

Universidade Estadual Paulista
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Campus de Rio Claro
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

Gustavo Barbosa

Platão e a Matemática: uma questão de método

Rio Claro

2014

Gustavo Barbosa

Platão e a matemática: uma questão de método

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Área de Concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, campus de Rio Claro, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Irineu Bicudo

Rio Claro

2014

510.1 Barbosa, Gustavo
B238p Platão e a matemática : uma questão de método / Gustavo
 Barbosa. - Rio Claro, 2014
 158 f. : il.

 Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista,
 Instituto de Geociências e Ciências Exatas
 Orientador: Irineu Bicudo

 1. Matemática - Filosofia. 2. Hipótese. 3. Heurística. 4.
 História da matemática. 5. Análise e síntese. 6. Epistemologia.
 I. Título.

Gustavo Barbosa

Platão e a matemática: uma questão de método

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Área de Concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, campus de Rio Claro, como requisito para obtenção do grau de Doutor em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Irineu Bicudo

Comissão examinadora

Prof. Dr. Irineu Bicudo – Orientador (IGCE – UNESP)

Prof. Dr. José Rodrigues Seabra Filho (FFLCH – USP)

Prof.^a Dr.^a Renata Cristina Geromel Meneghetti (ICMC – USP)

Prof. Dr. Marcos Vieira Teixeira (IGCE – UNESP)

Prof. Dr. Inocêncio Fernandes Balieiro Filho (FEIS – UNESP)

Rio Claro (SP), 20 de março de 2014

Dedico este trabalho à memória de Pedro Castelar, de quem, por causa da distância, fui impedido de me despedir e de dar meu abraço de solidariedade à esposa, filhos e netos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família: minha mãe e minha irmã, pelo apoio e compreensão; à minha esposa, pela companhia, pelas pequenas coisas, por permitir, com sua presença, que eu viva simultaneamente com a cabeça nas nuvens e os pés no chão, e pelo sacrifício por ter ido viver comigo por quase um ano numa ilha paradisíaca do Mediterrâneo; às minhas tias, que têm nos acompanhado e incentivado ao longo dessa jornada.

Ao Professor Irineu Bicudo, por todos os ensinamentos, pela paciência, pelas orientações e pela amizade. E também à sua esposa, Elisabeth Christina Plombon pela companhia nos estudos de grego, pela serenidade contagiante, pelas palavras de apoio e pela acolhida.

À Coordenação do Programa de Pós-Graduação.

À CAPES pelos apoios financeiros, tanto no Brasil como no exterior.

À *Professoressa* Elisabetta Cattanei pela acolhida e pelo auxílio à pesquisa, e ao seu grupo de pesquisa na *Università di Cagliari*.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, com quem pude aprender muito desde o Mestrado, seja com suas disciplinas, seja nas conversas informais.

À Banca Examinadora – em especial à Prof.^a Renata Cristina Geromel Meneghetti, que me iniciou nos caminhos da história e da filosofia da matemática.

Aos funcionários do Departamento de Matemática: as secretárias Ana Maria de Lima Sargaço e Maria Elisa Leite de Oliveira de Moraes; a secretária da Pós-Graduação Inajara Federson de Moraes; e os assistentes de suporte acadêmico José Ricardo de Lima Guimarães e Hugo Pereira de Godoy.

Por último, mas não menos importante, aos amigos, pela convivência, aprendizados, caminhadas, debates e risos. Aos membros do cortiço, (residentes e agregados – nacionais e internacionais), desde a minha chegada até depois da minha partida.

ὅ γὰρ ἀρχὴ μὲν ὃ μὴ οἶδεν, τελευτὴ δὲ καὶ τὰ
μεταξὺ ἐξ οὗ μὴ οἶδεν συμπέλεκται, τίς
μηχανὴ τὴν τοιαύτην ὁμολογίαν ποτὲ
ἐπιστήμην γενέσθαι;

“Pois quando o princípio não é conhecido, ao
passo que o fim e as coisas médias estão
entrelaçadas ao que não é conhecido, tornar-se
a concordância que tal alguma vez em ciência
por qual artifício?” (PLATÃO, *A República*,
VII 533 c 2-4)

RESUMO

O objetivo dessa tese é investigar a relação entre matemática e filosofia em três obras de Platão: o *Mênon*, o *Fédon* e *A República*. Busca-se com isso esclarecer, primeiramente, a influência da matemática no desenvolvimento da filosofia, e, depois, o efeito desta na evolução metodológica daquela, principalmente no que diz respeito ao método analítico, ou hipotético. A pesquisa é norteadada pelos testemunhos de Proclus em seus *Comentários ao Livro I dos Elementos de Euclides*, onde o nome de Platão é associado ao método. Em seguida, verifica-se a descrição dos métodos da análise e síntese feita por Pappus de Alexandria em sua *Coleção matemática*, a partir da qual são procurados nos diálogos os elementos precursores. A interpretação dos trechos matemáticos dos textos platônicos apoia-se nos testemunhos e fragmentos de Hipócrates de Quios, Filolau de Crotona e Arquitas de Tarento, elaborando assim um quadro geral do estado da arte das ciências matemáticas nos séculos V-VI a.C. O seu intuito foi o de contextualizar as principais questões da matemática que teriam atraído o interesse de Platão, levando-o a valer-se da matemática como paradigma metodológico e heurístico a ser adaptado à filosofia. Apresentando uma inovação didática envolta por problemas da imprecisão da linguagem, Platão reformula as doutrinas pré-socráticas combinadas ao pensamento matemático, cujos desdobramentos são essenciais à organização aristotélica e à formalização Euclidiana.

Palavras-chave: Hipótese. Heurística. História da Matemática. Análise e Síntese. Epistemologia.

ABSTRACT

The objective of this thesis is to investigate the relationship between mathematics and philosophy in three Plato's work: the *Meno*, the *Phaedo* and the *Republic*. Searching with this to clarify, first, the influence of mathematics in the philosophy's development, and then, the effect of this one on the methodological development of that, especially with regard to the analytical or hypothetical method. The research is guided by the Proclus testimony in his *Commentary On The First Book of Euclid's Element*, where the name of Plato is associated with the method. Hereupon, is checked the description of the methods of analysis and synthesis made by Pappus of Alexandria in his *Mathematical Collection*, from which is searched the precursor elements on the dialogues. The interpretation of the mathematical passages of the Platonic texts are based on testimonies and fragments of Hippocrates of Chios, Philolaus of Croton, and Archytas of Tarentum, thus elaborating a general picture of the mathematical sciences state of the art in the centuries V-VI BC. Its scope was to contextualize the main issues of the mathematics that have attracted the Plato's interest and that led him to avail himself of that science as a methodological and heuristic paradigm to be adapted to the philosophy. Featuring a didactic innovation surrounded by the imprecision of language problems, Plato reformulates the pre-Socratic doctrines combined to the mathematical thinking, whose developments are essential to Aristotelian organization and Euclidean formalization.

Keywords: Hypothesis. Heuristic. History of Mathematics. Analysis and Synthesis. Epistemology.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DK – Utilizamos ao longo de todo este trabalho a referência padrão à coletânea de testemunhos e fragmentos dos pré-socráticos de Herman Diels e Walther Kranz, indicando pela letra “A” informações sobre a vida e a obra dos personagens; pela letra “B” os seus fragmentos autênticos, dúbios e espúrios; e por “C” as imitações. À esquerda de cada letra há um número que representa o capítulo da obra de Diels-Kranz, e, à direita, o número que corresponde ao testemunho, fragmento ou imitação do autor em questão. A versão utilizada é a italiana, editada e traduzida por G. Reale, cuja referência completa encontra-se na bibliografia.

SUMÁRIO

1	Introdução	12
1.1.	O quadro geral do problema.....	12
1.2.	Matemática e filosofia no pensamento de Proclus.....	14
1.3.	Pappus e a descrição dos métodos da análise e síntese.....	19
1.4.	A genealogia do método pelo método	21
1.5.	A participação de Platão no mundo da matemática	22
1.6.	O λόγος que, guiado pela ὄρετή, fornece vida a todas as coisas	23
1.7.	O método hipotético na matemática e na dialética de Zenão	26
1.8.	O itinerário de Platão e os métodos matemáticos na Academia	27
2	O <i>Mênon</i>	30
2.1.	Uma inovação didática e heurística	30
2.2.	A composição da definição	32
2.3.	Da escala platônica à euclidiana	36
2.4.	A lição de geometria	38
2.4.1.	Primeiro Momento (82 b-e): o estabelecimento dos dados do problema.....	39
2.4.2.	Segundo Momento (82 e-84 a): os irracionais	41
2.4.3.	Terceiro Momento (84 d-85 b): Hipócrates de Quios e a geometria no fim do século V	45
2.5.	O método hipotético dos geômetras.....	53
2.6.	Platão e os métodos da análise e da síntese.....	56
2.7.	Interações metodológicas entre geometria e filosofia.....	60
2.8.	As perspectivas dos ensinamentos de Platão	63
3	O <i>Fédon</i>	65
3.1.	A Paixão de Sócrates	65
3.2.	Uma demonstração por partes.....	66

3.3.	Reminiscência e geometria – outra vez mais	67
3.4.	A qualidade dos personagens e o rigor exigido por eles.....	68
3.5.	Filolau de Crotona e a semântica da demonstração.....	73
3.6.	Prelúdio ao método – a busca pelas causas	79
3.7.	A fixação das hipóteses.....	81
3.8.	Explorando as consequências das hipóteses	82
3.9.	A defesa das hipóteses	87
3.10.	<i>Análise e Síntese</i> pré-conceitualizadas no pensamento de Platão	89
3.11.	Proclus e a sintaxe da demonstração	92
3.12.	O $\mu\acute{\upsilon}\theta\omicron\varsigma$ e o $\lambda\acute{o}\gamma\omicron\varsigma$ entrelaçados pela incompletude da linguagem	97
4	A República	100
4.1.	A cidade, a paidéia e o <i>Bem</i>	100
4.2.	Um caleidoscópio metafórico	101
4.3.	As hipóteses e a direção da pesquisa nas ciências matemáticas.....	104
4.4.	As hipóteses e a direção da pesquisa na dialética.....	107
4.5.	Educação e reforma em uma família de ciências	110
4.5.1.	As ciências dos números.....	111
4.5.2.	A geometria	118
4.5.3.	A ciência dos sólidos considerados em si mesmos	124
4.5.4.	As ciências dos movimentos	127
4.6.	Uma visão de conjunto das ciências propedêuticas à dialética	131
4.7.	Análise e síntese e as vias de ascensão e descenso entre matemática e dialética.....	134
5	Considerações finais	138
	REFERÊNCIAS.....	145
	BIBLIOGRAFIA CONSULTADA	155

1 Introdução

1.1. O quadro geral do problema

Os métodos da análise e síntese são bem conhecidos pelos matemáticos, embora pouco discutidos. Podem ser descritos, basicamente, como procedimentos complementares. O primeiro parte do fim em direção aos princípios, e termina assim que encontra uma conexão entre esses dois polos; já o segundo segue pela reconstituição do caminho encontrado, porém em sentido inverso, isto é, partindo dos princípios em direção ao fim. A razão por que são pouco discutidos, como escreveu Hardy (2000, p. 56), é porque “a função de um matemático é fazer algo, provar novos teoremas, contribuir para a matemática, e não falar sobre o que ele ou outros matemáticos fizeram”. Esse fascínio pelos resultados em detrimento da reflexão sobre os seus próprios princípios e métodos parece ser um traço genético das práticas dos antigos povos que habitavam as regiões do Egito e da Babilônia. A sua transmissão determina um hábito denunciado por Sócrates na *República*, o de que os matemáticos, de um modo geral, a respeito das hipóteses que utilizam, “acham que não têm de prestar contas nem a eles mesmos nem aos outros” (VII 510 c, PLATÃO, 2006, p. 262).

Mergulhada no caldo cultural da Hélade, essa herança sofre mutação, manifestando-se por meio da relação de influência mútua entre matemática e filosofia, que se “inicia” com Tales de Mileto, e que se aprofunda com Pitágoras de Samos. Mas é na Academia de Platão que ocorre o seu momento de maior prosperidade, onde, levados a uma nova consciência, esses modos de pensamento passam a convergir de maneira mais complexa. O legado se modifica a cada nova geração, alterando o próprio pensar a cada repensar, transferindo-se assim para a geração de Euclides, e estendendo-se à escola de pesquisa matemática de Alexandria.

No mesmo ambiente em que se desenvolve uma tradição de exame minucioso dos *Elementos*, e conseqüentemente da ampliação do edifício teórico gerado a partir dele, convergem neopitagorismo, neoplatonismo e neoaristotelismo. No seio dessa proposta renovada de sincretismo entre matemática e filosofia, os *métodos da análise e síntese* surgem relacionados à criação e à exposição da matemática, à pesquisa e ao ensino dessa ciência. Nesse ínterim, os elementos da matemática são reagrupados aos princípios da filosofia, como o *Limite* (πέρας) e o *Ilimitado* (ἄπειρον, ἀπειρία), o *Um* (έν) e os *Muitos* (τό πολλά), e à

*ciência do ser enquanto ser*¹. E as suas implicações estão intimamente relacionadas aos movimentos de ascensão e descenso da dialética platônica, como descritos nos livros VI e VII da *República*, em que as ciências matemáticas, consideradas ontologicamente *intermediárias* (μεταξύ), desempenham uma função fundamental.

Por um lado, enquanto componente intrinsecamente associado a uma *práxis*, a *análise* se confunde com a própria atividade do pensamento matemático, em que prevalecem os aspectos intuitivo e imaginativo, artístico e casual. Não seria possível descrever com precisão os processos psicológicos envolvidos, mas apenas dizer que eles seguem sugestões muito sutis, em que elementos não dedutivos têm um importante papel. Na falta de clareza do rigor lógico, caminha-se, por assim dizer, como que tateando na penumbra, de tal modo que os passos mostram-se antes como um descompasso. Ou ainda, aproveitando-se livremente da metáfora utilizada por Sócrates no *Fédro*, o pesquisador não começa a sua busca pelo princípio, mas pelo fim, “como os que tentam nadar de costas” (264 a, PLATÃO, 2000, p. 97). Neste caso, tudo o que se sabe de antemão são o ponto de partida, pois fora admitido, e o lugar onde se pretende chegar, pois é o que se conhece. O buscado é o caminho traçado na companhia daquele que habita conosco².

De outra parte, temos na *síntese* a pavimentação do caminho encontrado, segundo os ponteiros da lógica, como inferências e tautologias. Os sinuosos passos do pensamento se tornam tão retos quanto o possível pela formalização da escrita, a individualidade cede lugar ao pensamento coletivo, e entram em cena elementos persuasivos para que a experiência pessoal possa ser compartilhada e confirmada. Pensada simultaneamente como um recurso de ordem expositiva e pedagógica que sanciona ou justifica a descoberta pela demonstração, a *síntese* não necessitaria de outras explicações além daquelas que traz consigo própria.

Com isso, acredita-se poder compreender a maneira pela qual emerge a visão de que, ainda que constituam os meios pelo qual o conhecimento matemático verte e flui, *análise* e *síntese* devem ser consideradas como fins em si mesmas, não necessitando de ulteriores explicações. Esse ponto de vista é posto em xeque quando elas ascendem ao plano da teoria do conhecimento, seja pelo viés histórico, seja pelo psicológico, adquirindo o *status* de modelo metodológico para algumas das mais importantes ideias desenvolvidas no âmbito da filosofia e da matemática. É o caso, por exemplo, da influência dos procedimentos da geometria grega sobre René Descartes (1596-1650) e Isaac Newton (1643-1727) na evolução da *geometria analítica* e do *cálculo diferencial e integral*. Igualmente, as ideias gregas de

¹ Definição aristotélica de *ciência primeira*; ver Aristóteles, *Metafísica*: 1026 a 31, 1064 a 3, 28, b 7.

² Cf. Platão, *Hípias Maior*, 304 d.

análise e síntese tiveram importância na formação da distinção entre os juízos analíticos e sintéticos de Kant (1724-1804)³.

Tentativas de se compreender a potencialidade geradora desta dualidade metodológica e a sua constituição como paradigma epistemológico apoiam-se na expectativa de uma regressão até os seus primórdios. Sendo assim, é desejável poder individuar os estágios de seu desenvolvimento, bem como hierarquizá-los. Como sístole e diástole, são dois os princípios pulsantes da *análise* e da *síntese* na história das ciências, e estão ambos localizados nas obras de autores da tardia antiguidade. Um deles está na descrição dos métodos matemáticos feita por Pappus de Alexandria (290-350 aprox.); o outro, na ação da potência dinâmica que eles desempenham na teologia de Proclus Diadochus (410-485).

1.2. Matemática e filosofia no pensamento de Proclus

Nascido em Bizâncio, Proclus estudou em Alexandria sob orientação de Olimpiodoro *senior* peripatético, “que o iniciou no estudo de Aristóteles e da matemática” (PROCLUS, 1978, p. 11), e depois em Atenas, na Academia platônica, então sob a direção de Plutarco de Atenas⁴. Junto a este, Proclus leu o *De Anima* de Aristóteles e o *Fédon* de Platão, sendo também por ele encorajado a fazer um registro escrito de suas próprias impressões sobre estas obras. Assim, Proclus iniciou-se em uma prática cuja prolificidade o tornaria notável. Após a morte de Plutarco, e sob a direção de Syrianus, Proclus completou os seus estudos aristotélicos sobre lógica, ética, política e metafísica⁵. Tendo finalizado esses “mistérios menores”, foi iniciado nos “grandes mistérios”⁶ de Platão. O corpo da sistematização filosófica proposta por Proclus encontra-se nos seus *Elementos de Teologia*, e em um trabalho posterior intitulado *Teologia Platônica*⁷. O primeiro antecipa a *Ética* de Spinoza (1632-1677) na abordagem *elementar*, isto é, na exposição segundo o padrão de ordenamento euclidiano de

³ Ver bibliografia em Hintikka & Remes (1974, p. 1-6).

⁴ No prólogo de Ian Mueller ao texto de Glen Morrow encontra-se a seguinte observação: “Esta escola não tinha conexão com a então chamada Academia fundada por Platão no século IV a.C., uma instituição que quase certamente deixou de existir cerca de três séculos após a sua fundação. A „escola” neoplatônica de Atenas era privadamente custeada, autoperpetuando um grupo de pagãos que se esforçaram em manter viva a tradição dos Helenos recrutando e ensinando alunos.” (PROCLUS, 1992, p. x-xi). Salvo indicação contrária, todas as traduções do inglês, italiano ou grego são do autor.

⁵ Id., p. xl.

⁶ Id.

⁷ Segundo Cleary (2013, p. 201), além de contextualizar historicamente a filosofia de Proclus, e de fazer uma análise geral da perspectiva ontológica, epistemológica e metodológica da matemática em seus escritos, deve-se também situar todos estes elementos no amplo contexto de seu projeto de sistematização teológica.

proposições seguidas por demonstrações; a segunda trata do próprio sistema de Proclus – ao qual se referia como sendo *platônico*.

Homem de cultura liberal, Proclus foi ainda um grande cultivador da matemática no período que é considerado o último suspiro do pensamento grego antes de sua decadência (BOYER, 1996, p. 139-140). Como escritor, organizou, disseminou e comentou as doutrinas e obras de seus predecessores, em particular Platão e Euclides. No que diz respeito aos seus outros escritos filosóficos, fez uma série de comentários sobre os diálogos de Platão, entre os quais foram preservados os sobre o *Parmênides*, sobre o *Timeu*, sobre o *Primeiro Alcibiades*, e sobre *A República*. Do *Crátilo* restaram apenas excertos, e foram completamente perdidos os sobre o *Filebo*, o *Teeteto*, o *Sofista*, e o *Fédon* (PROCLUS, 1992, p. xlii).

Entre os seus trabalhos científicos, estão um tratado elementar de astronomia intitulado *Sphaera*, um livro sobre *Eclipses* – que sobreviveu apenas em tradução latina –, e também um ensaio sobre o *postulado das paralelas*, que infelizmente se perdeu, mas de que temos conhecimento através dos comentários de Philoponus aos *Primeiros Analíticos*. Proclus escreveu também um *Elementos de Física*, “principalmente um sumário dos livros VI e VII da *Física* de Aristóteles e do primeiro livro do *De Caelo*”⁸. No entanto, o seu trabalho de maior destaque é o *Comentário ao Primeiro Livro dos Elementos de Euclides*.

Importantes personagens do começo de nossa era debruçaram-se atentamente sobre os *Elementos*. Heron, Porfírio, Pappus e Simplicius, além de Proclus, escreveram comentários sobre essa obra de Euclides. Theon de Alexandria a reeditou, sem qualquer vantagem metodológica, e Apolônio de Pérgamo tentou, sem sucesso, reformulá-la⁹. No texto de Proclus, sobressai o seu caráter conciliatório, orquestrado por uma preocupação pedagógica. Aquele fica claro quando ele defende que o propósito último dos *Elementos* é a construção dos cinco sólidos regulares do *Timeu*¹⁰; e este transparece nas diversas vezes em que Proclus suplementa as demonstrações euclidianas com a inserção de exemplos alternativos e o tratamento de casos omissos. No início de seu comentário sobre as proposições, Proclus apresenta sistematicamente seis partes nas quais todo teorema e todo problema devam ser analisados¹¹. Após aplicar estas distinções à primeira proposição do livro I, sugere que o estudante também o faça para cada uma das proposições restantes, “porque um exame

⁸ Id., p. xlii-xliii, grifo do autor.

⁹ Id., p. xlvi.

¹⁰ Id., (68.21-23, 70.19-71.5, 82.25-83.2); p. 57, 58, 67-68, respectivamente.

¹¹ Id., 203, p. 159.

detalhado destas questões fornecerá exercício e prática não pequenos ao pensamento geométrico”¹².

As numerosas referências de Proclus aos seus predecessores fazem do seu *Comentário* uma fonte inestimável de informações a respeito da matemática antiga. O seu julgamento é enviesado pelo entusiasmo que nutria por Platão, reconhecendo Euclides não apenas como mestre nas disciplinas que expõe, “mas também como um autêntico partidário da teoria platônica do conhecimento”¹³. Embora a falta de evidências não permita qualquer tipo de verificação de que Euclides teria sido membro de uma antiga escola platônica, é suficientemente aceitável que ele tenha adquirido sua instrução dos matemáticos treinados naquela tradição. O que se pode chamar de filosofia da matemática de Proclus fundamenta-se no empenho de articulação entre estes dois autores.

Após discutir o significado de *elementos* (στοιχεῖα)¹⁴, Proclus argumenta em defesa da superioridade do método euclidiano¹⁵. Essa mesma potência organizadora é projetada sobre os questionamentos acerca da natureza dos objetos da matemática, que tem na metafísica de Platão o seu pano de fundo. A posição filosófica da matemática assumida explicitamente por Proclus no Capítulo V da primeira parte de seu *Prólogo* tem como princípio a *linha dividida* da *República* (VI 509 d-511 b)¹⁶. Portanto, ele adota uma postura deliberadamente platônica quanto à “verdade a respeito da essência da matemática”¹⁷, em prejuízo de uma perspectiva que tenha como princípios a imanência ou a abstração. Conforme Proclus, nenhuma destas seria capaz de explicar como é possível obter a precisão do que é impreciso, a perfeição do que é imperfeito, além de que as demonstrações matemáticas partem de princípios universais, em vez de particulares¹⁸. O “ser matemático”, como Proclus inicia o seu *Prólogo*, ocupa uma posição intermediária entre a simples realidade imaterial, de um lado, e o complexo e confuso mundo dos sentidos, de outro. A superioridade da matemática sobre este reside na exatidão, estabilidade e clareza de suas proposições, no estabelecimento de seus atributos e na capacidade de estabelecer relações. A inferioridade relativa àquela recai sobre o

¹² Id., 210, p. 165. No original: “For a comprehensive survey of these matters will provide no little exercise and practice in geometrical reasoning”.

¹³ Id., p. li.

¹⁴ Id., (71.25-73.14), p. 58-60.

¹⁵ Id., (73.14-75.26), p. 60-62.

¹⁶ Id., (10-11), p. 9-10.

¹⁷ Id., (13), p. 11.

¹⁸ Id., Cap. V da primeira parte do *Prólogo*; (12-18), p. 10-15. Morrow alega em nota (n. 23, 24, 25 e 26, p. 12-13) que as diversas alusões no trecho à doutrina aristotélica mostram claramente contra quem são direcionados os argumentos. Ver Aristóteles, *Segundos Analíticos*: 71 b 20-32, 85 b 23 seg., 73 b 28 seg., 85 b 5 seg.; *Metafísica*: 1086 b 35, 1060 b 31; *De Anima*: 403 a 25, 429 a 27.

vínculo da matemática com a percepção, impedindo-a de constituir-se como uma ciência de puras formas.

Ao lado das distinções metafísicas, Proclus faz outras de origem técnico-epistemológica de grande importância para o estudo da elaboração e da fixação do léxico matemático. Quando discerne procedimentos como *análise* e *síntese*, as diversas etapas dos *problemas* e *teoremas*, e o papel das *hipóteses* e das *conclusões* nas *demonstrações*, segue Euclides ao se valer da organização científica proposta por Aristóteles. Especialmente em seus *Segundos Analíticos*, o Estagirita se propõe a detalhar o que é o *conhecimento demonstrativo* ou a *ciência demonstrativa* (ἐπιστήμη ἀποδεικτική). Nessa obra, as ciências matemáticas são, desde o início, postas como exemplo paradigmático (I 1, 71 a 3)¹⁹, e o uso genérico do termo *silogismo* (συλλογισμός) sugere a predominância de uma preocupação com a organização argumentativa. O que está em jogo é a hierarquia das etapas nas demonstrações, quais dentre elas devem ser assumidas e quais são delas derivadas; quais são definidas e quais gozam das propriedades da definição; quais são demonstráveis e quais não são. Uma análise dos modos como são concatenadas as verdades nas ciências demonstrativas deve desvendar a força de suas conclusões.

Aristóteles toca ainda na importante questão da diferenciação entre *princípios próprios* e *princípios comuns*. Os primeiros adquirem sentido específico em um determinado domínio científico, e os segundos são, por assim dizer, propriedades *transversais*. Isso quer dizer que o seu significado não é restringido pela espécie do objeto de que trata, mas vale em diferentes gêneros. O exemplo aristotélico de *princípio comum* é: “subtraindo iguais de iguais os restos são iguais”²⁰, e não é difícil verificar que *números* iguais subtraídos de iguais terão como resto *números* iguais, e o mesmo vale se os substituirmos por *linhas*, *áreas*, e assim por diante²¹. Proclus se vale também de tal diferenciação.

Uma das partes mais emblemáticas do *Comentário* de Proclus aproxima o método matemático e a dialética platônica de maneira que direciona os olhares para o que de mais íntimo talvez pudesse ter sido o liame entre eles. Trata-se da afirmação de que Platão teria

¹⁹ Cf. Aristotele, 2007, p. 3.

²⁰ Id., 76 a 41: κοινὰ δὲ οἷον τὸ ἴσα ἀπὸ ἴσων ἂν ἀφέλη, ὅτι ἴσα τὰ λοιπά. Mignucci (2007, p. 181) usa em seus comentários a expressão *isomorfismo estrutural* para exprimir de maneira diversa aquilo que Aristóteles diz sobre os princípios que são “comuns segundo proporcionalidade” (κοινὰ δὲ κατ’ἀναλογία).

²¹ O *princípio comum* de Aristóteles equivale à *noção comum* 3 do Livro I dos *Elementos* de Euclides. As outras, a saber, são: 1. As coisas iguais à mesma coisa são também iguais entre si; 2. E, caso sejam adicionadas coisas iguais a coisas iguais, os todos são iguais. 4. E, caso iguais sejam adicionadas a desiguais, os todos são desiguais; 5. E os dobros da mesma coisa são iguais entre si; 6. E as metades da mesma coisa são iguais entre si; 7. E as coisas que se ajustam uma à outra são iguais entre si; 8. E o todo [é] maior do que a parte; 9. E duas retas não contêm uma área. (EUCLIDES, 2009, p. 99)

ensinado o método da análise à Leodamas²². A referência é atribuída a Diógenes Laércio, o qual se admite que tenha vivido no século III, e está em sua obra *Vidas e doutrinas dos filósofos ilustres* (LAËRTIOS, 2008, p. 90-91). Para Heath (1921, p. 291), a passagem tem sido interpretada como uma atribuição a Platão à invenção do método da análise. Desde então, um capítulo inteiro da história da matemática tem se iniciado a partir da associação dos *métodos da análise e síntese* ao pensamento filosófico como o encontramos nos diálogos de Platão, principalmente no que diz respeito às vias de ascensão e descenso da dialética, como descritas nos livros VI e VII da *República*.

A discussão apoia-se igualmente no *excursus* histórico derivado da *História da Geometria*, de Eudemo de Rodes (350-290 a.C. aprox.), discípulo de Aristóteles. É verossímil que enquanto escrevia o seu *Comentário*, Proclus tivesse à mão o texto da *História*, bem como os *Comentários sobre Os elementos* de Pappus²³, em grande parte perdido (BOYER, 1996, p. 139, grifo do autor). O conjunto de nomes e feitos dispostos no tempo e no espaço é uma importante referência para a reconstrução da geometria pré-euclidiana. Em sua reconstituição, a partir da descoberta da geometria pelos egípcios, e passando pelos fenícios, temos que “Tales, primeiramente tendo ido ao Egito, transportou para a Grécia essa teoria” (EUCLIDES, 2009, p. 38). “E depois desse Memarco”²⁴, “e depois desses Pitágoras”²⁵, “e depois desse Anaxágoras de Clazomene”²⁶, e Oinopedes de Quios e seu conterrâneo Hipócrates, que “também compôs *Elementos*, o primeiro dos quais são mencionados”²⁷, e Teodoro de Cirene, tornaram-se ilustres pelo zelo em relação à geometria promovendo o desenvolvimento dessa ciência até o tempo de Platão. Simultaneamente a este estão Leodamas de Thasos, Árquitas de Taranto e Teeteto de Atenas, “pelos quais os teoremas foram aumentados e avançaram para uma organização mais científica”²⁸. Graças a estes e outros progressos, Léon compôs também os “*Elementos* de maneira mais cuidada tanto pela quantidade quanto pela utilidade das coisas demonstradas”²⁹. Eudoxo de Cnido “tendo-se tornado companheiro dos à volta de Platão, primeiro aumentou a quantidade dos chamados teoremas gerais”³⁰. Theudius de Magnésia “arranjou convenientemente os *Elementos* e fez

²² Id., p. 165.

²³ Pappus é mencionado quatro vezes por Proclus. Ver Euclide (2008, p. 257).

²⁴ Id.

²⁵ Id.

²⁶ Id.

²⁷ Id.

²⁸ Id.

²⁹ Id.

³⁰ Id., p. 39.

mais gerais muitas coisas das particulares”³¹. E Hermotimus de Colofon, avançando por sobre as descobertas de Eudoxo e Teeteto, “descobriu mais muitas coisas dos *Elementos*”³². São estes os principais personagens que se empenharam no aprimoramento da matemática que Euclides arranhou e aperfeiçoou. O que chama mais a atenção é a aproximação de Platão, e por extensão da Academia, aos refinamentos que se refletem contínua e sucessivamente na compilação de *Elementos*.

Este breve relato da intensa atividade e produção intelectual de Proclus tem como escopo esboçar uma imagem para a qual conflui a herança científica de Eudoxo, Euclides, Arquimedes e Apolônio. E na qual se acumula ainda a tradição do pensamento, seja o pré-socrático dos pitagóricos e dos eleatas, seja o da Academia e do Liceu, ou das experiências do epicurismo e do estoicismo³³. E que por fim, foram costurados com o fio do misticismo religioso pelas mãos hábeis de um espírito diligente, unitário e organizador, que se esforçou em harmonizar todos estes elementos em uma visão coerente de mundo.

1.3. Pappus e a descrição dos métodos da análise e síntese

Sobre Pappus de Alexandria (290-350 aprox.), sabe-se pouca coisa além de que “era movido pelo mesmo espírito que animara Euclides, Arquimedes e Apolônio” (BOYER, 1996, p. 125). Ele teria composto comentários sobre o *Almagesto* de Ptolomeu, e sobre o livro X dos *Elementos* de Euclides, cujo excerto nos chegou por uma tradução árabe. Nesse último, mostra um conhecimento considerável dos trabalhos de Platão pelas menções que faz ao *Teeteto* (63), às *Leis* (64) e ao *Parmênides* (76), este considerado parte de um curso avançado de estudos filosóficos (CUOMO, 2000, n. 174, p. 52). Pappus escreveu também uma *Geografia*, mas talvez a sua obra mais importante seja *A Coleção Matemática (Synagoge)*.

Concebida como uma coleção em sentido amplo, ela reúne em si alguns dos conhecimentos dos geômetras que sucederam à tradição de Euclides, acrescidos de comentários, esclarecimentos, correções e críticas, e suas partes teriam sido compostas separadamente e reunidas apenas em um período posterior. A característica básica da *Coleção* está na prática pedagógica de Pappus, que queria transmitir a um público não especializado a “importância do conhecimento matemático e ao mesmo tempo a sua própria importância

³¹ Id.

³² Id.

³³ Cf. Proclo (1978, p. 12).

como repositório desse conhecimento”³⁴. Segundo esse princípio, Pappus buscou critérios de validade para as soluções gerais (os teoremas), e também particulares (os problemas)³⁵.

O conteúdo da *Coleção* vai desde a astronomia e mecânica, até a aritmética e a geometria, contendo “novas provas e lemas suplementares para proposições das obras de Euclides, Arquimedes, Apolônio e Ptolomeu”, e ainda “descobertas e generalizações novas, não encontradas em nenhuma obra anterior” (BOYER, 1996, p. 125).

No Livro VII, Pappus faz referência ao *Tesouro da Análise* (ἀναλυόμενος τόπος), onde se pode ler o seguinte:

O chamado “Tesouro da Análise”, meu filho Hermodoro, em resumo, é uma matéria particular para os que querem, depois da produção dos elementos comuns, tomar a si a faculdade inventiva, (de resolver) nas linhas, os problemas apresentados a eles, e sendo útil para isso apenas. E foi escrita por três homens, Euclides, o autor dos Elementos, e Apolônio de Perga, e Aristeu, o mais velho, a abordagem sendo segundo a análise e a síntese.

A análise, com efeito, é o caminho a partir do que é procurado, como aceito, através das sucessivas conseqüências, até algo aceito pela síntese. Pois na análise, tendo (nós) estabelecido a coisa procurada como acontecida, consideramos isso que dela resulta, e, de novo, o precedente daquela, até que, assim voltando sobre nossos passos, cheguemos a alguma das coisas já conhecidas ou que tem a ordem de princípios; e essa abordagem chamamos análise, como solução em sentido contrário. Enquanto que, na síntese, ao contrário, supondo o que foi deixado, por último, na análise, já acontecido, e tendo arranjado como conseqüências as coisas então precedentes, segundo sua natureza, e tendo adicionado umas às outras, chegamos, por fim, à construção da coisa procurada; e chamamos isso síntese.

Duplo é o gênero da análise, um a pesquisa do verdadeiro, o qual é chamado teórico, o outro capaz de dizer o que foi proposto, o qual é chamado problemático. Enquanto que, no gênero teórico, tendo estabelecido o que é procurado como existente e verdadeiro, em seguida, por meio das conseqüências sucessivas como verdadeiras, e como existem segundo a hipótese, tendo avançado até algo admitido, caso, por um lado, fosse verdadeiro aquilo admitido, será verdadeiro também o procurado, e a demonstração é uma inversão da análise; caso, por outro lado, encontramos falso o admitido, falso será também o procurado. No gênero problemático, tendo estabelecido o que foi proposto como conhecido, em seguida, por meio das conseqüências sucessivas, como verdadeiras, tendo avançado até algo admitido, caso, por um lado, o admitido seja possível é obtível, o que os matemáticos chamam dados, possível também será o proposto, e, de novo, a

³⁴ Id., p. 4. Para essa autora, a *Coleção* teria sido escrita como uma proposta de instrução para o público leigo. Para tanto, ela faz um levantamento das práticas que podem ser aglomeradas em torno do termo *matemática* no mundo Greco-romano, como a agrimensura, a astronomia, o comércio, a arquitetura e as leis. Naquela época, uma educação matemática ou era inexistente, ou estava subordinada às práticas descritas acima, em muitos casos a sua transmissão era exclusivamente oral e limitada a trechos dos tratados de Euclides, Nicômaco e Ptolomeu.

³⁵ Na opinião de Acerbi (EUCLIDE, 2008, p. 258), não é possível estabelecer uma conexão precisa entre o conteúdo da *Coleção* e o do comentário ao livro X dos *Elementos*. No capítulo III (75-95) da *Coleção*, por exemplo, Pappus oferece construções de poliedros regulares alternativas àquelas encontradas no livro XIII de Euclides.

demonstração é uma inversão à análise; caso, por outro lado, encontramos impossível o admitido, impossível será também o problema.

Esse tanto, então, acerca da análise e da síntese.

E dos livros antes ditos do tesouro da análise, o arranjo é como segue. Um livro dos Dados de Euclides, dois da Seção de uma Razão de Apolônio, dois de Seção de Área, dois de Seção Determinada, dois do Contatos, três dos Porisma de Euclides, dois das Inclinações de Apolônio, dois dos Lugares Planos do mesmo, oito das Cônicas, cinco dos Lugares Sólidos de Aristeu, dois dos Lugares à Superfície de Euclides, dois Acerca das Médias de Eratóstenes. São 33 livros, dos quais te expus, para exame, os conteúdos até das Cônicas de Apolônio, e a multitude dos Lugares e das condições de possibilidade e dos casos, segundo cada livro, mas também os lemas procurados, e nenhum inquérito no tratamento dos livros deixei para trás, como pensava. (BALIEIRO, 2004, p. 64-78)³⁶

Caracterizadas como procedimentos heurísticos e propedêuticos à solução ou demonstração de problemas ou teoremas da geometria, a *análise* e a *síntese* aparecem como um tipo de ensinamento reservado aos alunos que estivessem em um estágio avançado no trato dessa ciência. Aqueles que tivessem já adquirido o domínio da geometria pelo estudo de seus elementos estariam aptos a compreender mais a fundo os mecanismos envolvidos no processo de construção da matemática³⁷.

1.4. A genealogia do método pelo método

Além das dificuldades que o próprio texto comporta, outras mais são alçadas quando tentamos colocar o seu conteúdo em um quadro filosófico. Da aproximação do testemunho histórico de Proclus ao relato teórico de Pappus surgiram diversas dificuldades de interpretação. Entre elas, destacamos a tentativa de compreender a *análise* e a *síntese* sob o prisma da moderna lógica proposicional (HINTIKKA & REMES, 1974, p. 10-11), isto é, como relações de consequência lógica. Essa perspectiva puramente teórica tende, a nosso ver, a relegar a um segundo plano os rastros do processo evolutivo pelo qual passou a linguagem

³⁶ Tradução feita a partir do grego diretamente para o Português pelo Prof. Dr. Irineu Bicudo. Salvo indicação contrária, as citações do texto de Pappus serão todas tiradas desta tradução. O texto de referência é: PAPPUS. *Pappi Alexandrini collectionis quae supersunt*. F. Hultsch (ed.). Berlim: 1876-78. Sobre as não poucas dificuldades interpretativas do trecho de Pappus, seguimos Silva (2007, p. 28, n. 2) que sugere o “conselho de D’Alembert àqueles que poderiam fraquejar diante dos métodos infinitesimais: sigam em frente que a fê lhes virá”.

³⁷ Inicialmente, pode parecer que esta constatação contrasta com a hipótese de Cuomo, que se inicia com a abertura do livro 5 da *Coleção* (2000, p. 57), onde Pappus pondera sobre o famoso problema envolvendo a forma hexagonal como são construídos os alvéolos das abelhas. No caso, a *isoperimetria* tem relação direta com os cinco sólidos regulares atribuídos a Platão. E segundo Cuomo (p. 58), o objetivo principal de Pappus era promover o estudo teórico da matemática como uma importante forma de conhecimento. Todavia, como dissemos anteriormente, por se tratar de uma reunião de textos escritos em períodos diversos, é plausível que a *Coleção* comporte a evolução de uma atividade que ultrapassa a mera resolução de problemas.

cotidiana até chegar à sua configuração formal do conhecimento científico. O que inviabiliza a busca de relações entre o uso do método matemático nas obras de Platão com a forma cinzelada como ele se encontra no texto de Pappus. Do mesmo modo,

Podem-se descobrir na sua obra [i.e., na de Platão] respostas que antecipam formulações posteriores, mas ao extrai-las do seu contexto para uma análise em separado estamos talvez a apresentar o seu pensamento sob uma forma que ele próprio não reconheceria. (KNEALE & KNEALE, 1980, p. 19).

Por isso, consideramos necessário procurar nas obras de Platão elementos de contribuição para o desenvolvimento metodológico, seja da filosofia, seja da matemática, sem as restrições formais que foram posteriormente impostas a estas ciências. É claro que tomando o *corpus Platonicum* como ponto de partida, não podemos evitar questões sobre a possibilidade de encontrar princípios que poderiam ter a sua origem nos predecessores que influenciaram Platão. E assim, deparamo-nos com o problema geral sobre até que ponto é possível recuar na reconstrução genealógica de um procedimento heurístico-epistemológico. É aceitável pensar que, a exemplo do artifício exposto por Pappus, esta *análise* encontre princípios bem fundamentados, ou, que termine em algo que seja conhecido mas não necessariamente um princípio?

1.5. A participação de Platão no mundo da matemática

“E Platão [...] fez tomar muito grande progresso tanto as outras coisas matemáticas quanto a geometria” (EUCLIDES, 2009, p. 38) é o que diz Proclus, referindo-se à *História da Geometria*, de Eudemo. A tentação de adentrar nos mistérios desse “grande progresso” tem levado os historiadores da matemática a posições diversas, que, de um modo geral, se distanciam mais ou menos do eixo que constitui o consenso sobre a questão: que Platão não teria sido um matemático, mas sim um enorme entusiasta das ciências dos números, das formas, dos objetos celestes e da harmonia.

Tal posição é amplamente embasada pelo o que consta no fragmento em questão, onde é dito que “pelo zelo relativo a elas [i.e., as ciências matemáticas], o qual, é evidente”, Platão teria “tanto de algum modo tendo tornado frequente as composições com os discursos matemáticos quanto despertado por toda parte a admiração relativa a elas dos que se ligam à filosofia” (EUCLIDES, 2009, p. 38).

Se por um lado, este sopro de Proclus faz fechar uma porta, desencorajando a busca por qualquer contribuição direta de Platão às ciências matemáticas, seja na forma de um teorema, seja na solução de algum problema; por outro lado, abre um frontão, este com possibilidades mais amplas, que podem nos conduzir à investigação dos processos que levariam – em última instância – à sedimentação da matemática como paradigma de ciência formal.

Apesar de essa perspectiva negar a Platão um lugar de honra ao lado de figuras eminentes como Euler (1707-1783), Gauss (1777-1855) e Cauchy (1789-1857), entre outros, ela o coloca manifestamente no marco inicial de uma tradição não menos importante, e que seria reforçada por adeptos não menos eminentes, como Descartes (1596-1650), Leibniz (1646-1716) e Kant (1724-1804) – para ficarmos em poucos exemplos. Estes, tomados pela ideia de que a matemática poderia fornecer as luzes que afastariam da filosofia as sombras da incerteza, empreenderam esforços numa perscrutação de seus procedimentos.

1.6. O λόγος que, guiado pela ἀρετή, fornece vida a todas as coisas

Tales de Mileto teria sido o responsável pelas primeiras demonstrações geométricas³⁸, um evento que estabeleceria, definitivamente, os limites entre as práticas matemáticas realizadas pelos povos egípcios e babilônicos, e as elaboradas teorias idealizadas pelos gregos. Além disso, vale lembrar que outras formas de conhecimento, como a dialética e a lógica, também nasceram do mesmo princípio de volição que caracteriza e diferencia os antigos habitantes da Hélade. Do mesmo modo, matemática e filosofia se apresentam, desde o seu início, emaranhadas ao desenvolvimento do pensamento e de uma de suas manifestações: a linguagem. Ao passo que se nutrem umas das outras, evoluem continuamente.

Desde o início, respondem a um mesmo esforço racional a filosofia, como recondução de toda a natureza, em sua variedade e sua mutabilidade, a um princípio permanente, e a matemática, como forma de pensamento dedutivo. (CATTANEI, 2005, p. 23).

Outro personagem de grande impacto na espiral evolutiva do pensamento matemático foi Pitágoras de Samos, cuja data provável de nascimento é aceita como algo em torno de 572

³⁸ Proclus atribui a Tales as seguintes demonstrações: que o diâmetro divide o círculo em duas partes iguais (PROCLUS, 1992, p. 124); que os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais (p. 195); que caso duas retas se cortem, fazem os ângulos no vértice iguais entre si (p. 233); e a igualdade entre triângulos que têm em comum um lado e dois ângulos adjacentes (p. 275).

a. C. (CENTRONE, 1996, p. 24-25). A ele se devem as próprias concepções de matemática e de filosofia, não apenas como ciências, mas como meio de vida, aspiração de contemplação da beleza do universo:

Talvez a mais notável característica da ordem pitagórica fosse a confiança que mantinha no estudo da matemática e da filosofia como base moral para a conduta. As próprias palavras “filosofia” (ou “amor à sabedoria”) e matemática (ou “o que é aprendido”) supõem-se terem sido criadas pelo próprio Pitágoras para descrever suas atividades intelectuais. (BOYER, 1996, p. 33)

Atividades que envolviam os números considerados em si mesmos, como pertencentes ao gênero das coisas que participam da natureza divina, como uma disciplina teórica, em detrimento de sua utilidade na vida prática. O advento do *logos* culminou no surgimento da matemática e da filosofia como as conhecemos hoje.

Λέγειν, em grego, denotava antes de tudo a operação de reunir, juntar ou de recolher fazendo uma escolha. Daí o significado de *logos* «cálculo» ou «cômputo», e portanto «relação», «correspondência» e «razão» (traduzido também do latim *ratio*). Apenas secundariamente *logos* denotava a «palavra» e o «discurso». No escolher e no recolher parece implícito o sentido de definir uma série ou uma totalidade ordenada de coisas ou pessoas, que portanto pertencem, como se diz, a mesma «classe». (ZELLINI, 1999, p. 132, grifo do autor)³⁹

Na definição 3 do livro V dos *Elementos* de Euclides encontramos a forma canônica como o *logos* tem sido utilizado na matemática: “Uma razão é a relação de certo tipo concernente ao tamanho de duas magnitudes de mesmo gênero”⁴⁰ (EUCLIDES, 2009, p. 205). Antes disso, porém, encontram-se numerosos fragmentos que circundam essa definição. Aristóteles, por exemplo, havia dito que “o justo é, pois, uma espécie de proporção, de fato, a proporção não é própria somente do número matemático, mas em geral das quantidades mensuráveis”⁴¹. E antes disso, Platão afirma que o *cálculo* (ἡ λογιστική) é uma *ciência* (ἐπιστήμη) do par e do ímpar, não só relativamente à sua própria qualidade numérica, mas às

³⁹ No original: “Λέγειν, in greco, denotava innanzitutto l’operazione del riunire, del radunare o del raccogliere facendo una scelta. Di qui il significato di *logos* «calcolo» o «computo», e quindi «relazione», «corrispondenza» e «rapporto» (reso anche dal latino *ratio*). Solo secondariamente *logos* denotava la «parola» e il «discorso». Nello scegliere e nel raccogliere sembra implicito il senso del definire una serie o una totalità ordinata di cose o persone, che pertanto appartengono, come si dice, agli stessi «ranghi»”.

⁴⁰ Em grego: Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἢ κατὰ πηλικότητά ποια σχέσις.

⁴¹ Cf. Aristóteles, *Ética a Nicômaco*, V 6 1131 a 28-30: ἔστιν ἄρα τὸ δίκαιον ἀνάλογόν τι. τὸ γὰρ ἀνάλογον οὐ μόνον ἐστὶ μοναδικῶ ἀριθμοῦ ἴδιον, ἀλλ’ ὅλως ἀριθμοῦ.

suas relações recíprocas⁴², e defende, na *República* (VII 524 d-526 c), que o processo de conversão da alma pode ser facilitado pelo “saber relativo ao cálculo”⁴³.

Semelhantemente ao que ocorre nas estruturas algébricas modernas e também na geometria dos fractais, o *logos* pode ser compreendido como uma relação *auto-referente*. Isso significa que, além da interpretação básica do *logos* como relação entre objetos de mesma natureza, é possível também que o *logos* assuma o papel de conteúdo, juntando-se a outros de mesma natureza que a dele por obra de uma relação maior, um *Logos*. No primeiro caso, temos a aplicação da definição euclidiana sobre *objetos*, e no segundo, sobre *conceitos*. Desse modo, o *logos* está relacionado à *ordem* (τάξις), à *beleza* (κάλλος), e à *excelência* (ἀρετή). Para Platão, a alma dotada de *excelência* e *razão* é boa⁴⁴, é *harmonia* (ἁρμονία)⁴⁵, não comete injustiças na argumentação⁴⁶. E portanto, dentre as muitas relações existentes no edifício da matemática, é a classe daquelas que reúnem todas essas características que interessa à filosofia, as que explicam as coisas da melhor maneira.

O uso minucioso do recursivo “e antes disso” certamente nos levaria a muitas outras paragens. Não obstante, façamos um salto até Pitágoras, que tendo atraído notoriedade sobre a sua figura, seja no âmbito da política ou da taumaturgia, se tornou indiscutivelmente conhecido pelas descobertas relativas às grandezas geométricas. A descoberta da incomensurabilidade da diagonal com o lado do quadrado unitário representou, ao mesmo tempo, um avanço nos domínios da matemática, e uma provocação na esfera da filosofia. Para a matemática, surgia um novo objeto, contrariando a concepção de que os números inteiros positivos seriam suficientes para representar toda e qualquer grandeza. Para a filosofia, restava o desafio de definir essa nova entidade e encontrar o seu lugar ontológico. O abalo na doutrina pitagórica de que “tudo é número” (BOYER, 1996, p. 34) culminou numa nova definição de proporção, elaborada por Eudoxo e Árquitas, por volta de 370 a.C. (EVES, 1997, p. 107), que tem na definição de números irracionais via *cortes de Dedekind* o seu correspondente moderno⁴⁷. No que diz respeito à filosofia, a contenda envolvendo a

⁴² Cf. Platão, *Cármides*, 166 a 5-6: ἀλλὰ τόδε σοι ἔχω δεῖξαι, τίνος ἐστὶν ἐπιστήμη ἐκάστη τούτων τῶν ἐπιστημῶν, ὃ τυγχάνει ὄν ἄλλο αὐτῆς τῆς ἐπιστήμης. οἷον ἡ λογιστικὴ ἐστὶν που τοῦ περιττοῦ, πλήθους ὅπως ἔχει πρὸς αὐτὰ καὶ πρὸς ἄλληλα.

⁴³ Cf. Platão, *República*, VII 525 c 8- d 1: περὶ τοὺς λογισμοὺς μαθήματος.

⁴⁴ Cf. Platão, *Fédon*, 93 b 8-9: λέγεται ψυχὴ ἡ μὲν νοῦν τε ἔχειν καὶ ἀρετὴν καὶ εἶναι ἀγαθὴ.

⁴⁵ Id. 93 b seg.

⁴⁶ Cf. Platão, *Teeteto*, 167 e 2-3.

⁴⁷ Para mais detalhes dessa evolução, indicamos: EDWARDS, C. H. *The historical development of calculus*. New York: Springer-Verlag, 1979, e em Língua Portuguesa, o artigo *Sobre a teoria das proporções, o método da exaustão e os incomensuráveis*, de KISTEMANN JUNIOR, M. A. In: Revista de educação Matemática, SBEM - SP, p. 47-62, 01 mar. 2008.

descoberta dos incomensuráveis talvez tenha fornecido os ingredientes para fazer surgir uma nova forma de pensar, que ganhou destaque pelas mãos dos filósofos chamados *eleatas*.

1.7. O método hipotético na matemática e na dialética de Zenão

A demonstração da irracionalidade de $\sqrt{2}$ perdura até os nossos dias como exemplo de clareza e precisão, sutileza e concisão; características que reunidas constituem o significado do que os matemáticos passaram a denominar *elegância*. Euclides não só compilou, aperfeiçoou e registrou as descobertas matemáticas de seus predecessores, mas definiu ainda o padrão de *estética* na confecção desta ciência – servindo de inspiração aos *Principia* de Newton, além da já mencionada *Ética* de Spinoza.

