



Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

TESE DE DOUTORAMENTO

IFT-T.004/01

Teoria de Campo da Supercorda Aberta

Carlos Alberto Tello Echevarria

Orientador

Prof. Dr. N. J. Berkovits

São Paulo
Junho de 2001

Agradecimentos

Quero primeiramente agradecer a meu pai Daniel, quem sempre me deu apoio incondicional, a minha Mãe também pelo imenso carinho e amor, aos meus irmãos Olga, Celia, Marina Vilma, Bertha, Beatriz, Jose, Raul e Luis. Também desejo agradecer a todos os meus queridos sobrinhos. Ao Prof. Nathan J. Berkovits, pela orientação, pelas aulas dos cursos de supersimetria e de supercordas, pela paciência de ter respondido muitas de minhas intermináveis questões, e antecipadamente aos membros da banca examinadora, os Professores: Victor Rivelles, José Abdalla Helayel-Neto, Abraham Hirsz Zimmerman, Galen M. Sotkov, Paulo Teotonio, Olivier Piguet e Ion Vancea pelas críticas objetivas que houver ao tema da tese; a todos os meus amigos do Journal Club de Cordas, Marcelo Leite, Ricardo Medina, Patrick Brockill, Osvaldo Chandia, Luis Cabral, Daniel Nedel, Dennis Bessada, Brenno Vallilo, Breno Imbiriba, José Acosta, José Lauro Strapasson, Ricardo Bentin, Pablo Mincez e Luciano Barosi pelas instrutivas discussões interessantes em nossos seminários do Journal Club de Cordas no IFT; mis queridas amigas Nury e Carmela e aos meus amigos Peruanos, Rafael Cajacuri, Carlos Mirez, Juan Carlos Medina, Orlando Ravinez, Harold Blas, Carlos Cabrera, Juan Valverde, Teófilo Vargas, Jair Ramos, Luis Carlos Torres, e especialmente para meu amigo Marcos Cardoso Rodriguez, pela ajuda nas diversas etapas da redação da presente tese. Também quero agradecer ao Professor B. Pimentel pelo curso de vínculos e por toda a colaboração de parte do IFT juntamente à Fundação.

O presente trabalho de tese foi realizado com apoio da bolsa de FAPESP. Processo número 96/12280 – 0.

Abstract

Firstly we present a brief description of the covariant first quantized theories of string, RNS and GS superstring. Also we present a topological description of the superstring. Then we give an introduction to the classical open string field theory formulated by Witten. After that we consider the classical open superstring field theory using the RNS variables, we discuss the problem of the divergence that appears in contact terms that is related with picture. The topological formalism allow us to construct an action for the open superstring field theory which is WZW-like. This action solves the divergence problem, and we verify this fact by explicit computation of the scattering amplitude for 4 external on-shell states. Next, we discuss non BPS D-branes, tachyon condensation and construct the GSO negative projected vertices for the tachyon and the massless fermion using hybrid variables. Finally we include the $GSO(-)$ sector of the superstring in a generalized WZW-like action.

Keywords: Conformal Field Theory; Superstring; BRST quantization.

Knowledge Area: Field Theory.

Resumo

Primeiramente apresenta-se uma breve descrição das teorias de primeira quantização covariante da corda bosônica, supercorda RNS e GS. Também apresentamos a descrição topológica da supercorda. Em seguida se fazemos uma introdução à teoria clássica de campos da corda bosônica aberta formulado por Witten. Depois consideramos a teoria clássica de campo de supercorda aberta que usa as variáveis RNS, discutimos o problema da divergência que surge em termos de contato relacionados com “picture”. O formalismo topológico permite construir uma ação para teoria de campos de supercorda que é do tipo WZW. Esta ação resolve o problema da divergência. Este fato é verificado com cálculo explícito da amplitude de espalhamento para 4 estados externos na camada de massa. Seguidamente discutimos as branas não BPS, condensação do táquion e contruímos os vértices com projeção GSO negativo para o táquion e o férmion não massivo usando variáveis híbridas. Finalmente incluímos o setor $GSO(-)$ da supercorda numa ação generalizada do tipo WZW.

Palavras Chaves: Teoria de Campo Conforme; Supercordas; Quantização BRST.
Áreas do conhecimento: Teoria de Campos.

Índice

1	Introdução Geral	7
2	Teoria da Corda	11
2.1	Corda Bosônica	11
2.2	Supercorda de Ramond-Neveu-Schwarz (RNS)	13
2.3	Supercorda de Green-Schwarz (GS)	17
3	Descrição Topológica da Supercorda	19
3.1	Álgebra Superconforme $N = 2$	19
3.2	Descrição Topológica	20
3.3	Supersimetria de Espaço-Tempo	21
3.4	Variáveis Híbridas	22
4	Teoria de Campo da Corda Bosônica Aberta	25
4.1	Teoria de Campo da Corda Bosônica (Termo Cinético)	26
4.2	Teoria de Campo da Corda com Interação	28
4.2.1	Cálculo de Vértices de Interação em Teoria de Campo	29
4.3	Teoria de Campo da Supercorda (Termo Cinético)	31
4.4	Teoria de Campo da Supercorda com Interação	32
4.4.1	O Problema de Interações de Contato	33
5	Ação do tipo WZW com Variáveis Híbridas	34
6	Cálculo da Amplitude de Espalhamento de 4 Supercordas	39
6.1	Fixação do Gauge e o Propagador	39
6.2	Mapa de Giddings	41
6.3	Contribuição do Canal- s	43
6.4	Contribuição do Canal- t	43
6.5	Contribuição do Vértice de Interação de 4 Supercordas	44

7	Condensação do Táquion	46
7.1	Estados não BPS em Teoria da Corda	46
7.2	Condensação do Táquion em Teoria de Campo da Corda Bosônica	49
7.3	Condensação do Táquion em Teoria de Campo da Supercorda	51
8	Teoria de Campo na Brana não BPS no Background de Calabi-Yau	54
8.1	Supersimetria $N=2$ Quebrada Espontaneamente	54
8.2	Construção de Operadores de Vértice $GSO(-)$	56
8.3	Implementação do Setor $GSO(-)$ na Ação da Teoria de Campo	59
9	Conclusões e Perspectivas	61
A	Formulas Úteis	63
	Referências	69

Capítulo 1

Introdução Geral

A teoria de supercordas é a única teoria consistente para uma descrição unificada de todas as forças fundamentais na natureza [1]. Em particular serve para descrever partículas tanto com interações gravitacionais como de Yang-Mills. Todas as outras tentativas de se unificar essas forças sofrem divergências nas amplitudes de espalhamento que não podem ser removidas através de renormalização. Mesmo que a teoria de supercordas não seja a teoria de unificação final, provavelmente contém alguns dos elementos essenciais de tal teoria.

A supersimetria de espaço-tempo é um ingrediente crucial das supercordas que serve para eliminar as divergências. O formalismo usual de supercordas de Ramond-Neveu-Schwarz (RNS)[2], não tem supersimetria manifesta do espaço-tempo. Por esse motivo os efeitos da supersimetria do espaço-tempo são extremamente difíceis de se analisar.

Por outro lado também existe o formalismo alternativo de Green-Schwarz (GS)[3] onde a supersimetria do espaço-tempo é manifesta. O problema, deste formalismo, é que a ação de GS não é quadrática e este formalismo de GS só pode ser quantizado no gauge do cone-de-luz, que quebra a invariância de Lorentz $SO(9,1)$.

Recentemente, um novo formalismo [4] da supercorda foi proposto onde a supersimetria do espaço-tempo é manifesta e que pode ser quantizado em gauges covariantes. Este formalismo não sofre dos problemas dos formalismos RNS e GS, e tem várias aplicações importantes [5] que atualmente estão sendo investigadas.

Uma aplicação importante é a construção de uma ação de teoria de campo para a supercorda aberta, que constitui o tema da presente tese. Em 1986 Witten [6] propôs uma ação para a teoria de campo da supercorda. Porém esta ação tornou-se inconsistente devido as divergências do termo de contato causadas pela falta de supersimetria manifesta do espaço-tempo. Usando o novo formalismo de supercorda de Berkovits [7], foi construído uma nova proposta para esta ação numa maneira com supersimetria manifesta e sem as inconsistências da ação de Witten. Esta ação

usa técnicas da corda aberta $N=2$ [8] e é uma ação do tipo Wess-Zumino-Witten (WZW) [10].

Este trabalho de tese está organizado na forma seguinte.

No capítulo 2 descreve-se brevemente as teorias da corda em primeira quantização. Neste capítulo consideramos, ainda, a teoria das cordas bosônica, a teoria da supercorda de RNS, e a teoria da supercorda de GS. Como será visto mais adiante, a supercorda RNS tem a vantagem que a sua correspondente ação pode ser quantizada facilmente, por estar baseada numa ação quadrática. Porém neste formalismo RNS a supersimetria de espaço-tempo não é manifesta. Por outro lado, a supercorda de GS tem supersimetria manifesta no espaço-tempo, porém não é simples de quantizar, por estar baseada numa ação que não é quadrática.

No capítulo 3 introduzimos o formalismo topológico da supercorda. Este formalismo alternativo é muito mas conveniente que as descrições da supercorda de RNS e GS. Conhecem-se várias realizações da corda topológica que resultam ser muito úteis para várias aplicações. Por exemplo, para construir modelos sigma não linear que têm supersimetria no espaço-tempo, este permite contruir vértices de Ramond-Ramond que são relevantes para analisar a correspondência AdS/CFT. A outra aplicação em que nós estamos mais interessados é a descrição da supercorda topológica que permitirá construir nos capítulos posteriores as ações para a teoria de campos.

No capítulo 4 desenvolvemos primeiramente a teoria clássica de campo da corda aberta. Para propósitos de cálculo consideramos principalmente a formulação que representa a ação em termos de correlações no semi-plano complexo superior ou equivalentemente no disco (seção 4.2.1). As propriedades básicas e a série de mapas da superfície do universo são discutidas detalhadamente. Posteriormente tratamos a teoria de campo da supercorda aberta usando as variáveis RNS que foi explicadas no capítulo anterior. Esta teoria de campo foi proposta por Witten em 1985, infelizmente foi provado que esta ação têm inconsistência por apresentar divergência.

Também na seção 4.4 descreve-se uma versão da formulação da teoria de campo que está baseada nas variáveis da corda topológica que é explicada no capítulo 3. Este formalismo de teoria de campo tem uma ação invariante de gauge do tipo WZW. Existem várias maneiras de realizar esta teoria de campo, em particular uma versão (não compacta) é apropriada para o cálculo do potencial taquiônico.

No capítulo 5 explicamos-se outra versão de campo da supercorda que usa variáveis híbridas que tem supersimetria manifesta no espaço tempo em 4 dimensões.

Como um importante teste da consistência da teoria de campo do tipo WZW, no capítulo 6, apresentamos detalhadamente o cálculo da amplitude para 4 estados externos na camada de massa. Para construir o propagador usamos duas condições

de fixação de gauge. Verificamos que a amplitude resultante reproduz exatamente o resultado da primeira quantização.

No capítulo 7 apresentamos uma aplicação recente da teoria de campo, que é o cálculo do potencial taquiônico. Isto é feito usando a teoria de campo da supercorda do tipo WZW. Este cálculo é um teste importante de que esta ação é consistente com as conjecturas de A. Sen com relação a condensação do táquion.

No capítulo 8 discutimos a implementação na ação do tipo WZW dos estados com projeção Gliozzi-Scherk-Olive (GSO) negativo. Estes estados quebram supersimetria, no entanto eles servem para descrever os chamados estados não BPS da supercorda. Esta ação pode ser muito útil para entender o fenômeno associado à quebra espontânea de supersimetria de espaço-tempo.

Finalmente no capítulo 9 apresentamos várias conclusões e discutimos algumas perspectivas a partir do presente trabalho de tese.

A seguir, indicamos uma lista das notações e convenções que serão usadas nos capítulos seguintes.

- \simeq Equivalência da expansão do produto de operadores (OPE).
- $\langle \dots \rangle$ Função de correlação calculado no plano superior complexo ou no disco (no espaço de Hilbert pequeno).
- $\langle\langle \dots \rangle\rangle$ Função de correlação calculado no plano superior complexo ou no disco (no espaço de Hilbert grande).
- $[\Phi, \Psi] \equiv \Phi\Psi - \Psi\Phi$; $\{\Phi, \Psi\} \equiv \Phi\Psi + \Psi\Phi$.
- $\mu = 0, 1, 2, \dots, D-1$ Índice de vetor do espaço-tempo de Minkowski em D dimensões.
- Signatura da métrica do espaço-tempo $G_{\mu\nu}$ é $(- + + \dots +)$, $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}[-1, 1, \dots, 1]$ métrica de Minkowski.
- $\epsilon^{12} = \epsilon^{\dot{1}\dot{2}} = 1$.
- Signatura da métrica da superfície do universo g_{ab} é $(- +)$ usando as coordenadas (τ, σ) .
- $\eta_{ab} = \begin{pmatrix} \eta_{zz} & \eta_{z\bar{z}} \\ \eta_{\bar{z}z} & \eta_{\bar{z}\bar{z}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Métrica da superfície do universo no gauge conforme, usando as coordenadas complexas.
- As constantes fundamentais são $\hbar = 1$, $c = 1$.

- A pente de Regge $\alpha' = 1$.
- (z, \bar{z}) Coordenadas complexas da superfície do universo ($N = 0; d = 2$). Usamos a coordenada complexa $z \equiv e^{(\tau+i\sigma)}$ e seu complexo conjugado $\bar{z} \equiv e^{(\tau-i\sigma)}$.
- $d^2 z \equiv dzd\bar{z} \equiv 2d\tau d\sigma$.
- v, \bar{v} , Coordenadas Grassmannianas da super-superfície do universo.
- (z, \bar{z}, v, \bar{v}) , Coordenadas da super-superfície do universo ($N = 1, d = 2$).
- $(x^m, \theta^\alpha, \hat{\theta}^{\dot{\alpha}})$, Coordenadas do superespaço-tempo ($N = 1; d = 4$).
- Holomórfico \equiv analítico, AntiHolomórfico \equiv anti-analítico.
- $\partial \equiv \partial_z \equiv \frac{\partial}{\partial z}$; $\bar{\partial} \equiv \partial_{\bar{z}} \equiv \frac{\partial}{\partial \bar{z}}$; $\partial_v \equiv \frac{\partial}{\partial v}$;
- $\mathbb{D} \equiv \partial_v + v\partial$.
- $\partial_\theta \equiv \frac{\partial}{\partial \theta}$; $\partial_m \equiv \frac{\partial}{\partial X^m}$; $D \equiv \partial_\theta + \bar{\theta}\sigma^m \partial_m$.
- $\square \equiv \partial^m \partial_m$ Agindo em operadores de vértice.
 $\square \equiv \partial\bar{\partial}$ Agindo nas coordenadas da superfície do universo.
- $\theta^\alpha, \vartheta^\alpha$, Espinor de Weyl do grupo de Lorentz $SO(3, 1)$, $N = 1, d = 4$.
- $\hat{\theta}^{\dot{\alpha}}, \hat{\vartheta}^{\dot{\alpha}}$, Espinor de Anti-Weyl do grupo de Lorentz $SO(9, 1)$, $N = 1, d = 10$.
- $\mathbb{X}(z, \bar{z}, v, \bar{v}) \equiv X(z, \bar{z}) + v\psi(z) + \bar{v}\bar{\psi} + Fv\bar{v}$, Supercampo ($N=2, d=2$).
- $\Phi[x(z), \theta(z), \hat{\theta}(z)] \equiv A[x(z)] + B^\alpha[x(z)]\theta_\alpha(z) + \bar{C}^{\dot{\alpha}}[x(z)]\hat{\theta}_{\dot{\alpha}} + D_m[x(z)]\theta\sigma^m\hat{\theta} + \dots$
Supercampo ($N=1, d=4$).
- $[X^\mu, b, c]$, Variáveis da corda bosônica.
- $[X^\mu, \psi^\mu, b, c, \beta, \gamma]$, Variáveis de Ramond Neveu Schwarz (RNS) da supercorda.
- $[X^\mu, \psi^\mu, b, c, \xi, \eta, \phi]$, Variáveis de Friedan Martinec Shenker (FMS) da supercorda.
- $[X^\mu, \vartheta^\alpha, \hat{\vartheta}^\alpha]$ ou $[X^\mu, \vartheta^\alpha, \hat{\vartheta}^{\dot{\alpha}}]$, Variáveis de Green Schwarz (GS) da supercorda.
- $[X^\mu, \theta^\alpha, \hat{\theta}^{\dot{\alpha}}]$, Variáveis híbridas de Berkovits da supercorda compactificada para $D = 4$.

Capítulo 2

Teoria da Corda

Neste capítulo apresenta-se a formulação da primeira quantização da teoria de corda. Este marco de trabalho permite-nos essencialmente fazer cálculos perturbativos tais como o cálculo de amplitudes de espalhamento quando os estados externos estão na camada de massa. Na seção 2.1 discutimos primeiro a corda bosônica. Ainda que esta teoria contenha o táquion no espectro ela é útil para entender a dinâmica da teoria da corda.

2.1 Corda Bosônica

A corda bosônica é descrita pelas coordenadas $X^\mu(\tau, \sigma)$ no espaço-tempo de D dimensões com $\mu = 0, 1, \dots, D - 1$. As variáveis τ, σ são os parâmetros temporal e espacial da superfície de universo da corda respectivamente. A métrica do espaço-tempo $\eta_{\mu\nu}$ é do tipo-Minkowski. Usando-se como princípio a ação de Nambu-Goto, que é proporcional a área geométrica da superfície de universo, temos

$$\mathcal{S}_{NG}[X] \equiv -\frac{1}{4\pi} \int d\tau d\sigma \sqrt{- \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial X^\mu}{\partial \tau} \frac{\partial X_\mu}{\partial \tau} & \frac{\partial X^\mu}{\partial \tau} \frac{\partial X_\mu}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial X^\mu}{\partial \sigma} \frac{\partial X_\mu}{\partial \tau} & \frac{\partial X^\mu}{\partial \sigma} \frac{\partial X_\mu}{\partial \sigma} \end{array} \right|}. \quad (2.1)$$

Esta ação é invariante pela reparametrização da superfície do universo

$$\begin{aligned} \tau &\rightarrow \tilde{\tau}(\tau, \sigma), \\ \sigma &\rightarrow \tilde{\sigma}(\tau, \sigma). \end{aligned}$$

Ela pode ser formulada consistentemente a nível clássico em qualquer dimensão do espaço-tempo. Sendo esta uma teoria com vínculos, associados à invariância por reparametrização, é preciso fixar o gauge para determinar as soluções. Quando é escolhido o gauge ortogonal obtém-se uma equação tipo onda em duas dimensões para cada $X^\mu(\tau, \sigma)$, que pode ser resolvida. Usam-se as condições de contorno de

Neumann para o caso da corda aberta, e as condições de contorno periódicas para a corda fechada.

Existe também a ação de Polyakov que é classicamente equivalente a ação anterior, porém ela é e mais conveniente. Esta ação incorpora uma métrica induzida na superfície de universo $g_{\alpha\beta}$, e além da invariância por reparametrização, também possui invariância por re-escalamento local da métrica, chamada invariância de Weyl

$$\mathcal{S}_P[X, g] \equiv \frac{1}{8\pi} \int d\tau d\sigma \sqrt{g} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu \eta_{\mu\nu}. \quad (2.2)$$

Neste caso, devem ser considerados os vínculos associados ao tensor energia-momento bidimensional $T_{\alpha\beta}$, que é simétrico com traço nulo. Para quantizar covariantemente esta ação, é fixado o gauge na métrica $g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} = \text{diag}(-1, 1)$, (chamado gauge conforme). Posteriormente a corda é quantizada mediante a prescrição canônica. Os estados quânticos $|\Psi\rangle$, pertencem a um espaço de Hilbert \mathcal{H} e são gerados como um produto dos operadores de criação α_{-n}^μ , atuando no vácuo, obtendo-se uma torre infinita de estados com massas diferentes que representamos como

$$|\Psi\rangle = \alpha_{-n_1}^{\mu_1} \alpha_{-n_2}^{\mu_2} \cdots \alpha_{-n_i}^{\mu_i} |0\rangle.$$

Para que a corda a nível quantizada seja consistente com a invariância relativística, a teoria deve ser restringida para $D = 26$. A condição dos estados físicos se obtém ao impor os vínculos de Virasoro $(L_n^{(m)} - \delta_{n,0}) |\Psi\rangle = 0, n \geq 0$, nos estados, garantindo que o espectro seja livre dos estados de norma negativa. Nesse caso o espectro físico é inteiramente transversal com suficientes estados de norma nula desacoplados (Gupta-Bleuler).

Na teoria da corda, as amplitudes de espalhamento das partículas no espaço-tempo são calculadas avaliando-se correlações de campos livres em duas dimensões. Outra maneira mais conveniente de fazer a quantização covariante da corda bosônica, é a chamada quantização de Becchi-Rouet-Stora-Tyutin (BRST). Este método de quantização se realiza usando os fantasmas de Faddeev-Popov. Primeiro a ação é gauge fixada na métrica da superfície. Depois se representa o determinante associado à fixação do gauge mediante uma integral de caminho, e se obtém uma ação que contém um par de campos fantasmas fermiônicos b e c , propagando-se na superfície do universo.

$$\mathcal{S}(X, b, c) = \frac{1}{2\pi} \int d^2z \left(\frac{1}{2} \partial X^\mu \bar{\partial} X_\mu + b \bar{\partial} c + \tilde{b} \partial \tilde{c} \right). \quad (2.3)$$

Esta ação tem invariância conforme. O campo ∂X tem peso conforme 1, e os fantasmas da corda bosônica b e c têm dimensão conforme 2 e -1, respectivamente.

