

Resolvendo o Problema dos Sabores



Ana C. B. Machado

Resolvendo o Problema dos Sabores



Esta tese contou com o apoio financeiro do CNPq (Brazil).

Resolvendo o Problema dos Sabores

TESE

apresentada ao Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista, Brasil

em cumprimento aos requisitos para a obtenção do título de

Doutor

agosto de 2011

Ana Carolina Bruno Machado

nascida em São Paulo, Brazil

Comissão Examinadora

Vicente Pleitez (orientador)
IFT-UNESP

Alberto Gago Medina
Pontificia Universidad Catolica del Peru

William Antonio Ponce Gutierrez
Universidad de Antioquia, Medelln, Colombia

Hiroshi Nunokawa
PUC-Rio

Alex Gomes Dias
UFABC

Instituto de Física Teórica – UNESP
R. Dr. Bento Teobaldo Ferraz 271, bloco II
01140-070 São Paulo, Brasil

Rita Lee

*...No ar que eu respiro/ Eu sinto prazer/ De ser quem eu sou/ De estar onde
estou...*

Resumo

Neste trabalho, propomos duas extensões multi-Higgs do modelo padrão com simetrias discretas abelianas e não abelianas e com o setor escalar que possui pelo menos um dubleto de Higgs para cada férmion do MP. Mostramos que do ponto de vista fenomenológico os modelos concordam com os dados experimentais e as massas e as matrizes de mistura CKM e PMNS são corretamente obtidas, para o primeiro modelo que descreve o setor dos quarks e dos léptons e para o segundo modelo, que descreve somente o setor dos léptons a matriz de mistura PMNS e as massas são devidamente obtidas.

Abstract

In this work we propose two multi-Higgs extension of the Standard Model with Abelian and non Abelian discrete symmetries and a scalar sector which has at least one Higgs doublet for each fermion of the Standard Model. From the phenomenological point of view the models are safe and the masses and the mixing matrices CKM and PMNS are properly obtained for the first model that describes the sector of quarks and leptons. The second model describes only the leptonic sector, but the mixing matrix and masses are also obtained in compliance with the experimental data.

Sumário

Resumo	vii
Resumo em Inglês	ix
Agradecimentos	xiii
1 Prólogo	xv
2 Introdução	1
3 Modelo Padrão: Da teoria aos problemas	7
3.1 O Modelo Padrão	7
3.1.1 Sobre as massas e as matrizes de mistura	12
3.2 Sobre o Setor Escalar	15
3.2.1 Simetria discreta	16
3.2.2 Caso Abelian:	16
4 O Modelo	21
4.1 A proposta	23
5 As Matrizes de Massa:	29
5.1 Massa dos Quarks e Misturas:	29
5.2 Massas e Misturas dos Léptons:	32
6 O Setor Escalar	39
6.1 O Potencial Escalar do Modelo	42
6.2 O potencial com três dubletos:	43
6.3 O potencial com três dubletos e quebra Soft de A_4	44
6.3.1 Primeiro caso: Alguns $\mu_i^2 > 0$	45
6.3.2 Segundo caso: Todos $\mu_i^2 < 0$	46

7	Os contratemplos:	49
7.1	Supressão de FCNC no Modelo:	52
7.2	Escalares Leves:	56
8	Uma nova interpretação: Neutrinos esquizofrenicos.	63
8.1	O Problema dos Neutrinos Solares	63
8.2	Duplo decaimento beta sem neutrinos $0\nu\beta\beta$:	66
8.3	Os Neutrinos Esquizofrenicos	66
8.3.1	Implementando os neutrinos esquizofrenicos:	67
9	Considerações Finais:	79
A	Simetrias Discretas	87
A.0.2	Semi-Grupos e Grupos:	89
A.0.3	Resumindo as propriedades importantes:	91
A.0.4	Conjugados:	92
A.0.5	Subgrupos normais:	93
A.0.6	Grupos quocientes	94
A.0.7	Grupos Cíclicos:	95
A.0.8	Grupo S_N	96
A.0.9	Grupo Alternante A_N :	104
A.1	Produto entre grupos:	107
A.1.1	Em resumo:	109
B	Escalares Pesados a despeito de terem VEVs Pequenos:	111
	Referências	117

Agradecimentos

Ao término de uma etapa de nossas vidas sempre existem pessoas a quem devemos sinceros agradecimentos pelo apoio, carinho, paciência, incentivo, amizade, entre tantas outras coisas. Os meus sinceros agradecimentos são dedicados:

Ao Prof. Dr. Vicente Pleitez, pela amizade e orientação ao longo de sete anos. Por ter me ensinado que um pesquisador precisa ter paciência e agir com calma ao longo do desenvolvimento de um trabalho. Agradeço a amizade e a compreensão quando precisei.

Ao Prof. Dr. Juan Montero pelo carinho, amizade e orientação, e por ter me ensinado que sempre existe um momento certo para uma frase descontraída.

Aos colegas de grupo, Pedro, Elaine e Bruce, pela ajuda, pelas discussões e pelas brincadeiras.

A minha mãe, minha vó e minha irmã por todo o apoio, compreensão, carinho, por tudo o que sempre superamos e, principalmente, por tudo o que eu consegui ao longo da vida. Ao meu avô por todas as lembranças felizes que tenho. Ao meu pai pelos momentos de descontração e pelas conversas. A minha Tia Ção, por ser um exemplo de que apesar das intempéries da vida, é possível sempre seguir e sermos capazes de colher os bons frutos.

A minha família adotiva, Marinela, Siqueira, Sonia, Ze Flavio, Fabio, Francisco e Luiza, por todo apoio, carinho e incentivo.

Aos amigos queridos e indispensáveis, Tiago, Humberto, Manu, Fatima, Camila, Flavia, Franciane, Thales, Caco, Pimentel (Princeton guy), Rosana, Rachel, Flavio, Guilherme, Ana Raquel, Tatá, Henrique, Davi, Lucila, Márcia, Marcelo, Larissa e Matheus pela companhia, pela diversão, pelas maldades, pelos almoços, conversas, discussões, passeios, em resumo, pela amizade.

As adoráveis Meninas da Secretaria de Pós, Rosane, Luzinete, Édina e Vilma pelas conversas, incentivos e por toda a ajuda que tive ao longo desses muitos anos. E aos Meninos Marcelo e José Francisco.

Agradeço a Prof^a Dr^a Maria e ao Prof. Dr. Bund pelos cafés e pelas conversas no horário de folga.

1

Prólogo

Resumo dos principais resultados

O Modelo Padrão (MP) é uma teoria de grande sucesso. Sua principal previsão foram as interações neutras, ou seja, previu o bóson intermediador Z descoberto na década de 80 no CERN (Organização Européia para Pesquisa Nuclear). O MP descreve as partículas elementares e suas interações até energias da ordem de $O(100)$ GeV, com grande precisão.

No entanto, ele não é capaz de compreender as massas dos férmions, isto é:

- Por que existe uma hierarquia entre as massas de cada geração, e entre os parceiros de isospin?

No setor dos léptons carregados temos $m_e \ll m_\mu \ll m_\tau$ na seguinte proporção $1 : 210 : 3552$ ¹. Das evidências experimentais atuais sabemos que os neutrinos são massivos, com massas da ordem de 10^{-3} eV o que significa $m_e \gg m_{\nu_e}$ com proporcionalidade $1 : 10^{-6}$ se considerarmos $m_\tau \gg m_{\nu_\tau}$ temos $1 : 10^{-9}$.

No setor dos quarks observamos que: $m_u < m_d$ na seguinte proporção $1 : 2.5$, $m_s \ll m_c$ sendo $1 : 12.6$ e $m_b \ll m_t$ sendo $1 : 41$ essas são as diferenças de massa entre os parceiros de isospin. As diferenças entre as famílias é ainda mais discrepante, $m_u \ll m_c \ll m_t$ com proporcionalidade $1 : 747 : 59515$, e $m_d \ll m_s \ll m_b$ com proporcionalidade $1 : 25 : 1022$ (Vide Tabela 1).

¹A leitura deste valores é simples, significa que, neste exemplo, o τ tem uma massa 3552 vezes maior que o elétron.

- Por que existe uma hierarquia nos ângulos de mistura dos quarks e não dos neutrinos ? Os ângulos de mistura do setor dos quarks são pequenos, tornando a matriz de mistura deste setor quase a identidade. Por sua vez, os ângulos do setor leptônico são grandes, tornando a mistura dos sabores quase máxima (Vide Eq.(2) e Eq.(3)).

No MP as massas das partículas são resultantes da interação entre as componentes de mão direita e esquerda dos férmions com o bóson de Higgs, sendo esta invariante sob a simetria do MP. Após o bóson de Higgs obter um Valor Esperado no Vácuo (VEV), v_{SM} , portanto, após a quebra da simetria eletrofraca para a eletromagnética, as partículas ganham massa. A expressão para as massas é:

$$L_{massa} = \sum_{i,j} \bar{\Psi}_i L f_{ij} \Psi_{jR} v_{SM} \quad (1.1)$$

em que $\Psi_{L,R}$ representa as componentes de cada setor de carga, quarks tipo- u ($2/3$) e tipo- d ($-1/3$), e léptons carregados (-1). Os f_{ij} são as constantes de acoplamento adimensionais de Yukawa, as quais formam a matriz de massa das partículas. No MP os neutrinos não possuem massa, uma vez que eles não possuem componentes de mão direita e existe a conservação de simetrias acidentais.

Da expressão acima identificamos as massas das partículas como sendo $M_a = F_a v_{SM}$ em que, $a = u, d, c, s, b, t, e, \mu$ e τ . Os F_a são os autovalores da matriz formada pelos f_{ij} . Sendo o v_{SM} o único parâmetro com dimensão de massa, com valor definido de 174 GeV. Os valores experimentais das massas encontram-se na Tabela 1.

teórico	valor experimental (em MeV)
m_u	1.7 - 3.3
m_d	4.1-5.8
m_s	101
m_c	1270
m_b	4190
m_t	172000
m_e	0.510998910
m_μ	105.658367
m_τ	1776.82

Tabela 1.1: Massas dos férmions

Temos, ainda, como consequência da diagonalização das matrizes de massa, as matrizes unitárias de mistura para os quarks e para os léptons, respectivamente: Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (V_{CKM}) e Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (V_{PMNS}).

A matriz de mistura para os quarks, obtida por meio de diversos experimentos, é dada por:

$$V_{CKM} \approx \begin{pmatrix} 0.97428 & 0.2253 & 0.00347 \\ 0.2252 & 0.97345 & 0.0410 \\ 0.00862 & 0.0403 & 0.999152 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

A matriz de mistura, aproximada, para os léptons, é:

$$V_{PMNS} \approx \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (1.3)$$

Todos esses valores experimentais, da Tabela 1 e das Eqs.(2) e (3) devem ser ajustados pelas constantes de acoplamento adimensionais de Yukawa, f_{ij} , o que significa que o intervalo de valores que estas constantes varrem é muito grande, 1 à 10^{-6} . Se considerarmos ainda, que existem evidências experimentais atuais que mostram que os neutrinos são massivos e que suas massas são da ordem de eV, o intervalo de valores dos f_{ij} é ainda maior. E esse constitui o problema dos sabores.

Neste trabalho propomos duas soluções para o problema dos sabores. A primeira proposta considera as matrizes de massa de cada setor escalar. Intuitivamente, um modo de solucionar este problema é propor uma matriz de massa formada, principalmente, por parâmetros com dimensão de massa, ou seja:

$$M = v_{SM} \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} \rightarrow M = f \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} & v_{13} \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} \\ v_{31} & v_{32} & v_{33} \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

em que f representa uma constante de acoplamento de Yukawa e (v_{ij}) representam os VEVs dos campos escalares do modelo proposto, que são, agora, os principais elementos da matriz de massa.

Como cada VEV está relacionado a um bóson de Higgs, o preço a ser pago para que as matrizes sejam formadas por VEVs é a introdução de novos escalares ao conteúdo de matéria do MP.

Ou seja, neste modelo propomos que cada setor de carga deve possuir os seus próprios escalares, isto é, o setor dos quarks tipo u devem possuir escalares diferentes dos quarks tipo d e assim por diante. Isso garante que os VEVs que explicam as massas de cada setor sejam diferentes um do outro e essa garantia se dá com a introdução de novas simetrias, de modo que a separação do setor dos léptons e dos quarks, por exemplo, seja explicada por elas.

As massas das partículas são agora justificadas pelos VEVs de cada campo escalar, por exemplo, como vemos na Tabela 2 o caso dos léptons carregados, neste caso f é igual a 1.

Após a análise do mínimo do potencial escalar, mostramos que é possível obter $v_1 \gg v_2 \gg v_3$, sendo a proporcionalidade entre eles dada por 1 : 210 : 3552,

Tabela 1.2: Massas dos léptons carregados no novo modelo

massas (em MeV)	valor dos VEVs em MeV
$m_e = fv_2 = 0.510998910$	$v_1 = 0.510998910$
$m_\mu = fv_3 = 105.658367$	$v_2 = 105.658367$
$m_\tau = fv_1 = 1776.82$	$v_3 = 1776.82$

a razão entre os VEV's é a mesma que a razão entre as massas, no entanto, temos como explicar esta razão por meio do mecanismo de quebra espontânea de simetria.

O caso dos neutrinos e dos quarks é mais complicado, pois, além das massas, devemos ajustar as matrizes de mistura simultaneamente, mas este modelo proposto ajusta todos os dados experimentais acima; explica como o setor de cargas se divide; e, prevê a existência de novas partículas que podem ser observadas no LHC, por exemplo, escalares carregados e/ou escalares neutros.

O segundo modelo proposto neste trabalho esta relacionado a questão da natureza das massas dos neutrinos, ou seja, os neutrinos são partículas de Dirac (partícula cuja anti-partícula é diferente da partícula pela inversão dos sinais de suas cargas quânticas) ou de Majorana (partícula cuja anti-partícula é idêntica a partícula)?

A única observação experimental capaz de responder esta questão é o duplo decaimento β sem neutrinos, dois nêutrons são convertidos simultâneamente em prótons emitindo dois elétrons e dois anti-neutrinos do elétron, se os neutrinos forem partículas de Majorana eles se aniquilarão, se forem partículas de Dirac este decaimento será suprimido e não poderemos concluir nada sobre o tipo dos neutrinos.

Até hoje o que extensões do MP fazem é considerar que os neutrinos são partículas de Dirac ou partículas de Majorana. Neste modelo, nós mostramos que é possível uma nova visão deste problema, os neutrinos esquizofrênicos, ou seja, os neutrinos autoestados de sabor são uma combinação linear de dois autoestados de massa de Majorana e um de Dirac.

Essa idéia de neutrinos esquizofrênicos foi proposta por Mohapatra (at all) recentemente, e nós aplicamos a idéia em um modelo que explica porque devemos adicionar três neutrinos de mão direita ao conteúdo de matéria do MP que possui um setor de escalares para os léptons carregados diferentes do setor de escalares dos quarks, o que resolve o problema dos sabores, no mesmo sentido que propomos no outro modelo.

Portanto, este trabalho apresenta dois novos modelos que explicam o problema dos sabores, por meio da introdução de novas simetrias e de um aumento do setor escalar do MP, modelos Multi-Higgs.

Estes modelos não são econômicos no setor escalar. No entanto, qualquer proposta para resolver o problema dos sabores está longe de sê-lo. Por exemplo, em modelos com quebra dinâmica de simetria, o papel do Higgs seria feito por

condensados de novos campos de gauge com interação forte, como se fosse uma espécie de pión, formado por partículas semelhantes a quarks. Isso implicaria introduzir um grande número de bósons de gauge e novos férmions para formar os condensados. Ou seja, não existe uma solução econômica para o problema dos sabores.



Introdução

O Modelo Padrão das partículas elementares (MP) [1] é uma teoria que descreve as interações eletromagnética, fraca e forte, dessas partículas. O sucesso desse modelo em explicar uma grande variedade de resultados experimentais o torna um importante arcabouço para o desenvolvimento da física teórica.

A evidência experimental, consolidada, de que os neutrinos são massivos e possuem mistura de sabor igual ao setor dos quarks apontam para um problema do MP, que está contextualizado no chamado problema dos sabores. O presente trabalho propõe duas soluções para esse problema. Para tanto, vamos compreender melhor o problema dos sabores.

O problema dos sabores: Sabor é um número quântico das partículas elementares; cada setor possui seis sabores: u, d, s, c, b e t para os quarks e $e, \mu, \tau, \nu_e, \nu_\mu$ e ν_τ para os léptons. Cada sabor define um número quântico que será conservado pela interação forte, mas não pela interação fraca. A alteração da magnitude do sabor na interação fraca é codificada na matriz de mistura, uma matriz unitária que contém informações acerca da probabilidade de mudança de sabor de um dado quark (neutrino) para outro sabor (explica o decaimento do nêutron que consiste na conversão de um quark tipo- d para um quark tipo- u , por exemplo). No setor dos quarks a matriz de mistura é representada por V_{CKM} (Cabibbo - Kobayashi - Maskawa), no setor dos léptons a matriz de mistura é representada por V_{PMNS} (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata). Essas matrizes estão diretamente relacionadas com as massas dos férmions.

As massas dos férmions surgem da interação de suas componentes direitas e esquerdas com o bóson de Higgs, o qual, após a quebra espontânea de simetria adquire um o valor esperado do vácuo (VEV), v_{SM} . Esses acoplamentos são

definidos por uma constante de acoplamento adimensional, denominada constante de acoplamento de Yukawa. O v_{SM} tem um valor definido pelo valor experimental da massa do bóson intermediário W , como veremos mais adiante. Portanto este valor é igual para todas as interações, o que significa que as matrizes de massa diferenciam-se umas das outras pelas constantes de acoplamento de Yukawa. Ou seja,

$$L_{Massa} = f_{ij} \bar{\Psi}_{Li} v_{SM} \Psi_{Rj}$$

em que, f_{ij} é a constante de acoplamento de Yukawa que forma uma matriz de ordem 3 adimensional, Ψ_{Li} e Ψ_{Rj} representam, respectivamente, as componentes de mão esquerda e direita dos férmions. A matriz de massa para cada setor tem a seguinte forma:

$$M = v_{SM} \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix};$$

como observa-se, essas matrizes não são diagonais, isso significa que os estados em que as massas são bem definidas não são os mesmos estados da interação. Os autoestados de massa são obtidos após a diagonalização dessas matrizes. Da álgebra linear, sabe-se que toda matriz quadrada pode ser diagonalizada por uma transformação biunitária. Portanto a diagonalização das matrizes de massa implica na existência de uma transformação unitária que leva um autoestado de massa a um autoestado de sabor.

Existem modificações se expressarmos toda a lagrangeana do MP em termos dos autoestados de massa. Os termos cinéticos e a lagrangeana das correntes neutras ficam da mesma forma, porém, as correntes carregadas, aquelas intermediadas pelos bósons vetoriais W^\pm , originarão as matrizes de mistura V_{CKM} e V_{PMNS} .

A matriz de mistura para os quarks, obtida por meio de diversos experimentos, é dada por:

$$|V_{CKM}^{pdg}| = \begin{pmatrix} 0.97428 \pm 0.00015 & 0.2253 \pm 0.0007 & 0.00347_{-0.00012}^{+0.00016} \\ 0.2252 \pm 0.0007 & 0.97345_{-0.00016}^{+0.00015} & 0.010_{-0.0007}^{+0.0011} \\ 0.00862_{-0.00020}^{+0.00026} & 0.0403_{-0.0007}^{+0.0011} & 0.999152_{-0.000045}^{+0.000030} \end{pmatrix}.$$

A matriz de mistura para os léptons, é:

$$V_{PMNS} \approx \begin{pmatrix} 0.77 - 0.86 & 0.50 - 0.63 & 0.00 - 0.22 \\ 0.22 - 0.56 & 0.44 - 0.73 & 0.57 - 0.80 \\ 0.21 - 0.55 & 0.40 - 0.71 & 0.59 - 0.82 \end{pmatrix}.$$

Após a diagonalização das matrizes de massa os valores das massas são obtidos, e têm a forma de $M_a = F_a v_{SM}$ em que F_a é o autovalor da matriz de massa.

teórico	valor experimental (em MeV)
$m_u = F_u v_{SM}$	1.7 - 3.3
$m_d = F_d v_{SM}$	4.1-5.8
$m_s = F_s v_{SM}$	101
$m_c = F_c v_{SM}$	1270
$m_b = F_b v_{SM}$	4190
$m_t = F_t v_{SM}$	172000
$m_e = F_e v_{SM}$	0.510998910
$m_\mu = F_\mu v_{SM}$	105.658367
$m_\tau = F_\tau v_{SM}$	1776.82

Tabela 2.1: Massas dos férmions. Para os neutrinos conhecemos somente duas diferenças de massa ao quadrado, no entanto, o MP não acomoda as massas dos neutrinos pois não possui suas componetes de mão direita e conserva os números quânticos de sabor leptônicos.

Como observado na Tabela 1.1 os F_a s são responsáveis por ajustar o valor obtido experimentalmente das massas das partículas, uma vez que v_{SM} é determinado, valendo $v_{SM} = 174 GeV$.

$F_u = v_{SM}/m_u$	$(102 - 53) \times 10^3$
$F_d = v_{SM}/m_d$	$(42 - 30) \times 10^3$
$F_s = v_{SM}/m_s$	1.7×10^3
$F_c = v_{SM}m_c$	137
$F_b = v_{SM}/m_b$	41
$F_t = v_{SM}m_t$	1
$F_e = v_{SM}/m_e$	348×10^3
$F_\mu = v_{SM}/m_\mu$	1657
$F_\tau = v_{SM}/m_\tau$	98

Tabela 2.2: ordem de grandeza das constantes de acoplamento

Isso significa que as constantes de acoplamento adimensionais variam de 1 a 10^6 se não considerarmos as massas dos neutrinos.

Portanto, no MP todas as massas e as matrizes de mistura são parâmetros livres, isto é, não tem seus valores previstos pelo modelo, esses valores são medidas experimentais, que podem ser ajustados devido as constantes de acoplamento de Yukawa, que por sua vez são parâmetros adimensionais.

Em outras palavras, o MP não explica a origem das massas. A separação dos setores de carga e os valores tão distantes entre as massas do mesmo setor e até mesmo da mesma família é o que caracteriza o problema dos sabores [2; 3].

Existe uma grande variedade de modelos além do MP que tentam resolver o problema dos sabores, todos predizem a existência de novas partículas e, do ponto

de vista teórico, nenhum deles é melhor que o outro. Porém, resolvem problemas separadamente, ou seja, modelos propostos para resolver o problema das massas dos neutrinos muitas vezes não são bons para o setor dos quarks e vice-versa.

Por outro lado o MP é um paradigma da teoria quântica de campos, pois engloba em um só modelo uma grande variedade de conceitos físicos, tais como: 1) quebra espontânea de simetria, 2) anomalias, 3) comportamento não-perturbativo, entre outros. Além disso, fornece conhecimento suficiente até energias da ordem de $O(100)$ GeV (o MP é consistente com os dados experimentais do LEP e do Tevatron, entre outros experimentos). Portanto, ao invés de construirmos uma teoria em altas energias que recupere o MP a baixas energias, vamos fazer pequenas modificações no próprio MP.

Sabe-se que as matrizes de massa possuem a forma $M_{\alpha\beta} = \sum_i (f_i)_{\alpha\beta} v_{SM}$, $(f_i)_{\alpha\beta}$ correspondendo a uma matriz 3×3 adimensional, complexa e arbitrária e v_{SM} representando o valor esperado do vácuo do Bóson de Higgs. A existência do setor escalar é essencial para a quebra da simetria eletrofraca para a eletromagnética, permitindo que os bósons W e Z adquiram massa.

No entanto, não existem evidências experimentais da existência do bósons de Higgs. Argumentos teóricos baseados na unitariedade implicam que o bóson de Higgs elementar¹ tem massa menor que a escala dos TeV. A massa dos bósons vetoriais W e Z impõem limites fortes sobre a massa do escalar de Higgs de centenas de GeV. No entanto, uma vez que não existe evidência da existência do bóson de Higgs, podemos dizer muito menos sobre o fato dele ser uma partícula fundamental ou única.

O presente trabalho propõe duas soluções ao problema dos sabores: a primeira considera que as matrizes de massa das partículas devem ser formadas, principalmente, por parâmetros com dimensão de massa, ou seja:

$$M = v_{SM} \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix} \rightarrow M = f \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} & v_{13} \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} \\ v_{31} & v_{32} & v_{33} \end{pmatrix}$$

em que f representa uma constante de acoplamento de Yukawa e (v_{ij}) representam os VEVs dos campos escalares do modelo proposto, que são, agora, os principais elementos da matriz de massa.

Isso é possível se considerarmos que cada partícula terá pelo menos um² bóson de Higgs exclusivos. Para garantir a exclusividade dos bósons de Higgs para cada partícula, faremos uso das simetrias discretas, que, até então, em sua grande maioria, são usadas somente para o caso dos neutrinos. Com isso é possível obter um modelo que explique a origem das massas dos férmions, sem depender

¹Elementar, no mesmo sentido dos férmions fundamentais do MP, é uma partícula sem constituintes.

²Veremos ao longo do trabalho que serão necessários pelo menos dois bósons de Higgs para cada partícula.

das constantes de acoplamento de Yukawa, o que significa que a hierarquia das massas é explicada pelo setor escalar do modelo.

A segunda solução apresentada esta associada ao setor leptônico e além de explicar os dados experimentais das massas e das matrizes de mistura por meio dos VEVs de bósons de Higgs adicionais vai além e propõe uma nova interpretação para a questão das natureza dos neutrinos.

Até hoje não temos evidências que comprovem, ou indiquem, se os neutrinos são partículas de Dirac ou partículas de Majorana. Uma vez que os neutrinos são as únicas partículas completamente neutras no MP, eles são as únicas partículas que podem ser suas próprias anti-partículas³ e uma vez introduzidas suas componentes de mão direita ao MP não existe simetria que proíba termos de massa de Majorana e/ou Dirac.

Todas as extensões do MP, mesmo as mais atuais, consideram que os neutrinos são partículas de Dirac ou de Majorana. Neste trabalho, nós mostramos que é possível uma nova visão deste problema, os neutrinos esquizofrênicos, ou seja, os neutrinos autoestados de sabor são uma combinação linear de dois autoestados de massa de Majorana e um de Dirac.

Essa idéia de neutrinos esquizofrênicos foi proposta por Mohapatra (at all) recentemente, e nós aplicamos a idéia em um modelo que explica porque devemos adicionar três neutrinos de mão direita ao conteúdo de matéria do MP, e possui um setor de escalares para os léptons carregados diferentes do setor de escalares dos quarks.

Portanto, ao nos desvencilharmos do preconceito de que existem poucos bósons de Higgs em extensões do MP, somos capazes de resolver o problema dos sabores por meio da introdução de 26 bósons de Higgs e das simetrias discretas A_4 e (Z_3) . Este primeiro modelo obtém texturas para as matrizes de massa nunca antes consideradas na literatura. Essas matrizes explicam a hierarquia entre as massas e ajustam as matrizes de mistura concomitantemente. Os setores de carga do MP separam-se naturalmente neste modelo. Portanto, podemos dizer que este novo modelo resolve, de modo natural o problema dos sabores. Por outro lado, o segundo modelo mostra que por meio da introdução de 11 bósons de Higgs e das simetrias discretas S_3 e Z_3 somos capazes de resolver o problema dos sabores, no setor leptônico e ainda, apresentamos uma nova possibilidade de interpretação para a natureza dos neutrinos.

Esse trabalho dividi-se do seguinte modo: 1) Apresenta uma breve introdução ao MP (Capítulo Dois), visando facilitar a compreensão do mecanismo que estamos propondo; 2) No Capítulo Três, será apresentada a proposta do novo modelo para as interações eletrofracas; 3) No Capítulo Quatro, mostra-se que, tanto as massas, quanto as matrizes de misturas, encontram-se em concordância com os dados atuais; 4) No Capítulo Cinco, apresenta-se o estudo do setor esca-

³O fóton também é a sua própria anti-partícula, mas suas interações e propriedades já são bem conhecidas, portanto não faremos menção á eles.

lar, exemplificando como a hierarquia entre as massas é obtida; 5) No Capítulo Seis, apresentam-se os contratempos e as soluções para tais contratempos de um modelo com mais de um dubleto de Higgs no setor escalar; 6) No Capítulo Sete, propomos um modelo multi-higgs diferente do anterior, que além de ajustar os dados experimentais do setor leptônico proporciona uma nova interpretação para a natureza dos neutrinos.

3

Modelo Padrão: Da teoria aos problemas

As partículas elementares e suas interações são descritas pelo MP, que por sua vez é uma teoria quântica de campos relativística e em quatro dimensões, baseada na simetria de Gauge $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. A simetria $SU(3)_c$ refere-se à cromodinâmica quântica (QCD), teoria que descreve a interação forte entre as partículas coloridas (quarks e glúons). A simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ está relacionada com o grupo que descreve a interação eletrofraca, que rege o comportamento dos bósons de Gauge, W^\pm , Z^0 e o fóton, com os férmions ou suas autointerações.

Esta teoria se consolidou ao longo dos anos. De fato com o MP temos uma boa compreensão das interações fundamentais a energias da ordem de 100 GeV e, sem dúvida, esta teoria representa uma das maiores conquistas da Física.

Jonathan L. Rosner, professor da Universidade de Chicago, escreveu um guia para estudar o MP e suas eventuais extensões [4]. Como vimos na Introdução deste trabalho, ainda sobrevivem questões que o MP não é capaz de explicar, como por exemplo, o mecanismo de quebra de simetria eletrofraca, a origem das massas dos quarks e léptons, a existência de uma unificação de todas as forças, dentre outros problemas, o que implica que o MP não é uma teoria final. Este capítulo é dedicado a uma abordagem geral sobre o MP com o intuito de tornar claro as bases teóricas que ele possui e que serão usadas ao longo do trabalho.

3.1 O Modelo Padrão

Apresentamos a seguir um breve resumo com as datas e as pessoas que deram algumas das maiores contribuições para o desenvolvimento do MP, mostrando

que ele nada mais é do que uma fusão de idéias e de pesquisas. Ainda assim, gostaríamos de deixar claro que este resumo não faz juz a todas as pessoas que colaboraram para o desenvolvimento desta teoria.

Sheldon - Glashow, em 1963, descobriu como unir as interações fraca e eletromagnética. Em 1967, Steven Weinberg e Abdus Salam introduziram o mecanismo de Higgs à teoria eletrofraca de Glashow. A teoria sobre a interação forte adquiriu sua forma moderna no início dos anos 70, posteriormente, houve a comprovação experimental de que os hádrons são compostos por quarks por meio do espalhamento inelástico profundo¹ (DIP) com neutrons. A junção destas teorias culminou para o que hoje acreditamos ser uma teoria efetiva, chamada de Modelo Padrão, que descreve dois tipos de partículas fundamentais: *férmions* e *bósons* [5].

- Os férmions são as partículas que possuem o spin semi-inteiro e obedecem o princípio de exclusão de Pauli, sendo regidos pela estatística de Fermi-Dirac.
- Os bósons possuem o spin inteiro e não obedecem ao princípio de exclusão de Pauli, sendo regidos pela estatística de Bose-Einstein.

Como dito anteriormente, a simetria de Gauge que rege este modelo é $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, sendo os sub-índices c para carga de cor, L representa left-hand, e por fim Y corresponde à Hipercarga. Tem-se 8 geradores para o grupo $SU(3)_c$, 3 geradores para o grupo $SU(2)_L$ e 1 gerador para o grupo $U(1)_Y$. Nesta teoria, devemos adicionar os chamados campos vetoriais $G_\mu^a T^a$ para cor, sendo T^a os geradores² do grupo de cor; $W_\mu^a \tau^a$ para $SU(2)_L$ sendo τ^a os geradores³ do grupo $SU(2)_L$ e B_μ para a hipercarga $U(1)_Y$.

Os férmions (léptons e quarks) estão presentes no MP em três gerações⁴, cada geração contribui com 4 dubletos de mão esquerda, um no setor leptônico e três no setor dos quarks⁵, e sete singletos de mão direita. Mais precisamente, as transformações dos férmions sob a simetria do MP são dadas por:

$$L_L = \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ l_\alpha \end{pmatrix}_L \sim (1, 2, \frac{-1}{2}) \quad (3.1)$$

$$Q_L = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L \sim (3, 1, \frac{2}{3}) \quad (3.2)$$

$$l_R \sim (1, 1, -1); u_R \sim (3, 1, \frac{2}{3}); d_R \sim (3, 1, \frac{-1}{3}). \quad (3.3)$$

¹O espalhamento de Rutherford clássico de partículas alfa por núcleos de ouro é um exemplo de "espalhamento elástico", porque a energia e a velocidade das partículas espalhadas se conservam ao longo do movimento. O espalhamento inelástico ocorre ao bombardear partículas alfa contra núcleos de hidrogênio (prótons). Na década de 60, um processo semelhante permitiu uma análise do interior do núcleo, e é chamado de espalhamento inelástico profundo.

²Conhecidos como Matrizes de Gell-Mann

³Correspondem às matrizes de Pauli.

⁴Mais conhecidas por "famílias".

⁵Cada cor forma um dubleto, dando um total de 3 dubletos de cor para cada uma.

A lagrangeana invariante desta teoria é:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}W^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\sum_{a=1}^8 G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \quad (3.4)$$

$$+ \bar{u}(\partial_\mu - ig_s G_\mu^a T^a)\gamma^\mu u + \bar{d}(\partial_\mu - ig_s G_\mu^a T^a)\gamma^\mu d \quad (3.5)$$

$$+ \bar{\Psi}'_R i\gamma^\mu (\partial_\mu + \frac{ig'}{2} A_\mu Y)\Psi'_R + \quad (3.6)$$

$$\bar{\Psi}'_L i\gamma^\mu (\partial_\mu + \frac{ig'}{2} A_\mu Y + \frac{ig}{2} \tau b_\mu)\Psi'_L + H.c.. \quad (3.7)$$

em que $\Psi_{L,R}$ representam as componetes left e right dos campos fermiônicos definidos em (2.1) a (2.3) e:

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + if^{abc} [G_\mu^b, G_\nu^c] \\ W_{\mu\nu} &= \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu + ig [W_\mu, W_\nu] \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \end{aligned} \quad (3.8)$$

Até este ponto, temos as interações de todas as partículas, porém, nenhum campo é massivo, pois a invariância sobre a simetria do MP não permite adicionarmos termo de massa, $m\bar{\Psi}_L\Psi_R$, em que Ψ_L representam as componentes de mão esquerda (dubletos) enquanto Ψ_R é componente de mão direita (singletos da teoria). Adicionar um termo de massa deste tipo implica a não-invariância da lagrangeana. A solução para este problema é introduzir um novo campo ao modelo: um dubleto escalar ϕ , com hipercarga $Y = +1$, o que nos remete a

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \sim (1, 2, 1), \quad (3.9)$$

Mostraremos que, no MP, as massas dos bósons vetoriais são obtidas por meio do mecanismo de Higgs e as massas dos férmions são obtidas por meio dos termos de Yukawa. Os novos termos da lagrangeana responsáveis pelas massas de todas as partículas e que são permitidos pela simetria de gauge do modelo são:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= |(i\partial_\mu - g\frac{1}{2}\tau.W_\mu - g'\frac{Y}{2}B_\mu)\phi|^2 + \mu^2\phi^\dagger\phi + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2 \quad (3.10) \\ &- \bar{L}'G_l\phi L'_R + \bar{Q}'_{iL}f_{ij}^u\tilde{\phi}u'_{jR} + \bar{Q}'_{iL}f_{ij}^d\phi d'_{jR} + H.c.. \end{aligned}$$

Quando ϕ adquire o valor esperado no vácuo (VEV) diferente de zero, ele quebra espontaneamente a simetria, isto é $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$, com isso três dos quatro bósons de Gauge se tornam massivos, o que não adquire massa corresponde ao fóton.

Neste momento, surgem dois pontos importantes para analisar:

1. Obtenção do espectro de massa para os férmions e para os bósons vetoriais.
2. Análise do potencial escalar.

A ordem de estudo é indiferente para o resultado final, portanto, escolhemos primeiro obter as massas e, posteriormente, estudar o potencial escalar e o mecanismo de Higgs.

O campo ϕ após a quebra espontânea de simetria é dado por⁶:

$$\langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

em que h é o bóson de Higgs físico. A definição dos bósons de gauge físicos é:

$$\begin{aligned} W_\mu^+ &= \frac{1}{2}(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ W_\mu^- &= \frac{1}{2}(W_\mu^1 + iW_\mu^2) \\ Z_\mu &= W_\mu^3 \cos\theta_w - B_\mu \sin\theta_w \\ A_\mu &= W_\mu^3 \sin\theta_w + B_\mu \cos\theta_w, \end{aligned} \quad (3.12)$$

as massas para os bósons vetoriais são obtidas após a expansão do primeiro termo da lagrangeana da Eq.(2.10)

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2}(\partial_\mu h)(\partial^\mu h) + \frac{g^2}{4}W_\mu^+W^{\mu-}(v+h)^2 \\ &\quad + \frac{g^2 + g'^2}{8}Z_\mu Z^\mu(v+h)^2 \\ &\quad - \frac{1}{2}(2\lambda v^2)h^2 \left[1 + \frac{h}{v} + \frac{1}{4} \left(\frac{h}{v} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (3.13)$$

onde os bósons de Gauge físicos são definidos na Eq.3.12.

A massa para os bósons W^\pm é $M_W^2 = (g^2 v^2)/4$, o bóson Z^0 tem massa $M_Z^2 = v^2(g^2 + g'^2)/4$ e o campo do fóton A_μ , como podemos observar na lagrangeana, não tem termo de massa, ou seja, $M_{A_\mu} = 0$. Das interações acima e das definições dos campos bosônicos, podemos ter as seguintes definições:

Dos bósons de Gauge temos o ângulo de mistura eletrofraco:

$$\tan\theta_w = \frac{g'}{g}, \quad (3.14)$$

a carga elétrica é definida por:

⁶A partir de agora, para evitarmos sobrecarregar a notação, definiremos v_{SM} como sendo simplesmente v .

$$e = g' \cos \theta_w = g \sin \theta_w, \quad (3.15)$$

por fim, podemos definir o parâmetro ρ

$$\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_w}. \quad (3.16)$$

Este parâmetro ρ serve para garantir que a simetria custodial⁷ protege a relação entre as massas dos bósons de Gauge e o ângulo de mistura fraco [6]. Sobre o segundo termo, a massa dos escalares, apresentamos na seção (2.2), que corresponde a análise do potencial escalar.

Nos faltam os termos de massa para os férmions do modelo, que correspondem aos termos da última linha da Eq.(2.10). Vamos considerar, para exemplificar o mecanismo, os termos de massa e de interação com o bóson de Higgs para os quarks tipo u ⁸, após quebra espontânea de simetria, que são dados na lagrangeana abaixo:

$$\mathcal{L}_{yukawa} = -\frac{1}{\sqrt{2}}v(\overline{Q}'_{iL}f_{ij}u'_{jR} + \overline{u}'_{iR}f_{ji}^*Q'_{jL}) - \frac{1}{\sqrt{2}}\eta(\overline{Q}'_{iL}f_{ij}u'_{jR} + \overline{u}'_{iR}f_{ji}^*Q'_{jL}). \quad (3.17)$$

Como vemos, existem dois termos na Eq.(3.17): os termos de massa que dependem da matriz de ordem três dada pelas constantes de acoplamento f_{ij} e o termos de interação entre o bóson de Higgs (η) e os férmions.

As massas têm a forma $m_i \sim \sum_j f_{ij}v$, com i e j correndo por todas as famílias dos férmions do MP.

Existe ainda um conjunto de partículas não massivas no MP, os neutrinos, uma vez que não foi introduzido nenhum neutrino de mão direita ou conteúdo de matéria do MP. No entanto, evidências experimentais mostram que os neutrinos possuem massa e definem ainda um limite superior para as massas dos neutrinos de 0.1 eV. Temos aqui mais dois problemas para o MP, primeiro devemos acomodar neutrinos massivos e, para piorar a situação, com massas muito pequenas.

Existem algumas possibilidades de introduzirmos massa de neutrinos ao MP, são elas:

- Usar um método similar ao mecanismo de GIM [7], que gera massa para os quarks. Para isso precisamos introduzir 3 neutrinos de mão direita.

⁷Após o dubleto de Higgs adquirir um valor esperado do vácuo não nulo, a simetria aproximada $SU(2)_L \times SU(2)_R$ é espontaneamente quebrada para a simetria diagonal do subgrupo $SU(2)_V$ que também é uma simetria aproximada e por sua vez denominada simetria custodial.