A argumentação utilizada nessa prova parte da aceitação de um argumento – uma *hipótese* (ὑπόθεσις) – que tendo exploradas as suas conseqüências revelará um absurdo, ou seja, uma conclusão que contradiz a própria hipótese. E portanto, se tal hipótese não é capaz de levar ao resultado desejado, sua incompatibilidade faz com que ela seja refutada, aceitando-se o seu contrário como solução para o problema. Pouco natural pode parecer o fato de que se uma hipótese relativa àquilo que se pretende provar leva a contradições, então, automaticamente, e sem discussão, temos garantida a validade da sua negação. Todavia, neste ponto, existe uma importante sutileza subjacente que somente é formulada por Parmênides quando “exprime a necessidade do pensamento da qual deriva a impossibilidade de realizar no conhecimento a contradição lógica” (JAEGER, 2001, p. 219). A alusão diz respeito ao princípio que Parmênides, ativo na primeira parte do século V a.C., posiciona no centro de sua doutrina e que estabelece o nexó metodológico entre as especulações pitagóricas sobre os números e a pesquisa filosófica de Platão: “o que é não pode não-ser”⁴⁸.

Aristóteles teria atribuído a Zenão de Eléia, discípulo de Parmênides, a primazia sobre a invenção da *dialética* (LAËRTIOS, IX 25, p. 258), que inicialmente designava o método de argumentação característico da metafísica. Todavia, ao explorar as possibilidades lógicas da utilização do princípio parmenidiano, Zenão produziu os paradoxos que levam o seu nome, gerando amplas discussões que motivaram matemáticos e filósofos a aprimorar a distinção entre o *contínuo* e o *discreto*. Zenão, por sua vez, deve ter influenciado Sócrates em seu método de refutação (ἔλεγχος), presente nos escritos daquela que é considerada a primeira fase do pensamento platônico – a sua *primeira navegação*.

⁴⁸ Id., grifo do autor.

Pelo termo *hipótese* entende-se “aquilo que os participantes de um debate (retórico) concordam em aceitar por *base* e *ponto de partida* da argumentação de cada um” (EUCLIDES, 2009, p. 87, grifo do autor). O verbo ὑποτίθεμαι significa *colocar como base, estabelecer como fundamento*. Consequentemente, o substantivo ὑπόθεσις significa, primitivamente, *base* ou *fundamento*; e por extensão, *hipótese*, entendida como *base* ou *fundamento* para uma construção argumentativa. Portanto, uma *hipótese* é uma proposição aceita sem demonstração e da qual pode-se verificar, dedutivamente, as consequências em direção a uma conclusão (FRONTERROTA, 2011, p. 70).

É possível que Sócrates tenha reconhecido nos paradoxos de Zenão um poderoso instrumento argumentativo, capaz de denunciar a falta de conhecimento de seus pares por meio das contradições que surgiam em decorrência das definições que propunham. Fazia-se então necessário abandonar as hipóteses que levavam à contradição e procurar por outras melhores – donde emergia a consciência, por parte do interlocutor de Sócrates, da fragilidade de suas definições⁴⁹. Da articulação entre a dialética de Zenão e o διαλέγεσθαι socrático emergem duas possibilidades relativas à refutação, como apontam Kneale & Kneale (1980 p. 10-11): a *reductio ad impossibile*, em que se refuta uma hipótese porque as conclusões obtidas a partir delas são *falsas*; e a *reductio ad absurdum*, na qual uma hipótese é refutada com base no fato de as conclusões dela derivadas serem *contraditórias*. Se Platão conhecia ou não tal distinção não nos vem ao caso, o importante é verificar como ele as utilizava.

1.8. O itinerário de Platão e os métodos matemáticos na Academia

Após a morte de Sócrates em 399, Platão deixou Atenas, retornando apenas por volta de 387. Os lugares por onde passou e as pessoas com quem ele teria estado naquele período nos auxiliam a situar algumas das noções presentes no seu pensamento. Em Megara, esteve com o filósofo Euclides (435-365 a.C.), que também era membro do grupo ligado a Sócrates, e que havia fundado uma escola filosófica que promoveu diversos avanços no campo da lógica. Da mesma forma que se reconhece a existência de uma matemática grega pré-euclidiana, com produção esparsa e irregular, pode-se imaginar uma situação semelhante no âmbito da lógica no período anterior a Aristóteles. Neste caso, é o próprio desenvolvimento da linguagem cotidiana que suscitava desafios ao senso comum, criando argumentos que,

⁴⁹ Uma consciência que, em geral, não vinha desacompanhada de um sentimento de perplexidade, como, por exemplo, é o caso de *Eutifron* (11 b-d), que após ter refutadas as suas propostas para a definição do que vem a ser o piedoso, zomba com Sócrates da dificuldade em fixar hipóteses.

embora válidos, eram considerados falaciosos. Quando trata dos megáricos, posteriormente chamados erísticos, e mais tarde dialéticos, Diógenes Laércio⁵⁰ afirma que Euclides “dedicou-se ao estudo de Parmênides”⁵¹. Ao explorar as possibilidades heurísticas do método dialético, Euclides teria se destacado pela atitude com que tratava os problemas que se lhe apresentavam; “ao impugnar uma demonstração, esse filósofo não atacava as premissas, e sim as conclusões”⁵².

Platão esteve ainda em Cirene, no norte da África, onde “inteirou-se das pesquisas matemáticas desenvolvidas por Teodoro, particularmente as referentes aos irracionais” (PLATÃO, 2008, p. 11). O interesse de Platão pelos aspectos teórico e metodológico dessas pesquisas está devidamente retratado no diálogo *Teeteto*, cujo homônimo é representado como um jovem e sagaz discípulo de Teodoro. Uma característica singular dessa obra é a tentativa de uma abordagem matemática a um problema filosófico, em que vemos Teeteto desafiado a fornecer uma definição para *conhecimento* (ἐπιστήμη) do mesmo modo como expõe uma classificação para os números. E em visita à região da Sicília, Platão teve contato com os pitagóricos, tornando-se amigo de Árquitas de Tarento, “o mais importante matemático pitagórico do começo do quarto século a.C.” (BOYER, 1996, p. 36).

De volta à Atenas, Platão fundou a Academia, erigida sobre princípios éticos, políticos, científicos e espirituais, fornecendo as condições favoráveis para uma vida de pesquisas e contemplação, não desprovida de debates, no melhor espírito da tradição socrática. Jovens vindos de todas as partes do mundo Grego eram atraídos para a Academia – dentre os quais o mais famoso foi Aristóteles, que lá permaneceu por vinte anos. Sobre as personalidades encontradas na *História da Geometria* de Eudemo, lê-se que elas, de fato, “viveram na Academia, fazendo as pesquisas em comum” (EUCLIDES, 2009, p. 39).

É de se esperar que a situação no interior do círculo da Academia abrangesse o conjunto de disciplinas privilegiadas nos diálogos. Principalmente aquelas de destacada importância na composição do *currículum* do livro VII da *República*, justamente porque acompanhavam as discussões em torno da *dialética*. Assim sendo, as pesquisas aduzidas por Eudemo seriam relativas à *logistike*, à geometria, à estereometria, à astronomia e à harmonia. Mueller (2006, p. 171) sugere que outras disciplinas além daquelas previstas na *República* foram tratadas no ambiente da Academia. Eram investigações que poderiam estar relacionadas aos rudimentos dos métodos infinitésimos, além de elementos de uma geometria

⁵⁰ Cf. Diógenes Laércio, *Vidas e Doutrinas dos filósofos ilustres*, II 106 (2008, p. 73-74).

⁵¹ Id.

⁵² Id., 107, p. 73.

de curvas e também de uma, *avant le lettre*, não euclidiana. Cattanei inclui ainda a *metretike*, “mencionada no *curriculum* paralelo das *Leis* VII 817 e 6-7, que devia ser um correspondente em âmbito geométrico daquilo que a *logistike* era em âmbito aritmético” (2003, p. 474, n. 2)⁵³. É interessante observar como a especulação filosófica sobre algumas dessas áreas mobilizou esforços que posteriormente demonstraram a impossibilidade de fundamentação com os recursos existentes naquela época⁵⁴.

Platão se queixa, na *República*, da ausência de pesquisas em determinados setores da matemática, como “os cubos e aos objetos que têm profundidade” (VII 528 b)⁵⁵. Ele afirmava que “nenhuma cidade preza esses estudos e falta energia à pesquisa, que é trabalhosa; além disso, os pesquisadores carecem de um orientador sem o qual não chegarão à descoberta” (VII 528 b-c)⁵⁶.

Ao mesmo tempo em que nutria os esforços dos matemáticos reunidos ao seu redor, o próprio Platão deve ter sido incentivado pelos procedimentos de pesquisa deles, estabelecendo uma relação de reciprocidade que beneficiou a todos. Uma relação que gerou frutos que foram atribuídos a Platão, devido à importância que ele tem representado para o pensamento ocidental. Tudo o que nos resta é nos empenharmos para adentrar nesses grandes mistérios.

⁵³ No original: “menzionata nel curriculum parallelo delle Leggi VII 817 e 6-7, che doveva essere una sorta di corrispettivo in ambito geometrico di quello che la *logistike* era in ambito aritmetico”.

⁵⁴ No que diz respeito aos infinitésimos, houve no final do século XIX um movimento conhecido como “aritmética da análise”, e que foi liderado por grandes matemáticos como Cauchy, Bolzano, Weierstrass, Cantor e Dedekind. A proposta deles era fornecer uma fundamentação puramente analítica para as demonstrações, diminuindo a dependência que tinham da intuição geométrica. Um novo rigor haveria de uniformizar o uso das ferramentas desenvolvidas no processo de criação do *cálculo infinitesimal e diferencial*.

No que diz respeito ao estudo das curvas, um trabalho significativo foi realizado pelos matemáticos da Escola de Alexandria, que além do próprio Euclides, teve como representantes Arquimedes, Eratóstenes, Apolônio, Hiparco, Menelau, Cláudio Ptolomeu, Herão, Diofanto, Pappus e Hipátia.

Sobre problemas matemáticos que precisaram aguardar pelo desenvolvimento da matemática para obterem resolução, pode-se ler, com proveito, o refinado tratamento algébrico que o matemático inglês Ian Stewart faz dos três famosos problemas da antiguidade, a saber, a duplicação do cubo, a trisseção do ângulo e a quadratura do círculo, no capítulo VII de seu livro *Galois Theory*. 3rd. Edition. New York: Chapman & Hall/CRC mathematics, 2004, p. 75-84.

Por fim, com respeito à face filosófica do pensamento matemático, que, questionando sempre os seus pressupostos e propondo novas conjecturas e problemas, tem impulsionado alguns estudiosos aos limites da razão, pode-se creditar como uma das maiores descobertas os *Teoremas de Incompletude* do lógico-matemático Kurt Gödel (1906-1978) – que demonstram que uma teoria matemática é incapaz de resolver todos os problemas surgidos no seu próprio âmbito.

⁵⁵ Cf. Platão, 2006, p. 286.

⁵⁶ Id., p. 286-287.

2 O *Mênon*

2.1. Uma inovação didática e heurística

No que diz respeito à tradicional, mas não consensual divisão do *Corpus Platonicum* em três fases – a dos chamados diálogos socráticos, iniciais ou da juventude; a fase intermediária ou da *segunda navegação*; e a última, cujos textos são denominados como finais ou da velhice –, o *Mênon* é amplamente aceito como pertencente ao período de transição entre a primeira e a segunda. E forma, com o *Protágoras* e o *Górgias*, uma trilogia que tem como eixo principal a investigação sobre a natureza do conhecimento.

Considerado por diversos autores um manifesto da fundação da Academia¹, o *Mênon* se distingue daqueles diálogos que mostram Sócrates professando a sua ignorância diante da pretensa sabedoria de seus interlocutores. Em linhas gerais, os diálogos socráticos terminavam de modo aporético, pois questionados a respeito do ofício em que eram considerados expertos, os interlocutores de Sócrates eram capazes apenas de fornecer exemplos, impondo obstáculos à busca pela definição procurada. É com relação a isso que o *Mênon* representa uma inovação.

O colóquio se inicia à maneira dos Sofistas, isto é, com Mênon perguntando a Sócrates se a virtude é coisa que se ensina ou que se adquire pela prática, se os homens já nascem em posse dela ou se lhes é transmitida pela natureza (70 a)². Mênon teria aprendido com Górgias de Leontinos (485-380 a.C.), que em visita à Tessália infundiu em seus habitantes

esse costume de, se alguém fizer uma pergunta, responder sem temor e de maneira magnificamente altiva, como é natural <responderem> aqueles que sabem, visto que afinal ele próprio se oferecia para ser interrogado, entre os gregos, por quem quisesse, sobre o que quisesse, não havendo ninguém a quem não respondesse (70 b-c).

Para Jaeger (2003, p. 700), esta era “a forma tradicional do problema, a forma sob a qual já estávamos familiarizados com ele desde os poetas antigos, desde Hesíodo, Teógnis, Simônides e Píndaro [...]”. Sócrates não aceita esta abordagem e reformula o problema como lhe parecia ser apropriado a um filósofo. Ele afirma não ser possível responder à questão, uma vez que nem lhe acontece saber, absolutamente, o que é isto, a virtude (71 a).

¹ Entre os quais destacamos Cambiano (1967), Reale (2010) e Szlezák (2009).

² O texto de referência do *Mênon* utilizado em Língua Portuguesa é a tradução feita por Maura Iglésias (Rio de Janeiro: Ed. PUC-Rio; São Paulo: Loyola, 2001). Salvo indicação contrária, as citações são todas tiradas deste texto, mantendo apenas a referência da numeração das linhas da edição do texto grego de John Burnet.

Na parte final das *Refutações Sofísticas* (34, 183 b 36-184 a 8), Aristóteles critica os especialistas em discussões erísticas (ἡ ἐριστική τέχνη), entre eles Górgias, cujo ensino se restringia à memorização de discursos. O resultado era um ensino rápido, mas privado de rigor, uma vez que era fornecido aos discípulos o produto acabado de uma arte, e não a própria arte. Assim sendo, a conduta de Mênon e a resposta de Sócrates refletem visões distintas da dinâmica do processo de ensino e aprendizagem. Em oposição à abordagem de Górgias, na qual o professor atua como um informante e o aluno como um receptáculo de respostas prontas, Sócrates fundamenta a sua atividade na anamnese (ἀνάμνησις), onde o aluno deve obter respostas por meio de seus próprios esforços. O papel do professor, neste caso, é antes o de um catalisador, cuja capacidade maior deve ser a de conduzir bem as perguntas³.

Na sequência, Sócrates provoca: “e, quem não sabe o que uma coisa é, como poderia saber que tipo de coisa ela é?” (71 b). Em busca de exemplificação, a resposta de Mênon não poderia ser mais relativa: diz ele que há a virtude do homem, a da mulher, a da criança, a do ancião, enfim, “há muitíssimas outras virtudes, de modo que não é uma dificuldade dizer, sobre a virtude, o que ela é.”⁴. Diante dessa variedade de “virtudes”, Sócrates explica que está em busca daquilo em relação “a que elas [i. e., as diferentes virtudes] nada diferem, mas quanto a que são todas o mesmo”⁵.

³ “Interrogando-se os homens, se as perguntas forem bem conduzidas, eles darão por si mesmos respostas acertadas” (*Fédon*, 73 a, PLATÃO, 2011, p. 93). Platão pretendia igualmente combater a relação de subordinação a que os Sofistas submetiam os seus discípulos, e desarma Mênon de todo o espírito das disputas erísticas e agonísticas (ἀγωνιστικά) quando faz Sócrates dizer-lhe: “Mas, se é o caso, como tu e eu neste momento, de que pessoas que são amigas queiram conversar uma com a outra, é preciso de alguma forma responder de maneira mais suave e mais dialética” (75 d).

⁴ Id., 71 e.

⁵ Id., 72 c. A advertência de Sócrates de que “ao procurar uma única” virtude, encontram “uma pluralidade” delas (74 a), repete-se no *Teeteto* (PLATÃO, 2010), quando este jovem aprendiz de Teodoro, tentando definir o que é o *saber* (ἐπιστήμη), afirma: “Pois então parece-me que os assuntos que se aprendem com Teodoro são saberes – geometria e as que tu ainda agora enunciaste [i.e. astronomia, harmonia e cálculo, em 145 d 1-2]”. E Sócrates responde: “É-te pedida apenas uma coisa, e tu, meu amigo, com nobreza e generosidade, das muitas e variadas, em vez de uma simples.” (146 d 4-5). O vínculo entre estes dois diálogos não é casual quando se tem em conta a atração de Platão pela definição matemática. No *Mênon*, esse personagem, quando desafiado a dar uma definição, desfila um elenco de virtudes propriamente *morais*, como a coragem, a prudência, a sabedoria e a grandeza d’alma (74 a 4-5), e em resposta Sócrates lhe fornece um exemplo da geometria para ilustrar o caráter de universalidade e generalidade que procura. No *Teeteto*, esse jovem matemático fala de um estudo feito por ele e um homônimo de Sócrates acerca das “potências de três pés e de cinco pés quadrados” desenhadas por Teodoro, “demonstrando que o comprimento não é comensurável com um pé, e assim continuou por cada uma delas, até à de dezessete pés” (147 d). A partir disso, eles dividiram “todos os números em duas partes. Qualquer um que tivesse o poder de se produzir pela multiplicação de iguais” foram comparados “com a forma de um quadrado”, e chamados “número quadrado ou equilátero”. Depois, tomados os “números intermediários, entre os quais o três, e o cinco e todo número que não tem o poder de se produzir pela multiplicação de iguais, mas multiplicando um número maior por um menor ou um menor por um maior”, foram estes comparados a uma figura oblonga, e chamados “número oblongo” (147 e-148 a). Diante disso, Sócrates o elogia e o encoraja a proceder do mesmo modo no caso dos saberes, isto é, procurando nomear todos numa única definição (148 d).

Interessa a Sócrates o *caráter geral*⁶ ou a *essência* (οὐσία) da virtude, o elemento comum a cada uma de suas manifestações. “Embora sejam muitas e assumam toda variedade de formas, têm todas um caráter (geral) único, <que é> o mesmo, graças ao qual são virtudes” (72 c). Para isso, portanto, é preciso esclarecer a distinção entre uma definição e os elementos que a constituem.

2.2. A composição da definição

Para tornar claro a Mênon o tipo de orientação a ser adotada na pesquisa em que está empenhado, Sócrates recorre a um paradigma: “por exemplo, se queres, a respeito da redondez, eu diria que é uma figura, não simplesmente que <é> figura. E diria assim, pela razão de que há ainda outras figuras”⁷.

Duas coisas chamam a atenção na referida passagem: (i) o uso do termo grego στρογγυλότητος – *forma redonda* ou *redondez*; e (ii) a sua associação à *figura* – σχῆμα. Afinal, qual a conexão entre *redondez* e *figura*?

⁶ Maura Iglésias opta em sua tradução pela interpretação do termo εἶδος como “caráter”. A autora está muito provavelmente amparada em Des Places (1964, p. 159-161), que na referência a εἶδος como “caráter (geral)” dá, precisamente, essa passagem, 72 c. Embora seja um dos vocábulos utilizados para designar as *Ideias* no contexto da filosofia platônica, para esta autora a palavra somente adquire este “sentido técnico de realidade em si, por si, separada das coisas que dela participam” (PLATÃO, 2009, p. 113) em diálogos posteriores. Para Klein (1965, p. 47-55, passim), tanto o termo οὐσία quanto o εἶδος possuem um definido caráter técnico no discurso de Platão, e em uma extensa nota (p. 50) ele afirma: “The technical use of the word “εἶδος” (and “ἰδέα”) is apparent in the exposition of rhetorical, medical, and mathematical τέχναι as well as in Democritus. The colloquial use of the word shades into a technical one in Herodotus and Thucydides, less so in the former, more so in the latter. See all the evidence collected by A. E. Taylor in “The Words εἶδος, ἰδέα in Pre-Platonic Literature,” *Varia Socratica* (1911) and – so far as the literature attributed to Hippocrates is concerned – put into proper perspective by G. M. Gillespie, “The Use of εἶδος and ἰδέα in Hippocrates,” *The Classical Quarterly*, VI (1912), 179-203. The technical use of the word “εἶδος” in mathematics continues, hardly touched by the Platonic-Aristotelian tradition, later on, for example, in Euclid, *Elements* VI, 19, Porism; 25; Data, Def. 3, etc., in Apollonius I, 12-14; 21 (cf. Def. 11), in Nicomachus, in Diophantus, *Arithmetica*, ed. Tannery, p. 14, 25-27 and *passim*.”

With reference to the colloquial use of the word, it is curious to observe Taylor’s emphatic rejection (*op. cit.*, p. 183) of “the supposition that the εἶδος, ἰδέα of the Platonic philosophy have been derived from the use in which these words are mere verbals of ἰδεῖν.” In support of this rejection Taylor quotes (pp. 182 f.) Aristotle’s explanation of *Iliad* X, 316 (*Poetics* 1461 a 12-14) and Plato’s *Protagoras* (352 a), where, in the main, facial “looks” are opposed to the “looks” of the entire body. In quoting these passages Taylor seems to imply that only a face can be called “ugly to look at.” As if only Socrates’ face and not precisely his whole “silenic” body was meant to be described as “ugly looking” in Alcibiades’ panegyric (*Symp.* 215 b 4 f.) and in Meno’s gibe (*Meno* 80 a 5)! (Cf. *Charm.* 154 d 4-5· 158 a 7 - b 1; also Gillespie, *op. cit.*, p. 181.) What somebody or something altogether “looks” like, that is what εἶδος and ἰδέα colloquially – and primarily – mean. Taylor himself says (p. 187) with reference to the meaning of ἰδέα in Thucydides II, 51: “This meaning [of symptoms of the disease regarded collectively] would come naturally from the literal one of „look“, „appearance:” And it is this literal or rather familiar meaning from which Plato derives – by way of contrast, paradox, and pun – his understanding of the εἶδος as ἀειδές (cf. *Phaedo* 80 d, 79 a; *Gorg.* 493 b; also below p. 137, note 93.)”.

⁷ Id., 73 e 3-5: οἶον, εἰ βούλει, στρογγυλότητος περί εἰποιμ’ ἄν ἔγωγε ὅτι σχῆμά τί ἐστιν, οὐχ οὕτως ἀπλῶς ὅτι σχῆμα.

O termo σχῆμα significa simultaneamente *figura e forma*⁸. Neste caso, em particular, pode-se admitir o seu uso coloquial, no sentido de “superfície fechada de uma coisa visível”⁹. Cerceando o seu significado a partir dos objetos que comporta, Sócrates afirma adiante que “o redondo não é absolutamente mais figura que o reto, nem este mais figura que aquele” (74 e). Por sua vez, *forma* é também uma das possibilidades de tradução de εἶδος, e, possivelmente para evitar confusões, muitos tradutores preferiram reservar a palavra *forma* para o contexto específico das *Ideias*. Todavia, tal preocupação da tradição estabelece limites onde Platão talvez preferisse a *sfumatura*. Para Acerbi:

A linguagem platônica é, como sempre, mais alusiva que tecnicamente irrepreensível, ainda que ocorra levar em conta que escolhas lexicais não canônicas mesmo em seu tempo podem estar relacionadas a motivações totalmente estranhas ao contexto matemático, de exigências rítmicas ou de referência fonética (EUCLIDE, 2008, p. 95)¹⁰.

Por outro lado, pode-se conjecturar se o uso de certa graduação de tonalidade linguística em Platão não seria um reflexo da agitação cultural de seu tempo, em que não apenas os pilares da ciência estavam se erigindo, mas simultaneamente a própria linguagem que os acomodaria. Em meio a isso temos o pensamento de Platão em pleno desenvolvimento, seguindo uma espiral evolutiva que perpassa toda a sua obra, e que se mostra como um enfrentamento dos principais problemas de sua época. Ao ceticismo de Acerbi opõe-se a cautela de Kahn (1996, p. 316)¹¹, que considera que “para um escritor tão cuidadoso como Platão, a escolha do vocabulário deve ser significativa”.

Procurando compreender melhor o uso do insólito στρογγυλότητος¹², encontramos no décimo capítulo do livro VII da *Metafísica* (Z, 1034 b 20-1036 a 25)¹³ de Aristóteles o emprego de στρογγυλότης. Neste trecho o Estagirita examina a definição e as suas partes, e a relação entre elas com a forma e as partes da forma. Em seu interesse em classificar e delimitar os campos de atuação dos diversos tipos de ciência, ele se põe a pesquisar em que

⁸ Cf. Klein (1965, p. 55-56). Des Places (1964, p. 490-491) arrola as seguintes acepções para σχῆμα: (1) “aspecto” (a) de um corpo; (b) de um ser depois da evolução; (2) “figura” (a) geométrica (a passagem 73 e 4 do *Mênon*); (b) musical, (c) coreográfica; (3) “gesto”, “atitude”; (4) “caráter” (de um personagem real ou fictício (papel)); (5) “profissão”, “condição”; (6) “forma”, “plano”; (7) “prestígio”, (a) fundado, ou (b) ilusório.

⁹ Klein (1965, p. 55). No original: “closed surface of a visible thing”.

¹⁰ “Il linguaggio Platonico è, come sempre, più allusivo che tecnicamente irrepreensibile, anche se occorre tenere conto che scelte lessicali non canoniche anche per i suoi tempi possono essere legate a motivazioni del tutto estranee al contesto matematico, quali esigenze ritmiche i di richiamo fonetico”, no original.

¹¹ “For a writer as careful as Plato, this choice of vocabulary must be significant”, no original.

¹² Uma pesquisa lexicográfica conduzida em Radice (2003, versão digital sem paginação) indica duas ocorrências de στρογγυλότητος e uma de στρογγυλότης no *Corpus platonicum*, todas as três no *Mênon*.

¹³ Cf. Radice (2005, versão digital sem paginação).

casos a noção das partes deve estar presente na noção do todo, e quando não. Isso irá depender da relação entre eles, por exemplo, “o ângulo agudo deveria ser anterior ao reto”, pois faz parte dele, mas, contrariamente, é o reto que é anterior ao agudo, “pelo fato que subsiste independentemente de suas partes” (ARISTÓTELES, 2002, p. 327) ¹⁴.

A exposição euclidiana segue a ordem da argumentação aristotélica, definindo primeiro o ângulo reto e nomeando a reta perpendicular que o constitui (EUCLIDES, 2009, p. 97) ¹⁵, e depois os ângulos obtuso ¹⁶ e agudo ¹⁷, respectivamente. O que Aristóteles coloca em relevo é uma correspondência do ângulo reto com a unidade numérica enquanto “medida primeira”, ou seja, como “princípio de nosso conhecimento” ¹⁸.

Aristóteles considera ainda a interação entre matéria e forma na constituição dos objetos. Novamente, há casos em que a matéria é parte constitutiva da noção da forma, e outros em que não. Relativamente aos primeiros, “a noção da sílaba contém a das letras” ¹⁹, ao contrário dos segmentos do círculo, que “são partes materiais nos quais se realiza a forma” ²⁰. Logo, quando “o círculo se realiza no bronze” ²¹, esta particular forma que se esboça na matéria sensível não toma parte na definição do círculo, o mesmo ocorrendo com um particular círculo inteligível. A definição de círculo como o lugar geométrico dos pontos equidistantes de um ponto chamado centro, é, portanto, universal.

Ainda que se considere a *redondez* e o *redondo* como meros substantivos utilizados para se referir ao *círculo*, o contexto ontológico em que se inserem, tanto em Platão, quanto em Aristóteles, indica um movimento de constituição das próprias definições. No caso de Platão, este processo como pré-requisito à definição é explicado na digressão filosófica da *Carta VII*. Não é nosso propósito aqui entrar na discussão dos méritos da sua autenticidade, para os fins do trabalho que apresentamos é suficiente reconhecer que as doutrinas de Platão passam por constantes reformulações e aprimoramentos ao longo dos diálogos, e que a *Carta VII* representa um estágio avançado deste desenvolvimento. Dito isso, vale a pena cotejar a passagem toda, uma vez que o cuidado de Platão no processo de constituição da definição no *Mênon* se enquadra na descrição do *excursus* da *Carta*:

¹⁴ *Metafísica*, Z 10, 1034 b 30-35.

¹⁵ Cf. *Elem.* I, Def. 10.

¹⁶ *Ibid.*, Def 11.

¹⁷ *Ibid.*, Def. 12.

¹⁸ Cf. Aristóteles, *Metafísica.*, Δ 6, 1016 b 19-20: πρῶτον μέτρον ... ἀρχὴ ... τοῦ γνωστοῦ.

¹⁹ *Ibid.*, Z 10, 1035 a 10.

²⁰ *Ibid.*, Z 10, 1035 a 12.

²¹ *Id.* 1035 a 13-14: ἐν χαλκῷ ἢ στρογγυλότης ἐγγένηται.

Há em cada um dos seres três [elementos], a partir dos quais é necessário que o saber surja, sendo o quarto ele mesmo; em quinto lugar, há que se pôr o que é em si cognoscível e verdadeiramente é. Um é o nome [ὄνομα], o segundo, a definição [λόγος], o terceiro, a imagem [εἶδολον], o quarto, o saber [ἐπιστήμη].

Demos um exemplo a quem quiser aprender o que digo agora e pensemo-lo em relação a todas as coisas: o círculo [κύκλος] é o que é dito, que tem esse mesmo nome que agora enunciamos; a sua definição é o segundo elemento, composta de nomes e de verbos: aquilo que mantém das extremidades ao meio igual distância em toda parte. A definição valeria para o mesmo que tenha esse nome “redondo e circular e círculo” [στρογγύλον καὶ περιφερὲς ... καὶ κύκλος].

Terceiro é o que é desenhado e o que é apagado, o que é torneado e o que se perde. Mas o círculo em si, o mesmo em relação com tudo isso, em nada é afetado, porque é diferente deles.

O quarto é o saber, a inteligência e opinião verdadeira sobre ele. Ora, essa unidade deve ser posta não em sons nem em formas de corpos, mas deve ser presente nas almas; o ser destes é manifestamente diferente da natureza do próprio círculo e dos três elementos ditos antes.

Desses, o que mais se aproxima por parentesco e semelhança é a inteligência, avizinhada do quinto elemento; os outros se afastam mais.

E o mesmo ocorre em relação às figuras retilíneas e circulares, as cores, o bem, o belo e o justo, e em relação a todo corpo artificial e natural, ao fogo, à água e a todas essas coisas, acerca de todo ser vivo e dos caracteres nas almas, e acerca de todas as ações e paixões. Pois desses, caso alguém não compreenda os quatro elementos, de um modo ou de outro, jamais será completamente partícipe do saber do quinto.

Diante disso, esses elementos realizam a qualidade, mostrando acerca de cada coisa, mas menos do que o ser de cada uma delas, devido à fragilidade do discurso. Por causa disso, ninguém que tenha juízo ousará expor pela linguagem o seu pensamento, por causa de sua fragilidade, e isso em caracteres imóveis, como acontece com os escritos.

Mas é preciso compreender ainda isso que é dito agora. Cada círculo, dos que são desenhados e tomados na prática, ou mesmo dos que são torneados, está cheio do que é contrário ao quinto elemento, pois é tocado pela reta em toda parte; o próprio círculo, dizemos, não em si mesmo algo menor, nem maior, da natureza que lhe é contrária.

Dizemos que nenhum de seus nomes é seguro para ninguém: nada impede que o que se chama redondo tenha sido chamado reto, e o reto, redondo; e nada impede que seja menos seguro aos que mudaram do que aos que chamam ao contrário.

E certamente acerca da definição dizemos a mesma coisa; uma vê que se compõe de nomes e verbos, nenhuma é segura o bastante. (342 a 7-343 b 6)²²

Em vista disso, as diferenças terminológicas podem ser interpretadas como uma etapa entre o primeiro e segundo elementos citados acima, a saber, a *nomeação* e a *definição*. Em um movimento gradativo, que parte das contradições da percepção, Sócrates parece fazer, no *Ménon*, a constatação mais abrangente possível: *a redondez é uma forma*. Em seguida, em um

²² O texto de referência da *Carta VII* utilizado em Língua Portuguesa é a tradução feita por José Trindade Santos e Juvino Maia Jr. (Rio de Janeiro: Ed. PUC-Rio; São Paulo: Loyola, 2008). Salvo indicação contrária, as citações são todas tiradas deste texto, mantendo apenas a referência da numeração das linhas do texto grego.

contexto geométrico mais específico (74 d-e), *o reto* (τό εὐθύ) e *o redondo* (τό στρογγύλον) realizam a qualidade de figura, mas sem ainda exprimir uma sua delimitação.

Com um isomorfismo argumentativo, que chamaremos aqui de *movimento aisthético horizontal*, Sócrates associa as *formas* ou *superfícies* à *cor* (χρῶμα): “Seja pois figura, para nós, o único entre os seres que acontece sempre acompanhar a cor”²³. A definição se fundamenta no modo como figura e cor são apreendidas; tratam-se de fenômenos “co-extensivos” ou “mutuamente complementares” (KLEIN, 1965, p. 59). “Mas essa definição é ingênua, Sócrates”, objeta Mênon, e “se alguém dissesse que não sabe o que é a cor [...]?” (75 c)²⁴. A observação “socrática” de Mênon é no sentido de que a definição apresentada recorre a conceitos não estabelecidos anteriormente. Reconhecendo o erro de método, é dele que parte a exigência de um critério de validação para a definição, que “*deve conter apenas termos previamente esclarecidos e perfeitamente definidos*” (PLATONE, 2010a, n. 16, p. 195)²⁵.

A co-extensão, conseqüentemente, mostra-se útil na esfera da percepção, porém, quando se procura saber *o que é* (τί ἐστίν), faz-se necessário um movimento de outro tipo, capaz de promover uma ascensão da alma, um *movimento noético vertical*. Para efetuar-lo, deve-se estabelecer uma base, tanto formal, quanto metodológica, a partir da qual os participantes da discussão acordem com o significado dos termos usados na composição da definição.

2.3. Da escala platônica à euclidiana

Partindo deste princípio, Sócrates pergunta se “há algo a que dás o nome ‚término“ [τελευτήν καλεῖς τι], querendo “dizer <com isso> algo tal como *limite* [πέρας] e *extremidade* [ἔρχατον]” (75 e, grifo nosso). O sentido dos termos em destaque é puramente coloquial, mas reunidos com outros específicos da geometria, como a *superfície* [ἐπίπεδον] e o *sólido* [στερεόν], se estabelece precisamente a definição, cujo exemplo matemático viria a se tornar a base do rigor dialético: “a figura é o limite do sólido”²⁶.

²³ Id., 75 b.

²⁴ Do ponto de vista dramático e pedagógico é interessante ver como Platão troca o papel de seus personagens. Desta vez, é Sócrates quem é desafiado a fornecer uma definição, enquanto a Mênon cabe a função de analisá-la e verificar se ela serve ao contexto do que é requerido. Se Mênon apresenta repetidas dificuldades em compreender o que lhe está sendo pedido, Sócrates lhe oferece uma definição por analogia, cuja negação, por parte do jovem, fará com que o problema se torne compreensível a ele.

²⁵ “Una definizione, dunque per essere valida, *deve contenere solo i termini previamente chiariti e perfettamente definiti*”, no original.

²⁶ Id., 76 a: στερεοῦ πέρασ σχῆμα εἶναι.

Considerando esse o modelo correto de definição, Platão não apenas mantém o recorrente vínculo intuitivo ao uso de figuras, como também conecta a geometria ao estudo dos sólidos, a partir de um padrão extensivo, construtivo e acumulativo que será posteriormente utilizado por Euclides. No caso das *figuras* (ou *formas* ou *superfícies*) e a *cor*, só se pode ver uma delas por meio da outra, e por isso o seu caráter de co-extensão ou reciprocidade. No caso da *figura* e o *sólido*, a extensão é unilateral, e segue uma lei de composição dimensional que Platão explicitará com detalhes na organização das disciplinas matemáticas no *curriculum* da *República* (VII 521 c-531 c)²⁷. Entretanto, “nada nos autoriza a sustentar que os dois níveis fossem já considerados incidíveis e um subordinado ao outro.” (CAMBIANO, 1967, p. 134)²⁸. Um sinal disso se encontra propriamente na *República*, quando após estabelecer “a ciência do número e do cálculo” (VII 522 c, PLATÃO, 2006, p. 278), como os primeiros aprendizados capazes de arrastar a alma até o ser, e a geometria como segundo²⁹, Sócrates defende, como terceiro, o estudo dos sólidos em oposição à astronomia. “Depois das superfícies, [...] tomamos o sólido já em movimento antes de considerá-los em si mesmos. O correto é, imediatamente após a segunda dimensão, tratar da terceira, isto é, da que se refere à dimensão dos cubos e dos objetos que têm profundidade”³⁰. Os detalhes estão na queixa que acompanha a proposta de reestruturação, já que “nenhuma cidade preza esses estudos e falta energia à pesquisa, que é trabalhosa; além disso, os pesquisadores carecem de um orientador sem o qual não chegarão à descoberta”³¹.

Entre Platão e Euclides encontra-se Aristóteles, e se o primeiro incitou uma reforma na hierarquia pitagórica dos *mathemata* de sua época, o último nos fornece um retrato em que se vê já um novo estado das coisas. A *Metafísica* é a obra onde a análise ontológica de seu autor traz concepções diversas dos objetos matemáticos, campo da batalha dialética com Platão e alguns acadêmicos antigos, como Speusippus, Xenócrates e um grupo de “acadêmicos pitagorizantes”³². No livro XIV, Aristóteles critica “alguns filósofos”, para o quais “o ponto é o limite e a extremidade da linha, a linha é limite e a extremidade da superfície e a superfície é limite e extremidade do sólido”³³ (ARISTÓTELES, 2002, p. 677). O que sugere uma resposta à reivindicação de Platão ainda em seu próprio tempo.

²⁷ Ver infra Cap. III.

²⁸ “in ogni caso nulla ci autorizza a sostenere che i due livelli fossero già considerati inscindibili e uno subordinato all'altro”, no original.

²⁹ Id., VII 526 c-527 c, p. 284-285.

³⁰ Id., VII 528 a 9-b 2, p. 286.

³¹ Id., VII 528 a-d, p. 286-287.

³² Para ulteriores detalhes ver Cattanei (2005, p. 217-318).

³³ *Metafísica*, N 3, 1090 b 5-7. A partir de *limite* ou *extremidade*, Euclides definirá *fronteira* como sendo “aquilo que é extremidade de alguma coisa” (*Elem.* I, Def. 13: “ὅρος ἐστίν, ὃ τινός ἐστι πέρας”). Proclus (1992, p. 109)

É significativo para a história da matemática que o testemunho de Aristóteles delimite o tempo (século IV a.C.), o espaço (a *Academia*), os personagens e os objetos de tal contenda, fornecendo-nos um quadro sintético do estado da arte de seu período. Além disso, nesse quadro pintado a muitas mãos, as texturas utilizadas pelo Estagirita são úteis não apenas em si, mas nos permitem distinguir o esboço platônico do acabamento euclidiano, bem como a linha evolutiva que liga um ao outro.

2.4. A lição de geometria

Para o historiador e filósofo da matemática Imre Toth, “mais do que em sua expressão figurativa, é naquela *musical* que a estrutura matemática do experimento maiêutico do *Mênon* manifesta a riqueza e a extraordinária eficácia do pensamento que contém” (PLATONE, 2010a, p. 221)³⁴. Comparada à *Oferenda Musical* de Bach, a chamada “lição de geometria” oferece uma porção limitada de variações sobre um tema infinitamente reproduzível³⁵. O entusiasmo deste autor ocorre porque se interrogado com “os instrumentos específicos de uma filologia matemática” (PLATONE, 2010a, p. 232; TOTH, 1998, p. 41)³⁶ o trecho nos permite um aprofundamento da concepção de *irracional* na cultura grega antiga e do desenvolvimento da *teoria das proporções*. Considerada um *drama em três atos*, a prova da anamnese por meio de um experimento maiêutico (82 b-86 c) é definida por Toth do seguinte modo: o drama que se anuncia; a iteratividade infinita; e o final feliz da geometria.

argumenta, em seu comentário, a favor de uma distinção entre *fronteira* (ὄρος) e *limite* (πέρας) obedecendo ao critério de composição dimensional, com o segundo sendo utilizado estritamente para a delimitação de áreas, provavelmente herdado de antigas técnicas de agrimensura. Aristóteles usa os dois termos como sinônimos. Ver Heath (1908, v.1, p. 182).

³⁴ “Tuttavia, più che nella sua espressione figurativa, è in quella *musicale* che la struttura matematica dell’esperimento maieutico del *Menone* manifesta la ricchezza e la straordinaria efficacia del pensiero che racchiude”, no original.

³⁵ A citação é retirada de um ensaio integrativo à edição italiana do *Mênon*, editada por G. Reale. O ensaio é um recorte de um trabalho mais amplo e aprofundado, que se encontra em Toth (1998).

³⁶ “gli strumenti specifici di una filologia matematica”, no original. Estes instrumentos são compostos por um conjunto de obras que estudos mais recentes têm trazido ao debate e que vêm a se juntar às outras já tradicionais sobre o tema, como as que se encontram nas notas e referências de Cattanei (2003) e Toth (1998). Para Toth, “cada texto é parte orgânica constitutiva do contexto na complexidade de todos os textos: do presente, do passado, do futuro. Todos os textos falam, mas nenhum texto é um solilóquio. Os textos falam *uns com os outros*.” (1998, p. 189, grifo do autor). Sob essa ótica, é necessário procurar vias comunicação não somente entre os diálogos, mas também com fontes secundárias da matemática da época, como testemunhos e fragmentos. Essa dimensão exegética tem dupla vantagem, pois ao passo que propõe avanços na compreensão da matemática na filosofia de Platão, traz, de seus textos, elementos teóricos e epistemológicos cuja contemporaneidade auxilia na reconstrução desses saberes em fase de ajuste.

2.4.1. Primeiro Momento (82 b-e): o estabelecimento dos dados do problema

SO. Dize-me aí, menino: reconheces [γινώσκεις] que uma superfície quadrada é desse tipo?

ESC. Reconheço.

SO. A superfície quadrada então é <uma superfície> que tem iguais todas estas linhas, que são quatro?

ESC. Perfeitamente.

SO. E também não é <uma superfície> que tem iguais estas <linhas> aqui, que atravessam pelo meio?

ESC. Sim.

SO. E não é verdade que pode haver uma superfície desse tipo tanto maior quanto menor?

ESC. Perfeitamente. (82 b-c).

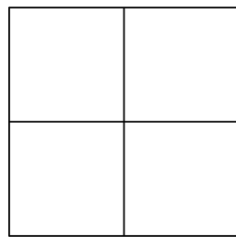
Tendo em vista que a único pré-requisito é que o escravo fale grego (82 b 4), o uso do verbo γινώσκω na primeira pergunta parece ter dupla função. Ao mesmo tempo em que Sócrates questiona se o escravo *reconhece* o quadrado de sua vida pregressa, isto é, na imortalidade de sua alma, o termo indica também a imputação de um *nome* a uma *imagem*, que muito provavelmente era desenhada enquanto se desenvolvia a conversa. O seu sentido não se refere a um conhecimento prévio do quadrado pelo escravo em sua vida presente, e sim se ele se recorda e admite que aquilo que lhe é mostrado seja denominado quadrado. Note-se que após o seu consentimento segue-se a *definição*, e depois desta o *conhecimento*, quando indica na sua última resposta afirmativa a posse das propriedades universais do quadrado pela possibilidade de conceber exemplares maiores ou menores sem perder as suas características.

Na *definição*, a figura descrita por Sócrates certamente se identifica com o quadrado euclidiano por tratar-se de uma superfície com quatro ângulos iguais e também com todas as quatro linhas iguais³⁷, determinando assim a sua retangularidade. Mas na pergunta seguinte, qual a necessidade das linhas iguais que atravessam a figura pelo meio? Trata-se de uma informação essencial à definição ou ela é um acessório? Pode-se pensar que a sua inserção tem como propósito facilitar os cálculos a partir de um quadrado unitário, o que adquire sentido quando Sócrates certifica com o escravo o processo de cálculo de áreas pela multiplicação dos lados da figura em 82 c 6-d 4. Estratégia semelhante de divisão da figura pelas linhas iguais que lhe atravessam pelo meio será implicitamente empregada somente a partir de 83 b quando Sócrates constata que o quadrado com lados duplicados contém quatro dos quadrados iniciais – os de lado medindo dois pés. De onde sugerimos que a informação das linhas iguais que atravessam a figura pelo meio, inserida na definição do quadrado pré-

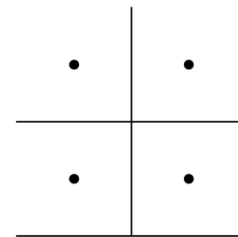
³⁷ Id., 82 c 1-2: τετράγωνον χωρίον ... ἴσας ἔχον τὰς γραμμὰς ταύτας πάσας, τέτταρας οὔσας.

euclidiano de Platão poderia ser um vestígio de uma definição pitagórica de *números figurados*. Esta suposição é estimulada pelo influxo de contribuições pitagóricas à lição de geometria, dado que o problema envolve o cálculo da diagonal de um triângulo retângulo como suporte para as doutrinas da recordação e transmigração das almas.

Considera-se, portanto, a representação dos números pelo agrupamento de pontos em figuras geométricas, como mencionado por Aristóteles (2002, p. 689)³⁸, de modo que o quatro é o primeiro *número quadrado* obtido a partir da adição de três pontos à unidade – o primeiro *gnomon ímpar*³⁹.



Quadrado definido por Sócrates



Representação do quatro como número figurado

A identificação do quadrado com o número quatro como o produto do primeiro número multiplicado por si mesmo aparece na classificação dos números feita por Teeteto e pelo jovem Sócrates no diálogo homônimo (PLATÃO, 2010, p. 196-197)⁴⁰. “O «número geométrico» é citado mais vezes por Platão também em relação a questões éticas e políticas” (ZELLINI, 1999, p. 39)⁴¹, como na *República* (VIII 545 e-547 c, IX 587 d). Em outros lugares do *Corpus* encontra-se o uso de uma linguagem geométrica para indicar características algébricas dos números⁴².

Pesa em nosso prejuízo a falta de indícios mais sólidos que determinam a extensão e influência da doutrina pitagórica dos números sobre o pensamento de Platão, uma vez que este reformula o pensamento de seus predecessores com incrementos obtidos por meio de seus próprios esforços. Não podemos, porém, negligenciar a “coloração pitagórica em muitas passagens do *Mênon*, do *Fédon*, e da *República*” (KAHN, 2007, p. 79) como sendo resultado de fortuitas coincidências.

³⁸ *Metafísica*, N 5, 1092 b 11-12.

³⁹ Cf. Heath (1921, p. 77-79; 1998, p. 101-102) e também Zellini (1999, p. 26-40).

⁴⁰ *Teeteto*, 147 c 7-148 b 4.

⁴¹ “Il «numero geometrico» è citato più volte da Platone anche in relazione a questioni etiche e politiche”, no original.

⁴² Ver nota 4 acima e também o Cap. 3, sobre a *República*.

Sócrates verifica com o escravo a área da figura a partir do comprimento de seus lados. Nessa parte, predomina o uso de uma terminologia numérica, como πόσον (82 c 6, d 6), que traduzido como *quanto* ou *qual quantidade*, serve para indicar o resultado de uma operação, λογίζεσθαι (82 d 4) – *calcular*. Diante da confirmação do escravo da possibilidade de existência de um quadrado com o dobro da área do quadrado dado – este com lados medindo 2 pés de comprimento, e, portanto, com área de 4 pés quadrados – Sócrates repentinamente recorre a um termo que designa uma propriedade quantitativa mas não necessariamente numérica para se referir ao lado deste quadrado: πηλίκη (82 d 8)⁴³ – *tamanho*. E assim, com a introdução de um novo *logos* se encerra o *primeiro ato*. Sua definição encontra-se no livro V dos *Elementos* de Euclides: “Uma razão é a relação de certo tipo concernente ao tamanho de duas magnitudes de mesmo gênero” (EUCLIDES, 2009, p. 205)⁴⁴, que é considerada uma herança de Eudoxo. Para Toth,

O silêncio absoluto da palavra «número» é um discurso eloquente e claro. A sua mensagem proclama a *negação* da definição pitagórica de *logos* e o nascimento de um *Logos*, portanto de uma linguagem inteiramente nova e diversa da língua clássica dos pitagóricos, a qual, sucumbindo ao irracional, se torna língua morta. (TOTH, 1998, p. 16)⁴⁵

O que não significa um abandono ou um rompimento com a concepção pitagórica que tinha na relação entre dois números uma forte componente gnosiológica, mas a complementa e supera.

2.4.2. Segundo Momento (82 e-84 a): os irracionais

Sócrates conduz o escravo na busca do lado do quadrado duplo e, paulatinamente, exaure as possibilidades de solução numérica. Sócrates propõe então a via geométrica: “se não queres calcular, mostra ao menos a partir de qual [i.e. de qual linha se constrói o lado desejado]”. “Mas, por Zeus, Sócrates, eu não sei!” (84 a 1-2), perante a impossibilidade de

⁴³ Segundo o *Lexicon: I Plato* de Radice (2003, versão digital sem paginação), as variações do termo aparecem três vezes em Platão, e sempre no *Ménon*. Além da supracitada, as outras ocorrências são πηλίκην (83 e 1) e πηλίκον (85 a 4). Em Cattanei (2007) encontra-se uma análise dos usos do termo em Aristóteles.

⁴⁴ Def. 3: Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἢ κατὰ τηλικότητά ποια σχέσις.

⁴⁵ “Il silenzio assoluto della parola «numero» è un discorso eloquente e chiaro. Il suo messaggio proclama la *negazione* della definizione pitagorica di *logos* e la nascita di un *Logos*, dunque di un linguaggio del tutto nuovo e diverso dalla lingua classica dei Pitagorici, la quale, soccombendo all’irrazionale, e divenuta lingua morta”, no original.

resposta, o jovem escravo é capaz apenas de exprimir o entorpecimento que a aporia causa em sua alma, concluindo o *segundo ato*.

O torpor que toma conta do escravo e confere dramaticidade à sua afirmação representa, na concepção de Toth (1998, p. 21-22), uma ambiguidade. Do ponto de vista subjetivo, o escravo expressa a impossibilidade de resolver um problema geométrico que lhe fora proposto, mas que seria capaz de compreender a resposta a partir de seu repertório de conhecimentos. Do ponto de vista objetivo, falta-lhe o aparato técnico necessário à compreensão do problema, faltam-lhe conhecimentos relativos a um objeto privado de razão, de um nome próprio, e por isso *inefável, irracional* – ἄρρητον, ἄλογον.

Estes termos tomados do vocabulário vernacular estavam inicialmente relacionados à reações emotivas, como alterações de estado de espírito, consternação, loucura, demência⁴⁶, e, ao mesmo tempo primitivas, diante de situações incompreensíveis, como exaltação, euforia⁴⁷. Foram incorporados ao léxico geométrico para designar justamente uma perturbação em meio à ordem das relações numéricas sobre as quais os pitagóricos interpretavam a natureza, e posteriormente consolidados pela teoria das proporções presente no livro V dos *Elementos* de Euclides. Cronologicamente, porém, há uma referência anterior no terceiro capítulo do livro VIII dos *Tópicos* (158 b 29-35) de Aristóteles (1973, p. 145-146) em que ele trata da “mesma razão” ou “proporção”. O procedimento denominado ἀντανάίρεσις⁴⁸ ou ἀνθυφάίρεσις⁴⁹ é explicado em um comentário a essa obra atribuído a Alexandre de Afrodísias⁵⁰. Conhecido na literatura matemática moderna como *algoritmo euclidiano*⁵¹, o procedimento é encontrado também sob a denominação de *método da subtração repetida e recíproca*, preferida em virtude do duplo anacronismo que aquela expressão carrega. “Trata-se de um fundamento da teoria da medida das grandezas e da teoria dos números, e também de uma técnica indispensável para entender os diversos conceitos de número e as suas relações com as grandezas contínuas” (ZELLINI, 1999, p. 171)⁵².

⁴⁶ Id., p. 10. Ver em Platão: *Teeteto*, 199 a 3, 203 d 6; *Parmênides*, 131 d 2, 144 b 3.

⁴⁷ Id., p. 10. Ver em Platão: *Teeteto*, 201 d 1, 202 b 6, 203 a 4, b 6, 203 a 4, b 6, 205 c 9, e 3; *Hippias Maior*, 303 b-c. Uma listagem destes termos em Platão, Aristóteles e nos filósofos pré-socráticos se encontra no *Apêndice 5.4* da obra de Fowler (1987, p. 191-193).

⁴⁸ Id., p. 40 Forma conservada por Aristóteles também na *Metafísica*, 1040 a 22.

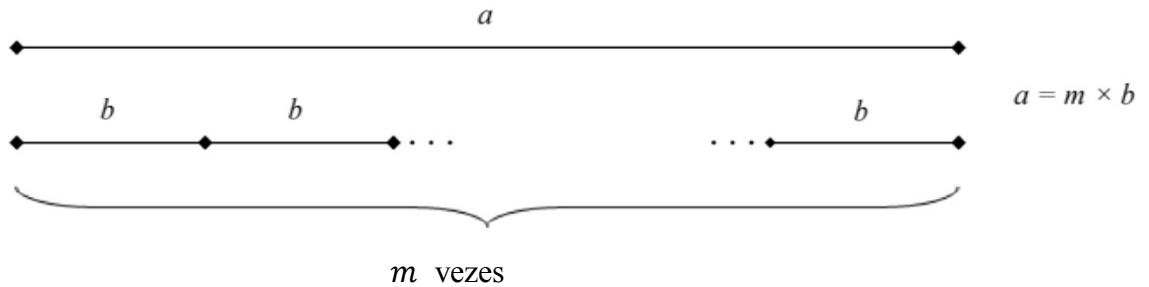
⁴⁹ Id., p. 40. Forma preservada por Euclides nos *Elementos*, VII, X.

