



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de São José do Rio Preto

Flávio Lima de Souza

Classificador *Fisherface Fuzzy* para o Reconhecimento de Faces

São José do Rio Preto

2014

Flávio Lima de Souza

Classificador *Fisherface Fuzzy* para o Reconhecimento de Faces

Dissertação apresentada para obtenção do título de Mestre em Matemática, área de Modelagem Matemática, junto ao Programa de Pós Graduação em Matemática do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus São José do Rio Preto.

Orientador: Prof. Dr. Maurílio Boaventura

Coorientadora: Profa. Dra. Inês Aparecida Gasparotto
Boaventura

São José do Rio Preto

2014

Flávio Lima de Souza

Classificador *Fisherface Fuzzy* para o Reconhecimento de Faces

Dissertação apresentada para obtenção do título de Mestre em Matemática, área de Modelagem Matemática, junto ao Programa de Pós Graduação em Matemática do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus São José do Rio Preto.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Maurílio Boaventura
Professor Adjunto
UNESP - São José do Rio Preto
Orientador

Profa. Dra. Alessandra Aparecida Paulino
Professora Doutora
UNESP - Bauru

Prof. Dr. Evanivaldo Castro Silva Júnior
Professor Doutor
FATEC - São José do Rio Preto

São José do Rio Preto, 25 de julho de 2014.

Dedico este trabalho a meu avô
Eufrázio Eleutério, exemplo de trabalho,
dedicação e honestidade.

Agradecimentos

Essa é uma parte extremamente importante desta dissertação, uma vez que tenho a oportunidade de agradecer às pessoas que de alguma forma, direta ou indiretamente participaram da realização da mesma, em especial, agradeço:

A Deus, pelo dom da vida.

Ao meu orientador Prof. Dr. Maurílio Boaventura, por todas as informações que me forneceu, pela disponibilidade de tempo, por me compreender e me ajudar nos momentos difíceis que enfrentei e acima de tudo, pelos seus ensinamentos e conselhos que foram cruciais para a realização deste trabalho. À Profa. Dra. Inês Aparecida Gasparotto Boaventura, pelas sugestões, apoio e dedicação à esse projeto.

À minha mãe, Aparecida, pelo amor, carinho, orações e amparo incondicional.

À minha irmã, Adrieli, pelo apoio e ajuda ao longo desta etapa da minha vida.

À minha sobrinha, Amanda, pelas alegrias, descontrações, teimosias e por me tornar o tio mais coruja do mundo.

Aos meus avós, Maria Marinete, Elena e Eteuvino, pelos incentivos constantes e em especial ao meu querido avô Eufrázio, que recentemente foi embora, mas deixou muitas saudades. Aos meus familiares em geral que sempre me apoiaram.

Agradeço também ao meu grande amigo João Carlos e seu filho Arthur, duas pessoas maravilhosas que ficarão marcadas sempre em minha vida. As minhas amigas de longa data: Andressa, Camilla e Eiva. Aos meus eternos amigos: Aline, Cristina, Felipe, Janaina, Jéssica, Robson e Silmara. A todos vocês, quero registrar aqui, meus singelos agradecimentos.

Quero agradecer também a todos os meus professores de ensino médio, graduação e pós-graduação, por valiosos ensinamentos, em especial à professora Zulmira Afonso (Escola Estadual Armel Miranda) e ao Prof. Dr. Luís Antônio (UNESP-FEIS).

À todas as pessoas e funcionários do IBILCE/UNESP que contribuíram de diferentes formas para a elaboração deste trabalho, em especial, ao André Luiz pela ajuda na implementação do algoritmo.

À CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo apoio financeiro.

Obrigado a todos.

*“Quem quer fazer alguma coisa encontra um meio.
Quem não quer fazer nada, encontra uma desculpa.”*

Aforisma Árabe

Resumo

A presente dissertação é um estudo do método *Fisherface Fuzzy* e das funções de pertinência *fuzzy* para o reconhecimento de faces. O tradicional método *Fisherface* é constituído de duas técnicas de redução de dimensionalidade de dados: Análise de Componentes Principais (PCA) e Análise de Discriminante Linear (LDA). O método é relativamente insensível a diversos fatores que atuam sobre as imagens, como variação na iluminação e diferentes expressões faciais. A fim de superar esses fatores e melhorar as taxas de reconhecimento do método *Fisherface*, é incorporado ao seu algoritmo graus de pertinência *fuzzy*, que são calculados a partir da técnica de k-vizinhos mais próximos (KNN), dando origem ao método *Fisherface Fuzzy*. O objetivo deste trabalho é avaliar o desempenho desses dois métodos e propor a utilização de uma nova função de pertinência para o método *Fisherface Fuzzy*. Os testes são realizados em duas bases de imagens faciais: Yale e ORL.

Palavras-chave: Computação - Matemática, Modelos matemáticos, Reconhecimento facial (computação), Sistemas difusos, Biometria.

Abstract

This dissertation is a study of the Fuzzy Fisherface method and fuzzy membership functions for recognizing faces. The traditional Fisherface method consists of two techniques of data dimensionality reduction: Principal Components Analysis (PCA) and Linear Discriminant Analysis (LDA). The method is relatively insensitive to many factors that influence the images, such as variation in illumination and different facial expressions. In order to overcome these factors and improve recognition rates of the Fisherface method, fuzzy membership degrees are embedded in your algorithm, and they are which are calculated from the technique of k-nearest neighbors (KNN) to give the Fuzzy Fisherface method. The objective of this study is to evaluate the performance of these two methods and propose the use of a new membership function for the Fuzzy Fisherface method. The tests are conducted on two bases of facial images: Yale and ORL.

Keywords: *Computing - Mathematics, Mathematical models, Face Recognition (computing), Fuzzy systems, Biometrics.*

Lista de Figuras

2.1	Características Físicas comumente utilizadas na identificação de pessoas (imagens adaptadas da internet).	6
2.2	Exemplos de Características Comportamentais (imagens adaptadas da internet).	7
2.3	Fase de registro ou cadastramento em Sistemas Biométricos, adaptada de http://www.metroledigital.ufrn.br , acessado em 09/06/2014.	7
2.4	Fase de verificação ou comparação em Sistemas Biométricos, adaptada de http://www.metroledigital.ufrn.br , acessado em 09/06/2014.	8
2.5	Fase de Identificação em Sistemas Biométricos, adaptada de http://www.metroledigital.ufrn.br , acessado em 09/06/2014.	9
2.6	Pontos identificadores das Impressões Digitais.	10
2.7	Estrutura do DNA.	10
2.8	Imagem de um olho humano com a íris em destaque (à esquerda) e imagem do fundo do olho humano, onde observamos os vasos sanguíneos da retina (à direita).	11
2.9	Alguns pontos importantes para o reconhecimento facial.	12
2.10	Pontos característicos utilizados na Geometria da Mão.	13
2.11	Vibrações emitidas pela voz.	14
2.12	Forma de digitação em um teclado (à esquerda) e um estilo de um indivíduo escrever (à direita).	15
2.13	Modelo do Processo de Reconhecimento Facial	17
2.14	Ilustração do <i>pixel</i> - menor elemento da imagem digital.	20
3.1	Ilustração da diferença entre os conjuntos <i>fuzzy</i> e <i>crisp</i>	33
3.2	Função de Pertinência do tipo Trapezoidal.	34

3.3	Função de Pertinência do tipo Triangular.	35
3.4	Função de Pertinência do tipo Gaussiano.	35
3.5	Diagrama de Funcionamento do Método <i>Fisherface Fuzzy</i>	39
4.1	Diagrama detalhado do modelo avaliado - Fase de treinamento.	51
4.2	Exemplo de imagens faciais femininas e masculinas da base Yale.	56
4.3	Médias das taxas de reconhecimento para o método <i>Fisherface Fuzzy</i>	59
4.4	Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 1.	61
4.5	Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 2.	61
4.6	Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 3.	62
4.7	Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 4.	62
4.8	Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 5.	63
4.9	Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 6.	63
4.10	Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 7.	64
4.11	Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 8.	64
4.12	Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 9.	65
4.13	Comparação das médias das taxas de reconhecimento para a Base Yale - Caso 1, 2 e 3.	65
4.14	Comparação das médias das taxas de reconhecimento para a Base Yale - Caso 4, 5 e 6.	66
4.15	Comparação das médias das taxas de reconhecimento para a Base Yale - Caso 7, 8 e 9.	66
4.16	Comparação das médias gerais das taxas de reconhecimento para a Base Yale.	67
4.17	Exemplo de imagens faciais masculinas da base ORL.	69
4.18	Exemplo de imagens faciais femininas da base ORL.	70
4.19	Médias das taxas de reconhecimento para o método <i>Fisherface Fuzzy</i>	72
4.20	Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 1.	73
4.21	Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 2.	74
4.22	Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 3.	74
4.23	Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 4.	75
4.24	Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 5.	75
4.25	Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 6.	76
4.26	Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 7.	76
4.27	Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 8.	77
4.28	Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 9.	77

4.29	Comparação das médias das taxas de reconhecimento para a Base ORL - Caso 1, 2 e 3.	78
4.30	Comparação das médias das taxas de reconhecimento para a Base ORL - Caso 4, 5 e 6.	78
4.31	Comparação das médias das taxas de reconhecimento para a Base ORL - Caso 7, 8 e 9.	79
4.32	Comparação das médias gerais das taxas de reconhecimento para a Base ORL. . . .	80

Lista de Tabelas

2.1	Critérios desejáveis de um sistema de reconhecimento de pessoas.	6
2.2	Comparação dos nove tipos biométricos descritos na seção (2.3) segundo Jain et al. [14], onde: A-alta performance, M-média performance, B-baixa performance.	15
3.1	Parâmetros importantes do método <i>Fisherface Fuzzy</i> para o reconhecimento de faces.	41
3.2	Exemplo de Conjunto de Dados.	42
3.3	Descrição do Passo 1.	42
3.4	Descrição do Passo 2.	43
3.5	Descrição do Passo 3 - Primeira Parte.	43
3.6	Descrição do Passo 3 - Segunda Parte.	43
3.7	Classe dos dados da tabela (3.6).	43
3.8	Número de vizinhos do j-ésimo dado que pertence a i-ésima classe (n_{ij}).	44
4.1	Conjunto de treinamento e Conjunto de teste para a Base Yale.	57
4.2	Comparação das médias para as taxas de reconhecimento do método <i>Fisherface Fuzzy</i> com a variação do parâmetro m da função de pertinência proposta por Song et al. [36] (Base Yale).	58
4.3	Comparação das médias das taxas de reconhecimento do <i>Fisherface Fuzzy</i> com a função de pertinência proposta por Song et al. [36].	59
4.4	Comparação das médias para as taxas de reconhecimento (Base Yale).	67
4.5	Comparação dos desvios padrão para as taxas de reconhecimento (Base Yale).	67
4.6	Conjunto de Treinamento e Conjunto de Teste para a Base ORL.	70

4.7	Comparação das médias para as taxas de reconhecimento do método <i>Fisherface Fuzzy</i> com a variação do parâmetro m da função de pertinência proposta por Song et al. [36] (Base ORL).	71
4.8	Comparação das médias das taxas de reconhecimento do <i>Fisherface Fuzzy</i> com a função de pertinência proposta por Song et al. [36].	72
4.9	Comparação das médias para as taxas de reconhecimento (Base ORL).	79
4.10	Comparação dos desvios padrão para as taxas de reconhecimento (Base ORL).	79

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Introdução e Motivação	1
1.2	Objetivos	3
1.3	Organização da Dissertação	3
2	Reconhecimento Facial Convencional	4
2.1	Introdução	4
2.2	Biometria	5
2.3	Sistemas Biométricos	7
2.4	Tipos de Biometria	9
2.4.1	Impressão Digital	9
2.4.2	DNA	10
2.4.3	Íris	11
2.4.4	Retina	11
2.4.5	Face	12
2.4.6	Geometria da mão	12
2.4.7	Voz	13
2.4.8	Padrão de Digitação	14
2.4.9	Assinatura Manuscrita	14
2.5	Reconhecimento Facial	16
2.5.1	Técnicas de Reconhecimento Facial	18
2.5.2	Métodos Holísticos	18
2.5.3	Definições Importantes	19

2.5.4	Método Eigenface (PCA)	21
2.5.5	Método Fisherface (PCA+LDA)	26
2.6	Considerações Finais	28
3	Estudo do Método <i>Fisherface Fuzzy</i> e das Funções de Pertinência	30
3.1	Introdução	30
3.2	Algoritmo dos k-vizinhos mais próximos (KNN)	30
3.3	<i>Lógica Fuzzy</i>	32
3.4	Funções de Pertinência <i>Fuzzy</i>	34
3.5	Abordagem do Método <i>Fisherface Fuzzy</i>	36
3.5.1	Modelo Proposto	38
3.5.2	Exemplo - Cálculo das matrizes de dispersão interclasse e intraclasse <i>Fuzzy</i>	42
3.6	Considerações Finais	48
4	Implementação dos Algoritmos, Testes e Resultados	49
4.1	Introdução	49
4.2	Modelo Avaliado	49
4.3	Implementação dos Algoritmos	52
4.3.1	Algoritmo do método <i>Fisherface</i>	52
4.3.2	Algoritmo do método <i>Fisherface Fuzzy</i>	53
4.4	Testes e Resultados	54
4.4.1	Base de Imagens Faciais Yale	55
4.4.2	Base de Imagens Faciais ORL	69
4.5	Justificativa do Modelo Proposto	80
4.6	Considerações Finais	82
5	Considerações Finais	83
5.1	Conclusões	83
5.2	Contribuições	84
5.3	Trabalhos Futuros	84
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	86

Introdução

1.1 Introdução e Motivação

A identificação facial é uma tarefa fácil para os seres humanos. O nosso cérebro memoriza mais facilmente um rosto de uma pessoa do que um nome e ele pode realizar esta tarefa mesmo em situações adversas, tais como, variação de iluminação, variação de expressões faciais e utilização de acessórios. Pouco se sabe como é realizada esta tarefa cerebral, o que torna mais difícil capacitar uma máquina para realizar tal tarefa.

Implementar um algoritmo que seja capaz de identificar e classificar uma face não é um processo simples. Por este motivo, nos últimos anos o reconhecimento de faces tornou-se uma área popular entre as pesquisas de visão computacional, reconhecimento de padrões, engenharia, matemática aplicada e computacional e etc., e seu maior desafio está em obter bons resultados de reconhecimento mesmo diante de diversos fatores que atuam sobre as imagens.

Os métodos de reconhecimento facial deste trabalho baseiam-se na seguinte ideia: Dada uma imagem da face de um indivíduo desconhecido, deve-se extrair suas características para obter o vetor de características e determinar a qual classe esse indivíduo pertence (classificação).

Para a finalidade de extração de características e classificar faces foram utilizados métodos holísticos, isto é, métodos que analisam a face de forma geral, sem localizar pontos individuais. Esses métodos são eficazes quando aplicados ao reconhecimento de faces em bases de imagens faciais com variação de iluminação e de expressões faciais, considerando que estes fatores estão

presentes no mundo real (dia-a-dia). Os métodos holísticos mais conhecidos são *Eigenface* e *Fisherface*.

Os métodos holísticos em reconhecimento de faces utilizam como vetor de característica os *pixels* da imagen facial em teste e em seguida, para evitar o problema da alta dimensionalidade dos dados, são utilizados algoritmos estatísticos de redução de dimensionalidade, sendo os mais comuns: Análise de Componentes Principais (PCA) e Análise de Discriminante Linear (LDA).

A técnica *Eigenface* (PCA) é mais simples devido à sua facilidade de implementação. Em 1997, Belhumeur et al. [7], propôs a utilização da LDA juntamente com a PCA no método *Eigenface*. Este método ficou conhecido como *Fisherface* (PCA + LDA). Em seu trabalho, os autores fizeram uma comparação da PCA com o subespaço LDA e mostraram que o espaço de características criado pela transformação LDA, proporciona resultados de classificação bem melhores que o subespaço criado somente pela transformação PCA para o reconhecimento de faces com grandes variações de iluminação e expressões faciais.

Em 1985, Keller et al. [20] propôs a utilização do algoritmo dos k-vizinhos mais próximos *fuzzy* (F-KNN) na classificação de padrões. Vinte anos mais tarde, Kwak e Pedrycz [21] incrementaram o método *Fisherface* juntamente com o algoritmo proposto por Keller et al. [20], obtendo o método *Fisherface Fuzzy*.

A técnica *Fisherface Fuzzy* tem como princípio incrementar a classificação de faces utilizando graus de pertinência, que afetam significativamente as matrizes de dispersão interclasse e intraclasse *fuzzy* e melhoram a performance do classificador. O cálculo dos graus de pertinência *fuzzy* é realizado através de uma sequência de passos proposta por Kwak e Pedrycz [21].

No cálculo dos graus de pertinência, utiliza-se uma função de pertinência *fuzzy*, sendo a mais utilizada, a função proposta por Keller et al. [20]:

$$\mu_{ij} = \begin{cases} 0,51 + 0,49(n_{ij}/k), & \text{se } i = j \\ 0,49(n_{ij}/k), & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (1.1)$$

onde k é o número de vizinhos mais próximo escolhido e n_{ij} representa o número de vizinhos do j -ésimo dado que pertence à i -ésima classe.

Não há informações à respeito da origem desta função de pertinência. Diante desse fato, surgiram alguns questionamentos à respeito desta função, como por exemplo, por que esta função apresenta parâmetros fixos? Existem outras funções de pertinência que podem ser

utilizadas no processo de reconhecimento de faces? Essas e outras questões contribuíram como motivação deste trabalho.

1.2 Objetivos

Esta dissertação tem como principal objetivo, o estudo, a implementação e a comparação de dois métodos de reconhecimento de faces: *Fisherface* e *Fisherface Fuzzy*, em meio à fatores que dificultam o processo de reconhecimento facial. Além disso, é dada especial atenção ao método *Fisherface Fuzzy*, avaliando o seu desempenho quando é alterada a função de pertinência *fuzzy*, bem como a proposta de uma outra função de pertinência que não depende de parâmetros aleatórios.

Neste trabalho, foram utilizados como base principalmente os artigos de Keller et al. [20], Kwak e Pedrycz [21] e Song et al. [36].

1.3 Organização da Dissertação

Neste primeiro capítulo encontram-se descritas algumas considerações iniciais e o contexto no qual se insere este trabalho. São apresentados também os objetivos. O texto a seguir está organizado da seguinte forma:

No capítulo 2 apresenta-se algumas considerações à respeito do reconhecimento facial convencional e são introduzidos os conceitos de biometria e sistemas biométricos. Na sequência são ilustradas as principais técnicas utilizadas no reconhecimento facial visando ressaltar os métodos de maior interesse na elaboração deste trabalho, além de toda a conceituação matemática envolvida nesta dissertação.

No capítulo 3 são apresentados os conceitos relacionados ao método *Fisherface Fuzzy*, incluindo os conceitos de k-vizinhos mais próximos, lógica *fuzzy* e funções de pertinência *fuzzy*.

O capítulo 4 refere-se a implementação dos algoritmos, no qual são apresentados os detalhes da sua estrutura. Além disso, são realizados os testes nas bases de dados e por último é realizada uma discussão dos resultados.

O capítulo 5 contém a finalização do trabalho com as considerações finais, contribuições e trabalhos futuros.

Reconhecimento Facial Convencional

2.1 Introdução

Identificar significa determinar a identidade de alguém ou algo, distinguir os traços característicos de alguém [13], logo identificar pessoas é associar uma identidade a um indivíduo. Através de tal identificação, pode-se permitir ou negar o acesso à uma determinada informação (controle de acesso), ou à documentos, áreas restritas, informações, entre outros. Um dos exemplos mais antigos e básicos de uma característica que é utilizada para o reconhecimento de uma pessoa é o rosto [29].

Outras características também têm sido utilizadas ao longo da história como meio mais formal de identificação de pessoas. Há evidências de que impressões digitais foram usadas como identificação biométrica na Babilônia, aproximadamente a 500 anos a.C. Os comerciantes chineses utilizavam impressões digitais para resolver transações comerciais no século XIV. No Egito antigo, comerciantes eram identificados por seus registros físicos para diferenciar entre os comerciantes confiáveis e com reputação conhecida, dos comerciantes novos no mercado [29].

Identificar pessoas, embora pareça algo simples, tornou-se uma tarefa complicada, principalmente devido ao crescimento rápido das cidades na revolução industrial (meados dos anos 1800). Diante da dificuldade no reconhecimento de pessoas a partir apenas de habilidades humanas é que se iniciou a busca de métodos mais robustos para a realização desta tarefa [19]. Comerciantes e autoridades tiveram que criar outras formas de identificação de pessoas,

pois não poderiam mais depender exclusivamente da sua própria experiência e do conhecimento do local para fazer essa tarefa. Neste período, os tribunais de justiça começaram a registrar características da identidade de criminosos, a fim de tratar de modo mais brando criminosos novatos e de forma mais rigorosa os criminosos reincidentes. Registravam em cartões detalhes das descrições físicas de infratores, como altura, comprimento do braço, ou qualquer outro padrão, além de fotografias. Mais tarde, na América do Sul, Ásia e Europa, os departamentos de polícia começaram a utilizar formalmente impressões digitais para desvendar crimes [29]. Sistemas biométricos começaram a surgir na segunda metade do século XX, coincidindo com o surgimento do computador.

A seguir, é apresentado um breve resumo dos principais sistemas biométricos utilizados para a identificação de pessoas, ganhando maior destaque o reconhecimento por faces.

2.2 Biometria

A biometria é uma ciência que estuda a mensuração dos seres vivos [1]. Pode ser definida como o estudo das medidas e de estruturas e órgãos de seres vivos, bem como da importância funcional dessas medidas [13]. A palavra biometria vem do grego *bios* (vida) e *metrikos* (medida). De maneira geral, pode-se definir a biometria como o reconhecimento automático de uma pessoa com base em características físicas e/ou comportamentais que a distingue das demais [40].

A biometria também pode ser definida como sendo o reconhecimento pessoal baseado nas características fisiológicas ou comportamentais de um indivíduo [31]. Como exemplo de características fisiológicas, pode-se destacar a identificação por impressão digital, íris, retina, geometria da mão, dedos e palma da mão, DNA e face. A figura (2.1) mostra alguns exemplos desse tipo de característica. As características comportamentais, diferentemente das características físicas, podem ser aprendidas ou treinadas ao longo do tempo [19]. São exemplos deste tipo de característica: reconhecimento por voz, modo de andar, assinatura manuscrita e dinâmica de digitação. A figura (2.2) mostra algumas características comportamentais.

Qualquer um dos dois tipos de características (física ou comportamental) podem ser utilizados para identificar uma pessoa, contudo, deve-se seguir alguns critérios no momento da escolha, obedecendo aos critérios desejáveis que possibilitará o desenvolvimento de um sistema de reconhecimento de pessoas [1]. Os critérios desejáveis estão descritos na tabela (2.1).

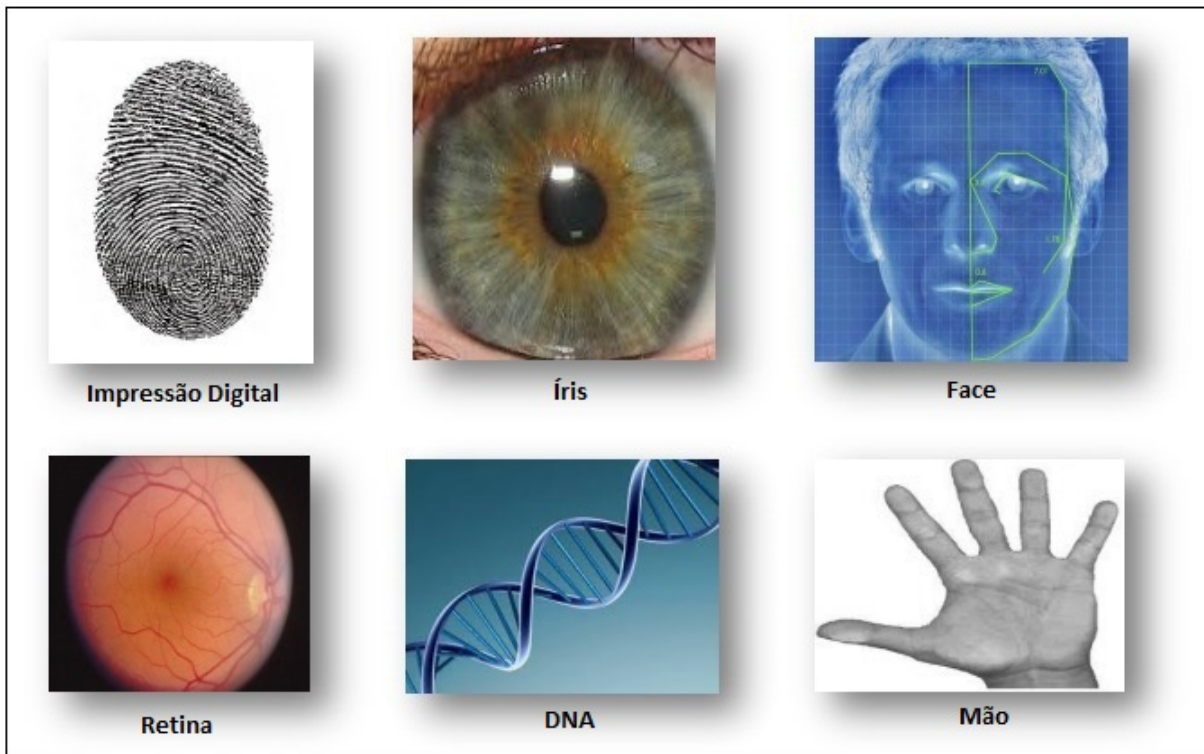


Figura 2.1: Características Físicas comumente utilizadas na identificação de pessoas (imagens adaptadas da internet).

Tabela 2.1: Critérios desejáveis de um sistema de reconhecimento de pessoas.

Requisito	Descrição
Universalidade	Todo indivíduo deve ter a característica.
Unicidade	Todo indivíduo deve possuir características únicas.
Permanência	A característica deve ser invariante ao longo do tempo.
Mensurabilidade	A característica deve ser possível de ser coletada.
Desempenho	Refere-se à precisão e velocidade do reconhecimento, bem como fatores operacionais e ambientais.
Aceitabilidade	Os indivíduos a serem identificados devem aceitar fornecer suas características.
Fraude	Refere-se a facilidade de burlar o sistema por métodos fraudulentos.

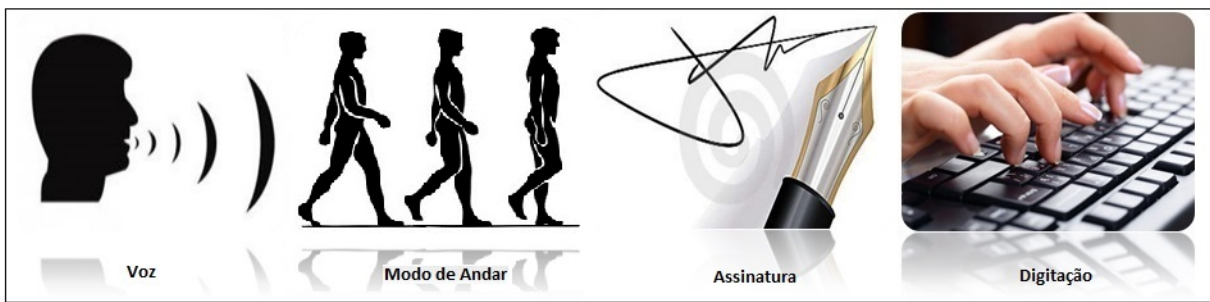


Figura 2.2: Exemplos de Características Comportamentais (imagens adaptadas da internet).

2.3 Sistemas Biométricos

Um sistema biométrico é um sistema de reconhecimento de padrões que opera através de dados biométricos do indivíduo, adquiridos e comparados com os padrões armazenados na sua base de dados [14]. Dependendo do caso, um sistema biométrico opera como um sistema de verificação ou de identificação. Independente do tipo de sistema biométrico, em ambos os casos, existe a fase de cadastramento ou registro. Nesta fase são captadas as características dos indivíduos que são processadas, a fim de se obter uma representação compactada e expressiva do indivíduo, chamada de *template* [ver figura (2.3)].

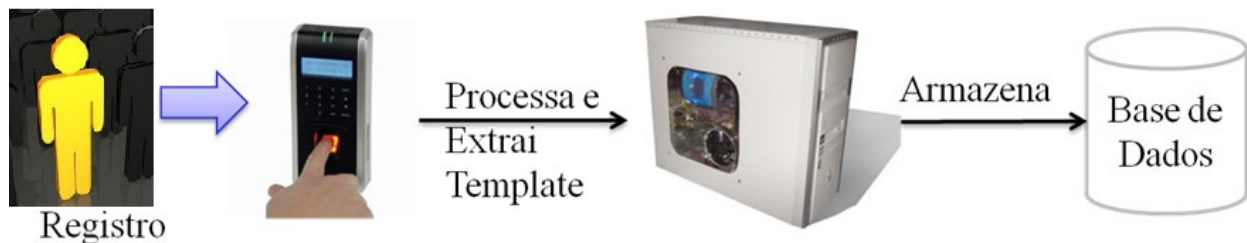


Figura 2.3: Fase de registro ou cadastramento em Sistemas Biométricos, adaptada de <http://www.metroledigital.ufrn.br>, acessado em 09/06/2014.

Na fase de verificação, o sistema busca na base de dados as informações sobre o indivíduo e investiga se a pessoa é realmente quem ela afirma ser. Neste sistema, a pessoa deseja ser reconhecida e solicita sua identificação. O processo é o seguinte:

1. inicialmente, o indivíduo fornece sua identidade ao sistema;
2. o leitor biométrico captura as características deste indivíduo e as converte para o formato digital, utilizando as mesmas técnicas empregadas no processo de cadastramento;
3. em seguida, o sistema compara as características capturadas do indivíduo com a informação guardada na base de dados (compara com somente um *template* registrado na base de dados).

De posse dessas informações, o sistema decide se aceita ou rejeita a pessoa que está se identificando [ver figura (2.4)].