⁸O procedimento é análogo para os quarks tipo- d e para os léptons carregados, por simplicidade mostraremos somente os termos para os quarks tipo- u

- Assumindo que a simetria global acidental de número leptônico seja violada à uma escala mais alta de energia, Λ , é possível escrever o operador de Weinberg [8]

$$O_5 = \frac{(Y_\nu)_{ij}}{2} \frac{(L_i \widetilde{H}^*)(\widetilde{H}^\dagger L_j)}{\Lambda}. \quad (3.18)$$

- Existe, ainda, a possibilidade de obtermos o operador de Weinberg por meio de interações renormalizáveis do MP, que correspondem a troca em nível de árvore de novas partículas, singletos ou tripletos escalares. A este mecanismo damos o nome de See-Saw.

Note-se que acrescentar massa aos neutrinos no MP é relativamente fácil, porém existe uma grande pergunta ainda sem resposta: Os neutrinos são partículas de Dirac ou de Majorana? No entanto, as matrizes de massa e a análise a seguir independem desta questão.

3.1.1 Sobre as massas e as matrizes de mistura

O primeiro termo da Eq.(3.17) corresponde as massa dos quarks tipo- u (os termos para as massas dos demais férmions são análogos). Notem que uma vez que os índices i e j correm por todas as famílias dos férmions as constantes de acoplamento de Yukawa f_{ij} formam uma matriz de ordem 3, e a dimensão de massa vem do VEV v que é um fator multiplicativo.

Em outras palavras, a forma das matrizes de massa do MP é ⁹:

$$M^\alpha = v \begin{pmatrix} f_{11}^\alpha & f_{12}^\alpha & f_{13}^\alpha \\ f_{21}^\alpha & f_{22}^\alpha & f_{23}^\alpha \\ f_{31}^\alpha & f_{32}^\alpha & f_{33}^\alpha \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

em que v corresponde ao VEV do ϕ após a quebra, $\alpha = e, \nu$, quarks tipo- u e quarks tipo- d , como vemos essa matrizes de massa não são diagonais, o que significa que os autoestados de massa não são os autoestados da simetria, o que implica na diagonalização das matrizes de massa.

Sabe-se da álgebra linear que uma matriz hermitiana, ou matriz auto-adjunta, pode ser diagonalizada pelos seus autovetores, quando colocados como colunas da matriz que diagonaliza, isto é, considerando uma matriz X hermitiana e quadrada, e considerando que os autovetores da matriz X colocados em forma de colunas formam a matriz A obtêm-se $AXA^\dagger = A^\dagger X A = \text{diag}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, onde x_i são autovalores.

No entanto, as matrizes de massa obtidas nem sempre são hermitianas (o único caso em que elas o são é o caso dos neutrinos) e novamente da álgebra

⁹Considerando a extensão em que os neutrinos possuem massa e, portanto, mistura. Os léptons carregados podem estar ou não na base em que os autoestados de massa correspondem aos autoestados de sabor.

linear, sabe-se que toda matriz quadrada geral $N \times N$ pode ser diagonalizada por uma transformação biunitária:

$$U_L^{\alpha\dagger} M^\alpha U_R^\alpha = \text{diag}(m_1, m_2, m_3).$$

Ou seja,

$$\begin{aligned} m_u &= (U_{uL}^T f U_{uR})_{11} v = 1.5 - 3.3 \text{MeV}, \\ m_d &= (U_{dL}^T f U_{dR})_{11} v = 3.5 - 6.0 \text{MeV}, \\ m_s &= (U_{uL}^T f U_{dR})_{22} v = 104_{-34}^{+26} \text{MeV}, \\ m_c &= (U_{dL}^T f U_{dR})_{22} v = 1.27_{-0.11}^{+0.07} \text{GeV}, \\ m_b &= (U_{uL}^T f U_{dR})_{33} v = 4.20_{-0.07}^{+0.17} \text{GeV}, \\ m_t &= (U_{dL}^T f U_{dR})_{33} v = 171 \pm 2.1 \text{GeV}. \\ m_e &= G_e v = 0.510998910 \pm 0.0000000013 \text{MeV}, \\ m_\mu &= G_\mu v = 105.658367 \pm 0.000004 \text{MeV}, \\ m_\tau &= G_\tau v = 1776.84 \pm 0.17 \text{MeV}. \end{aligned} \tag{3.20}$$

Notem que v é o mesmo para todas as massas, portanto, as diferenças entre os valores das mesmas são atribuídas aos elementos $(U_{uL}^T f U_{uR})_{ij}$, o que significa que para definirmos as massas de cada partícula precisamos conhecer as matrizes $U_{L,R}$. Essas matrizes são unitárias, o que significa, $U_{L,R}^\dagger U_{L,R} = U_{L,R} U_{L,R}^\dagger$. Usando esta propriedade obtemos:

$$M = U_L M_{\text{diag}} U_R^\dagger,$$

considerando que:

$$M M^\dagger = U_L M_{\text{diag}} U_R^\dagger U_R M_{\text{diag}}^\dagger U_L^\dagger = U_L M_{\text{diag}}^2 U_L^\dagger \rightarrow U_L^\dagger M M^\dagger U_L = M_{\text{diag}}^2.$$

e, analogamente, temos $U_R^\dagger M^\dagger M U_R = M_{\text{diag}}^2$. As matrizes $M M^\dagger$ e $M^\dagger M$ são hermitianos, o que significa que, as matrizes U_L correspondem aos autovetores da matriz $M M^\dagger$ colocados em forma de colunas e as matrizes U_R correspondem aos autovetores da matriz $M^\dagger M$ colocados em forma de colunas, que nada mais são do que combinações lineares dos f_{ij} . Isso significa que as massas das partículas do MP são apenas parâmetros livres da teoria e não uma previsão do modelo, uma vez que elas dependem exclusivamente do valor de suas constantes de acoplamento, valor esse que deve ser imposto para cada partícula.

Como consequência da diagonalização das matrizes de massa temos uma transformação unitária que leva um autoestado de massa a um autoestado de sabor, definida por:

$$\psi_{Li} = U_{Lij} \phi_{Lj} \quad ; \quad \psi_{Ri} = U_{Rij} \phi_{Rj},$$

em que, $\psi_{Li} = e'_{Li}; \nu'_{Li}; u'_{Li}; d'_{Li}$, $\phi_{Li} = e_{Li}; \nu_{Li}; u_{Li}; d_{Li}$, $\psi_{Ri} = e'_{Ri}; \nu'_{Ri}; u'_{Ri}; d'_{Ri}$ e $\phi_{Ri} = e_{Ri}; \nu_{Ri}; u_{Ri}; d_{Ri}$.

Em resumo, um lépton (quark) que encontra-se em um dado autoestado de sabor (no exemplo, $\psi_{L,Ri}$) está relacionado com o seu auto-estado de massa, aquele que possui massa bem determinada (no exemplo, $\phi_{L,Rj}$) por meio de uma matriz de transformação. O resultado mais importante é obtido quando escrevemos a lagrangiana da corrente carregada em termos dos autoestados de massa, como veremos a seguir.

As correntes neutras e carregadas quando escritas em termos dos autoestados de sabor são dadas por:

$$\mathcal{L}^{cn} = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_L^\alpha \gamma^\lambda \psi_L^\alpha Z_\lambda, \quad (3.21)$$

em que $\alpha = e, \nu, u$ e d . A corrente carregada mistura os dois setores de carga, por este motivo estamos usando os índices explicitamente.

$$\mathcal{L}^{cc} = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_L^{u,e} \gamma^\lambda \psi_L^{d,\nu} W_\lambda \quad (3.22)$$

em que α varia entre os tipos dos férmions. A lagrangeana das correntes neutra em termos dos autoestados de massa:

$$L^{cn} = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\phi} U_L^\dagger \gamma^\lambda U_L \phi Z_\lambda = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\phi} \gamma^\lambda \phi Z_\lambda \quad (3.23)$$

Notem que a matriz U_L é unitária, ou seja, $U_L^\dagger U_L = U_L U_L^\dagger = 1$ que foi usado para obter a segunda igualdade. Portanto, a interação com o bóson Z^0 possui a mesma forma mesmo após a mudança de base. A lagrangeana da corrente carregada nos apresenta um resultado mais interessante:

$$L^{cc} = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\phi}^{u,e} U_L^{\dagger u,e} \gamma^\lambda U_L^{d,\nu} \phi^{d,\nu} W_\lambda = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\phi}^{u,e} V_X \gamma^\lambda \phi^{d,\nu} W_\lambda. \quad (3.24)$$

sendo V_X a chamada matriz de mistura de sabor, cada setor tem a sua e estão definidas nas Eq. [3.25, 3.26].

$$V_{PMNS} = U_\nu^\dagger U_l = \begin{pmatrix} 0.77 - 0.86 & 0.50 - 0.63 & 0.00 - 0.22 \\ 0.22 - 0.56 & 0.44 - 0.73 & 0.57 - 0.80 \\ 0.21 - 0.55 & 0.40 - 0.71 & 0.59 - 0.82 \end{pmatrix}. \quad (3.25)$$

$$V_{CKM} = U_u^\dagger U_d = \begin{pmatrix} 0.97428 \pm 0.00015 & 0.2253 \pm 0.0007 & 0.00347^{+0.00016}_{-0.00012} \\ 0.2252 \pm 0.0007 & 0.97345^{+0.00015}_{-0.00016} & 0.010^{+0.0011}_{-0.0007} \\ 0.00862^{+0.00026}_{-0.00020} & 0.0403^{+0.0011}_{-0.0007} & 0.999152^{+0.000030}_{-0.000045} \end{pmatrix}. \quad (3.26)$$

Essas matrizes Eq.[3.25, 3.26] são unitárias e possuem nove parâmetros livres cada, porém alguns deles podem ser absorvidos, por serem não físicos, por meio de

transformações unitárias, de modo que tanto V_{PMNS} quanto V_{CKM} são descritas por três ângulos de mistura e uma fase. E os valores numéricos são determinados por experimentos e resumidos pelo PDG[9].

Até este ponto, foi apresentado o conteúdo de matéria do MP e como obter as massas das partículas por meio do mecanismo de Higgs introduzido ao MP por Peter Higgs em meados de 1964. Vamos a seguir estudar o mecanismo de quebra espontânea de simetria e suas consequências. A próxima sessão é aplicável ao MP e extensões multi-Higgs, uma vez que ela trata somente da análise do setor escalar do modelo.

3.2 Sobre o Setor Escalar

Vimos anteriormente que a existência de uma simetria local, $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, implica a existência de bósons de Gauge não massivos, como vemos na Eq.(3.12). Queremos evitar que isso aconteça, para tanto devemos quebrar a simetria de Gauge.

A quebra explícita da simetria devida a introdução *ad hoc* dos termos que geram massa para estes bósons, faz da teoria não renormalizável, o que resta, neste ponto é a quebra espontânea de simetria, e neste caso nos deparamos com o problema da simetria escondida.

A simetria escondida nada mais é que a simetria que existe no vácuo da teoria, isto é, o estado fundamental é degenerado no vácuo e a escolha de um dos estados dentre todos os possíveis é o que faz com a que simetria seja quebrada. No entanto esta escolha é feita de modo arbitrário.

Como consequência da quebra espontânea de simetria temos a origem de bósons escalares não massivos, os chamados bósons de Goldstone, de acordo com o Teorema de Goldstone.

Sabe-se que, tanto o MP, quanto uma teoria além do MP deve ter uma quebra de simetria para que as massas dos bósons vetoriais sejam geradas e, com a quebra, surgem os bósons de Goldstone. Seria interessante se estes dois tipos de bósons acoplassem de modo que os bósons de massa nula desaparecessem do espectro físico dando origem a bósons vetoriais massivos sem causar problemas à renormalizabilidade da teoria.

Este fenômeno foi primeiramente apresentado por Philip Warren Anderson em matéria condensada não relativística, onde os fótons seriam interpretados como sendo massivos. Particularmente, em supercondutividade existe o fluxo magnético, que implica em uma escala eletromagnética finita, alcance finito implica em fótons massivos. A generalização para campos relativísticos foi feita por Englert e Brout (1964) e Guralnikatal (1964) e de modo mais completo por Peter Higgs, por isso o mecanismo leva o seu nome. Por fim 't Hooft em 1971 provou que as teorias de Gauge são renormalizáveis mesmo na presença de quebra espontânea de simetria.

Estudaremos os casos de quebra de simetria discreta, neste caso, mostraremos que não se espera a presença de bósons de Goldstone. Posteriormente estudaremos o caso de quebra de simetria Abelian, que exemplifica o mecanismo de Higgs para o MP e extensões, com um desenvolvimento algébrico mais simples que o caso não Abelian, que é o do MP.

3.2.1 Simetria discreta

Considerando uma lagrangeana com simetria discreta Z_2 , isto é, uma invariância sob a seguinte transformação do campo $\Phi \rightarrow \Phi' = -\Phi$. A lagrangeana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \Phi)^2 - \frac{1}{2}\mu^2 \Phi^2 - \frac{1}{2}\lambda \Phi^4 \quad (3.27)$$

é invariante pela simetria Z_2 . Ao calcularmos o mínimo do potencial percebe-se que para $\mu^2 > 0$, tem-se um único vácuo. Quando considera-se $\mu^2 < 0$ obtêm-se dois mínimos em $\langle \Phi \rangle_0 = \pm(-\mu^2/\lambda)^{(1/2)}$ e escolhe-se para o valor esperado do vácuo $v = +(-\mu^2/\lambda)^{(1/2)}$.

Considerando agora pequenas oscilações em torno do vácuo, definimos um novo campo quântico com um VEV nulo, ou seja, $\Phi' = \Phi - v$. A lagrangeana se torna:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \Phi')^2 - (\mu^2 \Phi') - \lambda v \Phi'^3 - \frac{1}{4}\lambda \Phi'^4, \quad (3.28)$$

Φ' descreve uma partícula com massa $M = (-2\mu^2)^{(1/2)}$ e portanto não temos bósons de Goldstone para simetrias discretas.

3.2.2 Caso Abelian:

Vamos considerar uma lagrangeana invariante por $U(1)$:

$$\mathcal{L} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) + \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (3.29)$$

sendo

$$\begin{aligned} D_\mu \Phi &= (\partial_\mu - igA_\mu)\Phi \\ F_{\mu\nu} &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \end{aligned} \quad (3.30)$$

A lagrangeana 3.29 é invariante sob a transformação de Gauge $U(1)$:

$$\begin{aligned} \Phi(x) &\rightarrow \Phi'(x) = e^{-i\alpha(x)}\Phi(x) \\ A_\mu(x) &\rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \frac{1}{g}\partial_\mu \alpha(x). \end{aligned} \quad (3.31)$$

Para $\mu^2 < 0$ o mínimo do potencial é $|\phi| = v/\sqrt{2}$ onde $v = (\mu^2/\lambda)^{\frac{1}{2}}$, o que significa que valor esperado do vácuo é $v/\sqrt{2}$. Podemos escrever o campo Φ , que é um campo complexo, em termos de dois campos reais, ou seja, $\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Phi_1 + i\Phi_2)$, portanto:

$$\langle 0|\Phi|0\rangle = \langle 0|\Phi_1|0\rangle + i\langle 0|\Phi_2|0\rangle, \quad (3.32)$$

o que significa que temos a possibilidade de duas escolhas para o vácuo. Escolhemos

$$\begin{aligned} \langle 0|\Phi_1|0\rangle &= v \\ \langle 0|\Phi_2|0\rangle &= 0. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Os campos deslocados são dados por:

$$\Phi'_1 = \Phi_1 - v, \quad \Phi'_2 = \Phi_2. \quad (3.34)$$

Substituindo estes campos no termo cinético da lagrangeana teremos:

$$\begin{aligned} |D_\mu\Phi|^2 &= |(\partial_\mu - igA_\mu)\Phi|^2 \\ &= \frac{1}{2}(\partial_\mu\Phi'_1 - igA_\mu\Phi'_2)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\Phi'_2 - igA_\mu\Phi'_1)^2 \\ &\quad - gvA^\mu(\partial_\mu\Phi'_2 + gA_\mu\Phi'_1) + \frac{g^2v^2}{2}A^\mu A_\mu. \end{aligned} \quad (3.35)$$

O último termo pode ser interpretado como o de massa para o bóson de Gauge. Porém o termo $gvA^\mu(\partial_\mu\Phi'_2)$, deve ser removido e para tanto, tem-se que parametrizar o campo complexo em variáveis polares, deslocando somente os módulos dos campos.

$$\begin{aligned} \Phi(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}}[v + \eta(x)]e^{\frac{i\zeta(x)}{v}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}[v + \eta(x) + i\zeta(x) + \dots] \end{aligned} \quad (3.36)$$

Portanto, para pequenas oscilações, $\eta(x)$ e $\zeta(x)$ possuem a mesma interpretação de partícula que os campos Φ_1 e Φ_2 . No Gauge unitário somos capazes de remover o termo indesejado, isto é, definimos:

$$\begin{aligned} \Phi(x)^u &= e^{\frac{-i\zeta(x)}{v}}\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}[v + \eta(x)] \\ B_\mu(x) &= A_\mu(x) - \frac{1}{gv} \end{aligned} \quad (3.37)$$

o que nos remete a:

$$\begin{aligned}
D_\mu \Phi &= e^{\frac{-i\zeta(x)}{v}} (\partial_\mu \Phi^u - igB_\mu \Phi^u) \\
&= e^{\frac{-i\zeta(x)}{v}} \frac{(\partial_\mu \eta(x) - igB_\mu(\eta(x)) + v)}{\sqrt{2}}; \\
|D_\mu \Phi|^2 &= \frac{1}{2} |(\partial_\mu \eta(x) - igB_\mu(\eta(x)) + v)|^2; \\
F_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu.
\end{aligned} \tag{3.38}$$

A lagrangeana torna-se então:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= \frac{1}{2} |(\partial_\mu \eta(x) - igB_\mu(\eta(x)) + v)|^2 + \mu^2(\eta + v)^2 \\
&- \frac{\lambda}{4}(\eta + v)^4 - \frac{1}{4}(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)^2 = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1.
\end{aligned} \tag{3.39}$$

Expandindo a lagrangeana acima obtemos:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_0 &= \frac{1}{2} |(\partial_\mu \eta)^2 - \mu^2 \eta^2 - \frac{1}{4}(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)^2 + \frac{g^2 v^2}{2} B^\mu B_\mu \\
\mathcal{L}_1 &= \frac{g^2}{2} B_\mu B^\mu \eta(\eta + 2v) - \lambda v^2 \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda \eta^4.
\end{aligned} \tag{3.40}$$

Portanto, \mathcal{L}_0 corresponde a lagrangeana livre do bóson vetorial massivo ($B_{\mu\nu}$), com massa $M = gv$ e de um méson escalar (η) com massa $m = \sqrt{\mu^2/2}$. O campo $\zeta(x)$ desaparece da lagrangeana.

O desaparecimento de um campo (Φ), ou melhor de uma partícula é, aparentemente, preocupante, porém se analisarmos os graus de liberdade do sistema final veremos que a partícula desaparecida se combina com o bóson de Gauge não massivo, de modo a transformá-lo em um bóson de Gauge massivo, isto é, antes da quebra temos dois campos escalares reais, que correspondem a dois graus de liberdade, e um bóson vetorial de Gauge não massivo, que possui, também dois graus de liberdade, relacionados aos dois possíveis estados de polarização. Após a quebra temos um campo escalar massivo, η , sendo um grau de liberdade e um bóson vetorial massivo o que implica em três graus de liberdade, por ser massivo ele possui 3 graus de polarização, portanto, os graus de liberdade foram conservados.

Generalizando, simetrias discretas quando quebradas não possuem Bósons de Goldstone. Considerando simetrias contínuas temos que o número de bósons de Gauge não massivos sempre corresponderão a diferença entre o número de geradores da simetria original e o número desses bósons de Gauge que se tornaram massivos devido a quebra de algumas das simetrias[10].

Vimos ao longo do capítulo que as massas dos férmions e as matrizes de mistura que intermediam os processos de troca de sabor, as oscilações dos quarks

e, mais recentemente comprovada, a oscilação dos neutrinos, ainda não são compreendidos pelo MP [11], pois, todos os valores que observamos nas Eq.(3.20, 3.25, 3.26) são ajustados pelas constantes de acoplamento de Yukawa (f_{ij}) da Eq.(3.19).

Portanto, o desenvolvimento de novos modelos, que expliquem esses pontos, faz-se necessário, se possível essas extensões devem ser capazes de explicar os valores das massas, o que significa que as matrizes de massa devem ser dependentes de variáveis dinâmicas, que por sua vez devem ser capazes de explicar os valores experimentais.

Inúmeras extensões do MP foram estudadas na tentativa de explicar as matrizes f_i 's, formadas pelas constantes de acoplamento, como pode ser visto em uma série de trabalhos que consideram extensões do MP por meio de simetrias globais unitárias, como por exemplo, $U(1)$'s, $SU(2)_H$ [12] ou $SU(3)_H$ [13] ou ainda, mais recentemente, por meio do uso de simetrias discretas como: S_n , Z_n [14]; A_4 [15], ${}^{(d)}T$ [16; 17]; Q_6 [18], entre inúmeras outras [19].

Porém, até o presente momento, nunca considerou-se inverter o problema das matrizes, isto é, considerar uma matriz de massa que seja formada principalmente por parâmetros com dimensão de massa, ou seja, na forma $M_{\alpha\beta} = f(v_i)_{\alpha\beta}$ em que f representa alguns parâmetros ($\mathcal{O}(1)$) sem dimensão, as constantes de acoplamento, e $(v_i)_{\alpha\beta}$ representam a matriz formada pelos VEVs dos campos escalares do modelo. Em uma primeira análise não temos nenhuma alteração significativa no problema, no entanto, troca-se matrizes sem dimensão $f_{\alpha\beta}$ por matrizes com dimensão de massa $(v_i)_{\alpha\beta}$. Uma vez que estas matrizes são formadas pelos VEV's, que são variáveis dinâmicas, oriundos da análise do potencial do modelo, encontra-se uma vantagem, agora é possível explicar a origem das massas.

A introdução de novos escalares ao conteúdo de massa do MP exige a introdução de novas simetrias, estas simetrias explicam, por exemplo, a separação do setor dos léptons e dos quarks, como veremos ao longo desta tese.

O modelo proposto será uma extensão do MP, no sentido de que, as interações forte, fraca e eletromagnética não sofrerão nenhuma alteração, isto é, nenhum bóson intermediário será acrescentado neste modelo. Ele simplesmente sugere que as matrizes de massa são formadas por VEVs de campos escalares do tipo do bóson de Higgs. A introdução de novos escalares implica em novas partículas escalares no conteúdo de matéria do MP. Nos próximos capítulos o novo modelo será proposto e analisado com base nas teorias fundamentais do MP, expostas acima.

4

O Modelo

Discutimos, anteriormente, que as massas e os ângulos das matrizes de mistura são parâmetros livres do MP, ou seja, doze massas para os férmions¹, seis ângulos de mistura, sendo 3 para cada setor (o dos quarks e o dos léptons) e por fim, de 2 fases de CP, uma sendo para o setor dos quarks, e uma para o setor dos léptons (caso os neutrinos sejam partículas de Majorana temos duas fases de Majorana adicionais que podem estar relacionadas a fase de violação de CP).

A matriz de massa tem a seguinte forma

$$M = v_{SM} \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$

sendo f_i , para férmions de Dirac, uma matriz adimensional, complexa e arbitrária, e v_{SM} o VEV do Bóson de Higgs. Para férmions de Majorana, f_i é uma matriz complexa simétrica, isso é, $f_{ij} = f_{ji}$ neste caso.

Em sua grande maioria, as extensões Multi-Higgs do MP têm as matrizes de massa ainda dependentes das constantes de acoplamento de Yukawa, ou seja, $M_{\alpha\beta} = \sum_i (f_i)_{\alpha\beta} v_i$, onde f_i 's são matrizes 3×3 sem dimensão, porém v_i representa, agora, um conjunto de VEVs dos campos escalares adicionais. Extensões desse tipo são capazes de explicar como os setores de carga se separam, considerando que cada setor tem o seu próprio bóson de Higgs. No entanto, a matriz de mistura e os valores das massas ainda dependem da estrutura das matrizes f_i 's.

Um outro modo de construir as matrizes de massa é apartir dos dados experimentais. Ou seja, primeiro define-se qual é a matriz de massa que melhor ajusta

¹Considerando os neutrinos massivos

os dados, partindo do princípio de que o que impõe restrições à matriz são: 1) a quantidade de parâmetros necessário; 2) o valor das massas e, 3) os valores das entradas das matrizes de mistura das Eqs.(3.25, 3.26). Posteriormente, estuda-se o modelo que é capaz de ajustar a matriz. Eventualmente, zeros necessários a matriz de massa são forçados, por definições *ad hoc*[20]. Em particular, os *ansatzs* mais comuns para matrizes de massa foram estudados por Harald Fritzsch e Zhi-zhong Xing em ref. [21],

$$M^q = \begin{pmatrix} E^q & D^q & 0 \\ D^{q*} & C^q & B^q \\ 0 & B^{q*} & A^q \end{pmatrix}, \quad M'^q = \begin{pmatrix} 0 & D^q & 0 \\ D^{q*} & C^q & B^q \\ 0 & B^{q*} & A^q \end{pmatrix}, \quad (4.2)$$

entre outras testuras de matriz que sempre possuem os zeros em entradas simétricas.

Nas duas situações acima tanto as massas, quanto as matrizes de mistura, que são consequência da diagonalização das matrizes de massa, ainda dependem exclusivamente das constantes de acoplamento, que por sua vez não possuem dinâmica, ou seja, ainda não existe um mecanismo que explique a variação de ordens de grandeza entre elas.

Uma possibilidade não considerada até o presente momento, é construir uma matriz de massa formada, principalmente, por parâmetros com dimensão de massa, o que significa que a matriz de massa terá a forma

$$M = f_i \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} & v_{13} \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} \\ v_{31} & v_{32} & v_{33} \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

f_i representa alguns parâmetros ($\mathcal{O}(1)$) sem dimensão, as constantes de acoplamento de Yukawa, e v_{ij} corresponde aos elementos da matriz formada pelos VEVs dos campos escalares do novo modelo.

O preço a ser pago para que as matrizes sejam formadas por VEVs é a introdução de novos escalares ao conteúdo de matéria do MP.

Vamos considerar que cada partícula possui, pelo menos, dois escalares próprios. É preciso garantir que os VEVs de cada setor sejam diferentes um do outro, e essa garantia se dá com a introdução de novas simetrias, de modo que a separação do setor dos léptons e dos quarks, por exemplo, seja explicada por elas.

Uma vez que as matrizes ao invés de constantes de acoplamento dependem de VEV's, que por sua vez são variáveis dinâmicas, oriundos da análise do potencial do modelo, torna-se possível explicar a origem das massas e a hierarquia entre as famílias, por exemplo.

Portanto, este capítulo será destinado a introduzir esta proposta de extensão ao MP.

4.1 A proposta

Cada férmion tem associado a si, pelo menos, dois dubletos de Higgs e os setores não interagem entre si, ou seja, os Higgs são privados (nome dado por Zee na ref[22]).

O que significa que serão introduzidos 22 dubletos com hipercarga $Y = +1$: $H_i, \hat{H}_i, H'_i, H''_i, \Phi_i, \Phi'_i, \Phi''_i$ e χ ; 3 tripletos escalares com $Y = +2$, representado por \mathcal{T}_i [23], e, finalmente, um singlete escalar complexo com $Y = 0$ representado por ζ .

Não há introdução de novos campos fermiônicos e as interações serão de modo que não existam novos bósons vetoriais, isto é, não será introduzida (ou acidental) nenhuma simetria de gauge adicional, porém, a simetria original do MP deve ser modificada para garantir que cada férmion possua seus escalares exclusivos.

A simetria do MP será estendida, sendo um produto direto² da simetria do MP com as simetrias discretas adicionais, ou seja, o novo modelo é regido pela simetria:

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes A_4 \otimes Z_3 \otimes Z'_3 \otimes Z''_3 \quad (4.4)$$

A simetria A_4 , é a simetria discreta mínima, que possui representações (irredutíveis) de tripletos, e, como veremos a seguir, esta relacionada as formas estruturais dos campos. As Simetrias Z_3 serão introduzidas para garantir que os acoplamentos na lagrangeana sejam únicos, desse modo, explica-se a separação dos setores dos quarks e dos léptons.

Estando definida a simetria do Modelo, é necessário obter as transformações dos campos de matéria sobre ela. É natural considerar que os campos de matéria se transformam usualmente sobre G_{SM} , isto é, os férmions de mão esquerda são representados por dubletos de $SU(2)_L$, os férmions de mão direita são singletos de $SU(2)_L$.

As transformações dos campos fermiônicos sobre (A_4, Z_3, Z'_3, Z''_3) são definidas do seguinte modo:

$$\begin{aligned} L \equiv (L_e, L_\mu, L_\tau) &\sim (\mathbf{3}, \omega, \omega^2, 1); & l_R \equiv (e_R, \mu_R, \tau_R) &\sim (\mathbf{3}, 1, 1, \omega), \\ Q_L \equiv (Q_{1L}, Q_{2L}, Q_{3L}) &\sim (\mathbf{3}, \omega^2, 1, 1); & u_R \equiv (u_R, c_R, t_R) &\sim (\mathbf{3}, 1, 1, \omega); \\ d_R \equiv (d_R, s_R, b_R) &\sim (\mathbf{3}, 1, \omega, \omega), \end{aligned} \quad (4.5)$$

E, as transformações para os campos escalares sobre (A_4, Z_3, Z'_3, Z''_3) são definidas do seguinte modo:

²vide apêndice A

$$\begin{aligned}
H &\equiv (H_1, H_2, H_3) \sim (\mathbf{3}, \omega, \omega^2, 1), \quad \hat{H} \equiv (\hat{H}_1, \hat{H}_2, \hat{H}_3) \sim (\mathbf{3}, \omega, \omega^2, \omega^2), \\
H' &\equiv (H'_1, H'_2, H'_3) \sim (\mathbf{3}, \omega, 1, \omega), \quad H'' \equiv (H''_1, H''_2, H''_3) \sim (\mathbf{3}, \omega^2, \omega^2, \omega^2), \\
\Phi &\equiv (\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3) \sim (\mathbf{3}, 1, 1, 1), \quad \Phi' \equiv (\Phi'_1, \Phi'_2, \Phi'_3) \sim (\mathbf{3}, \omega, \omega, \omega), \\
\Phi'' &\equiv (\Phi''_1, \Phi''_2, \Phi''_3) \sim (\mathbf{3}, \omega^2, 1, \omega^2), \quad \chi \sim (\mathbf{1}, \omega^2, \omega, 1), \\
\mathcal{T} &\equiv (\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, \mathcal{T}_3) \sim (\mathbf{3}, \omega^2, \omega, 1), \quad \zeta \sim (\mathbf{1}, 1, \omega, 1).
\end{aligned} \tag{4.6}$$

A lagrangeana é um escalar, o que significa que ela necessariamente tem que ser um invariante da simetria, por exemplo, $\bar{L}\phi_R$ é um invariante da simetria do MP, já o produto $\bar{L}l_R$, que é, também, um termo de massa, é proibido pela simetria do MP.

Para definirmos uma lagrangeana invariante sobre a nova simetria é necessário conhecer a regra de multiplicação de A_4 e de Z_3 . Dando dois tripletos ($\mathbf{3}$) quaisquer de A_4 , tais como, (a_1, a_2, a_3) e (b_1, b_2, b_3) temos: $\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{3}_A \oplus \mathbf{3}_B \oplus \mathbf{1} \oplus \mathbf{1}' \oplus \mathbf{1}''$, onde definem-se:

$$\begin{aligned}
[\mathbf{3} \otimes \mathbf{3}]_A &\equiv \mathbf{3}_A = (a_1b_2, a_2b_3, a_3b_1), & [\mathbf{3} \otimes \mathbf{3}]_B &\equiv \mathbf{3}_B = (a_2b_1, a_3b_2, a_1b_3), \\
[\mathbf{3} \otimes \mathbf{3}]_1 &= a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3, & [\mathbf{3} \otimes \mathbf{3}]_{1'} &= a_1b_1 + \omega a_2b_2 + \omega^2 a_3b_3, \\
[\mathbf{3} \otimes \mathbf{3}]_{1''} &= a_1b_1 + \omega^2 a_2b_2 + \omega a_3b_3,
\end{aligned} \tag{4.7}$$

a simetria Z_3 é interpretada como uma fase que multiplica o campo, onde $\omega = e^{2\pi i/3}$. Esta simetria é importante para garantir que os dubletos de Higgs sejam exclusivos. As características principais do modelo, como por exemplo, a assinatura da matriz de mistura, são resultados do uso da simetria A_4 como veremos a seguir.

Considerando as Eq.(4.5,4.6,4.7) vamos obter um termo de massa invariante sobre a simetria definida em 4.4. Do MP sabemos que um termo de massa invariante é do tipo $\bar{L}\phi_R$. Este termo deve servir de guia, ou seja:

$$[[\bar{L} \otimes H]_x \otimes l_R]_y \tag{4.8}$$

x e y devem ser definidos de modo a tornar a lagrangeana invariante, isso implica de imediato que y sendo o produto final dos termos é necessariamente igual a $\mathbf{1}$, já x deve ser definido de modo a conseguirmos $y = \mathbf{1}$, ou seja, sendo L , H e l_R tripletos de A_4 e seguindo as leis de produto da Eq.4.7 temos que x deve ser necessariamente igual \mathbf{A} e/ou \mathbf{B} , ou seja,

$$[[\bar{L} \otimes H]_{A,B} \otimes l_R]_1 \tag{4.9}$$

Neste ponto entra a principal consideração deste modelo. Note que o produto de dois tripletos da simetria A_4 (vide Eq.(4.7)) define outros dois possíveis tripletos, simbolizados por $\mathbf{3}_A$ e $\mathbf{3}_B$, no entanto, não é evidente que na lagrangeana o produto de dois tripletos de A_4 devam gerar dois novos tripletos, isto é, é mais natural que

o produto de dois tripletos gere somente um novo triplete que, uma vez definido, não é mais alterado.

Portanto fica definido que:

Os produtos dos tripletos (de A_4) fermiônicos, L , Q com os tripletos dos escalares H, \hat{H}, H', H'' resultarão, sempre, em um triplete do tipo 3_A que é o triplete simétrico e como veremos, este novo triplete estará relacionado as massas das partículas. O produto de L, Q com os tripletos dos escalares Φ, Φ', Φ'' geram, sempre, um triplete do tipo 3_B que corresponde ao triplete antissimétrico, como veremos este triplete estará relacionado com a matriz de mistura, pois é ele quem fornece os elementos fora da diagonal da matriz de massa³.

Ou seja, $[\bar{L} \otimes H]_x$ ou $[\bar{Q} \otimes H]_x$ terão $x = A$ sempre, e $[\bar{L} \otimes \Phi]_x$ ou $[\bar{Q} \otimes \Phi]_x$ terão $x = B$.

Evidentemente, estas escolhas devem ser confirmadas pela natureza, isto é, o modelo deve ajustar os dados experimentais precisamente.

Ainda falta analisar este termo em relação as simetrias Z_3 , considerando que:

$$\omega^2 \times \omega = 1; \omega^2 \times \omega^2 = \omega; \omega \times \omega = \omega^2 \quad (4.10)$$

voltamos ao termo de massa já usando a definição acima

$$[[\bar{L} \otimes H]_A \otimes l_R]_1 \sim (1, 1, \omega), \quad (4.11)$$

portanto, este termo é proibido pela simetria, uma vez que ele não é invariante sob a simetria Z_3'' . Vamos analisar outro possível termo:

$$[[\bar{L} \otimes \hat{H}]_A \otimes l_R]_1 \sim (1, 1, 1), \quad (4.12)$$

Já este termo é invariante sob a simetria do modelo e será o termo responsável pelas massas dos léptons carregados na lagrangeana.

Uma vez definidos os produtos da simetria é possível construir a lagrangeana do modelo, tendo em mente que:

1. As interações de Corrente Carregada, Corrente Neutra e da força forte são as mesmas do MP,
2. Não temos alteração dos bósons carregados e neutros (W^\pm e Z^0),
3. O potencial escalar e os acomplamentos de Yukawa devem ser invariantes sobre a simetria do modelo $G_{SM} \otimes A_4 \otimes Z_3 \otimes Z_3' \otimes Z_3''$.

³A representação dos tripletos e uma explicação detalhada sobre A_4 e suas representações encontra-se no apêndice A

Posto isso, a Lagrangeana de Yukawa completa e invariante sobre a simetria é:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= \frac{1}{\Lambda} \left(f_\nu [(\overline{L^c} \epsilon H)]_A [(L \epsilon \Phi)]_B + \frac{f'_\nu}{\Lambda} [\overline{L^c} \epsilon \vec{\sigma} \cdot \vec{T}]_B [L \Phi^\dagger]_B \chi + \dots \right) + H.c. \\
&+ \left(g_l [\overline{L} \hat{H}]_A + \frac{g'_l}{\Lambda^2} [\overline{L} \hat{H}]_A |\zeta|^2 + \dots \right) l_R + H.c. \\
&+ \left(h_u [\overline{Q_L} \tilde{H}']_A + \frac{h'_u}{\Lambda} [\overline{Q_L} \tilde{\Phi}']_B \zeta + \dots \right) u_R + H.c. \\
&+ \left(h_d [\overline{Q_L} H'']_A + \frac{h'_d}{\Lambda} [\overline{Q_L} \Phi'']_B \zeta^* + \dots \right) d_R + H.c., \tag{4.13}
\end{aligned}$$

onde Λ é a escala de energia que caracteriza nova física, $\varepsilon = i\sigma_2$ (σ_2 sendo a segunda matriz de Pauli), e \dots representam operadores de dimensão superiores. Assumimos que $|V| \ll \Lambda$, onde V representa o valor esperado do vácuo de cada escalar.

O potencial escalar mais geral e permitido pela simetria do modelo, se considerarmos que $X_l = \hat{H}^\dagger \hat{H}$, $X_\nu = H^\dagger H$, $Y_\nu = \Phi^\dagger \Phi$; $X_u = H'^\dagger H'$ e $Y_u = \Phi'^\dagger \Phi'$, $X_d = H''^\dagger H''$ e $Y_d = \Phi''^\dagger \Phi''$ é dado por:

$$\begin{aligned}
\mathcal{V} &= \mu_p^2 [X_p]_1 + \nu_p^2 [Y_p]_1 + \mu_\zeta^2 |\zeta|^2 + \lambda_\zeta |\zeta|^4 + \lambda_{D\chi} [D^\dagger D]_1 \chi^\dagger \chi + (\mu_{H'\Phi'}^2 [H' \epsilon \Phi'']_1 + \mu_{H''\Phi'}^2 [H'' \epsilon \Phi']_1 \\
&+ f [\Phi'^\dagger H']_1 \zeta + f' [\Phi''^\dagger H'']_1 \zeta^* + f'_H [H'' \epsilon H']_1 \zeta + f'_\Phi [\Phi'' \epsilon \Phi']_1 \zeta^* + f_T [[H \epsilon \vec{\tau} \cdot \vec{T}]_A \Phi]_1 \\
&+ \lambda_{mn}^{pp'} [X_p]_m [X_{p'}]_n + K_{kl}^{pp'} [Y_p]_k [Y_{p'}]_l + h_{\alpha\beta}^{pp'} [X_p]_\alpha [Y_{p'}]_\beta + g_{st} [H' \epsilon \Phi'']_s [H' \epsilon \Phi'']_t \\
&+ g'_{st} [H'' \epsilon \Phi']_s [H'' \epsilon \Phi']_t + g''_{st} [H' \epsilon \Phi'']_s [H'' \epsilon \Phi']_t + \lambda'_{\rho\omega} [H^\dagger \Phi']_\rho [\hat{H}^\dagger H']_\omega \\
&+ \lambda''_{\rho\omega} [\hat{H} \epsilon \Phi'']_\rho [H'' \epsilon H]_\omega + \lambda'''_{mn} [H'^\dagger H]_m [\hat{H} \epsilon H'']_n + \bar{\lambda}_{\epsilon\sigma} [\Phi^\dagger \Phi]_\epsilon [H'' \epsilon \Phi']_\sigma \\
&+ \bar{\lambda}'_{\epsilon\sigma} [\Phi^\dagger \Phi]_\epsilon [H' \epsilon \Phi'']_\sigma + H.c.) \tag{4.14}
\end{aligned}$$

Os símbolos de soma são omitidos e a notação considerada é: $p, p' = u, d, l, \nu$; $mn = 11, 1'1'', AA$; $kl = 11, 1'1'', BB$; $\alpha\beta = 11, 1'1'', AB$; e $st = 11, 1'1'', AA, BB, AB$, $\rho\omega = 11, 1'1'', 1''1', AA, BA$; $\epsilon\sigma = 11, 1'1'', 1''1', BA, BB$. Por exemplo:

$$\begin{aligned}
\lambda_{mn}^{pp'} [X_p]_m [X_{p'}]_n &= \tag{4.15} \\
\lambda_{11}^{pp'} [X_p]_1 [X_{p'}]_1 + \lambda_{1'1''}^{pp'} [X_p]_{1'} [X_{p'}]_{1''} + \lambda_{AA}^{pp'} [X_p]_A [X_{p'}]_A + \dots
\end{aligned}$$

e cada termo tem contribuição $p, p' = u, d$. Na (6.17) D representa cada um dos tripletos de A_4 formado de dubletos sobre G_{SM} (notem que cada produto é invariante, para isso basta conferir a Eq.(4.7)).