Quando se faz uma transformação conforme eles se transformam da seguinte forma

$$\begin{aligned}
z &\rightarrow f(z), \\
\partial X(z) &\rightarrow (f')X(f(z)), \\
b(z) &\rightarrow (f')^2 b(f(z)), \\
c(z) &\rightarrow (f')^{-1} c(f(z)), \quad f' \equiv \frac{\partial f}{\partial z}.
\end{aligned} \tag{2.4}$$

O operador fundamental agora é a carga de BRST Q que é nilpotente. Tal operador é construído a partir dos fantasmas e do tensor de energia-momento total da corda. Neste método de quantização os estados físicos são aniquilados por este operador de BRST. Existe uma degenerescência no estado fundamental dos fantasmas devido aos modos nulos do sistema de fantasmas, que têm número de fantasma $1/2$ e $-1/2$. Para reproduzir as condições da velha quantização covariante, os estados físicos têm número de fantasma $-1/2$. De modo que todos os estados físicos pertencem à classe de cohomologia de BRST com número de fantasma $-1/2$. Os estados pertencem ao produto direto do espaço de Hilbert da matéria \mathcal{H}_m pelo espaço de Hilbert dos fantasmas \mathcal{H}_{gh} , de modo que $\mathcal{H} = \mathcal{H}_m \oplus \mathcal{H}_{gh}$

$$|\Psi\rangle = \alpha_{-n_1}^{\mu_1} \alpha_{-n_2}^{\mu_2} \cdots \alpha_{-n_i}^{\mu_i} \otimes b_{-m_1} b_{-m_2} \cdots b_{-m_j} \otimes c_{-p_1} c_{-p_2} \cdots c_{-p_k} |0\rangle,$$

onde $\mu_i = 0, 1, 2, \dots, D-1$, $i, j, k = 0, 1, \dots$, $n_i \geq 0$, $m_j \geq 2$, $p_k \geq -1$. Verifica-se a consistência para $D = 26$ e constante de ordenamento normal $a = 1$, a condição de nilpotência da carga Q e carga central total c nula.

Uma discussão mais detalhada sobre a aplicação da teoria de campo conforme encontra-se na referência de Ginsparg [11] e sobre quantização BRST da corda encontra-se na referência[12].

2.2 Supercorda de Ramond-Neveu-Schwarz (RNS)

A teoria bosônica não é inteiramente satisfatória, devido primeiramente, ao fato que ela possui o táquion como estado fundamental e, segundo ela não contém férmions no seu espectro. Para corrigir isso, a ação de Polyakov pode ser generalizada incluindo coordenadas espinoriais de Majorana de duas componentes $\psi^\mu(\sigma, \tau)$ que são parceiros supersimétricos das coordenadas $X^\mu(\sigma, \tau)$. Para o cancelamento, do termo de superfície ao variar a ação com relação aos campos $\psi^\mu(\sigma, \tau)$, surgem dois tipos de condições de contorno para $\psi^\mu(\sigma, \tau)$ nos extremos da corda: condições de contorno periódicas no setor de Ramond (R), e condições de contorno anti-periódicas no setor de Neveu-Schwarz (NS). No caso de cordas fechadas, os termos de superfície se anulam para cada componente de $\psi^\mu(\sigma, \tau)$ separadamente. Neste caso, os modos

à esquerda (dependem de $(\tau + \sigma)$), e os modos à direita (dependem de $(\tau - \sigma)$). Então existem no total quatro setores da corda fechada diferentes. Os setores são NS-NS, R-R, NS-R e R-NS, descrevendo bósons e férmions respectivamente. Em particular os estados do setor de RR se acoplam às D-branas da supercorda fechada.

Os operadores de vínculo satisfazem uma álgebra graduada infinita conhecida como a Álgebra de super-Virasoro. Esses vínculos deixam o espectro físico transverso livre de estados de norma negativa para o espaço-tempo de 10 dimensões, com a constante de ordenamento normal $a = 0$ no setor R, e $a = 1/2$ no setor NS. Só em 10 dimensões, é possível se obter uma teoria quântica de campos que seja consistente com a invariância relativística. Precisa-se fazer uma projeção de Gliozzi-Scherk-Olive (GSO) do espectro sobre estados para se ter um espectro livre do táquion, de maneira que sobrevivem um número igual de bósons e férmions em cada nível de massa, assegurando que a teoria tenha supersimetria no espaço-tempo em 10 dimensões. Esta teoria é conhecida como teoria RNS . Antes da projeção GSO , esta teoria tem supersimetria manifesta apenas na superfície do universo. Uma ação com supersimetria local conforme mais geral pode ser construída, que contenha supergravidade em duas dimensões, a qual permite uma fixação de gauge covariante, dando lugar a vínculos que correspondam à anulação do tensor energia-momento e corrente supersimétrica em duas dimensões.

A quântização moderna covariante BRST usada anteriormente para cordas ordinárias também se pode realizar para supercordas RNS. Nesse caso é conveniente usar a linguagem de supercampos para se ter expressões mais compactas, como foi usado na referência [2], sendo a ação RNS correspondente a uma teoria de campo superconforme definida nas coordenadas (z, \bar{z}, v, \bar{v}) . Neste caso as coordenadas bosônicas (σ, τ) , são substituídas por (z, \bar{z}) , e as novas coordenadas fermiônicas (v, \bar{v}) são introduzidas (parceiras supersimétricas de (z, \bar{z})), onde $v^2 = \bar{v}^2 = 0$. Também é preciso introduzir além das derivadas parciais ∂ e $\bar{\partial}$, as derivadas covariantes (em $N=1, d=2$) $\mathbb{D} \equiv \partial_v + v\partial$ e $\bar{\mathbb{D}} \equiv \partial_{\bar{v}} + \bar{v}\bar{\partial}$, que tem a propriedade $\mathbb{D}^2 = \partial$, e anti-comutam com os geradores de supersimetria na superfície do universo ($N=1, d=2$). As transformações superconformes são geradas pelo super-tensor energia-momento. A variação nos supercampos pode ser escrita como integrais de contorno, onde o integrando é a expansão de produto de operadores (OPE), entre o tensor energia-momento e o supercampo considerado. O supercampo que decreve a supercorda é definido mediante $\mathbb{X}^\mu(z, \bar{z}, \theta, \bar{\theta}) = X^\mu(z) + X^\mu(\bar{z}) + v\psi^\mu(z) + \bar{v}\bar{\psi}^\mu(\bar{z})$. Os fantasmas de Faddeev-Popov (provenientes da fixação do gauge superconforme) necessários agora são de dois tipos, os fantasmas anticomutantes b e c (semelhante ao usado no caso da corda bosônica), e os fantasmas comutantes β e γ , que são definidos como componentes de supercampos fantasmas como $C = c + v\gamma$ e $B = \beta + vb$. As correlações

dos supercampos são determinados usando a ação

$$S_{RNS} \equiv \frac{1}{4\pi} \int dz d\bar{z} dv d\bar{v} \mathbb{D}\mathbb{X}^\mu \bar{\mathbb{D}}\mathbb{X}_\mu = -\frac{1}{4\pi} \int dz d\bar{z} (\partial X^\mu \bar{\partial} X_\mu + \psi^\mu \bar{\partial} \psi_\mu + \bar{\psi}^\mu \partial \bar{\psi}_\mu).$$

O super-tensor energia-momento é expresso por (no setor da matéria) $\mathbb{T}_m = \frac{1}{2} \mathbb{D}\mathbb{X}^\mu \mathbb{D}^2 \mathbb{X}_\mu = -\frac{1}{2} \psi^\mu \partial X_\mu - \frac{1}{2} v (\partial X^\mu \partial X_\mu + \psi^\mu \partial \psi_\mu)$. Uma discussão mais detalhada sobre a supercorda RNS se encontra nos artigos de Friedan-Martinec-Shenker (FMS) [2], [13], e nas notas [14] e [15]. Nestes trabalhos usam-se as técnicas de OPE, bosonização e supersimetria que são ferramentas essenciais na nova descrição da supercorda.

A supercorda RNS é descrita mediante uma representação com carga central $c = 15$, e com supersimetria conforme $N=1$ na superfície do universo. Contém 10 campos bosônicos livres X^μ e 10 campos fermiônicos ψ^μ , onde $\mu = 0, 1, \dots, 9$. No gauge superconforme reduz-se à seguinte ação [1]

$$S_{RNS}[X, \psi] = -\frac{1}{2\pi} \int d^2 z \left(\frac{1}{2} \partial X^\mu \bar{\partial} X_\mu + \frac{1}{2} \psi^\mu \bar{\partial} \psi_\mu + \frac{1}{2} \bar{\psi}^\mu \partial \bar{\psi}_\mu \right), \quad (2.5)$$

onde o tensor energia momento e a supercorrente de matéria dados por:

$$T^{(m)} = -\frac{1}{2} \partial X^\mu \partial X_\mu - \frac{1}{2} \psi^\mu \partial \psi_\mu, \quad (2.6)$$

$$G^{(m)} = i \psi^\mu \partial X_\mu. \quad (2.7)$$

Para quantizar a ação RNS deve-se usar um sistema de fantasmas $N = 1$ com $c = -15$ provenientes da fixação do gauge superconforme com os seguintes pesos conformes [2]: $(b, c) \rightarrow (2, -1)$, $(\beta, \gamma) \rightarrow (\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$.

É conveniente usar as seguintes relações de bosonização $\beta = -\partial \xi e^{-\phi}$, $\gamma = \eta e^\phi$, de modo que os férmions ξ, η tem os pesos conformes $(\eta, \xi) \rightarrow (1, 0)$. Note aqui que os modos nulos do ξ não contribuem, o espaço de Hilbert que não contém este modo zero se chama o espaço de Hilbert “pequeno”. No seguinte capítulo veremos que será importante incluir este modo zero formando um espaço estendido que se chama o espaço de Hilbert “grande”.

O operador de BRST é dado por

$$Q = \frac{1}{2\pi} \oint dz [c(T^{(m)} + b\partial c + -\frac{1}{2} \partial \phi \partial \phi - \partial^2 \phi - \eta \partial \xi) + \eta e^\phi G^{(m)} - b\eta \partial \eta e^{2\phi}], \quad (2.8)$$

onde $T^{(m)}$ e $G^{(m)}$ são dados nas equações (2.6),(2.7).

Todo operador de vértice físico V deve estar na cohomologia do operador Q de BRST. Então

$$\{Q, V\} = 0 \quad \wedge \quad V \neq [Q, \Lambda], \quad (2.9)$$

para algum Λ no espaço de Hilbert “pequeno”.

Projeção GSO

Também é necessário um truncamento GSO, do espectro nos setores Neveu-Schwarz (NS) e Ramond (R) para se obter supersimetria no espaço-tempo. Esta projeção *GSO* também serve para eliminar o taquíon no setor de Neveu-Schwarz. O operador de vértice V é fermiônico e não tem singularidade tipo corte de ramificação com o gerador de supersimetria. O operador de supersimetria é definido como o operador de vértice fermiônico não massivo com momento nulo que se expressa da seguinte maneira

$$q_a = \frac{1}{2\pi i} \oint dz e^{\frac{i}{2}(i\phi \pm \sigma_0 \pm \sigma_1 \pm \sigma_2 \pm \sigma_3 \pm \sigma_4)}, \quad (2.10)$$

onde $\psi^9 \pm \psi^0 = e^{\pm i\sigma_0}$, $\psi^j \pm i\psi^{j+4} = e^{\pm i\sigma_j}$, $j=1..4$, $a=1..16$ (usando um número par de sinais +).

Também o operador de vértice V deve ter número de fantasma $n_g = +1$, onde

$$n_g = \frac{1}{2\pi} \oint dz (bc + \xi\eta). \quad (2.11)$$

No entanto para cada estado físico existem infinitos operadores de vértice invariantes de BRST, que estão relacionados pelo operador “operador de subida de picture” Z , $[V, ZV, Z^2V, \dots]$. Este operador Z tem a seguinte expressão

$$Z \equiv \{Q, \xi\} = ie^\phi \psi_\mu \partial x^\mu + b\partial\eta e^{2\phi} + \partial(b\eta e^{2\phi}) + c\partial\xi. \quad (2.12)$$

Esta redundância é devido à degenerescência infinita do vácuo dos fantasmas bosônicos. Este Operador de subida de picture Z é aparentemente trivial, porém ele não é trivial no espaço de Hilbert “pequeno”, porque nesse espaço o modo zero de ξ , ξ_0 não existe. No entanto no espaço de Hilbert “grande” ele é trivial. O operador de número de picture n_p é definido por:

$$n_p = \frac{1}{2\pi} \oint dz (\xi\eta - \partial\phi). \quad (2.13)$$

Se é fixado um picture definido para o operador de vértice, o problema é que, a supersimetria é quebrada. Também é evidente que na descrição RNS, os bósons e férmions externos são descritos de maneira muito diferente.

Os operadores de vértice (integrados) para emissão de uma partícula bosônica são construídos usando o supercampo \mathbb{X}^μ de uma maneira simples. Por exemplo, o operador para o táquion e o glúon são:

$$\begin{aligned} V_{tach} &= \int dz dv e^{ik \cdot \mathbb{X}}, \quad k^2 = 1, \\ V_{gluon} &= \zeta_\mu \int dz dv \mathbb{D}\mathbb{X}^\mu e^{ik \cdot \mathbb{X}}, \quad k^2 = 0, \quad k^\mu \zeta_\mu = 0, \end{aligned} \quad (2.14)$$

ζ_μ é a polarização, e para o gráviton temos

$$V_{graviton} = h_{\mu\nu} \int d^2z d^2v \mathbb{D}\mathbb{X}^\mu \bar{\mathbb{D}}\mathbb{X}^\nu e^{ik\cdot\mathbb{X}}, \quad k^2 = 0, \quad k^\mu h_{\mu\nu} = k^\nu h_{\mu\nu} = 0, \quad (2.15)$$

onde $h_{\mu\nu}$ é a polarização.

Os operadores para emissão de um férmion necessitam dos operadores de spin S^α e Σ para trocar as condições de contorno de Ramond e Neveu-Schwarz e vice-versa (nos campos fermiônicos ψ^μ e também nos campos fantasmas (β, γ) respectivamente). Por exemplo, os operadores de vértice para o gluino e o gravitino são:

$$\begin{aligned} V_g &= u^\alpha \int dz \bar{S}^\alpha \bar{\Sigma} e^{ik\cdot\mathbb{X}}, \quad k^2 = 0, \quad k^\mu \gamma_{\mu\beta}^\alpha u_\alpha, \\ V_f &= u_{\mu\alpha} \int d^2z d^2\theta \bar{S}^\alpha \bar{\Sigma} \mathbb{D}\mathbb{X}^\mu e^{ik\cdot\mathbb{X}}, \quad k^2 = 0, \quad k^\mu \gamma_{\mu\beta}^\alpha u_{\alpha\lambda}, \quad k^\mu \gamma_{\mu\beta}^\alpha u_\lambda^\beta. \end{aligned} \quad (2.16)$$

As amplitudes de espalhamento se obtém integrando-se sobre uma superfície de super-Riemann $N = 1$, usando os operadores de vértice BRST invariantes, e em seguida somando-se sobre todas as topologias (genus), integrando sobre o supermoduli e finalmente sobre as estruturas de spin possíveis. Estas amplitudes são extremamente complicadas de calcular devido à falta de supersimetria manifesta no espaço-tempo.

A amplitude de espalhamento para n supercordas abertas é, a nível de árvore

$$A_n = \left\langle V_1(z_1) V_2(z_2) V_3(z_3) Z(z_3) \prod_{r=4}^n \int dz_r \{b_R, V_r(z_r)\} Z(z_r) \right\rangle,$$

onde todos os vértices V_r são do setor NS e estão no picture -1. Ainda que possa-se mostrar que esta amplitude é supersimétrica no espaço-tempo, a supersimetria está longe de ser manifesta, devido ao fato que, como já vimos, os vértices para os férmions necessitam dos campos de spin que não são manifestamente supersimétricos, nem se podem representar no super-espaço do universo.

2.3 Supercorda de Green-Schwarz (GS)

Uma ação supersimétrica covariante (chamada de GS), foi proposta em 1985 por Green-Schwarz [1]. Esta ação tem supersimetria manifesta no espaço-tempo e é uma generalização do caso da superpartícula, com um termo adicional (o termo de Wess Zumino), de modo que esta ação contém também uma simetria local fermiônica (chamada simetria κ), além da invariância por reparametrização. Tal termo de Wess Zumino é necessário para reduzir o número de graus de liberdade fermiônicos e obter uma ação linearizada ao usar o gauge do cone de luz. Esta ação pode ser quantizada no gauge do cone de luz, onde as equações de movimento são simples.

O espectro de estados físico da supercorda de GS é equivalente ao correspondente espectro físico da teoria *RNS*, (a implementação da projeção GSO é automática no caso de *GS*). O problema é que uma fixação covariante do gauge produz um complicado sistema de vínculos de primeira e segunda classe que não se podem separar preservando a covariância manifesta de modo que não foi possível quantizar até agora. A ação para esta supercorda inclui coordenadas ϑ , que é espinor de Majorana-Weyl no espaço-tempo. Classicamente esta descrição só pode ser possível para $N = 1$, ou $N = 2$ supersimetrias no espaço-tempo, com dimensões $D = 3, 4, 6, 10$ [1].

No gauge conforme a ação GS é representada pela seguinte expressão (para cordas do tipo IIA)

$$S_{GS}[X, \vartheta, \hat{\vartheta}] \equiv \frac{1}{2\pi} \int d^2z [\Pi^\mu \bar{\Pi}_\mu + \frac{1}{2}(\partial X_\mu + \frac{1}{2}\vartheta \Gamma_\mu \partial \vartheta)(\vartheta \Gamma^\mu \bar{\partial} \vartheta - \hat{\vartheta} \Gamma^\mu \bar{\partial} \hat{\vartheta}) - \frac{1}{2}(\bar{\partial} X_\mu + \frac{1}{2}\vartheta \Gamma_\mu \bar{\partial} \vartheta)(\vartheta \Gamma^\mu \partial \vartheta - \hat{\vartheta} \Gamma^\mu \partial \hat{\vartheta})], \quad (2.17)$$

onde o vínculo de super-Virasoro é

$$T = \Pi^\mu \Pi_\mu, \quad (\Pi^\mu = \partial X^\mu - \frac{1}{2}\vartheta \Gamma^\mu \partial \vartheta - \frac{1}{2}\hat{\vartheta} \Gamma^\mu \partial \hat{\vartheta}), \quad (2.18)$$

e os vínculos fermiônicos são

$$d_\alpha \equiv P_{\vartheta_\alpha} + \frac{i}{2} \Pi_\mu \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \vartheta^\beta = 0, \quad (2.19)$$

que satisfazem a álgebra de Siegel $\{d_\alpha, d_\beta\} = i \Pi_\mu \Gamma_{\alpha\beta}^\mu$.

Existe uma simetria que é definida pela seguinte transformação

$$\begin{aligned} \delta \vartheta^\alpha &= \Pi^\mu \Gamma_{\mu}^{\alpha\beta} \kappa_\beta, \\ \delta X^\mu &= \frac{i}{2} \vartheta \Gamma^\mu \delta \vartheta, \end{aligned} \quad (2.20)$$

que permite reduzir a metade dos graus de liberdade fermiônicos. O problema é que metade destas simetrias fermiônicas κ que são locais, não estão relacionadas com correntes de Noether. Então metade destas simetrias não estão associadas com invariâncias de gauge. Até agora apesar de muitas tentativas, não existe uma quantização covariante satisfatória para este tipo de supercorda de GS, devido a existência de vínculos de primeira e de segunda classe que não se podem separar de maneira explicitamente covariante. Esta ação de GS só pode ser quantizada no gauge do cone de luz, onde a ação é quadrática. Para nós é importante preservar a covariância de Lorentz.

Capítulo 3

Descrição Topológica da Supercorda

Nesta seção descrevemos um formalismo alternativo para a supercorda que é uma síntese das características convenientes das formulações RNS e GS. Na seção 3.2 indicamos como contruir a álgebra superconforme $N = 2$ usando matéria e fantasma da supercorda RNS, e também construímos a partir disso, a corda topológica $N = 4$. Logo será visto na seção 3.2 que podemos usar as variáveis híbridas para realizar supersimetria no espaço tempo com 4 dimensões. Uma importante vantagem é que quando se usa estas variáveis, já não se precisa realizar projeção GSO, e também não se necessita integrar sobre o supermoduli.

3.1 Álgebra Superconforme $N = 2$

A partir da álgebra superconforme ($N = 1, c = 0$) da teoria de supercorda RNS, pode-se construir a seguinte álgebra torcida com $N = 2$, $c = 6$ [18]:

$$\begin{aligned} T(y)T(z) &\rightarrow \frac{2T}{(y-z)^2} + \frac{\partial T}{y-z}, \\ G^+(y)G^-(z) &\rightarrow \frac{2i}{(y-z)^3} + \frac{J}{(y-z)^2} + \frac{iT}{y-z}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

onde

$$\begin{aligned} T &= T^{(m)} + T^{(g)}, \\ G^+ &= J_{BRST}, \\ G^- &= b, \\ J &= bc + \eta\xi = \partial H. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Aqui H é o bóson que provém de bosonizar a corrente $U(1)$ gerada por J .

3.2 Descrição Topológica

Para quantizar a supercorda $N = 2$, (sem ter que incluir fantasmas $N=2$), é conveniente usar o método topológico $N=4$, para o qual se usa os geradores do sistema $c = 6$, $N = 2$ torcido indicado acima, e se inclui os seguintes geradores [17].

$$\tilde{G}^+ = iG^-(e^{iH}), \quad \tilde{G}^- = -iG^+(e^{-iH}), \quad J^{++} = e^{iH}, \quad J^{--} = e^{-iH}, \quad (3.3)$$

onde a notação $G^+(e^{-iH})$ representa o resíduo do pólo simples na OPE de G^+ e e^{-iH} .

No formalismo RNS o número de picture n_p seleciona um operador de vértice BRST invariante representativo. O problema é que isso quebra a supersimetria no espaço-tempo ($[q_\alpha, n_p] \neq 0$). No formalismo topológico, pode-se usar a carga ρ para selecionar um vértice representativo. Em função das variáveis RNS os geradores $N=4$ podem ser expressos assim:

$$\begin{aligned} \tilde{G}^+ &= \eta, & \tilde{G}^- &= \{Q_{BRST}, b\xi\} = bZ + \xi T_{RNS}, \\ J^{++} &= c\eta, & J^{--} &= b\xi. \end{aligned}$$

Os geradores $N = 4$ têm os seguintes pesos conformes:

$$\begin{aligned} T, G^-, \tilde{G}^-, J^{--} &\rightarrow 2, \\ G^+, \tilde{G}^+, J &\rightarrow 1, \\ J^{++} &\rightarrow 0. \end{aligned}$$

Os vértices físicos Φ devem estar na cohomologia construída com as duas cargas seguintes

$$\begin{aligned} G_0^+ &= \frac{1}{2\pi} \oint dz G^+, \\ \tilde{G}_0^+ &= \frac{1}{2\pi} \oint dz \tilde{G}^+, \end{aligned} \quad (3.4)$$

o que implica que cada operador de vértice físico Φ deve satisfazer

$$G^+(\tilde{G}^+(\Phi)) = 0 \quad \wedge \quad \Phi \neq G^+(\Lambda) + \tilde{G}^+(\tilde{\Lambda}). \quad (3.5)$$

A condição de projeção GSO é trivialmente satisfeita usando potências inteiras nas variáveis da superfície do universo. Mudança do picture não é necessária neste método topológico.