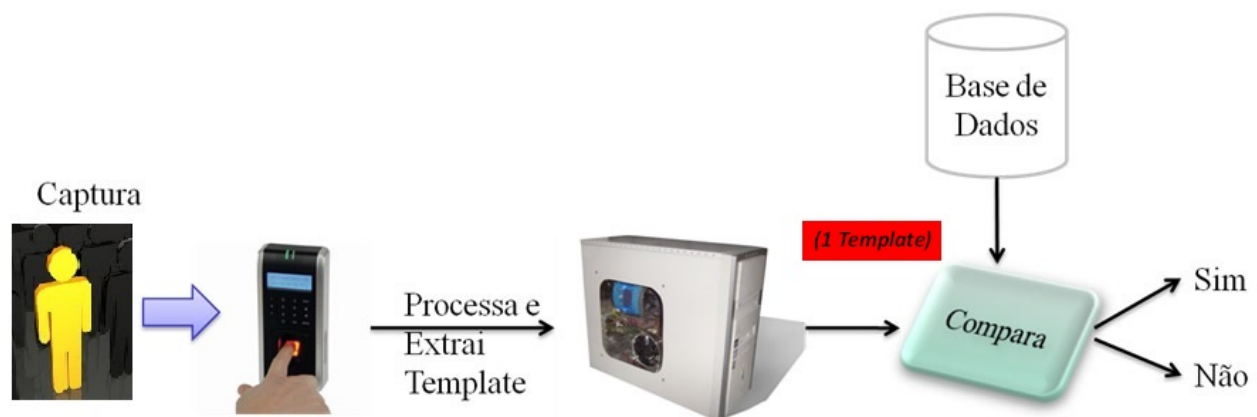


Figura 2.4: Fase de verificação ou comparação em Sistemas Biométricos, adaptada de <http://www.metrodigital.ufrn.br>, acessado em 09/06/2014.

Na etapa de identificação, o sistema busca em toda a base de dados registros sobre o indivíduo até que ele seja encontrado ou não. Neste caso, procura-se estabelecer a identidade da pessoa sem que ela forneça sua identidade. Neste tipo de sistema biométrico, nenhuma informação prévia em relação à identidade do indivíduo é fornecida ao sistema. O processo é o seguinte:

1. inicialmente, obtém-se as informações biométricas do indivíduo, através do leitor biométrico;
2. em seguida, essas informações são comparadas com todos os *templates* registrados na base de dados;
3. por último, é feita a identificação.

O sistema fornecerá a identidade do indivíduo baseando-se na maior similaridade encontrada, ou então, informar que o indivíduo não está cadastrado na base de dados [ver figura (2.5)].

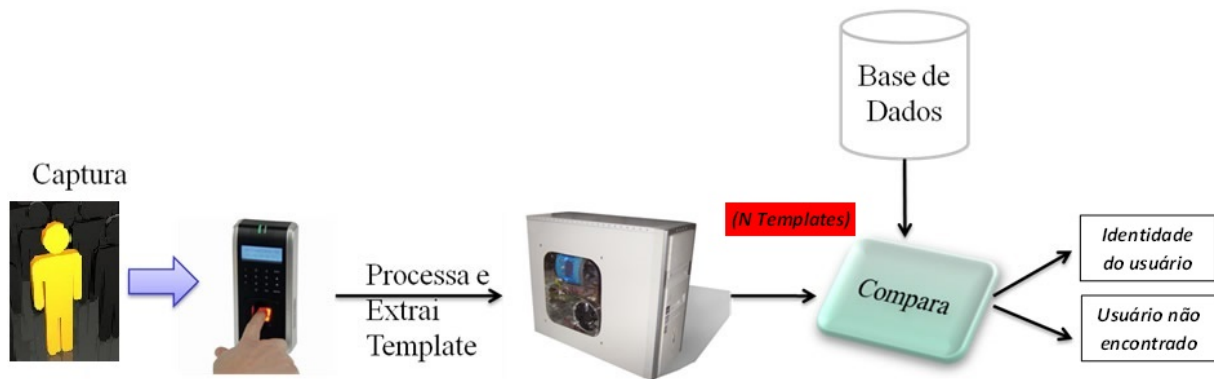


Figura 2.5: Fase de Identificação em Sistemas Biométricos, adaptada de <http://www.metroledigital.ufrn.br>, acessado em 09/06/2014.

2.4 Tipos de Biometria

Existem vários métodos biométricos. Nesta seção, são apresentados inicialmente os de características fisiológicas, tais como, impressão digital, DNA, íris, retina, face e geometria da mão; em seguida, os de características comportamentais, como reconhecimento por voz, padrão de digitação e assinatura manuscrita.

2.4.1 Impressão Digital

A impressão digital é constituída de uma série de traços e sulcos na região extrema dos dedos [ver figura (2.6)]. Esses traços e sulcos formam as características inimitáveis presentes nas digitais, chamadas de minúcias, que são formadas pelas bifurcações ou terminações entre esses traços e sulcos. A posição relativa das minúcias são atributos imutáveis e inimitáveis de um indivíduo; pela relação determinada entre elas é possível identificar e distinguir uma pessoa [1].

A técnica de reconhecimento através de impressão digital é muito utilizada, devido principalmente ao seu baixo custo, mas apresenta desvantagens, tais como, se no momento do reconhecimento o dedo estiver com as minúcias desgastadas, sujo ou muito seco, podem ocorrer erros no processo de comparação dos dados; deformidades nos dedos (calos, cortes) também podem impedir a correta identificação do indivíduo.



Figura 2.6: Pontos identificadores das Impressões Digitais.

2.4.2 DNA

O DNA (Ácido Desoxirribonucleico) é um aglomerado de moléculas que contém material genético, esse material é determinante para o bom funcionamento dos seres vivos e da formação das características físicas. É essencialmente um “manual” de instruções para tudo que existe no corpo humano. É um código único definitivo para a individualidade, exceto para gêmeos idênticos que têm o mesmo padrão de DNA [15]. A figura (2.7) ilustra a estrutura do DNA.

Por ser uma biometria precisa, o DNA é muito utilizado, principalmente por investigadores criminais, por exemplo, para desvendar crimes, provar a culpa de um criminoso, livrar um inocente. Além disso, ele é utilizado para outras finalidades, tais como: teste de paternidade, identificação de cadáveres, estudo de doenças hereditárias, entre outras.



Figura 2.7: Estrutura do DNA.

2.4.3 Íris

A íris é um músculo que faz parte do globo ocular (parte visível do olho humano), cuja função é controlar a quantidade de luz que entra no olho [ver figura (2.8)]. A formação da textura da íris no olho humano começa no período pré-natal devido alguns processos biológicos, por esta razão, constitui uma característica única a cada indivíduo, além de ser permanente, isto é, invariante durante toda a vida da pessoa [1].

Os sistemas biométricos que utilizam a íris como meio de identificação, baseando-se na leitura dos anéis coloridos existentes em torno da pupila. Esses anéis formam uma imagem complexa que é usada para a identificação. É uma técnica de reconhecimento simples e muito eficiente. Como comparação, a íris do olho pode promover uma solução para a discriminação biométrica muito melhor do que as oferecidas por impressão digital [28].

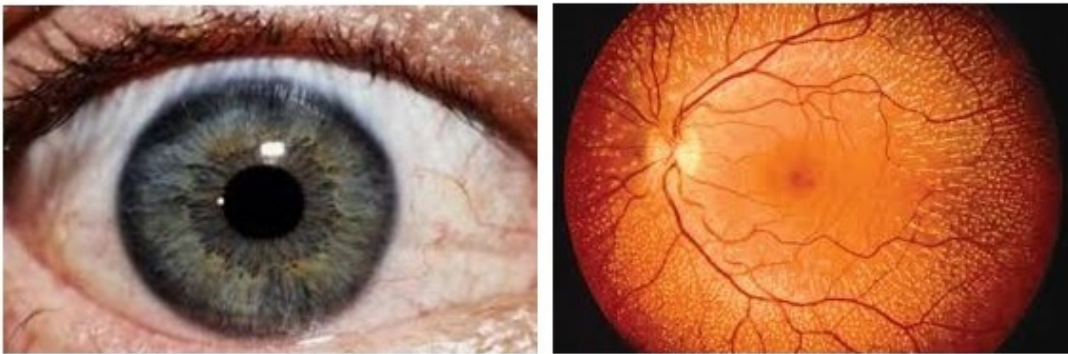


Figura 2.8: Imagem de um olho humano com a íris em destaque (à esquerda) e imagem do fundo do olho humano, onde observamos os vasos sanguíneos da retina (à direita).

2.4.4 Retina

Retina é a parte posterior do olho formada em geral por células nervosas [ver figura (2.8)]. É o local onde forma a imagem (visão) que é traduzida pelo cérebro. A identificação através da retina é um método seguro, pois as informações da retina não apresentam variação ao longo da vida do indivíduo, entretanto, o sistema apresenta leitura difícil e incômoda, pois a captura dessa imagem exige que a pessoa olhe fixamente para um ponto de luz de infravermelho até que a câmera focalize os padrões e os capture.

2.4.5 Face

A identificação facial é um sistema biométrico intuitivo aos seres humanos, já que uma pessoa é reconhecida facilmente por suas aparências faciais. A partir da face humana, pode-se extrair algumas características, como por exemplo, as posições dos olhos, nariz, boca e assim identificar o indivíduo.

As características mais exploradas na face são a boca, o nariz, os olhos e as sobrancelhas [42] [ver figura (2.9)]. A tecnologia de reconhecimento facial considera que as medidas do rosto nunca se alteram, tais como, distância entre os olhos, distância dentre a boca, nariz e olhos e distância entre olhos, queixo, boca e linha dos cabelos.

Como características positivas deste sistema, pode-se destacar que existe larga aceitação pública para este identificador biométrico, já que fotos de faces são usadas em documentos. Além disso, os sistemas de reconhecimento de face são menos intrusivos, não exigindo qualquer contato e nem mesmo a colaboração do usuário. Entretanto, é um processo extremamente complexo que deve levar em consideração as mudanças que o rosto sofre no decorrer do tempo, além de fatores adversos, como condição de iluminação e utilização de acessórios, tais como, chapéu, óculos e etc., que podem dificultar o processo de reconhecimento.



Figura 2.9: Alguns pontos importantes para o reconhecimento facial.

2.4.6 Geometria da mão

Este sistema baseia-se nas informações geométricas da mão. A figura (2.10) mostra uma imagem da mão em que estão representados os pontos característicos a serem utilizados na geometria.

O desenvolvimento de um sistema baseado nessa técnica utiliza um módulo de aquisição de imagens, que captura a imagem da mão, em seguida, são analisadas suas informações geométricas extraindo os principais padrões que permitem identificar uma pessoa. Esses padrões são geralmente o tamanho dos dedos, a largura e sua área [1]. A principal desvantagem desta técnica está na sua baixa discriminação se comparado com outros sistemas.



Figura 2.10: Pontos característicos utilizados na Geometria da Mão.

2.4.7 Voz

Este sistema biométrico consiste em identificar uma pessoa através da constatação de características comportamentais e fisiológicas do aparelho fonador (órgãos utilizados para produzir o som), como a boca, lábios, língua e nariz (fossas nasais).

O método é desenvolvido a partir da captura de uma amostra de voz de uma pessoa, por exemplo através de um microfone. Em seguida, faz-se uma análise da amostra, aplicando técnicas de processamento de sinais. Dessa forma, diversos sons emitidos por vozes podem ser caracterizados de maneira diferente, possibilitando a identificação de uma pessoa. A figura (2.11) ilustra as vibrações emitidas pela voz.

A biometria de voz apresenta alguns problemas. As principais desvantagens são a sensibilidade a ruídos externos causados por exemplo, por fatores ambientais; e as possíveis variações da voz causadas por razões físicas, como resfriados ou alterações emocionais, como raiva.

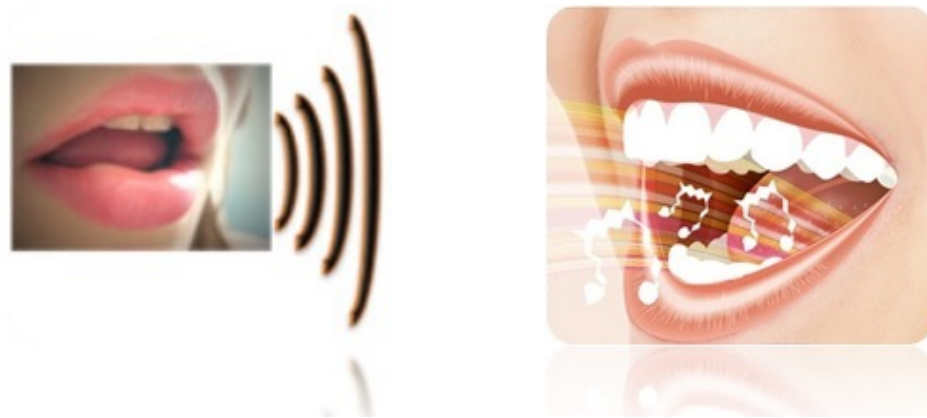


Figura 2.11: Vibrações emitidas pela voz.

2.4.8 Padrão de Digitação

Baseia-se na hipótese de que cada pessoa digita em um teclado de uma forma característica [15] [ver figura (2.12)]. Considerando a variabilidade no modo das pessoas digitarem, é quase impossível obter uma imitação perfeita do padrão de digitação. Considerando esse fato, conclui-se que este sistema biométrico tem um bom grau de segurança e unicidade.

2.4.9 Assinatura Manuscrita

A forma como uma pessoa assina seu nome é conhecida por ser uma característica individual [ver figura (2.12)]. Embora assinaturas requerem contato e esforço com o instrumento de escrita, elas são aceitáveis como método de autenticação pessoal [15]. Este sistema é um padrão comportamental (muda ao longo do tempo).

A assinatura é aplicada principalmente na identificação de indivíduos e na verificação da autenticidade de documentos formais. O método mais comum utilizado para verificar a veracidade de uma assinatura é o visual, ou seja, a assinatura de uma pessoa é comparada com amostras recolhidas anteriormente e, caso seja similar, é aprovada. Com o avanço tecnológico, surgiram métodos de validação mais avançados, que levam em consideração outros fatores como: formato das letras, ângulo no qual a caneta é segurada, tempo que se leva para assinar, velocidade e aceleração da assinatura, pressão aplicada ao escrever, número de vezes que a caneta é levantada, dentre outros.

A tabela (2.2) apresenta uma comparação entre os nove tipos biométricos relatados nas seções anteriores com relação aos critérios desejáveis de um sistema de reconhecimento de



Figura 2.12: Forma de digitação em um teclado (à esquerda) e um estilo de um indivíduo escrever (à direita).

peessoas.

Observa-se que cada um dos sistemas estudados possui vantagens e desvantagens, entretanto cada um tem a sua importância e aplicabilidade. Reforça-se que a face tem uma excelente aceitação, porém apresenta problemas com relação à unicidade e desempenho. Este sistema biométrico encontra-se discutido mais profundamente nas próximas seções.

Tabela 2.2: Comparação dos nove tipos biométricos descritos na seção (2.3) segundo Jain et al. [14], onde: A-alta performance, M-média performance, B-baixa performance.

Sistemas Biométricos	Universalidade	Unicidade	Permanência	Mensurabilidade	Desempenho	Aceitabilidade	Fraude
Impressão Digital	M	A	A	M	A	M	M
DNA	A	A	A	B	A	B	B
Íris	A	A	A	M	A	B	B
Retina	A	A	M	B	A	B	B
Face	A	B	M	A	B	A	A
Geometria da mão	M	M	M	A	M	M	M
Voz	M	B	B	M	B	A	A
Padrão de digitação	B	B	B	M	B	M	M
Assinatura	B	B	B	A	B	A	B

2.5 Reconhecimento Facial

A maneira mais básica e natural utilizada pelo homem para a identificação de pessoas é através do reconhecimento facial. Essa identificação é um dos métodos não-intrusivos em biometria, no entanto, consiste também em um dos maiores desafios para os pesquisadores da área, envolvendo pesquisas em psicofísica, neurociência, engenharia, reconhecimento de padrões, análises e processamento de imagens, visão computacional aplicada ao reconhecimento de faces por humanos e máquinas [33].

A formação da base de dados é um fator importantíssimo para se obter sucesso no processo de reconhecimento. Nesta etapa uma ou mais imagens de faces são agrupadas e codificadas para o uso no modelo, esse conjunto forma o espaço de faces. Depois de selecionar uma face alvo e estabelecer a similaridade com a base de dados, o algoritmo busca características que definem a face. Como uma imagem é constituída de *pixels*, temos que na verdade a análise é realizada sobre a intensidade luminosa de cada um deles em relação aos que estão na base de faces.

O reconhecimento facial, independente do método utilizado, pode ser definido nas seguintes etapas [ver o diagrama mostrado na figura (2.13)]:

- **Aquisição da Imagem:** Utiliza-se, geralmente, uma fotografia ou uma imagem digitalizada obtida por uma câmera;
- **Pré-Processamento:** Elimina-se os ruídos e distorções da imagem;
- **Análise da Imagem:** Utiliza-se diferentes técnicas para extrair as características da imagem de cada indivíduo (cria-se um vetor reduzido de característica com dados extraídos dos objetos adquiridos);
- **Seleção das características:** Analisa-se o conjunto dos vetores de características e elimina-se os mais redundantes.
- **Classificação:** Analisa-se o padrão obtido (classificação ou agrupamento) e então toma-se uma decisão.

Na classificação, o classificador toma decisões baseando-se no aprendizado realizado a partir do conjunto de treinamento, o qual contém exemplos de padrões de todas as classes existentes no

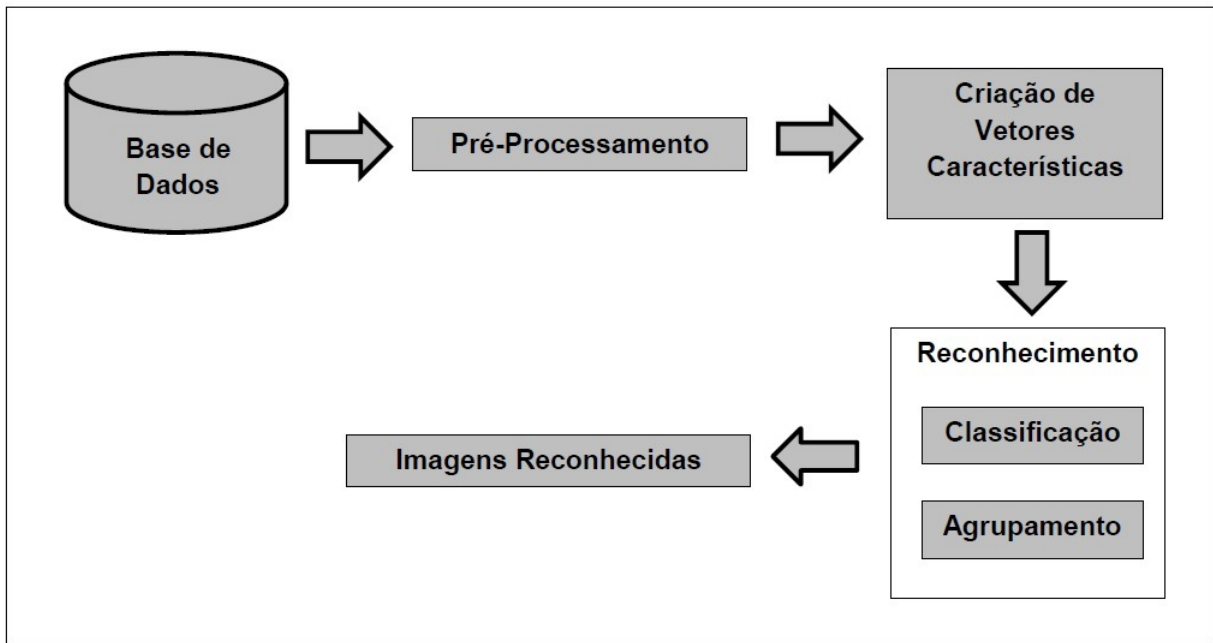


Figura 2.13: Modelo do Processo de Reconhecimento Facial

sistema. No reconhecimento estatístico de padrões, a classificação é feita utilizando estimativas de distribuições probabilísticas. O reconhecedor de padrões é avaliado através de um conjunto de testes, preferencialmente composto de todas as classes, mas que não estejam no conjunto de treinamento [33].

Em reconhecimento de faces cada classe e suas variações representam uma mesma pessoa, logo o problema de classificação apresenta a seguinte ideia: **Dado um indivíduo desconhecido, extrai-se suas características para obter o vetor x (de características) e determinar a qual classe esse indivíduo pertence.**

Pode-se encontrar diversos problemas durante o processo de reconhecimento facial, entre eles, mudanças na iluminação e diferentes poses e expressões faciais. Segundo Atalay [4], pode-se classificar um sistema como robusto se o mesmo for insensível à:

- **Variância de Escala:** A mesma face pode ser apresentada para o sistema de diferentes escalas (a distância entre o rosto e a câmera influencia o reconhecimento);
- **Varição de Posição:** A mesma face pode ser captada sob diferentes perspectivas e orientações, por exemplo, de perfil, frontal;
- **Varição de Iluminação:** Uma mesma imagem da face captada sob diferentes condições de iluminação pode causar dupla interpretação;

- **Expressões e Detalhes Faciais:** Sorrir, fazer caretas, barbas e bigodes, usar óculos, entre outras características podem influenciar no processo de reconhecimento;
- **Ruídos:** Ruídos gerados por granulações da imagem, defeitos de hardware, oclusão da câmera e objetos que interferem na precisão da imagem.

A seguir são discutidas algumas técnicas de reconhecimento facial.

2.5.1 Técnicas de Reconhecimento Facial

Os métodos de reconhecimento facial são divididos em dois tipos:

- Métodos baseados em características locais;
- Métodos holísticos.

Os métodos baseados em características locais, como o próprio nome diz, baseiam-se na identificação através de determinados pontos importantes da face, tais como olhos, nariz, boca e etc. Estes métodos utilizam uma análise matemática extensa para extrair informação das componentes básicas da face e, em seguida, converter essa informação em um vetor de características [9].

Já os métodos holísticos analisam a imagem facial de forma geral, sem localizar pontos individuais. As técnicas holísticas costumam utilizar a análise estatística, redes neurais ou transformações lineares. Sua maior vantagem está no fato de utilizar a face como um “todo”, assim o método não destrói nenhuma informação quando determinados pontos importantes da face são processados. Mais detalhes sobre os métodos holísticos são apresentados a seguir.

2.5.2 Métodos Holísticos

Como já foi discutido anteriormente, os métodos holísticos analisam a imagem facial como um “todo”, ou seja, considera todos os *pixels* da imagem ou de algumas regiões importantes da face, logo a dimensionalidade dos dados é exatamente igual ao número de *pixels* da imagem ou da região em estudo. Por exemplo, considerando no treinamento uma imagem 64×64 , ela gera uma matriz do tipo $64^2 \times 64^2$ (como será discutido na seção (2.5.4)), o que aumenta muito o esforço computacional e conseqüentemente pode impossibilitar o reconhecimento, por este motivo, utiliza-se métodos que reduzem a dimensionalidade do conjunto mantendo-se a precisão do classificador.

Sendo uma etapa importante no reconhecimento, a redução da dimensionalidade está conectada fortemente à capacidade dos algoritmos em utilizar espaços de características de tamanhos intratáveis para tamanhos manuseáveis [9]. Dentre as diversas técnicas, destacam-se a Análise de Componentes Principais (PCA) e Análise de Discriminante Linear (LDA).

Estes dois métodos são baseados em análises estatísticas dos vetores da imagem facial. Cada método tem uma forma própria de atuar e de representar os vetores da base para formar um espaço de dimensão menor. Quando o vetor de face é projetado nos vetores da base do sistema, obtêm-se os coeficientes da projeção definidos como a nova representação característica de cada imagem facial. O reconhecimento da face em teste é executado por meio de um classificador, que compara os coeficientes das faces originais de treinamento com os coeficientes da face em teste, e a partir daí, classifica a face em teste em alguma classe. A forma mais simples de realizar a classificação é utilizar o cálculo das distâncias entre os vetores, como por exemplo, a distância euclidiana.

Nas próximas seções, apresenta-se um detalhamento dos métodos *Eigenface* e *Fisherface* (consequentemente um detalhamento das técnicas PCA e LDA); antes porém, são definidos matematicamente os principais conceitos utilizados neste estudo.

2.5.3 Definições Importantes

Uma imagem digital é uma matriz $m \times n$, em que cada elemento da matriz é denominado *pixel* (do inglês *picture elements*). Cada *pixel* possui três coordenadas: x e y definem a sua posição na imagem e i representa o nível de cinza ou grau de brilho da imagem.

Definição 2.1 (*Imagem Digital*). *Seja uma matriz $m \times n$ cujos elementos pertencem a um espaço vetorial, isto é, uma aplicação $i : R \rightarrow V$, onde R é um subconjunto do plano e V é um espaço vetorial. Para cada *pixel* $(x, y) \in R$ da imagem, $i(x, y)$ contém informações da estrutura do *pixel*.*

A seguir, define-se alguns conceitos importantes da Estatística Multivariada. Consideremos X um vetor aleatório de dimensão p (contém p componentes):

$$X = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_p)^T, \quad (2.1)$$

onde T significa transposto e X_1, X_2, \dots, X_p são variáveis aleatórias.

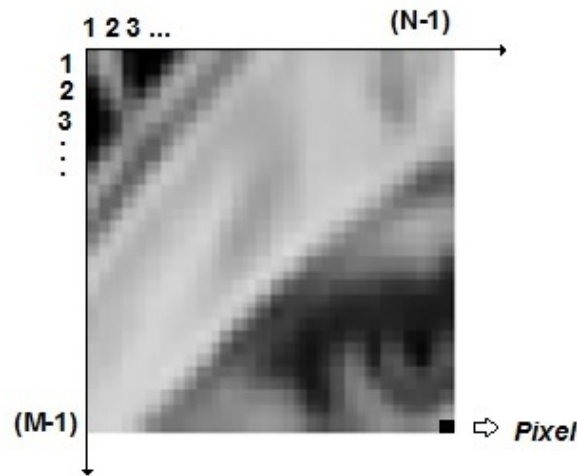


Figura 2.14: Ilustração do *pixel* - menor elemento da imagem digital.

Definição 2.2 (*Vetor das Médias*). Seja X um vetor aleatório. O vetor das médias de X é definido por:

$$\mu = E(X) = \begin{bmatrix} E(X_1) \\ E(X_2) \\ \vdots \\ E(X_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

onde $\mu_i = E(X_i)$, denota a média ou esperança matemática da variável aleatória X_i , $i = 1, 2, \dots, p$.

Definição 2.3 (*Desvio padrão*). Sejam X_p variáveis aleatórias, o desvio padrão σ_i mede a dispersão dos valores individuais em torno da média, isto é,

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \mu)^2}{p - 1}}, \quad (2.3)$$

onde $i=1,2,\dots,p$.

Definição 2.4 (*Variância*). A variância da i -ésima componente do vetor X é calculada por $\text{Var}(X_i) = \sigma_i^2$, onde σ_i é o desvio padrão.

A variância e o desvio padrão são medidas de dispersão e possuem características distintas: a variância estabelece os desvios em relação à média aritmética μ_i e o desvio padrão analisa a

regularidade dos valores, isto significa que valores grandes de σ_i indicam uma maior dispersão de valores em relação à média.

Quando existirem duas variáveis aleatórias X_i e X_j , dispõe-se de várias medidas estatísticas que podem ser utilizadas para analisar como estas variáveis se relacionam ou variam conjuntamente. A medida mais utilizada é a covariância.

Definição 2.5 (Covariância). *Sejam X_i e X_j duas variáveis aleatórias, a covariância entre elas é definida por:*

$$\text{Cov}(X_i, X_j) = E[(X_i - \mu_i)(X_j - \mu_j)] = \sigma_{ij}, \quad (2.4)$$

isto é, o valor médio do produto dos desvios de X_i e X_j em relação às suas respectivas médias.

A covariância verifica a relação entre duas variáveis, logo o seu sinal indica o tipo de relação que as duas variáveis têm. Se a covariância for nula significa que as variáveis analisadas são independentes, mas se for diferente de zero as variáveis podem apresentar determinada dependência entre si. Um sinal positivo indica que elas movem juntas e um negativo que elas movem em direções opostas.

Sabe-se que uma imagem tem muitas variáveis, por este motivo, convém guardar os valores das médias numa matriz, chamada de matriz de covariância.

Definição 2.6 (Matriz de Covariância). *A matriz de covariância ou matriz de dispersão das variáveis aleatórias X_1, X_2, \dots, X_p é definida por:*

$$\text{Cov}(X) = \text{Var}(X) = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \dots & \sigma_p^2 \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

onde $\sigma_{ij} = \text{Cov}(X_i, X_j)$ e $\sigma_i^2 = \sigma_{ii}$, para $i = 1, 2, \dots, p$ e $j = 1, 2, \dots, p$.

2.5.4 Método Eigenface (PCA)

O método *Eigenface* foi inicialmente proposto por TURK e PENTLAND, em seu trabalho “*Eigenfaces for Recognition*”, publicado em 1991 [39]. A proposta de utilização de *Eigenfaces* (autofaces) para o reconhecimento de faces foi de utilizar atributos diferentes dos métodos

baseados em características (olhos, boca, nariz, entre outros) e passar a utilizar informações mais discriminantes da face (características globais). Assim, os autores propuseram utilizar à Análise de Componentes Principais (PCA - *Principal Component Analysis*) para fazer a extração das características da imagem facial.

A PCA é uma técnica bem conhecida e explora a análise de dados lineares multivariados, isto é, analisa um número muito grande de dados. Essa técnica matemática descreve um conjunto de dados usando “componentes principais”, escrita como combinações lineares dos dados originais. As componentes principais são determinadas em ordem decrescente de importância. A primeira componente possui mais informação do que a segunda, e assim por diante. A PCA tenta construir um pequeno conjunto de componentes que resumem os dados originais, reduzindo a dimensionalidade dos mesmos [34].

Os principais objetivos da PCA são:

1. Redução de dimensionalidade;
2. Seleção de Características (escolha das Componentes Principais).

O método das Autofaces (*Eigenface*) busca identificar um pequeno número de características que são relevantes para diferenciar uma face de outras. Essas características podem ser analisadas apenas com a variação dos valores assumidos pelos *pixels*, em um conjunto de imagens de faces [34]. Matematicamente, esse processo pode ser obtido através dos autovetores (*eigenvectors*) que formam as bases ortonormais do subespaço de face e seus respectivos autovalores (*eigenvalues*) obtidos por meio da matriz de covariância formada de um conjunto de imagens de faces. Esses autovetores podem ser vistos como um conjunto de características que descrevem a variação entre tais imagens. Em suma, cada imagem de face no conjunto de treinamento pode ser exatamente representada em termos de uma combinação linear dos autovetores; e os coeficientes desta combinação serão os novos representantes da face no subespaço dimensional [33].