⁵⁰ M. WALLIES (ed.), *Alexandri Aphrodisiensis In Aristotelis Topicorum libros octo commentaria*, 2 voll., Berlino 1891, I, p. 545, spec. ll. 15-19, apud CATTANELI, 2003, p. 501.

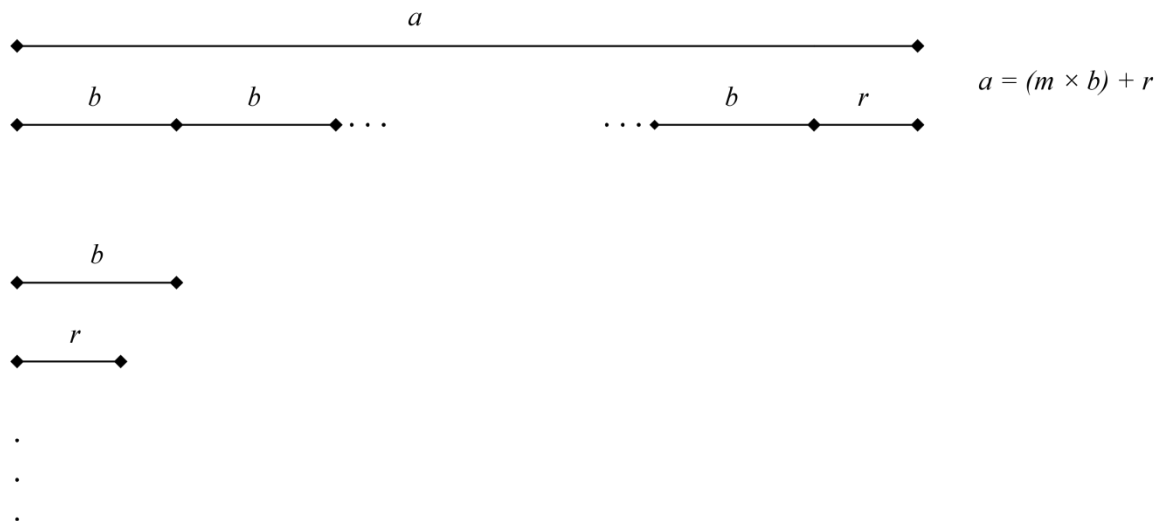
⁵¹ Cf., *Elementos*, VII, 1, 2 e 3.

⁵² “Si tratta di un caposaldo della teoria della misura delle grandezze e della teoria dei numeri, nonché di una tecnica indispensabile per capire i diversi concetti di numero e le loro relazione con le grandezze continue”, no original.

Sejam duas grandezas do mesmo gênero a e b , que iremos representar aqui como segmentos, e seja $a > b$. O método consiste em subtrair, repetidamente, o menor b do maior a quantas vezes for possível. Se b couber um número m de vezes em a , dizemos então que b é a unidade de medida comum entre a e b , como na ilustração abaixo.



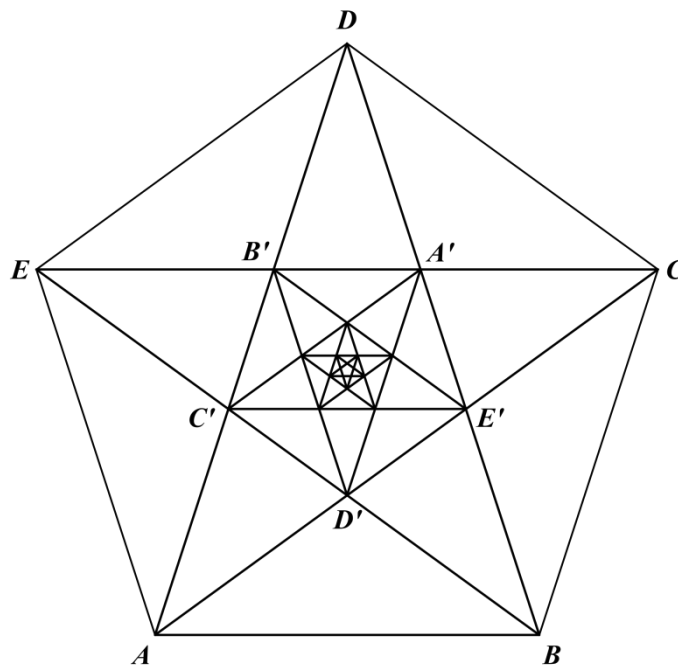
Caso contrário, o segmento que ficar em falta, o *resto* r , é menor do que b . Logo, repete-se o procedimento, agora com os segmentos b e r , e assim sucessivamente. Quer dizer que ou o processo termina quando encontra uma unidade de medida que serve retroativamente para todos os segmentos anteriores – pois cada um deles é dividido por um menor –, ou segue indefinidamente.



Alternativamente à tese de que a incomensurabilidade foi descoberta na relação entre a diagonal com os lados do triângulo retângulo, há outra vertente que atribui o acontecimento pela verificação da *antanairesis* entre o lado e a diagonal de um pentágono regular⁵³. Unindo-

⁵³ K. von Fritz, *The Discovery of Incommensurability by Hippasus of Metapontum*, in “Annals of Mathematics”, XLVI, 1945, p. 242-264, apud Zellini (1999, p. 175).

se os seus vértices com segmentos, irá formar-se em seu interior um pentagrama, no qual se verifica outro pentágono regular inscrito. Cada um dos vértices do pentágono menor determina uma divisão das diagonais do pentágono maior em *extrema e média razão*⁵⁴, repetindo-se infinitamente em cada novo pentágono inscrito sobre as diagonais de um pentágono anterior, ao modo das modernas figuras da geometria, os chamados *fractais*. Esta razão define um número irracional, que posteriormente se perpetuou na matemática como *razão áurea*, “mais ou menos pela época em que Kepler escrevia liricamente” (BOYER, 1996, p. 37), conhecido também como *número áureo*, *divina proporção*, ou ainda *número de ouro*⁵⁵.



Observando-se os muitos pares de triângulos congruentes na figura acima, pode-se verificar, por exemplo, que $AB = AE'$, e que tanto o ponto E' quanto o D' dividem a diagonal AC em *extrema e média razão*, $AE'/E'C$ e $CD'/D'A$, respectivamente. Novamente, tem-se que $CE' = E'B'$, a diagonal do pentágono inscrito, iniciando um novo ciclo de divisões do lado pela diagonal em que se mantém a relação, produzindo um novo pentágono em seu interior, e assim por diante.

⁵⁴ Cf. *Elem.* VI, Def. 3: “Uma reta é dita estar cortada em extrema e média razão, quando como a toda esteja para o maior segmento, assim o maior para o menor” (EUCLIDES, 2009, p. 231).

⁵⁵ Representado pela letra grega ϕ (Φ), o número equivale a $(1 + \sqrt{5})/2 \approx 1,618...$. Para maiores informações sobre as suas inúmeras ocorrências na natureza e no campo das artes, indicamos a leitura de Livio (2009) e Bertato (2010).

Uma figura similar pode ser obtida pela *antanairesis* ou *antiphairesis* entre a diagonal e o lado do quadrado no *Mênon*. A diagonal, que se descobre ser o lado do quadrado procurado, gera uma nova figura, e a diagonal deste quadrado de área dupla gera outra, e assim sucessivamente⁵⁶.

2.4.3. Terceiro Momento (84 d-85 b): Hipócrates de Quios e a geometria no fim do século V

O lado do quadrado duplo procurado por Sócrates e o escravo é a diagonal do quadrado original, e essa constatação é feita sem qualquer referência à noção de irracional, mas de modo intuitivo, recorrendo-se à figura. O estratagema didático de Sócrates escamoteia o fato de poder-se reduzir o problema à introdução de uma média proporcional (a diagonal) entre o lado do quadrado original e o seu dobro (resultado do primeiro erro do escravo ao afirmar que para se obter um quadrado de área dupla bastava dobrar os lados do quadrado dado). Em termos modernos, apenas à título de explicação, se $a : x = x : b$, então $x^2 = ab$. Particularmente, se $b = 2a$, então $x^2 = 2a^2$, e portanto $x = a\sqrt{2}$. Substituindo a por 2 na equação, obtém-se o lado do quadrado de área 8 expresso por meio dos irracionais, ou *potências*.

No *Timeu*, após elogiar a proporção (*ἀναλογία*), Sócrates enuncia a relação dos extremos com o meio utilizada acima. Vejamos a passagem:

Sempre que de três números, sejam eles inteiros ou em potência, o do meio tenha um carácter tal que o primeiro está para ele como ele está para o último, e, em sentido inverso, o último está para o do meio como o do meio está para o primeiro; o do meio torna-se primeiro e último e o último o primeiro passam ambos a estar no meio, sendo deste modo obrigatório que se ajustem entre si e, tendo-se assim ajustado uns aos outros entre si, serão todos um só. (*Timeu*, 31 c-32 b)⁵⁷

Em seguida, afirma que em se tratando de uma superfície plana, basta um elemento intermediário para unir os termos, e que nos casos dos corpos sólidos, por causa da profundidade, são necessários dois.

⁵⁶ Esta é a tese de fundo de Toth (1998).

⁵⁷ Cf. Platão, 2001, p. 100. O trecho se torna claro quando exemplificado por números. Considere-se, por exemplo, a relação $2 : 4 = 4 : 8$, onde 2 é o *primeiro*, 4 o *do meio* e 8 o *último*. Deste modo, 2 está para 4 assim como este está para 8. Inversamente, 8 está para 4 como este está para 2 ao trocar-se o meio pelos extremos, isto é, $4 : 2 = 8 : 4$.

A mesma informação se encontra nos teoremas 11 e 12 do Livro VIII dos *Elementos*⁵⁸, sendo o último atribuído a Hipócrates de Quios⁵⁹, um comerciante que por causa de um revés sofrido no mar “permaneceu muito tempo em Atenas” e “se pôs a frequentar os filósofos”, tornando-se hábil em geometria (DK 42 A 2). Seus resultados, ainda que trazidos a nós por meio de fragmentos e testemunhos da tradição indireta, são bastante importantes para a história do desenvolvimento da matemática na primeira metade do século V a.C. Desses fragmentos, uma *Carta a Ptolomeu* do Pseudo-Eratóstenes diz que Hipócrates tentou duplicar o cubo inserindo duas médias proporcionais entre duas retas (DK 42 A 4)⁶⁰. Outro problema pelo qual Hipócrates se tornou célebre é a *quadratura da lúnula*⁶¹, e a conexão entre a matemática do *Mênon* e Hipócrates ocorre por meio das técnicas utilizadas por este último, tanto no problema da *quadratura*, quanto no da *duplicação do cubo*.

Um desses procedimentos é conhecido como ἀπαγωγή, definido por Proclus como “redução”, que é “a transição de um problema ou teorema a outro, se conhecido ou construído que torna evidente a proposição original” (PROCLUS, 1992, p. 167)⁶². O outro se chama διορισμός, uma “especificação” que “toma separadamente as coisas que são procuradas e torna precisamente claro o que é”⁶³. Proclus fala de *problemas e teoremas* para se referir tanto a questões gerais quanto particulares em que a *apagoge* se define como um processo indireto de resolução. Isso significa reduzir o problema original a algo conhecido, uma proposição ou um conjunto de proposições, cujo resultado seja mais simples e que possa ter como implicação o problema original⁶⁴.

Uma ilustração do procedimento se encontra na solução da quadratura da lúnula, reportada por Simplicio em uma longa passagem de seu comentário à *Física* de Aristóteles.

⁵⁸ Respectivamente: “Existe um número médio em proporção entre dois números quadrados, e o quadrado tem para o quadrado uma razão dupla da que o lado, para o lado”, e “Existem dois números médios em proporção entre dois números cubos, e o cubo tem para o cubo uma razão tripla da que o lado para o lado” (EUCLIDES, 2009, p. 310-311).

⁵⁹ Matemático operante por volta de 430 a.C., não deve ser confundido com Hipócrates do Cós, famoso médico que viveu no século V d.C.

⁶⁰ Para mais detalhes da história desse problema e dos personagens que contribuíram para o seu desenvolvimento, ver Heath (1921, p. 244-270), sobre Árquitas (p. 246-249), Eudoxo (p. 249-251), Menaechmus (p. 251-255) e a solução atribuída a Platão (p. 255-258).

⁶¹ Ver Heath (1921, p. 183-200); Boyer (1996, p. 49-50); Euclide (2008, p. 28-46); Euclides (2009, p. 38). Uma lúnula é a figura compreendida entre dois arcos de circunferência.

⁶² “Reduction is a transition from a problem or a theorem to another which, if known or constructed, will make the original proposition evident”, no original.

⁶³ Ibid., p. 159: “The specification takes separately what is given and prepares it in advance for use in the investigation”, no original.

⁶⁴ Traduzindo em termos da linguagem proposicional, tão somente com o pretexto de ilustração:

Seja A o problema original;

Tenta-se reduzir A a uma proposição ou a um conjunto de proposições B de modo a ocorrerem duas coisas:

1^a) o resultado de B é já conhecido e mais simples do que A ;

2^a) a possibilidade de se estabelecer uma relação de consequência entre B e A . Ou seja, *se B , então A* .

Em seu contexto encontra-se uma crítica do Estagirita sobre falsas demonstrações (*ψευδογραφήματα*) que ele atribui diretamente a Hipócrates, Antifonte e Brison. No caso destes dois últimos, a demonstração é *erística*, ou seja, excede os limites da geometria com argumentos falaciosos, enquanto Hipócrates propõe uma argumentação restrita à geometria e por isso aceitável, ainda que equivocada. O texto de Simplício, produzido no século VI d.C., se coloca em contraposição ao comentário à mesma obra feito por Alexandre de Afrodísias no final do século II d.C. Apesar de sua maior proximidade de tempo com relação a Aristóteles, o texto de Alexandre foi perdido, e além disso, Simplício afirma explicitamente ter recorrido *palavra por palavra* (*κατὰ λέξιν*) à *História da Geometria* de Eudemo⁶⁵. Não obstante Simplício interpole várias proposições tiradas dos *Elementos*⁶⁶, ele o faz em benefício da clareza, “dada a maneira compendiosa de Eudemo, que expõe as demonstrações em forma concisa, segundo o hábito antigo” (EUCLIDE, 2008, p. 38)⁶⁷.

Como observa Karasmanis (2011, p. 28), Giuseppe Cambiano foi o primeiro *scholar* a mostrar o significado da passagem relacionada à metodologia empregada por Hipócrates, aproximando-a à organização euclidiana que, por sua vez, segue o modelo aristotélico de ciência⁶⁸. O que é colocado em destaque com isso é que a geometria conhecida na época de Platão não corresponde exatamente a um sistema de elementos ordenados por princípios de antecedência e consequência como consolidado posteriormente por Euclides. O ganho histórico e epistemológico se dá em uma maior compreensão dos trechos dos diálogos em que Platão faz uso de argumentos matemáticos ou propriamente exemplos retirados de pesquisas feitas na Academia ou anteriores a ela.

As etapas na resolução proposta por Hipócrates são:

- 1) a enunciação do problema;
- 2) a aceitação do princípio (*ἀρχή*) para a resolução ou a redução do problema à proposição: *segmentos de círculo semelhantes estão na mesma razão que os quadrados de suas bases (A)*;

⁶⁵ Ver Heath (1998, p. 94-96).

⁶⁶ Ver Euclide (2008, p. 31-46).

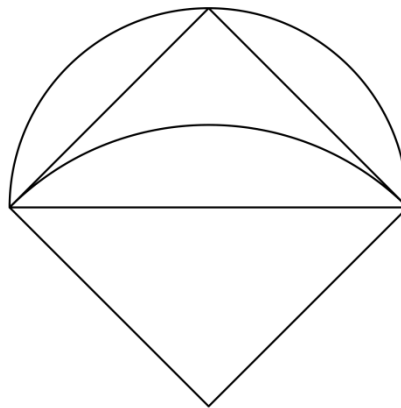
⁶⁷ O trecho inteiro, no original é: “Esporrò alla lettera [*κατὰ λέξιν*] le cose dette da Eudemo, aggiungendo certe piccole osservazioni <per> chiarezza, prese a memoria dagli *Elementi* di Euclide, data la maniera compendiosa di Eudemo, che espone le dimostrazioni in forma concisa, secondo l’abitudine antica”.

⁶⁸ Trata-se do artigo intitulado *Il método ipotético e le origini della sistemazione euclidea della geometria*, de 1967, cuja referência completa encontra-se na bibliografia.

- 3) a demonstração (ἐκδείκνυμι) da proposição anterior (A) por meio de uma nova redução, ou seja, por meio da proposição: *os círculos estão entre si como o quadrado de seus diâmetros*⁶⁹ (B);
- 4) a demonstração (δείξαι) da proposição anterior (B);
- 5) a distinção e resolução de quatro casos de quadratura da lúnula utilizando (A).

A última etapa constitui um exemplo do outro procedimento relacionado à Hipócrates mais acima, o chamado *diorismos*.

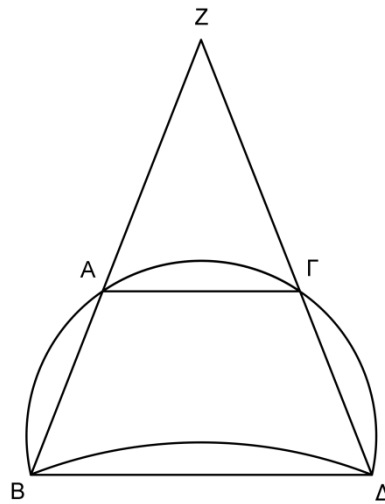
No primeiro dos quatro casos, é mostrada a possibilidade da quadratura da lúnula que tem como arco externo um semicírculo circunscrito sobre um triângulo retângulo e isósceles.



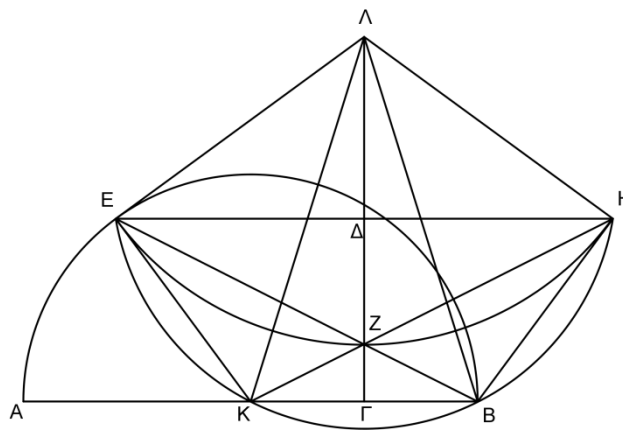
Lúnula – 1º caso

No segundo, Hipócrates assume (ὑποτίθεται) que o arco externo da lúnula seja maior do que um semicírculo, inscrevendo sob ele um trapézio com três lados iguais.

⁶⁹ Cf. *Elem.* XII, 2, em (EUCLIDES, 2009, p. 528-530). É interessante notar que este é um dos poucos momentos em que Euclides se utiliza de um *lema* na demonstração – uma proposição auxiliar ainda não demonstrada, como base. O seu significado é explicado a seguir.

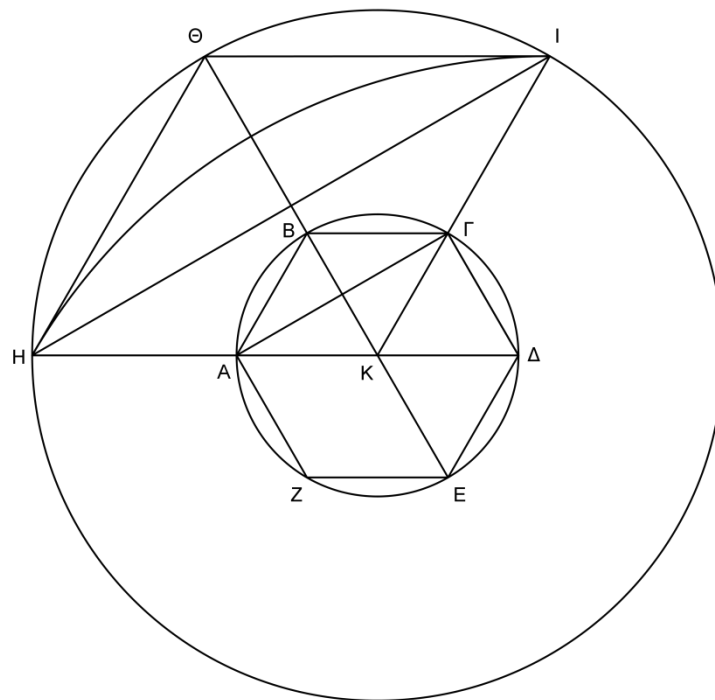
Lúnula – 2º caso⁷⁰

No terceiro, assume-se que o arco externo seja menor do que um semicírculo e, no quarto, considera-se a soma de uma lúnula com um círculo.

Lúnula – 3º caso⁷¹

⁷⁰ No trapézio $AB\Gamma\Delta$ a relação entre os lados menores e o maior, como explicado por Van Der Waerden (1961, p. 133), é: $(B\Delta)^2 = 3(AB)^2$.

⁷¹ A *neusis* EZ , cujo prolongamento passa por B , tem com o raio EK a seguinte relação: $(EZ)^2 = 3/2 (EK)^2$. Ver Van Der Waerden (1961, p. 134-135).

Lúnula – 4º caso⁷²

Chama a atenção o fato de vermos no texto uma série de proposições utilizadas sem demonstração, citadas como resultados já conhecidos e comprovados⁷³ – o que reforça a importância desse documento como fonte historiográfica, auxiliando os estudiosos na distinção das proposições que pudessem desempenhar o papel de fundamentos da matemática já no tempo de Platão.

A ordem com que Hipócrates procede, quando confrontada ao modo como Euclides organiza os seus elementos, também se mostra diversa. Euclides talvez propusesse uma exposição em ordem inversa, que dizer, 4 – 3 – 2 – 1, provando primeiro a proposição mais

⁷² A relação entre os quadrados dos raios dos círculos é: $(\Theta K)^2 = 6(BK)^2$. Id., p. 135-136.

⁷³ De modo geral, são subentendidos a teoria das proporções e os critérios de igualdade entre triângulos. As referências feitas explicitamente aos *Elementos* de Euclides no texto de Eudemo, na ordem em que aparecem, são, no primeiro caso: III, 33; III, 21; I, 47, este conhecido como “teorema de Pitágoras”, mas enunciado de maneira diversa por Hipócrates; II, 14. No segundo caso: I, 9; I, 13; I, 32. No terceiro: o *porisma* de III, 1; I, 29; III, 3; IV, 5; I, 5; III, 31. Ainda sobre este caso, é atestado pela primeira vez no *corpus* matemático grego o uso de uma *neusis* (νεύουσα), ausente nos dois maiores tratados elementares da matemática grega: os *Elementos* de Euclides e as *Cônicas* de Apolônio. Aristóteles se refere a νεύειν como um recurso técnico geométrico nos *Segundos Analíticos* (A 10, 76 b 9), mas é Pappus quem a descreve em observação ao tratado das *Neuseis* de Apolônio. A partir deste conjunto de referências, Acerbi (EUCLIDE, 2008, p. 50-51) a define da seguinte maneira: “Efetuar uma *neusis* significa portanto, dadas duas linhas, inserir entre elas um segmento de comprimento fixo de modo que o seu prolongamento passe por um ponto dado; se entende que o segmento posto entre as duas linhas deva ter os seus dois extremos respectivamente sobre uma e a outra delas. É essencial ter em mente que não há a necessidade de inserir o segmento por meio de construções já vistas e eventualmente mais elementares”. Levi (2008, p. 70-72) mostra como se poderia obter o segmento desejado substituindo o recurso mecânico por “uma álgebra não mais desenvolvida do que a que conhece o próprio Euclides”. Por fim, no quarto caso é utilizado apenas o *porisma* de IV, 15, uma vez que este caso não apresenta novidades com respeito aos anteriores.

simples. Utilizando-a em conjunto com outros resultados já demonstrados para provar cada uma das proposições posteriores, até chegar ao problema da *quadratura da lúnula*. Na versão euclidiana, a *quadratura* plausivelmente se apresentaria como uma etapa final de um processo construtivo, no qual os resultados anteriores e já estabelecidos fizessem parte da cadeia dedutiva de sua demonstração.

Apesar de este ser o estilo predominante em Euclides, pode-se encontrar em seus *Elementos* exemplos de um procedimento redutivo quando ele usa um *lema*. Proclus explica o seu significado da seguinte forma:

O termo “lema” é muitas vezes usado para designar qualquer proposição invocada com o propósito de se estabelecer uma outra, como quando afirmamos que a demonstração pode ser feita a partir de um tal-e-tal lema. Mas o significado específico de “lema” em geometria é “uma proposição que exige confirmação”. Sempre que, para uma construção ou uma demonstração, assumimos algo que não foi demonstrado, mas que necessita ser provado, em um tal caso, considerando-se que a proposição assumida, embora duvidosa, seja ela própria digna de investigação, chamamo-la um lema. Difere de um postulado e de um axioma por ser assunto de demonstração, considerando que estes são evocados para estabelecer outras proposições sem que eles próprios sejam demonstrados. (PROCLUS, 1992, p. 165)⁷⁴

No caso de Hipócrates, a proposição (A) é primordial, pois ele a toma como base, como ponto de partida ($\pi\rho\acute{\omega}\tau\omicron\nu\ \acute{\epsilon}\theta\epsilon\tau\omicron$), dando início a uma cadeia de reduções que não tem por fim um conjunto geral de axiomas ou postulados que estabeleçam, por hipótese, os fundamentos. Em seu lugar encontramos apenas as proposições especificamente necessárias à

⁷⁴ “The term “lemma” is often used to designate any proposition invoked for the purpose of establishing another, as when we assert that a proof can be made from such-and-such a lemma. But the specific meaning of “lemma” in geometry is “a proposition requiring confirmation”. Whenever for a construction or a demonstration we assume something that has not been demonstrated but needs to be proved, in such a case, considering that the assumed proposition, though doubtful, is worthy of inquiry on its own account, we call it a lemma. It differs from a postulate and an axiom in being a matter for demonstration, whereas they are invoked in their own right without demonstration to establish other propositions”, no original. São 18 ocorrências dos lemas nos *Elementos* de Euclides (uma no Livro VI; onze no Livro X; uma no Livro XI; duas no Livro XII e três no Livro XIII), o que nos faz questionar as razões por que Euclides não os separou de seus contextos originais e os colocou como proposições independentes, de acordo com sua ordem de complexidade, em meio à organização estrutural dos *Elementos*. Quanto à maior frequência de lemas no Livro X, segundo Cambiano (1967, p. 118-123), este é um dos que menos apresenta conexões, tanto entre as proposições em seu próprio interior, quanto concernente aos outros resultados sucessivos. Ainda para este autor, o Livro X pertence ao conjunto dos que tem menor sistematicidade (juntamente com os livros II, IV e IX, em contraposição aos mais sistemáticos I, V, VII, XIII), e, considerado cronologicamente mais recente, foi objeto de escassa axiomatização. Embora houvesse efetuado um aperfeiçoamento dos resultados anteriores, homogeneizando-os em um quadro emoldurado por um menor conjunto possível de princípios gerais, Euclides, enquanto matemático, deveria ter se preocupado mais com a força dos resultados do que com artifícios utilizados para obtê-los, preservando em sua obra traços de diferentes estratégias herdadas de seus predecessores, mesmo após a rigorosa organização a que os submeteu, como é o caso das demonstrações por absurdo, além dos próprios lemas.

resolução do problema principal, e o processo de redução termina quando encontra uma proposição já provada. Seria possível argumentar que o texto de Euclides segue o mesmo princípio de economia de pensamento, uma vez que apenas fazem parte dos teoremas as proposições anteriores que lhe fornecem suporte na demonstração, e não todos os princípios da geometria. No entanto, na exposição euclidiana esses elementos vêm subentendidos, uma vez que seus resultados foram provados anteriormente, enquanto na descrição do método empregado por Hipócrates, o problema principal depende das demonstrações das proposições que lhe servem de apoio, e que ocorrem na sequência da sua própria demonstração. A exposição *in medias res* de Hipócrates, em contraposição à apresentação *ab initio* euclidiana, pressupõe uma axiomatização da geometria e se sustenta também no modo de se escrever a matemática. O tratado de Euclides é um manual de matemática, em que prevalece um modelo *sintético*, ao passo que a descrição feita por Simplicio do texto de Eudemo é uma narrativa do fazer matemático, e por isso *analítica*.

Igualmente, o trecho da demonstração da quadratura da lúnula retirado da *História* de Eudemo por Simplicio diferencia-se do extrato do mesmo texto utilizado por Proclus, que, por seu turno, limita-se a listar uma descendência geométrica e os problemas envolvidos. Sobre Hipócrates, Proclus diz que ele “também compôs *Elementos*, o primeiro dos que são mencionados” (EUCLIDES, 2009, p. 38). O que somado às informações obtidas do comentário de Simplicio nos permite não só esboçar qual poderia ter sido o teor de seu conteúdo, mas compreender a dinâmica dos procedimentos dos antigos geômetras, cuja conexão entre os problemas e as proposições, por meio de reduções, se diferenciava do rigor dedutivo de Euclides. Neste capítulo da história da matemática pré-euclidiana destaca-se uma ênfase na resolução de novos problemas, aceitando-se ainda o uso de recursos mecânicos, desvinculados de qualquer teoria, em detrimento de uma sistematização, uma axiomatização dos antigos resultados.

Proclus afirma também, mas indiretamente, “que o primeiro a efetuar a redução de difíceis construções foi Hipócrates de Quios” (PROCLUS, 1992, p. 167)⁷⁵. O que necessariamente não significa que ele tenha criado o método, mas que talvez tenha-o recebido da tradição dos geômetras no tratamento de problemas mais simples, tendo se esforçado por empregá-lo em “difíceis construções”, como é o caso da quadratura da lúnula. Com base nisso, pode-se esboçar como Hipócrates poderia ter tentado utilizar o método redutivo na duplicação do cubo, inserindo duas médias proporcionais entre duas retas.

⁷⁵ “the first to effect reduction of difficult constructions was Hippocrates of Chios”, no original.

Parece-nos, então, que, além da proximidade geográfica e temporal entre Hipócrates e Platão, está a importância dos resultados desenvolvidos pelo primeiro, que nos revelam características de uma geometria heurística, e do apreço do segundo justamente por tais peculiaridades do pensamento matemático. A partir desse liame se desenvolve a crença de que a solução platônica de duplicação do quadrado segue um procedimento semelhante ao utilizado por Hipócrates.

2.5. O método hipotético dos geômetras

À necessidade de definição, Sócrates associa um método:

Ora, Mênon, se eu comandasse não somente a mim mas também a ti, não examinaríamos antecipadamente se a virtude é coisa que se ensina ou que não se ensina, antes de primeiro ter procurado o que ela é em si mesma. [...] Parece então que é preciso examinar que tipo de coisa é aquilo que não sabemos ainda o que é. Se mais não <fizeres>, então, [...] consente que *se examine a partir de uma hipótese* se ela é coisa que se ensina ou se <é> como quer que seja. Por “uma hipótese” [ἐξ ὑποθέσεως] quero dizer a maneira como os geômetras freqüentemente conduzem suas investigações. (86 d 3-e 5, grifo nosso)

Diante da impossibilidade de uma definição da virtude, Sócrates considera equivalente a ela um procedimento empregado pelos geômetras, em que, considerando certas hipóteses como verdadeiras, explora-se as suas possíveis consequências, verificando a veracidade ou falsidade destas, dependendo da concordância que elas têm com as hipóteses. Pelo termo *hipótese* entende-se “aquilo que os participantes de um debate (retórico) concordam em aceitar por *base e ponto de partida* da argumentação de cada um” (EUCLIDES, 2009, p. 87, grifo do autor). O exemplo geométrico fornecido por Sócrates, e de cujo método ele pretendia se apropriar, tem causado dificuldade aos intérpretes por se tratar de um problema concreto não identificável nos antigos tratados e fragmentos⁷⁶. Entretanto, espera-se poder extrair dele um sentido em que a hipótese é empregada. Vejamos:

Quando alguém lhes pergunta, por exemplo sobre uma superfície, se é possível *esta superfície aqui* ser inscrita *como triângulo* neste círculo aqui, um geômetra diria: “Ainda não sei se isso é assim, mas creio ter para essa questão como que uma hipótese útil, qual seja: se *esta superfície* for tal que, *aplicando-a* alguém sobre uma dada *linha* do círculo, ela *fique em falta* de uma superfície *tal* como for aquela que foi aplicada, parece-me resultar uma

⁷⁶ Um elenco de interpretações ao problema é aduzido por Heath (1921, p. 298-303).

certa conseqüência, e, por outro lado, outra conseqüência, se é impossível que a superfície seja passível disso. Fazendo então uma hipótese, estou disposto a dizer-te o que resulta a propósito de sua inscrição no círculo: se é impossível ou não. (86 e-87 b, grifo da tradutora)

Independentemente de sua configuração geométrica, o problema trata da inscrição de uma determinada superfície como um triângulo em um círculo. Uma geometria pitagórica que abrangia a substância dos livros I e II dos *Elementos* de Euclides, e partes dos livros IV e VI, era já bem conhecida na época de Hipócrates (HEATH, 1921, p. 201-202). “Mas não há evidência de que os Pitagóricos prestaram muita atenção à geometria do círculo como a encontramos, isto é, no livro III de Euclides”⁷⁷. Contudo, como vimos, a demonstração da quadratura da lúnula de Hipócrates depende de diversas proposições do livro III, e, sem adentrar no arenoso terreno da atribuição direta desses resultados à Hipócrates⁷⁸, o que nos parece fora de discussão é que as práticas de inscrição e circunscrição de figuras representavam o que havia de mais recente na pesquisa geométrica do final do século V. Do que resulta que, muito embora o problema geométrico do *Mênon* não possa ser precisamente identificado, ele se insere em um contexto de pesquisa em desenvolvimento, com resultados ainda recentes para a época⁷⁹. A introdução do exemplo no diálogo parece se justificar, em partes, não apenas pela referência a um objeto que fosse de interesse do momento, colocando os interlocutores em sintonia, mas também pelo método que apresenta e que Platão pretende adaptar à filosofia.

O procedimento hipotético de que Sócrates se faz valer é essencialmente análogo ao hipocrático no sentido em que supõe como princípio a possibilidade de resolução do problema, desde que reduzido e sob determinadas condições. É isso que no fundo é a maneira como os geômetras frequentemente conduzem suas investigações; a assunção de uma proposição como base para um processo investigativo. Enquanto ponto de partida para a argumentação matemática, uma hipótese não é, ela própria, demonstrada, em vez disso, a sua aceitação se dá em vista dos resultados que dela se obtém. No caso de um processo reutivo, a resposta encontrada dá as razões do uso das hipóteses.

⁷⁷ Ibid. “But there is no evidence the Pythagoreans paid much attention to the geometry of the circle as we find it, e. g., in Eucl., Book III”, no original.

⁷⁸ É problemático que, segundo Eudemo, Hipócrates teria provado o teorema 2 do livro XII dos *Elementos*, sendo que a prova euclidiana faz recurso ao *método da exaustão*, tendo sido este criado por Eudoxo, e que, por sua vez, depende do chamado *axioma de Arquimedes*.

⁷⁹ Considerando-se como resultados antigos e consolidados as proposições sobre as quais a prova de Hipócrates se baseia, entre outros da aritmética.

A semelhança entre o que se segue no *Mênon* e a resolução da quadratura da lúnula de Hipócrates é um modelo de solução indireta, por meio de um método hipotético-redutivo. Mais claramente, temos:

- 1) a enunciação do problema ou “o que é a virtude?”;
- 2) diante da impossibilidade de se saber o que ela é, Sócrates e Mênon consentem que se examine, a partir de uma hipótese, se ela é coisa que se ensina ou se é como quer que seja;
- 3) redução do problema anterior à questão: “se é uma ciência, a virtude, é evidente que pode ser ensinada”⁸⁰;
- 4) nova redução, a virtude será uma ciência se for um bem, pois “não há nenhum bem que a ciência não englobe [περιέχει]”⁸¹;
- 5) distinção dos casos em que se segue a pesquisa.

Visto assim, *hipótese*, *apagoge* e *diorismos* imbricam-se umas nas outras simultaneamente, contanto que a primeira institua a possibilidade de exame do problema, a segunda o reduza a algo mais simples e já estabelecido, relacionando-se estreitamente com a terceira, pois esta compreende uma restrição, uma especificação para a resolução.

Alguma diferença se faz sentir com relação ao que é considerado um *diorismos* na matemática e aquilo que se encontra nas páginas do *Mênon*, tanto no que respeita à descrição do método hipotético praticado pelos geômetras em 87 a, quanto ao procedimento efetivado por Sócrates a partir de 87 b (passo 5 acima) até o fim do diálogo. Sobre o primeiro caso, para Heath (1921, p. 303), é evidente que o critério procurado por Sócrates no problema geométrico é um verdadeiro διορισμός, ou seja, a determinação de condições em que o problema possa ser resolvido. Entretanto, Heath sustenta que efetuar um verdadeiro διορισμός não é equivalente a dizer que o problema é passível de solução para um círculo de um determinado tamanho e impossível para círculos maiores ou menores. Karasmanis (2011, p. 40-41) vai ainda mais longe, afirmando que nem mesmo no segundo caso um *diorismos* é realizado, porquanto não se trata de uma proposição intermediária que aparece em meio a uma cadeia dedutiva. Diferentemente, um *diorismos* se refere a condições de solubilidade finais de um problema, não constituindo novos problemas que requerem soluções inteiras para si.

⁸⁰ Cf., Platão, *Mênon*., 87 c 5-6.

⁸¹ Id., 87 d 6-7. O uso do termo grego específico parece deixar claro um procedimento do tipo redutivo na investigação.

A *apagoge* tem um estreito nexos com os chamados *métodos da análise e síntese*, pois enquanto método de resolução indireta, ela é considerada precursora da *análise*. Ambas têm como ponto de partida a admissão do problema resolvido ou do teorema demonstrado, e uma vez mais o nome de Platão encontra-se associado a esse desenvolvimento.

2.6. Platão e os métodos da análise e da síntese

Proclus é quem relaciona o nome de Platão ao *método da análise*:

Existem, no entanto, certos métodos que têm sido transmitidos, o melhor sendo o método de análise, que leva o resultado desejado de volta a um princípio conhecido. É dito que Platão ensinou este método a Leodamas⁸², o qual também é relatado ter feito muitas descobertas em geometria por esse meio. Um segundo é o método da *diaeresis*, que divide em suas partes naturais o gênero proposto para exame e que fornece um ponto de partida para a demonstração pela eliminação das partes irrelevantes para o estabelecimento do que é proposto. Platão também exaltou este método como um auxílio a todas as ciências. (PROCLUS, 1992, p. 165-166)⁸³

O que se tem então é que Platão haveria ensinado o método e não o criado, pelo menos no que tange à geometria. Além disso, falta-nos uma descrição dele em Platão, já que o termo *ἀνάλυσις* é ausente em todo o seu *Corpus*. De posse desse método, Leodamas fez, *também*, muitas descobertas em geometria, e a razão de Proclus tê-las mencionado, ainda que sem explicitá-las, em detrimento de possíveis outras descobertas é um mistério. Quanto à *diaeresis*, sua imposição ocorre pela disposição de condições favoráveis à obtenção do conhecimento. O estreito nexos entre os dois métodos mostra a dinâmica do desenvolvimento da matemática no tempo de Platão, concorrendo para isso uma passagem relacionada à *História* de Eudemo. Diz Proclus:

E Neóclides, mais jovem do que Leodamas, e o discípulo desse, Léon, os quais resolveram muitas coisas em adição às dos antes deles, de modo a Léon compor também os *Elementos* de maneira mais cuidada tanto pela quantidade quanto pela utilidade das coisas demonstradas, e descobrir

⁸² Referência a Diógenes Laércio, que em suas *Vidas e doutrinas dos filósofos ilustres* (III 24) afirma: “e foi também [Platão] o primeiro a ensinar Leodamas de Tasos o método da investigação por meio da análise” (2008, p. 90-91).

⁸³ “Nevertheless there are certain methods that have been handed down, the best being the method of analysis, which traces the desired result back to an acknowledge principle. Plato, it is Said, taught this method to Leodamas, who also is reported to have many discoveries in geometry by means of it. A second is the method of *diaeresis*, which divides into its natural parts the genus proposed for examination and which affords a starting-point for demonstration by eliminating the parts irrelevant for the establishment of what is proposed. This method also Plato praised as an aid in all the sciences”, no original.

distinções, quando o problema procurado é possível e quando é impossível. (EUCLIDES, 2009, p. 38)

Dos trechos arrolados deduz-se que os métodos da *análise* e da *divisão* eram bem conhecidos no âmbito da Academia, palco onde *Elementos* eram compilados e substituídos conforme um contínuo aperfeiçoamento dos antigos resultados e o acréscimo de novos. Intrinsecamente, isso se deve a um refinamento dos componentes da própria atividade de se fazer matemática, entre os quais destacamos os aspectos retórico, lógico-epistemológico e também heurístico⁸⁴. Componentes com os quais Platão pretendia tornar científica sua filosofia em oposição à sofística, e que, ao mesmo tempo, contribuiu fazendo com que filósofos e matemáticos vivessem “com outros na Academia, fazendo as pesquisas em comum” (EUCLIDES, 2009, p. 39). Segundo Kurt von Fritz,

No entanto, isto não exclui que Platão aqui, como em outros casos, tenha chamado a atenção para a especial importância e fecundidade de um método e estimulado a extensão de sua aplicação. Ele também pode ter contribuído para que um método até então aplicado mais ou menos na prática tenha sido investigado cuidadosamente quanto a seus fundamentos teóricos, sua extensão e seus limites.⁸⁵

Influenciado pelos procedimentos utilizados pelos matemáticos, Platão os teria aplicado à filosofia, impulsionando-os para além daquilo em que eram exigidos quando restritos ao seu domínio original. Em última instância, o método analítico aplicado à filosofia não se realiza ao chegar a um resultado provado e conhecido, mesmo porque uma tal situação parece ser improvável nessa matéria. Em seu lugar, a análise filosófica indaga opiniões, juízos limitados e fragmentários, e tem por finalidade estabelecer os princípios primeiros em que se apóiam as implicações. Afinal, qual o limite de reduções exequíveis envolvendo a linguagem cotidiana, os conceitos e as definições sem que se perca a consistência, a coerência, a compreensão?

A explicação da *análise* cronologicamente mais próxima de Platão se encontra na obra de Aristóteles, um dos casos é quando ele trata da *deliberação* (βουλευόμενος) em uma passagem da *Ética a Nicômaco* (III 3, 1112b 12-24). “Não deliberamos acerca de fins, mas a respeito de meios”, afirma ele. Os médicos, por exemplo,

⁸⁴ Cf. SILVA (p. 56-64) para um panorama do desempenho destas componentes na matemática.

⁸⁵ Cf. *Oinopides*, in: *Pauly's Realencyclopädie der Classischen Altertumswissenschaft*, G. Wissowa, ed. (51 volumes; 1894–1980) volume 17 (1937) columns 2258-2272 apud HÖSLE, 2008, p. 239.

dão a finalidade por estabelecida e consideram a maneira e os meios de alcançá-la; e, se parece poder ser alcançada por vários meios, procuram o mais fácil e o mais eficaz; e se por um só, examinam como será alcançada por ele, e por que outro meio alcançar esse primeiro, até chegar ao primeiro princípio, que na ordem de descobrimento é o último.

Com efeito, a pessoa que delibera parece investigar e analisar da maneira que descrevemos, como se analisasse uma construção geométrica⁸⁶ (nem toda investigação é deliberação: vejam-se, por exemplo, as investigações matemáticas; mas toda deliberação é investigação); e o que vem em último lugar na ordem da análise parece ser primeiro na ordem da geração. (ARISTÓTELES, 1973, p. 286)

A associação do gênero de pesquisa descrito pelo Estagirita com o método ensinado por Platão esbarra na dificuldade em precisar o que ele chama de “mais fácil e mais eficaz”⁸⁷. Mesmo reputando que tomar uma “finalidade por estabelecida” e procurar os meios de chegar a ela expresse verossimilmente um processo redutivo ou retroativo, não há qualquer indício que nos autorize a interpretar Aristóteles como aludindo explicitamente a um princípio de economia de pensamento que considera a menor quantidade de passos intermediários necessários para se estabelecer o vínculo entre o princípio e o fim. O exemplo geométrico aduzido certamente não é fortuito, representando para Aristóteles o modelo de ciência que estabelece conexões de modo mais fácil, eficaz e por uma via única, contudo, falta a especificação da passagem.

A principal referência ao *método da análise* encontra-se no prefácio do livro VII da *Coleção Matemática* de Pappus, onde o chamado “Tesouro da Análise” (ἀναλυόμενος τόπος) aparece como “uma matéria particular para os que querem, depois da produção dos elementos comuns, tomar a si a faculdade inventiva”. No mesmo texto o *método da síntese* é apresentado como complemento ao da *análise*, e se este representa uma forma de atividade heurística, aquela pertence à ordem da exposição. Diz Pappus:

A análise, com efeito, é o caminho a partir do que é procurado, como aceito, através das sucessivas conseqüências, até algo aceito pela síntese. Pois na análise, tendo (nós) estabelecido a coisa procurada como acontecida, consideramos isso que dela resulta, e, de novo, o precedente daquela, até que, assim voltando sobre nossos passos, chegemos a alguma das coisas já conhecidas ou que tem a ordem de princípios; e essa abordagem chamamos análise, como solução em sentido contrário. Enquanto que, na síntese, ao contrário, supondo o que foi deixado, por último, na análise, já acontecido, e tendo arranjado como conseqüências as coisas então precedentes, segundo

⁸⁶ Em nota (217) da edição italiana, Carlo Natali interpreta o significado da expressão de maneira silogística. Ele afirma que: “a deliberação é a pesquisa de um ou mais termos médios que conectam um fim dado a qualquer coisa que é possível fazer na situação presente” (2012, p. 472).

⁸⁷ Aristóteles, *Ética a Nicômaco*, III 5, 1112b 16-18: καὶ διὰ πλειόνων ... ῥᾶστα καὶ κάλλιστα.

sua natureza, e tendo adicionado umas às outras, chegamos, por fim, à construção da coisa procurada; e chamamos isso síntese. (BALIEIRO, 2004, p. 67-68)

Do ponto de vista estrutural, são percebidas algumas afinidades com o método hipotético do *Mênon* e com o da demonstração de Hipócrates da quadratura da lúnula, não obstante uma adaptação completa não seja possível. Pode-se afirmar que o método do *Mênon* é analítico no sentido em que tenta reduzir um problema à elementos conhecidos⁸⁸. O mesmo ocorre com a *apagoge* de Hipócrates, o que atribui as diferenças entre eles ao plano terminológico. O que Hipócrates chama de ἀρχή, Platão chama de ὑπόθεσις, e o seu significado é explicado na primeira linha, tanto da citação de Pappus, quanto na anterior, a de Aristóteles. O que Platão considera como sendo uma hipótese no *Mênon* é a aceitação do problema como resolvido ou a finalidade por estabelecida. Assim compreendida, a *hipótese* não é a afirmação de um objeto que, enquanto partícula última na decomposição dos objetos matemáticos, não pode ser descrito a partir de outros (ou até pode, mas não sem escapar de círculos viciosos). O método hipotético é um instrumento heurístico e argumentativo que supõe o problema resolvido, dando lugar à busca de condições para que isso seja possível⁸⁹.

A distinção notória com os métodos analítico e sintético descritos por Pappus é que estes não só pressupõem uma estruturação dos princípios da geometria, mas dela dependem. Em virtude disso é que a redução é passível de ser completada até os primeiros princípios, uma vez que é deles que parte o processo inverso da síntese. Sob este prisma, dado um problema ou teorema, é possível seguir retroativamente até as *noções comuns* (κοινὰ ἔννοιαι), aos *postulados* (ἄτημα) e, por fim, às *definições* (ὅροι) – entre as quais o ponto exerce o papel de princípio último e irreduzível, a sua fonte. Contrariamente, o método usado por Hipócrates e Platão termina quando o problema principal é resolvido, e a síntese ocorre pontualmente a cada etapa de redução.

⁸⁸ Para Klein (1965, p. 83), na linguagem utilizada por Platão pode-se encontrar os mesmos termos da definição da análise.

⁸⁹ Vale ressaltar que o mesmo ocorre em caso de afirmação negativa, quer dizer, mesmo quando um matemático declara ser impossível a resposta de um problema. Este é o modo como muitos problemas matemáticos são colocados, o que ajuda a compreender o desenvolvimento histórico da matemática. Afinal, se após um matemático competente fracassar na tentativa de demonstração de um teorema, a falha é individual ou é o problema que não possui solução? Após o fracasso sucessivo de gerações de matemáticos, duas possibilidades passam a ser consideradas: ou o problema não tem solução em sentido positivo, iniciando-se uma busca pela construção de uma prova da sua negação; ou o problema proposto não pode ser resolvido com os recursos disponíveis, dando início a novos campos de investigação. Basta pensar no postulado das paralelas, que durante algum tempo foi considerado um teorema, e que diante da impossibilidade de se provar tanto sua veracidade quanto falsidade, Euclides resolve o problema considerando-o como um postulado.

2.7. Interações metodológicas entre geometria e filosofia

Com efeito, partindo-se da assimilação metodológica levada a cabo por Platão, cujos resultados começam a transparecer no *Mênon*, perguntamo-nos até que ponto seria insuspeito pensar que Platão teria influenciado os métodos matemáticos de tal modo que, uma vez voltados novamente para a geometria, reformulados, eles seriam suscetíveis de conduzi-la a um processo de axiomatização.

Apesar de baseado na maneira como os geômetras conduzem suas investigações, o que se vê no diálogo é que em virtude da diferença entre os conteúdos filosófico e geométrico, a disposição do próprio método é alterada. O último passo (5) mencionado acima na representação do esquema metodológico de Sócrates ganha vida própria, fornecendo uma via de sucessivas reduções que determinam diversas situações em vez de condições pontuais e finais que configuram possibilidades de solução. Ainda que alguns autores⁹⁰ considerem as práticas de redução e limitação de condições de solubilidade familiares antes mesmo de Platão, eles se baseiam nas definições técnicas fornecida por Proclus. Tal caracterização serve para especificar um *diorismos* como um artifício pertencente ao âmbito matemático, distanciando-o de algo que, para Platão, se tornaria parte estrutural de sua dialética.

Referências ao termo διορισμός ocorrem duas vezes em Platão, no *Político* (282 e 2) e no *Timeu* (38 c 6), já as incidências relacionadas à διαίρεσις (19 no total) apresentam uma clara conotação científica. No *Sofista*, aparecem intrinsecamente ligadas à “uma ciência que nos oriente através do discurso” (253 b-c, PLATÃO, 1972, p. 184), em um processo de “divisões de formas” (264 c 2)⁹¹, ou como propõe o *Estrangeiro*: “dividir sem demora a arte que produz imagens” (235 b-c)⁹². No *Político*, se refere à espécie e parte (262 b), aos caminhos da pesquisa (265 b) e à relativa e justa medida (283 d). No *Filebo*, insere-se no contexto da unidade das *Ideias* (15 a 7) e no número de espécies de prazer (20 c 4). No livro VII da *República* (534 a 6), o termo comparece na explicação dos segmentos da metáfora da linha, e sua conexão explícita com a “arte dialética” se dá no *Fédro* (276 e 5-6), quando o método da divisão é tratado como um de seus conceitos base, em conjunto com a *sinopse* (265 c 5-266 d 6).

Na complexidade metodológica que Platão organiza, outros procedimentos aparecem de maneira distinta daquela à qual teriam sido originados. Ao serem adaptados à arte dos

⁹⁰ Como os já citados Heath (1921) e Karasmanis (2011).

⁹¹ Id., p. 198.

⁹² Id., p. 160-161.

discursos, os frutos dos predecessores se transformam nas mãos de Platão, e o todo formado por elementos modificados, agrupados de um modo inovador e interagindo de uma maneira diferente não poderia ser outra coisa que algo mais do que a simples soma das partes.

Platão não considera, por exemplo, apenas a via unívoca do ser, apoiando-se também na alternativa do não ser, ou não ser algo de uma determinada maneira, mas de outra. A *especificação* da geometria considera o teorema (ou problema) como provado (ou resolvido), delimitando diferentes situações em que ele é usado, mas nunca destituindo a validade do resultado. Na *divisão* discursiva, a validade do resultado é instituída em comum acordo entre os participantes do diálogo em vista da coerência final do encadeamento dos argumentos. Isso advém, em partes, pelo confronto com as outras possibilidades, sendo estabelecido o resultado mais razoável.

