

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA
FILHO"
INSTITUTO DE FÍSICA TEÓRICA**

Momento de dipolo elétrico do nêutron no modelo 3-3-1

George De Conto Santos

Orientador:

Prof. Dr. Vicente Pleitez

Dissertação de mestrado apresentada ao Instituto de Física Teórica para a obtenção do título de Mestre em Física.

São Paulo
2014

Agradecimentos

Gostaria de agradecer à CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo apoio financeiro.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Vicente Pleitez, por seu apoio e paciência, e por ter me aceito faltando apenas um ano para a conclusão do meu mestrado.

À Profa. Dra. Sandra Padula, por ter aberto as portas do IFT para mim e ter me dado a oportunidade de conhecer como é feita a Física de Partículas Elementares do ponto de vista experimental.

Ao Prof. Dr. Orlando Luis Goulart Peres, por suas sugestões e correções ao meu texto.

Ao IFT e seus professores, por terem me acolhido, me instruído e dado a infraestrutura necessária para a realização deste trabalho.

Aos meus pais, pela paciência, esforço e dinheiro apostados em mim.

À minha namorada, por fazer de conta que o que eu estudo faz algum sentido pra ela.

Aos meus amigos, não só por sanarem diversas das minhas dúvidas sobre Física, mas também por todo o tempo que estivemos juntos.

A Bad Religion, Rise Against, Pennywise, NOFX, Strike Anywhere e tantas outras bandas que me levantaram os espíritos e me deram forças para continuar.

E finalmente, a você leitor deste trabalho. Espero que ele lhe ajude em alguma coisa.

Resumo

Analisamos o momento de dipolo elétrico do nêutron no modelo 3-3-1 com léptons pesados. Comparamos a previsão teórica deste modelo com o atual limite experimental e damos limites para alguns de seus parâmetros.

Palavras-chave: Modelo 3-3-1, momento de dipolo elétrico, nêutron.

Áreas do conhecimento: Partículas Elementares e Campos.

Abstract

We analyse the neutron electric dipole moment in the 3-3-1 model with heavy leptons. We compare the theoretical predictions of this model with the actual experimental limits and give limits to some of its parameters.

Keywords: 3-3-1 Model, electric dipole moment, neutron.

Sumário

Resumo/Abstract	i
Lista de Figuras	iv
Lista de Tabelas	vi
1. Introdução	1
2. Momento de dipolo elétrico do nêutron	2
2.1. Resultados experimentais do MDE	4
2.2. MDE na mecânica quântica	7
2.3. MDE na teoria quântica de campos	8
3. O momento de dipolo magnético do elétron	11
3.1. Correção de primeira ordem para o vértice elétron-fóton	13
4. O MDE do nêutron no Modelo Padrão	17
4.1. 1 quark e 1 loop	17
4.2. 1 quark e 2 loops	17
4.3. Forças de troca	20
4.4. Pinguins e Fotopinguins	23
4.5. 1 quark e 3 loops	27
4.6. Conclusões sobre o MDE do nêutron no MP	29
5. Modelo 3-3-1 com leptons pesados	30
5.1. Escalares	31
5.1.1. Autoestados de massa para o setor escalar	32
5.2. Leptons	36
5.3. Quarks	36
5.3.1. Lagrangiana de Yukawa	36
5.4. Campos de gauge	38
5.5. O MDE do nêutron	40
6. Conclusões	49
A. Conversão entre as representações da matriz CKM	50

B. Valores experimentais	52
C. Identidades matemáticas	53
C.1. Identidade de Gordon Generalizada	53
C.2. Parametrização de Feynman	53
C.3. Integrais em l	54
D. MDE do nêutron a partir dos MDEs dos quarks	55
E. Diagramas para o MDE	57
E.1. 1-loop, caso 1	57
E.2. 1-loop, caso 2	62
E.3. 1-loop, caso 3	67
F. Vértices	69
F.1. Interações gauge-escalar	69
F.2. Interações quark-escalar	71
F.2.1. Quarks - escalares neutros	72
F.2.2. Quarks - escalares carregados	75
Referências Bibliográficas	78

Lista de Figuras

2.1.	Presença de um MDE levando a violação das simetrias por \mathbf{P} e \mathbf{T}	3
2.2.	História da sensibilidade das buscas pelo MDE do nêutron	5
2.3.	Aparato experimental para a medida do MDE pelo ILL	6
3.1.	Interação entre dois elétrons mediada por um fóton	11
3.2.	Correções do vértice elétron-fóton	12
3.3.	Diagrama para o cálculo da correção de primeira ordem para o vértice elétron-fóton	14
4.1.	Contribuição de um loop para o MDE do quark	18
4.2.	Contribuição de dois loops para o MDE do quark	18
4.3.	Primeiro conjunto de diagramas relevantes com o uso dos operadores regularizados no cálculo do MDE do quark em dois loops	19
4.4.	Segundo conjunto de diagramas relevantes com o uso dos operadores regularizados no cálculo do MDE do quark em dois loops	19
4.5.	Diagrama para forças de troca do tipo I	22
4.6.	Vértices da figura 4.5	22
4.7.	Diagrama para forças de troca do tipo II	23
4.8.	Diagrama pinguim	23
4.9.	Diagrama fotopinguim	24
4.10.	Diagramas de dois loops contendo um pinguim	24
4.11.	Diagramas de dois loops contendo um fotopinguim	25
4.12.	Diagramas para uma teoria efetiva de Fermi onde os quarks são mais leves que o boson W	27
4.13.	Contribuições do quark top para d_u e d_d	28
5.1.	Valores permitidos para $ v_\chi $ e $\text{sen}\theta_\chi$, caso (a)	43
5.2.	Valores permitidos para $ v_\chi $ e $\text{sen}\theta_\chi$, caso (b)	44
5.3.	Valores permitidos para $ v_\chi $ e $ \alpha $, caso (a)	45
5.4.	Valores permitidos para $ v_\chi $ e $ \alpha $, caso (b)	46
5.5.	Valores permitidos para $ v_\chi $ e $ a_7 $, caso (a)	47
5.6.	Valores permitidos para $ v_\chi $ e $ a_7 $, caso (b)	48
E.1.	Diagrama para o MDE, caso 1	57
E.2.	Diagrama para o MDE, caso 2	63

E.3. Diagrama para o MDE, caso 3 67

Lista de Tabelas

4.1. Previsões teóricas do Modelo Padrão para o MDE do nêutron.	29
B.1. Valores experimentais utilizados neste trabalho.	52

1

Introdução

Neste trabalho estudamos o momento de dipolo elétrico (MDE) do nêutron, mais especificamente, no modelo 3-3-1 com léptons pesados. Seu estudo nos permite encontrar limites para os parâmetros deste modelo, e assim, entender melhor suas características.

No cap. 2 damos uma introdução ao assunto. Discutimos como o tema surgiu na Física e como seu estudo adquiriu importância, devido a sua relação com a violação da simetria CP. Apresentamos o atual limite experimental desta grandeza e alguns dos aspectos teóricos que regem seu estudo.

Uma breve digressão do tema é feita no cap. 3, onde apresentamos o cálculo do momento de dipolo magnético do elétron. O motivo é devido a semelhança deste cálculo com o cálculo do MDE. Aqui calcularemos o MDE do nêutron a partir dos MDEs dos seus quarks constituintes, por estarmos calculando esta grandeza para partículas elementares, o cálculo do momento de dipolo magnético do elétron se assemelha ainda mais com o nosso objeto de estudo. Muitas das ferramentas matemáticas utilizadas neste capítulo serão aproveitadas nos cálculos do MDE do nêutron.

No cap. 4 abordamos as previsões teóricas dadas pelo Modelo Padrão. A partir de trabalhos que analisam diagramas de até três loops, mostramos que o valor previsto para o MDE é da ordem de $10^{-32} e \cdot cm$, bastante abaixo do atual limite experimental de $d_n < 2.9 \times 10^{-26} e \cdot cm$.

Por fim, no cap. 5, o modelo 3-3-1 com léptons pesados é apresentado, com seu conteúdo de partículas e interações. Para tal, recorreremos a trabalhos já publicados, e no fim, utilizamos estes resultados para calcular o MDE do nêutron neste modelo e analisa-lo comparando-o com o limite experimental.

2

Momento de dipolo elétrico do nêutron

O conceito de momento de dipolo elétrico (MDE) é familiar para quem já estudou o eletromagnetismo. Duas cargas elétricas, uma positiva (q), e outra negativa ($-q$), separadas por uma distância \vec{r} , criam um MDE $\vec{d} = q\vec{r}$. No caso de uma partícula, seu MDE deverá ser paralelo ao eixo de seu spin, pois todos os componentes perpendiculares a este eixo tornar-se-ão, em média, zero [1].

Este alinhamento entre spin e MDE faz com que o sistema não seja invariante por transformações de inversão temporal (T) e paridade (P). Uma transformação por T inverteria a direção do spin, mas manteria a direção do MDE (ver fig. 2.1). Logo, partículas com spin e invariantes por T seriam duplamente degeneradas, dependendo do MDE ser paralelo ou antiparalelo ao spin. Esta degenerescência não é encontrada na natureza em partículas elementares, núcleos, ou átomos, logo, a existência de um MDE nestes sistemas indica uma violação de T (sistemas mais complexos, como moléculas, podem apresentar um MDE sem violar esta simetria).

A busca experimental por MDEs, em regimes de baixas energias, fornece estudos complementares aos obtidos por experimentos de altas energias, como os realizados em aceleradores de partículas. A violação de paridade que ocorre nas interações fracas [2] e os dados experimentais sobre as massas dos neutrinos [3][4][5] são alguns exemplos destas contribuições.

O teorema CPT da teoria quântica de campos, que afirma que todo sistema deve ser invariante pelo conjunto destas três transformações (onde C é a conjugação de carga, que leva uma partícula em sua respectiva antipartícula ¹), nos mostra que o estudo da

¹Na verdade, a transformação C leva à antipartícula apenas nos casos em que essa simetria é conservada

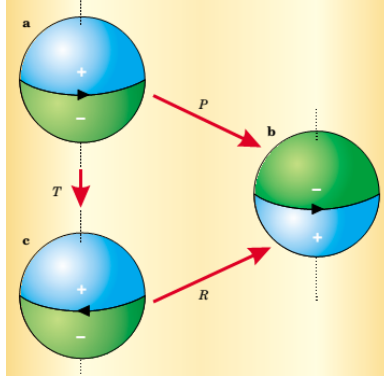


Figura 2.1.: A presença de um MDE leva a violação das simetrias por **P** e **T**. Uma inversão de paridade leva a partícula da situação (a) para a situação (b), onde o spin se mantém na mesma direção e o MDE se inverte. Uma transformação de **T** leva a partícula de (a) para (c), uma inversão do spin onde o MDE se mantém na direção original. Uma rotação de 180° leva a situação (c) para a situação (b), mostrando que estas partículas são idênticas. Podemos então interpretar **P** e **T** como operações que levam uma partícula que tem seu MDE paralelo ao seu spin à uma partícula com MDE antiparalelo ao seu spin. [1]

violação de **T** nos leva ao estudo da violação de **CP**. Pelo Modelo Padrão (MP), já é sabido que **CP** não é conservada em interações fracas onde há troca de sabor, devido a fase complexa presente na matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM), mostrada pelos estudos da fenomenologia das interações dos mesons *K* e *B* [6]. Sendo o MP uma teoria quântica de campos, ele admite as três transformações (CPT), de maneira a deixar suas interações inalteradas. Contudo, é possível que a descrição dada pelo MP para as violações de **CP** e **T** seja incompleta.

Diversos modelos de física além do MP admitem novas fontes de violação de **CP**. Modelos supersimétricos, modelos com extensões das simetrias de *gauge* e modelos de dimensões extras são exemplos que trazem novas fontes de violação de **CP**. A cosmologia traz motivações para o surgimento de novos modelos. Assumindo que o Universo era simétrico na sua distribuição de matéria-antimatéria durante seu surgimento, ou no final de seu período inflacionário, novas fontes de violação de **CP**, além do MP, são esperadas para explicar a atual assimetria entre matéria e antimatéria [7][8][9]. Portanto, vemos que o estudo do MDE (graças a sua relação com as transformações **C**, **P** e **T**) nos permite encontrar limites para os parâmetros destas novas teorias, até mesmo excluindo-as, ou ainda, confirmar a validade do MP (exemplos podem ser vistos em [10] e [11]).

(como no caso da QED) . No caso do setor eletrofraco do Modelo Padrão, **C** e **P**, são violadas. Assim, a verdadeira antipartícula seria o estado obtido pela transformação **CPT**.

2.1. Resultados experimentais do MDE

A descoberta do momento de quadrupolo do deuteron, por Kellog, Rabi, Zacharias e Ramsey, em 1939 [12], indicava a existência de um caráter tensorial nas forças de ligação do deuteron. Levando esta ideia adiante, Ramsey e Purcell [13] questionaram a conservação da paridade pelas forças nucleares. Se os constituintes carregados do nêutron fossem deslocados do seu centro de massa, por exemplo, o nêutron teria um MDE, indicando a não-conservação de T e/ou P.

O primeiro teste experimental, realizado em Oak Ridge em 1950, não reportado até 1957 [14], indicou um resultado nulo; contudo, tornou-se de interesse devido ao questionamento da conservação de paridade nas interações fracas feito por Yang e Lee na década de 50 [15]. A descoberta da violação de paridade no decaimento beta ocorreu logo depois [2], e foi mais tarde apontado por Landau que a existência de um MDE não nulo de uma partícula elementar violaria T e CP, devido ao teorema CPT [16]. Ramsey argumentou que a questão da existência do MDE do nêutron ainda estava em aberto [17], contudo, esta possibilidade não foi considerada seriamente até a observação da violação de T no decaimento de kaons neutros. Com esta descoberta, a busca pelo MDE do nêutron ganhou importância, tendo sido tema de diversos experimentos. Pode-se ver na fig. 2.2 a evolução dos limites experimentais do MDE do nêutron, além de algumas das previsões teóricas já testadas.

O resultado mais recente para um limite do MDE do nêutron foi obtido em 2006 por um grupo no Instituto Laue-Langevin (ILL) em Grenoble, na França². O resultado apresentado em [18] impõe um limite superior de $|d_n| < 2.9 \times 10^{-26} \text{ e} \cdot \text{cm}$ com 90% de CL (*confidence level*). O experimento é realizado com nêutrons polarizados ultracalor (*ultracold neutrons*, UCNs) imersos em campos magnéticos e elétricos, \vec{B} e \vec{E} respectivamente, uniformes. O spin de polarização dos nêutrons precessiona em torno do eixo de \vec{B} com a frequência de Larmor (ν)

$$h\nu = |2\vec{\mu}_n \cdot \vec{B} \pm 2\vec{d}_n \cdot \vec{E}| \quad (2.1)$$

onde μ_n é o momento de dipolo magnético, d_n é o momento de dipolo elétrico e os sinais de + (-) correspondem a campos paralelos (antiparalelos). O objetivo do experimento é medir alterações na frequência conforme um campo \vec{E} é aplicado de maneira paralela ou antiparalela a \vec{B} . Mais detalhes podem ser vistos na fig. 2.3.

Atualmente está em desenvolvimento um novo aparato de medida que pretende alcançar uma sensibilidade de $d_n \approx 5 \times 10^{-28} \text{ e} \cdot \text{cm}$, duas ordens de grandeza abaixo do atual limite [19]. Baseados em uma proposta apresentada em [20], o experimento também utiliza nêutrons ultracalor polarizados, mas aplica campos elétricos mais intensos do que os utilizados em [18] (75 kV/cm, em comparação com 10 kV/cm utilizados para obter o atual limite experimental).

²Conforme encontrado pelo autor deste trabalho em 8 de agosto de 2013.

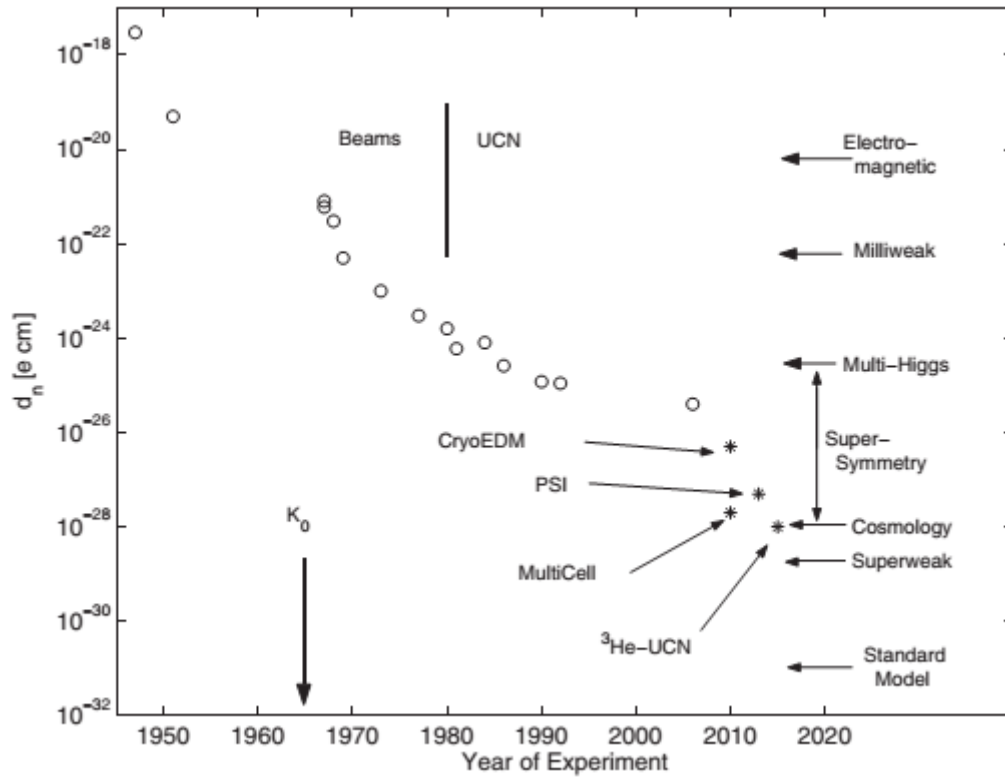


Figura 2.2.: História da sensibilidade das buscas pelo MDE do nêutron. Os pontos marcados com (*) são os limites esperados por experimentos propostos ou ainda em andamento. [21]

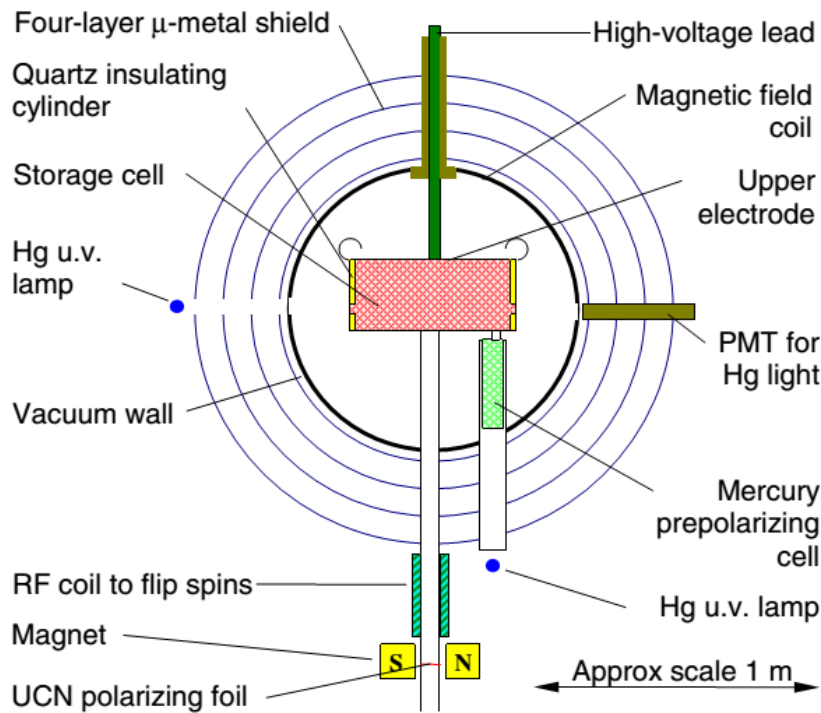


Figura 2.3.: Aparato experimental para a medição do MDE. Os UCNs são polarizados por uma folha de ferro magnetizado e entram em uma armadilha cilíndrica de 21 litros com um campo magnético vertical uniforme de $1\mu T$. Uma vez na armadilha, a porta de entrada é fechada e um campo elétrico de 10 kV/cm é gerado aplicando-se uma voltagem ao eletrodo que constitui o teto da armadilha, enquanto que o eletrodo que constitui o piso está aterrado. A frequência de transição ν é medida utilizando o método Ramsey de ressonância magnética de campo oscilatório separado (*Ramsey separated-oscillatory-field magnetic resonance method*). Durante o período de estocagem na armadilha os UCNs interagem coerentemente com dois campos magnéticos oscilantes aplicados durante 2 segundos, com um intervalo de 130 segundos entre cada aplicação (a frequência de oscilação destes campos é próxima a frequência de Larmor). Durante este intervalo de 130 segundos os UCNs precessionam livremente. O último passo é a contagem do número de nêutrons N_{\uparrow} e N_{\downarrow} que terminam em cada um dos dois estados de polarização. Esta contagem é feita abrindo a porta de entrada da armadilha e permitindo que os nêutrons retornem à folha de polarização, que atua como um analisador de spin. Apenas os nêutrons com o mesmo estado de polarização inicial são capazes de passar através deste detector. Em cada execução do processo, cerca de 14000 UCNs foram medidos. O resultado foi obtido após a tomada contínua de dados ao longo de 2 dias. [18]

2.2. MDE na mecânica quântica

O momento de dipolo elétrico (MDE) dá uma medida da polarização de uma partícula. Na mecânica quântica não relativística ele é o valor esperado do operador

$$\vec{d} = \sum_i \vec{r}_i e_i \quad (2.2)$$

Considerando que o estado do nêutron N com spin s seja invariante sob a ação de \mathbf{P} , o operador de paridade, temos o seguinte:

$$\langle N, s | \vec{d} | N, s \rangle = \langle N, s | \mathbf{P}^\dagger \vec{d} \mathbf{P} | N, s \rangle = -\langle N, s | \vec{d} | N, s \rangle \quad (2.3)$$

O que nos indica que o MDE do nêutron é nulo. Logo, para que tenhamos um valor não-nulo, a paridade deverá ser violada na interação entre o nêutron e o campo eletromagnético que atua sobre ele. Contudo, outra simetria pode ser violada para que o MDE não se anule, a simetria sob a ação do operador \mathbf{T} de inversão temporal.

O único objeto de três componentes (espaciais) que caracteriza o estado do nêutron é seu momento angular \vec{J} , implicando que o operador do MDE é proporcional ao momento angular (ou seja, $\vec{d} = C\vec{J}$). Caso houvesse outra quantidade, \vec{U} , a qual o dipolo elétrico pudesse ser proporcional, o sistema seria degenerado em relação a estes dois vetores [22]. Sob o operador \mathbf{T} temos que os operadores de dipolo elétrico e de momento angular se transformam da seguinte maneira:

$$T\vec{d}T^{-1} = \vec{d} \quad (2.4)$$

$$T\vec{J}T^{-1} = -\vec{J} \quad (2.5)$$

Portanto, se o estado do nêutron for simétrico por \mathbf{T} , o EDM será outra vez nulo, uma vez que:

$$\begin{aligned} \langle N, s | \vec{d} | N, s \rangle &= C \langle N, s | \vec{J} | N, s \rangle \\ &= C \langle N, s | T^{-1} T \vec{J} T^{-1} T | N, s \rangle \\ &= -C \langle N, s | \vec{J} | N, s \rangle \\ &= -\langle N, s | \vec{d} | N, s \rangle \end{aligned} \quad (2.6)$$

A variação de energia dada pelo MDE de um nêutron imerso em um campo elétrico é dada por:

$$\Delta\varepsilon = \vec{d} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = C\vec{J} \cdot \vec{E}(\vec{r}) \quad (2.7)$$

Como $\vec{E}(\vec{r})$ é par sob \mathbf{T} e \vec{J} é ímpar sob \mathbf{T} , a presença deste termo no hamiltoniano viola a simetria de reversão temporal.

Pode parecer incoerente dizer que o vetor do dipolo elétrico é proporcional ao momento angular, uma vez que o primeiro é um vetor e o segundo um pseudo-vetor (além de suas diferenças sob inversões temporais, onde o dipolo é par sob esta transformação enquanto que o momento angular é ímpar). Quando afirmamos que eles são proporcionais queremos dizer que ambos apontam na mesma direção ³, mas ainda assim eles mantêm-se distintos como vetor e pseudo-vetor. Entretanto, ao realizarmos os cálculos aqui, tratamos o dipolo como apenas uma constante vezes o momento angular. Veremos na seção seguinte o que entendemos por momento de dipolo elétrico e como esta contradição é resolvida.

2.3. MDE na teoria quântica de campos

As interações entre fermions e fótons que contribuem para o MDE podem ser descritos pela seguinte lagrangiana[22][23]:

$$\mathcal{L}_{MDE} = -i \sum_f \frac{d}{2} \bar{f} \sigma^{\mu\nu} \gamma_5 f F_{\mu\nu} \quad (2.8)$$

onde d é a magnitude do MDE, f é a função de onda do fermion e $F_{\mu\nu}$ é o tensor do campo eletromagnético. Esta lagrangiana dá origem ao vértice:

$$\Gamma^\mu = i d \sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma_5 \quad (2.9)$$

onde q_ν é o momento do fóton. Para uma partícula elementar livre, seu momento angular total reduz-se ao seu spin, e veremos que no caso não-relativístico encontremos o mesmo operador de MDE da mecânica quântica.

O hamiltoniano obtido a partir da lagrangiana acima é:

$$\begin{aligned} \int d^3x \mathcal{H}_{MDE} &= \frac{i}{2} d \int d^3x \bar{f} \sigma^{\mu\nu} \gamma_5 f F_{\mu\nu} \\ &= \frac{i}{2} d \int d^3x \bar{f} [\sigma^{ij} F_{ij} + \sigma^{0i} F_{0i} + \sigma^{i0} F_{i0}] \gamma_5 f \\ &= \frac{i}{2} d \int d^3x \bar{f} [\sigma^{ij} F_{ij} + 2\sigma^{0i} F_{0i}] \gamma_5 f \end{aligned} \quad (2.10)$$

Temos o operador de spin $S^i = \frac{1}{2} \epsilon^{ijk} \sigma_{jk}$, que nos permite escrever $\sigma_{ij} = \epsilon_{ijk} S^k$. Utilizando esta identidade

$$\begin{aligned} \int d^3x \mathcal{H}_{MDE} &= \frac{i}{2} d \int d^3x \bar{f} [\epsilon_{ijk} F^{ij} S^k + 2\sigma^{0i} F_{0i}] \gamma_5 f \\ &= \frac{i}{2} d \int d^3x \bar{f} [2S^k \gamma_5 B_k - 2\sigma^{0i} \gamma_5 E_i] f \end{aligned} \quad (2.11)$$

³Lembremos da afirmação feita no início deste capítulo: o MDE deverá ser paralelo ao spin da partícula, uma vez que suas componentes perpendiculares ao spin serão, em média, zero.

Para o produto entre o operador de spin e a matriz γ_5 encontramos (na representação de Dirac)

$$S^k \gamma_5 = \begin{pmatrix} \sigma^k & 0 \\ 0 & \sigma^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ \sigma^k & 0 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

enquanto que para o produto $\sigma^{0i} \gamma_5$

$$\begin{aligned} \sigma^{0i} \gamma_5 &= \frac{i}{2} (\gamma^0 \gamma^i - \gamma^i \gamma^0) \gamma_5 = i \gamma^0 \gamma^i \gamma_5 \\ &= i \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= i \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= i \begin{pmatrix} \sigma^i & 0 \\ 0 & \sigma^i \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.13)$$

e os espinores, no limite não-relativístico, se tornam

$$f = \begin{pmatrix} \psi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

De maneira que o hamiltoniano se torna

$$\begin{aligned} \int d^3x \mathcal{H}_{MDE} &= id \int d^3x (\psi^*, 0) \left[\begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ \sigma^k & 0 \end{pmatrix} B_k - i \begin{pmatrix} \sigma^i & 0 \\ 0 & \sigma^i \end{pmatrix} E_i \right] \begin{pmatrix} \psi \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= d \int d^3x \psi^* \vec{\sigma} \cdot \vec{E} \psi \\ &= d \frac{\vec{S}}{|\vec{S}|} \cdot \vec{E} \end{aligned} \quad (2.15)$$

onde $\vec{S}/|\vec{S}| = \int d^3x \psi^* \vec{\sigma} \psi$. Comparando a eq. (2.15) com a eq. (2.7) vemos que ambos operadores tem a mesma forma.

Podemos agora retomar a discussão iniciada na seção anterior, sobre a relação entre o MDE e o momento angular. Vemos aqui que indicamos o MDE como a constante que multiplica a interação entre o spin e o campo elétrico. Assim, esta constante nos indica o quão paralelo o MDE é em relação ao spin. Sabemos que o MDE que medimos é a componente do MDE que é paralela ao spin. Chamaremos o dipolo original de $\vec{\mu}_E$, enquanto que o dipolo advindo da projeção chamaremos de \vec{d} . Assumindo que \vec{d} é a projeção de $\vec{\mu}_E$ sobre o spin, vezes um vetor unitário que aponta na mesma direção do spin, temos

$$\vec{d} = \left(\vec{\mu}_E \cdot \vec{S} \right) \frac{\vec{S}}{|\vec{S}|^2} \quad (2.16)$$

Ao aplicarmos uma transformação de paridade encontramos

$$\begin{aligned}
 \vec{d} &\xrightarrow{P} (-\vec{\mu}_E) \cdot \left(\vec{S}\right) \frac{\vec{S}}{|\vec{S}|^2} \\
 &= -(\vec{\mu}_E) \cdot \left(\vec{S}\right) \frac{\vec{S}}{|\vec{S}|^2} \\
 &= -\vec{d}
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Enquanto que para uma inversão temporal

$$\begin{aligned}
 \vec{d} &\xrightarrow{T} (\vec{\mu}_E) \cdot \left(-\vec{S}\right) \frac{(-\vec{S})}{|\vec{S}|^2} \\
 &= (\vec{\mu}_E) \cdot \left(\vec{S}\right) \frac{\vec{S}}{|\vec{S}|^2} \\
 &= \vec{d}
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Portanto, o vetor do MDE possui magnitude d e aponta na mesma direção do spin da partícula, tendo as mesmas propriedades do vetor de dipolo elétrico do eletromagnetismo clássico, ímpar sob P e par sob T.