Com isso, tem-se uma extensão do MP, onde as interações entre as partículas mantêm-se inalteradas, no sentido de que não foram acrescentados novos

bósons vetoriais. As matrizes de massa são, agora, oriundas dos acoplamentos de Yukawa, mas com dimensão de massa.

Faz-se necessário checar se o modelo é capaz de acomodar os dados experimentais, ou seja, as massas e as matrizes de mistura e, posteriormente, mostrar que o potencial escalar é capaz de explicar o que foi obtido na análise dos dados experimentais.

Portanto, as massas e mistura dos setores leptônico e dos quarks devem ser obtidas a partir da Eq. (4.13) e o potencial escalar do modelo (4.14) deve ser analisado. Estas duas tarefas serão realizadas separadamente, pois um cálculo não tem influência sobre o outro e estão contidas nos dois próximos capítulos.

5

As Matrizes de Massa:

Neste capítulo e no seguinte, o modelo proposto no capítulo três será analisado de modo a demonstrar que os dados experimentais são ajustados dentro de um sigma de desvio, mostrando que o modelo é capaz de responder as perguntas do tipo, porque e como os setores de carga se separam ou porque temos hierarquias entre as massas das famílias.

As matrizes de massa são obtidas abrindo a Lagrangiana de Yukawa Eq.(4.13) termo a termo. Para a execução desta tarefa é importante seguir as regras de multiplicação da Eq.(4.7). Após obter as matrizes de massa, as matrizes de mistura serão calculadas.

5.1 Massa dos Quarks e Misturas:

A interação de Yukawa para os quarks tipo up é dada por:

$$\mathcal{L} = \left(h_u [\overline{Q}_L \tilde{H}']_A + \frac{h'_u}{\Lambda} [\overline{Q}_L \tilde{\Phi}']_B \zeta + \dots \right) u_R + H.c. \quad (5.1)$$

As contribuições obtidas pelo operador de dimensão quatro (renormalizável) são diagonais, e as contribuições dos operadores de dimensão cinco correspondem aos elementos da matriz de massa fora da diagonal. Isto é, como dito anteriormente, uma consequência da definição das bases e dos produtos de A_4 , ou seja, produtos do tipo $[[]_{A\cdot}]_1$ (simétrico) fornecem as contribuições diagonais e produtos do tipo $[[]_{B\cdot}]_1$ (antissimétrico) fornecem as contribuições não diagonais para

a matriz de massa. Ou seja, para os elementos da diagonal,

$$\begin{aligned} [\bar{Q}H']_A &= (\bar{Q}_1H'_2, \bar{Q}_2H'_3, \bar{Q}_3H'_1) \\ [(\bar{Q}_1H'_2, \bar{Q}_2H'_3, \bar{Q}_3H'_1)(u_R, c_R, t_R)]_1 &= \bar{Q}_1H'_2u_R + \bar{Q}_2H'_3c_R + \bar{Q}_3H'_1t_R, \end{aligned} \quad (5.2)$$

para os elementos fora da diagonal,

$$\begin{aligned} [\bar{Q}\Phi']_B &= (\bar{Q}_2\Phi'_1, \bar{Q}_3\Phi'_2, \bar{Q}_1\Phi'_3) \\ [(\bar{Q}_2\Phi'_1, \bar{Q}_3\Phi'_2, \bar{Q}_1\Phi'_3)(u_R, c_R, t_R)]_1 &= \bar{Q}_2\Phi'_1u_R + \bar{Q}_3\Phi'_2c_R + \bar{Q}_1\Phi'_3t_R. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Após a quebra espontânea de simetria usual do MP que quebra $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ para $U(1)_{em}$, todos os bósons de Higgs adquirem valores esperados do vácuo (VEV) e, por fim, a matriz de massa para os quarks tipo up é:

$$M^u \approx h_u \begin{pmatrix} v'_2 & 0 & a_u v'_{\phi_3} \\ a_u v'_{\phi_1} & v'_3 & 0 \\ 0 & a_u v'_{\phi_2} & v'_1 \end{pmatrix} + H.c., \quad (5.4)$$

O procedimento para obter a matriz de massa para os quarks tipo down é exatamente o mesmo e a matriz é:

$$M^d \approx h_d \begin{pmatrix} v''_2 & 0 & a_d v''_{\phi_3} \\ a_d v''_{\phi_1} & v''_3 & 0 \\ 0 & a_d v''_{\phi_2} & v''_1 \end{pmatrix} + H.c., \quad (5.5)$$

sendo $a_u = \frac{h'_u v_\zeta}{h_u \Lambda}$ e $a_d = \frac{h'_d v_\zeta}{h_d \Lambda}$. Usamos $\langle H_i^0 \rangle = v_i$, $\langle H_i'^0 \rangle = v'_i$, $\langle H_i''^0 \rangle = v''_i$, $\langle \Phi_i \rangle = v_{\phi_i}$, $\langle \Phi_i' \rangle = v'_{\phi_i}$, $\langle \Phi_i'' \rangle = v''_{\phi_i}$, e $\langle \zeta \rangle = v_\zeta$. Notem que cada setor tem o seu próprio Higgs, portanto, as matrizes de massa são independentes umas das outras.

Resumindo, para o setor dos quarks, o modelo precisa de 12 dubletos de Higgs, divididos em tripletos de A_4 e um singlete complexo tanto de $SU(2)$, quanto de A_4 : $H' \equiv (H'_1, H'_2, H'_3)$, $\Phi' \equiv (\Phi'_1, \Phi'_2, \Phi'_3)$ para as massas dos quarks tipo u ; $H'' \equiv (H''_1, H''_2, H''_3)$ e $\Phi'' \equiv (\Phi''_1, \Phi''_2, \Phi''_3)$ para as massas dos quarks tipo d .

Por simplicidade, em toda a análise a seguir, os parâmetros nas Eq. (5.4) e Eq. (5.5) serão reais.

Para obtermos a matriz de mistura procedemos de modo análogo ao descrito no Capítulo Dois, ou seja, para obter U_L calculamos $U_L^\dagger M M^\dagger U_L = M_{diag}^2$ e para obtermos U_R calculamos $U_R^\dagger M^\dagger M U_R = M_{diag}^2$, explicitamente temos:

$$U_L^{d\dagger} M^d M^{d\dagger} U_L^d = \text{diag}(m_d^2, m_s^2, m_b^2) = (\hat{M}^d)^2, \quad U_R^{d\dagger} M^{d\dagger} M^d U_R^d = (\hat{M}^d)^2, \quad (5.6)$$

e

$$U_L^{u\dagger} M^u M^{u\dagger} U_L^u = \text{diag}(m_u^2, m_c^2, m_t^2) = (\hat{M}^u)^2, \quad U_R^{u\dagger} M^{u\dagger} M^u U_R^u = (\hat{M}^u)^2, \quad (5.7)$$

além destas quatro expressões devemos obter, simultaneamente a matriz de mistura V_{CKM} , definida na Eq.(3.26).

Os resultados foram obtidos usando uma rotina numérica no programa Mathematica, as três equações (5.7), (5.6), (3.26) e mais a consideração de que $\sum_i v_i^2 = (171)^2(GeV)^2$ devem ser resolvidas simultaneamente. A rotina consiste em atribuir valores para todas as variáveis, sendo elas: os 13 VEVs e as quatro constantes de acoplamento. Devemos lembrar que um valor razoável para Λ é da ordem de $1TeV$.

As massas, obtidas numericamente, são:

$$\begin{aligned} m_t &= 170 - 171.33, \\ m_c &= 1.3 - 1.22, \\ m_u &= 0.0015 - 0.0029, \\ m_b &= 4.2 - 4.2, \\ m_s &= 0.110 - 0.105, \\ m_d &= 0.0035 - 0.0038 \end{aligned} \tag{5.8}$$

valores em GeV.

Os valores atribuídos para os VEVs estão listados abaixo.

$$\begin{aligned} v'_1 &= 85 - 119, 7, v'_2 = 0.65 - 0.854, v'_3 = 0.00075 - 0.0007, \\ v'_{\phi_1} &= 0.0118 - 1.225, v'_{\phi_2} = 147 - 3.5, v'_{\phi_3} = 0.0393 - 112, 7, \\ v''_1 &= 42 - 42, v''_2 = 1.1 - 1, v''_3 = 0.035 - 0.04, \\ v''_{\phi_1} &= 1.748 - 1, v''_{\phi_2} = 5, 612 - 0.01, v''_{\phi_3} = 12.65 - 2.7, \end{aligned} \tag{5.9}$$

valores em GeV. Note que a soma de todos os VEVs para o setor dos quarks quase satura a restrição de que $\sum_i v_i^2 = (174GeV)^2$, o que significa que todos os VEVs dos léptons são pequenos.

$$\begin{aligned} a_u &= 0.4 - 0.066, h_u = 2 - 1.43, \rightarrow h'_u = 0.8 - 0.67 \\ h_d &= h'_d = 0.1 = 0.24, a_d = 0.14 - 0.33. \end{aligned} \tag{5.10}$$

são constantes adimensionais.

Com os valores acima obtemos a seguinte matriz de mistura para os quarks [24]:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 0.977448 - 0.974834 & 0.211177 - 0.222899 & 0.0002135 - 0.00385762 \\ 0.210981 - 0.222563 & 0.976586 - 0.974071 & 0.0420326 - 0.0406463 \\ 0.00908048 - 0.0128176 & 0.0410396 - 0.0387649 & 0.999116 - 0.999166 \end{pmatrix}. \tag{5.11}$$

Considerando a magnitude dos elementos da matriz $V_C KM$ dado pela Eq. (11.27) do PDG [9]

$$|V_{CKM}^{pdg1}| = \begin{pmatrix} 0.97419 & 0.2257 & 0.00359 \\ 0.2256 & 0.97334 & 0.0415 \\ 0.008274 & 0.0407 & 0.999133 \end{pmatrix}. \quad (5.12)$$

E, também, os valores centrais dados nas Eqs. (11.7) – (11.15) do PDG [9]

$$|V_{CKM}^{pdg2}| = \begin{pmatrix} 0.97418 & 0.2255 & 0.00393 \\ 0.230 & 1.04 & 0.00412 \\ 0.00081 & 0.00387 & > 0.74 \end{pmatrix}. \quad (5.13)$$

Quando o valor central dos resultados dados na Eq.(5.11) é comparado com os valores das Eq. (5.13) ou Eq. (5.12), observa-se que todos os elementos encontram-se com desvios dentro de $1\text{-}\sigma$ dos valores esperados.

É interessante que a partir de matrizes de massa, na forma apresentada nas Eq. (5.4) e Eq. (5.5), surge uma matriz de mistura realista. O ponto crucial é a textura de zeros nas matrizes de massa.

5.2 Massas e Misturas dos Léptons:

No setor dos léptons as matrizes são um pouco mais complexas, uma vez que a matriz de massa dos neutrinos é proveniente de operadores de dimensão cinco e seis e os léptons carregados são provenientes de operadores de dimensão quatro e seis, como vemos a seguir:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \left(g_l [\bar{L}\hat{H}]_A + \frac{g'_l}{\Lambda^2} [\bar{L}\hat{H}]_A |\zeta|^2 + \dots \right) l_R + H.c. \\ & + \frac{1}{\Lambda} \left(f_\nu [(\bar{L}^c \epsilon H)]_A [(L\epsilon\Phi)]_B + \frac{f'_\nu}{\Lambda} [\bar{L}^c \epsilon \vec{\sigma} \cdot \vec{T}]_B [L\Phi^\dagger]_{B\chi} + \dots \right) + H.c. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Novamente, seguindo o mesmo procedimento do produto de A_4 dado na Eq.(4.7) as matrizes de massa são:

$$M^l \approx g_l \begin{pmatrix} \hat{v}_2 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{v}_3 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{v}_1 \end{pmatrix} + H.c., \quad (5.15)$$

para os léptons carregados, definindo $\langle \hat{H}_i \rangle = \hat{v}_i$. Neste caso as interações renormalizáveis são as dominantes, isto é, $g_l \hat{v}_1 \simeq m_\tau$, $g_l \hat{v}_3 \simeq m_\mu$ e $g_l \hat{v}_2 \simeq m_e$, uma vez que as contribuições não renormalizáveis são da ordem de $1/(TeV)^2$.

No caso dos neutrinos a matriz de massa é:

$$M^\nu \approx \left[\left(\begin{array}{ccc} 0 & \frac{v_2}{v_1} & \frac{v_{\phi_3}}{v_{\phi_1}} \\ \frac{v_2}{v_1} & 0 & \frac{v_3}{v_1} \frac{v_{\phi_2}}{v_{\phi_1}} \\ \frac{v_{\phi_3}}{v_{\phi_1}} & \frac{v_3}{v_1} \frac{v_{\phi_2}}{v_{\phi_1}} & 0 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{ccc} \delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3 \end{array} \right) \right] \frac{f_\nu v_{\phi_1}}{\Lambda} v_i, \quad (5.16)$$

sendo δ_i dados por:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \frac{f'_\nu}{f_\nu} (v_{T_3} v_{\phi_3} v_\chi / \Lambda v_1 v_{\phi_1}), \\ \delta_2 &= \frac{f'_\nu}{f_\nu} (v_{T_1} v_\chi / \Lambda v_1), \\ \delta_3 &= \frac{f'_\nu}{f_\nu} (v_{T_2} v_{\phi_2} v_\chi / \Lambda v_1 v_{\phi_1}), \end{aligned} \quad (5.17)$$

onde $\langle \chi \rangle = v_\chi$, e $\langle \Delta_i^0 \rangle = v_{T_i}$. Notem que, no caso dos neutrinos, o hermitiano conjugado já foi levado em consideração.

Resumindo, para o setor dos léptons o modelo precisa de 10 dubletos de Higgs, representados por, $H \equiv (H_1, H_2, H_3)$, $\hat{H} \equiv (\hat{H}_1, \hat{H}_2, \hat{H}_3)$, $\Phi \equiv (\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3)$, três tripletos de Higgs com $Y = +2$ $\mathcal{T} \equiv (\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, \mathcal{T}_3)$ todos sendo também tripletos de A_4 , o mesmo singlete complexo tanto de $SU(2)$ quanto de A_4 dos quarks, ζ e, por fim, um dubleto de $SU(2)$ singlete de A_4 , o χ .

Uma vez que a Matriz de massa é diagonal para os léptons carregados, os valores do VEVs são facilmente obtidos:

$$m_e = h_l v_2 = 0.510, m_\mu = h_l v_3 = 105, m_\tau = h_l v_1 = 1776.82, \quad (5.18)$$

todos os valores em MeV.

O que implica que considerando $h_l \sim 1$, os VEVs são:

$$v_2 \sim 0.510, v_3 \sim 105, v_1 \sim 1776.82, \quad (5.19)$$

todos os valores em MeV.

Uma vez que os léptons carregados possuem massa diagonal, o que implica em $U_{L,R}^e = 1$, a matriz de mistura PMNS [25], definida na Eq.(3.25), é obtida diretamente da diagonalização da matriz de massa dos neutrinos. A matriz PMNS pode ser considerada, sem perda de generalidade, como sendo a matriz Tribimaxima [26].

Considerando os melhores ajustes experimentais para a matriz PMNS estão abaixo [27]:

$$|U|_{90\%} = \left(\begin{array}{ccc} 0.80 - 0.84 & 0.53 - 0.60 & 0.00 - 0.17 \\ 0.29 - 0.52 & 0.51 - 0.69 & 0.61 - 0.76 \\ 0.26 - 0.50 & 0.46 - 0.66 & 0.64 - 0.79 \end{array} \right) \quad (5.20)$$

e com 3σ :

$$|U|_{3\sigma} = \begin{pmatrix} 0.77 - 0.86 & 0.50 - 0.63 & 0.00 - 0.22 \\ 0.22 - 0.56 & 0.44 - 0.73 & 0.57 - 0.80 \\ 0.21 - 0.55 & 0.40 - 0.71 & 0.59 - 0.82 \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

Sendo a matriz tribimaxima dada por:

$$|U|_{TB} = \begin{pmatrix} 0.816497 & 0.57735 & 0 \\ 0.408248 & 0.57735 & 0.707107 \\ 0.408248 & 0.57735 & 0.707107 \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

Como dito anteriormente, a matriz TB é uma aproximação muito boa para a matriz PMNS.

O ajuste das massas para os neutrinos será feito considerando alguns valores dos intervalos acima para a matriz PMNS, Eq. (5.21) e (5.45) e resolvendo numericamente a seguinte equação:

$$U^T M^\nu U = U M^\nu U^T = M_{diagonal}^\nu \quad (5.23)$$

Para que a hierarquia normal seja obtida, os valores que estarão sempre fixos são os seguintes: $\Lambda = 1$ TeV, $v_\chi = 2$ GeV and $v_{T_1} = v_{T_2} = 2v_{T_3} = 1.25$ GeV. Portanto, as diferenças de massa ao quadrado serão ajustadas pelos seguintes parâmetros livres: $v_1, v_2, v_3, v_{\phi_1}, v_{\phi_2}, v_{\phi_3}$.

Para que a U_{TB} dada na Eq.(1.2U3s) seja ajustada, tem-se que $v_1 = 4, v_2 = 10^5, v_3 = 0.04, v_{\phi_1} = 40450, v_{\phi_2} = 48000, v_{\phi_3} = 34850$, todos os valores em eV.

A matriz de massa é dada por:

$$M_{dig}^\nu = \begin{pmatrix} 0.03485 & -1.52546 \times 10^{-9} & 0 \\ -1.52546 \times 10^{-9} & 0.0337083 & -7.838 \times 10^{-7} \\ 0 & -7.838 \times 10^{-7} & 0.06 \end{pmatrix} \quad (5.24)$$

As diferenças de massa ao quadrado são:

$$\Delta^2 m_{21} = 7.546 \times 10^{-5} eV \quad (5.25)$$

$$\Delta^2 m_{31} = 2.463 \times 10^{-3} eV \quad (5.26)$$

Para que o limite inferior da matriz $|U_{90\%}|$ seja ajustado, VEVs devem ser $v_1 = 4, v_2 = 10^5, v_3 = 0.05, v_{\phi_1} = 53150, v_{\phi_2} = 58000, v_{\phi_3} = 34850$, todos em eV.

A matriz de massa tem a seguinte forma:

$$M_{dig}^\nu = \begin{pmatrix} 0.03345 & -1.2895 \times 10^{-9} & 0 \\ -1.2895 \times 10^{-9} & 0.0345608 & 8.1374 \times 10^{-7} \\ 0 & 8.1374 \times 10^{-7} & 0.05939 \end{pmatrix} \quad (5.27)$$

As diferenças de massa ao quadrado são:

$$\Delta^2 m_{21} = 7.514 \times 10^{-5} eV \quad (5.28)$$

$$\Delta^2 m_{31} = 2.408 \times 10^{-3} eV \quad (5.29)$$

Para que o limite central da matriz $|U_{90\%}|$ seja ajustado, os VEVs devem ser $v_1 = 4, v_2 = 10^5, v_3 = 0.05, v_{\phi_1} = 38050, v_{\phi_2} = 48000, v_{\phi_3} = 32850$, todos em eV.

A matriz de massa tem a seguinte forma:

$$M_{dig}^\nu = \begin{pmatrix} 0.03313251 & -1.397804 \times 10^{-9} & 4.2442 \times 10^{-6} \\ -1.397804 \times 10^{-9} & 0.0342450 & 9.2736000 \times 10^{-7} \\ 4.2442 \times 10^{-6} & 9.2736000 \times 10^{-7} & 0.0604 \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

As diferenças de massa ao quadrado são:

$$\Delta^2 m_{21} = 7.496 \times 10^{-5} eV \quad (5.31)$$

$$\Delta^2 m_{31} = 2.562 \times 10^{-3} eV \quad (5.32)$$

Para que o limite superior da matriz $|U_{90\%}|$ seja ajustado, os VEVs devem ser $v_1 = 4, v_2 = 10^5, v_3 = 0.05, v_{\phi_1} = 31830, v_{\phi_2} = 39000, v_{\phi_3} = 34850$. todos em eV.

A matriz de massa tem a seguinte forma:

$$M_{dig}^\nu = \begin{pmatrix} 0.0368852 & 1.5889 \times 10^{-9} & 0.00001184 \\ -1.5889 \times 10^{-9} & 0.0378857 & 9.781 \times 10^{-7} \\ 0.00001184 & 9.781 \times 10^{-7} & 0.0608498 \end{pmatrix} \quad (5.33)$$

As diferenças de massa ao quadrado são:

$$\Delta^2 m_{21} = 7.480 \times 10^{-5} eV \quad (5.34)$$

$$\Delta^2 m_{31} = 2.342 \times 10^{-3} eV \quad (5.35)$$

Para que a hierarquia invertida seja obtida os valores que estarão sempre fixos são os seguintes: $\Lambda = 1 \text{ TeV}, v_\chi = 2.5 \text{ GeV}$ and $v_{T_1} = v_{T_2} = 2v_{T_3} = 1.25$ em GeV. Portanto, as diferenças de massa ao quadrado serão ajustadas pelos seguintes parâmetros livres: $v_1, v_2, v_3, v_{\phi_1}, v_{\phi_2}, v_{\phi_3}$.

Para ajustar TB os valores dos VEVs são: $v_1 = 3, v_2 = 2 \times 10^5, v_3 = 0.01, v_{\phi_1} = 20370, v_{\phi_2} = 14650, v_{\phi_3} = 42740$, todos em eV.

Sendo a matriz de massa dada por:

$$M_{dig}^\nu = \begin{pmatrix} 0.053425 & -2.160564 \times 10^{-10} & 0 \\ -2.160564 \times 10^{-10} & 0.0212188 & -5.98083 \times 10^{-8} \\ 0 & -5.98083 \times 10^{-8} & 0.0228906 \end{pmatrix} \quad (5.36)$$

As diferenças de massa ao quadrado são:

$$\Delta^2 m_{21} = 7.375 \times 10^{-5} eV \quad (5.37)$$

$$\Delta^2 m_{31} = 2.404 \times 10^{-3} eV \quad (5.38)$$

Para que o limite inferior da matriz $|U_{90\%}|$ seja ajustado, os VEVs devem ser $v_1 = 3, v_2 = 2 \times 10^5, v_3 = 0.01, v_{\phi_1} = 19370, v_{\phi_2} = 14050, v_{\phi_3} = 42740$, todos em eV.

Sendo a matriz de massa dada por:

$$M_{dig}^\nu = \begin{pmatrix} 0.053688 & -2.160564 \times 10^{-10} & 4.14151 \times 10^{-6} \\ -2.160564 \times 10^{-10} & 0.0222467 & -5.98083 \times 10^{-8} \\ 4.14151 \times 10^{-6} & -5.98083 \times 10^{-8} & 0.023872 \end{pmatrix} \quad (5.39)$$

As diferenças de massa ao quadrado são:

$$\Delta^2 m_{21} = 7.496 \times 10^{-5} eV \quad (5.40)$$

$$\Delta^2 m_{31} = 2.399 \times 10^{-3} eV \quad (5.41)$$

Para que o valor central da matriz $|U_{90\%}|$ seja ajustado, os VEVs devem ser $v_1 = 4, v_2 = 2 \times 10^5, v_3 = 0.01, v_{\phi_1} = 21090, v_{\phi_2} = 14050, v_{\phi_3} = 42740$, todos em eV.

Sendo a matriz de massa dada por:

$$M_{dig}^\nu = \begin{pmatrix} 0.0538845 & -1.397804 \times 10^{-9} & 4.2442 \times 10^{-6} \\ -1.397804 \times 10^{-9} & 0.0237263 & 9.2736000 \times 10^{-7} \\ 4.2442 \times 10^{-6} & 9.2736000 \times 10^{-7} & 0.0221331 \end{pmatrix} \quad (5.42)$$

As diferenças de massa ao quadrado são:

$$\Delta^2 m_{21} = 7.306 \times 10^{-5} eV \quad (5.43)$$

$$\Delta^2 m_{31} = 2.414 \times 10^{-3} eV \quad (5.44)$$

Para que o limite superior da matriz $|U_{90\%}|$ seja ajustado, os VEVs devem ser $v_1 = 4, v_2 = 2 \times 10^5, v_3 = 0.01, v_{\phi_1} = 16800, v_{\phi_2} = 12030, v_{\phi_3} = 40540$, todos em eV.

Sendo a matriz de massa dada por:

$$M_{dig}^\nu = \begin{pmatrix} 0.0536344 & 1.5889 \times 10^{-10} & 0.00001184 \\ -1.5889 \times 10^{-10} & 0.0249952 & 9.781 \times 10^{-7} \\ 0.00001184 & 9.781 \times 10^{-7} & 0.0234623 \end{pmatrix} \quad (5.45)$$

As diferenças de massa ao quadrado são:

$$\Delta^2 m_{21} = 7.429 \times 10^{-5} eV \quad (5.46)$$

$$\Delta^2 m_{31} = 2.326 \times 10^{-3} eV \quad (5.47)$$

Mostramos que a lagrangeana de Yukawa Eq.(4.13) do modelo é capaz de explicar como e porquê o setores de massa se separam, uma vez que cada partícula possui o seu próprio bóson de Higgs, isso ocorre graças as simetrias Z_3 que garante que estes setores por construção encontram-se separados.

Por sua vez é a simetria A_4 quem define a forma das matrizes de massa, isto é, a matriz dos léptons carregados, Eq. (5.15), é praticamente diagonal, já a matriz de massa dos quarks tem três zeros não smétricos, vide Eqs. (5.4) e (5.5), sendo que essas matrizes aparecem pela primeira vez na literatura [21].

Em resumo, neste capítulo mostramos que este modelo é capaz de ajustar os dados experimentais, para tanto, obtemos no setor dos quarks e dos léptons um conjunto de valores numéricos para os VEVs dos 26 campos de Higgs e para as 7 constantes de acoplamento do modelo. Observamos que as massas e as matrizes de mistura, agora independem do valor das constantes de acoplamento, o que torna o modelo mais natural. No entanto, estes valores numéricos não são previsões do modelo uma vez que eles foram ajustados a mão para que os valores experimentais fossem acomodados. Ou seja, provamos que a textura das matrizes de massa podem sim acomodar tanto as massas quanto as matrizes de mistura, por meio da análise do potencial mostramos que o modelo é capaz de obter hierarquia nos VEVs prevista pelo modelo, mas os valores numéricos de cada VEV ainda são um ajuste numérico e não uma previsão do modelo, ou seja, os dados experimentais podem ser igualmente ajustados por um outro conjunto de valores.

Na sequência obteremos os resultados numéricos do potencial escalar.

6

O Setor Escalar

No MP a invariância de gauge proíbe um termo de massa explícito para os bósons vetoriais mediadores da força fraca. No entanto, ao contrário da QED e da QCD, onde os seus propagadores, os fótons e os glúons que não têm massa, as interações fracas possuem bósons intermediadores massivos, sendo $M^W \sim 80$ e $M^Z \sim 91$ GeV. Como vimos é o Bóson de Higgs, por meio do mecanismo de Higgs quem gera massa para esses mediadores. É, ainda, a partícula que gera massa para todos os férmions. Contudo, o bóson de Higgs ainda não foi detectado.

Sabemos que todas as interações do bóson de Higgs com os férmions e os bósons vetoriais são completamente determinadas em termos de constantes de acoplamento e das massas dos férmions. Por outro lado, assim como a massa dos quarks e léptons a massa do bóson de Higgs não pode ser prevista, uma vez que nem as constantes de Yukawa ou das interações do bóson de Higgs são conhecidas. Isso significa que a massa do Higgs é um parâmetro arbitrário, alguns limites podem ser obtidos a partir análise de consistência do modelo. O ponto de partida para entender esses limites é a relação básica:

$$m_H^2 = 2\lambda v^2. \quad (6.1)$$

Sendo λ uma constante adimensional com valor indeterminado, ou seja, $0 < \lambda < \infty$ o que implica que $0 < m_H^2 < \infty$. A Eq.(6.1) é a relação de ordem mais simples, portanto, sujeita a correções de ordem superior. Estas correções nos levam ao problema da hierarquia. Grosseiramente falando, o problema da hierarquia é a possibilidade de que a massa do bóson de Higgs adquira correções quânticas quadráticas divergentes. Se assumirmos que o MP é válido em energias muito elevadas, muitas ordens de magnitude acima da quebra da simetria eletro-

fraca, os parâmetros da teoria devem ser cuidadosamente ajustados para manter a massa do Higgs em um valor aceitável. Como no MP não há uma simetria relacionando os diversos acoplamentos, esta situação é antinatural.

Dissemos na introdução que não existe uma restrição para o número de escalares acrescentados ao Modelo, mas existem dois pontos que devem ser observados em modelos multi-higgs: 1) O parâmetro ρ , que experimentalmente é muito próximo de unidade e, 2) os limites sobre a existência de troca de sabor nas correntes neutras. No MP, não existe FCNC a nível de árvore, pois as interações que diagonalizam as matrizes de massa automaticamente diagonalizam o acoplamento dos férmions com o bóson escalar.

Abordaremos em mais detalhes o parâmetro ρ e deixaremos FCNC para o próximo capítulo.

o parâmetro ρ :

Podemos definir um parâmetro adimensional ρ que representa a força relativa das Lagrangianas neutra e carregada, dado por:

$$\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cos^2 \theta_w} \quad (6.2)$$

ρ é muito próximo da unidade. A baixas energias ρ está associado com a razão entre a carga e o acoplamento efetivo da corrente neutra, isto é, $\rho = G_{NC}/G_F$, mas ainda sim, seu valor é próximo da unidade.

No MP o parâmetro ρ depende da representação do dubleto de Higgs. Se a simetria $SU(2) \times U(1)$ é quebrada por um campo de Higgs com isospin T e hipercarga Y (sendo a carga elétrica definida como $Q = T_3 + Y$) temos:

$$m_W^2 = \frac{1}{2}g^2[T(T+1) - T_3^2]v_{sm}^2 \quad ; \quad m_Z^2 = \frac{1}{2}(g^2 + g'^2)[T_3^2]v_{sm}^2 \quad (6.3)$$

o que implica em:

$$\rho = \frac{1}{2} \left[\frac{T(T+1) - T_3^2}{T_3^2} - 1 \right] \quad (6.4)$$

Somente algumas poucas representações de Higgs podem satisfazer $\rho = 1$, por exemplo, $T = 3, T_3 = \pm 2$ ou $T = 25/2, T_3 = \pm 15/2$, entre outras. Se considerarmos que existem mais de um campo de Higgs temos:

$$\rho = \frac{1}{2} \left[\frac{\sum_i (T^{(i)}(T^{(i)} + 1) - T_3^{(i)2})v^{(i)2}}{\sum_i T_3^{(i)2}v^{(i)2}} \right] \quad (6.5)$$

com

$$\sum_i (T^{(i)}(T^{(i)} + 1) - T_3^{(i)2})v^{(i)2} = (2\sqrt{2}G_F)^{-1} \quad (6.6)$$

O fato de $\rho = 1$ sugere que o VEV é originado de um dubleto, e qualquer que seja o número de dubletos do modelo eles podem ser acomodados de modo

a fornecer $\rho = 1$. Tripletos também são permitidos, no entanto o VEV para eles deve ser restrito a $G_F^{-1/2}$. No entanto, existem outras representações para os bósons de Higgs de modo a obter sempre $\rho = 1$.

Ou seja, a principal conclusão obtida dos argumentos apresentados até agora é que ainda há muita liberdade para o setor de Higgs, embora a escolha não seja totalmente arbitrária.

Propostas de extensões do setor escalar do MP tiveram início na década de 70. Essas propostas tiveram motivações distintas, porém encaixam-se no que chamamos, hoje, de modelos com dois dubletos de Higgs (2HDM do inglês).

O potencial mais completo para dois bósons de Higgs é:

$$\begin{aligned}
 V = & \mu_1^2 \Phi_1^\dagger \Phi_1 + \mu_2^2 \Phi_2^\dagger \Phi_2 - \mu_{12}^2 (\Phi_1^\dagger \Phi_2 + \Phi_2^\dagger \Phi_1) + \lambda_1 (\Phi_1^\dagger \Phi_1)^2 \quad (6.7) \\
 + & \lambda_2 (\Phi_2^\dagger \Phi_2)^2 + \lambda_3 (\Phi_1^\dagger \Phi_1) (\Phi_2^\dagger \Phi_2) + \lambda_4 (\Phi_1^\dagger \Phi_2) (\Phi_2^\dagger \Phi_1) \\
 + & \left\{ \lambda_5 (\Phi_1^\dagger \Phi_2)^2 + \left[\lambda_6 (\Phi_1^\dagger \Phi_1) + \lambda_7 (\Phi_2^\dagger \Phi_2) \right] (\Phi_1^\dagger \Phi_2) + H.C. \right\}
 \end{aligned}$$

O primeiro trabalho foi motivado pela tentativa de encontrar um nova fonte de violação de CP no setor escalar com dois dubletos de Higgs, na ref. ([28]).

Posteriormente, para evitar FCNC mediadas por Higgs neutros a nível de árvore, Glashow e Weinberg na ref.[29] propuseram que todos os férmions de uma determinada carga elétrica podem acoplar com somente um dubleto de Higgs (quando considera-se modelos com vários doublets escalares).

Com o início de modelos Multi-Higgs, um estudo sobre como os parâmetros do potencial devem se comportar, em uma região apropriada do espaço de parâmetros, para garantir que $U(1)_{EM}$ não seja quebrada, faz-se necessário. Ver ref.[30].

A proposta do chamado 2DHM tipo-II, que sugere que um dubleto de Higgs se acople com os férmions tipo up e o outro com os férmions tipo down, foi feita na ref.[31]. E corresponde ao potencial da Eq. 6.7 acima.

Já o chamado 2DHM tipo-I, que sugere que um dubleto de Higgs acople com todos os férmions, enquanto que o outro participa somente do potencial escalar, isto é, não acopla com os férmions, está na ref. [32] e corresponde ao potencial da Eq. ?? acima a menos dos termos λ_5 , λ_6 e λ_7 . Podemos dizer que o campo ϕ_2 se transforma sob uma simetria Z_2 de modo ímpar enquanto que o campo ϕ_1 de modo par sob a mesma simetria.

A terminologia usada acima, 2HDM tipo-I e tipo-II foi proposta na ref. [33].

E, por fim, o estudo completo de 2HDM e uma extensão para 3HDM que propõe um estudo das matrizes de massa, propostas por Fritzsche e a relação com a FCNC, considerando que os acoplamentos têm uma estrutura que depende dos elementos da matriz de mistura e das massas dos férmions envolvidos, na ref.[34].

Portanto, a simetria de gauge do MP tem, necessariamente, que possuir um dubleto de Higgs para que os bósons de gauge e os férmions adquiram massa, no

entanto, não existe restrição ao número de bósons de Higgs que podem ser acrescentados ao modelo, sabe-se somente que existem fortes restrições experimentais (como por exemplo em FCNC) na física nova que pode surgir devido a introdução de novas partículas ao modelo.

Desde modo, até o presente capítulo mostrou-se que o modelo proposto ajusta os dados experimentais. Falta, portanto, mostrar que a hierarquia sobre os VEVs pode ser obtida a partir do potencial e que o mesmo não altera FCNC, ou seja, que mesmo com as novas partículas escalares a fenomenologia de FCNC ainda pode ser obtida neste modelo.

6.1 O Potencial Escalar do Modelo

O potencial escalar mais geral e permitido pela simetria do modelo, considerando: $X_l = \hat{H}^\dagger \hat{H}$, $X_\nu = H^\dagger H$, $Y_\nu = \Phi^\dagger \Phi$; $X_u = H'^\dagger H'$ e $Y_u = \Phi'^\dagger \Phi'$, $X_d = H''^\dagger H''$ e $Y_d = \Phi''^\dagger \Phi''$ é dado por:

$$\begin{aligned}
\mathcal{V} = & \mu_p^2 [X_p]_1 + \nu_p^2 [Y_p]_1 + \mu_\zeta^2 |\zeta|^2 + \lambda_\zeta |\zeta|^4 + \lambda_{D\chi} [D^\dagger D]_1 \chi^\dagger \chi + (\mu_{H'\Phi''}^2 [H' \epsilon \Phi'']_1 + \mu_{H''\Phi'}^2 [H'' \epsilon \Phi']_1 \\
& + f [\Phi^\dagger H]_1 \zeta + f' [\Phi''^\dagger H'']_1 \zeta^* + f_H [H'' \epsilon H']_1 \zeta + f_\Phi [\Phi'' \epsilon \Phi']_1 \zeta^* + f_T [[H \epsilon \vec{\tau} \cdot \vec{T}]_A \Phi]_1 \\
& + \lambda_{mn}^{pp'} [X_p]_m [X_{p'}]_n + K_{kl}^{pp'} [Y_p]_k [Y_{p'}]_l + h_{\alpha\beta}^{pp'} [X_p]_\alpha [Y_{p'}]_\beta + g_{st} [H' \epsilon \Phi'']_s [H' \epsilon \Phi'']_t \\
& + g'_{st} [H'' \epsilon \Phi']_s [H'' \epsilon \Phi']_t + g''_{st} [H' \epsilon \Phi'']_s [H'' \epsilon \Phi']_t + \lambda'_{\rho\omega} [H^\dagger \Phi']_\rho [\hat{H}^\dagger H']_\omega \\
& + \lambda''_{\rho\omega} [\hat{H} \epsilon \Phi'']_\rho [H'' \epsilon H]_\omega + \lambda'''_{mn} [H'^\dagger H]_m [\hat{H} \epsilon H'']_n + \bar{\lambda}_{\epsilon\sigma} [\Phi^\dagger \Phi]_\epsilon [H'' \epsilon \Phi']_\sigma \\
& + \bar{\lambda}'_{\epsilon\sigma} [\Phi^\dagger \Phi]_\epsilon [H' \epsilon \Phi'']_\sigma + H.c.)
\end{aligned} \tag{6.8}$$

Os símbolos de soma são omitidos e a notação considerada é: $p, p' = u, d, l, \nu$; $mn = 11, 1'1'', AA$; $kl = 11, 1'1'', BB$; $\alpha\beta = 11, 1'1'', AB$; e $st = 11, 1'1'', AA, BB, AB$, $\rho\omega = 11, 1'1'', 1''1', AA, BA$; $\epsilon\sigma = 11, 1'1'', 1''1', BA, BB$. Por exemplo:

$$\begin{aligned}
\lambda_{mn}^{pp'} [X_p]_m [X_{p'}]_n = & \tag{6.9} \\
\lambda_{11}^{pp'} [X_p]_1 [X_{p'}]_1 + \lambda_{1'1''}^{pp'} [X_p]_{1'} [X_{p'}]_{1''} + \lambda_{AA}^{pp'} [X_p]_A [X_{p'}]_A + \dots
\end{aligned}$$

e cada termo tem contribuição $p, p' = u, d$. Na Eq. (6.17) D representa cada um dos tripletos de A_4 formado de dubletos sobre G_{SM} , sendo cada produto invariante, veja Eq.(4.7).

O potencial escalar mais geral para dois dubletos, mesmo no caso mais simples, é muito complexo de ser tratado [35; 36], em comparação ao potencial de dois dubletos o potencial escalar acima é relativamente simples, uma vez que ele contém 26 escalares de Higgs, e somente 57 parâmetros livres, a saber, 44 λ s, cinco f 's, quatro μ 's e quatro ν 's, em contraposição ao potencial para dois dubletos que possui dez parâmetros livres. Porém, mesmo assim, não é possível analisar

o potencial completo diretamente, isto é, não é possível construir as matrizes de massa do potencial completo e obter os valores das massas, isso implicaria em tratar três matrizes de massa quadradas de ordem 26 (26×26).

