



Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

TESE DE DOUTORADO

IFT-T.006/01

Colisões Periféricas de Íons Pesados

Cristiane Grala Roldão

Orientador

Adriano A. Natale

Setembro de 2001

Ao Tio Osório,
em memória

Ahora hace más frío

hay muchas estrellas

flotamos a la deriva.

Les ruego (si alguien abre este escrito)

formen en sus bocas las palabras que fueron nuestros nombres.

Les diré todo lo que hemos aprendido.

Les diré todo.

Ernesto Sabato

em *Abaddón el exterminador*

Agradecimentos

Aos meus pais e irmãos, sem o seu apoio e confiança nada disso seria possível.

Ao Adriano, por me orientar e ter se mostrado um grande amigo.

Ao pessoal lá de casa, Dáfni, Marcel, Baretta, e também aos que por lá passaram, Erica, Jorge, Paulo, Luiza, por terem sido minha família aqui em São Paulo.

Ao Cristiano e a Cristina, por terem tido paciência de ler esta tese, as poucas virtudes que este texto vier a possuir devem-se a eles.

Ao João pela amizade, e pela ajuda fundamental para a conclusão deste trabalho.

Aos meus amigos, Breno, Brenno, Leonardo, Ricardo, Vanessa, Dona Maria, Victo, Alfonso, Cabelo, Arnaldo, Gadelha, Randall, Iraida, Alejandro, Marcos, Sergio, Kenichi, Eduardo, Evelise, Leandro, Tadeu, Gargamel, Telma.

À FAPESP pelo suporte financeiro.

Resumo

Este trabalho foi dedicado ao estudo dos principais aspectos das seções de choque de processos que podem ser intermediados por dois fótons ou troca de dois Pomerons em colisões periféricas de íons pesados, estas são avaliadas para as energias que estarão disponíveis no *Relativistic Heavy-Ion Collider* (RHIC) e no *Large Hadron Collider* (LHC). A análise foi realizada no espaço de parâmetro de impacto, sendo imposta a condição de colisões periféricas realistas. Foram estimadas a produção de ressonâncias, pares de píons e produção múltipla de partículas. Foi igualmente avaliado o subprocesso $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ no RHIC, considerando-se que esta reação pode ser intermediada por uma ressonância composta por quarks ou gluons ou através de um laço de férmions.

Abstract

We study the main aspects of cross sections for processes that can be intermediated by two photon and double Pomeron exchange. The analysis was made in impact parameter space requiring the condition for realistic peripheral collisions. We have also estimated resonance production, pions pair and multiple particle production. Processes leading to two photon final states, $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, are also discussed, when they are intermediated by a resonance made of quarks or gluons or by a fermion loop at RHIC energies.

Keywords: Íons pesados; Colisões periféricas; Pomerons; Fusão de fótons.

PACS Number(s) : 25.75.-q; 25.75.Dw; 13.40.-f

Índice

1	Introdução	9
2	Distribuições de Fótons e Pomerons em Íons	13
2.1	Distribuição de Fótons e Seção de Choque Nuclear para Fusão de Dois Fótons	14
2.2	Processos Envolvendo Pomerons	17
2.2.1	Distribuição de Pomerons	17
2.2.2	Seção de Choque para Fusão de Dois Pomerons	21
3	Processos Intermediados por Fótons e Pomerons	25
3.1	Ressonâncias	25
3.2	Produção de Pares de Píons	28
3.3	Produção Múltipla de Partículas	31
3.4	A Reação Contínua $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \gamma$	35
3.5	Ressonâncias Decaindo em Dois Fótons	42
4	Análise das Seções de Choque Iônicas	46
4.1	Produção Exclusiva de Partículas	46
4.1.1	Ressonâncias Pseudoescalares	46
4.1.2	Produção de Pares $\pi^+\pi^-$	51
4.2	Produção Inclusiva de Partículas	53

<i>Índice</i>	8
4.3 Espalhamento da Luz pela Luz	56
4.4 Seções de Choque para Ressonâncias que Decaiam em Dois Fótons . .	62
4.4.1 Mésons Pseudoescalares e Glueballs	62
4.4.2 Méson Escalar - O Sigma	68
5 Conclusões	80
Referências	88

Capítulo 1

Introdução

Anéis de colisão como o Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) no Brookhaven National Laboratory (BNL) e o Large Hadron Collider (LHC), no CERN, serão capazes de acelerar íons pesados a energias de aproximadamente 200 GeV/nucleon, no caso do RHIC, e 6 300 GeV/nucleon no LHC. Desta forma, estima-se que a densidade de energia oriunda da colisão central destes núcleos atinja valores muito altos, o que traz consigo grandes expectativas de se conseguir a formação de uma nova forma de matéria chamada de plasma de quarks e gluons. Este plasma é o análogo na Cromodinâmica Quântica da fase de plasma da matéria ordinária [1]. Como não há como detectar diretamente se este novo estado da matéria hadrônica foi criado, pois quarks e gluons não são observados diretamente, é preciso estabelecer formas indiretas de se fazer isto, o que torna premente investigar os possíveis sinais atribuídos a ele [2].

Também foi levantada a hipótese de que as colisões periféricas de núcleos pesados, que também serão implementadas nestes aceleradores, abririam toda uma área de estudos, como foi sugerido por Baur e colaboradores [3, 4], tornando viável, por exemplo, avaliar a existência de previsões de modelos já bem estabelecidos, como o modelo padrão, onde espera-se poder observar o bóson de Higgs com massa não

muito grande [5, 6], ou de física além do modelo padrão [5, 7, 8], o que envolveria partículas supersimétricas, bem como acoplamentos anômalos do Higgs.

Outra possibilidade bastante promissora em colisões periféricas, talvez mais que as anteriores, é a que envolve a observação de física hadrônica nestas experiências, que seria similar a obtida em colisões e^+e^- , com a grande vantagem de que no caso de íons pesados a luminosidade de fótons é muito maior, o que permitirá estudar ressonâncias que acoplam fracamente aos fótons [9, 10, 11]. Os núcleos pesados, quando sofrem acelerações como as que irão ocorrer nestas experiências, irão carregar com eles uma nuvem de fótons, e é através da interação destes objetos que espera-se criar estes estados finais.

A produção eletromagnética de partículas pode ser descrita através do método de Weizäcker-Williams, ou aproximação do fóton equivalente [12]. Nesta aproximação o campo eletromagnético do núcleo em movimento é trocado por um campo de fótons, e conseqüentemente a seção de choque em colisões de íons pesados pode ser aproximada pela seção de choque elementar da fusão de dois fótons vestida com a distribuição do fóton equivalente nos dois núcleos.

Do mesmo modo, troca de dois Pomerons poderá acontecer nestas colisões e apresentará estados finais semelhantes aos devidos a interação de dois fótons [8]. Desta feita torna-se importante avaliar processos difrativos para os mesmos estados finais considerados quando da interação de dois fótons, o que é feito com a ajuda do método do Pomeron equivalente [13].

Este trabalho foi dedicado ao estudo da produção hadrônica em colisões periféricas de íons pesados intermediadas pela fusão de um par de fótons ou pela troca de dois Pomerons nas energias que estarão disponíveis no RHIC e no LHC. O objetivo é

sugerir alguns processos que podem vir a ser observados nestes colisores, além de fazer previsões sobre suas seções de choque, verificando se este tipo de experiência possui sensibilidade suficiente para observar estados finais que em outras situações seriam bastante raros, se não impossíveis.

O segundo capítulo desta tese se dedicará a discutir as distribuições de fótons e Pomerons nos íons. O objetivo é encontrar as seções de choque nucleares para as reações que serão intermediadas pelos dois mecanismos, fusão de fótons e absorção de Pomerons. Será tomado o cuidado de se excluir as colisões centrais, o que pode ser feito quando se realiza a análise no espaço do parâmetro de impacto, e então impor que este apresente um valor mínimo igual a soma do raio dos dois núcleos (R_A e R_B), ou seja, $b_{min} = R_A + R_B$. Uma segunda alternativa para atingir este propósito seria por intermédio do fator de absorção na aproximação de Glauber [14].

Em seguida, no Capítulo 3, serão apresentados os possíveis estados finais intermediados por fótons e Pomerons. Estes incluem mésons pseudoescalares, e uma vez que os cálculos envolvidos são consideravelmente simples, podem oferecer uma boa oportunidade para verificar se os métodos adotados para a exclusão de colisões que não sejam periféricas são eficientes ou não. Além disso habilitarão determinar se os processos difrativos irão competir com os fotônicos. Será igualmente avaliada a produção de pares de píons, $\pi^+\pi^-$, e de um aglomerado de partículas. Esta análise será desenvolvida tanto para o RHIC quanto para o LHC. Também se discutirá a produção de ressonâncias que decaiam em dois fótons e o espalhamento da luz pela luz, ou seja, o processo contínuo $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, mas neste ponto a atenção será totalmente dedicada ao RHIC, uma vez que este já está operando [15], e apesar da diferença de energia, as conclusões obtidas podem ser estendidas ao LHC.

O quarto capítulo discutirá os resultados obtidos para os vários processos sugeridos. O primeiro envolve a produção de ressonâncias pseudoescalares criadas pela fusão de dois fótons e pela interação de um par de Pomerons. Serão também avaliadas a produção de pares de píons e produção múltipla de partículas.

Foram igualmente considerados subprocessos que produzam dois fótons. Estes podem ser divididos em dois tipos, um dos quais seria através da produção de uma ressonância, $\gamma\gamma \rightarrow R \rightarrow \gamma\gamma$. A relevância de tal análise reside no fato de que este é um sinal claro para ressonâncias compostas por quarks ou gluons [9], quando comparado com o decaimento hadrônico destas mesmas partículas. Neste trabalho foram avaliados alguns mésons pseudoescalares, o η e o η' , os candidatos a glueball $\eta(1440)$ e $f_0(1710)$, além de um méson escalar leve, σ .

A última reação merecedora de atenção neste trabalho é a que diz respeito ao espalhamento da luz pela luz, $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$. Este pode ser um dos ruídos à detecção das ressonâncias que decaiam em dois fótons, mas esta não é a única motivação ao seu estudo. Apesar de ser conhecido a muito tempo, este processo nunca foi avaliado experimentalmente, no ambiente de anéis de colisão. O acelerador RHIC pode oferecer a oportunidade de observá-lo pela primeira vez.

O Capítulo 5 será dedicado aos comentários e conclusões sobre a possibilidade de observação destas reações.

Capítulo 2

Distribuições de Fótons e Pomerons em Íons

As colisões periféricas que ocorrerão em colisores relativísticos de íons pesados, como no LHC e no RHIC, sendo que neste último estas colisões já estão em fase inicial de funcionamento, são bastante atraentes, uma vez que poderão ser utilizados para o estudo de aspectos pertinentes à física hadrônica. Uma característica interessante deste tipo de colisão é a alta luminosidade de fótons alcançada, o que irá viabilizar a observação e o estudo de processos eletromagnéticos, como já sugerido por Baur e Bertulani [16]. Os núcleos não irão interagir diretamente, permanecendo intactos após a colisão.

A física relacionada às colisões periféricas de íons pesados envolverá efeitos devidos a uma distribuição de fótons coerentes e de Pomerons. Esta será um bom cenário para o estudo de reações que em outras situações seriam produzidas em menor abundância, como na fusão de fótons em espalhamento e^+e^- , pois quando se está pensando em núcleos pesados deve ser lembrado que em geral haverá um aumento da luminosidade das partículas criadas, sejam elas fótons ou Pomerons, o que aumentará as chances de se observar os possíveis estados por eles intermediados, como produção de mésons pseudoescalares, glueballs e mesmo o méson sigma, os quais possuem um pequeno acoplamento com o fóton ou com o Pomeron. Quando

as partículas emitidas pelos núcleos carregarem consigo uma baixa fração do momento que o mesmo possuía antes da colisão, serão consideradas quase reais, o que é uma perspectiva sedutora, dadas as facilidades de modelagem que ela oferece. Isto porque para determinar a seção de choque nuclear basta considerar a seção de choque elementar do processo em questão e acrescentar a função de distribuição das partículas intermediárias nos íons.

Este capítulo discutirá a distribuição obedecida pelos fótons e Pomerons nos núcleos envolvidos na colisão, assim como na obtenção de expressões para as seções de choque total dos estados finais a serem analisados no capítulo seguinte.

2.1 Distribuição de Fótons e Seção de Choque Nuclear para Fusão de Dois Fótons

Os núcleos que tomam parte de colisões periféricas não interagem diretamente uns com os outros, o feixe emergente carregará os núcleos intactos e a direção obedecida por ele será próxima a do feixe incidente. Então uma das possibilidades de interação entre eles é através de reações eletromagnéticas. Uma vez que estes fótons irão carregar consigo apenas uma pequena fração do momento dos íons incidentes, estes podem ser tratados como sendo quase reais. Outro aspecto interessante neste tipo de colisão é que como a luminosidade de fótons é consideravelmente grande, o que poderá tornar possível observar estados que seriam mais difíceis de observar em outras reações, como por exemplo $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma \rightarrow e^+e^-X$, onde X é o estado final criado, como ressonâncias ou um aglomerado de partículas.

A Figura (2.1) ilustra a colisão $AB \rightarrow \gamma\gamma \rightarrow ABX$. O estado criado X tanto pode ser uma partícula no caso de produção exclusiva, como mésons pseudoescalares,

escalares etc., quanto um aglomerado de partículas para o caso inclusivo.

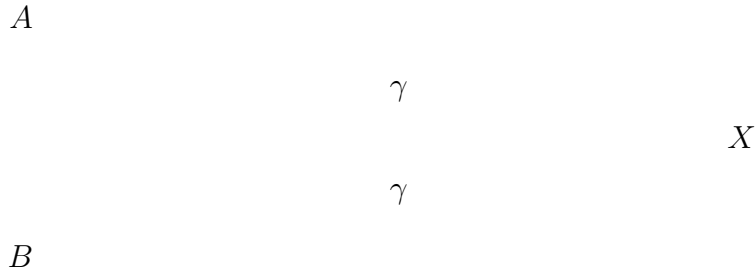


Figura 2.1: *Fusão de dois fótons pela colisão dos núcleos A e B. O círculo cinza representa o processo elementar $\gamma\gamma \rightarrow X$, X é o estado produzido.*

Processos que envolvam interações eletromagnéticas de partículas relativísticas podem ser tratados através do método de Weizsäcker-Williams [12], ou fóton equivalente. Este método explora a similaridade existente entre os campos de uma partícula carregada que se mova a velocidade relativística e o de um pulso de radiação, correlacionando os efeitos da colisão da já referida partícula a algum sistema com os efeitos correspondentes produzidos pela interação da radiação com o mesmo sistema. O campo da partícula incidente é trocado por um pulso equivalente de radiação, sendo conveniente discutir este método no espaço do parâmetro de impacto, b , o qual oferece uma boa maneira de se eliminar as colisões que não sejam periféricas.

Passando para o caso específico de interesse neste trabalho, colisões de íons pesados, os campos eletromagnéticos destes são trocados por campos de fótons equivalentes, o que permitirá aproximar a seção de choque da colisão nuclear pela seção de choque elementar da fusão de dois fótons vestida com a distribuição destes nos

mesmos íons.

Uma maneira de se garantir que depois de colidirem os núcleos permaneçam intactos é feita com a introdução de um corte geométrico no valor mínimo permitido para o parâmetro de impacto, $b_{min} = R_1 + R_2$, onde R_i é o raio dos dois núcleos envolvidos na colisão [3], evitando que os núcleos se sobreponham. A função de distribuição do par de fótons, que carregam frações do momento total do núcleo que os emitiu entre x_i e $x_i + dx_i$, $i = 1, 2$, é $F(x_1, x_2)dx_1dx_2$, que é uma medida de se encontrar estes dois fótons nos núcleos carregando as frações de energia x_1 e x_2 dos mesmos. Se for assumido que esta distribuição é fatorizável [6],

$$F(x_1, x_2) = f(x_1)f(x_2),$$

a luminosidade dos dois fótons pode ser definida como

$$\frac{dL}{d\tau} = \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} f(x)f(\tau/x),$$

sendo $\tau = \hat{s}/s$, onde \hat{s} é o quadrado da energia do centro de massa dos dois fótons e s do sistema íon-íon. Resta agora determinar quem é $f(x)$. Pode-se encontrar na literatura várias maneiras de fazer isto, mas neste trabalho será utilizada apenas a distribuição proposta por Cahn e Jackson [6] que, apesar de ser bastante conservadora e não ser fatorizável, oferece uma descrição mais realista da distribuição dos fótons no núcleo, além de fornecer um bom ajuste da luminosidade diferencial, o que é bastante interessante a fim de cálculos práticos. A luminosidade adotada é igual a

$$\frac{dL}{d\tau} = \left(\frac{Z^2\alpha}{\pi} \right)^2 \frac{16}{3\tau} \varepsilon(z), \quad (2.1)$$

sendo $z = 2M_Z R_Z \sqrt{\tau}$, M_Z a massa do núcleo, R_Z seu raio e $\varepsilon(z)$ dado por

$$\varepsilon(z) = \sum_{i=1}^3 A_i e^{-b_i z}, \quad (2.2)$$

que é um ajuste encontrado através da integração numérica da distribuição de fótons com uma acurácia de 2% ou mais para $0.05 < z < 5.0$ e onde $A_1 = 1.909$, $A_2 = 12.35$, $A_3 = 46.28$, $b_1 = 2.566$, $b_2 = 4.948$, e $b_3 = 15.21$. Para $z < 0.05$ será usada a expressão [6]

$$\varepsilon(z) = \left(\ln \left(\frac{1.234}{z} \right) \right)^3. \quad (2.3)$$

A condição de que apenas colisões periféricas ocorram, $b_{min} = R_A + R_B$, está presente na distribuição de fótons acima.

De posse da expressão para luminosidade de fótons nos íons, a seção de choque nuclear total para a observação de estados finais produzidos através da fusão de dois fótons será

$$\sigma(s)_{ZZ}^{\gamma\gamma \rightarrow X} = \int d\tau \frac{dL}{d\tau} \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}(\hat{s}), \quad (2.4)$$

onde $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}(\hat{s})$ é a seção de choque do subprocesso $\gamma\gamma \rightarrow X$. Vale lembrar mais uma vez que a luminosidade foi obtida já com a condição de que apenas colisões periféricas ocorram, e por isso o uso da Eq.(2.4) garante que os íons irão permanecer intactos após a colisão.

