



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Campus de Rio Claro

Rodrigo Dalla Vecchia

A Modelagem Matemática e a Realidade do Mundo Cibernético

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Campus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

Orientador: Marcus Vinicius Maltempo

Rio Claro – SP
2012

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

D145m Dalla Vecchia, Rodrigo
A modelagem matemática e a realidade do mundo cibernético. /
Rodrigo Dalla Vecchia. – Rio Claro, 2012.
275 f. : il.

Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual
Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Geociências e Ciências
Exatas, 2012

Orientação: Marcus Vinicius Maltempi

1. Educação – ensino - matemática. 2. Matemática - ensino.
3. Modelagem matemática. 4. Jogos eletrônicos – construção. 5. Mundo
cibernético - realidade. I. Maltempi, Marcus Vinicius. II. Título.

CDU 372.851:007

Bibliotecária Responsável: Ana Lígia Trindade CRB/10-1235

Rodrigo Dalla Vecchia

A Modelagem Matemática e a Realidade do Mundo Cibernético

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do *Campus* de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi (orientador)

Prof. Dr. Jonei Cerqueira Barbosa

Prof. Dr. Maurício Rosa

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba

Prof. Dra. Maria Aparecida Viggianni Bicudo

Rio Claro, __ de _____ de 2012

Ao meu pai, por me ensinar a sonhar.
À minha mãe, por me ensinar a lidar com os “nãos” da vida.
Ao meu irmão, por me ensinar o valor da amizade e da alegria.
À Aline, por ser meu chão, meu norte e meu forte.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, Marcus Vinicius Maltempi, pela amizade e por todo apoio dado ao longo do processo de construção da tese.

Aos membros da banca examinadora, Maurício Rosa, Marcelo de Carvalho Borba, Maria Aparecida Viggiani Bicudo e Jonei Cerqueira Barbosa pelas sugestões, críticas, opiniões, conselhos que com-formaram a presente tese.

Ao meu amigo Maurício pelas discussões e pelo apoio nos momentos de insegurança.

À Aline, por me dar a força necessária para vencer todos os obstáculos que enfrentei.

Aos meus pais Sérgio e Noemia, por sempre me apoiarem nas decisões que tomo.

Ao meu irmão, que trouxe alegria e força em todos os momentos.

Aos meus tios, as minhas avós, aos meus primos, em especial à Mariana Dalla Vecchia por todo apoio e pelas velas.

Aos meus amigos do Racing Futebol Arte que nessa caminhada foram grandes torcedores.

Aos meus amigos Fá, Manão, Bibs, Leo, Eder, Deivis, Belis, Fabão, Lane, Nice, Frasson e Aline pelas boas conversas e conselhos.

Aos colegas da Ulbra, em especial Claudia Lisete Oliveira Groenwald, Tania Elisa Seibert e Carmen Teresa Kaiber. Vocês fazem parte dessa conquista!

Aos meus colegas da Unesp, em especial Roger, Marcão, PB, Lu, Fabian, Coxin, Washington, Vinicius, Jamur e Debbie.

Aos amigos Lucas Seibert e Vitor Rosa pela ajuda nas etapas do curso dado aos estudantes.

A professora Nelda Marchioretto, pelas sugestões.

Aos membros do GP AMAIIS e GPIMEM pelas críticas e sugestões ao trabalho, em especial a Vinicius, Lucas, Solange e Denílson.

Aos participantes do curso que serviu para a produção dos dados.

A todos os professores e funcionários da UNESP de Rio Claro, pelo exemplo e pelas contribuições.

Se não deixam que você fabrique suas questões,
com elementos vindos de toda parte, de qualquer lugar,
se as colocam a você, não há muito o que dizer.

Deleuze

RESUMO

Este trabalho investiga a Modelagem Matemática com o mundo cibernético, aqui entendido como qualquer ambiente produzido com as Tecnologias Digitais. Para tanto, percorre-se um caminho que procura sustentação teórica tanto em aspectos discutidos no âmbito da Modelagem Matemática, quanto em campos que não necessariamente dizem respeito a essa região de inquérito. Como desdobramento desse caminho, tem-se a construção de uma visão teórica de Modelagem Matemática que, além de potencialmente sustentar o mundo cibernético como dimensão de abrangência, permite compreender as ações dos sujeitos quando estão construindo modelos que se atualizam nesse espaço específico. O estudo, desenvolvido sob uma perspectiva qualitativa, é resultado não somente do entrelaçamento teórico, como também dos dados produzidos no decorrer da pesquisa, os quais provieram da construção de jogos eletrônicos feitos por oito estudantes do curso de graduação em Licenciatura Matemática. O principal *software* utilizado nas construções dos jogos eletrônicos foi o Scratch, que é uma linguagem de programação desenvolvida pelo Massachusetts Institute of Technology. A presente pesquisa, além de permitir uma atualização da visão teórica construída, apresenta a Modelagem Matemática como fluida, isto é, que se mostra em constante movimento e que perpassa: (i) o objetivo pedagógico, que na particularidade da tese focou as ações de aprendizagem abarcadas pelas ideias construcionistas; (ii) a linguagem específica utilizada, a qual possibilitou a construção de modelos que trazem em sua estrutura aspectos matemáticos e aspectos estéticos e interativos possibilitados pelas tecnologias, constituindo o que foi denotado *modelo matemático/tecnológico*; (iii) o modo como o problema é determinado pelos participantes, o qual norteou o encaminhamento e busca de soluções; e (iv) as especificidades da realidade do mundo cibernético, que possibilitam a construção de espaços de atualização cuja referência pode assumir um campo imaginativo.

Palavras-Chave: Modelagem Matemática; Realidade do Mundo Cibernético; Construção de Jogos Eletrônicos.

ABSTRACT

This study investigates Mathematical Modeling with the cyber world, herein understood as any environment produced based on Digital Technologies. In this sense, the research line followed aimed at a theoretical framework both in the aspects addressed in the scope of Mathematical Modeling and in fields not necessarily covered by this area of investigation. As this line unfolded, a theoretical view of Mathematical Modeling is constructed that, apart from being able to potentially sustain the cyber world as a dimension, it allows understanding the actions of subjects when they are building models that update within this specific space. This study, carried out from a qualitative perspective, is the result not only of the theoretical intertwining, but also the data collected throughout the research, obtaining during the development of electronic games by eight students of the Bachelor of Mathematical Education course. The main software used was Scratch, a programming language developed by the Massachusetts Institute of Technology. This study, apart from allowing updating the theoretical view constructed, presents a fluid Mathematical Modeling, that is, one that is constantly moving and that includes (i) the pedagogical objective, which in the scope of the thesis focused on learning actions embraced by constructionist ideas; (ii) the specific language used, which afforded the construction of models that carry mathematical and esthetical and interactive aspects these technologies enable, constituting what was called *mathematical/technological model*; (iii) the mode the problem is determined by participants, which has directed the conduction and search for solutions, and (iv) the specific aspects of reality of the cyber world, which allow the construction of spaces for updating, whose reference may assume an imaginative field.

Keywords: Mathematical modeling; Reality of the cyber world; Development of cyber electronic games.

SUMÁRIO

DISPERSÃO E CONFLUÊNCIA.....	11
1- ESTRANHEZA.....	24
1.1 A Modelagem Matemática no Cenário Internacional: uma introdução.....	25
1.2 Modelagens Matemáticas na Realidade Mundana.....	27
1.2.1 Modelagem Matemática como Modelação	28
1.2.2 Modelagem Matemática por meio de Projetos.....	34
1.2.3 Modelagem Matemática do Ponto de Vista Sócio-Crítico.....	41
1.3 Por uma Modelagem com o Mundo Cibernético.....	54
2. PARA ALÉM DA MODELAGEM MATEMÁTICA	58
2.1 Processo Educacional	59
2.2 O Construcionismo e a Construção do Conhecimento	62
2.2.1 A Visão Construcionista.....	63
2.2.2 Quando o produto do Construcionismo é um jogo eletrônico	68
2.3 Objetivos Pedagógicos.....	71
2.4 Modelo ou Modelos?	74
2.5 Problema	85
2.5.1 O problema em dois contextos	86
2.5.2 Uma Alegoria para a Visão de Problema	89
2.6 Realidade e Mundo Cibernético	95
3. CONJECTURANDO SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA COM O MUNDO CIBERNÉTICO.....	105
3.1 Modelagem Matemática como Processo de Construção	106
3.2 Objetivo Pedagógico na Modelagem Matemática	108
3.2 Modelos na Modelagem Matemática.....	111
3.4 Encarando o Problema na Modelagem Matemática	117
3.5 Modelagem Matemática nas Dimensões da Realidade.....	121
4- METODOLOGIA DE PESQUISA	125
4.1 O Caminho Percorrido pela Pesquisa	127
4.2 <i>Software</i> Utilizados pelos Estudantes	130
4.2.1 O Scratch	130
4.2.2 O Studio 3Ds Max.....	131

4.3 Etapas de Desenvolvimento da Pesquisa, Contexto e Participantes	133
4.4 O Desenvolvimento dos Jogos pelos Estudantes	135
4.4.1 Dupla 1 (D1): Augusto e Max	136
4.4.2 Dupla 2 (D2): Eduarda e Fernanda	137
4.4.3 Dupla 3 (D3): Laura e Ana	138
4.4.3 Dupla 4 (D4): Andrea e Alex	139
4.5 Produção e Registro de Dados	140
4.6 Organização e Análise dos Dados	142
5. OS EPISÓDIOS	144
5.1 Episódio I: Apresentando as ideias do jogo: o Professor de Geometria e Álgebra	147
5.2 Episódio II: O Movimento do Carro	151
5.3 Episódio III - A gente faz fininho assim e depois a gente aumenta, tá?	165
6- FLUXOS	171
6.1. Objetivo Pedagógico	171
6.1.1 Descrição/expressão de ideias	172
6.1.2 Depuração Compartilhada de Ideias	177
6.1.3 Execução Compartilhada	180
6.1.4 Reflexão/Discussão	184
6.2 Modelo	185
6.3 Problema	196
6.4 Referência à Realidade	203
7- REFLEXÕES E BRAINSTORMING	213
REFERÊNCIAS	221
APÊNDICE 1: CURSO DO SCRATCH	228
APÊNDICE 2: CURSO STUDIO MAX 3Ds	250
APÊNDICE 3: A MATEMÁTICA DO SCRATCH	273

DISPERSÃO E CONFLUÊNCIA

Ninguém pode construir em teu lugar as pontes que precisarás passar,
para atravessar o rio da vida - ninguém, exceto tu, só tu.
Existem, por certo, atalhos sem números, e pontes,
e semideuses que se oferecerão para levar-te além do rio;
mas isso te custaria a tua própria pessoa; tu te hipotecarias e te perderias.
Existe no mundo um único caminho por onde só tu podes passar.
Onde leva? Não perguntes, segue-o!

Nietzche

Confluência significa, segundo Bueno (1984), fluir para, unir, juntar, agrupar, convergir. Está resumido nos signos que derivam dessa palavra aquilo que desejo para este momento de aproximação inicial com o leitor, no qual apresento trilhas, caminhos, rumos que confluíram para a construção desta tese. Ressalvo, que não se trata de uma convergência já dita, marcada, traída por uma pré-atualização e por cenários antevistos. Erros, inconstâncias, desafios, desapontamentos, vitórias, tristezas, alegrias, zelo, abdições, avanços, retrocessos, conquistas, decepções fizeram parte de uma trajetória na qual a convergência foi antecedida pela dispersão e pelo caos. Sob essa ótica, não se trata de um confluir que abrange uma estrutura linear, mas sim de um *com-fluir*, pelo qual a convergência se fez no próprio fluir, revelando-se na medida do próprio caminho seguido.

Esse fluido em que estive imerso foi marcado pelas minhas vivências e teve como principal resultado o entrelaçamento entre a construção de jogos eletrônicos e a Modelagem Matemática (MM). Essa reunião surgiu de uma teia de acontecimentos, a qual mescla uma necessidade particular de compreender situações inquietantes oriundas de minha prática pedagógica com meu interesse pessoal em jogos eletrônicos. Na busca de uma compreensão dos aspectos que influenciaram a constituição da presente tese, apresentarei uma breve descrição dessa trajetória pessoal.

Tomo a convergência para o tema MM como consequência direta da docência, principalmente a de nível superior. Em um primeiro olhar, via que existia um anseio por parte dos estudantes em relacionar os assuntos matemáticos abordados com situações que não diziam respeito somente à matemática. A expectativa que existia ao pôr em

prática o conhecimento teórico trabalhado, contrastava com a dificuldade de fazer a relação com outras áreas nas quais a matemática não estava sendo exposta de maneira explícita. O que se mostrava a mim, como professor, eram dois aspectos distintos e complementares: de um lado os alunos apresentavam dificuldades em identificar as características matemáticas que podiam estar associadas a uma determinada situação que não se associava diretamente ao conteúdo; e, de outro, ao estudarem um conteúdo matemático, apresentavam dificuldades em relacionar com situações que não eram estritamente matemáticas.

Essa situação me levou a propor em sala de aula situações nas quais a relação entre matemática e o cotidiano pudesse ser observada. Aquilo que inicialmente foi trabalhado de modo tímido e se limitava ao desenvolvimento de alguns exercícios aplicados, assumiu uma perspectiva mais elaborada por meio da disciplina de Laboratório de Matemática Aplicada¹, que abrangia situações envolvendo a Modelagem Matemática. De modo mais específico, eram trabalhados em sala de aula assuntos matemáticos (relacionados ao Cálculo Diferencial e Integral e Equações Diferenciais), aplicação desses conteúdos por meio de exercícios selecionados, atividades que visavam a construção de modelos matemáticos associados a experimentos pré-estabelecidos e atividades envolvendo situações propostas pelos alunos e que diziam respeito a seus interesses particulares. Embora todos os aspectos da disciplina sejam considerados importantes por mim, entendo que os trabalhos trazidos pelos alunos foram os que se mostraram mais complexos e contribuíram de forma decisiva na formação de inquietações acerca da MM que motivaram essa investigação.

Porém, essas inquietações não surgiram de modo imediato. Inicialmente o projeto submetido como proposta de tese tinha pretensão de investigar aspectos referentes a significações algébricas de conceitos geométricos envolvidos no processo de construção de jogos eletrônicos e de animações. Esse foco estava diretamente associado ao meu interesse particular por jogos eletrônicos e resultou na seguinte questão orientadora: Como se dá o processo de significação algébrica de conceitos geométricos através da construção de jogos eletrônicos e de animações utilizando *software* imersivos?

¹ Disciplina ministrada na Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), e que envolve estudantes dos diferentes cursos de engenharia e dos cursos tecnólogos.

Essa abordagem estava relacionada principalmente com as funcionalidades do *software* Autodesk 3Ds Max, o qual permite a construção de cenários e animações que comumente são utilizados na construção de jogos, possuindo forte apelo visual. Nele, objetos em 3D e ambientes sustentados pelas leis da física podem ser construídos e explorados, o que poderia contribuir para a construção de um conhecimento matemático que relacionasse conceitos algébricos e geométricos.

Entretanto, essa abordagem começou a sofrer alterações quando tive a oportunidade de conhecer outro programa que permitia a construção de jogos eletrônicos, lançado no ano de 2007 pelo MIT (Massachusetts Institute of Technology), denotado por *Scratch*. Esse *software*, que também pode ser entendido como uma linguagem de programação visual, se diferencia do Autodesk 3Ds Max, principalmente pela facilidade no manuseio dos comandos e por permitir construções apenas em duas dimensões. De modo geral, possibilita ao usuário construir interativamente suas próprias histórias, animações, jogos, simuladores, ambientes virtuais de aprendizagem, músicas e arte. No manuseio do *Scratch*, toda ação do objeto e entre objetos deve ser programada e explicitada. Os comandos são visualizados por meio de blocos que são arrastados para uma área específica e conectados, formando a programação do ambiente. A associação do encaixe dos blocos com o brinquedo LEGO² é inevitável, sendo citada pelos próprios desenvolvedores³ (LIFELONG KINDERGARTEN GROUP, 2007).

No aprofundamento dos recursos inerentes aos dois programas computacionais, pude observar que o processo de criação de jogos e animações implicava associações entre situações que não diziam respeito à matemática, mas que, por meio dessa ciência (direta ou indiretamente) e da linguagem inerente ao próprio *software*, era possível experimentar fenômenos que diziam respeito aos ambientes construídos. Guardadas as particularidades, empiricamente poderia afirmar que as construções feitas no *Scratch* se aproximavam das atividades de MM propostas na disciplina de Laboratório de Matemática Aplicada, sobretudo as que não priorizavam a adaptação da situação a um currículo rígido, isto é, estavam sujeitas às especificidades do problema que estava sendo desenvolvido. Mesmo assim, essa proximidade não fez com que alterasse minha proposta de investigação, mantendo o foco na relação entre álgebra e geometria.

² O sistema LEGO é “[...] um brinquedo cujo conceito se baseia em partes que se encaixam permitindo inúmeras combinações” (LEGO, 2012).

³ O grupo responsável pela criação do *Scratch* é o Lifelong Kindergarten Group.

Foi somente após ter iniciado o curso de Doutorado que a Modelagem Matemática começou a ganhar relevância no projeto da tese. Tal fato esteve diretamente relacionado à disciplina de Tendências em Educação Matemática ocorrida no primeiro semestre do doutorado, na qual tive a oportunidade de participar do grupo que ficou responsável em apresentar aspectos referentes à Modelagem Matemática. Com isso, pude compreender algumas distinções entre as concepções observadas e perceber certas características inerentes a essa tendência da Educação Matemática. Dentre as perspectivas estudadas, entrei em contato com as ideias de MM como Modelação (BASSANEZI, 2004; BEMBENGUNT, HEIN, 2007), como projetos de Modelagem, (BORBA, VILARREAL, 2005; BORBA, MALHEIROS, ZULATTO, 2007) e a corrente sócio-crítica (BARBOSA, 2001; SKOVSMOSE, 2006).

Esse contato inicial teve como consequência uma reflexão sobre as atividades que desenvolvia junto aos alunos na disciplina de Laboratório de Matemática Aplicada – e entendia como sendo MM – gerando um confronto que impediu uma identificação imediata com as perspectivas analisadas, havendo aproximações e afastamentos com todas. Sendo mais específico, entendia que havia uma consonância com as ideias de Bassanezi (2004) e Biembengut e Hein (2007), por exemplo, quando minha preocupação estava relacionada a um determinado conteúdo. Por outro lado, quando as construções feitas envolviam situações trazidas pelos alunos e propiciavam uma quebra curricular, considerava que me aproximavam da perspectiva de projetos de Modelagem, defendida por Borba, Villarreal (2005), Borba, Malheiros e Zulatto (2007) e Malheiros (2008). Além disso, toda vez que as discussões estavam relacionadas ao papel dos modelos e sua influência na sociedade, via-me imerso nas ideias sócio-críticas trazidas por Barbosa (2001) e Skovsmose (2006). Porém, ao mesmo tempo em que via associações com as ideias defendidas por esses autores, entendia que em minha prática também havia afastamentos, os quais me impediam de adotar ou de me identificar com uma única visão. Em momentos distintos, identificava-me com perspectivas distintas.

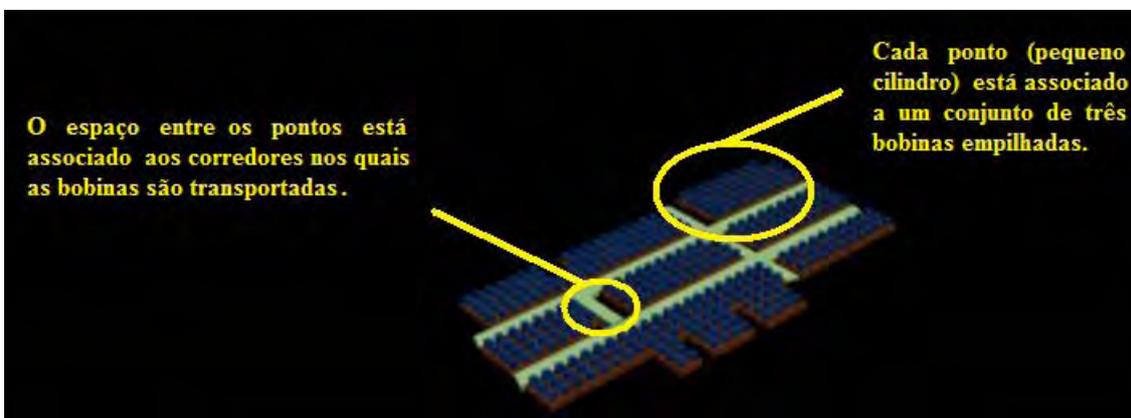
Essas inquietações me conduziram a um aprofundamento das visões defendidas por esses autores, mostrando-me um universo que envolvia cada vez mais meu interesse e que, confrontadas com minha vivência, faziam-me questionar sobre os modos de compreender a MM. Mas, foi por meio da reflexão sobre uma situação particular, ocorrida em sala de aula, que a MM começou a passar de uma inquietação constante para um possível problema de pesquisa.

Essa situação dizia respeito a um problema levantado por um dos alunos e se referia ao seu ambiente profissional. Em suma, consistia na busca por melhorias na utilização de espaço físico para o armazenamento de bobinas de papel em uma indústria de embalagens. O ambiente total da fábrica continha mais de 1000 unidades de bobinas, que possuíam peso médio de duas toneladas cada. A falta de espaço no depósito gerava a perda de bobinas que ficavam em locais impróprios. Na busca por melhorias, os alunos (reunidos em um grupo de cinco pessoas) depararam-se com uma grande quantidade de limitações. Ao enfrentar o problema, não bastava apenas considerar qualquer distribuição do material. Havia a necessidade de levar em conta as limitações dimensionais da fábrica, de transporte e de armazenamento com a empilhadeira e a questão da segurança, que envolvia o transporte, o empilhamento (no máximo três bobinas poderiam ser empilhadas) e o espaço físico de segurança para com as máquinas. A reunião desses aspectos dificultava a matematização da situação.

Diante desse conjunto de características, os alunos decidiram abordar o problema focando sua atenção nas limitações que o espaço físico proporcionava, uma vez que qualquer conjectura quanto à disposição das bobinas esbarrava em sua dependência em relação às fronteiras de distribuição (limitação física da fábrica).

Para superar tais dificuldades foi construído, com a ajuda do *software* Autodesk 3Ds Max, um ambiente computacional tridimensional que considerava a distribuição das bobinas frente ao leiaute da fábrica. A Figura 1 retrata o ambiente construído. Nela cada um dos pontos se refere a um conjunto de três bobinas empilhadas. Os espaços entre os pontos estão associados aos corredores pelos quais as bobinas são transportadas.

Figura 1 - leiaute do armazenamento inicial das bobinas.



Fonte – pesquisa.

Por meio desse ambiente foi possível fazer manipulações e experimentações que permitiram a verificação imediata das conjecturas feitas. Como havia uma forma de avaliar o todo (no sentido espacial), os estudantes partiram para a análise de situações pontuais. A solução apontada pelo grupo consistiu em uma reestruturação na distribuição “linear” das bobinas, que contribuiu para um acréscimo de 123 bobinas no espaço da fábrica.

Este caso particular, aliado às leituras sobre Modelagem na Educação Matemática, levou-me a um conjunto de inquietações. A principal delas esteve relacionada à construção do ambiente computacional usado na resolução do problema e as consequências dessa construção para o encaminhamento da solução. De forma similar a um modelo matemático⁴, a construção do ambiente e sua posterior manipulação permitiram que conjecturas fossem formuladas e testadas e que simulações fossem feitas. Entretanto, diferentemente de um modelo escrito em uma linguagem formal aceita pela academia, a construção se mostrava envolvendo aspectos visuais e linguagens específicas do *software* utilizado. Essa possibilidade de aproximação entre a construção feita e a perspectiva de modelo me fez questionar sobre a própria MM: Seria possível, em termos teóricos, considerar o resultado da construção como sendo o próprio modelo e, conseqüentemente, seu processo de obtenção como sendo MM? Embora autores como Borba e Villarreal (2005) e Diniz (2007) já discutam a associação entre as TIC e a MM, considerar o ambiente construído (Figura 1) como um modelo parecia ser algo distinto.

Além disso, outro aspecto também trazia certa inquietação, que é o que se referia ao próprio mundo cibernético⁵. Apesar de o problema original estar relacionado com uma situação com referência na realidade, a maior parte das análises feitas somente foi possível por meio do ambiente computacional, principalmente as relacionadas às limitações do pavilhão da fábrica. Assim, as principais conjecturas foram criadas ao avaliar a situação que era possível ser visualizada no computador. Essa era a referência que o grupo havia assumido para a análise, não existindo mais a necessidade de retornar à situação original. Porém, um dos aspectos, que parece perpassar os distintos modos de

⁴ Conforme Bassanezi (2004) e Diniz (2007), por meio da manipulação de modelos matemáticos é possível fazer previsões, simulações e testar conjecturas.

⁵ Nesta tese usarei o termo *mundo cibernético* para identificar um espaço que abrange não somente o criado pela Internet, mas qualquer espaço produzido pelas Tecnologias Digitais.

conceber a MM, é que esta se refere ao desenvolvimento de uma situação com referência na realidade (DALLA VECCHIA, MALTEMPI, 2009; 2010). Com isso, o que aparentemente se mostrava era uma espécie de confronto entre realidade e mundo cibernético, que me levou ao questionamento o qual permitiu associar a construção de jogos eletrônicos com a MM: Seria factível pensar em uma MM que partisse de uma situação oriunda exclusivamente do mundo cibernético, uma vez que a MM está associada a situações com referência na realidade?

Caso a resposta fosse positiva, estaria aberto um caminho interessante para associar MM e construção de jogos eletrônicos, pois as situações analisadas diriam respeito a acontecimentos provenientes do mundo cibernético e, dessa forma, seria possível implementar um processo investigativo que poderia contribuir para o entendimento da própria Modelagem Matemática. Entretanto, o maior desafio para responder afirmativamente a essa inquietação estava relacionado à busca por associações entre realidade de mundo cibernético, uma vez que ao trazer situações que dizem respeito ao mundo cibernético, a tendência MM, em termos teóricos, poderia automaticamente ser descaracterizada.

Foi em seguida que tive a oportunidade de entrar em contato com o trabalho de Araújo (2002). Por meio deste, comecei a visualizar a possibilidade de compreender que a MM poderia abranger uma dimensão de exploração maior do que minha leitura inicial apresentava. Embora a investigação dessa autora não tenha focado situações com referência ao mundo cibernético, a análise de dados apresentada em sua pesquisa mostrou um caso particular que me encorajou a considerar essa possibilidade.

A problemática associada à situação exposta por Araújo (2002) envolve sua visão de MM no campo da Educação Matemática, entendida como:

[...] uma abordagem, por meio da matemática, de um problema não-matemático da **realidade**, ou de uma situação não-matemática da **realidade**, escolhida pelos alunos reunidos em grupos, de tal forma que as questões da Educação Matemática Crítica embasem o desenvolvimento do trabalho (ARAÚJO, 2002, p. 147, negrito meu).

Nesse modo de compreender a MM, a relação entre realidade e aquilo que está sendo investigado assume uma perspectiva fundamental, uma vez que, em certos aspectos, orienta a natureza do problema que será investigado, excluindo, por exemplo, situações exclusivamente matemáticas. Não se trata do desenvolvimento de uma atividade qualquer que envolva matemática, mas sim de um problema ou situação que necessariamente tenha referência na realidade e que sua abordagem envolva aspectos

matemáticos. Entretanto, Araújo (2002) explana em um dos episódios apresentados em sua tese que a situação envolvida não partiu de um caso concreto da realidade, mas foi imaginada pelos participantes. Esse fato fez com que a autora se questionasse acerca do ocorrido, uma vez que em sua visão aquilo que os dados evidenciavam colocava em suspensão seu entendimento de MM.

Embora para a autora essa situação consistisse em um desconforto, suas ideias contribuíram para a reflexão acerca da relação entre a MM e a referência assumida nas construções feitas pelos estudantes. De fato, ao trazer o contexto abrangido pelo mundo cibernético, a construção de um universo particular, imaginado, me parecia ser algo ponderável e que poderia ser utilizado de modo a contribuir para com os processos de ensino e aprendizagem da matemática. Desse modo, não via o caso apresentado como algo a ser evitado, mas sim como uma oportunidade para expansão dos horizontes investigativos da própria MM, principalmente considerando que num contexto relacionado à construção de jogos eletrônicos a perspectiva dos alunos imaginarem/criarem situações parecia ser plausível.

Mesmo assim, a ideia de relação íntima entre realidade e MM continuava a ser um empecilho para que essa pesquisa pudesse ser implementada. Somente ao entrar em contato com as leituras filosóficas de Lévy (1996) e de Bicudo e Rosa (2010), que a associação entre a construção de jogos eletrônicos e a Modelagem Matemática pôde se configurar de maneira estruturada. Embora trilhem caminhos distintos, estes autores defendem a perspectiva de que o mundo possibilitado pelas tecnologias também se configura como parte da realidade, mostrando ser enganosa a ideia de oposição entre o real e o virtual. Esse modo de compreender o mundo cibernético deu sustentabilidade para falar em *realidade do mundo cibernético* e assim eliminar o principal aspecto que impedia a pesquisa, que estava na relação da MM com a realidade.

Conforme Bicudo e Rosa (2010, p.20), apesar do mundo cibernético ser uma dimensão da realidade, apresenta distinções em relação ao espaço físico clássico:

Ponderamos que o onde do mundo cibernético não cabe nesse espaço [espaço da física clássica], por diferentes razões. Não se trata de um espaço físico, que acolhe pontualmente pessoas e inter-relações, pois se expande por conexões que não se encaixam no gráfico cartesiano. São conexões velozes e que se bifurcam, criando outras conexões, atingindo outros espaços físicos, gerando múltiplas possibilidades de relações, configurando realidades possíveis, projetadas, inventadas.

Nesse espaço, a temporalidade também pode se mostrar distinta, gerando atualizações de problemáticas em tempos, velocidades e instantes que lhe são próprios e

dizem respeito às situações vivenciadas pelo humano nesse ambiente. Com esses argumentos, os autores concluem: “A concepção que vai aos poucos se formando é que se trata sim de uma realidade na qual o espaço é visto como sendo diferente daquele a que se está acostumado no cotidiano” (BICUDO; ROSA, 2010, p. 20).

Frente a essas distinções de espaço e tempo e frente a todo o campo de possibilidades de interações que este espaço pode gerar, cabe questionar acerca das influências de sua acolhida ao contexto da Modelagem Matemática e suas potencialidades e implicações para a Educação Matemática. Essa discussão pode ganhar relevância, principalmente se considerada a atual busca por relações entre MM e tecnologias digitais.

O relacionamento da Modelagem Matemática com as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) é uma linha de investigação que vem se consolidando dentro do campo da Educação Matemática. No cenário brasileiro, pesquisas como as de Diniz (2007), Araújo (2002), Borba, Malheiros, Zulatto (2007), Javaroni (2007), Dalla Vecchia e Maltempi (2009; 2010), mostram potencialidades dessa relação. No âmbito internacional, essa linha também se confirma, podendo ser representado por autores como Sinclair e Jackiw (2010), Chao, Empson e Shechtman (2010), Kazak (2010), Hills (2010) e Campbell (2010).

Em uma breve busca na literatura, o que se mostra é um quadro em que essa relação é íntima. Para reforçar essa colocação recorro à coletânea de textos divulgada no XIII ICTMA (*International Conference on the Teaching of Mathematical Modeling and Applications*), publicada por Lesh et al. (2010). Nesse livro, os autores reuniram artigos em seções cujos títulos são dados por questionamentos. A seção 10 reúne as pesquisas que envolvem Modelagem Matemática e Tecnologia, sob o título “*How Do New Technologies Influence Modeling in School?*”. Nela são apresentados cinco artigos que mostram, de modo geral, interações entre *software* e estudantes em situações que envolvem a Modelagem Matemática.

Minha interpretação acerca das perguntas levantadas pelos organizadores é que as mesmas não apenas direcionam o rumo da leitura – no sentido de encontrar indícios de respostas ao questionamento proposto – mas também conduzem a uma reflexão sobre o encaminhamento das pesquisas, apontando, de forma implícita, os rumos e as questões abertas no campo da Modelagem Matemática. Particularizando para a seção 10 do referido livro, entendo que o título mostra uma relação entre Modelagem Matemática e tecnologias digitais já consolidada e conduz a uma reflexão sobre a própria

compreensão da Modelagem Matemática quando se faz presente o mundo criado com as TIC. Em outras palavras, entendo que o campo de investigação pode ser ampliado e potencializado, quando a visão de realidade abranger as dimensões de atualização proporcionadas pelas tecnologias. Não se trata de apenas usar a tecnologia como mediadora no processo de MM, mas sim de considerar que os modelos construídos são feitos para se atualizarem na realidade do mundo cibernético. É esse o caso que pode ser considerado na construção de jogos eletrônicos. Ao observar esse processo por meio da ótica da MM, tem-se como consequência que aquilo que está sendo analisado e construído surgiu de um contexto que diz respeito ao ambiente no qual o jogo irá se desenvolver, isto é, o *locus* no qual os modelos que orientam o jogo irão se atualizar é a realidade do mundo cibernético. Dessa forma, como pesquisador, me questiono acerca da compreensão da Modelagem Matemática nesse universo que se abre e suas consequências para o campo pedagógico e teórico dessa área da Educação Matemática. Com base nessa inquietação e nas outras apresentadas junto com a trajetória pessoal, surgiu a pergunta que se apresenta como diretriz para a presente tese: **Como se mostra a Modelagem Matemática na realidade do mundo cibernético, sob o ponto de vista da Educação Matemática no contexto que se refere à construção de jogos eletrônicos?**

No contexto investigativo, entendo que a constituição dessa pergunta já está carregada de pressupostos, não somente vivenciais, mas também teórico-filosóficos, que abarcam visões que sustentam a tese. Um deles é o Construcionismo, que traz a ideia de aprendizagem associada à construção de artefatos (PAPERT, 1985, 1994). É importante salientar que, como construcionista, minha atenção não está no produto produzido, mas sim no próprio processo de construção do artefato. Trata-se de uma construção com o mundo que se associa e pode potencializar o processo de construção mental, influenciando assim a construção do conhecimento. Nessa perspectiva, o conhecimento pode ser construído ao longo do próprio caminho percorrido para se obter o produto desejado. Assim, a “[...] abordagem construcionista vai além de atividades *hands-on* [“colocar a mão na massa”]” (MALTEMPI, 2005, p. 265), visando a busca por relações entre o desenvolvimento de algo e os processos de ensino e aprendizagem que podem emergir dessas ações.

Logo, assumir uma visão que abrange de maneira natural a ideia de *processo*⁶ faz com que eu veja a própria matemática desse modo. Com isso quero dizer que, ao longo da tese, a palavra matemática não estará restrita somente aos símbolos, aos conceitos consolidados e ao produto final comumente visto em artigos matemáticos e livros, mas abrangerá também as características do processo de construção matemática, tais como mensurar, comparar, quantificar, reorganizar, generalizar, conjecturar, etc. É no olhar frente ao processo e que envolve esse conjunto de ações que estarei me referindo ao utilizar expressões como, *construir matematicamente* ou *construções matemáticas*.

Assumir a matemática como processo permite também abranger uma visão de Educação Matemática na qual educar-se matematicamente (ROSA, 2008) envolve a busca por compreensões que dizem respeito às estruturas, aos modos, às ações e conexões que contribuíram para a construção dos conceitos relacionados a essa ciência. Mas, conforme D'Ambrosio (1999), a Educação Matemática não se restringe somente ao foco da matemática. Para esse autor, a educação deve “[...] (i) possibilitar a cada indivíduo atingir seu potencial criativo; (ii) estimular e facilitar a ação comum, com a finalidade de viver em sociedade e de exercer a cidadania” (D'AMBROSIO, 1999, p. 99). Levando em consideração esses dois aspectos, concordo com a visão de Rosa (2004, 2008), na qual a Educação Matemática não se reduz apenas a educar-se matematicamente, abrangendo também o educar-se pela matemática. Desse modo, é possível estabelecer uma visão mais ampla da matemática, que a insere num contexto histórico e sócio-cultural e busca compreender seu papel, sua influência e sua importância para o “eu” e para a sociedade, não a desvinculando de outras atividades humanas.

Com essas ideias norteando o processo investigativo, parti para a produção dos dados, porém sem ter constituído uma visão de MM. Minha preocupação estava focada em proporcionar situações que permitissem visualizar o entrelaçamento entre o processo de MM e a realidade do mundo cibernético, buscando com isso uma compreensão do modo pelo qual ambos se constroem mutuamente. Nesse sentido, ofereci aos alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil um curso de

⁶ Dentre os vários significados que a palavra processo pode assumir, considerarei o que a entende como associado à ideia de desenvolvimento, que leva uma interpretação relacionada à “[...] mudança e transformação incessante das coisas” (ABBAGNANO, 2007, p. 314). No segundo capítulo farei uma abordagem mais aprofundada sobre a palavra processo e seus significados.

extensão intitulado “Construção de Jogos Eletrônicos” que se dividia em duas etapas. A primeira consistia em uma explanação sobre as funcionalidades dos *software* Scratch e Studio Max 3Ds. A segunda etapa do curso tinha como principal objetivo a construção de um jogo eletrônico, que seria feita pelos alunos utilizando as linguagens computacionais já trabalhadas. Desse modo, foi possível investigar esse processo quando as construções eram feitas para se atualizarem no mundo cibernético.

Os detalhes que envolvem o processo de produção dos dados serão expressos no capítulo quatro dessa tese. Após essa etapa, as falas foram transcritas e o processo de análise iniciou. Nesse momento, o maior desafio foi buscar uma compreensão daquilo que se mostrava. Mesmo empiricamente entendendo que o que estava sendo construído podia ser abrangido pelo contexto da MM, as primeiras análises e o compartilhamento com os pares mostravam a necessidade de assumir/construir uma visão que permitisse que essa discussão fosse feita. Desse modo, parti para uma revisitação às leituras no domínio da MM na Educação Matemática, procurando, além de uma maior compreensão desse âmbito, retomar as ideias que me fizeram encaminhar a pesquisa para o contexto da MM. Em particular, escolhi para a discussão três modos de compreender a MM, que estavam diretamente associados à trajetória pessoal. Estas distintas visões são apresentadas no Capítulo 1 dessa tese, juntamente com uma série de inquietações provenientes de um olhar que já carregava uma trajetória de trabalho com a MM e os dados e leituras que falavam do mundo cibernético.

A natureza desses questionamentos me levou a uma busca por uma compreensão que abrangeu aspectos de outras áreas que não necessariamente são discutidas no âmbito da MM. Essa elaboração envolveu visões teórico-filosóficas que permitiram discutir Processo, Construcionismo, Objetivo Pedagógico, Modelo, Problema e Realidade. O detalhamento desses temas constitui o segundo capítulo dessa pesquisa. Em particular, entendo que esse processo deu subsídios para atingir o principal objetivo da tese, que consiste em trazer visões que permitiram tanto constituir uma concepção de MM que abrangesse o mundo cibernético, quanto compreender as ações dos sujeitos ao interagirem com essa dimensão da realidade no processo de construção de jogos eletrônicos.

A estruturação da visão de MM assumida e que abrange a realidade do mundo cibernético está apresentada no terceiro capítulo da tese, no qual procuro fazer uma contextualização dos aspectos teórico-filosóficos abordados no Capítulo 2, associando-os também com as inquietações apresentadas no Capítulo 1.

A metodologia utilizada na investigação será explanada ao longo do Capítulo 4, na qual justifico a postura qualitativa assumida e procuro colocá-la em consonância com minha visão de mundo e de conhecimento. Além disso, apresentarei os sujeitos da pesquisa, o contexto que os envolveu, os critérios de seleção usados, as etapas do curso dado, os instrumentos de registro de dados e o modo como os dados foram analisados. É também nesse capítulo que faço uma explanação mais aprofundada dos *software* que utilizei, tanto na construção dos jogos (Scratch e Studio Max 3Ds) quanto para o registro de dados (Camtasia). Farei ainda uma explanação geral e resumida sobre as atividades desenvolvidas pelos sujeitos ao longo da segunda etapa do curso, descrevendo suas ações.

A organização dos dados será feita por meio de episódios, que serão apresentados no quinto capítulo. Além dos três episódios escolhidos por mim para compor o quadro de dados, descreverei como os mesmos foram construídos e organizados, buscando familiarizar o leitor com a apresentação exposta, bem como com a linguagem específica utilizada.

A análise dos episódios frente ao referencial teórico-filosófico apresentado nos capítulos dois e três é o objetivo principal do sexto capítulo. Neste, procurarei dar indícios de como a Modelagem Matemática se mostra na realidade do mundo cibernético, fazendo assim um entrelaçamento entre teoria e dados.

Por último apresentarei as conclusões que visam fazer um entrelaçamento geral de todos os aspectos apresentados na tese. Procurarei ainda expor as perspectivas que a pesquisa abre frente ao campo investigativo que abrange a Modelagem Matemática na Educação Matemática. Além desses capítulos, a estrutura da tese conta com as referências usadas e três apêndices, nos quais são apresentadas as atividades desenvolvidas na primeira etapa da produção de dados (Apêndice 1 e 2) e uma relação entre as funcionalidades do *software* Scratch e conceitos matemáticos (Apêndice 3).

1- ESTRANHEZA

O que penso a respeito de tudo é tão estranho

É estranho como é simples

É estranho como essa canção

É estranho como é estranho

Sussurrar um nome

Extraño – Thedy Corrêa – Nenhum de nós

Este capítulo consiste em uma *re-leitura* de modos de compreender a Modelagem Matemática no campo da Educação Matemática. Chamo de *re-leitura* (com hífen) pois não se trata de uma interpretação nova frente às ideias de autores. Em termos de trajetória da pesquisa trata-se de uma revisitação, isto é, de um aprofundamento nas principais propostas defendidas pelos pesquisadores que foram escolhidas não somente por proporcionar uma base para uma compreensão teórica da MM, mas também por fazerem parte de minha trajetória pessoal, permitindo o surgimento de uma série de inquietações que se mostraram fundamentais para a estruturação dessa investigação.

É justamente devido às reflexões proporcionadas pelos artigos e livros lidos que intitulo esse capítulo por “estranheza”. Está no estranhamento de aspectos pontuais apresentados pelos autores que esta pesquisa se configurou. Em função disso, procurarei apresentar – em formato de questionamentos – não somente aquilo que está dito pelos pesquisadores em suas investigações, mas também os aspectos que me inquietaram, me surpreenderam e me apreenderam ao longo das leituras feitas. Esses aspectos fazem parte da seção 1.2 desse capítulo, que abrange principalmente as visões de Bassanezi (2004), Bimbemgut e Hein (2007), Borba e Villarreal (2005), Borba, Malheiros e Zulato (2007), Malheiros (2008), Barbosa (2001), Skovsmose (2000, 2006).

Entretanto, não se trata de apenas explicitar algo que me “estranha” no sentido de um desconhecido, de um singular, de um acontecimento que foge à regra (BUENO, 1984). Trata-se também de algo que “extraño”, isto é, levando em consideração o significado literal da palavra em espanhol, de algo de que sinto falta (PARRA; MARQUES; DOLINSKY, 2008). Com esse jogo que envolve sonoridade e significados e que foi inspirado no refrão escrito por Thedy Corrêa, quero dizer que as inquietações

levantadas têm como principal finalidade indicar o caminho que a tese percorrerá nos próximos capítulos. Ao deixar explícito ao longo do texto os questionamentos que refletem a estranheza inicial, expressei não somente a inquietação que tive, mas também exponho algo que considero importante discutir. Todos esses aspectos serão reunidos na seção 1.3, na qual reorganizarei as inquietações agrupando-as, buscando aspectos semelhantes entre as mesmas. A reflexão em função desse agrupamento será utilizada como base para a investigação teórico-filosófica conduzida no segundo e terceiro capítulos e visa à construção de uma concepção de MM, que considere a realidade do mundo cibernético como dimensão de abrangência.

Além desse aspecto, apresentarei na seção 1.1 uma breve explanação introdutória sobre a MM no âmbito internacional, considerando as visões de autores notadamente reconhecidos no campo da Educação Matemática. Considero importante essa exposição inicial para situar o leitor em relação ao que está sendo defendido em pesquisas fora do Brasil, possibilitando assim um contraste (mesmo que implícito) com este cenário e as ideias defendidas em âmbito nacional. Como principais autores que embasam essa seção, estão Kaiser e Sriraman (2006), Kaiser, Schwarz e Tiedemann (2010) e Borromeu Ferri e Blum (2010).

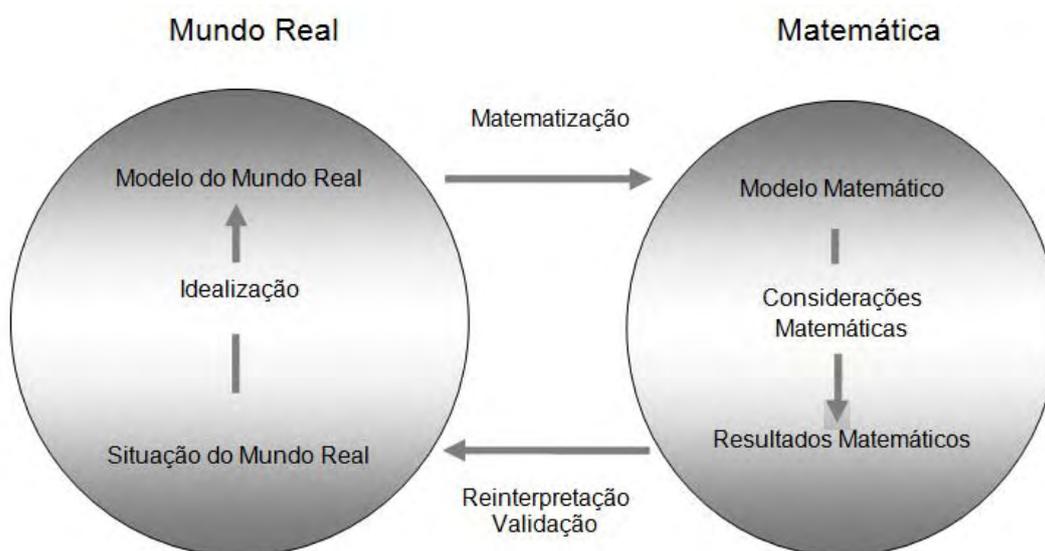
1.1 A Modelagem Matemática no Cenário Internacional: uma introdução

No cenário internacional, Kaiser e Sriraman (2006) fazem uma revisão de literatura e apresentam cinco caracterizações distintas para a MM: a realística, na qual as situações analisadas são retiradas da indústria e da ciência e foca sua atenção para o desenvolvimento de habilidades relacionadas com a resolução de problemas aplicados; a epistemológica, cujo objetivo está relacionado com o desenvolvimento de teorias matemáticas; a educacional, que em termos gerais associa a realística e a epistemológica integrando situações-problema autênticas visando as teorias matemáticas; a contextual, na qual as situações se destinam à construção de conceitos matemáticos, mas são sustentadas por estudos psicológicos; e a sócio-crítica, que procura desenvolver situações nas quais o papel dos modelos na sociedade possa ser discutido.

Mesmo havendo distinções, Kaiser, Schwarz e Tiedemann (2010) apresentam uma perspectiva geral de como ocorre a Modelagem Matemática. Nesse artigo,

salientam que a MM tem como ponto de partida uma situação do mundo real. Esta situação é idealizada no sentido de que sua estrutura é simplificada criando o que os autores designam modelo do mundo real. A partir disso, esse modelo do mundo real é matematizado, isto é, é transformado em uma situação matemática. As considerações matemáticas produzem resultados matemáticos que são interpretados na situação real. A adequação desses resultados é checada (validada) e no caso de uma solução insatisfatória inicia-se novamente todo o conjunto de etapas. Para compreender melhor essas ideias, os autores apresentam uma descrição visual, dada pela Figura 2.

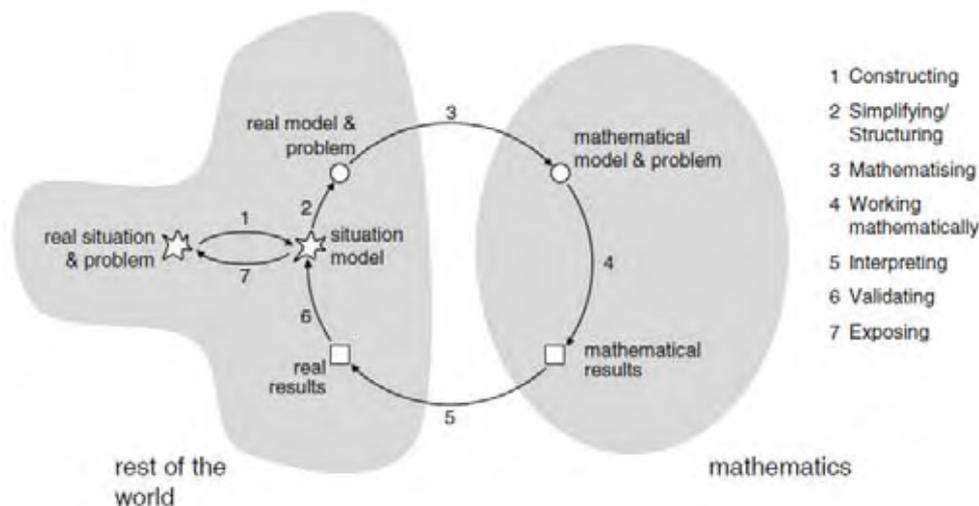
Figura 2 – descrição do Processo de Modelagem.



Fonte – Kaiser, Schwarz, Tiedemann (2010, p.436, tradução minha).

Uma visão similar pode ser encontrada em Borromeu Ferri e Blum (2010), na qual a maneira como ocorre a Modelagem Matemática é vista como um ciclo e denotada por *ciclo de modelagem* (Figura 3). Nessa forma de conceber a MM, há um conjunto de passos que são seguidos e iniciam após a tarefa ser dada. O primeiro passo é, segundo os autores, imaginar a situação construindo um modelo para a mesma. Essa situação é simplificada, estruturada e idealizada, criando-se associações entre a situação investigada e a matemática. Após essa idealização, a estrutura é vista sob o ponto de vista da matemática e trabalhada matematicamente até encontrar resultados, também matemáticos. Esses resultados são interpretados na situação real, sendo validados ou não. Se não forem validados o ciclo recomeça, caso contrário o processo se encerra com a exposição do resultado obtido.

Figura 3 – ciclo de modelagem sob uma perspectiva cognitivista.



Fonte - Borromeu Ferri, Blum (2010, p. 426).

Os autores citados apresentam visões que se assemelham a outros investigadores, inclusive no cenário nacional, como por exemplo, Bassanezi (2004), Biembengut e Hein (2007), e Hein e Biembengut (2007). Entretanto, existem outras visões que afirmam que a MM pode se mostrar de modo distinto, contrariando em alguns aspectos as perspectivas apresentadas. São exemplos disso autores brasileiros como Barbosa (2001) e Borba, Malheiros e Zulatto (2007).

É justamente essa possibilidade de contraste que inspirou o caminho percorrido nessa tese. Se há distintas formas de compreender a Modelagem Matemática na Educação Matemática, o que há em comum entre elas? Quais são as divergências? Com o objetivo de buscar possíveis respostas, apresentarei na próxima seção algumas concepções de MM do cenário nacional, caracterizando seus aspectos mais relevantes.

1.2 Modelagens Matemáticas na Realidade Mundana

Entre as diferentes concepções de Modelagem Matemática que fazem parte do universo da Educação Matemática, dediquei-me a estudar e apresentar três, pois essas podem, em determinados aspectos, sustentar as inquietações que essa pesquisa vem a discutir: Modelagem Matemática e realidade do mundo cibernético. Em síntese, a primeira concepção a ser apresentada dá ênfase a uma “adaptação” da Modelagem

Matemática (entendida sob o aspecto do campo da Matemática Aplicada) à sala de aula. A segunda reflete uma característica presente no contexto brasileiro, que é a relação de Modelagem Matemática com projetos e a terceira, aborda a Modelagem Matemática sob o ponto de vista da Educação Matemática Crítica.

Embora essas concepções também abordem o uso das tecnologias informáticas, principalmente as visões dadas por Borba e Villarreal (2005), Borba, Malheiros e Zullatto (2007) e Malheiros (2008), entendo, considerando as referências a que tive acesso, que as situações investigadas diziam respeito a situações da realidade mundana⁷. Mesmo sendo discutidas com recursos tecnológicos ou em ambientes da realidade do mundo cibernético, os problemas ou temas abordados estavam sempre associados a aspectos que se atualizavam na realidade mundana. É por esse motivo que escolho o título da seção como sendo *Modelagens Matemáticas na Realidade Mundana*. Talvez a única exceção seja o caso abordado por Araújo (2002), no qual os estudantes *inventaram* uma função já associada à variação de temperatura de uma cidade fictícia.

1.2.1 Modelagem Matemática como Modelação

Para ilustrar essa visão de MM trarei as ideias de Bassanezi (2004) e Biembengut e Hein (2007), que compartilham de perspectivas similares. Esses autores se preocupam em fazer uma distinção entre a Modelagem Matemática como um método científico da Matemática Aplicada e a Modelagem Matemática que ocorre no contexto educativo. Em síntese, fazem uma análise da Modelagem Matemática na Matemática Aplicada e propõem a utilização das potencialidades visualizadas nesse contexto nos processos de ensino e aprendizagem da matemática. Esse enfoque educacional, dado por esses autores, é nomeado pelos mesmos de *Modelação*.

A perspectiva dada por Bassanezi (2004, p.24) defende que a Modelagem Matemática pode ser entendida como: “[...] um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e

⁷ A realidade mundana diz respeito à ideia de realidade que não separa o homem de seu mundo e é entendida como [...] um todo dinâmico, temporal, histórico, percebido no encontro homem-mundo, não separado daquele que o percebe, que dele fala e que o interpreta, construindo uma rede de significados na intersubjetividade, ao partilhar vivências e comunicar interpretações (BICUDO, 1999, p. 31). Esse mundo é também apresentado na literatura como *mundo vida*, e entendido como o campo no qual estendemos todas as ações, trocas e vivenciamos todas as experiências.

generalização com a finalidade de previsão e tendências”. De forma semelhante, Biembengut e Hein (2007, p.12) apresentam a Modelagem Matemática como um “[...] processo que desenvolve a obtenção de um modelo”.

Destaco dessas citações o termo “processo” e é sobre ele que apresento minhas primeiras inquietações. Em se tratando dessa palavra, o dicionário de filosofia (ABBAGNANO, 2007) traz caracterizações distintas, que podem gerar interpretações variadas da própria concepção assumida pelos autores. Em função disso, levanto o questionamento: Como a ideia de processo pode estar associada à MM? Como esses autores entendem processo, uma vez que isso não é explicitado por eles? O processo pode ser entendido como um caminho linearmente percorrido? Está relacionado a um conjunto de etapas pré-definidas?

Outro aspecto que considero importante e que se apresenta de modo imediato nas citações desses autores é a relação da MM com o modelo (matemático). Tanto para Bassanezi (2004) quanto para Biembengut e Hein (2007), a MM entendida como um processo tem como sua principal finalidade o modelo. Ao focar novamente o processo, porém agora com a finalidade de produzir um produto (modelo) me questiono acerca das adjetivações que este processo pode assumir. Uma vez que assumi para essa tese uma visão de conhecimento associada ao Construcionismo (PAPERT, 1985; 1994), poderia compreender a MM como um processo de construção, no qual o produto desse processo é o modelo? Que implicações essa associação poderia trazer à MM no campo da Educação Matemática?

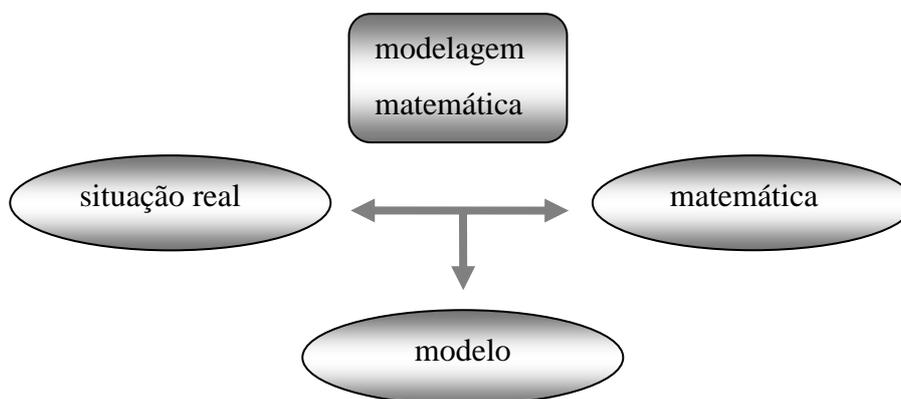
Assim como a palavra processo, a palavra modelo possui concepções distintas no âmbito da Educação Matemática e Científica (BARBOSA, 2009). Para Biembengut e Hein (2007, p.12) o modelo (matemático) pode ser entendido como “[...] um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real”. De modo análogo, Bassanezi (2004, p. 20) apresenta o modelo matemático como sendo “[...] um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”. Este autor considera fundamental a representação de um problema da realidade por meio da linguagem matemática, uma vez que desta maneira é possível expressar as ideias de forma mais clara e concisa, bem como estar à disposição de todo conhecimento matemático na busca de resultados.

Duas são as reflexões que essas ideias me proporcionaram. A primeira diz respeito ao campo de abrangência do “conjunto de símbolos e relações matemáticas”.

Essa inquietação pode ser expressa por: Há uma linguagem ideal para a formação dos modelos? Levando em consideração os avanços tecnológicos e a evolução das linguagens de programação caberia considerar tais linguagens como referências para a construção de modelos? Em caso afirmativo, o que mudaria em termos de concepção de modelo e em termos da própria compreensão de MM?

A segunda reflexão refere-se à relação que os autores apresentados estabelecem entre realidade e modelo. Para explicar esse aspecto Biembengut e Hein (2007) apresentam um esquema que envolve de um lado a situação real e de outro a matemática, sendo interligados por uma flecha de duplo sentido que representa a Modelagem Matemática e o Modelo (Figura 4).

Figura 4 – Modelagem Matemática como conexão entre situações reais e a matemática.



Fonte – Biembengut, Hein (2007, p. 13).

A interpretação desse esquema é dada pelos próprios autores, que afirmam que:

Genericamente, pode-se dizer que a matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir. Essa interação [...] permite representar uma situação “real” com “ferramental” matemático (modelo matemático) (BIEMBENGUT, HEIN, 2007, p. 13).

Ao compreenderem como conjuntos disjuntos, a matemática é separada da realidade, sendo que o processo para fazer essa interação se dá por meio da MM, utilizando a matemática para constituir um modelo que os faz interagir e serve para *interpretar* a realidade. Bassanezi (2004) também usa, em vários momentos, a ideia de *interpretação* para identificar a relação entre os problemas da realidade e a matemática:

A obtenção do modelo matemático pressupõe, por assim dizer, a existência de um dicionário que interpreta, sem ambigüidades, os símbolos e operações de uma teoria matemática em termos da linguagem utilizada na descrição do problema estudado, e vice-versa.

Com isso, transpõe-se o problema de alguma realidade para a Matemática onde será tratado através das teorias e técnicas próprias desta ciência; pela mesma via de interpretação, no sentido contrário, obtém-se o resultado dos estudos na linguagem original do problema (BASSANEZZI, 2004, p. 25, grifo meu).

Com isso, o autor mostra sua visão de matemática como uma linguagem que pode ser usada para descrever uma determinada situação e, conseqüentemente, põe o modelador como responsável pela “interpretação”, “tradução”, e “descrição” entre a situação real e o modelo proposto e que tem como papel principal “transportar” o problema de uma situação real para uma situação matemática. É importante notar que para Bassanezzi (2004, p.24), essa relação entre a matemática e a realidade sempre dará por aproximação: “[...] estamos sempre trabalhando com *aproximações* da realidade, ou seja, [...] estamos laborando sobre representações de um sistema ou parte dele”.

Além disso, há ainda de se considerar outro aspecto implícito e que, a meu ver, influencia todos os demais questionamentos. Este está relacionado à compreensão da realidade que, conforme Körner (1985) e Machado (1991), pode se mostrar de distintos modos. Sendo assim, caberia acrescentar o questionamento: Como compreender a realidade e em que aspectos essa compreensão pode influenciar a MM? Entretanto, no contexto da presente pesquisa, a busca por um entendimento desse aspecto se potencializa, uma vez que a discussão atinge o mundo cibernético. Assim, trago para a discussão a inquietação expressa pela seguinte pergunta: O mundo cibernético pode ser visto como uma dimensão de abrangência da realidade?

Os autores que embasam essa seção tratam a MM em um contexto geral e se inspiram na Matemática Aplicada. Porém, tanto Bassanezi (2004) quanto Biembengut e Hein (2007), ponderam que ao trabalhar com MM em uma perspectiva educacional (como estratégia de ensino e aprendizagem para a matemática) há de se considerar aspectos distintos dos da lida profissional da MM, tais como o conteúdo programático e a experiência dos envolvidos no processo. Isso implica um planejamento prévio por parte do professor que se inicia no levantamento sócio-econômico e nos interesses e metas dos alunos (BIEMBENGUT, HEIN, 2007). Além disso, são também considerados o grau do conhecimento matemático, a ênfase matemática dada, o número de exercícios que serão trabalhados, o horário da disciplina (diurno ou noturno), o número de alunos e a disponibilidade destes para trabalhos extraclasse, o que pode fazer com que haja uma delimitação dos objetivos de trabalho. Essa preocupação em procurar trazer as ideias básicas da MM ao âmbito educacional foi denotada pelos autores de

modelação. Sendo mais específico, a “[...] modelação matemática norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo-modelagem⁸” (BIEMBENGUT, HEIN, 2007, p. 18).

Por meio dessa citação é possível compreender que o objetivo a que se propõem ao considerar a MM para fins educativos tem como foco o desenvolvimento de conteúdos matemáticos. Esse aspecto pode também ser evidenciado nas palavras de Bassanezi (2004, p. 38) quando propõe que “[...] o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo etapas nas quais o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado”. Dessa forma, nota-se na adaptação do processo ao conteúdo, mostrando que o objetivo – entendido nesse momento como finalidade – está diretamente relacionado ao conteúdo matemático. Sendo assim, a preocupação com a aproximação do modelo e a situação investigada pode perder relevância frente ao conteúdo programático e aos processos de ensino e aprendizagem da matemática.

Esse aspecto, em particular, faz com que eu traga mais um questionamento para a discussão, principalmente ao confrontar essas ideias com minha vivência em sala de aula. Embora muitos casos vivenciados por mim envolvessem diretamente a busca direta por associações a um conteúdo previamente estabelecido, nem sempre isso ocorria e nem sempre esse era meu objetivo, o que me faz levantar a seguinte pergunta: No contexto da Educação Matemática, a Modelagem Matemática deve estar subordinada a objetivos que envolvam estritamente conteúdos matemáticos?

Na última citação exposta, Bassanezi (2004) apresenta uma das características que considero principais na perspectiva que ele defende, que é desenvolver a MM por meio de etapas. De modo similar ao exposto por Borromeu Ferri e Blum (2010) e Kaiser, Schwarz e Tiedemann (2010), esse autor entende que a MM pode ser vista como um método científico composto por etapas bem definidas que devem, necessariamente, ser seguidas. Esse posicionamento é reforçado pelas próprias palavras de Bassanezi (2004, p. 26), quando diz “A Modelagem Matemática de uma situação ou problema real deve seguir uma sequência de etapas”. Cinco são as etapas apontadas por este autor, a saber: Experimentação, Abstração, Resolução, Validação e Modificação. Essa sequência é considerada tanto do ponto de vista da Matemática Aplicada quanto para a perspectiva

⁸ Os autores, nas obras consultadas, não especificam o que entendem por “modelo-modelagem”.

de Modelação, sendo que a principal distinção entre essas pode ocorrer na etapa de Validação do processo, na qual, no caso da Modelação, a acuidade do modelo matemático perde espaço para os conteúdos matemáticos que se pretende ensinar. Em outras palavras,

Na modelação a validação de um modelo pode não ser uma etapa prioritária. Mais importante do que os modelos obtidos é o processo utilizado, a análise crítica e sua inserção no contexto sócio-cultural. O fenômeno estudado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado de técnicas e conteúdos da própria matemática (BASSANEZI, 2004, p. 38).

Esse conjunto de etapas também é defendido por Biembegut e Hein (2007) que apresentam a escolha do tema como um aspecto inicial para a MM no contexto da MM. Partindo do tema, o processo segue um conjunto de etapas que começa pela Experimentação, que consiste na atividade de obtenção dos dados para a Modelagem Matemática. Os métodos experimentais são escolhidos de acordo com a natureza da situação investigada. A segunda etapa definida por Bassanezi (2004) é chamada de Abstração e subdividida em quatro fases, iniciando pela *seleção de variáveis*. Essa consiste no processo de separação e definição clara das variáveis relevantes para construção do modelo. A segunda fase diz respeito à *problematização*, que está relacionada à formulação do problema teórico em uma linguagem clara, compreensível, operacional e específica da área em que se está trabalhando. Após a problematização, tem-se a *formulação de hipóteses*, a qual consiste nas suposições acerca das manifestações empíricas específicas do fenômeno ou situação investigada. Conforme Bassanezi (2004, p. 28), essas hipóteses “[...] se referem à frequência da inter-relação entre as variáveis, observada experimentalmente (hipóteses observacionais)”. Como última fase da etapa de abstração, apresentam a *simplificação*. Devido à complexidade de detalhes que podem envolver um fenômeno, é necessário restringir e isolar o campo de estudo que mais se aproxima da situação investigada, de tal forma que os elementos matemáticos sejam tratáveis e cuja aproximação com o fenômeno seja relevante.

A terceira etapa da Modelagem Matemática consiste na *Resolução*, isto é, na busca de uma solução para o problema. Bassanezi (2004, p. 30), entende que “A resolução de modelos é uma atividade própria do matemático, podendo ser completamente desvinculada da realidade modelada”. Após a determinação da solução é necessário validá-la, isto é, partir para a quarta etapa denotada por *Validação*. Essa diz respeito à aceitação ou não do modelo proposto. Para tanto, Bassanezzi (2004) sugere que os modelos e as hipóteses sejam testados de forma comparativa com os dados

empíricos. Como critério de validação, adota-se um determinado grau de aproximação desejado.

A quinta e última etapa é chamada de *Modificação*, na qual são analisados os aspectos ligados à situação investigada. Caso haja alguma rejeição ou não aceitação do modelo, conduzindo a previsões incorretas ou que discordam de alguma forma da intuição, é necessário que sejam feitas alterações. Essas alterações podem reconduzir todo processo ou etapas deste apenas. É interessante salientar que, mesmo que haja uma validação do modelo, é possível que este seja reformulado. Nesse sentido, Bassanezi (2004, p. 31) afirma que: “Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado”. A ideia de melhoramento está relacionada à ideia de “bom modelo”, levantada em dois momentos: um, relacionado à capacidade de previsão e outro, relacionado à criação de novos modelos. Conforme o próprio autor, tem-se em um primeiro momento que um *bom modelo* é “[...] aquele que tem a capacidade de previsão de novos fatos ou relações insuspeitas” (BASSANEZI, 2004, p. 30) e, posteriormente, afirma que “[...] um *bom modelo* é aquele que propicia a formulação de novos modelos” (BASSANEZI, 2004, p. 31). Dessa forma, pode-se observar que o método defendido por esse autor busca um melhoramento constante, dado pela dinâmica que envolve a construção de modelos mais adequados ao propósito desejado, cuja medição é dada pelo aumento da capacidade de previsão.

Com esses apontamentos encerro a seção, que procurou apresentar os aspectos principais da Modelagem Matemática como modelação. Além de possibilitar a observação de aspectos inerentes ao processo de MM, tais como as concepções de problema, de modelo, a relação com a realidade, as etapas da Modelagem Matemática, a relação com o tema e o objetivo. Na próxima seção, apresentarei uma concepção de Modelagem Matemática que está associada à perspectiva de projetos.

1.2.2 Modelagem Matemática por meio de Projetos

Para os autores que embasam essa seção, de modo geral, a Modelagem Matemática pode ser entendida como “[...] uma estratégia pedagógica que enfatiza a

escolha de um problema pelos estudantes para ser investigado na sala de aula⁹” (BORBA, VILLARREAL, 2005, p.29, tradução minha), ou como

[...] uma estratégia pedagógica que privilegia a escolha de temas pelos alunos para serem investigados e que possibilita aos estudantes a compreensão de como conteúdos matemáticos abordados em sala de aula se relacionam com as questões cotidianas (BORBA, MALHEIROS, ZULATTO, 2007, p. 100).

De imediato e tomado como aspecto relevante nessa concepção está o posicionamento acerca da escolha por parte dos alunos do tema – ou problema – a ser trabalhado. Como consequência dessa posição, está a oportunidade de uma participação ativa por parte dos alunos no currículo, conforme apontam Borba e Villarreal (2005, p. 29, tradução minha) quando afirmam que “Os alunos, portanto, desempenham um papel ativo no desenvolvimento do currículo, ao invés de serem apenas os destinatários de tarefas projetadas por outros¹⁰”.

Este é um aspecto que se diferencia da perspectiva apontada pelos autores que tratam da modelação, apresentada na seção anterior. Enquanto para Biembengut e Hein (2007, p.20) o tema, ao ser sugerido pelos alunos, pode “[...] não ser adequado para se desenvolver o programa ou, ainda, muito complexo, exigindo do professor um tempo de que não dispõe para aprender e para ensinar”, para Borba e Villarreal (2005) e Borba, Malheiros e Zulatto (2007, p. 101) trata-se de uma oportunidade pedagógica diferenciada, privilegiando não o conteúdo matemático, mas sim a “[...] investigação e a exploração”.

Essa distinção entre as ideias desses autores apresenta a existência de objetivos distintos. Diferentemente de um foco que busca uma adaptação da modelagem ao currículo, a perspectiva discutida nessa seção faz com que o aluno, ao trazer o tema, possa ser protagonista nos processos de ensino e aprendizagem, permitindo sua participação na eleição dos assuntos a serem discutidos. Essa mudança de postura tem por finalidade tirar o foco do conteúdo matemático e privilegiar aspectos relacionados à investigação, à exploração, à reorganização do pensamento e à cidadania¹¹. É importante deixar claro que não se trata de excluir a matemática dos objetivos, como bem enfatiza Malheiros (2008, p. 69): “Isso não significa que a Matemática deva ser

⁹ “[...] a pedagogical approach that emphasizes student’s choice of a problem to be investigated in the classroom” (BORBA, VILLAREAL, 2005, p. 29).

¹⁰ “Students, therefore, play an active role in curriculum development instead of being just the recipients of tasks designed by others” (BORBA, VILLAREAL, 2005, p. 29).