Segundo Silva [34], o método *Eigenface* consiste em:

1. Formar um subespaço X (chamado subespaço PCA ou subespaço de faces), descrito pelos principais autovetores da matriz de covariância de um determinado conjunto de faces;
2. Projetar uma imagem teste (Z_{teste}) neste subespaço, gerando um vetor de pesos x , tal que $x = p^T \cdot Z_{\text{teste}}$;

3. Comparar o vetor de pesos x obtido da projeção com os vetores obtidos da projeção de faces conhecidas.

O objetivo principal do método *Eigenface* é escolher uma projeção redutora de dimensionalidade (através da PCA) que maximiza o espalhamento de todas as imagens de faces projetadas [7], isto é, classificar e agrupar as imagens de faces em classes, garantindo a máxima separabilidade entre essas classes. A formalização matemática do método *Eigenface* para o reconhecimento de faces é a seguinte:

Consideremos $Im(x, y)$ uma imagem de face como sendo uma matriz de dimensão $N_x \times N_y$, em que N_x é o número de linhas e N_y é o número de colunas. Representa-se a matriz I concatenada em linhas da seguinte forma:

$$Im(x, y) = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1N_y} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2N_y} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{N_x1} & x_{N_x2} & \cdots & x_{N_xN_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ \vdots \\ x_{1N_y} \\ x_{21} \\ x_{22} \\ \vdots \\ x_{2N_y} \\ x_{N_x1} \\ x_{N_x2} \\ \vdots \\ x_{N_xN_y} \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Cada vetor tem tamanho N e descreve uma imagem de tamanho $N_x \times N_y$, sendo uma combinação linear das faces originais. Esses vetores são chamados de “autofaces”.

Seja $Z = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_M\}$ o conjunto das imagens de faces de treinamento e M a quantidade de imagens desse conjunto. As imagens de treinamento são selecionadas a partir de uma base de dados podendo ser todo o conjunto ou algumas imagens. Há informações redundantes na face, logo ela pode ser representada somente pela variância que ocorre em torno de uma média (componentes principais). Assim, a média do conjunto Z (face média) é definida pela expressão:

$$\bar{Z} = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^M Z_i. \quad (2.7)$$

Note que \bar{Z} tem a mesma dimensão das imagens de treinamento. Cada imagem do conjunto de treinamento diferencia-se em relação à face média (\bar{Z}) pela relação:

$$\Phi_i = Z_i - \bar{Z}, \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (2.8)$$

O vetor Φ_i contém todas as variações de uma determinada face Z_i em relação à face média \bar{Z} . Dessa forma, levando em consideração que todas as faces serão subtraídas da face média, tem-se uma nova matriz A que contém somente as variações de cada face em relação à face média [34]:

$$A = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_M] \quad (2.9)$$

e, o cálculo da matriz de covariância R é dado por:

$$R = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^M (Z_i - \bar{Z})(Z_i - \bar{Z})^T = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^M \Phi_i \Phi_i^T = (A \cdot A^T). \quad (2.10)$$

A matriz R é de dimensão $N^2 \times N^2$ e determinar os autovetores e autovalores desta matriz é um problema difícil de ser resolvido em virtude do seu tamanho. Para solucionar esse problema (alta dimensionalidade dos dados), considera-se:

Seja λ_i e v_i os autovalores e autovetores de $R = A \cdot A^T$, respectivamente. Logo:

$$(A \cdot A^T) \cdot v_i = \lambda_i \cdot v_i. \quad (2.11)$$

Para determinar os λ_i autovalores associados aos v_i autovetores, utiliza-se o seguinte artifício de Álgebra Linear: seja λ_k e v_k , os autovalores e autovetores de $A^T \cdot A$, respectivamente, isto é,

$$(A^T \cdot A) \cdot v_k = \lambda_k \cdot v_k. \quad (2.12)$$

Multiplicando ambos os lados da equação (2.12) por A , obtêm-se:

$$A \cdot (A^T \cdot A) \cdot v_k = A \cdot \lambda_k \cdot v_k, \quad (2.13)$$

isto é,

$$(A \cdot A^T) \cdot (A \cdot v_k) = \lambda_k \cdot (A \cdot v_k). \quad (2.14)$$

Nota-se das equações (2.11) e (2.14) que os autovetores $v_i \in A \cdot A^T$ satisfazem $Av_k = \lambda_k$, ou seja, Av_k são os autovetores de R . Logo, conhecendo v_k conhece-se λ_k . Portanto, uma matriz de dimensão $M \times M$ é utilizada nos cálculos ao invés da matriz de dimensão $N \times N$, reduzindo substancialmente e de forma eficiente os cálculos computacionais [34].

Para continuar a análise, tem-se que cada autoface p_k será escrita como combinação linear dos autovetores que representam as imagens do conjunto de treinamento com as faces do conjunto de imagens, isto é:

$$p_k = \sum_{j=1}^M v_{jk} \Phi_k. \quad (2.15)$$

Depois de determinar as autofaces, as imagens do conjunto de treinamento são projetadas no subespaço de faces, chamado de subespaço PCA, através da seguinte relação:

$$x_i = p_i^T (Z_i - \bar{Z}), \quad i = 1, 2, \dots, M', \quad (2.16)$$

em que M' é o número de autovetores associados aos maiores autovalores e x_i representam a contribuição de cada autoface em relação às imagens do conjunto de treinamento.

Para saber qual classe pertence uma imagem teste, é preciso verificar a contribuição de cada autoface em relação à essa nova imagem. Seja Z_{teste} a face teste de dimensão $N^2 = N_x \times N_y$. A diferença entre essa face e a face média, é calculada por:

$$\Phi_{\text{teste}} = Z_{\text{teste}} - \bar{Z}, \quad (2.17)$$

onde Φ_{teste} tem dimensão N . A projeção no subespaço PCA será dada por:

$$x_{\text{teste}} = p_i^T \cdot \Phi_{\text{teste}}, \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, M'. \quad (2.18)$$

A classificação é feita utilizando os pesos da equação (2.16) para procurar quais faces do conjunto de treinamento são similares à essa nova imagem teste. Para o processo de similaridade, utiliza-se o cálculo da distância euclidiana entre os pesos das equações (2.16)

e (2.18), isto é,

$$\varepsilon_i = \|(x_{\text{teste}} - x_i)\|, \quad (2.19)$$

em que x_{teste} é o vetor de pesos resultantes da projeção da face teste no subespaço PCA e x_i é um vetor que representa a i -ésima face.

Portanto, a imagem teste Z_{teste} pertencerá a classe que possui a menor distância euclidiana (ε_i).

2.5.5 Método Fisherface (PCA+LDA)

Fisherface é outro método utilizado para o reconhecimento de faces por meio de características globais da face. De forma análoga ao *Eigenface*, esse método baseia-se também na redução de dimensionalidade do espaço de características. A projeção ótima neste caso é obtida através da Análise de Discriminante Linear (LDA - *Linear Discriminant Analysis*) ou Análise de Discriminante Linear de Fisher (F-LDA).

O método *Fisherface* foi descrito por Belhumeur et al. [7], no trabalho: “*Eigenfaces vs. Fisherfaces: Recognition using class specific linear projection*”, publicado em 1997. De acordo com os autores, a LDA consegue encontrar subespaços que distribuem de maneira mais eficaz as classes do sistema.

Na Análise de Discriminante Linear, o conjunto de imagens faciais de treinamento é constituído por várias classes. Cada classe representa a identidade de uma pessoa e com base num conjunto de classes previamente conhecidas, o problema de reconhecimento é formulado de modo a determinar a que classe pertence uma determinada imagem desconhecida.

A LDA pode ser entendida como uma técnica (para o reconhecimento de faces) que busca maximizar o raio de variância entre as classes (*between - class*) e paralelamente minimizar a variância dentro das classes (*within-class*) garantindo a máxima separabilidade entre as classes de um conjunto particular de imagens de faces, sendo aplicada uma transformação linear visando encontrar um sistema de coordenadas ótimas, que melhor represente as imagens com máxima separabilidade [33].

O método *Fisherface* é formado por duas fases: primeiro projeta-se o conjunto de imagem para um espaço de menor dimensão utilizando a PCA e depois é seguido pela fase da LDA [21]. Na PCA é feita a projeção do conjunto de imagens de treinamento para um subespaço de

menor dimensão. Depois da redução de dimensionalidade, na técnica LDA, os vetores próprios obtidos são usados para projetar as imagens faciais num subespaço de dimensão ainda menor. O reconhecimento de uma face de teste se dá com a projeção no subespaço dos vetores próprios criados e utilizando uma medida de semelhança, para efetuar a comparação com as outras faces projetadas no mesmo subespaço [9].

Matematicamente, seja Z_{ij} uma imagem de face como sendo uma matriz de tamanho N (da mesma forma que (2.6)) projetada no subespaço PCA, em que a j -ésima imagem de uma classe de imagens C_i . A média total (μ) dessas faces é dada por:

$$\mu = \frac{1}{\sum_{i=1}^r N_i} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{N_i} Z_{ij}, \quad (2.20)$$

onde N_i é o número de faces pertencentes a cada uma das r classes pré determinadas C_1, C_2, \dots, C_r e $C_i = x_{ij}, \dots, x_{iC_i}$. Além disso, a face média (μ_i) da classe C_i , é obtida pela expressão:

$$\mu_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} Z_{ij}. \quad (2.21)$$

A matriz de dispersão interclasse (entre classes) S_B é definida por:

$$S_B = \sum_{i=1}^r N_i (\mu_i - \mu)(\mu_i - \mu)^T, \quad (2.22)$$

ou seja, S_B representa a dispersão das faces médias de cada classe em relação à média total.

A matriz de dispersão intraclasse (dentro de cada classe) S_W é definida por:

$$S_W = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{C_i} (Z_{ij} - \mu_i)(Z_{ij} - \mu_i)^T = \sum_{i=1}^r S_{W_i}, \quad (2.23)$$

onde S_{W_i} é uma matriz de covariância da classe C_i e S_W representa a dispersão das imagens de faces Z_{ij} em relação à face média de sua classe.

A técnica LDA buscar encontrar uma matriz de projeção ótima que maximize a razão do determinante da matriz de dispersão interclasse das imagens de faces projetadas e também que minimize o determinante da matriz de dispersão intraclasse dessas mesmas imagens [19]. A matriz de projeção ótima (W_{otima}) é dada por:

$$W_{otima} = \underbrace{\arg \max}_W \frac{|W^T \cdot S_B \cdot W|}{|W^T \cdot S_W \cdot W|} = [W_1 \ W_2 \ \dots \ W_M], \quad (2.24)$$

onde $\{W_i | i = 1, 2, \dots, M\}$ é o conjunto generalizado de autovetores de S_B e S_W correspondente aos M maiores autovalores $\{\lambda_i | i = 1, 2, \dots, M\}$.

Note que o método *Fisherface* projeta o conjunto de imagens em um espaço de dimensão menor tal que a matriz de dispersão intraclasse S_W resultante seja não-singular (logo a projeção ótima (2.24) pode ser calculada).

Em resumo, o método *Fisherface* utiliza a técnica PCA para reduzir a dimensionalidade projetando as faces originais em um espaço de dimensão menor. Em seguida, a técnica LDA é aplicada para procurar a melhor característica discriminante linear naquele subespaço PCA [34]. Formalmente, a matriz de projeção ótima W_{otima} pode ser calculada da seguinte forma:

$$W_{otima} = W_{LDA} \cdot W_{PCA}, \quad (2.25)$$

onde

$$W_{PCA} = \underbrace{\arg \max}_W |W^T \cdot S_{BW} \cdot W|, \quad (2.26)$$

para $S_{BW} = S_B + S_W$ e W_{LDA} é dada por:

$$W_{LDA} = \underbrace{\arg \max}_W \frac{|W^T \cdot W_{PCA}^T \cdot S_B \cdot W_{PCA} \cdot W|}{|W^T \cdot W_{PCA}^T \cdot S_W \cdot W_{PCA} \cdot W|}. \quad (2.27)$$

A classificação é feita procurando quais faces do conjunto de treinamento são similares às novas imagens de faces testes, do mesmo modo como foi descrito na seção (2.5.4).

2.6 Considerações Finais

Através deste capítulo, pode-se observar que com o surgimento dos computadores, houve crescentes estudos na área de identificação (autenticação) de uma pessoa no campo da biometria, como por exemplo, estudos no reconhecimento por impressão digital, retina, voz, geometria da mão e análise de imagens faciais.

Em seguida, foram discutidos o processo de reconhecimento facial, que é realizado em cinco etapas. Inicialmente, utiliza-se uma base de imagens de faces (aquisição da imagem), em seguida

é realizado o pré-processamento das imagens faciais para a remoção de ruídos e imperfeições. Na segunda etapa, são extraídos os vetores de características da imagem facial (análise da imagem) e faz-se uma seleção dessas características. Por último é feita a classificação.

Entre os métodos de reconhecimento de faces convencionais, foram estudados dois métodos holísticos: *Eigenface* e *Fisherface*. O *Eigenface* utiliza a técnica da Análise de Componentes Principais (PCA) para extrair as características da imagem facial e reduzir a dimensionalidade do conjunto de faces, preservando a variação do mesmo. O método *Fisherface*, assim com o *Eigenface*, baseia-se na redução da dimensão do espaço de características, mas utiliza como técnica principal, a Análise de Discriminante Linear (LDA). Este método busca maximizar a dispersão entre as classes de imagens e paralelamente, busca minimizar a dispersão dentro de cada classe.

No próximo capítulo, é analisado o método *Fisherface Fuzzy*, que é a complementação do método *Fisherface* com graus de pertinência *fuzzy*. São estudados o método, suas principais características e funções de pertinência *fuzzy*.

Estudo do Método *Fisherface Fuzzy* e das Funções de Pertinência

3.1 Introdução

Neste capítulo serão tratados os detalhes do método *Fisherface Fuzzy* para o reconhecimento de faces.

Para identificar faces, foi visto que existem diversos fatores que influenciam na performance do reconhecimento, como iluminação, variação de posição, expressões e detalhes faciais. A fim de driblar estes fatores e melhorar as taxas de reconhecimento, diversos pesquisadores começaram a modelar e criar novas estratégias para tornar os métodos já conhecidos, mais eficientes. Em 1985, Keller et al. [20] propõem a utilização do algoritmo dos k-vizinhos mais Próximos *Fuzzy* para melhorar o método de classificação de padrões. A partir dessa nova ideia, em 2005 foi desenvolvido o método *Fisherface Fuzzy*.

Nas próximas seções, são desenvolvidos as técnicas utilizadas no método *Fisherface Fuzzy* e estudados alguns tipos de função de pertinência *fuzzy*.

3.2 Algoritmo dos k-vizinhos mais próximos (KNN)

O algoritmo dos k-vizinhos mais próximos (KNN - *K-Nearest Neighbours*) é utilizado em problemas de classificação para obter resultados mais eficientes. Esta eficiência na classificação

depende da dimensionalidade e complexidade dos dados.

Dado um padrão de teste x (desconhecido), a classificação é feita da seguinte maneira:

1. Calcula-se a distância entre x e todos os padrões de treinamento.
2. Verifica-se a quais classes pertencem os k padrões mais próximos;
3. A classificação é realizada associando-se o padrão de teste à classe que for mais frequente entre os k padrões mais próximos de x .

Quando as características são numéricas (como é o nosso caso), no item (1) utiliza-se a distância Euclidiana.

Definição 3.1 (*Distância Euclidiana*). A distância euclidiana entre dois vetores $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ e $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ é definida por:

$$d_E(x, y) = \|x - y\| = \sqrt{(x - y)^T(x - y)}. \quad (3.1)$$

A principal vantagem desse método é que ele cria uma superfície de decisão que se adapta à forma de distribuição dos dados de treinamento de maneira detalhada, possibilitando a obtenção de boas taxas de acerto quando o conjunto de treinamento é grande.

Utilizando $k > 1$, reduz-se a ocorrência de erros causados por ruídos nos padrões de treinamento. Entretanto, o uso de valores grandes em k pode reduzir a qualidade dos resultados de classificação quando a distribuição das classes possuir muitas sobreposições [37].

Geralmente, o algoritmo KNN apresenta bons resultados na classificação de padrões, entretanto, ele apresenta alguns problemas, como por exemplo, a performance do KNN depende da escolha do número de vizinhos (k). Para um caso prático, não há uma regra para realizar essa escolha, a estratégia mais recomendada é a de tentativa e erro. Através de inúmeros testes realizados e com o objetivo de determinar um padrão para a escolha do número de k vizinhos mais próximos, neste trabalho, a quantidade de vizinhos ($k > 1$) foi escolhida através da seguinte relação:

$$1 < k \leq c, \quad (3.2)$$

sendo c o número de classes do problema.

3.3 Lógica Fuzzy

A *lógica Fuzzy*, também conhecida como lógica nebulosa ou lógica difusa, representa um esquema de traduzir informações vagas, imprecisas em valores numéricos [5]. A palavra “*fuzzy*” é de origem inglesa e significa incerto, vago, impreciso, subjetivo, nebuloso, difuso, entre outras. A lógica convencional lida com problemas assumindo sempre verdadeiro ou falso, mas as vezes, esta forma de modelagem de problemas não é suficiente, portanto necessita-se a solução de problemas com valores intermediários. A fim de ajudar a solucionar esses problemas, surgiu a *lógica fuzzy*.

A Teoria dos Conjuntos “*Fuzzy*” foi proposta pelo matemático *Lotfi Asker Zadeh* no artigo “*Fuzzy Sets*” publicado em 1965 [43], com a principal intenção de dar um tratamento matemático a certos termos linguísticos subjetivos, como “aproximadamente”, “em torno de”, dentre outros [6]. Esta lógica considera os elementos pertencentes a um determinado conjunto com um certo grau de pertinência. Enquanto que na lógica tradicional, um elemento pertence ou não a um determinado conjunto, isto é, tem valores de pertinência 0 ou 1, na *lógica fuzzy*, um dado elemento pode pertencer a um conjunto com grau de pertinência em um intervalo de 0 a 1.

Para formalizar matematicamente um conjunto *fuzzy*, *Zadeh* baseou-se no fato de que qualquer conjunto clássico pode ser caracterizado por uma função: sua função característica.

Definição 3.2 (*Função Característica*). *Seja U um conjunto e A um subconjunto de U . A função característica de A é dada por:*

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \\ 0, & \text{se } x \notin A. \end{cases} \quad (3.3)$$

Assim, χ_A é uma função cujo domínio é U e a imagem está contida no conjunto $\{0, 1\}$, onde $\chi_A(x) = 1$ significa que o elemento x está em A , enquanto $\chi_A(x) = 0$ indica que x não é elemento de A . Portanto, a função característica descreve completamente o conjunto A já que tal função indica quais elementos do conjunto universo U são elementos também de A . Entretanto, existem casos em que a função de pertinência entre elementos e conjuntos não é precisa, ou seja, não se sabe se um elemento pertence efetivamente a um conjunto ou não. Nestes casos, o recomendado é dizer qual elemento do conjunto universo se enquadra “melhor” ao termo que caracteriza o subconjunto.

A seguir, são definidos os conceitos da *Lógica Fuzzy* utilizados neste trabalho.

Definição 3.3 (*Função de Pertinência Fuzzy*). Seja U um conjunto universo. Um subconjunto fuzzy F de U é caracterizado pela função:

$$\mu_F : U \rightarrow [0, 1], \quad (3.4)$$

pré-fixada, chamada **função de pertinência** do subconjunto fuzzy F .

O valor da função $\mu_F(x) \in [0, 1]$ indica o grau com que o elemento x de U está no conjunto fuzzy F . $\mu_F(x) = 0$ e $\mu_F(x) = 1$ significam, respectivamente, a não pertinência e a pertinência completa de x ao conjunto fuzzy F . Do ponto de vista formal, a definição de subconjunto fuzzy foi obtida ampliando-se o contra-domínio da função característica, que é o conjunto $\{0, 1\}$, para o intervalo $[0, 1]$. Neste contexto, concluímos que um conjunto universo (clássico) é um caso particular de um conjunto fuzzy, cuja função de pertinência μ_F é uma função característica χ_F [6].

Definição 3.4 (*Subconjunto Crisp*). Um subconjunto universo (clássico), na linguagem fuzzy, é denominado subconjunto crisp.

Um subconjunto fuzzy F é composto de elementos de x de um conjunto universo U , providos de um valor de pertinência à F , dado por $\mu_F(x)$. Assim:

$$F = \{(\mu_F(x) \setminus x), \text{ com } x \in U\}. \quad (3.5)$$

onde $\mu_F(x)$ representa o grau de pertinência de x em F .

A figura (3.1) ilustra a diferença entre os conjuntos *fuzzy* e *crisp*. Nota-se que o conjunto *crisp* (círculo) determina somente se os elementos (pontos) pertencem ou não ao conjunto, já o conjunto *fuzzy* indica quantitativamente, no intervalo $[0, 1]$ o quanto cada elemento pertence ao conjunto, este índice é o grau de pertinência (escala de cinza).

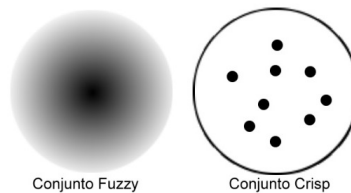


Figura 3.1: Ilustração da diferença entre os conjuntos *fuzzy* e *crisp*.

3.4 Funções de Pertinência Fuzzy

As funções de pertinência são usadas para calcular o grau que uma determinada variável pertence ou não ao conjunto relacionado. Elas podem ter forma padrão, ou podem ser definidas de acordo com o problema, desde que sejam estabelecidas suas propriedades. A escolha de qual função usar é feita normalmente de forma empírica, analisando casos passados semelhantes e vendo qual obteve melhor resultado [32].

Existem diversos tipos de funções de pertinência *fuzzy* que são utilizadas em problemas de modelagem matemática. O formato do conjunto *fuzzy* é definido de acordo com a função de pertinência utilizada. As funções mais utilizadas são a trapezoidal, a triangular e a gaussiana.

A função trapezoidal apresenta como características o rápido processamento e a presença de descontinuidades. Sua forma é ilustrada na figura (3.2). A equação deste tipo de função de pertinência é da forma:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq a \\ 1 - (b - x)/(b - a), & \text{se } a < x \leq b \\ 1, & \text{se } b < x \leq c \\ (d - x)/(d - c), & \text{se } c < x \leq d \\ 0, & \text{se } x > d. \end{cases} \quad (3.6)$$

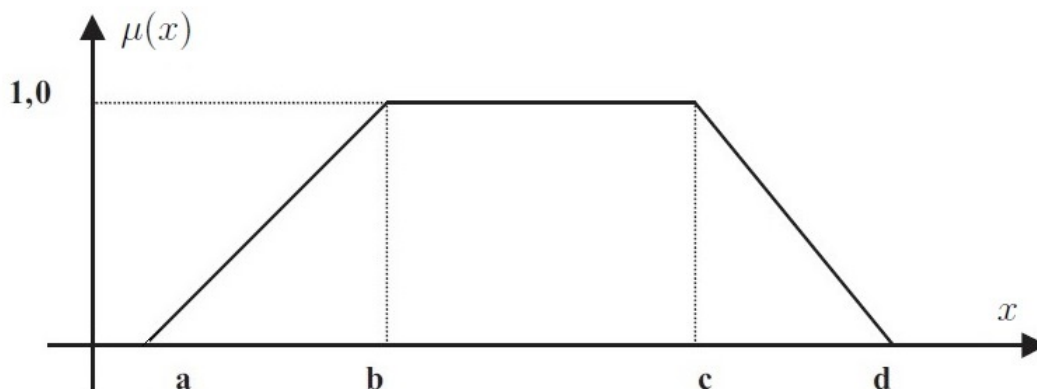


Figura 3.2: Função de Pertinência do tipo Trapezoidal.

A função de pertinência do tipo triangular é muito semelhante à função trapezoidal, entretanto, não apresenta descontinuidades na mudança de crescimento da função (veja figura (3.3)). Sua função de pertinência é da forma:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq a \\ 1 - (b - x)/(b - a), & \text{se } a < x \leq b \\ (c - x)/(c - b), & \text{se } b < x \leq c \\ 0, & \text{se } x > c. \end{cases} \quad (3.7)$$

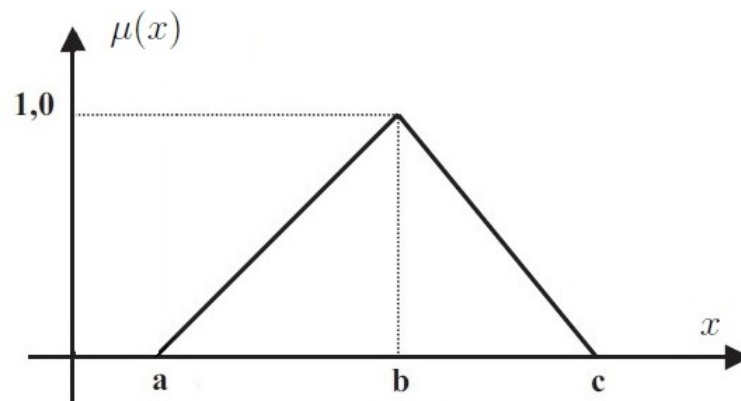


Figura 3.3: Função de Pertinência do tipo Triangular.

A função do tipo Gaussiano, tem como característica a distribuição normal, isto é, resultados muito maiores ou muito menores em relação à média tendem a zero (observe o gráfico na figura (3.4)). Sua função é representada abaixo, onde \bar{x} é a média e σ é o desvio padrão.

$$\mu(x) = e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{\sigma^2}}. \quad (3.8)$$

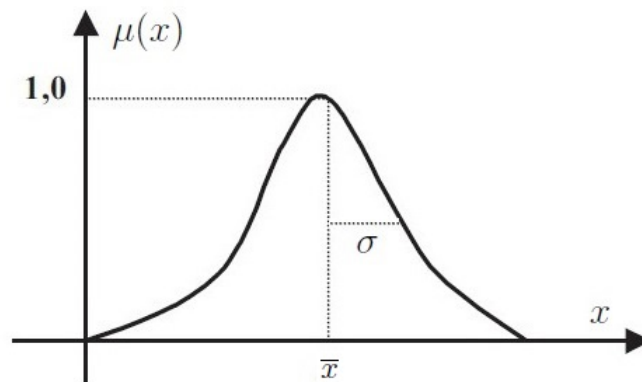


Figura 3.4: Função de Pertinência do tipo Gaussiano.

A seguir, é apresentado o método *Fisherface Fuzzy*, cujo alicerce principal está na definição

de uma função de pertinência *fuzzy*. São estudados alguns tipos de funções que podem ser utilizadas no método, afim de torná-lo mais eficaz no reconhecimento de faces.

3.5 Abordagem do Método *Fisherface Fuzzy*

Esta seção tem como principal objetivo apresentar o método *Fisherface Fuzzy* para o reconhecimento de faces.

Sabe-se que o método já bem conhecido *Fisherface* é muito utilizado no reconhecimento de faces, no entanto, assim como outros métodos, apresenta problemas no reconhecimento quando há fatores que podem influenciar as faces, tais como iluminação, diferentes poses e expressões faciais, utilização de acessórios como óculos, chapéu, ou ainda, quando homens estão com bigode ou não. Isto ocorre, tanto na Análise de Componentes Principais (PCA), quanto na Análise de Discriminante Linear (LDA). Foi visto também, que os conjuntos *fuzzy* têm a vantagem dos graus de pertinência serem específicos (sempre estão no intervalo de 0 a 1), ao invés de serem somente 0 ou 1, este fato pode ser vantajoso especificamente em reconhecimento de padrões, onde frequentemente objetos não pertencem claramente à uma classe ou outra [20].

A ideia geral do método *Fisherface Fuzzy* é “sofisticar” a classificação utilizando graus de pertinência *fuzzy*, de modo a afetar as matrizes de dispersão interclasse e intraclasse *fuzzy* e melhorar a performance do classificador. Para isso, define-se uma função de pertinência, que gera uma matriz formada por graus de pertinência (chamada de matriz de partição *fuzzy*) juntamente com a regra dos k-vizinhos mais próximos (KNN).

Matematicamente, dado um conjunto X de imagens de faces transformadas pela PCA; uma partição “c-classes” *fuzzy* destes vetores especifica o grau de pertinência de cada vetor à cada classe C_i . Denota-se a matriz de partição *fuzzy* por $U = [\mu_{ij}]$, onde $i = 1, 2, \dots, C$, $j = 1, 2, \dots, N$ e μ_{ij} é o grau de pertinência da imagem Z_{ij} na classe C_i .

Como U é partição *fuzzy*, então satisfaz as propriedades matemáticas:

$$\sum_{i=1}^C \mu_{ij} = 1; \quad (3.9)$$

ou seja, a soma dos graus de pertinência de uma imagem em todas as classes deve ser igual a um. Além disso:

$$0 < \sum_{j=1}^N \mu_{ij} < N \quad \text{e} \quad \mu_{ij} \in [0, 1]; \quad (3.10)$$

ou seja, a soma dos graus de pertinência de todas as imagens de uma classe deve ser menor que o número de imagens de faces existentes em todo o conjunto.

Por exemplo, consideremos o conjunto $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ tal que:

$$\begin{cases} A_1 \Rightarrow 0,6/x_1 & 1/x_2 & 0,1/x_3 \\ A_2 \Rightarrow 0,4/x_1 & 0/x_2 & 0,9/x_3 \end{cases} \quad (3.11)$$

Note que,

$$\begin{cases} 0,6 + 0,4 = 1 \\ 1 + 0 = 1 \\ 0,1 + 0,9 = 1 \end{cases} \quad (3.12)$$

o que satisfaz (3.9), e que:

$$\begin{cases} 0,6 + 1 + 0,1 = 1,7 < 3 \\ 0,4 + 0 + 0,9 = 1,3 < 3 \end{cases} \quad (3.13)$$

o que satisfaz (3.10). Portanto, $U = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}$ é uma matriz de partição *fuzzy*.

Os cálculos dos graus de pertinência *fuzzy* são realizados através da seguinte sequência de passos [21]:

- **Passo 1:** Calcular a matriz da distância euclidiana entre os pares de vetores características do conjunto de treinamento;
- **Passo 2:** Atribuir infinito em todos os elementos da diagonal principal desta matriz;
- **Passo 3:** (i) Ordenar a matriz da distância (tratar cada uma de suas colunas separadamente) em ordem crescente. (ii) Coletar o rótulo das classes correspondentes do dado localizado mais próximo da vizinhança do dado em consideração (o que gera uma lista de k inteiros);
- **Passo 4:** Calcular o grau de pertinência das classes i para o j -ésimo dado usando uma função de pertinência *fuzzy*.

