

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRONÔMICAS  
CAMPUS DE BOTUCATU

**PLANEJAMENTO DO PLANTIO E DA COLHEITA DE CANA-DE-  
AÇÚCAR UTILIZANDO TÉCNICAS MATEMÁTICAS DE  
OTIMIZAÇÃO**

**RÔMULO PIMENTEL RAMOS**

Tese apresentada à Faculdade de Ciências  
Agronômicas da UNESP Campus de  
Botucatu, para a obtenção do título de  
Doutor em Agronomia (Energia na  
Agricultura).

BOTUCATU-SP

Junho – 2014

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRONÔMICAS  
CAMPUS DE BOTUCATU

**PLANEJAMENTO DO PLANTIO E DA COLHEITA DE CANA-DE-  
AÇÚCAR UTILIZANDO TÉCNICAS MATEMÁTICAS DE  
OTIMIZAÇÃO**

**RÔMULO PIMENTEL RAMOS**

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Helenice de Oliveira Florentino Silva

Tese apresentada à Faculdade de Ciências  
Agronômicas da UNESP Campus de  
Botucatu, para a obtenção do título de  
Doutor em Agronomia (Energia na  
Agricultura).

**BOTUCATU-SP**  
Junho – 2014

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA SEÇÃO TÉCNICA DE AQUISIÇÃO E TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO - SERVIÇO TÉCNICO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO - UNESP - FCA - LAGEADO - BOTUCATU (SP)

R175p Ramos, Rômulo Pimentel, 1985-  
Planejamento do plantio e da colheita de cana-de-açúcar utilizando técnicas matemáticas de otimização / Rômulo Pimentel Ramos. - Botucatu : [s.n.], 2014  
vii, 69 f. : ils. color., grafs., tabs.

Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências Agrônômicas, Botucatu, 2014  
Orientador: Helenice de Oliveira Florentino Silva  
Inclui bibliografia

1. Cana-de-açúcar - Plantio. 2. Cana-de-açúcar - Modelos matemáticos. 3. Otimização matemática. 4. Agricultura de precisão. I. Silva, Helenice de Oliveira Florentino. II. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (Campus de Botucatu). Faculdade de Ciências Agrônômicas. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRONÔMICAS  
CAMPUS DE BOTUCATU  
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: “PLANEJAMENTO DO PLANTIO E DA COLHEITA DE CANA-DE-  
AÇÚCAR UTILIZANDO TÉCNICAS MATEMÁTICAS DE  
OTIMIZAÇÃO”

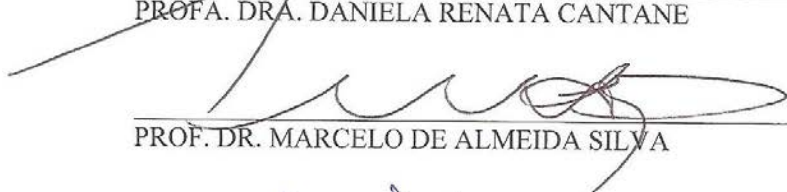
ALUNO: RÔMULO PIMENTEL RAMOS

ORIENTADORA: PROFA. DRA. HELENICE DE OLIVEIRA F. SILVA

Aprovado pela Comissão Examinadora

  
PROFA. DRA. HELENICE DE OLIVEIRA F. SILVA

  
PROFA. DRA. DANIELA RENATA CANTANE

  
PROF. DR. MARCELO DE ALMEIDA SILVA

  
PROF. DR. MAGNÓ LUIZ DE ABREU

  
PROFA. DRA. ANDREA CARLA GONÇALVES VIANNA

Data da Realização: 27 de junho de 2014

## AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus por toda ajuda e proteção dada nos momentos difíceis desta caminhada.

A toda minha família, em especial aos meus pais Roberto Alves Ramos e Maria do Carmo Pimentel Ramos, pelo amor, apoio e incentivo nos estudos.

A Faculdade de Ciências Agrônomicas - UNESP, pela oportunidade oferecida para realização do doutorado.

A minha orientadora Professora Dra. Helenice de Oliveira Florentino Silva, pela compreensão, apoio e ensinamentos durante todo período de mestrado e doutorado.

As Professoras Adriana Cristina Cherri e Andrea Carla Goncalves Vianna pelas contribuições e sugestões na metodologia de alocação de talhões.

Aos funcionários da biblioteca “Paulo de Carvalho Mattos” e da Seção de Pós-Graduação, pelo eficiente atendimento.

A CAPES, pelo apoio financeiro ao projeto desta linha de pesquisa.

A minha namorada Zoraide Costa pela ajuda, amizade e convivência nos momentos difíceis.

Aos amigos Paulo Roberto Roberto Isler e Ricardo Ghantous Cervi, pela amizade e ajuda na elaboração deste estudo.

Aos amigos da República Alagoas Magno Luiz de Abreu, Gabriel Lyra, Givaldo Neto, Lucas Holanda e Anthony Almeida pelos momentos de convivência.

A todos os amigos da pós-graduação, pela ajuda e convivência para que esse momento se tornasse uma realidade em minha carreira acadêmica.

A todos que contribuíram de alguma forma para realização deste trabalho, meus agradecimentos.

## SUMÁRIO

1 RESUMO .....	1
2 SUMMARY .....	3
3 INTRODUÇÃO .....	4
4 REVISÃO DE LITERATURA .....	6
4.1 A cana-de-açúcar .....	6
4.2 Plantio da cana-de-açúcar .....	7
4.2.1 Importância do plantio .....	7
4.2.2 Época de plantio .....	8
4.2.3 Variedade de cana-de-açúcar .....	10
4.2.4 Planejamento da área de plantio .....	11
4.3 Modelagem matemática .....	13
4.4 Otimização .....	14
4.5 Algoritmo genético (AG) .....	16
4.5.1 Etapas de um AG simples .....	17
4.6 Problema de corte .....	22
4.6.1 Problema de corte bidimensional .....	23
4.6.2 Abordagem Grafo E/OU .....	26
5 MATERIAL E MÉTODO .....	29
5.1 Problema de alocação dos talhões na área .....	30
5.2 Problema de planejamento do plantio .....	33
5.3 Algoritmo genético para resolução do modelo: GA_PLANTIO .....	39
5.3.1 Estruturação do cromossomo (ou indivíduo) .....	39
5.3.2 Geração da população inicial .....	40
5.3.3 Avaliação dos indivíduos .....	41
5.3.4 Operadores genéticos .....	41
5.3.5 Parada .....	42
6 RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	43
6.1 Aplicação da metodologia de alocação de talhões a uma área .....	43
6.2 Aplicação da metodologia de planejamento de plantio .....	50
6.3 Aplicação da metodologia de planejamento de plantio a uma área real .....	59
7 CONCLUSÃO .....	64
8 REFERÊNCIAS .....	65

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Ilustração de estruturas de cromossomos com 6 genes, binário e não binário.....	18
Figura 2. Seleção dos indivíduos utilizando o método da Roleta para realização do <i>crossover</i> : (a) Cada indivíduo da população é representado na roleta com uma área proporcional ao valor de sua aptidão. (b) Posiciona-se o cursor e roda a roleta para seleção do indivíduo. (c) Indivíduos com elevada aptidão terão mais chance de serem selecionados. .....	19
Figura 3. Processo de <i>crossover</i> .....	20
Figura 4. Ilustração de padrões de cortes de um objeto.....	25
Figura 5. Corte guilhotinado horizontal e vertical.....	25
Figura 6. Padrões de corte guilhotinado .....	25
Figura 7. Grafo E/OU representando padrões de corte .....	27
Figura 8. Padrão de corte numa placa defeituosa .....	27
Figura 9. Possíveis cortes numa placa com mais de um defeito.....	28
Figura 10 Padrão de corte em uma placa defeituosa. ....	32
Figura 11. (a) Mapa da fazenda em que haverá o plantio da cana-de-açúcar. (b) Aproximação do mapa a um retângulo e representação de defeitos.....	32
Figura 12. Placa defeituosa e placa a tratar. ....	32
Figura 13. Alocação ótima dos talhões sobre a placa.....	33
Figura 14. Solução do modelo adaptada à área de plantio. ....	33
Figura 15. Planejamento do plantio e colheita do talhão j.....	35
Figura 16. (a) Representação gráfica da função $P^1_{ia}$ para o caso da cana de ano. (b) Representação gráfica da função $P^1_{ia}$ para o caso da cana de ano e meio.....	36
Figura 17. Representação gráfica da função $P^C_{ia}$ .....	36
Figura 18. Estrutura do cromossomo.....	40
Figura 19. Processo de <i>crossover</i> .....	42
Figura 20. (a) Mapa da região 1 com divisão real de talhões (b) Mapa da região 1 da fazenda considerada para aplicação da metodologia de alocação de talhões.....	45
Figura 21. (a) Retângulo ajustado a área de plantio da região 1. (b) Representação do defeito. ....	45
Figura 22. Solução encontrada pela metodologia de alocação de áreas menores no retângulo maior.....	46

Figura 23. Solução encontrada pela metodologia de alocação de talhões à região 1.....	47
Figura 24. a) Mapa da área da região 2 da fazenda. (b) Região 2 da fazenda considerado para aplicação da metodologia. ....	48
Figura 25. (a) Retângulo ajustado a área de plantio da região 2. (b) Representação dos defeitos. ....	48
Figura 26. Solução encontrada pela metodologia de cortes. ....	49
Figura 27. Solução encontrada pela metodologia de alocação de talhões a área de plantio da região 2. ....	49
Figura 28. Produção de cana-de-açúcar em toneladas em função do número de gerações para I1 .....	58
Figura 29. Produção de cana-de-açúcar em toneladas em função do número de gerações para I2 .....	59
Figura 30. Produção de cana-de-açúcar em toneladas em função do número de gerações para área da fazenda. ....	63



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Valores limites de dimensão dos talhões considerados para .....	44
Tabela 2. Dados do primeiro corte das variedades consideradas para avaliação do modelo. .....	50
Tabela 3. Parâmetros utilizados para implementação do GA_PLANTIO.....	50
Tabela 4: Parâmetros das duas instâncias implementadas.....	51
Tabela 5. Planejamento do plantio da cana-de-açúcar determinado pelo modelo de otimização para a instância I1. ....	53
Tabela 6. Planejamento do plantio da cana-de-açúcar determinado pelo modelo de otimização para a instância I2. ....	54
Tabela 7. Planejamento dos períodos de colheita da cana-de-açúcar determinado pelo modelo de otimização para os quatros cortes em cada talhão da instância I1.....	55
Tabela 8. Planejamento dos períodos de colheita da cana-de-açúcar determinado pelo modelo de otimização para os quatros cortes em cada talhão da instância I2.....	56
Tabela 9. Resultado geral de produção, Pol e fibra de cana-de-açúcar determinado pelo modelo de otimização para os quatro cortes da instância I1. ....	57
Tabela 10. Resultado geral de produção, Pol e fibra de cana-de-açúcar determinado pelo modelo de otimização para os quatro cortes da instância I2. ....	57
Tabela 11. Resultado total dos quatros cortes de Produção da cana-de-açúcar para 10 observações das instâncias I1 e I2. ....	57
Tabela 12. Dados médios do primeiro corte das variedades utilizadas para implementação do modelo na área da fazenda.....	60
Tabela 13. Parâmetros utilizados para implementação do GA_PLANTIO na área da fazenda.....	60
Tabela 14. Planejamento do plantio da cana-de-açúcar determinado pelo modelo de otimização para a fazenda.....	61
Tabela 15. Planejamento dos períodos de colheita da cana-de-açúcar determinado pelo modelo de otimização para os quatros cortes em cada talhão da fazenda. ....	62

## 1 RESUMO

Nos últimos anos, devido à busca por fontes alternativas de energia, a cana-de-açúcar tem se destacando tanto no mercado interno como no externo, principalmente por causa do álcool combustível e da cogeração de energia através do bagaço da cana-de-açúcar. Como decorrência, a demanda por cana-de-açúcar tem aumentado cada vez mais, dessa forma, faz-se necessário obter altas produtividades, o que implica em um planejamento adequado do sistema de produção da cana-de-açúcar. Uma das etapas de maior importância desse sistema é o plantio, pois, planeja-lo constitui tarefa complexa, que requer cuidados dos gestores do setor, pois essas decisões influenciam todo o sistema de produção. Nesse contexto, evidencia-se a necessidade de técnicas que auxiliem os gerentes das empresas a planejarem o plantio, entre as quais a modelagem matemática pode funcionar como importante ferramenta. Neste trabalho, formularam-se dois modelos de otimização para auxiliar nesse planejamento. Dividiu-se a metodologia proposta em duas partes: a primeira consiste em planejar, de forma otimizada, a divisão da área de plantio em talhões, utilizando uma técnica matemática de otimização de corte, visando o máximo rendimento da colhedora da cana-de-açúcar. A segunda, em utilizar o modelo de otimização proposto para escolher a variedade de cana-de-açúcar que deve ser plantada em cada talhão e determinar em qual período do ano se deve fazer o plantio, de forma a maximizar a produção total ao longo de quatro cortes. Propôs-se também um algoritmo genético para a resolução do problema de planejamento do plantio.

Os resultados apresentados mostram que as metodologias propostas mostraram-se bons instrumentos para planejar o plantio da cana de açúcar de forma otimizada, visto a redução do número de manobras em mais de 40% e o aumento da produção de cana-de-açúcar em 17,8% nas áreas consideradas.

Palavras-chave: *Saccharum* spp., algoritmo genético, planejamento ótimo.

PLANNING OF PLANTING AND HARVESTING OF SUGARCANE USING TECHNICAL MATHEMATICS OF OPTIMIZATION. Botucatu, 2014. 69p. Tese (Doutorado em Agronomia/Energia na Agricultura) - Faculdade de Ciências Agrônômicas, Universidade Estadual Paulista.

Author: RÔMULO PIMENTEL RAMOS

Adviser: Prof<sup>ª</sup>.Dr<sup>ª</sup>. HELENICE DE OLIVEIRA FLORENTINO SILVA

## 2 SUMMARY

Due to the search for alternative sources of energy in recent years, sugarcane has come to stand out both domestically and in foreign markets, due mainly to ethanol and power cogeneration using sugarcane bagasse. To meet the resulting demand for sugarcane, high yields must be obtained in the biofuels industry, which requires proper planning of the sugarcane crop cycle from planting to harvest. One of the most important steps of this cycle is the planting, since well-planned planting results in a number of benefits, particularly increased production. Because these decisions affect the entire crop cycle, planning of planting is a complex task that requires great care. From this complexity comes the need for techniques that help corporate managers in the creation of a planting plan, and mathematical models can be used as just such a technique. In the present study, we formulate two optimization models to assist in planning sugarcane planting. The proposed methodology is divided into two parts. The first part divides the acreage into plots using a mathematical optimization technique of cuts in an effort to maximize sugarcane yield. The second part uses the proposed optimization model to choose the variety of sugarcane that should be planted in each plot and determine in which period of the year this planting should be done, thus maximizing total production over a five-year period. We also propose a genetic algorithm to solve this optimization model. We then present the results of computational simulations of plantings performed using these tools. The proposed methodology proves to be an effective tool for optimized planning the planting of sugarcane, producing a reduction in the number of maneuvers over 40% and increasing production in 17,8% in the fields considered.

Keywords: *Saccharum* spp., genetic algorithm, optimal planning.

### 3 INTRODUÇÃO

O Brasil destaca-se como o maior produtor mundial de cana-de-açúcar e o maior exportador mundial de açúcar. Um outro segmento em que o país vem se destacando no mercado internacional é o de fontes alternativas de energia, principalmente devido ao aumento da procura interna e externa por elas nos últimos anos. Entre os produtos derivados da cana-de-açúcar, os de maiores destaques, como fontes alternativas de energia, são o álcool combustível e o bagaço, que participa do processo de cogeração de eletricidade. Ambos induziram o aumento da participação da cana-de-açúcar na matriz energética brasileira na última década. Por isso a cana-de-açúcar continua em expansão, principalmente na região Centro-Sul do Brasil, com o conseqüente aumento da demanda, o qual exige maior potencial produtivo e o planejamento adequado do manejo da cultura durante o seu ciclo.

O ciclo de cultivo da cana-de-açúcar vai do preparo do solo à entrega da cana-de-açúcar na usina. Uma das etapas de maior importância do ciclo é o plantio, pois se bem planejado, acarreta uma série de benefícios ao longo do ciclo da cultura, como por exemplo, o melhor aproveitamento da área, a redução dos custos, o aumento na produtividade, entre outros.

Planejar o plantio da cana-de-açúcar não constitui processo fácil, é complexo e requer cuidado dos gestores do setor, pois as tomadas de decisão nessa fase vão influenciar todo o ciclo da cultura. Nesse panorama, aguça-se a necessidade de técnicas que auxiliem nesse planejamento, entre as quais a modelagem matemática pode funcionar como importante ferramenta.

Neste trabalho, propõe-se uma metodologia, com base em processos matemáticos, para auxiliar planejamentos do plantio da cana-de-açúcar. Nessa direção, apresenta-se uma revisão de literatura voltada ao estudo da cana-de-açúcar e de sua importância para o Brasil. Fornece-se, também, o relato sobre a importância do plantio da cana-de-açúcar e os fatores que afetam o processo. Além disso, focaliza-se um breve estudo sobre modelagem matemática e as técnicas de resolução de modelos matemáticos de otimização, visando entender e desenvolver a proposta do planejamento ótimo do plantio. Em "Material e Método", apresenta-se a metodologia proposta para esse planejamento, com o auxílio de métodos matemáticos, dividida em duas partes: a primeira consiste em planejar, de forma otimizada, a divisão da área de plantio (terreno); a segunda, em escolher a variedade de cana-de-açúcar a plantar em cada talhão e o período do ano que se fará o plantio, de forma a maximizar a produção total ao longo de cinco anos. Na sessão "Resultados e Discussões" deste trabalho, apresentam-se e analisam-se os resultados do planejamento otimizado de uma área de plantio, com o auxílio da metodologia proposta.

## 4 REVISÃO DE LITERATURA

### 4.1 A cana-de-açúcar

O Brasil destaca-se como o maior produtor mundial de cana-de-açúcar e o maior exportador mundial de açúcar, o que influencia, diretamente, a economia do país. No mercado nacional, a cana-de-açúcar tem ganhado espaço, pois constatou-se recentemente um aumento de 9,7% na mistura de álcool à gasolina, destacando-se, ainda, que o Brasil conta com 17,5% de participação na matriz energética, considerando-se o álcool combustível e a cogeração de eletricidade, a partir do bagaço (EPE, 2013).

Na safra de 2013/2014, a cultura da cana-de-açúcar continua em expansão, pois constatou-se o acréscimo, na área plantada, de cerca de 326,43 mil hectares, equivalendo a 3,8% da safra 2012/2013. Esse quadro reflete o aumento da área na região Centro-Sul; já a região Norte/Nordeste praticamente se manterá com a mesma área para a próxima safra, enquanto São Paulo, Mato Grosso do Sul, Goiás e Minas Gerais terão o maior acréscimo da área, com 132,6 mil hectares, 111,8 mil hectares, 92,5 mil hectares e 58 mil hectares, respectivamente. Já a área de renovação desta safra chegou a 969 mil hectares. Na região Centro-Sul, a área de renovação foi 872,8 mil hectares, correspondendo a 11% das lavouras atuais (CONAB, 2014).

Em decorrência dessa expansão, o planejamento do plantio da cana-de-açúcar em novas áreas e em áreas de reforma torna-se essencial, pois busca gerar benefícios econômicos, sociais e ambientais ao setor sucroalcooleiro. Um plantio bem

planejado implicam no aumento da produção da cana-de-açúcar, o bom aproveitamento da área, a melhoria das logísticas de transporte e recebimento da cana-de-açúcar na indústria, a facilidade de administração das atividades industriais, o melhor atendimento às demandas das indústrias, o melhor aproveitamento da mão de obra, o planejamento dos custos e, o controle fitossanitário, entre muitos outros.

Neste trabalho, focaliza-se, principalmente, o planejamento do plantio da cana-de-açúcar, com o auxílio de métodos matemáticos e computacionais. Nesse contexto, este capítulo destina-se a descrever as principais atividades e as técnicas importantes para o entendimento e o desenvolvimento da proposta de planejar o plantio.

## **4.2 Plantio da cana-de-açúcar**

O plantio da cana-de-açúcar, constitui uma das principais operações do sistema produtivo da cultura, já que, é uma das primeiras etapas a realizar no processo de cultivo, é o planejamento adequado, que acarretam uma série de benefícios à cultura, como já destacado anteriormente.

### **4.2.1 Importância do plantio**

A importância do bom plantio para obter os desempenhos almejados deve ser analisada, articulando-a aos custos inerentes às operações realizadas durante esta etapa, aproximadamente 14,5% dos custos de produção (VICENTE; FERNANDES, 2004). Beauclair e Scarpari (2006) afirmam que o plantio sempre constitui o investimento crucial na condução de qualquer cultura, na verdade a base de um bom desenvolvimento.

O plantio influencia diretamente, não somente os fatores determinantes à alta produtividade a cultura após a colheita, mas também a redução dos custos de produção da cultura (JANINI, 2007). A importância das operações iniciais exige bom planejamento e muito conhecimento técnico. As tomadas de decisão nessa fase vão influenciar todo o ciclo da cultura, uma vez que o processo de plantio se destaca pelos elevados custos envolvidos (COLETI; STUPELLO, 2006).

De fato, a implantação de uma lavoura de cana-de-açúcar envolve uma série de cuidados por se tratar de uma cultura semiperene. Para que a colheita, principalmente a mecanizada, seja bem sucedida, é preciso atentar-se ao plantio, uma vez



que a longevidade do canavial depende da interação entre essas duas operações. Muitos são os fatores que interferem na qualidade do plantio, entre elas sua densidade, o preparo do solo, a época do plantio, a escolha da variedade, a qualidade e a idade da muda e, o paralelismo das fileiras de plantio (FRASSON, 2007).

A seguir, destacam-se e discutem-se três desses importantes fatores: a época do plantio, a variedade da cana-de-açúcar e a preparação do terreno para o plantio.

