



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO
MESQUITA FILHO"
Campus de Ilha Solteira

SAULO CRNKOWISE GARCIA

Análise da Robustez e Aplicações de Controle com Modos Deslizantes em Sistemas Incertos com Atraso no Controle

Ilha Solteira - SP
2014



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO
MESQUITA FILHO"
Campus de Ilha Solteira

SAULO CRNKOWISE GARCIA

Análise da Robustez e Aplicações de Controle com Modos Deslizantes em Sistemas Incertos com Atraso no Controle

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista - UNESP - Campus de Ilha Solteira, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Controle e Automação.

Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira
Orientador

Ilha Solteira - SP
2014

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

G216a Garcia, Saulo Crnkowise.
Análise da robustez e aplicações de controle com modos deslizantes em sistemas incertos com atraso no controle / Saulo Crnkowise Garcia. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2014
236 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2014

Orientador: Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira
Inclui bibliografia

1. Controle de sistemas. 2. Controle com modos deslizantes. 3. Sistemas com atraso. 4. Aplicações industriais. 5. Aplicações em equipamentos didáticos.

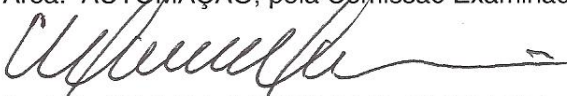
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Análise da Robustez e Aplicações de Controle com Modos Deslizantes em Sistemas Incertos com Atraso no Controle

AUTOR: SAULO CRNKOWISE GARCIA

ORIENTADOR: Prof. Dr. MARCELO CARVALHO M TEIXEIRA

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica ,
Área: AUTOMATIZAÇÃO, pela Comissão Examinadora:



Prof. Dr. MARCELO CARVALHO M TEIXEIRA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. RODRIGO CARDIM
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. ALFREDO DEL SOLE LORDELO
Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas / Universidade Federal do ABC

Data da realização: 01 de setembro de 2014.

À minha família e a todas as pessoas que me apoiaram para que eu alcançasse
meu objetivo nesta etapa da minha vida.

DEDICO.

AGRADECIMENTOS

Neste pequeno texto a seguir gostaria de expressar meus mais sinceros agradecimentos a todos que tornaram este trabalho possível e ajudaram, cada um a sua maneira, fazer da vida um desafio prazeroso.

Agradeço primeiramente a meu pai, José Paulo Fernandes Garcia, e à minha mãe, Lizete Maria Crnkowise Fernandes Garcia, por todo apoio, força e amor que eles transmitem para mim em todas as fases da minha vida, sem eles não teria conseguido alcançar meus objetivos e, muito menos, a felicidade.

Agradeço ao meu orientador, Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira, por todas as oportunidades que foram abertas para mim graças a ele, pela confiança depositada em mim e toda ajuda que ele me deu para que fosse possível realizar este trabalho. E aos professores Edvaldo, Cardim e Falcondes pelos ensinamentos e incentivo.

À Dhamarys Thais Bicalho Britto, por seu amor, paciência, carinho e cumplicidade. A todos os meus amigos, principalmente aqueles que estão juntos desde minha infância, pois as amizades realmente fortes não se desgastam com o tempo. E à Lua minha companheira de estudos.

Agradeço a todos do programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Unesp de Ilha Solteira. Ao Laboratório de Pesquisa em Controle (LPC). Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro, e à FAPESP (Processo número 2011/17610-0) pela aquisição dos materiais utilizados nesta pesquisa (softwares).

RESUMO

Este trabalho trata de sistemas incertos com controle com modos deslizantes. O foco principal das contribuições é dado na investigação deste método de controle realizado através de rede de comunicação sujeitas a atrasos. Para minimizar os efeitos degenerativos dos atrasos, preditores de estado no seu formato mais simples são utilizados na lei de controle. São feitas análises da robustez da estabilidade e também da influência que as incertezas e atrasos exercem sobre o comportamento destes sistemas em malha fechada. Para corroborar os resultados apresentados nas análises, são realizadas simulações em um modelo matemático de um sistema de ordem dois, em um modelo linear do sistema de suspensão ativa e em um modelo não linear do sistema pêndulo invertido. Neste último, o atraso é tratado como uma falha e apresenta-se uma estratégia para detectar e adaptar os controladores a este tipo de falha. Também são investigados, através de simulações, aplicações do controle com modos deslizantes em dois processos integrantes do tratamento primário de petróleo.

ABSTRACT

This work deals with control of uncertain systems with sliding modes. The main focus of the contributions is given in the investigation of this method of control accomplished via communication network subject to time delay. To minimize the degenerative effects of delay, state predictors in its simpler format is used in the control law. Analyses of the stability robustness are made and also analyses about the influence that the uncertainties and delay exert on the behavior of closed-loop systems. To corroborate the results presented in the analyses, simulations are performed on a mathematical model of a system of order two, in a linear model of the active suspension system and a nonlinear model of the inverted pendulum system. In this last, the delay is treated as a failure and a strategy to detect and adapt the controllers to this type of failure is presented. Through simulations, sliding mode control in two processes of the primary oil treatment is also investigated.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Modo deslizante.....	20
Figura 2	Modo deslizante na interseção das superfícies.....	20
Figura 3	Ilustração do domínio do modo deslizante.....	22
Figura 4	Esquema implementado para simulações do Exemplo 1.....	30
Figura 5	Comparação dos planos de fase: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -5,0$	31
Figura 6	Comparação dos estados no tempo: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -5,0$	32
Figura 7	Comparação dos sinais de controle: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -5,0$	32
Figura 8	Superfície de deslizamento para sistema nominal - controle CEV sem perturbação, $\rho = -5,0$	33
Figura 9	Comparação dos planos de fase: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -50,0$	34
Figura 10	Comparação dos estados no tempo: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -50,0$	35
Figura 11	Comparação dos sinais de controle: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -50,0$	35
Figura 12	Superfície de deslizamento para sistema nominal - controle CEV sem perturbação, $\rho = -50,0$	36
Figura 13	Comparação dos planos de fase: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -50,0$, $\delta = 0,05$	37
Figura 14	Comparação dos estados no tempo: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -50,0$, $\delta = 0,05$	38
Figura 15	Comparação dos sinais de controle: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -50,0$, $\delta = 0,05$	38
Figura 16	Superfície de deslizamento para sistema nominal - controle CEV sem perturbação, $\rho = -50,0$, $\delta = 0,05$	39
Figura 17	Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação.....	40
Figura 18	Comparação dos estados no tempo: CMD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação.....	41
Figura 19	Comparação dos sinais de controle: CMD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação.....	41
Figura 20	Superfície de deslizamento para sistema nominal - controle CMD sem perturbação.....	42
Figura 21	Comparação dos planos de fase: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação casada.....	49
Figura 22	Ampliação da Figura 21: “Comparação dos planos de fase: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação casada”.....	49
Figura 23	Comparação dos estados no tempo: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação.....	50

Figura 24	Comparação dos sinais de controle: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação.	51
Figura 25	Superfície de deslizamento para sistema nominal - controle CEV/MD com perturbação.	52
Figura 26	Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação casada.	53
Figura 27	Ampliação da Figura 26: “Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação casada”.	54
Figura 28	Comparação dos estados no tempo: CMD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação.	54
Figura 29	Comparação dos sinais de controle: CMD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação.	55
Figura 30	Superfície de deslizamento para sistema nominal - controle CMD com perturbação.	56
Figura 31	Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbações casada e não casada.	57
Figura 32	Comparação dos estados no tempo: CMD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbações casada e não casada.	58
Figura 33	Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbações.	59
Figura 34	Comparação dos estados no tempo: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbação.	60
Figura 35	Comparação dos sinais de controle: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbação.	61
Figura 36	Superfície de deslizamento para sistema discreto - controle CMD sem perturbação.	62
Figura 37	Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 35ms.	67
Figura 38	Comparação dos estados no tempo: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 35ms.	68
Figura 39	Comparação dos sinais de controle: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 35ms.	69
Figura 40	Superfície de deslizamento para sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 35ms - controle CMD.	69
Figura 41	Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 35ms.	76
Figura 42	Ampliação da Figura 41: “Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 35ms”.	77
Figura 43	Comparação dos estados no tempo: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 35ms.	77
Figura 44	Comparação dos sinais de controle: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 35ms.	78
Figura 45	Superfície de deslizamento para sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 35ms - controle CMD.	79
Figura 46	Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto com perturbação casada e não casadas, com período de amostragem igual a 35ms.	80

Figura 47	Ampliação da Figura 46: “Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto com perturbação casada e não casada, com período de amostragem igual a 35 ms”.	81
Figura 48	Comparação dos estados no tempo: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto com perturbação casada e não casada, com período de amostragem igual a 35ms.	81
Figura 49	Comparação dos sinais de controle: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto com perturbação casada e não casada, com período de amostragem igual a 35ms.	82
Figura 50	Superfície de deslizamento para sistema discreto com perturbação casada e não casada, com período de amostragem igual a 35ms - controle CMD.	83
Figura 51	Plano de fase: Controle CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1ms, com atraso no controle.	84
Figura 52	Estados no tempo: Controle CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1ms, com atraso no controle.	85
Figura 53	Sinal de controle: Controle CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1ms, com atraso no controle.	85
Figura 54	Plano de fase: Controle CMD, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1ms, com atraso no controle.	86
Figura 55	Estados no tempo: Controle CMD, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1ms, com atraso no controle.	87
Figura 56	Comparação dos planos de fase: CMD-P1 versus CONV-P1, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1 ms.	103
Figura 57	Comparação dos estados no tempo: CMD-P1 versus CONV-P1, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1 ms.	103
Figura 58	Comparação dos sinais de controle: CMD-P1 versus CONV-P1, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1 ms.	104
Figura 59	Superfície de deslizamento para sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1 ms - controle CMD-P1.	105
Figura 60	Comparação dos planos de fase: CMD versus CONV-P1, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms.	106
Figura 61	Comparação dos estados no tempo: CMD versus CONV-P1, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms.	106
Figura 62	Comparação dos sinais de controle: CMD versus CONV-P1, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms.	107
Figura 63	Superfície de deslizamento para sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms - controle CMD-P1.	108
Figura 64	Comparação dos planos de fase: controle CONV-P1, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms; controle CONV, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, sem atraso, com período de amostragem igual a 1 ms”.	109
Figura 65	Ampliação da Figura 64: “Comparação dos planos de fase: controle CONV-P1, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms; controle CONV, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms”.	110
Figura 66	Comparação dos planos de fase: controle CMD-P1, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms; controle	

CMD, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, sem atraso, com período de amostragem igual a 1 ms.	111
Figura 67 Ampliação da Figura 66: “Comparação dos planos de fase: controle CMD-P1, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms; controle CMD, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, sem atraso, com período de amostragem igual a 1 ms”.....	112
Figura 68 Comparação dos planos de fase: CMD-P1 versus CMD-XIA, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1 ms.	114
Figura 69 Comparação dos estados no tempo: CMD-P1 versus CMD-XIA, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1 ms.	115
Figura 70 Comparação dos sinais de controle: CMD-P1 versus CMD-XIA, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1 ms.	116
Figura 71 Superfície de deslizamento para sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1 ms - controles CMD-P1 e CMD-XIA.	116
Figura 72 Comparação dos planos de fase: CMD-P1 versus CMD-XIA, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms.	117
Figura 73 Ampliação da Figura 72 "Comparação dos planos de fase: CMD-P1 versus CMD-XIA, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms.	118
Figura 74 Comparação dos estados no tempo: CMD-P1 versus CMD-XIA, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms.	118
Figura 75 Comparação dos sinais de controle: CMD-P1 versus CMD-XIA, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms.	119
Figura 76 Superfície de deslizamento para sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms - controles CMD-P1 e CMD-XIA.	120
Figura 77 Comparação dos planos de fase: controle CMD-P1, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms; controle CMD, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, sem atraso, com período de amostragem igual a 1 ms.	121
Figura 78 Ampliação da Figura 77: “Comparação dos planos de fase: controle CMD-P1, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms; controle CMD, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, sem atraso, com período de amostragem igual a 1 ms”.....	122
Figura 79 Comparação dos planos de fase: controle CMD-XIA, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms; controle CMD, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, sem atraso, com período de amostragem igual a 1 ms.	123
Figura 80 Ampliação da Figura 79: “Comparação dos planos de fase: controle CMD-XIA, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms; controle CMD, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, sem atraso, com período de amostragem igual a 1 ms”.....	124
Figura 81 Comparação dos planos de fase: controle CMD-P1, CONV-P1 e CMD-XIA atuando separadamente, sistemas com perturbação casada apenas, com atraso desconhecido, com período de amostragem igual a 2 ms.	126
Figura 82 Ampliação da Figura 81: “Comparação dos planos de fase: controle CMD-P1, CONV-P1 e CMD-XIA atuando separadamente, sistemas com perturbação casada apenas, com atraso desconhecido, com período de amostragem igual a 2 ms”.....	127
Figura 83 Sistema de Suspensão Ativa.....	130

Figura 84	Duplo sistema massa-mola-amortecedor usado na modelagem do sistema de suspensão ativa.	131
Figura 85	Análise através de diagrama de corpo livre para massa M_s	132
Figura 86	Análise através de diagrama de corpo livre para massa M_{us}	132
Figura 87	Deslocamento, sistema sem atraso.	136
Figura 88	Deslocamento, sistema sem atraso, ampliação.	137
Figura 89	Sinal de controle, sistema sem atraso.	138
Figura 90	Deslocamento, sistema com atraso na aquisição.	140
Figura 91	Deslocamento, sistema com atraso na aquisição, ampliação.	140
Figura 92	Sinal de controle, sistema com atraso na aquisição.	141
Figura 93	Deslocamento, sistema com atraso no controle.	142
Figura 94	Deslocamento, sistema com atraso no controle, ampliação.	142
Figura 95	Sinal de controle, sistema com atraso no controle.	143
Figura 96	Deslocamento, sistema com atraso no controle e na aquisição de dados.	145
Figura 97	Deslocamento, sistema com atraso no controle e na aquisição de dados, ampliação. ..	145
Figura 98	Sinal de controle, sistema com atraso no controle e na aquisição de dados.	146
Figura 99	Deslocamento, sistema com atraso no controle, sem perturbação, sem preditor.	147
Figura 100	Representação do Sistema Pêndulo Invertido.	149
Figura 101	Posição do Carro, sistema com atraso intermitente, sem esquema de detecção/acomodação.	153
Figura 102	Esquema de detecção de falha por atraso.	155
Figura 103	Ângulo da haste, sistema com atraso intermitente, com esquema de detecção/acomodação.	158
Figura 104	Posição do Carro, sistema com atraso intermitente, com esquema de detecção/acomodação.	159
Figura 105	Posição do Carro, sistema com atraso intermitente, com esquema de detecção/acomodação, ampliação.	159
Figura 106	Sinal de controle, sistema com atraso intermitente, com esquema de detecção/acomodação.	160
Figura 107	Superfície de chaveamento, sistema com atraso intermitente, com esquema de detecção/acomodação.	161
Figura 108	Posição do carro, sistema com atraso desconhecido e variável a cada período, com esquema de detecção/acomodação, sistema controlado por CONV/CONV-P1 ou CMD/CMD-P1.	162
Figura 109	Ângulo da haste, sistema com atraso desconhecido variável a cada período, com esquema de detecção/acomodação, sistema controlado por CMD/CMD-P1 ou CMD/CMD-XIA.	163
Figura 110	Posição do carro, sistema com atraso desconhecido variável a cada período, com esquema de detecção/acomodação, sistema controlado por CMD/CMD-P1 ou CMD/CMD-XIA.	164
Figura 111	Sinal de controle, sistema com atraso desconhecido variável a cada período, com esquema de detecção/acomodação, sistema controlado por CMD/CMD-P1 ou CMD/CMD-XIA.	165
Figura 112	Processo de Produção Primária do Petróleo.	169
Figura 113	Processo de Produção em Riser.	174
Figura 114	Controle PID em cascata.	177
Figura 115	Controle cascata PID da pressão de escoamento em riser exemplificado em Nunes et al. (2010).	177
Figura 116	Esquema de Controle CEV/MD Proposto.	180
Figura 117	Esquema de controle para pressão do Riser.	181

Figura 118	Vazão do líquido, controladores CEV/MD e PID.	182
Figura 119	Pressão na válvula, controladores CEV/MD e PID.	183
Figura 120	Sinais de controle do CEV/MD e PID.	184
Figura 121	Superfície de deslizamento, controlador CEV/MD.	184
Figura 122	Vazão: Comparação CEV/MD com PID a perturbação na entrada.	185
Figura 123	Pressão na válvula, controladores CEV/MD e PID.	186
Figura 124	Sinais de controle, controladores CEV/MD e PID.	187
Figura 125	Superfície de deslizamento, controlador CEV/MD.	187
Figura 126	Pressão na válvula, controladores CEV/MD e PID com emulação, $T_a=6$ ms.	189
Figura 127	Vazão do líquido, controles CEV/MD e PID discretos.	191
Figura 128	Pressão na válvula, controladores CEV/MD e PID discretos.	192
Figura 129	Sinais de controle, controladores CEV/MD e PID discretos.	193
Figura 130	ROBUSTEZ A PERTURBAÇÃO DA SUPERFÍCIE DE DESLIZAMENTO.	193
Figura 131	Vazão do líquido, controles CEV/MD e PID discretos e o sistema com atraso, observador não possui o valor do atraso.	195
Figura 132	Pressão na válvula, controladores CEV/MD e PID discretos e o sistema com atraso, observador não possui o valor do atraso.	196
Figura 133	Vazão do líquido, controles CEV/MD e PID discretos e o sistema com atraso.	197
Figura 134	Pressão na válvula, controladores CEV/MD e PID discretos e o sistema com atraso.	198
Figura 135	Sinais de controle, controladores CEV/MD e PID discretos e o sistema com atraso.	198
Figura 136	ROBUSTEZ A PERTURBAÇÃO DA SUPERFÍCIE DE DESLIZAMENTO.	199
Figura 137	Representação do Separador Bifásico.	201
Figura 138	Esquema de controle para pressão na válvula e altura do líquido no separador bifásico.	208
Figura 139	Programação utilizada no Matlab/Simulink para simulação no separador bifásico.	209
Figura 140	Altura do líquido para o sistema sem perturbação na entrada, controlador CEV/MD.	210
Figura 141	Pressão na válvula para o sistema sem perturbação na entrada, controlador CEV/MD.	210
Figura 142	Sinais de controle para o sistema sem perturbação na entrada, controlador CEV/MD.	211
Figura 143	Superfície de deslizamento para o sistema sem perturbação na entrada, controlador CEV/MD.	212
Figura 144	Altura do líquido para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD.	213
Figura 145	Pressão na válvula para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD.	213
Figura 146	Sinais de controle para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD.	214
Figura 147	Superfície de deslizamento para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD.	214
Figura 148	Altura do líquido para o sistema sem perturbação na entrada, controlador PID.	215
Figura 149	Pressão na válvula para o sistema sem perturbação na entrada, controlador PID.	216
Figura 150	Sinais de controle para o sistema sem perturbação na entrada, controlador PID.	216
Figura 151	Altura do líquido para o sistema com perturbação na entrada, controlador PID.	217
Figura 152	Pressão na válvula para o sistema com perturbação na entrada, controlador PID.	218
Figura 153	Sinais de controle para o sistema com perturbação na entrada, controlador PID.	218
Figura 154	Altura do líquido para o sistema sem perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID.	219

Figura 155	Pressão na válvula para o sistema sem perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID.	220
Figura 156	Sinais de controle para o sistema sem perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID.	220
Figura 157	Superfície de deslizamento para o sistema sem perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID.	221
Figura 158	Altura do líquido para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID.	222
Figura 159	Pressão na válvula para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID.	222
Figura 160	Sinais de controle para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID.	223
Figura 161	Superfície de deslizamento para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID.	224
Figura 162	Altura do líquido para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID emulado.	225
Figura 163	Pressão na válvula para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID emulado.	225
Figura 164	Sinais de controle para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID emulado.	226
Figura 165	Superfície de deslizamento para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID emulado.	226
Figura 166	Altura do líquido para o sistema com perturbação na entrada e atraso, controlador CEV/MD+ PID emulado.	227
Figura 167	Pressão na válvula para o sistema com perturbação na entrada e atraso, controlador CEV/MD+ PID emulado.	228
Figura 168	Sinais de controle para o sistema com perturbação na entrada e atraso, controlador CEV/MD+ PID emulado.	228
Figura 169	Superfície de deslizamento para o sistema com perturbação na entrada e atraso, controlador CEV/MD+ PID emulado.	229

SUMÁRIO

RESUMO	2
ABSTRACT	3
AGRADECIMENTOS	5
LISTA DE FIGURAS	6
1 INTRODUÇÃO	16
2 CONTROLE DE ESTRUTURA VARIÁVEL COM MODOS DESLIZANTES: APRESENTAÇÃO DA TEORIA E APLICAÇÕES EM EXEMPLO NUMÉRICO	19
2.1 INTRODUÇÃO	19
2.2 CONDIÇÕES DE EXISTÊNCIA DE UM MODO DESLIZANTE	21
2.3 PROJETO DO CONTROLADOR	23
2.3.1 Modelo do Sistema	23
2.3.2 Projeto da Superfície de Deslizamento.....	23
2.3.3 Projeto do Controlador	28
2.3.4 Exemplos de Aplicações: Sistema sem Incertezas	29
2.4 ANÁLISE DA ROBUSTEZ DO CONTROLE DE ESTRUTURA VARIÁVEL COM MODOS DESLIZANTES	43
2.4.1 Definições	43
2.4.2 Sensibilidade do sistema durante o modo deslizante: Condições de Invariância.....	43
2.4.3 Robustez do Controle Chaveado: Controle de Estrutura Variável com Modos Deslizantes (CEV/MD).....	45
2.4.4 Robustez do Controle Suave: Controle com Modos Deslizantes (CMD)	46
2.4.5 Exemplos de aplicações.....	47
2.5 PROJETO DE CONTROLE DISCRETO	63
2.5.1 Descrição do Sistema	63
2.5.2 Projeto da Lei de Controle Discreta.....	64
2.5.3 Exemplos de Aplicação: Sistema sem Incertezas	66
2.6 ANÁLISE DA ROBUSTEZ DO CONTROLE COM MODOS DESLIZANTES DISCRETO	70
2.6.1 Descrição do Sistema Discreto Incerto e Análises da Robustez do Controle	70
2.6.2 Exemplos de Aplicação: Sistemas com Incertezas	75
2.7 CONCLUSÕES PARCIAIS	87
3 CONTROLE DISCRETO COM MODOS DESLIZANTES EM SISTEMAS COM ATRASSO: ANÁLISE DA ROBUSTEZ E APLICAÇÕES EM EXEMPLO NUMÉRICO DE ORDEM 2.....	89
3.1 INTRODUÇÃO	89
3.2 SISTEMAS COM ATRASO DEVIDO A REDE DE COMUNICAÇÃO	89

3.3	PREDITOR DE ESTADO	91
3.4	CONTROLE COM MODOS DESLIZANTES (CMD) EM SISTEMAS DISCRETOS COM ATRASO NO CONTROLE	93
3.4.1	Projeto de Controle com Modos Deslizantes Discreto em Sistemas com Atraso	94
3.4.2	Análise da Robustez	95
3.5	CONCLUSÕES PARCIAIS	128
4	APLICAÇÕES EM EQUIPAMENTOS DIDÁTICOS: SUSPENSÃO ATIVA E SISTEMA PÊNDULO INVERTIDO	129
4.1	SISTEMA SUSPENSÃO ATIVA.....	129
4.2	MODELO DO SISTEMA.....	131
4.3	PROJETOS DE CONTROLE E SIMULAÇÕES	135
4.4	SISTEMA PÊNDULO INVERTIDO	148
4.4.1	Deteção/ Acomodação de Falha Devido ao Atraso no Sinal de Controle	148
4.4.2	Modelo matemático do Sistema Pêndulo Invertido	149
4.4.3	Simulações Realizadas	150
4.5	CONCLUSÕES PARCIAIS	165
5	APLICAÇÕES DE CONTROLE COM MODOS DESLIZANTES EM PROCESSOS INDUSTRIAIS: TRATAMENTO PRIMÁRIO DO PETRÓLEO	167
5.1	INTRODUÇÃO	167
5.2	CONCLUSÕES PARCIAIS A RESPEITO DO TRATAMENTO PRIMÁRIO DE PETRÓLEO.....	172
5.3	ESCOAMENTO EM RISER.....	173
5.3.1	Introdução Riser.....	173
5.3.2	Modelo Matemático do Sistema e Controle PID em Cascata	175
5.3.3	Projeto do Controlador CEV/MD.....	178
5.3.5	Controle CEV/MD e PID com sistema sem perturbação (nominal).....	182
5.3.6	Controle CEV/MD e PID com o sistema com perturbação na entrada (onda quadrada, com período de 16,7 minutos)	185
5.3.7	Controle CEV/MD e PID contínuo com o sistema com perturbação na entrada (onda quadrada, com período de 16,7 minutos) e considerando o sistema controlado por computador (emulação) com período de amostragem igual a 6 ms.....	188
5.3.8	Projeto do Controlador CEV/MD DISCRETO	189
5.3.9	Controles CEV/MD e PID discretos com o sistema com perturbação na entrada (onda quadrada, com período de 16,7 minutos)	190
5.3.10	Projeto Do Controlador CEV/MD discreto com atraso na entrada, com Perturbação na entrada (Onda Quadrada, Com Período De 16,7 Minutos), sem informação do atraso no controle para o observador.	194

5.3.11	Projeto do Controlador CEV/MD DISCRETO com atraso na entrada, com perturbação na entrada (onda quadrada, com período de 16,7 minutos), com informação do atraso no controle para o observador.....	196
5.3.12	Conclusões Relacionadas ao Processo Riser	199
5.4	SEPARADOR BIFÁSICO.....	200
5.4.1	Introdução Separador Bifásico	200
5.4.2	Modelo Linearizado de um Separador Bifásico.....	201
5.4.3	Projeto CEV/MD para o Separador Bifásico.....	203
5.4.4	Projeto para o Controlador CEV1/MD com o Sistema sem PID	204
5.4.5	Projeto para o Controlador CEV2/MD com o Sistema Controlado Por PID	206
5.4.6	Simulações Realizadas e Resultados Obtidos.....	208
5.4.7	Controle CEV/MD com o Sistema sem Perturbação na Entrada	209
5.4.8	Controle CEV/MD com o Sistema com Perturbação na Entrada	212
5.4.9	Controle PID sem Perturbação na Entrada do Sistema	215
5.4.10	Controle PID com Perturbação na Entrada do Sistema.....	217
5.4.11	Controle CEV/MD + PID sem Perturbação na Entrada do Sistema	219
5.4.12	Controle CEV/MD + PID com Perturbação na Entrada do Sistema	221
5.4.13	Emulação do Controle CEV/MD + PID com Perturbação na Entrada do Sistema.....	224
5.4.14	Emulação do Controle CEV/MD + PID com Perturbação na Entrada do Sistema e Atraso de 0,2 Segundos	227
5.4.15	Conclusões Referentes ao Caso do Separador Bifásico	229
5.5	CONCLUSÕES PARCIAIS	230
6	CONCLUSÃO.....	233
	<u>REFERÊNCIAS</u>	235

1 INTRODUÇÃO

A teoria de Controle de Estrutura Variável com Modos Deslizantes (CEV/MD) foi divulgada de forma detalhada através de seus principais autores no início dos anos 1970 (UTKIN, 1978). A principal vantagem deste tipo de controle é a sua robustez em relação a determinados tipos de incertezas e perturbações inerentes à planta controlada. Este fato está muito bem estabelecido pelo trabalho de Drazenovic (1969). Diversos aspectos da teoria e aplicações de CEV/MD nas mais diversas áreas podem ser encontrados em detalhes em Edwards e Spurgeon (1998).

Devido ao crescente uso de dispositivos digitais, a técnica CEV/MD passou a necessitar de um projeto de tempo discreto, já que a emulação mostra-se, na maioria dos casos, ineficaz para controlar o sistema devido ao fato de que o CEV/MD mostra-se muito sensível em relação ao período de amostragem, degenerando seu desempenho (WANG, 2011).

Uma das vantagens do controle digital é a possibilidade de comunicação via rede, ou seja, o controle é feito a distância da planta, dos atuadores e dos sensores (HESPANHA; NAGHSHTABRIZI; XU, 2007). Contudo, o controle a distância, via rede de comunicação, implica na necessidade de aquisição de dados do processo, da transformação da forma analógica para digital (e vice-versa) e do processamento para geração do sinal de controle.

A transmissão dos dados de sensores e do sinal de controle, através destas redes, pode gerar atrasos, os quais podem ser de vários períodos de amostragem. Estes atrasos, por sua vez, tendem a deteriorar o desempenho do sistema (HESPANHA; NAGHSHTABRIZI; XU, 2007). Muitas estratégias de controle que são robustas em relação a variações paramétricas e não linearidades da planta apresentam grande sensibilidade quando o atraso está presente, perdendo todas as suas características de robustez. Particularmente, a estratégia CEV/MD é muito sensível a este tipo de falha.

Neste trabalho são considerados sistemas com controle com modos deslizantes via rede de comunicação sujeita a atrasos. Para minimizar os efeitos do atraso, na estratégia proposta, são utilizados preditores de estados na sua forma mais simples, sendo que os estados preditos são utilizados para compor a lei de Controle com Modos Deslizantes (CMD). Uma das contribuições deste trabalho são as análises da robustez da estabilidade e a análise da influência das incertezas e do atraso no desempenho do Controle com Modos Deslizantes

aplicado em sistemas incertos com a consideração da existência de atraso devido à rede de comunicação, atraso no sinal de controle e atraso de aquisição de dados dos sensores.

No Capítulo 2 apresenta-se a teoria clássica do CEV/MD sob o enfoque de duas leis que levam o sistema ao modo de deslizamento. Uma das leis utiliza estrutura de controle variável através da função sinal ou da função sigmoide, neste trabalho este tipo de lei é denominada CEV/MD (Controle de Estrutura Variável com Modos Deslizantes). A outra lei utiliza funções que não apresentam estrutura variável, mas que da mesma forma leva a trajetória de estados do sistema para a condição de deslizamento, neste trabalho este tipo de lei é denominada CMD (Controle com Modos Deslizantes). Utilizando esta última lei, foi feito o projeto para sistemas discretos, visando a aplicação em sistemas com comunicação via rede. Neste capítulo também são feitas as análises de robustez da estabilidade em relação a incertezas paramétricas e perturbações para os dois tipos de leis citadas tanto na versão de tempo contínuo quanto na de tempo discreto. Os resultados destas análises são corroborados através de simulações em um sistema de ordem 2.

No Capítulo 3 utilizou-se a lei CMD discreta em sistemas com atraso devido a rede de comunicações, e são feitas análises da robustez do controle CMD proposto diante de incertezas paramétricas, perturbações e atraso no controle. Neste capítulo procurou-se dar contribuições no que diz respeito à apresentação de análises da robustez da estabilidade e das influências das incertezas em sistemas com atraso devido a rede de comunicação. Também neste capítulo os resultados das análises são comprovados através de simulações em um sistema de ordem 2.

No Capítulo 4, para comprovar os resultados das análises feitas no capítulo 3, utilizou-se também de simulações realizadas em dois equipamentos didáticos, sendo eles o sistema de suspensão ativa (QUANSER, 2010) e o sistema pêndulo invertido (QUANSER, 1998). As simulações são feitas considerando incertezas e atrasos de aquisição de dados dos sensores e de processamento e envio do sinal de controle. No pêndulo invertido, o atraso é tratado como uma falha e apresenta-se uma estratégia para detectar e acomodar esta falha.

Os resultados das simulações dos respectivos sistemas dos capítulos 2 a 4 são comparados com sistemas controlados através de controle convencional por alocação de polos.

No Capítulo 5 utilizou-se o CEV/MD em processo de tratamento primário de petróleo, uma vez que os controladores CEV/MD são muito pouco aplicados na área de Produção

Primária do Petróleo em que, tradicionalmente, são utilizados os controladores Proporcional-Integral-Derivativo (PID), com diversas técnicas modernas de ajustes e sintonia dos ganhos, como apresentado em Nunes, et al. (2010). Na etapa de produção primária do petróleo, diversos sistemas e técnicas são utilizados com a finalidade de separação do óleo, do gás e da água. Neste capítulo abordou-se as etapas “Escoamento em Riser” e “Separados Bifásico”. Deu-se enfoque ao problema da rejeição das perturbações e, também, à análise dos resultados obtidos considerando controle CEV/MD discreto com atraso devido a rede de comunicação.

No Capítulo 6 são apresentadas sugestões para trabalhos futuros, publicações originadas deste trabalho e conclusões finais.

2 CONTROLE DE ESTRUTURA VARIÁVEL COM MODOS DESLIZANTES: APRESENTAÇÃO DA TEORIA E APLICAÇÕES EM EXEMPLO NUMÉRICO

este capítulo tem como objetivo apresentar os aspectos mais relevantes da teoria de Controle com Estrutura Variável com Modelos Deslizantes. Os textos foram baseados em Decarlo, Zak e Matthews, (1988). Para melhor ilustrar a teoria apresentada, em alguns itens, foram apresentados projetos de controle e resultados de simulações de um sistema de ordem dois.

2.1 INTRODUÇÃO

A característica principal de um sistema de controle com estrutura variável está na realimentação de controle não-linear que possui descontinuidades sobre uma ou mais superfícies no espaço de estado. Assim, a estrutura do sistema de realimentação é alterada, ou chaveada, conforme os estados atravessam cada superfície de deslizamento. Em consequência deste fato, o sistema de malha fechada é descrito como sendo um sistema de controle com estrutura variável, considerado como a combinação de subsistemas, cada qual com uma estrutura fixa e que opera em uma região específica do espaço de estado.

O controle com estrutura variável é caracterizado pela existência do modo deslizante. Isto ocorre quando o estado do sistema cruza repetidamente a superfície de chaveamento, pois todos os movimentos nas vizinhanças da superfície estão direcionados a ela. Dependendo da forma da lei de controle selecionada, o movimento deslizante pode ocorrer em superfícies de chaveamento individuais no espaço de estado, sobre um conjunto de superfícies, ou em todas as superfícies de chaveamento juntas. Quando o último caso ocorrer, o sistema é dito estar em modo deslizante (DECARLO; ZAK; MATTHEWS, 1988).

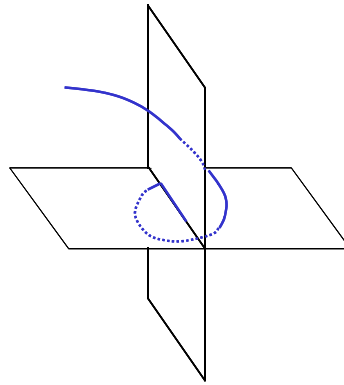
Considere o seguinte sistema:

$$\dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt} = f(x, t, u), \quad (1)$$

$$u(t) = \begin{cases} u^+(x, t) & \sigma(x) > 0 \\ u^-(x, t) & \sigma(x) < 0 \end{cases}, \quad (2)$$

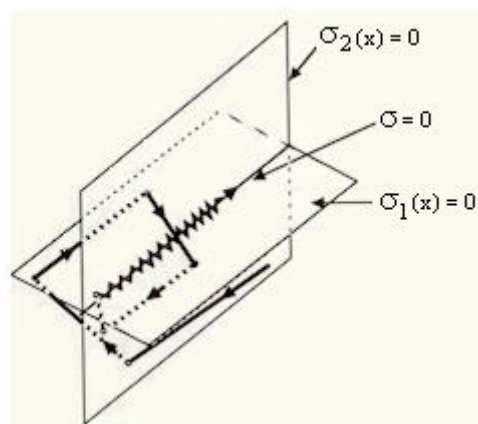
sendo que $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ é o vetor de estados, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ é o vetor de controle, $f(x, t, u)$ é uma função linear ou não linear contínua no tempo e $\sigma(x) \in \mathfrak{R}^m$ é o vetor de superfícies de chaveamento. O projeto de controle CEV/MD consiste em duas etapas. A determinação das superfícies $\sigma(x) = 0$ no espaço de estado, em que o controle é descontínuo e a seleção das funções de controle descontínuas $u^+(x, t)$ e $u^-(x, t)$. A derivada do vetor de estado deve estar direcionada para uma das superfícies e um modo deslizante pode ocorrer sobre ela, conforme Figura 1, isto pode acontecer também sobre a intersecção. A Figura 2 ilustra o modo deslizante na intersecção, mostrando um caso em que ele não ocorre separadamente em cada superfície.

Figura 1 Modo deslizante.



Fontes: Decarlo, Zak e Matthews (1988).

Figura 2 Modo deslizante na intersecção das superfícies.



Fontes: Decarlo, Zak e Matthews (1988).

2.2 CONDIÇÕES DE EXISTÊNCIA DE UM MODO DESLIZANTE

A existência de um modo deslizante requer estabilidade da trajetória de estado para a superfície de deslizamento $\sigma(x) = 0$ no mínimo em uma vizinhança de $\{x | \sigma(x) = 0\}$, isto é, o ponto representativo deve aproximar-se da superfície assintoticamente. O problema assemelha-se a um problema de estabilidade generalizado. Para isto, o segundo método de Lyapunov fornece ferramentas para a análise. Especificamente, a estabilidade para a superfície de chaveamento requer seleção de uma função de Lyapunov generalizada $V(x,t)$ que é definida positiva e tem uma derivada no tempo negativa na região de atração. A Definição 1 e o Teorema 1 foram retirados de Utkin (1978).

Definição 1: Um domínio D no espaço fechado $\sigma(x) = 0$ é um domínio de modo deslizante se para cada $\varepsilon > 0$, existe $\delta > 0$, tais que qualquer movimento iniciado dentro de uma vizinhança δ de dimensão n de D pode deixar a vizinhança ε de dimensão n de D somente através da vizinhança ε de dimensão n da fronteira (Vide a Figura 3).

Teorema 1: Para o domínio D de dimensão $n-m$ ser o domínio de um modo deslizante, é suficiente que em algum domínio de dimensão n , $\Omega \supset D$, existe uma função $V(x,t,\sigma)$ continuamente diferenciável com respeito a todos os seus argumentos, satisfazendo as seguintes condições:

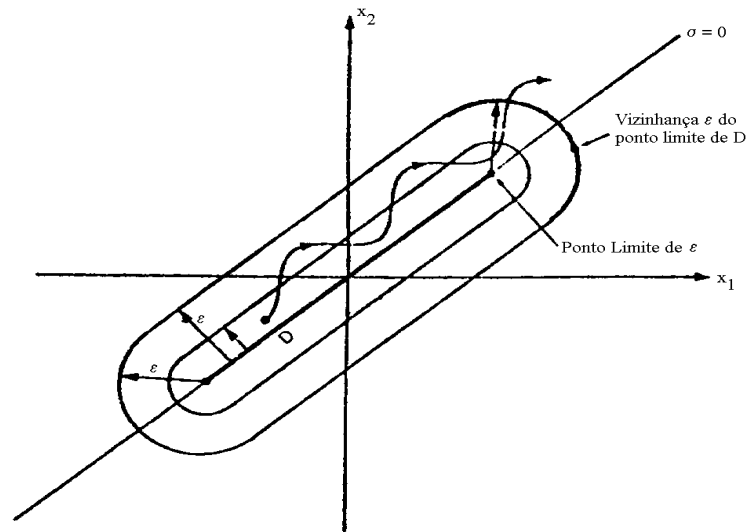
$V(t,x,\sigma)$ é definida positiva com respeito a σ , isto é, $V(t,x,\sigma) > 0$ com $\sigma \neq 0$ e t, x arbitrários, e $V(t,x,0) = 0$; sobre a esfera $\|\sigma\| = \rho$ para todo $x \in \Omega$ e qualquer t possui as relações

$$\inf_{\|\sigma\|=\rho} V(t,x,\sigma) = h_\rho \quad h_\rho > 0, \quad (3)$$

$$\sup_{\|\sigma\|=\rho} V(t,x,\sigma) = H_\rho \quad H_\rho > 0, \quad (4)$$

sendo que h_ρ e H_ρ dependem de ρ ($h_\rho \neq 0$ se $\rho \neq 0$) (UTKIN, 1978).

Figura 3 Ilustração do domínio do modo deslizante.



Fontes: Decarlo, Zak e Matthews (1988).

- 1) A derivada no tempo de $V(x, t, \sigma)$ para o sistema (1) tem um supremo negativo para todo $x \in \Omega$ exceto para x sobre a superfície de chaveamento onde as entradas de controle são indefinidas e a derivada de $V(x, t, \sigma)$ não existe.

Um modo deslizante é globalmente alcançável se o domínio de atração é o espaço de estado completo, ou seja, para qualquer condição inicial o sistema alcança a superfície de deslizamento. Caso contrário o domínio de atração é um subconjunto do espaço de estado.

A estrutura da função $V(x, t, \sigma)$ determina a facilidade com que calcula-se os ganhos de realimentação. Para uma função de Lyapunov mal escolhida, os cálculos dos ganhos de realimentação podem ser insustentáveis.

Para todos os sistemas de entrada simples uma função de Lyapunov adequada é $V(x, t) = 0,5\sigma^2(x)$ que claramente é globalmente definida positiva. Em CEV/MD, σ dependerá do controle e conseqüentemente os ganhos de realimentação chaveados podem ser escolhidos de maneira que a condição de existência,

$$0,5 \frac{\partial(\sigma^2)}{\partial t} = \sigma \frac{\partial \sigma}{\partial t} < 0$$

seja satisfeita no domínio de atração, então a trajetória de estado converge para a superfície e é restrito a superfície para todo tempo posterior.

2.3 PROJETO DO CONTROLADOR

Neste item serão apresentados os principais aspectos que possibilitarão a realização sistematizada do projeto da lei de controle CEV/MD, (UTKIN, 1978). Todo o texto aqui apresentado foi baseado em Decarlo, Zak e Matthews (1988).

2.3.1 - Modelo do Sistema

Considera-se uma classe de sistemas tendo um modelo de estado não-linear no vetor de estado x e linear no vetor de controle u da forma

$$\dot{x}(t) = f(x, t, u) = f(x, t) + B(x, t)u(t), \quad (5)$$

onde $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ é o vetor de estado, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ é o vetor de controle, $f(x, t) \in \mathfrak{R}^n$ e $B(x, t) \in \mathfrak{R}^{n \times m}$. Além disso, cada entrada em $f(x, t)$ e $B(x, t)$ é assumido ser contínuo com derivada limitada contínua com respeito a $x(t)$.

Cada entrada $u_i(t)$ do controle chaveado $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ tem a forma

$$u_i(x, t) = \begin{cases} u_i^+(x, t) & \sigma_i(x) > 0 \\ u_i^-(x, t) & \sigma_i(x) < 0 \end{cases} \quad i = 1, \dots, m, \quad (6)$$

onde $\sigma_i(x) = 0$ é a i -ésima superfície de chaveamento.

O projeto do CEV/MD divide-se em duas fases. A fase 1 implica na elaboração das superfícies de chaveamento de maneira que o sistema restrito às superfícies de chaveamento produza um comportamento desejado. A fase 2 implica na elaboração dos ganhos de realimentação chaveados que leva a trajetória de estados da planta à superfície e a mantém ali.

2.3.2 Projeto da Superfície de Deslizamento

Uma técnica simples facilmente aplicável para sistemas multi-entradas é o método de controle equivalente, como proposto por Decarlo, Zak e Matthews (1988) e Utkin (1978).

2.3.2.1 O Método de Controle Equivalente

O método de controle equivalente é um meio de determinação do movimento do sistema restrito a superfície de chaveamento $\sigma(x) = 0$. Supondo a condição de deslizamento em t_0 , a trajetória de estado da planta intercepta a superfície de chaveamento e um modo deslizante existe para $t \geq t_0$. A existência de um modo deslizante implica:

- 1) $\sigma(x(t)) = 0$;
- 2) $\dot{\sigma}(x(t)) = 0$ para todo $t \geq t_0$.

Da regra da cadeia $[\partial\sigma/\partial x]\dot{x} = 0$. Logo, aplicando em (5), tem-se:

$$\left[\frac{\partial\sigma}{\partial x} \right] \dot{x} = \left[\frac{\partial\sigma}{\partial x} \right] [f(x,t) + B(x,t)u_{eq}] = 0, \quad (7)$$

onde u_{eq} é o chamado controle equivalente que resolve esta equação. Para calcular u_{eq} assume-se que o produto da matriz $[\partial\sigma/\partial x]B(x,t)$ é não-singular (matriz invertível) para todo x e t .

Então,

$$u_{eq} = - \left[\left[\frac{\partial\sigma}{\partial x} \right] B(x,t) \right]^{-1} \frac{\partial\sigma}{\partial x} f(x,t), \quad (8)$$

portanto, dado $\sigma(x(t_0)) = 0$, a dinâmica do sistema sobre a superfície de chaveamento para $t \geq t_0$ é dada por

$$\dot{x} = \left[I - B(x,t) \left[\frac{\partial\sigma}{\partial x} B(x,t) \right]^{-1} \frac{\partial\sigma}{\partial x} \right] f(x,t). \quad (9)$$

No caso especial de uma superfície de chaveamento linear $\sigma(x) = Sx = 0$, $\partial\sigma/\partial x = S$, (9) se reduz a

$$\dot{x} = \left[I - B(x,t) [SB(x,t)]^{-1} S \right] f(x,t). \quad (10)$$

Observe que (10) em conjunto com a limitação $\sigma(x) = 0$ determina o movimento do sistema sobre a superfície de chaveamento. Assim, o movimento sobre a superfície de

chaveamento será regido por um conjunto de equações de ordem reduzida. Esta redução de ordem acontece por causa do conjunto de limitações das variáveis $\sigma(x) = 0$.

2.3.2.2 Redução de Ordem

Focando sobre o caso de superfície de chaveamento linear, $\sigma(x) = Sx = 0$, o sistema equivalente deve satisfazer não somente a dinâmica de estado n-dimensional, mas também as "m" equações algébricas $\sigma(x) = 0$. O uso de ambas as limitações reduz a dinâmica do sistema de um modelo de n-ésima ordem para um modelo de (n-m)-ésima ordem.

Especificamente, supõe-se que o sistema não-linear (5) é restrito à superfície de chaveamento $\sigma(x) = Sx(t) = 0$, com dinâmica do sistema dada por (10). Então é possível resolver para m variáveis de estado, em termos das n-m variáveis de estado restantes, sendo o $\text{rank}[S]=m$. Substitui-se estas relações nas n-m equações restantes de (10) e as equações correspondendo às m variáveis de estado. O sistema de (n-m) ordem resultante descreve completamente o sistema equivalente dado uma condição inicial satisfazendo $\sigma(x) = 0$.

Uma observação muito importante é que a dinâmica do sistema original deve ser dada na forma canônica de Luenberger. Os sistemas que não estão nesta forma freqüentemente exigem uma transformação para uma forma mais geral denominada forma regular.

2.3.2.3 Forma Regular e Dinâmica de Ordem Reduzida

A forma regular da dinâmica da planta (5) é

$$\dot{x}_1 = f_1(x, t), \quad (11)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x, t) + B_2(x, t)u. \quad (12)$$

Na equação a seguir, assume-se que S_2 é não-singular. Assim, em um modo deslizante

$$\sigma(x) = Sx = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow S_1 x_1 + S_2 x_2 = 0, \quad (13)$$

$$x_2 = -S_2^{-1} S_1 x_1$$

e

$$\dot{x}_1 = f_1(x, t) = f_1(x_1, -S_2^{-1}S_1x_1, t). \quad (14)$$

que é a dinâmica de ordem reduzida.

A questão importante é como transformar a dinâmica do sistema dado (5) na forma regular (12). Primeiro considera-se o caso de uma superfície de chaveamento linear e uma transformação linear invariante no tempo não-singular $z = Tx$. Tomando a derivada de z tem-se

$$\dot{z} = T\dot{x} = Tf(x, t) + TB(x, t)u. \quad (15)$$

Para um sistema linear invariante no tempo, tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t); \quad A \in \mathfrak{R}^{n \times n}, \quad B \in \mathfrak{R}^{n \times m} \\ f(x, t) &= Ax; \quad x = T^{-1}z; \quad \dot{x} = T^{-1}\dot{z} \end{aligned} \quad (16)$$

Substituindo (16) em (15):

$$\begin{aligned} \dot{z} &= TAT^{-1}z + TBu = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix}, \\ \dot{z} &= Nz + Mu \end{aligned} \quad (17)$$

sendo:

A – matriz de estado;

B – matriz entrada;

T – matriz de transformação linear;

$$N = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$M = TB = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}, \quad (19)$$

sendo

A_{11} : (n-m) x n-m matriz constante;

A_{12} : (n-m) x m matriz constante;

A_{21} : m x (n-m) matriz constante;

A_{22} : m x m matriz constante;

I : Matriz Identidade de ordem m;

n : número de variáveis de estado;

m : número de entradas da lei de controle u.

Assim, de (17), (18) e (19) tem-se

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} u. \quad (20)$$

No deslizamento, tem-se a condição $S_1 x_1 + S_2 x_2 = 0$ e, portanto, a dinâmica de ordem reduzida torna-se

$$\dot{z}_1 = \left[A_{11} - A_{12} S_2^{-1} S_1 \right] z_1 \quad (21)$$

que tem a estrutura de realimentação " $A_{11} + A_{12} F$ " com $F = -S_2^{-1} S_1$ e A_{12} desempenhando o papel de matriz de entrada (B) da equação de estado. Se o par (A_{11}, A_{12}) é controlável, então é possível usar efetivamente as técnicas de controle de realimentação clássica para calcular F tal que $A_{11} + A_{12} F$ tenha características desejáveis. Encontrando F, pode-se calcular $[S_1 \ S_2]$ tal que $F = -S_2^{-1} S_1$, assim completando o projeto da superfície de chaveamento. Note que pode-se usar a técnica de alocação de pólos, técnica de controle ótimo linear, etc, para projetar F.

A seguir é dado um algoritmo para o cálculo da superfície de chaveamento:

- 1-Determinar a matriz transformação linear T ;
- 2-Cálculo das matrizes A_{11} e A_{12} ;
- 3-Escolha da técnica para cálculo dos coeficientes da superfície de deslizamento.

Após o cálculo da superfície utilizando métodos computacionais a partir da forma regular do sistema, deve-se projetar o controlador , cujo objetivo é determinar os ganhos de realimentação chaveados que levarão a trajetória de estados da planta à superfície de chaveamento, mantendo-a na condição de modo deslizante.

2.3.3 Projeto do Controlador

Na teoria, uma variedade infinita de estratégias de controle da forma (6) são possíveis. Uma alternativa para o controle é:

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t), \quad (22)$$

sendo que u_{eq} é a componente do controle equivalente (que é contínuo) e onde u_N é a parte descontínua ou chaveada de (6).

Para controladores tendo a estrutura (22), aplicado em sistemas lineares (16), no deslizamento tem-se que $\dot{\sigma}(x) = S \dot{x}(t) = S[Ax + Bu_{eq}] = 0$. Assim pode-se chegar a uma expressão para a parcela de controle contínuo u_{eq} , que é dada por:

$$u_{eq} = -(SB)^{-1}(SA)x(t) = F_{eq}x(t). \quad (23)$$

Uma vez determinada a parcela de controle contínua, a qual determina a dinâmica do sistema no modo deslizante, deve-se determinar a parcela descontínua u_N , a qual direciona o sistema ao deslizamento e o mantém nesta condição por todo o tempo subsequente. Para o sistema linear, com $\sigma(x) = Sx(t)$, tem-se:

$$\dot{\sigma}(x) = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \dot{x} = S \left[Ax + B(u_{eq} + u_N) \right].$$

Substituindo (23) na expressão anterior tem-se:

$$\dot{\sigma}(x) = SBu_N, \quad (24)$$

sendo que pode-se forçar $SB = I$, onde I é a matriz identidade, de forma que $\dot{\sigma}(x) = u_N$. Esta condição permite uma verificação fácil das condições de suficiência para a existência e alcançabilidade de um modo deslizante, tal que a condição $\sigma_i \dot{\sigma}_i < 0$ seja satisfeita quando $\sigma(x) \neq 0$.

A seguir são mostradas duas estruturas possíveis de controle (DECARLO; ZAK; MATTHEWS, 1988).

1) Função Sinal com ganhos constantes:

$$u_{iN} = \begin{cases} \rho \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)) = \rho \frac{\sigma_i(x)}{|\sigma_i(x)|}, & \rho < 0, i=1, \dots, m, \text{ se } \sigma_i(x) \neq 0, \\ 0 & \text{, se } \sigma_i(x) = 0 \end{cases}. \quad (25)$$

A condição suficiente para a existência de um modo deslizante é obtida da seguinte forma:

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \rho \sigma_i(x) \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)) < 0, \text{ se } \sigma_i(x) \neq 0.$$

A estrutura (25) pode ser modificada tal que o chaveamento da função sinal $\frac{\sigma_i(x)}{|\sigma_i(x)|}$ seja feito de forma suave, ou seja:

$$u_{iN}(x) = \frac{\sigma_i(x)}{|\sigma_i(x)| + \delta_i} \rho_i, \quad \rho_i < 0; \delta_i \text{ pequeno.}$$

2) Realimentação Linear contínua:

$$u_{iN}(x) = \alpha_i \sigma_i(x) \text{ e } \alpha_i < 0. \quad (26)$$

A condição para a existência de um modo deslizante é

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \alpha_i \sigma_i^2(x) < 0. \quad (27)$$

2.3.4 Exemplos de Aplicações: Sistema sem Incertezas

Neste tópico são explorados quatro exemplos, aplicando as leis de controle de estrutura variável com modos deslizantes (CEV/MD), Equação (25), e a lei de controle com modos deslizantes (CMD), Equação (26), em um sistema de segunda ordem sem incertezas.

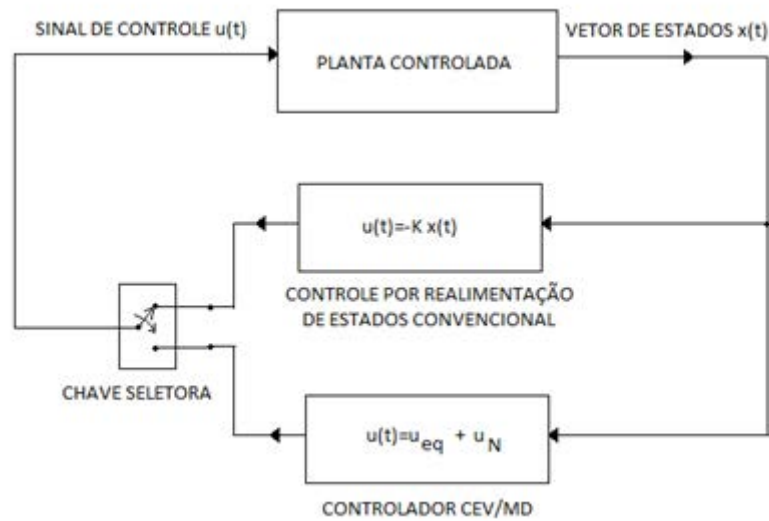
Para todos os Exemplos de 1 a 4, com o intuito de comparação dos resultados com os controladores CEV/MD e CMD, fez-se o projeto e a simulação no software Matlab/Simulink do sistema controlado por realimentação dos estados por alocação de polos, este que por simplicidade será designado por controle convencional, ou seja, utilizando o controle por alocação de polos (CONVENCIONAL), conforme ilustrado no esquema da Figura 4. Esta lei de controle é dada por

$$u(t) = -Kx(t),$$

sendo que a matriz de ganhos de realimentação K , foi projetada tal que o sistema em malha fechada tenha autovalores iguais a “-2” e “-3”. De tal forma que resulta em $K = [7 \ 7]$.

Os resultados de simulações dos Exemplos 1 a 4 para o controle CEV/MD e CMD são sempre apresentados nos gráficos na cor vermelha, e os resultados por alocação de polos (CONVENCIONAL) são mostrados na cor azul.

Figura 4 Esquema implementado para simulações do Exemplo 1.



Fonte: Próprio autor

Exemplo 1: Lei de controle CEV/MD com função sinal, sistema sem incertezas.

Neste exemplo utiliza-se o seguinte sistema:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + 2x_2(t) + u(t) \end{aligned}$$

sendo que $u(t)$ é a lei de controle dada por :

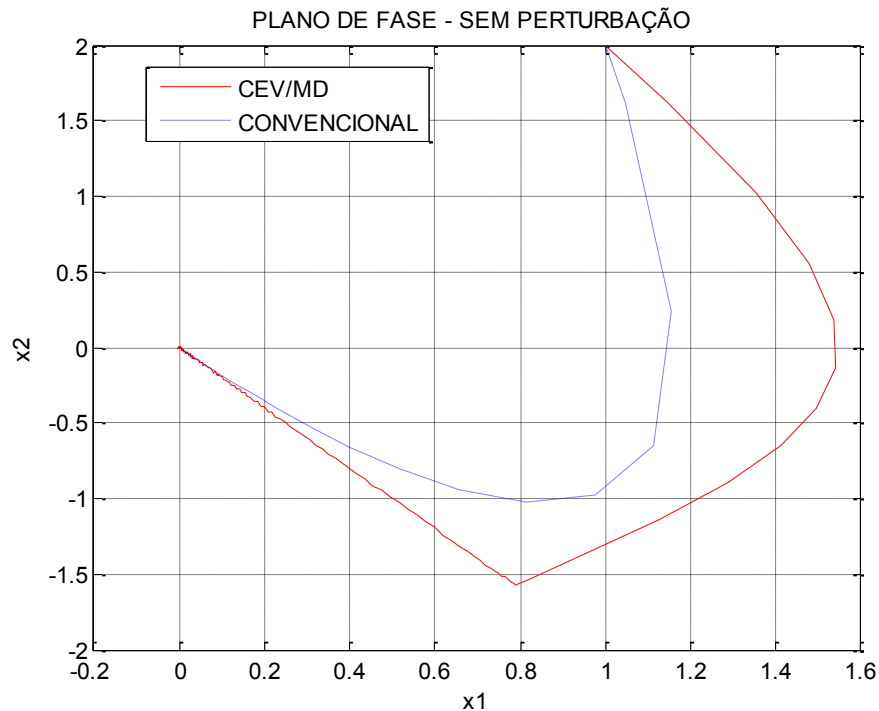
$$u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t) = -(SB)^{-1}(SA)x(t) + \rho \frac{\sigma(x)}{|\sigma(x)|}, \rho < 0.$$

A superfície de deslizamento $\sigma(x)$ é dada por

$$\sigma(x) = Sx(t),$$

em que a matriz de ganhos S foi projetada tal que o sistema de ordem reduzida, em malha fechada, na condição de deslizamento tenha autovalor igual a “-2”. De tal forma que resulta em $S = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$, sendo $\rho = -5,0$.