Após o cálculo dos graus de pertinência, prossegue-se com o método *Fisherface Fuzzy*. A diferença fundamental entre este método e o *Fisherface* convencional, está na utilização dos graus de pertinência no cálculo da face média de cada classe C_i . Assim, a face média ($\tilde{\mu}_i$) da classe C_i é definida por:

$$\tilde{\mu}_i = \frac{\sum_{j=1}^N \mu_{ij} Z_{ij}}{\sum_{j=1}^N \mu_{ij}}, \quad (3.14)$$

onde $i = 1, 2, \dots, r$. A matriz de dispersão interclasse *fuzzy* S_{FB} incorporadas com os valores de pertinência em seus cálculos é redefinida da seguinte forma:

$$S_{FB} = \sum_{i=1}^r N_i (\tilde{\mu}_i - \mu) (\tilde{\mu}_i - \mu)^T, \quad (3.15)$$

onde N_i é o número de faces pertencentes a cada umas das r classes pré determinadas e μ é a média total das faces.

Da mesma forma, a matriz de dispersão intraclasse *fuzzy* S_{FW} é redefinida por:

$$S_{FW} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{C_i} (Z_{ij} - \tilde{\mu}_i) (Z_{ij} - \tilde{\mu}_i)^T = \sum_{i=1}^r S_{FW_i}, \quad (3.16)$$

onde S_{FW_i} é a matriz de covariância *fuzzy* da classe C_i .

A projeção ótima *fuzzy* ($W_{F-otima}$) é dada por:

$$W_{F-otima} = \underbrace{\arg \max}_W \frac{|W^T \cdot S_{FB} \cdot W|}{|W^T \cdot S_{FW} \cdot W|}, \quad (3.17)$$

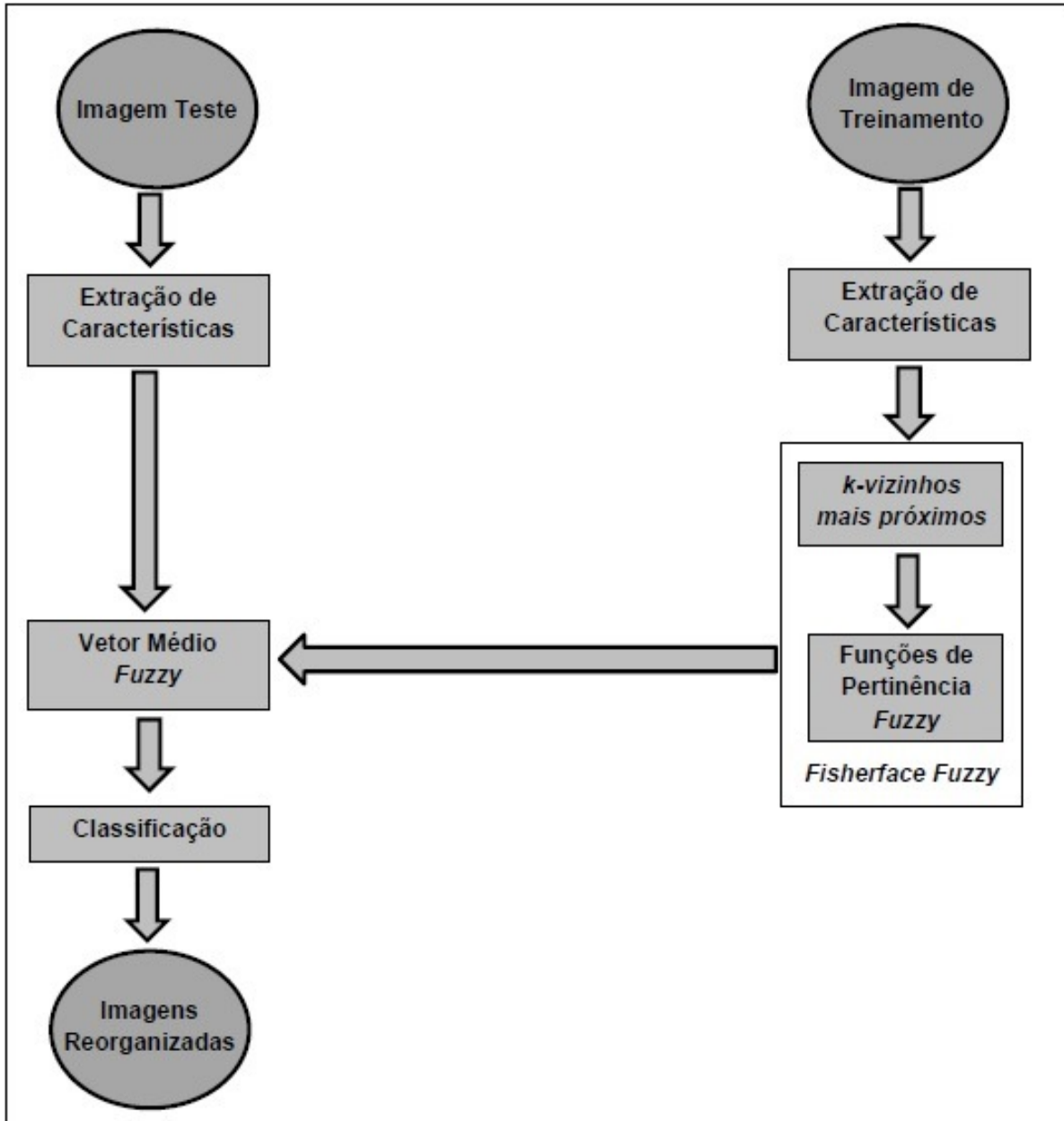
onde $\{W_i | i = 1, 2, \dots, M\}$ é o conjunto generalizado de autovetores de S_{FB} e S_{FW} correspondente aos M maiores autovalores $\{\lambda_i | i = 1, 2, \dots, M\}$.

A partir da projeção ótima *fuzzy* ($W_{F-otima}$) é realizado o procedimento de classificação das imagens testes, da mesma forma que foi descrito da seção (2.5.5).

A figura (3.5) ilustra o diagrama de blocos do funcionamento do método *Fisherface Fuzzy*.

3.5.1 Modelo Proposto

Como foi observado na seção anterior, para o cálculo dos graus de pertinência *fuzzy*, utiliza-se a sequência de passos descrita por Kwak e Pedrycz [21], o qual no passo 4, associa-se uma função de pertinência *fuzzy*. Na seção (3.4), foi visto que existem diversos tipos de função de

Figura 3.5: Diagrama de Funcionamento do Método *Fisherface Fuzzy*.

pertinência *fuzzy* e que para cada tipo de problema, utiliza-se uma função diferente, ou seja, escolhe-se uma função que se adapta melhor ao problema. Portanto, a escolha de tal função é um requisito importante no desempenho do método.

Em diversos estudos [21], [42] e [17], foi utilizada a mesma função de pertinência para o método *Fisherface Fuzzy*, essa função, proposta por Keller et al. [20], em 1985, é expressa por:

$$\mu_{ij} = \begin{cases} 0,51 + 0,49(n_{ij}/k), & \text{se } i = j \\ 0,49(n_{ij}/k), & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (3.18)$$

onde k é o número de vizinhos e n_{ij} representa o número de vizinhos do j -ésimo dado que pertence à i -ésima classe.

Observando a função de pertinência *fuzzy* (3.18), nota-se que ela apresenta parâmetros fixos (0,51 e 0,49), porém, não foi feita nenhuma explanação de como foram obtidos ou escolhidos estes valores. Na prática, existem diversos fatores que influenciam a classificação de faces, além disso, as bases de dados apresentam características distintas com o objetivo de simular a realidade, tais como, quantidade diferente de imagens, as imagens são pré classificadas em quantidades distintas de classes e etc., logo esses parâmetros fixos, podem não ser eficientes em alguns casos. Portanto, procura-se novas propostas de funções de pertinência *fuzzy* que apresentam parâmetros que levam em consideração características das bases de dados em estudo.

Estudos mais recentes propõem a utilização de outras funções de pertinência *fuzzy* no reconhecimento de faces. Song et al., propõem em seu trabalho, publicado em 2010 uma técnica diferente de reconhecimento facial, intitulada *A complete fuzzy discriminant analysis* [36]. Sem levar em consideração sua teoria e considerando somente a função de pertinência utilizada pelos autores, Song et al. [36] propõem a utilização de uma outra função de pertinência (3.18) para calcular a matriz de pertinência *fuzzy*. Essa função é definida por:

$$\mu_{ij} = \begin{cases} \alpha + (1 - \alpha)(n_{ij}/k), & \text{se } i = j \\ (1 - \alpha)(n_{ij}/k), & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (3.19)$$

onde k é o número de vizinhos, n_{ij} representa o número de vizinhos do j -ésimo dado que pertence à i -ésima classe e

$$\alpha = \frac{N - C}{2^m N}, \quad (3.20)$$

onde m e α são parâmetros que tem a finalidade de controlar os valores de μ_{ij} , $m \in (0, 1)$ e $\alpha \in (0, 1)$, além disso, N é o número de imagens do conjunto e C o número de classes.

Observando a função de pertinência *fuzzy* (3.19) proposta por Song et al. [36], nota-se que ela apresenta parâmetros mais gerais e específicos para cada base de dados em estudo. Para o cálculo do parâmetro α , leva-se em consideração a quantidade de imagens da base de dados e a quantidade de classes do problema. No entanto, apresenta um parâmetro m variável e aleatório, pois a única informação que tem-se, é que o mesmo deve controlar os valores de μ_{ij} e estar entre o intervalo 0 e 1.

A proposta deste trabalho de pesquisa é encontrar uma função de pertinência *fuzzy* que apresenta somente parâmetros gerais e específicos para cada base de dados, com a finalidade de ser eficiente no reconhecimento de faces. Partindo deste princípio, procurou-se determinar parâmetros que são essenciais e importantes no método *Fisherface Fuzzy*, a tabela (3.1) descreve alguns desses parâmetros.

Tabela 3.1: Parâmetros importantes do método *Fisherface Fuzzy* para o reconhecimento de faces.

Parâmetro	Descrição
N	Número de imagens da base de dados.
C	Número de classes pré determinadas.
Nic	Número de imagens por classe.
Nit	Número de imagens de treinamento.
Cit	Conjunto de imagens teste.
k	Número de vizinhos mais próximos.

Através de inúmeros testes, observou-se que a quantidade de imagens do conjunto de treinamento é um fator importante para o método. Utilizando a mesma ideia da função (3.19), foi proposta a definição da seguinte função de pertinência:

$$\mu_{ij} = \begin{cases} \alpha + (1 - \alpha)(n_{ij}/k), & \text{se } i = j \\ (1 - \alpha)(n_{ij}/k), & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (3.21)$$

onde n_{ij} representa o número de vizinhos do j -ésimo dado que pertence à i -ésima classe e

$$\alpha = 0,5 + 0,25/(Nit)_i, \quad (3.22)$$

onde $\alpha \in (0, 1)$ e $(Nit)_i$ é o número de imagens de treinamento por classe para $i = 1, 2, \dots, r$.

A justificativa da escolha de tal função e os testes com todas as funções de pertinência *fuzzy*

descritas nesta seção, encontram-se no próximo capítulo.

3.5.2 Exemplo - Cálculo das matrizes de dispersão interclasse e intraclasse Fuzzy

Para exemplificar o cálculo das matrizes de dispersão interclasse e intraclasse *fuzzy*, considere o exemplo adaptado de Kwak e Pedrycz [21]. Neste exemplo, o conjunto é formado por 9 dados bidimensionais pertencentes a três classes, mostrados na tabela (3.2).

Tabela 3.2: Exemplo de Conjunto de Dados.

Número	Característica 1	Característica 2	Classe
1	0,2	0,3	1
2	0,3	0,2	1
3	0,4	0,3	1
4	0,5	0,5	2
5	0,6	0,4	2
6	0,5	0,6	2
7	0,7	0,3	3
8	0,8	0,4	3
9	0,7	0,5	3

Primeiramente, calcula-se os graus de pertinência através da sequência de passos descritas na seção (3.5). Pelo **Passo 1**, calcula-se a matriz de distância euclidiana entre os pares de dados [ver tabela (3.3)]. No **passo 2**, os elementos da diagonal principal (nulos) são substituídos por infinito (∞) [ver tabela (3.4)]. No **passo 3**, inicialmente, ordena-se os dados de cada coluna em ordem crescente [ver tabela (3.5)].

Tabela 3.3: Descrição do Passo 1.

Número	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0,1414	0,2000	0,3606	0,4123	0,4243	0,5000	0,6083	0,5385
2	0,1414	0	0,1414	0,3606	0,3606	0,4472	0,4123	0,5385	0,5000
3	0,2000	0,1414	0	0,2236	0,2236	0,3162	0,3000	0,4123	0,3606
4	0,3606	0,3606	0,2236	0	0,1414	0,1000	0,2828	0,3162	0,2000
5	0,4123	0,3606	0,2236	0,1414	0	0,2236	0,1414	0,2000	0,1414
6	0,4243	0,4472	0,3162	0,1000	0,2236	0	0,3606	0,3606	0,2236
7	0,5000	0,4123	0,3000	0,2828	0,1414	0,3606	0	0,1414	0,2000
8	0,6083	0,5385	0,4123	0,3162	0,2000	0,3606	0,1414	0	0,1414
9	0,5385	0,5000	0,3606	0,2000	0,1414	0,2236	0,2000	0,1414	0

Para o **passo 3**, determina-se a quantidade de k vizinhos mais próximos utilizada na análise

Tabela 3.4: Descrição do Passo 2.

Número	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	∞	0,1414	0,2000	0,3606	0,4123	0,4243	0,5000	0,6083	0,5385
2	0,1414	∞	0,1414	0,3606	0,3606	0,4472	0,4123	0,5385	0,5000
3	0,2000	0,1414	∞	0,2236	0,2236	0,3162	0,3000	0,4123	0,3606
4	0,3606	0,3606	0,2236	∞	0,1414	0,1000	0,2828	0,3162	0,2000
5	0,4123	0,3606	0,2236	0,1414	∞	0,2236	0,1414	0,2000	0,1414
6	0,4243	0,4472	0,3162	0,1000	0,2236	∞	0,3606	0,3606	0,2236
7	0,5000	0,4123	0,3000	0,2828	0,1414	0,3606	∞	0,1414	0,2000
8	0,6083	0,5385	0,4123	0,3162	0,2000	0,3606	0,1414	∞	0,1414
9	0,5385	0,5000	0,3606	0,2000	0,1414	0,2236	0,2000	0,1414	∞

Tabela 3.5: Descrição do Passo 3 - Primeira Parte.

Número	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,1414	0,1414	0,1414	0,1000	0,1414	0,1000	0,1414	0,1414	0,1414
2	0,2000	0,1414	0,2000	0,1414	0,1414	0,2236	0,1414	0,1414	0,1414
3	0,3606	0,3606	0,2236	0,2000	0,1414	0,2236	0,2000	0,2000	0,2000
4	0,4123	0,3606	0,2236	0,2236	0,2000	0,3162	0,2828	0,3162	0,2000
5	0,4243	0,4123	0,3000	0,2828	0,2236	0,3606	0,3000	0,3606	0,2236
6	0,5000	0,4472	0,3162	0,3162	0,2236	0,3606	0,3606	0,4123	0,3606
7	0,5385	0,5000	0,3606	0,3606	0,3606	0,4243	0,4123	0,5385	0,5000
8	0,6083	0,5385	0,4123	0,3606	0,4123	0,4472	0,5000	0,6083	0,5383
9	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

dos dados. Neste exemplo, considera-se 3 vizinhos ($k = 3$), pois como têm-se 3 classes, pela relação (3.2), deve-se escolher entre $1 < k \leq 3$. Logo, os índices associados com cada valor da distância dão origem à tabela (3.6).

Tabela 3.6: Descrição do Passo 3 - Segunda Parte.

$k=1 \Rightarrow$	2	1	2	6	4	4	5	9	5
$k=2 \Rightarrow$	3	3	1	5	9	5	8	7	8
$k=3 \Rightarrow$	4	4	5	9	7	9	9	5	4

Tem-se que os dados são pré classificados, ou seja, os dados 1, 2, 3 estão na classe 1; 4, 5, 6 estão na classe 2 e 7, 8, 9 estão na classe 3. Portanto, os dados da tabela (3.6) estão nas classes mostradas na tabela (3.7).

Tabela 3.7: Classe dos dados da tabela (3.6).

$k=1 \Rightarrow$	1	1	1	2	2	2	2	3	2
$k=2 \Rightarrow$	1	1	1	2	3	2	3	3	3
$k=3 \Rightarrow$	2	2	2	3	3	3	3	2	2

Cada coluna da tabela (3.7) representa os vizinhos mais próximos do dado, por exemplo, a terceira coluna representa os vizinhos mais próximos do dado 3. Logo, o número das classes mais frequentes para cada dado, é representado na tabela (3.8).

Tabela 3.8: Número de vizinhos do j -ésimo dado que pertence a i -ésima classe (n_{ij}).

Classe / Dado	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Classe 1	2	2	2	0	0	0	0	0	0
Classe 2	1	1	1	2	1	2	1	1	2
Classe 3	0	0	0	1	2	1	2	2	1

No **passo 4**, calcula-se os graus de pertinência *fuzzy*, para isto, utiliza-se uma função de pertinência. Neste trabalho, estudou-se três funções de pertinência, logo, para o passo 4 foram considerados três casos, calculando três matrizes dos graus de pertinência *fuzzy*.

Caso 1. Considera-se a função de pertinência (3.18) proposta por Keller et al. [20]. Por exemplo, para calcular os graus de pertinência do 4º dado do conjunto (que está rotulado a pertencer à classe 2), têm-se:

(1) classe 1 \neq atribuído à classe 2

$$0,49(n_{ij}/k) = 0,49(0/3) = 0.$$

(2) classe 2 = atribuído à classe 2

$$0,51 + 0,49(n_{ij}/k) = 0,51 + 0,49(2/3) = 0,8367.$$

(3) classe 3 \neq atribuído à classe 2

$$0,49(n_{ij}/k) = 0,49(1/3) = 0,1633.$$

Portanto, a matriz U dos graus de pertinência *fuzzy* é:

$$U = [\mu_{ij}] = \begin{bmatrix} 0,8367 & 0,8367 & 0,8367 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1633 & 0,1633 & 0,1633 & 0,8367 & 0,6733 & 0,8367 & 0,1633 & 0,1633 & 0,3267 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1633 & 0,3267 & 0,1633 & 0,8367 & 0,8367 & 0,6733 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Os vetores médios são:

$$\tilde{\mu}_1 = \begin{bmatrix} 0,3000 \\ 0,2667 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mu}_2 = \begin{bmatrix} 0,5333 \\ 0,4579 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \tilde{\mu}_3 = \begin{bmatrix} 0,6952 \\ 0,4109 \end{bmatrix}. \quad (3.24)$$

Logo, as matrizes de dispersão intraclasse e interclasse fuzzy são, respectivamente:

$$S_{FW} = \begin{bmatrix} 0,0126 & -0,0037 \\ -0,0037 & 0,0174 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad S_{FB} = \begin{bmatrix} 0,1592 & 0,1017 \\ 0,1017 & 0,0833 \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

Caso 2. Considera-se a função de pertinência (3.19) proposta por Song et al. [36]. Neste exemplo, têm-se 9 dados bidimensionais subdivididos em 3 classes, logo $N = 9$ e $C = 3$. Além disso, considera-se $m = 0,3$ ($m \in (0, 1)$), logo:

$$\alpha = \frac{N - C}{2^m \cdot N} = \frac{9 - 3}{2^{0,3} \cdot 9} = 0,54. \quad (3.26)$$

Portanto, a função será:

$$\mu_{ij} = \begin{cases} 0,54 + 0,46(n_{ij}/k), & \text{se } i = j \\ 0,46(n_{ij}/k), & \text{se } i \neq j. \end{cases} \quad (3.27)$$

Por exemplo, para calcular os graus de pertinência do 3º dado do conjunto (que está rotulado a pertencer à classe 1), têm-se:

(1) classe 1 = atribuído à classe 1

$$0,54 + 0,46(n_{ij}/k) = 0,54 + 0,46(2/3) = 0,8467.$$

(2) classe 2 \neq atribuído à classe 1

$$0,46(n_{ij}/k) = 0,46(1/3) = 0,1533.$$

(3) classe 3 \neq atribuído à classe 1

$$0,46(n_{ij}/k) = 0,46(0/3) = 0.$$

Portanto, a matriz U dos graus de pertinência *fuzzy* é:

$$U = [\mu_{ij}] = \begin{bmatrix} 0,8467 & 0,8467 & 0,8467 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1533 & 0,1533 & 0,1533 & 0,8467 & 0,6933 & 0,8467 & 0,1533 & 0,1533 & 0,3067 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1533 & 0,3067 & 0,1533 & 0,8467 & 0,8467 & 0,6933 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Os vetores médios são:

$$\tilde{\mu}_1 = \begin{bmatrix} 0,3000 \\ 0,2667 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mu}_2 = \begin{bmatrix} 0,5333 \\ 0,4601 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \tilde{\mu}_3 = \begin{bmatrix} 0,6976 \\ 0,4102 \end{bmatrix}. \quad (3.29)$$

Logo, as matrizes de dispersão intraclasse e interclasse fuzzy são, respectivamente:

$$S_{FW} = \begin{bmatrix} 0,0124 & -0,0037 \\ -0,0037 & 0,0173 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad S_{FB} = \begin{bmatrix} 0,1591 & 0,1016 \\ 0,1016 & 0,0833 \end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

Caso 3. Utilizando-se a função de pertinência (3.21). Neste exemplo, sabe-se que o número de imagens por classe é 3, além disso, as imagens que serão treinadas $(Nit)_i$ estão numa mesma classe, logo, considera-se $(Nit)_i = 2$ ($1 < (Nit)_i < 3$). Assim, α é definido por:

$$\alpha = 0,5 + 0,25/(Nit)_i = 0,5 + 0,25/2 = 0,625. \quad (3.31)$$

Portanto, a função é:

$$\mu_{ij} = \begin{cases} 0,625 + 0,375(n_{ij}/k), & \text{se } i = j \\ 0,375(n_{ij}/k), & \text{se } i \neq j. \end{cases} \quad (3.32)$$

Por exemplo, para calcular os graus de pertinência do 8º dado do conjunto (que está rotulado a pertencer à classe 3), têm-se:

(1) classe 1 \neq atribuído à classe 3

$$0,375(n_{ij}/k) = 0,375(0/3) = 0.$$

(2) classe 2 \neq atribuído à classe 3

$$0,375(n_{ij}/k) = 0,375(1/3) = 0,1250.$$

(3) classe 3 \neq atribuído à classe 3

$$0,625 + 0,375(n_{ij}/k) = 0,625 + 0,375(2/3) = 0,8750.$$

Portanto, a matriz U dos graus de pertinência *fuzzy* é:

$$U = [\mu_{ij}] = \begin{bmatrix} 0,8750 & 0,8750 & 0,8750 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1250 & 0,1250 & 0,1250 & 0,8750 & 0,7500 & 0,8750 & 0,1250 & 0,1250 & 0,2500 & 0,2500 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1250 & 0,2500 & 0,1250 & 0,8750 & 0,8750 & 0,7500 & 0,7500 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Os vetores médios são:

$$\tilde{\mu}_1 = \begin{bmatrix} 0,3000 \\ 0,2667 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mu}_2 = \begin{bmatrix} 0,5333 \\ 0,4667 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \tilde{\mu}_3 = \begin{bmatrix} 0,7042 \\ 0,4083 \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

Logo, as matrizes de dispersão intraclasse e interclasse *fuzzy* serão, respectivamente:

$$S_{FW} = \begin{bmatrix} 0,0120 & -0,0036 \\ -0,0036 & 0,0167 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad S_{FB} = \begin{bmatrix} 0,1583 & 0,1012 \\ 0,1012 & 0,0830 \end{bmatrix}. \quad (3.35)$$

De modo geral, nota-se pouca variação das matrizes de dispersão interclasse e intraclasse quando se alteram as funções de pertinência; entretanto, esta variação é significativa e influencia a performance do método *Fisherface Fuzzy* para o reconhecimento de faces.

3.6 Considerações Finais

Neste capítulo, foi apresentada a metodologia utilizada neste trabalho para o reconhecimento de faces, chamado de método *Fisherface Fuzzy*. Foi visto que o método é constituído a partir da técnica convencional *Fisherface* acrescida do algoritmo dos k-vizinhos mais próximos, onde através deste, calcula-se os graus de pertinência *fuzzy* que auxiliam o desempenho do método.

Em seguida, foram apresentados alguns resultados utilizando-se as funções de pertinência *fuzzy* propostas por Keller et al. [20], Song et al. [36] e foi definida uma nova função.

No próximo capítulo, são apresentadas as implementações dos modelos abordados neste trabalho. São apresentadas as bases de dados utilizadas para os testes realizados e seus respectivos resultados.

Implementação dos Algoritmos, Testes e Resultados

4.1 Introdução

O reconhecimento de faces busca desenvolver algoritmos matemáticos que autentificam/identificam faces. Inicialmente, extrai-se as características importantes para o reconhecimento da face e encaminha a busca na base de dados. Cada algoritmo possui vantagens e desvantagens (deficiências), e alguns são mais eficientes para determinadas classes de problemas.

O objetivo desse capítulo é mostrar as implementações num ambiente computacional dos modelos de reconhecimento facial abordados neste trabalho, com a finalidade de analisar o comportamento em relação à performance dos métodos e suas taxas de reconhecimento.

4.2 Modelo Avaliado

A intenção deste trabalho é avaliar o desempenho do método *Fisherface Fuzzy* (alterando suas funções de pertinência) em relação ao método *Fisherface* para o reconhecimento de faces. O modelo extrai as características de uma imagem facial e determina a qual classe esse indivíduo pertence na base de dados.

O diagrama (4.1) ilustra o modelo detalhado do método *Fisherface* e *Fisherface Fuzzy* para

a fase de treinamento. Na etapa inicial, constrói-se o subespaço PCA e posteriormente o subespaço LDA baseados nas amostras de treinamento. Para a construção do subespaço LDA, considera-se os graus de pertinência *fuzzy*, que são obtidos através da técnica de k-vizinhos mais próximos e de uma função de pertinência.

Nos cálculos relacionados à construção do subespaço PCA e LDA, calcula-se os autovetores e autovalores da matriz de covariância dos dados de entrada. Esses autovetores são ordenados a partir dos maiores autovalores associados e em seguida é feita a projeção das imagens faciais no novo espaço gerado (reduzindo a dimensão do espaço inicial). Pentland et al. [30] demonstrou empiricamente que os resultados de reconhecimento de faces são superiores quando os três primeiros autovetores não são usados para a construção do subespaço PCA, visto que os três primeiros autovetores estão relacionados a mudanças de iluminação. Foi demonstrado em 1998, por Moon et al. [25], que a eliminação de mais de três autovetores, em geral, produz piores resultados.

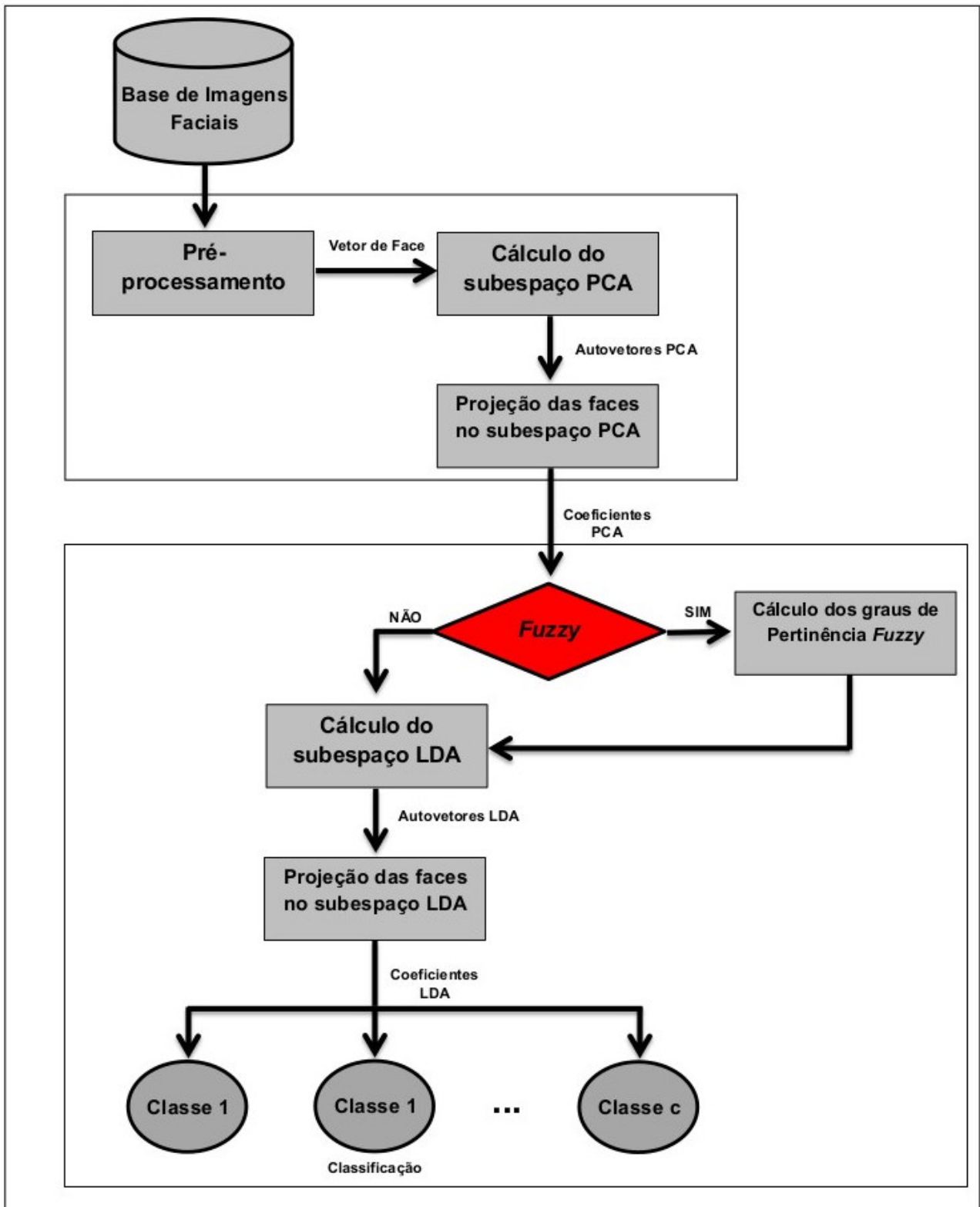


Figura 4.1: Diagrama detalhado do modelo avaliado - Fase de treinamento.