Vejamos como *hipótese*, *divisão*, *não-contradição* e outros ingredientes se organizam e se relacionam na pesquisa de Sócrates e Mênon:

- A virtude é ciência ou algo de tipo diferente (87c);
- “se, por um lado, algo há que é um bem e que é algo distinto da ciência, talvez a virtude seja uma coisa que não ciência. Mas, se, por outro lado, não há nenhum bem que a ciência não englobe, [...] ela é uma ciência” (87 d);
- É por causa da virtude que somos bons, e se somos bons, somos proveitosos, e todas as coisas boas são proveitosas. Portanto, a virtude é também proveitosa, sendo necessário examinar de que tipo são as coisas que trazem proveito (87 e);
- Mas as mesmas coisas às vezes causam dano. Quando o uso correto a dirige é útil, quando não, causa dano, sendo necessário examinar os dois casos (88 a);
 - Trazem proveito quando acompanhadas da razão, e são nocivas quando desacompanhadas (88b);
 - Portanto, para que a virtude seja proveitosa, é preciso que ela seja compreensão (88 c-d);
- Os bons o são por natureza ou por aprendizado? (89 a-c);
 - Se fosse o caso de serem bons por natureza, a cidade teria cuidados especiais para com eles, e como isso não ocorre, deve-se verificar a possibilidade do aprendizado (89 b-c);

- Deve haver mestres e discípulos daquilo que se ensina, é o que ocorre com médicos, sapateiros, e demais casos, verificando-se o mesmo com as artes (89 d-90 c)⁹³;
- No que diz respeito à virtude de bem administrar as casas e cidades, os mestres seriam os próprios cidadãos de bem. Eles aprenderam a virtude com os seus predecessores? E souberam ensiná-la a seus descendentes? (91 a-94 c).

Neste trecho, Sócrates verifica, por meio da *reductio ad impossibile* (ἀπαγωγή εἰς τὸ ἀδύνατον), que Temístocles (93 c-d), Aristides (94 a-b) e Tucídides (94 d) não alcançaram sucesso em transmitir aos seus filhos a virtude na qual eram bons. Kneale & Kneale (1980, p. 10-11) argumentam que talvez seja à aplicação desta técnica à metafísica que Aristóteles se refira quando afirma ter sido Zenão o criador da dialética⁹⁴. Este, por sua vez teria sido influenciado pelos pitagóricos, que teriam utilizado o método para demonstrar a incomensurabilidade da diagonal com o lado do quadrado. Sem se referir explicitamente aos pitagóricos, Aristóteles menciona a prova da incomensurabilidade da diagonal nos *Primeiros Analíticos* (I 23, 41 a 23-27) como paradigma de *reductio*, e a cita novamente nos *Segundos Analíticos* (I 33, 89 a 29-30) relativamente às opiniões verdadeiras e falsas (δόξαν ἀληθῆ καὶ ψευδῆ) no confronto com o conhecimento científico (ἐπιστήμη). Platão teria tido uma oportunidade de se tornar mais íntimo dessa estratégia quando, logo após a morte de Sócrates, viajou até Megara, onde Euclides⁹⁵ havia fundado uma escola filosófica. Sobre ele, Diógenes Laércio afirma que “dedicou-se ao estudo de Parmênides” (II 10, 106, p. 73), e que se destacou pela atitude com que tratava os problemas visto que “ao impugnar uma demonstração, esse filósofo não atacava as premissas, e sim as conclusões.” (II 10, 107, p. 73). Uma vez mais, faltam-nos pormenores de como e em que contexto isso deveria acontecer, mas considerando-se que a *reductio* se define pela refutação das hipóteses a partir das consequências absurdas de suas conclusões, não nos parece razoável pensar que Euclides estivesse tratando de algo diferente⁹⁶. Kneale & Kneale chamam a atenção para a diferença estrutural entre a refutação platônica e a de Zenão. Na versão platônica, refuta-se uma hipótese (a virtude é coisa que se ensina) porque as conclusões obtidas a partir

⁹³ Platão deixa claro que a virtude em questão não se limita ao âmbito moral, mas compreende uma concepção ampla de *arete* que inclui também técnicas artesanais, artísticas e, como se verá, política.

⁹⁴ Cf. Diógenes Laércio (VIII 57, p. 241; IX 25, p. 258); DK 29 A 10; Sexto Empírico (*Contro i logici*, VII 7, 1975, p. 4).

⁹⁵ O filósofo, que não deve ser confundido com o autor dos *Elementos*.

⁹⁶ Diógenes diz ainda que Euclides “transmitiu aos megáricos o amor frenético pela controvérsia”.

delas são simplesmente *falsas*, diferenciando-se assim da *reductio ad absurdum*, na qual uma hipótese é refutada com base no fato de as conclusões dela derivadas serem *contraditórias*⁹⁷.

- A virtude é ciência ou opinião verdadeira? (96 d);
 - “Logo, a opinião verdadeira, em relação à correção da ação, não é em nada um guia inferior à compreensão” (97 b 9-10);
 - Qual é então a diferença entre elas? É a pergunta de Mênon (97 c 11-97 d 3).

2.8. As perspectivas dos ensinamentos de Platão

O diálogo se aproxima de seu final com uma retratação de Sócrates ao admitir que a *opinião feliz* (εὐδοξία, 99 b 11) também dirige a ação correta, e que a diferença entre ela e a virtude é da ordem das razões que justificam o conhecimento, do encadeamento “por um cálculo de causa” (98 a 3-4). Enfim; “é pelo encadeamento que a ciência difere da opinião correta”⁹⁸. Uma apologia ao método parece ser não apenas inegável, sendo ainda intensificada no rápido jogo de perguntas e respostas em que Sócrates resume os encadeamentos executados na investigação – que poderia ser compreendido como um precursor da *sinopse* –, até a conclusão de que a opinião feliz se trata de um dom divino (98 d 10-99 d).

O final do *Mênon* tem o seu êxito positivo ao enfatizar a necessidade de definições como ponto de partida da pesquisa aliadas a uma atividade intelectual consistente, que não mais aceita opiniões, a não ser provisoriamente. A apropriação das técnicas geométricas pela filosofia tem consequências no plano axiológico. Na geometria, as definições devem dar conta de uma universalidade, e este é o primeiro passo – nomear os seus objetos. Depois vem o método hipotético, que manipula estes objetos, executa sobre eles construções auxiliares que, vasculhando o desconhecido, propondo caminhos, pretendem reduzi-los a uma relação com um conhecimento estabelecido. Na problematização filosófica do *Mênon*, o experimento hipotético vem em socorro da incompletude das definições morais. Em outras palavras: como proceder diante da incapacidade de se encontrar uma definição satisfatória para conceitos morais que abranjam uma multidimensionalidade incapaz de se integralizar? Como organizar uma investigação e avançar o raciocínio sem ter uma base estabelecida?

⁹⁷ Em terminologia moderna, refuta-se a comensurabilidade da diagonal, pois aceitando-se que $\sqrt{2}$ possa ser escrito em forma racional (p/q) e irredutível, obtêm-se que ambos os números p e q devem ser pares, o que resulta em um absurdo da hipótese inicial que considera a forma irredutível entre p e q .

⁹⁸ Cf. Platão, *Mênon*, 98 a 7-8: καὶ διαφέρει δεσμῶ ἐπιστήμη ὀρθῆς δόξης.

A resposta é um convite de Sócrates, tanto a Mênon, quanto ao seu jovem escravo, que, após verem esvaziados os seus aparatos conceituais, reconhecem o seu não saber. E é com o mesmo didatismo, acompanhado de um crescente rigor, que Sócrates conduz ambos a este estado de espírito. Nos dois casos, a matemática aparece como pano de fundo, como suporte técnico para uma nova racionalidade, cujo poder de persuasão será posteriormente justificado.

3 O *Fédon*

3.1. A Paixão de Sócrates

É difícil, se não impossível, desvencilhar o misticismo de Platão dos demais aspectos de seu pensamento. Qualquer que seja a abordagem à sua obra, a metafísica, a ética, a política ou a epistemológica, deve-se levar em consideração o pano de fundo pedagógico, científico e cultural que a enreda e sustenta. Para a mente moderna, habituada à divisão do conhecimento em áreas distintas, pode parecer estranho ver o desenvolvimento simultâneo das diversas faces do pensamento platônico nos diálogos. Em geral, “os mitos platônicos não se confundem com a mitologia grega [...] são recursos quase didáticos para expressar o sentido que o rigor da dialética ou da escrita não pode dizer.” (PAVIANI, p. 91, 2008).

Em seu último dia de vida, Sócrates expõe diversas teses ao círculo de amigos mais íntimos. Servindo de mote às outras, vem a de que a morte lhe é bem vinda: “se eu não acreditasse, primeiro, que vou para junto de outros deuses, sábios e bons, e, depois, para o lugar de homens falecidos muito melhores do que os daqui, cometeria um grande erro por não me insurgir contra a morte” (63 b-c)¹.

Confrontado com diversas objeções, Sócrates se vê desafiado a empenhar-se numa defesa que seja “mais convincente do que a feita na frente dos juízes”². Tal defesa tem como princípio o que ele considera ser a tarefa do filósofo, preparar-se durante toda a vida para a morte por meio da libertação da alma. Para demonstrar a sua imortalidade, Sócrates explica porque considera importante separá-la do corpo. Este, “intervém para perturbar-nos de mil modos, causando tumulto e inquietude em nossa investigação, até deixar-nos inteiramente incapazes de perceber a verdade”³. Por essa razão, cabe apenas à alma analisar os objetos que se pretende conhecer, pois “só nessas condições [...] é que alcançaremos o que desejamos e do que nos declaramos amorosos, a filosofia”⁴.

A chave interpretativa do diálogo está no equilíbrio entre os aspectos racionais e mitológicos, em que as provas da imortalidade da alma são compreendidas em estreita conexão com os mitos platônicos, de modo a harmonizar reflexão e meditação: “Talvez, mesmo, seja a quem se encontra no ponto de imigrar para o outro mundo que compete

¹ O texto de referência do *Fédon* utilizado em Língua Portuguesa é a tradução feita por Carlos Alberto Nunes (3.ed. Belém: ed.ufpa, 2011). Salvo indicação contrária, as citações são todas tiradas desse texto, mantendo apenas a referência da numeração das linhas da edição do texto grego de John Burnet.

² Id., 63 b.

³ Id., 66 d.

⁴ Id., 66 e.

investigar [διασκοπεῖν] acerca dessa viagem e dizer como será preciso *imaginá-la* [οἰόμεθα]”⁵.

Outro aspecto a ser considerado é o papel dos sentidos na apreensão do conhecimento, os seus limites e sua interação com os processos intelectuais. Sócrates distingue os elementos referentes ao corpo e à alma⁶, propondo uma separação entre eles, que expandida, resulta na cisão da própria realidade em duas: a da multiplicidade das coisas que só podem ser percebidas por intermédio dos sentidos; e a de uma existência uniforme e inalterável que não pode ser apreendida senão pelo pensamento. Sócrates atribui a si mesmo e aos seus⁷, a tarefa de levar adiante uma nova concepção que privilegia os processos exclusivamente intelectuais⁸. A ênfase na atividade da alma em detrimento da *empeiria* manifesta o rompimento de Sócrates com as teorias de seus predecessores fisiólogos, em que propõe uma mudança ontológica, um movimento de reorganização na estrutura dos princípios, norteado, sobretudo, pelo modo de compreendê-los. Em suas raízes estão as doutrinas da imortalidade da alma e da reminiscência, enredadas à *teoria das Ideias* por questões escatológicas e morais, e organizadas sob um rigoroso aparato metodológico.

3.2. Uma demonstração por partes

Tradicionalmente, a demonstração da alma é considerada em três momentos (PLATONE, 2006, p. 75)⁹, que podem ser descritos, em linhas gerais, do seguinte modo: o primeiro inicia-se com um questionamento de Cebes sobre a crença na imortalidade da alma (69 e), seguindo com a referência de Sócrates a uma “antiga tradição” (70 c) de natureza órfica, a partir da qual irá entrelaçar a teoria cíclica dos contrários à reminiscência, fundamentando esta última sobre a *teoria das Ideias*; no segundo (78 b-80 b), Sócrates estabelece as diferenças entre as realidades sensível e inteligível, separando-as de acordo como os seus objetos são apreendidos. Ao corpo, cabem as coisas que se dissipam e se decompõem, ou seja, tudo o que é mortal, ao passo que a alma é afim àquilo que é uniforme, indissolúvel, sempre igual a si mesmo e, por isso, de essência divina; por último (95 a-107 b),

⁵ Id., 61 d 10-e 3, grifo nosso.

⁶ Id., 79 a seg.

⁷ Entre os quais se inclui o leitor.

⁸ “Há de haver para *nós* outros algum atalho direto, quando o raciocínio nos acompanha na pesquisa” (66 b, grifo nosso). Para Ebert (2000, p. 59-63) é significativo o uso da primeira pessoa do plural quando Sócrates se refere aos filósofos, que se esforçam em apreender a realidade com o pensamento, em oposição ao uso da terceira pessoa do plural para se referir, por exemplo, ao “que *os homens* denominam prazer” (60 b, grifo nosso).

⁹ No prefácio de sua tradução, Reale atribui a resolução do problema da divisão da prova a Bonitz, H. *Platonische Studien*, Hildesheim, 1968, p. 293-323.

Sócrates expõe sistematicamente a doutrina das *Ideias* enquanto *causa*, que se mostra como sendo o fundamento para todas as demonstrações.

Vale ressaltar que as três demonstrações representam diferentes faces de um mesmo problema, não constituindo, portanto, momentos disjuntos. São antes variações compostas sobre um mesmo tema, o que nos leva a considerar toda a argumentação do *Fédon* como uma única demonstração feita por partes. Considerada um conjunto de conceitos fundamentais da metafísica, a doutrina das *Ideias* se apresenta como base para determinados objetos temáticos, acompanhados por procedimentos que os regulam. No entanto, sua lógica não é estritamente interna, mas deve dar conta de seu conúbio com o mundo físico. O que impõe percorrer novamente os passos das provas a partir de sua perspectiva estrutural e heurística, considerando os argumentos aduzidos em cada caso. Verificando a sua concordância interna e sua capacidade persuasiva na constituição de cada fase da prova, bem como na organicidade da completude da demonstração.

3.3. Reminiscência e geometria – outra vez mais

A princípio, o argumento a ser provado é o de que a alma continua a existir após a morte do corpo e que “conserva alguma atividade e pensamento”¹⁰. Sócrates recorre ao mito, partindo da crença de que as almas dos mortos vão para o Hades e que de lá deverão retornar à vida¹¹. Em seguida, propondo “deixar a questão mais fácil de entender”¹², afirma que cada coisa se origina de seu contrário¹³, cuja plausibilidade reside em seu poder de generalização. De tal modo, a vigília nasce do sono e vice-versa, o mesmo se verificando entre o belo e o feio, o justo e o injusto, o pequeno e o grande, o forte e o fraco, e “em mil outros exemplos que se poderiam enumerar”¹⁴. Sendo assim, parece inevitável a conclusão de que a vida se origina da morte. “A meu parecer, Sócrates”, replica Cebes, “é a conclusão forçosa de tudo o que admitimos até aqui”¹⁵.

Para provar que a alma mantém sua força e inteligência após a morte do corpo, Platão introduz, pela boca de Cebes, a teoria da reminiscência sob a ressalva de que “se for verdadeira”¹⁶, poderá reforçar a argumentação da imortalidade da alma. Falta a aprovação dos

¹⁰ Id., 70 b.

¹¹ Id., 70 c.

¹² Id., 70 d.

¹³ Id., 70 d-72 e.

¹⁴ Id., 70 e.

¹⁵ Id., 72 a.

¹⁶ Id. 72 e.

interlocutores de que devemos ter aprendido num tempo anterior ao de a alma assumir a forma humana, e, o que designamos por *conhecer*, nada mais ser do que *recordar*. Símiias alega não se recordar das provas que há sobre isso. “Bastará uma”, lhe afirma Cebes, “eloquentíssima”, e continua:

interrogando-se os homens, se as perguntas forem bem conduzidas, eles darão por si mesmos respostas acertadas, o de que não seriam capazes se já não possuíssem o conhecimento e a razão reta. Depois disso, se os pusermos diante de *figuras geométricas* ou *coisas do mesmo gênero*, ficará demonstrado à saciedade que tudo realmente se passa desse modo. (73 a-b, grifo nosso)

Com esta passagem, Platão alude ao experimento maiêutico levado a cabo com o jovem escravo no *Mênon*¹⁷, associando uma vez mais a doutrina órfico-pitagórica da reminiscência à geometria, e reafirmando de tal modo a eficácia do método socrático de perguntas e refutação (ἔλεγχος), enquanto instrumento heurístico, epistemológico e pedagógico. Naquela ocasião, o jovem escravo representava o homem comum, sem conhecimentos prévios de geometria, que prova com a sua própria experiência a possibilidade de encontrar dentro de si um conhecimento pregresso de sua alma, desde que seja apropriadamente interrogado.

Agora, no *Fédon*, a situação, os personagens e o estágio da teoria do conhecimento de Platão são outros, e cada um desses elementos contribui à sua maneira para a determinação da complexidade e do alto nível da exposição.

3.4. A qualidade dos personagens e o rigor exigido por eles

No contexto do diálogo, isto é, no interior do debate travado entre Sócrates e seus amigos na prisão, os principais interlocutores de Sócrates, Símiias e Cebes, estimulam criticamente o desenvolvimento da argumentação, elevando o nível teórico pela imposição de objeções que exigem de Sócrates uma articulação mais aprofundada (SZLEZÁK, 2009, p. 238)¹⁸. As dificuldades levantadas por eles manifestam imposições programáticas que permitem a Platão uma exploração polivalente dos princípios que expõe. São personagens que não compartilham da hesitação do não iniciado, como é o caso de Mênon e seu escravo,

¹⁷ Platão, *Mênon*, 80 d-86 c. Ver o capítulo anterior.

¹⁸ Considerando que se trata de personagens decididamente “comprometidos com a indagação investigativa”, e que por isso devem ser “considerados pessoas espiritualmente afins de Sócrates e possivelmente também à altura dele” (Idem).

demonstrando, com suas interferências, estarem preparados para participar de uma discussão em direção ao “alto”, aos ὄρχαί.

O mesmo parece ocorrer com relação à Equécrates e a comunidade em Fliunte, onde estão sendo narrados por Fédon os acontecimentos do último dia de Sócrates. É o que indica a intervenção de Equécrates, feita logo após Sócrates expor os princípios de sua pesquisa das causas. Eis a passagem:

EQUÉCRATES: Por Zeus, Fédon, nem lhe seria possível expressar-se de outro modo, pois me parece de claridade meridiana semelhante explanação, até mesmo para quem for dotado de parco entendimento.

FÉDON: Perfeitamente, Equécrates; todos os circunstantes foram desse mesmo parecer.

EQUÉCRATES: Que é também o de todos nós que não participamos do colóquio e te ouvimos neste momento. (102 a 3-9)

Mesmo que o trecho em questão não esteja diretamente ligado à geometria, desenvolvendo mera função de interrupção dramatúrgica que prepara para a exposição dos argumentos finais da prova, pode-se captar certa empatia dos personagens às ideias apresentadas por Sócrates.

Na primeira parte da prova, Cebes observa que “se faz mister de não pequeno poder de persuasão e de muitos argumentos para demonstrar que a alma subsista depois da morte do homem e que conserva alguma atividade e pensamento”¹⁹. O desafio feito sob a forma de advertência é para que Sócrates se empenhe em uma arguição convincente, bem estruturada e articulada, em concordância com a sua própria defesa, que diante dos amigos deverá ser “mais convincente do que a feita na frente dos juízes”²⁰. Apesar de vencido pelos argumentos, Cebes não se dá por satisfeito, e Sócrates o recorda: “não chegamos a esse acordo aereamente”²¹. Se admitida a existência da teoria dos contrários, a sua dinâmica deverá ser determinada ciclicamente, é a conclusão inevitável da primeira parte do que era preciso provar. De tal modo que o alerta de Sócrates é para que uma vez postulados os pressupostos da teoria dos contrários, e uma vez que tais premissas sejam concedidas em comum acordo pelos debatedores, a conclusão, por mais forçosa que possa parecer, desde que obtida em conformidade com os princípios estabelecidos, não pode ser recusada. Essa determinação metodológica será um dos pilares no combate aos “disputadores de razões contraditórias”²². A

¹⁹ Id., 70 b.

²⁰ Id., 63 b.

²¹ Id., 72 a 11-12.

²² Id., 90 c 1: περί τοὺς ἀντιλογικοὺς κόγους διατρίψαντες; 101 e 1-2: οἱ ἀντιλογικοί.

mensagem subliminar de Sócrates é a de que acoplado ao vigor dos resultados está um vigor não menor do procedimento utilizado para a sua obtenção.

No que segue, Símiias considera satisfatórios os argumentos sobre a imortalidade da alma, tanto para ele quanto para Cebes (77 a), concordando com a existência da alma antes do nascimento (76 e-77 a). Falta demonstrar que a alma continua a existir depois de nossa morte, visto que ainda não parece “suficientemente demonstrado”²³. Com relação a isso, Sócrates atenta novamente para o conjunto dos argumentos apresentados: “basta juntardes [συνθεῖναι] o argumento ao que admitido antes”²⁴ – a teoria dos contrários.

Com essa referência, Platão toca em uma questão perene da história da matemática: afinal, como saber quando um resultado está *suficientemente demonstrado*? Em outras palavras, qual o rigor necessário e suficiente em uma prova, principalmente quando se tem em conta que o próprio padrão de rigor não se mantém o mesmo em diferentes ramos científicos?²⁵

Sabe-se que as exigências de rigor crescem constantemente, e a perspectiva dessa evolução subsume toda a história da matemática. O conceito atual de rigor se deve a um longo e criterioso trabalho iniciado em meados do século XIX, até chegar a que “o senso lógico de um matemático de hoje repele certos métodos de prova, que pareciam perfeitamente persuasivos não há um século, e se rodeia de um aparato de sutileza que Gauss ou Lagrange não suspeitaram” (COSTA, 1981, p. 184). Mas o fato é que ele essencialmente pouco difere daquele consolidado pela escola de Alexandria, que se aproveitou da organização proposta por Aristóteles, que por 20 anos foi nutrido pelas discussões da Academia, palco de inúmeros progressos de ordem organizacional, expositiva e metodológica da matemática.

Destaca-se, de tal modo, a tensão entre a objetividade da demonstração, e a subjetividade do agente cognoscente que a apreende, considerado com todas as suas limitações. O sucesso de uma demonstração, no sentido de que esta cumpre eficientemente a sua função de convencimento daquilo que deseja mostrar, depende então do equilíbrio entre, no mínimo, dois fatores:

O primeiro é intrínseco à forma ou ao encadeamento lógico das proposições, capaz de compelir “a uma vivência subjetiva indutora de convicção em um agente matemático real” (SILVA, 2002, p. 57). Aspecto presente na *retórica*, e também na *arte da dialética* (Fédon, 90 b 7), pois tem como uma de suas prerrogativas que parte da força coercitiva da argumentação

²³ Id., 77 b 2-3: οὐδὲ ἀντὶ ... ἀποδεδείχθαι.

²⁴ Id., 77 c 7-8.

²⁵ Inclusive entre as diversas áreas da matemática e mesmo no contexto de uma determinada área.

está apoiada na habilidade do orador em adaptar os discursos às almas de seus ouvintes²⁶. Baseados na instabilidade que conferem aos argumentos, “que ora parecem verdadeiros, ora falsos” (*Fédon*, 90 d 2-3), os disputadores de razões contraditórias, eles mesmos privados de educação²⁷, eximindo-se de sua própria insuficiência, acabam por depreciar a própria atividade do raciocinar. Sem se preocupar como as coisas são, empenham-se em convencer os circundantes, distorcendo a argumentação da maneira como lhes convém. Por isso, Sócrates considera que “o que de pior pode acontecer a qualquer pessoa é tornar-se inimigo da palavra”²⁸.

Quando tem de escolher se aprender é recordar ou se a alma é harmonia, Símiias prefere a primeira, “porque a outra foi aceita *sem demonstração* [ἄνευ ἀποδείξεως]”²⁹. Comprovações feitas sob *verossimilhança* [εἰκότως] e *agradável aparência* [εὐπρεπείας] geram enganos “tanto em geometria como em tudo o mais”³⁰. Diferentemente, a hipótese relativa à reminiscência “se baseia num princípio digno de aceitação”³¹, pois foi “adotada com argumentos muito sólidos”³², a saber, a *teoria das Ideias*³³. O exercício sistemático do método hipotético é reiterado, uma vez que prevalece o acordo dos pressupostos feito pelos debatedores e as conclusões que se harmonizam a eles.

O segundo está relacionado à capacidade individual dos agentes receptores, ou psique percipiente, em acompanhar e compreender os passos da demonstração. Em vista da proximidade da execução da sentença de Sócrates, a aptidão dos personagens do colóquio não pode se restringir a uma compreensão parcial da teoria que lhes está sendo exposta. Eles devem estar aptos a entender o funcionamento de suas articulações e os procedimentos envolvidos. Diferentemente do que ocorre no *Teeteto*, a discussão do *Fédon* não terá ulteriores refinamentos. E é o próprio Sócrates a atribuir destacada importância na recepção de sua mensagem: “Dificilmente chegarei a convencer os outros homens [...], se nem a vós mesmos consigo persuadir”³⁴. Entretanto, na circunstância dramática do diálogo, não há como Sócrates convencer outros homens senão mediante seus amigos e discípulos. Por essa razão se firma a necessidade de que tudo fique claro para eles, que, por sua vez, não declinam diante

²⁶ Cf. Platão, *Fédro*, 270 d 9-272 c 4.

²⁷ Id., 91 a 2-3.

²⁸ Id., 89 d.

²⁹ Id., 92 d.

³⁰ Id., 92 d. A menção da geometria na passagem enfatiza o poder negativo dos raciocínios infundados, que são capazes de corromper até mesmo os procedimentos científicos tidos como paradigmas de precisão para a obtenção do conhecimento.

³¹ Id., 92 d.

³² Id., 92 e.

³³ Cf. em 75 c (seg.), 76 d (seg.).

³⁴ Id., 84 d-e.

do desafio. Os companheiros no cárcere são, portanto, o meio de transmissão para as doutrinas defendidas por Sócrates, e devem representar, da melhor forma, a posteridade do seu pensamento. Símiias afirma que “será prova de fraqueza deixar de analisar por todos os modos o que foi dito”³⁵, e não abandonar o assunto enquanto não sentirem cansaço. Diante das dificuldades, Sócrates os encoraja: “não permitamos o ingresso em nossa alma da ideia de que não há nada são no raciocínio; digamos, isso sim, que nós é que ainda não estamos suficientemente são, mas que devemos esforçar-nos para alcançar esse desiderato”³⁶. Sócrates exige um compromisso com a razão pura, um empenho introspectivo de ascensão do pensamento, em que a fragilidade da falibilidade do raciocínio não deve inviabilizar a pesquisa. Ao contrário, uma vez reconhecida, deve ser examinada minuciosamente em todos os seus desdobramentos. Apoiada a uma técnica que organiza a investigação, a capacidade de compreensão não deve deixar nada livre de exame, é o que faz Sócrates afirmar que:

até mesmo nossas proposições iniciais, por dignas de confiança que pareçam, precisam ser consideradas mais a fundo, e, uma vez suficientemente analisadas, estou certo de que acompanhareis a argumentação na medida da capacidade de compreensão do homem, até que, tudo esclarecido, nada mais tendais a investigar. (107 b)

Estabelecidas, portanto, a distinção entre as propriedades do arranjo compositivo dos argumentos da demonstração, e as especificidades do sujeito cognoscente, indagamo-nos se é a prova apresentada por Sócrates que claudica ou Símiias e Cebes que não conseguem compreendê-la. A saída para o impasse é para que se dediquem todos a “aprender e descobrir do que se trata, ou, no caso de não ser isso possível, adotar a melhor opinião e mais difícil de contestar”³⁷.

Há ainda outro elemento digno de análise, para o qual converge a constituição dos saberes dos personagens nos dois níveis de comunicação do diálogo. Concernente ao externo, temos em Equécrates um representante do pitagorismo, é o que afirmam Diógenes Laércio (2008, p. 239) e Jâmblico³⁸. Equécrates e seus amigos seriam “discípulos de Filolau e Eurito, e, segundo Aristóxeno, estavam entre os últimos pitagóricos” (DK 44 A 4). De outra parte, Sócrates questiona Cebes sobre as coisas que ele e Símiias teriam ouvido e aprendido quando conviveram com Filolau (*Fédon*, 61 d-e).

³⁵ Id., 85 c.

³⁶ Id., 90 e.

³⁷ Id., 85 c.

³⁸ Cf. Giamblico (2013, p. 449).

A genealogia escrita do pitagorismo tem em Filolau uma de suas últimas fontes, uma vez que não há registros dos ensinamentos de Pitágoras e de seus primeiros discípulos. Uma via interpretativa³⁹ considera que a visão atribuída a Pitágoras é

essencialmente uma fabricação da escola de Platão, uma projeção sobre o fundador de um tipo de filosofia pitagórica que foi primeiro formulada por Filolau em fins do século V e depois desenvolvida com mais refinamento técnico por Árquitas e outros matemáticos do tempo de Platão. (KAHN, 2007, p. 32)⁴⁰

Nota-se, portanto, que os personagens do *Fédon* remontam a Filolau quando mostram possuir um conhecimento que é pré-requisito fundamental para a compreensão das *Ideias*. E compreender do que é composto esse saber parece-nos vital para um aprofundamento sobre a estruturação do diálogo.

3.5. Filolau de Crotona e a semântica da demonstração

As informações a respeito de Filolau revelam que ele teria sido ativo por volta de 470-385 a.C., e que teve contato com Platão na Itália após a morte de Sócrates⁴¹. Sobre esse encontro, Platão teria escrito a Díon, na Sicília, pedindo-lhe para comprar o livro de Filolau, intitulado *Sobre a natureza*, cujo conteúdo seria posteriormente tratado no *Timeu*⁴². Sobre ele também é dito que instruiu Árquitas de Tarento (428-350 a.C. aprox.)⁴³, e a ambos é atribuído um “perfeito conhecimento da geometria, da astronomia, da música e de todas as outras disciplinas”⁴⁴.

“Segundo Filolau a geometria é o princípio e a pátria-mãe dos outros aprendizados”⁴⁵. Apesar de os registros históricos indicarem uma inequívoca influência sobre Platão, não há nada que nos permite associá-la à apropriação que Platão faz da geometria como paradigma de legitimação para a doutrina da anamnese. Nos textos platônicos, a preferência pela geometria advém da transição que ela é capaz de operar entre o mundo sensível e o inteligível. “É por meio dos sentidos que observamos tenderem para a igualdade em si todas as coisas

³⁹ Sugerida inicialmente por Burkert (1972), e posteriormente desenvolvida por Huffman (1993).

⁴⁰ Nesse trabalho encontram-se também os indícios que apontam para uma direção que atribui valor à figura de Pitágoras no desenvolvimento das ideias matemáticas.

⁴¹ Cf. Laërtios (2008, p. 86); DK 44 A 1, 44 A 5.

⁴² DK 44 A 1; A 8.

⁴³ Id., 44 A 3.

⁴⁴ Id., 44 A 6.

⁴⁵ Cf., DK 44 A 7a: γεωμετρία κατά τὸν Φιλόλαον ἀρχὴ καὶ μητρόπολις ... τῶν ἄλλων.

percebidas como iguais” (*Fédon*, 75 a 11-b 2). E se a igualdade em si não é passível de ser assimilada pelos sentidos, “já devemos ter adquirido em alguma parte o conhecimento do que seja a igualdade em si”⁴⁶. Eis o liame entre as *Ideias* e a reminiscência, que se reproduzindo nos demais conceitos, como o belo em si mesmo, o bem em si mesmo, a justiça, a piedade, etc., (75 c 10-d 3), dá origem a um corpo de *formas, essências eternas e imutáveis* que necessita de relações próprias.

Traços de uma integração entre o pitagorismo de Filolau com o platonismo e a matemática euclidiana encontram-se também em Árquitas. Tanto quanto é possível reconstruir a sua figura, nele confluem o cientista, o homem de estado e o filósofo. “Era também pitagórico”, e entre eles, o que mais se ocupou de música (DK 47 A 16). “Por sete vezes foi eleito general”⁴⁷, nunca tendo sido derrotado. “Foi líder da confederação dos Itálicos, tendo sido eleito com plenos poderes pelos seus concidadãos e pelos Gregos dos países limítrofes”⁴⁸. Com uma carta salvou Platão da morte por obra de Diógenes, e em geometria “foi o primeiro a encontrar a construção do cubo”⁴⁹. Em conjunto com Teeteto, aumentou os teoremas e os “avançaram para uma organização mais científica”⁵⁰. Como Eudoxo, considerava que as consonâncias consistem em relações numéricas⁵¹, e como Eveno, pensava que mesmo a gramática é sujeita à música⁵². Deu impulso ao estudo das médias proporcionais, tanto teórica quanto mecanicamente – tendo sido censurado por Platão quanto a esta última⁵³.

Entre os seus fragmentos, interessa-nos uma parte retirada do seu livro *Sobre as ciências*, em que diz:

É necessário para descobrir o que certamente ignores, ou aprender junto aos outros, ou por si próprio tornar conhecido. Por um lado, a coisa deles aprendida vem junto aos outros e com a ajuda dos outros, por outro lado, a coisa descoberta vem de nós mesmos e por nossos próprios meios: mas descobrir sem procurar é difícil e raro, descobrir procurando é fácil e ágil, procurar sem conhecer é impossível.

Um raciocínio bem encontrado tanto aplaca uma revolta, quanto aumenta uma concórdia: e quando isso acontece não há arrogância e há igualdade.⁵⁴

⁴⁶ Id., 75 b.

⁴⁷ Id., 47 A 1.

⁴⁸ Id., 47 A 2.

⁴⁹ Id., 47 A 1.

⁵⁰ Cf. DK 47 A 6; Euclides (2009, p. 38).

⁵¹ Cf. DK 47 19a.

⁵² Id., 47 A 19b.

⁵³ Falaremos mais disso no próximo capítulo sobre a *República*.

⁵⁴ Cf. DK 47 B 3: δεῖ γὰρ ἢ μαθόντα παρ’ ἄλλω ἢ αὐτὸν ἐξευρόντα, ὧν ἀνεπιστάμων ἦσθα, ἐπιστάμονα γενέσθαι. τὸ μὲν ὧν μαθὲν παρ’ ἄλλω καὶ ἄλλοτριαι, τὸ δὲ ἐξευρὲν δι’ αὐταυτον καὶ ἴδια· ἐξευρεῖν δὲ μὴ ζητοῦντα ἄπορον καὶ σπάνιον, ζητοῦντα δὲ εὐπορον καὶ ῥάιδιον, μὴ ἐπιστάμενον δὲ ζητεῖν ἀδύνατον.

Em um trecho de suas *Discussões*, Árquitas subverte a ordem epistêmica de Filolau alegando a superioridade da ciência do cálculo sobre a geometria, uma vez que onde esta “se dá por vencida”, aquela “fornece a demonstração”⁵⁵. Assim, além de estar livre das amarras sensíveis que geraram tanta discórdia entre Protágoras, de um lado, e Platão e Aristóteles⁵⁶, de outro, a aritmética teria ainda uma capacidade explicativa maior, que para nós, modernos, é intrínseca ao poder de abstração comumente atribuído a essa ciência. O próprio termo ἀφάρσεις adquire aspecto técnico somente a partir de Aristóteles⁵⁷, e no entanto, é difícil não pensar em tal especificação como resultado de um movimento muito estimulado na *Academia*. Basta recordar o poder de apreensão da unidade e meio à multiplicidade que a ciência do número e do cálculo é capaz de instar no exemplo dos três dedos utilizado por Sócrates no livro VII da *República*⁵⁸.

Da frágil imagem que se pode reconstituir de Árquitas, destacam-se os traços que sugerem um homem de espírito diligente e empenhado na organização política e científica de sua época. Os relatos que o associam ao pitagorismo nos dão um indício de como a tradição de compreender o cosmo por meio de relações numéricas e consonâncias musicais deve ter nele inspirado um privilégio da técnica na busca por novos conhecimentos. A vertente matemática dos pitagóricos que Árquitas representa – os *mathematikoi*, em oposição aos místicos, ou *akousmatikoi* –, coaduna-se com os temas que Platão trabalha especialmente no *Fédon* e no *Timeu*.

Alguma influência exercida por Filolau na *Academia* revela-se também na obra do sobrinho e sucessor de Platão, Speusippus. Este teria escrito um livro a partir do estudo atento dos ensinamentos dos pitagóricos e sobretudo dos escritos de Filolau⁵⁹. A primeira metade do seu *Sobre números pitagóricos* trataria dos números lineares, poligonais, planos e sólidos; “depois das cinco figuras que são atribuídas aos elementos cósmicos e de suas propriedades particulares e correlativas”⁶⁰, revelando a relação conhecida como “teoria dos números figurados”. A segunda metade do livro trataria da década, que contém igualmente a mesma

στάσιν μὲν ἔπαυσεν, ὁμόνοιαν δὲ αὐξήσεν λογισμὸς εὐρεθείς· πλεονεξία τε γὰρ οὐκ ἔστι τούτου γενομένου καὶ ἰσότης ἔστιν·

⁵⁵ Id., 47 B 4.

⁵⁶ Cf. Cattanei (2005, p. 203-208).

⁵⁷ Ver *Metafísica*: K 3, 1061 a 28-b 3; M 3, 1078 a 15-20; *Ética a Nicômaco*: 1142 a 17-21. Em Platão não há uma concepção de *abstração*, a palavra ἀφάρσεις é utilizada no seu sentido comum de *privação*, *confisco* (*Crítion*, 46 c 6), *subtração* ou *purificação* (*Sofista*, 227 d 10), *restituição* (*Filebo*, 19 e 4) e *tomada* (*Leis*, XI 914 d 4). Nenhuma dessas ocorrências envolve qualquer tipo de operação intelectual envolvendo a matemática.

⁵⁸ Cf. Platão, *República*, VII 523 c-d.

⁵⁹ Id., 44 A 13, deste livro nos chegou apenas o nome.

⁶⁰ Id., 44 A 13.

quantidade de números pares, ímpares, primos e compostos⁶¹. Quatro também é a quantidade dos termos primitivos e sucessivos que somados resultam o dez⁶². O mesmo número representa a cardinalidade dos elementos constituintes dos objetos geométricos, considerando-se o *um* como representante do ponto, o *dois* da linha, o *três* do triângulo e o *quatro* da pirâmide; “e esses todos são os primeiros e princípios dos mesmos tipos relativos a cada um”⁶³.

Geometria, aritmética, astronomia e música estavam, portanto, reunidas nos interesses de Filolau, mas é das duas últimas que vem a transformação de um conceito que se tornaria caro a toda metafísica posterior. A *harmonia* aparece na cosmologia de Filolau como o acordo entre os elementos *ilimitados* e *limitantes*, tanto na constituição do cosmo, como em tudo o mais⁶⁴. Filolau não torna claro o que são esses elementos, mas destaca duas coisas: (i) a impossibilidade de existir um deles sem o outro⁶⁵; e (ii) o fato de que a simples coexistência de ambos é capaz de produzir, por si mesma, um sistema ordenado. A metafísica de Filolau é considerada a evolução natural do pensamento pré-socrático, e sua contribuição original está na maneira como combina os princípios básicos que seus predecessores haviam classificado⁶⁶. É certo que no pensamento dos predecessores há sempre uma preocupação com um princípio de organização do cosmo, mas sem distinguir, até então, uma relação determinante de um equilíbrio delicado entre opostos que têm no *Ser* a sua intersecção. Este princípio reverbera nas seguintes palavras de Símias:

A esse respeito, Sócrates, creio que tu mesmo já consideraste que a noção de alma admitida por nós é mais ou menos a seguinte: da mesma forma que temos o corpo distendido e coeso pelo calor e pelo frio, o seco e o úmido, e tudo o mais do mesmo gênero, viria a ser nossa alma a mistura e a harmonia de todos esses elementos, quando combinados em *justa proporção* [μετρίως κραιθῆ]. (*Fédon*, 86 b 5-c 2, grifo nosso)

Muito mais potente e eloquente é a estrutura numérica da metafísica no *Filebo*, no qual Sócrates é convidado a expor o *caminho mais belo* (καλλίων ὁδός, 16 b), aquele que embora seja fácil de indicar, é difícil de percorrer, e apresenta-o como o método pela qual as

⁶¹ No 10 estão incluídos os pares 2, 4, 6, 8; os ímpares 3, 5, 7, 9; os primos 2, 3, 5, 7; e os compostos 4, 6, 8, 9.

⁶² $1 + 2 + 3 + 4 = 10$.

⁶³ Id., 44 A 13: ταῦτα δὲ πάντα ἐστὶ πρῶτα καὶ ἀρχαὶ τῶν καθ' ἕκαστον ὁμογενῶν. (tradução de Irineu Bicudo)

⁶⁴ Id., 44 B 1: ἡ φύσις δ' ἐν τῷ κόσμῳ ἀμύχθε ἐξ ἀπείρων τε καὶ περαινότων, καὶ ὅλος ὁ κόσμος καὶ τὰ ἐν αὐτῷ πάντα. Ver também 44 B 6.

⁶⁵ Id., 44 B 2.

⁶⁶ Cf. Huffman (1993, p. 51-53). Segundo Kahn (2007, p. 42), Filolau *harmonizou* a filosofia natural jônica com a ontologia eleática.

descobertas no campo de uma arte vêm à luz⁶⁷. Este princípio teria sido dado aos homens pelos deuses, como “obra de um Prometeu, junto com um luminosíssimo fogo”⁶⁸. Em seu discurso conduzido em modo *dialético*, em oposição ao erístico, Sócrates manifesta uma concepção afirmando: “e os antigos, melhores do que nós, e habitando mais próximos dos deuses, transmitiram esta revelação: que de um e de muitos sendo as coisas que são sempre ditas existir, tendo o limite e o ilimitado inatos nessas”⁶⁹.

No entanto, o conhecimento dessas coisas não é suficiente para tornar-nos sábios. Para tanto, é necessário que conheçamos “quantidade e qualidade determinada [πόσα τ’ ἔστί καὶ ὅποια]”⁷⁰. Na música, por exemplo, o conhecimento dos tons grave, agudo e médio não pode tornar ninguém conhecedor de música, a menos que se compreenda como se formam os acordes. A questão de fundo é como se faz tal encadeamento. Eis a resposta de Sócrates:

Mas, meu caro amigo, quando compreendas a quantidade numérica dos intervalos do som relativamente à agudeza e gravidade, e a sua natureza qualitativa, e os limites dos intervalos, e os quão grandes sistemas nasceram deles (os quais os antigos reconheceram e transmitiram a nós posteriores sob a denominação de *harmonia*, como, além disso, outras afecções similares que são no movimento do corpo, dizem que estas, tendo sido medidos através de números, dizem dever, por sua vez, denominar *ritmos* e *medidas*, e, ao mesmo tempo, do mesmo modo, pensar que é preciso indagar em todo caso sobre o *um* e os *muitos*); quando, portanto, compreendas esses conceitos deste modo, tornar-te-ias sábio, e quando tenhas compreendido qualquer outra das unidades indagando deste modo, é assim que terá se tornado competente (*Filebo*, 17 c 11-e 6)⁷¹.

⁶⁷ Cf., Platão, *Filebo*, 16 c.

⁶⁸ Id. É natural, num primeiro instante, atribuir a referência aos “antigos, melhores do que nós, e habitando mais próximos dos deuses” à epopeia de Hesíodo, que traz os mortais da primeira geração, a *idade de ouro*, vivendo junto aos deuses. A partir de então, um afastamento gradual ao longo das gerações culminará na mais desdita das idades, a quinta geração ou a *idade do ferro*, marcada pela perda do conforto, da inocência e da busca pela sobrevivência pela compensação do trabalho. Outra interpretação aceita desde a Antiguidade é a da alusão à imagem semidivina de Pitágoras como principiadador da sabedoria filosófico-matemática (KAHN, 2007, p. 31).

⁶⁹ Cf. Platão, *Filebo*, 16 c: καὶ οἱ μὲν παλαιοί, κρείττονες ἡμῶν καὶ ἐγγυτέρω θεῶν οἰκοῦντες, ταύτην φήμην παρέδοσαν, ὡς ἐξ ἑνὸς μὲν καὶ πολλῶν ὄντων τῶν αἰεὶ λεγομένων εἶναι, πέρας δὲ καὶ ἀπειρίαν ἐν αὐτοῖς σύμφυτον ἐχόντων. (tradução de Irineu Bicudo, grifo nosso)

⁷⁰ Id., 17 b.

⁷¹ ἀλλ’ ὦ φίλε, ἐπειδὴν λάβῃς τὰ διαστήματα ὅποσα ἐστὶ τὸν ἀριθμὸν τῆς φωνῆς ὀξύτητος τε πέρι καὶ βαρύτητος, καὶ ὅποια, καὶ τοὺς ὅρους τῶν διαστημάτων, καὶ τὰ ἐκ τούτων ὅσα συστήματα γέγονεν - ἃ κατιδόντες οἱ πρόσθεν παρέδουσαν ἡμῖν τοῖς ἐπομένοις ἐκείνοις καλεῖν αὐτὰ ἁρμονίας, ἐν τε ταῖς κινήσεσιν αὐτῶ τοῦ σώματος ἕτερα τοιαῦτα ἐνόησαν πάθη γιγνόμενα, ἃ δὴ δι’ ἀριθμῶν μετρηθέντα δεῖν αὐτῶ φασι ῥυθμοὺς καὶ μέτρα ἐπονομάζειν, καὶ ἅμα ἐννοεῖν ὡς οὕτω δεῖ περὶ παντὸς ἑνὸς καὶ πολλῶν σκοπεῖν - ὅταν γὰρ αὐτὰ τε λάβῃς οὕτω, τότε ἐγένου σοφός, ὅταν τε ἄλλο τῶν ἐν ὀτιοῦν ταύτῃ σκοπούμενος ἔλῃς, οὕτως ἐμφρον περὶ τοῦτο γέγονας· τὸ δ’ ἀπειρόν σε ἐκάστων καὶ ἐν ἐκάστοις πλῆθος ἀπειρον ἐκάστοτε ποιεῖ τοῦ φρονεῖν καὶ οὐκ ἐλλόγιμον οὐδ’ ἐνάριθμον, ἅτ’ οὐκ εἰς ἀριθμὸν οὐδένα ἐν οὐδενὶ πώποτε ἀπιδόντα. (tradução de Irineu Bicudo)

Aos números recai a função de canal pelo qual nos é permitido decodificar a natureza. Para Filolau, “todas as coisas conhecidas têm número; sem o número não seria possível, nem pensar nem conhecer nada”⁷². As relações musicais de *oitava* (2:1), *quarta* (4:3) e *quinta* (3:5), exploradas por ele, permitem a construção da escala *harmônica*, e são, elas próprias, constituídas pelos quatro primeiros números, cuja importância na composição da década é retratada no trabalho de Speusippus. Para além de seu cenário originário, as concepções de Filolau podem ser estendidas, pensando-se, sem perda de generalidade, que a existência dos números e das magnitudes é incapaz de gerar por si só uma relação. Segundo a perspectiva hermenêutica de Hans Krämer, em última instância, a suprema relação da filosofia platônica ocorre na sua *doutrina dos Princípios*, que fundamenta a concepção de *unidade* (ἕν) e *diade* (ἄοριστος δυάς), e ainda,

formula expressamente a estrutura da relação dos universais sobre uma base matemática e, conseqüentemente, reconduz, mediante redução ontológica, os universais ao âmbito dos números ideais, dos quais participam na sua determinação e regularidade. (KRÄMER, 2001, p. 157-158)⁷³

Desse modo, o que entendemos por *harmonia* é a coesão entre elementos, sejam eles de natureza distinta ou semelhante. A *harmonia* é o terceiro elemento que confere organização, seja no âmbito racional, no estético⁷⁴ ou no político⁷⁵. Diferentes harmonias indicam diferentes possibilidades de combinação, arranjos de objetos, perspectivas em que determinadas características se sobressaem, deixando outras de lado. O tema vem à tona no *Fédon* pela boca de Símiias (a partir de 85 e), quando este cria uma relação entre *lira*, *harmonia*, *corpo* e *alma*. Em sua argumentação, a *alma* deve estar para o *corpo* assim como a *harmonia* esta para a *lira* (ou *alma* : *corpo* = *harmonia* : *lira*). A *harmonia* tem natureza semelhante a da *alma*, “algo invisível, incorpóreo e sumamente belo” (*Fédon*, 85 e 5-86 a 1), “da família do divino e do imortal”⁷⁶; ao passo que o *corpo*, a *lira* e suas cordas são “coisas compostas, terrenas e de natureza mortal”⁷⁷. A Sócrates pesa resolver a cadência que leva a uma conclusão desconcertante: a de que sendo a *alma* e a *harmonia* uma mistura dos

⁷² Cf., DK 47 B 4.

⁷³ “La teoria delle *Idee-numeri* formula espressamente la struttura della relazione degli universali su basi matematiche, e, di conseguenza, riconduce, mediante riduzione ontologica, gli universali nell’ambito dei numeri ideali, dei quali partecipano nella loro determinatezza e nella loro regolarità”, no original.

⁷⁴ Cf. Reale (1997, p. 207-238), apêndice *Os nexos entre medida, relações numéricas, figura e beleza na arte grega*.

⁷⁵ Vide a ação normativa da matemática na determinação da *justa medida* (τὸ μέτρον) no *Político* (283 b-285 c).

⁷⁶ Id., 86 b 1.

⁷⁷ Id., 86 a 2.

elementos do *corpo* e da *lira*, respectivamente, então aquelas deverão ser as primeiras a feneceer na morte destes. Enquanto pensa a respeito, Sócrates pede para ouvir o que Cebes tem a dizer sobre o assunto. O gênio de Platão se manifesta aqui na economia dramática que coloca Sócrates gestando uma solução em silêncio, para depois combater as duas objeções de um só golpe. Ligado a este hiato de passividade do protagonista do diálogo está – como veremos a seguir – a determinação de uma etapa metodológica. Para ganhar tempo, ele justifica: “dar-lhe-emos nossa aprovação, se nos parecem bem *afinados* [προσῳδειν] os argumentos; caso contrário, será preciso rever tudo”⁷⁸. As possibilidades postas por Sócrates nos dão o esquema do método usado por ele na sua *pesquisa das causas*: ou os argumentos se sustentam conjuntamente, *concordam, afinam, harmonizam-se* entre si, ou os pressupostos sobre os quais foram erigidos devem passar por revisão.

No primeiro caso, Sócrates ajusta o seu discurso ao escopo de persuadir os seus interlocutores em seus próprios termos, e a transitividade entre os argumentos da prova se apresenta por meio de expressões que remetem à cosmologia pitagórica de Filolau. Como por exemplo, σύνθεσις, συμφωνεῖν, διαφωνεῖ, além da própria ὁρμονία.

3.6. Prelúdio ao método – a busca pelas causas

Ao falar do desejo que sentia na juventude de aprender o gênero de sabedoria que denominam *pesquisa da natureza* (φύσεως ἱστορίαν, 96 a), Sócrates afirma ter ficado “satisfeitíssimo”, “ao ouvir certa vez alguém ler num livro de Anaxágoras que a mente [τὸν νοῦν] é organizadora e a causa de tudo [πάντων αἴτιος]”⁷⁹. Porém, tendo pegado o seu livro, ficou frustrado assim que leu um pouco e viu que Anaxágoras “não recorria à mente para nada, nem a qualquer outra causa para a explicação da ordem natural das coisas”⁸⁰. Não satisfeito com a resposta encontrada e também com o método utilizado, Sócrates efetuou uma *segunda navegação* (τὸν δεύτερον πλοῦν)⁸¹, dessa vez por conta própria, e partindo do

⁷⁸ Id., 86 e 3-5, grifo nosso.

⁷⁹ Id., 97 b-c.

⁸⁰ Id., 98 b.

⁸¹ Id., 99 c-d. Essa expressão guarda o significado da evolução da filosofia de Platão. Reale e Antiseri (1990, p. 134) explicam que “na antiga linguagem dos homens do mar, „segunda navegação” se dizia daquela que se realizava quando, cessado o vento e não funcionando mais as velas, se recorria aos remos. Na imagem platônica, a primeira navegação simbolizava o percurso da filosofia realizado sob o impulso do vento da filosofia naturalista. A „segunda navegação” representa, ao contrário, a contribuição pessoal de Platão, a navegação realizada sob o impulso de suas próprias forças”.

princípio de que deveria procurar pela verdadeira natureza das coisas servindo-se unicamente do pensamento⁸².