2.2 Processos Envolvendo Pomerons

2.2.1 Distribuição de Pomerons

O conceito de Pomerons surgiu de considerações de alguns aspectos apresentados em reações hadrônicas a energias muito altas, quando foi observado que para colisões hadron-hadron os processos inelásticos que não apresentavam fluxo nos números quânticos pareciam dominar estas reações nas regiões de fragmentação. Também as amplitudes de espalhamento para a frente são aparentemente só imaginárias e a seção de choque aproxima-se de um valor constante a energias muito altas.

A primeira observação sugere que a troca de um objeto com os números quânticos do vácuo esteja envolvida nestes processos. Os dois últimos indicam que este mesmo objeto, que foi batizado de Pomeron, obedeça a uma trajetória de Regge cuja interceptação é $\alpha_0 \cong 1$,

$$\alpha_P(t) = 1 + \varepsilon + \alpha'_P t, \quad (2.5)$$

sendo $\varepsilon = 0.085$, $\alpha'_P = 0.25 \text{ GeV}^{-2}$ e t o quadri-momento trocado, que é pequeno, $t = k^2 \ll 1$.

Será considerado aqui o modelo sugerido por Donnachie e Landshoff [17, 18] para a descrição do Pomeron, onde informações obtidas através de experimentos como seções de choque, espalhamento elástico cujo momento trocado é pequeno e dissociação difrativa indicam que esta partícula se comporta como um fóton isoescalar com $C = +1$. O Pomeron é visto como sendo a descrição efetiva da troca de dois gluons, e sua estrutura é determinada por propriedades não-perturbativas de QCD no vácuo.

De acordo com o modelo de Donnachie e Landshoff, e ainda se o quadri-momento trocado for muito pequeno, $k^2 = t \ll 1$, o propagador do Pomeron será [19],

$$D_P(t; s) = \frac{(s/m^2)^{\alpha_P(t)-1}}{\sin \frac{1}{2}\pi\alpha_P(t)} e^{-\frac{1}{2}i\pi\alpha_P(t)}, \quad (2.6)$$

onde s é a energia total do centro de massa ao quadrado, m é a massa do próton. A trajetória de Regge do Pomeron, $\alpha_P(t)$, é fornecida pela Eq.(2.5). O termo no denominador do propagador da Eq.(2.6) é o fator de assinatura, que é responsável por expressar as diferentes propriedades do Pomeron sobre conjugação de carga, C , e paridade, P . Quando se está no regime de energia de centro de massa muito alta este denominador diminui muito rapidamente com \mathbf{k}^2 , suplantando a dependência

exponencial do propagador, o que torna possível a aproximação

$$\sin \frac{1}{2}\pi(1 + \varepsilon - \alpha'_P \mathbf{k}^2) \approx \cos\left(\frac{1}{2}\pi\varepsilon\right) \approx 1.$$

Se for definido o parâmetro de alcance do Pomeron como

$$r_0^2 = \alpha'_P \ln\left(\frac{s}{m^2}\right), \quad (2.7)$$

seu propagador pode ser reescrito da seguinte forma

$$|D_P(t = -\mathbf{k}^2; s)| \cong \left(\frac{s}{m^2}\right)^\varepsilon e^{-r_0^2 \mathbf{k}^2}. \quad (2.8)$$

Como se está interessado na distribuição espacial do quanta virtual no referencial de repouso nuclear, foi usado $t = -\mathbf{k}^2$.

Outra informação que será necessária no transcorrer deste trabalho diz respeito ao acoplamento Pomeron-núcleo que, segundo a Ref.[20], é igual a

$$\beta_{AP}(t) = 3A\beta_0 F_A(-t),$$

onde $\beta_0 = 1.8 \text{ GeV}^{-1}$ é o acoplamento Pomeron-quark, A é a massa atômico do íon envolvido na colisão e $F_A(-t)$ é o fator de forma nuclear, normalmente sua forma é assumida como sendo gaussiana [21]:

$$F_A(-t) = e^{t/2Q_0^2}, \quad (2.9)$$

onde $Q_0 = 60 \text{ MeV}$.

Conforme foi verificado por Drees, Ellis and Zeppenfeld [21], a Eq.(2.9) é uma aproximação razoável para o fator de forma obtido através das distribuições de densidades mais realistas como, por exemplo, as de Fermi e Woods-Saxon. No entanto, o resultado encontrado por estes autores mostra que para estados finais com massa

elevada a luminosidade de dois fótons é ligeiramente subestimada, e espera-se que o mesmo comportamento seja obedecido pelo Pomeron. Uma expressão simples para o fator de forma consistente com a distribuição de Fermi foi obtida na Ref.[22], e seu uso permite encontrar uma seção de choque apenas um pouco maior para o caso de produção de aglomerados de hadrons pesados.

A forma para a função de distribuição adotada neste trabalho para a produção exclusiva de partículas foi obtida pela Ref.[13], onde foi seguido de perto a abordagem feita por Dawson [23]. Isto pode ser feito dentro do espírito da aproximação do “Pomeron equivalente”, que é uma extrapolação para processos difrativos do método do fóton equivalente. Desta forma se estabelece uma relação entre as seções de choque do processo inelástico $NP \rightarrow X$ com a do processo $N_1 N_2 \rightarrow P \rightarrow N'_1 X$, N_i e N'_i , $i = 1, 2$, são os íons antes e depois da colisão, respectivamente, e P é o Pomeron. A função de distribuição que descreve a probabilidade de se encontrar um Pomeron com fração de energia x carregada pelo íon antes da colisão será

$$f_P(x) = \frac{(3A\beta_0)^2}{(2\pi)^2 x} \int_{-\infty}^{-(xM)^2} dt (-t - x^2 M^2) F_A(-t)^2 |D(t)|^2, \quad (2.10)$$

onde M é a massa do núcleo, $F_A(t)$ tem a forma gaussiana mostrada pela Eq.(2.9) e $|D(t)|$ é dada pela Eq.(2.8). A integração da equação acima para núcleos idênticos leva a

$$f_P(x) = \frac{(3A\beta_0 Q_0^2)^2}{(2\pi)^2 x} \left(\frac{xs}{m^2}\right)^{2\varepsilon} \exp\left[-\left(\frac{xM}{Q_0}\right)^2\right].$$

Vale notar que $f_P(x)$ tem dimensão igual ao quadrado da energia, $[f_P] = E^2$, o que deve ser compensado na forma adotada pela expressão a ser usada para a seção de choque nuclear para que esta não seja dimensionalmente errada.

Para a distribuição inclusiva, onde $f_P(x)$ precisa ser envolvido pela distribuição

de gluons no Pomeron, a função de onda do Pomeron deve ser normalizada a unidade, o que é normalmente feito usando a expressão

$$f_P(x) = \frac{(3A\beta_0)^2}{(2\pi)^2 x} \int_{-\infty}^{-(xM)^2} dt F_A(-t)^2 |D(t)|^2, \quad (2.11)$$

e sua integração no momento trocado, t , levará a

$$f_P(x) = \frac{(3A\beta_0 Q_0)^2}{(2\pi)^2 x} \left(\frac{xS}{m^2}\right)^{2\varepsilon} \exp\left[-\left(\frac{xM}{Q_0}\right)^2\right].$$

2.2.2 Seção de Choque para Fusão de Dois Pomerons

Quando as partículas trocadas nas colisões núcleo-núcleo são Pomerons ao invés de fótons, pode ser feita a generalização do método de aproximação do fóton equivalente a esta nova situação [13], e desta forma a seção de choque para a produção de partículas via troca de dois Pomerons poderá ser escrita como

$$\sigma_{ZZ}^{PP} = \int dx_1 dx_2 f_P(x_1) f_P(x_2) \sigma_{PP}(s_{PP}), \quad (2.12)$$

onde $f_P(x)$ é a função de distribuição que descreve a probabilidade de se encontrar um Pomeron com fração de energia x e $\sigma_{PP}(s_{PP})$ é a seção de choque elementar para a produção de partículas com energia quadrada igual a s_{PP} . A Figura (2.2) ilustra este tipo de reação, onde X representa a ressonância criada, como mesons pseudo-escalares, no caso de colisão exclusiva, ou um aglomerado de partículas se for inclusiva. A diferença entre estas duas reações está na escolha da função $f_P(x)$ usada, além da seção de choque para o processo elementar, $\sigma_{PP}(s_{PP})$.

O problema em se usar a seção de choque dada acima, não importando qual o tipo de produção que se esteja interessado, é que nela os casos onde há sobreposição dos íons não estão excluídos. A condição de que apenas colisões periféricas ocorram entre os núcleos é imposta quando todos os cálculos são realizados no espaço do

parâmetro de impacto, e então se impõe um corte geométrico no valor mínimo que este deve possuir como sendo igual a soma do raio dos dois núcleos, $b_{min} = R_{Z_1} + R_{Z_2}$.

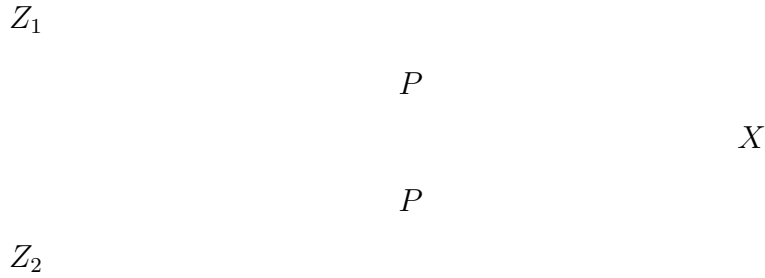


Figura 2.2: *Fusão de dois Pomerons em espalhamento nuclear. O acoplamento efetivo Pomeron-quark está representado pelos círculos.*

A Eq.(2.12) envolve uma integração sobre todo o espaço do parâmetro de impacto, a inclusão de um limite inferior nesta integral terá como consequência imediata a diminuição do valor a ser obtido pela seção de choque total para a produção de partículas em colisões de íons pesados. Para se obter esta supressão deve-se supor que os núcleos se movam segundo trajetórias clássicas; também o processo elementar para a produção de partículas é calculado em sua menor ordem, sem considerações de correções devidas à laços. Além disso é importante ressaltar que os Pomerons estão aproximadamente na camada de massa, sendo quase reais. Todas estas hipóteses levarão a troca da expressão para a seção de choque fornecida pela Eq.(2.12) pela seguinte expressão [13], isto no caso de produção de um aglomerado

de partículas,

$$\frac{d^2\sigma_{ZZ}^{PP\rightarrow X}}{d^2b} = \frac{Q'^2}{2\pi} e^{-Q'^2 b^2/2} \sigma_{ZZ}^{PP}, \quad (2.13)$$

onde $(Q')^{-2} = (Q_0)^{-2} + 2r_0^2$, a seção de choque total é obtida após a integração da equação acima usando a condição $b_{min} = 2R_Z$, para o caso de íons idênticos.

Já para a produção exclusiva de ressonâncias, a seção de choque como função do parâmetro de impacto será [24]

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma_{AA}^{PP\rightarrow R}}{d^2b} &= 2\pi \left(\frac{3A\beta_0}{2\pi^2} \right)^4 \int \frac{dx_1}{x_1} \frac{dx_2}{x_2} Q_1^4 Q_2^4 \tilde{Q}^2 e^{-x_1^2 M^2/Q_1^2} e^{-x_2^2 M^2/Q_2^2} \\ &\times \left(\frac{x_1 x_2 s^2}{m^4} \right)^{2\varepsilon} \sigma_{PP\rightarrow R}(x_1 x_2 s) b^2 \tilde{Q}^2 e^{-b^2 \tilde{Q}^2/2}, \end{aligned}$$

com $\sigma_{PP\rightarrow R}(x_1 x_2 s)$ indicando a seção de choque do sub-processo, querendo dizer fusão dupla de Pomerons produzindo uma ressonância, e onde

$$\tilde{Q}^{-2} = \frac{1}{2}(Q_1^{-2} + Q_2^{-2}),$$

com $Q_i^{-2} \equiv Q_0^{-2} + 2r_0^2$ para íons idênticos. Nos cálculos realizados neste trabalho foi percebido que a aproximação $Q_i^{-2} \approx Q_0^{-2}$ é bastante razoável pois, para as energias que serão consideradas, o parâmetro de impacto do Pomeron, Eq.(2.7), é menor que a largura do fator de forma gaussiano e conseqüentemente $\tilde{Q}^2 \approx Q_0^2$. Portanto, foi obtida a expressão final

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma_{AA}^{PP\rightarrow R}}{d^2b} &= 2\pi \left(\frac{3A\beta_0 Q_0^2}{2\pi^2} \right)^4 \int \frac{dx_1}{x_1} \frac{dx_2}{x_2} e^{-x_1^2 M^2/Q_0^2} e^{-x_2^2 M^2/Q_0^2} \\ &\times \left(\frac{x_1 x_2 s^2}{m^4} \right)^{2\varepsilon} \sigma_{PP\rightarrow R}(x_1 x_2 s) b^2 Q_0^4 e^{-b^2 Q_0^2/2}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Como discutido previamente, para reforçar a condição de colisões periféricas, a Eq.(2.14) será integrada com a condição $b_{min} = 2R$.

Outra forma de excluir eventos devidos a colisões centrais inelásticas é através da introdução de um fator de absorção calculado na aproximação de Glauber [14]. Este fator modifica a seção de choque da seguinte forma

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{AA}^{gl}}{d^2b} &= \frac{d\sigma_{AA}^{PP \rightarrow R}}{d^2b} \exp \left[-A^2 b \sigma_0 \int \frac{dQ^2}{(2\pi)^2} F_A^2(Q^2) e^{iQb} \right] \\ &= \frac{d\sigma_{AA}^{PP \rightarrow R}}{d^2b} \exp \left[-A^2 b \sigma_0 \frac{Q_0^2}{4\pi} e^{-Q_0^2 b^2/4} \right], \end{aligned} \quad (2.15)$$

onde σ_0 é a seção de choque nucleon-nucleon, cujos valores para os diferentes domínios de energia que serão considerados no próximo capítulo são obtidos diretamente do ajuste da Ref.[25]

$$\sigma_0 = X s^\epsilon + Y_1 s^{-\eta_1} + Y_2 s^{-\eta_2},$$

onde $X = 18.256$, $Y_1 = 60.19$, $Y_2 = 33.43$, $\epsilon = 0.34$, $\eta_1 = 0.34$, $\eta_2 = 0.55$. $F_A(Q^2) = e^{-Q^2/2Q_0^2}$ e a Eq.(2.15) foi exemplificada para o caso onde haja produção de ressonância, isto é, $\sigma_{AA}^{PP \rightarrow R}$ é a seção de choque total para a produção de uma única ressonância a ser discutida no futuro. A integração da Eq.(2.15) é feita sobre todo o espaço de parâmetro de impacto.

Capítulo 3

Processos Intermediados por Fótons e Pomerons

O principal interesse deste capítulo reside na discussão de alguns processos elementares que poderão vir a ser observados em colisões periféricas de íons pesados a velocidades ultrarelativísticas. Serão apresentadas as seções de choque iônicas totais para estas reações, criadas através da fusão de dois fótons ou de dois Pomerons.

3.1 Ressonâncias

A principal motivação para se estudar a produção de ressonâncias em colisões periféricas de íons pesados reside na alta luminosidade de fótons atingidos nestas ocasiões, o que torna possível observar ressonâncias que se acoplam muito fracamente aos fótons, uma vez que estes se tornam mais abundantes. A simplicidade destes cálculos também habilita testar os métodos empregados para a remoção de colisões centrais, assim como verificar em que grau a troca de dois Pomerons é ou não um ruído de fundo para a física de dois fótons.

Então, para fótons reais, considerações de simetria impõem certas restrições aos estados finais que podem ser criados, por exemplo, estados com spin 1 são suprimidos por conservação de momento angular. As colisões de dois fótons irão favorecer a criação de mésons com conjugação de carga $C = +1$. Este tipo de cenário oferece

uma forma razoavelmente simples de estudar a produção de uma única ressonância, denominada R , de spin zero. A seção de choque para a produção deste tipo de reação em colisões de íons pesados pode ser fatorizada na função de luminosidade de $\gamma\gamma$ e na seção de choque do processo elementar $\gamma\gamma \rightarrow R$, $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow R}$. Ainda quando esta ressonância criada possuir uma largura de decaimento total estreita, existe um modo de relacionar o decaimento fotônico destas partículas e a seção de choque elementar $R \rightarrow \gamma\gamma$, levando a uma forma elegante para a determinação da seção de choque nuclear total,

$$\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow R} = \frac{8\pi^2}{M_R \hat{s}} \Gamma_{R \rightarrow \gamma\gamma} \delta\left(\tau - \frac{M_R^2}{\hat{s}}\right),$$

onde M_R é a massa da ressonância e $\Gamma_{R \rightarrow \gamma\gamma}$ sua largura de decaimento em dois fótons. Usando esta expressão na Eq.(2.4) é possível obter a seção de choque total para a produção de mésons pseudoescalares,

$$\sigma_{ZZ}^{\gamma\gamma \rightarrow R} = \int_{\tau_{min}}^1 d\tau \frac{8\pi^2}{M_R \tau s} \Gamma_{R \rightarrow \gamma\gamma} \delta\left(\tau - \frac{M_R^2}{\tau s}\right) \frac{dL}{d\tau}, \quad (3.1)$$

sendo que $dL/d\tau$ descreve a luminosidade de fótons produzida pelos íons, Eq.(2.1).

Para determinar a seção de choque do subprocesso $PP \rightarrow R$ foi usado o modelo fenomenológico de Pomerons de Donnachie e Landshoff [17]. Neste modelo é assumido que o acoplamento do Pomeron com os quarks é igual ao de um fóton isoescalar. Isto significa que a seção de choque do subprocesso $PP \rightarrow X$ pode ser obtida através de modificações apropriadas da seção de choque $\gamma\gamma \rightarrow X$. Estes fatores são obtidos substituindo a constante de estrutura fina por

$$\alpha^2 \rightarrow \frac{9\tilde{\beta}^4}{16\pi^2},$$

onde $\tilde{\beta}$ é fornecido pela Eq.(3.2) e $9 = 3^2$ é um fator de cor.