Quando procurarmos por contribuições para o MDE utilizando a teoria quântica de campos, ao realizarmos os cálculos das amplitudes para interações nêutron-fóton, buscaremos por termos proporcionais a $\sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma_5$ (ver eq. (2.9)), onde a constante de proporcionalidade será a contribuição para o MDE. Esta constante de proporcionalidade é chamada de fator de forma (ver eq. (3.2)), e corresponde ao MDE quando avaliada em $q^2 = 0$, sendo q o momento do fóton que entra no vértice. Um exemplo semelhante pode ser visto no próximo capítulo deste trabalho, onde será calculada a contribuição de primeira ordem na QED (*quantum electrodynamics*, eletrodinâmica quântica) para o momento magnético do elétron (MDM) ⁴.

⁴Lembramos que tanto o MDE quanto o MDM são dados pelas amplitudes obtidas a partir dos diagramas, não pelos seus módulos ao quadrado.

3

O momento de dipolo magnético do elétron

Apesar de este não ser o tema deste trabalho, apresentamos aqui o cálculo do momento de dipolo magnético (MDM) do elétron. Fazemos isto devido a semelhança deste cálculo com o cálculo do MDE, pois várias das ferramentas matemáticas utilizadas aqui surgirão novamente no cap. 4.6 e no apêndice E. Outro ponto de interesse é que o MDM (assim como o MDE) e suas correções são calculáveis, sem a necessidade de uma renormalização adicional (alé da que já ocorre na QED). Isso ocorre porquê interações que não estão presentes em nível de árvore na lagrangiana (ao contrário da massa ou da carga elétrica, ver, por exemplo, [24], [25] e [26]), mas que surgem por correções radiativas, devem possuir valores finitos.

Consideremos o diagrama da fig. 3.1 para uma interação entre dois elétrons, onde o círculo no vértice esquerdo é dado pela soma das correções do vértice elétron-fóton. A amplitude para este espalhamento será dada por:

$$i\mathcal{M} = ie^2 [\bar{u}(p') \Gamma^\mu(p,p') u(p)] \frac{1}{q^2} [\bar{u}(k') \gamma_\mu u(k)] \quad (3.1)$$

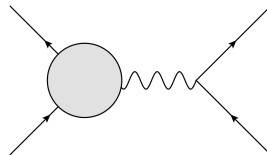


Figura 3.1.: Interação entre dois elétrons mediada por um fóton. Os elétrons são representados pelas linhas contínuas e o fóton pela linha oscilante.

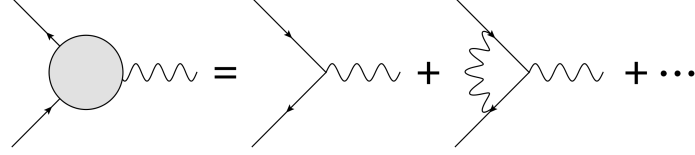


Figura 3.2.: O vértice da fig. 3.1 pode ser entendido como a soma das diversas correções advindas de *loops* criados pelas interações presentes na teoria.

onde Γ^μ representa o vértice com correções (uma interpretação pictórica pode ser vista na fig. 3.2). Este termo deve se transformar como um vetor (ou pseudovetor), portanto podemos representá-lo como uma combinação linear de matrizes gama e dos momentos envolvidos no vértice [27]:

$$\Gamma^\mu(q) = F_1(q^2) \gamma^\mu + F_2(q^2) \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m} + F_A(q^2) (\gamma^\mu \gamma_5 q^2 - 2m\gamma_5 q^\mu) + F_3(q^2) \frac{\sigma^{\mu\nu} \gamma_5 q_\nu}{2m} \quad (3.2)$$

onde $q = p' - p$, m é a massa do fermion e os F_x são os *fatores de forma*. É possível verificar que os dois primeiros termos da eq. (3.2), no limite não-relativístico, se reduzem ao operador de momento magnético da mecânica quântica. Com apenas estes termos, nossa equação para a corrente se torna

$$J^\mu = \bar{u}(p') \left[F_1(q^2) \gamma^\mu + F_2(q^2) \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m} \right] u(p), \quad (3.3)$$

onde consideramos os dois primeiros termos da eq. (3.2) para construir a corrente de interação elétron-fóton, pois são eles que interessam para o momento de dipolo magnético (MDM). Lembrando que no limite não-relativístico podemos utilizar a identidade:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

temos para o primeiro termo da corrente

$$\begin{aligned} \bar{u}(p') \gamma^i u(p) &= \psi^\dagger [(p'_j \sigma^j) \sigma^i + \sigma^i (p_j \sigma^j)] \psi \\ &= \psi^\dagger [p'_j (\delta^{ji} + i\epsilon^{jik} \sigma^k) + p_j (\delta^{ij} + i\epsilon^{ijk} \sigma^k)] \psi \\ &= \psi^\dagger [(p'_j + p_j) \delta^{ij} + (p_j - p'_j) i\epsilon^{ijk} \sigma^k] \psi \\ &= \psi^\dagger [(p'_i + p_i) + i\epsilon^{ijk} q_j \sigma^k] \psi \\ &= \psi^\dagger [(p'_i + p_i) - i\epsilon^{ijk} q^j \sigma^k] \psi \end{aligned} \quad (3.5)$$

e para o segundo termo

$$\begin{aligned} \bar{u}(p') \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m} u(p) &= 2m\psi^\dagger \left[\frac{i}{2m} \epsilon^{ijk} q_j \sigma^k \right] \psi \\ &= 2m\psi^\dagger \left[\frac{-i}{2m} \epsilon^{ijk} q^j \sigma^k \right] \psi \end{aligned} \quad (3.6)$$

Considerando apenas os termos proporcionais a $\epsilon^{ijk} q^j \sigma^k$ podemos escrever a seguinte amplitude para a interação com um campo eletromagnético $\vec{A}(q)$:

$$\begin{aligned} i\mathcal{M} &= -i\psi^\dagger [-i\epsilon^{ijk} q^j \sigma^k (F_1(0) + F_2(0))] \psi A^k \\ &= i\psi \sigma^k [F_1(0) + F_2(0)] \psi B^k \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde $B^k(q) = -i\epsilon^{ijk} q^i A^j$ é o campo magnético em função do momento (dado por uma transformação de Fourier). Vemos que a amplitude apresenta uma interação entre spin ($\vec{\sigma}$) e campo magnético (\vec{B}), o que caracteriza uma contribuição do momento de dipolo magnético.

Ao interpretar esta amplitude na aproximação de Born pode-se ver que ela corresponde a um potencial da forma [28]:

$$V(x) = -\langle \vec{\mu} \rangle \cdot \vec{B}(x) \quad (3.8)$$

onde

$$\langle \vec{\mu} \rangle = \frac{e}{m} [F_1(0) + F_2(0)] \psi^\dagger \frac{\vec{\sigma}}{2} \psi \quad (3.9)$$

Esta expressão pode ser escrita na sua forma mais tradicional

$$\vec{\mu} = g \left(\frac{e}{2m} \right) \vec{S} \quad (3.10)$$

onde \vec{S} é o spin do elétron. O coeficiente g é conhecido como *fator g de Landé*, tal que

$$g = 2 [F_1(0) + F_2(0)] = 2 + 2F_2(0) \quad (3.11)$$

O fator $F_1(0)$, é igual a 1 em todas as ordens de perturbação, fato que se deve a sua relação com as interações eletrostáticas. Tal fator nos dá uma medida da carga elétrica percebida por uma partícula, sendo esta carga igual a $F_1(q^2) \cdot e$, onde e é o módulo da carga do elétron.

Já o fator $F_2(q^2)$, em primeira ordem na teoria de perturbação, é nulo. Em ordens mais altas encontra-se um valor não-nulo para este fator, surgindo então uma pequena diferença em relação ao valor previsto pela equação de Dirac. São estas contribuições de ordem mais alta que dão origem ao *momento magnético anômalo* do elétron.

3.1. Correção de primeira ordem para o vértice elétron-fóton

A primeira correção no vértice surge devido a um segundo fóton que cria um *loop* em conjunto com a linha do fermion. Partindo do diagrama da fig. 3.3 encontramos o

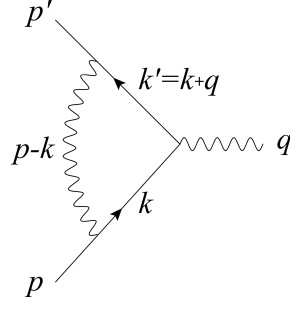


Figura 3.3.: Diagrama para o cálculo da correção de primeira ordem para o vértice elétron-fóton. Os momentos de cada linha estão indicados na figura.

seguinte:

$$\begin{aligned} \delta\Gamma^\mu &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left[\frac{-ig_{\rho\nu}}{(k-p)^2 + i\epsilon} \right] (-ie\gamma^\nu) \left[i \frac{\not{k}' + m}{k'^2 - m^2 + i\epsilon} \right] \gamma^\mu \left[i \frac{\not{k} + m}{k^2 - m^2 + i\epsilon} \right] (-ie\gamma^\rho) \\ &= 2ie^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{\not{k}\gamma^\mu\not{k}' + m^2\gamma^\mu - 2m(k+k')^\mu}{[(k-p)^2 + i\epsilon][k'^2 - m^2 + i\epsilon][k^2 - m^2 + i\epsilon]} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Podemos utilizar a parametrização de Feynman

$$\frac{1}{A_1 \cdots A_n} = \int_0^1 dx_1 \cdots dx_n \delta(x_1 + \cdots + x_n - 1) \frac{(n-1)!}{[x_1 A_1 + \cdots + x_n A_n]^n} \quad (3.13)$$

para escrever o denominador de nossa integral da seguinte maneira:

$$\frac{1}{[(k-p)^2 + i\epsilon][k'^2 - m^2 + i\epsilon][k^2 - m^2 + i\epsilon]} = \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{2}{D^3} \quad (3.14)$$

onde temos

$$\begin{aligned} D &= x[k^2 - m^2 + i\epsilon] + y[k'^2 - m^2 + i\epsilon] + z[(k-p)^2 + i\epsilon] \\ &= x(k^2 - m^2) + y(k^2 + q^2 + 2k \cdot q - m^2) + z(k^2 + p^2 - 2k \cdot p) + (x+y+z)i\epsilon \\ &= k^2 + 2yk \cdot q - 2zk \cdot p - xm^2 + y(q^2 - m^2) + zp^2 + i\epsilon \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde, nas equações acima nos aproveitamos da identidade $x + y + z = 1$. Definindo, $l = k + yq - zp$, podemos escrever

$$D = l^2 - (-2yzq \cdot p + y^2q^2 + z^2p^2) - xm^2 + y(q^2 - m^2) + zp^2 + i\epsilon \quad (3.16)$$

Sabendo que:

$$p \cdot q = p \cdot (p' - p) = p \cdot p' - m^2 \quad (3.17)$$

$$q^2 = (p' - p)^2 = 2m^2 - 2p \cdot p' \quad (3.18)$$

temos

$$p \cdot q = -\frac{q^2}{2} \quad (3.19)$$

O que nos permite escrever o denominador como

$$\begin{aligned} D &= l^2 + 2yz(-q^2/2) - y^2q^2 + y(q^2 - m^2) - z^2m^2 + zm^2 - xm^2 + i\epsilon \\ &= l^2 + q^2xy - m^2(1-z)^2 + i\epsilon \end{aligned} \quad (3.20)$$

Agora, podemos escrever novamente o vértice

$$\delta\Gamma^\mu = 2ie^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{2 [k\gamma^\mu k' + m^2\gamma^\mu - 2m(k+k')^\mu]}{[l^2 + q^2xy - m^2(1-z)^2 + i\epsilon]^3} \quad (3.21)$$

Prosseguindo com o cálculo, vamos agora nos preocupar com o numerador da integral, primeiramente escrevendo-o em função de l :

$$\begin{aligned} N^\mu &= k\gamma^\mu k' + m^2\gamma^\mu - 2m(k+k')^\mu \\ &= (l - yq + zp)\gamma^\mu (l + q(1-y) + zp) - 2m(2l + q(1-2y) + 2zp)^\mu \end{aligned} \quad (3.22)$$

e por meio das identidades

$$\int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \frac{l^\mu}{D^3} = 0 \quad (3.23)$$

$$\int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \frac{l^\mu l^\nu}{D^3} = \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \frac{\frac{1}{4}g^{\mu\nu}l^2}{D^3} \quad (3.24)$$

o numerador se torna

$$\begin{aligned} N^\mu &= -\frac{l^2}{2}\gamma^\mu + (-yq + zp)\gamma^\mu (q(1-y) + zp) + m^2\gamma^\mu \\ &\quad - 2m(q(1-2y) + 2zp)^\mu \\ &= -\frac{l^2}{2}\gamma^\mu + y(1-y+z)p'\gamma^\mu p + (z-y)(1-y+z)[2p^\mu p - m^2\gamma^\mu] \\ &\quad - y(y-1)[2p'^\mu p' - m^2\gamma^\mu] - 2m[q(1-2y) + 2zp]^\mu + m^2\gamma^\mu \\ &\quad - (z-y)(1-y)\{2[p'^\mu p + (m^2 - q^2/2)\gamma^\mu - p^\mu p'] + p'\gamma^\mu p\} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Por termos $\bar{u}(p') N^\mu u(p)$, podemos utilizar as identidades $\bar{u}(p') p' = m\bar{u}(p')$ e $p u(p) = mu(p)$ no numerador, tal que:

$$\begin{aligned} N^\mu &= \gamma^\mu \left[-\frac{l^2}{2} + (1-x)(1-y)q^2 + (1-2z+z^2)m^2 \right] \\ &\quad + (p'^\mu + p^\mu) mz(z-1) + q^\mu m(z-2)(x-y) \end{aligned} \quad (3.26)$$

Utilizando a identidade de Ward para a QED, $q_\mu \Gamma^\mu = 0$, vemos que podemos desconsiderar o termo linear em q^μ . Agora, utilizando a identidade de Gordon

$$\bar{u}(p') \gamma^\mu u(p) = \bar{u}(p') \left[\frac{p'^\mu + p^\mu}{2m} + \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m} \right] u(p) \quad (3.27)$$

podemos substituir o termo proporcional a $p'^\mu + p^\mu$ e escrever

$$\begin{aligned} \bar{u}(p') \delta\Gamma^\mu u(p) = & 2ie^2 \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{2}{D^3} \\ & \times \bar{u}(p') \left\{ \gamma^\mu \left[-\frac{l^2}{2} + (1-x)(1-y)q^2 + (1-4z+z^2)m^2 \right] \right. \\ & \left. + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m} [2m^2z(1-z)] \right\} u(p) \end{aligned} \quad (3.28)$$

Comparando a eq. (3.28) com a eq. (3.3) podemos identificar os fatores de forma, $F_1(q^2)$ e $F_2(q^2)$, com os termos que multiplicam γ^μ e $i\sigma^{\mu\nu}q_\nu/2m$, respectivamente. Para encontrarmos $F_2(q^2)$ utilizaremos a identidade

$$\int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \frac{1}{(l^2 - \Delta)^m} = \frac{i(-1)^m}{(4\pi)^2} \frac{1}{(m-1)(m-2)} \frac{1}{\Delta^{m-2}} \quad (3.29)$$

tal que

$$F_2(q^2) = \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{2m^2z(1-z)}{-xyq^2 + (1-z)^2 m^2} \quad (3.30)$$

A contribuição para o momento de dipolo magnético é dado pelo fator de forma avaliado em $q^2 = 0$, conforme (3.11). Desta maneira, no caso de interesse

$$\begin{aligned} F_2(0) &= \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{2z}{1-z} \\ &= \frac{\alpha}{2\pi} \approx 0,0011614 \end{aligned} \quad (3.31)$$

onde finalmente encontramos a contribuição de primeira ordem para o momento magnético anômalo do elétron. Comparando com os valores experimentais dados em [29], onde $F_2(0) = 0,0011597$, vemos que a previsão em 1-loop é bastante precisa, com uma diferença de apenas 0,02%.

4

O MDE do nêutron no Modelo Padrão

As contribuições para o MDE vem dos fatores de forma associados ao vértice da eq. (2.9), ou ainda, pelo fator de forma F_3 da eq. (3.2). Sabemos também que ele deve estar associado a termos que violam CP, já que a existência de um MDE implica na violação desta simetria. No MP a violação de CP surge devido a fase complexa da matriz CKM (esta matriz é definida por uma fase complexa e três ângulos, ver apêndice A). Portanto, elementos desta matriz deverão estar presentes no fator de forma.

4.1. 1 quark e 1 loop

A nível de um único loop (ver fig. 4.1) a contribuição para o MDE é trivialmente nula. Apenas quando o loop é devido a um boson W vemos surgir termos da matriz CKM, contudo, surgem apenas produtos destes termos na forma $V_{ab}^\dagger V_{ab} = |V_{ab}|^2$. Desta maneira, a fase complexa da matriz CKM desaparece [30][31].

4.2. 1 quark e 2 loops

Em 1976, J. Ellis, M. K. Gaillard e D. V. Nanopoulos [32], realizaram os cálculos para os diagramas com dois loops, encontrando um valor da ordem de $10^{-27} e \cdot cm$ a $10^{-32} e \cdot cm$ para o MDE do nêutron, dependendo dos valores adotados para as massas dos quarks. Entretanto, E. P. Shabalin [33] demonstrou que alguns diagramas haviam sido desconsiderados no trabalho de Ellis *et al*, e que a inclusão destes diagramas resulta em uma contribuição nula para o caso de dois loops.

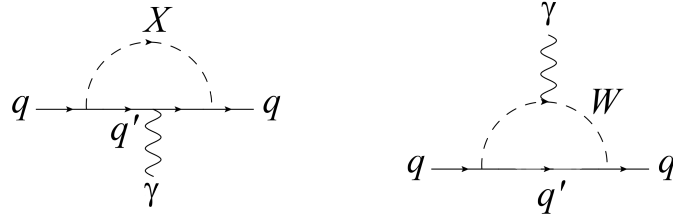


Figura 4.1.: Contribuição de um loop para o MDE do quark. q e q' indicam quarks, γ indica o fóton e X pode ser um fóton, um gluon, um Higgs, um W ou um Z. No diagrama da esquerda temos $q = q'$ para todos os casos, exceto quando $X = W$. O diagrama da direita só é possível para o W, devido a sua carga elétrica, e neste caso temos $q \neq q'$.

Considerando diagramas como os da fig. 4.2, considerando todas as possibilidades em que um fóton possa ser conectado, é possível encontrar que a parte da amplitude que possui um fator de forma imaginário é da forma

$$E_{\mu}^{Im}(\bar{q}q\gamma) = \left\{ A \left[E_{\mu}^{(\bar{n}\lambda)} - E_{\mu}^{(\bar{\lambda}n)} \right] + B \left[E_{\mu}^{(\bar{n}n')} - E_{\mu}^{(\bar{n}'n)} \right] + C \left[E_{\mu}^{(\bar{\lambda}n')} - E_{\mu}^{(\bar{n}'\lambda)} \right] \right\} \text{sen } \delta \quad (4.1)$$

onde A , B e C são fatores numéricos formados por combinações dos senos e cossenos da matriz CKM, δ é a fase da matriz CKM e $E_{\mu}^{(\bar{n}\lambda)}$ e $E_{\mu}^{(\bar{\lambda}n)}$ são definidos da seguinte maneira:

- $E_{\mu}^{(\bar{n}\lambda)}$ é a parte correspondente aos diagramas da fig. 4.2, sendo que a linha do fóton deve ser conectada de todas as maneiras possíveis.
- $E_{\mu}^{(\bar{\lambda}n)}$ é a parte da amplitude correspondente ao mesmo conjunto de diagramas, porém com as linhas dos quarks n e λ trocadas. As amplitudes restantes, contendo transições não-diagonais $n \leftrightarrow n'$ e $\lambda \leftrightarrow n'$, são definidas de maneira análoga.

A partir de eq. (4.1) vemos que os termos de interesse são da forma $E_{\mu}^{(\bar{n}\lambda)} - E_{\mu}^{(\bar{\lambda}n)}$, já que nos outros casos basta substituir as massas dos outros quarks.

Shabalín define a matriz de auto-energia $\Sigma_R^{(\bar{n}\lambda)}(p)$ para a transição $\lambda \rightarrow n$ e o vértice

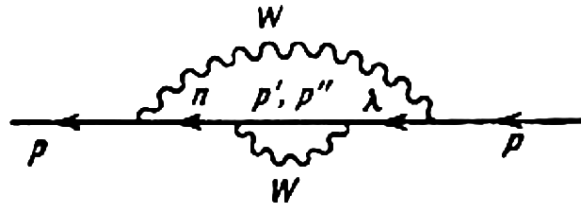


Figura 4.2.: Contribuição de dois loops para o MDE do quark. As linhas oscilantes correspondem aos bosons W. p , p' , p'' , n e λ indicam quarks de diferentes sabores. [33]

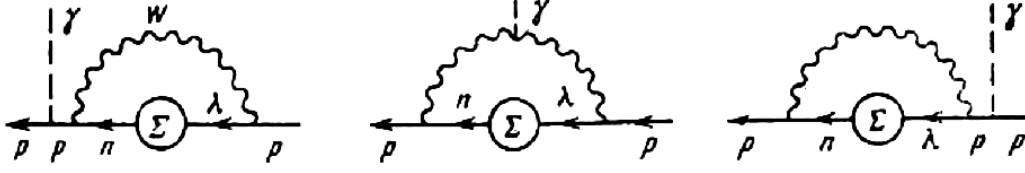


Figura 4.3.: Primeiro conjunto de diagramas relevantes com o uso dos operadores regularizados. Os círculos com um Σ dentro indicam o uso do operador de auto-energia. [33]

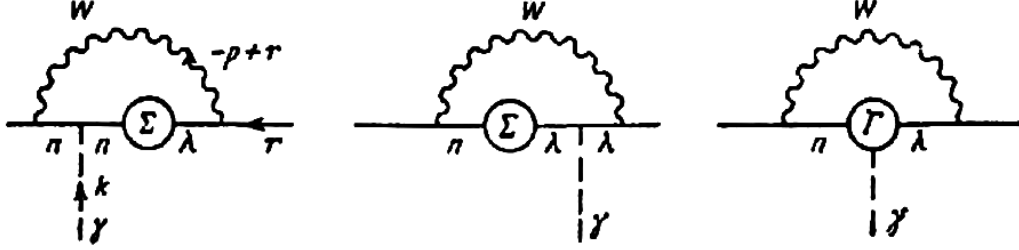


Figura 4.4.: Segundo conjunto de diagramas relevantes com o uso dos operadores regularizados. Os círculos com um Σ dentro indicam o uso do operador de auto-energia e o círculo com um Γ dentro indica o uso do operador de vértice. No diagrama da esquerda estão indicados dos momentos do fóton (k) e do boson W ($-p + r$). [33]

$\Gamma_{\mu R}(\bar{n}\lambda\gamma)$, ambos já regularizados, como:

$$\Sigma_R^{(\bar{n}\lambda)}(p) = \not{p}(1 + \gamma_5) \left[f(p^2) - \frac{m_n^2 f(m_n^2) - m_\lambda^2 f(m_\lambda^2)}{m_n^2 - m_\lambda^2} \right] + m_n m_\lambda \frac{f(m_n^2) - f(m_\lambda^2)}{m_n^2 - m_\lambda^2} [-\not{p}(1 - \gamma_5) + m_n(1 - \gamma_5) + m_\lambda(1 + \gamma_5)] \quad (4.2)$$

$$\Gamma_{\mu R}^{(\bar{n}\lambda\gamma)}(p, k) |_{q=0} = -e_n \frac{\partial \Sigma_R^{(\bar{n}\lambda)}(p)}{\partial p_\mu} \quad (4.3)$$

onde q é o momento do fóton, p é o momento do quark p e e_n é a carga elétrica do quark n . Os fatores $f(y^2)$, presentes na eq. (4.2), são dados por

$$f(y^2) = \frac{g^2(m_{p'}^2 - m_{p''}^2)}{8\pi^2} \int_0^1 dx \left\{ \frac{2x(1-x)}{\Delta} + \frac{y^2 x^3(1-x)}{M_W \Delta} + \frac{x + 3x^2}{\Delta^{2-n/2} M_W^2} \right\} \quad (4.4)$$

onde $\Delta = M_W^2(1-x) + x \left[\frac{1}{2}(m_{p'}^2 + m_{p''}^2) \right]^2 - y^2 x(1-x)$ e n é a dimensionalidade do espaço. Com os operadores regularizados da eqs. (4.3) e (4.4), os diagramas relevantes são aqueles dados nas figs. 4.3 e 4.4.

Os diagramas da fig. 4.3, em conjunto com os diagramas análogos - onde os quarks n

e λ são trocados - dão uma contribuição para $E_\mu^{Im}(\bar{q}q\gamma)$ proporcional a

$$\begin{aligned} & \int d^4p \Phi_{\alpha\beta}(p,k) \gamma_\alpha \left\{ \left[(1 + \gamma_5) \frac{1}{\not{p} - m_n} \Sigma_R^{(\bar{n}\lambda)}(p) \frac{1}{\not{p} - m_\lambda} (1 - \gamma_5) \right] - [m_n \leftrightarrow m_\lambda] \right\} \gamma_\beta = \\ & \int d^4p \Phi_{\alpha\beta}(p,k) \gamma_\alpha \left\{ \left[\frac{2(1 + \gamma_5) m_n^2 m_\lambda^2}{(p^2 - m_n^2)(p^2 - m_\lambda^2)} \frac{f(m_n^2) - f(m_\lambda^2)}{m_n^2 - m_\lambda^2} \right] - [m_n \leftrightarrow m_\lambda] \right\} \gamma_\beta = 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

onde $[m_n \leftrightarrow m_\lambda]$ significa o termo anterior, entre colchetes, com os índices n e λ trocados. Para os diagramas da fig. 4.4 temos a seguinte contribuição:

$$\begin{aligned} E_\mu^{Im}(\bar{q}q\gamma) &= 4e_n g^2 \frac{m_\lambda^2 - m_n^2}{(2\pi)^4} \bar{u}(r+q) (1 - \gamma_5) \\ & \times \int \frac{2(pq) d^4p}{[(p+q)^2 - m_n^2][(p+q)^2 - m_\lambda^2](p^2 - m_n^2)(p^2 - m_\lambda^2)} \\ & \times \gamma_\alpha \left\{ (\not{p} + \not{q}) \gamma_\mu \not{p} \left[\frac{(p+q)^2 F_1(p+q) - p^2 F_1(p)}{(p+q)^2 - p^2} - F_1(p) \right] \right. \\ & \times -2p_\mu p^2 F_2(p) (\not{p} + \not{q}) + \gamma_\mu p^2 (p+q)^2 \frac{F_1(p+q) - F_1(p)}{(p+q)^2 - p^2} + (\not{p} + \not{q}) \\ & \left. \times [\Gamma_\mu^R(p,q) - \Gamma_\mu^R(p,0)] \not{p} \right\} \gamma_{\beta u}(r) \frac{\delta_{\alpha\beta} - (p-r)_\alpha (p-r)_\beta / M_W^2}{(p-r)^2 - M_W^2} \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde

$$F_1(p) = f(p^2) - \frac{m_n^2 f(m_n^2) - m_\lambda^2 f(m_\lambda^2)}{m_n^2 - m_\lambda^2} \quad (4.7)$$

$$F_2(p) = \frac{\partial f(p^2)}{\partial p^2} \quad (4.8)$$

É possível ver que a expansão em série da eq. 4.6 se inicia em q^2 , assim sendo, em $q^2 = 0$ a eq. (4.6) se anula. Combinando este resultado com o resultado da eq. (4.5) vemos que a contribuição para o MDE do nêutron, no caso de dois loops em um quark, também é nula.

4.3. Forças de troca

E. P. Shabalin [34][35] considerou diagramas onde há forças de troca (*exchange forces*), separadas por ele em dois tipos. Para as forças do tipo I foram considerados diagramas

como os mostrados na fig. 4.5. Os vértices do tipo mostrados na figura 4.6, considerando-se dois quarks distintos, q_1 e q_2 , possuem a forma

$$\Gamma_\mu^R(\bar{q}_2 q_1 \gamma) = A(q_1, q_2) (\not{p}_2 - m_2) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) (\not{p}_1 - m_1) + iB(q_1, q_2) \epsilon_{\mu\sigma\tau\eta} \gamma^\eta (1 + \gamma_5) q^\sigma p_1^\tau + \mathcal{O}(q^2) \quad (4.9)$$

onde q é o momento do fóton. As partes imaginárias dos coeficientes A e B , para as transições de interesse ao MDE, possuem a forma

$$\text{Im} \begin{pmatrix} A(d, s) \\ B(d, s) \end{pmatrix} = -\frac{s_3}{c_3} \text{Im} \begin{pmatrix} A(d, b) \\ B(d, b) \end{pmatrix} = s_1 s_2 s_3 c_2 \frac{G_F e (m_t^2 - m_c^2)}{8\sqrt{2}\pi^2 M_W^2} \text{sen} \delta \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -\frac{7}{6} \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

$$\text{Im} \begin{pmatrix} A(u, c) \\ B(u, c) \end{pmatrix} = -\frac{c_2}{s_2} \text{Im} \begin{pmatrix} A(u, t) \\ B(u, t) \end{pmatrix} = s_1 s_2 s_3 c_3 \frac{G_F e (m_s^2 - m_b^2)}{8\sqrt{2}\pi^2 M_W^2} \text{sen} \delta \begin{pmatrix} -\frac{4}{3} \\ \frac{5}{6} \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

onde c_i e s_i são os cossenos e senos da matriz CKM, e δ é a fase desta matriz (esta parametrização da matriz CKM é a mesma utilizada em [36]). A parte imaginária se deve a troca do bóson W entre dois quarks distintos, pois ali surge um produto de elementos distintos da matriz CKM. No caso de loops formados por um bóson W sempre surge um produto do tipo $V_{ab}^\dagger V_{ab} = |V_{ab}|^2$, logo, não havendo parte imaginária.

