



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**  
**“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”**  
**CAMPUS DE GUARATINGUETÁ**

MARCEL YUZO KONDO

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PROCESSO DE SECAGEM DE MADEIRAS

Guaratinguetá  
2014

MARCEL YUZO KONDO

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PROCESSO DE SECAGEM DE MADEIRAS

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá, para a qualificação ao título de Mestre em Engenharia Mecânica na área de Materiais Compósitos Lignocelulósicos

Orientador: Prof. Dr. Marcos Valério Ribeiro

Co-Orientador: Prof. Dr. Cláudio de Conti

Guaratinguetá  
2014

**MARCEL YUZO KONDO**

**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
“MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA”**

**PROGRAMA: ENGENHARIA MECÂNICA  
ÁREA: MATERIAIS**

**APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO**

  
p/ **Prof. Dr. Edson Cocchieri Botelho**  
Coordenador

**BANCA EXAMINADORA:**

  
**Prof. Dr. MARCOS VALERIO RIBEIRO**  
Orientador / UNESP/FEG

  
**Prof. Dr. CARLOS DE OLIVEIRA AFFONSO**  
UNESP/FEG

  
**Prof. Dr. JOÃO BATISTA TURRIONI**  
UNIFEI

*Agosto de 2014*

K82s	Kondo, Marcel Yuzo Simulação numérica do processo de secagem de madeiras / Marcel Yuzo Kondo . – Guaratinguetá, 2014. 97 f. : il. Bibliografia: f. 88-93  Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2014 Orientador: Prof. Dr. Marcos Valério Ribeiro Co orientador: Prof. Dr. Cláudio De Conti  1. Madeira - Secagem 2. Métodos de simulação I. Título
	CDU 66.047(043)

## **DADOS CURRICULARES**

### **MARCEL YUZO KONDO**

NASCIMENTO	23.12.1986 – ITAPEVA/SP
FILIAÇÃO	Jorge Noboru Kondo Marcia Massae Hiramitsu Kondo
2006 /2011	Curso de Graduação em Engenharia Industrial Madeireira - Universidade Estadual Paulista – Câmpus Experimental de Itapeva
2012/2014	Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, nível de Mestrado, na Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista.

*à meu pai Jorge, por me ensinar através do exemplo,  
à minha mãe Marcia, por ensinar-me a seguir em frente,  
aos meus irmãos Kenzo e Litsue pelo apoio  
e à minha namorada Karla, companheira e melhor amiga*

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente agradeço à Deus pelas oportunidades dadas, por todo o auxílio recebido e por todas essas pessoas especiais que me cercam, familiares e amigos.

A Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá pela oportunidade dada a mim.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Marcos Valério Ribeiro por me aceitar e me auxiliar na conclusão desta etapa dos meus estudos. Ao meu co-orientador Prof. Dr. Cláudio de Conti por todos os conselhos, paciência e auxílio nos desenvolvimentos deste trabalho.

A todos aqueles que envolvidos direta e indiretamente possibilitaram a realização deste trabalho.

Aos colaboradores administrativos da seção de pós-graduação da FEG e do Campus de Itapeva.

Aos meus amigos e familiares por toda a compreensão pelas ausências, pela paciência e por todo apoio e incentivo.

Agradeço a esta pessoa especial, minha melhor amiga e uma das que nunca me deixaram desistir sempre com palavras de incentivo e ânimo, Karla, meu muito obrigado.

KONDO, M. Y. **Simulação numérica do processo de secagem de madeiras**. 2014. 97 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2014.

## RESUMO

A secagem de madeira é um importante processo no beneficiamento e utilização deste material. Através da retirada da água da madeira aumenta-se sua estabilidade dimensional, sua trabalhabilidade e sua resistência mecânica. Este trabalho tem por objetivo apresentar um modelo numérico para simular este processo com descrição da resolução deste modelo. Também como objetivo é apresentado uma simulação que possibilite o melhor entendimento do processo de secagem e a influencia das variáveis envolvidas. O modelo utilizado aqui envolve equações de transporte de calor e massa num plano bidimensional, e para sua resolução numérica o método dos volumes finitos, apropriado para equações destes tipos, fora utilizado. Ao aplicar esse método as equações são discretizadas e representadas por um sistema de equações lineares, onde as incógnitas descrevem a temperatura ou a umidade da madeira no centro de cada um dos volumes introduzidos na divisão do corpo de prova. Utilizou-se um código numérico no ambiente SCILAB 5.5.0, de licença livre, para a resolução deste sistema de equações resultante. O código apresentou perfis de temperatura e teor de umidade com comportamentos concordantes com os comportamentos relatados na literatura. Analisou-se a influência no tamanho da malha de volumes de controle e do tamanho do passo no tempo chegando-se a uma recomendação de uso de malhas superiores a 25x25 volumes de controle e passos de tempo inferiores a 240 minutos. Os resultados foram então comparados aos obtidos experimentalmente por Martinović *et al.* (2001). Obteve-se que a maior diferença entre os dados experimentais e os simulados para dois pontos diferentes da malha considerada, foi de 3,33% para a variável temperatura, e para o teor de umidade a maior diferença foi de 10,72%. Observou-se que as curvas obtidas com a simulação possuem o mesmo comportamento dos dados experimentais. A simulação realizada nesse trabalho descreve a secagem da madeira *European beech*.

**PALAVRAS-CHAVE:** Simulação numérica. Secagem de madeira. Métodos dos Volumes Finitos.



KONDO, M. Y. **Numeric simulation of wood drying process.** 2014. 97 f. Dissertation (Master in Mechanical Engineering) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2014.

### **ABSTRACT**

Drying wood is an important process for utilization of this material. By removing water, dimensional stability, workability and mechanical properties of lumber are increased. This paper aimed the presentation of a numeric model to simulate this process with its resolution. Also the paper aimed a simulation that could provide a better understanding of drying process and the influence of involved variables. The model used here involves transport equations of heat and mass in a two-dimensional plane, and for its numerical resolution, finite volume method, appropriate for these types equations, had been used. When applying this method the equations are discretized and represented by a system of linear equations, where the unknowns describe the temperature or humidity of the wood in the center of each of the volumes entering the division of the specimen. Were used a code in SCILAB 5.5.0 environment, free license, solving the equations. The program presented profiles of temperature and moisture content with behaviors consistent with the behavior reported in the literature. An analyze of the influence of the mesh size of the control volumes and the time step size were made and using higher 25x25 control volumes mesh and step time lower than 240 minutes is recommended. The results were compared to those obtained experimentally by Martinović et al. (2001). It was found that the biggest difference between the experimental and simulated data for two different grid points considered, was 3.33% for temperature, and moisture content was the biggest difference of 10.72%. It was observed that the curves obtained with the simulation have the same behavior of the experimental data. The simulation performed in this work describes the drying of European beech wood.

**KEYWORDS:** Numeric Simulation. Wood Drying. Finite Volume Method.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 – PLANOS DE CORTES ANATÔMICOS.....	19
FIGURA 2.2 – TIPOS DE PONTOAÇÕES .....	20
FIGURA 2.3 – ESTRUTURA ANATÔMICA DE UMA GIMNOSPERMA .....	21
FIGURA 2.4 – CORTE TRANSVERSAL DE ITAÚBA ( <i>MEZILAURUS LINDAVIANA</i> SCHWACKE & MEZ); A- VASOS OU POROS; B- CONJUNTO DE FIBRAS; C- PARÊNQUIMA AXIAL; D- CÉLULAS DE RAIOS OU PARÊNQUIMA RADIAL. ....	23
FIGURA 2.5 - DIFUSIVIDADE EFETIVA (CONVERTIDA PARA UNIDADE DO SI), SENDO E = ESTACIONÁRIO E T = TRANSIENTE. ....	32
FIGURA 2.6 – DETALHES DO TRANSPORTE DE MOMENTO EM DIFERENTES MODELOS .....	46
FIGURA 2.7 – PERFIL DE UMIDADE DURANTE A SECAGEM DE MADEIRA DE FOLHOSA.....	49
FIGURA 2.8 – PERFIL DE TEMPERATURA DURANTE SECAGEM DE PEÇA DE <i>PINUS ELLIOTTII</i> A TEMPERATURA EXTERNA DE 40°C.....	50
FIGURA 2.9 – PERFIL DO TEOR DE UMIDADE DURANTE SECAGEM DE <i>PINUS ELLIOTTII</i> A 40 °C.....	50
FIGURA 2.10 – PERFIL DO TEOR DE UMIDADE DURANTE SECAGEM DE <i>PINUS ELLIOTTII</i> A 60 °C.....	51
FIGURA 2.11 – PERFIL DO TEOR DE UMIDADE DURANTE SECAGEM DE <i>PINUS ELLIOTTII</i> A 80 °C.....	51
FIGURA 3.1 – MADEIRA EXPOSTA AO FLUXO DE AR QUENTE DENTRO DE ESTUFA.....	54
FIGURA 3.2 – ESTRUTURA DE UMA MALHA BIDIMENSIONAL DE VOLUMES FINITOS .....	58
FIGURA 3.3- MALHA EM DUAS DIMENSÕES A SER UTILIZADA NO MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS.....	62
FIGURA 3.4 – MALHA DO MÉTODO DE VOLUMES FINITOS COM CONTORNO DE VOLUMES FICTÍCIOS.....	63

<b>FIGURA 3.5 – FLUXOGRAMA DE FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA DE SIMULAÇÃO. ....</b>	<b>69</b>
<b>FIGURA 3.6 – POSIÇÃO DOS PONTOS UTILIZADOS PARA A VALIDAÇÃO DA SIMULAÇÃO. ....</b>	<b>74</b>
<b>FIGURA 4.1 – TEMPERATURA CALCULADA DO VOLUME DO VOLUME CENTRAL PARA VÁRIOS TAMANHOS DE MALHA.....</b>	<b>76</b>
<b>FIGURA 4.2 – PERFIL DE TEMPERATURA .....</b>	<b>77</b>
<b>FIGURA 4.3 – TEOR DE UMIDADE CALCULADO PARA O VOLUME CENTRAL PARA VÁRIOS TAMANHOS DE MALHA.....</b>	<b>78</b>
<b>FIGURA 4.4 – PERFIL DE TEOR DE UMIDADE .....</b>	<b>79</b>
<b>FIGURA 4.5 – PROGRESSÃO DAS TEMPERATURAS DOS PONTOS DE REFERÊNCIA A E B. ....</b>	<b>80</b>
<b>FIGURA 4.6 – PROGRESSÃO DOS TEORES DE UMIDADE DOS PONTOS DE REFERÊNCIA C E D. ....</b>	<b>81</b>
<b>FIGURA 4.7 – PERFIL DE TEMPERATURA PARA UM TEMPO DE SECAGEM DE 1,16 HORAS. ....</b>	<b>82</b>
<b>FIGURA 4.8 – PERFIL DE TEMPERATURA PARA UM TEMPO DE SECAGEM DE 95 HORAS. ....</b>	<b>82</b>
<b>FIGURA 4.9 – PERFIL DE TEMPERATURA PARA UM TEMPO DE SECAGEM DE 236,67 HORAS .....</b>	<b>83</b>
<b>FIGURA 4.10 – PERFIL DE TEOR DE UMIDADE PARA TEMPO DE SECAGEM DE 1,16 HORAS. ....</b>	<b>83</b>
<b>FIGURA 4.11 – PERFIL DE TEOR DE UMIDADE PARA TEMPO DE SECAGEM DE 95 HORAS. ....</b>	<b>84</b>
<b>FIGURA 4.12 – PERFIL DE TEOR DE UMIDADE PARA TEMPO DE SECAGEM DE 236,67 HORAS. ....</b>	<b>84</b>

## LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1 – TERMOS CORRESPONDENTES NA EQUAÇÃO GENERALIZADA. ....	57
TABELA 3.2 – VALORES DE $\Gamma^\Phi$ , $A_P^0$ E $S_{CDS}^\Phi$ .....	61
TABELA 3.3 – TERMOS DA EQUAÇÃO 3.34.....	65
TABELA 3.4 – TERMOS DA EQUAÇÃO 3.35.....	66
TABELA 3.5 – VARIÁVEIS DE ENTRADA PARA A SIMULAÇÃO NO CÓDIGO NUMÉRICO.....	68
TABELA 3.6 – ELEMENTOS PARA A COMPARAÇÃO DE $T$ E $M$ PARA VÁRIAS MALHAS. ....	70
TABELA 3.7 – VALORES DAS PROPRIEDADES FÍSICAS UTILIZADAS POR MARTINOVIĆ <i>ET AL.</i> (2001). ....	71
TABELA 3.8 – DENSIDADE EM FUNÇÃO DO TEOR DE UMIDADE DE ESPÉCIE DE MASSA ESPECÍFICA $G_M = 0,6347$ .....	73
TABELA 3.9 – PROPRIEDADES QUE VARIAM COM O TEMPO.....	73
TABELA 3.10 – VALORES DE ENTRADA PARA A SIMULAÇÃO NO AMBIENTE SCILAB 5.5.0. ....	75
TABELA 4.1 – RESULTADOS DE TEMPERATURA E TEOR DE UMIDADE PARA VARIADOS TAMANHOS DE PASSOS. ....	79

## LISTA DE SÍMBOLOS

<b>Símbolos latinos</b>	<b>Propriedade</b>	<b>Unidade</b>
$C$	Concentração de umidade	$\text{kg/m}^3$
$c_m$	Umidade específica	$\text{kg de água/kg } ^\circ\text{M}$
$c_p$	Calor específico	$\text{J/kg K}$
$c_{po}$	Calor específico da madeira anidra	$\text{J/kg K}$
$c_{pom}$	Calor específico médio da madeira anidra	$\text{J/kg K}$
$c_{pu}$	Calor específico da madeira úmida	$\text{J/kg K}$
$c_{pw}$	Calor específico da água	$\text{J/kg K}$
$D$	Difusividade	$\text{kg de água/m s } ^\circ\text{M}$
$D_o$	Fator de Arrhenius	$\text{m}^2/\text{s}$
$E_a$	Energia de ativação	$\text{kJ/mol}$
$EMC$	teor de umidade de equilíbrio	$\%$
$G$	Massa específica	
$h$	Umidade relativa	Decimal
$h_h$	Coefficiente convectivo de calor	$\text{W/m}^2 \text{ K}$
$h_m$	Coefficiente convectivo de massa	$\text{kg/m}^2 \text{ s } ^\circ\text{M}$
$k_h$	Condutividade térmica	$\text{W/m K}$
$k_{hL}$	condutividade térmica longitudinal da madeira	$\text{W/m K}$
$k_{hT}$	condutividade térmica transversal da madeira	$\text{W/m K}$
$L$	Comprimento na direção do fluxo	$\text{M}$
$m$	Massa	$\text{Kg}$
$M_{ar}$	Massa molecular do ar	$\text{kg/kgmol}$
$M$	Teor de umidade	$^\circ\text{M}$ (equações 2.51 a 2.56)
$P$	Pressão	$\text{Pa}$
$Pr$	Número de Prandt	
$p_{vs}$	Pressão de vapor de saturação	$\text{cmHg}$
$Q$	Calor	$\text{J}$
$r$	Calor latente de vaporização da água	$\text{J/kg}$
$R$	Constante dos gases ideais	$\text{kJ/kg mol K}$
$S$	Fonte	
$Sc$	Número de Schmidt	
$T$	Temperatura	$\text{K}$
$t$	Tempo	$\text{S}$
$T_\infty$	Temperatura do ar	$\text{K}$
$T_d$	Temperatura de bulbo seco	$\text{K}$

$T^o$	Temperatura inicial da madeira	K
$T_w$	Temperatura de bulbo úmido	K
$V$	Volume	$m^3$
$W_{abs}$	Umidade absoluta	
$W_o$	Massa seca de madeira	Kg
$W_u$	Massa úmida	Kg
$M$	Teor de umidade	%
$M_\infty$	Umidade de equilíbrio com o ambiente	%
$M_d$	Teor de umidade acima do teor de umidade de equilíbrio	%
$M_m$	Teor de umidade na superfície	%
$M_0$	Umidade inicial da madeira	%
$\bar{E}$	Varição dimensional de concentração	

### Símbolos gregos

	Propriedade	Unidade
$\delta$	Coefficiente do gradiente de temperatura	$^oM/K$
$\varepsilon$	Taxa entre o coeficiente de difusão de vapor para o coeficiente de difusão total de umidade	Adimensional
$\rho$	Densidade	$kg/m^3$
$\varrho$	Densidade normal da água	$1000 kg/m^3$
$\sigma$	Diâmetro de colisão	Å
$\mu$	Viscosidade	$kg/m s$
$\eta$	Viscosidade cinemática	$kg/m s$
$\alpha$	Difusividade térmica	

### Subíndices

$e$	equilíbrio
$o$	inicial
$w$	água
$s$	superfície
$v$	vapor
$a$	atmosférica / ar

# Sumário

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
<b>1.1 Motivações para o desenvolvimento do estudo .....</b>	<b>15</b>
<b>1.2 Simulação como ferramenta.....</b>	<b>16</b>
<b>1.3 Objetivos do trabalho.....</b>	<b>17</b>
<b>2 REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>17</b>
<b>2.1 Material madeira.....</b>	<b>17</b>
2.1.1 Direções e planos de corte anatômicos .....	18
2.1.2 Estruturas anatômicas .....	19
2.1.2.1 Estruturas anatômicas das gimnospermas .....	20
2.1.2.2 Estruturas anatômicas das angiospermas .....	22
2.1.3 Propriedades físicas da madeira .....	23
2.1.3.1 Massa específica e Densidade.....	24
2.1.3.2 Teor de umidade .....	25
2.1.3.3 Calor específico da madeira.....	25
2.1.3.4 Condutividade térmica da madeira .....	27
2.1.3.6 Isotermas de sorção.....	31
2.1.4 Água na madeira.....	33
2.1.5 Retirada de água da madeira.....	34
2.1.5.1 Caminhos ou rotas da água pela madeira.....	35
2.1.5.2 Forças motrizes do movimento de umidade .....	35
2.1.5.3 Movimento devido à ação capilar .....	35
2.1.5.4 Movimento de umidade por difusão .....	37
<b>2.2 O ar como meio secante .....</b>	<b>38</b>
2.2.1 Pressão de vapor de saturação .....	38
2.2.2 Umidade relativa .....	39
2.2.3 Massa específica do ar úmido.....	40
2.2.4 Difusividade mássica do vapor através do ar.....	40
2.2.5 Viscosidade da mistura ar-vapor de água .....	41
2.2.6 Calor específico da mistura ar-água .....	42
2.2.7 Difusividade térmica da mistura ar-água.....	42
2.3.7 Coeficientes de transferência de calor e massa.....	43
<b>2.4 Modelos matemáticos para a secagem de madeira.....</b>	<b>44</b>

2.5 Perfis de temperatura e Umidade nos processos de secagem de madeira .....	48
2.6 Método dos volumes finitos .....	52
<b>3 MATERIAIS E MÉTODOS.....</b>	<b>53</b>
3.1 Descrição do problema.....	53
3.2 Modelo adotado .....	54
3.3 Generalizações do modelo .....	56
3.4 Discretização do modelo .....	57
3.4.1 Condições de contorno .....	63
3.5 Simulação do modelo .....	67
3.5.1 Fluxograma do código numérico .....	68
3.5.2 Comportamento em relação ao tamanho da malha .....	70
3.5.3 Comportamento com relação ao tamanho do passo de tempo .....	71
3.5.4 Validação da simulação do processo de secagem.....	71
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>75</b>
4.1 Comportamento em relação ao tamanho da malha .....	75
4.2 Comportamento com relação ao tamanho do passo no tempo .....	78
4.3 Validação do modelo .....	80
<b>5 CONCLUSÕES .....</b>	<b>85</b>
<b>6 REFERÊNCIAS .....</b>	<b>87</b>
<b>APÊNDICE A – CÓDIGO ELABORADO PARA A RESOLUÇÃO DO MODELO</b> .....	<b>93</b>



## 1 INTRODUÇÃO

O processo de secagem dentro da indústria madeireira é um dos procedimentos mais caros dentro do beneficiamento das toras deste material. Diminuir o teor de umidade é requisito básico essencial para a utilização da madeira em diversos produtos, tais como móveis, instrumentos musicais, batentes, portas, janelas, pois fornece à madeira uma maior estabilidade dimensional, aumenta sua trabalhabilidade e sua resistência mecânica. É também importante nos processos que envolvem adesivos, pois madeiras com teores de umidade acima de 12% apresentam abertura nas linhas de cola.

Na literatura poucas são as pesquisas que contemplam de forma mais incisiva os fenômenos físicos envolvidos na desorção, realizando de uma forma mais empírica a elaboração de programas de secagem para as mais variadas espécies de madeira.

### 1.1 MOTIVAÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DO ESTUDO

Os processos envolvidos na secagem de madeira, tais como o transporte de calor e massa, não são bem compreendidos pelos profissionais da área. Em muitas indústrias madeireiras, os processos são realizados de maneira empírica, em alguns casos com o auxílio de curvas de secagem propostos na literatura. Esse conhecimento empírico sem o domínio dos fenômenos físicos envolvidos dificulta a proposição de melhorias e otimizações. As pequenas indústrias ficam então limitadas e desestimuladas com relação às tecnologias de secagem, pois estas exigem um conhecimento profundo da fenomenologia envolvida.

Os processos de secagem demandam tempo e muita energia para serem realizados, portanto melhorias que possam aperfeiçoá-los serão sempre bem aceitas pela indústria no geral, pois significariam um ganho econômico e melhorias na qualidade do produto.

A previsão dos perfis de temperatura e de teor de umidade que se formam na madeira durante o processo de secagem é de difícil realização, buscando este trabalho criar ferramentas de auxílio para os profissionais da área com este fim, o que também resultaria numa facilitação de entendimento dos fatores de influência do fenômeno.

Para o meio acadêmico, onde o interesse é o da geração de conhecimento, o entendimento sobre a secagem abriria campo para que novos pesquisadores se envolvessem na área, despertando o interesse e possibilitando assim o surgimento de novas técnicas, tecnologias e inovações. Trazendo um aprofundamento nos conhecimentos relacionados à madeira poderá também quebrar algumas barreiras culturais, principalmente na área da construção civil que o Brasil possui relacionado às construções em madeira. Muitos desses preconceitos surgiram pela falta de domínio que se tinha em relação a esse material o que ocasionavam produtos de baixa qualidade. A madeira quando aplicada em residências torna os ambientes mais agradáveis e aconchegantes.

A mudança desses paradigmas só acontecerá se houver esforços para que esses fenômenos relacionados aos materiais lignocelulósicos sejam dominados e que este conhecimento seja acessível aos profissionais envolvidos na produção e beneficiamento destes materiais.

## 1.2 SIMULAÇÃO COMO FERRAMENTA

Os processos de secagem de madeira ocorrem até que o teor de umidade desejável para o uso deseja atingido, como nos processos de fabricação de painéis de madeira coladas pelas laterais (EGP) que necessitam de teores abaixo de 12% para a colagem, ou como na fabricação de instrumentos musicais que necessitam de uma estabilidade dimensional e um teor de umidade de 6-8% pois esses parâmetros podem alterar a qualidade do instrumento. Dependendo da espécie este processo pode demorar de alguns dias, como para algumas espécies de coníferas, a até meses, como ocorre com algumas madeiras nobres e para algumas madeiras tropicais. O preço do material também é um fator importante, pois cada ciclo de secagem possui um alto custo, relacionado a matéria-prima, ao custo energético e o custo de tempo. Devido a esses fatores, uma experimentação massiva é de difícil implementação.

A simulação computacional, com testes de modelos teóricos e posterior validação experimental, pode auxiliar na aquisição de novas informações e novos conhecimentos, facilitando também para o treinamento de pessoas e criando ferramentas de auxílio para o ensino destes conhecimentos.

A simulação dos processos de perda de umidade em estufas de secagem pode ser uma poderosa ferramenta aos profissionais encarregados deste procedimento, pois possibilitaria prever, sob determinadas condições ambientais, o tempo de secagem, ou ainda, lidar com as variáveis envolvidas neste processo para diferentes espécies de madeira, facilitando o planejamento das operações no processamento.

### 1.3 OBJETIVOS DO TRABALHO

Este trabalho tem por objetivos:

- Verificação do método dos volumes finitos para a resolução do modelo de transferência de calor e massa proposto por Luikov, também testadas por Martinović *et al.* (2001);
- Desenvolver com o código de computação numérica SCILAB 5.5.0, que se trata de um software de licença livre de fácil acesso, uma rotina capaz de prever os perfis de umidade e temperatura da madeira sob determinadas condições ambientes, podendo esta ser utilizada por profissionais que atuam na área de secagem de madeira;
- Validar os resultados de perfil de temperatura e umidade com os dados encontrados por Martinović *et al.* (2001).

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 MATERIAL MADEIRA

A madeira utilizada para usos comerciais, tais como fabricação de móveis, instrumentos musicais, construção de edificações, polpa celulósica, e objetos em geral, é proveniente do crescimento em diâmetro do tronco dos grupos vegetais das Gimnospermas (coníferas ou *softwoods*), tais como os pinheiros, e Angiospermas (folhosas ou *hardwoods*), como os eucaliptos.

É um material muito heterogêneo, pois sendo proveniente de um ser orgânico, fatores como clima, solo, relevo, fatores ambientais, como ocorrência de queimadas ou danos feitos por animais, tratamento silviculturais, entre outros, são determinantes durante o crescimento da árvore para a definição de características e propriedades que o material apresentará. Como exemplo, a adoção de podas regulares ocasiona uma diminuição no aparecimento de nós na madeira, lugar onde as fibras sofrem um desvio ocasionando uma perda nas características mecânicas naquele local.

Encontra-se uma variação muito grande nos valores das propriedades físicas, mecânicas e químicas entre as diversas espécies de madeira. Mesmo considerando árvores de uma mesma espécie é possível averiguar valores distintos devidos aos fatores já citados, e até mesmo dentro de um mesmo indivíduo podemos encontrar valores muito diferentes dependendo da localização na tora que esta amostra foi retirada tal qual em que altura, a distância com o meio, etc. A idade da planta também é um fator importante.

Esta seção tem o objetivo de apresentar as propriedades importantes para a secagem, a anatomia da madeira e a descrição dos processos físicos que ocorrem durante o processo de secagem.