Outro aspecto a ser considerado é que o vértice Pomeron-quark-quark não é puntual, e quando um ou ambos os quarks tornam-se muito massivos é sabido que o referido acoplamento diminui. Consequentemente o acoplamento Pomeron-quark, β_0 , deve ser trocado pela parametrização

$$\tilde{\beta}_0(Q^2) = \frac{\beta_0 \mu_0^2}{\mu_0^2 + Q^2}, \quad (3.2)$$

sendo $\mu_0^2 = 1.3 \text{ GeV}^2$ uma escala de massa característica do Pomeron, no caso de produção de ressonância com massa M_R , Q será igual a

$$Q = \frac{M_R}{2},$$

é este parâmetro que mede o quanto deve diminuir o acoplamento Pomeron-quark para se produzir uma determinada ressonância. Portanto, o processo $PP \rightarrow R$ é totalmente similar ao intermediado por fótons a menos de fatores apropriados. Desta maneira a seção de choque elementar para a produção de uma única ressonância através da fusão de dois Pomerons será

$$\sigma_{PP}^R = \frac{9}{2} \frac{\tilde{\beta}^4}{\alpha^2} \frac{\Gamma(R \rightarrow \gamma\gamma)}{M_R} \delta(x_1 x_2 s - M_R^2).$$

Com esta equação é possível determinar qual será a equação para a seção de choque nuclear total. Usando esta expressão na Eq.(2.14) é possível chegar a

$$\begin{aligned} \sigma_{ZZ}^{PP \rightarrow R} &= \frac{9\pi}{8} \frac{(\tilde{\beta}Q_0)^4}{\alpha^2} \left(\frac{3A\beta_0 Q_0}{2\pi} \right)^4 \frac{\Gamma(R \rightarrow \gamma\gamma)}{M_R} \left(\frac{M_R^2 s}{m^4} \right)^{2\epsilon} \frac{Q_0^4}{M_R^2} \\ &\times \int \frac{dx}{x} \exp \left[\left(-\frac{M_R^2 M}{sQ_0 x} \right)^2 - \frac{(xM)^2}{Q_0^2} \right] \int_{b_{min}}^{\infty} db 2\pi b^3 e^{-Q_0^2 b^2/2}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde $b_{min} = 2R_Z$.

3.2 Produção de Pares de Píons

A produção contínua de pares de píons ($\pi^+\pi^-$) é também um interessante sinal para ser observado em colisões periféricas de íons pesados, principalmente porque eles constituem um ruído de fundo para um dos principais decaimentos de glueballs, assim como para decaimentos de outras ressonâncias. Esta seção tem por objetivo discutir a seção de choque dos subprocessos que ocorrem via dois fótons, $ZZ \rightarrow ZZ\gamma\gamma \rightarrow ZZ\pi^+\pi^-$, e troca de dois Pomerons, $ZZ \rightarrow ZZPP \rightarrow ZZ\pi^+\pi^-$.

Em primeiro lugar será discutida a seção de choque para a produção de um par $\pi^+\pi^-$, para a região de baixa energia,

$$d\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-) \cong \frac{(4\pi\alpha)^2}{\hat{s}} [f_\pi(\frac{1}{2}\hat{s})]^2 \frac{d^3p d^3q}{2\omega_p(2\pi)^3 2\omega_q(2\pi)^3} \times (2\pi)^4 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p - q), \quad (3.4)$$

onde p e q são os momentos do par de píons produzidos, \hat{s} é o quadrado da energia total dos dois fótons incidentes ou do par de píons no sistema de centro de massa, $\hat{s} = (k_1 + k_2)^2 = (p + q)^2$. f_π é a função de estrutura do pión, sua forma foi determinada na Ref.[26], onde o autor usou o teorema de baixa energia, derivado da hipótese de corrente vetor-axial parcialmente conservada e álgebra de correntes, e pode ser escrita como

$$f_\pi(x) \cong \frac{m_V^4}{(x + m_V^2)(\frac{1}{2}x + m_V^4)},$$

onde m_V é um parâmetro livre, cujo valor que oferece o melhor ajuste aos dados experimentais é $m_V \cong 1.4$ GeV. Após resolver a integração da seção de choque diferencial acima, no espaço de fase, chega-se a seguinte expressão

$$\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-) \cong \frac{2\pi\alpha^2}{\hat{s}} \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{\hat{s}}\right)^{(1/2)} \left[\frac{m_V^4}{\left(\frac{1}{2}\hat{s} + m_V^2\right) \left(\frac{1}{4}\hat{s} + m_V^2\right)} \right]^2, \quad (3.5)$$

onde m_π é a massa do pión e \hat{s} a energia do par ao quadrado. Esta equação oferece uma boa concordância com dados experimentais conhecidos [27], mas esta característica se observa apenas para uma região de energia relativamente baixa. Quando a massa invariante do par de píons produzidos é maior que 4.5 GeV, a Eq.(3.5) deixa de ser tão atraente, diferindo da fórmula de Brodsky e Lepage para QCD perturbativa [28]. Se for lembrado que neste trabalho a aproximação adotada para o estudo das colisões periféricas de íons pesados foi que os fótons emitidos pelo núcleo serão quase reais, ou seja, carregarão consigo apenas uma pequena fração do momento dos núcleos originais, $x \ll 1$, não será relevante o comportamento da Eq.(3.5) acima de 4.5 GeV pois poucos fótons carregam energia acima de 1 GeV, e esta expressão oferecerá uma boa descrição do processo de interesse.

A obtenção da seção de choque iônica total para a produção de um par píons criados eletromagneticamente pode ser facilmente obtida, bastando para isto usar a Eq.(3.5) na Eq.(2.4), e portanto,

$$\begin{aligned} \sigma_{ZZ}^{\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-}(s) &= \frac{2\pi\alpha^2}{s} \int_{\tau_{min}}^1 \frac{d\tau}{\tau} \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{s\tau}\right)^{(1/2)} \\ &\times \left[\frac{m_V^4}{\left(\frac{1}{2}s\tau + m_V^2\right)\left(\frac{1}{4}s\tau + m_V^2\right)} \right]^2 \frac{dL}{d\tau}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Existe uma reação concorrente à fusão de dois fótons que também tem como consequência o surgimento de um par $\pi^+\pi^-$; esta seria a dupla troca de Pomerons. Com o intuito de encontrar a seção de choque total para esta situação, mais uma vez se irá recorrer ao modelo de Donnachie e Landshoff para o Pomeron. Este recurso permitirá obter a seção de choque para o processo elementar $PP \rightarrow \pi^+\pi^-$ através da fotônica. Para tanto novamente será feita a analogia entre fótons e Pomerons, o

que significa fazer a seguinte substituição

$$\alpha^2 \rightarrow \frac{9\tilde{\beta}_0^4}{16\pi^2}$$

na equação que descreve $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-)$. O resultado encontrado será igual a

$$\begin{aligned} \sigma(PP \rightarrow \pi^+\pi^-) &\cong \frac{9\tilde{\beta}_0^4}{8\pi x_1 x_2 s} \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{x_1 x_2 s}\right)^{1/2} \\ &\times \left[\frac{m_V^4}{\left(\frac{x_1 x_2 s}{2} + m_V^2\right) \left(\frac{x_1 x_2 s}{4} + m_V^2\right)} \right]^2, \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde $\hat{s} = x_1 x_2 s$ é a energia ao quadrado dos dois Pomerons necessária para a criação dos píons, s é o quadrado da energia dos íons e $\tilde{\beta}_0$ é dado pela Eq.(3.2).

A seção de choque total periférica para o caso difrativo será finalmente encontrada depois de executar a integração no parâmetro de impacto da seguinte equação, lembrando que $b_{min} = 2R_Z$,

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma_{ZZ}^{PP \rightarrow \pi^+\pi^-}}{db^2} &= \left(\frac{\pi^2}{8}\right) \frac{9}{4} \frac{(\tilde{\beta}_0 Q_0)^4}{s} \left(\frac{3A\beta_0 Q_0}{2\pi^2}\right)^4 \int \frac{dx_1}{x_1^2} \frac{dx_2}{x_2^2} e^{-(x_1 M)^2/Q_0^2} \\ &\times e^{-(x_2 M)^2/Q_0^2} \left(\frac{x_1 x_2 s^2}{m^4}\right)^{2\varepsilon} \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{x_1 x_2 s}\right)^{1/2} \\ &\times \left[\frac{m_V^4}{\left(\frac{x_1 x_2 s}{2} + m_V^2\right) \left(\frac{x_1 x_2 s}{4} + m_V^2\right)} \right]^2 \int_{b_{min}}^{\infty} db 2\pi Q_0^4 b^3 e^{-b^2 Q_0^2/2}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Neste ponto da discussão é bom abordar um aspecto de caráter prático referente ao modo como é feita a exclusão das colisões centrais neste trabalho. A separação das colisões periféricas das que apresentam uma sobreposição dos núcleos é um problema a ser resolvido também em nível experimental, o que inspira a sugestão de um critério diferente do geométrico até aqui empregado para se realizar este feito. Isto porque experimentalmente é muito difícil selecionar colisões que obedeçam à condição $b_{min} = 2R_Z$, e talvez a escolha de um método que envolva quantidades

observadas nestas colisões e que serão medidas seja mais indicada. Uma alternativa seria a introdução de um corte no momento transversal das partículas criadas nestas colisões e aí escolher valores mínimo e máximo para ele. Esta discussão está sendo levantada neste ponto, pois aqui a implementação desta proposta é razoavelmente simples, bastando para isto retornar a Eq.(3.4), e então obter a sua solução de maneira distinta da utilizada pelo autor da Ref.[26], que estava interessado em expressar a dependência desta expressão com o ângulo de espalhamento. Então considerando que $d^3p = \pi dp_1 dp_T^2$, pode ser mostrado que

$$d\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-) = \frac{\alpha^2}{\hat{s}^2} [f_\pi(\hat{s}/2)]^2 \frac{d^2p_T}{\sqrt{1 - \frac{4}{\hat{s}}(m^2 + p_T^2)}},$$

que irá resultar em

$$\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-) = \frac{2\pi\alpha^2}{\hat{s}^2} [f_\pi(\hat{s}/2)]^2 \left[\sqrt{\hat{s}} \sqrt{\frac{\hat{s}}{4} - m^2 - p_T^2} \right]_{p_{Tmax}}^{p_{Tmin}}, \quad (3.9)$$

e a seção de choque iônica associada a esta equação será

$$\begin{aligned} \sigma_{ZZ}^{\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-}(s) &= \int d\tau \frac{dL}{d\tau} \frac{\pi\alpha^2}{(\tau s)^2} \left[\frac{m_V^4}{\left(\frac{x_1 x_2 s}{2} + m_V^2\right) \left(\frac{x_1 x_2 s}{4} + m_V^2\right)} \right]^2 \\ &\times \left[\sqrt{\hat{\tau} s} \sqrt{\frac{\hat{s}}{4} - m^2 - p_T^2} \right]_{p_{Tmax}}^{p_{Tmin}}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Portanto de acordo com a equação acima, as colisões centrais serão eliminadas com a escolha adequada de valores de corte para p_T . No próximo capítulo, este tema será novamente abordado e então serão discutidas as possíveis vantagens em se usar este critério.

3.3 Produção Múltipla de Partículas

O trabalho pioneiro de Chew e Chew [29] sugeriu que a produção de um aglomerado de partículas em colisões hadrônicas, com massa igual a M_X , pode ocorrer através da

troca de um par de Pomerons, $PP \rightarrow \text{hádrons}$, desde que os hádrons pertencentes ao feixe incidente, mais especificamente prótons, sejam espalhados quase elasticamente, desta forma permanecendo com quase todo o momento que possuíam antes da interação. Uma vez que colisões nucleares periféricas oferecem um ambiente apropriado para a física hadrônica, e possuindo os meios necessários para se efetuar este tipo de análise, nada mais natural que incluir neste estudo este tipo de reação. Lembrando mais uma vez que a fusão de dois fótons pode ser uma forte concorrente para a produção dos mesmos estados finais que os oriundos de dois Pomerons, $\gamma\gamma \rightarrow \text{hádrons}$, também torna-se importante sua avaliação para se poder decidir qual destes processos seria o dominante e qual constituiria o ruído de fundo.

A parametrização abaixo oferece uma boa descrição para o processo elementar $\gamma\gamma \rightarrow \text{hádrons}$ [30]

$$\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \text{hádrons}} = C_1 \left(\frac{\hat{s}}{s_0} \right)^\epsilon + C_2 \left(\frac{\hat{s}}{s_0} \right)^{-\eta}, \quad (3.11)$$

onde $C_1 = 173$ nbarn, $C_2 = 519$ nbarn, $s_0 = 1$ GeV², $\epsilon = 0.079$ e $\eta = 0.4678$. Novamente através do uso da Eq.(2.4) foi obtida para a seção de choque nuclear a seguinte expressão

$$\frac{d\sigma_{ZZ}^{\gamma\gamma \rightarrow \text{hádrons}}}{dM_X} = \left(\frac{Z^2\alpha}{\pi} \right) \frac{31}{3M_X} \varepsilon(z) \left[C_1 \left(\frac{M_X^2}{s_0} \right)^\epsilon + C_2 \left(\frac{M_X^2}{s_0} \right)^{-\eta} \right], \quad (3.12)$$

$\varepsilon(z)$ está definida pelas equações (2.2) e (2.3), $z = 2M_Z R_Z \sqrt{\tau}$, M_Z é a massa do núcleo e R_Z seu raio e $\tau = \hat{s}/s$, onde $\hat{s} = M_X^2$ é o quadrado da energia do centro de massa do aglomerado de partículas e s do sistema íon-íon.

A produção múltipla de partículas em colisões nucleares podem ser intermediadas pela troca de dois Pomerons, $PP \rightarrow \text{hádrons}$. Com o intuito de encontrar a seção de choque iônica apropriada para este tipo de reação será adaptado o trabalho

originalmente realizado por Streng [31], onde o autor estava interessado em colisões envolvendo prótons, a esta nova realidade. Os íons iniciais são espalhados quase elasticamente, emergindo com uma grande fração de sua energia inicial,

$$|x_1|, |x_2| \geq c, \quad c \geq 0.9.$$

A dupla troca de Pomerons produz um aglomerado de partículas com um intervalo de energia grande e com massa da ordem

$$M_X^2 \approx s(1 - |x_1|)(1 - |x_2|), \quad (3.13)$$

onde s é a energia da reação ao quadrado. Devido a natureza da colisão, o feixe emergente tem aproximadamente a mesma energia que o incidente, os seguintes limites cinemáticos podem ser introduzidos

$$\begin{aligned} M_0 \leq M_X \leq (1 - c)\sqrt{s}, \\ \frac{M_X^2}{(1 - c)} \leq s_1 \leq (1 - c)s, \end{aligned} \quad (3.14)$$

onde $M_0 = 2\text{GeV}$ e $c = 0.9$. A seção de choque diferencial para a troca de dois Pomerons é

$$\begin{aligned} (s_1 s_2) \frac{d^2 \sigma_{ZZ}^{PP \rightarrow \text{hádrons}}}{ds_1 ds_2} &= \frac{(3A\beta_0 Q_0)^4}{(2\pi)^4} \frac{1}{4} \sigma_{PP \rightarrow \text{hádrons}} \\ &\times e^{-(s_1 M_X)^2 / (s Q_0)^2} e^{-(s_2 M_x)^2 / (s Q_0)^2}, \end{aligned}$$

sendo $s_i = s(1 - |x_i|)$, $i = 1, 2$, s é a energia do feixe de íons. Mas passando para o espaço de parâmetro de impacto, Eq.(2.13), a expressão acima assumirá a forma

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \sigma_{ZZ}^{PP \rightarrow \text{hádrons}}}{ds_1 dM_X^2 db} &= \frac{Q_0^2 (3A\beta_0 Q_0)^4}{2\pi (2\pi)^4} \frac{1}{4} \sigma_{PP \rightarrow \text{hádrons}} \\ &\times e^{-(s_1 M_X)^2 / (s Q_0)^2} e^{-(M_x^3)^2 / (s_1 Q_0)^2} e^{-b^2 Q_0^2 / 2}, \end{aligned} \quad (3.15)$$

quando assumimos $Q' \approx Q_0$. Foi feita a seguinte troca de variável na equação anterior: $s_2 = sM_X^2/s_1$.

Para obter a expressão apropriada para a descrição do processo $ZZ \rightarrow ZZPP \rightarrow ZZ \text{ hádrons}$, foi feita a seguinte troca na Eq.(3.11)

$$\alpha^2 \rightarrow \frac{9\tilde{\beta}_0^4\mu_0^4}{16\pi^2}.$$

Depois de integrar a Eq.(3.15) com respeito a s_1 foi encontrado que a seção de choque diferencial para produzir um aglomerado de partículas com massa M_X através da troca de dois Pomerons será

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{ZZ}^{PP \rightarrow \text{hádrons}}}{dM_X} &= \frac{(3A\beta_0\tilde{\beta}_0Q_0\mu_0)^4}{(2\pi)^4(16\pi^2\alpha^2)} \frac{1}{2M_X} \int \frac{ds_1}{s_1} \left[C_1 \left(\frac{s_1}{s_0} \right)^\epsilon + C_2 \left(\frac{s_1}{s_0} \right)^{-\eta} \right] \\ &\times \exp \left[- \left(\frac{s_1 M_Z}{s Q_0} \right)^2 - \left(\frac{M_X^2 M_Z}{s_1 Q_0} \right)^2 \right] \int_{b_{min}}^{\infty} db b Q_0^2 e^{-b^2 Q_0^2/2}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Para que a comparação com os resultados apresentados por Engel et al. [32] seja factível, deve ser usado o modelo proposto por Ter-Martirosyan [33], onde o processo elementar $PP \rightarrow \text{hádrons}$ é caracterizado pela seguinte seção de choque

$$\sigma_{PP}^{tot}(\ln(M_X^2/m^2)) \approx 8\pi r(0)^2 \approx 140 \mu\text{barn}, \quad (3.17)$$

que é função do vértice triplo do Pomeron, $r(t)$, e t é o momento trocado. A seção de choque nuclear é encontrada substituindo a seção de choque elementar da Eq.(3.15) pela Eq.(3.17).

As duas seções de choque elementares são bastante diversas, a Eq.(3.11) é uma parametrização válida para um intervalo de momento que será utilizado no modelo de Pomerons da Ref.[18] para determinar a seção de choque total para a produção

múltipla de partículas. Por outro lado, a Eq.(3.17) foi obtida para um modelo específico, não se esperando que este seja válido para o mesmo intervalo de energias imposto a Eq.(3.16).