Para selecionar um vértice representativo, devem-se usar a carga ρ , e é possível restringir todos os estados que não dependem da compactificação tenham carga ρ zero.

A condição para se ter número de fantasma +1, implica a que Φ deve ter carga $U(1)$ igual a zero, definindo a corrente $U(1)$ como

$$n_g = \frac{1}{2\pi} \oint dz (bc + \xi\eta) = \frac{1}{2\pi} \oint dz (\partial\rho + J_C). \quad (3.6)$$

Em resumo, na descrição topológica, os operadores de vértice físicos correspondem a campos bosônicos primários Φ de peso conforme zero e carga $U(1)$ zero (i.e, Φ não tem polos duplos com os geradores $N=2$ T , G^+ , G^- e não tem polo simples com J).

Em forma integrada o operador de vértice para uma corda aberta, é dado por:

$$W = \int dz G^-(G^+(\Phi)). \quad (3.7)$$

Como será visto na seção próxima, pode-se realizar supersimetria de espaço tempo em forma parcial, e se faz uso de variáveis híbridas que são do tipo Green-Schwarz em dimensões $D = 4$ e $D = 6$.

3.3 Supersimetria de Espaço-Tempo

Quando se usa o formalismo RNS, a álgebra de supersimetria satisfaz a seguinte relação

$$\{q_a, q_b\} = \frac{1}{2\pi i} \oint dz e^{-\phi} \psi_\mu \Gamma_{ab}^\mu, \quad (3.8)$$

aqui $a, b = 1, 2, \dots, 16$ são índices de espinor de $SO(9, 1)$. Podemos aqui ver que esta álgebra de supersimetria só fecha, a menos do picture (o termo a direita é o operador do momento no picture -1). Também sabemos que o operador de picture Z é bem definido somente na camada de massa. Contudo pode-se usar um sub-conjunto das supercargas q^α para realizar supersimetria em $D = 4$ e $D = 6$ dimensões. Nós estaremos interessados neste trabalho em realizar a supersimetria $N = 1$ em $D = 4$ dimensões. Para construir uma álgebra de supersimetria fora da camada de massa, se necessita redefinir hermiticidade de maneira que os geradores de supersimetria sejam

$$\begin{aligned} q_\alpha &= \frac{1}{2\pi i} \oint dz e^{\frac{i}{2}(i\phi \pm (\sigma_0 + \sigma_1) + H_C)}, \\ \hat{q}_{\dot{\alpha}} &= \frac{1}{2\pi i} \oint dz [b\eta e^{\frac{i}{2}(-3i\phi \pm (\sigma_0 - \sigma_1) - H_C)} \\ &\quad + i : (e^\phi \psi_m \partial X^m + e^\phi G_C^+ + e^\phi G_C^-) e^{\frac{i}{2}(i\phi \pm (\sigma_0 - \sigma_1) - H_C)} :], \end{aligned} \quad (3.9)$$

onde $\alpha = 1, 2$, $\dot{\alpha}$, $m = 0, 1, 2, 3$. Podemos interpretar q^α como um operador de vértice do fotino em 4 dimensões com momento nulo no picture $-\frac{1}{2}$ e $\bar{q}^{\dot{\alpha}}$ o operador

de vértice do fotino em 4 dimensões com momento nulo no picture $\frac{1}{2}$. Com esta nova definição de supercorrente, obtemos uma álgebra de supersimetria com N=1 em D=4, que fecha fora da camada de massa, representada por

$$\{q_\alpha, \hat{q}_\beta\} = \frac{1}{2\pi i} \int dz \sigma_{\alpha\dot{\beta}}^m \partial x_m. \quad (3.10)$$

3.4 Variáveis Híbridas

É conveniente redefinir os campos RNS, para ter supersimetria manifesta no espaço-tempo. Primeiro se define as coordenadas fermiônicas θ^α e $\hat{\theta}^{\dot{\alpha}}$ que são os parceiros supersimétrico dos X^m que tem peso conforme zero, do seguinte modo:

$$\theta^\alpha = e^{\frac{i}{2}(-i\phi\pm(\sigma_0+\sigma_1)-H_C)}, \quad \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} = c\xi e^{\frac{i}{2}(3i\phi\pm(\sigma_0-\sigma_1)+H_C)}. \quad (3.11)$$

As supercorrentes devem satisfazer

$$\{q_\alpha, \theta^\beta\} = \delta_\alpha^\beta, \quad \{\hat{q}_{\dot{\alpha}}, \hat{\theta}^{\dot{\beta}}\} = \delta_{\dot{\alpha}}^{\dot{\beta}}.$$

Também se precisa definir variáveis fermiônicas $p_\alpha, \hat{p}_{\dot{\alpha}}$ que são os conjugados canônicos de θ^α e $\hat{\theta}^{\dot{\alpha}}$. Para que x^m não tenha singularidade com p^α , necessitamos redefinir as variáveis X^m [5]. Também se deve redefinir os campos que são coordenadas de compactificação, para que eles sejam independentes das variáveis do super espaço-tempo não compacto quadri dimensional.

O sistema de 13 “campos espaço-tempo D=4” ($X^m, \psi^m, b, c, \beta, \gamma, \phi$), podem ser mapeados nos 12 campos do tipo GS ($x^m, \theta^\alpha, \hat{\theta}^{\dot{\alpha}}, p_\alpha, \hat{p}_{\dot{\alpha}}$), mais um bóson quiral ρ

A ação, para esta a nova descrição de supercordas, é dada por

$$S = \frac{1}{2\pi} \int d^2z \left[\frac{1}{2} \partial X^m \bar{\partial} X_m + p_\alpha \bar{\partial} \theta^\alpha + \hat{p}_{\dot{\alpha}} \bar{\partial} \hat{\theta}^{\dot{\alpha}} + \bar{p}_\alpha \partial \bar{\theta}^\alpha + \bar{\hat{p}}_{\dot{\alpha}} \partial \bar{\hat{\theta}}^{\dot{\alpha}} \right] + S_\rho + S_C, \quad (3.12)$$

onde S_ρ é a ação para o bóson quiral, e S_C é a ação que depende dos campos que representam as coordenadas compactificadas. Devemos ressaltar que os novos campos que representam as variáveis híbridas serão considerados como campos fundamentais.

Neste caso os geradores $N = 4$ têm as seguintes expressões, em termos das componentes dos campos GS em $D = 4$ [4]:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \partial x^m \partial x_m + p_\alpha \partial \theta^\alpha + \bar{p}_{\dot{\alpha}} \partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} - \frac{1}{2} \partial \rho \partial \rho + \frac{1}{2} \partial^2 \rho + T_C + \frac{i}{2} \partial J_C, \\ G^+ &= J_{BRST} = e^\rho d_\alpha d^\alpha + G_C^+, \\ G^- &= b = e^{-\rho} \bar{d}_{\dot{\alpha}} \bar{d}^{\dot{\alpha}} + G_C^-, \\ J &= bc + \eta \xi = \partial \rho + J_C, \end{aligned} \quad (3.13)$$

onde

$$\begin{aligned} d_\alpha &= p_\alpha + \frac{i}{2}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\partial x_{\alpha\dot{\alpha}} - \frac{1}{8}(\bar{\theta})^2\partial\theta_\alpha + \frac{1}{16}\theta_\alpha\partial(\bar{\theta})^2, \\ \bar{d}_{\dot{\alpha}} &= \bar{p}_{\dot{\alpha}} + \frac{i}{2}\theta^\alpha\partial x_{\alpha\dot{\alpha}} - \frac{1}{8}(\theta)^2\partial\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} + \frac{1}{16}\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}\partial(\theta)^2. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Os geradores de supersimetria em termos das variáveis híbridas são:

$$\begin{aligned} q_\alpha &= \frac{1}{2\pi i} \oint dz (p_\alpha - \frac{i}{2}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\partial x_{\alpha\dot{\alpha}} - \frac{1}{16}\theta_\alpha\partial(\bar{\theta})^2), \\ \bar{q}_{\dot{\alpha}} &= \frac{1}{2\pi i} \oint dz (\bar{p}_{\dot{\alpha}} - \frac{i}{2}\theta^\alpha\partial x_{\alpha\dot{\alpha}} - \frac{1}{16}\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}\partial(\theta)^2). \end{aligned} \quad (3.15)$$

Para supercordas abertas, os estados não massivos que não dependem da compactificação são os estados de super Yang Mills em D=4 com N=1. O grupo de gauge é representado pelo fator de Chan-Paton λ_I . Os operadores de vértice para estes campos $\Phi \equiv \Phi^I \lambda_I$ só dependem dos modos zero das coordenadas de super espaço-tempo $[x^m, \theta^\alpha, \hat{\theta}^{\dot{\alpha}}]$ é expressado pelo seguinte prepotencial super Yang Mills

$$\Phi^I[x^m, \theta^\alpha, \hat{\theta}^{\dot{\alpha}}] = \dots + A_m(x)\hat{\theta}\sigma^m\theta + \chi(x)\hat{\theta}^2\theta + \bar{\chi}(x)\theta^2\hat{\theta} + \dots$$

(I é o índice do gerador de grupo de gauge na representação adjunta) [4]. Interpretamos a componente de $\theta\hat{\theta}$ como o glúon e as componentes de $(\theta)^2\hat{\theta}$, $(\hat{\theta})^2\theta$ como sendo os glúinos.

A condição de camada de massa (on-shell) é dada por

$$\tilde{G}^+(G^+(\Phi^I)) = e^{iH_C - \rho} \bar{D}_{\dot{\alpha}}(D)^2 \bar{D}^{\dot{\alpha}} \Phi^I = 0, \quad (3.16)$$

onde $D \equiv \partial_\theta + \hat{\theta}\sigma^m\partial_m$, $D_\alpha V = \{d_\alpha, V\}$, e a invariância de gauge é representada por

$$\delta\Phi^I = G^+(\Lambda^I) + \tilde{G}^+(\tilde{\Lambda}^I) = (D)^2\lambda^I + (\bar{D})^2\bar{\lambda}^I,$$

com $\Lambda^I = e^{-\rho}\lambda^I$, $\bar{\Lambda}^I = e^{-iH_C + 2\rho}\bar{\lambda}^I$. Usando a condição que Φ deve ser um campo conforme N=2 primário com peso conforme zero (i.e. não tem polos duplos com G^+ , G^- , e T) implica que

$$(D)^2\Phi^I = (\bar{D})^2\Phi^I = \square\Phi^I = 0. \quad (3.17)$$

A nível de árvore a amplitude de N supercordas abertas é dada por:

$$\left\langle \Phi_1(z_1)\tilde{G}^+(\Phi_2(z_2))G^+(\Phi_3(z_3)) \prod_{r=4}^N \int dz_r G^-(G^+(\Phi_r(z_r))) \right\rangle. \quad (3.18)$$

Para a amplitude do espalhamento de 3 supercordas abertas (que corresponde a super Yang Mills) obtemos

$$f_{IJK} \left\langle \Phi_1^I(z_1)\tilde{G}^+(\Phi_2^J(z_2))G^+(\Phi_3^K(z_3)) \right\rangle. \quad (3.19)$$

Como foi explicado em [17], nesta descrição topológica não precisamos fazer integração sobre o supermoduli $N = 2$.

Estados massivos também já foram determinados usando este método, e também foram construídos modelos sigma não linear para descrever a propagação da supercorda num background de supergravidade. Também recentemente uma aplicação importante foi implementar supercorda no background de $AdS_2 \times S_2$ [21]. Este formalismo topológico com variáveis híbridas, também foi estendido para 6 dimensões do espaço-tempo $D = 6$ na referência [17] e permitiu descrever a supercorda fechada no background de $AdS_3 \times S_3$ [40].

Capítulo 4

Teoria de Campo da Corda Bosônica Aberta

A ação para uma partícula pontual relativística que se propaga no espaço-tempo de Minkowski em D dimensões é definida como sendo o comprimento do caminho percorrido

$$S[X] = -m \int d\tau \sqrt{-\frac{dX^\mu}{d\tau} \frac{dX_\mu}{d\tau}},$$

onde $\mu = 0, 1, \dots, D - 1$, e m é a massa da partícula. Esta ação é invariante pela reparametrização da linha do universo, $\tau \rightarrow \tilde{\tau}(\tau)$, e a quantização se faz com a integral de caminho usando-se esta ação. No entanto quando se considera interação com outras partículas surgem problemas de divergências por causa que nos pontos de interação a linha de universo não é lisa. Uma outra descrição da partícula é mediante um campo $\phi(X)$, e se pode incluir interação, por exemplo

$$S[\phi] = \frac{1}{2} \int d^D X (\partial^\mu \phi \partial_\mu \phi + m^2 \phi + \lambda \phi^3).$$

O problema é que não se tem nenhum princípio fundamental que determine o valor da constante de acoplamento λ . Esta seria um parâmetro livre da teoria. Também podemos considerar acoplamentos de mais partículas num ponto. Temos como resultado um número infinito de possíveis teorias. Por outro lado, é bem conhecido que os princípios de simetria permitem restringir fortemente as possíveis ações, os exemplos mais relevantes são o princípio de equivalência na relatividade geral e as teorias de Yang-Mills. Quando se tenta unificar estas teorias inevitavelmente se obtém inconsistências e a teoria torna-se não renormalizável. Pode-se resolver este problema extendendo as interações, de maneira que ela não possa ser localizada num ponto. Os objetos fundamentais na teoria de cordas, já não são mais as partículas pontuais mas as cordas. Nós interpretamos cada modo particular de vibração da corda como sendo uma partícula. Esta idéia permitiu desenvolver com bastante sucesso a teoria de cordas perturbativa. Esta teoria está baseada em superfícies de Riemann descritas pelas teorias conformes em duas dimensões. Pode-se imaginar que a invariância conforme é a generalização natural das simetrias de gauge de partículas para a teoria da

corda. Mais ainda, existem vários problemas importantes em teoria de cordas que ainda não foram resolvidos, por exemplo: o mecanismo da compactificação, a quebra espontânea de supersimetria e simetrias de gauge, a origem das dualidades S, T, U, a condensação do táquion, a quantização de buracos negros, o problema da constante cosmológica, etc. Todos estes problemas são essencialmente não perturbativos e por esta razão necessitamos um marco de trabalho para fazer cálculos não perturbativos na teoria da corda. A teoria da campo de corda é uma tentativa para se fazer isso. A teoria da primeira quantização só permite fazer cálculo da matriz-S na camada de massa. Isto é uma limitação. Por exemplo, para calcular o potencial estático do táquion é necessário calcular as funções de correlação de táquions com momento nulo. A teoria da corda da primeira quantização fornece as regras de Feynman para amplitudes de espalhamento das cordas, mas, não determina a teoria fundamental de onde provém estas regras de Feynman. Só uma teoria de campo da corda permite deduzir estas regras para o cálculo de amplitudes. Por esta razão ela permite em princípio, fazer cálculos fora da camada de massa. As branas que são importantes objetos não perturbativos podem ser descritos usando teoria de campos.

4.1 Teoria de Campo da Corda Bosônica (Termo Cinético)

O campo da corda é descrito por uma ação que depende de um funcional de onda $A[X, b, c]$ que depende das variáveis da corda. É considerado útil que este funcional A também seja dependente dos fantasmas de reparametrização $b(\sigma)$ e $c(\sigma)$, e que ele tenha número de fantasma igual à 1 $n_g = 1$. Usaremos principalmente a formulação de teoria de campo da corda em termo de funções de correlação no plano superior complexo [6].

Para representar este funcional de onda $A[X, b, c]$, usamos a base dos auto-estados do operador L_0 da primeira quantização da corda. Todos os estados do espaço de Hilbert quântico \mathcal{H} servem como base para o espaço de configuração clássico do campo clássico da corda.

O vácuo apropriado é $|\Omega\rangle = c_1|0\rangle$. Onde $|0\rangle$ é o vácuo $SL(2, \mathbb{R})$ invariante. ($\alpha_n|0\rangle = 0, \forall n \geq 1, b_n|0\rangle = 0, \forall n \geq -1, c_n|0\rangle = 0, \forall n \geq 2$). Então

$$\begin{array}{l}
 \alpha_n|\Omega\rangle = 0, \forall n \geq 1 \\
 b_n|\Omega\rangle = 0, \forall n \geq 1 \\
 c_n|\Omega\rangle = 0, \forall n \geq 1 \\
 b_0|\Omega\rangle = 0 \\
 \langle\Omega|c_0|\Omega\rangle = 1
 \end{array}
 \tag{4.1}$$

De acordo com nossa escolha de vácuo, todos os modos positivos dos osciladores aniquilam o vácuo.

Expandindo o campo de corda aoredor do vácuo $|\Omega\rangle$ nós obtemos [24], (considerando $\tau = 0$, i.e. usamos a representação de Schrödinger):

$$\begin{aligned} \mathbf{A}[X(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)] &= [T(x) + A_\mu(x)\alpha_{-1}^\mu + B_\mu(x)\alpha_{-2}^\mu + C_{\mu\nu}(x)\alpha_{-1}^\mu\alpha_{-1}^\nu \\ &\quad + D(x)b_{-1}c_{-1} + \dots]|\Omega\rangle \\ &\quad + [U(x)b_{-1} + V_\mu(x)\alpha_{-1}^\mu b_{-1} + \dots]c_0|\Omega\rangle. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Na expansão do campo da corda cada um dos coeficientes dependem do modo zero x da coordenada X . Observemos que o campo de corda contém um número infinito de campos locais definidos no espaço-tempo. Aqui $T(x)$ é o táquion, A_μ é o vetor não massivo, $B^{\mu\nu}(x)$ é o tensor simétrico do primeiro nível massivo. Cada um destes campos tem implícito seu momento. Se na ação tivesse que ser fixado o gauge, teríamos que incluir também os seguintes termos $[\gamma(x)b_{-1} + \delta(x)c_{-1} + \omega_\mu(x)\alpha_{-1}^\mu c_0 + \dots]|\Omega\rangle$.

O termo cinético da ação é construída usando o operador Q de BRST. Obtém-se integrando sobre todos os modos não nulos e usando um produto interno com a definição do adjunto BPZ da Eq.(A.39)

$$S[\mathbf{A}] = \int d^{26}x \langle \mathbf{A}[X, b, c] | Q | \mathbf{A}[X, b, c] \rangle, \quad (4.3)$$

onde

$$Q = \oint \frac{dz}{2\pi i} j_B, \quad j_B \equiv: c(-\frac{1}{2}\partial X^\mu \partial X_\mu + \partial cb) :.$$

Na dimensão crítica $D=26$ tem-se $Q^2 = 0$. Assim este termo possui invariância de gauge $\delta|\mathbf{A}\rangle = Q|\Lambda\rangle$.

O campo da corda na ação invariante de gauge deve ser restringido para ter número de fantasma $n_g = 1$ necessário para que a ação gauge invariante coincida com a teoria de gauge normal. A equação de movimento é

$$Q\mathbf{A} = 0.$$

No gauge de Siegel $b_0 A = 0$. Esta equação é equivalente a $(L_0 - 1)A = 0$. Em modos,

$$Q = \sum_{n=-\infty}^{\infty} : c_{-n} [\frac{1}{2} \sum_{\infty}^{\infty} (\alpha_{n-m}^\mu \alpha_m^\mu + (m+n)b_{n-m}c_m) - \delta_{n,0}] :,$$

$$Q = c_1\alpha_{-1}\alpha_0 + 2c_1c_{-1}b_0 + c_0b_{-1}c_1 + c_0\alpha_{-1}\alpha_1 + c_0c_{-1}b_1 + \frac{1}{2}c_0\alpha_0\alpha_0 - c_0 + c_{-1}\alpha_1\alpha_0 + \dots$$

Expandido em componentes (até o nível não massivo) obtém-se os termos cinéticos para o táquion T , o fóton A^μ , e o campo auxiliar U

$$S[T, A, U, \dots] = \int d^{26} \left(\frac{1}{2} \phi(\square + 2)\phi + \frac{1}{2} A_\mu \square A^\mu + U \partial^\mu A_\mu + U^2 + \dots \right).$$

O “parâmetro de gauge” Λ (com número de fantasma $n_g = 0$) é

$$|\Lambda\rangle = [\lambda(x)b_{-1} + \nu_\mu(x)\alpha_{-1}^\mu b_{-1} + \dots]|\Omega\rangle + [\omega(x)b_{-1}b_{-2} + \dots]c_0|\Omega\rangle,$$

que reproduz as transformações de gauge. $\delta T = 0$, $\delta A_\mu = \partial_\mu \lambda$, $\delta U = \frac{1}{2} \square \lambda$.