¹¹ No sentido de proporcionar uma maior participação do estudante frente aos processos nos quais são envolvidos.

deixada de lado, porém ela poderá ser investigada também em um contexto mais amplo, relacionada a outras áreas do conhecimento”. O que ocorre é um posicionamento que enfatiza aspectos que extrapolam a própria matemática.

Esse contraste nos posicionamentos dos autores que tratam de MM como modelação e os que estruturam essa seção mostra que diferentes objetivos podem contribuir para tomadas de ações diferentes na MM, tanto por parte dos professores quanto dos alunos, como é o caso da escolha do tema ou problema a ser trabalhado. Dada essa aparente influência do objetivo, questiono-me: Quais objetivos podem estar relacionados à MM na Educação Matemática? É possível pensar em uma multiplicidade de objetivos em uma única concepção? Uma multiplicidade de objetivos obrigatoriamente implica uma multiplicidade de concepções, havendo uma correspondência direta entre a concepção e entre o objetivo pedagógico a que se propõe?

Para melhor compreender a MM quando existe uma ênfase na participação ativa do aluno, trago as ideias de Malheiros (2008) que, assim como Borba e Villarreal (2005) e Borba, Malheiros, Zullato (2007), fazem uma associação entre a Modelagem Matemática e a pedagogia de projetos, comumente denotada *Projetos de Modelagem*. Essa aproximação pode ser vista de forma explícita em Malheiros (2008), que afirma que a

[...] semelhança [entre MM e pedagogia de projetos] ocorre quando o tema eleito para a investigação surge do interesse dos alunos ou quando este é definido a partir de uma negociação pedagógica na qual os estudantes têm voz, são ouvidos e, conseqüentemente, seus interesses também prevalecem. Neste contexto, considero que são elaborados, então, projetos de Modelagem (MALHEIROS, 2008, p. 65).

Em sua tese, Malheiros (2008) aponta uma série de características que os projetos de Modelagem assumem e têm em comum com a pedagogia de projetos como, por exemplo, a singularidade de cada trabalho, a possibilidade de envolver o aluno por meio da vontade de descoberta e a participação do idealizador do projeto no processo de investigação.

Do conjunto de associações levantado pela autora, enfatizo o papel do professor entendido como mediador de todo processo. Essa mediação, iniciada desde a escolha do problema, pode abranger distintas dimensões. A primeira delas está na interdisciplinaridade, que pode se mostrar presente na compreensão da situação que está sendo investigada. Nesse sentido, Borba e Villarreal (2005) nos revelam que nas

explorações realizadas pelos estudantes, existem problemas que não surgem naturalmente. Neste caso “[...] o professor tem um papel fundamental como guia: sugerindo novos caminhos e referências, solicitando informação a um especialista na área¹²” (BORBA, VILLAREAL, 2005, p. 43, tradução minha). Dessa forma, não só firmam o papel do professor, como também indicam atitudes a serem tomadas num contexto aberto e interdisciplinar.

Um segundo tipo de mediação que o professor pode proporcionar é a feita com as tecnologias. A relação entre tecnologias e projetos de Modelagem é íntima e cabe ao professor não apenas indicar recursos, mas também se comunicar com os alunos por vários meios distintos, incluindo os proporcionados pelas tecnologias (MALHEIROS, 2008). Nesse contexto, o professor também assume a função de arbitrar o uso de recursos frente a possíveis opções apresentadas pelos estudantes e não conhecidas por ele.

O último tipo de mediação diz respeito à matemática. Nesse sentido, Borba e Malheiros (2007, p. 197) nos revelam:

Com o auxílio do professor, é feito um esforço para modelar matematicamente o tema proposto pelos alunos, ou discutir por que certo conteúdo matemático deve ou não ser utilizado no contexto de um determinado problema.

Dessa forma, a mediação se dá na discussão envolvendo a matemática, cabendo ao professor – uma vez que possui um domínio maior dessa ciência – a responsabilidade de orientar a dinâmica dos projetos de Modelagem. Esse fato é reforçado por Borba e Villarreal (2005, p. 43-44, tradução minha) quando afirmam que às vezes “[...] as ferramentas matemáticas que [os alunos] têm são suficientes para gerar um modelo que representa a situação; outras vezes eles têm que fazer uma exploração matemática ou estudar alguns tópicos matemáticos adicionais¹³”. Nesse caso, a atuação do professor como mediador entre o aluno e a matemática torna-se fundamental, tanto em retomar um conhecimento já discutido quanto na construção de novos conhecimentos. Reforço que, mesmo a situação tendo a potencialidade de envolver os conteúdos mais variados devido à escolha feita pelos alunos, o conteúdo programático não deixa de ser levado em consideração. Nesse sentido, Borba e Malheiros (2007, p.197) entendem que

¹² “[...] the teacher has a paramount role as a guide: suggesting new paths, and references, asking for information from a specialist in the area” (BORBA, VILLAREAL, 2005, p. 43).

¹³ “[...] the mathematical tools they have are sufficient to generate a model that accounts for the situation; other times they have to make a mathematical explorations or study some additional mathematical topics” (BORBA E VILLARREAL, 2005, p. 43-44).

“Sempre que possível, tópicos ligados à disciplina – funções, derivadas e integrais – são associados aos projetos dos alunos por intermédio de sugestões e questões elaboradas pelo docente responsável”.

Essa mediação assumida de modo explícito por esses autores faz com que eu me questione acerca da influência dos envolvidos na MM. Não se trata somente das ações do professor (embora este assumam um papel fundamental), e das atitudes e discussões trazidas pelos alunos e pelas pessoas que, de alguma forma, participam do projeto de MM. Trata-se também de trazer à discussão a influência das tecnologias, principalmente levando em consideração que a presente pesquisa tem como objetivo abranger o mundo cibernético como dimensão de discussão. Sendo assim, questiono: Qual o papel dos envolvidos ao longo da MM? E o papel das tecnologias? Em que grau cada um influencia a MM?

Além de discutir o papel dos envolvidos, considero importante apresentar a relação da perspectiva discutida com o modelo matemático. Diferentemente do modo de conceber MM como Modelação, os autores que embasam essa seção dão pouca ênfase às palavras *modelo matemático*¹⁴. Esse aspecto pode ser justificado na associação com a pedagogia de projetos que possui como característica “[...] a não valorização excessiva dos fins a serem atingidos” (MALHEIROS, 2008, p. 68). Afora a não supervalorização do modelo matemático, essa citação também mostra um posicionamento que pode influenciar todo o processo e contribuir para que nas construções matemáticas feitas não necessariamente ocorra a mesma acuidade dada por um modelador profissional. Nesse sentido, a autora afirma que, no contexto relacionado a projetos, podem ocorrer descon siderações de variáveis, tanto por desconhecimento quanto por dificultar a construção do modelo, o que pode fazer com que os mesmos não sejam “eficientes” para descrever a situação ou o fenômeno estudado. Salienta ainda que esse fato não desqualifica o projeto, uma vez que:

[...] um dos objetivos, ao elaborar um projeto de Modelagem, é fazer com que os estudantes percebam relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, presentes em assuntos do cotidiano (MALHEIROS, 2008, p. 68).

¹⁴ Na tese de Malheiros (2008), por exemplo, o conceito de modelo matemático não é apresentado. Entretanto, em Diniz (2007) que se insere nessa perspectiva, é possível encontrar que a visão de modelo matemático assumida é a mesma de Bassanezi (2004), isto é, o modelo matemático é entendido como “[...] um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado” (BASSANEZI, 2004, apud DINIZ, 2007, p. 20).

Com isso a autora reforça, implicitamente, que o contexto abrangido pelo campo educacional distingue-se do vivenciado pelo matemático aplicado, no qual há uma preocupação com a eficiência do modelo frente à situação estudada. Observo que, diferentemente de outros pesquisadores que utilizam as palavras *real* ou *realidade*, os que embasam essa seção preferem utilizar a palavra *cotidiano*. De fato, na literatura investigada acerca de projetos de Modelagem não observei o uso da palavra realidade, tampouco a discussão acerca de como a Modelagem Matemática ou a matemática se relacionam com a realidade. Apesar disso, entendo que as perguntas levantadas na seção anterior sobre a relação entre realidade e mundo cibernético ainda se mostram pertinentes. Embora a lida com o mundo cibernético faça parte do cotidiano de muitas pessoas, esta pode se mostrar de maneira distinta do cotidiano vivido sem o uso de tecnologias digitais. Sendo assim, a pertinência de uma compreensão sobre os aspectos que o constituem se mantém, principalmente levando em consideração possíveis implicações para a própria MM.

Outro aspecto importante é a ideia de problema, que aparece em muitas discussões que envolvem a MM. Borba e Villarreal (2005, p. 29, tradução minha, grifo meu), por exemplo, tratam a MM como sendo “[...] uma estratégia pedagógica que enfatiza a escolha de um **problema** pelo estudante para ser investigado na sala de aula¹⁵”. Outro exemplo é a visão de modelo apresentada por Biembengut e Hein (2007, p.12, grifo meu), que o entendem como “[...] um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou **problema** de situação real”. Também Bassanezi (2004) apresenta o problema como aspecto inerente à MM quando considera a problematização como uma de suas etapas.

Apesar desses autores discutirem a ideia de problema relacionando-a com a MM, parece haver uma distinção quanto à compreensão do mesmo. De fato, na perspectiva apontada por Bassanezi (2004) o problema possui uma associação mais direta com a matemática. Embora na literatura consultada esse autor não explicita aquilo que entende como sendo problema, o mesmo ressalta que sua visão de MM abrange a “[...] transformação de situação da realidade em problemas matemáticos” (BASSANEZZI, 2004, p. 24). Além disso, ao falar de problematização, refere-se

¹⁵ “[...] a pedagogical approach that emphasizes student’s choice of a problem to be investigated in the classroom” (BORBA, VILLAREAL, 2005, p. 29).

exclusivamente a formulação de um problema escrito na linguagem que se está trabalhando, ou seja, na linguagem matemática.

Já para os autores que defendem os Projetos de Modelagem, o problema assume uma perspectiva diferenciada. Em Borba, Malheiros e Zullato (2007, p.99-100), por exemplo, os autores se baseiam em Saviani (1996) para compreender o problema como “[...] algo com uma parte subjetiva e outra objetiva, sendo a primeira relacionada a um interesse pessoal e a segunda ligada a um obstáculo que de fato se apresenta na existência da experiência de uma pessoa ou grupo”. Visto desse modo, o problema assume características associadas à situação investigada e sua relação com as pessoas envolvidas nesse processo.

Nesse contexto comparativo formado por diferentes caracterizações sobre a compreensão de problema, surgem algumas inquietações, tais como: como o problema pode ser visto quando associado ao contexto da MM na Educação Matemática? E no âmbito do mundo cibernético, como pode ser compreendido? O problema deve necessariamente ser um problema matemático? Qual a relação do modo como o problema é escrito com o processo de resolução do mesmo?

Reunindo as características apresentadas pelos autores que defendem a perspectiva de Projeto de Modelagem, é possível ver um encadeamento de todo o processo que se inicia na escolha do tema ou problema por parte do aluno. Isso traz como consequência uma não linearidade curricular, no sentido de que o encaminhamento do projeto pode contribuir para que assuntos matemáticos distintos dos previamente planejados possam estar presentes no processo. É importante salientar que essa não linearidade pode ser também estendida à condução da Modelagem Matemática fazendo com que nem sempre haja uma sequência de etapas pré-estabelecidas para serem seguidas. Para orientar esses encaminhamentos está o professor, que assume uma postura de mediador na escolha do projeto e frente às tecnologias, à interdisciplinaridade e à própria matemática que serão usadas ao longo de todo desenvolvimento.

Mesmo que de forma indireta exista uma perspectiva de multiplicidade de possibilidades de encaminhamentos dadas pela característica aleatória que o processo pode ocorrer, entendo que há um norte que conduz e entrelaça as decisões tomadas para que a MM possa ser compreendida desse modo. Este norte é dado pelo objetivo, isto é, pela finalidade que o projeto, em termos educacionais, tem. No caso específico dos projetos de Modelagem, os autores assumem como principais objetivos proporcionar a

investigação, a exploração, a reorganização do pensamento e a cidadania. Tendo em vista este conjunto de finalidades, a liberdade de escolha e a mediação do professor assumem um posicionamento central, pois (principalmente com as TIC) podem (i) implicar uma participação mais efetiva por parte dos estudantes, (ii) possibilitar a discussão e também (ii) permitir o acesso à informação mostrando assim consonância com o aspecto democrático (DINIZ, 2007).

Com base nesses apontamentos, há um conjunto de inquietações que se refere à abrangência dos projetos de Modelagem e pode ser expressa pelas seguintes perguntas: Se o professor desejar trabalhar um conteúdo específico de matemática, como os projetos de Modelagem podem ajudar, uma vez que o tema a ser desenvolvido advém dos alunos e pode não abranger aquilo que se pretende? Um professor que levanta um tema ou propõe uma situação com um objetivo voltado a um determinado assunto e procura desenvolvê-lo em termos de projeto(s) e de busca de modelos matemáticos específicos não está fazendo Modelagem Matemática? Em outras palavras, na visão dos autores, projetos de Modelagem constituem apenas uma parte da Modelagem Matemática ou são a própria Modelagem Matemática? O que Bassanezi (2004) e Biembengut e Hein (2007) propõem, então, não se configura como MM na Educação Matemática?

A reflexão proporcionada por esses e os outros questionamentos, apresentados nessa seção, e pela análise dos aspectos que dizem respeito ao modo como a Modelagem Matemática é compreendida quando associada a projetos contribui para a construção da concepção de Modelagem Matemática assumida nesta tese. Na próxima seção, apresento as ideias que relacionam a MM à perspectiva sócio-crítica e que também apresentam distinções frente aos aspectos apresentados em 1.2.1 e 1.2.2.

1.2.3 Modelagem Matemática do Ponto de Vista Sócio-Crítico

A corrente sócio-crítica tem como uma de suas finalidades abranger o aspecto reflexivo. Conforme Barbosa (2001, p. 20), no âmbito da Modelagem Matemática na Educação Matemática, essa corrente “[...] ultrapassa os aspectos da matemática e da arte de modelar para assumir o caráter político destes, abrangendo o ‘lugar’ da matemática nas práticas sociais”. De modo geral, esse autor defende que as atividades que envolvem Modelagem Matemática são consideradas como um meio de indagar e questionar

situações da realidade por meio de métodos inerentes à matemática, evidenciando o caráter social e cultural dessa ciência. Baseado nessa perspectiva, assume uma visão de Modelagem Matemática, que se diferencia das anteriormente apresentadas, considerando-a como “[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2001, p. 31).

Nessa pequena explanação, já seria possível retomar grande parte dos questionamentos discutidos nas seções anteriores. Entretanto, considero necessário fazer uma explanação dos três pressupostos que envolvem a Educação Crítica (EC), segundo Skovsmose (2006).

O primeiro diz respeito à relação entre professor e alunos. Conforme as ideias da EC, o professor não é apenas a pessoa responsável por passar um conjunto de informações, mas alguém que ensina no diálogo com os estudantes. Esse diálogo é associado a um processo de democratização, que procura envolver os estudantes no controle do processo educacional. Esse pressuposto é sustentado por Skovsmose (2006, p. 18), que afirma:

Se queremos desenvolver uma atitude democrática por meio da educação, a educação como relação social não deve conter aspectos fundamentalmente não-democráticos. É inaceitável que o professor (apenas) tenha o papel decisivo e prescritivo. Em vez disso, o processo educacional deve ser entendido como um diálogo.

O segundo pressuposto está relacionado ao currículo, que deve ser observado sob uma perspectiva de indagação (currículo crítico). Isso implica um posicionamento que busca revelar princípios curriculares agregados a valores. Assim, questões referentes à aplicabilidade do assunto, aos interesses e pressupostos que existem por detrás do conteúdo e as limitações que o mesmo apresenta são também levantadas, não se limitando a apenas uma apresentação do conteúdo programático.

A última característica básica da EC apresentada por Skovsmose (2006, p.19) diz respeito a condições fora do processo educacional, entendida por esse autor como um “[...] direcionamento do processo de ensino-aprendizagem a problemas”. Com isso, o autor quer dizer que o processo educacional, segundo a visão crítica, deve estar associado a problemas que existem fora do universo educacional. Para selecionar esses tipos de problemas, Skovsmose (2006) apresenta dois critérios, um relacionado a aspectos subjetivos e outro a aspectos objetivos, de modo que o primeiro significa que o

problema deve se aproximar das experiências e do conhecimento teórico dos estudantes e o segundo deve se relacionar a problemas sociais objetivamente existentes.

A partir desses pressupostos, Skovsmose (2006, p. 101) apresenta o modo geral como compreende a Educação Crítica:

[...] para que a educação, tanto como prática quanto como pesquisa, seja crítica, ela deve discutir condições básicas para a obtenção do conhecimento, deve estar a par dos problemas sociais, das desigualdades, da supressão etc., e deve tentar fazer da educação uma força progressivamente ativa.

As ideias críticas são trazidas por esse autor ao contexto da Educação Matemática ao sustentar que a sociedade é formatada pela matemática, uma vez que esta é uma das responsáveis pelo desenvolvimento tecnológico que condiciona de modo decisivo as relações pessoais e interpessoais e a estrutura organizacional na qual vivemos, principalmente levando em consideração as TIC. Skovsmose (2006) diz que é preciso compreender como ocorre essa influência da matemática perante a sociedade. Para tanto, apresenta a ideia de alfabetização matemática defendendo que esta é “[...] uma condição necessária na sociedade de hoje para informar pessoas sobre suas obrigações, e para que elas possam fazer parte dos processos essenciais de trabalho” (SKOVSMOSE, 2006, p. 102).

Entretanto, esse autor revela que para a alfabetização matemática assumir uma dimensão crítica é necessário que se abranjam três tipos de conhecer. Estes se dividem em *conhecer matemático*, que diz respeito às competências e habilidades matemáticas; *conhecer tecnológico*, que se refere às aplicações da matemática e à construção de modelos matemáticos; e o *conhecimento crítico*, que visa à competência de avaliar de modo reflexivo o uso da matemática. Skovsmose (2006, p. 116) ainda destaca que essas reflexões “[...] têm a ver com avaliações das consequências do empreendimento tecnológico”.

Com base nessas ideias Barbosa (2001) defende uma postura crítica para a Modelagem Matemática e a entende como um *ambiente de aprendizagem*. A noção de ambiente de aprendizagem é apresentada por Skovsmose (2000) ao se referir às condições postas pelo professor a fim de que os alunos possam desenvolver suas atividades. A Resolução de Problemas, a História como recurso didático, a Modelagem e as Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática são alguns exemplos de ambientes propostos (SKOVSMOSE, 2000).

De modo geral, os ambientes de aprendizagem podem ser compostos por dois grandes cenários. O primeiro é chamado por Skovsmose (2000) de *paradigma do exercício* e o segundo, de *cenário de investigação*. O paradigma do exercício está relacionado a um contexto de sala aula tradicional, em que as atividades são propostas pelo professor e ocorrem de modo que praticamente tudo é controlável. Já no cenário de investigação, os alunos são convidados a levantar questões e procurar explicações. Observo que este *convite* também é assumido por Barbosa (2001), fazendo parte do entendimento que tem de Modelagem Matemática. Em sua visão o convite sempre é feito, mas nada garante o seu aceite. Sobre este aspecto, o autor esclarece que o não engajamento no levantamento de indagações não descaracteriza o ambiente de Modelagem Matemática:

Nada garante que os alunos se envolvam em tarefas desse cunho. Por razões diversas, os alunos podem ter outras prioridades; pode ser que os interesses dos alunos e os do professor não se encontrem, criando dificuldades, mas isso não dissipa o ambiente de aprendizagem de Modelagem (BARBOSA, 2001, p. 31).

Conforme apresentado, o convite feito é um convite à indagação. Para esse aspecto Barbosa (2001) baseia-se principalmente em Freire e Faundez (1998) que apontam a indagação como o caminho para a educação, entendendo que o início do conhecimento está no ato de perguntar. Baseado nesses autores, Barbosa (2001) também defende o processo de indagação como norteador de todo o ambiente de Modelagem Matemática. Nesse sentido, é possível encontrar uma estreita relação entre a indagação e a problematização. Para discutir esse aspecto, Barbosa (2001) traz as ideias de Mendonça (1993) que assume a problematização como sendo

[...] a ação de criar uma pergunta na sala de aula que gera a pesquisa. Pergunta, sob esta perspectiva, é problema [...] problematização está para o problema (ou pergunta) assim como um processo de estruturação está para a estrutura, compreendendo a estruturação como o processo de se compor algo, cujo final é a estrutura. Problematização é, então, o caminho em direção ao problema, é a problemática que leva à formulação do problema (MENDONÇA, 1993, p. 30).

Dessa citação, destaco uma associação entre problema e pergunta de modo a se aproximarem a tal ponto de poderem ser considerados unívocos. Apesar de concordar fortemente com a ideia da pergunta ser um caminho em direção ao problema, questiono: Problema e pergunta podem ser entendidos como sinônimos? Em que condições essa associação se dá? Outro aspecto que decorre dessa citação é a relação entre problema e estrutura. Embora essa comparação seja feita de modo alegórico, levanto o seguinte

questionamento: Como a concepção de problema pode influenciar o processo de MM? Entendo que as respostas para essas inquietações somente poderão ser sugeridas por meio de um aprofundamento no conceito de problema que farei posteriormente. Em Barbosa (2001) não encontrei um posicionamento quanto ao entendimento do que é assumido como problema. Apesar disso, em Barbosa (2008, p. 48), é possível destacar a importância que este autor dá à relação entre MM e problema, defendendo que para uma atividade ser definida ou não como uma modelagem, é necessário, além de uma referência na realidade, que “[...] ela seja um problema para os alunos, ou seja, eles não devem ter estratégias prontas ‘às mãos’”.

De qualquer forma, conforme Barbosa (2001), a indagação não se limita à explicitação do problema, mas sim a uma atitude que perpassa também o processo de resolução. Esta posição pode ser vista nas próprias palavras do autor:

Indagar significa assumir um incômodo com algo, procurar enunciá-lo e buscar uma compreensão ou explicação. Em outras palavras, indagar é subjacente a todo o processo, da identificação do problema, passando por sua formulação, até a “resolução”. Nesse processo, a investigação é o caminho pelo qual a indagação se faz. Trata-se da busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Num certo sentido, é como se procurassem peças para ajudar a compor o cenário daquilo que incomoda (BARBOSA, 2001, p. 32).

Na visão sócio-crítica, a matemática é vista como um meio para indagar, isto é, os “[...] conceitos, noções e algoritmos matemáticos são utilizados na indagação e na investigação da situação-problema” (BARBOSA, 2001, p. 32). Dessa forma, a matemática se faz presente na construção de argumentos inerentes à situação que está sendo analisada. Mas, é importante salientar que nessa visão de modelagem, a matemática não é tomada como um fim, mas como um meio que, apoiado na reflexão, pode proporcionar uma visão crítica da sociedade.

Associado à indagação, está o que o autor chama de investigação, que é considerada pelo autor o caminho pelo qual a indagação se faz. Nesse caminho, a reflexão norteia um processo de busca, seleção, organização e reorganização de informações. Como uma das consequências de assumir um ambiente investigativo, está a não-padronização de procedimentos, contrapondo-se à noção de que devam existir etapas pré-estabelecidas para a Modelagem Matemática: “A idéia de investigação contrapõe-se a procedimentos diretos e padronizados; ao contrário, valoriza as estratégias informais” (BARBOSA, 2001, p. 32). Dessa forma, a construção do conhecimento matemático para esse autor torna-se dependente das escolhas e

encaminhamentos que as atividades vão assumindo, o que mostra também a quebra da estrutura curricular¹⁶.

A valorização dada às estratégias dos alunos e às discussões que envolvem o universo abrangido pelo ambiente de MM pode ser avaliada quando o autor fala de *rotas de modelagem*, considerando que este termo se refere à “[...] progressão de discursos produzida pelos alunos e o professor com o intuito de produzir um modelo matemático” (BARBOSA, 2008, p. 50). Ao utilizar esse termo, o autor enfatiza que não considera qualquer tipo de discurso, mas sim aqueles que “[...] possuem um claro papel no propósito de construir uma representação matemática para a situação-problema em estudo” (BARBOSA, 2008, p. 50).

Relacionado às rotas, estão quatro tipos de discurso, a saber: as discussões matemáticas (que dizem respeito aos conceitos e procedimentos da disciplina de matemática), as discussões técnicas (que estão relacionadas ao fenômeno eleito, estudado por meio da matemática), as discussões reflexivas (que dizem respeito à natureza dos modelos e a influência dos critérios usados em seus resultados) e às discussões paralelas (entendidas como as “[...] que não possuem um claro papel na construção do modelo matemático¹⁷” (BARBOSA, 2008, p. 55)). Desta classificação de distintos tipos de discurso, as três primeiras constituem-se naquilo que o autor entendeu como rota de modelagem, enquanto a última, apesar de fazer parte das interações ocorridas no processo, não pode ser classificada como pertencente à rota, uma vez que sua enunciação não influenciou na construção do modelo matemático.

Em particular, Barbosa (2008) debruça sua atenção nas discussões paralelas concluindo, por meio de exemplos ocorridos em sala de aula, que mesmo não fazendo parte da formação do modelo, podem contribuir para uma dimensão educativa mais ampla, envolvendo desde aspectos específicos matemáticos até discussões reflexivas acerca da realidade social.

Dos apontamentos feitos por esse autor ao longo desse artigo, um em especial chama a minha atenção, que é o que relaciona a construção do modelo ao modo como o problema é concebido. Este pode ser observado quando Barbosa (2008, p.56) diz:

¹⁶ De modo comparativo, nesse aspecto, é possível ver uma consonância com as ideias de quebra curricular defendida por Borba e Villarreal (2005), Borba, Malheiros e Zulatto (2007) e Malheiros (2008) e uma dissonância com as perspectivas assumidas principalmente por Biembengut e Hein (2007).

¹⁷ Quando fala em modelo matemático propriamente dito, Barbosa (2001, p. 14) se refere a “[...] representação ideal, em termos matemáticos, de certos aspectos da situação real”.

[...] parece-me abusivo pensar que as discussões paralelas não influenciam, em alguma medida, o modo como os alunos concebem a situação-problema, o que não significa influenciar as estratégias e, portanto, as discussões sobre como produzir o modelo matemático.

Entendo que implícito a essa fala, parece haver um entrelaçamento entre problema, solução e discurso. Porém, em que medida esse aspectos se relacionam? Em outras palavras, qual a relação entre problema, solução e o discurso produzido pelos estudantes no processo de MM? Assim, como expresso anteriormente, considero que uma resposta a esse questionamento somente poderá ser dada na medida em que houver uma compreensão (ou posicionamento) frente ao que é entendido como problema.

Retomando o entendimento de MM apresentado por Barbosa (2001), observo que as situações investigadas por meio da matemática têm *referência na realidade*, assim como Skovsmose (2000). Segundo esse autor, além da distinção entre cenário de investigação e paradigma de exercício, é possível fazer uma diferenciação entre as referências usadas, no contexto de sala de aula, para produzir significado aos conceitos e as atividades matemáticas. Os focos dessa referência são divididos por Skovsmose (2000) em três: *referências à matemática pura*, *referências à semi-realidade* e *referências à realidade*.

A primeira referência trata de questões e atividades que dizem respeito somente à matemática acadêmica. No caso da semi-realidade as atividades estão relacionadas a uma situação construída como, por exemplo, as contidas em livros de matemática. Sobre a semi-realidade, Skovsmose (2000, p.76) revela que:

[...] é totalmente descrita pelo texto do exercício; nenhuma outra informação é relevante para a resolução do exercício; mais informações são totalmente irrelevantes; o único propósito de apresentar o exercício é resolvê-lo. Uma semi-realidade é um mundo sem impressões dos sentidos [...], de modo que somente as quantidades mensuradas são relevantes.

Além disso, o autor destaca que as situações dadas pela semi-realidade conduzem ao pressuposto de que há somente uma resposta correta.

No terceiro caso, estão as situações que têm referência na realidade. Barbosa (2001) articula o modo como entende MM com a referência na realidade, buscando fazer com que as situações indagadas e/ou investigadas não sejam criadas pelo professor e a matemática não seja considerada como única finalidade. Nesse caso, os dados são oriundos da própria situação investigada fazendo parte das circunstâncias que a sustentam.

Diante do exposto, faço alguns questionamentos. O primeiro diz respeito ao mundo cibernético e pode ser expresso por: Levando em consideração as modificações sociais que as Tecnologias Digitais proporcionam à humanidade, caberia considerá-lo como realidade? Por apresentar situações de interação que são construídas por meio da matemática, poderia o mundo cibernético ser considerado uma semi-realidade? Entendo que essas perguntas podem ser generalizadas por: Qual a relação do mundo cibernético com a classificação proposta por Skovsmose (2000)?

Ao sustentar que a MM tem referência na realidade, Barbosa (2001) ressalta que o uso dessa palavra pode resultar em uma armadilha teórica dando alusão a uma contraposição com o mundo da matemática. Dessa forma, posiciona-se não desconsiderando a matemática da realidade: “[...] reforço, a minha visão de matemática não a considera fora da realidade, mas parte dela” (BARBOSA, 2001, p. 14). Essa inclusão da matemática como parte da realidade é acentuada quando Barbosa (2001) analisa esse aspecto sob a perspectiva de Skovsmose (1994) e de Borba e Skovsmose (1997) que discutem a relação dos modelos matemáticos com a sociedade.

De modo geral, esses autores não concordam com a posição de que um modelo matemático é independente da interferência humana. Para eles, a própria escolha das variáveis já está sujeita a uma compreensão teórica prévia da realidade. Além desse aspecto, entendem que os modelos estão sujeitos aos pressupostos assumidos, o que aumenta ainda mais a complexidade que envolve a Modelagem Matemática. Para exemplificar essa posição, Barbosa (2001) apresenta a busca por um modelo que descreva a evolução do desemprego em uma cidade. Sabendo que há divergências na compreensão do que é um desempregado, haverá distinções no que diz respeito aos modelos construídos, tornando-os dependentes da concepção assumida. Dessa forma, é possível compreender que modelo matemático pode estar associado aos interesses e às perspectivas de certos grupos sociais.

Entretanto, como mostram Borba e Skovsmose (1997), há na sociedade certo entendimento de que a implicação do uso da matemática na explicação de qualquer situação apresenta aspectos que lembram certeza, precisão e verdade. A este aspecto os autores designam *ideologia da certeza*. Com essa ideia, sustentam a perspectiva de que os modelos matemáticos estão presentes na esfera social, influenciando a tomada de decisões e servindo a interesses particulares de certos grupos. Dessa forma, a discussão dos modelos, dos critérios usados na construção dos mesmos e a forma como são usados na sociedade ganham relevância e assumem um papel fundamental na perspectiva

sócio-crítica, podendo ser considerados um dos principais objetivos, conforme aponta Barbosa e Santos (2007, p. 3):

O uso da expressão “sócio-crítica” para denotar um modo de ver a Modelagem na educação matemática é sugerido [...] como um reconhecimento àquelas práticas pedagógicas que compreendem este ambiente como uma oportunidade para os alunos discutirem a natureza e o papel dos modelos matemáticos na sociedade.

Do ponto de vista da Modelagem Matemática, no contexto de sala de aula, Barbosa (2001) se posiciona frente à importância do modelo matemático. Nesse sentido, assume explicitamente que nem sempre o ambiente de Modelagem conduzirá a um modelo matemático específico. Para esse autor a importância principal está relacionada ao processo de investigação e indagação que, no contexto assumido, ganha maior relevância que o próprio modelo:

À medida que não compreendo atividades de modelagem contendo encaminhamentos e fins a priori, sustento que os alunos podem investigar matematicamente uma dada situação, sem necessariamente construir um modelo matemático. O importante – assim julgo – não é a construção do modelo em si, mas o processo de indagação e investigação, que pode, ou não, envolver a formulação de um modelo matemático propriamente dito (BARBOSA, 2001, p. 36).

Em Barbosa e Santos (2007, p. 3) é possível encontrar um posicionamento frente à compreensão de modelo matemático, entendido como “[...] qualquer representação matemática de um fenômeno eleito para estudo”. Já Barbosa (2008, p. 48), assume uma posição mais efetiva, entendendo que além de compreender diferentes modelos como tabela, equações e gráficos e diferentes formas de descrição e/ou previsão, também considera “[...] como modelo matemático qualquer outro tipo de registro matemático escrito que se refira à situação-problema, como as operações matemáticas básicas”.

Mesmo assim, entendo que os pressupostos básicos da teoria crítica, principalmente os relacionados à alfabetização matemática, e ao conhecer tecnológico, permitem questionar o modo como o modelo é entendido. Se for importante refletir acerca dos modelos matemáticos e sua influência na tecnologia, é também importante buscar uma compreensão do que é o próprio modelo e da abrangência que este pode ter por meio da linguagem que o constitui. Essas inquietações podem ser expressas pelas perguntas: O modelo matemático se limita à linguagem matemática tradicionalmente aceita na academia? É possível pensar em modelo matemático em outras linguagens que apresentam uma base matemática, mas se distinguem da mesma? É possível pensar em MM sem referência a um modelo?

Outra característica importante apresentada por Barbosa (2001) diz respeito aos projetos, que é um aspecto de destaque da seção anterior. O autor considera-os como uma maneira importante de implementar a Modelagem Matemática na sala de aula. Entretanto, Barbosa (2001) questiona sobre a necessidade de escolha do tema por parte dos alunos. Nesse sentido, se posiciona: “[...] a perspectiva aqui não considera Modelagem somente quando se parte de um tema geral necessariamente escolhido por alunos e professores. Essa é apenas uma das formas de organizar as atividades em sala de aula” (BARBOSA, 2001, p. 35). Nesse aspecto, esse autor diferencia-se de projetos de Modelagem, abrangendo casos nos quais o problema ou tema é levado pelo professor. O Quadro 1 apresenta modos distintos de conduzir as atividades da MM na perspectiva sociocrítica, distribuídos em três casos.

Quadro 1 – casos da Modelagem Matemática na perspectiva sócio-crítica.

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Elaboração da situação-problema	Professor	Professor	Professor/aluno
Simplificação	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Resolução	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Fonte – Barbosa (2001, p. 40).

É possível observar no Quadro 1 que os casos diferem pelo avanço da participação do aluno nas atividades que envolvem a Modelagem Matemática. No primeiro, a elaboração da situação problema, a simplificação, o levantamento de dados qualitativos e quantitativos são de responsabilidade do professor, enquanto cabe ao aluno, em parceria com o professor, o processo de resolução. Importante salientar que o fato de o professor ser o único responsável por grande parte do processo de Modelagem não implica que haverá uma ausência de indagação por parte dos alunos. Conforme Barbosa (2001), ela “[...] está presente durante o engajamento dos alunos no processo de resolução. O problema posto pelo professor é uma indagação geradora de outras” (BARBOSA, 2001, p. 40).

No segundo caso, observa-se uma participação mais efetiva dos alunos. Ao professor cabe o levantamento da situação-problema sendo os demais encaminhamentos dados pelos alunos com o auxílio do professor. Barbosa (2001, p.39) coloca como

exemplo a seguinte pergunta: “[...] qual forma e quais as dimensões ideais para a construção de uma caixa-d’água para a escola?”. Assim, como no primeiro caso, a formulação de uma pergunta que oriente os alunos não tem a função de inibir as indagações, mas engajar os alunos para que ocorram discussões. Um aspecto importante levantado para os casos 1 e 2 é a preocupação com o interesse dos alunos no que diz respeito ao contexto escolhido e, também, em relação às suas perspectivas futuras. Nesse sentido, Barbosa (2001, p. 40) afirma que o “[...] professor, ao propor as atividades, deve empenhar-se em captar fatos que podem levar os alunos a aceitar o convite para a tarefa”.

Partindo para o caso 3, tem-se como principal diferença que a escolha da situação investigada pode partir do aluno. Nessa situação é possível perceber que o estudante compartilha todo o processo de Modelagem Matemática com o professor, assemelhando-se aos projetos de Modelagem. É interessante observar que na visão sócio-crítica o papel do professor assume uma posição essencial, perpassando todos os procedimentos e todos os casos. Segundo Barbosa (2001, p. 40), o

[...] papel do professor é acompanhar os alunos em todas as fases, intervindo na condução das atividades, como direcionador do processo e não dos estudantes. Não se trata de fazer alguma coisa para os estudantes, mas com os estudantes.

Considero que um exemplo de pesquisa que abrange essa situação na qual o problema é trazido pelos estudantes e assumindo uma visão sócio-crítica, é a de Araújo (2002) que assumiu uma visão de MM como sendo:

[...] uma abordagem, por meio da matemática, de um problema não-matemático da realidade, ou de uma situação não-matemática da realidade, escolhida pelos alunos reunidos em grupos, de tal forma que as questões da Educação Matemática Crítica embasem o desenvolvimento do trabalho (ARAÚJO, 2002, p. 147).

Conforme já abordado na introdução, trago a visão dessa autora para a discussão, principalmente, pelas inquietações que fizeram parte de sua tese ao discutir uma situação inventada pelos estudantes¹⁸. O principal conflito enfrentado por essa autora está relacionado ao fato de que sua concepção de MM considera que os problemas ou situações investigadas devem partir de um contexto da realidade e, segundo a autora, ao considerar um contexto imaginado pelos estudantes (uma função polinomial que está associada à variação de temperatura) essa condição não estaria

¹⁸ A situação inventada consistiu em “[...] “decretar” que a variação da temperatura em uma cidade [...] durante um dia, acontecesse segundo uma função polinomial do 2º grau” (ARAÚJO, 2002, p. 103).

sendo abrangida. Seu depoimento evidencia o confronto instaurado: “Confesso que, no momento em que isso me foi levado, pensei que minha pesquisa estava fadada a um fim precoce” (ARAÚJO, 2002, p. 150).

Araújo (2002) argumenta de dois modos, frente ao ocorrido. O primeiro diz respeito aos procedimentos metodológicos assumidos. Nesse sentido, considera que não ficou claro aos estudantes o procedimento que deveria ser adotado, o que os fez considerar a atividade proposta do mesmo modo que os exercícios apresentados em aula pelo professor, ou discutido num livro. Nesse sentido, a autora destaca que “Essa falta de clareza sobre como proceder teve como consequência a invenção de uma “função imaginária” e o plano da busca de uma “função real”, que acabou não acontecendo” (ARAÚJO, 2002, p. 133). O segundo argumento levantado está relacionado à forma como cada participante do processo interpreta a realidade. Conforme Araújo (2002), a análise do ocorrido poderia evidenciar uma visão platonista, que defende a matemática como uma parte da realidade absoluta. Entretanto, a pesquisadora ressalta que esta não é a perspectiva que condiz com sua visão de realidade¹⁹, apresentando assim uma justificativa para seu desconforto perante o ocorrido.

Independente do posicionamento da autora frente à situação, considero que a inquietação levantada pode ser retomada, principalmente, quando avaliadas situações

¹⁹ Assumida como se aproximando de uma visão Formalista. Hilbert, um dos principais expoentes do Formalismo, defendeu como princípios básicos dessa corrente filosófica a busca por relações consistentes entre os objetos matemáticos, não se importando em atribuir verdades aos axiomas (que eram considerados pela visão platonista como a própria realidade, portanto verdadeiros). O foco, para essa visão está na estruturação de um sistema formal que se constitui por termos primitivos, regras para formação de fórmulas a partir deles, axiomas ou postulados, regras de inferências e teoremas. Nessa perspectiva, os termos primitivos, podem ser interpretados como sendo objetos do mundo empírico (MACHADO, 1991). Daí a existência de uma relação estreita entre a Matemática com o empírico na corrente formalista. Cabe ressaltar que, apesar dessa associação poder ser feita, não necessariamente precisa ser assumida, uma vez que a relevância não está no significado dos objetos utilizados, mas sim nas relações entre esses objetos, configurando uma espécie de jogo. Esse caráter se acentuou, principalmente com a entrada das geometrias não euclidianas, que inicialmente não possuíam nenhum vínculo com o empírico e posteriormente foram utilizadas na estruturação de teorias físicas, como a teoria da relatividade. Mesmo existindo fortes vínculos entre a matemática e a realidade no Formalismo, principalmente os relacionadas à validação do sistema, a Matemática é entendida separada da realidade nessa visão. Sendo assim, a aceitabilidade da matemática para propósitos como os da física, por exemplo, é abarcada por pensadores como Curry, como sendo “[...] estabelecidos por bases pragmáticas (KÖRNER, 1985, p. 89), não se tratando assim de uma questão matemática. É com base nesses argumentos que Araújo (2002, 2007) traz que o Formalismo contribui para que duas perspectivas distintas de Modelagem Matemática possam ser vistas: “A primeira delas [...] consistiria em construir uma teoria formal a partir dos objetos e das relações existentes no problema da realidade. A segunda forma está mais diretamente relacionada à incorporação de elementos ideais a alguma teoria formal por meio da demonstração da consistência do sistema assim constituído. Essa nova teoria formal pode ser aplicada a algum problema da realidade, como foi o caso das geometrias não euclidianas” (ARAÚJO, 2007, p. 23). Desse modo, a Modelagem Matemática no Formalismo ou buscaria utilizar alguma teoria formal matemática já existente para tratar de alguma situação ou construiria alguma teoria.

que podem ser experienciadas no contexto abrangido pelo mundo cibernético. Entendo que nesse âmbito situações imaginadas podem ser atualizadas por meio de modelos, que não necessariamente se referem a uma situação de fato ocorrida e que pode desconsiderar todos os aspectos analisados pela física clássica, tendo como norte apenas situações imaginadas. Entretanto, o mundo cibernético a que esses modelos se referem pode ser considerado como abrangido pela realidade?

Outro aspecto que considero importante na visão apresentada por Araújo (2002) é que ao falar das situações ou problemas da realidade, sempre acrescenta a expressão não-matemático. Entendo que essa preocupação, também assumida por Barbosa (2001), visa ressaltar a diferenciação entre o ambiente de aprendizagem dado pela Modelagem Matemática e outros ambientes como, por exemplo, a Resolução de Problemas. Nesse sentido, Barbosa (2001, p.33) argumenta que a “Modelagem, assim, singulariza-se em relação a outros ambientes de aprendizagem, como Resolução de Problemas, por privilegiar situações referentes à ‘vida real’” (BARBOSA, 2001, p. 33). Embora apresente que a Modelagem também envolve a resolução de problemas, uma vez que são trabalhadas e investigadas situações-problema, por estarem relacionadas ao cotidiano, diferencia-se da Resolução de Problemas no âmbito da Educação Matemática, pois a Resolução de Problemas se preocupa mais com situações oriundas do próprio contexto matemático. Autores como Borba e Villarreal (2005), por exemplo, consideram que aspectos como a participação do tema por parte dos alunos também é um diferencial frente à Resolução de Problemas. Em particular entendo que somente por meio de uma compreensão aprofundada do que é a Resolução de Problemas e como ela se mostra em termos de Educação matemática é que se torna possível um comparativo. Por não se tratar do foco dessa investigação, opto por apresentar as distinções comentadas pelos autores que servem como base para a presente pesquisa.

Para finalizar, trago o relacionamento entre os objetivos e a corrente sócio crítica de MM. Assim como nas duas últimas seções, é possível visualizar a estreita ligação que existe entre o modo de compreender a Modelagem Matemática e o objetivo que se pretende ao considerar esse processo no âmbito da Educação Matemática. Essa relação inicia na própria compreensão de modelagem. Ao ser feito um convite à indagação, já são postos, indiretamente, os aspectos básicos da visão crítica, os quais evidenciam o caráter social e buscam uma compreensão da influência da matemática na sociedade. Por meio dos três casos, o professor assume distintos posicionamentos que se diferenciam pela crescente participação do aluno ao longo de todo o processo (casos 1,

2, e 3). A convergência desses ambientes está no convite ao levantamento de questões e na busca de explicações que podem contribuir para a criação de um cenário de investigação, que se caracteriza pela pergunta “*e se?*” que pode influenciar o andamento do processo podendo implicar uma não linearidade no desenvolvimento das atividades. Desse modo, é possível observar que existe um conjunto de decisões e atitudes que procura convergir para que o objetivo de analisar o papel da matemática e dos modelos matemáticos na sociedade seja atingido. Entretanto, poderia ser compreendido como MM o caso hipotético no qual um professor propusesse uma atividade que envolvesse a construção de modelos matemáticos tendo o objetivo centrado na própria matemática e não abrangesse as discussões propostas pela teoria crítica?

Por meio dessas reflexões, termino o levantamento das inquietações providas das ideias defendidas pelos autores que embasam a perspectiva sócio-crítica. Na próxima seção apresentarei um apanhado dos principais questionamentos levantados visando a construção de argumentações frente à perspectiva de MM que pretendo assumir.

1.3 Por uma Modelagem com o Mundo Cibernético

Considerei nas seções anteriores três diferentes visões acerca da Modelagem Matemática que se mostram na literatura. Nos comentários feitos ao longo do texto, busquei destacar alguns aspectos que se apresentaram mais pertinentes frente à caracterização da MM e explicitar algumas convergências e divergências. De modo geral, vejo que o levantamento das principais características permitiu compreender tanto aspectos referentes à Modelagem Matemática no campo da Educação Matemática quanto produzir um conjunto de questionamentos que contribui para construir uma visão de MM que considere a realidade do mundo cibernético como dimensão de abrangência.

Como forma de organizar a estruturação dessa visão, faço uma releitura das questões que expus ao longo da explanação apresentada nas seções anteriores, reagrupando-as de modo que possam orientar o andamento da pesquisa.

O primeiro conjunto que destaco diz respeito à ideia de processo e é expresso pelas questões: *Como a ideia de processo pode estar associada à MM? Poderia compreender a MM como um processo de construção, no qual o produto desse processo é o modelo? Que implicações essa associação poderia trazer à MM no campo*

da Educação Matemática? Como esses autores [Bassanezi (2004) e Biembengut e Hein (2007)] entendem processo, uma vez que isso não é explicitado por eles? O processo pode ser entendido como um caminho linearmente percorrido? Está relacionado a um conjunto de etapas pré-definidas?

Esses questionamentos implicam um aprofundamento no entendimento não só do significado de processo, mas também na busca por uma associação dessa palavra com a MM. Sendo assim procurarei nos próximos capítulos discorrer sobre a possibilidade de compreender a MM como um *processo de construção*, no caso, de jogos eletrônicos.

Associado à ideia de processo, destaco o aspecto educacional, principalmente no que diz respeito aos objetivos relacionados à atividade de MM proposta. Dos apontamentos feitos ao longo desse capítulo, este foi retomado constantemente, como mostra o segundo conjunto de questões que apresento: *No contexto da Educação Matemática a Modelagem Matemática deve estar subordinada a objetivos que envolvem estritamente conteúdos matemáticos? Quais objetivos podem estar relacionados à MM na Educação Matemática? É possível pensar em uma multiplicidade de objetivos em uma única concepção? Se o professor desejar trabalhar um conteúdo específico de matemática, como os projetos de Modelagem podem ajudar, uma vez que o tema a ser desenvolvido advém dos alunos e pode não abranger aquilo que se pretende? Um professor que levanta um tema ou propõe uma situação com um objetivo voltado a um determinado assunto e procura desenvolvê-lo em termos de projeto(s) e de busca de modelos matemáticos específicos não está fazendo Modelagem Matemática? Em outras palavras, na visão dos autores, projetos de Modelagem constituem apenas uma parte da Modelagem Matemática ou são a própria Modelagem Matemática? O que Bassanezi (2004) e Biembengut e Hein (2007) propõem, então, não se configura como MM na Educação Matemática? Uma multiplicidade de objetivos obrigatoriamente implica uma multiplicidade de concepções, havendo uma correspondência direta entre a concepção e entre o objetivo a que se propõe? Poderia ser compreendido como MM o caso hipotético no qual um professor propusesse uma atividade que envolvesse a construção de modelos matemáticos tendo o objetivo pedagógico centrado na própria matemática e não abrangesse as discussões propostas pela teoria crítica?*

Estes questionamentos refletem uma inquietação que se mostra na distinção de objetivos²⁰ encontrada nas perspectivas apresentadas. De fato, considerar que diferentes modos de conceber a MM trazem implícitos objetivos distintos, me fez refletir sobre a natureza desses objetivos sobre sua associação com a MM em conjunto com o mundo cibernético. Essa discussão mostra sua complexidade quando aliada à pergunta: Em um contexto educacional, a MM deve estar associada somente a um conjunto específico de objetivos? Orientado por essa inquietação e pelas outras propostas, é que discorrerei sobre objetivo e processo educacional.

Outro aspecto evidenciado pelas perguntas refere-se ao modelo matemático. Nesse sentido, expus as seguintes questões: *Há uma linguagem ideal para a formação dos modelos? Levando em consideração os avanços tecnológicos e a evolução das linguagens utilizadas de programação caberia considerar tais linguagens como referências para a construção de modelos? Em caso afirmativo, o que mudaria em termos de concepção de modelo e em termos da própria compreensão de MM? O modelo matemático se limita à linguagem matemática tradicionalmente aceita na academia? É possível pensar em modelo matemático em outras linguagens que apresentam uma base matemática, mas se distinguem da mesma? É possível pensar em MM sem referência a um modelo? Qual o papel dos envolvidos ao longo da MM? E o papel das tecnologias? Em que grau cada um influencia a MM?*

Entendo que esses questionamentos induzem a uma discussão que não trata do modelo apenas em termos estruturais, mas, também, como realidade e matemática se relacionam, no papel dos envolvidos na construção do modelo e no papel da própria tecnologia ao longo de todo o processo de MM. É levando em consideração todas essas perguntas que procurarei discutir modelo.

Além do modelo matemático, há outro aspecto que parece estar presente em distintos modos de conceber a MM, que é a ideia de problema (DALLA VECCHIA; MALTEMPI, 2009; 2010). Em função disso, buscarei uma concepção de problema que possa se associar harmonicamente os aspectos que envolvem a MM, contribuindo assim para uma compreensão da mesma no campo da Educação Matemática e no *lócus* do mundo cibernético. Para tanto, levarei em consideração as seguintes perguntas, que foram apresentadas ao longo dos apontamentos feitos nesse capítulo: *Como o problema*

²⁰ Por exemplo, focados em uma adaptação ao currículo, focados em uma quebra curricular implicando um processo de democratização, focados na preocupação do papel do modelo e da modelagem na sociedade.

pode ser visto quando associado ao contexto da MM na Educação Matemática? E no âmbito do mundo cibernético, como pode ser compreendido? O problema deve necessariamente ser um problema matemático? Qual a relação do modo como o problema é escrito com o processo de resolução do mesmo? Problema e pergunta podem ser entendidos como sinônimos? Em que condições essa associação se dá? Como o problema pode influenciar o processo de MM? Qual a relação entre problema, solução e o discurso produzido pelos estudantes no processo de MM?

O último aspecto a ser considerado diz respeito à realidade. Além de ser uma palavra comumente abordada ao se falar de MM (DALLA VECCHIA; MALTEMPI, 2009, 2010), na presente tese a problemática que a envolve se potencializa, pois me preocupo com o mundo cibernético. A possibilidade de entrelaçamento entre realidade e mundo cibernético fez com que uma série de inquietações viesse à tona, a saber: *Como compreender a realidade e em que aspectos essa compreensão pode influenciar a MM? O mundo cibernético pode ser visto como uma dimensão de abrangência da realidade? Levando em consideração as modificações sociais que as Tecnologias Digitais proporcionam à humanidade, caberia considerá-lo [o mundo cibernético] como realidade? Por apresentar situações de interação que são construídas por meio da matemática, poderia o mundo cibernético ser considerado uma semi-realidade? Qual a relação do mundo cibernético com a classificação proposta por Skovsmose (2000)? O mundo cibernético a que esses modelos se referem pode ser considerado como abrangido pela realidade?*

Esse último conjunto de questões implica não somente uma discussão sobre a realidade, mas também um aprofundamento que tem como consequência acolher o mundo cibernético como uma dimensão de abrangência da realidade. É norteado pelas inquietações expostas nessa seção que conduzirei os próximos dois capítulos, tendo como meta construir a visão de MM que pretendo assumir. Para tanto, buscarei ideias e argumentos de pesquisadores que não necessariamente se inserem no contexto da Modelagem Matemática, mas que possam contribuir para a perspectiva que defenderei.

2. PARA ALÉM DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Viajar! Perder países!
Ser outro constantemente,
Por a alma não ter raízes
De viver de ver somente!
Não pertencer nem a mim!
Ir em frente, ir a seguir
A ausência de ter um fim,
E a ânsia de o conseguir!
Viajar assim é viagem.
Mas faço-o sem ter de meu
Mais que o sonho da passagem.
O resto é só terra e céu.

Fernando Pessoa

Ir em frente, ir a seguir. Viajar e “ser outro constantemente”. Está camuflado no figurativo dessas palavras que fazem parte do poema de Fernando Pessoa o objetivo principal desse capítulo, que é buscar outras visões, outras “paisagens”. Mas, não se trata de uma viagem sem rumo ou de um “viver de ver somente”. Carrego em minhas bagagens as inquietações que dizem respeito a terra na qual entendo estar inserido, que é a Modelagem Matemática.

Essas inquietações, apresentadas no capítulo anterior, foram suficientes para inspirar uma viagem que abrange ideias teórico-filosóficas que vão além da Modelagem Matemática. É um caminhar por terras desconhecidas, por paisagens que formam o lugar natal de outros que não necessariamente tratam de MM. Entretanto, este capítulo não se trata de um desbravamento que irá responder pontualmente a todas as questões feitas por mim no capítulo anterior e reunidas na seção 1.3. Trata-se de um passeio que busca referenciais que permitam, de algum modo, tangenciar o universo de abrangência aberto por estas inquietações, que entendo estarem associadas a uma compreensão de processo educacional, Construcionismo, objetivo, modelo, problema e realidade. Por

consequente, apresentarei perspectivas teórico-filosóficas que se referem a estes aspectos.

Nesse passeio teórico, levo comigo uma visão atenta, que se norteia pelo desejo de acolhimento do mundo cibernético como dimensão abrangida pela realidade e pela compreensão da MM nesse universo, que se abre por meio das tecnologias. E é com esse intuito que entrelaçarei esses assuntos, assumindo, nesse capítulo, um ponto de vista amplo, focando a preocupação na apresentação das ideias principais de cada autor ou de cada teoria, procurando assim “ser o outro constantemente”.

Inicio essa viagem inspirado nas inquietações que envolvem a palavra processo, buscando compreender sua influência na compreensão de processo educacional, visando um embasamento que possa compreender a MM como um processo de construção.

2.1 Processo Educacional

Em uma breve busca no dicionário de filosofia é possível encontrar três significados que podem ser atribuídos à ideia de processo. O primeiro está associado a uma “[...] concatenação qualquer de eventos como, por exemplo, o processo digestivo ou um processo químico” (ABBAGNANO, 2007, p.936). Nesse sentido, processo passa a ser visto como uma sucessão de estados ou mudanças (BUENO, 1984), que procedem segundo etapas que se mostram semelhantes cada vez que ocorre o evento.

O segundo modo de compreender processo o relaciona ao modo ou maneira de operar algo, isto é, ao procedimento (ABBAGNANO, 2007). Nesse sentido, processo poderia se associar à ideia de métodos e metodologias, que buscam, por exemplo, associações entre causas e efeitos ou possam ser usados como norteamento para buscar o conhecimento acerca de algo que se deseja. Pensado dessa forma, processo pode significar a maneira pela qual uma operação pode ser atualizada, conforme determinadas normas, métodos e técnicas (BUENO, 1984).

O terceiro significado de processo apresentado por Abbagnano (2007, p.14) está relacionado à ideia de desenvolvimento, que leva a uma interpretação relacionada à “[...] mudança e transformação incessante das coisas”. Embora exista uma sequencialidade dada pela perspectiva temporal do acontecimento, não se trata de uma transformação associada a um método já conhecido, mas a uma mudança que ocorre pelas condições encontradas pelo evento ao longo do caminho que está sendo trilhado.

Por meio dessa explanação geral, entendo que já seria possível fazer algumas associações entre processo e MM, respondendo assim parte das questões por mim propostas. Entretanto, considero que esta avaliação seria prematura, tendo em vista que a MM está sendo analisada frente a um contexto educacional (em particular o da Educação Matemática). Dado que nessa perspectiva a MM pode se mostrar de modo diferente de quando trabalhada sob a ótica da Matemática Aplicada (BASSANEZI, 2004; BARBOSA, 2001; BIEMBENGUT; HEIN, 2007), entendo ser conveniente, antes de discutir a relação entre processo e MM, procurar compreender como as significações apresentadas podem ser associadas à educação, abordando a ideia de *processo educacional*.

Para abordar esse aspecto trago as ideias de Iturra (1994) que, sob um ponto de vista antropológico e sociológico, fala sobre a necessidade de todo grupo social, como condição da sua continuidade, apresentar as experiências acumuladas ao longo do tempo, para a geração seguinte que se renova constantemente, seja pela morte ou pelo nascimento. Segundo esse autor, os novos indivíduos que nascem se deparam com um grupo social que já possui um conjunto de regras construídas historicamente, sem conhecer as raízes dessa cultura. O meio pelo qual a sociedade expõe a esses mais novos sua experiência histórica, com a finalidade de compreensão do seu mundo, é denominado de *processo educacional*. De modo mais específico, Iturra (1994, p. 2) entende processo educacional como sendo

[...] o meio pelo qual os que já têm explicitado na sua memória pessoal o como e o porquê da sua experiência histórica tentam retirar os mais novos da inconsciência do seu saber daquilo que é percebido sem que seja explícito; [...] [procurando assim] inserir os mais novos nas taxonomias culturais.

Iturra (1994) aponta ainda que o processo educacional pode ser visto sob dois aspectos distintos. O primeiro diz respeito a ensinar o que se tem produzido, focando naquilo que já se conhece e o segundo, traz uma visão que se relaciona à compreensão de como se constrói o conhecimento, dando especial atenção ao próprio processo de construir para que, em contextos distintos, o aprendiz possa refletir, se posicionar e encaminhar soluções para os problemas que a ele se apresentam. Em outras palavras, na primeira modalidade, “[...] o processo educativo seria uma reiteração do que já se tem, enquanto na segunda seria a formação de uma estrutura de pensamento que pode entender as alternativas da resolução das questões colocadas pelo processo da vida” (ITURRA, 1994, p. 2).

Outro autor que também fala de processo educacional, porém levando em consideração as especificidades das ciências, é Arguello (2005). Este pesquisador defende a ideia de ciência associada a *processo*, considerando-a como *essencialmente processo* ou ainda como *ciência viva*. Em contrapartida ao que chama de ciência viva, está a ciência morta, entendida como informação. Segundo Arguello (2005, p. 30) a ciência morta é aquilo que

[...] pode ser acumulada em prateleiras de bibliotecas, em arquivos digitais, na memória do povo: são leis, princípios, teoremas, demonstrações, teorias. São os restos do processo, as cinzas de uma fogueira que pode tornar-se novamente chama, processo. Essas cinzas podem também permanecer frias, mortas, estáticas, classificadas e arquivadas por longos períodos, talvez para sempre.

O próprio Arguello (2005) entende que essas ideias são fortes e que aquilo que entende por ciência viva, em boa parte, se nutre do material fornecido pelas informações da ciência morta. Mesmo assim, enfatiza que esse “exagero” é proposital, pois está levando em consideração o contexto educacional e, neste caso, considera que “[...] é completamente diferente educar no processo de fazer” (ARGUELLO, 2005, p. 30), uma vez que, em seu entendimento, este aspecto se diferencia da ciência na qual apenas se apresenta o resultado final de um processo feito por terceiros.

De modo similar a Iturra (1994), Arguello (2005) entende que o processo de construção do conhecimento científico, no contexto educativo, pode ser visto sob dois pontos de vista distintos, nomeados contexto da validação e contexto da descoberta. Na validação, existe uma metodologia formal utilizada que conduz o processo de construção do conhecimento, enquanto no contexto da descoberta a busca por respostas às inquietações colocadas abrangem situações criativas, não lineares e que se distanciam de métodos científicos (ARGUELLO, 2005).

Embora Iturra (1994) e Arguello (2005) apresentem perspectivas diferentes – um sob o ponto de vista antropológico/sociológico e outro sob o ponto de vista da ciência – ambos se referem a processos educacionais e mostram duas alternativas para compreensão desse processo. Considerando as diferentes perspectivas da palavra processo apresentadas por Abbagnano (2007), parece que duas das três significações se atualizam no contexto educacional, a saber, a segunda, que está associada a procedimentos que podem seguir determinadas normas, métodos ou técnicas e a terceira, que se relaciona à mudança que ocorre no próprio caminhar, sem necessariamente haver um método conhecido para que essa mudança ocorra.

De fato, ao fazer um rápido comparativo, a segunda perspectiva apresentada por Abbagnano (2007) pode remeter a um conjunto de ações orientadas, considerando inclusive ações pré-determinadas e pode ser associada no contexto educacional ao primeiro aspecto levantado por Iturra (1994) e Arguello (2005), em que prevalecem situações voltadas à reprodução daquilo que já se conhece por meio de metodologias orientadoras. Já o terceiro significado de processo apresentado por Abbagnano (2007), diz respeito à perspectiva de desenvolvimento, de transformação e mudança que abre caminho para falar nos movimentos que geram essa mudança e que podem estar associados a influências de ações, atos, acontecimentos, reflexões e contextos sócio-históricos. Relaciono esse modo de compreender processo ao segundo aspecto apresentado por Iturra (1994) e Arguello (2005) que envolve descobertas, situações não lineares e criatividade.

Conhecida a abrangência da palavra processo e as suas implicações quando considerado o contexto educacional, parto para a busca por uma compreensão de como ela pode se associar à visão de conhecimento assumida para esta tese, que se baseia nas ideias de Seymour Papert e é denotada por Construcionismo.

2.2 O Construcionismo e a Construção do Conhecimento

De modo geral, o Construcionismo diz respeito a um conjunto de ideias que visa mostrar alternativas para teorias de ensino relacionadas à supervalorização do abstrato, isto é, que não visam contextualizações externas à especificidade do assunto tratado. Conforme Papert (1994), a valorização excessiva do abstrato se constitui em um obstáculo para a educação no sentido de gerar um conhecimento desconectado dos problemas da sociedade e das situações que dizem respeito ao contexto do aluno. Para superar esse obstáculo, o Construcionismo traz a ideia de aprendizagem associada à construção de um artefato. Seguindo esse princípio, a busca ou construção de um conhecimento específico pode estar associada ao processo de construção de um artefato, que por sua vez pode gerar um conjunto de construções e abstrações mentais.

Nessa seção procurarei desenvolver as ideias que permeiam essa visão de conhecimento, procurando também fazer uma associação com a construção de jogos eletrônicos

2.2.1 A Visão Construcionista

Uma das ideias fortes do Construcionismo é a negação de que para uma melhor aprendizagem deve haver um aperfeiçoamento da instrução. É importante salientar que essa perspectiva “[...] não coloca em dúvida o valor da instrução como tal. Isso seria tolo” (PAPERT, 1994, p. 124). O que se questiona ao considerar essa visão está relacionado à proposta de que o aprofundamento de um conhecimento específico ou sua consolidação como aprendizado esteja necessariamente associado a ele próprio, ou, nas próprias palavras do autor, que “[...] a única forma de melhorar o conhecimento de um estudante sobre o tópico X é ensinar sobre X” (PAPERT, 1994, p. 126).

A atenção do Construcionismo não está estritamente relacionada com o artefato ou produto produzido, mas sim com a própria construção e reorganização mental que ocorre ao longo de todo o processo. Nesse sentido, “[...] atribui especial importância ao papel das construções no mundo” (PAPERT, 1994, p. 128), servindo como apoio para a organização e reorganização de ideias. Cabe salientar dessa citação que nem todos os autores que trabalham com o Construcionismo concordam com a expressão “no mundo”. Rosa (2008), baseado na fenomenologia e no constructo teórico seres-humanos-com-mídias²¹ (BORBA, VILLARREAL, 2005) prefere a utilização de “com-o-mundo”. Para tanto, justifica:

[...] as expressões “na cabeça” e “no mundo”, que são destacadas por Papert (1994), remetem-me à [concepção] [...] que o próprio autor revela quando admite a ideia de conjunto. Para mim, na verdade, é um com-junto que permeia a construção do conhecimento, em com-junto seres-humanos-mundo, homens-coisas que se inserem na abordagem construcionista (ROSA, 2008, p. 126).

Considero que a expressão “com-o-mundo” não se trata apenas de uma simples troca de palavras, mas sim uma forma de ressaltar uma visão que não separa o ser humano de seu mundo. No caso específico desta tese, a relevância desse aspecto está diretamente relacionada à escolha do mundo cibernético como *locus* para a

²¹ Nessa visão de conhecimento, Borba e Villarreal (2005) apoiam-se nas ideias de coletivos pensantes de Lévy (1993) e expandem a ideia de reorganização do pensamento propostas por Tikhomirov (1981) para discutirem a relação entre seres humanos e tecnologias. A produção do conhecimento não está no humano e nem na mídia, mas sim no coletivo formado por seres humanos e mídias. O foco principal desse constructo teórico está na perspectiva de que todos necessitam de um meio de expressão para produzir o conhecimento. Assumindo isso, os autores defendem que o conhecimento não é apenas influenciado pela mídia, mas também moldado por ela (BORBA, MALHEIROS, ZULLATO, 2007).

investigação, levando a refletir sobre as relações específicas do ser humano com esse “mundo” ou do ser humano “com-o-mundo-cibernético”.

Papert (1985; 1994) defende que a construção de algo concreto pode potencializar o processo de construção mental influenciando na construção do conhecimento. Essa construção pode potencializar-se num contexto dado pelo mundo cibernético, no qual características como tempo, espaço, linguagem se mostram de forma distinta dos comumente vividos no cotidiano (ROSA, 2008), o que pode influenciar tanto na forma como o conhecimento é construído quanto nas características particulares desse conhecimento.

Para compreender melhor as ideias construcionistas, apresento as cinco dimensões que constituem a base desse pensamento. Maltempi (2005) baseado em Papert (1986) os evidencia em termos de ambientes norteados por essa teoria, a saber, *dimensão pragmática*, *dimensão sintônica*, *dimensão sintática*, *dimensão semântica* e *dimensão social*. A *dimensão pragmática* está diretamente associada à ideia de que ao processo de construção de um artefato pode apoiar construções mentais de conhecimento. Em termos gerais, diz respeito “[...] à sensação que o aprendiz tem de estar aprendendo algo que pode ser utilizado de imediato, e não em um futuro distante” (MALTEMPI, 2005, p. 267). Essa sensação pragmática pode fazer com que o aluno, além de construir e reconstruir o conhecimento durante o processo, desperte seu interesse pela busca do saber.

A *dimensão sintônica* se caracteriza pela contextualização²² dos projetos desenvolvidos, contrapondo-se a uma aprendizagem que evidencia a matemática por ela mesma e pela sintonia com aquilo que o aprendiz considera importante. Para que essa dimensão seja abrangida, tanto Maltempi (2005) quanto Papert (1985, 1986, 1994) consideram importante a participação do aluno na escolha do tema ou problema que pretende desenvolver, fortalecendo assim a relação aprendiz-projeto e, conseqüentemente, fortalecendo a conceitualização por parte do aluno.

A terceira dimensão considerada é chamada *dimensão sintática* e visa privilegiar a escolha de ambientes, linguagens e situações de aprendizagem que se caracterizem pela facilidade de acesso às condições básicas necessárias para o desenvolvimento do processo de construção do artefato. Conforme Maltempi (2005), a ideia principal é que

²² O computador, muitas vezes, pode ser um aspecto indispensável na contextualização de determinadas situações, uma vez que a viabilidade de um projeto poderia ser impossível em situações do cotidiano devido às limitações físicas e materiais desse meio.

o aprendiz possa usar os recursos do ambiente educacional, progredindo de modo gradual, de acordo com suas necessidades e com seu próprio desenvolvimento cognitivo.

Outra dimensão a ser considerada é a *dimensão semântica* que se refere à “[...] importância de o aprendiz manipular elementos que carregam significados que fazem sentido para ele, em vez de formalismos e símbolos” (MALTEMPI, 2005, p. 268). Papert (1986, 1994) considera que o processo de construção de conhecimento por meio da construção de artefatos pode tornar-se mais efetivo quando os recursos utilizados e a situação envolvida são relevantes e carregam significados para o aprendiz. Nesse sentido, Rosa (2004) acrescenta que é

[...] de grande importância que o aluno consiga atribuir significado ao que está construindo, da mesma forma que possibilite a descoberta de novas conjecturas e não apenas trabalhe com formalismos e signos que o levem a uma abstração, que não possui nexos com sua realidade.

A quinta dimensão abrangida pelo Construcionismo é a *dimensão social*. Para Maltempi (2005), no processo de construção de conhecimento há uma integração das atividades realizadas com as relações pessoais e também com a cultura do ambiente no qual elas se encontram. Levando em consideração a atual conjectura social, na qual as Tecnologias Digitais estão presentificadas no cotidiano fazendo parte da cultura, estruturando-a, modificando-a e criando uma cultura específica (uma cibercultura), a dimensão social torna-se um nicho de pesquisa uma vez que implica reestruturações tanto na forma como as pessoas se relacionam umas com as outras, quanto como se relacionam com a própria tecnologia e as linguagens específicas inerentes às mesmas.

Expostas algumas das características básicas do Construcionismo, retomo as ideias apresentadas na seção anterior, que discorria sobre os significados de processo e o modo como esse poderia se atualizar no contexto educacional. Entendendo o Construcionismo como um processo de construção, como este pode se mostrar no contexto educacional?

Para responder a esse questionamento trago a relação do processo de construção com o “erro”. De modo geral, o Construcionismo entende que o processo de construção não parte da dicotomia do certo-errado, mas de premissas que podem se constituir em “falsas teorias” ou “falsas conjecturas” quando analisadas a partir de um olhar que tem como base o conhecimento formal. O importante não é se o ponto de partida das construções fazem ou não parte de um conjunto de conhecimentos defendidos pela academia e inseridos em programas curriculares, mas sim o próprio processo de

construção em si que permite que as premissas iniciais possam ser alteradas conforme as necessidades e objetivos dos envolvidos. Papert (1985) explicita essa visão quando afirma que os aprendizes

[...] não seguem uma trajetória de aprendizagem que vai de uma “posição verdadeira” a uma outra “posição verdadeira” mais avançada. Sua trajetória natural inclui “falsas teorias” que ensinam tanto sobre a formulação de teorias quanto as verdadeiras (PAPERT, 1985, p. 162).

Esse processo de construção de conhecimento que considera o erro como parte do processo foi investigado por autores como Valente (1993), Maltempi (2005), Rosa (2004, 2008) e têm como aspecto principal a ideia de depuração (*debugging*). Segundo Maltempi (2000), a ideia do uso da depuração como uma das fontes para a aprendizagem está no trabalho de Sussman (1975), que criou um “[...] modelo de aprendizagem baseado no computador centrado no erro, pois acreditava que, na maioria das vezes, os erros são manifestações de estratégias poderosas do pensamento criativo” (MALTEMPI, 2000, p. 16).