#### **4.2.2 Época de plantio**

Realiza-se o plantio da cana-de-açúcar na região Centro-Sul em duas épocas: se for plantada de setembro a outubro, geralmente é colhida em aproximadamente 12 meses, denominado-se, por isso “cana de ano”; já se for plantada entre janeiro e março, seu crescimento dura por volta de 18 meses e, portanto, denomina-se “cana de ano e meio”. Na região Nordeste, o plantio da cana de ano e meio, também conhecido como plantio de inverno ou sequeiro (cana de 18 meses), é realizado de maio a agosto. Já o plantio da cana de ano, também conhecido como plantio de verão ou irrigado (cana de 12 meses), ocorre entre setembro e início de janeiro (ANJOS; FIGUEIREDO, 2010).

A cana de ano (12 meses), plantada em setembro-outubro, na região Centro Sul, tem seu crescimento máximo de novembro a abril, reduzindo-se a partir de então devido às condições climáticas adversas do período, caracterizado por ausência de chuvas e baixas temperaturas, podendo a colheita ocorrer a partir de julho, em função do cultivar. A cana de ano e meio (18 meses), plantada de janeiro ao início de abril, apresenta taxa de crescimento mínimo ou mesmo nulo, de maio a setembro em função das condições pouco favoráveis do inverno. Já com o início das precipitações, o aumento da intensidade luminosa e também da temperatura, a fase de maior crescimento da cultura acontece de outubro a abril, intensificada a partir de dezembro (RODRIGUES, 1995).

O principal indicador do momento propício a renovar um canavial relaciona-se à produtividade observada no decorrer do seu envelhecimento. Quanto maior o número de cortes, maiores as chances de cair a produtividade e maior a probabilidade de necessitar de renovação. As lavouras de cana-de-açúcar são mais produtivas nos primeiros cortes, apresentando uma forte tendência de declínio em sua produtividade na medida que os anos de permanência no campo avançam. A produtividade mostra-se mais elevada nas áreas plantadas com cana de ano e meio, quando comparadas às com cana de ano, uma vez

que aquela permanece tempo mais longo no campo (entre 14 e 16 meses). Na modalidade cana de ano (12 meses de desenvolvimento), a colheita apresenta produtividade próxima daquela apresentada por uma em estágio de segundo corte (cana-soca) (MILLER, 2000).

Após o primeiro corte, os estágios de corte seguintes são denominados de cana-soca, pois, a cada corte, ocorrem a brotação da soqueira e o início de um novo estágio de corte. Com o aumento do número de estágios de corte ocorre perda gradativa na produtividade agrícola (CTC, 2008). Os estágios de corte de cana-soca repetem-se em intervalos anuais até que a lavoura não seja mais rentável economicamente, ou seja, em media cinco safras ou cortes, quando a cultura passa pelo manejo denominado *reforma* e o ciclo se reinicia com o plantio de uma nova muda, (SEGATO et al., 2006).

A colheita da cana-de-açúcar deve ser feita quando ela atingir a maturidade fisiológica. Na região Sudeste do Brasil, o processo de maturação da cana-de-açúcar ocorre naturalmente, a partir de abril/ maio, atingindo seu pico máximo no mês de setembro. As condições climáticas que predominam nesse período, com a gradativa queda da temperatura e a diminuição das precipitações no meio do ano, mostram-se determinantes para que o processo de maturação ocorra da forma adequada (GHELLER, 2001). A cana-de-açúcar é colhida de abril a dezembro, nos diferentes ambientes de produção da região Centro-Sul do Brasil (SILVA et al., 2008). Na região Nordeste, a colheita é realizada de novembro a abril (ROSSETTO, 2012).

Toda variedade de cana-de-açúcar possui uma tendência de maturação durante a safra, que esta diretamente relacionada, ao teor de sacarose, à presença de florescimento e “isoporização”, à herança genética, ao clima, ao solo, ao manejo e à idade do canavial. As variedades diferem quanto ao tempo que levam para alcançar o pico de maturação, relacionando-se essa característica à extensão do período de desenvolvimento.

As variedades agrupam-se em precoces, quando apresentam um teor de sacarose (Pol) acima de 13% no início de maio, em médias, quando atingem a maturação em julho, e em tardias, quando o pico de maturação ocorre em agosto/setembro (HORII, 2004).

### 4.2.3 Variedade de cana-de-açúcar

Entre os fatores de produção da cana-de-açúcar, a variedade ocupa lugar de destaque, já que é o único capaz de proporcionar aumentos significativos na produtividade industrial, sem aumentos nos custos de produção (ANDRADE, 2001).

A escolha da variedade de cana-de-açúcar constitui, por isso, a tecnologia mais importante e de menor custo para o produtor, pavimentando as demais tecnologias de produção e de processamento da matéria-prima. As variedades assumem papel decisivo na produtividade da cultura e, por conseguinte, possibilitam produzir cana-de-açúcar de qualidade e com menor custo. As variedades devem apresentar características desejáveis, como alta produtividade, alto teor de açúcar, rebrota, ausência de tombamento e resistência a pragas e doenças (SILVEIRA et al., 2002).

No momento de escolher a variedade a plantar, torna-se necessário observar as características dela e adequá-las ao ambiente, pois, caso contrário, possivelmente haverá comprometimento dos potenciais produtivos e qualitativos (LANDELL et al, 2006). Na verdade essa escolha mostra-se fundamental para o sucesso da lavoura; devem-se preferir as variedades industriais melhoradas de cana-de-açúcar aclimatada às condições locais, devendo uma mesma variedade ser plantada em, no máximo, 15% da área, devido aos riscos de infestações de doenças e de pragas (CERVI, 2013). Para tanto, devem-se considerar o relevo, a fertilidade do solo e o clima da região (SILVEIRA et al., 2002).

De acordo com as normas da consecana, a “cana-padrão”, em condições tecnológicas e econômicas de processamento industrial, deve apresentar o teor de sacarose (Pol% cana) de 12,257%. Do ponto de vista tecnológico, a fibra compreende todas as substâncias insolúveis em água contidas na matéria-prima e sua importância relaciona-se à colheita mecanizada da cana-de-açúcar, com implicações no porte ereto e no menor tombamento das plantas e à industrialização, com impactos na moagem e no balanço térmico da fábrica. Os teores de fibra, em uma cana padrão, devem oscilar de 8 a 14% (LAVANHOLI, 2008).

#### 4.2.4 Planejamento da área de plantio

Para o melhor aproveitamento da área de plantio há necessidade de um planejamento, considerando o formato dos talhões e o traçado dos carregadores, de acordo com o relevo e o solo da área de reforma. Os talhões deverão ter comprimento de sulco em torno de 500 a 700 metros. A largura deverá ser de 150 a 400 m, dependendo da declividade, pois cada terraço deve ter um carregador. Deve-se racionalizar os carregadores, sendo que a área utilizada para o sistema viário deve ficar entre 2,5 a 4,0%. Recomenda-se fazer carregadores secundários com largura de 5,0 m, pois o transbordo tem 3,7 m de largura e carregadores principais igual a 7 m ou 8 m. O planejamento antecipado das estradas é importante para definir a malha viária e, conseqüentemente, o formato de talhões e posição de sulcação (BENEDINI; CONDE, 2008b).

Os talhões mais recomendados são os de forma retangular e de maior comprimento possível, para expressar toda a eficiência da colhedora e carregadores locados de forma estratégica para não ter curvas mortas e evitar manobras excessivas e conseqüentemente a perda de tempo. Deve-se escolher uma área sem a presença de árvores, cercas, tocos e pedras que venha a impedir o deslocamento das máquinas (PEREIRA; TORREZAN, 2006). De acordo com Rossetto & Santiago (2012), em geral, os talhões de cana-de-açúcar são subdivididos quanto à topografia e homogeneidade do solo e apresentam, em média, entre 10 e 20 hectares.

Na implantação da colheita mecanizada em cana-de-açúcar é preciso gerenciar um novo sistema, que começa pelo preparo de solo e a sistematização da área. Para ter o máximo de rendimento da colhedora, é preciso ter talhões retangulares e com no mínimo de 600 m de comprimento, além de se ter um terreno bem nivelado, paralelismo entre fileiras e um espaçamento adequado de plantio (RIPOLI; RIPOLI, 2005). Além disso, os talhões não devem ter declividade superior a 12%, pois esta é limitante para as máquinas que estão no mercado (MELLO, 2006).

Para que o rendimento da máquina seja máximo e o custo seja minimizado, é necessário: planejar os talhões e carregadores para que ela realize o menor número de manobras; Nivelar o terreno antes do plantio para se evitar micro-ondulações que prejudicam a velocidade média e o corte basal correto dos colmos; Diminuir o desnível entre o carregador e o talhão para evitar que as linhas próximas ao carregador tenham que ser cortadas manualmente (ANSELMINI, 2008).

Com a sistematização dos talhões é possível aumentar o rendimento operacional da colheita mecanizada em até 40%. Uma colhedora colhe de 500 a 550 toneladas por dia em média. Algumas usinas paulistas colhem de 800 a 850 toneladas por dia/máquina, com a sistematização dos talhões é possível chegar a mil toneladas de cana-de-açúcar por dia/máquina, para se obter esse rendimento operacional é preciso de talhões com menor número possível de linhas curtas e bicos; primeiro passo é conhecer bem a área a ser sistematizada e substituir os terraços por outro tipo que controle a erosão, como os terraços embutidos, o mais vertical possível e em nível (AIRES, 2008).

Antes do plantio, no preparo do solo deve-se efetuar uma limpeza geral, eliminando todas as irregularidades como sulcos, barrancos e buracos, detectar o grau de compactação do solo e sua profundidade, principalmente em áreas de reforma (MATTOS, 1992).

A principal causa da compactação do solo é o uso intensivo de máquinas, implementos e veículos, nas diferentes fases da cultura. O passo inicial para se evitar o tráfego sobre as linhas de cana-de-açúcar é o plantio no espaçamento de 1,50 m, ideal para a colheita mecanizada, possibilitando maior longevidade ao canavial pelo menor pisoteio nas linhas de cana-de-açúcar. Espaçamento de 1,40 m faz com que a colhedora pise na linha de cana-de-açúcar a ser colhida e também que o transbordo trafegue sobre a linha já colhida. O sistema de sulcação depende em grande parte do tipo de solo, declividade, sistema conservacionista, estruturas de conservação e tipo de preparo do solo. Para facilitar a colheita em todo o comprimento da área pode-se sulcar direto entre os talhões, atravessando o plantio entre os diversos carregadores. O ideal para facilitar o planejamento da sulcação é a eliminação dos terraços (BENEDINI; CONDE, 2008a).

Recomenda-se fazer uma sulcação reta em áreas com declividade de até 3%, sem a construção de terraços, especialmente em solos argilosos. Em áreas acima de 5% de declividade, a sulcação deve ser feita em nível com a construção de terraços embutidos e com carregadores acima do terraço, deixando 10 linhas de cana-de-açúcar entre o carregador e o terraço (BENEDINI; CONDE, 2008b).

No planejamento de base de um plantio de cana-de-açúcar, a sulcação é o procedimento que traz resultados imediatos, pois reduz os custos e aumenta o rendimento das operações. A sulcação depende do tipo de solo, sistema de conservação, declividade e tipo de preparo de solo, bem como a eliminação racional dos terraços aliado

ao planejamento da sulcação pode aumentar o rendimento operacional dos tratos culturais e da colheita mecânica em até 50% (PENATTI, 2006).

Diante destes fatos apresentados, observa-se que a preparação da área de plantio, a escolha da época e variedade da cana-de-açúcar para plantio são fatores fundamentais neste processo de planejamento. Mas, com as grandes dimensões dos sistemas envolvidos na área sucroalcooleira, com o aumento nas áreas de plantio e reforma dos canaviais, e por o plantio ser uma das mais importantes operações do cultivo da cana, é importante fazer um planejamento otimizado. Assim, há ainda a necessidade de auxílio de técnicas matemáticas e computacionais para decisões de forma ótima, desta forma a modelagem matemática pode ser utilizada como uma importante ferramenta para este fim.

### **4.3 Modelagem matemática**

A modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas reais em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real (BASSANEZI, 2002). Aplicada em várias áreas de pesquisa como Física, Química, Biologia, Agronomia, Astrofísica, Economia entre outras, a modelagem matemática pode utilizar a interdisciplinaridade, e quebrando várias barreiras em diversas áreas de pesquisas.

A importância de um modelo matemático consiste em se ter uma linguagem precisa que expresse as ideias de maneira clara, além de proporcionar o uso de métodos computacionais para calcular soluções, formular novos modelos, etc. Porém os modelos não são perfeitos, os resultados são aproximações da realidade, ou seja, é um processo de representação de parte da realidade.

Os modelos matemáticos podem ser: linear ou não, estático ou dinâmico e educacional. Para ser linear ou não linear depende das equações envolvidas. Um modelo é estático, quando, por exemplo, representa a forma de um objeto e dinâmico, quando simula variações de estágios de um dado fenômeno. Educacional, quando é baseado em um número pequeno ou simples de restrições, tendo, quase sempre, solução analítica, estes modelos são utilizados para adquirir experiência ou auxiliar na formação de novos modelos (BASSANEZI, 2002).

A modelagem matemática de uma situação ou problema real segue uma sequência de etapas, primeiro se estuda o problema real a ser resolvido,

posteriormente identificam-se os objetivos, formula-se o modelo matemático. Formula-se as hipóteses, elas podem ser feitas de várias maneiras, como: observações de fatos, comparações, experiências pessoais, dedução lógica, entre outras. Simplifica-se os problemas, que em geral são excessivamente complexos, porém, não se deve simplificá-los de forma demasiadamente a ponto de perder as informações essenciais. A seguir resolve-se o modelo e discute-se os resultados. Depois se faz a validação do modelo; nessa etapa o mesmo é testado e analisado para ver sua aproximação com a realidade. Dependendo do comportamento na validação podem ser feitas modificações no modelo para aprimorá-lo ou aumentar sua robustez.

A modelagem matemática pode ser formulada para auxílio de decisões de forma otimizada, para este fim existe um segmento da matemática que estuda processos de modelagem e técnicas de resolução de modelos aplicados a problemas de otimização. Estas técnicas estão resumidamente apresentadas a seguir.

#### 4.4 Otimização

Otimização é um processo no qual deseja-se obter a melhor combinação de uma série de fatores (variáveis de decisão) atendendo certas limitações (conjunto de restrições) de acordo com um determinado objetivo (função objetivo).

De acordo com Body e Vandenbeghe (2004), um problema geral de otimização consiste em minimizar ou maximizar uma função, onde o seu domínio é um conjunto dado por  $\{x \in R^n / g(x) \leq 0\}$ , que poderia também ser  $g(x) = 0$  ou  $g(x) \geq 0$ . Na programação matemática este problema é expresso na forma:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } f(x) \text{ (ou maximizar)} \\ &\text{sujeito a } g(x) \leq 0 \text{ (ou } g(x) = 0 \text{ ou } g(x) \geq 0) \\ &x \in R^n \end{aligned} \tag{1}$$

Em que: a função  $f : R^n \rightarrow R$  é chamada de função objetivo; as restrições  $g : R^n \rightarrow R^p$  limitam o espaço de soluções do problema, chamadas de soluções factíveis ou soluções viáveis e  $x$  é o vetor variável de decisão.

Dependendo da natureza do problema de otimização (1), a função objetivo, bem como as restrições assumem diferentes características, necessitando de diferentes técnicas para a sua resolução. Os problemas de otimização são classificados de

acordo com as características da função objetivo, das equações que descrevem as restrições e das variáveis de decisão.

- Se  $f(x)$  e/ou  $g(x)$  forem não lineares,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $x_i \in R$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , tem-se um *Problema de Programação Não Linear* (PPNL).
- Se  $f(x)$  e  $g(x)$  forem lineares,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $x_i \in R$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , tem-se um *Problema de Programação Linear* (PPL).
- Se  $f(x)$  e  $g(x)$  forem lineares,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $x_i$  inteiro para todo  $i \in 1, 2, \dots, n$ , tem-se um *Problema de Programação Linear Inteira* (PPLI).
- Se  $f(x)$  e  $g(x)$  forem lineares,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $x_i$  inteiro para algum  $i \in 1, 2, \dots, n$ , tem-se um *Problema de Programação Linear Inteira Mista* (PPLIM).
- Se  $f(x)$  e/ou  $g(x)$  forem não lineares,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $x_i$  inteiro para todo  $i \in 1, 2, \dots, n$ , tem-se um *Problema de Programação Não Linear Inteira* (PPNLI).

Existem muitas outras classificações de problemas de otimização, explorando as características das funções e variáveis envolvidas. Para cada uma destas classes de problemas, existe um ou mais métodos específicos de resolução. Neste trabalho será abordado um problema de programação não linear inteira (PPNLI), este tipo de problema é de difícil resolução e necessita de métodos mais elaborados, sejam métodos exatos, ou aproximativos. O uso de métodos de resolução exatos para problemas PPNLI de grande dimensão apresenta grande complexidade, tornando-se muitas vezes impossíveis de serem resolvidos. Diante desse cenário o uso de técnicas metaheurísticas surge como uma valiosa ferramenta, pois os métodos heurísticos possuem fácil implementação e baixo custo computacional, além flexibilidade de aplicação a qualquer um dos problemas de otimização abordados anteriormente. Estes métodos têm fornecido excelentes aproximações da solução ótima para diversas aplicações em problemas de casos reais. Dentre os métodos metaheurísticos destaca-se o algoritmo genético (AG), o qual será usado neste trabalho e está descrito a seguir.



#### 4.5 Algoritmo genético (AG)

Os algoritmos genéticos, desenvolvidos por John Holland, constituem uma técnica de busca e otimização, inspirada no princípio Darwiniano de seleção natural e reprodução genética (GOLDBERG, 1989).

O AG particularmente é aplicado em problemas complexos de otimização, com diversos parâmetros ou características que precisam ser combinadas em busca da melhor solução, problemas com restrições ou condições que não podem ser representadas matematicamente e problemas com grandes espaços de busca (PACHECO, 1999). Além disso, em muitos casos onde outras estratégias de otimização falham na busca de uma solução, os AG's convergem. Os AG's são numericamente robustos, ou seja, não são sensíveis a erros de arredondamento no que se refere aos seus resultados finais (MIRANDA, 2007).

Uma das vantagens de um algoritmo genético é a simplificação que eles permitem na formulação e solução de problemas de otimização. AG's simples normalmente trabalham com descrições de entrada formadas por cadeias de bits de tamanho fixo. Outros tipos de AG's podem trabalhar com cadeias de bits de tamanho variável. AG's possuem um paralelismo implícito decorrente da avaliação independente de cada uma dessas cadeias de bits, ou seja, pode-se avaliar a viabilidade de um conjunto de parâmetros para a solução do problema de otimização em questão (MIRANDA, 2007).

O termo usado para representar uma possível solução em um algoritmo genético é cromossomo ou indivíduo. Cada cromossomo é composto de genes que representam cada uma das propriedades do indivíduo. O cromossomo é uma estrutura de dados que representa uma das possíveis soluções do espaço de busca do problema (ÁVILA, 2002).

Uma implementação de um algoritmo genético começa com uma população de cromossomos, que pode ser obtida por processo aleatório ou não. Essas estruturas são, então, avaliadas e associadas a uma probabilidade de reprodução de tal forma que as maiores probabilidades são associadas aos cromossomos que representam melhor solução para o problema de otimização (indivíduos mais aptos). A aptidão da solução é tipicamente definida com relação à população corrente. Em geral, a aptidão é calculada a partir da função objetivo. Cada indivíduo possui uma aptidão, que indica o

quão boa é a solução para o problema. Os indivíduos mais aptos terão maior probabilidade de serem selecionados para reprodução e construção da nova geração de indivíduos.

#### 4.5.1 Etapas de um AG simples

O algoritmo genético simples tem os seguintes passos:

- a) Inicialização: Definição da estrutura do cromossomo, do número de gerações e do tamanho da população a ser gerada. Obtenção da população inicial (aleatória ou construtiva);
- b) Cálculo da aptidão de cada indivíduo;
- c) Seleção dos indivíduos para a reprodução;
- d) Aplicação dos operadores: “crossover”, mutação e elitismo;
- e) Obtenção da nova população;
- f) Teste de parada: Se satisfeito pare o processo, senão volte a etapa b.

##### a) Inicialização

O cromossomo é uma estrutura de dados, geralmente vetores ou cadeia de valores binários, reais ou combinação de ambas, que representa uma possível solução do problema a ser otimizado. Na Figura 1 é apresentado um exemplo de estruturas de cromossomos.

Uma população de  $n$  indivíduos é gerada aleatoriamente ou de forma construtiva. Cada um dos indivíduos da população representa uma possível solução para o problema, ou seja, um ponto no espaço de soluções.

O tamanho da população afeta o desempenho global e a eficiência dos algoritmos genéticos. Com uma população pequena o desempenho pode cair, pois deste modo a população fornece uma pequena cobertura do espaço de busca do problema. Uma grande população geralmente fornece uma cobertura representativa do domínio do problema, além de prevenir convergências prematuras para soluções locais ao invés de globais. No entanto, para se trabalhar com grandes populações, são necessários maiores recursos computacionais, ou que o algoritmo trabalhe por um período de tempo muito maior.



Figura 1. Ilustração de estruturas de cromossomos com 6 genes, binário e não binário

### b) Cálculo da aptidão

Geralmente a aptidão do indivíduo é determinada baseada no valor da função objetivo e depende também das restrições do problema, pois indivíduos infactíveis (indivíduos que não satisfazem ao conjunto de restrições) sofrem penalizações, diminuindo sua aptidão. Assim, para problemas com objetivo de minimização, o indivíduo factível que apresenta o menor valor da função objetivo é avaliado como o de melhor aptidão. No caso de problemas de maximização, o indivíduo de melhor aptidão é o cromossomo factível de máximo valor da função objetivo.

### c) Seleção

Nesta fase os indivíduos mais aptos da geração atual têm mais probabilidade de serem selecionados e formarem uma população intermediária. Os indivíduos da população intermediária geram nova população por cruzamento (*crossover*).

Existem vários procedimentos para selecionar estes indivíduos, um bastante utilizado é o Método da Roleta. Neste método, cada indivíduo da população é representado na roleta conforme seu valor de aptidão. Desta forma, os indivíduos com elevada aptidão receberão um intervalo maior na roleta, enquanto aqueles que têm baixa aptidão receberão menor intervalo na roleta. A Figura 2 ilustra este método onde a roleta é dividida em regiões e a área de cada região é proporcional à aptidão do indivíduo; para cada giro da roleta, a posição do cursor indica o indivíduo selecionado. Este método é denominado amostragem universal estocástica. Evidentemente, os indivíduos cujas regiões possuem maior área (aptidão) terão maior probabilidade de serem selecionados.