### **2.1.1 Direções e planos de corte anatômicos**

São definidos planos de corte anatômicos para o estudo da madeira, pois de acordo com a orientação do corte, a disposição e organização dos elementos anatômicos variam. A madeira é um material anisotrópico, mas é geralmente assumida como material ortotrópico com boa aproximação, como conclui Demirdžić *et al.*(2000) que realizaram uma análise do problema de transferência de massa e calor na deformação sofrida por um corpo higroscópico poroso. As direções, ortogonais entre si, são definidas como:

- a) Longitudinal ou axial – direção paralela ao crescimento do tronco em altura;
- b) Radial – direção paralela ao crescimento do tronco em diâmetro;
- c) Tangencial – direção tangente aos anéis de crescimento;

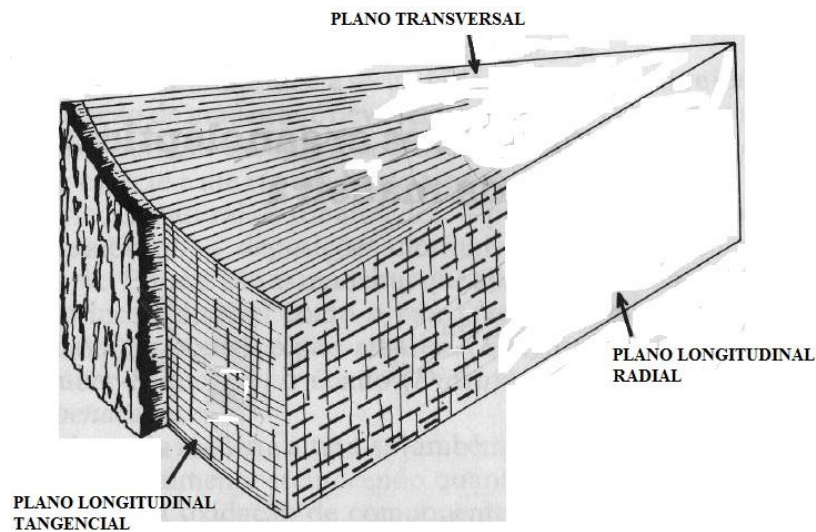
É importante ressaltar que essas direções formam eixos ortogonais entre si.

Com as direções pode-se demonstrar os três planos de cortes anatômicos definidos como:

- a) Plano transversal – formado pela direção radial e tangencial;
- b) Plano longitudinal radial – formado pela direção longitudinal e radial;
- c) Plano longitudinal tangencial – formado pela direção longitudinal e tangencial.

Estes planos são demonstrados na Figura 2.1.

Figura 2.1 – Planos de cortes anatômicos



Fonte: Adaptado de BURGER e RICHTER (1991)

### 2.1.2 Estruturas anatômicas

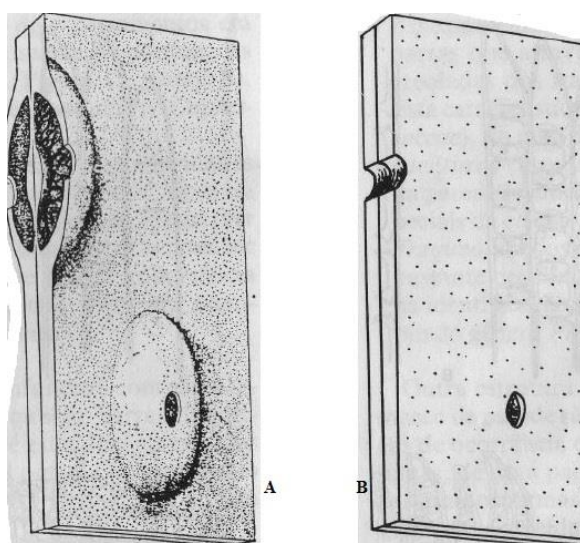
As estruturas anatômicas são muito importantes com relação às propriedades físicas e mecânicas da madeira. Segundo Vermaas (1998) a taxa de movimento de água através e para fora da madeira pode ser limitada por tais estruturas.

Os principais grupos que produzem madeira para aproveitamento comercial são as gimnospermas e as angiospermas. Suas estruturas anatômicas são diferentes, pois o grupo das gimnospermas é um grupo evolutivo mais primitivo. Serão vistas nas próximas subseções os principais elementos anatômicos importantes para o fenômeno de secagem e foram abordadas para que haja um melhor entendimento, principalmente, de como ocorre a movimentação de água dentro da madeira.

### 2.1.2.1 Estruturas anatômicas das gimnospermas

Segundo Burger e Richter (1991), entre as principais estruturas anatômicas das gimnospermas se encontram os traqueóides axiais e radiais, as células de parênquimas axial e radial e as células epiteliais. Outra estrutura muito importante que faz parte da parede celular destes elementos, tanto das gimnospermas quanto das angiospermas, são as pontoações, pontos de descontinuidade da parede celular das estruturas anatômicas, formando uma abertura que realiza a comunicação entre estruturas adjacentes. Podem ser de dois tipos básicos, areoladas ou simples, para qual a diferença é a formação de um abaulamento de forma circular devido ao afastamento da parede secundária à parede primária, produzindo assim uma cavidade sobre a pontoação, conhecida como câmara da pontoação. As pontoações simples não possuem a formação da câmara, conforme a figura 2.2.

Figura 2.2 – Tipos de pontoações



A – Pontoações areoladas; B – Pontoações simples; Fonte: Adaptado de BURGER e RICHTER (1991).

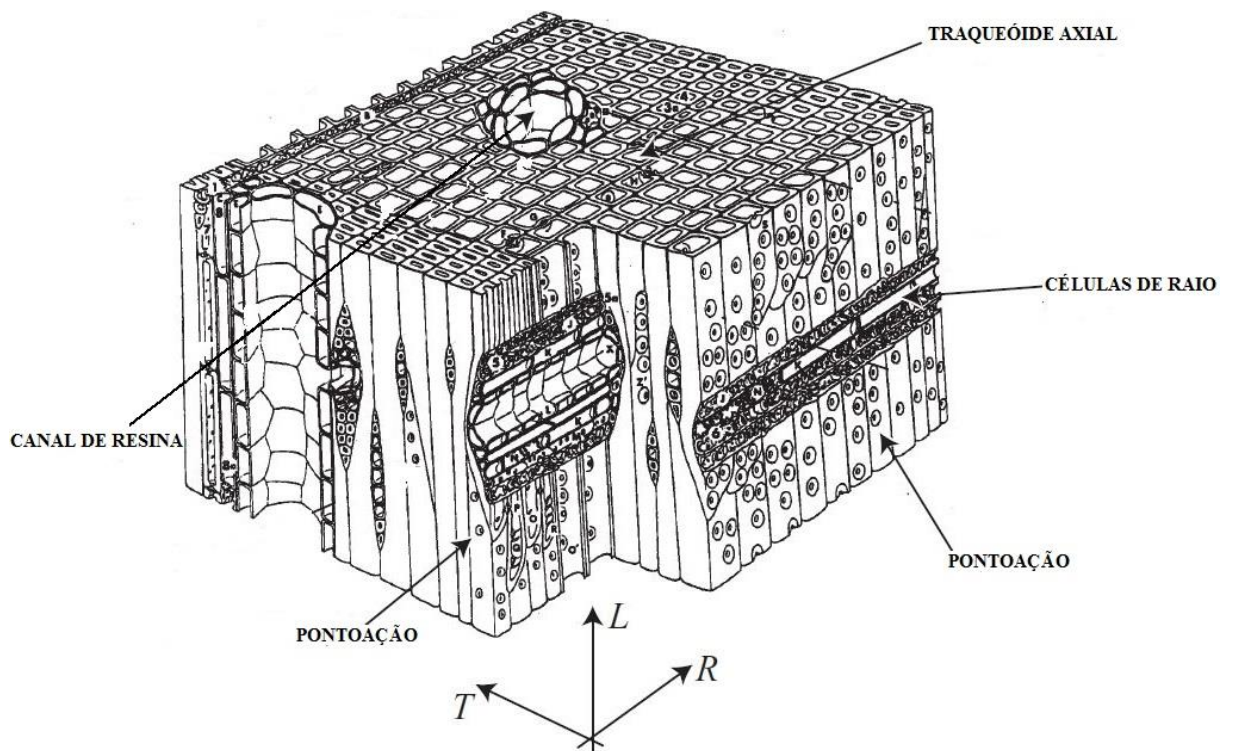
Na Figura 2.2, item A, percebe-se outra possível estrutura no interior das pontoações areoladas das gimnospermas, a formação de um espessamento no centro da pontoação, denominado toro, sustentado por um retículo de sustentação ou margo.

Normalmente, associado a uma pontoação temos outra pontoação da célula adjacente, formando assim um par de pontoação. Esse par pode ser areolado, ocorrendo em células traqueóides axiais, podem ser um par de pontoações simples, geralmente entre células

parenquimáticas, ou um par semiareolado, como no caso do encontro de um traqueóide a um parênquima.

Os traqueóides são estruturas celulares parecidas com tubos ocos, de parede lignificada que possuem as funções de sustentação e de transporte de seiva, possuindo também pontoações areoladas. Segundo Burger e Richter (1991), ocupam um volume de 95% do volume total da madeira e, paralelos à direção longitudinal (axial) da árvore, variam muito em tamanho de acordo com a espécie do indivíduo e até mesmo da sua posição no lenho da árvore. A figura 2.3 mostra os traqueóides e as demais estruturas anatômicas de uma gimnosperma.

Figura 2.3 – Estrutura anatômica de uma gimnosperma



Fonte: Adaptado de KRABBENHOFT (2003)

Já os traqueóides radiais são paralelos à direção radial da planta associados às células de raio (parênquima radial), realizando as funções de sustentação e transporte de líquido na direção dos raios. São menores comparados aos traqueóides axiais.

As células de parênquima tem a função de armazenar, transformar e transportar substâncias nutritivas. São células retangulares de variadas dimensões e possuem pontoações simples. Se posicionadas paralelas à direção radial são chamadas células de parênquima radial

ou raios, que são as mais comumente encontradas nas gimnospermas. Caso estejam paralelas aos traqueoides axiais são denominadas parênquimas axiais.

As células epiteliais são células de parênquima axial diferenciadas, especializadas na produção de resina e formam um epitélio, delimitando um canal de resina.

#### 2.1.2.2 Estruturas anatômicas das angiospermas

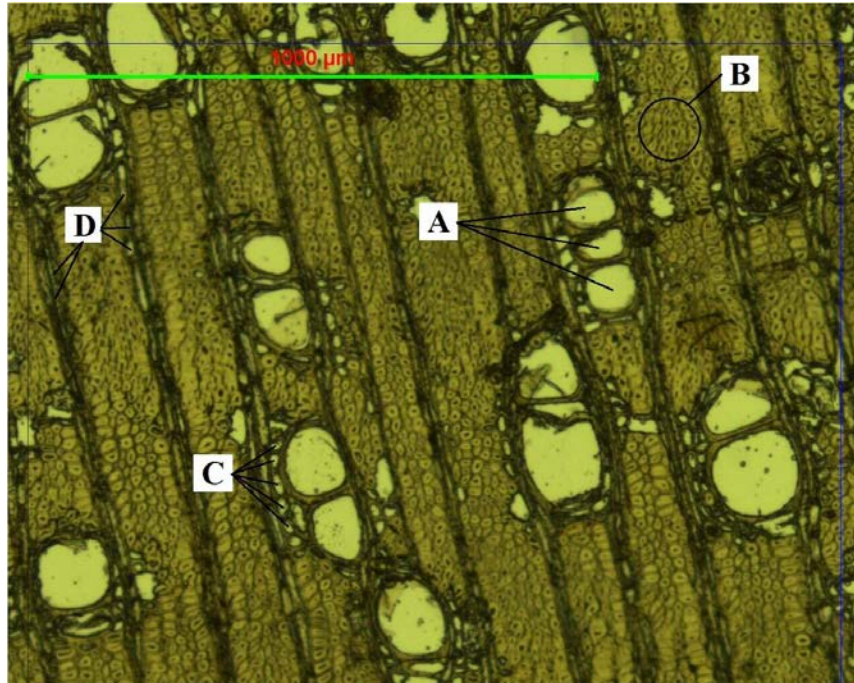
Em termos evolutivos, o grupo das angiospermas está acima das gimnospermas com células diferenciadas para as funções de transporte e de sustentação. Entre os principais elementos anatômicos das angiospermas temos os vasos, as fibras e células de parênquima.

De acordo com Burger e Richter (1991) a estrutura que diferencia as coníferas das folhosas é o vaso. Também conhecido como poros da madeira, estes elementos constituem-se de um conjunto de células sobrepostas formando uma estrutura tubular axial com a função de transportar líquidos na direção longitudinal da árvore. A denominação poros da madeira justifica-se, ao realizarmos um corte transversal, esses elementos aparecem como orifícios na madeira e sua disposição é usada na identificação da espécie em questão. A circulação de líquido só é possível, pois estes elementos vasculares possuem em suas extremidades perfurações, denominadas como placas de perfuração. Possuem variadas formas, dependendo da espécie do indivíduo, e suas paredes celulares apresentam pontoações simples para a intercomunicação com células e estruturas adjacentes. Na figura 2.4, elemento A, se encontram os vasos observados em um corte histológico transversal de Itaúba (*Mezilaurus lindaviana* Schwacke & Mez).

As fibras são elementos que ocupam 20 a 80% do volume das madeiras das angiospermas, segundo Burger e Richter (1991) não sendo encontrado no grupo das gimnospermas. São elementos alongados, com formato semelhante aos traqueoides, mas com comprimento menor entre 0,5mm e 2,5mm. Sua função é a sustentação mecânica da planta. Podem ser de dois tipos: libriformes ou fibrotraqueóides. As fibras libriformes se caracterizam por possuírem pontoações pequenas, entre 2-4 µm, e as fibrotraqueóides possuem pontoações areoladas e grandes, aproximadamente 4-9 µm. Na figura 2.4, elemento B, se encontra um conjunto de fibras vista por um corte transversal.



Figura 2.4 – Corte transversal de Itaúba (*Mezilaurus lindaviana* Schwacke & Mez); A- Vasos ou poros; B- Conjunto de fibras; C- Parênquima axial; D- Células de raio ou parênquima radial.



Fonte: Adaptado de KONDO et al. (2012).

As funções do parênquima nas angiospermas é bem parecida com as funções nas gimnospermas, sendo elas a de armazenagem, transformação e transporte de substâncias nutritivas. São parênquima axiais se sua disposição é ao longo do eixo axial, ou são parênquimas radiais, também conhecidas com células de raio, se estão na orientação dos raios, direção radial. Os dois tipos de parênquima são mostrados na figura 2.4, elementos C e D.

Os parênquimas axiais podem estar associados aos vasos, como encontrado para a espécie Itaúba da figura 2.4, sendo por esta característica denominado parênquima paratraqueal. Esse arranjo e distribuição dos parênquimas é característico de cada espécie, sendo então esta propriedade utilizada para a identificação de madeiras. Quando não estão associados aos vasos são denominados parênquimas apotraqueais.

### 2.1.3 Propriedades físicas da madeira

Serão abordadas nesta seção as propriedades físicas da madeira que são importantes nos modelos de secagem. São elas massa específica e densidade, massa da parede celular e porosidade, teor de umidade, difusividade efetiva, isothermas de sorção, calor específico e condutividade térmica. Serão também apresentadas algumas relações que autores utilizaram para definir essas propriedades para a madeira.

Este tópico tem o objetivo de apresentar as propriedades que serão utilizadas pelo modelo adotado para descrever o transporte de calor e massa nos processos de secagem da madeira.

### 2.1.3.1 Massa específica e Densidade

Massa específica, segundo Siau (1984), é a taxa adimensional entre a massa seca de uma amostra de madeira e a massa de água deslocada pelo volume da amostra em um dado teor de umidade, e é numericamente igual à massa seca dividida pela massa de umidade.

Segundo o *United States Department of Agriculture (USDA)* (2010), massa específica é a relação entre a densidade da madeira com determinado teor de umidade  $M$  e a densidade da água. Pode ser calculada através da Equação 2.1.

$$G_M = \frac{\rho_M}{\rho_w \left(1 + \frac{M}{100}\right)} \quad (2.1)$$

onde  $G_M$  é a massa específica em determinado teor de umidade  $M$ ,  $\rho_M$  é a densidade da madeira a determinado teor de umidade  $M$  e  $\rho_w$  é a densidade da água ( $1000 \text{ kg/m}^3$ ).

A densidade é definida como a relação entre a massa e o volume da espécie em questão. Tanto massa como volume de uma madeira variam conforme seu teor de umidade, sendo necessário informar em qual teor de umidade as medições foram feitas.

Define-se na literatura relacionada à madeira os termos densidade aparente, onde as medições de massa e volume são feitas com teor de umidade da madeira a 12%, e densidade básica, definida como a relação entre a massa seca de madeira pelo volume da madeira quando saturada de água. Neste estudo e na apresentação dos modelos, a densidade básica da madeira será representada pela letra  $\rho$  e a sua unidade será dada em  $\text{kg/m}^3$ .

Segundo (USDA) (2010), encontram-se madeiras com densidades variando entre 160 kg/m<sup>3</sup> para até mais de 1040 kg/m<sup>3</sup>, sendo encontrado dentro de uma mesma espécie, uma variação de 10% desta densidade.

A densidade da parede celular isoladamente, considerando somente a quantidade de matéria de parede e somente o volume ocupado por esta parede, foi calculada por Stamm e Hansen<sup>1</sup> (1937 *apud* SIAU, 1984, p.26) pelo método de deslocamento de água chegando a um valor de 1,53 g/cm<sup>3</sup>.

### 2.1.3.2 Teor de umidade

Segundo Kollmann e Cotê (1968), o teor de umidade é a taxa da massa de água contida na madeira pela massa da madeira seca, expressa pela Equação 2.2.

$$M = \frac{W_u - W_o}{W_o} \text{ [kg/kg]} \quad (2.2)$$

onde  $M$  é o teor de umidade,  $W_u$  é a massa da madeira úmida com teor de umidade  $M$  e  $W_o$  é a massa seca de madeira. É comum multiplicar-se este valor por 100, obtendo-se a porcentagem de umidade baseado no peso seco.

### 2.1.3.3 Calor específico da madeira

Segundo Kollmann e Cotê (1968), calor específico de uma substância é a taxa desta capacidade térmica com relação a água a 15°C, e se a quantidade de calor de  $Q$  calorías é necessária para o aumento da temperatura de  $m$  gramas de uma substância de  $T_1$  para  $T_2$ , o calor específico  $c_p$  pode ser definido pela Equação 2.3.

$$c_p = \frac{Q}{m(T_2 - T_1)} \quad (2.3)$$

---

<sup>1</sup> STAMM, A.J; HANSEN, L.A. The bonding force of cellulosic materials for water (from specific volume and thermal data). J. Phys Chem 41: 1007-1016. 1937 *apud* SIAU, J.F. **Transport processes in wood**. Berlin: Springer-Verlag, 1984. 245p.

Segundo Dunlap<sup>2</sup> (1912 *apud* Kollmann e Cotê, 1968), pode-se calcular o calor específico da madeira anidra,  $c_{po}$ , através da Equação 2.4.

$$c_{po} = 0,266 + 0,00116T \quad (2.4)$$

onde  $c_{po}$  é o calor específico da madeira anidra em cal/g°C e  $T$  é a temperatura.

Segundo USDA (2010), nas unidades do Sistema Internacional (SI), o calor específico pode ser dado pela Equação 2.5.

$$c_{po} = 0,1031 + 0,00386T \quad (2.5)$$

onde  $c_{po}$  é dado em kJ/kg.K.

Como o calor específico varia com a temperatura, é necessário calcular, durante o aquecimento da madeira, a média deste calor específico na faixa de temperatura abrangida. Eleotério (2009) propõe então a Equação 2.6 para o cálculo do calor específico médio da madeira seca,  $c_{pom}$ .

$$c_{pom} = \frac{1}{\Delta T} \int_{T_1}^{T_2} (0,266 + 0,00116 \cdot (T - 273,15)) dT \quad (2.6)$$

onde  $T$  é a temperatura em Kelvin.

Para o cálculo do calor específico da madeira úmida, Eleotério (2009) considerou um efeito aditivo entre o calor específico da madeira anidra e o calor específico da água, como colocado na Equação 2.7.

$$c_{pu} = \frac{M \cdot c_{pw} + 100c_{po}}{100 + M} \quad (2.7)$$

onde  $c_{pu}$  é o calor específico da madeira úmida em cal/g°C,  $M$  é o teor de umidade da madeira e  $c_{pw}$  é o calor específico da água.

Para teores de umidade abaixo do Ponto de Saturação das Fibras (PSF), o USDA (2010), propõe a Equação 2.8 para o cálculo do calor específico da madeira úmida, que considera a energia da água higroscópica, na seção 2.1.4, presente na madeira.

---

<sup>2</sup> DUNLAP, F., The specific heat of wood. U. S. Dep. Agr. Bulletin n° 110, Washington, D.C, 1912 *apud* KOLLMANN, F. F. P.; COTÊ, W. A. **Principles of wood Science and technology**. New York: Springer, v.1. 1968

$$c_{pu} = \left( c_{po} + \frac{c_{pw}X}{100} \right) \left( \frac{100}{1+X} \right) + X(-0,06191 + 2,36 \cdot 10^{-4}T - 1,33 \cdot 10^{-4}T^2) \quad (2.8)$$

onde  $c_{pu}$ ,  $c_{po}$  e  $c_{pw}$  estão em unidades do S.I e a temperatura  $T$  é dada em K.

### 2.1.3.4 Condutividade térmica da madeira

Segundo Kollmann e Cotê (1968), a madeira e outros materiais são condutores pobres de calor devido à escassez de elétrons livres que são os responsáveis pela fácil transmissão de energia, como em metais. Bird (2004) afirma que em sólidos, a condutividade térmica deve ser medida experimentalmente, já que dependem de fatores difíceis de medir e prever. Os dois trabalhos também afirmam que a porosidade da madeira dificulta a condução de calor.

De acordo com Kollmann e Cotê (1968), a condutividade térmica varia conforme a direção do fluxo de calor com relação à grã, conforme a densidade, com o tipo e quantidade de extrativos, com relação aos defeitos e especialmente com relação ao teor de umidade da madeira. É definida como a energia térmica  $Q$  por unidade de tempo  $t$  que flui através de uma espessura  $L$  de uma substância com a área superficial  $A$  sob um estado estacionário de diferença de temperatura entre as faces ( $T_1 - T_2$ ). A condutividade pode então ser calculada pela Equação 2.9.

$$k_h = \frac{Q.L}{A.t(T_2 - T_1)} \quad (2.9)$$

onde  $k_h$  é a condutividade térmica em cal/cm.s.°C.

MacLean<sup>3</sup> (1941 *apud* SIAU, 1984), mediu as condutividades de muitas amostras de madeira com uma grande variação de teores de umidade e massas específicas e propôs a Equação empírica 2.10 para o cálculo da condutividade para madeiras com teores de umidade acima de 40%, e a Equação empírica 2.11 para teores de umidade abaixo de 40%.

$$k_{hT} = [G(4,80 + 0,090M) + 0,57] \cdot 10^{-4} \quad (2.10)$$

$$k_{hT} = [G(4,80 + 0,125M) + 0,57] \cdot 10^{-4} \quad (2.11)$$

---

<sup>3</sup> MACLEAN, J.D. Thermal conductivity of wood. **Heat, piping, and air conditioning**. V.13, p 380-391 1941 *apud* SIAU, J.F. **Transport processes in wood**. Berlin: Springer-Verlag, 1984. 245p.

onde  $k_{hT}$  é a condutividade térmica transversal da madeira em cal/cm.s°C,  $G$  é a massa específica madeira e  $M$  é o teor de umidade.

Segundo MacLean<sup>4</sup> (1952 *apud* SIAU, 1984), a condutividade térmica na direção paralela as fibras, sentido longitudinal, varia entre 2,25 a 2,75 vezes a condutividade no sentido transversal, com uma média de 2,5 vezes, estabelecendo-se a relação apresentada na Equação 2.12.

$$k_{hL} = 2,5 \cdot k_{hT} \quad (2.12)$$

Perré e Degiovanni (1990) simularam a transferência de calor por volumes finitos em meio poroso anisotrópico e para o cálculo da condutividade térmica utilizaram as Equações 2.13, para teor de umidade acima de 40%, e a 2.14, para teor de umidade abaixo de 40%.

$$k_{hT} = \left( \frac{0,65}{100M} + 0,0932 \right) (3,55 + 3,65T)(0,986 + 2,695M)10^{-3} \quad (2.13)$$

$$k_{hT} = (0,129 - 0,049M)[1000 + (2,05 + 4M)(T - 273)](0,986 + 2,695M)10^{-3} \quad (2.14)$$

onde  $k_{hT}$  é dado em W/m.K,  $T$  é dado em Kelvin e  $M$  é o teor de umidade na base seca.

#### 2.1.3.5 Difusividade efetiva

Segundo Eleotério (2009), a secagem é o fluxo molecular da água através de um gradiente de concentração, existindo para tal um fator de proporcionalidade chamado de difusividade mássica. Observando-se que esta difusão engloba a difusão de água pelas paredes celulares e na forma de vapor através do ar presente nos vazios da madeira, tal qual o lúmen das células, este fator de proporcionalidade é chamado de difusividade efetiva.

---

<sup>4</sup> MACLEAN, J.D. Preservative treatment of wood by pressure methods. United States Departamento f Agriculture. Agriculture Handbook n°40. 1952

Segundo Bird *et al.* (2004), não são conhecidos todos os fatores que influenciam a difusividade efetiva em sólidos, o que resulta na necessidade de obtenção experimental deste parâmetro de proporcionalidade.

Eleotério *et al.*<sup>5</sup> (2006 *apud* ELEOTÉRIO, 2009, p.45) determina a difusividade efetiva através de um modo transiente, onde são necessários a massa total ou o gradiente de umidade da amostra ao longo do tempo. Cai (2005) estabeleceu a difusividade efetiva de *Abies lasiocarpa* utilizando o modo transiente, através da Equação 2.15.

$$D = \frac{705,88 \cdot \bar{E}^2 \cdot L^2}{t} \quad (2.15)$$

onde  $D$  representa a difusividade efetiva em  $m^2/s$ ,  $L$  representa o comprimento na direção do fluxo em  $m$ ,  $t$  é o tempo em  $s$  e  $\bar{E}$  é a variação adimensional de concentração dada pela Equação 2.16.

$$\bar{E} = \frac{\bar{C} - C_e}{C_0 - C_e} \quad (2.16)$$

onde  $\bar{C}$  é a concentração média de umidade em  $kg/m^3$ ,  $C_e$  é a concentração de umidade em equilíbrio em  $kg/m^3$  e  $C_0$  é a concentração inicial de umidade em  $kg/m^3$ .

Cai (2005), para o calcular de difusividade efetiva, faz um gráfico relacionando a variação adimensional de concentração ao quadrado ( $\bar{E}^2$ ) pelo tempo  $t$ . O coeficiente angular deste gráfico é dado por  $D/705,88L^2$ . Pode-se então através de uma regressão linear ajustada para os dados experimentais calcular-se  $D$  através da Equação 2.15.

Uma relação logarítmica é apresentado por Theppaya e Prasertsan (2002) para o cálculo da difusividade efetiva, conforme a Equação 2.17.

$$D = \frac{4 \cdot L^2}{\pi^2} \left( \frac{d(\ln E)}{dt} \right) \quad (2.17)$$

Simpson e Liu (1991) definem um método nomeado de meio tempo (*half-time technique*) que simultaneamente determina o coeficiente convectivo de massa e a difusividade efetiva, respectivamente Equações 2.18 e 2.19, no ponto médio de sorção.