Figura 5 Comparação dos planos de fase: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -5,0$.

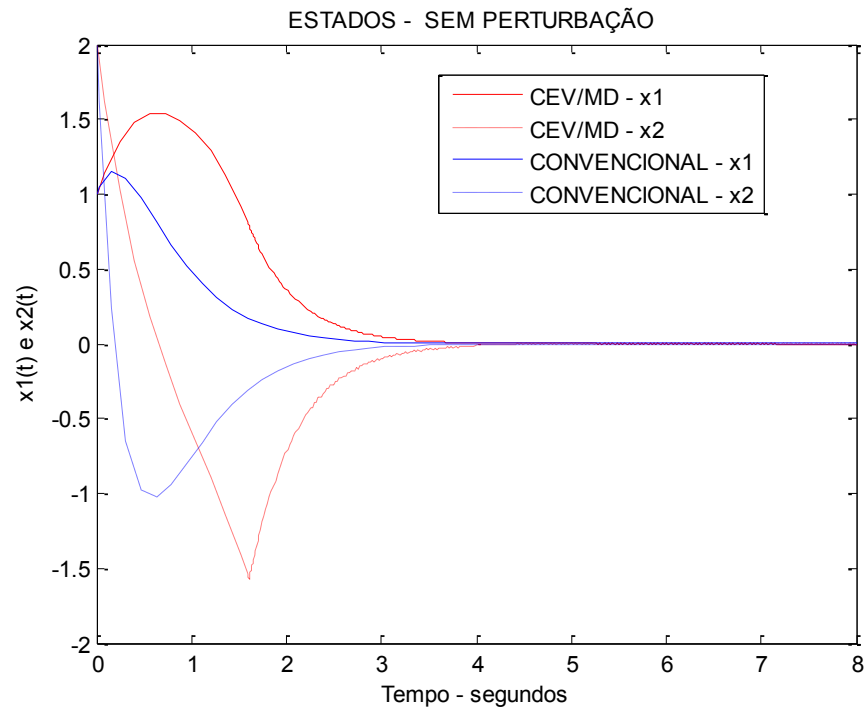


Fonte: Próprio autor

Pode-se notar na Figura 5, onde se compara os planos de fase do sistema controlador por CEV/MD com o sistema controlado pelo controle CONVENCIONAL, que ambos os controladores proporcionaram bons desempenhos, levando o sistema para origem.

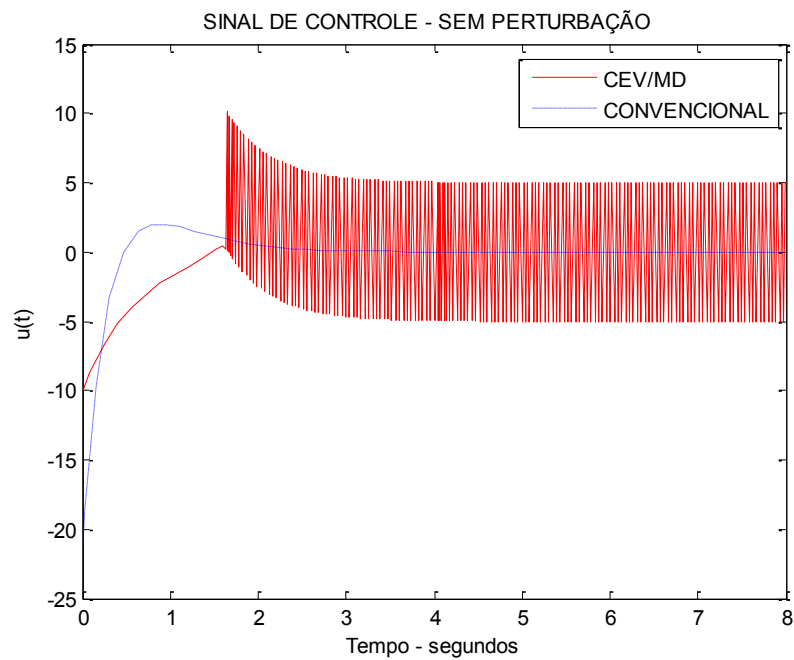
Analisando-se a evolução temporal dos estados, mostrada na Figura 6, observa-se que o tempo de estabelecimento foi em torno de 3 segundos para ambos os sistemas.

Figura 6 Comparação dos estados no tempo: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -5,0$.



Fonte: Próprio autor

Figura 7 Comparação dos sinais de controle: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -5,0$.

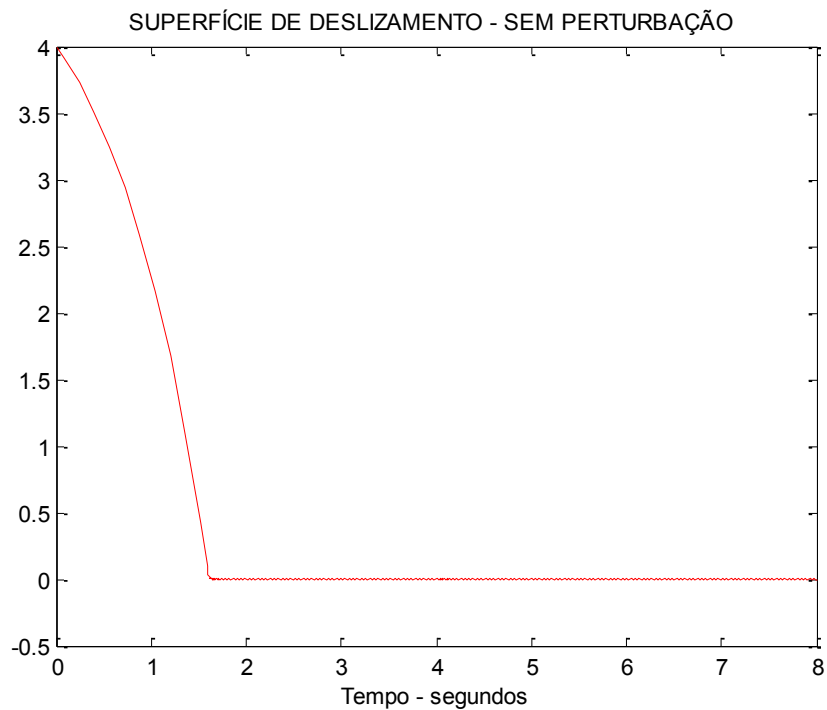


Fonte: Próprio autor

Na Figura 7, têm-se os sinais de controle dos dois controladores. É evidente o maior esforço de controle do CEV/MD, em relação ao CONVENCIONAL, devido a trepidação a partir do instante em que a trajetória de estados alcança a superfície de deslizamento.

Na Figura 8, tem-se a superfície de deslizamento do CEV/MD, onde nota-se que o tempo de alcance ao deslizamento foi em torno de 1,6 segundos, sendo este um tempo muito longo, afetando o tempo de estabelecimento do sistema. Este tempo pode ser reduzido com o aumento do módulo da constante ρ , como será mostrado no exemplo a seguir.

Figura 8 Superfície de deslizamento para sistema nominal - controle CEV sem perturbação, $\rho = -5,0$.

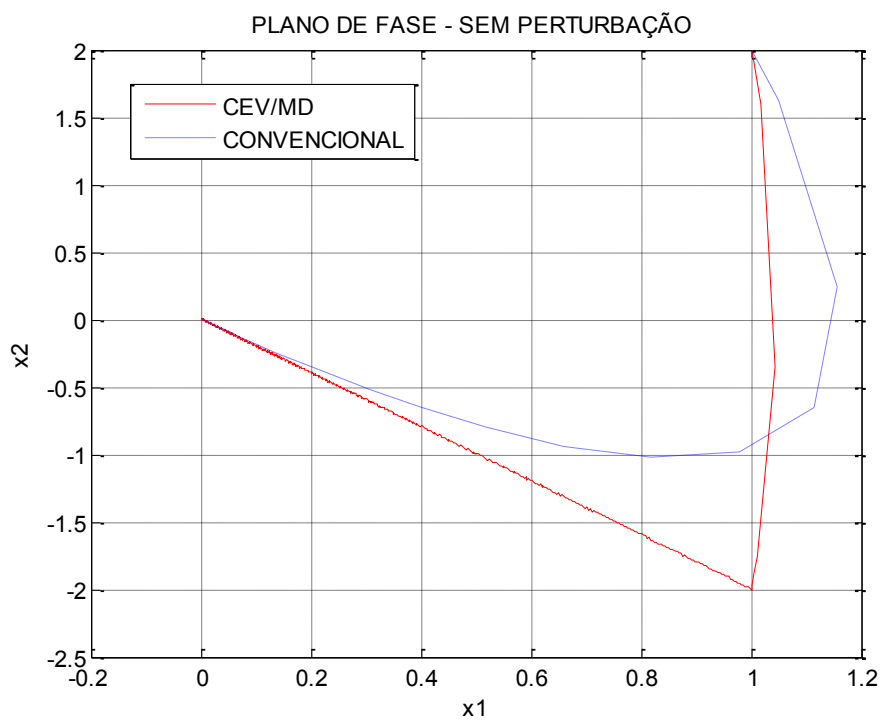


Fonte: Próprio autor

Exemplo 2: Lei de controle CEV/MD com função sinal com fator de escala maior, para sistema sem incertezas.

Neste exemplo tem-se o objetivo de destacar a influência do parâmetro de projeto ρ no controlador CEV/MD. Nesta simulação o parâmetro tem o valor de $\rho = -50,0$. Os resultados são mostrados nas Figuras 9 a 12.

Figura 9 Comparação dos planos de fase: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -50,0$.

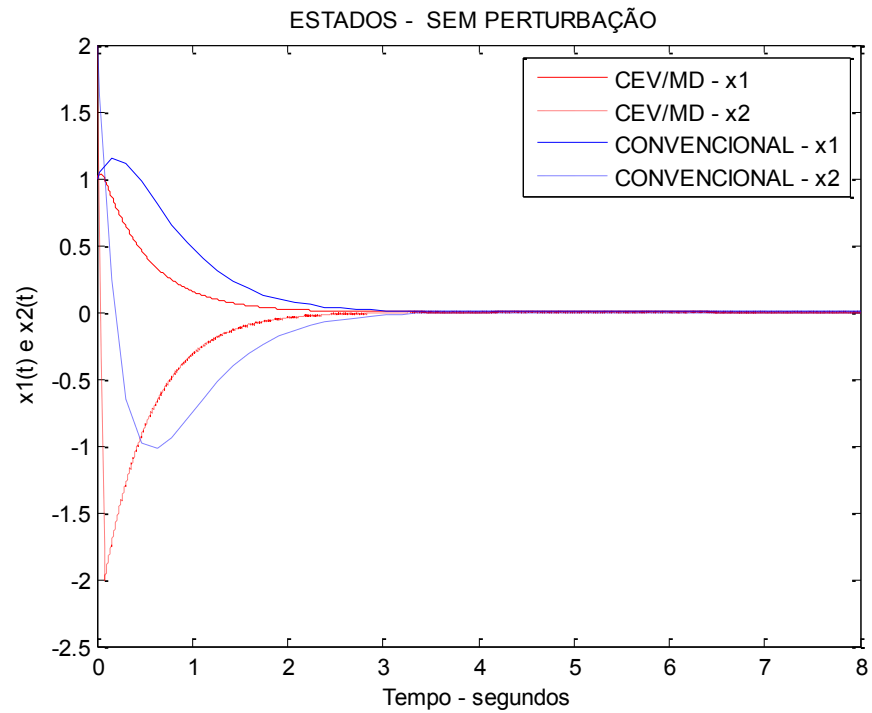


Fonte: Próprio autor

Na Figura 9, tem-se a comparação dos planos de fase do sistema controlado pelo CEV/MD com o sistema controlado com o controle CONVENCIONAL, onde $\rho = -50,0$. Ambos os controladores levaram o sistema a origem.

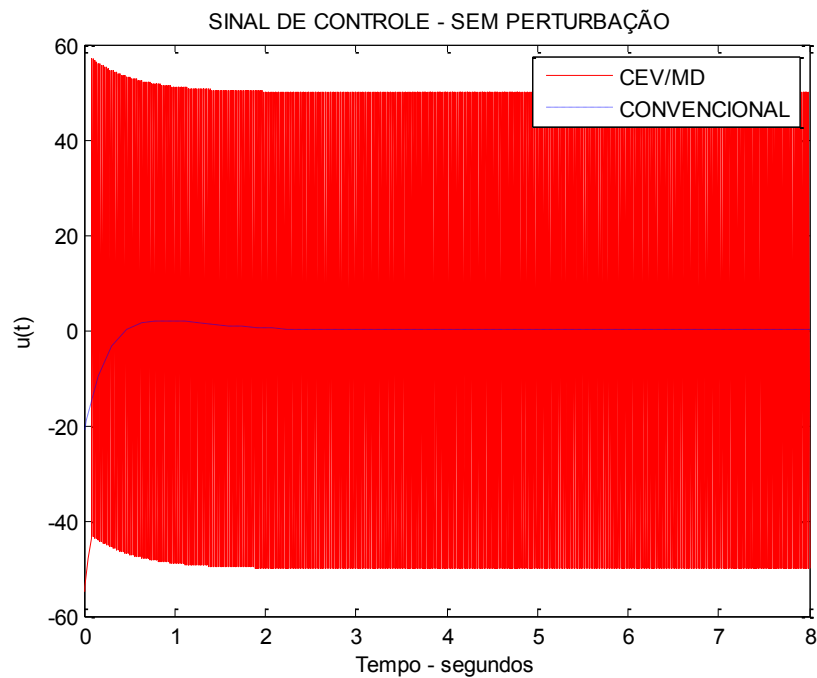
Na Figura 10, nota-se que o tempo de estabelecimento foi menor que o do exemplo 1 (Figura 6), este fato ocorre devido ao aumento do módulo de ρ no Exemplo 2.

Figura 10 Comparação dos estados no tempo: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -50,0$.



Fonte: Próprio autor

Figura 11 Comparação dos sinais de controle: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -50,0$.



Fonte: Próprio autor

Quando comparada a Figura 8 com a Figura 12, percebe-se que o aumento do módulo de ρ também proporciona a diminuição do tempo de alcance ao deslizamento. No entanto, observa-se na Figura 11 que os esforços de controle continuam elevados devido a trepidação, mas para solucionar este problema utilizar-se-á uma constante de valor reduzido no denominador transformando a função “sinal” em uma função “sigmóide”, como será visto no Exemplo 3 a seguir.

Figura 12 Superfície de deslizamento para sistema nominal - controle CEV sem perturbação, $\rho = -50,0$.



Fonte: Próprio autor

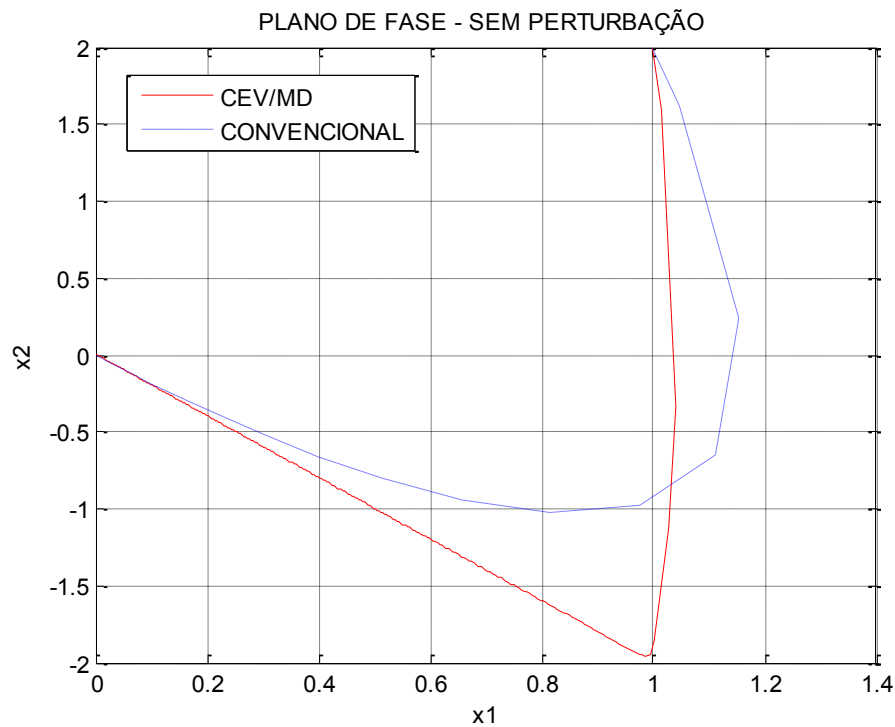
Exemplo 3: Lei de controle CEV/MD com função sigmoide, sistema sem incertezas.

Neste exemplo usa-se a lei $u(t)$, que é a lei de controle dada por :

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t) = -(SB)^{-1}(SA)x(t) - 50 \frac{\sigma(x)}{\|\sigma(x)\| + 0,05}, \rho < 0,$$

esta tem como objetivo minimizar os esforços de controle elevados devido a trepidação. Nota-se que para isto utilizou-se uma constante de valor reduzido no denominador transformando a função “sinal” em uma função “sigmoide. Os resultados são apresentados nas Figuras 13 a 16, onde $\rho = -50$ e o valor da constante no denominador é $\delta = 0,05$.

Figura 13 Comparação dos planos de fase: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -50,0$, $\delta = 0,05$.

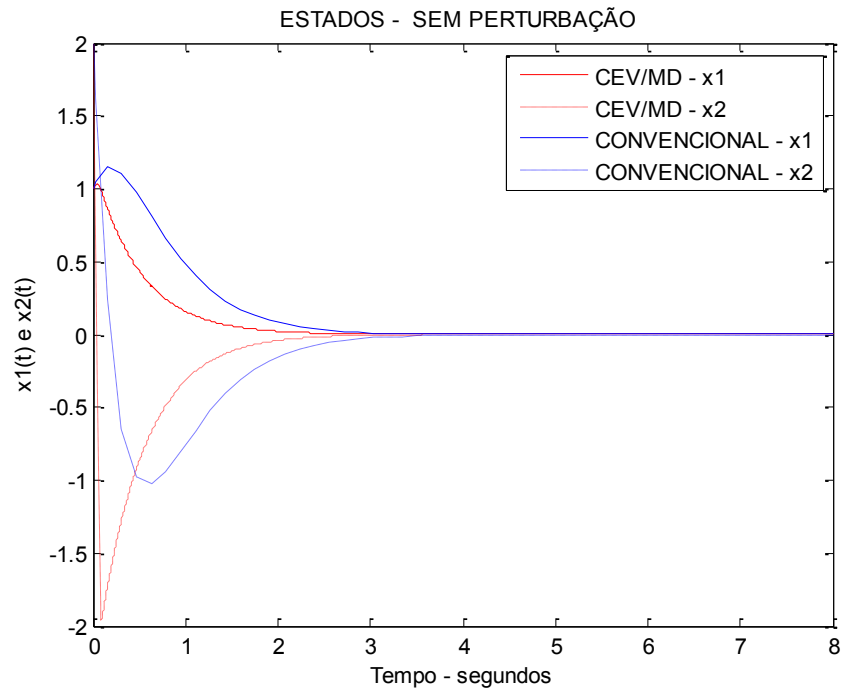


Fonte: Próprio autor

Na Figura 13, tem-se a comparação dos planos de fase do sistema controlado pelo CEV/MD com o sistema controlado pelo controle CONVENCIONAL, observa-se que os dois controladores levaram o sistema para origem como nos casos dos exemplos anteriores.

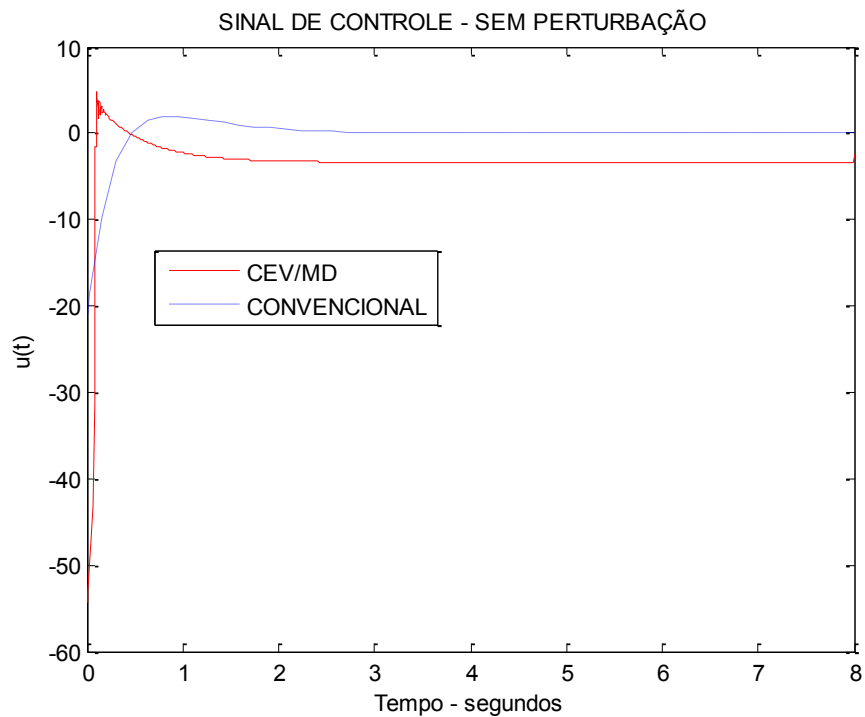
Pode-se observar, na Figura 14, o tempo de estabelecimento para os dois casos de controladores, sendo que este tempo é próximo em ambos.

Figura 14 Comparação dos estados no tempo: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -50,0$, $\delta = 0,05$.



Fonte: Próprio autor

Figura 15 Comparação dos sinais de controle: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação, $\rho = -50,0$, $\delta = 0,05$.



Fonte: Próprio autor

Na Figura 15, têm-se os esforços de controle para ambos os controladores. Nota-se que comparando esta figura com a do Exemplo 1 (Figura 7) e Exemplo 2 (Figura 11), os esforços de controle diminuíram drasticamente. Isto se deve ao fato de que o controle com estrutura variável foi transformado em um controle suavizado pela “sigmoide”, sendo que agora o controle tornou-se de implementação mais viável do ponto de vista prático.

Na Figura 16 tem-se a superfície de deslizamento, nota-se que, como no Exemplo 2 (Figura 12), o tempo de alcance ao deslizamento foi menor do que o do Exemplo 1 (Figura 8), uma vez que foi mantido o parâmetro $\rho = -50,0$.

Para suavizar ainda mais o esforço de controle, mantendo as qualidades do modo deslizante, pode-se utilizar a lei de controle CMD, Eq. (26), conforme mostra-se no Exemplo 4.

Figura 16 Superfície de deslizamento para sistema nominal - controle CEV sem perturbação, $\rho = -50,0$, $\delta = 0,05$.



Fonte: Próprio autor

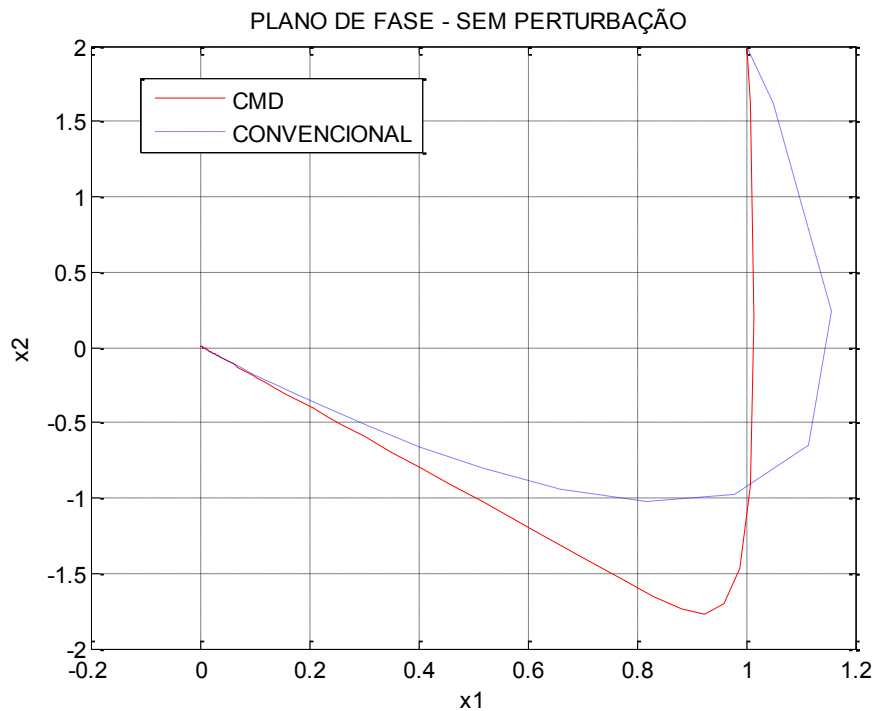
Exemplo 4: Lei de controle suavizada CMD, sistema sem incertezas

Neste último exemplo desta etapa do trabalho onde não são consideradas as incertezas, foi utilizada uma lei de controle que é suave (CMD), sem nenhum tipo de chaveamento, mas que consegue manter todas as características do Exemplo 3. Conforme se pode observar nas Figuras 17 a 20, onde são mostrados resultados muito próximos aos obtidos nas Figuras 13 a 16.

Tem-se abaixo a lei de controle sem chaveamento utilizada neste exemplo

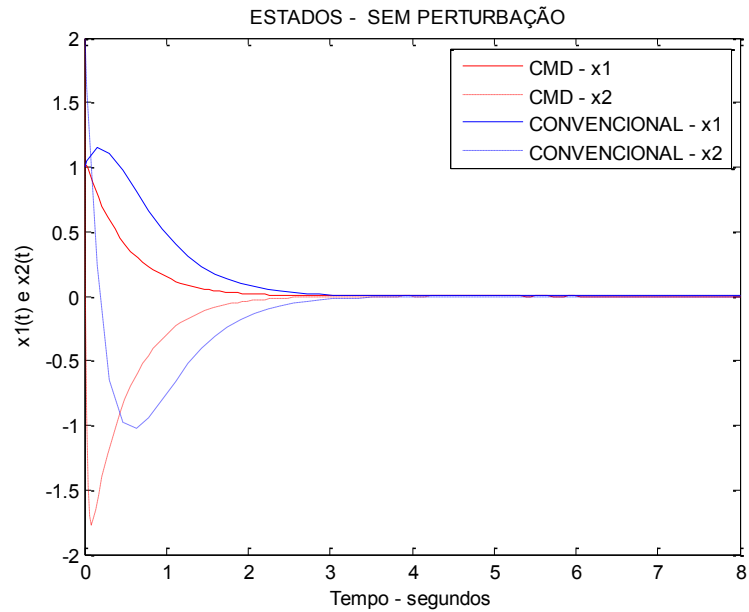
$$u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t) = -(SB)^{-1}(SA)x(t) - 50\sigma(x).$$

Figura 17 Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação.



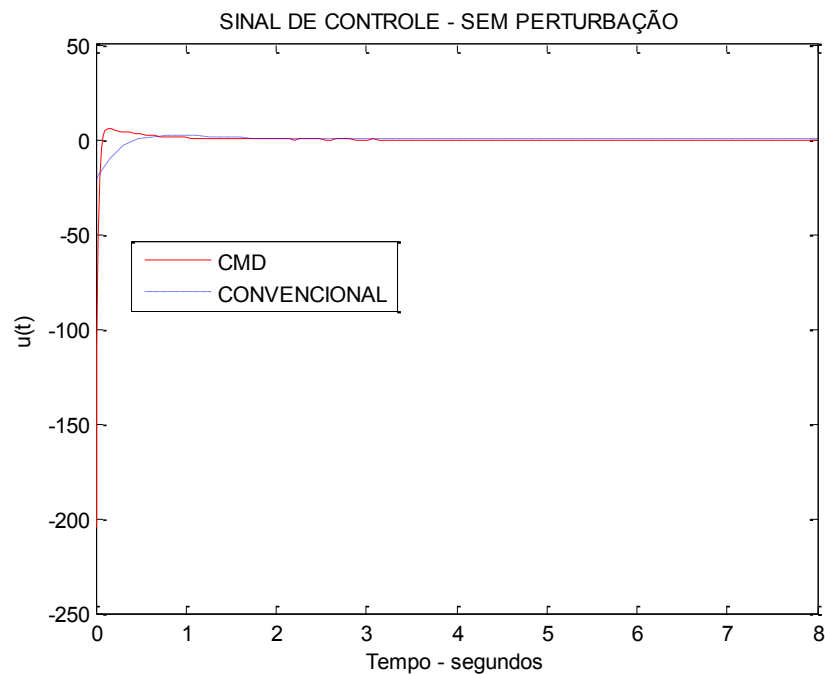
Fonte: Próprio autor

Figura 18 Comparação dos estados no tempo: CMD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação.



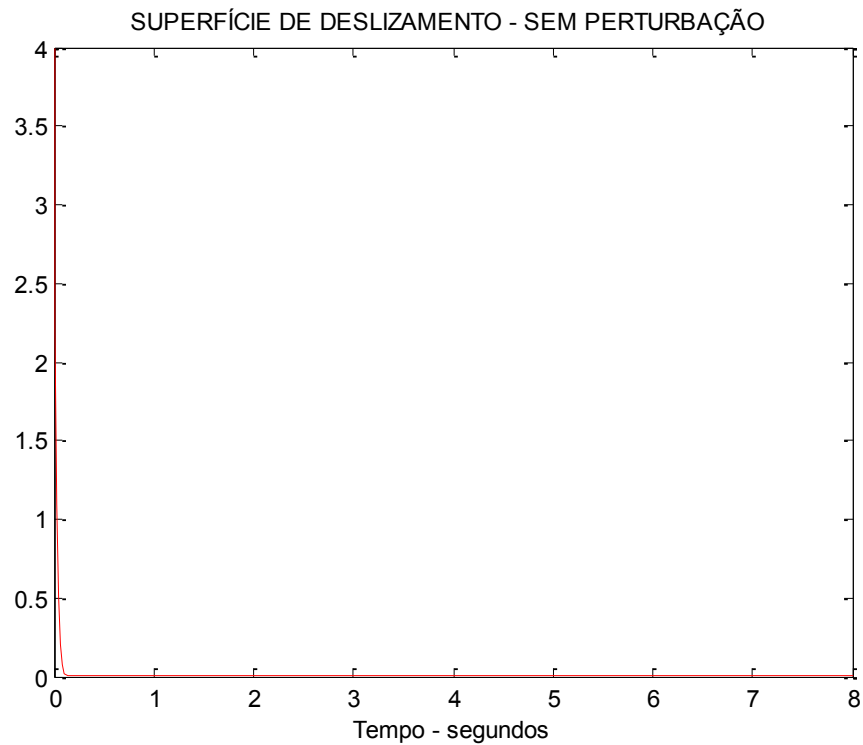
Fonte: Próprio autor

Figura 19 Comparação dos sinais de controle: CMD versus CONVENCIONAL, sistema sem perturbação.



Fonte: Próprio autor

Figura 20 Superfície de deslizamento para sistema nominal - controle CMD sem perturbação.



Fonte: Próprio autor

O objetivo maior deste exemplo foi mostrar a eficácia da lei de controle CMD, pois esta é muito útil quando aplicada em sistemas discretos.

Nos Exemplos 1 a 4 foram apresentados os resultados de sistemas sem incertezas e sem perturbações, no próximo item será analisada a robustez dos controladores CEV/MD e CMD.

2.4 ANÁLISE DA ROBUSTEZ DO CONTROLE DE ESTRUTURA VARIÁVEL COM MODOS DESLIZANTES

Este item é baseado na referência Drazenovic (1969) e dá o embasamento matemático necessário à classificação dos tipos de incertezas, casadas e não casadas.

2.4.1 Definições

A resposta de um CEV/MD consiste em três fases:

- 1 – Aquela em que o sistema ainda não alcançou o modo deslizante (modo de alcance);
- 2 – Aquela em que o sistema atinge o modo deslizante;
- 3 – Aquela em que o sistema atinge o regime de estado permanente.

As análises em relação a robustez e sensibilidade deverão abordar estas três etapas.

As questões de sensibilidade e robustez foram esclarecidas como no texto a seguir retirado de Drazenovic (1969):

1 - Um sistema é dito sensível às variações dos parâmetros, se uma medida “ Φ ” é diferente de zero. No caso especial em que $\Phi=0$, o sistema é dito ser zero-sensitivo.

Essa definição de sensibilidade envolve puramente uma propriedade local dos valores dos parâmetros nominais e restringe-se às pequenas variações dos mesmos. Na prática, grandes, mas limitadas, variações dos parâmetros são mais importantes. Desta forma, uma avaliação pode ser encontrada sem considerar apenas sensibilidade. Então os controladores serão ditos robustos de acordo com a seguinte definição:

2 – Um sistema é dito robusto se a propriedade de interesse do sistema permanece em uma região limitada em face de uma classe de perturbações limitadas (DRAZENOVIC, 1969).

2.4.2 Sensibilidade do sistema durante o modo deslizante: Condições de Invariância

Considere o sistema do tipo

$$\dot{x} = (A + \Delta A)x + Bu + Df, \quad (28)$$

onde ΔA e Df são incertezas paramétricas e perturbações, respectivamente, desconhecidas mas limitadas.

Neste sistema pode-se projetar uma lei de controle tal que seja garantida a condição de atratividade. Mas de que forma este sistema é sensível às incertezas?

- Condições de invariância

Drazenovic (1969) elaborou as condições nas quais o sistema é zero-sensitivo, chamada aqui, genericamente, de condições de invariância, e que vêm de certa forma responder a questão anteriormente colocada.

Seja o sistema sujeito às incertezas e perturbações descrito na equação (28), cuja superfície de chaveamento é dada por:

$$\sigma(x) = S.x.$$

No deslizamento, considerando $\sigma = 0$ e $\dot{\sigma} = 0$, tem-se que $u_{eq} = -(SB)^{-1} S [Ax + \Delta Ax + Df]$. Portanto chega-se a:

$$\dot{\sigma} = [I_n - B(SB)^{-1} S] \cdot [Ax + \Delta Ax + Df], \quad (29)$$

$$Sx = 0. \quad (30)$$

Para que o sistema no modo deslizante seja zero-sensitivo a “ f ” e “ ΔA ”, as seguintes condições devem ser satisfeitas:

$$[I_n - B(SB)^{-1} S] Df = 0 \Rightarrow Df = B(SB)^{-1} S Df, \quad (31)$$

$$[I_n - B(SB)^{-1} S] \Delta Ax = 0 \Rightarrow \Delta Ax = B(SB)^{-1} S \Delta Ax. \quad (32)$$

Então:

1 – Em (31) para que $Df = Bm$, onde “ $m = (SB^{-1})SDf$ ”, seja satisfeita é necessário que:

$$\text{rank}[B \ D] = \text{rank}[B], \quad (33)$$

ou seja, que todas as colunas de “ D ” sejam combinações lineares das colunas de “ B ”.

2 – Em (32), para que $\Delta Ax = B(SB)^{-1} S \Delta Ax$, sujeito a $Sx = 0$, então considere que as colunas da matriz “ T ” sejam a base vetorial do subespaço $R^{(n-m)}$. Neste caso:

$x = Tx^r$, onde $x^r \in R^{(n-m)}$. Então a equação (32) toma a forma:

$$\Delta A T x = B(SB) S \Delta A T x. \quad (34)$$

A equação acima será satisfeita se:

$$\text{rank}[B \quad \Delta A T] = \text{rank}[B]. \quad (35)$$

Assim, (33) e (35) mostram em que condições o sistema é zero-sensitivo às variações dos parâmetros. Deve-se observar que as condições de invariância analisadas deve-se somente à física do sistema.

2.4.3 Robustez do Controle Chaveado: Controle de Estrutura Variável com Modos Deslizantes (CEV/MD)

Considere o sistema incerto dado por

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + f(t), \quad (36)$$

em que o vetor de estados é $x(t) \in \mathfrak{R}^n$, $f(t) \in \mathfrak{R}^n$ representa as incertezas casadas e/ou não casadas. A superfície de chaveamento é dada por $\sigma(x) = Sx(t)$, $\sigma(x) \in \mathfrak{R}^m$, $S \in \mathfrak{R}^{m \times n}$. O controle é $u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t)$, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ com a lei u_{eq} sendo dada por

$$u_{eq} = -(SB)^{-1}(SA)x(t) = F_{eq}x(t), \quad (37)$$

e $u_N(t) \in \mathfrak{R}^m$ é a parte descontínua ou chaveada dada por

$$u_N(t) = (SB)^{-1} \left[\text{sgn}(\sigma_1(x)) \quad \text{sgn}(\sigma_2(x)) \quad \dots \text{sgn}(\sigma_m(x)) \right]^T \rho, \quad \rho < 0, \quad (38)$$

com a função sinal sendo dada por

$$\text{sgn}(\sigma_i(x)) = \frac{\sigma_i(x)}{|\sigma_i(x)|}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (39)$$

Então a condição de atratividade ao deslizamento, $\sigma(x)^T \dot{\sigma}(x) < 0$, fica

$$\sigma(x)^T \left[SAx(t) + SBu_{eq}(t) + SBu_N(t) + Sf(t) \right] < 0 \quad (40)$$

Substituindo (37) e (38) em (40), vem

$$(\rho) \sum_{i=1}^m [\sigma_i(x)] [\text{sgn}(\sigma_i(x))] < -[\sigma(x)]^T [Sf(t)]. \quad (41)$$

A Eq. (41) é equivalente a

$$(\rho) \left[|\sigma_1(x)| + |\sigma_2(x)| + \dots + |\sigma_m(x)| \right] < -[\sigma(x)]^T [Sf(t)]. \quad (42)$$

A constante real negativa ρ deverá, portanto, ser de uma ordem de grandeza tal que a Eq. (42) seja satisfeita

$$\left| (\rho) \left[\sum_{i=1}^m |\sigma_i(x)| \right] \right| > \left| [\sigma(x)]^T [Sf(t)] \right|. \quad (43)$$

Considerando que os chaveamentos referentes a Eq. (39) sejam de frequência infinita, então valem as condições de invariância, mostradas no item 2.4.2, e o sistema não será influenciado pelas perturbações do tipo casadas, ou seja, será influenciado apenas pelas incertezas não casadas.

Caso a lei (39) seja, transformada para a função sigmóide do tipo

$$u_{iN}(t) = \rho \frac{\sigma_i(x)}{|\sigma_i(x)| + \delta}, \quad \rho < 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (44)$$

então haverá uma camada limite de modo que o deslizamento ficará em torno de uma região, conforme ilustrado na Figura 3. Neste caso, o desempenho do sistema será influenciado, mesmo que de forma reduzida, também pelas incertezas casadas (EDWARDS; SPURGEON, 1998).

2.4.4 Robustez do Controle Suave: Controle com Modos Deslizantes (CMD)

Considere o sistema incerto dado por (36), com a superfície de chaveamento dada por $\sigma(x) = Sx(t)$, $\sigma(x) \in \mathfrak{R}^m$, $S \in \mathfrak{R}^{m \times n}$. O controle é $u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t)$, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ com a lei u_{eq} sendo dada por (37) e $u_N(t) \in \mathfrak{R}^m$ dada por

$$u_N(t) = (SB)^{-1} \rho \sigma(x), \quad \rho < 0, \quad (45)$$

Então a condição de atratividade ao deslizamento, $\sigma(x)^T \dot{\sigma}(x) < 0$, fica

$$\sigma(x)^T \left[SAx(t) + SBu_{eq}(t) + SBu_N(t) + Sf(t) \right] < 0 \quad (46)$$

Substituindo (37) e (45) em (46), resulta em

$$\rho \|\sigma(x)\|^2 < -[\sigma(x)^T] [Sf(t)]. \quad (47)$$

A constante real negativa ρ deverá, portanto, ser de uma ordem de grandeza tal que a Eq. (48) seja satisfeita

$$\left| \rho \|\sigma(x)\|^2 \right| > \left\| \left[\sigma(x)^T \right] \left[Sf(t) \right] \right\| . \quad (48)$$

Também neste caso haverá uma camada limite de modo que o deslizamento ficará em torno de uma região, conforme ilustrado na Figura 3. Assim, o desempenho do sistema será influenciado, mesmo que de forma reduzida, também pelas incertezas casadas (EDWARDS; SPURGEON, 1998).

2.4.5 Exemplos de aplicações

Neste tópico são abordados os Exemplos 5 a 8, aplicando as leis de controle de estrutura variável com modos deslizantes (CEV/MD), Equação (27), e a lei de controle com modos deslizantes (CMD), Equação (26), em um sistema de segunda ordem, onde tem-se os seguintes casos: sistemas com incertezas casadas apenas; sistemas com incertezas casadas e não casadas; e sistemas discretos sem incertezas.

Para todos os Exemplos de 5 a 8, com o intuito de comparação dos resultados com o controlador CEV/MD e CMD, fez-se o projeto e a simulação no software Matlab/Simulink do sistema controlado por realimentação convencional dos estados, ou seja, utilizando o controle por alocação de polos (CONVENCIONAL), conforme ilustrado no esquema da Figura 4. Esta lei de controle é dada por

$$u(t) = -Kx(t),$$

sendo que a matriz de ganhos de realimentação K , foi projetada tal que o sistema em malha fechada tenha autovalores iguais a “-2” e “-3”. De tal forma que resulta em $K = [7 \quad 7]$.

Os resultados das simulações dos Exemplos 5 a 8 para o controle CEV/MD e CMD são sempre apresentados nos gráficos na cor vermelha, e os resultados por alocação de polos (CONVENCIONAL) são mostrados na cor azul.

Exemplo 5: Lei de Controle CEV/MD com sigmoide, sistema com incertezas casadas apenas

Neste exemplo utilizou-se o mesmo sistema de ordem 2, onde foi incluída uma incerteza casada, conforme modelo a seguir:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + 2x_2(t) + 1,0\text{sen}(2\pi 0,5t) + u(t) \end{aligned}$$

sendo que $u(t)$ é a lei de controle CEV/MD, dada por :

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t) = -(SB)^{-1}(SA)x(t) - 50,0 \frac{\sigma(x)}{|\sigma(x)| + 0.05}.$$

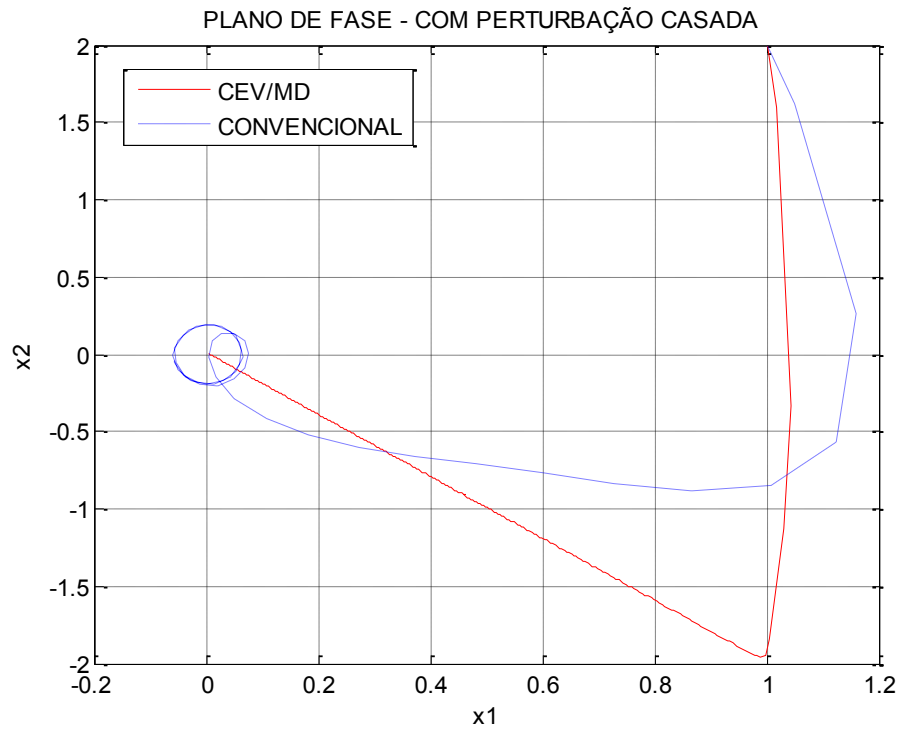
A superfície de deslizamento $\sigma(x)$ é dada por

$$\sigma(x) = Sx(t),$$

sendo que a matriz de ganhos S foi projetada tal que o sistema de ordem reduzida na condição de deslizamento tenha autovalor “-2”. Assim, $S = [2 \quad 1]$.

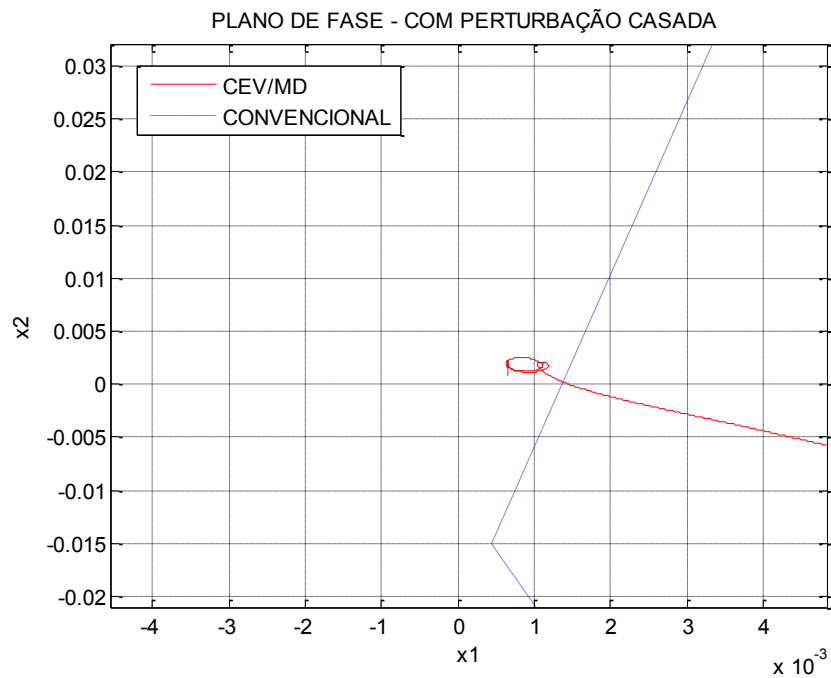
Os resultados obtidos neste exemplo estão nas Figuras 21 a 25.

Figura 21 Comparação dos planos de fase: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação casada.



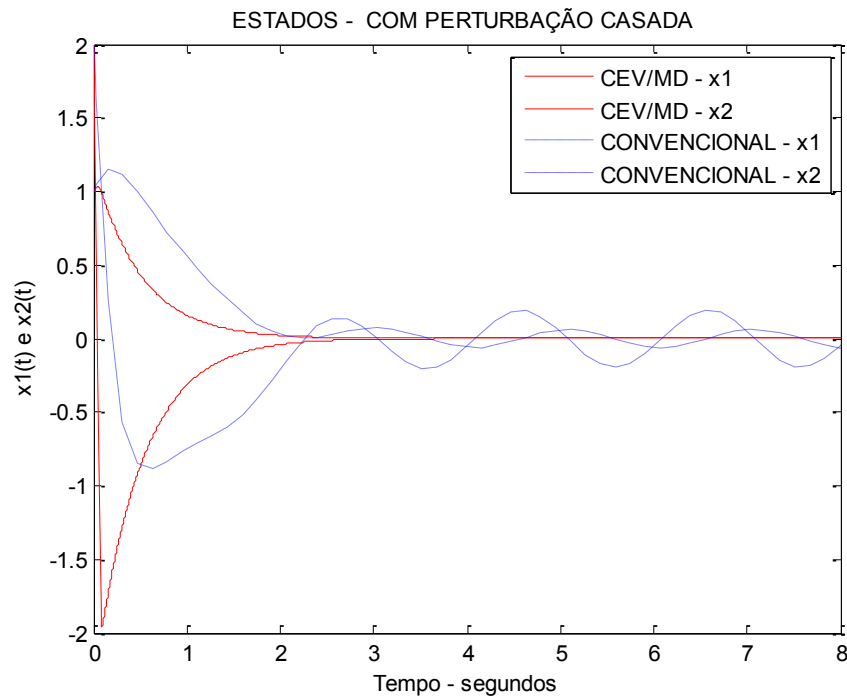
Fonte: Próprio autor

Figura 22 Ampliação da Figura 21: “Comparação dos planos de fase: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação casada”



Fonte: Próprio autor

Figura 23 Comparação dos estados no tempo: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação.

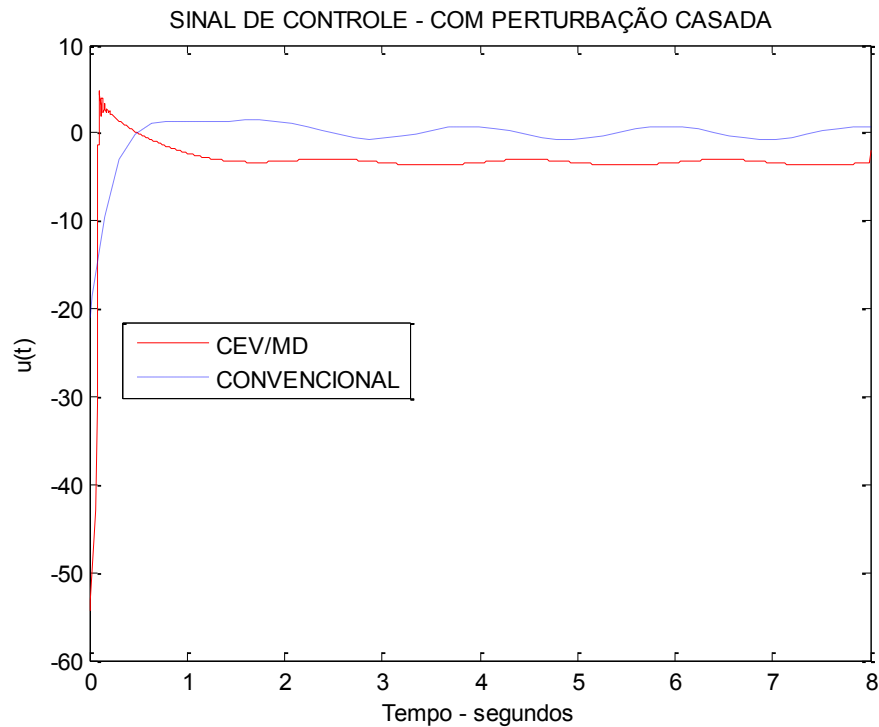


Fonte: Próprio autor

Nas Figuras 21 e 22, pode-se comparar o plano de fase entre o sistema controlado pelo CEV/MD com o sistema controlado pelo CONVENCIONAL, onde na Figura 22 tem-se uma ampliação da Figura 21 nas proximidades da origem. Pode-se notar que ambos os controladores conseguem estabilizar o sistema, porém o controle CONVENCIONAL sofre maior influência da incerteza em regime permanente. Por outro lado, o CEV/MD consegue rejeitar praticamente toda incerteza, contudo o sistema ainda sofre uma pequena influência como pode ser observado na Figura 22, mas muito menor do que quando utilizado o controle CONVENCIONAL.

Pode-se ter uma melhor noção da influência da perturbação analisando a Figura 23. Nela, nota-se que o controle CEV/MD praticamente eliminou a influência das incertezas, enquanto o controle CONVENCIONAL não conseguiu este êxito. Evidencia-se assim uma grande vantagem da estratégia CEV/MD.

Figura 24 Comparação dos sinais de controle: CEV/MD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação.

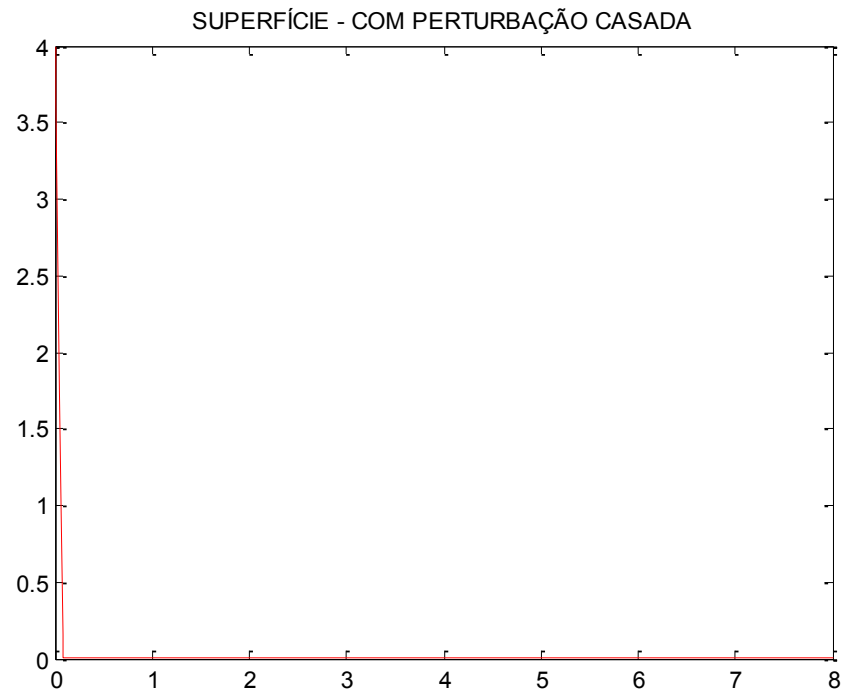


Fonte: Próprio autor

Na Figura 25, nota-se que o CEV/MD atingiu rapidamente a superfície de deslizamento, lembrando que isto é fundamental pois, a partir deste instante, o sistema torna-se menos sensível a influência das incertezas casadas. E isto foi conseguido sem grandes esforços de controle como nota-se na Figura 24.

No próximo exemplo são realizadas análises onde utiliza-se um controlador que não possui estrutura variável (CMD), mas que impõe modos deslizantes através de uma lei suave.

Figura 25 Superfície de deslizamento para sistema nominal - controle CEV/MD com perturbação.



Fonte: Próprio autor

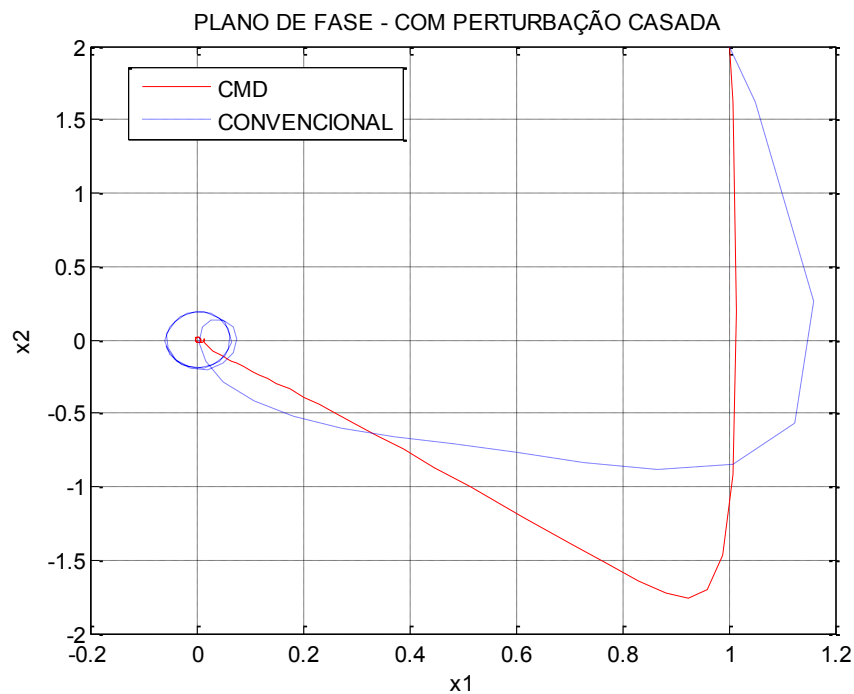
Exemplo 6: Lei de controle CMD suavizada, sistema com incertezas casadas apenas

Novamente utiliza-se do sistema de ordem 2, sendo incluída uma incerteza casada, mas neste caso foi usado uma lei de controle que é suave e que consegue impor modo deslizante ao sistema:

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t) = -(SB)^{-1}(SA)x(t) - 50\sigma(x)$$

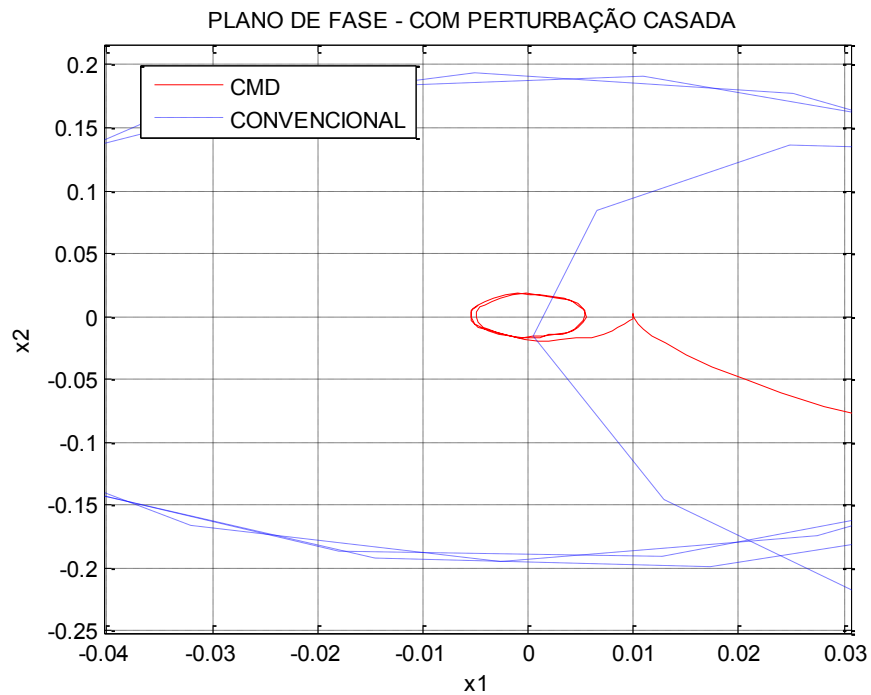
Os resultados das simulações estão apresentados nas Figura 26 a 30.