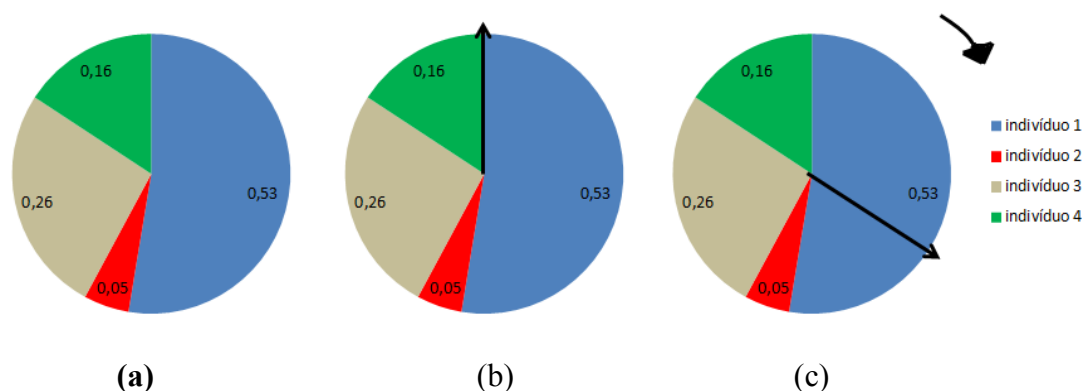


Figura 2. Seleção dos indivíduos utilizando o método da Roleta para realização do *crossover*: (a) Cada indivíduo da população é representado na roleta com uma área proporcional ao valor de sua aptidão. (b) Posiciona-se o cursor e roda a roleta para seleção do indivíduo. (c) Indivíduos com elevada aptidão terão mais chance de serem selecionados.

#### d) Aplicação dos operadores

##### d.1 Cruzamento (*crossover*)

O objetivo do cruzamento é a permutação de material genético entre os pares de indivíduos previamente selecionados.

Após a formação dos pares, os indivíduos são submetidos ao processo de cruzamento, a uma certa taxa de cruzamento ( $P_c$ ). Quanto maior for a taxa de cruzamento, mais rapidamente novas estruturas serão introduzidas na população, mas corre-se o risco de estruturas com boas aptidões serem retiradas mais rapidamente que a capacidade da seleção em criar melhores estruturas. Com um valor baixo desta taxa, o algoritmo pode se tornar lento ou estagnar. Uma forma bastante comum de fazer estes cruzamentos é: a lista de indivíduos selecionados é embaralhada aleatoriamente criando-se uma segunda lista, chamada lista de parceiros. Cada indivíduo selecionado é então cruzado com o indivíduo que ocupa a mesma posição na lista de parceiros. A forma como se realiza este cruzamento é ilustrada na Figura 3. Os cromossomos de cada par de indivíduos a serem cruzados ("pais") são particionados em um ou mais pontos, chamado pontos de corte, sorteado aleatoriamente. Um novo cromossomo ("filho") é gerado permutando-se a parte inicial de um cromossomo com a parte final do outro, como mostrado na Figura 3.

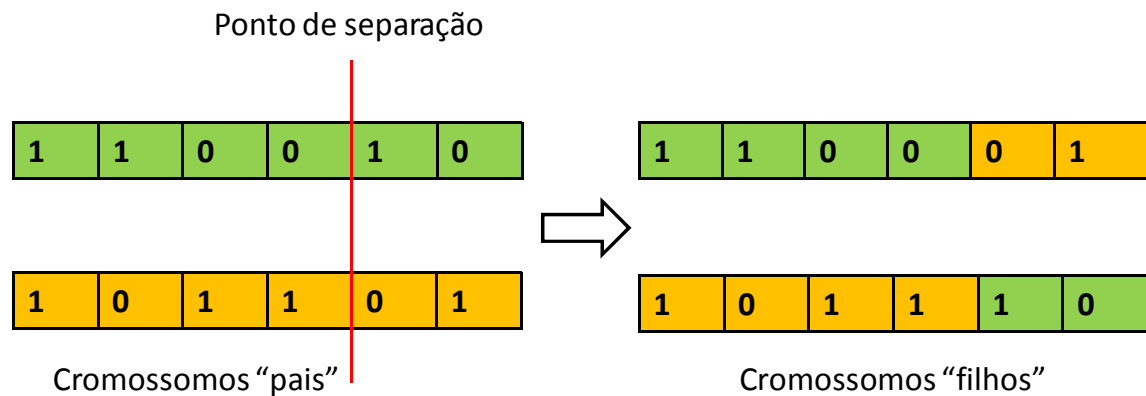


Figura 3. Processo de *crossover*

### d.2 Mutação

A operação de mutação é utilizada para garantir maior varredura do espaço de busca de soluções e evitar que o algoritmo genético convirja muito cedo para ótimos locais. Na fase de mutação, cada indivíduo passa por um sorteio para saber se este sofrerá ou não a mutação, sendo a probabilidade de mutação uma taxa muito pequena (menor que 0,1). Uma baixa taxa de mutação previne que a busca fique estagnada em regiões do espaço de busca. Além disso, possibilita que qualquer ponto do espaço de busca seja atingido. Com uma taxa muito alta a busca se torna essencialmente aleatória. Caso o indivíduo seja escolhido para mutação, seleciona-se aleatoriamente um gene deste cromossomos e muda-se o valor do gene correspondente aleatoriamente para um outro possível.

### d.3 Elitismo

O método de elitismo foi primeiramente introduzido por Jong (1975) e é uma adição aos vários métodos de seleção que força os AG's a reterem as melhores soluções até então encontradas, melhorando consideravelmente sua eficácia. Assim, o elitismo armazena os  $t$  melhores cromossomos em uma variável, impedindo-os de participarem dos operadores seleção, *crossover* e mutação, inserindo-os na população ao final de cada geração. Se uma outra solução, mais apta que esta, for obtida nas próximas gerações, então esta variável vai sendo atualizada, garantindo a permanência das boas características dos indivíduos na população.

#### e) Obtenção da nova população

Após a aplicação dos operadores, os  $n$  melhores indivíduos da população atual são inseridos na população anterior, formando a nova população.

#### f) Teste de parada

Em todo problema de otimização, o ideal seria que o algoritmo genético terminasse assim que a solução ótima fosse encontrada, mas na maioria dos casos de interesse, não se pode afirmar com certeza se uma dada solução ótima corresponde a um ótimo global. Assim, o critério de parada mais utilizado é o número de gerações previamente estabelecido. Outras metodologias são baseadas no próprio acompanhamento do processo evolutivo, isto é, enquanto não houver melhoria na média da população depois de um número pré definido de gerações, o processo evolutivo finaliza (Koza, 1992).

Tem sido discutido neste texto a grande importância do processo de plantio da cana-de-açúcar e a necessidade de um planejamento otimizado deste. Devido às grandes dimensões dos sistemas envolvidos no setor sucroalcooleiro, o aumento nas áreas de plantio e reforma dos canaviais, o planejamento otimizado depende de técnicas matemáticas e computacionais para auxílio nas decisões. Assim, foram modelados e apresentadas técnicas para modelagem de problemas de otimização. Estas técnicas podem ser utilizadas para auxiliar as tomadas de decisões de fatores fundamentais no processo de planejamento, como exemplo a escolha da variedade de cana-de-açúcar a ser plantada e da época para plantio.

Na escolha das variedades a serem plantadas e época de plantio leva em consideração além dos fatores intrínsecos desta variedade, as características dos talhões para plantio. Muitas áreas de plantio já estão divididas em talhões e as características destes são bem definidas, como exemplo dimensões e relevo. Outras áreas, como as de reforma ou de ampliação de canaviais, necessitam de uma divisão dos talhões para receber o novo plantio. Os talhões mais recomendados são os de forma retangular e de maior comprimento possível, principalmente para que as colhedoras de cana-de-açúcar possuam alto rendimento. Para auxílio no planejamento da divisão de uma área em talhões, será

proposta uma técnica matemática e esta técnica baseia-se na teoria de Corte, a qual está descrita a seguir.

#### 4.6 Problema de corte

O problema de corte é um tópico de pesquisa de grande interesse tanto no âmbito acadêmico como no setor industrial, pois um adequado planejamento e uma boa estratégia para realizar o corte de um objeto em itens menores, podem fazer com que as empresas possam diminuir os gastos e aumentar seus lucros. De forma genérica, o problema de corte consiste em cortar unidades maiores (objetos) em unidades menores (itens), otimizando uma determinada função, como por exemplo, minimização da perda (VIANNA; ARENALES, 2006). Entretanto, os problemas podem aparecer numa diversidade muito grande de casos.

Existem diversas classificações de problemas de corte. Em particular, Dyckhoff (1990) propôs um sistema de classificação a partir das quatro principais características dos problemas:

$\alpha$ ) Dimensão do problema:

- (1) unidimensional;
- (2) bidimensional;
- (3) tridimensional;
- (n) n-dimensional, para  $n > 3$ .

$\beta$ ) Forma de alocação das unidades:

- (V) seleção de unidades grandes (um conjunto de unidades grandes deve ser escolhido para incluir todas as unidades pequenas);
- (B) seleção de unidades pequenas (um conjunto de unidades pequenas deve ser escolhido para ocupar todas as unidades grandes).

$\gamma$ ) Sortimento de unidades grandes:

- (O) uma unidade (uma única unidade grande);
- (I) unidades de tamanhos iguais (todas as unidades grandes são iguais);
- (D) unidades de tamanhos diferentes (as unidades grandes têm tamanhos diferentes).

$\sigma$ ) Sortimento de unidades pequenas:

- (F) poucas unidades de tamanhos diferentes (poucas unidades pequenas, geralmente de tamanhos diferentes);
- (M) muitas unidades de muitos tamanhos diferentes (muitas unidades pequenas e a maioria delas em tamanhos diferentes);
- (R) muitas unidades de poucos tamanhos diferentes (muitas unidades pequenas com poucos tamanhos diferentes);
- (C) unidades de tamanhos iguais (todas as unidades pequenas são iguais).

Estas quatro características permitem obter 96 tipos diferentes para problemas de corte e empacotamento e a tipologia é definida pela quadra  $\alpha / \beta / \gamma / \sigma$ . Cada um dos símbolos corresponde a uma das características citadas. Assim, um problema de corte de estoque definido pela quadra 2/V/I/R significa que o problema é bidimensional (2), todas as unidades pequenas devem ser alocadas numa seleção de unidades grandes (V), todas de tamanhos iguais (I) e com muitas unidades pequenas de relativamente poucos tamanhos diferentes (R).

O problema tratado neste texto, de alocação dos talhões retangulares na área de plantio, pode ser tratado como um problema de corte bidimensional.

#### 4.6.1 Problema de corte bidimensional

O problema de corte bidimensional consiste, basicamente, na determinação de padrões de corte de unidades de material de maneira a produzir um conjunto de unidades menores, satisfazendo determinadas restrições (CONSTANTINO; GOMES JUNIOR, 2002). Normalmente, o objetivo nesses problemas é minimizar o desperdício de material envolvido no processo (perdas). Esse tipo de problema aparece em muitas aplicações práticas, tais como: corte de bobinas de papel (MACULAN et al., 1988), de tecido (RICHTER, 1992), de bobinas de alumínio (HELMBERG, 1995), de chapas de madeira (MORABITO; ARENALES, 1998), de vidro; entre outras.

Considere uma placa retangular (objeto) de dimensões  $(L, W)$ , onde  $L$  é o comprimento e  $W$  é a largura, e um conjunto de  $m$  peças retangulares (itens) de dimensão  $(\ell_i, w_i)$ , onde  $\ell_i$  é comprimento e  $w_i$  a largura da peça  $i$ , e valor de utilidade  $v_i$  (um valor associado cada item),  $i=1, \dots, m$ . Um problema de corte bidimensional consiste em cortar a placa retangular em peças menores, de forma a otimizar um determinado objetivo.



Assim, o problema de determinar qual o padrão de corte deve ser usado de forma a maximizar o valor de utilidade.

$$\begin{aligned} &\text{maximizar } \sum_{i=1}^m v_i a_i \\ &\text{sujeito a:} \\ &\quad (a_1, a_2, \dots, a_m) \text{ corresponde a um padrão de corte} \\ &\quad a_i \geq 0, \text{ inteiro, } i=1, \dots, m \end{aligned}$$

Em que  $a_i$  corresponde ao número de peças  $i$  alocadas na placa  $(L, W)$ .

O problema de corte é chamado irrestrito quando não há limitação no número de peças presentes no padrão. Caso contrário, o problema de corte é chamado restrito, ou seja,

$$\begin{aligned} &\text{maximizar } \sum_{i=1}^m v_i a_i \\ &\text{sujeito a:} \\ &\quad (a_1, a_2, \dots, a_m) \text{ corresponde a um padrão de corte} \\ &\quad 0 \leq a_i \leq b_i, \text{ inteiro, } i=1, \dots, m \end{aligned}$$

Em que  $b_i$  é a quantidade máxima de peça do tipo  $i$  no padrão, para  $i=1, \dots, m$ .

Segundo Vianna (2000), essa alteração entre as duas formulações, que é a limitação no número de peças no padrão de corte, ocasiona em grandes dificuldades de resolução.

No problema de corte bidimensional são relevantes duas dimensões, sendo a geometria neste problema determinante, pois a forma e as medidas do objeto e dos itens determinam os padrões de corte (VIANNA, 2000), conforme Figura 4.

Padrão de corte é cada uma das maneiras como os itens podem ser cortados do objeto. A um padrão de corte podemos associar um vetor  $m$ -dimensional que contabiliza os itens nele contidos:  $(a_1, a_2, \dots, a_m)$  sendo  $a_i$  o número de vezes que o item  $i$  aparece no padrão. Um vetor  $m$ -dimensional  $(a_1, a_2, \dots, a_m)$  representa um padrão de corte se, e somente se, satisfizer a restrição física do objeto. A Figura 4 exemplifica quatro padrões de cortes de um objeto, utilizando três itens.

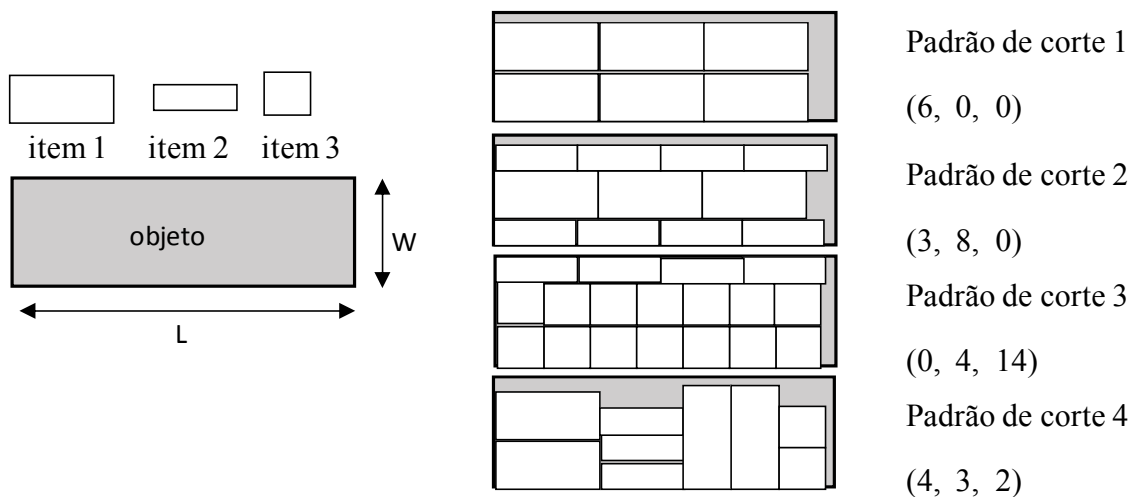


Figura 4. Ilustração de padrões de cortes de um objeto.

O padrão de corte utilizado neste trabalho são os guilhotinados. O corte é chamado guilhotinado quando aplicado em um retângulo produz dois novos retângulos, ou seja, o retângulo é cortado somente de modo horizontal ou vertical, conforme a Figura 5. Um padrão de corte é do tipo guilhotinado se for obtido por cortes guilhotinados sucessivos (Figura 6).

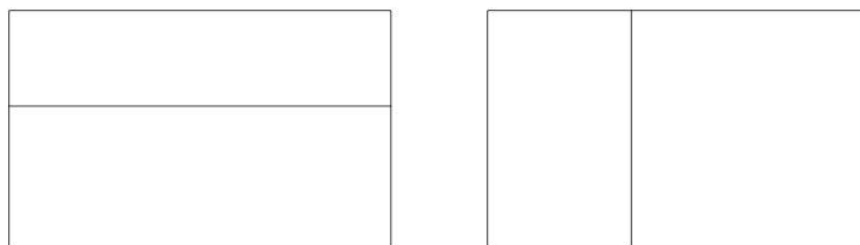


Figura 5. Corte guilhotinado horizontal e vertical

Fonte. Vianna e Arenales (2006)

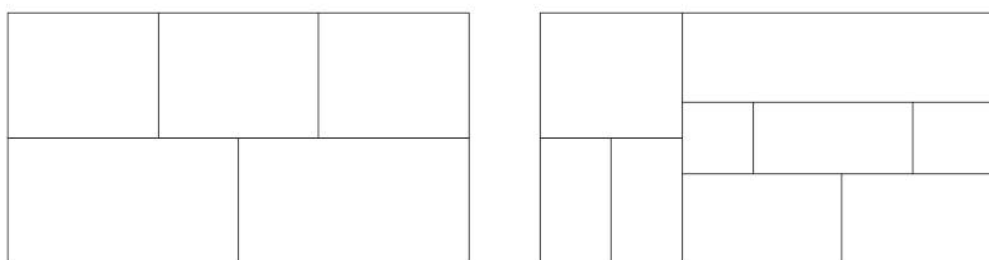


Figura 6. Padrões de corte guilhotinado

Fonte. Vianna e Arenales (2006)

A resolução do problema de corte bidimensional guilhotinado pode ser feita utilizando uma abordagem em grafo E/OU.

#### 4.6.2 Abordagem Grafo E/OU

Grafos E/Ou são utilizados para auxiliar na tomada de decisões e na análise de sistemas complexos do mundo real, tipicamente com o objetivo de melhorar ou otimizar a sua performance. Uma das aplicações de grafos E/Ou é a sua utilização na geração de padrões de cortes bidimensionais em placas (SOUZA et al., 2012).

Um grafo E/OU pode ser definido para representar todos os possíveis padrões do problema de corte, onde os nós representam retângulos (no caso do problema de corte bidimensional, com objeto e peças retangulares) e os arcos representam cortes. Observe que um arco (corte) estabelece uma relação entre um nó  $N$  do grafo (retângulo), com dois outros nós  $N1$  e  $N2$ , portanto, um arco-E. Os nós  $N1$  e  $N2$  são chamados sucessores de  $N$  e,  $N$  predecessor de  $N1$  e  $N2$ . Os padrões são gerados examinando-se todas as possibilidades de corte (daí, arcos-OU) e uma delas é reproduzir o próprio retângulo (corte-0, lê-se corte zero), ao qual nenhum outro corte será feito, indicando o final do processo de corte. Um corte-0 é representado por um arco comum. O nó inicial é representado pela placa  $(L,W)$  e os nós finais são aqueles originados de um corte-0 (sem perda de generalidade, associam-se aos retângulos finais um ou mais itens idênticos (Figura 7). Os cortes (verticais ou horizontais) podem ser restritos, sem perda de generalidade, a um conjunto finito formado pelas combinações lineares não negativas dos tamanhos dos itens, de modo que o grafo que representa todos os possíveis padrões de corte é finito. A Figura 7 ilustra diversas sequências de corte e, portanto, diversos padrões de corte. Por exemplo, três arcos-OU emergem da raiz, indicando alternativas diferentes para se obter um padrão de corte. Note que um padrão de corte é bem definido seguindo-se uma sequência de arcos-E (cortes), a partir da raiz (placa inicial) até nós finais (nós após cortes-0). Esta sequência é chamada de caminho completo e todo padrão de corte tem um caminho completo associado. Observe também que um mesmo nó pode pertencer a sequências diferentes (isto é, retângulos de mesmos tamanhos podem ser obtidos por diferentes sequências de corte), o que caracteriza um ciclo (VIANNA; ARENALES, 2006).

De acordo com Vianna e Arenales (2006), padrões de corte numa placa defeituosa são representados num grafo E/OU, análogo ao caso sem defeitos, com algumas modificações. Uma sequência de cortes na placa defeituosa pode ser observada na Figura 8.

