



Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

TESE DE DOUTORAMENTO

IFT-T.000/10

**A Estrutura do Nucleon na QCD e o Modelo Estatístico a
Quarks**

Carlos Alberto Mírez Tarrillo

Orientador

Lauro Tomio

2010

Agradecimentos

Agradeço a Deus por seu cuidado e as bênçãos recebidas, a minha esposa “*Rosilene Duque Mírez*” pelo carinho, apoio e paciência. A meu orientador *Lauro Tomio* pela orientação ao longo da tese, a *Luís Augusto Trevisan* pelo apoio no desenvolvimento dos códigos numéricos. Igualmente agradeço a Tuca, Manoel, Cassilda, Otacílio, Nana, Jonathan, Josias, Aélío, Aécio, Natanael, Elza, Daniela, a todos eles estou muito grato pelo apoio. E muito especialmente a minha preciosa filhinha “*Yasmin Duque Mírez*”, quem é o meu melhor presente de Deus e por ser minha alegria. Agradeço a CNPq pelo apoio financeiro.

A presente tese é dedicado em memória do meu pai: “*Jaime William Mírez Bardales*” e do meu sogro: “*Avelino Duque da Silva*”.

Resumo

Nessa tese, consideramos um modelo estatístico a quarks no qual todos os quarks individuais do sistema (quarks do mar e de valência) são confinados por uma interação efetiva central, relativística, com intensidade λ e expressões iguais para as componentes escalar e vetorial. Consideramos a distribuição de Fermi-Dirac para os quarks nesse modelo, a densidade de probabilidade para um sistema a quarks com níveis de energia e temperatura T , com potenciais químicos apropriados, correspondentes aos quarks leves up (u) e down (d), de modo que as funções de onda do próton e nêutron fiquem corretamente normalizadas. A diferença entre as interações dos quarks u e d é atribuída às contribuições devidas aos instantons, que são dependentes dos spins dos constituintes, e implicam na diferença de massa entre o nucleon ($n_{1/2}$) e a ressonância $\Delta_{3/2}$.

Os parâmetros do modelo são fixados por dados experimentais disponíveis. O parâmetro de temperatura T é ajustado pelo valor da violação da regra de soma de Gottfried, e os potenciais químicos pela normalização do nucleon, com o correspondente ajuste dos quarks de valência u e d .

Para um melhor ajuste do modelo, acrescentamos efeitos devido aos processos da QCD perturbativa de emissão de glúons por quarks, que são divididos em pares quark-antiquark (os quais geram iguais componentes do mar). Consideramos no modelo que os quarks constituintes no nucleon possuem uma sub-estrutura, que por sua vez é extraída, para os quarks e antiquarks, a partir da função de estrutura do pión.

Dentro deste modelo estatístico de quarks confinados linearmente obtemos a assimetria de sabores e a correspondente função de estrutura do nucleon. Obtemos a distribuição da razão e a diferença de quarks do mar no próton: \bar{d}/\bar{u} , $\bar{d}-\bar{u}$, assim como a razão e a diferença das funções de estrutura do nêutron e próton, F_2^n/F_2^p e $F_2^p-F_2^n$, que são comparadas com os resultados experimentais. Realizamos uma aplicação do modelo, calculando o conteúdo de estranheza no mar do nucleon. Concluimos com algumas perspectivas futuras a serem consideradas para o modelo.

Palavras Chaves: Estrutura do Nucleon, Modelos a Quarks Relativístico, Modelos Estatísticos.

Áreas do conhecimento: Física Hadrônica, QCD, Física Nuclear.

Abstract

In this thesis, we consider a statistical quark model where all individual quarks of the system (sea and valence quarks) are confined by an effective central interaction with intensity λ and equal expressions for scalar and vector components. We consider the Fermi-Dirac distribution for quarks in this model, the probability density for a quark system with energy levels and temperature T , with appropriate chemical potentials, related to the light quarks up (u) and down (d), to give the correct neutron and proton normalizations. The difference between the interactions of quarks u and d is supposed to come from instanton contributions, that are spin-dependent of the constituents, implying in the mass difference of nucleon ($n_{1/2}$) and $\Delta_{3/2}$ resonance.

The model parameters are determined by the available experimental data. The temperature parameter T is adjusted by the value of the Gottfried sum rule violation, and the chemical potentials by the corresponding normalization of the valence quarks u and d in the nucleon. Moreover, to improve the model, we consider perturbative QCD processes of gluon emissions by the quarks, which split into quark-antiquark pairs (to which generates equal components of the sea). Also, as the quarks in the model are considered as having substructure, such quark and antiquark substructure are extracted from the pion structure function.

Within this statistical model of quarks confined linearly we obtain the flavor asymmetry and corresponding structure function of the nucleon. We obtain the ratio and the difference of sea quark distributions in the nucleon, given by \bar{d}/\bar{u} , $\bar{d}-\bar{u}$, as well as the ratio and the difference of the structure functions of neutron and proton: F_2^n/F_2^p and $F_2^p-F_2^n$, which are compared with the experimental available results. We made an application of the model, calculating the content of strangeness in the sea of the nucleon. Finally, we conclude with some perspectives to be considered within the present model.

keyword: Nucleon structure, Relativistic quark models, Statistical models.

knowledge area: Hadronic Physics, QCD, Nuclear Physics.

Sumário

1	Introdução	1
2	Modelo a Pártons e a Função de Estrutura do Nucleon	5
2.1	Breve introdução	5
2.2	Processo $e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$	5
2.2.1	Processo $e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$ no referencial de laboratório	7
2.3	Espalhamento Elétron-Próton	9
2.3.1	Espalhamento elástico	9
2.3.2	Espalhamento Inelástico	10
2.4	Escala de Bjorken e Modelo a Pártons	13
2.4.1	Função de distribuição a pártons	18
2.5	Regra de Soma de Gottfried	22
3	Modelos Estatísticos a Quarks para o Nucleon	27
3.1	Introdução: Sugestão de Feynman	27
3.2	Modelo de Cleymans-Thews	28
3.3	Modelo de Mac-Ugaz	30
3.3.1	Breve Resumo	35
3.4	Conclusão e discussão	37
3.4.1	Modelos Não Térmicos	38
4	Estrutura do Nucleon no Modelo Estatístico a Quarks	43
4.1	Introdução	43
4.2	O Potencial Linear	43
4.3	Solução do potencial linear na eq. de Dirac	44
4.4	Função de Estrutura do Nucleon	47

4.4.1	Distribuição de Fermi-Dirac	47
4.4.2	Transformada de Fourier para a função de onda	51
4.5	Efeito de Instantons	51
4.6	Conteúdo de Estranheza no Nucleon	54
5	Funções de Estrutura do Próton e Nêutron - Razões e Diferenças	55
5.1	Introdução	55
5.2	Parametrização do potencial	56
5.2.1	Efeito de Instantons para lambdas iguais	57
5.3	Efeito da Temperatura no modelo	58
5.3.1	Sem efeito de instantons	59
5.3.2	Resultados sem efeito de instantons	62
5.3.3	Considerando efeito de instantons	70
5.3.4	Resultados com efeito de instantons	73
5.3.5	Análise dos resultados das seções (5.3.2) e (5.3.4)	81
5.4	Função de estrutura dos quarks	88
5.4.1	Resultados sem efeito de instantons	88
5.4.2	Resultados com efeito de instantons	98
5.4.3	Resultados comparando com dados experimentais	104
5.4.4	Conclusão	114
6	Efeitos adicionais da QCD nas Funções de Estrutura	115
6.1	Reescalonamento de massa efetiva	115
6.1.1	Resultados para o reescalonamento efetivo	117
6.2	Efeito gluônico: Equações GLAP	122
6.2.1	Procedimento para aplicar equações GLAP	123
6.3	Subestrutura a quark constituinte ou efeito piônico	124
6.3.1	Procedimento para aplicar o efeito da subestrutura a quark constituinte	126
6.4	Resultados para $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ e $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$	128
6.5	Resultados para $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ e $F_2^p(x) - F_2^n(x)$	142
6.5.1	Conclusão	149
7	Estranheza do nucleon	151
7.1	Resultados sem efeito de instantons para a estranheza	153

7.2	Resultados com efeito de instantons para estranheza	157
7.3	Função de estrutura do antiquark \bar{s} no káon desde a assimetria de estranheza no nucleon	160
7.3.1	A parametrização Olness	163
7.3.2	A parametrização Dahyia-Gupta	163
8	Discussão, conclusões finais e perspectivas futuras do modelo	167
8.1	Conclusões Finais	167
8.2	Perspectivas futuras	169
A	Apêndice	171
A.1	Quarks	171
A.2	Hádrons	171
A.3	Solução para a equação de Dirac com potencial confinante linear . . .	172
A.4	Solução para equação de Airy	176
A.5	Efeito de Instantons	179
A.6	Transformada de Fourier	179
A.7	Parametrização usado no modelo valon	180
A.8	Parametrização usado no modelo a quark constituente quiral χ^{CQM}_{config}	181
	Referências	183

Capítulo 1

Introdução

A Cromodinâmica Quântica (“Quantum Chromodynamics- QCD”) é a teoria aceita para as interações fortes, sendo considerada como a teoria apropriada para descrever as interações entre os pártons (quarks e gluons), constituintes dos hádrons. Nesse formalismo, o gluon é uma partícula sem massa que carrega a carga “cor” e que transporta a “força forte” na QCD [1, 2], sendo os quarks leves “ u , d e s ” conhecidos como as partículas relevantes nos formalismo existente para a estrutura dos hádrons na física nuclear [ver Apêndice.(A.1)].

No limite de baixas energias, onde os experimentos para o estudo das interações fortes são realizados com hádrons (não sendo possível diretamente com quarks e gluons) existe o interesse de calcular funções de onda que nos permitam descrever hádrons em termos dos quarks e gluons. Desta maneira poderíamos obter as funções de estrutura para o nucleon.

Como a dinâmica a baixas energias fica inviável a partir diretamente da QCD, aplicamos parametrizações que dependem do momento Q^2 transferido [3]. Estas parametrizações refletem a distribuição dos quarks e gluons dentro dos hádrons.

Assim podemos dizer que o próton é descrito em termos de 3 quarks constituintes “ uud ”, portanto a função de distribuição do constituinte $q(x)$ representa a probabilidade do quark constituinte possuir um quark de corrente que esta carregando uma fração “ x ” do momento total do próton [4]. Quando Q^2 é grande, o fóton virtual penetra profundamente em um constituinte interagindo diretamente com um dos quarks (quark de valência). Desta forma, enxerga a estrutura do constituinte que é representada pela função correspondente $q(x)$.

Quando Q^2 é baixo resulta em baixa resolução e o hádron parece ter 3 constituintes sem estrutura. Só desde espalhamento inclusivo duro podem ser vistos melhores detalhes da subestrutura. Por subestrutura entendemos que um quark constituinte é os quarks de valência e o respectivo mar de Dirac.

Recentemente, têm surgido vários modelos para calcular funções de estrutura dos hádrons baseados em um tratamento termodinâmico dos pártons presentes em seu interior. Os modelos têm dado bons resultados e descrevem qualitativamente as funções observadas para os momentos em Q^2 não muito grande. Nestes modelos o hádron é visto como um volume finito em que está confinado um gás de quarks e gluons a certa temperatura finita.

Por exemplo, nos modelos de Mac-Ugaz [5] e de Cleymanns-Thews [6], inspirados numa proposta de Feynman [7], é aplicada a distribuição de Fermi-Dirac para quarks com um espectro contínuo de energia. Nessa dissertação apresentamos um modelo inspirado no modelo de Mac-Ugaz, onde temos um gás confinado de pártons com um espectro discreto para o cálculo da função de estrutura. Este gás de pártons é composto de quarks e antiquarks, sendo normalizados para os quarks de valência cujos níveis de energia são obtidos para partículas de Dirac confinadas através de um potencial central confinante.

Em modelos térmicos não é necessário adicionar correções perturbativas para ajustar os dados na região cuja fração de momento transferido de x é pequena, na região de $x \rightarrow 1$ predomina o modelo de partons[3, 9].

O potencial nesta tese é do tipo: *Linear Escalar+ Vetorial* na forma $(1+\beta)\lambda r$ [10]. Assim a interação forte é sentida quando um quark colide com a parede confinante e pela interação com os outros constituintes. Tudo isto é representado pelo potencial.

Solucionando numericamente a equação de Dirac com este tipo de potencial, podemos obter os níveis de energia e as correspondentes funções de onda que são utilizados para construir o modelo estatístico para as funções de distribuição dos quarks constituintes.

Estrutura dos capítulos seguintes

O foco principal desta tese é a assimetria da distribuição dos quarks do mar \bar{d}/\bar{u} e $\bar{d}-\bar{u}$ no nucleon e a razão e a diferença entre funções de estrutura do nêutron e do próton F_2^n/F_2^p e $F_2^n - F_2^p$, ou seja, trabalharemos num modelo estatístico a quarks

que descreva estas propriedades. A seguir, descrevemos brevemente o conteúdo dos próximos capítulos.

No capítulo 2: Ilustramos o formalismo do espalhamento inelástico profundo e a relação com as funções de estrutura no nucleon, introduzindo alguns conceitos importantes que serão utilizados ao longo da tese. Também descrevemos algebricamente a forma como é obtida a regra de soma de Gottfried.

No capítulo 3: Realizamos um resumo dos principais modelos estatísticos existentes que descrevem a estrutura do nucleon, numa tentativa de descrever os dados experimentais. Aqui é realizada uma introdução histórica dos modelos estatísticos desde a proposta de Feynman; que deu origem ao modelo que apresentamos nesta tese.

No capítulo 4: Iniciamos a parte principal desse trabalho, apresentando o modelo estatístico a quarks com potencial confinante central linear. A solução para a equação de Dirac correspondente nos leva a um espectro de energias e funções de onda associadas, que são incluídas no modelo da distribuição estatística de Fermi-Dirac, após a utilização da transformada de Fourier de tais funções (do espaço de coordenadas para o espaço dos momentos). Dessa forma, obtemos a função de estrutura do nucleon, que é calculada numericamente.

No capítulo 5: Aplicamos o modelo para o nucleon considerando quarks leves u e d com o mesmo acoplamento para ambos quarks: $\lambda_d = \lambda_u = \lambda$ e massa nula ($m_u = m_d = 0$). Parametrizamos o potencial afim de observar o efeito da temperatura efetiva no modelo. Ilustramos os resultados mediante gráficos para as distribuições dos quarks do mar, junto com as funções de estrutura (considerando ou não efeito de instantons - flutuações do vácuo da QCD).

No capítulo 6: Incluímos alguns efeitos adicionais no modelo, numa tentativa de melhor ajuste dos observáveis: (a) temos a introdução de um efeito de reescalonamento de massa para os quarks leves, compensando o fato de utilizarmos um modelo de potencial confinante com mesma intensidade e mesma massa nula; (b) outro efeito considerado vem da contribuição da divisão de gluons em pares de quarks-antiquarks; (c) consideramos também a inclusão da subestrutura a quark obtida a partir da função de estrutura do pión (efeito

piônico). Mostramos os resultados mediante gráficos para a diferença e razão dos quarks do mar, $\bar{d}-\bar{u}$ e \bar{d}/\bar{u} ; e a razão e diferença entre funções de estrutura do nêutron e do próton F_2^n/F_2^p e $F_2^p-F_2^n$; comparamos com os resultados experimentais existentes. Apresentamos uma discussão dos resultados e conclusão do capítulo.

No capítulo 7: Apresentamos uma aplicação do modelo para observáveis relacionados com o conteúdo de estranheza no mar do nucleon e a função de estrutura do antiquark \bar{s} no káon desde a assimetria de estranheza do nucleon.

No capítulo 8: Apresentamos as conclusões finais e perspectivas para trabalhos futuros em continuidade ao modelo proposto.

Capítulo 2

Modelo a Pártons e a Função de Estrutura do Nucleon

2.1 Breve introdução

Nesse capítulo é feita uma breve introdução aos principais conceitos básicos dos modelos a quarks a partir da QCD [1, 2] que serão utilizados nos próximos capítulos. Para o processo $e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$ inicialmente descrevemos a cinemática para o modelo a pártons, posteriormente será para o processo de espalhamento elétron-próton elástico e inelástico e finalmente a distribuição de momento dos pártons na escala de Bjorken.

2.2 Processo $e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$

O diagrama de Feynman para espalhamento $e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$ é ilustrado na fig.(2.1). Aplicando as regras de Feynman, calculamos a amplitude invariante

$$A = -e^2 \bar{u}(k') \gamma^\mu u(k) \frac{1}{q^2} \bar{u}(p') \gamma_\mu u(p) . \quad (2.1)$$

A partir da fig.(2.1), temos o quadri-momento $q = k - k'$. Podemos calcular a seção de choque não-polarizada simplesmente elevando ao quadrado a amplitude e somando sobre os spins (somamos os spins separadamente para cada elétron e múon), na forma

$$\overline{|A|}^2 = \frac{e^4}{q^4} L_e^{\mu\nu} L_{\mu\nu}^{muon} , \quad (2.2)$$

onde o tensor para o vértice do elétron é

$$L_e^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \sum_{\text{spins-elétron}} [\bar{u}(k')\gamma^\mu u(k)] [\bar{u}(k')\gamma^\nu u(k)]^* , \quad (2.3)$$

o mesmo é para o caso do tensor $L_{\mu\nu}^{muon}$.

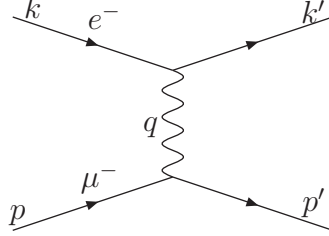


Figura 2.1: Diagrama de Feynman para o espalhamento elétron-múon.

Aplicando propriedade dos traços, temos

$$L_e^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \text{Tr} (k' \gamma^\mu k \gamma^\nu) + \frac{1}{2} m_e^2 \text{Tr} (\gamma^\mu \gamma^\nu) = 2 \left[k'^\mu \cdot k^\nu + k'^\nu \cdot k^\mu - (k' k - m_e^2) \cdot g^{\mu\nu} \right], \quad (2.4)$$

sendo m_e a massa do elétron.

Para o múon, temos o mesmo procedimento a fazer

$$L_{\mu\nu}^{muon} = 2 \left[p'_\mu \cdot p_\nu + p'_\nu \cdot p_\mu - (p' \cdot p - M^2) g_{\mu\nu} \right], \quad (2.5)$$

sendo M a massa do múon.

Agora multiplicando ambos os termos $L_e^{\mu\nu} L_{\mu\nu}^{muon}$, obtemos

$$\overline{|A|}^2 = \frac{8e^4}{q^4} [(k' \cdot p') (k \cdot p) + (k' \cdot p) (k \cdot p') - m_e^2 p' \cdot p - M^2 k' \cdot k + 2m_e^2 M^2] , \quad (2.6)$$

No “limite relativístico” consideramos que $m_e^2, M^2 \rightarrow 0$, logo a amplitude ao quadrado ficara reduzida à seguinte expressão

$$\overline{|A|}^2 = \frac{8e^4}{(k - k')^4} [(k' \cdot p') (k \cdot p) + (k' \cdot p) (k \cdot p')] . \quad (2.7)$$

As variáveis de Mandelstan, no limite relativístico, são

$$s = (k + p)^2 = m_e^2 + 2k \cdot p + M^2 \approx 2k \cdot p \approx 2k' \cdot p' \quad (2.8)$$

$$t = (k - k')^2 \approx -2k \cdot k' \approx -2p \cdot p' \quad (2.9)$$

$$u = (k - p')^2 \approx -2k \cdot p' \approx -2k' \cdot p , \quad (2.10)$$

logo a amplitude de espalhamento, toma a forma final

$$\overline{|A|}^2 = 2e^4 \left(\frac{s^2 + u^2}{t^2} \right) . \quad (2.11)$$

2.2.1 Processo $e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$ no referencial de laboratório

Para a forma de espalhamento

$$e^-(k) + \mu^-(p) \rightarrow \mu^-(p') + e^-(k')$$

considerando a massa do elétron $m_e^2 = 0$ e a massa do múon como M^2 , temos a amplitude

$$\overline{|A|}^2 = \frac{8e^4}{q^4} \left[(k'.p')(k.p) + (k'.p)(k.p) - M^2 k'.k \right] . \quad (2.12)$$

O processo de espalhamento no referencial de laboratório é ilustrado na figura (2.2)

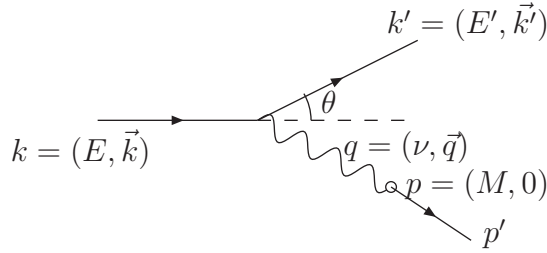


Figura 2.2: Processo $e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$ no referencial de laboratório.

Temos então, $q = k - k'$, $p' = k - k' + p$, $k^2 = k'^2 = 0$ e $q^2 \approx -2k.k'$, se substituirmos na eq.(2.12), obtemos

$$\overline{|A|}^2 = \frac{8e^4}{q^4} \left[\frac{-q^2}{2} (k.p - k'.p) + 2(k'.p) \cdot (k.p) + \frac{1}{2} M^2 q^2 \right] . \quad (2.13)$$

Se consideramos, que o múon inicialmente está em repouso, então $p = (M, 0)$, teremos então

$$\overline{|A|}^2 = \frac{8e^4}{q^4} \left\{ \frac{-q^2}{2} \left[\underbrace{(k - k')}_{E-E'} \cdot M \right] + 2(E'.M)(E.M) + \frac{1}{2} M^2 q^2 \right\} , \quad (2.14)$$

e desde as relações cinemáticas

$$q^2 \approx -2k \cdot k' \approx -2EE' (1 - \cos \theta) = -4EE' \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) , \quad (2.15)$$

então temos para a amplitude

$$\overline{|A|}^2 = \frac{8e^4}{q^4} 2M^2 E' E \left[\cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) - \left(\frac{q^2}{2M^2} \right) \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] , \quad (2.16)$$

e se elevamos ao quadrado $q + p = p'$, sendo $q = (\nu, \vec{q})$, $p = (M, 0)$ portanto

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \nu & \vec{q} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu \\ \vec{q} \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} \nu & \vec{q} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M \\ 0 \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} M & \vec{q} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M \\ \vec{q} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

resultando em

$$\nu = E - E' = \frac{q^2}{2M} .$$

Tendo estas relações, e usando a fórmula que relaciona amplitude e seção de choque (ver eq.(4.27)-de [1]), obtemos

$$d\sigma = \frac{1}{4ME} \frac{\overline{|A|}^2}{4\pi} \frac{1}{2} E' dE' d\Omega \frac{d^3 p'}{2p'_0} \delta^4 (p + q - p') . \quad (2.17)$$

Realizando a integração nas funções delta de Dirac, temos

$$\int \frac{d^3 p}{2p_0} \delta^4 (p + q - p') = \frac{1}{2M} \delta \left(\nu + \frac{q^2}{2M} \right) . \quad (2.18)$$

Inserindo a eq.(2.16) na eq.(2.17) e usando a integração no delta da eq.(2.18), obtemos

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{(2\alpha E')^2}{q^4} \left[\cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) - \frac{q^2}{2M^2} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] \delta \left(\nu + \frac{q^2}{2M} \right) . \quad (2.19)$$

Executando a integração sobre dE' e substituindo q^2 por $-4EE' \sin^2 (\theta/2)$, obtemos a seção de choque diferencial no referencial de laboratório

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\text{lab}} = \left(\frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 (\theta/2)} \right) \frac{E'}{E} \left[\cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) - \frac{q^2}{2M^2} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] , \quad (2.20)$$

onde $\alpha = e^2/4\pi$.

2.3 Espalhamento Elétron-Próton

2.3.1 Espalhamento elástico

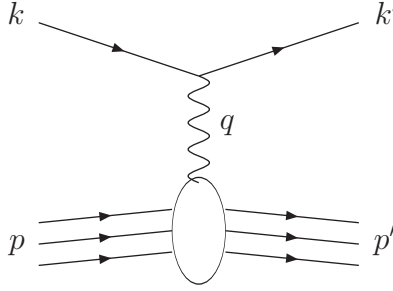


Figura 2.3: Processo de espalhamento elástico elétron-próton: $e^- p \rightarrow e^- p$

A amplitude de espalhamento para a figura (2.3) é dada pela seguinte expressão:

$$T_{fi} = -i \int j_\mu \left(-\frac{1}{q^2} \right) J^\mu dx^4, \quad (2.21)$$

onde as correntes de transição do elétron (o elétron se acopla com o fóton como uma partícula de Dirac) e do próton (não é uma partícula de Dirac porque tem uma estrutura interna) são, respectivamente,

$$j^\mu = -e \bar{u}(k') \gamma^\mu u(k) \exp[i(k' - k) \cdot x] \quad (2.22)$$

$$J^\mu = e \bar{u}(p') [\] u(p) \exp[i(p' - p) \cdot x]. \quad (2.23)$$

Como não conhecemos a estrutura do próton, usaremos entre os colchetes a combinação mais geral entre as matrizes de Dirac. Termos matriciais como γ^5 que são descartados devido à conservação de paridade, porque a matriz γ^5 anticomuta. O objeto $[\]$ (parametriza o acoplamento do próton com o fóton) tem a forma geral expressado como

$$[\] = \left[F_1(q^2) \gamma^\mu + \frac{\kappa}{2M} F_2(q^2) i\sigma^{\mu\nu} q_\nu \right], \quad (2.24)$$

onde F_1 e F_2 são dois fatores de forma independentes e κ é o momento magnético anômalo. Usando a eq.(2.24) para calcular a seção de choque diferencial do espalhamento elástico elétron-próton, obtemos a fórmula de Rosebluth [1]

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\text{lab}} = & \left(\frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4(\theta/2)} \right) \frac{E'}{E} \left[\left(F_1^2 - \frac{\kappa^2 q^2}{4M^2} F_2^2 \right) \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right. \\ & \left. - \frac{q^2}{2M^2} \left(F_1 + \kappa F_2 \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Os fatores de forma F_1 e F_2 (acoplamento do momento magnético anômalo) representam o fato que o próton não é uma partícula elementar e estes fatores são determinados experimentalmente através da medida de $d\sigma/d\Omega$ como função de θ e q^2 . Estes fatores de forma dependem da energia e $F_1(q^2 = 0) = F_2(0) = 1$. Na eq.(2.25) o valor de “ $\kappa = 1.9$ ” que é o momento magnético anômalo do próton. Se aumentamos a energia e o próton será quebrado então podemos estudar sua estrutura interna.

Se o próton fosse uma partícula pontual (sem estrutura) como o elétron (ou múon), tendo uma carga “ e ”, e momento magnético de Dirac “ $e/2M$ ”, o resultado para o espalhamento $e^- \mu^-$ seria válido também para o caso do próton, trocando a massa do múon pela do próton. Então na eq.(2.25), temos $\kappa = 0$ e $F_1(q^2) = 1$ para todo q^2 . Assim obtemos a eq.(2.20)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\text{lab}} = \left(\frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4(\theta/2)} \right) \frac{E'}{E} \left[\cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) - \left(\frac{q^2}{2M^2} \right) \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] , \quad (2.26)$$

onde o fator

$$\frac{E'}{E} = \frac{1}{1 + 2 \frac{E}{M} \sin^2(\theta/2)} , \quad (2.27)$$

surge do recuo do alvo.

2.3.2 Espalhamento Inelástico

Para espalhamento em altas energias onde $q^2 \rightarrow \infty$, o próton torna-se um complicado sistema com muitas partículas, ilustrado pela fig.(2.4)

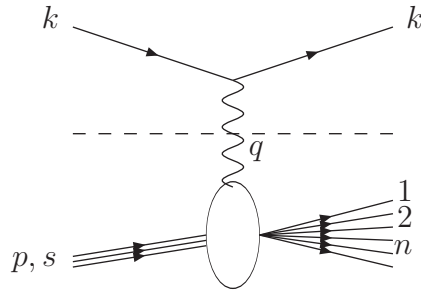


Figura 2.4: Diagrama para o espalhamento $e^- p \rightarrow e^- X$

A seção de choque diferencial é da forma

$$d\sigma = L_{\mu\nu}^e (L^p)^{\mu\nu} , \quad (2.28)$$

e descrito na forma mais geral

$$d\sigma = L_{\mu\nu}^e W^{\mu\nu} , \quad (2.29)$$

onde $L_{\mu\nu}^e$ representa o tensor léptonico. A forma mais geral do tensor hadrônico $W^{\mu\nu}$ deve ser construída com $g^{\mu\nu}$ e os momentos independentes p e q ($p' = p + q$).

Logo, temos para o tensor hadrônico

$$W^{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2} p^\mu p^\nu + \frac{W_4}{M^2} q^\mu q^\nu + \frac{W_5}{M^2} (p^\mu q^\nu + q^\mu p^\nu) , \quad (2.30)$$

desconsideramos as contribuições anti-simétricas para $W^{\mu\nu}$ porque as mesmas desaparecem após as inserirmos na eq.(2.29) devido ao fato de o tensor $L_{\mu\nu}^e$ ser simétrico. W_5 é reservado para uma estrutura que viola a paridade, quando um feixe de neutrinos interage, ao invés de elétrons, de modo que o fóton virtual é substituído por um bóson fraco.

A conservação de corrente $\partial_\mu \tilde{J}^\mu = 0$ (ou $q_\mu \tilde{J}^\mu = 0$ no espaço dos momentos) implica que $q_\mu W^{\mu\nu} = q_\nu W^{\mu\nu} = 0$

$$-W_1 q^\mu + \frac{W_2}{M^2} (p \cdot q) p^\mu + \frac{W_4}{M^2} q^2 q^\mu + \frac{W_5}{M^2} [q^2 p^\mu + (p \cdot q) q^\mu] = 0 , \quad (2.31)$$

agrupando termos, observamos

$$\begin{aligned} W_5 &= -W_2 \frac{p \cdot q}{q^2} \\ W_4 &= W_1 \frac{M^2}{q^2} - W_5 \cdot (p \cdot q) \\ W_4 &= W_1 \frac{M^2}{q^2} + W_2 \frac{(p \cdot q)^2}{q^2} , \end{aligned}$$

Então somente duas das quatro funções de estrutura inelástico são independentes, logo

$$W^{\mu\nu} = W_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + W_2 \frac{1}{M^2} \left(p^\mu - \frac{(p \cdot q)}{q^2} q^\mu \right) \cdot \left(p^\nu - \frac{(p \cdot q)}{q^2} q^\nu \right) , \quad (2.32)$$

então no *espalhamento inelástico* temos 2 (duas) variáveis importantes

$$q^2 \quad \text{e} \quad \nu \equiv \frac{p \cdot q}{M} . \quad (2.33)$$

A massa invariante W do sistema hadrônico final é relacionada a ν e q^2 por

$$W^2 = (p + q)^2 = M^2 + 2M\nu + q^2 ,$$

e temos as variáveis adimensionais

$$x = -\frac{q^2}{2p \cdot q} = -\frac{q^2}{2M\nu} \quad , \quad y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k} \quad , \quad (2.34)$$

assim a região cinemática é $0 \leq x \leq 1$ e $0 \leq y \leq 1$. Considere ainda que no referencial de repouso do próton alvo, temos

$$\nu = E - E' \quad , \quad y = \frac{E - E'}{E} \quad ,$$

onde E e E' são a energia inicial e final do elétron, respectivamente.

A seção de choque para $e^-p \rightarrow e^-X$ é similar à obtido para o processo $e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$, substituindo $L_{\mu\nu}^{muon}$ por $W_{\mu\nu}$, logo usando a expressão

$$L_e^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \text{Tr} (K^\nu \gamma^\mu k \gamma^\nu) + \frac{1}{2} m^2 \text{Tr} (\gamma^\mu \gamma^\nu) = 2 [k^\mu k^\nu + k^\nu k^\mu - (k' \cdot k - m^2) g^{\mu\nu}] \quad , \quad (2.35)$$

e considerando que $q^\mu L_{\mu\nu}^e = q^\nu L_{\mu\nu}^e = 0$ (conservação da corrente), temos

$$(L^e)^{\mu\nu} W_{\mu\nu} = 4W_1(k \cdot k') + 2 \frac{W_2}{M^2} [2(p \cdot q)(p \cdot k') - M^2(k \cdot k')] \quad . \quad (2.36)$$

Usando as relações cinemáticas eq.(2.15), obtemos no referencial de laboratório

$$(L^e)^{\mu\nu} W_{\mu\nu} = 4EE' \left[\cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) W_2(\nu, q^2) + 2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) W_1(\nu, q^2) \right] \quad , \quad (2.37)$$

incluindo o fator de fluxo e o fator de espaço de fase, temos a seção de choque diferencial inclusive para o espalhamento inelástico elétron-próton $e^-p \rightarrow e^-X$

$$d\sigma = \frac{1}{4 [(k \cdot p)^2 - m^2 M^2]^{\frac{1}{2}}} \left[4\pi M \frac{e^4}{q^4} (L^e)^{\mu\nu} W_{\mu\nu} \right] \frac{d^3 k'}{2E' (2\pi)^3} \quad . \quad (2.38)$$

O fator extra $4\pi M$ surge por normalização de $W^{\mu\nu}$. Inserindo a eq.(2.37) na eq.(2.38), obtemos finalmente

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega}{}^{lab} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4(\theta/2)} \left[W_2(\nu, q^2) \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) + 2 W_1(\nu, q^2) \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] \quad , \quad (2.39)$$

onde a massa do elétron m_e é desprezada.

O teste para o próton ser composto por partículas pontuais é o comportamento da seção de choque diferencial, dentro do processo $e^-p \rightarrow e^-X$ a seção de choque diferencial é dada na seguinte forma

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{4\alpha^2 E'^2}{q^4} \left[W_2(\nu, q^2) \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) + 2 W_1(\nu, q^2) \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] \quad . \quad (2.40)$$

Se comparamos o resultado com a seção de choque elástico com um próton pontual, no espalhamento por fótons virtuais em altas energias $-q^2 \rightarrow \infty$, assim podemos escrever

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{4\alpha^2 E'^2}{q^4} \left[\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{q^2}{2m_q^2} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \delta\left(\nu + \frac{q^2}{2m_q}\right). \quad (2.41)$$

Logo a função de estrutura do próton, é

$$2W_1^{\text{pontual}} = \frac{Q^2}{2m_q^2} \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2m_q}\right) \quad (2.42)$$

$$W_2^{\text{pontual}} = \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2m_q}\right). \quad (2.43)$$

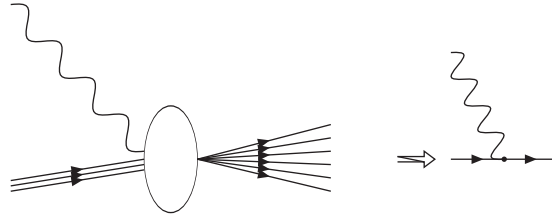


Figura 2.5: Ilustração da eq.(2.43)

2.4 Escala de Bjorken e Modelo a Pártons

Ao introduzir uma variável positiva $Q^2 = -q^2$, onde m_q é a massa do quark, então em $Q^2 \rightarrow \infty$ no DIS, o espalhamento do elétron-próton é um espalhamento elástico de um elétron por um quark livre dentro do próton.

Usando a identidade da delta de dirac $\delta(x/a) = a\delta(x)$ na eq.(2.43) conseguimos rearranjar os termos para introduzir a função de estrutura adimensional

$$2m_q W_1^{\text{pontual}}(\nu, Q^2) = \frac{Q^2}{2m_q \nu} \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m_q \nu}\right) \quad (2.44)$$

$$\nu W_2^{\text{pontual}} = \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m_q \nu}\right), \quad (2.45)$$

Estas funções são somente funções expressados em termos de $Q^2/2m_q\nu$ e não de Q^2 e ν , então se os fótons virtuais em $Q^2 \rightarrow \infty$ resolvem os constituintes pontuais dentro do próton, então podemos obter as seguintes expressões para partículas pontuais

$$MW_1^{\text{pontual}}(\nu, Q^2) \longrightarrow F_1(w) \quad (2.46)$$

$$\nu W_2^{\text{pontual}}(\nu, Q^2) \longrightarrow F_2(w) , \quad (2.47)$$

onde

$$w = 2 \left(\frac{p \cdot q}{Q^2} \right) = 2 \left(\frac{M \cdot \nu}{Q^2} \right) . \quad (2.48)$$

Observe que na eq.(2.48) não existe mudança de escala. É usada a massa do próton M em lugar da massa do quark m_q , para definir a variável adimensional w . A presença de quarks livres é assinalada pelo fato que a função de estrutura inelástica é independente de q^2 para um valor de w fixo na eq.(2.48).

No modelo a pártons, cria-se uma conexão entre partículas fundamentais (os quarks) e os hádrons. Basicamente no modelo a párton temos

- ♠ O próton esta formado por um grupo de pártons.
- ♠ No espalhamento inelástico profundo, o fóton interage com um párton.
- ♠ Pártons são partículas elementares, que podemos calcular a sua interação.
- ♠ Estes pártons são identificados como quarks e gluons.
- ♠ Os pártons tem momento transversal desprezível ou nulo.

Então, o próton é formado por outras partículas, os pártons, estas são elementares. Vários tipos de pártons pontuais compõem o próton. Eles podem carregar diferentes frações x da energia e do momento total do próton. Ilustramos a distribuição de momento do párton na figura.(2.7).

A distribuição descreve a probabilidade de um párton constituinte i carregar uma fração x do momento do próton p . Então o somatório das frações x é igual a 1

$$\sum_{i'} \int dx x f_{i'}(x) = 1. \quad (2.49)$$

onde a soma sobre i' denota somatório sobre todos os pártons (quarks e gluons incluídos).

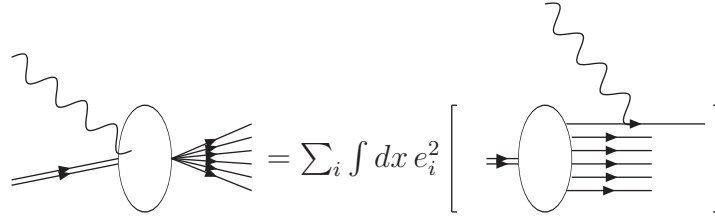


Figura 2.6: O próton composto por quarks pontuais.

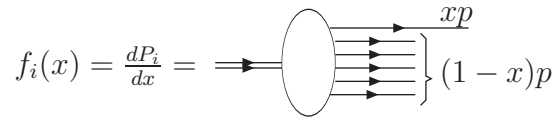


Figura 2.7: Distribuição de momento do párton.

	Próton	Párton
Energia	E	$x E$
Momentum	p_L	$x p_L$
	$p_T = 0$	$x p_T = 0$
Massa	M	$m = \sqrt{x^2 E^2 - x^2 p_L^2} = x M$

Tanto o párton como o próton movem-se ao longo do eixo z , (i.e momento transversal $p_{\perp} = 0$) com momento longitudinal p_L e $x p_L$. Como para pártons tipo-ponto, temos

$$M^2 \rightarrow M_i^2 = p_i^2 = (x_i E, \vec{p}_T \sim 0, x_i p_L)^2 = x_i^2 M^2, \quad (2.50)$$

então o momento de um párton é: $p_i = x_i P$. Portanto, para um elétron colidindo com um párton com fração de momento x e carga unitária e , a partir da eq.(2.45) e a eq.(2.47) temos as funções de estrutura adimensionais

$$F_1(w) = \frac{Q^2}{4m_q \nu x} \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m_q \nu}\right) = \frac{1}{2x^2 w} \delta\left(1 - \frac{1}{xw}\right) \quad (2.51)$$

$$F_2(w) = \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m_q \nu}\right) = \delta\left(1 - \frac{1}{xw}\right), \quad (2.52)$$

onde usamos a cinemática da eq.(2.51) e w é a variável adimensional definida na eq.(2.48). A função de estrutura $F_{1,2}$ é para um párton na eq.(2.51), agora, somamos sobre todos os pártons constituintes do próton, figura.(2.6) e figura.(2.7) obtemos portanto

$$F_2(w) = \sum_i \int dx e_i^2 f_i(x) \delta\left(x - \frac{1}{w}\right) \quad (2.53)$$

$$F_1(w) = \frac{w}{2} F_2(w) . \quad (2.54)$$

É convencional redefinir $F_{1,2}(w)$ como $F_{1,2}(x)$ e expressar o resultado em termos de x . Comparando com a eq.(2.47), a eq.(2.53) toma a mesma expressão quando $Q^2 \rightarrow \infty$. Portanto somando sobre todos os pártons

$$\nu W_2^{pontual}(\nu, Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} F_2(x) = \sum_i e_i^2 x f_i(x) \quad (2.55)$$

$$MW_1^{pontual}(\nu, Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} F_1(x) = \frac{1}{2x} F_2(x) , \quad (2.56)$$

sendo

$$x = \frac{1}{w} = \frac{Q^2}{2M\nu} . \quad (2.57)$$

A fração de momento é idêntica a variável cinemática x do fóton virtual, logo, o fóton virtual deve ter exatamente o valor da variável x para ser absorvido por um párton com uma fração de momento x . Devido à função delta δ na eq.(2.53) podemos igualar estas duas quantidades físicas distintas.

Assim, a função de estrutura para um párton com momento $p_i = x_i P$

$$F_1(x_i) = \frac{Q^2}{4Mx_i^2\nu} \delta\left[1 - \frac{Q^2}{2Mx_i\nu}\right] = \frac{1}{2} \frac{x}{x_i} \delta(x_i - x) \quad (2.58)$$

$$F_2(x_i) = \delta\left[1 - \frac{Q^2}{2mx_i\nu}\right] = x_i \delta(x_i - x) , \quad (2.59)$$

onde F_1 foi feito $MW_1 \rightarrow (x_i M) W_1$.

Podemos somar o resultado de um párton sobre todos os pártons, no caso para o próton

$$F_1(x) = \sum_i \int_0^1 dx_i e_i^2 f_i(x_i) \frac{1}{2} \frac{x}{x_i} \delta(x_i - x) = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 f_i(x) \quad (2.60)$$

$$F_2(x) = \sum_i \int_0^1 dx_i e_i^2 f_i(x_i) x_i \delta(x_i - x) = \sum_i e_i^2 x f_i(x) . \quad (2.61)$$

Estas funções de estrutura para pártons com spin 1/2 são relacionados pela *relação Callan-Gross*[†], onde

$$2xF_1(x) = F_2(x) = \sum_i e_i^2 x f_i(x) . \quad (2.62)$$

As funções de estrutura inelásticas $F_{1,2}$ da eq.(2.55) e a eq.(2.56) são funções somente da variável x . Elas são *independentes de Q^2 para um x fixo*. Então, diz-se que elas satisfazem a “*escala de Bjorken*”.

Em resumo

No espalhamento elástico profundo, temos

- ♠ O próton é caracterizado por fatores de forma que são independentes da escala de energia Q^2 .

No modelo a pártons

- ♠ Reproduz o comportamento de escala de Bjorken.
- ♠ É um modelo para a estrutura do próton com fatores de estrutura (os quais são medidos experimentalmente) interpretados como funções de distribuição dos quarks e gluons dentro do próton, que são independentes da escala de energia.
- ♠ Prevê a relação de Callan-Gross: $xF_1(x) = F_2(x)$
- ♠ Considera os pártons como partículas livres ao interior do hádron (função de estrutura inelástica é independente de q^2 para um valor de x).

Na QCD, algumas características importantes

- ♠ Liberdade assintótica (quarks são tratados como partículas livres no interior de hádrons a altas energias).
- ♠ Confinamento, não observação de quarks e gluons livres, o que garante a existência de hádrons sem cor.
- ♠ Teoria de Gauge (prediz uma partícula sem massa a qual carrega a interação forte: O gluon). Por tanto, QCD encaixa-se perfeitamente dentro do modelo a pártons.

[†]Esta relação é recorrente de detalhes da seção de choque perturbativa, confirmando entre os pártons a existência de partículas de Dirac, com spin 1/2

2.4.1 Função de distribuição a pártons

Medidas das funções de estrutura inelástica em grandes valores para Q^2 revela a estrutura a quarks dos hádrons. A soma na eq.(2.55) é sobre todos os pártons no próton, logo

$$\frac{1}{x}F_2^{ep}(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u^p(x) + \bar{u}^p(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d^p(x) + \bar{d}^p(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [s^p(x) + \bar{s}^p(x)], \quad (2.63)$$

onde $u^p(x)$ e $\bar{u}^p(x)$ são as distribuições de probabilidades dos quarks e antiquarks tipo “u” no próton e desprezando a presença de quark charme “c” e quarks mais pesados.

A função de estrutura inelástica para nêutrons é feita experimentalmente pelo espalhamento de elétrons por um alvo de deutério.

$$\frac{1}{x}F_2^{en} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u^n(x) + \bar{u}^n(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d^n(x) + \bar{d}^n(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [s^n(x) + \bar{s}^n(x)], \quad (2.64)$$

e como o próton e o nêutron são membros de um dubleto de isospin, seus quarks são relacionados por

$$u^p(x) = d^n(x) \equiv u(x) \quad (2.65)$$

$$d^p(x) = u^n(x) \equiv d(x) \quad (2.66)$$

$$s^p(x) = s^n(x) \equiv s(x) . \quad (2.67)$$

O próton é constituído por quarks de valência com a combinação $uud \equiv u_v u_v d_v$, acompanhado por pares quark-antiquark conhecidos como “quarks do mar”. A figura.(2.8) ilustra em detalhes este processo.

Se assumirmos que o mar é simétrico nos sabores dos quarks $SU(3)$, então para cada quark $q(x)$ temos um quark de valência q_v e um antiquark de mar q_s relacionado da seguinte forma.

$$S(x) = u_s(x) = d_s(x) = s_s(x) = \bar{u}_s(x) = \bar{d}_s(x) = \bar{s}_s(x), \quad (2.68)$$

portanto temos que

$$u(x) = u_v(x) + u_s = u_v + S(x) , \quad (2.69)$$

$$d(x) = d_v(x) + d_s = d_v + S(x) , \quad (2.70)$$

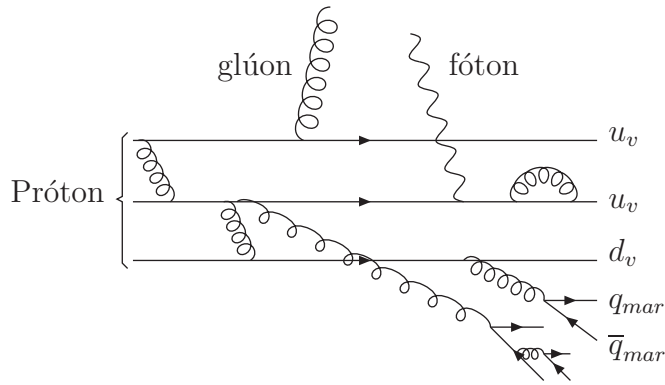


Figura 2.8: Próton com quarks de valência q_v , gluons e pares de quark-antiquark de mar q_{mar}, \bar{q}_{mar}

onde o $S(x)$ é a distribuição do mar comum a todos os sabores, se assumimos que o *mar* é *simétrico*. Então temos que $S(x)$ tem 6 antiquarks do mar.

A eq.(2.68) é uma expressão aproximada. Nesta tese, possíveis diferenças na distribuição dos quarks do mar são os principais alvos de estudo.

Se somamos todas as contribuições dos pártons, obtemos os números quânticos do próton: “*carga 1, número bariônico 1, estranheza 0*”. Assim temos

$$\int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx = 2 , \quad (2.71)$$

$$\int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)] dx = 1 , \quad (2.72)$$

$$\int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx = 0 . \quad (2.73)$$

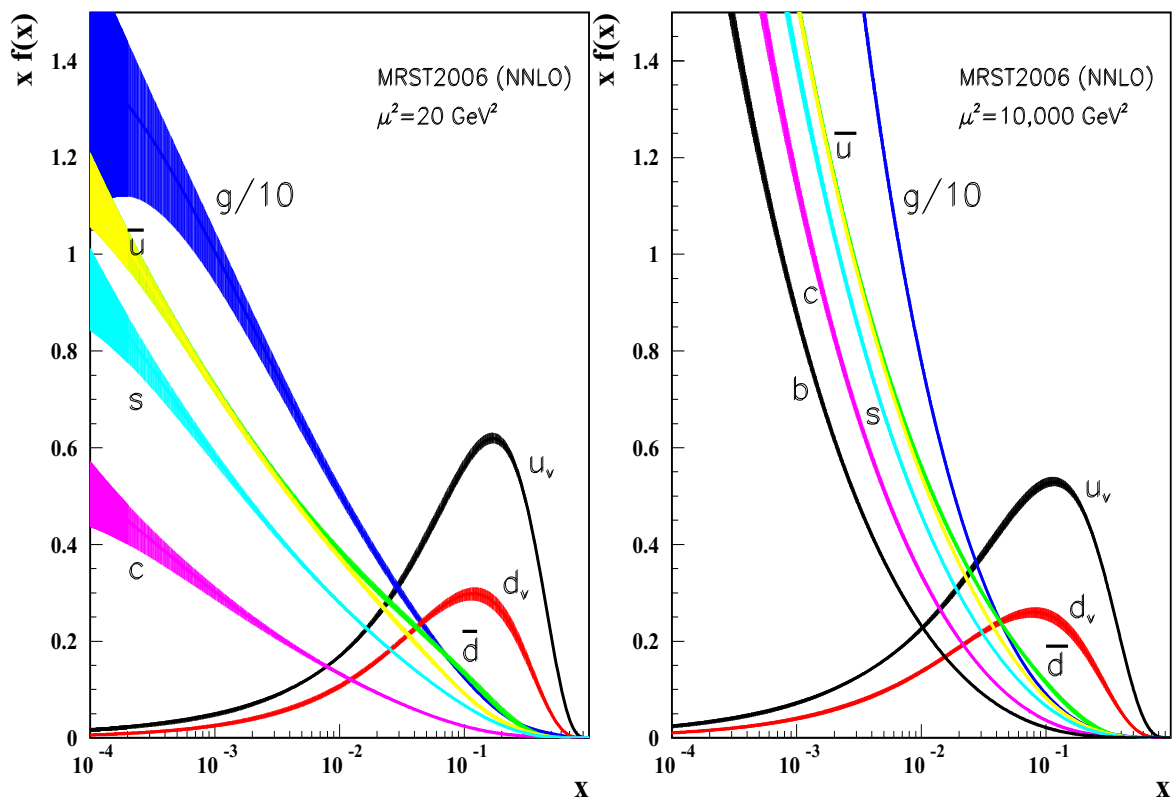


Figura 2.9: Distribuição de pártons não-polarizados, x vezes a distribuição $f(x) = u_v, d_v, \bar{u}, \bar{d}, s, c, g$, usando a parametrização da seguinte ordem à ordem principal (NNLO) na parametrização MRST2006 [11] na escala: $\mu^2=20 \text{ GeV}^2$ e $\mu^2=10000 \text{ GeV}^2$.

Podemos combinar então a eq.(2.68) com a eq.(2.63) e a eq.(2.64) onde obtemos

$$\frac{F_2^{ep}}{x} = \frac{1}{9} [4u_v + d_v] + \frac{4}{3} S(x) \quad (2.74)$$

$$\frac{F_2^{en}}{x} = \frac{1}{9} [u_v + 4d_v] + \frac{4}{3} S(x) , \quad (2.75)$$

sendo $4/3$ a soma dos quadrados da carga: e_i^2 sobre as seis diferentes distribuições de quarks do mar. Como que os gluons criam os pares $\bar{q}q$ do mar, nós esperamos que $S(x)$ tenham espectro de “*bremstrahlung*” para x pequeno, de modo que o número de quarks do “*mar cresce logarítmicamente*” quando $x \rightarrow 0$.

De acordo com a eq.(2.75), temos

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F_2^{en}(x)}{F_2^{ep}} = 1 , \quad (2.76)$$

e

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F_2^{en}(x)}{F_2^{ep}} = \frac{u_v + 4d_v}{4u_v + d_v} , \quad (2.77)$$

logo para o próton, há evidências que $u_v > d_v$ para x grande, então aplicando o limite para a eq.(2.77) em $x \rightarrow 1$ então, temos $F_2^{en}(x)/F_2^{ep} \rightarrow 1/4$ [12, 13].

Calculando a diferença entre a eq.(2.75) e eq.(2.74), obtemos

$$\frac{1}{x} [F_2^{ep} - F_2^{en}] = \frac{1}{3} [u_v - d_v] , \quad (2.78)$$

que são os quarks de valência sem os quarks do mar.

Realizando a integração a partir de dados experimentais para $u(x)$, $d(x)$ em $F_2^{ep,en}(x)$, temos

$$\int dx F_2^{ep}(x) = \frac{4}{9} \varepsilon_u + \frac{1}{9} \varepsilon_d = 0.18 \quad (2.79)$$

$$\int dx F_2^{en}(x) = \frac{1}{9} \varepsilon_u + \frac{4}{9} \varepsilon_d = 0.12 , \quad (2.80)$$

onde

$$\varepsilon_u = \int_0^1 dx x (u + \bar{u}) , \quad (2.81)$$

é a fração do momento carregado por quarks $u(x)$ e identicamente fazemos para os quarks $d(x)$ e gluons $g(x)$, $\varepsilon_d, \varepsilon_g$. Na eq.(2.81) desprezamos os quarks estranhos.

Sabemos que o momento total é 1, então

$$\varepsilon_u + \varepsilon_d + \varepsilon_g = 1 \quad (2.82)$$

$$\text{logo } \varepsilon_g \approx 1 - \varepsilon_u - \varepsilon_d, \quad (2.83)$$

assim podemos resolver a eq.(2.81) e obtemos

$$\varepsilon_u = 0,36, \quad \varepsilon_d = 0,18, \quad \varepsilon_g = 0,46. \quad (2.84)$$

Os quarks carregam aproximadamente 55 % do momento do próton, de fato 38 % pelos quarks de valência e 17 % pelos quarks do mar. O restante é carregado pelos gluons (aproximadamente 45 % do momento do próton) apesar que os gluons não são diretamente medidos em espalhamento inelástico profundo, a presença deles é na produção de jatos em colisões de altas energias.

q_i	momento
d_v	0.111
u_v	0.267
d_s	0.066
u_s	0.053
s_s	0.033
c_s	0.016
total	0.546

No modelo da tese, os gluons aparecem indiretamente através do potencial, são eles que confinam os quarks e produzem um potencial médio.

