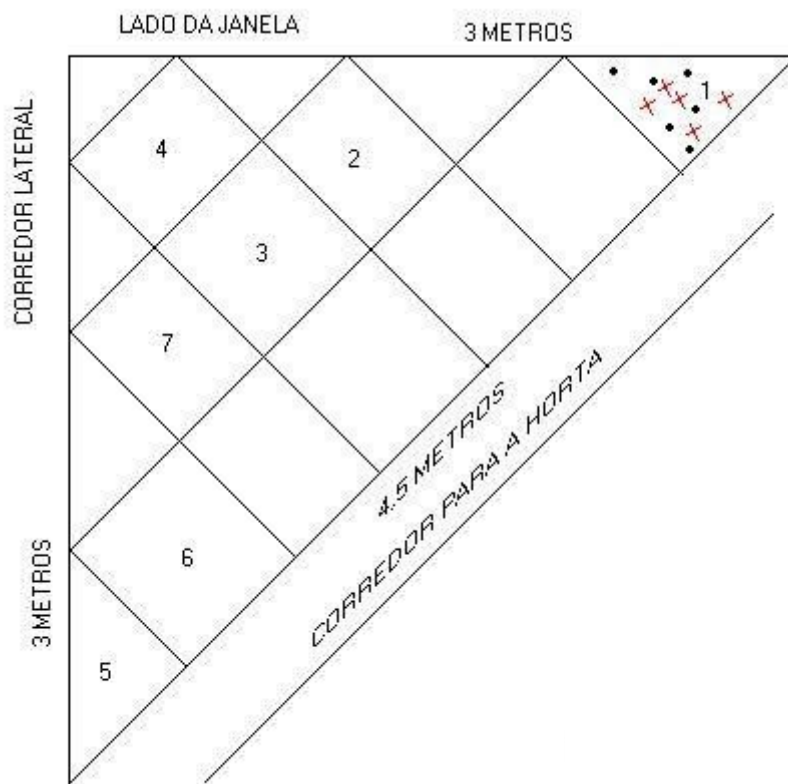
Observando a planta como você poderia perceber se está faltando:

AR	ÁGUA
SOLO	LUZ

Anexo - 9

NOME: _____ DATA: ___/___/___

Localização e Plantio



Anexo – 10

NOME: _____ DATA: __/__/__

ATIVIDADE IX

Tabulação dos dados que representam o crescimento dos feijões observados e aferidos pelos grupos.

PRENCHA A TABELA

DUPLA: __	Local Escolhido					Entre as plantas				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Germinação Data: __/__/__										
Altura Data: __/__/__										
Altura Data: __/__/__										
Altura Data: __/__/__										
Altura Data: __/__/__										
Altura Data: __/__/__										
Altura Data: __/__/__										
Altura Data: __/__/__										
Altura Data: __/__/__										

Anexo - 11

TABELAS DE DADOS DO CRESCIMENTO DOS FEIJÕES

GRUPO 01

DUPLA 1	Local Escolhido para o plantio					Feijões jogados entre as plantas				
Germinação	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
18/06	+	+	+	+	+			+	+	
23/06	10cm	11cm		12cm	12cm			11cm	15cm	
25/06	12cm	15cm		15cm	12cm			12cm	16cm	
30/06	12cm	19cm			11,5cm			15cm	20cm	
30/07	24cm	31cm			25cm			30cm	34cm	

GRUPO 02

DUPLA 2	Local Escolhido para o plantio					Feijões jogados entre as plantas				
Germinação	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
18/06	+	+	+	+				+		
23/06	9cm	13cm	10cm	6cm						
25/06	14cm	14cm	13cm	12cm						
30/06	14cm		8cm	13cm						
30/07	30cm		7cm	28cm						

GRUPO 03

DUPLA 3	Local Escolhido para o plantio					Feijões jogados entre as plantas				
Germinação	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
18/06	+	+	+	+	+		+	+	+	+
23/06	18cm	15cm	15cm	14cm	10cm	+	13cm			
25/06	16cm	18cm	17cm	18cm	15cm	0,5cm	15cm			
30/06	20cm	18cm	18cm	20cm	20cm	-	19cm			
30/07	42cm	64cm	52cm	59cm	57cm	16cm	24cm			

GRUPO 04

DUPLA 4	Local Escolhido para o plantio					Feijões jogados entre as plantas				
Germinação	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
18/06		+								
23/06	+	10cm		6cm	+					
25/06	+	13cm		15cm	2cm					
30/06	10cm	16cm		18cm	10cm					
30/07	35cm	33cm	10cm	28cm	20cm					