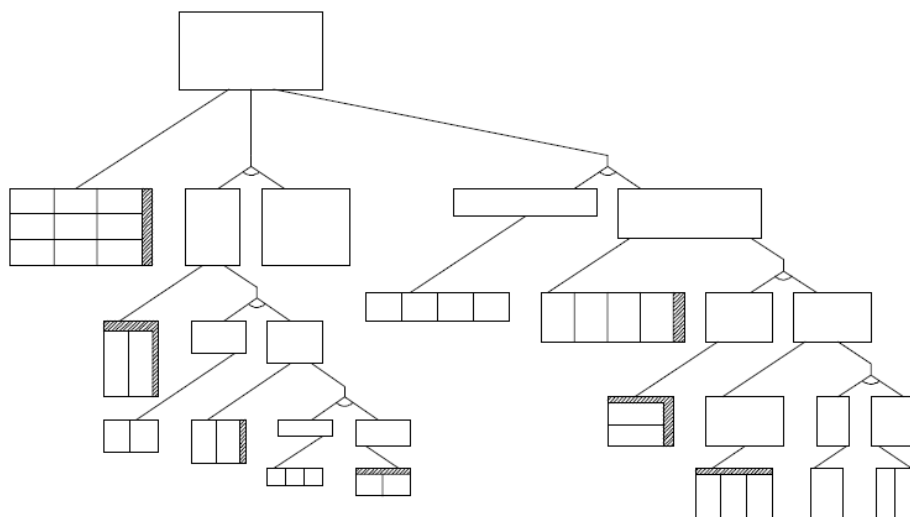


Figura 7. Grafo E/OU representando padrões de corte

Fonte: Vianna (2000)

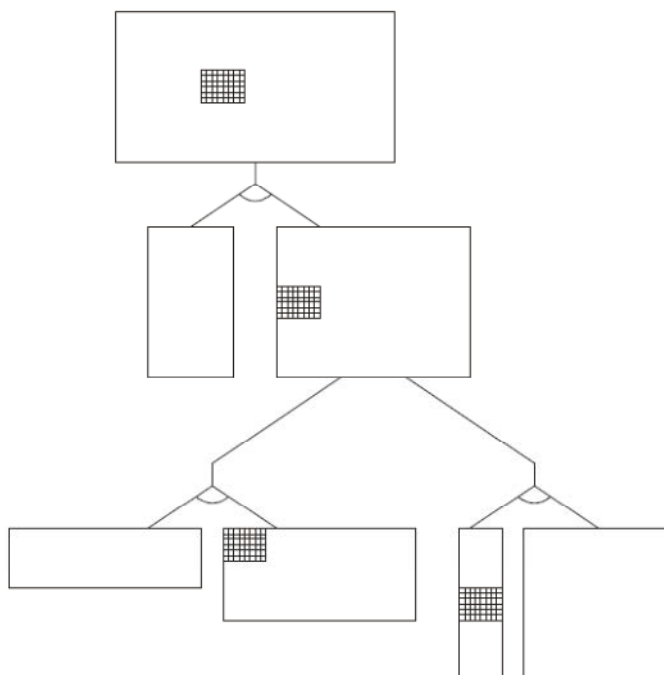


Figura 8. Padrão de corte numa placa defeituosa

Fonte: Vianna e Arenales (2006)

É possível que se tenha uma placa com mais de um defeito; usando o critério anterior, a sequência de cortes é feita de maneira análoga (Figura 9).

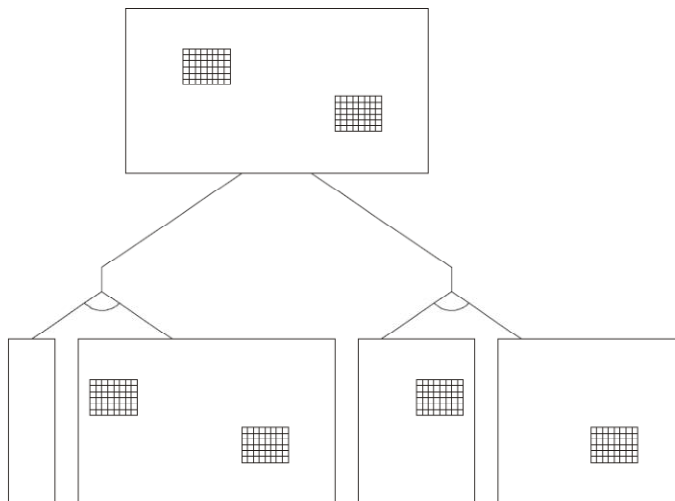


Figura 9. Possíveis cortes numa placa com mais de um defeito

Fonte. Vianna e Arenales (2006)

No capítulo seguinte é apresentada a metodologia para realização do planejamento otimizado do plantio da cana-de-açúcar utilizando as técnicas de otimização discutidas.

## 5 MATERIAL E MÉTODO

Neste trabalho, desenvolveu-se uma metodologia para planejar o plantio da cana-de-açúcar. Essa metodologia, divide-se em duas partes: a primeira consiste em planejar, de forma otimizada, a divisão da área de plantio (terreno) em talhões retangulares, visando diminuir o número de manobras das colhedoras. Esta metodologia utiliza a teoria de otimização de cortes com placas defeituosas, a segunda, em escolher a variedade de cana-de-açúcar a plantar em cada um dos talhões e determinar o período do ano mais propício ao plantio, de forma a maximizar a produção total de cana-de-açúcar ao longo de cinco anos, ou seja, quatro cortes. Para auxiliar na elaboração da segunda parte, propõe-se um modelo matemático de programação não linear inteira e um método de resolução para o modelo, com base em algoritmo genético.

Para realizar este trabalho, coletaram-se dados de plantio, da colheita, de produtividade, de teores de Pol e de fibra para 18 variedades de cana-de-açúcar, com bases em trabalhos científicos e em boletins técnicos encontrados na literatura (RIDESA, 2008; CTC, 2012.). Utilizando-se o software MATLAB para o desenvolvimento do algoritmo genético e as implementações computacionais foram desenvolvidas em um computador Intel Core i5 3.20 GHz com 4 GB de memória RAM, no Laboratório Científico de Informática (LCI) do departamento de Bioestatística do Instituto de Biociências de Botucatu-SP.

A seguir, apresentam-se as abordagens propostas para a alocação otimizada dos talhões na área de plantio da cana-de-açúcar e para a determinação da variedade a plantar, bem como do período de plantio em cada talhão, de forma a maximizar a produção em quatro cortes.

### 5.1 Problema de alocação dos talhões na área

Dado que a área disponível para plantio da cana-de-açúcar apresenta uma medida de  $H$  hectares e  $J$  o conjunto de todos os possíveis talhões que podem ser alocados nessa área, deseja-se dividir o terreno em talhões retangulares de dimensões  $(l_j, w_j)$ , onde  $l_j$  é o comprimento e  $w_j$  é a largura do talhão  $j$ ,  $j=1, \dots, k$ , de forma que aumente o rendimento da máquina colhedora da cana-de-açúcar e minimize o custo com combustíveis, pela diminuição das manobras da colhedora. Importante ressaltar que a forma retangular com dimensões apropriadas promove o melhor rendimento da máquina e, dependendo do tamanho do talhão, a colhedora vai realizar mais ou menos manobras, o que acarreta uma variação do custo da colheita.

O número de manobras das máquinas no talhão  $j$  é dado por  $\left\lfloor \frac{w_j}{E} \right\rfloor - 1$ , em que  $w_j$  é a largura do talhão  $j$  e  $E$  é o espaçamento adequado entre as linhas da cana-de-açúcar para a colheita mecanizada (em metros). A parte inteira do valor obtido do cálculo  $\left\lfloor \frac{w_j}{E} \right\rfloor$  fornece o número de linhas do talhão  $j$ . O número de manobras necessárias no talhão é sempre um número a menos do que o de linhas. Com base nas discussões apresentadas sobre as dimensões apropriadas dos talhões, que promovem um melhor rendimento da máquina, propõe-se o seguinte modelo para determinar as dimensões ótimas  $(l_j, w_j)$ ,  $j=1, \dots, k$ , dos talhões retangulares alocar na área de plantio, de forma a minimizar o número total de manobras da colhedora necessário para a colheita da cana-de-açúcar e a aproveitar o máximo possível da área de plantio. Como se vê, o modelo determina as dimensões otimizadas de todos os talhões (item) a construir sobre a área de plantio, atendendo aos objetivos e às restrições propostos.

$$\text{minimize} \left[ \left( \sum_{j \in J} \left( \frac{w_j}{E} - 1 \right) \right), \quad \left( H10^4 - \sum_{j \in J} l_j w_j \right) \right] \quad (2)$$

sujeito a:

$$\text{Área}_{inf} \leq l_j w_j \leq \text{Área}_{sup}, \quad j \in J \quad (3)$$

$$w_j \leq pl_j, \quad j \in J \quad (4)$$

$$l_j w_j \leq 0,15H10^4, \quad j \in J \quad (5)$$

$$\sum_{j \in J} l_j w_j \leq H 10^4 \quad (6)$$

$$l_{inf} \leq l_j \leq l_{sup}, \quad j \in J \quad (7)$$

$$w_{inf} \leq w_j \leq w_{sup}, \quad j \in J \quad (8)$$

Em que  $l_j$  é o comprimento do talhão  $j$  em metros,  $w_j$  é a largura do talhão  $j$  em metros,  $H$  é a média da área total em hectares, que quando multiplicada por  $10^4$ , é transformada em  $m^2$ . O problema (2)-(8) consiste em minimizar o número de manobras das máquinas no talhão  $j$  e, simultaneamente, aproveitar o máximo possível da área de plantio, com restrições sobre as dimensões e a área dos talhões, entre outras. De acordo com recomendações apresentadas na revisão de literatura deste trabalho, as restrições (3) impõem limitantes sobre as áreas dos talhões, limitante inferior ( $\text{Área}_{inf}$ ) e superior ( $\text{Área}_{sup}$ ); as restrições (4) garantem que a largura ( $w_j$ ) do talhão seja menor do que uma porcentagem ( $p$ ) do comprimento ( $l_j$ ) (para garantir que os talhões tenham forma de um retângulo alongado); as restrições (5) garantem que a área do talhão ( $l_j w_j$ ) seja menor que ou igual a 15% da área total; as restrições (6) garantem que a área total dos talhões seja menor que ou igual à área disponível para plantio; as restrições (7) restringem os intervalos de comprimento dos talhões entre um limitante inferior ( $l_{inf}$ ) e superior ( $l_{sup}$ ), enquanto as restrições (8) restringem os intervalos das larguras dos talhões entre um limitante inferior ( $w_{inf}$ ) e um superior ( $w_{sup}$ ).

Usando as restrições (2)-(7) é possível gerar talhões retangulares com as especificações recomendadas para o plantio de cana em áreas mecanizáveis. Este talhões foram gerados para atender a segunda função objetivo (2). Com os talhões gerados, usamos a abordagem Gráfico E/OU para selecionar e alocar os talhões da melhor maneira na área de plantio.

Em geral, os objetos são perfeitos e homogêneos, ou seja, é possível alocar itens em qualquer posição do objeto. Entretanto, há casos em que isso não ocorre. Quando o objeto apresenta defeitos não é possível alocar itens sobre o defeito (Figura 10). De modo geral, as fazendas que contêm as áreas para a alocação dos talhões apresentam formas irregulares e locais como áreas de preservação, construções, rios, lagos ou outras, que não permitem a alocação de talhões (Figura 11). Na abordagem deste trabalho, essas fazendas são tratadas como placas retangulares, aproximando-lhes o mapa a uma forma



retangular (Figura 11) e designando as regiões onde não podem ser alocados talhões, como defeitos. Assim, a teoria de corte para placas defeituosas trataram as áreas defeituosas de forma retangular (Figura 12), apresentada por Vianna e Arenales (2006), pode ser utilizada.

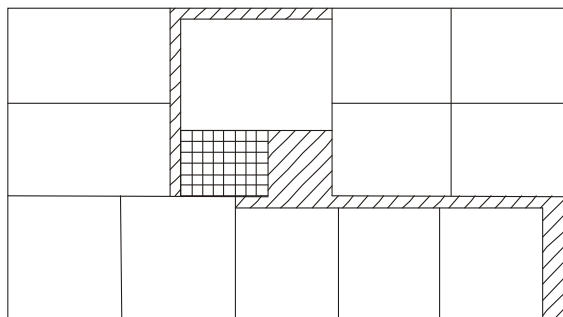


Figura 10 Padrão de corte em uma placa defeituosa.

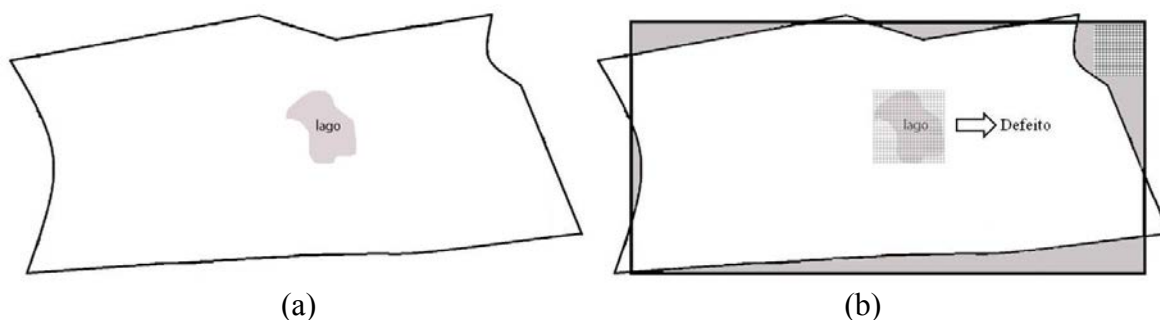


Figura 11. (a) Mapa da fazenda em que haverá o plantio da cana-de-açúcar. (b) Aproximação do mapa a um retângulo e representação de defeitos.



Figura 12. Placa defeituosa e placa a tratar.

Utilizando a proposta de Vianna e Arenales (2006) para problema de corte de placas defeituosas, o modelo (2)-(8) pode ser resolvido com o auxílio da abordagem Grafo E/OU para representar as possíveis soluções e de um método de enumeração implícita para geração dos talhões, como ilustrado na Figura 13.

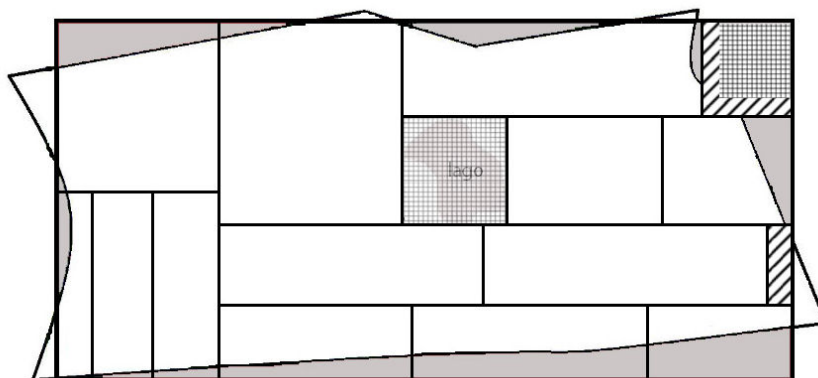


Figura 13. Alocação ótima dos talhões sobre a placa.

A próxima etapa da metodologia é adaptar a solução encontrada pelo modelo, exemplificada na Figura 13, à área real de plantio da cana-de-açúcar, definindo os talhões sobre a área de plantio, conforme mostra a Figura 14.

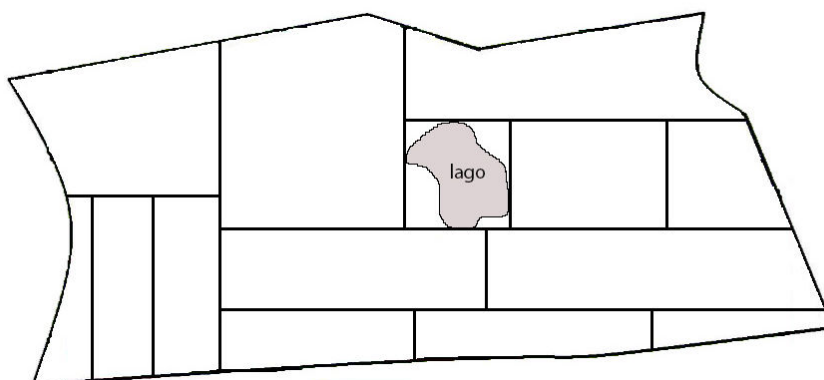


Figura 14. Solução do modelo adaptada à área de plantio.

Com os talhões definidos, a etapa seguinte é planejar a variedade de cana-de-açúcar a plantar em cada talhão e o período do ano em que ocorrerá o plantio, visando a otimizar a produção da cana-de-açúcar.

## 5.2 Problema de planejamento do plantio

Dado que o terreno já esteja dividido em talhões, o passo seguinte é planejar o plantio da cana-de-açúcar, ou seja, planejar qual a variedade de cana-de-açúcar e em qual período do ano deve ser plantada em cada talhão. Assim, é proposto aqui um

modelo matemático para determinar ambos os parâmetros, de forma a maximizar a produção total da cana-de-açúcar ao longo de cinco anos, ou seja, de quatro cortes.

Para a formulação do modelo, consideraram-se duas épocas de plantio. A primeira, quando a cana-de-açúcar é plantada nos meses de janeiro, fevereiro ou março, denominada de "cana de ano e meio", pois permanece no campo por aproximadamente 18 meses até a colheita; a segunda, quando a cana-de-açúcar é plantada entre os meses de setembro e outubro, denominada de "cana de ano", pois permanece no campo por aproximadamente 12 meses até a colheita. Foi considerado que o momento de colheita ideal para "cana de ano e meio" no primeiro corte é 18 meses após o plantio devido à maturação desta; entretanto a perda da qualidade é pequena quando a cana-de-açúcar é colhida no intervalo de 2 meses antes até 2 meses depois dos 18 meses. Dessa forma, tem-se um intervalo de 16 a 20 meses a partir do plantio para a realização do primeiro corte. Para a "cana de ano", o momento ideal da colheita é 12 meses após o plantio; no entanto a cana-de-açúcar pode ser colhida de 2 meses antes até 2 meses depois de completar 12 meses sem muita perda de qualidade, assim, tem-se um intervalo de 10 a 14 meses depois do plantio para a realização do primeiro corte. Do segundo corte em diante, tanto a "cana de ano e meio" quanto a "cana de ano" devem ser colhidas com 12 meses depois do corte, foi considerado no modelo o intervalo entre 10 e 14 meses para ocorrer a próxima colheita da cana-de-açúcar.

A Figura 15 ilustra um planejamento de 5 anos (60 meses) do plantio de uma cana de ano e meio da variedade  $i$  plantada no talhão  $j$ . Neste planejamento supõe-se que no primeiro ano a cana-de-açúcar deverá ser plantada no período  $\bar{t}_j$ . O primeiro corte deverá ser realizado preferencialmente dezoito meses depois do plantio, podendo variar dois meses para mais ou para menos, ou seja, o primeiro corte deverá ser realizado em um período  $t_1$  do intervalo  $[\bar{t}_j + 16, \bar{t}_j + 20]$  meses. O segundo corte deverá ser realizado mais ou menos 12 meses depois de  $t_1$ , no tempo  $t_2$  pertencente ao intervalo  $[t_1 + 12, t_1 + 14]$  meses. E assim sucessivamente. Desta forma, durante os 5 anos de planejados, a cana-de-açúcar será sempre colhida no período de alta produtividade.

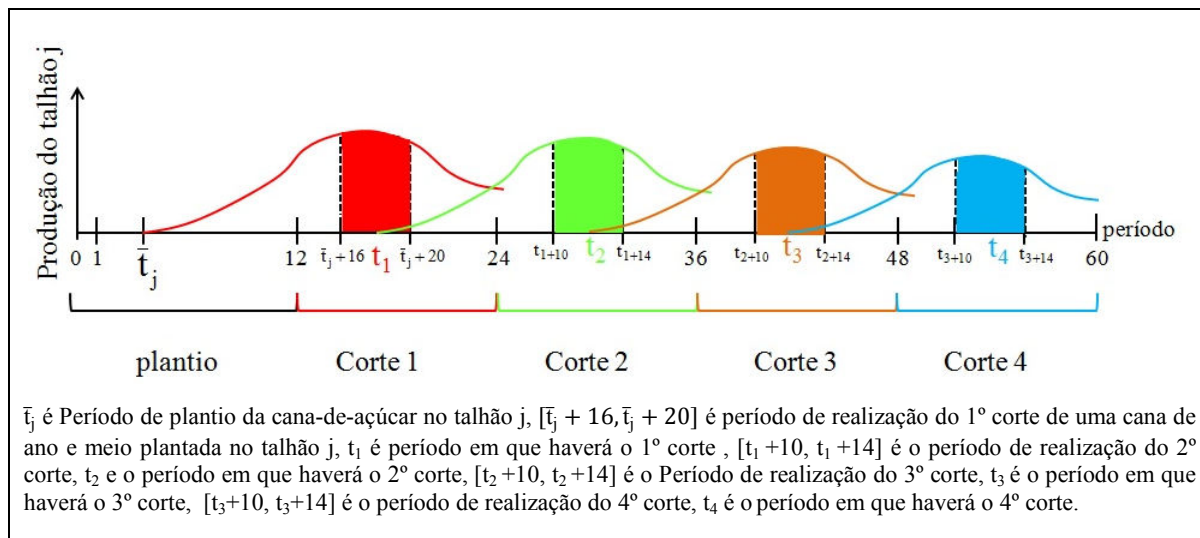


Figura 15. Planejamento do plantio e colheita do talhão  $j$ .

Seja  $P^1_{ia}$  a produtividade da variedade  $i$  quando colhida  $a$  meses após seu plantio ou seja no primeiro corte. A produtividade da cana-de-açúcar varia com o número do corte ( $C$ ), a variedade ( $i$ ) e o tempo de maturação ( $a$ ). Lembrando-se que no primeiro corte o tempo ideal para maturação é 18 meses para cana de ano e meio e 12 para cana de ano, sugere-se por facilidade de cálculos e melhor estratégia de escolha de período de plantio e colheita no modelo a ser apresentado que a produtividade da variedade  $i$  no primeiro corte seja dada pela função:

- Se  $i$  for uma variedade de cana de ano, então

$$P^1_{ia} = \begin{cases} P^1_i(a) \geq 0, & \text{se } a \in [10, 14] \\ 0 & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

- Se  $i$  for uma variedade de cana de ano e meio, então

$$P^1_{ia} = \begin{cases} P^1_i(a) \geq 0, & \text{se } a \in [16, 20] \\ 0 & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

A representação gráfica da função  $P^1_{ia}$  para os casos da cana de ano e ano e meio, estão esboçadas na Figura 16.

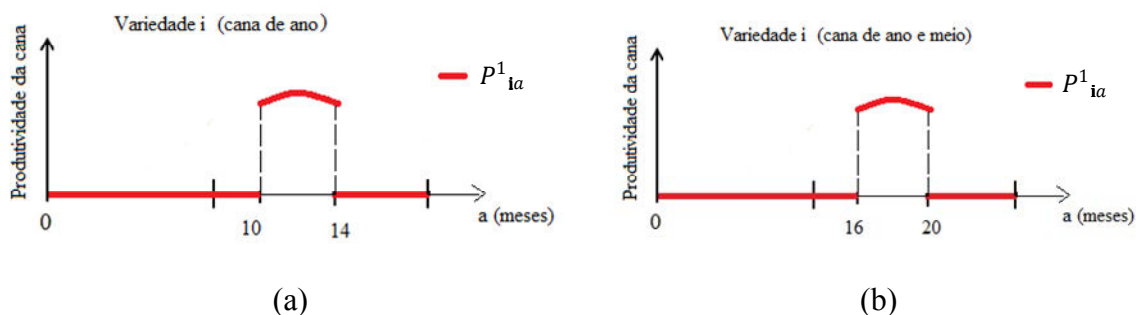


Figura 16. (a) Representação gráfica da função  $P^1_{ia}$  para o caso da cana de ano. (b) Representação gráfica da função  $P^1_{ia}$  para o caso da cana de ano e meio.