Figura 26 Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação casada.



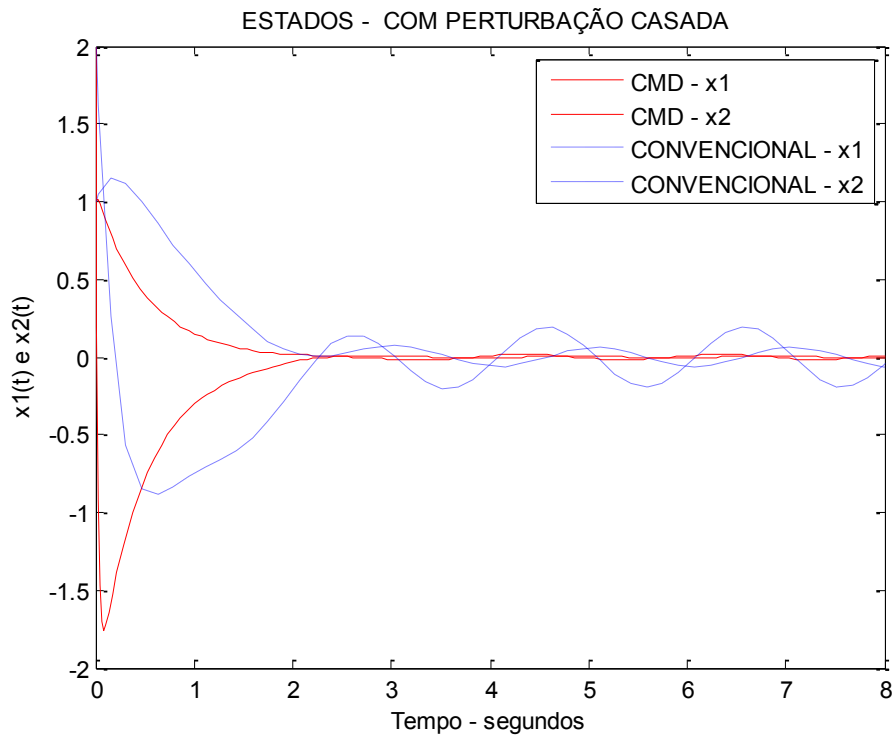
Fonte: Próprio autor

Figura 27 Ampliação da Figura 26: “Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação casada”.



Fonte: Próprio autor

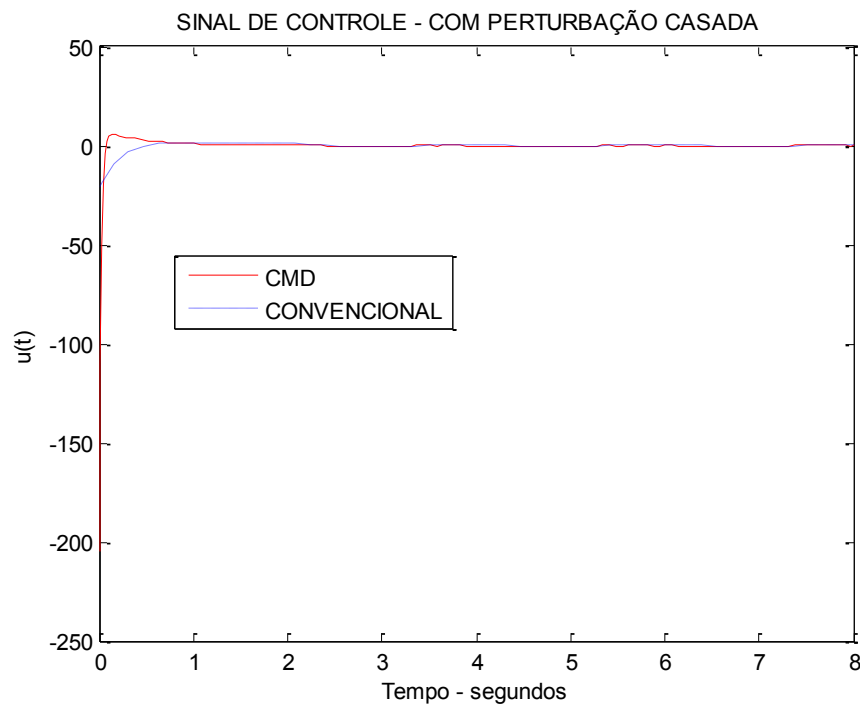
Figura 28 Comparação dos estados no tempo: CMD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação.



Fonte: Próprio autor

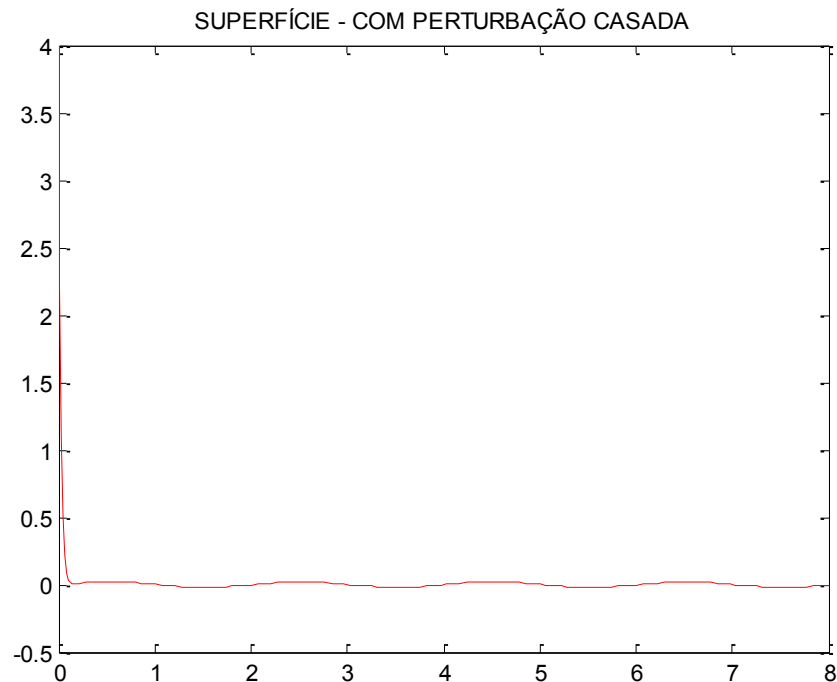
Nas Figuras 26 e 27, pode-se comparar o plano de fase entre o sistema controlado pelo CMD com o sistema controlado pelo CONVENCIONAL, onde na Figura 27 tem-se uma ampliação da Figura 26 nas proximidades da origem. Comparando-se estas duas Figuras com as Figuras 21 e 22 nota-se que os resultados obtidos são muito semelhantes, embora tenha-se utilizado o controlador CMD ao invés do CEV/MD, contudo percebe-se um pequeno aumento da influência das incertezas. Embora tenha ocorrido este aumento, ele continua sendo desprezível como pode ser observado na Figura 28, na qual apresenta-se a evolução dos estados no tempo.

Figura 29 Comparação dos sinais de controle: CMD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbação.



Fonte: Próprio autor

Figura 30 Superfície de deslizamento para sistema nominal - controle CMD com perturbação.



Fonte: Próprio autor

Tem-se nas Figura 29 e 30, respectivamente, os esforços de controle e a superfície de deslizamento do CMD, nota-se que os resultados são semelhantes aos do Exemplo 5, Figura 24 e 25. Portanto o controlador CMD também tem um bom desempenho na questão de rejeição a perturbações e incertezas do tipo casadas.

No próximo exemplo é analisado o caso da influência de incertezas não casadas.

Exemplo 7: Lei de controle CMD suavizada, sistema com incertezas casadas e não casadas

Novamente, utiliza-se o sistema de 2 ordem, mas neste caso tem-se incerteza casada e, também, incertezas não casadas, sendo o sistema descrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) + \underbrace{1,0 \text{sen}(2\pi 0,5t)}_{\text{incertezas não casadas}} \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + 2x_2(t) + \underbrace{1,0 \text{sen}(2\pi 0,5t)}_{\text{incertezas casadas}} + u(t)\end{aligned}$$

sendo que $u(t)$ é a lei de controle (CMD) dada por :

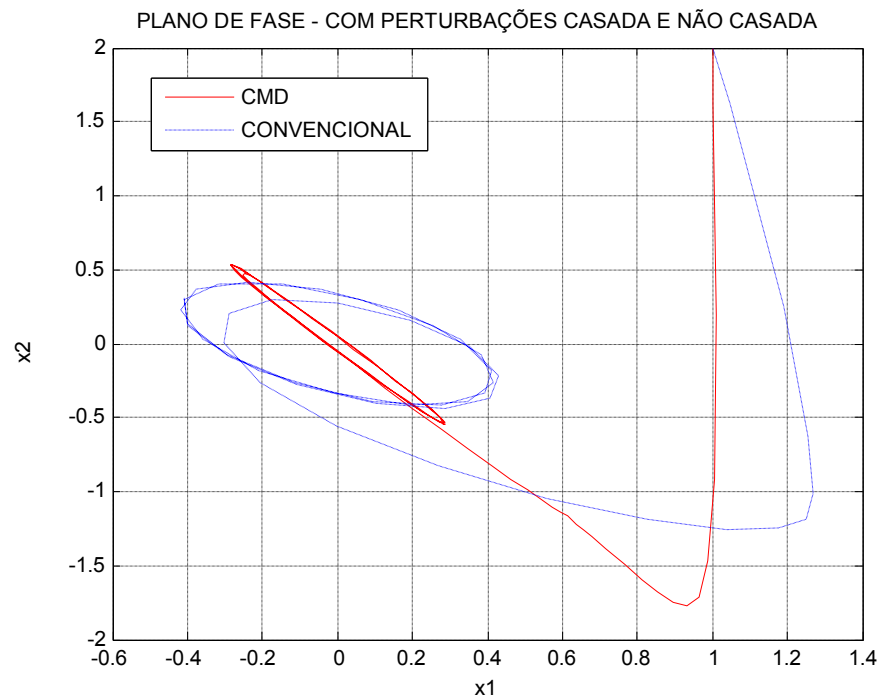
$$u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t) = -(SB)^{-1}(SA)x(t) - 50,0\sigma(x)$$

A superfície de deslizamento $\sigma(x)$ é dada por

$$\sigma(x) = Sx(t),$$

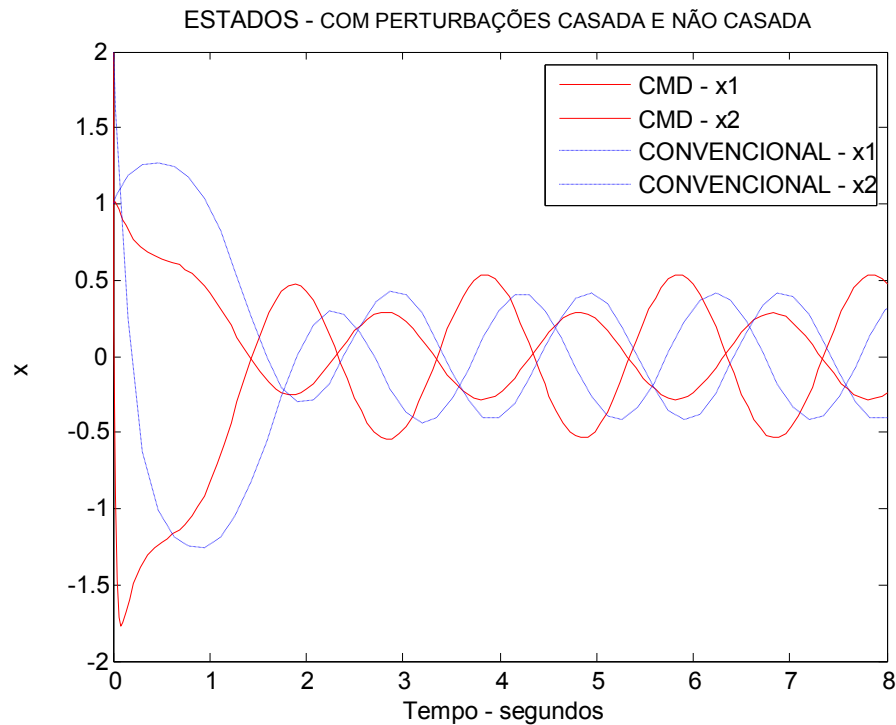
sendo que a matriz de ganhos S foi projetada tal que o sistema de ordem reduzida na condição de deslizamento tenha autovalor “-2”. De tal forma que resulta em $S = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$.

Figura 31 Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbações casada e não casada.



Fonte: Próprio autor

Figura 32 Comparação dos estados no tempo: CMD versus CONVENCIONAL, sistema com perturbações casada e não casada.



Fonte: Próprio autor

Na Figura 31, percebe-se a influência da incerteza não casada no plano de fase para ambos os sistemas, ou seja, não rejeitaram as perturbações não casadas, até mesmo o CMD que consegue rejeitar a parcela casada mostrou-se, como esperado, ineficaz neste caso. Este fato também fica evidenciado na Figura 32.

Nos Exemplos 1 a 7, todos os projetos de controladores foram realizados para sistemas contínuos no tempo, mostrando-se eficazes para rejeição de perturbações e incertezas do tipo casadas quando controlados pelo CEV/MD ou CMD. Visando a implementação em microprocessadores verifica-se a eficácia destes controladores emulados em sistemas discretos. Isto é feito no Exemplo 8.

Exemplo 8: Lei de controle contínuo CMD suavizada, sistema sem incertezas, com controle digital, período de amostragem de 35 ms.

Neste exemplo será utilizado o mesmo sistema de ordem 2 abordado nos exemplos anteriores:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + 2x_2(t) + u(t),\end{aligned}$$

contudo, agora o sistema será controlado por computador com período de amostragem igual 35 ms e o sistema é livre de incertezas, no entanto $u(t)$ continua a ser um lei projetada para sistema contínuo (CMD), dada por :

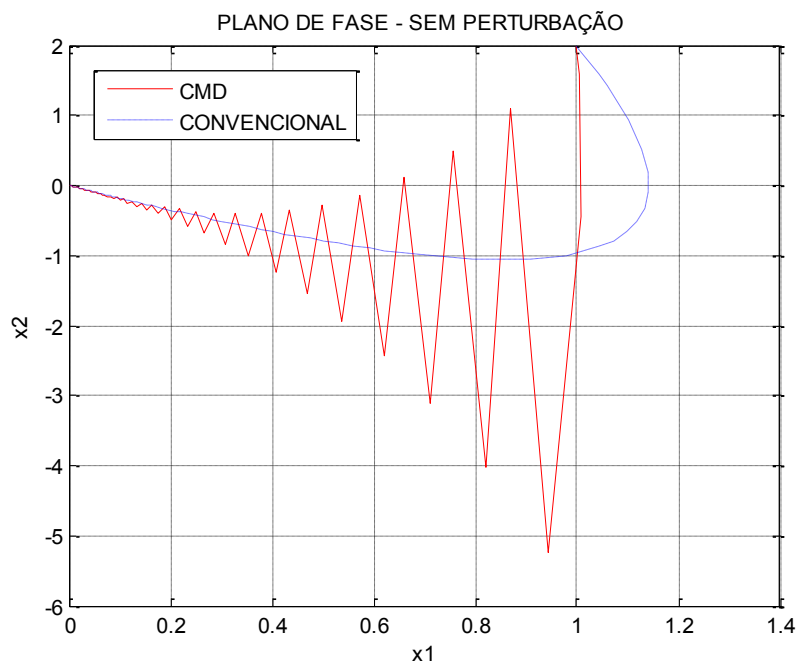
$$u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t) = -(SB)^{-1}(SA)x(t) - 50\sigma(x).$$

A superfície de deslizamento $\sigma(x)$ é dada por

$$\sigma(x) = Sx(t),$$

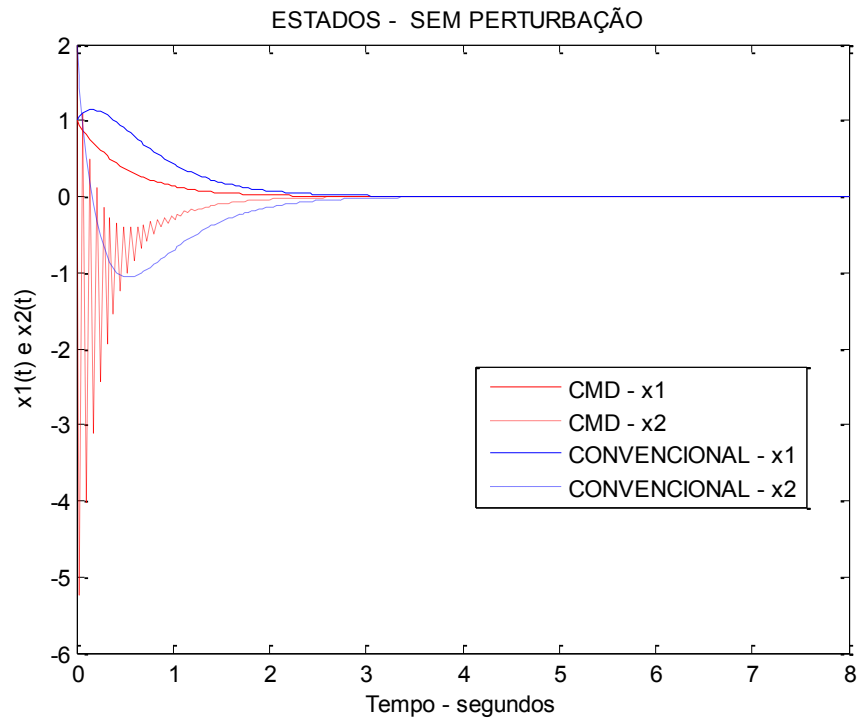
sendo que a matriz de ganhos S foi projetada tal que o sistema de ordem reduzida na condição de deslizamento tenha autovalores igual a “-2”. De tal forma que resulta em $S = [2 \ 1]$.

Figura 33 Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbações.



Fonte: Próprio autor

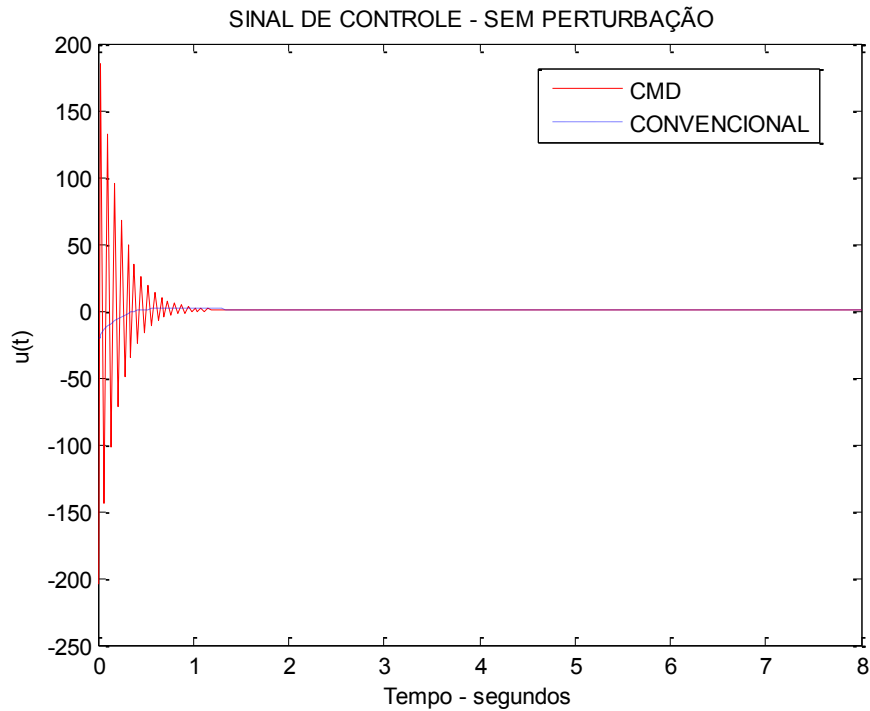
Figura 34 Comparação dos estados no tempo: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbação.



Fonte: Próprio autor

Nota-se nas Figuras 33 e 34, que, mesmo tendo levado o sistema para estabilidade, o controle CMD não teve desempenho satisfatório devido ao sistema ser controlador de forma digital com períodos de amostragem elevados, e percebe-se que a trajetória de estados não atingiu o deslizamento. Por outro lado, o controle CONVENCIONAL não foi tão sensível quanto o CMD em relação ao período de amostragem, mantendo um desempenho satisfatório para o sistema discreto sem incertezas.

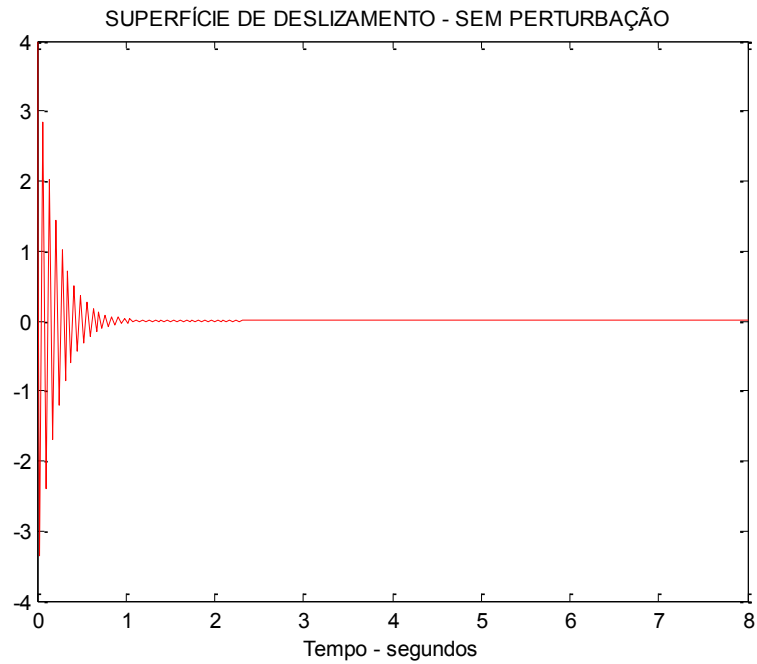
Figura 35 Comparação dos sinais de controle: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbação.



Fonte: Próprio autor

Observa-se na Figura 35, que houve um esforço de controle com valores elevados quando utilizado o controlador CMD no sistema discreto, no entanto sem obter um desempenho satisfatório. O esforço de controle para o caso em que utilizou-se o controle CONVENCIONAL mostrou resultados semelhantes aos obtidos para sistemas contínuos, ou seja, não foi influenciado pela discretização.

Figura 36 Superfície de deslizamento para sistema discreto - controle CMD sem perturbação.



Fonte: Próprio autor

Observando a Figura 36, evidencia-se que o sistema não atingiu o deslizamento com a discretização.

Portanto para sistema discreto o projeto exige levar em consideração o período de amostragem, sendo este o tema abordado no próximo item.

2.5- PROJETO DE CONTROLE DISCRETO

Neste item são propostos projetos de controle com modos deslizantes (CMD) discretos no tempo. A lei de controle sugerida, a qual leva em consideração o período de amostragem, não contém chaveamentos, sendo semelhante às Eqs. (22), (23) e (26). São feitas análises da robustez em relação às incertezas da planta e, como no item anterior, aplicações em exemplo numérico de um sistema de ordem 2 são feitas para demonstrar a teoria apresentada.

2.5.1 – Descrição do Sistema

Considere o sistema linear contínuo no tempo

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),$$

sendo $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ um vetor de estados contínuo, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ é a lei de controle com modos deslizantes (CMD), $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$.

O controle é realizado por um computador digital, sendo que a entrada de controle é dada em cada instante de tempo $k\Delta$, sendo Δ o período de amostragem. O sistema de tempo discreto correspondente é:

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma u_k \quad (49)$$

sendo $x_k = x(k\Delta)$, $y_k = y(k\Delta)$, $\Phi = e^{A\Delta}$, $\Gamma = \int_0^{\Delta} e^{A\tau} d\tau B$ e $u_k = u(k\Delta)$ é a entrada de controle. O par (Φ, Γ) é assumido como sendo controlável.

Em controle digital, a entrada u tem um valor constante entre as amostragens.

$$u(t) = u_k = u_k^{eq} + u_k^n, \quad k\Delta \leq t < (k+1)\Delta, \quad (50)$$

sendo u_k o vetor de entrada de controle com modos deslizantes discreto, u_k^{eq} é o vetor de controle equivalente e u_k^n é o vetor de controle que mantém o sistema no modo de deslizamento.

2.5.2 – Projeto da Lei de Controle Discreta

No projeto de controle com modos deslizantes, o controle equivalente, u_k^{eq} , é projetado primeiramente. Em seguida, é projetada u_k^n .

A superfície deslizante S_k é:

$$S_k = Gx_k, \quad (51)$$

sendo que a matriz $G \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ é projetada para que o sistema seja estável no deslizamento.

No controle com modos deslizantes, em que $S_{k+1} = S_k$, o seguinte controle equivalente pode ser obtido:

$$u_k^{eq} = F_e x_k, \quad (52)$$

sendo $F_e = -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I)$ e $G\Gamma$ é uma matriz não singular.

Substituindo (52) em (49), a dinâmica do deslizamento é definida por:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi_{CL} x_k, & \Phi_{CL} &= \Phi + \Gamma F_e, \\ Gx_k &= 0. \end{aligned} \quad (53)$$

A matriz G é projetada para garantir a estabilidade do modo deslizante, ou seja, G é projetada de tal forma que os autovalores de Φ_{CL} fiquem dentro do círculo unitário centrado em zero para garantir a estabilidade do sistema com modos deslizantes.

Agora a entrada de controle u_k^n será projetada. Suponha a função de Lyapunov:

$$V_k = S_k^T S_k. \quad (54)$$

O sistema será atraído para a superfície de deslizamento (51) se a seguinte desigualdade for satisfeita (condição de atratividade):

$$V_{k+1} < V_k. \quad (55)$$

Da Equação (54), a condição de atratividade (55) torna-se:

$$S_{k+1}^T S_{k+1} < S_k^T S_k. \quad (56)$$

Assumindo que

$$\Delta S_k = S_{k+1} - S_k \Rightarrow \Delta S_k = G\Phi x_k + G\Gamma u_k^{eq} + G\Gamma u_k^n - Gx_k. \quad (57)$$

Da Eq. (57), substituindo (52), obtém-se:

$$\Delta S_k = G\Gamma u_k^n. \quad (58)$$

Substituindo $S_{k+1} = S_k + \Delta S_k$ na condição (56), tem-se:

$$(S_k + \Delta S_k)^T (S_k + \Delta S_k) < (S_k)^T (S_k) \Rightarrow \|S_k + \Delta S_k\|^2 < \|S_k\|^2. \quad (59)$$

Através das Eqs. (58) e (59), tem-se:

$$\|S_k + G\Gamma u_k^n\|^2 < \|S_k\|^2 \Rightarrow \|S_k + G\Gamma u_k^n\| < \|S_k\| \quad (60)$$

Diversas leis podem satisfazer a condição (60), no entanto, neste trabalho será utilizada a lei de controle suave dada por:

$$u_k^n = -(G\Gamma)^{-1} \beta S_k \Rightarrow u_k^n = \underbrace{-(G\Gamma)^{-1} \beta G}_{F_n} x_k \Rightarrow u_k^n = F_n x_k, \quad (61)$$

tal que a restrição a seguir seja satisfeita,

$$\|S_k - \beta S_k\| < \|S_k\| \Rightarrow \|(I - \beta) S_k\| < \|S_k\|, \quad (62)$$

sendo $\beta \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ uma matriz diagonal, e $0 < \beta_{ii} < 1$, $i = 1, \dots, m$.

Das Eqs. (51), (52) e (61) a entrada de controle discreta (50) fica:

$$u_k = F_e x_k + F_n x_k \Rightarrow u_k = F x_k, \quad (63)$$

sendo $F_e = -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I)$ e $F = -(G\Gamma)^{-1} [G(\Phi - I) + \beta G]$. (64)

Esta lei de controle foi escolhida devido a sua simplicidade e também devido ao fato de que seu processamento é rápido.

2.5.3 – Exemplos de Aplicação: Sistema sem Incertezas

Neste tópico a lei de controle com modos deslizantes (CMD) discreta, Eqs. (63) e (64), é aplicada em um sistema de segunda ordem, sem incertezas.

Com o intuito de comparação dos resultados com o controlador CMD, fez-se o projeto e a simulação no software Matlab/Simulink do sistema controlado por realimentação convencional dos estados, ou seja, utilizando o controle por alocação de polos discreto (CONVENCIONAL), considerando um período de amostragem igual a 35 ms. Esta lei de controle é dada por

$$u_k = -Kx_k,$$

sendo que a matriz de ganhos de realimentação K , foi projetada tal que o sistema em malha fechada tenha autovalores equivalentes contínuos iguais a “-2” e “-3”, ou seja, os autovalores discretos são “0,9324” e “0,9003”. De tal forma que resulta em $K = [6.3101 \quad 6.5387]$.

Os resultados de simulações dos Exemplos 9 a 12 para o controle CMD são sempre apresentados nos gráficos na cor vermelha, e os resultados por alocação de polos (CONVENCIONAL) são mostrados na cor azul.

Exemplo 9: Lei de controle discreta CMD suavizada, sistema sem incertezas, com controle digital, período de amostragem de 35 ms

Neste exemplo será utilizado o seguinte sistema:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + 2x_2(t) + u(t) \end{aligned}$$

sendo este na forma discretizada, para o período de amostragem de 35 ms, dado por:

$$\begin{aligned} x_{1k+1} &= x_{1k} + 0,0363x_{2k} \\ x_{2k+1} &= 0,0363x_{1k} + 1,0732x_{2k} + 0,0363u_k \end{aligned}$$

A lei de controle será suavizada, tal que u_k é dada por :

$$u_k = u_k^e + u_k^n = -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I)x_k - 1,0S(x).$$

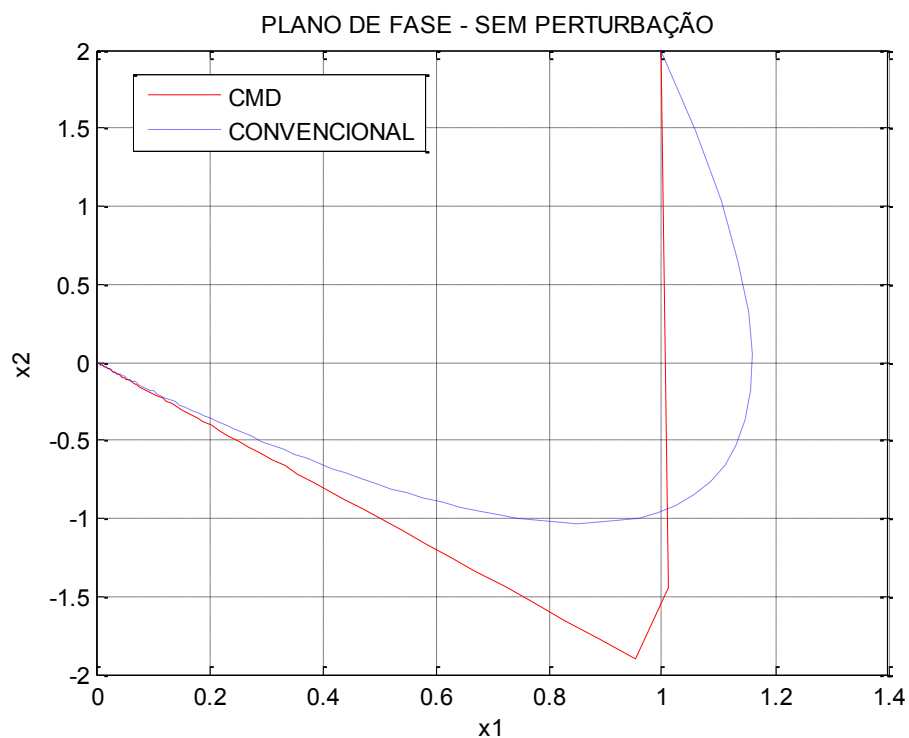
A superfície de deslizamento S_k é dada por

$$S_k = Gx_k,$$

sendo que a matriz de ganhos G foi projetada tal que o sistema de ordem reduzida na condição de deslizamento tenha autovalor equivalente a “-2”, ou seja, para 35ms de amostragem o autovalor será igual a 0,9980. De tal forma que resulta em $G = [1996,0 \quad 998,0]$.

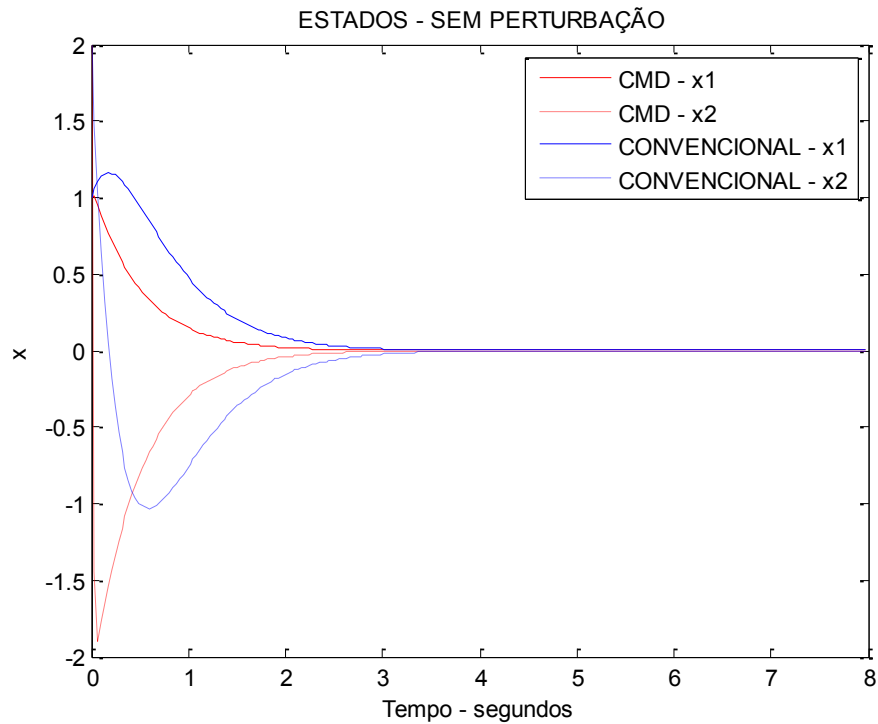
Os resultados são mostrados nas Figuras 37 a 40.

Figura 37 Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 35ms.



Fonte: Próprio autor

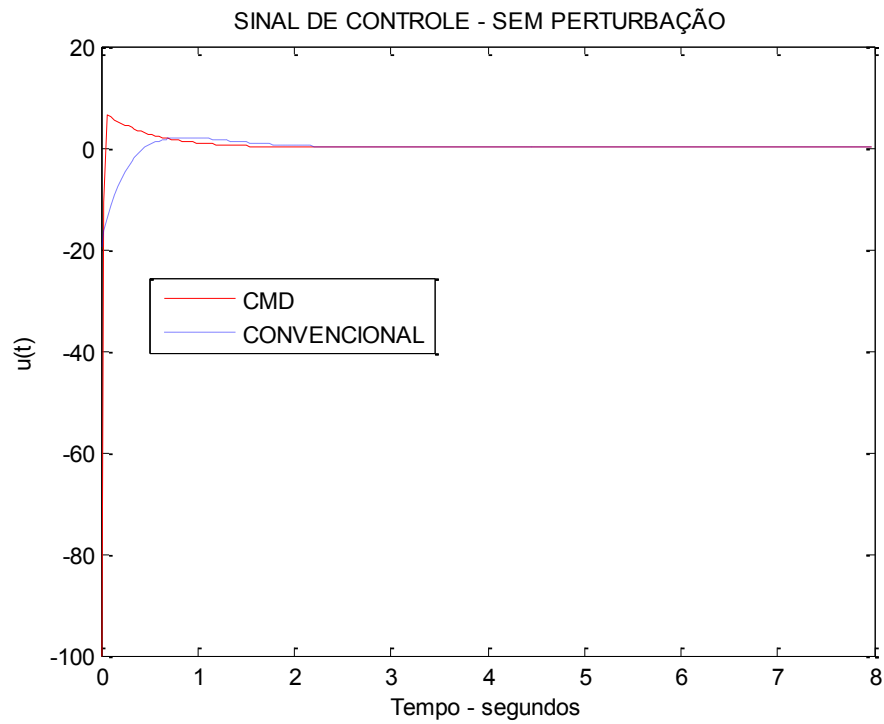
Figura 38 Comparação dos estados no tempo: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 35ms.



Fonte: Próprio autor

Observa-se nas Figuras 37 e 38 que, com o projeto considerando período de amostragem, o sistema apresentou bom desempenho quando utilizado o controlador CMD, atracando na superfície de deslizamento, que neste caso é uma reta, e com um tempo de estabelecimento pequeno. Lembrando que, quando não foi considerado o período de amostragem, o controle CMD mostrou-se com resultados insatisfatórios, vide Exemplo 8, ou seja, este projeto tornou o CMD implementável em sistemas discretos.

Figura 39 Comparação dos sinais de controle: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 35ms.



Fonte: Próprio autor

Figura 40 Superfície de deslizamento para sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 35ms - controle CMD.



Fonte: Próprio autor

Na Figura 39, observa-se que os sinais de controle possuem valores aceitáveis e muito parecidos para os dois controladores. Na Figura 40, percebe-se que o sistema atracou rapidamente na superfície de deslizamento, conforme desejado. Resta saber qual a influência de possíveis incertezas durante o deslizamento, isto é analisado no próximo item e estudado nos Exemplos 10 e 11.

2.6- ANÁLISE DA ROBUSTEZ DO CONTROLE COM MODOS DESLIZANTES DISCRETO

A lei de controle discreta, Eqs. (63) e (64), apresenta robustez a uma certa classe de incertezas, como mostrado a seguir.

2.6.1 – Descrição do Sistema Discreto Incerto e Análises da Robustez do Controle

Considere o sistema discreto com incertezas

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma u_k + f_k, \quad (65)$$

sendo que $f_k \in \mathfrak{R}^n$ é uma função discreta, não linear que representa as incertezas da planta, desconhecida, mas limitada. A lei de controle é dada por (63) e (64).

Proposição 1

Considere o sistema (65), com a lei de controle discreta dada por Eqs. (63) e (64), sendo $\beta = \bar{\beta}I$, $0 < \bar{\beta} < 1,0$, então a condição de atratividade (55) é satisfeita se $\|Gx_k\| > \|Gf_k\|$

Prova

Levando-se em conta as incertezas f_k , a Eq. (58) torna-se

$$\Delta S_k = G(\Phi x_k + \Gamma u_k + f_k) - Gx_k \Rightarrow \Delta S_{k+1} = G\Phi x_k + G\Gamma u_k^{eq} + G\Gamma u_k^n + Gf_k - Gx_k \quad (66)$$

Substituindo as Eqs. (52) e (61) na Eq. (66), tem-se:

$$\Delta S_k = G\Phi x_k + G\Gamma \left[-(\Gamma\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) \right] x_k + G\Gamma F_n x_k + Gf_k - Gx_k$$

$$\Delta S_k = G\Phi x_k + G\Gamma \left[-(\Gamma\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) \right] x_k + G\Gamma \left[-(\Gamma\Gamma)^{-1} \beta G \right] x_k + Gf_k - Gx_k$$

$$\Delta S_k = \left[G(\Phi - I) \right] x_k - \left[G(\Phi - I) \right] x_k - (\beta G)x_k + Gf_k$$

$$\Delta S_k = -(\beta G)x_k + Gf_k \quad (67)$$

No tempo de amostragem $k+1$, usando a Eq. (67), a função de Lyapunov (54) torna-se

$$\begin{aligned} V_{k+1} &= (S_k - \beta Gx_k + Gf_k)^T (S_k - \beta Gx_k + Gf_k), \\ V_{k+1} &= (S_k - \beta S_k + Gf_k)^T (S_k - \beta S_k + Gf_k), \\ V_{k+1} &= [(I - \beta)S_k + Gf_k]^T [(I - \beta)S_k + Gf_k]. \end{aligned} \quad (68)$$

No tempo de amostragem k ,

$$V_k = \|S_k\|^2.$$

Tem-se que para a condição de atratividade (55),

$$[(I - \beta)S_k + Gf_k]^T [(I - \beta)S_k + Gf_k] < \|S_k\|^2. \quad (69)$$

Se $\beta_{ii} = \bar{\beta} \in \mathfrak{R}^+$, $i = 1, \dots, m$, e, rearranjando a Eq. (69), tem-se

$$\begin{aligned} (1 - \bar{\beta})^2 \|S_k\|^2 + 2(1 - \bar{\beta})(S_k^T Gf_k) + \|Gf_k\|^2 &< \|S_k\|^2 \\ 2(1 - \bar{\beta})(S_k^T Gf_k) + \|Gf_k\|^2 &< \|S_k\|^2 - (1 - \bar{\beta})^2 \|S_k\|^2, \\ 2(1 - \bar{\beta})(S_k^T Gf_k) &< [1 - (1 - \bar{\beta})^2] \|S_k\|^2 - \|Gf_k\|^2. \end{aligned} \quad (70)$$

Para $0 < \bar{\beta} < 1.0 \Rightarrow 2 > 2(1 - \bar{\beta}) > 0$, tem-se

$$\begin{aligned} S_k^T Gf_k &< \underbrace{\left[\frac{1 - (1 - \bar{\beta})^2}{2(1 - \bar{\beta})} \right]}_{\underline{\zeta}} \|S_k\|^2 - \underbrace{\left[\frac{1}{2(1 - \bar{\beta})} \right]}_{\bar{\zeta}} \|Gf_k\|^2 \\ \left\{ \begin{array}{l} 0 < \bar{\beta} < 1, 0 \Rightarrow 0 < \underline{\zeta} < \infty \Rightarrow 0,5 < \bar{\zeta} < \infty \\ \underline{\zeta} < \bar{\zeta} \end{array} \right. \end{aligned} \quad (71)$$

Dois situações existem:

(i) Se $S_k^T Gf_k > 0$, Da condição (i), tem-se

$$|S_k^T Gf_k| < \underline{\zeta} \|S_k\|^2 - \bar{\zeta} \|Gf_k\|^2 \Leftrightarrow \underline{\zeta} \|S_k\|^2 > \bar{\zeta} \|Gf_k\|^2 \Leftrightarrow \frac{\|S_k\|}{\|Gf_k\|} > \sqrt{\frac{\bar{\zeta}}{\underline{\zeta}}} > 1.0 \quad (72)$$

(ii) Se $S_k^T Gf_k < 0$,

Da condição (ii), tem-se

$$-|S_k^T Gf_k| < \varsigma \|S_k\|^2 - \bar{\varsigma} \|Gf_k\|^2 \Rightarrow |S_k^T Gf_k| > -\varsigma \|S_k\|^2 + \bar{\varsigma} \|Gf_k\|^2 \Leftrightarrow \varsigma \|S_k\|^2 > \bar{\varsigma} \|Gf_k\|^2$$

$$\frac{\|S_k\|^2}{\|Gf_k\|^2} > \frac{\bar{\varsigma}}{\varsigma} > 1.0 \quad (73)$$

Então, se $\|S_k\| > \|Gf_k\|$, para todo k , então existe $0 < \bar{\beta} < 1.0$ de modo que a condição (i) e a condição (ii) sejam satisfeitas.

Uma vez que $S_k = Gx_k$, para satisfazer as condições (i) e (ii), a condição $\|Gx_k\| > \|Gf_k\|$ deve ser satisfeita \square .

A proposição 1 induz a pensar que a trajetória de estados do sistema em deslizamento entra em uma região em tempo finito e, posteriormente, permanece nela. Este é o conceito de estabilidade “*ultimate bounded*” (TARBOURIECH et al., 2011), conforme apresentado na proposição 2.

Proposição 2

O sistema com incertezas (65) será estável “*ultimate bounded*” com a lei de controle (63) e (64). (XIA et al., 2007)

Prova adaptada de Xia et al., (2007)

Considere a transformação linear para a forma regular aplicada no sistema incerto (65),

$$Tx_{k+1} = \begin{bmatrix} z_{1k+1} \\ z_{2k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\Phi}_{11} & \bar{\Phi}_{12} \\ \bar{\Phi}_{21} & \bar{\Phi}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{1k} \\ z_{2k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{\Gamma}_2 \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} \bar{f}_{1k} \\ \bar{f}_{2k} \end{bmatrix} \quad (74)$$

sendo $z_{1k} \in \mathfrak{R}^{n-m}$, $z_{2k} \in \mathfrak{R}^m$, $\bar{f}_{1k} \in \mathfrak{R}^{n-m}$; $\|\bar{f}_{1k}\| < f_1 < \infty$ é a incerteza não casada limitada e $\bar{f}_{2k} \in \mathfrak{R}^m$; $\|\bar{f}_{2k}\| < f_2 < \infty$ é a incerteza casada, também limitada. Os limites de f_1 e de f_2 são conhecidos. As matrizes $\bar{\Phi}_{11}$, $\bar{\Phi}_{12}$, $\bar{\Phi}_{21}$, $\bar{\Phi}_{22}$ e $\bar{\Gamma}_2$ são constantes, de dimensões apropriadas. $\bar{0} \in \mathfrak{R}^{(n-m) \times (m)}$ é a matriz zero.

A superfície de deslizamento é dada por:

$$S_k = GT^{-1}z_k = \bar{G}z_k = \begin{bmatrix} \bar{G}_1 & \bar{G}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{1k} \\ z_{2k} \end{bmatrix} \quad (75)$$

ou, de outra forma

$$S_k = \bar{G}_1 z_{1k} + \bar{G}_2 z_{2k} \Rightarrow z_{2k} = (\bar{G}_2)^{-1} S_k - \underbrace{(\bar{G}_2)^{-1} \bar{G}_1}_{\bar{K}} z_{1k}. \quad (76)$$

Então,

$$\begin{aligned} z_{1k+1} &= (\bar{\Phi}_{11} - \bar{\Phi}_{12} \bar{K}) z_{1k} + \underbrace{\bar{\Phi}_{12} (\bar{G}_2)^{-1}}_{\bar{\Phi}_{12}} S_k + f_{1k}, \\ z_{1k+1} &= \bar{\bar{\Phi}}_{11} z_{1k} + \bar{\bar{\Phi}}_{12} S_k + f_{1k} \end{aligned} \quad (77)$$

e

$$\begin{aligned} S_{k+1} &= Gx_{k+1} \\ S_{k+1} &= G\Phi x_k + G\Gamma u_k + Gf_k \\ u_k &= -(G\Gamma)^{-1} [G(\Phi - I) + (\beta G)] x_k \\ S_{k+1} &= G\Phi x_k - [G(\Phi - I) + (\beta G)] x_k + Gf_k \\ S_{k+1} &= \underset{S_k}{Gx_k} - \underset{S_k}{\beta Gx_k} + Gf_k \\ S_{k+1} &= (1 - \bar{\beta}) S_k + Gf_k \\ S_{k+1} &= (1 - \bar{\beta})(S_k + \bar{G}f_k), \end{aligned} \quad (78)$$

onde $\bar{\bar{G}} = \frac{G}{(1 - \bar{\beta})}$.

Com a função de Lyapunov discreta a seguir, tem-se o desenvolvimento:

$$\begin{aligned} \bar{V}_k &= z_{1k}^T [P] z_{1k} + S_k^T S_k \\ \bar{V}_{k+1} &= z_{1k+1}^T [P] z_{1k+1} + S_{k+1}^T S_{k+1} \\ &= \left(\bar{\bar{\Phi}}_{11} z_{1k} + \bar{\bar{\Phi}}_{12} S_k + \bar{f}_{1k} \right)^T [P] \left(\bar{\bar{\Phi}}_{11} z_{1k} + \bar{\bar{\Phi}}_{12} S_k + \bar{f}_{1k} \right) + (1 - \bar{\beta})^2 \left(S_k + \bar{\bar{G}}f_k \right)^T \left(S_k + \bar{\bar{G}}f_k \right) \\ &= z_{1k}^T \bar{\bar{\Phi}}_{11}^T P \bar{\bar{\Phi}}_{11} z_{1k} + z_{1k}^T \bar{\bar{\Phi}}_{11}^T P \bar{\bar{\Phi}}_{12} S_k + z_{1k}^T \bar{\bar{\Phi}}_{11}^T P \bar{f}_{1k} + S_k^T \bar{\bar{\Phi}}_{12}^T P \bar{\bar{\Phi}}_{11} z_{1k} + S_k^T \bar{\bar{\Phi}}_{12}^T P \bar{\bar{\Phi}}_{12} S_k + S_k^T \bar{\bar{\Phi}}_{12}^T P \bar{f}_{1k} \\ &\quad + \bar{f}_{1k}^T P \bar{\bar{\Phi}}_{11} z_{1k} + \bar{f}_{1k}^T P \bar{\bar{\Phi}}_{12} S_k + \bar{f}_{1k}^T P \bar{f}_{1k} + (1 - \bar{\beta})^2 \left(S_k^T S_k + \underbrace{S_k^T \bar{\bar{G}}f_k + f_k^T \bar{\bar{G}}^T S_k}_2 + f_k^T \bar{\bar{G}}^T \bar{\bar{G}}f_k \right) \\ \bar{V}_{k+1} &= z_{1k}^T \bar{\bar{\Phi}}_{11}^T P \bar{\bar{\Phi}}_{11} z_{1k} + 2 z_{1k}^T \bar{\bar{\Phi}}_{11}^T P \bar{\bar{\Phi}}_{12} S_k + 2 z_{1k}^T \bar{\bar{\Phi}}_{11}^T P \bar{f}_{1k} + S_k^T \bar{\bar{\Phi}}_{12}^T P \bar{\bar{\Phi}}_{11} z_{1k} + 2 S_k^T \bar{\bar{\Phi}}_{12}^T P \bar{f}_{1k} \\ &\quad + \bar{f}_{1k}^T P \bar{f}_{1k} + (1 - \bar{\beta})^2 S_k^T S_k + 2(1 - \bar{\beta})^2 S_k^T \bar{\bar{G}}f_k + (1 - \bar{\beta})^2 f_k^T \bar{\bar{G}}^T \bar{\bar{G}}f_k \end{aligned} \quad (79)$$

$$\begin{aligned}
\bar{V}_{k+1} - \bar{V}_k &= z_{1k}^T \bar{\Phi}_{11}^T P \bar{\Phi}_{11} z_{1k} - z_{1k}^T P z_{1k} + 2z_{1k}^T \bar{\Phi}_{11}^T P \bar{\Phi}_{12} S_k + 2z_{1k}^T \bar{\Phi}_{11}^T P \bar{f}_{1k} + S_k^T \bar{\Phi}_{12}^T P \bar{\Phi}_{12} S_k + 2S_k^T \bar{\Phi}_{12}^T P \bar{f}_{1k} \\
&\quad + \bar{f}_{1k}^T P \bar{f}_{1k} + (1-\bar{\beta})^2 S_k^T S_k - S_k^T S_k + 2(1-\bar{\beta})^2 S_k^T \bar{G} f_k + (1-\bar{\beta})^2 f_k^T \bar{G}^T \bar{G} f_k \\
\bar{V}_{k+1} - \bar{V}_k &= z_{1k}^T \left(\underbrace{\bar{\Phi}_{11}^T P \bar{\Phi}_{11} - P}_{-Q} \right) z_{1k} + 2z_{1k}^T \bar{\Phi}_{11}^T P \bar{\Phi}_{12} S_k + 2z_{1k}^T \bar{\Phi}_{11}^T P \bar{f}_{1k} + S_k^T \underbrace{\bar{\Phi}_{12}^T P \bar{\Phi}_{12}}_{\delta^2} S_k + 2S_k^T \bar{\Phi}_{12}^T P \bar{f}_{1k} \\
&\quad + \bar{f}_{1k}^T P \bar{f}_{1k} + \left[(1-\bar{\beta})^2 - 1 \right] S_k^T S_k + 2(1-\bar{\beta})^2 S_k^T \bar{G} f_k + (1-\bar{\beta})^2 f_k^T \bar{G}^T \bar{G} f_k \\
&\leq -Q_{\min} \|z_{1k}\|^2 + 2\|z_{1k}\| \left(\|\bar{\Phi}_{11}^T P \bar{\Phi}_{12}\| \|S_k\| + 2\|z_{1k}\| \|\bar{\Phi}_{11}^T P\| \|\bar{f}_{1k}\| + \|S_k\| \|\bar{\Phi}_{12}^T P \bar{\Phi}_{12}\| \|S_k\| + 2\|S_k\| \|\bar{\Phi}_{12}^T P\| \|\bar{f}_{1k}\| \right) \\
&\quad + \underbrace{\|P\| \|\bar{f}_{1k}\|^2}_{\delta_1} + \left[(1-\bar{\beta})^2 - 1 \right] \|S_k\|^2 + 2(1-\bar{\beta})^2 \|S_k\| \|\bar{G}\| \|f_k\| + (1-\bar{\beta})^2 \|\bar{G}\|^2 \|f_k\|^2 \\
\bar{V}_{k+1} - \bar{V}_k &\leq -Q_{\min} \|z_{1k}\|^2 + 2\delta \|z_{1k}\| \|\bar{\Phi}_{11}^T P \bar{\Phi}_{12}\| + 2f_1 \|z_{1k}\| \|\bar{\Phi}_{11}^T P\| + \delta^2 \|\bar{\Phi}_{12}^T P \bar{\Phi}_{12}\| + 2\delta f_1 \|\bar{\Phi}_{12}^T P\| \\
&\quad + f_1^2 \|P\| + \left[(1-\bar{\beta})^2 - 1 \right] \delta^2 + 2f\delta(1-\bar{\beta})^2 \|\bar{G}\| + (1-\bar{\beta})^2 f^2 \|\bar{G}\|^2
\end{aligned} \tag{80}$$

sendo $f_1 = \|\bar{f}_{1k}\|$, $\delta = \|S_k\|$, $f = \|f_k\|$ e Q_{\min} é o valor singular mínimo da matriz $Q = -(\bar{\Phi}_{11}^T P \bar{\Phi}_{11} - P)$.

Para simplicidade, considere:

$$\begin{aligned}
\delta_1 &= \delta \|\bar{\Phi}_{11}^T P \bar{\Phi}_{12}\| + f_1 \|\bar{\Phi}_{11}^T P\|, \\
\delta_2 &= \delta^2 \|\bar{\Phi}_{12}^T P \bar{\Phi}_{12}\| + 2\delta f_1 \|\bar{\Phi}_{12}^T P\| + f_1^2 \|P\| + \left[(1-\bar{\beta})^2 - 1 \right] \delta^2 + 2f\delta(1-\bar{\beta})^2 \|\bar{G}\| + (1-\bar{\beta})^2 f^2 \|\bar{G}\|^2,
\end{aligned}$$

então,

$$\bar{V}_{k+1} - \bar{V}_k \leq -Q_{\min} \|z_{1k}\|^2 + 2\delta_1 \|z_{1k}\| + \delta_2$$

então vale

$$\begin{aligned}
\bar{V}_{k+1} - \bar{V}_k &\leq -Q_{\min} \|z_{1k}\|^2 - 2\delta_1 \|z_{1k}\| + \delta_2 \\
\bar{V}_{k+1} - \bar{V}_k &\leq -Q_{\min} \left(\|z_{1k}\|^2 - \frac{\delta_1 \|z_{1k}\|}{Q_{\min}} \right) + \delta_2 \\
\bar{V}_{k+1} - \bar{V}_k &\leq -Q_{\min} \left(\|z_{1k}\| - \frac{\delta_1}{Q_{\min}} \right)^2 + \frac{\delta_1^2}{Q_{\min}} + \delta_2
\end{aligned}$$

Assim,

$$\bar{V}_{k+1} - \bar{V}_k < 0 \text{ se } \|z_{1k}\| > \frac{\delta_1 + \sqrt{\delta_1^2 + Q_{\min} \delta_2}}{Q_{\min}} = r. \quad (81)$$

Desta forma, a trajetória de estados de z_{1k} entrará em uma bola com centro na origem e raio r . e converge, em modo quase-deslizante e em tempo finito, para a banda limitada por $\delta = \|S_k\| \square$

2.6.2 – Exemplos de Aplicação: Sistemas com Incertezas

Neste tópico a lei de controle com modos deslizantes discreta (CMD), Equações (63) e (64), será aplicada em um sistema de segunda ordem. Os seguintes casos são analisados: sistema discreto com incertezas casadas e sem atraso; sistema discreto com incertezas casadas e não casadas e sem atraso; sistema discreto sem incertezas e com atraso no controle.