2.5 Regra de Soma de Gottfried

Desde a eq.(2.71), eq.(2.72) e eq.(2.73) onde cada termo representa uma integral sobre pártons, podemos então realizar combinações. Uma destas combinações é de interesse nesta tese.

A regra de soma de Gottfried [14], provê informação sobre a distribuição dos quarks do mar. É definida da seguinte forma

$$S_{GSR} = \int_0^1 \frac{dx}{x} (F_2^{\mu p} - F_2^{\mu n}) . \quad (2.85)$$

Da a expressão geral para $F_2(x) = \sum_i e_i^2 x q_i(x)$, onde $i = u(x), d(x), s(x), \dots$, e usando a simetria próton-nêutron, temos que

$$\frac{F_2^{\mu p}}{x} = \frac{4}{9} [u(x) + \bar{u}(x)] + \frac{1}{9} [d(x) + \bar{d}(x)] + \dots \quad (2.86)$$

$$\frac{F_2^{\mu n}}{x} = \frac{1}{9} [u(x) + \bar{u}(x)] + \frac{4}{9} [d(x) + \bar{d}(x)] + \dots \quad (2.87)$$

Aplicamos a eq.(2.86), eq.(2.87) na eq.(2.85), e obtemos

$$\begin{aligned} S_{GSR} &= \int_0^1 \frac{dx}{x} (F_2^{\mu p} - F_2^{\mu n}) \\ S_{GSR} &= \int_0^1 dx \left[\frac{1}{3} [u(x) + \bar{u}(x)] - \frac{1}{3} [d(x) + \bar{d}(x)] \right] \\ S_{GSR} &= \frac{1}{3} \int_0^1 dx [u(x) - d(x)] + \frac{1}{3} \int_0^1 dx [\bar{u}(x) - \bar{d}(x)] . \end{aligned} \quad (2.88)$$

Se o mar for: “*simétrico*”, aplicamos a eq.(2.68), nas eqs.(2.69) e eq.(2.70), ou seja $u(x) = u_v + S(x)$ e $d(x) = d_v + S(x)$, e usando a eq.(2.90), obtemos na eq.(2.88)

$$\begin{aligned} S_{GSR} &= \frac{1}{3} \int_0^1 dx [u_v + S(x) - d_v - S(x) + S(x) - S(x)] \\ S_{GSR} &= \frac{1}{3} \int_0^1 dx [u_v(x) - d_v(x)] \\ S_{GSR} &= \frac{1}{3} \approx 0.333 , \end{aligned} \quad (2.89)$$

assim, o fato de considerar *o mar sendo simétrico*, temos que nas equações. (2.68), (2.69) e (2.70), e aplicando na equações (2.71), (2.72) e (2.73), que

$$\int_0^1 dx u_v(x) = 2, \quad \int_0^1 dx d_v(x) = 1 . \quad (2.90)$$

A primeira evidência experimental para o valor de I_{GSR} , vem do experimento NMC [65] no CERN sobre o valor da regra de soma de Gottfried, mostrando que o valor de I_{GSR} experimentalmente é

$$S_{GSR}(0.004 < x < 0.8) = 0.236 \pm 0.008 . \quad (2.91)$$

Outros experimentos recentes têm sido realizados e ilustramos na tabela (2.1) a seguir.

Experimento	$\langle Q^2 \rangle$	S_{GSR}
NMC (94)	4 GeV ²	0.23467 ± 0.026
HERMES (98)	2.3 GeV ²	0.2267 ± 0.02
Rstowell/NuSea (02)	54 GeV ²	0.25467 ± 0.008

Tabela 2.1: Valores experimentais da integral de Gottfried para $0 < x < 1$. Os experimentos são NMC [65], HERMES [57], Rstowell/Nusea [58].

O valor de $I_{GSR} < 1/3$ é uma evidência da quebra da simetria de sabores no mar do nucleon ou uma assimetria de sabores dos quarks do mar $\bar{u}(x)$ e $\bar{d}(x)$.

Então, se consideramos as eqs.(2.71), eq.(2.72), podemos reescrever a integral de Gottfried na seguinte forma

$$\begin{aligned}
S_{GSR} &= \int_0^1 \frac{dx}{x} [F_2^p(x) - F_2^n(x)] \\
S_{GSR} &= \frac{1}{3} \int_0^1 dx [u(x) - d(x)] + \frac{1}{3} \int_0^1 dx [\bar{u}(x) - \bar{d}(x)] \\
S_{GSR} &= \frac{1}{3} \left[2 + \int_0^1 dx \bar{u}(x) \right] - \frac{1}{3} \left[1 + \int_0^1 dx \bar{d}(x) \right] \\
&\quad + \frac{1}{3} \int_0^1 dx [\bar{u}(x) - \bar{d}(x)] = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \int_0^1 dx [\bar{d}(x) - \bar{u}(x)] , \quad (2.92)
\end{aligned}$$

onde definimos a seguinte integral

$$I_{GSR} = \int_0^1 dx [\bar{d}(x) - \bar{u}(x)] = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} S_{GSR} , \quad (2.93)$$

logo

$$I_{GSR} = 0.148 \pm 0.039 \quad [\text{NMC (94) [65]}] \quad (2.94)$$

$$I_{GSR} = 0.16 \pm 0.03 \quad [\text{Hermes (98) [57]}] \quad (2.95)$$

$$I_{GSR} = 0.118 \pm 0.012 \quad [\text{E866/Nusea (02) [58]}] . \quad (2.96)$$

A função de distribuição de pártons (FDP) pode ser determinada a partir dos dados de espalhamento inelástico profundo de lépton-nucleon e de processos de espalhamento duro iniciado por nucleones. A tabela seguinte.(2.2) esta baseada na ref.[15] onde destaca-se alguns dos principais processos para determinação da distribuição de pártons.

Processos	Sub-processo principal	FDP testado
$\ell^\pm N \rightarrow \ell^\pm X$	$\gamma^* q \rightarrow q$	$g(x \lesssim 0.01), q, \bar{q}$
$\ell^+(\ell^-) N \rightarrow \bar{\nu}(\nu) X$	$W^* q \rightarrow q'$	
$\nu(\bar{\nu}) N \rightarrow \ell^-(\ell^+) X$	$W^* q \rightarrow q'$	
$\nu N \rightarrow \mu^+ \mu^- X$	$W^* s \rightarrow c \rightarrow \mu^+$	s
$\ell N \rightarrow \ell Q X$	$\gamma^* Q \rightarrow Q$	$Q = c, b$
	$\gamma^* g \rightarrow Q\bar{Q}$	$g(x \lesssim 0.01)$
$pp \rightarrow \gamma X$	$qg \rightarrow \gamma q$	g
$pN \rightarrow \mu^+ \mu^- X$	$q\bar{q} \rightarrow \gamma^*$	\bar{q}
$pp, pn \rightarrow \mu^+ \mu^- X$	$u\bar{u}, d\bar{d} \rightarrow \gamma^*$	$\bar{u} - \bar{d}$
	$u\bar{d}, d\bar{u} \rightarrow \gamma^*$	
$ep, en \rightarrow e\pi X$	$\gamma^* q \rightarrow q$	
$p\bar{p} \rightarrow W \rightarrow \ell^\pm X$	$ud \rightarrow W$	$u, d, u/d$
$p\bar{p} \rightarrow jato + X$	$gg, qg, qq \rightarrow 2j$	$q, g (0.01 \lesssim x \lesssim 0.5)$

Tabela 2.2: Processos lépton-nucleon e processos de espalhamento duro, mostra a sensibilidade para a função de distribuição de pártons (FDP) que são testados ref.[15].

Capítulo 3

Modelos Estatísticos a Quarks para o Nucleon

3.1 Introdução: Sugestão de Feynman

Neste capítulo, realizamos uma breve revisão, sobre modelos estatísticos tradicionais a quarks para a descrição da estrutura do nucleon. São modelos que descrevem a distribuição dos quarks de valência, do mar de quarks e funções de estrutura do ponto de vista estatístico no lugar de teorias perturbativas. Os modelos aplicam a distribuição de Fermi-Dirac, e consideram níveis contínuos (como num gás). Estes modelos inspirados na idéia de Feynman deram origem ao modelo que apresentaremos nesta tese (com níveis discretos e com um potencial confinante).

O primeiro modelo considerando confinamento no cálculo de funções de estrutura proposto no espalhamento profundamente inelástico foi R. L. Jaffe [16] "*Deep inelastic structure functions in a approximation to the bag theory*" (1975), este artigo não considerava ainda a existência do mar de Dirac. Posteriormente surgiram propostas de novos modelos estatísticos que procuram considerar o confinamento [6] e o mar de Dirac [5], são modelos que calculam funções de estrutura dos hádrons considerando o confinamento.

A idéia de Feynman [7] está baseada no princípio de Pauli aplicado no mar do próton. Em princípio o próton tem 2 quarks de valência u e um quark de valência d , então a criação de pares de quark-antiquark através da emissão de gluons tenderia a dar uma maior quantidade de pares $d\bar{d}$ do que pares $u\bar{u}$, o que explicaria, o motivo

de: $\bar{d} \neq \bar{u}$. Ou seja, explicaria a assimetria como o resultado da criação de pares $u\bar{u}$ serem mais suprimidos que o par $d\bar{d}$ (porque há mais quarks de valência u que d no próton).

Para cada sabor há 6 estados vazios: 2 do spin e 3 da cor. Temos 5 estados vazios para ser ocupados pelo quark d e 4 estados vazios para ser ocupados pelos 2 quarks u no próton, portanto, podemos dizer que o principio de Pauli poderia ser considerado em modelos estatísticos para obter diferentes quantidades de \bar{u} e \bar{d} no mar do nucleon [5, 6, 18, 23] .

3.2 Modelo de Cleymans-Thews

Neste modelo[6], o hádron é definido como no modelo de Mac-Ugaz (um gás confinado com espectro contínuo). Calculando o espalhamento de léptons de alta energia de um gás de quarks livres e gluons (na verdade o modelo não considera gluons) confinados para uma região do espaço igual ao volume do nucleon. Determinando as funções de estrutura do próton para altos valores de x ($x > 0.4$).

A função de estrutura inelástica do nucleon é calculada realizando uma média térmica (somatório médio sobre sabores, spin e cor dos quarks e antiquarks) sobre o tensor hadrônico expressado em termos das funções de estrutura invariantes, para um processo de interação lépton-quark aplicado no termo de Born para espalhamento de elétron-quark. Este cálculo é direto e não é realizado usualmente como é definido no modelo a pártons. Estas funções de estrutura são expressas em termos das funções

$$f_n(x) \equiv \int_z^\infty \frac{y^n dy}{e^y + 1}, \quad (3.1)$$

para $n = 0, 1, 2$.

Esta média sobre o tensor hadrônico é multiplicada pela distribuição térmica de Fermi-Dirac para fermions (quark e antiquarks, não esta incluindo gluons no modelo) com a energia média e a densidade caracterizadas por uma temperatura T e potencial químico μ . Esta média tem como finalidade, evitar supostas interações entre gluons e quarks durante o processo de espalhamento. Assim, temos que

$$F_2(x) = 2xF_1(x) = \frac{3}{2\pi^2} M^2 VT x^2 \sum_i e_i^2 [\ln(1 + e^{-z_i}) + \ln(1 + e^{-\bar{z}_i})], \quad (3.2)$$

onde

$$z_i \equiv \frac{Mx}{2T} - \frac{\mu_i}{T}, \quad \bar{z}_i \equiv \frac{Mx}{2T} + \frac{\mu_i}{T}. \quad (3.3)$$

O modelo descreve o nucleon composto de quarks e antiquarks basicamente a uma temperatura de $T = 40 - 50$ MeV e um potencial químico de $\mu = 200$ MeV. Estes parâmetros são fixados pela taxa de queda exponencial da função de estrutura inelástica (do próton: F_2^p) em altos valores de x e a posição e magnitude de seus máximos. Esclarecendo que o potencial químico μ é determinado mediante a taxa da queda exponencial da função de estrutura e a normalização dos quarks e antiquarks no próton.

Para uma região de valores baixos de x ($x < 0.4$) a função de estrutura do próton não é descrita corretamente, porque em $x \rightarrow 0$ obtém $F_2^p \rightarrow 0$.

As funções de estrutura de espalhamento inelástico profundo calculadas neste modelo são aplicadas no espalhamento de Drell-Yan para estudar como estas determinam a taxa de produção de pares de léptons massivos ($A + B \rightarrow \ell^+ \ell^- + \dots$) considerando inicialmente um potencial químico $\mu = 0$, então a taxa é

$$\frac{dN}{d^3x dt} = \sum_i \frac{16\alpha^2 e_i^2 \pi}{9M^2 V^2} \left[\int_0^\infty \frac{dx}{x} q_i(x) \right]^2 = \sum_i \frac{2\pi}{81} \alpha^2 e_i^2 T^4. \quad (3.4)$$

Relacionando esta taxa de produção com a densidade de distribuição $q(x)$ a quarks, usual no modelo a pártons ($F_2(x) = \sum_i e_i^2 x q_i(x)$), é obtida a distribuição de quarks e antiquarks em $\mu = 0$. No caso do potencial químico $\mu \neq 0$, é obtido a distribuição de quarks [eq.(14) da ref.[6]] e antiquarks cujo resultado é igual ao obtido por Mac-Ugaz [eq.(2.15) da ref.[5]], dado por

$$q_i(x) = \frac{3}{2\pi^2} M^2 V T x \ln \left(1 + e^{(2\mu_i - Mx/2T)} \right), \quad (3.5)$$

onde é observado que, em $\mu/T \gg 1$, o potencial químico μ fixa a magnitude total da taxa de produção, na forma

$$\frac{dN}{d^3x dt} = \sum_i \frac{\alpha^2 e_i^2}{\pi^3} \mu_i^4 \left[1 + \frac{\pi^2 T^2}{3 \mu_i^2} + O(e^{-\mu_i/T}) \right]^2. \quad (3.6)$$

Em resumo, neste modelo não são considerado gluons, nem aplicadas correções perturbativas da QCD (emissão de gluons, geração de pares quark - antiquark, etc), não considera o mar de Dirac, porém considera o confinamento.

3.3 Modelo de Mac-Ugaz

O modelo de Mac-Ugaz [5] é um modelo térmico relativístico de gás livre, onde os resultados para as distribuições a quarks e antiquarks são iguais ao modelo de Cleymans-Thews [6], porém, este modelo calcula adicionalmente as distribuições para gluons, considera confinamento e adiciona correções perturbativas da QCD (emissão de gluons, criação de pares quark-antiquark).

O nucleon neste modelo é considerado um gás relativístico no qual os quarks e gluons “*livres*” estão confinados em um volume V (uma sacola). Este modelo é inspirado no modelo de sacola do MIT “*Bag-MIT*” [26]. O volume V associado ao gás é relacionado ao tamanho do nucleon. Definida uma temperatura efetiva T , podemos aplicar as estatísticas de Fermi-Dirac para os quarks e de Bose-Einstein para os gluons.

Tomamos o referencial de repouso do próton, definimos $f_q(\vec{p}_R)d^3p_R$ como o número médio de quarks, de ambas direções de polarização e com momento \vec{p}_R , sendo a distribuição $f_q(\vec{p}_R)$ de quarks livres confinados definido como

$$f_q(\vec{p}_R) = \frac{2V}{(2\pi)^3} \left[\exp\left(\frac{\varepsilon_R - \mu}{T}\right) + 1 \right]^{-1} \quad (\text{fermions}), \quad (3.7)$$

onde “ ε_R ” é a energia e “ μ ” o potencial químico. Para a distribuição de antiquarks substitui-se “ μ ” por “ $-\mu$ ” na eq.(3.7). A distribuição $f_g(\vec{p}_R)$ de gluons de um gás livre é dado por

$$f_g(\vec{p}_R) = \frac{2V}{(2\pi)^3} \left[\exp\left(\frac{\varepsilon_R}{T}\right) - 1 \right]^{-1} \quad (\text{bósons}), \quad (3.8)$$

onde não consideramos potencial químico para os gluons.

A temperatura no modelo é definida no referencial de repouso do gás e é um parâmetro que será ajustado para obter o valor da violação da regra de soma de Gottfried [14]. Esta temperatura não pode ser definida em nenhum outro referencial que não seja do referencial de repouso.

No referencial em que o próton se move no eixo “ z ”, a distribuição na eq.(3.7) torna-se

$$f_q(\vec{p}) = \frac{2V_m}{(2\pi)^3} \left[\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu_m}{T_m}\right) + 1 \right]^{-1}, \quad (3.9)$$

aqui $\varepsilon = p = \sqrt{(p_z^2 + p_\perp^2)}$ denota a energia do pártion constituinte e V_m , T_m e μ_m é o volume, temperatura e potencial químico no referencial em movimento.

Considerando o caso em que quarks e gluons não têm massa. A partir da ref.[5], a seguinte relação é satisfeita

$$\frac{(\varepsilon_R - \mu)}{T} = \frac{(\varepsilon - \mu_m)}{T_m}, \quad (3.10)$$

onde

$$\varepsilon_R = (E\varepsilon - Pp_z)/M, \quad (3.11)$$

é a transformação de Lorentz usual para energias medidas no referencial de repouso do próton de massa M , para um referencial cujo próton de massa M move-se com momento P (no eixo z) e energia E .

A eq.(3.7) e eq.(3.9) dão a probabilidade de achar o párton com certo momento, a substituição da eq.(3.10) na eq.(3.9) significa fisicamente que ambos observadores devem medir a mesma probabilidade por unidade de volume, para achar o sistema em um certo estado.

A distribuição longitudinal dos quarks vem da integração sobre o momento transverso p_\perp da distribuição $f_q(\vec{p})$. No sistema em movimento, usando a eq.(3.9) e eq.(3.10), temos

$$f_q(p_z) = \frac{2V_m}{(2\pi)^3} \int d^2p_\perp \left[\exp\left(\frac{E\varepsilon - Pp_z}{MT} - \frac{\mu}{T}\right) + 1 \right]^{-1}. \quad (3.12)$$

Fazendo $p_z = xP$ e definindo a transformação de variável na integração

$$\frac{(x^2P^2 + p_\perp^2)^{1/2}}{|x|P} = 1 + \frac{MTy}{EP|x|}, \quad (3.13)$$

substituindo a eq.(3.13) na eq.(3.12) teremos a integração

$$f_q(\vec{p})(p_z) = \frac{V_m 2MT(xP)}{(2\pi)^2 E} \int_0^\infty dy \frac{e^{-y+\alpha}}{1 + e^{-y+\alpha}}, \quad (3.14)$$

onde $\alpha = \frac{xP}{MT}(E - P) - \frac{\mu}{T}$.

Tomando o limite de momento infinito $P, E \rightarrow \infty$ e $P/E \rightarrow 1$. Neste limite realizamos a seguinte aproximação

$$E^2 = M^2 + P^2 \rightarrow E = P\sqrt{1 + \frac{M^2}{P^2}} \approx P\left(1 + \frac{M^2}{2P^2}\right) \quad (3.15)$$

$$E - P = \frac{M^2}{2P}, \quad (3.16)$$

então temos

$$\exp \left[-\frac{P}{MT} (E|x| - Px) \right] \rightarrow \exp \left(\frac{-Mx}{2T} \right), \quad x > 0 \quad (3.17)$$

$$= 0, \quad x < 0 \quad (3.18)$$

o que elimina estados com $x < 0$. Finalmente chegamos à função de distribuição

$$q(x) = \frac{2V}{(2\pi)^2} M^2 T x \ln \left[1 + \exp \frac{1}{T} \left(\mu - \frac{Mx}{2} \right) \right], \quad (3.19)$$

onde V é o volume de repouso, relacionado ao volume V_m no sistema em movimento por $V_m P = MV$ possuindo a contração de Lorentz na direção z . Este é o mesmo resultado obtido por Cleymans-Thews [ver eq.(14) ref.[6]].

A distribuições de momento longitudinal de glúon e antiquarks são calculadas e definidas como

$$g(x) = -\frac{2V}{(2\pi)^2} M^2 T x \ln \left[1 - \exp \left(-\frac{Mx}{2T} \right) \right] \quad (3.20)$$

$$\bar{q}_0(x) = q_0(x) |_{\mu \rightarrow -\mu} \quad (3.21)$$

As distribuições na eq.(3.19) e eq.(3.21) dos momentos dos quarks e antiquarks satisfazem às regras de soma (no próton)

$$\int dx [u(x) - \bar{u}(x)] = 2 \quad ; \quad \int dx [d(x) - \bar{d}(x)] = 1, \quad (3.22)$$

escolhemos a normalização de modo que

$$u(x) = 2q(x) \quad ; \quad \bar{u}(x) = 2\bar{q}(x) \quad (3.23)$$

$$d(x) = q(x) \quad ; \quad \bar{d}(x) = \bar{q}(x), \quad (3.24)$$

que levaria a

$$\int dx [q(x) - \bar{q}(x)] = 1. \quad (3.25)$$

Note que na eq.(3.22) é o número de quarks menos antiquarks em qualquer referencial. Assim, podemos escrever

$$\int dx [q(x) - \bar{q}(x)] = \int [f_q(\vec{p}_R) - f_{\bar{q}}(\vec{p}_R)] d^3 p_R = 1. \quad (3.26)$$

Efetuando a integração acima em coordenadas esféricas no referencial de repouso e usando a eq.(3.7)

$$\begin{aligned}
& \int [f_q(\vec{p}_R) - f_{\bar{q}}(\vec{p}_R)] d^3 p_R = \\
&= \frac{2V}{(2\pi)^3} \int d\Omega \int dp p^2 \left[\left(\exp \left[\frac{p-\mu}{T} \right] + 1 \right)^{-1} - \left(\exp \left[\frac{p+\mu}{T} \right] + 1 \right)^{-1} \right] \\
&= \frac{2V(4\pi)}{(2\pi)^3} \int dp p^2 \left(\frac{\exp \left[\frac{-p+\mu}{T} \right]}{1 + \exp \left[\frac{-p+\mu}{T} \right]} - \frac{\exp \left[\frac{-p-\mu}{T} \right]}{1 + \exp \left[\frac{-p-\mu}{T} \right]} \right) = 1 , \quad (3.27)
\end{aligned}$$

expandindo em série na forma: $\frac{e^x}{1+e^x} = 2 + 2x + x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{60}x^5 + \dots$; $e^{-x} = 1 - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 + \dots$; $\sinh(x) = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 \dots$ e reagrupando os termos, obtemos

$$\begin{aligned}
& \frac{V}{\pi^2} \int dp p^2 2 \left\{ e^{-p/T} \sinh \left(\frac{\mu}{T} \right) - e^{-2p/T} \sinh(2\mu/T) \right. \\
& \left. + e^{-3p/T} \sinh(3\mu/T) - e^{-4p/T} \sinh(4\mu/T) \dots \right\} = 1 . \quad (3.28)
\end{aligned}$$

Após as integrações, obtemos

$$\frac{V}{\pi^2} 4 T^3 \left[\sinh \left(\frac{\mu}{T} \right) - \frac{\sinh(2\mu/T)}{2^3} + \frac{\sinh(3\mu/T)}{3^3} - \frac{\sinh(4\mu/T)}{4^3} \dots \right] = 1 , \quad (3.29)$$

a eq.(3.29) é a representação por série de Fourier de $f(x) = x(\pi-x)(\pi+x)$ e usando um pouco de álgebra, chega-se à seguinte expressão

$$\frac{V}{3\pi^2} (\mu^3 + \pi T^2 \mu) = 1 . \quad (3.30)$$

Inserindo então o potencial químico obtido na eq.(3.30) nas eqs.(3.19) e eq.(3.21) teremos as distribuições de momento neste modelo. Além destas distribuições, Mac-Ugaz calcularam as correções radioativas, considerando a QCD perturbativa e as equações de evolução de Altarelli-Parisi [27].

Os resultados obtidos por Mac-Ugaz foram os seguintes

$T \approx 49 MeV$	$\mu \approx 70 MeV$	$R \approx 2.5 fm$
--------------------	----------------------	--------------------

onde R é o raio do próton. O raio excessivamente grande é consequência de se adotar *uma distribuição contínua* para os *níveis de energia*. Em um cálculo que considerasse os níveis discretos, o raio (volume) resultante seria menor.

Tomando o limite do modelo usado nessa tese (espectro discreto: ver capítulo 4) para espectro contínuo, obtemos os resultados de Mac-Ugaz.

No modelo da tese, a densidade de probabilidade para um sistema fermiônico com níveis de energia ε_i e temperatura T é

$$\rho(\vec{r}) = \sum_i g_i \psi_i^\dagger(\vec{r}) \psi_i(\vec{r}) \frac{1}{1 + \exp(\frac{\varepsilon_i - \mu}{T})}, \quad (3.31)$$

onde g_i é a degenerescência de cada nível, μ o potencial químico, de modo a normalizar o somatório. Para as antipartículas temos

$$\bar{\rho}(\vec{r}) = \rho(\vec{r}) \big|_{\mu \rightarrow -\mu}$$

As condições que determinam os potenciais químicos, no próton, são dadas por

$$\int d^3r [\rho(\vec{r}) - \bar{\rho}(\vec{r})] = \begin{cases} 1 & : \text{quark d} \\ 2 & : \text{quark u} \end{cases} \quad (3.32)$$

Para escrever as densidades de probabilidades em termos da variável “ x ”, de Bjorken, devemos calcular a transformada de Fourier das densidades. No espaço dos momentos temos

$$\rho(\vec{p}) = \sum_i g_i \frac{\Phi_i^\dagger(\vec{p}) \Phi_i(\vec{p})}{1 + \exp(\frac{\varepsilon_i - \mu}{T})}, \quad (3.33)$$

onde

$$\Phi_i(\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}} \psi_i(\vec{r}) d^3r. \quad (3.34)$$

A redução ao modelo relativístico de gás livre de Mac-Ugaz [5], é obtida aplicando-se soluções da equação de onda livre de Dirac. As *soluções de onda plana livre de Dirac*. Normalizando num volume V , para energia positiva:

$$\psi(\vec{r}) = \frac{1}{V^{1/2}} \mu(p) e^{i\vec{p}\cdot\vec{r} - i\varepsilon t}, \quad (3.35)$$

e para energia negativa (antipartículas) são

$$\psi(\vec{r}) = \frac{1}{V^{1/2}} \nu(p) e^{-i\vec{p}\cdot\vec{r} + i\varepsilon t}, \quad (3.36)$$

onde temos, no referencial de repouso dos quarks

$$\mu(0)^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \mu(0)^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \nu(0)^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \nu(0)^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

Integrando as soluções de onda plana no volume, temos o fator de degenerescência

$$\int d^3r \bar{\psi}(\vec{r}) \gamma^0 \psi(\vec{r}) = \int d^3r \frac{1}{V} \mu^\dagger(p) \mu(p) = 2, \quad (3.38)$$

sendo $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ e $(\gamma^0)^2 = I$ (matriz identidade: 4×4), onde o integrando em d^3r seria

$$\int d^3r \frac{2}{(2\pi)^3} = \frac{2V}{(2\pi)^3}. \quad (3.39)$$

Desta forma, o número total de partículas obtido a partir a eq.(3.31) é dado por

$$N = \int d^3r \rho(\vec{r}) = 2 \sum_i \left[\frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_i - \mu}{T}\right)} \right], \quad (3.40)$$

passando para a integral para o espaço de momento, obtemos

$$N = \int d^3p \frac{2V}{(2\pi)^3} \left[\frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_i - \mu}{T}\right)} \right], \quad (3.41)$$

onde a distribuição de momento usada no modelo de Mac-Ugaz é o integrando, portanto

$$q(\vec{p}) = \frac{2V}{(2\pi)^3} \left[\exp\left(\frac{\varepsilon_R - \mu}{T}\right) + 1 \right]^{-1}. \quad (3.42)$$

Podemos dizer que no modelo de Mac-Ugaz temos apenas uma distribuição para os quarks de corrente. Nesta tese, temos quarks constituintes, com massa, que têm na sua estrutura quarks de corrente. Portanto a função de estrutura mede também a probabilidade de se encontrar, no quark constituinte, um quark de corrente carregando determinada fração x do momento total do nucleon.

3.3.1 Breve Resumo

No modelo de Mac-Ugaz [5], o hádron é composto de um gás de pártons quase - livres confinados por um vácuo ou pressão da sacola caracterizado por uma constante B num volume finito (modelo de sacola-MIT). Este gás é relativístico para quarks, antiquarks e gluons a certa temperatura finita T distribuídos estatisticamente conforme as leis de Bose-Einstein (gluons) e Fermi-Dirac (fermions), sendo o espectro do gás um contínuo.

O ponto de vista para a inclusão destas duas estatísticas, é o fato de ter quarks e gluons no nucleon formando um sistema composto de grande numero de partículas,

cuja análise pode ser feita com auxílio de estatística quântica. Durante o curto tempo de interação dos pártons (efeito da dilatação do tempo) estes podem ser considerados para partículas livres movendo-se quase livremente e independentemente, justamente como partículas que interagem fracamente de um gás quântico ideal, numa certa temperatura efetiva T e dentro de um volume confinante.

O outro ponto é que temos um acoplamento de interação forte assintoticamente livre convenientemente pequeno, e assim, quarks e gluons atuam como um gás quase-livre dentro de um volume confinado. O modelo inicia-se com uma distribuição estatística num referencial de repouso para quarks, antiquarks e gluons, e podem ser construídas estas distribuições num referencial de momento infinito mediante transformações.

Estas distribuições iniciais no próton, não descrevem os dados experimentais das funções de estrutura e distribuições a quarks. Para melhorar e obter resultados mais realísticos foram incorporados correções perturbativas de primeira ordem da QCD (emissão de gluons, criação de pares quark-antiquark) nas distribuições estatísticas a quarks do modelo.

Desta forma assume-se que a distribuição de pártons no próton pode ser escrito aproximadamente como a soma de uma parte que não-interage [†] e uma correção em primeira ordem da QCD ($\gamma^* g \rightarrow q\bar{q}$, $\gamma^* q \rightarrow gq$) para distribuições q e \bar{q} . Para a função de estrutura do próton $F_2(x)$ é definida a correção em primeira ordem na QCD na forma (no início não há gluons, com a correção na QCD são introduzido gluons no modelo).

$$\begin{aligned} \frac{F_2}{x}(x) = & \sum_{q=u,d} \left[\int dydz \delta(x - zy) q_0(y) \left[e_q^2 \delta(1 - z) + \sigma^{\gamma^* q \rightarrow gq}(z, Q^2) \right] \right. \\ & \left. + (q \rightarrow \bar{q}) + \int dydz \delta(x - zy) g_0(y) \sigma^{\gamma^* g \rightarrow q\bar{q}}(z, Q^2) \right], \end{aligned} \quad (3.43)$$

onde e_q denota carga elétrica e $\sigma^{\gamma^* q \rightarrow gq}$, $\sigma^{\gamma^* g \rightarrow q\bar{q}}$ são seções de choque definidas como

[†]quarks coloridos e antiquarks num mar de gluons todos juntos deslocando-se livremente e independentemente em equilíbrio térmico numa temperatura T

$$\begin{aligned}
\sigma^{\gamma^* q \rightarrow gq} &= \sigma^{\gamma^* \bar{q} \rightarrow g\bar{q}} \\
&= e_q^2 \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[\frac{4}{3} \frac{1+z^2}{(1-z)_+} + 2\delta(1-z) \right] \ln \frac{Q^2}{Q_0^2}
\end{aligned} \tag{3.44}$$

$$\sigma^{\gamma^* g \rightarrow q\bar{q}} = 2e_q^2 \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2] \ln \frac{Q^2}{Q_0^2}, \tag{3.45}$$

aqui $(1-z)_+$ é definido pela relação

$$\int_0^1 dz \frac{f(z)}{(1-z)_+} = \int_0^1 dz \frac{f(z) - f(1)}{1-z}, \tag{3.46}$$

onde as distribuições de quarks, antiquarks e gluons pode são dados nas eqs.(2.23a) e eq.(2.23b) na ref.[5].

Neste modelo, não são adicionadas correções perturbativas de ordem superior da QCD, no entanto é obtido um valor alto para o raio de confinamento do próton, num fator de 2.5 vezes o raio do próton físico. O argumento para este alto raio, é o fato de se ter realizado várias aproximações (somatórios são substituídos por integrais) no modelo e por haver estados suficientemente densos porque temos um espectro contínuo. São obtidos também resultados coerentes com os dados experimentais para a função de estrutura do próton F_2^p , quarks de valência e do mar comparado com dados experimentais na região $x \gtrsim 0.2$. Para a região de $x \lesssim 0.2$ contribuições de radiações de gluons e correções perturbativas na primeira ordem de QCD são importantes, no entanto para a distribuição de quarks do mar não são obtidos resultados satisfatórios nesta região, muito menos para a função de estrutura do próton $F_2(x)$.

3.4 Conclusão e discussão

Como observamos, estes modelos descrevem aproximadamente as distribuições dos quarks de valência, quarks de mar e funções de estrutura para o próton.

Os principais modelos descritos anteriormente não descrevem o problema da assimetria do mar de quarks no nucleon, a qual foi observada experimentalmente por *NMC*[65], e a razão e a diferença entre funções de estrutura do próton e do nêutron F_2^n/F_2^p e $F_2^p - F_2^n$.

Estes modelos de Mac-Ugaz[5] e Cleynmans-Thews [6] inspirados na idéia de Feynman [7] serviram como ponto de partida para apresentar um novo modelo estatístico a quarks [23], com um potencial efetivo central confinante para descrever as funções de estrutura do nucleon e distribuições de momento dos quarks, com um espectro discreto onde temos uma função de onda correspondente para cada nível de energia.

A idéia de Feynman é fundamental porque ajuda a explicar a assimetria observada do mar de quarks no nucleon baseada no princípio de Pauli.

O problema de descrever fenomenologicamente a estrutura do nucleon levou recentemente ao surgimento de outros modelos não-térmicos e modelos perturbativos dependentes de escalas de energia e de parâmetros, sendo estes ajustados a dados experimentais. A seguir comentaremos estes modelos que buscam descrever as distribuições a quarks, funções de estrutura do nucleon, assimetria do mar[28] e a razão entre funções de estrutura do nêutron e próton F_2^n/F_2^p .

3.4.1 Modelos Não Térmicos

Vários modelos teóricos tem sido proposto para estudar a distribuição dos quarks no interior do nucleon[20, 19]. Uma investigação de seções de choque invariante para a produção de K^{*-} e \bar{K}^{*0} na região de fragmentação do próton para reações $p - p$ e $\gamma - p$ tem dado uma prova direta da quebra da simetria do mar do nucleon [28], como mostrado na ref.[28] a simetria $SU(2)$ pode ser representada pela simples função dado por

$$\frac{\bar{u}(x)}{\bar{d}(x)} = (1 - x)^{3.6} . \quad (3.47)$$

Os modelos que a seguir vamos descrever são basicamente modelos perturbativos, não apresentam o parâmetro de temperatura T , nem consideram a estatística de Dirac-Fermi para os fermions.

Modelos mesônicos tem sido usado por vários autores[21] para explicar o valor experimental de Gottfried. Contribuições píônicas para $\bar{u} - \bar{d}$, por exemplo, são consideradas em [22].

O “*Modelo Valon*” [29] e o “*modelo de quarks constituintes quiral com configuração misturado*” [30]. Estes modelos se caracterizam por serem parametrizados (dependem de escalas de energia) ou fitados e no caso do modelo de quarks constituintes quiral dependem de uma parametrização sobre ângulos ϕ com uma

lagrangeana efetiva[‡] descrevendo a interação entre quarks e um noneto de bósons de Goldstone, que consiste em octeto e um singlete (ver Apêndice.(A.8)).

Modelo Valon

O valon é semelhante a um quark constituinte, onde os quarks de valência tem o respectivo mar de Dirac formam um *cluster* e isto é chamado “valon”. Num referencial de momento infinito, os valons transportam todo o momento do hádron, sendo estes ligados fracamente por gluons.

Por exemplo, o modelo a pártons da QCD descreve o nucleon composto de um numero infinito de pártons (quarks de valência, quarks de mar e gluons). No modelo a valon o nucleon é visto como um cluster do modelo a quark. Cada valon no nucleon carregaria parte do momento total do nucleon.

Seja a distribuição de um valon “ v ” no interior de um hádron “ h ”, como $G_{v/h}(y)$, sendo a probabilidade de cada valon (individual) v ter uma fração de momento “ y ” do hádron. A normalização para cada valon v e a regra de soma do momento (soma sobre todos os valons no hádron h) são respectivamente definidos como sendo

$$\int_0^1 G_{v/h}(y)dy = 1 ; \quad \sum_v \int_0^1 G_{v/h}(y)ydy = 1 . \quad (3.48)$$

Portanto a função de estrutura de um hádron F^h , esta relacionada à função de estrutura do valon $F^v(x/y, Q^2)$ mediante um teorema de convolução (funções de convolução) [35], na forma

$$F^h(x, Q^2) = \sum_v \int_x^1 dy G_{v/N}(y)F^v(x/y, Q^2) . \quad (3.49)$$

A idéia principal do modelo aparece quando o lado esquerdo da eq.(3.49) pode ser obtido a partir de dados experimentais, o termo $F^v(x/y, Q^2)$ são funções calculáveis usando QCD e então seria possível descrever o termo $G^{v/h}(y)$, neste termo não estão incluídos os estados ligados na descrição da estrutura interna dos constituintes.

A distribuição dos valons no nucleon [35], é descrita de forma simples, como

$$G_{UUD/p}(y_1, y_2, y_3) = g(y_1 y_2)^\alpha y_3^\beta \delta(y_1 + y_2 + y_3 - 1) , \quad (3.50)$$

[‡]Detalhes do formalismo do modelo, ver ref.[31]

onde $g = [B(\alpha + 1, \beta + 1)B(\alpha + 1, \alpha + \beta + 2)]^{-1}$, sendo $B(m, n)$ as funções de Euler[†] e para $\alpha = 1.76$ e $\beta = 1.05$ [36].

Portanto, as distribuições são descritas como uma combinação de funções beta[‡] com termos exponenciais, onde os exponenciais destas funções representam parâmetros que são ajustados a dados experimentais, todos eles dependem de um parâmetro de evolução definido como

$$t = \ln \left(\frac{\ln Q^2/\Lambda^2}{\ln Q_0^2/\Lambda^2} \right), \quad (3.51)$$

onde Q_0^2 , Λ são parâmetros de escala determinados a partir de dados experimentais, inicialmente $Q_0^2 = 0.283 \text{ GeV}^2$ e $\Lambda = 0.22 \text{ GeV}$ [34]. O número de parâmetros neste modelo aumenta conforme aumenta o número de pártons considerados.

Por exemplo, a parametrização para distribuição de momento para quarks de valência (não - polarizados), mar de quarks e gluons no interior do valon, é [38]

$$zq_{\text{valence/valon}}(z, Q^2) = az^b(1-z)^c, \quad (3.52)$$

$$zq_{\text{mar/valon}}(z, Q^2) = \alpha z^\beta(1-z)^\gamma[1 + \eta z + \xi z^{0.5}], \quad (3.53)$$

onde $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma, \eta, \xi$ são parâmetros descritos no Apêndice.(A.7) e dependem do parâmetro de evolução t .

Desta form, a partir da função de convolução na eq.(3.49), seria possível obter funções de estrutura para o nucleon[29, 37, 45]. A inclusão de processos de QCD, é feito através da emissão de gluons suaves (pares q, \bar{q}) por parte dos valons (não são os gluons do interior do valon) e permitiria formar estados ligados de valons entre eles (como mésons e bárions), os pares de quarks $\bar{q} - q$ seriam absorvidos pelo valon e podem se recombinar (com os valons tipo-U ou tipo-D no próton)[34].

Um par $u\bar{u}$ flutuaria na forma da combinação antiquark-quark. Para um antiquark de tipo \bar{u} com o valon tipo-D formaria a partícula π'^- e um quark u com o valon tipo-U formaria a partícula Δ'^{++} . O par $d\bar{d}$ flutuaria dentro do estado π'^+n , o qual mostraria excesso de pares $d\bar{d}$ sobre $u\bar{u}$ no próton, esta re-combinação cria uma flutuação de estados no nucleon para estados ligados $|\pi N\rangle$ e $|N\Delta\rangle$ [34, 39] o que poderia descrever a assimetria $\bar{d} - \bar{u}$ e a razão \bar{d}/\bar{u} no próton, este excesso quebra a simetria do mar no nucleon[28]. A flutuação gera uma nuvem de píons virtuais no valon.

[†]A função beta de Euler é definido por $B(p, q) = \int_0^1 x^{p-1} (1-x)^{q-1} dx$ com p e $q > 0$

[‡]Para maiores detalhes do formalismo do modelo a valon, ver refs.[28, 36, 37]

Modelo a quark constituinte quiral com configuração misturada (χCQM_{config})

A parametrização para a função de distribuição de momento para os quarks de valência e quarks do mar no nucleon[30] é definido neste modelo como sendo

$$u_{val}(x) = 8(1-x)^3 \cos^2 \phi + 4(1-x)^3 \sin^2 \phi + 8\sqrt{2}x^4(1-x)^3 \cos \phi \sin \phi , \quad (3.54)$$

$$d_{val}(x) = 4(1-x)^3 \cos^2 \phi + 2(1-x)^3 \sin^2 \phi - 8\sqrt{2}x^4(1-x)^3 \cos \phi \sin \phi , \quad (3.55)$$

$$\bar{u}(x) = \frac{a}{12} [(2\zeta + \beta + 1)^2 20] (1-x)^{10} , \quad (3.56)$$

$$\bar{d}(x) = \frac{a}{12} [(2\zeta + \beta - 1)^2 32] (1-x)^7 , \quad (3.57)$$

$$\bar{s}(x) = \frac{a}{3} [(\zeta\beta)^2 + 9\alpha^2] (1-x)^8 , \quad (3.58)$$

onde os valores são $a = 0.13$, $\alpha = \beta = 0.45$, $\zeta = -0.10$ e $\phi = 20^\circ$.

Efeitos das misturas de configuração são incorporados na distribuição de quarks de valência [32] onde $a=|q_8|^2$ denota a probabilidade de flutuação quiral $u(d) \rightarrow d(u) + \pi^{+(-)}$, onde $\alpha^2 a$, $\beta^2 a$ e $\zeta^2 a$ denota respectivamente a probabilidade de flutuações $u(d) \rightarrow s + K^{-(0)}$, $u(d, s) \rightarrow u(d, s) + \eta$, e $u(d, s) \rightarrow u(d, s) + \eta'$, outras configurações de misturas podem ser observados pelo leitor na ref.[33].

Este modelo permite calcular as distribuições para quarks de valência, e do mar (\bar{u} , \bar{d} , \bar{s}) no nucleon, permitindo calcular estimativas para a assimetria de quarks do mar $\bar{d} - \bar{u}$ em função da escala de Bjorken x , a razão e diferença entre funções de estrutura do nêutron e do próton.

Observe que, tanto o modelo valon como este modelo quiral não apresenta uma temperatura efetiva T , nem esta incluída a distribuição estatística de Fermi-Dirac para fermions e a distribuição de Bose-Einstein para bósons. Desta forma, a seguir mostraremos o formalismo do modelo estatístico a quarks com potencial confinante linear.

Capítulo 4

Estrutura do Nucleon no Modelo Estatístico a Quarks

4.1 Introdução

O modelo estatístico a quarks[23], permite descrever propriedades observadas na estrutura do nucleon, estas propriedades nos permitem estudar a assimetria da distribuição dos quarks no nucleon. Por exemplo, este modelo permite obter a razão e a diferença entre funções de estrutura do nêutron e próton F_2^n/F_2^p e $F_2^p-F_2^n$. Também nos permite calcular a razão e a diferença entre os quarks do mar \bar{d}/\bar{u} e $\bar{d}-\bar{u}$ no próton.

O modelo considera que os quarks estão sob ação de um potencial central único, como consequência, os níveis de energia são quantizados (discretos). Calculamos as funções de estrutura e para fazer isto temos de considerar, além dos níveis discretos, a função de onda correspondente a cada nível. A partir daí é que vamos obter a distribuição de momento.

4.2 O Potencial Linear

Supondo que os quarks estão sob a ação de um potencial confinante médio o potencial tem que estar relacionado ao confinamento e a liberdade assintótica na QCD. Em curtas distâncias, a QCD tem bons resultados e em longas distâncias é necessária a teoria não-perturbativa.

Curtas distâncias favorecem um potencial do tipo Coulomb $V(r) = \alpha_s(r)/r$, com α_s tornando-se menor a distâncias mais curtas levando à liberdade assintótica da QCD. A longas distâncias há razões experimentais e teóricas [47] para acreditar que as forças entre os quarks na QCD tornam-se aproximadamente independentes da distância, correspondendo a um potencial linear $V(r) \cong r$.

Portanto nesta dissertação escolhemos o seguinte potencial linear do tipo “*escalar + vetorial*” na forma mais geral possível

$$\widehat{V}(r) = (1 + \beta) V(r) , \quad (4.1)$$

onde: $V(r) = V_0 + \lambda r$ usado por P. L. Ferreira, J. A. Helayel, N. Zagury, será $V_0 = 0$ [10] este valor será *considerado em toda a tese*.

Porque não usar outro tipo de potencial?, explicaremos a seguir

♠ Este tipo de potencial linear escalar+vetorial, permite que a equação de Dirac se reduza à equação de Schrödinger, simplificando o cálculo da função de onda. Ou seja, vamos obter uma equação diferencial de segunda ordem.

♠ Nós permite obter uma solução analítica em termos de soluções de funções de Airy, as quais podem ser resolvidas numericamente de uma forma menos complexa.

♠ Evita o paradoxo de Klein [48], ou seja, a possibilidade de haver tunelamento mesmo quando o potencial é infinito e que ocorre quando há dominância do potencial vetorial.

♠ Poderíamos usar um potencial confinante do tipo harmônico que no entanto, é muito trabalhoso e complexo para se resolver.

4.3 Solução do potencial linear na eq. de Dirac

Quando aplicamos o potencial, todos os quarks individuais do sistema, tanto quarks de valência e de mar, são confinados por uma interação efetiva central com intensidade “ λ ” e igual expressão para as componentes escalar e vetorial. Assim a equação de Dirac a ser resolvida é da forma

$$\left[\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m_\alpha + \widehat{V}(r) \right] \psi_i(\vec{r}) = \varepsilon_{\alpha i} \psi_i(\vec{r}), \quad (4.2)$$

sendo então

$$\widehat{V}(r) = (1 + \beta)V(r) , \quad (4.3)$$

onde $V(r) = \lambda r$.

Os termos $\vec{\alpha}$ e β são as matrizes de Dirac 4×4 que pode ser re-escrita como matrizes de Pauli 2×2 , os índices “ i ” denota os níveis de energia $i = 0, 1, 2, \dots$ e o índice “ α ” denota o tipo de quark $\alpha = u, d, s$, logo temos

$$\left[\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m_\alpha + \frac{1}{2}(1 + \beta)V(r) \right] \psi_i(\vec{r}) = \varepsilon_{\alpha i} \psi_i(\vec{r}) , \quad (4.4)$$

onde $V(r) = \lambda r$. Escrevendo $\psi_i(\vec{r})$ na forma [10].

$$\psi_i(\vec{r}) = \begin{pmatrix} \varphi_i \\ \chi_i \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Assim os níveis de energia dos quarks confinados são obtidos da equação de Dirac estacionária

$$\left[\begin{pmatrix} O & \sigma_\beta \\ \sigma_\beta & 0 \end{pmatrix} p_\beta + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} m_\alpha + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} V(r) \right] \begin{pmatrix} \varphi_i \\ \chi_i \end{pmatrix} = \varepsilon_{\alpha i} \begin{pmatrix} \varphi_i \\ \chi_i \end{pmatrix} , \quad (4.6)$$

onde $\beta = x, y, z$ logo; obtemos o seguinte sistema de equações

$$(\sigma_\beta \cdot p_\beta) \chi_i + m_\alpha \varphi_i + V(r) \varphi_i = \varepsilon_{\alpha i} \varphi_i \quad (4.7)$$

$$(\sigma_\beta \cdot p_\beta) \varphi_i - m_\alpha \chi_i = \varepsilon_{\alpha i} \chi_i . \quad (4.8)$$

A partir da eq.(4.8) temos a relação entre as componentes superior e inferior

$$\chi_i(\vec{r}) = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{(m_\alpha + \varepsilon_{\alpha i})} \varphi_i(\vec{r}) , \quad (4.9)$$

logo, temos que

$$\psi_i(\vec{r}) = N \begin{pmatrix} \varphi_i(\vec{r}) \chi \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{(m_\alpha + \varepsilon_{\alpha i})} \varphi_i(\vec{r}) \chi \end{pmatrix} , \quad (4.10)$$

onde χ denota o espinor de Pauli e $\varphi_i(\vec{r})$ denota uma autofunção normalizada da equação radial. O sistema de equações acopladas será reduzido a uma equação diferencial de segunda ordem

$$\left[\vec{p}^2 + (m_\alpha + \varepsilon_{\alpha i}) (m + V(r_i) - \varepsilon_{\alpha i}) \right] \varphi_i(\vec{r}) = 0 . \quad (4.11)$$

Esta equação é solucionada para a parte radial. Para a eq.(4.11) é conveniente resolver em coordenadas esféricas, na forma

$$\varphi_i(\vec{r}) = \frac{F_i(r)}{r} \Omega_{j j_3 \ell}(\theta, \varphi) \quad (4.12)$$

$$\chi_i(\vec{r}) = i \frac{G_i(r)}{r} \Omega_{j j_3 \ell'}(\theta, \varphi) , \quad (4.13)$$

onde $l = j \pm 1/2$, $\ell' = j \mp 1/2$, $\ell + \ell' = 2j$. O operador $\vec{\sigma} \cdot \vec{n}$ (onde $\vec{n} = \hat{r}$ indica o vetor unitário de \vec{r}) relaciona $\Omega_{j j_3 \ell'}$ e $\Omega_{j j_3 \ell}$ na seguinte forma

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{n}) \Omega_{j j_3 \ell'} = -\Omega_{j j_3 \ell} , \quad (4.14)$$

de maneira que

$$\psi_i(\vec{r}) = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} F_i(r) \Omega_{j j_3 \ell} \\ i G_i(r) \Omega_{j j_3 \ell'} \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} F_i(r) \\ -i G_i(r) \vec{\sigma} \cdot \vec{n} \end{pmatrix} \Omega_{j j_3 \ell} , \quad (4.15)$$

sendo que $\vec{n} = \frac{\vec{r}}{r}$

As funções de onda esféricas $\Omega_{j j_3 \ell'}$ são definidas na forma

$$\Omega_{\ell+1/2, j_3, \ell} = (2j)^{-1/2} \begin{pmatrix} (j + j_3)^{1/2} Y_{\ell, j_3-1/2} \\ (j - j_3)^{1/2} Y_{\ell, j_3+1/2} \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

$$\Omega_{\ell-1/2, j_3, \ell} = (2j + 2)^{-1/2} \begin{pmatrix} -(j - j_3 + 1)^{1/2} Y_{\ell, j_3-1/2} \\ (j + j_3 + 1)^{1/2} Y_{\ell, j_3+1/2} \end{pmatrix} , \quad (4.17)$$

onde $Y_{\ell, m}$ são os harmônicos esféricos e a raiz quadrada vem dos Coeficientes de Clebsch-Gordan.

Por tanto temos duas equações para a parte radial

$$\frac{dF_i(r)}{dr} = -\frac{\kappa F_i(r)}{r} + (\varepsilon_{\alpha i} + m_{\alpha}) G_i(r) \quad (4.18)$$

$$\frac{dG_i(r)}{dr} = \frac{\kappa G_i(r)}{r} - (\varepsilon_{\alpha i} - m_{\alpha} - V(r)) F_i(r) , \quad (4.19)$$

onde “ κ ” é definido como

$$\kappa = \begin{cases} -(j + \frac{1}{2}) = -\ell - 1 & \text{para } \ell = j - \frac{1}{2} \\ j + \frac{1}{2} = \ell & \text{para } \ell = j + \frac{1}{2} \end{cases} \quad (4.20)$$

e $V(r) = \lambda r$, fazendo $F_i = r f_i$ e $G_i = r g_i$ obtemos o sistema de equações

$$\frac{df_i(r)}{dr} = -\frac{(1 + \kappa)f_i(r)}{r} + (\varepsilon_{\alpha i} + m_\alpha) g_i(r) \quad (4.21)$$

$$\frac{dg_i(r)}{dr} = \frac{(-1 + \kappa)g_i(r)}{r} - (\varepsilon_{\alpha i} - m_\alpha - V(r)) f_i(r) , \quad (4.22)$$

a forma como é obtido este resultado é mostrado em detalhe no Apêndice.(A.3), este sistema de equações foi resolvido numericamente a fim de obter tanto as funções de onda como os níveis de energia para diferentes valores de κ .

Para $\kappa = -1$, temos então $j^p = 1/2^+$ sendo o caso da *onda-s* ($\ell = 0$). Desta forma, obtemos a função de onda para a parte radial de φ_i e esta relacionado à função de Airy (Ai) que é a solução da equação diferencial da forma $y'' - xy = 0$ [ver apêndice.(A.4)].

$$\psi_{\alpha i}(r) = \sqrt{\frac{K_{\alpha i}}{4\pi}} \frac{\text{Ai}(K_{\alpha i}r + a_{i+1})}{r \left[\frac{d\text{Ai}(x)}{dx} \right] \Big|_{x=a_{i+1}}} , \quad (4.23)$$

onde $i = 0, 1, 2, 3, \dots$, “ α ” denota o tipo de quark ($\alpha = u, d, s$) e a_{i+1} é a $(i+1)$ -ésima raiz de $\text{Ai}(x)$ (são os zeros da função de Airy), e $K_{\alpha i} \equiv \sqrt[3]{\lambda x_{\alpha i}}$, onde $x_{\alpha i} \equiv m_\alpha + \varepsilon_{\alpha i}$ então $K_{\alpha i} \equiv \sqrt[3]{\lambda_\alpha(m_\alpha + \varepsilon_{\alpha i})}$, a massa m_α é a massa de corrente de quark e $\varepsilon_{\alpha i}$ são os níveis de energia para o quark tipo- $\alpha(u, d, s)$

$$\varepsilon_{\alpha i} = V_0^\alpha + m_\alpha - \frac{\lambda_\alpha}{K_{\alpha i}} a_{i+1} , \quad (4.24)$$

onde $V_0^\alpha = 0$ (constante). Na eq.(4.24), podemos agora obter o espectro de energia.