Pouco antes de pronunciar o caminho que escolheu para si mesmo, Sócrates dá quatro exemplos de casos que lhe impuseram tamanhas dificuldades que ele chegou a desaprender até mesmo o que ele presumia conhecer⁸³. Em todos eles, as relações de causa (articuladas pela proposição *διὰ* – *por meio de, por causa de*) desafiam a própria razão, pois não explicam os princípios em que estão fundamentadas, e com isso não nos levam a conhecer a sua essência. Além disso, não vinculam os argumentos antecedentes aos consequentes de modo a melhorar a compreensão do problema. São, por essas razões, contraexemplos, imposturas de um método que não nos permite dizer “como se gera a unidade, nem, para dizer tudo, como nasce ou morre ou existe seja o que for” (97 b). A teoria de Anaxágoras, por sua vez, pareceu ser muito apropriada a Sócrates, que sobre ela ouvira dizer que é a mente a organizadora e a causa de tudo. Desse modo, a mente “disporia cada coisa em particular pela melhor maneira possível”⁸⁴. Associando, por conseguinte, a explicação das causas, seja da geração ou da corrupção, seja sobre a existência de alguma coisa, com a descoberta da *melhor maneira* para ela existir (*βέλτιστον αὐτῷ ἐστίν*, 97 c 8). Restringindo à consideração do homem, “tanto em relação a si mesmo como a tudo o mais”, o modo *melhor e mais perfeito* (*τὸ ἄριστον καὶ τὸ βέλτιστον*, 97 d 3).

A decepção veio com a constatação de que Anaxágoras “não recorria à mente para nada, nem a qualquer outra causa para a explicação da ordem natural das coisas, senão só ao ar, ao éter, à água e a uma infinidade de coisas extravagantes”⁸⁵.

Diante do entusiasmo de Sócrates pela organização teleológica que a mente deveria ser capaz de proporcionar⁸⁶, é de se esperar que diante da comprovação de que a teoria de

⁸² Tentativas de interpretação das *Ideias* como *causa* a partir dos relatos aristotélicos (ver passagens em *Metafísica*: A 9, 991 b; M 5, 1080 a 2; *Meteorológica*: II 2, 335 b 32; e *De generatione et corruptione*: II 9, 335 b 10), e em conexão com as quatro causas definidas pelo Estagirita na *Física* (II 3, a saber, a *formal*, a *final*, a *material* e a *eficiente*), têm gerado dificuldades que não condizem com o nosso objetivo aqui, e que, por isso, deixaremos de lado. Uma discussão desta problemática encontra-se em Mueller (2007) e Bolton (2007). Para um aprofundamento na questão a partir do estatuto ontológico dos objetos matemáticos, ver CATTANEI (2005, p. 423-444), Capítulo Oitavo, *Os entes matemáticos são causas?* De outra parte, tentativas de compreensão do significado do termo *ἄττα* em Platão têm gerado usos arbitrários da lógica proposicional (como em ROBINSON, 1941; SAYRE, 1969), em que o pensamento de Platão se apresenta de uma forma que talvez lhe parecesse estranha.

⁸³ Cf. Platão, *Fédon*, 96 c-97 b. São eles: (i) porque o homem cresce; (ii) em que uma pessoa alta ultrapassa outra de baixa estatura; (iii) porque o dez é maior que o oito e o cúbito duplo maior do que o simples; e (iv) sobre a compreensão da adição como justaposição de duas unidades que se torna uma, e da divisão de uma unidade que se torna duas.

⁸⁴ Id., 97 c 4-6: *τόν γε νοῦν κοσμοῦντα πάντα κοσμεῖν καὶ ἕκαστον τιθέναι ταύτη ὅπη ἂν βέλτιστα ἔχη.*

⁸⁵ Id., 98 b-c.

Anaxágoras em nada correspondia às suas esperanças, a própria resposta encontrada em sua segunda navegação venha a atender a tal necessidade. O caminho por ele proposto é sobretudo formal, fundamentalmente científico, coordenado em etapas distintas e hierarquizadas, obedecendo a padrões de coerência interna e habilitado a *prestar auxílio ao logos* (βοηθεῖν τῷ λόγῳ)⁸⁷.

3.7. A fixação das hipóteses

“Em cada caso particular, parto sempre do princípio [ὑποθέμενος] que se me afigura [λόγον] mais forte, considerando verdadeiro o que com ele concorda [συμφωνεῖν], ou se trate de causas ou do que for, e como falso o que não afina com ele”⁸⁸.

Em sua busca pelas causas, Sócrates muda o foco de seu interesse, que não é mais o de questionar a essência da Beleza, da Bondade, da Justiça, etc., pela imposição de aporias, mas verificar qual conhecimento pode-se obter a partir da admissão de sua existência. Diante da impossibilidade de se adquirir conhecimento a partir da natureza, Sócrates propõe, como ponto de partida, um referencial teórico provisoriamente assumido. E para ele, a hipótese *mais forte* (ἔρρωμενέστατον) em questão é a existência das *Ideias*.

Vou tentar mostrar-te a natureza da causa por mim estudada, voltando a tratar daquilo mesmo de que tenho falado toda a vida, para, de saída, admitir [ὑποθέμενος] que existe o belo em si, e o bem, e o grande, e tudo o mais da mesma espécie. (100 b)⁸⁹

Na sequência, Sócrates requer a *aceitação desse ponto e a concordância de que existem*⁹⁰. A emergência da ocasião contribui para o fluxo contínuo da argumentação: “admite que já concedi tudo», falou Cebes, «para não atrasares ainda mais tua exposição»⁹¹. Com essa mensagem, Platão reforça a ênfase na exposição do método, ao mesmo tempo em que dá por concluído o seu primeiro estágio, a etapa *hipotética*.

⁸⁶ São dignas de menção as recorrências do adjetivo βέλτιστος no trecho entre 97 b 8-98 b 6 (seis no total), em que ocorre a falsa expectativa nutrida por Sócrates por vislumbrar um grande potencial em uma teoria que ele ainda não conhecera.

⁸⁷ Cf. Szlezák (2005, p. 93-101).

⁸⁸ Id., 100 a.

⁸⁹ Tanto este procedimento de pesquisa, quanto a hipótese da existência das *Ideias* repetem-se no *Filebo* a partir de 15 b.

⁹⁰ Id., 100 b 7: ἂ εἴ μοι δίδως τε καὶ συγχωρεῖς εἶναι ταῦτα.

⁹¹ Id., 100 c 1-2.

Felizmente, não estamos nós a esperar pela nave de Delos, e podemos, portanto, nos permitir algum atraso à exposição. Chama a atenção, nos trechos anteriores, a naturalidade dialógica com que Platão arquiteta a aceitação de um princípio assumido sem demonstração com base a critérios de *maior força*. Mas o que significaria ser o princípio escolhido *o mais forte*? O seu sentido não pode ser completamente compreendido extrinsecamente ao próprio método, pois como veremos mais adiante, a sua última parte é justamente endereçada a esse fim, isto é, à verificação da força das hipóteses. Tudo o que podemos sugerir momentaneamente é que a força das hipóteses tem estreito nexos com a plausibilidade da tese que delas se obtém.

3.8. Explorando as consequências das hipóteses

A segunda etapa do método adotado por Sócrates é caracterizada pelo exame do que decorre das hipóteses, o que pode ser deduzido delas. Tudo aquilo que estiver em conformidade com os princípios deve ser considerado verdadeiro, e tudo aquilo que não, falso. A noção de *concordância* [συμφωνεῖν]⁹² tem sido um ponto de discussão entre os intérpretes⁹³, principalmente porque dela tem se tentado extrair um significado técnico de conectivo lógico, como “concordar com” ou “estar implicado por”. Contudo, a projeção de um aparato lógico posterior sobre a filosofia de Platão traz limitações interpretativas, a “concepção platônica de inferência não tem a precisão formal da silogística aristotélica”, argumenta Kahn (1996, p. 315)⁹⁴. A própria noção de modelo hipotético-dedutivo de cunho lógico-matemático restringiria a amplitude do método se considerarmos que o que Platão pretende é a construção de um complexo corpo teórico e não a descrição de uma cadeia unívoca de consequências dedutivas⁹⁵. Sob essa perspectiva, o critério de concordância da *teoria das Ideias* vinculada às *causas* excede o âmbito epistemológico, devendo ser também ontológico, psicológico, além de filosófico.

Sócrates acreditou na teoria de Anaxágoras por pensar que nela a mente coordenaria todas as coisas, dispondo cada uma delas da maneira que fosse melhor, mais perfeita, atribuindo “uma causa particular a cada coisa e ao conjunto” e que isso “consistia para todos o bem comum” (*Fédon*, 98 b). A teoria desenvolvida por Sócrates, ainda que cientificamente estruturada, não pretende se restringir a um campo científico específico, sendo antes uma

⁹² Cf. 100 a, 101 d.

⁹³ Ver Robinson (1941, p. 127-141), Sayre (1969, p. 15-28), e Kahn (1996, p. 315-317).

⁹⁴ “Plato’s conception of inference does not have the formal precision of Aristotle’s syllogistic”, no original.

⁹⁵ Cf. Kahn (1996, p. 316).

teoria geral. No entanto, Platão não nos fornece especificações sobre a cientificidade da teoria que está se constituindo, e nem mesmo qualquer pista que possa nos esclarecer o sentido dos termos que utiliza. Em outras passagens do *corpus* a ocorrência de *συμφωνεῖν* também segue uma analogia de seu significado musical associado à organização argumentativa:

No *Górgias*, em 456 c-458 b, Sócrates faz observações sobre os aspectos metodológicos envolvidos na retórica, e chama a atenção desse sofista para o que lhe parece ser uma contradição. Para Sócrates, a fala de Górgias não está de acordo (*οὐδὲ σύμφωνα*, 457 e 2) com o que ele próprio teria afirmado anteriormente na discussão. O mesmo parece ocorrer depois, em 482 b-c, quando Sócrates adverte Cálicles das instabilidades de suas afirmações, que o fazem cair em contradição consigo mesmo. É a filosofia, a amada de Sócrates, que o faz dizer o que diz.

E, de fato, quanto a mim penso, ó caríssimo, mesmo ser-me preferível estar tanto a lira desafinada, quanto desarmonica, e também um coro por mim conduzido, e discordar de mim a maior parte dos homens, contradizendo-me, antes que sendo eu um único estar em desarmonia e contradição comigo mesmo.⁹⁶

A advertência de Sócrates diz respeito à totalidade do discurso que se está erigindo. Não obstante seja necessário, não é suficiente que uma consequência esteja em concordância somente com o pressuposto da qual foi derivada, e assim sucessivamente. O tipo de raciocínio que Sócrates parece distinguir não segue um esquema que se possa representar como: *se A, então B₁; se B₁, então B₂; se B₂, então B₃*; e assim em diante, até que se encontre uma conclusão *B_n*, para algum número *n*. O que parece estar em pauta é uma sucessão acumulativa que poderia ser representada da seguinte forma: *se A, então B₁; se (A e B₁), então B₂; se (A e B₁ e B₂), então B₃*; e assim por diante, até que a conclusão – *se (A e B₁ e... e B_(n-1)), então B_n*, para algum número *n*. Desse modo, o vínculo da concordância é caracterizado tanto particularmente, quanto no âmbito geral, e no lugar de uma *linha*, a estrutura argumentativa usada por Platão se assemelha a uma *rede*.

É claro que para nós hodiernos, nutridos pelo desenvolvimento técnico e simbólico da lógica, tal comparação pode parecer totalmente fora de propósito. Tanto quanto ou até mais claro do que isso é o fato de o pensamento de Platão não poder ser restringido a um sistema.

⁹⁶ Cf. Platão, *Górgias*, 482 b 7-c 3: *καίτοι ἔγωγε οἶμαι, ὃ βέλτιστε, καὶ τὴν λύραν μοι κρεῖττον εἶναι ἀνάρμοστον τε καὶ διαφωνεῖν, καὶ χορὸν ᾧ χορηγοίην, καὶ πλείστοις ἀνθρώπους μὴ ὁμολογεῖν μοι ἀλλ' ἐναντία λέγειν μᾶλλον ἢ ἓνα ὄντα ἐμὲ ἐμαυτῷ ἀσύμφωνον εἶναι καὶ ἐναντία λέγειν.* (tradução de Irineu Bicudo)

Todavia, no centro da questão estão problemas que hoje manifestamente pertencem à esfera da lógica ou da matemática, mas que no século V a.C. encontravam-se dissolvidos em questões filosóficas. São artifícios que subjaziam às disputas erísticas, que Platão critica de diversos modos em seus escritos. E pensados a partir desse aspecto, é plausível ponderar que é muito mais fácil distorcer uma linha argumentativa em que cada etapa mantém apenas um vínculo local com a etapa imediatamente precedente, sem se importar com as outras que ficaram para trás. De outra parte, o panorama geral em que importa não perder a visão de conjunto suporta uma forte condição de coesão entre cada uma das partes e o todo. Esta interpretação encontra apoio também no *Fédro*, na crítica de Sócrates à organização do discurso de Lísias:

Eis portanto um ponto de que não discordarás: todo o discurso deve ser formado como um ser vivo, ter o seu organismo próprio, de modo a que não lhe faltem, nem a cabeça, nem os pés, e de modo a que tanto os órgãos internos como os externos se encontrem ajustados uns aos outros, em harmonia com o todo. (*Fédro*, 264 c 2-5)⁹⁷

No *Protágoras*, em 333 a-b, Sócrates afirma que diante de uma contradição entre duas afirmações, uma delas deve ser abandonada. Dois são os argumentos apresentados: um que diz que cada coisa tem apenas um contrário; e o outro que a *sensatez* (σωφροσύνη) e a *sabedoria* (σοφία) parecem ambas contrárias à *insensatez* (ἀφροσύνη), que é uma só. “Pois ambos estes argumentos não se harmonizam, porque eles não concordam e não consonam um com o outro”⁹⁸. Em ocasiões como essa, é a hipótese ou o argumento que dela deriva que deve ser revisto? Se a própria base não está devidamente fixada, como poderá uma argumentação qualquer se sustentar sobre ela? A adversidade lança luz sobre a necessidade de uma escolha rigorosa dos princípios.

No *Crátilo*, Sócrates volta a sua atenção para a fixação das hipóteses, visto que é possível obter consistência a partir de um argumento errado, e, portanto, não é qualquer princípio que pode ser aceito como fundamento.

Pois se aquele que estabeleceu os nomes se tiver enganado ao princípio, e depois disso tiver forçado todos os outros, obrigando-os a concordar [συμφωνεῖν] com ele, nada haverá de estranho nisso; pois o mesmo acontece por vezes com os diagramas [τῶν διαγραμμάτων] em que, sendo o primeiro errado, por ser pequeno e pouco visível, todos os restantes o seguem e,

⁹⁷ Cf. Platão (2000, p. 98).

⁹⁸ Cf. Platão, *Protágoras*, 333 a 6-8: οὔτοι γὰρ οἱ λόγοι ἀμφοτέροι οὐ πάνυ μουσικῶς λέγονται: οὐ γὰρ συνάδουσιν οὔδε συναρμόττουσιν ἀλλήλοις.

embora sejam errados, concordam uns com os outros. É por essa razão que é necessário que os mais numerosos argumentos e as maiores investigações de todos os homens sejam sobre o princípio de todas as coisas, para ver se foi ou não correctamente estabelecido; e, quando isso tiver sido suficientemente examinado, as restantes coisas parecerão seguir-se-lhe. (*Crátilo*, 436 c 7-d 7)⁹⁹

Diante dos usos que Platão faz dos termos, nota-se uma relação de vinculação, um encadeamento lógico, porém a questão associada a um pretenso formalismo é deixada em suspensão. Por um lado, pode-se dizer que a ausência desse formalismo é justificada pelo estilo literário de Platão, que se vale da linguagem cotidiana de Sócrates, adaptada à natureza da alma de seus interlocutores. Por outro lado, o mesmo critério de adaptação dos discursos à natureza das almas dos ouvintes levanta a suspeita de haver no diálogo algum formalismo subjacente, que ressoa em uma frequência que nossos ouvidos não podem captar e que está escrita em uma partitura que se tornou língua morta aos nossos olhos. O que nos leva a considerar que:

Podemos interpretar συμφωνέω representar a relação de consistência, e assumir em nosso entendimento de 100 a, como os ouvintes de Sócrates provavelmente teriam assumido, que qualquer proposição consistente com a hipótese está também implicada a ela (SAYRE, 1969, p. 28)¹⁰⁰.

Esse ponto de vista se apoia na familiaridade dos personagens do diálogo com os termos utilizados, e, como vimos acima, dois deles, Símiias e Cebes, estão diretamente relacionados ao pitagorismo de Filolau. A relação deste com Equécrates, por sua vez, ocorre por meio da tradição indireta. Os testemunhos e fragmentos sobre Filolau, se não definem o importante elemento que dá consistência à argumentação que se desenvolve no *Fédon*, ao menos ampliam a nossa percepção sobre a articulação entre imortalidade da alma, pesquisa das causas e método hipotético. Há sempre alguma relação matemática capaz de explicar porque certas notas musicais são consoantes e outras dissonantes, mas isso não quer dizer que um desconhecedor da matemática seria incapaz de apreciar uma boa música. Entretanto, o grau de apreciação é maior quando há entendimento. Na educação platônica os sentidos têm aspecto cognitivo. Na *República*, o movimento da alma é representado por uma linha contínua dividida e subdividida de acordo com uma mesma proporção. O *bom e belo*¹⁰¹ jovem

⁹⁹ Cf. Platão (2001, p. 119-120).

¹⁰⁰ “We may construe συμφωνέω to represent the relationship of consistency, and assume in our understanding of 100A, as Socrates’ immediate audience would likely have assumed, that any proposition consistent with the hypothesis is also entailed by it”, no original.

¹⁰¹ Cf. Platão, *Teeteto*: 142 b 7: καλόν τε καὶ ἀγαθόν.

matemático Teeteto define *conhecimento* (ἐπιστήμη) como *percepção* (αἴσθησις)¹⁰². E a interação entre esses dois aspectos encontra-se ainda como pano de fundo no *Filebo*.

As analogias musicais de Platão envolvendo a arte dos discursos envolvem uma consonância argumentativa, onde afirmações devem ser organizadas de modo semelhante às notas musicais que formam um acorde ou às vozes que compõem um coral. Esse princípio de ligação visa excluir arbitrariedades à arte dos discursos. E sendo ele anterior aos conectivos lógicos que fazem parte das demonstrações dedutivas formais, esse arranjo linguístico que não deixa de ser também técnico, não pode ser descrito por qualquer teoria posteriormente conceitualizada sem sofrer cortes de significações primordiais para a compreensão de seu contexto. Ao tentar emoldurar o vocabulário platônico deparamo-nos com o tipo de dificuldade que Aristóteles enfrentou ao ordenar os princípios científicos, levando-o a afirmar:

As mais difíceis de todas as definições a tratar por argumentos, porém, são aquelas que empregam termos que, em primeiro lugar, não se sabe se são usados num só sentido ou em vários, e, em segundo, se são usados literal ou metaforicamente pelo definidor. Com efeito, é impossível argumentar a respeito de tais termos devido à sua obscuridade; e, como não se pode dizer se essa obscuridade se deve ao uso metafórico, é também impossível refutá-los. (*Tópicos*, VIII 3, 158b 5-15)¹⁰³

No lugar de tentarmos restringir a acepção que Platão faz de συμφωνέω por meio de uma definição nominal apenas pela satisfação de acreditarmos ter compreendido o seu pensamento, consideramos mais frutífero refletir sobre o seu esforço orientado a um movimento experimental que culminará nas definições como as conhecemos.

A consequência concordante com a existência das *Ideias* é a da *participação* (μετέχω): “se existe o belo além do belo em si, só poderá ser belo por participar desse belo em si” (*Fédon*, 100 c). “O mesmo afirmo de tudo o mais”, emenda Sócrates, deixando claro que o nexos cognitivo da participação nas *Ideias* é inerente à extensibilidade dessa “*presença* [παρουσία] ou *comunicação* [κοινωνία]”¹⁰⁴. A sua eficácia é atestada pela resolução dos problemas surgidos no âmbito da *história natural*¹⁰⁵ que a teoria de Anaxágoras não deu conta (em 96 c-97 b)¹⁰⁶. Para Sócrates, essa é “a maneira mais certa de responder”, tanto para ele

¹⁰² Id. 151 e.

¹⁰³ Cf. Aristóteles (1973, p. 145).

¹⁰⁴ Id. 100 d 5-6, grifo nosso.

¹⁰⁵ Id. 96 a 8.

¹⁰⁶ Pois “é por meio da grandeza que o grande é grande e o maior é maior, e pelo da pequenez que o pequeno é pequeno” (100 e 5-6).

mesmo, quanto aos outros. Com isso, o caráter do método exposto é impessoal, uma razão acessível a todos. “Firmando-me nessa posição”, diz Sócrates, “tenho certeza de não vir a cair e de que tanto eu como qualquer pessoa em idênticas circunstâncias poderá responder com segurança que é pela beleza que as coisas belas são belas”¹⁰⁷.

3.9. A defesa das hipóteses

A última, mas não menos importante parte do método trata da necessidade de *justificação* (λόγος) das próprias hipóteses, caso seja necessário. A *segunda navegação* de Sócrates define hierarquicamente os procedimentos empregados para “alcançar alguma realidade”¹⁰⁸, separando os *disputadores* dos *filósofos*. Estes, ao contrário daqueles, não devem confundir “com suas conseqüências o princípio em discussão [τῆς ἀρχῆς διαλεγόμενος]”¹⁰⁹. O filósofo deve manter clara a distinção entre esses dois estágios da pesquisa, a saber: (i) as implicações que seguem das hipóteses, até chegar-se ao resultado desejado; e (ii) a discussão sobre as próprias hipóteses. A condição para que ocorra a segunda depende da consistência entre os princípios e as suas *conseqüências* (ὀρμηθέντα, 101 d 4), se são *dissonantes ou harmônicas* (ἀλλήλοισι συμφωνεῖ ἢ διαφωνεῖ)¹¹⁰.

A verificação dessa condição adquire prioridade metodológica. Um exemplo da importância que Platão atribuía à organização discursiva encontra-se também na advertência que Sócrates faz a Fédro, logo após este reproduzir um discurso de Lísias sobre *Eros* (*Fédro*, 264 a-c). A crítica é sobre o modo desconexo com que a argumentação é apresentada, “pois não começa o discurso pelo princípio mas pelo fim, como os que tentam nadar de costas” (264 a)¹¹¹. Apesar da diferença de contexto entre o *Fédon* e o *Fédro*, as censuras aos disputadores e aos escritores de discursos visam chamar a atenção tanto para como se apresenta uma argumentação, quanto pela adequação de seu conteúdo¹¹².

¹⁰⁷ Id. 100 d.

¹⁰⁸ Id. 101 e.

¹⁰⁹ Id. 101 e.

¹¹⁰ Id. 101 d 5.

¹¹¹ Cf. Platão (2000, p. 97).

¹¹² A relação entre a *forma* e o *conteúdo* de que o *conhecimento* é organizado aparece também como o pano de fundo no *Teeteto*, onde a predileção da matemática em detrimento da sofística é posta na boca de Teodoro, que se esforçando em não participar da argumentação e sendo recordado por Sócrates de ter sido discípulo de Protágoras, diz: “Nós, de alguma maneira, mais rapidamente passamos das palavras simples à geometria” (165 a). Analogamente, observa-se no *Parmênides*, que este personagem desenvolve o papel que na maioria dos outros diálogos cabe a Sócrates (MIGLIORI, 1990, p. 170), que na ocasião é representado como um jovem do qual “a filosofia ainda não se apoderou” (130 e). Zenão junta-se a ele, como discípulo desejoso em ouvir as palavras sábias do velho mestre Eleático (136 d-e), capaz de “atravessar a nado tal e tão grande oceano de argumentos” (137 a). Da união das imagens do Parmênides metafísico e dialético aflora a do *filósofo*, um

No *Fédon*, Símiás e Cebes concordam com Sócrates de que caso alguém investisse contra o princípio exposto, isto é, a hipótese, forçando-os a explicá-la, deveriam então optar por outro princípio *mais elevado* (τῶν ἄνωθεν)¹¹³. Esse procedimento tem caráter iterativo, no qual a defesa da hipótese segue repetidamente o critério de substituição por outra mais elevada até que se consiga chegar a *algo suficiente* (τι ἱκανόν)¹¹⁴. Mas qual é a relação entre o princípio *mais forte* (ἔρρωμενέστατον) postulado por Sócrates no início do debate sobre as *Ideias*, e aceito pelos seus interlocutores, com o que se espera ser um princípio *mais elevado*? E como ocorre o encaminhamento a *algo suficiente*?

A dificuldade está em precisar de que maneira um princípio deva ser *mais elevado* do que outro e, por conseguinte, qual a *suficiência* que determina o fim do processo de depurações sucessivas. Não há no diálogo qualquer exigência de prestação de contas de Sócrates por parte de seus interlocutores, e assim conclui-se que a resposta está em seu silêncio. Em outras palavras, Sócrates não presta ulterior auxílio ao seu *logos*, porque os personagens dos dois níveis do diálogo, Símiás, Cebes e Equécrates¹¹⁵ concordam que ele é, de fato, o *mais forte*. Em uma investigação que remete às *Ideias* na busca pela melhor forma de justificação das causas em meio à demonstração de imortalidade da alma, a coerência interna da teoria que se está se levantando reside no fato de que sejam elas mesmas, as *Ideias*, o princípio último, o *mais forte*, o *mais elevado* e o *suficiente*¹¹⁶. Subentende-se disso que, em caso de necessidade de fundamentação dos princípios em um debate, o resultado satisfatório deverá estar na esfera última das *Ideias*. Nesse horizonte, o *Fédon* harmoniza-se com a *República* e o *Filebo*, na moldura da doutrina que tem no *Bem* o seu *ponto de fuga*, onde as linhas dos escritos platônicos se encontram com os seus ensinamentos orais.

“homem naturalmente bem dotado [...] capaz de compreender que há, de cada coisa, um gênero, uma essência em si e por si”, sendo “ainda mais admirável” por descobrir e ensinar “todas essas coisas a outrem, após distingui-las cuidadosamente, de maneira adequada” (135 a-b). Sendo assim conhecedor dos conteúdos mais apropriados e também do melhor estilo para comunicá-los.

¹¹³ Cf. Platão, *Fédon*, 101 d 7.

¹¹⁴ Id., 101 e 1.

¹¹⁵ Em sua segunda intervenção, em 102 a.

¹¹⁶ “A adicional pergunta se a expressão τι ἱκανόν (101 e1) já deve ser entendida como alusão a um princípio último não hipotético ou se ela significa apenas a próxima hipótese que satisfaz o interlocutor [...] não passa de um problema aparente: na apresentação de seu pensamento, o dialético nunca precisa ir além da satisfação da ânsia de saber do interlocutor em questão; sua capacidade de „socorro” em *todo elenchus* repousa no fato de que ele não se deteve antes de chegar a algo que o satisfaz a ele próprio, e isso só pode ser um princípio último, não hipotético” (SZLEZÁK, 2009, p. 258, n. 91, grifo do autor).

3.10. *Análise e Síntese* pré-conceitualizadas no pensamento de Platão

Em meio ao pluralismo metodológico que se desenvolve ao longo dos diálogos, o primeiro ponto a chamar a atenção na sequência de procedimentos que Sócrates delineia no *Fédon* é a alternativa interpretativa relativa ao chamado *método hipotético*. Do que temos visto até aqui, não obstante a pesquisa das causas no *Fédon* se inicie *a partir de uma hipótese*, ela difere da “maneira como os geômetras freqüentemente conduzem suas investigações” (*Mênon*, 86 e 4-5)¹¹⁷. Mas difere em que sentido?

Inicialmente, há de se considerar a categoria das hipóteses que Sócrates põe em discussão, e a direção da pesquisa que delas segue. A assunção da existência das *Ideias* não tem o mesmo caráter do postulado da possibilidade do ensino da virtude, pois enquanto a primeira pode ser classificada como *universal*, a segunda é *particular*. As *Ideias* são o núcleo teórico de onde parte um movimento dedutivo, um método compositivo operado por um critério de consistência que satisfaz a exigências de um rigor que é, ao mesmo tempo, ético, lógico e mitológico. O próprio fundamento da pesquisa é colocado em discussão, e depois do acordo comum a respeito dele, verifica-se o que com isso harmoniza, mediante as propriedades que comunica. Já a pesquisa efetuada no *Mênon* ocorre por meio de uma redução problemática, uma desconstrução à procura de um princípio.

Platão faz a distinção, porém sem impor nomes ou molduras descritivas que, embora didaticamente muito úteis, confinam o pensamento em conceitos que se definiram apenas após o trabalho de organização promovido por Aristóteles. Como é o caso, por exemplo, de quando Proclus trata do arranjo das proposições nos *Elementos*, e cita a diferenciação entre *axioma*, *postulado*, e *hipótese*, feita pelo “inspirado Aristóteles” (PROCLUS, 1992, p. 62-63). A referência remete aos *Segundos Analíticos*¹¹⁸, em que ao discutir os princípios das ciências demonstrativas, o Estagirita diferencia uma *ὑπόθεσις* de um *postulado* (ἀήτημα). A *hipótese* é entendida como um recurso didático utilizado sem demonstração por um mestre, e que o seu pupilo assume e acredita – e por isso ela não seria uma hipótese absoluta, mas relativa ao aprendiz¹¹⁹. Ao proceder dessa forma, Aristóteles adiciona a *opinião* (δόξα) ao sentido original de *ὑπόθεσις*. Ela continua sendo algo aceito em comum acordo entre os participantes de um debate, mesmo sem que um ou mais deles estejam convencidos da verdade da afirmação, e deixam, por assim dizer, o seu julgamento em suspensão.

¹¹⁷ Cf. Platão (2001, p. 69).

¹¹⁸ Cf. Aristóteles, *Segundos Analíticos*, I 10, 76 b 27-40.

¹¹⁹ Para Cornford (1932, I, p. 40), um exemplo dessa interpretação está no *Mênon* (86 e seg.), que ilustra também um exemplo de διορισμός.

As *definições* (ὄροι) pertencem também a uma categoria diferente das *hipóteses*; ao passo que estas se *estendem à frente* (πρότασις, προτείνω), aquelas necessitam apenas ser compreendidas¹²⁰. Segundo Aristóteles, as hipóteses são coisas das quais se gera a conclusão, pelo fato de que elas são¹²¹.

Essa caracterização atribui às hipóteses basicamente duas aplicações, que muito embora não se diferenciem quando se tem em vista o seu lugar metodológico, quando consideradas sob a perspectiva epistêmica adquirem posições de extremos opostos. A primeira é a da *hipótese relativa*, que sendo o ponto de partida de um procedimento *analítico*, inicia a pesquisa por meio de convicções previamente estabelecidas e descobre os princípios em que se apoiam as tais convicções. Em uma situação como essa, o efeito da conclusão é sobre a hipótese, isto é, ao encontrar princípios constituídos, determina a base da hipótese, assegurando a sua veracidade. A segunda é a da *hipótese extensiva*, geratriz da conclusão, que por ser o ponto de partida de um método *sintético*, é aceita desde o início como algo que é, e que transmite essa verdade dedutivamente. Desde que o método não prova a conclusão, esta não é mais ou menos verdadeira que as hipóteses em momento algum da pesquisa.

No caso de Platão, digamos que a linguagem é entendida pura e simplesmente como um meio para o pensamento. E de modo análogo ao feito no capítulo anterior, onde verificamos no *Mênon* a existência dos elementos que formam uma primitiva *análise problemática*, aqui averiguamos os ingredientes do que Pappus posteriormente descreve como *síntese*. É o que se pode afirmar com relação à diferença do papel das hipóteses.

Quanto à semelhança, ocorre na fase final da pesquisa das causas uma mudança de direcionamento do pensamento, que se torna *elementarizante*: “orientado pelo modelo da matemática, que reconduz cada coisa mediante a decomposição em parte sempre menores, aos seus elementos últimos e mais simples” (KRÄMER, 2001, p. 161)¹²². Esse recurso já havia sido adaptado à investigação filosófica do *Mênon* por influência do método redutivo empregado por Hipócrates de Quios na *quadratura da lúnula*¹²³. O que vemos ocorrer neste diálogo é a execução de um processo heurístico em que Mênon, o seu escravo, e também o

¹²⁰ Cf. Aristóteles, *Segundos Analíticos*, I 10, 76 b 35-37: “Por um lado, de fato, as definições não são hipóteses (pois nada sobre existir ou não é dito), mas as hipóteses estão nas proposições; por outro lado, é preciso as proposições somente serem compreendidas”. Οἱ μὲν οὖν ὄροι οὐκ εἰσὶν ὑποθέσεις (οὐδὲν γὰρ εἶναι ἢ μὴ λεγόνται), ἀλλ’ ἐν ταῖς προτάσεσιν αἱ ὑποθέσεις, τοὺς δ’ ὄρους μόνον ξυνίεσθαι δεῖ· (tradução de Irineu Bicudo)

¹²¹ Id., I 10, 76 b 38-39: ἀλλ’ ὅσων ὄντων τῷ ἐκείνῳ εἶναι γίνεται τὸ συμπέρασμα.

¹²² No original: “orientata sul modello della matematica, che riconduce ogni cosa, mediante scomposizione in parti sempre più piccole, ai suoi elementi ultimi e più semplice”.

¹²³ Ver capítulo anterior.

leitor, assumem o papel de pupilos de Platão¹²⁴. Isto é, assumimos e acreditamos na hipótese de que se a virtude é ciência, então ela é coisa que se ensina, sem demonstração, para que se possa dar continuidade à pesquisa. No *Fédon*, Platão justifica o uso do próprio método quando presta socorro ao *logos* com coisas do “alto”, vinculando intrinsecamente teoria do conhecimento e metafísica por intermédio de um método emprestado da geometria. O fato de Sócrates dar as razões de seus princípios, admitindo a substituição por outro *mais valioso*, combina com a conjectura de que teriam sido cultivados na *Academia* estudos que levaram a um primeiro esforço conjunto de *axiomatização* das ciências matemáticas¹²⁵.

Sob esse ponto de vista, o *Fédon* representa um primeiro esboço na filosofia onde dois métodos, que seguem em direções opostas, são apresentados como complementares. Na *República*, Sócrates imprime as linhas que tanto influenciaram a filosofia de Proclus, fazendo-o afirmar que “a ciência como um todo tem duas partes: em uma se ocupa com suas premissas imediatas, enquanto a outra trata sistematicamente as coisas que podem ser demonstradas ou construídas a partir destes princípios, ou, em geral, são consequências deles” (PROCLUS, 1992, p. 157)¹²⁶.

Com esta referência, Platão antecipa, substancialmente, o matemático e filósofo Bertrand Russell, que na abertura de sua *Introdução à filosofia matemática* diz:

A matemática é um estudo que, quando partimos de suas partes mais conhecidas, pode ser continuado em uma de duas direções opostas. A direção mais conhecida é construtiva, rumo a uma complexidade gradualmente crescente: de números inteiros para frações, números reais, números complexos; de adição e multiplicação para diferenciação e integração, e adiante, para a matemática superior. A outra direção, menos conhecida, procede, por análise, rumo à abstração e à simplicidade lógica cada vez maiores; em vez de perguntar o que pode ser definido e deduzido do que é inicialmente suposto, perguntamos que idéias e princípios mais gerais podem ser encontrados, de acordo com o que o nosso ponto de partida pode ser definido ou deduzido. (RUSSELL, 2007, p. 17)

A proximidade entre os procedimentos matemáticos e a pesquisa das causas faz surgir a suspeita de que, na época em que escreveu o *Fédon*, Platão estaria mais interessado nas

¹²⁴ Sob essa perspectiva é interessante notar a dupla voz na fala de Aristóteles ao definir de *hipótese* vista acima, isto é, a do mestre peripatético do *Liceu* e a do ex-aluno da *Academia*, sem que uma delas prevaleça sobre a outra.

¹²⁵ Cf. Höhle (2008, p. 159-162), para quem “um testemunho disso é, em primeiro lugar, a doutrina eudoxiana das proporções, no livro V, que ainda supera em genialidade a teoria dedekindiana das seções, e, em segundo lugar, o fato de que na *Academia* foi evidentemente discutida a possibilidade de uma geometria não-euclidiana”.

¹²⁶ “Sciences as a whole has two parts: in one it occupies itself with immediate premises, while in the other it treats systematically the things that can be demonstrated or constructed from these principles, or in general are consequences of them”, no original.

similaridades entre a metodologia filosófica e matemática do que em suas diferenças¹²⁷. Somente mais tarde, como veremos no próximo capítulo, é que as técnicas científicas que auxiliaram Platão em seu confronto com os disputadores de razões contraditórias adquirem os contornos da diferença que acabam alterando a própria organização da matemática.

3.11. Proclus e a sintaxe da demonstração

O estado polido e estável no qual encontramos a matemática a partir dos *Elementos* de Euclides estava ainda em fase de discussão, elaboração e experimentação na época de Platão e Aristóteles. Na citação à *História da Geometria* de Eudemo, Proclus relata as pesquisas matemáticas dos antigos Gregos ao modo de um inventário, em que associa o progresso da criação, da organização e da fundamentação do conhecimento matemático. Para este autor, Platão teria dado um enorme estímulo a essa ciência, fornecendo com a Academia as condições favoráveis para uma vida de estudos, não desprovida de debates, no melhor espírito da tradição socrática.

Uma questão que norteia as pesquisas na área da história da matemática antiga diz respeito ao *estado da arte* dessa ciência na época de Platão. E isso não só singularmente, não apenas com respeito aos problemas e teoremas considerados individualmente. É certo que interessa saber, tanto quanto possível, como poderiam ser os enunciados primitivos, o que teria sido incorporado e descartado a cada nova compilação de *Elementos*, quais procedimentos estariam já nomeados e quais ainda não. Vestígios de primitivas *análise* e *síntese* independentes aparecem inequivocamente antes da descrição dada por Pappus, motivando questões sobre outros recursos associados ao pensamento matemático, cuja formulação ocorreria posteriormente, ou com os trabalhos de Euclides, ou pela tradição que o sucedeu.

Na parte em que comenta as proposições, Proclus afirma que todo problema e todo teorema podem ser divididos nas seguintes partes: uma *enunciação* [πρότεσις], que declara o que é dado e o que é procurado a partir disso (uma enunciação perfeita deve consistir em ambas essas partes); uma *exposição* [ἐκτεσις], que toma separadamente o que é dado e prepara o seu avanço para o uso na investigação; uma *especificação* [διορισμός], que toma separadamente o procurado e torna claro o que ele é; uma *construção* [κατασκευή], que adiciona o que está faltando ao que é dado para encontrar o procurado; uma *prova*

¹²⁷ Cf. Sayre (1969, p. 40-41).

[ἀπόδειξις], que, pelo raciocínio científico, traça as inferências a partir do que fora admitido; e uma *conclusão* [συμπέρασμα], que reverte a enunciação, confirmando o que foi provado (PROCLUS, 1992, p. 159).

Proclus afirma também que as etapas mais essenciais e que estão sempre presentes são a *enunciação*, a *prova* e a *conclusão*¹²⁸. Após aplicar estas distinções à primeira proposição do livro I dos *Elementos*, sugere que o estudante também o faça em cada uma das proposições restantes, “porque um exame detalhado destas questões fornecerá exercício e prática não pequenos ao pensamento geométrico”¹²⁹. Para ilustrar o que acaba de ser dito, consideremos, como exemplo, o teorema 32 do livro I dos *Elementos* de Euclides¹³⁰:

Enunciação: Tendo sido prolongado um dos lados de todo triângulo, o ângulo exterior é igual aos dois interiores e opostos, e os três ângulos interiores do triângulo são iguais a dois retos.

Exposição: Seja o triângulo ABC, e fique prolongado um lado dele, o BC, até o D;

Especificação: digo que o ângulo sob ACD, exterior, é igual aos dois sob CAB, ABC, interiores e opostos, e os três ângulos sob ABC, BCA, CAB, interiores do triângulo, são iguais a dois retos.

Construção: Fique, pois, traçada, pelo ponto C, a CE paralela à reta AB¹³¹.

Prova: E, como a AB é paralela à CE, e a AC caiu sobre elas, os ângulos sob BAC, ACE, alternos, são iguais entre si¹³². De novo, como a AB é paralela à CE, a reta BD caiu sobre elas, o ângulo sob ECD, exterior, é igual ao sob ABC, interior e oposto¹³³. Mas foi provado também o sob ACE igual ao sob BAC; portanto, o ângulo sob ACD todo é igual aos dois sob BAC, ABC, interiores e opostos. Fique adicionado o sob ACB comum; portanto, os sob ACD, ACB são iguais aos três sob ABC, BCA, CAB. Mas os sob ACD, ACB são iguais a dois retos: portanto, os sob ACB, CBA, CAB são iguais a dois retos.

Conclusão: Portanto, tendo sido prolongado um dos lados de todo triângulo, o ângulo exterior é igual aos dois interiores e opostos, e os três ângulos interiores do triângulo são iguais a dois retos; o que era preciso provar.

¹²⁸ Id.

¹²⁹ Id., p. 165: “For a comprehensive survey of these matters will provide no little exercise and practice in geometrical reasoning”, no original.

¹³⁰ Retiramos este exemplo de Bicudo (2004, p. 8-10), em tradução do Livro 5 (Substância) das *Categorias*, onde a demonstração euclidiana é feita em paralelo à argumentação aristotélica.

¹³¹ O postulado das paralelas é usado somente a partir do teorema 27 do livro I dos *Elementos*. Nos teoremas que se seguem, são provadas importantes propriedades que dele dependem. Cf. EUCLIDES, 2009, p. 119.

¹³² Pelo teorema 29. Idem, p. 120.

¹³³ Idem.

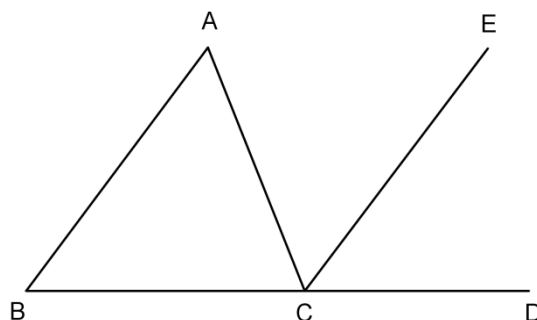


Figura obtida na demonstração

A demonstração da imortalidade da alma no *Fédon* certamente não tem como propósito servir de modelo invulnerável de argumentação, mas despertar nos companheiros do último dia de Sócrates a crença num destino melhor àqueles que seguem a filosofia. Mais do que isso, Sócrates os encoraja numa busca permanente pela virtude e sabedoria, por mais difícil que seja, pois seria “prova de fraqueza” abandonar tal desiderato enquanto não sentirem cansaço (*Fédon*, 85 c). Diante disso, não podemos deixar de refletir sobre questões que envolvem o Platão escritor, o “demiurgo” dos acontecimentos envolvendo o trágico desfecho de Sócrates. Parece-nos pouco plausível que num dos momentos de maior dramaticidade de toda sua obra, onde delineia os fundamentos das teses essenciais de seu pensamento, Platão não dedicasse especial atenção à estrutura na qual os dispõe. Parte de uma resposta a esse questionamento está na determinação da superioridade do método empregado na pesquisa das causas de Sócrates, e na detalhada organização como ele expõe os seus passos aos seus interlocutores.

E se da relação histórica de influência mútua entre Platão e os matemáticos, Proclus esculpiu a imagem de um Euclides platônico, consideramos igualmente importante procurar no pensamento de Platão traços de uma acribia matemática. Mais especificamente, neste caso, no contexto da demonstração da imortalidade da alma. Não nos interessa forçar a argumentação de Platão em uma moldura que ganha contornos só muito tempo depois dele; em vez disso, procuramos jogar luz sobre como o uso de um *logos* matemático nos diálogos, seja de modo descritivo, seja de modo normativo, ajuda a definir as linhas do próprio enquadramento. Desse esquadramento, temos na demonstração socrática a seguinte correlação com as partes especificadas acima por Proclus:

Enunciação: se “existe o belo em si, e o bem, e o grande e tudo o mais da mesma espécie” (o que é dado), então é possível mostrar a causa e provar a imortalidade da alma (100 b) – o que é procurado.

Exposição: “se existe algo belo além do belo em si, só poderá ser belo por participar desse belo em si. O mesmo afirmo de tudo o mais”¹³⁴. O argumento causal prepara o avanço pela “presença ou comunicação” das propriedades ideais aos objetos que apresentam a respectiva designação, “qualquer que seja o meio ou caminho de se lhe acrescentar”¹³⁵. A exposição se difunde para outros casos: “como é por meio da grandeza que o grande é grande e o maior é maior, e pelo da pequenez que o pequeno é pequeno”¹³⁶, tanto em um contexto observável, como é o caso de um homem ser maior do que outro, quanto no âmbito inteligível, como é o caso da estrita razão do dez ser maior do que o oito.

Construção: sobre a tensão entre os contrários, a saber, a grandeza e a pequenez, Sócrates afirma que “de duas uma terá de ser: ou ela foge e sai do caminho, quando dela se aproxima seu contrário, a pequenez, ou, com sua chegada, deixa de existir”¹³⁷. “Ora, o que afirmamos é que esses contrários, justamente, não admitem transição de um para outro”¹³⁸. Este raciocínio repousa na reformulação do princípio de Parmênides, “é que já assentamos que nunca o contrário pode ser o contrário de si mesmo”¹³⁹, responde Sócrates ao desabafo de Cebes de que nem tudo está claro. Portanto, “o quente não é a mesma coisa que o fogo, nem o frio o mesmo que a neve”¹⁴⁰. Note-se que embora úteis como estímulo ao pensamento, os objetos sensíveis, na qualidade de cópias imperfeitas e corruptíveis, comportam dificuldades que são inerentes à sua própria natureza sensível, imperfeita e transitória. Os objetos da aritmética, no entanto, apesar não serem puras *Ideias*, não estão também sujeitos às intempéries a que são submetidos os sensíveis. E por estarem, por assim dizer, um passo à frente dos objetos sensíveis, e, ao mesmo tempo um passo atrás das *Ideias*, no que concerne ao seu estatuto ontológico, a compreensão dos números nos afasta das impurezas relativas àqueles, e nos aproxima da perfeição destas.

seja como for, de tal modo é constituída a natureza do três, do cinco e de toda uma metade dos números, que apesar de cada um deles não ser a mesma coisa que o ímpar, sempre terá de ser ímpar. O mesmo passa com o dois, o quatro e toda a outra metade dos números, que, sem serem o par, sempre terão de ser pares.¹⁴¹

¹³⁴ Id., 100 c.

¹³⁵ Id., 100 d.

¹³⁶ Id., 100 e.

¹³⁷ Id., 102 d-e.

¹³⁸ Id., 103 c.

¹³⁹ Id., 103 c 7-8: Συνωμολογήκαμεν ἄρα, ἢ δ' ὅς, ἀπλῶς τοῦτο, μηδέποτε ἐναντίον ἑαυτῷ τὸ ἐναντίον ἔσσει-
θαί.

¹⁴⁰ Id., 103 d.

¹⁴¹ Id., 104 a-b.

Essa aproximação prepara a adição do que está faltando ao que é dado para encontrar o procurado: a noção de que “não são apenas as ideias contrárias que não admitem a aproximação recíproca; há outras, também, que não aceitam essa aproximação dos contrários”¹⁴². O conceito matemático de *classe de equivalência* nos auxilia a superar a dificuldade da passagem¹⁴³. Uma *classe de equivalência* é um determinado modo de se organizar um conjunto, é a coordenação de uma coleção de objetos em torno de uma característica comum a todos os seus elementos, indistintamente. Sócrates fala da divisão dos números em duas *classes*, a dos números pares e a dos números ímpares. Apesar de cada número participar de uma *Ideia* que lhe é particular, essa relação primária e primordial de *identidade* não tem qualquer serventia quando se deseja cotejar um número com outro. Por isso é que a natureza de cada número só é completamente descrita pelo seu próprio nome e pela característica de ser par ou ímpar. Considerados individualmente, um número nunca é o contrário de outro, mas a classe a que pertence não aceita a aproximação de contrários. O dois não é contrário ao três, e, analogamente, nenhum número é contrário a nenhum outro. Mas na *classe* a que pertence o três, a de número ímpar, “jamais entrará a ideia de par”.

Prova: Pouco antes da conclusão, Sócrates refaz o caminho da cadeia de inferências: “Recapitulemos tudo o que dissemos até aqui, pois não há mal em ouvir a mesma coisa várias vezes”¹⁴⁴. O que precisa haver no corpo para que ele fique quente?¹⁴⁵ Uma resposta *ignorante* (ἄμοθής) seria afirmar que é o *calor* (θερμότης), porém, outra mais *refinada* (κομψός) sustentaria que é o *fogo* (πῦρ). Analogamente, o que precisa haver no corpo para que ele adoça? Com base na exposição anterior, não se pode afirmar que é a doença, mas sim alguma febre. “E no caso de perguntares o que precisa haver num número para ser ímpar, não me referiria à imparidade, mas à unidade, e assim sucessivamente”¹⁴⁶. Consequentemente, para que o corpo viva é necessário que nele haja alma, e, portanto, de “tudo o que a alma se apodera, a isso ela dá vida”¹⁴⁷. O contrário da vida é a morte, e por isso a alma nunca poderá aceitar o contrário da vida. Logo, não recebendo a morte, a alma é imortal¹⁴⁸. “Muito bem.

¹⁴² Id., 104 c.

¹⁴³ Para não cair no tipo de problema que tentamos evitar ao longo deste trabalho, que é o de projetar no pensamento platônico estruturas modernas que inevitavelmente o restringem, entenda-se por *classe de equivalência* o mesmo que *âmbito, área, contexto, domínio, esfera*. O uso da expressão é meramente didático.

¹⁴⁴ Id., 105 a.

¹⁴⁵ Id., 105 b 8-9.

¹⁴⁶ Id., 105 c 4-6. Presumindo claramente as definições de *par* e *ímpar* como nas definições 6 e 7 do livro VII dos *Elementos*, respectivamente: “Um número par é aquilo que é dividido em dois”. “E um número ímpar é o que não é dividido em dois, ou [o] que difere de um número par por uma unidade” (EUCLIDES, 2009, p. 269).

¹⁴⁷ Id., 105 d 3-4.

¹⁴⁸ Id., 105 e.

Podemos afirmar, por conseguinte, que isso ficou demonstrado? Ou como te parece?”, pergunta Sócrates, para ouvir da boca de Cebes: “ficou demonstrado à saciedade”¹⁴⁹.

Conclusão: “Sendo assim, agora, com relação ao imortal, uma vez admitido por nós dois que é também imperecível, a alma, além de imortal, terá de ser por força imperecível. Caso contrário, precisaríamos lançar mão de outro argumento”¹⁵⁰.

3.12. O μῦθος e o λόγος entrelaçados pela incompletude da linguagem

Ao fim da demonstração, Sócrates retorna ao mito, indicando assim o fechamento de um ciclo. Na conjuntura escatológica em que toma parte, a imortalidade da alma é acompanhada de reflexões éticas, pois exige cuidados de nossa parte “não apenas nesta porção de tempo que denominamos vida, senão o tempo todo em universal”¹⁵¹. A força desse compromisso determina a separação entre as coisas visíveis e invisíveis, imprimindo uma reforma no olhar para que a alma possa contemplar a verdadeira natureza das coisas. Os princípios que perpassam a pesquisa devem estar bem definidos e estabelecidos, de modo que os instrumentos dessa navegação possam testemunhar em defesa de seu sucesso. A imprecisão da linguagem deve ser evitada tanto quanto o possível, “além de ser um defeito em si mesma, produz mal às almas”¹⁵².

Ao fazer interagir os conceitos da razão com as imagens mitológicas, Platão estrutura complementarmente as expressões da racionalidade humana. O nexos mais profundo entre a *forma* e o *conteúdo* filosófico no platonismo talvez tenha sua raiz na incompletude da linguagem a que o pensamento se submete. Platão se esforça com o emprego de figuras pertencentes ao domínio da própria linguagem, tentando expressar algo que não seja maculado pelo meio. Preenchendo lacunas da lógica com aspectos intuitivos. Diante disso, parece-nos bastante verossímil questionar, já na época de Platão, se haveria uma linguagem livre de ambiguidades, e a saída encontrada estaria na acribologia matemática. Mais de dois milênios se passariam, até que dois jovens austríacos de temperamentos bem diferentes comprovassem, cada um ao seu modo, os problemas de coerência intrínseca à linguagem que preocupavam Sócrates. O primeiro afirmaria que não existem os problemas que afligem a mente dos homens, o que há são apenas problemas de linguagem, e o segundo demonstraria,

¹⁴⁹ Id., 105 e 8-9.

¹⁵⁰ Id., 106 c 9-d 1.

¹⁵¹ Id., 107 c.

¹⁵² Id., 115 e.

de forma cabal, mas não sem boa dose de ironia poética, a impossibilidade de escapar de tais problemas¹⁵³.