Para todos os Exemplos de 11 a 13, com o intuito de comparação dos resultados com o controlador CMD, fez-se o projeto e a simulação no software Matlab/Simulink do sistema controlado por realimentação convencional dos estados, ou seja, utilizando o controle por alocação de polos discreto (CONVENCIONAL) dado no Exemplo 9.

Os resultados de simulações dos Exemplos 11 a 13 para o controle CMD discreto são sempre apresentados nos gráficos na cor vermelha, e os resultados por alocação de polos discreto (CONVENCIONAL) são mostrados na cor azul.

Exemplo 10: Lei de controle discreta CMD suavizada, sistema com incertezas casadas apenas, período de amostragem de 35 ms

Neste exemplo será utilizado o seguinte sistema:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + 2x_2(t) + 1,0 \text{sen}(2\pi 0,5t) + u(t) \end{aligned}$$

sendo que u_k é a lei de controle dada por :

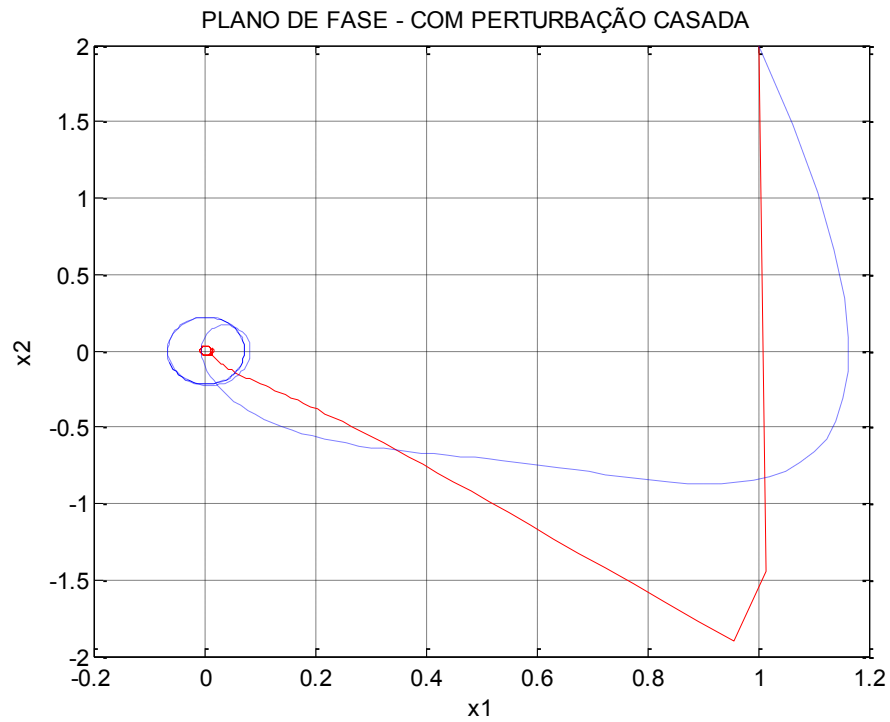
$$u_k = u_k^e + u_k^n = -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I)x_k - 0.5S(x),$$

a superfície de deslizamento S_k é dada por

$$S_k = Gx_k,$$

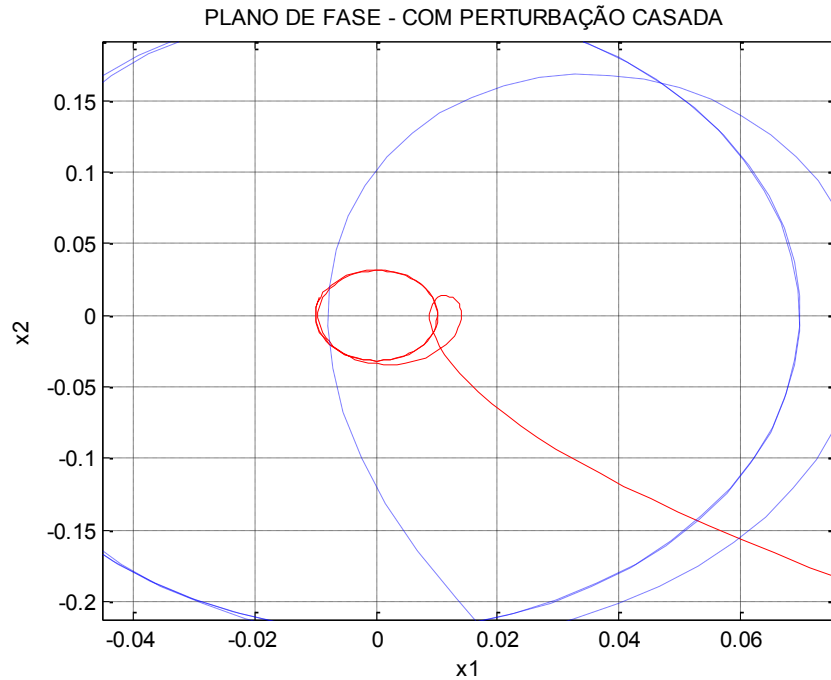
sendo que a matriz de ganhos G foi projetada tal que o sistema de ordem reduzida na condição de deslizamento tenha polo equivalente a “-2”, ou seja, para 35 ms de amostragem, 0,9324. De tal forma que $G = [53,2742 \quad 26,6561]$.

Figura 41 Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 35ms.



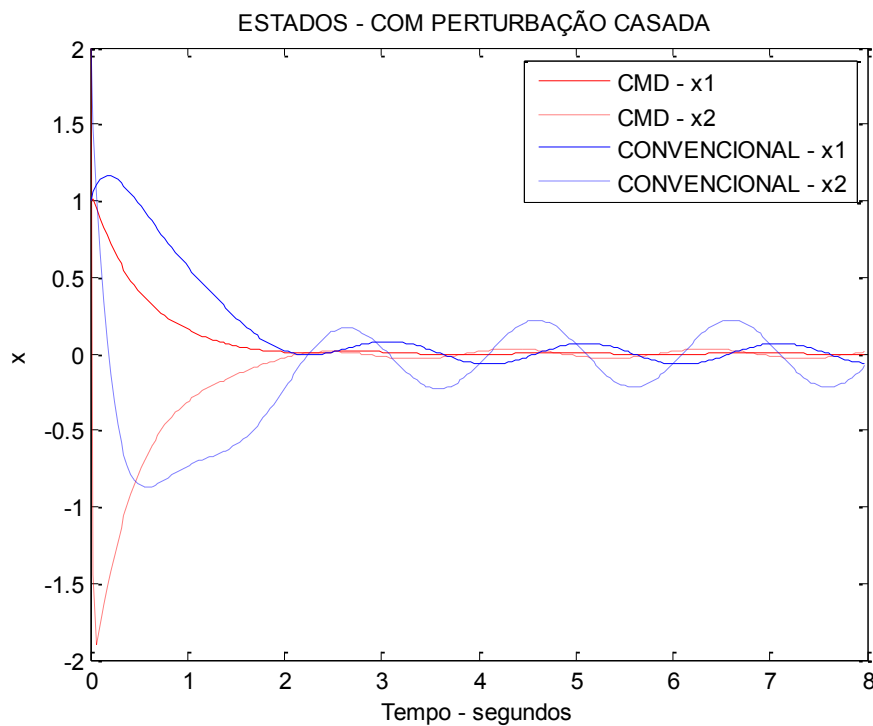
Fonte: Próprio autor

Figura 42 Ampliação da Figura 41: “Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 35ms”.



Fonte: Próprio autor

Figura 43 Comparação dos estados no tempo: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 35ms.



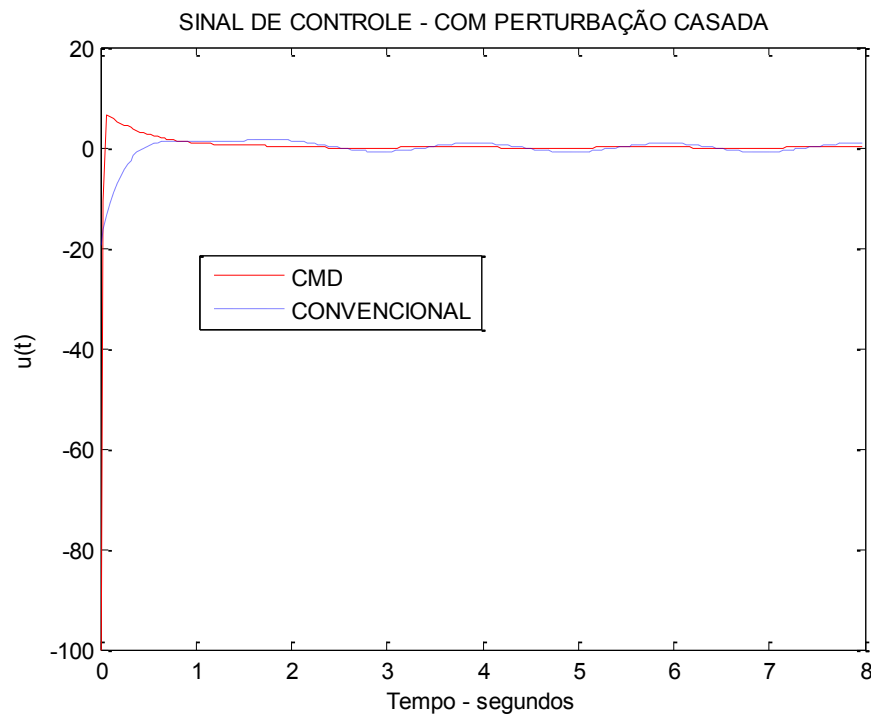
Fonte: Próprio

autor

Nas Figuras 41 e 42, nota-se que o sistema, tanto para o caso controlado pelo CMD quanto controlado pelo CONVENCIONAL, sofreu influência das perturbações casadas. Percebe-se que o controle CONVENCIONAL foi muito influenciado por estas perturbações, contudo o controlador CMD conseguiu maior rejeição destas incertezas casadas, como esperado, e assim demonstrou a vantagem dele em relação ao controle por alocação de polos.

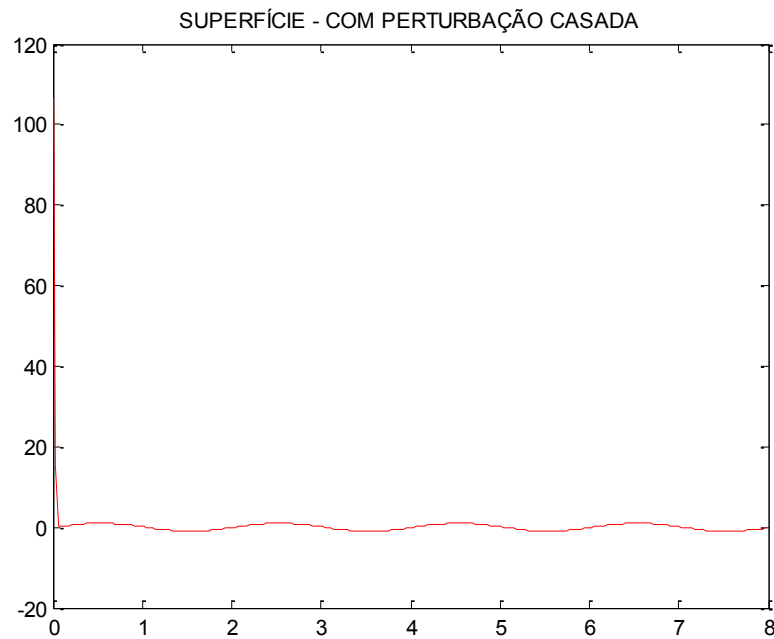
Na Figura 43, fica mais evidente o melhor desempenho do controle CMD em relação ao CONVENCIONAL no quesito de rejeição a perturbações do tipo casadas.

Figura 44 Comparação dos sinais de controle: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 35ms.



Fonte: Próprio autor

Figura 45 Superfície de deslizamento para sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 35ms - controle CMD.



Fonte: Próprio autor

Na Figura 44, têm-se os sinais de controle para quando se utiliza o controle CMD e CONVENCIONAL, o resultado dos dois foram muito semelhantes. A superfície de deslizamento, mostrada na Figura 45, foi alcançada rapidamente pelo controlador CMD, como era desejado.

É comum ter-se incertezas do tipo casadas e não casadas em um mesmo sistema. O o Exemplo 11 a seguir aborda este problema.

Exemplo 11: Lei de controle discreta CMD suavizada, sistema com incertezas casadas e não casadas, período de amostragem de 35 ms

Neste exemplo será utilizado o seguinte sistema:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) + 1,0 \text{sen}(2\pi 0,5t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + 2x_2(t) + 1,0 \text{sen}(2\pi 0,5t) + u(t)\end{aligned}$$

sendo que u_k é a lei de controle dada por :

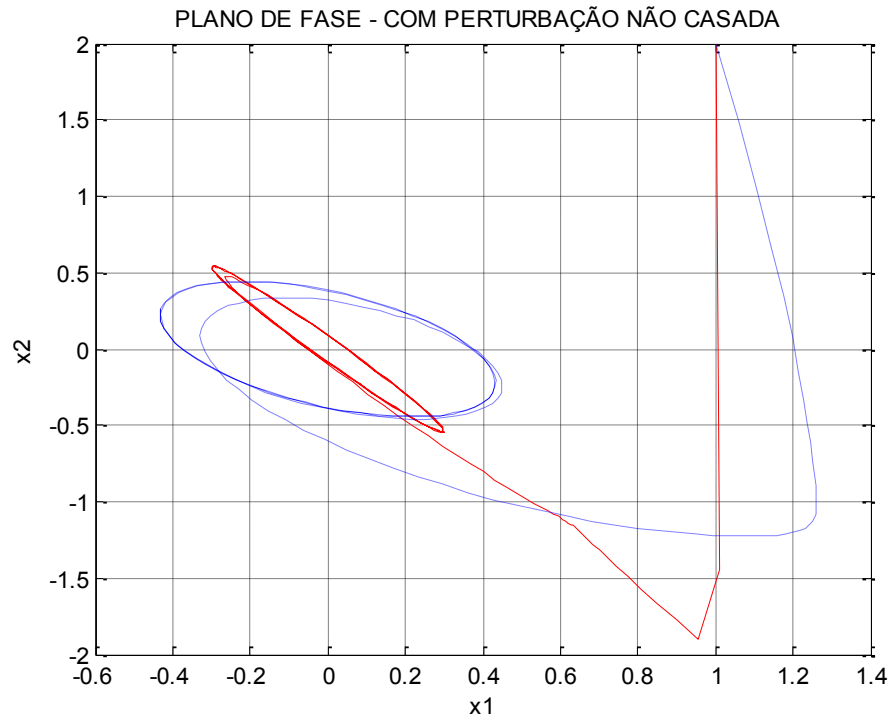
$$u_k = u_k^e + u_k^n = -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I)x_k - 0,50S_k,$$

a superfície de deslizamento S_k é dada por

$$S_k = Gx_k,$$

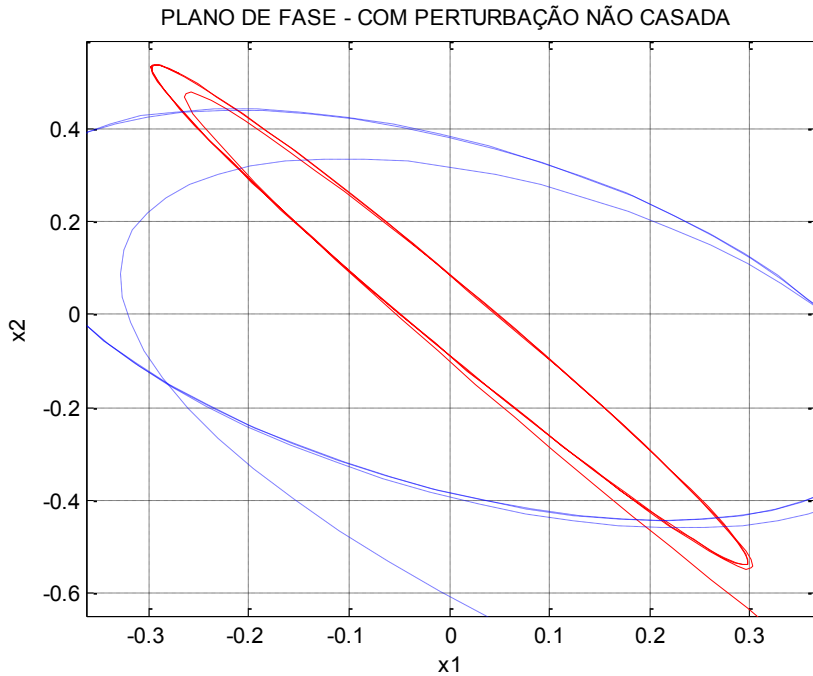
sendo que a matriz de ganhos G possui os mesmos valores do exemplo anterior.

Figura 46 Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto com perturbação casada e não casadas, com período de amostragem igual a 35ms.



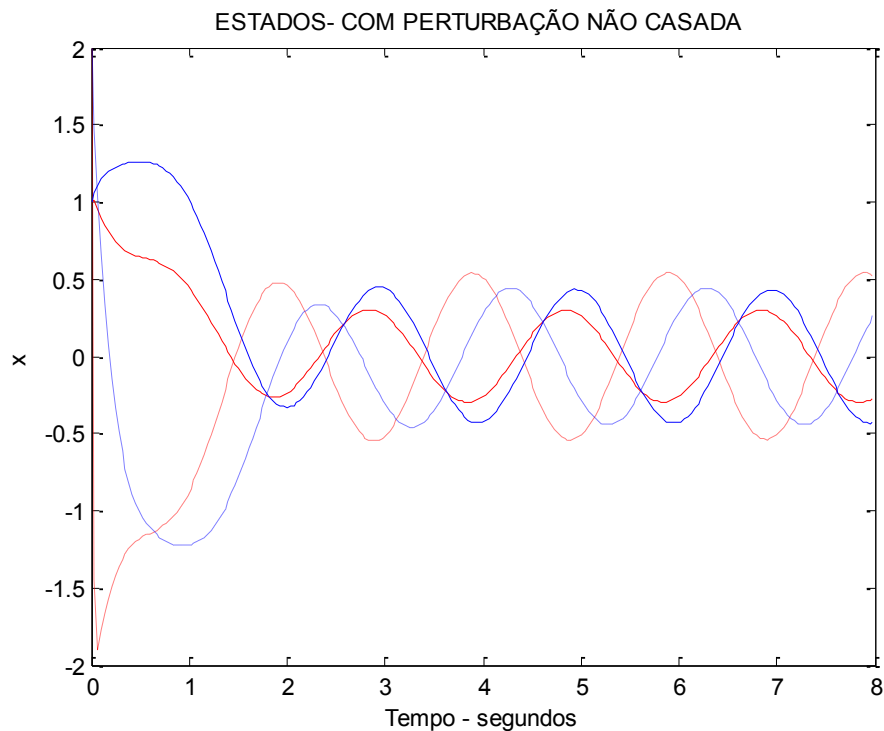
Fonte: Próprio autor

Figura 47 Ampliação da Figura 46: “Comparação dos planos de fase: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto com perturbação casada e não casada, com período de amostragem igual a 35 ms”.



Fonte: Próprio autor

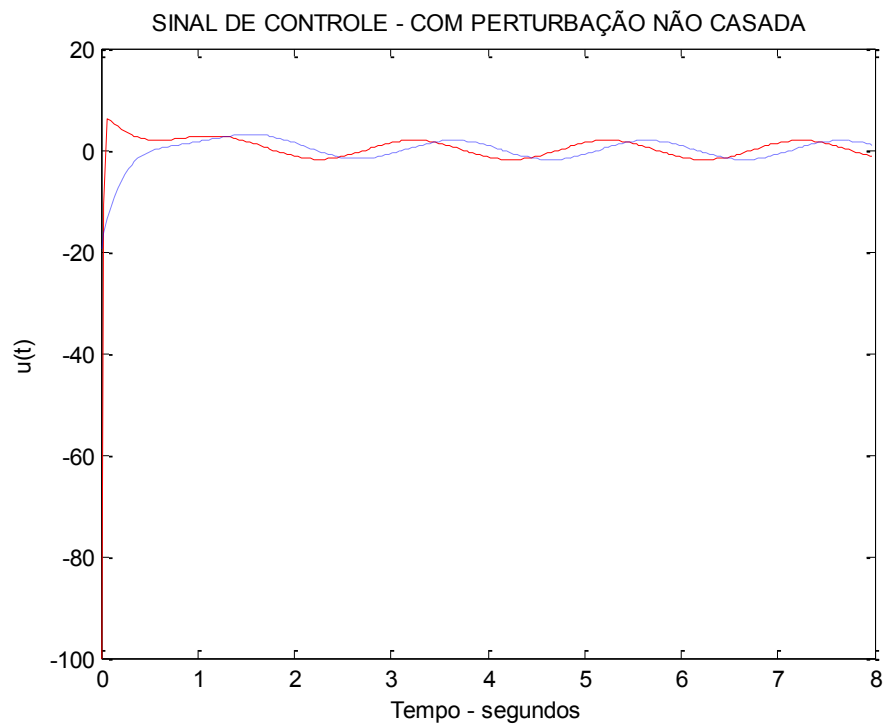
Figura 48 Comparação dos estados no tempo: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto com perturbação casada e não casada, com período de amostragem igual a 35ms.



Fonte: Próprio autor

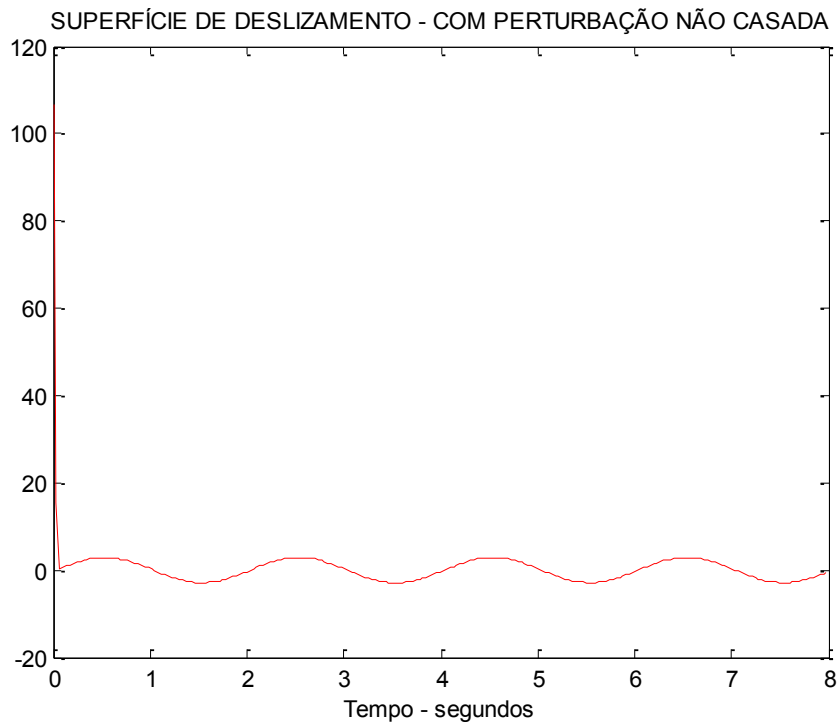
Nas Figuras 46 e 47, nota-se que o sistema sofre influência das incertezas não casadas quando é controlado tanto pelo CMD e quanto pelo controlador CONVENCIONAL. Contudo, isto fica ainda mais evidente na Figura 48, ficando nítido que ambos os controladores não apresentaram resultados satisfatórios para o casado deste exemplo onde há incertezas casadas e não casadas.

Figura 49 Comparação dos sinais de controle: CMD versus CONVENCIONAL, sistema discreto com perturbação casada e não casada, com período de amostragem igual a 35ms.



Fonte: Próprio autor

Figura 50 Superfície de deslizamento para sistema discreto com perturbação casada e não casada, com período de amostragem igual a 35ms - controle CMD.



Fonte: Próprio autor

Pode ser observado nas Figuras 49 e 50, respectivamente, que ambos os controladores tiveram desempenho insatisfatórios, pois não conseguiram rejeitar as perturbações do tipo não casada, lembrando que o CMD consegue rejeitar a parcela da incerteza casada, e que o controle CONVENCIONAL não consegue nem mesmo rejeitar a parcela casada de incertezas.

O controle com modos deslizantes analógico mostrou-se muito sensível ao período de amostragem durante a emulação, conforme foi visto no Exemplo 8. Esta estratégia de controle é também muito sensível a atrasos em sua lei de controle. O Exemplo 12 a seguir demonstra este fato.

Exemplo 12: Lei de controle discreta CMD suavizada, sistema sem incertezas, período de amostragem de 1 ms, com atraso no controle de 10 ms

Neste exemplo será utilizado o seguinte sistema:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + 2x_2(t) + u(t - 0,01) \end{aligned}$$

o qual na forma discretizada, para o período de amostragem de 1 ms, é dado por:

$$\begin{aligned}x_{1k+1} &= x_{1k} + 0,0010x_{2k+1} \\x_{2k+1} &= 0,0010x_{1k} + 1,0020x_{2k} + 0,0010u_{k-10}\end{aligned}$$

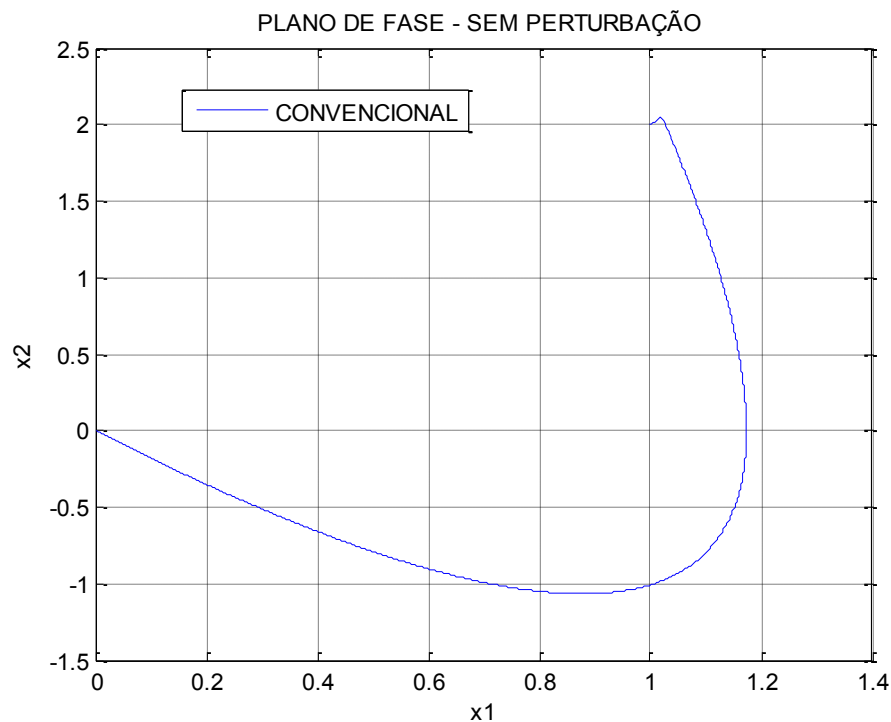
O sistema é controlado por dois controladores separadamente, no primeiro caso ele será controlado pelo CONVENCIONAL discreto e os resultados mostrados nas Figura 51 a 53, em seguida o sistema é controlado pelo CMD discreto e os resultados apresentados nas Figura 54 e 55.

Neste primeiro caso o sistema é controlado apenas por realimentação convencional dos estados. Esta lei de controle é dada por

$$u_k = -Kx_k,$$

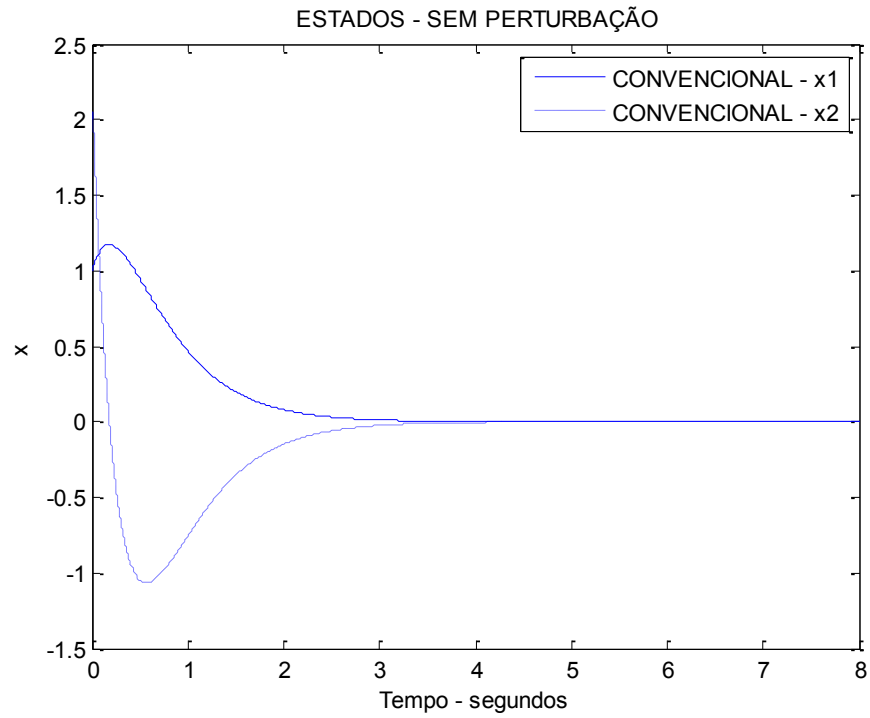
sendo que a matriz de ganhos de realimentação K , foi projetada tal que o sistema em malha fechada tenha autovalores iguais a “-2” e “-3”, ou seja, para 1 ms de amostragem, os autovalores discretos são “0,9980” e “0,9970”. De tal forma que $K = [6,9790 \quad 6,9860]$. Os resultados estão apresentados nas Figuras 51 a 53.

Figura 51 Plano de fase: Controle CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1ms, com atraso no controle.



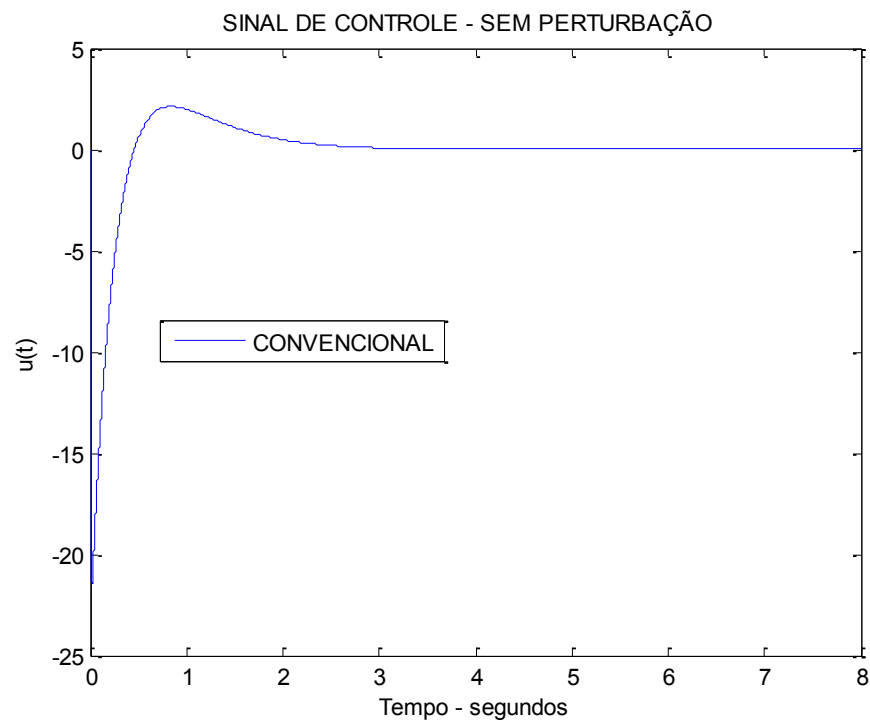
Fonte: Próprio autor

Figura 52 Estados no tempo: Controle CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1ms, com atraso no controle.



Fonte: Próprio autor

Figura 53 Sinal de controle: Controle CONVENCIONAL, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1ms, com atraso no controle.



Fonte: Próprio autor

Nota-se nas Figura 51 a 53, que o atraso não deteriorou o desempenho do sistema controlado pelo CONVENCIONAL, sendo que este levou o sistema para origem sem grandes esforços de controle.

Neste segundo caso, u_k é a lei de controle dada por :

$$u_k = u_k^e + u_k^n = -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I)x_k - 0,50S(x)$$

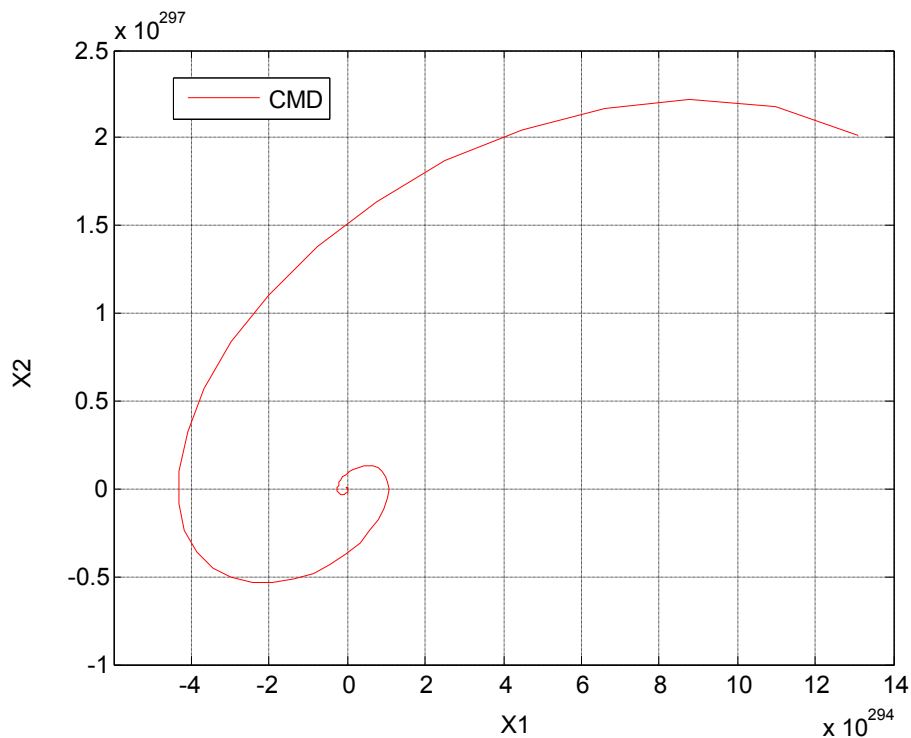
a superfície de deslizamento S_k é dada por

$$S_k = Gx_k,$$

sendo que a matriz de ganhos G foi projetada tal que o sistema de ordem reduzida na condição de deslizamento tenha polo autovalor igual a “-2”, ou seja, para 1 ms de amostragem, os autovalor discreto é “0,9980”. Desta forma resulta em $G = [1996,0 \quad 998,0]$.

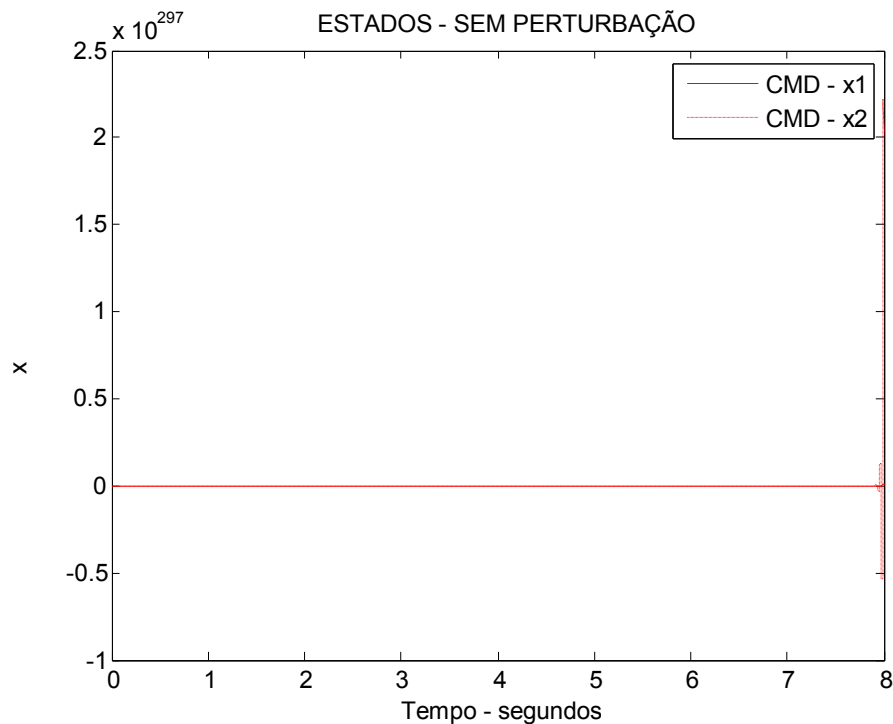
Os resultados são apresentados nas Figuras 54 e 55.

Figura 54 Plano de fase: Controle CMD, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1ms, com atraso no controle.



Fonte: Próprio autor

Figura 55 Estados no tempo: Controle CMD, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1ms, com atraso no controle.



Fonte: Próprio autor

No caso em que o sistema foi controlado pelo CMD discreto, observa-se, nas Figuras 54 e 55, que este foi sensível ao atraso, levando o sistema à instabilidade com apenas 10 períodos de amostragem de atraso no controle. Portanto, deve-se fazer um projeto levando em consideração o atraso no controle, tal como é feito no Capítulo 3.

2.7- CONCLUSÕES PARCIAIS

Neste capítulo, abordou-se o método de controle com modos deslizantes (CMD). Diversas leis foram apresentadas e analisadas em termos de robustez em relação a incertezas e perturbações. Uma grande vantagem deste método é que, quando impõe um modo deslizante ao sistema, este torna-se insensível a incertezas do tipo casadas. Para impor tal condição é necessário que o sinal de controle tenha uma frequência de chaveamento infinita. Isto, na prática, é inviável, de modo que duas consequências são decorrentes deste fato: a rejeição das incertezas casadas é parcial e a trepidação é inevitável, tornando a implementação prática muitas vezes inadequadas, devido ao esforço de controle. Assim, alternativas de leis de controle que evitam a trepidação é um caminho para implementações práticas deste método.

Dentre as alternativas, duas destas leis foram apresentadas e analisadas: uma transforma a função “sinal” em função “sigmóide”; a outra é uma lei de controle suave. Análises de robustez, entretanto, mostraram que, apesar destas leis se mostrarem eficazes quanto ao problema da trepidação, elas rejeitam as incertezas casadas apenas parcialmente. Outra questão importante abordada neste trabalho é a da sensibilidade do CMD em relação ao período de amostragem e ao atraso, em sistemas controlados digitalmente e por comunicação à distância. Em relação ao período de amostragem, técnicas de controle digital aplicadas ao CMD foram utilizadas e mostraram-se eficientes dentro dos limites aceitáveis de rejeição às perturbações casadas. Com respeito ao atraso em redes de comunicação, o próximo capítulo aborda este tema.

3 CONTROLE DISCRETO COM MODOS DESLIZANTES EM SISTEMAS COM ATRASO: ANÁLISE DA ROBUSTEZ E APLICAÇÕES EM EXEMPLO NUMÉRICO DE ORDEM 2

3.1 INTRODUÇÃO

O controle a distância, via rede de comunicação, implica na necessidade de aquisição de dados do processo, da transformação da forma analógica para digital (e vice-versa) e do processamento para geração do sinal de controle. A transmissão dos dados e do sinal de controle, através destas redes, pode gerar atrasos, os quais podem ser de vários períodos de amostragem. Estes atrasos, por sua vez, tendem a deteriorar o desempenho do sistema (HESPANHA; NAGHSHTABRIZI; XU, 2007). Muitas estratégias de controle que são robustas em relação a variações paramétricas e não linearidades da planta apresentam grande sensibilidade quando o atraso está presente, perdendo todas as suas características de robustez. Particularmente, a estratégia de Controle com Modos Deslizantes (CMD) é muito sensível a este tipo de falha.

Neste capítulo considera-se sistemas com controle com modos deslizantes via rede de comunicação sujeita a atrasos. Para minimizar os efeitos do atraso, são utilizados preditores de estados na forma mais simplificada deste, sendo que os estados preditos são utilizados para compor a lei de controle CMD. São feitas análises da robustez e diversos exemplos de simulações em uma planta de segunda ordem são apresentados para corroborar os resultados obtidos nas análises.

3.2 SISTEMAS COM ATRASO DEVIDO A REDE DE COMUNICAÇÃO

Neste trabalho são consideradas plantas com incertezas paramétricas e/ou não linearidades, controladas a distância via rede de comunicação, através de dispositivos digitais. A representação é dada pelo sistema discreto (82) a seguir,

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma v_k + f_k, \quad (82)$$

sendo que $x_k \in \mathfrak{R}^n$ é o vetor de estados, $v_k \in \mathfrak{R}^m$ é o vetor de controle e $f_k \in \mathfrak{R}^n$ é o vetor que representa todas as incertezas paramétricas e não linearidades, desconhecidas, mas limitadas. As matrizes $\Phi_k \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ e $\Gamma_k \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ são constantes com valores considerados nominais da planta, a qual é controlável.

A lei de controle discreta é dada por

$$v(t) = v_k = Fx_k \quad ; \quad k\Delta \leq t < (k+1)\Delta, \quad (83)$$

sendo que Δ é o período de amostragem e $F \in \mathcal{R}^{m \times n}$ é a matriz de ganhos de realimentação de estados cujo o projeto pode ser feito através de métodos diversos. Para o projeto da matriz de ganhos F , neste trabalho, analisa-se a robustez da técnica de Controle com Modos Deslizantes Discreto (CMD) (DECARLO; ZAK; MATTHEWS, 1988). Também, considera-se que o processamento para geração do sinal de controle é feito à distância da planta controlada.

Quando se utiliza rede de comunicação é muito comum o surgimento de atrasos devido ao tempo requerido para a conversão analógica/digital, para o recebimento, processamento de dados e transmissão do sinal de controle. No caso de atraso na aquisição de dados referentes à leitura e transmissão dos estados tem-se

$$v_k = Fx_{k-H_x}, \quad (84)$$

sendo que H_x é o número de períodos de amostragens atrasados. Desta forma, tem-se a equivalência a um sistema com atraso no sinal de controle, da forma

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma u_{k-H_x} + f_k, \quad (85)$$

sendo $u_{k-H_x} = Fx_{k-H_x}$.

Quando ocorre atraso devido ao tempo necessário para transmissão do sinal de controle, tem-se

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma u_{k-H_u} + f_k, \quad (86)$$

sendo que H_u é o número de períodos de amostragens atrasados.

Normalmente estes atrasos ocorrem simultaneamente na rede de comunicação e processamento, de forma que

$$u_{k-H} = Fx_{k-H}, \quad (87)$$

sendo $H = H_x + H_u$. Então tem-se o seguinte sistema:

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma u_{k-H} + f_k. \quad (88)$$

Por outro lado, sabe-se que atrasos nos sinais de controle prejudicam o desempenho do sistema podendo levá-lo, inclusive, à instabilidade (HESPANHA; NAGHSHTABRIZI; XU, 2007). Especificamente, controladores que utilizam Modos Deslizantes são mais sensíveis a estes tipos de falhas. Neste trabalho aborda-se o uso de preditores de estados como forma de minimizar as consequências danosas do atraso.

3.3 PREDITOR DE ESTADO

Para que o sistema (88) fique livre de atraso, a seguinte lei de controle é proposta:

$$u_k = Fx_{k+H}, \quad (89)$$

em que x_{k+H} é o vetor de estados preditos.

Em XIA et al. (2007), apresenta-se um preditor de estados para sistemas discretos com atraso da seguinte forma:

$$\hat{x}_k = \Phi^H x_k + \sum_{i=-H+1}^0 \Phi^{-i} \Gamma u_{k-1+i} \quad (90)$$

Observa-se, na Eq.(90), que para obter os estados preditos utilizam-se diversas amostras passadas do sinal de controle e, a cada período de amostragem, diversos cálculos são necessários. Propõe-se neste trabalho o uso de preditores de estados que não necessitam de amostragens do sinal de controle e não necessitam da realização de operações matemáticas que demandem muito tempo de processamento.

Seja o sistema (88), com a lei de controle (89) e suponha que as incertezas sejam consideradas nulas, ou seja, $f_k = 0$. Então tem-se

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma F x_{(k+H)-H} \\ &= (\Phi + \Gamma F) x_k \\ x_{k+2} &= (\Phi + \Gamma F) x_{k+1} \\ &= (\Phi + \Gamma F)(\Phi + \Gamma F) x_k \\ &= (\Phi + \Gamma F)^2 x_k \\ &\dots \\ x_{k+H} &= \underbrace{(\Phi + \Gamma F)^H}_{\Psi} x_k \end{aligned}$$

Para o número real de amostras atrasadas H desconhecido, define-se o vetor de estados preditos, $x_{k+H} = \hat{x}_k$, como (GUINALDO, 2011)

$$\hat{x}_k = \Psi^{\hat{H}} x_k, \quad (91)$$

sendo $\Psi = [\Phi + \Gamma F]$ uma matriz estável e \hat{H} uma estimativa do atraso real H . Note que,

$$x_k = \Psi^{(-\hat{H})} \hat{x}_k. \quad (92)$$

Deve-se observar que, com a presença das incertezas, ou seja, com $f_k \neq 0$ e $H \neq \hat{H}$, o preditor (91) não é exato.

A proposição a seguir trata da dinâmica do vetor de estado predito utilizado, Eq. (91).

Proposição 3

Dado o sistema incerto (88) com a lei de controle (89) e o preditor dado por (91), então a dinâmica dos estados preditos é dada por

$$\hat{x}_{k+1} = \bar{\Phi} \hat{x}_k + \bar{\Gamma} \bar{u}_k + \Psi^{(\hat{H})} \tilde{e}_k, \quad (93)$$

sendo $\bar{\Phi} = \Psi^{(\hat{H})} \Phi \Psi^{(-\hat{H})}$, $\bar{\Gamma} = \Psi^{(\hat{H})} \Gamma$, $\bar{u}_k = F \Psi^{(-\hat{H})} \hat{x}_k = \bar{F} \hat{x}_k$, $\tilde{e}_k = f_k - \Gamma F e_k$ e $e_k = x_k - \hat{x}_{k-\hat{H}}$

Prova: Devido às incertezas, tem-se que $\hat{x}_{k-\hat{H}} \neq x_k$. Define-se o erro como

$$e_k = x_k - \hat{x}_{k-H}. \quad (94)$$

Da Eq. (91), no instante $k+1$, vem que

$$\hat{x}_{k+1} = \Psi^{(\hat{H})} x_{k+1}. \quad (95)$$

Substituindo a Eq. (88) na Eq. (95), tem-se

$$\hat{x}_{k+1} = \Psi^{(\hat{H})} (\Phi x_k + \Gamma u_{k-H} + f_k). \quad (96)$$

Usando (84) e (92) em (96), obtém-se

$$\hat{x}_{k+1} = \Psi^{(\hat{H})} \left(\Phi \Psi^{(-\hat{H})} \hat{x}_k + \Gamma F \underset{x_k - e_k}{\hat{x}_{k-H}} + f_k \right). \quad (97)$$

Substituindo (94) em (97) e rearranjando chega-se a

$$\hat{x}_{k+1} = \bar{\Phi}\hat{x}_k + \bar{\Gamma}\bar{u}_k + \Psi^{(\hat{H})} \underbrace{(f_k - \Gamma F e_k)}_{\tilde{e}_k}, \quad (98)$$

sendo $\bar{\Phi} = \Psi^{(\hat{H})}\Phi\Psi^{(-\hat{H})}$, $\bar{\Gamma} = \Psi^{(\hat{H})}\Gamma$ e $\bar{u}_k = F\Psi^{(-\hat{H})}\hat{x}_k = \bar{F}\hat{x}_k$. \square

Nota 1: Em malha fechada, o preditor \hat{x}_k , Eq. (98), tem a mesma dinâmica do vetor de estado x_k . Isto pode ser visto através da substituição das Eqs. (89) e (91), no sistema (88),

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma F \hat{x}_{k-H} + f_k. \quad (99)$$

Considerando a definição do erro, Eq. (94), e a definição da matriz Ψ na Eq. (91), chega-se a dinâmica em malha fechada do vetor de estado x_k :

$$x_{k+1} = \underbrace{[\Phi + \Gamma F]}_{\Omega_{MF} = \Psi} x_k + \tilde{e}_k. \quad (100)$$

Por outro lado, pela Eq. (98), a dinâmica em malha fechada do vetor de estados predito \hat{x}_k é

$$\hat{x}_{k+1} = \underbrace{\left\{ \Psi^{\hat{H}} \left[\underbrace{\Phi + \Gamma F}_{\Psi} \right] \Psi^{-\hat{H}} \right\}}_{\bar{\Omega}_{MF} = \Psi} \hat{x}_k + \Psi^{\hat{H}} \tilde{e}_k. \quad (101)$$

Comparando-se as Eqs. (100) e (101) pode-se notar que as matrizes $\bar{\Omega}_{MF}$ e Ω_{MF} são ambas iguais a Ψ . Desta forma, conclui-se que a dinâmica do vetor de estados preditos é a mesma dos estados reais. \square

Nota 2: Pelas Eqs. (100) e (101) pode-se observar que, com o controle (89), a influência das incertezas na dinâmica do sistema aumenta com a presença do atraso, devido ao erro da predição $\tilde{e}_k = f_k - \Gamma F e_k$. Dependendo de cada estratégia de controle adotada para o cálculo de F, haverá maior ou menor influência no desempenho do sistema. No próximo item, a robustez será analisada especificamente para Controle com Modos Deslizantes (CMD). \square

3.4 CONTROLE COM MODOS DESLIZANTES (CMD) EM SISTEMAS DISCRETOS COM ATRASO NO CONTROLE

Para estratégia de Controle com Modos Deslizantes, nesse trabalho, a lei proposta é da forma

$$u(t) = u_k = u_k^{eq} + u_k^N, \quad k\Delta \leq t < (k+1)\Delta, \quad (102)$$

sendo que u_k^{eq} é o vetor controle equivalente e u_k^N é o vetor de controle que tem como função levar a trajetória de estados para uma superfície de deslizamento e fazer com que nela permaneça durante todo tempo, o que torna o sistema menos sensível a determinadas classes de perturbações e/ou incertezas (DECARLO; ZAK; MATTHEWS, 1988).

3.4.1 Projeto de Controle com Modos Deslizantes Discreto em Sistemas com Atraso

Em CMD o controle equivalente u_k^{eq} é primeiramente projetado, posteriormente, projeta-se a parcela u_k^N .

Define-se a superfície de deslizamento S_k como

$$S_k = Gx_k, \quad (103)$$

em que a matriz $G \in \mathcal{R}^{m \times n}$ é projetada tal que os estados permaneçam na superfície de deslizamento S_k , de forma estável para todo k . Um controle equivalente é obtido, para o sistema em deslizamento, através da seguinte condição:

$$S_{k+1} = S_k. \quad (104)$$

Desprezando-se as incertezas e substituindo as Eq. (88) e (103) em (104) tem-se

$$G\Phi x_k + G\Gamma u_{k-H}^{eq} = Gx_k. \quad (105)$$

Assim, para o instante k tem-se

$$u_k^{eq} = F_e x_{k+H}. \quad (106)$$

Utilizando o preditor $x_{k+H} = \hat{x}_k$, definido em (91), obtém-se

$$u_k^{eq} = F_e \hat{x}_k, \quad (107)$$

em que $F_e = -(\Gamma G)^{-1} G(\Phi - I)$ e ΓG é não singular.

A lei de controle u_k^N será agora projetada. Suponha a seguinte função de Lyapunov:

$$V_k = S_k^T S_k. \quad (108)$$

Esta parcela da lei de controle deve proporcionar ao sistema a condição de atratividade ao modo deslizante. Para que isso ocorra a seguinte condição deve ser satisfeita:

$$V_{k+1} < V_k. \quad (109)$$

Pela Eq. (108) tem-se que a Eq. (109) torna-se

$$S_{k+1}^T S_{k+1} < S_k^T S_k. \quad (110)$$

Definindo

$$\Delta S_k = S_{k+1} - S_k, \quad (111)$$

então, ainda desprezando as incertezas, substituindo (88) e (103) em (111), tem-se

$$\Delta S_k = G\Phi x_k + G\Gamma u_{k-H}^{eq} + G\Gamma u_{k-H}^N - Gx_k. \quad (112)$$

Da Eq. (106) substituindo u_{k-H}^{eq} em (112) tem-se que

$$\Delta S_k = G\Gamma u_{k-H}^N. \quad (113)$$

Substituindo $S_k = S_k + \Delta S_{k+1}$ na condição (110), chega-se a

$$\|S_k + G\Gamma u_{k-H}^N\| < \|S_k\|, \quad (114)$$

em que $\|S_k\|$ é a norma euclidiana do vetor $S_k \in \mathfrak{R}^m$.

Uma lei de controle que satisfaz a condição de atratividade (114) é definida como

$$u_k^N = F_n \hat{x}_k, \quad (115)$$

sendo que $\hat{x}_k = x_{k+H}$, $F_n = -(G\Gamma)^{-1} \beta G$ e $\beta \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ é uma matriz diagonal com $0 < \beta_{ii} < 1$, $i = 1, \dots, m$. Desta forma, a lei de controle $u_k = u_k^{eq} + u_k^N$ torna-se

$$u_k = F \hat{x}_k, \quad (116)$$

sendo $F = F_e + F_n$.

3.4.2 Análise da Robustez

Neste item será analisada a robustez do sistema (88) com relação às perturbações e incertezas paramétricas e relativas ao atraso.

Proposição 4

Considere o sistema incerto com atraso (88), com a lei de controle (116). A condição de atratividade (109) é satisfeita se $\|Gx_k\| > \|G\tilde{e}_k\|$, sendo $\tilde{e}_k = f_k - \Gamma F(x_k - \hat{x}_{k-H})$.

Prova: Levando em consideração as incertezas f_k e \hat{H} , a equação (112) torna-se

$$\Delta S_k = G(\Phi x_k + \Gamma u_{k-H} + f_k) - Gx_k. \quad (117)$$

Substituindo as Eqs. (116), (107) e (115) na Eq. (117), chega-se a

$$\Delta S_k = -\beta Gx_k + G\tilde{e}_k, \quad (118)$$

em que $\tilde{e}_k = f_k - \Gamma F e_k$. Substituindo (118) em (109), usando (111) e considerando $\beta_{ii} = \bar{\beta} \in \mathfrak{R}^+$, $i = 1, \dots, m$, tem-se

$$2(1-\bar{\beta})S_k^T G\tilde{e}_k < [1-(1-\bar{\beta})^2] \|S_k\|^2 - \|G\tilde{e}_k\|^2. \quad (119)$$

Se $0 < \bar{\beta} < 1,0$, então $2 > 2(1-\bar{\beta}) > 0$. Desta forma, pode-se rearranjar a condição (119) da seguinte forma:

$$S_k^T G\tilde{e}_k < \varsigma \|S_k\|^2 - \bar{\varsigma} \|G\tilde{e}_k\|^2, \quad (120)$$

sendo $\varsigma = \frac{1-(1-\bar{\beta})^2}{2(1-\bar{\beta})}$ e $\bar{\varsigma} = \frac{1}{2(1-\bar{\beta})}$. Tendo em vista que $0 < \bar{\beta} < 1,0$, então $(\bar{\varsigma} / \varsigma) > 1,0$.

Com isto, pode-se verificar, analogamente à prova da Proposição 1 do item 2.6.1, que a única condição que satisfaz os casos em que $S_k^T G\tilde{e}_k > 0$ e $S_k^T G\tilde{e}_k < 0$ é a seguinte:

$$\frac{\|S_k\|}{\|G\tilde{e}_k\|} > \sqrt{\frac{\bar{\varsigma}}{\varsigma}} > 1,0. \quad (121)$$

Desta forma, para satisfazer (120), $\|S_k\| = \|Gx_k\|$ tem que ser maior do que $\|G\tilde{e}_k\|$. \square

Da Proposição 2, conclui-se que a trajetória de estados será atraída para a superfície de deslizamento enquanto a condição (121) for satisfeita. Isto significa que ao entrar nesta região a trajetória permanecerá dentro dela para todo tempo subsequente.