A depuração está diretamente relacionada com as expectativas atingidas no processo de construção. Quando o resultado atingido não é o desejado parte-se para uma análise do processo de representação da solução do problema que está sendo investigado. Conforme Maltempi (2005, p.271), há maneiras distintas de encaminhar o processo de depuração, podendo ser “[...] em termos da lógica (estratégia) empregada na solução, de conceitos sobre comandos da linguagem de programação, ou sobre algum conteúdo envolvido no problema em questão”. Independente disso, no Construcionismo o processo de depuração torna-se importante, pois “[...] criar e corrigir erros são passos necessários no processo normal de adaptar novos conhecimentos na solução de novos problemas” (SUSSMAN, 1975, p. 8, apud, MALTEMPI, 2000, p. 16).

Além da depuração, a investigação com atividades construcionistas – principalmente relacionadas à linguagem LOGO – levou os pesquisadores a acrescentar outros fatores considerados importantes no processo de construção. Valente (1993), por exemplo, apresenta a ideia de Ciclo de Aprendizagem que envolve quatro etapas, descrição, execução, reflexão, depuração.

O Ciclo de Aprendizagem está comumente relacionado com linguagens computacionais e inicia com o desejo de implementação de um projeto. Esse desejo desencadeia um processo de construção que inicia com a *descrição* do projeto que, na visão construcionista, está diretamente associada à busca por uma solução para a

situação problemática (VALENTE, 1993). Em outras palavras, a *descrição* consiste na representação na forma de um conjunto de comandos escrito em linguagem computacional (MALTEMPI, 2005). A fase de *execução* está relacionada à apresentação da atualização dos comandos pelo computador na tela compartilhados com o usuário por meio da tela informacional. A observação do resultado faz com que haja um processo comparativo por parte do aprendiz, que sobrepõe os objetivos almejados com a apresentação feita pelo computador. Essa é a etapa denotada por reflexão que pode se encaminhar para duas situações. Se o resultado for o esperado, então a atividade está concluída, caso contrário há a necessidade de rever a forma como a situação foi representada na forma de comandos, ocorrendo assim a *depuração* do programa (VALENTE, 1993; MALTEMPI, 2005). Conforme Maltempi (2005), a depuração

[...] tem sua origem no “erro” e este está intimamente relacionado com a construção do conhecimento, pois atua como um motor que desequilibra e leva o aprendiz a procurar conceitos e estratégias para melhorar o que já se conhece.

Ao procurar por melhorias no processo, o aprendiz inicia um novo ciclo que envolve as mesmas etapas. Entretanto, entendendo que o novo ciclo pode abranger novos conceitos e construções distintas, essa perspectiva foi refeita, passando a ser chamada de *Espiral de Aprendizagem*, o que dá um caráter mais amplo ao processo, no sentido de existir a possibilidade de novos caminhos serem seguidos.

Essa perspectiva de ciclo e de espiral é questionada e ampliada por Rosa (2004, 2008) que considera a possibilidade de encaminhamentos distintos, os quais não necessariamente apresentam uma sequencialidade linear composta por passos pré-determinados. Por apresentar essas características, o processo passa a ser conhecido por “*Turbilhão de Aprendizagem*”. Nas ideias apresentadas por esse autor, não há uma desconsideração de situações que possam ser encaminhadas por meio de etapas, apenas uma não-subordinação das atividades propostas a uma sequencialidade que se mostra definida em termos potenciais.

Avaliando esse aspecto e outros apresentados nessa seção, parece haver uma consonância entre as ideias construcionistas e a visão de processo que o associa à mudança que ocorre ao longo do próprio caminho percorrido, sem a obrigatoriedade de existir um método que oriente as mudanças ocorridas. Ao vislumbrar essa possível aproximação, entendo que o processo de construção apresentado pelo viés construcionista pode ser posto em concordância com o que Arguello (2005) designa por ciência viva e que se caracteriza por um educar que se dá no próprio fazer, permitindo

ao estudante uma participação mais ativa na construção do conhecimento. Desse modo, o Construcionismo, visto como um processo de construção, pode se mostrar em harmonia com as ideias de processo educacional quando é considerado como um caminho, no qual a aprendizagem se dá na própria medida dos desdobramentos que as situações sofrem por meio da imersão dada pelos participantes.

Cabe salientar que nem todas as atividades propostas em um âmbito construcionista podem se mostrar dessa maneira. Há aquelas que são orientadas e estruturadas pelo professor e que assumem uma sequencialidade na qual o estudante pode seguir passos pré-determinados visando à abordagem de algum conhecimento específico (PAPERT, 1985). Esse aspecto, reconhecido pelo próprio criador das ideias construcionistas, instaura uma caracterização indeterminada frente às perspectivas apresentadas por Iturra (1994) e Arguello (2005). Entretanto, a presente investigação leva em consideração um aspecto particular, que é quando o produto do processo de construção é um jogo eletrônico. E é justamente o universo singular que envolve os jogos eletrônicos no contexto educativo que procurarei caracterizar na próxima seção. Por meio dessa explanação será possível assumir um posicionamento frente às distinções apresentadas.

2.2.2 Quando o produto do Construcionismo é um jogo eletrônico

Ao abordar pesquisas que envolvem jogos eletrônicos, vejo a possibilidade de encontrar resultados que permitem associar a construção dos mesmos ao modo de compreender processo como algo não necessariamente linear e em constante mudança. De fato, conforme já esboçado, pesquisas como as de Rosa (2004) mostram que a construção de jogos eletrônicos pode apresentar singularidades. Em sua pesquisa, que tratou sobre como a construção de jogos eletrônicos pode contribuir para o ensino e aprendizagem da matemática, Rosa (2004, 2008) apresentou a perspectiva de “Turbilhão de Aprendizagem” sugerindo, de acordo com outros autores, que o processo de construção pode não ocorrer em etapas pré-determinadas. Em particular, esse autor observou quatro ações distintas, que não obedecem a uma ordem de ocorrência, a saber: “descrição/expressão”, “depuração compartilhada”, “execução compartilhada” e a “reflexão/discussão” de ideias.

A “descrição/expressão” indica o processo de descrição de ideias de um coletivo no qual o principal meio utilizado é a oralidade. Ao considerar essa mídia, apesar de não haver um registro de ideias como quando se utiliza a programação baseada em uma linguagem de programação, o aprendiz pode expressar a forma como está pensando. Isso faz com que, mesmo estando em um ambiente computacional, outras mídias também se tornem presentes e importantes na construção do conhecimento. Na “depuração compartilhada” o processo de depuração é considerado no coletivo e não mais somente entre o computador e o aprendiz. Conforme Rosa (2008, p. 128), a depuração compartilhada é

[...] a ação de aprendizagem que perpassa o ato de depurar, mas não somente a Depuração do que o aprendiz fez com o computador, no caso, mas da atividade desempenhada pelo outro com as mídias em questão, ou seja, uma análise do que foi realizado pelo colega do grupo em um coletivo.

Considerando ainda o coletivo formado pelas mídias e pelos humanos há a “execução compartilhada”, na qual o computador não é o único a fazer a execução, mas também são consideradas outras tecnologias, como lápis e papel. As anotações de simulações de movimentos, expressões matemáticas, que podem representar situações encontradas no desenvolvimento dos projetos, esboço de mapas e estratégias podem ser considerados exemplos de “execução compartilhada”.

Por último, a “reflexão/discussão” de ideias está fundada no entendimento de que “[...] o debate de ideias subentende a própria reflexão” (ROSA, 2008, p. 128). Nesse caso, há a inclusão das pessoas envolvidas na discussão como característica diferencial que permite apontar uma construção coletiva de significados por meio do debate e não somente em uma relação entre aprendiz e computador.

Com a perspectiva apresentada por Rosa (2004, 2008), há uma ampliação no entendimento de como se dá a construção do conhecimento por meio da construção de um artefato, que leva em consideração a formação de coletivos e a participação das mídias. Em particular, o turbilhão de ações de aprendizagem apresentado por Rosa (2004) coloca o processo de construção do artefato em uma perspectiva não necessariamente linear de acontecimentos, implicando um processo de construção do conhecimento que pode ser observado no próprio fazer. Levando em consideração esse aspecto é possível fazer uma associação com as ideias de processo educacional de Iturra (1994) e Arguello (2005) quando abrangidas pelo terceiro significado apontado por Abbanano (2007) para a palavra processo.

Mas, não está somente no conjunto de ações levantadas por Rosa (2004, 2008) que o jogo se mostra um produto diferenciado. Além desse autor, outros como Kishimoto (2001), Jenkins et al. (2006), Mattar (2010), Clua e Bittencourt (2005) apresentam a ludicidade como um dos principais aspectos que pode contribuir para o desenvolvimento de atividades relacionadas ao ensino e a aprendizagem, tanto para quem joga (MATTAR, 2010; JENKINS et al., 2006), quanto para quem constrói o jogo eletrônico (ROSA, 2004; CLUA; BITTENCOURT, 2005).

O lúdico é apresentado por Huizinga (2007) como um predicado básico inerente ao ser humano, assumindo tanta importância quanto o pensar (*homo sapiens*) e o fabricar (*homo faber*). Esse autor apresenta a ludicidade como algo inerente ao jogo, podendo também ser identificada com as noções de prazer, agrado, alegria etc. Huizinga (2007, p. 33) entende o jogo como uma atividade que é

[...] exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e de espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias, dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e de alegria.

Dessa forma, o jogo instaura uma espécie de campo, no qual prazer, regras e confrontos se entrelaçam envolvendo o jogador. É nessa ludicidade, e na possível imersão que o jogo pode proporcionar, que autores como Rosa (2008) defendem o uso e a construção do jogo numa dimensão educativa. Para Rosa (2008, p. 56), a ludicidade ou o brincar, inerente ao mesmo, possibilita “[...] o interesse na ação de cada indivíduo, acarretando muitas vezes o surgimento de um universo imaginativo também no ambiente educacional”. A implicação da imaginação pode trazer um aspecto potencializador para com os processos de ensino e aprendizagem, pois, conforme Huizinga (2007), ao adentrar no campo imaginativo, possibilitado pelo jogo, novos significados são atribuídos ao manipular as “imagens” nas quais esse se baseia. Esse aspecto pode conferir ao processo educacional intrínseco ao processo de construção um caráter criativo que, segundo Arguello (2005), constitui-se em uma importante característica para atingir aquilo que considera como “ciência viva”. Na próxima seção procurarei relacionar as ideias desses autores com a perspectiva que envolve a ideia de objetivos, sob um ponto de vista pedagógico.

2.3 Objetivos Pedagógicos

Conforme apresentei na introdução e no primeiro capítulo, quando entrei em contato com o campo teórico que trata de Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática, tive dificuldades de me aproximar de apenas uma das visões apresentadas. Em momentos distintos de minha vida com a MM, havia concordâncias e discordâncias entre aquilo que eu estava fazendo e as teorias que abordei, ora mostrando maior consonância com uma visão, ora com outra. Este aspecto se reflete nos questionamentos levantados por mim no capítulo anterior que mostram uma preocupação centrada nos objetivos que a MM pode abranger.

De fato, ao tratar de distintos posicionamentos frente ao entendimento de MM, pude perceber que havia objetivos distintos, intrínsecos a cada um dos modos apresentados. Empiricamente entendo que estas distinções acabavam por influenciar ações, tomadas de decisões e, em muitos casos, a própria concepção de MM. Essa suposição me levou a questionar sobre a importância desse objetivo na compreensão de MM apresentada pelos autores estudados, gerando as perguntas apresentadas. Considerando a quantidade de questionamentos levantados por mim frente a esse aspecto, apresento como relevante apresentar não somente subsídios para compreender o papel dos objetivos no campo da MM, mas também deixar explícito o objetivo pedagógico assumido ao longo da investigação.

Para discutir esses aspectos, trago a expressão “*objetivos pedagógicos*”, entendendo-a como sendo **o conjunto de fins ou metas que se deseja atingir quando se desenvolve qualquer tipo de proposta com os alunos que visa a contribuir para o processo educacional.**

Opto por associar a ideia de *objetivo* – que pode ser visto como meta, finalidade, conforme Abbagnano (2007) – à palavra *pedagógico* por dois motivos. O primeiro está na busca por uma harmonia com a ideia de processo educacional. O segundo, está diretamente relacionado à necessidade de extrapolar o contexto que envolve a relação aluno, professor e conteúdo, abrangendo também preocupações reflexivas com a sociedade que os envolve. Esse último aspecto se mostrou relevante principalmente ao levar em consideração os objetivos apresentados por alguns dos autores que compõem o primeiro capítulo da tese, os quais apresentam visões de MM que vão além do estudo de

um conteúdo específico e buscam compreender o papel da construção dos modelos em distintas situações do contexto social.

A relação entre pedagogia e os motivos apresentados pode se mostrar harmoniosa, considerando as visões discutidas até o momento. De fato, Iturra (1994) e Arguello (2005), ao falarem de processo educacional, focam sua atenção não somente em aspectos relacionados ao ensino e à aprendizagem na sala de aula – centrado na apresentação de conteúdos orientados pelo currículo – mas também em um processo que envolve todos os ambientes da sociedade. De modo similar a esses autores, Luaiza (2008) afirma que a educação extrapola o contexto de sala de aula, estendendo-se a todo o conjunto de influências que a sociedade exerce sobre o indivíduo. Consequentemente, a associação entre processo educacional e pedagogia, no aspecto considerado, abrange um contexto que vai além de um enfoque conteudista.

Para compreender melhor esse aspecto, isto é, a amplitude dada ao assumir uma dimensão pedagógica quando considero objetivos em um processo educacional, trago uma breve explanação sobre pedagogia. Conforme Abbagnano (2007), o objeto de estudo da pedagogia é a educação. De modo geral, a pedagogia pode ser entendida como uma “[...] racionalização dos processos formadores” (ABBAGNANO, 2007, p. 872). Sob essa perspectiva

[...] mostra-se identificável através das coordenadas de projeção e programação, no sentido de que os três momentos canônicos em que se articula o discurso educativo – vale dizer antropológico (relativo ao educando), o teleológico (relativo aos objetos da educação) e o metodológico (relativo às modalidades educativas) – devem ser considerados de dois pontos de vista, o científico e o filosófico (ABBAGNANO, 2007, p. 872).

Assumindo um caráter naturalmente interdisciplinar, a pedagogia volta sua atenção à educação, que, conforme Luaiza (2008) se mostra como um fenômeno social e histórico complexo que, dentre uma multiplicidade potencial de encaminhamentos, procura apresentar o conhecimento e experiência acumulados de uma geração à outra. Esse fenômeno não é exclusivo da escola e abrange atividades sócio-culturais, econômicas e políticas e se manifesta de modos distintos, influenciando a ação humana no caráter individual e coletivo (LUAIZA, 2008). Por conseguinte, ao focar a educação, a pedagogia abrange uma dimensão que extrapola as relações entre professor, aluno e conteúdo.

Desse modo, entendo que ao considerar as finalidades ou metas sob a ótica da pedagogia, é possível abarcar ideias relacionadas não somente à grade curricular,

envolvendo conteúdos específicos, mas também às questões sócio-culturais, políticas, econômicas, buscando a formação do ser humano nesses aspectos, para que possa refletir criticamente sobre suas ações e sobre as ações tomadas pela sociedade na qual se insere.

Conhecendo a amplitude que a ideia de *objetivo pedagógico* pode assumir, volto a atenção da discussão para como esse objetivo pode ser visto no contexto da educação, tendo com isso a intenção de expor o objetivo que assumi ao longo da produção de dados. Antes de explicitá-lo, trago como orientação as ideias de Bloom et al. (1974, p. 24), que defende que o objetivo, no contexto educacional

[...] têm como proposta formulações explícitas das mudanças que, se espera, ocorram nos alunos mediante ao processo educacional; isto é, dos modos como os alunos modificam seu pensamento, seus sentimentos e suas ações.

Com isso, esse autor defende que os objetivos no contexto educacional devem refletir aquilo que se espera frente às atividades que são propostas em sala de aula. Entretanto, para que isso ocorra, entendo que deve haver uma consonância entre as ações tomadas pelo professor e os objetivos que quer atingir.

Na especificidade da tese, entendo que tanto as ações do professor, quanto os objetivos adotados estejam relacionados a uma visão construcionista, apoiada nas ideias de Papert (1985; 1994) e de pesquisadores que têm como base suas ideias, como Valente (1993), Rosa (2004; 2008) e Maltempo (2005). Levando em consideração as ideias defendidas por esses autores, assumo como objetivo pedagógico – e denomino *objetivo pedagógico construcionista* – a perspectiva de **proporcionar aos estudantes condições para que as ações de aprendizagem associadas ao processo de construção de um artefato se efetivem.**

Apesar desse objetivo já apontar direções, o próprio Papert (1985) apresenta que suas ideias podem ser trabalhadas de modos distintos. Assim, ao adotar essa perspectiva, há a possibilidade de encaminhamentos diferentes como, por exemplo, relacionar ou não, a priori, o processo de construção a um conteúdo específico. Isso já mostra que o objetivo pedagógico pode assumir uma multiplicidade de perspectivas, mesmo sustentado por uma mesma teoria.

Tendo explicitado o objetivo que norteia as ações do professor ao longo da produção de dados, parto para a discussão que envolve outro aspecto importante, que é o modelo. A seguir trarei algumas visões que permitirão fazer uma explanação, mostrando que o modelo pode ser compreendido de distintos modos.

2.4 Modelo ou Modelos?

Um dos aspectos evidenciados nas perguntas por mim levantadas no primeiro capítulo foi a preocupação com o modelo. Visando a adoção de uma perspectiva que possa auxiliar na compreensão de modelo matemático em sua relação com a MM, discuto alguns modos de compreender modelo. De forma geral, Cunha (1989), diz que a palavra modelo é originária do latim *modulus* que possuía um significado relacionado a uma pequena medida. No contexto contemporâneo, essa palavra se apresenta abordando distintos significados. Conforme o dicionário Ferreira (2009, s/n) existem 18 modos diferentes de compreender modelo, a saber :

1. Objeto destinado a ser reproduzido por imitação.
2. Representação em pequena escala de algo que se pretende executar em grande.
3. Molde.
4. Pessoa ou coisa cuja imagem serve para ser reproduzida em escultura, pintura, fotografia etc.
5. Aquilo que serve de exemplo ou norma; molde: modelo literário.
6. Aquele a quem se procura imitar nas ações, no procedimento, nas maneiras etc.; molde: tomar alguém por modelo.
7. Pessoa ou ato que, por sua importância ou perfeição, é digno de servir de exemplo.
8. Pessoa que, posando, serve para estudo prático do corpo humano, em pintura ou escultura; modelo vivo.
9. Pessoa que, empregada em casa de modas, por conta própria ou através de agência, traja vestes ou adereços para exibi-los a clientela; manequim, maneca (fem.), maneco, modelo de passarela.
10. Modelo fotográfico.
11. Vestido, terno, chapéu, sapato etc., que é criação de uma casa de modas: os mais recentes modelos da estação.
12. Impresso (2), com dizeres apropriados para cada fim, utilizado em escritórios, empresas, bancos etc.
13. Réplica tridimensional de objeto, artefato, cenário, pessoa, etc., construído em escala normal, reduzida, ou ampliada, para fins didáticos, filmagem de efeitos especiais, teste de segurança etc.; maquete.
14. Estilo ou design de um determinado produto ou criação, como carro, vestido, jóia, penteado etc.
15. Econ. Modelo econômico.
16. Fís. Conjunto de hipóteses sobre a estrutura ou o comportamento de um sistema físico pelo qual se procuram explicar ou prever, dentro de uma teoria científica, as propriedades do sistema.
17. Inform. Representação simplificada e abstrata de fenômeno ou situação concreta, e que serve de referência para a observação, estudo ou análise.
18. Inform. Modelo (17) baseado em uma descrição formal de objetos, relações e processos, e que permite, variando parâmetros, simular os efeitos de mudanças de fenômeno que representa.

Vista desse modo, a ideia de modelo extrapola o contexto da ciência, atualizando-se em outras áreas como arte e moda. Independente de qual área (ciência, arte, moda) a palavra modelo seja empregada, parece haver certa consonância entre os significados da mesma que, segundo o dicionário Ferreira (2009), podem se mostrar de dois modos distintos. Este aspecto pode ser observado quando este autor apresenta as significações da palavra modelar. A primeira diz respeito à construção de algo que “[...] serve de modelo; exemplar, perfeito” (FERREIRA, 2009, s/n). A segunda está relacionada à ideia de se referir “[...] por meio de modelo; reproduzir em pintura; ajustar-se a; traçar, delinear; dar forma a; afeiçoar; contornar; conformar, moldar” (FERREIRA, 2009). Isso mostra que, em termos gerais, o modelo pode assumir distintas compreensões, sendo, em determinados casos, a coisa ou situação que servirá como referência (como é o caso da primeira interpretação) e, em outros, aquilo que se refere a algo (identificada no segundo caso).

Essa dicotomia também é apresentada por Machado (1991), que particulariza a discussão para o contexto abrangido pela ciência – que é o foco da pesquisa – e, em termos gerais, apresenta dois modos de o modelo ser compreendido. No primeiro caso, o modelo é entendido como sendo de natureza empírica, isto é, as situações empíricas tornam-se modelos para legitimar uma teoria formal pré-existente. Nessa situação o modelo pode ser entendido do seguinte modo:

Dado um conjunto de fórmulas F , de uma linguagem formal L , um modelo para F é uma particular determinação de um conjunto de objetos e a atribuição de significados, nesse conjunto, às variáveis e às relações que comparecem nas fórmulas de F de modo que todas elas se tornem proposições verdadeiras a respeito dos objetos considerados (MACHADO, 1991, p. 73).

A segunda noção de modelo apresentada por Machado (1991) se contrapõe a essa, no sentido de que o modelo passa a ser de natureza teórica, constituindo-se em uma estrutura formal cuja base de inspiração é a realidade. Nas próprias palavras do autor, o modelo, nesse ponto de vista, trata-se

[...] em geral de um conjunto de hipóteses relativas ao domínio científico que se investiga e que tem a coerência e as possibilidades dedutivo-explicativas garantidas por uma codificação (MACHADO, 1991, p. 74).

Assim, de modo similar ao visto no dicionário, Machado (1991) apresenta duas instâncias para modelo, uma que a entende como aquilo que será tomado como referência e a outra como aquilo que se refere a algo.

Seguindo o raciocínio, Machado (1991), ao considerar o segundo caso, apresenta não só uma caracterização daquilo que considera como sendo modelo, mas também discute o modo como o modelo é construído. Nesse sentido, o autor apresenta críticas, principalmente à ideia de existência de uma neutralidade do modelador frente aos fatos que está modelando. Machado (1991) defende que a associação entre a realidade e o aspecto formal da teoria é superficial. Porém, os modelos são tidos, muitas vezes, como representando de modo fiel as situações a que eles se referem e isso traz como consequência um controle da produção do conhecimento. Esse aspecto é ressaltado pelo autor, quando diz que

[...] o conceito matemático, preciso, rigoroso, controlável, como suporte para certas construções formais que por mais que se assemelhem ao real, jamais poderão ser identificadas com ele, jamais conseguirão captar-lhe a verdadeira racionalidade, do qual só se conhece a epiderme, aí está o fundamento da utilização da Matemática com finalidades de controle (MACHADO, 1991, p. 78).

É em sentido similar que Skovsmose (2007) critica as visões de modelo que falam de representação da realidade e de neutralidade do modelo. Para tanto esse autor se inspira na perspectiva de Niss (1989) que entende que a Modelagem Matemática pode ser vista como uma representação da realidade, ou, de forma mais específica, como composta por uma tríade envolvendo objetos empíricos (R , que na visão do autor representa a realidade), entidades matemáticas (M , que na visão do autor representa a matemática) e uma função f que representa a relação entre os objetos da realidade com a matemática ($f: R \rightarrow M$). Essa metáfora enfatiza a ideia de *modelo como representação*, segundo a qual por meio da linguagem matemática é possível fazer uma representação da realidade (ou “partes” da realidade).

Para Skovsmose (2007) a sustentabilidade dessa neutralidade está diretamente relacionada às características específicas da perspectiva de representação da linguagem, que pode ser associada a uma espécie de “fotografia”. Segundo este autor a

[...] linguagem “fotografa” a realidade, como um mapa “fotografa” certa seção geográfica. Do mesmo modo que um mapa topográfico pode representar uma situação [...] também a essência da linguagem é uma representação da realidade. Como um mapa confiável captura aspectos essenciais de um campo de batalha, assim também qualquer afirmação confiável representa aspectos da realidade. Obviamente há diferenças entre o mapa topográfico e a paisagem real na linha de frente, mas apesar disso, há semelhanças essenciais (SKOVSMOSE, 2007, p. 110).

Nessa perspectiva, somente uma linguagem com aspectos especiais – como a matemática e sua lógica formal – poderia representar ou “fotografar” a realidade

adequadamente. Entretanto, a teoria da representação é questionada por Skovsmose (2007) no sentido de não apresentar uma descrição dos processos que envolvem a associação do fenômeno pela matemática.

Para sustentar essa crítica, esse autor afirma que não é possível expressar em linguagem a natureza da semelhança entre essa mesma linguagem e a realidade descrita por ela mesma. Como forma de exemplificar essa ideia, Skovsmose (2007) traz o exemplo de uma tela feita por um artista que representa uma bela mulher e questiona: como seria outra tela do modo como o quadro representa a beleza da mulher? Como seria um quadro que apresentasse a forma como a beleza é representada no desenho ou que representasse como a beleza é? Ou nas próprias palavras de Skovsmose (2007, p. 112):

Como fazer um desenho do modo como o quadro representa a realidade? Isso não parece possível para artistas. Nem mesmo parece fazer sentido. A semelhança entre a beleza e o desenho da beleza não pode ser expressa por um novo desenho. Ou por qualquer desenho.

Dessa forma, o autor aponta que a natureza da representação não pode ser tratada por meio da linguagem usada para a representação. É importante ressaltar que, no conjunto dessas ideias, linguagem e realidade possuem qualidades compartilhadas que são da ordem da semelhança formal. Entretanto, “[...] as particularidades dessa ‘forma lógica’ não são, contudo, passíveis de serem descritas pela própria linguagem” (SKOVSMOSE, 2007, p. 112).

Essa perspectiva de linguagem como representação é criticada por Skovsmose (2007) que entende existir implicitamente uma concepção de neutralidade que envolve a linguagem formal utilizada e o modelo. Segundo esse pesquisador, a metáfora apresentada envolve um dualismo que destaca, de um lado, as operações com conceitos matemáticos como sendo parte do mundo das estruturas e, de outro, operações com conceitos matemáticos envolvendo a realidade do mundo empírico. Em outras palavras, as “[...] noções da teoria matemática selecionada podem se referir aos objetos empíricos, e as relações entre esses objetos podem ser descritas em termos de equações” (SKOVSMOSE, 2007, p. 108). Desse modo, ao favorecer uma interpretação matemática de um conjunto de fenômenos empíricos, é possível fazer deduções por meio do modelo, como se a situação investigada fosse uma parte da matemática (SKOVSMOSE, 2007). Consequentemente, a elaboração de modelos pode ser entendida em um contexto que a compreende como neutra.

Entretanto, esse modo de compreender o modelo e, conseqüentemente, a Modelagem Matemática, além de levar a uma *ideologia da certeza* (BORBA, SKOVSMOSE, 2006) que prega uma matemática inquestionável e pode ser usada como instrumento de poder, mostra-se incoerente na visão de Skovsmose (2007), uma vez que a linguagem matemática é utilizada para descrever como ela própria se assemelha com a realidade.

Para confrontar essa perspectiva, Skovsmose (2007) traz a ideia de a matemática ser vista como um linguagem influenciada pelo social. Por conseguinte, aspectos como vivências, objetivos, a forma como a situação é percebida e quem irá receber as informações, influenciam na formulação das teorias matemáticas, fazendo com que o enunciado matemático já nasça carregado de pressupostos sociais e, de modo intrínseco, voltado a um público, o que abre espaço para considerá-lo como não apenas uma linguagem, mas sim um discurso (SKOVSMOSE, 2007).

Assumindo esse conjunto de convicções, Skovsmose (2007) entende que a matemática não pode ser vista somente como uma linguagem que *representa* determinada situação, isentando o modelador de sua relação com o social e isentando as pessoas que tomam decisões vinculadas a um modelo de sua responsabilidade, tendo em vista a “imparcialidade” dada pela lógica formal. Sob essa ótica, não faz sentido falar em uma única linguagem, mas sim em *linguagens*. De forma mais específica, **o que é defendido é que não há uma linguagem ideal ou uma descrição exata daquilo que se observa ou analisa**. Sob essa perspectiva, qualquer situação pode ser descrita de diferentes formas e sob perspectivas distintas.

Ao compreender a linguagem matemática como uma linguagem plural, ou como um discurso produzido com o social, considero importante trazer uma perspectiva de linguagem que aborda o papel dos aspectos sociais na formação do discurso. Isso ganha relevância nas próprias palavras de Skovsmose (2007, p. 211), ao apresentar que a “[...] matemática é desenvolvida por muitos diferentes grupos de pessoas e em circunstâncias muito diferentes. Ela se refere a uma pluralidade de atividades”. Sendo assim, pode estar sujeita às crenças e às visões defendidas pelo grupo que as desenvolve, fato potencializado quando se considera a utilização da matemática como forma de criar argumentos acerca de um determinado fenômeno ou situação da realidade.

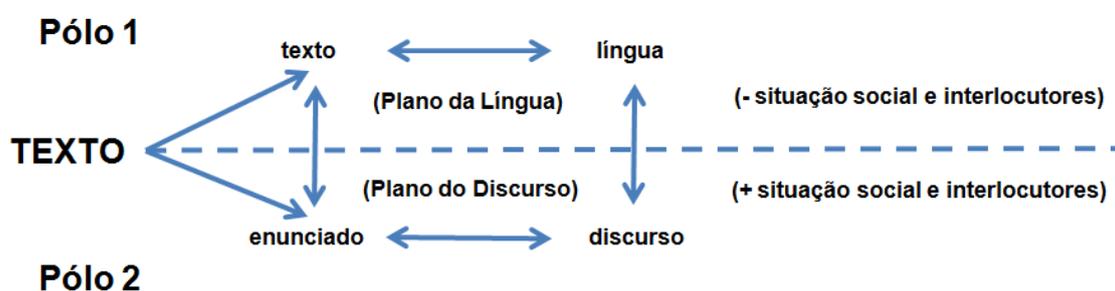
Para uma perspectiva que abrange o aspecto social na constituição da linguagem, trago as ideias de Bakhtin (1997). Este autor defende a *enunciação* e o *discurso* como dois aspectos básicos constituintes da linguagem. O entrelaçamento desses aspectos é

apresentado por Formentão (2010, p.3) quando diz que por meio da “[...] linguagem os discursos são produzidos em condições específicas (enunciação), estabelecendo formas num intercurso social (enunciados) que, além de instaurar relações entre o eu e os outros, veicula o universo ideológico”.

Ao valorizar a fala, a enunciação, a discussão, Bakhtin afirma a natureza interpessoal da linguagem, uma vez que estando indissolivelmente ligados à comunicação, estão sempre associados às estruturas sociais, históricas e culturais que envolvem os sujeitos (YAGUELLO, 2006). Levando em consideração essa ideia, Bakhtin (1997, 2006) defende que a linguagem não existe fora do contexto interpessoal, uma vez que, estando associada à comunicação, é sempre destinada a alguém.

A valorização do social, do histórico e do cultural no contexto da comunicação resulta em um conjunto de ideias cuja compreensão passa pela distinção entre texto e linguagem, e enunciado e discurso. Ao analisar o conjunto das obras de Bakhtin, Rodrigues (2004) apresenta um esquema envolvendo dois polos (Figura 5).

Figura 5 – relação entre texto, enunciado, língua e discurso.



Fonte – Rodrigues (2004, s/n).

Nesse esquema, texto e língua aparecem em um pólo (Pólo 1) no qual são caracterizados por apresentar uma menor abrangência em situações sociais e interlocutores, enquanto enunciado e discurso são associados a contextos nos quais há mais situações sociais e interlocutores. A subjetividade da caracterização dos pólos exige um aprofundamento que permita uma compreensão mais específica acerca da fronteira que os divide. Conforme Rodrigues (2004) essa fronteira está na forma como é feita a análise (análise do texto, análise do discurso, etc.). Se a análise for feita sob a ótica da linguística, abrangendo aspectos abstratos (orações, concordâncias verbais,...), prevalece uma abstração do contexto social, o que configura o Pólo 1. Por outro lado, se

forem considerados os interlocutores e as condições sociais que influenciaram a constituição do texto existe uma estrutura de análise que, necessariamente, se ancora no Pólo 2. Em outras palavras,

[...] caracteriza-se o estudo dos enunciados [...] quando estes são vistos na sua integridade concreta e viva, ou seja, ao se considerarem os seus aspectos sociais constitutivos. Ao se abstraírem esses aspectos, elabora-se o estudo do texto, da sua organização composicional, numa visão lingüístico-textual (RODRIGUES, 2004, s/n).

Bakhtin (1997) parte do pressuposto de que a análise da linguagem deve abranger o contexto social, sendo influenciada por aspectos que dizem respeito à vivência pessoal e ao contexto histórico de cada indivíduo. Portanto, trajetória, interação social e o outro são fundamentais na constituição do enunciado, da enunciação e do discurso. Em particular, o discurso ganha potencialidade na visão de Bakhtin (1997) quando é considerada sua trajetória, envolvendo todos aspectos sociais que influenciam sua estruturação e todos que são afetados por ele.

Considero esse conjunto de ideias promissor para uma abordagem que relaciona matemática com discurso. Da mesma forma que Rodrigues (2004) aponta dois pólos de análise, creio que o modelo matemático possa ser apreciado sob dois aspectos distintos. O primeiro seria sob o ponto de vista da matemática, abordando aspectos estruturais, lógicos e abstratos que a linguagem oferece. Nesse sentido, a ênfase dada está na estrutura matemática considerada para o modelo ou para a análise da situação, o que caracteriza uma aproximação com o Pólo 1. No entanto, Bakhtin defende que os aspectos sociais não podem ser abstraídos totalmente, o que coloca a matemática em consonância com o Pólo 2.

Desse ponto de vista, a construção do enunciado matemático já nasce carregada de pressupostos sociais e, intrinsecamente, voltada a um público, não havendo espaço para considerar uma neutralidade no processo de elaboração da relação entre a situação investigada e a matemática. Ao carregar uma orientação valorativa e considerar os participantes, ao ser voltado ao outro, a matemática assume a potencialidade do discurso.

Embora a ênfase de muitos artigos acerca das ideias de Bakhtin recaia no social, o esquema, que pode ser observado na Figura 5, apresenta tanta importância nesse aspecto, quanto a própria linguagem. Desse modo, é possível observar que na visão bakhtiniana, o discurso está associado a um entrelaçamento que se dá entre a linguagem utilizada e a vivência dos interlocutores (seus objetivos com o enunciado, a forma como

cada um analisa a situação, o local no qual estão e a quem será dirigido o enunciado). Assim, linguagens diferentes também podem implicar discursos diferentes sobre uma mesma situação que está sendo discutida, analisada, avaliada, ou, especificamente falando, modelada. Mas, conforme Bakhtin (1997), esse processo de constituição do discurso está diretamente associado ao horizonte social de uma época (tempo e espaço) carregando as ideias provenientes de determinado grupo social.

Particularizando esse aspecto para o campo da ciência, Granger (1994) faz um levantamento histórico para discutir sobre a natureza e o alcance do saber científico. Nesse sentido, atenta que há uma importância da linguagem e do simbolismo no processo de evolução histórica da ciência de tal forma que “[...] não se pode aperfeiçoar a linguagem sem aperfeiçoar a ciência” (GRANGER, 1994, p. 53). Com isso, esse autor defende uma íntima relação entre o contexto histórico, a linguagem e o campo de abrangência da ciência.

Levando em consideração esse entrelaçamento que decorre das ideias de Granger (1994) e a atual estrutura histórica e social, olho com atenção para a crescente incorporação das tecnologias digitais nas atividades do dia-a-dia, principalmente em relação aos recursos computacionais e ao acesso à Internet. O que se mostra, em um panorama global, é a constante influência desses recursos tecnológicos nos mais diversos aspectos que englobam a sociedade (MATTAR, 2010). Para sustentar todo esse aparato tecnológico digital, criam-se novas linguagens (linguagens de programação) baseadas em pressupostos lógico-matemáticos básicos, que permitem construir espaços de interação digital (PAPERT, 1985, 1994). O que evidencio com isso é que na multiplicidade de linguagens que a ciência abarca, as linguagens de programação associadas ao aparato tecnológico digital que se apresenta, permitem a criação de estruturas que sustentam os espaços de interação digitais que fazem parte desse contexto histórico e social.

Entendo ser possível se referir às situações que ocorrem no mundanamente vivido por meio das linguagens de programação, possibilitando a construção dos mais variados tipos de interações vividas pelo humano, tais como comunicação, troca de informações e simulações. Nesse caso, pode haver uma descrição do fenômeno (reproduzindo, prevendo e se referenciando a certos aspectos estéticos, físicos, mecânicos, aleatórios, sonoros etc.) por meio de uma linguagem, que por sua vez é baseada em um conjunto teórico formal. Conforme Papert (1985) essas linguagens tem sua base em ideias associadas ao cálculo proposicional, que as sustentam

matematicamente. Autores como Rocha (2006) e Machado (2005) apresentam como principais operações proposicionais básicas das linguagens de programação a negação, disjunção, disjunção exclusiva, conjunção, implicação e a dupla implicação.

O cálculo proposicional, segundo Machado (2005, p. 52) leva em consideração sentenças que “[...] pode[m] ser classificada[s] como verdadeira[s], ou como falsa[s], não havendo outra possibilidade, nem podendo ser as duas coisas simultaneamente”. Tudo aquilo que uma proposição afirma pode ser negado, dando origem a outra proposição, denotada por negação. Conforme Rocha (2006), dada uma proposição p , a sua negação é denotada por $\sim p$, onde o símbolo “ \sim ” se refere à negação de p e altera o valor lógico da proposição (por exemplo, de verdadeiro para falso, no caso de p ser verdadeiro). As disjunções e conjunções servem como conectivos entre proposições e são expressas por “e” (conjunção, cujo símbolo é denotado por “ \wedge ”) e por “ou” (disjunção, cujo símbolo usual é “ \vee ”). De modo sintético, dadas duas proposições quaisquer, p , q , a disjunção $p \vee q$ assume o valor falsidade somente quando ambas as proposições p e q forem falsas; e a conjunção $p \wedge q$ assume o valor verdade somente se as duas proposições forem verdadeiras (ROCHA, 2006). Já no caso da disjunção exclusiva, quando se tem duas proposições p e q , a operação é apresentada por $p \vee\! \! \! \vee q$ e lida como “ou p ou q ”. Nesse caso, a proposição composta resultante “[...] só será verdadeira se as proposições envolvidas na operação tiverem valores lógicos contrários, isto é, se uma for verdadeira e a outra, falsa” (ROCHA, 2006, p.74)

Já no caso da implicação, essa é uma operação entre proposições caracterizada pelo símbolo “ \rightarrow ”. Dadas duas proposições quaisquer, p e q , a operação $p \rightarrow q$ pode ser lida como “se p então q ”. Conforme Rocha (2006, p. 77), a “[...] proposição composta resultante da operação de implicação de uma proposição em outra só será falsa se a antecedente [p] for verdadeira e a consequente [q] for falsa. Em outros casos, a proposição resultante será verdadeira”. Há também a dupla equivalência, utilizada comumente para demonstrar que duas proposições são equivalentes. Segundo Machado (2005, p. 57), a dupla implicação é “[...] verdadeira quando e somente quando a outra for; e será falsa, quando e somente quando a outra for. É como se uma delas acarretasse a outra e vice-versa”. Rocha (2006), apresenta o símbolo “ \leftrightarrow ” para se referir à dupla implicação.

Embora essa discussão acerca do cálculo proposicional possa ser prolongada, opto por uma apresentação resumida com o intuito de preservar o encadeamento das ideias que estão sendo discutidas nessa seção. O mais importante, no presente momento, é compreender que essa estrutura permite a criação das linguagens de programação utilizadas para a construção dos ambientes que configuram o mundo cibernético.

Considerando as explicações dadas por Machado (1991), as distintas visões que o dicionário apresenta e as discussões acerca da lógica proposicional, entendo ser possível compreender as construções feitas por meio de uma linguagem de programação como sendo modelos, uma vez que estão associados a uma estrutura formal abstrata e se referem a uma determinada situação. Esse uso de linguagens de programação para se referir a determinada situação, muitas vezes é apresentada na literatura como *modelagem computacional*. A investigação de Pereira e Sampaio (2008) é um exemplo que apresenta construções de modelos computacionais, particularizando para discussões envolvendo o ensino de biologia e que permitem simular ecossistemas, identificando a dependência existente entre os seus componentes bióticos e as relações alimentares abordando assim a ideia de cadeia alimentar. Para tanto, se utilizam de diversas linguagens de programação diferentes, que permitem distintas ênfases para a situação que pretendem abordar.

Outro exemplo do uso dessa notação pode ser observado na pesquisa de Araújo, Veit e Moreira (2004), os quais procuram criar um ambiente que permite estudar conceitos relacionados à cinemática. Nesse caso, utilizam o *software* Modellus que possibilita a construção e simulação de modelos que envolvem o conteúdo desejado. Esses exemplos mostram que é factível considerar que uma situação pode ser apresentada em termos de distintas linguagens, que, de alguma forma, se referem àquilo que está sendo discutido na especificidade do contexto. Essa referência pode ser associada à visão de *fato virtual* dada por Granger (1994). Segundo esse autor, as ciências (em particular a matemática) ao discorrerem sobre uma situação, não tratam diretamente do fato que se mostra ao observador no estado que contempla o aqui e o agora, isto é, no fato atual, mas sim, dos fatos virtuais, ou seja, dos “[...] fatos esquemáticos, completamente determinados na rede de conceitos da própria teoria, mas incompletamente determinados enquanto realizáveis aqui e agora numa experiência” (GRANGER, 1994, p. 48). Para Granger (1994) o responsável pela relação entre o fato atual e o fato virtual no âmbito das ciências é o referencial (teórico), compreendido por

ele como o conjunto dos princípios e hipóteses que constituem uma teoria. É importante salientar que nas ideias defendidas por esse autor, a teoria é entendida como sendo

[...] um conjunto de enunciados, atualmente formulados ou potencialmente formuláveis. Este conjunto deve ser fechado para certos procedimentos de dedução que lhe são próprios, ou seja, toda sentença deduzida de sentenças pertencentes à teoria deve ser também uma sentença da teoria (GRANGER, 1994, p. 48).

Essa teoria, enquanto inerente ao campo das ciências, é sustentada por um campo simbólico, entendido por Granger (1994, p. 54) como “as linguagens” da ciência. De acordo com o mesmo, é por meio das linguagens específicas das ciências, de seus signos e de sua sintaxe que é possível tratar de conceitos de modo operatório, produzindo assim novos significados. É mediante a linguagem específica do referencial teórico considerado que o objeto ou a situação a ser investigada pode ser avaliado frente a um número finito de aspectos, fazendo com que o fato virtual se torne totalmente *determinado* perante o referencial teórico assumido. O fato atual, por sua vez, é, em relação ao referencial teórico, *determinado incompletamente*, uma vez que representa apenas uma possibilidade dentro do universo abrangido pela teoria e pode sofrer ações que dizem respeito à particularidade de sua atualização que não foram incluídas em suas premissas.

Em outras palavras, a descrição da situação considerada pela linguagem específica usada a eleva a um campo no qual o conjunto de conceitos operatórios, de regras manipulativas entre conceitos e símbolos e de regras de inferências lógicas permitem extrapolar o contexto atual e avançar na busca por uma compreensão do fenômeno em termos teóricos, expandindo-a em um conjunto de fatos não atuais, transformando a situação investigada em um caso particular, dentre os possíveis abrangidos pelas conexões construídas. Assim, pode-se gerar um conjunto de situações não-atualizadas que abrangem simulações, previsões, compreensões que podem ou não se atualizar (GRANGER, 1994; BICUDO; ROSA, 2010).

Por meio de um conjunto básico e finito de regras, o fenômeno pode ser avaliado. Essa avaliação, entretanto, pode desconsiderar aspectos que interferem, de algum modo, na situação investigada. Por essa característica, a situação abrangida pelo referencial pode ser apenas determinada de forma incompleta. A avaliação dada por um modelo matemático meteorológico, por exemplo, pode não se confirmar, devido a variáveis que não foram consideradas.

Na medida em que a compreensão da situação é descrita pela linguagem específica de determinado referencial teórico, ele assume outra perspectiva. Não se trata mais do aspecto ou fato atual, isto é, daquilo que é realizável numa experiência e diz respeito ao aqui e agora, mas sim de uma situação virtual, que adquire uma natureza totalmente determinável dentro da própria rede de conceitos que a teoria abrange. O fato virtual extrapola o evento empírico a que se relaciona, abrangendo um estado de realidade potencial, isto é, que possui força para se atualizar, mas que pode não se atualizar abarcando aspectos não atualizáveis (GRANGER, 1994; BICUDO; ROSA, 2010).

Vista desse modo, a descrição da situação pela linguagem específica de um referencial teórico (entendida como um modelo) apresenta uma característica dual: de um lado determina-se incompletamente quando visto sob o ponto de vista do fato atual; de outro se determina completamente, quando analisado conforme seu referencial teórico, abrangendo fatos virtuais que tornam a situação investigada um caso particular e permitem avançar na compreensão do fenômeno (GRANGER, 1994). Apesar de entender que o modelo construído é incapaz de abranger todos os aspectos da realidade mundana, tendo como um de seus limites a própria particularização do fato atual, essa limitação é compensada, conforme Bicudo e Rosa (2010), por sua multiplicidade, isto é, pelos múltiplos modos que pode abarcar a situação investigada, transformando o modo como o fenômeno pode ser compreendido e influenciando no real vivido.

Baseado nessas ideias, assumirei, no terceiro capítulo, uma perspectiva de modelo mais específica e que abrange o contexto da Modelagem Matemática. Entendo que por meio das ideias apresentadas nessa seção será possível compreender que o modelo resultante do processo de MM será um, dentre a multiplicidade de aspectos que poderia assumir, sendo influenciado tanto pela linguagem que foi utilizada em sua construção, quanto pelas vivências e discussões dos envolvidos.

2.5 Problema

O problema, conforme Dalla Vecchia e Maltempo (2009, 2010, 2012) parece ser um aspecto que perpassa diferentes perspectivas de MM. Esta constatação, por si só, já convida a um aprofundamento, principalmente por encontrar na literatura diferentes perspectivas de compreender o problema que abrangem, por exemplo, desde

entendimentos que relacionam problema diretamente ao contexto matemático (problema matemático) (BASSANEZI, 2004) até os casos nos quais são assumidos aspectos subjetivos em sua compreensão (BORBA; MALHEIROS; ZULLATO, 2007). Essa multiplicidade de modos de se mostrar permitiu o surgimento de inquietações. Norteadas pelas mesmas, discuto uma concepção de problema que auxilia na busca por respostas a essas inquietações e contribui para a construção de uma visão de MM que possa abranger a realidade do mundo cibernético.

A relevância na compreensão de problema se dá, não somente pelo aparecimento dessa palavra na teoria explicitada, mas também pela importância que atribuo a esse termo na constituição daquilo que considero Modelagem Matemática. Entendo que, da mesma forma que o objetivo pedagógico, o modo como o problema é compreendido assume um papel fundamental em sala de aula, podendo nortear as ações e direcionar o processo educacional. Para defender esse posicionamento, apresento algumas visões de problema, tanto num contexto geral quanto específico da Educação Matemática.

2.5.1 O problema em dois contextos

Segundo o dicionário de filosofia Abbagnano (2007), o termo problema foi elaborado inicialmente pela matemática antiga e usado para designar uma classe de situações que se diferenciavam da noção de teorema. Enquanto o teorema era concebido pelos matemáticos como qualquer proposição cuja demonstração já era conhecida, o problema era visto como qualquer proposição que partia de certas condições conhecidas (e assumidas como verdadeiras), para buscar alguma coisa desconhecida. Essa perspectiva é trazida desde a Grécia antiga e, conforme Abbagnano (2007, p. 934), ganha força nas ideias de Kant, que entende que “[...] Problemas são proposições demonstráveis que exigem provas ou expressam uma ação cujo modo de execução não é imediatamente certo” (ABBAGNANO, 2007, p. 934).

Essa mesma visão é criticada por Deleuze (1988), que entende que compreender o problema desse modo remete a uma subordinação do mesmo ao contexto abrangido pela matemática e, conseqüentemente, pelas ciências. Segundo esse autor, ao assumir essa visão, todo problema será considerado como tal somente se puder ser decalcado em “[...] proposições que se supõem preexistentes, opiniões lógicas, teoremas geométricos, equações algébricas, hipóteses físicas” (DELEUZE, 1988, p.264). Por conseguinte, há

automaticamente uma redução dos problemas somente às formas de proposição que são capazes de lhe servir como casos de solução, fazendo com que o problema seja avaliado segundo sua possibilidade de receber uma resposta no contexto científico.

A crítica levantada por Deleuze (1988) se potencializa na tese, principalmente, se for levada em consideração a relação entre ciência e realidade e o papel da MM nesse entrelaçamento. Segundo Granger (1994) a ciência se refere ao real, mas apresenta uma visão particular do mesmo, dada segundo suas perspectivas e segundo seus métodos. Trata-se, portanto, de uma visão reservada e que, conforme Bicudo e Rosa (2010), não dá conta de abranger a experiência vivida no âmbito do particular, ou seja, não consegue descrever cada evento em toda a complexidade na qual se atualiza. Portanto, parece-me válido buscar uma compreensão de problema que extrapole o contexto da ciência e se diferencie da apresentada por Kant, principalmente levando em consideração a harmonização com os aspectos sociais que envolvem todas as ideias até o momento abordadas (processo educacional, Construcionismo, objetivo pedagógico e modelo).

No contexto que abrange a Educação Matemática – em particular na Resolução de Problemas – a perspectiva de compreender problemas num campo que envolve somente a ciência é atenuado. De fato, autores como Echeverría e Pozo (1998, p. 15) entendem o problema como sendo “[...] uma situação que um indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução”. Similarmente estão autores como Onuchic (1999) e Onuchic e Allevato (2005), que entendem problema como “[...] tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, p. 221).

O que observo dessas citações é que há distinções frente à perspectiva de considerar o problema como sendo uma proposição demonstrável e que exige provas. Embora em comum com essa perspectiva exista a consideração de não uniformidade de encaminhamentos, parece haver implícito às considerações dadas nas duas últimas citações, uma abordagem subjetiva e intersubjetiva, que leva em consideração os envolvidos no processo. Em outras palavras, os problemas abrangem uma dimensão particular que se distingue de outras situações que se apresentam ao indivíduo (ou grupo) pelo fato de não conhecer caminhos que levam à solução.

Com uma visão que também considera aspectos subjetivos está a perspectiva defendida por Borba, Malheiros e Zullato (2007, p. 99-100) os quais entendem que o problema pode ser visto como “[...] algo com uma parte subjetiva e outra objetiva, sendo a primeira relacionada a um interesse pessoal e a segunda ligada a um obstáculo

que de fato se apresenta na existência da experiência de uma pessoa ou grupo”. Para elaborar essa visão, os autores se basearam na visão de Saviani (1996), o qual afirma que um problema não pode ser reduzido apenas a uma questão, mas deve, necessariamente, estar associado a uma necessidade.

Entretanto, para compreender o conceito de problema, Saviani (1996) salienta que não basta focar a palavra necessidade, uma vez que a mesma pode fazer com que o conceito de problema oscile em função da diversidade de cada indivíduo e da multiplicidade de situações que fazem parte do cotidiano diário do mesmo. Em consequência disso, destaca o problema como tendo um lado subjetivo, baseado na conscientização de uma situação de necessidade e outro objetivo, relacionado à própria situação que concretizou a necessidade. De forma mais específica, tem-se que:

A verdadeira compreensão do conceito de problema supõe [...] a necessidade. Esta só pode existir se ascender ao plano consciente, ou seja, se for sentida pelo homem como tal (aspecto subjetivo); há, porém, circunstâncias concretas que objetivizam a necessidade sentida, tornando possível, de um lado, avaliar o seu caráter real ou suposto (fictício) e, de outro, prover os meios de satisfazê-la. Diríamos, pois, que o conceito de problema implica tanto a conscientização de uma situação de necessidade (aspecto subjetivo) como uma situação conscientizadora da necessidade (aspecto objetivo) (SAVIANI, 1996, p. 14-15).

É possível observar nessa citação que Saviani (1996) se preocupa em assumir uma visão abrangente, entendendo que os aspectos subjetivos relacionados ao problema se configuram numa amplitude abrangida pela necessidade enquanto os aspectos objetivos tratam da própria situação que gerou a necessidade. Em particular, considero que embora haja uma ampliação da compreensão, estas ideias se mostram consonantes com as defendidas por Echeverría e Pozo (1998, p. 15), Onuchic (1999) e Onuchic e Allevato (2005), principalmente levando em consideração a exposição dada por Saviani (1996, p. 14) quando diz que “[...] uma questão, em si, não caracteriza o problema, nem mesmo aquela cuja resposta é desconhecida; mas uma questão cuja resposta se desconhece e se necessita conhecer; eis aí um problema” (SAVIANI, 1996, p. 14).

Outro modo de compreender o problema é quando o mesmo não é confundido com a proposição que a ele se refere, tampouco com a dúvida. A partir dessa perspectiva, apresento outra visão de problema, que se baseia principalmente nas ideias de Deleuze (1988).

2.5.2 Uma Alegoria para a Visão de Problema

Para discutir o problema na visão de Deleuze (1988) entendo ser necessário, em um primeiro momento, apresentar a distinção que o problema tem em relação à dúvida. Em termos gerais a dúvida pode ser entendida como “[...] um estado subjetivo de incerteza, ou seja, uma crença ou opinião não suficientemente determinadas, ou a hesitação em escolher entre a asserção da afirmação e a asserção da negação” (ABBAGNANO, 2007, p. 348). Tendo sua base na incerteza, a dúvida já se constitui em uma espécie de vetor que aponta na direção de possíveis respostas. Entretanto, nem todo problema pode ser reduzido à dúvida. A natureza deles difere, no sentido de que o problema não é substituído pela resposta ou deixa de ocorrer quando é resolvido. Por exemplo, ao encontrar a vacina de uma doença, tem-se a possibilidade de solução para o problema. Porém, essa possibilidade não elimina o problema, uma vez que não garante que a doença não ocorrerá mais. Já a dúvida, “[...] uma vez resolvida, está eliminada e é substituída pela crença” (ABBAGNANO, 2007, p. 935).

Também, no conjunto de ideias que adoto, o problema e a proposição que a ele se refere assumem uma distinção de natureza. Nesse sentido, Deleuze (1988) afirma que os problemas são “extra-proposicionais”. A analogia que faço para esclarecer essa afirmação é a mesma da relação entre uma paisagem, vista pelo pintor, e o quadro desenhado pelo mesmo. Assim como a tela pintada não é a situação vista, mas sim uma representação da mesma, a proposição não é o problema, mas uma forma de apresentá-lo. Nisso, devem ser levados em consideração os aspectos da linguagem usada para a referência, os aspectos que dizem respeito ao problema em si e o modo como o problema é interpretado pelos sujeitos que buscam sua determinação, isto é, a proposição que a ele se refere.

Essa proposição, ou o modo como o problema é expresso, é considerada por autores como Deleuze (1988) como uma forma de conduzir o problema, já indicando possíveis respostas e o caminho pelo qual o problema vai se desvelar. Nesse sentido, afirma:

Por si mesma, uma proposição é particular e representa uma resposta determinada. Um conjunto de proposições pode distribuir-se de tal maneira que as respostas que elas representem formem os casos de uma solução geral (assim, os valores de uma equação algébrica). Mas, precisamente, gerais ou particulares, as proposições só encontram sentido no problema subjacente que as inspira (DELEUZE, 1988, p. 265).

Com essa afirmação, Deleuze mostra uma visão de problema anterior à proposição que o representa. Porém, cabe salientar que, a meu ver, a noção de “resposta” que a proposição assume está diretamente associada à ideia que esse filósofo traz de pergunta. De modo geral, aponta que não considera existir uma biunivocidade entre problemas e questões, mas ressalva a importância da pergunta como orientadora, como se fosse uma espécie de condutor na direção da solução. Em outras palavras, a pergunta

[...] exprime, portanto, a maneira pela qual um problema é desmembrado, cunhado, traído na experiência e pela consciência, de acordo com seus casos de solução apreendidos como diversos. Embora nos dê uma ideia insuficiente, ela nos inspira, assim, o pressentimento do que ela desmembra (DELEUZE, 1988, p. 257).

É importante deixar explícito que, ao mesmo tempo em que o autor considera a pergunta como um caminho na direção da resposta, considera também que ela implica uma estruturação e reorganização mais ampla do que a apresentação de uma proposição que pode ser dada literalmente como resposta, uma vez que pode propiciar a abertura para novos caminhos a serem percorridos na direção de uma solução. Este aspecto é apresentado de modo explícito por Trindade (2007) que analisou as obras de Deleuze e afirma que, na visão desse autor, tem-se “[...] da interrogação, além do convite a enxergar a proposição enquanto uma dada resposta, a abertura para um novo caminho” (TRINDADE, 2007, p. 135).

Esse papel que a pergunta assume, conforme Deleuze (1988), está sempre relacionado ao quadro social no qual parte a inquietação, trazendo pontos de vista, considerando a experiência vivida e os possíveis interlocutores, levando em consideração as respostas passíveis de serem dadas. Assim, é possível observar a influência de aspectos subjetivos e intersubjetivos na busca por proposições – tanto interrogativas quanto afirmativas – que se referem ao problema.

O ponto de vista que considera não somente o social, mas também a língua e os símbolos influenciando na orientação da determinação do problema, também é apresentado por Bakhtin (1997, p.41) que diz que esses aspectos (em especial a palavra) são “[...] os mais adequados materiais para orientar o problema”. Segundo esse autor, o outro, por meio de sua posição espacial e de sua vivência, pode contribuir para que a visão que tenho (modo como compreendo uma situação) possa se alterar, justamente por sua visão que devido à espacialidade e temporalidade pode se distinguir da minha

(BAKHTIN, 1997). Em decorrência disso, há constantemente uma influência do coletivo tanto na formulação do problema, quanto em sua solução.

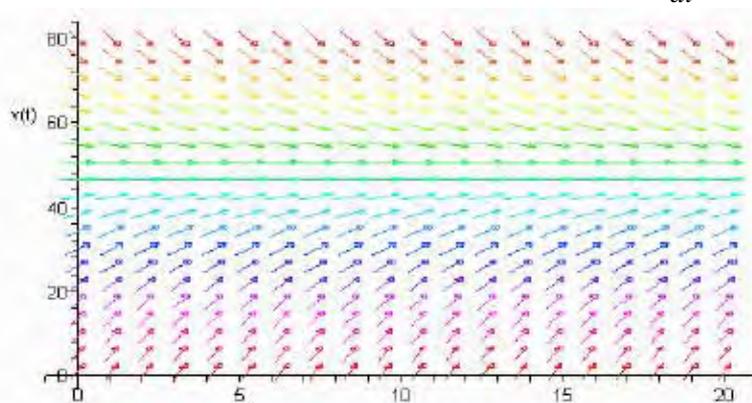
Deleuze (1988) em suas argumentações não apenas distingue o problema no modo como é representado, mas também analisa a relação existente entre o problema e sua solução. Nesse sentido, Deleuze (1988, p. 267) afirma que um “[...] problema se determina ao mesmo tempo em que é resolvido; mas sua determinação não se confunde com a solução: os elementos diferem por natureza, e a determinação é como a gênese da solução concomitante”. Para compreender essa afirmação, é importante salientar que, em suma, o problema é considerado por esse autor como uma estrutura potencial ou não atual. À medida que há uma imersão do sujeito ou dos sujeitos no problema, há uma busca por sua determinação, que pode ser entendida, grosso modo, como uma espécie de atualização do problema, em termos de linguagem, sob a forma de proposições (interrogativas, afirmativas, descritivas etc.). Entretanto, o modo como é expresso já influencia e conduz a busca por soluções. É isso que o autor quer dizer com “[...] o problema se determina ao mesmo tempo em que é resolvido” (DELEUZE, 1988, p. 267), isto é, a determinação do problema é o início, é a gênese que norteia a busca por uma solução. Mas essa determinação é apenas um caso particular do problema, podendo haver outras formas de interpretar e conceber a situação que está sendo investigada. Por conseguinte, distintas formas de conceber a situação podem levar a distintos encaminhamentos podendo gerar distintas soluções e que, segundo Trindade (2007), podem abrir um novo horizonte de sentidos, que se configuram em olhares inabituais sobre aquilo visto como familiar ou ainda, conferindo um interesse em situações consideradas insignificantes.

Sendo a estrutura do problema um potencial, considerei um modo ilustrativo para apresentá-lo. Para tanto, inspirei-me em uma visão de problema apresentada por Deleuze (1988), porém modificando-a, buscando uma compreensão própria. Por isso considero, de modo ilustrativo, que a ideia de problema pode ser associada a uma equação diferencial²³. Para tanto, embaso-me em um conjunto de atividades apresentadas por Javaroni (2007) que associa a cada equação diferencial um campo direcional cujos fluxos determinam o conjunto de todas as possíveis soluções dessa

²³ Conforme Edwards e Penney (1995, p.2), uma equação diferencial pode ser entendida como “[...] uma equação que envolve uma função desconhecida e uma ou mais de suas derivadas”.

equação. Por exemplo, a equação diferencial $m \frac{dv}{dt} = mg - \lambda v$ ²⁴, possui um campo direcional²⁵ associado, dado pela Figura 6. Nesse sentido, observo que não há uma solução para essa equação, mas infinitas soluções. O conjunto de vetores permite visualizar as curvas das soluções, as situações assintóticas, os pontos de convergência e divergência, indicando o caminho percorrido pelas soluções da equação diferencial. Entretanto, apesar de mostrar encaminhamentos, de possibilitar compreensões acerca dos comportamentos possíveis da situação, é necessário que sejam assumidos condições iniciais.

Figura 6 – campo direcional associado à equação diferencial $m \frac{dv}{dt} = mg - \lambda v$



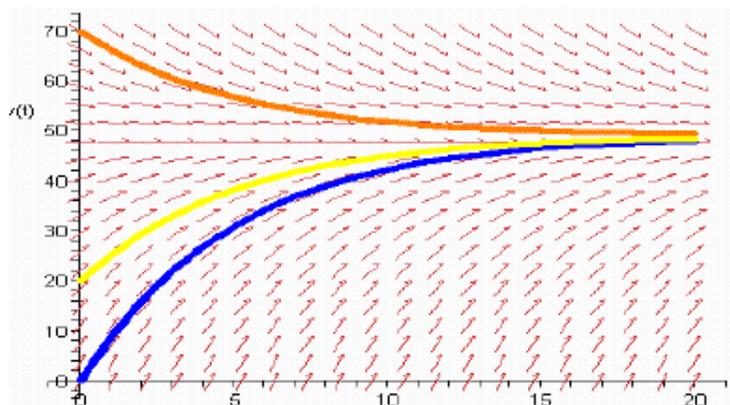
Fonte – Javaroni (2007, p.73).

A Figura 7 permite também observar o gráfico de algumas soluções dadas pelas condições iniciais junto ao campo direcional. Noto que, conforme afirmado, o campo direcional já possibilita uma ideia da provável solução.

²⁴ Conforme Javaroni (2008, p.72), essa equação diferencial refere-se ao “[...] comportamento de um objeto em queda, na atmosfera da terra, próximo ao nível do mar, considerando a hipótese de que a força do ar sobre esse objeto é proporcional à sua velocidade de queda”. Especificamente falando $v(t)$ é a função velocidade que varia em função do tempo, m refere-se à massa do objeto, g é a aceleração da gravidade e λ é o coeficiente de resistência do ar.

²⁵ “Do ponto de vista geométrico, uma curva solução da equação diferencial $y' = f(x, y)$ é uma curva no plano cuja tangente em cada ponto (x, y) tem inclinação $m = f(x, y)$. A ideia de uma curva solução sugere o seguinte método gráfico para construir soluções aproximadas da equação diferencial. Através de uma coleção representativa de pontos (x, y) , desenha-se um pequeno segmento de reta com inclinação m . O conjunto de todos estes segmentos é denotado **campo direcional**” (EDWARDS, PENNEY, 1995, p. 16).

Figura 7 – algumas soluções da equação diferencial $m \frac{dv}{dt} = mg - \lambda \cdot v$.



Fonte – Javaroni (2007, p.73).

Considero que, por meio desse exemplo, é possível visualizar o que entendo como problema (visto ilustrativamente como sendo a equação diferencial). Porém, para associá-la às ideias de Deleuze (1988) é necessário ainda fazer algumas distinções para com a matemática, pois, nesse exemplo, o problema não deve ser compreendido exatamente do mesmo modo que a matemática compreende uma equação diferencial. Existem diferenças que devem ser consideradas. A primeira delas é que, na matemática, o campo direcional normalmente é construído a partir da equação diferencial, sendo esta já conhecida e possuindo uma estrutura bem definida. Tendo em vista que o problema, na visão de Deleuze (1988), se apresenta como algo potencial, algo pré-proposicional, sua estrutura não se mostra de forma explícita, isto é, a equação diferencial que representa ilustrativamente o problema, não é conhecida *a priori*, é não atual. De modo inverso ao comumente visto na matemática, o que se mostra, em um momento inicial, é seu campo direcional, que indica caminhos e conduz a respostas. Nessa perspectiva construída, é por meio desse campo direcional que se pode ter uma ideia do problema que o gera.

A segunda diferença da ilustração que está sendo criada, em relação à matemática, é que o campo direcional não pode ser expresso como algo estático, como uma figura composta por vetores que já possuem direções e sentidos pré-fixados. Nessa perspectiva, o campo direcional pode ser entendido como formado pelas ondulações de um lago. Nesse caso, o início da interação dos envolvidos com o problema forma perturbações totalmente aleatórias e que não possuem uma ordem, fazendo com que os

fluxos de movimentos se alternem constantemente. Associando vetores a esses fluxos, é possível imaginar um campo direcional dinâmico, isto é, em constante movimento.

Entendo este campo direcional como sendo o cenário inicial de um problema, no qual impera a inconstância e o caos. Entretanto, da mesma forma que uma goteira pingando em um recipiente produz um conjunto de ondulações constantes, à medida que os sujeitos aprofundam sua relação com o problema, decisões são tomadas, intervenções são feitas, questionamentos são levantados, revelando aspectos da situação envolvida que mostram certa constância (outros problemas). Este é o processo de determinação do problema, no qual há uma busca intencional pela compreensão da situação que vai se mostrando. Cada um dos aspectos considerados influencia o campo direcional revelando um campo que, embora sempre em movimento, mostra direções e sentidos mais estáveis.

Nesse contexto ilustrativo, a determinação do problema é como se fosse a escolha de um momento desse campo direcional, no qual as perturbações são mais ou menos constantes. Essa escolha está associada a um momento, um instante específico ou uma forma de observar um contexto que é dinâmico, mas, de modo estático, determinado. Posso, com isso, considerar o instante escolhido para representar as perturbações do campo direcional com a proposição que representa o problema. Assim, como o campo direcional não é a equação diferencial, a proposição que se refere ao problema, não deve ser confundida com o próprio problema.

A determinação do problema, visto como a busca por um campo direcional estático auxilia a compreender o que Deleuze (1988, p. 267) quer dizer com a expressão “[...] o problema se determina ao mesmo tempo em que é resolvido”. De fato, o campo direcional já instaura um conjunto de indicativos apontando para as possíveis soluções, assim como a forma na qual o problema é expresso. Embora haja indicativos que podem nortear possíveis caminhos, ainda não existe uma definição do que é a solução do problema. Para encontrá-la, há de se considerar um segundo conjunto de condições que dizem respeito ao modo como a solução será encaminhada, e que associa às condições iniciais de uma equação diferencial. Perguntas como: *Serão utilizados métodos matemáticos? Métodos empíricos? Métodos filosóficos? Uma reunião dos mesmos?* são exemplos de questionamentos que, ao serem assumidos, podem configurar as condições iniciais da busca por uma solução para o problema.

Assim como na matemática, é necessário apresentar as condições que permitam orientar a busca por soluções mais específicas do que a multiplicidade apresentada pelo

campo direcional. É nesse sentido que interpreto, ilustrativamente, o que Deleuze (1988) diz quando afirma que a determinação do problema, apesar de indicar caminhos para a solução, não se confunde com a própria solução, mas se torna a gênese da solução.

Por meio dessa alegoria, é possível compreender problema como um conjunto de condições não atuais e indeterminadas que dizem respeito a uma dada situação gerando um campo de conflitos que vai assumindo gradativamente um caráter mais ou menos estável, à medida que vai sendo determinado. É essa a perspectiva de problema que assumo para a presente tese, pois entendo que pode auxiliar na compreensão da MM quando o mundo cibernético se faz presente.

Encaminho agora a discussão para o último aspecto que pretendo abordar nesse capítulo teórico, o qual dará sustentação teórica para compreender o mundo cibernético como uma dimensão de abrangência da realidade.

2.6 Realidade e Mundo Cibernético

O conjunto de inquietações que se fez mais presente ao longo de toda tese foi o relacionado ao entrelaçamento entre realidade e mundo cibernético. Para discutir esse aspecto trago uma visão que, além de acolher o mundo cibernético como uma dimensão de abrangência da realidade, discorre sobre suas distinções qualitativas frente à realidade mundana.

Essa perspectiva de realidade é baseada nas ideias fenomenológicas de Heidegger e se diferencia das demais vertentes filosóficas por não considerar a realidade separada do homem que a percebe (ABBAGNANO, 2007). Este enfoque tem como consequência uma abordagem filosófica que se preocupa em como as coisas do mundo estão em relação ao ser humano ou se apresentam a ele. Sendo mais específico, o real, nessa vertente de pensamento, pode ser entendido como

[...] um todo dinâmico, temporal, histórico, percebido no encontro homem-mundo, não separado daquele que o percebe, que dele fala e que o interpreta, construindo uma rede de significados na intersubjetividade, ao partilhar vivências e comunicar interpretações (BICUDO, 1999, p. 31).