No entanto, uma análise individual para cada tripleto de A_4 é possível de ser feita. Assim pode-se, pelo menos, mostrar que os bósons de Goldstone permanecem e que é possível obter a hierarquia para os VEVs.

Porém, antes de mais nada, devido ao teorema de Goldstone, é necessário provar que não existe nenhuma simetria global adicional no potencial acima. A análise é simples, consiste em assumir que os campos se transformam sobre uma simetria $U(1)$, ou seja, possuem uma fase, por exemplo, e que o potencial não é invariante sobre estas transformações. É facilmente verificável que o potencial acima não possui simetrias globais adicionais escondidas e este cálculo será omitido.

Na sequência, um potencial com um tripleto de A_4 dubletos de $SU(2)_L$ de Higgs, será detalhadamente analisado e o espectro de massa será obtido, em três situações diferentes.

6.2 O potencial com três dubletos:

Considerando que o potencial mais completo para três dubletos de Higgs, que compõe um tripleto de A_4 , é dado por:

$$V(h) = \mu^2[h^\dagger h]_1 + \lambda_1([h^\dagger h]_1)^2 + \lambda_2[h^\dagger h]_{1'}[h^\dagger h]_{1''} + \lambda_3[h^\dagger h]_A[h^\dagger h]_A + \lambda_3^*[h^\dagger h]_B[h^\dagger h]_B + \lambda_4[h^\dagger h]_A[h^\dagger h]_B, \quad (6.10)$$

que pode ser escrito explicitamente em termos de h_i como [37]

$$V(h) = \mu^2 \sum_i h_i^\dagger h_i + (\lambda_1 + \lambda_2) \sum_i (h_i^\dagger h_i)^2 + (\lambda_1 - \lambda_2) \sum_{i \neq j} (h_i^\dagger h_i)(h_j^\dagger h_j) + \left(\lambda_3 \sum_{i \neq j} (h_i^\dagger h_j)^2 + H.c. \right) + \lambda_4 \sum_{i \neq j} (h_i^\dagger h_j)(h_j^\dagger h_i), \quad (6.11)$$

As equações de vínculo são dadas por:

$$\begin{aligned} t_1 &= v_1[\mu_1^2 - \mu^2 + \lambda v_1^2 + \frac{1}{2}\lambda'(v_2^2 + v_3^2)], \\ t_2 &= v_2[\mu_2^2 - \mu^2 + \lambda v_2^2 + \frac{1}{2}\lambda'(v_1^2 + v_3^2)], \\ t_3 &= v_3[\mu_3^2 - \mu^2 + \lambda v_3^2 + \frac{1}{2}\lambda'(v_1^2 + v_2^2)], \end{aligned} \quad (6.12)$$

Este potencial admite dois tipos de solução: $v_1 = v_2 = v_3$ e $v_1 \neq v_2 \neq v_3$ (sendo todos os VEVs diferentes de Zero). Para o caso $v_1 = v_2 = v_3 \equiv v$, olhando a Eq. 6.12 é fácil observar que as três equações reduzem-se a uma equação que é igual a do MP, isto é, $-\mu^2 + (\lambda + \lambda')$. Neste caso, todas as matrizes de massa têm a mesma forma, os elementos da diagonal são iguais (representados por a) e todos os elementos fora da diagonal são iguais (representados por b). Os autovalores são dados por $a + 2b$ e dois degenerados dados por $a - b$. (os valores de a e b dependem do setor: real, imaginário e carregado). Portanto todos os escalares são massivos, este caso foi tratado em detalhes na Ref. [38] e também Ref. [39].

A segunda solução é consistente com a seguinte Eq. de vínculo $-\mu^2 = (\lambda_1 + \lambda_2)V^2$, sendo $V^2 = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2$ se e somente se $3\lambda_2 = 2\lambda_3 + \lambda_4$, considerando que $\lambda_1 + \lambda_2 > 0$.

O espectro de massa correspondente para os pseudoescalares é:

$$m_{a1}^2 = 0, \quad m_{a2}^2 = m_{a3}^2 = -2\lambda_3 V^2, \quad (6.13)$$

Para os escalares reais:

$$m_{s1}^2 = m_{s2}^2 = 0, \quad m_{s3}^2 = 2(\lambda_1 + \lambda_2)V^2. \quad (6.14)$$

Por fim, para os escalares carregados:

$$m_{c1}^2 = 0, \quad m_{c2}^2 = m_{c3}^2 = -\frac{3}{2}\lambda_2 V^2. \quad (6.15)$$

Dos resultados acima deduz-se as seguintes restrições para os parâmetros do potencial: $\lambda_{2,3} < 0$, $\lambda_1 + \lambda_2 > 0$ e $\lambda_2 = (2\lambda_3 + \lambda_4)/3$, que pode ser provado por:

$$\lambda_4 > 0, \quad \lambda_3 < -\frac{\lambda_4}{2}, \quad -\lambda_1 < \lambda_2 < 0. \quad (6.16)$$

Portanto, este modelo tem dois bósons com massas nulas a nível de árvore, o que significa que ele seria excluído, a menos que o acoplamento com estes escalares seja suprimido. Neste modelo, ainda, é possível evitar estes termos não massivos à nível de árvore, uma vez que existem acoplamentos trilineares. Ou, a simetria A_4 pode ser quebrada de modo Soft.

Optou-se por trabalhar com a quebra de simetria de modo soft, na tentativa de mostrar que mesmo com VEVs abaixo da escala eletrofraca, existe um modo de elevarmos as massas dos escalares relacionados a esses VEVs. Porém, uma análise detalhada do potencial escalar com três dubletos e sem quebra pode ser encontrada na ref.[40].

6.3 O potencial com três dubletos e quebra Soft de A_4

Sendo o potencial mais geral com um tripleto de A_4 representado por $V(h)$ dado na Eq.(6.10) à ele adiciona-se termos de quebra de simetria A_4 de modo soft,

V_{soft} . O potencial escalar completo será, portanto:

$$V = V(h) + V_{soft}(h_1, h_2, h_3), \quad (6.17)$$

Sendo o termo que viola a simetria dado por:

$$\begin{aligned} V_{soft}(h_1, h_2, h_3) = & \mu_1^2 h_1^\dagger h_1 + \mu_2^2 h_2^\dagger h_2 + \mu_3^2 h_3^\dagger h_3 + (\nu_{12}^2 h_1^\dagger h_2 \\ & + \nu_{13}^2 h_1^\dagger h_3 + \nu_{23}^2 h_2^\dagger h_3 + H.c). \end{aligned} \quad (6.18)$$

Por simplicidade, mas sem perda de generalidade, todos os VEVs e parâmetros sem dimensão serão considerados reais. Considerando a identidade de A_4 dada por $1 + \omega + \omega^2 = 0$, define-se:

$$\begin{aligned} t_1 &= v_1[\mu_1^2 - \mu^2 + \lambda v_1^2 + \frac{1}{2}\lambda'(v_2^2 + v_3^2)] + \nu_{12}^2 v_2 + \nu_{13}^2 v_3, \\ t_2 &= v_2[\mu_2^2 - \mu^2 + \lambda v_2^2 + \frac{1}{2}\lambda'(v_1^2 + v_3^2)] + \nu_{12}^2 v_1 + \nu_{23}^2 v_3, \\ t_3 &= v_3[\mu_3^2 - \mu^2 + \lambda v_3^2 + \frac{1}{2}\lambda'(v_1^2 + v_2^2)] + \nu_{13}^2 v_1 + \nu_{23}^2 v_2, \end{aligned} \quad (6.19)$$

onde $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$, $\lambda' = 2\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda''$ e $\lambda'' = 2\lambda_3 + \lambda_4$. As equações de vínculo que minimizam o potencial são obtidas quando $t_i = 0$, para um i fixo e podem ser resolvidas de vários modos. Notem que todos os VEVs devem ser diferentes de zero, mas podem ser arbitrariamente pequenos.

6.3.1 Primeiro caso: Alguns $\mu_i^2 > 0$

Se $\mu^2 < 0$ e $\mu_1^2 < 0$ enquanto $\mu_{2,3}^2 > 0$. Considerando que um dos VEVs é muito maior que os outros dois. Por exemplo, $v_1 > v_2 \sim v_3$ mas $|\mu^2|, |\mu_1^2| \gg |\nu_{12}^2|, |\nu_{13}^2|$. Neste caso temos da Eq.(6.19)

$$v_1 \approx \sqrt{-\frac{\mu^2 + \mu_1^2}{\lambda}}, \quad v_2 \approx -\frac{\nu_{12}^2}{\nu_{23}^2} v_1, \quad v_3 \approx -\frac{\nu_{13}^2}{\nu_{23}^2} v_1, \quad (6.20)$$

com $\nu_{12}^2, \nu_{13}^2 < 0$ e $\nu_{23}^2 > |\nu_{12}^2|, |\nu_{13}^2|$.

Por outro lado, se $v_1 \gg v_2, v_3$, e $\mu_{2,3}^2 > v_1^2 \gg |\nu_{12}^2|, |\nu_{13}^2|$, obtém-se que v_1 como na Eq.(6.20) e

$$v_2 \approx -\frac{2\nu_{12}^2}{2\mu^2 + \lambda'v_1^2 + 2\mu_2^2} v_1, \quad v_3 \approx -\frac{2\nu_{13}^2}{2\mu^2 + \lambda'v_1^2 + 2\mu_3^2} v_1. \quad (6.21)$$

O espectro de massas do setor escalar tem um escalar tipo modelo padrão cuja massa é da ordem de v_1 , e dois escalares mais pesados com massas dominadas por μ_2 e μ_3 . Notem que se ν_{12}^2 e ν_{13}^2 são os termos que quebram a simetria A_4 , sua magnitude, por natureza é menor que μ_2^2 e μ_3^2 [41]. Esta é uma generalização de um caso de dois dubletos para um caso de três dubletos Ref. [42].

6.3.2 Segundo caso: Todos $\mu_i^2 < 0$

Este caso é importante quando todos os VEVs são pequenos. As Eqs. (6.19) são resolvidas em termos de $\mu_{1,2,3}^2 < 0$. Após usar as condições de vínculo $t_i = 0$ em Eq. (6.19), o espectro de massa pode ser obtido para cada setor. O setor pseudoescalar neutro na base (a_1, a_2, a_3) , tem a matriz de massa

$$M_a^2 = \begin{pmatrix} -\frac{2\lambda_3 v_1 (v_2^2 + v_3^2) + v_2 \nu_{12}^2 + v_3 \nu_{13}^2}{v_1} & 2\lambda_3 v_1 v_2 + \nu_{12}^2 & 2\lambda_3 v_1 v_3 + \nu_{13}^2 \\ -\frac{2\lambda_3 v_2 (v_1^2 + v_3^2) + v_1 \nu_{12}^2 + v_3 \nu_{23}^2}{v_2} & & 2\lambda_3 v_2 v_3 + \nu_{23}^2 \\ -\frac{2\lambda_3 v_3 (v_1^2 + v_2^2) + v_1 \nu_{13}^2 + v_2 \nu_{23}^2}{v_3} & & \end{pmatrix}. \quad (6.22)$$

Os autovalores desta matriz Eq. (6.22) serão representados como G^0 , para o que seria o bóson de Goldstone e $A_{1,2}^0$ para os dois pseudoescalares físicos. De fato, a matriz de massa na Eq. (6.22) tem $\text{Det}M_a^2 = 0$.

No setor escalar neutro, na base (h_1, h_2, h_3) , a matriz de massa é dada por:

$$M_s^2 = \begin{pmatrix} \frac{2\lambda v_1^3 - v_2 \nu_{12}^2 - v_3 \nu_{13}^2}{v_1} & \lambda' v_1 v_2 + \nu_{12}^2 & \lambda' v_1 v_3 + \nu_{13}^2 \\ \frac{2\lambda v_2^3 - v_1 \nu_{12}^2 - v_3 \nu_{23}^2}{v_2} & & \lambda' v_2 v_3 + \nu_{23}^2 \\ \frac{2\lambda v_3^3 - v_1 \nu_{13}^2 - v_2 \nu_{23}^2}{v_3} & & \end{pmatrix}. \quad (6.23)$$

Os autovalores de M_s^2 serão respectivamente representados por $H_{1,2,3}^0$, um deles corresponde ao campo de Higgs do MP. Da Eq.(6.23) obtém-se $\text{Det}M_s^2 \neq 0$, portanto, não existem bósons de Goldstone neste setor, como esperado. No entanto, ainda não é obvio que não existem bósons leves quando todos os VEVs são pequenos, mas os ν s não.

Para o setor escalar carregado, na base (h_1^+, h_2^+, h_3^+) ,

$$M_c^2 = \begin{pmatrix} -\frac{\lambda'' v_1 (v_2^2 + v_3^2) + 2(v_2 \nu_{12}^2 + v_3 \nu_{13}^2)}{2v_1} & \frac{1}{2} \lambda'' v_1 v_2 + \nu_{12}^2 & \frac{1}{2} \lambda'' v_1 v_3 + \nu_{13}^2, \\ -\frac{\lambda'' v_2 (v_1^2 + v_3^2) + 2(v_1 \nu_{12}^2 + v_3 \nu_{23}^2)}{2v_2} & & \frac{1}{2} \lambda'' v_2 v_3 + \nu_{23}^2 \\ -\frac{\lambda'' v_3 (v_1^2 + v_2^2) + 2(v_1 \nu_{13}^2 + v_2 \nu_{23}^2)}{2v_3} & & \end{pmatrix}. \quad (6.24)$$

Com os respectivos autoestados de massa sendo representados por $(H_{1,2,3}^+)$. A matriz de massa na Eq. (6.24) tem $\text{Det}M_c^2 = 0$, o que implica que existem Bósons de Goldstone.

O espectro de massa obtido das Equações (6.22), (6.23) e (6.24) é realístico. Com todos os VEVs positivos.

Para dubletos com todos os VEVs pequenos, como por exemplo, aqueles relacionados com os neutrinos, necessariamente considera-se o caso em que $\mu_i^2 \neq \nu_{ij}^2 \neq 0$, $i, j = 1, 2, 3; i \neq j$. Portanto, é natural obter $\mu^2 \gg \nu_{ij}^2, \forall i, j$. Por simplicidade assumi-se que $v_1 \ll v_2 = v_3 = v$, portanto, $r = v_1/v \ll 1$.

Sobre essas condições as massas para os pseudoescalares da Eq. (6.22), são:

$$m_{a1}^2 = 0, \\ m_{a\pm}^2 = -2\lambda_3(2+r^2)v^2 + \left(\frac{1}{r} + r\right) \nu_{13}^2 - \nu_{23}^2 \pm \frac{1}{r} |\nu_{13}^2 - r\nu_{23}^2|, \quad (6.25)$$

e $\nu_{13}^2, \nu_{23}^2 < 0$ e $|\nu_{13}^2| < r|\nu_{23}^2|$. Existe um Bóson de Goldstone. Todos os escalares neutros são massivos:

$$m_{s1}^2 = -2\nu_{23}^2 - r\nu_{13}^2 + (3\lambda_2 - 2\lambda_3 - \lambda_4)v^2, \\ m_{s2}^2 \equiv m_{s+}^2, \quad m_{s3}^2 \equiv m_{s-}^2, \quad m_{s\pm}^2 = \left(A \pm \frac{1}{2r}\sqrt{B}\right)v^2, \quad (6.26)$$

com A e B definidos como:

$$A = [\lambda_1(2+r^2) + \frac{1}{2}\lambda_2(1+2r^2) + \lambda_3 + \frac{1}{2}\lambda_4]v^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{2}{r} + r\right)\nu_{13}^2, \\ B = 4r^5\lambda(r\lambda v^2 + \nu_{13}^2)v^2 + 4\lambda'rv^2\nu_{13}^2 + 2(8\lambda_1 - 13\lambda_2 \\ + 7\lambda'')r^3v^2\nu_{13}^2 + 4\nu_{13}^4 + [4(4\lambda_1^2 + \lambda_2^2 - 5\lambda_2\lambda'' + 2\lambda''^2 + \lambda_1(-13\lambda_2 \\ + 7\lambda''))v^4 + \nu_{13}^4]r^4 + (\lambda^2v^4 + 4\nu_{13}^4)r^2 \quad (6.27)$$

A massa dos escalares carregados da Eq. (6.24), são:

$$m_{c1}^2 = 0, \quad m_{c2}^2 \equiv m_{c+}^2, \quad m_{c3}^2 \equiv m_{c-}^2, \\ m_{c\pm}^2 = -\lambda''\left(1 + \frac{r^2}{2}\right)v^2 - \left(\frac{1}{r} + r\right)\nu_{13}^2 - \nu_{23}^2 \pm \frac{1}{r} |\nu_{13}^2 - r\nu_{23}^2|, \quad (6.28)$$

na qual temos somente um Bóson de Goldstone, como deveria ser.

Até aqui o método é promissor, pois obtivemos os bósons de Goldstone necessários e todos os demais bósons escalares adquiriram massa. No entanto, falta estudar o valor, ou ordem de grandeza, das massas para os VEVs do modelo.

Por exemplo, no caso dos neutrinos tem-se que $v_2 \neq v_1 = v_3 \equiv v$, $v_2 \ll v$ se $v \sim 10^{-3}$ GeV e $v_2 \sim 10^{-7}$ GeV, ainda, por simplicidade, assume-se que $\nu_{12} = \nu_{13}$ e define-se $r = v_2/v = 10^{-4} \ll 1$ [24].

Notem que, uma vez que ν 's são mais pesados que v , v_1 e r é pequeno, todos os λ s sendo da ordem de 1, todas as massas acima são automaticamente positivas. Por exemplo:

$$m_{a2}^2 \approx -\left(\frac{2}{r} + r\right)\nu_{13}^2, \quad m_{a3}^2 \approx -2\nu_{23}^2 - r\nu_{13}^2 \\ m_{s1}^2 \approx -2\nu_{23}^2 - r\nu_{13}^2, \quad m_{s2}^2 \approx (3\lambda_1 + \lambda + \lambda'')v^2, \quad m_{s3}^2 \approx -\left(\frac{2}{r} + r\right)\nu_{13}^2, \\ m_{c2}^2 \approx -\left(\frac{2}{r} - 1\right)\nu_{13}^2, \quad m_{c3}^2 \approx -2\nu_{23}^2 - r\nu_{13}^2. \quad (6.29)$$

A partir de (6.29) é possível ver que todos os pseudos escalares e Bósons carregados de Higgs são pesados mesmo para VEVs pequenos, se os ν s foram grandes o suficiente (e negativos). Porém, quando todos os VEVs são pequenos, da ordem de MeV ou menor, existe um único escalar real neutro, s_2 . Isso pode ou não ser uma consequência do modelo, pois para estes resultados foram feitas consideráveis aproximações para obter as massas ao quadrado nas Eqs. (6.25), (6.26) e (6.28).

Para checar este resultado, os autovalores para estas matrizes de massa foram obtidos numericamente e, mesmo assim, surgiu um escalar neutro leve.

Como exemplo, as constantes de acoplamento são dadas por: $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 1$. Os VEVs são (em GeV) $v_1 = 0.000001$, $v_2 = 0.00002$ and $v_3 = 0.001$, e os parâmetros softy são (em GeV²) $\nu_{12}^2 = -100$, $\nu_{13}^2 = -200$ and $\nu_{23}^2 = -300$, a massa para os escalares físicos (em GeV): m_{p1} e m_{c1} são nulos, estes são os bósons de Goldstone, $m_{p2} \approx 1421.27$, $m_{p3} \approx 122.501$, $m_{s1} \approx 0.002$, $m_{s2} \sim m_{c2} \approx m_{p2}$, $m_{s3} \sim m_{c3} \approx m_{p3}$. Notem que H_3^0 , com massa m_{s3} é o escalar neutro que corresponde ao escalar de Higgs do MP, H .

Portanto, existe à nível de árvore, um escalar neutro leve, uma vez que $m_{s1} \approx 2\text{MeV}$. O que é um problema e tanto para o modelo, porém, é o conhecimento geral de que se existe uma simetria que protege a massa da partícula, digamos m^2 , as suas correções serão de ordem de m^2 . Porém, se esta simetria não existe, nada protege a massa m^2 e ela pode se tornar maior com o surgimento de nova física. Em particular, é difícil manter as massas dos escalares menores que a escala de maior energia na qual o modelo é renormalizável [43].

Ainda em relação a Eq.(6.29), é possível obter a mesma aproximação numérica para o setor dos quarks, isto é, considerando os valores para v'_1 , v'_2 e v'_3 , o que significa aproximadamente $v'_1 = v'_2 = v \sim \text{GeV}$ e $v'_3 \sim 10^{-3}\text{GeV}$. No entanto, neste caso o valor do escalar leve será da ordem de GeV, o que não é um problema para o modelo.

Ou seja, os escalares mais leves do modelo, da ordem de 2 MeV, interagem somente com os neutrinos e por sua vez essas interações são somente por meio das interações efetivas não renormalizáveis e, portanto, são interações suprimidas pela escala de física nova, Λ que é da ordem de TeV.

Por outro lado, ainda é possível corrigir as massas desses escalares se, por exemplo, o escalar leve H_l , com massa m_l se acopla com o campo mais pesado H_h de massa M_h , tendo como constante de acoplamento λ , ou seja, $\lambda H_l^2 H_h^2$, ou se considerarmos uma interação trilinear com o singleto ζ , dada por $f H_h H_l \zeta$, a nível de 1-Loop, assumindo que não existam cancelamentos inesperados, podemos dizer que a massa do escalar leve ganha correções quânticas da ordem de $m_l < M_h/4\pi$ ou $m_l < f/4\pi$ [44].

Portanto, o modelo esta seguro até aqui e é capaz de ter escalares pesados, mesmo tendo VEVs leves. No caso, para alguns $\mu_i^2 > 0$, confirma-se a hierarquia entre os VEVs, o que explica a hierarquia entre as massas de cada setor.



Os contratempos:

As consequências da introdução de novos Higgs ao setor escalar são vastas e têm implicações que vão da teoria aos experimentos. A implicação mais desafiadora de um modelo Multi Higgs é a possível ocorrência de troca de sabor a nível da árvore nas correntes neutras, mediada pela troca de Higgs neutros, pois no MP esses efeitos não estão presentes a nível de árvore, uma vez que o acoplamento de autoestados de massa do tipo quark-quark-Higgs conserva sabor. Portanto as contribuições potencialmente grande decorrentes das interações a nível da árvore dos novos escalares deve ser suprimida, a fim de ter um modelo experimentalmente viável. Em geral, o limite mais rigoroso sobre os processos de mudança de sabor emerge do pequeno valor da diferença de massa do sistema K^0, \bar{K}^0 [45].

Para ilustrarmos o problema vamos considerar um modelo com dois bósons de Higgs, um sendo o do MP e um adicional com $Y = +1$, ambos acoplam com os férmions do MP, considerando que existe uma base que transforma os campos físicos em campos de sabor. Ou seja,

$$\begin{aligned} H_{vev} &= \frac{v_1}{v} H_1 + \frac{v_2}{v} H_2 = \cos\omega H_1 + \sin\omega H_2 \\ H_{\perp} &= -\frac{v_2}{v} H_1 + \frac{v_1}{v} H_2 = -\sin\omega H_1 + \cos\omega H_2 \end{aligned} \quad (7.1)$$

sendo $v^2 = v_1^2 + v_2^2$, $\cos\omega = v_1/v$ e $\sin\omega = v_2/v$. O ângulo ω é usualmente representado por β na literatura.

Deste modo temos:

$$\begin{aligned}
H_{vev} &= \begin{pmatrix} G^\pm \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \phi_1 + G^0) \end{pmatrix} \\
H_\perp &= \begin{pmatrix} H^\pm \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_2 + A^0) \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{7.2}$$

Sendo que $G^{\pm,0}$ são os bósons de Goldstone, H^\pm e A^0 são os bósons de Higgs físicos carregados e pseudo-escalares e $\phi_{1,2}$ os escalares físicos. Deste modo, todos os férmions adquirem massa a partir do vev .

$$\begin{aligned}
\phi_1 \bar{f}_i f_j &= \frac{im_i^f}{v} \delta_{ij} \\
\phi_2 \bar{f}_i f_j &= i\epsilon_{ij}^f \\
A^0 \bar{f}_i f_j &= i\epsilon_{ij}^f \gamma_5
\end{aligned} \tag{7.3}$$

onde $\epsilon_{ij}^f = \epsilon_{ij}^{f*}$. As fases de CP são combinações lineares de $\phi_{1,2}$ por meio do ângulo de mistura α . Ou seja,

$$\begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \tag{7.4}$$

o que nos leva à:

$$\begin{aligned}
H^0 \bar{f}_i f_j &= i\cos\alpha \frac{m_i^f}{v} \delta_{ij} + i\sin\alpha \epsilon_{ij}^f \\
h^0 \bar{f}_i f_j &= -i\sin\alpha \frac{m_i^f}{v} \delta_{ij} + i\sin\alpha \epsilon_{ij}^f
\end{aligned} \tag{7.5}$$

A existência de acoplamento de sabor arbitrário ϵ_{ij}^f neste setor de Higgs estendido é perigoso para a física de sabores. Observáveis neste contexto são as diferenças de massa $F^0 - \bar{F}^0$. No MP essas diferenças de massa são provenientes dos diagramas de caixa com os w^\pm e os quarks. Com ϵ_{ij}^f sendo acoplamentos genéricos em modelos de dois dubletos de Higgs, a previsão dessas diferenças de massas pode ser significativamente maior, desde que ocorram interações a nível de árvore do tipo $\bar{q}q' \rightarrow H^* \rightarrow \bar{q}q$.

Contribuições para FCNC de $B^0 - \bar{B}^0$ são provenientes de diagramas de nível de árvore enquanto que no MP os diagramas são a nível de 1-Loop. Os experimentos são consistentes com o MP, o que coloca sérias restrições nos acoplamentos $\epsilon_{ij}^f \ll 1$.

Mésons	B_F	$f_F(GeV)$	ΔM_F^{exp}
$k^0(\bar{s}d)$	0.79	0.159	$(3.476 \pm 0.006) \times 10^{-15}$
$B_d^0(\bar{b}d)$	1.28	0.216	$(3.337 \pm 0.033) \times 10^{-13}$
$C^0(\bar{c}u)$	0.82	1.65	$0.95 \pm 0.37) \times 10^{-14}$

A diferença de massa de $F^0 - \bar{F}^0$ é resultado da troca do bóson de Higgs neutro e pode ser parametrizado como:

$$M_F \Delta M_F = B_F (\epsilon_{ij}^f)^2 \left(\cos^2 \alpha \frac{S_F}{m_{h^0}^2} + \sin^2 \alpha \frac{S_F}{m_{H^0}^2} - \frac{P_F}{m_{A^0}^2} \right) \quad (7.7)$$

$$S_F = \frac{B_F f_F^2 M_F^2}{6} \left(1 + \frac{M_F^2}{(m_i^f - m_j^f)^2} \right)$$

$$P_F = -\frac{B_F f_F^2 M_F^2}{6} \left(1 + \frac{11 M_F^2}{(m_i^f - m_j^f)^2} \right)$$

sendo $i, j = ds, db$ e uc para k^0 ; B_d^0 e D^0 . Sendo a constante B_F a recalibração para a consideração de aproximação do vácuo e f_F são as constantes de decaimento.

Usando os valores da tabela 7.6 e os dados computacionais, obtém-se limites sobre ϵ_{ij} . Esse limites dependem de muitos fatores, incluindo o ângulo de mistura α e as massas dos bósons de Higgs. Por simplicidade, vamos assumir que todas as massas dos bósons de Higgs são iguais ao valor comum da massa do bóson de Higgs do MP m_{Higgs} , definindo deste modo:

$$\overline{\epsilon_{ij}^f} = \epsilon_{ij}^f \left(\frac{120 GeV}{m_{Higgs}} \right)^2. \quad (7.8)$$

O MP prevê $\Delta M_{B_d^0} = (4.5 \pm 1.0) \times 10^{-13}$. Isso nos dá uma direção das matrizes $\overline{\epsilon_{ij}^f}$ envolvidas, são pequenas. Isso significa que as contribuições dos bósons de Higgs para a massa B_d^0 têm um limite de $\Delta M_{B_d^0} < 10^{-12} GeV$ isso implica em um $\overline{\epsilon_{dbj}^d} \lesssim 10^{-4}$.

Existe uma classe geral de soluções para esses problemas, enquanto admite-se a existência de bósons de Higgs extras. FCNC a nível de árvore não surge se as interações do bóson de Higgs com os férmions têm a forma:

$$\Delta L_F = y_{ij}^d \bar{Q}_i F_u(\Phi_k) d_{ijR} + y_{ij}^u \bar{Q}_i F_u(\Phi_k) u_{ijR} + y_{ij}^e \bar{L}_i F_e(\Phi_k) e_{ijR} \quad (7.9)$$

Sendo que $F_{u,d,e}(\Phi_k)$ são funções dos campos de Higgs Φ_k restritas somente pelas exigências de serem completamente independentes dos índices de sabor. F_u se transforma como um dubleto de $SU(2)_L$ com $Y = -1$ e $F_{e,d}$ tem $Y = 1$.

Deste modo, existem algumas possibilidades para esse modelo, isto é se $F_u = H_{SM}^C$, $F_d = F_e = H_{SM}$, que representa o Modelo Padrão. Se $F_u = H_u$, $F_d = F_e = H_d$ ref [37], ou ainda, se $F_u = H_1$, $F_d = F_e = H_1^*$ e H_2 com carga negativa sobre uma simetria adicional do modelo, neste caso, Z_2 .

7.1 Supressão de FCNC no Modelo:

Da Lagrangeana de Interação Eq.(4.13) temos as interações renormalizáveis para os quarks tipo d como sendo:

$$h_D(\bar{s}'_L s'_R \varphi_3^0 + \bar{b}'_L b'_R \varphi_1^0 + \bar{d}'_L d'_R \varphi_2^0) \quad (7.10)$$

em que $D'_{L(R)} = (V_{L(R)}^D) D_{L(R)}$, e $D' = (d', s', b')^T [D = (d, s, b)^T]$ são os autoestados da simetria [massa], respectivamente. Os autoestados fracos dos escalares neutros φ_α^0 são uma combinação linear dos escalares neutros, $h_n^0, \varphi_\alpha^0 = \sum_n U_{\alpha n} h_n^0$, $\alpha, n = 1, 2, 3^1$.

Com isso obtemos:

$$h_D(\bar{s}_L(V_{Ls\alpha}^{D*} V_{Rs\beta}^D) s_R U_{3m} + \bar{b}_L(V_{Lb\alpha}^{D*} V_{Rb\beta}^D) b_R U_{1m} + \bar{d}_L(V_{Ld\alpha}^{D*} V_{Rd\beta}^D) d_R U_{2m}) h_n^0 \quad (7.11)$$

As matrizes V_L^D e (V_R^D) são conhecidas da diagonalização das matrizes de massa feita no capítulo cinco, e são dadas por:

$$V_L^D = \begin{pmatrix} 0.31377 & -0.94947 & -0.00666 \\ -0.94926 & -0.31385 & 0.02015 \\ 0.02122 & 4.04326 \times 10^{-6} & 0.99977 \end{pmatrix}. \quad (7.12)$$

e

$$V_R^D = \begin{pmatrix} 0.01186 & -0.99993 & 0.00007 \\ -0.99993 & -0.01186 & 0.00051 \\ 0.00050 & 0.00008 & 1.0 \end{pmatrix}. \quad (7.13)$$

As contribuições para as diferença de massa ΔM_K dos escalares neutros K^0 e \bar{K}^0 fornecem as maiores restrições para FCNC como já havíamos dito. Para analisarmos a FCNC que pode contribuir para esta diferença de massa devemos considerar a interação dos quarks d, s com um (pseudo)escalar neutro $h_n^0(A_n^0)$ (para um n fixo). São elas:

¹Os cálculos realizados a seguir, considerando as matrizes $U_{\alpha n}$, são uma aproximação, pois o modelo possui mais escalares. Esta aproximação pode ser feita sem perda de generalidade pelo fato de que cada setor possui os seus próprios escalares, que por sua vez possuem as contribuições mais importantes.

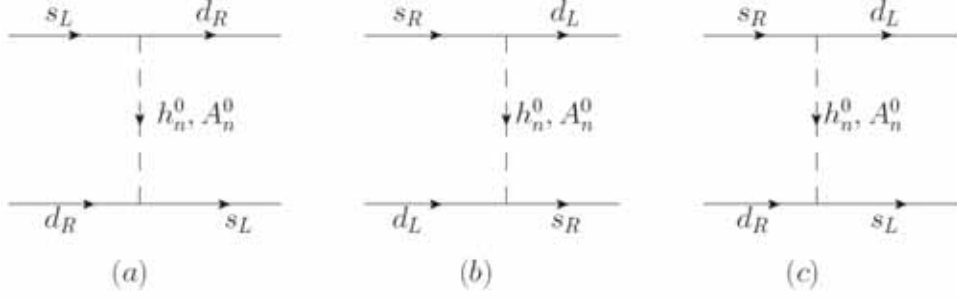


Figura 7.1: Contribuições mediadas por bósons de Higgs a nível de árvore.

$$\mathcal{L}_{ds} = h_D [\bar{d}_L K_n s_R + \bar{s}_R K'_n d_R] U_{\alpha n} h_n^0 + H.c. \quad (7.14)$$

em que definimos:

$$\begin{aligned} K_n &= (V_L^D)_{sd}^* (V_R^D)_{ss} U_{3n} + (V_L^D)_{bd}^* (V_R^D)_{bs} U_{1n} + (V_L^D)_{dd}^* (V_R^D)_{ds} U_{2n} \\ &\approx -0.01 U_{3n} + 0.16 U_{2n} + 10^{-9} U_{1n}, \\ K'_n &= (V_L^D)_{ss}^* (V_R^D)_{sd} U_{3n} + (V_L^D)_{bs}^* (V_R^D)_{bd} U_{1n} + (V_L^D)_{ds}^* (V_R^D)_{dd} U_{2n} \\ &\approx 0.01 U_{3n} - 0.01 U_{2n} + 10^{-8} U_{1n}. \end{aligned} \quad (7.15)$$

Os valores de V_L^D and V_R^D , encontram-se em (7.12) e (7.13), respectivamente. Note que em (7.15) somente os elementos $U_{\alpha n}$ não são conhecidos. Os operadores efetivos que surgem da Eq.7.14 são[46]:

$$\mathcal{Q}_2 = \bar{s}_R d_L \bar{s}_R d_L, \quad \tilde{\mathcal{Q}}_2 = \bar{s}_L d_R \bar{s}_L d_R, \quad \mathcal{Q}_4 = \bar{s}_R d_L \bar{s}_L d_R. \quad (7.16)$$

As contribuições para Δm_K por meio de troca de um (peseudo)scalar $h_n^0(A_n^0)$, representados pelos diagramas na figura 7.1, são:

$$\frac{|K_n|^2}{m_n^2} \frac{\langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_2 | K^0 \rangle}{m_K} + \frac{|K'_n|^2}{m_n^2} \frac{\langle \bar{K}^0 | \tilde{\mathcal{Q}}_2 | K^0 \rangle}{m_K} + \frac{K_n K_n'^*}{m_n^2} \frac{\langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_4 | K^0 \rangle}{m_K} \quad (7.17)$$

Para uma análise preliminar a inserção de massa de vácuo é suficiente para estimar a contribuição dos escalares neutros à diferença de massa dos kaons neutros. Da Eq. (11) em

$$\begin{aligned} \frac{\langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_1 | K^0 \rangle_{VIA}}{m_K} &= \frac{1}{3} m_K f_K^2 \\ \frac{\langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_2 | K^0 \rangle_{VIA}}{m_K} &= \frac{-5}{24} \left(\frac{m_K}{m_d + m_s} \right)^2 m_K f_K^2 \\ \frac{\langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_4 | K^0 \rangle_{VIA}}{m_K} &= \left[\frac{1}{24} + \frac{1}{4} \left(\frac{m_K}{m_d + m_s} \right)^2 \right] m_K f_K^2 \end{aligned} \quad (7.18)$$

obtemos, $\langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_2 | K^0 \rangle / m_K \approx 10^{-5} \langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_1 | K^0 \rangle / m_K$, $\langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_4 | K^0 \rangle / m_K \approx (1/8) \langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_1 | K^0 \rangle / m_K$ e $\langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_1 | K^0 \rangle / m_K = (1/3)(m_K f_K^2)$, em que, $\mathcal{Q}_1 = \bar{s}_R \gamma_\mu d_L \bar{s}_R \gamma^\mu d_L$. A contribuição dominante é \mathcal{Q}_4 que, pode ser escrita como $\Delta m_K / m_K = \sum_n \zeta_{sd}^n (1/3)(m_K f_K^2)$, com

$$\begin{aligned} \zeta_{sd}^n &= \frac{h_D^2}{8m_n^2} K_n^* \cdot K_n' \text{ GeV}^{-2} \\ &\approx \frac{U_{2n}(U_{3n} - U_{2n})^*}{(m_n/\text{GeV})^2} \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}, \end{aligned} \quad (7.19)$$

Para termos consistência com os dados experimentais ζ_{sd}^i deve ser menor que a contribuição do MP, isto é, $\zeta_{sd}^{SM} = G_F^2 m_c^2 [(V_{CKM})_{cd}^* (V_{CKM})_{cs}]^2 / 16\pi^2 \approx \times 10^{-14} \text{ GeV}^{-2}$ (usamos somente a contribuição dominante do quark c e $g(m_c/M_W) = 1$). Isso significa que

$$\sum_n \frac{U_{2n}(U_{3n} - U_{2n})^*}{(m_n/\text{GeV})^2} < 10^{-9} \quad (7.20)$$

para podermos ser consistentes com os resultados experimentais.

Podemos considerar ainda uma análise dos operadores renormalizados dados pela Eq. (12) em [47] mas sem levar em consideração os fatores $B(\mu)$, ou seja,

$$\begin{aligned} \frac{\langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_1 | K^0 \rangle_{VIA}}{m_K} &= \frac{1}{3} m_K f_K^2 \\ \frac{\langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_2 | K^0 \rangle_{VIA}}{m_K} &= \frac{-5}{24} \left(\frac{m_K}{m_d + m_s} \right)^2 m_K f_K^2 \\ \frac{\langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_4 | K^0 \rangle_{VIA}}{m_K} &= \frac{1}{24} \left(\frac{m_K}{m_d + m_s} \right)^2 m_K f_K^2 \end{aligned} \quad (7.21)$$

obtemos, deste modo $\langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_2 | \tilde{\mathcal{Q}}_2 | K^0 \rangle / m_K \approx 1.4 \times 10^{-5} \langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_1 | K^0 \rangle / m_K$, $\langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_4 | K^0 \rangle / m_K \approx 4.5 \times 10^{-6} \langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_1 | K^0 \rangle / m_K$ and $\langle \bar{K}^0 | \mathcal{Q}_1 | K^0 \rangle / m_K = m_K f_K^2 / 3$ where $\mathcal{Q}_1 = \bar{s}_R \gamma_\mu d_L \bar{s}_R \gamma^\mu d_L$. Com $\Delta m_K / m_K = \sum_{2,\bar{2},4} \sum_n \zeta_{sd}^n (m_K f_K^2 / 3)$ deste modo temos

$$\begin{aligned} \sum_{2,\bar{2},4} \sum_n \zeta_{sd}^n &= \sum_n \frac{h_D^2}{m_n^2} [1.4 |K_n|^2 + 1.4 |K_n'|^2 + 0.5 K_n^* \cdot K_n'] 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \\ &\approx \sum_n \frac{260 |U_{n2}|^2 - 16 U_{n2} U_{n3}^* - (U_{n3}^* U_{n2} - |U_{n3}|^2)}{(m_n/\text{GeV})^2} \times 10^{-11} \text{ GeV}^{-2} \end{aligned} \quad (7.22)$$

Para ajustarmos os dados experimentais faz-se necessario que ζ_{sd}^i seja muito menor que a contribuição do MP, ou seja, $\zeta_{sd}^{SM} = G_F^2 m_c^2 [(V_{CKM})_{cd}^* (V_{CKM})_{cs}]^2 / 16\pi^2 \approx \times 10^{-14} \text{ GeV}^{-2}$ (usamos somente a contribuição dominante do quark c e $g(m_c/M_W) = 1$). Com isso obtemos:

$$\sum_n \left[\frac{260 |U_{n2}|^2 - 16 U_{n2} U_{n3}^* - (U_{n3}^* U_{n2} - |U_{n3}|^2)}{(m_n/\text{GeV})^2} \right] < 10^{-3}, \quad (7.23)$$

Estas condições podem ser satisfeitas por valores razoáveis dos elementos da matriz de mistura U s ou pelas massas m_n , termo a termo ou na soma dos três termos. A análise para os pseudo-escalares é a mesma, com a diferença nas massas e matrizes de mistura dos escalares. Os casos considerados aqui são exemplos ilustrativos de que o modelo é capaz de suprimir FCNC, no entanto, uma análise completa faz-se necessária.