<sup>5</sup> ELEOTÉRIO, J. R. *et al.* Influência da espécie de madeira na difusividade efetiva da água durante o processo de secagem. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA QUÍMICA, XVI, Santos, 2006. *apud* ELEOTÉRIO, J. R. **Modelagem e simulação do processo de secagem de madeiras serradas de espécies tropicais brasileiras**. 2009. 249 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química) – Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 2009

$$h_m = \frac{0,7010.D}{\frac{2D.t}{L} - 0,098.L} \quad (2.18)$$

onde  $h_m$  é o coeficiente convectivo de transferência de massa na superfície da madeira,  $D$  é a difusividade efetiva,  $L$  é a espessura da peça e  $t$  é o tempo.

$$D = L^2 \frac{-0,1654}{0,701 \cdot \frac{dt}{dE} + 2,05 \cdot t_{0,5}} \quad (2.19)$$

onde  $t_{0,5}$  é o tempo para que metade da sorção ocorra.

Eleotério (2009) discutiu sobre os métodos de Simpson e Liu (1991), afirmando que o maior inconveniente destes métodos é assumir que a difusividade não varia com o teor de umidade e que a superfície está permanentemente em equilíbrio com o ambiente.

Simpson e Liu (1997) determinaram a difusividade efetiva e o coeficiente convectivo de transferência de massa resolvendo as Equações de difusão através do método de diferenças finitas, ajustando os dados simulados aos dados experimentais até a obtenção de valores mínimos de resíduos. Enquanto o coeficiente convectivo de transferência de massa permaneceu constante, a difusividade efetiva, para teores de umidade abaixo do PSF, variou com a temperatura e os teores de umidade. A massa específica também é um dos fatores que influenciam na difusividade efetiva.

Perré *et al.* (1996) e Fotsing e Tchagang (2005) determinaram a difusividade efetiva através de um estado estacionário. Neste modo, a difusividade é obtida da variação de massa em tubos de difusão ou vaporímetros, onde há diferença de pressão parcial de vapor entre as faces interna e externa da amostra de madeira. Fotsing e Tchagang (2005) observaram também que a temperatura é um fator significativo para a difusividade efetiva, sendo que esta relação pode ser descrita como uma Equação de Arrhenius dada na Equação 2.20.

$$D = D_o \cdot e^{-\frac{E_a}{RT}} \quad (2.20)$$

onde  $D_o$  é o fator de Arrhenius em  $m^2/s$ ,  $E_a$  é a energia de ativação da difusão em kJ/mol,  $T$  é a temperatura em K e  $R$  é a constante dos gases ideais em kJ/kg.mol.K.

A madeira também é um material anisotrópico, possuindo variações em suas propriedades com relação aos eixos de referência, sistema LRT (longitudinal, radial, tangencial), e dentro do próprio eixo. Portanto, o sentido do fluxo também influi nos valores de difusividade efetiva. Os resultados de Fotsing e Tchagang (2005) mostram que os



coeficientes de difusividade longitudinais são maiores que os no sentido transversal, e que os coeficientes na direção radial são maiores que na direção tangencial.

Tramian *et al.* (2011) calculou a difusividade de madeiras de reação, madeira de compressão de *Picea abies* e madeira de tração de *Fagus sylvatica*, por um método baseado na primeira Lei de Fick de difusão sob um estado estacionário. Conclui-se com o estudo que os valores obtidos de difusividade são maiores nas madeiras de reação quando comparados a madeiras normais. Justifica-se essa diferença de valores devido a maior presença de lignina nas madeiras de compressão e a facilidade de difusão de água de impregnação na camada gelatinosa presente nas madeiras de tração.

Eleotério (2009) apresenta uma tabela com os valores obtidos por diversos pesquisadores. Esta tabela está apresentada na Figura 2.5<sup>6</sup>.

#### 2.1.3.6 Isotermas de sorção

Segundo a USDA (2010), a relação entre o teor de umidade de equilíbrio da madeira e a umidade relativa do ambiente a uma temperatura constante é referida como isoterma de sorção. Esse teor de umidade de equilíbrio é o teor de umidade no qual a madeira não está nem ganhando, nem perdendo umidade e pode ser calculada pela Equação 2.21. É dependente de fatores ambientais tais como umidade relativa e temperatura.

$$EMC(\%) = \frac{1800}{W} \left[ \frac{K.h}{1-K.h} + \frac{K_1Kh+2K_1K_2K^2h^2}{1+K_1Kh+K_1K_2K^2h^2} \right] \quad (2.21)$$

onde *EMC* é o teor de umidade de equilíbrio em %, *h* é a umidade relativa em decimal e os fatores *W*, *K*, *K<sub>1</sub>*, e *K<sub>2</sub>* são dados pelas respectivas Equações 2.22, 2.23, 2.24 e 2.25, todos dependentes da temperatura *T* em °C.

$$W = 349 + 1,29T + 0,0135T^2 \quad (2.22)$$

$$K = 0,805 + 0,000736T - 0,00000273T^2 \quad (2.23)$$

$$K_1 = 6,27 - 0,00938T - 0,000303T^2 \quad (2.24)$$

<sup>6</sup> ELEOTÉRIO, J. R. **Modelagem e simulação do processo de secagem de madeiras serradas de espécies tropicais brasileiras**. 2009. 249 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química) – Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 2009 - Tabela 3.1 - página 49.

$$K_2 = 1,91 + 0,0407T - 0,000293T^2 \quad (2.25)$$

Figura 2.5 - Difusividade efetiva (convertida para unidade do SI), sendo E = estacionário e T = transiente.

Espécie	Método	Temp.(°C)	Plano anatômico	Difusividade Efetiva (m <sup>2</sup> /s)	Fonte
<i>Terminalia superba</i>	E	30	Radial	1,3x10 <sup>-11</sup>	Fotsing e Tchangang (2005)
			Tangencial	1,16x10 <sup>-11</sup>	
		35	Radial	3,70x10 <sup>-11</sup>	
			Tangencial	2,65x10 <sup>-11</sup>	
		40	Radial	5,37x10 <sup>-11</sup>	
			Tangencial	6,73x10 <sup>-11</sup>	
<i>Abies lasiocarpa</i> <sup>1</sup>	T	60	Longitudinal <sup>2</sup>	8,50x10 <sup>-10</sup>	Cai (2005)
			Transversal <sup>2</sup>	8,75x10 <sup>-11</sup>	
			Longitudinal <sup>3</sup>	6,69x10 <sup>-10</sup>	
			Transversal <sup>3</sup>	6,44x10 <sup>-11</sup>	
<i>Pinus sylvestris</i>	E	60	Tangencial <sup>4</sup>	3,8x10 <sup>-10</sup>	Sehlstedt-Persson (2001)
			Tangencial <sup>5</sup>	4,9x10 <sup>-10</sup>	
<i>Picea abies</i>			Tangencial <sup>4</sup>	6,5x10 <sup>-10</sup>	
			Tangencial <sup>5</sup>	6,8x10 <sup>-10</sup>	
<i>Hevea brasiliensis</i>	T	61	Transversal <sup>6</sup>	2,44x10 <sup>-10</sup>	Theppaya e Prasertsan (2002)

<sup>1</sup> = média de 5 tábuas com 10 repetições por tábua, <sup>2</sup> = condição inicial verde, <sup>3</sup> = condição inicial no Ponto de Saturação da Fibras, <sup>4</sup> = cerne, <sup>5</sup> = alburno e <sup>6</sup> = Esquema logarítmico, UR = 74,4%. (Fonte: nota de rodapé <sup>6</sup> da página 31)

O modelo da Equação 2.21 foi proposto por Hailwood e Horrobin (1946) e trabalhado por Simpson (1973), que ajustou a Equação 2.21 para dados experimentais, encontrando os valores dos parâmetros nas Equações de 2.22 a 2.25.

Outros modelos são encontrados na literatura como os citados por Jannot *et al.* (2005), os modelos de Brunauer, Emmet e Teller (modelo de BET)<sup>7</sup> e o modelo de Guggenheim, Anderson e Boer (modelo de GAB), respectivamente Equações 2.26 e 2.27.

$$EMC = \left( \frac{X_m B h}{1-h} \right) \left[ \frac{1-2h+h^2}{1+(B-1)h-Bh^2} \right] \quad (2.26)$$

onde  $M_m$  é o teor de umidade na superfície da peça e  $B$  é uma constante.

$$EMC = \frac{X_m C K h}{(1-Kh)[1+(C-1)Kh]} \quad (2.27)$$

onde  $C$  e  $K$  são constantes relacionadas ao calor de sorção da superfície.

De acordo com Eleotério (2009), as particularidades de cada espécie madeireira e a importância do teor de umidade de equilíbrio no estabelecimento da força motriz da secagem justificam a determinação experimental de isotermas de sorção específicas para cada espécie.

#### 2.1.4 Água na madeira

Segundo Siau (1984) a água existe em duas formas básicas, água ligada dentro das paredes celulares e água livre na forma líquida nos vazios da madeira. Um equilíbrio entre a água ligada e a umidade relativa do ar que a cerca é obtido onde com umidade relativa de 0% o teor de umidade da madeira é essencialmente zero. Esse teor de umidade aumenta com o aumentar da umidade relativa até as paredes celulares ficarem saturadas. Siau (1984) comenta que além deste ponto, chamado ponto de saturação das fibras (PSF), a água adicional estará na forma de água livre.

Eleotério (2009) define a água em três formas distintas, água livre, intersticial ou capilar, água higroscópica ou ligada e água de constituição. A água livre está ligada por forças capilares, ocupando os vazios, ou poros da madeira. A retirada desta água causa apenas a diminuição da massa da mesma, não havendo nenhuma variação dimensional. Já a água higroscópica ou ligada se encontra entre as camadas da parede celular, ligada por pontes de

<sup>7</sup> BRUNAUER, S; EMMET, P.H.; TELLER, E. Adsorption of gases in multimolecular layers. **Journal of the American Chemical Society**. V.60, p.309–319. Feb,1938 *apud* JANNOT, Y. *et al.* Experimental determination and modelling of water desorption isotherms of tropical woods: afzelia, ebony, iroko, moabi and obeche. **Holz als Roh und Werkstoff**. V.64, p 121-124, Nov, 2005.

hidrogênio. Sua retirada faz com que a madeira sofra um encolhimento e que haja um incremento nas propriedades mecânicas da madeira. A água de constituição, também conhecida como água de adsorção físico-química, é formada pela destruição de constituintes da madeira, especialmente hemiceluloses, que ocorre com a exposição prolongada à alta temperatura. Em condições normais de secagem, a remoção desta fração de água é desprezível.

Tem-se então que para uma madeira com teor de umidade abaixo de 6%, encontra-se somente água de constituição ou de adsorção físico-química. Entre 6% e o PSF, em média 28% segundo Kollmann e Cotê (1968), encontramos além de água de adsorção química, água higroscópica ou ligada. Acima do PSF tem-se presente os três tipos de água definidos por Eleotério (2009).

### **2.1.5 Retirada de água da madeira**

Segundo Baker (1956), a madeira seca de fora para dentro. A água se movimenta de regiões de maior concentração para regiões de menor concentração e que para a madeira umidade de seu interior deve ter suas fibras superficiais mais secas que as da parte interna. As fibras mais externas perdem umidade para o ambiente externo, alcançando o teor de umidade de equilíbrio, dependente da atmosfera circundante, o que ocasiona um gradiente de umidade ao longo da espessura da peça.

Segundo Mellado (2007), a secagem da madeira é um fenômeno simultâneo de transferência de massa e calor, no qual, na secagem convencional em estufas de secagem, uma corrente de ar aquecida passa pela superfície da madeira fornecendo energia, aumentando a temperatura do sólido e da umidade presente, promovendo a evaporação da água contida na madeira. A transferência de massa ocorre quando a umidade migra para a superfície e então para o ar circundante, no estado de vapor de água. Ao mesmo tempo, o ar fornece energia que causa um incremento na temperatura da superfície, o que inicia o transporte de calor para o interior da peça.

Os mecanismos de retirada de água da madeira serão melhores abordados nos itens a seguir, sendo necessário, no entanto, conhecer quais são os caminhos que a água segue para poder se mover pela madeira.

#### 2.1.5.1 Caminhos ou rotas da água pela madeira

Baker (1956) traz os principais caminhos que a água percorre durante sua movimentação no interior da madeira. Coletivamente estes caminhos são conhecidos como estruturas capilares da madeira e algumas espécies possuem-nas visíveis a olho nu, outras, porém, só são visíveis com auxílio de microscópio e outros existem somente quando as paredes celulares das fibras da madeira estão intumescidas por água ou outro líquido. Os principais caminhos são as cavidades de fibras e vasos, células de raio, câmaras de pontoações e aberturas das pontoações, dutos de resina, espaços intercelulares e passagens transitórias nas paredes celulares, que existem quando há um líquido separando os subcomponentes da parede celular e desaparecem com a retirada do líquido. O volume dessas rotas é de 25 a 85% do volume total da madeira.

Madeiras com alta massa específica possuem um volume de rotas baixo. As células de raio representam apenas 2% do volume total de rotas e não são importantes no movimento da umidade em *softwoods*, com exceção aos pinos. Os espaços intercelulares representam um pequeno volume não sendo um fator significativo e os dutos de resina não são muito efetivos, uma vez que geralmente estão preenchidos com resina.

O movimento de umidade ocorre tanto no sentido longitudinal como no sentido transversal da madeira.

#### 2.1.5.2 Forças motrizes do movimento de umidade

De acordo com Baker (1956) as principais forças que operam para a redução do teor de umidade, ocasionalmente atuando juntas, são a ação capilar e a diferença na pressão de vapor e no teor de umidade, sendo a última as forças atuantes no fenômeno de difusão. Cada uma delas será tratada nas seções subjacentes.

#### 2.1.5.3 Movimento devido à ação capilar

A ação capilar ocasiona o fluxo de água livre principalmente através das cavidades celulares, camaras de pontoações e aberturas das pontoações.

Segundo Baker (1956), o movimento é devido à ação simultânea de adesão (força entre as partículas de água e as paredes das aberturas das pontoações) e coesão (atração mútua entre as partículas de água). A força adesiva entre a madeira e a primeira camada de moléculas de água é duas vezes maior que a força coesiva entre as partículas de água.

No início da secagem de madeiras verdes, ocorre evaporação livre nas células da superfície da madeira até a água nas aberturas das pontoações desenvolver um menisco. Devido à coesão das partículas de água, o menisco exerce uma atração na água presente na cavidade celular e quanto menor for a umidade relativa do ar circundante, maior será essa força de atração.

Se a madeira verde possui ar em suas cavidades juntamente com a água livre, a água líquida pode mover-se de célula a célula e o ar nas cavidades expande-se, prevenindo o aparecimento de tensões devido ao decréscimo do volume de água. Continuando-se a secagem, a água livre é progressivamente retirada das cavidades até que estas estejam preenchidas somente com ar e vapor de água. Porém este processo não prossegue continuamente, pois assim que as fibras da superfície da madeira alcançam o ponto de saturação das fibras, a coluna contínua de água é destruída e qualquer água livre nas cavidades é adsorvida pelas paredes celulares. Como o PSF é estabelecido com uma umidade relativa perto de 100%, qualquer umidade relativa encontrada nos processos de secagem estará abaixo disto fazendo com que as fibras da superfície entrem logo em equilíbrio com teores de umidade abaixo do PSF. Baker (1956), conclui então que a secagem proveniente da ação capilar é de baixa importância, entretanto é sabido que o movimento de água livre no interior da peça é realizado por ação capilar. Quando o movimento de água livre não mais existe perto da superfície da madeira, a secagem é resultado de forças difusivas que movem a água e então controlam a taxa de movimento da água livre no interior da peça.

Segundo Kollmann e Cotê (1968) o fenômeno de ascensão capilar pode ser descrito pela Lei de Hagen-Poiseuille, que relaciona a altura de ascensão com a viscosidade do líquido e do raio do menisco formado, sendo necessária, entretanto, a inserção de um termo que considere o distúrbio causado ao fluxo pelas moléculas ligadas às paredes celulares por pontes de hidrogênio. Segundo Tuttle (1925), Kollmann (1936) e Kollmann e Cotê (1968), o

movimento acima do PSF, apesar de não ser um fenômeno difusivo em si, é controlado pela difusão e se parecerá com um fenômeno difusivo.

#### 2.1.5.4 Movimento de umidade por difusão

As diferenças na pressão de vapor e nos teores de umidade agem como as forças motrizes na remoção de água da madeira. Elas movem o vapor de água e a água higroscópica por difusão.

Segundo Baker (1956) a água removida da madeira nos processos de secagem movem-se para a superfície por dois tipos de difusão. A altas temperaturas a difusão de vapor de água através das rotas mais largas predomina, enquanto que a baixas temperaturas a difusão da água higroscópica através das rotas transitórias da parede celular predomina. A difusão interna de umidade controla a taxa de secagem de qualquer peça de madeira.

Tuttle (1925), citado por Kollmann e Cotê (1968), assumiu que no caso de movimento unidimensional de umidade, o fenômeno difusivo pode ser expresso pela primeira Lei de Fick de difusão como descrito a seguir na Equação 2.28.

$$\frac{dm}{dt} = -D \frac{dM}{dx} \quad (2.28)$$

onde  $\frac{dm}{dt}$  é a taxa de transferência de massa (umidade) por unidade de tempo em  $\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$ ,  $D$  é o coeficiente de difusão em  $\text{kg/m} \cdot \text{s} \cdot \%$ , e  $\frac{dM}{dx}$  é a taxa de mudança de concentração na direção  $x$  (gradiente de umidade na madeira) em  $\%/m$ .

Kollmann e Cotê (1968) ainda ressaltam que a difusão sob condições não estacionárias, mas com condições de contorno que continuamente modificam-se, podem ser matematicamente descritas pela segunda Lei de Fick de difusão, dada na Equação 2.29.

$$\frac{dM_d}{dx} = D^2 \frac{d^2 M_d}{dx^2} \quad (2.29)$$

onde  $M_d$  significa o teor de umidade acima do teor de umidade de equilíbrio e  $D$  é a condutividade de umidade na madeira.

## 2.2 O AR COMO MEIO SECANTE

O ar é um dos meios mais utilizados para a secagem de madeira seja em estufas convencionais, estufas solares ou mesmo na secagem ao ar livre. É o meio que fornece energia para a madeira e ao mesmo tempo é responsável por retirar ou fornecer umidade para a madeira até que esta atinja o teor de umidade de equilíbrio.

Nesta seção serão abordadas algumas propriedades importantes do ar e da mistura ar e vapor de água para o fenômeno de secagem da madeira, dentre elas a pressão de vapor de saturação, umidade relativa e absoluta, massa específica, difusividade mássica, calor específico, condutividade e difusividade térmica.

### 2.2.1 Pressão de vapor de saturação

Segundo Siau (1984) a pressão de vapor de saturação ocorre quando há equilíbrio entre a evaporação e a condensação de vapor de água de um reservatório. Neste reservatório de água envolto por ar seco, ocorrerá evaporação da água formando vapor de água, pois as moléculas do líquido estão em um estado constante de vibração, possuindo uma energia cinética média diretamente proporcional à temperatura absoluta, mas essas moléculas possuem uma distribuição de energia apresentando uma grande variação de energia. Uma pequena fração de moléculas terá energia suficiente para escapar da superfície e formar moléculas de vapor no espaço acima do reservatório. Esse processo de evaporação será neutralizado pela condensação de algumas destas moléculas. Eventualmente um estado estacionário será atingido quando a taxa de evaporação e condensação for igual e neste momento as moléculas de vapor apresentam uma pressão parcial de vapor conhecida como pressão de vapor de saturação ( $p_{vs}$ ).

Para o cálculo da pressão de vapor de saturação, Siau (1984) apresenta a Equação 2.30.

$$p_{vs} = 8,75 \cdot 10^7 e^{\frac{-10400}{RT}} \quad (2.30)$$

onde  $p_{vs}$  é a pressão de vapor de saturação em cmHg, o valor de 10400 é a referente a energia de escape das moléculas de água em cal/mol,  $R$  é a constante universal dos gases, valor de 2 cal/mol.K, e  $T$  é a temperatura em K.



Frandsen<sup>8</sup> (2005 *apud* ELEOTÉRIO, 2009) baseado em uma Equação semi-empírica de Kirchoff, apresenta a relação para o cálculo da pressão de vapor de saturação da Equação 2.31.

$$p_{vs} = e^{\left(53,421 - \frac{6516,3}{T} - 4,125 \ln T\right)} \quad (2.31)$$

### 2.2.2 Umidade relativa

A umidade relativa ( $h$ ), segundo Siau (1984), é a relação entre a pressão parcial de vapor no ar e a pressão de vapor de saturação, como demonstrado na Equação 2.32.

$$h = \frac{p}{p_{vs}} \cdot 100 \quad (2.32)$$

onde  $h$  é dado em porcentagem (%) e  $p$  é a pressão parcial de vapor.

Há muitos métodos de mensuração da umidade relativa. Um método simples e prático é o uso de um psicrômetro, que consiste em dois termômetros, um de bulbo seco, para a medição da temperatura ambiente, e outro de bulbo úmido envolto com feltro mergulhado em água destilada. Deve-se então circular o ar a, pelo menos, 3 m/s. Isto causará a evaporação da umidade contida no feltro úmido, o que exige energia, fazendo que a temperatura medida no termômetro de bulbo úmido sofra uma queda, mostrando um valor mais baixo que a mostrada pelo termômetro de bulbo seco.

A partir dos valores de bulbo seco e bulbo úmido, pode-se utilizar uma carta psicrométrica para a obtenção da umidade relativa. Siau (1984) apresenta uma relação de pressão parcial de vapor e as temperaturas de bulbo úmido e a bulbo seco, conforme a Equação 2.33.

$$p = p_{vsw} - \frac{(P_a - p_{vsw})(T_d - T_w)}{1,546 - 1,44T_w} \quad (2.33)$$

---

<sup>8</sup> FRANDSEN, Henrik Lund. Modelling of moisture transport in wood. State of the Art and Analytic Discussion. Aalborg: Aalborg University, 2nd ed. (Wood Science and Timber Engineering, Paper no. 1). 2005 *Apud* ELEOTÉRIO, J. R. Modelagem e simulação do processo de secagem de madeiras serradas de espécies tropicais brasileiras. 2009. 249 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química) – Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 2009

onde  $p$  é a pressão parcial de vapor,  $p_{vsW}$  é a pressão de vapor de saturação à temperatura de bulbo úmido ( $T_w$ ),  $P_a$  é a pressão atmosférica e  $T_d$  é a temperatura de bulbo seco (*dry-bulb temperature*).

Já a umidade absoluta representa a quantidade de vapor de água pela quantidade de ar seco. Pode ser dada pela Equação 2.34.

$$W_{abs} = 0,622 \frac{p}{P_a - p} \quad (2.34)$$

onde  $W_{abs}$  é a umidade absoluta.

### 2.2.3 Massa específica do ar úmido

Eleotério (2009) apresenta a Equação 2.35 para o cálculo da massa específica do ar úmido.

$$\rho_{ar \text{ úmido}} = \frac{M_{ar} \cdot (P_a - p) + M_w \cdot p}{RT} \quad (2.35)$$

onde  $\rho_{ar \text{ úmido}}$  é a massa específica do ar úmido em  $\text{kg/m}^3$ ,  $M_{ar}$  é a massa molecular do ar em  $\text{kg/kgmol}$  e  $M_w$  é a massa molecular da água em  $\text{kg/kgmol}$ .

### 2.2.4 Difusividade mássica do vapor através do ar

A difusividade mássica do vapor através do ar, segundo Frandsen<sup>9</sup> (2005 *apud* ELEOTÉRIO, 2009), pode ser encontrada através da Equação semi-empírica 2.36.

$$D_v = 2,2 \cdot 10^{-5} \left( \frac{P_a}{p + P_a} \right) \left( \frac{T}{273,15} \right)^{1,75} \quad (2.36)$$

---

<sup>9</sup> FRANDSEN, Henrik Lund. Modelling of moisture transport in wood. State of the Art and Analytic Discussion. Aalborg: Aalborg University, 2nd ed. (Wood Science and Timber Engineering, Paper no. 1). 2005 *Apud* ELEOTÉRIO, J. R. Modelagem e simulação do processo de secagem de madeiras serradas de espécies tropicais brasileiras. 2009. 249 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química) – Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 2009

onde  $D_v$  é a difusividade mássica do vapor através do ar em  $m^2/s$ ,  $P_a$  é dada em Pa e  $T$  é dada em K.

Eleotério (2009), ainda propõe outra Equação baseada na Teoria de Chapman-Enskog para a determinação de  $D_v$ . Utilizando-se dos seguintes valores das propriedades dos ar,  $M_{ar} = 28,97$  g/mol, diâmetro de colisão do ar  $\sigma_{ar} = 3,617$  Å,  $\varepsilon_{ar}/K = 97,0$  K de chamada de energia máxima de atratividade entre moléculas a uma dada temperatura, e para a água os valores de  $M_{vapor} = 18$ g/mol,  $\sigma_{água} = 2,649$  Å, e  $\varepsilon_{água}/K = 356$  K chega-se a Equação 2.37 de difusividade do vapor através do ar.

$$D_v = 0,0018583 \sqrt{T^3 \left( \frac{1}{M_{ar}} + \frac{1}{M_{vapor}} \right)} \frac{1}{\frac{Pa}{101325} \sigma_{ar-água}^2 \Omega_{D,ar-água}} \quad (2.37)$$

onde  $\sigma_{ar-água}$  é dada pela Equação 2.38 e  $\Omega_{D,ar-água}$  é dada pela Equação 2.39.

$$\sigma_{ar-água} = \frac{\sigma_{ar} + \sigma_{água}}{2} \quad (2.38)$$

$$\Omega_{D,ar-água} = \frac{1,06036}{\left( \frac{K}{\varepsilon_{ar-água}} T \right)^{0,1561}} + \frac{0,19300}{e^{\left( 0,47635 \cdot \frac{K}{\varepsilon_{ar-água}} T \right)}} + \frac{1,03587}{e^{\left( 1,52996 \cdot \frac{K}{\varepsilon_{ar-água}} T \right)}} + \frac{1,76474}{e^{\left( 3,89411 \cdot \frac{K}{\varepsilon_{ar-água}} T \right)}} \quad (2.39)$$

onde  $KT/\varepsilon_{ar-água}$  é a temperatura adimensional, conforme Bird *et al.*(2004) sobre a teoria de colisão baseada em Chapman-Enskog, sendo considerada a relação da Equação 2.40.

$$\frac{\varepsilon_{ar-água}}{K} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{ar}}{K} \frac{\varepsilon_{água}}{K}} \quad (2.40)$$

## 2.2.5 Viscosidade da mistura ar-vapor de água

A viscosidade é uma propriedade física que caracteriza a resistência ao escoamento de um fluido simples. Eleotério (2009) apresenta a Equação empírica 2.41 para o cálculo da viscosidade da mistura ar-água.

$$\mu = 1,718 \cdot 10^{-5} + 0,0049 \cdot 10^{-5} \cdot (T - 273,15) \quad (2.41)$$

onde  $\mu$  é a viscosidade da mistura em kg/m.s. e  $T$  é dada em K.