4.4 Função de Estrutura do Nucleon

4.4.1 Distribuição de Fermi-Dirac

Para o cálculo da função de estrutura do nucleon primeiramente aplicamos no modelo estatístico a distribuição de Fermi-Dirac, para isso calculamos soluções numéricas da equação de Dirac para o modelo de potencial confinante. A densidade de probabilidade para um sistema fermiônico com níveis de energia ε_i e temperatura efetiva T é definido por

$$\rho_\alpha(\vec{r}) = \sum_i g_i \psi_i^\dagger(\vec{r}) \psi_i(\vec{r}) \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_i - \mu_\alpha}{T}\right)} , \quad (4.25)$$

onde “ α ” denota os sabores de quarks $\alpha = u, d, s$, logo “ $\mu_\alpha (= -\mu_{\bar{\alpha}})$ ” é o potencial químico, ajustado de tal modo a normalizar o somatório, o termo $-\mu_{\bar{\alpha}}$ denota a antipartícula $\bar{\rho}(\vec{r}) = \rho(\vec{r}) |_{\mu_\alpha \rightarrow -\mu_{\bar{\alpha}}}$ e sempre consideramos que $\mu_\alpha > \varepsilon_0$ no exponencial para evitar problemas quando a temperatura $T \rightarrow 0$.

O termo “ g_i ” denota a degenerescência de cada nível e $|\psi_i(\vec{r})|^2$ é a densidade de probabilidade para cada estado normalizado a 1

$$\int \psi_i^\dagger(\vec{r}) \psi_i(\vec{r}) d^3r = 1 . \quad (4.26)$$

Com potenciais químicos apropriados, temos a função de onda do nucleon normalizada, com o número correto de quarks de valência “ α ”, para o próton e nêutron. O valor experimental da violação da regra de soma de Gottfried é utilizado para se obter o ajuste da temperatura efetiva T , que é um parâmetro do modelo estatístico.

Consideramos quarks leves u e d com a correspondente massa de quarks de corrente dado por $m_u = m_d = 0$, portanto as energias são iguais para os quarks u e d , dessa forma temos a seguinte normalização para *próton* (*nêutron*)

$$\begin{aligned} & \int [\rho_\alpha(\vec{r}) - \bar{\rho}_\alpha(\vec{r})] d^3r = \\ & = \sum_i g_i \left[\frac{1}{1 + \exp(\frac{\varepsilon_i - \mu_\alpha}{T})} - \frac{1}{1 + \exp(\frac{\varepsilon_i + \mu_\alpha}{T})} \right] \\ & = \begin{cases} 1 & , \text{ para } \alpha = d (u) \\ 2 & , \text{ para } \alpha = u (d) \end{cases} \end{aligned} \quad (4.27)$$

com unidades $k, \hbar, c = 1$.

A massa média* para o próton M_p e nêutron M_n , são expressadas em termos dos correspondentes níveis de energia

$$\begin{aligned} & \left. \begin{aligned} M_p &= 2M_u + M_d \\ M_n &= 2M_d + M_u \end{aligned} \right\} = \\ & = \sum_{\alpha=u,d} \sum_i g_i \left[\frac{\varepsilon_i}{1 + \exp(\frac{\varepsilon_i - \mu_\alpha}{T})} + \frac{\varepsilon_i}{1 + \exp(\frac{\varepsilon_i + \mu_\alpha}{T})} \right] , \end{aligned} \quad (4.28)$$

*referido como “*massa térmica*” pela dependência sobre o parâmetro de temperatura T

é dizer

$$\begin{aligned} M_d(T) &\equiv M_d^{(proton)}(T) = M_u^{(neutron)}(T) \\ &= \sum_i g_i \left[\frac{\varepsilon_i}{1 + \exp(\frac{\varepsilon_i - \mu_d}{T})} + \frac{\varepsilon_i}{1 + \exp(\frac{\varepsilon_i + \mu_d}{T})} \right], \end{aligned} \quad (4.29)$$

onde M_d denota a massa térmica do quark d constituinte e analogamente a massa térmica para o quark u é M_u e definida por

$$\begin{aligned} 2M_u(T) &\equiv 2M_u^{(proton)}(T) = 2M_d^{(neutron)}(T) \\ &= \sum_i g_i \left[\frac{\varepsilon_i}{1 + \exp(\frac{\varepsilon_i - \mu_u}{T})} + \frac{\varepsilon_i}{1 + \exp(\frac{\varepsilon_i + \mu_u}{T})} \right]. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Como o quark u está normalizado a 2 (no próton), a fórmula acima fornece o dobro da massa do quark u . Esta massa varia com a temperatura e para $T = 0$ ela se reduz ao valor experimental. Outra observação importante é relativa à diferença entre os potenciais químicos dos quarks u e d , o que implica em diferentes quantidades de antipartículas \bar{u} e \bar{d} .

Para calcular a função de estrutura de nucleon, escrevemos a função de onda no espaço de momento, considerando a transformada de Fourier, assim podemos escrever as densidades de probabilidades em termos da variável “ x ” de Bjorken. Por tanto devemos calcular a transformada de Fourier das densidades.

A densidade de probabilidades na representação do espaço dos momentos, é na forma

$$\rho_\alpha(\vec{p}) = \sum_i g_i \frac{\Phi_i^\dagger(\vec{p}) \Phi_i(\vec{p})}{1 + \exp(\frac{\varepsilon_i - \mu_\alpha}{T})}, \quad (4.31)$$

onde

$$\Phi_i(\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \exp(-i\vec{p}\cdot\vec{r}) \psi_i(\vec{r}) d^3r, \quad (4.32)$$

representa a transformada de Fourier de $\psi_i(\vec{r})$.

No sistema em que o próton está em repouso, a energia dos constituintes é ε_i , então escrevemos em *variáveis de plano nulo*

$$p^+ = xP^+, \quad P^+ = M_N \quad (N \equiv n, p) \quad (4.33)$$

$$p_z = p^+ - \varepsilon_i, \quad p_z = M_N \left(x - \frac{\varepsilon_i}{M_N} \right), \quad (4.34)$$

onde “ x ” é a fração de momento do nucleon carregado pelo quark [†], M_N é a massa térmica do nucleon numa temperatura T , p_z é a componente de momento longitudinal do quark que introduz a escala de Bjorken (note que $p = \sqrt{p_z^2 + p_\perp^2}$, tal que integrando na variável p_\perp obtemos a função que vai depender unicamente sobre a escala de Bjorken x).

Desta forma redefinimos a função de onda na eq.(4.32) como

$$\Phi_i(\vec{p}) = \Phi_i(p_z, p_\perp) = \Phi_i(p_z(p^+), p_\perp) \equiv \Phi_i(x, p_\perp) . \quad (4.35)$$

Aplicando a eq.(4.35) na eq.(4.31) e integrando no momento perpendicular d^2p_\perp obtemos a distribuição de momento longitudinal (ou função de estrutura), então

$$q_T(x) = q_\alpha(x) = \sum_i \int d^2p_\perp \frac{\Phi_i^\dagger \Phi_i}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_i - \mu_\alpha}{T}\right)} , \quad (4.36)$$

onde

$$\Phi_i = \Phi_i\left(M_N\left(x - \frac{\varepsilon_i}{M_N}\right), p_\perp\right) , \quad (4.37)$$

este resultado indica que $q_T(x)$ descreve a probabilidade de um quark carregar uma fração x do momento total do nucleon assumindo uma temperatura efetiva T .

A função de estrutura do nucleon $F_2^N(x)$, é definida por

$$F_2^N(x) = \sum_\alpha e_\alpha^2 x q_\alpha(x) , \quad (4.38)$$

onde e_α é a carga elétrica do correspondente sabor de quark $\alpha = u, d, s, \bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$. Por conveniência substituímos $q_\alpha(x)$ por $\alpha(x)$. Por exemplo: $q_u(x) = u(x)$, $q_d(x) = d(x)$, $q_s(x) = s(x)$, etc.

Para a distribuição antiquark \bar{q}_T , simplesmente substituímos μ_α por $-\mu_\alpha$ na eq.(4.36). Os potenciais químicos μ_u e μ_d são usados para normalizar o número de quarks de valência no nucleon, tal que no caso do próton temos [ver eq.(4.27)],

$$\int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx = 2 , \quad \int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)] dx = 1 \quad (4.39)$$

$$\int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx = 0 \quad (4.40)$$

trocamos os sabores de u e d nas equações acima para o caso do nêutron.

[†]ou fração de momento de Bjorken

Os potenciais químicos μ_u , μ_d e a temperatura T são ajustados por três observáveis, respectivamente, dados pela *normalização dos quarks de valência u e d* [ver eq.(4.39)] e *pelo valor experimental da violação da regra de soma de Gottfried*.

O potencial químico para o quark estranho μ_s no caso do nucleon é zero $\mu_s = 0$, como pode ser observado na eq.(4.40).

4.4.2 Transformada de Fourier para a função de onda

A transformada de Fourier para a função de onda no espaço de momentos para o quark [ver eq.(4.15)], é definida em coordenadas esféricas na forma

$$\Phi_i(\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\phi \int d\theta \int dr r^2 \sin \theta Y_l^m(\theta, \phi) e^{-i|p|\cdot|r|\cos\theta} \psi_i(\vec{r}) , \quad (4.41)$$

onde

$$\psi_i(\vec{r}) = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} F_i(r) \Omega_{jj_3\ell} \\ i G_i(r) \Omega_{jj_3\ell'} \end{pmatrix} , \quad (4.42)$$

o que resulta na expressão no espaço de momentos

$$\Phi_i(\vec{p}) = \begin{pmatrix} \tilde{F}_i(p) \Omega_{jj_3\ell} \\ -i \tilde{G}_i(p) \Omega_{jj_3\ell'} \end{pmatrix} , \quad (4.43)$$

onde a fração de momentum de Bjorken $p_z = M_n(x - \varepsilon_i/M_n)$ e aplicando variáveis de plano nulo, temos a distribuição de momento longitudinal $q_T(x)$

$$q_T(x) = q_\alpha(x) = \sum_i \int d^2k_\perp \frac{\Phi_i^\dagger \Phi_i}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_i - \mu_\alpha}{T}\right)} , \quad (4.44)$$

onde

$$\Phi_i = \Phi \left(M_n \left(x - \frac{\varepsilon_i}{M_n} \right), k_\perp \right) , \quad (4.45)$$

na mesma forma como foi obtido na eq.(4.36) [ver Apêndice.(A.6)].

4.5 Efeito de Instantons

Na QCD, uma teoria de Gauge não abeliana, há flutuações coletivas (campos) no vácuo devido ao regime de acoplamento forte, um exemplo são *os instantons*. As

excitações coletivas resultam na condensação dos campos e diminuição de densidade de energia do vácuo comparada com as densidades de energia da teoria perturbativa.

Para determinar quanto deve ser subtraído da energia total do sistema, utiliza-se a densidade de Lagrangeana do modelo líquido de instantons dado por Dorokhov [49] †[ver Apêndice.(A.5)] Portanto, os instantons influem na massa de um hádron. Mas, quais hádrons? Nesta seção realizamos um breve comentário sobre o modelo de instantons, sem intenção de chegar a uma descrição total de tal modelo.

A diferença entre as interações dos quarks u e d no nucleon são consideradas contribuições de instantons, estas são dependentes do sabor-spin, cada quark interage com outro quark, de spin oposto e de diferente sabor.

Não existe contribuição de efeito de instantons para partículas de spin 3/2 como na partícula delta $\Delta(1232)(uud)$ [ver Tabela.(4.1)]. Para o nucleon esta contribuição é negativa na energia.

Esta contribuição (a qual atua em estados singletos de spin dos quarks) é responsável pela diferença de massa (separação) entre o nucleon e a partícula delta $\Delta(1232)$: $\Delta(3/2) - N(1/2)$.

A energia do nucleon em $T = 0$ é igual a $1232 MeV$. No nucleon existem processos de interação com contribuição de efeito de instantons (no estado fundamental), cuja energia é negativa. Portanto, adicionamos este efeito na massa do nucleon em $T = 0$, corrigindo para

$$\begin{aligned} M_{N:corrigido}(T = 0) &= M_N(T = 0) + \varepsilon_I \\ &\equiv M_\Delta(T = 0) + \varepsilon_I \\ &= (1232 - 267)MeV = 965 MeV , \end{aligned} \quad (4.46)$$

este valor corresponde ao valor experimental do nucleon*.

Reproduzimos a continuação a tabela.(4.1) de Dorokhov [49], onde o mesmo cálculo foi feito para o modelo de sacola do MIT. Da tabela (4.1) segue que a diferença devido ao spin entre os multipletos hadrônicos é determinada pela interação induzida pelo efeito de instantons [Apêndice.(A.44)]. A lagrangeana na

†O cálculo é feito no estado fundamental, para interação instantons ε_I é considerado o primeiro estado fundamental e não os estados excitados, porque estados com raio maior a interação ficaria mais fraca, agora se são considerados muitos estados ficaria muito complicado poder encontrar o valor para interação instantons.

*Não consideramos o efeito devido a troca de gluons que seria uma correção adicional.

eq. Apêndice.(A.44) considera todas as interações entre quarks u e d devido a instantons. Assim desde os dados da tabela.(4.1) para a energia do efeito de instantons ε_I podemos obter a tabela (4.2) para o modelo da tese.

	N	Δ	Ω	Σ	Λ
M_0 (MeV)	1219	1219	1644	1360	1360
ε_G (MeV)	-22	22	14	-17	-23
ε_I (MeV)	-223	0	0	-162	-201
M (MeV)	941	1243	1660	1160	1100
M_{exp} (MeV)	940	1236	1672	1192	1116

Tabela 4.1: ε_I devido a instantons, ε_G devido à troca de um gluon, em unidades MeV, ver ref.[49].

	N	$\Delta(uud)$	$\Omega(sss)$
M_0 (MeV)	1232	1232	1676
ε_I (MeV)	-267	0	0
M (MeV)	$M_N = 965$	1232	1676

Tabela 4.2: A energia do estado fundamental ε_I é devido a efeito de instantons em $T = 0$ em unidades MeV para o modelo da tese.

Desta forma o efeito de instantons aqui na tese é considerado como fenomenológico. No entanto não estamos tentando fixar a massa do nucleon.

4.6 Conteúdo de Estranheza no Nucleon

O conteúdo da estranheza no nucleon é uma aplicação do modelo estatístico a quarks [ver capítulo 7], cujos resultados são próximos dos dados experimentais. Para calcular a distribuição do quark estranho $s(x)$ dentro da partícula $\Omega(sss)$ e supondo que o quark estranho na partícula Ω seja o mesmo que no nucleon, então, obedecem à mesma distribuição estatística. Por tanto, temos os seguintes observáveis relevantes expressados pelos termos η e κ definidas por [12, 30, 50, 51, 52, 53, 54]

$$\eta = \frac{2 \int_0^1 x s(x) dx}{\int_0^1 x [u(x) + d(x)] dx} \quad (4.47)$$

$$\kappa = \frac{2 \int_0^1 x s(x) dx}{\int_0^1 x [\bar{u}(x) + \bar{d}(x)] dx} , \quad (4.48)$$

onde η e κ representa a razão entre os quarks estranhos e os quarks no nucleon e a razão entre os quarks estranhos e os antiquarks não-estranhos no mar, respectivamente.

Com η/κ obtemos a razão entre os antiquarks não-estranhos e quarks no nucleon e é independente de $s(x)$

$$\frac{\eta}{\kappa} = \frac{\int_0^1 [\bar{u}(x) + \bar{d}(x)] x dx}{\int_0^1 [u(x) + d(x)] x dx} . \quad (4.49)$$

Capítulo 5

Funções de Estrutura do Próton e Nêutron - Razões e Diferenças

5.1 Introdução

Consideramos, o valor da massa de corrente dos quarks u e d

$$m_u = m_d = 0 \quad , \quad (5.1)$$

sendo $\lambda_u = \lambda_d = \lambda$ e $V_0^\alpha = 0$, então, os níveis de energias a partir da eq.(4.24) são expressados por

$$\varepsilon_{\alpha i} = \sqrt{\lambda_\alpha} (-a_{i+1})^{\frac{3}{4}} \quad , \quad (5.2)$$

onde $i = 0, 1, 2, \dots$. Os valores de a_{i+1} [56] são

$$a_1 = -2.338107410 \quad (5.3)$$

$$a_2 = -4.087949444 \quad (5.4)$$

$$a_3 = -5.520559828 \quad (5.5)$$

$$a_4 = -6.786708090 \quad (5.6)$$

$$a_5 = -7.944133587 \quad . \quad (5.7)$$

Como estamos considerando massas nulas e iguais para os quarks u e d e o mesmo acoplamento λ ($\lambda_u = \lambda_d = \lambda$), então não temos como distinguir praticamente quem é quem. Portanto, a única interação que vai diferenciá-los é a interação de spin-sabor entre os próprios quarks, que nos levaria ao *efeito de instantons*.

Como um teste, se o valor para o parâmetro $\lambda = 400 \text{ MeV}/\text{fm}$ e $m = 0$ obtemos valores analíticos e comparamos com os resultados numéricos aplicados à eq.(5.2), desta forma mostramos a continuação na tabela.(5.1) ambos resultados para os níveis energéticos, onde a constante de conversão é $\hbar c = 197.33 \text{ MeV}\cdot\text{fm}$. Assim, a partir de um programa numérico podem ser calculadas as funções de onda e os diferentes níveis de energia, variando o momento angular κ .

Estado	Exato (MeV)	Programa (MeV)
$1s_{1/2}$	531.22	531.18
$2s_{1/2}$	807.70	807.86
$3s_{1/2}$	1011.84	1011.73
$4s_{1/2}$	1181.33	1181.37
$5s_{1/2}$	1329.42	1329.99

Tabela 5.1: Tabela para os níveis de energia da eq.(5.2) com $\lambda=400 \text{ MeV}/\text{fm}$, $m = 0$, $\lambda_u = \lambda_d = \lambda$ e $\kappa = -1$.

5.2 Parametrização do potencial

Observáveis como a massa térmica M da partícula dependerão do parâmetro de temperatura T . Outros observáveis, por exemplo, como os potenciais químicos e o valor da regra de soma de Gottfried também dependerão da temperatura.

Se a massa de quark de corrente é $m = 0$, e $\lambda_u = \lambda_d = \lambda$ para os quarks u e d , e considerando que o quark estranho no interior da partícula $\Omega(\text{sss})$ é o mesmo que no nucleon, então podemos calcular a distribuição “ $s(x)$ ”, ou seja, a distribuição da estranheza conforme a fração de momento x . Esta distribuição é calculada mediante as grandezas η e κ , definidos na eq.(4.47) e eq.(4.48).

Ajustamos “ λ_α ” ($\alpha = u, d, s$) mediante a *seguinte condição*

$$\varepsilon_{\alpha 0} = \frac{M_{\text{Barion}}}{3} , \quad (5.8)$$

onde $\varepsilon_{\alpha 0}$ é a energia do estado fundamental e M_{Barion} a massa de um bárion no estado fundamental. Quando a temperatura $T = 0$ todas as partículas estão no estado fundamental e portanto, a soma de suas energias é igual à massa da partícula. Então temos

$$\varepsilon_0 \simeq \frac{M_\Delta}{3} \quad \text{e} \quad \varepsilon_0^{(s)} \simeq \frac{M_\Omega}{3} . \quad (5.9)$$

Escolhemos a partícula $\Delta(\text{uud})$ (ressonância) com $massa = 1232$ MeV e a partícula $\Omega(\text{sss})$ com $massa = 1676$ MeV. Os diferentes valores obtidos para λ_α são ilustrados na tabela.(5.2) onde aplicamos a constante de conversão $\hbar c = 197.33$ MeV.fm, e para os quarks u, d obtemos as respectivas intensidade da interação λ_u e λ_d usando a eq.(5.2) e para obter λ_s usa-se a eq.(4.24) onde $m_s = 104$ MeV, valor escolhido a partir do PDG[55].

	u	d	s
λ (MeV/fm)	239.05	239.15	357.35
m (MeV)	0	0	104
ε_0 (MeV)	1232/3=410.67	410.67	1676/3=558.67

Tabela 5.2: Parâmetros para os três sabores de quarks u, d, s , massa de corrente “ m ” e as energias no estado fundamental “ ε_0 ” em $T = 0$ ($\lambda_u = \lambda_d \neq \lambda_s$).

Consideramos as partículas $\Delta(1232)$ e $\Omega(1676)$ porque a contribuição de instantons é *zero* nestas partículas.

5.2.1 Efeito de Instantons para lambdas iguais

Se consideramos o efeito de instantons sobre o nível de energia do estado fundamental em $T = 0$. Se o valor para a energia de efeito de instantons é $\varepsilon_I = 267$ MeV [ver tabela.(5.2)]. Logo, o nível energético cai para $\varepsilon_0 = (1232 - 267)/3 \approx 322$ MeV, este resultado ajustará o modelo. Mostramos na tabela.(5.3) os valores obtidos usando a eq.(5.2).

O modelo, parametrizado para o nucleon sem considerar explicitamente o efeito instanton, terá $\varepsilon_0 = \frac{N(937)}{3}$ para a energia do estado fundamental. Considerando o efeito de instantons no modelo, teremos a parametrização pela ressonância Delta, com $\varepsilon_0 = \frac{\Delta(1232)}{3}$, com o efeito instanton sendo responsável pela diferença de energia de 267MeV .

	u	d
λ (MeV/fm)	≈ 147	≈ 147
m (MeV)	0	0
ε_0 (MeV)	$965/3 \approx 322$	≈ 322

Tabela 5.3: Parâmetros para os sabores de quarks u , d , massa de corrente “ m ” e as energias no estado fundamental “ ε_0 ” em $T = 0$ considerando o efeito de instantons.

5.3 Efeito da Temperatura no modelo

Foram desenvolvidos programas numéricos para calcular as funções de onda, o espectro de energia, potenciais químicos, massas térmicas dos quarks, antiquarks, massa total do nucleon e a transformada de Fourier. A equação de Dirac foi resolvida e obtidos um alto número de estados, observando boa convergência do modelo.

Os níveis de energia não são degenerados para os diferentes valores de κ , exceto para altos valores de $\ell = 10$ para o momento angular. Quando consideramos muitos estados (acima de 40 estados) não observamos diferença alguma nos resultados finais (funções de estrutura dos quarks do mar e do próton e do nêutron) se comparamos com um número moderado de estados (acima de 20).

Os cálculos foram realizados ajustando a temperatura T com o valor experimental [eq.(5.10)] da regra de soma de Gottfried [14], cujo valor mais recente é

$$I_{GSR} = \int_0^1 (\bar{d}(x) - \bar{u}(x)) dx = 0.118 \pm 0.012 \quad \text{E866/NuSea (2002) [58]} \quad , \quad (5.10)$$

outros valores anteriores são:

$$I_{GSR} = 0.148 \pm 0.039 \quad \text{NMC [65]} \quad (5.11)$$

$$I_{GSR} = 0.16 \pm 0.03 \quad \text{Hermes [57]} \quad . \quad (5.12)$$

Depois, ajustamos o numero de quarks de valência para o próton e o nêutron usando os potenciais químicos para o quark u (μ_u) e quark d (μ_d) [via eq.(4.27)]. E, de forma auto-consistente, procuramos acertar as massas do próton e nêutron. Este ajuste pode ser feito para a ressonância delta $\Delta(1232)$.

Nas seguintes subseções iremos ilustrar o efeito da temperatura no modelo para os casos: sem efeito de instantons e com efeito de instantons no estado fundamental.

5.3.1 Sem efeito de instantons

A energia do estado fundamental é $\varepsilon_0 = 410,667$ MeV e $\lambda_{u,d} = \lambda = 239.05$ MeV/fm em $T = 0$. Tem sido feita uma completa leitura dos níveis de energia, verificando para cada nível n o momento angular ℓ correspondente. Foi obtido um máximo número de estados suficientes para análise (54 estados de energia), onde foram incluídos os estados excitados próximos do estado fundamental.

Obtido o espectro, procuramos calcular os valores dos potenciais químicos para u e d ; λ_u , λ_d e massas térmicas para quarks u e d e a massa total do nucleon. No entanto cabe ressaltar que a medida que consideramos estados excitados (que não são do estado fundamental) com alto momentum angular ($\ell > 9$) os valores de energia começa a se repetir, apresentando uma forte degenerescência, estes níveis foram eliminados porque não tem muita influencia nos cálculos.

Outro detalhe da convergência do modelo, é que, a medida que aumentamos o número de estados, a temperatura T tende a saturar-se, ou seja, o valor da temperatura tende a diminuir ate alcançar um valor fixo e único. Este aumento no número de estados contribui para a diminuição dos potenciais químicos e aumento das massas térmicas.

Na tabela.(5.4) mostramos os resultados do modelo para a evolução dos potenciais químicos dos quarks u e d e a evolução do valor da regra de soma de Gottfried em função da temperatura efetiva T variando o número de estados[†] ilustrado na figura.(5.1). Nas tabelas.(5.5) e tabela.(5.6) mostramos os resultados do modelo para a evolução das massas térmicas para quarks, antiquarks e a massa total do nucleon em função da temperatura efetiva T variando o numero de estados. A escolha da temperatura efetiva T será simplesmente tomar o valor de Gottfried teórico na tabela.(5.4), comparando com o respectivo valor experimental.

[†]Não estamos incluindo na tabela os 54 estados obtidos, a intenção é ilustrar o efeito da temperatura no modelo com um determinado e suficiente número de estados.

T	10 estados			20 estados			29 estados			38 estados		
	μ_u	μ_d	<i>Gott</i>	μ_u	μ_d	<i>Gott</i>	μ_u	μ_d	<i>Gott</i>	μ_u	μ_d	<i>Gott</i>
90	277	211	0.005	243	180	0.009	228	166	0.013	219	157	0.016
100	246	176	0.016	204	138	0.033	184	121	0.046	171	110	0.058
110	216	143	0.040	166	102	0.083	142	84	0.116	127	73	0,142
120	187	115	0.080	131	74	0.157	106	58	0.206	92	49	0.242

Tabela 5.4: Evolução dos potenciais químicos dos quarks u e d ($\mu_u; \mu_d$) e do valor da regra de soma de Gottfried (*Gott*) em função da temperatura T em unidades MeV variando o número de estados. Sem efeito de instantons[49] no estado fundamental, com lambdas iguais para os quarks u e d ($\lambda = \lambda_u = \lambda_d$).

T	10 estados		20 estados		29 estados		38 estados	
	m_u	m_d	m_u	m_d	m_u	m_d	m_u	m_d
90	1095	545	1198	605	1267	644	1325	671
100	1116	571	1255	657	1346	722	1405	768
110	1155	610	1334	753	1466	870	1560	958
120	1206	676	1454	911	1674	1127	1858	1302

Tabela 5.5: Evolução das massas térmicas dos quarks u (m_u), d (m_d) em função da temperatura T em unidades MeV variando o número de estados. Sem efeito de instantons[49] no estado fundamental, os valores respectivos de Gottfried estão na tabela.(5.4).

T	10 estados			20 estados			29 estados			38 estados		
	$m_{\bar{u}}$	$m_{\bar{d}}$	m_{tot}	$m_{\bar{u}}$	$m_{\bar{d}}$	m_{tot}	$m_{\bar{u}}$	$m_{\bar{d}}$	m_{tot}	$m_{\bar{u}}$	$m_{\bar{d}}$	m_{tot}
90	2	5	1649	5	11	1820	8	16	1936	10	21	2028
100	9	17	1712	22	42	1976	35	65	2169	46	86	2306
110	24	46	1836	67	119	2274	112	190	2639	156	255	2931
120	56	102	2041	166	268	2801	289	431	3522	404	577	4142

Tabela 5.6: Evolução das massas térmicas dos antiquarks anti- u ($m_{\bar{u}}$), anti- d ($m_{\bar{d}}$) e massa total do nucleon (m_{tot}) em função da temperatura T em unidades MeV variando o número de estados. Sem efeito de instantons[49] no estado fundamental, com lambdas iguais para os quarks u e d ($\lambda = \lambda_u = \lambda_d$). Os valores respectivos de Gottfried estão na tabela.(5.4).

5.3.2 Resultados sem efeito de instantons

Todos os resultados a seguir são para o caso sem efeito de instantons[49] no estado fundamental e com lambdas iguais para os quarks u e d .

Na figura.(5.1) mostramos os resultados do modelo para os potenciais químicos para os quarks u e d apartir da tabela.(5.4) em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura efetiva entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O resultado é apresentado mediante vários plots diferentes.

No gráfico esquerdo (a); obtemos resultados para o potencial químico μ_u ; com linha contínua vermelha, os resultados para 10 estados; com linha tracejada-azul, os resultados para 20 estados; com linha 2-pontos-preto para 29 estados; com linha tracejada-2-pontos laranja para 38 estados.

No gráfico direito (b); obtemos quatro plots para o potencial químico μ_d ; com igual comportamento nos resultados como no caso do potencial químico μ_u para 10, 20, 29 e 38 estados.

O potencial químico diminui com o aumento da temperatura T , o aumento do número de estados considerados no modelo influencia nos valores do potencial químico porque produz uma queda proporcional nos valores dos potenciais, por exemplo para uma temperatura em $T = 90$ MeV temos para o potencial químico $\mu_u(10 \text{ estados}) > \mu_u(20 \text{ estados}) > \mu_u(29 \text{ estados}) > \mu_u(38 \text{ estados})$. Esta diminuição acontece porque a temperaturas mais altas, os níveis de energias mais altos contribuem muito mais, alterando as proporções nos somatórios. Se consideramos um número maior de estados (acima de 38 estados por exemplo) a curva dos potenciais químicos tende a saturar-se ou a fixar-se numa única curva. Observamos que a ordem nos valores entre os potenciais químicos dos quarks u e d é $\mu_u > \mu_d$.

Na figura.(5.2) mostramos os resultados do modelo para as massas térmicas dos quarks u e d apartir da tabela.(5.5) em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura efetiva entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O resultado é apresentado mediante vários plots diferentes.

No gráfico esquerdo (a); obtemos resultados para a massa térmica m_u ; com linha contínua vermelha, os resultados para 38 estados; com linha tracejada-azul, os resultados para 29 estados; com linha 2-pontos-preto para 20 estados; com linha tracejada-2-pontos laranja para 10 estados.

No gráfico direito (b); obtemos quatro plots para a massa térmica m_d ; com igual

comportamento nos resultados como no caso da massa térmica m_u para 10, 20, 29 e 38 estados.

A massa térmica aumenta rapidamente com o aumento da temperatura T . Se aumentarmos o número de estados no modelo as massas térmicas experimentam um aumento significativo nos valores, por exemplo, para uma temperatura de $T = 90$ MeV temos para os valores da massa térmica $m_u(38 \text{ estados}) > m_u(29 \text{ estados}) > m_u(20 \text{ estados}) > m_u(10 \text{ estados})$. Observamos que a ordem nos valores para as massas térmicas dos quarks u e d é $m_u > m_d$.

Na figura.(5.3) mostramos os resultados do modelo para as massas térmicas dos antiquarks \bar{u} e \bar{d} a partir da tabela.(5.6) em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura efetiva entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O resultado é apresentado mediante vários plots diferentes.

No gráfico esquerdo (c); obtemos resultados para a massa térmica $m_{\bar{u}}$; com linha contínua vermelha, os resultados para 38 estados; com linha tracejada-azul, os resultados para 29 estados; com linha 2-pontos-preto para 20 estados; com linha tracejada-2-pontos laranja para 10 estados.

No gráfico direito (d); obtemos quatro plots para a massa térmica $m_{\bar{d}}$; com igual comportamento nos resultados como no caso da massa térmica $m_{\bar{u}}$ para 10, 20, 29 e 38 estados.

A massa térmica dos antiquarks aumenta rapidamente com o aumento da temperatura T , por exemplo para uma temperatura em $T = 110$ MeV temos para os valores da massa térmica $m_{\bar{u}}(38 \text{ estados}) > m_{\bar{u}}(29 \text{ estados}) > m_{\bar{u}}(20 \text{ estados}) > m_{\bar{u}}(10 \text{ estados})$. Observamos que a ordem nos valores para as massas térmicas dos quarks \bar{u} e \bar{d} é $m_{\bar{d}} > m_{\bar{u}}$, refletindo o efeito de existir maior quantidade de antiquarks \bar{d} que de antiquarks \bar{u} de mar.

Na figura.(5.4) mostramos os resultados do modelo para a massa total do nucleon desde a tabela.(5.6) em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura efetiva entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. No gráfico mostramos os resultados para a massa térmica total do nucleon m_N ; com linha contínua vermelha, os resultados para 38 estados; com linha tracejada-azul, os resultados para 29 estados; com linha 2-pontos-preto para 20 estados; com linha tracejada-2-pontos laranja para 10 estados.

A massa térmica total aumenta rapidamente com o aumento da temperatura T . Se aumentarmos o número de estados no modelo a massa térmica total expe-

rimenta um aumento significativo nos valores, por exemplo para uma temperatura em $T = 110$ MeV temos para os valores da massa térmica total $m_N(38 \text{ estados}) > m_N(29 \text{ estados}) > m_N(20 \text{ estados}) > m_N(10 \text{ estados})$.

Na figura.(5.5) mostramos os resultados do modelo para a evolução dos valores da violação da regra de soma de Gottfried[14] apartir da tabela.(5.4) em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura efetiva entre $90 \leq T \leq 130$ MeV.

No gráfico mostramos os resultados para o valor de Gottfried e apresentamos mediante 4 plots diferentes de acordo com o número de estados; com linha contínua vermelha, os resultados para 38 estados; com linha tracejada-azul, os resultados para 29 estados; com linha 2-pontos-preto para 20 estados; com linha tracejada-2-pontos laranja para 10 estados. O valor experimental de Gottfried[†] é obtido desde a ref.[58] e que corresponde à faixa verde na figura.(5.5).

O valor de Gottfried aumenta rapidamente com o aumento da temperatura T . Se aumentarmos o número de estados (acima de 38 estados, por exemplo) no modelo o valor de Gottfried experimenta um aumento significativo nos valores, por exemplo, para uma temperatura em $T = 110$ MeV temos $Gott(38 \text{ estados}) > Gott(29 \text{ estados}) > Gott(20 \text{ estados}) > Gott(10 \text{ estados})$. O aumento com a temperatura T é explicado pelo crescimento do número de partículas do mar.

O cruzamento de cada linha com a faixa verde (valor experimental de Gottfried) corresponderia a um valor de uma temperatura efetiva T e que reproduziria o valor de Gottfried experimental[58]. A cada valor de T , temos associado a ele valores para os potenciais químicos μ_u e μ_d .

Sem considerar efeito de instantons[49] no estado fundamental, por exemplo, reproduzimos o valor experimental de Gottfried ($Gott$) com $T = 107$ MeV (linha contínua vermelha com 38 estados) com potencial químico $\mu_u = 136$ MeV e $\mu_d = 80$ MeV.

[†] $Gott = I_{GSR} \equiv \frac{1}{2} - \frac{3}{2}S_G = \int_0^1 (\bar{d}(x) - \bar{u}(x)) dx = 0.118 \pm 0.012$.

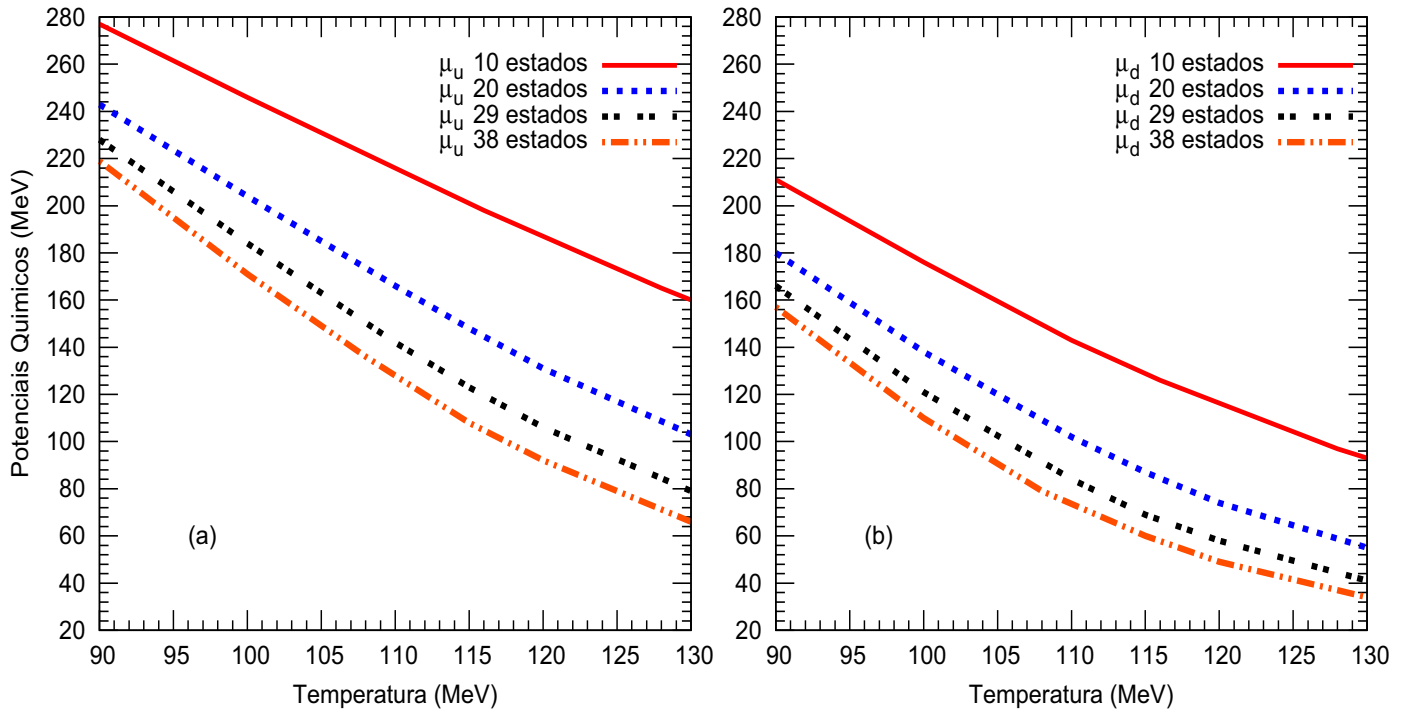


Figura 5.1: Resultados do modelo para os potenciais químicos para os quarks u e d em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O resultado é apresentado mediante vários plots diferentes; (a) *Gráfico esquerda*; resultados para o potencial químico μ_u . (b) *Gráfico direita*; resultados para o potencial químico μ_d .

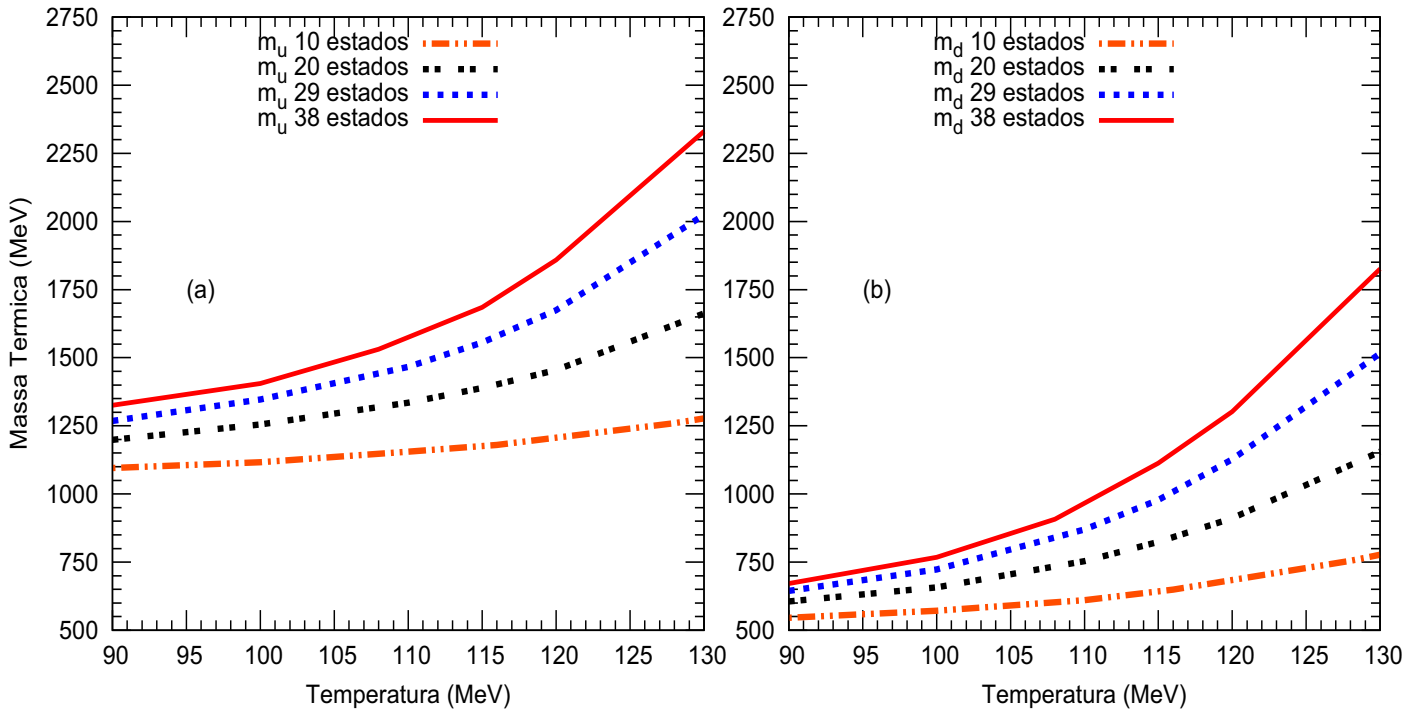


Figura 5.2: Resultados do modelo para as massas térmicas dos quarks u e d em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O resultado é apresentado mediante vários plots diferentes; (a) *Gráfico esquerda*; resultados para a massa térmica m_u . (b) *Gráfico direita*; resultados para a massa térmica m_d .

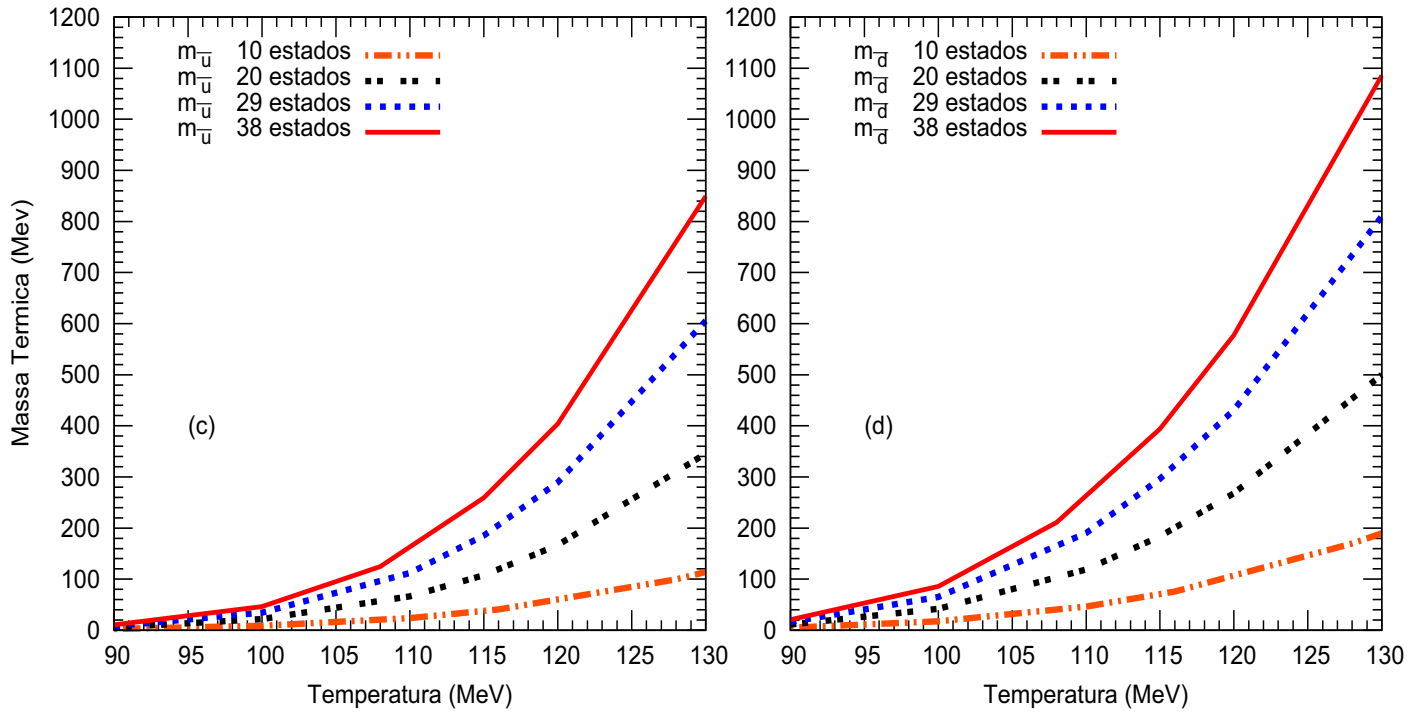


Figura 5.3: Resultados do modelo para as massas térmicas dos antiquarks \bar{u} e \bar{d} em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O resultado é apresentado mediante vários plots diferentes; (c) *Gráfico esquerda*; resultados para a massa térmica $m_{\bar{u}}$. (d) *Gráfico direita*; resultados para a massa térmica $m_{\bar{d}}$.

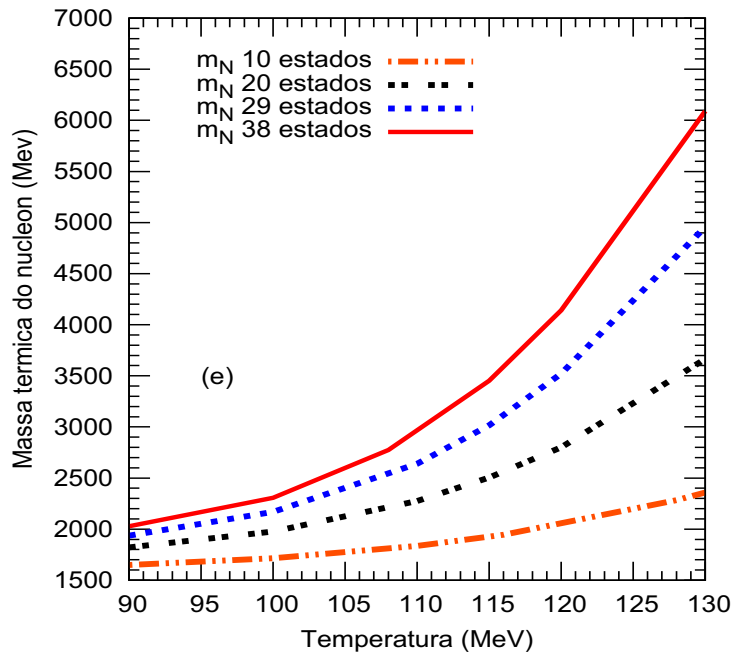


Figura 5.4: Resultados do modelo para a massa total do nucleon m_N em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura entre $90 \leq T \leq 130$ MeV.

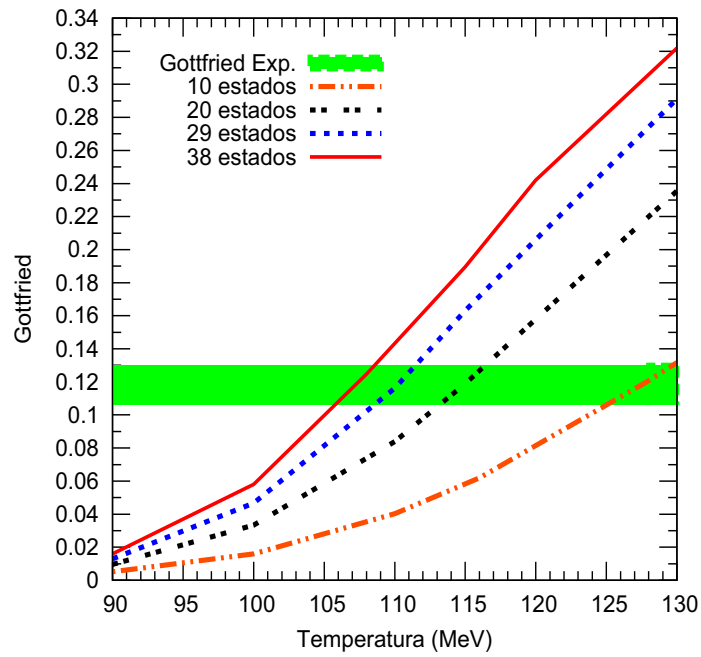


Figura 5.5: Evolução dos valores obtidos para a violação da regra de soma de Gottfried com a temperatura T (MeV) variando o número de estados para um intervalo de temperatura entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O valor experimental de Gottfried é obtido a partir da ref.[58] e corresponde à faixa verde.

5.3.3 Considerando efeito de instantons

Se consideramos o efeito de instantons aplicado no nível fundamental, então o valor da energia do estado fundamental diminui de $\varepsilon_0 = 1232/3 = 410.667$ MeV para $\varepsilon_0 = 321.67 \approx 322$ MeV em $T = 0$. Em princípio, o efeito de instantons afetaria unicamente o estado fundamental, ou seja o primeiro estado de energia juntamente com a correspondente função de onda, os outros níveis de energia que estão fora do estado fundamental, são estados que não são afetados pelo efeito de instantons e que corresponderia à partícula $\Delta(1232)$.

Mas, é importante analisar a presença dos estados excitados próximos do estado fundamental e observar se existe alguma contribuição estatística importante, como veremos no cálculo do conteúdo da estranheza do nucleon. Os estados excitados com alto momento angular são estatisticamente desprezível ou tem pouca contribuição.

Aplicando efeito de instantons, foram obtidos os potenciais químicos para u e d e as massas térmicas correspondentes. Um detalhe do comportamento do modelo surge quando aumentamos o número de estados, então, a temperatura efetiva T começa a diminuir até alcançar um valor fixo e por mais que adicionemos estados, a temperatura T não mais varia.

Logicamente este aumento no número de estados contribui para a diminuição dos potenciais químicos e aumento das massas térmicas. A seguir mostramos os resultados obtidos desde o modelo nas tabelas.(5.7), tabela. (5.8) e tabela.(5.9) .

Na tabela.(5.7) mostramos os resultados do modelo para a evolução dos potenciais químicos dos quarks u e d e a evolução do valor da regra de soma de Gottfried em função da temperatura efetiva T variando o número de estados. Nas tabelas.(5.8) e tabela.(5.9) mostramos os resultados do modelo para a evolução das massas térmicas para quarks, antiquarks e a massa total do nucleon em função da temperatura efetiva T variando o numero de estados.

T	10 estados			23 estados			29 estados			38 estados		
	μ_u	μ_d	$Gott$	μ_u	μ_d	$Gott$	μ_u	μ_d	$Gott$	μ_u	μ_d	$Gott$
90	234	166	0.015	206	142	0.024	200	137	0.027	193	131	0.030
100	208	138	0.037	169	106	0.066	162	100	0.075	151	92	0.087
110	182	112	0.076	135	78	0.136	125	71	0.152	113	63	0.174
120	157	91	0.126	105	57	0.217	95	51	0.237	83	44	0.264

Tabela 5.7: Evolução dos potenciais químicos dos quarks u e d ($\mu_u; \mu_d$) e do valor da regra de soma de Gottfried ($Gott$) em função da temperatura T em unidades MeV variando o número de estados. Com efeito de instantons[49] no estado fundamental, com lambdas iguais para os quarks u e d ($\lambda = \lambda_u = \lambda_d$).

T	10 estados		23 estados		29 estados		38 estados	
	m_u	m_d	m_u	m_d	m_u	m_d	m_u	m_d
90	923	461	1073	544	1104	563	1157	594
100	976	508	1160	630	1223	668	1280	718
110	1038	569	1299	783	1375	850	1482	947
120	1112	659	1497	1012	1635	1140	1822	1322

Tabela 5.8: Evolução das massas térmicas dos quarks u (m_u), d (m_d) em função da temperatura T em unidades MeV variando o número de estados. Com efeito de instantons[49] no estado fundamental, os valores respectivos de Gottfried estão na tabela.(5.7).

T	10 estados			23 estados			29 estados			38 estados		
	$m_{\bar{u}}$	$m_{\bar{d}}$	m_{tot}	$m_{\bar{u}}$	$m_{\bar{d}}$	m_{tot}	$m_{\bar{u}}$	$m_{\bar{d}}$	m_{tot}	$m_{\bar{u}}$	$m_{\bar{d}}$	m_{tot}
90	5	12	1402	11	24	1653	13	27	1709	16	33	1801
100	16	33	1535	41	77	1909	49	92	2033	64	115	2178
110	41	77	1725	115	192	2390	145	236	2608	193	304	2926
120	86	149	2007	265	395	3172	341	491	3609	462	638	4246

Tabela 5.9: Evolução das massas térmicas dos antiquarks anti- u ($m_{\bar{u}}$), anti- d ($m_{\bar{d}}$) e massa total do nucleon (m_{tot}) em função da temperatura T em unidades MeV variando o número de estados. Com efeito de instantons[49] no estado fundamental, com lambdas iguais para os quarks u e d ($\lambda = \lambda_u = \lambda_d$), os valores respectivos de Gottfried estão na tabela.(5.7).

5.3.4 Resultados com efeito de instantons

Todos os resultados a seguir são para o caso com efeito de instantons no estado fundamental e com lambdas iguais para os quarks u e d ($\lambda = \lambda_u = \lambda_d$).

Na figura.(5.6) mostramos os resultados do modelo para os potenciais químicos para os quarks u e d apartir da tabela.(5.7) em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura efetiva entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O resultado é apresentado mediante vários plots diferentes.