3.4 A Reação Contínua $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \gamma$

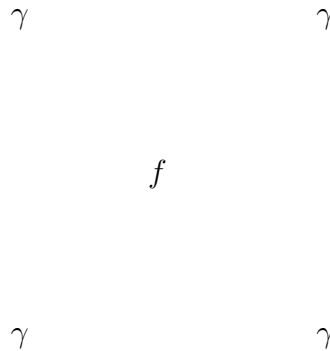


Figura 3.1: *Espalhamento $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ através de um laço de férmions (f).*

O espalhamento da luz pela luz, $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \gamma$, é um processo especificamente devido à eletrodinâmica quântica, não podendo ser explicado com a eletrodinâmica clássica. Esta reação ocorre através de um laço de férmions; os fótons iniciais produzem um par virtual férmion-antiférmion que são subsequentemente aniquilados em outro par de fótons. A Fig.(3.1) apresenta o diagrama referente a esta reação.

Os pioneiros no estudo do espalhamento fóton-fóton, como também pode ser chamada esta reação, foram Karplus and Neuman [34]. Nesta ocasião os autores fizeram uso das técnicas usuais de diagramas de Feynman para determinar qual seria a seção de choque devida ao espalhamento $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \gamma$. Algum tempo depois este mesmo processo foi estudado por De Tollis [35], onde desta vez foi uti-

lizada a representação de Mandelstam, em conjunto com relações de dispersão, com o propósito de obter a expressão para a mesma seção de choque. Esta abordagem oferece uma técnica poderosa na obtenção das amplitudes de helicidades necessárias para a descrição do diagrama de caixa, outra forma de se nomear este processo, e estas amplitudes serão utilizadas no presente trabalho para a descrição do subprocesso $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$. O artigo de revisão [36] apresenta uma interessante discussão sobre este assunto, além de avaliar uma série de aplicações para vários processos, assim como as amplitudes de helicidades encontradas.

O diagrama apresentado na Fig.(3.1) não é o único a contribuir para o espalhamento da luz pela luz, pois deve ser acrescido a este os demais referentes a todas as possíveis combinações das pernas externas de fótons, o que significa que haverão seis diagramas para serem considerados e dezesseis amplitudes. Destas dezesseis apenas cinco são independentes [36, 37], isto porque as restantes estão relacionadas a estas através de propriedades de simetria. As cinco amplitudes de helicidade independentes serão escolhidas como sendo M_{++++} , M_{+---} , M_{-+-} , M_{+--+} e M_{+++-} , os sub-índices + e - denotam os valores de polarização circular +1 e -1, respectivamente. E ainda como três amplitudes de helicidade estão relacionadas por cruzamento, conhecendo apenas as expressões para três destas amplitudes é possível descrever a seção de choque para o diagrama de caixa (ver as Ref. [35, 36]). Então, serão escolhidas as seguintes amplitudes, e estas irão levar a obtenção da expressão apropriada para a seção de choque,

$$\begin{aligned}
 M_{++++}(r_t, s_t, t_t) &= 1 + \left\{ 2 + \frac{4s_t}{r_t} \right\} B(s_t) + \left\{ 2 + \frac{4t_t}{r_t} \right\} B(t_t) \\
 &+ \left\{ \frac{2(s_t^2 + t_t^2)}{r_t^2} - \frac{2}{r_t} \right\} [T(s_t) + T(t_t)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ -\frac{1}{s_t} + \frac{1}{2r_t s_t} \right\} I(r_t, s_t) + \left\{ -\frac{1}{t_t} + \frac{1}{2r_t t_t} \right\} I(r_t, t_t) \\
 & + \left\{ -\frac{2(s_t^2 + t_t^2)}{r_t^2} + \frac{4}{r_t} + \frac{1}{s_t} + \frac{1}{t_t} + \frac{1}{2s_t t_t} \right\} I(s_t, t_t),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{++++-}(r_t, s_t, t_t) & = -1 + \left\{ -\frac{1}{r_t} - \frac{1}{s_t} - \frac{1}{t_t} \right\} [T(r_t) + T(s_t) + T(t_t)] \\
 & + \left\{ \frac{1}{t_t} + \frac{1}{2r_t s_t} \right\} I(r_t, s_t) + \left\{ \frac{1}{s_t} + \frac{1}{2r_t t_t} \right\} I(r_t, t_t) \\
 & + \left\{ \frac{1}{r_t} + \frac{1}{2s_t t_t} \right\} I(s_t, t_t),
 \end{aligned}$$

$$M_{+++--}(r_t, s_t, t_t) = -1 + \frac{1}{2r_t s_t} I(r_t, s_t) + \frac{1}{2r_t t_t} I(r_t, t_t) + \frac{1}{2s_t t_t} I(s_t, t_t), \quad (3.18)$$

onde r_t , s_t e t_t estão relacionadas com as variáveis de Mandelstam usuais, s , t e u , da seguinte forma

$$r_t = \frac{1}{4} \frac{s}{m_f^2}, \quad s_t = \frac{1}{4} \frac{t}{m_f^2}, \quad t_t = \frac{1}{4} \frac{u}{m_f^2}, \quad (3.19)$$

e m_f é a massa do férmion que está correndo no laço.

As funções transcendentais B , T e I que surgem nas expressões da Eq.(3.18) foram definidas por Karplus e Neuman [34], e são iguais a

$$\begin{aligned}
 B(x) & = \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \operatorname{arcsinh}(\sqrt{-x}) - 1, & (x < 0) \\
 & = \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \operatorname{arcsin}(\sqrt{x}) - 1; , & (0 < x < 1) \\
 & = \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \operatorname{arccosh}(\sqrt{x}) - 1 - \frac{\pi i}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{x}}, & (1 < x),
 \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned}
 T(x) & = [\operatorname{arcsinh}(\sqrt{-x})]^2, & (x < 0) \\
 & = -[\operatorname{arcsin}(\sqrt{x})]^2, & (0 < x < 1) \\
 & = [\operatorname{arccosh}(\sqrt{x})]^2 - \frac{\pi^2}{4} - i\pi \operatorname{arccosh}(\sqrt{x}), & (1 < x),
 \end{aligned} \quad (3.21)$$

e

$$I(x, y) = I(y, x), \quad (3.22)$$

cujas partes real e imaginária são iguais a

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{I(x, y)\} &= \frac{1}{2a} \operatorname{Re} \left\{ \Phi \left(\frac{a+1}{a+b(x)} \right) + \Phi \left(\frac{a+1}{a-b(x)} \right) \right. \\ &\quad \left. - \Phi \left(\frac{a-1}{a+b(x)} \right) - \Phi \left(\frac{a-1}{a-b(x)} \right) + (x \leftrightarrow y) \right\} \\ \operatorname{Im}\{I(x, y)\} &= -\frac{\pi}{2a} \ln y (a+b(x))^2, \quad (x \geq 1) \\ &= -\frac{\pi}{2a} \ln x (a+b(y))^2, \quad (y \geq 1), \end{aligned} \quad (3.23)$$

sendo

$$a = \sqrt{1 - \frac{(x+y)}{xy}},$$

onde x e y são membros distintos do tripleto r_t , s_t e t_t , Eq.(3.19), e

$$\begin{aligned} b(x) &= \sqrt{1 - \left(\frac{1}{x}\right)}, \quad \text{quando } (x < 0) \text{ ou } (x > 1) \\ &= i\sqrt{1 - \left(\frac{1}{x}\right)}, \quad \text{quando } (0 < x < 1). \end{aligned} \quad (3.24)$$

A função de Spence, $\Phi(z)$, necessária para determinar a parte real da função $I(x, y)$, é definida como

$$\Phi(z) = \int_0^z \frac{\ln(1-t)dt}{t},$$

e suas propriedades podem ser encontradas na Ref.[38].

As demais amplitudes de helicidade podem ser encontradas a partir das listadas na Eq.(3.18) por intermédio das seguintes relações

$$M_{++++}(r_t, s_t, t_t) = M_{----}(r_t, s_t, t_t)$$

$$\begin{aligned}
 M_{+--+}(r_t, s_t, t_t) &= M_{-++-}(r_t, s_t, t_t) \\
 M_{++--}(r_t, s_t, t_t) &= M_{--++}(r_t, s_t, t_t) \\
 M_{+---}(r_t, s_t, t_t) &= M_{-+-+}(r_t, s_t, t_t) \\
 M_{++++}(r_t, s_t, t_t) &= M_{+--+}(r_t, s_t, t_t) = M_{+--+}(r_t, s_t, t_t) \\
 &= M_{-+++}(r_t, s_t, t_t) = M_{+---}(r_t, s_t, t_t) \\
 &= M_{-+--}(r_t, s_t, t_t) = M_{--+-}(r_t, s_t, t_t) \\
 &= M_{----}(r_t, s_t, t_t) \\
 M_{+--+}(r_t, s_t, t_t) &= M_{++++}(t_t, s_t, r_t) \\
 M_{++++}(r_t, s_t, t_t) &= M_{++++}(r_t, t_t, s_t) \\
 M_{+--+}(r_t, s_t, t_t) &= M_{++++}(s_t, r_t, t_t),
 \end{aligned}$$

lembrando apenas que r_t , s_t e t_t estão relacionadas com as variáveis de Mandelstam de acordo com as Eq.(3.19).

A seção de choque diferencial para a produção de um par de fótons criados a partir da fusão de outro par de fótons, isto é, o diagrama de caixa, é

$$\frac{d\sigma_{ZZ}^{\gamma\gamma\rightarrow\gamma\gamma}}{d\cos\theta} = \frac{1}{2\pi} \frac{\alpha^4}{\hat{s}} \sum_f \left[(q_f^2)^4 \sum_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} |M_{total}|_f^2 \right]. \quad (3.25)$$

sendo θ o ângulo de espalhamento, α a constante de estrutura fina, q_f a carga do férmion no laço. A primeira soma é realizada sobre todos férmions cujas massas estejam dentro do intervalo de energia de interesse, que no estudo aqui apresentado, vai de 300 a 2000 MeV. Desta forma serão utilizados os léptons e e μ e os quarks u , d e s . Outra possível contribuição para o processo contínuo seria referente aos laços que envolvem pares de píons, mas conforme já discutido pela Ref.[39], estas contribuições são perfeitamente negligenciáveis quando comparadas as que estão

sendo aqui estudadas sem serem considerados efeitos de dupla contagem. A segunda soma da Eq.(3.25) é realizada sobre as dezesseis amplitudes de helicidade, $M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}$, onde os subíndices λ_1 e λ_2 correspondem as polarizações dos fótons iniciais e λ_3 e λ_4 são as polarizações dos que são produzidos. As dezesseis amplitudes de helicidade somados sobre as polarizações finais e feita a média sobre as iniciais levará ao seguinte elemento de matriz

$$\begin{aligned} \sum_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} |M_{total}|^2 &= \frac{1}{2} \{ |M_{++++}|^2 + |M_{++--}|^2 + |M_{+--+}|^2 \\ &+ |M_{-+-+}|^2 + 4|M_{+++-}|^2 \}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

A expressão para determinar a seção de choque diferencial para colisões periféricas de íons pesados, tendo como consequência a produção de um par de fótons através do diagrama de caixa, pode ser facilmente obtida utilizando na Eq.(2.4) a seção de choque para o processo elementar para o espalhamento de luz pela luz, Eq.(3.25), e depois de fazer a mudança de variável $M^2 = \tau s$, s é a energia ao quadrado do íon,

$$\frac{d\sigma_{ZZ}^{\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma}}{dM} = \left(\frac{Z^2\alpha}{\pi} \right)^2 \frac{8\alpha^4}{3\pi M^3} \varepsilon(z) \sum_f \left[(q_f^2)^4 \int d(\cos\theta) |M_{total}|_f^2 \right], \quad (3.27)$$

onde $\varepsilon(z)$ é dado pelas Eq.(2.2) e Eq.(2.3), $|M_{total}|_f^2$, para cada férmion f , é dada pela Eq.(3.26), Z é o número atômico do núcleo, α a constante de estrutura fina e M é energia com a qual irá emergir o par de fótons criados.

Este trabalho estará direcionado para o estudo da produção de um par de fótons através da fusão de outro par de fótons, sendo este processo intermediado por um laço de férmions em colisões de Au-Au para as energias disponíveis no RHIC, $\sqrt{s} = 200$ GeV/núcleon. Os códigos numéricos que serão utilizados nesta análise foram capazes de reproduzir os resultados conhecidos na literatura para o diagrama de caixa, incluindo expressões assintóticas para baixas e altas energias comparadas a

massa do férmion presente no laço, no caso o elétron, e também foi encontrado um valor similar para o máximo alcançado pela seção de choque, Ref. [37], como pode ser visto na Figura (3.2).

Figura 3.2: *Seção de choque total do diagrama de caixa em função da distribuição de massa invariante do par produzido com energia M , as seções de choque estão em μbarn . A figura (a) mostra o resultado para a região de baixas energias e a figura (b) para energias grandes.*

3.5 Ressonâncias Decaindo em Dois Fótons

A seção de choque para o processo elementar $\gamma\gamma \rightarrow R \rightarrow \gamma\gamma$, assumindo um perfil de Breit-Wigner para descrevê-lo, será [40]

$$\sigma_{BW}(M^2) = 8\pi \frac{\Gamma^2(R \rightarrow \gamma\gamma)}{(M^2 - m_R^2)^2 + m_R^2 \Gamma_{total}^2}, \quad (3.28)$$

onde M é a energia com a qual os dois fótons irão emergir depois da colisão, $\Gamma(R \rightarrow \gamma\gamma)$ é a largura de decaimento parcial da ressonância R com massa igual a m_R , isto no seu referencial de repouso, no par $\gamma\gamma$ e Γ_{total} é sua largura de decaimento total. A seção de choque diferencial para a produção de dois fótons através da Breit-Wigner acima, após a conveniente mudança de variável $M^2 = \tau s$ na Eq.(2.4), s é a energia dos núcleos envolvidos na colisão, será

$$\frac{d\sigma_{ZZ}^{\gamma\gamma}}{dM} = 16\pi \frac{dL}{dM} \frac{\Gamma^2(R \rightarrow \gamma\gamma)}{(M^2 - m_R^2)^2 + m_R^2 \Gamma_{total}^2}. \quad (3.29)$$

A produção de pares de fótons através de um laço de férmions constitui um ruído de fundo para o processo $\gamma\gamma \rightarrow R \rightarrow \gamma\gamma$, ou vice versa, pois ambos apresentam os mesmos estados inicial e final. Uma consequência desta familiaridade está na possibilidade de haver interferência entre estas duas reações. Normalmente a interferência entre um processo contínuo e outro ressonante não é importante pois para uma energia igual à massa da ressonância, que é justamente onde a sua contribuição é importante, os dois estarão fora de fase, já para as regiões de energia diferentes desta massa e quando a sua largura de decaimento total possui um valor baixo, a seção de choque associada ao processo $\gamma\gamma \rightarrow R \rightarrow \gamma\gamma$ é muito menor que a devida ao processo contínuo. Desta feita é em geral desnecessário se preocupar com uma possível interferência entre estas duas reações.

Uma questão bastante pertinente aqui é se esta ausência de interferência entre os processos elementares contínuo e ressonante irá também ser obedecido quando a largura de decaimento total da ressonância não for tão estreita, quando comparada com sua massa. O principal interesse de se introduzir uma discussão mais acurada sobre este assunto reside na escolha feita para as ressonâncias que serão estudadas no próximo capítulo, principalmente o méson σ [41], pois espera-se que o valor para sua largura de decaimento total seja alto.

Para viabilizar esta avaliação será conveniente introduzir um modelo que descreva o processo $\gamma\gamma \rightarrow R \rightarrow \gamma\gamma$, pois a forma de Breit-Wigner escolhida para representá-lo, Eq.(3.28) não permite obter o termo de interferência apropriado. A escolha recaiu sobre o modelo introduzido por De Tollis e Violini [39], envolvendo o uso de uma lagrangeana efetiva para o acoplamento $R - \gamma - \gamma$, permitindo por seu intermédio obter facilmente as amplitudes que podem ser comparadas com as da caixa.

Quando a ressonância for um méson pseudoescalar, esta lagrangeana será igual a

$$\mathcal{L} = g_p \varepsilon_{\lambda\mu\nu\rho} F^{\lambda\mu} F^{\nu\rho} \Phi_p,$$

sendo g_p o acoplamento dos fótons com o campo pseudoescalar Φ_p , $\varepsilon_{\lambda\mu\nu\rho}$ é o tensor anti-simétrico e $F^{\nu\rho}$ o quadri-tensor do campo eletromagnético. As amplitudes de helicidade associadas a esta lagrangeana são

$$\begin{aligned} M_{++++} &= \frac{2\pi}{\alpha^2} F(\lambda r_t), \\ M_{+--+} &= \frac{2\pi}{\alpha^2} F(\lambda t_t), \\ M_{+---} &= \frac{2\pi}{\alpha^2} F(\lambda s_t), \\ M_{++++-} &= 0, \end{aligned}$$

$$M_{++--} = -\frac{2\pi}{\alpha^2} \{F(\lambda_{s_t}) + F(\lambda_{t_t}) + F(\lambda_{r_t})\}, \quad (3.30)$$

onde α é a constante de estrutura fina, $\lambda = (m_f/m_R)^2$, m_f é a massa do férmion que aparece na definição das variáveis r_t , s_t e t_t , Eq.(3.19), e

$$F(x) = 16x^2 \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}}{m_R} \left(4x - 1 + i \frac{\Gamma_{total}}{m_R}\right)^{-1}. \quad (3.31)$$

A partir de agora será adotado neste trabalho a notação $\Gamma(R \rightarrow \gamma\gamma) \equiv \Gamma_{\gamma\gamma}$.

A presença da constante de estrutura fina na Eq.(3.30) é uma consequência do fato de que as amplitudes de helicidade M , nestas equações, serão utilizadas na mesma expressão para a seção de choque diferencial com respeito ao ângulo de espalhamento adotada na descrição do espalhamento da luz pela luz, Eq.(3.25), e sua presença se justifica uma vez que é necessário resgatar a correta dependência da seção de choque com esta constante.

Para calcular as amplitudes para o processo $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, onde os fótons finais são criados a partir de um méson escalar, a lagrangeana efetiva desta vez será

$$\mathcal{L} = g_s F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \Phi_s, \quad (3.32)$$

onde g_s descreve o acoplamento dos fótons com o campo escalar Φ_s . As amplitudes de helicidade serão, dentro deste modelo,

$$\begin{aligned} M_{++++} &= -\frac{2\pi}{\alpha^2} F(\lambda_{r_t}), \\ M_{+--+} &= -\frac{2\pi}{\alpha^2} F(\lambda_{t_t}), \\ M_{+---} &= -\frac{2\pi}{\alpha^2} F(\lambda_{s_t}), \\ M_{++++} &= 0, \\ M_{++--} &= -\frac{2\pi}{\alpha^2} \{F(\lambda_{s_t}) + F(\lambda_{t_t}) + F(\lambda_{r_t})\}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

As variáveis r_t , s_t e t_t obedecem as Eq.(3.19) e a função $F(x)$ é fornecida pela Eq.(3.31).