4.3 Implementação dos Algoritmos

Todos os algoritmos envolvem três partes:

1. Leitura das imagens de faces na base;
2. Aplicação do Método;
3. Cálculo da taxa de reconhecimento.

4.3.1 Algoritmo do método *Fisherface*

O algoritmo do método *Fisherface* foi programado no Matlab da seguinte forma:

1. Inicialmente, define-se o valor de três variáveis: o número de imagens do conjunto de treinamento para cada classe (o restante das imagens de cada classe formarão o conjunto de imagens testes), a dimensão do subespaço PCA (d_{PCA}) e a dimensão do subespaço LDA (d_{LDA}), observando que $d_{LDA} \leq d_{PCA}$;
2. As imagens são redimensionadas para 32×32 *pixels* (pré-processamento);
3. As imagens são agrupadas em classes de acordo com a base de dados utilizada. Na base Yale, por exemplo, foram definidas 15 classes de 11 imagens por classe, num total de 165 imagens, enquanto que na base ORL, foram definidas 40 classes de 10 imagens por classe, totalizando 400 imagens;
4. Vetores associados a cada classe são determinados para o conjunto de treinamento;
5. É feita a leitura de toda a base;
6. Inicia-se a técnica de extração de características PCA. Calcula-se a média das imagens de treinamento. A matriz de covariância então é gerada;
7. São calculados os autovetores a partir dos autovalores;
8. Os autovetores são ordenados a partir dos maiores autovalores associados. Lembrando que os três primeiros autovetores são descartados;
9. Realiza-se a projeção das imagens no novo espaço gerado (subespaço PCA);

10. Inicia-se a técnica LDA. Calcula-se a média de cada classe do subespaço reduzido PCA e montam-se as matrizes de covariância de cada classe;
11. Calcula-se a média total do subespaço PCA e geram-se as matrizes de dispersão intraclasse e interclasse;
12. Novamente, são calculados os autovetores a partir dos autovalores. Os autovetores são ordenados a partir dos maiores autovalores associados;
13. Realiza-se a projeção das imagens no novo espaço gerado (subespaço LDA);
14. Inicia-se a parte de reconhecimento. As variáveis controladoras de acertos são zeradas;
15. Projetam-se as imagens de teste de cada classe no subespaço LDA;
16. Calcula-se a distância Euclidiana entre cada imagem teste que foi projetada no subespaço LDA com a média das classes que também foram projetadas no subespaço LDA (média com a imagens de treinamento);
17. A variável de acerto que representa aquela determinada classe então é acrescida de uma unidade. Para cada classe existe uma variável de acerto correspondente;
18. Por último, a taxa de similaridade é calculada:

$$\text{taxa} = \frac{\text{soma de acertos}}{\text{total de imagens da base}} \times 100. \quad (4.1)$$

4.3.2 Algoritmo do método *Fisherface Fuzzy*

A diferença entre os métodos *Fisherface* e *Fisherface Fuzzy* está no acréscimo dos graus de pertinência no cálculo da média *fuzzy* e na definição das matrizes de dispersão interclasse e intraclasse *fuzzy*. No algoritmo do método *Fisherface Fuzzy* descrito na subseção (4.3.1), são acrescentadas as seguintes etapas:

- 9.(a)** Determina-se a quantidade de k vizinhos mais próximos utilizadas na análise;
- 9.(b)** Calcula-se os graus de pertinência através da sequência de passos descritas na seção (3.5).
Escolhe-se uma função de pertinência.

As etapas (10) e (11) são reescritas:

10. Inicia-se a técnica LDA. Calcula-se a média *fuzzy* de cada classe do subespaço reduzido PCA e montam-se as matrizes de covariância de cada classe;
11. Calcula-se a média *fuzzy* total do subespaço PCA e geram-se as matrizes de dispersão interclasse e intraclasse *fuzzy*.

4.4 Testes e Resultados

Foi visto nas seções anteriores, que para calcular a função de pertinência proposta por Song et al. [36], diversas variáveis devem ser levadas em consideração: variáveis relacionadas com a base de dados (fácil distinção), são elas: N que é a quantidade de imagens da base de dados e c o número de classes da base e outras que devem ser determinadas de acordo com o problema através de testes realizados, como é o caso do valor do parâmetro m . Por este motivo, é feita uma análise desta função, comparando o desempenho do método *Fisherface Fuzzy* em relação ao parâmetro m .

Foram realizados dois testes para cada base de dados utilizada: Yale e ORL. No Primeiro teste, foi analisado o parâmetro m do método *Fisherface Fuzzy* com a função de pertinência proposta por Song et al. [36]. Já no segundo teste, foi analisado o desempenho geral de todos os métodos em estudo: os métodos *Fisherface*, *Fisherface Fuzzy* com a função de pertinência proposta por Keller et al. [20], *Fisherface Fuzzy* com a função de pertinência proposta por Song et al. [36] variando dois parâmetros m e o *Fisherface Fuzzy* com a nova função de pertinência proposta nesta dissertação.

Para testar os algoritmos foi verificado que a escolha dos parâmetros: quantidade de faces de treinamento e quantidade de autovetores para representar os subespaços PCA e LDA são importantes e fundamentais para a performance dos métodos. Através de diversos testes realizados em ambas as bases de dados, constatou-se que o aumento excessivo na quantidade de autovetores no subespaço PCA não representa um aumento de rendimento na técnica LDA e sim, representa uma diminuição do desempenho da LDA. Este fato pode ser explicado, pois o aumento dos autovetores PCA causa uma perda de generalidade, tornando S_W (matriz de dispersão intraclasse) singular e conseqüentemente, afeta o desempenho geral do algoritmo [33]. Portanto, para todos os testes, foi padronizado a dimensão do subespaço PCA igual à 25 e a dimensão do subespaço LDA igual à 15.

Para o método *Fisherface Fuzzy*, foi visto que a quantidade de k-vizinhos mais próximos utilizada também é um fator importante para o método. Portanto, faz-se necessário avaliar o desempenho do algoritmo com relação as diferentes possibilidades do parâmetro k, levando em consideração a relação (3.2) proposta neste trabalho:

$$1 < k \leq c.$$

Em suma, para analisar o desempenho dos algoritmos dos métodos *Fisherface* e *Fisherface Fuzzy* foi utilizada a seguinte estrutura para os testes:

- Em ambas as bases, são considerados 3, 4 e 5 imagens de faces de treinamento escolhidas manualmente para cada indivíduo e o restante foi definida como imagens de faces testes. A escolha manual das imagens de treinamento foi feita de maneira aleatória, visando escolher diferentes combinações entre todas as imagens de cada classe da base;
- $d_{PCA} = 25$ (dimensão do subespaço PCA);
- $d_{LDA} = 15$ (dimensão do subespaço LDA);
- Considerou-se três k vizinhos mais próximos.

Na próxima seção, são feitos os testes para cada base e a análise dos resultados.

4.4.1 Base de Imagens Faciais Yale

A base de imagens Yale é composta por 165 imagens faciais de 15 indivíduos de ambos os sexos: masculino e feminino [ver figura (4.2)]. Existem 11 imagens por pessoa, cada uma com diferentes expressões faciais: feliz, triste, normal, sonolento(a), surpreendido(a), piscando os olhos, com ou sem óculos e em ambientes distintos: centro iluminado, luz esquerda, luz direita. Cada imagem facial foi digitalizada e armazenada com 61×80 pixels, cujos níveis de cinza variaram entre 0 e 255.

Inicialmente, faz-se uma análise do parâmetro m para o método *Fisherface Fuzzy* com a função de pertinência proposta por Song et al. [36] a fim de avaliar o desempenho do método em função do parâmetro m, pois a única informação que tem-se, é que $m \in (0, 1)$. Para esta análise, o número de k-vizinhos mais próximos foi determinado utilizando a relação (3.2). Tem-se na base Yale, 15 classes, logo $1 < k \leq 15$. Considerou-se 9 parâmetros m igualmente espaçados

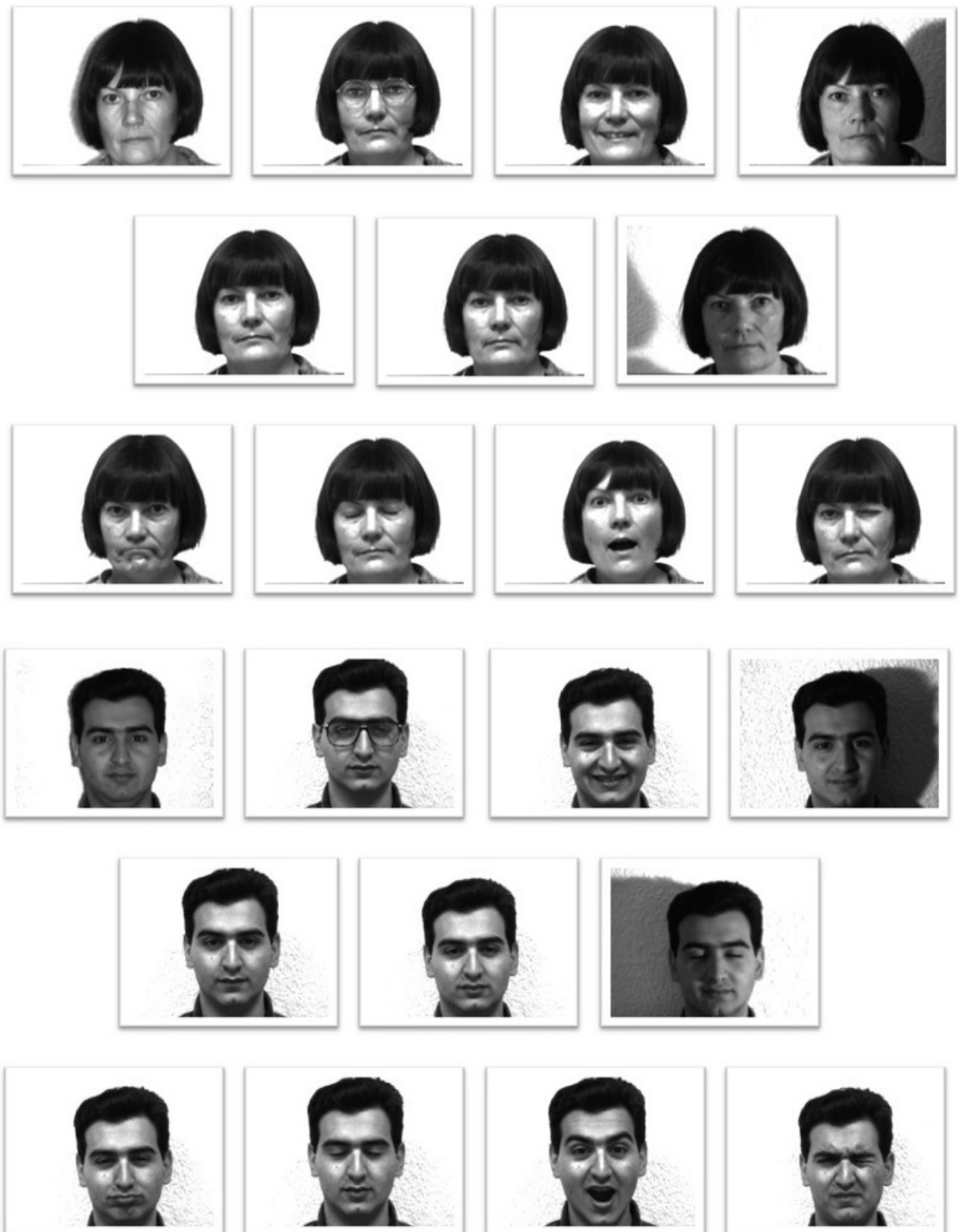


Figura 4.2: Exemplo de imagens faciais femininas e masculinas da base Yale.

(com espaçamento de 0, 1). O conjunto de treinamento é formado por todas as imagens que serão utilizadas no processo de obtenção das autofaces na fase da PCA, essas imagens são escolhidas manualmente. Para a análise, foram considerados nove casos, subdivididos de acordo com a tabela (4.1).

Tabela 4.1: Conjunto de treinamento e Conjunto de teste para a Base Yale.

Número de vizinhos mais próximos	Casos	Conjunto de treinamento para cada classe	Conjunto teste
k=3	Caso 1	3	8
	Caso 2	4	7
	Caso 3	5	6
k=5	Caso 4	3	8
	Caso 5	4	7
	Caso 6	5	6
k=8	Caso 7	3	8
	Caso 8	4	7
	Caso 9	5	6

O teste foi repetido 10 vezes para cada parâmetro m para possibilitar o cálculo de valores médios. A tabela (4.2), mostra a média dos resultados obtidos no teste.

Tabela 4.2: Comparação das médias para as taxas de reconhecimento do método *Fisherface Fuzzy* com a variação do parâmetro m da função de pertinência proposta por Song et al. [36] (Base Yale).

<i>Fisherface Fuzzy</i>	$m = 0, 1$ (%)	$m = 0, 2$ (%)	$m = 0, 3$ (%)	$m = 0, 4$ (%)	$m = 0, 5$ (%)	$m = 0, 6$ (%)	$m = 0, 7$ (%)	$m = 0, 8$ (%)	$m = 0, 9$ (%)
Caso 1	86,9167	86,2500	86,2500	86,2500	85,6667	86,2500	86,2500	86,2500	86,2500
Caso 2	88,1905	88,1905	88,1905	88,8572	88,8572	88,8572	88,8572	88,8572	88,1905
Caso 3	89,1111	89,1111	89,3334	89,3334	89,3334	89,7778	90,4445	90,4445	90,4445
Caso 4	86,9167	87,5000	88,0833	88,8333	88,2500	88,2500	87,7500	87,7500	87,7500
Caso 5	88,1905	87,5238	87,5238	87,5238	88,1905	88,1905	89,6191	87,5238	88,1905
Caso 6	89,5556	89,7778	89,7778	89,7778	88,6667	88,6667	89,3334	89,3334	89,3334
Caso 7	86,3333	87,5000	88,0833	88,9167	88,9167	89,0833	89,8333	89,2500	89,2500
Caso 8	87,5238	87,5238	87,5238	88,1905	88,1905	88,1905	88,8572	88,1905	88,8572
Caso 9	90,0000	89,7778	90,4445	90,0000	90,6667	91,3334	89,5556	91,3334	89,5556

As médias das taxas de reconhecimento são dadas na tabela (4.3). A figura (4.3) ilustra o gráfico para essa situação.

Tabela 4.3: Comparação das médias das taxas de reconhecimento do *Fisherface Fuzzy* com a função de pertinência proposta por Song et al. [36].

Parâmetro m	Taxa de Reconhecimento (%)
0,1	88,0013
0,2	88,1283
0,3	88,3567
0,4	88,6314
0,5	88,5265
0,6	88,7333
0,7	88,9445
0,8	88,7703
0,9	88,6469

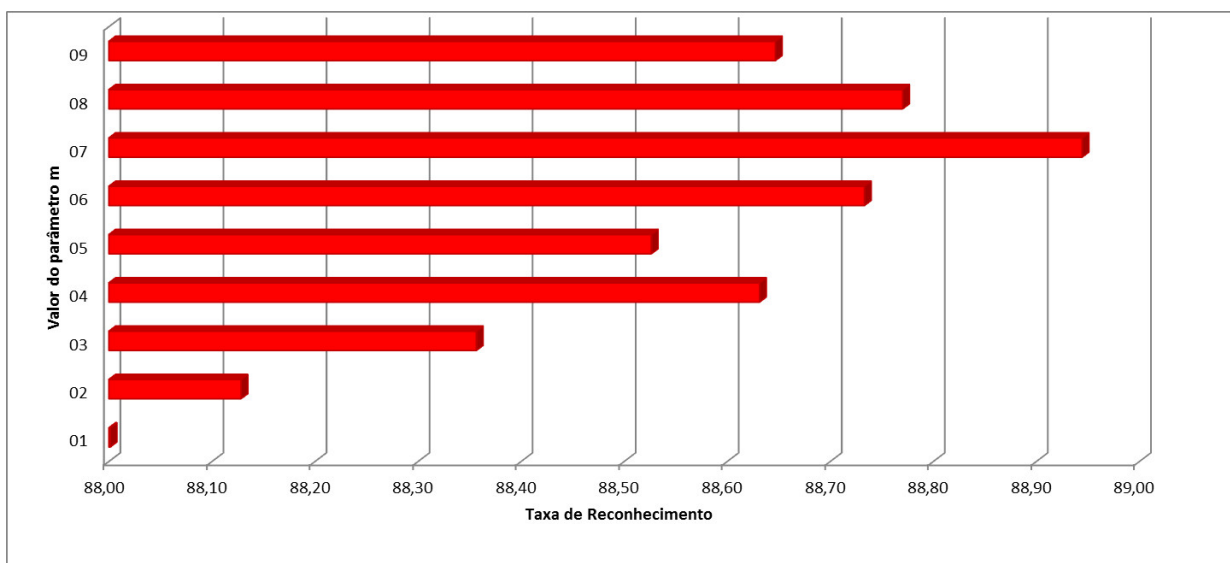


Figura 4.3: Médias das taxas de reconhecimento para o método *Fisherface Fuzzy*.

Analisando os resultados, nota-se que as taxas de reconhecimento variam significativamente. Dependendo do valor do parâmetro m escolhido, esta variação na taxa de reconhecimento pode ser de até 1%, o que comprova que o parâmetro m da função de pertinência proposta por Song et al. [36] influencia diretamente o desempenho do método *Fisherface Fuzzy*. Além disso, na tabela (4.3) verifica-se que os parâmetros $m = 0,7$ e $m = 0,1$ obtiveram a maior e menor média das taxas de reconhecimento, respectivamente. A função de pertinência *fuzzy* para $m = 0,7$ (maior média das taxas de reconhecimento) é:

$$\alpha = \frac{N - C}{2^m \cdot N} = \frac{165 - 15}{2^{0,7} \cdot 165} = 0,56. \quad (4.2)$$

Logo,

$$\mu_{ij} = \begin{cases} 0,56 + 0,44(n_{ij}/k), & \text{se } i = j \\ 0,44(n_{ij}/k), & \text{se } i \neq j. \end{cases} \quad (4.3)$$

Fazendo uma análise geral das médias das taxas de reconhecimento, observa-se que as maiores médias são para $m \in (0,4; 0,8)$. Portanto, conclui-se que utilizando a função de pertinência proposta do Song et al [36], as maiores médias das taxas de reconhecimento de faces ocorrem quando $0,52 < \alpha < 0,69$.

Para o próximo teste, foi feita uma análise do desempenho dos métodos estudados neste trabalho: os métodos *Fisherface* e *Fisherface Fuzzy* alterando suas funções de pertinência *fuzzy*. Nos testes, chama-se a função de pertinência proposta por Keller et al. [20] de função de pertinência 1. A função de pertinência proposta por Song et al. [36], foi avaliada utilizando dois parâmetros m diferentes. Para $m = 0,1$; chama-se função de pertinência 2 e para $m = 0,7$; chama-se função de pertinência 3. O método *Fisherface Fuzzy* com a nova função proposta neste trabalho, chama-se *Fisherface Fuzzy* com função de pertinência 4.

Para a análise, foram considerados os mesmos nove casos descritos na tabela (4.1). O procedimento foi repetido 10 vezes para cada caso alterando as imagens do conjunto de treinamento. As taxas de reconhecimento para os vários experimentos são mostrados nos gráficos seguintes.

Os gráficos revelam que há grande variação das taxas de reconhecimento nos testes realizados na base Yale. Este fato ocorre principalmente em virtude do conjunto de treinamento escolhido, pois diversos fatores estão atuando sobre as imagens de faces da base (iluminação, diferentes expressões faciais, utilização de acessórios); por isso repetiu-se o teste 10 vezes para cada caso, variando o conjunto de treinamento, com o objetivo de verificar a média das taxas de reconhecimento.

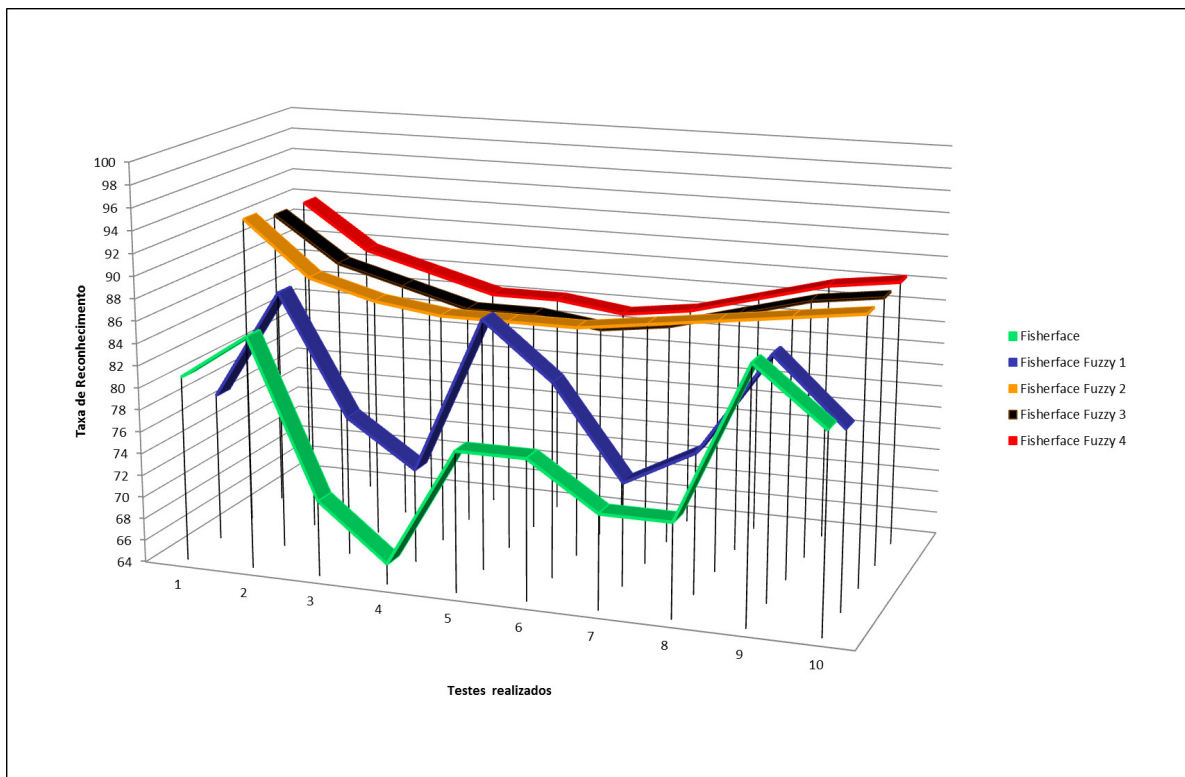


Figura 4.4: Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 1.

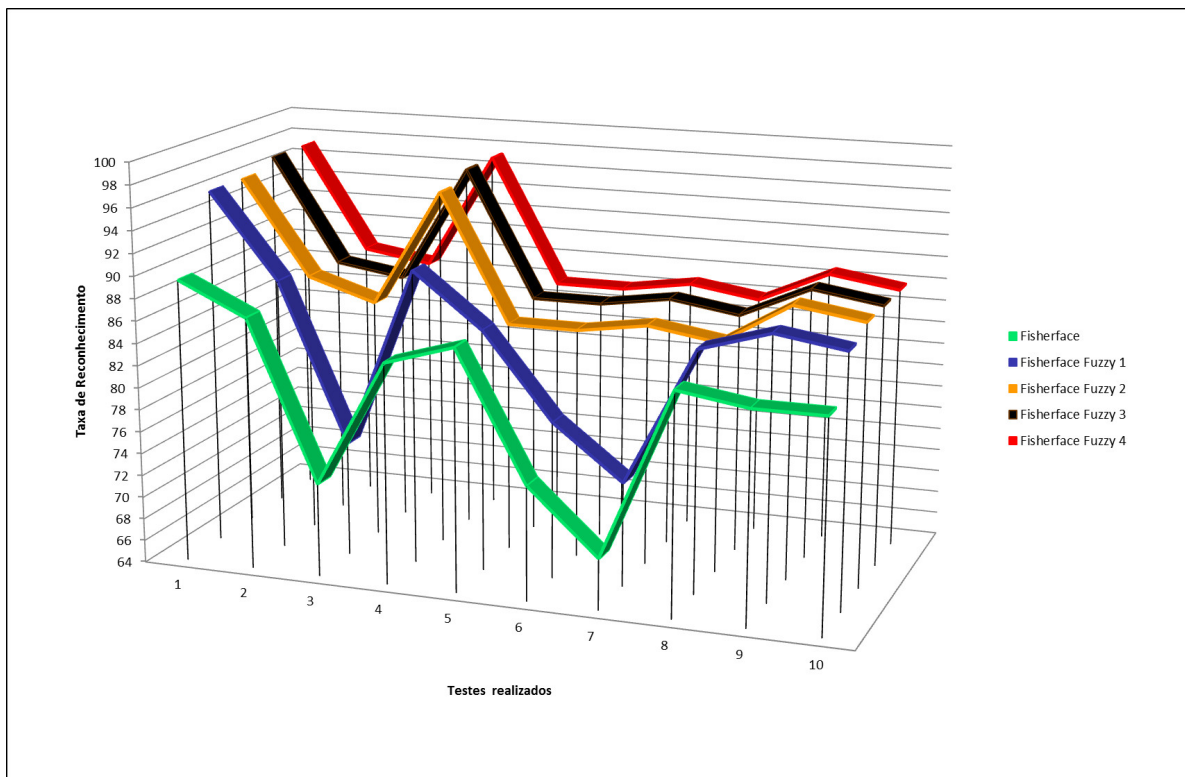


Figura 4.5: Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 2.

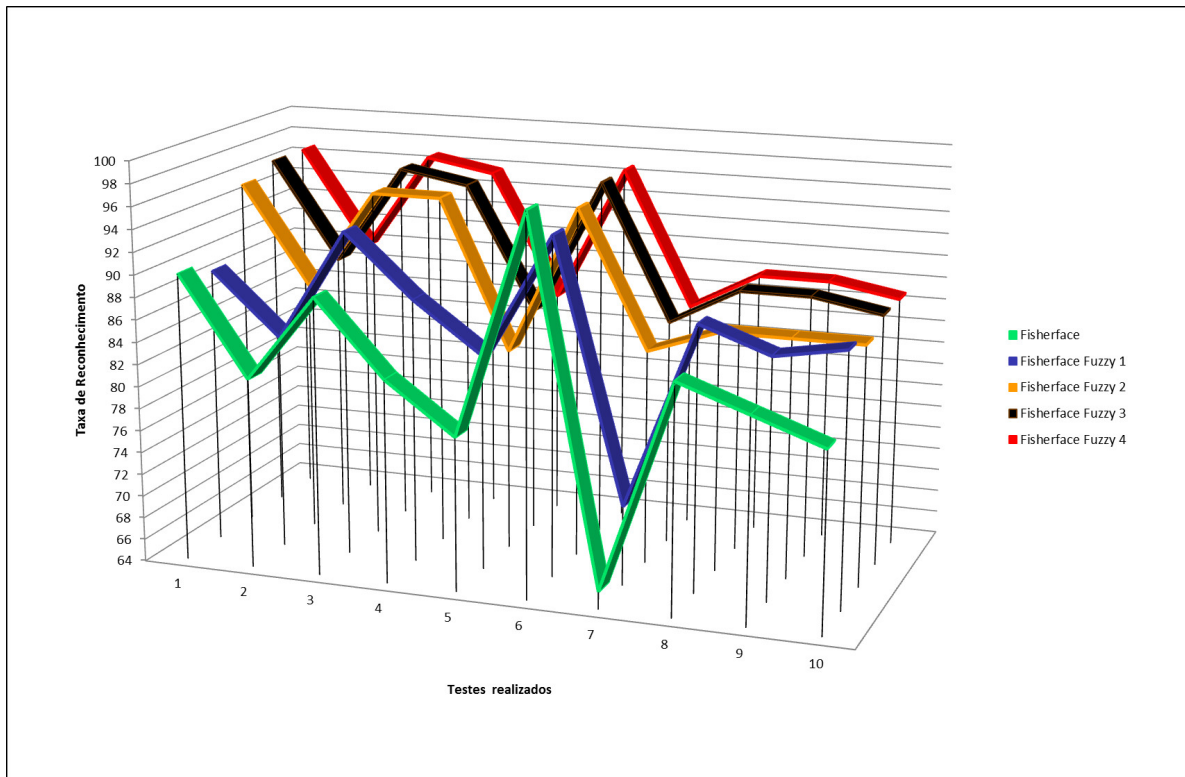


Figura 4.6: Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 3.

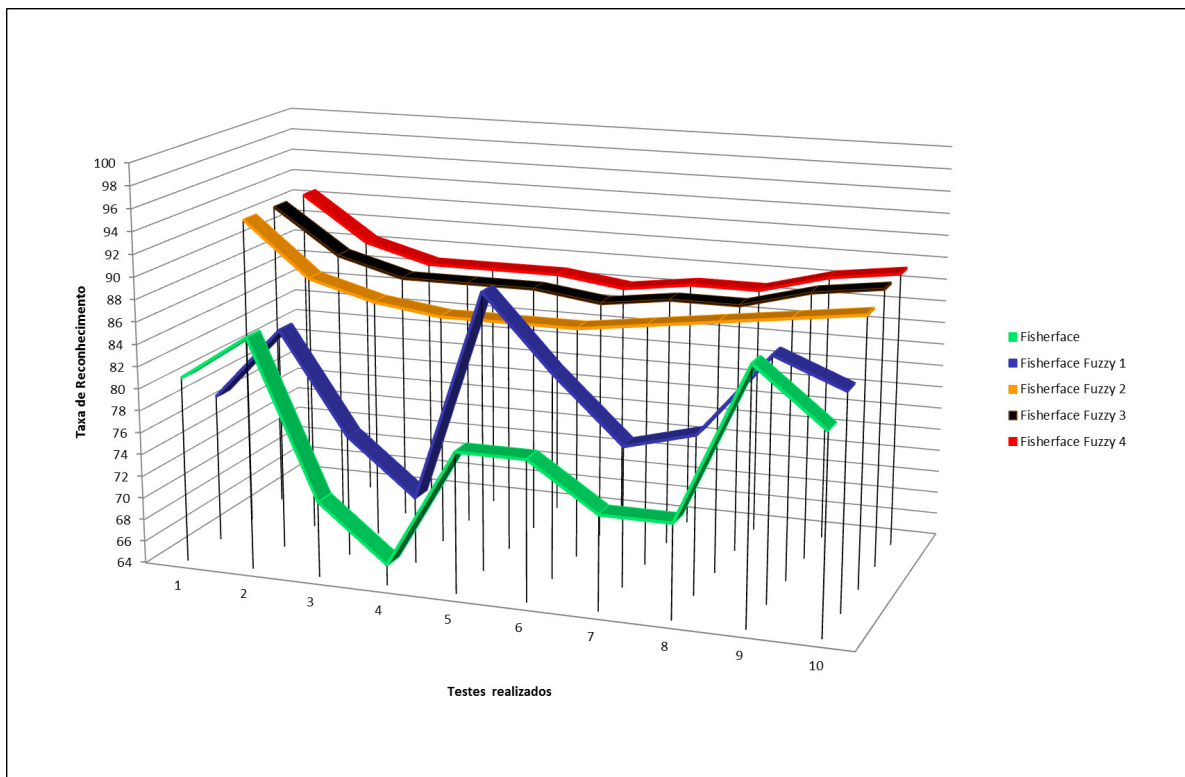


Figura 4.7: Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 4.