A partir do segundo corte a cana é sempre cortada próximo de 12 meses após o corte anterior e a produtividade dependerá da variedade (i), do tempo que ela permanecerá no campo ( $a$ ) e do número de cortes ( $C$ ). Assim, a produtividade da variedade  $i$  quando colhida  $a$  meses após o último corte,  $P^C_{ia}$ ,  $C \geq 2$ , é definida da seguinte forma:

$$P^C_{ia} = \begin{cases} P^C_i(a) \geq 0, & \text{se } a \in [10, 14] \\ 0 & \text{em caso contrário} \end{cases}, \quad C \geq 2$$

A representação gráfica da função  $P^C_{ia}$  está esboçada na Figura 17.

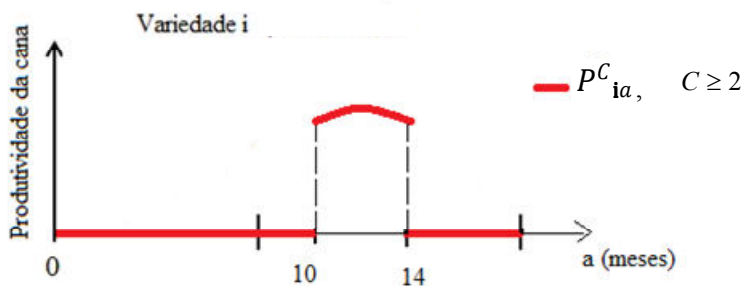


Figura 17. Representação gráfica da função  $P^C_{ia}$ .

Sejam  $x_{ijt}$  e  $y_{jt}$  as variáveis do modelo, tais que  $x_{ijt}=1$  implica que a variedade  $i$  será plantada no talhão  $j$  no instante  $t$  e  $x_{ijt}=0$  em caso contrário,  $y_{jt}=1$  implica que a cana-de-açúcar plantada no talhão  $j$  será colhida no instante  $t$  e  $y_{jt}=0$  em caso contrário. Segue o modelo proposto.

$$\max \left( \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n \sum_{\bar{t} \in I_{plantio}} \sum_{t_1=\bar{t}+10}^{\bar{t}+20} (P^1_{i(t_1-\bar{t})} x_{ijt} y_{jt_1} L_j + \sum_{t_2=t_1+10}^{t_1+14} (P^2_{i(t_2-t_1)} y_{jt_2} L_j + \sum_{t_3=t_2+10}^{t_2+14} (P^3_{i(t_3-t_2)} y_{jt_3} L_j + \sum_{t_4=t_3+10}^{t_3+14} P^4_{i(t_4-t_3)} y_{jt_4} L_j))) \right) \quad (9)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\bar{t} \in I_{plantio}} x_{ij\bar{t}} = 1 \quad j = 1, \dots, k \quad (10)$$

$$\bar{t}_j = \sum_{i=1}^n \sum_{\bar{t} \in I_{plantio}} x_{ij\bar{t}} i \quad j = 1, \dots, k \quad (11)$$

$$\bar{t}_j = \sum_{\bar{t} \in I_{plantio}} x_{ij\bar{t}} \bar{t} \quad j = 1, \dots, k \quad (12)$$

$$\sum_{t=\bar{t}_j+10}^{\bar{t}_j+20} y_{jt} = 1 \quad j = 1, \dots, k \quad (13)$$

$$t_{1j} = \sum_{t=\bar{t}_j+10}^{\bar{t}_j+20} y_{jt} t \quad j = 1, \dots, k \quad (14)$$

$$\sum_{t=t_c+10}^{t_c+14} y_{jt} = 1 \quad j = 1, \dots, k \quad c = 1, 2, 3 \quad (15)$$

$$t_{(c+1)j} = \sum_{t=t_{c_j}+10}^{t_{c_j}+14} y_{jt} t \quad j = 1, \dots, k \quad c = 1, 2, 3 \quad (16)$$

$$\sum_{j=1}^k A_{ijc(t_{c_j}-t_{(c-1)j})} y_{jt_{c_j}} \geq D_c \quad c = 1, 2, 3, 4 \quad t_{0j} = \bar{t}_j \quad (17)$$

$$FI \leq \sum_{j=1}^k F_{ijc(t_{c_j}-t_{(c-1)j})} y_{jt_{c_j}} \leq FS \quad c = 1, 2, 3, 4 \quad t_{0j} = \bar{t}_j \quad (18)$$

$$\sum_{t=1}^{t_j} \sum_{j=1}^k L_j x_{ijt} \leq 0,15 \quad i = 1, \dots, n \quad (19)$$

$$MI \leq \sum_{j=1}^k L_j P^c_{i_j(t_{c_j}-t_{(c-1)j})} y_{jt_{c_j}} \leq MS \quad c = 1, 2, 3, 4 \quad t_{0j} = \bar{t}_j \quad (20)$$

$$x_{ijt} = 1 \text{ ou } 0 \quad i = 1, \dots, n \quad j = 1, \dots, k \quad t = 1, \dots, 60 \quad (21)$$

$$y_{jt} = 1 \text{ ou } 0 \quad j = 1, \dots, k \quad t = 1, \dots, 60 \quad (22)$$

Em que:  $i = 1, 2, \dots, n$  são índices associados as variedades,  $j = 1, 2, \dots, k$  índices associados aos talhões,  $t = 1, 2, \dots, 60$  são os índices associados aos períodos em meses, ou seja o horizonte de planejamento é de 60 meses;  $L_j = l_j \cdot w_j \cdot 10^{-4}$  é a área do talhão  $j$  em ha,  $P_{ia}^c$  é a produtividade em toneladas da variedade  $i$  da cana-de-açúcar que permanece no campo por um tempo de  $a$ (meses) quando realizado  $c$ -ésimo corte,  $A_{ica}$  é a produtividade de Pol da variedade  $i$  em  $t \cdot \text{ha}^{-1}$  da cana-de-açúcar que permanece no campo por um tempo de  $a$ (meses) quando realizado  $c$ -ésimo corte,  $D_c$  é a demanda de açúcar da usina em toneladas no ano  $c$  da colheita,  $F_{ica}$  é a quantidade de fibra estimada para a cana-de-açúcar de variedade  $i$  que permanece no campo por um tempo de  $a$ (meses) quando realizado  $c$ -ésimo corte,  $FI$  e  $FS$  são os limitantes inferior e superior estabelecidos para a fibra da cana-de-açúcar em qualquer tempo, em geral usa-se  $FI = 8\%$  e  $FS = 14\%$ ,  $MI$  e  $MS$  são as capacidades mínima e máxima da indústria para moagem da cana-de-açúcar.

O modelo determina qual o período  $t$  e qual a variedade  $i$  de cana-de-açúcar deverá ser plantada em cada talhão  $j$ , de forma a maximizar a função objetivo (9), ou seja maximizar a produção da cana-de-açúcar nos 4 cortes, as restrições (10) garantem que haverá plantio da cana-de-açúcar em todo talhão  $j$  no primeiro ano, nos meses de Setembro ( $t=9$ ) e Outubro ( $t=10$ ) (cana de ano), e/ou nos meses de Janeiro ( $t=1$ ), Fevereiro ( $t=2$ ) e Março ( $t=3$ ) (cana de ano e meio), as equações (11) definem  $\bar{t}_j$ , ou seja, a variedade a ser plantada no talhão  $j$ , as equações (12) definem  $\bar{t}_j$ , ou seja, o mês de plantio em cada talhão  $j$  no ano um, as restrições (13) garantem que haverá colheita da cana-de-açúcar plantada em cada talhão  $j$  no primeiro corte, as equações (14) definem  $t_{1j}$ , ou seja, o período que haverá o primeiro corte no talhão  $j$ , as restrições (15) garantem que haverá a colheita da cana-de-açúcar em todos os talhões nos cortes 2, 3, 4, as equações (16) definem  $t_c$ ,  $c=2,3,4$ , ou seja, o período que haverá colheita da cana-de-açúcar em cada talhão  $j$  nos segundo, terceiro e quarto cortes, as restrições (17) garantem a demanda de Pol da usina em cada ano do planejamento, as restrições (18) garantem que sejam satisfeitas os limitantes inferior e superior de fibra requerida pela usina em todos os anos do planejamento, as restrições (19) garantem que as variedades sejam plantadas no máximo em 15% da área total destinada ao plantio e as restrições (20) garantem que seja satisfeita a capacidade da usina para moagem de cana-de-açúcar em todos os períodos de colheita. As

restrições (21) e (22) definem as variáveis do problema como variáveis binárias. O  $I_{plantio}$  é o conjunto de índices associados aos meses apropriados ao plantio, ou seja, janeiro, fevereiro, março, setembro e outubro.

O problema (9)-(22) é um PPNLI 0-1 de difícil resolução, principalmente quando se tem números elevados de talhões e variedades. O número de talhões nas usinas atuais inviabilizam a resolução deste por técnicas de otimização exatas, assim deve-se investigar métodos heurísticos para determinar boas soluções factíveis. É proposto aqui um Algoritmo Genético, o qual está apresentado a seguir.

### 5.3 Algoritmo genético para resolução do modelo: GA\_PLANTIO

Propõe-se, aqui, um Algoritmo Genético para a resolução do PPNLI 0-1 formulado em (9)-(22).

Algoritmo GA\_PLANTIO:

#### 5.3.1 Estruturação do cromossomo (ou indivíduo)

O primeiro passo é a criação dos indivíduos da população, os quais são dados por uma matriz de  $j$  colunas representando os talhões e 41 linhas destinadas aos meses de plantio e colheita. As cinco primeiras linhas representam os meses de janeiro, fevereiro, março, setembro e outubro do primeiro ano, meses destinados ao plantio da cana-de-açúcar; as demais linhas, os períodos de colheita para os quatro cortes, variando de abril a dezembro para cada corte, conforme a Figura 18. Cada indivíduo é gerado utilizando uma heurística aleatória/construtiva de forma a respeitar as restrições de períodos de corte [(13), (14), (15) e (16)] para cada talhão.

Na Figura 18, apresenta-se o exemplo de planejamento de um talhão, onde se plantará variedade 2 no talhão 1 no mês de janeiro (primeira linha, ano1), ou seja, cana de ano e meio (18 meses); como decorrência, poderá ser colhida no intervalo de abril (16 meses) a agosto (20 meses) do ano 2 (primeiro corte); o primeiro corte poderá ser realizado em junho (18 meses após o plantio). Após o primeiro corte, a cana-de-açúcar passa a ser colhida com aproximadamente



12 meses, ou seja, dentro de um intervalo de 10 a 14 meses após o corte anterior. Como consequência, o segundo corte poderá ser realizado entre os meses de abril (10 meses) e agosto (14 meses) do ano 3, sugerindo-se o mês de julho (13 meses após o primeiro corte). Já o terceiro corte poderá ser realizado entre os meses de maio (10 meses) e setembro (14 meses) do ano 4. Foi sugerido que o terceiro corte ocorresse no mês de setembro (14 meses após o segundo corte). O quarto corte poderá ocorrer entre os meses de julho (10 meses) e novembro (14 meses), porém sugeriu-se o mês de outubro do ano 5 (13 meses após o terceiro corte);

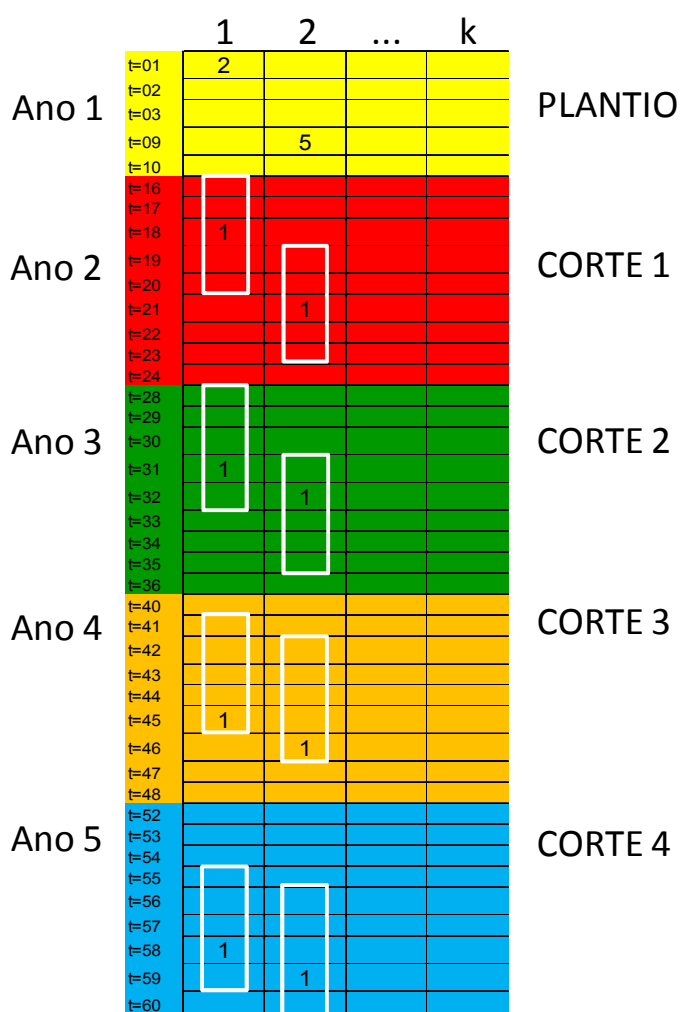


Figura 18. Estrutura do cromossomo

### 5.3.2 Geração da população inicial

O segundo passo é a geração da população inicial composta de  $NP$  indivíduos. Para a criação desses indivíduos, escolhem-se, aleatoriamente,

dentre as variedades adaptáveis ao solo local e enumeradas 1, ..., n, quais e em que período serão plantadas nos k talhões. Os meses de colheita são escolhidos aleatoriamente, respeitando as restrições de períodos de corte [(13), (14), (15) e (16)] para cada talhão, conforme a Figura 18. Após a criação da população inicial, todos os indivíduos são avaliados;

### 5.3.3 Avaliação dos indivíduos

A avaliação de cada indivíduo é feita a partir do valor de sua aptidão (ou *fitness*). O *fitness* de cada indivíduo é medido da seguinte forma:

$$f_{ind} = FO_{ind} - p_{ind}$$

Em que  $f_{ind}$ ,  $FO_{ind}$  e  $p_{ind}$ , são respectivamente o *fitness*, o valor da função objetivo e a penalização do indivíduo *ind*. A penalização  $p_{ind}$  do indivíduo *ind* é zero, se o indivíduo for factível, e assume um valor real maior que zero, se for uma solução infactível. O valor de  $p_{ind}$  para indivíduos infactíveis é proporcional à infactibilidade da solução; quanto maior a infactibilidade, maior o valor de  $p_{ind}$ . Em todas as iterações, uma cópia do melhor indivíduo, com maior aptidão, é armazenada em um campo chamado elite. A cada iteração, seleciona-se o indivíduo mais apto, comparando-o à elite anterior e a elite é atualizada. Após todos os indivíduos serem avaliados, aplicam-se os operadores genéticos;

### 5.3.4 Operadores genéticos

Os indivíduos da população evoluem de acordo com operadores genéticos de seleção, de cruzamento (*crossover*) e de mutação, de forma a que promova uma tendência de os indivíduos representarem soluções cada vez melhores, à medida que o processo evolutivo continua.

5.3.4.1 *Seleção*: Em todas as iterações, parte da população (Pc%) é copiada em uma população intermediária para realizar *crossover*. A seleção dos indivíduos a copiar é realizada pelo método da roleta (HOLLAND, 1992);

5.3.4.2 *Crossover*: Faz-se o *crossover* escolhendo-se aleatoriamente, dois dos indivíduos copiados pela seleção (pai 1 e pai 2) e realizando-se, em seguida, um sorteio aleatório de um local de corte dentre as colunas das matrizes representantes

desses indivíduos. Esse processo auxilia a separação dos genes que formarão dois novos indivíduos (filho 1 e filho 2), conservando características dos pais, como se pode observar na Figura 19;

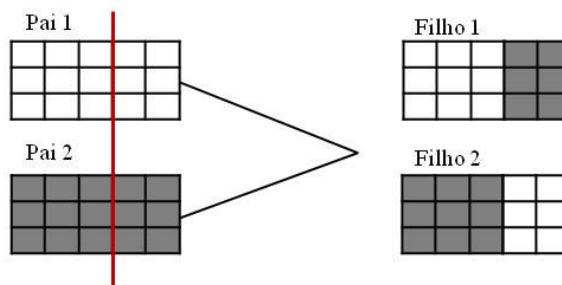


Figura 19. Processo de *crossover*

5.3.4.3. *Mutação*: Depois de passar pelo *crossover*, são escolhidos, aleatoriamente, indivíduos da geração atual para a mutação. Procedese a um sorteio para cada indivíduo da população com probabilidade muito baixa ( $pm < 0,05$ ) de haver mudança no valor de alguns de seus genes. Se for favorável à mudança, o número sorteado para um dado indivíduo for inferior a  $pm$ , procede-se ao sorteio (ou escolha, ou troca) de qual gene sofrerá mudança, assim como o novo valor a inserir nesse gene. Feito isso, os indivíduos são reavaliados (Calcula-se o *fitness*) e os *NP* melhores, dentre os indivíduos da população anterior e os filhos produzidos, formarão a nova população. No caso de não ser satisfeito o critério de parada, atualiza-se a elite e aplicam-se os operadores de seleção, de *crossover* e de mutação (ou seja, volta ao passo 5.3.4.1.);

### 5.3.5 Parada

A parada é feita pelo número de gerações. O processo é repetido, a partir do passo 5.3.4.1, um número  $G$  vezes e considera-se a solução ótima aproximada a que apresentar a melhor aptidão na geração final, ou seja, na elite final.

No capítulo seguinte, exibem-se os resultados para implementar essa metodologia de planejamento de plantio.

## **6 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Neste capítulo são apresentados alguns resultados da aplicação da metodologia proposta para o planejamento do plantio.

A metodologia foi dividida em duas partes, a primeira consiste na alocação de talhões a área de plantio. Esta parte da metodologia é feita resolvendo o “Problema de alocação dos talhões” discutido no item 5.1.

Para aplicação da segunda parte da metodologia foi considerado que os terrenos a serem plantados já estão divididos em talhões, cabendo nesta etapa a decisão de qual variedade deve ser plantada em cada talhão e o período do ano que isto ocorrerá de forma a maximizar a produção da cana-de-açúcar nos 5 anos do planejamento. Nesta etapa da metodologia, o “Problema de planejamento” discutido no item 5.2 foi resolvido utilizando o algoritmo GA\_PLANTIO. A metodologia foi aplicada utilizando duas instâncias aleatórias e também a uma fazenda real da região de Ourinhos-SP.

### **6.1 Aplicação da metodologia de alocação de talhões a uma área**

Para aplicação da metodologia de alocação de talhões a uma área de plantio foram consideradas áreas planas, com até 4% de declividade. Foram consideradas duas regiões reais, a primeira (região 1) possui uma área de 178,84 hectares, a segunda (região 2) com uma área de 101,69 hectares. Para as duas regiões foram calculados os números de manobras das colhedoras antes e depois da aplicação da metodologia de alocação.

Para a geração dos talhões, foi utilizando o modelo proposto (2)-(8). Os valores limites das dimensões dos talhões considerado estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Valores limites de dimensão dos talhões considerados para

$E$	$\text{Área}_{inf}$	$\text{Área}_{sup}$	$w_{inf}$	$w_{sup}$	$l_{inf}$	$l_{sup}$	$p$
1,5	80000	190000	600	800	150	400	50

Em que:

$E$  é o espaçamento entre as linhas da cana-de-açúcar para a colheita mecanizada em metros;

$\text{Área}_{inf}$  limitante inferior de área ( $\text{m}^2$ );

$\text{Área}_{sup}$  limitante superior de área ( $\text{m}^2$ );

$w_{inf}$  limitante inferior de largura (m);

$w_{sup}$  limitante superior de largura (m);

$l_{inf}$  limitante inferior de comprimento (m);

$l_{sup}$  limitante superior de comprimento (m);

$p$  limitante em porcentagem para a largura em relação ao comprimento.

A metodologia inicia-se tomando o mapa da região onde serão alocados os talhões. Na Figura 20 (a) é apresentado um mapa da região 1 com a divisão atual dos talhões e na Figura 20 (b) a área da região 1 sem formações de talhões. Observa-se que os talhões apresentados na Figura 20 (a) são apropriados para colheita manual, apresentando formas irregulares e não recomendadas para colheita mecanizada.

A segunda parte da metodologia consiste em aproximar a região a ser trabalhada por um grande retângulo e separar as partes com defeitos, ou seja, onde não pode haver alocação de retângulos. A Figura 21 (a) apresenta o retângulo aproximado da área da região 1. Na Figura 21 (b) é representada a região, considerando como defeito as partes onde não se pode realizar o plantio de cana-de-açúcar (lagos, estradas, edificações, etc).