Note que esta interação, descrita pela lagrangeana (3.32), viola a unitariedade e é apropriada até energias comparáveis às da massa do campo Φ_s .

Capítulo 4

Análise das Seções de Choque Iônicas

Este capítulo se propõe a apresentar e discutir os resultados obtidos utilizando a metodologia desenvolvida nos capítulos precedentes para o tratamento de colisões periféricas de íons pesados. Os processos elementares utilizados são os já mencionados neste trabalho, ou seja, a produção de mésons pseudoescalares, glueballs, méson sigma, um par de fótons, pares de píons, bem como a produção de um aglomerado de partículas, nas energias disponíveis no RHIC em Brookhaven, que se encontra em fase inicial de trabalho, e no LHC no CERN, que estará funcionando em poucos anos.

4.1 Produção Exclusiva de Partículas

4.1.1 Ressonâncias Pseudoescalares

A principal motivação para se estudar a produção de mésons pseudoescalares criados pela fusão de dois fótons, $\gamma\gamma \rightarrow R$, $R = \pi, \eta, \dots$, encontra-se na luminosidade de fótons atingida neste tipo de colisão, que é copiosa, tornando viável o estudo de ressonâncias que se acoplam fracamente aos fótons, como é o caso para estas partículas. Acrescenta-se a este fato a simplicidade em se implementar os cálculos para a produção destas partículas quando as colisões centrais são excluídas, o que

permitirá testar estes mesmos métodos e determinar com qual grau de importância do processo difrativo como ruído de fundo para reações puramente eletromagnéticas.

A fim de avaliar as seções de choque para a produção de ressonâncias pseudoescalares será assumido que no RHIC irão colidir núcleos de ^{238}U com uma energia igual a $\sqrt{s} = 200$ GeV por nucleon, já no LHC os íons utilizados serão os ^{206}Pb com $\sqrt{s} = 6.300$ GeV por nucleon. Na Tabela 4.1 estão listados os mésons pseudoescalares utilizados, bem como suas massas e larguras de decaimento parcial em dois fótons, estes valores foram retirados da Ref.[25].

méson	M_R	$\Gamma_{(R \rightarrow \gamma\gamma)}$	$RHIC_{\gamma\gamma}$	$LHC_{\gamma\gamma}$	$RHIC_{PP}$	LHC_{PP}
π^0	135	8×10^{-3}	7.1	40	0.05	0.367
η	547	0.463	1.5	17	0.038	0.355
η'	958	4.3	1.1	22	0.04	0.405
η_c	2979	6.6	0.32×10^{-2}	0.5	0.47×10^{-4}	0.27×10^{-3}
η'_c	3605	2.7	0.36×10^{-3}	0.1	0.34×10^{-5}	0.61×10^{-4}
η_b	9366	0.4	0.13×10^{-7}	0.37×10^{-3}	0.11×10^{-10}	0.77×10^{-9}

Tabela 4.1: Seções de choque para a produção de ressonâncias simples através da fusão de dois fótons, $\gamma - \gamma$, e da troca de dois Pomerons, PP . Para o RHIC foi considerada a energia de $\sqrt{s} = 200$ GeV/nucleon para o íon ^{238}U e para o LHC LHC , $\sqrt{s} = 6,300$ GeV/nucleon e o núcleo usado é ^{206}Pb . Os valores das massas estão em MeV, larguras de decaimento em keV as seções de choque em mbarn.

Para o subprocesso intermediado pelos fótons foi usada a Eq.(3.1) e os resultados podem ser observados na Tabela 4.1. Quando a ressonância é criada pela reação difrativa, a expressão adequada para o cálculo da seção de choque é a Eq.(3.3) e os valores encontrados para esta nova possibilidade também podem ser vistos

na Tabela 4.1. O que mostram claramente estes valores é que, ao contrário dos resultados encontrados pela Ref.[9], a troca de dois Pomerons não possui muita importância quando é introduzido o corte no parâmetro de impacto. No caso de colisões periféricas realistas, quando se discute a produção de ressonâncias através do processo Pomeron-Pomeron, os valores para as seções de choque iônicas obtidos são ao menos duas ordens de magnitude abaixo das decorrentes da fusão fóton-fóton. Pode também ser notado na mesma tabela que a razão da produção difrativa de ressonâncias diminui com o aumento das massas dos mésons. A principal razão para este comportamento encontra-se na dependência do acoplamento Pomeron-quark com a massa da ressonância criada (veja a Eq.(3.2)), uma vez que este diminui rapidamente com o aumento do valor das massas destas partículas.

Os resultados da Tabela 4.1 assumem uma eficácia de 100% na separação das colisões periféricas. Mesmo se for considerado uma eficiência pequena deve-se ter em mente que a seção de choque para ressonâncias leves implicam em aproximadamente bilhões de eventos por ano, que facilmente sobreviveriam aos cortes para a separação do ruído de fundo propostos por Nystrand e Klein na Ref.[42]. Um dos mais importantes cortes para separar reações nucleares inelásticas das elásticas é por meio da baixa multiplicidade atingida pelo estado final e isto é exatamente o que se espera para as partículas discutidas na Tabela 4.1.

Conforme já foi discutido anteriormente, existem pelo menos duas maneiras de se impor a condição de que as colisões sejam periféricas. Uma seria por meio do corte geométrico no espaço do parâmetro de impacto, exigindo que este assuma um valor mínimo igual a $b_{min} > 2R_Z$, sendo R_Z o raio do íon. Uma segunda abordagem para esta questão consistiria na introdução do fator de absorção de Glauber. Dentro

desta proposta para a remoção de colisões centrais, quando o subprocesso avaliado é $PP \rightarrow R$, a Eq.(3.3) precisa ser substituída pela Eq.(2.15). Conseqüentemente, considerando as mesmas partículas listadas na Tabela 4.1, os seus valores para as seções de choque total foram reavaliados. Uma vez que os valores encontrados para estas grandezas são inferiores aos listados na Tabela 4.1, a forma escolhida para expô-los foi através de suas razões com os anteriormente obtidos através da imposição de um valor mínimo para o parâmetro de impacto, os resultados encontrados podem ser observados na Tabela 4.2. Foram considerados colisões de ^{238}U para as energias do RHIC e ^{206}Pb com a energia disponível no LHC.

méson	$\sigma_{ZZ}^{gl}/\sigma_{ZZ}^{PP \rightarrow R}$ (LHC)	$\sigma_{ZZ}^{gl}/\sigma_{ZZ}^{PP \rightarrow R}$ (RHIC)
π^0	3.54×10^{-3}	1.5×10^{-2}
η	3.58×10^{-3}	1.47×10^{-2}
η'	3.46×10^{-3}	1.5×10^{-2}
η_c	3.47×10^{-3}	1.32×10^{-2}
η'_c	3.61×10^{-3}	1.5×10^{-2}
η_b	3.5×10^{-3}	1.45×10^{-2}

Tabela 4.2: Razões para as seções de choque para a produção difrativa de ressonâncias determinadas a partir do fator de absorção de Glauber, σ_{ZZ}^{gl} , com a encontrada através do corte $b_{min} = 2R_Z$, $\sigma_{ZZ}^{PP \rightarrow R}$, para os íons ^{238}U , cuja energia é igual a $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV/nucleon}$, e ^{206}Pb com $\sqrt{s} = 6.300 \text{ GeV/nucleon}$.

Os valores expostos na Tabela 4.2 mostram que o corte geométrico é menos restritivo que o oferecido pelo fator de absorção de Glauber, mas decidir qual dos dois é o mais realista vai depender da energia e do íon que se está considerando. Pode

ser observado pela Eq.(2.15) que pequenas variações na seção de choque nucleon-nucleon, σ_0 , são prontamente transmitidas para a seção de choque total, modificando as razões entre os dois métodos usados para a exclusão de colisões inelásticas.

Nucleus	\sqrt{s}	$\sigma_{ZZ}^{PP \rightarrow R}$	σ_{ZZ}^{glPP}	$\sigma_{\gamma\gamma}$
Au ($A=197$)	100	0.044	0.55×10^{-3}	2.4
Ca ($A=40$)	3 500	0.043	0.39×10^{-3}	0.14
Si ($A=28$)	200	0.34×10^{-2}	0.15×10^{-3}	0.69×10^{-2}
Si ($A=28$)	100	0.22×10^{-2}	0.12×10^{-3}	0.39×10^{-2}

Tabela 4.3: Seções de choque para a produção de π^0 para diferentes íons e energias. As energias estão em GeV/nucleon e as seções de choque em mbarn. $\sigma^{PP \rightarrow R}$ diz respeito ao corte geométrico, σ^{gl} ao fator de absorção e $\sigma_{\gamma\gamma}$ a fusão $\gamma\gamma$.

Para avaliar a influência do íon utilizado na colisão, bem como a devida à sua energia exerce sobre a seção de choque nuclear, será considerado apenas a produção do méson π^0 . Os resultados obtidos para esta partícula podem ser observados na Tabela 4.3, onde também podem ser obtidas informações sobre os núcleos e as energias usadas. As diferenças apresentadas pelos dois métodos são menos discrepantes para os núcleos mais leves, mas o que é mais surpreendente a respeito destes resultados é que para íons leves a troca de dois Pomerons começa a fazer frente ao processo envolvendo a absorção de dois fótons, tornando-se um ruído de fundo para estes últimos. Ainda de acordo com a Tabela 4.3, para ^{28}Si a produção difrativa do π^0 é duas vezes menor que a eletromagnética, isso assumindo o corte geométrico. Este fato não deve trazer estranhamento, pois sabe-se que em colisões próton-próton, a troca de dois Pomerons deve ser maior para a que envolve dupla fusão de fótons

quando da produção de partículas leves. Para íons com baixos valores de Z , o campo de fótons que os circundam diminui, o que faz com que processos de interação forte, que é o caso da troca de dois Pomerons, prevaleça sobre o eletromagnético.

4.1.2 Produção de Pares $\pi^+\pi^-$

A produção de pares de píons através da fusão de dois fótons também poderá ocorrer em colisões periféricas de íons pesados, e uma vez que este sinal irá concorrer com a produção e decaimento de *glueballs* e outros decaimentos de ressonâncias, é interessante fazer algumas previsões sobre mais esta possibilidade.

Nucleus	\sqrt{s}	$\sigma_{\gamma\gamma}$	$\sigma_{\gamma\gamma}(p_T \leq 100 \text{ MeV})$	σ_{PP}
U	200	9	2.15	7.47×10^{-3}
Pb	6 300	81.96	15.98	1.34×10^{-2}
Au	100	2.3	0.523	8.11×10^{-3}
Ca	3 500	0.28	0.05	5.85×10^{-3}
Si	200	0.98×10^{-2}	0.21×10^{-2}	1.02×10^{-3}
Si	100	0.49×10^{-2}	0.12×10^{-2}	8.6×10^{-4}

Tabela 4.4: Seções de choque para a produção de $\pi^+\pi^-$. As energias estão em GeV/nucleon e as seções de choque em mbarn . $\sigma_{\gamma\gamma}(p_T \leq 100 \text{ MeV})$ refere-se a produção do par de píons através da interação fóton-fóton com um corte em $p_T \leq 100 \text{ MeV}$.

A seção de choque nuclear total para o processo elementar $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ foi avaliada usando a Eq.(3.6), para vários íons e valores da energia dos mesmos. A produção difrativa do par de píons, $PP \rightarrow \pi^+\pi^-$, foi estimada por intermédio da Eq.(3.8). Os resultados, expostos na Tabela 4.4, foram obtidos com a ajuda do corte

geométrico a fim de forçar que estes descrevam a colisão periférica. Pode então ser observado que mais uma vez os processos intermediados pela interação dos Pomerons são inferiores aos que ocorrem via fusão de $\gamma\gamma$, sendo que estes últimos constituem a reação dominante. Para íons leves o processo difrativo é da ordem de 10% menor do que o eletromagnético.

Do ponto de vista puramente experimental, talvez seja mais razoável eliminar as colisões centrais impondo limites em quantidades que são fáceis de medir, como é o caso do momento transversal das partículas criadas, do que a restrição já discutida quanto aos valores permitidos para o parâmetro de impacto e o fator de Glauber. As simulações feitas para as colisões relativísticas periféricas de íons pesados discutidas na Ref.[42] mostraram que para as interações envolvendo a troca de dois γ , a soma do momento transversal dos estados finais, $|\sum \bar{p}_T|$, assumirá um valor pequeno. Desta feita, a imposição um valor máximo para esta grandeza da ordem de $|\sum \bar{p}_T| \leq 40 - 100 \text{ MeV}/c$ pode reduzir consideravelmente o ruído de fundo devido as colisões não-periféricas.

A Tabela 4.4 oferece os resultados para as seções de choque para a produção de pares de píons através da interação de dois fótons com $|\sum \bar{p}_T| \leq 100 \text{ MeV}/c$, sendo escolhido o maior valor possível para este limite, o que irá levar a uma previsão o mais otimista possível para estas seções de choque. Estes valores foram obtidos através da Eq.(3.10). Com este corte a seção de choque eletromagnética foi reduzida quase por um fator 4, isto comparando a que foi encontrada com $b_{min} = 2R_Z$. O processo eletromagnético com a restrição em p_T é ainda maior do que o relacionado com a troca de dois Pomerons determinados no espaço do parâmetro de impacto sem este corte, e a introdução da prescrição em p_T no processo difrativo produzirá

uma redução similar.

4.2 Produção Inclusiva de Partículas

Não apenas processos exclusivos podem vir a ocorrer em colisões periféricas de íons pesados a velocidades relativísticas. Assim como acontece em colisões hadrônicas, neste tipo de experiência existe a possibilidade de produzir um aglomerado de partículas.

A produção eletromagnética do aglomerado de partículas foi estimada através da Eq.(3.12) para a seção de choque diferencial com respeito a massa invariante dos hádrons criados. A figura Fig.(4.1) apresenta as curvas resultantes desta análise para os seguintes íons: Pb, Au, Ag e Ca, e foram consideradas as energias disponíveis nos dois colisores, RHIC e LHC.

Para ser factível a avaliação quando o processo elementar for $PP \rightarrow \text{hádrons}$, devem ser feitas mudanças na expressão para a seção de choque nuclear uma vez que sua estrutura é dependente do tipo de produção que se queira estudar, pois a função de distribuição do Pomeron no íon é diferente para as duas situações. Ainda podem ser usadas duas formas distintas de se descrever a criação do aglomerado pela fusão dos Pomerons, uma envolve a Eq.(3.11), e a outra seria por intermédio da seção de choque elementar proposta por Ter-Martirosyan [33], Eq.(3.17).

Os resultados para a produção de aglomerados de hadrons com massa invariante M_X podem ser observados na figura (4.1), onde estão expostas as seções de choque para diferentes íons, Pb, Au, Ag e Ca, a energias que estarão disponíveis no RHIC e no LHC. A seção de choque elementar usada foi a Eq.(3.11) [30]. Para a obtenção destas figuras, a exclusão das colisões centrais foi obtida impondo na seção de choque

a condição $b_{min} > 2R$.

Figura 4.1: *Seção de choque para a produção múltipla de partículas com massa invariante igual a M_X para colisões com diferentes íons. A linha sólida refere-se a interação Pomeron-Pomeron e a tracejada para interação $\gamma - \gamma$ no LHC, $\sqrt{s} = 6.300$ GeV/nucleon. Nas mesmas figuras podem ser observadas as seções de choque para o RHIC, $\sqrt{s} = 200$ GeV/nucleon. A troca de dois Pomerons é indicada pela linha pontilhada e a pontilhada-tracejada descreve a interação dos fótons.*

Na Fig.(4.1) pode ser observado que para uma energia igual a que será alcançada pelo LHC a contribuição devida a interação fóton-fóton, e no caso dos núcleos Pb e Au, dominará o caso difrativo, sendo este perfeitamente negligenciável quando comparado ao primeiro. Agora, para os núcleos mais leves, Ag e Ca, e quando a massa invariante do aglomerado de partículas criadas apresentar um valor baixo,

as duas situações, troca de dois Pomerons e fusão de um par de fótons, passam a competir.

Para a produção múltipla de partículas não há o critério de baixa multiplicidade para ajudar a selecionar as colisões verdadeiramente periféricas, assim como não é nada claro a imposição de cortes no momento transversal são eficientes em selecionar eventos cujo subprocesso seja oriundo da interação de dois fótons. Não obstante, é possível separar os eventos periféricos com a ajuda de um aglomerado de partículas produzidas na região central de rapidez, mas mesmo assim seria indispensável realizar uma simulação extensa e detalhada dos processos que constituem o ruído de fundo para ser possível estabelecer com precisão o intervalo de rapidez necessário para eliminar as colisões nucleares inelásticas.

Conforme foi verificado por Drees, Ellis and Zeppenfeld [5], a Eq.(2.9) é uma aproximação razoável para o fator de forma obtido quando são usadas as distribuições de densidades de Fermi ou Woods-Saxon. Para estados finais pesados, a luminosidade de dois fótons é ligeiramente subestimada. Espera-se que o mesmo comportamento seja obedecido pelo Pomeron. Uma expressão simples para o fator de forma consistente com a distribuição de Fermi foi obtida na Ref.[22], e seu uso permite encontrar uma seção de choque apenas um pouco maior do que a apresentada na presente discussão para o caso de produção de aglomerados de hadrons.

Para as colisões periféricas de íons pesados que acontecerão no RHIC, certamente não pode ser negligenciada a contribuição resultante de processos difrativos quando forem utilizados íons leves, e quando o aglomerado de hadrons produzidos possuir massa invariante pequena, estes certamente dominam as colisões fóton-fóton. Note-se ainda que estes resultados podem mudar se for feito uso do fator de absorção de

Glauber para calcular as seções de choque. Os fatores que contribuirão para esta possível diferença residem na escolha do núcleo a ser usado, bem como da energia envolvida e da massa invariante, mas o fato é que dupla troca de Pomerons não pode ser negligenciada no RHIC (ver Fig.(4.1)).