No gráfico esquerdo (*a*); obtemos resultados para o potencial químico μ_u ; com linha contínua vermelha, os resultados para 10 estados; com linha tracejada-azul, os resultados para 23 estados; com linha 2-pontos-preto para 29 estados; com linha tracejada-2-pontos laranja para 38 estados.

No gráfico direito (*a*) ; obtemos quatro plots para o potencial químico μ_d ; com igual comportamento nos resultados como no caso do potencial químico μ_u para 10, 23, 29 e 38 estados.

O potencial químico diminui com o aumento da temperatura T , o aumento do número de estados considerados no modelo influencia nos valores do potencial químico porque produz uma queda proporcional nos valores dos potenciais, por exemplo, para uma temperatura em $T = 90$ MeV temos para o potencial químico $\mu_u(10 \text{ estados}) > \mu_u(23 \text{ estados}) > \mu_u(29 \text{ estados}) > \mu_u(38 \text{ estados})$. Esta diminuição acontece porque a temperaturas mais altas, os níveis de energias mais altos contribuem muito mais, alterando as proporções nos somatórios.

Se considerarmos um número maior de estados a curva dos potenciais químicos tende a saturar-se ou a fixar-se numa única curva. Observamos que a ordem nos valores entre os potenciais químicos dos quarks u e d é $\mu_u > \mu_d$. Os valores para os potenciais químicos dos quarks u e d com efeito de instantons são menores do que os potenciais químicos dos mesmos quarks para o caso sem efeito de instantons.

Na figura.(5.7) mostramos os resultados do modelo para as massas térmicas dos quarks u e d apartir da tabela.(5.8) em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura efetiva entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O resultado é apresentado mediante vários plots diferentes.

No gráfico esquerdo (*a*); obtemos resultados para a massa térmica m_u ; com linha contínua vermelha, os resultados para 38 estados; com linha tracejada-azul, os resultados para 29 estados; com linha 2-pontos-preto para 23 estados; com linha

tracejada-2-pontos laranja para 10 estados.

No gráfico direito (b); obtemos quatro plots para a massa térmica m_d ; com igual comportamento nos resultados como no caso da massa térmica m_u para 10, 20, 29 e 38 estados.

A massa térmica aumenta rapidamente com o aumento da temperatura T . Se aumentarmos o número de estados no modelo as massas térmicas experimentam um aumento significativo nos valores, por exemplo para uma temperatura de $T = 90$ MeV temos para os valores da massa térmica $m_u(38 \text{ estados}) > m_u(29 \text{ estados}) > m_u(23 \text{ estados}) > m_u(10 \text{ estados})$. Observamos que a ordem nos valores para as massas térmicas dos quarks u e d é $m_u > m_d$.

Os valores das massas térmicas dos quarks u e d com efeito de instantons são de menor valor do que as massas térmicas dos mesmos quarks para o caso sem efeito de instantons.

Na figura.(5.8) mostramos os resultados do modelo para as massas térmicas dos antiquarks \bar{u} e \bar{d} a partir da tabela.(5.9) em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura efetiva entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O resultado é apresentado mediante vários plots diferentes.

No gráfico esquerdo (c); obtemos resultados para a massa térmica $m_{\bar{u}}$; com linha contínua vermelha, os resultados para 38 estados; com linha tracejada-azul, os resultados para 29 estados; com linha 2-pontos-preto para 23 estados; com linha tracejada-2-pontos laranja para 10 estados.

No gráfico direito (d); obtemos quatro plots para a massa térmica $m_{\bar{d}}$; com igual comportamento nos resultados como no caso da massa térmica $m_{\bar{u}}$ para 10, 23, 29 e 38 estados.

A massa térmica dos antiquarks aumenta rapidamente com o aumento da temperatura T , por exemplo para uma temperatura em $T = 110$ MeV temos para os valores da massa térmica $m_{\bar{u}}(38 \text{ estados}) > m_{\bar{u}}(29 \text{ estados}) > m_{\bar{u}}(23 \text{ estados}) > m_{\bar{u}}(10 \text{ estados})$.

Observamos que a ordem nos valores para as massas térmicas dos quarks \bar{u} e \bar{d} é $m_{\bar{d}} > m_{\bar{u}}$. As massas térmicas dos antiquarks com efeito de instantons são maiores do que as massas térmicas dos antiquarks para o caso sem efeito de instantons.

Na figura.(5.9) mostramos os resultados do modelo para a massa total do nucleon a partir da tabela.(5.9) em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura efetiva entre $90 \leq T \leq 130$

MeV. No gráfico mostramos os resultados para a massa térmica total do nucleon m_N ; com linha contínua vermelha, os resultados para 38 estados; com linha tracejada-azul, os resultados para 29 estados; com linha 2-pontos-preto para 20 estados; com linha tracejada-2-pontos laranja para 10 estados.

A massa térmica total aumenta rapidamente com o aumento da temperatura T , por exemplo para uma temperatura em $T = 110$ MeV temos para os valores da massa térmica total $m_N(38 \text{ estados}) > m_N(29 \text{ estados}) > m_N(23 \text{ estados}) > m_N(10 \text{ estados})$.

Na figura.(5.10) mostramos os resultados do modelo para a evolução dos valores da violação da regra de soma de Gottfried[14] a partir da tabela.(5.7) em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura efetiva entre $90 \leq T \leq 130$ MeV.

No gráfico mostramos os resultados para o valor de Gottfried e apresentamos mediante 4 plots diferentes de acordo com o número de estados; com linha contínua vermelha, os resultados para 38 estados; com linha tracejada-azul, os resultados para 29 estados; com linha 2-pontos-preto para 23 estados; com linha tracejada-2-pontos laranja para 10 estados. O valor experimental de Gottfried[†] é obtido da ref.[58] e que corresponde à faixa verde na figura.(5.10).

O valor de Gottfried aumenta rapidamente com o aumento da temperatura T . Se aumentamos o número de estados no modelo o valor de Gottfried experimenta um aumento significativo nos valores, por exemplo, para uma temperatura em $T = 110$ MeV temos $Gott(38 \text{ estados}) > Gott(29 \text{ estados}) > Gott(23 \text{ estados}) > Gott(10 \text{ estados})$. O aumento com a temperatura T é explicado pelo crescimento do número de partículas do mar.

O cruzamento de cada linha com a faixa verde (valor experimental de Gottfried) corresponderia a um valor de uma temperatura efetiva T e que reproduziria o valor de Gottfried experimental[58]. A cada valor de T , temos associado a ele valores para os potenciais químicos μ_u e μ_d .

Considerando o efeito de instantons[49] no estado fundamental, por exemplo, reproduzimos o valor experimental de Gottfried ($Gott$) com $T = 104$ MeV (linha contínua vermelha com 38 estados) com potencial químico $\mu_u = 131$ MeV e $\mu_d = 76$ MeV.

[†] $Gott = I_{GSR} \equiv \frac{1}{2} - \frac{3}{2}S_G = \int_0^1 (\bar{d}(x) - \bar{u}(x)) dx = 0.118 \pm 0.012$.

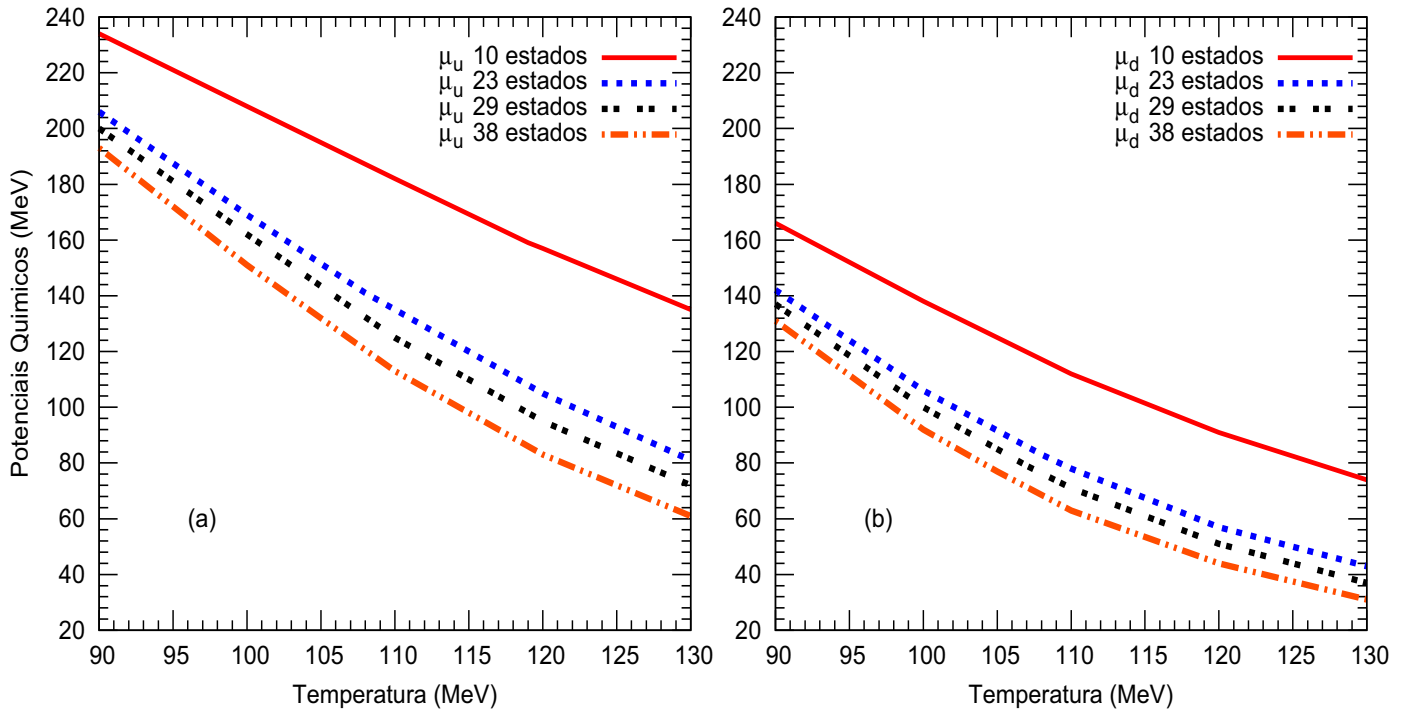


Figura 5.6: Resultados do modelo para os potenciais químicos para os quarks u e d em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura entre $90 \leq T \leq 130$ MeV . O resultado é apresentado mediante vários plots diferentes; (a) *Gráfico esquerda*; resultados para o potencial químico μ_u . (b) *Gráfico direita*; resultados para o potencial químico μ_d .

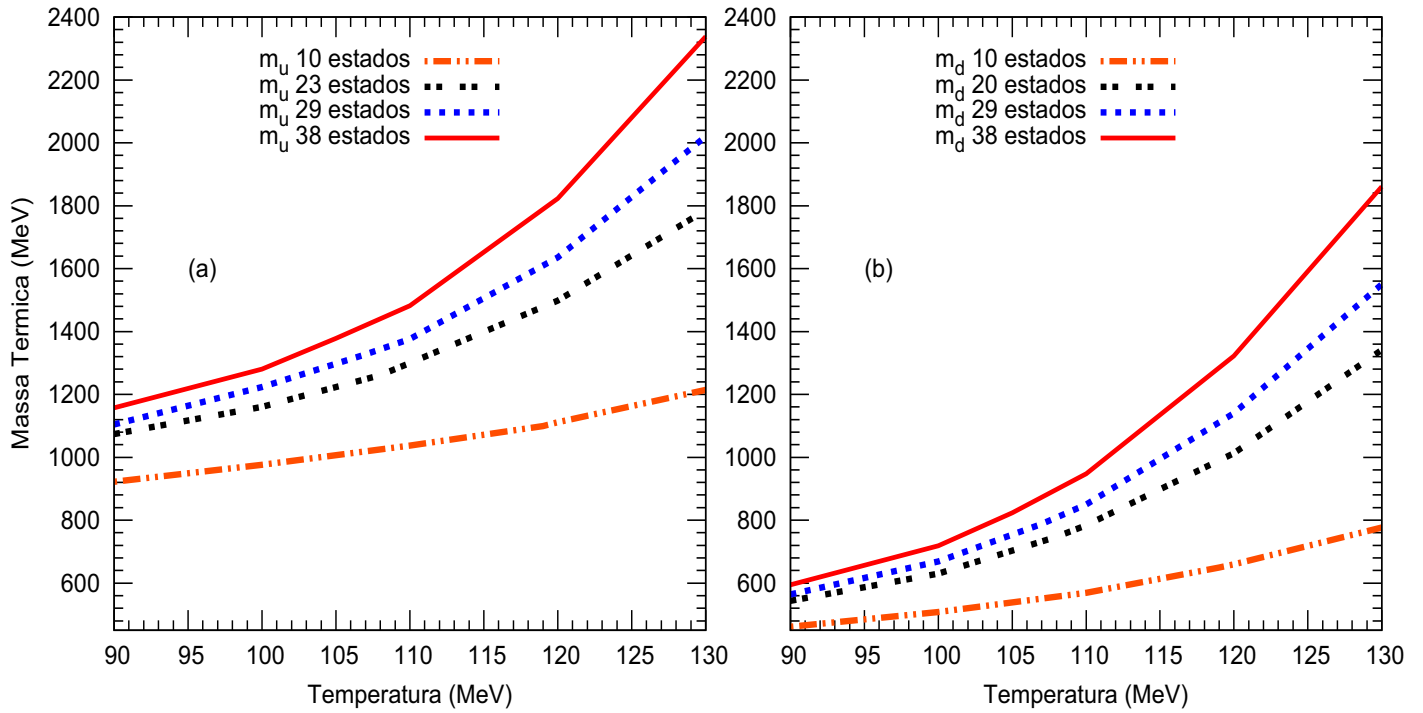


Figura 5.7: Resultados do modelo para as massas térmicas dos quarks u e d em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O resultado é apresentado mediante vários plots diferentes; (a) *Gráfico esquerda*; resultados para a massa térmica m_u . (b) *Gráfico direita*; obtemos resultados para a massa térmica m_d .

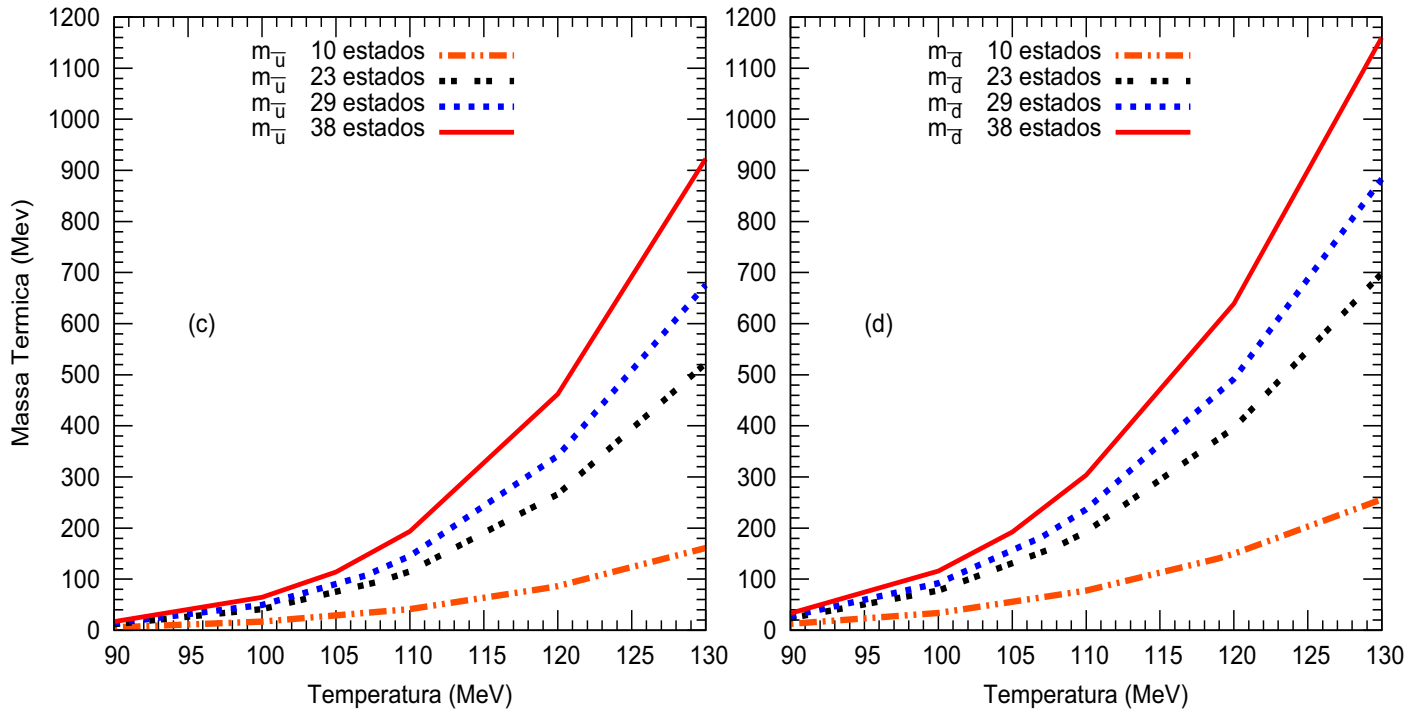


Figura 5.8: Resultados do modelo para as massas térmicas dos antiquarks \bar{u} e \bar{d} em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O resultado é apresentado mediante vários plots diferentes; (c) *Gráfico esquerda*; resultados para a massa térmica $m_{\bar{u}}$. (d) *Gráfico direita*; resultados para a massa térmica $m_{\bar{d}}$.

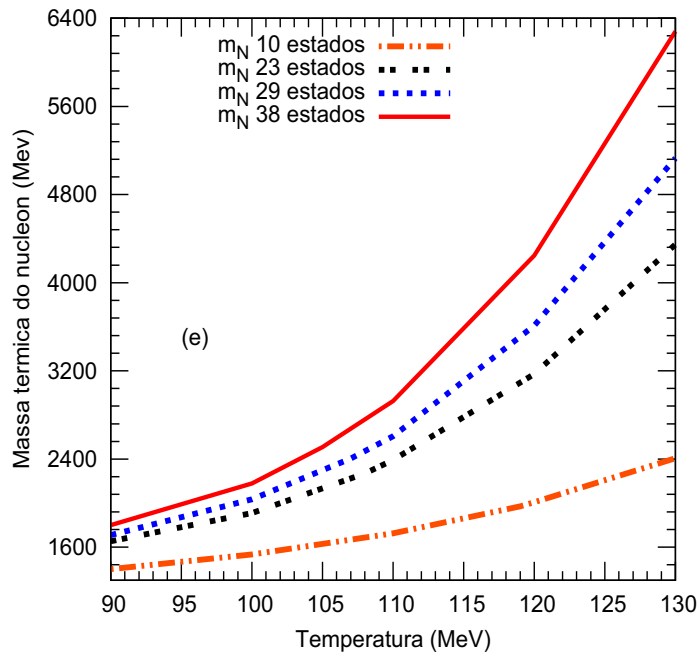


Figura 5.9: Resultados do modelo para a massa total do nucleon m_N em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados para um intervalo de temperatura entre $90 \leq T \leq 130$ MeV.

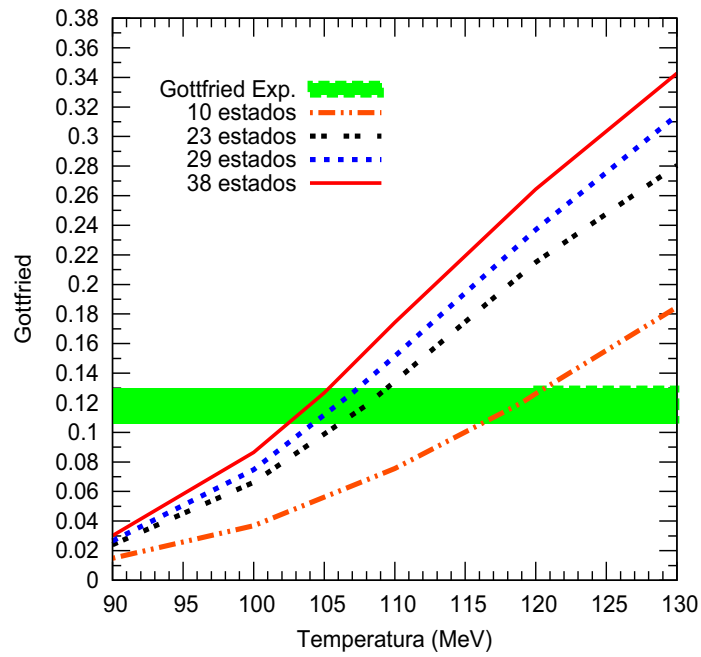


Figura 5.10: Evolução dos valores obtidos para a violação da regra de soma de Gottfried com a temperatura T (MeV) variando o número de estados para um intervalo de temperatura entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O valor experimental de Gottfried é obtido a partir da ref.[58] e corresponde à faixa verde.

5.3.5 Análise dos resultados das seções (5.3.2) e (5.3.4)

Apartir dos resultados obtidos anteriormente para o caso sem efeito de instantons e com efeito de instantons, realizamos uma comparação dos dados e ilustramos mediante gráficos. Para os gráficos, escolheremos um número aleatório de 20 estados (sem efeito de instantons) e 23 estados (com efeito de instantons), para análise, onde o acoplamento para os quarks u e d são iguais ($\lambda = \lambda_u = \lambda_d$).

Na tabela.(5.10) mostramos os resultados obtidos para a evolução dos valores da regra de soma de Gottfried[14, 58] em função da temperatura efetiva T , para os casos: sem e com efeito de instantons.

Na tabela.(5.11) mostramos os resultados que foram obtidos para potenciais químicos e massas térmicas dos quarks u e d ; e massas térmicas dos antiquarks \bar{u} e \bar{d} em função da temperatura efetiva T , para os casos sem e com efeito de instantons[49].

	Gottfried	Gottfried
T (MeV)	Sem instantons	Com instantons
90	0.0051	0.0149
100	0.0160	0.0369
110	0.0404	0.0755
120	0.0806	0.1262

Tabela 5.10: Evolução dos valores da regra de soma de Gottfried em função da temperatura efetiva T em unidades MeV, considerando com e sem efeito de instantons no estado fundamental .

Na figura.(5.11) realizamos uma comparação de resultados para os potenciais químicos e massas térmicas dos quarks u e d em função da temperatura efetiva T (MeV), para um intervalo de temperatura entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O resultado da comparação é apresentado mediante vários plots diferentes.

Gráfico esquerda (a) para potenciais químicos dos quarks u e d ; com linha contínua vermelha, os resultados para μ_d com instantons; com linha tracejada-azul, os resultados para μ_d sem instantons; com linha 2-pontos-preto para μ_u com instantons; com linha tracejada-2-pontos laranja para μ_u sem instantons.

Gráfico direita (b) para as massas térmicas dos quarks u e d ; com linha contínua vermelha, os resultados para m_d com instantons; com linha tracejada-azul, os re-

T (MeV)	Sem instanton						
	μ_u	μ_d	m_u	m_d	$m_{\bar{u}}$	$m_{\bar{d}}$	m_N
90	277	211	1096	546	3	5	1649
100	246	176	1117	571	9	17	1714
110	216	143	1155	610	24	47	1836
120	187	115	1207	677	56	102	2041
T(MeV)	Instantons \rightarrow no estado fundamental						
	μ_u	μ_d	m_u	m_d	$m_{\bar{u}}$	$m_{\bar{d}}$	m_N
90	202	136	851	436	11	23	1320
100	177	111	908	492	29	56	1486
110	153	90	985	575	66	117	1744
120	132	73	1095	688	130	211	2124

Tabela 5.11: Evolução dos potenciais químicos e massas térmicas para os quarks u e d e massas térmicas para os antiquarks \bar{u} e \bar{d} e a massa total do nucleon m_N em função da temperatura T em unidades MeV. A energia para o estado fundamental em $T = 0$ é $\varepsilon_0 = 410$ MeV (sem efeito de instantons) e $\varepsilon_0 = 322$ MeV (com efeito de instantons).

sultados para m_d sem instantons; com linha 2-pontos-preto para m_u com instantons; com linha tracejada-2-pontos laranja para m_u sem instantons.

A ordem nos valores para o quark u na comparação é $\mu_u(m_u)$ [sem instanton] $>$ $\mu_u(m_u)$ [com instantons] e para o quark d é $\mu_d(m_d)$ [sem instantons] $>$ $\mu_d(m_d)$ [com instantons], Podemos observar nos resultados que neste caso de considerar ou não o efeito de instantons para os quarks u e d , os potenciais químicos diminuem e as massas térmicas aumentam com o aumento da temperatura T , onde temos $m_u > m_d$.

Na figura.(5.12) realizamos uma comparação de resultados para massas térmicas dos antiquarks \bar{u} e \bar{d} e a massa total do nucleon m_N , em função da temperatura efetiva T (MeV), para um intervalo de temperatura entre $90 \leq T \leq 130$ MeV.

Gráfico esquerda (a) para massas térmicas dos antiquarks \bar{u} e \bar{d} ; com linha contínua vermelha, os resultados para $m_{\bar{d}}$ com instantons; com linha tracejada-azul, os resultados para $m_{\bar{d}}$ sem instantons; com linha 2-pontos-preto para $m_{\bar{u}}$ com

efeito de instantons; com linha tracejada-2-pontos laranja para $m_{\bar{u}}$ sem efeito de instantons.

Observe-se que, para $T < 90$ MeV, existe uma diferença entre os potenciais químicos para ambos casos de considerar instantons ou não (um “gap”), resultado de aplicar o efeito de instantons no estado fundamental.

Gráfico direita (b); para a massa total do nucleon m_N ; com linha contínua vermelha, os resultados para m_N sem efeito de instantons; com linha tracejada-verde, os resultados para m_N com efeito de instantons.

A ordem nos valores para o antiquark \bar{u} na comparação é $m_{\bar{u}}[\text{com instantons}] > m_{\bar{u}}[\text{sem instantons}]$ e para o antiquark \bar{d} é $m_{\bar{d}}[\text{com instantons}] > m_{\bar{d}}[\text{sem instantons}]$, para a massa total do nucleon m_N é $m_N[\text{com instantons}] > m_N[\text{sem instantons}]$. Podemos observar nos resultados que neste caso de considerar ou não os instantons para os antiquarks \bar{u} e \bar{d} , as massas térmicas e a massa total do nucleon aumentam com o aumento da temperatura T .

Aplicando o efeito de instantons os valores das massas térmicas experimentam um aumento significativo comparado com o caso sem instantons, onde temos que $m_{\bar{d}} > m_{\bar{u}}$, refletindo o efeito que temos maior quantidade de antiquarks \bar{d} que de antiquarks \bar{u} .

Na figura.(5.13) realizamos uma comparação de resultados para a violação da regra de soma de Gottfried em função da temperatura T (MeV) variando o número de estados para um intervalo de temperatura entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O valor experimental de $Gottfried^\dagger$ é obtido desde a ref.[58] e corresponde à faixa verde. O resultado da comparação para o valor de Gottfried é apresentado mediante vários plots diferentes de acordo com o número de estados.

(a) *Gráfico esquerda* com linha tracejada-azul, os resultados para *Gottfried* com efeito de instantons, para 10 estados; com linha 2-pontos-preto para *Gottfried* sem efeito de instantons, para 10 estados; com linha contínua-vermelha, os resultados para *Gottfried* com instantons, para 23 estados; com linha tracejada-2-pontos laranja para *Gottfried* sem instantons, para 23 estados.

(b) *Gráfico direita* com linha tracejada-azul, os resultados para *Gottfried* com instantons, para 29 estados; com linha 2-pontos-preto para *Gottfried* sem instantons, para 29 estados; com linha contínua-vermelha, os resultados para *Gottfried*

$^\dagger \text{Gott} = I_{GSR} \equiv \frac{1}{2} - \frac{3}{2}S_G = \int_0^1 (\bar{d}(x) - \bar{u}(x)) dx = 0.118 \pm 0.012.$

com efeito de instantons, para 38 estados; com linha tracejada-2-pontos laranja para *Gottfried* sem efeito de instantons, para 38 estados.

Por exemplo, reproduzimos o valor experimental do valor de Gottfried (*Gott*) com efeito de instantons para uma temperatura efetiva de $T = 104$ MeV (linha contínua vermelha com 38 estados) com potencial químico $\mu_u = 131$ MeV e $\mu_d = 76$ MeV. Para o valor experimental do valor de Gottfried (*Gott*) sem o efeito de instantons a partir de uma temperatura de $T = 107$ MeV (linha tracejada-2-pontos laranja com 38 estados) cujos potenciais químicos são: $\mu_u = 136$ MeV e $\mu_d = 80$ MeV. O aumento com a temperatura T é explicado pelo crescimento do número de partículas do mar.

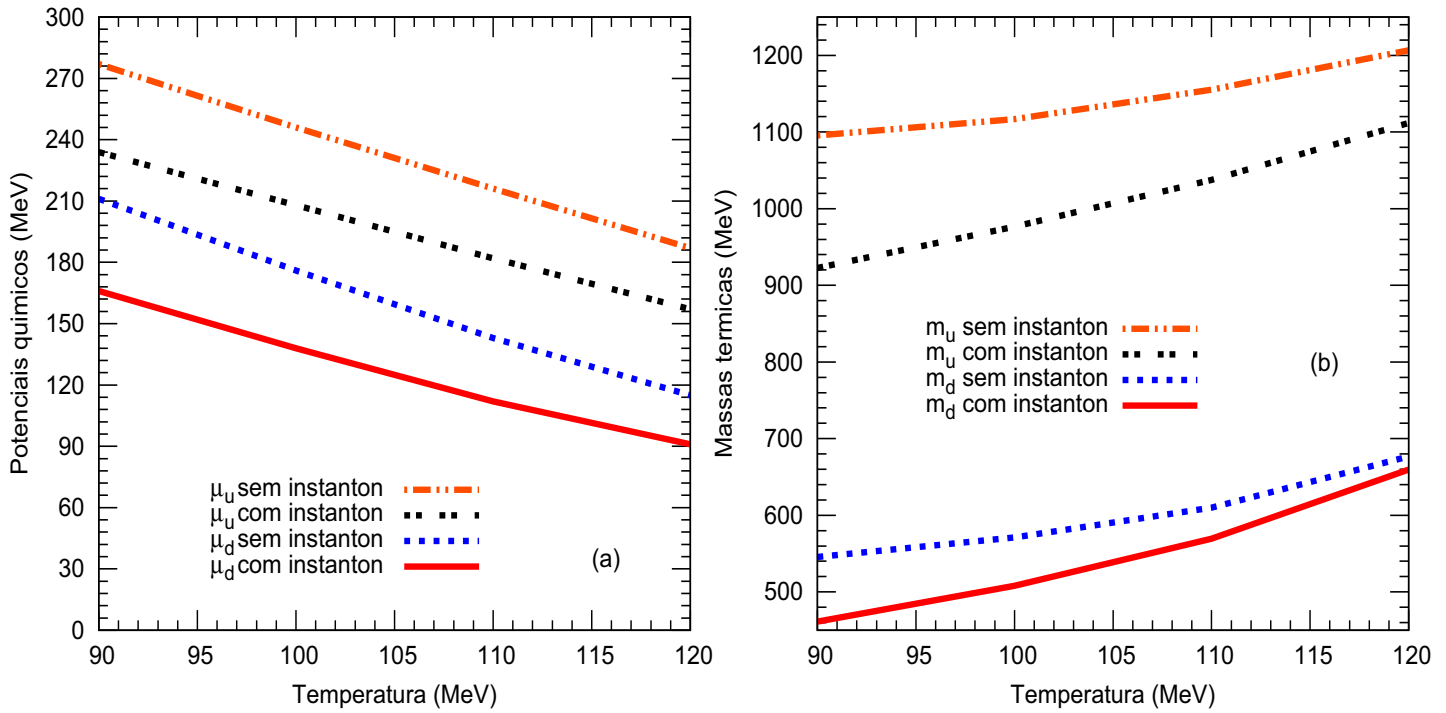


Figura 5.11: Comparação de resultados considerando ou não o efeito de instantons para os potenciais químicos e massas térmicas dos quarks u e d em função da temperatura efetiva T (MeV), para um intervalo de temperatura entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O resultado da comparação é apresentado mediante vários plots diferentes; (a) *Gráfico esquerda* para potenciais químicos dos quarks μ_u e μ_d . (b) *Gráfico direita*; para as massas térmicas dos quarks m_u e m_d .

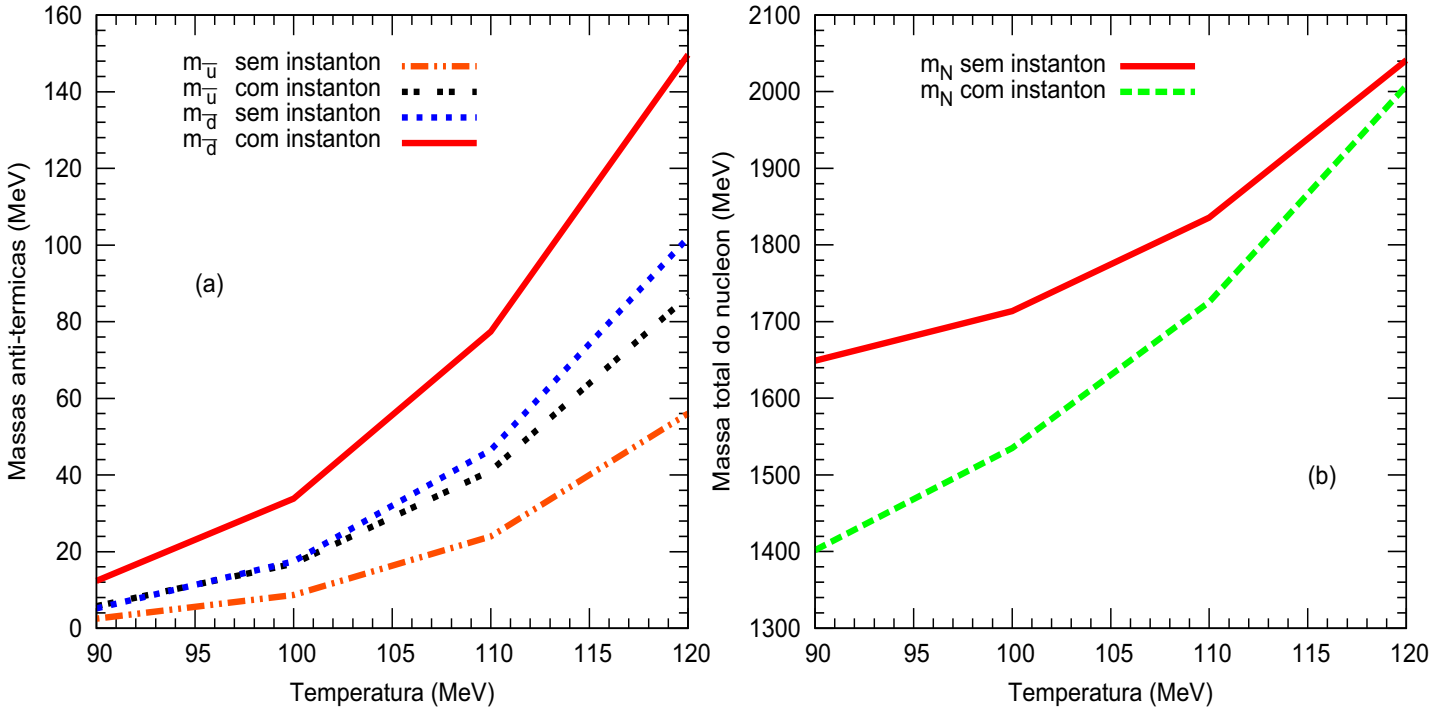


Figura 5.12: Comparação de resultados considerando ou não o efeito de instantons para massas térmicas dos antiquarks \bar{u} e \bar{d} e a massa total do nucleon m_N , em função da temperatura efetiva T (MeV), para um intervalo de temperatura entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O resultado da comparação é apresentado mediante vários plots diferentes; (a) *Gráfico esquerda* para massas térmicas dos antiquarks $m_{\bar{u}}$ e $m_{\bar{d}}$. (b) *Gráfico direita*; para a massa total do nucleon m_N .

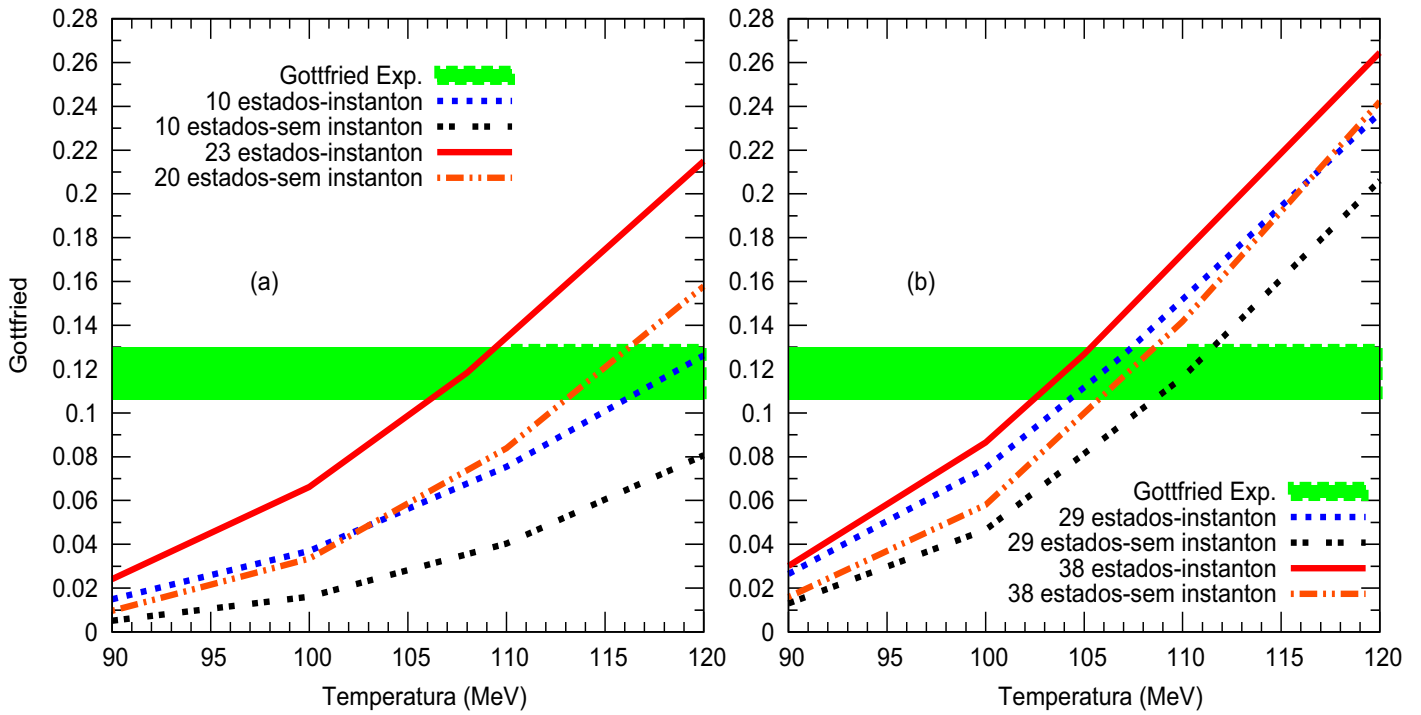


Figura 5.13: Comparação de resultados considerando ou não o efeito de instantons[49] para a violação da regra de soma de Gottfried em função da temperatura T (MeV) variando o número de estados para um intervalo de temperatura entre $90 \leq T \leq 130$ MeV. O valor experimental de *Gottfried* é obtido a partir da ref.[58] e corresponde à faixa verde. O resultado da comparação para o valor de Gottfried é apresentado mediante vários plots diferentes de acordo com o número de estados.

5.4 Função de estrutura dos quarks

Solucionando a equação de Dirac para o potencial confinante linear, obtemos as funções de onda e o espectro de energia. Realizando o ajuste necessário para os parâmetros do modelo, onde os potenciais químicos são ajustados na norma dos quarks de valência para próton (nêutron) [eq.(4.39)] e a temperatura mediante o valor experimental da regra de soma de Gottfried.

Assim juntando os dados numéricos obtidos para as funções de onda e o espectro, podemos calcular então a transformada de Fourier [eq.(4.44)] para obter as distribuição de densidades a quarks e funções de estrutura dos quarks [eq.(4.38)] e do próton e do nêutron.

A seguir mostramos os resultados para as distribuições a quarks de valência, quarks do mar, e funções de estrutura do próton $F_2^p(x)$ e nêutron $F_2^n(x)$. Igualmente os resultados para a razão e a diferença dos quarks do mar $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ e \bar{d}/\bar{u} e a razão e a diferença entre funções de estrutura próton e nêutron $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ e $F_2^n(x)/F_2^p(x)$.

A diferença entre distribuições de quarks de valência u e d surge como consequência da diferença entre densidades dos quarks u e d no nucleon. Estas densidades são diferentes como resultado do princípio de exclusão de Pauli, na qual a distribuição de quark d decresce mais rapidamente que a distribuição do quark u quando $x \rightarrow 1$. Portanto, se temos diferentes pesos da carga nos quarks dominantes, isto produzira diferentes funções de estrutura $F_2(x)$ para o próton e nêutron.

5.4.1 Resultados sem efeito de instantons

Todos os resultados a seguir são para o caso *sem efeito de instantons no estado fundamental*, onde foi utilizado um total de 20 estados para estudo (este número de estados me permite estar dentro do intervalo do valor experimental da regra de soma de Gottfried).

A multiplicação das distribuições $q(x)$ de quarks pela fração de momento transportado x , são ilustradas na figura.(5.14); ou seja ilustramos $xq(x)$ versus x no próton. A posição dos picos das distribuições agora foram reescalados para $x \approx 0.25$, a altura para o pico máximo para a distribuição dos quarks de valência é $d_{val} \approx 1.7$ para uma temperatura efetiva de $T = 115$ MeV.

Com linha vermelha contínua mostramos os resultados para a distribuição de

quarks de valência $xu_{val}(x)$, com linha ponto-azul mostramos a distribuição de quarks de valência $xd_{val}(x)$, a linha tracejada-2 pontos laranja e linha dois-pontos preto os quarks do mar $x\bar{u}(x)$ e $x\bar{d}(x)$ respectivamente.

A ordem das distribuições é $xu_{val} > xd_{val} > x\bar{d} > x\bar{u}$. Note que a posição dos picos deveria ser próxima de $x \approx 1/3$, onde indicaria que o quark de valência estaria carregando aproximadamente $1/3$ da massa do nucleon.

Os resultados para a distribuição para as funções de estrutura do próton e nêutron vezes x são ilustrados na figura.(5.15) em função da escala de momentum de Bjorken x . As funções de estrutura são obtidas a partir das distribuições a quarks $q(x)$ mediante a eq.(2.75). Observe-se que a razão $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ é uma constante pelo fato de serem usados acoplamentos iguais para os quarks u e d ($\lambda_d = \lambda_u$). Logo, temos as mesmas funções de onda no processo de cálculo, alterando apenas as normalizações. Se não houvesse antiquarks a razão seria $F_2^n(x)/F_2^p(x) = 2/3$.

Para uma temperatura de $T = 115$ MeV, os potenciais químicos para os quarks u e d são: $\mu_u = 148$ MeV, $\mu_d = 87$ MeV e as respectivas massas térmicas para os quarks e quarks do mar são: $m_u = 1388.69$ MeV, $m_d = 823.95$ MeV, $m_{\bar{u}} = 107.93$ MeV, $m_{\bar{d}} = 183.24$ MeV e a massa térmica total do nucleon: $m_N = 2503.81$ MeV. O valor aqui para regra de soma de Gottfried é de 0.11892 (valor situado dentro do intervalo experimental)

A linha vermelha contínua é a função de estrutura do próton $xF_2^p(x)$, a linha pontos azul é a função de estrutura do nêutron $xF_2^n(x)$, a linha 2-pontos negro é a razão que continua sendo constante e a linha tracejada-2-pontos laranja é a diferença entre funções de estrutura $x[F_2^p(x) - F_2^n(x)]$. A posição dos picos (exceto a razão) é $x \approx 0.25$. A ordem nas distribuições excluindo a razão constante é $xF_2^p(x) > xF_2^n(x) > xF_2^p(x) - xF_2^n(x)$.

Como esta tese esta concentrada em estudar a assimetria do mar do nucleon, então na figura.(5.16) ilustramos os resultados para a distribuição da razão dos quarks do mar e a diferença entre eles $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ e $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ em função de x respectivamente no próton.

Observe no gráfico que a razão dos quarks do mar é uma linha constante. Na linha ponto-azul é a razão dos quarks do mar $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ e a linha contínua vermelha é a diferença $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ entre os quarks do mar. A posição desta diferença esta em $x \approx 0.18$.

Na figura.(5.17) são os resultados para a diferença dos quarks do mar $x\bar{d}(x) -$

$x\bar{u}(x)$ em função de x no próton. Sem efeito de instantons no estado fundamental, cuja posição esta em $x \approx 0.20$, este resultado será comparado posteriormente com dados experimentais.

Desde a figura.(5.14) ate a figura.(5.17) são os resultados para um número de 20 estados. Surge a questão de conhecer o comportamento do modelo para um número maior de estados, por exemplo, acima de 42 estados.

Os resultados para 42 estados são ilustrados nas figuras.(5.18) e figura.(5.19) e observamos que *não há uma mudança significativa nos resultados das curvas teóricas* apenas uma diminuição da temperatura efetiva T como já era de esperar e variação nos valores para potenciais químicos e massas térmicas.

Na figura.(5.18) temos os resultados para as distribuições dos quarks vezes x em função de x no próton para 42 estados. A linha contínua vermelha é a distribuição de valência $xu_{val}(x)$, a linha pontos azul é a distribuição de valência $xd_{val}(x)$, a linha 2-pontos-preto a distribuição do mar $x\bar{d}(x)$, a linha tracejada-2-pontos laranja é a distribuição do mar $x\bar{u}(x)$.

A ordem das distribuições continua sendo igual como nos resultados da figura.(5.14) onde $u_{val} > d_{val} > \bar{d} > \bar{u}$. A posição dos picos esta localizado em $x \approx 0.20$. Esta distribuição a quarks foi obtida com uma temperatura efetiva de $T = 107$ MeV.

Para uma temperatura de $T = 107$ MeV, os potenciais químicos para os quarks u e d são: $\mu_u = 136$ MeV, $\mu_d = 80$ MeV e as respectivas massas térmicas para os quarks e antiquarks são: $m_u = 1529.98$ MeV, $m_d = 910.24$ MeV, $m_{\bar{u}} = 121.55$ MeV, $m_{\bar{d}} = 205.02$ MeV e a massa térmica total do nucleon: $m_N = 2766.79$ MeV. O valor para a regra de soma de Gottfried aqui é de 0.11920 (valor situado dentro do intervalo experimental).

Calculando as funções de estrutura do nucleon a partir das distribuições a quarks $q(x)$ mediante a eq.(2.75) e multiplicando por x , então mostramos estes resultados na figura.(5.19) como função de x para 42 estados. Os resultados são idênticos aos obtidos na figura.(5.15) para 20 estados. A diferença é basicamente na temperatura efetiva (diminui) e os valores para os potenciais químicos.

A posição dos picos esta localizado em $x \approx 0.2$, mantendo a mesma ordem nas distribuições (exceto a razão que é constante) de $xF_2^p(x) > xF_2^n(x) > xF_2^p(x) - xF_2^n(x)$. A linha vermelha contínua é a função de estrutura para o próton $xF_2^p(x)$, a linha ponto-azul é a função de estrutura para o nêutron $xF_2^n(x)$, a linha 2-pontos-preto é a razão entre funções de estrutura nêutron e próton $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ que é

constante e a linha tracejada-2-pontos laranja corresponde à diferença entre funções de estrutura próton e nêutron $x F_2^p(x) - x F_2^n(x)$

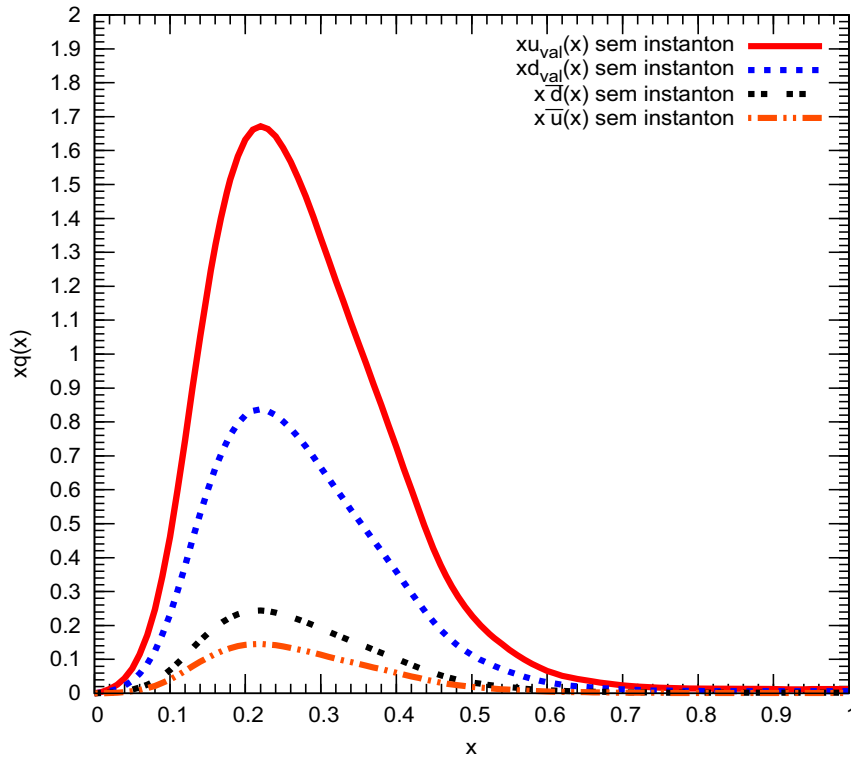


Figura 5.14: Densidade de quarks de valência e antiquarks vezes x , em função da fração do momento x , para uma temperatura $T = 115$ MeV, sem efeito de instantons no estado fundamental.

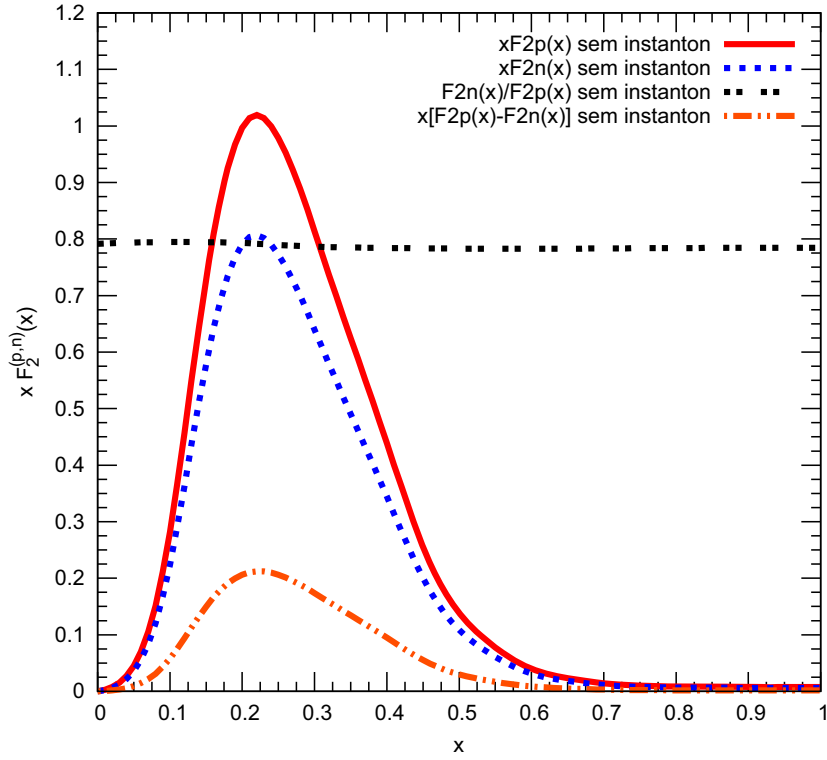


Figura 5.15: Funções de estrutura do nêutron e próton $F_2^n(x)$ e $F_2^p(x)$ vezes x em função de x . Obtidos desde as distribuições a quarks $q(x)$ a uma temperatura $T = 115$ MeV. Sem efeito de instantons no estado fundamental.

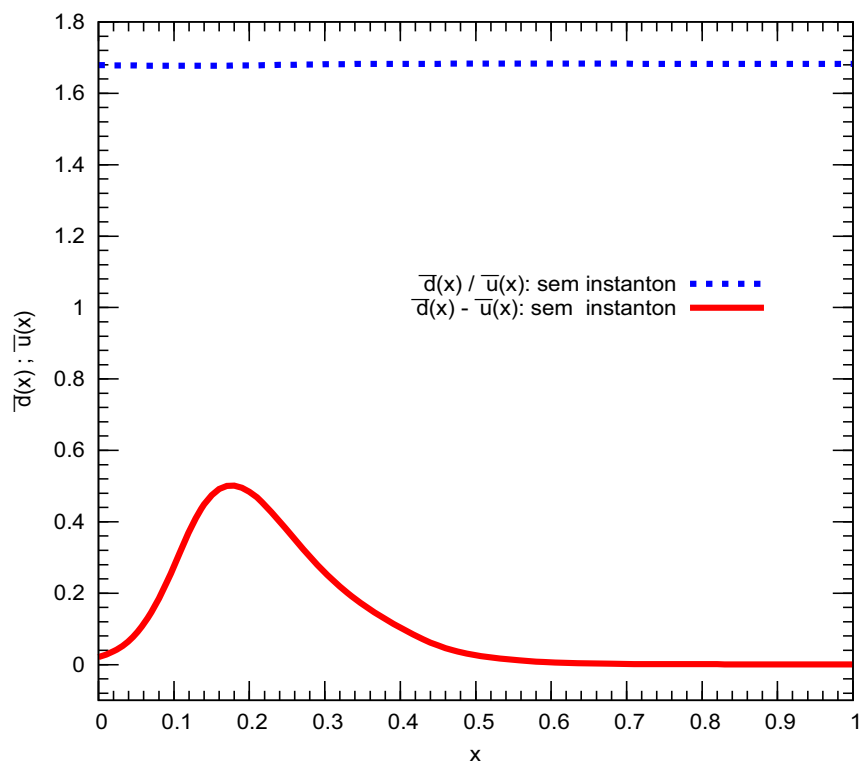


Figura 5.16: Razão e diferença entre as densidades dos quarks do mar $\bar{d}(x)$ e $\bar{u}(x)$ em função de x . Para uma temperatura efetiva de $T = 115$ MeV. Sem efeito de instantons no estado fundamental.