A partir destas equações podemos encontrar a amplitude correspondente ao diagrama (a) da fig. 4.5 (assumindo que as interações fortes entre quarks levam a um *cutoff* de $|q^2|$ para $m_0^2 \approx m_\rho^2$, onde m_ρ é a massa do méson ρ):

$$\mathcal{M}(a) \approx A_\mu \frac{e G_F^2 (m_t^2 - m_c^2) (m_s^2 - m_b^2) f_{KM} m_0^4 7}{2^9 \pi^4 M^2 m (m^2 - m_s^2) (m^2 - m_b^2)} \frac{1}{6} i \epsilon_{\mu\sigma\tau\eta} q^\sigma p_1^\tau \times \bar{u}_1(p_1) \gamma^\alpha \not{p}_1 \gamma^\eta (1 + \gamma_5) d_1(p_1) \bar{d}_2(p_2) \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) u_2(p_2) \quad (4.12)$$

onde m é a massa do quark u ou d; $u_i(p_i)$, $d_i(p_i)$, $\bar{u}_i(p_i)$ e $\bar{d}_i(p_i)$ são as funções de onda dos quarks u e d; e $f_{KM} = \text{sen} \delta \cdot c_1 c_2 c_3 s_1^2 s_2 s_3$. A amplitude para o diagrama (b) é encontrado de forma análoga.

Substituindo as expressões explícitas para os espinores e considerando o campo elétrico como $E_n = i(q_0 A_n - q_n A_0)$, encontramos o elemento de matriz para a interação do par de quarks (ud), em seu referencial de repouso, com o campo elétrico \vec{E} :

$$\mathcal{M}(a) + \mathcal{M}(b) \approx \frac{7e G_F^2 f_{KM} m_0^4 (m_t^2 - m_c^2) (m_s^2 - m_b^2)}{3 \cdot 2^9 \pi^4 M_W^2 \mathcal{E}} (\vec{p})^2 \vec{E} \cdot \left[\vec{S} - \frac{\vec{p} (\vec{p} \cdot \vec{S})}{p^2} \right] \quad (4.13)$$

onde \vec{S} é o spin do par de quarks, m é a média da massas dos quarks u e d, \vec{p} e \mathcal{E} são o momento e a energia de um dos quarks no sistema de repouso do par e $m_0 \approx m_\rho$. Na eq.

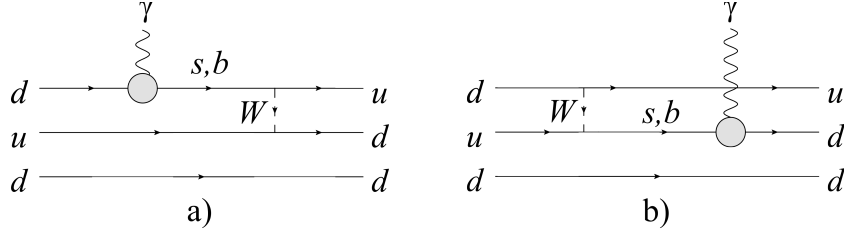


Figura 4.5.: Diagrama para forças de troca do tipo I. As linhas contínuas representam quarks, as linhas tracejadas representam bosons W e as linhas oscilantes representam fótons. No diagrama b), a linha do fóton não está conectada a linha do quark superior. Os vértices mostrados como um círculo correspondem aos diagramas da figura 4.6.

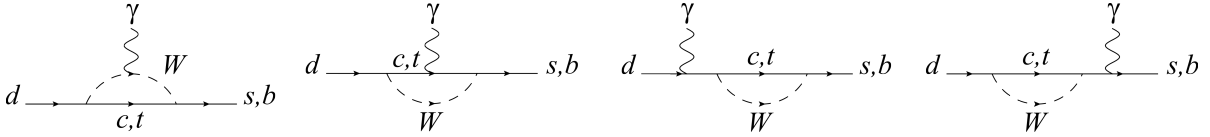


Figura 4.6.: Vértices da figura 4.5

(4.13), apenas o termo proporcional a $\vec{E} \cdot \vec{S}$ contribui para o MDE, pois caracteriza uma interação entre o spin e o campo elétrico.

Tomando a média sobre os ângulos da eq. (4.13), obtém-se o seguinte resultado para o MDE do nêutron:

$$|d_n| \approx \frac{e}{2} \left(\frac{m_t}{M_W} \right)^2 f_{KM} \cdot 10^{-28} \text{ cm} \quad (4.14)$$

Em seu artigo, utilizando os dados disponíveis em sua época, Shabalin apresenta um resultado de $|d_n| \approx 10^{-34} \text{ e} \cdot \text{cm}$. Utilizando os valores do *Review of Particle Physics* [29] (apresentados no apêndice B), do Particle Data Group (PDG), encontramos o valor de $|f_{KM}| = 1.475 \times 10^{-5}$ e $m_t/M_W = 2.2$ ¹. Desta maneira o resultado de E. P. Shabalin para o MDE do nêutron se torna $|d_n| \approx 3.44 \times 10^{-33} \text{ e} \cdot \text{cm}$.

Para as forças de troca do tipo II são considerados diagramas como os da fig. 4.7, onde há a troca de gluons. Para estes diagramas o autor não nos dá uma forma explícita para a contribuição ao valor do MDE, mas afirma que ele deverá aumentar em aproximadamente $4.2 \times 10^{-33} \text{ e} \cdot \text{cm}$, de maneira que o valor final seria $d_n \approx 4 \times 10^{-33} \text{ e} \cdot \text{cm}$, isto considerando $m_t = 30 \text{ GeV}$ (ou $d_n \approx 7.6 \times 10^{-33} \text{ e} \cdot \text{cm}$, utilizando o resultado para as forças do tipo I calculadas com os dados recentes do PDG).

¹Como o PDG apresenta os valores dos parâmetros da matriz CKM na parametrização de Wolfenstein, tivemos que fazer a conversão entre a parametrização adotada no trabalho de Shabalin e a adotada pelo PDG. Utilizamos as aproximações para $\bar{\rho} = \rho (1 - \lambda^2/2 + \dots)$ e $\bar{\eta} = \eta (1 - \lambda^2/2 + \dots)$ até segunda ordem em nossos cálculos. Para mais detalhes ver o apêndice A.

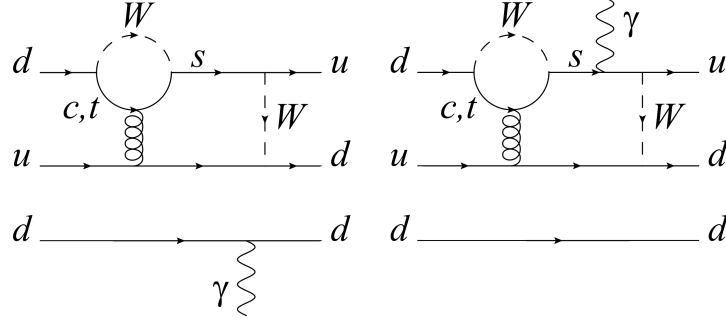


Figura 4.7.: Diagrama para forças de troca do tipo II. As linhas contínuas representam quarks, as linhas tracejadas representam bosons W, as linhas oscilantes representam fótons e as linhas em espiral representam gluons.

4.4. Pinguins e Fotopinguins

J. O. Eeg e I. Picek [37] consideram diagramas semelhantes aos estudados por E. P. Shabalin [34], entretanto, em alguns dos seus vértices, eles inserem correções advindas de diagramas do tipo "pinguim" (fig 4.8) e "fotopinguim" (fig 4.9) (*penguin* e *photopenguin*, respectivamente). O caso dos diagramas com vértices do tipo pinguim está presente nas forças de tipo II estudadas por Shabalin [34].

O loop de pinguim dado na fig. 4.8 pode ser representado por um vértice efetivo

$$U_P = A(p^2, m_q^2) P \quad (4.15)$$

onde P é o operador pinguim e $A(p^2, m_q^2)$ é uma quantidade que depende do momento p do gluon e da massa m_q do quark que entra no loop de pinguim. Esta quantidade pode ser representada por uma integral utilizando a parametrização de Feynmann

$$A(p^2, m_q^2) = \frac{g_s}{4\pi^2} \sqrt{2} G_F \int_0^1 dt t(1-t) \ln \frac{M_W^2(1-t) + tm_q^2 - t(1-t)p^2}{m_q^2 - t(1-t)p^2} \quad (4.16)$$

onde G_F é a contante de Fermi e g_s é a constante de acoplamento quark-gluon. Este termo ainda deve ser multiplicado pelos elementos da matriz CKM, que serão diferentes

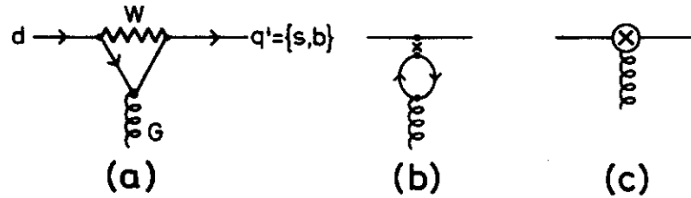


Figura 4.8.: Diagrama pinguim. (a) A transição elementar $d \rightarrow Gq'$, onde G representa um gluon e q' um quark s ou b. (b) A versão de (a) dada por uma transformação de Fierz após a contração do propagador do W a um ponto. (c) A cruz no círculo representa o loop de pinguim (em (a) e (b)) que é depois inserido nos outros diagramas. [37]

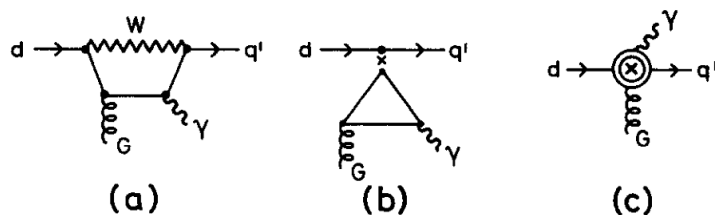


Figura 4.9.: Diagrama fotopinguim, caso onde o fóton é emitido no diagrama de pinguin. (a) A transição elementar $d \rightarrow G\gamma q'$, onde G representa um gluon, γ um fóton e q' um quark. (b) A versão de (a) dada por uma transformação de Fierz após a contração do propagador do W a um ponto. (c) A cruz no círculo duplo representa o loop de fotopinguim (em (a) e (b)) que é depois inserido nos outros diagramas. [37]

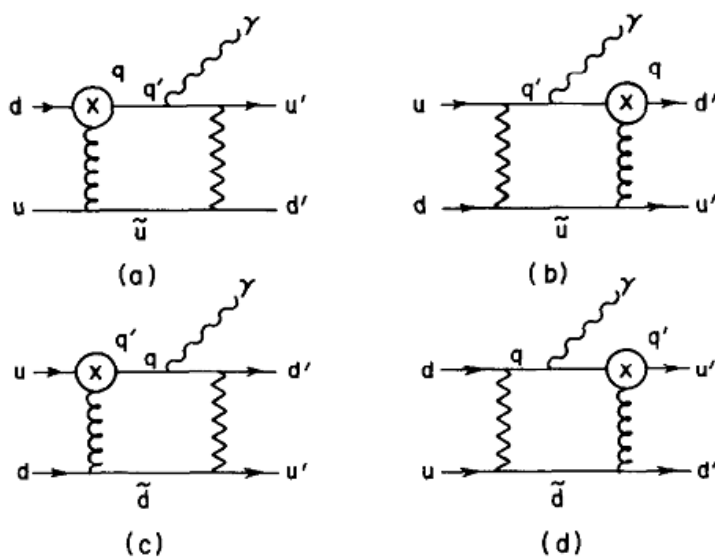


Figura 4.10.: Diagramas de dois loops contendo um pinguin. As linhas em zigue-zague indicam bosons W e as linhas em espiral indicam gluons. Contribuiçõe que violam CP surgem de quarks ($q = c, t$ e $q' = s, b$) entrando no loop do pinguin. O fóton pode também ser emitido da linha do quark inferior, duplicando o número de diagramas. Além disso, deve-se também considerar os casos de diagramas cruzados. [37]

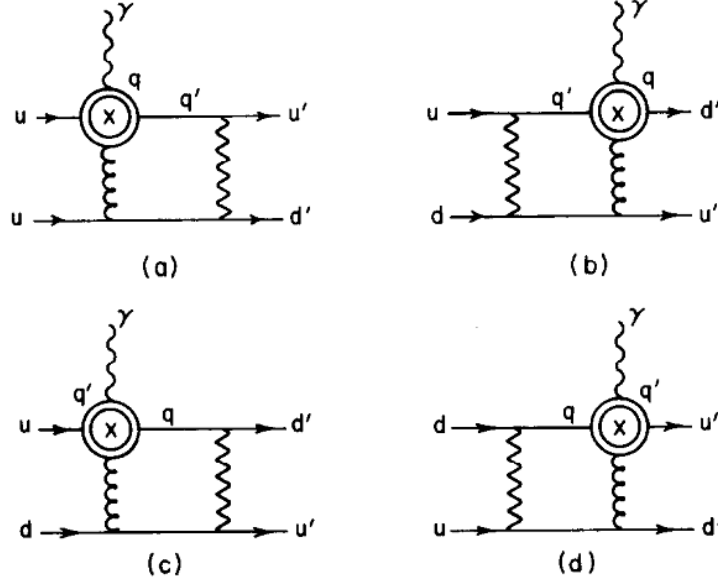


Figura 4.11.: Diagramas de dois loops contendo um fotopinguim, análogo aos diagramas da fig. 4.10. Aqui também deve-se considerar os casos de diagramas cruzados. [37]

para cada diagrama considerado.

É possível verificar que os diagramas (a) das figuras 4.10 e 4.11 são proporcionais a $V_{ub}V_{bt}^\dagger V_{td}V_{du}^\dagger$, para o caso onde um quark t faz parte do loop da caixa (q' na figura) e um quark b faz parte do loop do pinguim (q na figura). Os diagramas (b), destas mesmas figuras, são obtidos dos diagramas (a) trocando-se a ordem de interação entre o bóson e o pinguim. Desta maneira, os fatores que multiplicam a amplitude são $V_{dt}^\dagger V_{tb}V_{bu}^\dagger V_{ub}$, também considerando o caso em que um quark t faz parte do loop da caixa e um quark b faz parte do loop do pinguim. Os casos dos diagramas (c) e (d) são obtidos pela troca $q' = (b,s) \leftrightarrow q = (t,c)$ nos diagramas (a) e (b).

O operador P , presente na eq. (4.15), para o caso $d \rightarrow \text{gluon} + q'$, é dado por

$$P = (D^\nu G_{\mu\nu})^a \bar{q}' \gamma^\mu \lambda^a L d \quad (4.17)$$

onde D^ν é a derivada covariante, $G_{\mu\nu}^a$ é o tensor do campo do gluon, λ^a são as matrizes de Gell-Mann e $L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$ é o projetor de mão esquerda do espaço de espinores de Dirac. O fotopinguim da fig. 4.9 pode ser representado de maneira semelhante

$$U_{P\gamma} = e_q A_\gamma(p^2, m_q^2) P_\gamma \quad (4.18)$$

$$A_\gamma(p^2, m_q^2) = \frac{g_s}{\pi^2} \sqrt{2} G_F \int_0^1 dt \frac{t(1-t)^2}{t(1-t)p^2 - m_q^2} \quad (4.19)$$

$$P_\gamma = -i \frac{1}{2} (D^\nu G_{\nu\rho})^a F_{\mu\sigma} \epsilon^{\mu\sigma\rho\tau} \bar{q}' \gamma_\tau \lambda^a d \quad (4.20)$$

onde $F_{\mu\sigma}$ é o tensor do campo eletromagnético. Mais uma vez, o termo $A_\gamma(p^2, m_q^2)$ deve ser multiplicado pelos fatores da matriz CKM, da mesma maneira que acontece com o termo $A(p^2, m_q^2)$.

Utilizando as equações acima para calcular os diagramas das figs. 4.10 e 4.11, Eeg e Picek constroem um hamiltoniano efetivo para as contribuições que violam CP no processo $ud \rightarrow du\gamma$:

$$H_{eff}^{CPV} = C \frac{\alpha_s}{4\pi} G_F^2 \frac{ie}{3} f_{KM} \epsilon^{\mu\nu\sigma\rho} \epsilon_\mu^*(\gamma) k_\nu Q_{\sigma\rho} \quad (4.21)$$

onde $f_{KM} = c_1 c_2 c_3 s_1^2 s_2 s_3 \text{sen } \delta$, α_s é a constante de acoplamento das interações fortes, $\epsilon_\mu^*(\gamma)$ é o vetor de polarização do fóton, k_ν é o momento do fóton, C contém os resultados de integrações advindas dos diagramas e $Q_{\sigma\rho}$ são elementos de matriz entre estados do nêutron calculados utilizando o *MIT bag model* [38] [39] (calculados no modo $S_{1/2}$ mais baixo). O resultado obtido para o MDE do nêutron é

$$d_n = \frac{1}{9} e \frac{\alpha_s}{4\pi} G_F^2 f_{KM} C m_n^3 \cdot (1.6 \times 10^{-3}) \quad (4.22)$$

onde m_n é a massa do nêutron. Os fatores C são dados por:

$$C_P^{tot} \approx \frac{i}{3\pi^2} \ln(m_b^2/m_c^2) \quad (4.23)$$

$$C_{P\gamma}^{[a+b]} \approx \frac{8i}{\pi^2} \left\{ -1 + \frac{1}{2} \left(\ln \frac{m_b^2}{m_c^2} \right) \left[1 + 2 \frac{m_c^2}{m_b^2} \ln \frac{m_b^2}{m_c^2} \right] \right\} \quad (4.24)$$

$$C_{P\gamma}^{[c+d]} \approx \frac{8i}{\pi^2} \left\{ \frac{1}{2} \ln \frac{m_b^2}{m_c^2} - \frac{m_b^2}{m_t^2} \left(\ln \frac{m_t^2}{m_b^2} \right)^2 \right\} \quad (4.25)$$

$$C_{P\gamma}^{tot} = 2C_{P\gamma}^{[a+b]} + C_{P\gamma}^{[c+d]} \quad (4.26)$$

Mantendo apenas o termo dominante no logaritmo obtém-se

$$C_{P\gamma}^{tot} \approx 12 \frac{i}{\pi^2} \ln \frac{m_b^2}{m_c^2} \quad (4.27)$$

Ao apresentar seu resultado final, os autores desprezam o fator C_P^{tot} - pois o fator $C_{P\gamma}^{tot}$ é aproximadamente 36 vezes maior - e assumem $|f_{KM}| \approx (2 - 5) \times 10^{-5}$, obtendo assim o resultado $|d_n| \approx (2 - 4) \times 10^{-33} \text{ e} \cdot \text{cm}$. Se utilizarmos os valores atuais dados pelo PDG [29], obtemos o resultado de $|d_n| = 1.6 \times 10^{-34} \text{ e} \cdot \text{cm}$.

4.5. 1 quark e 3 loops

A. Czarnecki e B. Krause [40] estudam o MDE do nêutron partindo das contribuições de cada quark no caso de três loops. O cálculo das amplitudes foi simplificado partindo da ideia utilizada por Khriplovich [30]. Assumindo que os quarks são mais leves que o boson W, o propagador do boson pode ser substituído por $1/M_W^2$, análogo a uma teoria efetiva de Fermi. Os efeitos de grandes momentos virtuais que seriam sensíveis a estrutura exata destes propagadores são, em uma primeira aproximação, independentes das massas dos quarks, e portanto sua soma não contribui para o MDE. Os diagramas para esta teoria efetiva podem ser vistos na fig. 4.12.

Entretanto, o quark top possui uma massa maior do que a do boson W, de maneira que o caso deste quark deve ser calculado de maneira distinta, sem a aproximação para o propagador do boson (ver fig. 4.13). Estas contribuições devem ser adicionadas aos resultados da teoria efetiva de Fermi. Na soma, as divergências se cancelam e os logaritmos de M_W são combinados com aqueles da massa do segundo quark mais pesado, m_b . Desta maneira A. Czarnecki e B. Krause encontram os seguintes resultados

$$\begin{aligned} \frac{d_d}{e} = \frac{m_d m_c^2 \alpha_s G_F^2 f_{KM}}{108 \pi^5} & \left[\left(L_{bc}^2 - 2L_{bc} + \frac{\pi^2}{3} \right) L_{Wb} + \frac{5}{8} L_{bc}^2 \right. \\ & \left. - \left(\frac{335}{36} + \frac{2}{3} \pi^2 \right) L_{bc} - \frac{1231}{108} + \frac{7}{8} \pi^2 + 8\zeta_3 \right] + \mathcal{O} \left(\frac{m^2}{M^2} \right) \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{d_u}{e} = \frac{m_u m_s^2 \alpha_s G_F^2 f_{KM}}{216 \pi^5} & \left[\left(-L_{bs}^2 + 2L_{bs} + 2 - \frac{2\pi^2}{3} \right) L_{Wb} - L_{bc} L_{cs}^2 + 2L_{bc} L_{cs} - \frac{5}{8} L_{bs}^2 \right. \\ & \left. - \left(\frac{259}{36} + \frac{\pi^2}{3} \right) L_{bs} + \left(\frac{140}{9} + \pi^2 \right) L_{cs} - \frac{121}{108} + \frac{41}{36} \pi^2 - 4\zeta_3 \right] + \mathcal{O} \left(\frac{m^2}{M^2} \right) \end{aligned} \quad (4.29)$$

onde $\mathcal{O}(m^2/M^2)$ indicam termos com uma supressão adicional pelas massas dos quarks ou do boson W, $L_{ab} = \ln(m_a^2/m_b^2)$, ζ_3 é a função Zeta de Riemann ($\zeta_3 = 1,202\dots$) e

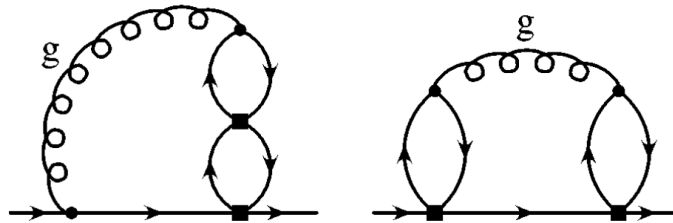


Figura 4.12.: Diagramas para uma teoria efetiva de Fermi onde os quarks são mais leves que o boson W. [40]

$f_{KM} = \text{sen}(\delta) \cdot c_1 c_2 c_3 s_1^2 s_2 s_3$ (onde c_i e s_i são os cossenos e senos da matriz CKM, e δ é a fase desta matriz). Para obter este resultado foi assumida uma hierarquia entre as massas ($m_{u,d} \ll m_s \ll m_c \ll m_b \ll M_W \ll m_t$), tal que foram mantidos apenas os termos maiores na expansão em razões das massas.

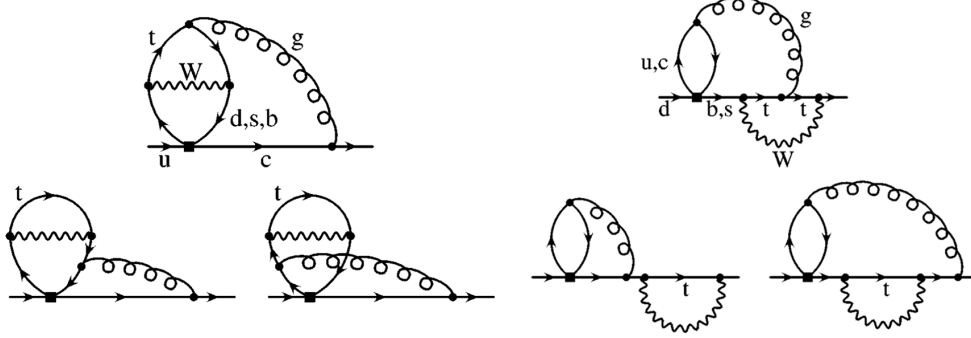


Figura 4.13.: Contribuições do quark top para d_u (esquerda) e d_d (direita). [40]

Para calcular o valor numérico das eqs. (4.28) e (4.29), Czarnecki e Krause consideram os seguintes valores: $f_{KM} = 5 \times 10^{-5}$, $\alpha_s = 0.2$, $m_s = 0.2 \text{ GeV}$, $m_c = 1.5 \text{ GeV}$, $m_b = 4.5 \text{ GeV}$, $m_u = 5 \text{ MeV}$, $m_d = 10 \text{ MeV}$ e $M_W = 80 \text{ GeV}$. Desta maneira

$$d_d = -0.7 \times 10^{-34} \text{ e} \cdot \text{cm} \quad (4.30)$$

$$d_u = -0.15 \times 10^{-34} \text{ e} \cdot \text{cm} \quad (4.31)$$

Se utilizarmos os valores dados pelo PDG [29]

$$d_d = -2,9 \times 10^{-36} \text{ e} \cdot \text{cm} \quad (4.32)$$

$$d_u = -4,3 \times 10^{-37} \text{ e} \cdot \text{cm} \quad (4.33)$$

O MDE do nêutron, em função dos MDEs dos seus constituintes é dado por (ver apêndice D)

$$d_n = \frac{4}{3}d_d - \frac{1}{3}d_u \quad (4.34)$$

Assim sendo, os valores para o MDE do nêutron se tornam:

$$|d_n| = 0.88 \times 10^{-34} \text{ e} \cdot \text{cm} \quad (\text{original}) \quad (4.35)$$

$$|d_n| = 3.7 \times 10^{-36} \text{ e} \cdot \text{cm} \quad (\text{utilizando valores do PDG}) \quad (4.36)$$

Os autores ressaltam que foram desconsiderados termos com mais de uma potência na massa dos quarks u e d. Estes termos resultam em uma supressão adicional, tornando ainda menores os valores obtidos.

4.6. Conclusões sobre o MDE do nêutron no MP

Neste capítulo pudemos ter uma ideia das diversas análises para as previsões teóricas do Modelo Padrão faz em relação ao momento de dipolo elétrico do nêutron. Foram escolhidos apenas alguns trabalhos para esta breve revisão, buscando abranger uma gama diversa de diagramas estudados e técnicas aplicadas a estas análises.

É possível ver que a complexidade dos cálculos aumenta bastante já no caso de dois loops. Os cálculos de ordens maiores em teoria de perturbação se tornam extensos, e por questões práticas, requerem aproximações para serem realizados. Fatores como estes, além da dificuldade intrínseca do problema, tornam este campo de estudos extenso, algo que pode ser visto na literatura (basta consultar a grande quantidade de referências feitas pelos trabalhos aqui citados).

Ainda assim, comparando os resultados mostrados aqui, podemos ter uma noção do valor do MDE do nêutron de acordo com o MP. A tabela 4.1 nos dá uma comparação entre estes resultados, nos permitindo acreditar que a previsão teórica não excede $|d_n| = 10^{-32} \text{ e} \cdot \text{cm}$, um valor bastante abaixo do atual limite experimental de $|d_n| < 2.9 \times 10^{-26} \text{ e} \cdot \text{cm}$, e até mesmo abaixo do atual limite experimental do MDE do elétron, $|d_e| < 8.7 \times 10^{-29} \text{ e} \cdot \text{cm}$ [41].

Tipo de processo	Original	Atualizado
1 quark e 1 loop	$ d_n = 0$	$ d_n = 0$
1 quark e 2 loops	$ d_n = 0$	$ d_n = 0$
Forças de troca	$ d_n = 4 \times 10^{-33} \text{ e} \cdot \text{cm}$	$ d_n = 3.8 \times 10^{-33} \text{ e} \cdot \text{cm}$
Pinguins e Fotopinguins	$ d_n = (2 - 4) \times 10^{-33} \text{ e} \cdot \text{cm}$	$ d_n = 1.6 \times 10^{-34} \text{ e} \cdot \text{cm}$
1 quark e 3 loops	$ d_n = 0.88 \times 10^{-34} \text{ e} \cdot \text{cm}$	$ d_n = 3.7 \times 10^{-36} \text{ e} \cdot \text{cm}$

Tabela 4.1.: Previsões teóricas do Modelo Padrão para o MDE do nêutron.

5

Modelo 3-3-1 com leptons pesados

Modelos com simetria de gauge $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ (chamados abreviadamente de 3-3-1) apresentam novas possibilidades para as interações eletrofracas. Enquanto o MP é descrito através da simetria $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, os modelos 3-3-1 estendem o setor fermiônico, trocando os dubletos por tripletos, e o grupo $U(1)_X$ utilizado nos modelos 3-3-1 possui uma hipercarga distinta da hipercarga do MP (advinda do grupo $U(1)_Y$). Outra mudança necessária é a inclusão de mais campos escalares, para que todos os fermions da teoria possam adquirir massa [42].

Neste trabalho consideraremos o caso do modelo com leptons pesados [43], onde o campo exótico que aparece no tripleto leptônico é uma partícula de carga elétrica positiva. Além deste novo lepton outros quarks exóticos estão presentes.