A reorganização ontológica posta em prática com a *teoria das Ideias* é associada ao apreço de Platão pela aura de invulnerabilidade que a matemática apresenta diante dos perigos da ambiguidade linguística dos sofistas. Corroborada a favor desse *logos* o fato de ele harmonizar-se com o método de perguntas e respostas, determinando uma dinâmica dialógica que só faz enfatizar o interesse de seu criador pelos processos e circunstâncias em que se dá o conhecimento. Uma variedade de recursos matemáticos aparece de forma mais ou menos nítida, indicando graus de desenvolvimento em movimento. Paralelamente aos processos *analítico* e *sintético*, ambos hipotéticos, mas, um elementarizante; o outro, dedutivo, Platão destaca o estabelecimento de *relações*, ou composição de *harmonias*. Ao menos três características da associação por *participação* podem ser assinaladas na demonstração da imortalidade da alma: (i) a *participação* ou *comunicação* das *Ideias* como causa da *identidade* dos objetos, explicando porque eles têm as características que têm; (ii) ao discutir em que uma pessoa alta ultrapassa outra de baixa estatura ou porque um número é menor do que outro, Sócrates amplia a relação de *participação* como causa das diferenças entre objetos de uma mesma classe; e por fim, (iii) a relação entre diferentes *Ideias* que podem coexistir num mesmo objeto, e sendo umas mais gerais do que outras determinam *classes* de objetos que são mais completamente definidos pela recusa da aproximação de *Ideias* que lhes são contrárias.

Aproveitando a alusão de Toth à *Oferenda Musical* de Bach no capítulo anterior, pensamos as *harmonias* do *Fédon* como um *Ricercar a 3*, onde cada uma delas desempenha o papel de variação de voz de um único cânone. A sua função é dupla: em primeiro lugar, são parte de uma melodia e, em segundo lugar, parte de uma harmonização da mesma melodia.

Quando há três vozes canônicas, por exemplo, cada nota do tema deve atuar de duas maneiras harmônicas diferentes, além de atuar melodicamente. Assim, cada nota de um cânone tem mais de um significado musical; o ouvido e o cérebro do ouvinte discernem automaticamente o significado apropriado, referindo-se ao contexto. (HOFSTADTER, 2001, p. 8-9)

Em última instância, o nexos das relações aponta para o vértice da metafísica platônica, que formaria a etapa final da *segunda navegação*, os *Princípios Primeiros e Supremos* do *Um*

¹⁵³ São eles Ludwig Wittgenstein (1889-1951) e Kurt Gödel (1906-1978), respectivamente.

e da *Díade*, que estão acima das próprias *Ideias* e as fundamentam¹⁵⁴. Uma travessia em que participam colaborativamente a geometria e *coisas do mesmo gênero*. *Coisas* que um jovem aristocrático Platão deve ter aprendido em sua educação; *coisas* que um pesaroso Platão, após a morte do mestre, aprimorou em suas viagens; *coisas* que, do alto de sua maturidade, Platão cultivou na Academia.

¹⁵⁴ Cf. Reale (1997), Krämer (2001), Höhle (2008). E além destes, pode-se ler com proveito LAVECCHIA, S. *Oltre l'Uno ed i Molti. Bene Ed Essere nella filosofia di Platone*. Milano – Udine: Mimesis Edizioni, 2010. Monografia sobre o Bem na filosofia de Platão sob a perspectiva univocamente *monística* e *dualística*.

4 A República

4.1. A cidade, a *paidéia* e o *Bem*

O pensamento ético-político de Platão se justapõe ao onto-epistemológico na imagem da cidade justa e verdadeira, que exige, no compromisso de sua administração, a sobreposição das figuras do governador e do filósofo¹. Um dos escopos da *República* é a organização das diretrizes para a realização desse projeto, e em seu núcleo está uma *educação*. A tessitura metafísica de fundo é representada por uma sucessão de imagens em que o fantástico e o poético, a razão e o mito, a visão e a inteligência, a lógica e a intuição, são todos chamados em causa de uma *pedagogia*.

Sob as figuras de linguagem que entrecem os livros VI e VII, desenvolve-se um complexo de disciplinas (VII 521 c-531 c) complementares à educação ginástico-musical dos livros II e III. A finalidade desta última era tornar a alma harmoniosa, moderada e corajosa (III 410 c-e), ao passo que os *aprendizados* (*μαθήματα*) agora considerados têm o poder de arrastar a alma, “levando-a daquilo que vem a ser até aquilo que é” (VII 521 d 4-5)².

No decorrer da discussão, Gláucon e Adimanto (nomes dos irmãos de Platão) se tornam os principais interlocutores de Sócrates, representando o contraponto no estímulo ao desenvolvimento crítico da argumentação – sobretudo o primeiro, a partir do livro II. Em geral, os personagens platônicos desenvolvem também a função de representantes de uma classe de equivalência³. Nesse caso, em particular, questiona-se se na homenagem de Platão estaria uma indicação da posição política e da envergadura cultural, ambas necessárias à realização das mudanças propostas por Sócrates. Trasímaco da Calcedônica, sofista e provável simpatizante da tirania, simboliza, por sua vez, a cultura adversária do plano socrático. É dele a definição inicial de justiça como “o vantajoso para o mais forte” (I 338 c), uma opinião presumivelmente compartilhada por muitos na cidade. O seu comportamento no

¹ Sem adentrar nos méritos de sua autenticidade, a seguinte passagem da *Carta VII* (326 a-b) está em concordância com essa tese fundamental da *República*: “Fui obrigado a dizer, louvando a verdadeira filosofia, que a ela cabe discernir o politicamente justo em tudo dos indivíduos, e que a espécie dos homens não renunciará aos males antes que a espécie dos que filosofam correta e verdadeiramente chegue ao poder político, ou a espécie dos que têm soberania nas cidades, por alguma graça divina, filosofe realmente” (PLATÃO, 2008, p. 51).

² O texto de referência da *República* utilizado em Língua Portuguesa é a tradução feita por Anna Lia Amaral de Almeida Prado (São Paulo: Martins Fontes, 2006). Salvo indicação contrária, as citações são todas tiradas desse texto, mantendo apenas a referência da numeração das linhas da edição do texto grego de John Burnet.

³ Para Vegetti, na sua introdução à *República* (PLATONE, 2010b, p. 12-13), a “representação” não significa uma reprodução historiográfica fidedigna das posições dos personagens correspondentes. Significa antes, atitudes intelectuais condensadas, que além de servirem aos processos de identificação, convêm à dinâmica da dialética dialógica pela elevação do nível teórico no confronto entre diferentes posições.

trato com Sócrates nos auxilia a desvelar os horizontes de possibilidades éticas e políticas representados no diálogo. Descrito por Platão como dotado de um temperamento forte e irritadiço, Trasímaco é retratado como um *animal selvagem* (I 336 b 5), de reações violentas. “Sócrates, tu és nojento!”⁴, “um sicofanta”⁵, vocifera. E ao exigir de Sócrates a mais rigorosa linguagem, ironicamente vê a sua própria definição de justiça cair em contradição. Quando nos livros centrais, Sócrates convida Gláucon a refletir sobre o estado das ciências matemáticas de sua época com expressões como “creio que tu sabes”, “sabes também que”, este responde, “isso eu sei muito bem”, “é verdade o que dizes”⁶, demonstrando, de tal modo, conhecer não apenas quais são e do que tratam os saberes matemáticos difundidos na Atenas do século V, como ainda reconhecendo a distinção entre *técnicas manuais* (τέχνοι βόναυσοι, VII 522 b 3), e os aprendizados que se deve reservar aos de *melhor natureza* (οἱ ἄριστοι τὰς φύσεις, VII 526 c 5).

4.2. Um caleidoscópio metafórico

Com a metáfora do sol (VI 508 a-509 b), Platão prepara o terreno delineando um imaginário onde “o sol é o filho de bem, aquele que o bem engendrou como análogo a si, cuja relação no mundo inteligível com a inteligência e as coisas inteligíveis é a mesma que o sol tem, no mundo visível, com a vista e as coisas visíveis”⁷. Do mesmo modo que a luz é o “terceiro elemento”⁸ que une “o sentido da visão e a capacidade de ser visto”⁹, “é a idéia do bem que confere verdade ao que está sendo conhecido e capacidade ao que conhece”¹⁰. Inicia-se assim a passagem do físico ao metafísico, da opinião ao pensamento, onde Sócrates retoma e aprimora uma divisão traçada já no *Fédon* (79 seg.)¹¹.

Na representação feita por Adam (2009, v.2, p. 60), e de que se vale Baccou em nota à *República* (1965, v.1, p. 95), temos a seguinte correspondência entre os elementos relacionados ao sol e a *Ideia do Bem*:

⁴ Id. I 338 d 2.

⁵ Id. I 340 d 2.

⁶ Id., VI 510 c-e.

⁷ Id., VI 508 b 12-c 2.

⁸ Id., VI 507 e 1.

⁹ Id., VI 507 e 5-508 a 1.

¹⁰ Id., VI 508 d 10-e 2.

¹¹ Cf. Platão (2011), ver também capítulo anterior.

τόπος ὁρατός		τόπος νοητός
(1) Sol	==	Ideia do bem
(2) Luz	==	Verdade
(3) Objetos da visão (cores) }	==	{ Objetos do Conhecimento (ideias)
(4) Sujeito que vê	==	Sujeito que conhece
(5) Órgão da vista (olho) }	==	Órgão do conhecimento
(6) Faculdade da vista (ὄψις) }	==	{ Faculdade da razão (νοῦς)
(7) Exercício da vista (ὄψις, ὁρᾶν) }	==	{ Exercício da razão (νόησις, γνῶσις, ἐπιστήμη)
(8) Aptidão de ver	==	Aptidão de conhecer

Com a parábola da linha dividida (VI 509 d-511 b), é estabelecida a relação entre os diversos níveis de conhecimento e as realidades a eles associadas, definindo a fisionomia de seus objetos, e o seu posicionamento na escala hierárquica do ser. Sócrates descreve-a como segue: “Toma uma linha dividida em duas seções desiguais [ἄνισα] e, de novo, corta cada seção segundo a mesma proporção [ἀνὰ τὸν αὐτὸν λόγον], a do gênero visível e a do inteligível”¹². Tal proporção é determinada segundo a relação de nitidez, ou sua ausência, entre os objetos de cada âmbito, em que se definem graus de realidade e afecções da alma (παθήματα ἐν τῇ ψυχῇ, VI 511 d 7)¹³. No que se refere ao gênero visível, objeto da *opinião* (δόξα), a divisão define uma relação entre os objetos originais, naturais ou artificiais, e suas respectivas *cópias* ou *imagens* (τὰς εἰκόνας). Estando estas na parte inferior, irão corresponder a tudo o que não é verdadeiro, e, portanto, esse segmento estará associado à *conjectura* (εἰκασία). A parte superior corresponde ao cognoscível, à *fé* (πίστις). De modo semelhante, na seção relativa aos inteligíveis, objetos da *ciência* (ἐπιστήμη), estão os entes matemáticos na primeira parte, referentes ao *pensamento discursivo* (διάνοια). A outra seção, a do *pensamento* ou *entendimento* (νοήσις), é o nível epistêmico mais alto em que se desenvolve a capacidade dialética. A pesquisa, propriamente dita, é uma atividade

¹² Id., VI 509 d 6-8.

¹³ Cornford (1932a) afirma ser conveniente manter separados quatro elementos em contraste: (a) *Objetos*; (b) *Métodos de procedimento*; (c) *Movimentos do pensamento*, dedutivos ou intuitivos, mostrados nos procedimentos; e (d) *estados de espírito*, característicos dos matemáticos e dos dialéticos.

exclusivamente atribuída à faculdade intelectual, os verbos ζητεῖν (510 b 5) e σκοπεῖσθαι (511 d 1) “aparecem apenas nas passagens em que são delineados os modos, os níveis, de atividade do intelecto – isto é, principalmente na segunda seção principal da linha” (REPELLINI, 2003, p. 360)¹⁴. Em uma passagem posterior, Sócrates retoma a proporção e a complementa, chamando o primeiro par de *opinião*, e o segundo de *inteligência*,

tendo a opinião como objeto a geração, e a inteligência, a essência. Aquilo que a essência é em relação à gênese, a inteligência é em relação à opinião, e o que é a inteligência em relação à opinião é a ciência em relação à fé e o pensamento em relação à conjectura.¹⁵

Embora a representação da linha seja por si só objeto de estudo, Sócrates recomenda a Gláucon que sigam adiante com o colóquio, sem se deter nos detalhes da “correspondência de que dependem essas coisas e quanto à divisão de cada uma em duas categorias”. Sua preocupação é para que não caiam “em discussões mais complexas que as anteriores”¹⁶, postergando o verdadeiro objetivo.

Enquanto a linha simboliza o *topos* onto-epistemológico onde diferentes níveis de conhecimento são conectados, o mito da caverna coloca em cena a *dynamis* capaz de “arrastar-nos até o ser”¹⁷. Uma atividade que “com muita força conduz a alma para o alto”¹⁸, obrigando-a “a usar só a inteligência para atingir a verdade em si”¹⁹, fazendo-a voltar-se “para aquele lugar onde está o mais feliz dos seres, aquele que a qualquer custo ela deve

¹⁴ “I verbi della ricerca – ζητεῖν, σκοπεῖσθαι – e i sostantivi a essa associati compaiono soltanto nei passi in cui sono delineati i modi, o livelli, di attività dell’intelletto – cioè principalmente nella seconda sezione principale della linea”, no original.

¹⁵ Platão, *República*, VII 533 e 3-534 a 8.

¹⁶ Id., VII 534 a. Na opinião de Cambiano: “na *República* o uso frequente de proporções parece aludir à recente resistemização da teoria por obra de Eudoxo” (1967, p. 144). A dificuldade é que a alusão não nos permite elaborar qualquer esboço sobre o grau de desenvolvimento ou formalização da teoria na época em que teria sido escrito o diálogo. Na divisão da linha em segmentos desiguais, Sócrates não dá qualquer indicação sobre qual deva ser o maior e o menor. Em nota, Baccou afirma que: “segundo uns, que acompanham Plutarco (*Quaest. Plat.* 1001 c segs.) é o primeiro, pois representa o domínio do múltiplo. Segundo outros (Steinhart, Adam), é o segundo, pois a desigualdade corresponde à diferença de clareza e verdade entre o inteligível e o visível, como parece indicar o contexto: καὶ σοὶ ἔσται σαφηνεία καὶ ἀσαφεία πρὸς ἄλληλα κτλ. Esta interpretação é mais satisfatória do que a primeira. Suscita todavia graves dificuldades [...] que se pode evitar, se considerarmos cada segmento como representante da *extensão real* dos domínios do inteligível e do visível, e de suas subdivisões (entendemos por extensão real dêsses domínios a soma, considerada metafóricamente [sic] como extensiva, das *realidades* que abrangem). Conforme esta hipótese, o domínio do visível será o menos extenso, pois seus objetos só reproduzem – em múltiplos exemplares, mas de realidade muito enfraquecida – certos aspectos do domínio inteligível” (1965, p. 98, grifo do autor). Frecheiras (2010, p. 128-139) aborda as duas possíveis perspectivas de divisão da linha a partir de diversas outras fontes.

¹⁷ Id., VII 523 a.

¹⁸ Id., VII 525 d.

¹⁹ Id., VII 526 b.

contemplar”²⁰. A linguagem utilizada por Platão para indicar a libertação do prisioneiro da caverna segue o imaginário de um *caminho ascendente* (ἐπάνω ὁδόν), que vai das *sombras* (τάς σκιάς) à *luz* (φάος), da *noite* (νύκτωρ) ao *dia* (ἡμέρα), do *subterrâneo* (κατάγειος) ao “próprio sol, no lugar que é o dele, tal qual ele é”²¹. A relação implícita é entre a ausência e presença de educação, e interpretada analógica e paralelamente à metáfora da linha, inspira uma representação vertical dela²².

Essa caminhada é chamada dialética²³, e aquele que a efetua “apreende a essência de cada coisa”²⁴. Um complexo de ciências composto pela música, ginástica, artes, e outras que têm “metas mais amplas”, auxiliam essa *conversão* (περιαγωγή)²⁵. As últimas, em especial, possibilitam tanto o movimento de *ascensão* (ἀνάβασις) da alma até o *Bem*, quanto o de *descenso* (κατάβασις), no qual após ter visto o *Bem* em si, o dialético poderá “servir-se dele como modelo” para “manter em ordem a cidade”²⁶.

4.3. As hipóteses e a direção da pesquisa nas ciências matemáticas

Na parte final do livro VI, Sócrates faz uma distinção entre os procedimentos de pesquisa referentes à região superior da ciência, composta pela *dianoia* e pela *noesis*. “Na primeira seção”, diz ele, a alma “era forçada a pesquisar a partir de hipóteses, usando objetos lá imitados como imagens, caminhando na direção não do princípio, mas do fim”²⁷. Tal práxis é associada àqueles que “se ocupam com a geometria, com o cálculo e assuntos como esses”²⁸, e que iniciam a sua atividade a partir de hipóteses, como “o par e o ímpar, as figuras, três espécies de ângulos e outras coisas afins”²⁹. E que depois disso expõem todo o restante “de maneira conseqüente”³⁰, demonstrando aquilo que os levou à pesquisa.

²⁰ Id., VII 526 d.

²¹ Id., VII 516 b 5-6.

²² “Segundo I. KLÄR, *Die Schatten im Höhlengleichnis und die Sophisten im homerischen Hades*, «Archiv f. Geschichte d. Philosophie» LI (1969) pp. 225-59, a alegoria da caverna teria sido composta em outro contexto e para outro fim (a oposição filósofo-sofista) e somente depois incorporada à *República*, isso é o que explicaria a imperfeita correspondência com a linha” (PLATONE, 2010b, p. 184, n. 187).

²³ Id., VII 532 b 4.

²⁴ Id., VII 534 b 3-4.

²⁵ Id., VII 518 d 3-4.

²⁶ Id., VII 540 a 9.

²⁷ Id., VI 510 b.

²⁸ Id., VI 510 c.

²⁹ Id., VI 510 c.

³⁰ Id., VI 510 d.

Os que se dedicam à geometria e às outras técnicas irmãs³¹ estabelecem suas hipóteses “como se as conhecessem, [...] e acham que não têm de prestar contas nem a eles mesmos nem aos outros sobre isso que, segundo eles, é coisa evidente para qualquer um”³². Como se pode notar, esse método se identifica com a verificação das consequências concordantes com a existência das *Ideias* no *Fédon* (100 a seg.). A diferença sobre a qual Platão apoia a sua crítica é o fato de os matemáticos ignorarem a discussão sobre o acordo das hipóteses da pesquisa. Consideram-nas evidente para qualquer um, e com isso estabelecem-nas como um fato dado, algo objetivo em si e por si, isentando-as do acordo intersubjetivo entre os participantes da discussão. Assim providas, pouco importa a capacidade de compreensão do indivíduo, pois no caso da falta de entendimento, não são as hipóteses da matemática que devem ser desdobradas em suas razões – elas são inatacáveis. É o sujeito quem deve elevar o seu grau de compreensão para captar o significado do ser par e ímpar, das figuras, das três espécies de ângulos e das outras coisas afins.

Outra particularidade associada à geometria diz respeito ao uso de uma linguagem inapropriada, devido à natureza “anfíbia” de seus objetos. Ao servir-se de figuras visíveis, o geometa discute sobre elas, ainda que não esteja pensando nelas, “mas naquelas com as quais elas têm semelhança”³³. Realiza as suas operações por meio de representações sensíveis, mas discute a propósito do próprio quadrado e da própria diagonal (VI 510 d). Os objetos verdadeiros “não poderiam ser vistos senão com o pensamento”³⁴. No entanto, essa observação de que a geometria se utiliza de sensíveis, mas obriga o pensamento a voltar-se para suas verdadeiras formas, revela a sua superioridade perante a região da *imaginação* (εἰκασία) e da *crença* (πίστις). Estas produzem julgamentos instáveis ou de pouca eficácia, pois assumem como conteúdo os objetos sensíveis em si mesmos, sem impelir o sujeito cognoscente a qualquer faculdade cognitiva distinta da opinião.

Vinculada à percepção e às hipóteses, o papel da geometria como paradigma científico auxiliar ao desenvolvimento da filosofia platônica atinge os seus limites: “não pode elevar-se além das hipóteses”³⁵. Por esse motivo, a geometria e as que dela derivam “sonham com o ser”, visto que ao se valer de hipóteses e de figuras, deixam o próprio ser intocado, “porque

³¹ Id., VI 511 a 10-b 1: ταῖς γεωμετρίας τε καὶ ταῖς ταύτης ἀδελφαῖς τέχναις λέγεις. Em conformidade ao trecho em VII 530 d, onde Sócrates, em referência à astronomia e à harmonia, diz que “essas ciências, de certo modo, sejam irmãs, como dizem os pitagóricos” (καὶ αὐταὶ ἀλλήλων ἀδεσφαί τινες αἱ ἐπιστῆμαι εἶναι, ὡς οἱ τε Πυθαγόρειοί φασι).

³² Id., VI 510 c.

³³ Id., VI 510 d.

³⁴ Id., VI 511 a.

³⁵ Id., VI 511 a.

são incapazes de prestar contas sobre elas”³⁶. Em termos gerais, Sócrates se refere às ciências matemáticas na *República* como um conjunto de disciplinas de caráter exclusivamente *hipotético-dedutivo*. Em sentido ontológico, elas partem de algo já distante do ser, e seguem um rumo epistemológico que as afasta ainda mais. O que nos leva a questionar de que maneira a metodologia de fundo do *Mênon* se enquadra nessa perspectiva.

De fato, a “maneira como os geômetras frequentemente conduzem suas investigações” (*Mênon*, 86 e 4-5)³⁷ decididamente não segue *de maneira consequente*. Este procedimento hipotético heurístico supõe o problema resolvido e busca pelas condições para que isso ocorra, ou seja, termina quando encontra, por redução, uma proposição ou resultado previamente estabelecidos. Como observado na solução da *quadratura da lúnula* de Hipócrates de Quios³⁸, a redução sequer era levada ao extremo dos elementos últimos da geometria, considerados agora fronteira intransponível dessa ciência.

O livro VI da *República* termina com a caracterização do pensamento discursivo como *intermediário* [μεταξύ] entre a opinião e a inteligência. Segundo Hösle (2008, p. 162-163), “Platão teria sido o primeiro na história da filosofia a ter reconhecido que a matemática não pode, em princípio, ser fundamentada, em última instância, a partir de si mesma”³⁹. A constatação dos limites da matemática abre um novo capítulo na sua histórica relação de influência mútua com a filosofia. Tomada até então como paradigma científico para o desenvolvimento da dialética platônica, a consciência das deficiências da matemática leva a um novo estado das coisas. São duas as características que impõem uma inversão de papéis, uma metodológica, e outra ontológica. Bastaria a primeira para dar início a uma busca por um método mais adequado aos problemas da filosofia, entretanto é a segunda, que representada pelo grau de proximidade com o *ser* a que pode conduzir, torna-se o critério decisivo para a mudança.

Platão não renuncia à simbiose entre matemática e filosofia, mas reconhece a necessidade da *δίνοια* matemática como condição indispensável para o *voûs* filosófico. “Parece-te, então, que para nós a dialética, em relação às ciências, como um coroaamento, jaz lá no alto e que não seria correto colocar outro aprendizado que não ela em posição mais

³⁶ Id., VII 533 b-c.

³⁷ Cf. Platão (2001, p. 69).

³⁸ Cf supra, capítulo primeiro.

³⁹ Embora para esse autor isso ocorra “na medida em que o critério de consistência formal permite a formação de sistemas opostos” (Idem), consideramos que mesmo havendo elementos distintos daquilo que posteriormente passou a se chamar *geometria euclidiana*, é arriscado falar em *sistematização* da matemática na época de Platão. Utilizamos a citação compreendendo que, para Platão, a metafísica deveria ser superior à matemática precisamente por ser responsável pelas *causas*, por dar conta dos princípios.

alta?”⁴⁰, provoca Sócrates. A superação da experiência sensorial é necessária, apesar de não ser suficiente para a ascensão aos princípios mais altos. Organizados pela mente que sustenta a coroa, os dados obtidos pelos sentidos renunciam justamente as características sensoriais. A matemática – como uma criação grega por excelência – considera apenas formas e números puros, obtidos em meio à confusão sensorial. Na perspectiva de Platão, a matemática promove o movimento do individual ao geral, do imperfeito ao perfeito, do corruptível ao incorruptível. Efetua a transição da seção inferior do visível, na representação da linha, até o pensamento puro. Analogamente, na dimensão epistemológica, as fronteiras do conhecimento do *ser* estão no que se assume por base e ponto de partida da argumentação científica. Antes, porém, de investigar a potência transitiva que o pensamento matemático confere à alma, colocando-a em movimento, vejamos como Sócrates concebe a região superior da ciência da dialética.

4.4. As hipóteses e a direção da pesquisa na dialética

Do ponto de vista da teoria do conhecimento, a evolução estrutural apresentada na *República* está na seção relacionada à *noesis*, na qual a alma segue um percurso ascendente em direção a um princípio não hipotético (VI 510 b 6-7)⁴¹. Situada na região mais alta da linha, cujo estado da alma corresponde ao pensamento puro, onde os objetos mais participam da verdade, “vai da hipótese ao princípio que não admite hipóteses sem servir-se de imagens [...] e encaminha sua pesquisa só por meio das próprias ideias”⁴². Além disso,

é a própria razão que as apreende com a força da dialética, considerando as hipóteses não como princípios, mas realmente como hipóteses, como degraus e pontos de apoio, para chegar ao princípio de tudo, aquele que não admite hipóteses.⁴³

Pode-se, inicialmente, objetar que a matemática também se serve das hipóteses como degraus e pontos de apoio, não obstante é a direção da pesquisa dialética que a torna superior. A investigação matemática não se importa com as hipóteses que utiliza senão como referencial, seja pela via analítica, seja pela sintética. Para a matemática, as suas hipóteses são puramente descritivas, declarações didaticamente úteis “porque chamam a nossa atenção para algumas das propriedades intuitivas dos seres considerados, mas supérfluas, pois não

⁴⁰ Cf. Platão, *A República*, VII 534 e.

⁴¹ ἐπὶ ἀρχὴν ἀνυπόθετον.

⁴² Id., VI 510 b 7-8.

⁴³ Id., VI 511 b.

intervém de modo algum na estrutura da dedução” (COSTA, 1981, p. 190). A tendência natural dessa ciência leva à consideração de tais enunciados como coisa evidente para qualquer um, e talvez por isso ainda não havia despertado o interesse de seus praticantes para a fundamentação dos próprios princípios.

A dialética *elimina* (ἀνοίρει) as hipóteses, não em sentido de negação, mas como estágio primeiro de fundamentação tanto epistemológica, quanto ontológica. O significado de superação das hipóteses é mais bem compreendido quando cotejado com a etapa de defesa das hipóteses no *Fédon*, uma vez que a exposição da *República* é, na verdade, o seu aprimoramento. Entre as características que indicam tal superioridade, estão:

A determinação do *princípio de tudo*, *aquele que não admite hipóteses*⁴⁴, que no *Fédon* era o ainda não explicitamente claro princípio *do alto* (τῶν ἄνωθεν, 101 d 7) ou *algo suficiente* (τι ἱκανόν, 101 e 1). Neste diálogo, a própria existência das *Ideias* é o postulado a partir do qual se inicia uma cadeia dedutiva, que tem na *participação* o seu critério primordial de concordância. No caso de necessidade de fundamentação do próprio postulado, efetua-se um movimento de substituição por algo mais simples, seja “na medida da capacidade de compreensão do homem” (107 b)⁴⁵, seja na interpretação de um τι ἱκανόν como sendo as próprias *Ideias*. Na *República*, é a própria *ideia do Bem* (τοῦ ἀγαθοῦ ἰδέα, VII 517 b 8) a fundamentação, a causa “que confere verdade ao que está sendo conhecido e capacidade ao que conhece”⁴⁶, colocando, desse modo, um fim a sucessão de depurações elementarizantes.

Sob a perspectiva da *suficiência* como um acordo intersubjetivo entre os participantes de uma discussão, a instauração do princípio não hipotético desata, definitivamente, a razão dos critérios subjetivos de consentimento. Constituindo-se como uma verdade extrapessoal, absoluta e universalmente válida, *algo suficiente* em si mesmo. O princípio ultrapassa, em anterioridade, o que era considerado a base, o fundamento aceito sem demonstração e em comum acordo para o início de um debate, raciocínio ou investigação. “Só o método dialético, eliminando as hipóteses, caminha por aí, na direção do próprio princípio, a fim de dar firmeza aos resultados”⁴⁷.

Já do ponto de vista da *suficiência* em si das próprias *Ideias*, a *ideia do Bem* representa uma redução à unidade (ἕν) de um princípio de tudo, “uma espécie de *de-limitação*, *determinação* e *de-finição* do ilimitado, do indeterminado, do indefinido” (REALE, 1997, p.

⁴⁴ Cf. Platão, *República*, VI 511 b 5-6: ἵνα μέχρι τοῦ ἀνυποθέτου ἐπὶ τὴν τοῦ παντὸς ἀρχὴν ἴων.

⁴⁵ Cf. Platão, *Fédon*, 2011, p.189.

⁴⁶ Id., VI 508 e.

⁴⁷ Id., VII 533 c 8-9.

165). Simbolizando simultaneamente medida e contraponto da multiplicidade, com a qual coopera constituindo a estrutura da realidade⁴⁸.

Em ambos os horizontes, a *ideia do Bem é base*, sem a necessidade de *aceitação*. *Fundamento*, sem a exigência de *acordo*. *Princípio*, que demonstra a si próprio. Ou seja, parece que mesmo no aprimoramento metafísico proposto como solução ontológica capaz de apontar na direção dos princípios mais altos, Platão emprega elementos do gênero do pensamento matemático. Se foi realmente o primeiro a reconhecer que a matemática não é capaz de fundamentar a si própria, Platão foi também o primeiro a tentar sanar tal deficiência por meio de um método metamatemático. A tentativa de fundamentação da qual erigiu a dialética mostra-se, em seu grau mais elevado, não como uma apropriação de componentes pertencentes à matemática, mas antes como um mergulho às profundezas da alma, ao princípio da vontade racional de onde nascem as leis basilares de que matemática e filosofia se apropriam e projetam em seu esforço de compreensão da realidade.

A importância da fixação desse ponto final na jornada do dialético impõe uma reformulação à paideia platônica. O plano de estudos elaborado por Sócrates e Gláucôn tem como meta fazer os homens subirem à luz, “da mesma forma que, segundo se diz, alguns deixaram o Hades e subiram até os deuses”⁴⁹. O longo percurso educacional visa uma revolução da função da razão pelo “reconhecimento de seu papel normativo e não só instrumental” (SCOLNICOV, 2006, p. 43). O processo de análise conceitual deve atingir a luz do primeiro princípio, que ilumina o “meio”, “amarrando” os argumentos “a fim de dar firmeza aos resultados” (VII 533 c). Afinal, “quando se tem como princípio aquilo que se desconhece e o fim e o meio estão entretrecidos com o que se desconhece, que expediente haveria para que tal acordo [ὁμολογίαν] um dia viesse a se tornar ciência [ἐπιστήμη]?”⁵⁰.

É nessa conexão entre dois polos, no movimento que vai das hipóteses ao princípio, e deste aos fins, enredando as vias de ascensão e descenso como procedimentos complementares, que se estabelece a segunda propriedade proeminente da dialética. Uma vez alcançado o princípio último, a própria razão, num movimento inverso, “vai descendo na direção do fim e, sem servir-se de nada que seja sensível, mas apenas das próprias idéias, por

⁴⁸ Essa ótica é fundamentada pelo trabalho exegético dos estudiosos da escola de Tübingen-Milão. Cf. Reale (1997), Krämer (2001), Szlezák (2005, 2009) e Höhle (2008).

⁴⁹ Id., VII 521 c.

⁵⁰ Id., VII 533 c. O sentido de ὁμολογία pode ser compreendido analogamente ao de συμφωνεῖν no *Fédon*, isto é, tanto como consistência lógica da argumentação, quanto como acordo entre os interlocutores do diálogo (CORNFORN, 1932a, p. 41-43). Não obstante a distinção entre o acordo intrínseco aos *logoi* e o que se estabelece entre os interlocutores não seja clara na dialética platônica (REPELLINI, 2003, p. 364-365, n. 4).

meio delas e por causa delas, acaba por chegar às idéias”⁵¹. A *ideia do Bem* se impõe como a “conclusão de que para todos é a causa de tudo quanto é reto e belo”⁵², tanto no mundo sensível, quanto no inteligível, onde “propicia verdade e inteligência”⁵³.

No final do livro VII (a partir de 539 e), a referência ao mito da caverna fecha um ciclo iniciado com a metáfora da nau/cidade (VI 488-489). O retorno do libertado que chegou à superfície é comparado ao dialético educado “de maneira melhor e mais perfeita”⁵⁴. Devendo descer novamente à morada das sombras, verá “mil vezes melhor que os de lá [...], porque já tereis a visão da verdade a respeito das coisas belas, justas e boas”⁵⁵. A apologia à imagem dos governantes se apoia nas capacidades organizativas que foram desenvolvidas ao longo de uma vida de estudo e treinamento, e a firmeza proporcionada pelo método dialético tem ampla extensão, tornando mais rigorosos os próprios resultados da ciência.

Agora, é preciso “examinar qual entre os aprendizados [τῶν μαθημάτων] tem essa capacidade [δύναμιν]”, ou seja, as técnicas que auxiliam nessa conversão, “arrastando e levando para o alto o olho da alma que está enterrado num pântano bárbaro”⁵⁶. Saberes que estão, por assim dizer, a meio caminho entre a *opinião* e a *ciência*, por meio dos quais se estabelece o *pensamento discursivo*⁵⁷.

4.5. Educação e reforma em uma família de ciências

Na matéria imarcescível em que Platão esculpe o dialético, vemo-lo como aquele que “aprende a essência de cada coisa”⁵⁸, que é capaz de prestar contas a si mesmo antes de prestar contas aos outros, que é “capaz de definir pela razão a idéia do bem, distinguindo-a de todas as outras [...] como num combate, passando através de todas objeções”⁵⁹. Para tomar as decisões mais importantes na cidade, os governantes não podem ser “faltos de razão como linhas irracionais”⁶⁰. A escolha dos *mais firmes, corajosos e belos* (VII 535 a 10-12) deverá ocorrer de maneira análoga à seleção precedente, feita pela educação ginástico-musical de base, cujos hábitos propiciam natureza equânime às almas, já que pela primeira se tornam

⁵¹ Id., VI 511 b-c.

⁵² Id., VII 517 b-c.

⁵³ Id., VII 517 c.

⁵⁴ Id., VII 520 b.

⁵⁵ Id., VII 520 c.

⁵⁶ Id., VII 522 d 1-2.

⁵⁷ Referência à definição do pensamento matemático em VI 511 d.

⁵⁸ Id., VII 534 b.

⁵⁹ Id., VII 534 c.

⁶⁰ Id., VII 534 d 5.

mais rústicas que o devido, e pela segunda, mais brandas que o necessário (III 410 c-e), vindo a adquirir *temperamento harmonioso* (VII 522 a 5). Para levar a termo o aprendizado complementar, os escolhidos “devem exercitar-se em muitas disciplinas”⁶¹, não esforçando-se, certamente, “menos que ao fazer exercícios físicos”⁶², pois “as almas perdem mais coragem durante estudos difíceis que durante exercícios físicos”⁶³. Devem ter boa memória, amor ao trabalho, e serem resistentes (VII 535 c 1-2). Homens “física e intelectualmente íntegros”⁶⁴.

No primeiro ciclo educacional, o propósito era desenvolver os dons naturais pela determinação dos hábitos; o segundo, que agora se inicia, aspira a fundamentar as capacidades cultivadas com um método científico. Mas por onde deve iniciar essa educação superior? O que resta, se excluídas a música, a ginástica e as artes? O ponto de partida deve ser algo já pertencente ao cotidiano da cultura ateniense em meados dos séculos IV e V, motivado sobretudo por exigências práticas. Sócrates propõe que se tome “uma das ciências que têm metas mais amplas”⁶⁵, “aquela que todas as artes, as operações intelectuais e ciências usam, aquela que necessariamente está entre as primeiras que qualquer um precisa aprender”⁶⁶. Ou seja, uma espécie de saber que é abrangente, que opera mecanismos intelectuais para além de sua própria alçada, e por isso é ao mesmo tempo propedêutico e *comum* (VII 522 c 1). Uma ciência *banal* (φᾶύλος, VII 522 c 5), cujo elemento *artesanal* (βάνανσος, VII 522 b 3) a vincula à vida cotidiana, tornando-a o exórdio para uma conversão. Para a ascensão dos sentidos à inteligência, aos μέγιστα μαθήματα⁶⁷ – dentre os quais o fim e “mais importante é a idéia do bem”⁶⁸. Trata-se da “ciência do número e do cálculo”⁶⁹, da qual “toda arte e ciência forçosamente fazem uso”⁷⁰.

4.5.1. As ciências dos números

São saberes úteis também à arte da guerra, seja para determinar a *disposição* (τάξεις) das tropas, seja para contar os navios e tudo o mais para “entender qualquer coisa que seja das

⁶¹ Id., VI 503 e 2.

⁶² Id., VI 504 d 1.

⁶³ Id., VII 535 b 6-8.

⁶⁴ Id., VII 536 b 2.

⁶⁵ Id., VII 522 b 7-8.

⁶⁶ Id., VII 522 c.

⁶⁷ Id., VI 503 e 3-4, 504 a 3, 504 d 4, e 1.

⁶⁸ Id., VI 505 a 2.

⁶⁹ Id., VII 522 c 6-7.

⁷⁰ Id., VII 522 c 7-8.

linhas de batalha”, e, principalmente, no caso em que se pretende “ser um homem”⁷¹. Diferenciam-se das simples sensações por considerar insuficiente o seu julgamento, ordenando que “de toda maneira, a inteligência as examine”⁷². Incita à reflexão pela presença simultânea de sensações opostas, estimula a inteligência a distinguir a *unidade* em meio à confusão causada pela *multiplicidade*.

O problema que Sócrates enfrenta com o exemplo dos três dedos – o polegar, o indicador e o médio – não versa sobre ilusões envolvendo luzes e sombras, como pensa Gláucon (VII 522 e 3-4)⁷³. O tema a que remete é a intervenção das ciências dos números na distinção de qualidades opostas e recíprocas. Em outras palavras, Sócrates não se refere às mudanças sucessivas da aparência de um objeto que ora se apresenta de um modo, ora de outro, causando confusão justamente por essa oscilação de sensações. Trata-se na verdade da paradoxal existência simultânea de características contrárias em um mesmo objeto⁷⁴. A insuficiência das sensações diante da grandeza e da pequenez, da espessura e da finura, da dureza e da moleza, exige exame da alma. Chamando em seu auxílio o raciocínio e a inteligência para que analisem as informações recebidas⁷⁵. “Dessa maneira, o estudo sobre a unidade seria um dos que conduzem a alma e a fazem voltar-se para a contemplação do ser [...], pois vemos a mesma coisa como *una* e como *multiplicidade infinita*”⁷⁶. E conclui em

⁷¹ Vegetti (PLATONE, 2010b, p. 866, n.24) sustenta que “a ignorância nas matemáticas faz regredir os homens ao nível dos porcos”, em menção às *Leis*, onde ao final de uma reflexão sobre o exercício da matemática elementar, o Ateniense lamenta a Clíneas uma “condição não digna dos homens, mas de uma espécie qualquer de porcos [ὑηνῶν]” (*Leis*, VII 819 d). Na passagem em questão é discutido o papel pedagógico do jogo, cuja iniciação torna “os homens mais capazes de preocupar-se consigo mesmos e também intelectualmente mais prontos. Além disso, ao ensinar a medir [μετρήσειν] as realidades que têm comprimento [μήκη], largura [πλάτη] e profundidade [βάθη], elas libertam daquela particular forma de ignorância, absurda e incapacitante que é inerente a todos os homens” (*Leis*, VII 819 c-d). Ainda no âmbito disciplinar da aprendizagem tradicional da matemática elementar de maneira lúdica, ver também *República* (VII 536 d-537 a), *Lísias* (206 e), *Fédro* (274 c-d) e *Político* (299 d-e).

⁷² Id., VII 523 b 2-3.

⁷³ Id., VII 523 b 5-6. Platão expressa por meio desse personagem uma dúvida suscitada por problemas que, pelo desafio que impunham, eram associados a truques de magia ou charlatanismo. Cabendo, portanto, esclarecimento perante o leitor. A *pintura em perspectiva* ou *pintura em claro-escuro* (σκιαγραφία), usada para criar a impressão de profundidade, é criticada no livro X (602 c-d) por agir sobre a fraqueza da alma inerente à perturbação infligida pela percepção, associando-se a outros expedientes ilusórios como o de um bastão imerso na água, que parece curvo e reto, ou ilusões de ótica produzidas pelas cores, que ora fazem os objetos parecerem côncavos, ora convexos. No livro II (365 c), Adimanto emprega o termo metaforicamente para se referir à “raposa do muito sábio Arquíloco, cheio de astúcias e artifícios”. Para outras ocorrências do vocábulo, ver *Crítias* (107 d 1) e *Fédon* (69 b 6).

⁷⁴ Para Baccou (1965, v.2, p. 118, n. 29), o melhor comentário ao trecho encontra-se no *Fédon* (101 a seg.) e no *Teeteto* (154 c). No primeiro caso, a questão dos predicados é abordada pela via da inerência, pela *participação* das *Ideias* como causa da identidade das coisas. No segundo, no contexto do confronto com a doutrina do *homo mensura* de Protágoras, os predicados são relativos, em base à relação entre o sujeito e o objeto. Ver Ferrari (2011, p. 264-265, n. 87). Esse amplo panorama realça, na *República*, o fio condutor da função antirrelativista que a matemática assume no pensamento de Platão, e também no de Aristóteles.

⁷⁵ Id., VII 524 b.

⁷⁶ Id., VII 525 a (grifo nosso).

conformidade ao que posteriormente virão a constituir as definições 1 e 2 do livro VII dos *Elementos*⁷⁷: “se isso se dá com a unidade, o mesmo se dá com todos os números?” (VII 525 a 7-8).

Particularmente, “o cálculo [λογιστική] e a aritmética [ἀριθμητική] têm a ver com o número”⁷⁸, e, geralmente, atravessam todas as formas de saber, organizam o pensamento puro e desenvolvem a razão estratégica. Beneficiando também a formação do caráter de todos que neles são treinados. Nessa parte do texto Sócrates revela que apesar de estar utilizando saberes comuns, a postura que está admitindo perante eles não se aplica ao seu uso ordinário para compra e venda, “como se fossem mercadores ou vendeiros”⁷⁹. Em oposição, o seu escopo é a “contemplação da natureza dos números”, propiciando o processo em “que a própria alma abandone o devir e se volte para a verdade e para a essência”⁸⁰. A abordagem filosófica da matemática que interessa ao processo educacional do governante coincide com a forma como é atribuída a Pitágoras. Referindo-se à *História da geometria* de Eudemo, Proclus afirma que Pitágoras “mudou a filosofia sobre ela em uma forma de educação livre, examinando do alto os princípios dela, explorando os teoremas tanto de um modo imaterial quanto intelectual” (EUCLIDES, 2009, p. 38). Consequentemente, Sócrates considera de maneira idêntica os números sem corpos visíveis e palpáveis, junto com a concepção de unidade associada à identidade como singularidade ontológica e significativa que não pode ser mutilada.

Deves saber que os peritos nesses assuntos, se alguém, usando sua razão, tenta dividir [τέμνειν] a própria unidade, fazem caçoada e não admitem isso. Se, porém, tu a fazes em pedaços eles a multiplicam [πολλαπλασιοῦσιν] para que jamais a unidade se mostre como não uma, mas como muitas partículas. (VII 525 d 8-e 3)

Ao contrário do que ocorre na atividade artesanal do cálculo, o universo pitagórico dos números inteiros não admite divisão da unidade. Por isso, Toth (1998, p. 72-81) interpreta a *multiplicação* a que Sócrates se refere, como uma *recomposição*, operação inversa da *divisão* – esta entendida como uma *decomposição*. Para esses *ilustres* (θαυμάσιοι), a quem Sócrates

⁷⁷ A saber: “Unidade é aquilo segundo o qual cada uma das coisas existentes é dita uma”; “E número é quantidade composta de unidades”, respectivamente (Euclides, 2009, p. 269).

⁷⁸ Id., VII 525 a 10-11. “Com referência aos outros escritos de Platão, especialmente ao *Górgias* (451b) e ao *Cármides* (166a), mas também ao *Teeteto* (198a) e ao *Político* (259e), se entende que a aritmética estuda os números em si mesmos e as suas propriedades, enquanto a logistike estuda os números em relação recíproca e as propriedades de suas relações”. (CATTANEI, 2003, p. 494, grifo do autor).

⁷⁹ Id., VII 525 c.

⁸⁰ Id., VII 525 c. Também no *Filebo* (56 d-57 a), Platão considera uma prática filosófica da matemática, em que o estudo dos números difere da ocupação banal das técnicas aritméticas, considerando-os como compostos de unidades indiferenciadas e indivisíveis.

se refere, e que podemos, sem prejuízo, identificar com os pitagóricos, a unidade não contém em si mesma nenhuma parte, não pode ser fracionada como nas relações comerciais. Eles “falam de números que só podem ser pensados e não podem ser tratados de outra maneira”⁸¹, obrigando, de tal modo, “a alma a usar só a inteligência para atingir a verdade em si”⁸².

Embora a proposição relativa à divisibilidade da *mônada* não esteja presente em nenhum lugar da literatura a nós transmitida, ela é, para Toth, explicitamente utilizada nas demonstrações dos teoremas 1 e 31 do livro VII dos *Elementos*⁸³. O mesmo princípio está presente na demonstração do teorema 3 da *Sectio canonis*, atribuído ao pitagórico Árquitas.

Testemunhos concordantes de Ptolomeu, Porfírio e Téon de Esmirna atribuem a Árquitas a paternidade de uma teoria musical fundada sobre bases racionais e matematicamente sólidas; e um dos poucos fragmentos seguramente atribuíveis a este último trata exatamente da relação subsistente entre altura dos sons, velocidade de vibração do ar e intensidade do distúrbio que gerou a própria vibração. Mesmo Árquitas insiste sobre o fato que as ciências aritméticas, geométricas, musicais, astronômicas são «irmãs», pretendendo assim sublinhar a sua comunhão de métodos, em particular – como os testemunhos supracitados põem invariavelmente em relevo – a utilização de procedimentos argumentativos logicamente consequentes por meio dos quais «salvar» os dados sensíveis. (EUCLIDE, 2008, p. 677)⁸⁴

Seu enunciado diz que entre dois números que estão em um *intervalo superparticular* (ἐπιμορίου διαστήματος), o do tipo $(n + 1) : (n)$, não pode existir um ou mais números que sejam médias proporcionais⁸⁵. Na argumentação da demonstração, considerando o mesmo intervalo em forma irredutível, isto é, 2 : 1, um tal número que satisfaça a condição de ser uma média proporcional deve ser menor do que o primeiro termo (2) e maior do que o segundo (1), dividindo portanto a mônada, o que é impossível⁸⁶.

Resta verificar a coerência das diretrizes pitagóricas que fundamentam o estudo dos números – cujo objetivo é chegar à verdade – com a crítica à ausência de fundamentação na

⁸¹ Id., VII 526 a 6-7.

⁸² Id., VII 526 b 1-3.

⁸³ A saber: “Sendo expostos dois números desiguais, e sendo sempre subtraído de novo o menor do maior, caso o que restou nunca meça exatamente o antes dele mesmo, até que reste uma unidade, os números do princípio serão primos entre si”; e “todo número composto é medido por algum número primo”, respectivamente (EUCLIDES, 2009, p. 270, 291).

⁸⁴ No original: “Testimonianze concordi di Tolomeo, Porfírio e Teone di Smirne attribuiscono ad Archita la paternità di una teoria musicale fondata su basi razionali e matematicamente solide; ed uno dei pochi frammenti sicuramente attribuibili a quest’ultimo tratta appunto della relazione sussistente tra altezza dei suoni, velocità di vibrazione dell’aria ed intensità del disturbo che ha generato la vibrazione stessa. Archita stesso insiste sul fatto che le scienze aritmetiche, geometriche, musicali, astronomiche sono «sorelle», intendendo così sottolineare la loro comunanza di metodi, in particolare – come le testimonianze sopra citate mettono invariabilmente in rilievo – l’utilizzo di procedure argomentative logicamente consequenti per mezzo delle quali «salvare» i dati sensibili”.

⁸⁵ Id., p. 2362-2365. Ver também Heath (1921, v.1, p. 215-216) e Boyer (1996, p. 52).

⁸⁶ Id., p. 2364: ὥστε τὴν μονάδα διαρῆσθαι, ὅπερ ἀδύνατον.

aritmética. Como vimos, Sócrates se queixa dos matemáticos que tomam o par e o ímpar como hipóteses de suas pesquisas, e que por considerá-los princípios evidentes, não prestam contas deles. Platão faz uso do par e do ímpar no *corpus* para indicar toda a série dos números inteiros positivos, como por exemplo, no *Fédon*⁸⁷, no *Parmênides*⁸⁸ e nas *Leis*⁸⁹. Reputando essa divisão dicotômica como modelo a ser imitado por outros gêneros no *Político*⁹⁰.

Uma teoria edificada sobre base do par e ímpar encontra-se nos teoremas 21-34 do livro IX dos *Elementos*, formando “uma autônoma doutrina fóssil, encastoadada no *corpus* euclidiano, sem conexão com nenhum outro teorema dos Elementos” (CATTANEI, 2003, p. 496-497, grifo do autor)⁹¹. Do cotejo dos trechos acima selecionados com essa arcaica teoria dos números, se deduz que a censura de Sócrates diz respeito ao hábito de se considerar os *números* como hipóteses, tanto quanto o próprio par e o próprio ímpar em si. Então, a dificuldade aparente seria como articular a proposta platônica de reforma da aritmética e da *logistike*, sustentada sobre fundamentos pitagóricos, sendo que os *peritos nesses assuntos* põem princípios pitagóricos, “de acordo com o objeto de sua pesquisa”⁹². Onde está a disparidade, se é que há uma?

⁸⁷ Cf., 104 a-b: “seja como for, de tal modo é constituída a natureza do três, do cinco e de toda uma metade dos números, que apesar de cada um deles não ser a mesma coisa que o ímpar, sempre terá de ser ímpar. O mesmo passa com o dois, o quatro e toda a outra metade dos números, que, sem serem o par, sempre terão de ser pares” (PLATÃO, 2011, p. 179). Ver supra, capítulo segundo.

⁸⁸ Cf., 143 e-144 a: “Logo, haveria pares vezes pares, e ímpares vezes ímpares, e pares vezes ímpares, e ímpares vezes pares. [...] Se então as coisas se passam assim, crês sobrar algum número que não seja de modo necessário?” (PLATÃO, 2005, p. 71).

⁸⁹ Cf., VIII 818 c: “como poderia se tornar divino um homem que não sabe reconhecer o um, o dois, o três e a série dos números pares e ímpares?” (PLATONE, 2000, p. 1619).

⁹⁰ Cf., 262 e-263 a: “Creio que a divisão seria melhor; que melhor seguiria às formas específicas e seria mais dicotômica se, dividindo os números em „pares“ e „ímpares“, dividíssemos, do mesmo modo, o gênero humano em machos e fêmeas; e se nos decidíssemos a não separar nem caracterizar, relativamente aos demais, os Lídios, os Frígios, e outras unidades senão quando já não fosse mais possível obter uma divisão em que cada um dos termos seria, ao mesmo tempo, gênero e parte” (PLATÃO, 1972, p. 213).

⁹¹ Ver também a ampla bibliografia na nota 42. No original: “formano un’autonoma dottrina fossile, incastonata nel *corpus* euclideo, senza connessione con nessun altro teorema degli *Elementi*”. Os referidos teoremas são: “21. Caso números pares, quantos quer que sejam, sejam compostos, o todo é par”; “22. Caso números ímpares, quantos quer que sejam, sejam compostos, e a quantidade deles seja par, o todo será par”; “23. Caso números ímpares, quantos quer que sejam, sejam compostos, e a quantidade deles seja ímpar, também o todo será ímpar”; “24. Caso de um número par um par seja subtraído, o restante será par”; “25. Caso de um número par um número ímpar seja subtraído, o restante será ímpar”; “26. Caso de um número ímpar um ímpar seja subtraído, o restante será par”; “27. Caso de um número ímpar um par seja subtraído, o restante será ímpar”; “28. Caso um número ímpar, tendo multiplicado um par, faça algum, o produzido será par”; “29. Caso um número ímpar, tendo multiplicado um número ímpar, faça algum, o produzido será ímpar”; “30. Caso um número ímpar meça um número par, também medirá a metade dele”; “31. Caso um número ímpar seja primo com algum número, também será primo com o dobro dele” (EUCLIDES, 2009, p. 343-346).