Pose-se apresentar a viscosidade como viscosidade cinemática, que pode ser calculada a partir da Equação 2.42.

$$\eta = \frac{\mu}{\rho_{ar \text{ úmido}}} \quad (2.42)$$

onde  $\eta$  é a viscosidade cinemática da mistura de ar e vapor de água em m<sup>2</sup>/s.

### 2.2.6 Calor específico da mistura ar-água

Pode-se calcular o calor específico da mistura ar e água a partir da soma do calor específico do ar e da água ponderado pela umidade absoluta do ar, conforme a Equação 2.43.

$$c_{p(ar \text{ úmido})} = c_{p(ar)} + W_{abs} c_{p(vapor)} \quad (2.43)$$

onde  $c_{p(ar \text{ úmido})}$  é o calor específico da mistura ar e água em J/kg.K,  $c_{p(ar)}$  é o calor específico do ar seco no valor de 1000J/kg.K,  $c_{p(vapor)}$  é o calor específico do vapor de água no valor de 1851,6J/kg.K.

### 2.2.7 Difusividade térmica da mistura ar-água

De acordo com Eleotério (2009), a difusividade térmica define a relação entre a energia que é conduzida e a que é armazenada na forma de aquecimento, e pode ser calculada pela Equação 2.44.

$$\alpha = \frac{k_{ar}}{\rho_{ar \text{ úmido}} \cdot c_{p(ar \text{ úmido})}} \quad (2.44)$$

onde  $\alpha$  é a difusividade térmica e  $k_{ar}$  é a condutividade térmica do ar dada pela Equação 2.45.

$$k_{ar} = 1,5207 \cdot 10^{-11} \cdot T^3 - 4,8574 \cdot 10^{-8} \cdot T^2 + 1,0184 \cdot 10^{-4} \cdot T - 3,9333 \cdot 10^{-4} \quad (2.45)$$

onde  $k_{ar}$  é a condutividade térmica do ar dada em W/m.K.

### 2.3.7 Coeficientes de transferência de calor e massa

Cai (2005), através da analogia de Chilton-Colburn, calculou pela Equação 2.46 os coeficientes convectivos de transferência de massa.

$$h_m = \frac{h_h}{\rho_{ar \text{ úmido}} \cdot c_p(ar \text{ úmido})} \left( \frac{Pr}{Sc} \right)^{2/3} \quad (2.46)$$

onde  $h_m$  é o coeficiente de transferência de massa em m/s,  $h_h$  é o coeficiente de transferência de calor em W/m<sup>2</sup>.K,  $c_p$  é dado em J/kg.K,  $\rho$  é a densidade em kg/m<sup>3</sup> e  $Pr$  e  $Sc$  são os adimensionais de Prandt e Schmidt, apresentados nas Equações 2.47 e 2.48 respectivamente.

$$Pr = \frac{\eta}{k_T} \quad (2.47)$$

onde  $\eta$  é a viscosidade cinemática e  $k_T$  é a difusividade térmica.

$$Sc = \frac{\eta}{D} \quad (2.48)$$

onde  $\eta$  é a viscosidade cinemática e  $D$  a difusividade mássica.

Stanish *et al.* (1986) encontrou o valor do coeficiente convectivo de transferência de calor ( $h_h$ ) de 87, 58 e 29 W/m<sup>2</sup>.K para as respectivas velocidades do ar de 13, 7 e 2 m/s.

Martinović *et al.* (2001) utilizou os valores constantes para  $h_h = 40$  W/m<sup>2</sup>.K e  $h_m = 1,8 \cdot 10^{-6}$  kg/m<sup>2</sup>.s.%, para a velocidade de 2 m/s.

Perré e Degiovanni (1990) utilizaram-se dos valores, para a temperatura ambiente de 50°C, de  $h_h = 14$  W/m<sup>2</sup>.K e  $h_m = 0,014$  m/s.

## 2.4 MODELOS MATEMÁTICOS PARA A SECAGEM DE MADEIRA

Segundo Eleotério (2009) muitos aspectos podem ser abordados na modelagem da secagem de madeira serrada, dentre eles o teor de umidade, a temperatura, a pressão parcial de vapor, as tensões resultantes da contração, alterações de cor e aspectos especiais como o colapso da parede celular. Os modelos mais comuns contemplam a previsão da umidade, temperatura e mais recentemente as tensões de secagem.

Alguns autores possuem seus modelos para a descrição dos fenômenos de transporte de calor e massa em meios porosos muito citados na literatura. São os casos dos modelos propostos por Whitaker (1977), Luikov (1964; 1975), DeVries e Philip (1957), DeVries (1958) e Berger e Pei (1973).

Segundo Vafai e Sozen (1990), a comparação quantitativa dos modelos propostos por estes autores é difícil, pois a seleção dos potenciais de transporte depende do mecanismo de transporte adotado como predominante, o que leva a diferentes equações constitutivas e diferentes potenciais de transporte, fazendo com que os coeficientes de transporte tenham um significado físico diferente em cada caso.

Devries e Philip (1957) e DeVries (1958) propõem em seu modelo duas equações de balanço de massa para as fases líquida e de vapor, uma equação de energia, uma relação de volume e uma relação termodinâmica relacionando a densidade de vapor com a densidade de vapor saturado, pressão e temperatura. As variáveis desconhecidas são o teor volumétrico de líquido, o teor volumétrico de vapor, a taxa de evaporação, temperatura e densidade de vapor. O fluxo mássico é definido pela Lei de Darcy.

Luikov (1964; 1975) obteve um sistema de equações diferenciais acopladas para três variáveis dependentes, temperatura, pressão e teor de umidade total, que ele aproximou ao teor de líquido, pois adotara que a massa de vapor na madeira é desprezível. Em seu modelo a equação de transporte de energia deriva essencialmente do balanço de energia em um volume de controle. Os efeitos de dispersão e da gravidade são desprezados.

Berger e Pei (1973) propuseram duas equações acopladas para os parâmetros teor de líquido, densidade de vapor e temperatura. Adotaram coeficientes de transporte constantes e assumiram que o transporte de calor através da matriz sólida consiste apenas em condução, o

que implica na simplificação da equação de energia, pois não são consideradas a transferência de calor e a dispersão de calor por convecção. Definiram o movimento de líquido e vapor pela Lei de Fick de difusão.

Whitaker (1977) faz um estudo teórico detalhado sobre a secagem de meios porosos. Considerou que o meio poroso é composto por três fases, uma matriz sólida fixa e rígida, uma fase líquida que pode ser a água no estado líquido e uma fase gasosa considerada uma mistura entre ar e seus componentes com vapor de água. Esse tipo de modelo é conhecido como modelo de transporte multifásico. Partindo da Equação da continuidade, tanto para uma espécie química como para mais de uma espécie, como é o caso da fase gasosa, do princípio de momento linear e da Equação de conservação de energia térmica, e utilizando-se do método da média do volume (*volume averaging method*), encontrou 12 equações para 12 variáveis desconhecidas, sendo 6 equações governantes, 5 relações termodinâmicas e uma relação de volume. A resolução dessas equações, porém, não é algo simples porque muitos parâmetros são difíceis de serem encontrados experimentalmente, em alguns casos até mesmo impossíveis de serem obtidos, tais como os coeficientes de condução na interface entre fases dentro do meio poroso. Esse autor detalhou muitos aspectos do fenômeno físico de transporte de calor e massa em meios porosos, apresentando um trabalho teórico muito completo do ponto de vista de fenomenologia resultando, porém, em equações de difícil aplicação devido aos inúmeros coeficientes de transferência requeridos.

A Figura 2.6 é uma tabela apresentada por Vafai e Sozen (1990), mostrando alguns aspectos contemplados pelos modelos dos autores citados.

Martinović *et al.* (2001) apresentam duas governantes para o fenômeno de secagem de madeira, sendo elas um balanço de energia e um balanço de massa, respectivamente Equações 2.49 e 2.50 escritas em uma notação de tensor Cartesiano, baseadas na Teoria de Luikov, Luikov (1966).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_p T) = -\frac{\partial q_j}{\partial x_i} + \rho S_q \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_m M) = -\frac{\partial \dot{m}_j}{\partial x_i} + \rho S_m \quad (2.50)$$

onde  $t$  é o tempo em segundos (s),  $x_i$  é a coordenada Cartesiana,  $\rho$  é a densidade,  $c_p$  é o calor específico,  $c_m$  é a umidade específica,  $T$  é a temperatura,  $M$  é o potencial de umidade,  $S_q$  e  $S_m$  são as fontes de massa e calor,  $q_j$  e  $\dot{m}_j$  são os vetores de fluxo de calor e massa, respectivamente onde  $i$  e  $j$  estão relacionados a direção do fluxo, indo de 1 a 3.

Figura 2.6 – Detalhes do transporte de momento em diferentes modelos

	Whitaker	Luikov	DeVries	Berger e Pei
<b>VAPOR</b>				
Transporte molecular (difusão)	Sim	Sim	Sim	Sim
Dispersão	Sim	Não	Não	Não
Fluxo de Darcy (convectivo)	Sim	Sim	Não	Não
Gravidade	Sim	Não	Sim	Não
<b>LÍQUIDO</b>				
Transporte molecular (difusão)	Sim	Sim	Sim	Não
Dispersão	Sim	Não	Não	Não
Movimento capilar	Sim	Sim	Sim	Sim
Fluxo de Darcy (convectivo)	Sim	Sim	Sim	Não
Gravidade	Sim	Não	Sim	Não
<b>NÃO CONDENSÁVEIS</b>				
Transporte molecular (difusão)	Sim	Sim	Não	Não
Dispersão	Sim	Não	Não	Não
Fluxo de Darcy	Sim	Não	Não	Não
Gravidade	Sim	Não	Não	Não

Fonte: Adaptado de Vafai e Sozen (1990)

Para fechar o sistema, são apresentadas as relações constitutivas presentes nas Equações 2.51 e 2.52 para o fluxo de calor e massa, respectivamente, apresentadas na Teoria de Luikov, que levam em consideração os efeitos Soret, transferência de massa induzida por um gradiente de temperatura, e de Dufour, transferência de calor favorecido por um gradiente de concentração.

$$q_j = -k_{ij}^h \frac{\partial T}{\partial x_i} + \epsilon r \dot{m}_j = (k_{ij}^h + \epsilon r \delta k_{ij}^m) \frac{\partial T}{\partial x_i} - \epsilon r k_{ij}^m \frac{\partial M}{\partial x_i} \quad (2.51)$$



$$\dot{m}_j = \delta k_{ij}^m \frac{\partial T}{\partial x_i} - k_{ij}^m \frac{\partial M}{\partial x_i} \quad (2.52)$$

onde  $k_{ij}^h$  e  $k_{ij}^m$ , com  $i$  e  $j$  indo de 1 a 3, são os componentes do tensor dos coeficientes de condução de calor e massa, respectivamente,  $\varepsilon$  é a taxa do coeficiente de difusão de vapor para o coeficiente de difusão total de umidade,  $r$  é o calor da mudança de fase,  $\delta$  é o coeficiente do gradiente de temperatura.

As condições de contorno de Martinović *et al.* (2001) são apresentadas pelas Equações 2.55 e 2.56, e levam em conta no processo de secagem de madeira a temperatura e o potencial de umidade.

$$k_{ij}^h \frac{\partial T}{\partial x_i} n_j + h_h (T - T_a) + (1 + \varepsilon) r h_m (M - M_a) = 0 \quad (2.55)$$

$$k_{ij}^m \frac{\partial M}{\partial x_i} + h_m (M - M_a) + \delta k_{ij}^m \frac{\partial T}{\partial x_i} n_j = 0 \quad (2.56)$$

onde  $n_j$  é o ponto nodal considerado e todas as quantidades são calculadas na solução no domínio de contorno, exceto a que possui subscrito  $a$  que correspondem ao ar ambiente. A letra  $h$ , com os subíndices  $h$  e  $m$ , referem-se, respectivamente aos coeficientes convectivos de transferência de calor e massa.

Eleotério (2009) apresenta um modelo baseado nas equações apresentadas por Martinović *et al.* (2001) para o balanço de energia e de massa, apresentadas nas Equações 2.57 e 2.58.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho c_p T) = - \frac{\partial q}{\partial x} \quad (2.57)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = - \frac{\partial \dot{m}}{\partial x} \quad (2.58)$$

onde  $\rho$  é a massa específica em  $\text{kg/m}^3$ ,  $c_p$  é o calor específico em  $\text{J/kg.K}$ ,  $T$  é a temperatura em  $\text{K}$ ,  $q$  é o fluxo de calor em  $\text{W/m}^2$ , dada pela Equação 2.61, e  $x$  é o eixo considerado.  $C$  é a concentração de umidade em  $\text{kg/m}^3$ , também definível pela Equação 2.59 e  $\dot{m}$  é o fluxo mássico dado pela Equação 2.60.

$$C = M \cdot \rho \quad (2.59)$$

onde  $M$  é o teor de umidade em base seca.

$$\dot{m} = -D \frac{\partial C}{\partial x} - \delta D \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.60)$$

onde  $D$  é a difusividade efetiva em  $\text{m}^2/\text{s}$ ,  $\delta$  é o coeficiente do gradiente de temperatura obtido experimentalmente.

$$q = -k_h \frac{\partial T}{\partial x} + \varepsilon r \dot{m} \quad (2.61)$$

onde  $k_h$  é a condutividade térmica efetiva em  $\text{W}/\text{m.K}$ ,  $\varepsilon$  é a razão entre a difusividade mássica de vapor e a difusividade mássica total de umidade, e  $r$  é o calor latente de vaporização.

Eleotério (2009) utiliza as mesmas condições de contorno para a discretização do problema de Martinović *et al.* (2001) com algumas adaptações, Equações 2.62 e 2.63.

$$k_h \frac{\partial T}{\partial x} + h_h (T - T_\infty) + (1 + \varepsilon) r h_m (C_s - C_\infty) = 0 \quad (2.62)$$

$$D \frac{\partial C}{\partial x} + h_m (C_s - C_\infty) + \delta \cdot D \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (2.63)$$

onde os subscritos  $s$  e  $\infty$  representam respectivamente os valores na superfície e em equilíbrio.

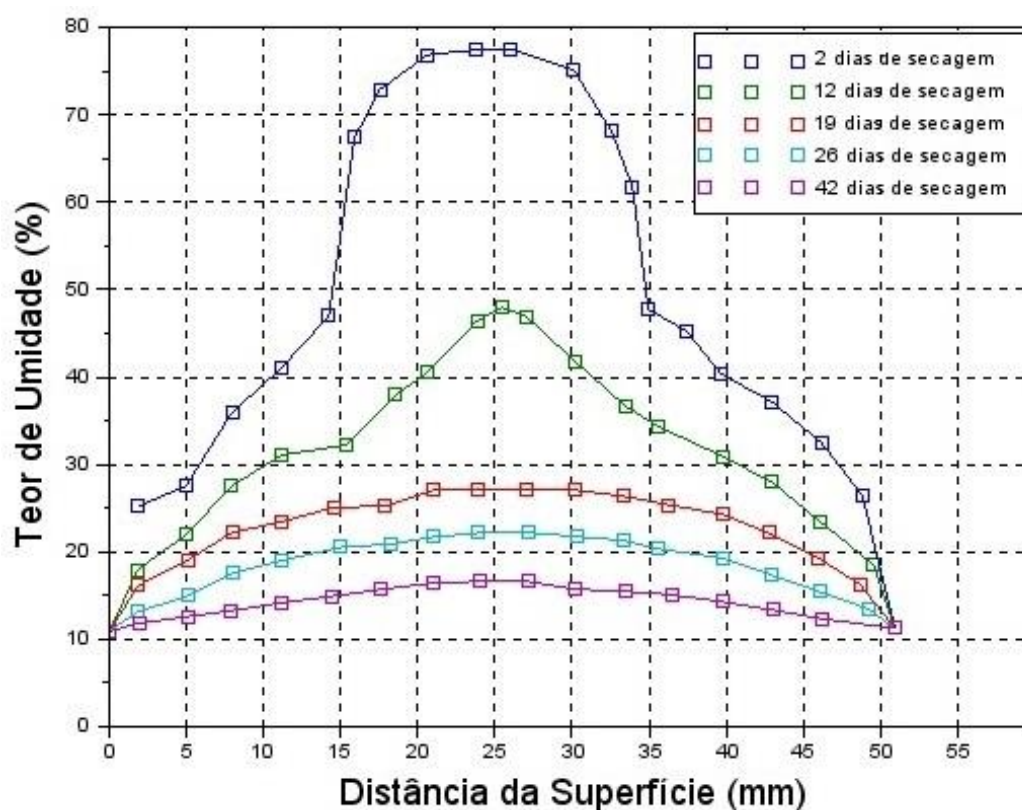
## 2.5 PERFIS DE TEMPERATURA E UMIDADE NOS PROCESSOS DE SECAGEM DE MADEIRA

Kollmann e Cotê (1968) afirmam que a madeira que acaba de sair da estufa de secagem ou que está secando não apresenta um teor de umidade uniforme. A Figura 2.7 demonstra o perfil de umidade de uma peça de madeira de folhosa com espessura de 51 mm durante a secagem. De acordo com os autores, se todos os pontos da madeira estiverem com um teor de umidade abaixo do PSF, o teor de umidade de um plano localizado a distância de um quinto da espessura do material da superfície é geralmente muito próxima da média da peça.

Mellado (2007) secou peças de *Pinus elliottii* em estufa com temperatura ambiente de 40 °C, 60°C e 80°C. Chegou a conclusão de que o perfil de temperatura na espessura da tábua

nos diferentes intervalos de tempo mantem-se com diferença baixa, sendo a diferença de temperatura no centro e na superfície da de madeira, na maioria dos casos, de 1°C, conforme mostrado na Figura 2.8.

Figura 2.7 – Perfil de umidade durante a secagem de madeira de folhosa.

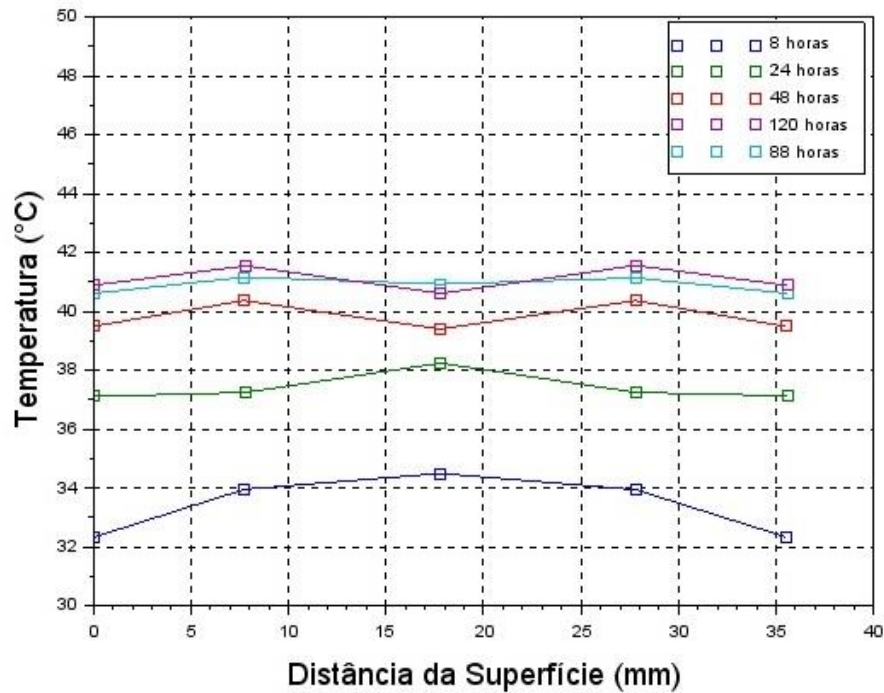


Fonte: Adaptado de Kollmann e Cotê (1968)

Mellado (2007) também obteve o perfil de umidade através da segunda Lei de Fick, apresentada na Equação 2.64, onde a taxa de concentração num ponto é proporcional à derivada do gradiente de concentração. Nas Figuras 2.9 a 2.11 encontram-se os valores obtidos pelo autor e os valores obtidos experimentalmente através do método das lâminas durante a secagem de *Pinus elliottii*.

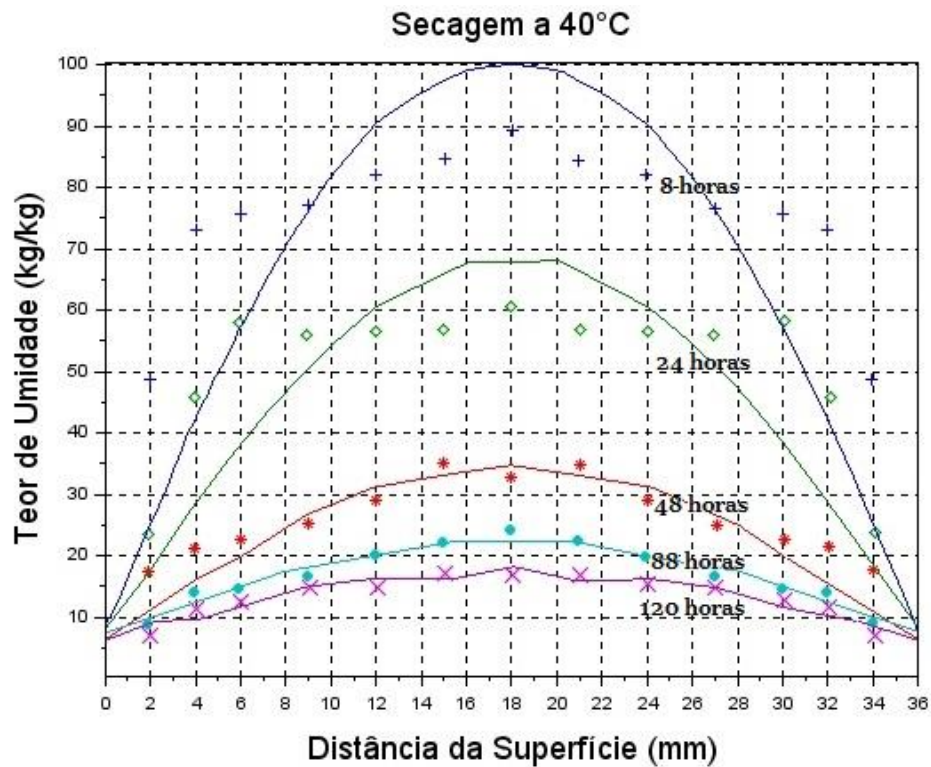
Ao observar os resultados, Mellado (2007) conclui que os valores experimentais e teóricos estão muito próximos. A diferença em grande parte depende se a madeira está acima ou abaixo do PSF e que no início da secagem o modelo apresenta valores acima dos dados experimentais, diferença esta que com o passar do tempo diminui ficando as duas curvas muito próximas.

Figura 2.8 – Perfil de temperatura durante secagem de peça de *Pinus elliottii* a temperatura externa de 40°C.



Fonte: Adaptado de Mellado (2007)

Figura 2.9 – Perfil do teor de umidade durante secagem de *Pinus elliottii* a 40 °C.



Fonte: Adaptado de Mellado (2007)

Figura 2.10 – Perfil do teor de umidade durante secagem de *Pinus elliottii* a 60 °C.

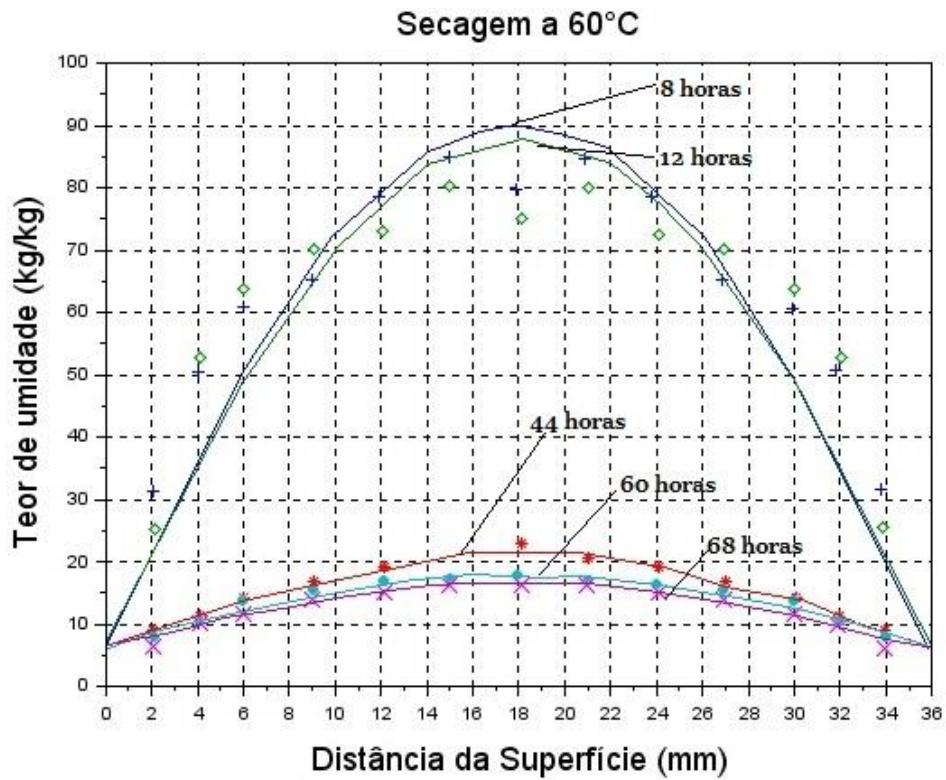
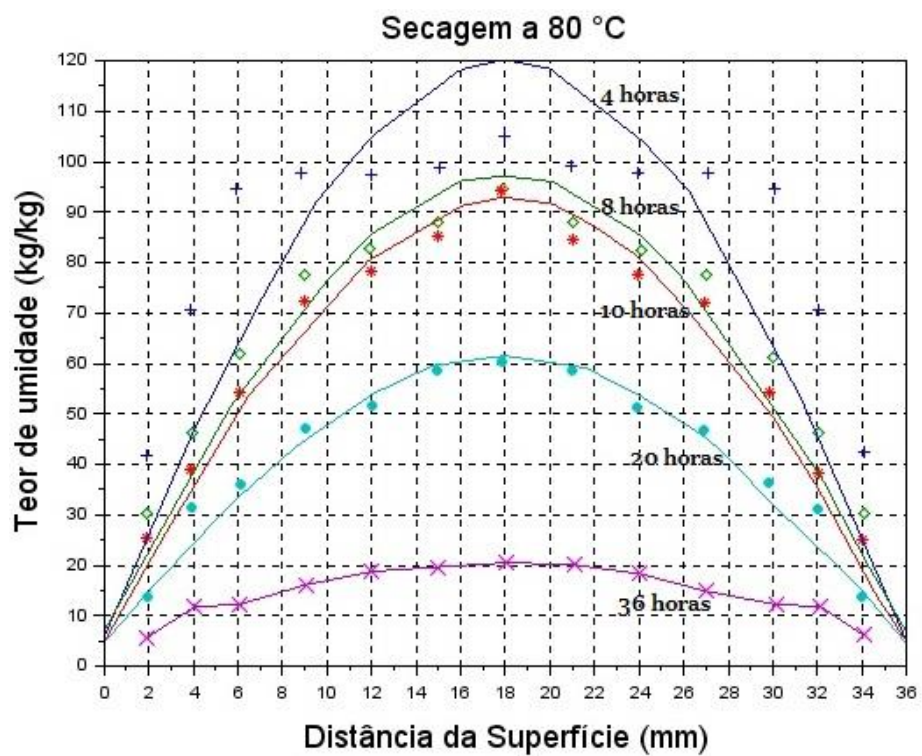


Figura 2.11 – Perfil do teor de umidade durante secagem de *Pinus elliottii* a 80 °C.