Restrições similares surgem de ΔM_B e ΔM_{B_s} , por exemplo, considerando $\Gamma(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-)/\Gamma_{total} < 1.8 \times 10^{-6}$ [9]. Neste caso, as interações dos quarks que iremos considerar será:

$$h_D \bar{b}_L [(V_L^D)_{sb}^* (V_R^D)_{ss} \varphi_3^0 + (V_L^D)_{bb}^* (V_R^D)_{bs} \varphi_1^0 + V_L^D)_{db}^* (V_R^D)_{ds} \varphi_2^0] s_R + H.c. \quad (7.24)$$

A interação dos léptons que nos interessa é, veja Eq(3.13):

$$G_l [\bar{\mu}_L \mu_R h_3^0] \quad (7.25)$$

Considerando as interações dos escalares, veja Eq(3.14), um dos termos que permite a interação do escalar do setor dos quark com os escalares do setor dos léptons carregados é:

$$\lambda_{mn} [\hat{H}^\dagger \hat{H}]_m [H''' H'']_n \quad (7.26)$$

Os termos que nos interessam são os termos provenientes de

$$\lambda_1 [\hat{H}^\dagger \hat{H}]_A [H''' H'']_A \quad (7.27)$$

pois estes termos misturam os índices dos escalares, com isso teremos:

$$\lambda_1 [\hat{H}^\dagger \hat{H}]_A [H''' H'']_A = \lambda_1 [\hat{H}_2^\dagger \hat{H}_3 H_2''' H_3'' + \hat{H}_3^\dagger \hat{H}_1 H_3''' H_1'' + \hat{H}_1^\dagger \hat{H}_2 H_1''' H_2''] \quad (7.28)$$

Os termos que nos interessam são:

$$\hat{H}_2^\dagger \hat{H}_3 H_2''' H_3'' = (h_2^0 + v_2)(h_3^0 + v_3)(\varphi_2^0 + v_2)(\varphi_3^0 + v_3) = h_3^0 \varphi_2^0 v_2 u_3 + h_2^0 \varphi_3^0 v_3 u_2 \quad (7.29)$$

$$\hat{H}_3^\dagger \hat{H}_1 H_3''' H_1'' = (h_3^0 + v_3)(h_1^0 + v_1)(\varphi_3^0 + v_3)(\varphi_1^0 + v_1) = h_1^0 \varphi_3^0 v_3 u_1 + h_3^0 \varphi_1^0 v_1 u_3 \quad (7.30)$$

$$\hat{H}_1^\dagger \hat{H}_2 H_1''' H_2'' = (h_1^0 + v_1)(h_2^0 + v_2)(\varphi_1^0 + v_1)(\varphi_2^0 + v_2) = h_1^0 \varphi_2^0 v_1 u_2 + h_2^0 \varphi_1^0 v_2 u_1 \quad (7.31)$$

Isso nos mostra que em decaimentos semi-leptônicos e uma análise detalhada pode ser feita apenas se levarmos em conta pelo menos um potencial escalar com

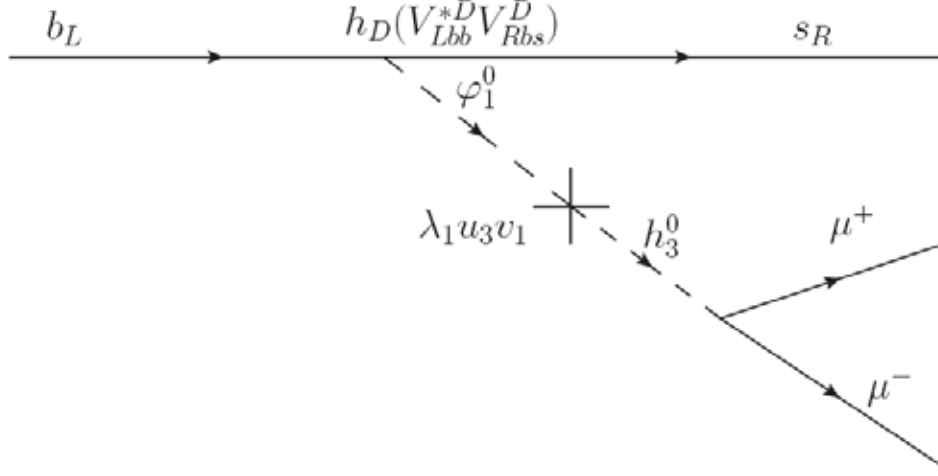


Figura 7.2: Diagrama para decaimento leptônico: primeira contribuição.

seis bósons escalares. Por este motivo trabalhamos na base fraca para os escalares, e obtemos duas contribuições:

Das duas interações possíveis usando as Eqs.(7.25, 7.29, 7.30, 7.31) temos que $h_D(V_{Lkb}^{*D}V_{Rms}^D) = 0.1 \times 0.93$ ou $h_D(V_{Lbb}^{*D}V_{Rbs}^D) = 0.1 \times 10^{-10}$, portanto, consideraremos para os cálculos somente a maior contribuição, e com isso obtemos:

$$\frac{\Gamma(b \rightarrow s\mu^+\mu^-)}{\Gamma(b \rightarrow c\bar{\nu}_\mu\mu)} \propto \frac{\lambda_1^2 h_D^2 |(V_L^D)_{db}^*(V_R^D)_{ds}|^2 m_\mu^2 v_2'^2}{G_F^2 m^8} < \times 10^{-6}, \quad (7.32)$$

em que m é um valor típico para a massa do escalar. Todos os parâmetros na Eq. (7.32) exceto λ_1 e m já são fixos pelo modelos o que implica em $\lambda_1^2/(m/\text{GeV})^8 < 10^{-14}$ que é válido para uma ampla gama de parâmetros. Como por exemplo, se $m > 10$ GeV e $\lambda_1 = 0.1$ temos o limite satisfeito.

7.2 Escalares Leves:

Na análise do potencial escalar na seção 6.3.2 obteve-se um escalar leve, da ordem de 2 MeV. Apesar de sabermos, da seção 6.3.1, que existe um mecanismo para todos os escalares serem pesados, mostraremos a seguir que os limites inferiores para a massa do bóson de Higgs do MP, provenientes de experimentos de física nuclear, devem ser alterados para o caso de modelos Multi-Higgs.

O limite obtido para a massa do bóson de Higgs, dependendo do valor assumido para a constante de acoplamento do mesmo com as demais partículas consideradas nos experimentos, diz que massas menores que 11.5 MeV estão excluídos tanto pelas medidas dos raios-X de transição dos átomos muônicos quanto pelos experimentos de transição do ${}^4\text{He}$.

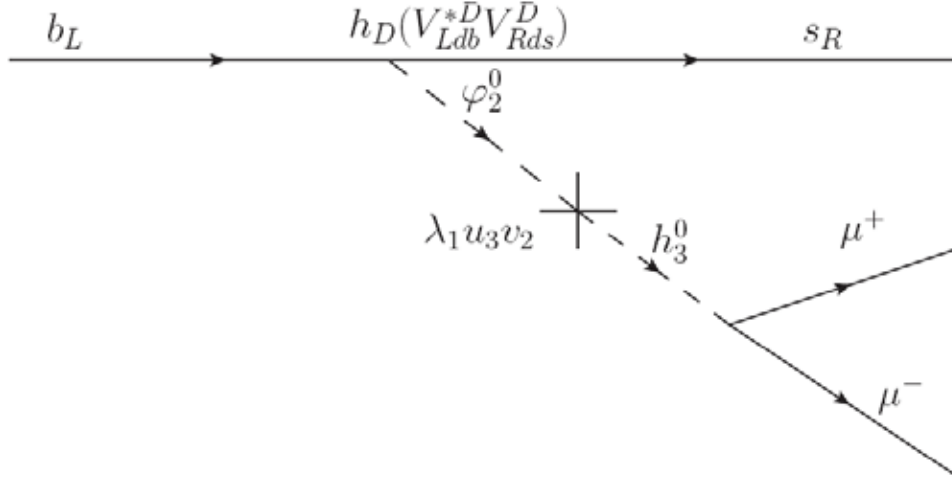


Figura 7.3: Diagrama para decaimento leptônico: segunda contribuição.

No entanto, este resultado considera que existe somente um bóson de Higgs, o do MP, vamos mostrar na sequência um breve resumo desses resultados, na ref.(John F. Gunion et al, The higgs Hunter's Guide, 1990. Library of Congress Cataloging in publication data.) e posteriormente, mostraremos que para modelos multi-higgs este limites podem ser menos restritivos.

Limites do momento magnético anômalo do múon: Neste caso o valor previsto pela teoria está em perfeita concordância com o valor experimental, ou seja,

$$\begin{aligned} a_\mu^{exp} &= (1165924.0 \pm 85) \times 10^{-9} \\ a_\mu^{teo} &= (1165920.0 \pm 85) \times 10^{-9}. \end{aligned} \quad (7.33)$$

Isso implica que qualquer nova contribuição para $(g - 2)_\mu$ está restrita á:

$$-13 \times 10^{-9} < \Delta a_\mu < 21 \times 10^{-9} \quad (7.34)$$

O bóson de Higgs contribue para o a_μ por meio do diagrama na figura 7.4.

O resultado deste diagrama foi calculado primeiro por Jacking e Weinberg e é:

$$\Delta a_\mu = \frac{G_F m_\mu^4}{4\pi^2 \sqrt{2}} \int_0^1 \frac{y(y-1)}{m_\mu^2 y^2 + m_{\phi^0}(1-y)} dy. \quad (7.35)$$

Se $m_\mu^2 \ll m_{\phi^0}$, então a contribuição do Higgs para o momento magnético anômalo do múon é menor que a contribuição dos bósons vetoriais W^\pm, Z^0 e pode ser negligenciada. Se o bóson de Higgs tem uma massa muito pequena, ou seja, $m_\mu^2 \gg m_{\phi^0}$ então:

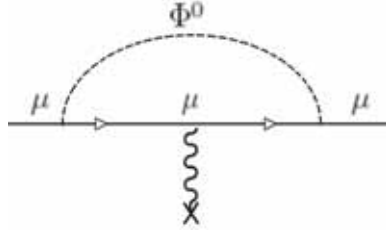


Figura 7.4: Contribuição do bóson de Higgs neutro do MP para o momento magnético anômalo do múon.

$$\Delta a_\mu = \frac{3G_F m_\mu^2}{8\pi^2 \sqrt{2}} = 3.4 \times 10^{-9}. \quad (7.36)$$

que é da mesma ordem de magnitude dos bósons vetoriais. Portanto, até aqui os resultados não impõem um limite sobre a massa do bóson de Higgs. No entanto, a precisão sobre a qual $(g - 2)_\mu$ é medida pode ser usada para limites de nova física, por exemplo, limites sobre extensões de modelos mult-higgs. Considerando uma extensão do MP, como a introdução de mais dubletos de Higgs temos que considerar que a interação do bóson de Higgs com o múon leva em consideração a matriz de mistura do setor escalar e, portanto, temos uma contribuição da seguinte forma:

$$\Delta a_\mu = \frac{3G_F |U_{escalar}|^2 m_\mu^2}{8\pi^2 \sqrt{2}} = 3.4 \times 10^{-9}. \quad (7.37)$$

No entanto, ainda é difícil obter um limite para a massa do escalar por meio do momento magnético anômalo do múon.

Limites para a massa do bóson de Higgs da física nuclear: Uma variedade de experimentos em física nuclear foram realizados para impor limites sobre a massa de um higgs muito leve $m_{\phi^0} < 20$ MeV. Os limites obtidos desses experimentos são extremamente sensíveis às condições feitas sobre o acoplamento do Higgs com o núcleo. Algumas considerações feitas sobre os acoplamentos do Higgs.

Muitas afirmações foram feitas na literatura de que um bóson de Higgs mais leve que 15 MeV foi eliminado pelos limites nucleares para as forças fortes. Os melhores limites dos bósons de Higgs com uma massa menor que 1 MeV são provenientes dos raios-X emitidos das transições dos átomos muônicos de $3d_{5/2} - 2p_{3/2}$, no Mg^{24} e no Si^{28} .

Considera-se que a presença do bóson escalar leve pode induzir um potencial de Yukawa para as interações múon-núcleo, dada por:

$$v(r) = -\frac{g_{\phi^0 NN} g_{\phi^0 \mu\mu}}{4\pi} A \frac{e^{-r m_{\phi^0}}}{r} \quad (7.38)$$

em que A corresponde ao número de massa atômica e $g_{\phi^0_{NN}}, g_{\phi^0_{\mu\mu}}$ são, respectivamente os acoplamentos do bóson de Higgs com o núcleo e com o múon.

O comprimento de onda correspondente das transições induzido pelo potencial de Yukawa é dado por:

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = -\frac{g_{\phi^0_{NN}}g_{\phi^0_{\mu\mu}}}{10\pi\alpha Z} [9f(2) - 4f(3)] \quad (7.39)$$

em que $f(n) = (1 + nm_{\phi^0}/2\alpha Zm_{\mu})^{-2n}$, n é o número quântico principal do estado muônico.

O limite para a massa do escalar leve é de 8.5 MeV, como podemos ver na figura 7.5, no entanto, estas considerações são feitas para um modelo com um bóson de Higgs do tipo do MP. Vamos considerar novamente que a constante de acoplamento do bóson de Higgs se altera devido a matriz de mistura do setor escalar e vamos mostrar que os limites obtidos podem sofrer modificações.

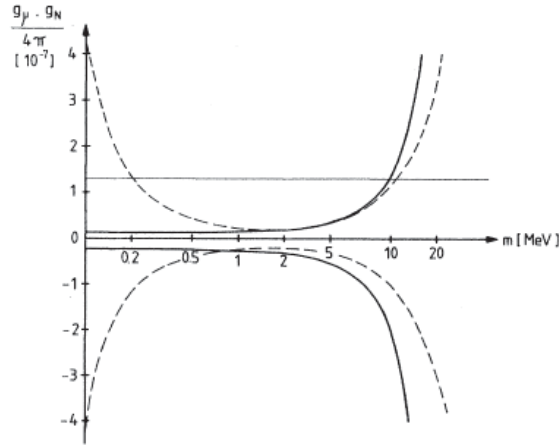


Figura 7.5: Limites sobre as constantes de acoplamento g_{ϕ} para interações muônicas mediadas por um bóson de massa m . A linha sólida é definida pela Eq. 7.39, as curvas pontilhadas são obtidas de experimentos com ${}^4\text{He}$. A linha reta paralela ao eixo da massa é a previsão para o bóson de Higgs do MP.

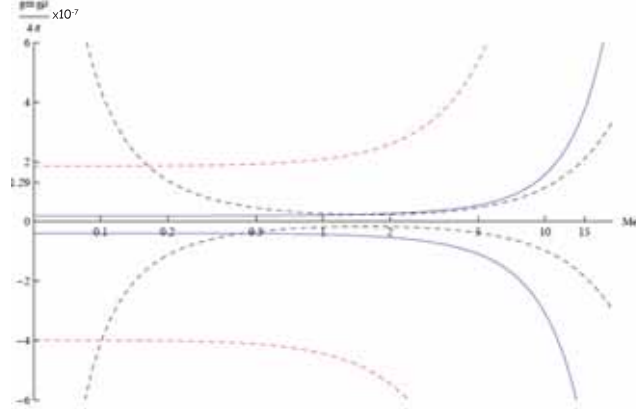


Figura 7.6: A razão $g_\mu g_N/4\pi$ como uma função da massa do escalar. A linha vermelha é obtida de (7.41) com $|U_{scalar}|^2 = 0.1$. A linha azul corresponde ao valor teórico da Fig.7.5. O valor 1.29×10^{-7} é para um Higgs do MP. A curva pontilhada corresponde aos dados do experimento de ${}^4\text{He}$.

O potencial escalar da interação é agora dado por:

$$V(r) = -Ag'_\phi \frac{e^{-rm_\phi}}{r} \quad (7.40)$$

sendo, A o número atômico, m_ϕ a massa do escalar; e $g'_\phi = g_\phi |U_{scalar}|^2$ sendo $g_\phi = g_\mu g_N/4\pi$, isto é, a constante de acoplamento é modificada pelos elementos da matriz de mistura do setor escalar, uma vez que estamos trabalhando com um modelo multi-higgs.

O deslocamento dos níveis de energia [52], agora é:

$$\frac{g_\mu g_N}{4\pi} = -\frac{\Delta\lambda}{\lambda} |U_{scalar}|^{-2} \frac{1}{2} \alpha \frac{Z}{A} \frac{5}{9g(2) - 4g(3)} \quad (7.41)$$

sendo $g(n) = (1 + nm_\phi/2\alpha Z m_\mu)^{-2n}$, Z é a carga nuclear e m_μ a massa do múon. Para um único escalar, ou seja, um modelo tipo MP temos $|U_{scalar}|^2 = 1$, g_ϕ tem um valor dado por $g_\phi = 1.29 \times 10^{-7}$ [52; 53; 54]. O que, como vimos anteriormente, implica em $m_\phi > 8.5$ MeV. Contudo, para cálculos com modelos multi-higgs o limite inferior para o escalar leve é menor que 8.5 MeV. Como mostramos na figura, a linha horizontal corresponde ao valor de $g_\mu = m_\mu^2 \sqrt{2} G_F$ e $g_N = m_N^2 \sqrt{2} G_F$ para o MP, a linha azul é o caso acima de um único escalar Ref. [53]; e a linha vermelha é o caso do presente modelo.

Isso implica que, se $|U|^2$ é menor que um, um limite menor para a massa do escalar neutro é permitido. Este limite é obtido em comparação com os resultados da Fig. 7.5, como podemos ver na Fig. 7.6.

Portanto, mostramos que todos os possíveis problemas que o modelo poderia encontrar estão sobre controle. Ou seja, o modelo além de ajustar perfeitamente

as massas das partículas elementares não encontrou nenhum problema incontornável nem em FCNC e nem mesmo com o Escalar leve encontrado na análise do potencial.



Uma nova interpretação: Neutrinos esquizofrenicos.

Este capítulo propõe uma nova interpretação para a natureza das massas e oscilação dos neutrinos. Neste novo modelo os neutrinos de sabor são uma combinação linear de um autoestado de massa de Dirac e dois de Majorana. Este modelo baseia-se na simetria S_3 para a massa dos neutrinos. Mostraremos que a matriz de mistura obtida é a matriz tribimáxima e que a matriz PMNS é obtida por meio de correções radioativas.

Para entendermos melhor o problema dos neutrinos faremos um breve resumo da história dos neutrinos.

8.1 O Problema dos Neutrinos Solares

O modelo solar padrão (MSP) descreve o Sol como uma estrela da sequência principal¹, que brilha serenamente por 4.6 bilhões de anos. Considera que o Sol seja um objeto esféricamente simétrico, em equilíbrio térmico e hidrostático, descrito pela equação de estado de um gás ideal, com uma composição química uniforme muito similar a sua composição original.

O mecanismo de produção de energia solar é composto por uma série de reações nucleares exotérmicas em que núcleos mais leves fundem-se para formar núcleos mais pesados. Este processo de fusão faz com que o Sol converta hidrogê-

¹Estrelas que são uniformes na sua composição química e nas quais as reações nucleares da queima de hidrogênio acontecem.

nio em hélio. Toda vez que isto acontece é liberada aproximadamente 26MeV de energia. A origem desta energia está na massa do núcleo original de hidrogênio. A conversão do hidrogênio para hélio no Sol passa por diversas etapas, mas o efeito desta reação em cadeia é o mesmo que usar quatro núcleos de hidrogênio para fazer um de hélio que é composto por dois prótons e dois nêutrons. No núcleo de hélio os seus constituintes estão tão ligados que a massa desse núcleo é menor do que a soma dos quatro prótons originais. Essa diferença corresponde aos 26MeV mencionados. Em suma, existem dois processos, atuando em conjunto, responsáveis pela produção da energia solar: as reações termonucleares da cadeia do hidrogênio, responsável por 98.5% da energia produzida, e as do ciclo CNO (carbono - nitrogênio - oxigênio) responsável pelos 1.5% restantes da energia total. O resultado destas duas reações é a conversão:



sendo $Q = 4m_p + 2m_e - m_{He} = 26.732$ MeV de energia liberada. Portanto, neutrinos são copiosamente produzidos pelas reações termonucleares no núcleo solar, atravessam o sol e chegam a face da Terra. Enquanto que a luz que vemos do Sol, que representa energia criada no núcleo solar (emissão de fótons) demora para chegar até nós. Isto é, um neutrino criado neste exato momento atinge a terra em oito minutos, pois os neutrinos interagem muito pouco e deste modo conseguem escapar do núcleo solar com mais facilidade que os fótons. Portanto, se os neutrinos escapam do Sol e chegam a Terra, seria possível detectá-los? Em meados dos anos 1960, cálculos detalhados realizados pelo físico teórico John Bahcall mostravam que havia neutrinos suficientes produzidos no Sol que poderiam ser observados na Terra. Baseado nestes cálculos o experimental Raymond Davis projetou um detector para os neutrinos. Em 1968 no experimento de Homestake, que é uma profunda mina de ouro localizada no estado de Dakota no EUA, realizado por Davis e colaboradores, foi então confirmada a existência dos neutrinos solares, com a primeira observação da interação de neutrinos do elétrons.

No entanto, nesse experimento Davis, e toda a comunidade científica da época testemunhou uma surpreendente observação:

Os neutrinos foram observados, no entanto, encontrou-se somente 1/3 do que Bahcall havia previsto teoricamente.

Na época, muitos cientistas acreditavam que isto poderia indicar um erro tanto dos cálculos de Bahcall, como algum problema na realização do experimento de Davis ou mesmo ambos. Por muitos anos este problema ficou em aberto, sendo conhecido como **O Problema dos neutrinos solares**.

Com o decorrer dos anos vários experimentos foram realizados na tentativa de averiguar o porquê dessas informações experimentais obtidas por Davis. Para isso, foram realizados experimentos como o KAMIOKANDE (de 1987 à 1988), o GALLEX-SAGE/GNO (1991 á 1997) e o SuperKAMIOKAND, dentre outros.

Somente em 2002 o experimento SNO, capaz de distinguir entre os tipos de interações, corrente neutra, corrente carregada e espalhamento de elétrons, detectou todo o fluxo previsto por Bahcall. Isso quer dizer que não existe um deficit no fluxo de neutrinos quando detectamos todos os seus possíveis sabores. Cabe aqui ressaltar que, com o experimento SuperKAMIOKAND, foram observadas evidências de desaparecimento de neutrinos atmosféricos - aqueles produzidos pelos raios cósmicos. Assim, a combinação dos dados do SNO com o SuperKAMIOKAND mostra que o desaparecimento de neutrinos de um determinado sabor é acompanhado pelo surgimento de neutrinos de outros sabores. Este resultado indica FÍSICA NOVA, uma vez que a plausível explicação para esses dados é a oscilação de um certo sabor de neutrino para os outros sabores.

A idéia seminal de oscilação de neutrinos foi sugerida por Bruno Pontecorvo (1913-1993) em 1957. Ele acreditava que deveria existir um fenômeno análogo à oscilação dos Káons. Pontecorvo supunha que os neutrinos produzidos nas interações fracas correspondiam a uma superposição de dois. Na época, conhecia-se apenas um tipo de neutrino, o que torna possível somente as oscilações de neutrino esquerdo para anti-neutrino esquerdo, de neutrino direito para anti-neutrino direito e vice-versa, para os dois casos. O problema aqui está no fato de não existirem os campos dos neutrinos direitos e dos anti-neutrinos esquerdos. O estudo de oscilação de neutrinos entre dois sabores foi feito por Ziro Maki, Masami Nakagawa e Shoichi Sakata em 1962 e permaneceu praticamente desconhecido por alguns anos. Mas foi Pontecorvo, em 1967, que investigou todos os tipos possíveis de oscilação de neutrinos. Em 1969, Vladimir Naumovich Gribov (1930-1997) e Pontecorvo propuseram a primeira teoria fenomenológica de mistura e oscilação de neutrinos. Nesta teoria, os dois neutrinos de mão esquerda (ν_{eL} e $\nu_{\mu L}$) são combinações lineares das componentes de mão esquerda com massa definida.

No final dos anos 70, foi despertado um interesse sobre o problema de mistura e massa dos neutrinos, e a massa dos neutrinos começou a ser considerada a assinatura de física além do MP e o fato da massa dos neutrinos ser tão pequena devido a supressão da nova escala de energia, talvez relacionada com as forças de grande unificação. Inúmeros modelos e hipóteses sobre a origem da massa dos neutrinos e a possível implementação do mecanismo seesaw foram apresentadas. Mas a verdade é que não temos informação nem sobre as características essenciais dos neutrinos, ou seja, os neutrinos são partículas de Majorana ou de Dirac?

Massas de Majorana, especificamente se associadas aos mecanismo de seesaw tipo I e tipo II, podem permitir leptogenesis. A observação do duplo decaimento beta sem neutrinos garante que as massas sejam de Majorana (ou pelo menos que existe violação de número leptônico), porém futuros experimentos serão sensíveis somente na hierarquia invertida ou degenerada. Se os neutrinos tiverem massa de Dirac sugere a adição de novas escalas de simetria e/ou regras de seleção/simetrias que proíbam os termos de massa de Majorana.

8.2 Duplo decaimento beta sem neutrinos $0\nu\beta\beta$:

A forma mais promissora para testar a natureza de Majorana dos neutrinos é procurar pelo duplo decaimento beta sem neutrinos $0\nu\beta\beta$ [56]. Este processo é um decaimento nuclear em que

$$Z \rightarrow (Z + 2) + e^- + e^-, \quad (8.2)$$

onde Z e $(Z + 2)$ são, respectivamente, o número atômico do núcleo pai e filho. Manifestamente, este processo viola o número leptônico total L . Se o $0\nu\beta\beta$ ocorrer, muito provavelmente este processo será dominado pelo mecanismo no qual o núcleo pai emite um par de bósons W^- , transformando-se no núcleo filho, e então os bósons W^- trocam um ou outro autoestado de massa do neutrino para produzir os dois elétrons emitidos. Por sua vez o $0\nu\beta\beta$ é suprimido pela leveza das massas dos neutrinos [57]. Entretanto, se escolhermos como nosso núcleo pai um que não decaia pela emissão de partículas α ou por uma única partícula β , e esperarmos tempo suficiente, talvez possamos observar o seu decaimento por meio do $0\nu\beta\beta$.

Sob a hipótese de que o decaimento $0\nu\beta\beta$ é gerado somente pela interação eletrofraca de corrente carregada via a troca de três neutrinos de Majorana ($m_j \leq 1eV$), temos que a amplitude $\mathcal{A}(0\nu\beta\beta)$ depende da massa e dos parâmetros de mistura dos neutrinos fatorados na massa efetiva de Majorana $\langle m \rangle$:

$$\mathcal{A}(0\nu\beta\beta) \sim \langle m \rangle \mathcal{M} \quad (8.3)$$

onde \mathcal{M} é o elemento de matriz da amplitude e $|\langle m \rangle|$ é dado por:

$$|\langle m \rangle| = m_1|U_{e1}| + m_2|U_{e2}|e^{i\phi_2} + m_3|U_{e3}|e^{i\phi_3}. \quad (8.4)$$

A Eq.(8.3) indica a amplitude de probabilidade da observação do $0\nu\beta\beta$ de um dado núcleo e a medida da correspondente vida média permitiria a determinação de $\langle m \rangle$ somente se \mathcal{M} for conhecido com uma incerteza relativamente pequena. Atualmente, existem grandes incertezas no cálculo destas quantidades, elas podem diferir por cerca de uma ordem de magnitude.

8.3 Os Neutrinos Esquizofrênicos

Em resumo não sabemos a verdadeira natureza da massa do neutrino, isto é, se ele é a sua própria anti-partícula (tipo Majorana) ou não (tipo de Dirac). Ao contrário dos quarks e léptons carregados, ambas as possibilidades são permitidas para os neutrinos, uma vez que são eletricamente neutros.

O que nós sabemos é que quando um neutrino viaja no espaço livre, que seja, do sol até a terra ou do reator até o detector, ele viaja como autoestado de massa,

que por sua vez são combinações lineares dos autoestados de sabor, e que este é o fenômeno responsável pela oscilação.

Em modelos dedicados ao estudo das massas e oscilação dos neutrinos, os neutrinos são sempre considerados partículas de Dirac ou de Majorana. A proposta apresentada por Rouzbeh Allahverdi *at all* em agosto de 2010 [58] é que cada autoestado de sabor será uma mistura de ambas as massas (de Dirac e Majorana), e nomeou estes neutrinos de neutrinos esquizofrênicos.

Existe na literatura o chamado neutrino pseudo-Dirac [59]. Ele possui uma quantidade muito pequena da massa de Majorana para cada sabor de neutrinos que tem massa tipo Dirac. A contribuição da massa de majorana é da ordem de 10^{-10}eV , para que seja coerente com as observações atuais dos neutrinos solares [60]. A presente proposta difere dos casos normais de neutrinos pseudo-Dirac discutidos na literatura, uma vez que a mistura proveniente da parte de Majorana é desprezível quando comparada com as contribuições da massa de Dirac.

8.3.1 Implementando os neutrinos esquizofrênicos:

As considerações básicas para o modelo proposto por Rouzbeh Allahverdi *at all* em agosto de 2010 [58] são as seguintes:

- O grupo de gauge estendido responsável pela massa dos neutrinos consiste em uma simetria local $B - L$, que exige a existência de três neutrinos de mão direita para cancelamento da anomalia.
- Um dos neutrinos de mão direita (cujo superparceiro é o inflaton) se acopla com uma combinação linear de todos os sabores de neutrinos com um acoplamento de Yukawa da ordem de 10^{-12} para obtermos uma massa de Dirac sem a necessidade do mecanismo see-saw, enquanto as combinações ortogonais têm suas massas geradas pelo mecanismo see-saw convencional.
- Os três dubletos leptônicos do MP transformam-se um no outro sob uma simetria de sabor discreta, S_3 .

Como dito no resumo do artigo[58] a principal motivação vem de uma tentativa de usar modelos supersimétricos com see-saw amarrados a inflação, a assimetria da matéria barionica do universo e matéria escura ao setor dos neutrinos. A idéia, porém, mantém-se por si só podendo ser aplicada a modelos com ou sem supersimetria, é o que diz o resumo do artigo de Rouzbeh Allahverdi *at all*.

Como vimos no problema dos sabores justificar um constante de acoplamento de Yukawa de 10^{-12} é muito complicado, mesmo usando considerações cosmológicas, como apresentamos ao longo deste trabalho.

A nossa proposta é implementar o esquema dos neutrinos esquizofrênicos de um modo um pouco mais natural que o apresentado por Rouzbeh Allahverdi *at all* [58], ou seja, teremos massas de Dirac sem que as constantes de acoplamento

de Yukawa sejam tão pequenas, mostraremos também que este esquema funciona muito bem para modelos não supersimétricos e ainda, obtemos correções radioativas para a matriz Tribimaxima que não altera este esquema. [62]. Para tanto vamos considerar o seguinte:

- O grupo de gauge estendido responsável pela massa dos neutrinos consiste em uma simetria local B - L simetria, que exige a existência de três neutrinos de mão direita para cancelamento anomalia. [61]
- O setor dos neutrinos possuem o seu próprio setor escalar, portanto tanto as massas do neutrino de Dirac, quanto as massas dos neutrinos de majorana, podem ser obtidas sem ajustes finos (Fine-tuning).
- Os três dubletos leptônicos do MP transformam-se um no outro sob uma simetria de sabor discreta, S_3 .

O Modelo proposto em [61] assume: a) que os neutrinos de mão esquerda são os únicos férmions ativos neutros, b) que $B - L$ é uma simetria gauge, e c) que a atribuição de L é restrita a números inteiros, o cancelamento de anomalias implica que pelo menos três neutrinos com a mão direita devem ser adicionados ao conteúdo, representação mínima do modelo eletrofraco padrão. Neste contexto, dois tipos de modelos surgem: i) o usual, onde cada um dos três neutrinos direitos são idênticos tem o número leptônico total $L = 1$, ii) e o outro em que dois dos neutrinos direitos carregam $L = 4$, enquanto o terceiro carrega $L = -5$ [61].

Vamos trabalhar com o modelo de neutrinos exóticos ii) para implementar o mecanismo de neutrinos esquizofrênicos, pelo simples fato de que a versão exótica, prevê que os neutrinos têm seu próprio setor escalar, deste modo os VEV's relacionados a eles não precisam ser necessariamente grandes, evitando assim a hierarquia no acoplamento de Yukawa.

A simetria do modelo em questão é $SU(2)_L \otimes U(1)_{Y'} \otimes U(1)_{B-L}$, vamos considerar somente o setor leptônico e escalar deste modelo, ou seja, as três famílias dos léptons, a saber, os dubletos de mão esquerda representados por L_e, L_μ e L_τ , as componentes singletos de mão direita e_R, μ_R e τ_R , os três neutrinos de mão direita, e mais os campos escalares dubletos ou singletos de $SU(2)_L$. Resumidos na Tabela 8.1.

O operador de carga para este modelo é:

$$\frac{Q}{e} = I_3 + \frac{1}{2} [Y' + (B - L)] \quad (8.5)$$

Vamos introduzir ao modelo duas simetrias discretas S_3 [63] e Z_3 , e assim como em[58], definimos que os dubletos de mão esquerda de $SU(2)_L$ foram um tripleto de S_3 : ($\mathbf{3} = L_e, L_\mu, L_\tau$), esta representação é redutível, uma vez que

	I_3	I	Y'	$B - L$	Y
ν_{aL}	1/2	1/2	0	-1	-1
l_{aL}	-1/2	1/2	0	-1	-1
e_{aR}	0	0	-1	-1	-2
$n_{(e,\tau)R}$	0	0	4	-4	0
$n_{\mu R}$	0	0	-5	5	0
Φ_{SM}	1/2	1/2	0	0	+1
Φ_1	1/2	1/2	5	-6	-1
Φ_2	1/2	1/2	-4	3	-1
$\phi_{1,2}$	0	0	-4	4	0
ϕ_3	0	0	-8	8	0

Tabela 8.1: Números quânticos dos léptons e escalares.

$\mathbf{3} = \mathbf{2}_L + \mathbf{1}_L$. Deste modo podemos definir no setor leptônico [?]

$$\begin{aligned}
\mathbf{1}_L &\equiv L_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(L_e + L_\mu + L_\tau) \\
\mathbf{2}_L &\equiv D_L = (L_1, L_3) = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}(2L_e - L_\mu - L_\tau), \frac{1}{\sqrt{2}}(L_\mu - L_\tau) \right), \\
\mathbf{1}_{\mu R} &\equiv n_{\mu R}, \quad \mathbf{2}_{e\tau R} \equiv N_R = (n_{eR}, n_{\tau R}).
\end{aligned} \tag{8.6}$$

No setor escalar temos o dubleto de Higgs que acopla com os quarks, representado por Φ_{SM} com hipercarga $Y = +1$ o que implica que $\Phi_i = (\varphi_{SM}^+, \varphi_{SM}^0)^T$, e dois outros dubletos de Higgs com hipercarga $Y = -1$, isto é, $\Phi_i = (\varphi_i^0, \varphi_i^-)^T$ estes três dubletos de $SU(2)_L$ são singletos de S_3 . E três singletos de $SU(2)_L$ ($Y = 0$), que formam um dubleto de S_3 , $\Delta = (\phi_1, \phi_2)$ e um singlete de ϕ_3 .

Vamos impor, também a simetria Z_3 sob a qual $L_2, \Phi_1, n_{\mu R}$, e Δ se transformam como ω e, D_L, N_R, Φ_2 e ϕ_3 transformam como ω^2 , os demais campos do modelos se transformam trivialmente sob Z_3 . Com isso obtemos a Lagrangeana de Yukawa para os neutrinos:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^\nu &= h_1 \bar{L}_2 \Phi_1 n_{\mu R} + y_1 [\bar{D}_L \otimes N_R]_1 \Phi_2 + \frac{y_2}{\Lambda} [(\overline{N_R})^c \otimes \Delta]_1 [N_R \otimes \Delta]_1 \\
&+ y_3 \phi_3 [(\overline{N_R})^c \otimes N_R]_1 + H.c.
\end{aligned} \tag{8.7}$$

A matriz de massa de Majorana para os neutrinos de mão direita pesados surge das interações de Yukawa desses neutrinos com os singletos, $(y_2/\Lambda)[(\overline{N_R})^c \otimes \Delta]_1 [N_R \otimes \Delta]_1 + y_3 \phi_3 [(\overline{N_R})^c \otimes N_R]_1$, na base n_{eR} e $n_{\tau R}$ temos

$$M_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} y_2 u_1 & y_3 u_3 \\ y_1 u_3 & y_2 u_2 \end{pmatrix}, \tag{8.8}$$

onde o VEV dos escalares é representado por $\langle \phi_{1,2,3} \rangle = u_{1,2,3}/\sqrt{2}$. Devido a uma simetria residual S_2 , como veremos na análise do potencial, obtemos $u_1 = u_2 \equiv u$ (see ref. [62]), o que implica que as massas dos neutrinos pesados são dadas por: $m_{1R} = y_2 u - y_3 u_3$ and $m_{2R} = y_2 u + y_3 u_3$, e a matriz que diagonaliza a matriz de massa é máxima, ou seja, $\cos \theta = 1/\sqrt{2}$.

Impomos que $y_1 v_2 \ll y_2 u_{1,2}/\Lambda \ll y_3 u_3$ o que implica que as massa de majorana são dominantes no setor $(n_{eR}, n_{\tau R})$ (sendo que $\langle \varphi_{1,2}^0 \rangle = v_{1,2}/\sqrt{2}$, $\langle \phi_{1,2,3} \rangle = u_{1,2,3}/\sqrt{2}$). Isso significa que a maior contribuição para as massas de n_{eR} e $n_{\tau R}$ surge das interações y_3 mas eles possuem uma massa não degenerada devido as interações, em y_2 . Sobre essas condições as interações são proporcionais a y_1 e são relevante somente para o vértice $D_L N_R \Phi_2$.

Após integrarmos sobre n_{eR} e $n_{\tau R}$ obtemos a lagrangeana efetiva das interações: [64]

$$-\mathcal{L}_{\text{yukawa}}^{\text{eff}} = h_1 \bar{L}_2 \Phi_1 n_{\mu R} + \frac{h_2^2}{m_{n_e}} (L_1 \Phi_2)^2 + \frac{h_3^2}{m_{n_\tau}} (L_3 \Phi_2)^2 + H.c., \quad (8.9)$$

em que os ângulos de mistura do setor $(n_{eR}, n_{\tau R})$ foram absorvidos por h_2 and h_3 . Esta lagrangeana está na base dos autoestados de massa, e podemos observar que, ν_2 , tem, à nível de árvore massa de Dirac dada por $m^D = h_1 v_1$, e os neutrinos de Majorana possuem massas iguais a $m_1 = h_2^2 v_2^2 / m_{n_e}$ e $m_3 = h_3^2 v_2^2 / m_{n_\tau}$. E aqui está o significado dos neutrinos esquizofrênicos, os neutrinos de sabor serão uma combinação de um autoestado de Dirac ν_2 e dois autoestados de Majorana ν_1 e ν_3 .