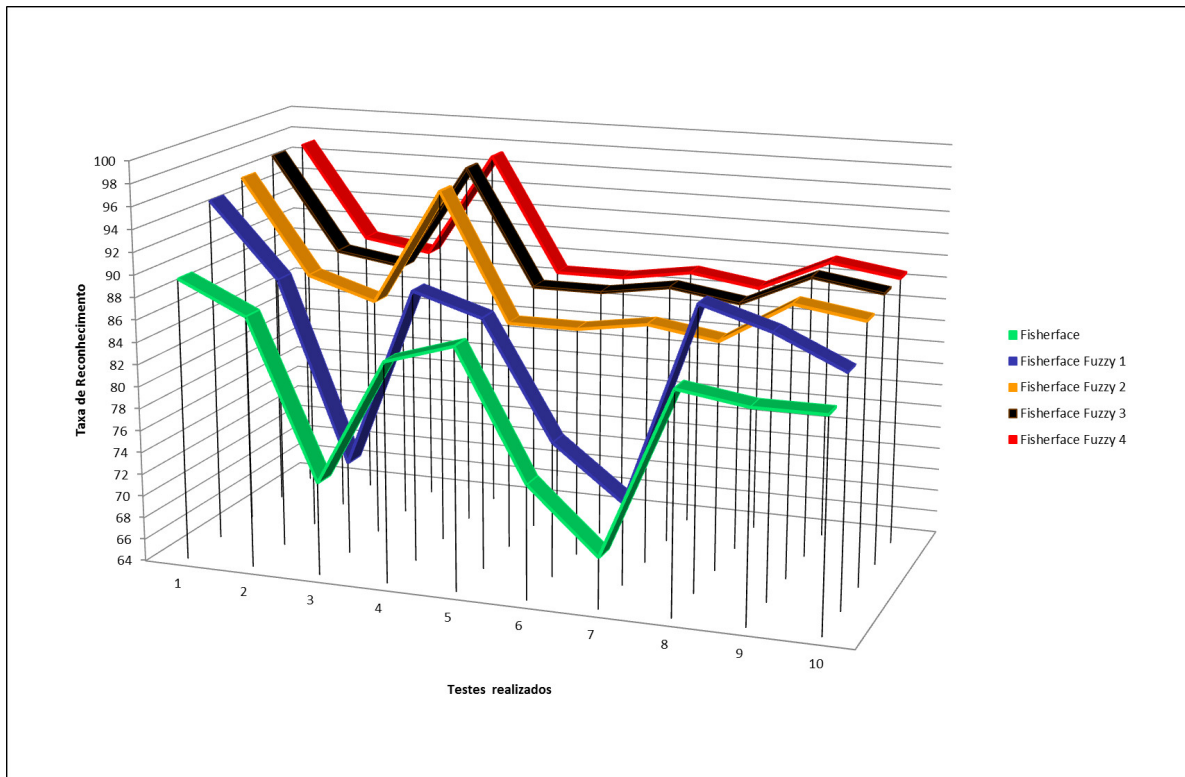


Figura 4.8: Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 5.

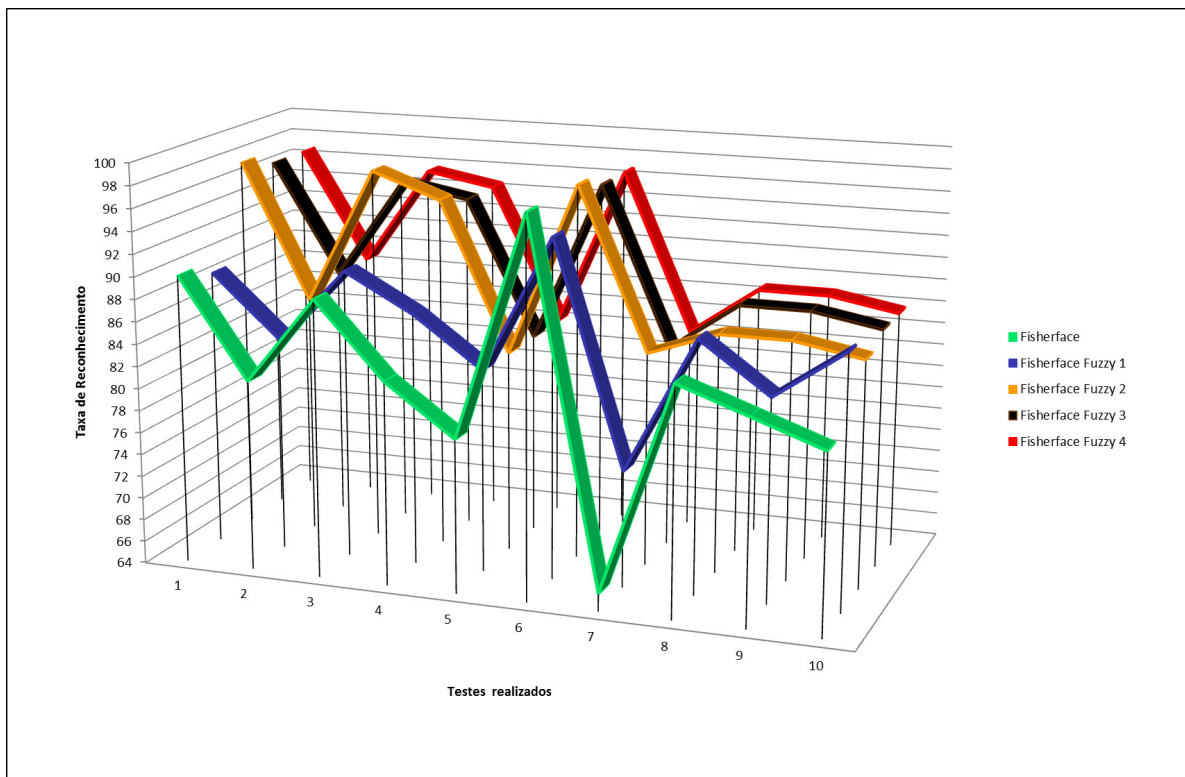


Figura 4.9: Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 6.

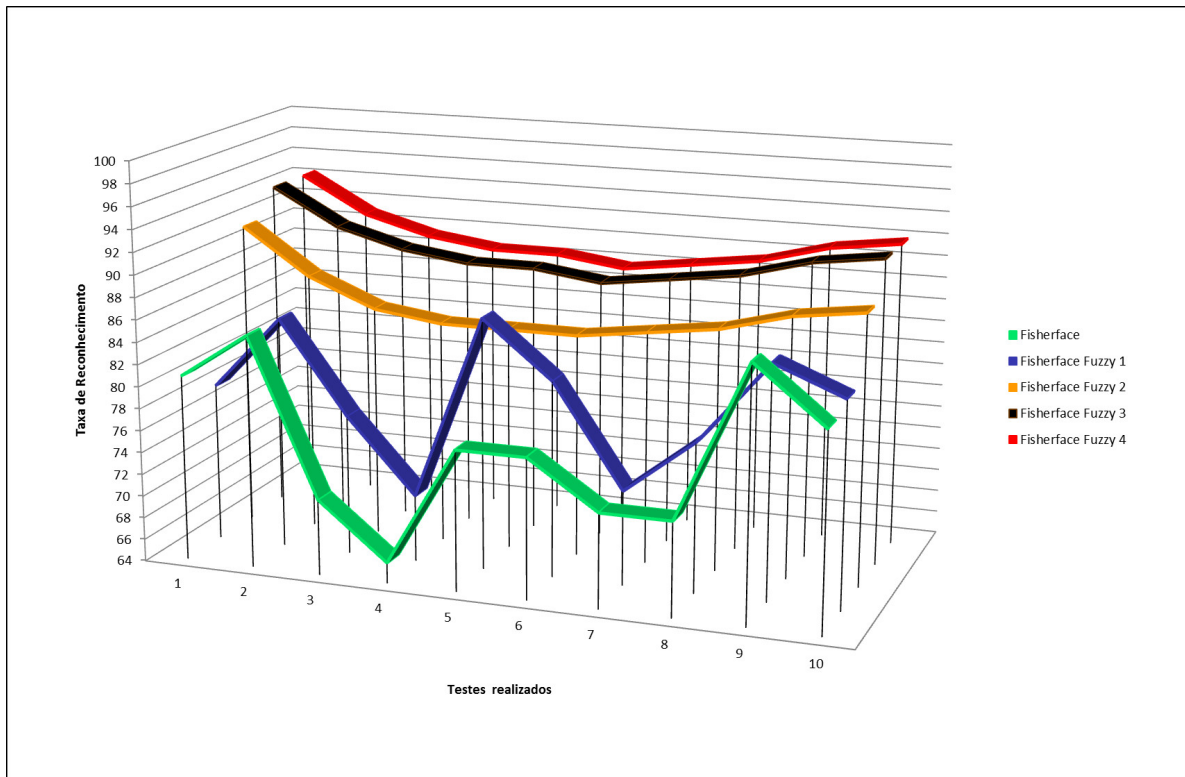


Figura 4.10: Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 7.

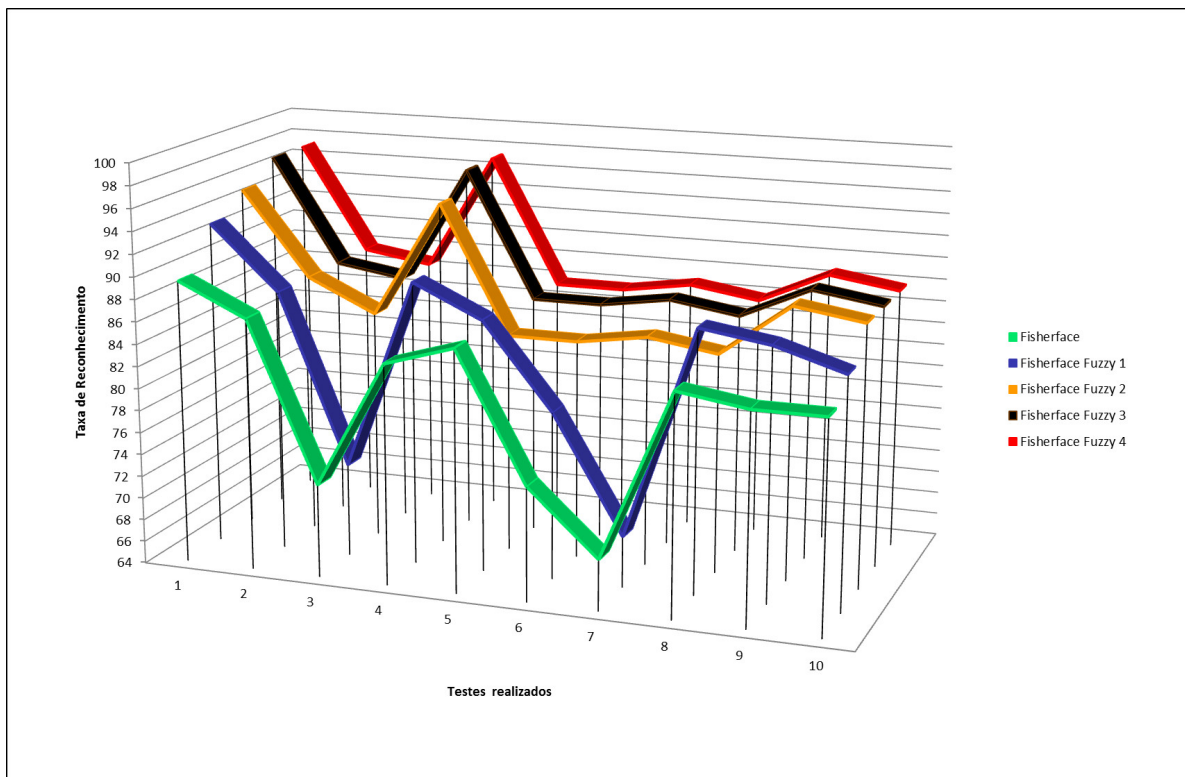


Figura 4.11: Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 8.

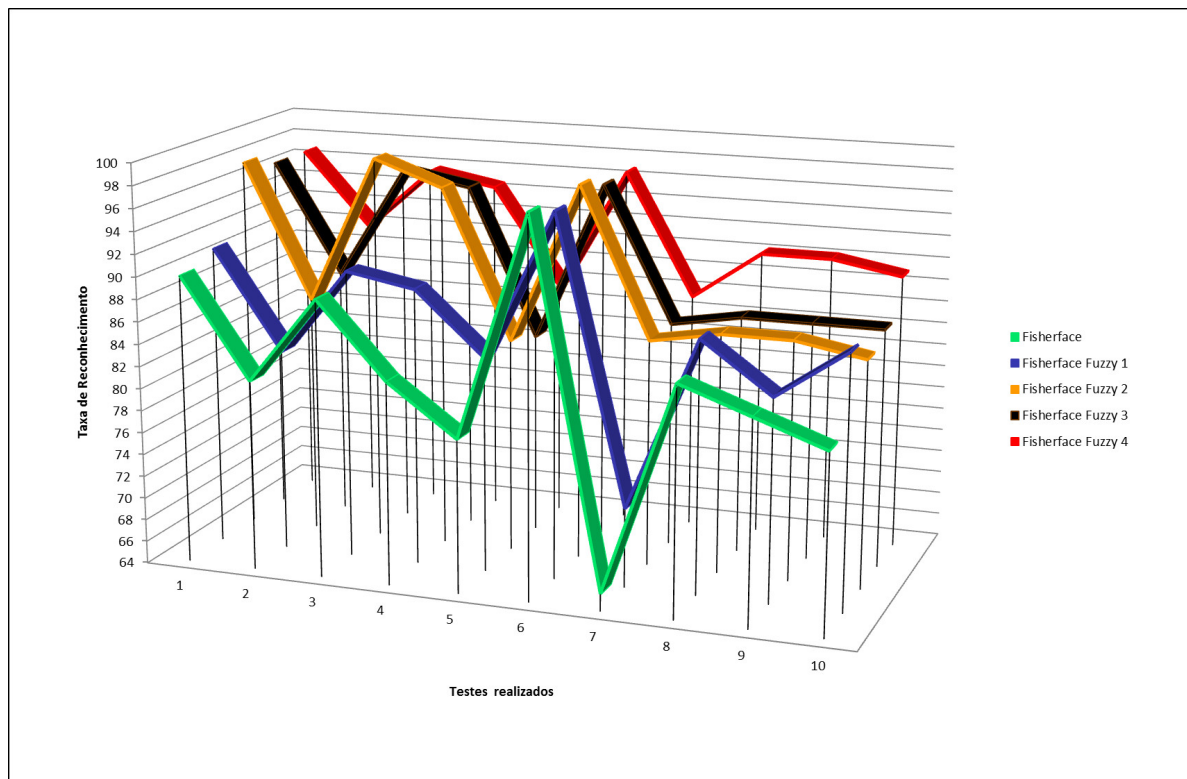


Figura 4.12: Taxas de Reconhecimento para a Base Yale - Caso 9.

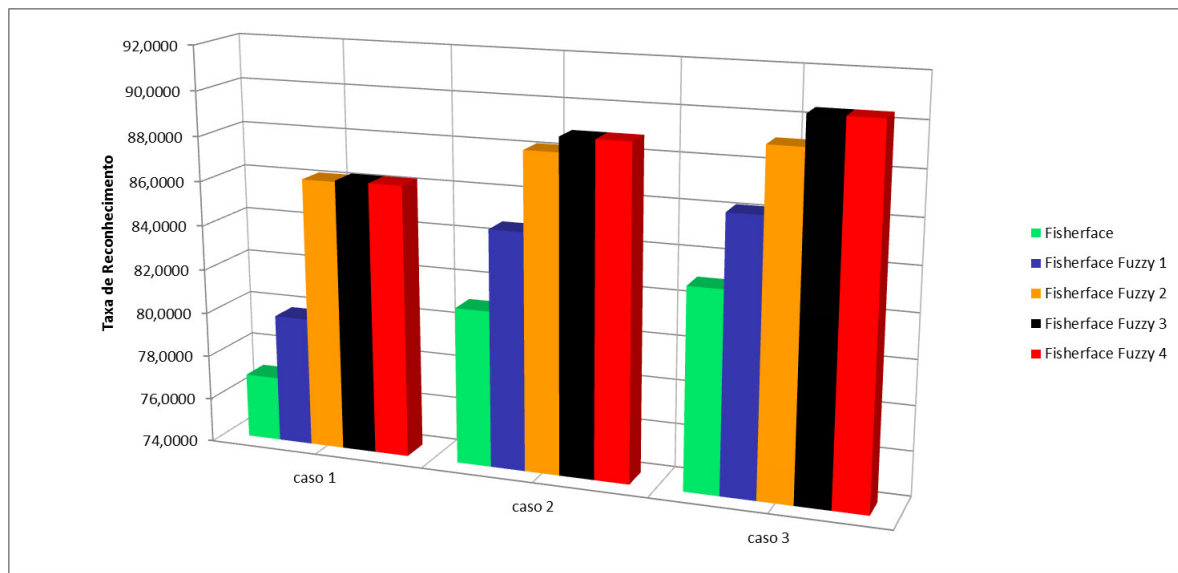


Figura 4.13: Comparação das médias das taxas de reconhecimento para a Base Yale - Caso 1, 2 e 3.

As médias das taxas de reconhecimento são mostradas nas figuras (4.13), (4.14) e (4.15).

As tabelas (4.4) e (4.5) contêm uma análise comparativa da média e o desvio padrão para as taxas de reconhecimento obtidas nos testes realizados.

A figura (4.16) ilustra a tabela e o gráfico com a média geral de todos os métodos avaliados.

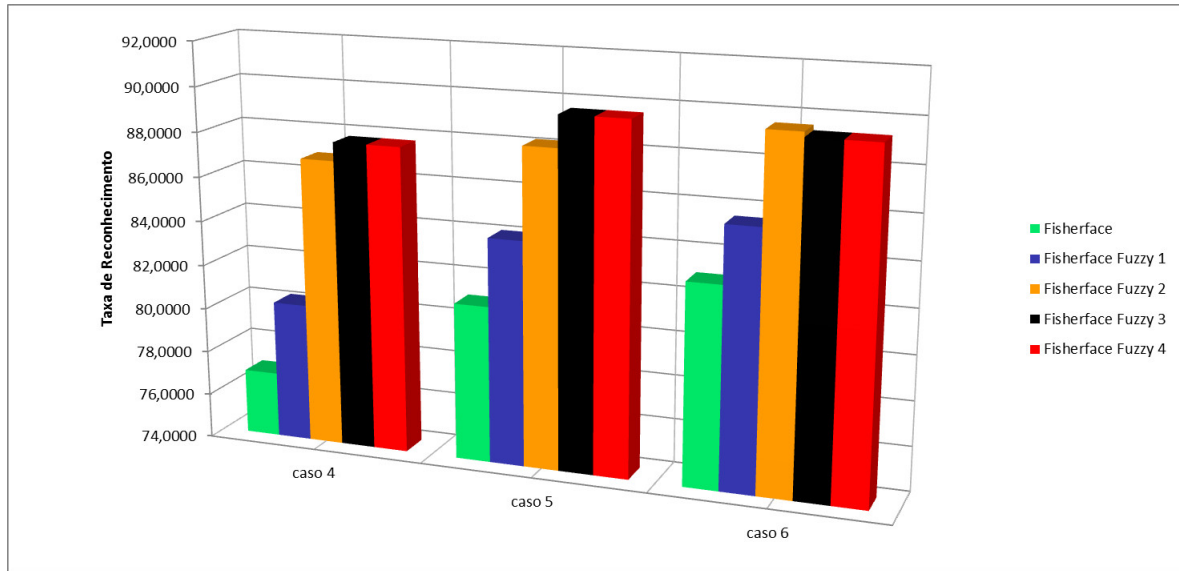


Figura 4.14: Comparação das médias das taxas de reconhecimento para a Base Yale - Caso 4, 5 e 6.

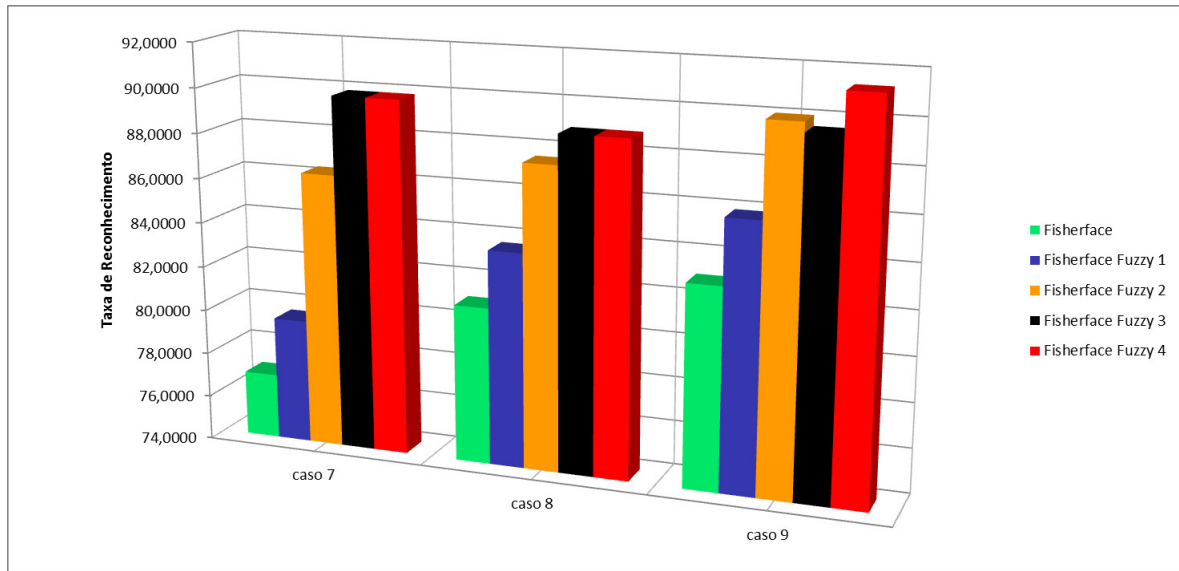


Figura 4.15: Comparação das médias das taxas de reconhecimento para a Base Yale - Caso 7, 8 e 9.

Tabela 4.4: Comparação das médias para as taxas de reconhecimento (Base Yale).

	Fisherface (%)	<i>Fisherface Fuzzy 1 (%)</i>	<i>Fisherface Fuzzy 2 (%)</i>	<i>Fisherface Fuzzy 3 (%)</i>	<i>Fisherface Fuzzy 4 (%)</i>
Caso 1	76,9167	79,8333	86,9167	86,2500	86,2500
Caso 2	81,0476	84,6667	88,1905	88,8572	88,8572
Caso 3	83,0000	86,2222	89,1111	90,4445	90,4445
Caso 4	76,9167	80,2500	86,9167	87,7500	87,7500
Caso 5	81,0476	84,0952	88,1905	89,6191	89,6191
Caso 6	83,0000	85,5556	89,5556	89,3334	89,3334
Caso 7	76,9167	79,5833	86,3333	89,8333	89,8333
Caso 8	81,0476	83,6190	87,5238	88,8572	88,8572
Caso 9	83,0000	85,8889	90,0000	89,5556	91,3334

Tabela 4.5: Comparação dos desvios padrão para as taxas de reconhecimento (Base Yale).

	Fisherface (\pm)	<i>Fisherface Fuzzy 1 (\pm)</i>	<i>Fisherface Fuzzy 2 (\pm)</i>	<i>Fisherface Fuzzy 3 (\pm)</i>	<i>Fisherface Fuzzy 4 (\pm)</i>
Caso 1	6,64	5,44	2,29	2,55	2,55
Caso 2	6,86	7,27	4,43	4,47	4,47
Caso 3	8,50	6,46	5,68	5,27	5,27
Caso 4	6,64	5,75	2,29	1,97	1,97
Caso 5	6,86	7,98	4,43	4,08	4,08
Caso 6	8,50	5,42	6,71	5,86	5,86
Caso 7	6,64	5,56	2,43	2,03	2,03
Caso 8	6,86	7,85	4,43	4,47	4,47
Caso 9	8,50	6,85	6,75	6,00	4,25

Método	Média Geral
<i>Fisherface</i>	80,3214
<i>Fisherface Fuzzy - 1</i>	83,3016
<i>Fisherface Fuzzy - 2</i>	88,0013
<i>Fisherface Fuzzy - 3</i>	88,9445
<i>Fisherface Fuzzy - 4</i>	89,1420

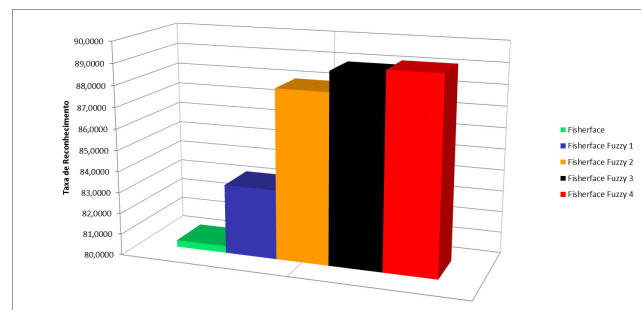


Figura 4.16: Comparação das médias gerais das taxas de reconhecimento para a Base Yale.

Através da análise dos gráficos e tabelas apresentados, conclui-se que:

- Como foram utilizados somente 25 autovetores na formação do subespaço PCA e 15 autovetores no subespaço LDA, concluí-se que o método *Fisherface* é extremamente eficaz na classificação de imagens, devido principalmente, a alta capacidade de redução de dimensionalidade, um fator importante para testes que envolvem grandes quantidades

de imagens de faces.

- Pela tabela (4.4) observa-se que os casos 1, 4 e 7 apresentam em todos os testes as menores taxas de reconhecimento na base Yale, isto ocorre, pois quando se tem poucas imagens de treinamento para cada classe de indivíduos, a matriz de dispersão intraclasse (S_W) ou intraclasse *fuzzy* (S_{FW}) pode se tornar singular, dependendo do conjunto de treinamento. Entretanto, é importante resaltar, que o número de imagens do conjunto de treinamento não pode ser muito grande, pois o restante das imagens das classes são utilizadas como teste.
- Sabe-se que o desvio padrão mede a variabilidade dos resultados em torno da média, isto é, indica se a variação está dentro no padrão ou não. Para todos os testes, foi observado através da tabela (4.5) que a variação entre as taxas de reconhecimento é mais aleatória quando são utilizadas mais imagens no conjunto de treinamento. Além disso, nota-se que a maior variação dos resultados ocorreu no método *Fisherface*, por outro lado, o método *Fisherface Fuzzy* com a nova função de pertinência apresentou as menores variações (desvio padrão), o que comprova que este método é mais instável se comparado com os demais.
- O método *Fisherface* foi inferior em todos os casos.
- Analisando o desempenho do método *Fisherface Fuzzy* alterando sua função de pertinência, nota-se que o método com a função de pertinência proposta por Keller et al. [20] apresentou resultados bem inferiores com relação as outras funções de pertinência, esta variação foi de aproximadamente 6% na média geral das taxas de reconhecimento. Houve pouca variação entre os resultados das médias gerais do método *Fisherface Fuzzy* com as funções de pertinência proposta por Song et al. [36] (com $m = 0,1$ e $m = 0,7$) e a nova função proposta neste trabalho.
- Através da média geral dos métodos avaliados (figura (4.16)), conclui-se que para a base Yale, o método *Fisherface Fuzzy* com a função de pertinência proposta neste trabalho obteve a melhor taxa de reconhecimento de faces (além de apresentar a menor variação dos resultados), seguido pelo método *Fisherface Fuzzy* com a função de pertinência proposta por Song et al. [36] com parâmetro $m = 0,7$.

4.4.2 Base de Imagens Faciais ORL

A base de dados ORL é pública e composta de 400 imagens faciais oriundas de 40 indivíduos do sexo masculino e feminino, como observado nas figuras (4.17) e (4.18). Essas imagens foram tiradas entre Abril de 1992 e Abril de 1994, no Laboratório de Pesquisa Olivetti em Cambridge, UK. Existem 10 imagens de cada indivíduo, fotografadas em ambientes diferentes. Além disso, para o mesmo indivíduo, as imagens foram tiradas em momentos diferentes, variando alguns detalhes, tais como posição, rotação, variação na expressão facial, nos detalhes faciais e os indivíduos se apresentam com ou sem óculos. Os indivíduos estão, em todas as imagens, em posição frontal e ereta, em um plano de fundo escuro.

Cada imagem facial foi digitalizada e armazenada com 92×112 *pixels*, cujos níveis de cinza variaram entre 0 e 255.



Figura 4.17: Exemplo de imagens faciais masculinas da base ORL.

Análogo à base Yale, inicialmente foi feita uma análise do parâmetro m para o método *Fisherface Fuzzy* com a função de pertinência proposta por Song et al. [36]. Para esta análise, o número de k -vizinhos mais próximos foi determinado utilizando a relação (3.2). Tem-se na base ORL, 40 classes, logo $1 < k \leq 40$. Considerou-se 9 parâmetros m igualmente espaçados (com espaçamento de 0,1). O conjunto de treinamento é formado por imagens escolhidas manualmente. Para a análise, foram considerados nove casos, subdivididos de acordo com a



Figura 4.18: Exemplo de imagens faciais femininas da base ORL.

tabela (4.6).

Tabela 4.6: Conjunto de Treinamento e Conjunto de Teste para a Base ORL.