GRUPO 05

DUPLA 5	Local Escolhido para o plantio					Feijões jogados entre as plantas				
Germinação 18/06	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	+	+	+		+	+				
23/06	17cm	8cm	10cm	+	12cm	12cm				
25/06	20cm	9cm	12cm		15cm	16cm				
30/06	20cm	10cm	14cm		18cm	15cm				
30/07	60cm	25cm	57cm		-	46cm				

GRUPO 06

DUPLA 6	Local Escolhido para o plantio					Feijões jogados entre as plantas				
Germinação 18/06	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	+	+	+	+	+			+	+	+
23/06	5cm	10cm	6cm	10cm	11cm			10cm		11cm
25/06	4cm	12cm	7cm	14cm	16cm			14cm	10cm	15cm
30/06	13cm	16cm	10cm	15cm	19cm			17cm	20cm	15cm
30/07	23cm	41cm	51cm	36cm	71cm			20cm		23cm

GRUPO 07

DUPLA 7	Local Escolhido para o plantio					Feijões jogados entre as plantas				
Germinação 18/06	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	+	+	+	+	+		+	+		
23/06	9cm	14cm	12cm	10cm	8cm	+	12cm	7cm	+	+
25/06	11cm	19cm	13cm	12cm	12cm		16cm	12cm		
30/06	12cm	20cm	15cm	13cm	13cm		18cm	11cm		
30/07	24cm	89cm	99cm	29cm	30cm		73cm	6cm		

Anexo – 12

NOME: _____ DATA: ___/___/___

Segunda Percepção do Canteiro I

Desenhe o que você observou no canteiro.

Anexo - 15

NOME: _____ DATA: __/__/__

ATIVIDADE XV

Percepção do Canteiro II

Desenhe o que você observou no Canteiro II

Anexo - 16

NOME: _____ DATA: ___/___/___

ATIVIDADE XVI

Construção Gráfica

Observe a tabela

- Faça a média das espécies observadas e,
- Construa o gráfico das espécies do Canteiro II

GRUPOS	Plantas do Canteiro II			
	ornamental árvore	Picão	Arnica	Fortura
01				
02				
03				
04				
05				
06				
07				
MÉDIA				

ATIVIDADE XVII

Analise da Tabela

Observe a tabela das espécies do Canteiro II e relacione com o gráfico construído

Espécies	Plantas do Canteiro II			
	INDICE			
	Ornamental - árvore	Picão	Arnica	Fortura
Qde. de mudas				
Altura Média das Mudas				

Anexo - 17

NOME : _____

GRUPO _____ DATA __/__/__

ATIVIDADE ____ - Analisando tabelas e gráficos

1) Analisando a tabela I e seu gráfico, podemos entender que:

2) Qual a escala usada para a construção do gráfico do Canteiro I

3) Analisando a tabela II e seu gráfico, podemos entender que:

4) Qual a escala usada para a construção do gráfico do Canteiro II

5) No gráfico I a medida da planta (fortuna) foi _____ cm

No gráfico II a medida da planta (fortuna) foi _____ cm

Porque você acha que isso aconteceu?