4.3 Espalhamento da Luz pela Luz

O espalhamento da luz pela luz é um processo que pode ser explicado unicamente sob a perspectiva da eletrodinâmica quântica, uma vez que o caráter das equações de Maxwell para a versão clássica do eletromagnetismo não permite este tipo de reação, isto porque estas são equações lineares. Mas mesmo na QED, a interação de dois fótons acarretando, na criação, em outro par de fótons só é possível através de um laço de férmions.

Esta seção irá se dedicar ao estudo do diagrama de caixa, como também pode ser chamada esta reação, inserida na discussão sobre colisões periféricas de íons pesados, pois a alta luminosidade de fótons atingida neste tipo de experiência irá tornar mais abundante esta reação oferecendo um bom cenário para sua observação. É importante ressaltar que tal reação até hoje não foi observada num ambiente típico de um anel de colisão. Para tanto será utilizada a seção de choque diferencial referente a Eq.(3.27).

Na Figura (4.2) a dependência da seção de choque para a colisão íon-íon com o ângulo de espalhamento θ é explicitado, isso para o referencial de centro de massa dos dois fótons considerando-se apenas o laço devido ao elétron. Pode ser observado que para um par de fótons com massa invariante igual a 500 MeV a seção de choque é fortemente pronunciada na direção contrária ao feixe, mas é relativamente constante

para ângulos até $\cos \theta \approx 0.4$, onde começa a aumentar muito rápido. Esta curva é simétrica com relação a θ , o que assegura que vai apresentar o mesmo comportamento na direção que coincide com o feixe.

Figura 4.2: *Distribuição angular do espalhamento $ZZ \rightarrow ZZ\gamma\gamma$ para uma massa invariante de $M = 500 \text{ MeV}$. O ângulo de espalhamento θ está no sistema de centro de massa do par de fótons produzidos.*

férmion	massa (MeV)	carga (q_f)
e	0.5109	-1
μ	105.6584	-1
u	5	$+\frac{2}{3}$
d	9	$-\frac{1}{3}$
s	170	$-\frac{1}{3}$

Tabela 4.5: *Férmions usados no cálculo do subprocesso contínuo $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, assim como suas massas, em MeV, e suas cargas elétricas.*

A produção de um par de fótons em colisões iônicas cuja massa invariante está contida no intervalo que vai de 300 MeV a 1000 MeV para diferentes cortes no ângulo de espalhamento é apresentada na Figura (4.3), e desta vez foram considerados todos os férmions listados na Tabela 4.5. Pode ser observado que as curvas para as seções de choque são bastante sensíveis às variações impostas sobre este parâmetro. Quanto mais drástico for o corte, isto é, quanto menor for o valor permitido para θ , menor é o resultado obtido para a seção de choque diferencial. A diferença entre as curvas obtidas com o menor intervalo de θ , $10^\circ < \theta < 170^\circ$, e o maior, $60^\circ < \theta < 120^\circ$, é gritante, sendo a seção de choque muito suprimida para o segundo intervalo. Todo o trabalho que será aqui discutido foi obtido com a seguinte imposição sobre os valores permitidos para o ângulo de espalhamento: $60^\circ < \theta < 120^\circ$, ou, de forma equivalente, $|\cos \theta| < 0.5$. Esta é uma atitude bastante conservadora mas que possibilitará a comparação entre a seção de choque do diagrama de caixa com os processos rivais a serem estudados em seguida, assim como este é um valor suficiente

para se eliminar os efeitos de duplo bremsstrahlung, que irão dominar na região de $|\cos \theta| \approx 1$. Finalmente, um corte desta ordem é totalmente consistente com os requerimentos propostos na Ref.[42].

Figura 4.3: *Distribuição da massa invariante para a produção $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ no RHIC. Cada curva representa um valor diferente para o corte no ângulo de espalhamento θ , a linha sólida é para $10^\circ < \theta < 170^\circ$, a tracejada para $40^\circ < \theta < 140^\circ$ e a pontilhada para $60^\circ < \theta < 120^\circ$. Foram considerados os férmions da Tabela 4.5*

Os férmions que contribuem para o processo contínuo, tendo em vista o intervalo de massa de interesse para este trabalho, são os léptons e e μ e os quarks u , d e s . Quarks mais pesados fornecerão contribuições insignificantes e o mesmo é verdade para os bósons fracos carregados. Os valores das massas das partículas utilizadas, assim como suas cargas estão expostos na Tabela(4.5).

Figura 4.4: *Produção do par de fótons em função da massa invariante, M , dos mesmos, a energia do centro de massa do RHIC é igual a $\sqrt{s} = 200$ GeV. Na Fig.(a) a linha sólida descreve a seção de choque diferencial calculada com todos os férmions listados na Tabela (4.5), a tracejada é para apenas o e , a pontilhada para o μ e a pontilhada-tracejada para o quark u . Na Fig.(b) a linha contínua inclui todos os férmions, a tracejada apenas o quark d e a pontilhada o quark s . Estes resultados foram obtidos com o corte $|\cos\theta| < 0.5$.*

A Fig.(4.4) mostra que a principal contribuição ao resultado final para o diagrama de caixa em colisão de núcleos pesados é devida ao elétron. A segunda mais importante vem do laço envolvendo muons, mas esta está a pelo menos uma ordem de grandeza abaixo da fornecida pelo elétron. Os quarks u , d e s são ainda menos influentes para o resultado final, sendo, para o caso mais otimista (u), pelo menos

duas ordens de grandeza menor que o resultado principal. Este comportamento é devido à diferença das massas dos férmions. A seção de choque será dominada pelos mais leves. Some-se a isto a depreciação que os resultados sofrem por causa de suas cargas elétricas, q_f , pois vale ressaltar que a seção de choque é proporcional a $(q_f^2)^4$. Portanto, os férmions μ , u , d e s possuem um papel apenas de coadjuvantes no resultado final. Apesar desta observação, serão consideradas as contribuições dos dois léptons e dos três quarks ao processo contínuo.

De acordo com a discussão apresentada na Ref.[4], o espalhamento $\gamma\gamma$ pode efetivamente ser medido em colisões periféricas de íons pesados, como as que irão ocorrer no RHIC. Apesar deste processo ser conhecido a algum tempo, nunca foi efetivamente observado experimentalmente. Além dos anéis de colisões de íons pesados, também foi proposto colisões e^+e^- , onde o fóton emitido por estas partículas seria espalhado por um laser de fótons com energia baixa (alguns eV). Mas, como será visto a seguir, existem regiões de energia onde o processo contínuo pode ser obscurecido pela presença de ressonâncias, como o η , η' e outras. Mesmo o méson σ , com sua largura de decaimento de valor elevado, pode vir a ser um sério concorrente ao diagrama de caixa. Apenas para ilustrar a ordem do número de eventos com uma luminosidade igual a $2.0 \times 10^{26} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$, que é a que se espera que seja alcançada pelo RHIC [42], pode-se escolher um intervalo de energia igual a 700 ± 100 MeV. Esta região foi considerada por ser livre de ressonâncias que decaíam em dois fótons; haverão 1532 eventos/ano assumindo 100% de eficiência na detecção dos íons e fótons.

Não é só com ressonâncias que decaem em dois γ que o processo contínuo irá concorrer. Existe um possível ruído de fundo a estas duas reações, que seria a

contribuição devida à reação $\gamma - P \rightarrow V \rightarrow \gamma\gamma X$, onde P refere-se a um Pomeron e V um méson vetorial. Estes mésons são produzidos com uma distribuição de p_T similar a apresentada pelas ressonâncias e em alguns casos pode até mesmo ser superior a alguns dos processos $\gamma\gamma \rightarrow R$. Por exemplo, a razão $\gamma - P \rightarrow \omega$ é 10 Hz no RHIC [22], três ordens de magnitude maior que para um méson com massa similar de spin 0 ou 2. A razão de decaimento do ω em $\gamma\gamma$ é 8.5%. Se um dos fótons com p_T pequeno vindo deste decaimento não é detectado, o estado final irá ser semelhante ao esperado para uma ressonância mais leve. Quando os valores para as massas se tornam maiores, poderão haver as seguintes reações: $\phi \rightarrow \eta\gamma$, $\pi^0\gamma$, $K_L K_S \rightarrow \gamma X$, $\gamma\gamma \rightarrow f_2(1270) \rightarrow \pi^0\pi^0$ além da abundante produção de $\rho(1450)$ e $\rho(1700)$ através da interação $\gamma - P$. Uma simulação completa de todos estes processos está além do escopo deste trabalho, mas não deve ser esquecida quando forem feitas as medidas de estados finais em dois fótons.

4.4 Seções de Choque para Ressonâncias que Decaiam em Dois Fótons

4.4.1 Mésons Pseudoescalares e Glueballs

A discussão que será desenvolvida a seguir se restringirá apenas a ressonâncias com $J = 0$ constituídas por quarks e gluons que decaiam em dois fótons, $\gamma\gamma \rightarrow R \rightarrow \gamma\gamma$. A reação $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ já foi abordada na Ref.[43], sendo encontrado pelos autores que a interferência entre esta reação e a de caixa é nula, resultado este criticado por De Tollis e Violini [39], que corretamente afirmaram que esta interferência existe. Apesar disso, como será discutido a seguir, este efeito pode ser perfeitamente desprezado, o que permitirá o uso da Eq.(3.29). Os resultados obtidos com esta

equação para a produção de η , η' , $\eta(1440)$ e $f_0(1710)$ estão expostos na Figura (4.5). Foram escolhidas partículas cujas massas invariantes estejam contidas no intervalo de energia que vai de 500 MeV a 2000 MeV. Na mesma figura pode ser vista a curva referente à produção contínua de pares de fótons. É possível observar nesta figura que as seções de choque dos mésons η e η' apresentam picos bem pronunciados, quando comparados com o diagrama de caixa. Os valores utilizados nesta análise para as massas, larguras de decaimentos total e parcial, assim como as ressonâncias estudadas estão expostos na Tabela (4.6), e estes valores foram obtidos com ajuda da Ref.[25].

Ressonância	Massa	Γ_{total}	$\Gamma(R \rightarrow \gamma\gamma)$
η	547.3 MeV	1.18 KeV	0.46 KeV
η'	957.78 MeV	0.203 MeV	4.06 KeV
$\eta(1440)$	1405 MeV	56 MeV	5.4 KeV
$f_0(1710)$	1715 MeV	125 MeV	21.25 KeV

Tabela 4.6: Ressonâncias com $J = 0$, massas e larguras de decaimento total e parcial.

Também foram estudados os candidatos a glueballs que obedecessem ao critério $J = 0$, que são o $\eta(1440)$ e o $f_0(1710)$. Os valores de massa e largura de decaimento total para o $\eta(1440)$ foram retirados da Ref.[44]. Já para a largura de decaimento em dois fótons usou-se os valores encontrados na Ref.[45], estes podem ser observados na Tabela 4.6. A Fig.(4.5) exibe o pico da seção de choque para esta ressonância, sendo este da mesma ordem do processo contínuo. Para o outro candidato a glueball, $f_0(1710)$, os valores de sua massa e largura de decaimento também foram extraídos

da Ref.[44] enquanto que o valor de sua largura de decaimento parcial utilizado no presente estudo foi o encontrado pela Colaboração ALEPH [46], e de acordo com a Fig.(4.5), sua seção de choque sobrepõe a esperada para a produção de dois fótons através do mecanismo $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$. Esta avaliação apresenta resultados positivos quanto as chances de se observar estas partículas em colisões periféricas de íons pesados.

Figura 4.5: *Distribuição de massa invariante para a produção de fótons (com o corte $|\cos\theta| < 0.5$). A curva sólida é para o diagrama de caixa, as curvas pontilhadas são referentes ao processo elementar $\gamma\gamma \rightarrow R \rightarrow \gamma\gamma$, onde R são as ressonâncias pseudoescalares η e η' e os candidatos a glueballs $\eta(1410)$ e $f_0(1710)$.*

A avaliação numérica da seção de choque usando as Eq.(3.30) para as mesmas ressonâncias discutidas acima mostrou que o efeito de interferência entre estes dois

processos pode ser negligenciável quando comparado à contribuição do diagrama de caixa (ver Fig.(4.6)). Quando se está exatamente no valor da energia igual a massa da ressonância os dois estão fora de fase e a interferência é desprezível. Fora desta região, será apresentado um argumento que mostra a não importância desta interferência.

Se for assumido que fora da ressonância os processos estão em fase, e que por um momento forem esquecidas as contribuições dos canais t e u na Eq.(3.30), a contribuição do canal s pode ser reescrita como

$$\frac{M_2}{(s - m_R^2 + i\Gamma_R m_R)},$$

e denotando a contribuição do processo contínuo como M_1 , o termo de interferência poderá ser escrito como

$$Int = 2 \frac{s}{[(s - m_R^2)^2 + \Gamma_R^2 m_R^2]} \left[(ReM_1 ReM_2 + ImM_1 ImM_2)(s - m_R^2) + (ReM_1 ImM_2 - ImM_1 ReM_2)\Gamma_R m_R \right].$$

Na expressão acima o termo proporcional a $(s - m_R^2)$ é nulo quando integrado num intervalo de energia centrado em m_R^2 . Com o segundo termo a situação é diferente: se ImM_1 ou $ImM_2 \neq 0$, assumindo que ambos ReM_1 e ReM_2 são diferentes de zero, haverá uma interferência não trivial. Mas como se está restringindo a análise a ressonâncias com $J = 0$, as únicas amplitudes de helicidades não nulas são aquelas nas quais as polarizações iniciais e finais são iguais, ou seja, M_{++++} e M_{+---} , e no limite $m_f \ll m_R$ estas amplitudes para o diagrama de caixa são puramente reais, o mesmo se observando para M_2 , considerando-se apenas a contribuição do canal s , o que acarreta numa interferência nula! Naturalmente esta análise é dependente do modelo. Em particular, em nível de um laço o acoplamento g_p deve

ser substituído por um diagrama de triângulo, que possuirá uma parte real assim como uma imaginária, Ref.[47]. No entanto, este acoplamento é real para quarks pesados e sua parte imaginária é fortemente suprimida se a ressonância se acoplar predominantemente com quarks leves, o que implica justamente no limite de massa do férmion no laço anteriormente assumido, que é o caso dos quarks u e d . Para o quark s a supressão não será tão significativa no caso do méson η , mas ainda haverá a referente dependência da seção de choque com a carga elétrica. Finalmente, a interferência aparece quando são consideradas as amplitudes com a ressonância trocada nos canais t e u , mas estes são cinematicamente suprimidos, e ainda some-se a isto a proporcionalidade existente com o valor de sua largura de decaimento, que diminui ainda mais a contribuição dos quarks u , d e s . Quando a largura total for grande, como o que será discutido a seguir, a interferência não poderá ser desconsiderada. Apesar dos argumentos apresentados acima estarem fiados em modelos para a física hadrônica de baixas energias, acredita-se aqui que a comparação entre processos ressonantes e o contínuo, como apresentado na Figura (4.5), é razoavelmente representativo dos resultados atuais.

partículas	eventos/ano
η	7.44×10^5
η'	2.67×10^4
$f_0(1710)$	42

Tabela 4.7: *Números de eventos por ano para as ressonâncias η , η' e $f_0(1710)$.*

Para quantificar o efeito da interferência entre a produção contínua do par de

Figura 4.6: *Distribuição de massa invariante para a produção de fótons (com o corte $|\cos\theta| < 0.5$). A linha sólida descreve o processo contínuo, a tracejada a produção do η através da Breit-Wigner, Eq.(3.29), a pontilhada usa a lagrangeana efetiva, Eq.(3.30) com os canais s , t e u e tracejada-pontilhada considera apenas a contribuição do canal s na lagrangeana efetiva.*

fótons e a que ocorre via decaimento de ressonâncias, foi determinada a seção de choque para o subprocesso $\gamma\gamma \rightarrow \eta \rightarrow \gamma\gamma$ através da lagrangeana fornecida pela Eq.(3.30) (ver Fig.(4.6)). O que pode ser interpretado a partir destes resultados é que quando a largura de decaimento total da ressonância for estreita, a possível interferência não oferece nenhuma mudança importante nas previsões feitas através de uma Breit-Wigner padrão, sendo a contribuição mais significativa para este efeito proveniente do canal s .

Na Tabela 4.7 estão listados os números de eventos depois de um ano de coleta de dados para as ressonâncias η , η' e $f_0(1710)$, que são os que estão acima da contribuição devida ao diagrama de caixa, Fig.(4.5).

O candidato a glueball $f_0(1710)$, assim como o méson σ a ser discutido a seguir, pode decair em dois píons neutros, $\gamma\gamma \rightarrow f_0(1710) \rightarrow \pi^0\pi^0$, que também podem ser criados por um par de fótons, $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$. O modo de decaimento dominante do π^0 é em dois γ . Desta forma poderiam ocorrer processos do tipo $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, o que implicaria em que parte dos fótons observados viriam desta reação e não diretamente da ressonância ou do diagrama de caixa. Mas este ruído de fundo pode ser facilmente isolado medindo sua distribuição de massa invariante e fazendo um corte que discrimine um único fóton que venha dos processos aqui estudados daqueles que produzam dois mésons neutros, principalmente píons, que subsequentemente decaiam em dois fótons. Considere por exemplo o méson sigma. Acredita-se que a largura de decaimento desta partícula possua um valor muito elevado, que será dominado pela produção de hadrons, em particular, dois píons. Os píons neutros oriundos deste méson, em sua grande maioria, irão decair em um par de fótons que emergirão da reação com um grande ângulo de abertura ϕ , onde $\cos(\phi/2) = \sqrt{1 - 4m_\pi^2/m_\sigma^2}$, não podendo ser confundidos com um único fóton. Os calorímetros já em uso em muitos experimentos estão habilitados para distinguir entre eventos com um único ou dois fótons com grande eficiência, Ref.[48].

4.4.2 Méson Escalar - O Sigma

A possibilidade da existência de mésons escalares leves, isto é, com massas menores que 1 GeV, tem sido um assunto controverso por quase quarenta anos. Há duas

razões que alimentam esta polêmica, que reside na dificuldade tanto de extrair suas propriedades dos experimentos quanto sua subjacente estrutura de quarks. Um dos fatores que contribuem fortemente para estes problemas encontra-se na largura de decaimento total destas partículas, pois espera-se que esta largura possua um valor elevado e seja predominantemente hadrônica, o que dificulta sua observação experimental, além do fato de que as previsões existentes são fortemente correlacionadas ao modelo usado.