## 2.6 MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

O método dos volumes finitos é, de acordo com Pinto e Lage (2001), um método de resolução é utilizado para resolução de modelos de Equações diferenciais ordinárias ou parciais e possui aproximação de base física através do princípio de conservação. A aproximação discreta pelo método tem por objetivo dividir o domínio de cálculo em certo número de subdomínios, nos quais a lei física de conservação seja válida, dentro de certo grau de aproximação.

Este método já foi utilizado em trabalhos sobre transferência de calor e massa nos processos que envolvem a madeira por Pang (1996), Martinović *et al.* (2001), Eleotério (2009) e Horman (2010).

De acordo com Marques (2005), as principais vantagens de se utilizar o método dos volumes finitos é que sua metodologia se baseia no princípio de conservação. Esta condição garante que a equação discretizada expresse os princípios de conservação para um volume de controle finito assim como a equação diferencial expressa o mesmo para um volume de controle infinitesimal. Sendo o princípio de conservação satisfeito para cada volume de controle tem-se como consequência a satisfação de todo o domínio. Ainda de acordo com o mesmo autor, outro fator de motivação é que o método de volumes finitos alia a simplicidade do método das diferenças finitas com a flexibilidade geométrica do método dos elementos finitos, podendo-se trabalhar com volumes de controle irregulares e de diferentes geometrias.

De acordo com Gonçalves (2007), o método de discretização por volumes finitos parte da integração de uma equação de conservação. O domínio é dividido em um número finito de malhas de controle e a equação de conservação é aplicada a cada volume de controle. Um nó computacional é então estabelecido, onde os valores das variáveis são calculados, sendo os valores nas faces do volume calculados pela interpolação desses valores nodais. Resulta-se então deste processo uma equação algébrica para cada volume de controle que envolvem o valor da variável no nó e os valores dos nós vizinhos. Esse método é conservativo contanto que os fluxos difusivos e convectivos sejam os mesmos nas faces partilhadas dos volumes de controle. Pelas aproximações feitas terem um significado físico, é um método popular entre os engenheiros. As vantagens citadas são as mesmas que as apresentadas por Marques (2005), e a desvantagem do método, em relação ao método das diferenças finitas, reside no fato de que métodos de ordem superior a segunda são mais difíceis de desenvolver em 3D, com malhas

não estruturadas, isto porque o método dos volumes finitos exige três níveis de aproximação: interpolação, diferenciabilidade e integração.

Wang *et al.* (2012) utiliza-se do método dos volumes finitos para o cálculo de equações diferenciais elípticas, hiperbólicas e parabólicas pois neste método são mantidas as propriedades físicas do problema, bem como a lei de conservação, mantida integral.

O desenvolvimento do método dos volumes finitos será abordado na seção 3.3 deste trabalho.

### **3 MATERIAIS E MÉTODOS**

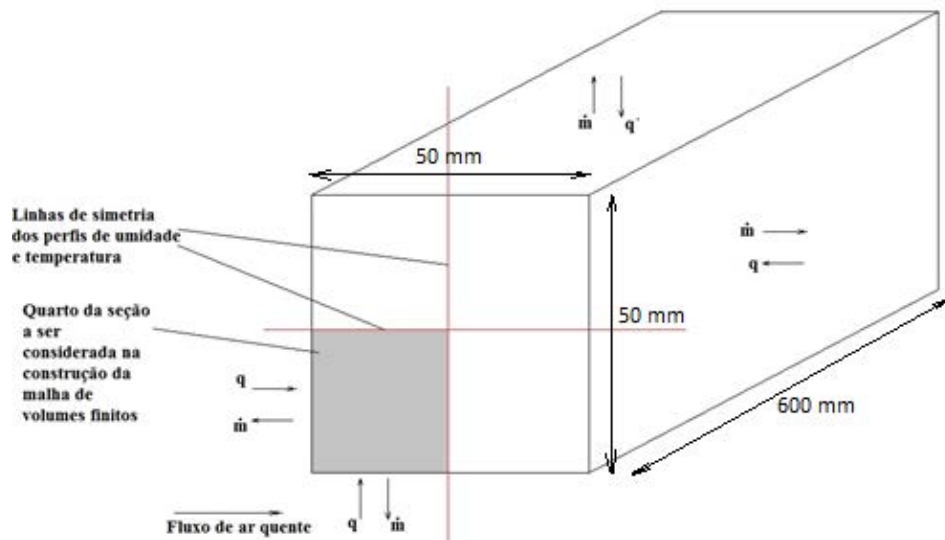
Neste tópico serão descritos a situação de secagem de madeira que está sendo simulada, o modelo teórico adotado, bem como a aplicação do método dos volumes finitos para sua discretização. As condições de contorno ganham discussão no tópico 3.4.1, e na última parte desta seção serão apresentados as simulações realizadas a fim de verificar a influência de alguns parâmetros, como tamanho da malha e valor do passo no tempo, bem como a comparação dos dados simulados com dados experimentais apresentados por Martinović *et al.* (2001).

#### **3.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA**

A situação a ser simulada é a de uma madeira com formato retangular de dimensões 50x50x600 mm, que possui uma distribuição inicial uniforme de temperatura e umidade, exposta a um fluxo de ar quente dentro de um secador com controle automático dos parâmetros ambientais, tais como temperatura do ar e umidade relativa.

Na Figura 3.1 encontra-se uma representação da amostra retangular de madeira exposta ao fluxo de ar quente dentro da estufa.

Figura 3.1 – Madeira exposta ao fluxo de ar quente dentro de estufa.



Fonte: O Autor.

A madeira perderá ou ganhará umidade para que entre em equilíbrio com o ambiente, o que demanda algum tempo para ser atingido. A resolução do problema de transporte e massa durante o processo de secagem será realizada numericamente e será considerado em duas dimensões, o que diminui o número de variáveis a serem tratadas na implementação do modelo. Devido à dupla simetria dos perfis de temperatura e umidade, representadas na Figura 3.1 em vermelho, apenas um quarto da seção será utilizado para a montagem do domínio utilizado na discretização do modelo adotado pelo método dos volumes finitos. A hipótese levantada ao se trabalhar em duas dimensões é que a troca de calor e massa nas faces laterais de dimensão 600x50 mm é maior que na área 50x50 mm, podendo esta ser desprezada.

### 3.2 MODELO ADOTADO

O modelo adotado para a simulação do processo de secagem de madeira foi o utilizado por Martinović *et al.* (2001), Equações 2.49 a 2.56, que consistem respectivamente a um balanço de energia, um balanço de massa, uma equação de fluxo mássico, uma equação de fluxo de calor e duas equações de condição de contorno. Abaixo nas Equações 3.1 a 3.4 verificam-se as equações propostas com as modificações para se trabalhar em duas



dimensões, eixos x, comprimento da peça, e eixo y, largura da peça, considerando sem uma fonte de energia e massa.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_p T) = -\frac{\partial q}{\partial x} - \frac{\partial q}{\partial y} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \rho c_m M}{\partial t} = -\frac{\partial \dot{m}}{\partial x} - \frac{\partial \dot{m}}{\partial y} \quad (3.2)$$

$$\dot{m} = -k_m \frac{\partial M}{\partial x} - \delta k_m \frac{\partial T}{\partial x} - k_m \frac{\partial M}{\partial y} - \delta k_m \frac{\partial T}{\partial y} \quad (3.3)$$

$$q = -k_h \frac{\partial T}{\partial x} - k_h \frac{\partial T}{\partial y} + \epsilon r \dot{m} \quad (3.4)$$

Nas Equações 3.5 e 3.6 são encontradas as condições de contorno propostas por Martinović *et al.* (2001), adaptadas para o caso de duas dimensões.

$$k_h \frac{\partial T}{\partial x} + k_h \frac{\partial T}{\partial y} + h_h(T - T_a) + (1 - \epsilon)r h_m(M - M_a) = 0 \quad (3.5)$$

$$k_m \frac{\partial M}{\partial x} + k_m \frac{\partial M}{\partial y} + h_m(M - M_a) + \delta k_m \frac{\partial T}{\partial x} + \delta k_m \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (3.6)$$

Pode-se substituir a Equação 3.3 na Equação 3.4, obtendo-se a Equação 3.7.

$$q = -k_h \frac{\partial T}{\partial x} - k_h \frac{\partial T}{\partial y} + \epsilon r \dot{m}$$

$$q = -k_h \frac{\partial T}{\partial x} + \epsilon r \left( -k_m \frac{\partial M}{\partial x} - \delta k_m \frac{\partial T}{\partial x} \right) - k_h \frac{\partial T}{\partial y} + \epsilon r \left( -k_m \frac{\partial M}{\partial y} - \delta k_m \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (3.7)$$

Substitui-se então a Equação 3.7 de fluxo de calor na Equação 3.1 de balanço de energia, obtendo-se assim a Equação 3.8.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_p T) = -\frac{\partial q}{\partial x} - \frac{\partial q}{\partial y}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho c_p T) = & -\frac{\partial}{\partial x} \left[ -k_h \frac{\partial T}{\partial x} + \varepsilon r \left( -k_m \frac{\partial M}{\partial x} - \delta k_m \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[ -k_h \frac{\partial T}{\partial y} + \right. \\ & \left. \varepsilon r \left( -k_m \frac{\partial M}{\partial y} - \delta k_m \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.8)$$

Pode-se substituir também a Equação de fluxo mássico, 3.3, na Equação de balanço de energia, 3.2, obtendo-se assim a Equação 3.9.

$$\frac{\partial \rho c_m M}{\partial t} = -\frac{\partial \dot{m}}{\partial x} - \frac{\partial \dot{m}}{\partial y}$$

$$\frac{\partial \rho c_m M}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left( -k_m \frac{\partial M}{\partial x} - \delta k_m \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( -k_m \frac{\partial M}{\partial y} - \delta k_m \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (3.9)$$

A opção pelo modelo de Martinović *et al.* (2001) ocorreu por ele fazer uma adaptação do modelo proposto por Luikov, um modelo que considera muitos pontos importantes para a secagem, os fenômenos de difusão e de convecção de transferência de massa e energia, por utilizar também propriedades mais acessíveis de serem encontradas e mensuradas. Apesar do modelo de Whitaker ser o mais completo entre todos os modelos encontrados na revisão da literatura, ele apresentava parâmetros de difícil mensuração como, por exemplo, coeficientes referentes à interface microscópica entre ar e água dentro dos poros da madeira.

### 3.3 GENERALIZAÇÕES DO MODELO

Para a aplicação do método dos volumes finitos na resolução numérica do modelo adotado, as Equações 3.8 e 3.9 serão generalizadas para a forma da Equação 3.10.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_\phi \phi) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - S_\phi = 0 \quad (3.10)$$

onde a variável genérica  $\phi$  substitui as variáveis de interesse,  $c_\phi$  substitui a capacidade específica,  $\Gamma^\phi$  substitui o termo difusivo e  $S_\phi$  substitui o termo fonte, conforme a tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Termos correspondentes na equação generalizada.

Equação	Variável	Variável de interesse ( $\phi$ )	Capacidade Específica ( $c_\phi$ )	Termo Difusivo ( $\Gamma_\phi$ )	Termo Fonte ( $S_\phi$ )
3.9	Potencial de Umidade	$M$	$c_m$	$k_m$	$\frac{\partial}{\partial x} \left( \delta k_m \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \delta k_m \frac{\partial T}{\partial y} \right)$
3.8	Temperatura	$T$	$c_p$	$k_h + \varepsilon r \delta k_m$	$\frac{\partial}{\partial x} \left( \varepsilon r k_m \rho c_m \frac{\partial M}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \varepsilon r k_m \rho c_m \frac{\partial M}{\partial y} \right)$

O termo fonte neste caso é usado para se colocar todas as variáveis que não são a de interesse.

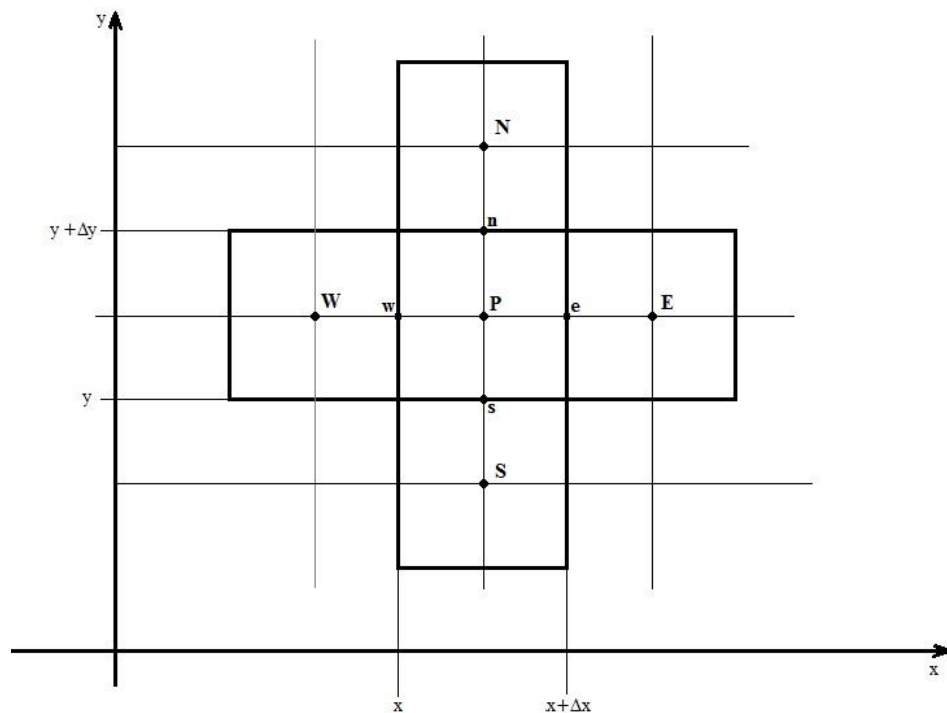
### 3.4 DISCRETIZAÇÃO DO MODELO

A discretização do modelo foi realizada através do método dos volumes finitos. Este método de resolução, segundo Pinto e Lage (2001), é utilizado para resolução de modelos de equações diferenciais ordinárias ou parciais e possui aproximação de base física através do princípio de conservação. A aproximação discreta pelo método tem por objetivo dividir o domínio de cálculo em certo número de subdomínios, nos quais a lei física de conservação seja válida, dentro de certo grau de aproximação. Este método foi escolhido exatamente por apresentar uma base de formulação física, com os balanços em cada elemento, o que não se possui quando se opta pelo método de diferença finita, apesar de se obter as mesmas equações discretizadas pelos dois métodos. Este método ainda possui a vantagem de adaptar-se para diversas geometrias dos subdomínios, podendo ser eles triangulares, quadrados, hexagonais, etc. Eleotério (2009) também afirma que este é um dos métodos mais utilizados para a modelagem de problemas relacionados a secagem de madeira.

A resolução é obtida integrando-se a equação generalizada 3.10 sobre o volume de controle de centro P, mostrado na figura 3.2. Usualmente no método dos volumes finitos, os

valores das variáveis dependentes são armazenados nos centros dos volumes (P, N, S, W, E), e adota-se para o valor das variáveis nas faces do volume (n, s, w, e) os valores dos centros dos respectivos elementos vizinhos, onde as letras N, S, W e E representam respectivamente as direções Norte (*North* em inglês), Sul (*South*), Leste (*East*), Oeste (*West*). Todos os volumes possuem o mesmo tamanho,  $\Delta x \Delta y$ .

Figura 3.2 – Estrutura de uma malha bidimensional de volumes finitos



Fonte: O Autor

A madeira será considerada isotrópica, no qual as propriedades não variam nas direções  $x$  e  $y$ , perpendiculares as fibras, e o regime considerado é o regime estacionário durante o intervalo  $\Delta t$  do passo no tempo considerado.

Para facilitar a aplicação do método dos volumes finitos, separou-se cada elemento da Equação 3.10, conforme esquema apresentado abaixo:

$$\begin{array}{cccc}
 \text{Primeira parte} & \text{Segunda parte} & \text{Terceira parte} & \text{Termo fonte} \\
 \boxed{\frac{\partial}{\partial t} (\rho c_{\phi} \phi)} & - \boxed{\frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)} & - \boxed{\frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)} & - \boxed{S_{\phi}} = 0
 \end{array}$$

Aplicando-se o método para o primeiro parte da Equação 3.10 tem-se:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial t} (\rho c_\phi \phi) dy dx dt = \left( \rho_P c_{\phi_P} \phi_P - \rho_P^0 c_{\phi_P^0} \phi_P^0 \right) \Delta y \Delta x \quad (3.11)$$

Para a segunda parte da Equação 3.10 tem-se:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dy dx dt = \left( \Gamma_e^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_e - \Gamma_w^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_w \right) \Delta t \Delta y \quad (3.12)$$

Para a terceira parte da Equação 3.10 tem-se:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dy dx dt = \left( \Gamma_n^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_n - \Gamma_s^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_s \right) \Delta t \Delta x \quad (3.13)$$

Para o termo fonte  $S_\phi$  tem-se a duas situações, um termo para a Equação 3.8 e outro para a Equação 3.9, respectivamente  $S\phi_M$  e  $S\phi_T$ , apresentadas nas Equações 3.14 e 3.15.

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n S\phi_M dy dx dt &= \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial x} \left( \delta D \frac{\partial T}{\partial x} \right) dy dx dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial y} \left( \delta D \frac{\partial T}{\partial y} \right) dy dx dt \\ &= \left( \delta D \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_e - \delta D \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_w \right) \Delta y \Delta t + \left( \delta D \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_n - \delta D \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_s \right) \Delta x \Delta t = S_M \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} &\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n S\phi_T dy dx dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial x} \left( \varepsilon r D \rho c_m \frac{\partial X}{\partial x} \right) dy dx dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial y} \left( \varepsilon r D \rho c_m \frac{\partial X}{\partial y} \right) \\ &dy dx dt = \left( \varepsilon r D \rho c_m \frac{\partial X}{\partial x} \Big|_e - \varepsilon r D \rho c_m \frac{\partial X}{\partial x} \Big|_w \right) \Delta y \Delta t + \left( \varepsilon r D \rho c_m \frac{\partial X}{\partial y} \Big|_n - \right. \\ &\left. \varepsilon r D \rho c_m \frac{\partial X}{\partial y} \Big|_s \right) \Delta x \Delta t = S_T \end{aligned} \quad (3.15)$$

Juntando-se os termos temos então a Equação 3.16.

$$\begin{aligned} & \left( \rho_P c_{\phi_P} \phi_P - \rho_P^0 c_{\phi_P^0} \phi_P^0 \right) \Delta y \Delta x - \left( \Gamma_e^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_e - \Gamma_w^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_w \right) \Delta t \Delta y - \\ & \left( \Gamma_n^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_n - \Gamma_s^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_s \right) \Delta t \Delta x - S_{M \text{ ou } T} = 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

onde o sobrescrito <sup>0</sup> indica os valores em um estado de tempo anterior e o subscrito *M ou T* refere-se ao termo fonte ou da Equação de balanço de massa ou de balanço de energia, respectivamente.

A partir da Equação 3.16, pode-se aproximar-se as derivadas através da interpolação do esquema CDS (*central difference scheme*), onde se utiliza os valores do meio dos volumes, obtendo-se assim a Equação 3.17.

$$\begin{aligned} & \left( \rho_P c_{\phi_P} \phi_P - \rho_P^0 c_{\phi_P^0} \phi_P^0 \right) \Delta y \Delta x - \left( \Gamma_e^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_e - \Gamma_w^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_w \right) \Delta t \Delta y - \\ & - \left( \Gamma_n^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_n - \Gamma_s^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_s \right) \Delta t \Delta x - S_\phi = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left( \rho_P c_{\phi_P} \phi_P - \rho_P^0 c_{\phi_P^0} \phi_P^0 \right) \Delta y \Delta x - \left( \Gamma_e^\phi \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x} - \Gamma_w^\phi \frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta x} \right) \Delta t \Delta y - \\ & \left( \Gamma_n^\phi \frac{\phi_N - \phi_P}{\Delta y} - \Gamma_s^\phi \frac{\phi_P - \phi_S}{\Delta y} \right) \Delta t \Delta x - S_{CDS \phi} \cdot \Delta t = 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

onde podemos substituir  $\phi$  por *M* ou *T*, obtendo-se  $S_{CDS M}$ , dada pela Equação 3.18, e  $S_{CDS T}$ , dada pela Equação 3.19.

$$S_{CDS M} = \delta k_m \left( \frac{T_E - T_P}{\Delta x} - \frac{T_P - T_W}{\Delta x} \right) \Delta y + \delta k_m \left( \frac{T_N - T_P}{\Delta y} - \frac{T_P - T_S}{\Delta y} \right) \Delta x \quad (3.18)$$

$$S_{CDS T} = \varepsilon r D \rho c_m \left( \frac{M_E - M_P}{\Delta x} - \frac{M_P - M_W}{\Delta x} \right) \Delta y + \varepsilon r D \rho c_m \left( \frac{M_N - M_P}{\Delta y} - \frac{M_P - M_S}{\Delta y} \right) \Delta x \quad (3.19)$$

A partir da Equação 3.17, divide-se tudo por  $\Delta t$  e isola-se os termos  $\phi_P$ ,  $\phi_E$ ,  $\phi_W$ ,  $\phi_N$ ,  $\phi_S$ , obtendo-se então a Equação 3.20.

$$\begin{aligned} \phi_P \left( \rho_P c \phi_P \frac{\Delta y \Delta x}{\Delta t} + \Gamma_e \phi \frac{\Delta y}{\Delta x} + \Gamma_w \phi \frac{\Delta y}{\Delta x} + \Gamma_n \phi \frac{\Delta x}{\Delta y} + \Gamma_s \phi \frac{\Delta x}{\Delta y} \right) = \\ \rho_P^0 c \phi_P^0 \phi_P^0 \frac{\Delta y \Delta x}{\Delta t} + \Gamma_e \phi \frac{\Delta y}{\Delta x} \phi_E + \Gamma_w \phi \frac{\Delta y}{\Delta x} \phi_W + \Gamma_n \phi \frac{\Delta x}{\Delta y} \phi_N + \Gamma_s \phi \frac{\Delta x}{\Delta y} \phi_S + \\ S_{CDS} \phi \end{aligned} \quad (3.20)$$

Importante ressaltar que os valores de  $\phi$  são os valores do centro dos volumes, enquanto que os valores de  $\Gamma$  são relacionados às faces dos volumes.

Reduz-se então a Equação 3.20 para a forma encontrada na Equação 3.21.

$$a_P \phi_P + a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S = a_P^0 \phi_P^0 + S_{CDS} \phi \quad (3.21)$$

onde:

$$a_E = -\Gamma_e \phi \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (3.22)$$

$$a_W = -\Gamma_w \phi \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (3.23)$$

$$a_N = -\Gamma_n \phi \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (3.24)$$

$$a_S = -\Gamma_s \phi \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (3.25)$$

$$a_P = \rho_P c \phi_P \frac{\Delta y \Delta x}{\Delta t} - a_E - a_W - a_N - a_S \quad (3.26)$$

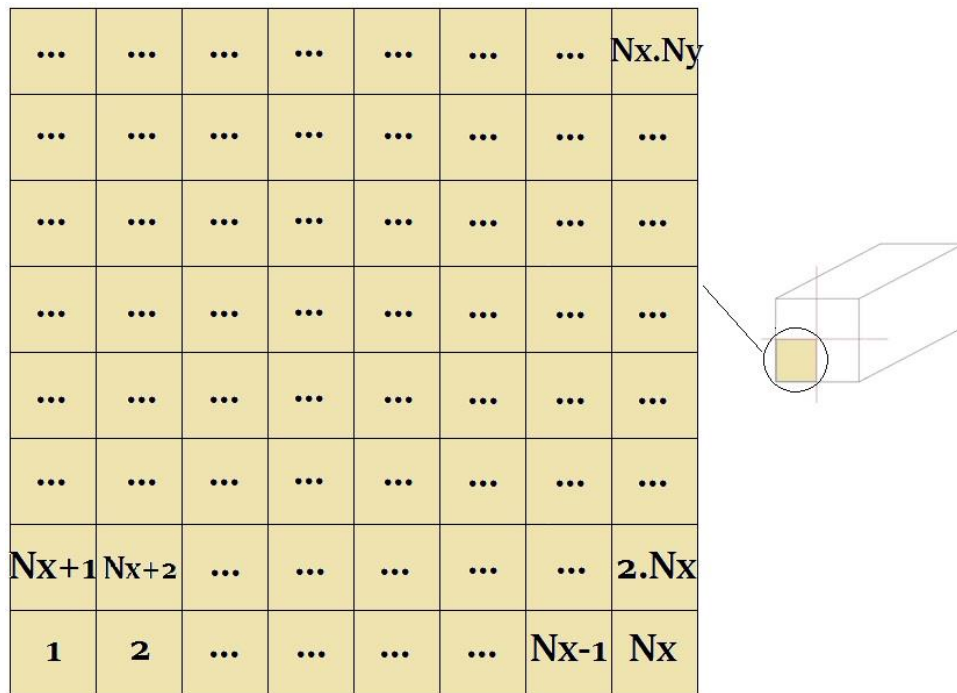
Os valores de  $\Gamma^\phi$ ,  $a_p^0$  e  $S_{CDS}^\phi$  da equação 3.21 a 3.26 são encontrados na tabela 3.2 .

Tabela 3.2 – Valores de  $\Gamma^\phi$ ,  $a_p^0$  e  $S_{CDS}^\phi$

Variável de interesse $\phi$	$\Gamma^\phi$	$a_p^0$	$S_{CDS}^\phi$
T	$k_h + \epsilon r \delta k_m$	$\frac{\rho c_p \Delta x \Delta y}{\Delta t}$	Eq. 3.19
M	$k_m$	$\frac{\rho c_m \Delta x \Delta y}{\Delta t}$	Eq. 3.18

Pode-se então aplicar a Equação 3.21 para a malha, apresentada na figura 3.3, onde cada elemento é representado por um número, de 1 até o elemento  $N_x.N_y$  sendo  $N_x$  o número de elementos na horizontal e  $N_y$  o número de elementos na vertical. Uma malha de 25x25 Volumes de Controle teria os elementos numerados de 1 a 625.