4.2 Teoria de Campo da Corda com Interação

Na referência [22] Witten usando propriedades da geometria não comutativa e uma 1-forma não comutativa $\mathbf{A}[X^\mu(\sigma)]$, $\sigma \in [0, \pi]$ (que é fermiônica e tem número de fantasma $n_{gh} = -\frac{1}{2}$), propôs uma teoria de campos na qual a corda só interage quando geometricamente metades opostas de duas cordas bosônicas abertas diferentes (indicados com (1) e (2)), se sobrepoem (chamado interação de ponto meio),

$$[X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)]^{(1)} = [X^\mu(\pi - \sigma), b(\pi - \sigma), c(\pi - \sigma)]^{(2)}.$$

Axiomaticamente foi definido um produto associativo $*$ (combinação de produto exterior \wedge , produto matricial e um fator de inserção de fantasma $e^{3i\kappa/2}$ no ponto médio, com κ sendo o bóson da bozonização dos fantasmas), a integração \int é

$$\int \mathbf{A} = \int \mathbf{D}\mathbf{X}^\mu \mathbf{D}\kappa \prod_{0 \leq \sigma \leq \pi/2} [\delta(X^\mu(\sigma) - X^\mu(\pi - \sigma))\delta(\kappa(\sigma) - \kappa(\pi - \sigma))] \times e^{-3i\kappa(\pi/2)/2} \mathbf{A}(X^\mu(\sigma), \kappa(\sigma)), \quad (4.4)$$

e o vértice

$$\int \mathbf{A} * \mathbf{A} * \mathbf{A} = \int \prod_{i=1}^3 \mathbf{D}\mathbf{X}^\mu \mathbf{D}\kappa \prod_{i, \mu} \prod_{0 \leq \sigma \leq \pi/2} [\delta(X_i^\mu(\sigma) - X_i^\mu(\pi - \sigma))\delta(\kappa_i(\sigma) - \kappa_i(\pi - \sigma))] \times e^{+3i\kappa(\pi/2)/2} \mathbf{A}_1(\mathbf{X}(\sigma), \kappa(\sigma)) \mathbf{A}_2(\mathbf{X}(\sigma), \kappa(\sigma)) \mathbf{A}_3(\mathbf{X}(\sigma), \kappa(\sigma)). \quad (4.5)$$

A ação proposta por Witten é do tipo Chern-Simons

$$\mathbf{S}[\mathbf{A}] = \int \left(\frac{1}{2} \mathbf{A} * \mathbf{Q}\mathbf{A} + \frac{1}{3} \mathbf{A} * \mathbf{A} * \mathbf{A} \right),$$

que possui a seguinte invariância de gauge

$$\delta \mathbf{A} = \mathbf{Q}\Lambda + \mathbf{A} * \Lambda - \Lambda * \mathbf{A}.$$

Note-se a semelhança que se tem com a ação de Chern-Simons

$$S_{CS} = Tr \int d^3x \epsilon^{\mu\nu\rho} \left(\frac{1}{2} A_\mu \partial_\nu A_\rho + \frac{1}{3} A_\mu A_\nu A_\rho \right),$$

que tem invariância de gauge por $\delta A_\mu = \partial_\mu + [A_\mu, \lambda]$, substituindo $A \rightarrow \mathbf{A}$, $\partial_\mu \rightarrow Q$.

A condição de realidade para o campo \mathbf{A} exige

$$\mathbf{A}[\mathbf{X}^\mu(\sigma), \kappa(\sigma)] = \mathbf{A}^*(\mathbf{X}^\mu[\pi - \sigma], -\kappa(\pi - \sigma)).$$

implica a propriedade $(c_{-n}\mathbf{A}|\mathbf{B}) = (-1)^n (\mathbf{A}|c_n\mathbf{B})$, se \mathbf{A} e \mathbf{B} satisfazem $b_0\mathbf{A} = b_0\mathbf{B} = 0$. O produto $(\mathbf{A}|\mathbf{B})$ é zero, desde que, $(\mathbf{A}|c_0\mathbf{B}) \neq 0$.

Ainda que os vértices devem ser representados usando osciladores, que é um método trabalhoso de calcular, estes vértices são equivalentes aos vértices calculados usando funções de correlação no plano complexo superior, como foi provado na referência [24]. Nesta formulação devemos levar em conta que os estados físicos têm número de fantasma igual à 1, que é diferente da formulação na superfície de Witten que é igual a $-\frac{1}{2}$. Também devemos saber que em teoria de campos a superfície do universo é fixada e tem singularidades cônicas nos pontos médios de interação, o que diferente no formalismo da primeira quantização na qual a superfície do universo deve ser variada.

4.2.1 Cálculo de Vértices de Interação em Teoria de Campo

Todos os vértices da teoria de campos da corda aberta se calculam usando funções de correlação dos campos conformes primários e incluindo todos os secundários da teoria da corda.

Estas funções de correlação são calculadas pela seguinte definição

$$\langle\langle A_1 \cdots A_n \rangle\rangle \equiv \langle f_1^{(n)} \circ A_1(0) \cdots f_n^{(n)} \circ A_n(0) \rangle,$$

onde $f_k^{(n)}(z)$ representa a transformação conforme de A por f . Estas funções mapeam o semi-disco unitário superior em setores circulares de ângulo $\frac{2\pi}{n}$. Na figura seguinte se indicam os mapas para $n = 3, 4$, $k = 1, 2, 3$.

$$f_k^{(n)}(z) = e^{\frac{2\pi i(k-1)}{n}} \left(\frac{1+iz}{1-iz} \right)^{2/n}, \quad n \geq 1. \quad (4.6)$$

Se φ é um campo primário com peso h

$$f \circ \varphi(0) = (f'(0))^h \varphi(f(0)).$$

Para uso posterior escrevemos aqui o valor de $f'(0)$:

$$f_k^{(n)'}(0) = \left(\frac{4i}{n} \right) e^{\frac{2\pi i(k-1)}{n}}.$$

Para evitar ambigüedad no pré-factor conforme no caso de campos de pesos conforme semi-inteiro definimos

$$f_k^{(n)'} \circ \varphi(0) = \left| \left(\frac{4}{n} \right)^h \right| e^{2\pi i h \left(\frac{k-1}{n} + \frac{1}{4} \right)} \varphi(f_k^{(n)}(0)), \quad n \geq 1.$$

Se o campo conforme considerado não é primário aparecem termos não homogêneos adicionais. Aqui damos um exemplo de transformação para um campo secundário

$$\begin{aligned} c(w) &\rightarrow \left(\frac{\partial z}{\partial w} \right)^{-1} c(z), \\ \frac{\partial c(w)}{\partial w} &\rightarrow \left(\frac{\partial z}{\partial w} \right) \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\frac{\partial z}{\partial w} \right)^{-1} c(z) \right], \\ \frac{\partial c(w)}{\partial w} &\rightarrow \left(\frac{\partial z}{\partial w} \right) \left(\frac{\partial z}{\partial w} \right)^{-1} \frac{\partial}{\partial z} c(z) + \left(\frac{\partial z}{\partial w} \right) \left[\frac{-\frac{\partial^2 z}{\partial w^2}}{\left(\frac{\partial z}{\partial w} \right)^2} \right] c(z), \\ \frac{\partial c(w)}{\partial w} &\rightarrow \frac{\partial c(z)}{\partial z} - \frac{f''}{f'} c(z). \end{aligned}$$

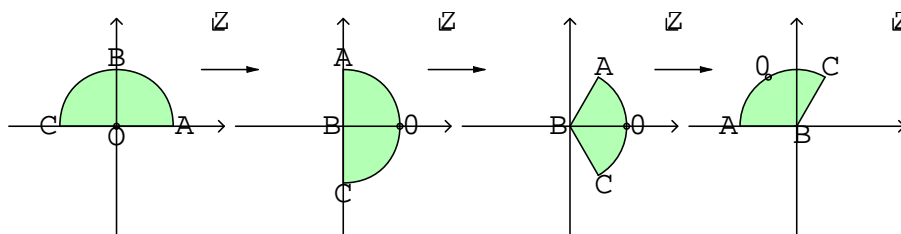


Figura 4.1: Mapa para vértice de 3 cordas

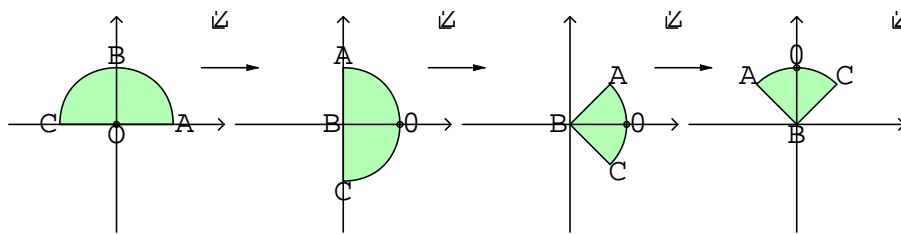


Figura 4.2: Mapa para vértice de 4 cordas

4.3 Teoria de Campo da Supercorda (Termo Cinético)

Nós temos duas teorias de campo para a supercorda:

- A ação proposta por Witten em 1986, depende de dois campos da corda. Um deles é $V[X, \psi, b, c, \beta, \gamma]$ que representa o setor de Neveu-Schwarz e o outro é $\Psi[X, \psi, b, c, \beta, \gamma]$ que corresponde ao setor de Ramond. A ação livre pode ser escrita como

$$S_0[V, \Psi] = \langle V|QV \rangle + \langle \Psi|YQ\Psi \rangle, \quad (4.7)$$

onde Y é o operador de abaixamento do picture. Esta ação tem a seguinte invariância de gauge $\delta V = Q\Lambda$, $\delta\Psi = QW$. As equações de movimento são $QV = 0$, e $YQ\Psi = 0$. As condições de fixação do gauge são $b_0V = 0$ e $\beta_0\Psi = 0$.

- Para qualquer representação superconforme crítica $N = 2$ com geradores $[T, G^+, G^-, J]$, podemos construir a seguinte álgebra de correntes $SU(2)$.

$$[J^{--} = e^{-iH}, \quad J = \partial H, \quad J^{++} = e^{iH}]. \quad (4.8)$$

Usando estas correntes nós obtemos as seguintes duas novas correntes $\tilde{G}^+ = \{J_0^{++}, G^-\}$ com peso conforme 1, e $\tilde{G}^- = \{J_0^{--}, G^+\}$ com peso conforme 2. Além disso nós temos as seguintes relações $\{G^+, \tilde{G}^+\} = 0$ e $T_0 = \{G_0^-, G_0^+\}$. (um exemplo particular é a imersão $N = 2$ da supercorda $N = 1$ RNS, os outros dois exemplos são a corda autodual $N = 2$ e outro é a supercorda invariante de super-Poincaré em $D = 4$ (Capítulo 5)).

Podemos construir a seguinte ação que tem um termo cinético que contém os seguintes dois operadores: $G_0^+ = Q$ e $\tilde{G}_0^+ = \eta_0$

$$S_0[\Phi] = \langle\langle \Phi|G_0^+\tilde{G}_0^+|\Phi \rangle\rangle. \quad (4.9)$$

A equação de movimento é $G_0^+\tilde{G}_0^+\Phi = 0$.

O campo de supercorda $\Phi[X, \psi, b, c, \xi, \eta, \phi]$ deve ser $U(1)$ neutro. A transformação de gauge é $\delta\Phi = G_0^+\Lambda + \tilde{G}_0^+\tilde{\Lambda}$, onde o parâmetro de gauge deve ter carga $U(1)$ igual à -1 .

Estas duas ações estão relacionados por

$$\langle V|QV \rangle = \langle\langle \Phi|Q\eta_0\Phi \rangle\rangle = \langle\langle \Phi|G_0^+\tilde{G}_0^+|\Phi \rangle\rangle, \quad (4.10)$$

onde $\Phi = \xi_0 V$ e $\langle\langle V_1 \cdots V_N \xi_0 \rangle\rangle = \langle V_1 \cdots V_N \rangle$ i.e. $\langle\langle \cdots \rangle\rangle$ é calculado no espaço de Hilbert “grande” e $\langle \cdots \rangle$ no espaço de Hilbert “pequeno” [$\beta = e^{-\phi}\partial\xi$, $\gamma = e^{\phi}\eta$ (FMS)].

4.4 Teoria de Campo da Supercorda com Interação

Nosso conhecimento de teorias de Yang Mills nos sugere que procuremos alguma generalização não-linear que inclua interações de campo de supercordas. Para isso introduz-se produtos apropriados de campos da supercorda usando a prescrição do ponto-médio de Witten para colar os campos da corda. Nós temos as seguintes possibilidades:

- Ação do tipo Chern-Simons.

Esta ação é cúbica e foi proposto por Witten em 1986. Requer inserção de operadores de subida de picture ($Z = \{Q, \xi\}$). A ação é

$$S_W[V, \Psi] = \langle V|QV \rangle + \langle V|ZVV \rangle + \langle \Psi|YQ\Psi \rangle + \langle V|\Psi\Psi \rangle, \quad (4.11)$$

com a seguinte transformação de gauge

$$\begin{aligned} \delta V &= Q\Lambda + [V, \Lambda] + Z[\Psi, W], \\ \delta \Psi &= QW + [V, W] + Z[\Psi, \Lambda]. \end{aligned} \quad (4.12)$$

- Ação do tipo WZW.

Esta ação é não polinomial e foi proposta por Berkovits em 1995. Não requer inserção do pictures.

$$S[\Phi] = \frac{1}{2g_o^2} \left[\langle \langle e^{-\Phi} G_0^+ e^\Phi e^{-\Phi} \tilde{G}_0^+ e^\Phi \rangle \rangle - \int_0^1 dt \langle \langle e^{-t\Phi} \partial_t e^{t\Phi} | \{ e^{-t\Phi} G_0^+ e^{t\Phi}, e^{-t\Phi} \tilde{G}_0^+ e^{t\Phi} \} \rangle \rangle \right], \quad (4.13)$$

e é invariante pela transformação de gauge

$$\delta e^\Phi = (G_0^+ \Omega) e^\Phi + (\tilde{G}_0^+ \tilde{\Omega}) e^\Phi, \quad (4.14)$$

ou

$$\delta \Phi = G_0^+ \Omega - \frac{1}{2} [\Phi, G_0^+ \Omega] + \frac{1}{12} [\Phi, [\Phi, G_0^+ \Omega]] + \dots$$

O campo de corda Φ é $U(1)$ neutro e os parâmetros de gauge $\Omega, \tilde{\Omega}$ têm carga $U(1)$ igual à -1 , ($e^\Phi = 1 + \Phi + \frac{\Phi^2}{2} + \dots$). A equação de movimento é

$$\eta_0(e^{-\Phi} Q e^\Phi) = 0. \quad (4.15)$$

Na tabela seguinte indicam-se as propriedades das variáveis de supercorda do tipo WZW

	∂X	ψ	b	c	ξ	η	$e^{q\phi}$
n_g	0	0	-1	+1	-1	+1	0
n_p	0	0	0	0	+1	-1	q
<i>peso</i>	1	1/2	2	-1	0	1	$-\frac{q(q+2)}{2}$

(4.16)

Aqui indicamos as propriedades das funções de correlação

$$\begin{aligned}
\langle\langle\Phi_1\Phi_2\cdots\Phi_{n-1}\Phi_n\rangle\rangle &= \langle\langle\Phi_n\Phi_1\cdots\Phi_{n-2}\Phi_{n-1}\rangle\rangle, \quad (\text{ciclicidade}) \\
\langle\langle\Phi_1\Phi_2\cdots\Phi_{n-1}\Phi_n\rangle\rangle &= \langle\langle\Phi_n\Phi_1\cdots\Phi_{n-2}\Phi_{n-1}\rangle\rangle, \quad (\text{ciclicidade}) \\
\langle\langle\Phi_1\Phi_2\cdots\Phi_{n-1}Q\Phi_n\rangle\rangle &= -\langle\langle Q\Phi_n\Phi_1\cdots\Phi_{n-2}\Phi_{n-1}\rangle\rangle, \\
\langle\langle Q(\cdots)\rangle\rangle &= 0, \\
Q(\Phi_1\Phi_2) &= (Q\Phi_1)\Phi_2 + \Phi_1Q\Phi_2.
\end{aligned}$$

4.4.1 O Problema de Interações de Contato

Para testar se uma ação da teoria de campo é consistente, é necessário calcular amplitudes a nível de árvore. Logo devemos verificar se este resultado reproduz o resultado usando o tratamento da primeira quantização. Em 1986 Giddings teve sucesso em reproduzir a amplitude de Veneziano (i.e. a amplitude de espalhamento para quatro táquions) no caso da corda bosônica.

Para o caso da supercorda, Wendt em 1989 encontrou uma divergência do termo de contacto na amplitude de espalhamento para quatro bósons não massivos do setor de Neveu-Schwarz. A origem deste problema é que na parte de Neveu-Schwarz da ação cúbica $\langle V|QV\rangle + \langle V|ZVV\rangle$ tem operador de subida de picture Z insertado no ponto médio. Quando dois vértices cúbicos de Witten se aproximam até ser coincidentes, a OPE entre estes dois operadores de subida do picture Z é singular ($Z(z)\xi(0) \simeq -\frac{1}{z^2}be^{2\phi}(0) + \cdots$).

Para evitar esta divergência precisa-se regularizar a ação, incluindo também interações do tipo quártico, contudo isto quebra a invariância de gauge. Então a ação cúbica, tornou-se inconsistente (a nível de árvore).

Capítulo 5

Ação do tipo WZW com Variáveis Híbridas

Nesta seção descreve-se a ação do tipo WZW, que usa variáveis híbridas para compactificação em $D = 4$ que explicamos nas seções 3.3 e 3.4. Esta ação nós permite realizar supersimetria no espaço-tempo. Veremos no capítulo 8 que também se pode generalizar esta ação para descrever teoria de campo numa brana não BPS.

Como vimos a ação cúbica de Witten para o campo de supercorda aberta se baseia em campos que dependem das variáveis da supercorda RNS. Esta ação necessariamente precisa da inserção de operadores de picture. Podemos observar diretamente que esta ação não é manifestamente invariante por supersimetria de espaço-tempo. A razão disto é que ainda que o operador de picture Z comute com o operador de BRST, ele não comuta com nenhum dos geradores de supersimetria $[Z, q^a]$. Também pode-se ver isto mais facilmente, observando que os geradores de supersimetria sempre carregam picture diferente de zero.

Essencialmente temos dois problemas quando usamos variáveis RNS. O primeiro é que os geradores de supersimetria misturam as variáveis de matéria com fantasmas, e o segundo problema é que o operador de picture Z só é bem definido na camada de massa. Por estes motivos a ação de Witten tornou-se inconsistente como foi já mostrado explicitamente por Wendt em 1989 [25].

Uma propriedade crucial do formalismo topológico da supercorda é que ele usa a seguinte definição de número de fantasma

$$n_g = \frac{1}{2\pi} \int dz(bc + \xi\eta).$$

Com esta nova definição de número de fantasma, todos os geradores de supersimetria têm número de fantasma zero, $n_g(q^a) = 0$. O que equivalente a dizer, os geradores de supersimetria são $U(1)$ neutros.

Como foi explicado no capítulo 3, pode-se realizar supersimetria fora da camada de massa primeiro redefinindo hermiticidade e depois mapeando as variáveis RNS de matéria mais fantasmas em variáveis do tipo Green-Schwarz que chamamos variáveis

híbridas. Estas variáveis híbridas permitem realizar linearmente supersimetria, em $D = 4$ dimensões, quer dizer usando 4 dos 16 geradores de supersimetria que se tinha em $D = 10$. Estas variáveis foram representados como x^m , θ^α , $\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}$, onde $m = 0, 1, 2, 3$ e $\alpha, \dot{\alpha} = 1, 2$. Estas variáveis descrevem o super-espaço-tempo $N = 1, D = 4$, e por construção tem número de fantasma zero (i.e $n_g = 0$ ou também $U(1)$ neutros). Estas propriedades permitem realizar parcialmente supersimetria em forma manifesta, e as outras cargas de supersimetria se realizam não linearmente em forma de operadores de vértice.

Quando se usa formulação topológica da supercorda, necessita-se usar o espaço de Hilbert grande (que inclui o modo zero de ξ), por que só deste modo se pode construir a álgebra $N = 2$ necessária. Na teoria de campos que usa variáveis híbridas, o campo de supercorda é uma funcional de todas as variáveis híbridas $\Phi[x^m, \theta^\alpha, \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}, \rho; \textit{coordenadas compactas}]$. As coordenadas compactas podem ser arbitrariamente escolhidas, com a única restrição que elas forneçam uma representação superconforme $c = 9, N = 2$. Estas variáveis descrevem o background específico de Calabi-Yau.

Uma característica importante, de usar o espaço de Hilbert grande, e a descrição topológica, é que elas têm cohomologia trivial que se pode mostrar da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \tilde{G}^+ \Phi = 0 &\rightarrow \Phi = \tilde{G}^+(\xi \Phi), \\ G^+ \Phi = 0 &\rightarrow \Phi = G^+(\xi Y \Phi). \end{aligned} \quad (5.1)$$

A partir destas duas relações, podemos inferir que

$$G^+(V_n) = c_n \tilde{G}^+(V_{n+1}), \quad c_n = \textit{cte.}$$

Aqui n representa o picture de $N = 1$. Para determinar uma solução particular da equação de movimento linearizada $G^+ \tilde{G}^+ \Phi = 0$, pode-se restringir que a solução tenha que satisfazer a seguinte condição

$$(G^+ + \tilde{G}^+) \Phi = 0, \quad (5.2)$$

levando-se em conta que o campo Φ tem que ser $U(1)$ neutro. A solução pode ser expandida como uma superposição de todos os picture possíveis

$$\Phi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Phi_n.$$

Notemos que a condição (5.2) sempre implica as equações de movimento linearizadas, (porem é uma condição mais forte). Esta condição (5.2) tem a seguinte invariância de gauge

$$\delta \Phi = (G^+ + \tilde{G}^+) \Sigma. \quad (5.3)$$

Neste caso o parâmetro de gauge teria que ser também uma superposição de campos de picture definido, este último não é conveniente por que já sabemos que operadores de picture não comutam com operadores de supersimetria. Nós estamos interessados em uma teoria que preserve supersimetria, por este motivo se considera mais conveniente em expandir o campo Φ como uma superposição de campos de carga ρ definido. Sabemos que a carga ρ comuta com as cargas de supersimetria, então o campo pode ser representado como

$$\Phi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Phi_n.$$

Agora o sub-índice n indica a carga ρ . Como já sabemos, devemos assegurar que este campo Φ seja $U(1)$ neutro. Podemos escrever mais explicitamente como $\Phi_n = e^{n\rho} F_n$ onde F_n é um campo com carga de Calabi-Yau $-n$. Na tabela seguinte estão indicadas as cargas ρ de cada um dos geradores fermiônicos

G_4^+	G_6^+	\tilde{G}_6^+	\tilde{G}_4^+
1	0	-1	-2

usando esta informação, podemos reescrever a condição (5.2) na forma seguinte

$$G_4^+ \Phi_n + G_6^+ \Phi_{n+1} + \tilde{G}_6^+ \Phi_{n+2} + \tilde{G}_4^+ \Phi_{n+3} = 0, \quad (5.4)$$

que tem a seguinte invariância de gauge (usando o parâmetro de gauge $\Lambda = \sum_{-\infty}^{\infty} \Lambda_n$)

$$\delta\Phi = G_4^+ \Lambda_{n-1} + G_6^+ \Lambda_n + \tilde{G}_6^+ \Lambda_{n+1} + \tilde{G}_4^+ \Lambda_{n+2}. \quad (5.5)$$

Podemos mostrar que pode-se restringir os campos a apenas 3 campos que tenham cargas ρ igual a $+1, 0, -1$, os outros campos com carga diferente podemos obter a partir de transformações de gauge, com 2 parâmetros de gauge que carregam cargas ρ iguais a 2 e -1 .