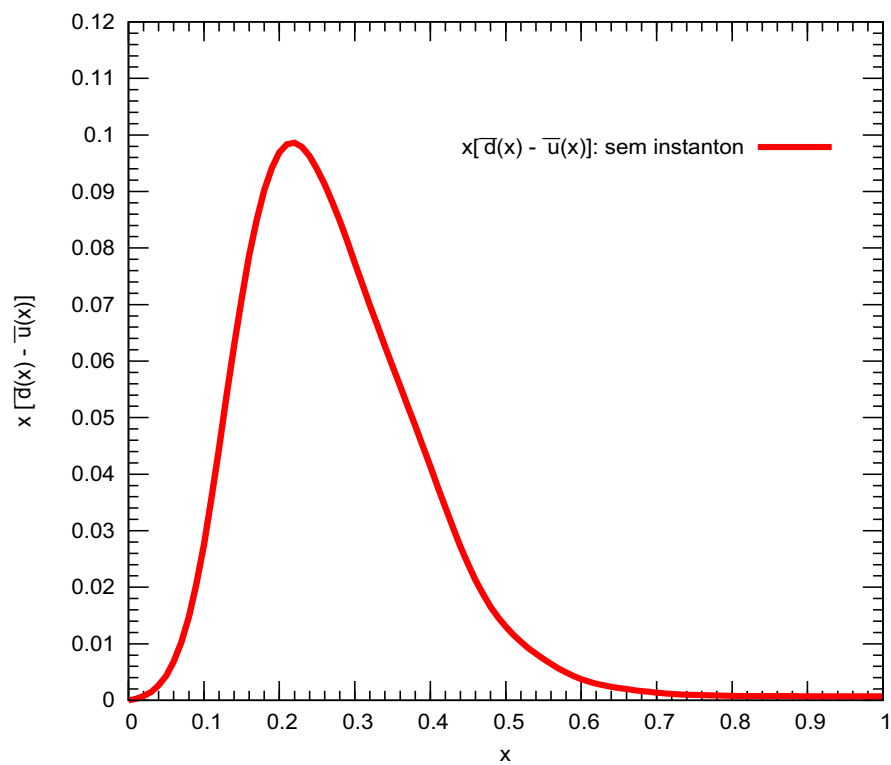


Figura 5.17: Diferença entre densidades dos quarks do mar vezes x ; $x [\bar{d}(x) - \bar{u}(x)]$ em função de x , considerando 20 estados a uma temperatura efetiva de $T = 115$ MeV. Sem efeito de instantons no estado fundamental.

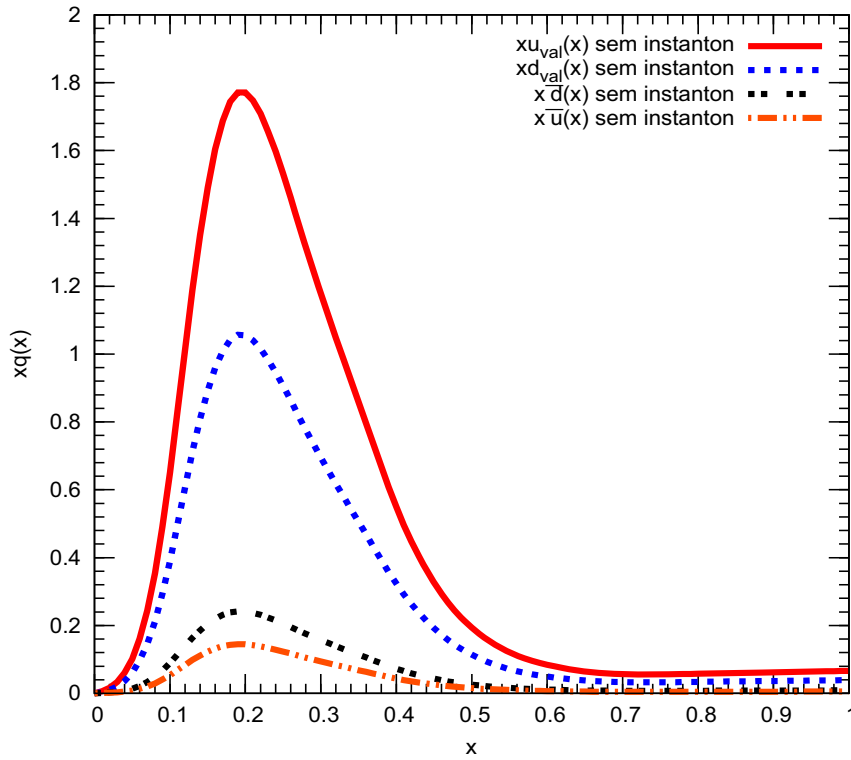


Figura 5.18: Densidade de quarks de valência e antiquarks vezes x , em função da fração do momento x . Resultados para 42 estados, com uma temperatura efetiva de $T = 107$ MeV. Sem efeito de instantons no estado fundamental.

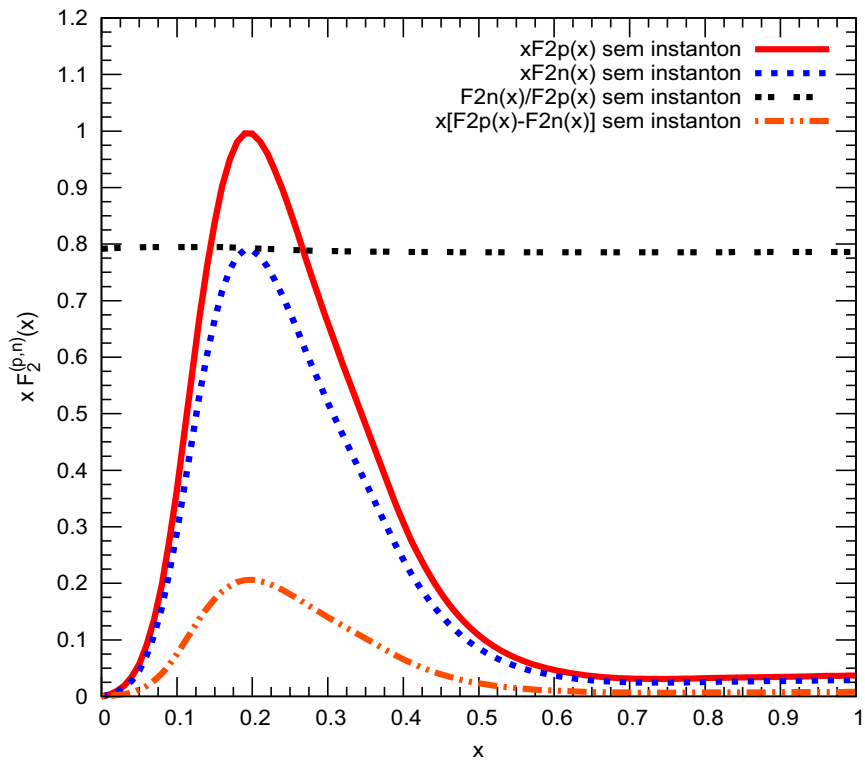


Figura 5.19: Funções de estrutura do nêutron e próton $F_2^n(x)$ e $F_2^p(x)$ vezes x em função de x . Obtido desde as distribuições a uma temperatura efetiva de $T = 107$ MeV. Ilustramos resultados para 42 estados com uma temperatura efetiva de $T = 107$ MeV. Sem efeito de instantons no estado fundamental.

5.4.2 Resultados com efeito de instantons

Os seguintes resultados são para o caso *com efeito de instantons no estado fundamental*, onde foi utilizado um total de 23 estados para estudo (este número de estados nos permite estar dentro do intervalo do valor experimental da regra de soma de Gottfried), então aplicando o efeito de instantons perturbaria a função de onda e o nível de energia do estado fundamental.

Observaremos que nos gráficos dos resultados aparece um segundo pico, isto acontece porque estamos fazendo uma união (link) numérica entre o estado fundamental perturbado pelo instanton e os outros estados superiores (funções de onda+energias) fora do estado fundamental onde o instanton não está atuando. Lembrando que todas as funções de onda e energias são utilizadas na transformada de Fourier e à partir desta transformada obtemos as densidades para os quarks e funções de estrutura para o nucleon. Portanto, este segundo pico é resultado do próprio cálculo numérico.

A multiplicação das distribuições $q(x)$ de quarks pela fração de momento transportado x , são ilustradas na figura.(5.20); ou seja ilustramos $xq(x)$ versus x no próton. A posição dos picos das distribuições agora foi deslocado para $x \approx 0.2$ (mas para o lado direito do que no caso sem efeito de instantons), a altura para o pico máximo para a distribuição dos quarks de valência é $u_{val} \approx 1.8$ (maior do que no caso sem instantons) para uma temperatura efetiva de $T = 108$ MeV.

Com a linha vermelha contínua mostramos os resultados para a distribuição de quarks de valência $xu_{val}(x)$, com a linha ponto-azul mostramos a distribuição de quarks de valência $xd_{val}(x)$, a linha tracejada-ponto laranja e linha dois-pontos preto os quarks do mar $x\bar{u}(x)$ e $x\bar{d}(x)$ respectivamente.

Esta queda brusca na temperatura efetiva é causada pela inclusão do efeito de instantons. A ordem nas distribuições é $xu_{val} > xd_{val} > x\bar{d} > x\bar{u}$. Note que a posição dos picos deveria ser próximo de $x \approx 1/3$, o que indicaria que o quark de valência estaria carregando aproximadamente 1/3 da massa do nucleon.

Os resultados para a distribuição para as funções de estrutura do próton e nêutron vezes x são ilustrados na figura.(5.21) em função da escala de momentum de Bjorken x . A linha contínua vermelha são os resultados para a função de estrutura do próton $x F_2^p(x)$, a linha ponto-azul é a função de estrutura do nêutron $x F_2^n(x)$. As linhas dois pontos-preto e dois-pontos-tracejada-laranja são a razão e a diferença

entre funções de estrutura do nêutron e próton $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ e $xF_2^p(x) - xF_2^n(x)$ respectivamente com uma temperatura efetiva de $T = 108$ MeV.

As funções de estrutura são obtidas a partir das distribuições a quarks $q(x)$ mediante a eq.(2.75). Observe que a razão $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ é uma constante. A posição dos picos para as funções de estrutura do próton e nêutron está localizada em $x = 0.2$. A ordem nas distribuições para estas funções excluindo a razão constante é $xF_2^p(x) > xF_2^n(x) > xF_2^p(x) - xF_2^n(x)$.

Para uma temperatura $T = 108$ MeV, os potenciais químicos para os quarks u e d são: $\mu_u = 141$ MeV, $\mu_d = 83$ MeV e as massas térmicas para quarks e quarks do mar são: $m_u = 1261.50$ MeV, $m_d = 747.27$ MeV, $m_{\bar{u}} = 95.65$ MeV, $m_{\bar{d}} = 163.33$ MeV e massa térmica total do nucleon: $m_N = 2267.75$ MeV. O valor aqui para regra de soma de Gottfried é de 0.11840 (valor situado dentro do intervalo experimental)

Na figura.(5.22) ilustramos os resultados para a distribuição da razão dos quarks do mar e a diferença entre eles $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ e $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ em função de x respectivamente no próton.

Observe no gráfico que a razão dos quarks do mar é uma constante. Na linha ponto-azul é a razão dos quarks do mar $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ e a linha contínua vermelha é a diferença $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ entre os quarks do mar. A posição desta diferença de distribuição está em $x \approx 0.15$ (deslocado para o lado esquerdo se comparado com o caso sem instantons).

Na figura.(5.23) estão os resultados para a diferença dos quarks do mar $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ vezes x em função de x no próton, cuja posição está em $x \approx 0.18$, este resultado será comparado posteriormente com dados experimentais.

Aplicando o efeito de instantons diminuirão os valores dos níveis de energia, mas as distribuições dos quarks foram deslocadas para o lado esquerdo e a altura dos picos aumenta se comparado com os resultados para o caso sem instantons. O mesmo acontece para as distribuições de funções de estrutura para o próton e nêutron assim a razão e a diferença entre eles.

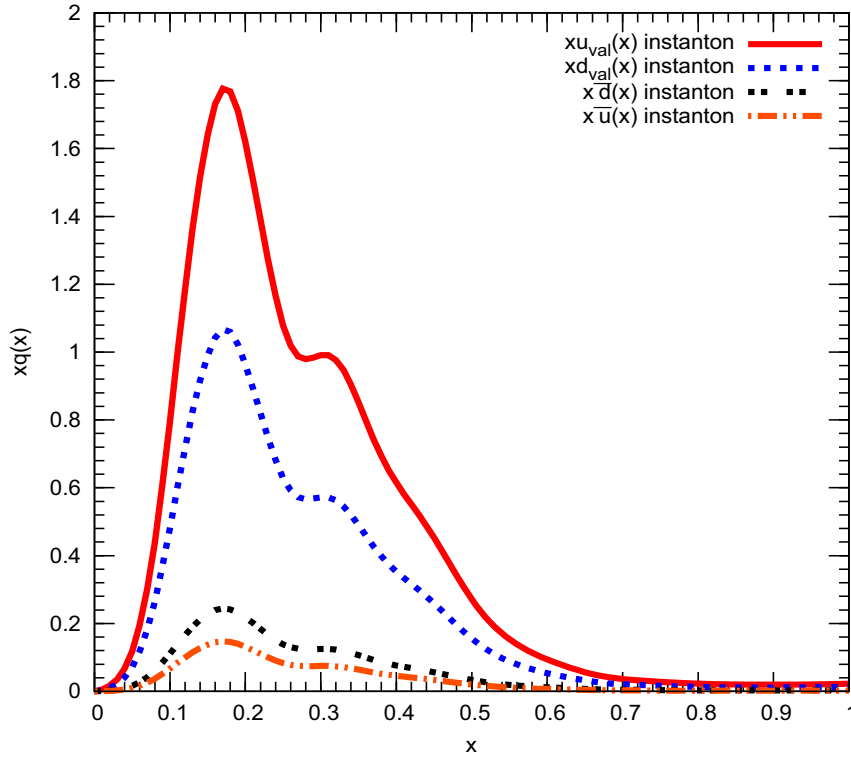


Figura 5.20: Densidade de quarks de valência e quarks do mar vezes x , em função da fração do momento x . Para uma temperatura de $T = 108$ MeV. Com efeito de instantons no estado fundamental.

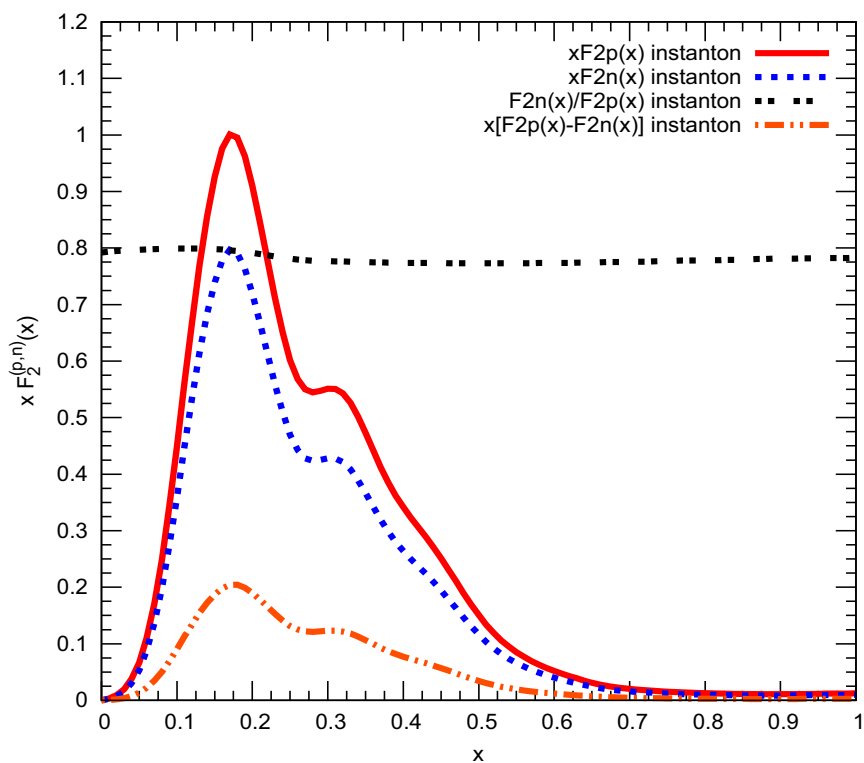


Figura 5.21: Funções de estrutura do nêutron e próton $F_2^n(x)$ e $F_2^p(x)$ vezes x em função de x . Obtidas desde as distribuições a quarks $q(x)$ a uma temperatura $T = 108$ MeV. Com efeito de instantons no estado fundamental.

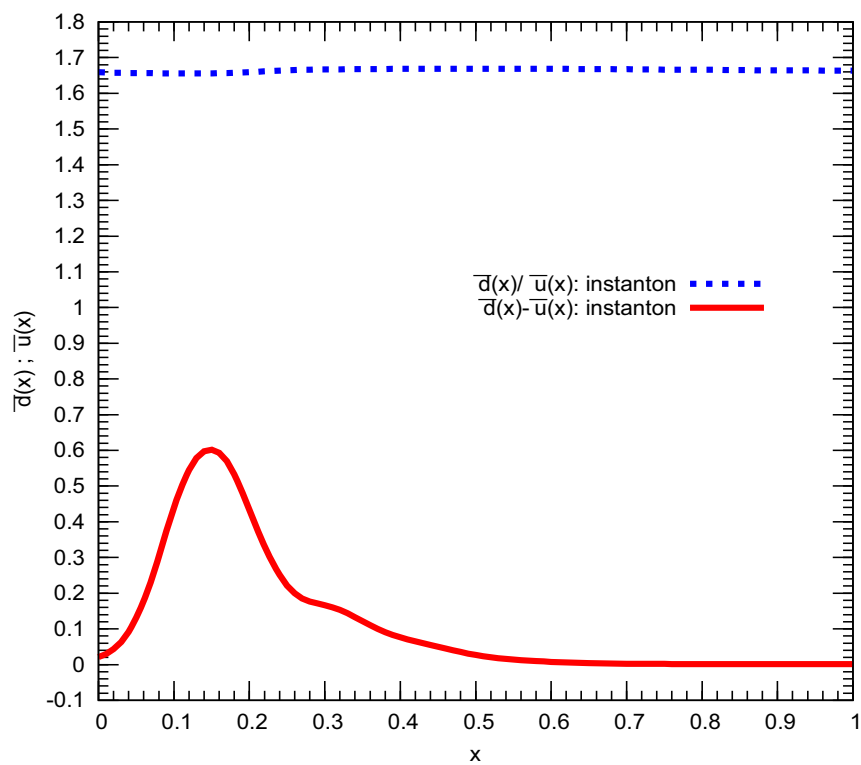


Figura 5.22: Razão e diferença entre as densidades dos quarks do mar $\bar{d}(x)$ e $\bar{u}(x)$ em função de x . Observe que a razão é uma constante, pelo fato de usar as mesmas funções de onda no processo de cálculo, a uma temperatura efetiva de $T = 108$ MeV. Com efeito de instantons no estado fundamental.

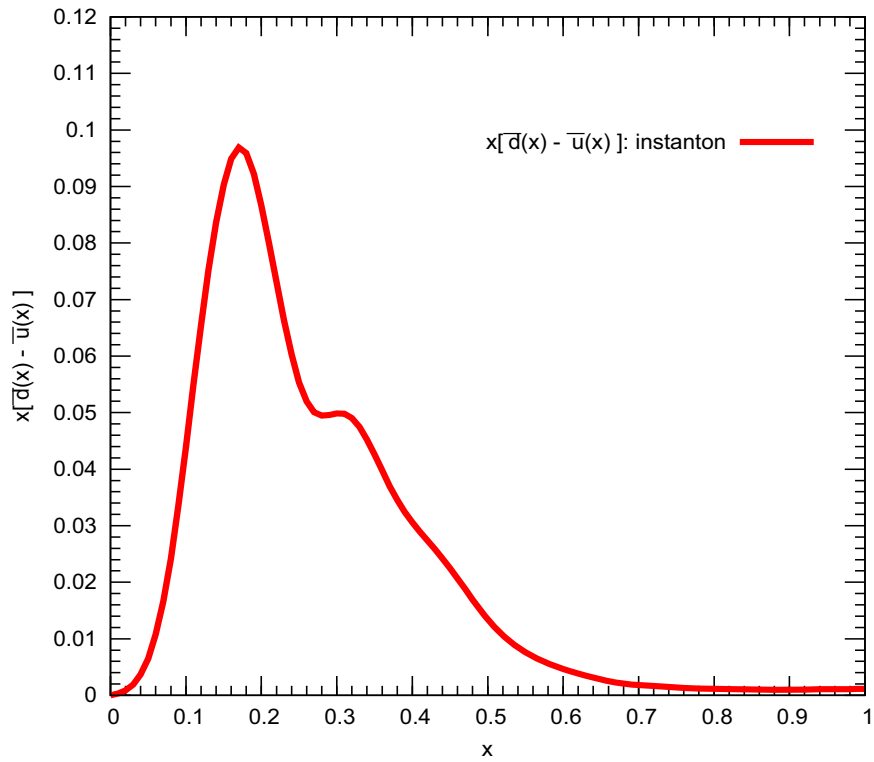


Figura 5.23: Diferença das densidades entre dos quarks do mar vezes x ; $x[\bar{d}(x) - \bar{u}(x)]$ em função de x , considerando 23 estados a uma temperatura efetiva de $T = 108$ MeV. Com efeito de instantons no estado fundamental.

5.4.3 Resultados comparando com dados experimentais

A seguir, os resultados obtidos para as distribuições a quarks e funções de estrutura do nucleon para o caso com e sem efeito de instantons no estado fundamental, será comparado com dados experimentais. Para o caso sem instantons em geral foram usados 20 estados e para o caso com instantons são 23 estados, ambos fixados a uma temperatura T e que reproduz o valor experimental da regra de soma de Gottfried.

Na figura.(5.24) mostramos os resultados para a diferença dos quarks do mar $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ [†] em função de x para o próton, comparado com dados experimentais. Os resultados iniciais do modelo para a diferença dos quarks são linhas constantes e iguais; a linha contínua vermelha é para o caso sem efeito de instantons e a linha ponto-azul é para caso com efeito de instantons. Os dados experimentais mostrados na figura são de HERMES [57], E866/Towell [58] e NuSea/Hawker[59].

Ilustramos os resultados para a razão de quarks do mar $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ em função de x no próton na figura.(5.25) comparados com dados experimentais. Os resultados são linhas constantes e iguais; a linha contínua vermelha é para o caso sem efeito de instantons e a linha ponto verde é para o caso com efeito de instantons. Os dados experimentais mostrados na figura são de E866/Towell[58], NuSea/Hawker[59] e Na51 [60].

Quando comparado os resultados para a razão entre funções de estrutura nêutron e próton $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ em função de x com dados experimentais, obtemos linhas constantes e iguais para ambos casos; sem instantons (linha contínua vermelha) e com instantons (linha ponto-azul). Ilustrado na figura.(5.26). Os dados experimentais mostrados na figura são de SLAC [61], EMC [63], BCDMS [64], NMC [65], Fermilab /E665[66].

Na figura.(5.27) mostramos os resultados para a diferença entre funções do estrutura próton e nêutron $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ [§] em função de x comparado com dados experimentais, para o caso sem efeito de instantons . Consideramos também no gráfico a contribuição da diferença dos quarks do mar $\frac{2x}{3}[\bar{u}(x) - \bar{d}(x)]$. Sendo a expressão para a diferença dos quarks de valência $\frac{1}{3}x[u_{val}(x) - d_{val}(x)]$, relacionados com a diferença das funções de estrutura mediante a expressão $F_2^p(x) - F_2^n(x) =$

[†]O que é plotado corresponde na verdade para $x[\bar{d}(x) - \bar{u}(x)]$ numericamente.

[§]Plotamos numericamente $x[F_2^p(x) - F_2^n(x)]$.

$$\frac{x}{3}[u_{val}(x) - d_{val}(x)] + \frac{2x}{3}[\bar{u}(x) - \bar{d}(x)].$$

A linha contínua vermelha são os resultados para a diferença dos quarks de valência $\frac{1}{3}x[u_{val}(x)-d_{val}(x)]$, a linha tracejada verde são os resultados para a diferença das funções de estrutura próton-nêutron $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ e a linha ponto-azul são os resultados para a diferença dos quarks do mar $\frac{2x}{3}[\bar{u}(x) - \bar{d}(x)]$. Podemos observar que a curva dos resultados está muito acima dos dados experimentais, sendo a posição dos picos para estas curvas teóricas em torno de $x \approx 0.22$. Os dados experimentais mostrados na figura são de Hermes [57], Towell[58], Hawker [59], SLAC [61], EMC [63], BCDMS [64], NMC [65].

Ilustramos os resultados teóricos para a diferença entre funções de estrutura do próton e nêutron $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ em função de x comparado com dados experimentais na figura.(5.28). Os resultados agora são para o caso com efeito de instantons. Consideramos também no gráfico a contribuição da diferença dos quarks do mar $\frac{2x}{3}[\bar{u}(x) - \bar{d}(x)]$. Sendo a expressão para a diferença dos quarks de valência $\frac{1}{3}x[u_{val}(x) - d_{val}(x)]$, relacionados com a diferença das funções de estrutura mediante a expressão $F_2^p(x) - F_2^n(x) = \frac{x}{3}[u_{val}(x) - d_{val}(x)] + \frac{2x}{3}[\bar{u}(x) - \bar{d}(x)]$.

A linha contínua vermelha são os resultados para a diferença dos quarks de valência $\frac{1}{3}x[u_{val}(x) - d_{val}(x)]$, a linha tracejada-verde são os resultados para a diferença das funções de estrutura próton-nêutron $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ e a linha ponto-azul são os resultados para a diferença dos quarks do mar $\frac{2x}{3}[\bar{u}(x) - \bar{d}(x)]$. Podemos observar que a curva dos resultados está deslocada para o lado esquerdo quando comparados com os resultados para o caso sem instantons, mesmo assim, os resultados continuam fora dos dados experimentais. A posição dos picos para estas curvas teóricas estão em volta de $x \approx 0.17$. Os dados experimentais mostrados na figura são de Hermes [57], Towell[58], Hawker [59], SLAC [61], EMC [63], BCDMS [64], NMC [65].

Realizamos um aumento no número de estados, com a finalidade de saber se o modelo apresenta boa convergência. Assim por exemplo, na figura.(5.29) ilustramos os resultados para a diferença entre funções de estrutura próton e nêutron $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ em função de x novamente comparado com dados experimentais. Os dados experimentais mostrados na figura são de Hermes [57], Towell[58], Hawker [59], SLAC [61], EMC [63], BCDMS [64], NMC [65].

Colocando juntos os resultados obtidos para 20 estados e 42 estados no caso sem efeito de instantons, podemos comentar a partir do gráfico o seguinte. Observamos um aumento nas curvas (linha ponto-rosa para 20 estados e linha continua-vermelha

para 42 estados) para a diferença entre os quarks de valência $x/3(u_{val} - d_{val})$ com o aumento do número de estados.

A curva para a diferença entre funções de estrutura próton e nêutron $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ diminui com o aumento do número de estados (linha tracejada-ponto turquesa para 20 estados e linha tracejada-verde para 42 estados). No caso da diferença dos quarks do mar $2x/3 [\bar{u}(x) - \bar{d}(x)]$, eles diminuem com o aumento do número de estados (linha ponto-rosa para 20 estados e linha ponto-azul para 42 estados).

Apesar do aumento no número de estados os resultados foram deslocados desde a posição $x \approx 0.22$ (20 estados) até $x \approx 0.18$ (42 estados). Porém o modelo apresenta boa convergência nos resultados.

Na figura.(5.30) ilustramos os resultados teóricos para a diferença entre funções de estrutura do próton e nêutron $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ em função de x comparado com dados experimentais, para o caso com efeito de instantons onde temos entre 23 estados e 42 estados.

Os resultados têm características idênticas aos obtidos no caso sem instantons. As curvas teóricas deslocam-se para o lado esquerdo desde a posição $x \approx 0.18$ (23 estados) ate $x \approx 0.16$ (42 estados).

Observamos no gráfico, que a curva para a diferença entre funções de estrutura do próton e nêutron $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ não muda e continua igual apenas desloca-se para o lado esquerdo com o aumento do número de estados (linha tracejada-ponto turquesa para 23 estados e linha tracejada-verde para 42 estados). O mesmo acontece para a diferença dos quarks do mar $2x/3 [\bar{u}(x) - \bar{d}(x)]$ (linha ponto-rosa para 23 estados e linha ponto-azul para 42 estados) e também para a diferença entre os quarks de valência $x/3(u_{val} - d_{val})$ ocorre igualmente (linha ponto-rosa para 23 estados e linha continua-vermelha para 42 estados) considerando o efeito de instantons.

Os dados experimentais mostrados na figura são de Hermes [57], Towell[58], Hawker [59], SLAC [61], EMC [63], BCDMS [64], NMC [65].

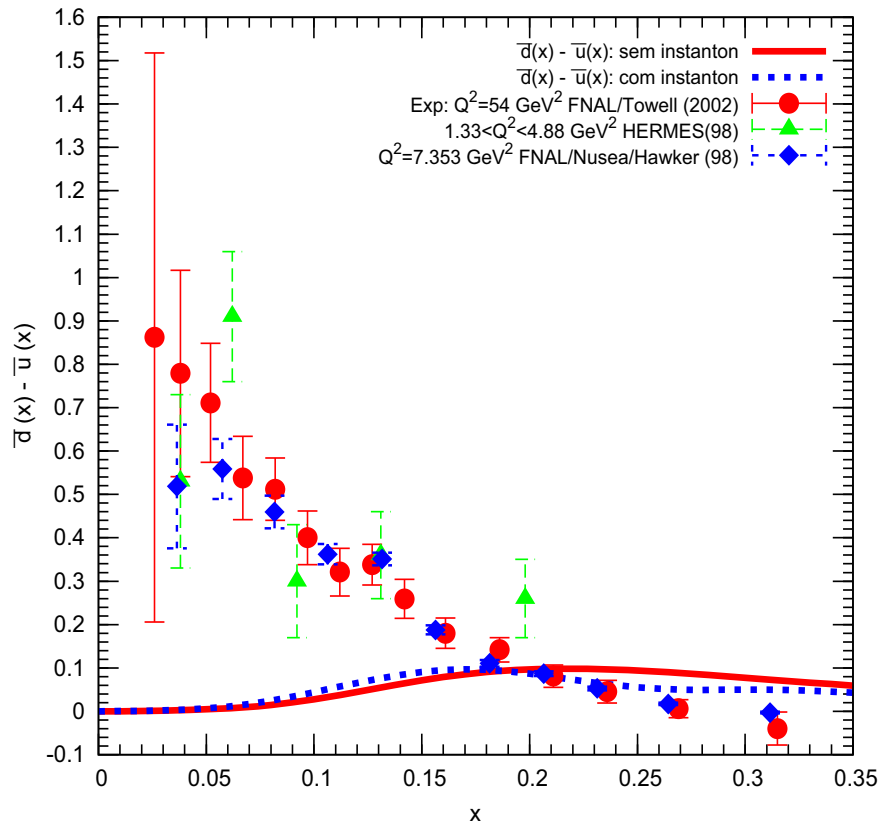


Figura 5.24: Diferença entre os quarks do mar $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ em função de x no próton.

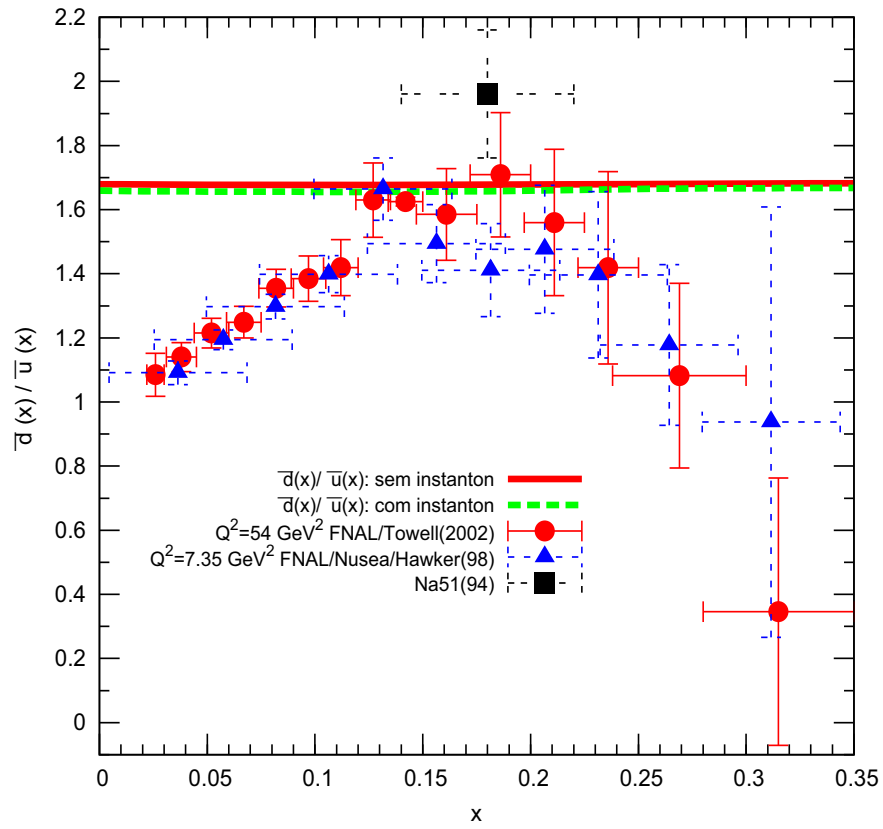


Figura 5.25: Razão entre quarks do mar $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ em função de x no próton.

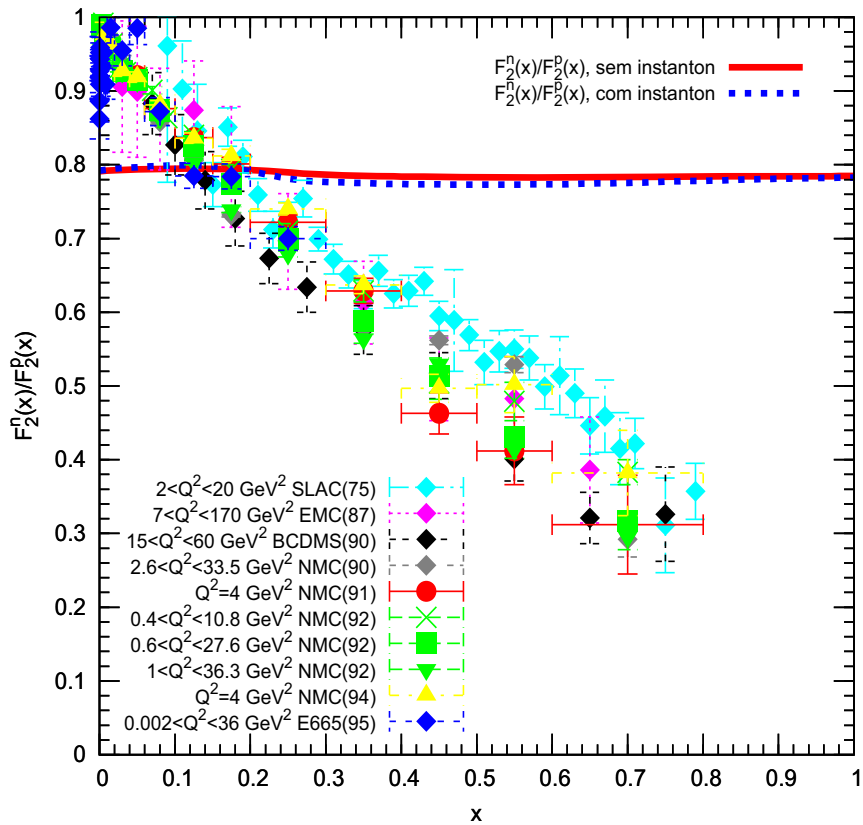


Figura 5.26: Razão entre funções de estrutura do nêutron / próton: $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ em função de x .

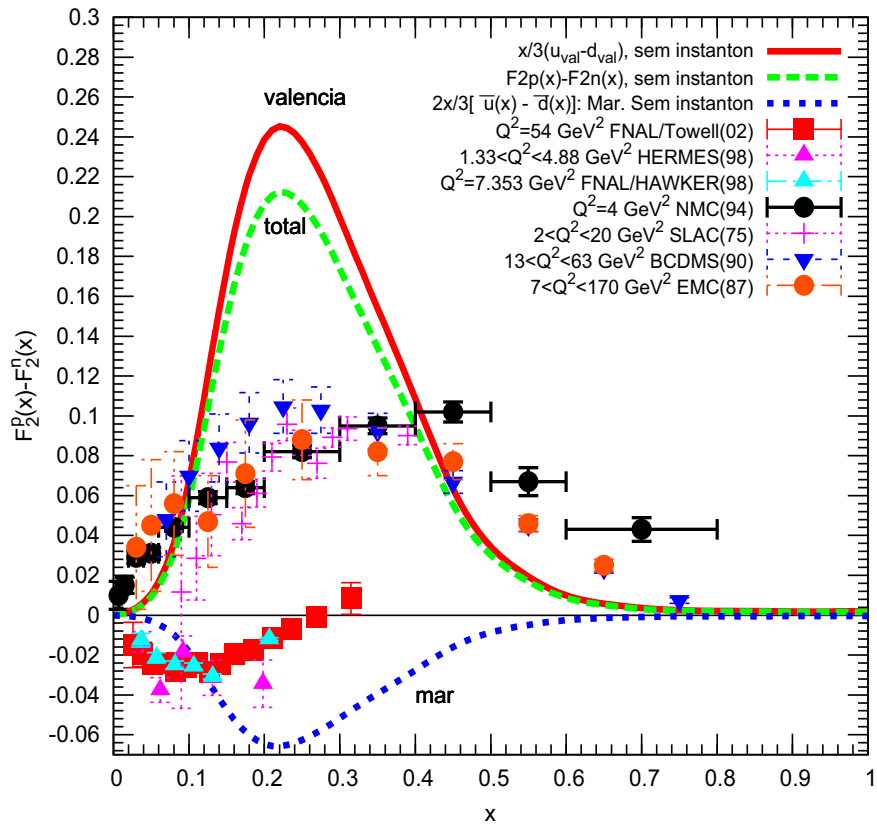


Figura 5.27: Diferença entre as funções de estrutura do próton e nêutron $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ em função de x .

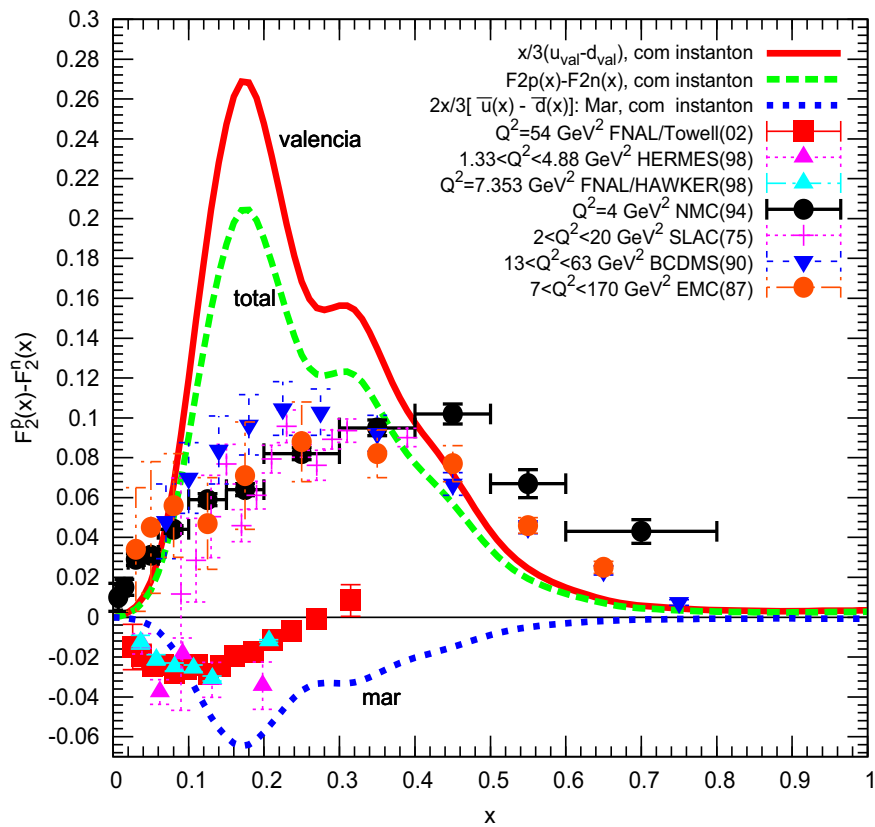


Figura 5.28: Diferença entre as funções de estrutura do próton e nêutron $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ em função de x .

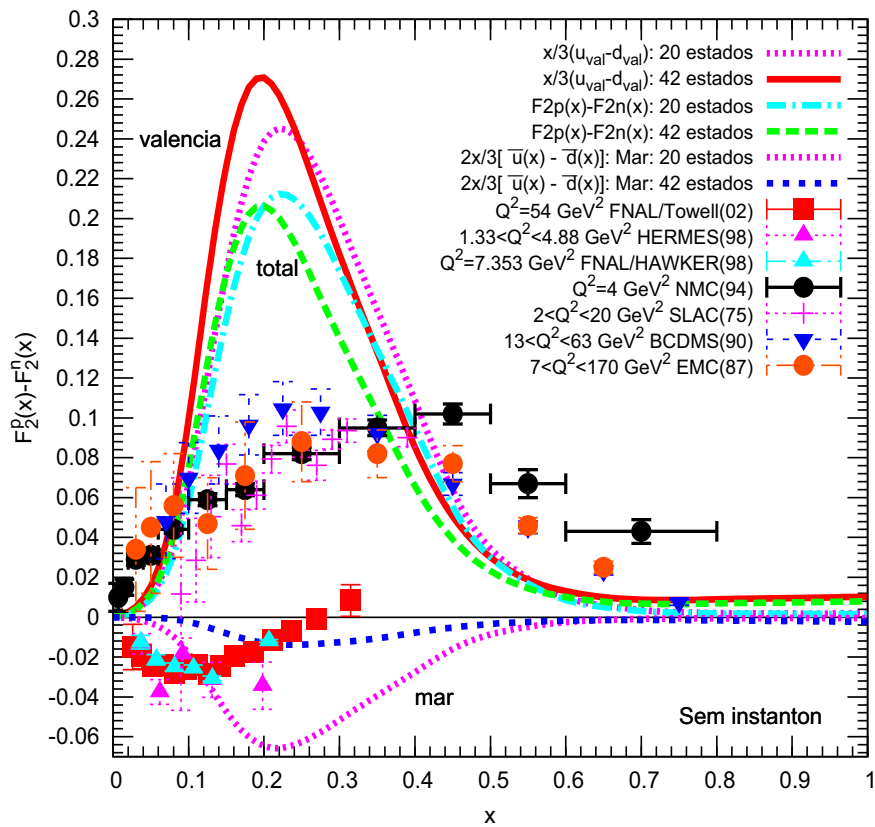


Figura 5.29: Diferença entre as funções de estrutura do próton e nêutron $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ em função de x . Comparação dos resultados para o caso sem efeito de instantons entre 20 e 42 estados.

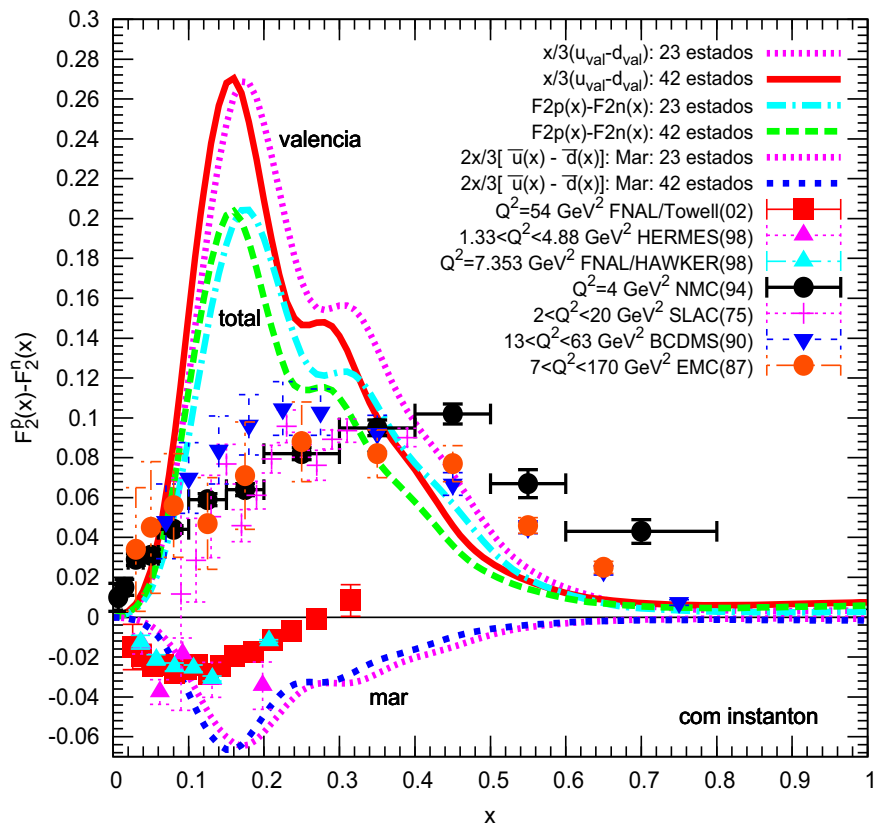


Figura 5.30: Diferença entre as funções de estrutura do próton e nêutron: $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ como uma função de x . Comparação dos resultados para o caso com efeito de instantons no estado fundamental entre 23 e 42 estados.

5.4.4 Conclusão

Concluimos este capítulo com as seguintes observações.

A partir de um alto número de estados observamos que existe uma certa saturação por parte da temperatura efetiva T , como observado na tabela.(5.4) e ilustrado na figura.(5.1) por exemplo para o caso sem efeito de instantons.

Aumentamos o número de estados para verificar se existe convergência por parte do modelo, demonstrando que isso realmente acontece, já que para 40 estados obtivemos o mesmo comportamento dos resultados como os obtidos para 20 estados. Nesse caso, considerando os dois casos (com 20 e com 40), com e sem efeito de instantons, ilustramos a boa convergência do modelo.

Comentando os resultados obtidos neste capítulo, para a razão e a diferença entre quarks do mar $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ e $x\bar{d}(x) - x\bar{u}(x)$ os resultados são linhas constantes, e para a razão entre funções de estrutura do nêutron e do próton $F_2^n(x)/F_2^p(x)$, obtivemos igualmente linhas constantes. Isso se deve ao fato de que estamos usando acoplamentos iguais (igual confinamento) para os quarks u e d ($\lambda_d = \lambda_u$) e portanto massas iguais $m_u = m_d = 0$. Como conseqüência, obtivemos iguais funções de onda (alterando apenas as normalizações) que entram na transformada de Fourier e conduzem a curvas constantes. Para o modelo ser mais realístico, deveríamos ter feito durante a parametrização do modelo acoplamentos diferentes para os quarks u e d ($\lambda_u \neq \lambda_d$) no próton, e que é equivalente a ter massas efetivas diferentes para os quarks u e d ($m_u \neq m_d$).

A implementação de acoplamentos diferentes no modelo é realizada mediante reescalonamento de massas, que sera implementada mediante o uso da função delta de Dirac, como será mostrado no capítulo a seguir. Implementar algebricamente acoplamentos diferentes para os quarks u e d , mediante um reescalonamento de massa, significa esperar que $\bar{d}/\bar{u} \neq constante$ no próton e também para a razão $F_2^n(x)/F_2^p(x) \neq 0$.

Capítulo 6

Efeitos adicionais da QCD nas Funções de Estrutura

No capítulo anterior foi demonstrado a importância de se utilizar acoplamentos diferentes para os quarks u e d no próton, já que obtivemos curvas constantes para as funções de estrutura quando parametrizamos o modelo com $\lambda_u = \lambda_d = \lambda$. Observando que as massas efetivas dos quarks leves u e d deveriam ser diferentes, introduziremos esta diferença no modelo mediante um reescalonamento efetivo de massa na variável de Bjorken x .

Consideramos também efeitos adicionais: desde processos de divisão de gluons, que geram iguais contribuições para os quarks do mar \bar{d} e \bar{u} , assim como um efeito adicional que deriva da subestrutura dos quarks constituintes do nucleon, que por sua vez é extraída da função de estrutura do pion.

Descreveremos a seguir em detalhe todos estes fenômenos.

6.1 Reescalonamento de massa efetiva

No início parametrizamos o modelo mediante um potencial de confinamento igual para os quarks u e d ($\lambda = \lambda_u = \lambda_d$) e para as massas $m = m_u = m_d = 0$. Dessa forma, não temos como diferenciar ou distinguir um quark do outro no nucleon.

Uma forma de diferenciar os quarks seria pela *interação do spin entre eles*, então essa diferença chegaria em princípio desde o efeito de instantons (dependentes do sabor-spin[49]), onde cada quark interage com outro quark de spin oposto e de

diferente sabor. Os quarks d no próton têm um maior canal atrativo com energia inferior que a dos quarks u , ou seja implicaria que $\lambda_u \neq \lambda_d$

Caso não houvesse nenhuma diferença entre os acoplamentos dos quarks u e d , isto levaria a que a razão para os quarks do mar $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ e a diferença entre eles $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ seja *razões constantes*. Implementar de modo efetivo esta diferença de acoplamento pode ser realizada mediante um *reescalonamento de massa efetiva no modelo*.

O reescalonamento para a escala x pode ser realizado por alguma distribuição de probabilidades $q(x)$. Portanto escolhemos a distribuição mais simples dada pela distribuição delta de Dirac efetiva (ref.[1], Capítulo 9).

Assim, o reescalonamento produzido pela delta de Dirac, provocaria um aumento na massa no quark $q(x)$ e no final daria uma diferença de massa para os quarks u e d . Dessa forma, as distribuições $u(x)$ e $d(x)$ (e os correspondentes quarks do mar) teriam os picos máximos em diferentes posições de x .

Vejamoss como poderia ser implementado este efeito de reescalonamento de massa matematicamente. Seja a distribuição

$$q(x) = \delta \left(\frac{M_q}{M_n} - x \right) , \quad (6.1)$$

onde M_q é a massa do quark e M_n é a massa total do nucleon. A distribuição acima é válida para quarks u e d no caso que eles tenham massas iguais. Quando as massas são diferentes $M_q \neq M_u \neq M_d$, as novas distribuições para $u(x)$ e $d(x)$ são reescaloados em relação a $q(x)$, de tal forma que $u(x)$ pode ser escrito como

$$\begin{aligned} u(x) &= \delta \left(\frac{M_u}{M_q} \frac{M_q}{M_n} - x \right) \\ &= \frac{M_q}{M_u} \delta \left(\frac{M_q}{M_n} - \frac{M_q}{M_u} x \right) \\ &= \frac{M_q}{M_u} q \left(\frac{M_q}{M_u} x \right) , \end{aligned} \quad (6.2)$$

de forma que, quando $(M_q/M_u) > 1$, a função reescaloadada tem o máximo deslocado para a direita da função original, como ilustrado nas figuras.(6.1) e figura.(6.2). Para um ajuste dos observáveis obtemos $M_q/M_u = 1/0.8 \approx 1.25$, onde para o próton $M_q \equiv M_d$.

Para $M_q = 1$, o reescalonamento em $q(x)$ está fixo e não varia para $M_u = 0.8$. Indica que reescalonamos a distribuição $u(x)$ num valor de 0.8. O efeito deste reescalonamento de massa será evidente nos resultados finais para a distribuição dos quarks do mar e funções de estrutura do nucleon.

6.1.1 Resultados para o reescalonamento efetivo

Ilustramos os resultados para o reescalonamento efetivo que é adicionado no modelo estatístico a quarks, implementado através de um programa numérico a partir da eq.(6.2). Quando o reescalonamento de massa é realizado perdemos completamente a normalização dos dados numéricos correspondente as distribuições dos quarks, então, depois de realizado o reescalonamento normalizamos os dados de acordo com a eq.(4.39) para o próton.

Observaremos que os resultados para a razão dos quarks do mar \bar{d}/\bar{u} são sensíveis ao reescalonamento de massa, a qual está relacionada com a intensidade do confinamento de quark efetivo.

Na figura.(6.1) ilustramos os resultados para a distribuição dos quarks de valência $xu_{val}(x)$ e $xd_{val}(x)$ no próton em função de x no próton. Quando aplicamos 2 diferentes valores de reescalonamento de massa no quark de valência $xu_{val}(x)$, obtemos 2 novas linhas de distribuição para este quark, sendo que a distribuição para o quark de valência $xd_{val}(x)$ continua fixo no mesmo lugar (sem reescalonar a massa).

Os resultados para a distribuição do quark de valência xd_{val} são apresentados com a linha ponto-rosa, linha tracejada-ponto turquesa e linha 2-pontos-preto. Para a distribuição a quark xu_{val} , mostramos três linhas: a linha contínua vermelha assume igual massa $M_u = M_d \equiv M_q$, a linha tracejada-verde assume um reescalonamento efetivo de $M_d/M_u = 1.0/0.80 = 1.25$, a linha ponto-azul assume um reescalonamento efetivo de $M_d/M_u = 1.0/0.70 = 1.428$, onde a posição dos picos máximos das distribuições são deslocados para o lado direito, desde o origem $x \approx 0.22$ até $x \approx 0.32$. A ordem nestas distribuições é $xu_{val} > xd_{val}$.