Neste modelo, o operador de carga elétrica é dado por:

$$\frac{Q}{|e|} = T_3 - \sqrt{3}T_8 + X \quad (5.1)$$

onde e é a carga elétrica do elétron, $T_{3,8} = \lambda_{3,8}/2$ sendo $\lambda_{3,8}$ as matrizes de Gell-Mann, e X é o operador da carga associada ao grupo $U(1)_X$ ¹. Nas seções a seguir, que apresentam os campos da teoria, a carga do grupo $U(1)_X$ aparece na terceira posição a direita dos parênteses que se seguem a cada campo. Por exemplo, para o campo χ temos $\chi \sim (1, 3, -1)$, logo, a sua hipercarga é -1 . Os números na primeira e segunda posição correspondem aos grupos $SU(3)_C$ e $SU(3)_L$, respectivamente.

¹Para o caso dos antitripletos: $\bar{Q}/|e| = \bar{T}_3 - \sqrt{3}\bar{T}_8 + \bar{X}$. Onde $\bar{T}_i = -\lambda_i^*$ e $\bar{X} = -X$.

5.1. Escalares

O setor escalar mínimo do modelo é formado por três tripletos:

$$\chi' = \begin{pmatrix} \chi'^{-} \\ \chi'^{--} \\ \chi'^0 \end{pmatrix} \sim (1,3, -1), \quad \rho' = \begin{pmatrix} \rho'^+ \\ \rho'^0 \\ \rho'^{++} \end{pmatrix} \sim (1,3,1), \quad \eta' = \begin{pmatrix} \eta'^0 \\ \eta_1'^- \\ \eta_2'^+ \end{pmatrix} \sim (1,3,0) \quad (5.2)$$

onde $\psi^0 = \frac{v_\psi}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{X_\psi^0 + iI_\psi^0}{|v_\psi|}\right)$ e $v_\psi = |v_\psi|e^{i\theta_\psi}$, para $\psi = \chi, \eta, \rho$. Como o modelo 3-3-1 possui simetria $SU(3)$ no seu setor escalar podemos realizar a seguinte transformação nos tripletos

$$U = \begin{pmatrix} e^{-i\theta_\eta} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\theta_\rho} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i(\theta_\eta + \theta_\rho)} \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

Por esta transformação os tripletos se tornam

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix} \sim (1,3, -1), \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix} \sim (1,3,1), \quad \eta = \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^+ \end{pmatrix} \sim (1,3,0) \quad (5.4)$$

e agora apenas o tripleto χ possui uma fase complexa em seu vácuo (ou seja, $v_\rho = |v_\rho|$, $v_\eta = |v_\eta|$ e $v_\chi = |v_\chi|e^{i(\theta'_\eta + \theta'_\rho + \theta'_\chi)} = |v_\chi|e^{i\theta_\chi}$). Com isto nos resta apenas θ_χ , a fase complexa de v_χ , como fonte de violação de CP no modelo 3-3-1.

Para este modelo, utilizamos o potencial mais geral possível para estes tripletos que é invariante sob a simetria de gauge e sob transformações de CP:

$$\begin{aligned} V(\chi, \eta, \rho) = & \mu_1^2 \chi^\dagger \chi + \mu_2^2 \eta^\dagger \eta + \mu_3^2 \rho^\dagger \rho + (\alpha \epsilon_{ijk} \chi_i \rho_j \eta_k + h.c.) + a_1 (\chi^\dagger \chi)^2 \\ & + a_2 (\eta^\dagger \eta)^2 + a_3 (\rho^\dagger \rho)^2 + a_4 (\chi^\dagger \chi) (\eta^\dagger \eta) + a_5 (\chi^\dagger \chi) (\rho^\dagger \rho) \\ & + a_6 (\rho^\dagger \rho) (\eta^\dagger \eta) + a_7 (\chi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \chi) + a_8 (\chi^\dagger \rho) (\rho^\dagger \chi) \\ & + a_9 (\rho^\dagger \eta) (\eta^\dagger \rho) \end{aligned} \quad (5.5)$$

O modelo 3-3-1 é levado ao MP através da quebra de simetria que ocorre com o mecanismo de Higgs, dado na seguinte sequência (desconsiderando as interações fortes): $SU(3)_L \otimes U(1)_X \rightarrow SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}$. A primeira quebra fará com que 4 dos 9 geradores do grupo $SU(3)_L \otimes U(1)_X$ preservem a simetria do primeiro vácuo, levando ao grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ do MP. Na segunda quebra, restará apenas um gerador, do grupo $U(1)_{EM}$ do eletromagnetismo. A passagem do 3-3-1 para o MP é devido a quebra de simetria causada pelo tripleto χ , a segunda quebra, que leva ao eletromagnetismo, pode acontecer tanto pelo tripleto η quanto pelo tripleto ρ .

5.1.1. Autoestados de massa para o setor escalar

A partir do potencial (5.5) podemos encontrar as seguintes derivadas:

$$\frac{\partial V}{\partial |v_\chi|} = \mu_1^2 |v_\chi| + a_1 |v_\chi|^3 + \frac{a_4}{2} |v_\chi| |v_\eta|^2 + \frac{a_5}{2} |v_\chi| |v_\rho|^2 - \frac{1}{\sqrt{2}} |v_\eta| |v_\rho| |\alpha| \cos(\theta_\chi + \theta_\alpha) \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial V}{\partial |v_\rho|} = \mu_3^2 |v_\rho| + \frac{a_5}{2} |v_\rho| |v_\chi|^2 + \frac{a_6}{2} |v_\rho| |v_\eta|^2 + a_3 |v_\rho|^3 - \frac{1}{\sqrt{2}} |v_\chi| |v_\eta| |\alpha| \cos(\theta_\chi + \theta_\alpha) \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial V}{\partial |v_\eta|} = \mu_2^2 |v_\eta| + \frac{a_4}{2} |v_\eta| |v_\chi|^2 + a_2 |v_\eta|^3 + \frac{a_6}{2} |v_\rho|^2 |v_\eta| - \frac{1}{\sqrt{2}} |v_\chi| |v_\rho| |\alpha| \cos(\theta_\chi + \theta_\alpha) \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \theta_\chi} = \frac{\partial V}{\partial \theta_\rho} = \frac{\partial V}{\partial \theta_\eta} = |v_\chi| |v_\eta| |v_\rho| |\alpha| \sin(\theta_\chi + \theta_\alpha) / \sqrt{2} \quad (5.9)$$

Estas devem ser nulas, para que conheçamos o mínimo do potencial. Igualando as derivadas acima a zero podemos encontrar os parâmetros μ_1^2 , μ_2^2 e μ_3^2 , e para satisfazer a última equação vemos que $\theta_\chi + \theta_\alpha = 0$. Com estas relações escrevemos as matrizes de massa dos escalares.

- Matriz de massa dos escalares duplamente carregados, na base $(\rho^{++}, \chi^{++})M_{DC}^2(\rho^{--}, \chi^{--})^T$:

$$M_{DC}^2 = \begin{pmatrix} \frac{a_8}{2} |v_\chi|^2 + \frac{A}{\sqrt{2}|v_\rho|^2} & \frac{a_8}{2} v_\chi^* v_\rho^* + \frac{1}{\sqrt{2}} \alpha v_\eta \\ \frac{a_8}{2} v_\chi v_\rho + \frac{1}{\sqrt{2}} \alpha^* v_\eta^* & \frac{a_8}{2} |v_\rho|^2 + \frac{A}{\sqrt{2}|v_\chi|^2} \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

onde $A = |v_\chi| |v_\rho| |v_\eta| |\alpha| \cos(\theta_\chi + \theta_\alpha) = \text{Re}(v_\chi v_\rho v_\eta \alpha)$.

- Primeira matriz de massa dos escalares unicamente carregados, na base $(\eta_1^+, \rho^+)M_{UC1}^2(\eta_1^-, \rho^-)^T$:

$$M_{UC1}^2 = \begin{pmatrix} \frac{a_9}{2} |v_\rho|^2 + \frac{A}{\sqrt{2}|v_\eta|^2} & \frac{a_9}{2} v_\eta v_\rho + \frac{v_\chi^* \alpha^*}{\sqrt{2}} \\ \frac{a_9}{2} v_\eta^* v_\rho^* + \frac{v_\chi \alpha}{\sqrt{2}} & \frac{a_9}{2} |v_\eta|^2 + \frac{A}{\sqrt{2}|v_\rho|^2} \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

- Segunda matriz de massa dos escalares unicamente carregados, na base $(\eta_2^+, \chi^+)M_{UC2}^2(\eta_2^-, \chi^-)^T$:

$$M_{UC2}^2 = \begin{pmatrix} \frac{a_7}{2} |v_\chi|^2 + \frac{A}{\sqrt{2}|v_\eta|^2} & \frac{a_7}{2} v_\chi^* v_\eta^* + \frac{v_\rho \alpha}{\sqrt{2}} \\ \frac{a_7}{2} v_\chi v_\eta + \frac{v_\rho^* \alpha^*}{\sqrt{2}} & \frac{a_7}{2} |v_\eta|^2 + \frac{A}{\sqrt{2}|v_\chi|^2} \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

- Matriz de massa para os escalares neutros ímpares por CP, na base $(I_\eta, I_\rho, I_\chi)M_{NI}^2(I_\eta, I_\rho, I_\chi)^T$:

$$M_{NI}^2 = \begin{pmatrix} \frac{A}{\sqrt{2}|v_\eta|^2} & \frac{A}{\sqrt{2}|v_\eta| |v_\rho|} & \frac{A}{\sqrt{2}|v_\eta| |v_\chi|} \\ \frac{A}{\sqrt{2}|v_\eta| |v_\rho|} & \frac{A}{\sqrt{2}|v_\rho|^2} & \frac{A}{\sqrt{2}|v_\chi| |v_\rho|} \\ \frac{A}{\sqrt{2}|v_\eta| |v_\chi|} & \frac{A}{\sqrt{2}|v_\chi| |v_\rho|} & \frac{A}{\sqrt{2}|v_\chi|^2} \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

- Matriz de massa para os escalares neutros pares por CP, na base $(X_\eta, X_\rho, X_\chi)M_{NP}^2(X_\eta, X_\rho, X_\chi)^T$:

$$M_{NP}^2 = \begin{pmatrix} 2a_2|v_\eta|^2 + \frac{A}{\sqrt{2}|v_\eta|^2} & a_6|v_\eta||v_\rho| - \frac{A}{\sqrt{2}|v_\eta||v_\rho|} & a_4|v_\chi||v_\eta| - \frac{A}{\sqrt{2}|v_\chi||v_\eta|} \\ a_6|v_\eta||v_\rho| - \frac{A}{\sqrt{2}|v_\eta||v_\rho|} & 2a_3|v_\rho|^2 + \frac{A}{\sqrt{2}|v_\rho|^2} & a_5|v_\chi||v_\rho| - \frac{A}{\sqrt{2}|v_\chi||v_\rho|} \\ a_4|v_\chi||v_\eta| - \frac{A}{\sqrt{2}|v_\chi||v_\eta|} & a_5|v_\chi||v_\rho| - \frac{A}{\sqrt{2}|v_\chi||v_\rho|} & 2a_1|v_\chi|^2 + \frac{A}{\sqrt{2}|v_\chi|^2} \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

Temos que as matrizes de massa acima, para os escalares carregados, possuem determinante nulo (além de serem hermitianas). Assim, podemos encontrar uma fórmula geral para os autovalores e autovetores destas matrizes.

Considerando uma matriz hermitiana arbitrária:

$$H = \begin{pmatrix} a & b \\ b^* & c \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

Temos:

$$\det(H) = ac - |b|^2 = 0 \quad (5.16)$$

Os autovalores de H podem ser encontrados pelo determinante

$$\begin{aligned} 0 &= \det(H - \lambda) = \det \begin{pmatrix} a - \lambda & b \\ b^* & c - \lambda \end{pmatrix} \\ &= ac - |b|^2 + \lambda(\lambda - a - c) \\ &= \lambda(\lambda - a - c) \end{aligned} \quad (5.17)$$

De onde encontramos os autovalores

$$\lambda_1 = 0 \quad \lambda_2 = a + c \quad (5.18)$$

Para o autovalor λ_1 , temos o seguinte autovetor (já normalizado):

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b^* & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

$$\alpha a + \beta b = 0 \rightarrow \beta = -\frac{a}{b}\alpha \quad (5.20)$$

$$|\lambda_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + a^2/|b|^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{a}{b} \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

Enquanto que para o autovalor λ_2 :

$$\begin{pmatrix} a - (a + c) & b \\ b^* & c - (a + c) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

$$-c\alpha + b\beta = 0 \rightarrow \alpha = \frac{b}{c}\beta \quad (5.23)$$

$$|\lambda_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + |b|^2/c^2}} \begin{pmatrix} \frac{b}{c} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.24)$$

Graças a eq. (5.16) podemos reescrever os autovetores como:

$$|\lambda_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + a/c}} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{a}{b} \end{pmatrix} \quad |\lambda_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + a/c}} \begin{pmatrix} \frac{b}{c} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.25)$$

A matriz de transformação que diagonaliza H é construída com os autovetores, onde cada um deles compõe uma das colunas da matriz de diagonalização. Desta maneira:

$$P = \frac{1}{\sqrt{1 + a/c}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{b}{c} \\ -\frac{a}{b} & 1 \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

Com estas matrizes encontramos

$$\begin{aligned} PP^\dagger &= \frac{1}{1 + a/c} \begin{pmatrix} 1 & \frac{b}{c} \\ -\frac{a}{b} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{a}{b^*} \\ \frac{b^*}{c} & 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{1 + a/c} \begin{pmatrix} 1 + \frac{|b|^2}{c^2} & \frac{|b|^2 - ac}{b^*c} \\ \frac{|b|^2 - ac}{bc} & 1 + \frac{a^2}{|b|^2} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.27)$$

onde, na última passagem, utilizamos a eq. (5.16). A matriz diagonalizada é dada por

$$D = P^\dagger H P = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & a + c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} \quad (5.28)$$

Com as identidades acima podemos então escrever os autoestados de massa. Para os escalares duplamente carregados temos

$$\begin{pmatrix} \rho^{++} \\ \chi^{++} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{|v_\chi|^2}{|v_\rho|^2}}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{|v_\chi|}{|v_\rho|} e^{i\theta_\chi} \\ -\frac{|v_\chi|}{|v_\rho|} e^{-i\theta_\chi} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^{++} \\ Y^{++} \end{pmatrix} \quad (5.29)$$

$$m_{Y^{++}}^2 = \frac{A}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{|v_\rho|^2} + \frac{1}{|v_\chi|^2} \right) + \frac{a_8}{2} (|v_\chi|^2 + |v_\rho|^2) \quad (5.30)$$

$$m_{G^{++}}^2 = 0 \quad (5.31)$$

Para o primeiro conjunto de escalares unicamente carregados

$$\begin{pmatrix} \eta_1^+ \\ \rho^+ \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{|v_\rho|^2}{|v_\eta|^2}}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{|v_\rho|}{|v_\eta|} \\ -\frac{|v_\rho|}{|v_\eta|} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_1^+ \\ Y_1^+ \end{pmatrix} \quad (5.32)$$

$$m_{Y_1^+}^2 = \frac{A}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{|v_\rho|^2} + \frac{1}{|v_\eta|^2} \right) + \frac{a_9}{2} (|v_\eta|^2 + |v_\rho|^2) \quad (5.33)$$

$$m_{G_1^+}^2 = 0 \quad (5.34)$$

Para o segundo conjunto de escalares unicamente carregados

$$\begin{pmatrix} \eta_2^+ \\ \chi^+ \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{|v_\chi|^2}{|v_\eta|^2}}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{|v_\chi|}{|v_\eta|} e^{-i\theta_\chi} \\ -\frac{|v_\chi|}{|v_\eta|} e^{i\theta_\chi} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_2^+ \\ Y_2^+ \end{pmatrix} \quad (5.35)$$

$$m_{Y_2^+}^2 = \frac{A}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{|v_\chi|^2} + \frac{1}{|v_\eta|^2} \right) + \frac{a_7}{2} (|v_\eta|^2 + |v_\chi|^2) \quad (5.36)$$

$$m_{G_2^+}^2 = 0 \quad (5.37)$$

Para a diagonalização da matriz de massa dos escalares neutros ímpares por CP o processo é semelhante ao dos casos acima. Os autoestados de massa são dados por

$$\begin{pmatrix} I_\eta^0 \\ I_\rho^0 \\ I_\chi^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{N_a}{|v_\chi|} & -\frac{N_b |v_\eta| |v_\chi|}{|v_\rho| (|v_\eta|^2 + |v_\chi|^2)} & \frac{N_c}{|v_\eta|} \\ 0 & \frac{N_b}{|v_\chi|} & \frac{N_c}{|v_\rho|} \\ -\frac{N_a}{|v_\eta|} & -\frac{N_b |v_\eta|^2}{|v_\rho| (|v_\eta|^2 + |v_\chi|^2)} & \frac{N_c}{|v_\chi|} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_1^0 \\ G_2^0 \\ h^0 \end{pmatrix} \quad (5.38)$$

$$m_{h^0}^2 = \frac{A}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{|v_\chi|^2} + \frac{1}{|v_\rho|^2} + \frac{1}{|v_\eta|^2} \right) \quad (5.39)$$

$$m_{G_1^0}^2 = m_{G_2^0}^2 = 0 \quad (5.40)$$

onde

$$N_a = 1/\sqrt{\frac{1}{|v_\chi|^2} + \frac{1}{|v_\eta|^2}} \quad (5.41)$$

$$N_b = 1/\sqrt{\frac{1}{|v_\chi|^2} + \frac{|v_\eta|^2}{|v_\rho|^2 (|v_\eta|^2 + |v_\chi|^2)}} \quad (5.42)$$

$$N_c = 1/\sqrt{\frac{1}{|v_\chi|^2} + \frac{1}{|v_\rho|^2} + \frac{1}{|v_\eta|^2}} \quad (5.43)$$

Para os escalares neutros pares por CP não foi possível encontrar uma expressão analítica para os autoestados de massa. Entretanto, devido a matriz de massa ser simétrica, sabemos que ela pode ser diagonalizada por uma matriz ortogonal. Assim sendo: $X_\psi^0 = \sum_a O_{\psi a}^H H_a^0$, onde $\psi = \chi, \eta, \rho$, $a = 1, 2, 3$, H_a^0 são os autoestados de massa e O^H é uma matriz ortogonal.

5.2. Leptons

O setor leptônico apresenta um tripleto de mão esquerda e três singletos de mão direita:

$$\Psi_{aL} = \begin{pmatrix} \nu_a \\ l_a^- \\ E_a^+ \end{pmatrix} \sim (1,3,0) \quad (5.44)$$

$$l_{aR}^- \sim (1,1, -1) \quad E_{aR}^+ \sim (1,1,1) \quad (5.45)$$

onde os índices L e R indicam espinores de mão direita e esquerda, respectivamente, e $a = e, \mu, \tau$.

5.3. Quarks

No setor dos quarks temos dois anti-tripletos e um tripleto, ambos de mão esquerda, além dos singletos de mão direita:

$$Q_{mL} = \begin{pmatrix} d_m \\ -u_m \\ j_m \end{pmatrix} \sim (3,3^*, -1/3), \quad Q_{3L} = \begin{pmatrix} u_3 \\ d_3 \\ J \end{pmatrix} \sim (3,3,2/3) \quad (5.46)$$

$$u_{\alpha R} \sim (3,1,2/3), \quad d_{\alpha R} \sim (3,1, -1/3), \quad j_{mR} \sim (3,1, -4/3), \quad J_R \sim (3,1,5/3) \quad (5.47)$$

onde $m = 1,2$ e $\alpha = 1,2,3$.

5.3.1. Lagrangiana de Yukawa

As interações entre os quarks e os escalares (escritos nos autoestados da simetria) surgem do potencial

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &= -\bar{Q}_{mL} \left[G_{m\alpha} U'_{\alpha R} \rho^* + \tilde{G}_{m\alpha} D'_{\alpha R} \eta^* \right] - \bar{Q}_{3L} \left[F_{3\alpha} U'_{\alpha R} \eta + \tilde{F}_{3\alpha} D'_{\alpha R} \rho \right] \\ &\quad - \bar{Q}_{mL} \lambda_{mi} j_{iR} \chi^* - \bar{Q}_{3L} \Omega J_R \chi + C.H. \\ &= (\bar{d}_{1L} \rho^- - \bar{u}_{1L} \rho^{0*} + \bar{j}_{1L} \rho^{--}) (G_{11} u_{1R} + G_{12} u_{2R} + G_{13} u_{3R}) \\ &\quad + (\bar{d}_{2L} \rho^- - \bar{u}_{2L} \rho^{0*} + \bar{j}_{2L} \rho^{--}) (G_{21} u_{1R} + G_{22} u_{2R} + G_{23} u_{3R}) \\ &\quad + (\bar{d}_{1L} \eta^{0*} - \bar{u}_{1L} \eta_1^+ + \bar{j}_{1L} \eta_2^-) \left(-\tilde{G}_{11} d_{1R} - \tilde{G}_{12} d_{2R} - \tilde{G}_{13} d_{3R} \right) \\ &\quad + (\bar{d}_{2L} \eta^{0*} - \bar{u}_{2L} \eta_1^+ + \bar{j}_{2L} \eta_2^-) \left(-\tilde{G}_{21} d_{1R} - \tilde{G}_{22} d_{2R} - \tilde{G}_{23} d_{3R} \right) \\ &\quad + (\bar{u}_{3L} \eta^0 + \bar{d}_{3L} \eta_1^- + \bar{J}_L \eta_2^+) (F_{31} u_{1R} + F_{32} u_{2R} - F_{33} u_{3R}) \\ &\quad + (\bar{u}_{3L} \rho^+ + \bar{d}_{3L} \rho^0 + \bar{J}_L \rho^{++}) \left(-\tilde{F}_{31} d_{1R} - \tilde{F}_{32} d_{2R} - \tilde{F}_{33} d_{3R} \right) \\ &\quad + (\bar{d}_{1L} \chi^+ - \bar{u}_{1L} \chi^{++} + \bar{j}_{1L} \chi^{0*}) (\lambda_{11} j_{1R} + \lambda_{12} j_{2R}) \\ &\quad + (\bar{d}_{2L} \chi^+ - \bar{u}_{2L} \chi^{++} + \bar{j}_{2L} \chi^{0*}) (\lambda_{21} j_{1R} + \lambda_{22} j_{2R}) \\ &\quad + (\bar{u}_{3L} \chi^- + \bar{d}_{3L} \chi^{--} + \bar{J}_L \chi^0) (-\Omega J_R) + C.H. \end{aligned} \quad (5.48)$$

onde $m = 1,2$, $i = 1,2$, $\alpha = 1,2,3$ (com soma em m , i e α), $U'_{\alpha R} = (-u_1, -u_2, u_3)$ e $D'_{\alpha R} = (d_1, d_2, d_3)$. G_{ij} , \tilde{G}_{ij} , F_{ij} e \tilde{F}_{ij} são apenas constantes. A partir da lagrangiana acima pode-se construir as seguintes matrizes de massa:

- A matriz para os quarks tipo u , na base $(-u_1, -u_2, u_3)$:

$$M^u = \begin{pmatrix} rG_{11} & rG_{12} & rG_{13} \\ rG_{21} & rG_{22} & rG_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{pmatrix} |v_\eta| \quad (5.49)$$

- A matriz para os quarks tipo d , na base (d_1, d_2, d_3) :

$$M^d = \begin{pmatrix} \frac{1}{r}\tilde{G}_{11} & \frac{1}{r}\tilde{G}_{12} & \frac{1}{r}\tilde{G}_{13} \\ \frac{1}{r}\tilde{G}_{21} & \frac{1}{r}\tilde{G}_{22} & \frac{1}{r}\tilde{G}_{23} \\ \tilde{F}_{31} & \tilde{F}_{32} & \tilde{F}_{33} \end{pmatrix} |v_\rho| \quad (5.50)$$

- A matriz para os quarks tipo j , na base (j_1, j_2, J) :

$$M^j = \begin{pmatrix} |v_\chi|e^{-i\theta_\chi}\lambda_{11} & |v_\chi|e^{-i\theta_\chi}\lambda_{12} & 0 \\ |v_\chi|e^{-i\theta_\chi}\lambda_{21} & |v_\chi|e^{-i\theta_\chi}\lambda_{22} & 0 \\ 0 & 0 & -\Omega|v_\chi|e^{i\theta_\chi} \end{pmatrix} \quad (5.51)$$

Por simplicidade, consideraremos que os estados j_1 e j_2 não se misturam. Desta maneira temos $\lambda_{12} = \lambda_{21} = 0$, $m_{j_1} = |\lambda_{11}||v_\chi|$, $m_{j_2} = |\lambda_{22}||v_\chi|$, $\lambda_{11} = |\lambda_{11}|e^{i\theta_\chi}$, $\lambda_{22} = |\lambda_{22}|e^{i\theta_\chi}$, $m_J = |\Omega||v_\chi|$ e $\Omega = |\Omega|e^{-i\theta_\chi}$.

onde $r = |v_\rho|/|v_\eta|$. Os autoestados de simetria, $U'_{L,R}$ e $D'_{L,R}$, e os autoestados de massa, $U_{L,R}$ e $D_{L,R}$, são relacionados por $U'_{L,R} = (V_{L,R}^U)^\dagger U_{L,R}$ e $D'_{L,R} = (V_{L,R}^D)^\dagger D_{L,R}$. $V_{L,R}^{U,D}$ são matrizes unitárias que obedecem as relações $V_L^U M^u V_R^{U\dagger} = \hat{M}^u = \text{diag}(m_u, m_c, m_t)$ e $V_L^D M^d V_R^{D\dagger} = \hat{M}^d = \text{diag}(m_d, m_s, m_b)$. Em [44] são apresentadas as soluções numéricas para estas matrizes $V_{L,R}^{U,D}$, de maneira que as soluções estejam de acordo com os valores experimentais das massas dos quarks e da matriz CKM, obtendo assim

$$V_L^U = \begin{pmatrix} -0.00032 & 0.07163 & -0.99743 \\ 0.00433 & -0.99742 & -0.07163 \\ 0.99999 & 0.00434 & -0.00001 \end{pmatrix} \quad (5.52)$$

$$V_L^D = \begin{pmatrix} 0.00273 \rightarrow 0.00562 & 0.03 \rightarrow 0.03682 & -(0.99952 \rightarrow 0.99953) \\ -(0.19700 \rightarrow 0.22293) & -(0.97436 \rightarrow 0.97993) & -0.03052 \\ 0.97483 \rightarrow 0.98039 & -(0.19708 \rightarrow 0.22291) & -(0.00415 \rightarrow 0.00418) \end{pmatrix} \quad (5.53)$$

$$V_R^U = \begin{pmatrix} -0.45440 & 0.82278 & -0.34139 \\ 0.13857 & -0.31329 & -0.93949 \\ 0.87996 & 0.47421 & -0.02834 \end{pmatrix} \quad (5.54)$$

$$V_R^D = \begin{pmatrix} -(0.000178 \rightarrow 0.000185) & 0.005968 \rightarrow 0.005984 & -0.999982 \\ -(0.32512 \rightarrow 0.32559) & -(0.94549 \rightarrow 0.94566) & -(0.00558 \rightarrow 0.00560) \\ 0.94551 \rightarrow 0.94567 & -(0.32511 \rightarrow 0.32558) & -(0.00211 \rightarrow 0.00212) \end{pmatrix} \quad (5.55)$$

e a matriz CKM ($V_{CKM} = V_L^U V_L^{D\dagger}$)

$$|V_{CKM}| = \begin{pmatrix} 0.97385 \rightarrow 0.97952 & 0.20134 \rightarrow 0.22714 & 0.00021 \rightarrow 0.00399 \\ 0.20116 \rightarrow 0.22679 & 0.97307 \rightarrow 0.97869 & 0.04116 \rightarrow 0.04118 \\ 0.00849 \rightarrow 0.01324 & 0.03919 \rightarrow 0.04028 & 0.99914 \rightarrow 0.99915 \end{pmatrix} \quad (5.56)$$

Para encontrar estes valores foram utilizados: $|v_\rho| = 54 \text{ GeV}$, $|v_\eta| = 240 \text{ GeV}$, $G_{11} = 1.08$, $G_{12} = 2.97$, $G_{13} = 0.09$, $G_{21} = 0.0681$, $G_{22} = 0.2169$, $G_{23} = 0.1 \times 10^{-2}$, $F_{31} = 9 \times 10^{-6}$, $F_{32} = 6 \times 10^{-6}$, $F_{33} = 1.2 \times 10^{-5}$, $\tilde{G}_{11} = 0.0119$, $\tilde{G}_{12} = 6 \times 10^{-5}$, $\tilde{G}_{13} = 2.3 \times 10^{-5}$, $\tilde{G}_{21} = 3.2 \times 10^{-4}$, $\tilde{G}_{22} = 2.13 \times 10^{-4}$, $\tilde{G}_{23} = 7 \times 10^{-5}$, $\tilde{F}_{31} = (2.0 - 2.2) \times 10^{-4}$, $\tilde{F}_{32} = (1.645 - 1.95) \times 10^{-4}$ e $\tilde{F}_{33} = 1.312 \times 10^{-4}$. Com estes resultados se obtém as massas (em GeV): $m_u = 0.00175$, $m_c = 0.6194$, $m_t = 171.163$, $m_d = (33.6 - 39.3) \times 10^{-4}$, $m_s = (0.0543765 - 0.0546863)$ e $m_b = (2.8537 - 2.8574)$.

5.4. Campos de gauge

Adotando as convenções apresentadas em [45], as derivadas covariantes, que envolvem os campos de gauge são as seguintes:

$$\begin{aligned} D_\mu \phi &= (\partial_\mu - igW_\mu^a T_a - ig_x X B_\mu) \phi \\ D_\mu \Psi_R &= (\partial_\mu - ig_x X B_\mu) \Psi_R \\ D_\mu \Psi_L &= (\partial_\mu - igW_\mu^a T_a - ig_x X B_\mu) \Psi_L \end{aligned} \quad (5.57)$$

onde ϕ denota um escalar, Ψ_L um espinor de mão esquerda, Ψ_R um espinor de mão direita, $T^a = \lambda^a/2$ - sendo λ^a as matrizes de Gell-Mann - e X é o operador da carga associada ao grupo $U(1)_X$.