Para construir a ação para o campo da supercorda [26] que tenha a invariância de gauge que acabamos de explicar (que também tenha invariância de SuperPoincaré em D=4) é conveniente analisar primeiramente a forma das equações de movimento, e construir os operadores de vértice não massivos.

Estes operadores de vértice devem corresponder ao multipletto de SYM que é compactificado num background de Calabi-Yau. As formas apropriadas são: $\Phi_1 = e^\rho (\bar{\theta})^2 \bar{\psi}^j \omega_j$, $\Phi_{-1} = e^{-\rho} (\theta)^2 \psi_j \bar{\omega}^j$, $\Phi_0 = V$. Aqui $\bar{\psi}^j, \psi_j$ são campos quiral/antiquiral (c=9, N=2) e $\omega_j(X, \theta), \bar{\omega}^j(X, \bar{\theta})$ supercampos quiral/antiquiral (N=1, D=4).

O passo seguinte é “covariantizar” estes operadores de vértice $\mathcal{G}_4^+ = e^{-V} e^\rho (\bar{d})^2 e^V$ e $\tilde{\mathcal{G}}_4^+ = \frac{1}{6} e^{-2\rho} \epsilon^{ijkl} \psi_j \psi_k \psi_l (\bar{d})^2$, $\mathcal{G}_6^+ = e^{-V} (\psi_j \partial_z \bar{x}^j + \bar{\Omega}) e^V$, $\tilde{\mathcal{G}}_6^+ = \frac{1}{2} e^{-\rho} \epsilon^{ijkl} \psi_j \psi_k \partial_z x_l - \Omega$ onde $\bar{\Omega} = G_4^+ \Phi_{-1}$, $\Omega = \tilde{G}_4^+ \Phi_1$.

Seguindo os passos análogos da referencia [39] que usaram “Oxidação dimensional” para expressar os campos de Super-Yang Mills em $D = 10$ em termos de supercampos em $D = 4$ para o caso de campo de partícula, aqui se generaliza para o caso de supercorda

Os operadores covariantizados devem satisfazer os vínculos

$$\{\mathcal{G}_4^+, \mathcal{G}_4^+\} = \{\tilde{\mathcal{G}}_4^+, \tilde{\mathcal{G}}_4^+\} = \{\mathcal{G}_4^+, \mathcal{G}_6^+\} = \{\tilde{\mathcal{G}}_4^+, \tilde{\mathcal{G}}_6^+\} = 0$$

e as equações de movimento:

$$\{\mathcal{G}_4^+, \tilde{\mathcal{G}}_4^+\} = -\{\mathcal{G}_6^+, \tilde{\mathcal{G}}_6^+\}, \quad 2\{\mathcal{G}_4^+, \tilde{\mathcal{G}}_6^+\} = -\{\mathcal{G}_6^+, \mathcal{G}_6^+\}, \quad 2\{\tilde{\mathcal{G}}_4^+, \mathcal{G}_6^+\} = -\{\tilde{\mathcal{G}}_6^+, \tilde{\mathcal{G}}_6^+\}.$$

Combinando as relações anteriores pode-se mostrar que

$$(\mathcal{G}_4^+ + \mathcal{G}_6^+ + \tilde{\mathcal{G}}_4^+ + \tilde{\mathcal{G}}_6^+)^2 = 0, \quad (5.6)$$

que é o análogo da covariantização da ação de Witten $(Q + A)^2 = 0$.

A ação apropriada foi proposta em 1995 por Berkovits [7]. Esta ação descreve uma teoria de campo da supercorda aberta que é invariante de superPoincaré em $D = 4$. Esta teoria de campo inclui apenas o sector usual $GSO(+)$ da supercorda aberta e é descrita com três campos $U(1)$ neutros que tem estatística bosônica. Um campo de supercorda $\Phi_0^+[x^m(\sigma), \theta^\alpha(\sigma), \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}(\sigma)]$ não depende da compactificação e carrega carga ρ igual à 0 e os outros dois campos de corda Φ_1^+ and Φ_{-1}^+ são dependentes da variedade de compactificação e carregam carga ρ iguais à +1 e -1. Por outro lado, consideramos aqui campos que satisfazem a condição $((-1)^F \Phi^+ = \Phi^+)$.

A ação para esta teoria invariante de superPoincare é descrita por

$$\begin{aligned} S[\Phi_{-1}^+, \Phi_0^+, \Phi_1^+] &= \frac{1}{4g^2} \int [(e^{-\Phi_0^+} G_4^+ e^{\Phi_0^+})(e^{-\Phi_0^+} \tilde{G}_4^+ e^{\Phi_0^+}) \\ &\quad - \int_0^1 dt (e^{-t\Phi_0^+} \partial_t e^{t\Phi_0^+}) \{(e^{-t\Phi_0^+} G_4^+ e^{t\Phi_0^+}), (e^{-t\Phi_0^+} \tilde{G}_4^+ e^{t\Phi_0^+})\} \\ &\quad + (e^{-\Phi_0^+} G_6^+ e^{\Phi_0^+})(e^{-\Phi_0^+} G_6^+ e^{\Phi_0^+}) \\ &\quad - \int_0^1 dt (e^{-t\Phi_0^+} \partial_t e^{t\Phi_0^+}) \{(e^{-t\Phi_0^+} G_6^+ e^{t\Phi_0^+}), (e^{-t\Phi_0^+} \tilde{G}_6^+ e^{t\Phi_0^+})\} \\ &\quad + 2((\tilde{G}_6^+ e^{-\Phi_0^+}) G_4^+ \Phi_{-1}^+) e^{\Phi_0^+} + e^{\Phi_0^+} (\tilde{G}_4^+ \Phi_1^+) (G_6^+ e^{-\Phi_0^+}) \\ &\quad + e^{-\Phi_0^+} (G_4^+ \Phi_{-1}^+) e^{\Phi_0^+} (\tilde{G}_4^+ \Phi_1^+) \\ &\quad - ((\tilde{G}_4^+ \Phi_1^+) (\tilde{G}_6^+ \Phi_1^+) - \frac{2}{3} (\tilde{G}_4^+ \Phi_1^+) (\tilde{G}_4^+ \Phi_1^+) \Phi_1^+) \\ &\quad + ((G_4^+ \Phi_{-1}^+) (G_6^+ \Phi_{-1}^+) + \frac{2}{3} (G_4^+ \Phi_{-1}^+) (G_4^+ \Phi_{-1}^+) \Phi_{-1}^+)]. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Esta ação tem as seguintes invariâncias de gauge

$$\begin{aligned}
\delta(e^{\Phi_0^+}) &= (G_4^+ \Lambda_{-1}^+) e^{\Phi_0^+} + e^{\Phi_0^+} (\tilde{G}_4^+ \Lambda_2^+), \\
\delta\Phi_1^+ &= -\tilde{G}_6^+ \Lambda_2^+ + [\Phi_1^+, \tilde{G}_4^+ \Lambda_2^+], \\
\delta\Phi_{-1}^+ &= -G_6^+ \Lambda_{-1}^+ + [\Phi_{-1}^+, G_4^+ \Lambda_{-1}^+],
\end{aligned} \tag{5.8}$$

onde $\Lambda_{-1}^+, \Lambda_2^+$ são os campos de gauge que são parâmetros de gauge. Eles carregam carga $U(1)$ igual à -1 e possuem estatística fermiônica. Como já indicamos, à nível não massivo os vértices $GSO(+)$ são $\Phi_0^+ = V(x, \theta, \bar{\theta})$ (prépotencial de SYM, $N=1, D=4$), $\Phi_1^+ = (\bar{\theta})^2 e^\rho \bar{\Psi}^j \omega_j(x + i\theta\bar{\theta}, \theta)$ (escalar quiral de Calabi-Yau) e $\Phi_{-1}^+ = (\theta)^2 e^{-\rho} \Psi_j \bar{\omega}^j(x - i\theta\bar{\theta}, \bar{\theta})$ (escalar anti-quiral de Calabi-Yau). A ação (5.7) tem invariância por supersimetria $N = 1, D = 4$ manifesta, por que as correntes $G_4^+, \tilde{G}_4^+, G_6^+, \tilde{G}_6^+$ não tem pólos simples em seus OPEs com as correntes de supersimetria no espaço-tempo que são definidos por

$$\begin{aligned}
q_\alpha(z) &= p_\alpha(z) - \frac{i}{2} \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^m \partial X_m(z) - \frac{1}{8} \theta_\alpha \partial(\bar{\theta})^2(z), \\
\bar{q}_{\dot{\alpha}}(z) &= \bar{p}_{\dot{\alpha}}(z) - \frac{i}{2} \theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^m \partial X_m(z) - \frac{1}{8} \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \partial(\theta)^2(z).
\end{aligned} \tag{5.9}$$

As equações de movimento implicadas pela ação (5.7) são também invariantes pela seguinte transformação de gauge

$$\begin{aligned}
\delta e^{\Phi_0^+} &= (G_6^+ + G_4^+ \Phi_{-1}^+) e^{\Phi_0^+} \Lambda_0^+ + e^{\Phi_0^+} (\tilde{G}_6^+ - \tilde{G}_4^+ \Phi_1^+) \Lambda_1^+, \\
\delta\Phi_1^+ &= e^{-\Phi_0^+} G_4^+ e^{\Phi_0^+} \Lambda_0^+ + e^{-\Phi_0^+} (G_6^+ + G_4^+ \Phi_{-1}^+) e^{\Phi_0^+} \Lambda_1^+, \\
\delta\Phi_{-1}^+ &= e^{\Phi_0^+} ((\tilde{G}_6^+ - \tilde{G}_4^+ \Phi_1^+) \Lambda_0^+ + \tilde{G}_4^+ \Lambda_1^+) e^{-\Phi_0^+}.
\end{aligned} \tag{5.10}$$

No entanto, podemos verificar que os parâmetros de gauge Λ_0^+ e Λ_1^+ não têm contribuição não massiva. Também a ação (5.7) é invariante por esta transformação de gauge.

Capítulo 6

Cálculo da Amplitude de Espalhamento de 4 Supercordas

Neste capítulo usaremos a ação do tipo WZW que vimos no capítulo anterior [7] e o mapa de Giddings [23], para calcular a amplitude para 4 estados externos que estão na camada de massa. Este cálculo será realizado a nível de árvore e usaremos uma generalização das regras de Feynman usuais do campo de partículas.

Como sabemos, a ação do tipo WZW tem termos de acoplamento em todas as ordens, assim ela tem vértices de 3 cordas (cúbico), vértices de 4 cordas (quártico) etc.

Este resultado mostra que ação do tipo WZW é consistente, e não existe o problema conhecido de divergências devido aos termos de contato achado pelo Wendt [25] para a ação de Witten.

6.1 Fixação do Gauge e o Propagador

Para calcular amplitudes de espalhamento usando a ação de tipo WZW, devemos usar duas condições de fixação de gauge no funcional da onda Φ que explicamos no capítulo anterior, para obter um propagador bem definido.

A nível linearizado, a transformação de gauge se reduz para

$$\delta\Phi = G_0^+ \Omega + \tilde{G}_0^+ \tilde{\Omega}. \quad (6.1)$$

Isto nós permite escrever as seguintes duas condições de gauge

$$G_0^- \Phi = \tilde{G}_0^- \Phi = 0, \quad (6.2)$$

que podem ser obtidos fazendo a escolha.

$$\begin{aligned} \Omega &= -(T_0)^{-1} G_0^- \Phi, \\ \tilde{\Omega} &= -(T_0)^{-2} \tilde{G}_0^- G_0^- G_0^+ \Phi. \end{aligned} \quad (6.3)$$

por que podemos verificar que

$$\begin{aligned} G_0^-(\Phi + \delta\Phi) &= 0, \\ \tilde{G}_0^-(\underbrace{\Phi + \delta\Phi}_{\Phi'}) &= 0. \end{aligned} \tag{6.4}$$

Neste gauge o propagador linearizado é

$$P = (T_0)^{-2} G_0^- \tilde{G}_0^-, \tag{6.5}$$

por que

$$P \tilde{G}_0^+ G_0^+ \Phi = \Phi.$$

(a justificação do gauge aqui é so a nível linearizado). Para estados externos na camada de massa nós temos $P = (T_0)^{-1} J_0^{-}$. Na Figura 6.1 representamos a superfície de universo associada ao propagador. Nas figuras 6.2, 6.3 e 6.4 representamos alguns vértices de Witten.

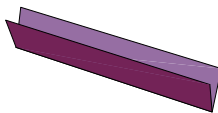


Figura 6.1: Propagator de Campo de Corda

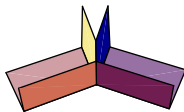


Figura 6.2: Vértice de 3 Cordas

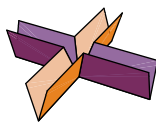


Figura 6.3: Vértice de 4 Cordas

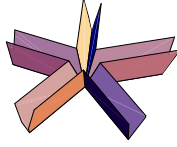


Figura 6.4: Vértice de 5 Cordas

Expandimos a ação só até termos de ordem quártica, porque sómente vértices cúbicos e quárticos, têm contribuição para o cálculo da amplitude de árvore.

$$S[\Phi] = \langle \langle \frac{1}{2} G_0^+ \Phi \tilde{G}_0^+ \Phi - \frac{1}{6} \Phi \{ G_0^+ \Phi, \tilde{G}_0^+ \Phi \} - \frac{1}{24} [\Phi, G_0^+ \Phi] [\Phi, \tilde{G}_0^+ \Phi] + \dots \rangle \rangle. \quad (6.6)$$

A amplitude de 4 pontos a nível de árvore provém de dois tipos de contribuições:

- Diagramas de Feynman com dois vértices cúbicos, (ver Figuras 6.5, 6.6) e
- Diagramas de Feynman com um vértice quártico (ver Figura 6.3)

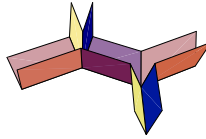


Figura 6.5: Canal-s

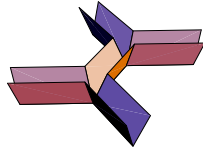


Figura 6.6: Canal-t

6.2 Mapa de Giddings

Como já foi mostrado por Giddings em 1986 [23] é conveniente realizar uma transformação de Schwarz-Christoffel como se mostra na Figura 6.7 no UHP(semiplano superior). de maneira que quando $[(1), (2), (3), (4)] \rightarrow [-\alpha, \alpha, \alpha^{-1}, -\alpha^{-1}]$ então

$0 < \alpha(\tau) < \delta = \sqrt{2} - 1$, $\alpha(\tau = 0) = \delta$, $\alpha(\tau = \infty) = 0$, e se $[(1), (2), (3), (4)] \rightarrow [-\alpha^{-1}, -\alpha, \alpha, \alpha^{-1}]$ então $\delta < \alpha(\tau) < \delta = 1$, $\alpha(\tau = 0) = \delta$, $\alpha(\tau = \infty) = 1$.

Os quatro estados externos são indicados por $[A, B, C, D]$. Nós só vamos considerar as 4 combinações nas quais $[A, B, C, D]$ estão ordenados ciclicamente.

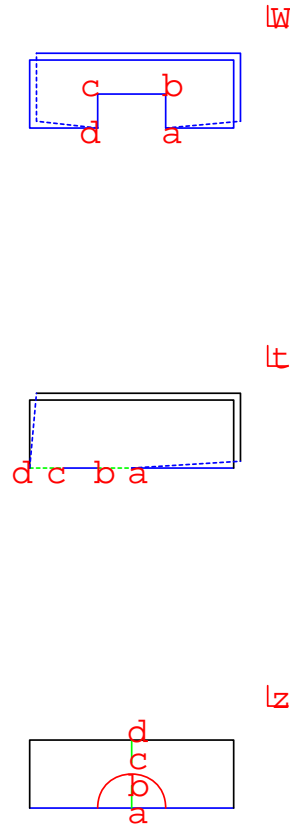


Figura 6.7: Mapa de Giddings

A amplitude total $A = A_s + A_t + A_q$ deve reproduzir na camada de massa o resultado da primeira quantização para a amplitude de espalhamento [17].

$$A = \int_0^1 d\alpha \left(\int d^2 z \mu_\alpha(z, \bar{z}) G^-(z) \Phi_A(-\alpha) G_0^+ \Phi_B(\alpha) G_0^+ \Phi_C(\alpha^{-1}) \tilde{G}_0^+ \Phi_D(-\alpha^{-1}) \right)_{UHP}, \quad (6.7)$$

$\mu_\alpha(z, \bar{z})$ é o apropriado diferencial de Beltrami e α parametriza o modulus.

A relação de Φ com o operador de vértice de Neveu-Schwarz no picture -1 é $\Phi = \xi_0 V^{(-1)}$. A prescrição da primeira quantização de Friedan-Martinec-Shenker

(1986) [2] é

$$A = \int_0^1 d\alpha \langle \left(\int d^2 z \mu_\alpha(z, \bar{z}) b(z) \right) \xi_0 V_A^{(-1)}(-\alpha) V_B^{(0)}(\alpha) V_C^{(0)}(\alpha^{-1}) V_D^{(-1)}(-\alpha^{-1}) \rangle. \quad (6.8)$$

Neste momento a relação exata entre o campo da supercorda Φ com o setor de Ramond da supercorda aberta ainda não é conhecido.

6.3 Contribuição do Canal-s

Usando os diagramas de Feynman com dois vértices cúbicos, o propagador $P = \frac{J^{++}}{T_0}$ e o apropriado factor combinatório obtemos

$$\begin{aligned} A_s = & 2(3)^2 \left(\frac{1}{2}\right) \left(-\frac{1}{6}\right)^2 \langle (G_0^+ \Phi_A(1) \tilde{G}_0^+ \Phi_B(2) + \tilde{G}_0^+ \Phi_A(1) G_0^+ \Phi_B(2)) \\ & \times P(G_0^+ \Phi_C(3) \tilde{G}_0^+ \Phi_D(4) + \tilde{G}_0^+ \Phi_C(3) G_0^+ \Phi_D(4)) \rangle_W, \end{aligned} \quad (6.9)$$

usando a representação $\frac{1}{T_0} = \int_0^\infty d\tau e^{-\tau T_0}$

$$\begin{aligned} A_s = & \frac{1}{4} \int_0^\infty d\tau \langle \int_c \frac{dw}{2\pi i} J^{--}(w) \\ & \times (G_0^+ \Phi_A(1) \tilde{G}_0^+ \Phi_B(2) + \tilde{G}_0^+ \Phi_A(1) G_0^+ \Phi_B(2)) \\ & \times (G_0^+ \Phi_C(3) \tilde{G}_0^+ \Phi_D(4) + \tilde{G}_0^+ \Phi_C(3) G_0^+ \Phi_D(4)) \rangle_W. \end{aligned} \quad (6.10)$$

Nós mapeamos no UHP usando o mapa de Giddings onde $[(1), (2), (3), (4)] \rightarrow [-\alpha, \alpha, \alpha^{-1}, -\alpha^{-1}]$

$$\begin{aligned} A_s = & -\frac{1}{4} \int_0^\delta d\alpha \left(\frac{d\tau}{d\alpha} \right) \langle \int_{\tilde{z}} \frac{dz}{2\pi i} \left(\frac{dz}{dw} J^{--}(z) \right. \\ & \times (G_0^+ \Phi_A(-\alpha) \tilde{G}_0^+ \Phi_B(\alpha) + \tilde{G}_0^+ \Phi_A(-\alpha) G_0^+ \Phi_B(\alpha)) \\ & \left. \times (G_0^+ \Phi_C(\alpha^{-1}) \tilde{G}_0^+ \Phi_D(-\alpha^{-1}) + \tilde{G}_0^+ \Phi_C(\alpha^{-1}) G_0^+ \Phi_D(-\alpha^{-1})) \right) \rangle_{UHP}. \end{aligned} \quad (6.11)$$

6.4 Contribuição do Canal-t

Escolhendo em outra ordem os estados externos nós podemos avaliar a contribuição do canal-t

$$\begin{aligned} A_t = & \frac{1}{4} \int_0^\infty d\tau \langle \int_c \frac{dw}{2\pi i} J^{--}(w) \\ & \times (G_0^+ \Phi_D(1) \tilde{G}_0^+ \Phi_A(2) + \tilde{G}_0^+ \Phi_D(1) G_0^+ \Phi_A(2)) \\ & \times (G_0^+ \Phi_B(3) \tilde{G}_0^+ \Phi_C(4) + \tilde{G}_0^+ \Phi_B(3) G_0^+ \Phi_C(4)) \rangle_W, \end{aligned} \quad (6.12)$$

onde agora $[(1), (2), (3), (4)] \rightarrow [-\alpha^{-1}, -\alpha, \alpha, \alpha^{-1}]$

$$\begin{aligned}
A_t &= \frac{1}{4} \int_0^\delta d\alpha \left(\frac{d\tau}{d\alpha} \right) \left\langle \int_{\tilde{z}} \frac{dz}{2\pi i} \left(\frac{dz}{dw} J^{--}(z) \right. \right. \\
&\quad \times (G_0^+ \Phi_D(-\alpha^{-1}) \tilde{G}_0^+ \Phi_A(-\alpha) + \tilde{G}_0^+ \Phi_D(-\alpha^{-1}) G_0^+ \Phi_A(-\alpha)) \\
&\quad \left. \left. \times (G_0^+ \Phi_B(\alpha) \tilde{G}_0^+ \Phi_C(\alpha^{-1}) + \tilde{G}_0^+ \Phi_B(\alpha) G_0^+ \Phi_C(\alpha^{-1})) \right\rangle_{UHP}. \quad (6.13)
\end{aligned}$$

Temos que realizar deformação dos contornos G_0^+ and \tilde{G}_0^+ até que eles apareçam da mesma maneira que na expressão em A_s .

$$\begin{aligned}
A_t &= -\frac{1}{4} \int_\delta^1 d\alpha \left(\frac{d\tau}{d\alpha} \right) \left\langle \int_{\tilde{z}} \frac{dz}{2\pi i} \left(\frac{dz}{dw} J^{--}(z) \right. \right. \\
&\quad \times (G_0^+ \Phi_A(-\alpha) \tilde{G}_0^+ \Phi_B(\alpha) + \tilde{G}_0^+ \Phi_A(-\alpha) G_0^+ \Phi_B(\alpha)) \\
&\quad \times (G_0^+ \Phi_C(\alpha^{-1}) \tilde{G}_0^+ \Phi_D(-\alpha^{-1}) + \tilde{G}_0^+ \Phi_C(\alpha^{-1}) G_0^+ \Phi_D(-\alpha^{-1})) \left. \right\rangle_{UHP} \\
&\quad + \frac{1}{4} \int_\delta^1 d\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} \left\langle \tilde{G}_0^+ \Phi_A(-\alpha) \Phi_B(\alpha) G_0^+ \Phi_C(\alpha^{-1}) \Phi_D(-\alpha^{-1}) \right. \\
&\quad \left. - G_0^+ \Phi_A(-\alpha) \Phi_B(\alpha) \tilde{G}_0^+ \Phi_C(\alpha^{-1}) \Phi_D(-\alpha^{-1}) \right\rangle. \quad (6.14)
\end{aligned}$$