Para entendermos melhor isso, vamos obter a matriz de massa da lagrangeana efetiva na base $N'_L = (\nu_e \nu_\mu \nu_\tau n_\mu^c)_L^T$ e $(N'^c)_R = (\nu_e^c \nu_\mu^c \nu_\tau^c n_\mu)_R$:

$$M^{0\nu} = m_1 \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{m_D}{\sqrt{3}m_1} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{6} + \frac{m_3}{2m_1} & \frac{1}{6} - \frac{m_3}{2m_1} & \frac{m_D}{\sqrt{3}m_1} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{6} - \frac{m_3}{2m_1} & \frac{1}{6} + \frac{m_3}{2m_1} & \frac{m_D}{\sqrt{3}m_1} \\ \frac{m_D}{\sqrt{3}m_1} & \frac{m_D}{\sqrt{3}m_1} & \frac{m_D}{\sqrt{3}m_1} & 0 \end{pmatrix}. \quad (8.10)$$

Os autovalores da matriz de massa são (8.10), representados por m_1, m_2, m_3, m_4 , definidos como:

$$m_1 = \frac{h_2^2 v_2^2}{m_{n_e}}, \quad m_2 = m_4 \equiv m_D = \frac{h_1 v_1}{\sqrt{3}}, \quad m_3 = \frac{h_3^2 v_2^2}{m_{n_\tau}}, \quad (8.11)$$

com eles obtemos:

$$\Delta m_{21}^2 = m_D^2 - m_1^2 = \frac{h_1^2}{3} v_1^2 - h_2^4 \frac{v_2^4}{m_{n_e}^2}, \quad (8.12)$$

$$\Delta m_{31}^2 = m_1^2 - m_3^2 = \left(\frac{h_2^4}{m_{n_e}^2} - \frac{h_3^4}{m_{n_\tau}^2} \right) v_2^4,$$

Experimentalmente, $\Delta m_{21}^2 = (7.59 \pm 0.20) \times 10^{-5} \text{ eV}^2$, $\Delta m_{31}^2 = (2.43 \pm 0.13) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$. Estes valores são obtidos quando $h_1 = 0.0045$, $h_2 = 0.07$, $h_3 = 0.025$, $v_1 = 1.9155$, $v_2 = 10^6$, e $m_{n_e} = m_{n_\tau} = 10^{11}$ (todos os parâmetros com dimensão de massa estão em eV). Os valores numéricos para as massas são $m_D = 0.0505$, $m_1 = 0.0498$, and $m_3 = 0.0062$.

A matriz de massa é diagonalizada por $V^T M V = M_{diag}$, em que:

$$V = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & 1/\sqrt{6} & 0 & -1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (8.13)$$

a relação entre os autoestados de massa $N_L = (\nu_1 \nu_2 \nu_3 \nu_4)_L$ com os autoestados de sabor N' é $N_L = V N'_L$. Os campos de Majorana são $\nu_1^M = \nu_{1L} + (\nu_{1L})^c$ e $\nu_3^M = \nu_{3L} + (\nu_{3L})^c$ com massas m_1 , m_3 , e os outros dois campos de Majorana $\nu_2^M = \nu_{2L} + (\nu_{2L})^c$, e $\nu_4^M = i(\nu_{4L} + (\nu_{4L})^c)$ formam um campo (pseudo) Dirac, $\nu_D = \nu_2^M + i\nu_4^M$, com massa de Dirac dada por m_D . Definimos $\sqrt{2}\nu_{DL} = \nu_{2L} - i\nu_{4L} \equiv (n_\mu)_L^c$ e $\sqrt{2}(\nu_D^c)_R = (\nu_2)_R^c + i(\nu_4)_R^c \equiv n_{\mu R}$. E a matriz de mistura que governa as interações dos autoestados de sabor é a Matriz Tribimaxima. Como veremos a seguir:

$$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \\ \eta_{\mu R}^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & 1/\sqrt{6} & 0 & -1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \\ \nu_{3L} \\ i\nu_{4L} \end{pmatrix}, \quad (8.14)$$

$$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \\ \eta_{\mu R}^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}}\nu_{1L} + 1/\sqrt{6}(\nu_{2L} - i\nu_{4L}) \\ -\sqrt{\frac{1}{6}}\nu_{1L} - 1/\sqrt{2}(\nu_{3L}) + 1/\sqrt{6}(\nu_{2L} - i\nu_{4L}) \\ -\sqrt{\frac{1}{6}}\nu_{1L} + 1/\sqrt{2}(\nu_{3L}) + 1/\sqrt{6}(\nu_{2L} - i\nu_{4L}) \\ +1/\sqrt{2}(\nu_{2L} + i\nu_{4L}) \end{pmatrix}, \quad (8.15)$$

no entanto, como definido acima $\nu_{DL} = 1/\sqrt{2}(\nu_{2L} - i\nu_{4L})$

$$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \\ \eta_{\mu R}^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}}\nu_{1L} + 1/\sqrt{3}\nu_{DL} \\ -\sqrt{\frac{1}{6}}\nu_{1L} - 1/\sqrt{2}(\nu_{3L}) + 1/\sqrt{3}\nu_{DL} \\ -\sqrt{\frac{1}{6}}\nu_{1L} + 1/\sqrt{2}(\nu_{3L}) + 1/\sqrt{3}\nu_{DL} \\ +\nu_{DR}^c \end{pmatrix}, \quad (8.16)$$

que portanto é o mesmo que escrever:

$$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \\ \eta_{\mu R}^c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{DL} \\ \nu_{3L} \\ \nu_{DR}^c \end{pmatrix}, \quad (8.17)$$

Uma vez que ν_{DR}^c não participa das correntes neutras a matriz de mistura que rege as interações é a matriz tribimaxima. A matriz de massa de Majorana gerada pela lagrangeana efetiva (8.9) na base $(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$ é:

$$M_M^\nu = \frac{h_2^2 v_2^2}{m_{n_e}} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{6} + \frac{h_3^2 m_{n_e}}{h_2^2 2m_{n_\tau}} & \frac{1}{6} - \frac{h_3^2 m_{n_e}}{h_2^2 2m_{n_\tau}} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{6} - \frac{h_3^2 m_{n_e}}{h_2^2 2m_{n_\tau}} & \frac{1}{6} + \frac{h_3^2 m_{n_e}}{h_2^2 2m_{n_\tau}} \end{pmatrix}, \quad (8.18)$$

Essa matriz é diagonalizada pela matriz Tribimaxima e tem como autovalores $m_1^M = h_2^2 v_2^2 / m_{n_e}$, $m_2^M = 0$, and $m_3^M = h_3^2 v_2^2 / m_{n_\tau}$. Sendo os autoestados de massa neste caso apenas $(\nu_{1L} \nu_{DL} \nu_{3L})^T$. No entanto, a matriz de mistura tribimaxima tem que ser considerada a primeira aproximação para a matriz PMNS, que é mais realística Ref. [24], o que significa que devemos obter, por meio de correções quânticas, um ângulo $\sin \theta_{13} = 0.009_{-0.007}^{+0.013}$ [65].

Vamos considerar somente correções quânticas para a matriz de massa de majorana na Eq. (8.18). A matriz de massa completa, que inclui correções radioativas é definida como:

$$M_M^\nu = M_M^{0\nu} + \Delta M_M^\nu. \quad (8.19)$$

Para calcularmos as correções de massa ΔM_M^ν temos que considerar as interações do setor leptônico. Da Eq. (??) as interações dos léptons com os escalares são:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{CC}^{\nu\phi} &= \frac{m_D}{v_1} (\bar{e}_L + \bar{\mu}_L + \bar{\tau}_L) (\nu_D^c)_R \phi_1^+ - \left[\frac{1}{\sqrt{6}} \frac{m_1}{v_2^2} [2(\bar{e}^c)_R + (\bar{\mu}^c)_R + (\bar{\tau}^c)_R] \nu_{1L} \right. \\ &- \left. \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{m_3}{v_2^2} [(\bar{\mu}^c)_R - (\bar{\tau}^c)_R] \nu_{3L} \right] \frac{1}{\sqrt{2}} (v_2^* + \text{Re}\phi_2^{0*} + i\text{Im}\phi_2^{0*}) \phi_2^+, \end{aligned} \quad (8.20)$$

em que, $\nu_{(1,3)L}^M = \nu_{(1,3)L}$, $\nu_{2L}^M = \nu_{2L}$, $\nu_{4R}^M = \nu_{4R}$.

O setor dos léptons carregados possui os seus próprios dubletos de Higgs, isto é, adicionamos três escalares com $Y = +1$, representados por $\Phi_e, \Phi_\mu, \Phi_\tau$. Considerando a representação complexa para S_3 determinada pela matriz a seguir (veja apêndice A)

$$U_\omega = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{pmatrix}, \quad (8.21)$$

essay matrix transforma a representação irredutível **1** and **2** para uma representação redutível **3** sem mudar a regra do produto. Nesta base, definimos $\mathbf{3}_L = (L_e, L_\mu, L_\tau)$, $\mathbf{3}_R = (e_R, \mu_R, \tau_R)$ and $\mathbf{3}_S = (\Phi_e, \Phi_\mu, \Phi_\tau)$. Os invariantes do produto direto de três tripletos de S_3 , (x_i, y_i, z_i) , $i = 1, 2, 3$, são: $x_1 y_1 z_1 + x_2 y_2 z_2 + x_3 y_3 z_3$, $x_1 y_2 z_3 + x_1 y_3 z_2$, $x_2 y_1 z_3 + x_3 y_1 z_2$, and $x_2 y_3 z_1 + x_3 y_2 z_1$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l = & G[\bar{L}_e \Phi_e e_R + \bar{L}_\mu \Phi_\mu \mu_R + \bar{L}_\tau \Phi_\tau \tau_R] + H(\bar{L}_e \mu_R \Phi_\tau + \bar{L}_e \tau_R \Phi_\mu) \\ & + F(\bar{L}_\mu e_R \Phi_\tau + \bar{L}_\tau e_R \Phi_\mu) + I(\bar{L}_\mu \tau_R \Phi_e + \bar{L}_\tau \mu_R \Phi_e) + H.c. \end{aligned} \quad (8.22)$$

a matriz de massa é dada por (onde $\langle \varphi_l^0 \rangle = v_l$)

$$M_l = \begin{pmatrix} Gv_e & Hv_\tau & Hv_\mu \\ Fv_\tau & Gv_\mu & Iv_e \\ Fv_\mu & Iv_e & Gv_\tau \end{pmatrix}. \quad (8.23)$$

Assumindo $H, F, I \ll G$ a matriz de massa (8.23) é quase diagonal. Só por uma questão de completeza mostramos que essa consideração é válida numericamente, usando (parâmetros dimensionais em MeV): $v_e = 11.9$, $v_\mu = 2069$, $v_\tau = 35536$, $G = 0.05$ e $H = 6 \times 10^{-4}$, $F = I = 10^{-5}$ obtemos $m_e = 0.510998$, $m_\mu = 105.6225$ and $m_\tau = 1776.8$.

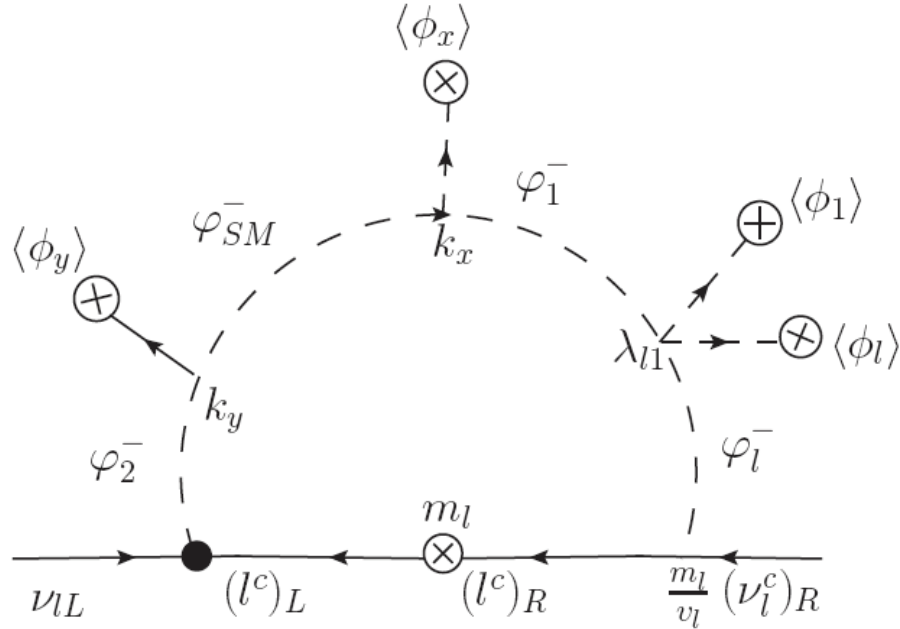


Figura 8.1: Contribuição para a massa de Majorana na base dos sabores induzidas pelos escalares carregados. O símbolo \bullet no vértice representa as interações na Eq. (8.20).

Com as interações definidas em Eqs. (8.20), (8.22) e (8.31), nós obtemos diagramas como na Fig.8.1. Este diagrama proporciona correções radioativas para as massas de majorana dos neutrinos ativos dadas por $(\nu_{aL})^c \nu_{bL}$ e correções de Dirac para o termo ${}_{aL} n_{\mu R}$. A Matriz de massa das correções é dada por:

$$\Delta M_M^\nu = \frac{G m_1}{\sqrt{2} v_2} \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} m_e I_e & \frac{1}{6} m_e I_e & \frac{1}{6} m_e I_e & \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{v_2 m_D}{m_1 v_1} m_e I'_e \\ \frac{1}{6} m_\mu I_\mu & (\frac{1}{6} + \frac{m_3}{2m_1}) m_\mu I_\mu & (\frac{1}{6} - \frac{m_3}{2m_1}) m_\mu I_\mu & \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{v_2 m_D}{m_1 v_1} m_\mu I'_\mu \\ \frac{1}{6} m_\tau I_\tau & (\frac{1}{6} - \frac{m_3}{2m_1}) m_\tau I_\tau & (\frac{1}{6} + \frac{m_3}{2m_1}) m_\tau I_\tau & \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{v_2 m_D}{m_1 v_1} m_\tau I'_\tau \\ \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{v_2 m_D}{m_1 v_1} m_e I'_e & \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{v_2 m_D}{m_1 v_1} m_\mu I'_\mu & \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{v_2 m_D}{m_1 v_1} m_\tau I'_\tau & 0 \end{pmatrix}, \quad (8.24)$$

consideramos $G \approx m_e/v_e \approx m_\mu/v_\mu \approx m_\tau/v_\tau$, e definimos

$$\begin{aligned} I_l &= \frac{1}{8\pi^2} A_l B_l [m_l^2 [1 - \ln(m_l^2/m_{\varphi_2^+}^2)] - m_{\varphi_2^+}^2 + C_l \ln(C_l/m_{\varphi_2^+}^2)], \\ I'_l &= \frac{1}{8\pi^2} A'_l B_l [m_l^2 [1 - \ln(m_l^2/m_{\varphi_2^+}^2)] - m_{\varphi_2^+}^2 + C_l \ln(C_l/m_{\varphi_2^+}^2)] \\ A_l &= \frac{\sqrt{3} \lambda_{1l} k_x k_y \langle \phi_x \rangle \langle \phi_y \rangle v_l v_1}{m_{\varphi_2^+}^6}, \quad B_l = \frac{m_{\varphi_2^+}^6}{2(m_l^2 - m_{\varphi_1^+}^2)(m_l^2 - m_{\varphi_2^+}^2)(m_l^2 - m_{\varphi_1^+}^2)(m_l^2 - m_{\varphi_{SM}^0}^2)} \\ C_l &= m_{\varphi_1^+}^2 + m_{\varphi_2^+}^2 + m_{\varphi_1^+}^2 + m_{\varphi_{SM}^0}^2 - 5m_l^2, \end{aligned} \quad (8.25)$$

sendo $A'_l = A_l(\lambda_{1l} \rightarrow \lambda_{2l}, v_1 \rightarrow v_2)$.

A matrix sue diagonalisa (8.19) não pose mais ser fatorizada como em (??). As correções de Majorana fornecem um carregão para a massa $m_2^M = 0$ e as correções do tipo de Dirac fornecem correções para m_D . A primeira correção, para $m_2^M = 0$, não é muito limitado pelos dados de oscilação, uma vez que não induzir oscilação entre neutrinos ativos e estéreis. No entanto, as correções para a massa Dirac podem induzir oscilação $\nu_{aL} \rightarrow (n_{\mu R})^c$ e esta é sensível aos dados dos neutrinos solares. Aqui assumimos que todas as correções de 1-Loop são menores que 10^{-9} eV [60]. Por exemplo, para a hierarquia invertida: $m_e I_e < 2.8 \times 10^{-2}$, $m_\mu I_\mu, m_\tau I_\tau < 5.5 \times 10^{-2}$ eV; e $m_l I'_l < 6.6 \times 10^{-5}$ eV com isso obtemos correções da ordem de 10^{-9} eV. Além disso, desde que $I_l = \lambda_{1l} v_1 F$ and $I'_l = \lambda_{2l} v_2 F$, sendo F o fator em (8.25) e pelo fato de que $v_1 \ll v_2$, obtemos que $I_l \ll I'_l$ a menos que λ_{2l} seja menor que λ_{1l} , o que não é natural. Assim, a matriz em (8.19) é praticamente a mesma que em (8.10) e o neutrino, chamado de ν_D continua sendo um férmion de Dirac, isto é, a fatorização em (??) é valida e a matriz de mistura V_{PMNS} ainda é dada por (??). No entanto, isso significa que, neste caso, não é possível para ajustar o valor recentes para o $\sin \theta_{13}$, $0.03(0.04) < \sin^2 2\theta_{13} < 0.28(0.34)$, para $\delta = 0$ (fase de violação de CP) [66] que implica $0.087(0.100) < \sin \theta_{13} < 0.275(0.306)$ para a hierarquia normal (invertida) [67].

Portanto, a matrix PMNS sue acomoda $0.087(0.100) < \sin \theta_{13} < 0.275(0.306)$ deve ser obtida levando em consideração a matriz de mistura do setor do léptons

carregados, isto é, $V_{PMNS} = U_L^\dagger U_{TB}$ sendo U_L^l a matriz unitária que diagonaliza $M^{\dagger}M^l$ em quem M_l , é a matriz de massa dada em (8.23), obtemos assim:

$$U_L^l = \begin{pmatrix} -0.9794 & 0.2019 & 0.0007 \\ -0.2019 & -0.9794 & 0.0001 \\ 0.0007 & 5.6 \times 10^{-7} & 0.9999 \end{pmatrix}, \quad (8.26)$$

Somos capazes de fitar os dados de T2K [66].

$$|V_{PMNS}| \approx \begin{pmatrix} 0.87 & 0.68 & 0.14 \\ 0.22 & 0.45 & 0.69 \\ 0.40 & 0.58 & 0.71 \end{pmatrix}. \quad (8.27)$$

Nos falta analisar o potencial de modo a provar que os valores pequenos dos VEVs não implicam necessariamente em escalares leves. Com os escalares da Tabela 8.1, o potencial escalar invariante sobre a simetria de gauge do modelo mais a simetria $S_3 \otimes Z_3$ é:

$$\begin{aligned} V_{B-L} = & \mu_{SM}^2 |\Phi_{SM}|^2 + \mu_1^2 |\Phi_1|^2 + \mu_2^2 |\Phi_2|^2 + \mu_3^2 [\Delta^* \Delta]_1 + \mu_4^2 |\phi_3|^2 \\ & + \mu_x^2 |\phi_x|^2 + \mu_y^2 |\phi_y|^2 + \lambda_x |\phi_x|^4 + \lambda_y |\phi_y|^4 + \lambda_{SM} (\Phi_{SM}^\dagger \Phi_{SM})^2 \\ & + \lambda_1 (\Phi_1^\dagger \Phi_1)^2 + \lambda_2 (\Phi_2^\dagger \Phi_2)^2 + \lambda_3 |\Phi_1|^2 |\Phi_2|^2 + \lambda_4 |\Phi_{SM}|^2 |\Phi_1|^2 + \lambda_5 |\Phi_{SM}|^2 |\Phi_2|^2 \\ & + \lambda_6 (\Phi_1^\dagger \Phi_2) (\Phi_2^\dagger \Phi_1) + \lambda_7 (\Phi_1^\dagger \Phi_{SM}) (\Phi_{SM}^\dagger \Phi_1) + \lambda_8 (\Phi_2^\dagger \Phi_{SM}) (\Phi_{SM}^\dagger \Phi_2) + \lambda_9 ([\Delta^* \Delta]_1)^2 \\ & + \lambda_{10} [[\Delta^* \Delta]_{1'} [\Delta^* \Delta]_{1'}]_1 + \lambda_{11} |\phi_3|^4 + \lambda_{12} |\Phi_{SM}|^2 [\Delta^* \Delta]_1 + \lambda_{13} |\Phi_{SM}|^2 |\phi_3|^2 \\ & + \lambda_{14} |\Phi_1|^2 [\Delta^* \Delta]_1 + \lambda_{15} |\Phi_2|^2 [\Delta^* \Delta]_1 + \lambda_{16} |\Phi_1|^2 |\phi_3|^2 + \lambda_{17} |\Phi_2|^2 |\phi_3|^2 + \lambda_{18} [\Delta^* \Delta]_1 |\phi_3|^2 \\ & + (\lambda_{xy} \Phi_1^\dagger \Phi_2 \phi_x \phi_y + \kappa [\Delta \Delta]_1 \phi_3^* + \kappa_x \Phi_1^T \epsilon \Phi_{SM} \phi_x + \kappa_y \Phi_2^T \epsilon \Phi_{SM} \phi_y + H.c.), \end{aligned} \quad (8.28)$$

em que devemos que considerar que: $\mathbf{2} \otimes \mathbf{2} = \mathbf{1} + \mathbf{1}' + \mathbf{2}$, $\mathbf{1}' \otimes \mathbf{1}' = \mathbf{1}$ [37]. O portêncial de Higgs acima sem os singletos $\phi_{x,y}$, possui três simetrias $U(1)$ globais extras. Se essas simetrias não forem extendidas para as interações de Yukawa teremos três bósons pseudo-Goldstone bosons adicionais. O modelos[61], no qual este modelo é baseado tem duas simetrias adicionais $U(1)$ globais. E neste caso elas foram eliminadas pela introdução de um singleto adicional. Portanto, justificamos aqui a introdução dos dois singletos extras, ϕ_x e ϕ_y , que não acoplam com os férmions como vimos.

As condições $\left. \frac{\partial V_{B-L}}{\partial \phi_i} \right|_{\phi_i=V_i} = 0$, $\phi_i = V_i/\sqrt{2}$, $V_i = v_{SM}, v_{1,2}, u_{1,2,3}, v_\nu, v_y$ implicam

$$\begin{aligned}
v_{SM} [2\mu_{SM}^2 + 2\lambda_{SM}v_{SM}^2 + \lambda_7v_1^2 + \lambda_8v_2^2 + \lambda_{12}(u_1^2 + u_2^2) + \lambda_{13}u_3^2] + \kappa_x v_1 v_x + \kappa_2 v_2 v_y &= 0, \quad (8.29) \\
v_1 [2\mu_1^2 + 2\lambda_1v_1^2 + (\lambda_3 + \lambda_6)v_2^2 + \lambda_7v_{SM}^2 + \lambda_{14}(u_1^2 + u_2^2) + \lambda_{16}u_3^2] + \kappa_x v_{SM} v_x + \lambda_{19}v_2 v_x v_y &= 0, \\
v_2 [2\mu_2^2 + 2\lambda_2v_2^2 + (\lambda_3 + \lambda_6)v_1^2 + \lambda_8v_{SM}^2 + \lambda_{15}(u_1^2 + u_2^2) + \lambda_{17}u_3^2] + \kappa_y v_{SM} v_y + \lambda_{19}v_1 v_x v_y &= 0, \\
u_1 [2\mu_3^2 + 2\lambda_9(u_1^2 + u_2^2) + 2\lambda_{10}(u_1^2 - u_2^2) + \lambda_{12}v_{SM}^2 + \lambda_{14}v_1^2 + \lambda_{15}v_2^2 + \lambda_{18}u_3^2 + \sqrt{2}\kappa u_3] &= 0, \\
u_2 [2\mu_3^2 + 2\lambda_9(u_1^2 + u_2^2) + 2\lambda_{10}(u_1^2 - u_2^2) + \lambda_{12}v_{SM}^2 + \lambda_{14}v_1^2 + \lambda_{15}v_2^2 + \lambda_{18}u_3^2 + \sqrt{2}\kappa u_3] &= 0, \\
u_3 [2\mu_4^2 + 2\lambda_{11}u_3^2 + \lambda_{13}v_{SM}^2 + \lambda_{16}v_1^2 + \lambda_{17}v_2^2 + \lambda_{18}(u_1^2 + u_2^2)] + \sqrt{2}\kappa(u_1^2 + u_2^2) &= 0, \\
v_x [2\mu_x^2 + 2\lambda_x v_x^2 + \kappa_x v_1 v_{SM} + \lambda_{xy} v_1 v_2 v_y] &= 0, \\
v_y [2\mu_y^2 + 2\lambda_y v_y^2 + \kappa_y v_{SM} v_2 + \lambda_{xy} v_1 v_2 v_x] &= 0
\end{aligned}$$

Das Eq.(8.29) vemos que $u_1 = u_2 \equiv u$ (como dito anteriormente uma simetria S_2 sobrevive). Soluções com $\mu_1^2 > 0, \mu_2^2 > 0$ são possíveis. Se $\kappa_{1,2} = 0$ significa que as simetrias do modelo aumentam, o que implica que estes parâmetros devem ser naturalmente menores que a escala eletrofraca, o mesmo para os VEVs $v_{x,y}$, se eles não são os responsáveis pela quebra da simetria $B - L$ (e para a massa do bóson vetorial Z'). Portanto, existem soluções com $\mu_{1,2}^2 \gg |\kappa_x v_x|, |\kappa_y v_y|, v_x v_y$. Então, obtemos $2\lambda_{SM}v_{SM}^2 \approx -2\mu_{SM}^2 - 2\lambda_{12}u^2 - \lambda_{13}u_3^2$, e

$$v_1 \approx \frac{\kappa_x v_x}{2\mu_1^2 + 2\lambda_{14}u^2 + \lambda_{16}u_3^2} v_{SM}, \quad v_2 \approx \frac{\kappa_y v_y}{2\mu_2^2 + 2\lambda_{15}u^2 + \lambda_{17}u_3^2} v_{SM}, \quad (8.30)$$

O que significa que é fácil obtermos soluções para as equações acima que possuam a seguinte hierarquia: $u \sim u_3 \gg v_{SM} \gg v_1 > v_2$, independentemente dos valores das constantes λ s. Portanto, $v_{1,2}$ que aparece nas interações efetivas dos neutrinos (8.9) deve ser menor que as outras e a hierarquia nos acoplamentos de Yukawa aparecem nos valores dos VEVs, que tem seus valores numericamente escondidos no mecanismo de quebra espontânea de simetria. Em relação ao baixo valor dos $v_{1,2}$, os campos neutros respectivos são pesados uma vez que eles têm massas $\sim \mu_{1,2}^2$ vide apêndice B.

Para as correções massivas é necessário considerarmos no potencial as interações não hermitianas [62]:

$$(\lambda_{1l}\Phi_l^\dagger\Phi_1\Phi_1^\dagger\Phi_l + \kappa_x\Phi_1^\dagger\epsilon\Phi_{SM}\phi_x + \kappa_y\Phi_2^\dagger\epsilon\Phi_{SM}\phi_y) + H.c., \quad (8.31)$$

em que $l = e, \mu, \tau$ e $a = x, y$. Notemos também que essas interações não são relevantes, nem para diminuir o número de simetrias globais adicionais $U(1)$, e não contribuem com termos relevantes para a massa dos escalares leves relacionados aos neutrinos.

Portanto, consideramos neste capítulo uma possível solução para o problema dos sabores, neste caso, somente para o setor dos léptons carregados. Mostramos que é possível implementar a nova interpretação para a oscilação de neutrinos,

assim caso não precisamos mais nos preocupar se os neutrinos são partículas de Dirac ou Majorana, eles são os dois. Mostramos ainda, que é possível obtermos correções para o ângulo θ_{13} no cenário de neutrinos esquizofrênicos, sem perdermos esta interpretação.



Considerações Finais:

Como vimos o MP é uma teoria extremamente bem sucedida, pois tem sido confirmado ao longo do tempo, contudo vimos também que existem muitos indícios de física além do MP. Por exemplo, o problema da hierarquia de escalas, no MP a escala eletrofraca é instável sob correções radiativas. Esta instabilidade se manifesta, por exemplo, no fato da massa do bóson de Higgs receber correções radiativas que divergem quadraticamente com a energia. O que significa que o MP não é válido até a escala de Planck, uma vez que nesta escala o valor natural da massa do Higgs seria de 10^{19} GeV, no entanto, o bóson de Higgs tem que ter massa menor que 1 TeV.

Para resolver o problema da Hierarquia existem inúmeras propostas de modelos, tais como:

1) Modelos com dimensões extras: a idéia de dimensões extras teve sua origem quando Theodor Kaluza tentou propor uma teoria para unificar a relatividade e a teoria de Maxwell em 1919, sugerindo que seria necessária uma dimensão além das quatro dimensões em que vivemos. Em linhas gerais, Kaluza reescreveu as equações de Einstein da relatividade geral em cinco dimensões e conseguiu mostrar que estas equações continham a teoria da gravitação e o eletromagnetismo de Maxwell. Em 1926, o matemático Oskar Klein reformulou quanticamente a teoria de Kaluza, e percebeu que o universo poderia também ter dimensões compactadas e muito pequenas, de forma que não podem ser detectadas nas energias em que trabalhamos, podem, somente, ser detectadas em energias da escala de Planck, o que torna a comprovação da teoria um tanto quanto difícil. Atualmente a Teoria de corda, que utiliza de 10 a 11 dimensões, resolve o problema da Hierarquia. Apesar de possuir 6 ou 7 dimensões a mais do que as quatro dimensões em que

vivemos[68].

2) Modelos supersimétricos: descrevem uma simetria do espaço-tempo e dos campos fundamentais, estabelecendo uma relação entre partículas elementares de natureza quântica diferentes, bósons e férmions, unificando as simetrias do espaço-tempo e as simetrias internas das partículas elementares. Os primeiros modelos supersimétricos surgiram no contexto de uma versão preliminar da teoria de cordas e foram propostos por Pierre Ramond, John H. Schwarz e Andre Neveu. A primeira versão supersimétrica do MP foi proposta em 1981 por Howard Georgi e Savas Dimopoulos e é chamada o MP minimamente supersimétrico (MSSM, sigla em inglês).

No MSSM, todas as partículas do MP possuem uma partícula parceira com o mesmo número quântico, mas com número de spin diferindo por $1/2$ de sua parceira, ou seja, as partículas parceiras dos férmions são bósons e vice-versa. Isso significa que o número de partículas em modelos supersimétricos dobra em relação ao MP, as massas para os parceiros supersimétricos das partículas do MP variam entre 100 GeV e 1 TeV. Até o presente momento, não existe nenhuma evidência experimental irrefutável de que a supersimetria é uma simetria da natureza.

3) Existem ainda os modelos de technicolor, que são teorias além do MP que não possuem o campo escalar de Higgs, responsável pela quebra da simetria eletrofraca para a eletromagnética. Esses modelos baseiam-se na dinâmica da QCD para explicar as massas dos bósons W e Z . A interação forte une os quarks em condensados que, espontaneamente, quebram de simetria eletrofraca, essa quebra gera massas para os bósons W e Z , no entanto, essas massas são muito pequenas quando comparadas com as massas observadas. Para corrigir esse fato, a teoria de technicolor usa uma teoria baseada em QCD, mas em uma escala maior de energia. Porém, esses modelos possuem um maior número de campos de férmions que o MP e envolvem um grupo de gauge maior. Este grupo de gauge maior é, espontaneamente, quebrado para o grupo de gauge do MP por condensados de férmions.

Com isso fica evidente que qualquer modelo que tente explicar a física além do modelo padrão não pode ser um modelo sóbrio em seu conteúdo de matéria, simetrias adicionais, ou até mesmo considerando dimensões extras. É óbvio que novos modelos devem acomodar o MP quando em energias menores.

Por que um modelo que tente solucionar o problema dos sabores deve ser modesto quanto a introdução de novos escalares ao conteúdo de matéria do MP?

Até o presente momento não existem evidências experimentais sobre a existência do escalar de Higgs, no entanto, sabe-se que a origem das massas das partículas está relacionada com a quebra da simetria. Se considerarmos a seção de choque do processo $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, as interações entre os elétrons e os W representadas pelos diagramas com troca de neutrinos no canal t , Fig. 9.1, e os diagramas de troca de fóton do canal s , Fig. 9.2, estão presentes em qualquer teoria que possuam um bóson vetorial carregado. Contudo, o MP introduz duas novas contribuições: As correntes neutras, intermediadas pelas trocas do bóson

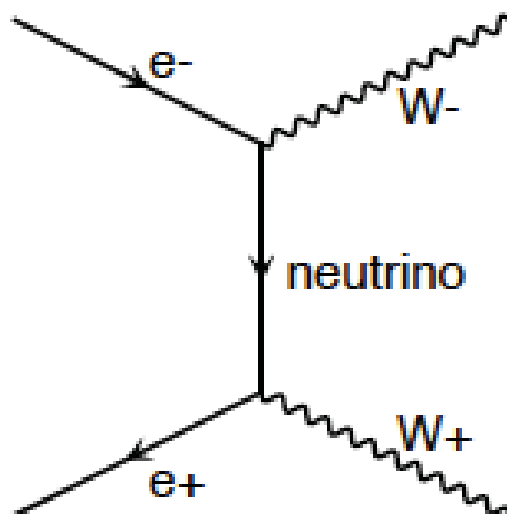


Figura 9.1: Diagrama dos neutrinos no canal t.

vetorial Z^0 , Fig. 9.3, e a troca do bóson de Higgs. A divergência na onda p do diagrama dos neutrinos, que é proporcional a s , é análogo a um encontrado na interação $\nu\bar{\nu} \rightarrow W^+W^-$. Entretanto neste caso ele é cancelado exatamente pela soma das contribuições das interações com o fóton e com o bóson Z . Este cancelamento é uma consequência direta da estrutura de gauge da teoria [50].

Não obstante, a amplitude de espalhamento da onda s é proporcional à $m_f\sqrt{s}^1$, portanto, também é divergente em altas energias. Este termo de divergência é cancelado pelo diagrama de troca de um higgs, Fig. 9.4. Ou seja, a existência de um bóson escalar, que dá origem a uma contribuição e tem um acoplamento proporcional a massa dos férmions é um ingrediente essencial da teoria. Na palavras do Quigg's [51]:

Se o bóson de Higgs não existir, teremos que inventar algo muito próximo a ele.

Portanto, os modelos propostos apresentam uma solução para o problema dos sabores, eles são uma extensão do MP baseada em simetrias discretas e na extensão do setor escalar.

Com o modelo baseado na simetria A_4 foi possível explicar a origem das massas e das misturas dos férmions sem depender das constantes de acoplamento de Yukawa.

No setor dos quarks as matrizes de massa Eqs. (5.4) e (5.5) dependem dos seguintes parâmetros (assumindo todos reais): $h_u, h'_u, h_d, h'_d, v_\zeta, \Lambda$ e 12 VEVs.

¹Veja Eq.3.17 e considere a massa dos férmions definida como $m_i = \sum_j f_{ij}v$.

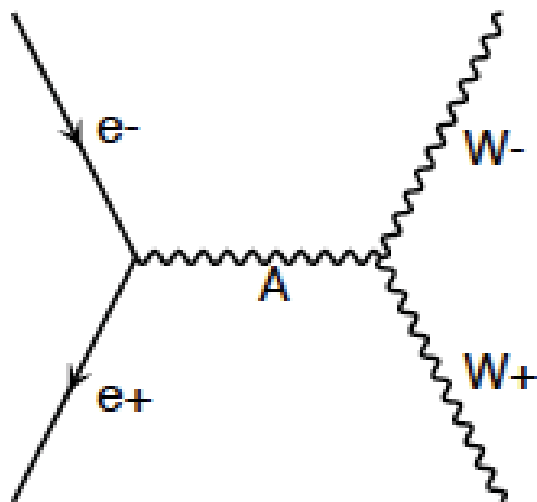


Figura 9.2: Diagrama dos fótons no canal s.

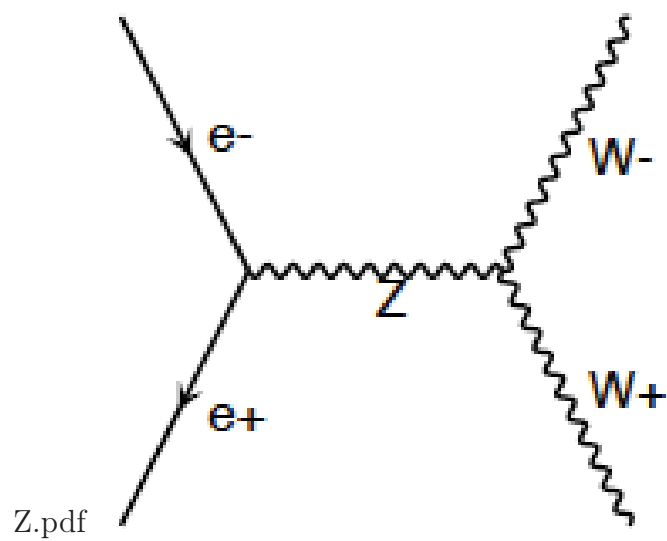


Figura 9.3: Diagrama do Bóson Z.

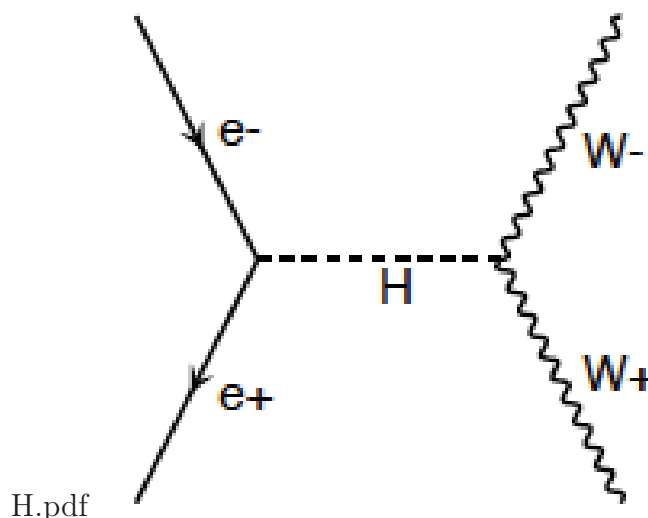


Figura 9.4: Diagrama do Bóson H.

Portanto, existem 18 parâmetros livres que explicam o mesmo número de parâmetros físicos: seis massas e 12 ângulos de mistura pertencentes às quatro matrizes: U_L^u, U_R^u e U_L^d, U_R^d .

Não consideramos as fases de CP, mas $U_{L,R}^{u,d}$ possuem todas as fases permitidas a uma matriz unitária, assumindo que na V_{CKM} , somente uma fase física sobrevive após redefinirmos os campos dos quarks, como usualmente fazemos. Diferentemente do MP não é necessário neste modelo trocar a bases fracas para eliminarmos parâmetros não físicos.

Para que as massas e as matrizes de mistura sejam ajustadas propriamente, alguns VEVs possuem valores inferiores a escala eletrofraca, por exemplo, o caso dos neutrinos que ao manter as constantes de acoplamento da ordem de 1, o que significa que não existe um "fine tuning", porém existem VEVs da ordem de eV. Os ajustes experimentais foram baseados no PDG [9] e deve ser levado em consideração o fato de que $\sum_i v_i^2 \sim (174 \text{ GeV})^2$. O que implica em alguns VEVs tem que ser necessariamente pequenos. Este fato é potencialmente perigoso uma vez que eles podem implicar na existência de escalares neutros ou carregados leves.

Um estudo analítico do potencial escalar para seis dubletos, isto é, dois tripletos de Higgs de A_4 , mostrou-se muito complicado. Porém, considerando que cada setor de carga tem o seu próprio tripleto, analisou-se o setor escalar de cada tripleto.

A análise do potencial escalar com apenas um tripleto apresentou um grave problema, o potencial desta maneira tem dois bósons de Goldstones adicionais (veja Eq. 5.6). A solução para este problema foi a quebra de simetria de modo soft, e foram analisados dois casos. Em um deles não existem escalares leves,

mesmo com VEV's pequenos, no segundo, um dos escalares é leve a nível de árvore. Porém, nesta análise ainda não foram consideradas as correções trilineares que pode elevar as massas destes termos. Algumas considerações gerais que podem tornar a massa do escalar leve maior:

1) O escalar leve H_l , por exemplo, com massa m_l , se acopla com o campo mais pesado H_h , de massa M_h , por $\lambda H_l^2 H_h^2$, e triplamente com este e o singlete ζ , por $f H_h H_l \zeta$. Supondo que não existam cancelamentos inesperados, podemos dizer que a massa do escalar leve ganha correções quânticas, a nível de 1 loop, da ordem de $m_l < M_h/4\pi$ ou $m_l < f/4\pi$ [44].

2) A instabilidade do vácuo determina um limite inferior para a massa dos escalares, este limite é dependente do modelo. No contexto do MP este limite é da ordem de 7 GeV. Este limite inferior depende da massa do quark top $m_t \sim 172$ GeV, e portanto não é possível o modelo comportar escalares leves, no entanto, em modelos multi-Higgs este limite inferior se aplica para o bóson de Higgs mais pesado do modelo [64], portanto, em modelos com escalares muito leves, ainda podem estar consistentes com o presente valor de m_t .