Número de vizinhos mais próximos	Casos	Conjunto de treinamento para cada classe	Conjunto teste
k=15	Caso 1	3	7
	Caso 2	4	6
	Caso 3	5	5
k=20	Caso 4	3	7
	Caso 5	4	6
	Caso 6	5	5
k=25	Caso 7	3	7
	Caso 8	4	6
	Caso 9	5	5

O teste foi repetido 10 vezes para cada parâmetro m possibilitando o cálculo de valores médios. A tabela (4.7), mostra a média dos resultados obtidos no teste.

Tabela 4.7: Comparação das médias para as taxas de reconhecimento do método *Fisherface Fuzzy* com a variação do parâmetro m da função de pertinência proposta por Song et al. [36] (Base ORL).

<i>Fisherface Fuzzy</i>	$m = 0, 1$ (%)	$m = 0, 2$ (%)	$m = 0, 3$ (%)	$m = 0, 4$ (%)	$m = 0, 5$ (%)	$m = 0, 6$ (%)	$m = 0, 7$ (%)	$m = 0, 8$ (%)	$m = 0, 9$ (%)
Caso 1	89,4643	89,5000	89,6429	89,3929	89,0714	89,1786	89,4286	89,4286	88,6072
Caso 2	88,0417	88,0417	87,6667	88,1667	88,1667	88,1250	88,1250	88,0000	87,4166
Caso 3	88,2000	88,4000	88,6000	87,7500	87,4000	88,0000	87,9000	87,6500	87,6500
Caso 4	89,4643	89,5000	89,5000	89,3571	89,1071	88,6429	88,9286	88,1429	87,6072
Caso 5	88,4167	88,0417	88,0417	88,5417	88,5417	88,2500	88,2500	88,3750	88,0417
Caso 6	87,7000	88,0500	88,9000	88,7000	88,5000	88,5500	88,7500	88,5500	88,9500
Caso 7	89,7857	89,2500	89,7500	89,2143	89,3571	90,1429	88,5357	88,2500	87,7500
Caso 8	88,3750	88,5917	88,5417	88,5833	88,7083	88,6250	88,8750	89,0000	88,6250
Caso 9	87,7000	88,7000	88,9000	89,5500	89,0000	89,0000	89,0000	88,3500	88,0500

As médias das taxas de reconhecimento são dadas na tabela (4.8). A figura (4.19) ilustra o gráfico para essa situação.

Tabela 4.8: Comparação das médias das taxas de reconhecimento do *Fisherface Fuzzy* com a função de pertinência proposta por Song et al. [36].

Parâmetro m	Taxa de Reconhecimento (%)
0,1	88,5722
0,2	88,6750
0,3	88,8381
0,4	88,8062
0,5	88,6503
0,6	88,7238
0,7	88,6437
0,8	88,4163
0,9	88,0775

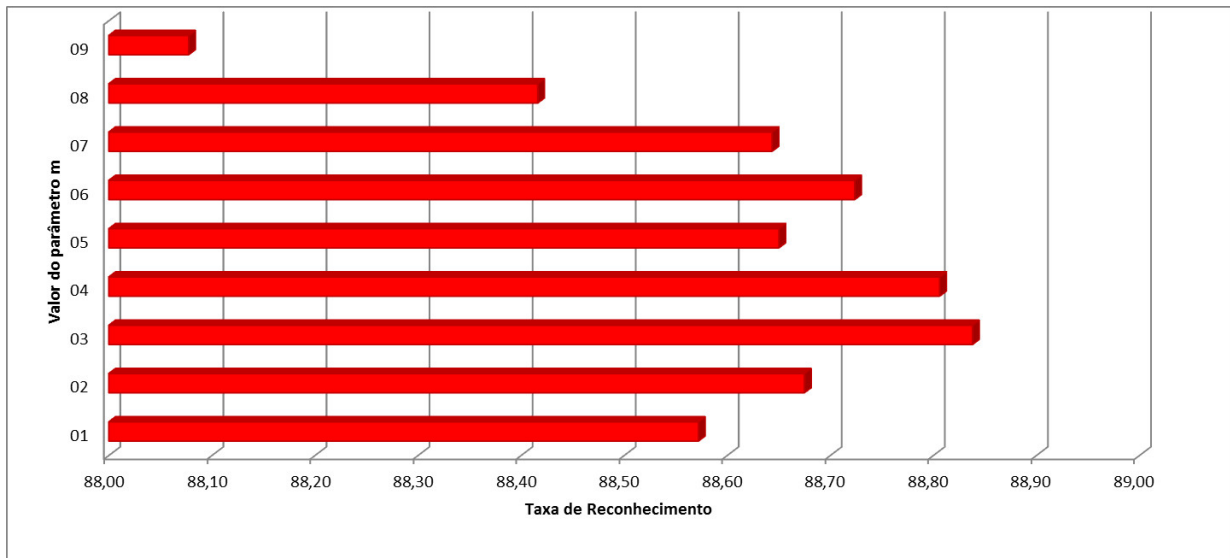


Figura 4.19: Médias das taxas de reconhecimento para o método *Fisherface Fuzzy*.

Analisando os resultados, observa-se que para $m = 0,3$ o método *Fisherface Fuzzy* obteve a melhor performance, obtendo a maior média da taxa de reconhecimento; todavia, para $m = 0,9$ o método obteve a menor média (nota-se que as maiores médias das taxas de reconhecimento utilizando a função de pertinência proposta por Song et al. [36] ocorreram para diferentes valores do parâmetro m para as bases Yale e ORL). A função de pertinência *fuzzy* para $m = 0,3$ (maior média de reconhecimento) é:

$$\alpha = \frac{N - C}{2^m \cdot N} = \frac{400 - 40}{2^{0,3} \cdot 400} = 0,73. \quad (4.4)$$

Logo,

$$\mu_{ij} = \begin{cases} 0,73 + 0,27(n_{ij}/k), & \text{se } i = j \\ 0,27(n_{ij}/k), & \text{se } i \neq j. \end{cases} \quad (4.5)$$

Observa-se que as maiores médias das taxas são para $m \in (0,2; 0,7)$. Portanto, conclui-se que utilizando a função de pertinência proposta do Song et al [36], as maiores médias de reconhecimento ocorrem quando $0,59 < \alpha < 0,78$.

Para a próxima análise (análise geral dos métodos em estudo), chama-se a função de pertinência proposta por Keller et al. [20] de função de pertinência 1. A função de pertinência proposta por Song et al. [36], foi avaliada utilizando dois parâmetros m diferentes. Para $m = 0,3$; chama-se função de pertinência 2 e para $m = 0,9$; chama-se função de pertinência 3. A nova função proposta neste trabalho, chama-se função de pertinência 4.

Para a análise, considerou-se os mesmos nove casos descritos na tabela (4.6). O procedimento foi repetido 10 vezes para cada caso, a fim de calcular valores médios. As taxas de reconhecimento para os vários experimentos são mostrados nos gráficos seguintes.

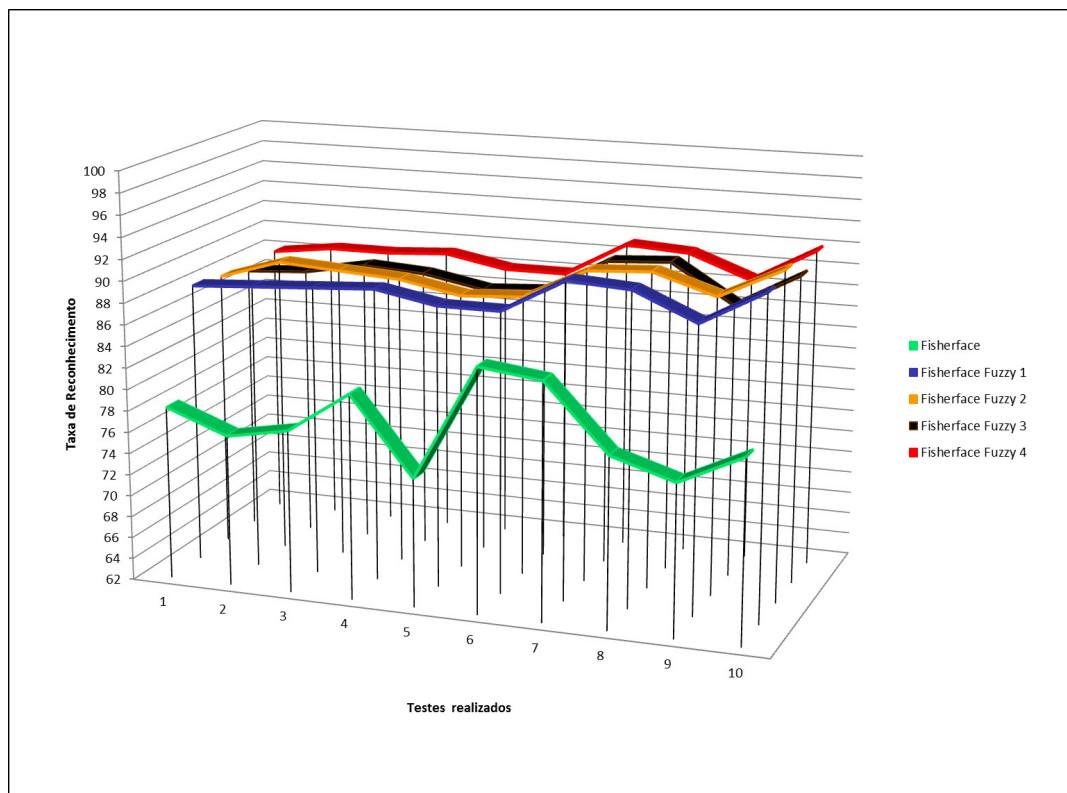


Figura 4.20: Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 1.

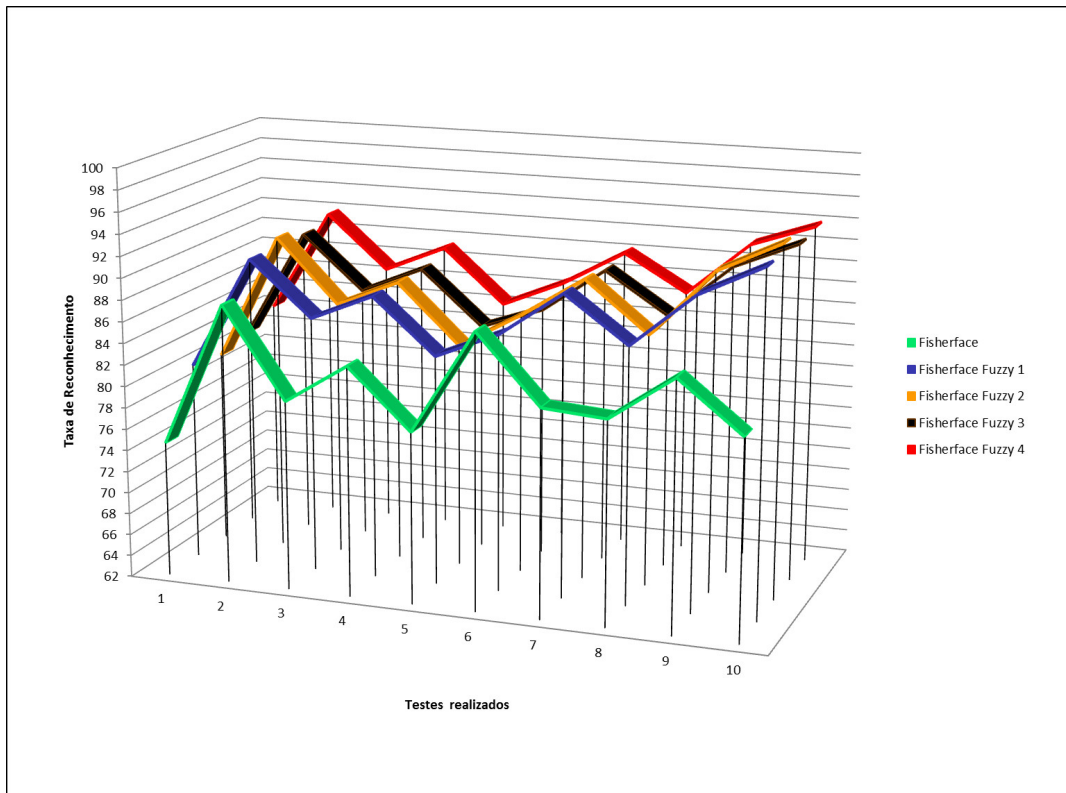


Figura 4.21: Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 2.

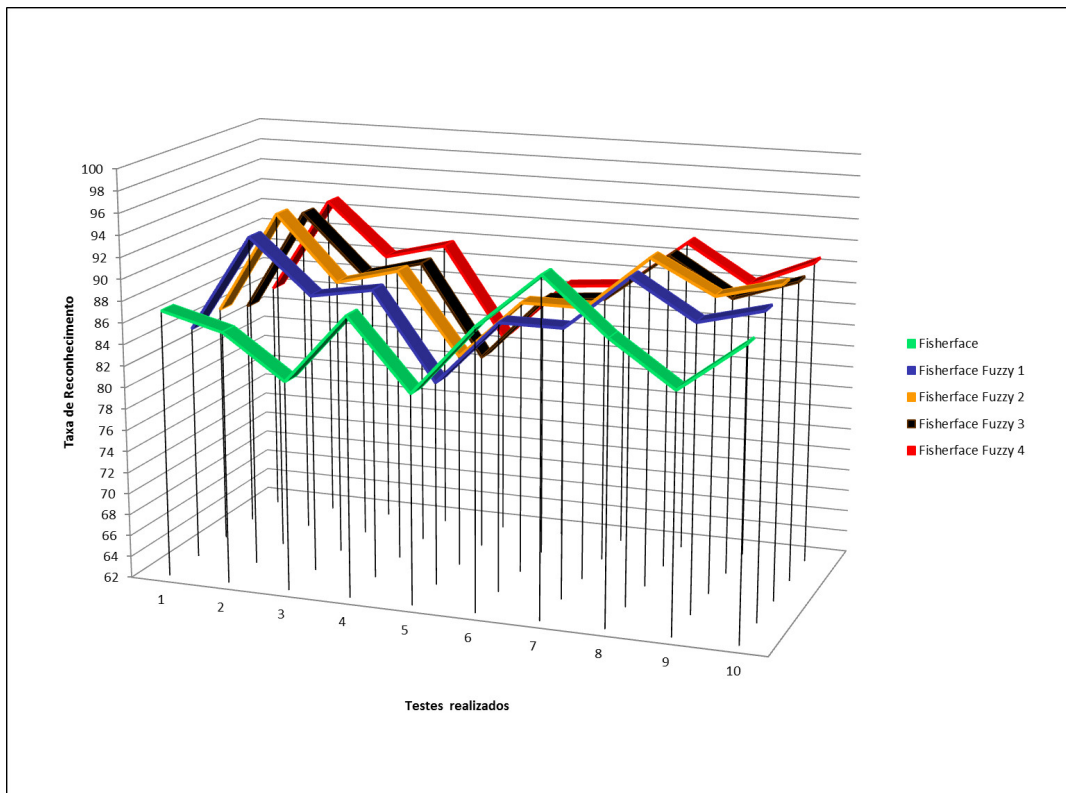


Figura 4.22: Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 3.

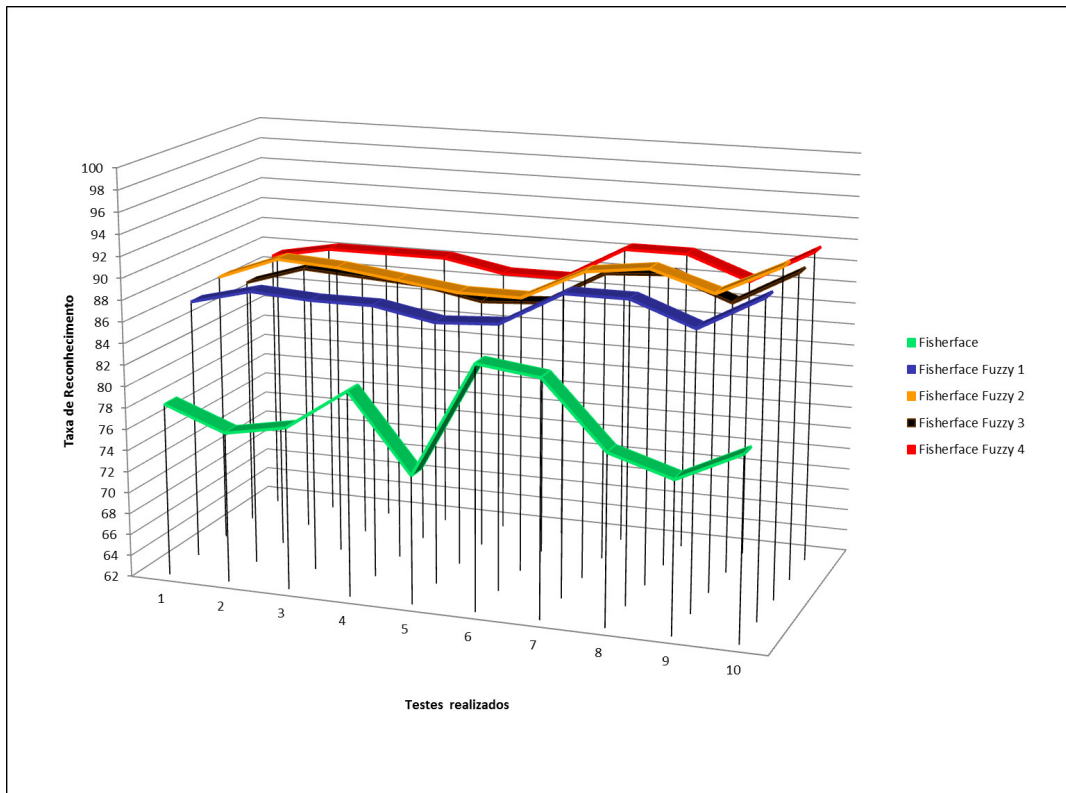


Figura 4.23: Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 4.

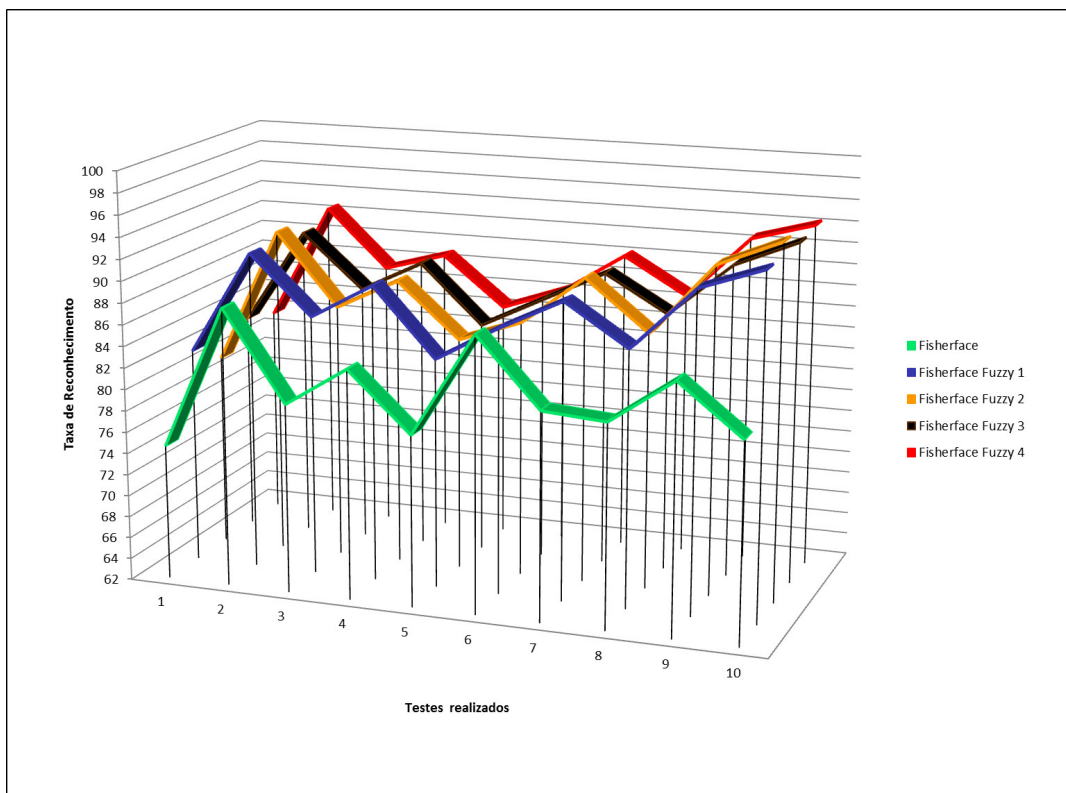


Figura 4.24: Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 5.

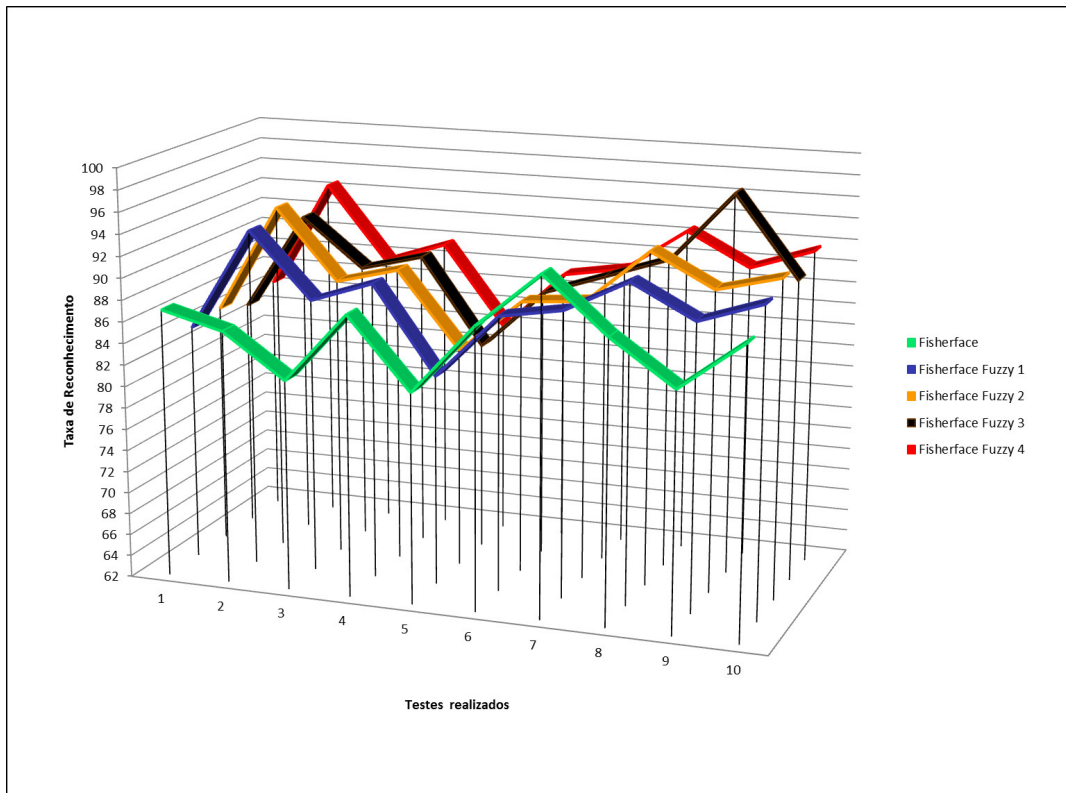


Figura 4.25: Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 6.

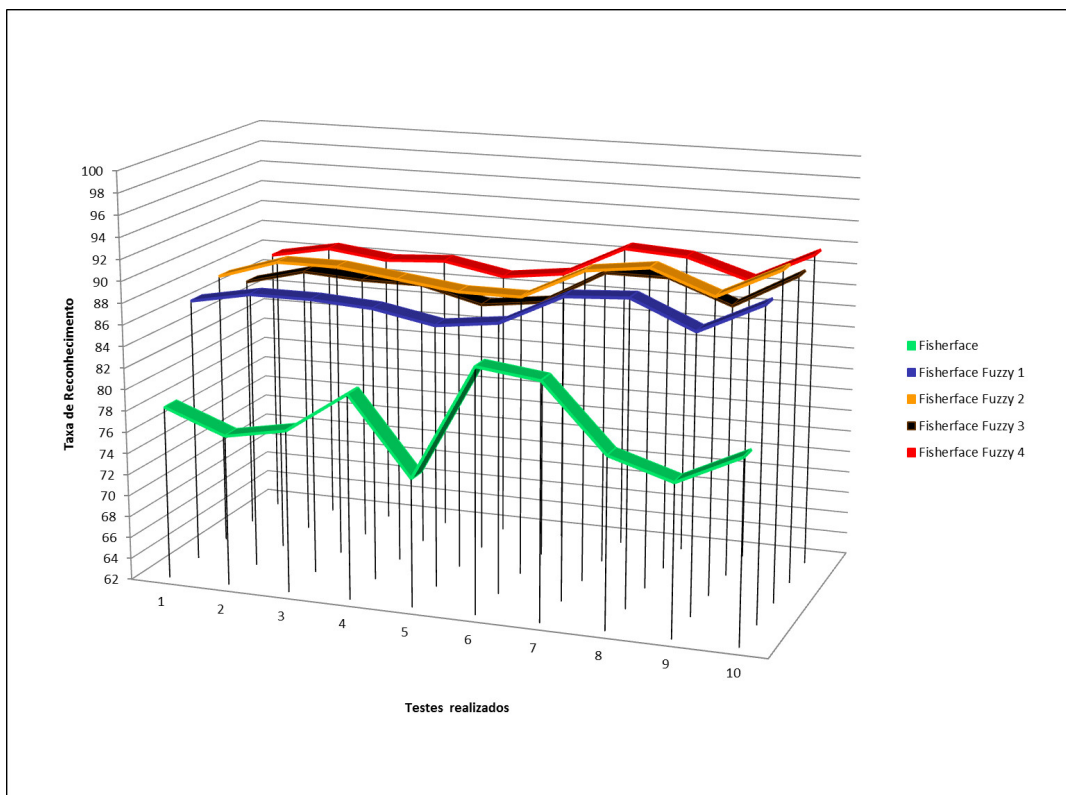


Figura 4.26: Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 7.

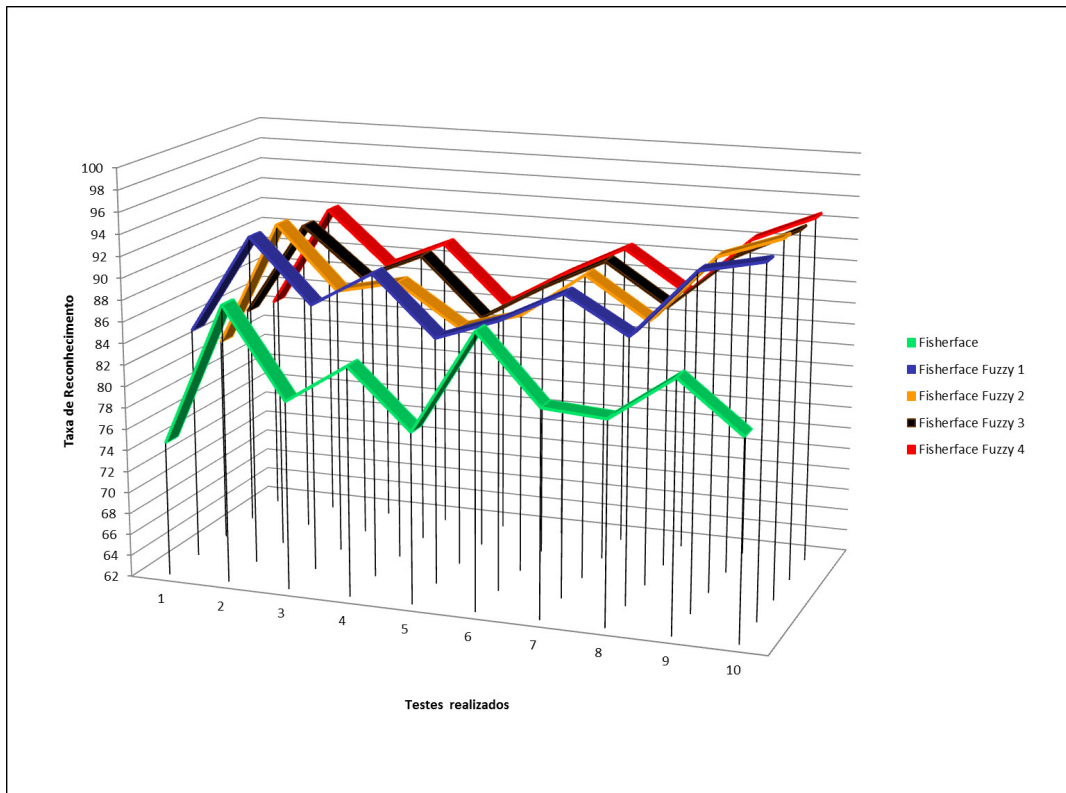


Figura 4.27: Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 8.

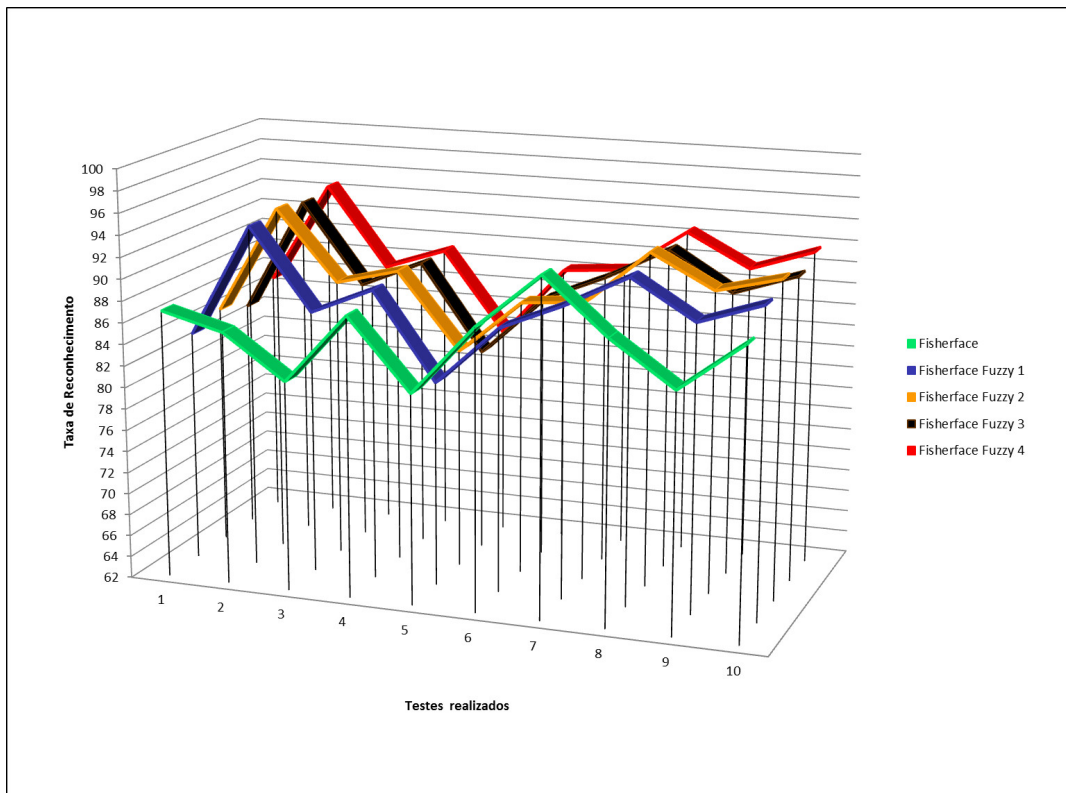


Figura 4.28: Taxas de Reconhecimento para a Base ORL - Caso 9.