Agora usando “argumento do propagator cancelado” para ignorar o termo de superfície que vem de $\alpha = 1$, e após somar $A_s + A_t$ obtemos

$$\begin{aligned}
A_s + A_t &= -\frac{1}{4} \int_0^1 d\alpha \left\langle (d^2 z \mu_\alpha(z, \bar{z}) J^{--}) \right. \\
&\quad \times (G_0^+ \Phi_A(-\alpha) \tilde{G}_0^+ \Phi_B(\alpha) + \tilde{G}_0^+ \Phi_A(-\alpha) G_0^+ \Phi_B(\alpha)) \\
&\quad \times (G_0^+ \Phi_C(\alpha^{-1}) \tilde{G}_0^+ \Phi_D(-\alpha^{-1}) + \tilde{G}_0^+ \Phi_C(\alpha^{-1}) G_0^+ \Phi_D(-\alpha^{-1})) \left. \right\rangle_{UHP} \\
&\quad + X. \quad (6.15)
\end{aligned}$$

O termo de contato finito extra é

$$\begin{aligned}
X &= -\frac{1}{4} \left\langle \tilde{G}_0^+ \Phi_A(-\delta) \Phi_B(\delta) G_0^+ \Phi_C(\delta^{-1}) \Phi_D(-\delta^{-1}) \right. \\
&\quad \left. - G_0^+ \Phi_A(-\delta) \Phi_B(\delta) \tilde{G}_0^+ \Phi_C(\delta^{-1}) \Phi_D(-\delta^{-1}) \right\rangle, \quad (6.16)
\end{aligned}$$

onde também usamos o fato de que

$$\left(\frac{d\tau}{d\alpha} \right) \int_{\tilde{z}} \frac{dz}{dw} J^{--}(z) = \int d^2 z \mu_\alpha(z, \bar{z}) J^{--}(z). \quad (6.17)$$

6.5 Contribuição do Vértice de Interação de 4 Supercordas

Neste caso não temos propagador, Após considerar todos os termos quárticos que aparecem na ação

$$\begin{aligned}
A_q &= - \sum_{cyclic} \left(\frac{1}{24} \right) \left\langle (\Phi_A(-\delta) G_0^+ \Phi_B(\delta) - G_0^+ \Phi_A(-\delta) \Phi_B(\delta)) \right. \\
&\quad \times (\Phi_C(\delta^{-1}) G_0^+ \Phi_D(-\delta^{-1}) - G_0^+ \Phi_C(\delta^{-1}) \Phi_D(-\delta^{-1})) \left. \right\rangle \\
A_q &= -X. \quad (6.18)
\end{aligned}$$

Combinando todos os resultados obtém-se

$$\begin{aligned}
 A &= A_s + A_t + A_q, \\
 A &= \int_0^1 d\alpha \langle (\int d^2z \mu_\alpha(z, \bar{z}) G^-(z)) \Phi_A(-\alpha) G_0^+ \Phi_B(\alpha) G_0^+ \Phi_C(\alpha^{-1}) \tilde{G}_0^+ \Phi_D(-\alpha^{-1}) \rangle.
 \end{aligned}
 \tag{6.19}$$

Este resultado indica que a ação do tipo WZW é consistente com os cálculos realizados com o formalismo da primeira quantização quando todos os estados externos estão na camada de massa. Também foi mostrado que não aparece nenhuma divergência na amplitude de espalhamento.

É importante ressaltar que só calculamos a amplitude de espalhamento para 4 estados externos que não contêm fantasmas (i. e. $U(1)$ neutros). Também por que o cálculo só foi realizado à nível de árvore, não precisamos usar uma ação para os campos de fantasmas de segunda quantização. Também este cálculo é válido para espalhamento para estados massivos e para qualquer realização de teoria da campo de supercorda do tipo WZW.

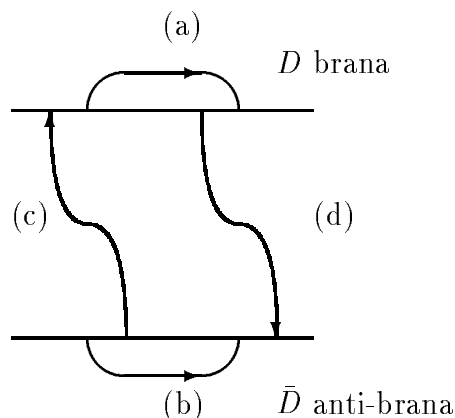
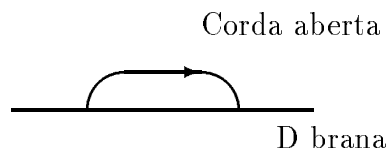
Capítulo 7

Condensação do Táquion

Neste capítulo é apresentada uma discussão da condensação do táquion que é uma importante aplicação de teoria de campo de supercorda. Na seção 7.1 explicamos o conceito de branas não BPS que são estados que também existem em teoria de supercordas. Na seção 7.2 mostramos o procedimento do cálculo do potencial do táquion para a corda bosônica. Na seção 7.3 indica-se este tipo de cálculo para a corda supersimétrica. Segundo uma conjectura de A. Sen, quando o táquion é condensado decaindo para o mínimo do potencial taquiônico, a brana não BPS é aniquilada e desaparece do espectro.

7.1 Estados não BPS em Teoria da Corda

Recentemente em teoria de supercordas tem sido investigados novos estados não perturbativos chamados D-branas, baseados em argumentos relacionados com dualidade-T [1]. Estas branas são hipersuperfícies onde moram os extremos de cordas abertas. Este tipo de branas são estáveis por ser estados do tipo BPS, eles se definem usando condições de Dirichlet nas direções transversais e condições de Neumann nas direções tangenciais (incluindo o tempo). No entanto também foi descoberto por A. Sen [27] que existem também outros estados estáveis que não são BPS. Se consideramos um sistema formado de um par $D\bar{D}$ de brana-antibrana coincidentes, a apropriada projeção GSO é oposta para o setor de cordas com um extremo na brana e o outro extremo na anti-brana. De acordo com este resultado o táquion resulta ser físico, o que implica que esta configuração de par brana-antibrana BPS $D\bar{D}$ é instável.



Os fatores de Chan Paton para os 4 setores de cordas abertas são definidos da seguinte forma

$$\begin{aligned}
 (a) &\leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & (b) &\leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 (c) &\leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & (d) &\leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

A projeção GSO compatível com a consistência entre cordas abertas e fechadas exige que os estados físicos tenham a seguinte projeção GSO $[(a), (b) \rightarrow (-1)^F = 1]$ e $[(c), (d) \rightarrow (-1)^F = -1]$.

A definição de estados não-BPS instáveis a partir do par $D\bar{D}$ de brana-antibrana, pode ser feita com dois procedimentos bem diferentes. Um deles é usando a construção de Z_2 orbifolds gerados pelo operador número fermiônico do espaço-tempo na esquerda $(-1)^{F_L}$. Como se sabe $(-1)^{F_L}$ é uma simetria não perturbativa das cordas fechadas do tipo IIA e IIB, ele atua mudando o sinal da carga de RR. Como as D-branas carregam cargas de RR, isto implica que ela mapea branas em anti-branas e viceversa $D \xrightarrow{(-1)^{F_L}} \bar{D}$. Como esta transformação é uma simetria no canal fechado da supercorda pode-se projetar também no setor aberto. Então a ação sobre o fator de Chan Paton que definimos acima é a seguinte

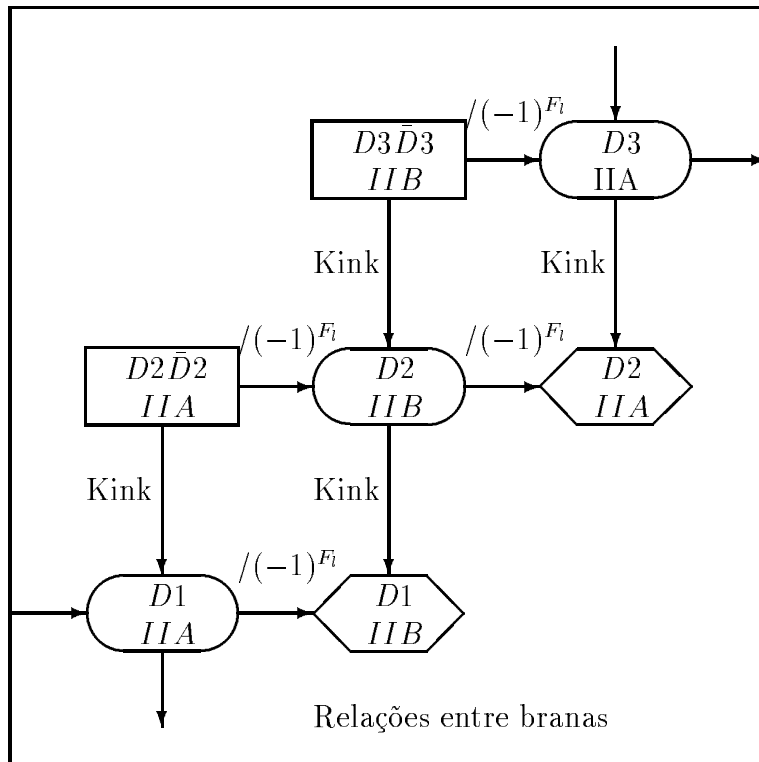
$$\Lambda \longrightarrow \sigma_1 \Lambda (\sigma_1)^{-1}.$$

Resulta que os fatores de Chan Paton I e σ_1 são os únicos que se mantem invariantes, e sobrevivem a projeção.

Na referência [28] também se mostra a outra maneira de contruir estes estados não-BPS instáveis usando soluções do tipo kink para o campo do táquion, o que produz uma brana com uma dimensão a menos.

Este estado representa uma brana não-BPS pela razão de que ela contém os graus de liberdade associados a um objeto estendido. (pode-se ver isto pelo fato que o fator de Chan Paton σ_3 que é o grau de liberdade que separa as branas foi projetado fora) Também este estado não é supersimétrico, devido que a brana quebra metade de supersimetria que se tinha originalmente, como é usual pela propriedade de ser BPS, o mesmo acontece com a antibrana que quebra a outra metade restante de supersimetria. Este sistema é instável pelo fato que ainda sobrevive um táquion dos dois que se tinham no par inicial $D\bar{D}$.

A equivalência entre ambas descrições também pode-se verificar via deformações marginais de teoria de campos conforme. Estas construções permitem estabelecer relações entre sistemas de pares brana-antibrana BPS $D\bar{D}$, branas não-BPS e as usuais D-branas BPS. Estas relações se mostram na figura seguinte (os retângulos são os pares brana-anti-brana BPS (instáveis), os ovalos são as branas não BPS (instáveis), e os exagonos são as branas BPS (estáveis))



7.2 Condensação do Táquion em Teoria de Campo da Corda Bosônica

A ação para teoria de campo da corda aberta que descrevemos anteriormente descreve a dinâmica da brana, porque ela controla o movimento das cordas abertas e sabemos que as branas são objetos onde as cordas abertas acabam. Todos os campos do espaço-tempo que vivem na brana são exatamente os campos que o campo da corda aberta possui.

Se integrarmos todos os estados da corda aberta exceto o táquion obteremos a ação efectiva para o táquion. Assim, a ação para o táquion é [consideramos uma configuração estática i.e $T = cte$]

$$S[T] = \int d^d X \left(\underbrace{\partial^\mu T \partial_\mu T + T^2}_{\text{termo cinético}} - \underbrace{bT^3 + \dots}_{\text{interação}} \right),$$

$$E(T) = \underbrace{\partial_0 T \partial_0 T}_{=0} + \underbrace{\partial_i T \partial_i T}_{=0} + \underbrace{-T^2 + bT^3}_V.$$

A energia potencial $V(T)$ do táquion pode ter um mínimo local se

$$3bT^2 = 2T \quad \rightarrow \quad T^2 = \frac{2}{3b}.$$

Segundo argumentos de A. Sen, o valor da energia para este mínimo esta relacionado com a tensão da brana. Este mínimo representa o vácuo no qual o táquion condensa. Esta tensão da brana é $T_p \sim \frac{1}{g_c}$ e g_c é a constante de acoplamento da corda fechada.

Como foi explicado no capítulo 4, o campo da corda bosônica pode ser expandido como

$$\Phi[X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)] = cT(x) + c\partial X^\mu A_\mu(x) + \dots \text{ (termos tipo } c\partial cb, \text{ etc).}$$

Pode-se fixar o gauge de Siegel $b_0\Phi = 0$ para simplificar (no sentido de ter menos componentes de campos e propagadores simples). A parte livre da ação é

$$S[\Phi] = \langle \Phi Q \Phi \rangle,$$

onde Q é o operador BRST

$$Q = \int dz \frac{1}{2} c (\partial X \partial X + bc \partial c + \dots) = \int dz \frac{1}{2} c (\square + \alpha_1^\mu \alpha_{-1\mu} + \dots).$$

O termo cinético é avaliado usando a seguinte função de correlação (considerando o táquion com momento nulo) (Esta é só a contribuição taquiônica ao potencial

do táquion. Existem também outros estados de nível mais alto que contribuem) Precisamos avaliar a seguinte função de correlação

$$\langle cT(x(z_1))QcT(x(z_2)) \rangle,$$

(3 modos zero de c se cancelam pela condição de normalização).

Após avaliar todas as funções de correlação obtém-se

$$S[T, A, \dots] = \frac{1}{g^2} \int d^{26}x [T(\square + 1)T + F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \dots].$$

Incluindo o termo de interação cúbico de Witten tem-se

$$S[\Phi] = \frac{1}{g^2} \left[\frac{1}{2} \langle \Phi Q \Phi \rangle + \frac{1}{3} \langle \Phi \Phi \Phi \rangle \right].$$

Como antes, também neste caso pode-se extrair a dependência nos pontos z_1, z_2, z_3 na função de correlação do termo cúbico

$$\langle cT(x(z_1))cT(x(z_2))cT(x(z_3)) \rangle.$$

O resultado incluindo interação pode ser escrito assim

$$S[T, A, \dots] = \frac{1}{g^2} \int d^{26}x (T(\square + 1)T + T^3 + TA_\mu A^\mu + \dots).$$

O resultado calculado detalhadamente por Kostelecky, é

$$S[T, A, \dots] = \frac{1}{g^2} \int d^{26}x \left(\partial^\mu T \partial_\mu T - T^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} T^3 + TF^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + f(\square - 2)f + T^2 f + \dots \right).$$

A energia potencial obtida foi

$$V(T) = -T^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} T^3.$$

Então

$$2T = \frac{3\sqrt{3}}{2} T^2 \rightarrow T_c = \frac{4}{3\sqrt{3}},$$

$$V(T_c) = \frac{1}{g^2} \frac{16}{27}.$$

Este resultado representa 70% do cálculo exato de A. Sen usando D-branas.

7.3 Condensação do Táquion em Teoria de Campo da Supercorda

Recentemente, na referência de Berkovits [30], foi calculado pela primeira vez usando teoria de campos da supercorda a contribuição taquiônica ao potencial estático do táquion que vive numa brana não BPS.

Para o caso do campo da supercorda aberta RNS (no espaço de Hilbert grande) temos que o campo de supercorda deve representar uma brana não BPS de modo que o táquion é incorporado usando factor de Chan Paton σ_1 e o bóson de gauge usando o factor de Chan Paton I . A razão disto é que o táquion tem projecção GSO oposta ao que chamamos $GSO(-)$, ao contrário dos estados que pertencem ao setor usual com projecção $GSO(+)$ que levam factor de Chan Paton I . A ação da supercorda aberta que antes descrevia uma brana BPS estável, tem que ser generalizada para descrever branas não BPS, de forma que preserve a mesma estrutura algébrica. É suficiente tensorizar o campo de cordas como

$$\Phi = \sigma_1 \otimes \Phi^- + I \otimes \Phi^+,$$

onde Φ^+ representa o vértice dos estados com projecção GSO positiva ($(-1)^F \Phi = \Phi$) e Φ^- representa vértices dos estados com projecção GSO negativa ($(-1)^F \Phi = -\Phi$). Também é necessario tensorizar os operadores de Q e η usando o factor σ_3 . Para o cálculo só precisamos da contribuição do sector NS da supercorda aberta;

$$\Phi[T, A, \dots] = \sigma_1 \otimes \xi c e^{-\phi} T(x) + I \otimes \xi c e^{-\phi} e^{-\phi} \psi^\mu A_\mu(x) + I \otimes \xi c e^{-\phi} \partial c b f(x) + \dots$$

Agora,

$$Q = \int dz \left(\frac{1}{2} c \partial X^\mu \partial X_\mu + \frac{1}{2} \partial \psi \partial X - \gamma^2 b + bc \partial c + c \partial \gamma \beta \right) + \dots$$

A ação incluindo interação deve ser

$$S[\Phi] = \frac{1}{g^2} \left[\frac{1}{2} \langle \Phi Q \Phi \rangle + \frac{1}{3} \langle Z \Phi \Phi \Phi \rangle \right],$$

onde $Z = \{Q, \xi\}$. No setor NS estão os campos bosônicos $\{T, A_\mu, \dots\}$ e no setor R os fermiônicos $\{\psi^\alpha, \dots\}$.

É possível reescrever a ação de Witten usando outro campo V definido como $V = \{\eta, \Psi\}$:

$$S[V] = \langle V Q V \rangle + \langle Z V V V \rangle.$$

Também foram encontrados problemas com este tipo de ação por exemplo no cálculo de espalhamento de 4 partículas, como foi mostrado por Wendt em 1989.

Uma solução alternativa (só para o setor de NS) é usar o novo formalismo de supercorda expressando tudo em termos de um único campo Φ e usar uma ação do tipo WZW, que se pode expressar assim.

$$S[\Phi] = \frac{1}{2g^2} \langle\langle (\eta\Phi)(Q\Phi) \rangle\rangle + \frac{1}{6g^2} \langle\langle \Phi\{\eta\Phi, Q\Phi\} \rangle\rangle + \dots$$

Como sabemos, estes primeiros termos vêm da seguinte ação completa (tipo WZW)

$$S[\Phi] = \frac{1}{2g^2} \langle\langle (e^{-\Phi}\eta e^{\Phi})(e^{-\Phi}Q e^{\Phi}) + \int_0^1 dt (e^{-t\Phi}\partial_t e^{t\Phi})\{e^{-t\Phi}\eta e^{t\Phi}, e^{-t\Phi}Q e^{t\Phi}\} \rangle\rangle,$$

onde $\Phi(t=0) = 0$, $\Phi(t=1) = \Phi$. A transformação de gauge é

$$\delta e^{\Phi} = (Q\Omega)e^{\Phi} + e^{\Phi}(\eta\bar{\Omega}),$$

ou usado $g = e^{\Phi}$, $\delta g = \Omega g + g\bar{\Omega}$.

Esta ação tem acoplamentos do tipo $NS - NS - NS$, e não do tipo $NS - R - R$. Também podemos expandir o campo em modos como no caso bosônico:

$$S[T, A, \dots] = -\frac{1}{2g^2} \int d^{10}x \left[\partial^{\mu}T\partial_{\mu}T + \frac{1}{4}T^2 - \frac{1}{2}T^4 + f(\square - 2)f + T^2f + TF^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \dots \right].$$

Esta ação deve ser truncada consistentemente no sub-espaço universal H_1 , que é gerado por todos os estados com número de fantasma $n_g = 0$ e picture 0. Também pode ser calculada a tensão da brana a partir do valor do potencial no mínimo.

Integrando sobre os modos massivos da supercorda, a ação efetiva para o táquion é [considerando $T = cte$]

$$S[T] = \frac{1}{2g^2} \int d^d X \left(\underbrace{\partial^{\mu}T\partial_{\mu}T - \frac{T^2}{2}}_{\text{termo cinético}} + \underbrace{T^4 + \dots}_{\text{interação}} \right),$$

$$E(T) = \underbrace{\partial_0 T \partial_0 T}_{=0} - \underbrace{\partial_i T \partial_i T}_{=0} + \underbrace{-\frac{T^2}{2} + T^4}_V.$$

A energia potencial pode ter um mínimo local se

$$4T^3 = T \quad \rightarrow \quad T^2 = \frac{1}{4}, \quad \rightarrow \quad T_c = \pm \frac{1}{2}.$$

Então se obtém que $V(T_c) = -\frac{1}{32g^2}$. Este cálculo do potencial do táquion foi feito na primeira aproximação incluindo a contribuição do acoplamento quártico da ação não-polinomial. O resultado reproduz 60% do valor exato calculado previamente para a

massa da brana representada pela supercorda aberta. Este importante resultado motivou à calcular as demais contribuições para o potencial taquiônico. Na referência de Berkovits-Sen-Zwiebach [31], estabeleceu-se o novo formalismo para campos para a supercorda Neveu-Schwarz aberta. A estrutura foi generalizada para descrever também o campo da supercorda que descreve uma brana não-BPS e também para sistemas brana-antibrana. Uma simetria discreta associada a troca dos geradores $G_0 \leftrightarrow \tilde{G}_0$ permite simplificar os cálculos das funções de correlação. Este cálculo foi feito no gauge $\tilde{G}_0^- \Phi = 0$ junto com $G_0^- \Phi = 0$, e um truncamento consistente no sub-espço universal H_1 caracterizado por ter número de fantasmas zero e picture zero.

Este formalismo foi também aplicado para o cálculo da massa da brana descrita pela supercorda aberta. O resultado foi de 85% de exatidão, o que é uma boa razão para esperar que o resultado mais completo, incluindo as contribuições massivas, convirga para o valor exato. Este resultado é um teste importante da conjectura que prediz que a massa da D-brana deve cancelar a tensão do sistema no mínimo do potencial do táquion.