Nessa citação, a autora reforça a ideia fenomenológica de uma realidade não separada do homem e das interpretações que faz de seu mundo. Esse mundo é também

apresentado na literatura como *mundo-vida*, e entendido como o campo no qual são estendidas todas as ações, trocas e que se vivem todas as experiências. Para ser mais preciso, o *mundo-vida* pode ser compreendido como

[...] espacialidade (modo de sermos no espaço) e temporalidade (modo de sermos no tempo) em que vivemos com os outros seres humanos e demais seres vivos e natureza, bem como com todas as explicações científicas, religiosas, e de outras áreas de atividades e conhecimento humano. Mundo não é recipiente, uma coisa, mas um espaço que se estende à medida que as ações são efetuadas e cujo horizonte de compreensões se expande à medida que se vá fazendo o sentido para cada um de nós e a para a comunidade em que estamos inseridos (BICUDO, 2010, p. 23).

Assim, a realidade pode ser entendida como realidade vivida, que ocorre na espacialidade e temporalidade do mundo-vida constituindo-se no campo natural no qual são lançados todos os pensamentos, ações e percepções de cada sujeito e dos diferentes sujeitos que nele vivem (BICUDO, 1999).

Essa perspectiva de realidade e de mundo vida, principalmente em termos de abrangência, é colocada em suspensão por Bicudo e Rosa (2010) ao levarem em consideração as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC). Com o advento dessas, a discussão acerca do real se potencializa, gerando adjetivações como realidade do ciberespaço, realidade do mundo cibernético, realidade aumentada, hiperrealidade²⁶, realidade virtual, etc.

Esse espaço, denotado muitas vezes por virtual, é diferenciado, permitindo e possibilitando ações e interações que se diferem na espacialidade e na temporalidade comumente vividas no cotidiano (BICUDO; ROSA, 2010). Ao refletir acerca dos aspectos abordados, a pergunta que pode ser feita é: o mundo cibernético pode ser compreendido como uma dimensão de abrangência da realidade?

Com essas inquietações, Bicudo e Rosa (2010) apresentam um conjunto de argumentos que visam compreender o mundo cibernético como um dos modos de a realidade se mostrar. Nesse sentido, salientam que considerar o mundo cibernético como realidade requer concebê-lo sob uma ótica distinta da defendida pela ciência moderna quando fala de realidade física e objetiva, referindo-se ao lugar no qual estão ou são colocadas as entidades passíveis de mensuração (espacialmente e

²⁶ A hiperrealidade é um aspecto discutido por Baudrillard (1991) e trata do simulado como algo que é abrangido pela realidade mundanamente vivida, porém se mostra em um campo que avança na medida em que a contradição entre o imaginário e o real vai sendo minimizada. Segundo esse autor, a hiperrealidade pode ser associada à simulações que não necessariamente possuem um referencial, um território ou uma substância e residem em um campo dado pela entrada do imaginário.

temporalmente) e manipuláveis em sua fisicalidade. Para esses autores, se for considerada essa visão, o mundo cibernético não pode ser visto como real, uma vez que o “onde” desse mundo se apresenta de modo característico, não cabendo no espaço cartesiano da física clássica. Nesse sentido, afirmam que

Não se trata de um espaço físico, que acolhe pontualmente pessoas e inter-relações, pois se expande por conexões que não se encaixam no gráfico cartesiano. São conexões velozes e que se bifurcam, criando outras conexões, atingindo outros espaços físicos, gerando múltiplas possibilidades de relações, configurando realidades possíveis, projetadas, inventadas (BICUDO; ROSA, 2010, p. 21).

Esse espaço, por apresentar distinções em relação ao comumente vivenciado, é muitas vezes denotado por especialistas da área como sendo virtual e entendido, de modo coloquial, como se opondo ao real (LÉVY, 1996). É justamente na análise criteriosa do virtual que Bicudo e Rosa (2010) encontram argumentos para defender o mundo cibernético como realidade. Para tanto, trilham um caminho que inicia pela discussão do virtual em termos filosóficos. Esse caminho leva a uma associação do virtual com a ciência (contemporânea) considerada base para o aparato tecnológico e informacional que dá sustentação ao mundo cibernético. Em um segundo momento apresentam por meio da relação entre ciência, realidade e virtual, uma perspectiva que permite entender o mundo cibernético também como mundo-vida. É com o intuito de apresentar esse entrelaçamento proposto pelos autores, que discutirei suas ideias nos próximos parágrafos.

Para compreender a associação entre as ciências e o virtual é necessário, primeiramente, conhecer a relação entre ciência e realidade. Com esse objetivo, Bicudo e Rosa (2010) trazem as ideias de Granger (1995), que busca responder as inquietações acerca do real de que a ciência fala. Embasados nesse autor, afirmam que a ciência traz apenas uma representação do real, não dando conta da experiência vivida, “[...] uma vez que os traços de individuação ou o real individualmente vivido é para ela uma noção de limite, abandonada às experiências de cada indivíduo” (BICUDO; ROSA, 2010, p.22). Para compreender essa limitação e a relação da ciência com a realidade, trazem considerações acerca dos distintos modos em que essa pode se mostrar, que envolve a discussão do provável, do possível, do atual e do virtual.

O atual, em termos gerais, pode ser considerado como a situação ou entidade que se mostra ao observador no estado que contempla o aqui e o agora. É aquilo que “[...] aparece na realidade mundana” (BICUDO; ROSA, 2010, p. 24). A atualização é o processo pelo qual algo passa de uma situação de potência para o estado atual, no qual a

potência designa “[...] característica do que é potente, do que tem força para ser, que traz em si as potencialidades para tornar-se” (BICUDO; ROSA, 2010, p. 24). Na visão de Bicudo e Rosa (2010), oposto ao atual, está o não-atual, isto é, aquilo que não foi atualizado e se encontra em estado de potência. Apoiados nas argumentações de Granger (1995) apontam que o não-atual abrange três modalidades ou formas: o provável, o possível e o virtual.

O provável está relacionado a um modo de não-atual que pode ser compreendido como uma espécie de pré-actualidade, podendo abranger graus da esfera do atual. A aproximação do provável com o atual pode estar associado a dados probabilísticos, estatísticos e, até mesmo, a cálculos determinísticos.

O possível está relacionado, nessa visão, à linguagem e ao simbólico e diz respeito àquilo que pode ser feito e àquilo que não pode ser feito ou referido (por meio da linguagem ou símbolo), mostrando amplitude e limitação. Granger (1994) aborda a importância da linguagem e do simbolismo no processo de evolução histórica da ciência. Segundo esse autor, “[...] não se pode aperfeiçoar a linguagem sem aperfeiçoar a ciência” (GRANGER, 1994, p. 53). Com isso, o autor quer dizer, ao mesmo tempo, que a evolução da linguagem abre novos caminhos para a ciência e que a linguagem e símbolos usados condicionam possibilidades para a ciência. É importante aqui, não confundir o símbolo e a linguagem com as ideias expressas neles: os símbolos permitem a construção das ideias em termos de linguagem.

Já o virtual, para Bicudo e Rosa (2010), designa a modalidade de não-atual que não visa relação com o atual. É distinto do provável, pois este já se mostra como um pré-atual. Conforme Bicudo e Rosa (2010, p. 27), o virtual “[...] refere-se à forma em geral, que poderá atualizar-se mediante ações que estão junto às materialidades e técnicas disponíveis, em aplicativos particulares, explicações da empiria etc”. Em outras palavras, o virtual tem sua essência em si mesmo e não busca, necessariamente, vínculo com o atual, mas eventualmente pode abarcar situações que possam vir a se atualizar. A matemática pode ser assumida como um exemplo de virtual, uma vez que satisfaz as condições descritas acima.

Por meio dessas três modalidades é possível distinguir as nuances do não-atual e tratar da ideia de ciência. Conforme Bicudo e Rosa (2010), a ciência possui sua essência no não-atual. É composta por linguagem e símbolos específicos e por fatos virtuais, com base matemática. Eventualmente, se associa com o atual, podendo atingir estados pré-atuais probabilísticos e determinísticos. Mas sendo a ciência não-atual, então ela deve

ser considerada irreal? Esse é um aspecto apresentado por Bicudo e Rosa (2010), que atentam que o par que deve ser considerado não é o representado por “real – irreal”, mas sim “atual – não-atual”. Justificam tal afirmação apresentando que o não-atual não é irreal. Sua realidade não é uma realidade atualizada, que se mostra, mas sua realidade é uma realidade potencial, isto é, que tem força para se atualizar, mas que não necessariamente irá se atualizar, abrangendo, inclusive, aspectos não atualizáveis. Assim, a ciência também trata do real. Entretanto, o real abrangido pela mesma é limitado. Nesse sentido, Bicudo e Rosa (2010) argumentam que a ciência, além de ter a individualização como noção de limite, não abrange no seu campo de investigação o imaginário, o poético e o criativo, relacionados às experiências individuais. Essa limitação tem como uma de suas bases a estreita relação da ciência (ocidental) com a matemática que, por meio de modelos abstratos, busca abranger o real, mas que por vezes se distancia da experiência do real vivido, o que afasta a ciência do primeiro plano de conhecimento.

Esse afastamento pode estar associado ao fato de que, por meio de um processo de abstração, principalmente proporcionado pela matemática, situações que são investigadas e analisadas, são generalizadas. Nessa generalização, o virtual e o possível aparecem como categorias fundamentais, pois se gera um conjunto de fatos, situações e entrelaçamentos, não atualizados, a partir do qual se cogitam situações, fazem-se simulações, que podem ou não se atualizar. O espaço virtual proporcionado pelas abstrações pode criar situações virtuais que determinam a compreensão do fenômeno ao campo de explicações abrangido pela ciência. Nesse sentido, Bicudo e Rosa (2010, p.22) afirmam que é possível

[...] dizer que o real da ciência é construído por universos ligados aos fatos virtuais do mundo virtual, com regras bem definidas que permitem determinar, com maior ou menor precisão e certeza, a imagem dessas realidades ocorridas ou efetuadas.

Conforme já evidenciado na seção 2.3 que trata do modelo, as relações dadas entre as situações empíricas e a ciência podem ser apreendidas por meio de um referencial teórico, que avalia a situação empírica (fato atual) frente a um número finito de aspectos que compõem a teoria, criando assim o que Granger (1994) denota por fato virtual. Desse modo, o fato atual é determinado de modo incompleto em relação ao referencial, pois pode não se comportar exatamente como a teoria ou o modelo o explica, enquanto o fato virtual é completamente determinado em relação ao referencial teórico assumido. Em outras palavras,

[...] uma teoria científica em geral não trata diretamente de fatos atuais, e sim [...] de fatos virtuais, ou seja, de fatos esquemáticos, completamente determinados na rede de conceitos da própria teoria, mas incompletamente determinados enquanto realizáveis aqui e agora numa experiência (GRANGER, 1994, p. 48).

Entretanto, imergindo no universo que assume o foco de meu interesse, que é a realidade do mundo cibernético, o que poderia ser considerado como seu referencial? Bicudo e Rosa (2010) apontam que o referencial que dá sustentação às atualizações ocorridas no mundo cibernético e que permitem a ocorrência das atualizações por meio de sistemas operatórios, é o próprio conjunto representado pelos aparatos científicos e tecnológicos, sustentados por meio das teorias que os envolvem. Esse referencial não é entendido, porém, como um conjunto de premissas e hipóteses que configuram um caminho a ser seguido, mas sim como um conhecimento já dado e que aí está em que os desdobramentos em técnica, tecnologia e também questões tratadas pela ciência se entrelaçam constituindo também a realidade mundana em que estamos. Em outras palavras, os referenciais para a realidade do ciberespaço são entendidos como a base sobre a qual a dimensão tecnológica do mundo cibernético é construída. Sendo assim, “[...] a realidade do ciberespaço é virtual, por já ter sua base nas ciências, notadamente na matemática” (BICUDO; ROSA, 2010, p. 28).

Com esses argumentos, Bicudo e Rosa (2010) apresentam uma relação íntima entre ciência e o mundo cibernético, abrindo espaço para associá-lo também à ideia de mundo-vida. Para esses autores, de modo geral, o mundo-mundo pode ser evidenciado como um campo no qual são dirigidos todos os atos do ser humano abrangendo suas experiências, ações, atividades práticas, teorizações, modos de conhecer. Essa perspectiva assumida por Bicudo e Rosa (2010), está relacionada à ideia de ver o mundo-vida como um horizonte abrangendo todas as coisas, todos os seres humanos e todos os seres vivos. Esse sentido de horizonte se caracteriza por uma “[...] totalidade harmônica, uma universalidade coerente de objetos existentes, de ‘nós’, conjunto de seres-humanos, entendidos como eu-o-homem individual e todos nós juntos que, como seres viventes, pertencemos ao mundo” (BICUDO; ROSA, 2010, p. 68).

Esse mundo-horizonte é considerado pelos autores como o solo de toda a certeza que se refere ao existente. Nesse sentido, afirmam que:

Importante é destacar que o mundo-horizonte é o solo de toda certeza ôntica²⁷. É pré-dado como um campo universal, como um horizonte

²⁷ O ôntico se refere ao existente e é considerado “[...] distinto de ontológico, que se refere ao ser categorial, isto é, à essência ou à natureza do existente. Por exemplo, a propriedade empírica de um objeto

que se abre a compreensões. Nessa onticidade, vive-se na certeza do mundo, uma vida consciente do mundo e de si-mesmo como ser vivente, que experiencia e efetua na praticidade de suas ações a certeza do mundo. Essa dimensão da empiria possibilita as avaliações do correlato do percebido, ou seja, do mundo em seu fundo, da coisa percebida (BICUDO; ROSA, 2010, p. 71).

É por meio dessa possibilidade de avaliação do percebido que os autores defendem ser mundo-horizonte e mundo-vida o solo primeiro dos conhecimentos tanto filosóficos quanto científicos. Desse modo, embasados nas ideias de Husserl, trazem a perspectiva de que a ciência está enraizada no solo do mundo-vida. Sendo a ciência a base do mundo cibernético, também associam o mundo cibernético ao campo de abrangência do mundo-vida. Entretanto, preocupam-se não somente na estruturação dessa associação, como também em apresentar particularidades dessa modalidade da realidade.

Nesse sentido, defendem que o grande diferencial do ciberespaço não está necessariamente em sua base dada pela matemática e pelos aparatos tecnológicos, mas sim nos modos pelos quais as atualizações ocorrem nesse mundo, onde adquirem características próprias abrangendo graus de complexidade inusitados e indeterminados. O pluralismo e a multiplicidade característicos desse ambiente

[...] possibilitados pela tela informacional são ramificados com rapidez e fluidez em redes que, por sua vez, também são pluralidades e assim por diante, atualizadas pelas ações dos sujeitos que operam nessas redes (BICUDO; ROSA, 2010, p. 29).

Essas atualizações são provenientes da relação do homem com o aparato científico, por meio de comandos, linguagens e ações ocorridas tanto nos encontros ser-humano-computador quanto na intercomunicação do homem e outros sujeitos, possibilitada pelo sistema de referência tecnológico. Nessa dimensão de abrangência da realidade, que se abre à experiência do sujeito, espaço e tempo se diferenciam dos comumente vivenciados. Não se trata mais de um espaço físico, caracterizado pelas dimensões largura, altura e profundidade sujeitas à temporalidade física, mas sim de um espaço desterritorializado, isto é, “[...] o solo em que finca suas âncoras é geográfico e culturalmente indefinido por mesclarem-se concomitantemente a muitas culturas, lugares e tempos diversificados” (BICUDO; ROSA, 2010, p.74). Pela possibilidade de interconexão tem-se um universo onde as dimensões físicas não se constituem como tal, mas onde se cria, difunde, e se vivenciam culturas distintas. Essas interações (com o

é a propriedade ôntica; a possibilidade ou a necessidade é uma propriedade ontológica” (ABBAGNANO, 2007, p. 848).

meio e com outros sujeitos) ocorrem tanto em tempos cronológicos iguais (ao assumir o aqui e agora de uma conversa no *Messenger Live*, por exemplo) ou em tempos cronológicos distintos (como é o caso de *e-mails*) e conduzem a um conjunto de relações que podem envolver afeto, troca de informações, transações comerciais, jogos, ensino e aprendizagem, potencializando “[...] uma profunda percepção de si pela percepção do outro, visto como igual, encarnado, estando lá e “eu” aqui” (BICUDO; ROSA, 2010, p. 14).

Essa riqueza de inter-relacionamentos mostra um mundo aberto à experiência do sujeito que, conforme Bicudo e Rosa (2010) efetua um movimento com seu corpo-próprio intencionalmente atento ao que se mostra diante da tela informacional. Esse movimento se trata de

[...] um movimento das mãos no teclado, do olhar na tela, dos atos intencionais efetuando a dialética noesis-noema²⁸ com a coisa que se mostra mediante símbolos. Entretanto, a coisa que assim se apresenta, embora seja uma representação das sínteses de unificação efetuadas na dimensão do horizonte histórico da ciência e da tecnologia, chega de imediato ao sujeito, mostrando-se na tela informacional e solicitando ações ágeis e contínuas efetuadas concomitantemente com comandos dos terminais do aparelho (BICUDO; ROSA, 2010, p. 74).

Nesse conjunto de ações, possibilitado pelos recursos tecnológicos disponíveis, a coisa está imersa em um espaço/tempo dinâmico, distinto do comumente vivido e se mostra por modos de comunicação, por conteúdos e por formas. Essas são características do mundo-horizonte que dá o fundo da coisa e mostra a ambiguidade do mundo cibernético frente à experiência vivida. Isso apresenta o sujeito atento à tela informacional presente num espaço que se constitui exatamente no local no qual está e, ao mesmo tempo, intencionalmente imerso na subjetividade e intersubjetividade do espaço proporcionado pelos recursos tecnológicos.

É por meio dessa complexidade na qual o ciberespaço se mostra, apresentando uma espacialidade e uma temporalidade distintas das comumente vividas no cotidiano,

²⁸ Bicudo (2010, p. 29) afirma que “*Noesis* se refere ao intencional; *noema* ao que é enlaçado por esse ato”. No dicionário de filosofia, também é possível encontrar referências a esse aspecto, destacando que na terminologia de Husserl, trata-se da relação entre aspectos subjetivos e objetivos de uma vivência. Nesse sentido afirma que *noese* significa “[...] o aspecto subjetivo da vivência, constituído por todos os atos de compreensão que visam a apreender o objeto, tais como perceber, lembrar, imaginar” (ABBAGNANO, 2007, p. 834). Já, no que diz respeito a *noema*, este pode ser considerado “[...] o aspecto objetivo da vivência, ou seja, o objeto considerado pela reflexão em seus diversos modos de ser dado (por exemplo, o percebido, o recordado, o imaginado). O noema é distinto do próprio objeto, que é a coisa; por exemplo, o objeto da percepção da árvore é a árvore, mas o noema dessa percepção é o complexo dos predicados e dos modos de ser dados pela experiência: por exemplo, árvore verde, iluminada, não iluminada, percebida, lembrada” (ABBAGNANO, 2007, p. 834).

mas que promovem subjetividade e intersubjetividade em seu mundo-horizonte, que os autores que embasam essa seção afirmam que o “[...] primado da percepção e da experiência do que se doa ao mundo-horizonte, ainda faz sentido [...]” (BICUDO; ROSA, 2010, p. 75). A sustentação dessa afirmação inicia pela percepção que o sujeito tem do espaço que se abre, experienciando e dirigindo-se intencionalmente às coisas envolvidas no mundo-horizonte. Essa percepção não atinge somente as coisas e o eu, mas também outros sujeitos. Assim, outras experiências são consideradas, promovendo a intersubjetividade, que é constituída por sínteses efetuadas em cada sujeito, mas em um solo de experiências comum, dado pelo mundo-horizonte.

Com esses argumentos, é possível retomar a pergunta: “*O mundo cibernético pode ser compreendido como uma dimensão de abrangência da realidade?*”, respondendo-a afirmativamente. De fato, por meio da abordagem dada pelos autores, foi possível compreender, em um primeiro momento, como o aparato científico sustenta a estrutura do mundo cibernético, mostrando uma íntima associação entre ciência e essa dimensão da realidade. Em um segundo momento, procuram associar ciência e realidade por meio da perspectiva de mundo-vida e mundo-horizonte que dão sustentação para as estruturas não-atuais (virtual, possível e provável) que são a base da ciência. Desse modo, o mundo-vida constitui-se como solo dos acontecimentos científicos, fazendo com que a ciência possa ser considerada como parte da realidade. Sendo ciência e realidade associadas, e a ciência tomada como base do mundo cibernético, por uma argumentação transitiva, é possível considerar o mundo cibernético como uma dimensão abrangida pela realidade, porém que se mostra qualitativamente distinto em termos de espacialidade e temporalidade.

Das ideias apresentadas por Bicuco e Rosa (2010) destaco ainda a liberdade na maneira de criação dos cenários, potencializada pela tela informacional do computador, que pode ampliar o universo percebido na realidade mundana. Entretanto, essa expansão pode ainda

[...] ser compreendida como um modo de viver a vida na dimensão do humano, como ela é, mesmo que as relações presentificadas nessa dimensão da realidade se dêem em um espaço mundano que deve ser caracterizado em termos do espaço/tempo possibilitados pelas tecnologias (BICUDO; ROSA, 2010, p. 79).

Compreender o mundo cibernético como realidade, como uma modalidade do mundo-vida, implica o surgimento de um conjunto de possibilidades que se abre à investigação, tanto no campo filosófico, quanto na Educação. A partir dessa exploração

é possível compreender os aspectos essenciais da realidade do ciberespaço, constituindo assim uma base para investigar o processo de Modelagem Matemática quando as situações envolvidas dizem respeito a essa dimensão de abrangência da realidade.

3. CONJECTURANDO SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA COM O MUNDO CIBERNÉTICO

É preciso fé cega e pé atrás
Olho vivo, faro fino e... tanto faz...
É preciso saber de tudo e esquecer de tudo:
Fé cega e pé atrás
Tá legal, eu desisto: tudo já foi visto
Olhos atentos a qualquer momento: é preciso acreditar
Tudo bem, eu acredito: tudo já foi dito
Olhos atentos a todo movimento: é preciso duvidar
Viver não é preciso e nem sempre faz sentido
É preciso muito mais, fé cega e pé atrás

Realidade Virtual – Engenheiros do Hawaii

No capítulo anterior apresentei pontos de vista teóricos que versavam sobre Construcionismo, objetivo pedagógico, modelo, problema e realidade. O aprofundamento destes aspectos foi norteado pelas questões levantadas por mim ao longo do primeiro capítulo. Apesar dos questionamentos estarem relacionados ao contexto da Modelagem Matemática, optei por apresentar uma visão geral, não necessariamente envolvendo esse campo da Educação Matemática nas discussões feitas. Esse entrelaçamento, isto é, a associação entre os aspectos teórico-filosóficos e a MM, será feita nesse capítulo, dando continuidade aos aspectos já discutidos, particularizando-os. Assim, Construcionismo, modelo, objetivo pedagógico, problema e realidade serão abordados em função da Modelagem Matemática, visando principalmente a construção do modo de compreender MM que acolha o mundo cibernético como uma modalidade de abrangência da realidade.

3.1 Modelagem Matemática como Processo de Construção

Nesta seção retomarei algumas das ideias apresentadas nas seções 2.1 e 2.2 onde discuti acerca de processo educacional e Construcionismo. Tais discussões foram orientadas principalmente pelo questionamento: *Como a ideia de processo pode estar associada à MM?* Essa inquietação parte das leituras de Bassanezi (2004, p.24, grifo meu) que, de um lado apresenta a MM como sendo “[...] um **processo** dinâmico usado para a obtenção e validação de modelos matemáticos” e de outro apresenta que a “[...] modelagem matemática de uma situação ou problema real **deve** seguir uma sequência de etapas” (BASSANEZI, 2004, p. 26, grifo meu). Reunindo essas citações, a ideia de processo pode remeter a algo pré-determinado ou que possui uma sequencialidade conhecida previamente. Entretanto, autores como Barbosa (2001), Borba, Malheiros, Zullato (2007) e Malheiros (2008) atentam, em suas pesquisas, que a MM não necessariamente ocorre em um processo sequencial. Esse confronto me levou a um aprofundamento não somente da palavra *processo*, mas também da sua implicação no contexto educativo por meio da perspectiva de *processo educacional*.

Analisando as distintas formas de compreender a palavra processo encontradas no dicionário de filosofia (ABBAGNANO, 2007) e relacionando-as ao contexto educativo por meio das ideias de Iturra (1994) e Arguello (2005) entendo ser possível associar a palavra processo à Modelagem Matemática – respondendo assim à pergunta proposta – de dois modos distintos. O primeiro modo relacionando a um processo educacional dado por procedimentos que seguem normas métodos, etapas ou técnicas determinadas. Conforme Iturra (1994) e Arguello (2005) este caso pode se associar de modo mais harmônico à reprodução de um conteúdo específico. Considero exemplos dessa perspectiva as ideias de Bassanezi (2004) e de Biembengut e Hein (2007). O segundo modo está relacionado à mudança constante que ocorre no próprio caminhar, sem haver uma orientação pré-definida para ocorrer essa mudança. É o que Arguello (2005) chama de ciência viva e que destaca descoberta e criatividade. Entendo que os projetos de modelagem defendidos por Malheiros (2008) e alguns dos casos apresentados por Barbosa (2001) são exemplos desse tipo de processo educacional.

Outro questionamento por mim levantado foi: *Poderia compreender a MM como um processo de construção, no qual o produto desse processo é o modelo?* Considero que esta pergunta pode ser respondida de modo afirmativo. De fato, é possível encontrar

na literatura abordada uma alusão constante à ideia de construção do modelo. Barbosa (2001, p. 17, **negrito meu**), por exemplo, fala que “[...] o modelo teórico é uma **construção** humana” ou ainda que “[...] a **construção** e o uso de modelos não são neutros” (BARBOSA, 2001, p. 19, **negrito meu**). Outro exemplo pode ser encontrado em Anastácio (1990, p. 88, **negrito meu**) que diz que a MM pode ser entendida como um “[...] processo [que] leva à **construção** de um modelo”.

Compreender a Modelagem Matemática como um processo de construção implica na possibilidade de considerar uma visão que associa a construção do conhecimento à construção de um produto, o que abre caminho para as ideias construcionistas. Um desses caminhos é por meio da perspectiva de micromundo. Segundo Papert (1985, p. 153), um micromundo é um “[...] “lugar” [...] onde certos tipos de pensamentos matemáticos poderiam brotar e se desenvolver com extrema facilidade”. Autores como Sinclair e Jackiw (2010) trazem apontamentos interessantes entre micromundos e Modelagem Matemática, defendendo que o uso de *software* como o *Sketchpad* pode contribuir para a criação de micromundos que possibilitam o estudo da matemática. Esses autores apresentam alguns casos distintos de como essa relação pode ocorrer. Uma delas diz respeito à construção de modelos de objetos matemáticos, tais como toros, estruturas referentes à geometria hiperbólica (disco de Poincaré), entre outros.

Outra relação apresentada por Sinclair e Jackiw (2010) está associada à construção de ambientes que podem simular contextos relacionados a modelos físicos e permitem a compreensão de algumas relações existentes entre o contexto matemático teórico que sustenta a física e sua relação com situações da realidade. Nesse sentido, Papert (1985, p.150) afirma que uma das potencialidades dessa relação é propiciar a eliminação de variáveis no estudo de determinado fenômeno, fazendo com que o aprendiz explore “[...] as propriedades de um determinado micromundo que não sofre a perturbação de questões externas”. Nesse caso, conceitos específicos – principalmente físicos – podem ser percebidos e vivenciados de forma a contribuir com a construção do conhecimento que o envolve.

Desse modo, é possível observar que já existem tentativas de discutir a relação entre MM e algumas das ideias construcionistas. Em vista disso, e dos demais argumentos apresentados, entendo que as ideias de processo, processo educacional e de construção, associadas à perspectiva construcionista, podem ser entrelaçadas em um modo de compreender a MM. É nesse sentido que assumo, inicialmente, na presente

tese, uma visão de MM no campo da Educação Matemática que a entende como um **processo dinâmico de construção**.

Ao assumir essa perspectiva, inicio a construção de uma **conjectura**, que visa apresentar uma visão teórica de MM. A escolha do adjetivo dinâmico remete ao fato de haver distintos modos da palavra processo ser compreendida, que varia desde algo mais rígido, envolvendo uma ideia de sequencialidade e de passos até algo que está em constante transformação. Apesar de não excluir a ideia de que eventualmente as ações que envolvem o processo possam ocorrer de modo linear, entendo que nem sempre esse fato pode ocorrer. É nesse contexto que a palavra *dinâmico* ganha relevância, uma vez que assume o papel de romper com a ideia de uma Modelagem Matemática que precisa ser estática e que sempre segue um conjunto de regras bem definidas. Além disso, a escolha dessa palavra também assume o papel de enfatizar o enlace com as ideias construcionistas, que abordam que o processo de construção nem sempre se mostra sequencial. É este o caso de Rosa (2004, 2008) que não exclui a ideia de linearidade, porém observa em suas investigações que nem sempre a ordem de acontecimentos diz respeito a uma sequência pré-determinada. É justamente no sentido de reforçar essa perspectiva que acrescento o adjetivo *dinâmico* ao processo de construção.

Sendo assim, a MM vista como um processo dinâmico de construção, além de se colocar em consonância com os aspectos educacionais, compreende um movimento não necessariamente linear ao processo, o que pode contribuir para que distintos caminhos sejam trilhados. Apesar da consideração desses aspectos já responder a algumas das perguntas por mim levantadas no primeiro capítulo, como, por exemplo, “*O processo pode ser entendido como um caminho linearmente percorrido?*” e “*Está relacionado a um conjunto de etapas pré-definidas?*”, a conjectura construída ainda não abarca todas as inquietações que expus. Sendo assim, continuo a discussão na próxima seção, visando incluir as ideias referentes ao objetivo pedagógico à visão de MM que estou assumindo.

3.2 Objetivo Pedagógico na Modelagem Matemática

Um dos principais estranhamentos iniciais que tive frente às perspectivas de MM, foi o confronto entre a prática por mim vivenciada e os aspectos teóricos que se apresentavam nas discussões dos pesquisadores que abordavam o tema. Essa

inquietação gerou uma série de questionamentos que abordavam os objetivos relacionados à MM. Ao longo das seções do próprio Capítulo 1, a pergunta “No contexto da Educação Matemática a Modelagem Matemática deve estar subordinada a objetivos que envolvem estritamente conteúdos matemáticos?” foi sendo respondida, ao mostrar focos distintos nas abordagens dos autores.

De fato, a Modelação (BASSANEZI, 2004; BIEMBENGUT, HEIN, 2007) abrange uma visão mais associada a objetivos que focam o ensino e a aprendizagem do conteúdo curricular e difere dos objetivos democráticos que envolvem a perspectiva de Projetos de Modelagem (BORBA, VILLARREAL, 2005; BORBA, MALHEIROS, ZULLATO, 2007) na qual o estudante participa da organização curricular. Já Barbosa (2001) preocupa-se de modo explícito com as discussões que envolvem o papel dos modelos na sociedade.

A influência do objetivo pedagógico se mostra não somente em termos de ações, mas também, em alguns casos, na própria concepção assumida. Por exemplo, na perspectiva de Borba, Malheiros e Zullato (2007, p.100), que defende uma proposta que “[...] privilegia a escolha de temas pelos alunos”. Esse aspecto deixa explícita a ação a ser tomada para atingir um de seus objetivos, que é a busca por uma atitude democrática. De fato, atentando para as palavras de Skovsmose (2006, p. 18), já enunciadas, é possível observar que a escolha do tema por parte dos estudantes se mostra consonante com os fundamentos democráticos:

Se queremos desenvolver uma atitude democrática por meio da educação, a educação como relação social não deve conter aspectos fundamentalmente não-democráticos. É inaceitável que o professor (apenas) tenha o papel decisivo e prescritivo. Em vez disso, o processo educacional deve ser entendido como um diálogo²⁹.

Esse levantamento breve acerca de distintos objetivos pedagógicos também já dá indícios de respostas para o segundo questionamento que fiz a respeito dos objetivos e que se apresentava pela pergunta “*Quais objetivos podem estar relacionados à MM na Educação Matemática?*”. Nesse sentido, é possível atentar para as ideias dadas por Kaiser e Sriraman (2006) que defendem cinco perspectivas diferentes para a MM no âmbito da Educação Matemática, a saber: a *realística*, a *epistemológica*, a *educacional*, a *sócio crítica* e a *contextual*, cada qual com objetivos específicos que podem diferenciar-se. Inspirados nessa classificação, Barbosa e Santos (2007) apresentam

²⁹ A ideia de diálogo está baseada na perspectiva de que não existe um fluxo de ensino que parte do professor e vai até o aluno. Conforme Skovsmose (2006) no diálogo o professor não é mais o que ensina, mas também alguém que se ensina na troca de experiências com os estudantes.

distintos modos de conduzir a MM, os quais podem ser agrupados em três grupos que possuem objetivos pedagógicos distintos, relacionados ao *desenvolvimento da teoria matemática*, ao *desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas aplicados* e à *análise da natureza e o papel dos modelos matemáticos na sociedade*.

Independente da especificidade de cada corrente, essas apresentações mostram que, mesmo no âmbito da MM, distintos objetivos podem ser atribuídos. Por compreender que o campo de abrangência desses objetivos extrapola o contexto da sala de aula, adoto a expressão *objetivo pedagógico*, para conferir aos mesmos uma amplitude pedagógica, embasando-me para isso na perspectiva defendida por Luaiza (2008). Assim, é possível associar ao contexto que envolve aluno, professor e conteúdo, questões sócio-culturais, políticas, econômicas e que buscam a formação do ser humano também nesses aspectos.

A relevância em atentar para o objetivo pedagógico que envolve a Modelagem Matemática se dá, principalmente, pelo seu papel orientador frente ao processo. Esse aspecto é defendido por autores como Barbosa e Santos (2007, p.2) que afirmam que “[...] propósitos diferentes implicam em diferenças nas formas de organizar e conduzir as atividades de Modelagem”. Considero importante ressaltar que essa orientação não necessariamente implica um caminho pré-definido, mas sim em um norte dentro da multiplicidade de encaminhamentos que o processo de MM pode assumir.

Apesar de existirem diferentes posicionamentos, caminhos, entrelaçamentos e atitudes que orientam o processo segundo aquilo que se pretende assumir, não concebo os aspectos apresentados como relacionados a processos distintos. Em minha visão, há apenas focos que atentam para momentos distintos, inerentes a um mesmo processo que se mostra fluido, e que pode abarcar múltiplos objetivos, dependendo das decisões que são assumidas. Particularmente, como professor/pesquisador, defendo a ideia de que em sala de aula, a MM seja acolhida nas mais diversas formas nas quais se apresenta, abrangendo diferentes propostas, cada qual podendo estar associada a distintos objetivos pedagógicos.

É importante ressaltar que não se trata de considerar toda gama de objetivos de modo simultâneo. Em minha opinião isso seria contraditório, uma vez que poderia haver metas conflitantes. O que defendo é que para cada situação proposta, se tenha um objetivo. Por exemplo, no caso específico da tese, assumi um objetivo pedagógico construcionista que visa proporcionar aos estudantes condições para que as ações de aprendizagem associadas ao processo de construção de um artefato se efetivem. Nesse

contexto, minha preocupação não esteve voltada a um conteúdo específico. Entretanto, como professor, muitas vezes uso dos recursos do *software* Scratch, para construir, junto com os estudantes, micromundos que permitam avaliar situações relacionadas ao conteúdo programático das disciplinas, como é o caso de Simulação Matemática em Pesquisa Operacional.

Por meio dos argumentos apresentados até o momento, entendo que o processo de Modelagem Matemática, compreendido como um processo dinâmico de construção, também se mostra norteado e orientado pelos objetivos pedagógicos. Dada a relevância dessa influência, no sentido de orientar parte das ações tomadas pelo professor e pelos estudantes, considero ser importante sua explicitação junto à concepção de MM que assumo. Desse modo, defendo a Modelagem Matemática na Educação Matemática como sendo **um processo dinâmico e pedagógico de construção**. Ao utilizar a palavra *pedagógico* faço uma aproximação com um processo que, além de admitir uma multiplicidade de objetivos pedagógicos (entrelaçados ou não), também abrange as ideias de processo educacional e pedagogia, trazidas por Arguello (2005), Iturra (1994) e Luaiza (2008). Desse modo é possível considerar uma dimensão de abrangência que permite extrapolar o contexto específico do conteúdo programático, envolvendo aspectos sócio-culturais, políticos, econômicos e buscando uma formação que possa implicar na reflexão crítica sobre suas ações e sobre as ações tomadas pela sociedade na qual se insere. Com isso, posiciono-me frente às demais questões por mim levantadas no primeiro capítulo, que discorriam sobre a possibilidade de uma concepção abranger distintos objetivos.

Assumidas essas perspectivas, parto para as discussões que envolvem o modelo, particularizando os argumentos apresentados na seção 2.4 para o contexto da MM.

3.2 Modelos na Modelagem Matemática

Ao assumir a Modelagem Matemática na Educação Matemática como um processo dinâmico e pedagógico de construção, tenho a pretensão de associá-la à ideia de um caminho a ser percorrido ou de um fluxo. Entendo que esse caminho ou fluxo, que se mostra no próprio processo de construir, busca não qualquer construção, mas sim a construção de um *modelo* sustentado por conceitos matemáticos. Mesmo compreendendo que nem sempre o desenvolvimento da MM leva a um modelo,

considero que este assume um papel relevante, pois não deixa de ser um produto desejado ou almejado. A caminhada que se faz com o processo de Modelagem Matemática vai em direção ao modelo, ainda que em alguns casos este não seja alcançado e, em outros, extrapolado, no sentido de levar em consideração os atos e consequências de sua atualização. Isso faz com que, de modo indireto, o modelo assuma uma condição de destaque. Sendo assim, amplio o entendimento que tenho de MM no campo da Educação Matemática considerando-a como sendo **um processo dinâmico e pedagógico de construção de modelos sustentados por ideias matemáticas.**

Um dos primeiros questionamentos que me foi feito ao associar a MM ao processo de construção de jogos eletrônicos dizia respeito ao que seria considerado como modelo matemático na linguagem Scratch. Isso me levou a um olhar atento às ideias dos autores que embasam o primeiro capítulo, levantando uma série de inquietações que envolvem a compreensão de modelo.

Inspirado principalmente pela pergunta “*Há uma linguagem ideal para a formação dos modelos?*”, aprofundi no segundo capítulo a discussão no entendimento do modelo, focando uma visão geral, sem necessariamente discuti-lo em termos matemáticos. Por meio dos argumentos apresentados por Machado (1991), Skovsmose (2007) e Bakhtin (1995,1997), foi possível criticar a ideia de modelo como *uma linguagem que representa*, abrindo caminho para considerar *uma multiplicidade de linguagens que se referem* a uma dada situação e estão sujeitas a aspectos como interação social, trajetória pessoal, a especificidade da língua ou símbolo utilizado e ao contexto histórico.

Embora usando uma perspectiva geral de modelo, as argumentações levantadas já criticariam a perspectiva de uma linguagem ideal, cabe avaliar essa perspectiva no contexto específico da MM, isto é, quando o modelo é um modelo expresso em linguagem matemática. Nesse sentido, é possível observar nas pesquisas realizadas pelos autores apresentados no Capítulo 1 uma preocupação com a estrutura que o modelo assume. Por exemplo, na visão de Biembengut e Hein (2007, p. 12), o modelo é entendido como “[...] um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real” (BIEMBENGUT, HEIN, 2007a, p.12). Assim, aquilo que os autores entendem como sendo modelo, está relacionado à sua estrutura, que pode ser formada por símbolos e relações matemáticas. De modo similar, Bassanezi (2004, p. 20) o entende como “[...] um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o

objeto estudado”. Também Barbosa (2008, p. 48), apresenta o modelo matemático como sendo toda “[...] representação matemática da situação, por escrito”. Para esse autor, esse modo de conceber modelo matemático é amplo e inclusivo, envolvendo fórmulas, tabelas, equações, gráficos e “[...] qualquer outro tipo de registro matemático escrito que se refira à situação-problema, como as operações matemáticas básicas” (BARBOSA, 2008 p. 48), tendo com isso a intenção de capturar os distintos modos nos quais os alunos se referem a uma determinada situação.

Nesse breve levantamento, já é possível perceber que, mesmo se referindo a aspectos matemáticos, o modelo pode ser construído de diferentes modos, abrindo caminhos para considerar uma multiplicidade de linguagens matemáticas. Observo ainda que, nos modos de compreender modelo matemático que se fazem presentes nas ideias desses autores, parece haver uma preocupação quanto à utilização direta dos símbolos matemáticos ou que empregam conceitos matemáticos. Este aspecto é levantado de modo explícito por Barbosa (2009). Analisando as ideias de Gilbert, Boulter e Elmer (2000) que classificam o modelo em cinco aspectos: concreto, verbal, visual, gestual e simbólico. Barbosa (2009) foca a atenção no campo simbólico, que abrange formas pictóricas, fórmulas e expressões matemáticas, afirmando que esses são “[...] os chamados modelos matemáticos, ou seja, aqueles que empregam símbolos matemáticos, sejam tabelas, gráficos, inequações, ou, em outras palavras, empregam conceitos, notações e/ou procedimentos matemáticos” (BARBOSA, 2009, p. 70-71).

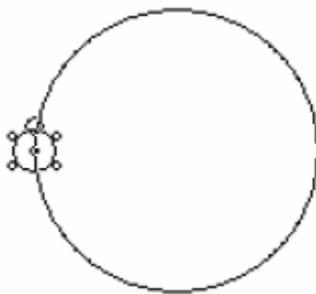
Nesse contexto, cabe retornar uma das perguntas levantadas por mim ao longo do primeiro capítulo: *“Levando em consideração os avanços tecnológicos e a evolução das linguagens utilizadas pela computação, caberia considerar as linguagens de programação como referências para a construção de modelos?”*. De modo indireto essa pergunta também já foi respondida no segundo capítulo quando apresentei alguns exemplos de modelagem computacional baseados nas pesquisas de Pereira e Sampaio (2008) e de Araújo, Veit e Moreira (2004). Entretanto, a pergunta que agora merece destaque é: Um modelo computacional pode ser considerado um modelo matemático?

Para responder a esse questionamento, trago duas citações de Trivelato (2003, s/n) que afirma que “[...] todo modelo computacional é um modelo lógico, pois o fundamento de um computador digital é a lógica da computação binária” e que um modelo computacional pode ser considerado uma “[...] tradução dos modelos matemáticos ou lógicos em/para a linguagem computacional”. Desse modo, é possível considerar que modelos computacionais, por estarem diretamente associados a conceitos

lógico-matemáticos, também podem ser entendidos como modelos matemáticos. De fato, considerando a exposição de Trivelato (2003), não se observa contradição entre o que é considerado um modelo computacional e os modos de conceber modelo matemático. Como consequência dessa argumentação, cria-se um campo potencial no qual a MM também pode se valer das linguagens de programação, abrindo caminho para discutir as construções feitas com o Scratch (e/ou outras) nesse âmbito.

Entretanto as linguagens de programação, apesar de terem uma base matemática que as sustenta, podem apresentar distinções qualitativas quando se referem a um determinado objeto, principalmente por considerarem um sistema discreto (TRIVELATO, 2003). Um exemplo dessa distinção pode ser dado por meio de uma circunferência de raio r . Em uma linguagem matemática é possível descrevê-la por meio da expressão $x^2 + y^2 = r^2$ (com centro na origem). Considerando a linguagem de programação LOGO, por exemplo, é possível se referir a uma circunferência, conforme Gregolin e Mizukami (2001), pela expressão *repita360[pf 1 gd 1]*³⁰, obtendo com isso a imagem visual dada pela Figura 8.

Figura 8 – imagem da circunferência gerada na linguagem LOGO por *repita360[pf 1 gd 1]*.



Fonte – Gregolin, Mizukami (2001, p. 9).

Do ponto de vista matemático, no primeiro caso a circunferência pode ser vista contemplando seus infinitos pontos e expressa na linguagem usual da geometria analítica. No segundo caso, embora a Figura 8 apresentada possa ser associada a uma circunferência, essa foi construída por meio de uma linguagem que considera um espaço discreto. Sendo assim, a expressão *repita360[pf 1 gd 1]*, é apenas um polígono regular de 360 lados e não uma circunferência propriamente dita. Entretanto, o uso da

³⁰ O comando *repita360[pf 1 gd 1]*, faz com que seja construído um objeto geométrico que durante 360 vezes (repita 360) se desloca na tela do computador em cada uma das vezes uma unidade de medida para frente (pf 1) e logo em seguida faça um giro de 1 grau (gd 1).

linguagem de programação permite construir uma ideia de circunferência associada à noção de limite, uma vez que a mesma pode ser considerada como o limite de um polígono de n lados, quando n tende ao infinito (GREGOLIN; MIZUKAMI, 2001).

Continuando a discussão acerca de modelos e de modelos matemáticos, é possível ainda encontrar na literatura preocupações com o modelo matemático que vão além do modo como é expresso, como é o caso de Barbosa (2009), que também se preocupa com sua finalidade. Segundo esse autor, em diferentes contextos da ciência ou da educação científica³¹, o modelo pode cumprir diferentes papéis. Para justificar essa afirmação, Barbosa (2009) apresenta três modos distintos de identificar o modelo matemático, a saber: o *modelo matemático como justificativa*, o *modelo matemático como definição* e o *modelo matemático como estruturante*. No primeiro caso, a função do modelo matemático é “[...] sustentar a introdução de um conceito novo, oferecendo aos alunos uma justificativa” (BARBOSA, 2009, p. 80). Como exemplo, o autor traz o deslocamento de uma bola de boliche em uma plataforma, que pode ser usado no campo da física para introduzir o conceito de inércia. Já na segunda situação, o modelo matemático está relacionado ao caso em que é utilizado como a própria definição. Tal situação pode ser exemplificada por meio do conceito de equilíbrio químico, no qual um modelo matemático é apresentado como a definição de constante de equilíbrio³². Por fim, o modelo matemático como estruturante se refere aos casos nos quais partes da matemática escolar ou do discurso pedagógico da matemática são deslocados para fenômenos focalizados na educação científica. Como exemplo, o autor aborda a adaptação da equação diferencial que resulta nas curvas logísticas $\left(\frac{dX}{dt} = rX\left(1 - \frac{X}{M}\right)\right)$ para modelar situações relacionadas ao crescimento populacional de espécies.

Para analisar essas caracterizações, Barbosa (2001) levou em consideração o entrelaçamento entre o discurso pedagógico da matemática e o discurso pedagógico das ciências, concluindo que além de haver um discurso exposto aos alunos no qual a

³¹ Barbosa (2009, p.69) considera “educação científica” como “[...] práticas socialmente organizadas com o propósito de ensinar versões das disciplinas que compõem as chamadas ciências naturais”.

³² “Considerando uma reação genérica, onde a , b , y e z são coeficientes estequiométricos, $aA + bB = yY + zZ$, uma fórmula é apresentada como a definição de constante de equilíbrio:

$$K_c = \frac{[Y]^y \cdot [Z]^z}{[A]^a \cdot [B]^b},” (BARBOSA, 2009, p. 77).$$

matemática é parte integrante, “[...] tal discurso ensina que a matemática oferece bases sólidas para o estabelecimento do conhecimento científico” (BARBOSA, 2009, p. 81). Este aspecto, segundo o autor, pode influenciar na crença de que a matemática legitima, de forma inquestionável, os discursos em outras ciências, fazendo com que não haja discussões matemáticas a respeito da constituição do modelo no contexto estudado, o que pode reforçar a ideia de modelo como uma espécie de retrato aproximado da realidade.

Assim, é possível compreender que a ideia de modelo matemático pode estar associada a distintos aspectos, tais como os relativos à sua simbologia, à sua finalidade específica e à sua relação com a realidade³³. É levando em consideração esses três aspectos que assumirei uma perspectiva de modelo matemático, entendendo-o como sendo o **exemplar de uma situação que se mostra por meio de uma linguagem estruturada por ideias matemáticas**. Ao tratar o modelo como um *exemplar*, considero-o sob uma perspectiva dupla, que o observa tanto como aquilo que se refere a algo (como, por exemplo, um modelo matemático que tenta descrever a queda de um corpo devido à ação da gravidade), como algo que serve de referência (como, por exemplo, a criação de um modelo matemático que associado a uma situação de competitividade empresarial e que serve como norte para tomadas de ações de compra e venda e políticas de preços). Embora essa perspectiva seja geral, opto por deixar explícito como as ideias discutidas nesse capítulo e também na seção 2.4 se entrelaçam com a perspectiva assumida.

A preocupação com a simbologia da linguagem, nesse modo de compreender o modelo está na busca por uma estruturação dada por ideias *relacionadas à matemática*. Porém, entendo que essas ideias não necessariamente precisam estar explícitas na linguagem formal utilizada pela academia, podendo abranger toda linguagem natural (PAPERT, 1985; 1994) que se *relaciona* com ideias matemáticas. Desse modo, entendo que o conceito expresso acolhe também as linguagens computacionais em geral, estando assim em consonância com os as ideias que defendem uma multiplicidade de linguagens, o que pode implicar em uma multiplicidade de referenciais para se referir à situação investigada.

³³ Levando em consideração o modo como essa associação se dá e os atos e consequências de sua possível atualização.

Além disso, essa perspectiva múltipla abre caminho para discutir o conceito apresentado em termos de finalidade. Nesse sentido, considero que por meio das ideias de Granger (1994) e que se mostram em consonância³⁴ com Skovsmose (2007) é possível compreender o modelo matemático como um produto que considera em sua estruturação aspectos sociais tais como experiências vividas e interesses pessoais e de grupo. Subjacente a esse aspecto, coloco a finalidade. Diferentes grupos sociais podem assumir diferentes finalidades na construção de um modelo, tais como as apresentadas por Barbosa (2009). Porém, esse contexto não necessariamente necessita se subordinar a um grupo ou a uma visão geral, mas pode também estar associado à particularização de cada atividade e ser influenciado pelos objetivos dos envolvidos.

Por último, retomo as ideias de Granger (1994), as quais permitem não somente compreender o modelo em função dos símbolos que são utilizados e de sua finalidade, mas também dão sustentação para discutir as distinções entre o fato considerado e sua descrição pela linguagem, discutindo-o e compreendendo-o em termos de determinação completa e incompleta e da consideração de fatos virtuais.

Por meio desses argumentos, entendo que além de responder as outras perguntas propostas por mim no primeiro capítulo, tais como “*Se for o modelo o responsável pela associação entre a situação investigada e o referencial teórico, o modo como é compreendido não deveria abranger esses aspectos?*”, abro a possibilidade de uma estruturação teórica que me permite investigar a MM em um âmbito de abrangência que acolhe o mundo cibernético. Ponderando as ideias aqui apresentadas, continuo essa estruturação na próxima seção levando em consideração a perspectiva de problema.

3.4 Encarando o Problema na Modelagem Matemática

Conforme apresentei no primeiro capítulo, outro aspecto que parece perpassar os distintos modos como a MM essa é compreendida é a noção de problema (DALLA VECCHIA, MALTEMPI, 2009; 2010). Autores como Araújo (2002, p.20, grifo meu), afirmam que, de modo geral a Modelagem Matemática “[...] independente do contexto que está presente, tem como um de seus objetivos a resolução de algum *problema* da realidade, por meio do uso de teorias e conceitos matemáticos”. Não somente essa,

³⁴ No aspecto de considerar diferentes linguagens na formação do modelo.

como também os outros pesquisadores da área citados nessa tese, de forma direta ou indireta, utilizam a palavra *problema* nas abordagens teóricas acerca da Modelagem Matemática.

De fato, em uma rápida revisão de literatura, é possível encontrar a palavra problema nas abordagens dadas à MM como, por exemplo, em Borba e Villarreal (2005, p. 29, tradução minha, grifo meu), quando tratam a MM como sendo “[...] uma estratégia pedagógica que enfatiza a escolha de um *problema* pelos estudantes para ser investigado na sala de aula³⁵”. Bassanezi (2004, p. 16, grifo meu), também fala em “[...] *problemas* da realidade”, assim como Biembengut e Hein (2007, p. 12, grifo meu), quando dizem que a MM trata de “[...] um fenômeno em questão ou *problema* de situação real”. De modo similar, Borromeu Ferri e Blum (2010) tratam de problema ao considerar que a MM parte de um problema da situação real. Barbosa (2001) também aborda esse assunto, envolvendo a ideia de problematização, associada de modo inerente ao processo de indagação, entendido por ele como o ato de “[...] assumir um incômodo com algo, procurar enunciá-lo e buscar uma compreensão ou explicação” (BARBOSA, 2001, p. 31).

Essa relação entre MM e problema por si só já convida a um aprofundamento. Entretanto, com o advento das tecnologias digitais a discussão relacionada a esta palavra se potencializa. De fato, autores como Borba, Malheiros e Zullato (2007, p. 100) afirmam que por meio das TIC “[...] diversas das atividades que hoje são apresentadas em sala de aula não serão mais problemas” (BORBA, MALHEIROS; ZULLATO, 2007, p. 100). É com base nessa perspectiva de transformação da problemática que o conceito de problema, no contexto da MM, foi posto em suspensão, gerando inquietações que foram organizadas em questionamentos e apresentadas ao longo do primeiro capítulo.

Perguntas como “*Como o problema pode ser visto quando associado ao contexto da MM na Educação Matemática?*”, “*E no âmbito do mundo cibernético, como pode ser compreendido?*” e “*O problema deve necessariamente ser um problema matemático?*” nortearam algumas das discussões apresentadas no segundo capítulo. Por meio delas, foi possível um olhar focado na literatura que se apresentava, observando assim diferentes modos de compreender o problema na MM como, por exemplo, o que

³⁵ “[...] a pedagogical approach that emphasizes student’s choice of a problem to be investigated in the classroom” (BORBA, VILLAREAL, 2005, p. 29).

relaciona problema diretamente ao contexto matemático (problema matemático) (BASSANEZI, 2004) ou ainda o caso no qual são assumidos tanto aspectos objetivos quanto subjetivos em sua compreensão (BORBA, MALHEIROS, ZULLATO, 2007).

Um aprofundamento nas pesquisas levou-me a considerar algumas perspectivas apresentadas no segundo capítulo, dadas pela visão de Echeverría e Pozo (1998), Onuchic e Allevato (2005), Borba, Malheiros e Zullato (2007, p. 99-100), Saviani (1996) e outros. Entretanto, apesar de concordar com algumas das visões desses autores, essas não respondiam a questionamentos por mim levantados, tais como “*Qual a relação do modo como o problema é escrito com o processo de resolução do mesmo? Problema e pergunta podem ser entendidos como sinônimos?*”. Além disso, as visões apresentadas não auxiliavam na compreensão de como o problema poderia se transformar, aspecto este que sempre se mostrou relevante tanto em minha vivência em sala de aula com a MM, quanto na produção de dados dessa tese.

Embora em alguns contextos o problema possa não se alterar ao longo de todo o processo de MM, como é o caso em que a situação já está toda estruturada pelo professor e a participação dos alunos envolve apenas uma reorganização dos dados³⁶, pode haver situações³⁷ nas quais tanto o professor quanto os alunos não conheçam uma solução ou como proceder diante daquilo que se mostra. Considerando principalmente esse último caso, vejo como sendo importante assumir o problema como algo indeterminado³⁸ e em constante transformação, pois esse aspecto pode contribuir tanto na busca por uma melhor compreensão da situação investigada quanto no desenvolvimento de uma solução. Porém, para que este aspecto possa fazer diferença no processo de MM, entendo ser necessário conhecer como ocorre o processo de determinação do problema. É nesse sentido, e também considerando os questionamentos anteriormente expostos, que assumi uma visão de problema que se baseia nas ideias apresentadas por Deleuze (1988). Sendo assim, considerarei o problema como sendo **um conjunto de condições não atuais e indeterminadas que dizem respeito a uma dada situação e que gera um campo de conflitos que vai assumindo gradativamente um caráter mais ou menos estável, à medida que vai sendo determinado**. Nessa perspectiva, o problema não é confundido com a proposição

³⁶ Como, por exemplo, o Caso 1 apresentado por Barbosa (2001).

³⁷ Como o Caso 3 apresentado por Barbosa (2001) ou como nos Projetos de Modelagem dados por Borba, Villarreal (2005) ou Malheiros (2008).

³⁸ A indeterminação deve ser considerada no sentido de não associá-lo à proposição que o determina, que na visão de Deleuze (1988) já conduz a respostas.

que o representa, tampouco deve ser reduzido à dúvida. Além disso, o modo como o problema é determinado implica uma influência na busca por uma solução. É nesse sentido que Deleuze (1988, p. 267) afirma que um “[...] problema se determina ao mesmo tempo em que é resolvido; mas sua determinação não se confunde com a solução: os elementos diferem por natureza, e a determinação é como a gênese da solução concomitante”.

De modo geral, essa afirmação permitiu a criação do modo ilustrativo de compreender o problema, sendo visto não por sua estrutura, mas sim por meio de campos direcionais que se mostram inicialmente caóticos, como se fossem influenciados por ondulações vindas de qualquer direção e sentido. O processo de imersão no problema gera perguntas, inquietações, discussões, que vão, aos poucos, fazendo com que haja certa constância na fluidez do campo direcional, que mesmo se mostrando sempre em movimento, acaba apresentando direções e sentidos mais ou menos estáveis. Considerar um instante em particular desse movimento, é o que equivale à determinação desse campo e, em termos práticos, pode ser entendido como o modo no qual o problema é compreendido.

Assim como um campo direcional de uma equação diferencial não apresenta a resposta para a mesma, a determinação do problema, apesar de conduzir, não deve ser confundida com uma solução. No âmbito da matemática, para se obter essa resposta, é necessário que sejam dadas as *condições iniciais*. Trazendo a ilustração para a Modelagem Matemática, entendo que os aspectos objetivos relacionados da situação que está sendo investigada e o referencial teórico assumido (que abrange também a matemática considerada no processo de construção do modelo), fazem parte do conjunto de condições iniciais. Particularizando para a presente tese, entendo que a proposta de construção do jogo eletrônico e a linguagem Scratch podem ser consideradas as condições iniciais nas quais o problema se desmembra.

Nesse processo, a construção do modelo nem sempre equivale à obtenção de uma solução. Do mesmo modo que na matemática, a determinação do problema (campo direcional associado à equação diferencial) e a construção do modelo (uma das condições iniciais) não implicam a solução, mas se constituem no conjunto de condições para encontrar a mesma. Assim, dependendo da especificidade da situação, o produto encontrado no processo pode auxiliar em compreensões, simulações e criação de conjecturas que contribuam na busca de uma resposta para a situação que se mostrou inicialmente inquietante. Isso permite compreender um processo de Modelagem

Matemática que inicia antes da busca por associações entre a situação real e a matemática e pode ir além da construção do modelo, no sentido de considerar as implicações da construção do mesmo para a solução da situação problemática a que se relaciona. Desse modo, entendo que além de responder as perguntas por mim levantadas ao longo do primeiro capítulo, é possível ter uma visão teórica de problema que abrange uma perspectiva de transformação que se dá, não no problema em si, mas no modo como os envolvidos o compreendem e o determinam.

Por compreender o problema como assumindo um papel de gênese e orientador do processo de MM, considero a sua inclusão na concepção que assumo. Entendo ainda que na MM que não se trata apenas de admitir a existência de um problema como orientador, mas também há a necessidade de procurar uma solução para o mesmo. Sendo assim, entendo a MM no campo da Educação Matemática como sendo um **processo dinâmico e pedagógico de construção de modelos sustentados por ideias matemáticas que se referem e visam encaminhar problemas**. Com essa perspectiva, parto para a discussão do último aspecto que considerarei na concepção que assumirei nesta tese, que diz respeito à realidade e abre caminho para a MM assumir o mundo cibernético como dimensão de abrangência dessa.

3.5 Modelagem Matemática nas Dimensões da Realidade

Do mesmo modo que problema, a ideia de realidade parece ser um aspecto que perpassa distintas concepções de Modelagem Matemática. Retomando alguns apontamentos feitos no primeiro capítulo, é possível observar que, em muitos casos, as palavras real e realidade estão presentes na constituição básica do que é entendido pelos autores por Modelagem Matemática. Barbosa (2001, p. 31, grifo meu), por exemplo, fala sobre “[...] indagar ou investigar situações [...] com referência à *realidade*”. Bassanezi (2004, p. 16, grifo meu) também fala em “[...] problemas da *realidade*”. Já Araújo (2002, p. 39, grifo meu) se refere a “[...] uma abordagem, por meio da matemática, de um problema não-matemático da *realidade*, ou de uma situação não-matemática da *realidade*”. Bienbengut e Hein (2007, p. 12) falam em “[...] um fenômeno em questão ou problema de situação real”. Autores como Borba, Malheiros e Zulatto (2007) não expressam a palavra real ou realidade em sua concepção. Entretanto,

consideram situações provenientes de questões cotidianas, o que entendo estar relacionado à ideia de realidade.

No entanto, é possível observar em suas ideias distintos pontos de vista, principalmente no que diz respeito à relação entre real e matemática. Por exemplo, Biembengut e Hein (2007, p.13) entendem que “[...] a matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos”. Desse modo, esses autores consideram uma explícita separação entre aquilo que entendem como sendo a realidade e a matemática. Bassanezi (2004, p.25), apesar de não deixar explícita essa distinção, apresenta que a MM “[...] transpõe [...] o problema de alguma realidade para a Matemática”. Essa citação permite uma interpretação que pode se assemelhar com a de Biembengut e Hein (2007), pois a palavra transposição pode remeter à uma distinção entre realidade e matemática, uma vez que pode ser entendida como “Pôr (algo) em lugar diverso daquele em que estava ou devia estar” (FERREIRA, 2009). Já nas pesquisas de Barbosa (2001; 2009), é possível observar uma visão diferente, que não considera uma separação entre realidade e matemática. Nesse sentido, Barbosa (2001, p. 14) se posiciona, dizendo que o “[...] uso dos termos “real” e “realidade” pode resultar numa armadilha teórica, podendo ser interpretada como uma contraposição ao mundo da matemática. Esta não é minha posição”. Embora nessa citação o autor posicione-se frente a essa não separação, não deixa explícita a visão de realidade que assume.

Independente dessas distinções, a constatação da relação entre matemática e realidade por meio da Modelagem Matemática não é algo novo. Porém, o questionamento que levanto é: *Dada a relevância que a referência à realidade pode assumir no contexto da Educação Matemática, a construção de jogos eletrônicos, que tem como palco das atualizações o mundo cibernético, poderia ser considerada como MM?* Inerente a essa pergunta associo duas preocupações que estiveram sempre presentes ao longo da investigação. A primeira consiste na possibilidade de compreender o mundo cibernético como realidade e a segunda está fundada na ideia de que situações imaginadas podem naturalmente fazer parte do processo de construção de um jogo eletrônico.

Com essas inquietações, o aprofundamento na literatura implicou um olhar focado nas visões apresentadas no Capítulo 1 no aspecto realidade, gerando perguntas como *“O mundo cibernético pode ser visto como uma dimensão de abrangência da realidade? Levando em consideração os avanços tecnológicos e a evolução das*

linguagens utilizadas de programação caberia considerar tais linguagens como referências para a construção de modelos?”.

A busca por respostas teóricas a essas perguntas foi possível por meio das ideias trazidas por Bicudo e Rosa (2010). Conforme apresentado no segundo capítulo, esses autores construíram uma visão que entende o mundo cibernético como uma das dimensões de abrangência da realidade e trazem uma perspectiva de realidade entendida como horizonte que, abarcando o universo de relações no qual o homem vive e se situa, não desvincula o ser humano de sua realidade. O mundo cibernético é discutido nesse contexto por meio de uma trama que articula ciência e realidade, defendendo o mundo-vida como solo primeiro dos conhecimentos científicos. Sendo a ciência a base de sustentação do universo tecnológico, por um argumento transitivo, os autores defendem o mundo cibernético como uma dimensão de abrangência da realidade.

Assumir as ideias defendidas por Bicudo e Rosa (2010) permite, portanto, pensar em uma extensão do campo de abrangência da MM, ao considerar não somente a realidade mundana em seu sentido físico clássico, mas compreendendo-a como englobando adjetivações que lhe são conferidas, tais como realidade virtual, realidade do mundo cibernético, realidade aumentada, hiper-realidade etc. Por considerar esses aspectos, assumo uma perspectiva de MM no campo da Educação Matemática que a entende como **um processo dinâmico e pedagógico de construção de modelos sustentados por ideias matemáticas que se referem e visam encaminhar problemas de qualquer dimensão abrangida pela realidade.**

Entendo que como principal consequência dessa construção está a admissão do mundo cibernético como campo de abrangência da MM. Nesse espaço sustentado pelo aparato tecnológico, desterritorializado, cultural, no qual o “onde” e o “quando” relativos à espacialidade e à temporalidade se apresentam de modo diferenciado do comumente vivido na realidade mundana (BICUDO; ROSA, 2010), cabe questionar o modo como a Modelagem Matemática se mostra e como essa dimensão da realidade pode influenciar no próprio processo de Modelagem Matemática. Assim, abre-se um campo no qual a pergunta **“Como se mostra a Modelagem Matemática na realidade do mundo cibernético, sob o ponto de vista da Educação Matemática no contexto que se refere à construção de jogos eletrônicos?”** se faz relevante, trazendo com ela toda a série de questionamentos que nortearam a própria construção da concepção que assumo.

É buscando a atualização da visão construída neste capítulo na particularidade da construção de jogos eletrônicos que parto para o próximo capítulo, no qual apresento a metodologia utilizada ao longo de todo o processo que envolve a estruturação dessa tese.

4- METODOLOGIA DE PESQUISA

“As metas, os montes, os mitos
Os dados, os dedos, os doidos
As dúvidas, as dívidas, as dádivas
Os sonhos, os dentes, o MURO”.

Pedro Pondé

O presente capítulo tem como objetivo explicitar a metodologia que norteia a investigação acerca do entendimento de Modelagem Matemática em situações que dizem respeito à realidade do mundo cibernético e tem como pergunta diretriz: **Como se mostra a Modelagem Matemática na realidade do mundo cibernético, sob o ponto de vista da Educação Matemática no contexto que se refere à construção de jogos eletrônicos?**

Ao considerar o mundo cibernético como campo de abrangência para a investigação, pude repensar o modo como compreendia a própria MM, principalmente no que diz respeito às questões de aprendizagem quando esse espaço se faz presente. Essa inquietação foi algo que emergiu de minha prática e se consolidou como um problema de pesquisa quando defrontado com as estruturas teóricas que falam sobre a MM. A reflexão em torno deste aspecto desencadeou uma série de inquietações que organizadas em questionamentos orientaram um aprofundamento teórico-filosófico. Essa trajetória possibilitou assumir a MM, no âmbito da Educação Matemática, como sendo **um processo dinâmico e pedagógico de construção de modelos sustentados por ideias matemáticas que se referem e visam encaminhar problemas de qualquer dimensão abrangida pela realidade.**

Na composição dessa perspectiva, foram consideradas ideias referentes a processo educacional, Construcionismo, objetivo pedagógico, modelo, problema e realidade. Tendo assumido o mundo cibernético como o campo investigativo e ponderando que este espaço pode se mostrar de modo qualitativamente distinto frente à realidade mundanamente vivida (BICUDO; ROSA, 2010), cabe questionar como as ideias que estruturam a perspectiva de MM assumida podem se mostrar nesse espaço. Por entender que a natureza dessa inquietação envolve uma dimensão subjetiva que trata de interpretações de ações, sensações e opiniões que não são abrangidas por dados

numéricos quantitativos, adoto uma perspectiva qualitativa de investigação que tem como principal objetivo compreender e interpretar a MM frente às especificidades do mundo cibernético.

Conforme Bicudo (2006, p. 107), a pesquisa qualitativa busca “[...] atingir aspectos do humano sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir para métodos previamente definidos e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos recorrentes”. Sendo assim, ao assumir o paradigma qualitativo, foco no olhar interpretativo e reflexivo, frente aos acontecimentos a que os dados se referem. Desse modo, coloco em evidência características ligadas a anseios, conduta, interpretação, experiência de vida e contexto social e político, concordando com Borba e Araújo (2006) quando dizem que a visão de pesquisa qualitativa em Educação Matemática é baseada na ideia de que há sempre um aspecto subjetivo no conhecimento produzido, não podendo haver neutralidade neste. Ao considerar essa perspectiva, entendo que minha experiência e vivência como pesquisador e como professor que atua com Modelagem Matemática estão presentes de modo decisivo os resultados da pesquisa, fazendo com que me tornasse parte da mesma.

A investigação que se baseia em premissas qualitativas, ao mesmo tempo em que não exclui o investigador da pesquisa, norteia a mesma no sentido de buscar consonância entre os aspectos envolvidos na investigação. É com essa intenção que procurarei entrelaçar a construção teórica e o objetivo da pesquisa com o encaminhamento do processo de investigação. Almejando esta articulação, trarei para o diálogo autores que figuram no paradigma qualitativo e contribuem com a estruturação, norteamento e encaminhamento das atividades propostas para a produção de dados. Cabe salientar que a preocupação com uma estrutura formal, dotada de procedimentos e métodos não implica um “engessamento” metodológico, mas sim uma busca por uma interlocução entre pesquisador, pesquisa e pesquisado.

Iniciarei as discussões referentes à metodologia, ressaltando a ideia de ressonância dada por Lincoln e Guba (1985), que oferece base para relatar o cenário investigativo e os aspectos referentes à análise de dados. Após essa explanação, apresentarei as características básicas de cada um dos *software* utilizados na construção dos jogos, bem como as etapas de desenvolvimento da pesquisa, atividades desenvolvidas, participantes, processo de produção de dados e análise dos mesmos.

4.1 O Caminho Percorrido pela Pesquisa

Não classifico o caminho percorrido para elaboração desta tese como um processo linear e que seguiu uma sequencialidade pré-vista, antecipada. Apesar da estrutura apresentada visar um encaminhamento sequencial (dado inclusive pela própria mídia escrita), esta não pode ser colocada lado a lado com a temporalidade dos acontecimentos, ações tomadas. Foram decisões, reflexões, entrelaçamentos, avanços e retrocessos que configuraram a investigação que reúne objetivos, revisão, estruturação teórica e filosófica, produção, análise de dados e interpretações organizadas e constantemente reorganizadas buscando sentido na compreensão da MM no mundo cibernético.

De modo mais detalhado, entendo que o movimento que envolveu o desencadeamento da tese pode ser apresentado a partir de dois momentos diferentes e complementares. O primeiro consistiu na construção de uma proposta aos estudantes que, além de atingir os objetivos pedagógicos propostos, tivesse como palco para as construções o mundo cibernético. Para que este aspecto fosse abrangido, propus um curso envolvendo a construção de jogos eletrônicos.

Tendo uma visão de conhecimento baseada nas ideias construcionistas, procurei estruturar as atividades com esse enfoque, considerando principalmente as dimensões que constituem a base desse pensamento. Pelos estudos preliminares nos *software* trabalhados, entendia existir a possibilidade de abranger a dimensão pragmática na construção do jogo, uma vez que o processo poderia contribuir para um aprofundamento nos conceitos e funcionalidades, o que poderia trazer a sensação de uma aprendizagem que mostra sua utilização em um estado imediato, não sendo vista como uma “reserva” de conhecimento para o futuro. A dimensão sintônica foi levada em consideração ao deixar aos estudantes a escolha do tipo de jogo escolhido, procurando assim buscar uma participação dos estudantes naquilo que irão construir.