⁹² Cf., Platão, *A República*, VI 510 c.

Ao abordar os “assim chamados pitagóricos”⁹³ no capítulo V do livro primeiro (A) da *Metafísica* (986 a 22-26), Aristóteles expõe os seus dez princípios distintos em série de contrários⁹⁴, a saber:

- (1) limite-ilimite,
- (2) ímpar-par,
- (3) um-múltiplo,
- (4) direito-esquerdo,
- (5) macho-fêmea,
- (6) repouso-movimento,
- (7) reto-curvo,
- (8) luz-trevas,
- (9) bom-mau,
- (10) quadrado-retângulo.

Todos esses mesmos princípios fazem parte também da espinha dorsal do *corpus* de Platão. Independentemente de Sócrates estar se referindo ou não aos pitagóricos quando diz que os matemáticos não prestam contas “nem a eles mesmos nem aos outros”⁹⁵ sobre suas hipóteses, o fato é que a dialética não pode deixar de fazê-lo. Em última instância, o procedimento de defesa das hipóteses como exposto no *Fédon* (101 d seg.)⁹⁶, se refere ao poder dialógico da dialética, da importância da discussão sobre os fundamentos, da verificação, do confronto, da justificação dos próprios princípios. No *Mênon* (97 d-98 c), e no *Teeteto* (201 c-d), o conhecimento inclui as razões que o sustentam. Platão se refere ainda ao pensamento no *Teeteto* (189 e) e no *Sofista* (263 e) como um discurso que a alma discorre consigo mesma acerca das coisas que examina. “O que se descobre por meio do pensar solitário deve ser verificável no diálogo com os outros; para Sócrates, é uma necessidade universal expor aos outros o que foi descoberto e confirmá-lo com eles” (SZLEZÁK, 2005, p. 42). A dignidade do pensamento e da própria atividade filosófica se efetua no *logos* argumentativo com quem está mais apto a perguntar e responder, como ocorre com Sócrates,

⁹³ “Aristóteles não tinha mais à disposição elementos que lhe permitissem distinguir Pitágoras dos seus discípulos. Assim, falava dos „chamados pitagóricos“, ou seja, os filósofos „que eram chamados“ ou „que se chamavam“ pitagóricos, filósofos que procuravam juntos a verdade e que, portanto, não se diferenciavam singularmente” (REALE; ANTISERI, 1990, p. 39).

⁹⁴ Cf. Aristóteles (2002, p. 29). Ver também o capítulo II da primeira parte do prólogo de Proclus (1992, p. 4-6).

⁹⁵ Cf., Platão, *A República*, VI 510 c.

⁹⁶ Cf. Platão (2011, p. 171 seg.). Ver supra, capítulo anterior.

ao utilizar uma citação de Homero para dizer a Protágoras que pretende apenas alcançar a verdade.

“Quando são dois, se um não vê, o outro logo percebe o caminho”⁹⁷. Em tal maneira todos nos sentimos em certo sentido mais seguros frente a toda ação, discurso ou pensamento. Se, pelo contrário, “sozinho qualquer indivíduo prudente”⁹⁸ vai imediatamente em busca de alguém para poder expor-lhe e para poder provar a consistência, e não se detém antes de tê-lo encontrado. E assim também eu por esse motivo discuto com tu, e o faço com mais prazer do que com qualquer outro, convicto que tu tenhas indagado da melhor maneira todas aquelas coisas das quais devem se ocupar os homens por bem, e de modo particular, a virtude (*Protágoras*, 348 d 1-e 1)⁹⁹

Avançando com esse critério por sobre os objetos em que se organizam as ciências que são propedêuticas à dialética, Platão incentiva os matemáticos de sua época a uma prática que talvez não lhes fosse usual. Acostumados a buscar soluções e a discutir resultados, eles devem adicionar à sua atividade uma preocupação com os princípios, dando as suas razões. As definições de par e ímpar, como encontradas no livro VII dos *Elementos* (6 e 7, respectivamente), estão a meio caminho de uma cadeia evolutiva. Não são evidentes porque não podem prescindir de objetos e conceitos mais simples ou *mais valiosos*. Como é o caso do conceito de *medida* (definições 3, 4 e 5), que define uma relação entre *números* (def. 2), que por sua vez são compostos por *unidades* (def. 1)¹⁰⁰. Não há razões para afirmar que Platão estaria apontando especificamente para o vazio que é preenchido pelas primeiras definições euclidianas. Mas nos parece inegável que ele assinala uma carência cujo critério filosófico de busca por *algo satisfatório* desencadeará nos processos de aprimoramento que, em última instância, se concluem nas referidas definições.

⁹⁷ Cf. Homero, *Iliada*, X 224. O texto de referência utilizado em Língua Portuguesa é a tradução feita por Carlos Alberto Nunes, 2. ed., São Paulo: Ediouro, 2009, p. 242.

⁹⁸ Id., X 225.

⁹⁹ Cf. Platone (2000, p. 839-840). No original: “*se due vanno insieme, uno può vedere prima dell’altro. «In tale maniera tutti ci sentiamo in certo senso più sicuri di fronte ad ogni azione, discorso o pensiero. Se, invece, uno da solo concepisce un pensiero, va subito in cerca di qualcuno per poterglielo esporre e per poterne saggiare la consistenza, e non si ferma prima di averlo trovato. E così anch’io per questo motivo discuto con te, e lo faccio più volentieri che con chiunque altro, convinto che tu abbia indagato in maniera suerlativa tutte quelle cose di cui debbono occuparsi gli uomini per bene, e in modo particolare la virtù»*”.

¹⁰⁰ A definição pitagórica de unidade indubitavelmente teve importante parte sobre a definitiva versão euclidiana. Téon de Esmirna afirma que “Árquitas e Filolau chamam tanto mônada o um, quanto o um, mônada, indiferentemente” (DK A 47 20). Sobre maiores detalhes da evolução etimológica da definição, ver Heath (1908, v. 2, p. 279).

4.5.2. A geometria

Após o estudo dos números em si, convém na formação do guardião, que é justamente guerreiro e filósofo¹⁰¹, a geometria (VII 526 c 7-9). “Na medida em que visa a atividade bélica, é evidente que ela nos convém”¹⁰², afirma Gláucon. Mas, para isso, “bastaria uma pequena dose de geometria e de cálculo”¹⁰³, porém, no intento de “facilitar a visão da ideia do bem”¹⁰⁴, é preciso examinar a parte principal e mais avançada dessa ciência.

“A geometria é o conhecimento daquilo que é sempre e não o que vem a ser e perece”¹⁰⁵, não obstante o uso de linguagem *bastante ridícula* (μάλα γελοίως) e *voltada para a necessidade* (ἀναγκάως)¹⁰⁶ por parte daqueles que exercem a sua prática. Termos como *quadrar* (τετραγωνίζειν), *construir* (παρατείνειν) e *acrescentar* (προστιθέναι), são comuns em seus discursos, como se a sua ocupação tivesse por objetivo pura e simplesmente as manipulações que exercem nas figuras desenhadas. Procedendo desse modo, limitam-se ao aspecto visível da geometria, descuidando a vista do conhecimento que se obtém de suas imagens.

Analogamente ao que ocorre nas ciências dos números, os que se ocupam da pesquisa geométrica também partem de hipóteses não justificadas, como as figuras e as três espécies de ângulo. A geometria e as ciências que dela derivam “sonham com o ser, [...] deixam-no intocado, porque são incapazes de prestar contas”¹⁰⁷ das hipóteses.

No que diz respeito à natureza hipotética das figuras, no *Mênon* o quadrado é diferentemente estabelecido por *definição*. De acordo com a necessidade dramática do diálogo, o processo de elaboração da definição desempenha importante papel heurístico que somente é revelado em seu final. Após perscrutar o problema da possibilidade do ensino da virtude, Sócrates e Mênon concluem que nada podem decidir sem que se saiba, de antemão, que é afinal a virtude. Dessa situação emerge a condição indispensável das definições na qualidade de etapa inicial para um procedimento investigativo. A compreensão que o escravo

¹⁰¹ Id., VII 525 b 6-7. Na educação que está se delineando, o papel da figura dos *atletas de guerra* aparece, em geral, como aquele que exerce a excelência prática dos conhecimentos adquiridos, em complementação e contraoposição ao filósofo, cujo escopo é a essência das coisas. Cf. III 403 e, 404 a, 416 d; IV 422 b; VII 521 d, 525 b, 526 d, 527 d.

¹⁰² Id., VII 526 c 11.

¹⁰³ Id., VII 526 d 6-7.

¹⁰⁴ Id., VII 526 e 2.

¹⁰⁵ Id., VII 527 b 6-7.

¹⁰⁶ Id., VII 527 a 6. “O advérbio *anankaios* pode significar que os geômetras não podem prescindir dessa linguagem e das operações que ela descreve, ou também que se trata de procedimentos intelectualmente vulgares, servis („banaisicos“)” (PLATONE, 2010b, p. 879, n. 27).

¹⁰⁷ Id., VII 533 b 6-c 3.

tem de figura como algo *que é sempre* se expressa na resposta que dá à pergunta de Sócrates sobre a igualdade da forma: “E não é verdade que pode haver outra superfície deste tipo, que seja o dobro desta, que tenha todas as linhas iguais [ἴσας] como as tem esta?”¹⁰⁸. A afirmação se traduz na possibilidade de haver exemplares tanto menor, quanto maior, respeitando as características topológicas da definição¹⁰⁹.

Na *República*, só a *capacidade dialética* (διαλέγεσθαι δύναμις)¹¹⁰ tornaria a *própria verdade* (αὐτὸ τὸ ἀληθές)¹¹¹ visível aos experientes nessas disciplinas, discutindo e fundamentando as suas hipóteses, reduzindo os princípios quantitativamente e qualitativamente, ascendendo ao que não é hipotético. E é por meio dessa conduta que o dialético faz com que o geômetra lhe entregue a sua *arte da caça* (θηρευτική ... τέχνη)¹¹²:

Nenhuma <espécie> da arte da caça propriamente dita [...] vai além de caçar e capturar. Depois que capturarem aquilo que tiverem caçado, <essas artes> não são capazes de fazer uso disso; ao invés, caçadores e pescadores, por um lado, entregam aos cozinheiros <o que tiverem caçado>, enquanto, por outro lado, os geômetras, os astrônomos e os calculadores – com efeito, são caçadores estes também, pois não produzem, cada um deles, as figuras, mas descobrem as que são – não sabendo, eles mesmos, usá-las, como é o caso, mas apenas dar-lhes caça, entregam, presumivelmente, aos dialéticos suas descobertas, para que façam uso delas, pelo menos aqueles dentre eles que não são completamente insensatos. (*Eutidemo*, 290 b 5)¹¹³

O uso propício a que Sócrates se refere tem o poder de incitar na alma os *prazeres puros*¹¹⁴, que podem ser visuais, estéticos, ou ainda originados pelo processo de conhecimento. Não se deve pensar que esses três fatores sejam excludentes, pelo contrário, é a interação entre eles que integra a cadeia de atos cognitivos que atravessa as parábolas da *República*. Tanto a linha dividida, quanto o mito da caverna são representados por uma sequência contínua em que atuam mutuamente diversos objetos, métodos de procedimento, movimentos do pensamento e estados de espírito¹¹⁵.

No *Filebo*, o incindível vínculo sensorial da geometria é associado ao prazer que os conhecimentos nessa ciência proporcionam:

¹⁰⁸ Id., 82 d 5-7.

¹⁰⁹ Cf. supra, capítulo primeiro.

¹¹⁰ Id., VII 533 a 7.

¹¹¹ Id., VII 533 a 3.

¹¹² Cf., Platão, *Eutidemo* (2011, p. 86).

¹¹³ Id., p. 87.

¹¹⁴ Cf., Platão, *Filebo*, 51 c-52 b.

¹¹⁵ Cf. Cornford (1932a).

De fato, procuro agora falar da beleza das figuras, não como a maioria das pessoas poderia compreendê-las, como por exemplo, a beleza dos seres viventes ou das pinturas, mas – afirma o discurso –, compreendo algo retilíneo e circular, e às figuras planas e sólidas que se geram por meio do compasso, da régua e esquadro, se é que me compreendes. Realmente, afirmo que essas figuras são belas não em sentido relativo, como as outras, mas são sempre belas em si mesmas, por natureza, e possuem certos prazeres próprios, por nada comparáveis àqueles das coceiras. (*Filebo*, 51 c 1-d 1)¹¹⁶

Isso nada tem de dissonante com a afirmação feita por Sócrates no livro VI da *República*: “para a maioria das pessoas [τοῖς πολλοῖς], o bem é o prazer, mas para os mais requintados é a inteligência [κομψοτέτοις φρόνεσις]” (505 b 5-6). Nesse caso, a menção aos *polloi* que identificam o bem com o prazer parece estar relacionada a posições banais, puramente hedonistas, ou simplesmente vulgares, como a que Aristóteles se refere na *Ética a Nicômaco* (I 3 1095 b 14-17), ao dizer que: “a julgar pela vida que os homens levam em geral, a maioria deles, e os homens de tipo mais vulgar, parecem (não sem um certo fundamento) identificar o bem ou a felicidade com o prazer, e por isso amam a vida dos gozos”¹¹⁷. Muito mais interessante é o nexos estabelecido entre o bem e a inteligência, pelos *mais hábeis*. Sócrates provavelmente está se referindo ao seu círculo, que certamente se inclui na classe dos filósofos, como descrita no livro IX da *República* (581 c-583 a). Para estes, o prazer está ligado à nobreza da alma, a “conhecer a verdade” e “reencontrar esse prazer sempre que está aprendendo”¹¹⁸. Tendo por base critérios como a *experiência* (ἐμπειρία), a *reflexão* (φρονήσει) e o *raciocínio* (λόγῳ)¹¹⁹, o filósofo haverá de ter a vida mais prazerosa – mesmo porque o raciocínio é, por excelência, o seu instrumento¹²⁰.

No cerne do *Filebo*, cuja discussão gira em torno da determinação dos prazeres e conhecimentos que devem entrar na composição da vida melhor, “o prazer é inseparável de uma atividade cognitiva qualquer” (MUNIZ, 2009, p. 33)¹²¹. Igualmente, o prazer é também αἴσθησις. No *Sofista* (264 a), αἴσθησις está na origem da *opinião* (δόξα) e da *imaginação*

¹¹⁶ Cf. Platone (2000, p. 462). No original: “Infatti, ora cerco di parlare della bellezza delle figure, non come potrebbero intenderla i più, per esempio, come la bellezza di esseri viventi o di pitture, ma – afferma il discorso –, intendo qualcosa di rettilineo e di circolare, e le figure piane e solide che se ne generano per mezzo di compassi, righe e squadre, se pur mi comprendi. Infatti, affermo che queste figure sono belle non in senso relativo, come le altre, ma sono sempre belle in se stesse, per natura, e posseggono certi piaceri propri, per niente comparabili a quelli dei grattamenti”.

¹¹⁷ ARISTÓTELES, 1973, p. 251-252.

¹¹⁸ Id., IX 581 d 9-e 1.

¹¹⁹ Id., IX 582 a 4.

¹²⁰ Id., IX 582 d 13.

¹²¹ Este trabalho do autor se respalda em RYLE, G. *The Concept of Mind*. Cambridge: CUP, 1949; RYLE, G. *Dilemmas*. Cambridge: CUP, 1954; e WILLIAMS, B. *Pleasure and Belief. Proceeding of Aristotelic Society* (1959), que estabelece diretamente o vínculo entre prazer e opinião.

(φαντασία). Fonte de impulsos que podem nos levar aos maiores enganos, a *percepção* aparece no *Teeteto* (151 e) como *conhecimento*¹²². Esse cotejo bastante simplista com a definição do jovem matemático Teeteto tem como escopo destacar a sincronia harmônica entre percepção, prazer e conhecimento proporcionada pelo contato da alma com o aprendizado (ou rememoração) dos objetos matemáticos¹²³.

No início de seu discurso, Timeu julga primordial distinguir “o que é aquilo que é sempre e não devém, e o que é aquilo que devém, sem nunca ser” (*Timeu*, 27 d 6-28 a 1)¹²⁴. Neste diálogo, a geometria alicerça os procedimentos divinos que permitem a regressão à constituição do mundo e do homem, e os elementos utilizados para isso são dois triângulos base (isósceles e escaleno, ambos retângulos)¹²⁵, que, por sua vez combinados, formam os cinco sólidos elementares¹²⁶. Embora utilize as *figuras* e os *três tipos de ângulo* como hipóteses do *intelecto* (νόος) ou do *Demiurgo*, Platão não deixa de dar contas delas. Partindo da verossimilhança, os triângulos desempenham função teleológica de letras que compõem as palavras que formam o universo¹²⁷.

A similaridade da estrutura delineada por Timeu com a do atomismo de Demócrito de Abdera (aprox. 460-360 a.C.) é notável. Sabe-se que este supunha que o universo fosse infinito, produto de um Demiurgo (DK 68 A 39), apoiado sobre os princípios do *ser* (ὄν) e do *não ser* (μή ὄν)¹²⁸. Tendo os átomos como a matéria caracterizada, unidades qualitativamente indiferenciadas, a exemplo dos números inteiros, mas geometricamente diferentes, por força

¹²² Cornford (2003, p. 30) destaca que “em uso ordinário, *aesthesis*, traduzida „percepção“, tem uma vasta gama de significados, incluindo sensação, nossa consciência de objetos externos ou de fatos, sentimentos, emoções, etc. Em 156B o termo é mencionado para cobrir percepções (visão, audição, olfato), sensações de calor e frio, prazeres e dores, e mesmo emoções de desejo e medo”.

¹²³ Sob o prisma imagético da *República*, ἄσθησις representa o núcleo gerador de opiniões, entre as quais é dito no *Mênon* e no *Teeteto* estar a *opinião correta* em um grau superior. Acima desta, está o conhecimento, e o movimento de elevação às *formas ideais* realizado pelas ciências matemáticas não pode ocorrer apenas no plano intelectual, mas vem acompanhado da *sensação* de arrebatamento que suas descobertas proporcionam. O primeiro exemplo que nos vêm à mente é a famosa anedota envolvendo Arquimedes no episódio da descoberta de seu bem conhecido *princípio hidrostático* (BOYER, 1996, p. 91), no qual teria saltado do banho e corrido nu para casa exclamando *Ἡύρηκα!* Pode-se afirmar, sem perda de generalidade, que o momento da descoberta científica se assemelha à experiência descrita na *Carta VII* (341 c-d), onde em um *instante* (ἐξάφνης), “depois de muitas tentativas, com a convivência gerada pela intimidade, como um relâmpago brota uma luz que nasce na alma e se alimenta a si própria”. Sobre a compreensão do *instante* como chave de leitura da obra e do filosofar platônico a partir da caracterização filosófica que o termo começa a adquirir no *Parmênides* (156 c 7-157 b 5), sugerimos a leitura de LAVECCHIA, S. (a cura di) *Istante. L’esperienza dell’Illocalizzabile nella filosofia di Platone*. Milano – Udine: Mimesis Edizioni, 2012.

¹²⁴ Confrontar com *República*, VII 527 b 6-7.

¹²⁵ Nos quais todos os outros triângulos têm origem. Ver *Timeu*, 53 c-d.

¹²⁶ Id., 54 e seg.

¹²⁷ Id., 48 b-c; 54 d.

¹²⁸ Id., 68 A 38.

de sua *forma* (σχῆμα), *posição* (θέσις) e *ordem* (τάξις). Em comparação, o trabalho produtivo do *Timeu* configura um substrato pré-existente sob matriz matemática:

Na verdade, antes de isto acontecer, todos os elementos estavam privados de proporção e de medida [εἶχεν ἀλόγως καὶ ἀμέτρος]; na altura em que foi empreendida a organização do universo, primeiro o fogo, depois a água, a terra e o ar, ainda que contivessem certos indícios de como são, estavam exactamente num estado em que se espera que esteja tudo aquilo de que um deus está ausente. A partir deste modo e desta condição, começaram a ser configurados através de formas e de números [εἶδεσί τε καὶ ἀριθμοῖς]. (*Timeu*, 53 a 7-b 5)¹²⁹

No contexto da proposta platônica de redução das *hipóteses* da matemática em elementos mais simples na *República*, equivalentemente ao visto no caso dos números, as figuras ocupam igual posição intermediária quando cotejado o seu *locus* euclidiano. As *figuras triláteras* estão na definição 20 do livro I, ao passo que a de *figura*, na definição 14. Os *três tipos de ângulo* formam as definições 10, 11 e 12, sendo a primeira a de ângulo reto (em conjunto com a perpendicular), seguida pelas de obtuso e agudo, respectivamente. Não são evidentes porque não podem prescindir de objetos e conceitos mais simples ou *mais valiosos*, como *extremidade* (def. 6), *superfície* (5), *linha reta* (4), *linha* (2) e *ponto* (1)¹³⁰ – chegando-se assim a *algo satisfatório* pela equivalência à *unidade* da *mônada*. Essa é a tendência epistemológica da reforma reducionista que Platão indica para a geometria, resta averiguar a ontológica.

O dualismo dos princípios estruturais de ἔν e ἄοριστος δυάς aplicados aos objetos matemáticos parecem reproduzir a teoria do *limite-ilimitado* de Filolau¹³¹ em estreito nexo com a concepção pitagórica de “números figurados”. Existem no *corpus* platônico diversas ocorrências do emprego de termos tradicionalmente associados à linguagem geométrica para indicar características relacionais aplicadas aos números. É o caso de σκαληνός e ἴσοσκελής no *Eutífron* (12 d 9-10). No que diz respeito à divisibilidade, o primeiro termo, *escaleno*, é usado para designar *desigualdade*, e o segundo, *isósceles*, *igualdade*. O número par é, portanto, *isósceles* ou *igual*, porque é divisível por dois, e o ímpar é *escaleno* ou *desigual* pela impossibilidade de divisão pela metade – já que possui uma unidade a mais¹³². No *Teeteto* (147 e 5-148 b 3) é definida uma divisão de toda a série numérica em duas classes: a dos

¹²⁹ Cf. Platão (2011, p. 140).

¹³⁰ Ver EUCLIDES (2009, p. 97-98).

¹³¹ Cf. supra, capítulo segundo.

¹³² Cf. Platone (2000, n. 27, p. 19).

números *quadrados* (τετράγωνος)¹³³ e *equiláteros* (ἰσόπλευρος), que tem “o poder de se produzir pela multiplicação de iguais”¹³⁴; e a dos números *oblongos* (προμήκης), “que não tem o poder de se produzir pela multiplicação de iguais, mas multiplicando um número maior por um menor ou um menor por um maior, pois este é sempre composto por um lado maior e menor”¹³⁵.

Quem nos fala sobre a ação reguladora dos princípios nos ângulos é Proclus, em seu comentário às definições X-XIII (PROCLUS, 1992, p. 105-109). Consta em sua opinião que os geômetras são incapazes de dar as razões para a classificação dos ângulos em três, devendo aceitá-los como *hipóteses*. De outra parte, “os pitagóricos, os quais se referem à solução dessa tripla distinção aos primeiros princípios, não têm dificuldade em dar as causas dessa diferença entre os ângulos retilíneos”¹³⁶. O *ângulo reto* corresponde ao igual em si e à identidade inerentes ao primeiro princípio (ἔν), da maneira como também o *ponto* e a *unidade*. Os outros dois ângulos, o *obtusos* e o *agudo*, são caracterizados em conformidade à oposição interna do segundo princípio (ἀόριστος δυάς). Que são a grandeza e pequenez relativas, a diferença, a desigualdade, a progressão infinita, e indefinição do μέγα-μικρόν. Nesse caso a semelhança é quanto à *linha* e ao *número*¹³⁷. Para Proclus, o primeiro princípio é constituído pelo *Limite*, causa do “melhor” na *coluna dos contrários*, e o segundo princípio pelo *Ilimitado*, guia da *coluna inferior*¹³⁸.

A partir desse exame, verifica-se que a ação reguladora dos princípios é transversal. Não coordena o encadeamento de objetos distintos de acordo com a sua ordem de complexidade, mas operam também na redução de objetos do mesmo gênero, como verificado acima em referência ao *Timeu*.

Seguindo pela direção inversa, isto é, a *sintética*, da composição ou construção, encontra-se no final da classificação de Teeteto uma afirmação considerada sem importância, porque em momento algum do diálogo é retomada em pormenores. A de que também a propósito dos sólidos vale um discurso análogo (*Teeteto*, 148 b 2-3)¹³⁹. A sequência “natural” da geometria plana para a sólida é igualmente assumida no *Timeu*, tema que está no centro da

¹³³ Ver Euclides, VII def. 19: “Um número quadrado é o igual o mesmo número de vezes ou [o] contido por dois números iguais” (2009, p. 270).

¹³⁴ Id., 147 e 5-7 (PLATÃO, 2010, p. 197).

¹³⁵ Id., 148 a 1-3 (PLATÃO, 2010, p. 197).

¹³⁶ Id., p. 106. No original: “But the Pythagoreans, who refer the solution of this triple distinction to first principles, have no difficulty in giving the causes of this difference among rectilinear angles”.

¹³⁷ Sobre as alusões a essa redução ver bibliografia em Höhle (2008, p. 230-231).

¹³⁸ Cf. supra, na coluna pitagórica ilustrada por Aristóteles, a “coluna do melhor” é composta pelo primeiro elemento de cada dupla, e a “coluna inferior”, pelo segundo.

¹³⁹ καὶ περὶ τὰ στερεὰ ἄλλο τοιοῦτον.

reforma na ordenação das ciências proposta por Sócrates na *República*, de que nos ocuparemos a seguir.

4.5.3. A ciência dos sólidos considerados em si mesmos

Como terceira disciplina, Gláucon propõe a astronomia, porém, para Sócrates, tal escolha é equivocada porque considera “os sólidos já em movimento antes de considerá-los em si mesmos” (VII 528 a 9-10). À medida que o correto seria “imediatamente após a segunda dimensão, tratar da terceira, isto é, da que se refere à dimensão dos cubos e aos objetos que têm profundidade”¹⁴⁰. Gláucon assente à observação de Sócrates, mas não sem fazer uma reticência: “parece que esse aprendizado [...] ainda não foi descoberto”¹⁴¹. Um campo de pesquisa ainda sem nome próprio, cuja representação é plasmada tardiamente no *Epinômides* (990 d 8), sob o termo *estereometria* (στερεομετρία)¹⁴².

Não se trata, em absoluto, de algo *ainda não encontrado* (οὐπω ἠύρησθαι), e sim de uma área negligenciada, “mesmo hoje, ainda que desprezadas e cerceadas em seu desenvolvimento pela maioria das pessoas, ainda que os pesquisadores não se dêem conta de que elas são úteis” (VII 528 c). Pois os que são aptos para a pesquisa são presunçosos, e as pesquisas não são realizadas com continuidade e empenho, vindo a ocupar uma posição ridícula. O que acaba se refletindo, em um primeiro momento, na própria avaliação de Sócrates e Gláucon, que se esquecem de citá-la como *mathema* anterior à astronomia¹⁴³. As razões para isso são duas, como aponta Sócrates: (i) “nenhuma cidade preza esses estudos e falta energia à pesquisa, que é trabalhosa”; e (ii) “os pesquisadores carecem de um orientador [ἐπιστάτου] sem o qual não chegarão à descoberta”¹⁴⁴. Apesar do quadro pessimista desenhado por Sócrates, no final, “apesar de tudo isso, à força, graças ao seu *encanto* [χάριτος]”, os estudos nessa ciência “vão crescendo, e não será de estranhar que se mostrem à vista de todos”¹⁴⁵. O que se pode conjecturar a respeito de tais dificuldades? Dessa elegância (ἐπίχαρις)¹⁴⁶ trabalhosa? Quem poderiam ser esses pesquisadores presunçosos? E quem poderia dirigi-los?

¹⁴⁰ Id., VII 528 a 10-b 2.

¹⁴¹ Id., VII 528 b 3-4.

¹⁴² Cf. Cattanei (2003, p. 514).

¹⁴³ Cf. VII 527 d 1-528 b 5; 528 d 2-e 5.

¹⁴⁴ Id., VII 528 b 5-7.

¹⁴⁵ Id., VII 528 c 6-7 (grifo nosso).

¹⁴⁶ Id., VII 528 d 1.

Sobre as duas primeiras questões, cremos ter nos livros XI e XII dos *Elementos* a quinta-essência do desafio lançado por Sócrates, o produto final do impulso laboratorial levado a cabo na Academia. Preparam o substrato para a construção dos sólidos regulares do livro XIII com definições e teoremas. Devem ser olhados com o entusiasmo de um estudante de escultura diante de uma obra de gênio artístico. Não se deve apreciar apenas a sua beleza intrínseca, mas imaginar o trabalho do artista na transformação do material. As ferramentas, os moldes, os estudos, o estado da arte da época, que já no fim de um estágio, aguardava por um ímpeto combinado de ousadia e esforço para iniciar um novo ciclo da história. Tudo isso deve entrar em consideração se pretendemos compreender o desenvolvimento de uma ciência que Platão acompanhou. Os personagens a quem se atribui essa exploração estão intimamente relacionados ao ambiente da Academia. São eles Eudoxo, Teeteto e Árquitas. Os dois últimos, mais Leodamas de Thasos, como é dito na referência de Proclus à *História* de Eudemo, aumentaram os teoremas e os fizeram avançar para uma organização mais científica (EUCLIDES, 2009, p. 38).

As 28 definições do livro XI iniciam-se com a do próprio sólido, e são mais dez até a de ângulo sólido¹⁴⁷, para apenas depois ser definido o primeiro sólido, a pirâmide (12), seguida pelo prisma (13), esfera (14), cone (18), cilindro (21), cubo (25), octaedro (26), icosaedro (27) e dodecaedro (28). Desses, o cubo é o único citado por Sócrates na *República* (VII 528 b 2), cujo primado da construção é atribuído a Árquitas (DK 47 A 1). Os outros sólidos elementares que se combinam na esfera final do *Timeu* (55 a-56 b) são atribuídos a Teeteto. Nenhum deles, entretanto, representa algum papel nos problemas tratados nesse livro¹⁴⁸; em vez disso, Euclides se concentra principalmente em estabelecer os novos tipos de relações que surgem ao se acrescentar a profundidade ao comprimento e à largura. Com o advento da nova dimensão, diferentes planos passam a se relacionar, como, por exemplo, determinando uma reta como seção comum ao se cortarem. As relações entre um plano e uma reta não pertencente a ele, ou entre planos paralelos, constituem o corpo do livro XI.

O livro XII, por sua vez, tem um início idiossincrático. Os seus dois primeiros teoremas e um lema utilizado na demonstração do segundo pertencem, exclusivamente, à geometria plana¹⁴⁹. No entanto, esses resultados são propedêuticos aos teoremas envolvendo pirâmides (de 3 a 9), cones e cilindros (de 10 a 15). O que os aproxima é o critério de

¹⁴⁷ No teorema 21 é estabelecida a construção do ângulo sólido a partir de sua característica de ser contido por ângulos planos menores do que quatro retos. Ver Euclides (2009, p. 499-500).

¹⁴⁸ Nos teoremas 24 e 25 são considerados os sólidos ou como contido ou cortado por planos paralelos, respectivamente. Os problemas subsequentes envolvem unicamente um sólido paralelepípedo.

¹⁴⁹ Os teoremas em questão são: “Os polígonos semelhantes nos círculos estão entre si como os quadrados sobre os diâmetros”, e “os círculos estão entre si como os quadrados sobre os diâmetros”, respectivamente.

proporcionalidade, cuja expansão da geometria plana para a estereometria foi uma das dificuldades que os matemáticos daquela época enfrentaram. É razoável que Platão se refira a esse tipo de problema quando fala das dificuldades da pesquisa nesse novo campo que se abre. Para compreender melhor esse ponto, lembremos que a transformação de um retângulo de lados a e b em um quadrado era um processo relativamente simples pela inserção de uma média proporcional x entre a e b . (O problema resumia-se em encontrar x , tal que $a:x = x:b$, ou seja, $x = \sqrt{ab}$) Parece natural então tentar estender esse artifício para resolver o problema da duplicação do cubo, ou seja, pela inserção de *duas médias* (x e y) entre a e b (de maneira que $a:x = x:y = y:b$). Diz-se que Árqitas tentou encontrá-las mediante semicilindros, e Eudoxo mediante certas linhas chamadas por ele de *curvas* (DK 47 A 15). Em seu desejo de resolver o problema a qualquer custo, teriam extrapolado os limites teóricos, utilizando procedimentos mecânicos. Por isso, é dito ainda que Platão os acusou, e também a Menaechmus, de terem corrompido a geometria, fazendo-a retroceder novamente à esfera do sensível¹⁵⁰. Esse episódio ilustra bem a atitude do espírito grego que impunha a si próprio o desafio de salvar os fenômenos, mesmo quando diante da desilusão de que ao acrescentar uma dimensão à geometria plana, bastaria ampliar um elemento que correspondesse à profundidade aos antigos teoremas. De fato, isso não acontece. Todo um novo e profundo horizonte mostra-se cada vez mais como um território bárbaro. Quanto mais nele se avança, maior se descobre serem os seus domínios, de modo que a sensação de satisfação pela exploração convive com a de desorientação. Toda uma nova classe de problemas irrompe, no qual as antigas respostas não mais são capazes de satisfazer, não sem um refinado tratamento, não sem energia na pesquisa, que é trabalhosa. Não sem continuidade e empenho para explorar o seu encanto.

Apesar de ter excedido os desígnios de Platão em um caso isolado, Árqitas pode muito bem representar o *diretor* que Sócrates procura. Além de promover o estudo da geometria sólida com escopo teórico, “levando adiante as pesquisas da maneira que elas merecem” (VII 528 c), possuía ainda as características de cientista, estadista e filósofo com que toda a cidade poderia colaborar¹⁵¹. Em oposição estão os que estudam a astronomia como preliminar à filosofia, fazendo-a olhar para baixo¹⁵². Logo, os supostos presunçosos estudiosos de astronomia não ouviriam um *diretor* que privilegiasse o seu valor racional, que preferisse contemplar com a inteligência e não com os olhos os “ornamentos coloridos do teto

¹⁵⁰ Id.

¹⁵¹ Id. Ver também o capítulo segundo.

¹⁵² Id., VII 529 a 6-7.

e aprender algo sobre eles”¹⁵³. Esse trabalho vai muito além do que aquele que Gláucon havia indicado anteriormente como atributo do agricultor e do marinheiro, e não menos do general, visando “ser mais sensível para conhecer as estações, meses e anos”¹⁵⁴.

Um exemplo da *elegância* dessa nova ciência que Sócrates inclui no tradicional *quadrivium* pitagórico, sem contudo deixar de criticar e incitar, encontra-se na construção dos sólidos do *Timeu*. Confrontar o que se encontra nesse diálogo, com a matéria dos livros XI, XII e XIII dos *Elementos*, e também com as informações que se pode recolher dos testemunhos e fragmentos de Árquitas, Teeteto, Eudoxo e outros, deve proporcionar admirável exercício especulativo dos movimentos de incursão a esse território.

4.5.4. As ciências dos movimentos

A astronomia toma lugar como quarto aprendizado dos quais deverão se ocupar os futuros guardiões da cidade. Porém, para que seja útil aos fins que Sócrates e Gláucon pretendem, é preciso reformular o seu estudo. A situação geral da astronomia na época de Platão era a de um campo de pesquisa pouco semelhante ao estudo que se faziam dos números e das formas na aritmética, *logistike* e geometria. A figura do astrônomo que Sócrates critica era antes a de um *calendarista*, do que a de um teórico matemático que prescindia das particulares interpretações físicas. Sendo assim, Sócrates trata de pôr em relevo a afinidade da astronomia com as ciências anteriormente tratadas, segundo a linha de princípio que as torna profícuas como preparação para a dialética. “A ciência nada admite que seja sensível” (VII 529 b 5-6), e por isso faz-se necessário abandonar os ornatos multicoloridos do firmamento, que “são os mais belos e mais precisos entre os que são como eles”¹⁵⁵, aceitando-os unicamente “como modelo para o aprendizado das coisas invisíveis”¹⁵⁶. Analogamente ao que fora feito com os números no problema dos três dedos, das formas, pinturas e figuras visíveis no caso da geometria, e com o estudo dos sólidos em si mesmos na estereometria, agora há de se deixar de lado “o que se passa no céu, se realmente pretendemos, com o conhecimento que a astronomia nos proporciona, fazer que, de inútil que era, venha a tornar-se útil o que há de inteligente em nossa alma”¹⁵⁷. O que se está propondo é algo “muito mais complexo do que

¹⁵³ Id., VII 529 b.

¹⁵⁴ Id., VII 527 d.

¹⁵⁵ Id., VII 529 c 7-d 1.

¹⁵⁶ Id., VII 529 d 7-8.

¹⁵⁷ Id., VII 530 b 6-c 2.

aquele que se faz hoje na astronomia”¹⁵⁸. Mas o que se poderia considerar sobre os astros que não eles próprios?

A resposta está em algo que a *razão* e o *pensamento* apreendem, mas a vista não¹⁵⁹: os *movimentos dos astros*, “segundo o verdadeiro número e em todas as verdadeiras figuras”, que se movem “uns na direção dos outros”¹⁶⁰. Para Sócrates, é isso que se deve “levar a sério para apreender neles a verdade das relações de igualdade ou de duplicidade ou qualquer outra *correspondência* [συμμετρίας]”¹⁶¹. A conduta de quem é realmente um astrônomo¹⁶² se deterá sobre o mais belo ordenamento possível com que o *artífice do céu* (τοῦ οὐράνοῦ δημιουργῶ)¹⁶³ compôs o próprio céu, “buscando apreender a todo custo a verdade”¹⁶⁴. E como isso deve ser possível? Enfrentando os problemas da astronomia com a mesma atitude com que foram organizadas as disciplinas anteriores, particularmente, “será tratando de problemas como na geometria” (VII 530 b 6-7) que se irá estudar a astronomia. A disposição das disciplinas a partir do estatuto onto-epistemológico de seus objetos em que a astronomia se encaixa “constitui o eixo unitário das matemáticas, em uma situação histórica na qual as disciplinas matemáticas não se apresentavam como um conjunto unificado” (REPELLINI, 2003, p. 542)¹⁶⁵.

Essa imposição pode ser útil também a respeito de outros assuntos, visto que, por certo, não há uma única forma de movimento, mas muitas. Porém, quais são essas formas? Estaria Sócrates se referindo à *verdadeira velocidade* (τὸ ὄν τάχος) e à *verdadeira lentidão* (ἡ οὐσα βλαδυστής)¹⁶⁶? O movimento que Sócrates agora faz menção é *correlativo* ao da astronomia, é a sua *contraparte*, ἀντίστροφον¹⁶⁷. Em que sentido?

Acerca da astronomia e do *movimento harmônico* (ἑναρμόνιον φορὰν)¹⁶⁸, Sócrates e Gláucon concordam que “pode muito bem ser [...] que essas ciências, de certo modo, sejam irmãs, [...] como dizem os pitagóricos”. É plausível que a alusão se deva à Árquitas, que em um fragmento (DK 47 B 1) considerado autêntico¹⁶⁹ fala da astronomia, geometria, aritmética,

¹⁵⁸ Id., VII 530 c.

¹⁵⁹ Id., VII 529 d 4-5.

¹⁶⁰ Id., VII 529 d 2-4.

¹⁶¹ Id., VII 529 e 2-530 a 2. (grifo nosso).

¹⁶² Id., VII 530 a 4.

¹⁶³ Id., VII 530 a 7.

¹⁶⁴ Id., VII 530 a-b.

¹⁶⁵ No original: “Questa serie, destinata a comprendere l’armonica, costituisce l’asse unitario delle matematiche, in una situazione storica in cui le discipline matematiche non si presentavano come un insieme unificato”.

¹⁶⁶ Id., VII 529 d 2.

¹⁶⁷ Id., VII 530 d 4.

¹⁶⁸ Id., VII 530 d 7.

¹⁶⁹ Sobre a tradição e discussão em torno da autenticidade do fragmento, ver Centrone (1996, p. 69-70, n. 21).

e em medida não menor da música, como *mathemata adelphea*. A referência é para chamar em causa novamente a importância de um estudo teórico, na ênfase da harmonia com intenção de ascender a problemas, de “examinar que números são harmônicos e quais não são e também qual é a razão de uns serem e outros não” (VII 531 c 1-4). A clara oposição é aos músicos que “dão trabalho para as cordas e as põem à prova”¹⁷⁰, confinando a sua prática aos atributos audíveis dos sons.

A continuidade com que Platão alinha a astronomia e a harmonia parece refletir uma articulação entre a solução de Árquitas para a duplicação do cubo e o modelo dos movimentos planetários das esferas concêntricas de Eudoxo¹⁷¹. A primeira trata da apreciação dos sólidos restritos ao âmbito geométrico, isto é, sem que a velocidade tenha relevância. Diferentemente da segunda, que avalia a geometria dos sólidos em movimento. Entretanto, essa separação não é sempre clara, e tampouco definitiva, principalmente quando se consideram as pesquisas de Árquitas sobre a harmonia. Especialmente aquelas que expandiram as relações para outros intervalos, principalmente os menores do que um tom¹⁷². Em um fragmento (DK 47 B 2) atribuído ao seu livro *Sobre música* (Περὶ μουσικῆς), temos um exemplo esclarecedor sobre a utilidade reconhecida por Platão ao estudo da harmonia. Nele Árquitas identifica três médias musicais: a *aritmética*, a *geométrica* e a *subcontrária* (ὕπεναντία) – chamada *harmônica*. São *acordes* (συμφωνία) que atuam na harmonia equivalentemente às *relações de medida* (συμμετρία) na astronomia. Não simples relações entre pares de grandezas homogêneas, são relações de um tipo especial, visto que dão as razões da “verdade” e da “beleza”. Atravessam as barreiras dos sentidos e descortinam o que há de “melhor” no mundo sob o halo do pensamento matemático. Amarram com argumentos, por força de seu *encanto*, não apenas a justificativa determinativa dos intervalos, mas *harmonizam* os próprios intervalos entre si. São *logos*, se os considerarmos uma correlação entre *objetos*; e *Logos*, se tomados como nexo entre *conceitos*.

Em harmônica, uma coisa é a execução de uma melodia, que o ouvido reconhece como harmoniosa, outra a escritura de uma melodia; esta não se ouve, se lê, e com a transcrição legível é dado o que se mantém idêntico em muitas execuções (também com instrumentos musicais diferentes); outra ainda é a escala musical, que é a estrutura abstrata das relações numéricas que explicam quais números, portanto quais sons são concordantes e quais não, e assim explica juntamente a característica harmônica própria do que se

¹⁷⁰ Id., VII 531 b 2-4.

¹⁷¹ Cf. Repellini (2003, p. 548-550).

¹⁷² Uma análise matemática detalhada do desenvolvimento da *harmonia* encontra-se em Lassere (1964, p. 169-187).

mantém idêntico nas diferentes execuções de uma particular “partitura”, daquilo do qual produzimos então uma transcrição legível. (Repellini, 2003, p. 554)¹⁷³

O segredo para compreender as *harmonias*, sejam as puramente melódicas, sejam as das esferas celestes, está no entendimento dos sinais em que sua partitura está escrita. As *figuras* da geometria são os correlatos na pauta, que além do valor das notas tem ainda um andamento, uma cadência que dita o seu ritmo, o *movimento*.

A exposição cosmológica do *Timeu*, onde Platão propõe um modelo matemático para o mundo físico é considerada complementar à narrativa da caverna, apagando a oposição entre o *μῦθος* e o *λόγος* estabelecida na *República*¹⁷⁴. A composição da alma e do corpo do mundo é representada pela *harmonização de números e formas em proporção*.

O mais belo dos elos será aquele que faça a melhor união entre si mesmo e aquilo a que se liga, o que é, por natureza, alcançado da forma mais bela através da proporção. Sempre que de três números, sejam eles inteiros ou em potência, o do meio tenha um carácter tal que o primeiro está para ele como ele está para o último, e, em sentido inverso, o último está para o do meio como o do meio está para o primeiro; o do meio torna-se primeiro e último e o último e o primeiro passam ambos a estar no meio, sendo deste modo obrigatório que se ajustem entre si e, tendo-se assim ajustado uns aos outros entre si, serão todos um só. (*Timeu*, 31 c-32 a)¹⁷⁵

A tradução da astronomia e da harmonia em verdadeiros números e verdadeiras figuras sugere uma redução de seus objetos à divisão que Proclus (1992, p. 29-31) atribui aos pitagóricos. Para estes, todos os ramos das ciências matemáticas se dividem em quatro partes, das quais metade lida com questões relativas à *quantidade* (*ποσόν*), e a outra metade com problemas referentes à *magnitude* (*πηλίκον*). Na primeira estão a aritmética e a música, que estudam a quantidade como tal e as relações entre quantidades, respectivamente. Na segunda estão a geometria e a esférica (astronomia), que tratam das magnitudes em repouso e em movimento, na devida ordem.

Não obstante, não há nada que certifique que seria isso que Sócrates diz na *República* (em VII 531 c 9-d 3) haver de comum e afim entre todas as ciências tratadas, os *traços de*

¹⁷³ No original: “In armonica, altro è l’esecuzione di una melodia, che l’orecchio riconosce come armoniosa, l’altro la scrittura di una melodia; questo non si sente, si legge, e con la trascrizione leggibile è dato ciò che si mantiene identico in molte esecuzioni (anche con strumenti differenti); altro ancora è la scala musicale, che è la struttura astratta di rapporti numerici che spiega quali numeri, dunque quali suoni sono concordanti e quali no, e così insieme spiega l’armonicità propria di ciò che si mantiene identico nelle differenti esecuzioni di una stessa particolare “partitura”, di ciò dunque di cui produciamo una trascrizione leggibile”.

¹⁷⁴ Cf. Mattéi (2010, p. 100).

¹⁷⁵ Cf. Platão (2011, p. 100).

familiaridade (συγγένειον) que as une. É mais provável que a semelhança em questão esteja na *Teoria dos princípios* como sustentáculo para a organização das ciências que preparam as aptidões intelectuais para a filosofia. A ativação desse gene de familiaridade que mais interessa a Platão no contexto específico da ocasião não inibe a ação do outro trazido à baila por Proclus. Ambos se manifestam conjuntamente na estruturação da alma e do corpo do mundo no *Timeu*, em que a alma é descrita como anterior e mais velha do que o corpo, para que o domine e governe (34 b 10-36 d 7). A constituição aritmética do *ser* (οὐσία) a partir do *Idêntico* (ταυτός) e do *Outro* (ἕτερος)¹⁷⁶ configura uma escala musical preenchendo os *intervalos* (διάστημα, 36 a 1). O modelo geométrico da esfera, que compreende em si todas as outras formas¹⁷⁷, é posterior (33 b-34 b 9), e depois dele, “quanto ao movimento, atribuiu-lhe aquele que é característico do corpo: dos sete, aquele que mais tem que ver com o intelecto e com o pensamento”¹⁷⁸.

No que respeita o ponto de vista estritamente matemático sobre a data de composição do *Timeu*, a descrição teleológica que nele se desenvolve é beneficiada pela proposta de reforma e reorganização das disciplinas matemáticas que, na *República*, constitui o *proêmio* (προοίμιον, VII 531 d 6, 7) para a dialética. Se não respeita estritamente a ordem: aritmética e *logistike* → geometria → estereometria → astronomia e harmonia, preserva, de outra parte, os seus princípios compositivos em uma dupla sequência, de acordo com a qualidade dos objetos de cada grupo de ciências: aritmética e *logistike* → harmonia (quantidades); geometria → estereometria → astronomia (magnitudes). Em ambos os casos segue-se uma sequência hipotético-dedutiva que parte dos números e das figuras. Portanto, antes da *síntese* cosmológica do *Timeu*, vem o trabalho de redução *analítica*, de ascensão aos princípios da *República*.

4.6. Uma visão de conjunto das ciências propedêuticas à dialética

Considerando a sequência em que Sócrates pavimenta o caminho para a dialética, vemos um agrupamento científico segundo princípios teóricos. Para “elevar a melhor parte da

¹⁷⁶ Os mesmos conceitos se relacionam também no *Sofista* (254 d-259 b), no âmbito dos gêneros supremos e suas relações mútuas.

¹⁷⁷ Em concordância com isso estão os teoremas 13-17 do livro XIII dos *Elementos*, onde Euclides ensina a construir uma pirâmide (13), um octaedro (14), um cubo (15), um icosaedro (16) e um dodecaedro (17), de modo a estarem todos contidos por uma esfera. Cf. Euclides (2009, p. 577-589).

¹⁷⁸ Id., 34 a 1-3. Os seis movimentos retilíneos são: 1) para cima; 2) para baixo; 3) para a frente; 4) para trás; 5) para a direita; 6) para a esquerda. O sétimo é a rotação sobre si mesmo. Ver também 40 a; 43 b.

alma até a contemplação do que há de excelente nos seres”¹⁷⁹, deve-se considerar os verdadeiros números e verdadeiras figuras. Verificando numa *visão de conjunto* (σύνοψις), “a afinidade que as ciências têm entre si e também a natureza do ser”¹⁸⁰. O traço comum que une as ciências matemáticas examinadas se dá pelo abandono dos sentidos, lançando-se por meio da razão à busca pela essência de cada coisa.

Em cada âmbito ocorre, primeiramente, uma intervenção interna dos *Primeiros Princípios*, e sua atuação confere uma regressão ontológica. Da multiplicidade dos objetos chega-se, por decomposição, à unidade de seus elementos, cuja simplicidade não permite ulteriores divisões. Assim, a ὀρίστος δυὰς do par e ímpar devem ser reduzidas ao ἕν do número 1, do qual são gerados. O mesmo ocorre com as figuras e três espécies de ângulos com relação ao ponto e à linha, objetos geométricos fundamentais. Por isso, os entes secundários não podem ser considerados hipóteses evidentes em si mesmas, e sequer podem ser usadas sem justificativa, como se fossem óbvias a todos. A *pesquisa das causas* do *Fédon*¹⁸¹, considerada uma evolução metafísica dos problemas postos no *Mênon*¹⁸², estende-se em sua finalidade de explicar as causas de tudo pela melhor maneira. As *Ideias* adentram o domínio científico por uma fresta que os matemáticos não poderiam cuidar, simplesmente porque a sua atividade não é talhada para essa finalidade.

A estereometria, astronomia e harmonia são alinhadas às primeiras ciências dos números e das figuras, pois, em última instância, os seus objetos são reduzidos aos delas. O limite do sólido em repouso é a figura, e os diversos movimentos harmônicos são transcritos por meio de relações numéricas. Nesse ponto, os *Primeiros Princípios* interveem na organização dos gêneros científicos, pela composição dimensional das disciplinas matemáticas.

Os pitagóricos tinham definido um ponto como “unidade com posição” mas Platão preferia pensar num ponto como início de um segmento de reta. A definição de reta como “comprimento sem largura” parece originária da escola de Platão, assim como a idéia de que a reta “jaz uniformemente com seus pontos”. (BOYER, 1996, p. 65)

Do mesmo modo que a primitiva *análise* de Hipócrates deve ter sido um dos protótipos de que a multiplicidade metodológica de Platão se apodera e remodela, o arranjo e a fisionomia pitagórica dos objetos matemáticos sofre transmutação. Amplificada pelas

¹⁷⁹ Id., VII 532 c 5-7.

¹⁸⁰ Id., VII 537 c 1-3.

¹⁸¹ Cf. supra, Capítulo Segundo.

¹⁸² Cf. supra, Capítulo Primeiro.

Ideias, que impõem uma via *analítica* de ascensão ao *Bem*, a interpolação feita no *quadrivium*, durante o processo de delineamento do *curriculum*, apresenta-se *sineticamente*. Após refletir sobre o que deveria vir em primeiro lugar na ordem da simplicidade ontológica, Platão expõe o seu *curriculum* adequado à educação filosófica seguindo sua própria prescrição. A atividade manifestada pelo pensamento no momento da descoberta é apagada pela sua explicação, pela reprodução escrita. No *Mênon* (80 c-d), Sócrates afirma não fazer cair os outros em aporia sem antes fazer cair a si próprio. “Mas, caindo em aporia eu próprio mais que todos, é assim que faço também cair em aporia os outros”¹⁸³. Disso se deduz que também ele próprio deva ter exigências coercitivas muito maiores do que os outros. Portanto, as agitações desse personagem durante a atividade criativa deveria ter sido muito mais complexa do que aquela que nos é oferecida como resultado da organização das disciplinas matemáticas. O traço inequívoco de um procedimento que segue a direção redutiva é a introdução do estudo dos sólidos em si, depois da geometria e antes da astronomia. Escrito para persuadir amigos e discípulos, o impacto do texto da *República* sobre os matemáticos que conviviam na Academia deve ter incitado discussões que inspiraram uma axiomatização de sua ciência. Isso tanto no sentido de uma uniformização da matemática, fazendo com que os estudiosos dessa ciência discutissem suas hipóteses, partindo todos de pressupostos comuns, quanto questionando, pela dialética, a possibilidade de redução do que eram considerados os princípios de sua ciência, tentando chegar a algo mais simples. Ou seja, o método hipotético da redução parece ter sido primeiramente levado ao extremo na pesquisa filosófica, abrindo caminho para o desenvolvimento da matemática. Diante da conclusão de que o conhecimento iniciado com os sentidos deve ser intelectualmente aprimorado pela ascensão até o princípio não hipotético, Platão se dá conta que a matemática de sua época se encontrava a meio caminho nessa escalada. Aos matemáticos importa mais discutir as questões que estão na fronteira do desenvolvimento de sua ciência do que o seu núcleo. Por isso assumem princípios que, para eles, são evidentes para qualquer um, e diante disso não necessitam prestar contas a quem quer que seja. Já para o filósofo, tudo é passível de exame, e o que é evidente para alguns, para outros pode ser difícil, contestável. Do mesmo modo, a Academia, considerada o centro gravitacional do conhecimento de sua época, acelerou a expansão da pesquisa cooperativa entre os matemáticos. Antes de Platão, as pesquisas matemáticas pareciam estar restritas a pequenas comunidades isoladas, seus membros certamente viveram discutindo seus conhecimentos e compartilhando-os em certa medida,

¹⁸³ Platão (2001, p. 49).

mas nunca houve nada com tão grande poder de atração como a escola inaugurada por Platão – o que se deve também à privilegiada posição geopolítica da Atenas dos séculos V-VII a.C.