Capítulo 8

Teoria de Campo na Brana não BPS no Background de Calabi-Yau

Neste capítulo será usada a versão de ação que usa variáveis híbridas em $D = 4$ para estudar a quebra de supersimetria. Na seção 8.1 explicamos os argumentos de T. Yoneya, onde ele sugere que o setor anti-periódico das variáveis do tipo GS pode ser identificado com o sector GSO projetado negativamente. O argumento usado para esta conexão foi feito no gauge do cone de luz para as variáveis de GS. Na seção 8.2 explicamos como se pode covariantizar este argumento no contexto das variáveis híbridas construindo explicitamente os operadores de vértice para os níveis mais baixos de energia. Como será visto, eles correspondem aos operadores de vértice para o táquion e o férmion de Majorana não massivo. Finalmente, na seção 8.3, implementa-se ambos sectores $GSO(+)$ e $GSO(-)$ numa ação generalizada que preserva a estrutura WZW da ação.

8.1 Supersimetria N=2 Quebrada Espontaneamente

A D9-brana não-BPS do tipo IIA instável é um exemplo muito importante de sistema que não tem supersimetria. Na aproximação de energia baixa este sistema deve, em princípio, ser descrito por uma teoria de tipo Yang-Mills acoplada com o táquion e o férmion de Majorana. A ação efetiva exata para este sistema está sendo pesquisada recentemente [34, 35, 36]. Pode-se, usar supercordas abertas, mediante o cálculo de amplitudes de de 3 e 4 pontos no disco envolvendo táquions e férmions de Majorana para reconstruir os primeiros termos da ação efetiva. Estes férmions têm que ser de Majorana por que o táquion tem paridade-G ímpar e ele muda a quiralidade (no espaço-tempo) entre Weyl e anti-Weyl. Um problema para podermos construir esta ação efetiva exata é que a escala de massa do táquion é da ordem da massa de Planck no entanto o férmion de Majorana e o bóson de gauge são não massivos.

Sabe-se que as D-branas BPS estáveis são obtidas como soluções do tipo kink

que aparece quando o táquion condensa a partir de uma D-brana não BPS instável. Este fato faz supor que a D9-brana não BPS instável, na realidade deve ter uma supersimetria que fica de alguma forma escondida. Possivelmente na forma de supersimetria realizada não linearmente. Se de alguma forma esta supersimetria está numa fase espontaneamente quebrada, nós necessitamos um férmion de Goldstone não massivo. O candidato natural para ser este férmion de Goldstone não massivo pode ser o estado fundamental do setor de Ramond. Se calculamos a função de partição no cilindro representando um loop da supercorda aberta sem fazer projeção GSO nós obtemos o seguinte resultado:

$$Z(\tau) = \frac{1}{\prod_{n=1}^{\infty} (1 - q^{2n})^8} \left(\frac{1}{2q} \prod_{n=1}^{\infty} (1 + q^{2n-1})^8 + \frac{1}{2q} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - q^{2n-1})^8 - \frac{1}{2} 16 \prod_{n=1}^{\infty} (1 + q^{2n})^8 \right).$$

Notemos que no segundo termo em lugar de ter sinal $-$ nós temos sinal $+$. Por causa disto a função de partição agora já não é zero (como é o caso com projeção GSO). Este resultado reflete a presença do táquion no espectro de cordas abertas. Este loop da supercorda aberta no cilindro corresponde do ponto de vista da supercorda fechada um diagrama de árvore. Na tabela seguinte mostramos a correlação exata entre as contribuições pelo canal fechado e aberto para um sistema do par brana-brana DD [1].

<i>Corda Fechada</i>	<i>Corda Aberta</i>
$NS - NS$	NS
$NS - NS(-1)^F$	R
$R - R$	$NS(-1)^F$

No caso de um par brana-anti-brana $D\bar{D}$ a contribuição $R-R$ tem sinal oposto. Esta é a razão por que o táquion da supercorda aberta com um extremo na brana D e o outro na antibrana \bar{D} tem que ter projeção GSO oposta (a contribuição $R-R(-1)^F$, que corresponde a $R(-1)^F$ é zero por que eles têm um modo-zero fermiônico).

Existe uma relação importante entre cada simetria no espaço-tempo e uma correspondente simetria na superfície do universo. Nós sabemos também da teoria de campos da supercorda que cada campo no espaço-tempo em 10 dimensões se acopla com um campo da teoria conforme em 2 dimensões. Por exemplo quando se considera supercordas abertas, uma transformação de gauge no espaço-tempo é necessária para poder compensar a violação da carga correspondente na superfície do universo. Acontece que esta transformação de gauge está associada a um vértice de momento nulo e então ele tem o dobro de estados físicos que caracteriza a quebra espontânea da simetria de gauge. Este processo de quebra espontânea também pode ocorrer em particular com a supersimetria no espaço-tempo. Neste sentido a supercorda aberta orientável tem supersimetria $N = 2$ no espaço-tempo.

Na descrição híbrida em $D = 4$, da supercordas aberta, a corrente de supersimetria se obtém a partir do operador vértice para emissão de um férmion não massivo, no limite de momento nulo que é dado por:

$$d_\alpha(z) = p_\alpha(z) + \frac{i}{2} \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^m \partial X_m(z) - \frac{1}{4} (\bar{\theta})^2 \partial \theta_\alpha(z) + \frac{1}{8} \theta_\alpha \partial (\bar{\theta})^2(z). \quad (8.1)$$

No sector $GSO(+)$ a carga de supersimetria tem modo zero por causa das condições de contorno periódicas na variável θ . Esta carga realiza supersimetria não quebrada $N=1$ em $D=4$. No sector $GSO(-)$ a carga de supersimetria se define de igual modo. No entanto, ela tem modos semi-inteiros neste setor devido às condições de contorno anti-periódicas. Esta carga realiza a supersimetria de forma quebrada espontaneamente. Esta corrente d_α se acopla com o fotino, que é o parceiro supersimétrico do fóton, e este tem o papel de férmion de Goldstone responsável pela quebra de supersimetria. Queremos descrever o processo de condensação do táquion que existe na D3-brana não BPS que é instável usando as variáveis híbridas para $D=4$, usando teoria de campos, calculando o vácuo estável do táquion e verificar se ele realmente tem supersimetria $N = 2$. Para isso necessitamos construir uma ação generalizada para branas não BPS usando estas variáveis híbridas.

8.2 Construção de Operadores de Vértice $GSO(-)$

A necessidade de se ter supersimetria no espaço-tempo, preservar localidade (i.e evitar cortes de ramificação com os geradores de supersimetria no espaço-tempo), e também para projetar fora o táquion, requer considerar só o setor com projeção GSO positiva ($GSO(+)$) da supercorda.

Na referência [32] descreve-se com detalhe como contruir o espectro da supercorda usando variáveis RNS, segundo o formalismo descrito em Friedan-Martinec-Shenker (FMS) .

Recentemente estão sendo reconsideradas teorias não supersimétricas, interpretando que teorias que contém taquion não são necessariamente inconsistentes, significando só que a teoria estava sendo formulada em torno de um vácuo instável. O vácuo verdadeiro corresponde ao mínimo do potencial taquiônico e desta maneira a teoria pode ser estabilizada.

Em particular podemos usar o contexto da nova descrição de supercorda (i.e variáveis do tipo Green-Schwarz), para a construção de vértices com projeção GSO negativa ($GSO(-)$). Ainda que estes tipos de vértices quebrem completamente a supersimetria no espaço-tempo, podem ser importantes para o estudo da condensação do táquion.

Consideramos aqui a construção do espectro e os vértices físicos correspondentes para o caso de compactificação em $D = 4$. O primeiro passo é usar condições de contorno anti-periódicas nas variáveis fermiônicas θ . Para este fim usaremos vários campos de spin Σ que se expressam $\Sigma_\lambda(z) =: \exp^{i\lambda\sigma(z)}$:, de maneira que satisfazem as OPEs

$$\begin{aligned}\theta(e^{2\phi_i}z)\Sigma(0) &= -\theta(z)\Sigma(0), \\ p(e^{2\phi_i}z)\Sigma(0) &= -p(z)\Sigma(0).\end{aligned}$$

Assim os modos das variáveis $p\theta$ são semi-inteiros. As variáveis bosônicas X^μ permanecem com modos inteiros da maneira usual.

O espectro para os níveis mais baixos para os estados $GSO(-)$ na representação de osciladores é mostrada na tabela abaixo

$(N = -1/2)$	$ \Omega\rangle$	1
$(N = 0)$	$\theta_{-1/2}^\alpha \Omega\rangle$ $\bar{\theta}_{-1/2}^{\dot{\alpha}} \Omega\rangle$ $p_{-1/2}^\alpha \Omega\rangle$ $\bar{p}_{-1/2}^{\dot{\alpha}} \Omega\rangle$	8
$(N = 1/2)$	$\theta_{-1/2}^\alpha \bar{\theta}_{-1/2}^{\dot{\beta}} \Omega\rangle$ $\theta_{-1/2}^{\dot{\alpha}} \bar{\theta}_{-1/2}^\beta \Omega\rangle$ $\theta_{-1/2}^\alpha p_{-1/2}^{\dot{\beta}} \Omega\rangle$ $\theta_{-1/2}^{\dot{\alpha}} \bar{p}_{-1/2}^\beta \Omega\rangle$ $\bar{\theta}_{-1/2}^{\dot{\alpha}} \theta_{-1/2}^\beta \Omega\rangle$ $\bar{\theta}_{-1/2}^\alpha p_{-1/2}^{\dot{\beta}} \Omega\rangle$ $\bar{\theta}_{-1/2}^\alpha \bar{p}_{-1/2}^\beta \Omega\rangle$ $p_{-1/2}^\alpha \bar{p}_{-1/2}^{\dot{\beta}} \Omega\rangle$ $p_{-1/2}^{\dot{\alpha}} \bar{p}_{-1/2}^\beta \Omega\rangle$ $\bar{p}_{-1/2}^{\dot{\alpha}} p_{-1/2}^\beta \Omega\rangle$	32
	$\frac{\partial X_{-1}^m}{\partial X_{-1}^n}$	

A primeira coluna indica o nível de massa, na segunda estão os estados possíveis e na ultima se indica o número total de estados em cada nível.

A corrente $SO(3,1)$ de Lorentz é definida por

$$j^{mn}(z) = p_{(\alpha}\theta_{\beta)} (\sigma^{mn})^{\alpha\beta} + \bar{p}_{(\dot{\alpha}}\bar{\theta}_{\dot{\beta})} (\bar{\sigma}^{mn})^{\dot{\alpha}\dot{\beta}},$$

que é o análogo da realização da corrente de Lorentz usando as variáveis RNS (i.e $j^{mn} = \psi^m\psi^n$).

No que se segue determinaremos os vértices que são físicos para os níveis mais baixos. Usamos os vínculos para que estes vértices sejam N=2 primários, i.e não terem polos duplos com o tensor energia-momento T , as correntes superconformes G^+ e G^- . Também estes vértices devem ser $U(1)$ neutros.

Em particular os primeiros níveis $N = 0, 1/2, 1$ correspondem, respectivamente, a táquion, ao férmion não massivo, e ao vector massivo e tensor antisimétrico.

Por exemplo, o vértice para o táquion é representado por

$$T(k, z) =: \Sigma^{++++} e^{ik \cdot x}(z) :,$$

onde k^μ é o momento do táquion, Σ^{++++} é o operador de spin que tem peso conforme $-\frac{1}{2}$, na camada de massa $k^2/2 = 1/2$ para que o vértice físico tenha peso conforme zero. Foi verificado que este vértice satisfaz todas as condições necessárias para ser físico. Semelhante cálculo é necessário para determinar os demais vértices físicos como, por exemplo, o vértice para o férmion não massivo. Em particular este vértice foi determinado ser $\Sigma^\alpha(u, k, z)$ o que é indicado na tabela abaixo. Detalhes deste cálculo estão ainda em andamento [38].

Na teoria da supercorda fechada temos a necessidade de ter supersimetria no espaço-tempo, preservar localidade na superfície do universo e também para projetar fora o táquion. Para se ter todas estas condições nós devemos fazer a projeção GSO separadamente em cada setor esquerdo e direito da supercorda fechada [1, 33].

De outro lado, na teoria da supercorda aberta que descrevem branas não BPS, temos que ter estados que sejam uma superposição de ambos setores $GSO(+)$ e $GSO(-)$ da supercorda aberta [27]. Estas teorias de supercordas abertas contém o táquion, o que implica que este tipo de branas não BPS tem instabilidade. Este táquion pode condensar atingindo o ponto mínimo estável do seu potencial. Segundo as conjecturas de Sen, este ponto de mínimo corresponde ao vácuo estável de supercordas fechadas sem nenhuma brana.

Nós usamos a nova descrição de supercorda na versão com variáveis híbridas em $D=4$ para a construir o espectro e os vértices físicos do sector $GSO(-)$ para os níveis mais baixos de energia. Estes estados e vértices não dependem das coordenadas compactificadas e se mostram na tabela abaixo.

L_0 Massa	Vértice Φ_0^-	Estado
$-1/2$	$T(k, z) = \Sigma^{++++} e^{ikx}(z)$	$ \Sigma\rangle = \Sigma_0^{++++} \otimes k, 0\rangle$
0	$\Sigma^\alpha(k, z) = [\Sigma^{-+++}, \Sigma^{+--+}] e^{ikx}(z)$	$p_{-1/2}^\alpha \Sigma\rangle$
	$\Sigma^{\dot{\alpha}}(k, z) = [\Sigma^{++-+}, \Sigma^{+++ -}] e^{ikx}(z)$	$\bar{p}_{-1/2}^{\dot{\alpha}} \Sigma\rangle$

Estes tipos de vértices da supercorda aberta quebram supersimetria no espaço-tempo, no entanto eles são necessários no estudo da condensação do táquion [27]. De acordo com os argumentos apresentados por Yoneya [37], o sector $GSO(-)$ na descrição RNS, corresponde a usar condições de contorno anti-periódicas nas variáveis fermiônicas θ na descrição GS.

Corda Aberta RNS		Corda Aberta GS
$GSO(+)$	\longleftrightarrow	C.C. Periódica
$GSO(-)$	\longleftrightarrow	C.C. Anti - Periódica

Nós bosonizamos as variáveis fermiônicas θ e usamos operadores de spin do tipo $\Sigma_\lambda(z) =: \exp^{i\lambda\sigma(z)}$: sendo λ um vector com componentes semi-inteiros. Usando

estes operadores de spin fazemos com que os modos das variáveis θ sejam semi-inteiros. As variáveis bosônicas X^μ permanecem com modos inteiros da maneira usual.

8.3 Implementação do Setor $GSO(-)$ na Ação da Teoria de Campo

Uma ação para teoria campo de supercorda com invariância de SuperPoincaré $SO(3,1)$ foi proposta em 1995 [7]. Esta ação inclui apenas o sector $GSO(+)$ da supercorda aberta e é descrita por três campos de cordas que são $U(1)$ neutros e têm paridade Grassmanniana par. Um dos campos de corda é $\Phi_0^+[x^m(\sigma), \theta^\alpha(\sigma), \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}(\sigma)]$ que não depende das variáveis compactas e leva uma carga ρ igual a 0. Os outros dois campos de cordas Φ_1^+ e Φ_{-1}^+ dependem também das variáveis compactas e levam carga ρ igual a +1 e -1

A ação da referência [7] que também descreve uma D-brana BPS pode ser generalizada para descrever uma D-brana não BPS na forma seguinte (usando as propriedades desenvolvidas em [31]):

$$\begin{aligned}
S[\hat{\Phi}_{-1}, \hat{\Phi}_0, \hat{\Phi}_1] &= \frac{1}{4g^2} \int [(e^{-\hat{\Phi}_0} \hat{G}_4^+ e^{\hat{\Phi}_0})(e^{-\hat{\Phi}_0} \hat{G}_4^+ e^{\hat{\Phi}_0}) \\
&\quad - \int_0^1 dt (e^{-t\hat{\Phi}_0} \partial_t e^{t\hat{\Phi}_0}) \{ (e^{-t\hat{\Phi}_0} \hat{G}_4^+ e^{t\hat{\Phi}_0}), (e^{-t\hat{\Phi}_0} \hat{G}_4^+ e^{t\hat{\Phi}_0}) \} \\
&\quad + (e^{-\hat{\Phi}_0} \hat{G}_6^+ e^{\hat{\Phi}_0})(e^{-\hat{\Phi}_0} \hat{G}_6^+ e^{\hat{\Phi}_0}) \\
&\quad - \int_0^1 dt (e^{-t\hat{\Phi}_0} \partial_t e^{t\hat{\Phi}_0}) \{ (e^{-t\hat{\Phi}_0} \hat{G}_6^+ e^{t\hat{\Phi}_0}), (e^{-t\hat{\Phi}_0} \hat{G}_6^+ e^{t\hat{\Phi}_0}) \} \quad (8.2) \\
&\quad + 2((\hat{G}_6^+ e^{-\hat{\Phi}_0}) \hat{G}_4^+ \hat{\Phi}_{-1}) e^{\hat{\Phi}_0} + e^{\hat{\Phi}_0} (\hat{G}_4^+ \hat{\Phi}_1) (\hat{G}_6^+ e^{-\hat{\Phi}_0}) \\
&\quad + e^{-\hat{\Phi}_0} (\hat{G}_4^+ \hat{\Phi}_{-1}) e^{\hat{\Phi}_0} (\hat{G}_4^+ \hat{\Phi}_1) - ((\hat{G}_4^+ \hat{\Phi}_1) (\hat{G}_6^+ \hat{\Phi}_1) \\
&\quad - \frac{2}{3} (\hat{G}_4^+ \hat{\Phi}_1) (\hat{G}_4^+ \hat{\Phi}_1) \hat{\Phi}_1) + ((\hat{G}_4^+ \hat{\Phi}_{-1}) (\hat{G}_6^+ \hat{\Phi}_{-1}) \\
&\quad + \frac{2}{3} (\hat{G}_4^+ \hat{\Phi}_{-1}) (\hat{G}_4^+ \hat{\Phi}_{-1}) \hat{\Phi}_{-1}].
\end{aligned}$$

Nós implementamos ambos setores $GSO(+)$ e $GSO(-)$ nesta ação mediante as seguintes generalizações de cada um dos campos da corda e também tensorizando os operadores G^+ , \tilde{G}^+ com as matrizes de Pauli σ_i que representam os fatores de Chan

Paton interno e definindo $[(-1)^F \Phi^+ = \Phi^+, \quad e \quad (-1)^F \Phi^- = -\Phi^-]$.

$$\begin{aligned}
\Phi_0^+ &\rightarrow \hat{\Phi}_0 \equiv \Phi_0^+ \otimes I + \Phi_0^- \otimes \sigma_1, & G_4^+ &\rightarrow \hat{G}_4^+ \equiv G_4^+ \otimes \sigma_3, \\
\Phi_1^+ &\rightarrow \hat{\Phi}_1 \equiv \Phi_1^+ \otimes I + \Phi_1^- \otimes \sigma_1, & G_6^+ &\rightarrow \hat{G}_6^+ \equiv G_6^+ \otimes \sigma_3, \\
\Phi_{-1}^+ &\rightarrow \hat{\Phi}_{-1} \equiv \Phi_{-1}^+ \otimes I + \Phi_{-1}^- \otimes \sigma_1, & \tilde{G}_4^+ &\rightarrow \hat{\tilde{G}}_4^+ \equiv \tilde{G}_4^+ \otimes \sigma_3, \\
&& \tilde{G}_6^+ &\rightarrow \hat{\tilde{G}}_6^+ \equiv \tilde{G}_6^+ \otimes \sigma_3.
\end{aligned} \tag{8.3}$$

Os novos campos de cordas incluídos aqui, Φ_0^- , Φ_1^- e Φ_{-1}^- , descrevem o sector $GSO(-)$ da supercorda e eles têm paridade Grassmaniana ímpar. A ação tem a mesma estrutura do tipo-WZW que a ação só para Φ^+ [7]. A transformação de gauge generalizada é

$$\begin{aligned}
\delta(e^{\hat{\Phi}_0}) &= (\hat{G}_4^+ \hat{\Lambda}_{-1}) e^{\hat{\Phi}_0} + e^{\hat{\Phi}_0} (\hat{\tilde{G}}_4^+ \hat{\Lambda}_2), \\
\delta \hat{\Phi}_1 &= -\hat{\tilde{G}}_6^+ \hat{\Lambda}_2 + [\hat{\Phi}_1, \hat{\tilde{G}}_4^+ \hat{\Lambda}_2], \\
\delta \hat{\Phi}_{-1} &= -\hat{G}_6^+ \hat{\Lambda}_{-1} + [\hat{\Phi}_{-1}, \hat{G}_4^+ \hat{\Lambda}_{-1}],
\end{aligned} \tag{8.4}$$

onde $\hat{\Lambda}_{-1}$ e $\hat{\Lambda}_2$ são os parâmetros de gauge generalizados definidos da forma seguinte $\Lambda_{-1}^+ \rightarrow \hat{\Lambda}_{-1} \equiv \Lambda_{-1}^+ \otimes \sigma_3 + \Lambda_{-1}^- \otimes i\sigma_2$, $\Lambda_2^+ \rightarrow \hat{\Lambda}_2 \equiv \Lambda_2^+ \otimes \sigma_3 + \Lambda_2^- \otimes i\sigma_2$.

Este projeto de teoria de campos num background de Calabi-Yau está sendo desenvolvido [38]. Pensamos que o resultado deste trabalho será muito importante para poder entender a relação que existe entre teorias das cordas que tem supersimetria e aquelas que não a têm.

Capítulo 9

Conclusões e Perspectivas

A partir da teoria de campos da supercorda aberta aqui tratado e os resultados obtidos, podemos fazer as seguintes conclusões e também sugerir alguns projetos possíveis:

- Mostramos que, usando a ação do tipo WZW para teoria de campo de supercorda, não existem divergências de termos de contato. Em particular, o vértice quártico tem um papel crucial no cancelamento do termo de contato finito que aparece quando dois vértices cúbicos se juntam.
- Explícitamente calculamos a amplitude de espalhamento para 4 estados externos que estão na camada de massa, usando a ação do tipo WZW para campo de supercorda aberta. O resultado deste cálculo está de acordo com o correspondente resultado da amplitude usando a teoria da primeira quantização.
- Ainda deve ser descoberta uma ação apropriada que inclui estados do setor de Ramond, que também tenha invariância de Lorentz $SO(9,1)$ manifesta. Possivelmente esta ação possa estar baseada no formalismo de espinor puro desenvolvido recentemente por Nathan Berkovits.
- Também usando variáveis híbridas em 4 dimensões, foram construídos operadores de vértice com projeção $GSO(-)$. Em particular, foram identificados os vértices para o táquion e o férmion não massivo (que representa o férmion de Golstone responsável pela quebra de supersimetria). Estes vértices satisfazem as condições necessárias para serem estados físicos, e também satisfazem as equações de movimento apropriadas. Foi também implementada uma ação invariante de gauge e invariante de super-Poincaré em $D=4$. Este resultado permite descrever branas não BPS compactificadas numa variedade interna 6 dimensional de Calabi-Yau.