Além disso, considero que o uso dos *software* Scratch e Studio Max 3 Ds no contexto da pesquisa se relaciona de modo íntimo com as dimensões sintáticas e semântica. Principalmente por possuir um conjunto de comandos mais simples do que o Studio Max 3Ds e uma linguagem mais acessível, considerava o Scratch mais consonante com a perspectiva sintática, que defende a ideia de privilegiar a escolha de

ambientes e situações que se caracterizam por apresentar uma facilidade de uso, no caso, visando a construção de jogos (MALTEMPI, 2005). Mesmo assim, optei por trabalhar com os dois softwares, pois compreendia haver a possibilidade de entrelaçamento entre os mesmos³⁹.

No que diz respeito à dimensão semântica, entendia que tanto o Scratch, quanto o Studio 3Ds Max a tangenciava no momento em que se propõem à utilização de um conjunto de comandos baseados na linguagem materna mesclando conceito lógico-matemáticos com palavras utilizadas no dia a dia (Scratch), ou de uma linguagem visual, que permita a construção de objetos com um simples deslocamento do mouse (Studio Max 3Ds). Desse modo, a atribuição de significados por parte do aluno e a construção de conjecturas poderiam ser desenvolvidas sem formalismos exagerados que não possuem nexos com a realidade na qual estão inseridos (ROSA, 2004).

Por último, a dimensão social estava sendo considerada, tanto na formação de duplas para a construção de um artefato, quanto na possibilidade de compartilhamento dos produtos por eles produzidos com os próprios colegas e, também, via Internet⁴⁰, uma vez que, segundo Maltempi (2005), essa dimensão do Construcionismo envolve a integração das atividades realizadas com as relações pessoais e também com a cultura do ambiente no qual elas se encontram. Esse processo coletivo considera que o compartilhamento de informações (seja entre os membros da dupla ou grupo ou por pessoas externas ao processo) pode implicar em reestruturações tanto na construção feita quanto na própria forma como as pessoas se relacionam umas com as outras.

Com base principalmente nessas ideias iniciei o processo de produção de dados. Considero importante ressaltar que ao começar o curso de construção de jogos, apesar de já ter entrado em contato com distintas visões de MM e com possíveis referenciais teóricos que pudessem auxiliar na busca por respostas à pergunta orientadora, não assumi, *a priori*, nenhuma das perspectivas, uma vez que compreender a MM no espaço cibernético poderia implicar em distinções frente a situações que se referiam a aspectos da realidade mundana.

O segundo movimento que envolveu o desencadeamento da pesquisa se deu principalmente após a finalização do curso. Este consistiu na construção de uma

³⁹ As renderizações em formato de imagem feitas no Studio Max 3Ds podem ser importadas pelo Scratch.

⁴⁰ No site mantido pelos desenvolvedores do Scratch (<http://scratch.mit.edu>), é possível publicar todos os trabalhos feitos, possibilitando a qualquer visitante visualizar o jogo construído.

perspectiva de MM que pudesse abranger a realidade do mundo cibernético. De fato, influenciado pelas ações que se mostravam ao longo das construções feitas pelos estudantes, pelo confronto com minhas vivências anteriores no âmbito da MM e pela troca de ideias com os pares, parti para a busca de visões teóricas que pudessem contribuir tanto para compreender as ações que se apresentavam no mundo cibernético, quanto para estruturar uma perspectiva de MM. Esse processo, que ocorreu de modo paralelo à organização dos dados e foi apresentado de modo detalhado nos capítulos 1, 2 e 3, culminou com uma perspectiva que compreende a MM no âmbito da Educação Matemática como *um processo dinâmico e pedagógico de construção de modelos sustentados por ideias matemáticas que se referem e visam encaminhar problemas de qualquer dimensão abrangida pela realidade.*

Com base nessa estrutura teórica avaliei os dados, procurando compreender as ações dos sujeitos ao interagirem com a realidade do mundo cibernético no processo de construção de jogos eletrônicos frente aos principais aspectos teóricos que sustentam essa perspectiva, a saber, Construcionismo, processo educacional, objetivo pedagógico, modelo, problema e realidade.

Por meio desse conjunto de ações, procurei estruturar a presente pesquisa, orientando-me metodologicamente pela ideia de ressonância dada por Lincoln e Guba (1985). Em síntese, esses autores defendem que em uma pesquisa qualitativa deve existir uma ressonância entre metodologia e visão de conhecimento. Essa perspectiva também é defendida por autores como Borba e Araújo (2006) que propõem uma articulação entre os aspectos que compõem a metodologia, entendendo que pergunta diretriz, multiplicidade de procedimentos e de foco e revisão da literatura se “[...] inter-relacionam como uma teia, que se constrói ao longo do pesquisar, promovendo uma harmonia entre [...] procedimentos metodológicos e concepções de conhecimento” (BORBA, ARAÚJO, 2006, p. 43).

Foi na busca por esse entrelaçamento sugerido por Lincoln e Guba (1985) e Borba e Araújo (2006) que procurei orientar o processo metodológico conduzido principalmente pelos dois movimentos apresentados e que ocorreram de modo paralelo. Nas próximas seções, faço um detalhamento dos aspectos específicos que fizeram parte do processo de produção dos dados, tais como etapas de desenvolvimento da pesquisa, contexto dos participantes, produção, registro e análise de dados, bem como uma breve apresentação dos *software* utilizados.

4.2 Software Utilizados pelos Estudantes

Nessa seção apresento os *software* que foram utilizados nas atividades propostas aos alunos. Em um primeiro momento destaco o Scratch, que se constitui na principal linguagem de programação utilizada. Posteriormente destacarei o Autodesk 3Ds Max que é um *software* de computação gráfica.

4.2.1 O Scratch

O Scratch é um *software* livre desenvolvido no MIT. (Massachusetts Institute of Technology). Este constitui-se como uma linguagem de programação visual e permite ao usuário construir interativamente suas próprias histórias, animações, jogos, simuladores, ambientes visuais de aprendizagem, músicas e arte. Para manuseio do Scratch, o usuário obrigatoriamente necessita expressar seu pensamento na forma de comandos. Toda ação de qualquer objeto deve ser programada e explicitada. Os comandos são visualizados por meio de blocos que são arrastados para uma área específica e conectados, formando a programação do ambiente (Figura 9).

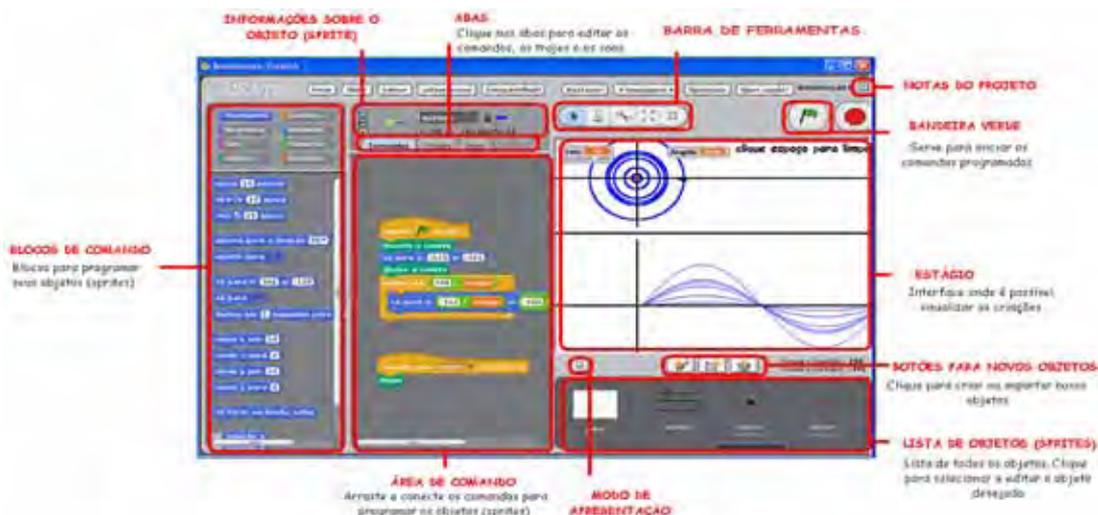
Figura 9 – exemplo de programação feita no Scratch.



Fonte – a pesquisa.

A interface é intuitiva e o manuseio de suas ferramentas não requer comandos complexos. Cabe salientar ainda que possui a opção da linguagem em português. Todos os ambientes criados nessa linguagem são em duas dimensões (2D). Sua interface é composta por três principais áreas: a área formada pelos blocos de comando, que fica à esquerda, a área de comando no centro, na qual os blocos de comando são arrastados e conectados, e o estágio, que fica à direita e é a interface na qual é possível visualizar as criações (Figura 10).

Figura 10 – interface do Scratch.



Fonte – a pesquisa.

Para uma explicação pormenorizada do funcionamento e da maneira como os comandos interagem no Scratch, sugiro que seja lido o Apêndice 1. O material lá encontrado foi utilizado como curso introdutório na produção de dados da presente tese. No Apêndice 3, também é possível encontrar uma abordagem das funcionalidades do Scratch, focando a relação entre os comandos dessa linguagem e a matemática.

Nas discussões que se seguem na presente tese, focarei preferencialmente o Scratch. Opto por essa atenção por dois motivos. O primeiro é que, embora tenha usado o *software* Studio 3Ds Max, sempre compreendi que este seria utilizado como suporte às construções feitas no Scratch. O outro motivo é que ao longo das atividades de produção de dados (ocorridas na segunda etapa do curso oferecido aos estudantes) o *software* Studio 3Ds Max não foi utilizado por nenhum dos participantes.

4.2.2 O Studio 3Ds Max

O Studio 3Ds Max é um *software* de computação gráfica que tem como principal funcionalidade a construção de objetos em 3D, que podem ser manuseados e modificados das mais diversas maneiras. Acrescenta-se a essa qualificação uma gama de recursos que permite texturizações, animações, edições de materiais, edição de efeitos climáticos e físicos. Por essas características, esse *software* é utilizado na construção de jogos eletrônicos e na criação de animações amadoras e profissionais. Como forma de exemplificar a qualidade de seus recursos, apresento na Figura 11 um

exemplo de trabalho desenvolvido junto aos alunos durante a primeira parte do curso dado.

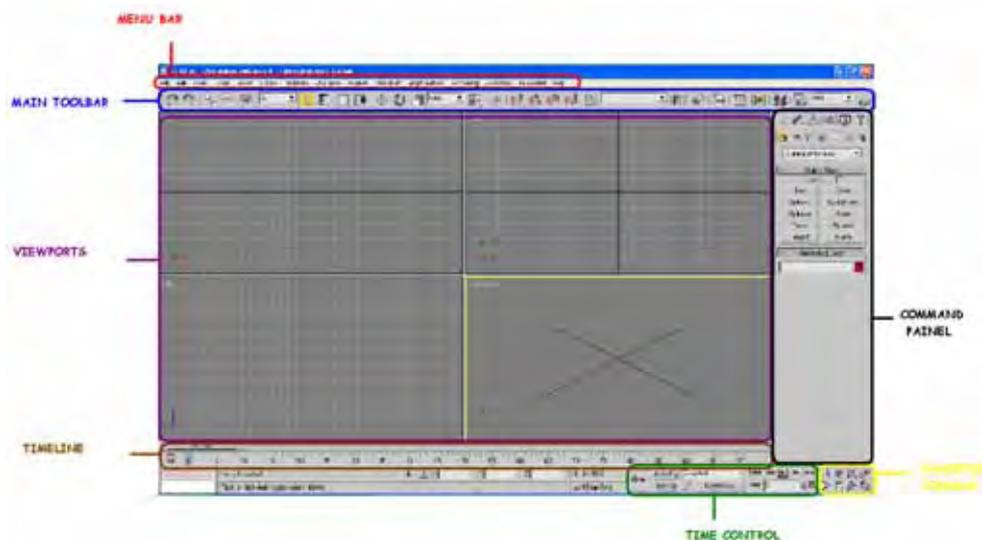
Figura 11 – construção feita com os alunos utilizando recursos do Studio Max 3Ds.



Fonte – a pesquisa.

A interface do Studio 3Ds Max é composta por quatro vistas, denotadas por Viewports, sendo, por padrão, da superior direita a vista frontal, a superior esquerda a vista superior, a inferior direita a vista lateral do lado esquerdo e a inferior esquerda a vista em 3D do objeto que está sendo modelado, conforme Figura 12.

Figura 12 – interface do Studio 3Ds Max.



Fonte – a pesquisa.

Na Figura 12 pode ser observado todo o conjunto de menus que contêm as principais funcionalidades do *software*, a saber, Menu Bar, Main Toolbar, Viewports, Time Control, Command Painel e Timeline. Para uma visão mais específica das características do Studio 3Ds Max, com exemplos, sugiro avançar para o Apêndice 2, que descreve, além de aplicações desse *software*, as atividades desenvolvidas ao longo da primeira fase do curso dado aos estudantes.

4.3 Etapas de Desenvolvimento da Pesquisa, Contexto e Participantes

Com o intuito de reunir informações que auxiliem a busca por respostas à pergunta diretriz, propus um curso de extensão intitulado “Construção de Jogos Eletrônicos”. As construções de jogos eletrônicos singularizam-se pelo fato de serem feitas para se atualizarem no mundo cibernético, o que faz com que esse campo de abrangência da realidade seja o ambiente natural das discussões dos participantes. Sendo assim, entendo que ao propor o curso supracitado, envolvo os estudantes em um contexto que permite investigar a MM na realidade do mundo cibernético.

Os participantes do curso de extensão que envolveu a construção de jogos eletrônicos foram alunos da Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA/RS). As atividades ocorreram ao longo de oito sábados, a saber, dia 30 de maio, dias 06, 13, 20 e 27 de junho e dias 4, 11 e 18 de julho do ano de 2009, e foram desenvolvidas no Laboratório de Ensino e Aprendizagem com Tecnologias da ULBRA. Os horários das atividades de cada encontro se estendiam das 8h às 12h. O curso, ministrado por mim, foi auxiliado nas filmagens e no atendimento a dúvidas quanto à funcionalidade do *software*, por Lucas Gabriel Seibert, estudante do curso de Licenciatura em Matemática da ULBRA e membro do Grupo de Pesquisas em Ambientes Matemáticos de Aprendizagem com a Inclusão da Informática na Sociedade (GP-AMAIIS) na época. Também esteve presente no processo de produção de dados o estudante de pós-graduação Vitor Rosa, que assessorou nas filmagens e dúvidas no dia 11 de julho de 2009. O curso foi dividido em duas etapas, possuindo focos e encaminhamentos distintos.

A primeira etapa tinha por objetivo principal a familiarização com os programas que foram utilizados na construção dos jogos eletrônicos e contou com um total de 16 horas (quatro encontros). Foram abertas 20 vagas, tendo como pré-requisito os participantes estarem matriculados regularmente no curso de Licenciatura em Matemática da ULBRA. Embora já houvesse pré-estabelecido que para a segunda fase optaria por apenas oito participantes, decidi contar com a capacidade máxima da sala prevendo possíveis desistências. Das 20 vagas foram preenchidas 16, sendo que somente 14 estudantes estiveram efetivamente presentes. Caso houvesse mais interessados do que vagas, o critério de seleção seria por ordem de inscrição, evitando assim, parcialidade na escolha.

Para a segunda etapa do curso foram abertas oito vagas. Devido à natureza do processo qualitativo, que previa a transcrição de todas as falas, optei por contar com apenas oito participantes. O pré-requisito para participação foi ter feito a primeira parte do curso. Desse modo, assegurei que todos os participantes já possuíssem conhecimento prévio das funcionalidades dos *software* utilizados na construção dos jogos eletrônicos. Todos os interessados deveriam se inscrever novamente, sendo que a seleção foi feita pela ordem de inscrição⁴¹. Essa etapa também foi constituída de quatro encontros, em um total de 16 horas. O foco principal desse segundo momento constituiu-se na construção dos jogos eletrônicos. Para tanto, sugeri aos oito participantes que desenvolvessem os jogos em duplas, formando-se assim quatro duplas. A opção por duplas se deu principalmente pela influência da dimensão social abrangida pelo Construcionismo, que defende a perspectiva de coletivos na construção do conhecimento. Nesse sentido, diferentes pontos de vista podem contribuir para múltiplos encaminhamentos dados frente aos problemas encontrados no processo de construção dos modelos que dizem respeito ao jogo.

Ao longo dessa segunda etapa foram construídos quatro jogos. Embora todos os estudantes tivessem à sua disposição ambos os programas (Studio 3Ds Max e Scratch), todas as duplas decidiram usar apenas o *software* Scratch.

A primeira dupla, que denotarei de D1, decidiu construir um jogo do tipo Quiz, que envolvesse conteúdos de matemática relacionados à álgebra e à geometria. Essa dupla foi composta por Augusto e Max. Por decisão dos próprios participantes, os nomes utilizados nessa tese são fictícios. Augusto, no momento da produção de dados estava cursando o último semestre do curso de Licenciatura em Matemática e sua experiência com a docência se resumia apenas aos estágios. Sua idade era de aproximadamente 45 anos. Max, por outro lado, estava no segundo semestre do curso e tinha menos de 20 anos, não possuindo nenhuma experiência com docência.

A segunda dupla (D2), formada por Eduarda e Fernanda, desenvolveu um jogo cujo desafio estava relacionado ao deslocamento de um objeto em um determinado espaço gráfico (ruas e avenidas de um mapa) usando movimentos que ocorriam na direção e sentido de uma rotação angular definida pelo jogador. Eduarda tinha mais de 50 anos de idade e considerava um desafio aprender a trabalhar com computadores. Já

⁴¹ Os critérios de participação da segunda etapa foram explicitados a todos os participantes ao longo da primeira etapa do curso dado.

estava no final do curso de Licenciatura em Matemática, mas tinha pouca experiência em sala de aula. Sua profissão, na época, era de merendeira em um colégio da rede estadual. Fernanda estava na metade do curso e já tinha algumas experiências profissionais. Tinha aproximadamente 25 anos de idade. Ao longo dos cursos apresentou uma facilidade no manuseio tanto do Scratch quanto do Studio Max 3Ds.

A dupla D3, composta por Laura e Ana decidiu construir um jogo de corrida, no qual um carro deveria desviar dos obstáculos. Tanto Laura quanto Ana já haviam cursado pouco mais do que a metade do curso de Licenciatura em Matemática. Ana, com aproximadamente 27 anos, já possuía experiência como professora, enquanto que Laura, de 23 anos, ainda não havia lecionado.

Por fim, a dupla D4 era formada por Andrea e Alex e se dedicou à construção de um jogo do tipo trilha, envolvendo perguntas matemáticas relacionadas à aritmética básica. Ambos os membros da dupla estavam no segundo ano de faculdade. Andrea tinha 19 anos e se mostrou interessada no uso de tecnologias como alternativa para o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Alex tinha 33 anos e era aluno bolsista. Depois de trabalhar como funcionário na área de construção e reforma resolveu se dedicar aos estudos e se tornar professor.

Tendo apresentado as etapas de desenvolvimento da pesquisa, o contexto e os participantes, parto para uma particularização acerca das construções feitas pelos estudantes.

4.4 O Desenvolvimento dos Jogos pelos Estudantes

Como forma de apresentar as atividades desenvolvidas pelos estudantes, opto por fazer uma divisão que enfoca as atividades desenvolvidas pelos participantes em cada um dos encontros, pois assim o leitor poderá ter uma visão geral e temporal dos acontecimentos que envolveram a construção dos jogos eletrônicos.

4.4.1 Dupla 1 (D1): Augusto e Max

No primeiro encontro da segunda etapa (dia 27 de junho), a D1 decidiu construir um jogo tipo Quiz, que envolvesse perguntas acerca de álgebra e geometria. A ideia inicial foi proposta por Max e após determinarem o assunto, decidiram buscar na Internet figuras que os auxiliariam. Entretanto, a interação entre os dois participantes não se deu de maneira ativa; a busca na Internet ocorreu de maneira individual, sendo que cada membro da dupla utilizou um computador para procurar elementos que contribuíssem para o jogo decidido. Primeiramente, foi dedicada atenção ao aspecto estético. Max levantou questões acerca de como interagir com o jogador. A problemática inicial envolveu a construção de um botão que pudesse ser manuseado de alguma forma pelo usuário do ambiente. Augusto, em seu computador, buscou imagens na Internet sobre professores. Por fim, acabou encontrando uma na biblioteca do Scratch. Tentou iniciar a programação colocando som, mas teve dificuldade. Pediu auxílio ao Max que o ajudou. O encontro terminou com Max manifestando sua preocupação frente às dificuldades de construção das situações desejadas.

No dia 4 de julho somente o Augusto esteve presente. Inicia inserindo questões – na forma de objetos⁴² – envolvendo a geometria. Após algumas tentativas e alterações, o aluno pediu autorização para desenvolver uma nova animação que envolvesse o arremesso de uma bola a uma cesta de basquete. As discussões com o professor trataram do tipo de curva que poderia ser usada para determinar o trajeto da bola e em como fazer para que a bola identificasse o objeto “cesta de basquete”.

O terceiro encontro não contou com a presença de nenhum dos participantes da dupla. No último dia da construção dos jogos somente Max participou. Iniciou a manhã tentando continuar a construção baseado no que havia construído no primeiro dia e que havia sofrido pequenas alterações por Augusto no segundo encontro. No decorrer da manhã decidiu abandonar o projeto e iniciar outro que envolvia animações, as quais respondiam ao sensor de som, sendo este apresentado à turma no final da manhã.

⁴² É possível inserir textos no Scratch. Cada texto aparece como um novo objeto.

4.4.2 Dupla 2 (D2): Eduarda e Fernanda

No primeiro encontro, somente a estudante Eduarda esteve presente. Entretanto, a dupla já havia sido formada ao longo da primeira parte do curso. Este fato fez com que a discussão acerca do desenvolvimento do jogo já fizesse parte de conversas anteriores. A princípio, o jogo criado estaria relacionado a comandar um boneco, por meio de passos (movimentos) e angulações, para que saísse de determinado labirinto formado por ruas de um mapa. Dessa forma, Eduarda iniciou suas atividades procurando elementos que pudessem auxiliá-la no processo de construção do jogo. Em um primeiro momento, fez uma busca na Internet sobre jogos, já prontos, relacionados ao seu interesse. Baseada em um jogo já construído, começou a construir seu próprio, abrindo o Scratch. Apesar de ter buscado imagens que pudessem auxiliá-la, resolveu desenhar o próprio mapa e os personagens do jogo (um boneco e um carro). Por sugestão do professor criou variáveis para trabalhar com ângulo e movimentos e iniciou a construção dos comandos que condicionavam o objeto que deveria se deslocar.

No dia 4 de julho, Eduarda mostrou para Fernanda o que havia feito e partiram para a construção do modelo que se referisse ao “boneco” e para a construção do mapa. No que diz respeito à programação, criaram algumas variáveis e usaram sensores de cor para identificar o caminho a ser seguido pelo objeto boneco. Quanto ao cenário de fundo, utilizaram inicialmente uma cópia da imagem do jogo que estavam tomando como referência. Por encontrar alguns problemas na movimentação, decidiram construir seu próprio mapa. Esse processo de construção envolveu as estudantes ao longo de praticamente toda metade final da manhã.

No terceiro dia de trabalho, Eduarda e Fernanda iniciaram as atividades buscando um auxílio quanto ao conjunto de comandos que condiciona o movimento do boneco. Sua preocupação inicial estava no fato de não conseguirem fazer com que o objeto não ultrapassasse o contorno que representava a estrada. A discussão acerca dessa situação envolveu as estudantes, o professor e o auxiliar Vitor ao longo da manhã inteira. Depois de uma série de alterações, foi possível construir um modelo, por meio do Scratch, que produzisse o movimento desejado. Além disso, o cenário de fundo foi alterado novamente, utilizando para isso a mesma figura usada no início do segundo encontro e que remetia ao jogo encontrado na Internet, que serviu como referência.

Detalhes de parte do processo de construção do modelo podem ser encontrados no próximo capítulo.

4.4.3 Dupla 3 (D3): Laura e Ana

A D3 começou a se reunir a partir do dia 4 de julho (segundo encontro), quando decidiram construir um jogo de carros. Em termos gerais, o objetivo consistia em criar um objeto carro que desviaria de outros objetos que seriam tomados como obstáculos colocados em uma pista. Com esse intuito, partiram para a construção do cenário e dos elementos que constituiriam o jogo. Após encontrarem uma figura para o cenário do jogo dedicaram seu tempo a modelar a interação dos obstáculos, observando posição, velocidade, deslocamento e usando comandos recursivos aliados à mudança do aspecto visual. Iniciaram ainda a construção do modelo que estava associado ao movimento do carro. As estudantes não conseguiram o resultado que desejavam para esse objeto até o final do encontro.

No dia 11 de julho, a D3 não contou com a participante Ana, cabendo à Laura o andamento da construção do jogo. No início das atividades, a estudante chamou o professor para auxiliá-la nas dúvidas que permaneceram do encontro anterior. Essas se referiam principalmente ao modelo que se associa a movimentação do carro e à relação entre esse e outros objetos. Com base na conversa, Laura partiu para a alteração dos comandos utilizando condicionadores para evitar que o carro saísse da faixa estipulada como sendo a estrada. Num segundo momento, usou sensores de objetos e de efeitos de aparência para criar uma interação dos obstáculos com o objeto que representava o automóvel.

No último encontro, Laura e Ana tiveram a oportunidade de criar níveis de dificuldade para o jogo construído. Construíram quatro níveis nos quais a única alteração entre um e outro consistia na velocidade na qual os obstáculos se aproximavam do objeto dado como sendo o carro. A principal problemática envolvida foi a construção de uma programação para que houvesse apenas quatro limites de velocidade, uma vez que, inicialmente, o modelo construído permitia um processo recursivo que avançava indefinidamente.

4.4.3 Dupla 4 (D4): Andrea e Alex

A D4 decidiu construir um jogo que envolvesse um sorteio (similar a jogar um dado, variando de 1 a 6). Explicitamente basearam-se em jogos de tabuleiro do tipo “trilha”, cujo objetivo é fazer com que uma peça, usada como referencial, se desloque ao longo de um tabuleiro marcado numericamente, chegando até o último número. A peça, no jogo desejado pelos participantes da D4, move-se um número de casas equivalente ao resultado obtido no sorteio. Para permanecer na casa em que a peça foi deslocada, é necessário acertar uma pergunta matemática. Caso o participante erre, sua peça retorna para o local no qual estava antes de ser sorteado o último número.

Os estudantes iniciaram o projeto pela busca de uma imagem de trilha na Internet. Por não encontrarem algo que lhes agradasse, decidiram criar, usando o *software* Excel, o fundo que serviria para a construção do jogo. Após, partiram para a problemática que envolvia a movimentação das peças pelo jogador. Criaram um referencial em formato de boneco que serviu como peça do tabuleiro e iniciaram a construção dos comandos responsáveis pela movimentação do mesmo. Para criar o sorteio, usaram os botões de aleatoriedade, simulando assim um dado. Discutiram acerca das cores do tabuleiro, tendo em vista usar o sensor de cores para identificar a posição e encaminhar comandos referentes às perguntas dirigidas aos participantes. Os estudantes dedicaram sua atenção a somente um dos pontos da trilha, com intenção futura de estender o mesmo comando aos outros pontos. Foram mudadas algumas dimensões dos objetos e do fundo para poder adaptar os comandos de movimento. As discussões finais do dia entre os participantes focaram a problemática que envolve a questão: Como o jogador responderá as perguntas?

Com essa inquietação, Alex e Andrea iniciaram as atividades do segundo encontro. Como haviam escolhido cores distintas para cada uma das “casas” do tabuleiro, associaram cada pergunta a uma cor por meio do sensor. Para escolher o resultado da pergunta, criaram uma variável para situação, que aparecia no momento em que a pergunta era solicitada. Dessa forma o jogador poderia manipular o jogo, escolhendo uma alternativa para o questionamento sorteado. Após essa discussão, os estudantes se defrontaram com o problema de mudar o sentido da movimentação do objeto tomado como peão. Enquanto no primeiro sorteio o movimento era horizontal para valores maiores que seis, o caminho passava a ser vertical no tabuleiro. Nesse caso,

havia a necessidade de o objeto levar em consideração todas as alternativas possíveis. Os alunos não conseguiram contornar essa situação no segundo encontro.

No terceiro encontro, Andrea e Alex concentraram seus esforços em construir uma relação entre as 21 casas do tabuleiro e todas as perguntas. A maior problemática se deu na numeração para a confirmação do valor escolhido para responder o questionamento referente a uma determinada casa. Como em sua programação deveriam ser usados os botões de comando do teclado, se fossem utilizados números, somente haveria 10 possibilidades (é possível usar apenas uma tecla por vez). Dessa forma, optaram por alterar o tabuleiro usando letras no lugar de números para identificar cada uma das casas. Ao final da manhã, ainda persistiu o problema ocorrido no segundo encontro referente à mudança de caminho de horizontal para vertical.

No quarto encontro os estudantes finalizaram o jogo, resolvendo a situação que envolvia a mudança de caminho e alterando alguns aspectos estético-visuais.

4.5 Produção e Registro de Dados

O conjunto de dados provenientes das falas, interações entre as pessoas, interações com os *software*, gestos, formas de utilização das mídias envolvidas, constituem parte fundamental do acervo de dados que serão utilizados na busca por respostas à questão norteadora. Tais dados foram capturados por filmagens em câmaras e, principalmente, por meio do *software* Camtasia. Este último permitiu que, em um mesmo vídeo, fossem capturados a imagem da tela do computador, e imagem e som das discussões envolvendo os participantes (Figura 13). Isso facilitou o processo de análise, no sentido de permitir um campo que envolve visualmente as construções feitas pelos alunos, suas expressões faciais frente ao desenvolvimento e, simultaneamente, suas falas.

Na particularidade das construções feitas com o Scratch, o uso do Camtasia se tornou fundamental devido à peculiaridade da linguagem utilizada que mesclava linguagem natural com aspectos tecnológicos específicos dos comandos e se referia tanto a ações que se atualizavam na tela informacional quanto a aspectos que possuíam referência num campo imaginativo. Assim, foi possível avaliar falas, ações construtivas, depurações, reorganização de ideias e outros aspectos, sem estarem desvinculados das informações visuais relativas à atualização do jogo, à construção dos comandos e às

interações entre os construtores. Esse aspecto se reforça nas ideias de Javaroni (2007), que afirma que ao utilizar esse programa, existem ganhos qualitativos evidenciados pela riqueza de informações que surgem ao analisar os dados simultaneamente.

Figura 13 – imagem capturada pelo Camtasia no processo de produção dos dados.



Fonte – a pesquisa.

Os dados capturados pelo Camtasia ficam armazenados em formato de vídeo que podem ser vistos no próprio *software* e convertidos em formatos padrão, visualizáveis em outros programas, tais como o aplicativo Windows Media Player, por exemplo. Esse processo de documentação contou com a filmagem de todas as falas e ações das quatro duplas. Ao todo, durante a segunda etapa do curso que consistiu no conjunto de dados avaliados, foram 16 gravações, cada uma contendo um tempo médio de 3,5 horas, o que totaliza 56 horas de gravação.

Em termos metodológicos, a utilização de vídeos é defendida por Powell, Francisco e Maher (2004) que afirmam existir pelo menos dois ganhos potenciais de registros ao utilizar essa forma de armazenamento de dados como uma fonte de pesquisa: a densidade e a permanência. Segundo eles, a densidade tem como vantagem sobre um observador a capacidade de monitorar eventos simultâneos de forma detalhada, revelando diferentes comportamentos desenvolvidos bem como a vantagem de possibilitar áudio e vídeo simultaneamente. Quanto à permanência, referem-se à possibilidade de rever várias vezes os acontecimentos vivenciados, auxiliando na eficácia da análise:

Análises detalhadas de vídeos e de dados longitudinais, assim como os de curto prazo, tornam-se mais eficazes a partir de múltiplas sessões de visualização. O vídeo não apenas nos permite múltiplas visões, mas também possibilita visões sob múltiplos pontos de vista. (POWELL, FRANCISCO, MAHER, 2004, p. 91).

A presente pesquisa não foi constituída somente por dados provenientes de métodos de gravação, contando também com a presença de testemunhas. Segundo Steffe e Thomson (2000), a presença de testemunhas na produção de dados pode auxiliar o professor-pesquisador na tomada de alguma decisão ou intervenção, uma vez que o mesmo pode estar imerso em sua tarefa de interagir com os participantes e, portanto, alguma situação crítica pode lhe passar despercebida. Além disso, as observações foram complementadas com um diário de campo e documentos, tendo esse último se referido a “[...] qualquer registro escrito que possa ser usado como fonte de informação” (ALVES-MAZZOTTI, 1999, p. 169).

4.6 Organização e Análise dos Dados

Conforme Bogdam e Biklen (1994, p. 205), a análise de dados pode ser vista como um

[...] processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou. A análise envolve o trabalho com os dados, a procura de padrões, descoberta dos aspectos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros.

Na presente pesquisa, a análise dos dados consistiu em um olhar atento e reflexivo frente aos acontecimentos ocorridos no processo de construção dos modelos que compõem os jogos eletrônicos construídos pelos alunos, procurando compreender como a MM se mostra na realidade do mundo cibernético. Norteados por essa inquietação, os dados gravados no Camtasia foram transcritos. Essa transcrição envolveu todas as falas dos participantes ao longo do processo de construção dos jogos. Em um segundo momento reorganizei esses dados, fazendo uma nova leitura, levando em consideração as anotações feitas durante o processo de produção, a troca de ideias com os pares e as inquietações levantadas ao longo, tanto da transcrição, quanto da revisão de literatura. As reflexões frente às primeiras impressões fizeram com que parte

da sustentação teórica fosse repensada, havendo uma construção mútua entre aquilo que estava se mostrando e a concepção de MM que estava sendo considerada.

Tendo assumido uma visão de MM, criei três episódios, entendidos como “histórias” que dizem respeito aos fatos ocorridos ao longo da produção de dados e mesclam transcrições literais e meu relato e análise frente às ações e posicionamentos tomados pelos envolvidos nas construções dos jogos eletrônicos, entendendo que estes tragam luz à questão orientadora.

Devido à linguagem específica dada pela própria natureza do Scratch, optei por associar aos episódios, sempre que necessário, imagens que se referem tanto aos modelos criados pelos alunos, quanto à atualização dos mesmos no jogo. Desse modo, procuro proporcionar ao leitor uma melhor compreensão do ocorrido, contextualizando os eventos por mim selecionados.

A interpretação inicial desses episódios será feita no próximo capítulo (Capítulo 5), no qual descreverei detalhadamente cada um deles, apresentando interpretações preliminares que levam em consideração minha trajetória, minhas vivências e o modo como compreendo o horizonte relativo aos eventos ocorridos. No sexto capítulo procurarei focar em uma reflexão mais profunda, buscando respostas para a questão orientadora junto ao referencial teórico apresentado no segundo e terceiro capítulos. Opto por uma divisão da apresentação dos episódios em dois capítulos devido, principalmente, às particularidades dos jogos construídos e da linguagem de programação utilizada. Assim, o leitor ao adentrar na análise já estará contextualizado frente a esses aspectos, podendo focar sua atenção somente nas discussões específicas consideradas.

5. OS EPISÓDIOS

Isso afetou meu fluxo de consciência à medida
que eu me movia pelo mundo:
vejo mais quando caminho na rua ou num campo.
O mundo é mais bonito.

Seymour Papert

Conforme apresentado na seção 4.6 do capítulo anterior, compreendo os episódios como sendo “histórias” que estão relacionadas às ações e discussões feitas pelos estudantes ao longo das construções dos jogos, mesclando transcrições literais e meu relato frente ao observado. Neste capítulo, então, tenho como objetivo principal fazer a apresentação dos episódios que possibilitaram o entrelaçamento com os aspectos teóricos e que deram indícios de respostas à pergunta diretriz da tese.

Considero importante salientar que aquilo que estou expondo é parte do grande contingente de dados produzidos. No entanto, frente à organização realizada, cabe evidenciar que considero que o exposto já consiste em um exemplar suficiente para análise e produção de resultados de tudo que foi documentado. Ao todo, foram 16 gravações (quatro encontros com quatro duplas), cada uma contendo um tempo médio de 3,5 horas, o que totaliza 56 horas de gravação. Para organização, cada um dos vídeos foi salvo destacando a dupla a que se referiam, bem como o encontro. A Figura 14 exemplifica essa organização, apresentando o vídeo salvo pelo Camtasia (*Camtasia Recorder Document*), nomeado pela sigla D1A5 (Dupla 1, Aula 5). É possível ainda observar na Figura 14, outros dois documentos salvos em diferentes formatos e com a mesma nomenclatura. O que está em formato Word refere-se às transcrições das falas gravadas no Camtasia e o do tipo Scratch Project é o jogo construído pela Dupla 1 na Aula 5 por meio do *software* Scratch.

Figura 14 – organização dos dados.

Nome	Tipo
D1A5	Camtasia Recorder Document
D1A5	Documento do Microsoft Office Word
D1A5	Scratch Project

Fonte – a pesquisa.

Em termos gerais, os documentos foram salvos na notação $DiAj$, com $i = 1,2,3,4$ (referindo-se à cardinalidade da dupla) e $j = 5,6,7,8$ (referindo-se aos encontros). É importante salientar que a numeração dos encontros começa pelo número 5, pois a produção de dados propriamente dita parte do quinto encontro, que consiste no início da segunda etapa do curso.

No que diz respeito às transcrições, houve dois momentos organizacionais anteriores à exposição dos excertos nos episódios. O primeiro compreende uma transcrição literal somente das falas. Devido à especificidade das situações que estavam sendo discutidas e das particularidades da linguagem e da interface, considerei necessário fazer uma segunda reestruturação, em formato tabular, contendo, além das falas dos envolvidos, uma descrição do ocorrido, bem como uma seleção de imagens captadas pelo Camtasia que auxiliavam na interpretação. A organização desses aspectos foi ordenada pela temporalidade dos acontecimentos e um exemplo da mesma pode ser visto na Figura 15 que envolve uma matriz de 4 colunas.

Figura 15 – exemplo de organização dos dados para análise.

Hora	Fala	Descrições	Imagens
0:29:12	Laura: <i>Eu botei um sempre que é para sempre repetir tudo isso né.</i>	Referindo-se ao comando "sempre" usado para criar looping.	
0:29:14	Laura: <i>Sendo faz uma vez e pára.</i>	Explicando o porquê da utilização do comando	
0:29:15	Rodrigo: <i>Sim, entendi.</i>		

Fonte – a pesquisa.

Na primeira coluna da matriz dada pela Figura 15, está o instante em que a fala foi pronunciada, no vídeo gravado pelo Camtasia. Na segunda estão as falas que são precedidas pelos nomes (fictícios, no caso dos estudantes) de quem as proferiu seguidos

de dois pontos e, em itálico, está a fala transcrita do vídeo. Na terceira coluna estão possíveis comentários feitos por mim, que servem para contextualizar ou explicar o que está sendo discutido. A última coluna é destinada a imagens, que têm a finalidade de apresentar uma contextualização visual do ocorrido. Apesar dessa estruturação ser detalhada, a apresentação dos dados usando esses critérios mostrou-se demasiado longa para o escopo do texto. Sendo assim, opto por apresentar uma descrição mais sucinta e que mantém apenas os excertos que considero importantes para responder à pergunta diretriz.

A Figura 16 mostra o modo como apresentarei os excertos ao longo dos episódios. O instante da fala é marcado entre parênteses no início. Logo em seguida, vem o nome da pessoa em negrito. Após a utilização de dois pontos, a fala⁴³ do participante é enunciada em itálico. Sempre que considerar conveniente, farei comentários que possam auxiliar na compreensão do contexto. Os comentários estarão dentro de colchetes, como é o caso apresentado na Figura 16.

Figura 16 – exemplo da organização dos dados utilizados nos episódios.

<p>(0:47:20) Laura: <i>Eu quero assim, se ele chegar a essa altura aqui, desse (x, y) ele pare. Ele ande zero passos no caso. Senão ele vai lá para cima [mostrando com o ponteiro do mouse o posicionamento do objeto carro].</i></p>

Fonte – pesquisa.

Destaco ainda que eventualmente os excertos poderão ser apresentados com cortes. Estes cortes serão identificados por três pontos entre colchetes ([...]) e indicam que houve uma exclusão de falas. O principal motivo para essa exclusão diz respeito à relação entre a fala específica e a análise do conjunto de dados. Além dessa notação, há outra, que é a utilização de três pontos sem os colchetes, os quais indicam que houve uma pausa na fala dos envolvidos no processo de construção.

Nas seções 5.1, 5.2 e 5.3 apresentarei os três episódios considerados aqui como os dados dessa tese. Cada episódio é formado por um conjunto de excertos que são enumerados (de modo crescente, começando pelo número 1 em cada um dos episódios e receberão um título) para facilitar a reflexão que será feita no sexto capítulo.

⁴³ Opto, sempre que não prejudicar a interpretação da frase, por fazer pequenas alterações que permitem uma escrita mais clara.

5.1 Episódio I: Apresentando as ideias do jogo: o Professor de Geometria e Álgebra

Esse episódio está relacionado ao primeiro encontro da Dupla 1, na segunda etapa do curso (D1A5) ocorrida no dia 27 de junho de 2009, no qual Max e Augusto apresentam as ideias iniciais e as primeiras discussões relacionadas às construções que pretendiam fazer, os quais diziam respeito a um jogo do tipo Quiz, que envolveria perguntas de álgebra e geometria. Em um momento inicial Max inicia utilizando o recurso “pintar novo objeto” () do Scratch para desenhar um boneco que foi associado a um professor em sala de aula (Figura 17).

Figura 17 – criação de um objeto que pretende utilizar no jogo e está associado à imagem de um professor.



Fonte – pesquisa.

Com base nesse desenho, Max apresenta a Augusto sua ideia:

Excerto 1: a ideia inicial

(0:27:05) **Max:** *O carinha vai estar aqui [apontando para uma parte específica da tela de estágio]. Acho que vai ser uma sala. Tem que ter uma televisão. Aqui é o quadro, o quadro. Daí aqui ele vai ter o seu giz na mão e vai escrever, ensinar. Essa movimentação [o modo como o jogo vai funcionar] vai ser: clica ali [clica em algum ponto da seção de estágio] e ele começa a escrever no quadro. O que ele vai escrever no quadro a gente tem que ver. A gente vai botar opções de matéria. Então ele [referindo-se ao professor do jogo] pode perguntar [ao usuário do jogo]. Pode ter um balãozinho*

aqui [referindo-se a um “balão de voz”, semelhante aos utilizados em histórias em quadrinhos e dado pelo comando “diga”] e ele pergunta. Quer saber, sei lá [por exemplo] “O que vamos estudar hoje pessoal?”. As opções já vão estar ali dentro também. Tem que continuar alguma coisa assim. Depois tu clicas e OK, como na escrita ali [procurando utilizar algum traje⁴⁴ em formato de escrita]. E ele [referindo-se ao professor do jogo] escreve a questão no quadro. A pontuação do estágio acho que não vai dar para botar porque vai demorar muito.

(0:27:55) **Augusto:** *Talvez um tempo, se der tempo. Se der tempo de botar o tempo. Mas a princípio só o, só o questionário seria feito [concordando com alguns dos argumentos de Max].*

Após essa conversa, Max e Augusto resolveram fazer um novo desenho, iniciando pelo quadro (lousa). A construção desse objeto gerou uma discussão consequente relacionada à como poderia ser feita a escrita que aparecia nesse quadro. O próximo excerto apresenta parte das conversas realizadas para encaminhar essa situação. O importante a destacar é o modo como as situações são descritas pelos participantes que se utilizam do vocabulário específico que diz respeito aos comandos do Scratch.

Excerto 2: construindo a lousa

(0:34:27) **Max:** *Tem que fazer uma linha reta aqui. Um retângulo [desenhando um retângulo na tela de estágio com o auxílio do editor de pintura].*

(0:36:42) **Max:** *Vou escrever agora. Tem que ser uma letra mais parecida com o escrito. [Procura fontes diferentes para letras no editor de texto existente no editor de pintura]*

[...]

(0:43:18) **Augusto:** *Como é que nós poderíamos fazer para escrever ali dentro? [Referindo-se ao espaço interior do retângulo construído e que estava associado ao quadro].*

(0:43:23) **Max:** *Ali dentro?*

(0:43:26) **Augusto:** *É.*

⁴⁴ O traje se refere a imagem associada ao objeto utilizado na linguagem de programação Scratch.

(0:43:28)**Max:** *Acho que para escrever ali dentro, para aparecer, deverá haver uma condição depois no controle [Referindo-se à seção de controles, existente no conjunto de comandos do Scratch].*

(0:43:30)**Max:** *Quando clicado, ele vai lá e vai escrever a questão 1. [Referindo-se à utilização do comando “quando clicado”].*

(0:43:35) **Max:** *Ô, Rodrigo!* [chama o professor]

(0:43:43) **Rodrigo:** *Que foi?*

(0:43:45) **Max:** *Aqui, ó! Não sei se tu lembras da ideia de colocar um professor aqui. Depois como é que a gente faz para colocar escrita ali? Porque vai ser opcional.*

(0:43:50) **Rodrigo:** *Vocês querem escrever aqui?*

(0:43: 52) **Max:** *É.*

(0:43:55) **Rodrigo:** *Em cima desse cara aí ou aparecem outras escritas? [Referindo-se à possibilidade de adicionar uma escrita fixa ao objeto relacionado ao quadro ou à criação de outros objetos em formato de texto (outras escritas)].*

(0:44:02) **Max:** *As duas coisas, porque vai ter que aparecer outra escrita.*

(0:44:06) **Rodrigo:** *Tá. Então, em cada escrita aqui [na seção de estágio] tu podes criar um novo sprite. [...] Mas tu crias aqui um novo sprite⁴⁵, e clicas em texto criando o texto que tu quiseres. Deixa-o aí. Claro que tu podes deixá-lo escondido, em aparência, quando clicado nesse texto, aparência, desapareça. Assim ele vai estar sempre sumido. Quando aparecer alguma coisa, tu o chamas [está apresentando a possibilidade de utilizar comandos de condição para fazer os objetos que possuem escritas ou falas aparecerem].*

O encaminhamento da conversa conduz os estudantes a buscar imagens na Internet para utilização como traje no objeto que está associado ao professor e também à lousa. Entretanto, Max resolve usar o editor de pintura para desenhar o professor e a lousa (Figura 18).

⁴⁵ Cada objeto utilizado no Scratch, também é chamado de *sprite*.

Figura 18 – desenhos construídos por Max para utilização no jogo.



Fonte – a pesquisa.

Ao concluir o desenho, Max chama Rodrigo e inicia uma nova conversa. Nesse novo diálogo, o importante a ser destacado é o modo como Max passa a se expressar.

Excerto 3: a fala do professor

(1:22:02) **Max:** *Ô, Rodrigo.*

(1:22:07) **Rodrigo:** *Fala.*

(1:22:12) **Max:** *Temos o professor, já!*

(1:22:16) **Rodrigo:** *Está ficando muito bom!*

(1:22:20) **Max:** *Agora o seguinte. A gente não vai botar nem tempo nem nível, porque vai ficar assim: Ele fala e propõe alguma matéria: ‘Pessoal’, até pensei em usar aquele...[conjunto de comandos utilizados na primeira fase do curso que permite escrever com o mouse na tela de Estágio do Scratch (ver Apêndice 1)]... para escolher um item daqueles que ele fala para gerar uma escrita no quadro. Isso vai levá-lo a perguntar, escrever a questão, e no quadro mesmo tu selecionas a opção que seria objetiva.*

(1:23:04) **Rodrigo:** *É. Tu vais ter que criar um objeto para cada uma das coisas. Ele [o usuário ou o jogador] seleciona. Depois que ele selecionar pode aparecer aqui na tela. Aí tu dás um tempo, depois que ele fizer tal coisa, ele mostra essas outras opções. E ao clicar em cima de cada opção faz isso, faz aquilo, faz aquilo outro...*

(1:23:17) **Max:** *Mas a fala dele tem que ser na imagem.*

(1:23:20) **Rodrigo:** *Tanto faz! Pode ser aqui [mostrando a tela do estágio], pode ser na imagem [referindo-se à imagem da lousa]. Há várias maneiras de trabalhar com isso.*

(1:23:25) **Max:** *Para ele falar, eu acho que era na imagem.*

(1:23:28) **Rodrigo:** *E depois, como tu pensas em fazer isso?[o jogo]...quer dizer, qual vai ser o jogo depois, qual vai ser a...[O professor, nesse caso, se refere ao planejamento do jogo, já discutido por Augusto e Max e que prontamente apresenta o que planeja fazer]*

(1:23:35) **Max:** *Exatamente. [...] o que acontece, ele [o boneco que está associado ao professor] fala. Propõe uma matéria. A pessoa clica em cima, no que ele fala. Por isso eu estou te perguntando se eu puxo do comando ou se eu coloco um traje no que ele fala. Daí vem um balãozinho que fala e propõe três itens. Tu clicas em um [balãozinho], gera a questão no quadro.*

Por meio desse excerto, encerro a apresentação do Episódio I, que envolveu a apresentação do início do processo de construção do jogo feito pela dupla composta por Max e Augusto.

5.2 Episódio II: O Movimento do Carro

Este episódio visa a acompanhar o processo de construção de um modelo, escrito na linguagem Scratch, que condiciona o movimento de um objeto representado graficamente pela imagem de um automóvel (Figura 19).

Figura 19 – imagem do objeto carro usado no jogo.



Fonte – a pesquisa.

Os dados que apresentarei foram retirados das discussões e construções feitas pela Dupla 3 (D3) no dia 17 de julho de 2009. Nesse encontro, a participante Ana não compareceu, portanto os diálogos são compostos, em sua maioria, pelas falas da estudante Laura, do professor/pesquisador Rodrigo e de Vitor. Há ainda a participação do aluno Vitor que nesse dia auxiliou na coleta de dados e em dúvidas que ocorreram frente às problemáticas encontradas no processo de construção dos jogos eletrônicos.

Por se tratar de um projeto em andamento, existia uma estrutura iniciada que envolvia o objeto carro e um conjunto de comandos relativos a esse que pode ser visualizado⁴⁶ na Figura 20.

Figura 20 – comandos que se referem ao movimento do carro.



Fonte – a pesquisa.

Assim, como em alguns jogos eletrônicos, as participantes optaram por manter o objeto carro em um posicionamento horizontal constante no campo esquerdo da tela, limitando seus movimentos no sentido vertical apenas. É justamente esse movimento que a Figura 20 apresenta, na qual podem ser observadas três linhas de comando. A primeira (de cima para baixo) refere-se ao início do Jogo. Quando a bandeira verde⁴⁷ é clicada, inicia-se determinada sequência de comandos. No caso específico da Figura 20, não há comando associado a esse controle. O segundo e o terceiro blocos de comando referem-se aos movimentos programados para as setas do teclado. Quando a tecla “seta acima” é clicada, o objeto que se refere a esse comando (no caso específico, o carro) se movimentará 10 passos na direção vertical (eixo cartesiano y), no sentido para cima. De forma similar, quando a tecla (seta abaixo) for clicada, o objeto se movimentará -10 passos na direção vertical, isto é, se movimentará 10 passos para baixo.

Como não há limitações para a altura atingida, o objeto se movimentará por todo espaço destinado ao jogo (que possui uma amplitude de variação na direção do eixo cartesiano x de aproximadamente $-230 \leq x \leq 230$ espaços e na direção do eixo cartesiano y de aproximadamente $-230 \leq y \leq 230$ espaços). Para dar a sensação de movimento (uma vez que o objeto carro fica imóvel horizontalmente), as alunas

⁴⁶ Ao longo da apresentação dos dados a qualidade das figuras poderá variar. Tal fato ocorre, pois parte das imagens foram coletadas diretamente do vídeo, enquanto outras puderam ser acessadas diretamente do arquivo do jogo feito nessa data, o que, nesse último caso, garante uma qualidade melhor.

⁴⁷ Para iniciar qualquer jogo no Scratch, é necessário dar um comando inicial. Esse comando inicial consiste na bandeira verde.

optaram por movimentar o obstáculo na direção do carro. O aspecto visual do jogo (aquilo que aparece na área denotada por estágio) pode ser visto na Figura 21.

Figura 21 – área de estágio do jogo.



Fonte – a pesquisa.

A seguir faço uma explanação que envolve as modificações ocorridas no modelo apresentado na Figura 20, que possibilita o movimento do objeto carro, iniciando com a apresentação do Excerto 1, no qual a estudante Laura chama Rodrigo no início do encontro.

Excerto 1: o carro voador

(0:28:35) **Laura:** *Uma coisa que ficou da última aula. Vai começar o jogo, mas então vai lá em cima.* [mostra, mexendo a posição do carro com as setas do teclado, que o mesmo vai até o topo da tela, extrapolando o espaço delimitado para a estrada (Figura 22)]

(0:28:45) **Rodrigo:** *Aham! É um carro voador, não é?* [risos]

(0:28:47) **Laura:** *Isso!* [risos]

Laura encaminhou outros questionamentos que são discutidos com o professor e depois de alguns minutos retoma a situação do movimento do carro.

Excerto 2: e para ele não flutuar?

(0:32:21) **Laura:** *E para ele não flutuar?*

(0:32:22) **Rodrigo:** *Para o quê?*

(0:32:24) **Laura:** *Para ele não flutuar!*

(0:32:26) **Rodrigo:** *Ah, tá! Vamos ver.*

(0:32:27) **Rodrigo:** *Tem que colocar alguns condicionadores também. Ele vai ficar parado aí, não é? [Referindo-se à movimentação no sentido horizontal].*

(0:33:21) **Laura:** *Ele para.*

(0:33:22) **Rodrigo:** *ele para ou ... “mova” zero passos.*

(0:33:25) **Rodrigo:** *Ou... não mova mais. Então pode colocar, mude X por Y, tu podes colocar um “se”. Um “se senão”...*

(0:33:37) **Laura:** *No meio disso aqui [dos comandos] bota um “se senão”, então?*

(0:33:40) **Rodrigo:** *É. Não sei se “se senão” ou “se”. Teria que testar para ver o que vai funcionar. Mas acho que é isso.*

Por meio desse excerto é possível observar que o modelo construído (Figura 20) permite que o carro se movimente em um padrão que extrapola as limitações dadas pela estrada (Figura 22).

Figura 22 – objeto carro ultrapassando a área delimitada pela estrada.



Fonte – a pesquisa.

Influenciada pelas sugestões do professor, Laura inicialmente tentou usar o comando “se senão”. Sua dificuldade inicial consistiu em considerar situações distintas em um mesmo modelo, isto é, além do carro não se mover dentro do espaço vertical desejado (na “estrada”), havia a necessidade de desviar certos obstáculos que surgiam

na pista. A Figura 23 apresenta a construção feita pela estudante, a qual busca reunir essas duas situações.

Figura 23 – comandos que definem o movimento do carro, com modificações.



Fonte – a pesquisa.

O que pode ser observado nessa figura é que a linha de comandos que se refere à intersecção de objetos está no mesmo bloco relativo ao movimento do “carro”. Pelo fato de serem ações distintas (uma movimentar o carro, destacado na parte de cima da Figura 23 e outra que permite acontecer algo quando o carro esbarra em um obstáculo), haveria necessidade de se criar uma nova linha de comando que separasse as situações. Esse aspecto é observado por Laura e Rodrigo, podendo ser evidenciado no seguinte excerto:

Excerto 3: coisas diferentes

(0:42:05) **Rodrigo:** *Ah, tu estás colocando a...são duas coisas diferentes, não é?*

(0:41:13) **Laura:** *Sim. Aqui ele muda para cima e para baixo. E aqui ele não pode tocar...*

Rodrigo continua a conversa, reforçando as ideias referentes ao uso do comando condicionador, que pode auxiliar na resolução do problema apresentado por Laura.

Excerto 4: o uso de condicionadores.

(0:41:48) **Rodrigo:** *Ele vai para baixo e ali ele vai para cima. [Apontando para o comando referente ao movimento do carro].*

(0:42:30) **Rodrigo:** *Tá. Então vamos botar para cima. Acho que tu podes pensar: aqui tu vais botar um condicionador. Se ele chegar até essa altura, para. Além ele não vai. [Apontando com o dedo a parte superior da figura que está relacionada à estrada].*

(0:42:33) **Rodrigo:** *Então aqui também: Se ele baixar e chegar nessa altura, digamos, ele não vai mais.* [Atualizando o objeto por meio das teclas setas que acionam o comando para que o objeto “carro” fique na parte inferior da figura em que está relacionada à estrada].

Identificadas as duas situações como sendo distintas – e exigindo como consequência modelos distintos – Laura foca a sua atenção para o movimento do carro, preocupando-se em mantê-lo dentro da faixa especificada como sendo a “estrada”. Para tanto, modifica as construções feitas (Figura 24).

Figura 24 – nova reestruturação do modelo, usando o condicionador “se”.



Fonte – a pesquisa.

Vendo Vitor se aproximar, Laura inicia a conversa expressando que não sabe quais comandos utilizar para continuar a construção do modelo.

Excerto 5: a retomada do objetivo

(0:47:16) **Laura:** *Eu não estou achando nada para encaixar aqui.*

(0:47:18) **Vitor:** *Qual é o teu objetivo?*

(0:47:20) **Laura:** *Eu quero assim. Se ele chegar a essa altura aqui, desse (x, y), ele pare. Ele ande zero passos no caso. Senão ele vai lá para cima [mostrando com o ponteiro do mouse o posicionamento do objeto carro].*

(0:47:30) **Laura:** *Eu não estou achando o que vou poder colocar aqui embaixo [apontando para os comandos].*

(0:47:55) **Vitor:** *O que se encaixa é dentro dos números... um igual.*

Vitor aparentemente observa que o encaixe do condicionador permite somente três tipos de condições (associados a três comandos distintos), sendo um deles o que considera a igualdade. Laura busca dentro dos números um quantificador de igualdade e acrescenta nos comandos, conforme Figura 25.

Figura 25 – encaixe do comando que permite a igualdade.



Fonte – a pesquisa.

Nesse excerto, além de Laura explicitar seu objetivo, é possível observar que a continuação da construção do modelo foi influenciada pelo tipo de encaixe que o comando “se” permite. Como o espaço de encaixe do comando condicional era uma figura hexagonal (não regular), os participantes procuraram um comando que pudesse tanto encaixar, quanto auxiliar na condução das atividades. Na construção feita, foi escolhido um quantificador que permite uma relação de igualdade frente a dois acontecimentos, o qual pode ser observado em destaque na Figura 25. A conversa continua, com Vitor questionando Laura.

Excerto 6: relações com a matemática

(0:47:57) **Vitor:** *E quem não pode passar?* [Procurando fazer com que Laura reflita sobre a construção].

(0:47:58) **Laura:** *O carro.*

(0:48:01) **Vitor:** *E o que o carro é na matemática?*

(0:48:04) **Laura:** *É um objeto.*

(0:48:06) **Vitor:** *E o objeto é caracterizado pelo quê?*

(0:48:09) **Laura:** *Pelas coordenadas. Uma para o x e uma para o y.*

(0:48:14) **Vitor:** *E tu estás pensando x ou y aí?*

(0:48:16) **Laura:** *Aqui é y, porque ele está se movimentando sempre assim* [balança o braço verticalmente para cima e para baixo para indicar o movimento do carro].

(0:48:19) **Vitor:** *E no y, o que ou quem é menor... ou igual?*

Vitor, aparentemente com o intuito de fazer Laura refletir sobre a construção feita, utiliza alguns questionamentos. Sua intenção é fazer com que Laura observe as relações matemáticas existentes entre o posicionamento do objeto na área de estágio e a construção do modelo, procurando associar o objeto a um ponto localizável por meio do sistema cartesiano (coordenadas x e y). Esse aspecto fica evidente quando Vitor diz em (0:48:01) “*E o que o carro é na matemática?*”. O que se segue, depois dessa pergunta, são apontamentos feitos por Laura relativos ao eixo de movimentação vertical (eixo y). Em função do último questionamento de Vitor, Laura fica pensativa, mostrando aparentemente que ainda não sabe como construir o modelo desejado. Observando a situação, Vitor retoma a conversa.

Excerto 7: o uso de sensores

(0:48:37) **Vitor:** *Calma. Quando eu vim aqui, tu falaste em comandos.*

(0:48:40) **Laura:** *Tá, eram sensores ... o mouse y?*

Laura adiciona o sensor “mouse y” ao comando construído (Figura 26). Esse sensor considera a posição y (do conjunto de todos os pontos (x,y) que formam a tela de estágio) do ponteiro do *mouse* como parâmetro variável.

Figura 26 – adição do comando “mouse y” ao modelo.



Fonte – a pesquisa.

Excerto 8: experimentação

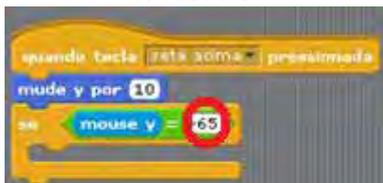
(0:48:47) **Laura:** *Quando o mouse y for igual a esse ponto y aqui...* [Apontando com o mouse novamente a posição do carro e observando que o mesmo se encontra em $y = -65$].

(0:48:55) **Vitor:** *Igual ou menor. Aí não sei exatamente qual é o objetivo.*

(0:48: 58) **Laura:** *Tá. Vou experimentar então.*

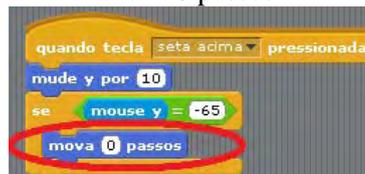
Laura adiciona a posição desejada ($y = -65$) do objeto carro ao comando para que não ultrapasse essa altura, permanecendo assim dentro dos limites desejados (Figura 27). Laura ainda acrescenta o comando “mova 0 passos”, que pode ser observado na Figura 28.

Figura 27 – adição da posição desejada ao modelo.



Fonte – a pesquisa.

Figura 28 – adição do comando “mova 0 passos”.



Fonte – a pesquisa.

A execução dos comandos mostra que não ocorreu o resultado esperado. Diante disso Laura continua a conversa com Vitor

Excerto 9: tem que ser menor

(0:49:32) **Laura:** *Não tem que ser igual. Tem que ser menor.*

Essa constatação faz com que a estudante altere os comandos (Figura 29).

Figura 29 – alteração da igualdade para uma desigualdade.



Fonte – a pesquisa.

No entanto, a execução mostra que a troca ainda não resolve o problema. Laura continua a conversa com Vitor, reforçando seu objetivo.

Excerto 10: que o carro só ande na pista.

(0:50:08) **Laura:** *É que eu quero que ele não passe dessa altura, no caso, não consiga vir para cima e nem para baixo da pista. Eu quero que ele, no caso, ande só na pista.*

(0:50:29) **Vitor:** *Tá, mas ...O y do mouse está maior ou está menor?*

(0:50:30) **Laura:** *Está menor.*

(0:50:33) **Vitor:** *O y do mouse está menor que?* [Refaz a pergunta, pois a resposta de Laura não confere com o comando].

(0:50:34) **Laura:** *Não, está maior. Aqui está maior que [menos] 65.*

(0:50:38) **Vitor:** *Então se ele for maior que [menos] 65, ele vai fazer aquele comando lá?*

(0:50:41) **Laura:** *Não. Tem que ser ao contrário.*

Esse conjunto de falas implica uma nova alteração dos comandos, trocando o quantificador de menor para maior (Figura 30). Entretanto, o resultado esperado ainda não ocorre. Após novas tentativas, Laura continua o diálogo que a leva a testar mais outra modificação que também não gera uma solução para o problema (Figura 31).

Figura 30 – alteração da desigualdade no modelo.



Fonte – a pesquisa.

Figura 31 – alteração no posicionamento do comando “mude y por 10”.



Fonte – a pesquisa.

Levando em consideração as execuções dos comandos, Laura comenta:

Excerto 11: o uso do comando “se senão”.

(0:53:00) **Laura:** *Não fechou. De repente botar de passo em passo então?*

(0:53:13) **Laura:** *Quando a tecla para cima é pressionada, se o mouse em Y, que é o objeto, for maior do que o valor, tem que mover zero passos.* [Lendo os comandos que podem ser observados na Figura 31].

(0:53:30) **Vitor:** *Isso é um bloco de comandos. Depois, o que ele faz?*

(0:53:40) **Laura:** *Ele muda y por 10. Então é isso aqui que está atrapalhando, porque ele está dizendo que muda o y aqui... E se eu tirar, será que vai?* [Referindo-se a retirar a parte “mude y por 10” do bloco de comandos].

(0:53:51) **Laura:** *Assim também não sobe!* [Observando, por meio da execução, que ainda não ocorre o esperado].

(0:53:51) **Vitor:** *Então como é que a gente resolve?*

(0:53:55) **Laura:** *Não é mudar o y. É andar para cima. De repente...*

(0:54:01) **Vitor:** *Olha só! Então tu tens duas coisas que tu estás verificando. Se ele é maior. E se ele não for maior, o que eu faço?*

(0:54:09) **Laura:** *Eu movo os passos.*

(0:54:10) **Vitor:** *Isso. Então?...*

(0:54:12) **Laura:** *Mais um “se então”?*

(0:54:13) **Vitor:** *Pode ser. Mas olha os comandos lá. Vai até o controle, que é onde está o se. Agora tem o se, mas olha todos que estão perto do se.*

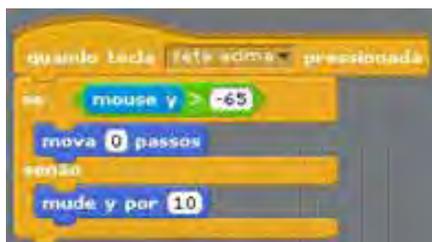
(0:54:32) **Laura:** *“Se senão”. Seria esse aqui, então* [Observando os comandos da seção controle]

(0:54:34) **Laura:** *E se ele não viesse tanto, ele... Se o y for menor que -65 ele move zero passos. Se não, ele muda o y por 10.* [Refletindo sobre os comandos].

(0:54:45) **Vitor:** *Põe lá, vamos ver.*

Com base nessa conversa, Laura reconstrói o modelo, utilizando o comando “se senão” (Figura 32).

Figura 32 – Reconstrução do modelo usando o condicionador “se senão”.



Fonte – a pesquisa.

Nesse último excerto, Vitor auxilia Laura na mudança dos comandos, para tentar resolver o problema em dois momentos. O primeiro é em 0:54:01, quando diz *“Olha só! Então tu tem duas coisas que tu tá verificando. Se ele é maior. E se ele não for maior, o que eu faço?”* Essa pergunta permite que Laura reflita sobre os comandos e questione: *Mais um “se então”?* (0:54:12). Vitor, então pede para que a estudante procure nos comandos algum que possa ser utilizado. Ao observar todos os comandos próximos ao “se”, a estudante decide utilizar o comando “se senão”, possibilitando assim a alteração do modelo. Porém, mesmo com a nova construção (Figura 32), a execução mostrou que o resultado ainda não era o esperado. Passam-se alguns minutos sem que os envolvidos consigam resolver o problema, até que Vitor parece encontrar uma solução.

Excerto 12: encontrando uma solução

(0:57:32) **Vitor:** *Ah tá! Tá! Mas primeiro tem uma coisa. Agora faz. Agora sim.*

Vitor movimenta a seta do *mouse* para acima do valor de -65 (maior valor que o objeto carro pode assumir) e Laura executa o programa, que agora responde ao esperado, isto é, não se move mais. Com isso estava querendo mostrar que o comando respondia à coordenada *y* da seta do *mouse* e não ao posicionamento do objeto carro. Sem precisar explicar, Laura compreende as ações de Vitor e continua a conversa, revelando seu entendimento:

Excerto 13: a troca de comandos.

(0:57:41) **Laura:** *Ah, o mouse do y. Não é o mouse y então, é o objeto.*

(0:57:55) **Vitor:** *A gente colocou lá, no caso o mouse. Então a grandeza que está sendo avaliada ali não é a grandeza que a gente quer*

(0:58:07) **Laura:** *Tá, e aí?*

Laura não espera que Vitor diga algo e parte para observar o conjunto de sensores para ver se há algo que possa utilizar. Observando os comandos relacionados aos sensores, a estudante troca “*mouse y*” (que está se referindo à coordenada *y* do ponteiro do mouse na seção de estágio) por “*posição y*” (que diz respeito à coordenada

y do objeto na seção de estágio), criando o comando que pode ser observado na Figura 33.

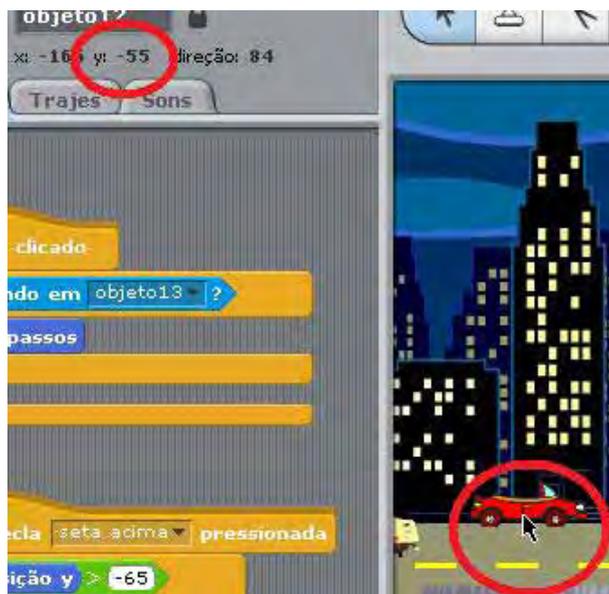
Figura 33 – troca do sensor “mouse y” por “posição y”.



Fonte – a pesquisa.

A execução fez com que, finalmente, houvesse uma restrição na altura. Porém, aparentemente, a posição que restringia não contentou a estudante, ficando um pouco acima do desejado (Figura 34).

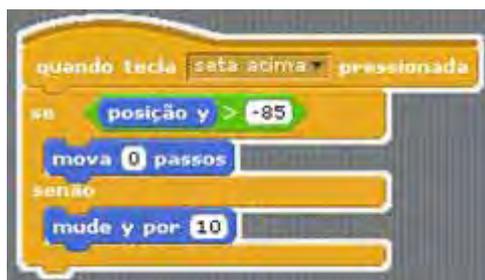
Figura 34 – posicionamento do objeto carro em relação à demarcação da estrada.



Fonte – a pesquisa.

Laura modificou novamente o comando variando a condição máxima do posicionamento em relação a altura (eixo y) de -65 para -85 (Figura 35).

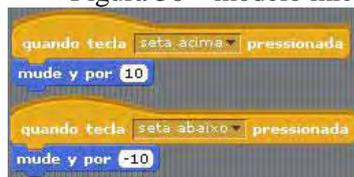
Figura 35 – modificações da altura máxima permitida para -85.