Através da análise dos resultados, verifica-se que o método *Fisherface Fuzzy* foi significativamente superior que o método *Fisherface*. Mais ainda, a utilização de funções de pertinência diferentes da função proposta por Keller et al. [20] apresenta melhores resultados.

As médias das taxas de reconhecimento são mostradas nas figuras (4.29), (4.30) e (4.31). As tabelas (4.9) e (4.10) contêm uma análise comparativa da média e o desvio padrão para as taxas de reconhecimento obtidas nos testes realizados.

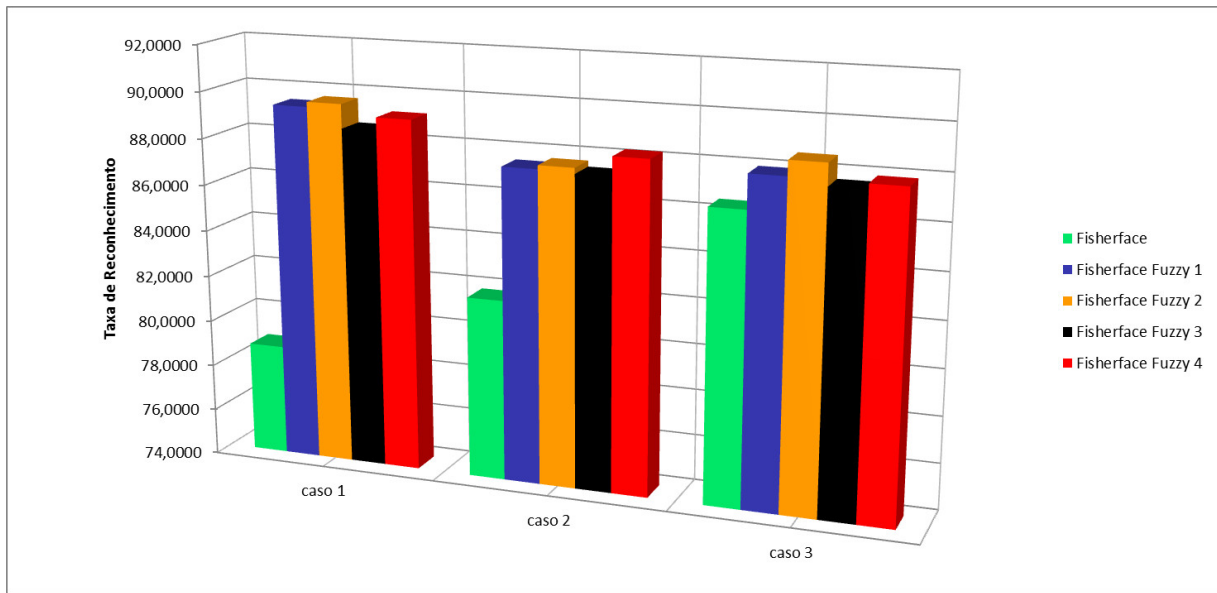


Figura 4.29: Comparação das médias das taxas de reconhecimento para a Base ORL - Caso 1, 2 e 3.

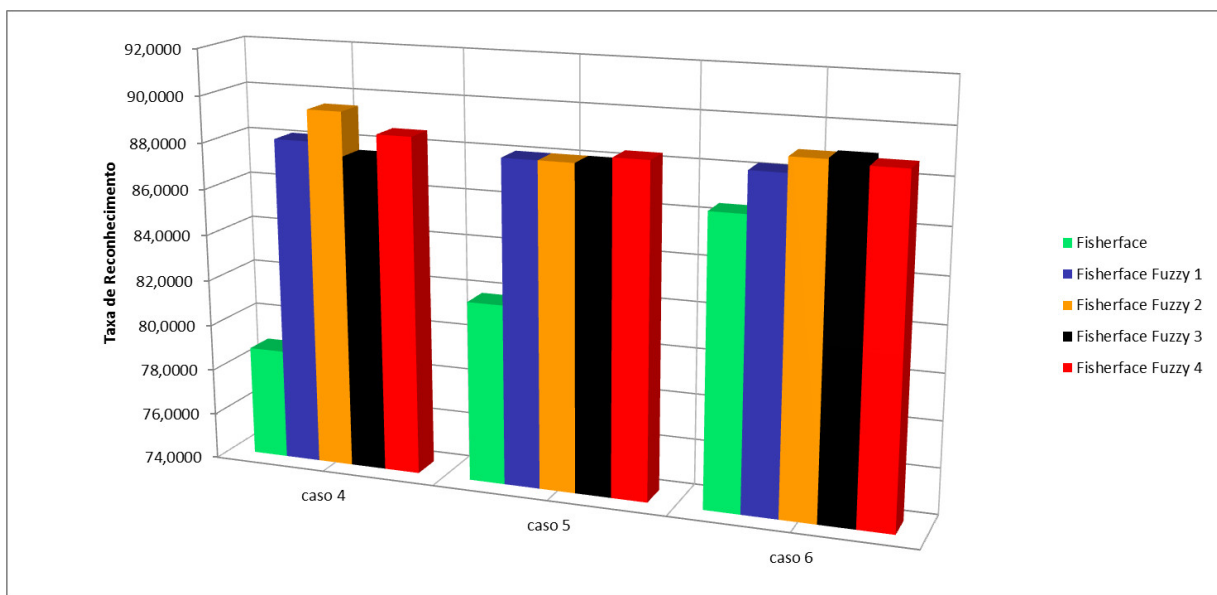


Figura 4.30: Comparação das médias das taxas de reconhecimento para a Base ORL - Caso 4, 5 e 6.

A figura (4.32) ilustra a tabela e o gráfico com a média geral de todos os métodos avaliados.

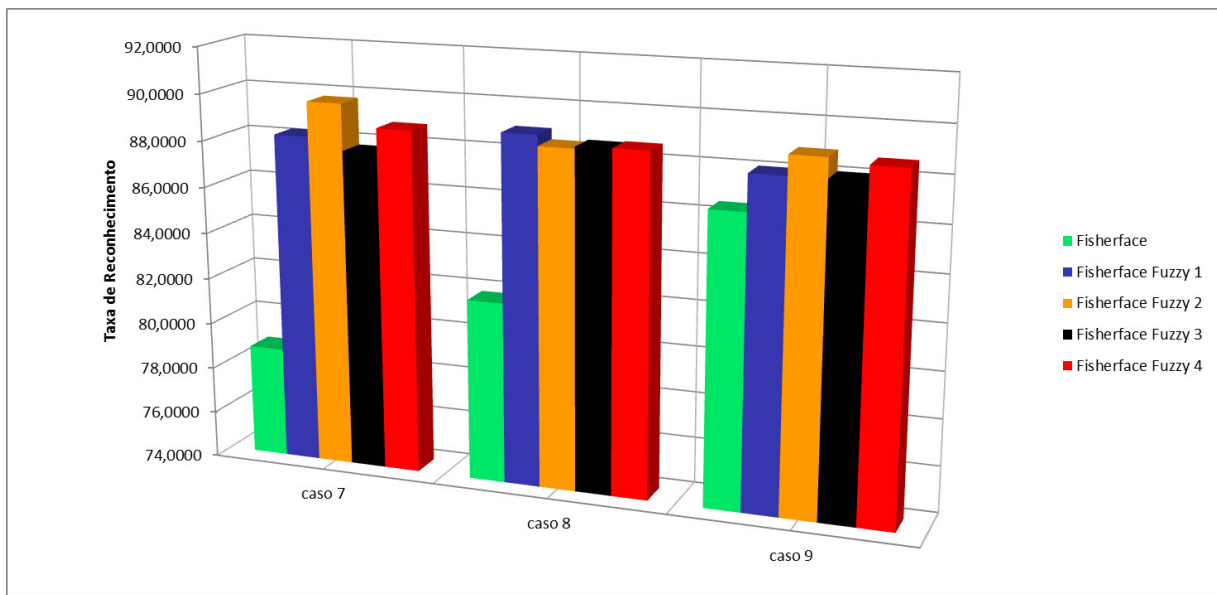


Figura 4.31: Comparação das médias das taxas de reconhecimento para a Base ORL - Caso 7, 8 e 9.

Tabela 4.9: Comparação das médias para as taxas de reconhecimento (Base ORL).

	Fisherface (%)	<i>Fisherface Fuzzy 1</i> (%)	<i>Fisherface Fuzzy 2</i> (%)	<i>Fisherface Fuzzy 3</i> (%)	<i>Fisherface Fuzzy 4</i> (%)
Caso 1	78,7857	89,4286	89,6429	88,6072	89,1786
Caso 2	81,8333	87,5000	87,6667	87,4166	88,2500
Caso 3	86,5000	87,9500	88,6000	87,6500	87,9000
Caso 4	78,7857	88,1429	89,5000	87,6072	88,6429
Caso 5	81,8333	88,0417	88,0417	88,0417	88,3750
Caso 6	86,5000	88,2500	88,9000	88,9500	88,7500
Caso 7	78,7857	88,2500	89,7500	87,7500	89,8214
Caso 8	81,8333	89,0000	88,5417	88,6250	88,6667
Caso 9	86,5000	88,0500	88,9000	88,0500	88,7000

Tabela 4.10: Comparação dos desvios padrão para as taxas de reconhecimento (Base ORL).

	Fisherface (\pm)	<i>Fisherface Fuzzy 1</i> (\pm)	<i>Fisherface Fuzzy 2</i> (\pm)	<i>Fisherface Fuzzy 3</i> (\pm)	<i>Fisherface Fuzzy 4</i> (\pm)
Caso 1	3,47	3,43	3,96	3,16	1,46
Caso 2	4,19	2,55	2,33	2,31	3,65
Caso 3	3,50	3,22	2,44	2,95	3,56
Caso 4	3,47	3,64	3,61	3,60	1,53
Caso 5	4,19	2,67	2,41	2,72	3,97
Caso 6	3,50	3,38	2,41	3,27	3,69
Caso 7	3,47	3,15	3,45	3,10	1,48
Caso 8	4,19	2,42	2,53	2,58	3,78
Caso 9	3,50	3,44	2,62	3,16	3,74

Método	Média Geral
<i>Fisherface</i>	82,3730
<i>Fisherface Fuzzy - 1</i>	88,2904
<i>Fisherface Fuzzy - 2</i>	88,8381
<i>Fisherface Fuzzy - 3</i>	88,0775
<i>Fisherface Fuzzy - 4</i>	88,5872

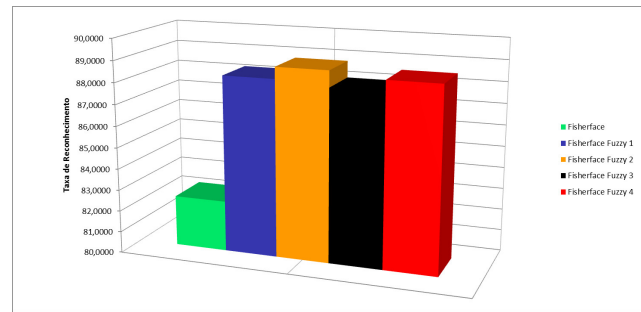


Figura 4.32: Comparação das médias gerais das taxas de reconhecimento para a Base ORL.

Através dos gráficos e tabelas apresentados, pode-se concluir que:

- Pela tabela (4.9) observa-se que para o método *Fisherface Fuzzy*, os casos 1, 4 e 7 apresentam em quase todos os testes as maiores médias das taxas de reconhecimento na base ORL; diferente do método *Fisherface*, que nestes mesmos casos, apresenta as menores médias (como ocorria na base Yale). Logo, para a base ORL, conclui-se que as melhores médias das taxas ocorrem para os menores conjuntos de treinamento.
- Para todos os testes, foi observado através da tabela (4.10) pouca variação dos resultados em relação à média independentemente do método utilizado, o que mostra que as imagens de faces da base ORL são mais homogêneas (as imagens não apresentam grande variação).
- O método *Fisherface* foi inferior em todos os casos.
- Analisando o desempenho do método *Fisherface Fuzzy* com diferentes funções de pertinência, nota-se pouca variação entre as médias gerais dos métodos para as quatro funções de pertinência, diferente do que ocorreu com a base Yale.
- Através da média geral dos métodos avaliados (figura (4.32)), conclui-se que para a base ORL, o método *Fisherface Fuzzy* com a função de pertinência proposta por Song et al. [36] com parâmetro $m = 0,3$ obteve a melhor taxa de reconhecimento de faces, seguido pelo método *Fisherface Fuzzy* com a nova função de pertinência proposta neste trabalho, além disso, ambos os métodos apresentam os menores desvios padrões entre os resultados.

4.5 Justificativa do Modelo Proposto

Nas seções anteriores, foi visto que a função de pertinência é a engrenagem principal do método *Fisherface Fuzzy* e que a escolha de tal função é um fator essencial que deve ser levado em

consideração para o estudo deste método, pois escolhas apropriadas, garantem melhores taxas de reconhecimento de faces.

Para o desenvolvimento da nova função de pertinência *fuzzy*, alguns fatores foram levados em consideração. O fator mais geral, diz respeito as propriedades matemáticas que esta nova função de pertinência deve satisfazer:

$$\sum_{i=1}^C \mu_{ij} = 1; \quad (4.6)$$

onde, C é o número de classes da base, e

$$0 < \sum_{j=1}^N \mu_{ij} < N \quad \text{e} \quad \mu_{ij} \in [0, 1]; \quad (4.7)$$

onde, N é o número total de imagens da base. Os outros fatores estão relacionados com o parâmetro α da função. Logo, a função de pertinência é:

$$\mu_{ij} = \begin{cases} \alpha + (1 - \alpha)(n_{ij}/k), & \text{se } i = j \\ (1 - \alpha)(n_{ij}/k), & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (4.8)$$

Diante dos testes realizados, observou-se que, independentemente da base escolhida, o método *Fisherface Fuzzy* com a função de pertinência proposta por Song et al. [36] depende da escolha de um parâmetro aleatório m , os quais geram taxas de reconhecimento diferentes (maiores ou menores). Na seção (4.4.1), através da análise do parâmetro m foi visto que para a base Yale, as maiores médias das taxas de reconhecimento de faces ocorrem quando $m \in (0, 4; 0, 8)$, isto é, quando $0, 52 < \alpha < 0, 69$. Já na seção (4.4.2), verificou-se que para a base ORL, as maiores médias das taxas de reconhecimento ocorrem quando $m \in (0, 2; 0, 6)$, ou seja, $0, 59 < \alpha < 0, 78$. Logo, concluiu-se que se $\alpha \in (0, 50; 0, 75)$, o método *Fisherface Fuzzy* obtém o seu maior desempenho, independente da base (Yale ou ORL). Portanto, propõe-se, neste trabalho, uma função cujo $\alpha \in (0, 50; 0, 75)$. Além disso, na prática, verificou-se que a quantidade de imagens no conjunto de treinamento de cada classe influencia a performance do método, logo, essa variável foi levada em consideração na definição dessa nova função. Assim, para calcular o valor de α , foi proposto:

$$\alpha = 0, 5 + 0, 25/(Nit)_i, \quad (4.9)$$

onde $\alpha \in (0, 1)$ e $(Nit)_i$ é o número de imagens de treinamento por classe para $i = 1, 2, \dots, r$.

Matematicamente, pode ser observado que quando o conjunto de treinamento $(Nit)_i$ é grande, o parâmetro α se aproxima de 0,5 (vantagem para a base Yale, onde as maiores médias de reconhecimento estão neste intervalo). Por outro lado, quando o conjunto de treinamento $(Nit)_i$ é pequeno, o parâmetro α se aproxima de 0,75 (vantagem para a base ORL, onde as maiores médias das taxas de reconhecimento estão neste intervalo).

Como principais vantagens desta nova função de pertinência, pode-se citar o fato dela não apresentar parâmetros aleatórios, além de levar em consideração uma variável que influencia a performance dos métodos de reconhecimento de faces.

4.6 Considerações Finais

Neste capítulo foram descritos os testes realizados, assim como as implementações computacionais dos algoritmos e discussões sobre os resultados. O objetivo deste trabalho foi avaliar o desempenho do método *Fisherface* para o reconhecimento de faces com o método *Fisherface Fuzzy*, variando as funções de pertinência. Além disso, foram descritas as duas bases de imagens que foram utilizadas.

Foram realizados dois testes, levando em consideração alguns resultados que já foram publicados em trabalhos científicos encontrados na literatura, como por exemplo, na implementação dos algoritmos dos métodos *Fisherface* e *Fisherface Fuzzy*, os três primeiros autovetores que formarão o subespaço PCA são descartados [30]. O primeiro teste foi com relação à mudança no valor do parâmetro m da função de pertinência proposta por Song et al. [36]. Este teste revela que os parâmetros $m = 0,7$ e $m = 0,3$ apresentam as melhores médias das taxas de reconhecimento nas bases Yale e ORL, respectivamente. O segundo teste avaliado fez-se uma comparação geral entre os métodos apresentados: *Fisherface* e *Fisherface Fuzzy* com quatro funções de pertinência. Foi constatado que independente da base escolhida, os métodos da família *fuzzy* apresentam resultados bem superiores de reconhecimento de faces em comparação com o método *Fisherface* e que, a escolha de funções de pertinência *fuzzy* é um fator importantíssimo que deve ser levado em consideração na extração de características e classificação de faces. Além disso, a nova função de pertinência proposta neste trabalho apresenta resultados interessantes, o que contribui para a melhoria do método em estudo.

No próximo capítulo são apresentadas as considerações finais do trabalho e as conclusões.

Considerações Finais

Neste capítulo são discutidos os resultados e apresentadas as conclusões e contribuições deste trabalho.

5.1 Conclusões

O reconhecimento facial não é uma tarefa trivial. Existem diversos fatores que devem ser levados em consideração no momento do reconhecimento, principalmente no mundo real. Por este motivo, existe um enorme campo de estudos voltados para suprir os fatores que interferem o processo de reconhecimento de faces.

Neste trabalho, foi visto que, as diferentes expressões faciais, a utilização de acessórios como chapéu e óculos, ou ainda, o indivíduo possuir bigode ou não, são fatores que interferem significativamente no processo de reconhecimento. Além desses, a iluminação está entre os fatores que mais afetam a performance dos métodos, isso ocorre principalmente devido as sombras que são formadas na imagem, dificultando a análise das características mais relevantes utilizadas no momento do reconhecimento facial.

O objetivo deste trabalho foi de identificar e classificar uma face com seu respectivo representante na base de dados associando-o à uma classe correspondente, em meio à diversos fatores, simulando a realidade. Para isso, foi avaliado o desempenho dos métodos *Fisherface* e *Fisherface Fuzzy* alterando funções de pertinência. Esses métodos (holísticos) possuem uma propriedade importante na fase de identificação, pois neste processo é levado em consideração

todas as características da face no momento do reconhecimento.

Os resultados apresentados no capítulo 4 mostram que independente da base escolhida, o método *Fisherface Fuzzy* foi sempre superior ao método tradicional *Fisherface*.

Na análise do desempenho particular do método *Fisherface Fuzzy* alterando sua função de pertinência, verifica-se que a escolha de uma função de pertinência é um fator importante que deve ser levado em consideração no reconhecimento de faces. Além disso, foi proposta uma nova função de pertinência *fuzzy*, elaborada a partir de diversos testes e das ideias das funções de pertinência propostas por Keller et al. [20] e Song et al. [36], a qual proporcionou melhoria no reconhecimento de faces do método *Fisherface Fuzzy*.

5.2 Contribuições

Esse trabalho apresentou resultados de modelagem matemática na área de reconhecimento de faces, avaliando o desempenho dos métodos *Fisherface* e *Fisherface Fuzzy*. Ao final deste trabalho, pode-se afirmar que além dos resultados obtidos, as principais contribuições foram:

- A proposta de utilizar uma relação para escolher o número de k vizinhos mais próximos utilizados no cálculo dos graus de pertinência *fuzzy*.
- Avaliação dos parâmetros das funções de pertinência para o método *Fisherface Fuzzy*.
- A proposta de uma nova função de pertinência visando aperfeiçoar o método *Fisherface Fuzzy* para o reconhecimento de faces.

5.3 Trabalhos Futuros

Este trabalho teve como foco principal o estudo do desempenho dos métodos holísticos *Fisherface* e *Fisherface Fuzzy* para o reconhecimento de faces. A partir dessas técnicas, principalmente do método *Fisherface Fuzzy*, outros estudos podem ser realizados visando sua complementação. A seguir são apresentadas algumas sugestões de tópicos que podem ser abordados em trabalhos futuros:

- Buscar novas funções de pertinência *fuzzy*, visto que elas interferem nos resultados de reconhecimento de faces.

- Foi visto que a utilização de acessórios (chapéu, lenço na cabeça, etc.) pode interferir no desempenho do método *Fisherface* e *Fisherface Fuzzy*, logo, pode-se acoplar outras técnicas antes de aplicar os métodos estudados, como por exemplo, aplicar técnicas que identificam somente a face na imagem e então utilizar somente essa subimagem no reconhecimento.

Referências Bibliográficas

- [1] ALMEIDA, O.C.P., Técnicas de processamento de imagens para localização e reconhecimento de faces. Dissertação, USP - São Carlos, 2006.
- [2] ALVARADO, G.J.; PEDRYCZ, W.; REFORMAT, M.; KWAK, K.C., Deterioration of visual information in face classification using Eigenfaces and Fisherfaces. *Machine Vision and Applications*, 17(1): 68-82, 2006.
- [3] ARAUJO, G.M., Algoritmo para Reconhecimento de Características Faciais baseado em Filtros de Correlação. Dissertação, UFRJ, Rio de Janeiro, 2010.
- [4] ATALAY, I., Face Recognition using Eigenfaces. Dissertation, Computer Engineer B.Sc, 1996.
- [5] BARRON, J.J., A Lógica Fuzzy em Foco. *Byte* n°06, 1993.
- [6] BARROS, L.C; BASSANEZI, R.C., Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática. 2ª edição. Campinas-SP, UNICAMP/IMECC, 2010.
- [7] BELHUMEUR, P.N.; HESPANHA, J.P.; KRIEGMAN, D.J., Eigenfaces vs. Fisherfaces: Recognition using Class Specific Linear Projection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(7):711-720, 1997.
- [8] DELAC, k.; GRGIC, M.; GRGIC, S., Independent Comparative study of PCA, ICA and LDA on the Feret Data Set.
- [9] FIGUEREDO, M.B., Reconhecimento de faces aplicado ao problema de pessoas desaparecidas - Estudo de caso do Eigenface. Dissertação, SENAI-CIMATEC, Salvador, 2011.

- [10] FILHO, O.M.; NETO, H.V., *Processamento Digital de Imagens*, Rio de Janeiro: Brasport, ISBN: 8574520098, 1999.
- [11] GEIRHOFER, S., *Feature Reduction with Linear Discriminant Analysis and its Performance on Phoneme Recognition*. University of Illinois at Urbana - Champaign Department of Electrical and Computer Engineering; may 8, 2004.
- [12] HONG, L., *Automatic Personal Identification Using Fingerprint*. PhD thesis. Department of Computer Science. Michigan State University, 1998.
- [13] HOUAISS, A., VILLAR, M.S., *Dicionário Houaiss da língua portuguesa*, elaborado pelo Instituto Antônio Houaiss de Lexicografia e Banco de Dados da Língua Portuguesa S/C Ltda. 1a ed. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009.
- [14] JAIN, A.K., ROSS, A., PRABHAKAR, S., *An introduction to biometric recognition*. IEEE. Transaction on Circuits and Systems for Video Technology, vol.14, no.1. January, 2004.
- [15] JAIN, A.; BOLLE, R.; PANKANTI, S., *Biometrics Personal Identification in Networked Society*. Kluwer Academic Publishers, ISBN: 0-792-38345-1, 2002.
- [16] JAIN, A.K., MALTONI, D., *Handbook of Fingerprint Recognition*. Secaucus, NJ, USA: Springer - Verlag, 2003.
- [17] JAMES, E.A.K.; ANNADURAI, S., *An Efficient Implementation of Weighted Fuzzy Fisherface Algorithm for Face Recognition using Wavelet Transform*. Journal of Computer Science 8(1): 6-12, ISSN 1549-3636, 2012.
- [18] JIN, Z.; YANG, J.Y.; HU, Z.S.; LOU, Z., *Face recognition based on the uncorrelated discriminant transformation*, Pattern Recognition, (34), 1405-1416, 2001.
- [19] KAMI, G.J.C., *Análise de Técnicas de Reconhecimento de Padrões para a Identificação Biométrica de usuários em aplicações WEB utilizando Faces a partir de vídeos*. Dissertação, UNESP - Bauru, 2011.
- [20] KELLER, J.M.; GRAY, M.R.; JR, J.A.R., *A Fuzzy K-Nearest Neighbor Algorithm*. IEEE, vol. SMC - 15, n.4, 1985.

- [21] KWAK, K.C.; PEDRYCZ, W., Face Recognition using a Fuzzy Fisherface Classifier. *Pattern recognition*, 38, 1717-1732, 2005.
- [22] LU, X.; WANG, Y.; JAIN, A.K., Combining Classifiers for face recognition. IEEE, 2003.
- [23] MARTÍNEZ, A.M.; KAK, A.C., PCA versus LDA. *School of Electrical and Computer Engineering Intelligence*, vol 23, n° 2, pp-228-233, 2001.
- [24] MINGOTI, S.A., Análise de dados através de métodos de estatística multivariada: Uma abordagem aplicada, Belo Horizonte, 2005.
- [25] MOON, H.; PHILLIPS, P.J., Analysis of PCA-based Face Recognition Algorithms, *Empirical Evaluation Techniques in Computer Vision* (K.J. Bowyer and P.J. Phillips, Eds.), IEEE Computer Science, 1998.
- [26] MORAIS, C.M., Reconhecimento de padrões e redes neurais artificiais em predição de estruturas de proteínas. Tese de Doutorado. UFRJ - Rio de Janeiro, 2010.
- [27] NAVARRETE, P.; SOLAR, J.R.D., Analysis and Comparison of Eigenspace - Based face recognition approaches. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*. Vol 16, n°(7), 817-830, 2002.
- [28] NEGIN, M., CHMIELEWSKI, T.A., SALGANICOFF, M., CAMUS, T.A., SEELEN, U.M.C., VENETIANER, P.L., ZHANG, G.G., An iris biometric system for public and personal use. *IEEE Computer*, volume 33, p.70-75, 2000.
- [29] NSTC - Biometrics History. National Science and Technology Council - Comitee on Homeland and National Security - Subcomitee on Biometrics, 2006. Disponível em: <http://www.biometrics.gov/documents/biohistory.pdf>.
- [30] PENTLAND, A.; STARNER, T.; ETCOFF, N.; MASOIU, N.; OLIYIDE, O.; TURK, M., Experiments with Eigenfaces, looking at people, Workshop of IJCAI, 1993.
- [31] PRABHAKAR, S., PANKANTI, S., JAIN, A.K., Biometric Recognition: Security and privacy concerns. *IEEE Security and Privacy*, IEEE Computer Society, Los Alamitos, CA, USA, v.1, p.33-42. ISSN 1540-7993, 2003.

- [32] SANDRI, S.; CORREA, C., *Lógica Nebulosa*. Escola de Redes Neurais, 5. São Paulo: Instituto de Tecnologia e Aeronáutica - ITA, 1999.
- [33] SANTOS, A.R., *Identificação de Faces humanas através de PCA-LDA e redes neurais SOM*. Dissertação, USP - São Carlos, 2005.
- [34] SILVA, A.F., *Reconhecimento de Faces via PCA: Análise de Desempenho*. Dissertação, UFU - Uberlândia/MG, 2006.
- [35] SILVA, V.A.S, *Comparação entre Técnicas de Reconhecimento de Faces para Controle de Acesso a Computadores*. UCDB - Campo Grande/MS, 2008.
- [36] SONG, X.N.; ZHENG, Y.J.; WU, X.J.; YANG, X.B.; YANG, J.Y., A complete fuzzy discriminant analysis approach for face recognition. *Applied Soft Computing*, (10) 208-214, 2010.
- [37] THEODORIDIS, S.; KOUTROUMBAS, K., *Pattern Recognition*. Academic Press, USA, 1999.
- [38] TURK, M.A.; PENTLAND, A.P., Face Recognition using Eigenfaces. *Proceeding of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*; Maui, HI, USA (91):586-591, 1991.
- [39] TURK, M.A.; PENTLAND, A.P., Eigenfaces for Recognition. *J. Cognitive Neuroscience*, 3(1):71-86, 1991.
- [40] WOODWARD, J.D.J, HORD, C., GATUNE, J. THOMAS, A., *Biometrics: A look at Facial Recognition*. [S.l.]: RAND, 2003.
- [41] WU, X-J.; GU, L-M.; WANG; S-T.; YANG, J-Y; ZHENG, Y-J; YU, D-J., Fuzzy kernel discriminant analysis (FKDA) and its application to face recognition. *Proceedings of the 2007 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition*. China, 2007.
- [42] YANG, W.; YAN, H.; WANG, J.; YANG, J., Face Recognition using Complete Fuzzy LDA. *IEEE*, 2008.
- [43] ZADEH, L.A., Fuzzy Sets. *Information and Control*. 8:338-353, 1965.

Autorizo a reprodução xerográfica para fins de pesquisa.

São José do Rio Preto, 25 de julho de 2014

Flávio Lima de Souza