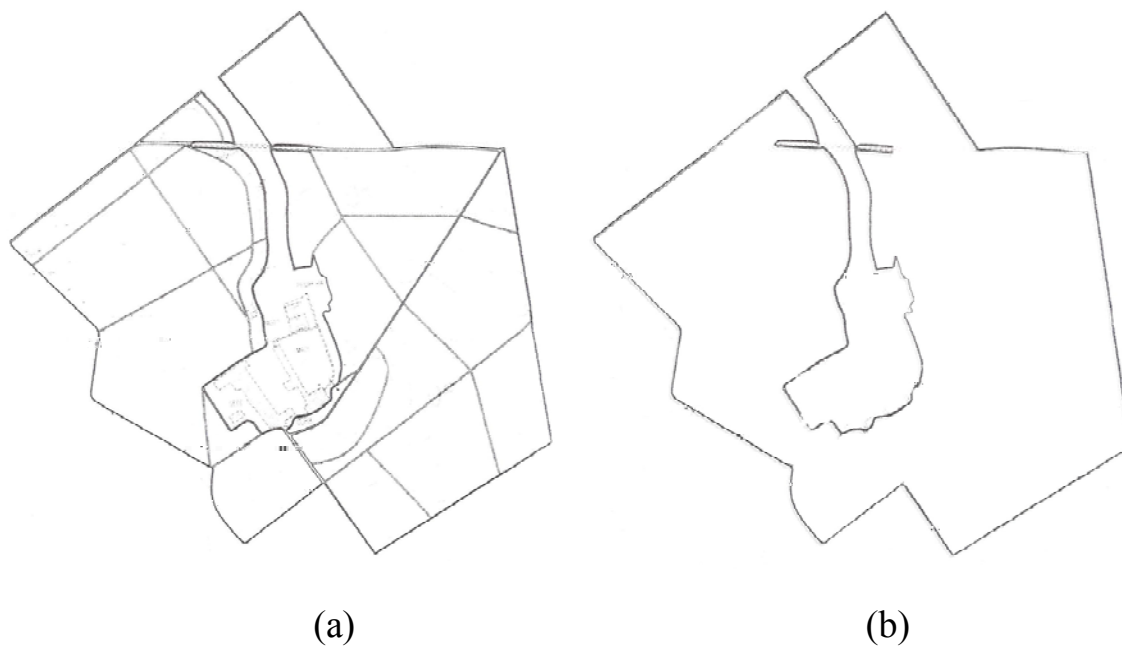


Figura 20. (a) Mapa da região 1 com divisão real de talhões (b) Mapa da região 1 da fazenda considerada para aplicação da metodologia de alocação de talhões.

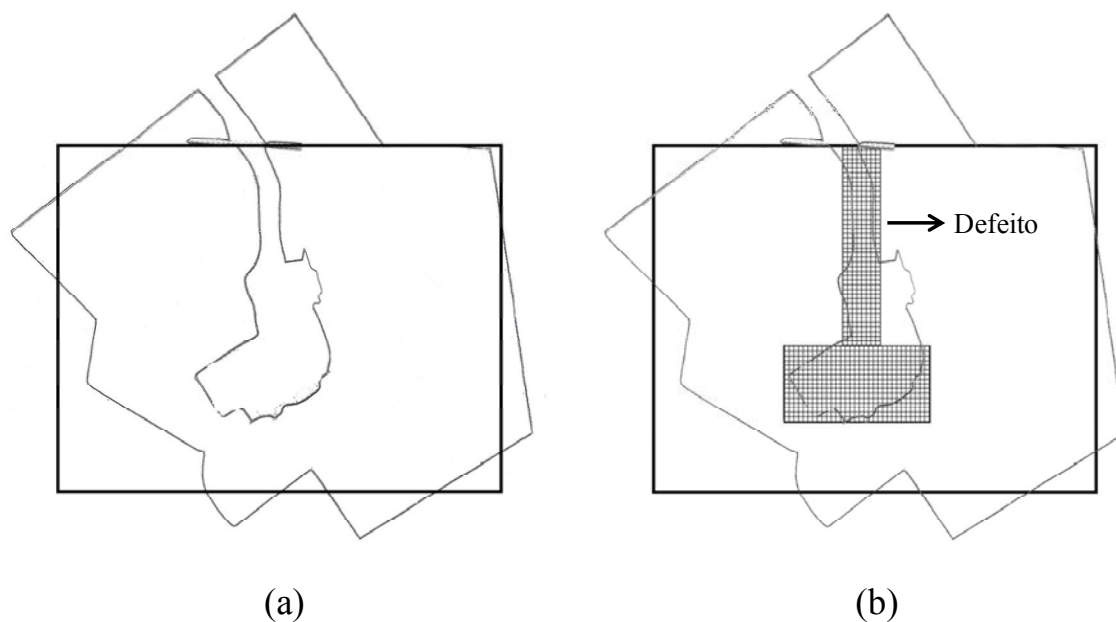


Figura 21. (a) Retângulo ajustado a área de plantio da região 1. (b) Representação do defeito.

A terceira parte consiste em dividir o retângulo em retângulos menores utilizando a metodologia discutida. A Figura 22 mostra a solução encontrada pela metodologia proposta, observa-se que a solução possui sete tipos de talhões e duas áreas com sobras, consequentemente nessas duas áreas não foi possível alocar talhões que atendessem as restrições impostas ao modelo.

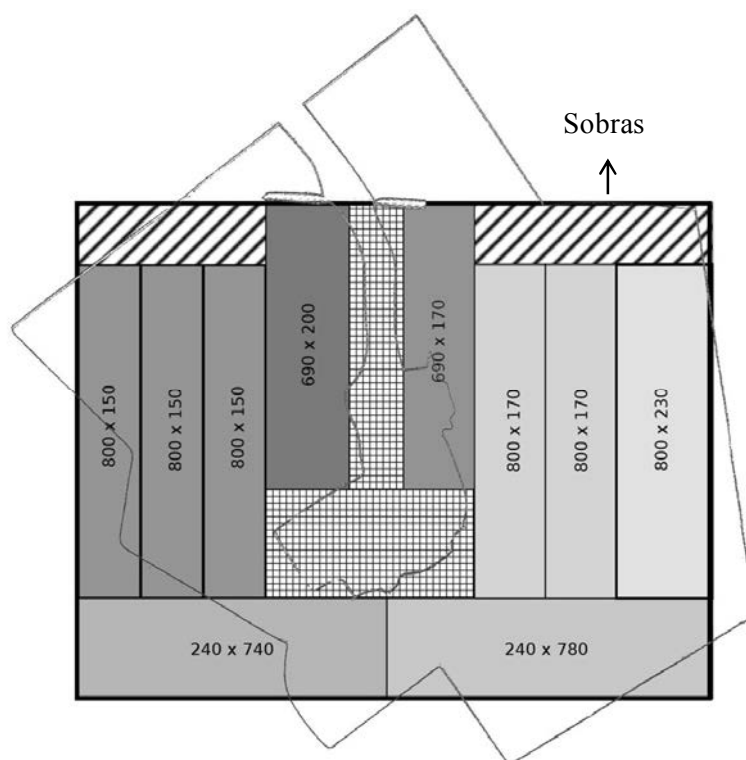


Figura 22. Solução encontrada pela metodologia de alocação de áreas menores no retângulo maior.

A quarta parte consiste em uma pós-otimização, ou seja, uma tomada de decisão para ajustar os retângulos a região de plantio. Este é um processo simples e realizado manualmente. Na Figura 23 encontra-se a solução final, ajustando os retângulos apresentados na Figura 22 a área de plantio da região 1.

Observa-se na Figura 23 que os 12 talhões foram determinados por um tomador de decisões, incorporando as sobras aos retângulos próximos (Figura 22). A região superior do mapa, onde foi formado o talhão 12, não foi incorporada a nenhum retângulo devido a suas dimensões já estarem dentro dos limites estabelecidos para formação de um talhão. O talhão 11 foi formado juntando-se a sobra esquerda da Figura 22 com o terreno adjacente a este, como mostra a Figura 23. As demais incorporações foram

feitas de forma mais conveniente ao tomador de decisão, satisfazendo as restrições impostas.

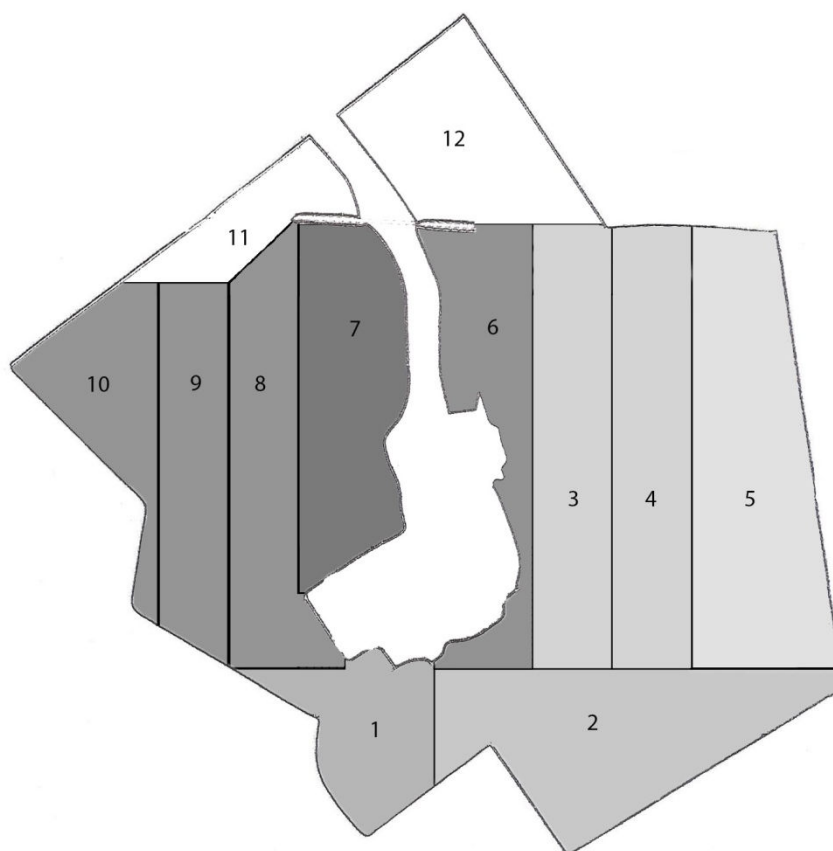


Figura 23. Solução encontrada pela metodologia de alocação de talhões à região 1.

Para análise da metodologia foi calculado o número de manobras da colhedora da cana-de-açúcar para a região 1 após a alocação dos talhões e comparado ao número de manobras que eram necessárias antes da aplicação da metodologia de alocação. O número de manobras da máquina colhedora antes da aplicação da metodologia era de 3694 e após a aplicação da metodologia esse número passou para 2193 manobras, representando uma redução de 40,63%, conseqüentemente, economizando 40,63% do combustível destinado a este manejo.

O mesmo processo foi realizado para a região 2 e está discutido a seguir. Na Figura 24 (a) encontra-se o mapa da região 2 com a divisão dos talhões e na Figura 24 (b) a área da região 2 sem divisão dos talhões.



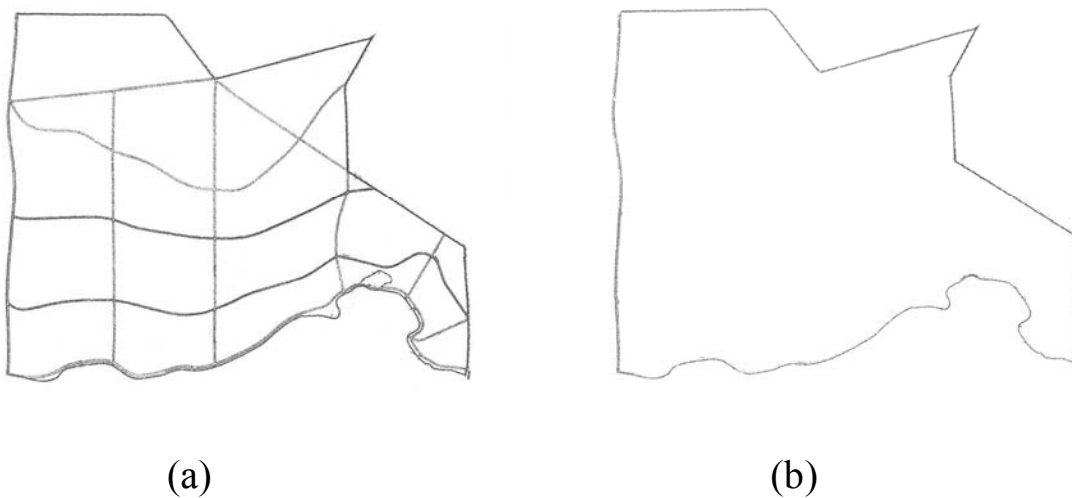


Figura 24. a) Mapa da área da região 2 da fazenda. (b) Região 2 da fazenda considerado para aplicação da metodologia.

A Figura 25 (a) mostra o ajuste do retângulo a área da região 2 e a Figura 25 (b) os defeitos.

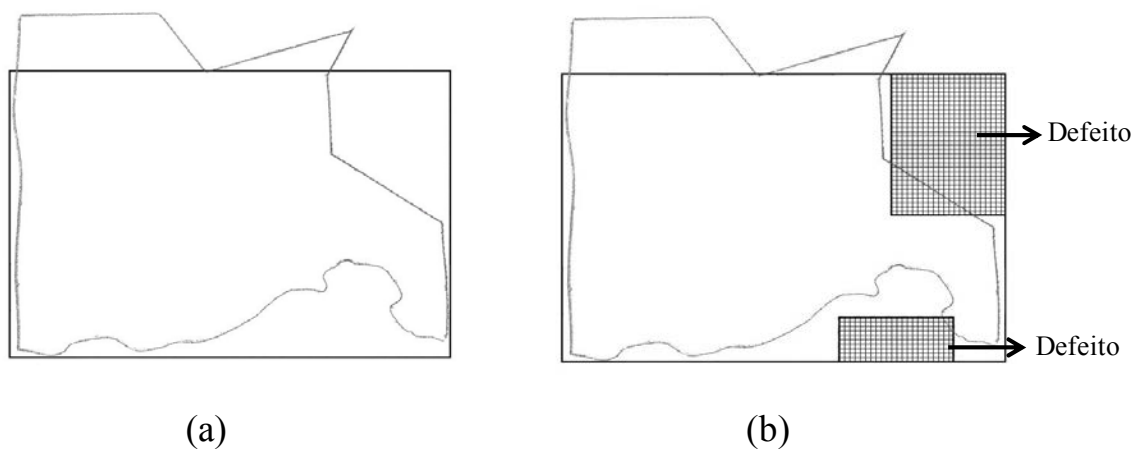


Figura 25. (a) Retângulo ajustado a área de plantio da região 2. (b) Representação dos defeitos.

Na Figura 26 é apresentado a solução encontrada pela metodologia proposta para alocação de itens. Nota-se que a solução possui quatro tipos de talhões e três áreas com sobras.

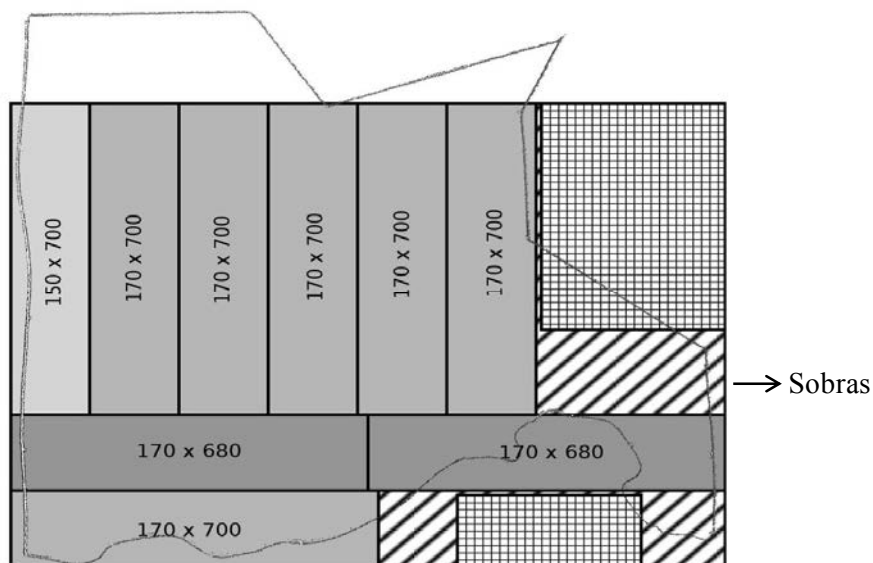


Figura 26. Solução encontrada pela metodologia de cortes.

Na Figura 27 encontra-se a solução de alocação de talhões a região

2.

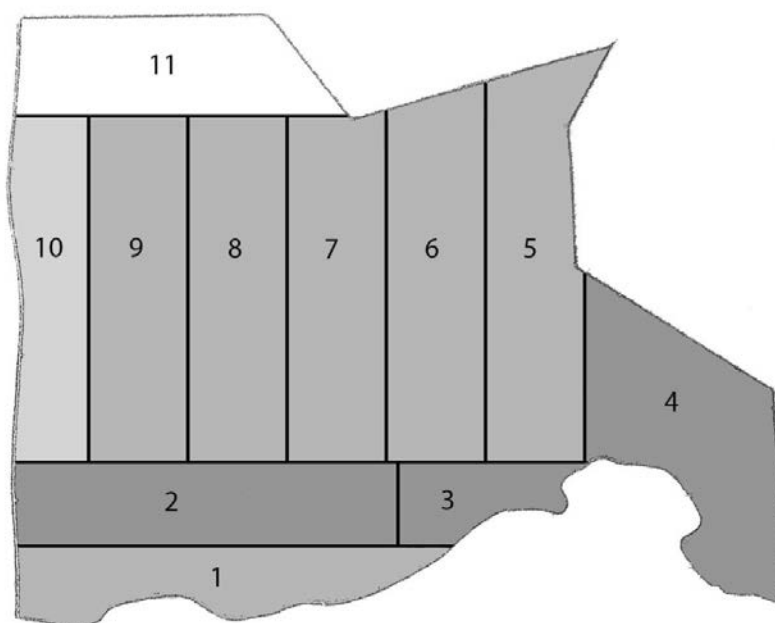


Figura 27. Solução encontrada pela metodologia de alocação de talhões a área de plantio da região 2.

Da mesma forma apresentada anteriormente, os 11 talhões mostrados na Figura 27 foram determinados incorporando as sobras aos retângulos próximos de forma conveniente ao tomador de decisões, respeitando todas as restrições impostas sobre as dimensões dos talhões. A região superior esquerda do mapa, onde foi formado o talhão

11, não foi incorporada a nenhum retângulo devido a suas dimensões já estarem dentro dos limites estabelecidos para formação de um talhão.

Neste caso, o número de manobras da colhedora era de 2802, e após a aplicação da metodologia esse número passou para 1413 manobras, representando uma redução de 49,57%.

## 6.2 Aplicação da metodologia de planejamento de plantio

Para um primeiro teste do planejamento de plantio utilizando a metodologia proposta, foram consideradas dez variedades de cana-de-açúcar consideradas a uma região hipotética de plantio, os dados para estas variedades estão apresentados na Tabela 2.

Tabela 2. Dados do primeiro corte das variedades consideradas para avaliação do modelo.

i. Variedade	Produtividade (t.ha <sup>-1</sup> )	Pol (%)	Fibra (%)
1. variedade 1	182,63	14,78	12,44
2. variedade 2	120,00	15,00	11,80
3. variedade 3	192,03	13,99	12,93
4. variedade 4	150,00	13,33	12,38
5. variedade 5	196,36	14,16	12,93
6. variedade 6	180,86	14,74	12,91
7. variedade 7	180,01	14,99	12,38
8. variedade 8	133,70	15,33	11,42
9. variedade 9	143,50	14,63	12,44
10. variedade 10	123,50	14,33	12,55

Para auxílio no planejamento do plantio destas variedades foi utilizado o modelo de otimização proposto (9)-(23) e este foi resolvido com o algoritmo genético GA\_PLANTIO. Os parâmetros necessários para a implementação deste algoritmo estão apresentados na Tabela 3.

Tabela 3. Parâmetros utilizados para implementação do GA\_PLANTIO.

<i>G</i>	<i>N</i>	<i>Pc</i>	<i>pm</i>	<i>n</i>
2500	200	0,8	0,05	10

Em que:

$G$  é o número máximo de gerações;

$N$  é o número de indivíduos da população;

$P_c$  é a taxa de *crossover*;

$pm$  é a taxa de mutação;

$i$  é o índice associado às variedades de cana-de-açúcar;

$n$  é o número de variedades de cana-de-açúcar.

Neste trabalho foram consideradas duas instâncias aleatórias de terrenos para plantio, com dimensões próximas a de terrenos reais. Na primeira instância usou-se uma área de 1002 hectares dividida em 40 talhões para cultivo (I1), na segunda, uma área de 1600 hectares dividida em 50 talhões (I2). A área de cada talhão foi gerada aleatoriamente, de forma que a soma das áreas dos talhões totaliza 1002 e 1600 hectares respectivamente para as instâncias I1 e I2. Na Tabela 4 são apresentados os parâmetros utilizados para cada instância.

Tabela 4: Parâmetros das duas instâncias implementadas.

	I1	I2
Área total (ha)	1002	1600
Número de talhões (J)	40	50
Prods <sup>1</sup> (toneladas)	25500	39000
Prodi <sup>2</sup> (toneladas)	9500	14000
Dpol <sup>3</sup> (toneladas)	1400	2100

1- Capacidade máxima de moagem por mês

2- Capacidade mínima de moagem por mês

3- Demanda mínima de Pol da usina por mês

Para garantir que as soluções encontradas pelo algoritmo GA\_PLANTIO sejam factíveis foram criadas funções de penalidade. Quando os indivíduos forem infactíveis a penalidade é proporcional a infactibilidade da solução, ou seja, quanto maior a infactibilidade maior é o seu valor de penalidade.

As funções de penalidade foram utilizadas para forçar a solução encontrada pelo algoritmo a atender as restrições de capacidade de moagem, demanda de Pol da usina e as restrições de fibra, visto que as demais restrições já são contempladas

pela própria estrutura dos indivíduos. As Equações a seguir apresentam as funções de penalidade de cada restrição.

$$Penprods_{ind} = \left( \frac{prod_{ind} - Prods}{40} \right)^2 \quad (24)$$

$$Penprodi_{ind} = \left( \frac{prod_{ind} - (Prodi - 1000)}{40} \right)^2 \quad (25)$$

$$Penpol_{ind} = \left( \frac{pol_{ind} - Dpol}{10} \right)^2 \quad (26)$$

$$Penfidra_{ind} = Fib_{ind} * 20000 \quad (27)$$

Em que:

$ind$  é o índice referente a um particular indivíduo;

$Penprods_{ind}$  é a penalidade sofrida pelo indivíduo  $ind$  por não satisfazer a restrição de produção máxima;

$Penprodi_{ind}$  é a penalidade sofrida pelo indivíduo  $ind$  por não satisfazer a restrição de produção mínima;

$Penpol_{ind}$  é a penalidade sofrida pelo indivíduo  $ind$  por não satisfazer as restrições de demanda mínima de Pol;

$Penfidra_{ind}$  é a penalidade sofrida pelo indivíduo  $ind$  por não satisfazer as restrições de fibra;

é o valor da produção obtido com a solução (indivíduo)  $ind$ ;

$pol_{ind}$  é o valor do Pol obtido com a solução (indivíduo)  $ind$ ;

$Fib_{ind}$  é o valor de fibra obtido com a solução (indivíduo)  $ind$ .