Fonte – a pesquisa.

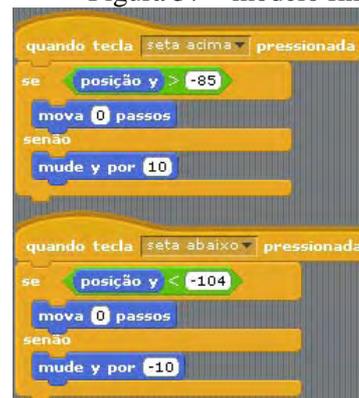
A execução mostrou que o modelo construído fez com que a atualização do objeto se comportasse do modo como foi inicialmente pensado, atingindo os objetivos propostos por Laura. Por meio das Figuras 36 e 37 é possível visualizar as distinções entre a situação inicial e o modelo finalizado.

Figura 36 – modelo inicial.



Fonte – a pesquisa.

Figura 37 – modelo final.



Fonte – a pesquisa.

Na Figura 36 há apenas dois tipos de comandos, um relativo à seção de controle e outro de movimento. Já na Figura 37, há uma complexidade maior, dada pela interação de dois comandos de controle, três comandos de movimento e um comando referente à seção números, responsável pela desigualdade.

Com essa comparação, encerro as descrições dos acontecimentos que envolvem esse episódio. No próximo capítulo, os apontamentos feitos nessa seção serão entrelaçados com o referencial teórico, tendo como principal objetivo buscar respostas à pergunta diretriz.

5.3 Episódio III - A gente faz fininho assim e depois a gente aumenta, tá?

Nessa seção, apresentarei um episódio ocorrido com a Dupla 2 (D2) no dia 4 de julho de 2009, composta por Fernanda e Eduarda. O jogo construído pelas estudantes era formado por uma figura de fundo que consistia em um mapa no qual um objeto deveria se movimentar por meio da mudança de duas variáveis, criadas no jogo e denotadas por “metros” e “graus”. A Figura 38 apresenta a imagem já utilizada na área de estágio do Scratch.

Figura 38 – mapa utilizado na construção do jogo.



Fonte – a pesquisa.

A preocupação ao longo de praticamente todo o encontro esteve relacionada com o “palco”, isto é, com o cenário no qual o jogo se desenvolveria. Inicialmente, as alunas decidiram usar o mesmo cenário do jogo que haviam visto na Internet. Para tanto, utilizaram o comando “*print screen*” do computador que recriou a imagem mostrada na tela informacional. Por meio do programa Paint, selecionaram a parte da imagem que desejavam e a usaram como pano de fundo (palco) no Scratch.

Com o fundo formado partiram para o aprimoramento do modelo que se refere ao deslocamento de um objeto no cenário escolhido. Após uma série de discussões, Eduarda e Fernanda chegaram à construção evidenciada na Figura 39.

Figura 39 – apresentação dos comandos que modelam o movimento do objeto boneco.



Fonte – a pesquisa.

Nessa programação do movimento, existem duas variáveis criadas pelas alunas, a saber, “Graus” e “Metros”, cujo valor pode ser alterado pelo jogador. Assim, ao clicar a bandeira verde (quando clicado), o jogador poderia controlar os movimentos do objeto modificando as variáveis “Graus” (para obter uma rotação) e “Metros” (para obter o movimento na direção escolhida). Há ainda um sensor de toque associado ao conectivo “se”. Este serve para que o objeto (que consiste em um traço feito no editor de pinturas em cor vermelha) ao tocar a borda da “rua” (que está pintada de cinza) volte para a posição inicial (que condiz com o par ordenado (-200,87) no sistema de coordenadas do jogo). A Figura 40 mostra a figura (na cor vermelha em formato de traço) do objeto utilizado pelas estudantes.

Figura 40 – imagem do objeto que se desloca no mapa.



Fonte – a pesquisa.

Para evidenciar a problemática que envolve esse episódio apresentarei um excerto que diz respeito à relação entre o cenário e o objeto. Nele Rodrigo, Eduarda e Fernanda discutem sobre a movimentação do objeto, que ao tocar a borda, deveria voltar para o ponto de partida estipulado. Entretanto as falas revelam que este fato não estava ocorrendo:

Excerto 1: e agora ele não volta

(1:04:15) **Fernanda:** *Não, e agora ele não volta* [observando na tela que o objeto ultrapassou a borda que representa a rua r e não retornou ao ponto (-200,87) estipulado pela programação].

(1:04:18) **Rodrigo:** *Agora ele não voltou, né.*

(1:04:22) **Fernanda:** *Eu não entendi por quê.*

(1:04:25) **Rodrigo:** *Hum...* [pensativo, observa os comandos].

(1:04:28) **Eduarda:** *Vai até ali no... Vai até o metrô [lugar do mapa usado] e passa por baixo da água [Eduarda descreve o movimento do objeto, que ultrapassa por uma parte do mapa que tem a figura de um rio].*

(1:04:33) **Rodrigo:** *É...* [concorda com Eduarda]. *Vamos botar “deslize”, ao invés de mova, só para ver. Deslize um segundo para...* [“deslize” é um comando referente ao Scratch].

Rodrigo dá uma pausa na fala e observa os comandos da seção de movimento.

Excerto 2: o reconhecimento da cor

(1:04:55) **Rodrigo:** *Não. Não. Tem que ser assim, mesmo.* [Desistindo da indicação dada].

(1:05:00) **Rodrigo:** *Bom, talvez ele não esteja reconhecendo essa cor, ou essa cor daqui para cá [aponta com o mouse para uma das bordas que formam o desenho da estrada e depois aponta para a outra borda, comparando os dois lados da “rua”], é um pouquinho diferente.*

(1:05:04) **Rodrigo:** *Então eu acho que o ideal seria colocar uma borda forte aqui.* [Referindo-se ao contorno das ruas do mapa].

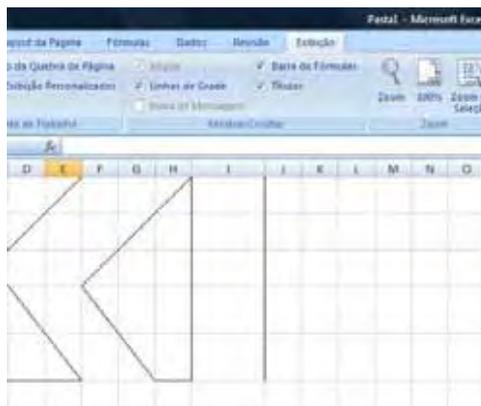
(1:05:06) **Fernanda:** *Hum, Ham* [concorda].

(1:05:08) **Rodrigo:** *Mais forte aqui...* [aponta com o mouse para o contorno da rua].

(1:05:12) **Fernanda:** *Fazer isso no Paint, quem sabe.* [Referindo-se ao *software* Paint, que permite a edição de imagens].

A partir dessa conversa, Fernanda e Eduarda partem para uma reestruturação no cenário. Apesar de, na fala de Fernanda, estar explícita a utilização do Paint, depois de algumas discussões, o *software* utilizado para essa reestruturação foi o Excel. Inicialmente utilizaram os contornos e as diagonais das células de uma planilha para criar as “ruas” e “quadras” que seriam usadas no jogo (Figura 41).

Figura 41 - utilização do *software* Excel para criação de um mapa.



Fonte – a pesquisa.

Embora em um momento inicial, as estudantes criaram um novo mapa, posteriormente foi possível encontrar um modo de adaptar o antigo mapa (Figura 38) a esse recurso. O próximo excerto descreve esse momento.

Excerto 3: as funcionalidades do Excel.

(2:02:41) **Fernanda:** *Vamos configurar a página para paisagem.* [Para ficar no formato “paisagem”].

(2:03:01) **Fernanda:** *Agora sim. Olha o que eu pensei em fazer. Aqui. Vê se funciona* [Fernanda observa o comando “pano de fundo” do Excel, clica-o, vai em “imagens” e procura pela imagem utilizada inicialmente, retirada de outro jogo].

(2:03:08) **Eduarda:** *Vamos procurar as figuras e... colar?*

A figura de fundo do Excel passa a ser o mapa usado anteriormente, ao invés do fundo branco (Figura 42).

Figura 42 – utilização do mapa como figura de fundo do Excel.



Fonte – a pesquisa.

Excerto 4: o uso do mapa

(2:03:24) **Fernanda:** [risos] *Como eu sou esperta! Agora a gente faz isso!* [risos]
[Fernanda faz coincidir contornos da “rua” do mapa com as bordas das tabelas].

(2:03:32) **Fernanda:** *Viu como eu sou esperta! [...] Aqui, a gente pode fazer aqui mesmo e depois só aumentar...* [risos] [Continua adaptando as larguras das células para coincidir com o mapa].

(2:03:32) **Fernanda:** *A gente faz fininho assim e depois a gente aumenta, tá? Aqui, aqui. Esse mais para cá...* [Adapta as linhas ao contorno do mapa. Cada “aqui” representa a adaptação de uma coluna.]

(2:04:15) **Eduarda:** *Esse aqui eu pensei que fosse...*

(2:04:40) **Fernanda:** *Tá, agora, vamos ver aqui... aqui... aqui...* [adapta as colunas ao contorno do mapa]. *Ah, meu Deus!*

(2:05:15) **Fernanda:** *Esse aqui... aqui! Agora, ah, primeiro eu vou ter que selecionar tudo, inserir início. Sem borda, onde está o sem borda aqui?* [procurando os comandos que permitem configurar a borda]. *Agora a gente desenha as bordas. Hum... Isso aqui [a largura da borda] tem que diminuir um pouquinho. Tá, vai ter que ter uma outra rua aqui assim. Aqui. E esse? Esse vem para cá* [arrasta a borda para buscar uma adaptação com o mapa de fundo].

(2:06:00) **Fernanda:** *Está entendendo o que estou fazendo, “Eduarda”?*

(2:06:02) **Eduarda:** *Estou. Estou entendendo que tu estás alargando a estrada toda, não é?*

(2:06:07) **Fernanda:** *É... Estou tentando fazer...*

Fernanda e Eduarda continuam a criar o contorno das ruas no *software* Excel, que pode ser observado na Figura 43.

Figura 43 – contorno do Mapa feito no Excel.



Fonte – a pesquisa.

A Figura 44 mostra a figura já introduzida no Scratch, em formato de objeto (objeto 3).

Figura 44 – mapa feito no Excel utilizado no Scratch.



Fonte – a pesquisa.

Nesse episódio apresentei, de modo resumido, as ações que ocorreram ao longo do segundo encontro do Grupo 2 e envolveram a construção do cenário. Entendo que essa construção difere, em termos qualitativos, das outras apresentadas nos episódios anteriores e também de quando o processo de Modelagem Matemática se refere a situações que se atualizam na realidade mundana.

6- FLUXOS



Fluxos. Poema Visual de Constança Lucas

Neste capítulo, analisarei os episódios evidenciados no quinto capítulo frente aos referenciais teóricos apresentados ao longo da tese. Como objetivo principal, está a busca por respostas à pergunta orientadora: **Como se mostra a Modelagem Matemática na realidade do mundo cibernético, sob o ponto de vista da Educação Matemática no contexto que se refere à construção de jogos eletrônicos?** Entendo que o caminho que conduzo em direção a uma resposta perpassa de modo indireto a busca por uma “atualização” da construção teórica apresentada no Capítulo 3 acerca da MM, isto é, para compreender como a MM se mostra na realidade do mundo cibernético procurarei evidenciar nos dados os aspectos que permitiram conjeturar a MM no âmbito da Educação Matemática como sendo **um processo dinâmico e pedagógico de construção de modelos sustentados por ideias matemáticas que se referem e visam encaminhar problemas de qualquer dimensão abrangida pela realidade.**

Sendo assim analisarei os episódios apresentados em quatro categorias, a saber: objetivo pedagógico, modelo, problema e, por último, referência à realidade. Início com a discussão envolvendo o objetivo pedagógico.

6.1. Objetivo Pedagógico

No terceiro capítulo assumi como objetivo pedagógico a perspectiva de **proporcionar aos estudantes condições para que as ações de aprendizagem associadas ao processo de construção de um artefato se efetivem.** Essas ações de aprendizagem são caracterizadas por Rosa (2004) em quatro dimensões, a saber, descrição/expressão, depuração compartilhada, execução compartilhada e

reflexão/discussão de ideias. Nesta seção procurarei apresentar situações as quais entendo que essas ações foram atingidas, mostrando assim que a MM, quando discutida por meio da construção de jogos eletrônicos, pode se mostrar abrangendo objetivos pedagógicos que tenham base no Construcionismo, em específico, nas ações de aprendizagem relacionadas a ele.

6.1.1 Descrição/expressão de ideias

No Ciclo e na Espiral de Aprendizagem, a ação de *descrição* observada nos ambientes construcionistas, teve inicialmente uma associação mais efetiva com a apresentação das ideias por meio das linguagens de programação (MALTEMPI, 2005). Entretanto, Rosa (2004, 2008) discute uma visão mais abrangente para essa perspectiva, incluindo a linguagem oral, denotada por *descrição/expressão*. Segundo esse autor, essa ação “[...] pode ser vist[a] nos eventos em que os participantes utilizam outras mídias para armazenarem suas histórias e, principalmente, na maioria das vezes, descrevem seus procedimentos e estratégias oralmente” (ROSA, 2004, p. 134).

Entendo que a ação de descrição/expressão pode ser observada em diversos momentos ao longo do processo de construção feito pelos estudantes na coleta de dados. Em particular, destaco dois momentos nos quais compreendo que essa ação se efetivou. O primeiro refere-se à conversa entre Max e Augusto apresentada no Episódio I, Excerto 1, no qual Max introduz ao colega aquilo que pretende fazer:

(0:27:05) **Max:** *O carinho vai estar aqui* [apontando para uma parte específica da tela de estágio]. *Acho que vai ser uma sala. Tem que ter uma televisão. Aqui é o quadro, o quadro. Daí aqui ele vai ter o seu giz na mão e vai escrever, ensinar. Essa movimentação* [o modo como o jogo vai funcionar] *vai ser: clica ali* [clica em algum ponto da seção de estágio] *e ele começa a escrever no quadro. O que ele vai escrever no quadro a gente tem que ver. A gente vai botar opções de matéria. Então ele* [referindo-se ao professor do jogo] *pode perguntar* [ao usuário do jogo]. *Pode ter um balãozinho aqui* [referindo-se a um “balão de voz”, semelhante aos utilizados em histórias em quadrinhos e dado pelo comando “diga”] *e ele pergunta. Quer saber, sei lá* [por exemplo] *“O que vamos estudar hoje pessoal?”*. *As opções já vão estar ali dentro também. Tem que continuar alguma coisa assim. Depois tu clicas e OK, como na escrita*

ali [procurando utilizar algum traje⁴⁸ em formato de escrita]. E ele [referindo-se ao professor do jogo] escreve a questão no quadro. A pontuação do estágio acho que não vai dar para botar porque vai demorar muito.

Nesse excerto é possível observar que Max descreve oralmente os aspectos que o jogo a ser construído terá, abrangendo caracterizações ou preocupações no âmbito visual/estético (“*aqui é o quadro*”, “*ele vai ter o seu giz na mão*”, “*Pode ter um balãozinho aqui*”); caracterizações referentes às ações/movimentações que os objetos terão (“*vai escrever, ensinar*” “*ele vai escrever no quadro*”, “*então ele pode perguntar*”, “*e ele escreve a questão no quadro*”); caracterizações frente à possibilidade de tratar de assuntos (“*O que ele vai escrever no quadro a gente tem que ver*”, “*O que vamos estudar hoje pessoal?*”) e uma preocupação frente à possibilidade de pontuação do jogo (“*A pontuação do estágio acho que não vai dar para botar porque vai demorar muito*”).

Acredito que essa descrição/expressão detalhada desencadeou ações por parte dos estudantes, que partiram para a construção do ambiente. Entretanto, embora a linguagem oral seja utilizada para descrever a proposta do jogo, o jogo deve ser construído por meio de sua linguagem específica (no caso o Scratch). Desse modo, houve por parte dos participantes a necessidade de reorganização na descrição, procurando contemplar as especificidades do *software* utilizado. Essa necessidade pode ser observada no Episódio I, Excerto 2, quando Max chama o professor Rodrigo e pede uma orientação de como conduzir a atividade.

(0:43:45) **Max:** *Aqui, ó! Não sei se tu lembras da ideia de colocar um professor aqui. Depois como é que a gente faz para colocar escrita ali? Porque vai ser opcional.*

(0:43:50) **Rodrigo:** *Vocês querem escrever aqui?*

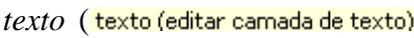
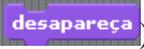
(0:43: 52) **Max:** *É.*

(0:43:55) **Rodrigo:** *Em cima desse cara aí ou aparecem outras escritas? [Referindo-se à possibilidade de adicionar uma escrita fixa ao objeto relacionado ao quadro ou à criação de outros objetos em formato de texto (outras escritas)].*

(0:44:02) **Max:** *As duas coisas, porque vai ter que aparecer outra escrita.*

⁴⁸ O traje se refere a imagem associada ao objeto utilizado na linguagem de programação Scratch.

(0:44:06) **Rodrigo:** *Tá. Então, em cada escrita aqui [na seção de estágio] tu podes criar um novo sprite. [...] Mas tu crias aqui um novo sprite, e clicas em texto criando o texto que tu quiseres. Deixa-o aí. Claro que tu podes deixá-lo escondido, em aparência, quando clicado nesse texto, aparência, desapareça. Assim ele vai estar sempre sumido. Quando aparecer alguma coisa, tu o chamas [está apresentando a possibilidade de utilizar comandos de condição para fazer os objetos que possuem escritas ou falas aparecerem].*

Entendo que nesse excerto também ocorre uma descrição/expressão, entretanto, dessa vez, por parte de Rodrigo, que apresenta possíveis encaminhamentos para a situação considerada. De fato, é possível observar que há uma descrição por meio da oralidade, que trata especificamente da possibilidade de apresentar textos escritos, que simbolizem a fala do boneco associado à figura do professor. Porém, diferentemente dos argumentos apresentados nas falas de Max no primeiro excerto (Excerto 1) discutido nessa seção, Rodrigo apresenta aspectos que dizem respeito à especificidade da linguagem Scratch, tais como “*Mas tu crias aqui um novo sprite*⁴⁹ ()*, e clicas em texto (**) criando o texto que tu quiseres”, “tu podes deixá-lo escondido (**) em aparência (**)” e “quando clicado (**) nesse texto, aparência (**), desapareça (**)”.* Nesse caso em específico, as imagens colocadas entre parênteses apresentam os comandos a que o professor está se referindo.

O que observo é que a descrição/expressão de Rodrigo, embora não seja por meio da linguagem Scratch (configurando a ideia de descrição compreendida pelas ideias de Valente (1993) e de Maltempo (2005)), leva em consideração os possíveis comandos a serem utilizados, diferenciando-se da descrição apresentada por Max, que não foca na linguagem Scratch. É interessante ainda notar que essas diferenciações entre o modo como Max e Rodrigo descreveram a situação não se mantêm no desenvolvimento do processo. De fato, observando o Excerto 3 do Episódio I, vê-se que em momentos posteriores, Max também apresenta em suas descrições orais, aspectos inerentes à linguagem Scratch.

⁴⁹ Nas atuais versões do Scratch, a palavra Sprite, foi traduzida para Objeto.

(1:23:35) **Max:** *Exatamente. [...] o que acontece, ele [o boneco que está associado ao professor] fala. Propõe uma matéria. A pessoa clica em cima (quando objeto1 clicado), no que ele fala (diga Olá!). Por isso eu estou te perguntando se eu puxo do comando ou se eu coloco um traje (mude para o traje traje2) no que ele fala (diga Olá!). Daí vem um balãozinho que fala e propõe três itens. Tu clicas em um (quando objeto1 clicado) [balãozinho], gera a questão no quadro.*

Por meio desses três excertos, é possível observar que o processo de descrição/expressão, além de ser uma ação presente no processo de construção de jogos eletrônicos, pode se mostrar em transformação, partindo de uma linguagem materna (primeiro excerto) para o uso de uma linguagem mais específica (terceiro excerto). Esse processo de transformação não se mostra somente no modo como o estudante se expressa, mas também na apropriação de conceitos matemáticos. Para discutir esse caso apresento duas falas que podem ser encontradas no Episódio II, nos Excertos 1 e 5, respectivamente.

Nesse episódio, a estudante Laura descreve, em vários momentos, seu objetivo. Em particular, apresento dois deles. O primeiro é quando a estudante Laura diz em 0:28:35 que “*Uma coisa que ficou da última aula. Vai começar o jogo, mas então vai lá em cima*”, referindo-se ao objeto carro que extrapola o espaço delimitado pela estrada. O segundo é quando a estudante diz no Excerto 5 (0:47:20) “*Eu quero assim. Se ele chegar a essa altura aqui, desse (x, y) , ele pare. Ele ande zero passos no caso. Senão ele vai lá para cima*”.

Entendo que nessa última argumentação, a linguagem utilizada possui aspectos explícitos matemáticos, a saber, um posicionamento espacial dentro de um referencial cartesiano apresentado pela expressão “*desse (x, y)* ” e o deslocamento vertical nulo nesse referencial, dado pela expressão “*mova zero passos*”. Concluo que nesse caso há um discurso proferido em termos de linguagem matemática, que abrange um conhecimento de determinado tópico, sem necessariamente falar de modo explícito do conteúdo.

Considerando a linguagem utilizada (o Scratch) existe um aspecto dual inerente à mesma: de um lado se aproxima da linguagem natural falada e de outro possui uma base matemática como suporte. Conforme Papert (1994) essa é uma característica que pode influenciar na admissão da matemática ao discurso. Nesse sentido, esse autor

defende que linguagens como o Scratch, as quais combinam aspectos da língua falada com matemática oferecem “[...] a oportunidade de aprender e de usar a matemática através de um modo não-formalizado [...] [encorajando uma] eventual adoção de um modo formalizado” (PAPERT, 1994, p. 22). Entendo ser esse o caso ocorrido com Laura, que na primeira apresentação do objetivo (em 0:28:35), não utilizou aspectos matemáticos, enquanto na segunda vez (em 0:47:20) a matemática já fazia parte do discurso.

Assim, como nos três primeiros excertos discutidos, entendo que as falas apresentadas por Laura se mostram harmônicas com a perspectiva de descrição/expressão. Entretanto, o que observo no processo de construção de jogos eletrônicos com a utilização da linguagem Scratch é que existe a possibilidade de considerar essa ação de aprendizagem como fluida e em transformação, podendo partir de uma linguagem natural verbalizada na direção de uma linguagem que leva em consideração os aspectos específicos da linguagem de programação. Considero ainda que essa transformação não se encerra nas ações de descrição/expressão de ideias, mas parte também para a perspectiva de descrição apresentada por Valente (1993) e Maltempo (2005), que se constitui na expressão dessas ideias já na linguagem específica de programação e que discutirei em momento posterior sob a perspectiva de modelo.

Vislumbro, a partir desta análise, uma efetivação da ação de aprendizagem descrição/expressão de ideias. Para essa efetivação, além de procurar criar um ambiente que estivesse em consonância com as dimensões construcionistas pragmática e social, busquei a utilização do Scratch que, devido à sua particularização, permitiu aos estudantes se expressarem utilizando aspectos que mesclam linguagem materna e uma linguagem tecnológica específica. Assim, a descrição/expressão de ideias, quando se faz presente no processo de MM, linguagens de programação como o Scratch, pode ser apresentada por meio de expressões que envolvem aspectos matemáticos-tecnológicos, mostrando avanços, tanto em termos da *descrição* apresentada por Valente (1993) e Maltempo (2005), (onde somente são consideradas as construções feitas na linguagem específica usada), quanto da *descrição/expressão de ideias* quando considerada somente uma linguagem materna.

6.1.2 Depuração Compartilhada de Ideias

Para continuar o entendimento das ações frente ao Ciclo e Espiral de Aprendizagem observadas nas atividades construcionistas (VALENTE, 1993; MALTEMPI, 2005), é preciso lembrar que quando o resultado fornecido pelo computador não corresponde à solução ou ação pretendida, é necessário que o estudante avalie os comandos feitos. Esse processo é conhecido por depuração e consiste em uma “[...] revisão do programa [que] leva o aprendiz a buscar informações que lhe faltam e requer também reflexões sobre os erros cometidos e as formas possíveis de corrigi-los” (MALTEMPI, 2005, p. 271). Na visão de Rosa (2004, 2008) o processo de depuração é ampliado e denotado por “depuração compartilhada”, pois considera o coletivo formado entre os participantes e não mais somente a relação entre o computador e o aprendiz. Esse aspecto fez parte do processo de construção dos jogos eletrônicos e pode ser observado no Excerto 11, do Episódio II. Esse excerto inicia após a execução do programa que envolve a movimentação do objeto carro. Nele, Laura e Vitor discutem possíveis encaminhamentos para que o problema encontrado possa ser resolvido.

(0:53:00) **Laura:** *Não fechou. De repente botar de passo em passo então?*

(0:53:13) **Laura:** *Quando a tecla para cima é pressionada, se o mouse em Y, que é o objeto, for maior do que o valor, tem que mover zero passos. [Lendo os comandos que podem ser observados na Figura 31].*

(0:53:30) **Vitor:** *Isso é um bloco de comandos. Depois, o que ele faz?*

(0:53:40) **Laura:** *Ele muda y por 10. Então é isso aqui que está atrapalhando, porque ele está dizendo que muda o y aqui... E se eu tirar, será que vai? [Referindo-se a retirar a parte “mude y por 10” do bloco de comandos].*

(0:53:51) **Laura:** *Assim também não sobe! [Observando, por meio da execução, que ainda não ocorre o esperado].*

(0:53:51) **Vitor:** *Então como é que a gente resolve?*

(0:53:55) **Laura:** *Não é mudar o y. É andar para cima. De repente...*

(0:54:01) **Vitor:** *Olha só! Então tu tens duas coisas que tu estás verificando. Se ele é maior. E se ele não for maior, o que eu faço?*

(0:54:09) **Laura:** *Eu movo os passos.*

(0:54:10) **Vitor:** *Isso. Então?...*

(0:54:12) **Laura:** *Mais um “se então”?*

Na Figura 45, é possível observar a construção feita pela estudante, contextualizando assim a conversa.

Figura 45 – construção feita pela estudante.



Fonte – a pesquisa.

O excerto mostra que, após a execução dos comandos, há uma preocupação, por parte de Laura, em encontrar uma solução para a situação. Este aspecto pode ser observado, inicialmente, quando Laura faz uma releitura dos comandos por ela construídos, aparentemente procurando pelo erro (*“Quando a tecla para cima é pressionada, se o mouse em Y, que é o objeto, for maior do que o valor, tem que mover zero passos”*). Sua primeira conjectura é a respeito à localização do comando “mude y por 10” que, ao ser retirado do bloco, não resolve o problema. Entretanto, as perguntas de Vitor (*“Então como é que a gente resolve?”*, *“E se ele não for maior, o que eu faço?”*) levam Laura a considerar a utilização dos comandos condicionais (*“Mais um “se então”?”*), encaminhando assim o processo para uma solução.

Entendo que a conversa entre Laura e Vitor evidenciam a ação de aprendizagem apresentada por Rosa (2004, 2008) como depuração compartilhada, uma vez que há uma revisão do programa buscando resolver os erros encontrados, mas essa revisão ocorre tanto por meio da análise dos comandos, quanto por meio da troca de ideias entre Vitor e Laura. Não somente nesse excerto, mas em outros a depuração compartilhada está presente, pois como foi o caso de Laura, mesmo sendo ela que depurou literalmente seu suposto “erro”, é Vitor que contribuiu de forma compartilhada para que essa depuração ocorresse.

Além disso, no processo de análise há um conjunto de casos que estão relacionados à depuração, mas aparentemente mostram um aspecto que pode ampliar o que foi apresentado por Rosa (2004; 2008), principalmente no que diz respeito ao modo

como a análise do programa foi feita. O próximo excerto (Episódio II, Excerto 8) apresenta um exemplo desse caso. Nele Laura e Vitor discutem sobre a utilização da igualdade ou da desigualdade nos comandos que se referem à movimentação do objeto carro.

(0:48:47) **Laura:** *Quando o mouse y for igual a esse ponto y aqui...* [Apontando com o mouse novamente a posição do carro e observando que o mesmo se encontra em $y = -65$].

(0:48:55) **Vitor:** *Igual ou menor. Aí não sei exatamente qual é o objetivo.*

(0:48: 58) **Laura:** *Tá. Vou experimentar então.*

Quando Vitor fala “*Igual ou menor. Aí não sei exatamente qual é o objetivo*” expõe duas alternativas à estudante, a saber, o uso dos símbolos que determinam uma relação de ordem pela igualdade e pela desigualdade (no caso o símbolo “ $<$ ”), ambas associadas ao comando “se”. O que atento nesse excerto não são as distintas possibilidades apresentadas por Vitor, mas sim o modo como Laura as conduziu, que foi por meio da experimentação. Este aspecto pode ser evidenciado nas falas da estudante, quando diz: “*Tá. Vou experimentar então*”.

Nesse caso, o processo de depuração compartilhada se deu por meio da experimentação, partindo para a alteração e a execução sem fazer uma reflexão a priori de cada uma das alternativas. A busca por uma solução não foi discutida, mas, sim, experimentada, envolvendo um conjunto de ações composto pela execução e alteração do comando até o encontro de uma solução. É interessante observar que esse aspecto não se mostra como um caso isolado e pode ser observado em outros momentos ao longo do segundo episódio. Esse é o caso que ocorrem quando Laura se questiona em 0:53:40: “*E se eu tirar, será que vai?*” (referindo-se a retirar a parte “mude y por 10” do bloco de comandos⁵⁰ apresentado na Figura 45); ou ainda quando Vitor em 0:54:45 diz: “*Põe lá, vamos ver*” (referindo-se a algumas sugestões dadas pela estudante quanto ao uso do comando “se senão”).

A experimentação, portanto, está relacionada à multiplicidade de caminhos que podem ser trilhados na busca por soluções para a situação problemática que, nos casos

⁵⁰ Por meio da depuração, a modificação não resulta naquilo que a estudante deseja, conforme apresentado na seção 5.1.

considerados, se mostrou de modo compartilhado, envolvendo tanto as colocações e dúvidas da estudante Laura, quanto as de Vitor. Entendo que esse aspecto se mostra em harmonia com as ideias construcionistas, principalmente as que tratam do erro como algo intrínseco ao processo de construção do conhecimento.

De fato, no caso específico do excerto, a estudante não fala em certo ou errado, mas sim em caminhos distintos que podem ser experimentados. Nesse sentido, Papert (1985, p.40) defende a ideia de que ao utilizar uma linguagem de programação, a “[...] questão a ser levantada a respeito do programa não é se ele está certo ou errado, mas se ele é executável”. É justamente esse aspecto que entendo estar em consonância ao que Laura expressa, uma vez que as ações que se seguem são de experimentação, baseadas na execução proporcionada pela atualização do comando na tela informacional. Considero ainda que essas ações refletem um modo de agir frente às problemáticas encontradas ao longo das construções feitas que não abrangem a dicotomia do certo e do errado, mas sim “[...] uma trajetória natural [que] inclui “falsas teorias” que ensinam tanto sobre a formulação de teorias quanto as verdadeiras” (PAPERT, 1985, p. 162).

As análises feitas nessa seção mostram que a ação de depuração compartilhada de ideias, além de ser efetivada no processo de construção de jogos, apresentou avanços qualitativos frente às ideias de Valente (1993), Maltempo (2005) e Rosa (2004, 2008). Considero importante ainda evidenciar a presença de Vitor nesse processo de construção, principalmente no que se refere ao objetivo pedagógico. Entendo que sua presença (assim como a de Lucas) forneceu subsídios para que as ações de aprendizagem ocorressem, uma vez que possuía um conhecimento das ideias construcionistas, dos comandos específicos do Scratch e de matemática. Desse modo, mesmo quando o professor/pesquisador não estava presente, havia a possibilidade de os sujeitos trocarem informações com alguém que pudesse auxiliar no processo de construção dos jogos eletrônicos, contribuindo assim não somente para a efetivação da ação de depuração compartilhada de ideias, mas, potencialmente, também de outras.

6.1.3 Execução Compartilhada

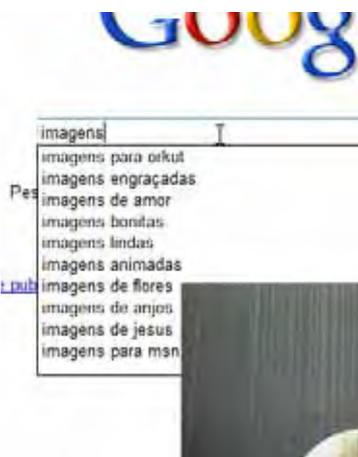
No contexto abrangido pelas ideias de Valente (1993) e de Maltempo (2005) a execução é entendida como sendo realizada pelo computador e se refere à atualização dos comandos na tela do computador. Na investigação feita por Rosa (2008, p.), é apresentada a ideia de execução compartilhada, entendida como “[...] a ação que não é

desempenhada só pelo computador [...] mas em um coletivo de mídias que se apresentam em sinergia também com os atores humanos”. Em outras palavras, esse pesquisador considera todo o ambiente formado entre os envolvidos na construção reunindo o *software* específico utilizado, outros *software* e outros meios, como lápis-e-papel.

No processo de construção dos jogos eletrônicos da presente tese, esse aspecto pode ser observado de modo mais evidente nas ações da Dupla 2, composta por Eduarda e Fernanda, apresentadas ao longo do Episódio III. Ao longo desse episódio, há um conjunto de ações que não se configuram como a execução do programa Scratch em si, mas fazem parte do processo de construção dos jogos, interligando buscas, construções, alterações feitas pelos participantes, permitindo, segundo Rosa (2004, p. 135), uma “[...] amplitude de processos cognitivos”.

Esses entrelaçamentos entre outros *software* e a utilização de diversas mídias, podem ser observados nas construções, principalmente devido às possibilidades dadas pelas funcionalidades do Scratch, as quais permitem o uso de imagens, sons e movimentos. Analisando não somente as falas apresentadas por mim do episódio, mas todo o conjunto de ações que envolveu a construção do jogo, entendo haver um entrelaçamento interessante entre a escolha de cenários e a utilização de *software* no encaminhamento dos problemas encontrados. Esse episódio (Episódio III) inicia com a busca por imagens na Internet que serviram como base para a construção do cenário utilizado no palco do jogo (Figura 46 e 47).

Figura 46 – procura na Internet de imagem para estruturação do jogo.



Fonte – a pesquisa.

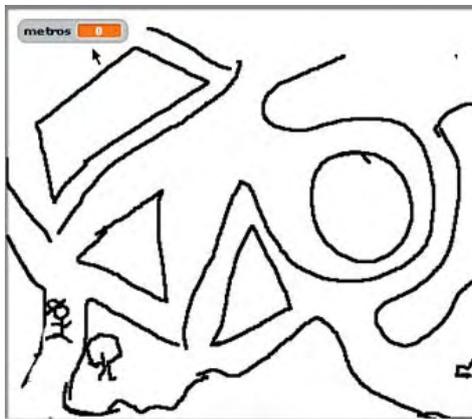
Figura 47 – imagem utilizada como base na construção do mapa, encontrada na Internet.



Fonte – a pesquisa.

Inspirada nessa imagem, a estudante Eduarda constrói seu próprio mapa, usando as funcionalidades do próprio Scratch (Figura 48).

Figura 48 – construção do mapa usando as funcionalidades do Scratch.

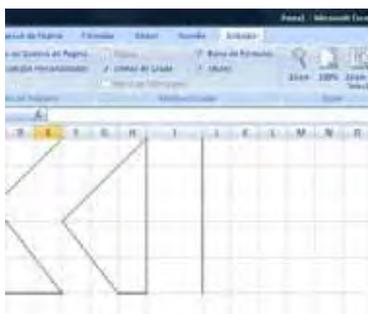


Fonte – a pesquisa.

O mapa construído por Eduarda (Figura 48) é substituído posteriormente pela imagem da Figura 47. Devido ao não atendimento do objetivo proposto pelo modelo de movimento do objeto ao longo do mapa, as estudantes decidem novamente alterar a figura de fundo, seguindo a sugestão dada por Rodrigo em 1:05:04: “*Então eu acho que o ideal seria colocar uma borda forte aqui*”. Embora não seja utilizado, Fernanda indica em 1:05:12 o uso do *software* Paint para modificação do mapa, uma vez que o mesmo possui recursos de edição de imagens: “*Fazer isso no Paint, quem sabe*”.

Os desdobramentos do problema levaram as estudantes a construir um novo mapa, utilizando os recursos do *software* Excel. Em um primeiro momento, utilizaram os contornos e as diagonais das células para definir o delineamento do mapa (Figura 49).

Figura 49 – utilização do *Software* Excel para criação de um mapa.



Fonte – a pesquisa.

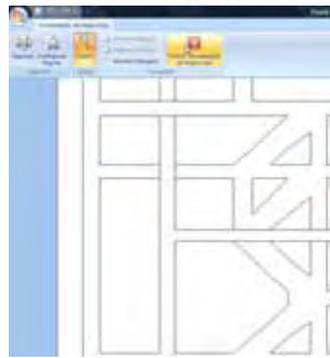
Fernanda, ao manipular os recursos do *software*, observa a possibilidade de fazer uma adaptação do antigo mapa obtido na Internet quando diz em 2:03:01: “*Olha o que eu pensei em fazer*”. Assim, as estudantes passam a construir um novo mapa por meio do Excel, porém, que mantém as características por ela desejadas (Figuras 50 e 51).

Figura 50 – utilização do mapa desejado como pano de fundo no software Excel.



Fonte – a pesquisa.

Figura 51 – visualização do mapa com os contornos.



Fonte – a pesquisa.

Segundo Rosa (2008) a utilização de diversos recursos “[...] permite diferentes possibilidades de percepção, imaginação e manipulação”. É justamente esse o caso apresentado nesse episódio, principalmente levando em consideração o aspecto manipulativo que a multiplicidade de *software* proporcionou. De fato, interpreto que a reunião das funcionalidades contribuiu para a busca de referências e adaptações não somente para a construção do cenário, mas também para o encaminhamento sugerido pelo professor (“*Então eu acho que o ideal seria colocar uma borda forte aqui*” (1:05:04)) de toda a problemática que envolvia o reconhecimento dos contornos do mapa pelo programa. Assim, o uso de diversos meios possibilitou a manipulação tanto da imagem quanto do próprio evento de tal modo a construir um cenário que atendesse aos aspectos visuais desejados e, ao mesmo tempo, às necessidades do modelo programado, evidenciando dessa forma a execução compartilhada como uma ação de aprendizagem relevante para o processo de construção dos jogos eletrônicos.

Para que a ação de aprendizagem que envolve essa seção pudesse ser efetivada, foi disponibilizado aos estudantes, não somente acesso ao *software* Scratch, mas também ao Studio Max 3Ds e à Internet, para que os mesmos tivessem a liberdade de escolher os recursos que considerassem convenientes para o desencadeamento dos problemas, aumentando com isso as possibilidades de entrelaçamento entre distintos recursos. A escolha do trabalho em duplas e a participação do professor e de Vitor e

Lucas também foram aspectos que potencialmente poderiam contribuir para o compartilhamento das ações, formando com um isso um ambiente propício para a ação de aprendizagem discutida nessa seção.

6.1.4 Reflexão/Discussão

Conforme Rosa (2008, p. 129) a reflexão/discussão “[...] é fundada na percepção que o debate de idéias subentende a própria reflexão, expressa muitas vezes no decorrer [...] [do] embate verbal”. Essa ação de aprendizagem se mostra inerente aos processos de construção experienciados pelos estudantes no curso que originou os dados da tese. Para evidenciar esse aspecto, destaco o Excerto 6, do Episódio II, no qual Vitor e Laura conversam sobre a relação entre o objeto carro e o modo como o posicionamento deste pode ser compreendido, em termos matemáticos, para que dessa forma possa ser referenciado por meio da linguagem Scratch.

(0:47:57) **Vitor:** *E quem não pode passar?* [Procurando fazer com que Laura reflita sobre a construção].

(0:47:58) **Laura:** *O carro.*

(0:48:01) **Vitor:** *E o que o carro é na matemática?*

(0:48:04) **Laura:** *É um objeto.*

(0:48:06) **Vitor:** *E o objeto é caracterizado pelo quê?*

(0:48:09) **Laura:** *Pelas coordenadas. Uma para o x e uma para o y.*

(0:48:14) **Vitor:** *E tu estás pensando x ou y aí?*

(0:48:16) **Laura:** *Aqui é y, porque ele está se movimentando sempre assim* [balança o braço verticalmente para cima e para baixo para indicar o movimento do carro].

(0:48:19) **Vitor:** *E no y, o que ou quem é menor... ou igual?*

Entendo que Vitor, ao perguntar “*E o que o carro é na matemática?*” busca uma reflexão por parte de Laura, procurando auxiliá-la não somente no encaminhamento de uma possível resposta, mas também no reconhecimento de como aspectos matemáticos podem estar relacionados à construção de jogos eletrônicos. Não somente nessa fala, mas também nas outras do excerto, Vitor questiona a estudante com o intuito de fazê-la refletir sobre o ocorrido, buscando no conjunto das falas uma compreensão não somente

daquilo que está sendo feito, mas também da matemática que envolve essa situação. Compreendo ser esta a intenção de Vitor, quando traz os questionamentos: “*E o que o carro é na matemática?*”, “*E o objeto é caracterizado pelo quê?*”, “*E tu estás pensando x ou y aí?*”, “*E no y , o que ou quem é menor... ou igual?*”. Por meio dessas perguntas, entendo que Vitor instiga uma reflexão em Laura, que permite associar toda a situação envolvida a um referencial matemático dado pelo plano cartesiano no qual a linguagem Scratch se relaciona.

Vislumbro, em consequência dessa avaliação, a efetivação da ação de aprendizagem discussão/reflexão. Observo ainda que no caso apresentado, embora o jogo em si não tenha relação com a matemática, a sua construção tem mostrado um entrelaçamento íntimo com coordenadas cartesianas. Desse modo, é fatível considerar que reflexões e discussões envolvendo a matemática podem acontecer de modo natural nas construções de jogos eletrônicos por meio da linguagem computacional Scratch, mesmo quando o contexto do jogo não abarca necessariamente um assunto matemático.

Assim como nas ações de aprendizagem anteriormente consideradas, entendo que o uso do Scratch, o trabalho em duplas e a participação do professor pesquisador e dos auxiliares Vitor e Lucas contribuíram para criar um espaço de interação no qual não somente a ação de reflexão/discussão se efetivasse, mas também todas as outras ações ocorressem e se ampliassem. Desse modo é possível considerar que o objetivo de *proporcionar aos estudantes condições para que as ações de aprendizagem associadas ao processo de construção de um artefato se efetivem* foi atingido, mostrando assim um processo que esteve, além de outros aspectos, influenciado pelo objetivo pedagógico assumido. Ponderando que o objetivo principal desse capítulo é associar o processo de construção de jogos à MM, considero que por meio das discussões ressaltadas, é fatível compreender a MM, no recorte investigado, como um processo pedagógico, no sentido de estar associada e condicionada pelo objetivo pedagógico proposto, que na especificidade da tese, esteve associado ao Construcionismo, atualizando assim parte da conjectura teórica proposta no terceiro capítulo.

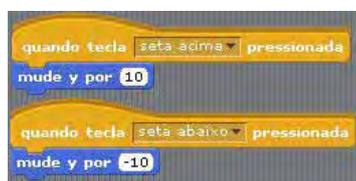
6.2 Modelo

No capítulo 3, assumi uma perspectiva de modelo ampla, que compreende no âmbito da MM como sendo o exemplar de uma situação que se mostra por meio de uma

linguagem estruturada por ideias matemáticas. Nessa seção, discutirei apenas os aspectos estruturais dos modelos criados pelos estudantes, pois entendo que somente após uma análise frente à realidade é possível debater o modelo em termos de referências. Início o processo de análise apresentando os aspectos matemáticos que entendo estarem relacionados aos modelos construídos.

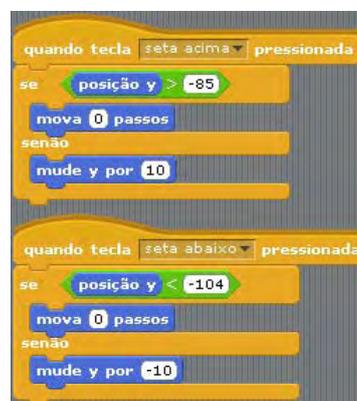
Durante o Episódio II, o modelo associado ao movimento do carro foi sofrendo alterações, partindo de um conjunto básico de comandos (Figura 52) que não satisfazia aquilo que a estudante pretendia, para um conjunto mais complexo, que pode ser evidenciado na Figura 53.

Figura 52 – modelo inicial.



Fonte – a pesquisa.

Figura 53 – modelo final.



Fonte – a pesquisa.

Em termos estruturais matemáticos, tanto o modelo inicial quanto o final, apresentam uma organização que mescla a lógica proposicional com aspectos algébrico-geométricos. De fato, o modelo apresentado na Figura 52 (que denotarei por M_1) pode ser visto como dependendo de duas proposições distintas que condicionam os movimentos do objeto carro (que nomearei por A_1 e A_2). Cada uma dessas proposições (P) relaciona duas outras por meio de um conetivo (operador) condicional⁵¹ (apresentado pelo símbolo \rightarrow). A primeira dessas duas proposições refere-se à utilização da tecla seta (que denotarei por p) e a segunda diz respeito à mudança de

⁵¹ A Condicional, também conhecida como Implicação, é uma operação entre proposições caracterizada pelo símbolo “ \rightarrow ”. Dadas duas proposições quaisquer, p e q , a operação $p \rightarrow q$ pode ser lida como “se p então q ”. Conforme Rocha (2006, p. 77), a “[...] proposição composta resultante da operação de implicação de uma proposição em outra só será falsa se a antecedente [p] for verdadeira e a consequente [q] for falsa. Em outros casos, a proposição resultante será verdadeira”.

posição no eixo y (que denotarei por q). Desse modo, é possível descrever o modelo inicial do seguinte modo:

$M_1(A_1, A_2)$, onde A_1 e A_2 são proposições compostas tais que

$$A_1 = P(p_1, q_1) = p_1 \rightarrow q_1 \left(\begin{array}{c} \text{quando tecla "seta acima" pressionada} \\ \text{"mude y por 10"} \end{array} \right)$$

$$A_2 = P(p_2, q_2) = p_2 \rightarrow q_2 \left(\begin{array}{c} \text{quando tecla "seta abaixo" pressionada} \\ \text{"mude y por -10"} \end{array} \right)$$

Onde

$$p_1 \text{ é "tecla seta acima pressionada" } \left(\begin{array}{c} \text{quando tecla "seta acima" pressionada} \end{array} \right)$$

$$p_2 \text{ é "tecla seta abaixo pressionada" } \left(\begin{array}{c} \text{quando tecla "seta abaixo" pressionada} \end{array} \right)$$

$$q_1 \text{ é "mude y por 10" } \left(\begin{array}{c} \text{"mude y por 10"} \end{array} \right)$$

$$q_2 \text{ é "mude y por -10" } \left(\begin{array}{c} \text{"mude y por -10"} \end{array} \right)$$

Já o modelo final (Figura 53), possui uma estruturação mais complexa, envolvendo diferentes operações entre as proposições. Dentre elas, destaca-se a disjunção exclusiva, que pode ser denotada pelo símbolo $\underline{\vee}$. Dadas duas proposições p e q , a operação $p \underline{\vee} q$ é lida como “ou p ou q ”. Nesse caso, a proposição composta resultante “[...] só será verdadeira se as proposições envolvidas na operação tiverem valores lógicos contrários, isto é, se uma for verdadeira e a outra, falsa” (ROCHA, 2006, p.74). Também nesse modelo foi utilizada a negação de uma proposição, denotada pelo símbolo “ \sim ” e que, segundo Machado (2005), nega a proposição, transformando uma verdade em uma falsidade e vice-versa.

Do mesmo modo que o modelo inicial, o modelo final (M_2) também depende de duas ações, uma que condiciona o movimento vertical no sentido do eixo y positivo (para cima) e outra o movimento vertical no sentido do eixo y negativo (para baixo). Denotarei essas proposições por A_3 e A_4 . Com essa notação, descrevo o modelo final:

$M_2(A_3, A_4)$, onde A_3 e A_4 são proposições compostas tais que

$$A_3 = P(p_{11}, q_{11}, q_{12}, r_{11}) = p_{11} \rightarrow [(q_{11} \rightarrow q_{12}) \vee (\sim q_{11} \rightarrow r_{11})] ($$



$$A_4 = P(p_{21}, q_{21}, q_{22}, r_{21}) = p_{21} \rightarrow [(q_{21} \rightarrow q_{22}) \vee (\sim q_{21} \rightarrow r_{21})] ($$



Onde

p_{11} é “tecla seta acima pressionada” ()

q_{11} é “posição y > -85” ()

q_{12} é “mova 0 passos” ()

r_{11} é “mude y por 10” ()

p_{21} é “tecla seta abaixo pressionada” ()

q_{21} é “posição y < -104” ()

q_{22} é “mova 0 passos” ()

r_{21} é “mude y por -10” ()

Essa exposição das construções feitas pelos estudantes permite iniciar a discussão sobre a ideia de modelo quando a atualização deste ocorre na realidade do mundo cibernético. As ideias de Machado (2005) e de Rocha (2006) permitem avaliar essas construções feitas em termos de cálculo proposicional, o que mostra que a linguagem apresentada está associada a conceitos matemáticos. Sendo assim, a linguagem de programação Scratch, embora se aproxime da linguagem natural, possui uma base notadamente matemática (fato também evidenciado pelos desenvolvedores do *software* (ver Apêndice 3). Dessa forma, há um exemplar de uma situação que se mostra por meio de uma linguagem estruturada ideias matemáticas, o que coloca as construções analisadas em consonância com o modo como o modelo foi assumido. Essa referência não trata diretamente do fato considerado, mas sim daquilo que Granger (1994) entende como sendo um fato virtual, isto é, são fatos completamente determinados na rede de conceitos que a linguagem permite/possibilita. Assim, o fato virtual pode ser manipulado/alterado, como ocorre ao longo do Episódio

II, levando em consideração os desejos dos envolvidos e as limitações ou potencialidades da própria linguagem. Por conseguinte, é possível por meio de conceitos operatórios, de regras manipulativas entre conceitos e símbolos e de regras de inferências lógicas (BICUDO; ROSA, 2010) extrapolar o contexto inicial considerado, avançando tanto em uma possível compreensão da situação considerada quanto em termos de resolução do problema que a envolve.

Cabe salientar que a linguagem utilizada não deve ser vista como algo que descreve as situações no âmbito de uma teoria já consolidada, pronta, como por exemplo, a física mecânica, ou que conduz a respostas e encaminhamentos pré-determinados. Trata-se sim de um conjunto limitado de comandos que podem ser atualizados no mundo cibernético, mas cujo entrelaçamento permite configurar comandos mais complexos gerando assim uma multiplicidade de encaminhamentos. Essa linguagem possibilita trabalhar com conhecimentos associados à ciência e que se desdobram e se entrelaçam por meio da interação do usuário/autor com a situação que deseja descrever por meio da linguagem Scratch.

Apesar de compreender as construções feitas pelos estudantes como modelos, a matemática presente nesses muitas vezes não se mostra da mesma maneira que um modelo escrito na linguagem matemática comumente aceita pela academia. Então, por que considerar esses modelos no âmbito da Educação Matemática? Posiciono-me frente a esse aspecto inspirado na crítica apresentada por Borba e Skovsmose (2006), que trata da Ideologia da Certeza apresentadas por Borba e Skovsmose (2006).

Segundo esses autores, uma ideologia pode ser entendida como “[...] um sistema de crenças que tende a esconder, disfarçar ou filtrar uma série de questões ligadas a uma situação problemática para grupos sociais” (BORBA, SKOVSMOSE, 2006, p. 128). É principalmente levando em consideração discursos relacionados à certeza e à imparcialidade garantidos pela matemática, que estes autores trazem a perspectiva de Ideologia da Certeza, a qual trata da perspectiva de argumentos matemáticos poderem ser utilizados como uma linguagem de poder.

Particularmente, entendo que essa postura de crença na imparcialidade e infalibilidade dos argumentos matemáticos pode ser estendida para o campo de abrangência das Tecnologias Digitais. Do mesmo modo que uma informação apresentada em termos matemáticos, um argumento embasado em alguma Tecnologia

Digital⁵² também pode ser considerado como verdade incontestável. Pelo fato dessas tecnologias possuírem uma base que se dá por meio da própria matemática, parece haver uma espécie de deslocamento que passa da “certeza” garantida pelo argumento matemático para a “certeza” dada pelo resultado obtido pelo aparato tecnológico digital. Dessa forma, implicitamente, mantém-se a ideia de um sistema perfeito e infalível e que pode contribuir para o controle político (BORBA; SKOVSMOSE, 2006). Esse controle político se dá no momento em que informações matemáticas – e também tecnológicos – são usadas para tomadas de decisões que dizem respeito a situações sociais.

Conforme Skovsmose (2008), uma das bases para a criação desses argumentos é a Modelagem Matemática, que busca fazer associações entre situações da realidade e o contexto matemático. Entretanto, autores como Machado (1991) defendem que

[...] o conceito matemático, preciso, rigoroso, controlável, como suporte para certas construções formais que por mais que se assemelhem ao real, jamais poderão ser identificadas com ele, jamais conseguirão captar-lhe a verdadeira racionalidade, do qual só se conhece a epiderme (MACHADO, 1991, p. 78).

Desse modo, Machado (1991, p. 78) apresenta que a relação entre a realidade e sua descrição por meio da matemática não se dá de modo direto e que, tratar dessa descrição como imparcial e perfeita é o “[...] fundamento da utilização da matemática com finalidade de controle”.

É também por meio da Modelagem Matemática que muitos softwares, simuladores, aparelhos digitais e ambientes cibernéticos são sustentados. Porém, nesse contexto, muitas vezes os modelos construídos se mostram por meio de uma linguagem específica (linguagem computacional) que preserva e se vale de ideias matemáticas, mas as apresenta de forma distinta da comumente observada em sala de aula (linguagem formal). Um exemplo disso é o próprio Scratch, que possui um embasamento matemático formal (evidenciado nessa análise), mas que o mesmo não se mostra de modo direto.

Nesse contexto, entendo que considerar como modelos matemáticos apenas as estruturas escritas na linguagem formal aceita/defendida pela academia pode contribuir para que essa Ideologia da Certeza se mantenha também em tempos tecnológicos, uma vez a matemática intrínseca ao contexto digital pode se mostrar de modo diferenciado do comumente vistos em sala de aula. É levando em consideração esses argumentos que defendo a utilização de uma multiplicidade de linguagens no processo de construção de

⁵² Como, por exemplo, oriunda de uma calculadora ou de um software.

modelos (dentre elas o Scratch e outras linguagens computacionais) no âmbito da Educação Matemática. Nesse contexto, pondero que a utilização de linguagens, tais como as computacionais, pode auxiliar na compreensão de como a matemática permite a construção de ambientes no mundo cibernético (por exemplo, as propostas de jogos construídas nessa pesquisa) que, por sua vez, podem ser utilizados como meios para simulações, as quais muitas vezes servem para tomadas de decisões e afetam o social.

No que diz respeito à utilização da linguagem Scratch, considero importante apresentar que, embora em alguns casos a matemática como conhecida no contexto escolar se mostre de modo indireto, há a possibilidade de ser tratada e discutida também de modo mais evidente. É esse o caso do modelo apresentado no Episódio III. Sua estrutura pode ser observada na Figura 54.

Figura 54 – modelo que se refere ao movimento do objeto ao longo do mapa.



Fonte – a pesquisa.

A principal diferença em relação ao primeiro modelo discutido se encontra no fato de utilizar variáveis em sua estrutura, denotadas pelas participantes por “Graus” e “Metros” (**Graus**, **Metros**). Nesse caso, o deslocamento do objeto se dá por meio da alteração dessas variáveis pelo jogador, deslocamento esse que é feito junto à tela de estágio mediante a movimentação de uma barra de rolagem (**Metros 15**, **Graus 18**) na qual é possível escolher um valor para “Graus”, indicando assim a rotação do objeto, e outro para “Metros”, apresentando a quantidade de passos que deve avançar na direção selecionada.

Em termos matemáticos, o que se mostra nesse aspecto é que o deslocamento desse ponto ao próximo ponto se dá por meio das mesmas ideias utilizadas em *coordenadas polares*, isto é, considerando o ponto de partida de cada alteração como uma origem, o ponto final do deslocamento pode ser apresentado como sendo o par (r, θ) , onde r é o raio (apresentado pela variável “Metros”) e θ é o ângulo (apresentado pela variável “Graus”).

Este modo de deslocar o objeto se associa a uma estrutura mais ampla que envolve, além do movimento, a interação com os outros objetos que compõem o jogo (Figura 54). Essa estrutura, assim como no caso do Episódio I, também pode ser interpretada em termos lógicos matemáticos proposicionais. Diferentemente dos modelos lógico-matemáticos apresentados anteriormente, esse necessita, além de algumas das operações já apresentadas, dos operadores lógicos “e” e “ou”, dadas pelos símbolos \wedge e \vee respectivamente. Segundo Rocha (2006) e Machado (2005) o uso da operação “e” entre duas proposições só será verdadeira quando as duas assumirem valores lógicos verdadeiros, sendo as outras combinações possíveis falsas, enquanto para a operação “ou” o valor lógico falso só será assumido quando as duas forem falsas, sendo as demais combinações verdadeiras. Nomeando o movimento por M , é possível descrevê-lo como:

$M(G, N, A)$, onde G , N e A são proposições compostas tais que

G está associada ao giro do objeto e pode ser expressa por

$$G = p \rightarrow (g \rightarrow q)$$

Onde

p é a tecla “bandeira verde” clicado ()

g é a alteração na variável Graus ()

q é o giro causado pela alteração da variável Graus ()

N está associada ao deslocamento do objeto e pode ser expressa por

$$N = p \rightarrow (m \rightarrow r)$$

Onde

p é a tecla “bandeira verde” clicado ()

m é a alteração na variável Metros ()

r é a movimentação causada pela alteração da variável Metros ()

A está associada ao posicionamento do objeto depois de ter sido feita a alteração das variáveis, que o faz retornar ao posicionamento inicial, caso tenha ultrapassado o contorno do mapa (desde que sua cor, que é vermelha, se sobreponha à cor cinza, que está associada aos contornos do mapa).

$$A = [p \wedge (q \vee r)] \rightarrow (t \rightarrow u)$$

Onde

p é a tecla “bandeira verde” clicado ()

q é o giro causado pela alteração da variável Graus ()

r é a movimentação causada pela alteração da variável Metros ()

t é o sensor “cor está tocando cor” ()

u é o comando “vá para” ()

Desse modo, é possível observar que associada ao modelo construído está uma série de conceitos lógico-matemáticos, que permitem mostrar que o movimento M depende de três proposições compostas dadas por G , N e A , que por sua vez são organizadas por operações entre proposições simples. Além disso, no caso específico do Episódio III, há a apresentação de aspectos matemáticos explícitos, como a utilização de angulação e movimentação, que pode ser associada ao contexto abrangido pelo estudo das coordenadas polares.

Outro aspecto que se mostra na estruturação do modelo, quando utilizada a linguagem Scratch, é sua estrutura visual. Embora intrinsecamente haja uma subordinação às relações entre os comandos que formam a estrutura da linguagem Scratch (considerando aspectos como associatividade, transitividade, distributividade, etc) há uma organização visual distinta, que se dá pelo “encaixar” e que pode auxiliar na busca por soluções na construção do modelo. Esse aspecto pode ser evidenciado no Episódio II, Excerto 5, quando Laura chama Vitor e inicia a seguinte conversa:

(0:47:16) **Laura:** *Eu não estou achando nada para encaixar aqui.*

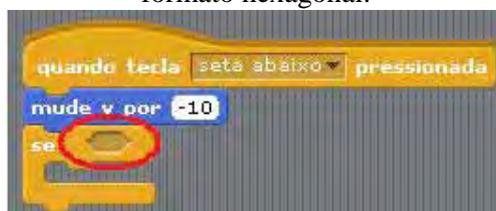
[...]

(0:47:30) **Laura:** *Eu não estou achando o que vou poder colocar aqui embaixo* [apontando para os comandos].

(0:47:55): **Vitor:** *O que se encaixa é dentro dos números... um igual.*

Quando Laura chama Vitor, sua preocupação é logo evidenciada pela inquietação “*Eu não estou achando nada para encaixar aqui*”. O que destaco dessa frase é a palavra *encaixar*. Quando a estudante a expressa, não se trata somente de um uso figurativo, no sentido de procurar algo oportuno ou adaptativo à situação que se mostra, mas também de um uso literal, uma vez que a própria linguagem Scratch articula-se por meio de comandos que se encaixam como peças de quebra cabeças. Esse aspecto, em particular pode auxiliar o processo de construção do modelo, pois dá indícios de que tipos de comandos podem ser utilizados. No caso específico do excerto acima, a estudante, ao questionar Vitor, observa o comando dado pela figura 55, na qual pode ser observado um espaço hexagonal (não regular) que já indica o “formato” visual do comando que pode ser utilizado.

Figura 55 – relação entre a utilização do comando “se” com um comando que possui um formato hexagonal.



Fonte – a pesquisa.

Ao perceber a dificuldade de Laura, Vitor logo diz: *O que se encaixa é dentro dos números*. A Figura 56 apresenta os três diferentes quantificadores que podem ser encontrados nesse formato. Por influência de Vitor, Laura após a conversa “encaixa” o comando que expressa a relação de ordem que se refere à igualdade (Figura 57). A depuração dos comandos faz com que a aluna também utilize os outros casos na sequência de ações que seguem à conversa.

Figura 56 – tipos distintos de relação de ordem em formato hexagonal.

Figura 57 – utilização da relação de ordem dada pela igualdade.



Fonte – a pesquisa.



Fonte – a pesquisa.

Mesmo havendo um conjunto de possibilidades, essas, além de serem em um número pequeno, são entrelaçadas por meio de uma linguagem que não somente se aproxima da linguagem falada, mas também possui aspectos visuais de encaixe que permite um entrelaçamento que pode auxiliar no encaminhamento e desenvolvimento das construções. Estes dois aspectos combinados (linguagem visual e um número limitado de comandos básicos), mostram-se consonantes com as premissas da dimensão sintática (a qual, segundo Maltempo (2005), se caracteriza pela facilidade de acesso às condições básicas necessárias para o desenvolvimento do processo de construção do artefato) no momento em que permitem, tanto ao estudante quanto pelo orientador, (papel assumido nesse caso por Vitor) selecionar, dentre um conjunto de comandos, apenas aqueles que podem ser associados ao procedimento específico que se deseja fazer, sem necessariamente precisar de um conjunto grande de pré-requisitos para avançar no desenvolvimento do projeto (PAPERT, 1985). Essa característica pode então auxiliar não somente na busca por uma solução à problemática instaurada, como também na própria experimentação de novas possibilidades.

Reunindo as discussões dessa seção, entendo ser possível fazer uma avaliação que envolve o processo de construção de modelos quando é considerado o mundo cibernético como *locus* para a atualização dos mesmos. Nesse contexto, o modelo é expresso por uma linguagem específica (que no caso da tese foi o Scratch), própria para o espaço abrangido pelas tecnologias digitais. Essa linguagem, embora tenha uma sustentação baseada na lógica proposicional, pode também apresentar a matemática utilizada no contexto escolar e acadêmico de modo explícito (como é o caso no qual são inseridas funções dadas pelos comandos da seção “números”). Além disso, permite que em sua estrutura sejam utilizados aspectos referentes à linguagem materna, ao contexto estético/visual e a aspectos sonoros, por meio de comandos que podem ser “encaixados”. Isso mostra um tipo de modelo que se diferencia daqueles que comumente são utilizados em uma linguagem matemática formal e que somente se configura como tal no contexto abrangido pelo mundo cibernético, onde encontra

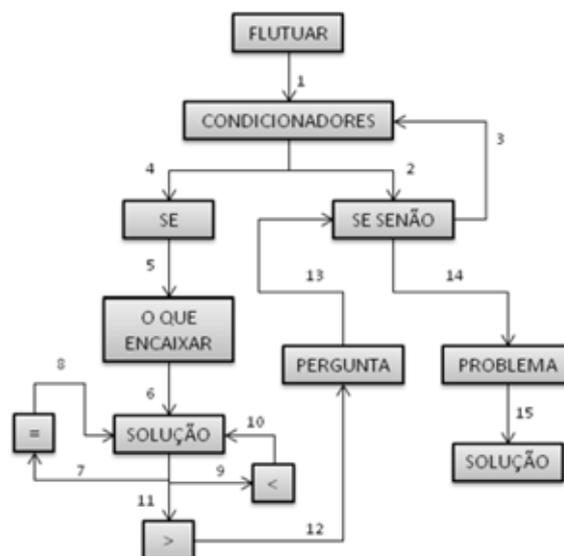
sustentabilidade e potência para se atualizar. Devido a essas particularidades, entendo ser coerente tratá-lo como um modelo matemático/tecnológico.

Com esses argumentos, finalizo essa seção, na qual procurei evidenciar as estruturas construídas pelos estudantes como modelos. Desse modo, entendo buscar uma consolidação para a conjectura formada no terceiro capítulo, a qual apresenta a MM como um processo de construção de modelos que, ao considerar o mundo cibernético como dimensão de atualização, pode se mostrar abrangendo especificidades dadas pela linguagem sustentada pelo aparato tecnológico.

6.3 Problema

Para a construção da visão de MM, discuti a ideia de problema, baseando-me nas ideias encontradas no contexto que envolve a Educação Matemática e, principalmente, na visão trazida por Deleuze (1988). Por meio de uma perspectiva alegórica, assumi na seção 2.5 o problema como sendo **um conjunto de condições não atuais e indeterminadas que dizem respeito a uma dada situação e que gera um campo de conflitos que vai assumindo gradativamente um caráter mais ou menos estável, à medida que vai sendo determinado**. Nessa categoria de análise, procurarei discutir como as ideias que envolvem esse conceito podem se atualizar em termos de MM, focando principalmente nos fluxos que os problemas sofrem ao longo do processo de desenvolvimento dos jogos.

Na perspectiva defendida por Deleuze (1988) e de outros autores que se embasam em suas ideias, como Trindade (2007), o problema não se constitui em algo que é imposto, que já se mostra pronto e determinado, mas sim em algo que se desenvolve e se desdobra frente a condições específicas e particularizadas. É nesse sentido que apresento situações que se desenvolveram no processo de construção dos jogos e partiram de inquietações ou desejos levantados pelos próprios estudantes. A primeira delas refere-se aos desdobramentos ocorridos ao longo do segundo episódio e estiveram relacionados ao deslocamento do objeto carro. Na Figura 58 é possível acompanhar o fluxo de desdobramentos que envolveu esse problema, desde sua determinação inicial até encontrar uma solução específica.

Figura 58 – fluxograma relacionado ao problema⁵³.

Fonte- a pesquisa.

Avalio esse problema a partir da pergunta apresentada pela estudante Laura, quando diz no Exerto 2 do Episódio II: *E para ele não flutuar?* (0:32:21), mostrando com isso sua preocupação com o movimento do objeto carro, que extrapola a região de movimentação (estrada) estipulada pela estudante. Embora na visão de Deleuze (1988) o problema não possa ser confundido com pergunta, esse autor revela que um dos modos de o problema se determinar é pelo modo interrogativo. Essa enunciação, segundo Bakhtin (1997), leva em consideração tanto as experiências daquele que enuncia quanto dos envolvidos na conversa (BAKHTIN, 1997). No caso específico da pergunta enunciada por Laura, esta é dirigida ao professor pesquisador, que supostamente poderia auxiliar na busca por respostas. É justamente essa busca por possibilidades de respostas que a estudante encontra na continuação da conversa, quando Rodrigo em 0:32:27 apresenta como um possível encaminhamento o uso de condicionadores: *“Tem que colocar alguns condicionadores também. Ele vai ficar parado aí, não é?”*. Assim, a pergunta apresentada pela estudante se desmembra, por meio da interlocução com o professor, em possibilidades de soluções, o que entendo estar em consonância com as ideias de Deleuze (1988, p. 267), quando diz que a pergunta “[...] exprime [...] a maneira como o problema é desmembrado” podendo influenciar de modo direto na busca por uma solução.

⁵³ A numeração associada às setas diz respeito à ordem cronológica dos acontecimentos.

Apesar de influenciar de modo decisivo a busca por uma solução, a fala de Rodrigo não se mostra somente neste aspecto, uma vez que pode ser considerada também como uma forma distinta de apresentar o problema. O que observo com isso é que há nela um aspecto dual, que de um lado responde à determinação inicial do problema e de outro a altera apresentando outro enfoque ao que está relacionado ao uso de condicionadores. Assim, o modo como o problema é compreendido passa de “flutuar” para “condicionadores” havendo uma determinação que busca uma adaptação à linguagem usada na construção do jogo eletrônico. Nesse sentido, o que observo é que o processo de solução do problema também está associado à própria determinação do problema, ou nas palavras de Deleuze (1988, p. 267), o “[...] problema se determina ao mesmo tempo em que é resolvido”.

Outro aspecto que considero importante e pode ser observado no Episódio II (Excerto 2) é o significado da dúvida, entendida nesta tese como sendo “[...] um estado subjetivo de incerteza, ou seja, uma crença ou opinião não suficientemente determinada, ou a hesitação em escolher entre a asserção da afirmação e a asserção da negação” (ABBAGNANO, 2007, p. 348). Deleuze (1988) afirma que, assim como a pergunta, a dúvida não pode ser colocada em biunivocidade com problema. Porém, essa pode assumir um papel tanto do processo de delimitação das soluções, quanto na determinação do problema. Um exemplo disso pode ser observado na continuação da fala de Rodrigo quando sugere o uso de condicionadores. Apesar de encaminhar uma solução, o pesquisador se mostra em dúvida quanto ao que fazer, expressando isso nas seguintes falas: “*É, não sei se um se senão ou um se*” (0:33:40). Nesse momento, Rodrigo indica dois encaminhamentos possíveis, por meio do uso do comando condicional “se” e por meio do uso do comando condicional “se senão”. Ao observar novamente o Fluxograma apresentado na Figura 58, é possível ver que a determinação do problema quando associada ao uso de condicionadores, se bifurca em dois grandes eixos (que se entrelaçam), um conduzido pelo uso do comando “se” e outro pelo uso do “se senão”. Assim, há na dúvida apresentada, não somente um avanço na determinação do problema conforme defende Deleuze (1988) e Trindade (2007), mas também há uma delimitação no conjunto de condicionadores que abrange somente dois casos, implicando de modo direto nas construções feitas pela estudante.