4.7. Análise e síntese e as vias de ascensão e descenso entre matemática e dialética

Ainda que não se utilize dos termos específicos, é perceptível a presença dos procedimentos implicitamente, mesmo que inominados, nas palavras de Platão. A própria ἀνάλυσις é ausente no *corpus*, e o seu emprego no sentido de complemento da σύνθεσις, esta entendida em estreito nexos com a *geração* ou *realização* (γένεσις), aparece na *Ética a Nicômaco* (III 1112 b 20-14), onde Aristóteles discute sobre a *deliberação* (βουλευόμενος). “O que vem em último lugar na ordem da análise parece ser o primeiro na ordem da geração” (ARISTÓTELES, 1973, p. 286).

Depois do Estagirita, é Proclus quem se esforça para harmonizar as doutrinas filosóficas de seus antecessores, sobretudo as de Platão e Aristóteles, com a composição euclidiana. De onde resulta a associação da *análise* e da *síntese* às interações entre matemática e dialética. Apesar de ser a fonte cronologicamente mais distante de Platão de que dispomos nesse trabalho, pesa em favor de Proclus a combinação da herança da tradição da Academia, do Liceu, e da escola de Alexandria. À erudição a respeito das doutrinas gregas que tinha, desde os pré-socráticos, soma-se a habilidade matemática, e a atividade didática e literária. Em um difícil trecho da primeira parte do *Prólogo* de seus *Comentários* (PROCLUS, 1992, p. 35-35), pretende considerar em que sentido Platão declara na *República* (VII 534 e) ser a dialética o coroamento da matemática.

De acordo com suas palavras, assim como o *intelecto* (ὁ νοῦς) é posto acima do *pensamento discursivo* (τῆς διανοίας), fornecendo-lhe os princípios do alto e aperfeiçoando-lhe, do mesmo modo a *dialética*, sendo a parte mais pura da filosofia, paira sobre a matemática e abrange todo o seu desenvolvimento. Fornecendo de si própria *potências* (δυνάμεις) de todo tipo às *ciências* (ταῖς ἐπιστήμαις αὐτῶν), a dialética as *torna perfeitas, efetivas* (τελεσιουργούς); *aptas ao discernimento, críticas* (κριτικός); e *inteligíveis* (νοεράς). São estas potências a *analítica* (αναλυτική), a *discriminatória* (διακριτική), a *definitória* (ὀριστική) e a *demonstrativa* (ἀποδεικτική). Assim provida e aperfeiçoada, a matemática encontra algumas coisas mediante a *análise*, outras pela *síntese*, explica algumas pela *divisão* ou *distinção* (διακριτικῶς), outras pela *definição*, e ainda faz outras descobertas pela *demonstração*. Harmonizando estes métodos aos objetos de que trata e empregando cada um

deles para a *contemplação racional dos argumentos intermediários* (τὴν θεωρίαν τῶν μέσων λόγων). Consequentemente, as *análises* estão direcionadas a si próprias (αἱ ἀναλύσεις ἐπ' αὐτῆς), e as *definições*, as *distinções* e as *demonstrações* são da mesma família, e se desenvolvem segundo o caráter do conhecimento matemático.

O que Proclus poderia querer dizer com isso tudo?

Primeiramente, partindo do pressuposto que o conhecimento é algo relacional, predicativo, então podemos pensar na matemática como a ciência que tem por objeto o estudo das relações. É certo que essa definição é bastante abrangente, sendo vaga como são as que tentam penetrar de modo mais fundo nas entranhas do ser – que parece se esconder com força proporcional àquela com que tentamos descortiná-lo. De todo modo, é satisfatória em vista das considerações que desejamos fazer.

Proclus faz questão de ressaltar que a *proporção* não deve ser suposta como elemento unificador das ciências matemáticas, “como diz Eratóstenes” (PROCLUS, 1992, p. 36). A proporção é uma classe de relações, e é cabível que Eratóstenes tivesse tentado reduzir todas as conexões que a matemática estabelece a elas. Proclus, todavia, não crê que a matemática se resuma a isso, embora a proporção seja uma das características comuns aos diversos ramos dessa ciência. Além dela, existem outros aspectos que devem ser levados em consideração, pois são inerentes por si mesmos à natureza da matemática. Quer dizer, que são onipresentes e que contêm em si mesmos, na forma mais simples, os princípios de todas as ciências particulares. Proclus não dá informações mais precisas sobre o que considera ser essa *matemática universal*, mas com essa denominação parece se referir, inequivocamente, à “afinidade que as ciências têm entre si e também a natureza do ser” da *República* (VII 537 c 1-3). Logo, uma *visão de conjunto* das ciências propedêuticas à dialética deveria apontar também para mais essa característica comum, isto é, a capacidade de conectar os fins aos princípios (e vice-versa), e o *design* dos meios pelos quais a matemática encontra as suas verdades. Um trecho da *Ética a Nicômaco* (III 5 1112 b 28-31) auxilia a esclarecer a ênfase dada por Proclus ao estudo da matemática. “O objeto da investigação são por vezes os instrumentos e por muitas vezes o uso a dar-lhes; e analogamente nos outros casos: por vezes o meio, outras vezes a maneira de usá-lo ou de produzi-lo” (ARISTÓTELES, 1973, p. 286).

Nessa interpretação que Proclus faz da ascensão ao *Bem* pelo estudo da matemática, a dialética a aperfeiçoa, conduzindo a alma que a estuda de maneira conveniente para alto, por um processo de abstração. É claro que muito do que estamos dizendo agora pode ser motivo de estranhamento por acrescentar elementos que não aparecem nos textos platônicos. Por exemplo, na discussão entre Sócrates e Gláucon, a dispensabilidade das características físicas

e artesanais pertence à afinidade que as ciências têm entre si e com a natureza do ser. O que importa é o estudo dos números e figuras em seu estado de pureza. Outro aspecto importante para a educação que se está erigindo é o processo de redução da multiplicidade à unidade, que ao dar as razões desse acontecimento incute argumentos, o conhecimento que “amarra” firmemente as opiniões aos fundamentos. As duas coisas são intrínsecas, restringir o âmbito de investigação ao que não está sujeito ao devir, às essências, para nelas operar uma redução, uma *análise* até chegar à essência prioritária, causa de todas as outras e por si mesma não hipotética. A justificação dessa sinopse é para que se possa compreender que a concepção de Proclus se posiciona entre estes polos. Ou seja, o foco da matemática para Proclus parece estar na sua capacidade relacional, na dinâmica que possibilita a passagem do sensível ao inteligível, do *Ilimitado* aos *Limites*, dos *Muitos* ao *Um*.

Para compreender o que Proclus pretende dizer ao afirmar que a dialética aperfeiçoa a matemática, a torna estável e inconfutável, é útil considerar as transformações que lhe foram impostas no decorrer da história. Atribui-se o seu surgimento às necessidades práticas, às questões relativas à distribuição de terras e alimentos, à previsão de períodos de secas e enchentes, e à construção de templos. Os gregos transformaram essas técnicas artesanais em teorias, deixando intocadas as propriedades aplicativas de que depende a vida em sociedade. Contudo, as potencialidades do universo que inauguraram mostraram-se incomensuráveis. A *matemática pura*, considerada em si mesma, mostra-se amoral, acrítica, asséptica; e a quantidade de relações que estabelece torna-se um bom parâmetro para medir os limites da criatividade humana. Em meio a essa imensidão de possibilidades, a dialética irá se apoderar daquelas que se inserem em seu projeto de fornecer as causas de todas as coisas da melhor maneira. O estudo conveniente da matemática, provida e aperfeiçoada pela dialética se torna *metamatemática* ao voltar suas *análises* a si próprias (αὶ ἀναλύσεις ἐπ’ αὐτῆς), e também as *definições*, as *distinções* e as *demonstrações*. A potência dialética se traduz na matemática pela *contemplação racional dos argumentos intermediários* (τὴν θεωρίαν τῶν μέσων λόγων)¹⁸⁴. Compreendendo aqui o viés dessa *teorização* da dialética como o complemento ontológico (ou metafísico) da matemática que se sobrepõe à sua natureza metodológica. A contribuição fundamental da dialética ensina as *análises* a regredirem do seu domínio matemático específico à *Ideia do Bem*, e faz com que as *sínteses* partam dela. Essa abrangência do desenvolvimento da matemática estabelece ainda que as *distinções* e *definições* se façam pelo referencial da *Ideia do Bem*.

¹⁸⁴ Traduzido por Morrow como “gaining insight into mediating ideas” (PROCLUS, 1992, p. 35), e por Timpanaro Cardini como “concetti intermedi” (PROCLUS, 1978, p. 56).

É desse modo, portanto, que Proclus dá substância à discussão do envolvimento de Platão no progresso dos métodos da *análise e síntese*. Sua teologia desempenha o papel de princípio harmonizador do *sistema ordenado* (διάσκοσμος)¹⁸⁵ da matemática, em que se desenrolam os movimentos de “progressão” (πρόοδος) e “reversão” (ἄνοδος)¹⁸⁶. Por conseguinte, o destaque que dá à integração entre os *corpus* euclidiano e platônico proporciona acuidade no olhar das *harmonias* no pensamento de Platão. Com fôlego renovado, procuramos encontrar nos movimentos do pensamento uma explicação para os fenômenos da vida e do universo que com beleza, ordem e simetria seja ao mesmo tempo simples e complexo.

¹⁸⁵ Cf. Proclus (1992, p. lxii).

¹⁸⁶ Id.

5 Considerações finais

A proposta dessa pesquisa era participar da discussão a respeito de uma antiga tradição que atribui a Platão a invenção da análise. Não se trata de um tema novo na histórica relação de simbiose entre matemática e filosofia, tendo sido abordado já diversas vezes e por diferentes ângulos. O pensamento de Platão, no entanto, é matéria que está longe de se esgotar, e da mesma maneira que o paradoxal *Grand Hotel* de Hilbert abriga cada novo hóspede que chega, mesmo tendo todas as suas infinitas reservas preenchidas, igualmente Platão haverá de permitir sempre uma nova nota de rodapé em seu universo.

Nosso propósito não era o de projetar os métodos matemáticos da *análise e síntese*, segundo a descrição feita deles e consoante à formulação euclidiana da matemática, no *Mênon*, no *Fédon* e na *República*, procurando correspondências unívocas. Embora essa regressão no tempo, partindo do que nos é mais próximo, e por tal razão mais conhecido, fosse necessária, não era suficiente. E a razão disso é a seguinte:

Os textos de Proclus, Pappus e Euclides representam estados acabados do conhecimento, são *sínteses* de resultados, retratos que confinam o último estágio de uma evolução e que se fecham em si mesmos. Neles estão condensados os esforços dos predecessores, o que acaba por ocultar o processo evolutivo pelo qual passou o conhecimento até chegar ao momento em que nos é apresentado. Não raro, escolhas equivocadas são feitas ao longo do caminho, testes são realizados, ajustes. Fragmentos que não se encaixam no sistema que se está por erigir são escamoteados em favor da consistência. Assim é construído o edifício formal da matemática, uma busca ininterrupta por estabilidade sistemática, onde cada acréscimo deve respeitar as leis previamente estabelecidas; as definições, os postulados e noções comuns. De quando em quando, diante das dimensões colossais que adquire ou das direções inesperadas em que se expande, é preciso voltar a atenção para as suas bases, para verificar se suportam a empreitada. As *crises dos fundamentos* que fazem tremer esse monumento não interrompem a atividade dos matemáticos, embora os sensibilize, fazendo-os passar em revista os seus pressupostos. Assim tem sido desde a descoberta da incomensurabilidade pelos pitagóricos, passando pelas geometrias não euclidianas que, supõe-se, teriam sido contempladas já no contexto da Academia e do Liceu, e assim por diante.

No caso da filosofia de Platão, os diálogos estão longe de representar um estágio derradeiro de seu pensamento. São antes indicações para os caminhos da reflexão filosófica. Desenvolvem a força *protréptica* de um processo racional que, comparado com as formas de pensamento da época, deve explicar as causas de todas as coisas de modo incomparavelmente

melhor. Os textos platônicos são fragmentos, cuja tensão evolutiva aponta para além de si mesmos, representando um desenvolvimento contínuo, um constante devir. O filósofo não se priva de deixar “pontas soltas”, para retomá-las em outras ocasiões, ligando-as pelo incessante exercício de reformulação, tecendo os fios que conduzem às ideias (e às *Ideias*), e entrelaçando-os em linhas argumentativas que não constituem, necessariamente, um *sistema*.

Do confronto entre essas duas concepções epistemológicas distintas, uma que sistematiza, assenta, e outra que, apesar de buscar o imóvel e eterno, transita pelas agitações do pensamento que se molda, emerge uma imposição metodológica: levar em consideração o progresso histórico dos procedimentos utilizados por Platão. Isso implica manter um olho aberto aos episódios da matemática do período que compreende a sua chamada *Idade Heróica* (os séculos VI-V a.C.), e outro para o pensamento filosófico que, como uma ninfa, vai lentamente se modificando a partir de Platão. Contempladas em conjunto, essas visões formam um panorama em que podemos, tanto quanto possível, identificar os elementos da matemática que Platão incorpora à sua filosofia. Do mesmo modo, verificamos a adaptação de uma forma de pensamento a conteúdos distintos daqueles para os quais foram projetados.

A linguagem é o espaço onde ocorrem essas mudanças, o lugar que a argumentação racional e as técnicas retóricas coabitam e em que se confrontam. Para vencer essa batalha, Platão apoia o seu *logos* na matemática, evitando as armadilhas da imprecisão da linguagem, e molda a sua dialética. No *Mênon*, vemos esse personagem homônimo e seu escravo serem entorpecidos pela forma inovadora de pensar que Sócrates lhes propõe. Sem conseguir uma definição para a virtude que compreenda aquilo que é o mesmo em todas suas manifestações, como ocorre de maneira relativamente simples no caso da figura, Sócrates muda o seu estratagemas. A adaptação da metodologia matemática à filosofia não é pacífica. Na matemática, as definições são delimitações de objetos a partir de elementos necessariamente mais simples e anteriormente esclarecidos. No caso dos conceitos procurados por Sócrates, como respeitar uma tal hierarquia? Como determinar os elementos constitutivos? Perante esse impasse, Sócrates sugere a Mênon que continuem com a investigação a partir de uma hipótese, isto é, “da maneira como os geômetras frequentemente conduzem suas investigações” (86 e 4-5)¹.

“Platão parece ter observado que com frequência convém pedagogicamente, quando a cadeia de raciocínios que leva das premissas à conclusão não é evidente, inverter o processo” (BOYER, 1996, p. 65). Inspirado pelo método utilizado por Hipócrates de Quios em sua

¹ Cf. supra, capítulo primeiro.

tentativa de *quadratura da lúnula* e de *duplicação do cubo*, Sócrates parte de uma afirmação considerada válida, em busca dos princípios que a sustentam. A esperança é que possam chegar a algo mais simples e anteriormente esclarecido. Da analogia entre o diálogo platônico e os fragmentos e testemunhos acerca da matemática em que se apoia, conclui-se que nem a Platão, e tampouco a Hipócrates, pode-se atribuir a “criação” do método. Quanto ao primeiro, Sócrates menciona explicitamente o procedimento *hipotético*, e no que diz respeito ao segundo, Proclus (1992, p. 167) afirma ter sido o primeiro a efetuar a *redução* de construções difíceis².

Se pretendemos de algum modo apurar a possibilidade de contribuição de Platão ao método que só mais tarde seria designado *analítico*, devemos considerar a essência das técnicas em questão. Na geometria heurística de Hipócrates, admite-se como ponto de partida o problema resolvido, e tenta-se reduzi-lo a algo conhecido, provado ou *definido*. Buscando se esquivar dos problemas das definições na filosofia, Sócrates traça um percurso novo, que de modo semelhante a um círculo, se fecha em seu ponto inicial. A indispensabilidade das definições a que chegam ao final, entretanto, não invalida o trajeto percorrido. O êxito do diálogo encontra-se exatamente no recurso de encadeamento dos argumentos como cálculo de causa. E se Sócrates, ao fim e ao cabo, não é capaz de dizer se a virtude é coisa que se ensina, os processos do raciocínio suscitados pelo método heurístico permitem estabelecer a superioridade da ciência em relação à opinião correta.

A apreciação do diálogo paralelamente ao estado da arte da matemática do período traz também à consideração o seu estado fragmentário. Muito distante ainda de representar um conjunto fechado de preceitos, as primitivas proposições eram reduzidas aos antigos resultados da matemática praticada pelos pitagóricos, apontando para uma preocupação com a obtenção de novos resultados, em vez do estabelecimento dos alicerces. De acordo com a *História* de Eudemo, teria sido o próprio Hipócrates o primeiro a compor *Elementos* (EUCLIDES, 2009, p. 38). Ao contrário do que ocorreu com os escritos médicos, pouquíssima informação sobre a literatura matemática anterior a Euclides chegou até nós. O que não deve ser atribuído apenas à casualidade, mas à diversidade do desenvolvimento histórico desses dois âmbitos científicos (CAMBIANO, 1993, p. 548). Os primeiros a fazerem a matemática progredir, os pitagóricos, reservavam a transmissão do saber à tradição oral. Em vista dos argumentos aqui aduzidos³, assumimos a ordem das proposições em que é descrita a solução de Hipócrates como uma amostra da atmosfera dominante na pesquisa geométrica na

² Cf. supra, capítulo primeiro.

³ Cf. supra, capítulo primeiro.

metade do V século. De onde se pode conjecturar que os *Elementos* de Hipócrates eram uma compilação de problemas e estratégias de resolução por redução que tinham como *arche* algumas proposições já estabelecidas. O texto de Hipócrates é significativo por construir, a partir dos ensinamentos pitagóricos e da dialética eleática, os nexos inferenciais de uma linguagem técnica na escrita, contrariamente aos fragmentos do também pitagórico Filolau de Crotona, em que prevalecem o uso filosófico e teológico da matemática⁴. Os *Elementos* de Hipócrates marcam o início da escritura da matemática, e, consecutivamente, a fundação dos *manuals* dessa disciplina. Tais compêndios inscrevem-se na história do pensamento como recurso referencial, seu conteúdo tem como objetivo fornecer estratégias a quem precise resolver um problema. Em geral, os novos problemas se impõem como desafio pela necessidade de introdução de estágios intermediários até chegar ao que consta do livro. Cada passo serve para “torcer” a adversidade que se tem em mãos em direção à solução gravada. Em sua origem, os registros matemáticos são, tanto quanto os seus correspondentes da medicina, receituários. Não obstante, a constituição heurística dos tratados matemáticos sofre mudança singular. O tratado hipocrático pouco teria em comum com a ordem dedutiva da definitiva versão euclidiana. É plausível que a diferença expositiva entre eles se deva, em parte não menor do que à organização da dialética platônica, aos estudos sobre *antecedência* e *consequência* presentes na teoria do silogismo de Aristóteles. Por essa razão, o texto de Hipócrates equivale a um retrato dos processos mentais que são anteriores à exposição. Considerado uma narrativa do pensamento matemático vivo e em movimento, a solução da *quadratura* reportada por Simplicio manifesta, pela “forma concisa, segundo o hábito antigo” (EUCLIDE, 2008, p. 38), o impulso intuitivo da criação. Em oposição a essa comunicação *hipotética, analítica*, está Euclides, que não admite quase nada que não esteja já posto como princípio, ou demonstrado. Organizando hierarquicamente os seus objetos, e expondo *sintaticamente* o conhecimento, Euclides demonstra e valida rigorosamente as verdades encontradas.

Nota-se ainda na *História da geometria* um avanço considerável no tempo de Platão. Não por acaso outros dois autores de *Elementos* são citados por Proclus, Léon e Theudius de Magnésia (EUCLIDES, 2009, p. 38-39). Despertando por toda parte a admiração relativa à matemática, Platão faz da Academia um ambiente de experimentação, onde matemáticos e filósofos discutiam e compartilhavam os seus estudos. Não é possível precisar em que momento a discussão sobre a necessidade de *axiomatização* ascendeu ao primeiro plano.

⁴ Id., p. 549.

Porém, é fora de dúvida que esse ambiente auxiliou enormemente o desenvolvimento da matemática ao fazer com que da convivência em comum resultassem pesquisas feitas colaborativamente. Com isso, Platão impulsiona a necessidade de homogeneização dos princípios, pois para que o intercâmbio científico tenha lugar, é preciso que todos partam de um mesmo conjunto de pressupostos.

Platão trata da questão da definição e da escolha das melhores hipóteses para iniciar uma construção argumentativa no *Fédon*. As *Ideias* despontam nesse diálogo como princípio organizador de procedimentos complementares. A mente deve dispor cada coisa da melhor maneira possível, e o delineamento das causas deve estar em harmonia com a *hipótese* admitida. A construção desse percurso deve evitar os descaminhos da imprecisão da linguagem. E qual modelo melhor para se esmerar contra as distorções sofisticadas do que o da matemática? Posto de outra maneira; haveria outra forma de linguagem no horizonte da Academia que pudesse resistir tão fortemente ao princípio do *homem como a medida de todas as coisas, das que são, enquanto são, das que não são, enquanto não são*, de Protágoras⁵, que não fosse aquela utilizada pelos matemáticos? Outro aspecto relevante é que os métodos *dedutivo* e *regressivo* não aparecem do modo como tradicionalmente são descritos na matemática. As “proto”-*análise* e *síntese* platônicas partem de um mesmo *locus*, um princípio que se afigura mais forte, e o segundo procedimento deve dar conta das próprias *hipóteses*, caso se mostrem insuficientes.

Esse critério é levado ao extremo na *República*, diálogo que é marcado pelo grau mais estreito de influência mútua entre matemática e filosofia, em que a primeira deve ensinar a ascensão ao *bem*, de maneira que, simultaneamente a dialética lhe transmita suas potências. Em meio a essa inversão de papéis, a matemática aparece incompleta sob a ótica da dialética, não no sentido dos fins, mas no do início. À medida que alça a posição mais alta entre as ciências, deixa para trás os sensíveis e também as próprias hipóteses. No decorrer desse percurso destaca-se a crítica aos matemáticos, que em sua atividade partem de hipóteses como “o par e o ímpar, as figuras, três espécies de ângulos e outras coisas afins” (VI 510 c)⁶.

A partir do caráter que se assume diante as hipóteses, isto é, da postura metodológica que se adota frente as hipóteses nos diálogos examinados, pode-se esboçar três figuras: (i) a do sofista, ou dos disputadores de razões contraditórias; (ii) a dos matemáticos; e (iii) a do dialético.

⁵ Cf. Platão, *Teeteto*, 152 a (2010, p. 205; PLATONE, 2011, p. 246-247).

⁶ Cf. *Supra*, capítulo terceiro.

Os primeiros confundem o princípio em discussão com as consequências (*Fédon*, 101 d-e)⁷, não permitindo assim o acordo comum com seus debatedores. Não aguardam o fim da cadeia argumentativa para verificar a coerência como um todo. Atacam as premissas em seu desenvolvimento e não se dão por satisfeitos com as hipóteses propostas até que consigam distorcê-las segundo os seus desígnios. Aproveitam-se da incompletude da linguagem para criar dificuldades de raciocínio, criando a impressão de que nele não há nada de são e firme, e usam os discursos para contradizer e refutar (*República*, VII 539 b).

De fato, a convicção de Platão é que o verdadeiro filosofar é possível apenas entre amigos e que a argumentação filosófica, para ser fecunda, só pode discorrer em “refutações bem-intencionadas” (εὐμενέσιν ἐλέγχοις, *Carta sétima*, 344 b 5). (SZLEZÁK, 2005, p. 23, grifo do autor)

Os matemáticos, por sua vez, apesar de bem intencionados com relação às pesquisas que desenvolvem, não são propensos a discutir as suas hipóteses. Por isso, “acham que não têm de prestar contas nem a eles mesmos nem aos outros sobre isso que, segundo eles, é coisa evidente para qualquer um” (*República*, VI 510 c)⁸. Ainda que não estejam em pleno acordo sobre um ou outro princípio, não se envolvem em disputas erísticas. O único tipo de discurso laudatório envolvendo a matemática é aquele que louva a própria ciência, e não as habilidades discursivas de quem a estuda. Do mesmo modo, não é natural ter em consideração na matemática os objetos sensíveis de que se serve como modelo, assim como aparece a cada um, para aquele que aparece (*Teeteto*, 158 a). Desde os tempos remotos talvez fosse mais fácil ver matemáticos discutindo ou a respeito da exatidão dos resultados ou sobre a validade dos métodos empregados para a sua obtenção. O acordo gira em torno da razão, da objetividade que se mostra nas profundezas da subjetividade. O matemático discordante deve procurar com a sua própria razão a imprecisão do pensamento alheio, ou apurar a sua própria intelecção, a fim de convencer o próprio *daimon*. A matemática torna-se, portanto, útil à formação do dialético porque o faz procurar dentro de si mesmo a razão em si mesma, proporcionando a ascensão da alma pela introspecção. Essa é a característica pela qual os matemáticos não prestam contas de suas hipóteses a si mesmos e também aos outros. A sua preocupação é para com o desenvolvimento de sua ciência, seus empenhos se dirigem aos seus fins. Como se a melhor resposta para quem quer que lhes peça explicação sobre os princípios fosse: “conheça-os por ti e em si mesmos”.

⁷ Cf. supra, capítulo segundo.

⁸ Cf. supra, capítulo terceiro.

Em terceiro lugar vem o dialético, a quem cabe dar as razões das hipóteses da matemática. Tendo desenvolvido suas habilidades intelectuais por meio de um complexo de ciências irmãs, supera as características intrínsecas dessas disciplinas, como os objetos sensíveis de que se servem e as próprias hipóteses, para ascender à *ideia do bem*. A trajetória ao princípio não hipotético de tudo representa, sob a forma de *procedimento redutivo*, o complemento ontológico da *análise* matemática. Fazendo entrar em cena um novo estágio da simbiose. Impelindo a alma cada vez mais para o alto, os limites com que se satisfaziam os geômetras que se restringiam à redução do modelo hipocrático são superados em anterioridade. As figuras, os três tipos de ângulo, o par e o ímpar, nenhuma hipótese parece escapar da força elementarizante da dialética, que reduz ao mais simples e essencial até mesmo a série das dimensões. A força desse *princípio fundacional* ecoa na epistemologia, que é compelida a acompanhá-lo até os seus então desconhecidos extremos. Uma vez completado o nexos heurístico, começa a se inscrever o nexos justificativo. Num movimento inverso, presa a tudo que depende do princípio não hipotético, a força dialética desce em direção ao fim. Concatenando as proposições em perfeita ordem de composição hierárquica, dando firmeza aos resultados por meio das mais belas relações, simetrias e harmonias.

Para que *análise* e *síntese* adquiram sua compleição definitiva, pensamento e linguagem devem ser ainda afinados pelo *instrumento* aristotélico, sem o qual Euclides não poderia coligir os seus *Elementos*. Considerando-se que forma e o conteúdo filosófico são incidíveis no pensamento de Platão, e também que os diálogos não revelam o último estágio de suas reflexões, qual a razão de se procurar neles procedimentos metodológicos plasmados? De maneira equivalente muitos conteúdos científicos aparecem incompletos em suas obras, e o princípio que se nos afigura mais forte é que isso se deve à forma intrínseca em que se manifestavam. A ação contínua das ideias que se desenvolvem em um *crescendo* deve ser acompanhada simultaneamente pela sua correspondente epistemológica. Para que possamos observar o movimento de constituição dos procedimentos que, sem a intervenção de Platão, não poderiam ter a configuração que têm hoje.

REFERÊNCIAS

ADAM, J. (Ed.) **The Republic of Plato. Volume 1: Books I-V.** Cambridge: Cambridge University Press, 2009.

_____. (Ed.) **The Republic of Plato. Volume 2: Books VI-X and indexes.** Cambridge: Cambridge University Press, 2009.

ARISTOTELE. **Analitici Secondi.** Traduzione e commento di Mario Mignucci. Introduzione di Jonathan Barnes. Bari: Laterza & Figli Spa, 2007.

_____. **Metafisica.** Introduzione, traduzione, note e apparati di Giovanni Reale. Appendice bibliografica di Roberto Radice. Milano: Bompiani, 2011.

_____. **Ética Nicomachea.** Traduzione, introduzione e note di Carlo Natali. Ottava edizione. Bari: Gius. Laterza & Figli Spa, 2012.

ARISTÓTELES. **Tópicos, Dos Argumentos Sofísticos, Ética à Nicômaco e Poética.** 1. Ed. São Paulo: Abril S.A. Cultural e Industrial, 1973. (Coleção Os Pensadores)

_____. **Metafisica.** Ensaio introdutório, texto grego com tradução e comentário de Giovanni Reale. Volume II. Tradução: Marcelo Perine. São Paulo: Loyola, 2002.

BALIEIRO, I. F. **Arquimedes, Pappus, Descartes e Polya - Quatro episódios da história da heurística.** 2004. 217 f. Tese (Doutorado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-científicos) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2004.

BERTATO, F. M. *A De Divina Proportione de Luca Pacioli.* Tradução anotada e comentada. Campinas: Coleção CLE, 2010.

BICUDO, I. As Categorias de Aristóteles (Livro 5, Substância) [Tradução bilingüe comentada]. In: **Revista Hypnos**, São Paulo, ano 9, n. 13, p. 1-26, 2. sem. 2004.

BOLTON, R. Plato's Discovery of Metaphysics: The New Methods of the Phaedo. In: GENTZLER, J. (Ed.) **Method in Ancient Philosophy.** Oxford: Oxford University Press, 2007, p. 91-111.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BURKERT, W. **Lore and Science in Ancient Pythagoreanism**. Translated by Edwin L. Minar, Jr. Cambridge: Harvard University Press, 1972.

CAMBIANO, G. Il metodo ipotetico e le origini della sistemazione euclidea della geometria. In: **Rivista di Filosofia**, Torino: S.P.A. STABILIMENTO TIPOGRAFICO EDITORIALE – CUNEO, n. 2, p. 115-149, 1967.

_____. **Platone e le tecniche**. Torino: Einaudi, 1971.

_____. La nascita dei trattati e dei manuali. In: CAMBIANO, G.; CANFORA, L.; LANZA, D. (a cura di) **Lo spazio letterario della grecia antica**. Roma: Salerno editrice, 1993, p. 525-553. (Volume I: La produzione e la circolazione del testo, Tomo I: La polis)

CASERTANO, G. (a cura di) **La struttura del dialogo platonico**. Napoli: Loffredo Editore, 2000.

CATTANEI, E. Le matematiche al tempo di Platone e la loro riforma. In: PLATONE. **La Repubblica. Libri VI-VII**. Traduzione e commento a cura di Mario Vegetti. Vol. V. Napoli: Bibliopolis, 2003, p. 473-539.

_____. **Entes matemáticos e metafísica**. Tradução de Fernando S. Moreira. São Paulo: Loyola, 2005.

_____. Due geometrie per il *Menone*. In: ERLER, M.; BRISSON, L.; (Org.) **Gorgias – Menon: selected papers from the Seventh Symposium Platonicum**. Sankt Augustin: Academia Verlag, 2007. p. 248-252. (Volume 25)

CENTRONE, B. **Introduzione a I Pitagorici**. Bari: Laterza & Figli Spa, 1996.

CLEARY, J. J. Proclus' Philosophy of Mathematics. In: DILLON, J.; O'BYRNE, B.; O'ROURKE, F. (Org.) **Studies on Plato, Aristotle and Proclus: collected essays on ancient philosophy of John J. Cleary**. Leiden: Brill, 2013, p. 201-220.

CORNFORD, F. M. Mathematics and Dialectic in the Republic VI.-VII. (I.). In: **Mind, New Series**, v. 41, n. 161, p. 37-52, 1932a. Disponível em <<http://www.jstor.org/pss/2250143>>. Acesso em: 24 jun. 2009.

_____. Mathematics and Dialectic in the Republic VI.-VII. (II.). In: **Mind, New Series**, v. 41, n. 162, p. 173-190, 1932b. Disponível em <<http://www.jstor.org/pss/2250010>>. Acesso em: 24 jun. 2009.

_____. **Plato's Theory of Knowledge: The Thaetetus and the Sophist of Plato**. New York: Dover, 2003.

COSTA, M. A. **As idéias fundamentais da matemática e outros ensaios**. São Paulo: Convívio, 1981.

CUOMO, S. **Pappus of Alexandria and the Mathematics of Late Antiquity**. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.

DES PLACES, E. **Lexique de la langue philosophique et religieuse de Platon**. Oeuvres Complètes. Tome XIV. Belle Lettres: Paris, 1964.

DILLON, J.; O'BYRNE, B.; O'ROURKE, F. (Org.) **Studies on Plato, Aristotle and Proclus: collected essays on ancient philosophy of John J. Cleary**. Leiden: Brill, 2013.

EBERT, T. Una nuova interpretazione del *Fedone* platonico. In: CASERTANO, G. (a cura di) **La struttura del dialogo platonico**. Napoli: Loffredo Editore, 2000, p. 51-73.

EUCLIDE. **Tutte le opere**. Introduzione, traduzione, note e apparati di Fabio Acerbi. Milano: Bompiani, 2008.

EUCLIDES. **Os Elementos**. Tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: UNESP, 2009.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. 2. ed. Campinas: UNICAMP, 1997.

FOWLER, D. H. **The Mathematics of Plato's Academy: a new reconstruction**. Oxford: Clarendon, 1987.

FRECHEIRAS, K. R. O. **Platão e o método da hipótese nos diálogos: Mênon (86e-87b), Fédon (101d-e) e República (VI, 509d-511e)**. 2010. 207 f. Tese (Doutorado em Filosofia) – Departamento de Filosofia, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2010.

FRONTEROTTA, F. Ὑπόθεσις e διαλέγεσθαι. Metodo ipotetico e metodo dialettico in Platone. In: LONGO, A. (Ed.) **Argument from Hypothesis in Ancient Philosophy**. With the collaboration of Davide Del Forno. Napoli: Bibliopolis, 2011, p. 43-74.

GENTZLER, J. (Ed.) **Method in Ancient Philosophy**. Oxford: Oxford University Press, 2007.

GIAMBLICO. **La vita pitagorica**. Introduzione, traduzione e commento di Maurizio Giangiulio. Quarta edizione. Milano: BUR Rizzoli, 2013.

HARDY, G. H. **Em defesa de um matemático**. Com uma introdução de C. P. Snow. Tradução: Luís Carlos Borges. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

_____. **A mathematician's apology**. With a foreword by C. P. Snow. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.

HEATH, T. (org.) **The Thirteen Books of Euclid's Elements**. 3 vol. Cambridge: Cambridge University Press, 1908.

_____. **A History of Greek Mathematics. Volume I: from Thales to Euclid**. New York: Dover, 1921.

_____. **Mathematics in Aristotle**. Bristol: Thoemmes Press, 1998.

HINTIKKA, J.; REMES, U. **The Method of Analysis: Its Geometrical Origin and its General Significance**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1974.

HOFSTADTER, D. R. **Gödel, Escher, Bach: an Eternal Golden Braid**. New York: Basic Books, 1999.

_____. **Gödel, Escher, Bach: um entrelaçamento de gênios brilhantes**. Tradução de José Viegas Filho. Brasília: Editora Universidade de Brasília; São Paulo: Imprensa Oficial do Estado, 2001.

HOMERO. **Ilíada**. Tradução de Carlos Alberto Nunes. 2. ed. São Paulo: Ediouro, 2009.

HÖSLE, V. **I fondamenti dell'aritmetica e della geometria in Platone**. Introduzione di Giovanni Reale,. Traduzione di Elisabetta Cattanei. Milano: Vita e Pensiero, 1994.

_____. **Interpretar Platão**. Tradução de Antonio Celiomar Pinto de Lima. São Paulo: Loyola, 2008.

HUFFMAN, C. **Philolaus of Croton: Pythagorean and Presocratic. A commentary on the fragments and testimonia with interpretative essays**. Cambridge: Cambridge University Press, 1993.

LASSERE, F. **The birth of mathematics in the age of Plato**. Larchmont: American Research Council, 1964.

JAEGER, W. **Paideia: la formazione dell'uomo greco. Volume 2: Alla ricerca del divino**. Firenze: La nuova Italia, 1954.

_____. **Paidéia: a formação do homem grego**. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

KAHN, C. H. **Plato and the Socratic Dialogue: the philosophical use of a literary form**. Cambridge: Cambridge University Press, 1996.

_____. **Pitágoras e os pitagóricos: uma breve história**. Tradução de Luís Carlos Borges. São Paulo: Loyola, 2007.

KARASMANIS, V. Ἐπιτομή: Hippocrates of Chios and Plato's Hypothetical Method in the *Meno*. In: LONGO, A. (Ed.) **Argument from Hypothesis in Ancient Philosophy**. With the collaboration of Davide Del Forno. Napoli: Bibliopolis, 2011, p. 21-41.

KLEIN, J. **A Commentary on Plato's Meno**. Chapel Hill: The University of North Carolina Press, 1965.

KNEALE, W., KNEALE, M. **Storia della logica**. A cura e con una premessa di Amedeo G. Conte. Torino: Giulio Einaudi editore s. p. a., 1972.

_____. **O desenvolvimento da lógica**. Tradução de M. S. Lourenço. 2. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1980.

KRÄMER, K. **Platone e i fondamenti della metafisica**. Sesta edizione. Milano: Vita e Pensiero, 2001.

KRAUT, R. (Ed.) **The Cambridge Companion to Plato**. Cambridge: Cambridge University Press, 2006.

LAËRTIOS, D. **Vidas e Doutrinas dos Filósofos Ilustres**. 2. ed. Brasília: Ed da UnB, 2008.

LEVI, B. **Lendo Euclides: A matemática e a geometria sob um olhar renovador**. Tradução de Julián Fuks. Revisão técnica de Michelle Dysman. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2008.

LIVIO, M. *Razão áurea: a história de Φ , um número surpreendente*. Rio de Janeiro; São Paulo: Record, 2009.

LONGO, A. (Ed.) **Argument from Hypothesis in Ancient Philosophy**. With the collaboration of Davide Del Forno. Napoli: Bibliopolis, 2011.

MATTÉI, J. F. **Platão**. Tradução de Maria Leonor Loureiro. São Paulo: UNESP, 2010.

MIGLIORI, M. **Dialettica e Verità. Commentario filosofico al “Parmenide” di Platone**. Prefazione di Häns Kramer. Introduzione di Giovanni Reale. Milano: Vita e Pensiero, 1990.

MUELLER, I. Mathematical method and philosophical truth. In: KRAUT, R. (Ed.) **The Cambridge Companion to Plato**. Cambridge: Cambridge University Press, 2006, p. 170-199.

_____. Platonism and the study of nature (Phaedo 95e ff.). In: GENTZLER, J. (Ed.) **Method in Ancient Philosophy**. Oxford: Oxford University Press, 2007, p. 67-89.

MUNIZ, F. Os prazeres falsos no *Filebo* de Platão. In: **ANAIS DE FILOSOFIA CLÁSSICA**, v. 3 n. 5, 2009, p. 30-39. Disponível em:
<<http://www.ifcs.ufrj.br/~afc/2009/MUNIZ.pdf>>. Acesso em: 18 out. 2013.

PAVIANI, J. **Platão & a Educação**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

PLATÃO. **A República**. Introdução e notas de Robert Baccou. 2 volumes. Tradução de J. Guinsburg. São Paulo: Difusão europeia do livro, 1965.

_____. **Diálogos. O Banquete – Fédon – Sofista – Político.** Traduções de José Cavalcante de Souza (*O Banquete*), Jorge Poleikat e João Cruz Costa (*Fédon, Sofista, Político*). São Paulo: Abril S.A. Cultural e Industrial, 1972. (Coleção Os Pensadores)

_____. **Êutifron, Apologia de Sócrates, Críton.** Tradução, introdução e notas de José Trindade Santos. 4. ed. Lisboa: Imprensa Nacional – Casa da Moeda, 1983.

_____. **Fédro ou Da Beleza.** Tradução e notas de Pinharanda Gomes. Sexta Edição. Lisboa: Guimarães editores, 2000.

_____. **Mênnon.** Texto estabelecido e anotado por John Burnet; Tradução de Maura Iglésias. Rio de Janeiro: Ed. PUC-Rio; São Paulo: Loyola, 2001.

_____. **Crátilo.** Tradução: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 2001.

_____. **Parmênides.** Texto estabelecido e anotado por John Burnet; Tradução de Maura Iglésias e Fernando Rodrigues. 2. ed. Rio de Janeiro: Ed. PUC-Rio; São Paulo: Loyola, 2005.

_____. **A República.** Tradução de Anna Lia Amaral de Almeida Prado; revisão técnica de Roberto Bolzani Filho. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

_____. **Carta VII.** Texto estabelecido e anotado por John Burnet; introdução de Terence H. Irwin; Tradução do grego e notas de José Trindade Santos e Juvino Maia Jr. Rio de Janeiro: Ed. PUC-Rio; São Paulo: Loyola, 2008.

_____. **Teeteto.** Tradução de Adriana Manuela Nogueira e Marcelo Boeri. Prefácio de José Trindade Santos. 3 ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2010.

_____. **Eutidemo.** Texto estabelecido e anotado por John Burnet; Tradução, apresentação e notas: Maura Iglésias. Rio de Janeiro: Ed. PUC-Rio; São Paulo: Loyola, 2011.

_____. **Fédon.** Texto grego John Burnet; tradução Carlos Alberto Nunes; editor convidado Plínio Martins Filho; coordenação Benedito Nunes e Víctor Sales Pinheiro. 3. Ed. Belém: ed.ufpa, 2011.

_____. **Timeu-Crítias.** Tradução do grego, introdução, notas e índices: Rodolfo Lopez. Coimbra: Centro de Estudos Clássicos e Humanísticos da Universidade de Coimbra, 2011.

PLATO. **Complete works.** Edited, with Introduction and Notes, by John M. Cooper. Associate Editor D. S. Hutchinson. Indianapolis/Cambridge: Hackett Publishing Company, 1997.

PLATONE. **Fedro.** A cura di Giovanni Reale. Testo critico di John Burnet. Milano: Mondadori, 1998.

_____. **Tutti gli scritti.** A cura di Giovanni Reale. Milano: Bompiani, 2000.

_____. **La Repubblica. Libri VI-VII.** Traduzione e commento a cura di Mario Vegetti. Vol. V. Napoli: Bibliopolis, 2003.

_____. **Fedone.** Testo greco a fronte. Prefazione, saggio introduttivo, traduzione, note, apparati e inserto iconografico di Giovanni Reale. Appendice bibliografica di Matteo Andolfo. Milano: Bompiani, 2006.

_____. **Menone.** Testo Greco a fronte. Prefazione, saggio introduttivo, traduzione e note di commento di Giovanni Reale. Saggio integrativo di Imre Toth. Traduzione, adattamento del saggio di Imre Toth e bibliografia ragionata di Elisabetta Cattanei. Milano: Bompiani, 2010a.

_____. **La Repubblica.** Introduzione, traduzione e commento di Mario Vegetti. Terza edizione. Milano: BUR Rizzoli, 2010b.

_____. **Teeteto.** Introduzione, traduzione e commento di Franco Ferrari. Milano: BUR Rizzoli, 2011.

PROCLO. **Commento al I libro degli Elementi di Euclide.** Introduzione, traduzione e note a cura di Maria Timpanaro Cardini. Pisa: Giardini, 1978.

PROCLUS. **A Commentary On The First Book of Euclid's Element.** Translated, with Introduction and Notes by Glenn R. Morrow. New Jersey: Princeton University Press, 1992.

RADICE, R. (ed.) **Lexicon I: Plato.** Edited in collaboration with Ilaria Ramelli and Emmanuele Vimercati, Electronic edition by Roberto Bombacigno. Milano: Biblia, 2003.

_____. (ed.) **Lexicon III: Aristoteles.** Electronic edition by Roberto Bombacigno. 2. v. Milano: Biblia, 2005.

REALE, G. **Para uma nova interpretação de Platão**. Tradução: Marcelo Perine. São Paulo: Loyola, 1997.

_____. (a cura di) **I Presocratici. Prima traduzione integrale con testi originali a fronte delle testimonianze e dei frammenti nella raccolta di Herman Diels e Walther Kranz**. IV edizione. Milano: Bompiani, 2012.

REALE, G.; ANTISERI, D. **História da filosofia: Antiguidade e Idade Média**. São Paulo: Paulus, 1990. (Volume 1)

REPELLINI, F. F. La linea e la caverna. In: PLATONE. **La Repubblica. Libri VI-VII**. Traduzione e commento a cura di Mario Vegetti. Vol. V. Napoli: Bibliopolis, 2003, p. 355-403.

_____. Astronomia e armonica. In: PLATONE. **La Repubblica. Libri VI-VII**. Traduzione e commento a cura di Mario Vegetti. Vol. V. Napoli: Bibliopolis, 2003, p. 541-563.

ROBINSON, R. **Plato's earlier dialectic**. Ithaca: Cornell University Press, 1941.

RUSSELL, B. **Introduzione alla filosofia matematica**. Introduzione di Flavio Manieri. Edizione integrale. Roma: Newton Compton, 1969.

_____. **Introdução à filosofia matemática**. Tradução, Maria Luiz X. de A. Borges; revisão técnica, Samuel Jurkiewicz. Rio De Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2007.

SAYRE, K. M. **Plato's Analytic Method**. Chicago: The University of Chicago Press, 1969.

SCOLNICOV, S. **Platão e o Problema Educacional**. São Paulo: Loyola, 2006.

SILVA, J. A Demonstração Matemática da Perspectiva da Lógica Matemática. In: **Boletim de Educação Matemática – BOLEMA**, ano 15, n. 18, p. 56-64. Rio Claro: Unesp, 2002.

_____. **Filosofias da matemática**. São Paulo: UNESP, 2007.

SZLEZÁK, T. **Ler Platão**. Tradução Milton Camargo Mota. São Paulo: Loyola, 2005.

_____. **Platão e a Escritura da Filosofia.** Tradução Milton Camargo. São Paulo: Loyola, 2009.

TOTH, I. **Lo schiavo di Menone.** Introduzione, traduzione, bibliografia e indici a cura di Elisabetta Cattanei. Milano: Vita e Pensiero, 1998.

_____. **Aristotele e i fondamenti assiomatici della geometria.** Prefazione e introduzione di Giovanni Reale. Traduzione dal tedesco di Elisabetta Cattanei. Seconda edizione riveduta e corretta. Milano: Vita e Pensiero, 1998.

WAERDEN, B. L. van der. **Science Awakening.** New York: Oxford University, 1961.

ZELLINI, P. **Gnomon. Una indagine sul numero.** Milano: Adelphi Edizioni S.P.A., 1999.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. Tradução de Alfredo Bosi. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

ARISTOTELE. **Organon**. A cura di Giorgio Colli. 3. ed. Milano: Adelphi, 2011.

BEDU-ADDO, J. T. The Role of the Hypothetical Method in the Phaedo. In: **Phronesis**, v. 24, n. 2, p. 111-132, 1979. Disponível em: <<http://www.jstor.org/pss/4182062>>. Acesso em: 08 mar. 2009.

BICUDO, I. Demonstração em Matemática. In: **Boletim de Educação Matemática – BOLEMA**, ano 15, n. 18, p. 65-72. Rio Claro: Unesp, 2002.

CAMBIANO, G.; REPICI, L. (A cura di) **Aristotele e la conoscenza**. Milano: LED – Edizioni Universitarie di Lenere Economia Diritto, 1993.

CASERTANO, G. **Paradigmas da Verdade em Platão**. Tradução de Maria da Graça Gomes de Pina. São Paulo: Loyola, 2010.

CATTANEI, E. Números Escritos e Números Não-Escritos em Platão. In: **Revista de Estudos Sobre as Origens do Pensamento Ocidental – Archai**, n. 6, p. 75-82, jan. 2011. Disponível em: <<http://seer.bce.unb.br/index.php/archai/issue/view/445>>. Acesso em: 18 out. 2011.

COURANT, R.; ROBBINS, H. **O que é matemática?** Tradução Adalberto da Silva Brito. Revisão Técnica Professor João Bosco Pitombeira de Carvalho. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2000.

CORNELLI, G. Caminhos de duas mãos: trocas filosóficas entre pitagorismo e platonismo. In: **Boletim do CPA (UNICAMP)**, Campinas, v. 15, p. 43-54, 2003. Disponível em: <<http://www.puc-rio.br/parcerias/sbp/pdf/9-gabrieller.pdf>>. Acesso em: 20 mar. 2013.

DEMOS, R. The Fundamental Conceptions of Plato's Metaphysics. In: **The Journal of Philosophy**, v. 32, n. 21, p. 561-578, 1935. Disponível em <<http://www.jstor.org/pss/2015888>>. Acesso em: 06 jan. 2011.

DOMINGUES, H. H. A Demonstração ao Longo dos Séculos. In: **Boletim de Educação Matemática – BOLEMA**, ano 15, n. 18, p. 46-55. Rio Claro: Unesp, 2002.

EMPIRICO, S. **Contro i Matematici. Libri I-VI**. Traduzione, introduzione e note di Antonio Russo. Bari: Laterza, 1972.

_____. **Contro i logici**. Traduzione, introduzione e note di Antonio Russo. Bari: Laterza, 1975.

FRAJESE, A. **La matematica nel mondo antico**. Roma: Editrice Studiorum, 1951.

FRITZ, K. von. **Le origine della scienza in Grecia**. Bologna: Il Mulino, 1988.

GULLEY, N. Greek Geometrical Analysis. In: **Phronesis**, v. 3, n. 1, p. 1-14, 1958. Disponível em <<http://www.jstor.org/pss/4181623>>. Acesso em: 09 jul. 2009.

HACKFORTH, R. Plato's Divided Line and Dialectic. In: **The Classical Quarterly**, v. 36, n. 1/2, p. 1-9, 1942. Disponível em <<http://www.jstor.org/stable/636716>>. Acesso em: 14 jul. 2009.

KLEIN, J. **Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra**. New York: Dover Publications, 1992.

LLOYD, G. E. R. **Early Greek Science: Thales to Euclid**. London: Chatto & Windus, 1970.

MENEGHETTI, R. C. G. **Constituição do saber matemático: reflexões filosóficas e históricas**. Londrina: Eduel, 2010.

MENN, S. Plato and the method of analysis. In: **Phronesis**, v. 47, n3, p. 193-223, 2002. Disponível em <<http://www.jstor.org/stable/4182698>>. Acesso em: 09 jul 2009.

MIGNUCCI, M. **L'argometazione dimostrativa in Aristotele. Commento agli Analitici Secondi**. Padova: Editrice Antenore, 1975.

NETZ, R. La matematica nel V secolo. In: **Istituto dell'Enciclopedia Treccani**. v. I. Roma, 2001, p. 754-763.

_____. Euclide e la matematica del IV secolo. In: **Istituto dell'Enciclopedia Treccani**. v. I. Roma, 2001, p. 764-781.

OTTE, M.; PANZA, M. (Ed.) **Analysis and Synthesis in Mathematics: History and Philosophy**. Dordrecht: Kluwer Academic Press, 1997.

PLATÃO. **A república: livro VII – apresentação e comentários de Bernard Piette**. Tradução de Elza Moreira Marcelina. 2. ed. Brasília: UnB, 1996.

ROBINSON, R. Analysis on Greek Geometry. In: **Mind, New Series**, v. 45, n. 180, pp. 464-473, 1936. Disponível em <<http://www.jstor.org/stable/2250061>>. Acesso em: 09 jul. 2009.

SCOTT, D. **Plato's Meno**. Cambridge studies in the dialogues of Plato. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.

VAZ, D. A. de F. **A Influência da Matemática nas Regras para a Direção do Espírito e em O Discurso do Método**. 2007. 242 f. Tese (Doutorado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-científicos) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2007.