Proposição 5

Considere o sistema incerto com atraso (88), com a lei de controle (116) e que o número de amostragens atrasadas H seja desconhecido, mas seus limites $[H_{MIN} \ H_{MAX}]$ sejam conhecidos e que \hat{H} é uma estimativa do atraso real H . Considere ainda que as incertezas sejam limitadas, ou seja, $\|f_k\| \leq d_{\max} < \infty$ e que a condição $\|Gx_k\| > \|G\tilde{e}_k\|$ é satisfeita. Então $\|G\tilde{e}_k\|$ também será limitada.

$$e_{k+1} = \sum_{i=0}^{H-1} \left\{ \Psi^{-[i-(H-1)]} \left[\underbrace{f_{k+1-H+i} - (\Gamma F)e_{k+1-H+i}}_{\tilde{e}_{k+1-H+i}} \right] \right\} + \underbrace{[\Psi^H - \Psi^{\hat{H}}]}_{\Psi_f} x_{k-H+1} . \quad (124)$$

Mas o sistema incerto em malha fechada é $x_{k+1} = \Psi x_k + \tilde{e}_k$, então, $x_{k-H+1} = \Psi x_{k-H} + \tilde{e}_{k-H}$. Evoluindo x_{k-H} para N amostragens futuras tem-se a seguinte sequência:

$$\begin{aligned} x_{k-H+1} &= \Psi x_{k-H} + \tilde{e}_{k-H} \\ x_{k-H+2} &= \Psi x_{k-H+1} + \tilde{e}_{k-H+1} \\ &\quad \Psi x_{k-H} + \tilde{e}_{k-H} \\ &= \Psi^2 x_{k-H} + \Psi \tilde{e}_{k-H} + \tilde{e}_{k-H+1} \\ &\dots \\ x_{k-H+N} &= \Psi^N x_{k-H} + \sum_{i=0}^{N-1} \Psi^{-[i-(N-1)]} \tilde{e}_{k-H+i} \end{aligned}$$

Expandindo-se também a Eq. (124) para N amostras futuras tem-se

$$\begin{aligned} e_{k+N} &= \sum_{i=0}^{H-1} \left\{ \Psi^{-[i-(H-1)]} \left[\underbrace{f_{k+N-H+i} - (\Gamma F)e_{k+N-H+i}}_{\tilde{e}_{k+N-H+i}} \right] \right\} + [\Psi_f] \underbrace{\left[x_{k-H+N} \right]}_{\left[\Psi^N x_{k-H} + \sum_{i=0}^{N-1} \Psi^{-[i-(N-1)]} \tilde{e}_{k-H+i} \right]} \\ e_{k+N} &= \sum_{i=0}^{H-1} \Psi^{-[i-(H-1)]} [f_{k+N-H+i}] - \sum_{i=0}^{H-1} \Psi^{-[i-(H-1)]} (\Gamma F) e_{k+N-H+i} \\ &\quad + [\Psi_f] [\Psi^N] x_{k-H} + [\Psi_f] \left[\sum_{i=0}^{N-1} \Psi^{-[i-(N-1)]} \underbrace{\tilde{e}_{k-H+i}}_{[f_{k-H+i} - (\Gamma F)e_{k-H+i}]} \right] \\ e_{k+N} + \sum_{i=0}^{H-1} \Psi^{-[i-(H-1)]} (\Gamma F) e_{k+N-H+i} &= \sum_{i=0}^{H-1} \Psi^{-[i-(H-1)]} [f_{k+N-H+i}] \\ &\quad + [\Psi_f] [\Psi^N] x_{k-H} + [\Psi_f] \sum_{i=0}^{N-1} \Psi^{-[i-(N-1)]} [f_{k-H+i}] - [\Psi_f] \sum_{i=0}^{N-1} \Psi^{-[i-(N-1)]} [(\Gamma F) e_{k-H+i}] \\ e_{k+N} + \sum_{i=0}^{H-1} \Psi^{-[i-(H-1)]} (\Gamma F) e_{k+N-H+i} &+ [\Psi_f] \sum_{i=0}^{N-1} \Psi^{-[i-(N-1)]} [(\Gamma F) e_{k-H+i}] = \\ &[\Psi_f] [\Psi^N] x_{k-H} + \sum_{i=0}^{H-1} \Psi^{-[i-(H-1)]} [f_{k+N-H+i}] + [\Psi_f] \sum_{i=0}^{N-1} \Psi^{-[i-(N-1)]} [f_{k-H+i}] \end{aligned} \quad (125)$$

sendo $\Psi_f = \Psi^H - \Psi^{\hat{H}}$.

Como f_k tem norma limitada d_{\max} , suponha por simplicidade, e sem perda de generalidade, que este vetor seja constante, $f_k = f$, tal que $\|f\| = d_{\max}$. Desta forma, na Eq. (125), fazendo para e_{k+N} , tem-se:

$$\begin{aligned}
e_{k+N} + \left\{ \sum_{i=0}^{H-1} \Psi^{-[i-(H-1)]} (\Gamma F) [e_{k-H+i+N}] \right\} + \underbrace{\left\{ \Psi_f \sum_{j=0}^{N-1} \Psi^{-[i-(N-1)]} (\Gamma F) [e_{k-H+j}] \right\}}_{\lim N, k \rightarrow \infty} & \quad (126) \\
= \underbrace{\Psi_f \Psi^N}_{\lim N, k \rightarrow \infty: \text{Zero}} [x_{k-H}] + \underbrace{\left\{ \Psi_f \sum_{j=0}^{N-1} \Psi^{-[i-(N-1)]} + \sum_{i=0}^{H-1} \Psi^{-[i-(H-1)]} \right\}}_{\lim N, k \rightarrow \infty: \text{CONSTANTE}} f
\end{aligned}$$

Como a matriz de malha fechada Ψ é projetada para ser estável, ou seja, todos os seus autovalores têm módulos menores do “1”, então valem as seguintes equações:

$$\lim_{k, N \rightarrow \infty} \left\{ \Psi_f \sum_{j=0}^{N-1} \Psi^{-[i-(N-1)]} + \sum_{i=0}^{H-1} \Psi^{-[i-(H-1)]} \right\} = \Upsilon, \text{ com } \|\Upsilon\| \text{ limitada}; \quad (127)$$

$$\lim_{k, N \rightarrow \infty} \{\Psi_f \Psi^N\} = 0, \text{ pois } \lim_{k, N \rightarrow \infty} \{\Psi^N\} = 0; \quad (128)$$

$$\lim_{k, N \rightarrow \infty} \left\{ \Psi_f \sum_{j=0}^{N-1} \Psi^{(N-1-j)} \right\} = \text{Constante}; \quad (129)$$

$$\lim_{k, N \rightarrow \infty} \left\{ \sum_{i=0}^{H-1} \Psi^{(H-1-i)} \right\} = \text{Constante}. \quad (130)$$

Neste caso, para que (126) seja satisfeita, então e_k também deve evoluir para um valor constante, conforme $k, N \rightarrow \infty$, de forma que $\lim_{k, N \rightarrow \infty} \{e_k\} = e = \text{constante}$, sendo $\|e\| = b_{\max}$.

Assim, conclui-se que:

$$\lim_{k, N \rightarrow \infty} \|e_k\| = b_{\max} < \infty, \quad (131)$$

e

$$\lim_{k, N \rightarrow \infty} \|\tilde{e}_k\| = \bar{b}_{\max} < \infty. \quad (132)$$

Desta forma, $\|G\tilde{e}_k\|$ também é limitada. \square

Nota 3

Considere que as incertezas sejam constantes, $f_k = f$, com $\|f\| = d_{\max}$. Portanto o erro também evoluirá para um valor constante “ e ”, com $\|e\| = b_{\max}$. Desta forma, o sistema deve entrar em deslizamento e permanecer nesta condição para todo k , até entrar em regime permanente dentro da vizinhança do ponto de equilíbrio ideal. Portanto, o valor máximo do atraso para que isto ocorra, H_{\max} , deverá ser tal que o valor escolhido de $\bar{\beta} = \beta_{ii}$, $i = 1, \dots, m$, da parcela de controle $u_k^N = F_n \hat{x}_k$, Eq. (115), mantenha a condição $\|Gx_k\| > \|G\tilde{e}_k\| = \|G[f_k - \Gamma Fe_k]\|$ até que a trajetória de estados entre em regime permanente, na vizinhança da origem. O valor da norma do erro, $\|e\| = b_{\max}$, é estabelecido, conforme pode ser visto na Eq. (126), pela parcela:

$$\left\{ \underbrace{\Psi_f \sum_{j=0}^{N-1} \Psi^{(N-1-j)} + \sum_{i=0}^{H-1} \Psi^{(H-1-i)}}_{\lim_{N,k \rightarrow \infty} \text{CONSTANTE}} \right\} f.$$

Então, além da norma do vetor de distúrbio, o número de períodos de atraso H também influencia no valor da norma do erro, $\|e\| = b_{\max}$. Quanto maior o valor de H , maior será o valor de $\|e\| = b_{\max}$ e, portanto, maior será o valor de $\|f_k - \Gamma Fe_k\|$. Este fato impõe um limite de número máximo de amostras H_{\max} , no qual é possível viabilizar a condição de atratividade para o controle com modos deslizantes.

Proposição 6

Considere o sistema que não possui atraso, da forma

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma v_k + f_k, \quad (133)$$

em que a lei de controle com modos deslizantes, não utiliza preditores, ou seja

$$v_k = Fx_k, \quad (134)$$

sendo $F = F_e + F_n$. Então, a condição de atratividade (109) é satisfeita se $\|Gx_k\| > \|Gf_k\|$.

Prova: Neste caso em que não há necessidade do uso de preditor, então $\tilde{e}_k = f_k$. E a prova é semelhante à prova da Proposição 4. Portanto a condição de atratividade é $\|Gx_k\| > \|Gf_k\|$. \square

Nota 4: Para o sistema com atraso (88) a condição de atratividade é $\|Gx_k\| > \|G\tilde{e}_k\|$. Para o sistema sem atraso (133) a condição é $\|Gx_k\| > \|Gf_k\|$. Como $\tilde{e}_k = f_k - \Gamma F e_k$, o uso dos preditores estabiliza o sistema com atraso, no entanto altera a região em que a condição de atratividade não é satisfeita, o que poderá aumentar a influência das incertezas no desempenho do sistema em regime permanente. □

Nos exemplos a seguir, os resultados obtidos nas proposições e nas notas são validados. Também, são feitas comparações entre o desempenho do Controle com Modos Deslizantes (CMD) com o desempenho de um controle convencional por alocação de polos (CONV).

Exemplo 13: Lei de controle discreta CMD-P1 suavizada, sistema sem incertezas, período de amostragem de 1 ms, com atraso no controle igual a 20 ms

Neste exemplo utiliza-se o seguinte sistema:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + 2x_2(t) + u(t - 0,02)\end{aligned}$$

O período de amostragem é de 1 ms e o atraso é de 20 períodos de amostragem, ou seja ,

$$\begin{aligned}x_{1\ k+1} &= x_{1\ k} + 0,0010x_{2\ k} \\ x_{2\ k+1} &= 0,0010x_{1\ k} + 1,0020x_{2\ k} + 0,0010u_{k-20}\end{aligned}$$

A superfície de deslizamento S_k é dada por

$$S_k = Gx_k,$$

sendo que a matriz de ganhos G foi projetada tal que o sistema de ordem reduzida na condição de deslizamento tenha autovalor equivalente a “-2”, ou seja, para 1ms de amostragem o autovalor será igual a “0,9980”. De tal forma que resulta em $G = [1996,0 \quad 998,0]$.

A lei de controle CMD-P1 é dada por:

$$u_k = u_k^e + u_k^n = (F_{eq} + F_n)\hat{x}_k = F\hat{x}_k,$$

com

$$F_{eq} = -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) = [-1,0000 \quad -3,9965]$$

$$F_n = -(G\Gamma)^{-1} \beta G = [-99,8002 \quad -49,9001]$$

$$F = F_{eq} + F_n$$

$$\hat{x}_k = \Psi^H x_k = \begin{bmatrix} 0,9852 & 0,0122 \\ -1,2535 & 0,3340 \end{bmatrix} x_k$$

$$\Psi = (\Phi + \Gamma F).$$

Para comparação, também foi simulado no software Matlab/Simulink o sistema controlado por realimentação convencional dos estados. Esta lei de controle, CONV-P1, é dada por

$$u_k = -K\hat{x}_k$$

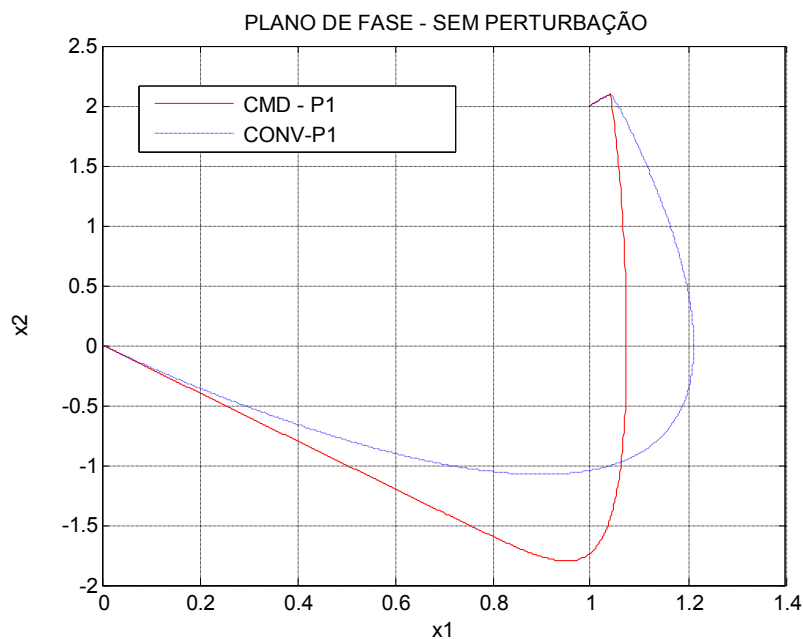
sendo que a matriz de ganhos de realimentação K , foi projetada tal que o sistema em malha fechada tenha autovalores equivalentes a "-2" e "-3", ou seja, para 1ms de amostragem os autovalores serão iguais a "0,9980" e "0,9970". De tal forma que resulta em $K = [6.9790 \quad 6.9860]$.

O vetor de estado estimado \hat{x}_k é obtido por

$$\hat{x}_k = (\Phi - \Gamma K)^H x_k = \begin{bmatrix} 0.9988 & 0.0190 \\ -0.1141 & 0.9037 \end{bmatrix} x_k.$$

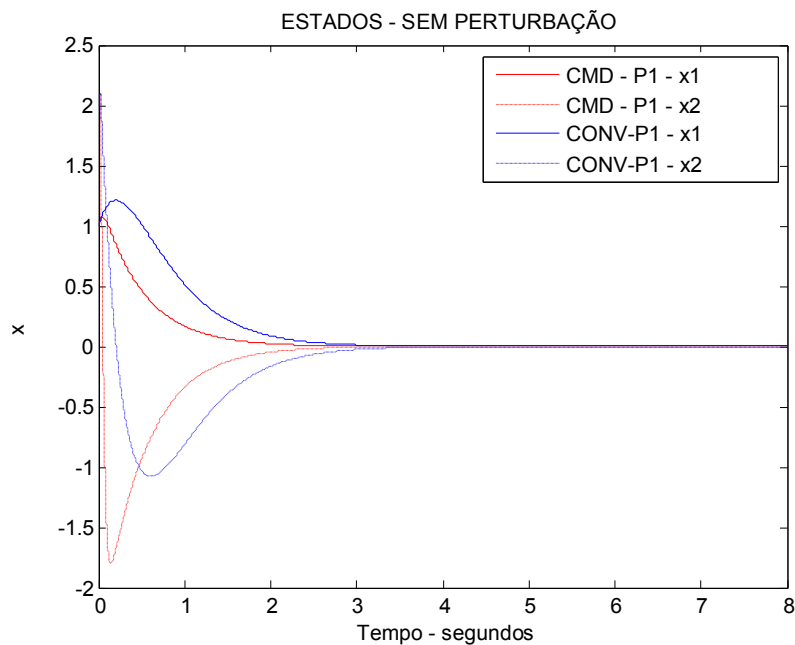
Os resultados das simulações deste exemplo, para o controle CMD-P1, são sempre apresentados nos gráficos na cor vermelha, e os resultados por alocação de polos (CONV-P1) são mostrados na cor azul.

Figura 56 Comparação dos planos de fase: CMD-P1 versus CONV-P1, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1 ms.



Fonte: Próprio autor

Figura 57 Comparação dos estados no tempo: CMD-P1 versus CONV-P1, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1 ms.

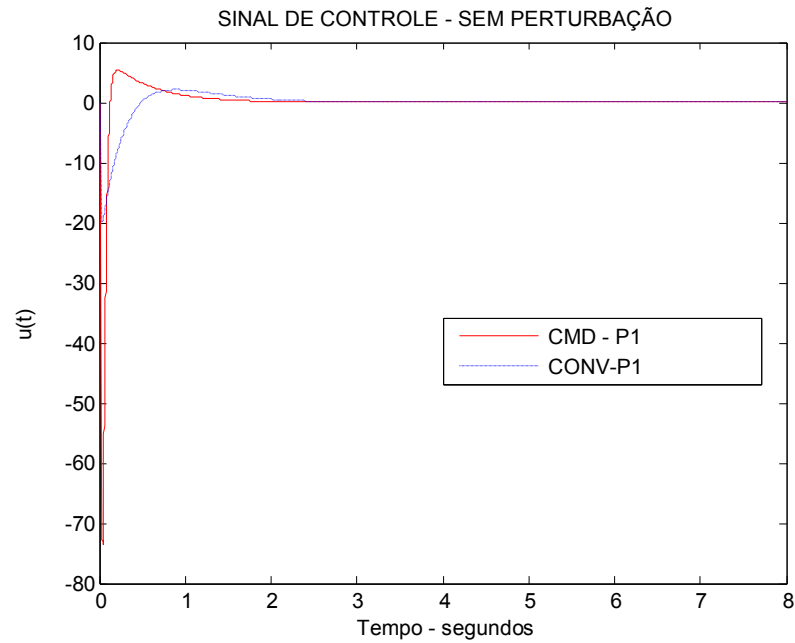


Fonte: Próprio autor

Nota-se nas Figuras 56 e 57 que agora o sistema apresentou resultados satisfatórios, algo que não aconteceu no Exemplo 12 em que havia atraso de 10 amostras. O fato de os

resultados obtidos serem desta forma deve-se ao preditor P1 utilizado neste sistema o qual mostrou-se eficiente em relação ao problema do atraso.

Figura 58 Comparação dos sinais de controle: CMD-P1 versus CONV-P1, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1 ms.



Fonte: Próprio autor

Na Figura 58, tem-se os sinais de controle para quando utilizado o controle CMD-P1 e o CONV-P1 separadamente. Nota-se que esses sinais são aceitáveis com valores não muito elevados e, portanto, o preditor P1 foi eficiente sem exigir esforços de controle elevados.

Figura 59 Superfície de deslizamento para sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1 ms - controle CMD-P1.



Fonte: Próprio autor

Nota-se na Figura 59, que o sistema atingiu a superfície de deslizamento rapidamente e que, portanto, o preditor P1 desempenhou o papel proposto.

Exemplo 14: Lei de controle discreta CMD-P1, sistema com incertezas do tipo casada, período de amostragem de 1 ms, com atraso no controle de 20 ms.

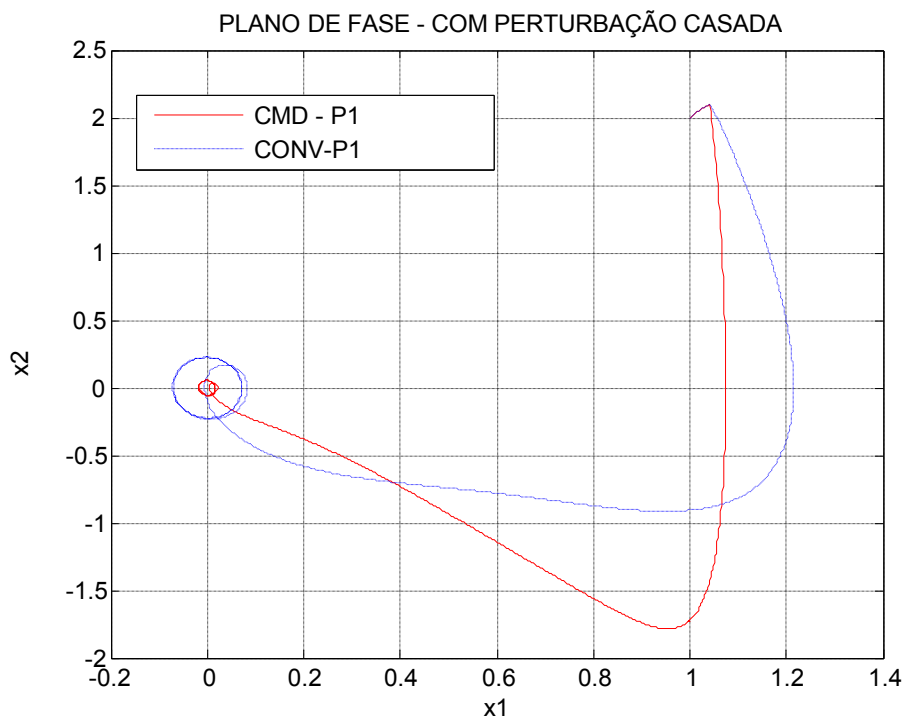
Neste exemplo utiliza-se o seguinte sistema:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + 2x_2(t) + 1,0\text{sen}(2\pi 0,5t) + u(t - 0,02)\end{aligned}$$

Portanto o atraso é de 20 períodos de amostragens. A lei de controle CMD-P1 é dada da mesma forma do Exemplo 13.

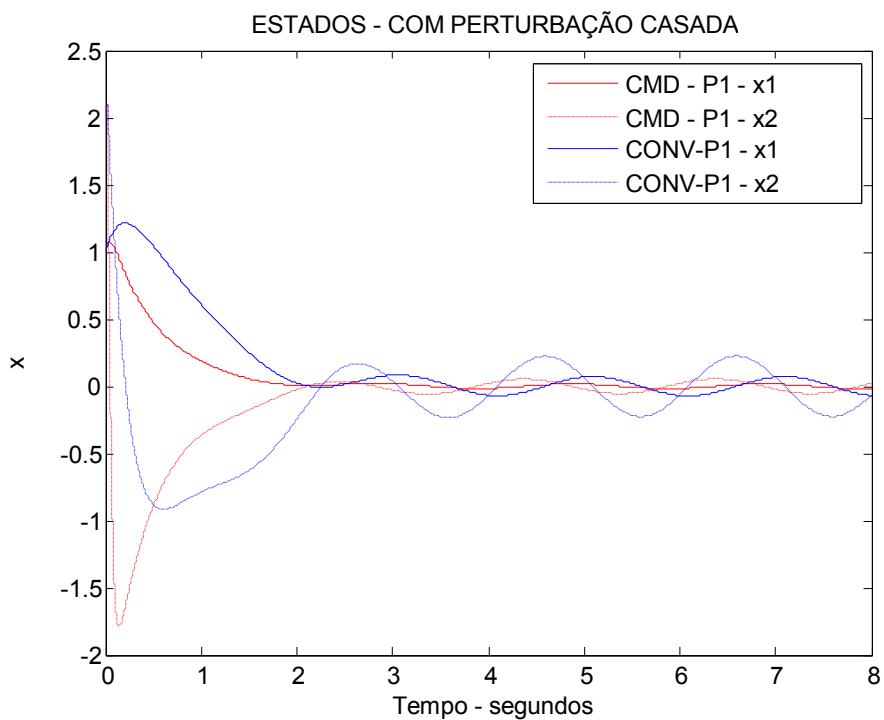
Para comparação, também foi simulado no software Matlab/Simulink o sistema deste exemplo utilizando o controlador por realimentação convencional (CONV-P1) igual ao do Exemplo 13. Os resultados são apresentados nas Figuras 60 a 63.

Figura 60 Comparação dos planos de fase: CMD versus CONV-P1, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms.



Fonte: Próprio autor

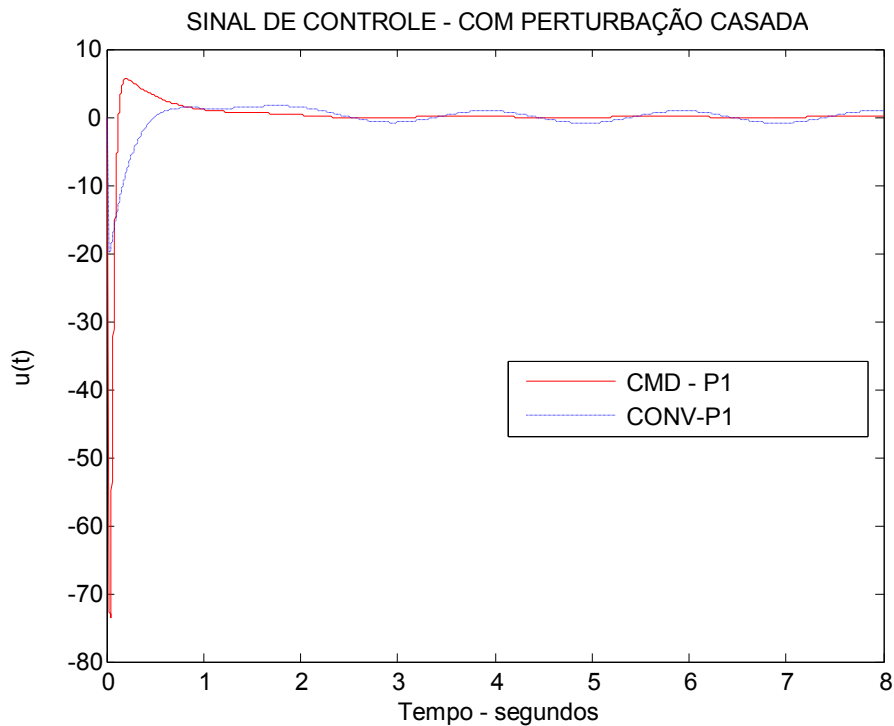
Figura 61 Comparação dos estados no tempo: CMD versus CONV-P1, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms.



Fonte: Próprio autor

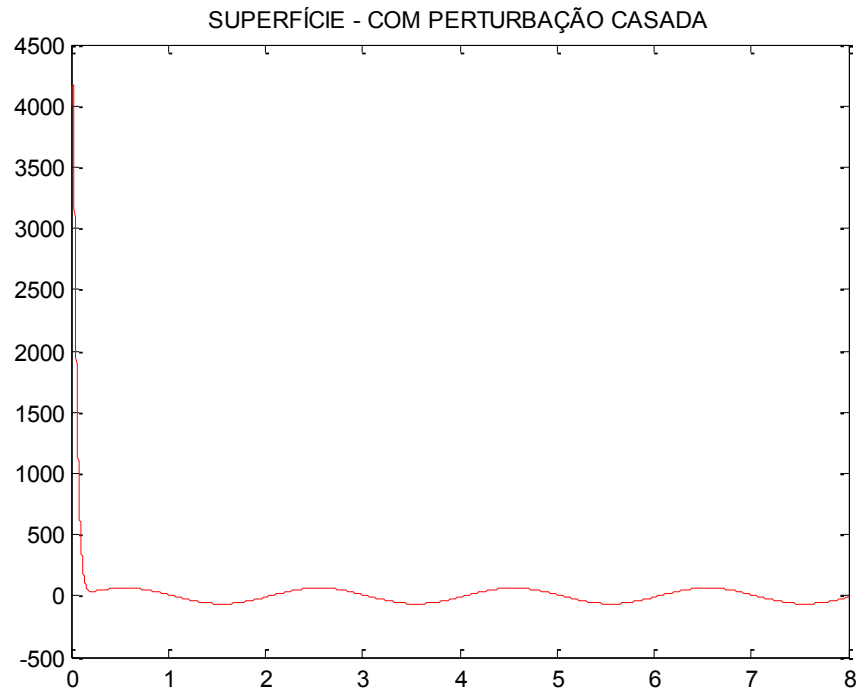
Neste exemplo, tem-se perturbações do tipo casadas no sistema. Como pode ser visto nas Figuras 60 e 61, o sistema controlado pelo CMD-P1 apresenta, nitidamente, menor influência das incertezas casadas do que o sistema controlado pelo CONV-P1, como é esperado. Em relação ao atraso, nota-se que ambos os controladores estabilizaram o sistema devido ao uso dos respectivos preditores, o que demonstra êxito dos projetos.

Figura 62 Comparação dos sinais de controle: CMD versus CONV-P1, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms.



Fonte: Próprio autor

Figura 63 Superfície de deslizamento para sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms - controle CMD-P1.



Fonte: Próprio autor

Nota-se na Figura 62, que os sinais de controle tem valores aceitáveis, e semelhante aos do exemplo anterior. Pela Figura 63, observa-se que o sistema atingiu a superfície de deslizamento rapidamente, como desejado, contudo há uma oscilação da superfície de deslizamento devido à influência das incertezas casadas, ou seja, a trajetória fica em torno do deslizamento ideal. Isto vem corroborar o que foi demonstrado na Proposição 5, na qual foi demonstrado que a região de “não-atratividade” aumenta proporcionalmente ao erro do preditor devido as incertezas não conhecidas. Também, conforme Nota 4, o erro de regime é limitado. Portanto, mesmo havendo incertezas do tipo casadas no sistema, o projeto utilizando preditores P1 mostrou-se eficiente em termos de estabilização do sistema.

Compilação dos resultados dos Exemplos 13 e 14, incluindo sistemas sem atraso utilizando os controladores CMD e CONV, separadamente.

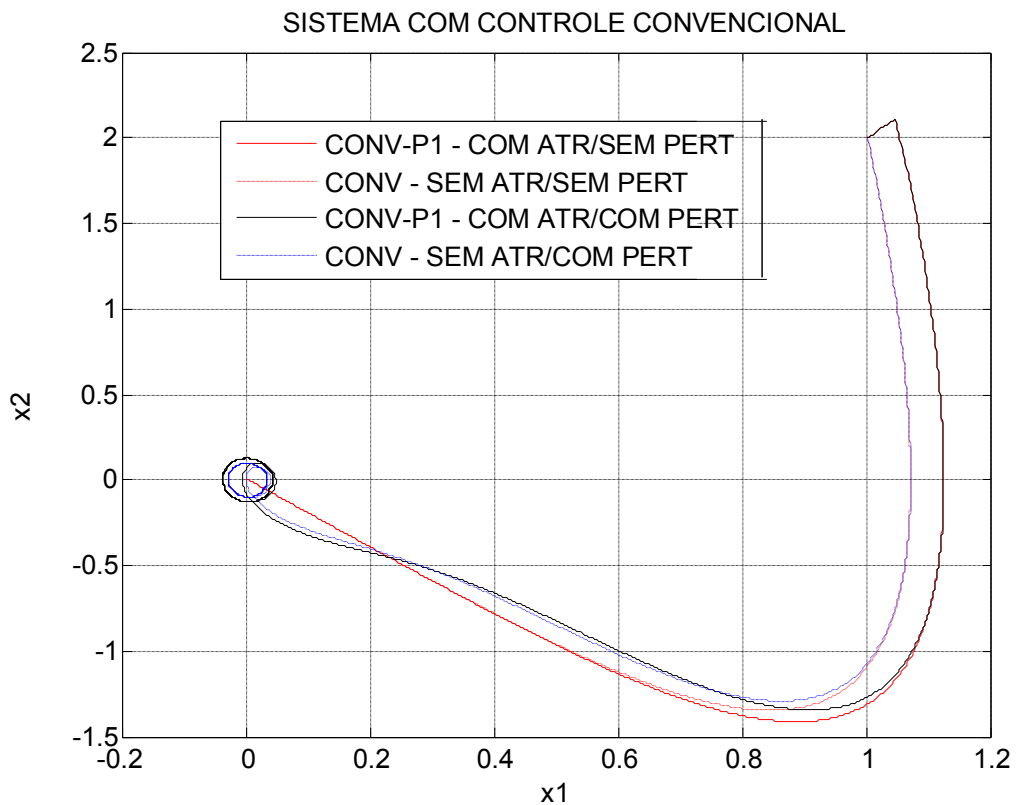
Na Figura 64, são apresentados, sobrepostos, os planos de fases para os seguintes casos:

- Sistema discreto sem perturbação, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms controlado pelo CONV-P1;

- Sistema discreto com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms controlado pelo CONV-P1;
- Sistema discreto sem perturbação, sem atraso, com período de amostragem igual a 1 ms controlado pelo CONV;
- Sistema discreto com perturbação, sem atraso, com período de amostragem igual a 1 ms controlado pelo CONV.

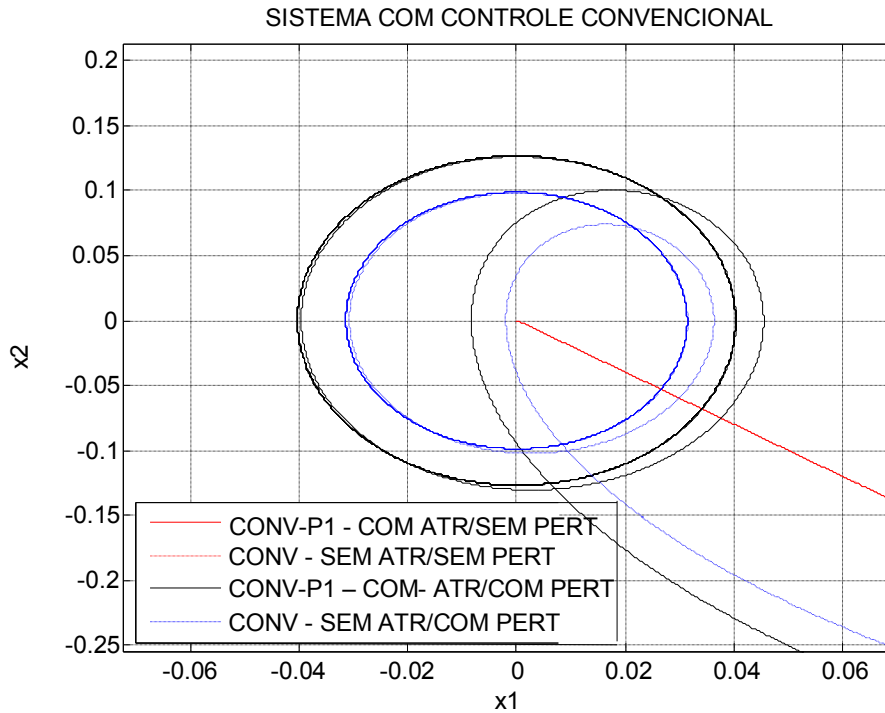
A Figura 65 é uma ampliação da Figura 64.

Figura 64 Comparação dos planos de fase: controle CONV-P1, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms; controle CONV, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, sem atraso, , com período de amostragem igual a 1 ms”.



Fonte: Próprio autor

Figura 65 Ampliação da Figura 64: “Comparação dos planos de fase: controle CONV-P1, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms; controle CONV, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms”.



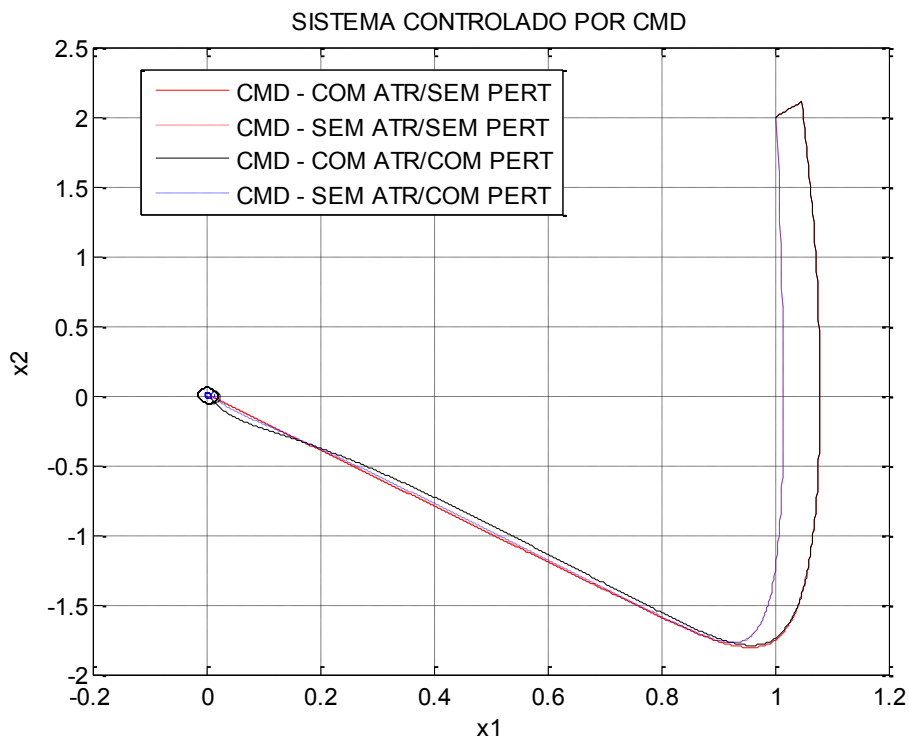
Fonte: Próprio autor

Na Figura 66, são apresentados, sobrepostos, os planos de fases para os seguintes casos:

- Sistema discreto sem perturbação, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms controlado pelo CMD-P1;
- Sistema discreto com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms controlado pelo CMD-P1;
- Sistema discreto sem perturbação, sem atraso, com período de amostragem igual a 1 ms controlado pelo CMD;
- Sistema discreto com perturbação, sem atraso, com período de amostragem igual a 1 ms controlado pelo CMD.

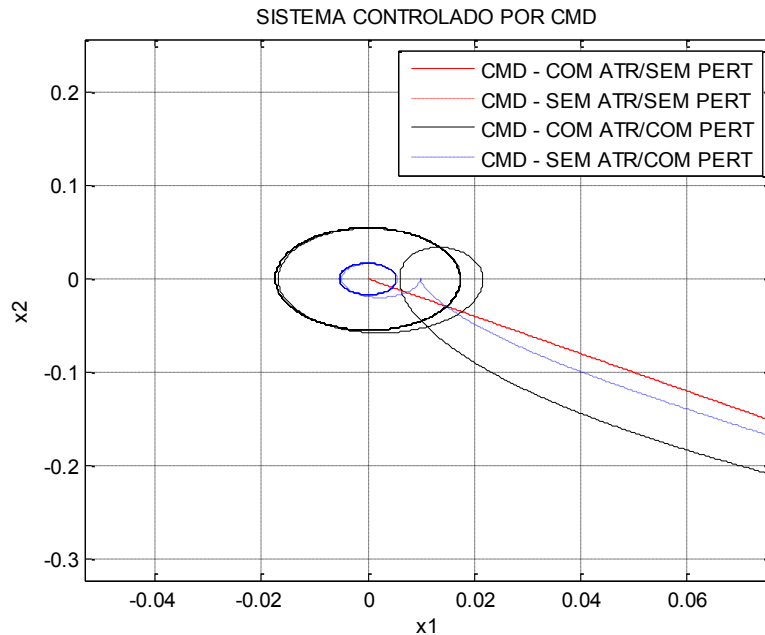
A Figura 67 é uma ampliação da Figura 66.

Figura 66 Comparação dos planos de fase: controle CMD-P1, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms; controle CMD, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, sem atraso, com período de amostragem igual a 1 ms.



Fonte: Próprio autor

Figura 67 Ampliação da Figura 66: “Comparação dos planos de fase: controle CMD-P1, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms; controle CMD, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, sem atraso, com período de amostragem igual a 1 ms”.



Fonte: Próprio autor

Sendo as Figuras 65 e 67 ampliação das Figuras 64 e 66 respectivamente, nota-se que todos os controladores para todos os casos, inclusive na presença de atraso, conseguiram levar o sistema para origem.

Quando ocorre incertezas, mesmo sendo casadas, estas influenciam o desempenho do sistema, com atraso ou sem atraso. Isto remete para as Proposições 5 e 6.

No entanto, no caso em que há o preditor atuando no sistema com atraso e com incertezas casadas nota-se que o sistema sofre maior influência destas incertezas do que no caso em que há incertezas no sistema mas não há atraso nem uso de preditores. Isto ocorre para qualquer dos quatro tipos de controladores utilizados. Estes resultados corroboram com a Nota 4.

Contudo, comparando-se as Figuras 64 e 66 que estão na mesma escala, e que tem respectivamente os controladores CONV/CONV-P1 e CMD/CMD-P1 atuando, percebe-se claramente que os controladores CMD e CMD-P1 sofrem menor influência das incertezas no seu desempenho e, portanto, as trajetórias de estado têm maior proximidade da origem, ou seja, estes controladores são mais robustos do que os controladores CONV e CONV-P1.

Exemplo 15: Leis de controle discretas CMD-XIA e CMD-P1, sistema sem incertezas, período de amostragem de 1 ms, com atraso no controle de 20 ms.

Neste exemplo utiliza-se o seguinte sistema:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + 2x_2(t) + u(t - 0,02)\end{aligned}$$

O período de amostragem é de 1 ms e o atraso é de 20 períodos de amostragem, ou seja ,

$$\begin{aligned}x_{1k+1} &= x_{1k} + 0,0010x_{2k} \\ x_{2k+1} &= 0,0010x_{1k} + 1,0020x_{2k} + 0,0010u_{k-20}\end{aligned}$$

A superfície de deslizamento S_k é dada por

$$S_k = Gx_k,$$

sendo que a matriz de ganhos G foi projetada tal que o sistema de ordem reduzida na condição de deslizamento tenha autovalor igual a “-2”, ou seja, para 1 ms de amostragem, o polo equivalente discreto é 0,9980. De tal forma que resulta em $G = [1996,0 \quad 998,0]$.

A lei de controle u_k (CMD-P1) é dada por:

$$u_k = u_k^e + u_k^n = (F_{eq} + F_n) \hat{x}_k = F \hat{x}_k$$

com

$$\begin{aligned}F_{eq} &= -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) = [-1.0000 \quad -3.9965] \\ F_n &= -(G\Gamma)^{-1} \beta G = [-99.8002 \quad -49.9001] \\ F &= F_{eq} + F_n \\ \hat{x}_k &= \Psi^H x_k = \begin{bmatrix} 0.9852 & 0.0122 \\ -1.2535 & 0.3340 \end{bmatrix} x_k \\ \Psi &= (\Phi + \Gamma F)\end{aligned}$$

Para comparação, também foi simulado no software Matlab/Simulink o sistema controlado por CMD-XIA, com o preditor apresentado em Xia et al. (2007). Esta lei de controle é dada por:

$$u_k = u_k^e + u_k^n = (F_{eq} + F_n) \hat{x}_k = F \hat{x}_k$$

com

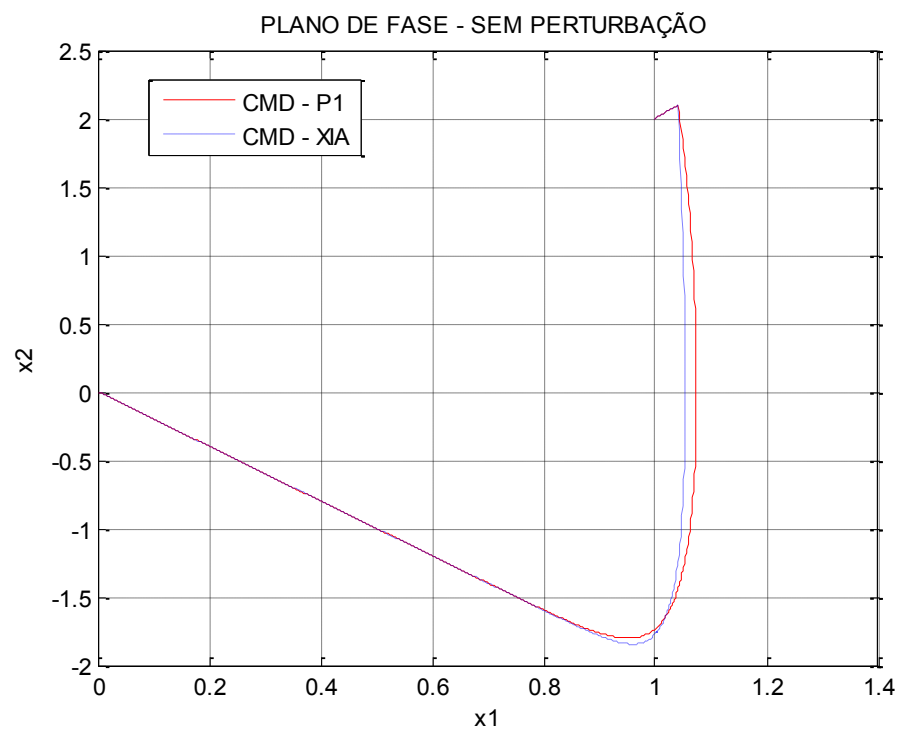
$$F_{eq} = -(\Gamma G)^{-1} G(\Phi - I) = \begin{bmatrix} -1.0000 & -3.9965 \end{bmatrix}$$

$$F_n = -(\Gamma G)^{-1} \beta G = \begin{bmatrix} -99.8002 & -49.9001 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_k = \Phi^H x_k + \sum_{i=-H+1}^0 \Phi^{-i} \Gamma u_{k-1+i}$$

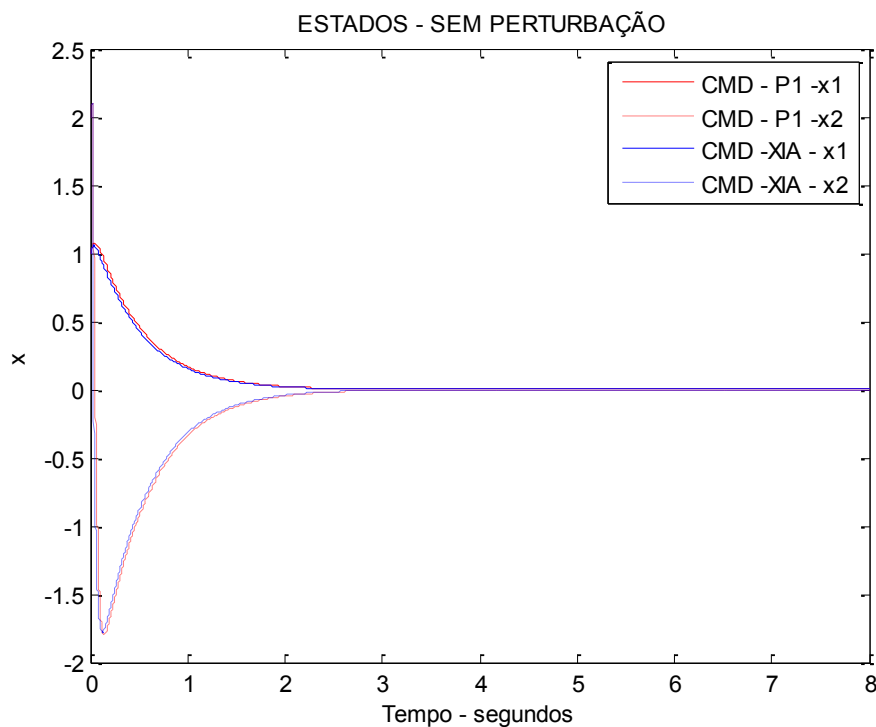
Os resultados das simulações estão apresentados nas Figuras 68 a 71.

Figura 68 Comparação dos planos de fase: CMD-P1 versus CMD-XIA, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1 ms.



Fonte: Próprio autor

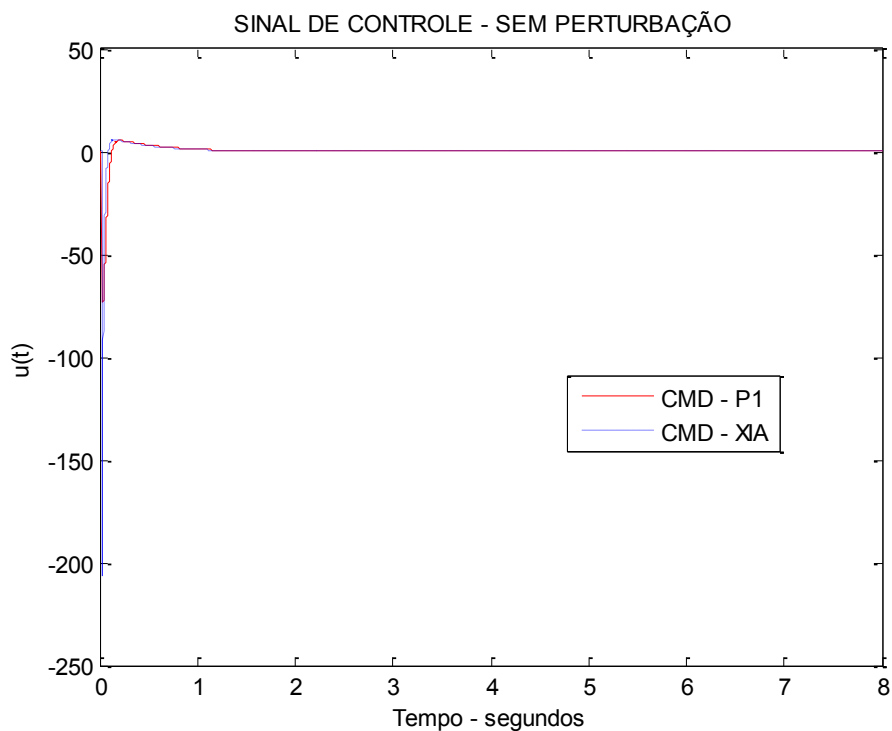
Figura 69 Comparação dos estados no tempo: CMD-P1 versus CMD-XIA, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1 ms.



Fonte: Próprio autor

Na Figura 68, nota-se que o sistema foi levado para origem tanto para o caso em que utilizou-se o controlador CMD-P1 quanto para o controlador CMD-XIA, sendo que as dinâmicas dos sistemas foram semelhantes, como pode ser observado na Figura 69.

Figura 70 Comparação dos sinais de controle: CMD-P1 versus CMD-XIA, sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1 ms.



Fonte: Próprio autor

Figura 71 Superfície de deslizamento para sistema discreto sem perturbação, com período de amostragem igual a 1 ms - controles CMD-P1 e CMD-XIA.



Fonte: Próprio autor

Observa-se na Figura 70, que os esforços de controle para os dois sistemas são semelhantes levando o sistema para o deslizamento como nota-se na Figura 71.

Exemplo 16: Leis de controle discretas CMD-XIA e CMD-P1, sistema com incertezas do tipo casadas, período de amostragem de 1 ms, com atraso no controle de 20 ms.

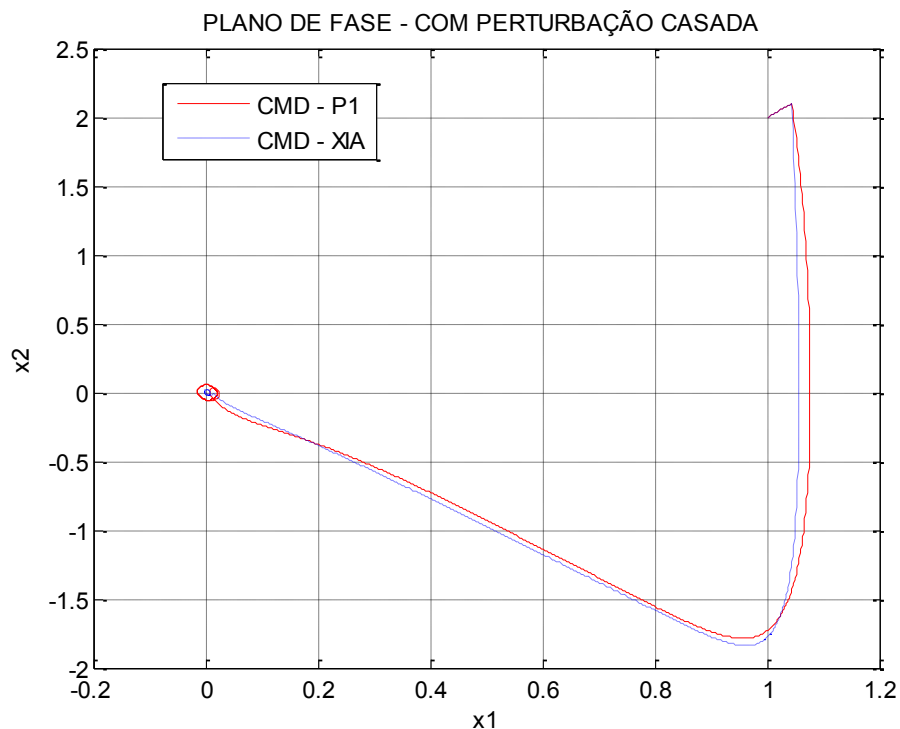
Neste exemplo utiliza-se o seguinte sistema:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + 2x_2(t) + 1,0\text{sen}(2\pi 0,5t) + u(t - 0,02)\end{aligned}$$

As leis de controle utilizadas neste exemplo são as mesmas do Exemplo 15, CMD-XIA e CMD-P1.

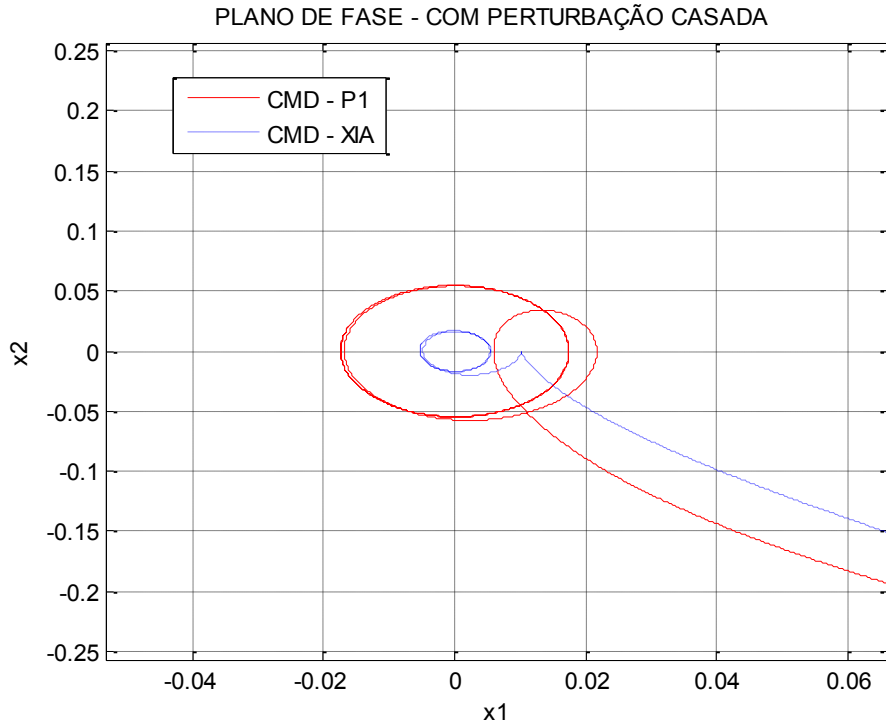
Os resultados de simulações deste exemplo, para o controle CMD-P1, são sempre apresentados nos gráficos na cor vermelha, e os resultados para o controle CMD-XIA são mostrados na cor azul, nas Figuras 72 a 76.

Figura 72 Comparação dos planos de fase: CMD-P1 versus CMD-XIA, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms.



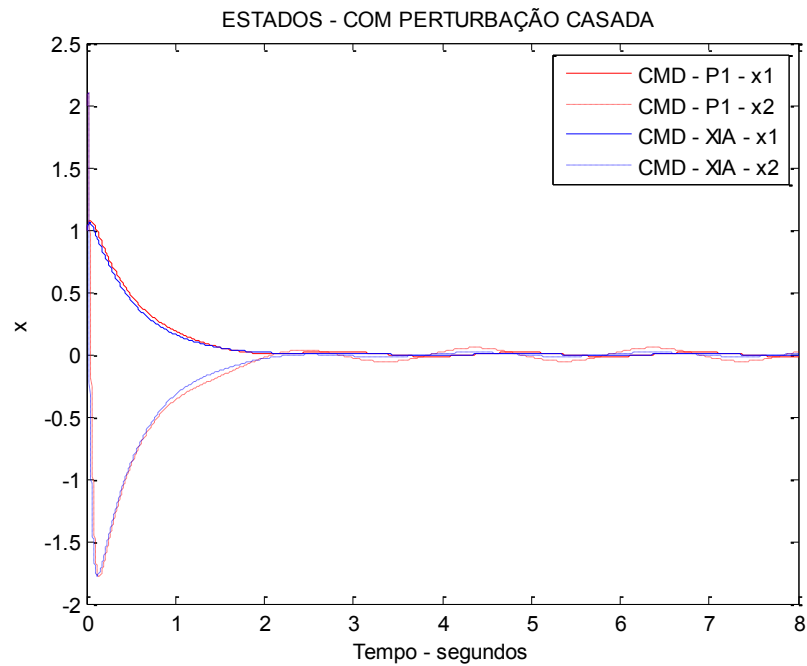
Fonte: Próprio autor

Figura 73 Ampliação da Figura 72 "Comparação dos planos de fase: CMD-P1 versus CMD-XIA, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms.



Fonte: Próprio autor

Figura 74 Comparação dos estados no tempo: CMD-P1 versus CMD-XIA, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms.