Figura 3.3- Malha em duas dimensões a ser utilizada no Método dos Volumes Finitos.



Fonte: O Autor.

Escreve-se então a Equação 3.21 para cada elemento de volume.

Tem-se, para cada elemento da malha do método dos volumes finitos, duas equações, uma para o balanço de massa, outra para o balanço de energia, que possuem como incógnitas as variáveis de interesse  $T$  e  $M$ , respectivamente temperatura e teor de umidade, em um ponto central dentro de cada volume da malha no interior da madeira durante o processo de secagem e em um determinado tempo.

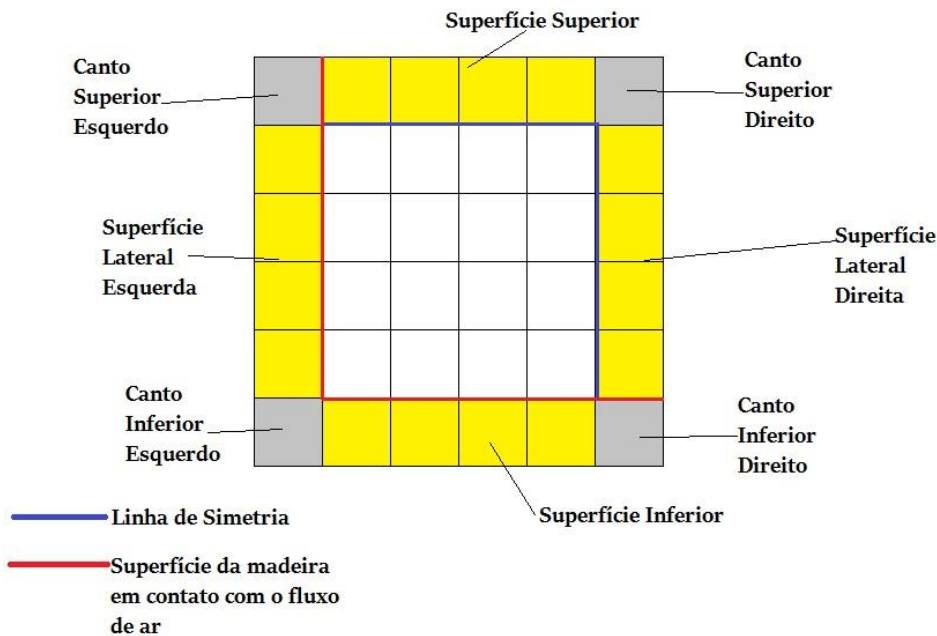
Para uma malha com 400 elementos (20x20 Volumes de Controle), geram-se 800 incógnitas, dos quais 400 são temperaturas nos centros de cada volume e 400 são teores de umidade no centro de cada elemento de volume. São geradas também 800 equações algébricas, para qual cada elemento de volume gera uma equação de balanço de massa e uma provinda do balanço de energia.



### 3.4.1 Condições de contorno

Para implementar as condições de contorno, utilizou-se o Método de Volumes Fictícios que possibilita o trabalho com volumes de controles inteiros, todos com dimensões  $\Delta x$  por  $\Delta y$ , evitando-se assim o trabalho com meios volumes que ocorreria se a opção pelo método de implementação fosse o Método de Adequação da Malha, conforme Pinto e Lage (2001). A malha do método de volumes finitos passa então a ser como representado na Figura 3.4.

Figura 3.4 – Malha do método de volumes finitos com contorno de volumes fictícios



Fonte: Autor

Podem-se observar na Figura 3.4 os volumes fictícios destacados da rede, onde serão implementadas as condições de contorno do problema, elementos representados pelas colorações cinza e amarela. As linhas azuis são as linhas de simetria dos perfis de temperatura e umidade da madeira, e as linhas em vermelho indicam a superfície da madeira exposta ao fluxo de ar quente dentro da estufa.

#### ➤ Elemento 1, Canto Inferior Esquerdo

Para o elemento de volume 1, localizada no Canto Inferior Esquerdo, em cinza na Figura 3.4, a condição de contorno é implementada através da Equação 3.30.

$$\phi_P = \frac{\phi_E + \phi_S + \phi_{SE}}{3}$$

$$\phi_P - \frac{\phi_E}{3} - \frac{\phi_S}{3} - \frac{\phi_{SE}}{3} = 0 \quad (3.30)$$

onde o subíndice  $P$  refere-se ao elemento que está sendo analisado, neste caso o elemento 1,  $E$  refere-se ao elemento a direita,  $S$  ao elemento ao sul e  $SE$  a sudeste. Toda vez que algum elemento for referenciado e ele não existir, como o caso do elemento ao sul do elemento 1, serão utilizados os valores do meio ambiente, ou seja, temperatura e umidade do ar no interior da estufa.

➤ Elemento  $N_x$ , Canto Inferior Esquerdo.

Para o elemento de volume  $N_x$ , Canto Inferior Esquerdo, as condições de contorno são dadas pela Equação 3.31.

$$\phi_P = \frac{\phi_W + \phi_S + \phi_{SW}}{3}$$

$$\phi_P - \frac{\phi_W}{3} - \frac{\phi_N}{3} - \frac{\phi_{NW}}{3} = 0 \quad (3.31)$$

onde  $NW$  é o elemento a noroeste do elemento  $P$  e  $N$  refere-se ao elemento ao norte.

➤ Elemento  $N_x.(N_y-1)+1$ , Canto Superior Direito

Para o elemento no posicionado no Canto Superior Direito tem-se a condição dada pela Equação 3.32.

$$\phi_P = \frac{\phi_E + \phi_N + \phi_{NE}}{3}$$

$$\phi_P - \frac{\phi_E}{3} - \frac{\phi_N}{3} - \frac{\phi_{NE}}{3} = 0 \quad (3.32)$$

➤ Elemento  $N_x.N_y$ , Canto Superior Direito

Para o elemento no Canto Superior Direito tem-se a condição de contorno apresentada na Equação 3.33.

$$\phi_P = \frac{\phi_W + \phi_N + \phi_{NW}}{3}$$

$$\phi_P - \frac{\phi_W}{3} - \frac{\phi_N}{3} - \frac{\phi_{NW}}{3} = 0 \quad (3.33)$$

➤ Elementos da Superfície Inferior

Para os elementos localizados na Superfície Inferior dos volumes fictícios, elementos em amarelo na figura 3.4, elementos estes que vão do elemento 2 ao elemento Nx-1, são aplicadas as condições presentes na Equação 3.4.

$$\left(-\frac{k_P}{\Delta y} - \frac{h}{2}\right) \phi_P + \left(\frac{k_P}{\Delta y} + \frac{h}{2}\right) \phi_S = -h\phi_\infty + S_\phi \quad (3.34)$$

onde  $k_P$  é o coeficiente de condutividade no elemento P, podendo ser de calor ou de massa,  $h$  é o coeficiente convectivo, que também pode ser de calor ou massa. O termo  $\phi_\infty$  é o valor da variável de interesse do meio externo e  $S_\phi$  é o termo fonte dado pela tabela 3.3. As letras  $k_P$  e  $h$  representam propriedades diferentes dependendo da variável de interesse também visto na tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Termos da Equação 3.34.

	Variável de interesse ( $\phi$ )	
	Temperatura ( $T$ )	Teor de umidade ( $M$ )
$k_P$	$k_{hP}$	$k_m$
$h$	$h_h$	$h_m$
$S_\phi$	$(1 - \varepsilon)r \cdot h_m \left(\frac{M_P + M_\infty}{2} - M_\infty\right)$	$\delta k_m \left(\frac{T_P - T_\infty}{\Delta y}\right)$

As condições dos elementos que compõem a Superfície Inferior consideram o fato da troca de calor e transferência de massa com ambiente ocorrerem nestes elementos, fato este evidenciado pela presença dos coeficientes de condução e de convecção, tanto térmicos, como mássicos. O termo fonte é o que leva em conta os efeitos de Soret, no caso da variável de interesse ser o teor de umidade, e o efeito Dufour no caso de se tratar da transferência de calor.

➤ Elementos da Superfície Lateral Esquerda

Os elementos que compõem a Superfície Lateral Esquerda do problema possuem condições muito similares aos da Superfície Inferior pois é também por estes elementos que serão inseridas as trocas com o ambiente. As condições são apresentadas na Equação 3.35

$$\left(\frac{k_{hP}}{\Delta x} + \frac{h}{2}\right) \phi_P + \left(-\frac{k_{hP}}{\Delta x} - \frac{h}{2}\right) \phi_W = -h\phi_\infty + S_\phi \quad (3.35)$$

onde, similar ao que ocorre na Equação 3.34, os valores de  $k_P$  e  $h$  representam grandezas diferente de acordo com a variável de interesse, conforme a Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Termos da Equação 3.35.

	Variável de interesse ( $\phi$ )	
	Temperatura ( $T$ )	Teor de umidade ( $M$ )
$k_P$	$k_{hP}$	$k_m$
$h$	$h_h$	$h_m$
$S_\phi$	$(1 - \varepsilon)r \cdot h_m \left(\frac{M_P + M_\infty}{2} - M_\infty\right)$	$\delta k_m \left(\frac{T_P - T_\infty}{\Delta y}\right)$

São os elementos destas duas superfícies, Inferior e Lateral Esquerda, que devem ser levados em consideração para se a transferência de calor e massa com o ambiente.

➤ Elementos da Superfície Lateral Direita

Os elementos da Superfície Lateral Direita possuem ao seu lado direito a linha de simetria dos perfis de temperatura e teor de umidade. Como as temperaturas e os teores de

umidade destes elementos e dos elementos à direita são iguais, não há transferência de calor e massa entre os esses volumes, pois não há a força motora para causar tais movimentos, forças estas que são os gradientes. A condição então é dada pela Equação 3.36, que considera somente a transferência de calor e massa por condução/difusão somente com o elemento à esquerda, uma vez que também não há convecção nestes termos, pois não estão expostos ao fluxo de ar quente.

$$-\frac{k_P}{\Delta x} \phi_P + \frac{k_P}{\Delta x} \phi_W = 0 \quad (3.36)$$

onde  $k_P$  assume valores diferentes, como apresentado nas Equações 3.34 e 3.35.

#### ➤ Elementos da Superfície Superior

Os elementos da Superfície Superior possuem condições muito próximas aos dos elementos da Superfície Lateral Direita com a diferença de que os elementos simétricos se encontram acima, elementos ao Norte.

As condições de contorno são dadas na Equação 3.37.

$$\frac{k_P}{\Delta x} \phi_P - \frac{k_P}{\Delta x} \phi_S = 0 \quad (3.37)$$

Para estes elementos foram levadas em consideração somente a transferência com os elementos ao sul por condução/difusão, uma vez que não há exposição ao fluxo de ar destes elementos.

### 3.5 SIMULAÇÃO DO MODELO

Para a obtenção dos perfis de temperatura e umidade, realizou-se a implementação de código numérico no ambiente Scilab 5.5.0, *software* de licença livre. Para as simulações utilizou-se das equações presentes na seção 3.3, discretizadas pelo método dos volumes finitos, como na descrição da seção 3.4, bem como as condições de contorno, contidas na seção 3.4.1. O código numérico utilizado está descrito no APÊNDICE A.

### 3.5.1 Fluxograma do código numérico

O código inicia-se com a implementação das variáveis do modelo adotado, presentes na tabela 3.5. É possível observar que além das variáveis relacionadas à espécie de madeira e as relacionadas ao ambiente, são necessários o conhecimento dos valores iniciais de temperatura e umidade para cada elemento da malha. Esta distribuição, apesar de apresentar perfil parabólico, será considerada inicialmente como uniforme.

Tabela 3.5 – Variáveis de entrada para a simulação no código numérico.

Propriedade	Nomenclatura	Unidade	Propriedade	Nomenclatura	Unidade
Calor latente de vaporização da água	$r$	J/kg	Condutividade térmica	$k_h$	W/m K
Umidade específica	$c_m$	kg de água/kg °M	Taxa entre o coeficiente de difusão de vapor para o coeficiente de difusão total de umidade	$\epsilon$	Adimensional
Coeficiente de difusão mássica	$k_m$	kg de água/m s °M	Coeficiente convectivo de calor	$h_h$	W/m <sup>2</sup> K
Coeficiente do gradiente de temperatura	$\delta$	°M/K	Temperatura inicial da madeira	$T^o$	K
Densidade	$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Temperatura do ar	$T_\infty$	K
Calor específico	$c_p$	J/kg K	Umidade inicial da madeira	$M^o$	%
Coeficiente convectivo de massa	$h_m$	kg/m <sup>2</sup> s °M	Umidade de equilíbrio com o ambiente	$M_\infty$	%

Com a entrada desses valores, o programa realiza a montagem da Equação discretizada 3.21 e das condições de contorno para todos os elementos da malha com a variável de interesse temperatura ( $T$ ). Observa-se que algumas equações utilizam-se dos valores de umidade na montagem das equações, sendo estes valores retirados do passo de tempo anterior,

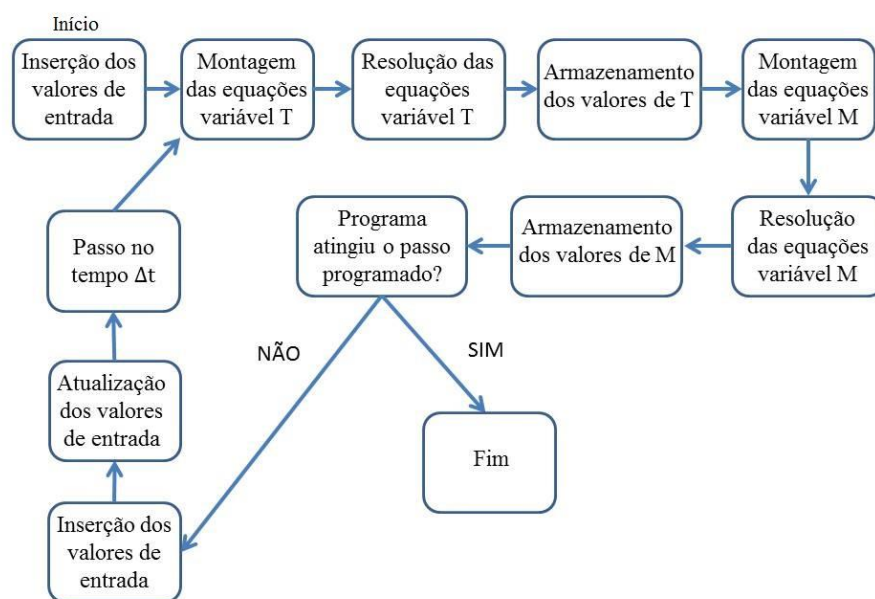
ou seja, de um tempo  $t - \Delta t$ , ou ainda,  $M_{(t - \Delta t)}$ . Resolve-se então este conjunto de equações. O resultado são os valores de temperatura  $T$  naquele instante de tempo,  $T_{(t)}$ .

Com os valores calculados de  $T_{(t)}$ , o código monta as equações para a variável de interesse teor de umidade  $M$ , com a diferença de que onde utilizam-se os valores de temperatura, são utilizados os valores calculado  $T_{(t)}$ , e não os valores da interação anterior  $T_{(t - \Delta t)}$ . Aplica-se novamente a rotina para a resolução das equações montadas, resultando nos valores de  $M$  para aquele instante de tempo  $t$ , ou seja,  $M_{(t)}$ .

Após a resolução das equações para as duas variáveis, o código realiza o passo no tempo, passando-se de um instante  $t$  para um  $t + \Delta t$ . Antes de se montar novamente as equações para a temperatura, os parâmetros que dependem da temperatura e teor de umidade são recalculados, utilizando-se os valores obtidos de  $T_{(t)}$  e  $M_{(t)}$ . Caso haja alteração nas condições ambientes, pode-se implementar essas mudanças de temperatura e teor de umidade de equilíbrio nesta etapa do código. É importante ressaltar que o código trabalha com as variáveis constantes durante o passo, e caso haja mudanças nos valores, elas só podem ser alteradas na transição de um passo a outro.

O programa finaliza ao se completarem os avanços no tempo programados. A figura 3.5 demonstra o fluxograma de resolução utilizado pelo programa.

Figura 3.5 – Fluxograma de funcionamento do programa de simulação.



### 3.5.2 Comportamento em relação ao tamanho da malha

Realizou-se então uma simulação que teve por objetivos investigar a influência do tamanho da rede nos valores de temperatura e umidade obtidos. Para tanto, se mantiveram constantes todos os parâmetros de entrada do programa, com a temperatura ambiente  $T_{\infty}=40^{\circ}\text{C}$  e  $M_{\infty}=20\text{ }^{\circ}\text{M}$ . O passo de tempo utilizado foi de  $\Delta t=3600\text{s}$ , com a realização de 72 passos, totalizando-se um tempo total de secagem de 72 horas. Variou-se então o tamanho das malhas, de 3x3 Volumes de Controle até 39x39 Volumes de Controle.

Escolheu-se o meio da amostra de madeira como ponto de referência, analisando-se os valores das variáveis nos elementos que correspondessem àquela posição de referência, conforme a Tabela 3.6.

O tamanho máximo da malha foi restringido pela capacidade de armazenamento de dados no ambiente Scilab 5.5.0.

Tabela 3.6 – Elementos para a comparação de  $T$  e  $M$  para várias malhas.

<b>Rede</b>	<b>Número total de elementos</b>	<b>Elemento correspondente ao meio da amostra</b>	<b>Rede</b>	<b>Número total de elementos</b>	<b>Elemento correspondente ao meio da amostra</b>
3x3	9	5	23x23	429	265
5x5	25	13	25x25	625	313
7x7	49	25	27x27	729	365
9x9	81	41	29x29	841	421
11x11	121	61	31x31	961	481
13x13	169	85	33x33	1089	545
15x15	225	113	35x35	1225	613
17x17	289	145	37x37	1369	685
19x19	361	181	39x39	1521	761
21x21	441	221			



### 3.5.3 Comportamento com relação ao tamanho do passo de tempo

Numa segunda simulação averiguou-se o comportamento do programa com relação ao passo  $\Delta t$ . Aplicaram-se a uma malha de 25x25 Volumes de Controle os mesmos parâmetros de entrada utilizados na verificação do comportamento em relação ao tamanho da malha. Estipulou-se um tempo total de secagem de 100h dando passos  $\Delta t$  de 10 minutos, 20 minutos, 30 minutos, 60 minutos, 100 minutos, 120 minutos, 240 minutos e 600 minutos. Novamente fora utilizado o valor do elemento correspondente ao meio da amostra de madeira, neste caso o elemento 313.

### 3.5.4 Validação da simulação do processo de secagem

Para validar o modelo proposto comparou-se os valores experimentais apresentados por Martinović *et al.* (2001) com os valores obtidos pela simulação do modelo. Para a obtenção destes dados, eles submeteram amostras da *European beech* (*Fagus sylvatica*), madeira de folhosa, de dimensões 50x50x600 mm de comprimento, como mostrado na Figura 3.1, a um fluxo de ar quente em um secador de laboratório com controlador automático das condições ambientes. Foram utilizados por Martinović *et al.* (2001) os valores para as propriedades físicas da madeira presentes na tabela 3.7.

Tabela 3.7 – Valores das propriedades físicas utilizadas por Martinović *et al.* (2001).

Propriedade	Nomenclatura	Valor	Unidade
Calor latente de vaporização da água	$r$	$2,3 \cdot 10^6$	J/kg
Umidade específica	$c_m$	0,01	kg de água/kg °M
Difusividade	$k_m$	$4,5 \cdot 10^{-9}$	kg de água/m s °M
Coeficiente do gradiente de temperatura	$\delta$	2	°M/K

Para as propriedades que dependem da temperatura e do teor de umidade da madeira Martinović *et al.* (2001) utilizou as Equações 3.55, 3.56, 3.57 e 3.58, calculando, respectivamente o calor específico  $c_p$ , o coeficiente de condução térmica perpendicular as fibras  $k_h$  e a densidade  $\rho$  para teores de umidade menores que 30% e para teores de umidade iguais ou superiores a 30%.

$$c_p = 467[M(100 + T)]^{0,2} \quad (3.55)$$

onde  $c_p$  é dado em J/kg.K,  $M$  é o teor de umidade da madeira em % e  $T$  é a temperatura da madeira em Kelvin.

$$k_h = 1,36(0,088 + 0,000709T + 0,00181M \cdot c_m) \quad (3.56)$$

onde  $M$  é dado em %,  $T$  é dado em Celsius e  $k_h$  é dado em W/m.K.

$$\rho = \frac{559(100+X)}{100-0,47(30-X)} \quad (3.57)$$

onde  $M$  é o teor de umidade em % e abaixo de 30% e  $\rho$  é dado em kg/m<sup>3</sup>.

$$\rho = 559\left(1 - \frac{C}{100}\right) \quad (3.58)$$

onde  $M$  é o teor de umidade em %, quando maior ou igual a 30%, e  $\rho$  é dado em kg/m<sup>3</sup>.

As Equações 3.57 e 3.58 apresentam resultados que divergem de USDA (2010) no que diz respeito ao comportamento da densidade, principalmente com teores de umidade acima do ponto de saturação de fibras, neste caso 30%.

Pöhler *et al.*(2005) estudou a espécie *European beech (Fagus Sylvatica)* obtendo para um teor de umidade médio da madeira de 9,2%, com desvio padrão de 0,5%, o valor de densidade igual 695 kg/m<sup>3</sup>, desvio padrão de 45 kg/m<sup>3</sup>. Utilizou-se para o cálculo do teor de umidade a norma alemã DIN 52183 - *Testing of wood; determination of moisture content* (1977) e para o cálculo da densidade a metodologia apresentada na norma DIN 52182-*Testing of wood; determination of density* (1976).

A partir da equação 2.1, adotando-se os valores médios de densidade e teor de umidade apresentadas pelos autores chega-se a um resultado de massa específica  $G_{(9,2)}=0,6347$ . USDA (2010) propõe o uso de uma tabela<sup>10</sup> para estimar-se a densidade em qualquer teor de umidade

---

<sup>10</sup> Tabela 4-6a. USDA (United States Department of Agriculture). **Wood Handbook**. Centennial Edition. USDA. Madison, Wisconsin. 2010. Página 90.

tendo-se o valor da massa específica da espécie de madeira. Interpolando-se os dados da referida tabela<sup>10</sup> encontramos os dados presentes na Tabela 3.8.

Tabela 3.8 – Densidade em função do teor de umidade de espécie de massa específica  $G_M = 0,6347$ .

Teor de Umidade (%)	Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	Teor de Umidade (%)	Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	Teor de Umidade (%)	Densidade (kg/m <sup>3</sup> )
0	634,700	28	812,375	60	1015,520
4	660,435	32	857,845	64	1041,255
8	685,435	36	862,845	68	1066,255
12	710,905	40	888,58	72	1091,725
16	735,905	44	914,315	76	1116,725
20	761,640	48	939,315	80	1142,46
22	787,375	52	964,785	84	1168,195
24	812,375	56	989,785		

Com os valores encontrados, chegamos a uma equação linear de densidade em função do teor de umidade dada na Equação 3.59.

$$\rho = 6,3469.M + 634,72 \quad (3.59)$$

onde  $M$  é o teor de umidade em % e  $\rho$  é a densidade dada em kg/m<sup>3</sup>.

A distribuição de umidade e temperatura das amostras de madeira foi considerada uniforme com temperatura inicial de  $T = 21^\circ\text{C} = 294,15\text{ K}$  e umidade inicial  $M$  de 75%. As condições de umidade do ar ambiente foram mantidas constantes em  $M_a = 10,5\%$  e a temperatura ambiente variou conforme mostra a tabela 3.9 das propriedades que variam com o tempo.

Tabela 3.9 – Propriedades que variam com o tempo.

Variável	Valor	Período	Variável	Valor	Período
$T_\infty$	28°C	$0 \leq t < 10$ min	$\varepsilon$	1	$t \geq 3660$ min
$T_\infty$	$0,35t + 24,5^\circ\text{C}$	$10 \leq t < 70$ min	$\Delta t$	600 s	passo $\leq 7$
$T_\infty$	49°C	$t \geq 70$ min	$\Delta t$	1800 s	$7 < \text{passo} \leq 38$
$E$	0,1	$0 \leq t < 3660$ min	$\Delta t$	6000 s	$38 < \text{passo} \leq 170$
$E$	0,5	$t \geq 3660$ min			

Construiu-se uma malha de 25x25 volumes de controle, totalizando 625 volumes, para realização da simulação das condições de Martinović *et al.* (2001). Os valores experimentais apresentados correspondem aos pontos de coordenadas A (0;3,13), B (0;21,88), C (0,63;0) e D (21,3;0). Estes pontos correspondem respectivamente aos elementos 524, 99, 580 e 599 posicionados, conforme a Figura 3.6 em vermelho, na malha construída, onde cada quadrado corresponde a um volume de controle. Os quadrados amarelos correspondem aos volumes fictícios.

Os pontos A e B serão utilizados para a validação dos dados relacionados à temperatura, enquanto que os pontos C e D serão utilizados nas comparações em relação ao teor de umidade.

Figura 3.6 – Posição dos pontos utilizados para a validação da simulação.

<b>PONTO D</b>																								
601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	611	612	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622	623	624	625
576	577	578	579	580	581	582	583	584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	594	595	596	597	598	599	600
551	552	553	554	555	556	557	558	559	560	561	562	563	564	565	566	567	568	569	570	571	572	573	574	575
526	527	528	529	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	540	541	542	543	544	545	546	547	548	549	550
501	502	503	504	505	506	507	508	509	510	511	512	513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523	524	525
476	477	478	479	480	481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500
451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475
426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450
401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420	421	422	423	424	425
376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400
351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375
326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350
301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325
276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300
251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275
226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250
201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225
176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175
126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125
76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

**PONTO C**

**PONTO A**

**PONTO B**

Fonte: O Autor.

A tabela 3.10 traz um resumo dos valores de entrada para a resolução numérica do problema.

Tabela 3.10 – Valores de entrada para a simulação no ambiente SCILAB 5.5.0.