Na figura.(6.2) mostramos os resultados para a distribuição dos quarks do mar $x\bar{d}(x)$ e $x\bar{u}(x)$ em função de x no próton, observe que a distribuição do quark de mar $x\bar{d}(x)$ continua fixo mesmo quando é realizado o reescalonamento de massa para o quark do mar $x\bar{u}(x)$ é reescalonado dando-lhe uma massa diferente de zero.

Quando aplicamos 2 diferentes valores de reescalonamento de massa no quark do

mar $x\bar{u}(x)$, obtemos 2 novas linhas de distribuição para este quark, sendo que a distribuição para o quark do mar $x\bar{d}(x)$ continua fixa no mesmo lugar (sem reescalonar a massa).

Os resultados para a distribuição do quark do mar $x\bar{d}$ são apresentados com a linha ponto-rosa, linha tracejada-ponto turquesa e linha 2-pontos-preto. Para a distribuição a quark $x\bar{u}(x)$, mostramos três linhas: a linha contínua vermelha assume igual massa $M_u = M_d \equiv M_q$, a linha tracejada-verde assume um reescalonamento efetivo de $M_d/M_u = 1.0/0.80 = 1.25$ ou $xd = 1.0$ e $xu = 0.80$, a linha ponto-azul assume um reescalonamento efetivo de $M_d/M_u = 1.0/0.70 = 1.428$ ou $xd = 1.0$ e $xu = 0.70$, onde a posição dos picos máximos das distribuições são deslocados para o lado direito, desde o origem $x \approx 0.20$ até $x \approx 0.3$. A ordem nestas distribuições é $x\bar{d}(x) > x\bar{u}(x)$ em geral.

A distribuição dos quarks de valência e do mar $xf(x) \equiv xu_{val}, xd_{val}, x\bar{u}, x\bar{d}$ é mostrada na figura.(6.3) em função de x para o próton. Aplicamos um reescalonamento de massa efetivo de $M_d/M_u = 1.0/0.80 = 1.25$ ou $xd = 1.0$ e $xu = 0.80$ nos quarks de valência $xu_{val}(x)$ e do mar $x\bar{u}(x)$, os outros quarks não são afetados. Observe como as distribuições dos quarks estão localizados em diferentes posições (ou diferente massa para cada quark).

A posição dos picos foi deslocado para: $x \approx 0.28$ para o quark de valência $xu_{val}(x)$, em $x \approx 0.22$ para o quark de valência $xd_{val}(x)$, em $x \approx 0.3$ para o quark do mar $x\bar{u}(x)$. A ordem para as distribuições é $xu_{val}(x) > xd_{val}(x) > x\bar{d}(x) > x\bar{u}(x)$ no próton.

A linha contínua vermelha é a distribuição para o quark do valência $xd_{val}(x)$, a linha ponto azul é a distribuição para o quark de valência $xu_{val}(x)$, a linha tracejada-verde é a distribuição para o quark de mar $x\bar{d}(x)$, e a linha 2-pontos-preto é a distribuição para o quark de mar $x\bar{u}(x)$.

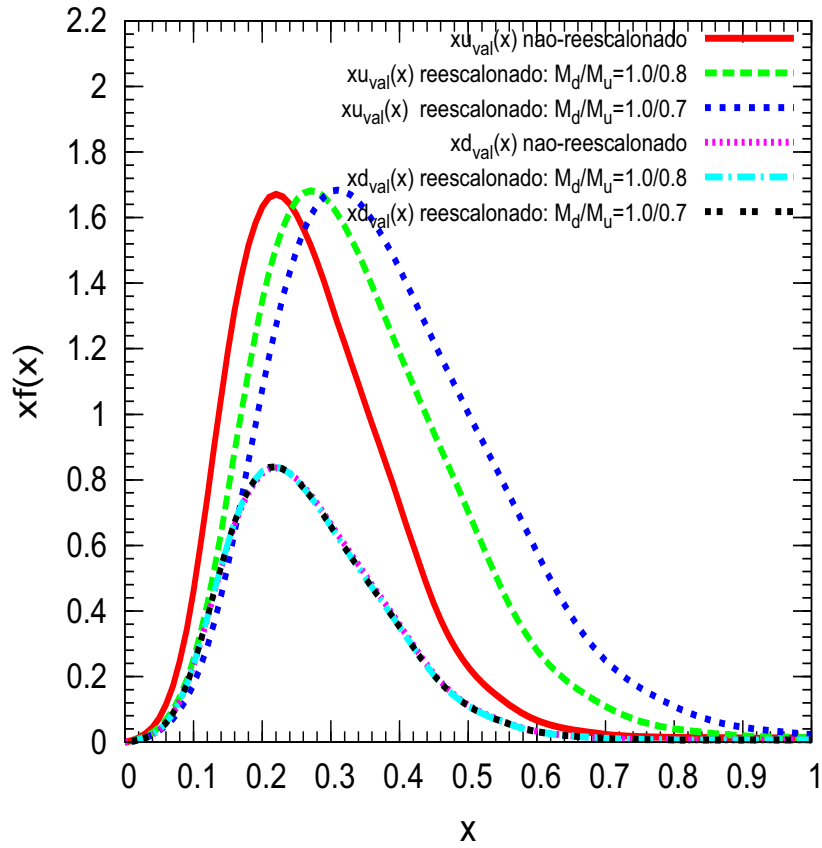


Figura 6.1: Distribuição para os quarks de valência xu_{val} e xd_{val} no próton em função da escala de Bjorken x . A distribuição de valência $xd_{val}(x)$ está fixo e não muda quando aplicado o reescalonamento de massa, apenas a distribuição do quark de valência $xu_{val}(x)$ é deslocado para diferentes valores.

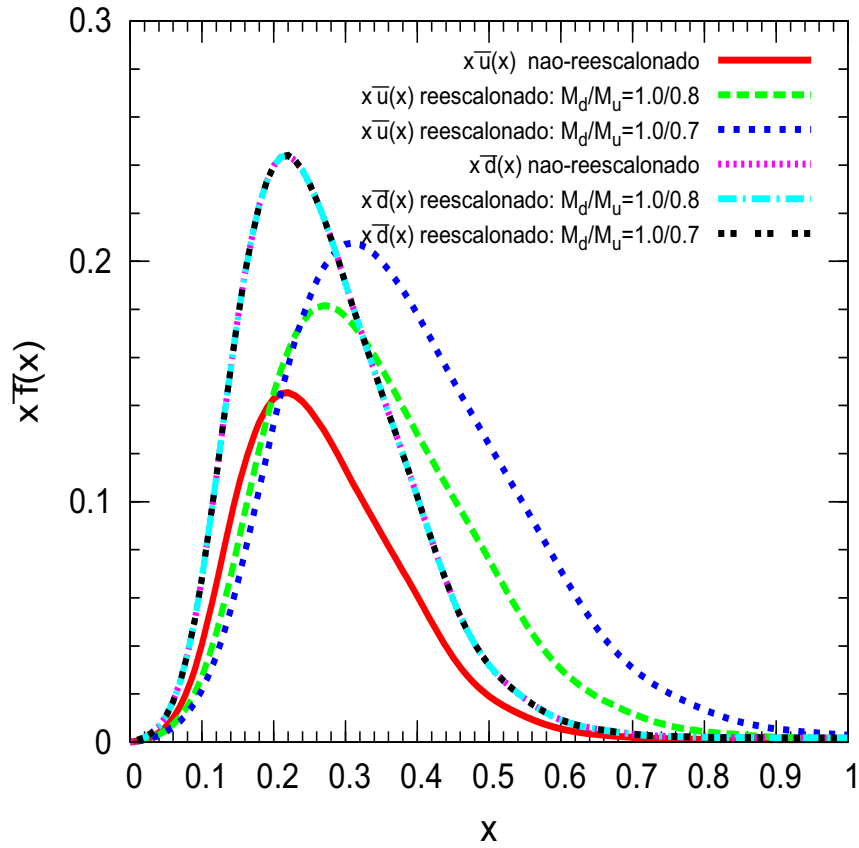


Figura 6.2: Distribuição para os quarks do mar $x\bar{u}(x)$ e $x\bar{d}(x)$ no próton em função da escala de Bjorken x . A distribuição de quark do mar $x\bar{d}(x)$ não é afetado pelo reescalamento de massa permanecendo fixo, somente a distribuição do quark de mar $x\bar{u}(x)$ é afetado pelo reescalamento de massa aplicado no quark de valência xu_{val} .

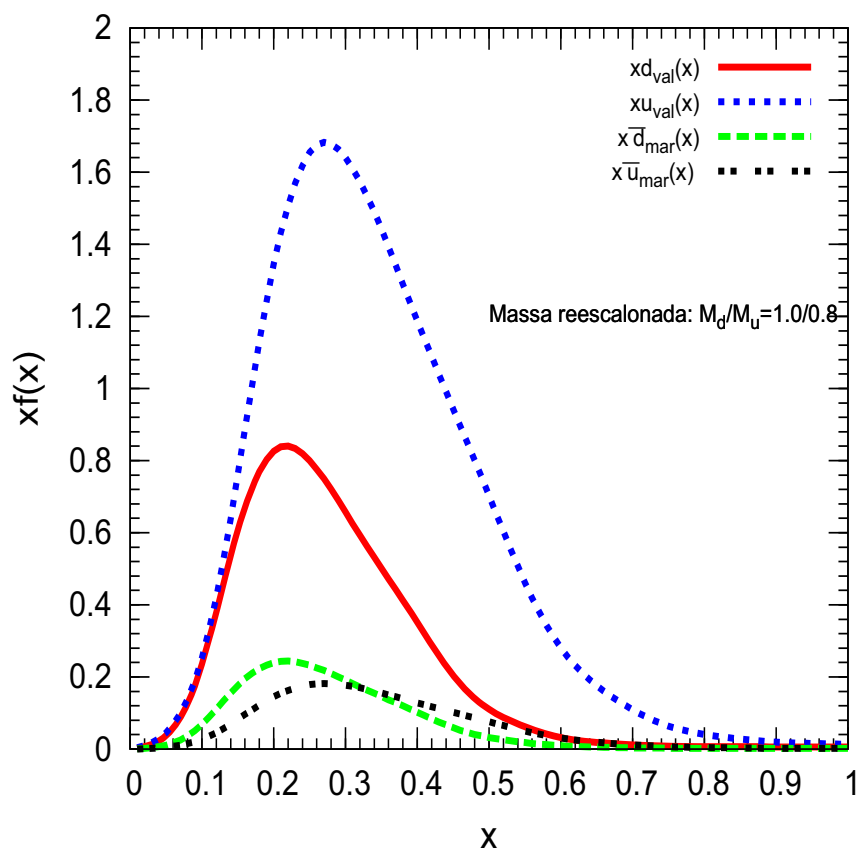


Figura 6.3: Distribuição dos resultados para os quarks de valência e quarks do mar $xf(x) = xu_{val}, xd_{val}, x\bar{u}, x\bar{d}$ em função de x no próton, onde ilustramos o efeito de um reescalonamento de massa efetivo de $M_u/M_d = 1.25$.

6.2 Efeito gluônico: Equações GLAP

A inclusão do efeito gluônico no modelo é aplicado mediante o uso das equações de Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (GLAP) [27] que nós permite calcular as probabilidade de gerar pares de partícula-antipartícula com a emissão de gluons.

Estamos considerando processos perturbativos da QCD de emissão de gluons por parte de uma distribuição de quark original, onde os gluons por sua vez podem emitir pares de quark-antiquark (mar). Portanto, temos igual probabilidade para originar pares $\bar{d}d$ ou $\bar{u}u$ de um gluon; todos estes processos têm sido muito bem estudados [1]. As probabilidades quark e antiquark podem ser somadas dentro do modelo pela função

$$f_T(x) = u_{T(val)}(x) + d_{T(val)}(x) + \bar{u}_T(x) + \bar{d}_T(x) . \quad (6.3)$$

A densidade de probabilidades de obter um quark chegando desde um processo $q \rightarrow q + g$ e $g \rightarrow q + \bar{q}$ num nível de energia Q_v^2 é definido por

$$q_{glap}(x) = \frac{\alpha_s^2(Q_v^2)}{(2\pi)^2} \int_x^1 dy \frac{P_{qg}(x/y)}{y} \int_y^1 \frac{dz}{z} P_{gq}\left(\frac{y}{z}\right) f_T(z) , \quad (6.4)$$

onde o índice g indica que os quarks são gerados desde processos de divisão de gluons, expressado pelas funções P_{qg} e P_{gq} definido por[1]

$$P_{gq}(z) = \frac{4}{3} \left[\frac{1 + (1-z)^2}{z} \right] , \quad P_{qg}(z) = \frac{1}{2} (1 - 2z + 2z^2) , \quad (6.5)$$

sendo α_s que corresponde a constante de acoplamento definida na QCD[†].

A probabilidade dada na eq.(6.4) é a mesma para os quarks de valência e para os quarks do mar, de tal forma que $q_g(x) = \bar{q}_g(x)$. Ou seja, no caso do mar do nucleon as chances de originar pares $d\bar{d}$ e $u\bar{u}$ são as mesmas. Então, o modelo tem duas componentes para os quarks do mar, a primeira componente é dependente da temperatura efetiva T a qual daria o valor experimental da regra de soma de Gottfried e a segunda componente que chegaria desde processos perturbativos da QCD, que são processos (iguais para todos os quarks).

[†] $\alpha_s = 4 \frac{2\pi}{(11 - \frac{2}{3}n_f) \ln(\frac{\Lambda}{Q_0})}$ onde $n_f = 6$ indica o número de quarks.

Esta segunda componente (QCD) quando chega a ser dominante, produz a razão $\bar{d}/\bar{u} \simeq 1$, como mostrado por

$$\frac{\bar{d}(x)}{\bar{u}(x)} = \frac{\bar{d}_T(x) + q_{glap}(x)}{\bar{u}_T(x) + q_{glap}(x)} . \quad (6.6)$$

Note que com somente as considerações do capítulo 5 e os efeitos gluônicos, a razão \bar{d}/\bar{u} será constante. Isto acontece porque temos as mesmas funções de onda para todos os quarks e antiquarks ($\lambda_u = \lambda_d$), a diferença seria somente na normalização. Os processos de divisão gluônica serão representados nos resultados pelo parâmetro α_s no modelo. Os resultados de considerar este efeito serão ilustrados na seção seguinte.

6.2.1 Procedimento para aplicar equações GLAP

O procedimento de cálculo seguiu o seguinte roteiro

♠ Realizamos o reescalonamento efetivo das distribuições (ou das massas) aplicando o delta de Dirac nos quarks e antiquarks, logo os dados são normalizados para o próton.

Por exemplo: normalizamos as distribuições de valência reescaladas $u_{T(val)}(x)$ e $d_{T(val)}(x)$, de forma a satisfazer a relação de normalização no próton

$$\int u_{T(val)}(x)dx = 2 , \quad \int d_{T(val)}(x)dx = 1 ; \quad (6.7)$$

então obtivemos os resultados para cada função $u_{T(val)}(x)$, $d_{T(val)}(x)$, $\bar{u}_T(x)$, $\bar{d}_T(x)$ da eq.(6.3)[†].

♠ Obtidos os dados numéricos para $f_T(x)$, esta informação é aplicada no cálculo da integral da eq.(6.4) que corresponde às equações GLAP e obtivemos os dados numéricos para a distribuição $q_{glap}(x)$.

♠ Variamos os valores do parâmetro α_s , de tal forma que os resultados numéricos ficassem próximos dos dados experimentais.

[†]A idéia principal é usar a função $f_T(x)$ da eq.(6.3).

Calcular a razão dos quarks do mar no próton, definido por

$$\frac{\bar{d}(x)}{\bar{u}(x)} = \frac{\bar{d}_T(x) + q_{glap}(x)}{\bar{u}_T(x) + q_{glap}(x)} \quad (6.8)$$

é necessário variar os valores de α_s em $q_{glap}(x)$ [eq.(6.4)] de modo que os resultados fiquem próximos aos dados experimentais. Como observaremos nos gráficos dos resultados, não será suficiente considerar processos perturbativos de QCD, é necessário *adicionar outro fenômeno* ao modelo a fim de melhorar os resultados.

6.3 Subestrutura a quark constituinte ou efeito piônico

Os quarks neste modelo são graus de liberdade efetivos que podem ter subestrutura. A função de estrutura do quark (antiquark) constituinte pode ser extraída de uma função de estrutura do pión $P(x)$, com a suposição (hipóteses) que esta estrutura é dominada por um comportamento assintótico.

Dessa forma, seria útil alertar que o que objetivamos não é considerar píons ou mésons diretamente no modelo, mas sim extrair efeitos da estrutura dos quarks constituintes considerando a estrutura do méson mais simples, que está presente nas interações entre nucleons. Isso o que chamamos, por brevidade, de *efeito piônico*.

Para um pión sem massa, a parte assintótica da função de onda na frente de luz implica uma probabilidade constante para os quarks de valência ter uma determinada fração de momento [67]. A função de estrutura do pión pode ser escrita na forma

$$v^\pi(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dy}{y} P(y, Q^2) F_{q\bar{q}}^\pi\left(\frac{x}{y}\right) , \quad (6.9)$$

onde $F_{q\bar{q}}^\pi(x)$ é a função de estrutura do pión para quarks constituintes com uma função de onda de valência[67]. Assumindo que $F_{q\bar{q}}^\pi(x) = 1$ para a forma assintótica da função de onda de valência do pión

$$v^\pi(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dy}{y} P(x, Q^2) , \quad (6.10)$$

e tomando a derivada sobre x , obtemos a função de estrutura quark (antiquark) constituinte

$$P(x, Q^2) = -x \frac{\partial}{\partial x} v^\pi(x, Q^2) , \quad (6.11)$$

a correção é feita considerando a subestrutura dos quarks do mar como derivados da função de estrutura do pión usando a parametrização dado na ref.[68].

Como vai afetar esta subestrutura de quark constituinte para a função de estrutura? Consideramos a parametrização para $v^\pi(x, Q^2)$ dado em [68]. A função de estrutura de um quark de valência no pión é definido na forma

$$xv^\pi(x, Q^2) \equiv xv^\pi(x) = N_\pi x^a (1 + A\sqrt{x} + Bx) (1 - x)^D , \quad (6.12)$$

onde os parâmetros são definidos como

$$\begin{aligned} N_\pi &= 1.212 + 0.498s + 0.009s^2 \\ a &= 0.517 - 0.020s \\ A &= -0.037 - 0.578s \\ B &= 0.241 + 0.251s \\ D &= 0.383 + 0.624s \\ s &= \ln \left[\frac{\ln(Q^2/0.204^2)}{\ln(\mu^2/0.204^2)} \right] , \end{aligned} \quad (6.13)$$

avaliado em $\mu^2 = 0.26 \text{ GeV}^2$.

Então a função de estrutura antiquark $\bar{q}(x)$ no nucleon com uma subestrutura constituinte é dado por

$$\bar{q}_{const}(x) = - \int_x^1 \frac{\partial}{\partial z} v^\pi(z, Q^2) \Big|_{z=x/y} \bar{q}_{modelo}(y) dy , \quad (6.14)$$

onde $\bar{q}_{modelo}(y)$ é a função de estrutura de antiquark (mar) dada pelo modelo.

Como será mostrado, tal efeito é relevante para obter um bom ajuste para $\bar{d} - \bar{u}$. Desta forma, para obter bons resultados, é necessária a combinação dos valores de α_s (desde processos de divisão de gluons) junto com os valores do parâmetro s .

Sem considerar tal subestrutura, a diferença $\bar{d} - \bar{u}$ apresenta um considerável desvio quando comparado com os resultados experimentais (ver figura.(6.4)). A correção para este problema é feita considerando a subestrutura de antiquarks como sendo derivado desde a função de estrutura do pión.

Observaremos também nos gráficos dos resultados que, desde construção, a função de estrutura a quark constituinte incluirá todos os possíveis processos de divisão gluônico. Portanto, uma diminuição é esperada nos valores de α_s com respeito ao caso na qual nenhum efeito de subestrutura a quarks constituinte é considerado durante o procedimento de ajuste. Isto pode ser verificado nos resultados mostrados, por exemplo, na figura.(6.4)

Observação importante: Este modelo [67] para subestrutura do quark constituinte é uma tentativa de extrair a correspondente função de estrutura pela forma assintótica da função de onda do pión.

Consideramos que os quarks constituintes do nucleon possuem uma subestrutura, semelhante a que é encontrada no pión. Assim, consideramos que no pión têm quarks constituintes com subestrutura e esta é descrita por uma parametrização. O objetivo é obter uma descrição da função de estrutura dos antiquarks (\bar{u} , \bar{d}) do nucleon desde o pión. Supomos que não aconteçam mudanças no interior do nucleon, já que o mar de quarks no interior do quark constituinte poderia ser afetado pelo diferente conteúdo de valência do pión e na função de onda do nucleon.

Desta forma a função de estrutura a quark constituinte no interior do nucleon pode ser extraído a partir da forma assintótica da função de onda do pión, visto que é conhecido a correspondente descrição do quark de valência nesse méson.

6.3.1 Procedimento para aplicar o efeito da subestrutura a quark constituinte

O procedimento de cálculo levou o seguinte roteiro

♠ Realizamos o reescalonamento efetivo das distribuições aplicando o delta de Dirac para todos os quarks do mar $\bar{u}(x)$ e $\bar{d}(x)$, onde todos os dados estão normalizados no próton. Assim obtemos os dados numéricos para a função $\bar{u}_{modelo}(x)$ e $\bar{d}_{modelo}(x)$ que corresponderia à função $\bar{q}_{modelo}(y)$ da eq.(6.14).

♠ Obtido $\bar{q}_{modelo}(y)$, calculamos a integral da eq.(6.14) que é $\bar{q}_{const}(x)$, calculamos junto com a derivada diferencial da eq.(6.12) para cada quark de mar $\bar{u}(x)$ e $\bar{d}(x)$ desde a eq.(6.14). É necessário normalizar a eq.(6.14) dividindo por um valor constante definido como $N_\pi = -\int_0^1 v^\pi(x)dx$. O sinal negativo é para obter um valor positivo na razão $\bar{q}_{const.}/N_\pi$.

♠ Desde a eq.(6.13) variamos os valores do parâmetro “ s ”, junto com o parâmetro α_s , de forma que os resultados numéricos fiquem próximos dos dados experimentais.

♠ O reescalonamento efetivo foi implementado num programa de fortran. As equações GLAP, efeito da subestrutura a quark constituinte e os resultados para as distribuições dos quarks do mar e das funções de estrutura do próton e nêutron, assim como razão e a diferença deles.

6.4 Resultados para $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ e $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$

Uma vez que os parâmetros do modelo são fixados para observáveis como os potenciais químicos e a regra de soma de Gottfried. Para ajustar aos dados experimentais consideramos os seguintes três parâmetros livres: a razão da massa do quark M_q/M_u , a qual daria o reescalonamento efetivo de escala de massa; α_s , para a divisão de gluons; e s , no caso que consideramos a subestrutura a quark constituinte (efeito piônico) como descrito na anterior seção.

Mostraremos os resultados mais importantes para a razão e a diferença dos quarks do mar $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ e $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$. Para tal fim, o cálculo levou o seguinte roteiro

- ♠ Realizamos o reescalonamento efetivo das massas aplicando o delta de Dirac para as distribuições de quarks de valência e do mar desde a eq.(6.2) todos eles normalizados no próton.
- ♠ Nesta seção para os resultados obtidos usamos 20 estados que reproduz o valor experimental de Gottfried a uma temperatura efetiva T .
- ♠ Calculamos o efeito gluônico q_{Glap} junto com o efeito da subestrutura a quark constituinte (efeito piônico), ajustando os valores para os parâmetros α_s [eq.6.4] e s [eq.(6.13)].
- ♠ Finalmente somamos todos os efeitos e apresentamos os resultados para

$$\frac{\bar{d}(x)}{\bar{u}(x)} = \frac{\bar{d}_{reescalado} + \bar{d}_{glap} + \bar{d}_{pionico}}{\bar{u}_{reescalado} + \bar{u}_{glap} + \bar{u}_{pionico}}$$

$$\bar{d}(x) - \bar{u}(x) = \left[\bar{d}_{reescalado} + \bar{d}_{glap} + \bar{d}_{pionico} - \bar{u}_{reescalado} - \bar{u}_{glap} - \bar{u}_{pionico} \right] .$$

Na figura.(6.4) mostramos os resultados do modelo para a razão dos quarks do mar $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ em função de x no próton comparado com dados obtidos de E866/Towell.[58], NuSea/Hawker [59] e Na51[60]. Neste gráfico temos as diferentes contribuições para esta razão \bar{d}/\bar{u} .

Sem reescalonamento de massa, obtivemos a linha 2-pontos preto constante com nenhum reescalonamento nas distribuições e sem contribuição de pares de quark. Com reescalonamento de massa; $M_d/M_u = 1.0/0.8 = 1.25$ (reescalonamos a distribuição $u(x)$ e não reescalonamos a distribuição $d(x)$), obtivemos outros dois plots: com a linha tracejada-verde apresentamos os resultados com $\alpha_s = 2.4$; e, com linha contínua vermelha, os resultados com $\alpha_s = 2.1$ e $s = 0.7$. A linha tracejada ponto turquesa é somente o reescalonamento de massa aplicado no modelo.

A linha vermelha contínua mostra os resultados obtidos considerando todos os efeitos: o modelo estatístico, reescalonamento de massa, divisão de gluons (α_s) e a contribuição desde a subestrutura a quark constituinte (s) ou efeito piônico. Assim, a razão \bar{d}/\bar{u} é sensível ao reescalonamento de massa, a qual pode estar relacionado com a intensidade do confinamento do quark efetivo.

A combinação de ambos os efeitos da divisão gluônica e da subestrutura a quark constituintes são relevantes para os melhores resultados na razão \bar{d}/\bar{u} . O efeito probabilístico de emissão de gluons diminui quando é considerada a subestrutura a quark, correspondendo a α_s variando desde 2.4 ate 2.1 como pode ser observado no gráfico.

Na figura.(6.5) mostramos os resultados do modelo para a razão dos quarks do mar $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ em função de x no próton comparado com dados obtidos de E866/Towell[58], NuSea/Hawker[59] e Na51[60].

Com o reescalonamento de massa; $M_d/M_u = 1.25$ e variando o número de estados, obtivemos outros três plots: *No gráfico superior*; com linha contínua vermelha, os resultados com $\alpha_s = 2.4$ e 20 estados; com linha tracejada-verde apresentamos os resultados com $\alpha_s = 2.4$ e 42 estados; e, com linha ponto-azul os resultados com $\alpha_s = 2.4$ e 45 estados. *No gráfico inferior*; com linha contínua vermelha, os resultados com $\alpha_s = 2.1$, $s = 0.7$ e 20 estados; com linha tracejada-verde apresentamos os resultados com $\alpha_s = 2.1$, $s = 0.3$ e 42 estados; e, com linha ponto-azul os resultados com $\alpha_s = 2.1$, $s = 0.3$ e 45 estados.

No gráfico superior a largura das curvas e os picos diminuem, conforme aumenta o número de estados, aqui somente temos presente o efeito gluônico onde $\alpha_s = 2.4$. No gráfico inferior acontece o mesmo que no caso do gráfico superior, no entanto, os resultados consideram o efeito gluônico e o efeito da subestrutura a quark constituinte (efeito piônico), aqui para $\alpha_s = 2.1$ e o parâmetro s diminui com o aumento no número de estados variando desde $s = 0.7$ até $s = 0.3$ como observado no gráfico.

Na figura.(6.6) Resultados do modelo para a razão dos quarks do mar $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ em função de x no próton comparado com dados obtidos de E866/Towell[58], NuSea /Hawker[59] e Na51[60] para um intervalo de $0 \leq x \leq 0.35$. Comparamos os resultados para dois reescalamentos efetivos de massa.

Com reescalamento de massa; $M_d/M_u = 1.25$, obtivemos outros dois plots: com linha tracejada-verde apresentamos os resultados com $\alpha_s = 2.4$; e, com linha contínua vermelha, os resultados com $\alpha_s = 2.1$ e $s = 0.7$. Com reescalamento de massa; $M_d/M_u = 0.65/0.50$, obtivemos outros dois plots: com linha ponto-rosa apresentamos os resultados com $\alpha_s = 2.4$; e, com linha tracejada-azul, os resultados com $\alpha_s = 2.1$ e $s = 1.3$.

O reescalamento efetivo $M_d/M_u = 0.65/0.5$ (efeito de dar massa para diferenciar os quarks do mar \bar{u} e \bar{d} ou de reescalonar as distribuições simultaneamente) da massa em forma simultânea para ambos quarks do mar \bar{d} e \bar{u} leva os resultados da razão para direita e fora dos dados experimentais como observamos no gráfico. Portanto, aplicar reescalamento simultâneo em pares de quark, exemplo u e d ou \bar{u} e \bar{d} será descartado.

A seguir, mostramos os resultados do modelo para a razão dos quarks do mar $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ em função de x no próton comparado com dados obtidos de E866/Towell[58], NuSea/Hawker[59] e Na51[60], onde ampliamos os resultados da figura.(6.6) para um intervalo entre $0 \leq x \leq 1$ sendo ilustrado na figura.(6.7). Neste caso ambas curvas convergem para $\bar{d}/\bar{u} \rightarrow 0$ quando $x \rightarrow 1$, mostrando o bom comportamento do modelo.

Na figura.(6.8) mostramos os resultados do modelo para a diferença dos quarks do mar $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ em função de x no próton comparado com dados obtidos de Hermes[57], E866/Towell[58] e NuSea/Hawker[59]. Neste gráfico temos as diferentes contribuições para esta diferença $\bar{d} - \bar{u}$.

Com reescalamento de massa; $M_d/M_u = 1.25$, obtivemos outros dois plots: com linha tracejada-verde apresentamos os resultados com $\alpha_s = 2.4$; e, com linha contínua vermelha, os resultados com $\alpha_s = 2.1$ e $s = 0.7$.

A linha contínua vermelha mostra os resultados obtidos considerando todos os efeitos: o modelo estatístico, reescalamento de massa, divisão de gluons (α_s) e a contribuição da subestrutura a quark constituinte (s).

Portanto, a combinação de ambos os efeitos, divisão gluônica e subestrutura a quark constituintes, são relevantes para obter melhores resultados na diferença

$\bar{d} - \bar{u}$. O efeito probabilístico de emissão de gluons diminui quando é considerada a subestrutura a quark, correspondendo a α_s variando desde 2.4 até 2.1 como pode ser observado no gráfico.

Na figura.(6.9) mostramos os resultados do modelo para a diferença dos quarks do mar $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ em função de x no próton comparado com dados obtidos de Hermes[57], E866/Towell[58] e NuSea/Hawker[59]. Comparamos resultados para diferentes reescalamentos de massa. Com reescalamento de massa efetiva; $M_d/M_u = 1.25$, obtivemos os resultados para linha contínua vermelha, com $\alpha_s = 2.1$ e $s = 0.7$. Com reescalamento de massa efetiva; $M_d/M_u = 1.0/0.75$, obtivemos os resultados para linha tracejada-verde, com $\alpha_s = 2.1$ e $s = 0.7$.

Com reescalamento de massa efetiva; $M_d/M_u = 1.0/0.7$, obtivemos os resultados para linha ponto-azul, com $\alpha_s = 2.4$ e $s = 0.4$. Com reescalamento de massa; $M_d/M_u = 1.0/0.6$, obtivemos os resultados para linha ponto-rosa, com $\alpha_s = 2.5$ e $s = 0.3$. Os diferentes valores de s e α_s apresentados no gráfico são os melhores valores para estes parâmetros. Podemos dizer que os melhores resultados para o modelo são para um reescalamento de massa efetiva; $M_d/M_u = 1.25$.

Na figura.(6.10) são os resultados para a diferença dos quarks do mar $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ em função de x no próton comparado com dados obtidos de Hermes[57], E866/Towell[58] e NuSea/Hawker[59]. Com um reescalamento de massa; $M_d/M_u = 1.25$ e variando o número de estados, obtivemos outros três plots; com linha contínua vermelha, os resultados com $\alpha_s = 2.1$, $s = 0.7$ e 20 estados; com linha tracejada-verde apresentamos os resultados com $\alpha_s = 2.1$, $s = 0.3$ e 42 estados; e, com linha ponto-azul os resultados com $\alpha_s = 2.1$, $s = 0.3$ e 45 estados.

São calibrados os valores para os parâmetros s (efeito piônico) e α_s (efeito gluônico) afim de obter os melhores resultados. Com o aumento no número de estados diminui o valor de s para $\alpha_s = 2.1$, para um intervalo de $0 \leq x \leq 0.35$.

Na figura.(6.11) mostramos os resultados do modelo para a diferença dos quarks do mar $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ em função de x no próton comparado com dados obtidos de Hermes[57], E866/Towell[58] e NuSea/Hawker[59] para um intervalo de $0 \leq x \leq 0.35$. Comparamos os resultados para dois diferentes reescalamentos efetivos de massa. Com reescalamento de massa; $M_d/M_u = 1.25$, obtivemos com linha contínua vermelha, os resultados com $\alpha_s = 2.1$ e $s = 0.7$. Com reescalamento de massa; $M_d/M_u = 0.65/0.50$, obtemos com linha tracejada-verde, os resultados com $\alpha_s = 2.1$ e $s = 1.3$. Se reescalamos a massa dos quarks $\bar{u}(x)$ e $\bar{d}(x)$ simulta-

neamente em diferentes valores proporcionais a 0.65/0.5 obtivemos resultados fora dos dados experimentais na região de $x \rightarrow 0$ para a diferença dos quarks do mar.

O reescalonamento efetivo 0.65/0.5 da massa em forma simultânea para ambos quarks do mar \bar{d} e \bar{u} leva os resultados da diferença para cima e fora dos dados experimentais como observamos no gráfico.

Na figura.(6.12) mostramos os resultados do modelo para a diferença dos quarks do mar \bar{d}/\bar{u} em função de x no próton comparado com dados obtidos de Hermes [57], E866/Towell [58] e NuSea/Hawker [59] ampliamos os resultados da figura.(6.11) para um intervalo de $0 \leq x \leq 1$. Neste caso ambas as curvas convergem para $\bar{d} - \bar{u} \rightarrow 0$ quando $x \rightarrow 1$, mostrando o bom comportamento do modelo.

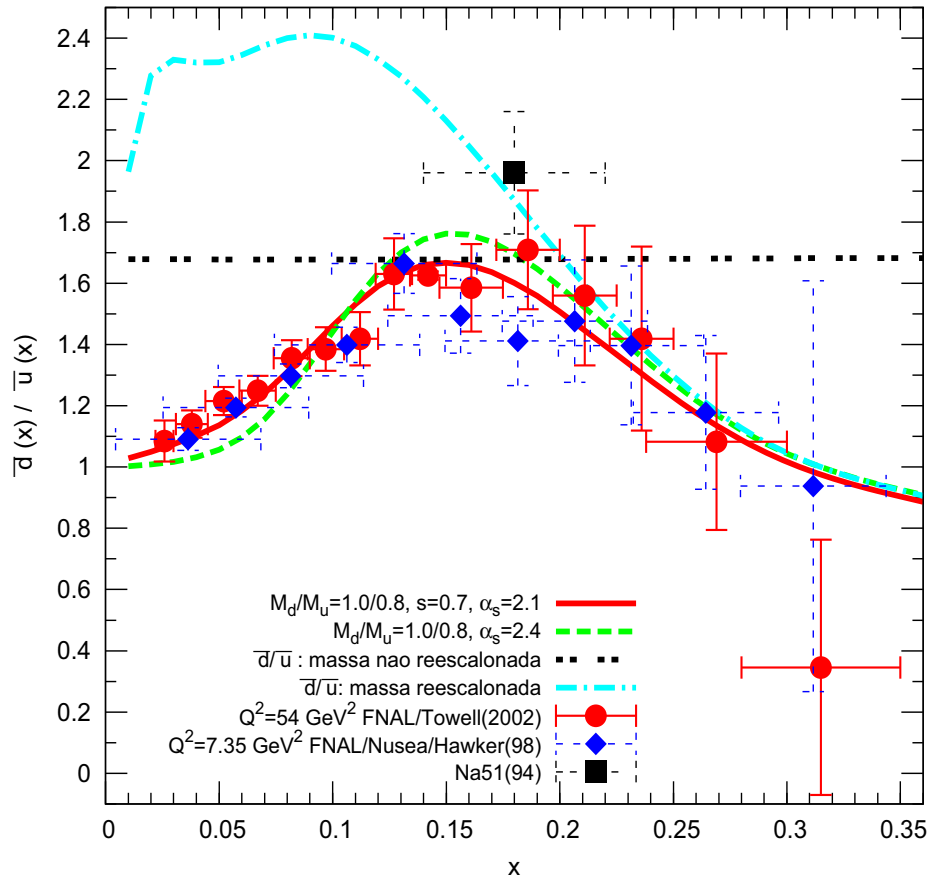


Figura 6.4: Resultados do modelo para a razão dos quarks do mar $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ em função de x no próton comparado com dados obtidos de E866/Towell[58], NuSea/Hawker[59] e Na51[60].

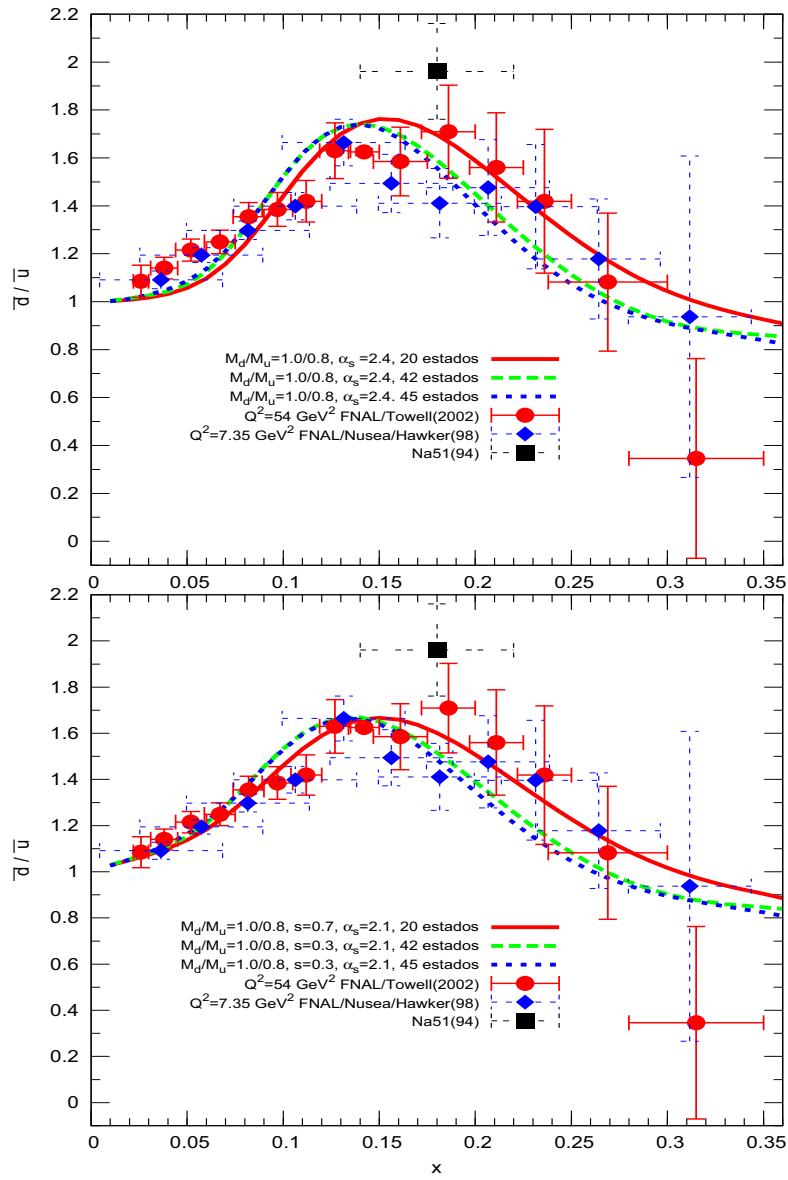


Figura 6.5: Resultados do modelo para a razão dos quarks do mar $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ em função de x no próton comparado com dados obtidos de E866/Towell[58], NuSea/Hawker[59] e Na51[60].

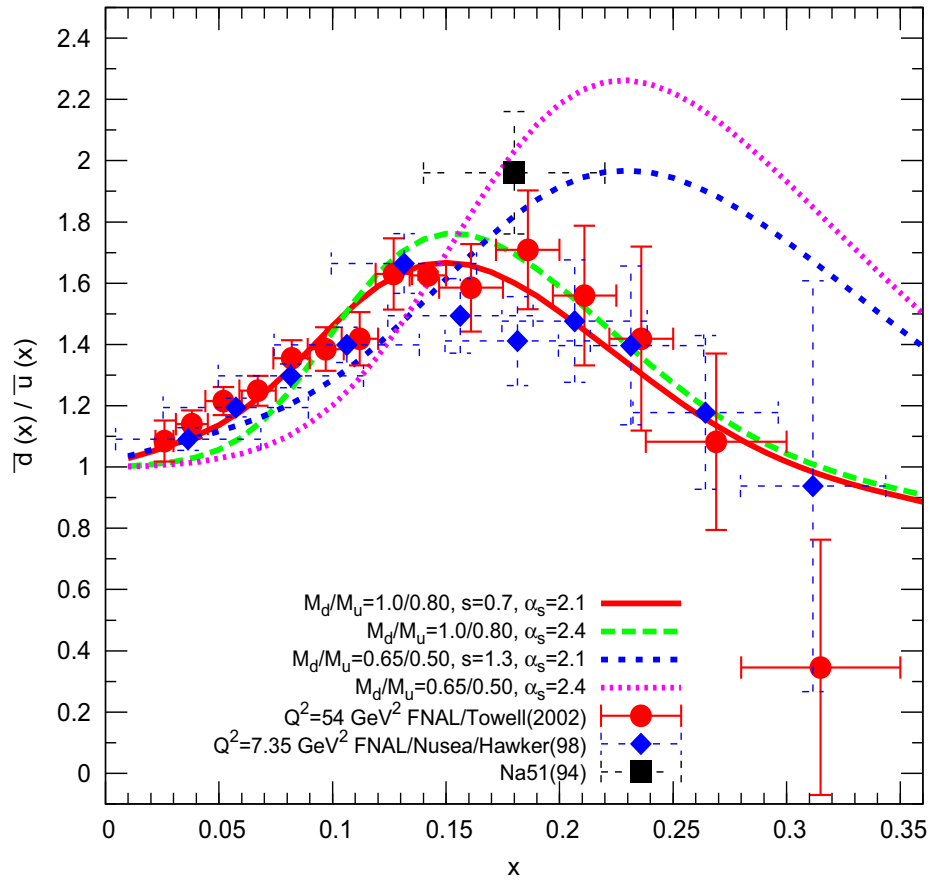


Figura 6.6: Resultados do modelo para a razão dos quarks do mar $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ em função de x no próton comparado com dados obtidos de E866/Towell[58], NuSea/Hawker[59] e Na51[60] para um intervalo de $0 \leq x \leq 0.35$.

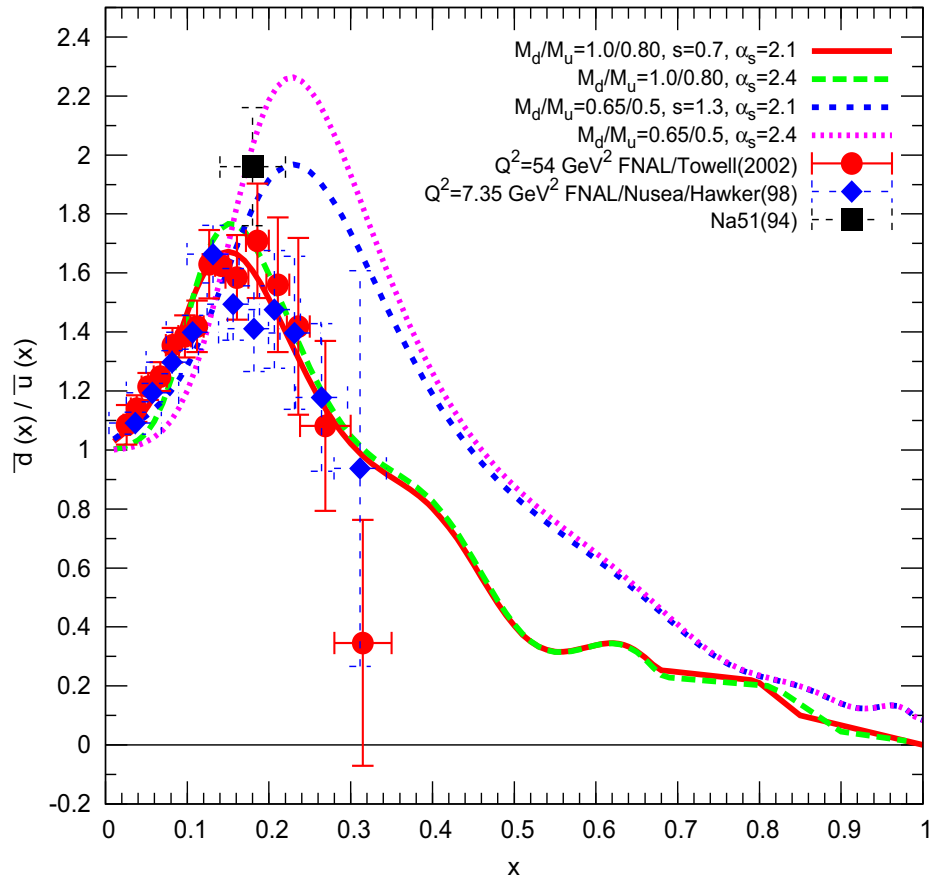


Figura 6.7: Resultados do modelo para a razão dos quarks do mar $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ em função de x no próton comparado com dados obtidos de E866/Towell[58], NuSea/Hawker[59] e Na51[60], ampliamos os resultados da figura.(6.6) para um intervalo de $0 \leq x \leq 1$.

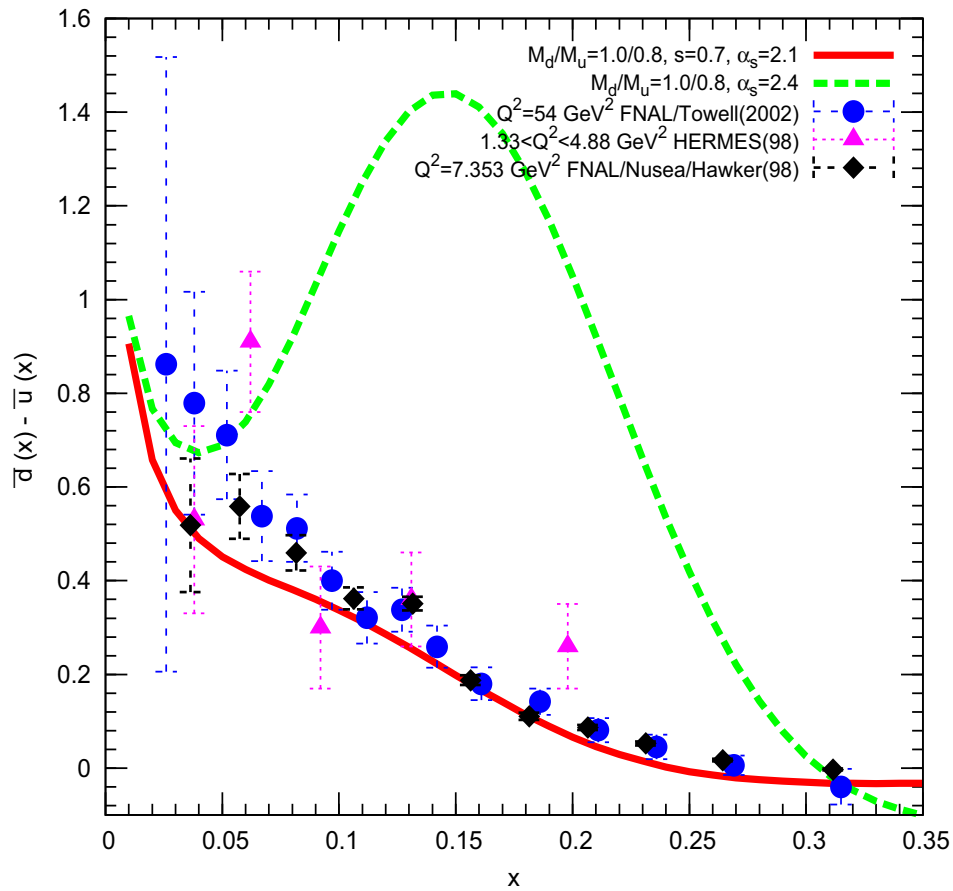


Figura 6.8: Resultados do modelo para a diferença dos quarks do mar $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ em função de x no próton comparado com dados obtidos de Hermes[57], E866/Towell[58] e NuSea/Hawker[59].

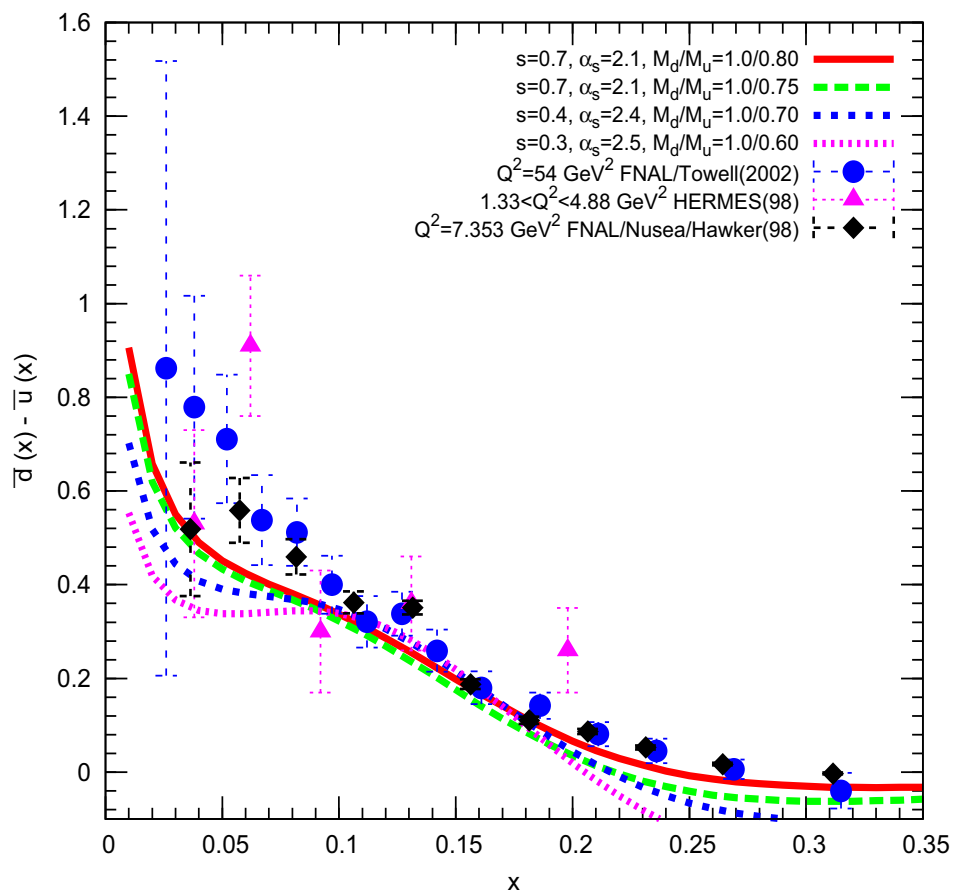


Figura 6.9: Resultados do modelo para a diferença dos quarks do mar $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ em função de x no próton comparado com dados obtidos de Hermes[57], E866/Towell[58] e NuSea/Hawker[59].

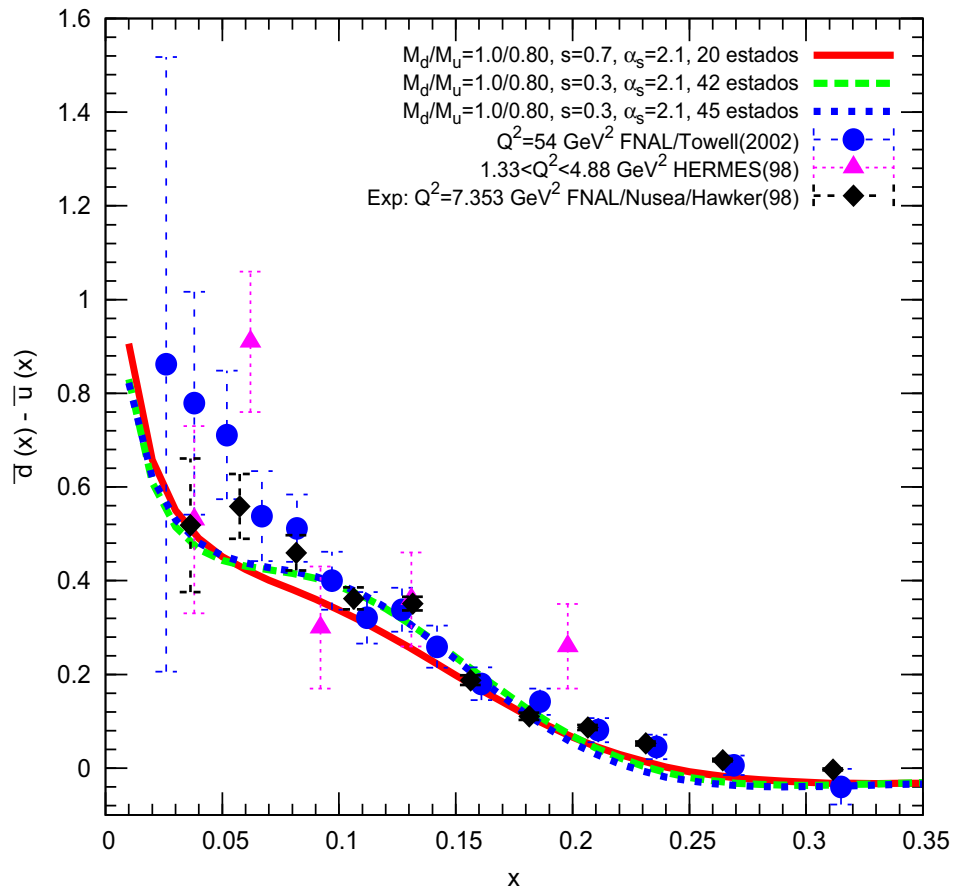


Figura 6.10: Resultados do modelo para a diferença dos quarks do mar $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ em função de x no próton comparado com dados obtidos de Hermes[57], E866/Towell[58] e NuSea/Hawker[59].