Anexo 18

ALUNOS	SEGUNDA OBSERVAÇÃO DO CANTEIRO I
18, 17, 3 e 6	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Nossa morreu tudo.</i>(18) - <i>As folhas debaixo estão mais secas. Tem flor</i> (17) - <i>Não choveu, mais seco, as formigas comeram</i> (3) - <i>O que é isso?</i> (18) - <i>Feijão</i> (3) - <i>A vagem seca o feijão é duro e branco</i> (17) - <i>A vagem verde, nossa que molinho</i> (6)
15,31,01,08	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Nossa, só isso!</i> (01) - <i>Não tem feijão, secou tudo</i> (15) - <i>Nasceu um monte desse troço (boldo)</i> (15) - <i>A vagem está seca (6 feijões)</i> (31) - <i>O feijão é branco! – Quero plantar para ficar bonito</i> (31) - <i>Tem cheiro essa folha (boldo)</i> (08)
32, 28, 12, 07, 11 e 19	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Nossa eles secaram</i> (19) - <i>Morreu e nasceu muitas outras plantas</i> (32) - <i>Toque no feijão</i> (11) - <i>Está brotando um feijão no pé da placa</i> (19) - <i>O feijão do (19) roubou toda a água dos outros</i> (11) - <i>Comigo Ninguém Pode cresceu também</i> (07) - <i>Um caramujo no feijão</i> (28) - <i>Essa planta rouba a água do feijão, olha que tronco grosso</i> (12)
26, 23, 02, 21 e 13	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Nossa dona que grande!</i> (Comigo Ninguém Pode) (21) - <i>Olha a vagem! É onde fica guardado o feijão, é o escudo.</i> (13) - <i>Os canteiros estão cheios, a maioria está seco</i> (23) - <i>No tijolo - os feijões quebraram . Esse feijão, não deu água agora morreu</i> (21) - <i>O sol está batendo mais do outro lado do que no canteiro</i> (23) - <i>Nossa é ovos de lagarta</i> (21) - <i>Deixa eu passar a mão</i> (13)
22, 20 e 24	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Nossa coitada da planta</i> (22) - <i>Até a placa caiu, está tudo seco, que horror!</i> (20) - <i>Que planta enorme, tem algumas que cresceram e outras morreram</i> (24) - <i>Olha, ervilha!</i> (20) - <i>Não, é feijão</i> (22) - <i>A terra está dura</i> (22)
16, 10 e 33	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Meu Deus, eu quero ver meu feijão. Tem caracol</i> (10) - <i>Cadê o feijão, só está crescendo Comigo Ninguém Pode.</i> (16) - <i>Quebraram o nosso feijão. Tem 5 feijões nessa vagem</i> (16) - <i>Quem quebrou?</i> (S) - <i>O vento</i> (16)
25, 14, 30, 28 e 27	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Quantas plantas nasceram, cada planta bonita. Arruda não tem mais! Acho que secou</i> (25) - <i>Estão sem água</i> (30) - <i>Essa já era, quase todas morreram</i> (28) - <i>O feijão dá volta atrás e na planta, brigaram uma com a outra por causa do espaço</i> (30) - <i>A vagem tinha 4 feijões, ele estava mole. Deu para matar a curiosidade “ minha prima pensava que o feijão já vinha moreninho. E agora ela vai descobrir que ele é mais branquinho”</i> (30)

Anexo – 19

RELATÓRIO SOBRE TRABALHO NO CANTEIRO I

ALUNO	Quando começamos a pesquisar sobre as plantas nós perguntamos: Será que uma planta atrapalha a outra? Explique como foi o trabalho para outra criança que não conhece o canteiro.
2	Nos começamos a plantar e depois fomos começando a medir as plantas fazer grafico a desenhar e pintar.
3	O primeiro de tudo nós fomos lá no canteiro para plantar feijões e primeiro nós jogamos 5 feijões e mais 5 feijões então quer dizer que nós jogamos 10 feijões. E depois nós medimos, medimos e cresceu muito mais. E depois nós fizemos um grafico e um até chegou 34 cm.
4	No primeiro dia meu amigo matheus plantou 10 feijões e 10 feijões ele jogou. Depois de um mês nós fomos lá ver como estar os feijões se eles tinham crescidos ou não. Depois fizemos um pouco de metro, cem e mil. Fizemos graficos.
5	Bom atrapalha, se não tiver espaço, solo, água, ar, luz. Aí quem não tem essas belezas, começam a brigar (competir) por essas coisas. Cinco feijões foram jogados e cinco feijos plantados. Medimos, fizemos tabela, gráfico, discutimos, e hoje a gente discutiu novamente p/ fazer o relatório. Um precisa do outro. Todos os seres vivos tem relações, acesso a outros seres vivos. <u>Coexistir</u> – vivem no mesmo lugar. Precisam sobreviver e competir pelo espaço uma pode atrapalhar a outra
6	Foi do dia 23 de junho que nós fomos plantar os feijos. Depois alguns nos jogam os feijos. E do dia 30 de junho nos fomos ao canteiro. E depois nos fizemos o graficos e eu aprendi que as plantas são muito importante. e eu aprendi que o graficos é muito importante
7	no primeiro dia nós fomos no canteiro e de pois nós plantamos o pedefeijao e os outros nos jogamos e de pois nós fomos fazer perguntas depois nós fomos fazer o gráfico e de pois o feijões quer seral e de pois nós medimos e jogamos a qui
8	nós fomos no canteiro medimos plantas e plantamos feijões depois fomos ver o canteiro e vimos uma coisa interessante um feijão de 10 cm aí passaram 2 semanas e fomos ver de novo o canteiro e vimos vários feijões que tinha crescido e fizemos um grafico e o grafico é importante para achar mais fácil as plantas E descobrimos que as plantas lutam para sobreviver e as formigas comem as plantas para sobreviver se não ela morre. Elas precisam para viver juntas de espaço de água solo ar e luz Quando as plantas ficam juntas e não tem espaço ela atrapalha
9	uma planta atrapalha a outra só se ela não tiver espaço u bastante Para sobreviver. E quando eu fui ao canteiro que se cada um tivesse o seu espaço bom ninguem atrapalhara ninguem e com isso as plantas que não tiveram espaço tanto para sobreviver despeita o do lugar melhor o a que as ervas naquele lugar morre e é isso que acontece para tanto cada ser vivo luta para sua sobrevivencia e então uma planta atrapalha a outra vai ser plantei isso é que acontece e com o grafico fica mais facil de ver observar o canteiro. eu fiz o gráfico olhando as ervas medindo usando o gráfico e assim eu consegui