Os autoestados de massa dos bósons de gauge são obtidos pela atuação das derivadas covariantes sobre os tripletos de escalares. Esta derivada se torna mais clara se escrevermos

$$\mathcal{M}_\mu = \begin{pmatrix} W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} W_\mu^8 + 2tX B_\mu & \sqrt{2}W_\mu^+ & \sqrt{2}V_\mu^- \\ \sqrt{2}W_\mu^- & -W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} W_\mu^8 + 2tX B_\mu & \sqrt{2}U_\mu^{--} \\ \sqrt{2}V_\mu^+ & \sqrt{2}U_\mu^{++} & -\frac{2}{\sqrt{3}} W_\mu^8 + 2tX B_\mu \end{pmatrix} \quad (5.58)$$

onde $\mathcal{M}_\mu = W_\mu^a \lambda_a + 2tX B_\mu$ e $t = g_x/g$. Com estas identidades as derivadas covariantes podem ser escritas como

$$\begin{aligned} D_\mu \phi &= \partial_\mu \phi - i\frac{g}{2} \mathcal{M}_\mu \phi \\ D_\mu \Psi_R &= (\partial_\mu - ig_x X B_\mu) \Psi_R \\ D_\mu \Psi_L &= (\partial_\mu - i\frac{g}{2} \mathcal{M}_\mu) \Psi_L \end{aligned} \quad (5.59)$$

Os bósons de gauge não-Hermitianos são definidos como

$$\begin{aligned} W_\mu^\pm &= (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) / \sqrt{2} \\ V_\mu^\pm &= (W_\mu^4 \pm iW_\mu^5) / \sqrt{2} \\ U_\mu^{\pm\pm} &= (W_\mu^6 \pm iW_\mu^7) / \sqrt{2} \end{aligned} \quad (5.60)$$

sendo suas massas dadas por

$$\begin{aligned} m_W^2 &= \frac{1}{4}g^2v_W^2 \\ m_V^2 &= \frac{1}{4}g^2(|v_\eta|^2 + |v_\chi|^2) \\ m_U^2 &= \frac{1}{4}g^2(|v_\rho|^2 + |v_\chi|^2) \end{aligned} \quad (5.61)$$

onde $v_W^2 = |v_\eta|^2 + |v_\rho|^2$. Para os bósons neutros, na base $(W_\mu^3, W_\mu^8, B_\mu)$ temos a seguinte matriz de massa

$$M^2 = \frac{g^2}{4}|v_\chi|^2 \begin{pmatrix} \bar{v}_W^2 & \frac{1}{\sqrt{3}}(\bar{v}_W^2 - 2\bar{v}_\rho^2) & -2t\bar{v}_\rho^2 \\ \frac{1}{\sqrt{3}}(\bar{v}_W^2 - 2\bar{v}_\rho^2) & \frac{1}{3}(\bar{v}_W^2 + 4) & \frac{2}{\sqrt{3}}t(\bar{v}_\rho^2 + 2) \\ -2t\bar{v}_\rho^2 & \frac{2}{\sqrt{3}}t(\bar{v}_\rho^2 + 2) & 4t^2(\bar{v}_\rho^2 + 1) \end{pmatrix} \quad (5.62)$$

onde $\bar{v}_W = v_W/|v_\chi|$ e $\bar{v}_\rho = |v_\rho|/|v_\chi|$. A matriz da eq. (5.62) possui um autovalor nulo, correspondente ao fóton, e outros dois autovalores, M_{Z_1} e M_{Z_2} . Os autoestados da simetria - W_μ^3, W_μ^8 e B_μ - podem ser escritos em função dos autoestados de massa $A_\mu, Z_{1\mu}$ e $Z_{2\mu}$

$$W_\mu^3 = \frac{t}{\sqrt{4t^2 + 1}}A_\mu - N_1(3m_2^2 + \bar{v}_\rho^2 - 2\bar{v}_W^2)Z_{1\mu} - N_2(3m_1^2 + \bar{v}_\rho^2 - 2\bar{v}_W^2)Z_{2\mu} \quad (5.63)$$

$$\begin{aligned} \frac{W_\mu^8}{\sqrt{3}} &= -\frac{t}{\sqrt{4t^2 + 1}}A_\mu - N_1\left(m_2^2 + \bar{v}_\rho^2 - \frac{2}{3}\bar{v}_W^2 - \frac{2}{3}\right)Z_{1\mu} \\ &\quad - N_2\left(m_1^2 + \bar{v}_\rho^2 - \frac{2}{3}\bar{v}_W^2 - \frac{2}{3}\right)Z_{2\mu} \end{aligned} \quad (5.64)$$

$$B_\mu = \frac{1}{\sqrt{4t^2 + 1}}A_\mu + 2t(1 - \bar{v}_\rho^2)N_1Z_{1\mu} + 2t(1 - \bar{v}_\rho^2)N_2Z_{2\mu} \quad (5.65)$$

onde

$$m_1^2 = \frac{2M_{Z_1}^2}{g^2|v_\chi|^2} = C(1 - R) \quad m_2^2 = \frac{2M_{Z_2}^2}{g^2|v_\chi|^2} = C(1 + R) \quad (5.66)$$

$$C = \frac{1}{3} [3t^2(\bar{v}_\rho^2 + 1) + \bar{v}_W^2 + 1] \quad (5.67)$$

$$R = \sqrt{1 - \frac{1}{3C^2}(4t^2 + 1)[\bar{v}_W^2(\bar{v}_\rho^2 + 1) - \bar{v}_\rho^4]} \quad (5.68)$$

$$N_1^{-2} = 3 \left(2m_2^2 + \bar{v}_\rho^2 - \frac{4}{3}\bar{v}_W^2 - \frac{1}{3} \right)^2 + (\bar{v}_\rho^2 - 1)^2(4t^2 + 1) \quad (5.69)$$

$$N_2^{-2} = 3 \left(2m_1^2 + \bar{v}_\rho^2 - \frac{4}{3}\bar{v}_W^2 - \frac{1}{3} \right)^2 + (\bar{v}_\rho^2 - 1)^2(4t^2 + 1) \quad (5.70)$$

5.5. O MDE do nêutron

A partir dos resultados do apêndice E podemos, finalmente, encontrar uma expressão para o MDE do nêutron no modelo 3-3-1 com léptons pesados. Sendo o MDE do nêutron dado em função de seus constituintes (ver apêndice D), temos

$$d_{n331} = \frac{4}{3}d_d - \frac{1}{3}d_u \quad (5.71)$$

onde

$$d_d = 0 \quad (5.72)$$

$$d_u = -e \sum_{\alpha=1}^3 \frac{G_{1\alpha}(V_R^u)_{\alpha 1}^\dagger (V_L^u)_{11}^\dagger m_J^2 |v_\eta|}{32\pi^2 (|v_\chi|^2 + |v_\eta|^2) m_{Y_2^+}^2} \times \left[F_+ + \frac{5}{3}F_- \right] \text{sen}(\theta_\chi) \quad (5.73)$$

sendo

$$F_\pm = -\frac{m_{Y_2^+}^2}{2m_u^2} \ln \left(\frac{m_{Y_2^+}^2}{m_J^2} \right) + \frac{m_{Y_2^+}^2}{2m_u^2 \Delta_u} \left(m_{Y_2^+}^2 \pm m_u^2 - m_J^2 \right) \times \ln \left(\frac{m_J^2 + m_{Y_2^+}^2 - m_u^2 + \Delta_u}{m_J^2 + m_{Y_2^+}^2 - m_u^2 - \Delta_u} \right) \quad (5.74)$$

$$\Delta_u^2 = \left[\left(m_{Y_2^+} + m_J \right)^2 - m_u^2 \right] \left[\left(m_{Y_2^+} - m_J \right)^2 - m_u^2 \right] \quad (5.75)$$

Substituindo em (5.71) as expressões para m_J e $m_{Y_2^+}$, e utilizando os valores numéricos considerados no capítulo 5.3.1, vemos que o MDE do nêutron, no modelo 3-3-1, depende de cinco parâmetros livres: $|v_\chi|$, θ_χ , $|\Omega|$, $|\alpha|$ e a_7 . Lembrando que as massas dos bósons V^\pm e $U^{\pm\pm}$ são proporcionais a $|v_\chi|^2$ (ver eq. (5.61)), espera-se que $|v_\chi|$ tenha um valor alto, o que explicaria o fato de nenhum destes bósons tenham sido detectados até então.

Sabemos que o atual limite experimental para o MDE é $|d_n| < 2.9 \times 10^{-26}$ e·cm, apresentaremos então os valores possíveis para os parâmetros livres do modelo 3-3-1, considerando $|d_{n331}| < 2.9 \times 10^{-26}$ e·cm. Nos gráficos a seguir, as áreas brancas correspondem a valores proibidos para os parâmetros considerados, enquanto que as áreas sombreadas correspondem aos valores permitidos. Para esta análise consideramos $|\Omega| = 0.1$ e $0 \text{ GeV} < |v_\chi| < 40000 \text{ GeV}$, o que corresponde a valores de m_J entre 0 e 4 TeV (ver eq. 5.51).

Começaremos nossa análise com os valores permitidos de $\text{sen} \theta_\chi$ e $|v_\chi|$ conforme alteramos o valor de $|\alpha|$, mantendo $a_7 = 10^{-4}$ (escolhemos um valor pequeno para a_7 por ele ser um dos parâmetros adimensionais do potencial escalar, desta forma mantendo a validade perturbativa do modelo). Na fig. 5.1, em todos os gráficos, vemos que as regiões permitidas são simétricas em torno do eixo $\text{sen} \theta_\chi = 0$, isto ocorre porque o seno é um fator global na eq. (5.71). No gráfico superior esquerdo, para $|\alpha| = 0.1 \text{ GeV}$, o seno pode assumir uma gama maior de valores para $|v_\chi| < 10000 \text{ GeV}$. Conforme $|\alpha|$ aumenta, esta

liberdade de valores para o seno passa a ser possível apenas para valores menores de $|v_\chi|$, sendo que no gráfico central a esquerda (para $|\alpha| = 1.5 \text{ GeV}$), esta liberdade desaparece e $\text{sen } \theta_\chi$ só pode assumir valores entre, aproximadamente, $-0,002$ e $0,002$. Continuando com o aumento de $|\alpha|$ a região de valores permitidos se estreita ainda mais, especialmente para valores mais baixos de $|v_\chi|$.

Na fig. 5.2 vemos os valores permitidos de $\text{sen } \theta_\chi$ e $|v_\chi|$ conforme alteramos o valor de a_7 , com $|\alpha| = 1 \text{ GeV}$ (escolhemos este valor para $|\alpha|$ porque, mais adiante, será possível ver que este valor é permitido para uma grande faixa de valores de $|v_\chi|$). Na fig. 5.2 vimos que a maior parte da região permitida se situa em $-0.003 < \text{sen } \theta_\chi < 0.003$, portanto confinaremos nossa análise do efeito da variação de a_7 entre estes valores. No gráfico superior a esquerda ($a_7 = 1 \times 10^{-5}$), quase toda a região mostrada é permitida. Com o aumento de a_7 até 1×10^{-2} a região permitida se torna cada vez mais estreita, situando-se em $-0.0002 < \text{sen } \theta_\chi < 0.0002$. Mais uma vez, ao menos até o terceiro gráfico ($a_7 = 1 \times 10^{-4}$), vemos que há uma liberdade maior para o valor do seno para regiões onde $|v_\chi|$ é menor.

Agora veremos os valores permitidos para $|v_\chi|$ e $|\alpha|$ conforme variamos $\text{sen } \theta_\chi$. Ao longo dos gráficos da fig. 5.3 mantivemos $a_7 = 1 \times 10^{-4}$ e variamos o seno de 1×10^{-4} até 4×10^{-3} . No topo, a esquerda, quase toda região dos parâmetros mostrada no gráfico é permitida. Com o aumento do valor do seno a região permitida se reduz, mantendo-se mais larga para valores mais altos de $|v_\chi|$. Esta situação muda no gráfico central a direita ($\text{sen } \theta_\chi = 1.5 \times 10^{-3}$), onde a região de valores permitidos se concentra na área de valores mais baixos de $|v_\chi|$, tornando-se cada vez menor conforme aumenta o valor do seno.

Continuamos a análise para os valores de $|v_\chi|$ e $|\alpha|$, desta vez variando os valores de a_7 (com $\text{sen } \theta_\chi = 5 \times 10^{-4}$). Na fig. 5.4, no gráfico superior esquerdo ($a_7 = 1 \times 10^{-5}$), a maior parte dos valores é permitido, com uma faixa mais ampla para $|\alpha|$ quanto maior o valor de $|v_\chi|$. Com o aumento de a_7 vemos que o limite superior da região permitida começa a assumir uma forma curva, ao mesmo tempo que a região de valores proibidos aumenta. Na passagem do gráfico central direito para o gráfico inferior esquerdo (passando de $a_7 = 2 \times 10^{-4}$ para $a_7 = 3 \times 10^{-4}$), a região de valores proibidos cresceu tanto que passa a dividir o gráfico em duas regiões distintas de valores permitidos. Por fim, com $a_7 = 4 \times 10^{-4}$ resta apenas uma pequena região para $|v_\chi| \lesssim 2000 \text{ GeV}$ e outra para $|v_\chi| \gtrsim 38000 \text{ GeV}$.

Nos resta ainda verificar os valores possíveis para a_7 e $|v_\chi|$. Comçaremos pela fig. 5.5, onde variamos $\text{sen } \theta_\chi$ de 1.5×10^{-4} até 4×10^{-3} . Para valores menores do seno (gráfico superior esquerdo) a_7 pode assumir diversos valores, especialmente para valores maiores de $|v_\chi|$ e valores positivos de a_7 . O aumento do seno leva a diminuição da região de valores permitidos, de maneira que quanto maior o seno menores os valores possíveis para a_7 , além de serem, em sua maioria, positivos.

Finalmente, veremos os valores possíveis para a_7 e $|v_\chi|$ conforme variamos $|\alpha|$. Co-

mecemos pelo gráfico superior esquerdo da fig. 5.6, onde vemos que a maior parte dos valores possíveis para a_7 se situa em $-0.001 < a_7 < 0.004$, exceto para valores muito pequenos de $|v_\chi|$. Com o aumento de $|\alpha|$ o lado esquerdo da região de valores permitidos se curva para baixo, permitindo cada vez mais valores negativos para a_7 . Como espera-se que $|v_\chi|$ seja alto, é provável que os valor de a_7 se situe entre ± 0.0003 (caso verifique-se a validade do modelo 3-3-1).

Apesar da análise feita até aqui, infelizmente, não pudemos especificar o valor de nenhum dos parâmetros do modelo. O resultado teórico depende de muitos parâmetros livres ($|v_\chi|$, θ_χ , $|\Omega|$, $|\alpha|$ e a_7), a serem comparados com um único resultado experimental. Como esperamos que $|v_\chi|$ tenha valores altos (de maneira que os novos bósons de gauge introduzidos pelo modelo tenham massas altas), observando as figs. 5.1 e 5.2, podemos esperar que $|\sin \theta_\chi| < 0.003$. Considerando esta estimativa, a partir da fig. 5.6 estimamos que a_7 não ultrapasse 0.0003. Assumindo estes dois limites para o seno e para a_7 , é possível crer que $|\alpha|$ esteja em torno de 1 GeV. Contudo, devemos lembrar que estas são estimativas bastante incertas, já que o modelo depende de muitos parâmetros a serem verificados.

Além disto, em nossos diagramas consideramos apenas loops formados pelos escalares da teoria. Caso considerássemos também os bósons vetoriais, é provável que ainda mais parâmetros do modelo estivessem presentes no resultado final do MDE, dificultando ainda mais a análise a ser realizada. Isto indica que para um melhor entendimento do modelo 3-3-1 com léptons pesados mais análises são necessárias, onde outras grandezas físicas possam ser comparadas com as previsões teóricas. Tendo isto, através da comparação de vários resultados, seria possível definir valores para os parâmetros e verificar a validade deste modelo.

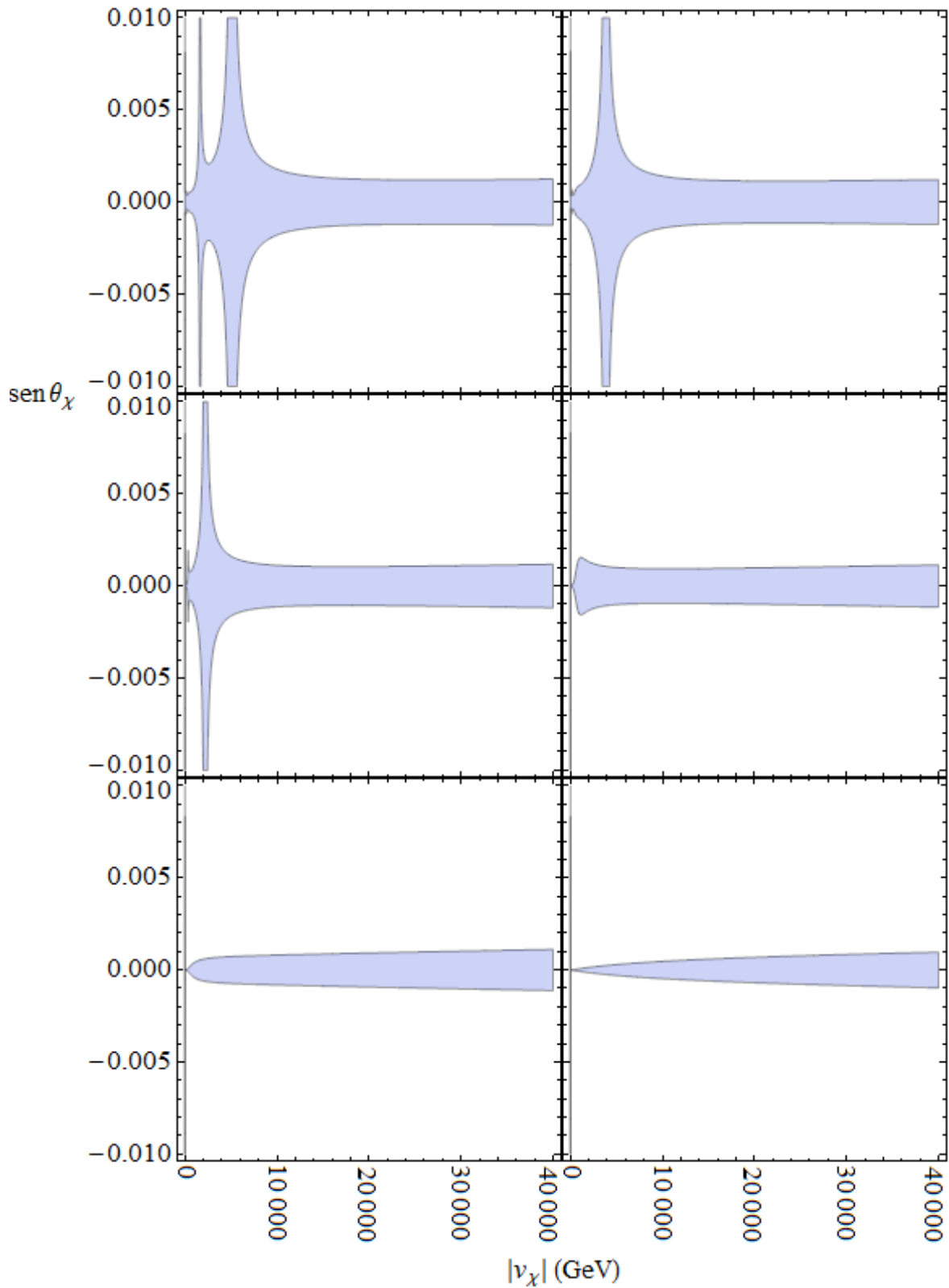


Figura 5.1.: Valores permitidos para $|v_\chi|$ e $\text{sen } \theta_\chi$, caso (a): $a_7 = 10^{-4}$; $|\alpha| = 0.1$ GeV, 0.5 GeV, 1 GeV, 1.5 GeV, 2 GeV e 5 GeV (da esquerda para a direita e de cima para baixo).

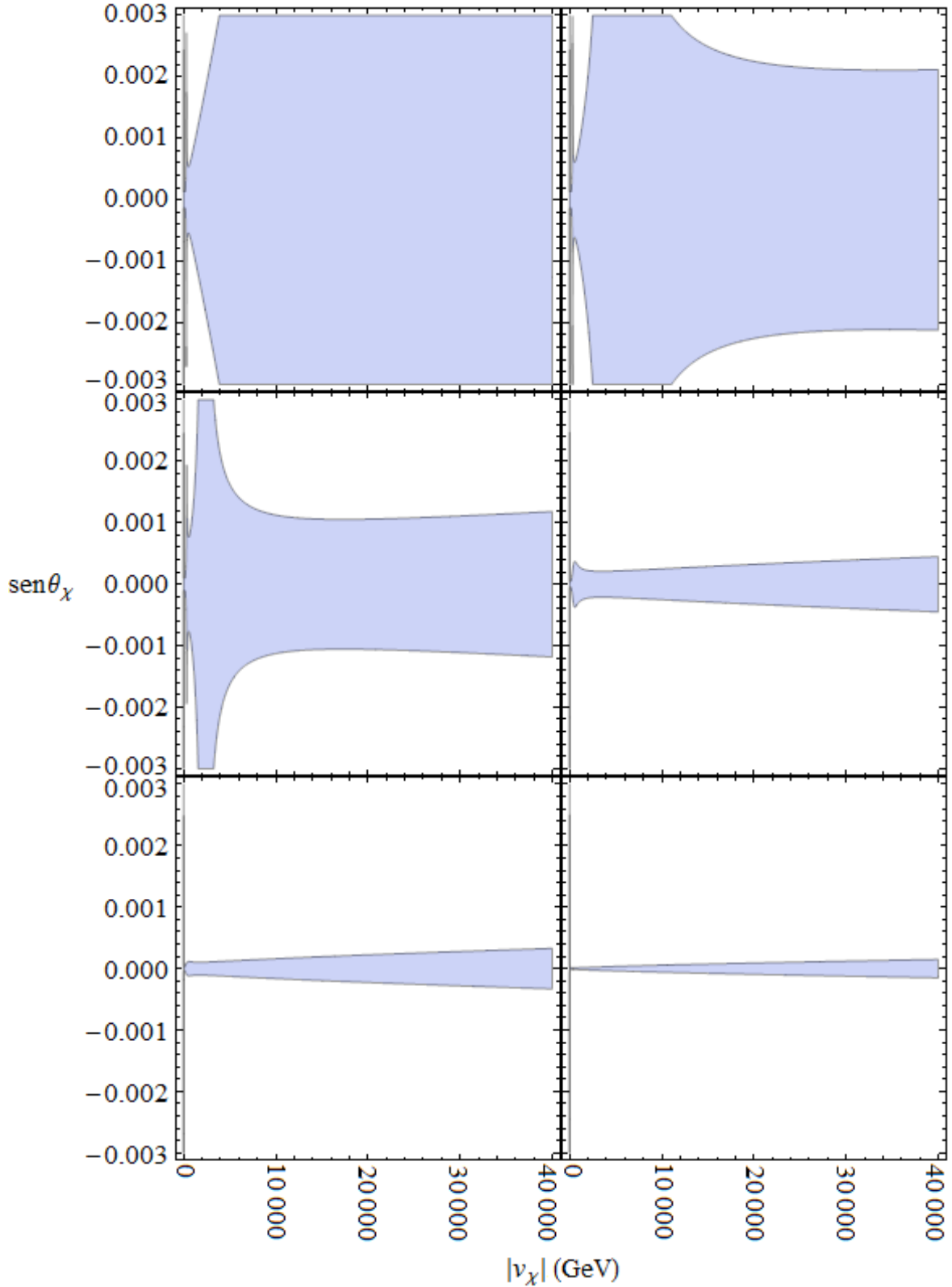


Figura 5.2.: Valores permitidos para $|v_\chi|$ e $\text{sen } \theta_\chi$, caso (b): $|\alpha| = 1 \text{ GeV}$; $a_7 = 1 \times 10^{-5}$, 5×10^{-5} , 1×10^{-4} , 5×10^{-4} , 1×10^{-3} e 1×10^{-2} (da esquerda para a direita e de cima para baixo).

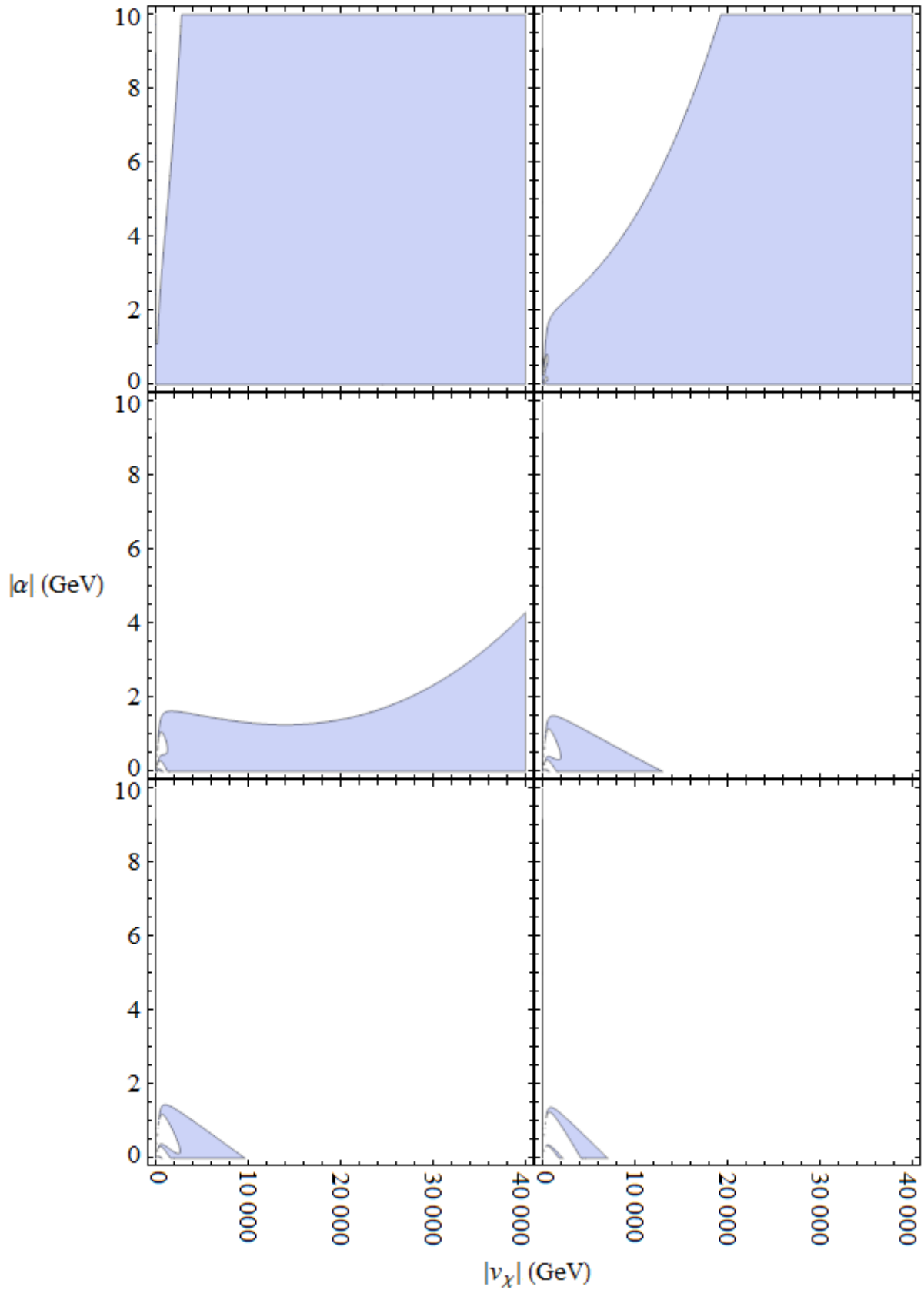


Figura 5.3.: Valores permitidos para $|v_\chi|$ e $|\alpha|$, caso (a): $a_7 = 1 \times 10^{-4}$; $\text{sen } \theta_\chi = 1 \times 10^{-4}$, 5×10^{-4} , 1×10^{-3} , 1.5×10^{-3} , 2×10^{-3} e 4×10^{-3} (da esquerda para a direita e de cima para baixo)

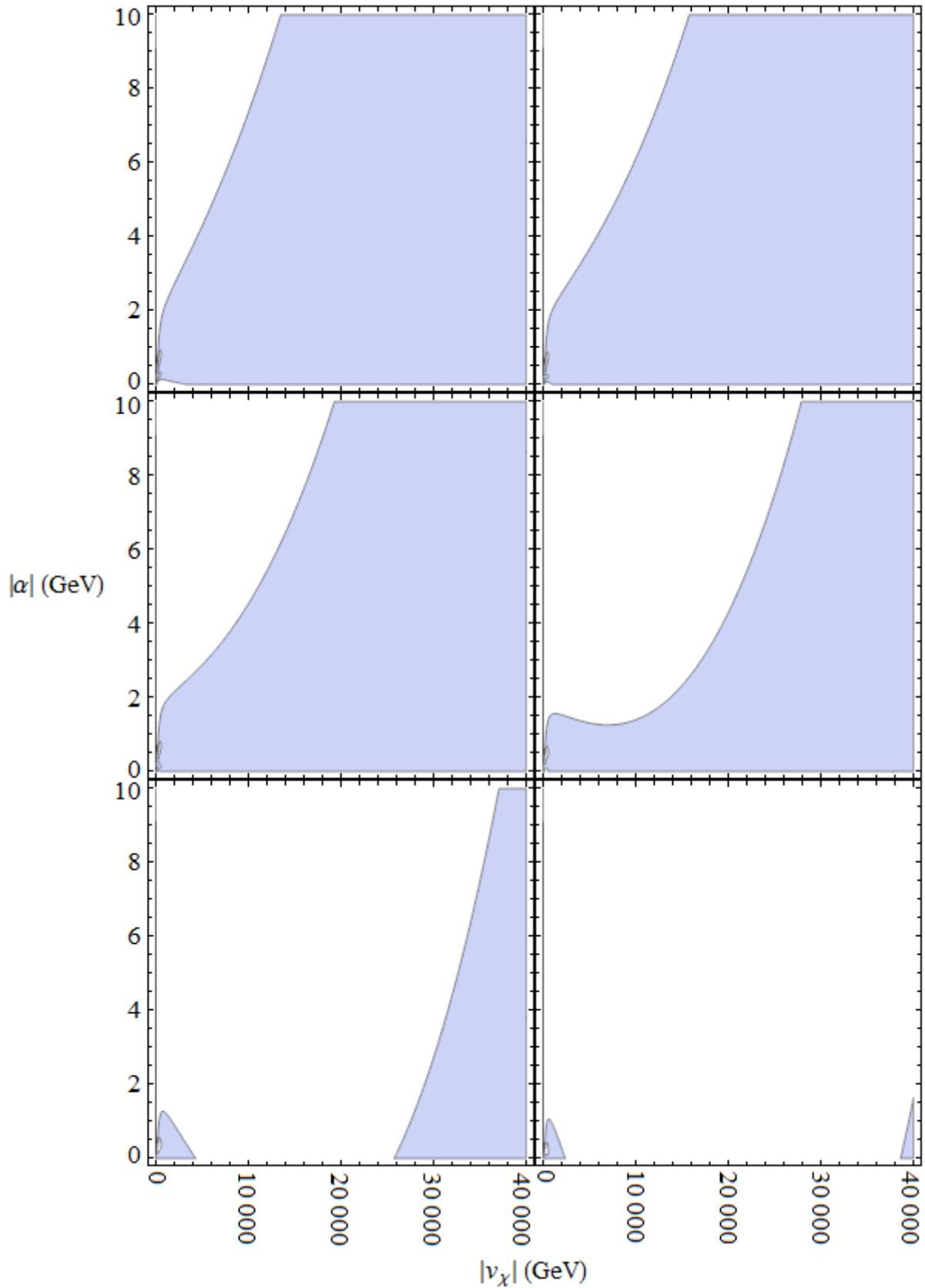


Figura 5.4.: Valores permitidos para $|v_\chi|$ e $|\alpha|$, caso (b): $\text{sen } \theta_\chi = 5 \times 10^{-4}$; $a_7 = 1 \times 10^{-5}$, 5×10^{-5} , 1×10^{-4} , 2×10^{-4} , 3×10^{-4} e 4×10^{-4} (da esquerda para a direita e de cima para baixo).