Símbolo	Valor	Unidade	Símbolo	Valor	Unidade
$r$	$2,3 \cdot 10^6$	J/kg	$h_h$	40	W/m <sup>2</sup> K
$c_m$	0,01	kg de água/kg °M	$h_m$	$1,8 \cdot 10^{-6}$	kg/m <sup>2</sup> s °M
$k_m$	$4,5 \cdot 10^{-9}$	kg de água/m s °M	$T^o$	294,15	K
$\delta$	2	°M/K	$T_\infty$	301,15	K
$\rho$	Equação 3.59	kg/m <sup>3</sup>	$M^o$	75	%
$c_p$	Equação 3.55	J/kg K	$M_\infty$	10,5	%
$k_h$	Equação 3.56	W/m K	$\varepsilon$	Variável conforme o tempo	Adimensional

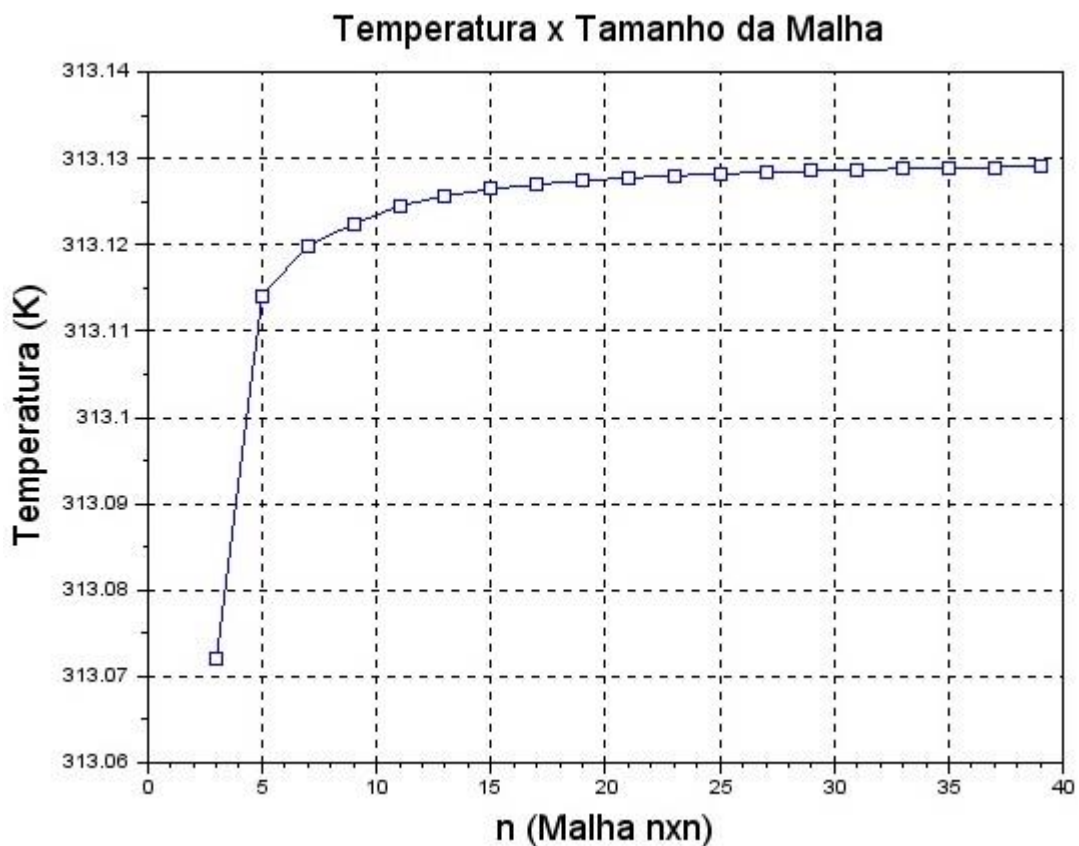
## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste tópico serão discutidos os resultados obtidos nas simulações comparando os formatos dos perfis de temperatura gerados com os perfis encontrados na literatura. Serão mostrados a sugestão do tamanho de malha que pode ser trabalhado para o problema proposto, bem como os passos no tempo recomendados. Ao fim deste tópico serão comparado os dados experimentais obtidos por Martinović *et al.* (2001) com os gerados pela simulação realizada aqui.

### 4.1 COMPORTAMENTO EM RELAÇÃO AO TAMANHO DA MALHA

A partir dos parâmetros especificados no item 3.5.2, realizou-se a simulação para averiguação da influência do tamanho da malha nos resultados obtidos. Os resultados para a variável temperatura estão presentes na Figura 4.1.

Figura 4.1 – Temperatura calculada do volume do volume central para vários tamanhos de malha.

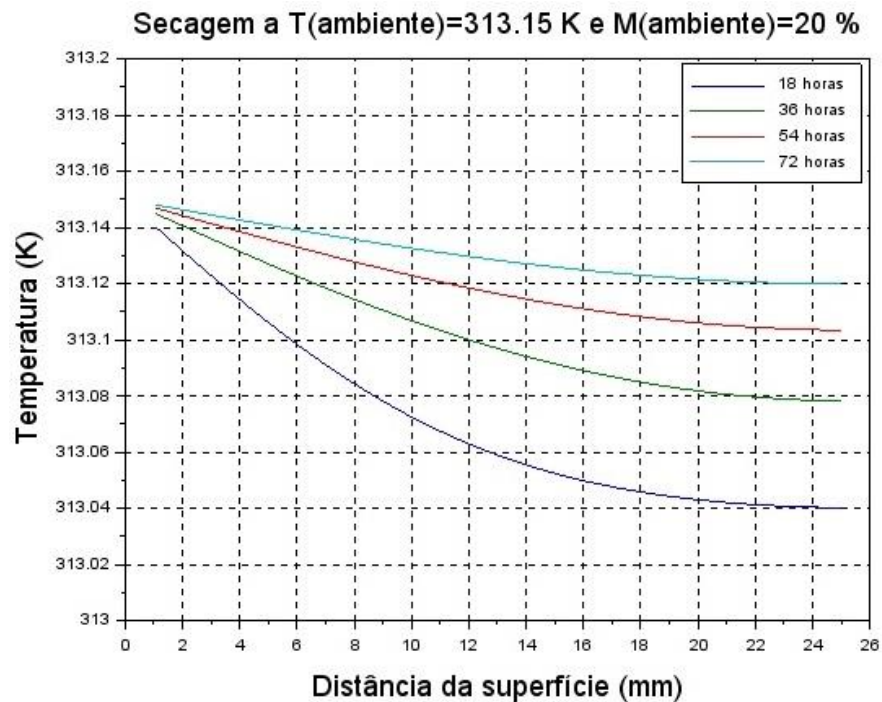


Fonte: O Autor.

Analisando-se os resultados percebe-se que a partir da malha de tamanho 19x19 Volumes de Controle, 361 elementos, os resultados apresentam pouca mudança, com variação abaixo de  $10^{-4}$  %, onde o gráfico se aproxima de uma assíntota horizontal.

Na Figura 4.2 encontra-se o perfil de temperatura encontrado ao final da secagem nas condições expostas no item 3.5.2.

Figura 4.2 – Perfil de Temperatura



Fonte: O Autor.

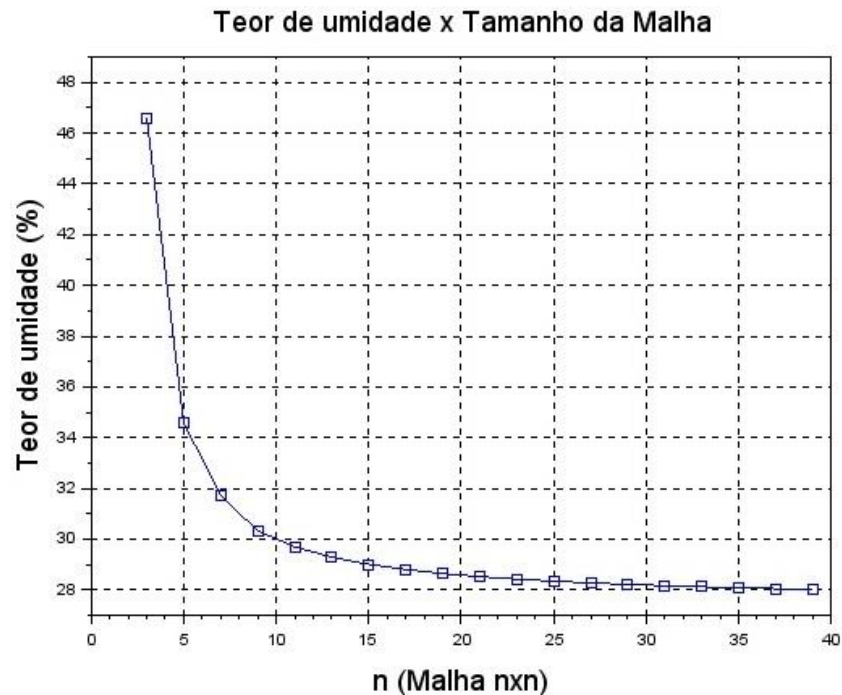
Analisando-se o perfil gerado, o comportamento se assemelha muito ao encontrado por Mellado (2007), com a variação entre a borda e o centro menor que  $1^{\circ}\text{C}$ .

Simulada as condições para o cálculo de temperatura, observamos na Figura 4.3 os resultados obtidos na simulação de secagem para o Teor de Umidade  $M$  para tamanhos de malha variando de  $3 \times 3$  volumes de controle, até  $39 \times 39$  volumes de controle.

Percebe-se que a partir de um tamanho de malha  $25 \times 25$  volumes de controle, 625 volumes totais, há pouca variação nos valores calculados, apresentando comportamento semelhante a uma assíntota horizontal. A variação entre os valores encontrados para a malha  $25 \times 25$  e  $27 \times 27$  foi de 0,24%.

Estes resultados estão relacionados às dimensões de cada volume de controle, pois com o aumento do número de volumes na malha diminuem-se as dimensões de cada volume que compõe esta malha. Está relacionada também a ordem de grandeza das propriedades envolvidas no modelo. É necessário para cada simulação dos processos de secagem, realizar esta análise para verificar o tamanho de malha que exercerá pouca influencia nos resultados obtidos, como os mostrados nas Figuras 4.1 e 4.3.

Figura 4.3 – Teor de umidade calculado para o volume central para vários tamanhos de malha.



Fonte: O Autor.

Na Figura 4.4 tem-se o perfil de teores de umidade para após 72 horas de secagem de acordo com os parâmetros estabelecidos no item 3.5.2 para uma malha de 25x25 volumes de controle. Os pontos foram pegos a uma mesma coordenada de espessura = 12,5mm.

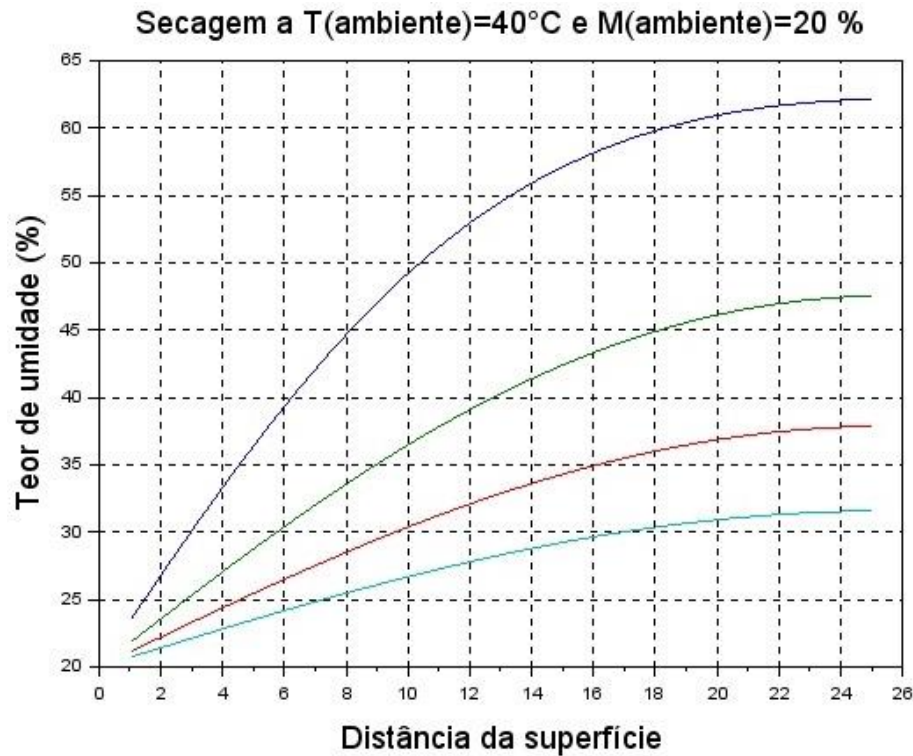
Os perfis gerados se assemelham muito aos perfis parabólicos obtidos por Mellado (2007) e pelos de Kollmann e Cotê (1968). Em Kollmann e Cotê (1968) a distribuição inicial de umidade não era uniforme o que causa o comportamento da curva para o tempo de 2 dias de secagem, conforme Figura 2.7 do tópico 2.5 deste trabalho.

#### 4.2 COMPORTAMENTO COM RELAÇÃO AO TAMANHO DO PASSO NO TEMPO

Os resultados obtidos foram simulados a partir de uma malha de 25x25 volumes de controle, pois como visto no tópico 4.1, depois deste tamanho de malha os resultados acabam mantendo-se constantes no mesmo ponto de referência. O volume de referência para a



Figura 4.4 – Perfil de Teor de Umidade



Fonte: O Autor.

comparação dos dados será o de numeração 313, que corresponde a um ponto localizado no centro da malha. O tempo total de secagem foi de 100 horas, dando-se passo de 10 minutos, 20 minutos, 30 minutos, 60 minutos, 100 minutos, 120 minutos, 240 minutos e 600 minutos. Os resultados são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Resultados de temperatura e teor de umidade para variados tamanhos de passos.

<b>Tamanho passo <math>\Delta t</math> (min)</b>	<b>Número de passos</b>	<b>Temperatura (K)</b>	<b>Teor de Umidade (%)</b>
10	600	313,14	24,04
20	300	313,14	24,10
30	200	313,14	24,14
60	100	313,14	24,25
100	60	313,14	24,40
120	50	313,14	24,47
240	25	313,14	24,94
600	10	313,13	26,50

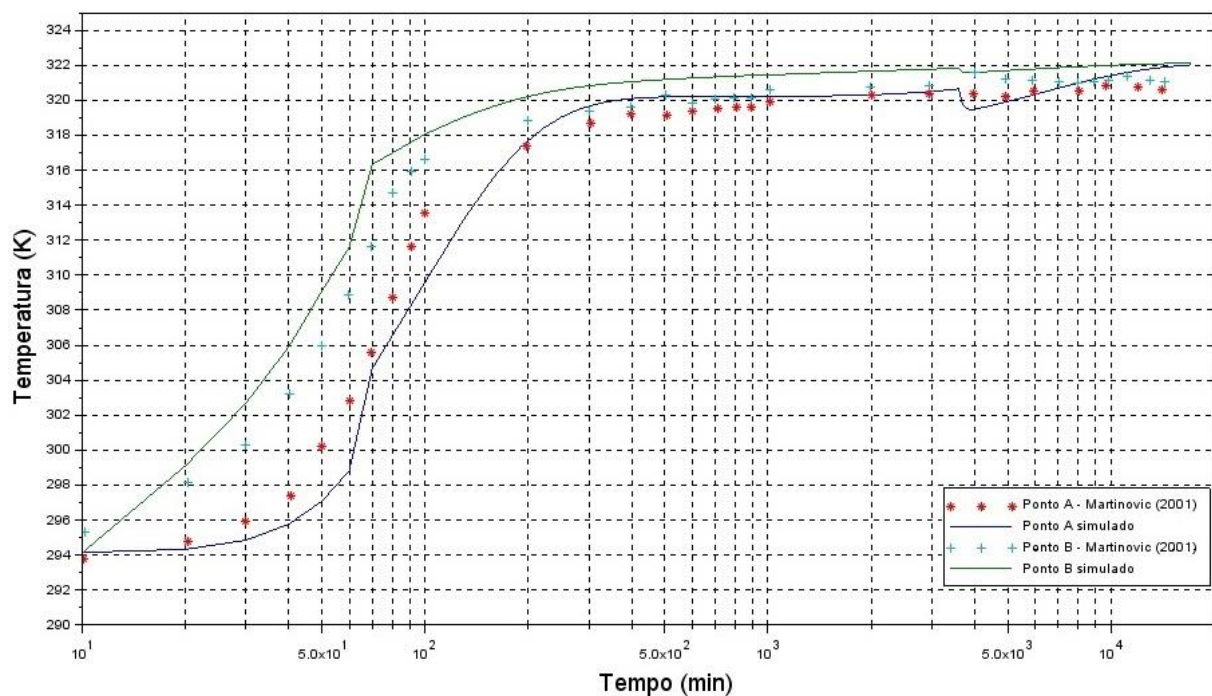
Observou-se que para passo de até 240 minutos, os valores variaram muito pouco, com a maior variação de 1,88 %. Entre os tamanhos de passos de 240 minutos e 600 minutos houve uma variação de 6,25%, o que demonstra uma influência maior nos resultados apresentados.

### 4.3 VALIDAÇÃO DO MODELO

Para a validação da simulação utilizou-se os parâmetros de entrada e condições expostos no tópico 3.5.4. Optou-se pela simulação em uma malha de 25x25 volumes de controle, pois um aumento do tamanho de malha acima de 25x25 os resultados sofrem pouca variação, variação para temperatura da ordem de  $10^{-4}$  % e variação de teor de umidade de 0,24%. Os passos de tempo utilizados foram todos menores que 100 minutos, onde a influência do tamanho do passo é muito pequena, de acordo com os resultados apresentados no tópico 4.2.

Na Figura 4.5 encontram-se os resultados obtidos por Martinović *et al.* (2001) e os dados obtidos na simulação dos pontos A (volume 524) e B (volume 99), conforme demonstrado na Figura 3.6.

Figura 4.5 – Progressão das temperaturas dos pontos de referência A e B.

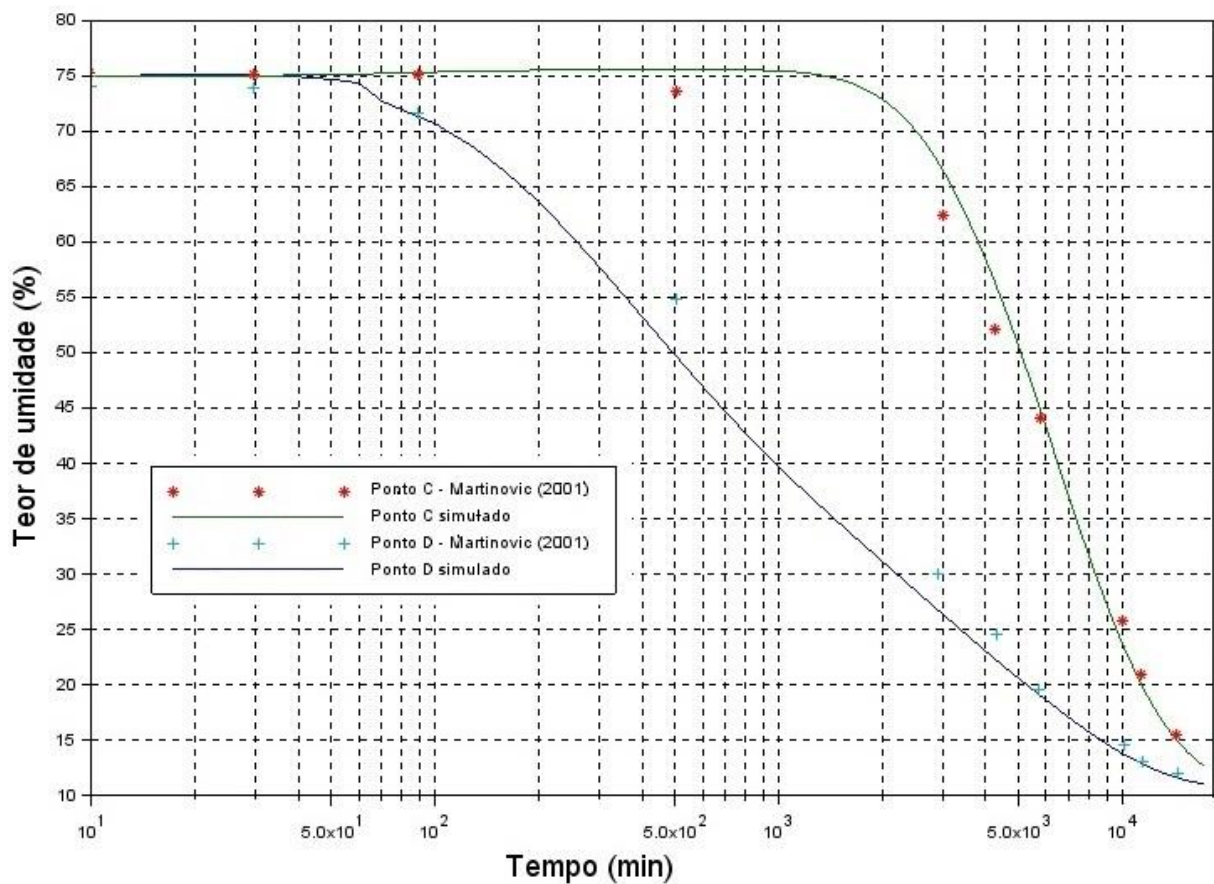


Fonte: O Autor.

Para a variável temperatura, a diferença entre os valores calculados pela simulação e os dados obtidos experimentalmente e apresentados por Martinović *et al.* (2001) para o ponto A em média de 1,11%, sendo a maior diferença de 3,33%. Para o ponto B os valores encontrados tiveram diferença média de 0,88%, com a maior diferença de 3,09%. Além disso, nos dois pontos considerados a curva obtida com a simulação possui o mesmo comportamento dos dados medidos por Martinović *et al.* (2001).

Na Figura 4.6 encontram-se os valores resultantes da simulação, possibilitando a comparação com os dados experimentais.

Figura 4.6 – Progressão dos teores de umidade dos pontos de referência C e D.

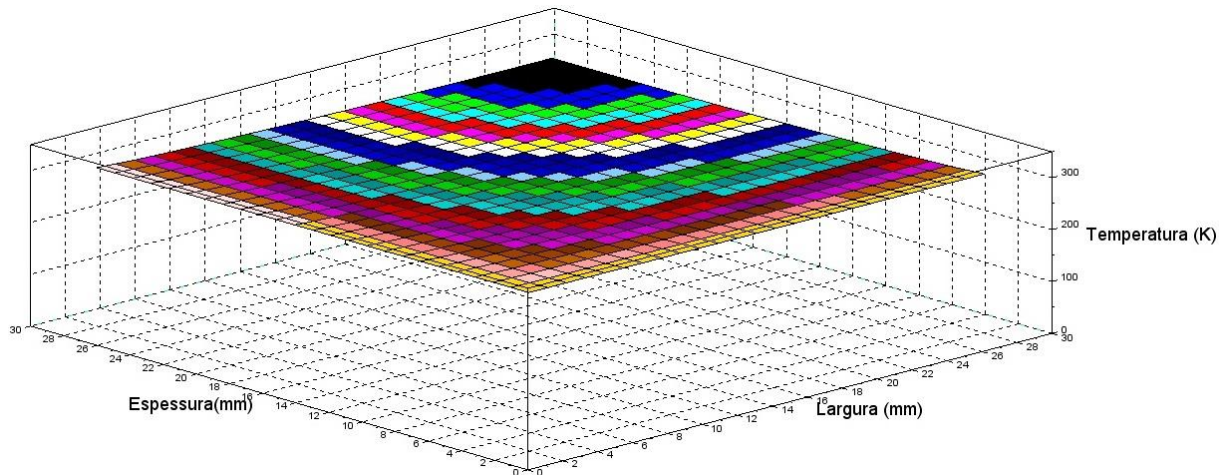


Fonte: O Autor.

Os valores de diferença encontrados quando se comparou os dados para o ponto C foram na média de 4,44%, com maior diferença de 8,66%. Para o ponto D a média da diferença entre os pontos foi de 4,57%, com maior valor de 10,72%. Além disso, nos dois pontos considerados a curva obtida com a simulação possui o mesmo comportamento dos dados medidos por Martinović *et al.* (2001).

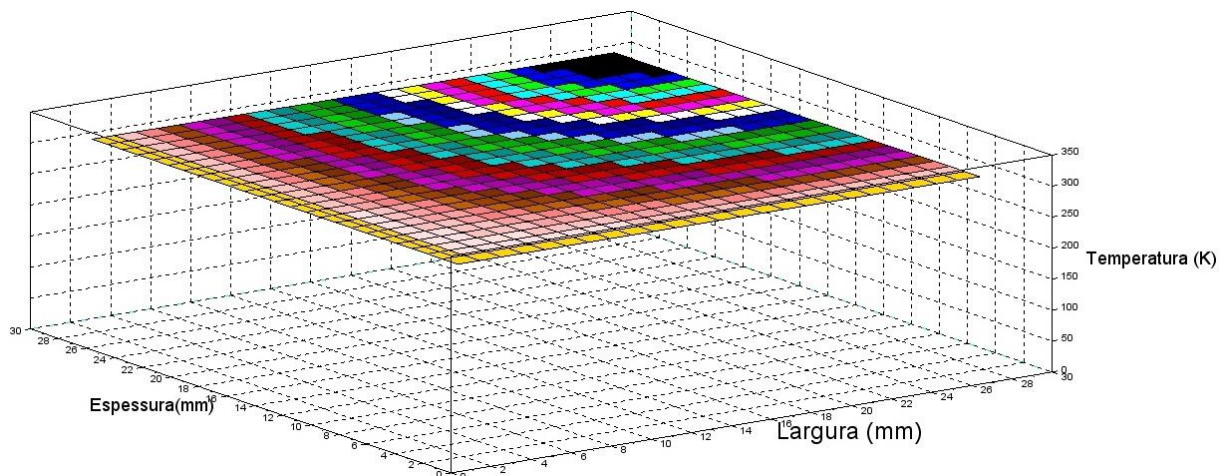
Nas Figuras 4.7 a 4.9 encontram-se os perfis de temperatura para 3 tempos de secagem diferentes, respectivamente, 1,16 horas, 95 horas e 236,67 horas, para as condições especificadas no item 3.5.4.

Figura 4.7 – Perfil de temperatura para um tempo de secagem de 1,16 horas.



Fonte: O Autor.

Figura 4.8 – Perfil de temperatura para um tempo de secagem de 95 horas.



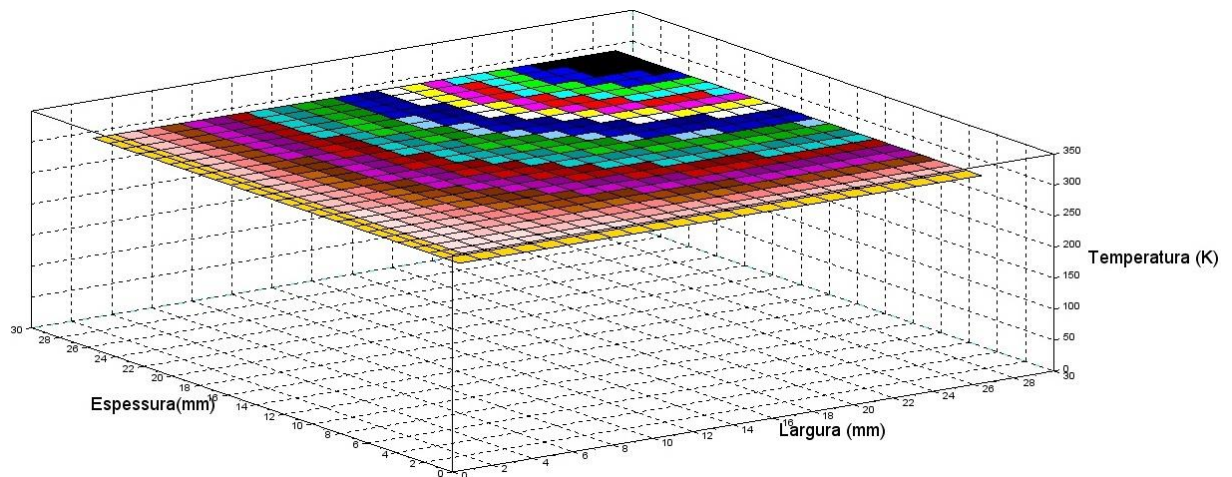
Fonte: O Autor.