	entender mas facil.
10	<p>Eu coloquei 5 Feijões para cada numero 5 em 5 no canteiro para medir as plantas porque as plantas atrapalhava a outra precisa de espaço para sobrevive não pode ficar muitas juntas faltar ar solo – agua – espaço não as plantas atrapalha a outra não poderia cum as outras não poderam vive, no mesmo lugar porque juntos poderam morrem porque faltara agua ar solo luz espaço para vive complantas não poderia vive sem as plantas</p> <p>Traze concruzão: para Obzeserva o canteiro para ver se os Bincho comecaram as plantas</p>
11	<p>al gus feijões gente platou e al gus agente jogou e medimos e fizemos o grafico</p> <hr/> <p>Os seres vivos competem entre si</p> <p><u>Coexustir</u> – Vivem no mesmo lugar</p> <p>cada um tem o seu lugar seu estinto</p> <p>as plata esta feliz quando ela tem espaso</p>
12	<p>Atrapalha, se uma planta tenta entrar no lugar da outra ela não vai conseguir ela tem que entrar em um lugar que tenha solo, água, luz etc... Quando nós fovos plantar nós escolhemos um lugar bom que tenha: Solo, terra, Sol, água, luz e o ar se não ela não vai conseguir sobreviver e vai ter que lutar por algum espaço que tenha essas coisas que elas precisam. Assim elas lutando elas vão conseguir sobreviver, nós medimos, fizemos o gráfico aí, nós tiramos conclusão do gráfico, depois tiramos relações; eu aprendi que o grafico é muito, importante</p>
13	<p>Na primeiro dia que a gente plantou feijões eu plantei um girassol.</p> <p>Eu me intereecei muito por que a gente esta se relacionando com a natureza.</p> <p>O jeito que nós plantamos foi assim o girassom eu fiz buracos, e coloque o feijão.</p> <p>Eu também medi fiz grafico.</p> <p>Elas podem precisar brigar pelo espaço a 6 e a 7 morreram porque elas queriam o mesmo espaço</p>
14	<p>Eu plantei angus e outro eu joguei e agente midimos e depois fisemos o grafico e elas não podem viver juntas porque uma atrapalha a outra algumas pode viver juntas.</p> <hr/> <p>Os seres vivos competem entre si</p> <p><u>Coexistir</u> – vivem no mesmo lugar.</p> <p>elas vivem bem quando tem a água e quando uma mão tem e las brigam para consiguir a água.</p>
16	<p>Eu prantei no primeiro dia eu coloquei o primeiro o feijão no lugar ruim no no mesmo dia o outro feijão eu coloquei no lugar bom.</p> <p>O seres vivos compale compertem entre si <u>coexistir</u> – vivem no mesmo lugar.</p> <p>R: Elas não vivem junto.</p>
17	<p>No primeiro nós fomos lá e plantamos feijões. Dai no segundo dia nós fomos e medimos a planta para ver se ela tinha crescido mas daí nós achamos que era muito sedo para ver e começamos ir 2 dias na semana e começou a crescer medimos e cada vez ele crescia mais, dai alguns bichinhos foram comer o feijão alguns morreram, e nos percebemos que elas brigavam pelo seu espaço e teve algumas que cresceram e algumas não e tambem umas a gente só jogamos e</p>