- Um projeto interessante é calcular, usando a ação do tipo WZW explicado aqui, o potencial taquiônico com um nível maior de aproximação (do terceiro nível) e verificar se ele realmente converge para o resultado exato. Até agora este cálculo só foi feito até o segundo nível de aproximação.
- Pelo fato de que também já existe uma descrição de primeira quantização com invariância de super-Poincaré em $D=6$, usando as variáveis híbridas, poder-se tentar construir a correspondente teoria de campo. Em princípio tal teoria deve ser descrita usando super-espço harmônico.
- Uma vez que se tenha algum programa eficiente para o cálculo de correlações e OPEs dos campos conformes em duas dimensões, se poder-se-á determinar a ação efetiva do tipo Born Infeld obtida a partir da teoria de campo da supercorda. Isto nós permitirá, por exemplo, reproduzir os primeiros termos correspondentes à ação de Super Yang-Mills não abeliano.

Como um comentário final, sabemos que recentemente está sendo investigado o que se conhece como teoria de campos de fronteira da supercorda. Neste tipo de teoria são incluídas interações de fronteira que quebram a invariância conforme. Isto é uma outra maneira de estender fora da camada de massa a teoria da primeira quantização e permite também, por exemplo, estudar a condensação do táquion. As formulações iniciais desta teoria estão sendo baseadas exclusivamente nas variáveis RNS da supercorda. Pode ser interessante também fazer cálculos nesta teoria, evitando as complicações do picture, usando em particular as variáveis híbridas.

Apêndice A

Formulas Úteis

- Métrica do espaço-tempo de Minkowski

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(- + \cdots +). \quad (\text{A.1})$$

- Ação na superfície do universo da corda bosônica (matéria)

$$\begin{aligned} \mathcal{S}^{(m)}(g, X) &= \frac{1}{8\pi} \int d^2\sigma \sqrt{g} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X_\mu, \\ &= \frac{1}{4\pi} \int d^2z \partial X^\mu \bar{\partial} X_\mu. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

- Ação na superfície do universo para os fantasmas de reparametrização

$$\mathcal{S}^{(g)}(b, c) = \frac{1}{2\pi} \int d^2z (b\bar{\partial}c + \tilde{b}\partial\tilde{c}). \quad (\text{A.3})$$

- Ação na superfície do universo da supercorda $\mathcal{N} = (1, 1)$ (matéria)

$$\mathcal{S}^{(m)}(X, \psi) = \frac{1}{2\pi} \int d^2z \left(\frac{1}{2} \partial X^\mu \bar{\partial} X_\mu + \frac{1}{2} \psi^\mu \bar{\partial} \psi_\mu + \frac{1}{2} \tilde{\psi}^\mu \partial \tilde{\psi}_\mu \right). \quad (\text{A.4})$$

- Ação na superfície do universo de fantasmas da supercorda

$$\mathcal{S}^{(g)}(b, c, \beta, \gamma) = \frac{1}{2\pi} \int d^2z \left(b\partial c + \tilde{b}\bar{\partial}\tilde{c} + \beta\partial\gamma + \tilde{\beta}\bar{\partial}\tilde{\gamma} \right). \quad (\text{A.5})$$

- Expansão de produto de operadores (OPE)

$$\begin{aligned} X^\mu(w, \bar{w}) X^\nu(z, \bar{z}) &\simeq -\eta^{\mu\nu} (\ln(w-z) + \ln(\bar{w}-\bar{z})), \\ \partial X^\mu(w) \partial X^\nu &\simeq -\frac{\eta^{\mu\nu}}{(w-z)^2}, \\ \psi^\mu(w) \psi^\nu(z) &\simeq \frac{\eta^{\mu\nu}}{w-z}, \\ b(w) c(z) &\simeq \frac{1}{w-z}, \\ \beta(w) \gamma(z) &\simeq -\frac{1}{w-z}. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

- Transformação conforme de campo primário

$$z \rightarrow f(z) \quad \mathcal{O}^h(z) \rightarrow (f')^h \mathcal{O}^h(f(z)), \quad f' \equiv \frac{\partial f}{\partial z}. \quad (\text{A.7})$$

- Tensor energia-momento da corda (matéria)

$$\begin{aligned} T^{(m)}(z) &= -\frac{1}{2} : \partial X^\mu \partial X_\mu(z) :, \\ T^{(m)}(w) T^{(m)}(z) &\simeq \frac{c}{2(w-z)^4} + \frac{2}{(w-z)^2} T^{(m)}(z) + \frac{1}{z} \partial T^{(m)}(z), \\ T(z) &= (f')^2 T(f(z)) + \frac{c}{12} \left(\frac{f''' f' - 3f'' f''}{2(f')^2} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

- Tensor energia-momento de fantasmas de reparametrização da corda

$$T^{(g)} = : (\partial b)c : - 2\partial : bc : = - : (\partial b)c : - 2 : b\partial c : . \quad (\text{A.9})$$

- Tensor energia-momento e supercorrente da supercorda (matéria)

$$G^{(m)}(z) = i\psi^\mu \partial X_\mu(z), \quad (\text{A.10})$$

$$T^{(m)}(z) = -\frac{1}{2} \partial X^\mu \partial X_\mu - \frac{1}{2} \psi^\mu \partial \psi_\mu. \quad (\text{A.11})$$

- Tensor energia-momento de fantasmas da supercorda

$$G^{(g)} = -\frac{1}{2} (\partial \beta)c + \frac{3}{2} \partial(\beta c) - 2b\gamma, \quad (\text{A.12})$$

$$T^{(g)} = (\partial b)c - 2\partial(bc) + (\partial \beta)\gamma - \frac{3}{2} \partial(\beta \gamma). \quad (\text{A.13})$$

- Corrente de número de fantasmas

$$\begin{aligned} j &= - : bc :, \\ j(z) &= f' j(f(z)) - \frac{3}{2} \frac{f''}{f'}. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

- Atribuição de número de fantasmas

$$\begin{aligned} n_g(b) &= -1, & n_g(c) &= 1, \\ n_g(\beta) &= 0, & n_g(\gamma) &= 0, \\ n_g(\xi) &= -1, & n_g(\eta) &= 1, \quad (\text{Berkovits}). \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

- Álgebra de Virasoro

$$[L_m, L_n] = (m-n)L_{m+n} + \frac{c}{12}(m^3 - m)\delta_{m+n,0}. \quad (\text{A.16})$$

- Álgebra de superVirasoro

$$\begin{aligned}
[L_m, \mathcal{O}_n] &= [(h-1)m - n] \mathcal{O}_{m+n} \\
&\quad h \text{ peso conforme,} \\
\{G_r, G_s\} &= 2L_{r+s} + \frac{c}{12}(4r^2 - 1)\delta_{r+s,0}, \\
[L_m, G_r] &= \frac{m-2r}{2}G_{m+r}.
\end{aligned} \tag{A.17}$$

- Expansão em modos

$$\begin{aligned}
i\partial X^\mu &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\alpha_m^\mu}{z^{m+1}}, \\
\alpha_0^\mu &= p^\mu.
\end{aligned} \tag{A.18}$$

- Geradores de Virasoro (corda bosônica)

$$\begin{aligned}
L_0^{(m)} &= p^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{-n}^\mu \alpha_{\mu n} \\
L_m^{(m)} &= \frac{1}{2} \sum_{-\infty}^{\infty} : \alpha_{-n}^\mu \alpha_{\mu n} :, \quad m \neq 0, \\
L_0^{(g)} &= \sum_{-\infty}^{\infty} : c_{-n} b_n : -1, \\
L_m^{(g)} &= \sum_{-\infty}^{\infty} (2m-n) : b_n c_{m-n} : \quad m \neq 0.
\end{aligned} \tag{A.19}$$

usando ordenamento normal de osciladores.

- Geradores de Virasoro (supercorda)

$$L_m^{(m)} = \frac{1}{2} \sum_{n \in \mathbf{Z}} : \alpha_{m-n}^\mu \alpha_{\mu n} : + \frac{1}{4} \sum_{n \in \mathbf{Z}+\nu} (2r-m) : \psi_{m-r}^\mu \psi_{\mu r} : + a^m \delta_{m,0}.$$

com

$$a^m = \begin{cases} \frac{5}{8}, & R, \\ 0, & NS. \end{cases} \tag{A.20}$$

$$G_r^{(m)} = \sum_{n \in \mathbf{Z}} \alpha_n^\mu \psi_{\mu, r-n}, \tag{A.21}$$

$$L_m^{(g)} = \sum_{n \in \mathbf{Z}} (m+n) : b_{m-n} c_n : + \sum_{r \in \mathbf{Z}+\nu} \frac{m+2r}{2} : \beta_{m-r} \gamma_r : + a^g \delta_{m,0}$$

$$a^g = \begin{cases} -\frac{5}{8}, & R \\ -\frac{1}{2}, & NS \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

$$G_r^{(g)} = - \sum_{n \in \mathbf{Z}} \left[\frac{2r+n}{2} \beta_{r-n} c_n + 2b_n \gamma_{r-n} \right]. \quad (\text{A.23})$$

- Álgebra $N = 1, c = 15$ da supercorda

$$G^{(m)}(w)G^{(m)}(z) \simeq \frac{10}{(w-z)^3} + \frac{2T^{(m)}(z)}{w-z}, \quad (\text{A.24})$$

$$T^{(m)}(w)T^{(m)}(z) \simeq \frac{15}{2(w-z)^4} + \frac{2T^{(m)}(z)}{(w-z)^2} + \frac{\partial T^{(m)}(z)}{w-z}.$$

- Bosonização

$$\begin{aligned} \beta &= e^{-\phi} \partial \xi, & \gamma &= \eta e^{\phi}, \\ T^\phi &= -\frac{1}{2} \partial \phi \partial \phi - \partial^2 \phi, \\ T^{\eta \xi} &= -\eta \partial \xi, \\ \xi(w)\eta(z) &\simeq \frac{1}{w-z}, & \phi(w)\phi(z) &\simeq -\ln(w-z). \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

- OPEs de Variáveis Híbridas

$$\begin{aligned} X^m(w)X^n(z) &\simeq -\eta^{mn} \ln |w-z|^2, \\ \rho(w)\rho(z) &\simeq \ln(w-z), \\ p_\alpha(w)\theta^\beta(z) &\simeq \frac{\delta_\alpha^\beta}{w-z}, \\ \hat{p}_{\dot{\alpha}}(w)\hat{\theta}^{\dot{\beta}}(z) &\simeq \frac{\delta_{\dot{\alpha}}^{\dot{\beta}}}{w-z}. \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

- Relações de comutação

$$\begin{aligned} [\alpha_m^\mu, \alpha_n^\nu] &= m \delta_{m+n} \eta^{\mu\nu}, & [x^\mu, p^\nu] &= i \eta^{\mu\nu}, \\ \{\psi^\mu, \psi^\nu\} &= \eta^{\mu\nu} \delta_{m+n,0}, \\ \{b_m, c_n\} &= \delta_{m+n}; & [\gamma_r, \beta_s] &= \delta_{m+n,0}. \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

- Correspondência Operador-Estado

$$\begin{aligned} |k\rangle &\leftrightarrow e^{ik \cdot X(0)}, \\ \alpha^\mu |k\rangle &\leftrightarrow \frac{i}{(m-1)!} : \partial^m X^\mu e^{ik \cdot X(0)} :, \\ b_{-m} &\leftrightarrow \frac{1}{(m-2)!} \partial^{m-2} b(0), \\ c_{-m} &\leftrightarrow \frac{1}{(m+1)!} \partial^{m+1} c(0). \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

- Carga BRST (corda bosônica)

$$\begin{aligned}
j_B &= :cT^m : + \frac{1}{2} :cT^g : + \frac{3}{2} \partial^2 c, \\
&= :cT^m : + :bc\partial c : + \frac{3}{2} \partial^2 c.
\end{aligned} \tag{A.29}$$

O ultimo termo foi incluido para fazer $j_B (1,0)$ primário.

$$\{Q_B, b_m\} = L_m^{(m)} + L_m^{(g)} = L_m, \tag{A.30}$$

$$Q_B = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n L_{-n}^{(m)} + \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} \frac{m-n}{2} :c_m c_n b_{-n-m} : - c_0. \tag{A.31}$$

- Carga BRST (supercorda)

$$j_B = cT^{(m)} + \gamma G^{(m)} + \frac{1}{2}(cT^{(g)} + \gamma G^{(g)}), \tag{A.32}$$

$$\begin{aligned}
&= cT^{(m)} + \gamma G^{(m)} + bc\partial c + \frac{3}{4}(\partial c)\beta\gamma + \frac{1}{4}c(\partial\beta)\gamma - \frac{3}{4}c\beta\partial\gamma - b\gamma^2, \\
&= c(T^{(m)} + T^{\eta\xi} + T^\phi) + \eta e^\phi G^{(m)} + bc\partial c - \eta\partial\eta e^{2\phi} b.
\end{aligned}$$

$$\{Q_B, b_n\} = L^{tot}, \quad [Q_B, \beta] = G_r^{tot}. \tag{A.33}$$

$$\begin{aligned}
Q_B &= \sum_m c_{-m} L_m^{(m)} + \sum_r \gamma_{-r} G_r^{(m)} - \sum_{m,n} \frac{(n-m)}{2} :b_{-m-n} c_m c_n : \\
&+ \sum_{m,r} \left[\frac{(2r-m)}{2} : \beta_{-m-r} c_m \gamma_r : - : b_{-m} \gamma_{m-r} \gamma_r : \right] + a^g c_0. \tag{A.34}
\end{aligned}$$

- Operador de subida do picture

$$Z(z) = \{Q_B, \xi(z)\} = e^\phi G^{(m)}(z) + e^{2\phi} b \partial\eta(z) + \partial(e^{2\phi} b\eta)(z) + c\partial\xi(z). \tag{A.35}$$

- Operador inverso do operador de subida do picture

$$Y(z) = c\partial\xi e^{-2\phi}(z). \tag{A.36}$$

- Condição de normalização

$$\begin{aligned}
\langle c(z_1)c(z_2)c(z_3) \rangle &= |z_{12}z_{23}z_{31}|, \\
\langle 0|c_{-1}c_0c_1|0 \rangle &= 1, \\
\langle \xi(w)c\partial c\partial^2 c(y)e^{-2\phi(z)} \rangle &= 2.
\end{aligned} \tag{A.37}$$

- Vácuo $SL(2,R)$ $|0\rangle$

$$\begin{aligned}
\alpha_n^\mu |0\rangle &= 0, \quad n \geq 0, \\
b_n |0\rangle &= 0, \quad n \geq -1, \\
c_n |0\rangle &= 0, \quad n \geq 2, \\
L_n |0\rangle &= 0, \quad n \geq -1, \\
\phi_n |0\rangle &= 0, \quad n \geq 1 - h, \quad h \text{ peso conforme.}
\end{aligned}
\tag{A.38}$$

- Conjugado BPZ,

$$bpz(\phi_n) = (-1)^{n+h} \phi_{-n}, \tag{A.39}$$

Conjugado Hermitiano,

$$hc(\phi_n) \equiv \phi_n^\dagger = \phi_{-n}. \tag{A.40}$$

Referências

- [1] M.B. Green, J.H. Schwarz, and E. Witten, *Superstring Theory*, Vol. 1 and 2, Cambridge University Press (1987).
- [2] D. Friedan, E. Martinec, and S. Shenker, “Conformal Invariance, Supersymmetry and String Theory”, Nucl. Phys. **B271**, 93 (1986).
- [3] J.H. Schwarz, “Superstring Theory”, Phys. Rep. **89**, 223 (1982).
- [4] N. Berkovits, “Covariant Quantization of the Green-Schwarz Superstring in a Calabi-Yau Background”, Nucl. Phys. **B431**, 258 (1994) [hep-th/9404162].
- [5] N. Berkovits, “A New Description of the Superstring”, VIII J.A. Swieca Summer School, 490 (1995) [hep-th 9604123].
- [6] E. Witten, “Interacting Field Theory of Open Superstrings”, Nucl. Phys. **B276**, 291 (1986).
- [7] N. Berkovits, “Super-Poincaré Invariant Superstring Field Theory”, Nucl. Phys. **B450**, 90 (1995) [hep-th/9503099].
- [8] H. Ooguri, and C. Vafa, “Geometry of N=2 Strings”, Nucl. Phys. **B361**, 469 (1991).
- [9] C.N. Yang, “Condition of Self-duality for SU(2) Gauge Fields on Euclidean Four-Dimensional Space”, Phys. Rev. Lett. **38**, 1377 (1977).
- [10] E. Witten, “Nonabelian Bosonization in Two Dimensions”, Comm. Math. Physics **92**, 455 (1984).
- [11] G.Ginsparg, “Applied Conformal Field Theory”, Fields, Strings and Critical Phenomena, Les Houches, Sessoin **XLIX**, (1988).
- [12] M. Kato, and K. Ogawa, “Covariant Quantization of String based on BRS invariance”, Nucl. Phys. **B212**, 443 (1983).

- [13] D. Friedan, S. Shenker, and E. Martinec, “Covariant Quantization of Superstrings”, Phys. Lett. **160B**, 55 (1985).
- [14] D. Friedan, “Notes on String Theory and Two Dimensional Conformal Theory”, Unified String Theories, M. Green, D. Gross, U. Santa Barbara (1986).
- [15] M.E. Peskin, “Introduction to String and Superstring Theory II”, **TASI** Lecture, (1986).
- [16] N. Berkovits, “An Introduction to Superstring Theory and its Duality Symmetries”, 1st School on Field Theory and Gravitation, Vitoria, Brazil, (1997) [hep-th/9707242].
- [17] N. Berkovits, and C. Vafa, “N=4 Topological Strings”, Nucl. Phys. **B433**, 123 (1995) [hep-th/9407190].
- [18] N. Berkovits, and C. Vafa, “On the Uniqueness of String Theory”, Mod. Phys. Lett. **A9**, 653 (1994) [hep-th/9310170].
- [19] N. Berkovits, “The Ten-Dimensional Green-Schwarz Superstring is a Twisted Neveu-Schwarz-Ramond String”, Nucl. Phys. **B420**, 332 (1994) [hep-th/9308129].
- [20] N. Berkovits, “Calculation of Green-Schwarz superstring amplitudes using the N=2 twistor string formalism”, Nucl. Phys. **B395**, 77 (1993) [hep-th/9208035].
- [21] N. Berkovits, M. Bershadsky, T. Hauer, S. Zhukov, B. Zwiebach, “Superstring Theory on AdS(2) x S**2 as a Coset Supermanifold”, Nucl.Phys. **B567**, 61 (2000) [hep-th/9907200].
- [22] E. Witten, “Noncommutative Geometry and String Field Theory”, Nucl. Phys. **B268**, 253 (1986).
- [23] S. Giddings, “The Veneziano Amplitude from Interacting String Field Theory”, Nucl. Phys. **B278**, 242 (1986).
- [24] A. Leclair, M. Peskin, and C. Preitschopf, “String Field Theory on the Conformal Plane. 1. Kinematical Principles”, Nucl. Phys. **B317**, 411 (1989).
- [25] C. Wendt, “Contact Interactions in Covariant Superstring Field Theory”, Nucl. Phys. **B314**, 209 (1989).
- [26] N. Berkovits, “SuperPoincaré Invariant Koba-Nielsen Formulas for The Superstring”, Phys. Lett. **B385**, 109 (1996) [hep-th/9604120].

- [27] A. Sen, “Nonbps States and Branes in String Theory”, Winter School on Duality in Fields and Strings, Cheju Island, Korea, (1999) [hep-th/9904207].
- [28] A. Dabholkar, “Lectures on orientifolds and duality”, ICTP Summer School in High-Energy Physics and Cosmology, Trieste, Italy, (1997) [hep-th/9804208].
- [29] N. Berkovits, and C.T. Echevarria, “Four Point Amplitude From Open Superstring Field Theory”, Phys. Lett. **B478**, 343 (2000) [hep-th/9912120].
- [30] N. Berkovits, “The Tachyon Potential in Open Neveu-Schwarz String Field Theory”, JHEP **0004**, 022 (2000) [hep-th/0001084].
- [31] N. Berkovits, A. Sen, and B. Zwiebach, “Tachyon Condensation in Superstring Field Theory”, Nucl. Phys. **B587**, 147 (2000) [hep-th/0002211].
- [32] V.A. Kostelecky, O. Lechtenfeld, W. Lerche, S. Samuel, and S. Watamura, “Conformal Techniques, Bosonization and Tree Level String Amplitudes”, Nucl. Phys. **B288**, 173 (1987).
- [33] J.H. Schwarz, “String Origins of Supersymmetry”, 30 Years of Supersymmetry, Minneapolis, Minnesota, (2000) [hep-th/0011078].
- [34] A.A. Tseytlin, “Born-Infeld Action, Supersymmetry and String Theory”, Yuri Golfand memorial volume, ed. M. Shifman, World Scientific, (2000) [hep-th/9908105].
- [35] A. Sen, “Supersymmetric World-Volume Action for Non-BPS D-branes”, JHEP **9910**, 008 (1999) [hep-th/9909062].
- [36] M. Aganagic, C. Popescu, and J.H. Schwarz, “Gauge-Invariant and Gauge-Fixed D-Brane Actions”, Nucl. Phys. **B495**, 99 (1997) [hep-th/9612080].
- [37] T. Yoneya, “Spontaneously Broken Space-Time Supersymmetry in Open String Theory without GSO Projection”, Nucl. Phys. **B576**, 219 (2000) [hep-th/9912255].
- [38] N. Berkovits, and C. T. Echevarria, “Super String Field Theory on Calabi-Yau Background” [em preparação].
- [39] N. Marcus, A. Sagnotti, and W. Siegel, “Ten-Dimensional Supersymmetric Yang-Mills Theory in Terms of Four-Dimensional Superfields”, Nucl. Phys. **B224**, 159 (1983).

- [40] N. Berkovits, C. Vafa, and E. Witten, “Conformal Field Theory of AdS Background with Ramond-Ramond Flux”, JHEP **9903**, 018 (1999) [hep-th/9902098].