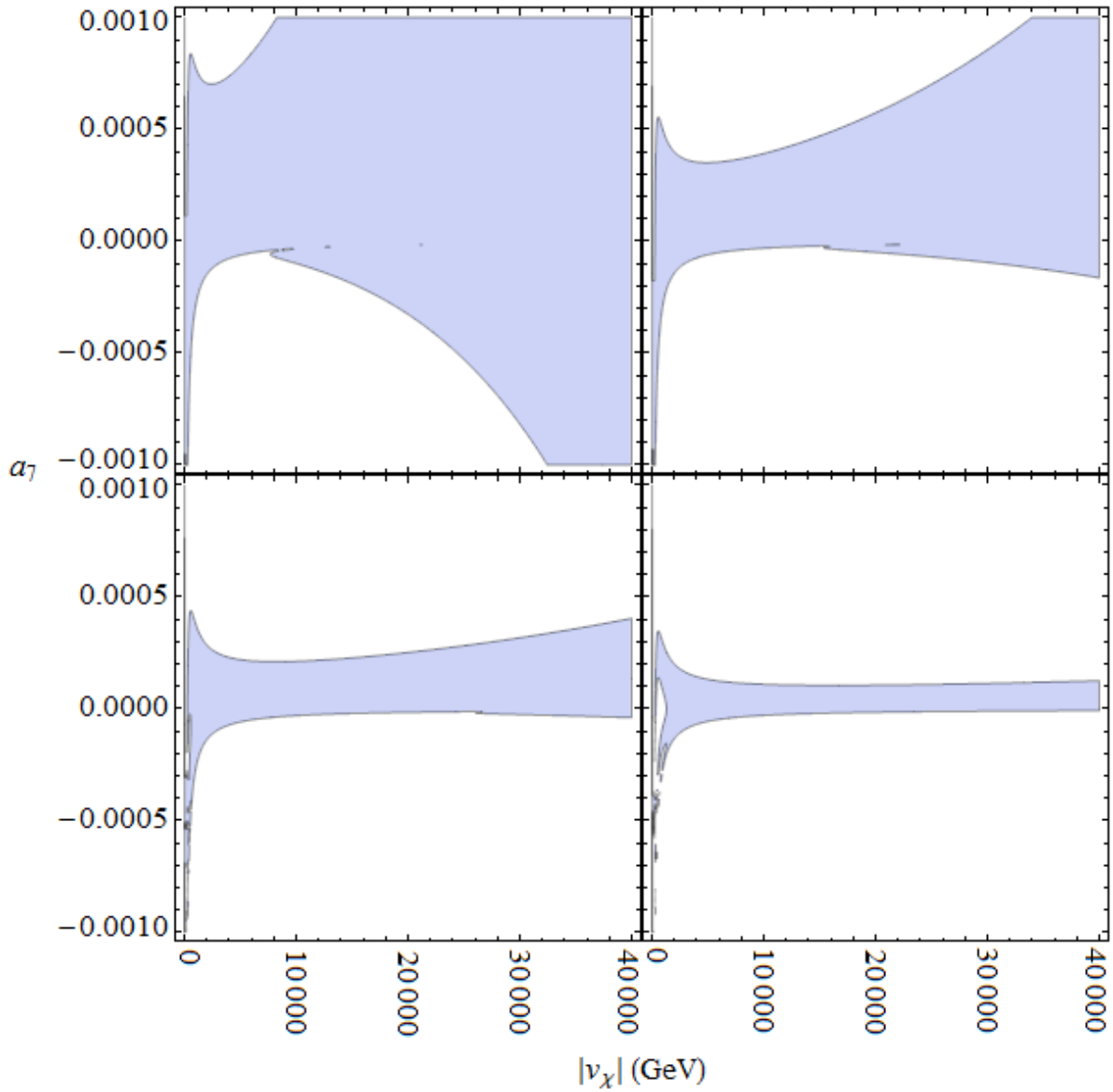


Figura 5.5.: Valores permitidos para $|v_\chi|$ e $|\alpha|$, caso (a): $|\alpha| = 1$ GeV; $\text{sen } \theta_\chi = 1.5 \times 10^{-4}$, 3×10^{-4} , 5×10^{-4} , 1×10^{-3} , 2×10^{-3} e 4×10^{-3} (da esquerda para a direita e de cima para baixo).

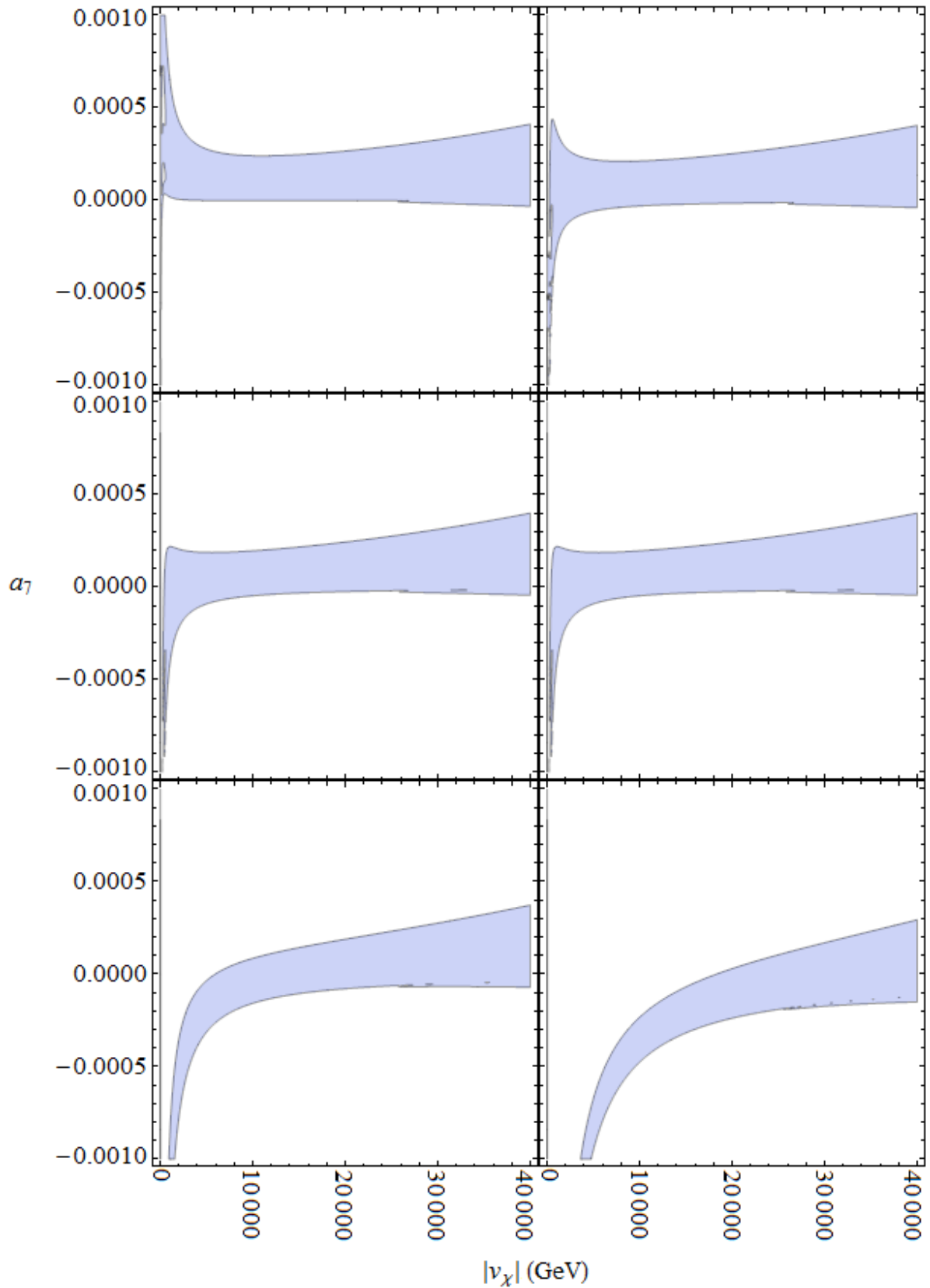


Figura 5.6.: Valores permitidos para $|v_\chi|$ e $|\alpha|$, caso (b): $\text{sen } \theta_\chi = 5 \times 10^{-4}$; $|\alpha| = 0.1 \text{ GeV}$, 1 GeV , 1.5 GeV , 2 GeV , 5 GeV e 15 GeV (da esquerda para a direita e de cima para baixo).

6

Conclusões

Com este trabalho pudemos estudar o MDE do nêutron no modelo 3-3-1 com léptons pesados. Após rever os princípios teóricos do estudo desta grandeza, e sua aplicação no Modelo Padrão, pudemos aplica-los ao nosso modelo de interesse.

Contudo, nosso resultado final ainda depende de muitas grandezas desconhecidas, sendo comparadas com apenas um resultado experimental. Foi possível verificar como tais grandezas se relacionam, e impor alguns limites sobre seus valores, mas, infelizmente, não pudemos precisar o valor de nenhuma delas.

Para que o modelo 3-3-1 seja melhor entendido é necessário que ele seja comparado com outros resultados experimentais. Desta forma, com mais informações em mãos, será possível conhecer melhor os valores dos seus parâmetros, e até mesmo defini-los com exatidão.



Conversão entre as representações da matriz CKM

A representação original da matriz CKM, apresentada por M. Kobayashi e T. Maskawa [36], é:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & -s_1 s_3 \\ s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 s_3 e^{i\delta} \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Na representação de Wolfenstein[29] temos:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4) \quad (\text{A.2})$$

Igualando estas duas matrizes podemos encontrar as seguintes relações

$$s_1^2 = s_1^2 c_2^2 + s_1^2 s_2^2 = \lambda^2 + A^2 \lambda^6 (1 - \rho - i\eta)^2 \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} s_1 &= \lambda \sqrt{1 + A^2 \lambda^4 (1 - \rho - i\eta)^2}, & c_1 &= 1 - \lambda^2/2 & c_2 &= -\lambda/s_1, \\ s_2 &= A\lambda^3 (1 - \rho - i\eta) / s_1, & c_3 &= -\lambda/s_1, & s_3 &= -A\lambda^3 (\rho - i\eta) / s_1 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$c_1 s_2 (c_3 + s_3) + c_2 s_3 (e^{i\delta} - e^{-i\delta}) = -A\lambda^2 + 1 \rightarrow \text{sen}\delta = \frac{1 - A\lambda^2 - c_1 s_2 (c_3 + s_2)}{2i c_2 s_3} \quad (\text{A.5})$$

Os parâmetros λ e ρ podem ser substituídos através das relações $\bar{\rho} = \rho(1 - \lambda^2/2)$ e $\bar{\eta} = \eta(1 - \lambda^2/2)$, aumentando a precisão desta parametrização. Desta maneira encontramos:

$$s_1 = \lambda \sqrt{1 + A^2 \lambda^4 \left(1 - \frac{\bar{\rho} - i\bar{\eta}}{1 - \lambda^2/2}\right)} \quad (\text{A.6})$$

$$c_1 = 1 - \lambda^2/2 \quad (\text{A.7})$$

$$s_2 = \frac{A\lambda^2 \left(1 - \frac{\bar{\rho} - i\bar{\eta}}{1 - \lambda^2/2}\right)}{\sqrt{1 + A^2 \lambda^4 \left(1 - \frac{\bar{\rho} - i\bar{\eta}}{1 - \lambda^2/2}\right)}} \quad (\text{A.8})$$

$$c_2 = \frac{-1}{\sqrt{1 + A^2 \lambda^4 \left(1 - \frac{\bar{\rho} - i\bar{\eta}}{1 - \lambda^2/2}\right)}} \quad (\text{A.9})$$

$$s_3 = \frac{A\lambda^2 \left(\frac{\bar{\rho} - i\bar{\eta}}{1 - \lambda^2/2}\right)}{\sqrt{1 + A^2 \lambda^4 \left(1 - \frac{\bar{\rho} - i\bar{\eta}}{1 - \lambda^2/2}\right)}} \quad (\text{A.10})$$

$$c_3 = \frac{-1}{\sqrt{1 + A^2 \lambda^4 \left(1 - \frac{\bar{\rho} - i\bar{\eta}}{1 - \lambda^2/2}\right)}} \quad (\text{A.11})$$

B

Valores experimentais

Os valores experimentais utilizados neste trabalho foram retirados do *Review of Particle Physics* de 2012 [29]. Listamos aqui os valores utilizados.

Constantes físicas	
$\hbar c$	$0,1973269718(44) \times 10^{-13} \text{ GeV} \cdot \text{cm}$
α	$7.2973525698(24) \times 10^{-3} = 1/137,035999074(44)$
α_s	0,1184(7)
G_F	$1,1663787(6) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$

Massas (GeV/c^2)	
M_W	80,385(15)
M_Z	91,1876(21)
m_u	$2,3 \times 10^{-3}$
m_d	$4,8 \times 10^{-3}$
m_s	95×10^{-3}
m_c	1,275
m_b	4,18
m_t	173,5

Parâmetros da matriz CKM	
A	0,811
λ	0,22535
$\bar{\rho}$	0,131
$\bar{\eta}$	0,345

Tabela B.1.: Valores experimentais utilizados neste trabalho.

C

Identidades matemáticas

C.1. Identidade de Gordon Generalizada

$$\begin{aligned}\bar{u}(p') i\sigma^{\mu\nu} (p'_\nu - p_\nu) \gamma_5 u(p) &= -\frac{1}{2} \bar{u}(p') [\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu] (p'_\nu - p_\nu) \gamma_5 u(p) \\ &= -\frac{1}{2} \bar{u}(p') [\gamma^\mu \not{p}' - \gamma^\mu \not{p} - \not{p}' \gamma^\mu + \not{p} \gamma^\mu] \gamma_5 u(p) \\ &= -\frac{1}{2} \bar{u}(p') [2p'^\mu - 2\not{p}' \gamma^\mu - 2\gamma^\mu \not{p} + 2p^\mu] \gamma_5 u(p) \\ &= \bar{u}(p') [-(p' + p)^\mu + \not{p}' \gamma^\mu + \gamma^\mu \not{p}] \gamma_5 u(p) \\ &= \bar{u}(p') [-(p' + p)^\mu \gamma_5 + \not{p}' \gamma^\mu \gamma_5 - \gamma^\mu \gamma_5 \not{p}] u(p) \\ &= \bar{u}(p') [-(p' + p)^\mu \gamma_5 + m\gamma^\mu \gamma_5 - m\gamma^\mu \gamma_5] u(p) \\ &= -\bar{u}(p') (p' + p)^\mu \gamma_5 u(p)\end{aligned}\tag{C.1}$$

onde, da 5a para a 6a linha utilizamos as soluções da equação de Dirac:

$$\begin{aligned}(\not{p} - m) u(p) &= 0 \\ \bar{u}(p') (\not{p}' - m) &= 0\end{aligned}\tag{C.2}$$

C.2. Parametrização de Feynman

$$\frac{1}{A_1 \cdots A_n} = \int_0^1 dx_1 \cdots dx_n \delta(x_1 + \cdots + x_n - 1) \frac{(n-1)!}{[x_1 A_1 + \cdots + x_n A_n]^n}\tag{C.3}$$

C.3. Integrais em l

$$\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{l^\mu}{D^3} = 0 \quad (\text{C.4})$$

$$\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{l^\mu l^\nu}{D^3} = \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{\frac{1}{4} g^{\mu\nu} l^2}{D^3} \quad (\text{C.5})$$

$$\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{1}{(l^2 - \Delta)^m} = \frac{i(-1)^m}{(4\pi)^2} \frac{1}{(m-1)(m-2)} \frac{1}{\Delta^{m-2}} \quad (\text{C.6})$$

onde a terceira equação é válida para $m > 2$.

D

MDE do nêutron a partir dos MDEs dos quarks

Adotando a explicação dada em [46], a função de onda do nêutron, no caso não-relativístico, pode ser escrita como

$$\psi_n = \psi_{\text{espacial}}\psi_{\text{spin}}\psi_{\text{sabor}}\psi_{\text{cor}} \quad (\text{D.1})$$

e, por ser um férmion, o produto destas funções deve ser antissimétrico pela troca de partículas. A parte relativa à cor, ψ_{cor} é antissimétrica, e no estado fundamental ψ_{espacial} é simétrica. Logo, o produto $\psi_{\text{spin}}\psi_{\text{sabor}}$ deve ser antissimétrico para que ψ_n também o seja. Assim sendo, podemos encontrar para a parte $\psi_{\text{spin}}\psi_{\text{sabor}}$ (que denotaremos por $|n\rangle$):

$$\begin{aligned} |n\rangle &= \frac{\sqrt{2}}{3} \left[\frac{1}{2}(\uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow)(udd - dud) + \frac{1}{2}(\uparrow\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow\uparrow)(dud - ddu) + \frac{1}{2}(\uparrow\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow\uparrow)(udd - ddu) \right] \\ &= \frac{1}{3\sqrt{2}} [-2u(\downarrow)d(\uparrow)d(\uparrow) + u(\uparrow)d(\downarrow)d(\uparrow) + u(\uparrow)d(\uparrow)d(\downarrow) + \text{permutações}] \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

onde as setas indicam as funções para o spin e as letras indicam as funções para o sabor.

A partir da eq. (2.15), pode-se ver que o operador para o MDE de um férmion elementar é dado por $d\vec{S}/|\vec{S}| = d\mathbf{S}$. Por estarmos considerando o estado fundamental do nêutron (e consequentemente, desprezando o momento angular orbital dos quarks), temos que o operador do MDE é dado pela soma dos operadores de MDE de cada quark (ou seja, o momento angular total é dado apenas pela soma dos spins)

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_n &= \mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2 + \mathbf{d}_3 \\ &= d_1\mathbf{S}_1 + d_2\mathbf{S}_2 + d_3\mathbf{S}_3 \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

onde \mathbf{d}_i corresponde ao operador do quark i . Com estas equações em mãos, podemos encontrar o MDE do nêutron, dado pelo valor esperado do operador da eq. (D.3), como sendo

$$\begin{aligned} d_n &= \langle n | \mathbf{d}_n | n \rangle \\ &= \frac{4}{3}d_d - \frac{1}{3}d_u \end{aligned} \tag{D.4}$$

E

Diagramas para o MDE

E.1. 1-loop, caso 1

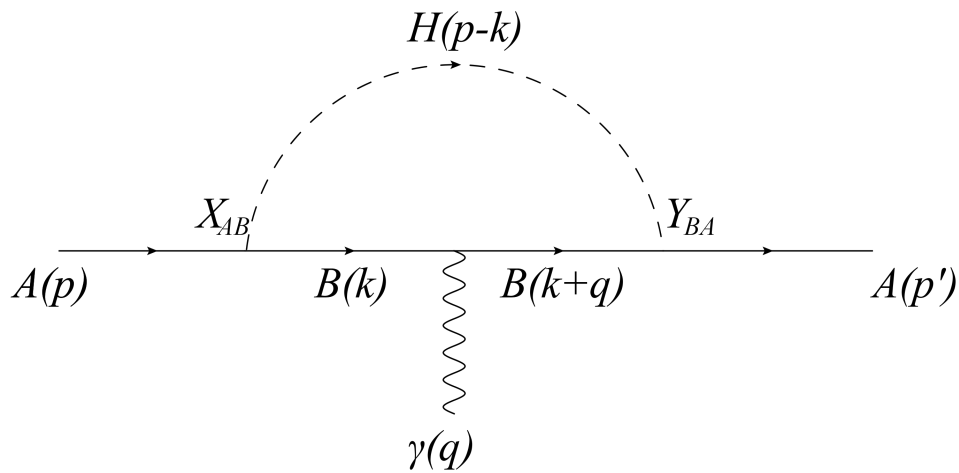


Figura E.1.: Um dos tipos de diagrama que contribui para o MDE em um loop. A e B indicam quarks, H indica um escalar neutro, γ indica o fóton, X_{AB} e Y_{BA} indicam as constantes de acoplamento dos vértices. Os momentos de cada linha estão indicados nos parênteses.

Neste primeiro caso, consideramos diagramas de 1-loop com um escalar ímpar por CP, onde o fóton está conectado na linha do quark que faz parte do loop. Para estes escalares os vértices possuem a forma $X_{AB}\gamma_5$ ou $Y_{BA}\gamma_5$, onde X_{AB} e Y_{BA} são um números reais. Com esta informação, a partir do diagrama da figura E.2 encontramos o seguinte vértice:

$$\begin{aligned}
 \Gamma^\mu &= X_{AB} Y_{BA} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (1 \pm \gamma_5) \gamma_5 \left[i \frac{\not{k} + m_b}{k^2 - m_b^2} \right] (-ie\gamma^\mu) \\
 &\quad \times \left[i \frac{\not{k} + \not{q} + m_b}{k^2 + q^2 + 2k \cdot q - m_b^2} \right] \left[\frac{i}{k^2 + p^2 - 2p \cdot k - m_H^2} \right] \gamma_5 (1 \pm \gamma_5) \\
 &= X_{AB} Y_{BA} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (\gamma_5 \mp 1) \left[i \frac{\not{k} + m_b}{k^2 - m_b^2} \right] (-ie\gamma^\mu) \\
 &\quad \times \left[i \frac{\not{k} + \not{q} + m_b}{k^2 + q^2 + 2k \cdot q - m_b^2} \right] \left[\frac{i}{k^2 + p^2 - 2p \cdot k - m_H^2} \right] (\gamma_5 \mp 1)
 \end{aligned} \tag{E.1}$$

onde m_b é a massa do quark B , m_H é a massa do escalar, X_{AB} e Y_{BA} indicam os vértices. Na primeira linha da equação acima, nos termos $(1 \pm \gamma_5)$ se utiliza o sinal $+$ quando o quark que entra no diagrama (quark A) for de mão direita e $-$ quando for de mão esquerda. Para a segunda linha estes sinais se invertem.

Utilizando a parametrização de Feynman (eq. (C.3)), o denominador se torna

$$\begin{aligned}
 D &= x(k^2 - m_b^2) + y(k^2 + q^2 + 2k \cdot q - m_b^2) + z(k^2 + p^2 - 2p \cdot k - m_H^2) \\
 &= k^2 + m_b^2(z - x - y) + yq^2 + 2yk \cdot q - 2zp \cdot k - zm_H^2
 \end{aligned} \tag{E.2}$$

Definindo:

$$l = k + yq - zp \tag{E.3}$$

$$l^2 = k^2 + y^2 q^2 + z^2 m_b^2 + 2yk \cdot q - 2zp \cdot k - 2yxq \cdot p \tag{E.4}$$

substituindo l em D :

$$D = l^2 + y(1 - y)q^2 - zm_H^2 + 2yzp \cdot q + m_b^2(z - z^2 - x - y) \tag{E.5}$$

Sabendo que:

$$p \cdot q = p \cdot (p' - p) = p \cdot p' - m_b^2 \tag{E.6}$$

$$q^2 = (p' - p)^2 = 2m_b^2 - 2p \cdot p' \tag{E.7}$$

podemos escrever

$$2p \cdot q = -q^2 \tag{E.8}$$

De maneira que o denominador se torna

$$\begin{aligned}
 D &= l^2 + (y(1 - y) - yz)q^2 - zm_H^2 + m_b^2(z - z^2 - x - y) \\
 &= l^2 + xyq^2 - zm_H^2 - m_b^2(z - 1)^2
 \end{aligned} \tag{E.9}$$

onde utilizamos $x + y + z = 1$ na passagem da primeira para a segunda linha.

Para o numerador temos:

$$\begin{aligned}
 N^\mu &= (\not{k} + m_b) \gamma^\mu (\not{k} + \not{q} + m_b) \\
 &= (\not{l} - y\not{q} + z\not{p} + m_b) \gamma^\mu (\not{l} + (1-y)\not{q} + z\not{p} + m_b) \\
 &= (\not{l} - y\not{p}' + (z+y)\not{p} + m_b) \gamma^\mu (\not{l} + (1-y)\not{p}' + (z+y-1)\not{p} + m_b) \\
 &= \not{l}\gamma^\mu\not{l} + m_b\not{l}\gamma^\mu + (1-y)\not{l}\gamma^\mu\not{p}' + (z+y-1)\not{l}\gamma^\mu\not{p} + m_b\gamma^\mu\not{l} + m_b^2\gamma^\mu \\
 &\quad + m_b(1-y)\gamma^\mu\not{p}' + m_b(z+y-1)\gamma^\mu\not{p} - y\not{p}'\gamma^\mu\not{l} - ym_b\not{p}'\gamma^\mu \\
 &\quad - y(1-y)\not{p}'\gamma^\mu\not{p}' - y(z+y-1)\not{p}'\gamma^\mu\not{p} + (y+z)\not{p}\gamma^\mu\not{l} + m_b(y+z)\not{p}\gamma^\mu \\
 &\quad + (y+z)(1-y)\not{p}\gamma^\mu\not{p}' + (y+z)(z+y-1)\not{p}\gamma^\mu\not{p}
 \end{aligned} \tag{E.10}$$

Desprezando os termos lineares em l , devido a identidade da eq. C.4:

$$\begin{aligned}
 N^\mu &= \not{l}\gamma^\mu\not{l} + m_b^2\gamma^\mu + m_b(1-y)\gamma^\mu\not{p}' + m_b(z+y-1)\gamma^\mu\not{p} - ym_b\not{p}'\gamma^\mu \\
 &\quad - y(1-y)\not{p}'\gamma^\mu\not{p}' - y(z+y-1)\not{p}'\gamma^\mu\not{p} + m_b(y+z)\not{p}\gamma^\mu \\
 &\quad + (y+z)(1-y)\not{p}\gamma^\mu\not{p}' + (y+z)(z+y-1)\not{p}\gamma^\mu\not{p}
 \end{aligned} \tag{E.11}$$

Com as identidades:

$$\begin{aligned}
 \not{p}\gamma^\mu\not{p} &= p_\alpha p_\beta \gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\beta \\
 &= p_\alpha p_\beta \gamma^\alpha (2g^{\mu\beta} - \gamma^\beta \gamma^\mu) \\
 &= 2p^\mu \not{p} - \not{p}\not{p}\gamma^\mu \\
 &= 2p^\mu \not{p} - m_b^2 \gamma^\mu
 \end{aligned} \tag{E.12}$$

$$\begin{aligned}
 \not{p}\gamma^\mu &= p_\alpha \gamma^\alpha \gamma^\mu \\
 &= p_\alpha (2g^{\alpha\mu} - \gamma^\mu \gamma^\alpha) \\
 &= 2p^\mu - \gamma^\mu \not{p}
 \end{aligned} \tag{E.13}$$

$$\begin{aligned}
 \gamma^\mu \not{p}' &= p'_\alpha \gamma^\mu \gamma^\alpha \\
 &= p'_\alpha (2g^{\alpha\mu} - \gamma^\alpha \gamma^\mu) \\
 &= 2p'^\mu - \not{p}'\gamma^\mu
 \end{aligned} \tag{E.14}$$

$$\begin{aligned}
 \not{p}\gamma^\mu\not{p}' &= p_\alpha p'_\beta \gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\beta \\
 &= p_\alpha p'_\beta \gamma^\alpha (2g^{\beta\mu} - \gamma^\beta \gamma^\mu) \\
 &= p_\alpha p'_\beta (2g^{\beta\mu} \gamma^\alpha - \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\mu) \\
 &= p_\alpha p'_\beta (2g^{\beta\mu} \gamma^\alpha - 2g^{\alpha\beta} + \gamma^\beta \gamma^\alpha \gamma^\mu) \\
 &= p_\alpha p'_\beta (2g^{\beta\mu} \gamma^\alpha - 2g^{\alpha\beta} + 2g^{\alpha\mu} \gamma^\beta - \gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\alpha) \\
 &= 2p'^\mu \not{p} - 2p \cdot p' + 2p^\mu \not{p}' - \not{p}'\gamma^\mu \not{p}
 \end{aligned} \tag{E.15}$$

podemos reescrever o numerador do seguinte modo:

$$\begin{aligned}
 N^\mu &= m_b^2 \gamma^\mu + m_b(1-y) [2p'^\mu - \not{p}' \gamma^\mu] + m_b(z+y-1) \gamma^\mu \not{p} - m_b y \not{p}' \gamma^\mu \\
 &\quad - y(1-y) [2p'^\mu \not{p}' - m_b^2 \gamma^\mu] - y(z+y-1) \not{p}' \gamma^\mu \not{p} \\
 &\quad + m_b(y+z) [2p^\mu - \gamma^\mu \not{p}] + (y+z)(1-y) [2p'^\mu \not{p} - 2p \cdot p' + 2p^\mu \not{p}' - \not{p}' \gamma^\mu \not{p}] \\
 &\quad (y+z)(z+y-1) [2p^\mu \not{p} - m_b^2 \gamma^\mu]
 \end{aligned} \tag{E.16}$$

Pudemos agora reescrever o numerador. Este termo está multiplicado pela direita e pela esquerda por $(\gamma_5 \mp 1)$, mas estamos procurando termos onde só exista uma única matriz γ_5 , para que possamos identifica-lo com vértice do MDE. Assim, nos interessam apenas os casos $N_E^\mu = \gamma_5 N^\mu$ e $N_D^\mu = N^\mu \gamma_5$.