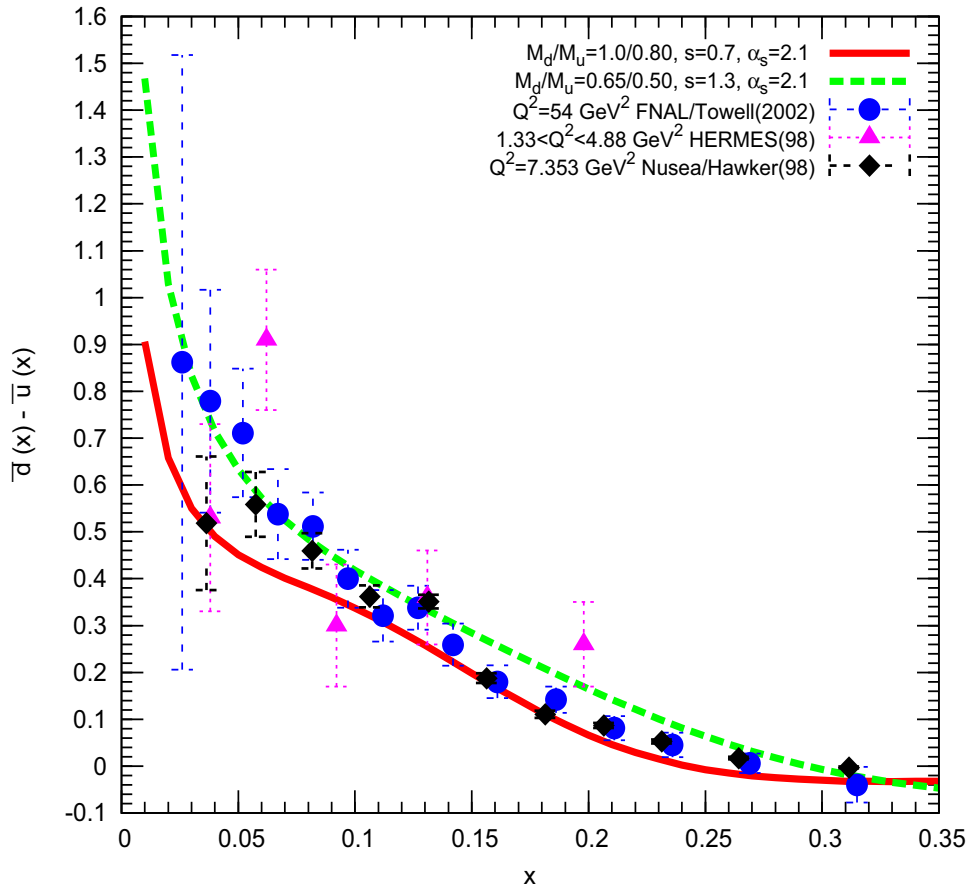


Figura 6.11: Resultados do modelo para a diferença dos quarks do mar $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ em função de x no próton comparado com dados obtidos de Hermes[57], E866/Towell[58] e NuSea/Hawker[59] para um intervalo de $0 \leq x \leq 0.35$. Comparamos os resultados para dois diferentes reescalonamentos efetivos de massa.

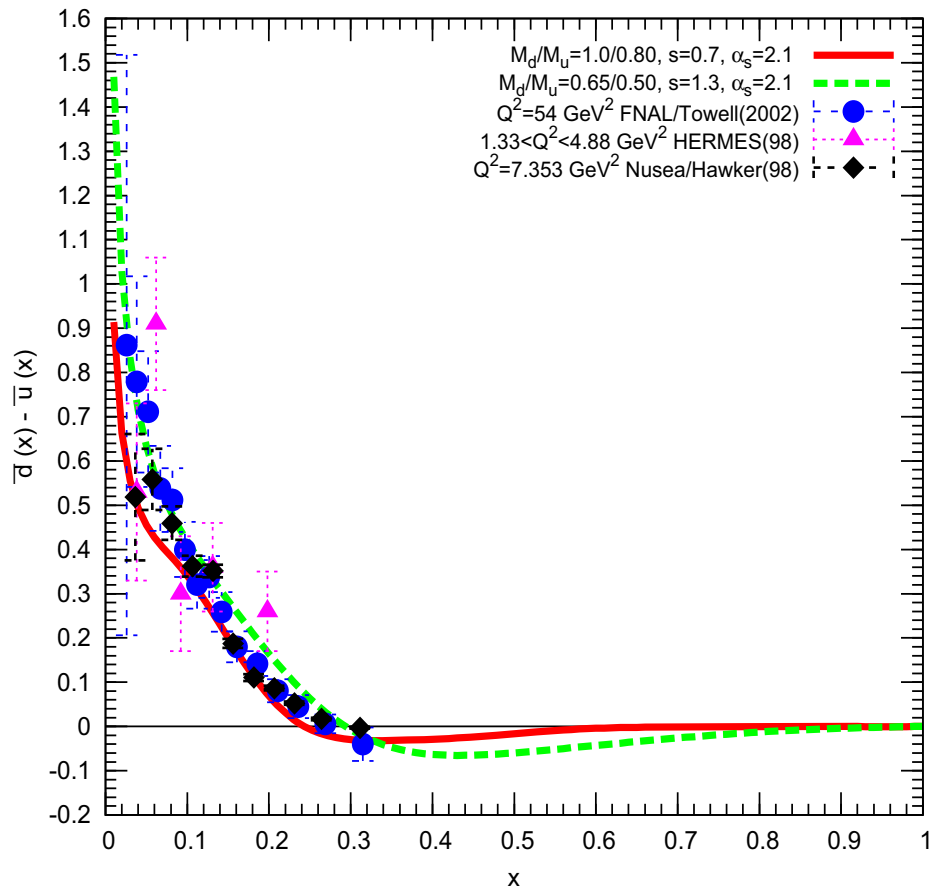


Figura 6.12: Resultados do modelo para a diferença dos quarks do mar $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ em função de x no próton comparado com dados obtidos de Hermes[57], E866/Towell[58] e NuSea/Hawker[59], ampliamos os resultados da figura.(6.11) para um intervalo de $0 \leq x \leq 1$.

6.5 Resultados para $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ e $F_2^p(x) - F_2^n(x)$

A seguir, mostramos os resultados mais importantes obtidos para razão entre funções de estrutura do nêutron e próton $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ e a diferença entre funções de estrutura do próton e nêutron $F_2^p(x)-F_2^n(x)$. Para tal fim, seguimos o mesmo roteiro utilizado para o cálculo das razões e diferenças das distribuições de quark do mar.

- ♠ Realizamos o reescalonamento efetivo das massas aplicando a delta de Dirac para as distribuições de quarks de valência e do mar a partir da eq.(6.2), todos eles normalizados no próton.
- ♠ Nesta seção para os resultados obtidos usamos 20 estados que reproduz o valor experimental de Gottfried para uma temperatura efetiva T .
- ♠ Calculamos o efeito gluônico q_{Glap} junto com o efeito da subestrutura a quark constituinte (efeito piônico), ajustando os valores para os parâmetros α_s [eq.(6.4)] e s [eq.(6.13)].
- ♠ Finalmente somamos todos os efeitos e apresentamos os resultados para $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ e $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ definido como [eq.(2.87), eq.(2.93)]

$$\frac{F_2^n(x)}{F_2^p(x)} = \frac{[u_{val}(x) + \bar{u}(x)] + 4 [d_{val}(x) + \bar{d}(x)]}{4 [u_{val}(x) + \bar{u}(x)] + [d_{val}(x) + \bar{d}(x)]}$$

$$\frac{F_2^p(x) - F_2^n(x)}{x} = \frac{1}{3} [u_{val}(x) - d_{val}(x)] + \frac{2}{3} [\bar{u}(x) - \bar{d}(x)] \quad ,$$

onde u_{val} e d_{val} são os quarks de valência e $\bar{u}(x)$ e $\bar{d}(x)$ são os quarks do mar. Para obter a função de estrutura no nêutron $F_2^n(x)$ trocamos o quark $u(x)$ por $d(x)$ e vice-versa.

Na figura (6.13) são mostrados os resultados do modelo para a razão $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ entre funções de estrutura do nêutron e próton em função de x comparado com dados obtidos de SLAC[61], EMC[63], BCDMS[64], NMC[65], E665[66]. Com reescalonamento de massa; $M_d/M_u = 1.0/0.80 = 1.25$, obtivemos dois plots: com a linha contínua vermelha são resultados com $s = 0.7$ (sem divisão de gluons); e, com a linha tracejada-azul, são resultados com $\alpha_s = 2.1$ e $s = 0.7$ (com divisão de gluons).

A linha tracejada-azul são os resultados obtidos considerando todas as contribuições desde todos os efeitos: reescalonamento efetivo de massa, divisão de gluons (α_s) e a contribuição da subestrutura a quarks constituinte (s) ou efeito piônico. A linha contínua-vermelha não considera o efeito gluônico.

Portanto, dos resultados ilustrados na figura, podemos dizer que o modelo da um bom ajuste sobre os dados experimentais disponíveis, onde a contribuição gluônica afetaria principalmente a região de baixos valores de x . Aqui é confirmado que os melhores resultados para o modelo são obtidos para um reescalonamento efetivo de massa $M_d/M_u = 1.0/0.80 = 1.25$

Na figura.(6.14) são os resultados da figura.(6.13) na escala logarítmica de x para a razão $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ entre funções de estrutura nêutron e próton. Os resultados são comparados com dados obtidos de SLAC[61], EMC[63], BCDMS[64], NMC[65], E665[66].

Com reescalonamento de massa; $M_d/M_u = 1.25$, obtivemos dois plots; com a linha contínua vermelha são resultados com $s = 0.7$ (sem divisão de gluons); e, com a linha tracejada-azul, são resultados com $\alpha_s = 2.1$ e $s = 0.7$ (com divisão de gluons).

Neste gráfico podemos ver que a contribuição por parte do efeito gluônico (α_s) não seria tão relevante para descrever a razão $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ entre funções de estrutura do nêutron e próton, portanto seria suficiente incluir a subestrutura a quark (s) para obter um bom ajuste da razão $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ com os dados experimentais disponíveis.

Na figura.(6.15) mostramos os resultados do modelo para a diferença entre funções de estrutura do próton e nêutron em função de x , são comparados com dados extraídos de Hermes[57], E866/Towell[58], FNAL/E866/Nusea [59], SLAC[61], EMC [63], BCDMS[64], NMC [65].

Consideramos um reescalonamento de massa $M_d/M_u = 1.25$. Com a linha-vermelha contínua são os resultados com ou sem efeito gluônico para a diferença $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ onde $\alpha_s = 2.1$ e $s = 0.7$. Com linha tracejada-azul mostramos a contribuição do mar de quarks $\frac{2x}{3}[\bar{u}(x) - \bar{d}(x)]$ para a diferença, onde os quarks de valência (u_{val}, d_{val}) são relacionados com $F_2^p(x) - F_2^n(x) = \frac{x}{3}[u_{val}(x) - d_{val}(x)] + \frac{2x}{3}[\bar{u}(x) - \bar{d}(x)]$.

Quando não consideramos o efeito gluônico é porque não observamos mudanças significativas nos resultados finais para a diferença. Portanto, o modelo provê um

bom ajuste dos resultados com os dados experimentais, onde a contribuição gluônica afetaria principalmente a região de baixos valores de x .

Uma possibilidade para diminuir o alto pico na diferença $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ do gráfico, seria adicionar aos cálculos realizados as duas funções P_{qq} e P_{gg} das equações GLAP[†] [Capítulo 10 da ref.[1]].

Na figura.(6.16) mostramos os resultados na escala logarítmica de x para a diferença entre funções de estrutura do próton e nêutron $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ desde a figura.(6.15), comparados com dados extraídos de Hermes[57], E866/Towell[58], FNAL/E866/Nusea [59], SLAC[61], EMC[63], BCDMS[64], NMC[65].

[†] $P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left[\frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right]$
 $P_{gg}(z) = 6 \left[\frac{z}{(1-z)_+} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) + \left(\frac{11}{12} - \frac{n_f}{18} \right) \delta(1-z) \right]$ sendo que n_f é o número de sabores de quarks.

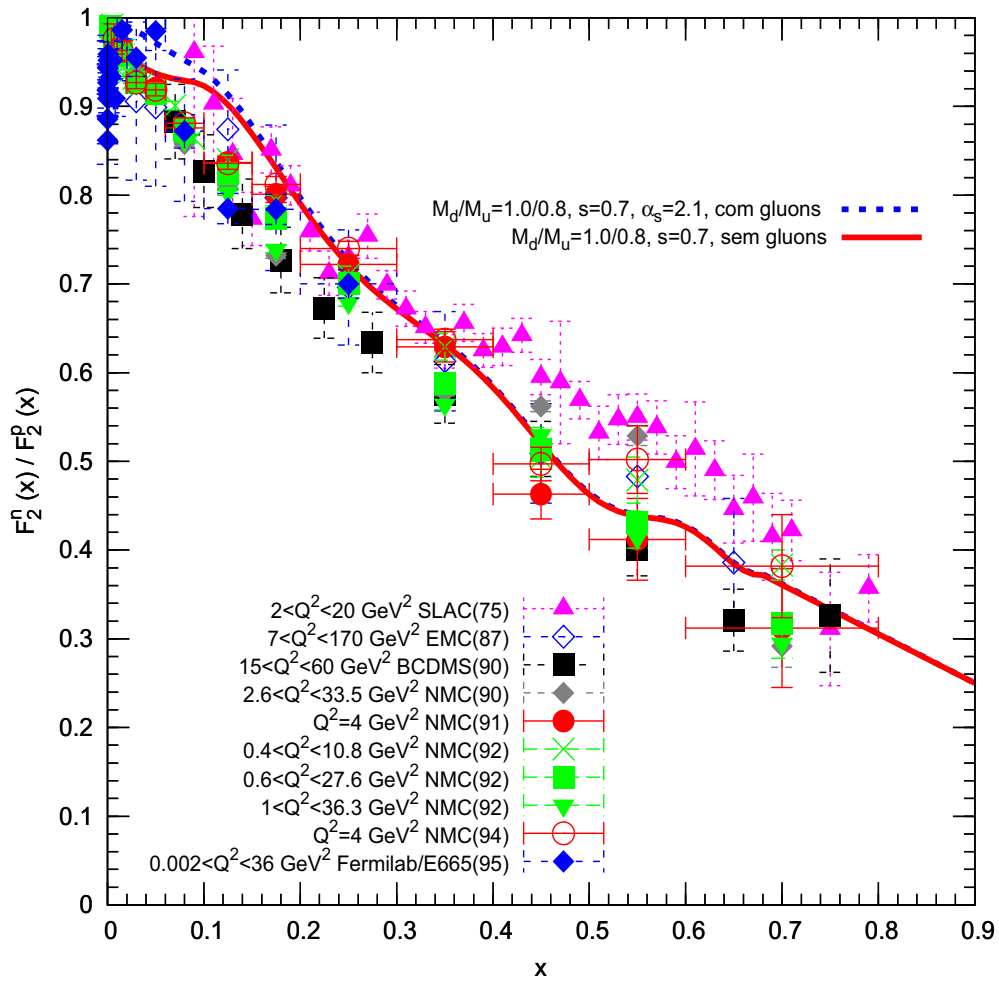


Figura 6.13: Resultado do modelo para a razão $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ entre funções de estrutura nêutron e próton em função de x comparado com dados obtidos de SLAC[61], EMC[63], BCDMS[64], NMC[65], E665[66].

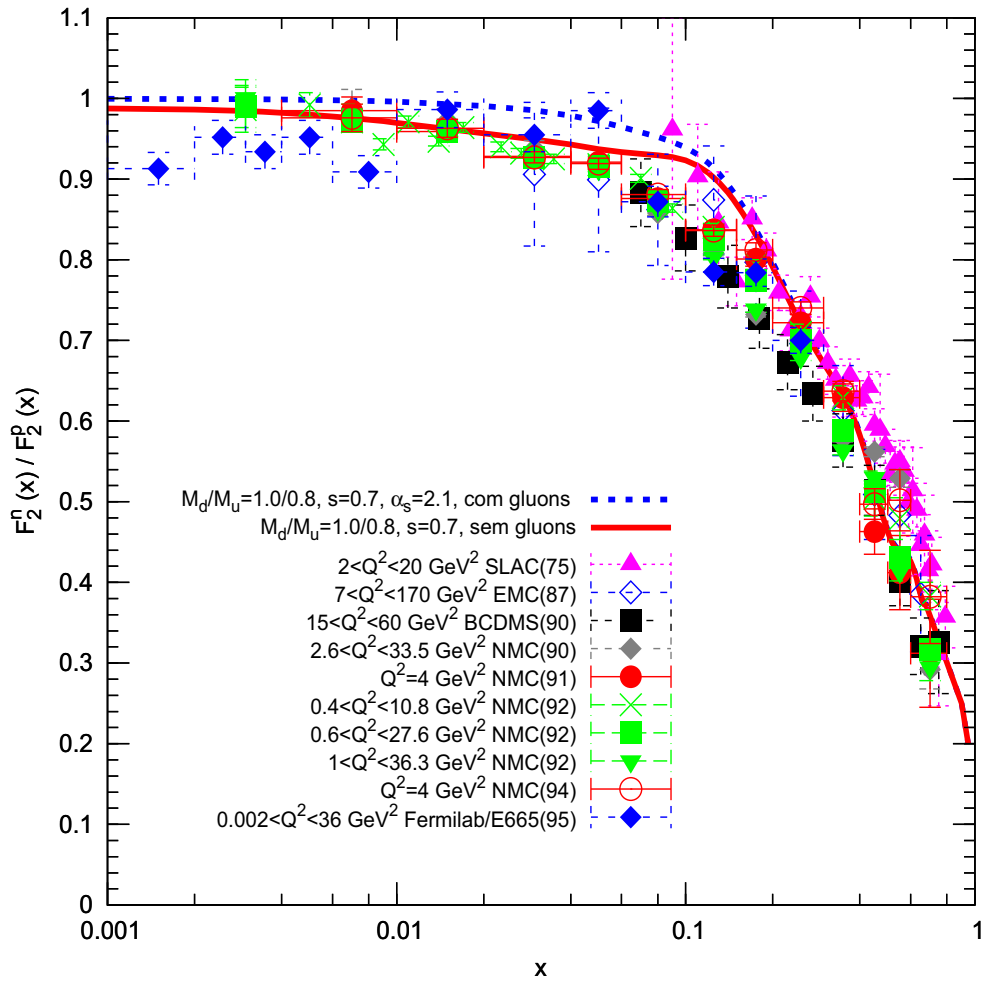


Figura 6.14: Resultados na escala logarítmica de x para a razão $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ entre funções de estrutura nêutron e próton desde a figura.(6.13), comparado com dados obtidos de SLAC[61], EMC[63], BCDMS[64], NMC[65], E665[66].

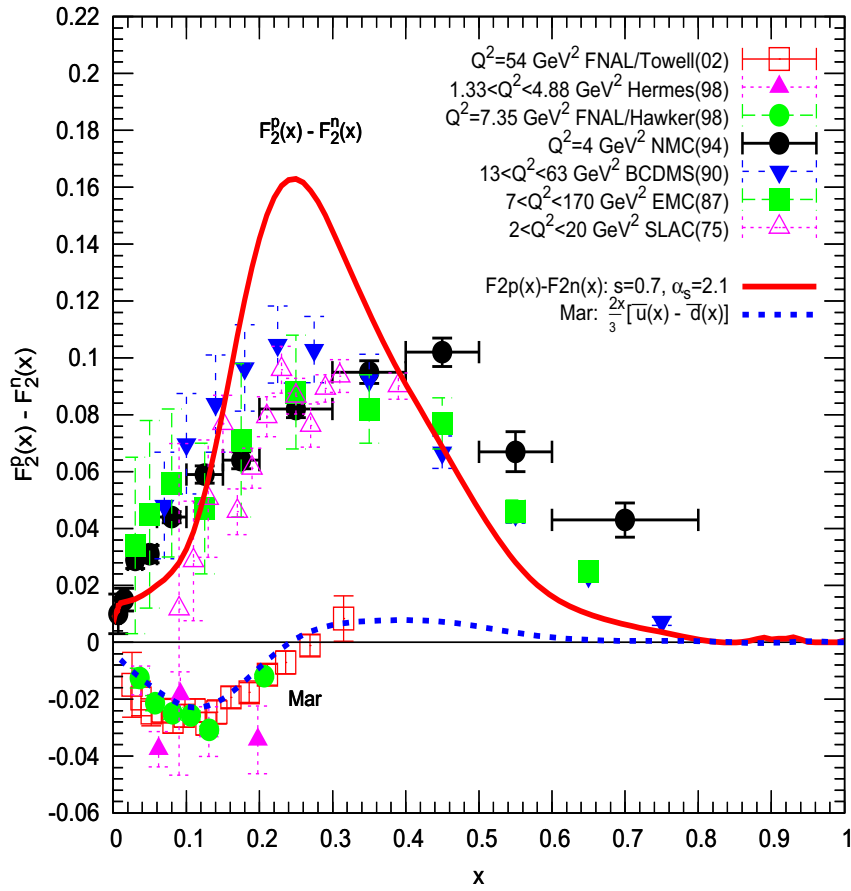


Figura 6.15: Resultados do modelo para a diferença entre funções de estrutura do próton e nêutron $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ em função de x , são comparados com dados extraídos de Hermes[57], E866/Towell[58], FNAL/E866/Nusea [59], SLAC[61], EMC[63], BCDMS[64], NMC[65].

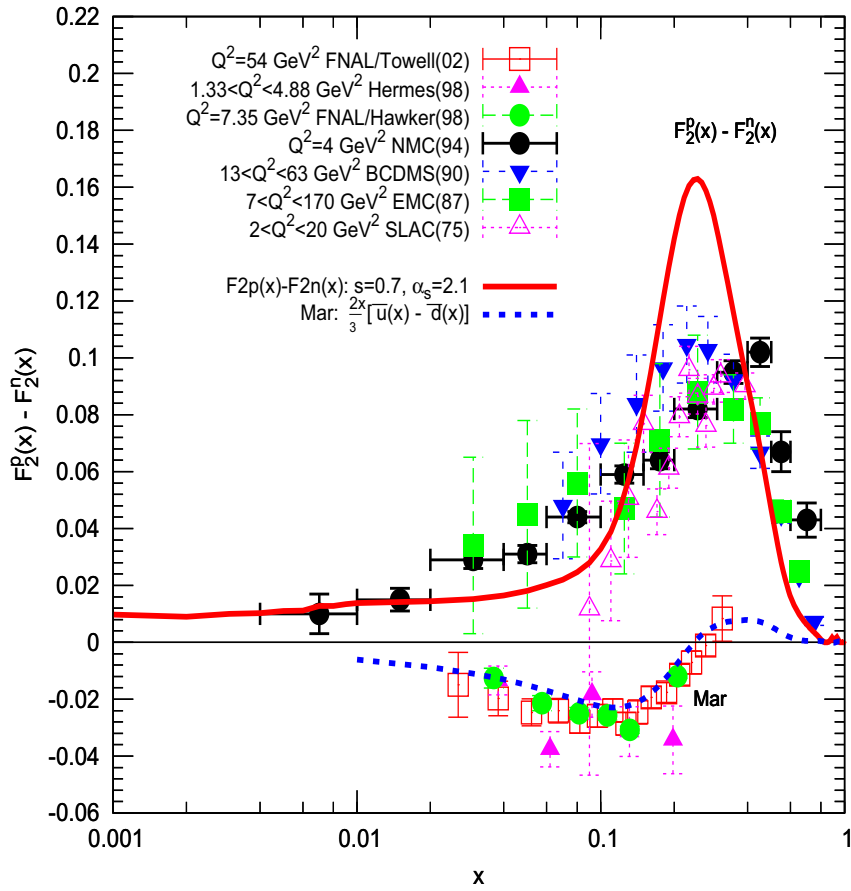


Figura 6.16: Resultados na escala logarítmica de x para a diferença entre funções de estrutura do próton e nêutron $F_2^p(x) - F_2^n(x)$ da figura.(6.15), comparados com dados extraídos de Hermes[57], E866/Towell[58], FNAL/E866/Nusea [59], SLAC[61], EMC[63], BCDMS[64], NMC[65].

6.5.1 Conclusão

Apresentamos recentes resultados de um modelo a quark estatístico para a assimetria do mar de quark leves do mar do nucleon \bar{d}/\bar{u} e $\bar{d} - \bar{u}$, assim como, para razão e diferença entre funções de estrutura do nêutron e próton $F_2^n(x)/F_2^p(x)$ e $F_2^p(x) - F_2^n(x)$.

Neste modelo onde os níveis de energia são determinados pelo potencial central confinante, obtemos resultados importantes para a razão de quarks e a diferença dos quarks do mar $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ e $\bar{d}(x) - \bar{u}(x)$ no próton. A contribuição para o mar de quarks é constituída por duas partes: a temperatura efetiva T no modelo é ajustado ao valor experimental da regra de soma de Gottfried [14, 58] e os potenciais químicos à normalização de quarks de valência no interior do nucleon.

A diferença qualitativa entre as funções de estrutura chega desde o fato que os quarks leves com diferentes sabores possuem diferentes massas de corrente. A possível fonte desta diferença seria dada por interações induzidas por instantons[49] entre os quarks (de diferentes sabores) que seriam responsáveis pela diferença de massa entre nucleon e a partícula delta [N- Δ].

Um simples truque matemático implementa de modo efetivo esta interação instanton, baseado na distribuição delta de Dirac, foi usada para obter um reescalonamento (reescalonamento efetivo de massas) das funções de estrutura produzindo um ajuste para a razão $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ e diferença $\bar{d} - \bar{u}$ dos quarks do mar no próton.

Adicionamos efeitos perturbativos vindos da QCD, aplicando as equações GLAP [1] no modelo estatístico. Para obter a função de estrutura a quark constituinte foi usado a forma assintótica da função de onda do pión para extrair a função de estrutura de quark constituinte (assumimos que não temos mudança desta função de estrutura no interior do nucleon).

Então, a função de estrutura a quark constituinte incluirá todos os possíveis processos de divisão gluônica, porque observamos que a probabilidade de emissão de gluons diminui quando consideramos a subestrutura a quarks [ver figura.(6.4) e figura.(6.8)] variando de $\alpha_s = 2.4$ até $\alpha_s = 2.1$, onde a contribuição gluônica afeta principalmente a região de baixos valores de x .

Os resultados mais importantes do modelo, são: na figura.(6.4) e figura.(6.8) estão relacionados à distribuição de quarks do mar no próton. Na figura.(6.13) e figura.(6.15) são relacionados com a razão e a diferença entre funções de estrutura

do nêutron e do próton F_2^n/F_2^p e $F_2^p - F_2^n$.

Da figura. (6.8) concluímos que a combinação de efeitos vindos da divisão de gluons e desde a subestrutura a quark constituinte são relevantes para o melhor ajuste dos resultados do modelo para os dados experimentais disponíveis.

Concluímos dizendo que

- ♠ A diferença entre os potenciais de confinamento dos quarks u e d no nucleon, dado pelas interações de instantons é reproduzido usando o truque do delta de Dirac.
- ♠ As contribuições desde processos de divisão gluônico (α_s) e a subestrutura de quark constituinte (s) *são todos relevantes* para os resultados do modelo estatístico a quarks com potencial confinante.
- ♠ É necessário balancear simultaneamente os valores dos parâmetros; “ α_s ” (efeito gluônico) e “ s ” (subestrutura a quark constituinte) a fim de obter resultados bons quando comparados com os dados experimentais.

Capítulo 7

Estranheza do nucleon

Realizamos uma aplicação do modelo, para a descrição do conteúdo de estranheza no nucleon, onde o potencial químico para o quark estranho $s(x)$ é definido como $\mu_s = 0$, neste caso consideramos iguais quantidades do quark estranho $s(x)$ e antiestranho $\bar{s}(x)$

$$\int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx = 0 \quad , \quad (7.1)$$

Para uma temperatura T que satisfaz o valor experimental da regra de soma de Gottfried, podemos calcular as quantidades “ η ” e “ κ ”, definidas como [12, 30, 50, 51, 52, 53, 54]

$$\eta = \frac{2 \int_0^1 x s(x) dx}{\int_0^1 x (u(x) + d(x)) dx} \quad , \quad (7.2)$$

e

$$\kappa = \frac{2 \int_0^1 x s(x) dx}{\int_0^1 x (\bar{u}(x) + \bar{d}(x)) dx} \quad , \quad (7.3)$$

onde κ representa a razão entre os quarks estranhos e antiquarks não-estranhos do mar. Com η/κ obtemos a razão entre os antiquarks não-estranhos e quarks no nucleon

$$\frac{\eta}{\kappa} = \frac{\int_0^1 (\bar{u}(x) + \bar{d}(x)) x dx}{\int_0^1 (u(x) + d(x)) x dx} \quad . \quad (7.4)$$

Estamos supondo que o quark estranho $s(x)$ no interior do nucleon, sente o mesmo potencial médio como a partícula $\Omega(1676)$ onde $\Omega(sss)$. Observando que ate o momento *não foram adicionados efeitos da QCD* nesta aplicação do modelo.

Quantidade	Intervalo x	Valor experimental
$\int [\bar{d}(x) - \bar{u}(x)] dx$	0-1	0.118 ± 0.012 E866/NuSea (2002) [58]
η	0-1	$0.099^{+0.009}_{-0.006}$
κ	0-1	$0.477^{+0.063}_{-0.053}$
η/κ	0-1	0.2075

Tabela 7.1: Valores experimentais de η e κ desde a refs. [12, 50, 51].

Um estudo realizado anteriormente para o conteúdo de estranheza, foi realizado com uma massa de quark estranho de $m_s = 150$ MeV [23] onde as massas dos quarks u e d são iguais a zero [$m_u = m_d = 0$]. Nesta seção da tese vamos considerar a massa do quark estranho de $m_s = 104$ MeV valor da ref.[55] para quarks leves u e d com massa nula, posteriormente, aplicaremos o efeito instanton no estado fundamental, que atuaria diminuindo a energia e sobre as funções de onda. Não adicionamos correções vindas da QCD ou outros.

O cálculo seguiu o seguinte roteiro

- ♠ Consideramos a massa dos quarks leves u e d iguais a zero e a massa para o quark estranho de $m_s = 104$ MeV.
- ♠ Obtemos as massas térmicas efetivas para os quarks constituintes considerando a distribuição de Dirac-Fermi.
- ♠ A massa térmica para o hádron é calculada fazendo a soma sobre todos os estados de energia, no limite de $T \rightarrow 0$.
- ♠ O valor da regra de soma de Gottfried é usado para ajustar a correspondente temperatura efetiva T no modelo e os potenciais químicos são ajustados segundo a normalização do número de quarks de valência no nucleon.
- ♠ Obtidos os resultados numéricos para os diferentes quarks e anti-quarks, procedemos a calcular os parâmetros η e κ .

7.1 Resultados sem efeito de instantons para a estranheza

Na tabela.(7.2) apresentamos os resultados do modelo para os parâmetros η , κ , a razão η/κ , e os valores da regra de soma de Gottfried inicial e normalizado, como função da temperatura efetiva T e o numero de estados.

A etiqueta “*Gottfried inicial*” é o valor experimental de Gottfried, onde as distribuições dos quarks $u(x)$, $d(x)$, $\bar{u}(x)$, $\bar{d}(x)$ não estão normalizados. Depois de normalizar as distribuições dos quarks e antiquarks, verificamos o valor da integral de Gottfried $\int dx [\bar{d}(x) - \bar{u}(x)]$ e se este valor encontra-se no intervalo experimental da regra de soma de Gottfried, então assim etiquetamos como “*Gottfried normalizado*”.

A etiqueta “*sem instantons*” [ver tabela.(7.2)], apresentamos os melhores resultados do modelo sem o efeito de instantons no estado fundamental. Quando aumentamos o número de estados, a temperatura T começa a diminuir ate saturar-se e a permanecer fixo (um único valor), sem embargo, os valores numéricos de η e κ continuam a diminuir com o aumento no número de estados; e para a razão η/κ os valores oscilam.

Os resultados do para os parâmetros η , κ e a razão η/κ em função da temperatura efetiva T , são mostrados nas figuras.(7.1) e figura.(7.2) para temperaturas $T = 115$ MeV e $T = 107$ MeV respectivamente.

Na figura.(7.1) mostramos os resultados do modelo para os parâmetros η , κ e a razão η/κ em função da temperatura T , quando comparado com dados experimentais obtidos da ref.[12, 30, 50, 51, 52, 53, 54]. Foi utilizado um total de 20 estados com uma temperatura efetiva de $T = 115$ MeV; a linha tracejada-azul mostra os resultados para o parâmetro κ , os quais diminuem com o aumento da temperatura T ; a linha contínua-laranja, é o resultado para η o qual diminui pouco com o aumento da temperatura; a linha 2-pontos-preto é a razão η/κ a qual aumenta com a temperatura T .

As faixas de cor amarela, vermelho são os valores experimentais para κ , η e a razão η/κ respectivamente, para um intervalo de temperatura T entre $100 \leq T \leq 130$ MeV

Na figura.(7.2) mostramos os resultados do modelo para os parâmetros η , κ e a razão η/κ em função da temperatura T , quando comparado com dados experimentais

Número de estados	Temperatura	η	κ	η/κ	Gottfried inicial	Gottfried normalizado
Sem instantons						
15	119	0.08334	0.62308	0.13376	0.11903	0.11726
20	115	0.08327	0.62619	0.13298	0.11892	0.11753
25	112	0.08256	0.61285	0.13471	0.11981	0.11860
32	109	0.08182	0.61409	0.13324	0.11926	0.11969
42	107	0.08081	0.57750	0.13994	0.11920	0.11816
44	107	0.08075	0.59756	0.13513	0.11946	0.11817
45	107	0.08003	0.57752	0.13858	0.12158	0.11810
Experimental		η	κ	η/κ	Gottfried	
	— — —	$0.099^{+0.009}_{-0.006}$	$0.477^{+0.063}_{-0.053}$	0.2075	0.118 ± 0.012	

Tabela 7.2: Resultados do modelo para os valores dos parâmetros κ , η e a razão η/κ em função da temperatura T (MeV) e variando o número de estados para o caso sem instantons no estado fundamental. Os dados experimentais para η e κ são obtidos da ref.[12, 30, 50, 51, 52, 53, 54] e o valor experimental da regra de soma de Gottfried é obtido da ref.[58]. A a massa para o quark estranho é considerado como sendo $m_s = 104$ MeV.

obtidos da ref.[12, 30, 50, 51, 52, 53, 54]. Foram utilizados um total de 42 estados com uma temperatura efetiva de $T = 107$ MeV; os resultados para κ , η e a razão η/κ apresentam mesmo comportamento que os resultados obtidos na figura.(7.1). Neste caso as linhas foram deslocadas para o lado esquerdo.

Para uma temperatura efetiva de $T = 115$ MeV os resultados são péssimos quando comparado com os dados experimentais, então, escolhemos a temperatura $T = 107$ MeV que é próxima dos dados experimentais.

Quando consideramos um número muito alto de estados (acima de 42 estados) observamos uma limitação numérica dada pela saturação de pontos, consequência do código computacional desenvolvido. Esse problema não afeta os resultados obtidos, devido a convergência observada, a partir do qual se pode melhorar o resultado por extrapolação.

♠ Para uma temperatura $T = 115$ MeV em 20 estados, os potenciais

químicos para os quarks u e d são: $\mu_u = 148$ MeV, $\mu_d = 87$ MeV e massas térmicas para os quarks e antiquarks: $m_u = 1388.69$ MeV, $m_d = 823.95$ MeV, $m_{\bar{u}} = 107.93$ MeV, $m_{\bar{d}} = 183.24$ MeV e massa térmica total do nucleon é $m_N = 2503.81$ MeV.

♠ Para uma temperatura $T = 107$ MeV em 42 estados, os potenciais químicos para os quarks u e d são: $\mu_u = 136$ MeV, $\mu_d = 80$ MeV, e massas térmicas para os quarks e antiquarks: $m_u = 1529.98$ MeV, $m_d = 910.24$ MeV, $m_{\bar{u}} = 121.55$ MeV, $m_{\bar{d}} = 205.02$ MeV e massa total do nucleon é $m_N = 2766.79$ MeV.

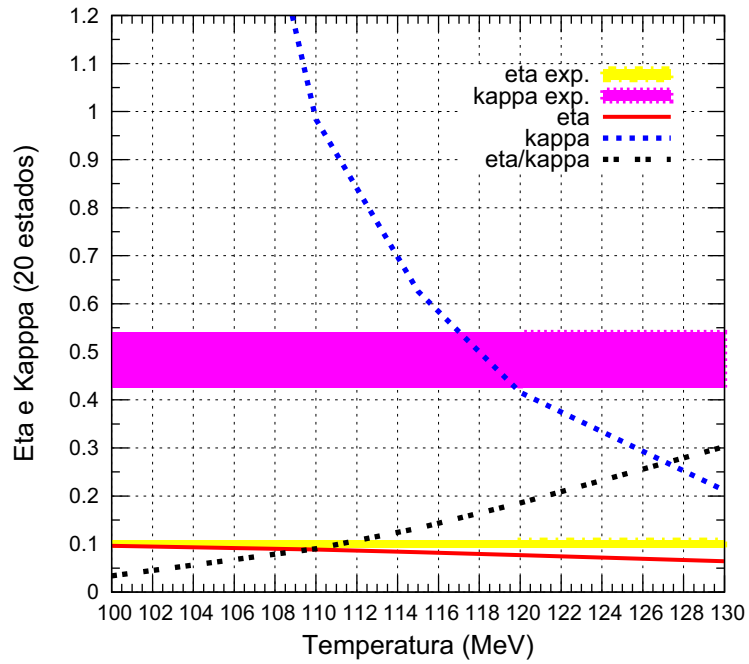


Figura 7.1: Resultados para os parâmetros η e κ em função da temperatura T , comparado com dados experimentais obtidos da ref.[12, 30, 50, 51, 52, 53, 54]. Sem efeito de instantons no estado fundamental, com $T = 115$ MeV para 20 estados.

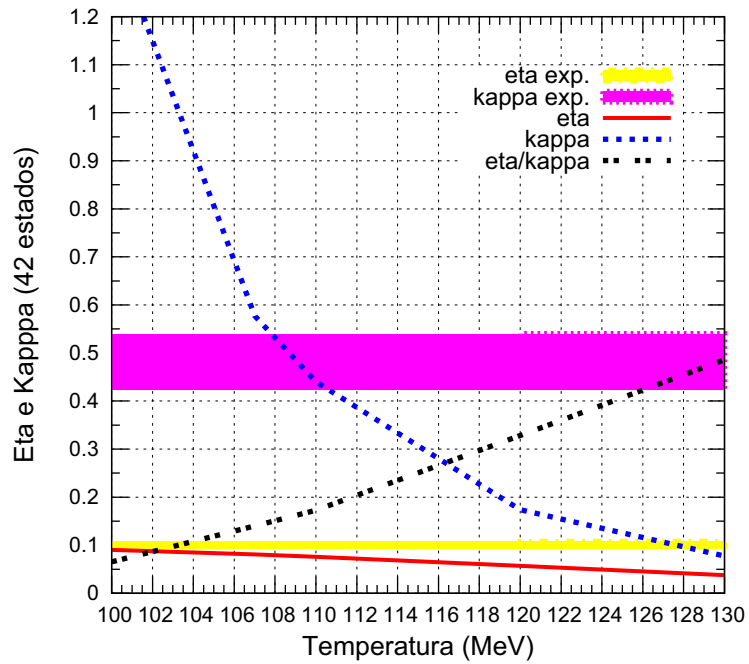


Figura 7.2: Resultados para os parâmetros η e κ em função da temperatura T , comparado com dados experimentais obtidos da ref.[12, 30, 50, 51, 52, 53, 54]. Sem efeito de instantons no estado fundamental, com $T = 107$ MeV para 42 estados.

7.2 Resultados com efeito de instantons para estranheza

A etiqueta “*Instantons (1)*” na tabela.(7.3), são os resultados do modelo quando consideramos o efeito de instantons aplicado no estado fundamental junto com estados excitados próximos do estado fundamental. Podemos analisar os resultados para a estranheza utilizando 23 estados onde a temperatura é $T = 108$ MeV (que reproduz o valor experimental de Gottfried). Os valores para η e κ são ruins quando comparado com os dados experimentais, então, consideramos 45 estados onde a temperatura efetiva é $T = 104$ MeV.

É importante mencionar que a presença de estados excitados próximos do estado fundamental contribui para um melhor resultado numérico, portanto temos uma contribuição estatística muito importante no cálculo da estranheza.

O valor do κ é o mais afetado pela inclusão de efeito de instantons, porque é definido com as partículas do mar. Os valores de η e κ diminuem quando a contribuição de efeito de instantons é considerado, junto com os estados excitados próximos do fundamental.

No caso da etiqueta *Instantons (1)* consideramos estados excitados próximos do fundamental com baixa energia e baixo momento angular. Os estados excitados com altas energias e alto momento angular pouco contribui nos resultados.

♠ Para uma temperatura $T = 108$ MeV em 23 estados, os potenciais químicos para os quarks u e d são: $\mu_u = 141$ MeV, $\mu_d = 83$ MeV, e as massas térmicas para quarks e antiquarks: $m_u = 1261.5$ MeV, $m_d = 747.27$ MeV, $m_{\bar{u}} = 95.65$ MeV, $m_{\bar{d}} = 163.33$ MeV e massa total do nucleon é $m_N = 2267.75$ MeV.

♠ Para uma temperatura $T = 104$ MeV em 45 estados, os potenciais químicos para os quarks u e d são: $\mu_u = 131$ MeV, $\mu_d = 76$ MeV, e as massas térmicas para quarks e antiquarks: $m_u = 1393.7$ MeV, $m_d = 828.44$ MeV, $m_{\bar{u}} = 114.55$ MeV, $m_{\bar{d}} = 194.12$ MeV e massa total do nucleon é $m_N = 2530.81$ MeV.

A etiqueta “*Instantons (2)*” na tabela.(7.3), são os resultados do modelo quando consideramos o efeito de instantons aplicado no estado fundamental porém *sem estados excitados* próximos do estado fundamental.

Para este caso, os resultados para os parâmetros η , κ e a razão η/κ estão muito altos, quando comparados com os dados experimentais, portanto, vamos desconsiderar este caso.

Número de estados	Temperatura	η	κ	η/κ	Gottfried inicial	Gottfried normalizado
Instantons (1)						
23	108	0.102021	0.77138	0.13226	0.11840	0.11589
35	105	0.101358	0.75735	0.13383	0.11961	0.11690
40	104	0.100801	0.73364	0.13740	0.12168	0.11966
45	104	0.099791	0.69837	0.14289	0.12687	0.12729
Instantons (2)						
19	106	0.11941	0.91887	0.12996	0.11873	0.11755
32	102	0.11905	0.90383	0.13172	0.11880	0.11790
40	101	0.11890	0.89755	0.13247	0.11918	0.11710
42	101	0.11886	0.89729	0.13247	0.11948	0.11710
Experimental		η	κ	η/κ	Gottfried	
	---	$0.099^{+0.009}_{-0.006}$	$0.477^{+0.063}_{-0.053}$	0.2075	0.118 ± 0.012	

Tabela 7.3: Resultados do modelo para os valores dos parâmetros κ , η e a razão η/κ em função da temperatura efetiva T (MeV) e variando o número de estados. Instantons(1) e instantons(2) corresponde aos instantons perturbar o estado fundamental junto com (e sem) estados excitados próximos do fundamental. Os dados experimentais para η e κ são obtidos da ref.[12, 30, 50, 51, 52, 53, 54] e o valor experimental da regra de soma de Gottfried é obtido da ref.[58], onde a massa do quark estranho é $m_s = 104$ MeV.

Uma comparação entre os resultados obtido nas tabelas.(7.2) e tabela.(7.3) mostra que podemos ajustar a temperatura para um valor próximo entre $T = 105$ MeV ate $T = 108$ MeV. Era de se esperar que os instantons abaixem os valores dos resultados para η e κ mas não foi o que aconteceu. Mas observamos que para um alto número de estados, os resultados obtidos para os parâmetros da estranheza η e κ ficam próximos do valor experimental.

Finalmente, para a estranheza do nucleon, poderíamos adicionar efeitos impor-

tantes no modelo, assim como foi feito para descrever a assimetria do mar de quarks e as funções de estrutura do próton e nêutron. Estamos considerando que o acoplamento dos quarks leves u e d são iguais ($\lambda_u = \lambda_d$), não adicionamos nenhum efeito de reescalonamento de massa, e tampouco estamos adicionando efeitos perturbativos da QCD (efeito importante nos quarks do mar).

No entanto, os resultados que obtivemos nos mostram que tais efeitos são em grande parte suprimidos, na descrição dos observáveis relacionados a estranheza no nucleon. Como perspectiva para o modelo, pretendemos verificar diretamente a influência de outros efeitos derivados da QCD para a descrição desses observáveis.

7.3 Função de estrutura do antiquark \bar{s} no káon desde a assimetria de estranheza no nucleon

A seguir é realizada uma aplicação do modelo estatístico a quarks, para obter a função de estrutura do quark estranho no káon [69], considerando a assimetria do quark estranho no interior do nucleon. Os dados experimentais de CCFR e NuTeV [70] mostram que, a função de distribuição para o quark estranho e anti-estranho são assimétricos ($s(x) \neq \bar{s}(x)$), na capítulo anterior tínhamos uma simetria no nucleon onde $s(x) = \bar{s}(x)$). Se consideramos unicamente processos de divisão de gluons, tal assimetria não seria encontrada, pois pares de quarks de mar são gerados por gluons, então temos a mesma distribuição de momento.

Vários modelos são considerados para explicar esta assimetria, o mais conhecido esta baseado sobre nuvem de mésons ou flutuações do tipo: $\Lambda - K$ [71, 72] outros modelos conhecidos são ref.[40]. Usando este tipo de modelo, analisamos o comportamento para a distribuição do quark estranho $s(x)$ em termos da escala de Bjorken x , e calculamos a função de estrutura para quark constituinte no Káon.

Para a distribuição de quark estranho, consideramos processos não perturbativos, tais como: configuração meson+barion, nesta configuração, há processos onde o nucleon oscila para um barion+meson, da seguinte forma: $p(uud) \rightarrow \Lambda(uds) + K(u\bar{s})$. Por exemplo, a contribuição para a distribuição de quark estranho vem do quark de valência s na partícula lambda (Λ) e de \bar{s} no káon (K).

A forma como esta contribuição é calculado será explicado a seguir. Seguimos a mesma metodologia de cálculo feita na tese quando consideramos o efeito piônico usado na tese[73] para explicar o comportamento de $\bar{d} - \bar{u}$ (*Ver capítulo 6.3*). Em lugar de π^+ ou π^0 , temos K^+ ou K^0 .

Como relatado na ref.[67] descrevemos um méson composto por um quark de valência rodeado por uma nuvem de pártons que não possui cor e eletricamente neutro. No entanto esta nuvem contém parte do momentum do quark constituinte. Desta forma, o quark tem certo grau efetivo de liberdade com subestrutura.

A função de estrutura do quark/antiquark constituinte pode ser extraído da função de estrutura do káon(píon), supondo que sua forma assintótica é dominado pela função de onda na frente de luz do káon (píon). A forma assintótica da função de onda para uma káon sem massa implica uma probabilidade constante para o quark de valência ter certa fração de momento (ver ref.[67]).

A distribuição de valência para um antiquark \bar{q} no interior de um méson M pode ser escrito como[†]

$$v_{\bar{q}}^M(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dy}{y} P(y, Q^2) F_{q\bar{q}}^M\left(\frac{x}{y}\right), \quad (7.5)$$

onde $F_{q\bar{q}}^M(x)$ é a função de estrutura do méson (káon ou pión) para quarks constituintes (um quark ligado, obtido desde a função de onda de valência, como na ref.[67]). $P(x)$ é a distribuição de momento do quark de corrente de valência no quark constituinte.

Assim, definimos a distribuição de valência do antiquark \bar{s} no interior do káon por

$$v_{\bar{s}}^K(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dy}{y} P_{\bar{s}/q\bar{s}}(y, Q^2) F_{q\bar{s}}^K\left(\frac{x}{y}\right), \quad (7.6)$$

onde o quark $q = u$ para K^+ e quark $q = d$ para K^- .

Assumindo $F_{q\bar{q}}^K(x) = 1$ para a forma assintótica da função de onda de valência, temos

$$v_{\bar{s}}^K(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dy}{y} P_{\bar{s}/q\bar{s}}(y, Q^2), \quad (7.7)$$

e derivando em x e integrando por partes, obtemos

$$P_{\bar{s}}(x, Q^2) = -x \frac{\partial}{\partial x} v_{\bar{s}}^K(x, Q^2). \quad (7.8)$$

A função de estrutura do nucleon, para a subestrutura constituinte, é dado por

$$\bar{q}_{const}(x) = - \int_x^1 \frac{\partial}{\partial z} v^K(z, Q^2) \Big|_{z=x/y} \bar{q}(y) dy, \quad (7.9)$$

onde $\bar{q}(y)$ ao interior da integral é dado pela função de estrutura a quark (neste caso, para o antiquark estranho). A função de estrutura a quarks pode surgir a partir dos processos de divisão de gluons, de uma parametrização ou de outro modelo.

No modelo proposto, necessitamos uma informação sobre a distribuição inicial $\bar{s}(x)$, que supomos ser igual a $s(x)$ inicial, a qual indica que é uma distribuição simétrica que surge de uma divisão gluônica.

Depois da convolução na eq.(7.9) obtivemos uma distribuição diferente de $\bar{s}(x)$, que seria $\bar{s}_{const}(x)$. De outro lado, necessitamos de uma informação sobre a distribuição a quark de valência no káon. Daqui, usando o presente formalismo, podemos

[†]Observe que o método de cálculo é o mesmo que foi feito no capítulo.(6.3)

isolar a função para o quark de valência no káon, de modo que na eq.(7.9) seria escrito na forma

$$\bar{s}_{const}(x) = - \int_x^1 \frac{\partial}{\partial z} v_{\bar{s}}^K(z)|_{z=x/y} \bar{s}(y) dy. \quad (7.10)$$

De outro lado, podemos escrever $\bar{s}_{const}(x)$ na forma

$$\bar{s}_{const}(x) = - \int_x^1 \frac{d}{dy} \bar{s}_{const}(y) dy \quad (7.11)$$

daria a equação

$$\int_x^1 \frac{\partial}{\partial z} v_{\bar{s}}^K(z)|_{z=x/y} \bar{s}(y) dy = \int_x^1 \frac{d}{dy} \bar{s}_{const}(y) dy. \quad (7.12)$$

Assim, trabalhando com derivadas parciais sobre o lado esquerdo da equação superior, temos

$$\frac{\partial}{\partial z} v(z)|_{z=x/y} = \left[\frac{\partial}{\partial y} v \left(\frac{x}{y} \right) \right] \frac{\partial y}{\partial z} \quad (7.13)$$

e substituindo $y = x/z$ na forma

$$\frac{\partial y}{\partial z} = - \frac{x}{z^2}$$

e com $z = x/y$ obtemos

$$\frac{\partial}{\partial z} v(z)|_{z=x/y} = \left[\frac{\partial}{\partial y} v \left(\frac{x}{y} \right) \right] \frac{-y^2}{x} \quad (7.14)$$

portanto na eq.(7.12) voltamos para obter

$$\begin{aligned} \int_x^1 \frac{-y^2}{x} \left[\frac{\partial}{\partial y} v_{\bar{s}}^K(x/y) \right] \bar{s}(y) dy &= \int_x^1 \frac{d}{dy} \bar{s}_{const}(y) dy \\ \int_x^1 \left[\frac{-y^2}{x} \left(\frac{\partial}{\partial y} v_{\bar{s}}^K(x/y) \right) \bar{s}(y) - \frac{d}{dy} \bar{s}_{const}(y) \right] dy &= 0. \end{aligned} \quad (7.15)$$

Podemos escrever como

$$\int_x^1 \left[\frac{\partial}{\partial y} v_{\bar{s}}^K \left(\frac{x}{y} \right) \right] dy = \int_x^1 \frac{-x}{y^2 \bar{s}(y)} \left[\frac{d}{dy} \bar{s}_{const}(y) \right] dy \quad (7.16)$$

Observando acima na eq.(7.16), a função $v_{\bar{s}}^K(x)$, que representa a função de estrutura antiestranha no káon, pode ser extraída numericamente.

Como comentado anteriormente, precisamos de informação sobre a distribuição estranho (e antiestranho). A distribuição inicial pode aparecer de processos de divisão de gluons, um modelo estatístico e alguma parametrização. Com esta informação, é possível isolar a função de quark de valência antiestranho no káon. Realizamos dois testes do modelo como explicaremos a continuação.

7.3.1 A parametrização Olness

Utilizando a parametrização de Olness et al. [54], isolamos $s_{const}(x)$ e $\bar{s}_{const}(x)$ desde a parametrização para $s - \bar{s}$ e $s + \bar{s}$. No entanto para aplicar o modelo, introduzimos $s_{const}(x)$ e $\bar{s}_{const}(x)$ na eq.(7.12) e calcular a função de estrutura do antiquark estranho no káon. O ponto importante aqui esta na aproximação para a distribuição inicial $\bar{s}(x)$, que usamos, $\bar{s}(x) = s_{const}(x)$, isto é, supor que $s(x)$ mantém uma *distribuição completamente similar ao original* obtido desde processos de divisão gluônica a qual gera pares $s\bar{s}$. Valores numéricos para esta parametrização de Olness são ilustrados na tabela (7.4).