Este aspecto pode também ser observado em outro momento, que é quando Vitor indica o uso dos símbolos igual e menor os quais podem ser “encaixados” no condicional. A dúvida é apresentada por Vitor em 0:48:55, quando fala: “*Igual ou*

menor. Aí não sei exatamente qual é o objetivo”. Isso leva a estudante Laura a desenvolver três caminhos distintos, dados pela utilização da relação de ordem associada aos símbolos “<”, “>” e “=” e que podem ser observados na Figura 59.

Figura 59 – uso dos símbolos “<”, “>” e “=”.



Fonte – a pesquisa.

A continuação das discussões levou ao uso do condicionador “se senão”, o que mostra um retorno ao primeiro caminho seguido por Laura e que fora abandonado. Entretanto, nesse retorno não são abandonadas as construções feitas ao longo do caminho percorrido. Nesse sentido, Deleuze (1988) considera que não se trata de um retorno a um ponto de partida, que se repete ou desconsidera tudo o que foi feito, mas trata-se de um “[...] percurso ou a descrição progressiva do conjunto de um campo problemático” (DELEUZE, 1988, p. 338). O que ocorreu no caso de Laura não foi um abandono das construções feitas ao longo do processo, mas sim um aproveitamento/adaptação das mesmas buscando uma solução.

Além do fluxo dado pelo desenvolvimento do problema que ocorre no Episódio II, destaco outro, que envolve o Episódio III. Devido ao recorte mais específico, os desdobramentos implicam um fluxo mais simplificado que o primeiro, que pode ser observado na Figura 60.

Figura 60 – fluxo do problema envolvendo o Episódio III.



Fonte – a pesquisa.

Em minha interpretação, o problema que envolve o terceiro episódio, inicia quando Fernanda fala “*e agora ele não volta (1:04:15)*” apresentando com isso que o objeto movimentado, ao ultrapassar o contorno do mapa, não retorna ao ponto inicial. Diferentemente do caso anterior envolvendo o Episódio II, o problema não foi apresentado em termos interrogativos. Deleuze (1988) considera que um dos modos do problema se determinar é por meio da proposição. Entretanto, para esse autor, “[...] uma proposição é particular e representa uma resposta determinada” (DELEUZE, 1988, p. 265). Com isso quer dizer que a proposição já é resposta, mas em termos potenciais, isto é, no sentido de conduzir as discussões para possíveis respostas. No caso específico da fala de Fernanda, o encaminhamento do problema já está sendo conduzido para um foco dado pela palavra “voltar”, isto é, na preocupação em como fazer o objeto voltar ao ponto inicial.

Embora haja uma preocupação inicial com a troca dos comandos “mova” para “deslize” (“*Vamos botar deslize ao invés de mova*” (1:04:33)), esse caminho é rapidamente abandonado (“*Não. Não. Tem que ser assim mesmo*” (1:04:55)). A solução para o problema determinado por Fernanda é apresentada por Rodrigo quando diz: “*Talvez ele não esteja reconhecendo essa cor*” (1:05:00), sugerindo que “*o ideal seria colocar uma borda forte aqui*” (1:05:04). Isso leva as estudantes a utilizarem outros *software* além do Scratch, tal como o Excel. Assim, o problema de *não voltar*, esteve relacionado ao *reconhecimento* da cor da *borda*, implicando alterações nas

dimensões do contorno do mapa. Desta forma, é possível observar que o “[...] problema se determina ao mesmo tempo em que é resolvido” (DELEUZE, 1988, p. 267), isto é, à medida que os sujeitos se envolvem com o problema, há uma espécie de atualização do mesmo, em termos de linguagem, sob a forma de proposições que vão gradativamente caracterizando a situação investigada.

O que observo ainda nesse caminho seguido pelos envolvidos na busca por uma solução ao problema, é que há um desencadeamento que praticamente não sofre alterações, no sentido de mudanças nas determinações. Há apenas duas ramificações no fluxo que não foram seguidas, a saber, a utilização do comando deslize e a utilização do *software* Paint (passos 1 e 3 do fluxograma dado pela Figura 60). Embora entenda que não seja possível generalizar, cabe fazer um breve comparativo com o problema anteriormente considerado, o qual se iniciou com uma pergunta e a meu ver apresentou um fluxo mais expressivo. Apesar de considerar que tanto a pergunta quanto a proposição afirmativa já conduzem a uma resposta, Trindade (2007), embasado em uma visão deleuzeana, apresenta uma diferença entre as mesmas. Conforme esse autor, a proposição “[...] ignora os procedimentos conjuntos com outros casos que poderiam considerar um problema em específico por outro viés” (TRINDADE, 2007, p. 134), enquanto a interrogação “[...] opera um desmembramento do problema” (TRINDADE, 2007, p. 134) no sentido de considerar os interlocutores e as experiências vividas por estes, podendo abranger assim pontos de vista distintos. Com esses apontamentos estou exemplificando possibilidades apresentadas no campo teórico e que inferem sobre distinções entre pergunta e proposição (afirmativa ou negativa).

Ao avaliar as exposições e argumentações expostas nessa seção, é possível observar que, ao longo do desenvolvimento, a imersão no problema vai desmembrando-o em determinações mais específicas, as quais são inspiradas por dúvidas, perguntas, afirmações que por sua vez conduzem a soluções para o problema. Isso apresenta o problema como um fluxo que se desenvolve e se mostra somente no próprio caminho percorrido, ou, conforme Deleuze (1988) defende, determinam-se ao longo do próprio processo que envolve a busca por uma solução. A cada nova determinação, novas possibilidades são consideradas, direcionando o campo problemático que tem como consequência final ações transformadoras da organização do jogo eletrônico. Este aspecto pode ser observado no fluxograma apresentado pela Figura 58, no qual o *flutuar* se desdobra no uso de *condicionadores* que, por sua vez se bifurcam, formando dois fluxos a entrelaçar-se de modo não necessariamente linear, e conduzem a constantes

transformações nos modelos construídos. Embora perfazendo um fluxo com menos ramificações, entendo que o problema que envolve o Episódio III também mostra um desencadeamento cujas determinações consecutivas norteiam todo o processo. Assim, considero que ambos os problemas analisados não podem ser vistos como algo estático, pré-definido, mas sim como fluidos.

De modo alegórico, entendo que essa relação entre as sucessivas determinações que o problema sofre e suas implicações na busca por uma solução pode ser associada ao campo direcional não estático de uma equação diferencial, não podendo ser necessariamente considerada composta por vetores que já possuem direções e sentidos pré-fixados. A cada nova proposição apresentada, seja em forma de dúvida, pergunta, afirmação, negação etc, pode haver mudanças nos fluxos (DELEUZE, 1988) desse campo (como pedras atiradas em um lago), que transformam o modo como o mesmo é compreendido e conduzem a distintas respostas, como é o caso do fluxograma apresentado pelas Figuras 58 e 60.

Essa mudança, que ocorre ao longo dos fluxos apresentados, mostra que o problema vai se (trans)formando com a imersão dos envolvidos no mesmo e, a cada nova proposição que de alguma forma determina o problema, o fluxo se renova, como, por exemplo, o uso da expressão “*É, não sei se um se senão ou um se*” (0:33:40), por Rodrigo, que influenciou o aparecimento de dois fluxos dados pelo “se” e pelo “se senão” na Figura 58, ou pela fala de Vitor, quando diz “*Menor ou igual. Aí tem que ver qual é o teu objetivo*” (0:48:55), cujo desenvolvimento gera o fluxo apresentado na Figura 59. Assim, do mesmo modo que o campo direcional não é a equação diferencial (EDWARDS; PENNEY, 1995), a proposição que se refere ao problema não deve ser confundida com o próprio problema, mas sim como uma determinação que conduz a ações que buscam resolver o problema e, portanto, estão relacionadas à solução. Por outro lado, é importante salientar que essas “ondulações” que o fluxo sofre, apresentadas em termos proposicionais, não assumem um caminho que é independente do problema da qual derivam (DALLA VECCHIA; MALETEMPI, 2012). Assim são os casos apresentados nos episódios analisados nessa seção que, apesar de assumirem particularidades em cada ramo do fluxo (como, por exemplo, a discussão referente à utilização dos quantificadores maior, menor ou igual no Episódio II), não estão dissociados do problema inicial (que no Episódio II diz respeito ao posicionamento do objeto carro). Esse aspecto é apresentado por Deleuze (1988, p. 265), quando diz que

“[...] gerais ou particulares, as proposições só encontram sentido no problema subjacente que as inspira”.

Ainda, no que se refere à alegoria, não somente o modo como o problema é compreendido pelos participantes condiciona a busca por uma solução. Há também outros aspectos que devem ser considerados e constituem o que chamo de condições iniciais. No caso particular dos episódios considerados, entendo que o jogo em si, a perspectiva de que os modelos construídos foram feitos para serem atualizados na realidade do mundo cibernético, os objetivos dos participantes e do pesquisador e, principalmente, o referencial usado (linguagem de programação Scratch) são aspectos fundamentais do conjunto de condições iniciais. Assim, há entrelaçamentos entre as condições iniciais e o problema os quais provocam ondulações que, aliadas à imersão dos indivíduos no processo, produz determinações (dentro um conjunto potencial) que vão sendo formadas ao longo do próprio processo de busca por uma solução.

Para finalizar, considero que as ideias discutidas nessa seção mostram uma consonância com os aspectos teóricos apresentados ao longo do segundo e terceiro capítulos que proporcionaram a construção teórica de um modo de compreender a MM entendendo-a como *um processo dinâmico que se refere e visa a encaminhar problemas*. Há, de fato, um processo que leva à construção de um modelo, que no Episódio I, envolve a construção do próprio jogo, ou seja, que jogo construir?; no Episódio II, pode ser identificado pela pergunta “*E para ele não flutuar?*” dita por Laura, e no Episódio III pode ser evidenciado pela afirmação “*e agora ele não volta*”, expressa por Fernanda. Esse processo se mostra dinâmico por se tratar de um fluxo que esteve sujeito a variações e desvios, apresentando uma multiplicidade de caminhos, que se referem e visam encaminhar problemas, atualizando parte da estrutura teórica construída.

6.4 Referência à Realidade

Conforme Bicudo e Rosa (2010), o mundo cibernético pode ser visto como uma dimensão de abrangência da realidade, que se mostra qualitativamente distinta em termos de espacialidade e temporalidade. Para esses autores, a combinação desses aspectos pode estruturar um espaço que adquire características próprias, no qual as ações tomadas podem não se atualizar do mesmo modo que na realidade vivida no

cotidiano sem a presença das tecnologias digitais. Papert (1985, 1994) apresenta que o mundo cibernético permite a construção de ambientes nos quais as relações físicas que se estabelecem no mundano possam ser tanto experienciadas, quanto totalmente ignoradas. Isso apresenta um campo, no qual a realidade desse espaço pode abranger potencialmente aspectos que se limitam apenas pelo grau de imaginação e pelas funcionalidades dos recursos que estão sendo utilizados, permitindo tanto construir espaços com referência a aspectos mundanamente vividos, quanto ignorar essa referência.

É com um olhar atento a esse aspecto que analiso nessa seção a referência à realidade. Na particularidade do Episódio II, toda a situação se desenvolve em função do movimento do objeto carro que, em um momento inicial, é condicionado por um modelo que permite sua movimentação vertical ao longo de toda área de estágio. Entretanto, essa permissividade na movimentação extrapola a região delimitada pela estrada na figura que forma o palco na área de estágio (Figura 61). E, em função desse aspecto, Laura apresenta o problema no Excerto 2 em 0:32:21: “*E para ele não flutuar?*”

Figura 61 – objeto carro ultrapassando a área delimitada pela estrada.



Fonte – a pesquisa.

Há, nesse caso, uma dupla implicância na determinação inicial do problema. Por um lado a situação assume uma perspectiva problemática, pois a referência que a estudante está tendo é a consideração de que um automóvel na realidade mundana, não pode se opor à ação da gravidade. A busca por um movimento que se assemelhe ao de um automóvel foi o que norteou os desdobramentos do problema, aspecto que pode ser observado quando Laura, em momentos distintos apresenta seu objetivo: “*Eu quero assim. Se ele chegar a essa altura aqui, desse (x, y), ele pare. Ele ande zero passos no*

caso. Senão ele vai lá para cima” (0:47:20). “*É que eu quero que ele não passe dessa altura, no caso, não consiga vir para cima e nem para baixo da pista. Eu quero que ele, no caso, ande só na pista*” (0:50:08). Desse modo, entendo ser possível considerar que a estudante teve como referência um fato que se atualiza na realidade mundana, que é o movimento do carro, por exemplo, em uma estrada, sem a possibilidade de voar.

Por outro lado, o aspecto gerador de toda a inquietação não se deu em função de uma situação específica ocorrida com um automóvel e que foi experienciada pela estudante na realidade mundana, mas sim por meio de uma situação imaginada (BICUDO; ROSA, 2010), a qual implicou ações que envolveram a manipulação do Scratch na construção do jogo e se atualizaram na tela informacional do computador. A situação, nesse caso, somente pôde se mostrar problemática para a estudante na realidade do mundo cibernético ao permitir que a estrutura construída se atualizasse de modo distinto do comumente vivenciado. Assim, entendo haver uma espécie de tensão criada entre aquilo que foi imaginado pela dupla formada com a estudante e aquilo que se atualiza no mundo cibernético, criando um campo problemático que desencadeia as ações descritas ao longo do Episódio II.

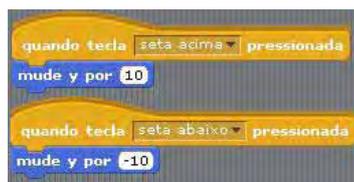
Com isso, é possível considerar que o mundo cibernético abre caminho para configurar “[...] realidades possíveis, projetadas, inventadas” (BICUDO; ROSA, 2010, p. 20) e que esse processo de criação pode se configurar na tensão gerada entre aspectos com referência a situações inspiradas na realidade do cotidiano e a potencialidade dada pelo mundo cibernético que, por meio da atualização, permite fazer com que os acontecimentos experienciados nesse espaço extrapolem as situações físicas do cotidiano. Considero importante ressaltar que, embora a situação imaginada pelas estudantes pudesse ser associada a um referencial mundano, o mundo cibernético permite a criação de ambientes que não necessariamente reproduzem a mesma ou, em outras palavras, que abrangem o que Baudrillard (1991) entende por hiperrealidade. Segundo esse autor, a hiperrealidade pode ser associada a simulações que não possuem um referencial necessariamente atualizado na realidade mundana, um território ou uma substância e residem em um campo dado pela entrada do imaginário. Esse campo ganha uma dimensão hiperrealística nas construções feitas com o Scratch, permitindo atualizações do imaginado no mundo cibernético.

Conforme Bicudo e Rosa (2010, p. 28), a situação a ser considerada, quando descrita em termos de uma linguagem específica, como por exemplo uma linguagem de programação, é entendida como um fato virtual, deixando assim “[...] se descrever

completamente por uma rede determinada, de uma finitude determinada”. É isso que acontece ao longo do Episódio II, no qual a situação desejada/inventada pelos participantes – inspirada na movimentação de um automóvel em uma rodovia – é trazida para o contexto do jogo e estruturada em função das especificidades da linguagem Scratch. A descrição da situação pela linguagem faz com que esta assuma uma natureza determinável dentro da própria rede de conceitos que abrange, e que possa extrapolar o evento empírico (GRANGER, 1994; BICUDO; ROSA, 2010). Esse aspecto pode ser observado justamente na apresentação do problema por Laura, quando diz “*E para ele não flutuar?*” (0:32:21). Nesse caso, o modelo construído permite uma movimentação diferenciada para o carro em relação ao que ocorre em uma realidade mundana, uma vez que seu movimento permite extrapolar a região designada como estrada, aparentando estar suspenso no ar.

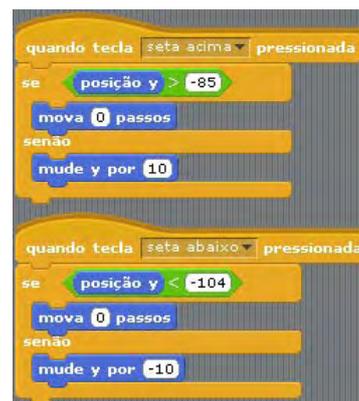
Em função do objetivo da estudante, o modelo associado a esse movimento foi sofrendo alterações ao longo do próprio processo de construção. Entretanto, na particularidade da tese, é interessante observar que, mesmo tendo uma referência na realidade mundana, o modelo foi construído e reestruturado para se atualizar na realidade do mundo cibernético. Este aspecto lhe dá uma caracterização distinta à relação entre essa dimensão da realidade e o modelo que se constrói. Por possuírem uma mesma base, dada pela matemática, o aspecto atualizado pelo modelo na realidade do mundo cibernético é determinado completamente pelo mesmo. De fato, considerando o primeiro modelo apresentado (Figura 62), não há limitantes para o deslocamento do carro. Já na Figura 63, o modelo apresenta condicionadores que permitem uma movimentação somente dentro de limites estipulados. Assim, embora a decisão de como deslocar o objeto seja feita pelo jogador, todas as ações que este pode efetuar já são previamente estabelecidas por meio dos modelos.

Figura 62 – modelo inicial



Fonte – a pesquisa.

Figura 63 – modelo final.



Fonte – a pesquisa.

Nesse sentido, é possível compreender o que Bicudo e Rosa (2010, p. 28) querem dizer quando afirmam que “[...] a realidade do ciberespaço é virtual por já ter sua base nas ciências, notadamente na matemática”, ou seja, é uma dimensão da realidade, mas cabe a adjetivação virtual, por ser totalmente sustentada pelo aparato científico. Essa base em comum permite fazer com que haja uma determinação completa nas operações, que são atualizadas na realidade do mundo cibernético.

Segundo Bicudo e Rosa (2010) essa determinação é compensada pela multiplicidade de modos nos quais essas atualizações podem se dar. No caso específico da MM, que envolve um processo de construção, essa multiplicidade não se mostra somente nas possibilidades que o modelo (já pronto) oferece, mas também no próprio processo de construção do modelo (modelagem), permitindo uma variedade de encaminhamentos, que podem ou não influenciar na estruturação final, dependendo do modo como se atualizam na realidade do mundo cibernético e do objetivo dos envolvidos. Entendo que esse aspecto pode ser observado nos desdobramentos que o processo de construção dos modelos e na busca por soluções dos problemas encontrados, discutidos principalmente na seção anterior, que trata de problema⁵⁴.

Essa multiplicidade de possibilidades abrangida pelo mundo permite a criação de espaços que muitas vezes podem se mostrar distintos, principalmente no que diz respeito ao processo de MM. É este o caso do Episódio III, que, em minha visão, diferencia-se do segundo principalmente no aspecto relacionado ao processo de construção do modelo. De fato, observando o caso no qual o modelo se refere à movimentação do objeto carro discutido até o momento, o conjunto de desdobramentos

⁵⁴ Um exemplo específico, pode ser a utilização dos condicionadores “se” e “se não” e as subdivisões dos fluxos, dadas pela utilização dos símbolos “>”, “<” e “=”, descritas ao longo do Episódio II

e ações que envolvem o problema esteve associado à mudança e adaptação do modelo à situação desejada por Laura, que consistia mantê-lo na faixa de altura que estava relacionada à rodovia. Esse processo envolveu a experimentação de vários comandos diferentes. A cada nova adaptação o conjunto de comandos era experimentado. Caso o objeto não se comportasse na forma desejada, eram feitas alterações. Essas mudanças no modelo estenderam-se até o modelo se adaptar à situação desejada.

Isso mostra certa consonância com algumas perspectivas de MM que apresentam como importante etapa a busca por uma adaptação do modelo à situação a que ele se refere, como é o caso das investigações de Borromeu Ferri e Blum (2010), Kaiser, Schwarz e Tiedemann (2010), Bassanezi (2004) e Biembengut e Hein (2007). Conforme estes autores, esse processo de adaptação do modelo ou da solução que o modelo oferece à situação à qual se referencia é denotada por validação e pode ser consolidada por meio da comparação entre os dados obtidos pelo modelo e os dados empíricos. Caso os resultados não se adaptem, passa-se para uma reformulação do modelo, buscando uma resposta mais eficiente.

Embora no primeiro caso a consonância esteja apenas na reorganização do modelo (uma vez que não existem dados empíricos que proporcionem a possibilidade de uma comparação), o terceiro episódio apresenta uma distinção maior. Nele é possível observar que Fernanda, Eduarda e Rodrigo, ao se depararem com uma situação que não se comportava conforme o desejado, não partiram para uma reorganização do modelo, mas sim de todo o ambiente visual ao qual o modelo se referia e nele iria se atualizar.

Quando a Modelagem Matemática assume uma situação problemática oriunda do mundo cibernético, pode sofrer influência da realidade mundana, conforme discutido anteriormente. Entretanto, mesmo havendo a influência da realidade mundana, é possível evidenciar aspectos que dizem respeito especificamente ao contexto do mundo cibernético. O caso específico que envolve o Episódio III é um exemplo disso, no qual o “onde”, característico da realidade do ciberespaço, se mostra de maneira decisiva no encaminhamento da situação. Segundo Bicudo e Rosa (2010, p.50) o mundo criado pelas linguagens computacionais “Traz a ideia de recriar o mundo, sustentá-lo em sua grandeza e força, até mesmo ampliando as possibilidades naturais à realidade humana”. É justamente baseado nessa potencialidade de criação e recriação de espaços que entendo que o processo de MM pôde se mostrar de modo diferenciado de outros casos nos quais a referência se dá no mundanamente vivido, uma vez que se sustenta em uma

realidade que pode ser construída, imaginada, pensada e repensada, mostrando um ambiente plástico e que se transforma (ROSA, 2008).

Na especificidade do Episódio III, observo que essa plasticidade possa ser evidenciada primeiramente no Excerto 2.

(1:05:04) **Rodrigo:** *Então eu acho que o ideal seria colocar uma borda forte aqui.* [Referindo-se ao contorno das ruas do mapa].

(1:05:06) **Fernanda:** *Hum, Ham* [concorda].

(1:05:08) **Rodrigo:** *Mais forte aqui...* [aponta com o mouse para o contorno da rua].

(1:05:12) **Fernanda:** *Fazer isso no Paint, quem sabe.* [Referindo-se ao *software* Paint, que permite a edição de imagens].

Quando Rodrigo diz em 1:05:04: “*Então eu acho que o ideal seria colocar uma borda forte aqui*” mostra que uma possível solução para o problema apresentado pelo modelo não envolve sua alteração, mas a alteração do cenário de fundo que delimitava a ação do objeto. Ao fazer isso, encaminha uma solução ao problema levantado por Fernanda, relacionado ao não reposicionamento do objeto ao sair dos contornos dados pelo mapa que estava sendo utilizado. Entendo que essa sugestão apresentada pelo professor/pesquisador evidencia uma visão plástica e maleável do mundo cibernético. Mas não somente Rodrigo apresenta essa visão. Na sequência das falas, Fernanda concorda imediatamente com a sugestão dada (“*Hum, Ham*”) apresentando, inclusive, sugestões de *software* que possibilitem essa alteração (“*Fazer isso no Paint, quem sabe*”).

Essa concordância leva a dupla a alterar totalmente o cenário. Em um primeiro momento a des-construção é total, isto é, parte-se para a construção de um novo cenário. Entretanto, a utilização do *software* Excel possibilita uma construção que se baseia no mapa original. É nesse momento que a estudante Fernanda mostra mais uma vez, em minha opinião, que considera o espaço a que o modelo se refere como maleável, apresentando assim um aspecto que muito se distancia do mundanamente vivido e que já se mostra atualizado. Compreendo que esse aspecto pode ser observado no Episódio III, Excerto 4, principalmente, quando a estudante diz “*A gente faz fininho assim e depois a gente aumenta, tá?*”(2:03:32).

Interpreto que nessa frase existe uma preocupação com o contorno e com a espessura, talvez influenciada pela fala do professor o qual sugere que a borda seja mais

“forte”. Porém, quando diz “*A gente faz fininho assim*” entendo que a estudante expressa a importância que dá à construção do mapa. Num primeiro momento, essa preocupação é somente com o contorno que delimita as ruas. Mas, a continuação da fala dada pela expressão “[...] e depois a gente aumenta” revela que a maleabilidade da construção do ambiente já está incorporada, isto é, para a estudante podem não importar muito, num primeiro momento, todos os detalhes que constituem o mapa e que podem influenciar na utilização do conjunto de comandos utilizados, uma vez que o ambiente construído pode ser alterado para o formato desejado.

Essa constatação fortalece a ideia de multiplicidade (BICUDO; ROSA, 2010) da realidade do ciberespaço e nos revela uma natureza distinta no momento que percebemos as situações problemáticas dessa construção sob o ponto de vista da Modelagem Matemática. De fato, enquanto nos casos em que a referência é a realidade mundana, normalmente “refuta-se” o modelo, na realidade do mundo cibernético existe a possibilidade de refutar a “referência” mantendo, sob certos aspectos, a ideia principal. Embora esse aspecto seja uma distinção que se mostra na realidade do mundo cibernético, entendo que esse aspecto mereça uma reflexão, principalmente se o objetivo pedagógico está relacionado a aspectos específicos da matemática ou da lógica de programação.

Dada a multiplicidade de caminhos que o mundo cibernético permite, as alternativas de solução se ampliam, podendo facilitar todo o processo de solução do problema, não implicando, necessariamente, discussões que abrangem a adaptação dos modelos construídos (como é o caso especificado). Uma rigidez maior, ao mesmo tempo em que poderia limitar o fluxo de encaminhamentos, poderia também fazer com que a busca por uma solução implicasse a transformação do modelo construído, potencializando discussões relacionadas ao modelo e à linguagem utilizada para sua construção.

Retomando os aspectos discutidos nessa seção, entendo ser possível observar pelo menos dois aspectos que considero ser relevantes no âmbito da MM. O primeiro é a perspectiva de abranger situações que não tenham somente uma referência em fatos atuais da realidade mundana, incorporando também o imaginativo ao contexto da MM e permitindo, com isso, criar modelos que se atualizam na realidade do mundo cibernético de modo distinto das experiências ocorridas no mundano. Entendo que esse aspecto cria um espaço potencial que permite abrigar de modo natural situações como as discutidas por Araújo (2002) nas quais um modelo foi inventado pelos estudantes. Se a realidade

mundana não permite uma atualização de várias situações imaginadas, a multiplicidade da realidade do mundo cibernético, associada aos conhecimentos específicos, permite muitas delas. Ao menos potencialmente, possibilita a criação de um espaço no qual esses aspectos possam ser atualizados, permitindo assim um avanço em termos cognitivos para a própria MM.

O segundo aspecto está relacionado à perspectiva de mudança constante permitida pelo mundo cibernético e possibilita a inversão de aspectos comumente encontrados e descritos na MM, como, por exemplo, a busca por uma adaptação do modelo construído no contexto a que se refere. Na especificidade do Episódio III, apresento um fluxo contrário, no sentido de adaptar o contexto ao modelo construído.

Esses aspectos mostram que a MM com o mundo cibernético pode apresentar particularidades, que se distinguem das comumente encontradas quando são consideradas outras dimensões da realidade. Entendo que essas distinções podem ser explicadas, em termos teóricos, pelas ideias apresentadas por Bicudo e Rosa (2010), com as quais é possível fazer uma distinção entre as ciências empíricas (física e química, por exemplo) e a informática. Segundo esses autores, embora as ciências empíricas se valham do aparato matemático que as sustentam, estas não assumem a mesma dimensão da matemática (virtual, uma vez que têm potência para se atualizar em aplicações) e operam também com a dimensão empírica. Já o mundo cibernético possibilitado pela informática trabalha com a matemática de modo diferente, operando sobre outra dimensão, que não se dá necessariamente no empírico, mas se ancora na comunicação, informação e construção de programas, e é sustentada por um terreno pré-dado pelo conhecimento matemático. Desse modo, ao lidar com a MM no campo do mundo cibernético, não há necessariamente uma relação ou referência ao empírico, como ocorre no caso de ciências como a física, abrindo assim espaço para considerar situações as quais tenham sua referência também no âmbito do imaginado e que, devido à sustentação tecnológica desse mundo, encontram um espaço de atualização (carro voando).

Além disso, cabe ressaltar que a sustentação matemática do mundo cibernético, permite uma atualização diretamente associada ao modelo construído. Nesse caso, entendo que realidade do mundo cibernético e estruturação do próprio modelo podem se confundir, devido à determinação completa dada pela natureza comum de suas bases, notadamente científicas, aspecto consequente das ideias de Bicudo e Rosa (2010) e Granger (1994). Isso evidencia novamente um aspecto distinto com respeito à MM

quando as situações são feitas para se atualizarem no mundo cibernético. Diferentemente das situações nas quais o empírico é considerado e a relação entre modelo e a realidade se dá por uma indeterminação incompleta, o fato que se atualiza na realidade do mundo cibernético por meio do *software* Scratch é completamente determinado pela linguagem do programa.

Reunindo as discussões acerca dos três episódios analisados, entendo ser possível concluir que a construção de jogos eletrônicos levou em consideração problemas, que se referem a distintas dimensões de abrangência da realidade. Dessa forma, há uma atualização do posicionamento teórico que entende a MM no campo da Educação Matemática se mostra como sendo **um processo dinâmico e pedagógico de construção de modelos sustentados por ideias matemáticas que se referem e visam encaminhar um problema de qualquer dimensão abrangida pela realidade**. Essa análise permite não somente atualizar o conceito apresentado, como também mostrar uma MM fluida e em constante transformação, influenciada pelo objetivo pedagógico, pela fluidez do problema, pela linguagem assumida na estruturação do modelo e pelas particularidades de cada dimensão abrangida pela realidade, que na especificidade da tese tem suas construções estruturadas com o mundo cibernético.

7- REFLEXÕES E BRAINSTORMING

Marcas do que se foi
Sonhos que vamos ter
Como todo dia nasce
Novo em cada amanhecer...

Os Incríveis

Este capítulo tem dois objetivos que se refletem no próprio título utilizado. O primeiro visa uma reflexão que retoma os principais aspectos abordados ao longo dos capítulos anteriores, procurando fazer um entrelaçamento entre os encaminhamentos da tese e sua relação com a pergunta diretriz. O segundo objetivo assume um caráter mais exploratório, no sentido de buscar conexões não abordadas na análise de dados e de abrir caminho para futuras perspectivas investigativas.

Início pela apresentação do processo de construção da tese, que se mostrou em um constante fluxo. Embora apresentados em termos sequenciais, os capítulos foram sendo estruturados na própria medida dos desdobramentos que a problemática envolvendo a MM e a construção de jogos eletrônicos se mostrava, por meio de leituras, conversas, apresentações, críticas, análises, perguntas, dúvidas, inquietações que formaram encontros e desencontros entre o “eu pesquisador” e o “eu professor” e culminaram com a presente pesquisa.

Esse processo de construção foi norteado pela pergunta: **Como se mostra a Modelagem Matemática na realidade do mundo cibernético, sob o ponto de vista da Educação Matemática no contexto que se refere à construção de jogos eletrônicos?** Porém, essa determinação da problemática não foi abrupta; não surgiu instantaneamente; não se deu de modo imediato. A própria MM não tinha espaço na proposta inicial, ganhando força somente no primeiro semestre, por meio de um confronto entre a teoria estudada na disciplina de Tendências em Educação Matemática e minha prática pedagógica. Esse confronto gerou inquietações que de alguma forma envolveram minha atenção de modo a entrar em um processo irreversível. Aspectos como sequencialidade e subordinação da MM a conteúdos específicos contrariavam boa parte das experiências que havia vivido no âmbito da MM, trazendo inquietação. Embora leituras mostrassem visões distintas, sempre havia algum incômodo ou

contraexemplo que fazia com que o conceito de MM, ao invés de ser construído, fosse constantemente desconstruído, aumentando ao mesmo tempo meu desconforto e meu envolvimento com a área.

A tensão gerada entre prática e teoria e entre minha trajetória de formação (vindo de um mestrado no campo teórico da matemática) e da atuação no âmbito da matemática aplicada (com trabalhos feitos juntamente com os alunos no ramo profissional de atuação da engenharia) foi suficiente para encaminhar uma investigação que, além de visar uma compreensão da MM, abordasse aspectos do mundo cibernético. A relação entre MM e mundo cibernético se deu por meio da construção de jogos eletrônicos, que possibilitou que as construções feitas na linguagem tecnológico/matemática Scratch tivessem a realidade do mundo cibernético como dimensão de atualização. Entretanto, a busca por uma compreensão dos dados levou a um aprofundamento tanto em aspectos específicos da MM, quanto em relação a outros aspectos teóricos que não necessariamente se associavam de modo direto com esse campo de investigação da MM. Isso permitiu conjecturar e apresentar no terceiro capítulo da tese uma visão teórica que entende a MM no campo da Educação Matemática como sendo **um processo dinâmico e pedagógico de construção de modelos sustentados por ideias matemáticas que se referem e visam encaminhar problemas de qualquer dimensão abrangida pela realidade.**

O entrelaçamento entre os aspectos teóricos e as situações ocorridas nas construções dos jogos eletrônicos foi feito ao longo de todo processo de elaboração da tese e contribuiu para compor essa visão de MM, que se caracteriza por apresentar algumas características da MM quando o processo se atualiza com o mundo cibernético. Essa compreensão foi organizada no sexto capítulo, envolvendo a discussão de quatro aspectos, a saber, objetivo pedagógico, modelos, problema e realidade.

Assumi como objetivo pedagógico a perspectiva de **proporcionar aos estudantes condições para que as ações de aprendizagem associadas ao processo de construção de um artefato se efetivassem.** Essas ações são dadas por descrição/expressão, depuração compartilhada de ideias, execução compartilhada e reflexão/discussão. Em particular, a análise mostrou que a ação de descrição/expressão pode ser fluida e em transformação, abrangendo tanto aspectos da linguagem natural verbalizada quanto características específicas da linguagem utilizada na programação.

No caso da depuração compartilhada, observo que esta pode se mostrar de um modo a ampliar as ideias já existentes, trazendo a perspectiva de experimentação que

envolve a multiplicidade de caminhos que podem ser trilhados na busca por soluções para a situação problemática. Nesse contexto, não é decidido *a priori* o que deve ser seguido, mas sim dado um rol de possibilidades com potencialidade para solução.

Ainda no processo de construção dos jogos foi possível avaliar a execução compartilhada como uma ação de aprendizagem relevante, sendo observada principalmente no Episódio III. Nela, não somente houve a execução feita com o *software* Scratch, mas também os participantes trazem ao contexto a utilização de outras ideias e outros *software* mostrando uma multiplicidade de entrelaçamentos na construção do cenário, visando assim o desenvolvimento do jogo.

Por último, a reflexão/discussão pôde ser observada ao longo do Episódio II mostrando que, mesmo na construção de jogos que aparentemente possuem uma relação pouco direta com a matemática, a reflexão acerca das construções pode estar associada a aspectos matemáticos. Entendo que as análises que envolvem as ações de aprendizagem permitem concluir que a MM, quando discutida por meio da construção de jogos eletrônicos, se mostra influenciada pelo objetivo pedagógico, que no caso específico, esteve relacionado às ideias construcionistas.

Outro aspecto por mim analisado foi o relacionado aos modelos construídos, os quais foram identificados por meio de uma leitura lógico-matemática. Essa avaliação permitiu compreender as construções feitas por meio do Scratch, como modelos matemáticos/tecnológicos. Estes modelos, por terem sua base dada pela tecnologia, podem incorporar em sua estrutura aspectos sonoros e estético-visuais, abrangendo também aspectos referentes à língua falada, mostrando assim um tipo de modelo que se diferencia daqueles que comumente são utilizados em uma linguagem matemática formal. Este aspecto permite tanto discutir o modelo em função de uma multiplicidade de linguagens, quanto apresentar a MM como um processo de construção de modelos, fortalecendo a atualização da conjectura feita no terceiro capítulo. Considero ainda importante salientar que na especificidade do uso do Scratch, existe a possibilidade tanto de um afastamento quanto de uma aproximação explícita com a linguagem formal matemática. Desse modo, mesmo utilizando-a, é possível abranger diferentes objetivos pedagógicos, como por exemplo os relacionados a conteúdos matemáticos específicos.

No que diz respeito à ideia de *problema*, a análise mostrou que o mesmo se apresentou em um constante fluxo, inspirado pela sua determinação. Essa determinação pode ser apresentada em termos de pergunta, dúvida ou proposição (afirmativa/negativa) e vai se alterando ao longo do próprio processo, transformando-se

em outros problemas mais específicos que indicam/condicionam caminhos que podem se configurar como solução definitiva ou não. Isso apresenta fluxos que gradativamente vão assumindo um caráter mais estável, possibilitando o levantamento de soluções. Esses fluxos que as determinações do problema indicam não possuem uma sequencialidade pré-vista, antecipada e se mostram somente no próprio processo, o que permite adjetivá-lo como dinâmico. Desse modo, o processo que envolve a construção de jogos eletrônicos mostra-se associado à construção de comandos que possuem uma base matemática e visam o encaminhamento de um problema, permitindo com isso atualizar outro aspecto referente à conjectura feita sobre MM.

A última análise feita por mim diz respeito à referência à realidade. Entendo que as construções feitas evidenciam um espaço distinto de atualização para os modelos, permitindo considerar múltiplas dimensões abrangidas pela realidade como referência para a MM. No caso específico da tese, foi avaliado o mundo cibernético, cuja realidade foi sustentada por meio de argumentos teórico-filosóficos. As construções feitas pelos estudantes permitiram analisar situações que possuíam referências que embora pudessem se atualizar na realidade mundana, foram imaginadas, criadas, mostrando assim um processo que se diferencia da construção de modelos, cuja situação de referência se limita ao empírico da realidade mundana.

Pelo fato do mundo cibernético e o modelo possuírem uma mesma base, notadamente matemática, há uma determinação completa entre a construção do modelo e a realidade desse mundo, o que pode não acontecer quando o modelo se refere ao empírico da realidade mundana. Desse modo, construção do modelo e construção do próprio ambiente de jogo acabam por se confundir na realidade do mundo cibernético.

Essa determinação completa permite situações que podem se mostrar qualitativamente distintas frente a aspectos da MM quando sua referência é o empírico da realidade mundana. É esse o caso específico da construção do mapa feito no Episódio III, no qual os participantes observaram que a atualização do modelo na realidade do mundo cibernético não condizia com o desejado. Nesse caso, ao invés de uma reestruturação do modelo, houve uma reestruturação no ambiente onde o modelo se atualizava, mostrando assim essa dimensão da realidade plástica, no sentido de permitir a criação de espaços que se adaptem aos modelos construídos.

Esses aspectos reunidos permitem considerar que a construção dos jogos eletrônicos envolveu um processo de construção pedagógico de modelos sustentados por ideias matemáticas que se referem e visam encaminhar problemas de qualquer

dimensão abrangida pela realidade. Desse modo, há uma atualização da construção teórica feita no terceiro capítulo e que permite compreender como a MM se mostra no contexto da Educação Matemática em construções de jogos eletrônicos.

Reunindo as discussões acerca das análises, entendo ser possível observar que a MM, quando considera o mundo cibernético, se mostra fluida, em constante transformação. Essa fluidez não se deu somente devido à referência à realidade, que por si só já admite distinções qualitativas frente a outras dimensões da realidade, mas também pela composição dos quatro aspectos avaliados: objetivo pedagógico, modelos, problema e realidade. Assim como a visão alegórica de problema, entendo que as características múltiplas de cada um se entrelaçam, influenciando o processo de MM, do mesmo modo que pedras atiradas em um lago de águas paradas influenciam as ondulações do mesmo (Figura 64).

Figura 64 – os quatro aspectos analisados na tese e a alegoria relacionada fluxos.



Fonte – a pesquisa.

Ao visualizar a Figura 64, é possível observar que as ondulações não formam um campo isolado, mas sim campos que se afetam, formando fluxos. Avaliada por meio dessa perspectiva, a MM pode ser vista como um processo, que não se mostra estático, pois qualquer alteração pode influenciar de modo decisivo o encaminhamento na busca de uma solução para o problema.

Assim, no âmbito dessa investigação, o processo de MM é compreendido como sendo algo não necessariamente linear ou formado por etapas pré-determinadas e que somente se mostra ao longo do próprio processo. Desse modo, cabe avaliá-lo como um

processo dinâmico, o que permite atualizar todos os aspectos considerados na conjectura feita no terceiro capítulo, entendendo que existe um campo potencial que permite compreender que a MM, no campo da Educação Matemática, se mostra como sendo **um processo dinâmico e pedagógico de construção de modelos sustentados por ideias matemáticas que se referem e visam encaminhar problemas de qualquer dimensão abrangida pela realidade.**

Em particular, considero que a principal consequência desse modo de conceber a Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática, está na possibilidade de evidenciar aspectos que podem contribuir tanto para compreender o processo de MM sob diversas perspectivas, quanto para encaminhar possíveis soluções para os problemas abrangidos.

De fato, fazendo um rápido exercício mental, é possível entender como o entrelaçamento das ideias consideradas se associa a algumas situações ocorridas em sala de aula. Supondo, por exemplo, que o objetivo pedagógico de um professor está relacionado a um conteúdo específico. Isso pode levar a considerar uma gama de situações que já delimitam o modo como o modelo será apresentado (provavelmente focando nos aspectos relativos ao conteúdo), o problema a ser considerado (que deve necessariamente envolver situações que possam ser úteis para que a matemática que se deseja trabalhar se mostre) e a dimensão da realidade a que o problema se refere. Desse modo, problema, modelo e a própria realidade a que se refere o problema são consequências imediatas do objetivo pedagógico e muito provavelmente implicam em processo organizado e delimitado *a priori*.

Por outro lado, se o objetivo pedagógico envolver situações trazidas pelos estudantes, o processo pode mudar o seu foco, ressaltando com isso a importância do modo como o problema é determinado, da linguagem utilizada e abrangendo a realidade que envolve as experiências dos alunos. Nesse contexto, perguntas como: *O que investigar? Como investigar? Que matemática utilizar? Como construir um modelo com as informações trazidas? Como conduzir a atividade? Como resolver o problema proposto?* podem surgir por parte não somente dos estudantes, mas também do professor que, nesse caso, pode não conhecer de modo imediato quais os procedimentos que o processo de MM vai assumir. Entendo que nesse cenário hipotético as ideias defendidas na presente tese se mostram com a máxima potencialidade, pois evidenciam aspectos que potencialmente contribuem para a busca de soluções. Compreender que o modo como o problema é determinado e o tipo de linguagem utilizada em sua

determinação (seja natural, ou matemática ou computacional) conduzem a respostas específicas pode fazer com que haja um esforço consciente de procurar constantemente outras determinações e outras formas de construir o modelo, o que amplia o leque de possibilidades para encontrar soluções. Considerar dimensões da realidade como a abrangida pelo mundo cibernético também podem contribuir para que tanto o problema quanto sua solução se mostrem de outros modos, uma vez que as atualizações desse espaço, em termos de espacialidade e temporalidade, se apresentam qualitativamente distintas. Além disso, os softwares e a busca e troca de informações são aspectos inerentes a esse espaço e que também tem potencialidade para interferir no encaminhamento do processo de MM.

Permeando todos esses aspectos está o objetivo pedagógico que, em minha opinião, deve ser analisado de modo reflexivo. Em certos casos, no âmbito da Educação Matemática, parece-me haver uma espécie de subordinação da MM ao objetivo pedagógico. Os dois cenários acima descritos, embora hipotéticos, mostram modos distintos de proceder no contexto educativo diante da MM, cada qual influenciado por um objetivo pedagógico. Subordinar a MM a apenas um dos casos pode mostrar apenas uma face da mesma, impedindo de serem utilizadas todas as potencialidades desse processo frente ao contexto educativo e, paralelamente, causando uma visão parcial de um processo que se mostra amplo e complexo. Desse modo, tanto como pesquisador, quanto como professor, defendo a ideia de que em sala de aula deva-se considerar distintas atividades, cada qual envolvendo um objetivo, configurando assim um ambiente múltiplo no qual são assumidas diferentes objetivos pedagógicos.

Considerando o entrelaçamento de todos os aspectos e suas consequências, entendo ainda que a presente pesquisa pode avançar para uma diversidade de caminhos. O primeiro caminho que destaco é a busca por uma ampliação na compreensão de cada uma das unidades analisadas, não somente em termos teóricos, mas também em termos de campos de atualização, buscando associações com outras dimensões da realidade, como realidade aumentada, hiperrealidade e a própria realidade mundana. Nesse sentido, vislumbro pesquisas relacionadas a ambientes como o Second Life⁵⁵ e simuladores holográficos e seu entrelaçamento com a MM.

Tendo em vista minha trajetória e meu trabalho com disciplinas específicas da engenharia, entendo ser também inevitável um enfoque das ideias que envolvem essa

⁵⁵ Ver site <http://secondlife.com/>.

pesquisa em (i) objetivos pedagógicos relacionados ao ensino de conteúdos relacionados à Pesquisa Operacional e (ii) objetivos pedagógicos relacionados à vivência do futuro profissional no mercado de trabalho. Desse modo, considero que investigações relacionadas à construção de simuladores (seja por meio do Scratch ou de outras linguagens de programação) e desenvolvimento de problemas por meio desses simuladores se mostram como potenciais campos de pesquisa, principalmente na área específica de teoria dos jogos, teoria das filas e programação linear, não-linear e dinâmica. Além disso, entendo que a pesquisa realizada pode ampliar horizontes também no universo da matemática aplicada, pois evidencia aspectos qualitativos distintos dos comumente apresentados nessa área, o que pode contribuir para o surgimento tanto de metodologias inovadoras, quanto de métodos distintos na busca por soluções a problemas no setor produtivo e de serviço.

Por último, considero que a pesquisa tem como potencialidade avançar na questão da formação de professores. Como professor de um curso de Licenciatura em Matemática, entendo que as ideias relacionadas ao contexto da MM podem contribuir para trazer perspectivas distintas à formação dos licenciandos, principalmente levando em consideração o enfoque dado na construção dos jogos eletrônicos e sua relação com a atual conjectura social, na qual a tecnologia digital já assume um papel fundamental nos mais diversos setores.

REFERÊNCIAS

- ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia**. São Paulo: Martins Fontes, 2007.
- ALVES-MAZZOTI, A. J. O Método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZZOTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O Método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 1999.
- ANASTACIO, M. Q. A. **Considerações sobre Modelagem Matemática e Educação Matemática**. Rio Claro: UNESP. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 1990.
- ARAÚJO, J. L. **Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos**. Rio Claro: UNESP, 2002. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.
- ARAÚJO, I. S.; VEIT, E. A.; MOREIRA, M. A. **Atividades de modelagem computacional no auxílio à interpretação de gráficos da cinemática**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 26, n. 2, p. 179-184. São Paulo: SBF, 2004.
- ARGUELLO, C. A. O material didático para o ensino de ciências. In: Ministério da Educação e Cultura, **Iniciação Científica: um salto para a ciência**. Boletim, v. 11, 29-38, 2005.
- BAKHTIN, M. **Estética da Criação Verbal**. São Paulo: Martins Fontes, 1997.
- BAKHTIN, M. **Marxismo e filosofia da linguagem**. 12 ed. São Paulo: Hucitec, 1996.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: Concepções e Experiências de Futuros Professores**. São Paulo: UNESP, 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.
- BARBOSA, J. C.; SANTOS, M. A. Modelagem matemática, perspectivas e discussões. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, Belo Horizonte. **Anais...** Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. 1 CDROM
- BARBOSA, J. C. **As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem Modelagem Matemática**. Acta Scientiae, v.10, n. 1, p. 47-50, 2008.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem e Modelos Matemáticos na Educação Científica**. Alexandria Revista de educação em Ciências e Tecnologia, v. 2. n. 2, p. 69-85, 2009.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 2.ed. São Paulo: Contexto, 2004.
- BAUDRILLARD, J. **Simulacro e Simulação**. Lisboa: Relógio d'Água, 1991.

BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: Editora Unesp, 1999.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa Segundo a Abordagem Fenomenológica. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 2. ed. São Paulo: Autêntica Editora, 2006.

BICUDO, M. A. V.; ROSA, M. **Realidade e Cibermundo: horizontes filosóficos e educacionais antevistos**. Canoas: Editora da ULBRA, 2010.

BICUDO, M. A. V. Filosofia da Educação Matemática segundo uma perspectiva fenomenológica. In: BICUDO, M. A. V (Org.). **Filosofia da Educação Matemática**. São Paulo: Editora Unesp, 2010. p. 23-48.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, 2007.

BLOOM, B.S. et al. **Taxonomia dos objetivos educacionais: Domínio cognitivo**. Porto Alegre, Ed. Globo, 1974.

BOGDAN, R; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Lisboa: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. The ideology of certainty in mathematics education. **For the learning for mathematics**, Kingston, v. 17, n. 3, p.17-23, nov. 1997.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. New York: U.S.A., Springer, 2005.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 2. ed. São Paulo: Autêntica Editora, 2006.

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; ZULATTO, R. B. **Educação a Distância online**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BORROMEO FERRI, R.; BLUM; W. Insights into Teachers' Unconscious Behaviour in Modeling Contexts. In: LESH, R.; GALBRAITH, P.; HAINES, C. R.; HURFORD, A. (Org.). **Modeling Students' Mathematical Modeling Competences**. New York: U.S.A., Springer, 2010.

BUENO, F. S. **Dicionário Escolar da Língua Portuguesa**. 11 ed. Rio de Janeiro: FAE, 1984.

CAMPBELL, S. R. Mathematical Modeling and Virtual Environments. In: LESH, R.; GALBRAITH, P.; HAINES, C. R.; HURFORD, A. (Org.). **Modeling Students' Mathematical Modeling Competences**. New York: U.S.A., Springer, 2010.

CHAO, T.; EMPSON, S. B.; SHECHTMAN, N. A principal Components Model of Simcalc Mathworlds. In: LESH, R.; GALBRAITH, P.; HAINES, C. R.; HURFORD, A. (Org.). **Modeling Students' Mathematical Modeling Competences**. New York: U.S.A., Springer, 2010.

CLUA, E.; BITTENCOURT, J. **Desenvolvimento de Jogos 3D: Concepção, Design e Programação**. Anais da XXIV Jornada de Atualização em Informática do Congresso da Sociedade Brasileira de Computação, pp. 1313-1356, São Leopoldo, Brazil, Julho de 2005.

CUNHA, A. G. **Dicionário Etimológico Nova Fronteira da Língua Portuguesa**. 2. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1989. 839 p.

D'AMBROSIO, U. A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: Editora Unesp, 1999.

DALLA VECCHIA, R.; MALTEMPI, M. V. Ensaio Sobre a Modelagem Matemática e o Virtual. In: XIII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, **Anais...** Goiânia, 2009. p. 1- 15

DALLA VECCHIA, R.; MALTEMPI, M. V. Tecnologias Digitais e Percepção da Realidade: Contribuições para a Modelagem Matemática. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais...** Bahia, 2010. p. 1- 10

DALLA VECCHIA, R.; MALTEMP M. V. **Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação**: a realidade do mundo cibernético como um vetor de virtualização . *Bolema*, v.26, n. 43, 2012. No prelo.

DELEUZE, G. **Diferença e Repetição**. Traduzido por: Orlandini, L.; Machado, R. Tradução de: *Différence et Répétition*. Rio de Janeiro: Graal, 1988.

DINIZ, L. N. **O Papel das Tecnologias de Informação e Comunicação nos Projetos de Modelagem Matemática**. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de geografia e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

ECHEVERRÍA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

EDWARDS, C. H. J.; PENNEY, D. E. **Equações Diferenciais Elementares com Problemas de Contorno**. 3 ed. Rio de Janeiro: Prantice Hall do Brasil, 1995.

FERREIRA, A. B. H. **Dicionário Aurélio Eletrônico**. Positivo, 2009.

FORMENTÃO, F. Mikhail Bakhtin: contribuições para o estudo da semiótica da comunicação. In: XXXIII Congresso Brasileiro de Ciências da Comunicação. **Anais...** Caxias do Sul, 2010. p. 1-14

FREIRE, P.; FAUNDEZ, A. **Por uma pedagogia da pergunta**. 4. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1998.

GILBERT, J. K.; BOULTER, C. J.; ELMDER, R. Positioning models in science education and in design and technology education: In: GILBERT, J. K.; BOULTER, C. J. (Eds.). **Developing models in science education**. Dordrech: Kluwer, 2000. p. 3-17.

GRANGER, G., G. **A Ciência e as Ciências**. São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, 1994.

GREGOLIN, V. R. ; MIZUKAMI, M. G. N. **Linguagem computacional Logo: explorando conceitos matemáticos**. Cadernos de Educação (Araraquara), v. 2, p. 85-107. Araraquara: Unesp, 2001.

GROUP, L. K. **Programing Concepts and Skills Supported in Scratch**. MIT Media Lab, 2007. Disponível em: <http://scratch.mit.edu/files/program-concepts-v5.pdf> Acesso em: 05 abr. 2009.

HILLS, T. Investigating Mathematical Search Behavior Using Network Analysis. In: LESH, R.; GALBRAITH, P.; HAINES, C. R.; HURFORD, A. (Org.). **Modeling Students' Mathematical Modeling Competences**. New York: U.S.A., Springer, 2010.

HUIZINGA, J. **Homo Ludens**. 5 ed. São Paulo: Perspectiva, 2007.

ITURRA, R. **O processo educativo: Ensino ou Aprendizagem?** Revista Educação, Sociedade & Cultura, v. 1, n.1, p. 1-20, 1994.

JAVARONI, S. L. **Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias**. UNESP, 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

JENKINS et al. **Confronting the Challenges of Participatory Culture: Media Education for the 21st Century**. The MacArthur Foudation, Chicago, 2006. Disponível em: < http://digitallearning.macfound.org/atf/cf/%7B7E45C7E0-A3E0-4B89-AC9C-E807E1B0AE4E%7D/JENKINS_WHITE_PAPER.PDF>. Acesso em: 19 Ago 2012.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. **A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education**. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

KAISER, G.; SCHWARZ, B., TIEDEMANN, S. Future Teachers' Professional Knowledge on Modeling. In: LESH, R.; GALBRAITH, P.; HAINES, C. R.; HURFORD, A. (Org.). **Modeling Students' Mathematical Modeling Competences**. New York: U.S.A., Springer, 2010.

KAZAK, S. Modeling Random Binomial Rabbit Hops. In: LESH, R.; In: LESH, R.; GALBRAITH, P.; HAINES, C. R.; HURFORD, A. (Org.). **Modeling Students' Mathematical Modeling Competences**. New York: U.S.A., Springer, 2010.

KISHIMOTO, T. M. (Org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. São Paulo: Cortez, 2001.

KÖRNER, S. **Uma introdução à Filosofia da Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar, 1985.

LEGO. In: **Wikipédia**: a enciclopédia livre. Disponível em:
< <http://pt.wikipedia.org/wiki/LEGO>>. Acesso em: 25 Mar 2012.

LESH, R.; GALBRAITH, P.; HAINES, C. R.; HURFORD, A. (Org.). **Modeling Students' Mathematical Modeling Competences**. New York: U.S.A., Springer, 2010.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência**: o futuro do pensamento na era da informática. Traduzido por: Costa, C. I. Tradução de: Les technologies de l'intelligence. São Paulo: Editora 34, 1993.

LÉVY, P. **O que é o virtual**. São Paulo: Editora 34, 1996.

LIFELONG KINDERGARTEN GROUP. **Programing Concepts and Skills Supported in Scratch**. MIT Media Lab, 2007. Disponível em:
<<http://scratch.mit.edu/files/program-concepts-v5.pdf>>. Acesso em: 05 abr. 2009.

LINCOLN, Y.; GUBA, E. **Naturalistic Inquiry**. Califórnia: Sage Publications, 1985.

LUAIZA, B.A. **Pedagogia e Didática: duas ciências autônomas**. Imperatriz: BeniRos, 2008

MACHADO, N. J. **Matemática e Realidade**. 3 ed. São Paulo: Cortez e Editores Associados, 1991.

MACHADO, N. J.; CUNHA, M. O. **Lógica e linguagem cotidiana**: verdade, coerência, comunicação, argumentação. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MALHEIROS, A. P. S. **Educação Matemática Online**: a elaboração de projetos de Modelagem. São Paulo: UNESP, 2008. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

MALTEMPI, M. V. **Construção de Páginas Web**: Depuração e Especificação de um Ambiente de Aprendizagem. São Paulo: UNICAMP, 2000. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica), Programa de Pós-graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

MALTEMPI, M. V. Construcionismo: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à educação matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 2.ed. São Paulo: Cortez editora, 2005.

MATTAR, J. **Games em educação**: como os nativos digitais aprendem. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

MENDONÇA, M. C. D. **Problematização**: um caminho a ser percorrido em educação matemática. 1993. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 1993.

NISS, M. Aims and Scope of Applications and Modelling in Mathematics Curricula. In BLUM; BERRY; BIEHLER; HUNTLEY; KAISER- MESSMER; PROFKE (Org.). **Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics**. Chichester: Hellis Horwood, 1989, p. 22-31.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 2.ed. São Paulo: Cortez editora, 2005.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Perspectivas em Educação Matemática: concepções & Perspectivas**. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. p. 199-218.

PAPERT, S. **Logo**: computadores e educação. São Paulo: Brasiliense, 1985.

PAPERT, S. **A Máquina das Crianças**: Repensando a Escola na Era da Informática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PARRA, V. E. L.; MARQUES, A. C.; DOLINSKY, S. M. **Dicionário Escolar Espanhol**. São Paulo: Editora Melhoramentos Ltda, 2008.

PEREIRA, A. S. P.; SAMPAIO, F. F. **AVITAE**: desenvolvimento de um ambiente de modelagem computacional para o ensino de biologia. *Ciência & Cognição*, v. 13, p. 51-60, UFRJ: Rio de Janeiro, 2008.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. **Uma Abordagem à Análise de Dados de Vídeo para Investigar o Desenvolvimento de Idéias e Raciocínios Matemáticos de Estudantes**. *Bolema*, v. 17, n. 21, p. 81-140, Unesp: Rio Claro, 2004.

ROCHA, E. **Raciocínio Lógico**: você consegue aprender. 2 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.

RODRIGUES, R. H. **Análise de Gênero do Discurso na Teoria Bakhtiniana**: algumas questões teóricas e metodológicas. *Revista Linguagem em (Dis)curso* versão online, v. 4, n. 2, s.n. Universidade do Sul de Santa Catarina: Tubarão, 2004. Disponível em: < <http://www3.unisul.br/paginas/ensino/pos/linguagem/0402/08.htm>>. Acesso em 28 Nov 2011.

ROSA, M. **Role playing game eletrônico**: uma tecnologia lúdica para aprender e ensinar matemática. Rio Claro: UNESP, 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

ROSA, M. **A Construção de Identidades Online por meio do Role Playing Game:** relações com ensino e aprendizagem matemática em um curso à distância. Rio Claro: UNESP, 2008. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

SAVIANI, D. **Educação:** do senso comum à consciência filosófica. 11. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 1996.

SINCLAIR, N.; JACKIW, N. Modeling Practices with The Geometer's Sketchpad. In: LESH, R.; GALBRAITH, P.; HAINES, C. R.; HURFORD, A. (Org.). **Modeling Students' Mathematical Modeling Competences.** New York: U.S.A., Springer, 2010.

SKOVSMOSE, O. **Towards a philosophy of critical mathematics education.** Dordrecht: Kluwer, 1994.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para Investigação.** Bolema, v.13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica:** a questão da democracia. 3 ed. Campinas, SP: Papirus, 2006.

SKOVSMOSE, O. **Educação Crítica:** incerteza, matemática, responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007.

SUSSMAN, G.J. (1975). **A computer model of skill acquisition.** Artificial Intelligence Series. New York, American Elsevier Publishing Company. 133p.

STEEFE, L.; THOMPSON, P. Teaching Experiment Methodology: underlying principles and essential elements. In: LESSH, R.; KELLY, A. E. (Ed). **Research Design in Mathematics and science education.** p. 267-307. Hillsdale, N.J.: Erlbaum, 2000.

TIKHOMIROV, O. K. The psychological consequences of computerization. In: WERTSCH, J. V.; SHARPE, M. E. **The Concept of Activity in Soviet Psychology,** New York: 1981.

TRINDADE, T. F. **A Criação em Dois Momentos:** diálogos entre Freud, Deleuze e Guattari. 2007. Dissertação (Mestrado em Psicologia) – Instituto de Ciências Humanas e Filosofia, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2007.

TRIVELATO, G. C. **Técnicas de Modelagem e Simulação de Sistemas Dinâmicos.** São José dos Campos: INPE, 2003, Disponível em <http://www.ebah.com.br/content/ABAAAahzMAC/modelagem-matematica-sistemas-dinamicos>>. Acesso em 7 Jun 2012.

VALENTE, J. A. **Computadores e Conhecimento: repensando a educação.** Campinas: UNICAMP/NIED, 1993.

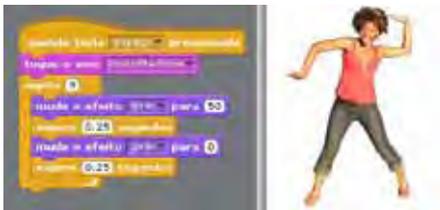
YAGUELLO, M. Bakhtin, o homem e seu duplo. In: BAKHTIN, M. **Marxismo e filosofia da linguagem.** 12 ed. São Paulo: Hucitec, 1996.

APÊNDICE 1: CURSO DO SCRATCH

Neste apêndice apresento o conjunto das atividades feitas com o *software* Scratch. Estas atividades foram propostas aos estudantes na primeira etapa do curso intitulado “Construção de Jogos Eletrônicos” e tinham como principal objetivo reconhecer as funcionalidades da linguagem de programação Scratch. Essas atividades foram desenvolvidas ao longo dos dias 30 de maio, 06 de junho e parte do dia 13 de junho do ano de 2009.

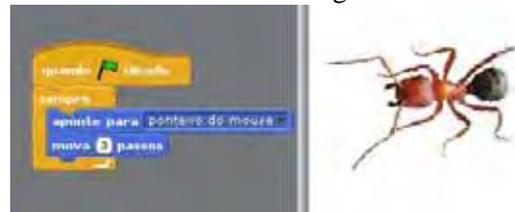
De modo específico, no dia 30 de maio após uma apresentação e explicação das atividades que fariam parte do curso foram iniciadas as atividades escolhidas para reconhecer as principais funcionalidades do Scratch. Nessa data, trabalhei os comandos relativos à movimentos, sons, efeitos nas imagens, como adicionar novo objeto, como dizer algo, como trocar de traje, como adicionar novo som, e alguns exemplos intitulados “dançando” (Figura 65), “seguindo o mouse” (Figura 66), “deslizamento” (Figura 67) e “giro interativo” (Figura 68) que visavam o entrelaçamento entre comandos distintos.

Figura 65 – modelo que simula uma dança



Fonte – a pesquisa.

Figura 66 – modelo que simula o movimento de uma formiga



Fonte – a pesquisa.

Figura 67 – modelo que simula o deslocamento de um “fantasma”.



Fonte – a pesquisa.

Figura 68 – modelo que deforma o objeto considerado.

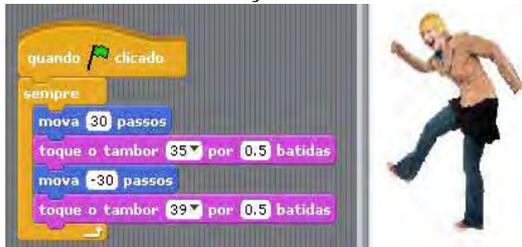


Fonte – a pesquisa.

No segundo encontro, dia 06 de junho, o enfoque continuou sendo o *software* Scratch. Nesse dia foram trabalhados outros exemplos, intitulados por “movendo-se

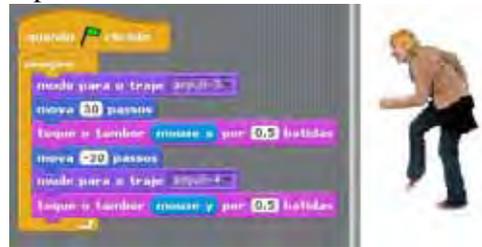
num ritmo” (Figura 69), “movendo-se num ritmo e trocando de traje” (Figura 70), “desenhando com o mouse” (Figura 71).

Figura 69 – modelo que simula uma mulher dançando.



Fonte – a pesquisa.

Figura 70 – modelo que troca de traje e permite sons ao ambiente construído



Fonte – a pesquisa.

Figura 71 – conjunto de comandos que permite escrever com o mouse na área de estágio.



Fonte – a pesquisa.

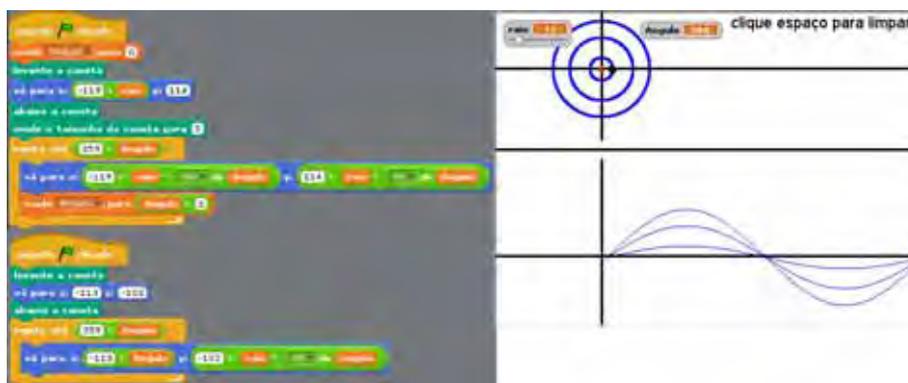
Após a construção dessas situações, propus situações mais elaboradas envolvendo criação e interação de variáveis, uso de conectivos lógicos, criação e utilização de funções e comandos matemáticos e uma inter-relação maior entre os tipos de comando do Scratch. Abrangendo essas atividades, nesse dia foram trabalhadas as construções que denotamos por “arte interativa” (Figura 72) e “simulador” (Figura 73). Foi ainda iniciada a atividade intitulada “construindo um ambiente para pesquisar trigonometria”. Entretanto, por falta de tempo, a finalização dessa atividade foi deixada para o encontro do dia 13.

Figura 72 – arte interativa.



Fonte – a pesquisa.

Figura 73 – ambiente construído para discutir a Trigonometria.



Fonte – a pesquisa.

O dia 13 de junho de 2009 iniciou com a continuação da atividade “construindo um ambiente para pesquisar trigonometria” (Figura 73). A seguir, passo para o detalhamento completo de todas as atividades trabalhadas com o aluno. Opto por apresentar o material do mesmo modo que foi disponibilizado aos estudantes.

CONHECENDO O



INTERFACE DO SCRATCH

INFORMAÇÕES SOBRE O OBJETO (SPRITE)

ABAS
Clique nas abas para editar os comandos, os trajés e os sons.

BARRA DE FERRAMENTAS

NOTAS DO PROJETO

BANDEIRA VERDE
Serve para iniciar os comandos programados

ESTÁGIO
Interface onde é possível visualizar as criações

BOTÕES PARA NOVOS OBJETOS
Clique para criar ou importar novos objetos

LISTA DE OBJETOS (SPRITES)
Lista de todos os objetos. Clique para selecionar e editar o objeto desejado.

ÁREA DE COMANDO
Arraste e conecte os comandos para programar os objetos (sprites)

MODO DE APRESENTAÇÃO

BLOCOS DE COMANDO
Blocos para programar seus objetos (sprites)

clique espaço para limpo

modo a (posição) 254
modo y (posição) 441

Sprite 1
Sprite 2
Sprite 3
Sprite 4

Novo **Abrir** **Salvar** **Salvar como** **Compartilhar** **Desfazer** **Linguagem** **Opcional** **Querer ajuda?** **Scratch**

Comandos **Trajés** **Sons**

Movimento **Controle**
Aparência **Tempos**
Som **Números**
Carta **Variáveis**

Avançar 10 passos
vire 15 graus
vire 15 graus
aponte para a direção 90
aponte para
vá para x: 243 y: 410
vá para
deslize em 5 segundos para
mode x por 10
mode x para 0
mode y por 10
mode y para 0
me focar na borda, volte
posição x
posição y

quando clicado
levante a caneta
vá para x: 243 y: 410
abaxe a caneta
posicione o lápis em 150 graus
vá para x: 243 y: 410
quando clicar no botão, prossiga
limpe

raio 100 **ângulo 135**

modo a (posição) 254
modo y (posição) 441

Sprite 1 **Sprite 2** **Sprite 3** **Sprite 4**

INTRODUÇÃO AO SCRATCH

SCRATCH é um novo programa que permite ao usuário criar interativamente suas próprias histórias, animações, jogos, música, e arte.

Para iniciar, vamos trocar o idioma para PORTUGUÊS.



1- PRIMEIROS PASSOS

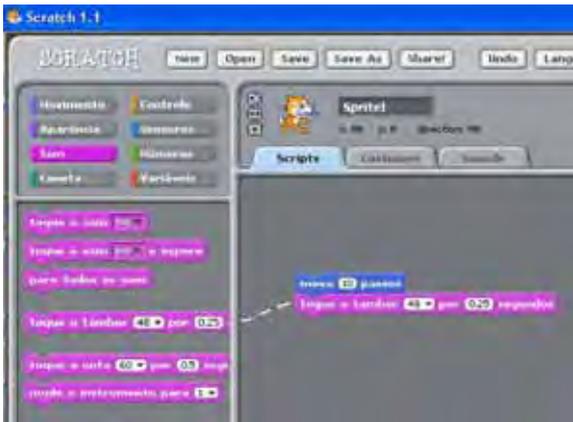
Arraste um MOVIMENTO para a área de “scripts”.



Dê um duplo clique no bloco para o gato se mover.



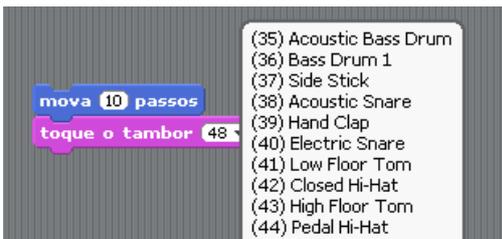
Arraste para o script um TOQUE O TAMBOR e conecte-o ao bloco de MOVIMENTO.



De um duplo clique e escute. Se você não ouvir, veja se o som de seu computador está ligado.



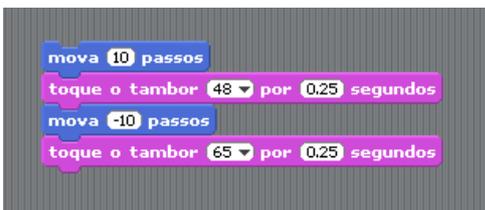
Você pode escolher o som de diferentes tambores clicando no índice do bloco.