Com os dados apresentados, o algoritmo GA\_PLANTIO foi implementado para resolução do problema de planejamento de plantio representado pelo modelo de otimização (9)-(22), e os resultados estão apresentados nas Tabelas 5 e 6. Na Tabela 4 encontra-se o planejamento de plantio para a instância I1, apresentando as variedades plantadas em cada talhão e em que período do ano ocorreu esse plantio.

Tabela 5. Planejamento do plantio da cana-de-açúcar determinado pelo modelo de otimização para a instância I1.

Variedade a ser plantada	Talhões (J)	Área dos talhões (ha)	Área total (ha)	Mês de plantio
variedade 1	1, 17, 28, 31, 33, 37	33, 19, 15, 29, 32, 16	144	m <sub>2</sub> , m <sub>2</sub> , m <sub>3</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>3</sub>
variedade 3	3, 7, 13, 16, 19, 21, 24, 40	10, 15, 34, 17, 35, 35, 27, 13	186	m <sub>2</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>2</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>1</sub> , m <sub>3</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>2</sub>
variedade 4	6, 14, 22, 26, 34, 38, 39	15, 33, 15, 12, 38, 12, 17	142	m <sub>2</sub> , m <sub>3</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>2</sub> , m <sub>3</sub> , m <sub>3</sub> , m <sub>3</sub>
variedade 5	2, 5, 10, 29, 30, 32	35, 20, 25, 10, 28, 31	149	m <sub>3</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>2</sub> , m <sub>3</sub> , m <sub>2</sub> , m <sub>10</sub>
variedade 6	15, 19, 25, 35	38, 35, 36, 39	148	m <sub>9</sub> , m <sub>1</sub> , m <sub>2</sub> , m <sub>9</sub>
variedade 7	9, 11, 12, 20, 23, 27	20, 35, 26, 31, 15, 23	150	m <sub>2</sub> , m <sub>3</sub> , m <sub>1</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>2</sub> , m <sub>1</sub>
variedade 8	18	23	23	m <sub>2</sub>
variedade 9	8, 36	30, 30	60	m <sub>1</sub> , m <sub>1</sub>

m<sub>1</sub>= janeiro, m<sub>2</sub>= fevereiro, m<sub>3</sub>= março m<sub>9</sub>= setembro, m<sub>10</sub>= outubro

A Tabela 5 mostra que para a instância I1 o modelo proposto determinou oito variedades de cana-de-açúcar entre as dez disponíveis. Nota-se que a variedade 3 foi a que possuiu maior área de plantio com 186 hectares, sendo plantada em oito talhões. A variedade que apresentou a menor área de plantio foi a variedade 8 que foi plantada em apenas 1 talhão com área de 23 hectares. Em relação ao meses de plantio observa-se que entre os 40 talhões, 29 foram plantados como cana de ano e meio, em que 13 talhões foram plantados em fevereiro, 10 talhões em março e seis talhões em janeiro, e 11 talhões foram plantados como cana de ano, onde quatro talhões foram plantados em setembro e sete em outubro.

Na Tabela 6 observa-se que para a instância I2 o modelo proposto determinou oito variedades de cana-de-açúcar. A variedade 6 foi a que apresentou a maior área de plantio, com 240 hectares, seguida pelas variedades 5, 1 e 3 com 238, 237 e 236 hectares respectivamente. A variedade que apresentou a menor área de plantio foi a variedade 8 que foi plantada em apenas 2 talhões com área de 33 e 23 hectares. Quanto ao

mês de plantio verifica-se que entre os 50 talhões 34 foram plantados como cana de ano e meio, em que 16 talhões foram plantados em março, 11 talhões em fevereiro e sete talhões em janeiro, e 16 talhões foram plantados como cana de ano, onde quatro foram plantados em setembro e 12 talhões em outubro.

Tabela 6. Planejamento do plantio da cana-de-açúcar determinado pelo modelo de otimização para a instância I2.

Variedade a ser plantada	Talhões (J)	Área dos talhões (ha)	Área total (ha)	Mês de plantio
variedade 1	11, 19, 21, 23, 26, 36, 40, 42	35, 43, 19, 35, 34, 12, 28, 31	237	m <sub>2</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>3</sub> , m <sub>3</sub> , m <sub>3</sub> , m <sub>1</sub> , m <sub>2</sub> , m <sub>2</sub>
variedade 3	3, 7, 13, 14, 22, 25, 41, 45	10, 15, 34, 55, 23, 31, 29, 39	236	m <sub>3</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>1</sub> , m <sub>3</sub> , m <sub>3</sub> , m <sub>3</sub>
variedade 4	10, 17, 27, 34, 47, 48, 50	25, 33, 46, 55, 50, 12, 13	234	m <sub>1</sub> , m <sub>3</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>1</sub> , m <sub>2</sub> , m <sub>3</sub> , m <sub>3</sub>
variedade 5	2, 5, 8, 12, 28, 30, 43, 46	35, 20, 30, 26, 15, 27, 32, 53	238	m <sub>3</sub> , m <sub>1</sub> , m <sub>2</sub> , m <sub>2</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>10</sub>
variedade 6	15, 20, 24, 32, 35, 38, 39	60, 17, 51, 52, 35, 15, 10	240	m <sub>10</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>2</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>2</sub> , m <sub>10</sub>
variedade 7	6, 9, 29, 31, 33, 44, 49	15, 20, 15, 36, 45, 48, 56	235	m <sub>2</sub> , m <sub>3</sub> , m <sub>2</sub> , m <sub>1</sub> , m <sub>1</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>9</sub>
variedade 8	1, 37	33, 23	56	m <sub>3</sub> , m <sub>3</sub>
variedade 9	4, 16, 18	40, 46, 38	124	m <sub>2</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>1</sub>

m<sub>1</sub>= janeiro, m<sub>2</sub>= fevereiro, m<sub>3</sub>= março, m<sub>9</sub>= setembro, m<sub>10</sub>= outubro

Nas Tabelas 7 e 8 são apresentados os planejamentos da colheita da cana-de-açúcar para os quatro cortes das instâncias I1 e I2. Observa-se que o modelo matemático de otimização determinou em que período (mês) que a cana-de-açúcar plantada em cada talhão deve ser colhida de forma a maximizar a produção de cana-de-açúcar, atendendo as demandas de Pol, fibra e capacidade de moagem para cada um dos quatros cortes.

A Tabela 7 mostra que na instância I1, o mês em que mais talhões foram colhidos foi o de julho, com 25 talhões, seguido dos meses de setembro, maio e

novembro com 22, 20 e 20 talhões colhidos em cada mês. Os meses de dezembro e abril foram os que apresentaram menos talhões colhidos, sendo 10 e 14 talhões respectivamente.

A Tabela 8 mostra que na instância I2, o mês que houve mais talhões colhidos foi o de agosto, com 31 talhões, seguido pelos meses de novembro com 27 talhões e julho com 23 talhões. O mês que apresentou menor número de talhões colhido foi o de dezembro com 15 talhões.

Tabela 7. Planejamento dos períodos de colheita da cana-de-açúcar determinado pelo modelo de otimização para os quatros cortes em cada talhão da instância I1.

Talhão	1	2	3	4	5
Período de colheita	m <sub>6</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>4</sub>	m <sub>10</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>9</sub>	m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>9</sub>	m <sub>8</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>9</sub>	m <sub>10</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>10</sub>
Talhão	6	7	8	9	10
Período de colheita	m <sub>7</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub>	m <sub>11</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>11</sub>	m <sub>4</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>5</sub>	m <sub>5</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>9</sub>	m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>9</sub>
Talhão	11	12	13	14	15
Período de colheita	m <sub>5</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>6</sub>	m <sub>4</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>4</sub>	m <sub>6</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub>	m <sub>10</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>11</sub>	m <sub>9</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>12</sub>
Talhão	16	17	18	19	20
Período de colheita	m <sub>10</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>11</sub>	m <sub>7</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>9</sub>	m <sub>5</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>4</sub>	m <sub>6</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>8</sub>	m <sub>12</sub> , m <sub>12</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>11</sub>
Talhão	21	22	23	24	25
Período de colheita	m <sub>7</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>5</sub>	m <sub>11</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>11</sub>	m <sub>5</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>7</sub>	m <sub>11</sub> , m <sub>12</sub> , m <sub>12</sub> , m <sub>12</sub>	m <sub>4</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>8</sub>
Talhão	26	27	28	29	30
Período de colheita	m <sub>5</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub>	m <sub>6</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>8</sub>	m <sub>7</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub>	m <sub>7</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>9</sub>	m <sub>4</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>5</sub>
Talhão	31	32	33	34	35
Período de colheita	m <sub>12</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>12</sub>	m <sub>11</sub> , m <sub>12</sub> , m <sub>12</sub> , m <sub>10</sub>	m <sub>8</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>10</sub>	m <sub>8</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>9</sub>	m <sub>5</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>6</sub>
Talhão	36	37	38	39	40
Período de colheita	m <sub>5</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>6</sub>	m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>6</sub>	m <sub>6</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>9</sub>	m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>10</sub>	m <sub>5</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub>

m<sub>4</sub>=abril m<sub>5</sub>=maio m<sub>6</sub>=junho m<sub>7</sub>=julho m<sub>8</sub>=agosto m<sub>9</sub>=setembro m<sub>10</sub>=outubro m<sub>11</sub>=novembro m<sub>12</sub>=dezembro



Tabela 8. Planejamento dos períodos de colheita da cana-de-açúcar determinado pelo modelo de otimização para os quatros cortes em cada talhão da instância I2.

Talhão	1	2	3	4	5
Período de colheita	m <sub>4</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>5</sub>	m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>9</sub>	m <sub>7</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>9</sub>	m <sub>5</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>6</sub>	m <sub>10</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>11</sub>
Talhão	6	7	8	9	10
Período de colheita	m <sub>7</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>12</sub>	m <sub>11</sub> , m <sub>12</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>12</sub>	m <sub>12</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>12</sub> , m <sub>11</sub>	m <sub>7</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>11</sub>	m <sub>5</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub>
Talhão	11	12	13	14	15
Período de colheita	m <sub>8</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>11</sub>	m <sub>4</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>6</sub>	m <sub>10</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>9</sub>	m <sub>9</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>10</sub>	m <sub>9</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>12</sub>
Talhão	16	17	18	19	20
Período de colheita	m <sub>12</sub> , m <sub>12</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>11</sub>	m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>8</sub>	m <sub>6</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>8</sub>	m <sub>11</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>12</sub> , m <sub>11</sub>	m <sub>9</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>9</sub>
Talhão	21	22	23	24	25
Período de colheita	m <sub>5</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>8</sub>	m <sub>6</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>9</sub>	m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>6</sub>	m <sub>7</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>10</sub>	m <sub>8</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>9</sub>
Talhão	26	27	28	29	30
Período de colheita	m <sub>5</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>7</sub>	m <sub>9</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub>	m <sub>10</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>11</sub>	m <sub>6</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub>	m <sub>4</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>4</sub>
Talhão	31	32	33	34	35
Período de colheita	m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>9</sub>	m <sub>8</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>11</sub>	m <sub>5</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>4</sub>	m <sub>4</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>5</sub>	m <sub>10</sub> , m <sub>12</sub> , m <sub>12</sub> , m <sub>10</sub>
Talhão	36	37	38	39	40
Período de colheita	m <sub>6</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub>	m <sub>5</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>4</sub>	m <sub>5</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>5</sub>	m <sub>10</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>10</sub>	m <sub>4</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>6</sub>
Talhão	41	42	43	44	45
Período de colheita	m <sub>7</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>7</sub>	m <sub>6</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>10</sub>	m <sub>11</sub> , m <sub>12</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>12</sub>	m <sub>12</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>10</sub>	m <sub>5</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>5</sub>
Talhão	46	47	48	49	50
Período de colheita	m <sub>6</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>4</sub>	m <sub>4</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>7</sub>	m <sub>7</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>9</sub>	m <sub>10</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>12</sub> , m <sub>11</sub>	m <sub>6</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub>

m<sub>4</sub>=abril m<sub>5</sub>=maio m<sub>6</sub>=junho m<sub>7</sub>=julho m<sub>8</sub>=agosto m<sub>9</sub>=setembro m<sub>10</sub>=outubro m<sub>11</sub>=novembro m<sub>12</sub>=dezembro

Nas Tabelas 9 e 10 são apresentados os resultados gerais das estimativas de produção, Pol e fibra da cana-de-açúcar para cada corte. Nota-se que, como esperado, a produção e a Pol da cana-de-açúcar com o passar dos cortes foi diminuindo e a porcentagem de fibra se manteve próxima para os quatro cortes e satisfazendo os limites de 8 a 14 %.

Tabela 9. Resultado geral de produção, Pol e fibra de cana-de-açúcar determinado pelo modelo de otimização para os quatro cortes da instância I1.

Corte	Produção (t)	Pol (t)	Fibra (%)
1	169.369,63	23.644,62	12,72
2	144.347,81	21.721,75	12,72
3	127.940,77	20.170,37	12,83
4	116.107,18	17.500,95	12,88

Tabela 10. Resultado geral de produção, Pol e fibra de cana-de-açúcar determinado pelo modelo de otimização para os quatro cortes da instância I2.

Corte	Produção (t)	Pol (t)	Fibra (%)
1	269.744,17	37.959,90	12,69
2	232.637,19	34.700,60	12,75
3	201.611,12	31.751,79	12,82
4	182.391,60	27.902,11	12,88

Para avaliar a convergência do GA\_PLANTIO, o algoritmo foi executado 10 vezes para cada instância e foram obtidos a média, o desvio padrão e o coeficiente de variação para estas 10 observações, o resultado encontra-se na Tabela 11.

Tabela 11. Resultado total dos quatro cortes de Produção da cana-de-açúcar para 10 observações das instâncias I1 e I2.

	I1	I2
Produção média (t)	554.602,40	880.061,70
Desvio Padrão	2.700,05	6.766,19
Coeficiente de variação (%)	0,4868	0,7688

Nota-se que o coeficiente de variação foi baixo para as duas instâncias, mostrando que o algoritmo possui uma boa convergência.

Visando um estudo da convergência do algoritmo genético foi analisado o valor da função objetivo a cada iteração. Na Figura 28 é apresentada a estimativa de produção da cana-de-açúcar para os cinco anos de planejamento da instância I1 em cada iteração do algoritmo. Observa-se que a produção teve um acelerado aumento a partir da geração 1 até a geração 341, o que correspondeu a um incremento de 167.341,50 toneladas, já da geração 341 a última geração houve um lento incremento na produção, chegando a 5.114,66 toneladas, faixa na qual o algoritmo está se aproximando do valor ótimo.

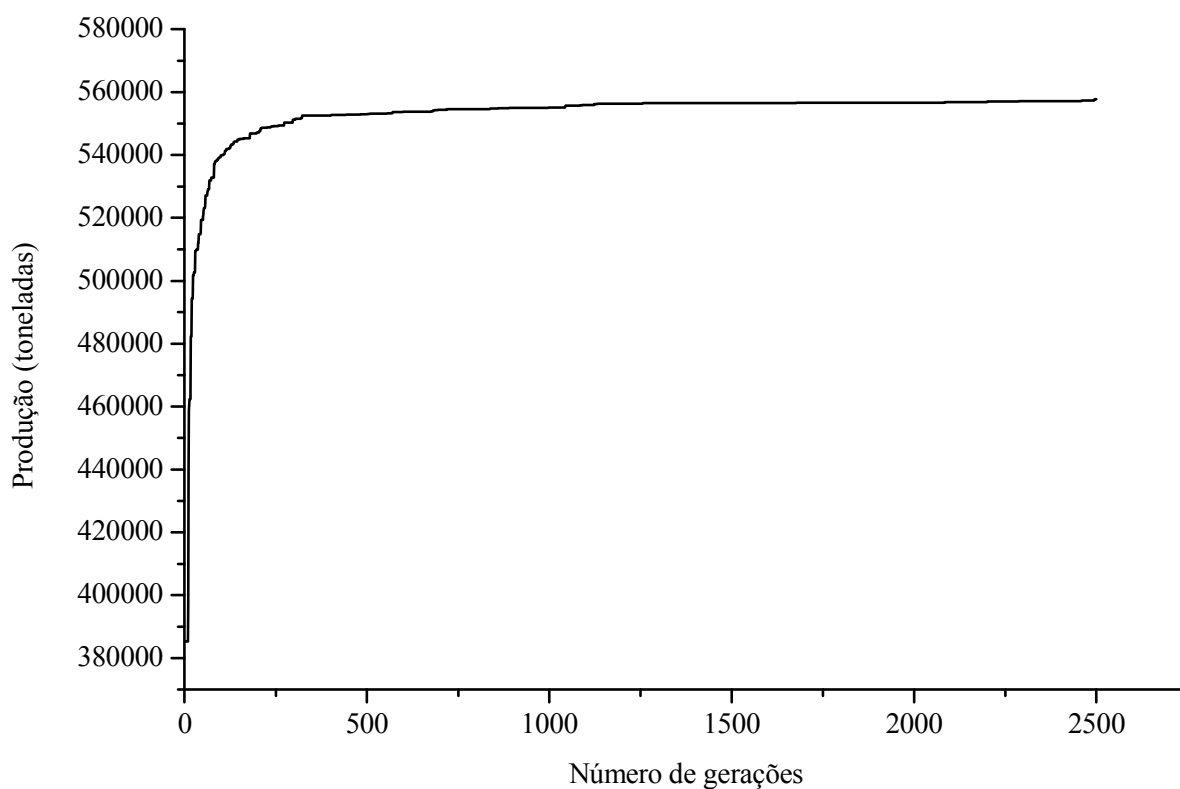


Figura 28. Produção de cana-de-açúcar em toneladas em função do número de gerações para I1

Na Figura 29 é apresentada a estimativa de produção da cana-de-açúcar na instância I2, observa-se que a produção variou de 146.219,40 a 866.127,80 toneladas da primeira geração a geração 353, um incremento na produção de 719.908,40 toneladas, já na faixa de estabilização, da geração 353 a última geração houve um lento incremento na produção de 20.053,51 toneladas.

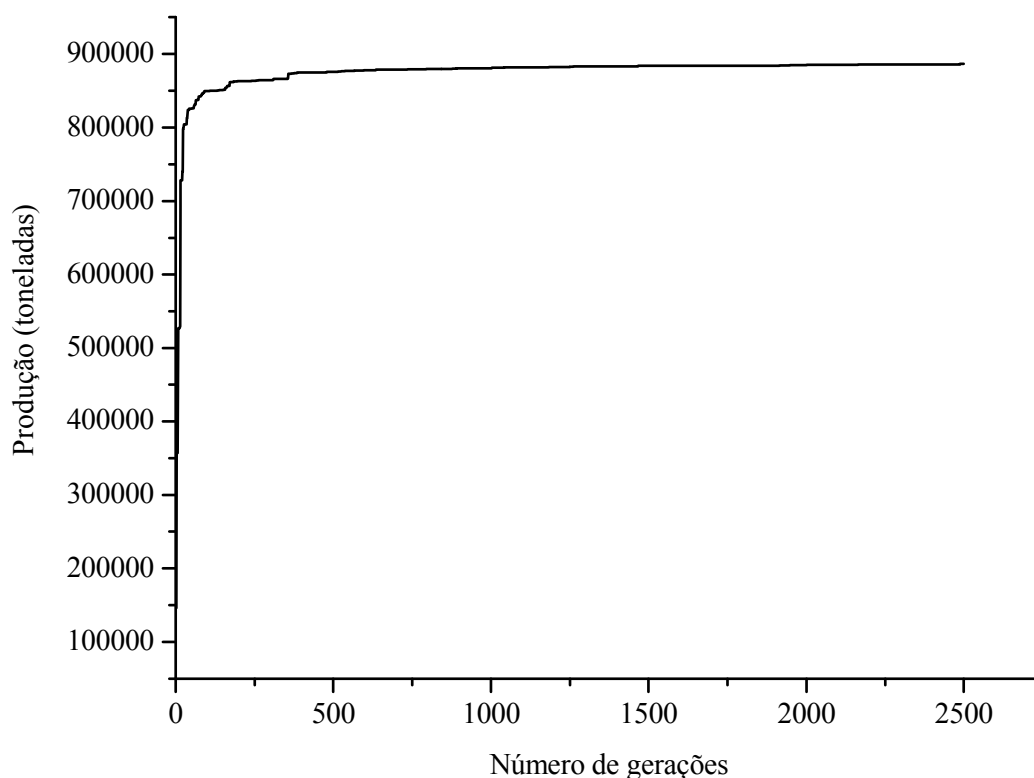


Figura 29. Produção de cana-de-açúcar em toneladas em função do número de gerações para I2

Observa-se que nas Figuras 28 e 29 há no início um aumento considerável na produção de cana-de-açúcar, e que a partir da geração 341 para instância I1 e 351 para instância I2 o aumento é menor, ou seja, nestes casos o número de talhões não interferiu na convergência do algoritmo GA\_PLANTIO. Outro fato importante é que o algoritmo aproxima com muita rapidez (em poucas iterações) da solução ótima.

### 6.3 Aplicação da metodologia de planejamento de plantio a uma área real

O modelo foi aplicado a uma fazenda que possui uma área de 183,12 hectares, dividida em 21 talhões onde são plantadas oitos variedades de cana-de-açúcar. Para aplicação da metodologia nesta fazenda foram utilizadas as oitos variedades já plantadas e adicionadas mais 10 variedades, totalizando 18 variedades possíveis de serem escolhidas para plantio, sendo que as oito primeiras variedades são as que já estavam plantadas na área, essas variedades e suas informações são apresentadas na Tabela 12.