O perfil de temperatura permaneceu constante durante os períodos analisados, onde a variação entre os valores encontrados na superfície e nas partes mais centrais da amostra

apresentaram uma diferença menor que 1 Kelvin, comportamento também notado por Mellado (2007).

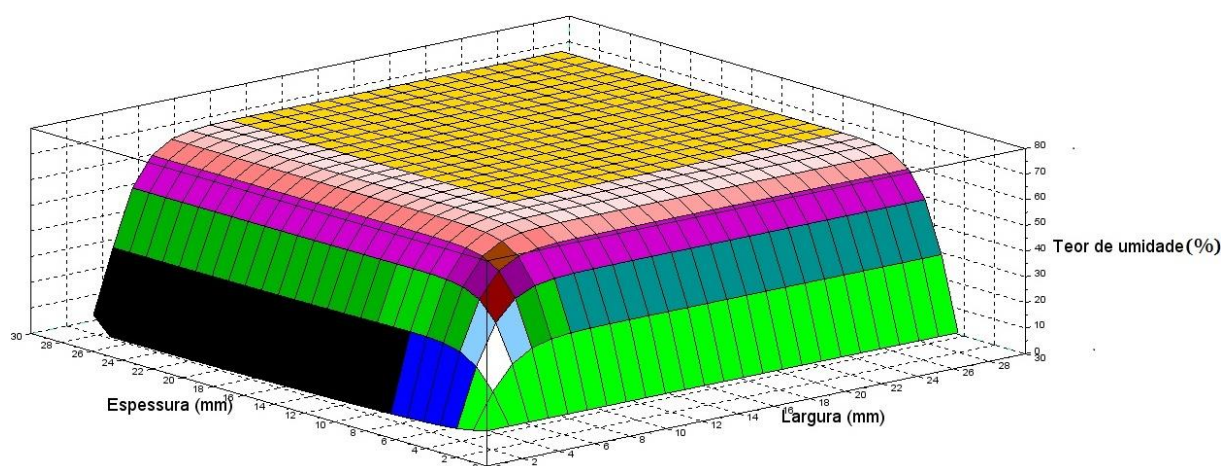
As Figuras 4.10 a 4.12 apresentam os perfis de teores de umidade gerados para as condições apresentadas no item 3.5.4 para variados tempos de secagem.

Figura 4.9 – Perfil de temperatura para um tempo de secagem de 236,67 horas.



Fonte: O Autor.

Figura 4.10 – Perfil de teor de umidade para tempo de secagem de 1,16 horas.



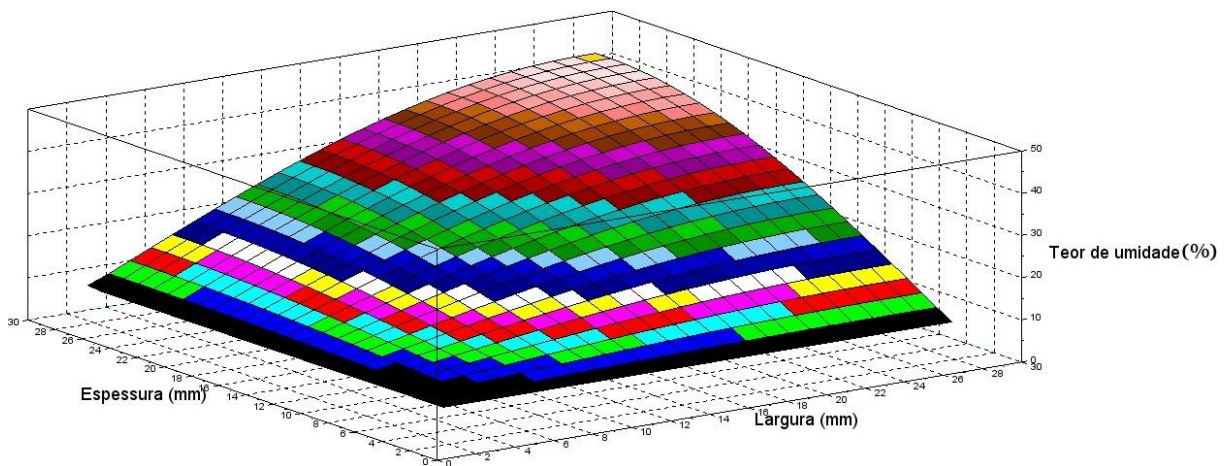
Fonte: O Autor.

Pelo perfil de umidade da Figura 4.10 percebemos que os elementos mais nas superfícies, próximas e expostas ao ambiente externo, são os primeiros a perderem água para

o ar. Em seguida nota-se o movimento da água de dentro para fora, característica exposta por Baker (1956).

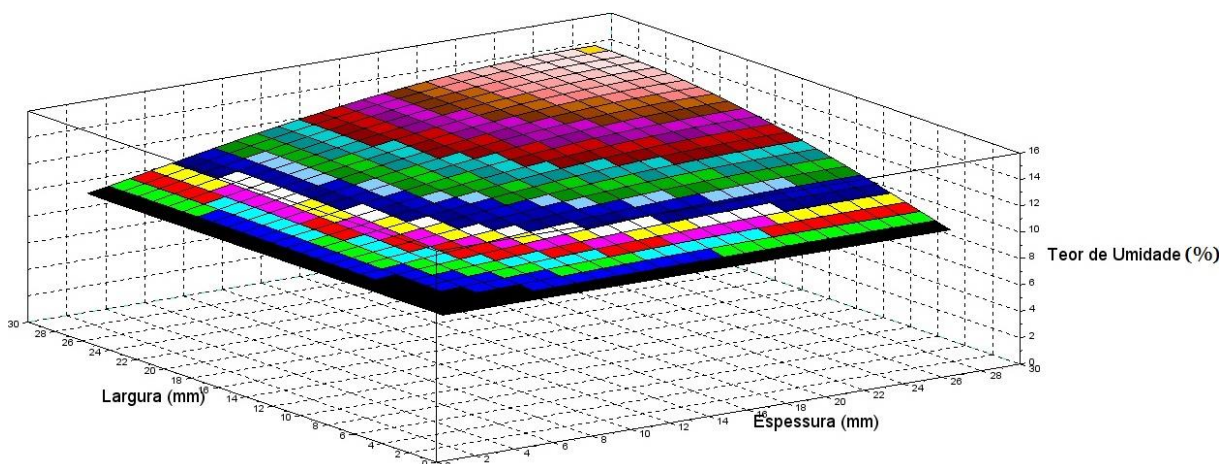
A análise dos perfis de teores de umidade permite-se concluir que há a formação de um perfil parabólico e a diferença entre os teores de umidade encontrados no centro e nas bordas vai diminuindo com o avanço da secagem, característica esta também encontradas por Kollmann e Cotê (1968) e Mellado (2007).

Figura 4.11 – Perfil de teor de umidade para tempo de secagem de 95 horas.



Fonte: O Autor.

Figura 4.12 – Perfil de teor de umidade para tempo de secagem de 236,67 horas.



Fonte: O Autor.

## 5 CONCLUSÕES

Este trabalho teve o objetivo de elaborar uma rotina de cálculo computacional que pudesse prever os perfis de temperatura e teor de umidade durante o processo de secagem de madeira exposta a um ambiente de condições controladas.

O método dos volumes finitos se mostrou um bom método de discretização, transformando as equações diferenciais em equações algébricas, possibilitando o uso de um código numérico para encontrar-se as soluções.

A simulação se mostrou eficiente no que diz respeito aos comportamentos esperados do perfil de temperatura e teor de umidade, apresentando perfis parabólicos com relação a variável teor de umidade e perfil plano para a temperatura, com variação entre os valores na superfície da madeira e do centro menores que 1 Kelvin.

Simulando as condições do processo de secagem realizado experimentalmente para a madeira *European beech*, obteve-se que a maior diferença entre os dados experimentais e os simulados aqui, para dois pontos diferentes da malha considerada, foi de 3,33% para a variável temperatura. Para o teor de umidade, para os dois pontos considerados, a maior diferença foi de 10,72%. Além disso, tanto para a temperatura quanto para o teor de umidade, nos dois pontos considerados, a curva obtida com a simulação possui o mesmo comportamento dos dados medidos por Martinović *et al.* (2001). Estes resultados demonstram que a simulação realizada aqui descreve a secagem da madeira *European beech*.

Para trabalhos futuros sugere-se:

- a) A aplicação da simulação para madeiras de coníferas e outras espécies, bem como a o levantamento experimental de mais espécies de madeira, para verificar o comportamento do modelo adotado e do software desenvolvido.
- b) Aplicação de outro método de resolução, como métodos iterativos, o que possibilitaria o uso de malhas maiores do que 39x39 volumes de controle,

contornando as limitações de capacidade de armazenamento de dados no ambiente Scilab 5.5.0.

- c) Desenvolvimento de um software que prevê tensões internas no processo de secagem, pois há modelos teóricos na literatura que preveem o desenvolvimento de tensões internas na madeira, juntamente com os perfis de temperatura e teor de umidade durante secagem, tornando assim possível prever o aparecimento de trincas internas e rachaduras nas peças que estão passando pelo processo de secagem. A aplicação deste programa poderia auxiliar os processos industriais de secagem, criando programas otimizados do ponto de vista do tempo sem que haja prejuízos a qualidade do produto final.



## 6 REFERÊNCIAS

BAKER, W. J. How wood dries. 1956. Disponível em: <[http://ir.library.oregonstate.edu/xmlui/bitstream/handle/1957/1867/FPL\\_1642ocr.pdf?sequence=1](http://ir.library.oregonstate.edu/xmlui/bitstream/handle/1957/1867/FPL_1642ocr.pdf?sequence=1)> Acesso em 05 Ago. 2013.

BERGER, D.; PEI, D.C.T Drying of Hygroscopic Capillary Porous Solids: A Theoretical Approach, **Int. J. Heat Mass Transfer**, V. 16, p. 293-301, 1973.

BIRD, R.B; STEWART, W.E.; LIGHTFOOT, E. N. **Fenômenos de Transporte**. Segunda edição. Rio de Janeiro. Editora LTC. 2004. 838 p.

BURGER, L.M.; RICHTER, H.G. **Anatomia da madeira**. São Paulo, Editora Nobel, 154p. 1991.

CAI, L. Determination of diffusion coefficients for sub-alpine fir. **Wood Science and Technology**, v.39, n.2, p. 153-162, 2005

DEMIRDŽIĆ, I.; HORMAN, I; MARTINOVIĆ, D. Finite volume analysis of stress and deformation in hygro-thermo-elastic orthotropic body. **Computer methods in applied mechanics and engineering**, Sarajevo, V.190, f.1221-1232. 2000.

DEVRIES, D. A. PHILIP. J R. Moisture Movement in Porous Materials under Temperature Gradients. **Trans. Am. Geophys. Union**, V. 38. N° 2, p. 222-232. 1957.

DEVRIES, D. A.. Simultaneous Transfer of Heat and Moisture in Porous Media. **Trans. Am. Geophys. Union**, V. 39. N° 5, p. 909-916, 1958.

ELEOTÉRIO, J. R. **Modelagem e simulação do processo de secagem de madeiras serradas de espécies tropicais brasileiras**. 2009. 249 f. Tese (Doutorado em Engenharia Química) – Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 2009.

FOTSING, J. A. M.; TCHAGANG, C. W. Experimental determination of the diffusion coefficients of wood in isothermal conditions. **Heat Mass Transfer**. v.41, 2005, p.977-980. 2005.

GONÇALVES, N. D. F. **Método dos volumes finitos em malhas não-estruturadas**, 2007. 71 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Matemática). Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, Porto, 2007.

HAILWOOD, A. J.; HORROBIN, S. Absorption of water by polymers: Analysis in terms of a simple model. **Trans. Faraday Soc.** 42B, p84-102. 1946.

HORMAN, I.; HAJDAREVIC, S.; MARTINOVIC, S.; VUKAS, N. Numerical Analysis of Stress and Strain in a Wooden Chair, **Drvna industrija.**, Vol 61, No. 3, pp. 151-158, Setembro,2010.

JANNOT, Y.; KANMOGNE, A.; TALLA, A.; MONKAN L. Experimental determination and modelling of water desorption isotherms of tropical woods: afzelia, ebony, iroko, moabi and obeche. **Holz als Roh und Werkstoff**. V.64, p 121-124, Nov, 2005.

KOLLMANN, F. Wege und Ergebnisse der machanisch-tecnologischen. **Holzforschung**. V.12, p. 1. 1936.

KOLLMANN, F. F. P.; COTÊ, W. A. **Principles of wood Science and technology** . New York: Springer, 1968. v.1.

KONDO, M. Y; BARREIROS, R. M; CARASCHI, J. C; JUNIOR GHERING, W; Características anatômicas da madeira de Mezilaurus lindaviana proveniente de dois locais diferentes: platô e várzea (2012 - congresso ebramem 2012)

KRABBENHOFT, K. **Moisture Transport in Wood: A Study of physical-mathematical models and their numerical implementation**, 2003. 167 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Department of Civil Engineering, Technical University of Denmark, Copenhagen, 2003.

LIU, J. Y; CHENG, S. Solutions of Luikov equations of heat and mass transfer in capillary-porous bodies. **Int. J. Heat Mass Transfer**, V. 34, nº 7, pp. 1747-1754, 1991.

LUIKOV, A. V. Heat and Mass Transfer in Capillary-Porous Bodies . **Int. J. Heat Mass Transfer**, V 1, p. 123-184, 1964.

LUIKOV, A. V. System of Differential Equations of Heat and Mass Transfer in Capillary-Porous Bodies (review). **Int. J. Heat Mass Transfer**, V 18, p. 1-14, 1975.

MARQUES, A. C. **Desenvolvimento de modelo numérico utilizando o método dos volumes finitos em malhas não-estruturadas**. 2005. 93 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia ambiental) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2005

MARTINOVIĆ, D.; HORMAN, I.; DEMIRDŽIĆ, I. Numerical and experimental analysis of a wood drying process. **Wood Science and Technology**. v. 35, p.143-156, 2001.

MELLADO, E. C. E. R. **Modelo de transferência de calor e massa na secagem de madeira serrada de pinus**. 2007. 169 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 2007

PANG, S. Moisture content gradient in a softwood board during drying: simulation from 2-D model and measurement. **Wood Science and Technology**, V.30, pag. 165-178, 1996.

PERRÉ, P.; DEGIOVANNI, A. Simulation par volumes finis des transferts couplés en milieux poreux anisotropes: séchage du bois à basse et à haute température. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, Orlando, v. 33, n. 11, p.2463-2478, nov. 1990.

PERRÉ, P.; ZOHOUN, S.; BRANDÃO, A. Détermination de la diffusivité massique en regime permanent: résultats d'une campagne de mesure sur différentes essences tempérées et tropicales. In: SCIENCES ET INDUSTRIES DU BOIS. Nancy, FRANCE. Colloque N.4, p.157-164 1996.

PINTO, J. C; LAGE, P. L. C. **Métodos numéricos em Problemas de Engenharia Química**. 1ª Edição. Rio de Janeiro: E-papers Serviços Editoriais LTDA, 2001. p.316

PÖHLR, E.; KLINGNER, R., Künniger, T. Beech(*Fagus sylvatica* L.) – Technological properties, adhesion behavior and colour satability with and without coating of the red heartwood. **Annals of Forest Science**. Volume 63, 2006. 129-137.

SEHLSTEDT-PERSSON, M. The effect of extractive content on moisture diffusion properties for Scots pine and Norway spruce. In: COST ACTION E15 ADVANCES IN THE DRYING OF WOOD (1999–2003). Proceedings 3rd Workshop on SOFTWOOD DRYING TO SPECIFIC END-USES, 11-13 June, Helsinki, 2001.

SIAU, J.F. **Transport processes in wood**. Berlin: Springer-Verlag, 1984. 245p.

SIMPSON, W. T. Predicting equilibrium moisture content of wood by mathematical models. **Wood and fiber**. V. 5. 1973

SIMPSON, W. T.; LIU, J.Y.. Dependence of the water vapor diffusion coefficient of aspen (*Populus spec.*) on moisture content. **Wood Science and Technology**. V. 26. p. 9-21. 1991.

SIMPSON, W. T.; LIU, J. Y. Na optimization technique to determine red oak surface and internal moisture transfer coefficients during drying. **Wood and Fiber Science**. v.29, n.4, p. 312-318. 1997.

STANISH, M. A.; SCHAJER, G. S.; KAYIHAN, FERHAN. A mathematical model of drying for hygroscopic porous media. **AIChE Journal**. v. 32, n. 8, ago.1986.

TARMIAN, A.; REMOND, R.; DASHTI, H.; PERRÉ, P. Moisture diffusion coefficient of reaction woods: compression wood of *Picea abies* L. and tension wood of *Fagus sylvatica* L. **Wood Science and Technology**. V. 46, p. 405-417. 2012

USDA (United States Department of Agriculture). **Wood Handbook**. Centennial Edition. USDA. Madison, Wisconsin. 2010. 509 p.

VAFAI, K.; SOZEN, M. A comparative analysis of multiphase transport models in porous media. Em: Tien CL, editor. *Annual Review of Heat Transfer*. Vol.3 p. 145–162. 1990, New York.

VERMAAS, H. F. Interaction of wood, water and stresses during drying: a review. *Southern African Forestry Journal*. n.181, p.25-32, 1998.

TUTTLE, F. A mathematical theory of the drying of wood. **J. Franklin Inst.** 200:609. 1925.

THEPPAYA, T.; PRASERTSAN, S. Parameters influencing drying behavior of rubber wood (*Hevea brazilliensis*) as determined from desorption experiment. **Drying Technology**, Philadelphia, v. 20, n. 2, p.507-525, 2002.

WANG, B.; ZOU, G.; ZHAO, P.; WANG, Q. Finite volume method for solving a one-dimensional parabolic inverse problem. **Applied Mathematics and Computation**, V.217, pp. 5227-5235, 2011.

WHITAKER, S. Simultaneous heat, mass, and momentum transfer in porous media: A theory of drying. **Advances in Heat Transfer**. V.13, 119–203. 1977.

## APÊNDICE A – CÓDIGO ELABORADO PARA A RESOLUÇÃO DO MODELO

```

//=====
// Este código resolve as equações de transferência de calor e umidade para
// uma amostra de madeira da espécie European beech através do método dos
// volumes finitos
//-----
mode(-1)
lines(0)
clear
clf
clc
//-----
// Construção da Malha
compr=25*10^-3;largu=25*10^-3; // Tamanho da amostra em metros
Nx=3;Ny=Nx; // Numero de volumes
Dx=compr/(Nx-2); // Comprimento de cada em m
Dy=largu/(Ny-2); // Largura de cada volume em m
Dt=3600; // Passo no tempo em segundos
//-----
// Parâmetros - amostra de madeira
cm=0.01; // Umidade específica em kg(água)/kg°M
delta=2; // Coeficiente do gradiente de temperatura °/K
epsilon=0.1; // Razão entre difusividade mássica de vapor e mássica
total de umidade
r=2.3*10^6; // Calor latente de vaporização J/kg
rho=500; // Massa específica básica kg/m^3
To=21+273; // Temperatura inicial em Kelvin
Mo=75; // Potencial de umidade inicial em °M
km=4.5*10^(-9); // Coeficiente de condução mássica em
kg(água)/m.s. °M
kh=0.4050128; // Coeficiente de condução de calor em W/m/K
cp=1457; // Calor específico da madeira em J/kg/K
hh=40; // Coef. conv. transf de calor W/m^2/K
hm=1.8*10^(-6); // Coef. conv. transf. de massa kg/(m^2*s*°M)
//-----
// Coeficientes para o cálculo da equação da temperatura
ap=rho*cp*Dx*Dy/Dt+2*(kh+epsilon*r*delta*km)*Dy/Dx+2*(kh+epsilon*r*delta
*km)*Dx/Dy;
ae=-(kh+epsilon*r*delta*km)*Dx/Dy;
aw=-(kh+epsilon*r*delta*km)*Dx/Dy;
an=-(kh+epsilon*r*delta*km)*Dy/Dx;

```

```

as=- (kh+epsilon*r*delta*km)*Dy/Dx;
//-----
// Coeficientes para o cálculo da equação da umidade
bp=rho*cm*Dx*Dy/Dt+2*km*(Dy/Dx+Dx/Dy);
be=-km*Dy/Dx;
bw=-km*Dy/Dx;
bn=-km*Dx/Dy;
bs=-km*Dx/Dy;
//-----
k=1           //indice de tempo
//-----
//Condições iniciais
for n=1:1:(Nx*Ny)
T(n,k)=To;
M(n,k)=Mo;
end
Meq=10.5; //Potencial de umidade de equilíbrio em °M
Teq=28+273.15; //Temperatura de equilíbrio em K
//-----
// Equação de transferência de calor discretizada: A T = B, onde A é a matriz dos
// coeficientes, B é a matriz com os termos fonte e T o vetor solução com as
// temperatura
//-----
A=eye(Nx*Ny,Nx*Ny);
B=[0;0;0;0;0;0;0;0;0];
C=eye(Nx*Ny,Nx*Ny);
D=[0;0;0;0;0;0;0;0;0];
k=2;

for k=2:1:100           //loop com tempo
//Matriz Temperatura -->[A].T=B
for i=1:1:Nx*Ny

//Canto inferior direito [condição 1]
if i==1 then
A(i,i)=1;A(i,i+1)=-1/3;B(i)=Teq*2/3;

//Superfície inferior [condição 2]
elseif i==2 then
for z=2:1:Nx-1
A(z,z)=-kh/Dy-hh/2;           B(z)=(-kh/Dy-hh/2)*Teq+(1-epsilon)*r*hm*((M(z,k-
1)+Meq)/2-Meq);
end
z=1;

```



```
//Canto inferior esquerdo [condição 3]
elseif i==Nx then
A(i,(i-1))=-1/3; A(i,i)=1; B(i)=2/3*Teq;
```

```
//Superfície lateral direita [condição 4]
elseif i==Nx+1 then
for z=1:1:Ny-2
w=z*Nx+1
A(w,w)=kh/Dx-hh/2;B(w)=(kh/Dx-hh/2)*Teq+(1-epsilon)*r*hm*((M(w,k-1)+Meq)/2-Meq);
end
z=1;
w=1;
```

```
//Meio [Condição 5]
elseif i==Nx+2 then
for z=1:1:Ny-2
for w=1:1:Nx-2
p=Nx*z+w+1
A(p,p)=ap; A(p,p-1)=aw;A(p,p+1)=ae;A(p,p+Nx)=an;A(p,p-Nx)=as;B(p)=epsilon*r*km*Dy/Dx*(M(p+1,k-1)+M(p-1,k-1))+epsilon*r*km*Dx/Dy*(M(p+Nx,k-1)+M(p-Nx,k-1))-2*epsilon*r*km*(Dy/Dx+Dx/Dy)*M(p,k-1)+rho*cp*Dx*Dy*T(p,k-1)/Dt;
end
end
z=1;w=1;p=1;
```

```
//Superfície lateral direita [condição 6]
elseif i==2*Nx then
for z=1:1:Ny-2
w=(z+1)*Nx
A(w,w)=-kh/Dx;A(w,w-1)=kh/Dx;B(w)=0;
end
z=1;w=1;
```

```
//Canto superior direito [condição 7]
elseif i==(Nx*(Ny-1)+1) then
A(i,i)=1;B(i)=Teq;
```

```
//Superfície superior [condição 8]
elseif i==(Nx*(Ny-1)+2) then
for z=1:1:Nx-2
w=Nx*(Ny-1)+z+1
A(w,w)=kh/Dy;A(w,w-Nx)=-kh/Dy;B(w)=0
end
```

z=1;w=1;

*//Canto superior direito [condição 9]*

```
elseif i==Nx*Ny
A(i,i)=2/3;A(i,i-1)=-2/3;B(i)=0
end
end
T(:,k)=A\B
```

*//Matriz Umidade --> [C].M=D*

```
for j=1:1:Nx*Ny
```

*//Canto inferior direito [condição 1]*

```
if j==1 then
C(j,j)=1;C(j,j+1)=-1/3;D(j)=2/3*Meq;
```

*//Superfície inferior [condição 2]*

```
elseif j==2 then
for z=2:1:Nx-1
C(z,z)=-km/Dy-hm/2;D(z)=(-km/Dy-hm/2)*Meq+delta*km*(T(z,k)-Teq)/Dy;
end
z=1;
```

*//Canto inferior esquerdo [condição 3]*

```
elseif j==Nx then
C(j,j)=1;C(j,j-1)=-1/3;D(j)=2/3*Meq;
```

*//Superfície lateral direita [condição 4]*

```
elseif j==Nx+1 then
for z=1:1:Ny-2
w=z*Nx+1
C(w,w)=(km/Dx-hm/2);D(w)=(km/Dx-hm/2)*Meq+delta*km*(T(w+1,k)-Teq)/Dx
end
z=1;
w=1;
```

*//Meio [Condição 5]*

```
elseif j==Nx+2 then
for z=1:1:Ny-2
for w=1:1:Nx-2
p=Nx*z+w+1
C(p,p)=bp;C(p,p-1)=bw;C(p,p+1)=be;C(p,p+Nx)=bn;C(p,p-
Nx)=bs;D(p)=delta*km*Dy/Dx*(T(p+1,k)+T(p-
1,k))+delta*km*Dx/Dy*(T(p+Nx,k)+T(p-Nx,k))-
2*delta*km*(Dy/Dx+Dx/Dy)*T(p,k)+rho*cm*Dx*Dy/Dt*M(p,k-1);
end
```

```

end
z=1;w=1;p=1;

//Superfície lateral direita [condição 6]
elseif j==2*Nx then
for z=1:1:Ny-2
w=(z+1)*Nx
C(w,w)=-km/Dx;C(w,w-1)=km/Dx;D(w)=0;
end
z=1;w=1;

//Canto superior direito [condição 7]
elseif j==(Nx*(Ny-1)+1) then
C(j,j)=1;D(j)=Meq;

//Superfície superior [condição 8]
elseif j==(Nx*(Ny-1)+2) then
for z=1:1:Nx-2
w=Nx*(Ny-1)+z+1
C(w,w)=km/Dy;C(w,w-Nx)=-km/Dy;D(w)=0
end
z=1;w=1;

//Canto superior direito [condição 9]
elseif j==Nx*Ny
C(j,j)=2/3;C(j,j-1)=-2/3;D(j)=0;

end
end
M(:,k)=C\D
end
//Impressão dos resultados
T
M

```