Para o caso $N_E^\mu = \gamma_5 N^\mu$, utilizando as identidades $\bar{u}(p') \not{p}' = m_b \bar{u}(p')$ e $\not{p} u(p) = m_b u(p)$ (lembrando que devemos anticomutar γ_5), encontramos

$$\begin{aligned}
 N_E^\mu &= \gamma_5 \left\{ m_b^2 \gamma^\mu + m_b(1-y) [2p'^\mu + m_b \gamma^\mu] + m_b^2(z+y-1) \gamma^\mu \right. \\
 &\quad + m_b^2 y \gamma^\mu - y(1-y) [-2m_b p'^\mu - m_b^2 \gamma^\mu] + m_b^2 y(z+y-1) \\
 &\quad + m_b(y+z) [2p^\mu - m_b \gamma^\mu] + \\
 &\quad (y+z)(1-y) [2m_b p'^\mu - 2p \cdot p' - 2m_b p^\mu + m_b^2 \gamma^\mu] \\
 &\quad \left. + (y+z)(z+y-1) [2m_b p^\mu - m_b^2 \gamma^\mu] \right\} \\
 &= 2m_b p^\mu [(y+z) - (y+z)(1-y) + (y+z)(z+y-1)] \gamma_5 \\
 &\quad 2m_b p'^\mu [(1-y) + y(1-y) + (y+z)(1-y)] \gamma_5 + \dots
 \end{aligned} \tag{E.17}$$

Para o caso $N_D^\mu = N^\mu \gamma_5$:

$$\begin{aligned}
 N_D^\mu &= \left\{ m_b^2 \gamma^\mu + m_b(1-y) [2p'^\mu - m_b \gamma^\mu] - m_b^2(z+y-1) \gamma^\mu - m_b^2 \gamma^\mu \right. \\
 &\quad - y(1-y) [2m_b p'^\mu - m_b^2 \gamma^\mu] + m_b^2 y(z+y-1) \gamma^\mu \\
 &\quad + m_b^2(y+z) [2p^\mu + m_b \gamma^\mu] \\
 &\quad + (y+z)(1-y) [-2m_b p'^\mu - 2p \cdot p' + 2m_b p^\mu + m_b^2 \gamma^\mu] \\
 &\quad \left. + (y+z)(z+y-1) [-2m_b p^\mu - m_b^2 \gamma^\mu] \right\} \gamma_5 \\
 &= 2m_b p^\mu [(y+z) + (y+z)(1-y) - (y+z)(z+y-1)] \gamma_5 \\
 &\quad 2m_b p'^\mu [(1-y) - y(1-y) - (y+z)(1-y)] \gamma_5 + \dots
 \end{aligned} \tag{E.18}$$

Somando N_E^μ e N_D^μ

$$\begin{aligned}
 N_E^\mu + N_D^\mu &= 4m_b p'^\mu [1-y] \gamma_5 + 4m_b p^\mu [y+z] \gamma_5 + \dots \\
 &= 4m_b p'^\mu [1-y] \gamma_5 + 4m_b p^\mu [1-x] \gamma_5 + \dots \\
 &= 4m_b (p'^\mu + p^\mu) \gamma_5 - 4m_b y p'^\mu \gamma_5 - 4m_b x p^\mu \gamma_5 + \dots
 \end{aligned} \tag{E.19}$$

onde utilizamos $x + y + z = 1$.

Retornando a expressão para o vértice (eq. E.30), substituindo o numerador e o denominador que encontramos, ela se torna

$$\begin{aligned} \Gamma^\mu = & -eX_{AB}Y_{BA}4m_b \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} dx dy dz \delta(x + y + z - 1) \times \\ & \left\{ \frac{(p'^\mu + p^\mu) \gamma_5}{[l^2 + xyq^2 - zm_H^2 - m_b^2(z-1)^2]^3} \right. \\ & - \frac{yp'^\mu \gamma_5}{[l^2 + xyq^2 - zm_H^2 - m_b^2(z-1)^2]^3} \\ & \left. - \frac{xp^\mu \gamma_5}{[l^2 + xyq^2 - zm_H^2 - m_b^2(z-1)^2]^3} \right\} + \dots \end{aligned} \quad (\text{E.20})$$

É possível ver que nos dois últimos termos podemos trocar x por y sem alterar a integral. Neste caso

$$\begin{aligned} \Gamma^\mu = & -eX_{AB}Y_{BA}4m_b \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} dx dy dz \delta(x + y + z - 1) \times \\ & \left\{ \frac{(1-y)(p'^\mu + p^\mu) \gamma_5}{[l^2 + xyq^2 - zm_H^2 - m_b^2(z-1)^2]^3} \right\} + \dots \end{aligned} \quad (\text{E.21})$$

Utilizando a identidade (ver eq. C.1):

$$\bar{u}(p') i\sigma^{\mu\nu} (p'_\nu - p_\nu) \gamma_5 u(p) = -\bar{u}(p') (p' + p)^\mu \gamma_5 u(p) \quad (\text{E.22})$$

Podemos reescrever o vértice como

$$\begin{aligned} \Gamma^\mu = & ieX_{AB}Y_{BA}4m_b \sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma_5 \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} dx dy dz \delta(x + y + z - 1) \times \\ & \frac{(1-y)}{[l^2 + xyq^2 - zm_H^2 - m_b^2(z-1)^2]^3} + \dots \end{aligned} \quad (\text{E.23})$$

Integrando em l (com uso da eq. (C.6)):

$$\begin{aligned} \Gamma^\mu = & \frac{eX_{AB}Y_{BA}2m_b}{(4\pi)^2} \sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma_5 \int dx dy dz \delta(x + y + z - 1) \times \\ & \frac{(1-y)}{[-xyq^2 + zm_H^2 + m_b^2(z-1)^2]} + \dots \end{aligned} \quad (\text{E.24})$$

Na equação acima, comparando com a eq. 2.9, podemos identificar o fator de forma que dá origem ao MDE:

$$d(q^2) = \text{Im} \left\{ \frac{eX_{AB}Y_{BA}2m_b}{(4\pi)^2} \int dx dy dz \delta(x+y+z-1) \times \frac{(1-y)}{[-xyq^2 + zm_H^2 + m_b^2(z-1)^2]} \right\} \quad (\text{E.25})$$

Em $q = 0$:

$$d = \text{Im} \left\{ \frac{eX_{AB}Y_{BA}2m_b}{(4\pi)^2} \int dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{(1-y)}{[zm_H^2 + m_b^2(z-1)^2]} \right\} \quad (\text{E.26})$$

Podemos integrar primeiro em x utilizando a delta de Dirac. Assim, encontramos os seguintes intervalos de integração:

$$0 \leq x \leq 1 \quad \rightarrow \quad 0 \leq 1-y-z \leq 1 \quad \rightarrow \quad 1-z \geq y \geq -z \quad (\text{E.27})$$

$$0 \geq z \geq 1 \quad (\text{E.28})$$

Após a integral em x temos:

$$\begin{aligned} d &= \text{Im} \left\{ \frac{eX_{AB}Y_{BA}2m_b}{(4\pi)^2} \int_0^1 dz \int_{-z}^{1-z} dy \frac{(1-y)}{[zm_H^2 + m_b^2(z-1)^2]} \right\} \\ &= \text{Im} \left\{ \frac{2eX_{AB}Y_{BA}}{(4\pi)^2 m_b} \int_0^1 dz \frac{(1/2+z)}{\left[z \frac{m_H^2}{m_b^2} + (z-1)^2 \right]} \right\} \end{aligned} \quad (\text{E.29})$$

que é a expressão final para a contribuição ao MDE dada pelo diagrama da fig. E.2. Contudo, X_{AB} , Y_{BA} e a inetgral são reais. Desta forma, a contribuição dos escalares neutros para o MDE do nêutron é nula.

E.2. 1-loop, caso 2

Neste segundo caso, consideramos diagramas de 1-loop com um escalar (neutro ou carregado), onde o fóton está conectado na linha do quark que faz parte do loop. Para estes escalares os vértices são apenas números, a princípio complexos. Desta forma, a partir do diagrama da figura E.2, encontramos o seguinte vértice:

$$\begin{aligned} \Gamma^\mu &= X_{AB}Y_{BA} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} (1 \pm \gamma_5) \left[i \frac{\not{k} + m_b}{k^2 - m_b^2} \right] (-ie\gamma^\mu) \\ &\times \left[i \frac{\not{k} + \not{q} + m_b}{k^2 + q^2 + 2k \cdot q - m_b^2} \right] \left[\frac{i}{k^2 + p^2 - 2p \cdot k - m_H^2} \right] (1 \pm \gamma_5) \end{aligned} \quad (\text{E.30})$$

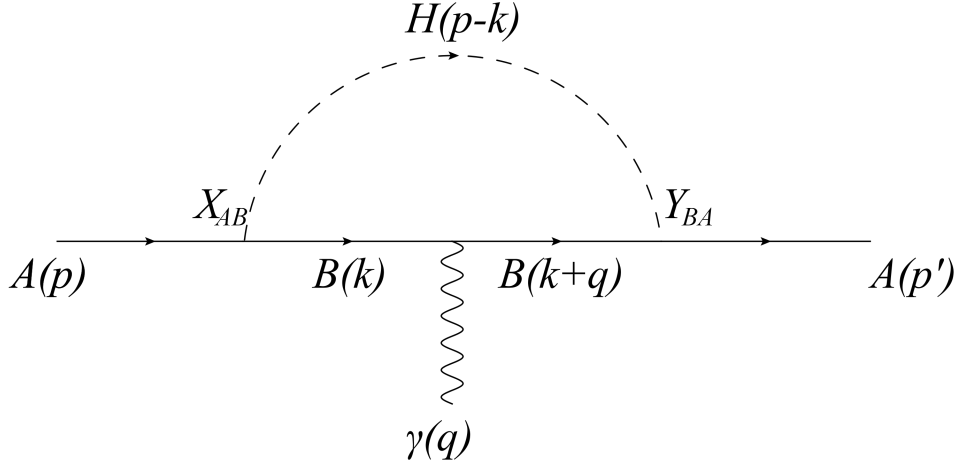


Figura E.2.: Um dos tipos de diagrama que contribui para o MDE em um loop. A e B indicam quarks, H indica um escalar, γ indica o fóton, X_{AB} e Y_{BA} indicam as constantes de acoplamento dos vértices. Os momentos de cada linha estão indicados nos parênteses.

onde, na equação acima, nos termos $(1 \pm \gamma_5)$ se utiliza o sinal $+$ quando o quark que entra no diagrama (quark A) for de mão direita e $-$ quando for de mão esquerda.

Utilizando a parametrização de Feynman (eq. (C.3)), o denominador se torna

$$\begin{aligned} D &= x(k^2 - m_b^2) + y(k^2 + q^2 + 2k \cdot q - m_b^2) + z(k^2 + p^2 - 2p \cdot k - m_H^2) \\ &= k^2 + m_b^2(z - x - y) + yq^2 + 2yk \cdot q - 2zp \cdot k - zm_H^2 \end{aligned} \quad (\text{E.31})$$

Definindo:

$$l = k + yq - zp \quad (\text{E.32})$$

$$l^2 = k^2 + y^2q^2 + z^2m_b^2 + 2yk \cdot q - 2zp \cdot k - 2yxq \cdot p \quad (\text{E.33})$$

substituindo l em D :

$$D = l^2 + y(1 - y)q^2 - zm_H^2 + 2y zp \cdot q + m_b^2(z - z^2 - x - y) \quad (\text{E.34})$$

Sabendo que:

$$p \cdot q = p \cdot (p' - p) = p \cdot p' - m_b^2 \quad (\text{E.35})$$

$$q^2 = (p' - p)^2 = 2m_b^2 - 2p \cdot p' \quad (\text{E.36})$$

podemos escrever

$$2p \cdot q = -q^2 \quad (\text{E.37})$$

De maneira que o denominador se torna

$$\begin{aligned} D &= l^2 + (y(1-y) - yz)q^2 - zm_H^2 + m_b^2(z - z^2 - x - y) \\ &= l^2 + xyq^2 - zm_H^2 - m_b^2(z-1)^2 \end{aligned} \quad (\text{E.38})$$

onde utilizamos $x + y + z = 1$ na passagem da primeira para a segunda linha.

Para o numerador temos:

$$\begin{aligned} N^\mu &= (\not{k} + m_b) \gamma^\mu (\not{k} + \not{q} + m_b) \\ &= (\not{l} - y\not{q} + z\not{p} + m_b) \gamma^\mu (\not{l} + (1-y)\not{q} + z\not{p} + m_b) \\ &= (\not{l} - y\not{p}' + (z+y)\not{p} + m_b) \gamma^\mu (\not{l} + (1-y)\not{p}' + (z+y-1)\not{p} + m_b) \\ &= \not{l}\gamma^\mu\not{l} + m_b\not{l}\gamma^\mu + (1-y)\not{l}\gamma^\mu\not{p}' + (z+y-1)\not{l}\gamma^\mu\not{p} + m_b\gamma^\mu\not{l} + m_b^2\gamma^\mu \\ &\quad + m_b(1-y)\gamma^\mu\not{p}' + m_b(z+y-1)\gamma^\mu\not{p} - y\not{p}'\gamma^\mu\not{l} - ym_b\not{p}'\gamma^\mu \\ &\quad - y(1-y)\not{p}'\gamma^\mu\not{p}' - y(z+y-1)\not{p}'\gamma^\mu\not{p} + (y+z)\not{p}\gamma^\mu\not{l} + m_b(y+z)\not{p}\gamma^\mu \\ &\quad + (y+z)(1-y)\not{p}\gamma^\mu\not{p}' + (y+z)(z+y-1)\not{p}\gamma^\mu\not{p} \end{aligned} \quad (\text{E.39})$$

Desprezando os termos lineares em l , devido a identidade da eq. C.4:

$$\begin{aligned} N^\mu &= \not{l}\gamma^\mu\not{l} + m_b^2\gamma^\mu + m_b(1-y)\gamma^\mu\not{p}' + m_b(z+y-1)\gamma^\mu\not{p} - ym_b\not{p}'\gamma^\mu \\ &\quad - y(1-y)\not{p}'\gamma^\mu\not{p}' - y(z+y-1)\not{p}'\gamma^\mu\not{p} + m_b(y+z)\not{p}\gamma^\mu \\ &\quad + (y+z)(1-y)\not{p}\gamma^\mu\not{p}' + (y+z)(z+y-1)\not{p}\gamma^\mu\not{p} \end{aligned} \quad (\text{E.40})$$

Com as identidades das nas eqs. E.12-E.15 podemos reescrever o numerador do seguinte modo:

$$\begin{aligned} N^\mu &= m_b^2\gamma^\mu + m_b(1-y) [2p'^\mu - \not{p}'\gamma^\mu] + m_b(z+y-1)\gamma^\mu\not{p} - m_by\not{p}'\gamma^\mu \\ &\quad - y(1-y) [2p'^\mu\not{p}' - m_b^2\gamma^\mu] - y(z+y-1)\not{p}'\gamma^\mu\not{p} \\ &\quad + m_b(y+z) [2p^\mu - \gamma^\mu\not{p}] + (y+z)(1-y) [2p'^\mu\not{p} - 2p \cdot p' + 2p^\mu\not{p}' - \not{p}'\gamma^\mu\not{p}] \\ &\quad (y+z)(z+y-1) [2p^\mu\not{p} - m_b^2\gamma^\mu] \end{aligned} \quad (\text{E.41})$$

Pudemos agora reescrever o numerador. Este termo está multiplicado pela direita e pela esquerda por $(1 \pm \gamma_5)$, mas estamos procurando termos onde só exista uma única matriz γ_5 , para que possamos identifica-lo com vértice do MDE. Assim, nos interessam apenas os casos $N_E^\mu = \gamma_5 N^\mu$ e $N_D^\mu = N^\mu \gamma_5$.

Para o caso $N_E^\mu = \gamma_5 N^\mu$, utilizando as identidades $\bar{u}(p') \not{p}' = m_b \bar{u}(p')$ e $\not{p} u(p) = m_b u(p)$

(lembrando que devemos anticomutar γ_5), encontramos

$$\begin{aligned}
 N_E^\mu &= \gamma_5 \left\{ m_b^2 \gamma^\mu + m_b(1-y) [2p'^\mu + m_b \gamma^\mu] + m_b^2(z+y-1)\gamma^\mu \right. \\
 &\quad + m_b^2 y \gamma^\mu - y(1-y) [-2m_b p'^\mu - m_b^2 \gamma^\mu] + m_b^2 y(z+y-1) \\
 &\quad + m_b(y+z) [2p^\mu - m_b \gamma^\mu] + \\
 &\quad (y+z)(1-y) [2m_b p'^\mu - 2p \cdot p' - 2m_b p^\mu + m_b^2 \gamma^\mu] \\
 &\quad \left. + (y+z)(z+y-1) [2m_b p^\mu - m_b^2 \gamma^\mu] \right\} \\
 &= 2m_b p^\mu [(y+z) - (y+z)(1-y) + (y+z)(z+y-1)] \gamma_5 \\
 &\quad + 2m_b p'^\mu [(1-y) + y(1-y) + (y+z)(1-y)] \gamma_5 + \dots
 \end{aligned} \tag{E.42}$$

Para o caso $N_D^\mu = N^\mu \gamma_5$:

$$\begin{aligned}
 N_D^\mu &= \left\{ m_b^2 \gamma^\mu + m_b(1-y) [2p'^\mu - m_b \gamma^\mu] - m_b^2(z+y-1)\gamma^\mu - m_b^2 \gamma^\mu \right. \\
 &\quad - y(1-y) [2m_b p'^\mu - m_b^2 \gamma^\mu] + m_b^2 y(z+y-1)\gamma^\mu \\
 &\quad + m_b^2(y+z) [2p^\mu + m_b \gamma^\mu] \\
 &\quad + (y+z)(1-y) [-2m_b p'^\mu - 2p \cdot p' + 2m_b p^\mu + m_b^2 \gamma^\mu] \\
 &\quad \left. + (y+z)(z+y-1) [-2m_b p^\mu - m_b^2 \gamma^\mu] \right\} \gamma_5 \\
 &= 2m_b p^\mu [(y+z) + (y+z)(1-y) - (y+z)(z+y-1)] \gamma_5 \\
 &\quad + 2m_b p'^\mu [(1-y) - y(1-y) - (y+z)(1-y)] \gamma_5 + \dots
 \end{aligned} \tag{E.43}$$

Somando N_E^μ e N_D^μ

$$\begin{aligned}
 N_E^\mu + N_D^\mu &= 4m_b p'^\mu [1-y] \gamma_5 + 4m_b p^\mu [y+z] \gamma_5 + \dots \\
 &= 4m_b p'^\mu [1-y] \gamma_5 + 4m_b p^\mu [1-x] \gamma_5 + \dots \\
 &= 4m_b (p'^\mu + p^\mu) \gamma_5 - 4m_b y p'^\mu \gamma_5 - 4m_b x p^\mu \gamma_5 + \dots
 \end{aligned} \tag{E.44}$$

onde utilizamos $x + y + z = 1$.

Retornando a expressão para o vértice (eq. E.30), substituindo o numerador e o denominador que encontramos, ela se torna

$$\begin{aligned}
 \Gamma^\mu &= -e X_{AB} Y_{BA} 4m_b \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} dx dy dz \delta(x+y+z-1) \times \\
 &\quad \left\{ \frac{(p'^\mu + p^\mu) \gamma_5}{[l^2 + xyq^2 - zm_H^2 - m_b^2(z-1)^2]^3} \right. \\
 &\quad - \frac{yp'^\mu \gamma_5}{[l^2 + xyq^2 - zm_H^2 - m_b^2(z-1)^2]^3} \\
 &\quad \left. - \frac{xp^\mu \gamma_5}{[l^2 + xyq^2 - zm_H^2 - m_b^2(z-1)^2]^3} \right\} + \dots
 \end{aligned} \tag{E.45}$$

É possível ver que nos dois últimos termos podemos trocar x por y sem alterar a integral. Neste caso

$$\Gamma^\mu = -eX_{AB}Y_{BA}4m_b \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} dx dy dz \delta(x+y+z-1) \times \left\{ \frac{(1-y)(p'^\mu + p^\mu)\gamma_5}{[l^2 + xyq^2 - zm_H^2 - m_b^2(z-1)^2]^3} \right\} + \dots \quad (\text{E.46})$$

Utilizando a identidade (ver eq. C.1):

$$\bar{u}(p') i\sigma^{\mu\nu}(p'_\nu - p_\nu) \gamma_5 u(p) = -\bar{u}(p')(p' + p)^\mu \gamma_5 u(p) \quad (\text{E.47})$$

Podemos reescrever o vértice como

$$\Gamma^\mu = ieX_{AB}Y_{BA}4m_b \sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma_5 \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} dx dy dz \delta(x+y+z-1) \times \frac{(1-y)}{[l^2 + xyq^2 - zm_H^2 - m_b^2(z-1)^2]^3} + \dots \quad (\text{E.48})$$

Integrando em l (com uso da eq. C.6):

$$\Gamma^\mu = \frac{eX_{AB}Y_{BA}2m_b}{(4\pi)^2} \sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma_5 \int dx dy dz \delta(x+y+z-1) \times \frac{(1-y)}{[-xyq^2 + zm_H^2 + m_b^2(z-1)^2]} + \dots \quad (\text{E.49})$$

Na equação acima, comparando com a eq. 2.9, podemos identificar o fator de forma que dá origem ao MDE:

$$d(q^2) = Im \left\{ \frac{eX_{AB}Y_{BA}2m_b}{(4\pi)^2} \int dx dy dz \delta(x+y+z-1) \times \frac{(1-y)}{[-xyq^2 + zm_H^2 + m_b^2(z-1)^2]} \right\} \quad (\text{E.50})$$

Em $q = 0$:

$$d = Im \left\{ \frac{eX_{AB}Y_{BA}2m_b}{(4\pi)^2} \int dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{(1-y)}{[zm_H^2 + m_b^2(z-1)^2]} \right\} \quad (\text{E.51})$$

Podemos integrar primeiro em x utilizando a delta de Dirac. Assim, encontramos os seguintes intervalos de integração:

$$0 \leq x \leq 1 \quad \rightarrow \quad 0 \leq 1 - y - z \leq 1 \quad \rightarrow \quad 1 - z \geq y \geq -z \quad (\text{E.52})$$

$$0 \geq z \geq 1 \quad (\text{E.53})$$

Após a integral em x temos:

$$\begin{aligned} d &= \pm \text{Im} \left\{ \frac{eX_{AB}Y_{BA}2m_b}{(4\pi)^2} \int_0^1 dz \int_{-z}^{1-z} dy \frac{(1-y)}{[zm_H^2 + m_b^2(z-1)^2]} \right\} \\ &= \text{Im} \left\{ \frac{2eX_{AB}Y_{BA}}{(4\pi)^2 m_b} \int_0^1 dz \frac{(1/2+z)}{\left[z \frac{m_H^2}{m_b^2} + (z-1)^2 \right]} \right\} \end{aligned} \quad (\text{E.54})$$

que é a expressão final para a contribuição ao MDE dada pelo diagrama da fig. E.2. O sinal positivo deve ser utilizado quando o quark A for de mão direita e o sinal negativo quando este quark for de mão esquerda. Entretanto, podemos ver a partir dos vértices apresentados em F.2.2 que $Y_{BA} = X_{AB}^*$. Assim sendo

$$d = \text{Im} \left\{ \frac{2e|X_{AB}|^2}{(4\pi)^2 m_b} \int_0^1 dz \frac{(1/2+z)}{\left[z \frac{m_H^2}{m_b^2} + (z-1)^2 \right]} \right\} \quad (\text{E.55})$$

Como a integral é real, temos que a contribuição para o MDE neste caso é nula.

E.3. 1-loop, caso 3

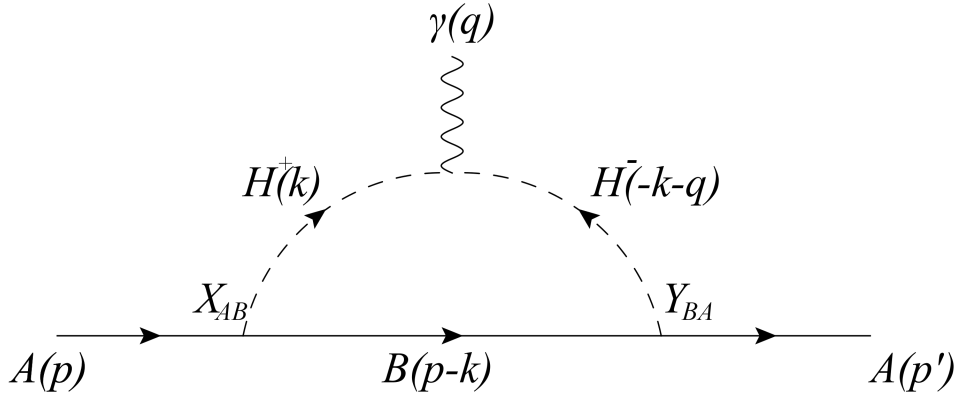


Figura E.3.: Um dos tipos de diagrama que contribui para o MDE em um loop. A e B indicam quarks, H^+ indica o escalar positivamente carregado, H^- indica o escalar negativamente carregado, γ indica o fóton, X_{AB} e Y_{BA} indicam as constantes de acoplamento dos vértices. Os momentos de cada linha estão indicados nos parênteses.

No último caso, consideramos diagramas de 1-loop com um escalar carregado, onde o fóton está conectado a linha do escalar. Para este caso, podemos utilizar o resultado apresentado em [42] para as contribuições dos quarks u e d para o MDE:

$$d_d = 0 \quad (\text{E.56})$$

$$d_u = -e \sum_{\alpha=1}^3 \frac{G_{1\alpha} (V_R^u)_{\alpha 1}^\dagger (V_L^u)_{11}^\dagger m_J^2 |v_\eta|}{32\pi^2 (|v_\chi|^2 + |v_\eta|^2) m_{Y_2^+}^2} \times \left[F_+ + \frac{5}{3} F_- \right] \text{sen}(\theta_\chi) \quad (\text{E.57})$$

onde

$$F_\pm = -\frac{m_{Y_2^+}^2}{2m_u^2} \ln \left(\frac{m_{Y_2^+}^2}{m_J^2} \right) + \frac{m_{Y_2^+}^2}{2m_u^2 \Delta_u} \left(m_{Y_2^+}^2 \pm m_u^2 - m_J^2 \right) \times \ln \left(\frac{m_J^2 + m_{Y_2^+}^2 - m_u^2 + \Delta_u}{m_J^2 + m_{Y_2^+}^2 - m_u^2 - \Delta_u} \right) \quad (\text{E.58})$$

$$\Delta_u^2 = \left[\left(m_{Y_2^+} + m_J \right)^2 - m_u^2 \right] \left[\left(m_{Y_2^+} - m_J \right)^2 - m_u^2 \right] \quad (\text{E.59})$$

F

Vértices

A partir da lagrangiana dos léptons

$$\mathcal{L}_l = \sum_a [i\bar{\Psi}_{aL}\not{D}\Psi_{aL} + i\bar{\Psi}_{aR}\not{D}\Psi_{aR}] \quad (\text{F.1})$$

Podemos encontrar o seguinte termo

$$\mathcal{L}_l = -\frac{gt}{\sqrt{1+4t^2}}l_{aL}^+\gamma_\mu l_{aL}^-A^\mu + \dots \quad (\text{F.2})$$

Comparando com o termo equivalente no Modelo Padrão

$$\mathcal{L}_l = -e l_{aL}^+\gamma_\mu l_{aL}^-A^\mu + \dots \quad (\text{F.3})$$

Podemos identificar a carga elétrica do elétron como

$$e = \frac{gt}{\sqrt{1+4t^2}} \quad (\text{F.4})$$

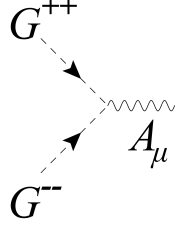
onde e é o módulo da carga elétrica do elétron. Adotando este resultado, apresentaremos os vértices relevantes para o cálculo do MDE em 1-loop.