Tabela 12. Dados médios do primeiro corte das variedades utilizadas para implementação do modelo na área da fazenda.

i. Variedade	Produtividade (t.ha <sup>-1</sup> )	Pol (%)	Fibra (%)	Período de colheita
1. CTC 15	132,80	14,50	12,36	julho - dezembro
2. CTC 9	100,00	15,84	12,34	abril - julho
3. RB925211	89,29	14,67	12,30	maio - agosto
4. CTC 6	136,00	14,98	11,16	agosto - dezembro
5. RB855156	117,80	14,50	12,41	abril - maio
6. CTC 2	129,10	14,31	12,21	junho - outubro
7. RB857515	148,20	14,82	11,47	julho - dezembro
8. SP80-1842	112,80	14,90	12,90	junho - outubro
9. SP83-2847	126,70	13,20	12,74	julho - dezembro
10. SP80-3280	121,70	14,80	11,30	julho - dezembro
11. RB928062	113,00	15,75	12,38	setembro - dezembro
12. RB966928	123,10	13,32	11,97	abril - julho
13. CTC 20	165,00	13,50	11,50	maio - dezembro
14. CTC 17	112,30	14,98	12,38	abril - agosto
15. SP81-3250	140,60	15,02	12,91	junho - outubro
16. CTC 4	130,90	13,54	11,80	junho - novembro
17. RB92579	142,40	15,70	12,93	julho - outubro
18. RB855453	133,35	13,90	12,38	abril - julho

Fonte: RIDESA, 2008; CTC, 2012.

Os parâmetros utilizados para a implementação do algoritmo estão apresentados na Tabela 13.

Tabela 13. Parâmetros utilizados para implementação do GA\_PLANTIO na área da fazenda.

$G$	$N$	$P_c$	$P_m$	$n$	Prods	Prodi	Dpol
3500	200	0,8	0,05	18	3200	850	114

Em que:

$G$  é o número máximo de gerações;

$N$  é o número de indivíduos da população;

$P_c$  é a taxa de *crossover*;

$P_m$  é a taxa de mutação;

$i$  é o índice associado às variedades de cana-de-açúcar;

$n$  é o número de variedades de cana-de-açúcar;

$j$  é o número de talhões;

Prods é o limite máximo de moagem em toneladas por mês;

Prodi é o limite mínimo de moagem em toneladas por mês;

Dpol é o limitante inferior de Pol em toneladas por mês.

Com os dados apresentados, o algoritmo GA\_PLANTIO foi implementado para resolução do modelo de otimização proposto e os resultados estão apresentados nas Tabelas 14.

Tabela 14. Planejamento do plantio da cana-de-açúcar determinado pelo modelo de otimização para a fazenda.

Variedade a ser plantada	Talhões (J)	Área dos talhões (ha)	Área total (ha)	Mês de plantio
CTC 15	7	10,06	10,06	m <sub>3</sub>
RB925211	4	4,68	4,68	m <sub>2</sub>
CTC 6	8, 14	10, 7,39	17,39	m <sub>1</sub> , m <sub>2</sub>
RB857515	6, 10, 19	4,74, 10, 9,83	14,74	m <sub>1</sub> , m <sub>2</sub> , m <sub>3</sub>
SP80-1842	13	8,1	8,1	m <sub>2</sub>
RB966928	1, 9, 12	7,86, 8,19, 6,09	16,05	m <sub>3</sub> , m <sub>1</sub> , m <sub>1</sub>
CTC 20	18, 20	10,03, 16,39	26,42	m <sub>10</sub> , m <sub>10</sub>
CTC 17	3	15,81	15,81	m <sub>1</sub>
SP81-3250	5, 11, 15, 17	5,45, 8,14, 8,47, 4,75	13,59	m <sub>1</sub> , m <sub>3</sub> , m <sub>2</sub> , m <sub>1</sub>
RB855453	2, 16, 21	11,81, 8,31, 7,02	20,12	m <sub>1</sub> , m <sub>3</sub> , m <sub>3</sub>

m<sub>1</sub>= janeiro, m<sub>2</sub>= fevereiro, m<sub>3</sub>= março, m<sub>10</sub>= outubro

Na Tabela 14 observa-se que entre as 18 variedades de cana-de-açúcar disponíveis dez foram escolhidas para plantio, sendo que entre essas dez, cinco já eram cultivadas na fazenda. Nota-se que a variedade CTC 20 foi a que possuiu maior área de plantio com 26,42 hectares. A variedade que apresentou a menor área de plantio foi a variedade RB925211 com área de 4,68 hectares. Em relação ao meses de plantio observa-se que entre os 21 talhões, só dois talhões foram plantados como cana de ano e 19 talhões foram plantados como cana de ano e meio.

Tabela 15. Planejamento dos períodos de colheita da cana-de-açúcar determinado pelo modelo de otimização para os quatros cortes em cada talhão da fazenda.

Talhão	1	2	3	4	5
Período de colheita	m <sub>7</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>7</sub>	m <sub>5</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>4</sub>	m <sub>4</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>6</sub>	m <sub>5</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>5</sub>	m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub>
Talhão	6	7	8	9	10
Período de colheita	m <sub>7</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>10</sub>	m <sub>10</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>10</sub>	m <sub>9</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>11</sub>	m <sub>4</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>5</sub>	m <sub>10</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>12</sub> , m <sub>11</sub>
Talhão	11	12	13	14	15
Período de colheita	m <sub>9</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>10</sub>	m <sub>4</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>7</sub>	m <sub>8</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>10</sub>	m <sub>8</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>10</sub> , m <sub>9</sub>	m <sub>6</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>8</sub>
Talhão	16	17	18	19	20
Período de colheita	m <sub>6</sub> , m <sub>5</sub> , m <sub>4</sub> , m <sub>5</sub>	m <sub>6</sub> , m <sub>6</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>9</sub>	m <sub>11</sub> , m <sub>12</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>12</sub>	m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>8</sub> , m <sub>7</sub>	m <sub>12</sub> , m <sub>11</sub> , m <sub>9</sub> , m <sub>9</sub>
Talhão	21				
Período de colheita	m <sub>5</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub> , m <sub>7</sub>				

m<sub>4</sub>=abril m<sub>5</sub>=maio m<sub>6</sub>=junho m<sub>7</sub>=julho m<sub>8</sub>=agosto m<sub>9</sub>=setembro m<sub>10</sub>=outubro m<sub>11</sub>=novembro m<sub>12</sub>=dezembro

A Tabela 15 mostra que na instância I1, o mês em que mais talhões foram colhidos foi o de julho, com 14 talhões, seguido do mês de outubro 13 talhões colhidos. Os meses de dezembro e novembro foram os que apresentaram menos talhões colhidos, sendo 4 e 6 talhões, respectivamente.

Na Figura 30 é apresentada a estimativa de produção da cana-de-açúcar para os cinco anos de planejamento da fazenda em cada iteração do algoritmo e a produção de cana-de-açúcar da fazenda antes da aplicação do modelo.

Observa-se na Figura 30 que o valor da estimativa de produção ultrapassou o valor da produção real da fazenda no início das interações, por volta da geração 30. A estimativa encontrada pelo modelo foi de 75.319,61 toneladas para as quatro colheitas, o que corresponde a 13.409,92 toneladas a mais do que as 61.909,69 toneladas que foram colhidas na fazenda em quatro colheitas, representando um incremento de 17,8%.

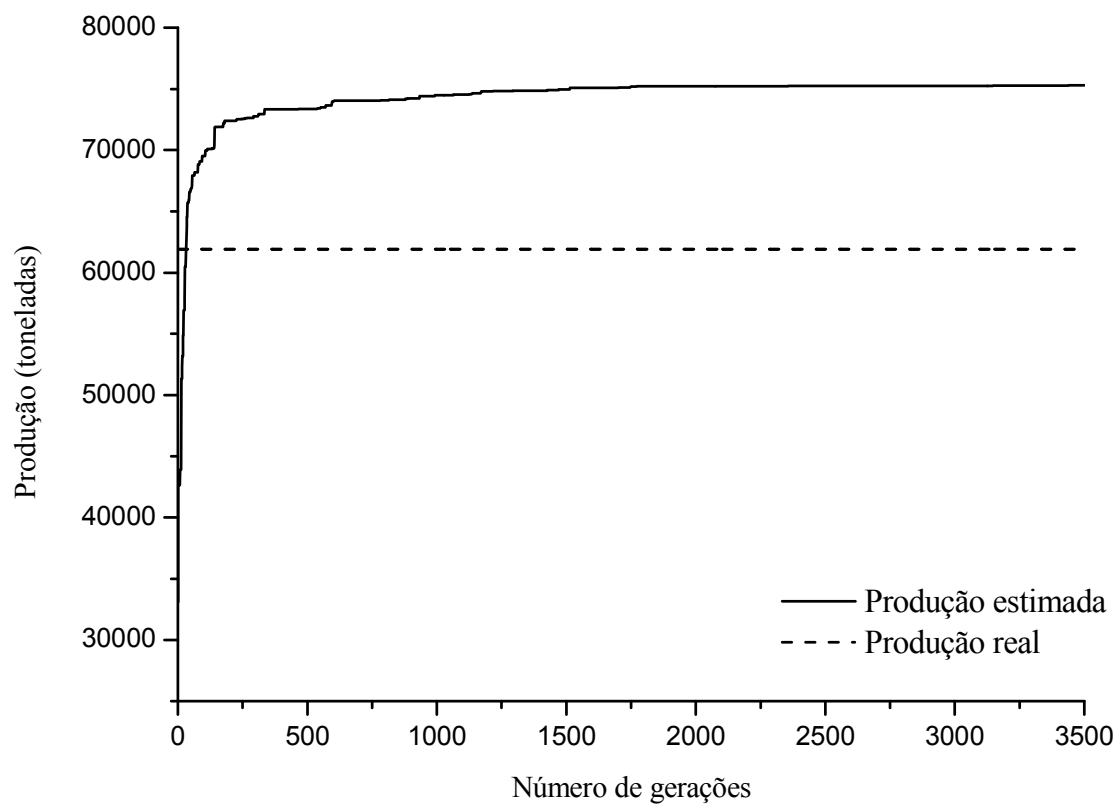


Figura 30. Produção de cana-de-açúcar em toneladas em função do número de gerações para área da fazenda.



## 7 CONCLUSÃO

As metodologias propostas para o planejamento do plantio da cana-de-açúcar podem ser vistas como valiosas ferramentas para auxiliar os gestores do setor sucroalcooleiro, principalmente por fornecer importantes estimativas e auxiliar nas tomadas de decisões desses gestores.

A metodologia proposta mostrou-se excelente ferramenta para auxílio no planejamento das áreas para o plantio de cana-de-açúcar, visto que o modelo de alocação de talhões promoveu uma redução de mais de 40% no número de manobras das máquinas colhedoras de cana-de-açúcar quando comparado com os processos tradicionais de divisão de talhões e o modelo matemático de otimização para planejamento de plantio da cana-de-açúcar apresentou uma estimativa de produção de 17,8% a mais do que a produção obtida de forma convencional na área em que foi aplicado.

O algoritmo GA\_PLANTIO desenvolvido foi eficiente para a resolução do modelo de otimização não linear inteira 0-1, encontrando boas soluções factíveis que atendem com qualidade as necessidades do gestor da usina nestas difíceis tomadas de decisões.

## 8 REFERÊNCIAS

- ANDRADE, L. A. de B. Cultura da cana-de-açúcar. In: CARDOSO, M. das G. (Ed.) **Produção de aguardente de cana-de-açúcar**. Lavras: UFLA, 2001. p. 19-49.
- ANJOS, I. A. dos.; FIGUEIREDO, P. A. M. de. Aspectos fitotécnicos do plantio. In: DINARDO-MIRANDA, L. L.; VASCONCELOS, A. C. M. de.; LANDELL, M. G. A. de. (Eds.). **Cana-de-açúcar**. 1ª edição. 1ª reimpressão. Instituto Agrônômico. Campinas, 2010. p. 585-598.
- ANSELMINI, R. Sistematização correta reduz custo das operações no campo. **Jornal da cana**, Ribeirão Preto, SP, 2008, n. 171, p. 36.
- AIRES, M. Talhão sistematizá-lo pode aumentar o rendimento operacional. **Jornal Paraná**, 2008.
- ÁVILA, L. C. **Algoritmos Genéticos Aplicados na Otimização de Antenas Refletores**. 2002. 85 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, 2002.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002. 389 P.
- BEAUCLAIR, E. G. F. ; SCARPARI, M. S. Noções fitotécnicas. In: RIPOLI, T.C.C.; RIPOLI, M.L.C; CASAGRANDE, D.V. (Org.). **Plantio de cana-de-açúcar: estado da arte**. Piracicaba: Livrocere, 2006. v. 1, p. 80-91.
- BENEDINI, M.S.; CONDE, A.J. Espaçamento ideal de plantio para a colheita mecanizada de cana-de-açúcar. **Revista Coplana**, Guariba, SP, Out 2008a, n. 52, p. 26 – 28.
- BENEDINI, M.S.; CONDE, A.J. Sistematização de área para colheita mecanizada da cana-de-açúcar. **Revista Coplana**, Guariba, SP, Nov 2008b, n. 53, p. 23 – 25.

BOYD, S.; VANDENBERGHE, L. **Convex Optimization**. Cambridge: Cambridge University Press, 2004. 716 p.

CENTRO DE TECNOLOGIA CANAVIEIRA (CTC). **Censo varietal e de produtividade em 2008**. Piracicaba: Centro de Tecnologia Canavieira, 2008. 16 p.

CENTRO DE TECNOLOGIA CANAVIEIRA (CTC). **Variedades CTC**. 2012. Disponível em: <<http://www.ctcanavieira.com.br/downloads/variedades2013WEB3.pdf>>. Acesso em: 8 out. 2013.

CERVI, R. G. **Modelagem matemática para maximização da produção da cana-de-açúcar (*saccharum spp.*) e impactos sobre o custo de operações mecanizadas de corte e carregamento**. 2013. 97 p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Ciências Agrônômicas, Universidade Estadual Paulista "Júlio De Mesquita Filho" Botucatu-SP, 2013.

COLETI, J. T.; STUPIELLO, J. J. Plantio da cana-de-açúcar. In: Segato, S. V. et al. (Org.). **Atualização em produção de cana-de-açúcar**. Piracicaba: Livroceres, 2006. p 138-153.

COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO (Conab). **Acompanhamento de safra brasileira: cana-de-açúcar**, safra 2013/2014 quarto levantamento, abril. Brasília, 2014.

COSTANTINO, A. A.; GOMES JUNIOR, A. M. Um algoritmo genético híbrido para o problema de corte industrial bidimensional. **Acta Scientiarum**, Maringá, v. 24, n. 6, p. 1727-1731, 2002.

DYCKHOFF, H. A Typology of cutting and packing problems. **European Journal of Operational Research**. 44, 145-159, 1990.

EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA (EPE). **Balanço Energético Nacional 2013: Ano base 2012**. Rio de Janeiro. 2013. Disponível em: <[https://ben.epe.gov.br/downloads/Relatorio\\_Final\\_BEN\\_2013.pdf](https://ben.epe.gov.br/downloads/Relatorio_Final_BEN_2013.pdf)>. Acesso em: 8 mai. 2014.

FRASSON, F. R. **Utilização de sensor ótico ativo em cana-de-açúcar**. 2007. 76 p. Tese (Doutorado) - Escola Superior de Agricultura - "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo, Piracicaba-SP, 2007.

GHELLER, A.C.A. Resultados da aplicação de maturadores vegetais em cana-de-açúcar, variedades RB72454 e RB835486 na região de Araras, SP. In: JORNADA CIENTÍFICA DA UFSCar, 4., 2001, São Carlos. **Resumos...** São Carlos: UFSCar, 2001.p. 30-35.

GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning**. Boston: Addison-Wesley, 1989. 372 p.

HOLLAND, J. H. **Adaptation In Natural And Artificial Systems**, MIT Press, Boston, 1992.

HORII, J. A qualidade da matéria-prima na visão agrícola. **Visão Agrícola**, piracicaba, v. 1, n. 1, p. 91-93, 2004.

JANINI, A. A. **Análise operacional e econômica do sistema de plantio mecanizado de cana-de-açúcar (Saccharum spp.)**. 2007. 148p. Dissertação de Mestrado, Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba, 2007.

JONG, K. A. D. (1975). **An Analysis of the Behaviour of a Class of Genetic Adaptive Systems**, PhD thesis, Universidade of Michigan.

KOZA, J. R. **Genetic Programming: on the programming of the computers by means of the natural selection**. Cambridge, 1992.

LANDELL, M. G. A. et al. Desenvolvimento e critérios de manejo de variedades. In: RIPOLI, T. C. C. P.; CASAGRANDE, D. V.; IDE, B. Y. **Plantio de cana-de-açúcar: Estado da arte**. Piracicaba: Livroceres, 2006, v. 1, p.163-172.

LAVANHOLI, M.G.D.P. Qualidade da cana-de-açúcar como matéria-prima para produção de açúcar e álcool. In: DINARDO-MIRANDA, L.L.; VASCONCELOS, A.C.M. de; LANDELL, M.G.A. (Ed.). **Cana-de-açúcar**. Campinas: Instituto Agrônomo, 2008. p. 697-722.

MACULAN, N. et al. Problemas de otimização relacionados ao corte de bobinas de papel. In: COLÓQUIO BRASILEIRO DE MATEMÁTICA, 16, 1988, Rio de Janeiro. **Anais...**Rio de Janeiro, 1988, p. 159-182.

MATTOS, J. R. Planejamento da lavoura para implantação e operacionalização da colheita mecânica. In: **ENCONTRO TÉCNICO: colheita mecanizada da cana-de-açúcar**, 8. Ribeirão Preto, SP, 8-9, abr. 1992.

MELO, M. de O. Colheita da cana-de-açúcar nas áreas atuais e de expansão. In: **Workshop de colheita de Cana-de-açúcar e palha para produção de etanol**. Campinas. 2006.

MILLER, L. C. **Tecnologia agrícola para exploração e manejo cultural da cana-de-açúcar** Disponível em: <[http://www.sigacana.com.br/b\\_PLANTIO%5C2\\_PLANTIO.htm](http://www.sigacana.com.br/b_PLANTIO%5C2_PLANTIO.htm)> Acesso em: 15 nov. 2013.

MIRANDA, M. N. **Algoritmos genéticos: fundamentos e aplicações**. 2007. Disponível em: <<http://www.nce.ufrj.br/GINAPE/VIDA/alggenet.htm>>. Acesso em: 14 nov. 2013.

MORABITO, R.; ARENALES, M. Otimização das Operações de Corte de Chapas na Indústria de Móveis. In: OFICINA NACIONAL DE PCE, XX CNMAC, 2, 1998, Curitiba. **Anais...** Curitiba, 1998, p. 43-52.

PACHECO, M. A. C. **Algoritmos genéticos: princípios e aplicações**. ICA: Laboratório de Inteligência Computacional Aplicada. Departamento de Engenharia Elétrica. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, RJ. 1999.

PENATTI, C.P. Planejamento da sulcação para plantio e colheita mecanizada. **Revista Coplana**, Guariba, SP, 2006, n. 27, p. 21.

PEREIRA, L. L.; TORREZAM, H. F. Colheita mecanizada da cana-de-açúcar. In: Segato, S. V. et al. (Org.). **Atualização em produção de cana-de-açúcar**. Piracicaba: Livrocere, 2006. p 333-334.

REDE INTERUNIVERSITÁRIA PARA O DESENVOLVIMENTO DO SETOR SUCROENERGÉTICO (RIDESA). **Variedades RB**. Disponível em: <[http://pmgca.dbv.cca.ufscar.br/dow/VariedadesRB\\_2008.pdf](http://pmgca.dbv.cca.ufscar.br/dow/VariedadesRB_2008.pdf)> Acesso em: 11 out. 2013.

RICHTER, K. Solving sequential interval cutting problems via dynamic programming. **European Journal of Operational Research**, Hamps, v.57, p. 332-338, 1992.

RIPOLI, T.C.C.; RIPOLI, M.L.C. **Biomassa de cana-de-açúcar: colheita, energia e ambiente**. 2. ed. Piracicaba. 2005. 333 p.

RODRIGUES, J.D. **Fisiologia da cana-de-açúcar**. Botucatu: UNESP, Instituto de Biociências, 1995. 101 p.

ROSSETTO, R.; SANTIAGO, A. D. Plantio da cana-de-açúcar. 2012. Disponível em: <[http://www.agencia.cnptia.embrapa.br/gestor/cana-de-acucar/arvore/CONTAG01\\_33\\_711200516717.html](http://www.agencia.cnptia.embrapa.br/gestor/cana-de-acucar/arvore/CONTAG01_33_711200516717.html)> Acesso em: 15 abr 2014.

ROSSETTO, R. Planejamento da colheita. 2012. Disponível em: <[http://www.agencia.cnptia.embrapa.br/gestor/cana-de-acucar/arvore/CONTAG01\\_97\\_22122006154841.html](http://www.agencia.cnptia.embrapa.br/gestor/cana-de-acucar/arvore/CONTAG01_97_22122006154841.html)> Acesso em: 15 mar. 2014.

SEGATO, S.V. et al. **Atualizações em produção de cana-de-açúcar**. Piracicaba: Livrocere, 2006. 415p.

SILVA, M. A.; JERONIMO, E. M.; LÚCIO, A. D. C. Perfilamento e produtividade de cana-de-açúcar com diferentes alturas de corte e épocas de colheita. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v.43, n.8, p. 979-986. 2008.

SILVEIRA, L.C.I. da; BARBOSA, M.H.P.; OLIVEIRA, M.W. de. Níveis de variedades de cana-de-açúcar predominantes nas principais regiões produtoras de cachaça de Minas Gerais. **Informe Agropecuário**, Belo Horizonte, v.23, n. 217, p.25-32. 2002.

SOUZA, U. dos S.; PROTTI, F.; DANTAS DA SILVA, M. Complexidade Parametrizada para Problemas em Grafos E/OU. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, Rio de Janeiro, RJ, v.4, n.2, p. 160-174, maio-agosto de 2012.

VIANNA, A. C. G. ; ARENALES, M. N. O problema de Corte de Placas Defeituosas. **Pesquisa Operacional**, Rio de Janeiro, RJ, v. 26, p. 185-202, 2006.

VIANNA, A. C. G. **Problemas de Corte e Empacotamento: Uma abordagem em Grafo E/OU**. 2000. 133 p. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, 2000.

VICENTE, E.F.R.; FERNANDES, V. Mensuração do custo de cana-de-açúcar para médios produtores. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CUSTOS, 11. **Anais**, Porto Seguro. 2004.