Parte da motivação para se estudar estados finais de dois fótons em colisões periféricas de íons pesados veio exatamente de verificar se é possível a observação de tais mésons escalares em seus decaimentos em $\gamma\gamma$. Embora este decaimento seja muito raro, traz consigo a vantagem de não ser contaminado por interações fortes que acompanham os estados finais dos decaimentos hadrônicos. Em particular, há a oportunidade de se avaliar a possível existência do méson sigma. Espera-se que esta partícula tenha uma massa entre 400 e 1200 MeV e largura total de decaimento entre 300 e 500 MeV. Sua forma de decaimento predominante é em dois píons.

Recentemente a Colaboração E791 no Fermilab encontrou uma forte evidência experimental de uma ressonância escalar leve e com valor para sua largura de decaimento elevado, isto é, o sigma, no decaimento $D^+ \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^+$ [41]. As amplitudes ressonantes presentes neste decaimento foram analisadas usando uma função de Breit-Wigner relativística dada por

$$BW = \frac{1}{M^2 - m_\sigma^2 + im_\sigma \Gamma(M)},$$

com

$$\Gamma(M) = \Gamma_\sigma \frac{m_\sigma}{M} \left(\frac{p^*}{p_\sigma^*} \right)^{2J+1} \frac{J F^2(p^*)}{J F^2(p_\sigma^*)},$$

onde M é a massa invariante dos dois píons formando uma ressonância de spin J . As funções $^J F$ são os fatores de amortecimento de Blatt-Weisskopf [51]: $^0 F = 1$ para partículas com spin 0, $^1 F = 1/\sqrt{1 + (rp^*)^2}$ para spin 1 e $^2 F = 1/\sqrt{9 + 3(rp^*)^2 + (rp^*)^4}$ para spin 2. O parâmetro r é o raio da ressonância (≈ 3 fm) [49] e $p^* = p^*(M)$ o momentum das partículas que decaem com massa M , medida no referencial de repouso da ressonância, $p_\sigma^* = p_\sigma^*(m_\sigma)$, sendo m_σ a massa e Γ_σ a largura de decaimento total do σ . O gráfico de Dalitz do decaimento dificilmente pode ser ajustado sem uma ressonância 0^{++} (σ). Os valores de massa e decaimento total encontrado com este procedimento são $478_{-23}^{+24} \pm 17$ MeV e $324_{-40}^{+42} \pm 21$ MeV, respectivamente.

O próximo ponto a ser discutido diz respeito à possibilidade de encontrar esta ressonância em colisões periféricas de íons pesados através do subprocesso $\gamma\gamma \rightarrow \sigma \rightarrow \gamma\gamma$. É importante notar que todos os valores relacionados com o sigma, como massa ou largura de decaimento, encontrados na literatura são muito diferentes e dependem do modelo usado para obtê-los. Em particular, decidiu-se neste trabalho adotar os resultados encontrados pela Colaboração E791, entre todas as possibilidades, para a massa e a largura total de decaimento deste méson escalar, enquanto que a largura de decaimento parcial em dois fótons será fornecida por modelos disponíveis na literatura.

Para o decaimento do σ em um par de fótons serão assumidos os valores obtidos por Pennington e Bogleione, 3.8 ± 1.5 keV e 4.7 ± 1.5 keV [50], e o valor de 10 ± 6 keV [52]. As distribuições de massa invariante obedecidas pelo σ foram determinadas por intermédio da Eq.(3.29), e podem ser observadas na Fig.(4.7), onde a curva tracejada refere-se a $\Gamma_{\gamma\gamma} = 3.8$ keV, a pontilhada para $\Gamma_{\gamma\gamma} = 4.7$ keV e a tracejada-pontilhada a $\Gamma_{\gamma\gamma} = 10$ keV. Em todos os casos foram usados os valores de massa e decaimento

Figura 4.7: *Distribuição de massa invariante para a produção de $\gamma\gamma$. A curva sólida descreve o diagrama de caixa, a tracejada é para $\gamma\gamma \rightarrow \sigma \rightarrow \gamma\gamma$ com $\Gamma_{\gamma\gamma} = 3.8 \text{ keV}$, a pontilhada para $\Gamma_{\gamma\gamma} = 4.7 \text{ keV}$ e a pontilhada-tracejada para $\Gamma_{\gamma\gamma} = 10 \text{ keV}$. O corte angular é igual a $-0.5 < \cos\theta < 0.5$ em todas as curvas.*

total obtidos pela Colaboração E791, $m_\sigma = 478 \text{ MeV}$ e $\Gamma_{total} = 324 \text{ MeV}$. Na mesma figura pode ser vista a curva para o processo contínuo. Em todos os casos foi usado um corte angular igual a $-0.5 < \cos\theta < 0.5$. Mesmo para o caso mais promissor, que equivaleria a uma largura de decaimento para este méson igual a $\Gamma_{\gamma\gamma} = 10 \text{ keV}$, a seção de choque obtida por intermédio da Breit-Wigner está quase uma ordem de grandeza abaixo da que descreve o processo contínuo.

Para estabelecer qual o grau de sensibilidade da seção de choque diferencial do méson σ mediante variações nos valores de sua massa e largura de decaimento

total, foram também consideradas os valores extremos permitidos pelos resultados da Colaboração E791 para estas duas grandezas. Assim, mantendo $\Gamma_{\gamma\gamma}$ constante e igual a 4.7 keV foram encontradas as curvas expostas na Fig.(4.8). O que pode ser notado é que estes dois fatores não possuem uma influência tão importante para a seção de choque quando comparada à variação que esta mesma sofre quando são feitas as pequenas modificações em $\Gamma_{\gamma\gamma}$, como mostra a Fig.(4.8).

Foi verificado que no caso de espalhamento de dois píons, o uso de uma largura de decaimento total constante para a ressonância σ não é uma boa aproximação [53], o que reflete o fato de que para ressonâncias que possuam larguras de decaimento com valor elevado, esta deveria expressar sua dependência com a energia. Foi estudado este efeito sobre a seção de choque dada pela Eq.(3.29) com uma largura que obedeça a relação

$$\Gamma(m) \simeq \Gamma_{\sigma} \left(\frac{p^*}{p_{\sigma}^*} \right)^{(2J+1)},$$

que, como já foi mostrado por Jackson há algum tempo [54], é uma forma mais apropriada para se descrever uma ressonância que possua uma largura de decaimento tão grande. O efeito observado de tal mudança de comportamento sobre a seção de choque para a produção do σ é uma leve distorção na forma da sua curva com um pequeno aumento de seu valor quando próximo a massa da ressonância. Mas como este efeito é negligenciável se comparado com o apresentado quando a largura de decaimento independe da energia, será mantido ao longo da análise a suposição de que esta é constante. Some-se a isto o fato de que a discussão apresentada neste trabalho sobre a reação $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ é válida para uma região de energia acima da referente ao limiar de produção de um par de píons onde as peculiaridades de uma

largura de decaimento com valor elevado não é tão importante, sendo esta uma das razões para impor um limite inferior para a massa invariante do par de fótons produzidos no decaimento do σ igual a 300 MeV.

Portanto, o subprocesso $\gamma\gamma \rightarrow \sigma \rightarrow \gamma\gamma$ será descrito através de uma Breit-Wigner tradicional, Eq.(3.29), e para verificar a acurácia desta abordagem os resultados obtidos foram comparados aos referentes ao modelo descrito no capítulo precedente, Eq.(3.32), para esta mesma reação.

Na Figura (4.9) estão explicitadas as seções de choque para o processo $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ devido ao diagrama de caixa e a referente à existência da ressonância escalar σ com amplitudes dadas pela Eq.(3.33), calculada para $\Gamma_{\gamma\gamma} = 4.7$ keV, $m_\sigma = 478$ MeV e $\Gamma_{total} = 324$ MeV. Contrariamente aos mésons pseudoescalares e glueballs discutidos anteriormente, o σ é uma ressonância com largura de decaimento muito alta e por este motivo a interferência entre o caso ressonante e o contínuo não é negligenciável como se observou naquela situação. Nota-se que esta interferência não só deve ser considerada como ainda é destrutiva! Na Figura (4.9), a curva sólida corresponde apenas ao diagrama de caixa, a tracejada refere-se a ressonância descrita pela Breit-Wigner ordinária, Eq.(3.29), a tracejada-pontilhada considera apenas a contribuição do escalar descrito pela Eq.(3.33), e a pontilhada é obtida quando se considera a seção de choque total para a produção de pares de fótons em colisões periféricas de íons pesados, isto é, as amplitudes referentes ao diagrama de caixa mais as amplitudes de helicidades listadas pela Eq.(3.33). A figura mostra claramente que a interferência mencionada acima é destrutiva.

Há um ponto importante a ser comentado sobre este resultado. O modelo de lagrangeana efetiva usado no cálculo da contribuição do σ para a produção de pares de

fótons com energia acima de aproximadamente 600 MeV fornece uma contribuição maior que a referente a Breit-Wigner. Também foi notado que os canais t e u oferecem pequenas variações ao resultado obtido quando só o canal s é considerado, mas este cresce como qualquer amplitude não-unitária calculada com este tratamento, e não é claro o quão confiável é este modelo. Para massas invariantes menores as seções de choque também são diferentes em seus comportamentos com relação a s .

Existem possíveis melhorias que podem ser pensadas para se obter um modelo mais fidedigno para a determinação da seção de choque para a produção de um par de fótons vindos do decaimento do σ , mas todas elas estarão contaminadas por incertezas, como já foi ressaltado. Desta forma será adotada a visão mais pessimista que justamente é a referente a Breit-Wigner cujo resultado é apenas um limite inferior para o processo em questão, pois as lagrangeanas efetivas tendem a aumentar a contribuição para massas grandes, onde o ruído de fundo tende a zero rapidamente, aumentando a razão sinal/(ruído de fundo). Deve ser lembrado também que o resultado experimental foi obtido com um perfil Breit-Wigner. Do ponto de vista experimental pode-se dizer que a reação $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ deve ser observada e qualquer desvio do processo contínuo deve ser cuidadosamente modelado até que uma compreensão final seja possível, com a vantagem do estado final não apresentar interações fortes. Vale ainda ressaltar que neste modelo o méson η irá contribuir para $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ numa pequena região de momentum, e deve ser subtraído para se extrair o sinal completo para o σ .

É interessante determinar os valores da significância,

$$\text{Significância} = \frac{\mathcal{L}\sigma_{\text{sinal}}}{\sqrt{\mathcal{L}\sigma_{\text{ruído}}}}$$

sendo \mathcal{L} a luminosidade dos fótons, σ_{sinal} a seção de choque total para a produção do

méson sigma e $\sigma_{\text{ruído}}$ a seção de choque total do processo contínuo. Esta quantidade se torna importante uma vez que caracteriza o desvio estatístico do número de eventos observados do sinal estudado com relação ao do ruído de fundo previsto. A significância como função da largura de decaimento em um par de fótons da ressonância σ , cuja massa é igual a 478 MeV e com uma largura de decaimento total de 324 MeV, pode ser observada na Figura (4.10). A luminosidade usada para a obtenção da referida figura é igual a $\mathcal{L} = 2.0 \times 10^{26} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ no RHIC e foi assumido um ano de funcionamento do mesmo. A significância fica em torno do limite 2σ 95% de nível de confiança para uma largura de decaimento em dois fótons maior que 4.7 keV, enquanto que 5σ seria alcançado com $\Gamma_{\gamma\gamma} > 7.5 \text{ keV}$.

Para se determinar as curvas mostradas na Figura (4.10) o sinal é descrito com um perfil de Breit-Wigner e o ruído de fundo é constituído pelo diagrama de caixa. A curva sólida foi obtida integrando-se as seções de choque num intervalo de energia para os pares de fótons produzidos igual a $438 < M < 519 \text{ MeV}$, que corresponde ao intervalo de incerteza na massa do sigma obtido pela Colaboração E791 [41], enquanto que a curva tracejada foi encontrada tomando-se um intervalo igual a $300 < M < 800 \text{ MeV}$. Note que não há, *a priori*, uma razão para se restringir a medida a um intervalo de energia tão pequeno quanto o primeiro. Esta escolha dependerá fortemente das condições experimentais. Quando o sinal é extraído da Eq.(3.33) e as seções de choque são integradas no intervalo maior, $300 < M < 800 \text{ MeV}$, são obtidos valores para a significância maiores do que uma ordem de magnitude acima das curvas mostradas na Figura (4.10), enquanto que a significância é pelo menos um fator 10 menor quando a integração é feita na região de menor energia. A Breit-Wigner provavelmente fornece uma média dos resultados que podem ser

obtidos com diferentes modelos, e foi a aproximação que foi utilizada para fazer as previsões apresentadas neste trabalho sobre a significância, uma vez que os dados da Colaboração E791 [41] também foram ajustados por um perfil Breit-Wigner. Portanto, para valores de $\Gamma_{\gamma\gamma}$ já cotados na literatura o méson sigma tem uma chance de ser visto em seu modo de decaimento em dois fótons. Os limites envolvidos na sua descoberta discutidos acima referem-se apenas a uma avaliação estatística. Este trabalho mostra a importância de uma simulação completa do sinal, assim como do ruído de fundo, incluindo uma análise dos erros sistemáticos possíveis que podem diminuir a significância.

Figura 4.8: Distribuição de massa invariante para a produção de $\gamma\gamma$. A curva sólida nas duas figuras descreve o diagrama de caixa. O valor de $\Gamma_{\gamma\gamma} = 4.7 \text{ keV}$ foi usado em todas as curvas obtidas através da Breit-Wigner, Eq.(3.29). Na Fig.(a) foi assumido $\Gamma_{total} = 324 \text{ MeV}$, na linha tracejada $m_\sigma = 519 \text{ MeV}$, a pontilhada $m_\sigma = 478 \text{ MeV}$ e para a tracejada-pontilhada $m_\sigma = 438 \text{ MeV}$. Na Fig.(b) $m_\sigma = 478 \text{ MeV}$, a linha tracejada $\Gamma_{total} = 263 \text{ MeV}$, na pontilhada $\Gamma_{total} = 324 \text{ MeV}$ e a tracejada-pontilhada $\Gamma_{total} = 387 \text{ MeV}$. O corte angular é igual a $-0.5 < \cos\theta < 0.5$ em todas as curvas.

Figura 4.9: *Distribuição de massa invariante para a produção de um par de γ . A curva sólida refere-se ao diagrama de caixa apenas, a tracejada descreve o processo $\gamma\gamma \rightarrow \sigma \rightarrow \gamma\gamma$ na aproximação de Breit-Wigner, Eq.(3.29), a tracejada-pontilhada é para a lagrangeana efetiva Eq.(3.33) e a pontilhada é para o processo completo, isto é, as amplitudes do diagrama de caixa juntamente com as amplitudes do méson escalar, Eq.(3.33). Em todos os casos $\Gamma_{\gamma\gamma} = 4.7 \text{ keV}$, e o corte angular é de $-0.5 < \cos\theta < 0.5$.*

Figura 4.10: *Significância como uma função da largura de decaimento em dois fótons, $\Gamma_{\gamma\gamma}$, para o méson σ com massa igual a 478 MeV e largura de decaimento total, $\Gamma_{total} = 324$ MeV. A curva sólida foi obtida integrando as seções de choque no intervalo de $438 < M < 519$ MeV, e a tracejada no intervalo $300 < M < 800$ MeV. O corte angular é de $-0.5 < \cos \theta < 0.5$.*

Capítulo 5

Conclusões

Este trabalho foi dedicado ao estudo de colisões periféricas de íons pesados a velocidades relativísticas. O principal objetivo em desenvolver tal análise reside na avaliação dos possíveis estados finais que seriam criados em tal situação, oferecendo previsões sobre suas taxas de produção, bem como apresentar uma discussão sobre os mecanismos envolvidos nestas reações, ou seja, via interação de um par de fótons ou pela troca de dois Pomerons.

Inicialmente, foram apresentadas as distribuições de fótons e Pomerons no núcleo, sendo estas duas partículas as responsáveis pela interação entre os íons quando os mésons saem intactos da colisão. Foi tomado o cuidado de se realizar esta discussão no espaço do parâmetro de impacto, exigindo-se que este assumira um valor mínimo igual a duas vezes o raio do íon, $b_{min} = 2R_Z$, o que assegura que as colisões sejam estritamente periféricas. Mas esta maneira de se impor tal condição não é única, uma alternativa seria através do fator de absorção de Glauber. Para processos que ocorrem via fusão de fótons, adotou-se o tratamento proposto por Cahn e Jackson [6], para as que são intermediadas por Pomerons usou-se o modelo proposto por Donnachie e Landshoff para determinar sua função de distribuição no íon [17, 18], onde o Pomeron é tratado como se fosse um fóton isoescalar.

No Capítulo 2 as diferentes reações elementares que podem vir a ocorrer em tal cenário, colisões periféricas de íons pesados, foram introduzidas, apresentando as seções de choque adotadas para cada uma delas. Os processos considerados incluem produção de mésons pseudoescalares, pares de píons, produção múltipla de partículas, o espalhamento da luz pela luz e ressonâncias que decaíam em dois fótons, entre as quais foram escolhidos os mésons η , η' , os candidatos a glueballs $\eta(1440)$ e $f_0(1710)$, bem como o méson escalar σ .

A parte central deste trabalho consiste na avaliação das colisões periféricas iônicas para a produção dos estados finais já citados. A primeira a ser estudada envolve ressonâncias pseudoescalares criadas tanto a partir da interação de dois fótons quanto da fusão de um par de Pomerons em colisões de ^{238}U para as energias disponíveis no RHIC, $\sqrt{s} = 200$ GeV/nucleon, e colisões de ^{206}Pb com a energia que será alcançada no LHC, $\sqrt{s} = 6300$ GeV/nucleon. Os resultados obtidos mostram que a troca de dois Pomerons não é uma contribuição importante quando é introduzido o corte no parâmetro de impacto. Para este subprocesso, as reações intermediadas pelo processo difrativo são ao menos duas ordens de magnitude menores das que ocorrem via fusão de dois fótons, e que para mésons mais pesados esta diferença aumenta, uma vez que a reação $PP \rightarrow \text{mésons}$ é menor quando são criadas ressonâncias mais pesadas, devido ao menor acoplamento do Pomeron com os quarks muito massivos.