B	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
$s + \bar{s}$	0.04966	0.03510	7.44149	-1.44570	5.13400	0.59659
$s - \bar{s}$	-0.08438	0.18803	2.36708	0.04590	0.0000	0.0000

Tabela 7.4: Coeficientes de “ajuste padrão”

Com a expressão apropriada para $s^\pm(x) = s(x) \pm \bar{s}(x)$ (ver ref.[54])

$$\begin{aligned}
 xs^+(x) &= A_0 x^{A_1} (1-x)^{A_2} e^{A_3 x} (1+e^{A_4})^{A_5} \\
 s^-(x) &= s^+(x) \times \tanh \left[A_0 x^{A_1} (1-x)^{A_2} \left(1 - \frac{x}{A_3}\right) (1 + A_4 x + A_5 x^2) \right], (7.17)
 \end{aligned}$$

podemos isolar $s(x)$ e $\bar{s}(x)$ usando os valores da tabela (7.4).

A distribuição de momento mostra que, no Káon, o quark antiestranho \bar{s} carrega a fração principal do momento total. Isto pode ser uma consequência da grande massa de \bar{s} em comparação com as massas dos quarks u e d .

7.3.2 A parametrização Dahyia-Gupta

No trabalho de Dahyia-Gupta [30], nenhuma assimetria estranha no quark constituinte é assumido. Usa-se a seguinte função para a distribuição de estranheza

$$s(x) = \frac{a}{3} [(\varsigma - \beta)^2 + 9\alpha^2] (1-x)^8 \quad (7.18)$$

com $a = 0.13$, $\alpha = \beta = 0.45$ e $\varsigma = 0.10$. Portanto concluímos que neste caso, o antiquark estranho \bar{s} carrega quase: 56% do momento total do Káon.

Na figura (7.3), mostramos a distribuição antiquark estranho no káon $x\bar{s}(x)$, conforme o presente modelo, usando a parametrização inicial dada por Dahyia e Gupta [30] e por Olness et al.[54]. Na figura (7.4), mostramos a função de estrutura do quark antiestranho $\bar{s}(x)$ quando consideramos as duas parametrizações iniciais anteriores para $\bar{s}(x)$. O resultado é próximo à parametrização para o Káon considerado na ref. [76].

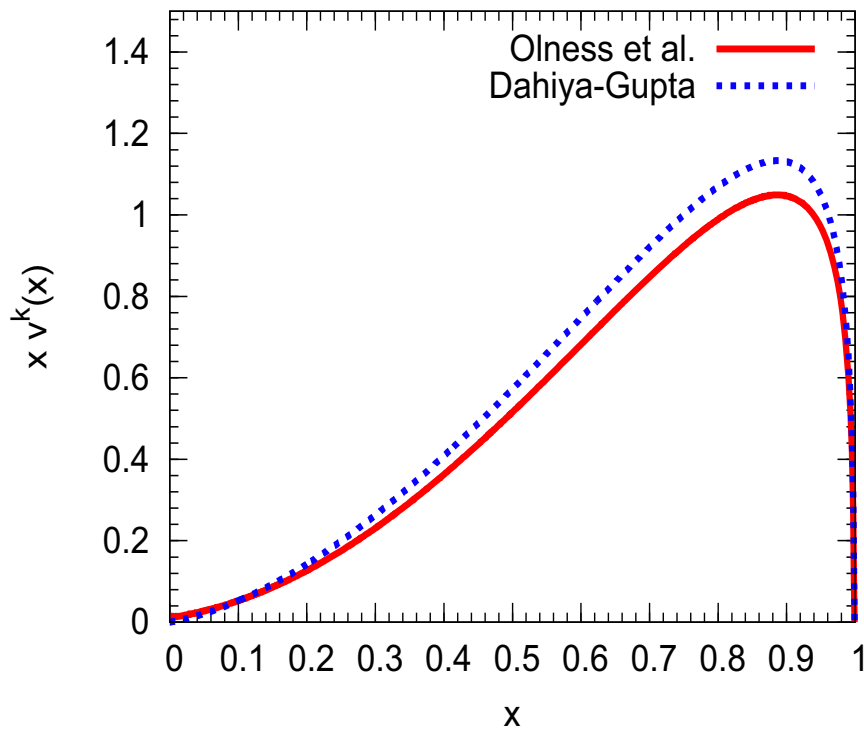


Figura 7.3: Distribuição antiquark estranho $x\bar{s}(x)$ no Káon, usando a presente aproximação com parametrização inicial de Dahyia-Gupta [30] (linha pontilhada) e Olness et al.[54] (linha contínua).

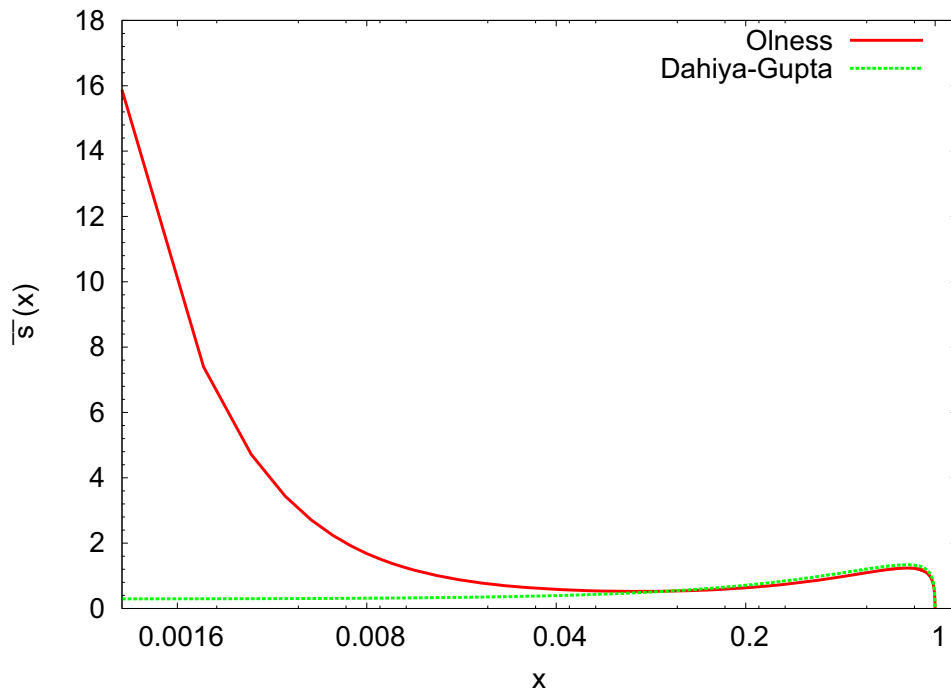


Figura 7.4: Função de estrutura do quark antiestranho $\bar{s}(x)$ no káon, de acordo com o presente modelo, usando as duas distribuições iniciais para $\bar{s}(x)$, Dahiya-Gupta[30] e Olness et al.[54].

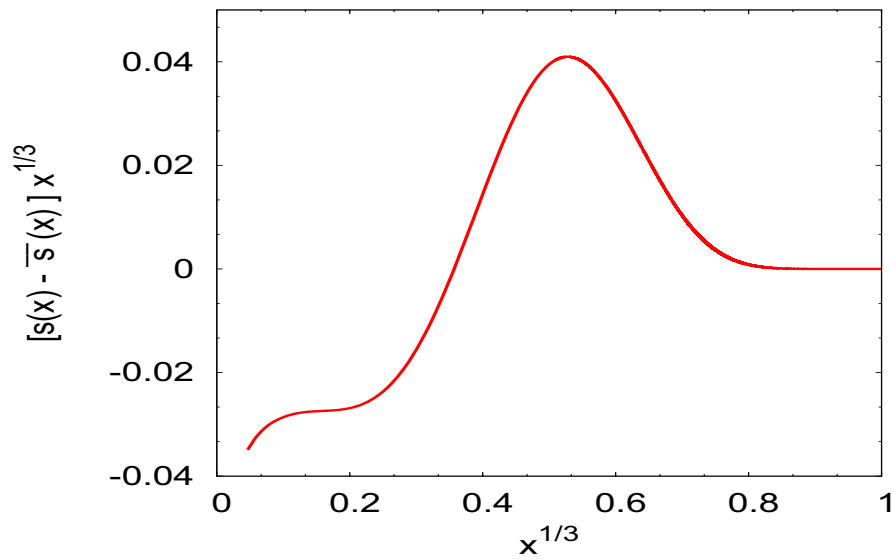


Figura 7.5: Assimetria na distribuição: $s(x) - \bar{s}(x)$ em função de $x^{1/3}$ de acordo com a parametrização de Olness et al.[54].

Capítulo 8

Discussão, conclusões finais e perspectivas futuras do modelo

8.1 Conclusões Finais

Neste capítulo destacamos os principais resultados obtidos através do modelo desenvolvido e a metodologia utilizada. Traçamos também algumas perspectivas futuras descritas na próxima seção para trabalhos futuros usando o presente formalismo.

Uma breve descrição do espalhamento inelástico profundo foi desenvolvida no capítulo 2, onde também foi revisado e calculado a regra de soma de Gottfried. No capítulo 3 foi feito um resumo dos principais modelos estatísticos e a idéia de Feynman que deram origem ao modelo estatístico.

O modelo térmico com potencial confinante foi desenvolvido no capítulo 4. O potencial confinante do tipo escalar mais vetorial; foi dado por $(1 + \beta)\lambda r$ onde dois valores para λ foram utilizados de modo a reproduzir os estados fundamentais das partículas $\Delta(1232)$ e $\Omega(sss)$ e desta forma se obter a massa efetiva dos quarks constituintes u , d e s .

A massa térmica é definida no modelo como a média ponderada dos níveis de energia de modo que para $T \rightarrow 0$ essa massa se aproxime da massa observada para o bárion. A escolha da temperatura no modelo foi feita de modo que o valor da violação da regra de soma de Gottfried fosse reproduzido. No modelo esta violação surge do fato de termos potenciais químicos diferentes para u e d . Aplicando a transformado

de Fourier, utilizando os níveis discretos de energia e as correspondentes funções de onda, junto com a estatística de Fermi-Dirac, foram obtidas as funções de estrutura para os constituintes e para o nucleon.

Os resultados iniciais obtidos através deste modelo foram apresentados no capítulo 5, onde foi realizado uma parametrização do potencial confinante, onde a intensidade de acoplamento é igual para os quarks u e d (com massa nula para ambos). Neste capítulo consideramos as contribuições devidas a instantons. Foi obtido como resultado curvas constantes relativas à razão e à diferença entre as funções de estrutura do próton e do nêutron F_2^n/F_2^p e $F_2^p - F_2^n$ e também a razão e diferença dos quarks do mar $\bar{d}(x)/\bar{u}(x)$ e $\bar{d} - \bar{u}$ no próton.

Também foi estudado o efeito da temperatura no modelo, mostrando os resultados para os potenciais químicos e massas térmicas como função da temperatura T , e o comportamento dos valores de Gottfried em relação com a temperatura. Assim foi possível reproduzir o valor experimental de Gottfried para uma determinada temperatura, a qual varia dependendo se consideramos ou não o instanton no estado fundamental. Foi concluído o capítulo 5 dizendo que precisamos introduzir alguns fenômenos físicos importantes no modelo a fim de ajustar os resultados do modelo junto aos dados experimentais.

No capítulo 6, apresentamos e descrevemos os efeitos físicos que serão adicionados no modelo, onde mostramos que as interações efetivas para os quarks u e d são diferentes e implementamos um reescalonamento efetivo mediante um delta de Dirac (um truque), além disso, introduzimos as equações GLAP (processos de divisão glúonica) e a estrutura do quark constituinte (efeito piônico), concluindo que ditos efeitos são relevantes para os resultados do modelo.

Foram obtidos excelentes resultados para a razão e diferença dos quarks do mar \bar{d}/\bar{u} e $\bar{d} - \bar{u}$ no nucleon, assim como a razão e diferença entre funções de estrutura do nêutron e próton F_2^n/F_2^p e $F_2^p - F_2^n$

O principal resultado no capítulo 7 (aplicações do modelo), foi o resultado obtido para o conteúdo de estranheza no nucleon, representado pelos observáveis η e κ . Uma hipótese assumida a priori é que no nucleon os quarks estranhos s sentem o mesmo potencial confinante que na partícula $\Omega(sss)$ sendo possível observar que tal hipótese se revelou bastante correta considerando o resultado obtido para os observáveis η e κ . No entanto precisamos adicionar efeitos físicos importantes, a fim de ajustar melhor os resultados para os dados experimentais.

Temos no capítulo 7 outra aplicação para função de estrutura do antiquark \bar{s} no káon da assimetria de estranheza. Foi determinada a função de estrutura do $\bar{s}(x)$ e concluído que a distribuição de momento mostra que, no Káon, o quark antiestranho \bar{s} carrega a fração principal do momento total. Assim, o antiquark estranho \bar{s} carregaria da ordem de 56% *do momento total do Káon*.

8.2 Perspectivas futuras

Citaremos alguns pontos a serem considerados em trabalhos futuros

- No modelo podem ser testadas variações do potencial confinante e observar a influência sobre os observáveis. Podemos considerar que os quarks leves u e d estão sob efeitos de potenciais diferentes. Isto porque queremos saber se existe algum efeito que leva a distribuição do quark d_{val} ser mais compacta que a do quark u_{val} .
- Pretendemos estudar o efeito EMC, que se refere à origem do spin do nucleon, assim como o raio médio quadrático dos nucleons e dar continuidade ao estudo do conteúdo da estranheza no nucleon, desta vez adicionando efeitos importantes no modelo, na tentativa de ajustar os resultados aos dados experimentais (parâmetros da estranheza são; η , κ e a razão η/κ).
- Um estudo sobre a dependência do modelo em função de Q^2 , seguindo sugestões já presentes na literatura [1, 2, 3].
- Na tese, não foram estudadas as funções polarizadas. Visto que existe atualmente um forte interesse em pesquisar a contribuição do mar de quarks polarizado e dos quarks de valência, na descrição da estrutura do *spin do nucleon*, esse é um estudo importante a ser considerado, utilizando o presente modelo estatístico. Portanto, temos interesse em incluir diretamente o spin dos quarks constituintes para uma melhor descrição da estrutura do nucleon, tendo em vista a variedade de modelos perturbativos atuais [30, 38, 44, 46].
- Uma aplicação do modelo para calcular a função de estrutura de mésons, comparando os resultados com outros modelos existentes, [41, 42, 43] juntamente com os dados experimentais atuais.

- A nuvem mesônica também pode ser caracterizada como um processo de transição de fase, assim como estudar a possível dependência das grandezas termodinâmicas do potencial químico.
- Estudo das grandezas termodinâmicas relacionadas, como pressão, entropia, energia e densidade, com auxílio dos potenciais químicos desde o ponto de vista da mecânica estatística, seguindo sugestão de Bieckerstaff- Londergan, para “Funções de estrutura para próton e nêutron desde uma aproximação de gás de Fermi” [8].

Apêndice A

Apêndice

A.1 Quarks

Quark	Carga(e)	Massa
up (u)	+2/3	1.5 - 4 Mev
down (d)	-1/3	4 - 8 Mev
strange (s)	-1/3	80 - 130 Mev
charm (c)	+2/3	1150-1350 Mev
bottom (b)	-1/3	4100 - 4400 Mev
top (t)	+2/3	173 000 Mev

Tabela A.1: Tipo de quarks

A.2 Hádrons

Hádron	Massa	Tempo de vida meia	Constituintes
π^+, π^-	0.140 GeV	2.603×10^{-8} s	$u\bar{d}, d\bar{u}$
π^0	0.135 GeV	8.4×10^{-17} s	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$
K^+, K^-	0.494 GeV	1.234×10^{-8} s	$u\bar{s}, \bar{u}s$
K^0, \bar{K}^0	0.498 GeV	0.893×10^{-10} s (<i>short</i>) 0.530×10^{-8} s (<i>long</i>)	$s\bar{d}, \bar{s}d$
próton	0.938 GeV	estável	uud
nêutron	0.940 GeV	887 s	ddu

Tabela A.2: Hádrons

A.3 Solução para a equação de Dirac com potencial confinante linear

As equações de Dirac na convenção de Bjorken-Drell, é definida como

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} &= (1, -1, -1, -1) , \quad x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, x, y, z) \\ x_\mu &= (t, -x, -y, -z) , \quad x_\mu x^\mu = g_{\mu\nu} x^\mu x^\nu = (x^0)^2 - (\vec{x})^2 . \end{aligned}$$

Para as matrizes de Dirac, temos

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} , \quad \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} . \quad (\text{A.1})$$

Assim, aplicando na equação de Dirac

$$\left[\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m_\alpha + \frac{1}{2}(1 + \beta)V(r) \right] \psi_i(\vec{r}) = \varepsilon_{\alpha i} \psi_i(\vec{r}) , \quad (\text{A.2})$$

, onde $V(r) = \lambda r$, sendo a função de onda $\psi_i(\vec{r})$ definido como

$$\psi_i(\vec{r}) = \begin{pmatrix} \varphi_i \\ \chi_i \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

obtemos a eq.(4.6), cuja solução é um sistema de equações na forma

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) \chi + (m + V)\varphi = \varepsilon \varphi \quad (\text{A.4})$$

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) \varphi - m\chi = \varepsilon \chi , \quad (\text{A.5})$$

notamos que

$$\chi = \frac{1}{m + \varepsilon} (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) \varphi . \quad (\text{A.6})$$

Note que adicionalmente aos operadores J^2 , J_z e ε , temos um outro número quântico dado pelos autovalores do operador

$$K = \beta (\Sigma \cdot \ell + 1) , \quad (\text{A.7})$$

onde a matriz

$$\vec{\Sigma} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix} , \quad (\text{A.8})$$

de tal forma que

$$K^2 = (\Sigma.\ell + 1)^2 = (\Sigma.\ell)^2 + 2\Sigma.\ell + 1 . \quad (\text{A.9})$$

Conhecemos a seguinte identidade

$$(\vec{\sigma}.\vec{a})(\vec{\sigma}.\vec{b}) = (\vec{a}.\vec{b}) + i\vec{\sigma}.\vec{a} \times \vec{b} , \quad (\text{A.10})$$

e $\Sigma^2 = 3$, então temos

$$\begin{aligned} K^2 &= (\ell.\ell) + i\Sigma.(\ell \times \ell) + 2\Sigma.\ell + 1 \\ &= \ell^2 - \Sigma.\ell + 2\Sigma.\ell + 1 \\ &= \ell^2 + \Sigma.\ell + 1 = \left(1 + \frac{1}{2}\Sigma\right)^2 - \frac{\Sigma^2}{4} + 1 \\ &= J^2 + 1/4 . \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Denotamos os autovalores de J^2 , j_z e K por $j(j+1)$, m e $-\kappa$, então

$$\text{ou: } \begin{pmatrix} \vec{\sigma}.\ell + 1 & 0 \\ 0 & -(\vec{\sigma}.\ell + 1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_i \\ \chi_i \end{pmatrix} = \begin{matrix} K\psi_i = -\kappa\psi_i \\ -\kappa \begin{pmatrix} \varphi_i \\ \chi_i \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$\text{Por tanto, temos } (\vec{\sigma}.\ell + 1)\varphi = -\kappa\varphi \quad (\text{A.12})$$

$$(\vec{\sigma}.\ell + 1)\chi = \kappa\chi , \quad (\text{A.13})$$

Para um valor fixo de κ , ℓ de φ , e para ℓ' de χ , determinamos que

$$\begin{aligned} \ell^2 &= \left(\vec{J} - \frac{1}{2}\vec{\sigma}\right)^2 = J^2 - \vec{\sigma}.\vec{J} + \frac{3}{4} = J^2 - \vec{\sigma}.\vec{\ell} - \frac{3}{2} + \frac{3}{4} \\ \ell^2 &= J^2 - \vec{\sigma}.\vec{\ell} - \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\text{então } \ell^2\varphi = \left(J^2 - \vec{\sigma}.\vec{\ell} - \frac{3}{4}\right)\varphi ,$$

$$\text{ou } \ell(\ell+1)\varphi = \left[j(j+1) + (\kappa+1) - \frac{3}{4}\right]\varphi = \left[j(j+1) + \kappa + \frac{1}{4}\right]\varphi \quad (\text{A.14})$$

Se $\ell = j + \frac{1}{2}$, então desde a eq.(A.14), temos

$$\left(j + \frac{1}{2}\right)\left(j + \frac{3}{2}\right)\varphi = \left[j(j+1) + \kappa + \frac{1}{4}\right]\varphi \quad \text{logo } \kappa = j + \frac{1}{2} . \quad (\text{A.15})$$

Podemos dizer que

$$\kappa = \begin{cases} -(j + \frac{1}{2}) = -\ell - 1 & \text{para } \ell = j - \frac{1}{2}; \ell' = (j + 1/2) = -\kappa, \\ j + \frac{1}{2} = \ell & \text{para } \ell = j + \frac{1}{2}; \ell' = (j - \frac{1}{2}) = \kappa - 1, \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

sempre com

$$\ell + \ell' = 2j. \quad (\text{A.17})$$

$\kappa = -1$	$\ell = 0$	$j = \frac{1}{2}$	$\ell' = 1$	$n = 1$	$1S_{1/2}$
$\kappa = 1$	$\ell = 1$	$j = \frac{1}{2}$	$\ell' = 0$	$n = 1$	$1P_{1/2}$
$\kappa = -2$	$\ell = 1$	$j = \frac{3}{2}$	$\ell' = 2$	$n = 1$	$1P_{3/2}$
$\kappa = 2$	$\ell = 2$	$j = \frac{3}{2}$	$\ell' = 1$	$n = 1$	$1D_{3/2}$

Tabela A.3: Autovalores para κ

Para obter as equações.(4.21) e eq.(4.22), consideramos

$$\psi_i(\vec{r}) = \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(r) \Omega_{j,j_3,\ell}(\hat{r}) \\ i g(r) \Omega_{j,j_3,\ell'}(\hat{r}) \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

examinamos a ação de $(\vec{\sigma} \cdot \hat{r})$ sobre $\Omega_{j,j_3,\ell}$

$$(\vec{\sigma} \cdot \hat{r}) \Omega_{j,j_3,\ell} = -\Omega_{j,j_3,\ell'}. \quad (\text{A.19})$$

Para obter a equação radial, precisamos ir até a eq.(A.5), onde

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) \varphi - m\chi = \varepsilon\chi, \quad (\text{A.20})$$

aplicando a eq.(A.18) na componente superior da eq.(A.20), queremos calcular a seguinte expressão

$$\begin{aligned} (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) f(r) \Omega_{j,j_3,\ell} &= (\vec{\sigma} \cdot \hat{r})(\vec{\sigma} \cdot \hat{r})(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) f(r) \Omega_{j,j_3,\ell} = \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{r})(\vec{\sigma} \cdot \vec{r})}{r^2} (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) f(r) \Omega_{j,j_3,\ell} \\ &= \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{r})}{r^2} \left[(\vec{\sigma} \cdot \vec{r})(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) f(r) \right] \Omega_{j,j_3,\ell} \\ &= \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{r})}{r^2} \left[\vec{\sigma} \cdot \vec{p} + i\vec{\sigma} \cdot (\vec{r} \times \vec{p}) \right] f(r) \Omega_{j,j_3,\ell} \\ &= \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{r})}{r^2} \left[\vec{r} \cdot \vec{p} + i\vec{\sigma} \cdot \vec{\ell} \right] f(r) \Omega_{j,j_3,\ell}, \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

aplicando a eq.(A.12) na eq.(A.21), temos

$$\begin{aligned}
(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) f(r) \Omega_{j,j_3,\ell} &= \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{r})}{r^2} \left[-ir \frac{\partial}{\partial r} - i(\kappa + 1) \right] f(r) \Omega_{j,j_3,\ell} \\
&= \left[-i \frac{\partial}{\partial r} f(r) - i \frac{(\kappa + 1)}{r} f(r) \right] (\vec{\sigma} \cdot \hat{r}) \Omega_{j,j_3,\ell} \\
&= \left[i \frac{\partial}{\partial r} f(r) + i \frac{(\kappa + 1)}{r} f(r) \right] \Omega_{j,j_3,\ell'} , \tag{A.22}
\end{aligned}$$

agora, podemos aplicar a eq.(A.18), eq.(A.19), eq.(A.22) na eq.(A.20), então desta forma concluímos que

$$\begin{aligned}
(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) \varphi - m\chi &= \varepsilon \chi \\
\frac{df}{dr} + \frac{1}{r}(\kappa + 1)f - mg &= \varepsilon g , \\
\text{logo } \frac{df(r)}{dr} + \frac{(1 + \kappa)}{r} f(r) - (m + \varepsilon) g(r) &= 0 , \tag{A.23}
\end{aligned}$$

este resultado corresponde a eq.(4.21).

Para obter a eq.(4.22) é realizado o mesmo procedimento. Assim desde a eq.(A.4) temos

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) \chi + (m + V - \varepsilon) \varphi = 0 , \tag{A.24}$$

solucionando esta equação na forma

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{r}}{r^2} \right) \left[\vec{r} \cdot \vec{p} + i \vec{\sigma} \cdot \vec{\ell} \right] \chi + (m + V - \varepsilon) \varphi &= 0 \\
\left(\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{r}}{r^2} \right) \left[\vec{r} \cdot \vec{p} + i(\kappa - 1) \right] \chi + (m + V - \varepsilon) \varphi &= 0 \\
\left(\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{r}}{r^2} \right) \left[-ir \frac{\partial}{\partial r} + i(\kappa - 1) \right] \chi + (m + V - \varepsilon) \varphi &= 0 \\
(\vec{\sigma} \cdot \hat{r}) \left(\frac{\partial}{\partial r} g(r) \Omega_{j,j_3,\ell'} \right) - (\kappa - 1) \left(\frac{\vec{\sigma} \cdot \hat{r}}{r} g(r) \Omega_{j,j_3,\ell'} \right) + \\
+ (m + V - \varepsilon) f(r) \Omega_{j,j_3,\ell} &= 0 \\
-\frac{\partial g(r)}{\partial r} \Omega_{j,j_3,\ell} + (\kappa - 1) \frac{g(r)}{r} \Omega_{j,j_3,\ell} + (m + V - \varepsilon) f(r) \Omega_{j,j_3,\ell} &= 0
\end{aligned}$$

$$\text{logo} \quad \frac{dg(r)}{dr} - \frac{(\kappa - 1)}{r}g(r) - \left(m + V - \varepsilon\right)f(r) = 0 , \quad (\text{A.25})$$

este resultado corresponde a eq.(4.22).

A.4 Solução para equação de Airy

Apartir das eqs.(4.22) e eq.(4.21) para o caso em $\kappa = -1$, então $j^p = 1/2^+$ para *onda-s* ($\ell = 0$), temos

$$\frac{df_i(r)}{dr} = (\varepsilon_{\alpha i} + m_{\alpha}) g_i(r), \quad (\text{A.26})$$

$$\frac{dg_i(r)}{dr} = -\frac{2}{r} g_i(r) - (\varepsilon_{\alpha i} - m_{\alpha} - V(r)) f_i(r) , \quad (\text{A.27})$$

sendo $V(r) = \lambda r$ e onde os sub-índices “ i ” denota os níveis de energia $i = 0, 1, 2, \dots$ e o sub-índice “ α ” denota cada tipo de quarks u, d, s , então substituindo a segunda equação na primeira equação, obtemos

$$\frac{d^2 f_i(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{df_i(r)}{dr} + [\varepsilon_{\alpha i} + m] [\varepsilon_{\alpha i} - m - V(r)] f_i(r) = 0 . \quad (\text{A.28})$$

Realizando mudança de variável na forma $f_i(r) = \frac{w_i(r)}{r}$, obtemos

$$\begin{aligned} w_i''(r) + \left[(\varepsilon_{\alpha i} + m) \cdot (\varepsilon_{\alpha i} - m_{\alpha} - V(r)) \right] w_i(r) &= 0 \\ w_i''(r) + \left[(\varepsilon_{\alpha i} + m) \cdot (\varepsilon_{\alpha i} - m_{\alpha} - V_0 - \lambda r) \right] w_i(r) &= 0 . \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

Definindo $\tilde{E}_{\alpha i} = (\varepsilon_{\alpha i} - m_{\alpha} - V_0)/\lambda$, portanto a equação diferencial toma a forma

$$w_i''(r) + \lambda (\varepsilon_{\alpha i} + m_{\alpha}) \left(\tilde{E}_{\alpha i} - r \right) w_i(r) = 0 , \quad (\text{A.30})$$

definindo a variável

$$\xi = \left[(\varepsilon_{\alpha i} + m_{\alpha}) \lambda \right]^{1/3} \left(\tilde{E}_{\alpha i} - r \right) , \quad (\text{A.31})$$

então a eq.(A.30) toma a forma final.

$$w_i''(\xi) + \xi w_i(\xi) = 0 , \quad (\text{A.32})$$

a expressão acima é uma equação diferencial cuja solução são as funções de Airy $Ai(\xi)$, cuja expressão é

$$w_i(\xi) = N Ai(-\xi) + M Bi(-\xi) ,$$

onde para x grandes $Bi(x)$ tende a ser infinito, por tanto fazemos $M = 0$, então para obter o espectro de energia determinamos a seguinte condição $w_i(\xi = 0) = 0$

$$0 = Ai \left[-(\varepsilon_{\alpha i} + m_\alpha)^{1/3} \lambda^{1/3} \tilde{E}_{\alpha i} \right] , \quad (\text{A.33})$$

assim $\tilde{E}_{\alpha i}$ são determinados pelos zeros a_n da função de airy [77] (com $n = 1, 2, \dots$), desta forma se definimos $K_{\alpha i}^3 = \lambda(\varepsilon_{\alpha i} + m_\alpha)$, então temos para os níveis de energia $\varepsilon_{\alpha i}$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\alpha i} &= -\frac{a_{i+1}}{K_{\alpha i}} = \frac{\varepsilon_{\alpha i} - m_\alpha - V_0}{\lambda} , \text{ onde } i = 0, 1, 2, 3, \dots \\ \varepsilon_{\alpha i} - m_\alpha - V_0^\alpha &= -\frac{\lambda_\alpha}{k_{\alpha i}} a_{i+1} \\ \varepsilon_{\alpha i} &= V_0^\alpha + m_\alpha - \frac{\lambda_\alpha}{k_{\alpha i}} a_{i+1} , \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

a expressão acima corresponde ao “*espectro de energia*”, onde o índice “ α ” denota o tipo de quark $\alpha = u, d, s$ e $V_0^\alpha = 0$.

Definindo a *função de onda* $w_i(\xi)$, na forma

$$\begin{aligned} w_i(\xi) &= N Ai(-\xi) \\ w_i(r) &= N Ai(K_{\alpha i} r + a_{i+1}) , \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

onde N é um fator para *normalizar* a função de onda.

Consideramos a eq.(3.16) e da seção.(3.2) da ref.[77], a integral da forma $\int y_1 dx = xy_1 - y'$, será usada para calcular a integral de quadrados de funções de Airy

$$I = \int_x^\infty Ai^2(x) dx = [xAi^2(x)]|_x^\infty - 2 \int_x^\infty xAi(x)Ai'(x) dx$$

e usando a eq. de Airy, temos portanto

$$\begin{aligned} I &= [xA^2i(x)]|_x^\infty - 2 \int_x^\infty Ai'(x)Ai''(x) dx \\ &= [xAi^2(x)]|_x^\infty - [Ai'^2(x)]|_x^\infty , \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

considerando que $\lim_{x \rightarrow \infty} x Ai^2(x) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow \infty} Ai'(x) = 0$, então temos

$$\int_x^\infty Ai^2(x) dx = -x Ai^2(x) + Ai'^2(x) . \quad (\text{A.37})$$

Desta forma A e B são quaisquer combinações lineares de $Ai(x)$ e $Bi(x)$ (na forma mais geral), temos

$$\begin{aligned} \int A[\alpha(x+\beta)] B[\alpha(x+\beta)] dx &= (x+\beta) A[\alpha(x+\beta)] B[\alpha(x+\beta)] \\ &\quad - \frac{1}{\alpha} A'[\alpha(x+\beta)] B'[\alpha(x+\beta)] , \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

onde a condição de ortogonalidade para as funções de Airy é definida como

$$\int_{-\infty}^{+\infty} Ai(x+a) Ai(x+b) dx = \delta(b-a) . \quad (\text{A.39})$$

Da seção.(4.4) da ref.[77], temos para os zeros da função de airy a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) que a integral do tipo

$$I_{nm} = \int_0^\infty Ai(x+a_n) Ai(x+a_m) dx = \begin{cases} = 0 , & \text{para } n \neq m \\ = Ai'^2(a_n) , & \text{para } n = m \end{cases} \quad (\text{A.40})$$

em ambos casos foram usadas propriedades das funções de Airy, a qual diminui exponencialmente quando vai para o infinito. Desta forma as funções $Ai(x+a_n)/Ai'(a_n)$ onde $n \in \mathfrak{R}$ forma uma base ortonormal no intervalo $[0, \infty]$.

A ortonormalização da função de onda da eq.(A.35) é feita na seguinte forma

$$\begin{aligned} \int_0^\infty w_i^*(\xi) w_j(\xi) dr &= \delta(\tilde{E}_{\alpha i} - \tilde{E}_{\alpha j}) \\ N^2 \int_0^\infty Ai^*(K_{\alpha i} r + a_{i+1}) Ai(K_{\alpha j} r + a_{j+1}) &= \delta\left(-\frac{a_{i+1}}{K_{\alpha i}} + \frac{a_{j+1}}{K_{\alpha j}}\right) \\ N^2 . Ai'^2(a_{i+1}) &= K_{\alpha i} \\ N &= \sqrt{\frac{K_{\alpha i}}{Ai'^2(a_{i+1})}} , \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

desta forma obtemos

$$w_i(r) = \sqrt{\frac{K_{\alpha i}}{Ai'^2(a_{i+1})}} Ai(K_{\alpha i} r + a_{i+1}) , \quad (\text{A.42})$$

por tanto a *forma final da função de onda* é

$$\psi_{\alpha i}(r) = \sqrt{\frac{K_{\alpha i}}{4\pi}} \frac{\text{Ai}(K_{\alpha i}r + a_{i+1})}{r \left[\frac{d\text{Ai}(x)}{dx} \right] \Big|_{x=a_{i+1}}}, \quad (\text{A.43})$$

onde $i = 0, 1, 2, 3, \dots$ e multiplicamos pelo harmônico esférico $Y_{0,0} = \sqrt{1/4\pi}$.

A.5 Efeito de Instantons

Para determinar quanto deve ser subtraído da energia total do sistema, utiliza-se a densidade de lagrangeana do modelo líquido de instanton (para detalhes, ver ref.[49]), expressado na forma

$$\begin{aligned} \Delta L^{ins} = & \sum_{i>j}^{i(u,d,s)} n_c (-k')^2 \{ \bar{q}_{iR} \bar{q}_{jR} \} \left[1 + \frac{3}{32} \lambda_i^a \lambda_j^a \left(1 - \frac{3}{4} \sigma_{\mu\nu}^i \sigma_{\mu\nu}^j \right) \right] \{ q_{iL} q_{jL} \} + \\ & + (R \leftrightarrow L) \quad , \end{aligned} \quad (\text{A.44})$$

onde $\sigma_{\mu\nu}^i$ são as matrizes de Dirac e a constante

$$k' = \frac{4\pi\rho_c^3}{3} \frac{\pi}{(m^*\rho_c)} \quad , \quad (\text{A.45})$$

que caracteriza a força de interação de um quark com um instanton e é proporcional ao volume do instanton. Assim, n_c é a densidade de instanton no vácuo, relacionada à energia do vácuo por $B_{QCD} \cong 2n_c$, ρ_c é um tamanho efetivo do instanton no vácuo da QCD, $q_{R,L} = (1 \pm \gamma_5)q/2$, m^* é a massa efetiva do quark com massa de corrente zero e q é o operador espinorial associado ao quark.

Os valores destes parâmetros já foram tabelados como

$$\begin{aligned} \rho_c^2 &= 3.6 \text{ GeV}^{-2} \quad ; \quad n_c = \frac{B_{QCD}}{2} \cong \frac{1}{2} 0.55 \frac{\text{GeV}}{\text{fm}^2} \\ m^* &= \varepsilon_{\alpha 0} = 410.667 \quad \text{onde } \alpha = u, d \end{aligned}$$

A.6 Transformada de Fourier

Para o cálculo da função de estrutura, precisamos obter as funções de onda no espaço dos momentos. Assim nesta seção, realizamos uma breve revisão sobre a

transformada de Fourier em coordenadas esféricas. Seja $\rho(r)$ uma função de onda radial no espaço de coordenadas, então sua transformada de Fourier será, incluindo as componentes angulares

$$\phi_{\ell,m} = c.g \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \int dr r^2 \sin \theta Y_\ell^m(\theta, \varphi) \rho(r) e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}} \quad (\text{A.46})$$

onde $c.g$ são os coeficientes de Clebesh-Gordon.

Usando a expansão

$$e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}} = \sum_{\ell=0}^{\infty} i^\ell (2\ell + 1) j_\ell(pr) P_\ell(\cos \theta) \quad , \quad (\text{A.47})$$

onde $j_\ell(pr)$ são as funções esféricas de Bessel e θ é o ângulo formado pelos vetores p e r , P_ℓ são os polinômios de Legendre.

Os harmônicos esféricos são ortonormais, satisfazendo

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \sin \theta Y_{\ell'}^{m'} Y_\ell^m(\theta, \varphi) = \delta_{\ell,\ell'} \delta_{m,m'} \quad , \quad (\text{A.48})$$

e temos também

$$\int_{-1}^1 P_\ell(x) P_{\ell'}(x) dx = \frac{2}{2\ell + 1} \delta_{\ell\ell'} \quad . \quad (\text{A.49})$$

A.7 Parametrização usado no modelo valon

A parametrização para distribuição de momento de pártons [34] é

$$t = \ln \left(\frac{\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}}{\ln \frac{Q_0^2}{\Lambda^2}} \right) \quad , \quad (\text{A.50})$$

onde a escala inicial é $Q_0^2 = 0.283 \text{ GeV}^2$ e $\Lambda = 0.22 \text{ GeV}^2$.

(1) Quark de valência eq.(17) da ref.[34]

$$a = -0.1512 + 1.785t - 1.145t^2 + 0.2168t^3 \quad (\text{A.51})$$

$$b = 1.460 - 1.137t + 0.471t^2 - 0.089t^3 \quad (\text{A.52})$$

$$c = -1.031 + 1.037t - 0.023t^2 + 0.0075t^3 \quad . \quad (\text{A.53})$$

(2) Quark de mar eq.(18) da ref.[34]

$$\alpha = 0.070 - 0.213t + 0.247t^2 - 0.080t^3 \quad (\text{A.54})$$

$$\beta = 0.336 - 1.703t + 1.495t^2 - 0.455t^3 \quad (\text{A.55})$$

$$\gamma = -20.526 - 57.495t - 46.892t^2 + 12.057t^3 \quad (\text{A.56})$$

$$\eta = 3.187 - 9.141t + 10.000t^2 - 3.306t^3 \quad (\text{A.57})$$

$$\xi = -7.914 + 19.177t - 18.023t^2 + 5.279t^3 \quad (\text{A.58})$$

$$\mathcal{N} = 1.023 + 0.124t - 2.306t^2 + 1.965t^3 \quad (\text{A.59})$$

(3) Gluons eq.(18) da ref.[34]

$$\alpha = 0.826 - 1.643t + 1.856t^2 - 0.564t^3 \quad (\text{A.60})$$

$$\beta = 0.328 - 1.363t + 0.950t^2 - 0.242t^3 \quad (\text{A.61})$$

$$\gamma = -0.482 + 1.528t - 0.223t^2 - 0.023t^3 \quad (\text{A.62})$$

$$\eta = 0.480 - 3.386t + 4.616t^2 - 1.441t^3 \quad (\text{A.63})$$

$$\xi = -2.375 + 6.873t - 7.458t^2 + 2.161t^3 \quad (\text{A.64})$$

$$\mathcal{N} = 2.247 - 6.903t + 6.879t^2 - 1.876t^3 \quad (\text{A.65})$$

Esta parametrização além de ser utilizada para descrição da distribuição a quarks de valência e de quarks do mar, foi usado para obter resultados para razão e a diferença de quarks do mar $\bar{d} - \bar{u}$ e \bar{d}/\bar{u} .

A.8 Parametrização usado no modelo a quark constituente quiral χCQM_{config}

O lagrangeana efetiva neste modelo é definido na forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= g_8 \bar{\mathbf{q}} \phi \mathbf{q} + g_1 \bar{\mathbf{q}} \frac{\eta'}{\sqrt{3}} \mathbf{q} \\ &= g_8 \bar{\mathbf{q}} \left(\phi + \zeta \frac{\eta'}{\sqrt{3}} I \right) \mathbf{q} \\ &= g_8 \bar{\mathbf{q}} \phi' \mathbf{q}, \end{aligned} \quad (\text{A.66})$$

onde $\zeta = g_1/g_8$, g_1 e g_8 são constantes de acoplamento para octeto e singleto (bósons de Goldstone) respectivamente. I é a matriz identidade 3x3. O campo de Goldstone que inclui o octeto e singleto é escrito como

$$\phi' = \begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \beta \frac{\eta}{\sqrt{6}} + \zeta \frac{\eta'}{\sqrt{3}} & \pi^+ & \alpha K^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \beta \frac{\eta}{\sqrt{6}} + \zeta \frac{\eta'}{\sqrt{3}} & \alpha K^0 \\ \alpha K^- & \alpha \bar{K}^0 & -\beta \frac{2\eta}{\sqrt{6}} + \zeta \frac{\eta'}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$$

e

$$q = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \quad (\text{A.67})$$

onde $M_s > M_{u,d}$, $M_{K,\eta} > M_\pi$ (massas dos bósons de Goldstone) e $M_{\eta'} > M_{K,\eta}$.

Referências Bibliográficas

- [1] F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons: an Introductory Course in Modern Particle Physics*, Ed. by John Wiley and Sons, 1984, p. 215.
- [2] Close F. E. *An introduction to Quarks and Partons*, London Academic (1979).
- [3] W. Greiner and A. Schafer, *Quantum Chromodynamics*, Springer Verlag, New York, 3ed (2007).
- [4] R. P. Feynman *Photon-Hadron Interactions*, Reading, MA, Benjamin (1972).
- [5] E. Mac and E. Ugaz, *Z. Phys. C, Particles and Fields*, **43** (1989) 655; K. Ganesamurthy, V. Devanathan, M. Rajasekaran, *Z. Phys C* **52** (1991) 589; J. Dey and L. Tomio, M. Dey, *Phys. Lett. B* **318** (1993) 387 and *Phys. Lett. B* **320** (1994) 431.
- [6] J. Cleymans and R.L. Thews, *Z. Phys. C* **37** (1988) 315.
- [7] R. D. Field and R. P. Feynman, *Phys. Rev. D* **15** (1977) 2590.
- [8] R. P. Bieckerstaff and J. J Londergan, *Phys. Rev. D* **42** (1990) 3621.
- [9] W. J. Stirling and R. G. Roberts, *Phys. Rev. D* **50** (1994) 6737.
- [10] P. Leal Ferreira, J. A. Helayel and N. Zagury, *Nuovo Cim. A* **55** (1980) 215.
- [11] A. D. Martin et. al., *Phys. Lett. B* **652** (2007) 292; A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling, and R. S. Thorne, *Phys. Lett. B* **604** (2004) 61, *Eur. Phys. J C* **23** (2002) 73, arXiv:hep-th/0110215; MRST2001 arXiv:hep-ph/0407311, arXiv:hep-ph/0606244, arXiv:hep-ph/0511119.

- [12] R. G. Roberts, *The Structure of the Proton*, Cambridge University Press, Cambridge, (1990).
- [13] W. Melnitchouk and A. W. Thomas, Phys. Lett. B **11** (1996) 377.
- [14] K. Gottfried, Phys. Rev. Lett. **18** (1967) 1174.
- [15] A. D. Martin et al., Eur. Phys. J. C **4** (1998) 463.
- [16] R. L. Jaffe, Phys Rev. D **11** (1975) 1953.
- [17] G. Altarelli, N. Cabibbo, L. Maiani and R. Petronzio, Nucl. Phys. B **69** (1974) 531.
- [18] C. Bourrely, F. Buccella, J. Soffer, Eur. Phys. J. C **23** (2002) 487; Eur. Phys. J. C **41** (2005) 327.
- [19] S. Kumano, Phys. Rep. **303** (1998) 183.
- [20] K. F. Liu and S. J. Dong, Phys. Rev. Lett. **72** (1994) 1790; M. Anselmino, V. Barone, F. Caruso, and E. Predazzi, Z Phys. C **55** (1992) 97; M. I. Pvkovic, Phys. Rev. D **13** (1976) 2128.
- [21] E. M. Henley and G. A. Miller, Phys. Lett. B **251** (1990) 453; S. Kumano and J.T. Londergan, Phys. Rev. D **44** (1991) 717 ; A. W. Schreider, P. J. Mulders, A. I. Signal, and A. W. Thomas, Phys. Rev. D **45** (1992) 3069; W. Y. P. Hwang, J. Speth, and G.E. Brown, Z. Phys. A **339** (1991) 383; B. C. Pearce, J. Speth, and A. Szczurek, Phys. Rep. **242** (1994) 193.
- [22] C. M. Shakin and W. D. Sun, Phys. Rev. C **50** (1994) 2553.
- [23] L. A. Trevisan, L. Tomio and T. Frederico, Eur. Phys. J. C. **11** (1999) 351.
- [24] Luis A. Trevisan and L. Tomio, Nucl. Phys. A **689** (2001) 485c.
- [25] L. A. Trevisan, *Thermal model with confining potential the nucleon structure function*, Ph.D. thesis, Universidade São Paulo, São Paulo, Brazil, 1997 (in Portuguese)
- [26] A. Chodos et al, Phys. Rev. D **9** (1974) 3471.

- [27] G. Altarelli, G. Parisi, Nucl. Phys. B **126** (1977) 298, G. Altarelli et al, Nucl. Phys. B **69** (1974) 531.
- [28] F. Arash and L. Tomio, Phys. Lett. B **401** (1997) 207.
- [29] Rudolph C. Hwa, Phys. Rev. D **22** (1980) 759, R. Hwa Phys. Rev. D **22** (1980) 1593.
- [30] H. Dahiya, M. Gupta, Eur. Phys. J. C **52** (2007) 571.
- [31] H. Dahiya, M. Gupta, Phys. Rev. D **64** (2001) 014013, Phys. Rev. D **66** (2002) 051501, Phys. Rev. D **67** (2003) 074001, Phys. Rev. **67** (2003) 114015, N. Sharma and H. Dahiya Phys. Rev. D **81** (2010) 114003.
- [32] N. Isgur, G. Karl, R. Koniuk, Phys. Rev. Lett. **41** (1978) 1269; N. Isgur, G. Karl, Phys. Rev. D **21** (1980) 3175; N. Isgur et al., Phys. Rev. D **35** (1987) 1665; P. Geiger, N. Isgur, Phys. Rev. D **55** (1997) 299; N. Isgur, Phys. Rev. D **59** (1999) 034013.
- [33] A. Le Yaouanc et al., *Hadron Transitions in the Quark Model*, Gordon and Breach, New York, 1988.
- [34] F. Arash and Ali N. Khorramian, Phys. Rev. C **67** (2003) 045201.
- [35] Rudolph C. Hwa and M. S. Zahir, Phys. Rev. D **23** (1981) 2539.
- [36] R. C. Hwa and C. B. Yang, Phys. Rev. C **66** (2002) 025204, Phys. Rev. C **66** (2002) 025205.
- [37] F. Arash et al., Phys. Rev. D **50** (1994) 1946, Phys. Rev. D **52** (1995) 68, Nucl. Phys. B **79** (1999) 247, arxiv: nucl-th/9904020v1, hep-ph/9904264v1, Phys. Rev. D **59** (1999) 074025, Phys. Rev. D **61** (2000) 054006, Phys. Lett. B **557** (2003) 38.
- [38] F. Arash, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **152** (2006) 92.
- [39] J. Magnin and H. R. Christiansen, Phys. Rev. D **61** (2000) 054006,
- [40] C. Avila, J. C. Sanabria and J. Magnin, Phys. Rev. D **66** (2002) 034016, J. Magnin and H. R. Christiansen, Phys. Lett. B **445** (1998) 8,

- [41] E. J. Eichten, I. Incliffe and C. Quigg, Phys. Rev. D **45** (1992) 2269, Phys. Rev. D **69** (2004) 054024
- [42] F. Arash, Phys. Rev. D **69** (2004) 054024.
- [43] F. Arash, Phys. Lett. B **557** (2003) 38.
- [44] A. Mirjalili, S. A. Tehrani and A. N. Khorramian, Int. J. Mod. Phys. A **22** (2006) 4599 Vol 21; F. Arash and F. Taghavi-Shahri to be published in Nucl. Phys. B (2008), Nucl. Phys. B **152** (2006) 92 (Proc. Suppl.), hep-ph/0708.1801v1, hep-ph/0808.2921v1, Phys. Lett. B **691** (2010) 32
- [45] H. W. Kua, L. C. Kwek, and C. H. Oh, Phys. Rev. D **59** (1999) 074025.
- [46] H. Dahiya, M. Gupta, Phys. Rev. D **78** (2008) 014001, hep-ph/08060692, AIP Conf. Proc. **939** (2007) 3, Int. J. Mod. Phys. A **19** (2004) 5027, hep-ph/0305327, Phys. Rev. D **64** (2001) 014013.
- [47] Y. Nambu, Phys. Rev. D **10** (1974) 4262.
- [48] O. Klein, Z. Phys. **53** (1929) 157.
- [49] A. E. Dorokhov, N. I. Kochelev, Yu. A. Zubov, IFUP-Th. 47/92, Physics of Part. Nucl. Phys. **23** (1992) 522; N. I. Kochelev, Sov. J. Nucl. Phys. B **249** (1985) 291; E. V. Shuryak, Phys. Reports **115** (1984) 151.
- [50] J. Grassler, H. Leutwyler, M.E. Saino, Phys. Lett. B **253** (1991) 252.
- [51] A.O. Bazarko et al., Z. Phys. C **65** (1995) 189.
- [52] S.J. Dong, J.F. Lagae, K.F. Liu, Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 2096.
- [53] M. Goncharov et al., Phys. Rev. D **64** (2001) 112 006.
- [54] F. Olness, *et al.*, Eur. Phys. J. C **40** (2005) 145.
- [55] C. Amsler et al., Phys. Lett. B **667** (2008) 1, On-line <http://pdg.lbl.gov> Particle Data Group.
- [56] M. Abramovitz and I. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions, with formulas, graphs e mathematical tables*, Dover publications.

- [57] Hermes Collab., K. Ackerrstaff et al Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 5519.
- [58] E866 Collab., R.S. Towell et al., Phys. Rev. D **64** (2002) 052002, arXiv:nucl-ex/0102012 v1 (tese), Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 3715; outras referencias: J. C. Peng et.al., Phys. Rev. D **58** (1998) 092004, Nucl. Phys. A **684** (2001) 80c-88c; *Conference Proceedings from Rencontres de Moriond, QCD and Hadronic interactions, March 2003, France*: hep-ph/0301053v1.
- [59] FNAL/E866/NuSea Collab., E. A. Hawker Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 3715, outros dados podem ser obtidos desde: HEPDATA, On-line data review, <http://durpdg.dur.ac.uk/hepdata/online/f2/structindex.html>, ou desde: R. G. Roberts et al., J. Phys. G.: Nucl. Part. Phys. **17** (1991) D1-D151.
- [60] Na51 Collab. Phys. Lett. B **332** (1994) 244.
- [61] SLAC Collab. A. Bodek, Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1087; S. Stein, Phys. Rev. D **12** (1975) 1884; L. W. Whitlow et al., Phys. Lett. B **282** (1992) 475; J. Gomez et al., Phys. Rev. D **49** (1994) 4348; W. Melnitchouk, A. W. Thomas, Phys. Lett. B **377** (1996) 11.
- [62] CDHS Collab., H. Abramowicz et al., Z. Phys. C **25** 29 (1984).
- [63] EMC Collab., Aubert et al. Nucl. Phys. B **293** (1987) 740; Arneodo et al., Phys. Rev. **0** (1994) R1.
- [64] BCDMS Collab., Benvenuti et al., Phys. Lett. B **237** (1990) 599, Phys. Lett. B **223** (1989) 485, Phys. Lett. B **237** (1987) 599.
- [65] NMC Collab., Allasia et al., Phys. Lett. B **249** (1990) 366. Amaudruz et al., Phys. Rev. Lett. **66** (1991) 2712; Amaudruz et al., Nucl. Phys. B **371** (1992) 3; Arneodo et al., Phys. Rev. D **50** (1994) R1.
- [66] E665 Collab., Adams et al., Phys. Rev. Lett **75** (1995) 1466.
- [67] T. Frederico, G. Miller, Phys. Rev. D **50** (1994) 210.
- [68] M. Glück, E. Reya, I. Schiebin, Eur. Phys. J. C. **10** (1999) 313.
- [69] L.A.Trevisan, C. Mírez, L. Tomio and T. Frederico AIP Conference Proceedings **1139** (2009) 143-146.

- [70] M. Goncharov et al., CCFR and NuTeV Collab., Phys. Rev. D **64** (2001) 112006; M. Tzanov et al., NuTeV Collab., hep-ex/0306035.
- [71] A.I. Signal and A.W. Thomas, Phys. Lett. B **191** (1987) pp. 205-208.
- [72] S. J. Brodsky and B. Q. Ma, Phys. Lett. B **381** (1996) pp. 317-324.
- [73] C. Mírez, L.A.Trevisan, L. Tomio and T. Frederico, AIP Conference Proceedings **1139** (2009) pp.202; L.A.Trevisan, C. Mírez, L. Tomio and T. Frederico, Eur. Phys. J. C. **56** (2008) 211; Nucl. Phys. A **790** (2007) 522c-525c..
- [74] C. Mírez, L.A.Trevisan, L. Tomio and T. Frederico, Nuclear Physics B (Proceedings Supplements) **199** (2010), pp. 252-257.
- [75] C. Mírez, L.A.Trevisan, L. Tomio and T. Frederico, Resultados a serem publicados em: AIP Conference Proceedings (2010); International Journal of Modern Physics D (IJMPD) (2010)
- [76] C. Avila, I. Monroy, J.C. Sanabria, and J. Magnin, arXiv:hep-ph/07104110.
- [77] O. Vallée and M. Soares, *Airy Functions and Applications to Physics*, Imperial College Press, 2004.