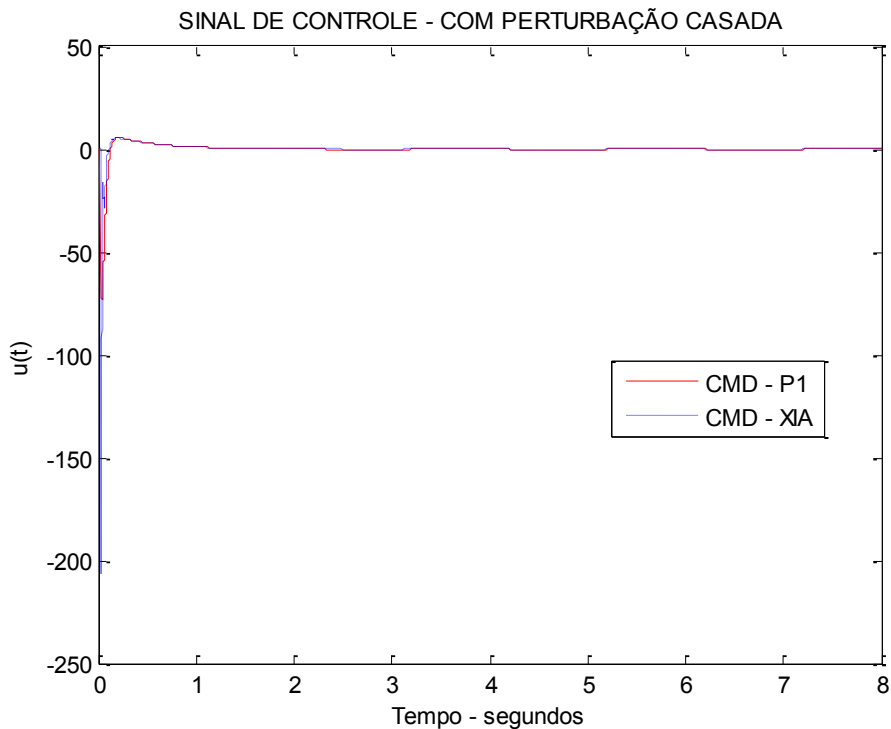


Fonte: Próprio autor

Da Figura 72, nota-se que ambos os sistemas foram levados a uma região próxima à origem. Contudo, pela Figura 73 (ampliação da Figura 72), nota-se os dois sistemas sofreram influência das perturbações casadas, sendo que o sistema com o controlador CMD-XIA teve uma ligeira vantagem em relação ao controle CMD-P1. No entanto, essas influências são desprezíveis, como pode-se observar na Figura 74 que mostra a evolução da resposta no tempo. Conclui-se que os dois controladores demonstraram robustez mesmo na presença de um grande período de atraso.

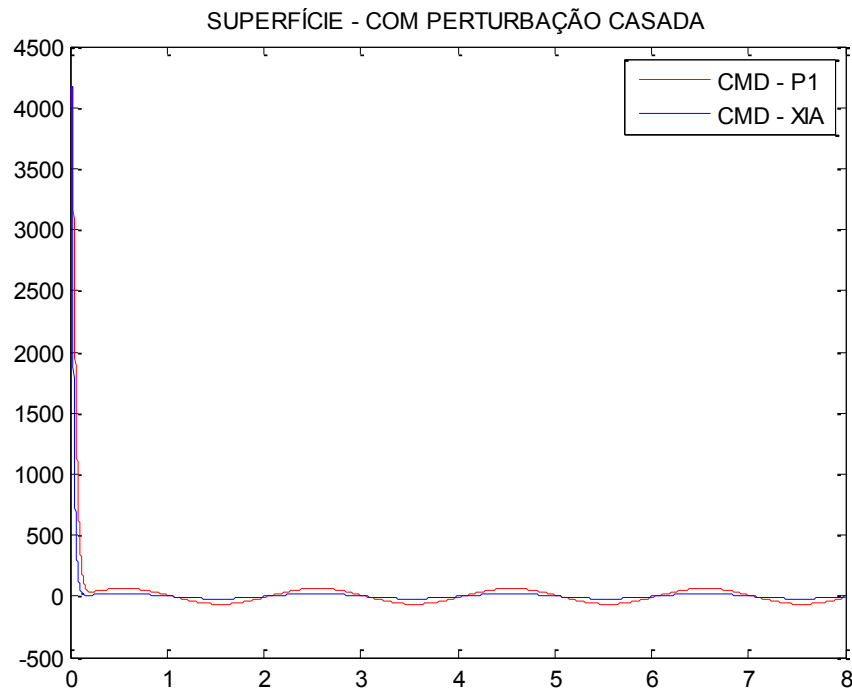
Pelo fato do CMD-P1 não necessitar de grande número de sinais amostrados de controle e, também, não necessitar de grande quantidade de cálculos a cada iteração, como é o caso do CMD-XIA, então fica nítida a vantagem do uso do preditor CMD-P1 em relação ao uso do CMD-XIA.

Figura 75 Comparação dos sinais de controle: CMD-P1 versus CMD-XIA, sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms.



Fonte: Próprio autor

Figura 76 Superfície de deslizamento para sistema discreto com perturbação casada apenas, com período de amostragem igual a 1 ms - controles CMD-P1 e CMD-XIA.



Fonte: Próprio autor

Através da análise da Figura 75, nota-se que os esforços de controle são semelhantes para ambos os sistemas. O tempo de alcance ao deslizamento foi pequeno e a superfície ficou em uma região próxima ao deslizamento ideal como pode ser observado na Figura 76.

Compilação dos resultados dos Exemplos 15 e 16, incluindo sistemas sem atraso utilizando o controlador CMD.

Nas Figuras 77 e 78 têm-se os planos de fase referentes aos sistemas:

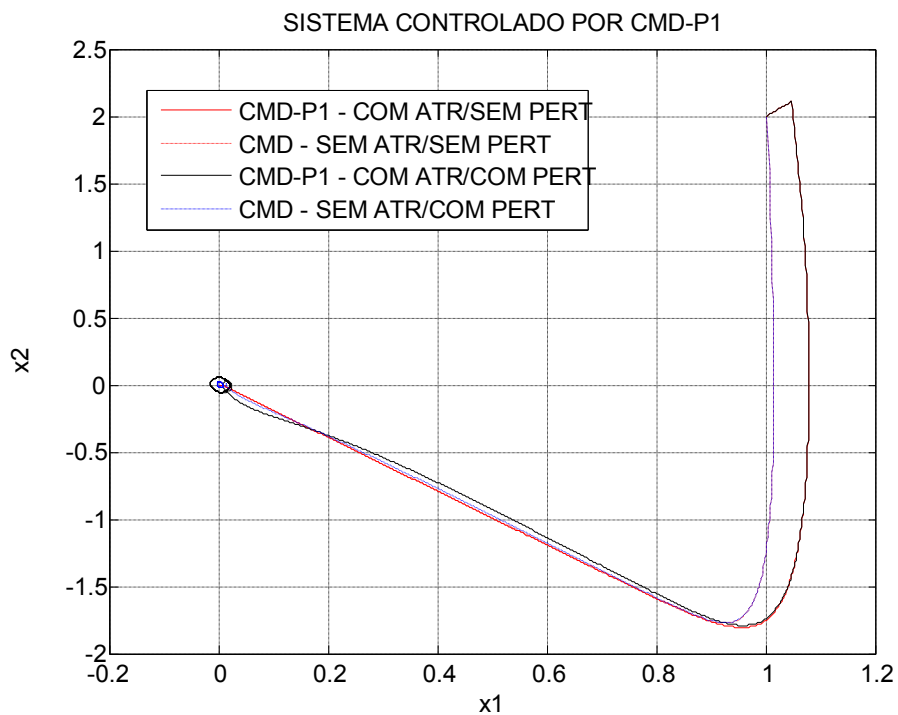
- Caso 1: Controlado pelo CMD-P1, com atraso de 20 ms, sem perturbação;
- Caso 2: Controlado pelo CMD-P1, com atraso de 20 ms, com perturbação casada;
- Caso 3: Controlado pelo CMD, sem atraso, sem perturbação;
- Caso 4: Controlado pelo CMD, sem atraso, com perturbação casada.

Nota-se que quando não há perturbação, Casos 1 e 3, o sistema é levado para origem, mesmo para o caso em que há atraso.

Para os casos em que há perturbação, Casos 2 e 4, o sistema é levado para uma região próxima a origem, conforme Proposição 6.

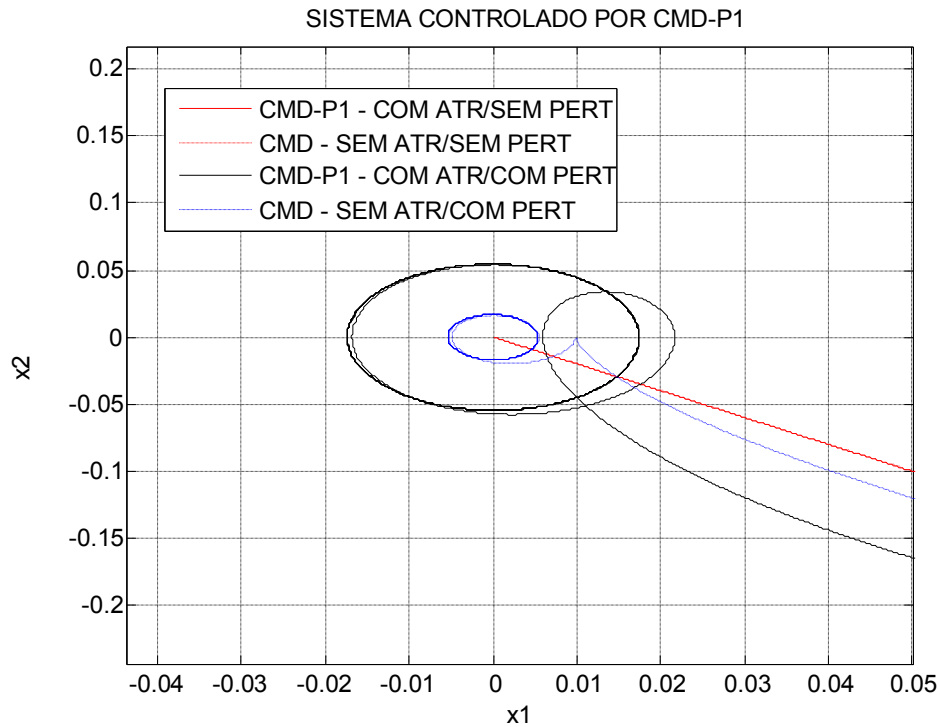
É possível perceber na Figura 78 (Ampliação da Figura 77), que para o Caso 2 o sistema sofre maior influência da perturbação do que para o Caso 4. Isto mostra que quando o preditor está atuando a trajetória de estado permanece numa região mais distante da origem. Estes resultados corroboram as análises mostradas na Proposição 5 e Nota 4.

Figura 77 Comparação dos planos de fase: controle CMD-P1, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms; controle CMD, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, sem atraso, com período de amostragem igual a 1 ms.



Fonte: Próprio autor

Figura 78 Ampliação da Figura 77: “Comparação dos planos de fase: controle CMD-P1, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms; controle CMD, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, sem atraso, com período de amostragem igual a 1 ms”.



Nas Figuras 79 e 80 têm-se os planos de fase referentes aos sistemas:

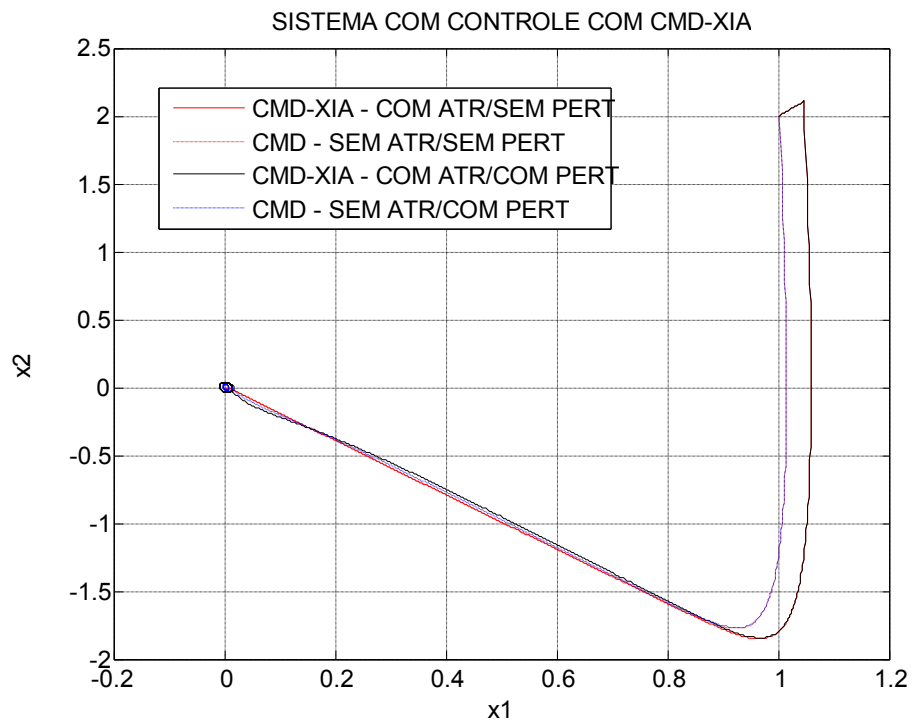
- Caso 5: Controlado pelo CMD-XIA, com atraso de 20 ms, sem perturbação;
- Caso 6: Controlado pelo CMD-XIA, com atraso de 20 ms, com perturbação casada;
- Caso 7: Controlado pelo CMD, sem atraso, sem perturbação;
- Caso 8: Controlado pelo CMD, sem atraso, com perturbação casada.

Os resultados das Figuras 79 e 80 têm análise semelhante aos das Figuras 77 e 78. Portanto, nota-se que quando não há perturbação, Casos 5 e 7, o sistema é levado para origem, mesmo para o caso em que há atraso.

Para os casos em que há perturbação, Casos 6 e 8, o sistema é levado para uma região próxima a origem. É possível perceber na Figura 80 (Ampliação da Figura 79), que para o

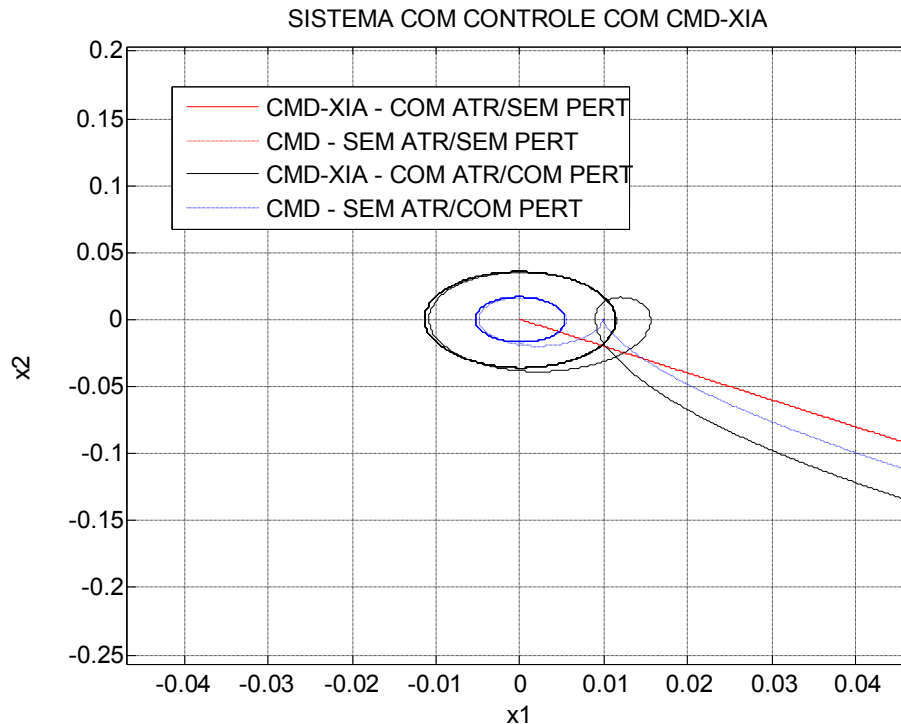
Caso 6 o sistema sofre maior influência da perturbação do que para o Caso 8. Isto mostra que, também quando o preditor de Xia et al. (2007) está atuando, a trajetória de estado permanece numa região mais distante da origem.

Figura 79 Comparação dos planos de fase: controle CMD-XIA, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms; controle CMD, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, sem atraso, com período de amostragem igual a 1 ms.



Fonte: Próprio autor

Figura 80 Ampliação da Figura 79: “Comparação dos planos de fase: controle CMD-XIA, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, com atraso de 20 ms, com período de amostragem igual a 1 ms; controle CMD, sistema discreto sem/com perturbação casada apenas, sem atraso, com período de amostragem igual a 1 ms”.



Fonte: Próprio autor

Comparando as Figura 77 e 79 nota-se que os dois preditores utilizados em cada sistema apresentaram-se robustos e com resultados semelhantes. No entanto, destaca-se novamente o fato do CMD-P1 não necessitar de grande número de sinais amostrados de controle e, também, não necessitar de grande quantidade de cálculos a cada iteração, como é o caso do CMD-XIA. Então fica nítida a vantagem do uso do preditor CMD-P1 em relação ao uso do CMD-XIA.

Exemplo 17: Leis de controle discretas CMD-XIA e CMD-P1, sistema com incertezas do tipo casadas, período de amostragem de 2 ms, com atraso desconhecido.

Neste exemplo utiliza-se o seguinte sistema incerto:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + [2 + 4\text{sen}(2\pi 0,5t)]x_2(t) + 1,0\text{sen}(2\pi 0,5t) + u(t - \tau)\end{aligned}$$

sendo $\tau = H\Delta$, com período de amostragem $\Delta = 1\text{ms}$ e o número de amostras atrasadas H varia no tempo de simulação conforme a seguir:

$$H = 0,2\hat{H}, \text{ para } 0 \leq t < 20;$$

$$H = \hat{H}, \text{ para } 20 \leq t < 40;$$

$$H = 1,5\hat{H}, \text{ para } 40 \leq t \leq 60,$$

sendo que \hat{H} é o número de amostras estimado, utilizado para o projeto dos controladores.

A superfície de deslizamento S_k é dada por

$$S_k = Gx_k,$$

sendo que a matriz de ganhos G foi projetada tal que o sistema de ordem reduzida na condição de deslizamento tenha autovalor equivalente a “-2”, ou seja, para 1ms de amostragem o autovalor será igual a “0,9980”. De tal forma que resulta em $G = [1996,0 \quad 998,0]$.

A lei de controle CMD-P1 é dada por:

$$u_k = u_k^e + u_k^n = (F_{eq} + F_n)\hat{x}_k = F\hat{x}_k,$$

com

$$F_{eq} = -(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I) = [-1,0000 \quad -3,9965]$$

$$F_n = -(G\Gamma)^{-1}\beta G = [-99,8002 \quad -49,9001]$$

$$F = F_{eq} + F_n$$

$$\hat{x}_k = \Psi^{\hat{H}} x_k = \begin{bmatrix} 0,9852 & 0,0122 \\ -1,2535 & 0,3340 \end{bmatrix} x_k$$

$$\Psi = (\Phi + \Gamma F).$$

Também foi simulado no software Matlab/Simulink o sistema controlado por realimentação convencional dos estados. Esta lei de controle, CONV-P1, é dada por

$$u_k = -K\hat{x}_k$$

sendo que a matriz de ganhos de realimentação K , foi projetada tal que o sistema em malha fechada tenha autovalores equivalentes a ”-2” e “-8”, ou seja, para 1ms de amostragem os autovalores serão iguais a “0,9980” e “0,9841”. De tal forma que resulta em $K = [16,8093 \quad 11,8900]$.

O vetor de estado estimado \hat{x}_k é obtido por

$$\hat{x}_k = (\Phi - \Gamma K)^{\hat{H}} x_k = \begin{bmatrix} 0,9988 & 0,0328 \\ -0,5252 & 0,6605 \end{bmatrix}'$$

E, ainda, foi simulado no software Matlab/Simulink o sistema controlado por CMD-XIA, com o preditor apresentado em Xia et al. (2007). Esta lei de controle é dada por:

$$u_k = u_k^e + u_k^n = (F_{eq} + F_n) \hat{x}_k = F \hat{x}_k$$

com

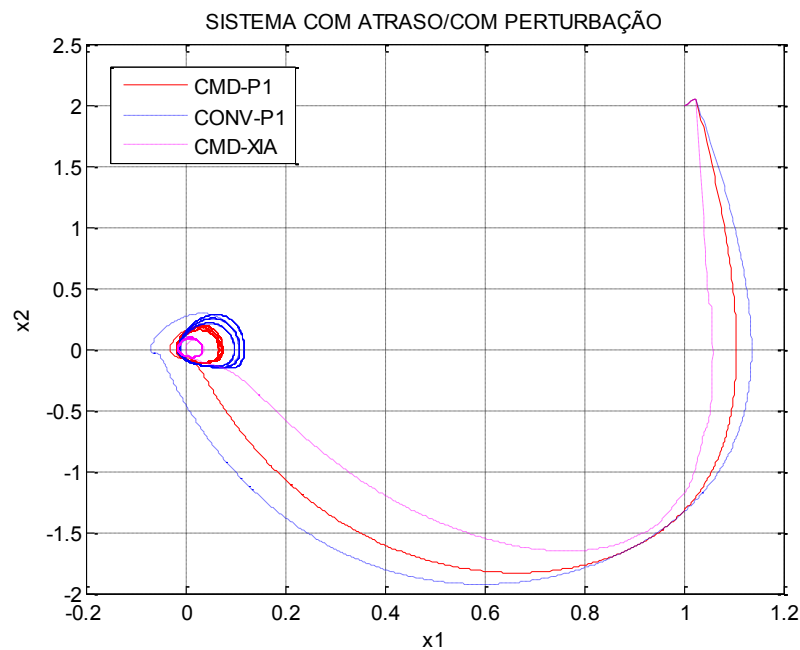
$$F_{eq} = -(\Gamma \Gamma)^{-1} G (\Phi - I) = \begin{bmatrix} -1.0000 & -3.9965 \end{bmatrix}$$

$$F_n = -(\Gamma \Gamma)^{-1} \beta G = \begin{bmatrix} -99.8002 & -49.9001 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_k = \Phi^{\hat{H}} x_k + \sum_{i=-\hat{H}+1}^0 \Phi^{-i} \Gamma u_{k-1+i}$$

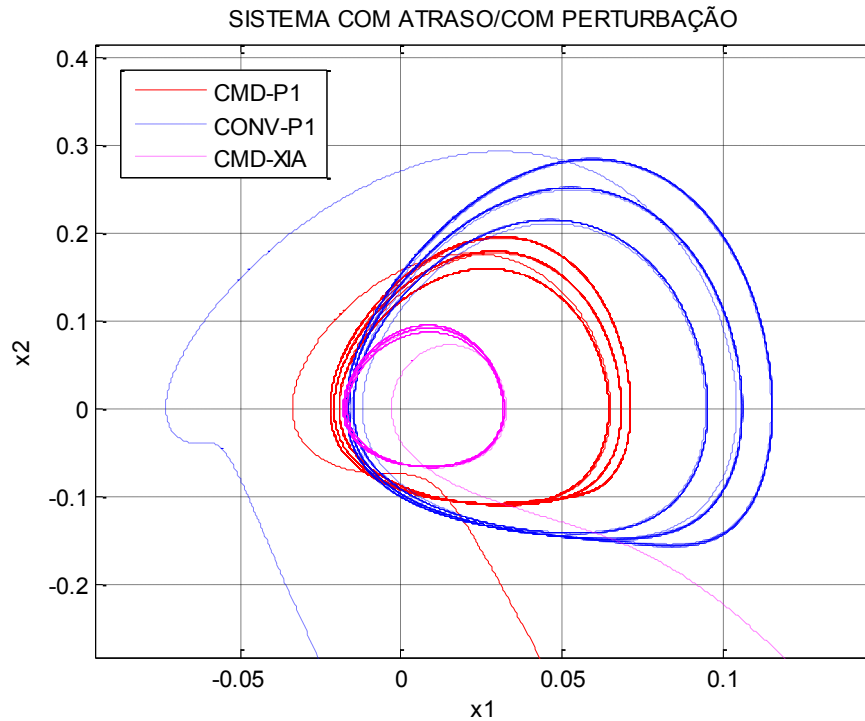
Os resultados das simulações deste exemplo, para o controle CMD-P1, são sempre apresentados nos gráficos na cor vermelha, os resultados para o controle CMD-XIA são mostrados na cor magenta e os resultados para o sistema controlado por CONV-P1 são apresentados na cor azul, nas Figuras 81 e 82.

Figura 81 Comparação dos planos de fase: controle CMD-P1, CONV-P1 e CMD-XIA atuando separadamente, sistemas com perturbação casada apenas, com atraso desconhecido, com período de amostragem igual a 2 ms.



Fonte: Próprio autor

Figura 82 Ampliação da Figura 81: “Comparação dos planos de fase: controle CMD-P1, CONV-P1 e CMD-XIA atuando separadamente, sistemas com perturbação casada apenas, com atraso desconhecido, com período de amostragem igual a 2 ms”.



Fonte: Próprio autor

Pela Figura 81 observa-se que todos os controladores conseguiram levar o sistema a uma região próxima ao equilíbrio ideal (origem), mesmo para os casos em que o atraso projetado \hat{H} foi diferente do atraso real H , mostrando robustez em relação a este quesito.

Apesar do controlador CMD-XIA ter apresentado melhor desempenho, ressalta-se que ele tem a desvantagem de necessitar de várias amostras do sinal de controle e exige elevado número de cálculos a cada iteração. Portanto, o mais vantajoso é o controlador CMD-P1 por seu formato simples, eficiente e robusto.

Contudo, como pode ser melhor observado na Figura 82, para cada valor de atraso real ($H = 0,2\hat{H}$, $H = \hat{H}$ e $H = 1,5\hat{H}$), tem-se uma região de equilíbrio diferente, em que o erro de regime é maior conforme aumenta o atraso real, isto corrobora a afirmação da Nota 3.

3.5 CONCLUSÕES PARCIAIS

Neste capítulo, foi abordada a questão do controle com modos deslizantes (CMD) aplicado em sistemas com atraso no controle. O controle discreto CMD analisado é uma lei sem chaveamentos e usa os estados preditos para compor a superfície de deslizamento. Tais estados são gerados por preditores em seu aspecto mais simples: a evolução de sua amostragem é computada considerando o sistema sem incertezas ou perturbações, com o controle CMD em malha fechada.

Este tipo de preditor tem como principal vantagem em relação a outros, como o proposto por Xia et al. (2007), sua rápida computação a cada iteração e, também, não tem a necessidade de uso de amostras passadas dos sinais de controle. A principal contribuição deste trabalho foi a análise da robustez do CMD, operando em conjunto com este tipo de preditor, diante de incertezas e perturbações da planta controlada. As análises indicaram que o uso deste preditor estabilizam o sistema dentro de uma faixa limitada das incertezas. No entanto, como efeito colateral, a região da vizinhança do ponto de equilíbrio ideal (origem) é ampliada, ou seja, as incertezas/perturbações passam a ter maior influência no desempenho do sistema, amplificando o valor do erro em regime permanente.

Os resultados das análises foram corroborados com resultados obtidos em simulações realizadas em um modelo matemático de segunda ordem. Nos próximos capítulos, são analisados os desempenhos destes controladores, atuando em sistemas incertos com atraso, através de modelos matemáticos de sistemas físicos: suspensão ativa, pêndulo invertido e processos integrantes do tratamento primário do petróleo.

4 APLICAÇÕES EM EQUIPAMENTOS DIDÁTICOS: SUSPENSÃO ATIVA E SISTEMA PÊNDULO INVERTIDO

Neste capítulo são realizados projetos de controle com modos deslizantes discreto (CMD) aplicados em dois equipamentos didáticos: suspensão ativa e sistema pêndulo invertido. Considera-se que as implementações dos controladores são realizadas através de redes de comunicação, as quais provocam o surgimento de atrasos nos sinais medidos e nos sinais de controle enviados aos atuadores. Os projetos levam ainda em consideração a existência de incertezas e perturbações nos modelos das plantas. Apresentam-se os modelos matemáticos, os quais são obtidos diretamente de manuais do fabricante. Na aplicação no sistema pêndulo invertido, o atraso é tratado como uma falha que deve ser detectada e acomodada. Em seguida são realizados os projetos CMD e projetos de controle convencional por realimentação de estados (CONV). São realizadas simulações computacionais através do software Simulink/Matlab, onde são analisados os resultados obtidos.

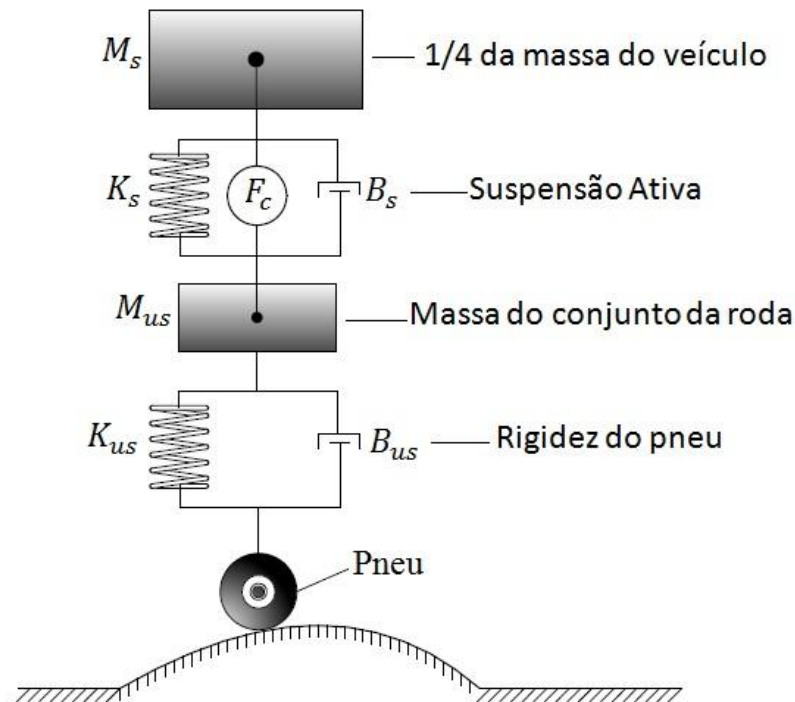
4.1 SISTEMA SUSPENSÃO ATIVA

Neste item, todas as informações a respeito do sistema pêndulo invertido são baseadas no manual do fabricante (QUANSER, 2010).

O sistema de suspensão ativa consiste de duas massas, cada qual suportada por uma mola e um amortecedor conforme pode ser visto na Figura 83 (SILVA, 2012).

A massa M_s representa 1/4 da massa do corpo do veículo enquanto que a massa M_{us} representa a massa do conjunto da roda de um quarto do modelo da suspensão ativa. Nota-se que este sistema é de quarta ordem pelo fato de ter quatro elementos independentes de armazenamento, duas molas e dois amortecedores. A mola K_s e o amortecedor B_s suporta o peso do carro sobre o pneu, e a mola K_{us} e o amortecedor B_{us} representa o modelo de rigidez do pneu em contato com a estrada. F_c é a força de atuação do controle (QUANSER, 2010).

Figura 83 Sistema de Suspensão Ativa.



Fonte: Silva (2012).

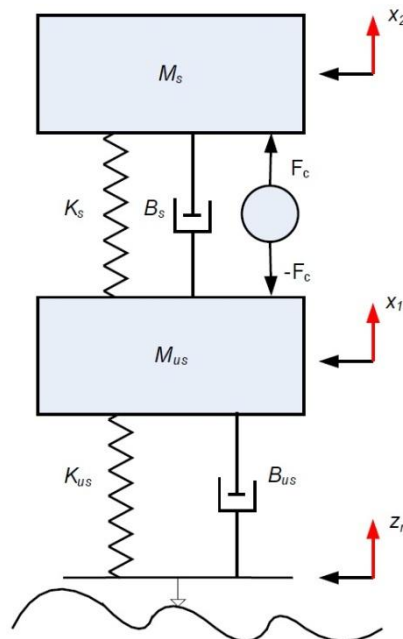
Quando se projeta um controle para o sistema de suspensão ativa, o desempenho de algumas características devem ser observadas para a formulação do modelo matemático como:

- Conforto do passageiro: Está relacionado com o movimento do veículo sentido pelo passageiro. A mensuração deste fator pode ser observada pelo movimento da massa M_s ;
- Viagem da suspensão: Refere-se ao deslocamento relativo entre o corpo do veículo e o pneu constrangido dentro de um espaço de trabalho permitido. No modelo em questão, o deslocamento relativo entre a massa M_s e a massa M_{us} representa a viagem da suspensão;
- Comportamento da estrada: Este fator está associado com as forças de contato entre a superfície da estrada e o pneu do veículo. Estas forças provêm da fricção necessária entre a estrada e o pneu. As forças de contato entre a estrada e o pneu dependem da deflexão do pneu. No modelo aqui trabalhado o deslocamento relativo entre a massa M_{us} e a estrada representa a deflexão do pneu.

4.2 MODELO DO SISTEMA

O sistema de suspensão ativa pode ser modelado como um duplo sistema massa-mola-amortecedor. Com esta aproximação é possível ver pela Figura 84 que as duas entradas do sistema serão o comando de controle F_c e a superfície da estrada $z_r(t)$.

Figura 84 Duplo sistema massa-mola-amortecedor usado na modelagem do sistema de suspensão ativa.

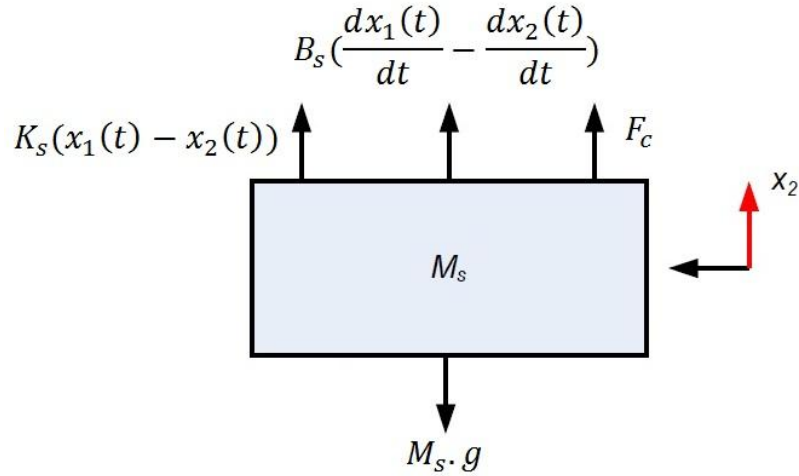


Fonte: QUANSER (2010).

Além disso, a Figura 84 é usada como referência na escolha das coordenadas generalizadas, isto é, $x_1(t)$ e $x_2(t)$. A coordenada $x_1(t)$ representa o deslocamento do pneu com a massa M_{us} e a coordenada $x_2(t)$ representa o deslocamento do corpo do veículo com a massa M_s , todas relacionadas com o movimento imposto pelo respectivo terreno da estrada (z_r).

As equações de movimento do sistema são obtidas utilizando o método de “diagrama de corpo livre”. Na Figura 84 observam-se duas massas e, portanto têm-se duas equações de movimento. A força aplicada em cada massa pode ser separada em dois diagramas diferentes considerando que todas as condições iniciais são zero.

Figura 85 Análise através de diagrama de corpo livre para massa M_s .

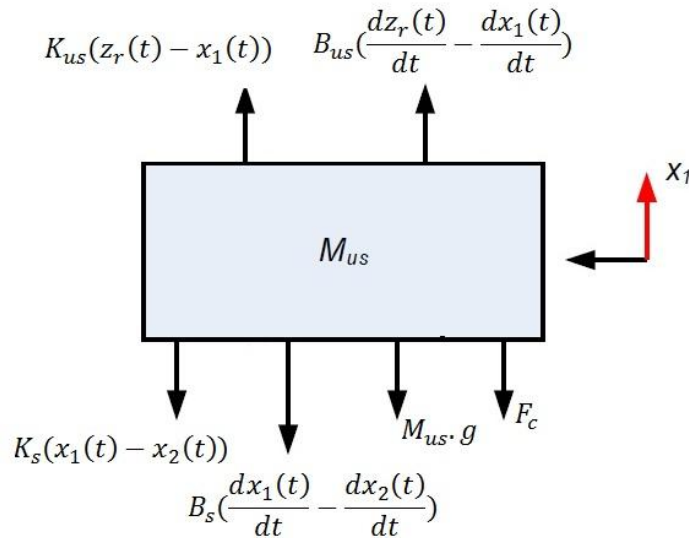


Fonte: QUANSER (2010).

A equação do movimento para o diagrama apresentado na Figura 85 é:

$$\frac{d^2}{dt^2} x_2(t) = -g + \frac{F_c}{M_s} + \frac{B_s \left(\frac{d}{dt} x_1(t) \right)}{M_s} - \frac{B_s \left(\frac{d}{dt} x_2(t) \right)}{M_s} + \frac{K_s x_1(t)}{M_s} - \frac{K_s x_2(t)}{M_s} \quad (135)$$

Figura 86 Análise através de diagrama de corpo livre para massa M_{us} .



Fonte: QUANSER (2010).

Analisando a Figura 86, a equação do movimento para a massa M_{us} fica:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} x_1(t) = & -g + \frac{F_c}{M_{us}} + \frac{(-B_s - B_{us}) \left(\frac{d}{dt} x_1(t) \right)}{M_{us}} + \frac{B_s \left(\frac{d}{dt} x_2(t) \right)}{M_{us}} \\ & + \frac{B_{us} \left(\frac{d}{dt} z_r(t) \right)}{M_{us}} + \frac{(-K_{us} - K_s) x_1(t)}{M_{us}} - \frac{K_s x_2(t)}{M_{us}} + \frac{K_{us} z_r(t)}{M_{us}} \end{aligned} \quad (136)$$

De modo a projetar e implementar controles de realimentação de estados, para o sistema de suspensão ativa, a representação em espaços de estados do sistema precisa ser formulada. É importante lembrar que as matrizes espaços de estados, por definição, representam um conjunto de equações diferenciais lineares que descrevem a dinâmica do sistema.

As duas equações do movimento da suspensão ativa podem ser representadas no espaço de estado desde que elas sejam lineares e invariantes no tempo, sendo assim tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B_1 u_1(t) + B_2 u_2(t) \\ y(t) &= C x(t) + D u(t) \end{aligned} \quad (137)$$

sendo B_1 a matriz relacionada com a superfície da estrada (z_r) especificada pelo projetista do controle. Já B_2 é a matriz correlacionada com a força de controle F_c .

Devido à existência de quatro elementos de armazenamento de energia, os quatro estados, entradas e saídas do sistema são definidas a seguir:

$$x = \begin{bmatrix} z_s(t) - z_{us}(t) \\ \dot{z}_s(t) \\ z_{us}(t) - z_r(t) \\ \dot{z}_{us}(t) \end{bmatrix}; \quad u_1 = [\dot{z}_r(t)]; \quad u_2 = [F_c]; \quad y = \begin{bmatrix} z_s(t) - z_{us}(t) \\ \ddot{z}_s(t) \end{bmatrix} \quad (138)$$

sendo $z_r(t)$ o sinal da superfície da estrada, $z_{us}(t)$ o deslocamento do pneu e $z_s(t)$ o deslocamento do corpo do veículo.

O primeiro estado representa a deflexão ou viagem da suspensão. O segundo estado representa a velocidade vertical do corpo do veículo. Já o terceiro estado é a deflexão do pneu que é uma mensuração do comportamento da estrada, sendo o quarto estado a velocidade vertical do conjunto da roda.

A primeira entrada do sistema u_1 é a força da superfície da estrada. A segunda entrada u_2 é a ação de controle. A primeira saída obtida é a viagem da suspensão do sistema, tendo a segunda saída como a aceleração vertical do veículo.

As matrizes A, B, C, D para a representação em espaços de estados do sistema suspensão ativa será (QUANSER, 2010):

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{K_s}{M_s} & -\frac{B_s}{M_s} & 0 & \frac{B_s}{M_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_s}{M_{us}} & \frac{B_s}{M_{us}} & -\frac{K_{us}}{M_{us}} & -\frac{B_s + B_{us}}{M_{us}} \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ \frac{B_{us}}{M_{us}} \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_s} \\ 0 \\ -\frac{1}{M_{us}} \end{bmatrix} \quad (139)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_s}{M_s} & -\frac{B_s}{M_s} & 0 & \frac{B_s}{M_s} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_s} \end{bmatrix}$$

Os valores dos parâmetros das matrizes A, B, C, D são dados pelo fabricante e encontram-se na Tabela 1 (QUANSER, 2010).

Tabela 1 – Parâmetros Físicos do Sistema de Suspensão Ativa.

Descrição	Símbolo	Valor	Unidade
Constante de Rigidez da Mola (Massa M_s)	K_s	900	N/m
Constante de Amortecimento (Massa M_s)	B_s	7,5	$[N/m].s$
Massa Suspensa	M_s	2,45	Kg
Constante de Rigidez da Mola (Massa M_{us})	K_{us}	2500	N/m
Constante de Amortecimento (Massa M_{us})	B_{us}	5	$[N/m].s$
Massa Não Suspensa	M_{us}	1	Kg

Fonte: QUANSER (2010)

Sendo assim, as matrizes ficam:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -367,3 & -3,1 & 0 & 3,1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 900 & 7,5 & -2500 & -12,5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0,4082 \\ -1 & 0 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -367,3 & -3,0612 & 0 & 3,0612 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0,4082 \end{bmatrix}$$

As equações no espaço de estados são utilizadas na próxima seção para os projetos de controle, sendo que os estados, Eq. (138), serão assumidos acessíveis.

4.3 PROJETOS DE CONTROLE E SIMULAÇÕES

Neste item, são realizados os projetos de controle através de diversos exemplos em que os resultados são obtidos através de simulações computacionais utilizando o software Simulink/Matlab.

Em todos os exemplos foi considerado um período de amostragem igual a 6 ms, de forma que as matrizes do espaço de estados discretizadas da forma

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma u_{k-H} + f_k,$$

com os valores nominais da Tabela 1, assumem os valores numéricos a seguir:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0,9780 & 0,0058 & 0,0431 & -0,0056 \\ -2,1205 & 0,9759 & -0,1641 & 0,0235 \\ 0,0155 & 0,0002 & 0,9565 & 0,0057 \\ 5,0389 & 0,0575 & -14,1610 & 0,8707 \end{bmatrix}; \Gamma = \begin{bmatrix} 0,0000 \\ 0,0024 \\ -0,0000 \\ -0,0056 \end{bmatrix}$$

sendo que $f_k \in \mathfrak{R}^{4 \times 1}$ é a perturbação (quando houver) é casada, ou seja, é somada diretamente ao sinal de controle, e é dada por $f_k = 5,0 \text{sen}[2\pi(1/2)t]$. H é o número de amostras atrasadas, quando houver.

Exemplo 18: Lei de controle discreta CMD, sistema sem atraso, sem ou com perturbações.

Foi considerado um período de amostragem $T_a = 6$ ms. Para o projeto de controle, a suspensão é descrita pelo modelo linear discreto sem atraso da forma

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma u_k + f_k$$

A lei de controle u_k (CMD) é dada por:

$$u_k = u_k^{eq} + u_k^n = (F_{eq} + F_n) x_k = F x_k,$$

A superfície de deslizamento é dada por

$$S_k = G x_k$$

sendo a matriz de ganhos G calculada tal que os polos no deslizamento equivalente contínuo sejam “-23,0114”, “-24,0955+j25,1044” e “=-24,0955-j25,1044”, ou seja, os polos discretizados são “0,8710”, “0,8556 + j0,1299” e “0,8556 -j 0,1299”. A matriz obtida é:

$$G = [3.896,4 \quad 317,6 \quad -4.072,7 \quad -15,4]$$

com

$$F_{eq} = -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) = [900,0000 \quad -13,2887 \quad -510,8310 \quad 35,4369]$$

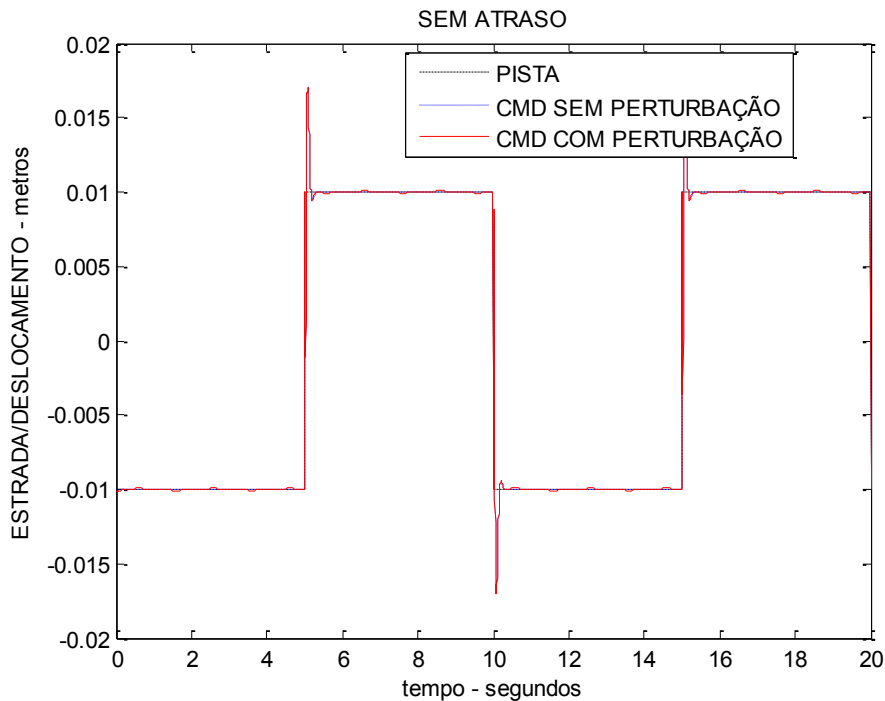
$$F_n = -(G\Gamma)^{-1} \beta G = [-5.844,6 \quad -476,5 \quad 6.109,0 \quad 23,1]$$

$$F = F_{eq} + F_n$$

Para comparação, foi simulado o sistema sem perturbação, $f_k \cong 0$, e com perturbação casada, $f_k = 5,0 \text{sen}[2\pi(1/2)t]$, somada diretamente ao sinal de controle gerado.

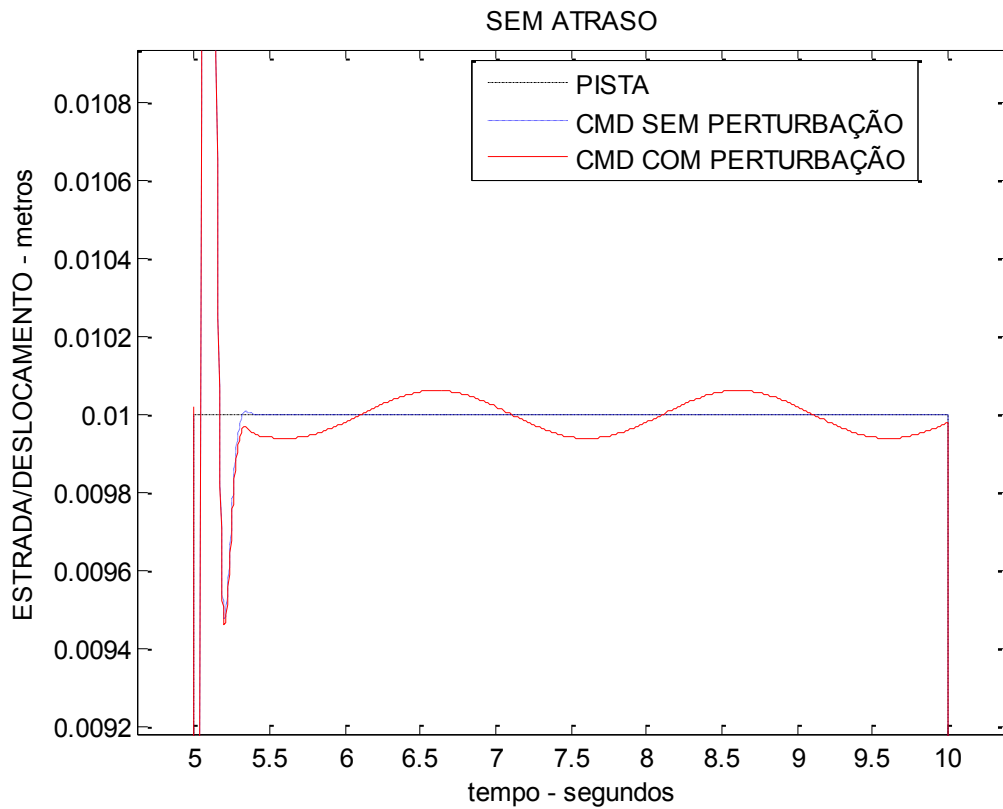
As simulações computacionais foram realizadas no Matlab/Simulink e seus resultados estão mostrados nas figuras 87 a 89.

Figura 87 Deslocamento, sistema sem atraso.



Fonte: Próprio autor

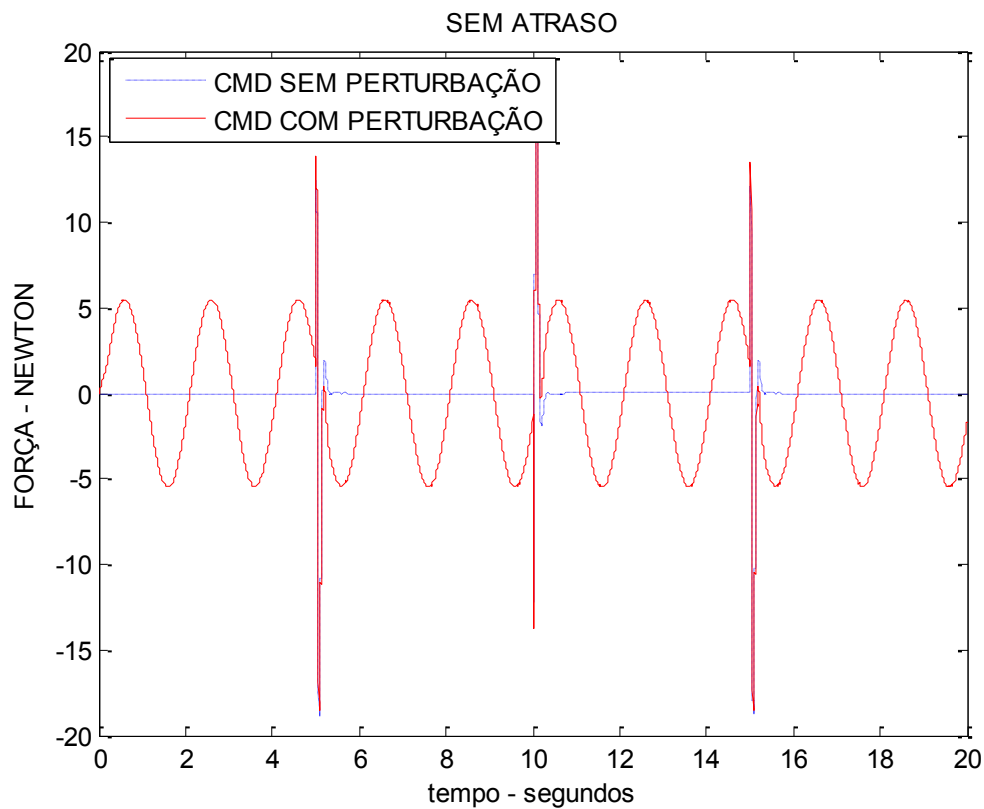
Figura 88 Deslocamento, sistema sem atraso, ampliação.



Fonte: Próprio autor

Nas Figuras 86 e 87 observa-se que o sistema seguiu referência quando não há perturbação, neste caso o formato do relevo da pista. Contudo, quando há perturbação o sistema ficou em torno da referência, tendo a perturbação uma influência muito reduzida, tal como pode ser visto na Figura 88. Este resultado corrobora com a Proposição 6 do Capítulo 3.

Figura 89 Sinal de controle, sistema sem atraso.



Fonte: Próprio autor

De modo geral os resultados desta simulação mostram um excelente desempenho obtido pelo controlador CMD mesmo quando há perturbação, e ainda os esforços de controle não foram elevados, tal como pode ser observado na Figura 89, tornando possível uma implementação prática.

Exemplo 19: Lei de controle discreta CMD, sistema com atraso apenas na aquisição, com perturbações.

Foi considerado um período de amostragem $T_a = 6$ ms com um atraso na aquisição de 12 períodos de amostragens, ou seja um atraso de 72 ms, considerado conhecido.

Para este caso, a lei de controle utiliza os estados preditos com a forma a seguir (CMD-P1):

$$u_k = u_k^e + u_k^n = (F_{eq} + F_n) \hat{x}_k = F \hat{x}_k$$

com

$$\begin{aligned}
F_{eq} &= -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) = [900,0000 \quad -13,2887 \quad -510,8310 \quad 35,4369] \\
F_n &= -(G\Gamma)^{-1} \beta G = [-5844,6 \quad -0476,5 \quad 6109,0 \quad 0023,1] \\
F &= F_{eq} + F_n \\
\hat{x}_k &= \Psi^{12} x_k = \begin{bmatrix} 0.5905 & 0.0133 & 0.7339 & 0.0053 \\ -7.8872 & -0.0920 & -11.8930 & -0.0380 \\ -0.0318 & 0.0071 & -0.2188 & 0.0027 \\ -4.9436 & -0.4374 & -1.7043 & -0.1715 \end{bmatrix} x_k \\
\Psi &= (\Phi + \Gamma F)
\end{aligned}$$

Para comparação, foi simulado também o sistema com o preditor apresentado em Xia et al. (2007). Esta lei de controle (CMD - XIA) é dada por:

$$u_k = u_k^e + u_k^n = (F_{eq} + F_n) \hat{x}_k = F \hat{x}_k$$

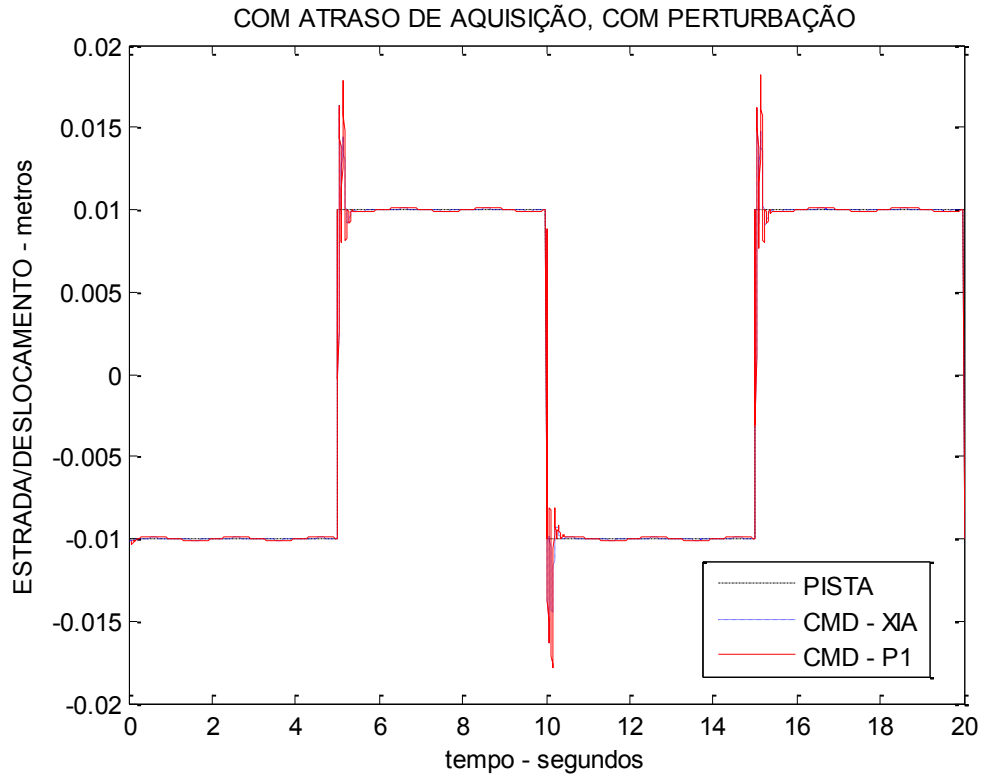
com

$$\begin{aligned}
F_{eq} &= -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) = [900,0000 \quad -13,2887 \quad -510,8310 \quad 35,4369] \\
F_n &= -(G\Gamma)^{-1} \beta G = [-5844,6 \quad -0476,5 \quad 6109,0 \quad 0023,1] \\
\hat{x}_k &= \Phi^H x_k + \sum_{i=-H+1}^0 \Phi^{-i} \Gamma u_{k-1+i}
\end{aligned}$$

As simulações computacionais foram realizadas no Matlab/Simulink e seus resultados estão mostrados nas Figuras 90 a 92.