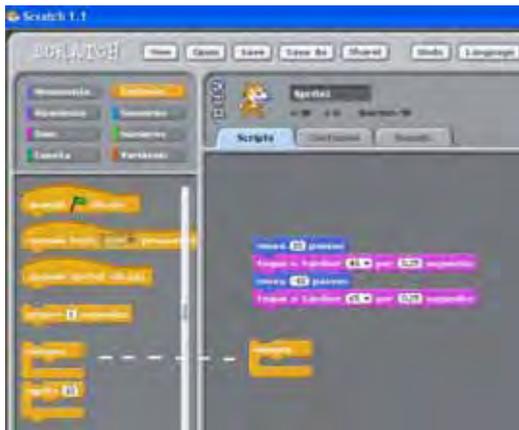
Agora conecte um bloco de MOVIMENTO, e digitando -10 o gato andar4 dez passos no sentido contr4rio. Dê um duplo clique para acompanhar seus movimentos.



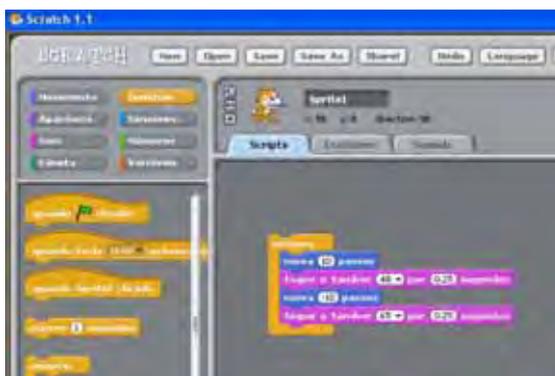
Conecte um mais um bloco TOQUE O TAMBOR e escolha uma nova opção no menu para trocar o som do tambor. Dê um duplo clique para acompanhar os movimentos.



Arraste o bloco SEMPRE para o script.

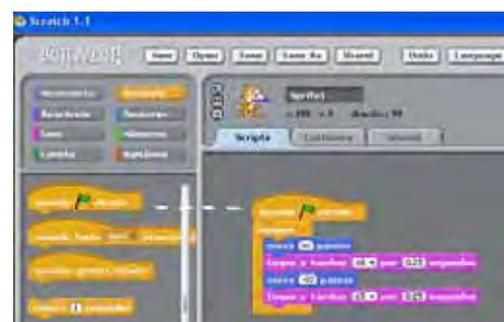


Arraste a pilha dos blocos na abertura do SEMPRE. Para arrastar uma pilha, escolha-a acima do bloco superior. Dê um duplo clique e observe o que acontece.



Para parar clique no botão , no canto superior esquerdo.

Arraste o comando  para o topo da pilha e conecte-o. Assim, quando a bandeira verde for clicada, os comandos serão iniciados

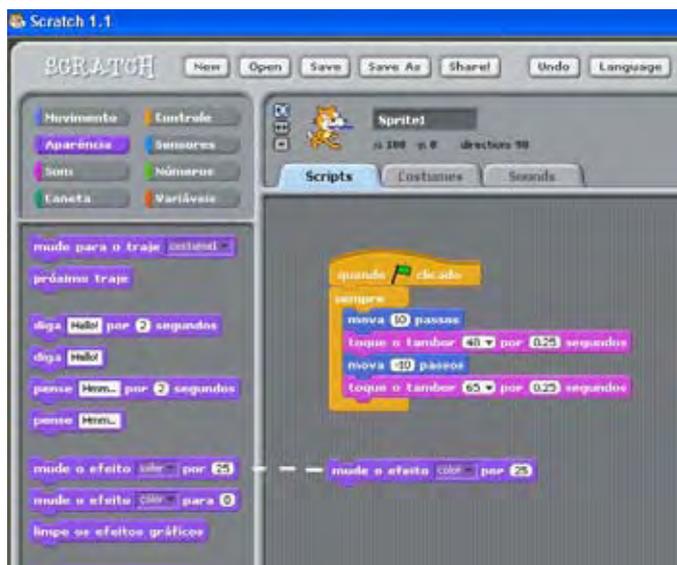


Para parar, clique no comando STOP ao lado da bandeira.

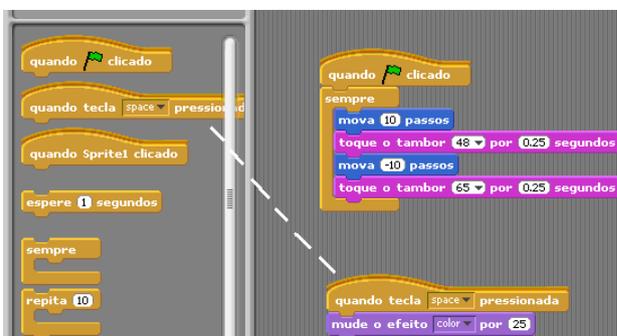


2- MUDANDO DE COR

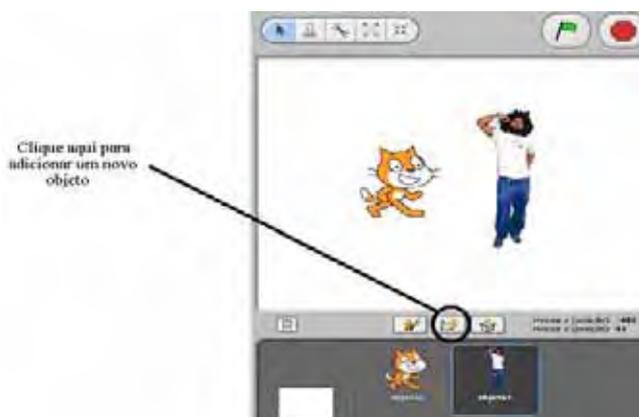
Arraste o bloco MUDE O EFEITO para o “script”.



Arraste o bloco  e conecte com o bloco MUDE O EFEITO POR. Assim, quando a tecla espaço for pressionada, o objeto mudará de cor. Teste os outros comandos dos menus destas duas teclas.



3- ADICIONANDO UM NOVO OBJETO (SPRITE)

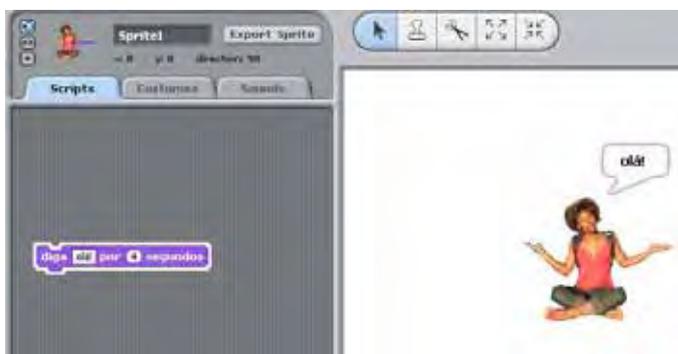


4- EXPLORANDO

Agora você pode programar o que o objeto deve fazer.

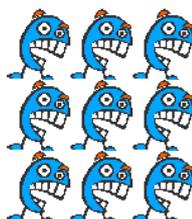
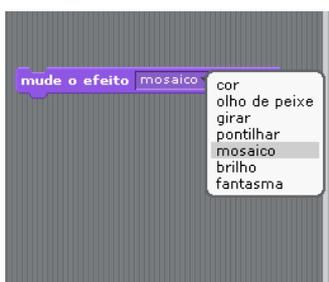
4.1 DIZENDO ALGUMA COISA

Clique no bloco DIGA (que encontra-se no seção de comando “aparência”) e escreva o que o objeto irá falar



4.2 EFEITOS DE IMAGEM

Você pode mudar os objetos através de efeitos de imagem (seção “aparência”).
Selecione Mosaico e dê um duplo clique para modificar o traje.



4.3 ADICIONANDO SOM

Clique na tabela de som. Grave um som ou importe (formatos MP3, AIF ou WAV).



Clique no script e utilize o bloco  (da seção “som”) para tocar o som escolhido.

4.4 ANIMAÇÃO

Para animar um objeto deve-se usar a tabela TRAJES. Para adicionar um novo objeto, clique em IMPORTAR e escolha algum.



Para animar utilize os blocos:



Ou ainda:



5- ALGUNS EXEMPLOS

5.1 DANÇANDO

Passos:

- 1- Escolha uma imagem de uma pessoa pronta para dançar
- 2- Grave ou importe um som
- 3- Utilize o código abaixo



- 4- Aperte a tecla espaço para iniciar

5.2 SEGUINDO O MOUSE

Passos:

- 1- Escolha uma imagem para seguir o mouse
- 2- Utilize o código abaixo



- 3- Clique na bandeira verde para iniciar

5.3 DESLIZAMENTO

- 1- Escolha uma imagem para deslizar.
- 2- Utilize o código abaixo.



- 3- Clique na bandeira verde para iniciar.
- Obs.: Tente outros valores para as posições

5.4 GIRO INTERATIVO

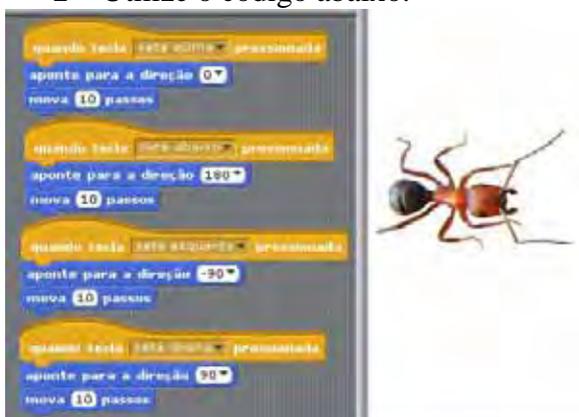
- 1- Escolha uma imagem para girar (torcer).
- 2- Utilize o código abaixo.



- 3- Clique na bandeira verde para iniciar.

5.5 MOVIMENTO COM AS SETAS DO TECLADO

- 1- Escolha uma imagem para mover com as setas do teclado.
- 2- Utilize o código abaixo.

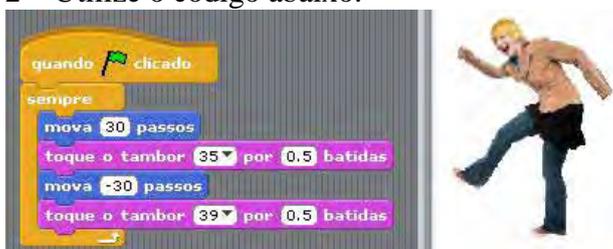


- 3- Utilize as setas para movimentar o objeto.

5.6 MOVENDO-SE NUM RITMO

5.6.1 MOVENDO-SE NUM RITMO

- 1- Escolha uma imagem de uma pessoa para dançar.
- 2- Utilize o código abaixo.



- 3- Clique na bandeira verde para iniciar.

5.6.2 MOVENDO-SE NUM RITMO E TROCANDO DE TRAJE

- 1- Escolha uma imagem de uma pessoa para dançar.
- 2- Escolha os trajes para esse objeto



Utilize o código abaixo.



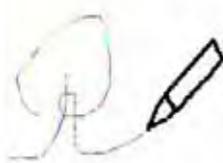
- 3- Clique na bandeira verde para iniciar.
- OBS.: Para se divertir: no comando “toque o tambor”, ao invés de definir um tambor específico, utilize os sensores do mouse, como abaixo



5.7 DESENHANDO COM O MOUSE

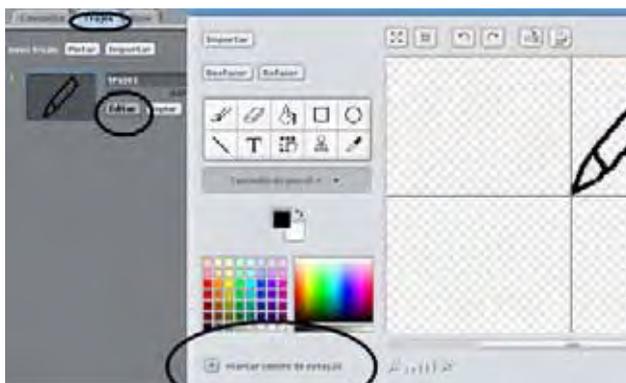
- 4- Escolha um objeto para servir como lápis. Você pode desenhar seu próprio lápis se não tiver uma imagem de um.

5- Utilize o código abaixo.



Obs. 1: No código explicitado, o lápis somente irá escrever quando a tecla espaço estiver pressionada. Para apagar basta clicar na letra “a” do teclado. Para escrever colorido, foi utilizado a seção número com o comando “sorteie número entre”.

Obs. 2: Para que o tracejado iniciasse na ponta do lápis e não no centro, foi alterado o “centro de rotação” da figura. Para fazer isso, vá para traços/editar e escolha a opção no canto inferior direito “marcar centro de rotação”. Veja figura:

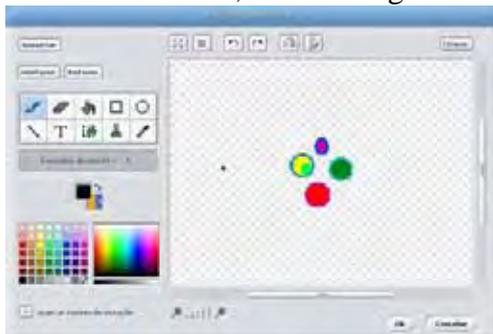


6- ATIVIDADES

6.1 ATIVIDADE 1: ARTE INTERATIVA

Passos:

- 1- Construir um objeto usando o botão “pintar novo objeto” . Faça alguns círculos coloridos, como na figura abaixo.



- 2- Crie duas variáveis na seção variáveis, conforme figura abaixo. Nomeie-as como “velocidade” e “giro”



- 3- No canto superior esquerdo do estágio aparecerão as duas variáveis:



Clique duas vezes com o botão direito do mouse sobre a representação dessas variáveis no estágio. Com isso aparecerá uma pequena barra abaixo da variável. Está

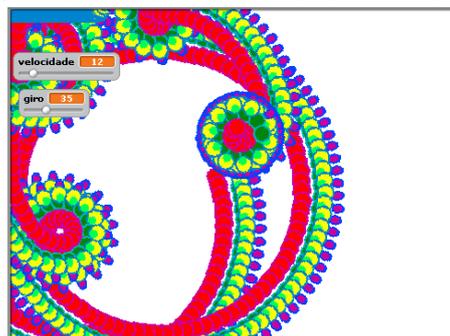


será responsável por alterar o valor numérico delas:

- 4- Utilize o código abaixo:



- 5- Altere as variáveis com o mouse para que a arte tome forma



- 6- Você pode ainda modificar constantemente as cores adicionando mais um comando “mude o efeito de cor por”:



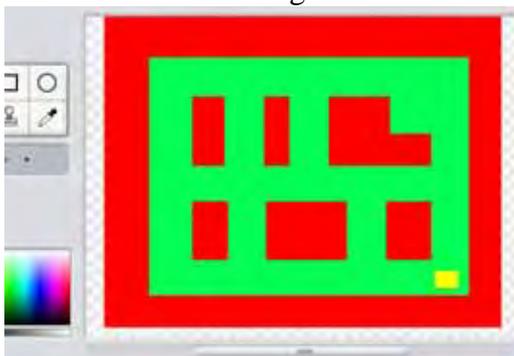
6.2 ATIVIDADE 2: PAC MAN

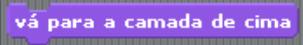
Passos:

- 1- Construir o “Pac Man” usando o botão “pintar novo objeto” . Crie o primeiro objeto e vá para trajes. Clique na opção copiar e aparecerá um novo objeto igual. Clique em editar e use o botão apagar para fazer o formato de boca. **IMPORTANTE:** Faça um ponto de cor diferente na frente do objeto. Esse ponto será importante para que o “Pac Man” não ultrapasse as bordas.



- 2- Crie um novo objeto para servir de labirinto. O tamanho não é importante inicialmente pois você pode ajustar na barra de ferramentas. O ponto amarelo servirá como chegada.



- 3- Posicione os objetos no estágio. Comece a programar pelo “Pac Man”. Para que o fundo não sobreponha os outros objetos, utilize o comando  no objeto desejado.
- 4- Anime o “Pac Man” usando o seguinte comando:



5- Utilize os seguintes comandos para direcionar o boneco.



6- Para que o boneco se mova nas partes indicadas, usaremos o seguinte bloco de informações.

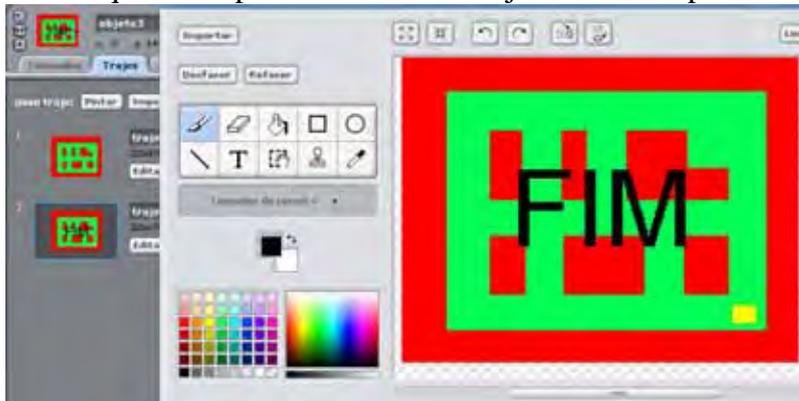


Obs. 1: que a primeira cor é o ponto de cor diferente que colocamos ao lado da boca do Pac Man. Isto impedirá que o boneco saia do labirinto construído. Para definir a cor exata basta clicar com o mouse em cima do quadradinho que aparecerá uma caneta que lhe permite escolher a cor desejada.

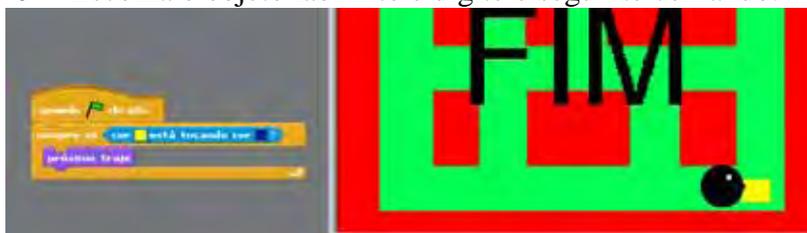
Obs. 2: Os passos 5, 6 e 7 referem-se todos ao objeto Pac Man:



- 7- Para criar um final quando o boneco atingir a chegada (ponto amarelo) vamos construir um novo traje. Clique no objeto referente ao labirinto, vá em traje e clique em copiar. Edite o novo traje e escreva a palavra “Fim” sobre o desenho.



- 8- Escolha o objeto labirinto e digite o seguinte comando:



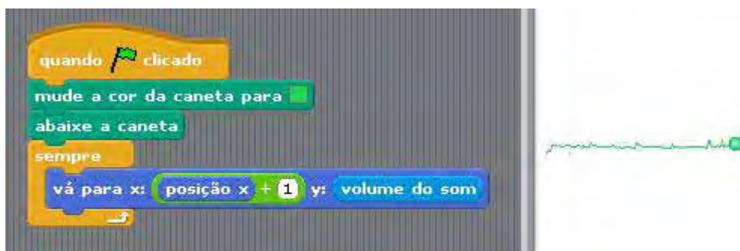
6.3 ATIVIDADE 3: SIMULADOR

Passos:

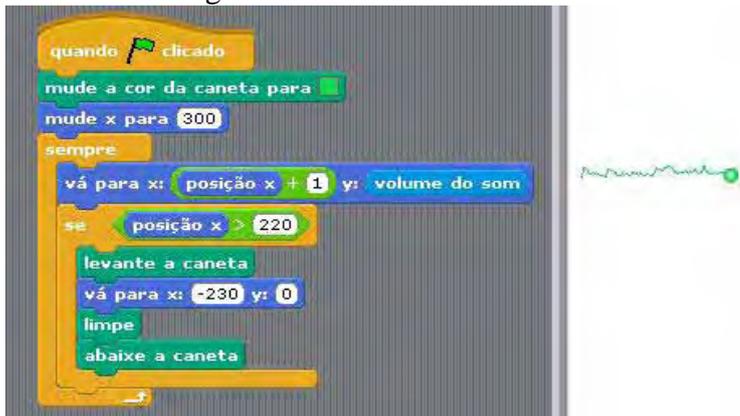
- 1- Faça um objeto em formato de círculo. Para dar os efeitos de cor da figura abaixo utilize os comandos assinalados com uma circunferência vermelha. OBS: Faça esse círculo menor do que o mostrado na figura para não deformar demais quando diminuir de tamanho.



- 2- Utilize o seguinte comando para o objeto construído acima. COLOQUE UMA MÚSICA OU FAÇA BARULHO. Observe que ele irá se movimentar verticalmente conforme a altura do som.



- 3- Existem melhorias que podemos fazer nessa programação. Temos como problema que ao tocar na borda o objeto não volta ao início. Para fazer isso utilize os seguintes comandos.



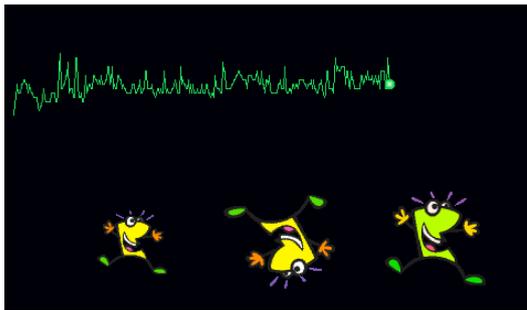
- 4- Discussão: por que foi utilizado o comando “mude x para 300”?
5- Importe mais algum objeto. Use o comando abaixo para alterar seu tamanho conforme o som.



- 6- Importe ou duplique (clcando com o botão direito sobre o objeto aparecerá a opção duplicar) o objeto mais duas vezes. Utilize os comandos abaixo em cada um deles para obter outros efeitos.

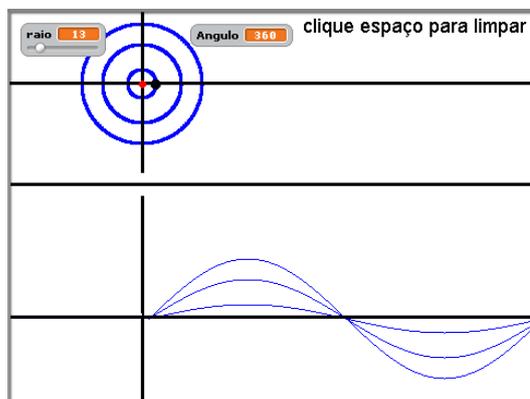


- 7- Mude a cor de fundo do palco para preto. Toque uma música ou, se o seu computador possuir microfone, faça algum ruído.

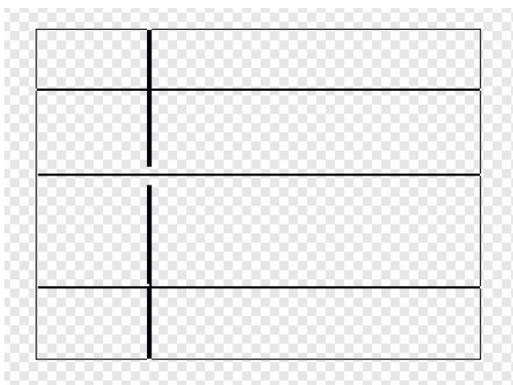


6.3 ATIVIDADE 4: CONSTRUINDO UM AMBIENTE PARA PESQUISAR TRIGONOMETRIA

Nosso objetivo será construir o seguinte ambiente:



Passo 1: Crie um objeto com dois eixos cartesianos como o abaixo, para servir de parâmetro para a visualização dos gráficos



Passo 2: Crie 2 objetos em formato de ponto. Eles servirão para traçar os gráficos. Faça um em cada cor, para auxiliar na construção das instruções.



Passo 3: Construção da circunferência.

Vamos construir uma circunferência onde o raio seja uma variável manipulável para o usuário.

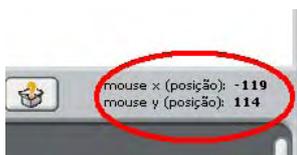
Passo 3.1: Crie inicialmente duas variáveis e nomeie-as de ângulo e raio. A variável ângulo servirá para medir os ângulos da circunferência. Esta não será manipulável pelo usuário. A variável raio será manipulável pelo usuário e servirá para determinar o raio da circunferência.



Passo 3.2: Selecione um dos objetos (sprites) em formato de ponto e utilize os seguintes comandos.



Obs: os valores -119 e 114 do comando “vá para x: y:” constituem o centro dos eixos ordenados do gráfico superior. Na sua figura os valores provavelmente são outros. Para encontrá-los vá com o ponteiro do mouse no centro das coordenadas e visualize as coordenadas abaixo da tela de estágio, conforme figura abaixo.



Passo 3.3: Crie o comando abaixo para apagar a caneta usando a tecla espaço do teclado



Passo 4: Construção da função associada à circunferência. Selecione o outro objeto (sprite) em formato de ponto e utilize o seguinte comando.



Obs1: Para este exemplo foi construído o gráfico da função seno.

Obs2: Os valores -113 e -102 do comando “vá para x: y:” constituem o centro dos eixos ordenados do gráfico da parte inferior.

Passo 5: Você pode criar um objeto em formato de texto para dar alguma informação. Por exemplo, vamos colocar o recado na tela: “clique espaço para limpar”

Passo 6: defina um raio e clique na bandeira verde para visualizar o ambiente criado.

6.4 ATIVIDADE 3: DESENVOLVA SEU PRÓPRIO PROJETO UTILIZANDO O SCRATCH.

APÊNDICE 2: CURSO STUDIO MAX 3Ds

O foco desse apêndice está na apresentação das atividades trabalhadas com o *software* Studio Max 3Ds. Todo o material que será exposto foi discutido nos dias 13 de junho e 20 de junho do ano de 2009.

O início da explanação envolveu o reconhecimento da interface e das principais ferramentas desse *software*, tendo sido abordadas as figuras em 2D, denotadas de “Splines” (Figura 74). O primeiro bloco de construção foi composto por atividades envolvendo circunferências, movimentações das figuras construídas, alteração de parâmetros, renderização em 2D e alterações de espessuras para renderização em 3D. Abriu-se espaço para construção e exploração de outras figuras, tais como elipses, polígonos, etc.

Figura 74- construção de circunferências e elipses.



Fonte – a pesquisa.

Num segundo momento, foram trabalhadas alterações nos parâmetros das figuras geométricas 3D que pertencem ao bloco de “Geometry” na seção “Standart Primitives”. O conjunto dessas funcionalidades inclui paralelepípedos, esferas, cilindros, toros, cones, tubos, pirâmides, planos entre outros. Além de construção e renderização dessas figuras, também foram encaminhadas explicações acerca das ferramentas de navegação (*Navigation Toolbar*).

No último dia da primeira etapa, foram usadas funcionalidades mais avançadas. Por meio da construção de um sofá (Figura 75), foi possível reconhecer outros conjuntos de figuras relativas ao Studio Max 3Ds, denotadas por *Extended Primitives*.

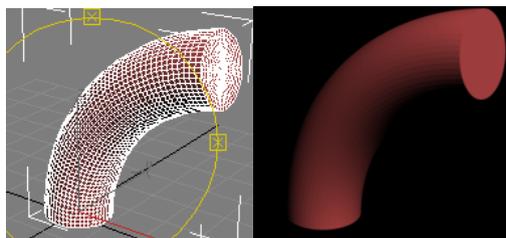
Figura 75 – construção de um sofá por meio do recurso *Extended Primitives*.



Fonte – a pesquisa.

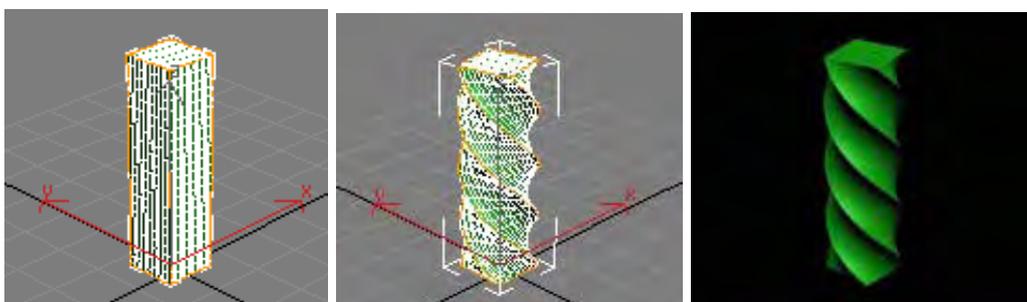
Apresentei também os efeitos de textura e os modificadores, que servem para alterar o formato de qualquer objeto. Procurei dar uma atenção especial aos modificadores *Bend* (curva os objetos) (Figura 76), *Twist* (torce o objeto) (Figura 77) e o *Noise* (deforma o objeto, dando ondulações à sua superfície) (Figura 78). Com esses efeitos foi construído um cenário que envolve um ambiente desértico, conforme Figura 79. Também foram trabalhados efeitos de iluminação. A atividade encerrou com o processo de criação de vídeos envolvendo as formas geométricas e os modificadores.

Figura 76 – modificador Bend.



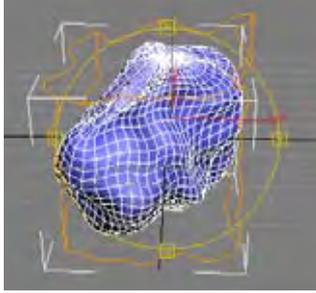
Fonte – a pesquisa.

Figura 77 – modificador Twist.



Fonte – a pesquisa.

Figura 78 – modificador Noise.



Fonte –a pesquisa.

Figura 79 – renderização do modificador Noise.



Fonte –a pesquisa.

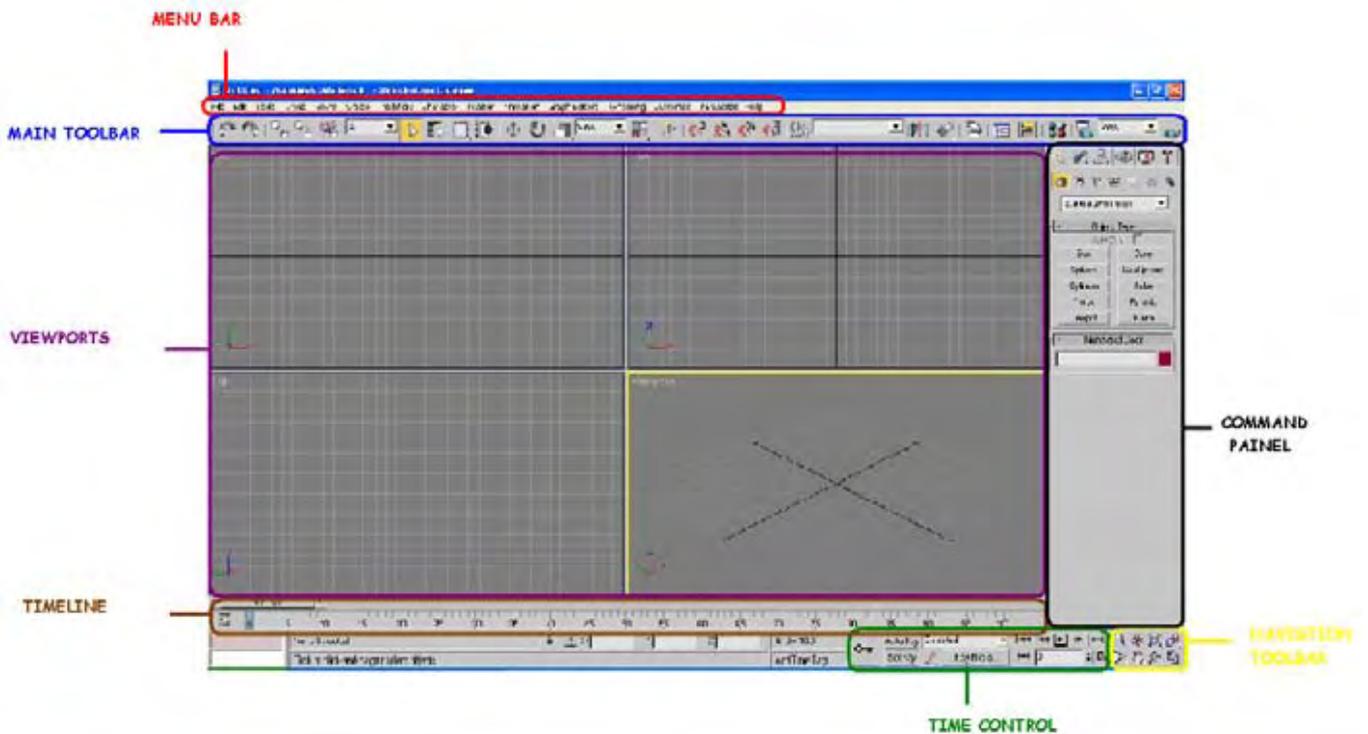
Passo para a exposição completa do material disponibilizado aos estudantes que estiveram presente no processo de produção de dados.

STUDIO MAX 3Ds



Autodesk 3ds Max é um *software* de computação gráfica que tem como principal ferramenta a construção de objetos em 3D, que podem ser manuseados e modificados das mais diversas maneiras, podendo auxiliar na construção de imagens mentais que são, segundo levantamento bibliográfico imprescindíveis para a consolidação e generalização de conceitos matemáticos.

INTERFACE



MENU BAR: Barra de menu padrão do Windows, menus pulldown com várias ferramentas e comandos

MAIN TOOLBAR: Barra de ferramentas onde ficam os botões outros comandos que servem para seleção, transformação e renderização de cenas.

VIEWPORTS: Você pode visualizar com até quatro janelas ao mesmo tempo no monitor. As janelas múltiplas podem mostrar várias vistas de uma mesma cena.

TIME CONTROL: São usados para controlar a sua animação e playback e também para a navegação entre os frames da sua animação.

COMMAND PAINEL: Na parte direita da tela há seis barras que são muito importantes para a criação de objetos, modificações, animações e configuração de vídeo. Nessa aba estão as principais funções do Studio Max 3Ds.

TIMELINE: Com a linha de tempo (timeline) pode-se controlar as animações, visualizá-las e editar os keyframes (quadros chave). As animações são criadas de duas maneiras: por meio do autokey (a animação é criada automaticamente quando é modificado algum parâmetro) ou do setkey (usado para ter uma controle maior na animação).

COMMAND PAINEL



CREATE : Botão que controla a criação de objetos.

MODIFY : Botão que controla as modificações nos objetos selecionados.

HIERARCHY : Controla as especificações de hierarquia dos objetos e também os parâmetros de configuração da cinemática inversa (IK).

MOTION : Controla funções avançadas para as animações.

DISPLAY : Controla as funções e opções do que se visualiza na tela. É possível escolher entre câmeras, luzes, geometrias, etc.

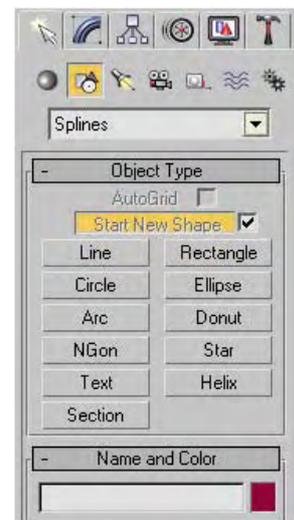
UTILITIES : Utilitários do 3Ds Max.

OBS. :A atenção será voltada para os botões Create e Modify nesse mini-curso.

CREATE



SPLINES : Com este comando é possível construir figuras em 2d, tais como linhas (line), círculos (circle), arcos (arc), poliedros (ngon), textos (text), retângulos (rectangle), elipses (ellipse), círculos concêntricos (donuts), estrelas (star) e hélices (helix).

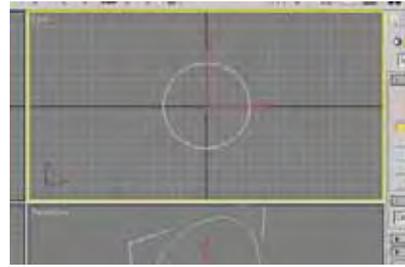


Exemplo 1: Construindo um círculo.

Passo 1: Vá em Create/Splines/ e clique em circle.

Passo 2: Vá para uma das 4 janelas e aperte o botão esquerdo do mouse.

Passo 3: Mantenha-o pressionado e arraste o mouse para definir o raio do círculo.

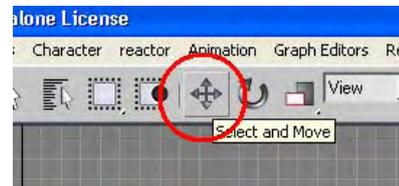


Obs: É possível visualizar o objeto nas quatro janelas (front, top, left e perspective)

Exemplo 2: Movendo o círculo.

Após construir o círculo você pode alterar suas características.

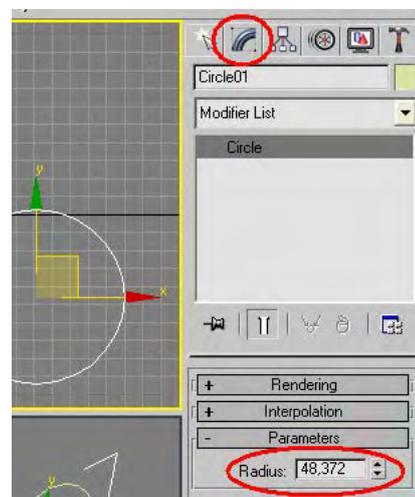
Passo 1: Para mover, você precisa clicar no botão “Select and Move” que se encontra na parte superior da tela, conforme figura.



Passo 2: Clique com o botão esquerdo no círculo e arraste para mover o objeto. Observe que ele se altera em todas as janelas.

Exemplo 3: Alterando o raio do círculo.

Para alterar as propriedade do círculo e de qualquer objeto, você deverá usar o botão Modify , que encontra-se no painel de comando (Command Painel), conforme figura:



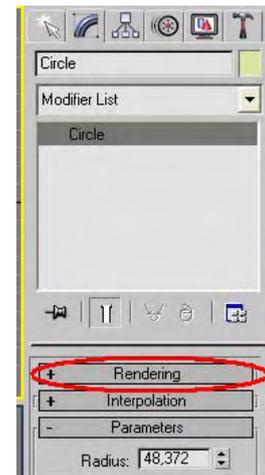
Passo 1: Para alterar o raio do círculo, clique primeiro no círculo (lembre-se que antes disso você deve estar com o botão Select and Move clicado)

Passo 2: Clique no botão “Modify”. Na parte direita da tela aparecerá um menu que permite fazer alterações no círculo.

Passo 3: Clique em “Radius” (figura acima) para modificar o raio do círculo.

Exemplo 4: Renderizando o círculo.

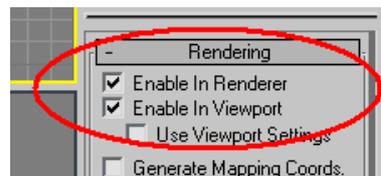
Para renderizar o objeto construído, você deve utilizar o comando “Quick Render” , que encontra-se na *main toolbar*, canto superior direito. A renderização é imediata quando o objeto está em 3D. Porém, para objetos em 2D, como é o caso do círculo, devemos habilitar a opção “render”. Para tanto, siga as instruções abaixo



Passo 1: Selecione o círculo e clique em “Modify”. Dentre os itens que irão aparecer no menu, selecione a opção “rendering”, conforme figura à direita.

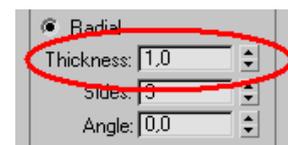
Passo 2: Habilite as opções “Enable In Renderer” para permitir que o objeto possa ser renderizado e a opção “Enable In Viewport” para permitir que a visualização possa ser vista na interface (veja figura abaixo). Obs. Nem sempre será interessante habilitar a opção “Enable In Viewport”

Passo 3: Clique em  para renderizar.



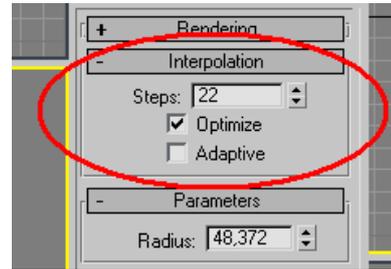
Exemplo 5: Modificando a espessura do círculo.

Para Modificar a espessura do círculo vá em Modify/Rendering e altere o item “Thickness”, conforme figura ao lado.

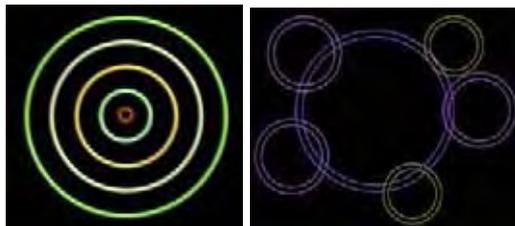


Exemplo 6: Modificando a “quantidade de lados” do círculo.

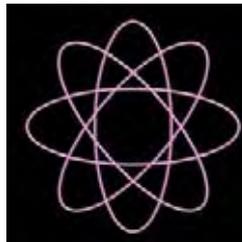
Na verdade o que vemos como um círculo na tela do computador é um polígono regular com uma quantidade suficientemente grande de lados para parecer um círculo visualmente. Se na sua renderização o polígono ficou com uma quantidade pequena de lados, você pode alterá-lo, indo em Modify/Interpolation e modificando a quantidade de Steps (passos). Quanto maior o índice, mais lados terá o polígono.



ATIVIDADE 1: Construa as figuras abaixo usando os comandos da seção splines.



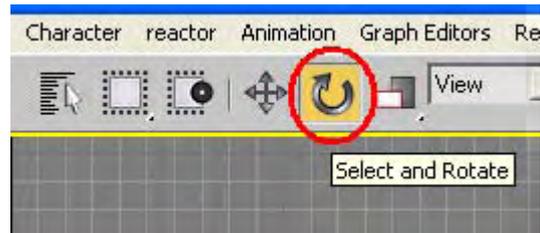
ATIVIDADE 2: Construa a figura abaixo usando os comandos da seção splines.



Passo 1: Construa uma elipse.

Passo 2: Faça três cópias segurando o botão *shift* do teclado pressionado, clicando com o botão esquerdo do mouse sobre a figura e arrastando a figura.

Passo 3: Sobreponha as 4 figuras (a elipse mais suas três cópias e utilize o botão “select and rotate” que pode ser encontrado na *maintoolbar* ao lado da ferramenta de movimentação (ver figura abaixo):

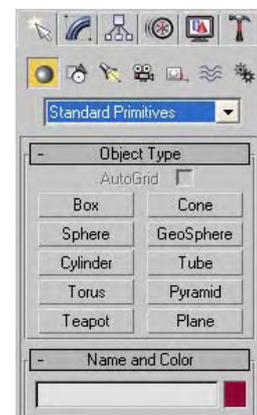


Passo 4: Utilize a ferramenta de rotação para rotacionar as elipses. Para fixar angulações que variam de 5 em 5 graus você pode selecionar a opção “Angle Snap Toggle” também encontrada na *maintoolbar*.



GEOMETRY

Standard Primitives: Com este comando é possível construir figuras em 3d, tais como paralelepípedos (box), esferas (sphere), cilindros (cylinder), toros (torus), chaleira (teapot), cones (cone), geoesfera (geosphere), tubos (tube), pirâmides (pyramid) e planos (plane)

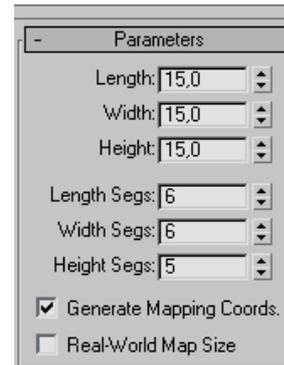


Exemplo 7: Modificando os parâmetros dos objetos

Passo 1: Clique no botão Box, vá para a janela (viewport) chamada Perspective e crie uma caixa. Basta clicar e arrastar o mouse.

Passo 2: Selecione a figura e vá em Modify  para alterar as propriedades da figura. Em Parameters você pode alterar as dimensões do paralelepípedo: comprimento

(Length), largura (Width) e altura (Height). Além disso, você pode também alterar a quantidade de segmentos que compõem o objeto: Length Segs (segmentos do comprimento), Width Segs (segmentos da largura) e Height Segs (segmentos da altura). Obs. Quanto maior a quantidade de segmentos, maior a qualidade dos efeitos e modificações eu podemos aplicar ao objeto. Porém, uma quantidade exagerada pode fazer com que o computador fique muito lento e o tamanho de armazenamento das figuras ou filmes fique muito grande.



Exemplo 8: Usando as ferramentas de navegação (Navigation Toolbar)



As ferramentas de navegação servem para observar os objetos produzidos sob ângulos diferentes. Elas se encontram no canto inferior direito da interface. Para utilizar suas funcionalidades, crie um objeto 3D, selecione a janela (viewport) Perspective e clique com o mouse nos botões.



Zoom: serve para se aproximar ou se afastar do objeto em um única janela (viewport)



Pan View: serve para deslocar o ponto de visão para outras direções.



Arc Rotate: serve para rotacionar o objeto. Importante salientar que este deve ser usado apenas na viewport Perspective.



Maximize Viewport Toggle: faz com que somente uma das janelas (viewports) fique visível e ocupe o espaço da tela inteira.



Zoom All: aproxima e afasta o objeto em todas as janelas (Viewports) ao mesmo tempo



Zoom Extents: adapta o tamanho do objeto à viewport desejada.



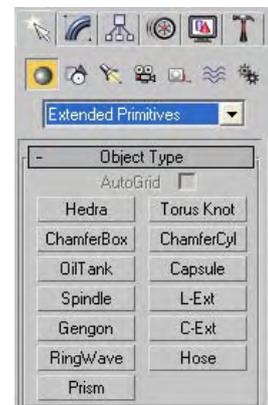
Zoom Extents All: adapta o tamanho do objeto à todas as viewports ao mesmo tempo.



Field-of-View: serve como uma espécie de zoom. É pouco utilizado.

ATIVIDADE 3: Construa as demais formas geométricas primitivas, modifique seus parâmetros e renderize, privilegiando pontos de vistas distintos (usando as ferramentas de navegação)

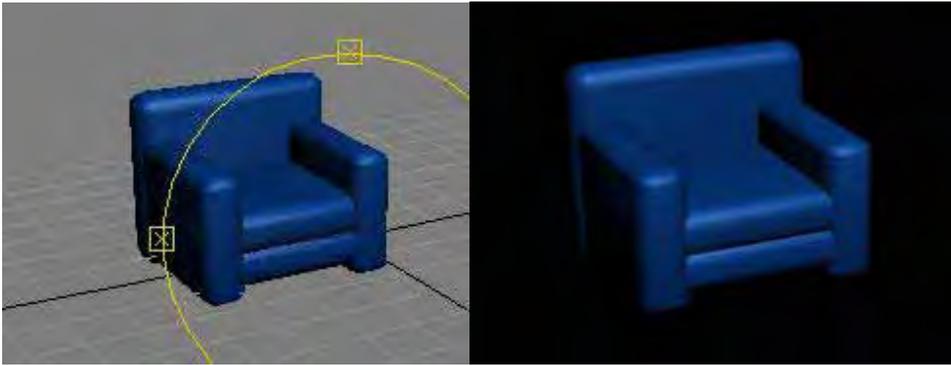
Extended Primitives: Com este comando é possível construir figuras em 3d diferentes dos sólidos básicos que compõem o conjunto das “Standard Primitives”.



ATIVIDADE 4: Construa alguns objetos com estas ferramentas.

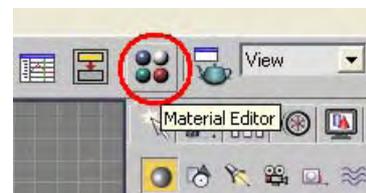
ATIVIDADE 5: Construção de um sofá.

Usando as ferramentas conhecidas e o objeto ChamferBox, construa um sofá, conforme a figura abaixo.



USANDO TEXTURAS

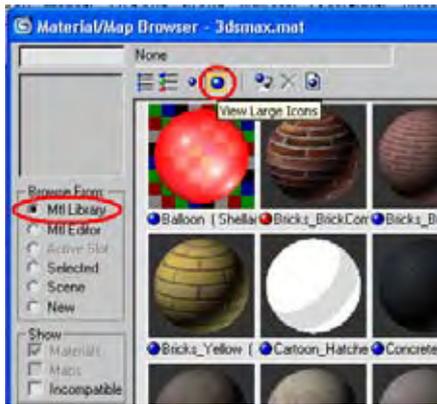
Para utilizar as texturas do Studio Max 3d, você deve utilizar o editor de materiais (Material Editor) . Você pode encontrá-lo no canto superior direito, conforme figura ao lado.



Ao pressionar o botão, aparecerá a seguinte janela:



Para utilizar uma textura, selecione uma esfera da caixa de materiais e clique em Standart. Aparecerá uma nova janela que representa o mapa de materiais do Editor de materiais. Selecione os comandos Mtl Library (à direita, assinalado abaixo) para selecionar a lista de materiais e o comando View Large Icons (assinalado no topo da figura abaixo) para visualizar as texturas:



Selecione a textura desejada clicando duas vezes com o botão esquerdo sobre a mesma. A janela voltará para a tela inicial do editor de materiais, porém na esfera



selecionada aparecerá o material escolhido

Clique com o botão esquerdo do mouse nessa esfera, mantenha-o apertado e arraste a textura ao objeto em uma das telas da Viewport. Renderize e veja que o objeto possui a textura desejada.

Obs: Se o objeto for composto por mais de uma peça, você deve arrastar a textura a todas as peças.

Para selecionar outras texturas, selecione outra esfera e repita o processo.



Coloque um plano no fundo do desenho para servir de chão e utilize algumas texturas de madeira:



ATIVIDADE 6: Construa alguns sólidos e aplique algumas texturas a eles.

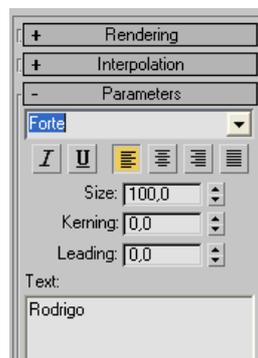
MODIFICADORES

Exemplo 7: Utilizando o modificador Extrude

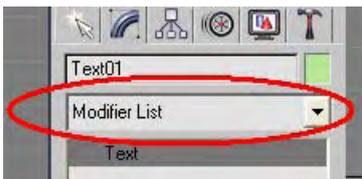
Passo 1: Vá para Create/Splines e selecione a opção texto. Crie uma caixa de texto na janela front. Caso fique grande demais, você pode diminuir de tamanho usando a ferramenta de escala (Select and Non-uniform Scale), mostrada abaixo.



Passo 2: Vá para Modify e altere o texto para seu nome. Se quiser pode alterar a fonte também.

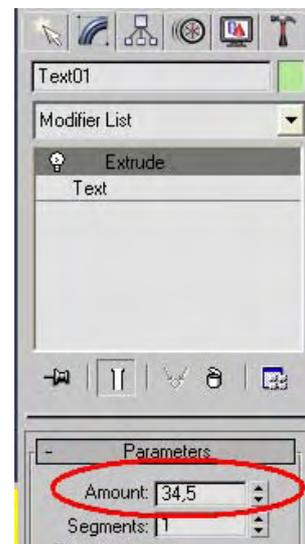


Passo 4: Acrescente o modificador Extrude. Ele pode ser encontrado na lista “Modifier List”



Passo 5: Ao clicar no modificador Extrude, aparecerá uma lista de parâmetros referente a ele. Altere, em Parameters, o item Amount (figura à direita) e veja que o texto sofrerá uma extrusão, passando de 2D para 3D.

Passo 6: Renderize:



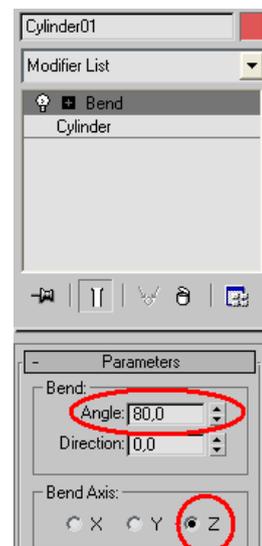
Exemplo 8: Utilizando o modificador Bend

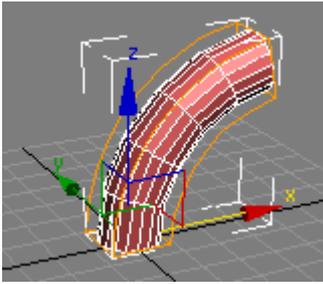
Passo 1: Crie um cilindro de raio 8 e altura 60.

Passo 2: Vá para a lista de modificadores (conforme exemplo 7) e selecione o modificador Bend.

Passo 3: Nos parâmetros altere item Angle para 80, conforme figura ao lado. Para que o efeito de curva seja no eixo z (vertical) mantenha selecionado z em Bend Axis (figura ao lado)

Obs.: Note que o cilindro, ao se curvar, não forma uma curva perfeita (visualmente). Isso ocorre pelo fato de possuir poucos segmentos.



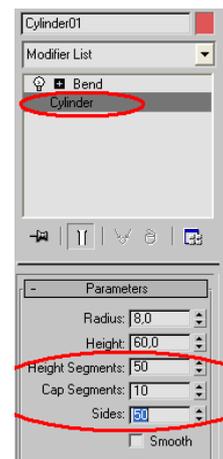


Passo 4: Para alterar a quantidade de segmentos e obter uma melhor curvatura, deve-se aumentar o número de segmentos do cilindro. Para tanto, clique na palavra Cylinder (abaixo da lista de modificadores, conforme figura ao lado). Altere os segmentos do cilindro para:

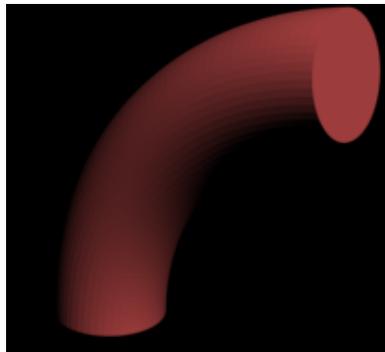
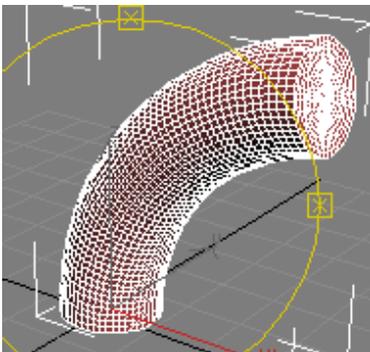
Height Segments: 50 (segmentos da altura)

Cap Segments: 10 (segmentos do topo)

Sides: 50 (quantidades de lados)



Passo 5: Renderize.



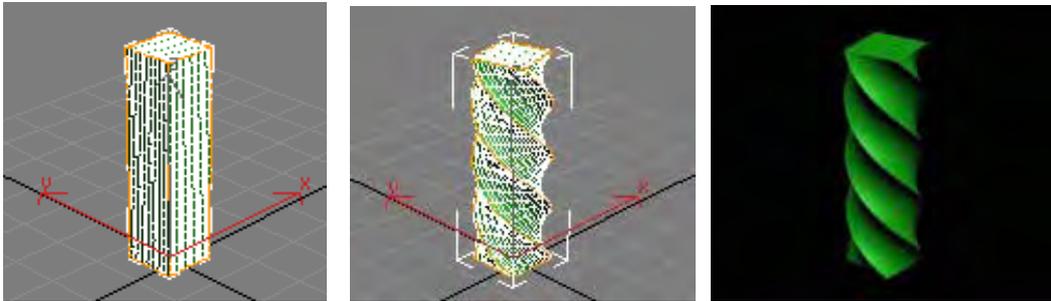
Exemplo 8: Utilizando o modificador Twist.

Passo 1: Crie um paralelepípedo de dimensões 10x10x40 usando o comando box.

Passo 2: Utilize o comando Modify para alterar o número de segmentos do objeto, para que o efeito torne-se mais nítido.

Passo 3: Vá para a lista de modificadores e selecione o modificador Twist.

Passo 4: Altere o parâmetro ângulo (angle) e observe o resultado.

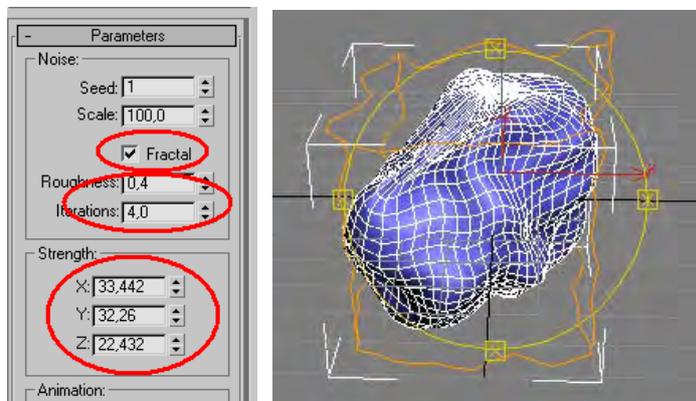


Exemplo 9: Fazendo uma pedra, usando o modificador Noise

Passo 1: Crie uma esfera, vá para Modify e altere o número de segmentos para 60.

Passo 2: Vá para a lista de modificadores e acrescente o modificador Noise.

Passo 3: Selecione o item Fractal e altere os parâmetros Roughness (rugosidade), Iterations (quanto maior o número de iterações, mais pontiagudo ficará o objeto) e as distorções no comprimento dadas por alterar os padrões X, Y e Z de Strength (veja figura abaixo).



Passo 4: Aplique uma textura de pedra e renderize.

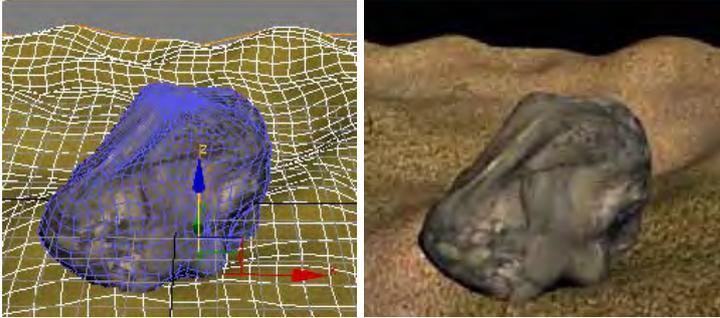


Passo 5: Crie um plano na Viewport

Passo 6: Altere o número de segmentos desse plano e aplique o modificador Noise a ele.

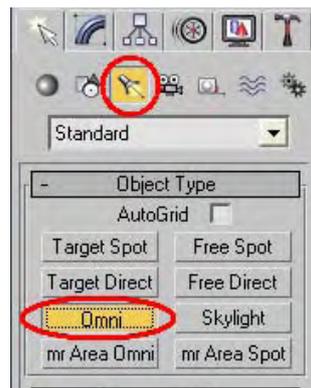
Passo 7: Altere os parâmetros para criar ondulações no plano.

Passo 8: Aplique uma textura de areia a esse plano e renderize.

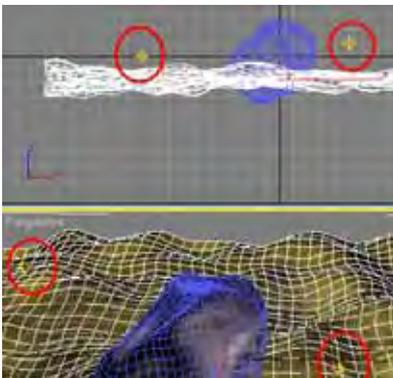


Exemplo 10: Iluminando o ambiente.

Passo 1: Vá para Create/Light e selecione a opção de luz Omni



Passo 2: Posicione algumas luzes no ambiente. Os itens assinalados abaixo representam as luzes colocadas no ambiente. Esse símbolo visual não aparecerá na renderização.



Passo 3: Para aparecer a sombra do objeto clique na luz, vá em Modify e selecione a caixa “On” em Shadows, conforme assinalado na figura ao lado.

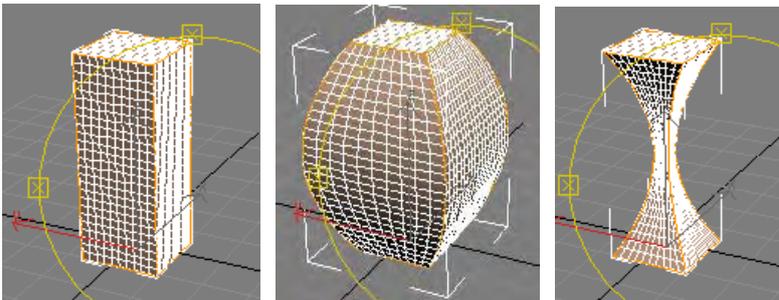


Passo 4: Renderize e compare com o ambiente que não possui sombra.

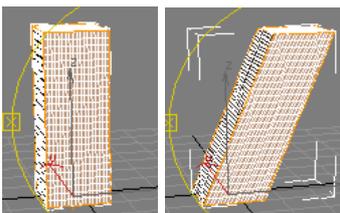


ATIVIDADE 7: Crie uma box com as dimensões 10x10x50, aumente o número de lados e aplique os modificadores “Taper” e “Skew” . Vá em modify e altere os parâmetros dos mesmos.

Taper

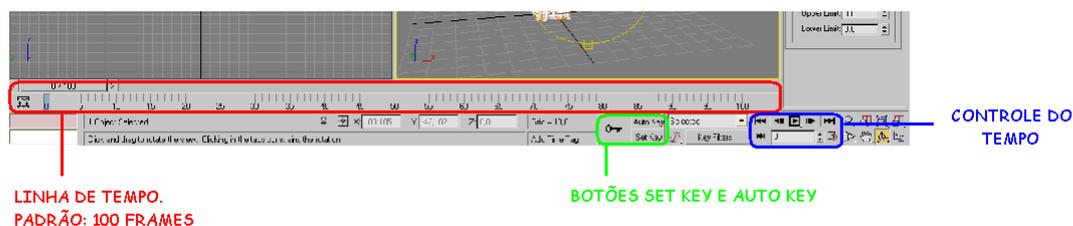


Skew



ANIMAÇÕES

Para criar animações no programa Studio Max 3ds é necessário conhecer alguns elementos relacionados a esta função. Constituem o corpo básico desta estrutura, a linha de tempo, os botões “Set Key” e “Auto Key” e os botões de controle de tempo. Abaixo é possível visualizá-los.



LINHA DE TEMPO: é onde se pode controlar as animações. Sua configuração inicial é composta por 100 *frames*, o que resulta em aproximadamente 3 segundos.

AUTO KEY: Será o controle mais utilizado para as animações neste curso. Por meio deste comando, podemos gerar animações automáticas apenas modificando parâmetros.



SET KEY: Este comando é mais usado na animações de personagens, onde o controle necessita ser mais preciso.

CONTROLE DO TEMPO: Serve para uma visualização da animação nas Viewports.



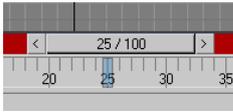
Exemplo 11: Animação de modificadores

Passo 1: Crie uma box com as dimensões 20x20x50, aumente o número de lados e aplique o modificador “Taper”.

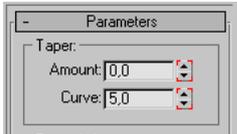
Passo 2: Clique no botão Auto Key. Observe que a linha de tempo que contém os *frames* ficará vermelha.



Passo 3: Clique com o botão esquerdo e mantenha-o pressionado para arrastar a barra que encontra-se acima da linha do tempo. Movimente-a para o frame 25.



Passo 4: Vá para Modify e altere o parâmetro Curve do Taper para 5,0.



Passo 5: Leve a barra acima da linha de tempo para o frame 70, vá em Modify e altere o parâmetro Curve do Taper para -4,0.

Passo 6: Leve a barra acima da linha do tempo para o frame 100 e em Modify altere o Parâmetro Curve para 0.

Passo 7: Desmarque o botão Set Key.

Passo 8: No controle de tempo, aperte o comando Play para visualizar a animação nas Viewports.



Exemplo 12: Renderizando a animação.

O procedimento para renderizar uma animação é diferente do para renderizar uma imagem. O botão utilizado para iniciar o processo é o “Render Scene Dialog” que pode ser encontrado no canto superior direito (assinalado na figura abaixo)

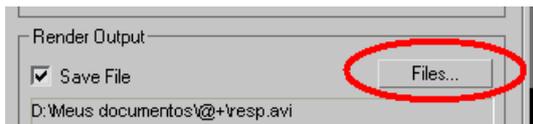


Ao clicar no botão aparecerá a seguinte janela:

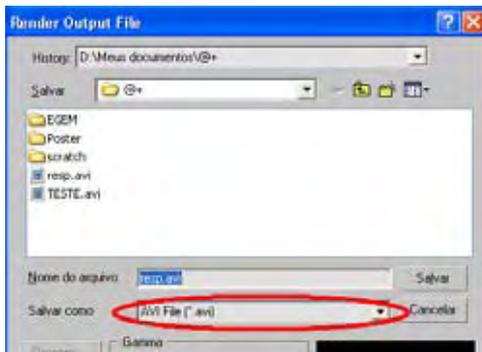
Marque a opção Active Time Segment (em vermelho assinalado) para que sejam renderizados os quadros de 0 a 100. Logo abaixo em Output Size você poderá escolher a opção de resolução da digitalização. São quatro opções (assinalado em vermelho).

Quanto maior a resolução, mais demorado será o processo e melhor a qualidade da imagem. No caso da figura está selecionado a opção 640x480

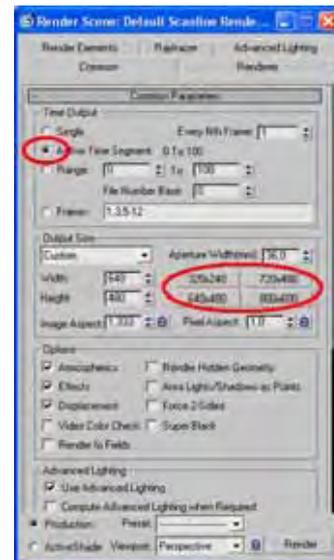
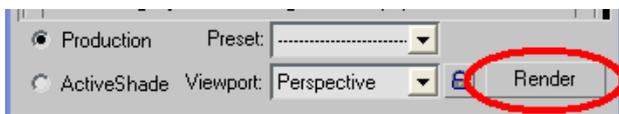
Você precisará escolher o formato que será salvo o vídeo e também o local. Para tanto, rolando a tela que se abriu, você encontrará o menu Render Output. Clique em Files (figura abaixo).



Abrirá uma nova janela onde você poderá escolher a pasta de destino e também o formato. Para este exercício escolha o formato “AVI File (*.avi)” mostrado na figura abaixo.



Após salvar, vá para o final da janela de renderização e clique em “Render”, assinalado abaixo. O programa iniciará a renderização e o vídeo estará salvo na pasta selecionada



ATIVIDADE 8: Criando vídeo com os modificadores e as ferramentas de posição.

APÊNDICE 3: A MATEMÁTICA DO SCRATCH

Essa seção tem como objetivo apresentar a matemática que está associada à funcionalidade o *software* Scratch. Conforme Lifelong Kindergarten Group⁵⁶, o Scratch possui uma série de conceitos relacionados à matemática e à computação, a saber, conceitos seqüenciais, de interação (looping), argumentos condicionais, variáveis, listas (seqüência de ordens), manipulação de eventos, linhas paralelas de execução, aleatoriedade de números, lógica booleana, interação dinâmica e design de interfaces interativas (LIFELONG KINDERGARTEN GROUP, 2007). A este conjunto de aspectos explicitados, acrescento ainda o conceito de função.

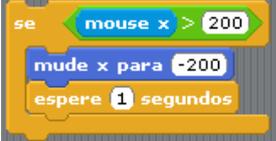
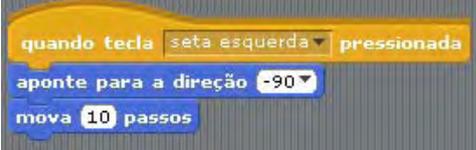
O comando funções pode ser encontrado no bloco de comando “números”. Este pode ser utilizado para modelar as mais diversas situações, dar efeitos a objetos e utilizar na plotagem de gráficos. O usuário pode utilizar as funções seno, cosseno, tangente, arc-seno, arc-cosseno, arc-tangente, raiz quadrada, logaritmo natural, logaritmo de base 10, exponencial de base 10 e exponencial com base o número de Euler.

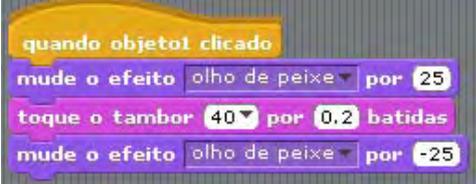
O Quadro 2 apresenta alguns comandos utilizados para o desenvolvimento, visando uma melhor compreensão das funcionalidades do Scratch e sua relação com a matemática.

Quadro 2: Representação dos conceitos matemáticos e computacionais relacionados ao Scratch.

CONCEITO	EXPLANAÇÃO	EXEMPLO
Seqüência	Para criar um programa no Scratch, é necessário pensar sistematicamente sobre a ordem dos passos.	
Iteração (looping)	sempre e repita podem ser usados para iterações (repetindo uma série de instruções).	

⁵⁶ Grupo responsável pela criação do Scratch.

Argumentos condicionais	se e se-senão conferem uma condição.	
Variáveis	Os blocos de variáveis permitem a criação de variáveis para usá-las na programação. O Scratch suporta variáveis globais (servem para todos os objetos) e específicas (são usadas para um único objeto).	
Listas (ordens)	Os blocos de lista permitem armazenar e acessar uma lista de números e coisas. Este tipo de estrutura de dados pode ser considerado uma “ordem dinâmica.”	
Manipulação de evento	quando tecla pressionada e quando objeto clicado são exemplos de eventos de manipulação – que respondem a eventos ativados pelo usuário ou outra parte do programa.	
Linhas (execução paralela)	Duas pilhas de comandos criam duas linhas independentes que executam os comandos ao mesmo tempo.	
Coordenação e sincronização	anuncie para todos e quando eu ouvir podem coordenar ações de múltiplos objetos (sprites). Usando anuncie para todos e espere permite sincronizações.	<p>Por exemplo, o objeto 1 pode enviar a mensagem Vencedor quando esta condição é satisfeita</p>  <p>Este comando no objeto 2 inicia quando a mensagem é recebida</p> 

Aleatoriedade de números	O bloco sorteie um número entre seleciona números aleatórios entre dois números escolhidos.	
Lógica booleana	e, ou, não são exemplos de álgebra booleana.	
Interação dinâmica	mouse x, mouse y e volume do som podem ser usados como uma entrada dinâmica de interação em tempo real.	
Design de interfaces interativas	É possível criar interfaces interativas no Scratch. Por exemplo, usando objetos clicáveis para criar botões.	
Funções	É possível utilizar funções para modelar situações, dar efeitos a objetos e utilizar na plotagem de gráficos. São apresentadas as funções seno, cosseno, arcseno, arccosseno, tangente, arctangente, raiz quadrada, logaritmo natural, logaritmo na base 10, exponencial na base 10 e na base e. Além dessas existe a função valor absoluto.	

Fonte – a pesquisa.