3) Considerando que os escalares leves interagem somente com os neutrinos, interações estas efetivas e não renormalizáveis, portanto suprimidas pelo cut off, Λ que é da ordem de TeV, estas não oferecem contribuições para FCNC.

4) E por último, pelo segundo caso, note que o pseudo escalar físico leve é pesado o suficiente para não ser produzido em conjunto com o seu parceiro real em um decaimento de Z , portanto não existe contribuição para a largura de decaimento invisível de Z .

Estas análises estão sendo consideradas em futuros trabalhos, bem como uma análise numérica do potencial com dois tripletos. Por outro lado os escalares mais leves estão acoplados somente com os neutrinos neste caso as massas dos escalares são (em GeV): m_{a1} e m_{c1} nulas, estes correspondem aos bósons de Goldstone, $m_{s1} \sim m_{c2} \sim m_{a2} \approx 122.5$, $m_{s2} \approx 2 \times 10^{-3}$, and $m_{s3} \sim m_{c3} \sim m_{a3} \approx 450$. Note que H_1^0 , com massa m_{s1} pode ser o escalar neutro do MP, H_{SM} .

Para os outros dubletos, definindo (m_{s1}, m_{s2}, m_{s3}) , obtemos (todos os valores em GeV) (65, 84, 466), (5.7, 25, 302), (116, 244, 5895), (98, 137, 230) para os VEVs de H'' (Φ''), (H'), (Φ'), respectivamente. O tripleto com o escalar mais leve corresponde à Φ'' , no entanto, seu acoplamento com os quarks tipo d são suprimidos por um fator $1/\Lambda$.

Considerando ainda o escalar da ordem de MeV do setor dos neutrinos, este escalar poderia ser descoberto no deslocamento do nível de energia dos átomos muônicos [52]. Se o deslocamento causado pela troca de escalar é inferior ao valor experimental [53] uma massa escalar de ≤ 9 MeV é eliminada [54]. Porém esse limite pode ser evitado no caso de modelos Multi Higgs e uma massa mais pode ser admitida, porque há mistura entre os escalares e a matriz de mistura deve ser considerada, como vimos no capítulo 6 e na ref.[55].

Mostramos que no contexto do MP, onde escalares leves foram amplamente estudados *anzats*, a escala de massa já esta determinada por VEV $v = (G_F/2\sqrt{2})^{1/2}$

mas em modelos multi-Higgs somente a soma dos VEVs ao quadrado é definida, a saber: $(G_F/2\sqrt{2})^{1/2}$. É o caso do modelo apresentado aqui, todos os VEVs são considerados parâmetros livres fixos somente pelas massas dos setores a qual pertencem.

Portanto, para que as constantes de acoplamento sejam da ordem de um, existe um preço alto a se pagar, os VEVs devem ser pequenos, alguns até abaixo da escala eletrofraca. No entanto, como mostrado anteriormente, existe apenas um escalar neutro muito leve no modelo que pode ter sua massa aumentada devido as interações triplas com o singlete da teoria. Por outro lado o Modelo não apresenta problemas com a FCNC.

Isto significa que o presente modelo se ajusta aos dados experimentais de modo aceitável, cabendo aos novos experimentos detectar ou não as novas partículas previstas pelo modelo, neste sentido faz-se necessária uma análise ainda mais detalhada do presente trabalho, como por exemplo, estudar as possíveis possibilidades de observação no LHC, para tanto uma análise mais detalhada do setor escalar faz-se necessária.

Mostramos também que é possível implementar o esquema de neutrinos esquizofrênicos em um modelo que possui neutrinos de mão direita exóticos devido a promoção da simetria $U(1)_{B-L}$ a uma simetria local. Para que as anomalias sejam canceladas uma possibilidade é a introdução de três neutrinos de mão direita, dois deles com carga $B - L = -4$ e o terceiro com carga $B - L = 5$, este caso foi o escolhido pois ele possui um setor escalar próprio, o que significa que não existe hierarquia entre as constantes de acoplamento de Yukawa.

Corrigimos o elemento θ_{13} da matriz de Tribimaxima devido as correções quânticas de 1-Loop para as massas e, mesmo com esta correções o esquema proposto de neutrinos esquizofrênicos se mantém, pois as correções de Majorana para as massas, tanto de Dirac, quanto de Majorana, são desprezíveis. Este esquema tem uma vantagem, ou uma desvantagem: ele pode ser facilmente excluído ou confirmado, se o duplo decaimento beta sem neutrinos for observado, isso ocorre, pois o neutrino autoestado de massa de Dirac não contribui para o decaimento alterando drasticamente o resultado esperado, como podemos ver em[58].

Por fim, o modelo possui contribuições para os decaimentos $l' \rightarrow l + \gamma$, $l' = \tau, \mu, l = \mu, e$, porém uma vez que as taxas de decaimento tem suas larguras proporcionais à δ_ν^2 sendo, $\delta_\nu = U_i U_{li} m_i^2 / M^2$, em que, m_i é a massa dos neutrinos e M a massa dos bósons vetoriais carregados ou bósons escalares [23]. Sabemos que para neutrinos leves existe contribuição dos bósons do MP e elas são suprimidas pelos valores das massas dos neutrinos. Por sua vez os neutrinos pesados deste modelo são quase degenerados, pelo fato de impormos que $y_1 v_2 \ll y_2 u_{1,2} / \Lambda \ll y_3 u_3$ para que a massa de Majorana do setor $(n_{eR}, n_{\tau R})$ seja dominante, obtemos que $\delta_{\nu R} = (y_1^2 / 4) [(m_{2R}^2 - m_{1R}^2)^2 / M^4]$ que pode ser desprezada pelo fato de que $m_{2R}^2 - m_{1R}^2 = 4y_2 u y_3 u_3 \ll M^2$. Portanto o processo $l' \rightarrow l \gamma$ é suprimido para valores razoáveis das massas $m_{(1,2)R}$ e M , independentemente do valor de y_1 . Por outro lado, o modelo não possui contribuições a nível de

árvore para decaimentos leptônicos puros $l \rightarrow l' \bar{l}''$ uma vez que ele não possui FCNC, pelo fato da matriz de massa dos léptons carregados ser diagonal e que cada massa dos léptons carregados ser definida por VEV próprio.

Em resumo, propusemos dois modelos baseados em simetrias discretas e na introdução de muitos bósons de Higgs, dois para cada partícula, que são capazes de explicar o problema dos sabores baseando-se na quebra espontânea de simetria como a dinâmica que o rege. Estes modelos apresentaram, no caso do modelo com A_4 novas texturas para as matrizes de massa, no caso dos neutrinos esquizofrênicos, uma nova interpretação sobre a natureza dos neutrinos.



Simetrias Discretas

Este apêndice é baseado completamente na ref.[37] e nas referências lá encontradas.

Sendo \mathbf{E} um conjunto de elementos $\{a, b, c, d, \dots\}$, consideremos \mathbf{A} e \mathbf{B} subconjuntos de \mathbf{E} , dizemos que \mathbf{A} está contido em \mathbf{B} ($\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$) quando todo elemento que pertence a \mathbf{A} também pertence a \mathbf{B} . Se existir, pelo menos, um elemento em \mathbf{B} que não pertence a \mathbf{A} podemos dizer que \mathbf{A} está contido propriamente em \mathbf{B} ($\mathbf{A} \subset \mathbf{B}$). Portanto, \mathbf{A} e \mathbf{B} são iguais se e somente se ($\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$) e ($\mathbf{B} \subseteq \mathbf{A}$).

Considerando ainda \mathbf{A} e \mathbf{B} subconjuntos de \mathbf{E} , o conjunto dos elementos de \mathbf{E} que pertencem a \mathbf{A} ou \mathbf{B} é chamado união de \mathbf{A} com \mathbf{B} , $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$, isto é:

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \{x \in \mathbf{E} / x \in \mathbf{A} \text{ ou } x \in \mathbf{B}\} \quad (\text{A.1})$$

Analogamente, pode-se definir intersecção de \mathbf{A} com \mathbf{B} , $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$.

$$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \{x \in \mathbf{E} / x \in \mathbf{A} \text{ e } x \in \mathbf{B}\} \quad (\text{A.2})$$

Se $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$ é vazio (\emptyset) eles não possuem elementos em comum, o que nos fornece dois sub-conjuntos de \mathbf{E} disjuntos.

Considerando \mathbf{A} e \mathbf{B} dois conjuntos, pode-se definir uma relação f entre eles, que corresponde a uma lei que associa cada elemento $a \in \mathbf{A}$ um a um só elemento $b = f(a) \in \mathbf{B}$. O elemento $b = f(a)$ é chamado imagem de a pela relação f .

Se \mathbf{X} é um subconjunto qualquer de \mathbf{A} definimos uma relação f de \mathbf{A} em \mathbf{B} , tal que:

$$f(x) = \{y \in \mathbf{B} / \exists x \in \mathbf{A} \rightarrow f(x) = y\} \quad (\text{A.3})$$

consequências:

1. f é dita biunívoca quando elementos distintos de \mathbf{A} tem imagens distintas.
2. Se a e $b \in \mathbf{A}$ e $f(a) = f(b)$ então $a = b$

Se X_1 e X_2 são subconjuntos de \mathbf{A} , valem as seguintes propriedades:

1. Se $X_1 \subseteq X_2$ então $f(X_1) \subseteq f(X_2)$
2. $f(X_1 \cup X_2) = f(X_1) \cup f(X_2)$
3. $f(X_1 \cap X_2) \subseteq f(X_1) \cap f(X_2)$, sendo f biunívoca se $f(X_1 \cap X_2) = f(X_1) \cap f(X_2)$

Se \mathbf{Y} é um sub-conjunto de \mathbf{B} , chamamos de imagem inversa de \mathbf{Y} pela relação de f ao sub-conjunto, tal que:

$$f^{-1}(y) = \{x \in \mathbf{A} / f(x) \in \mathbf{Y}; f^{-1}(y) \subseteq \mathbf{A}\} \quad (\text{A.4})$$

Se Y_1 e Y_2 são subconjuntos de \mathbf{B} , então valem as seguintes propriedades:

1. Se $Y_1 \subseteq Y_2$ então $f^{-1}(y_1) \subseteq f^{-1}(y_2)$
2. $f^{-1}(Y_1 \cup Y_2) = f^{-1}(Y_1) \cup f^{-1}(Y_2)$
3. $f^{-1}(Y_1 \cap Y_2) = f^{-1}(Y_1) \cap f^{-1}(Y_2)$

Se $\mathbf{X} \subseteq \mathbf{A}$ e $\mathbf{Y} \subseteq \mathbf{B}$ então $f^{-1}(f(x)) \supseteq \mathbf{X}$ e $f(f^{-1}(y)) \subseteq \mathbf{Y}$. Se f é uma aplicação biunívoca $f^{-1}(f(x)) = x$ qualquer $x \subseteq \mathbf{A}$, e se f é uma aplicação sobrejetora, $f(f^{-1}(y)) = y$ qualquer $y \subseteq \mathbf{B}$.

Se \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{C} são três conjuntos e f é uma relação de \mathbf{A} em \mathbf{B} e g é uma relação de \mathbf{B} em \mathbf{C} , a relação de \mathbf{A} em \mathbf{C} que associa um elemento qualquer $a \in \mathbf{A}$ ao elemento $g(f(a)) \in \mathbf{C}$ é chamada de relação composta de f e g e é representada por $f \circ g$. Se $x \subseteq \mathbf{A}$ e $y \subseteq \mathbf{C}$ então:

$$(gf)(x) = g(f(x)) \text{ e } (gf)^{-1}(y) = f^{-1}(g^{-1}(y)) \quad (\text{A.5})$$

Munidos disso, podemos definir o que são semi-grupos, e posteriormente, o que são grupos.

A.0.2 Semi-Grupos e Grupos:

Considerando um conjunto \mathbf{A} e uma relação f de \mathbf{A} em \mathbf{A} (o que corresponde a um produto cartesiano), isto é, a relação f faz corresponder a cada par $(a, b) \in \mathbf{A} \times \mathbf{A}$ um elemento $f(a, b) \in \mathbf{A}$, esta relação f é denominada lei de formação do grupo. Dizemos que f é associativa quando:

$$f(a, f(b, c)) = f(f(a, b), c) \text{ qualquer } a, b, c \in \mathbf{A} \quad (\text{A.6})$$

É dita comutativa quando:

$$f(a, b) = f(b, a) \text{ qualquer } a, b \in \mathbf{A} \quad (\text{A.7})$$

Um conjunto \mathbf{A} munido de uma lei de composição é chamado semi-grupo. Quando existe um elemento dito uma unidade a direita se $a.e = a$ para qualquer $a \in \mathbf{A}$. Analogamente, pode existir uma unidade a esquerda, e' de \mathbf{A} tal que $e'.a = a$, qualquer $a \in \mathbf{A}$. Quando isso acontece em um semi-grupo, necessariamente temos que $e = e'$, o que significa que um semi-grupo admite uma única unidade. A unidade é univocamente determinada pela condição:

$$1.a = a.1 = a, \text{ qualquer } a \in \mathbf{A} \quad (\text{A.8})$$

Considere um semi-grupo \mathbf{A} , com unidade 1. Diz-se que um elemento $a \in \mathbf{A}$ tem inverso quando existir $a' \in \mathbf{A}$ tal que $a.a' = 1$, a' é chamado de inverso a direita de a . Analogamente, existe um inverso á esquerda de a , tal que $a''.a = 1$ onde $a'' \in \mathbf{A}$. Se um elemento admite um inverso a esquerda e um inverso a direita, então necessariamente $a' = a''$.

$$a' = 1.a' = (a''.a).a' = a''.(a.a') = a''.1 = a''. \quad (\text{A.9})$$

Resulta que existe um único elemento inverso e que ele é univocamente determinado pela condição:

$$a^{-1}.a = a.a^{-1} = 1 \quad (\text{A.10})$$

Munidos destas informações podemos definir o que é grupo:

Grupo é um conjunto, munido de lei de composição, e de unidade e , todo elemento tem o seu inverso.

Em outras palavras, grupo é um par (\mathbf{G}, \cdot) onde \mathbf{G} é um conjunto não vazio e \cdot é uma lei de composição interna de \mathbf{G} , satisfazendo as seguintes propriedades:

1. $a(bc) = (ab)c$ qualquer $a, b, c \in \mathbf{G}$
2. Existe 1 em \mathbf{G} tal que $1.a = a.1 = a$ qualquer $a \in \mathbf{G}$

3. Para todo $a \in \mathbf{G}$ existe $a^{-1} \in \mathbf{G}$ tal que $a.a^{-1} = a^{-1}.a = 1$
4. $ab = ba$ qualquer $a, b \in \mathbf{G}$

A condição 4 é um caso particular e caso ela seja válida diz-se que o grupo é comutativo ou abeliano.

Em um grupo valem as leis do cancelamento, isto é, se a, b e $c \in \mathbf{G}$ e $ab = ac$ ($ba = ca$) então, $b = c$. A prova desta afirmação depende do elemento inverso, isto é, multiplicando os dois membros da igualdade pela esquerda por a^{-1} temos que $b = c$.

Um modo mais polido de definirmos um grupo seria segundo o seguinte teorema:

Um Semi-Grupo \mathbf{G} é um grupo se e somente se as equações:

$$\begin{aligned} a.x &= b \\ y.a &= b \end{aligned}$$

possuírem solução, para qualquer $a, b \in \mathbf{G}$

Caso um grupo \mathbf{G} possua um número finito de elementos, dizemos que ele é um grupo finito. E, neste caso, o número de elementos de \mathbf{G} é chamado de ordem de \mathbf{G} .

É usual dar-se a lei de composição de um grupo finito por meio de sua tabela de multiplicação, sejam $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ os elementos de um grupo finito \mathbf{G} e $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$, estes mesmos elementos dispostos em uma ordem eventualmente distinta. A tabela de multiplicação de \mathbf{G} é dada por:

$$\begin{array}{c|cccc} & a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ \hline b_1 & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ b_2 & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_n & a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{array} \quad (\text{A.11})$$

em que o elemento a_{ij} , situado na i -ésima linha e na j -ésima coluna, é o produto de b_i pelo elemento a_j . Em virtude das leis de cancelamento, cada elemento de \mathbf{G} comparece uma, e uma única vez, em cada linha e em cada coluna da tabela. Uma vez dada apenas a tabela de multiplicação de um grupo \mathbf{G} de n elementos, é possível obter a lei de composição do grupo. Sabe-se que cada elemento do grupo deve ser usado uma e uma única vez em cada linha e em cada coluna da tabela e as equações $ax = b$ e $ya = b$ soluções de modo que qualquer $a, b \in \mathbf{G}$. Posteriormente, verificada a lei associativa \mathbf{G} será um grupo, no entanto esta verificação é por demais trabalhosa, e pode ser facilitada utilizando-se da lei do retângulo.

Considera-se que $a_1 = b_1 = 1$ e que na tabela a unidade esteja sempre posicionada na diagonal, o que nos fornece $a_i = a_{1i}$; $b_i = b_{1i}$; $a_{Ki} = a_{i1}a_{1K}$ qualquer i e k ; $a_{1k}a_{k1} = 1$ qualquer k . A lei do retângulo afirma que em uma tabela nessas condições a lei associativa é verdadeira se e somente se $a_{ij}a_{jk} = a_{ik}$.

Esta condição se faz necessária se:

$$a_{ij}a_{jk} = (a_{i1}a_{1j})(a_{j1}a_{1k}) = a_{i1}(a_{1j}a_{j1})a_{1k} = a_{i1}a_{1k} = a_{ik} \quad (\text{A.12})$$

Esta condição se faz suficiente se $a_{ij}(a_{km}a_{pq}) = (a_{ij}a_{km})a_{pq}$, para qualquer i, j, k, m, p, q . Consideramos o elemento a_{km} aparece na linha j , seja $1 \leq r \leq n$ tal que $a_{km} = a_{jr}$. O elemento a_{pq} aparece na linha r , seja $1 \leq s \leq n$ tal que $a_{pq} = a_{rs}$ então:

$$a_{ij}(a_{km}a_{pq}) = a_{ij}(a_{jr}a_{rs}) = a_{ij}a_{js} = a_{is} \quad (\text{A.13})$$

$$(a_{ij}a_{km})a_{pq} = (a_{ij}a_{jr})a_{rs} = a_{ir}a_{rs} = a_{is} \quad (\text{A.14})$$

e, portanto, demonstramos a relação associativa.

A.0.3 Resumindo as propriedades importantes:

Portanto, podemos resumir da seguinte forma: um grupo é um conjunto de elementos munido de uma lei de multiplicação, de modo a seguir as seguintes propriedades:

1. Fechamento: se a e b são elementos de grupo, $c = ab$ também é elemento do grupo.
2. Associativa: $(ab)c = a(bc)$ para qualquer elemento pertencente ao grupo.
3. Identidade: todo grupo tem um elemento identidade e que satisfaz $ea = ae = a$, para qualquer elemento do grupo.
4. Inverso: No grupo para todo elemento existe o seu elemento inverso, de modo que $a^{-1}a = aa^{-1} = e$.

Na tentativa de autoconsistência foi construída desde o início a noção de grupo, agora, faz-se necessária a definição de duas importantes ferramentas, são elas:

Homomorfismo

Seja um grupo \mathbf{A} com operação $*$, e um grupo \mathbf{B} com operação \circ . Uma relação $\phi : \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$ é um homomorfismo se $\phi(1) = 1$ e $\phi(g * h) = \phi(g) \circ \phi(h)$ para todo $g, h \in \mathbf{A}$.

O Homomorfismo de um grupo é um mapa $f : G \rightarrow H$ entre dois grupos que preserva a estrutura de grupo, isto é satisfaz:

$$f(g_1g_2) = f(g_1)f(g_2) \quad (\text{A.15})$$

Isomorfismo

Se ϕ é bijetora (injetora e sobrejetora) dizemos que ϕ é um isomorfismo. Neste caso, **A** e **B** são ditos isomorfos.

O isomorfismo de grupo é um homomorfismo de grupo inversível. Se existir um grupo isomórfico entre G e H , o grupo é chamado isomórfico.

E, por fim, um grupo isomórfico a si mesmo é um grupo automórfico.

É usual definirmos o conceito de imagem e de Kernel do grupo:

Imagem

A imagem de H é a parte de H atingida por f :

$$f(G) = \{h \in H | \exists g \in G \text{ with } f(g) = h\} \quad (\text{A.16})$$

Kernel

O Kernel de f é o subconjunto de G mapeado para a identidade de H .

$$\ker f = \{g \in G | f(g) = e_h\} \quad (\text{A.17})$$

teoremas importantes:

Sendo $f : G \rightarrow H$ um homomorfismo, temos as seguintes propriedades:

- O Kernel $\ker f$ é um subgrupo normal de G .
- A imagem $f(G)$ é um subgrupo de H
- O quociente $G / \ker f$ é isomórfico a $f(G)$ com o isomorfismo dado por:

$$G / \ker f \rightarrow f(G) \text{ com } g(\ker f) \rightarrow f(g) \quad (\text{A.18})$$

A.0.4 Conjugados:

Considerando dois elementos g_1 e g_2 pertencentes ao grupo G , diz-se que são conjugados se existir um elemento g tal que:

$$g_1 = gg_2g^{-1} \quad (\text{A.19})$$

a conjatividade é representada por $g_1 \sim g_2$, temos portanto:

- reflexividade $g \sim g$
- simetria $g_1 \sim g_2$ segue que $g_2 \sim g_1$
- transitividade $g_1 \sim g_2$ e $g_2 \sim g_3$ então $g_1 \sim g_3$.

Uma vez que conjugação é uma relação de equivalência, podemos formar classes de equivalência, chamadas classe de conjugação: dado um grupo qualquer, o elemento g , sua classe de conjugação é o conjunto de todos os elementos conjugados:

$$[g] = \{h \in G | g \sim h\} \quad (\text{A.20})$$

g é chamado do representativo da classe:

- Se g' é outro elemento de $[g]$, ele também pode ser usado como representativo, isto é, $[g] = [g']$ se e somente se $g \sim g'$
- Para grupos abelianos cada elemento é sempre sua própria classe. O elemento identidade é sempre sua própria classe.
- Se g é de ordem p , todo elemento de $[g]$ é também de ordem p .

A.0.5 Subgrupos normais:

Um subgrupo H é chamado normal (ou invariante) se ele for autoconjugativo.

$$gHg^{-1} = H \quad (\text{A.21})$$

para qualquer $g \in G$.

Portanto:

- É equivalente dizer que um subgrupo normal é aquele que cada coset direito e esquerdo coincidem.
- Um subgrupo normal é a união das classe de conjugação.
- Para grupos abelianos todo subgrupo é normal
- O centro é sempre um subgrupo normal.
- Um subgrupo que contém metade dos elementos do grupo, é um subgrupo normal.

Um grupo que não tem subgrupos normais triviais (identidade e o próprio grupo) é chamado de simples.

Um subgrupo normal é um subgrupo que é invariante sobre conjugação, ele pode ser dividido para formar um grupo quociente G/N .

Sejam $[G, \bullet]$ um grupo e um subgrupo $S \leq G$ e o conjunto $G/\approx E$. Defina-se a operação $G/\approx E \times G/\approx E \rightarrow G/\approx E$ tal que $xS \bullet yS = (x \bullet y)S$. é bem definida quando para quaisquer $x, y, z, t \in A$, se $xS = yS$ e $zS = tS$ então $xS \bullet zS = yS \bullet tS$.

Observe que, se $xS = yS$ e $zS = tS$ então $y = xs$ e $t = zs'$. Assim, $xS \bullet zS = (xz)S$ e $yS \bullet tS = (xs)S \bullet (z's)S = (xszs')S$.

A operação \bullet , em geral, não é bem definida, para que seja bem definida é necessário que $(xz)S = (xszs')S$.

Então, $S = (z^{-1}x^{-1}xszs')S = (z^{-1}szs')S$. Como, $S = (z^{-1}szs')S = (z^{-1}sz)S \bullet s'S = (z^{-1}sz)S \bullet S = (z^{-1}sz)S$.

Logo, a questão da boa definição é equivalente à, para quaisquer $x, y, z, t \in A$, se $xS = yS$ e $zS = tS$ então $S = (z^{-1}sz)S$.

Finalmente, se $xS = yS$ e $zS = tS$ então $z^{-1}sz \in S$. Considere um grupo $[G, \bullet]$. Um subgrupo $S \leq G$ é um subgrupo normal de G quando para todo $x \in G$, $xS = Sx$.

Sejam $[G, \bullet]$ um grupo e um subgrupo $S \leq G$. São equivalentes:

- i) A operação \bullet é bem definida.
- ii) Para todo $x \in G$, $xSx^{-1} = S$.
- iii) Para todo $x \in G$, $xSx^{-1} = S$.

A.0.6 Grupos quocientes

Subgrupos normais permitem a construção de grupos quocientes. Sendo H um subgrupo normal de G . O grupo quociente G/H é obtido pela divisão pelo subgrupo.

O grupo quociente é o conjunto dos Cosets esquerdos de H .

$$G/H = \{gH | g \in G\} \quad (\text{A.22})$$

a operação do grupo é definida como sendo:

$$g_1H \cdot g_2H = g_1g_2H \quad (\text{A.23})$$

H precisa ser normal.

$gH = H \cdot gH = hH \cdot gH = hgH = gg^{-1}hgH$, uma vez que $g^{-1}hgH = H$ ou $g^{-1}hg \in H$.

A.0.7 Grupos Cíclicos:

Sejam \mathbf{A} um grupo e a um elemento deste mesmo grupo. Se existir um inteiro positivo n tal que $a^n = 1$ (unidade do grupo \mathbf{A}) dizemos que o elemento a tem ordem finita. O menor inteiro positivo que satisfaz essa condição é chamado de ordem do elemento a .

Suponhamos que a ordem de a seja r e que $a^n = 1$, então, n é divisível por r . Deste modo, podemos escrever $n = pr + q$ ($0 \leq q < r$) o que implica em:

$$1 = a^n = a^{(pr+q)} = a^{pr} \times a^q = a^q, \quad (\text{A.24})$$

portanto, pela definição de ordem de um elemento $q = 0$, o que implica que $n = pr$, com isso demonstramos que n é divisível por r .

Por outro lado, temos que os elementos $1 = a^0, a, a^2, \dots, a^{r-1}$ são distintos para todo inteiro n , isto é, $a^n = a^s$ para algum s tal que ($0 \leq s < r$). Ou seja, se $a^s = a^{s'}$ com ($0 \leq s < r$), ($0 \leq s' < r$) e ($s \geq s'$) então ($0 \leq s - s' < r$) e $a^{(s-s')} = 1$, necessariamente teremos que $s - s' = 0$. No entanto, se n é um inteiro qualquer (positivo ou negativo), $n = pr + q$ com ($0 \leq q < r$), o que implica em $a^n = a^q$. Considerando que o sub-grupo gerado por a é constituído de todas as potências de a , conclui-se que o sub-grupo é dado por $\{1, a, \dots, a^{r-1}\}$, e a tem ordem r .

Um grupo \mathbf{A} é dito cíclico quando existe um elemento a pertencente ao grupo tal que $\mathbf{A} = [a]$. Ao elemento a damos o nome de gerador do grupo.

As principais propriedades dos grupos cíclicos serão listadas sem demonstração, no entanto as demonstrações são simples e facilmente verificáveis.

1. Todo subgrupo de um grupo cíclico é cíclico.
2. Seja \mathbf{A} um grupo cíclico de ordem n . Para cada divisor d de n existe um e somente um subgrupo \mathbf{B} de \mathbf{A} cuja ordem é d , definido como $[a^{n/d}]$.
3. Se \mathbf{A} é um grupo cíclico de ordem n então, \mathbf{A} tem $\Phi(n)$ geradores. Onde $\Phi(n)$ corresponde ao número de inteiros positivos menores do que n (é um inteiro positivo) e primos com n , em particular se n é primo, temos $\Phi(n) = n - 1$.
4. Se os únicos subgrupos de um grupo \mathbf{A} são \mathbf{A} e a unidade, ou $\mathbf{A} = 1$ ou \mathbf{A} é cíclico de ordem prima.
5. Sejam \mathbf{A} um grupo comutativo de ordem n e p um número primo que divide n . Então, \mathbf{A} contém um elemento de ordem p .

Um exemplo de grupo cíclico são as m -ésimas raízes da unidade, que constituem um grupo cíclico de ordem m , uma vez que elas têm a forma $e^{\frac{2k\pi i}{m}}$ onde $0 \leq k \leq m - 1$. Considerando $m = 3$, estamos no caso da simetria discreta Z_3 .

A.0.8 Grupo S_N

Todas as possíveis permutações de N objetos x_i com $i = 1, \dots, N$ formam um grupo. Esse grupo é denominado S_N e chamado com frequência de grupo simétrico.

Os grupos mais simples são:

1. S_1 é o grupo trivial que contém a identidade.
2. S_2 é constituído de duas permutações $(x_1, x_2) \rightarrow (x_1, x_2)$, $(x_1, x_2) \rightarrow (x_2, x_1)$, que nada mais é do que o Grupo Z_2 .

Vamos começar com o Grupo S_3 .

S_3 consiste de todas as permutações de três objetos, (x_1, x_2, x_3) e a sua ordem é igual a 6, os seis elementos correspondem as seguintes transformações:

1. $e : (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_1, x_2, x_3)$,
2. $a_1 : (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_2, x_1, x_3)$,
3. $a_2 : (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_3, x_2, x_1)$,
4. $a_3 : (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_1, x_3, x_2)$,
5. $a_4 : (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_3, x_1, x_2)$,
6. $a_5 : (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_2, x_3, x_1)$.

Suas multiplicações formam uma álgebra fechada:

1. $a_1 a_2 : (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_2, x_3, x_1)$,
2. $a_2 a_1 : (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_3, x_1, x_2)$,
3. $a_4 a_2 : (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_1, x_3, x_2)$,

considerando ainda que:

$$a_1 a_2 = a_5, a_2 a_1 = a_4, a_4 a_2 = a_2 a_1 a_2 = a_3.$$

Portanto, definindo $a_1 = a$, $a_2 = b$ podemos escrever todos os elementos como sendo: $\{e, a, b, ab, ba, bab\}$, note que $aba = bab$. O grupo S_3 é a simetria de um triângulo equilátero. Os elementos a e ab correspondem a uma reflexão e uma rotação de $2\pi/3$, respectivamente.

Estes elementos podem ser classificados em três classes de conjugação:

$$C_1 : \{e\} ; C_2 : \{ab, ba\} ; C_3 : \{a, b, bab\} \quad (\text{A.25})$$

Observamos que:

$$(ab)^3 = (ba)^3 = e ; \quad a^2 = b^2 = (bab)^2 = e \quad (\text{A.26})$$

O número de representações irredutíveis deve ser três, pois existem três classes de conjugação. Teremos neste caso um dubleto e dois singletos. Vamos escolher:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.27})$$

Uma vez que $b^2 = e$ podemos obter:

$$a = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}, \quad bab = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (\text{A.28})$$

e depois obtemos:

$$ab = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad bab = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (\text{A.29})$$

Temos a possibilidade de escolher $\theta = 4\pi/3$ deste modo obtemos:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} \frac{-1}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{-\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{A.30})$$

$$ab = \begin{pmatrix} \frac{-1}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-1}{2} \end{pmatrix}, \quad ba = \begin{pmatrix} \frac{-1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{-\sqrt{3}}{2} & \frac{-1}{2} \end{pmatrix}, \quad bab = \begin{pmatrix} \frac{-1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Com isso podemos obter o produto tensorial, considerando dois dubletos (x_1, x_2) e (y_1, y_2) , cada elemento $x_i y_j$ se transforma sobre b como:

$$x'_1 y'_1 = \frac{x_1 y_1 + 3x_2 y_2 + \sqrt{3}(x_1 y_2 + x_2 y_1)}{4} \quad (\text{A.31})$$

$$x'_1 y'_2 = \frac{\sqrt{3}x_1 y_1 - \sqrt{3}x_2 y_2 - x_1 y_2 + 3x_2 y_1}{4}$$

$$x'_2 y'_1 = \frac{\sqrt{3}x_1 y_1 - \sqrt{3}x_2 y_2 - x_2 y_1 + 3x_1 y_2}{4}$$

$$x'_2 y'_2 = \frac{3x_1 y_1 + x_2 y_2 - \sqrt{3}(x_1 y_2 + x_2 y_1)}{4}$$

encontramos que:

$$x'_1 y'_1 + x'_2 y'_2 = x_1 y_1 + x_2 y_2 \quad (\text{A.32})$$

$$x'_1 y'_2 - x'_2 y'_1 = -x_1 y_2 - x_2 y_1 \quad (\text{A.33})$$

o que significa que esta combinação lineares forma dois singletos de S_3 quando transformados sobre b . Para o dubleto encontramos:

$$\begin{pmatrix} x_2 y_2 - x_1 y_1 \\ x_1 y_2 + x_2 y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{-\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 y_2 - x_1 y_1 \\ x_1 y_2 + x_2 y_1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.34})$$

Com isso podemos definir a regra de multiplicação do grupo:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}_2 \otimes \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}_2 &= (x_1 y_1 + x_2 y_2)_1 + (x_1 y_2 - x_2 y_1)_{1'} \\ + \begin{pmatrix} x_2 y_2 - x_1 y_1 \\ x_1 y_2 + x_2 y_1 \end{pmatrix}_2 \\ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}_2 \otimes (y')_{1'} &= \begin{pmatrix} -x_2 y' \\ x_1 y' \end{pmatrix}_2 \\ (x')_{1'} \otimes (y')_{1'} &= (x' y')_1 \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

Todas as permutações de S_3 listadas acima podem, também ser representadas na base redutível de tripletos, como:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

E essa representação redutível pode ser trocada por meio de duas transformações unitárias distintas, considerando $U_i^\dagger g U_i$, em que:

$$U_{tribi} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (\text{A.37})$$

ou

$$U_m = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{pmatrix} \quad (\text{A.38})$$

No Capítulo Sete afirmamos que as massas dos léptons carregados é diagonal por meio de um produto de três tripletos de S_3 , um produto de três tripletos de S_3 é definido como:

$$\begin{aligned}
& 3 \times 3' \times 3'' && \text{(A.39)} \\
& = (1 + 2) \times (1' + 2') \times (1'' + 2'') = (1 + 2 + 2' + 2 \times 2') \times (1'' + 2'') \\
& \sim 1 + 1' + 1'' + (2 \times 2') \times 1 + (2 \times 2') \times 2'' \\
& \sim (1 + 1' + 1'') + (1''') + 1''''
\end{aligned}$$

ou seja, temos de um produto de três tripletos cinco singletos como resultado, nós escolhemos como contribuição dominante para a matriz de massa o singlete 1. Para obtermos os singletos precisamos de:

- O elemento b na base U_m ,
- três tripletos representados por: (x_1, x_2, x_3) , (y_1, y_2, y_3) e (z_1, z_2, z_3) .
- e procederemos de modo idêntico para obter os elementos das Eqs.(A.32 A.33).

o elemento b é:

$$U_m^\dagger b U_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 \\ 0 & \omega & 0 \end{pmatrix} \quad \text{(A.40)}$$

os tripletos transformados por b são:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \omega^2 x_3 \\ \omega x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ \omega^2 y_3 \\ \omega y_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} z_1 \\ \omega^2 z_3 \\ \omega z_2 \end{pmatrix} \quad \text{(A.41)}$$

deste modo é fácil observar que os singletos invariantes serão:

$$\begin{aligned}
1 &= x_1 y_1 z_1 + x_2 y_2 z_2 + x_3 y_3 z_3 && \text{(A.42)} \\
1' &= x_1 y_2 z_3 + x_1 y_3 z_2 \\
1'' &= x_2 y_1 z_3 + x_3 y_1 z_2 \\
1''' &= x_2 y_3 z_1 + x_3 y_2 z_1 \\
1'''' &= \omega^2 x_1 y_1 z_3 + \omega x_1 y_1 z_2,
\end{aligned}$$

é importante lembrar que em bases diferentes as regras de multiplicação não se alteram, no entanto, a representação dos dubletos e dos singletos sofrem alteração.

S_4 O grupo S_4 que consiste de todas as permutações de 4 elementos (x_1, x_2, x_3, x_4) ,

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) \rightarrow (x_i, x_j, x_k, x_l), \quad \text{(A.43)}$$

a ordem deste grupo é igual a $4! = 24$. Todos os elementos de S_4 são:

1. $a_1 : (x_1, x_2, x_3, x_4)$,
2. $a_2 : (x_2, x_1, x_4, x_3)$,
3. $a_3 : (x_3, x_4, x_1, x_2)$,
4. $a_4 : (x_4, x_3, x_2, x_1)$,
5. $b_1 : (x_1, x_4, x_2, x_3)$,
6. $b_2 : (x_4, x_1, x_3, x_2)$,
7. $b_3 : (x_2, x_3, x_1, x_4)$,
8. $b_4 : (x_3, x_2, x_4, x_1)$,
9. $c_1 : (x_1, x_3, x_4, x_2)$,
10. $c_2 : (x_3, x_1, x_2, x_4)$,
11. $c_3 : (x_4, x_2, x_1, x_3)$,
12. $c_4 : (x_2, x_4, x_3, x_1)$,
13. $d_1 : (x_1, x_2, x_4, x_3)$,
14. $d_2 : (x_2, x_1, x_3, x_4)$,
15. $d_3 : (x_4, x_3, x_1, x_2)$,
16. $d_4 : (x_3, x_4, x_2, x_1)$,
17. $e_1 : (x_1, x_3, x_2, x_4)$,
18. $e_2 : (x_3, x_1, x_4, x_2)$,
19. $e_3 : (x_2, x_4, x_1, x_3)$,
20. $e_4 : (x_4, x_2, x_3, x_1)$,
21. $f_1 : (x_1, x_4, x_3, x_2)$,
22. $f_2 : (x_4, x_1, x_2, x_3)$,
23. $f_3 : (x_3, x_2, x_1, x_4)$,
24. $f_4 : (x_2, x_3, x_4, x_1)$,

Estas são as ordens das permutações de quatro objetos.

Um invariante sobre a simetria de transformações é obviamente obtido se considerarmos $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$, independentemente da permutação a soma será sempre a mesma. Podemos usar o espaço vetorial ao qual a direção deste singleto é ortogonal, digamos:

$$3 : \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 \end{pmatrix} \quad (\text{A.44})$$

Munidos disso podemos construir a representação matricial de S_4 , que em forma de tripleto é dada por:

$$\begin{aligned}
a_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; a_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\
a_3 &= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; a_4 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
b_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; b_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \\
b_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}; b_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
c_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; c_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
c_3 &= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; c_4 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
d_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; d_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \\
d_3 &= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}; d_4 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
e_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\
e_3 &= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; e_4 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
f_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; f_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
f_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; f_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{A.45}$$

Tabela A.1: Caractères de representação de S_4

	h	χ_1	$\chi_{1'}$	χ_2	χ_3	$\chi_{3'}$
C_1	1	1	1	2	3	3
C_3	2	1	1	2	-1	-1
C_6	2	1	-1	0	1	-1
$C_{6'}$	4	1	-1	0	1	-1
C_8	3	1	1	-1	0	0

Classe de conjugação:

Os elementos de S_4 podem ser classificados pela ordem h de cada elemento, sendo, $a^h = e$, como:

$$\begin{aligned}
 h = 1 & : \{a_1\} & (A.46) \\
 h = 2 & : \{a_2, a_3, a_4, d_1, d_2, e_1, e_4, f_1, f_3\} \\
 h = 3 & : \{b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3, c_4\} \\
 h = 4 & : \{d_3, d_4, e_2, e_3, f_2, f_4\}
 \end{aligned}$$

Eles podem ainda ser classificados pelas classe de conjugação como sendo:

$$\begin{aligned}
 C_1 & : \{a_1\}h = 1 & (A.47) \\
 C_3 & : \{a_2, a_3, a_4\}h = 2 \\
 C_6 & : \{d_1, d_2, e_1, e_4, f_1, f_3\}h = 2 \\
 C_8 & : \{b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3, c_4\}h = 3 \\
 C_{6'} & : \{d_3, d_4, e_2, e_3, f_2, f_4\}h = 4.
 \end{aligned}$$

Caractères e representações:

Portanto, S_4 possui cinco conjugações de classe, ou seja, existem cinco representações irredutíveis. Por exemplo, todos os elementos são escritos como multiplicações de b_1 em C_8 e d_4 em $C_{6'}$, que satisfazem:

$$(b_1)^3 = e, (d_4)^4 = e, d_4(b_1)^2d_4 = b_1, d_4b_1d_4 = b_1(d_4)^2b_1. \quad (A.48)$$

A relação de ortogonalidade requer:

$$\sum_{\alpha} [\chi_{\alpha}(C_1)]^2 = \sum_n m_n n^2 = m_1 + 4m_2 + 9m_3 + \dots = 24, \quad (A.49)$$

A solução para esta equação implica na existência de dois singletos, um dupletto, e dois tripletos como representações irredutíveis de S_4 , todos definidos na tabela A.1.