Foram também estimadas as seções de choque quando as colisões centrais são excluídas por intermédio do fator de absorção de Glauber. Nesta análise considerou-se os mesmos íons espalhados com as mesmas energias adotadas anteriormente, quando usou-se o corte geométrico para impor que apenas colisões periféricas aconteçam. Os resultados obtidos com o auxílio deste fator de absorção foram comparados com

os encontrados através da restrição ao parâmetro de impacto, mostrando que este método é mais restritivo. Porém, a decisão de qual dos dois é o mais realista depende tanto da energia quanto do núcleo que está sendo considerado. Este fato fica explícito observando-se os resultados expostos para a produção do π^0 para vários valores de energia e com diferentes íons. O que pode ser notado é que pequenas mudanças na seção de choque nucleon-nucleon, σ_0 , devido aos diferentes regimes de energia avaliados causam uma grande variação na seção de choque nuclear, isto dentro do método que utiliza o fator de absorção de Glauber. A diferença entre os métodos vai perdendo a importância quando os íons avaliados se tornam mais leves, no entanto o comportamento mais interessante diz respeito a troca de dois Pomerons uma vez que esta começa a competir com a fotônica para estes núcleos. Para o ^{28}Si ($\sqrt{s} = 100$ e 200 GeV/nucleon) a produção difrativa é apenas duas vezes menor que a intermediada por fótons.

No que diz respeito a processos envolvendo a criação do par $\pi^+\pi^-$, os valores para as seções de choque encontrados quando a mediação é feita por Pomerons usando o corte em b , e mesmo que este procedimento leve a uma estimativa por demais otimista, não faz frente a que envolve troca de fótons, sendo esta última a dominante em colisões de íons pesados. Para núcleos relativamente mais leves o processo difrativo corresponde a apenas 10% do eletromagnético.

A Ref. [42] mostrou que interações $\gamma\gamma$ produzem estados finais com pequeno momento transversal, $|\sum \bar{p}_T|$. Desta forma, um corte igual a $|\sum \bar{p}_T| \leq 40 - 100$ MeV/c pode reduzir consideravelmente o ruído de fundo devido a colisões que não são periféricas. Foram determinadas as seções de choque para a produção eletromagnética de pares de píons quando semelhante corte é utilizado, e ainda impondo

o corte mais conservador, ou seja, $|\sum \bar{p}_T| \leq 100 \text{ MeV}/c$.

Outro processo elementar que foi objeto de estudo neste trabalho é o que diz respeito à produção de um aglomerado de hadrons com massa invariante igual a M_X , os íons utilizados para a sua produção são os seguintes: Pb, Au, Ag e Ca. Para excluir as colisões que não sejam periféricas adotou-se a restrição no parâmetro de impacto, as energias utilizadas foram as que estarão disponíveis no RHIC e no LHC. No LHC, processos intermediados pela fusão $\gamma\gamma$ serão os dominantes para os íons com maior massa, Pb e Au. Para os núcleos Ag e Ca, e quando a massa invariante do aglomerado for pequena, os dois subprocessos $\gamma\gamma \rightarrow \text{hadrons}$ e $PP \rightarrow \text{hadrons}$ começam a competir, sendo que o processo intermediado por fótons é sobrepujado pelo difrativo. Já no RHIC a produção múltipla de partículas é dominada pela produção difrativa quando os núcleos utilizado são Ag e Ca. Para os dois restantes, os dois modos de produção são da mesma ordem.

Os resultados encontrados para a produção de ressonâncias pseudoescalares, pares de píons e de aglomerados de partículas com massa invariante M_X mostram que para as energias que serão utilizadas no RHIC e no LHC, e quando as colisões envolverem íons pesados e estas forem periféricas, a troca de dois Pomerons não constitui um ruído de fundo para os processos intermediados por fótons, mas esta situação poderá se inverter se forem usados núcleos mais leves. Esta observação fez com que o restante deste trabalho se restringisse apenas a reações periféricas do tipo $ZZ \rightarrow ZZ\gamma\gamma$. O estudo deste tipo de processo é incentivado pelo fato de que o ambiente de colidores de íons pesados pode permitir pela primeira vez a observação do subprocesso contínuo $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$. Esta possibilidade surge por causa da enorme quantidade de fótons carregada pelos núcleos no RHIC. Vale lembrar que

foram investigadas as colisões de Au-Au com uma energia no centro de massa igual a $\sqrt{s} = 200$ GeV/nucleon.

Uma das reações que foi merecedora de atenção é a que envolve a troca de uma ressonância entre os pares de fótons, $\gamma\gamma \rightarrow R \rightarrow \gamma\gamma$, ao invés do laço fermiônico. Este processo elementar deve sua importância por oferecer uma forma de medir o conteúdo de quarks da ressonância envolvida, mesmo no caso desta ser um glueball, onde a largura de decaimento desta em dois fótons, $R \rightarrow \gamma\gamma$, surge devido ao acoplamento dos fótons com um laço de quarks. Por outro lado, a reação contínua, $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, é importante por si só, uma vez que ela poderá vir a ser observada pela primeira vez em colisões periféricas de íons pesados, e some-se a isto o fato de ser um possível ruído de fundo para o processo ressonante, e vice-versa, aumentando o interesse sobre ela. Este estudo se restringiu em considerar que a ressonância trocada entre os fótons fosse os mésons pseudoescalares η , η' , os candidatos a glueball $\eta(1440)$ e $f_0(1710)$ e o méson escalar σ .

Foi atribuído às ressonâncias um perfil de Breit-Wigner, possibilitando avaliar sua distribuição de massa invariante. Observou-se que para os dois mésons pseudoescalares e o glueball $f_0(1710)$ os resultados encontrados são típicos de ressonâncias cujas larguras de decaimento total são estreitas, e que para o $\eta(1440)$ a seção de choque é da mesma ordem de grandeza que a encontrada para o diagrama de caixa na região de energia que coincide com sua massa. Este tipo de interação envolve apenas acoplamentos eletromagnéticos das referidas ressonâncias, permitindo afirmar aqui que constitui um sinal claro para a identificação de sua composição, e sua medição é importante pois complementar as informações obtidas através de observações oriundas de decaimentos puramente hadrônicos. Esta análise pode ser

útil para se investigar a possibilidade de que os glueballs sejam constituídos apenas por gluons ou por misturas de quarks e gluons [55], bastando para isto comparar os resultados experimentais com as previsões teóricas quando se usa este segundo tipo de hipótese sobre a estrutura interna destas partículas. Além disso foi realizada uma estimativa do número de eventos envolvendo a possível observação destas ressonâncias depois de um ano de funcionamento do colisor.

As colisões de íons pesados que estão ocorrendo no RHIC oferecerão uma boa oportunidade para se tentar observar ressonâncias que se acoplem fracamente aos fótons, como o que ocorre com o méson escalar σ . Esta partícula, cuja existência é um motivo de controvérsia na comunidade por aproximadamente 40 anos, apresentará um pequeno sinal na reação $\gamma\gamma \rightarrow \sigma \rightarrow \gamma\gamma$, uma vez que as previsões indicam que a largura de decaimento $\sigma \rightarrow \gamma\gamma$ apresenta um valor muito baixo, e a dificuldade de sua observação aumenta consideravelmente porque espera-se que a largura de decaimento total deste escalar, que será predominantemente hadrônica, esteja entre 300 e 1000 MeV. Os valores para a massa e largura de decaimento total adotados neste trabalho são os encontrados pela Colaboração E791 [41]. Foram estimadas as distribuições de massa invariante para o sigma com três valores diferentes de $\Gamma_{\gamma\gamma}$ retirados da literatura [50, 52], assumindo-se que ela é bem descrita por um perfil Breit-Wigner, o que também foi assumido pela Colaboração E791. As curvas encontradas estão abaixo da imputada ao diagrama de caixa. Foi determinada a significância, cuja função é caracterizar o desvio estatístico do número de eventos observados do sinal com respeito ao do ruído de fundo. O sinal é descrito pela Breit-Wigner e o ruído é composto pelo diagrama de caixa. A significância foi expressa como função da largura de decaimento $\sigma \rightarrow \gamma\gamma$ para dois intervalos de

massa invariante diferentes. Os resultados discutidos mostram que com um ano de funcionamento, e para valores de $\Gamma_{\gamma\gamma}$ já cotados pela literatura, as colisões que irão acontecer no RHIC serão capazes de detectar este modo de decaimento, mas para tal faz-se necessário uma avaliação estatística cuidadosa dos dados recolhidos. Desta forma uma simulação completa tanto do sinal quanto do ruído de fundo, incluindo uma análise de possíveis erros estatísticos, é imprescindível para a constatação ou não desta partícula no ambiente de colisores de íons pesados.

Foi investigada a possibilidade de interferência entre o processo ressonante e o do espalhamento da luz pela luz, uma vez que ambos possuem os mesmos estados inicial e final. Para tanto introduziu-se um modelo de lagrangeana efetiva que descreve a interação de partículas escalares e pseudoescalares com pares de fótons [39]. Para partículas que apresentem valores da largura de decaimento total pequenos, sejam elas escalares ou pseudoescalares, foi mostrado que este termo de interferência não irá modificar os resultados já discutidos já que o processo ressonante e contínuo estão fora de fase. A situação se inverte quando se lida com ressonâncias cuja largura de decaimento total possui um valor bastante elevado, como o que ocorre para o sigma.

A distribuição de massa invariante obtida com o auxílio desta lagrangeana é inferior a encontrada por intermédio da Breit-Wigner até atingir o valor de 600 MeV, depois disto passa a ser maior, superestimando a produção do σ . A interferência entre os dois processos, encontrada com a ajuda da lagrangeana efetiva, torna-se importante, além de ser destrutiva, o que mostra que este termo deve ser considerado em casos como o que está sob discussão aqui. O uso da seção de choque de Breit-Wigner para avaliar a produção do σ pode ser visto uma média entre os vários modelos usados para descrever a interação $\gamma - \sigma$, não sendo uma aproximação ruim,

desde que se mantenha a análise acima do limiar de produção de dois píons.

Quanto a perspectivas futuras, existem dois desdobramentos naturais sobre a investigação da existência do méson sigma. Um deles seria estudar seu decaimento em dois píons usando a experiência acumulada durante o trabalho que está sendo aqui apresentado sobre as técnicas para colisões periféricas. A vantagem em se estudar o decaimento hadrônico, $\gamma\gamma \rightarrow \sigma \rightarrow \pi^+\pi^-$ reside na aparente facilidade de observá-lo nestas colisões quando comparado ao seu decaimento fotônico, muito menor. Além disso, como já foi ressaltado, a grande luminosidade de fótons alcançada pelo RHIC aumenta muito as chances de observação da referida partícula, mesmo considerando o problema de interação forte do estado final.

A outra proposta seria avaliar a produção fotonuclear de mésons vetoriais. Este pode ser um ruído de fundo importante para a produção de ressonâncias através da fusão de dois fótons, onde a ressonância R pode ser o méson sigma. Isto ocorreria no caso em que um méson vetorial, ω por exemplo, decairia em três fótons e um destes não seria detectado.

Referências

- [1] S. A. Bass et al., *J. Phys.* **G25** (1999) R1.
- [2] S. Padula e C. G. Roldão, *Phys. Rev C* **58** (1998) 2907.
- [3] G. Baur, in *Proc. SBPF Intern. Workshop on Relativistic Aspects of Nuclear Physics*, Rio de Janeiro, 1989, edited by T. Kodama et al. (World Scientific, Singapore, 1990).
- [4] G. Baur and C. A. Bertulani, *Nucl. Phys.* **A505** 835 (1989).
- [5] E. Papageorgiu, *Phys. Rev.* **D40**, 92 (1989); *Nucl. Phys.* **A498**, 593c (1989); M. Grabiak *et al.*, *J. Phys.* **G15**, L25 (1989); M. Greiner, M. Vidovic, J. Rau and G. Soff, *J. Phys.* **G17**, L45 (1991); B. Müller and A. J. Schramm, *Phys. Rev.* **D42**, 3699 (1990); J. S. Wu, C. Bottcher, M. R. Strayer and A. K. Ker- man, *Ann. Phys.* **210**, 402 (1991).
- [6] R. N. Cahn and J. D. Jackson, *Phys. Rev.* **D42**, 3690 (1990).
- [7] S. M. Lietti, A. A. Natale, C. G. Roldão e R. Rosenfeld, *Phys. Lett.* **B497** (2001) 243.
- [8] C. A. Bertulani and G. Baur, *Phys. Rep.* **163** 299 (1988); G. Baur, *J. Phys.* **G24**, 1657 (1998); S. Klein and E. Scannapieco, hep-ph/9706358 (LBNL-

- 40457); J. Nystrand and S. Klein, hep-ex/9811997 (LBNL-42524); C. A. Bertulani, nucl-th/0011065, nucl-th/0104059; J. Rau, b. Müller, W. Greiner and G. Soff, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **16** (1990) 211; M. Vidović, M. Greiner, C. Best and G. Soff, *Phys. Rev.* **C47** (1993) 2308.
- [9] A. A. Natale, *Phys. Lett.* **B362** 177 (1995); *Mod. Phys. Lett.* **A9** 2075 (1994).
- [10] C. G. Roldão e A. A. Natale, *Phys. Rev.* **C61** (2000) 064907.
- [11] A. A. Natale, C. G. Roldão, J. P. V. Carneiro, *nucl-th/0107034* (2001).
- [12] E. Fermi, *Z. Phys.* **29** (1924) 315; E. J. Williams, *Proc. R. Soc. London* **A139** (1933); C. Weizsäcker, *Z. Phys.* **88** (1934) 612.
- [13] B. Müller and A. J. Schramm, *Nucl. Phys.* **A523**, 677 (1991).
- [14] V. Franco and R. J. Glauber, *Phys. Rev.* **142** 1195 (1966).
- [15] STAR Collaboration, *nuc-ex/0104016*.
- [16] C. A. Bertulani and G. Baur, *Phys. Rep.* **163** 299 (1988).
- [17] A. Donnachie and P. V. Landshoff, *Nucl. Phys.* **B244**, 322 (1984); **B267**, 690 (1985).
- [18] A. Donnachie and P. V. Landshoff, *Phys. Lett.* **B185**, 403 (1987); **207**, 319 (1988); *Nucl. Phys.* **B311**, 509 (1988/89).
- [19] G. A. Jaroszkiewicz e P. V. Landshoff, *Phys. Rev.* **D10** (1974) 170; A. Donnachie e P. V. Landshoff, *Nucl. Phys.* **B244** (1984) 322; **B267** (1985) 690.

- [20] A. Donnachie e P. V. Landshoff, *Phys. Lett.* **B191** (1987) 309; *Nucl. Phys.* **B303** (1988) 634.
- [21] M. Drees, J. Ellis e D. Zeppenfeld, *Phys. Lett.* **B223** (1989) 454.
- [22] S. Klein and J. Nystrand, *Phys. Rev.* **C60**, 014903 (1999).
- [23] S. Dawson, *Nucl. Phys.* **B249** (1985) 42.
- [24] A. J. Schramm and D. H. Reeves, *Phys. Rev.* **D 55** 7312 (1997).
- [25] C. Caso et al. (Particle Data Group), *Eur. Phys. J.* **C3** 1 (1998).
- [26] H. Terazawa, *Phys. Rev.* **D51** R954 (1995).
- [27] Mark II Collaboration, J. Boyer et al., *Phys. Rev. Lett.* **56** 207 (1986);
TPC/Two-Gamma Collaboration, H. Aihara et al., *Phys. Rev. Lett.* **57** 404
(1986); CLEO Collaboration, J. Dominick et al., *Phys. Rev.* **D50** 3024 (1973).
- [28] S. J. Brodsky and G. P. Lepage, *Phys. Rev. D* **24** 1808 (1981).
- [29] D. M. Chew e G. F. Chew, *Phys. Lett.* **53B** (1974) 191.
- [30] L3 Collaboration, M. Acciarri et al., *Phys. Lett.* **B408** 450 (1997).
- [31] K. H. Streng, *Phys. Lett.* **166B** 443 (1986).
- [32] R. Engel, M. A. Braun, C. Pajares and J. Ranft, *Z. Phys.* **C74**, 687 (1997).
- [33] K. A. Ter-Martirosyan, *Phys. Lett.* **44B** 179 (1973).
- [34] R. Karplus and M. Neuman, *Phys. Rev.* **83** (1951) 776.
- [35] B. De Tollis, *Nuovo Cimento* **32** (1964) 757; **35** (1965) 1182.

- [36] V. Costantini et al., *Nuovo Cimento* **2A** (1971) 733.
- [37] V. B. Berestetskii et al., in *Quantum Electrodynamics* vol. 4, second edition (1996) 571.
- [38] K. Mitchell, *Phil. Mag.* **40** (1949) 351.
- [39] B. De Tollis and G. Violini, *Nuovo Cimento* **41A** (1966) 12.
- [40] B. de Wit e J. Smith, em *Field Theory in Particle Physics*, editado por North-Holland, vol.1 pg. 97 (1986).
- [41] E791 Collaboration, E. M. Aitala et al., *Phys. Rev. Lett.* **86** 770 (2001).
- [42] J. Nystrand and S. Klein, preprint LBNL-41111, November, 1997, talk at Hadron97 (hep-ex/9711021).
- [43] V. N. Oraevskii, *Sov. Phys. JETP* **12** (1961) 730; M. Y. Han and S. Hatsukade, *Nuovo Cimento* **21** (1961) 119.
- [44] D. E. Groom et al. (Particle Data Group), *Eur. Phys. J.* **C15** (2000) 1.
- [45] F. E. Close, G. R. Farrar and Z. Li, *Phys. Rev.* **D55** (1997) 5749.
- [46] ALEPH Collab., *Phys. Lett.* **B422** (2000) 189.
- [47] S. F. Novaes, *Phys. Rev.* **D27** (1983) 2211.
- [48] D. Alde et al., *Z. Phys.* **C36** (1987) 603.
- [49] ARGUS Collaboration, H. Albrecht et al., *Phys. Lett.* **B 308** (1993) 435.
- [50] M. Boglione and M. R. Pennington, *Eur. Phys. J.* **C9** (1999) 11.

-
- [51] J. M. Blatt and V. F. Weisskopf, in *Theoretical Nuclear Physics*, editado por John Wiley & Sons, New York, 1952.
- [52] A. Courau et al., *Nucl. Phys.* **B271** (1986) 1.
- [53] F. Sannino and J. Schechter, *Phys. Rev.* **D52** (1995) 96; M. Harada, F. Sannino and J. Schechter, *Phys. Rev.* **D54** (1996) 1991; *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 1603.
- [54] J. D. Jackson, *Nuovo Cimento* **34** (1964) 1644.
- [55] F. E. Close and A. Kirk, hep-ph/0103173 (OUTP-0114P).