	umas a gente plantamos a que plantamos nasceu e a que jogamos tambem mas algumas não cresceram e fizemos um grafico das plantas e comentamos								
18	<p>O canteiro e grande tem bastante plantas, começamos a ver o lugar do canteiro. Primeiro a gente pegou os feijoes e plantamos os outros nós jogamos. Alguns cresceram outros não, nós medimos os feijões e um ficava maiores outros pequenos, mas a gente também desenhamos. As plantas precisam de ar, luz, solo, agua e espaço. Elas competem o lugar para sobreviver senão elas morrem. Colocamos</p> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="padding: 2px 5px;">4</td> </tr> <tr> <td style="border: none; text-align: center;"> </td> <td style="border: none; text-align: center;"> </td> <td style="border: none; text-align: center;"> </td> <td style="border: none; text-align: center;"> </td> </tr> </table> </div> <p>bandeirinhas de numeros. exemplo: etc. Temos uma folha para colocar os números, os cm de cada feijão e o dia de cada feijão que a gente medimos.</p>	1	2	3	4				
1	2	3	4						
19	quando começamos achamos que as outras plantas iriam atrapalhar e os bichinhos iam comer elas ai plantamos algun dias depois as plantas cresceram umas cresceram e outras não ai cresceram cada um dos que plantaram ficaram com um feijão quando eram pequenos ai passaram semanas e fizemos um grafico ai deram muitas flores								
22	Nós fomos no canteiro e plantamos feijões e jogamos. Dai outro dia nos fomos no canteiro para ver se os feijões tinha crecido eles tinha dai eles foram crescendo crescendo ate que a gente fez o grafico para ver os feijões e nós vimos que tinha crecido muito eles tão crescendo muito até hoje. tem plantas que vive juntos que tem muito coisas que ela precisa para viver e tem plantas que ela na vive por que ela tem muito pouco.								
23	R= Se tiver espaço não, se não tiver sim. R= Quando eu fiz esse trabalho no começo eu joguei e plantei feijões, eu joguei o nº 6, 7, 8, 9, 10 e plantei o nº 1, 2, 3, 4, 5. Eu cheguei numa conclusão e a conclusão é essa: Ele ia crescendo cada vez mais e eu ia medindo, até que um dia a gente fez um grafico para entender e assim eu entendi tudo. E daí nós fizemos o relatório								
24	Eu fui primeiro conhecer o canteiro. e depois nós conheceu tudo e nós começamos a medir tudo e agora nós estamos fazendo o relatório.								
25	Nos fomos no canteira e medimos plantas e plantamos feijões depois fomos ver o canteiro e vemos uma coisa impressionante um feijão de 10 cm e daí depois de 2 semanas e fomos ver e eles estava maior e agora nós temos um canteiro cheio de plantas. Algumas plantas podem viver juntas so que atrapalha um pouquinho só que algumas plantas não podem porque se não creçe o feijão no canteiro e no grafico. não pode vive juntas por que pode atrapalhar e se atrapalhar o feijão não vai crescer Quando uma não atrapalha a outra pode								
26	si atrapalha a outras não atrapalha na aí a criança percebe e nos arrumam o canteiro e fica muito mais bonita as plantas e os animais precisam uns dos outros								
27	primeiro nós fomos lá e vemos e jogamos os feijões e depois nós medimos todos as vezes que nós fomos lá jogamos em os lugares mas desenhos fizemos os desenhos e medimos construímos o grafico no caderno quadriculado depois nós								

	trabalhamos com o caderno de quadriculado
28	1º cavamos, plantamos feijões. 2 feijões foi enterrados e (tacamos) os outros. 2º plantamos girasol 3º fomos medir, escrevemos no papel as medidas (tabela) 4º fizemos o gráfico 5º fomos na sala falar sobre os gráficos 6º aprederam que uns feijoes nasceram e outros não olhando o gráfico. 7 escrevemos as coisas com as plantas e o que entendemos.
30	no primeiro dia meu grupo fomos até o canteiro para plantar o pé de feijão agente escolheu o lugar para plantar e os outros nos jogamos em qualquer lugar depois agem estudou medidas e depois a gente fis o grafico.
31	pela prinira vez eu pegei o feijao eu plantei 10 feijao e 10 eu joguei agora ela ja esta gande e bonito e muito alegre
32	Eu fui ver o canteiro, desenhei, fiz o grafico e interpletei o grafico. Os seres vivos competem entre si. <u>Coexistir:</u> vivem no mesmo lugar.