F.1. Interações gauge-escalar

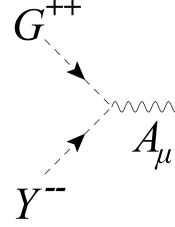
A partir da lagrangiana dos tripletos escalares

$$\mathcal{L}_E = (D\chi)^\dagger(D\chi) + (D\rho)^\dagger(D\rho) + (D\eta)^\dagger(D\eta) \quad (\text{F.5})$$

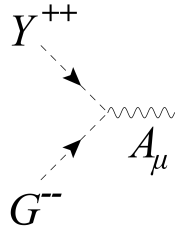
onde D são as derivadas covariantes (eq. 5.57), podemos encontrar os vértices das interações entre os campos de gauge e os escalares. Os vértices estão indicados abaixo de cada figura. O termos $k^{\pm\pm}$ e k^{\pm} indicam, respectivamente, os momentos das partículas duplamente e unicamente carregadas. As setas indicam a direção dos momentos.



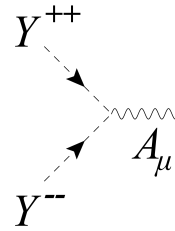
$$i \frac{2e}{|v_\rho|^2 + |v_\chi|^2} (|v_\rho|^2 k^{--} - |v_\chi|^2 k^{++})$$



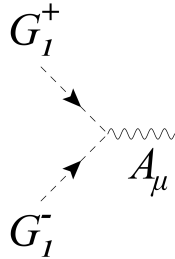
$$i2e \frac{|v_\rho||v_\chi|}{|v_\rho|^2 + |v_\chi|^2} e^{-i\theta_\chi} (k^{++} + k^{--})$$



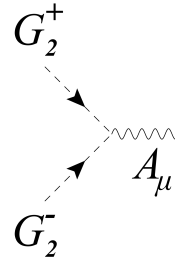
$$i2e \frac{|v_\rho||v_\chi|}{|v_\rho|^2 + |v_\chi|^2} e^{i\theta_\chi} (k^{++} + k^{--})$$



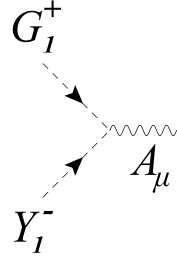
$$i \frac{2e}{|v_\rho|^2 + |v_\chi|^2} (|v_\chi|^2 k^{--} - |v_\rho|^2 k^{++})$$



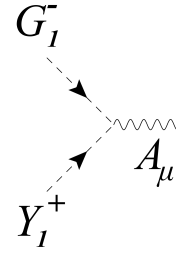
$$ie \left(k^- - \frac{|v_\rho|^2 - |v_\eta|^2}{|v_\rho|^2 + |v_\eta|^2} k^+ \right)$$



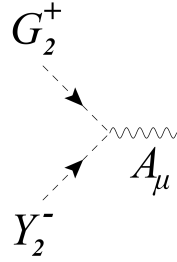
$$ie \left(\frac{|v_\eta|^2 - |v_\chi|^2}{|v_\eta|^2 + |v_\chi|^2} k^+ - k^- \right)$$



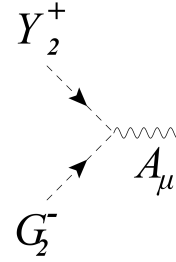
$$-i2e \frac{|v_\rho||v_\eta|}{|v_\rho|^2+|v_\eta|^2} k^+$$



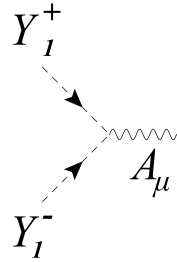
$$-i2e \frac{|v_\rho||v_\eta|}{|v_\rho|^2+|v_\eta|^2} k^+$$



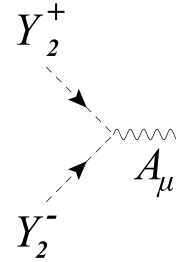
$$i2e \frac{|v_\chi||v_\eta|}{|v_\chi|^2+|v_\eta|^2} e^{i\theta_\chi} k^+$$



$$i2e \frac{|v_\chi||v_\eta|}{|v_\chi|^2+|v_\eta|^2} e^{-i\theta_\chi} k^+$$



$$ie \left(k^- + \frac{|v_\eta|^2-|v_\rho|^2}{|v_\eta|^2+|v_\rho|^2} k^+ \right)$$

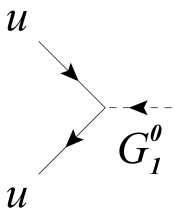
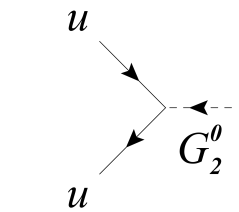
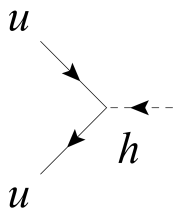
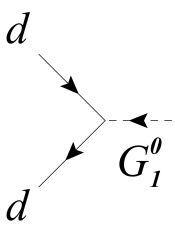
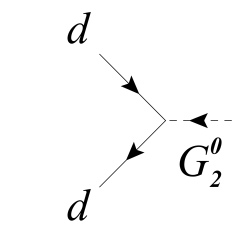
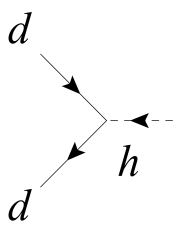
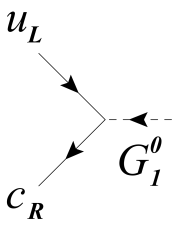
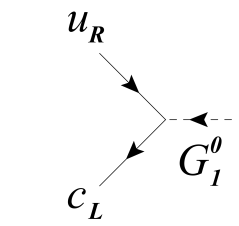
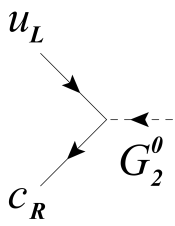


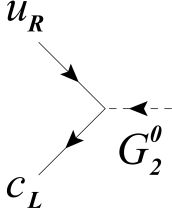
$$-ie \left(k^- + \frac{|v_\eta|^2-|v_\chi|^2}{|v_\eta|^2+|v_\chi|^2} k^+ \right)$$

F.2. Interações quark-escalar

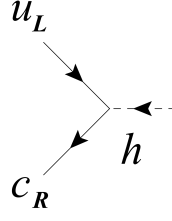
A partir da lagrangiana de Yukawa (eq. 5.48) podemos encontrar os vértices para as interações entre quarks e escalares. Aqui adotaremos os valores numéricos utilizados no capítulo 5.3.1, utilizando os valores médios para as matrizes V_L^D e V_R^D .

F.2.1. Quarks - escalares neutros

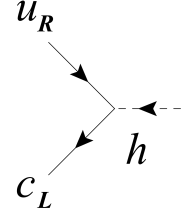
 <p>Diagram showing two incoming u quark lines merging into a vertex labeled G_1^0, with a dashed line representing the neutral scalar particle.</p>	 <p>Diagram showing two incoming u quark lines merging into a vertex labeled G_2^0, with a dashed line representing the neutral scalar particle.</p>	 <p>Diagram showing two incoming u quark lines merging into a vertex labeled h, with a dashed line representing the neutral scalar particle.</p>
$-\frac{2,34492 \times 10^{-3}}{\sqrt{ v_\chi ^2 + 240^2}} \gamma_5$	$-\frac{47,719 + 4,3764 \times 10^{-4} v_\chi ^2}{(240^2 + v_\chi ^2) \sqrt{81 + \frac{1600 v_\chi ^2}{240^2 + v_\chi ^2}}} \gamma_5$	$-\frac{3,76996 \times 10^{-3}}{\sqrt{1681 + \frac{2160^2}{ v_\chi ^2}}} \gamma_5$
 <p>Diagram showing two incoming d quark lines merging into a vertex labeled G_1^0, with a dashed line representing the neutral scalar particle.</p>	 <p>Diagram showing two incoming d quark lines merging into a vertex labeled G_2^0, with a dashed line representing the neutral scalar particle.</p>	 <p>Diagram showing two incoming d quark lines merging into a vertex labeled h, with a dashed line representing the neutral scalar particle.</p>
$-\frac{4,2421 \times 10^{-4}}{\sqrt{ v_\chi ^2 + 240^2}} \gamma_5$	$-\frac{47,814 + 7,5941 \times 10^{-4} v_\chi ^2}{(240^2 + v_\chi ^2) \sqrt{81 + \frac{1600 v_\chi ^2}{240^2 + v_\chi ^2}}} \gamma_5$	$-\frac{3,7053 \times 10^{-2}}{\sqrt{1681 + \frac{2160^2}{ v_\chi ^2}}} \gamma_5$
 <p>Diagram showing an incoming u_L quark line and an incoming c_R quark line merging into a vertex labeled G_1^0, with a dashed line representing the neutral scalar particle.</p>	 <p>Diagram showing an incoming u_R quark line and an incoming c_L quark line merging into a vertex labeled G_1^0, with a dashed line representing the neutral scalar particle.</p>	 <p>Diagram showing an incoming u_L quark line and an incoming c_R quark line merging into a vertex labeled G_2^0, with a dashed line representing the neutral scalar particle.</p>
$-\frac{2,80419 \times 10^{-5}}{\sqrt{ v_\chi ^2 + 240^2}} \gamma_5$	$\frac{1,0177 \times 10^{-5}}{\sqrt{ v_\chi ^2 + 240^2}} \gamma_5$	$\frac{89,5918 + 1,56009 \times 10^{-3} v_\chi ^2}{(240^2 + v_\chi ^2) \sqrt{81 + \frac{1600 v_\chi ^2}{240^2 + v_\chi ^2}}} \gamma_5$



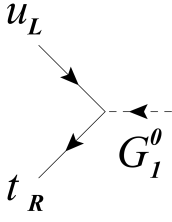
$$-\frac{10992,1+1,90837 \times 10^{-1} |v_\chi|^2}{(240^2+|v_\chi|^2) \sqrt{81+\frac{1600|v_\chi|^2}{240^2+|v_\chi|^2}}} \gamma_5$$



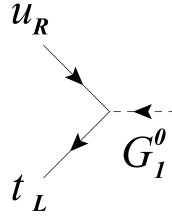
$$\frac{6,9119 \times 10^{-3}}{\sqrt{1681+\frac{2160^2}{|v_\chi|^2}}} \gamma_5$$



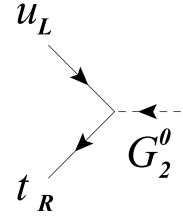
$$-\frac{8,48158 \times 10^{-1}}{\sqrt{1681+\frac{2160^2}{|v_\chi|^2}}} \gamma_5$$



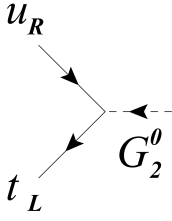
$$-\frac{1,42031 \times 10^{-3}}{\sqrt{|v_\chi|^2+240^2}} \gamma_5$$



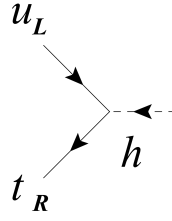
$$-\frac{2,34494 \times 10^{-8}}{\sqrt{|v_\chi|^2+240^2}} \gamma_5$$



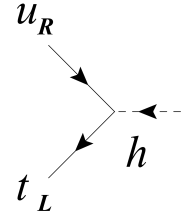
$$-\frac{333,904+6,03367 \times 10^{-3} |v_\chi|^2}{(240^2+|v_\chi|^2) \sqrt{81+\frac{1600|v_\chi|^2}{240^2+|v_\chi|^2}}} \gamma_5$$



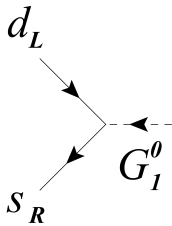
$$-\frac{790,395+1,37221 \times 10^{-2} |v_\chi|^2}{(240^2+|v_\chi|^2) \sqrt{81+\frac{1600|v_\chi|^2}{240^2+|v_\chi|^2}}} \gamma_5$$



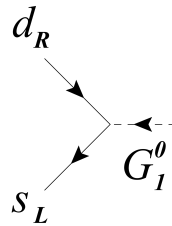
$$\frac{2,5711 \times 10^{-2}}{\sqrt{1681+\frac{2160^2}{|v_\chi|^2}}} \gamma_5$$



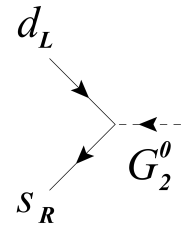
$$-\frac{6,09873 \times 10^{-2}}{\sqrt{1681+\frac{2160^2}{|v_\chi|^2}}} \gamma_5$$



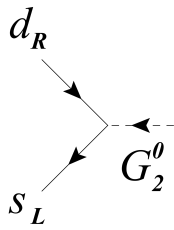
$$-\frac{4,51458 \times 10^{-3}}{\sqrt{|v_\chi|^2+240^2}} \gamma_5$$



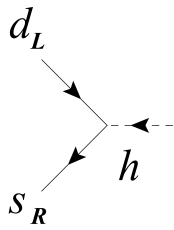
$$-\frac{1,30668 \times 10^{-2}}{\sqrt{|v_\chi|^2+240^2}} \gamma_5$$



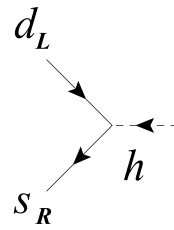
$$-\frac{87,6619+7,69478 \times 10^{-4} |v_\chi|^2}{(240^2+|v_\chi|^2) \sqrt{81+\frac{1600|v_\chi|^2}{240^2+|v_\chi|^2}}} \gamma_5$$



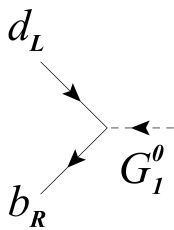
$$\frac{1,46+2,20314 \times 10^{-3} |v_\chi|^2}{(240^2+|v_\chi|^2) \sqrt{81+\frac{1600|v_\chi|^2}{240^2+|v_\chi|^2}}} \gamma_5$$



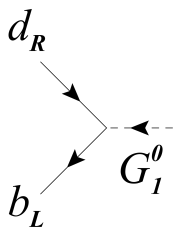
$$-\frac{6,93333 \times 10^{-3}}{\sqrt{1681+\frac{2160^2}{|v_\chi|^2}}} \gamma_5$$



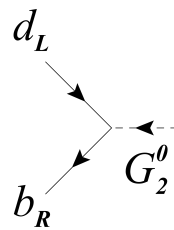
$$-\frac{3,7735 \times 10^{-4}}{\sqrt{1681+\frac{2160^2}{|v_\chi|^2}}} \gamma_5$$



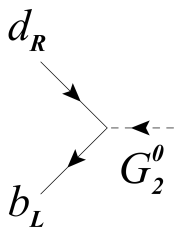
$$\frac{9,27114 \times 10^{-3}}{\sqrt{|v_\chi|^2+240^2}} \gamma_5$$



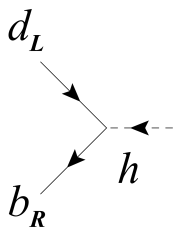
$$\frac{4,85994 \times 10^{-3}}{\sqrt{|v_\chi|^2+240^2}} \gamma_5$$



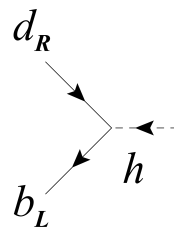
$$\frac{51,1976-6,56344 \times 10^{-4} |v_\chi|^2}{(240^2+|v_\chi|^2) \sqrt{81+\frac{1600|v_\chi|^2}{240^2+|v_\chi|^2}}} \gamma_5$$



$$\frac{0,199003-8,06535 \times 10^{-4} |v_\chi|^2}{(240^2+|v_\chi|^2) \sqrt{81+\frac{1600|v_\chi|^2}{240^2+|v_\chi|^2}}} \gamma_5$$

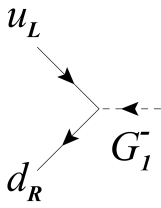


$$\frac{4,2981 \times 10^{-3}}{\sqrt{1681+\frac{2160^2}{|v_\chi|^2}}} \gamma_5$$

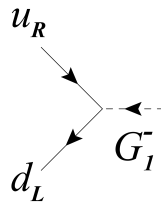


$$\frac{1,97603 \times 10^{-4}}{\sqrt{1681+\frac{2160^2}{|v_\chi|^2}}} \gamma_5$$

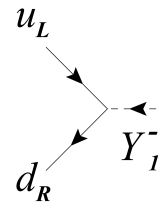
F.2.2. Quarks - escalares cargados



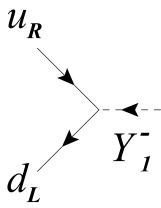
$$-i 2,89255 \times 10^{-5}$$



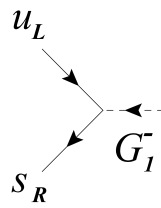
$$i 2,33968 \times 10^{-4}$$



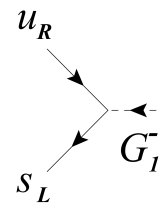
$$i 1,27255 \times 10^{-4}$$



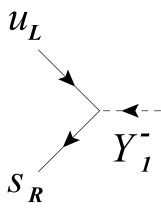
$$-i 9,76941 \times 10^{-4}$$



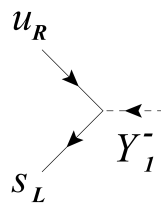
$$-i 5,25857 \times 10^{-5}$$



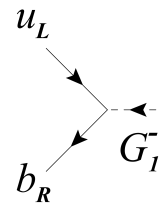
$$-i 6,44841 \times 10^{-3}$$



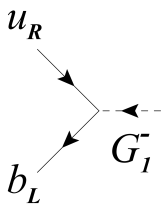
$$i 2,33407 \times 10^{-4}$$



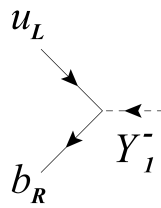
$$-i 2,86615 \times 10^{-2}$$



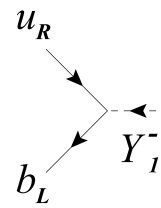
$$i 2,81514 \times 10^{-5}$$



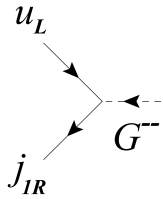
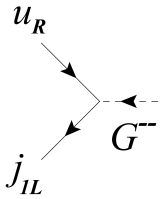
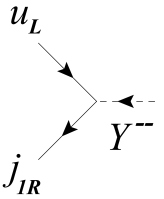
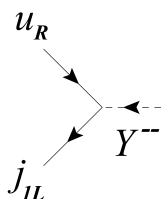
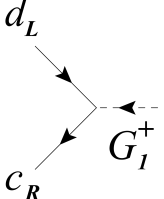
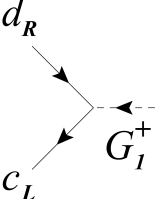
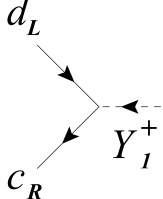
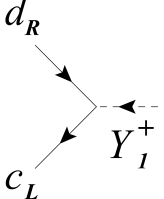
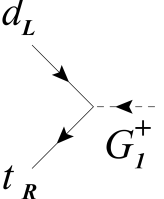
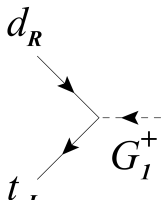
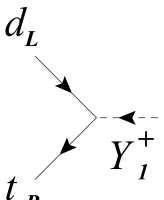
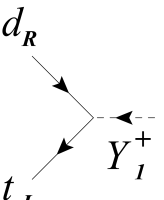
$$-i 138521 \times 10^{-3}$$

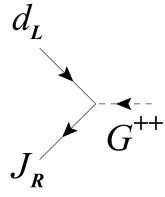


$$-i 1,36894 \times 10^{-4}$$

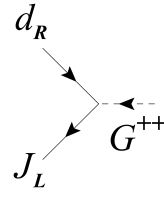


$$i 6,15674 \times 10^{-3}$$

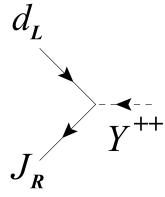
 $-i \frac{3,2 \times 10^{-4} \lambda_{11} v_\chi }{\sqrt{2916 + v_\chi ^2}}$	 $-i \frac{1,458 \times 10^{-4}}{\sqrt{2916 + v_\chi ^2}}$	 $i \frac{1,728 \times 10^{-2} \lambda_{11} }{\sqrt{2916 + v_\chi ^2}}$
 $-i e^{-i\theta_\chi} \frac{2,7 \times 10^{-6} v_\chi }{\sqrt{2916 + v_\chi ^2}}$	 $-i 4,14986 \times 10^{-4}$	 $i 6,42285 \times 10^{-5}$
 $i 1,84514 \times 10^{-3}$	 $i 1,50319 \times 10^{-5}$	 $i 3,07284 \times 10^{-3}$
 $i 4,78352 \times 10^{-5}$	 $-i 1,36189 \times 10^{-2}$	 $i 1,07616 \times 10^{-5}$



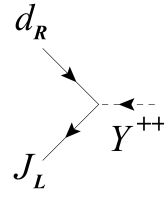
$$-i \frac{0,99952|\Omega||v_\chi|}{\sqrt{2916+|v_\chi|^2}}$$



$$i \frac{7,04711 \times 10^{-2}}{\sqrt{2916+|v_\chi|^2}}$$



$$ie^{i\theta_\chi} \frac{53,9741|\Omega|}{\sqrt{2916+|v_\chi|^2}}$$



$$ie^{i\theta_\chi} \frac{1,30502 \times 10^{-4}|v_\chi|}{\sqrt{2916+|v_\chi|^2}}$$

Referências Bibliográficas

- [1] N. Fortson, P. Sandars, S. Barr. The Search for a Permanent Electric Dipole Moment. *Phys. Today* **56**(6), 33 (2003).
- [2] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes, R. P. Hudson. Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay. *Phys. Rev.* **105**(4), (1957).
- [3] R.G. Hamish Robertson. KATRIN: an experiment to determine the neutrino mass from the beta decay of tritium. arXiv:1307.5486v1 (2013).
- [4] H.R. Band, J.J. Cherwinka, E. Draeger, *et al.* The Daya Bay Antineutrino Detector Filling System and Liquid Mass Measurement. arXiv:1307.1089v1 (2013).
- [5] S. Kettell, J. Ling, X. Qian, *et al.* Neutrino mass hierarchy determination and other physics potential of medium-baseline reactor. arXiv:1307.7419v1 (2013).
- [6] G. C. Branco, L. Lavoura, J. P. Silva. *CP Violation*. Clarendon Press - Oxford (1999).
- [7] A. Riotto, M. Trodden. Recent Progress in Baryogenesis. *Ann. Rev. of Nucl. Part. Sci.* **49**, 35-75 (1999).
- [8] D. E. Morrissey, M. J. Ramsey-Musolf. Electroweak baryogenesis. *New J. Phys.* **14**, 125003 (2012).
- [9] M. Dine, A. Kusenko. Origin of the matter-antimatter asymmetry. *Rev. Mod. Phys.* **76**(1), 1-30 (2004).
- [10] M. Pospelov, A. Ritz. Electric dipole moments as probes of new physics. *Annals of Physics* **318**, 119-169 (2005).
- [11] J. Ellis, J. S. Lee, A. Pilaftsis. Electric dipole moments in the MSSM reloaded. *JHEP* **10**, 049 (2008).
- [12] J. M. B. Kellogg, I. I. Rabi, N. F. Ramsey, J. R. Zacharias. An Electrical Quadrupole Moment of the Deuteron - The Radiofrequency Spectra of HD and D2 Molecules in a Magnetic Field. *Phys. Rev. Lett.* **57**, 677-695 (1940).
- [13] E. M. Purcell, N. F. Ramsey. On the Possibility of Electric Dipole Moments for Elementary Particles and Nuclei. *Physical Review* **78**(6), 807 (1950).

-
- [14] J. H. Smith, E. M. Purcell, N. F. Ramsey. Experimental Limit to the Electric Dipole Moment of the Neutron. *Physical Review* **108**(1), 120-122 (1957).
- [15] T. D. Lee, C. N. Yang. Question of Parity Conservation in Weak Interactions. *Physical Review* **104**(1), 254-258 (1956).
- [16] M. S. Sozzi. *Discrete Symmetries and CP Violation*. Oxford University Press (2008).
- [17] N. F. Ramsey. Time Reversal, Charge Conjugation, Magnetic Pole Conjugation, and Parity. *Physical Review* **109**(1), 225-226 (1958).
- [18] C. Baker, D. D. Doyle, P. Geltenbort, *et al.* Improved Experimental Limit on the Electric Dipole Moment of the Neutron. *Phys. Rev. Lett.* **97**(13), 131801 (2006).
- [19] T. M. Ito, *et al.* High electric field development for the SNS nEDM Experiment. arXiv:1401.5435v1 (2014).
- [20] R. Golub, S. Lamoreaux. Neutron Electric Dipole Moment , Ultracold Neutrons and Polarized ^3He . *Physics Reports* **297**(1), 1-62 (1994).
- [21] S. K. Lamoreaux, R. Golub. Experimental searches for the neutron electric dipole moment. *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **36**, 104002 (2009).
- [22] I. Bigi, A. Sanda. *CP Violation*. Cambridge University Press (2009).
- [23] J. Engel, M. J. Ramsey-Musolf, U. van Kolck. Electric dipole moments of nucleons, nuclei, and atoms: The Standard Model and beyond. *Progress in Particle and Nuclear Physics* **71**, 21-74 (2013).
- [24] H. Georgi, S. Glashow. Spontaneously Broken Gauge Symmetry and Elementary Particle Masses. *Phys. Rev. D* **6**(10), 2977-2982 (1972).
- [25] S. Weinberg. Electromagnetic and Weak Masses. *Phys. Rev D* **29**(6), 388-392 (1972).
- [26] H. Georgi, S. Glashow. Attempts to Calculate the Electron Mass. *Phys. Rev. D* **7**(8), 2457-2463 (1973).
- [27] W. Bernreuther, M. Suzuki. The electric dipole moment of the electron. *Rev. Mod. Phys.* **63**(2), 313-340 (1991).
- [28] M. E. Peskin, D. V. Schroeder. *An Introduction to Quantum Field Theory*. Addison-Wesley (1995).
- [29] J. Beringer *et al* (Particle Data Group). Review of Particle Physics. *Phys. Rev. D* **86**, 010001 (2012).
- [30] I. B. Khriplovich. The quark electric dipole moment and the induced Theta term in the Kobayashi-Maskawa model. *Phys. Let. B* **173**(2), 193-196 (1986).

- [31] N. G. Deshpande, W. L. Spence, G. Eilam. Neutron electric dipole moment and Kobayashi-Maskawa CP violation. *Phys. Lett. B* **108**(1), 42-46 (1982).
- [32] J. Ellis, M. K. Gaillard, D. V. Nanopoulos. Left-handed currents and CP violation. *Nucl. Phys. B* **109**, 213-243 (1976).
- [33] E. P. Shabalin. Electric dipole moment of the quark in a gauge theory with left-handed currents. *Sov. J. Nucl. Phys.* **28**(1), 75-78 (1978).
- [34] E. P. Shabalin. Electric dipole moment of the neutron in gauge theory. *Sov. Phys. Usp* **26**(4), 297-310 (1983).
- [35] E. P. Shabalin. The quark electric dipole moment in the Kobayashi-Maskawa theory taking into account gluon corrections. *Sov. J. Nucl. Phys.* **31**(6), 864-870 (1980).
- [36] M. Kobayashi, T. Maskawa. CP-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction. *Progress of Theoretical Physics* **49**(2), 652-657 (1973).
- [37] J. O. Eeg, I. Picek. Two-loop diagrams for the electric dipole moment of the neutron. *Nucl. Phys. B* **244**, 77-104 (1984).
- [38] A. Chodos, R. Jaffe, K. Johnson, C. Thorn, V. Weisskopf. New extended model of hadrons. *Phys. Rev. D* **9**(12), 3471-3495 (1974).
- [39] T. DeGrand, R. L. Jaffe, K. Johnson, J. Kiskis. Masses and other parameters of the light hadrons. *Phys. Rev. D* **12**(7), 2060-2076 (1975).
- [40] A. Czarnecki, B. Krause. Neutron Electric Dipole Moment in the Standard Model: Complete Three-Loop Calculation of the Valence Quark Contributions. *Phys. Rev. Lett.* **78**(23), 4339-4342 (1997).
- [41] J. Baron *et al.* Order of Magnitude Smaller Limit on the Electric Dipole Moment of the Electron. [arXiv:1310.7534v2](https://arxiv.org/abs/1310.7534v2) (2013)
- [42] J. Montero, V. Pleitez, O. Ravines. Soft superweak CP violation in a 3-3-1 model. *Phys. Rev. D* **60**(7), 076003 (1999).
- [43] V. Pleitez, M. Tonasse. Heavy charged leptons in an $SU(3)_L \times U(1)_N$ model. *Phys. Rev. D* **48**(3), 2353-2355 (1993).
- [44] A. Machado, J. C. Montero, V. Pleitez. FCNC in the minimal 3-3-1 model revisited. [arXiv:1305.1921v1](https://arxiv.org/abs/1305.1921v1), (2013).
- [45] A. Dias, J. Montero, V. Pleitez. Closing the $SU(3)_L \otimes U(1)_X$ symmetry at the electroweak scale. *Phys. Rev. D* **73**(11), 113004 (2006)
- [46] D. Griffiths. *Introduction to Elementary Particles*. WILEY-VCH, 2nd ed. (2009).