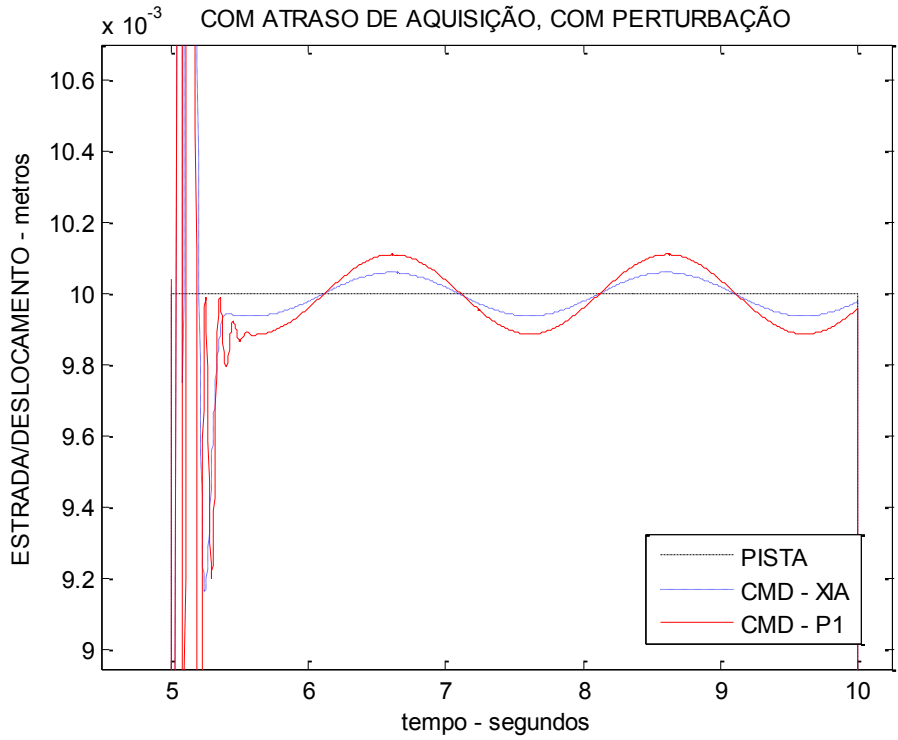
Nas Figuras 90 a 92 mostram-se os resultados do sistema com atraso na aquisição de dados e perturbação do tipo casada. Nota-se na Figura 90 que a resposta do sistema foi levada para uma região próxima a referência, como pode ser melhor observado na Figura 90, onde percebe-se que a oscilação em torno da referência tem amplitude pequena, concluindo-se que mesmo com atraso e perturbação presentes no sistema os dois controladores (CMD-P1 e CMD-XIA) foram robustos em relação a incertezas do tipo casadas, e ainda não exigiram esforços de controle elevado, tal como pode ser observado na Figura 92.

Figura 90 Deslocamento, sistema com atraso na aquisição.



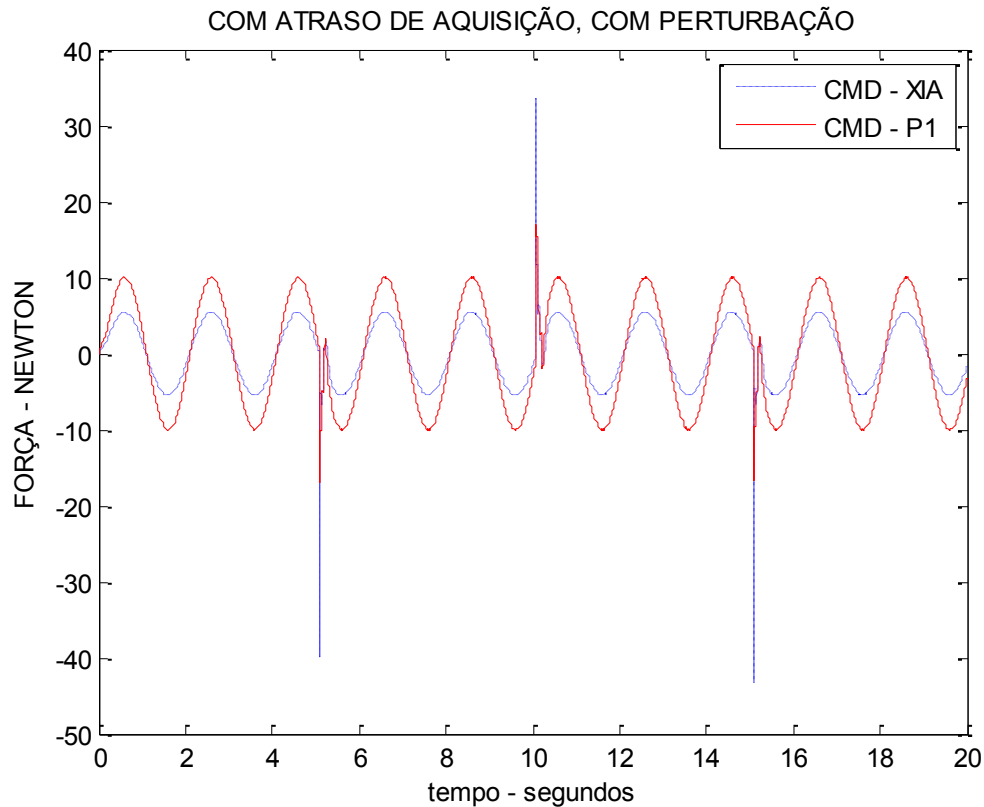
Fonte: Próprio autor

Figura 91 Deslocamento, sistema com atraso na aquisição, ampliação.



Fonte: Próprio autor

Figura 92 Sinal de controle, sistema com atraso na aquisição.



Fonte: Próprio autor

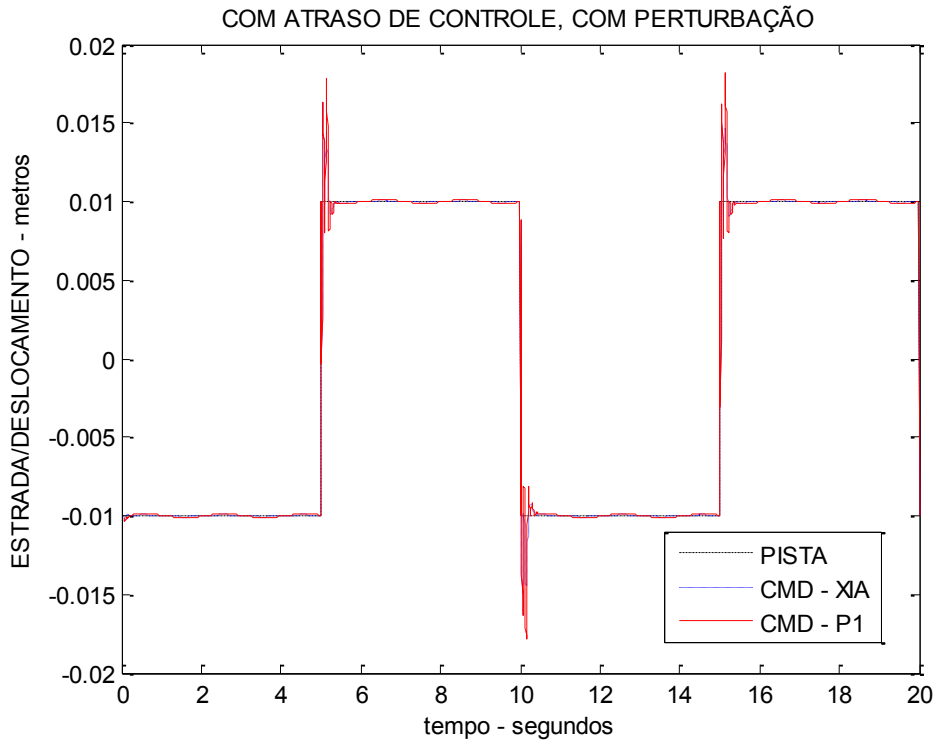
Exemplo 20: Lei de controle discreta CMD, sistema com atraso apenas no controle, com perturbações.

Foi considerado um período de amostragem $T_a = 6$ ms com um atraso no sinal de controle de 12 períodos de amostragens, ou seja um atraso de 72 ms, considerado conhecido.

Para este caso, a lei de controle utiliza os estados preditos da mesma forma do Exemplo 19 (CMD-P1 e CMD-XIA).

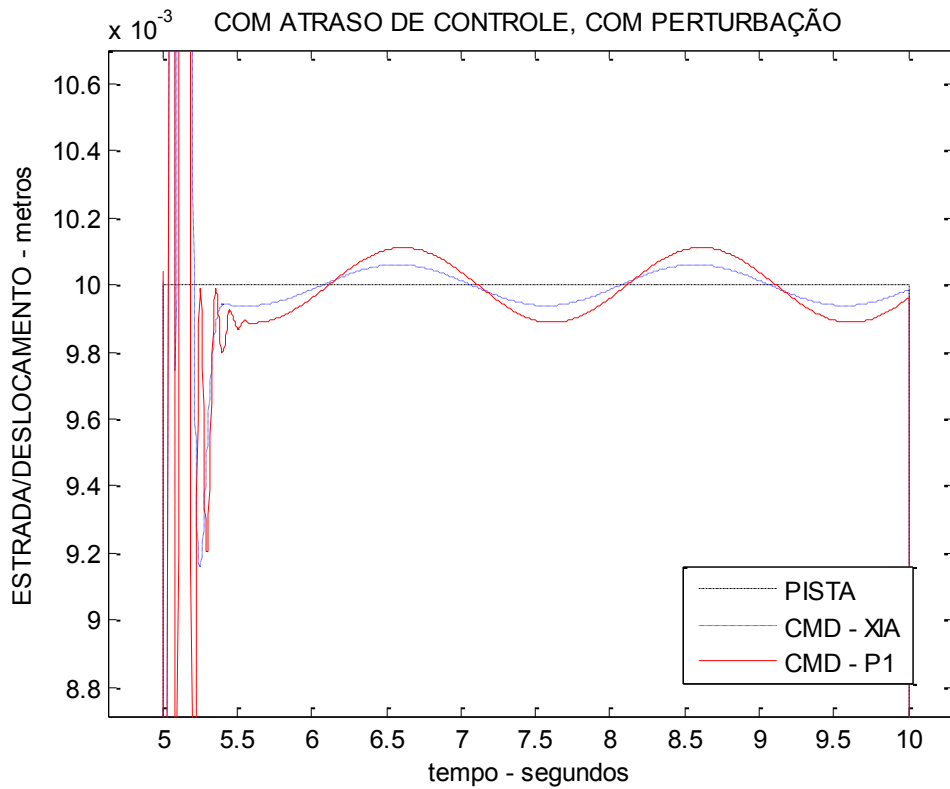
Os resultados estão mostrados nas figuras 93 a 95. Destas figuras, têm-se os resultados do sistema da suspensão ativa com perturbação casada e agora com atraso no controle. Nota-se que estes resultados são exatamente iguais aos obtidos no caso anterior (sistema de suspensão ativa com perturbação casada e com atraso na aquisição de dados), corroborando com as Eqs. (85) a (87), do item 3.2: os atrasos devido a medidas nos estados (aquisição) refletem-se como atraso no sinal de controle da planta.

Figura 93 Deslocamento, sistema com atraso no controle.



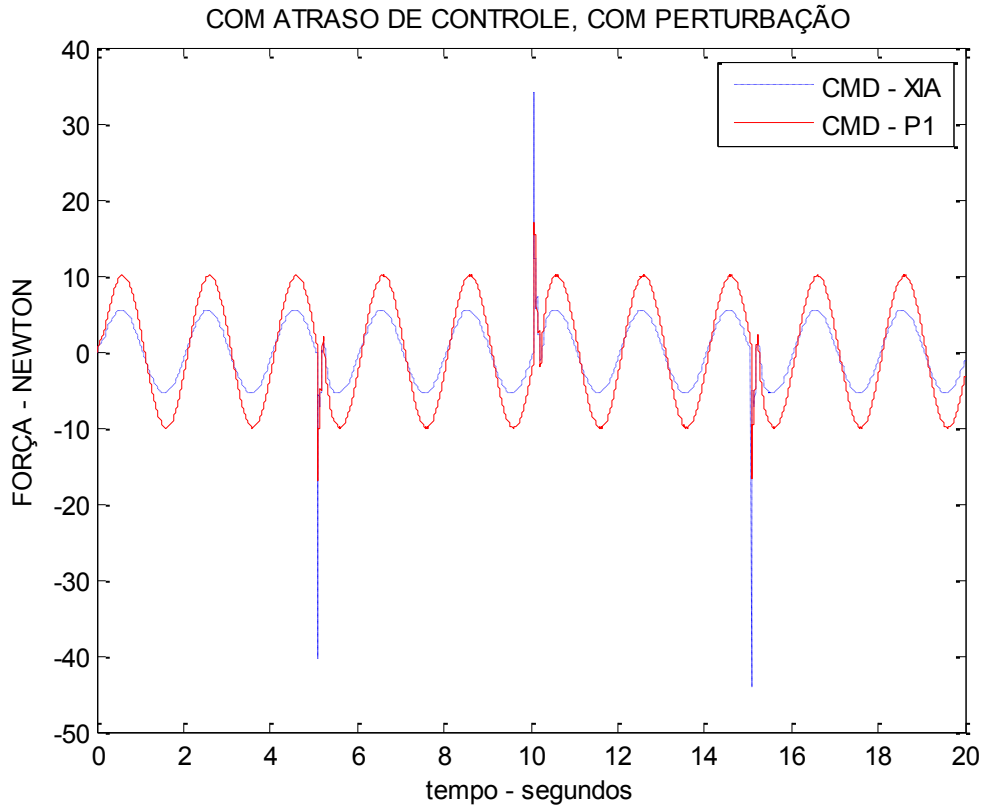
Fonte: Próprio autor

Figura 94 Deslocamento, sistema com atraso no controle, ampliação.



Fonte: Próprio autor

Figura 95 Sinal de controle, sistema com atraso no controle.



Fonte: Próprio autor

Exemplo 21: Lei de controle discreta CMD, sistema com atraso na aquisição e no controle simultaneamente, com perturbações.

Neste caso o atraso na aquisição, assim como o atraso no envio do sinal de controle é de 72 ms (12 amostras), ou seja, o atraso total é igual a 24 amostras, o que resulta num sistema que pode ser representado como a seguir:

$$x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma u_{k-24} + f_k$$

A lei de controle u_k (CMD – P1) é dada por:

$$u_k = u_k^e + u_k^n = (F_{eq} + F_n) \hat{x}_k = F \hat{x}_k$$

com

$$\begin{aligned}
F_{eq} &= -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) = [900,0000 \quad -13,2887 \quad -510,8310 \quad 35,4369] \\
F_n &= -(G\Gamma)^{-1} \beta G = [-5844,6 \quad -0476,5 \quad 6109,0 \quad 0023,1] \\
F &= F_{eq} + F_n \\
\hat{x}_k &= \Psi^{24} x_k = \begin{bmatrix} 0,1948 & 0,0095 & 0,1062 & 0,0037 \\ -3,3658 & -0,1643 & -2,0271 & -0,0638 \\ -0,0815 & -0,0038 & -0,0650 & -0,0015 \\ 1,4327 & 0,0376 & 2,2394 & 0,0154 \end{bmatrix} x_k \\
\Psi &= (\Phi + \Gamma F)
\end{aligned}$$

A lei de controle que utiliza o preditor de Xia (CMD - XIA) é dada por:

$$u_k = u_k^e + u_k^n = (F_{eq} + F_n) \hat{x}_k = F \hat{x}_k$$

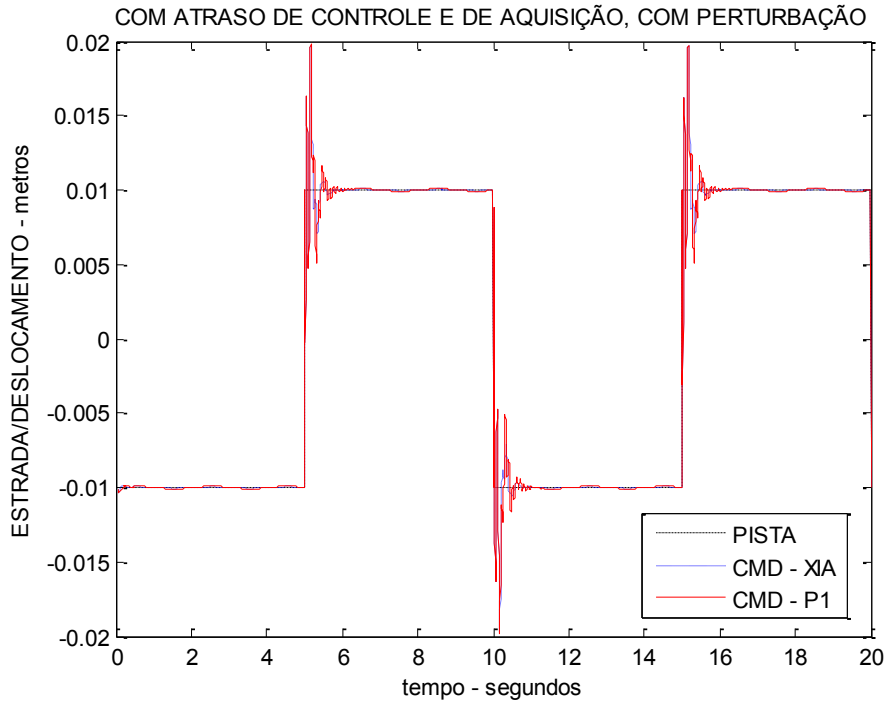
com

$$\begin{aligned}
F_{eq} &= -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) = [900,0000 \quad -13,2887 \quad -510,8310 \quad 35,4369] \\
F_n &= -(G\Gamma)^{-1} \beta G = [-5844,6 \quad -0476,5 \quad 6109,0 \quad 0023,1] \\
\hat{x}_k &= \Phi^H x_k + \sum_{i=-H+1}^0 \Phi^{-i} \Gamma u_{k-1+i}
\end{aligned}$$

As simulações computacionais foram realizadas no Matlab/Simulink e seus resultados estão apresentados nas figuras 96 a 98.

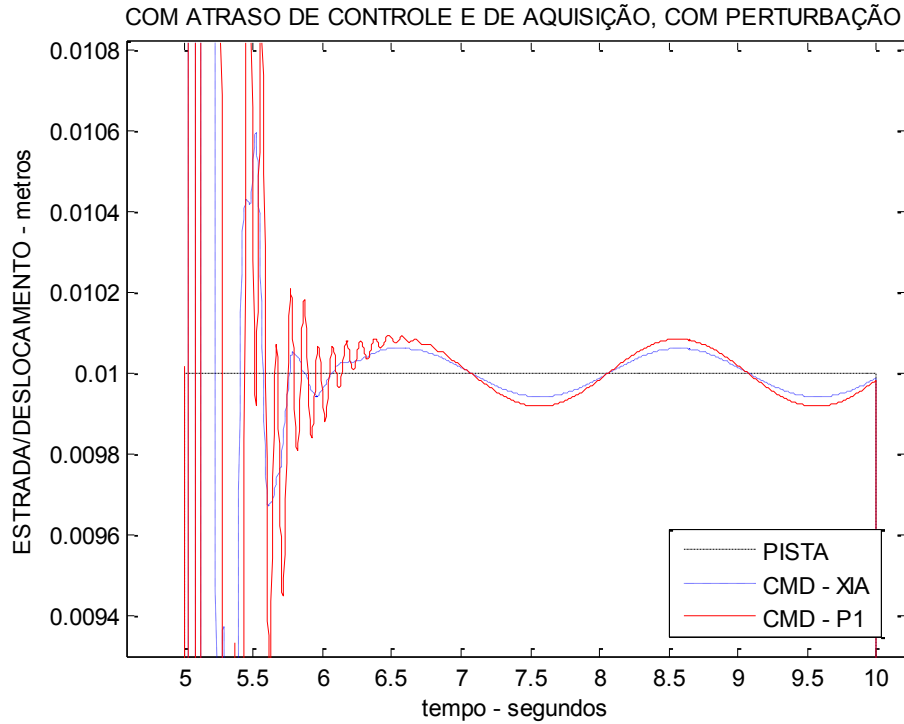
Nas Figuras 96 e 97 têm-se os resultados de simulações para o caso em que há atraso no controle e na aquisição de dados simultaneamente e perturbações do tipo casadas. Nota-se que a resposta do sistema foi levada para uma região próxima a referência nos dois casos abordados (CMD-P1; CMD-XIA), mostrando que os controladores são robustos às incertezas do tipo casadas mesmo havendo atraso maior no sistema. Neste caso os valores do sinal de controle continuaram aceitáveis, não exigindo grandes esforços de controle, como pode ser visto na Figura 98.

Figura 96 Deslocamento, sistema com atraso no controle e na aquisição de dados.



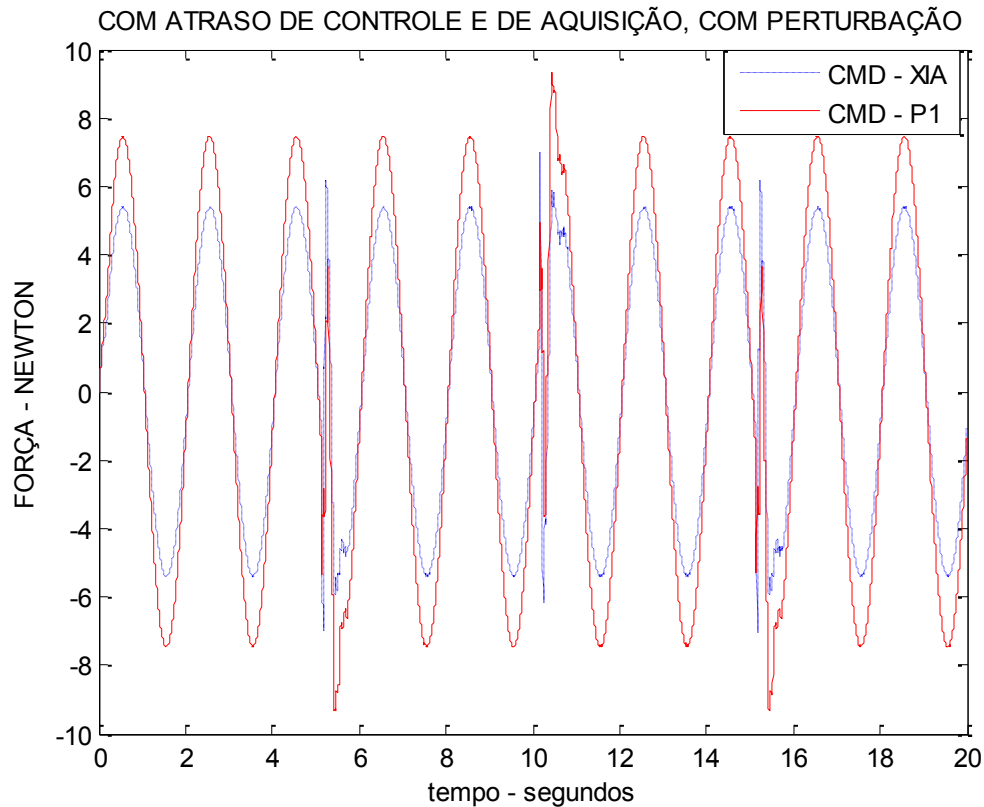
Fonte: Próprio autor

Figura 97 Deslocamento, sistema com atraso no controle e na aquisição de dados, ampliação.



Fonte: Próprio autor

Figura 98 Sinal de controle, sistema com atraso no controle e na aquisição de dados.



Fonte: Próprio autor

Exemplo 22: Lei de controle discreta CMD, sistema com atraso no controle, sem perturbações, sem preditor.

Neste caso, o objetivo é mostrar a necessidade do uso de preditores quando há atraso no sistema. A lei de controle utilizada (CMD) não utiliza os estados preditos e é dada por:

$$u_k = u_k^e + u_k^n = (F_{eq} + F_n) x_k = F x_k$$

com

$$F_{eq} = -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) = [900,0000 \quad -13,2887 \quad -510,8310 \quad 35,4369]$$

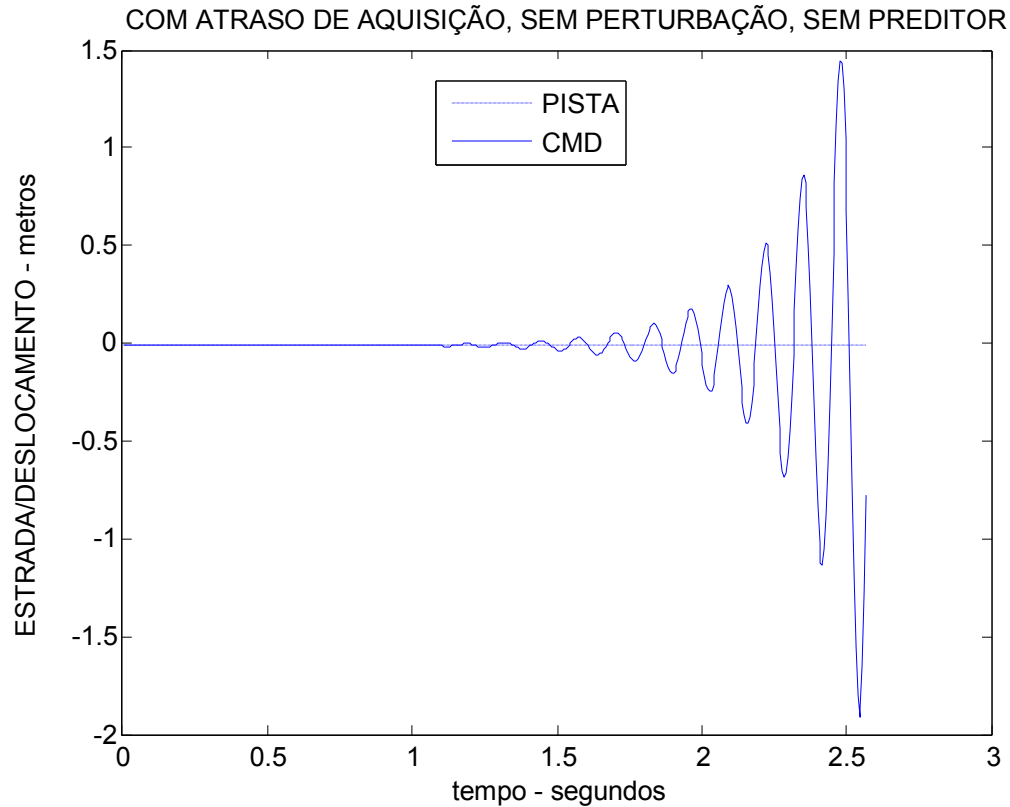
$$F_n = -(G\Gamma)^{-1} \beta G = [-5844,6 \quad -476,5 \quad 6109,0 \quad 23,1]$$

$$F = F_{eq} + F_n$$

Assim, a fim de comprovação da eficiência do CMD-P1, simulou-se o caso em que não foi utilizado o preditor P1 para o projeto do sistema com atraso. Na Figura 99 nota-se que

o sistema tornou-se instável mesmo sem perturbação, devido ao fato de não ter sido levado em consideração o atraso no projeto do controlador.

Figura 99 Deslocamento, sistema com atraso no controle, sem perturbação, sem preditor.



Fonte: Próprio autor

De maneira geral os controladores CMD-P1 e CMD-XIA proporcionaram bons desempenhos ao sistema de suspensão ativa sob todos os aspectos analisados. No entanto, até este item, todas as variáveis de estado foram consideradas acessíveis e as plantas possuem modelo matemático linear. No próximo item será analisada aplicação dos controladores propostos no sistema pêndulo invertido, o qual possui não linearidades em seu modelo matemático e seus estados não são acessíveis diretamente.

4.4 SISTEMA PÊNULO INVERTIDO

Nesta aplicação investiga-se a robustez dos controladores propostos no que diz respeito ao uso de modelos matemáticos que apresentam não linearidades e estados inacessíveis. Além disto, em um dos casos analisados através de simulações computacionais, o atraso é tratado como uma falha a ser detectada e seus controladores adaptados para acomodar este tipo de contingência de modo a prover bom desempenho ao sistema, mesmo com a presença, além da falha por atraso, de perturbações, atraso de controle e não linearidades não computadas no projeto dos controladores. Para isto, este item inicia pela apresentação do problema de adaptação e acomodação de falhas por atraso no controle. Após, apresenta-se o modelo matemático não linear do sistema pêndulo invertido e finalmente são apresentados e analisados resultados de simulações computacionais de diversos casos.

4.4.1 Detecção/ Acomodação de Falha Devido ao Atraso no Sinal de Controle

Propõe-se uma estratégia para reconhecer a existência ou não de atraso no sistema, o qual será considerado uma falha (GARCIA et al., 2009). Para o reconhecimento desta falha, observadores de estado convencionais são utilizados e suas saídas são comparadas à saída real da planta controlada. A saída estimada que mais se aproxime da saída real y_k indica a ocorrência ou não da falha. A saída do observador que leva em conta que o sistema opera sem atraso é $\tilde{y}_k^o \in \mathfrak{R}^p$, e a que considera que o sistema opera com atraso é $\tilde{y}_k^H \in \mathfrak{R}^n$. São definidos os resíduos como sendo:

$$r_k^o = \sum_{i=1}^k \|\tilde{y}_i^o - y_i\| \quad (140)$$

e

$$r_k^H = \sum_{i=1}^k \|\tilde{y}_i^H - y_i\|. \quad (141)$$

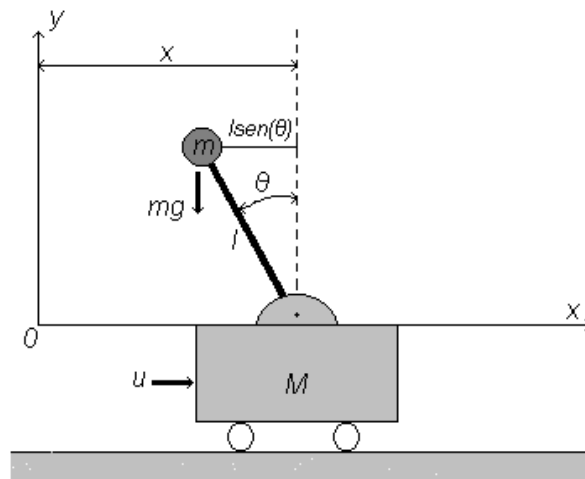
Comparando-se os valores numéricos dos resíduos acumulados (140) e (141), o de menor valor corresponderá à condição de operação real do sistema, de modo a chavear para atuação dos controladores que levam em consideração o sistema operando com atraso (CMD-P1, CMD-XIA ou CONV-P1), ou para os controladores que estabelecem bom desempenho para o sistema sem atraso (CMD ou CONV). Neste trabalho ao invés de utilizar a comparação

entre os valores acumulados dos resíduos, propõe-se, como inovação, um filtro derivativo de primeira ordem, de maneira que as inclinações das funções resíduos (140) e (141) comandarão a troca de operação entre os controladores, sem excesso de chaveamentos entre eles.

4.4.2 Modelo matemático do Sistema Pêndulo Invertido

O Sistema Pêndulo Invertido é muito utilizado para testes de estratégias de controle por ter um modelamento matemático contendo não linearidades, além de ser um sistema instável. Sua representação é dada na Figura 100.

Figura 100 Representação do Sistema Pêndulo Invertido.



Fonte: Quanser (1998)

O modelo não linear de um Sistema Pêndulo Invertido específico de um fabricante (QUANSER, 1998) é dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \frac{(M+m)g \operatorname{sen} \theta - m(\operatorname{sen} \theta)(\dot{\theta})^2 \cos \theta + b \dot{x} \cos \theta}{l(M+m \operatorname{sen}^2 \theta)} \\ \dot{x} \\ \frac{ml(\dot{\theta})^2 \operatorname{sen} \theta - mg \operatorname{sen} \theta - b \dot{x}}{(M+m-m \cos \theta)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{a \cos \theta}{l(M+m \operatorname{sen}^2 \theta)} \\ 0 \\ \frac{a}{(M+m-m \cos \theta)} \end{bmatrix} V_v. \quad (142)$$

A relação entre a força de controle e a tensão aplicada ao motor v_v , em Volts, é $u = aV_v - b\dot{x}$ e os valores numéricos de a e b , assim como a especificação e valores numéricos dos demais parâmetros, são dados na Tabela 2.

Tabela 2. Simbologia e valores dos parâmetros.

Parâmetros	Símbolo	Valor	Unidade
Altura da haste do pêndulo	l	0,61	m
Massa do pêndulo	m	0,21	kg
Massa do carro	M	0,4573	kg
Gravidade	g	9,81	m/s ²
Constante	a	1,7378	-
Constante	b	7,6832	-

Fonte: QUANSER (1998)

Utilizando os valores dados na Tabela 2 e linearizando em torno do ponto $z=0$, chega-se a $\dot{z}(t) = Az(t) + B[u(t) + f(t)]$, em que os estados são $z(t) = [\theta \ \dot{\theta} \ x \ \dot{x}]^T$; $f(t) = [0 \ 0 \ 0 \ (0,1)\text{sen}(0,4\pi t)]^T$ representa as incertezas paramétricas/perturbações casadas da planta e

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1,0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0 \\ 46,9 & 0 & 0 & 55,1 \\ -4,5 & 0 & 0 & -16,8 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -12,5 \\ 3,8 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Neste caso, apenas a posição do carro $x(t)$ e o ângulo da haste $\theta(t)$ estão disponíveis, devendo as demais variáveis de estado, $\dot{x}(t)$ e $\dot{\theta}(t)$ serem estimadas. Neste projeto, foram utilizados observadores de estados para tal finalidade. Também, os observadores foram utilizados para detectar a falha por atraso e acomodar o sistema a este tipo de contingência, conforme item 4.4.1 e esquematizado na Figura 102.

4.4.3 Simulações Realizadas

As simulações foram realizadas utilizando-se o software MatLab/Simulink. Os casos analisados são: (i) o atraso ocorre de forma intermitente sem detecção e sem acomodação; (ii) o atraso, a qual ocorre de forma intermitente, é tratada como uma falha a ser detectada e acomodada através da comutação dos controladores com ou sem preditores, conforme esquema apresentado na Figura 102; (iii) os controladores com preditores operam permanentemente (sem trocas), sendo que o atraso assume valores diferentes a cada período e é desconhecido. Para cada um dos casos, são realizadas comparações do desempenho do sistema operando com os controladores CMD, CONV, CMD-P1, CMD-XIA ou CONV-P1.

Os projetos para os controladores CMD e CONV foram feitos baseados no modelo linearizado em torno do ponto $z=0$. As matrizes A, B e C foram discretizadas utilizando o comando “c2d” do MatLab, para um período de amostragem de 1 ms. Para realizar as simulações, foi utilizado o modelo não linear do pêndulo, Eq. (142).

Exemplo 23: Sistema com atraso intermitente, sem ser detectado e acomodado, comparações entre as leis de controle CMD, CONV.

Neste caso, o objetivo é obter resultados quando a falha não é levada em consideração, ou seja, na há atuação do preditor (apenas CONTROLADOR 1, na Figura 102).

Foi considerado um período de amostragem $T_a=1$ ms. O atraso no controle (quando houver) é de 60 ms, o que resulta num sistema que pode ser representado como a seguir seguir..

$$\begin{aligned} \text{para } 0 < t < 39 \text{ e } 80 < t < 129 &\Rightarrow x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma u_k + f_k ; y_k = Cx_k \\ \text{para } 40 < t < 79 \text{ e } 130 < t < 180 &\Rightarrow x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma u_{k-60} + f_k ; y_k = Cx_k \end{aligned}$$

sendo que $f_k \in \mathfrak{R}^{4 \times 1}$ é a perturbação casada, dada por $f_k = 0,2 \text{seno} [2\pi(1/10)t]$. As matrizes são:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0 & 0,0010 & 0,0000 \\ -0,0000 & 1,0000 & -0,0000 & 0,0010 \\ 0,0468 & 0 & 1,0000 & 0,0546 \\ -0,0045 & 0 & -0,0000 & 0,9833 \end{bmatrix}; \Gamma = \begin{bmatrix} -0,0000 \\ 0,0000 \\ -0,0124 \\ 0,0038 \end{bmatrix}; C^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A lei de controle u_k (CMD) é dada por :

$$\text{para } 0 \leq t < 40 \text{ e } 80 \leq t < 130 \Rightarrow u_k = u_k^{eq} + u_k^n = (F_{eq} + F_n) x_k^e = Fx_k^e : \text{CMD} ;$$

$$\text{para } 40 \leq t < 80 \text{ e } 130 \leq t < 180 \Rightarrow u_k = u_k^{eq} + u_k^n = (F_{eq} + F_n) x_k^e = Fx_k^e : \text{CMD}$$

sendo x_k^e é obtido através de observador de estados , dado por:

$$x_{k+1}^e = \Phi x_k^e + \Gamma u_k + L(y_k - Cx_k^e)$$

sendo a matriz L calculada tal que os pólos da dinâmica do erro entre estados reais e estados estimados, $e_{k+1} = [\Phi - LC]e_k$ seja equivalentes aos pólos contínuos $[-40; -45; -50; -55]$, ou seja, $[0,9608 \ 0,9560 \ 0,9512 \ 0,9465]$. A matriz L resulta em:

$$L = \begin{bmatrix} 0,0993 & 0,0478 \\ 0,0028 & 0,0696 \\ 2,6342 & 3,4691 \\ 0,0794 & 0,6789 \end{bmatrix}$$

A superfície de deslizamento é dada por

$$S_k = Gx_k^e$$

sendo a matriz de ganhos G calculada tal que os polos no deslizamento equivalente contínuo sejam “-7”, “-5” e “-4”, ou seja, os polos discretizados são “0,9930”, “0,9950” e “0,9960”. A matriz obtida é:

$$G = [-163,41 \quad -1.145,9 \quad -287,5 \quad -679,3]$$

As demais matrizes constantes são:

$$F_{eq} = -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) = [10,4584 \quad 0 \quad 1,6394 \quad 5,5671]$$

$$F_n = -(G\Gamma)^{-1} \beta G = [13,0731 \quad 9,1669 \quad 2,2999 \quad 5,4346]$$

$$F = F_{eq} + F_n$$

A lei de controle convencional u_k (CONV) é dada por :

$$\text{para } 0 \leq t < 40 \text{ e } 80 \leq t < 130 \Rightarrow u_k = u_k^{eq} + u_k^n = (F_{eq} + F_n)x_k^e = Fx_k^e : \text{CONV} ;$$

$$\text{para } 40 \leq t < 80 \text{ e } 130 \leq t < 180 \Rightarrow u_k = u_k^{eq} + u_k^n = (F_{eq} + F_n)x_k^e = Fx_k^e : \text{CONV}$$

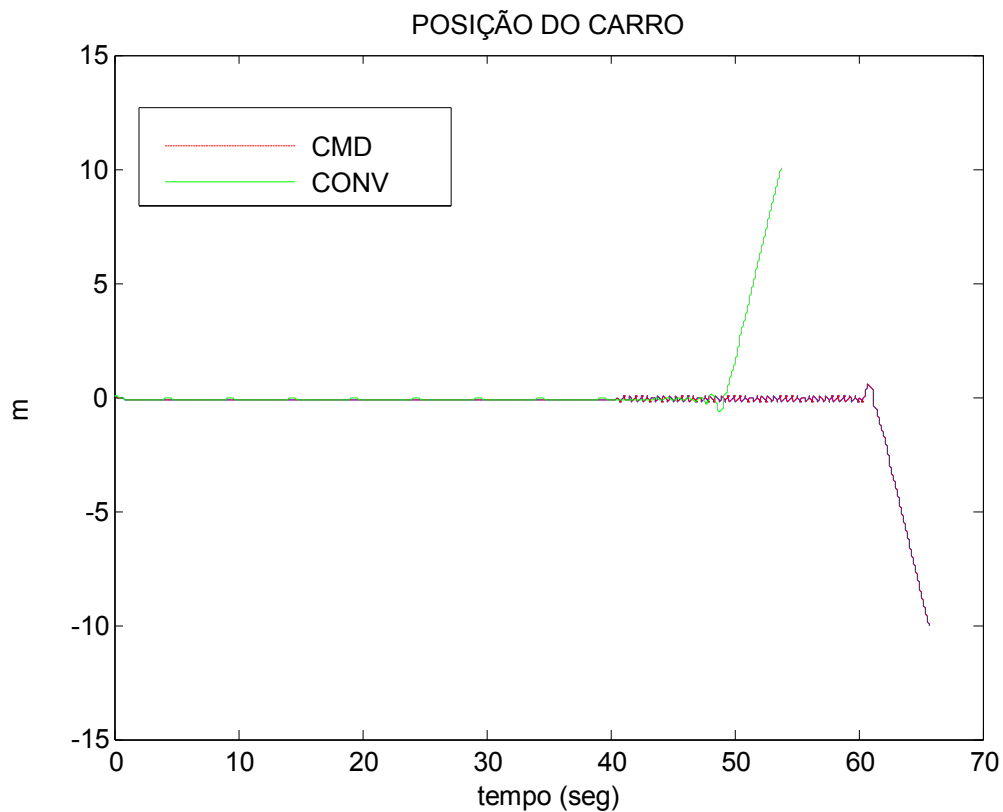
sendo x_k^e é obtido através do observador de estados utilizado também para o CMD,

A matriz de ganhos F é calculada tal que os polos equivalentes contínuos sejam “-7”, “-5” “-4” e “-6”, ou seja, os polos discretizados são “0,9930”, “0,9950”, “0,9960” e “0,9940”. A matriz obtida é:

$$F = [-20,2339 \quad -6,8546 \quad -3,3591 \quad -9,6308]$$

Na Figura 101, tem-se o resultado da influência do atraso no sinal de controle. Isto ocorre a partir dos 40 segundos. Nota-se que com este atraso os controles CMD e CONV, ambos sem preditores, mostraram-se incapazes de estabilizar o sistema.

Figura 101 Posição do Carro, sistema com atraso intermitente, sem esquema de detecção/acomodação.



Fonte: Próprio autor

Exemplo 24: Sistema com atraso intermitente e conhecido, falha deve ser detectada e acomodada, comparações entre as leis de controle CMD, CONV, CMD-P1, CMD-XIA, CONV-P1.

Neste caso, o objetivo é obter resultados que mostram o desempenho do sistema para posições variáveis e a influência das incertezas no desempenho do sistema.

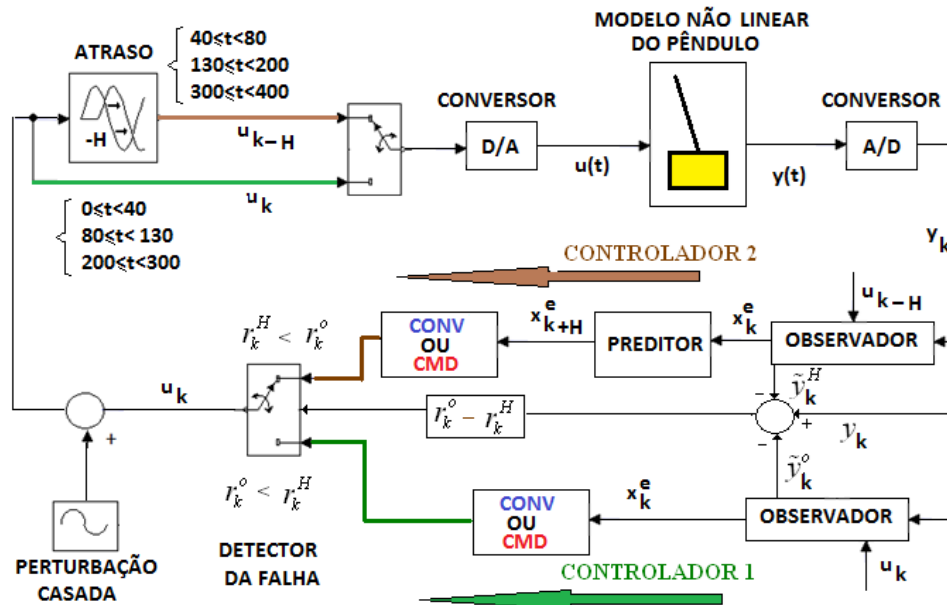
Foi considerado um período de amostragem $T_a=1$ ms. O atraso no controle (quando houver) é de $60,0 \times 10^{-3}$ segundos, o que resulta num sistema que pode ser representado como a seguir.

$$\begin{aligned} \text{para } 0 \leq t_1 < 40 \text{ e } 80 \leq t_2 < 130 &\Rightarrow x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma u_k + f_k ; y_k = C x_k \\ \text{para } 40 \leq t_3 \leq 80 \text{ e } 130 \leq t_4 \leq 180 &\Rightarrow x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma u_{k-60} + f_k ; y_k = C x_k \end{aligned}$$

sendo que $f_k \in \mathfrak{R}^{4 \times 1}$ é a perturbação casada, dada por $f_k = 0,2 \text{sen}[2\pi(1/10)t]$.

Estes intervalos de tempo (t_1 a t_4) são “desconhecidos”, porém quando houver atraso este será igual ao atraso estimado ($H = \hat{H} = 60$) e o sistema deverá ser capaz de detectar e adaptar seus controladores de acordo com a estratégia descrita no item 4.4.1. Idealmente, nos intervalos de tempo t_3 e t_4 o preditor deverá atuar (CONTROLADOR 2, na Figura 102) e deverá estar inativo nos intervalos t_1 e t_2 (CONTROLADOR 1, na Figura 102).

Figura 102 Esquema de detecção de falha por atraso.



Fonte: Próprio Autor

As matrizes são:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0 & 0,0010 & 0,0000 \\ -0,0000 & 1,0000 & -0,0000 & 0,0010 \\ 0,0468 & 0 & 1,0000 & 0,0546 \\ -0,0045 & 0 & -0,0000 & 0,9833 \end{bmatrix}; \Gamma = \begin{bmatrix} -0,0000 \\ 0,0000 \\ -0,0124 \\ 0,0038 \end{bmatrix}; C^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A lei de controle u_k é dada por :

$$\text{para } 0 \leq t < 40 \text{ e } 80 \leq t < 130 \Rightarrow u_k = u_k^{eq} + u_k^n = (F_{eq} + F_n)x_k^e = Fx_k^e : \text{CMD};$$

$$\text{para } 40 \leq t < 80 \text{ e } 130 \leq t \leq 180 \Rightarrow u_k = u_k^{eq} + u_k^n = (F_{eq} + F_n)\hat{x}_k^e = F\hat{x}_k^e : \text{CMD-P1},$$

sendo x_k^e é obtido através de observador de estados , dado por:

$$x_{k+1}^e = \Phi x_k^e + \Gamma u_k + L(y_k - Cx_k^e)$$

sendo a matriz L calculada tal que os pólos da dinâmica do erro entre estados reais e estados estimados, $e_{k+1} = [\Phi - LC]e_k$ seja equivalentes aos pólos contínuos $[-40; -45; -50; -55]$, ou seja, $[0,9608 \ 0,9560 \ 0,9512 \ 0,9465]$. A matriz L resulta em:

$$L = \begin{bmatrix} 0,0993 & 0,0478 \\ 0,0028 & 0,0696 \\ 2,6342 & 3,4691 \\ 0,0794 & 0,6789 \end{bmatrix}$$

A superfície de deslizamento é dada por

$$S_k = Gx_k^e$$

sendo a matriz de ganhos G calculada tal que os polos no deslizamento equivalente contínuo sejam “-7”, “-5” e “-4”, ou seja, os polos discretizados são “0,9930”, “0,9950” e “0,9960”. A matriz obtida é:

$$G = [-163,41 \quad -1.145,9 \quad -287,5 \quad -679,3]$$

As demais matrizes constantes são:

$$F_{eq} = -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) = [10,4584 \quad 0 \quad 1,6394 \quad 5,5671]$$

$$F_n = -(G\Gamma)^{-1} \beta G = [13,0731 \quad 9,1669 \quad 2,2999 \quad 5,4346]$$

$$F = F_{eq} + F_n$$

Para o preditor, obtém-se

$$\hat{x}_k^e = \Psi^{60} x_k^e = \begin{bmatrix} 0,8875 & 0 & 0,0310 & -0,0187 \\ 0,0516 & 1,0000 & 0,0091 & 0,0656 \\ -3,2253 & 0 & 0,1415 & -0,5231 \\ 1,5486 & 0 & 0,2735 & 1,1556 \end{bmatrix} x_k^e$$

$$\Psi = (\Phi + \Gamma F)$$

Para comparação, foi simulado também o sistema com o preditor apresentado em Xia et al. (2007). Esta lei de controle u_k (CMD - XIA) é dada por:

$$\text{para } 40 \leq t < 80 \text{ e } 130 \leq t \leq 180 \Rightarrow u_k = u_k^{eq} + u_k^n = (F_{eq} + F_n) \hat{x}_k^e = F \hat{x}_k^e$$

com

$$F_{eq} = -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) = [10,4584 \quad 0 \quad 1,6394 \quad 5,5671]$$

$$F_n = -(G\Gamma)^{-1} \beta G = [13,0731 \quad 9,1669 \quad 2,2999 \quad 5,4346]$$

$$\hat{x}_k^e = \Phi^H x_k^e + \sum_{i=-H+1}^0 \Phi^{-i} \Gamma u_{k-1+i}$$

Outra lei de controle também foi simulada para comparação, esta lei utiliza um controlador convencional com preditor específico como a seguir.

A lei de controle convencional (CONV) é dada por :

$$\text{para } 0 \leq t < 40 \text{ e } 80 \leq t < 130 \Rightarrow u_k = -Kx_k^e : \text{CONV};$$

$$\text{para } 40 \leq t < 80 \text{ e } 130 \leq t \leq 180 \Rightarrow u_k = -K\hat{x}_k^e : \text{CONV-P1},$$

sendo x_k^e os estados estimados obtidos pelo mesmo observador de estados dado anteriormente. A matriz de ganhos de realimentação de estados K é calculada de forma a prover os mesmos pólos do deslizamento, ou seja, $[-7; -5; -4; -6]$. A matriz obtida é $K = [-20,2339 \quad -6,546 \quad -3,3591 \quad -9,6308]$.

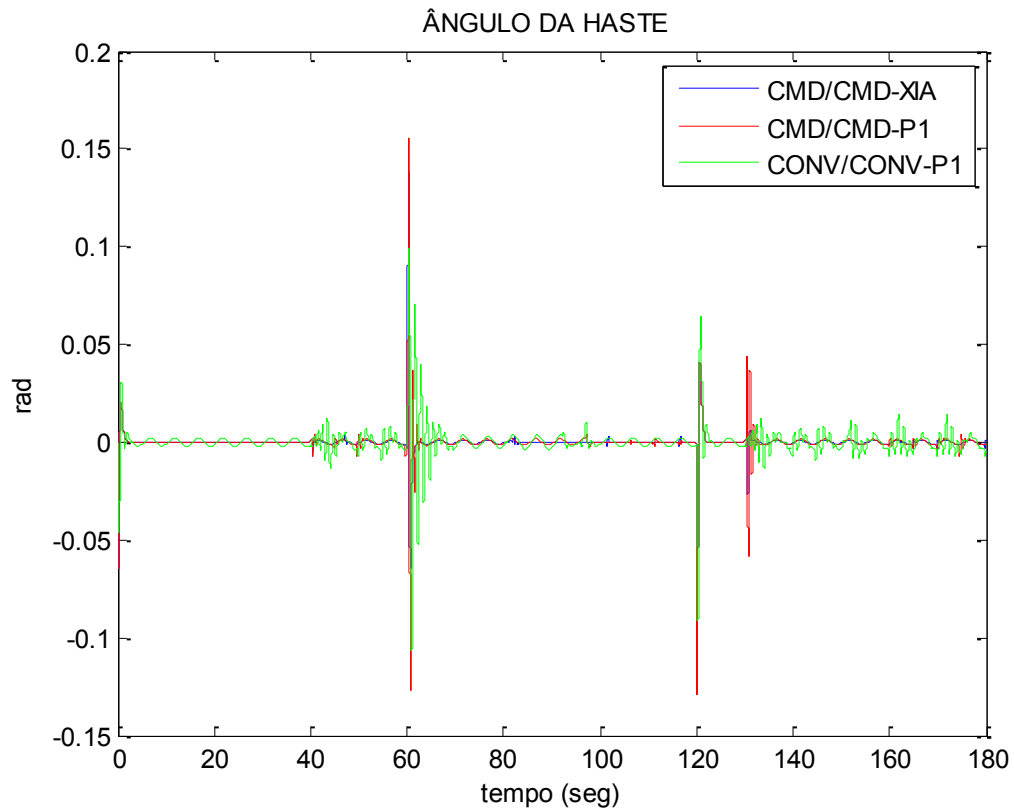
Utilizou-se como preditor as seguintes matrizes:

$$\hat{x}_k^e = \Psi^{60} x_k^e = \begin{bmatrix} 0,7467 & -0,0987 & 0,0062 & -0,0772 \\ 0,0940 & 1,0298 & 0,0166 & 0,0833 \\ -6,8569 & -2,5464 & -0,4974 & -2,0327 \\ 2,6252 & 0,7549 & 0,4629 & 1,6031 \end{bmatrix} x_k$$

$$\Psi = (\Phi - \Gamma K)$$

As simulações computacionais foram realizadas no Matlab/Simulink, estão mostrados nas Figuras 103 a 107.

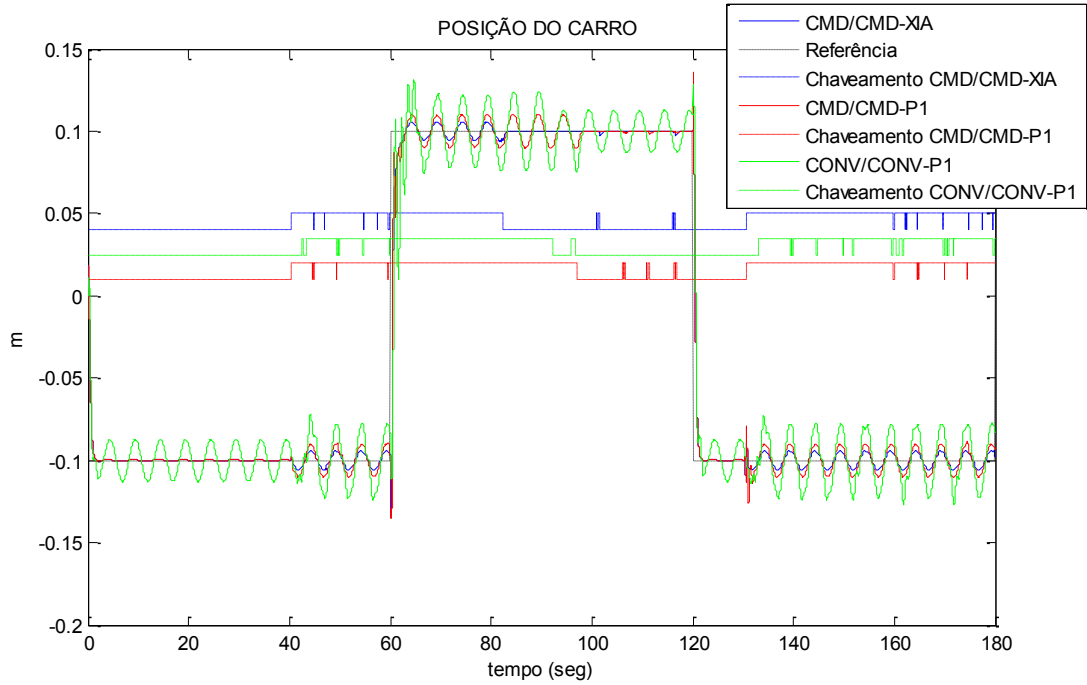
Figura 103 Ângulo da haste, sistema com atraso intermitente, com esquema de detecção/acomodação.



Fonte: Próprio Autor

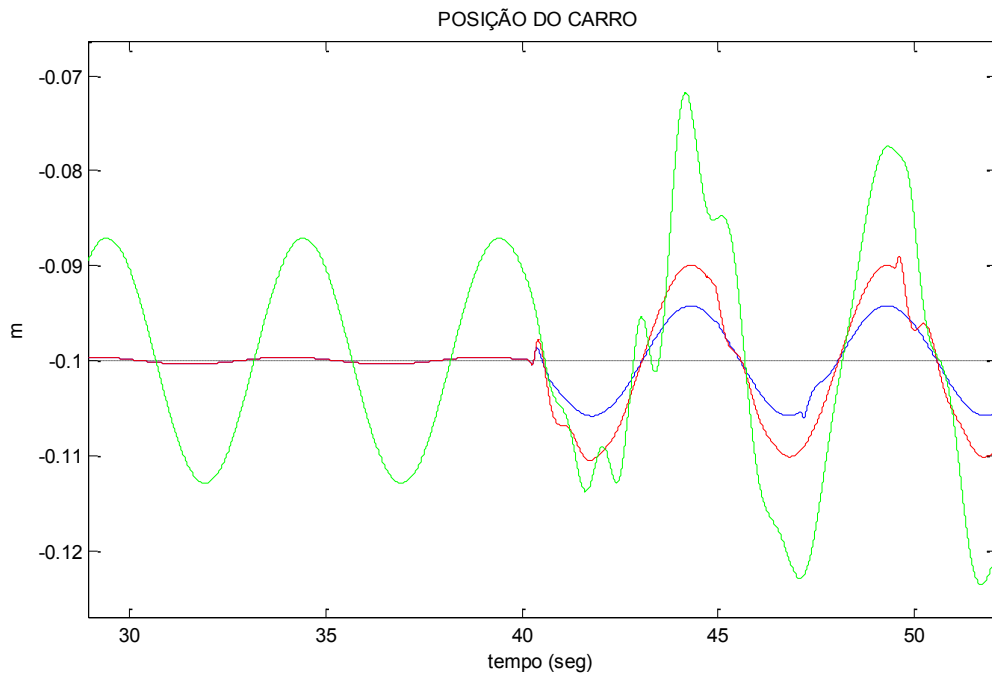
Na Figura 103 tem-se o ângulo da haste do pêndulo, sendo que o objetivo é que este ângulo fique na posição zero grau. Nota-se que mesmo quando há atraso e incertezas os três sistemas conseguiram resultados satisfatório. É possível observar que nos instante em que o preditor atua os sistemas sofrem maior influência da perturbação.

Figura 104 Posição do Carro, sistema com atraso intermitente, com esquema de detecção/acomodação.