O produto tensorial:

O produto tensorial de $\mathbf{3} \times \mathbf{3}$ pode ser decomposto como:

$$(A)_3 \times (B)_3 = (A.B)_1 + \begin{pmatrix} A.\Sigma.B \\ A.\Sigma^*.B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \{A_y B_z\} \\ \{A_z B_x\} \\ \{A_x B_y\} \end{pmatrix}_3 + \begin{pmatrix} [A_y B_z] \\ [A_z B_x] \\ [A_x B_y] \end{pmatrix}_{3'} \quad (\text{A.50})$$

Sendo:

$$\begin{aligned} A.B &= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z & (\text{A.51}) \\ A.\Sigma.B &= A_x B_x + w A_y B_y + w^2 A_z B_z \\ A.\Sigma^*.B &= A_x B_x + w^2 A_y B_y + w A_z B_z \\ \{A_i B_j\} &= A_i B_j - A_j B_i \\ [A_i B_j] &= A_i B_j + A_j B_i \end{aligned}$$

Existe na literatura, muitas bases usadas para representar S_4 . A decomposição do produto tensorial independe da bases, no entanto, a regra de multiplicação escrita por meio dos componentes depende da bases.

A.0.9 Grupo Alternante A_N :

O grupo alternante A_N é um subgrupo de S_N formado por todas as permutações ímpares de quatro elementos, portanto tem ordem $(N!)/2$. Por exemplo, sobre S_3 as permutações pares são:

1. $e : (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_1, x_2, x_3)$,
2. $a_4 : (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_3, x_1, x_2)$,
3. $a_5 : (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_2, x_3, x_1)$.

E as permutações ímpares são

1. $a_1 : (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_2, x_1, x_3)$,
2. $a_2 : (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_3, x_2, x_1)$,
3. $a_3 : (x_1, x_2, x_3) \rightarrow (x_1, x_3, x_2)$,

Os três elementos, $\{e, a_4, a_5\}$ formam o grupo A_3 , uma vez que $(a_4)^2 = a_5$ e $(a_4)^3 = e$ o grupo A_3 nada mais é do que o grupo Z_3 . O Menor grupo não abeliano é A_4 .

A simetria A_4 é o menor grupo que inclui uma representação tridimensional irredutível, o que a torna ideal para descrever as três famílias de quarks e léptons do MP.

Grupo A_4

É formado por todas as permutações pares de S_4 , o que significa que ele tem ordem $(4!)/2 = 12$. Na literatura este grupo é frequentemente representado por T. Considerando a notação na Eq.(A.45), os 12 elementos que forma A_4 são:

$$A_4 = \{a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4, c_1, c_2, c_3, c_4\} \quad (\text{A.52})$$

Estes elementos são classificados pelas classe de conjugação como:

$$C_1 : \{a_1\}, h = 1 \quad (\text{A.53})$$

$$C_3 : \{a_2, a_3, a_4\}, h = 2$$

$$C_4 : \{b_1, b_2, b_3, b_4\}, h = 3$$

$$C_{4'} : \{c_1, c_2, c_3, c_4\}, h = 3,$$

Existem portanto quatro classe de conjugação, o que implica em quatro representações irredutíveis.

A relação de ortogonalidade exige que:

$$\sum_{\alpha} [\chi_{\alpha}(C_1)]^2 = \sum_n m_n n^2 = m_1 + 4m_2 + 9m_3 + \dots = 12, \quad (\text{A.54})$$

E sua solução implica que existem três singletos e um tripleto como representações irredutíveis. A tabela A.2 representa os caracteres do grupo.

Tabela A.2: Tabela Característica de A_4

Classe	$\chi^{(1)}$	$\chi^{(2)}$	$\chi^{(3)}$	$\chi^{(4)}$
C_1	1	1	1	3
C_2	1	ω	ω^2	0
C_3	1	ω^2	ω	0
C_4	1	1	1	-1

Uma representação mais usual de A_4 é expressa em termos de renomearmos $a_1 = e$, $a_2 = s$ e $b_1 = t$. Eles satisfazem a seguinte reação algébrica,

$$s^2 = t^3 = e. \quad (\text{A.55})$$

A álgebra fechada destes elementos, s e t , define o grupo A_4 , e é possível escrevermos todos os elementos de A_4 como produtos de s e t . Então, as classe de conjugação podem ser escritas como:

$$\begin{aligned}
C_1 &: \{e\}, h = 1 \\
C_3 &: \{s, tst^2, t^2st\}, h = 2 \\
C_4 &: \{t, ts, st, sts\}, h = 3 \\
C_{4'} &: \{t^2, st^2, t^2s, tst\}, h = 3,
\end{aligned} \tag{A.56}$$

Usando esta nova definição podemos estudar os caracteres. Primeiramente consideramos os caracteres dos singletos. Pelo fato de $s^2 = e$, o caracter de C_3 tem duas possibilidades, $\chi_\alpha(C_3) = \pm 1$. Contudo, os dois elementos, t e ts pertencem a mesma classe de conjugação C_4 . Isso significa que $\chi_\alpha(C_3)$ deve possuir um valor único, $\chi_\alpha(C_3) = 1$. Similarmente, pelo fato de que $t^3 = e$, os caracteres de $\chi_\alpha(t)$ podem corresponder a três valores, $\chi_\alpha(t) = w^n$ com $n = 0, 1, 2$ e todos esses três valores são consistentes com a estrutura das classes de conjugação de carga. Portanto, todos os três singletos, são classificados pelos valores de $\chi_\alpha(t) = 1, w$ e w^2 . Deste modo podemos obter o produto de $\mathbf{3} \times \mathbf{3}$ que será decomposto como:

$$(A)_3 \times (B)_3 = (A.B)_1 + (A.\Sigma.B)_{1'} + (A.\Sigma^*.B)_{1''} + \begin{pmatrix} \{A_y B_z\} \\ \{A_z B_x\} \\ \{A_x B_y\} \end{pmatrix}_3 + \begin{pmatrix} [A_y B_z] \\ [A_z B_x] \\ [A_x B_y] \end{pmatrix}_{3'} \tag{A.57}$$

Das Eq.(A.57, A.51) podemos definir os tripletos usados neste trabalho como sendo:

$$\begin{aligned}
3_A &= \frac{1}{2}(3 + 3') = \begin{pmatrix} A_y B_z \\ A_z B_x \\ A_x B_y \end{pmatrix} \\
3_B &= \frac{1}{2}(3' - 3) = \begin{pmatrix} A_z B_y \\ A_x B_z \\ A_y B_x \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{A.58}$$

Como vimos todos os elementos foram escritos em função dos produtos dos geradores s e t , que satisfazem $s^2 = t^3 = e$. Na representação matricial de ordem 3, estes geradores correspondem a:

$$\begin{aligned}
s = a_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\
t = b_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{A.59}$$

Podemos considerar a base em que t é diagonal e s não, para isso, devemos calcular os autovalores e autovetores de t , de modo que os autovalores formem a diagonal de matriz que representa t diagonal digamos b e os autovetores formam a matris de rotação que passa de uma base para a outra. Ou seja:

$$\begin{aligned} a &= U_w^\dagger s U_w = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \\ b &= U_w^\dagger t U_w = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & w^2 & 0 \\ 0 & 0 & w \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.60})$$

sendo

$$U_w = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & w & w^2 \\ 1 & w^2 & w \end{pmatrix} \quad (\text{A.61})$$

Esta nova definição implica em uma nova representação para o produto de tripletos definida como:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} &= (a_1 b_1 + a_2 b_3 + a_3 b_2) \\ \oplus (a_3 b_3 + a_1 b_2 + a_2 b_1) &\oplus (a_2 b_2 + a_1 b_3 + a_3 b_1) \\ \oplus \begin{pmatrix} 2a_1 b_1 - a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ 2a_3 b_3 - a_1 b_2 - a_2 b_1 \\ 2a_2 b_2 - a_1 b_3 - a_3 b_1 \end{pmatrix}_3 &\oplus \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \\ a_1 b_3 - a_3 b_1 \end{pmatrix}_3 \end{aligned} \quad (\text{A.62})$$

A.1 Produto entre grupos:

Vamos discutir modos de combinarmos grupos distintos em grupos maiores.

Dados dois grupos $G_{1,2}$ podemos definir um grupo combinado trivialmente, o que chamamos de produto direto:

Produto Direto

É dado por:

$$G_1 \times G_2 = \{(g_1, g_2) | g_1 \in G_1, g_2 \in G_2\} \quad (\text{A.63})$$

em relação as componentes podemos, definir como sendo:

$$(g_1, g_2)(g'_1, g'_2) = (g_1g'_1, g_2g'_2) \quad (\text{A.64})$$

Ou seja, tendo em conta os grupos G e H , o produto direto $G \times H$ é definido como sendo os elementos de $G \times H$ em pares ordenados (g, h) , onde $g \in G$ e $h \in H$. Isto é, o conjunto de elementos de $G \times H$ corresponde ao produto cartesiano dos conjuntos G e H . A operação bijetora sobre $G \times H$ é definida para cada componente como sendo:

$$(g_1, h_1)(g_2, h_2) = (g_1g_2, h_1h_2) \quad (\text{A.65})$$

O objeto resultante da álgebra satisfaz os axiomas de um grupo.

Associativismo

A operação biunívoca sobre $G \times H$ é de fato associativo.

Identidade

O produto direto tem um elemento de identidade, a saber: (e_G, e_H) , onde e_G é o elemento identidade de G e e_H é o elemento identidade de H .

Inversões

O inverso de um elemento (g, h) de $G \times H$ é o par (g^{-1}, h^{-1}) , onde g^{-1} é o inverso de $g \in G$, e h^{-1} é o inverso de $h \in H$.

A ordem de um produto direto $G \times H$ é o produto das ordens de G e H , $|G \times H| = |G||H|$, que decorre da fórmula para a cardinalidade do produto cartesiano de conjuntos. A ordem de cada elemento (g, h) é o mínimo múltiplo comum das ordens de G e H : $|(G, h)|_{mmc} = (\text{lcm}(|g|, |h|))$. Em particular, se $|g|$ e $|h|$ são relativamente primos, então a ordem de (g, h) é o produto da ordem de G e H . Como consequência, se G e H são grupos cíclicos cujas ordens são relativamente primos, então $G \times H$ é cíclico também. Ou seja, se m e n são primos entre si, então $(\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}) \times (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}) \cong \mathbb{Z}/mn\mathbb{Z}$. Esse fato está intimamente relacionado com o teorema chinês do resto.

Produto Semi Direto

Dados dois Grupos N e H e um homomorfismo $\Theta : H \rightarrow \text{Aut}N$ o produto semi-direto é definido como sendo o grupo:

$$G = N \times H \{(n, h) | n \in N, h \in H\} \quad (\text{A.66})$$

$$(n_1, h_1)(n_2, h_2) = (n_1\Theta_{h_1}n_2, h_1h_2) \quad (\text{A.67})$$

Um produto semi direto é um produto cartesiano de um conjunto, mas com uma relação de multiplicação particular.

Sendo G O produto semi-direto de N e H . Considerando que $\text{Aut}(N)$ representa o grupo de todos os automorfismos de N . O mapa $\Phi : H \rightarrow \text{Aut}(N)$ definido por $\Phi(h) = \Phi$, where $\Phi h(n) = hn h^{-1}$ para todo h pertencente H e todo n pertencente

a N , é um grupo homomorfo. Junto com N , H e Φ podemos determinar G a menos de um isomorfismo.

Dados quaisquer dois grupos N e H e um homomorfismo $\Phi : H \rightarrow \text{Aut}(N)$, o novo grupo é chamado de produto semi-direto de N e H em relação a Φ , definido a seguir. Como um conjunto, é definido como um produto cartesiano $N \times H$. A multiplicação dos elementos é determinada pelo homomorfismo Φ com a operação definida por:

para todo $n_1, n_2 \in N$ e $h_1, h_2 \in H$. Este é um grupo no qual o elemento identidade é (e_N, e_H) e o elemento inverso de (n, h) é $(\Phi_{h^{-1}}(n^{-1}), h^{-1})$. Pares (n, e_H) formam um subgrupo normal isomórfico a N , enquanto que pares (e_N, h) formam um subgrupo isomórfico a H . O grupo completo é o produto semi direto desses dois grupos no sentido dado acima.

Por outro lado, supondo que nos é dado um grupo G , um subgrupo normal N e um subgrupo H , de tal forma que cada elemento $g \in G$ pode ser escrito exclusivamente sob a forma $g = nh$, onde $n \in N$ e $h \in H$. sendo $\Phi : H \rightarrow \text{Aut}(N)$ é o homomorfismo dado por $\Phi(h) = \Phi h$. Então G é isomorfo ao produto semidireto, o isomorfismo nh envia o produto para a dupla (n, h) . Em G , temos a regra de multiplicação.

Algumas definições equivalentes:

Seja G um grupo com elemento neutro e , N um subgrupo normal de G (ou seja, N um subgrupo normal de G) e H um subgrupo de G . As seguintes afirmações são equivalentes: $G = NH$ e $H \cap N = (e)$. $G = HN$ e $H \cap N = (e)$. Cada elemento de G pode ser escrito como um produto único, de um elemento de N e um elemento de H . Cada elemento de G pode ser escrito como um produto único, de um elemento de H e um elemento de N . A incorporação natural $H \rightarrow G$, composto natural com a projeção de $G \rightarrow G / N$, produz um isomorfismo entre H e do grupo quociente G / N . Existe um homomorfismo $G \rightarrow H$ que é a identidade de H e cujo núcleo é N . Se uma (e, portanto, todas) demonstração se confirma, dizemos que G é um produto semidireto de N e H , por escrito ou que G divide sobre N .

A.1.1 Em resumo:

Com dois grupos somos capazes de contruir um grupo maior por meio de um certo produto. O produto mais simples é chamado produto direto, e é basicamente uma regra de multiplicação simples.

O produto semi-direto é mais complicado que um produto trivial entre dois grupos, é definido como sendo:

$$(a_1, a_2)(b_1, b_2) = (a_1 f_{a_2}(b_1), a_2 b_2) \quad (\text{A.68})$$

para $a_1, b_1 \in G_1$ e $a_2, b_2 \in G_2$ e sendo $f_{a_2}(b_1)$ o mapeamento homeomórfico de G_2 para G_1 . Consideremos um G e um subgrupo H e um subgrupo normal N ,

quando $G = HN = NH$ e $N \cap H = \{e\}$. O produto semi-direto entre N e H é isomórfico a G , então temos o mapa como sendo:

$$f_{h_i}(n_j) = h_i n_j (h_i)^{-1} \quad (\text{A.69})$$

Sabemos que um grupo P com subgrupos G e H é isomorfo ao produto direto de G e H , desde que satisfaça as três condições,

1. A intersecção $G \cap H$ é trivial.
2. Cada elemento de P pode ser expresso como o produto de um elemento de G e um elemento de H .
3. Ambos os grupos G e H são normais em P .

Um produto semidireto de G e H é obtido através do relaxamento da terceira condição, de modo que apenas um dos dois sub-grupos G e H é necessariamente normal. O produto resultante ainda consiste de pares ordenados (g, h) , mas com uma regra um pouco mais complicada para a multiplicação.



Escalares Pesados a despeito de terem VEVs Pequenos:

O mecanismo usado na análise do potencial escalar que considera que todas as massas dos escalares podem ser grandes é baseado no mecanismo proposto por E. Ma na ref.[69]. Vamos analisar em detalhes o potencial proposto provando que as massas ficam todas grandes mesmo quando existem VEVs pequenos.

O potencial é dado por:

$$V = \mu_1^2 \Phi_1^\dagger \Phi_1 + \mu_2^2 \Phi_2^\dagger \Phi_2 - \mu_{12}^2 (\Phi_1^\dagger \Phi_2 + \Phi_2^\dagger \Phi_1) + \frac{\lambda_1}{2} (\Phi_1^\dagger \Phi_1)^2 \quad (\text{B.1})$$
$$+ \frac{\lambda_2}{2} (\Phi_2^\dagger \Phi_2)^2 + \lambda_3 (\Phi_1^\dagger \Phi_1) (\Phi_2^\dagger \Phi_2) + \lambda_4 (\Phi_1^\dagger \Phi_2) (\Phi_2^\dagger \Phi_1)$$

em que μ_{12}^2 é o termo que quebra explicitamente a simetria do modelo, o termo de massa μ_1^2 é taquiônico, isto é, $\mu_1^2 < 0$, o termo de massa μ_2^2 , por outro lado, não é um termo taquiônico, ou seja, $\mu_2^2 > 0$ e por sua vez, $\mu_{12}^2 \gg \mu_2^2$.

Para analisarmos o potencial completo devemos expandir os campos do seguinte modo:

$$\phi_1 = \left(\begin{array}{c} \phi_1^+ \\ \frac{v + \chi_1 + iG_1}{\sqrt{2}} \end{array} \right) \quad (\text{B.2})$$
$$\phi_2 = \left(\begin{array}{c} \phi_2^+ \\ \frac{u + \chi_2 + iG_2}{\sqrt{2}} \end{array} \right)$$

As equações de vínculo são:

$$\begin{aligned} 2\mu_1^2 + (\lambda_3 + \lambda_4)u^2 + \lambda_1v^2 + 2\mu_{12}^2\frac{u}{v} &= 0 \\ 2\mu_2^2 + (\lambda_3 + \lambda_4)v^2 + \lambda_2u^2 + 2\mu_{12}^2\frac{v}{u} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Das equações de vínculo e das considerações anteriores de que $\mu_1^2 < 0$, $\mu_2^2 > 0$ e $|\mu_{12}^2| \ll \mu_2^2$, obtemos:

$$\begin{aligned} v &\simeq \frac{-m_1^2}{\lambda_1} \\ u &\simeq \frac{-\mu_{12}^2v}{\mu_2^2 + (\lambda_3 + \lambda_4)v^2} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

isso significa que u é muito pequeno quando comparado com v ($= 174$ GeV). Por exemplo, no caso da ref.[69] podemos ter $m_2 \sim 1$ TeV, $|\mu_{12}^2| \sim 10$ GeV² implica que $u \sim 1$ MeV. As massas dos campos reais χ_i dos campos imaginários G_i e dos campos carregados ϕ_i^+ são obtidas após substituímos os campos da eq.B.3 no potencial.

1) para os reais na base $(\chi_1 \ \chi_2)$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4}(2\mu_1^2 + (\lambda_3 + \lambda_4)u^2 + 3\lambda_1v^2) & \mu_{12}^2 + (\lambda_3 + \lambda_4)vu \\ \mu_{12}^2 + (\lambda_3 + \lambda_4)vu & \frac{1}{4}(2\mu_2^2 + (\lambda_3 + \lambda_4)v^2 + 3\lambda_2u^2) \end{pmatrix} \quad (\text{B.5})$$

2) para os imaginários na base $(G_1 \ G_2)$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4}(2\mu_1^2 + (\lambda_3 + \lambda_4)u^2 + \lambda_1v^2) & \mu_{12}^2 \\ \mu_{12}^2 & \frac{1}{4}(2\mu_2^2 + (\lambda_3 + \lambda_4)v^2 + \lambda_2u^2) \end{pmatrix} \quad (\text{B.6})$$

3) para os reais na base $(\phi_1^+ \ \phi_2^+)$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(2\mu_1^2 + (\lambda_3 + \lambda_4)u^2 + \lambda_1v^2) & \mu_{12}^2 + \frac{1}{2}\lambda_4vu \\ \mu_{12}^2 + \frac{1}{2}\lambda_4vu & \frac{1}{2}(2\mu_2^2 + (\lambda_3 + \lambda_4)v^2 + \lambda_2u^2) \end{pmatrix} \quad (\text{B.7})$$

Dos vínculos obtemos que:

$$\begin{aligned} 2\mu_1^2 &= -(\lambda_3 + \lambda_4)u^2 - \lambda_1v^2 - 2\mu_{12}^2\frac{u}{v} \\ 2\mu_2^2 &= -(\lambda_3 + \lambda_4)v^2 - \lambda_2u^2 - 2\mu_{12}^2\frac{v}{u} \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Notem que os termos tacônicos são μ_1^2 e μ_{12}^2 , ou seja, μ_2^2 é uma massa legítima. Portanto, vamos usar as equações de vínculo de modo convencional para eliminar os zeros das matrizes de massa, mas posteriormente, usando a equação de vínculo para μ_2^2 , reescreveremos as massas em função de μ_2^2 .

Substituindo Eq.B.9 nas massas obtemos:

1) para os reais na base $(\chi_1 \chi_2)$

$$\begin{pmatrix} -\frac{\mu_{12}^2 u}{2v} + \frac{1}{2}\lambda_1 v^2 & \mu_{12}^2 + (\lambda_3 + \lambda_4)vu \\ \mu_{12}^2 + (\lambda_3 + \lambda_4)vu & -\frac{\mu_{12}^2 v}{2u} + \frac{1}{2}\lambda_2 u^2 \end{pmatrix} \quad (\text{B.9})$$

o determinante desta matriz é diferente de zero e dado por:

$$\frac{-\mu_{12}^2 \lambda_2 u^4 + 3\mu_{12}^4 uv + 8(\lambda_3 + \lambda_4)\mu_{12}^2 u^2 v^2 + (-\lambda_1 \lambda_2 + 4(\lambda_3 + \lambda_4)^2)u^3 v^3 + \lambda_1 \mu_{12} v^4}{4uv} \quad (\text{B.10})$$

2) para os imaginários na base $(G_1 G_2)$

$$\begin{pmatrix} -\frac{\mu_{12}^2 u}{v} & \mu_{12}^2 \\ \mu_{12}^2 & -\frac{\mu_{12}^2 v}{u} \end{pmatrix} \quad (\text{B.11})$$

3) para os reais na base $(\phi_1^+ \phi_2^+)$

$$\begin{pmatrix} -\frac{\mu_{12}^2 u}{v} - \frac{1}{2}\lambda_4 u^2 & \mu_{12}^2 - \frac{\lambda_4 uv}{2} \\ \mu_{12}^2 - \frac{\lambda_4 uv}{2} & -\frac{\mu_{12}^2 v}{u} - \frac{1}{2}\lambda_4 v^2 \end{pmatrix} \quad (\text{B.12})$$

É fácil observar que o determinante das matrizes B.11 e B.12 são nulos o que significa que temos os goldstones necessários para o MP neste caso. Vamos obter as massas para todos os campos.

Considerando caso a caso:

1) Caso dos reais:

Notem que a matriz de massa possui a forma:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \quad (\text{B.13})$$

Os autovalores para uma matriz deste tipo são dados por:

$$\begin{aligned} m_1^2 &= \frac{1}{2} \left(a + c - \sqrt{4b^2 + (a - c)^2} \right) \\ m_2^2 &= \frac{1}{2} \left(a + c + \sqrt{4b^2 + (a - c)^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

$$\begin{aligned}
a + c &= -\frac{1}{2} \left(\lambda_2 u^2 - \frac{\mu_{12}^2 u}{v} \frac{\mu_{12}^2 v}{u} + \lambda_1 v^2 \right) \\
4b^2 &= 4 [\mu_{12}^2 + (\lambda_3 \lambda_4) uv]^2 \\
(a - c)^2 &= \frac{(\lambda_2 u^3 v - \lambda_1 u v^3 + \mu_{12}^2 (u^2 - v^2))^2}{4u^2 v^2}
\end{aligned} \tag{B.15}$$

Neste caso vamos considerar que $4b^2 < (a - c)^2$, portanto os autovalores, segundo a Eq.B.14, são:

$$\begin{aligned}
m_{\chi_1}^2 &\simeq -\frac{1}{4} \left(\lambda_2 u^2 - \frac{\mu_{12}^2 u}{v} - \frac{\mu_{12}^2 v}{u} + \lambda_1 v^2 \right) - \frac{\lambda_2 u^3 v - \lambda_1 u v^3 + \mu_{12}^2 (u^2 - v^2)}{4uv} \\
&\simeq \lambda_2 u^2 - \frac{\mu_{12}^2 v}{u} \\
m_{\chi_2}^2 &\simeq -\frac{1}{2} \left(\lambda_2 u^2 - \frac{\mu_{12}^2 u}{v} - \frac{\mu_{12}^2 v}{u} + \lambda_1 v^2 \right) + \frac{\lambda_2 u^3 v - \lambda_1 u v^3 + \mu_{12}^2 (u^2 - v^2)}{4uv} \\
&\simeq \lambda_1 v^2 - \frac{\mu_{12}^2 u}{v}
\end{aligned} \tag{B.16}$$

Considerando que:

$$\begin{aligned}
\lambda_1 v^2 &\gg \frac{\mu_{12}^2 u}{v} \\
\lambda_2 u^2 &\ll \frac{\mu_{12}^2 v}{u} \\
2 \frac{\mu_{12}^2 v}{u} &= -2\mu_2^2 - (\lambda_3 + \lambda_4)v^2 - \lambda_2 u^2
\end{aligned} \tag{B.17}$$

As massas para os escalares reais são:

$$\begin{aligned}
m_{\chi_1}^2 &\simeq \mu_2^2 + \frac{1}{2}(\lambda_3 + \lambda_4)v^2 + \frac{1}{2}\lambda_2 u^2 \\
m_{\chi_2}^2 &\simeq \lambda_1 v^2 - \frac{\mu_{12}^2 u}{v} \simeq \lambda_1 v^2
\end{aligned} \tag{B.18}$$

2) Caso dos Imaginários:

A matriz de massa dos imaginários é simples de se calcular e obtemos:

$$\begin{aligned}
m_{G_1}^2 &= 0 \\
m_{G_2}^2 &= -\frac{\mu_{12}^2 (u^2 + v^2)}{uv}
\end{aligned} \tag{B.19}$$

sendo:

$$2\frac{\mu_{12}^2 v}{u} = -2\mu_2^2 - (\lambda_3 + \lambda_4)v^2 - \lambda_2 u^2 \quad (\text{B.20})$$

obtemos:

$$\begin{aligned} m_{G_1}^2 &= 0 \\ m_{G_2}^2 &= \mu_2^2 + \lambda_2 u^2 - \frac{\mu_{12}^2 u}{v} + (\lambda_3 + \lambda_4)v^2 \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

3) Caso dos carregados:

$$\begin{aligned} m_{\phi_1^\pm}^2 &= 0 \\ m_{\phi_2^\pm}^2 &= -\frac{(2\mu_{12}^2 + \lambda_4 uv)(u^2 + v^2)}{2uv} \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

sendo:

$$2\frac{\mu_{12}^2 v}{u} = -2\mu_2^2 - (\lambda_3 + \lambda_4)v^2 - \lambda_2 u^2 \quad (\text{B.23})$$

obtemos:

$$\begin{aligned} m_{\phi_1^\pm}^2 &= 0 \\ m_{\phi_2^\pm}^2 &= \mu_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_2 u^2 - \frac{\mu_{12}^2 u}{v} + (\lambda_3 + \frac{1}{2}\lambda_4)v^2 \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

Notem que a única massa que não é proporcional à μ_2^2 é proporcional à v , portanto, todos os escalares massivos são pesados.

Referências Bibliográficas

- [1] S. F. Novaes; *Standard Model: An Introduction*, arXiv:hep-ph/0001283v1 (Instituto de Física Teórica, UNESP) .
- [2] K.S. Babu, *TASI Lectures on Flavor Physics*, arXiv:0910.2948v1.
- [3] D. Kazakov, S. Lavignac e J.Dalibard, *Particle Physics Beyond the Standard Model*, École d'été de Physique des Houches session LXXXIV, 1-26 agosto 2005.
- [4] S.J. L. Rosner, *Resource Letter SM-1: The Standard Model and Beyond*, Am. J. Phys. 71, 302, (2003).
- [5] E.D. Commins and P. H. Bucksbaum, *Weak Interaction of Leptons and Quarks*, cambridge university press 1983.
- [6] M. Veltman, *Radiative Corrections to Vector Boson Masses*, Phys. Lett. B 91 (1980) 95.
- [7] S. L. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani; *Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry*; Phys. Rev. D 2 1285 (1970).
- [8] S. Weinberg; *Baryon- and Lepton-Nonconserving Processes*; Phys. Rev. Lett. 43 1566 (1979).
- [9] C. Amsler et al., *Particle Data Group*, Physics Letters B667, 1 (2008).
- [10] Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li, *Gauge theory of elementary particle physics*, Oxford, NY, 1984.
- [11] R. R. Volkas; *Prospects for mass unification at low energy scales*; Phys. Rev. D 53 (1996) 2681.
- [12] A. Zee and F. Wilczek; *Horizontal Interaction and Weak Mixing Angles*; Phys. Rev. Lett. 42 (1979) 421.

- [13] Y. Koide and A. Ghosal; *Bimaximal neutrino mixing in a Zee-type model with badly broken flavor symmetry*; Phys. Rev. D63 (2001) 037301.
- [14] H. Zhang, *Flavor $S_4 \otimes Z_2$ symmetry and neutrino mixing*, Phys. Lett. B665 (2007) 132.
- [15] H. Sawanaka, Int. J. Mod. Phys. E16 (2007) 1383, M. Hirsch, A. S. Joshipura, S. Kaneko and J. W. F. Valle; *Predictive Flavor Symmetries of the Neutrino Mass Matrix*; Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 151802; R. R. Volkas; *A_4 symmetry breaking scheme for understanding quark and lepton mixing angles*; hep-ph/0612296; B. Adhikary, B. Brahmachari, A. Ghosal, E. Ma and M. K. Parida, Phys. Lett B638 (2006) 345;
- [16] P. H. Frampton and T. W. Kephart, *Simple nonAbelian finite flavor groups and fermion masses*, Int. J. Mod. Phys. A10 (1995) 4689.
- [17] A. Aranda, C. D. Carone, R. F. Lebed, *Maximal neutrino mixing from a minimal flavor symmetry*, Phys. Rev. D 62, 016009 (2000).
- [18] K. S. Babu and J. Kubo; *Dihedral families of quarks, leptons, and Higgs bosons*; Phys. Rev. D 71 (2005) 056006.
- [19] P. H. Frampton and T. W. Kephart, JHEP0709 (2007) 110; C. Luhn, S. Nasri, and P. Ramond, *Simple Finite Non-Abelian Flavor Groups*. J. Math. Phys. 48 (2007) 073501; *ibid Tri-bimaximal neutrino mixing and the family symmetry semidirect product of $Z(7)$ and $Z(3)$* , Phys. Lett. B652 (2007) 27.
- [20] H. FRITZSCH and ZHI-ZHONG XING; *The Mixing of Quarks and Leptons and Neutrino Degeneracy*, arXiv:hep-ph/9807234;
- [21] H. Fritzsch and Z. Z. Xing, *Mass and flavor mixing schemes of quarks and leptons*, Prog. Part. Nucl. Phys. 45 (2000) 1.
- [22] R. A. Porto and A. Zee; *The Private Higgs*; Phys. Lett. B666 (2008) 491, arXiv:0712.0448.
- [23] T. P. Cheng and L-F. Li; *Neutrino masses, mixings, and oscillations in $SU(2) \times U(1)$ models of electroweak interactions*; Phys. Rev. D 22 (1980) 2860.
- [24] A. C. B. Machado and V. Pleitez; *The flavor problem and discrete symmetries*; Phys. Lett. B674 (2009) 223, arXiv:0712.078.1
- [25] K. Nakamura et al. (Particle Data Group), JPG 37, 075021 (2010) (URL: <http://pdg.lbl.gov>).

- [26] James Barry, Werner Rodejohann; *Deviations from tribimaximal mixing due to the vacuum expectation value misalignment in A_4 models*; Phys.Rev.D81 093002 2010.
- [27] Yoni BenTov and A. Zee, *Neutrino Mixing and the Double Tetrahedral Group*, arXiv:1101.1987.
- [28] T. D. Lee; *A Theory of Spontaneous T Violation*; Phys. Rev. D 8 1226 (1973).
- [29] S. L. Glashow and S. Weinberg; *Natural conservation laws for neutral currents*; Phys. Rev. D 15, 1958 (1977).
- [30] N. G. Deshpande and E. Ma; *Pattern of symmetry breaking with two Higgs doublets*; Phys. Rev. D 18, 2574 (1978).
- [31] J. F. Donoghue and L.F. Li; *Properties of charged Higgs bosons*; Phys. Rev. D 19 945 (1979).
- [32] H.E. Haber, G. L. Kane and T. Sterling, *The Fermion Mass Scale and Possible Effects of Higgs Bosons on Experimental Observables*, Nucl. Phys. B161, 943 (1979).
- [33] L. J. Hall and M. B. Wise, *Flavor Changing Higgs - Boson Couplings*, Nucl. Phys. B187, 397 (1981).
- [34] T. P. Cheng and M. Sher; *Mass-matrix ansatz and flavor nonconservation in models with multiple Higgs doublets*; Phys. Rev. D 35, 3484 (1987).
- [35] S. L. Adler; *Model for particle masses, flavor mixing, and CP violation, based on spontaneously broken discrete chiral symmetry as the origin of families*; Phys. Rev. D 59, 015012 (1998);
- [36] G. Altarelli, and D. Meloni, J. Phys. G36 (2009) 085005; ; L. Lavoura, and H. Kuhbock, Eur. Phys. JC55 (2008) 303; Y. Koide; *Higgs boson mass bounds in the three- and six-Higgs doublet models for family structure*, Phys. Rev D 60 (1999) 077301;
- [37] H. Ishimori *et al*, *Non-Abelian Discrete Symmetries in Particle Physics*; ArXiv:1003.3552.
- [38] E. Ma, and G. Rajasekaran, *Light unstable sterile neutrino*, Phys. Rev. D64 (2001) 113012.
- [39] A. Zee, *Obtaining the neutrino mixing matrix with the tetrahedral group*, Phys. Lett. 630B (2005) 58.
- [40] R. A. Toorop, F. Bazzochi, L. Merlo and A. Paris; *Constraining Flavour Symmetries At The EW Scale I: The A_4 Higgs Potential*; arxiv:1012.1791.

- [41] G. 't Hooft, *Under the Spell of the Gauge Principle*, World Scientific, Singapore (1994); pp. 352ff.
- [42] T. V. Duong and E. Ma; *Decay of the Z boson into scalar particles*; Phys. Rev. D 47 (1993) 2020; T. V. Duong, E. Keith, E. Ma, and H. Kikuchi, ; *Decay of Z into two light Higgs bosons*; *ibid.*D 52 (1995) 5045.
- [43] M. Veltman, *The Infrared - Ultraviolet Connection.*, Acta Phys. Pol. B12 (1981) 437.
- [44] C.P. Burgess, A. Maharana, F. Quevedo; *Uber-naturalness: unexpectedly light scalars from supersymmetric extra dimensions*; arXiv:1005.1199.
- [45] B. McWilliams and L. F. Li, *Virtual effects of Higgs particles*, Nucl. Phys. B 179 (1981) 62; O. Shanker, *Flavor violation, scalar particles and leptiquarks*, Nucl. Phys. B 206 (1982) 253.
- [46] M. Ciuchini *et al.* ΔM_K and ϵ_K in SUSY at the Next-to-Leading order., Nucl. Phys. B523 (1998) 501; A. J. Buras, M. Misiak, and J. Urban, *Higgs-Mediated FCNCs: neutral flavor conservation vs. minimal flavor violation*, Nucl. Phys. B583 (2000) 397.
- [47] D. Becirevic *et al.*, Nucl. Phys. **B634** (2002) 105.
- [48] T. V. Duong, E. Keith, *Ernest Ma e Hisashi Kikuchi Decay of Z into two light Higgs bosons*, Phys. Rev. D 52 5045.
- [49] E. Ma, *Quark mass matrices from a softly broken U(1) symmetry*, Phys. Letter B 516 (2001) 165.
- [50] C. H. Llewellyn Smith, *High-Energy Behavior and Gauge Symmetry*, Phys. Lett. B 46, 233 (1973).
- [51] C. Quigg, *Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions* (Addison-Wesley Pub. Co., Menlo Park, 1983).
- [52] R. Jackiw and S. Weinberg, *Weak interaction corrections to the muon magnetic moment and to muonic atom energy levels*, Phys. Rev. Lett. 5 (1972) 2396.
- [53] B. Aas, *et al*, *Vacuum Polarization Test And Search For Muon Hadron Interactions From Muonic X-Rays: Crystal Spectrometer Experiments*, Nucl. Phys. A375 (1984) 405.
- [54] E. Borie and G. A. Rinker, *The Energy Levels Of Muonic Atoms*, Rev. Mod. Phys. 54 (1982) 67.

- [55] A. C. B. Machado, J. C. Montero, and V. Pleitez, *On quark masses and mixing and A_4 symmetry*, no prelo.
- [56] S. Pascoli, S.T. Petcov e W. Rodejohann, *On the CP Violation Associated with Majorana Neutrinos and Neutrinoless Double-Beta Decay*, Phys.Lett.B549:177-193,2002 ; S. Pascoli, S.T. Petcov e T. Schwetz, *The Absolute Neutrino Mass Scale, Neutrino Mass Spectrum, Majorana CP-Violation and Neutrinoless Double-Beta Decay*, Nucl.Phys.B734:24-49,2006.
- [57] B. Kayser, *Neutrino Intrinsic Properties: The Neutrino-Antineutrino Relation*, Phys.Scripta T121 (2005) 156-160.
- [58] R. Allahverdi, B. Dutta, and R. N. Mohapatra, *Schizophrenic Neutrinos and ν -less Double Beta Decay*, Phys.Lett.B695:181-184, 2011;
- [59] L. Wolfenstein, *Different Varieties of Massive Dirac Neutrinos*, Nucl. Phys. B 186, 147 (1981); S. T. Petcov, *On Pseudodirac Neutrinos, Neutrino Oscillations and Neutrinoless Double beta Decay*, Phys. Lett. B 110 (1982) 245; M. Doi, M. Kenmoku, T. Kotani, H. Nishiura and E. Takasugi, *Pseudodirac Neutrino* Prog. Theor. Phys. 70, 1331 (1983);
- [60] A. de Gouvea and W-C. Huang, *Pseudo-Dirac Neutrinos in the New Standard Model* Phys. Rev. D 80, 073007 (2009);
- [61] J. C. Montero and V. Pleitez, *Gauging $U(1)$ symmetries and the number of right-handed neutrinos*, Phys. Lett. B675 (2009) 64;
- [62] A. C. B. Machado, V. Pleitez, *Schizophrenic active neutrinos and exotic sterile neutrinos*, Phys. Lett. B698 (2011) 128. *Concerning schizophrenic and exotic neutrinos*, arXiv:1105.6064;
- [63] P.F. Harrison, W.G. Scott, *Generation permutation symmetry and the quark mixing matrix*, Phys. Lett. B 333 (1994) 471; E. Derman, D.R.T. Jones, *Electron-Muon Permutation Symmetry and Multiplicatively Conserved Lepton Number in Gauge Theories* Phys. Lett. B70, 449 (1977); S. L. Adler, *Model for particle masses, flavor mixing, and CP violation, based on spontaneously broken discrete chiral symmetry as the origin of families*, Phys. Rev. D 59, 015012 (1999);
- [64] S. Weinberg, *Baryon and Lepton Nonconserving Processes* Phys. Rev. Lett. 43, 1566 (1979); F. Wilczek and A. Zee, *Operator Analysis of Nucleon Decay*, Phys. Rev. Lett. 43 1571 (1979); E. Ma, *$\psi(2S)$ hadronic decays to vector tensor final states*, phys. Rev. Lett. 81, 1171 (1998).
- [65] A. Gando *et al* (KamLAND Collaboration), *Constraints on θ_{13} from A Three-Flavor Oscillation Analysis of Reactor Antineutrinos at KamLAND*, arXiv:1009.4771.

- [66] K. Abe *et al.* (The T2K Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **107** (2011) 041801, arXiv:1106.2822.
- [67] S. Morisi, K. M. Patel, and E. Peinado, arXiv:1107.0696.
- [68] Hsin-Chia Cheng, *TASI Lecture: Introduction to Extra Dimensions* arXiv:1003.1162, (2009).
- [69] E. Ma, *Naturally Small Seesaw Neutrino Mass with No New Physics Beyond the Tev Scale* *Phys. Rev. Lett.* 86 2502 (2001).