Fonte: Próprio Autor

Figura 105 Posição do Carro, sistema com atraso intermitente, com esquema de detecção/acomodação, ampliação.



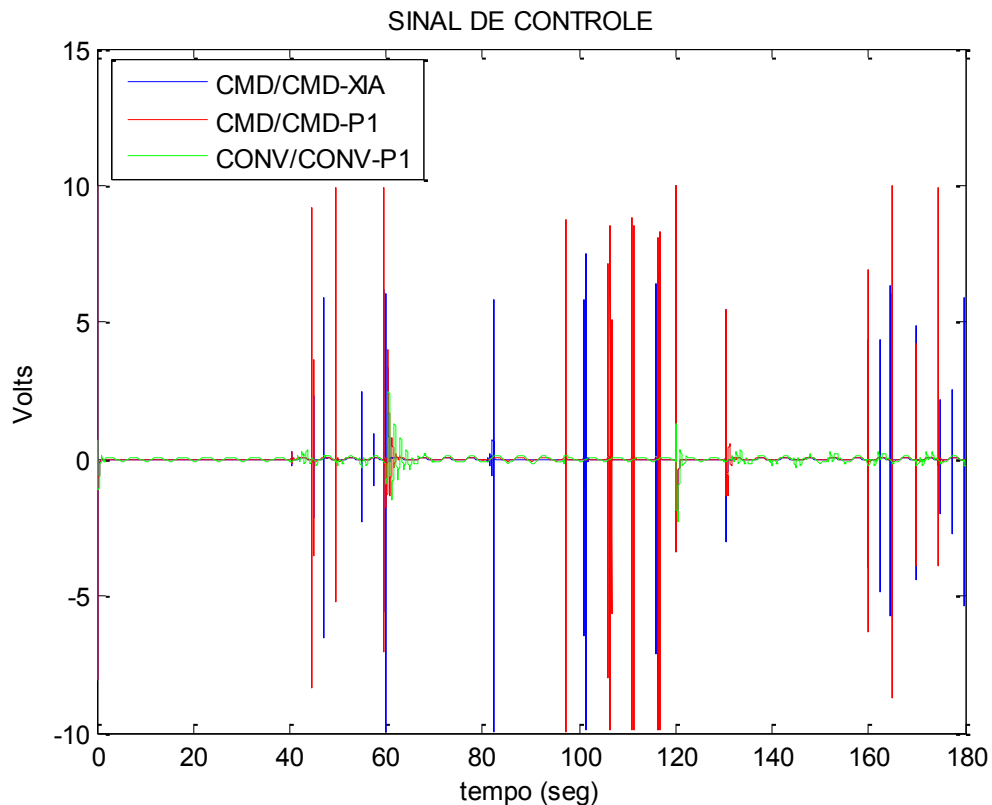
Fonte: Próprio Autor

Na Figura 104 mostra-se a posição do carro (linhas cheias) e os chaveamentos dos sistemas sem/com preditores (linhas tracejadas). Nas posições altas das linhas tracejadas o sistema atua com preditores (CONV-P1; CMD-P1; CMD-XIA) e nas posições baixas o sistema atua sem preditores (CONV; CMD). Nota-se que o chaveamento não é exato, ou seja, é sujeito a erros. Contudo os sistemas permaneceram estáveis, demonstrando a eficiência da estratégia de detecção e acomodação e a robustez dos controladores.

Nota-se que quando há preditores atuando nos sistemas, este sofre maior influência das incertezas, tal como pode ser melhor observado na Figura 105 (ampliação da Figura 104). Este fato corrobora com o que foi destacado na Nota 4.

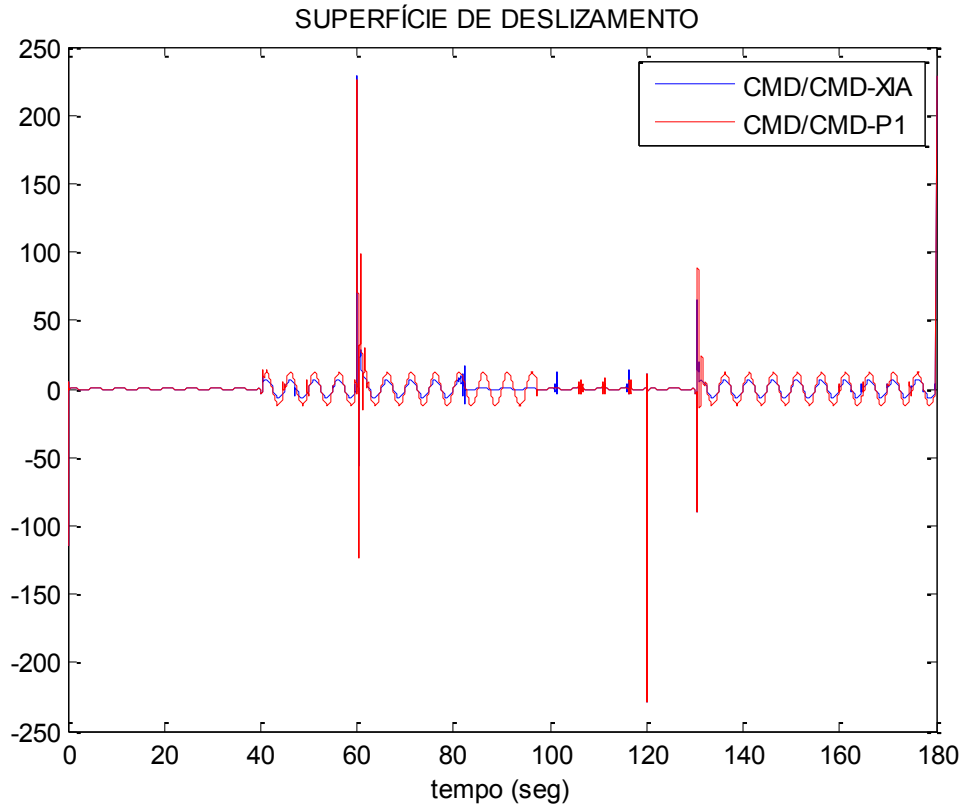
Nota-se que comparando o CMD-P1 com o CMD-XIA, os resultados foram praticamente iguais, e o controlador CONV-P1 foi o que apresentou pior desempenho. E como pode ser visto na Figura 106, o desempenho destes sistemas não exigiram grandes esforços de controle.

Figura 106 Sinal de controle, sistema com atraso intermitente, com esquema de detecção/acomodação.



Fonte: Próprio Autor

Figura 107 Superfície de chaveamento, sistema com atraso intermitente, com esquema de detecção/acomodação.



Fonte: Próprio Autor

Com relação a superfície de deslizamento dos controladores CMD-P1 e CMD-XIA, apresentados na Figura 107, fica nítido o desvio da superfície de deslizamento ideal quando os preditores estão atuando e há incertezas, como destacado na Nota 4.

Exemplo 25: Sistema com atraso desconhecido, falha deve ser detectada e acomodada, comparações entre as leis de controle CMD, CONV, CMD-P1, CMD-XIA, CONV-P1.

Nestas simulações tem-se o caso em que o atraso é desconhecido e há incertezas do tipo casadas, de forma que é possível analisar a robustez dos sistemas para cada controlador utilizado (CONV, CMD, CONV-P1; CMD-P1; CMD-XIA). Os controladores são os mesmos da simulação anterior.

O objetivo deste exemplo é demonstrar que o esquema proposto de detecção funciona adequadamente mesmo para atrasos desconhecidos.

Nas simulações o número de amostras atrasadas H varia no tempo conforme a seguir:

$$H = 0,2\hat{H}, \text{ para } 0 \leq t_1 < 90;$$

$$H = 1,2\hat{H}, \text{ para } 90 \leq t_2 < 210;$$

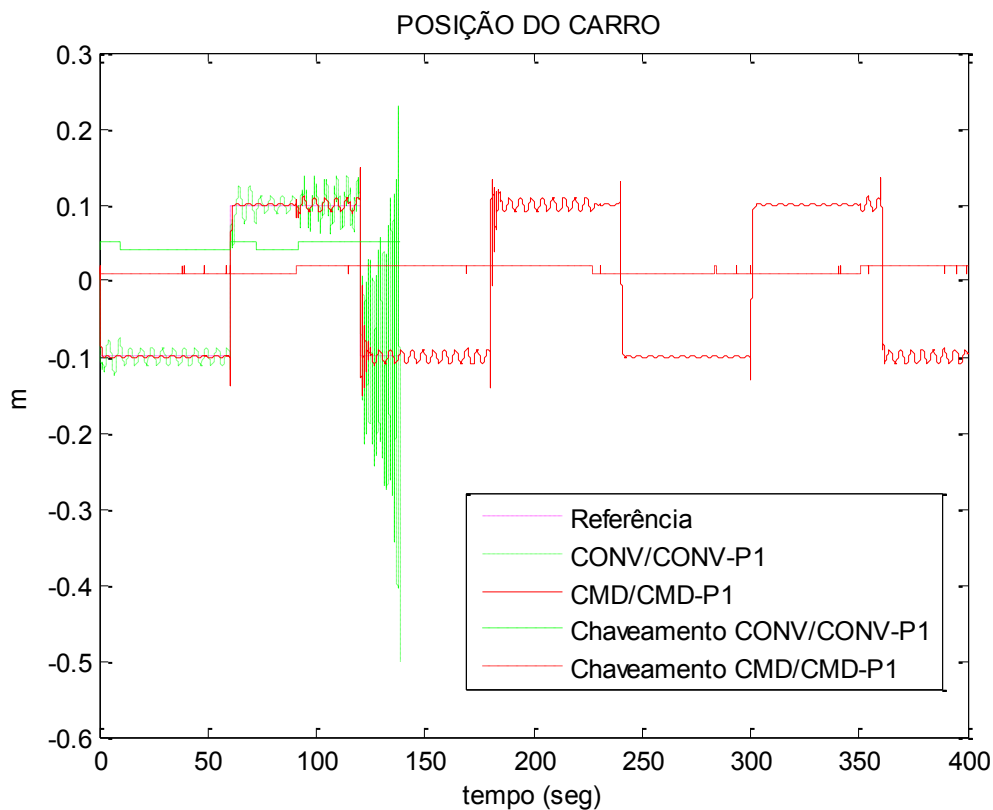
$$H = 0,3\hat{H}, \text{ para } 210 \leq t_3 < 350;$$

$$H = 0,7, \text{ para } 350 \leq t_4 \leq 400,$$

sendo que $\hat{H} = 60$ é o número de amostras estimado, utilizado para o projeto dos controladores.

Nestes intervalos de tempo (t_1 a t_4) os atrasos reais (H) são desconhecidos e o sistema deverá ser capaz de detectar e adaptar seus controladores de acordo com a estratégia descrita no item 4.4.1, utilizando, ou não, o atraso estimado \hat{H} . Assim, idealmente, nos intervalos de tempo t_2 e t_4 o preditor deverá atuar (CONTROLADOR 2, na Figura 102) e deverá estar inativo nos intervalos t_1 e t_3 (CONTROLADOR 1, na Figura 102).

Figura 108 Posição do carro, sistema com atraso desconhecido e variável a cada período, com esquema de detecção/acomodação, sistema controlado por CONV/CONV-P1 ou CMD/CMD-P1.



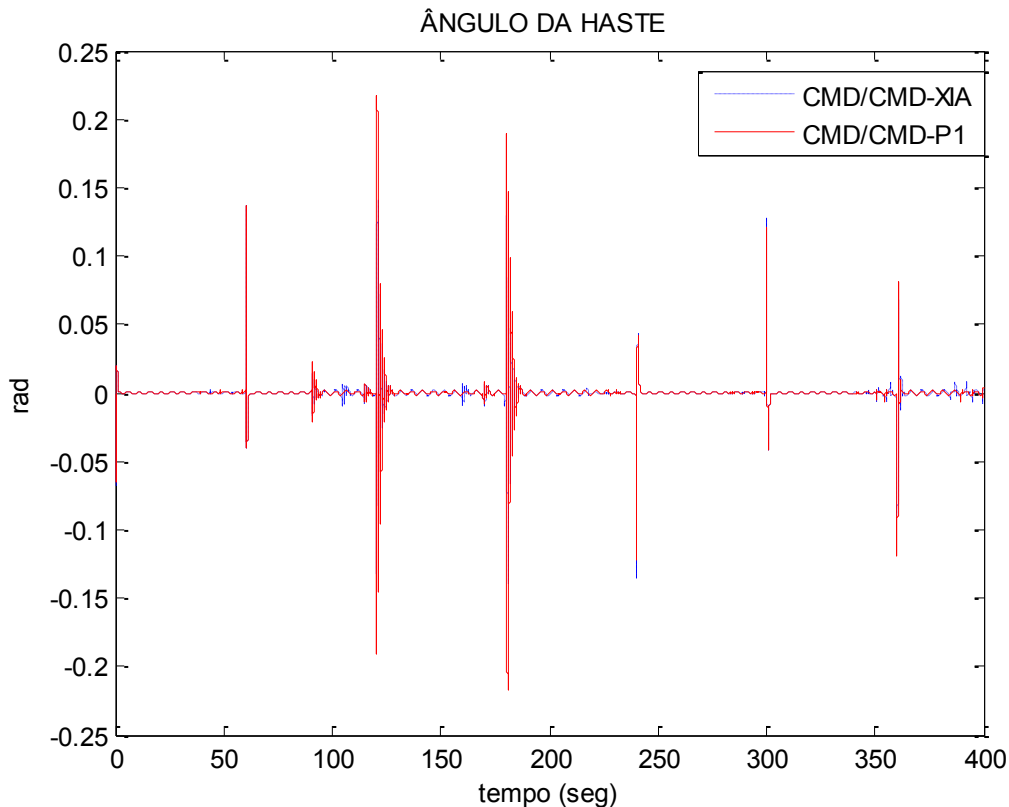
Fonte:

Próprio Autor

Na Figura 108 nota-se que o controlador CONV/CONV-P1 apresentou resultado insatisfatório, sendo que no intervalo em que o atraso real era $H = 1,2\hat{H}$, não foi possível levar o sistema para próximo o ponto de equilíbrio. Contudo, nesta mesma figura, observa-se que o controlador CMD/CMD-P1 apresentou bom desempenho, conseguindo levar o sistema para próximo ao ponto de equilíbrio. Nota-se que o sistema de detecção de falha funcionou adequadamente para o caso em que foi utilizado os controladores CMD/CMD-P1.

Nas Figuras 109 a 111 são mostrados os casos comparativos entre os controladores CMD-P1 e CMD-XIA.

Figura 109 Ângulo da haste, sistema com atraso desconhecido variável a cada período, com esquema de detecção/acomodação, sistema controlado por CMD/CMD-P1 ou CMD/CMD-XIA.

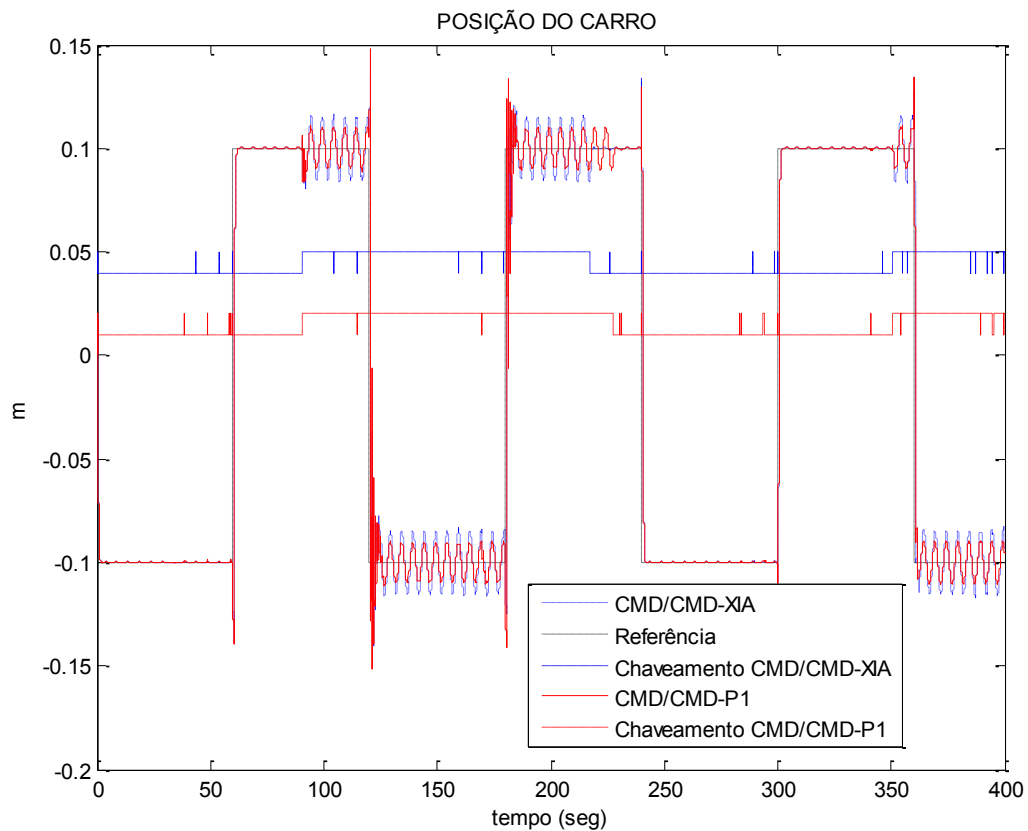


Fonte:

Próprio Autor

Na Figura 109 nota-se que o ângulo da haste do pêndulo ficou em torno do ângulo zero, como desejado. Percebe-se que há uma influência muito pequena das incertezas no sistema, contudo o desempenho pode ser considerado satisfatório.

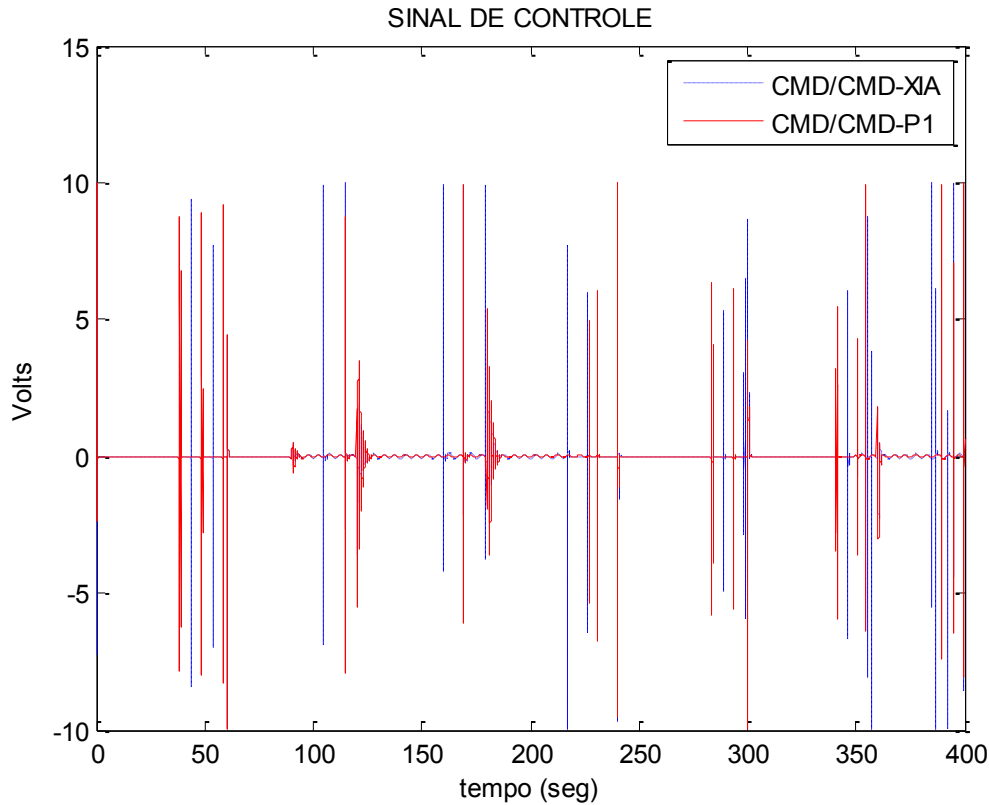
Figura 110 Posição do carro, sistema com atraso desconhecido variável a cada período, com esquema de detecção/acomodação, sistema controlado por CMD/CMD-P1 ou CMD/CMD-XIA.



Fonte: Próprio Autor

Na Figura 110 mostra-se a posição do carro do pêndulo seguindo a referência, na posição 0,1 e na posição -0,1 metros (onda quadrada, com período de 120 segundos). Mesmo com atrasos desconhecidos, assumindo diferentes valores, e ainda com perturbação senoidal na entrada de controle, os controladores CMD-P1 e CMD-XIA mantiveram o sistema estável e com bom desempenho, e o esquema de detecção/acomodação funcionou adequadamente. Conforme estabelecido na NOTA 4, houve maior influência das incertezas na saída devido a atuação dos preditores do que no caso em que não há preditores atuando no sistema. Estes sistemas tiveram bom desempenho sem exigir grandes esforços de controle, tal como pode ser visto na Figura 111.

Figura 111 Sinal de controle, sistema com atraso desconhecido variável a cada período, com esquema de detecção/acomodação, sistema controlado por CMD/CMD-P1 ou CMD/CMD-XIA.



Fonte:

Próprio Autor

4.5 CONCLUSÕES PARCIAIS

Neste capítulo foram implementados os projetos de controladores convencionais e com modos deslizantes com ou sem preditores, considerando modelos matemáticos de dois sistemas mecânicos (Suspensão ativa; Pêndulo invertido). Através dos resultados obtidos em simulações computacionais pode-se comprovar as análises realizadas no Capítulo 3, as quais mostram a robustez de sistemas com preditores (CMD-P1; CONV-P1).

Os resultados obtidos mostram também a influência das incertezas casadas para sistemas com ou sem preditores. Também, ficou nítido que quando há preditores atuando, apesar de ser robusto em relação aos atrasos, o sistema sofre maior influência das perturbações.

Nota-se também que na maioria dos resultados das simulações, o controlador CMD-XIA apresentou uma pequena vantagem em relação à rejeição de perturbações. Contudo, este

preditor necessita de vários períodos de amostragens do sinal de controle e ainda necessita da realização de uma quantidade elevada de cálculos a cada iteração. Portanto, o controlador CMD-P1 foi o mais vantajoso dentre os utilizados nestas simulações, pois ele mostrou-se robusto em relação às perturbações casadas e aos atrasos desconhecidos, além de não necessitar de amostragens anteriores do sinal de controle e, também, não necessita da realização de uma quantidade elevada de cálculos a cada iteração.

Os sistemas mecânicos simulados neste capítulo possuem constantes de tempo relativamente pequenas. Para maior abrangência, são investigados no próximo capítulo, através de simulações, aplicações em sistemas de tratamento primário de petróleo, para analisar a influência de atraso no controle em sistemas com constantes de tempo elevadas.

5 APLICAÇÕES DE CONTROLE COM MODOS DESLIZANTES EM PROCESSOS INDUSTRIAIS: TRATAMENTO PRIMÁRIO DO PETRÓLEO

Neste capítulo, propõe-se a utilização do método de controle de estrutura variável com modos deslizantes (CEV/MD) em dois processos integrantes do tratamento primário do petróleo. Num dos processos, é realizado o projeto de CEV/MD para o controle de vazão e pressão no escoamento em riser. No outro processo, realiza-se o projeto CEV/MD para o controle da altura e da pressão num tanque de separação do gás e do líquido, separação bifásica. Este capítulo está estruturado da seguinte forma: na introdução são apresentadas informações a respeito de todo o processo de tratamento primário do petróleo; a seguir, apresenta-se o modelamento matemático do escoamento em riser, o projeto CEV/MD para este processo e os resultados obtidos em simulações. Em seguida, o modelamento do separador bifásico é apresentado, o projeto CEV/MD é realizado e os resultados obtidos em simulações são apresentados. Todos os resultados obtidos em simulações para os sistemas controlados por CEV/MD são comparados com os resultados dos processos controlados pelos tradicionais controladores Proporcional-Integral-Derivativo (PID). As comparações são feitas considerando-se o comportamento dos sistemas quando sujeitos a perturbações e/ou incertezas. Também, projetos de controladores contínuos no tempo e controladores discretos são analisados, incluindo-se a presença de atrasos devido a redes de comunicações entre controladores, sensores e atuadores.

5.1 INTRODUÇÃO

Neste item, apresenta-se o embasamento sobre o tratamento primário do petróleo. As principais fontes são os trabalhos de Nunes, et al. (2010), Storkaas (2005), Lemos (2010) e Petrobrás (2012). O texto a seguir foi retirado de Lemos (2010), neste é apresentado o tratamento primário de petróleo e suas etapas.

Plataformas offshore de produção de petróleo possuem plantas de processamento para separação do óleo, gás e água produzidos. A qualidade desta separação no local de extração é fundamental para a lucratividade do empreendimento. A boa performance das malhas de controle da planta é um dos principais fatores para manter os produtos dentro das especificações de qualidade. Apesar da relativa simplicidade dos processos de separação, estas plantas operam com grande variação de vazão, devido às características dos métodos de elevação e escoamento dos poços produtores.

Como o interesse econômico é somente na produção de hidrocarbonetos (óleo e gás), há necessidade de dotar os campos (marítimos e terrestres) de “facilidades de produção”, que são instalações destinadas a efetuar, sob condições controladas, o “processamento primário dos fluidos”, ou seja:

- A separação do óleo, do gás e da água com as impurezas em suspensão;
- O tratamento ou condicionamento dos hidrocarbonetos para que possam ser transferidos para as refinarias onde é efetuado o processamento propriamente dito;
- O tratamento de água para a reinjeção ou descarte.

Dependendo do tipo de fluidos produzidos e da viabilidade técnico-econômica, uma planta de processamento primário pode ser simples ou complexa.

As mais simples efetuam apenas a separação gás/óleo/água, enquanto que as mais complexas incluem o condicionamento e compressão do gás, tratamento e estabilização do óleo e tratamento da água para a reinjeção ou descarte.

Toda planta possui uma capacidade nominal de processamento, projetada em função do estudo de diversos parâmetros do campo produtor. Possui também uma forte interferência entre as malhas de controle de pressão de gás e nível do óleo devido ao escoamento entre vasos separadores ser feito pela pressão do gás e não por bombeamento.

PROCESSAMENTO PRIMÁRIO DE FLUÍDOS

As plantas de processamento primário de petróleo têm como principal objetivo a separação do gás e água do petróleo bruto produzido, por estarem localizadas próximas aos poços produtores, incluem bombas de transferência de óleo e compressores de gás para escoamento dos produtos.

Os produtos de uma planta completa são:

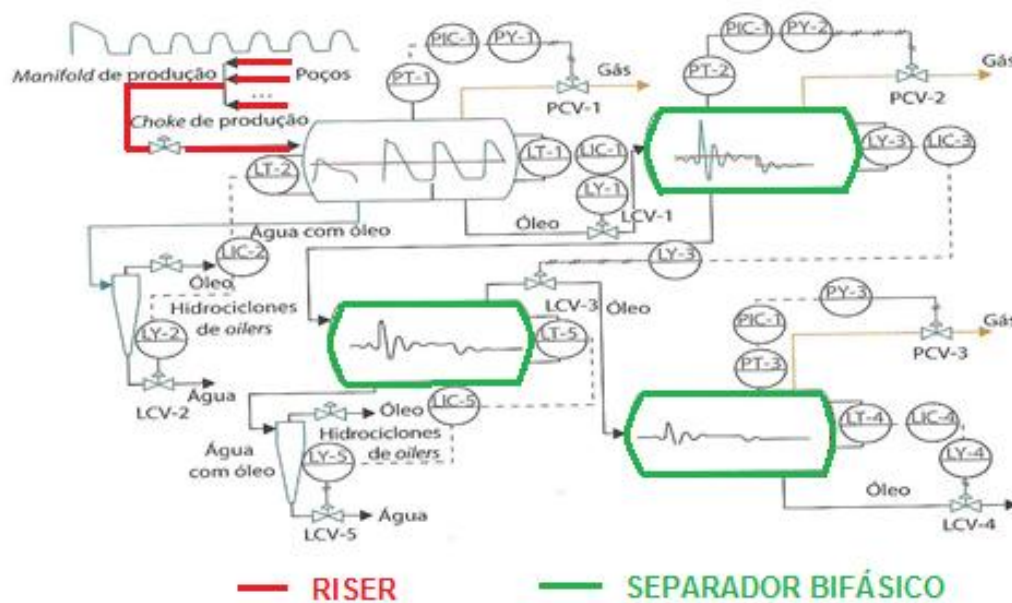
- Óleo isento de água e gás;
- Gás isento de umidade;
- Água a ser descartada isenta de óleo.

O objetivo do Processamento Primário de Petróleo é de separar gás, óleo, água e tratar essas correntes de maneira a especificá-las aos padrões de envio aos terminais e refinarias (óleo e água) e de descarte (água oleosa);

Normalmente, a separação e o tratamento dessas fases são feitas numa planta de processamento, por meio do uso de produtos químicos, aquecimento e vasos separadores (dispostos em estágios) (LEMOS, 2010).

As etapas de tratamento do óleo são representadas na Figura 112, e algumas etapas são descritas a seguir (LEMOS, 2010). Nesta Figura a seguinte simbologia é utilizada: PT é o sensor de pressão no tanque que envia o sinal para o PIC, o qual é o controlador que envia o sinal de controle para PY que é o atuador de abertura/fechamento da respectiva válvula PCV; LT é o sensor de altura do líquido no tanque que envia o sinal para o LIC, o qual é o controlador que envia o sinal de controle para LY que é o atuador de abertura/fechamento da respectiva válvula LCV.

Figura 112 Processo de Produção Primária do Petróleo.



Fonte: Nunes et al. (2010)

AQUECEDOR DE ÓLEO

O aquecimento do óleo é fundamental para o escoamento e separação da água em óleos de alta viscosidade. O aquecimento é feito através de trocadores de calor com água quente. O sistema de água quente deve manter a temperatura da água para diferentes cargas, caso contrário a variação da temperatura da água passa a ser um distúrbio para o aquecimento de óleo. As malhas de temperatura têm grande influência na qualidade da separação água/óleo.

A variação da vazão e temperatura do óleo na entrada do permutador são os distúrbios principais. A dinâmica é caracterizada por um elevado tempo morto inerente da instalação do transmissor de temperatura na saída do trocador de calor e a elevada inércia térmica.

O permutador tem uma dinâmica não linear para vazões elevadas de água ou óleo. A planta de processo é composta por um conjunto de pré-aquecedores que deve ser capaz de elevar de 40°C para 140°C.

Dependendo da qualidade do petróleo, a planta pode possuir diversos sistemas, tais como:

- Um ou mais estágios de separação de gás e água;
- Tratamento de óleo;
- Tratamento da água produzida;
- Unidades de desumidificação do gás;
- Sistema de gás combustível;
- Compressão de gás;
- Tratamento de água para injeção;
- Sistema de água quente;
- Sistema de água de resfriamento;
- Injeção de produtos químicos;
- Sistema de bombeio de óleo, entre outros.

A principal característica dinâmica das plantas de produção offshore é a grande variação de vazão, pressão e mistura de gás/óleo/água proveniente dos poços, devido aos métodos de elevação e escoamento nos dutos. Outro fator importante a ser considerado é a reduzida capacidade de volume dos separadores gás/óleo devido a limitações de espaço e peso nas plataformas. As principais variáveis que influenciam a qualidade da separação são: tempo de residência, temperatura, dosagem de produtos químicos e pressão.

As oscilações de vazão desestabilizam estas variáveis e a qualidade dos produtos. As malhas de controle devem ter como maior objetivo reduzir as oscilações ao longo da planta e sua influência nas variáveis de qualidade.

VASOS SEPARADORES

Os fluidos produzidos passam inicialmente por separadores que podem ser bifásicos ou trifásicos, atuando em série ou paralelo. No separador bifásico ocorre a separação gás/líquido, enquanto que no separador trifásico ocorre também a separação óleo-água.

Para maximizar a produção de óleo e de acordo com a pressão do sistema pode ser necessária a utilização de vários estágios de separação, permitindo o processamento da produção de poços que tenham diferentes pressões de fluxo.

Os separadores são fabricados na forma vertical e horizontal. Por apresentarem uma maior área superficial de interface permitindo uma melhor separação líquido/gás e gás/ líquido, os separadores horizontais são normalmente mais eficientes. São utilizados, principalmente em sistemas que apresentem espumas e altas razões gás-óleo.

As desvantagens referem-se ao manuseio dos sólidos produzidos (os verticais têm uma geometria que permite a deposição localizada no fundo do vaso, facilitando a remoção) e a maior capacidade de absorver grandes variações de fluxo (golfadas).

Os vasos separadores baseiam-se nos seguintes mecanismos para separar líquido do gás:

- Ação da gravidade e diferença de densidades – responsável pela decantação do fluido mais pesado;
- Separação inercial – mudanças bruscas de velocidade e de direção de fluxo permitindo ao gás desprender-se da fase líquida devido à inércia que esta fase possui;
- Aglutinação das partículas – contato das gotículas de óleos dispersas sobre uma superfície, o que facilita sua coalescência, aglutinação e consequente decantação;
- Força centrífuga – que aproveita as diferenças de densidade do líquido e do gás.

Um separador típico constitui-se de quatro seções distintas:

- Seção de separação primária

Onde o fluido choca-se com defletores ou é dirigido por um difusor que lhe impõe um movimento giratório, fazendo com que o líquido se precipite para o fundo do vaso. É nesta seção que a maior parte do líquido é separada, removendo rapidamente as golfadas e as gotículas de maior diâmetro do líquido. Com isso, ocorre uma diminuição da turbulência, evitando o retorno do líquido para a fase gasosa.

- Seção de acumulação (coleta) do líquido

Ocorre a separação de bolhas gasosas que ficaram no líquido após a separação primária. Para que seja efetivada, o líquido deve permanecer retido durante um certo tempo (chamado tempo de retenção) que pode variar de 3 a 4 minutos.

- Seção de separação secundária

As gotículas menores de líquido, carregadas pelo gás após a separação primária, são separadas. O mecanismo é o mesmo da seção de acumulação, sendo grandemente influenciado pela turbulência do gás.

- Seção aglutinadora

As gotículas de líquido arrastadas pela corrente de gás, não separadas nas seções anteriores, são aglutinadas em meios porosos e recuperadas. Para retenção de pequenas gotículas de líquido na parte superior dos vasos, são utilizados vários tipos de extratores de nevoa.

SEPARADORES BIFÁSICOS

O fluido entra no separador e choca-se com defletores de entrada que provocam uma mudança brusca de velocidade e direção do fluido.

A força da gravidade causa a separação das gotículas líquidas mais pesadas que deixam a corrente de gás e se acumulam no fundo do vaso, onde o líquido é coletado. Esta seção de coleta assegura um tempo de retenção apropriado, necessário para que o gás se desprenda do líquido e vá para o espaço superior do separador.

O gás separado flui sob os defletores de entrada e segue através da seção de separação secundária. À medida que o gás flui, pequenas gotas de líquido que ficaram na fase gasosa caem por ação da gravidade na interface gás/líquido. Algumas gotas têm diâmetro tão pequeno que não são facilmente separadas nesta seção de decantação. Entretanto, antes de deixar o vaso, o gás passa através de uma seção de aglutinação e coalescência composta por aletas de metal, almofadas de tela de arame ou placas pouco espaçadas que extraem a nevoa presente no fluido.

A pressão no separador é mantida por um controlador que atua regulando o fluxo de saída do gás pela parte superior. O líquido separado deixa o vaso através de válvula de descarga, cuja abertura ou fechamento é regulado por um controle de nível.

- Demister

Tem como finalidade remover gotículas de óleo carregadas pela fase gasosa efluente, posicionados no bocal de saída de gás do separador (LEMOS, 2010).

5.2 CONCLUSÕES PARCIAIS A RESPEITO DO TRATAMENTO PRIMÁRIO DE PETRÓLEO

O processo de tratamento primário de petróleo tem como objetivo a separação do gás e água do petróleo, e para isso são utilizadas várias etapas de tratamento, tais como as já citadas e apresentadas na Figura 112: aquecimento do óleo, vasos separadores, separadores bifásicos,

separadores trifásicos, etc. Mas estas etapas de separação podem apresentar problemas que irão interferir na qualidade final do produto, e isto causa enormes perdas monetárias para a empresa.

Variações do sistema na pressão, temperatura, vazão, tempo de residência e dosagem de produtos químicos interferem na qualidade final do produto. Para evitar que a qualidade seja comprometida técnicas de controle são utilizadas com o objetivo de reduzir as oscilações ao longo da planta e sua influência nas variáveis de qualidade.

Dada a importância de ter-se um controle eficiente para essas oscilações ao longo da planta, este trabalho visou à aplicação de uma técnica de controle que torna o sistema mais robusto, assim evitando a diminuição de qualidade de produto e aumentando os lucros da empresa.

Nos itens 5.3 e 5.4 a seguir, duas etapas importantes do processo de tratamento primário do petróleo são analisadas sob a atuação de controle com modos deslizantes: escoamento de petróleo em riser e separador bifásico.

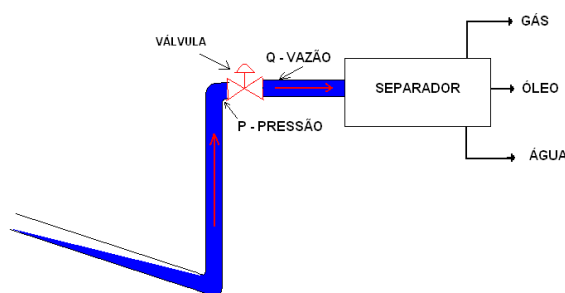
5.3 ESCOAMENTO EM RISER

Escolheu-se este processo para aplicar o controle CEV/MD devido à sua importância em toda a cadeia de extração e tratamento do petróleo bruto. Todas as informações de sua modelagem foram extraídas dos trabalhos de Nunes et al. (2010) e Storkaas (2005).

5.3.1 Introdução Riser

Na produção primária do petróleo tem-se que separar o óleo, do gás e da água. Para esta finalidade são utilizados os separadores que normalmente ficam distantes do local de extração. O petróleo é então conduzido por dutos através de escoamento. De particular interesse tem-se o escoamento slug. Trata-se de um escoamento induzido por gravidade, resultante de um ponto inferior conectado a um tubo inclinado, conforme ilustrado na Figura 113.

Figura 113 Processo de Produção em Riser.



Fonte: Próprio autor

A queda de pressão e a fricção interfacial no trecho vertical da tubulação, chamado de riser, impedem o escoamento do líquido, que se acumula na parte inferior, formando um slug (NUNES; MEDEIROS; ARAÚJO, 2010; STORKAAS, 2005). Nesta configuração, nos trechos verticais predominam os escoamentos intermitentes ou em golfadas, e sob certas condições o escoamento de gás e óleo poderá ocorrer em golfadas severas. O regime de golfadas (ou intermitência) severas é oscilatório com períodos de vários minutos, havendo intervalos em que o escoamento no riser é muito baixo ou nulo, caracterizando instabilidade na produção, além de tornar o processo inseguro. Detalhes deste fenômeno e seu equacionamento podem ser visto em Nunes et al. (2010) e Storkaas (2005).

Na configuração mostrada na Figura 113, haverá condições para intermitência severa se a taxa de acúmulo de líquido na base do riser tiver potencial para elevar a pressão estática nesse ponto a uma taxa superior à taxa de crescimento da pressão na linha de produção, em virtude do acúmulo de gás bloqueado pelo selo líquido. Assim, este selo age apenas temporariamente, uma vez que a pressão do gás acumulado deverá vencer a carga hidrostática de líquido, impulsionando-a riser acima por meio de escoamento em regime de intermitência severa. Desta forma, para evitar ou minimizar a intermitência severa, pode-se efetuar o controle da pressão a montante, atuando-se na válvula vista na Figura 113, de forma a impedir a ascensão de toda a coluna líquida no riser. Ou seja, elevando-se a pressão a montante do riser, seria possível forçar o líquido e o gás a escoarem em slugflow ordinário, ou seja, com slugs de líquido com comprimento moderado, evitando assim a intermitência severa.

Desta forma, o controle estável e com bom desempenho sobre a pressão no riser, com atuação na válvula, é muito importante, pois dele dependerá o sucesso do processo produtivo das etapas posteriores. Normalmente, a estratégia de controle utilizada é o Proporcional-Integral-Derivativo (PID) e tem por objetivo fazer com que a pressão no riser siga uma referência estabelecida de forma a evitar a ocorrência da intermitência severa. Para efetuar a

sintonia dos ganhos PID, de modo a obter estabilidade e robustez no desempenho, diversas estratégias estão disponíveis na literatura, como em Nunes et al. (2010) e Storkaas (2005), e diversas outras técnicas de controle são pesquisadas, (STORKAAS, 2005; FONTES; SOUZA; ACHY, 2010; SAUSSEN, A; SAUSSEN, P.S, 2011). Também, diversos modelos matemáticos para representar o sistema Encanamento-Riser-Separador estão disponíveis na literatura (STORKAAS, 2005; FONTES; SOUZA; ACHY, 2010; SAUSSEN, A; SAUSSEN, P.S, 2011).

Este capítulo enfoca uma estratégia de controle da pressão no riser pouco aplicada neste tipo de processo. Trata-se do Controle de Estrutura Variável com Modos Deslizantes (CEV/MD).

Para a aplicação de CEV/MD, foi utilizado um modelo matemático do encanamento em riser (NUNES; MEDEIROS; ARAÚJO, 2010). O projeto do controlador CEV/MD foi realizado utilizando os valores dos parâmetros do modelo obtidos em Nunes et al. (2010). Simulações computacionais foram realizadas e os resultados obtidos foram comparados ao desempenho de um projeto de controlador PI com malhas em cascada fornecido por Nunes et al. (2010).

5.3.2 Modelo Matemático do Sistema e Controle PID em Cascata

O modelo matemático utilizado nesta seção, o qual descreve a dinâmica da pressão superior no riser e a vazão após a válvula está detalhadamente descrito em Nunes et al. (2010) e Storkaas (2005).

A função de transferência da pressão em relação à entrada de controle de uma planta específica retirada da referência Nunes et al. (2010) é dada por

$$\frac{P(s)}{U(s)} = \frac{-0,00007*(s-3,249)(s-0,0142)}{(s+0,025)(s+6,112)[s^2-0,002s+0,00005]}, \quad (143)$$

sendo que $P(s)$ é a transformada de Laplace da pressão no topo do riser, $p(t)$; $U(s)$ é a transformada de Laplace do sinal de controle $u(t)$, o qual comanda a abertura ou fechamento da válvula no topo do riser (Figura 113).

Pode-se observar que os zeros da função de transferência são $+3,249$ e $+0,0142$ e os pólos são $-0,025$, $-6,112$ e $+0.0008 \pm 0.007i$.

A função de transferência da vazão na saída da válvula (Figura 113) em relação à entrada de controle desta planta específica é dada por

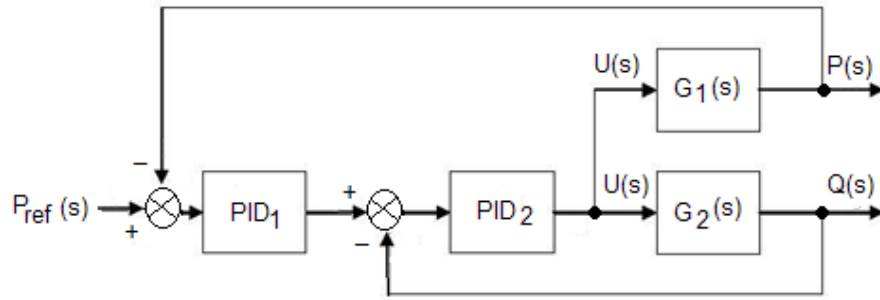
$$\frac{Q(s)}{U(s)} = \frac{-0,00247*(s+4,117)(s+0,0042)(s+0,0004)}{(s+0,025)(s+6,112)[s^2-0,002s+0,00005]}, \quad (144)$$

sendo que $Q(s)$ é a transformada de Laplace da vazão $q(t)$; $U(s)$ é a transformada de Laplace do sinal de controle $u(t)$, o qual é o mesmo sinal de (143) e que comanda a abertura ou fechamento da válvula. Observa-se que a função de transferência (144) possui os mesmos pólos que (1).

Neste exemplo, o objeto de controle é a pressão $p(t)$ na entrada da válvula no topo do riser, a qual deverá seguir uma pressão de referência, “gerada” de forma a evitar a ocorrência de golfadas severas no riser (NUNES; MEDEIROS; ARAÚJO, 2010; STORKAAS, 2005).

Como a Equação (143) apresenta polos e zeros no semiplano direito de s , conclui-se que um controlador PID, com realimentação da saída $p(t)$, não será capaz de estabilizar o processo atuando apenas nesta malha. Uma solução muito utilizada é o controle em cascata PID, com malhas de realimentação interna e externa da vazão $q(t)$ e da pressão $p(t)$. Este esquema está mostrado na Figura 114. Diversos métodos existem para a sintonia dos ganhos dos PIDs e podem ser encontrados detalhadamente descritos em Nunes et al. (2010), Ogata (2010) e Storkaas (2005).

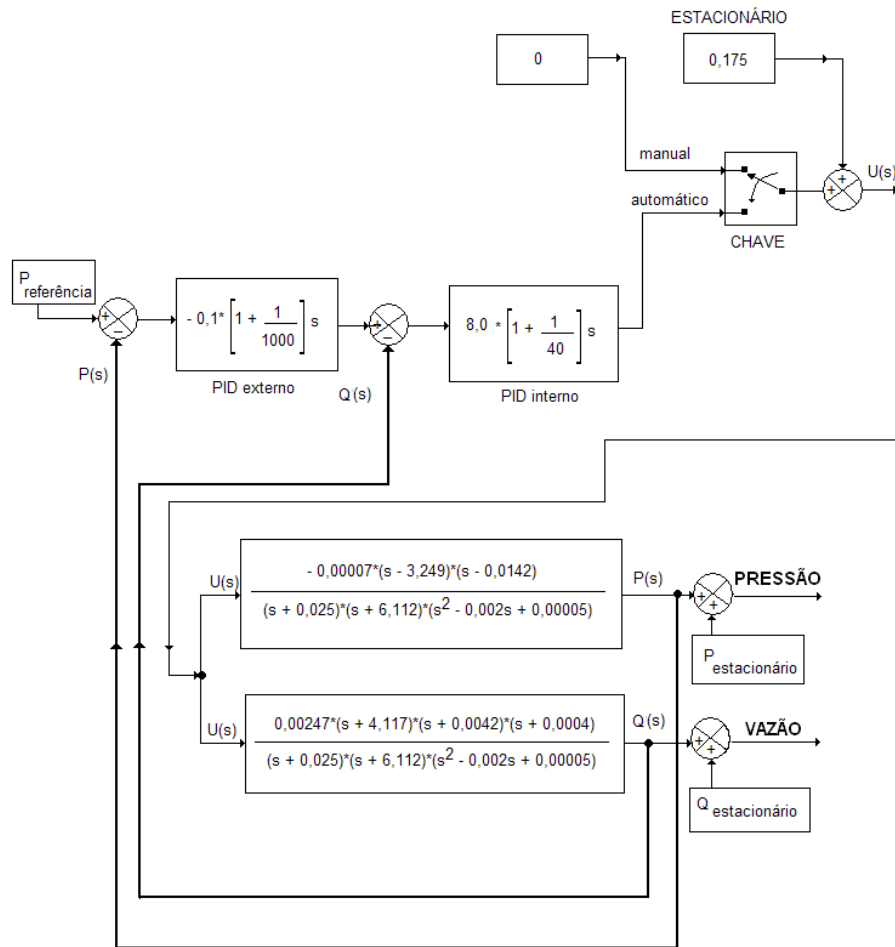
Figura 114 Controle PID em cascata.



Fonte: Próprio autor

Para o exemplo das Equações (143) e (2), foi proposto em Nunes et al. (2010), o esquema visto na Figura 115, na qual também são mostrados os valores numéricos dos ganhos dos PIDs sintonizados. Neste esquema, utilizado para simulação numérica, a chave possibilita a comutação do controle manual para o controle automático com PIDs.

Figura 115 Controle cascata PID da pressão de escoamento em riser exemplificado em Nunes et al. (2010).



Fonte: Próprio autor baseado em Nunes et al. (2010)

5.3.3 Projeto do Controlador CEV/MD

A estratégia de controle CEV/MD utiliza os estados do sistema para compor a superfície de deslizamento. Como o sistema da Equação (143) possui pólos e zeros distintos, pode-se obter representações no espaço de estados, controláveis e observáveis, da forma.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ p(t) &= y(t) = Cx(t)\end{aligned}\tag{145}$$

com $A \in \mathfrak{R}^{4 \times 4}$, $B \in \mathfrak{R}^{4 \times 1}$, $C \in \mathfrak{R}^{1 \times 4}$, matrizes constantes.

É possível estimar todos os estados através de um observador convencional (OGATA, 2010), dado por

$$\dot{\hat{x}}(t) = Ax(t) + Bu(t) + L[y(t) - C\hat{x}(t)],\tag{146}$$

Sendo que $\hat{x}(t)$ são os estados estimados e a matriz de ganhos $L \in \mathfrak{R}^{1 \times 4}$ é projetada de tal forma que o erro

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) = [A - LC]e(t),\tag{147}$$

tenha a dinâmica desejada.

Uma realização para a Eq. (143) é:

$$\begin{aligned}A &= 0,001 * \begin{bmatrix} -6.135,4 & -143,000 & -0,1000 & -0,06237 \\ 1.000,0 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 1.000,0 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 1.000,0 & 0,0000 \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} 1,0000 \\ 0,0000 \\ 0,0000 \\ 0,0000 \end{bmatrix}, \quad C^T = 0,001 * \begin{bmatrix} 0,0000 \\ -0,0700 \\ 0,2284 \\ -0,0032 \end{bmatrix}.\end{aligned}\tag{148}$$

Com estas matrizes, foi projetado um observador com polos alocados em $[-10; -12; -20; -15]$, resultando na matriz de ganhos

$$L = 10^{12} [0.0000 \quad -0.0006 \quad -0.0412 \quad -2.9043].$$

Esta matriz resultou em ganhos elevados, mas sendo o sinal de controle gerado digitalmente, então estes valores são perfeitamente implementáveis.

Foram utilizadas as seguintes equações para a lei de controle CEV/MD:

$$\begin{aligned} u(t) &= u_{eq} + u_N \\ u_{eq} &= F_{eq} \hat{x}(t); \\ u_N(x) &= \frac{\sigma(x)}{\|\sigma(x)\| + \delta} \rho, \quad \rho < 0; \delta \text{ pequeno.} \\ \sigma(x) &= S\hat{x}(t) \end{aligned}$$

No presente projeto usa-se a técnica de alocação de polos no deslizamento, com pólos em $[-0.04 \ -0.07 \ -0.09]$. Os valores numéricos para a matriz de ganhos S são

$$S = [1,0000 \ 0,2000 \ 0,0127 \ 0,0003].$$

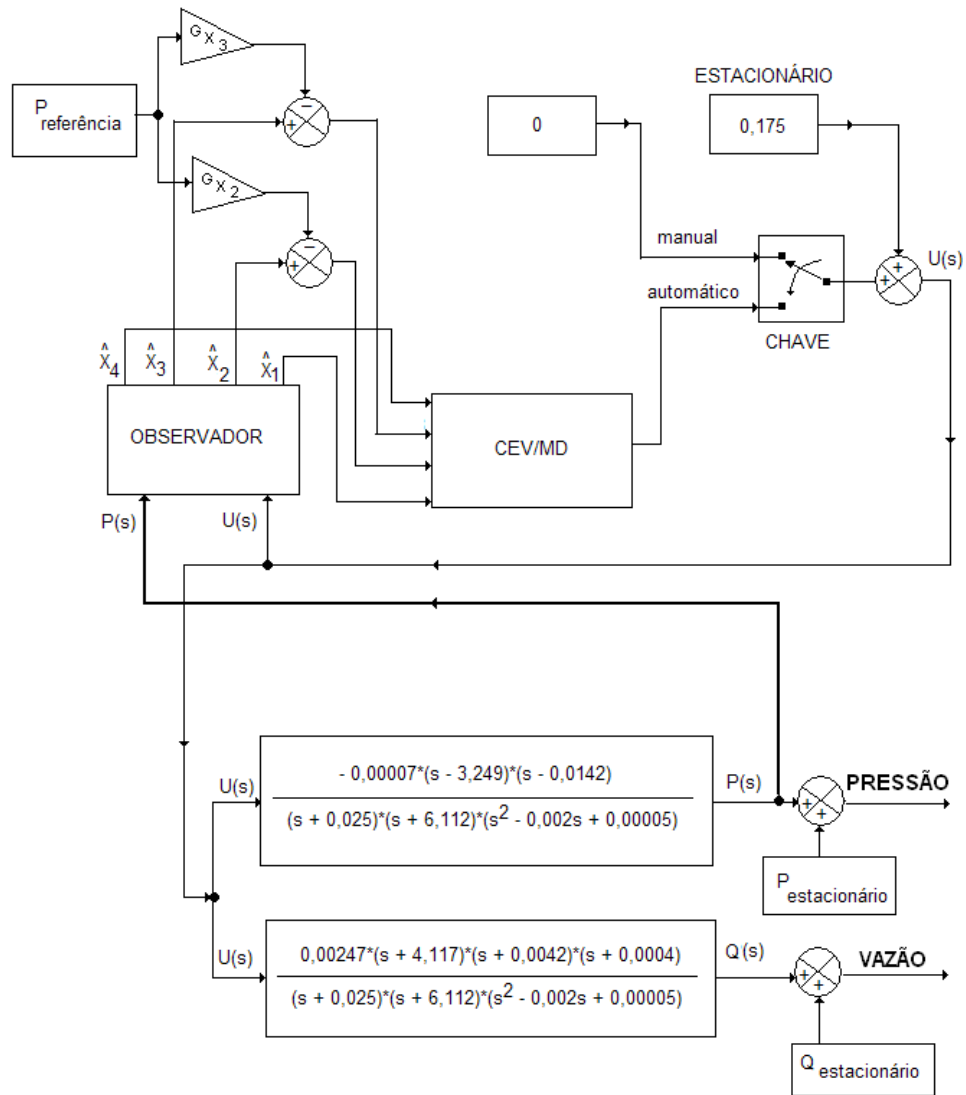
Para o controle equivalente u_{eq} , obteve-se

$$F_{eq} = [-5,9354 \ -130,33 \times 10^{-3} \ 18,96 \times 10^{-5} \ -7,64 \times 10^{-6}].$$

Para o controle chaveado u_N , $\rho = -1,0$; $\delta = 0,01$.

O esquema de controle proposto está ilustrado na Figura 116.

Figura 116 Esquema de Controle CEV/MD Proposto.

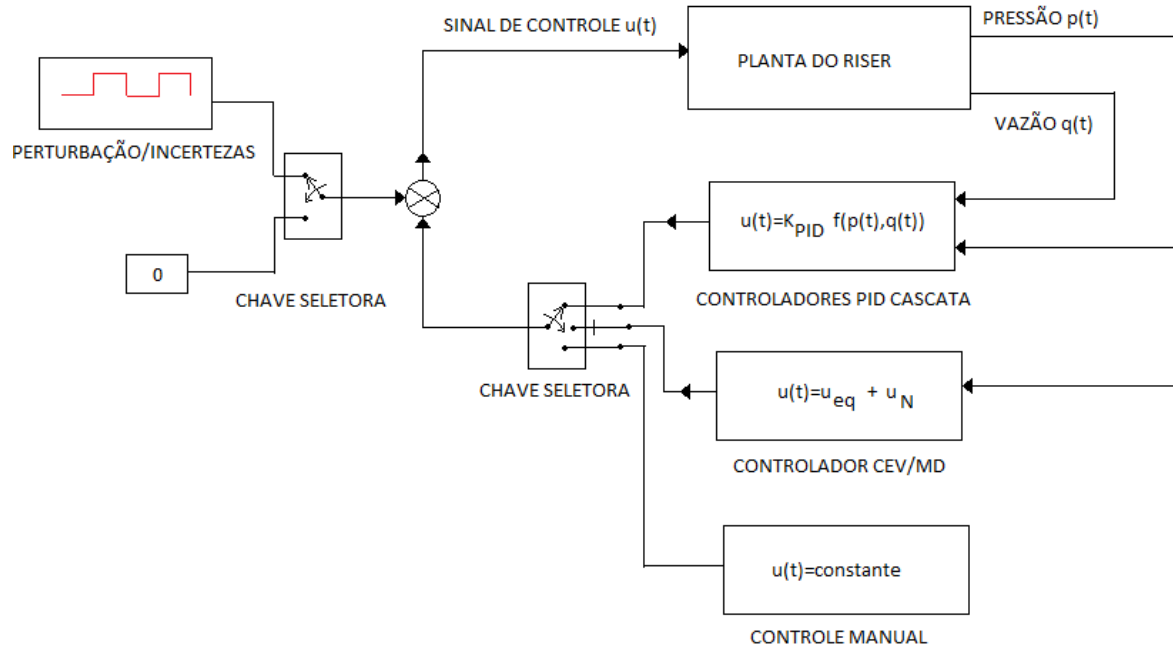


Fonte: Próprio autor

5.3.4 Simulações Realizadas e Resultados Obtidos

Foram realizadas diversas simulações, sendo o sistema controlado de três formas: (i) com CEV/MD através de realimentação de estados estimados por observador convencional a partir da medida da pressão no riser; (ii) PID com realimentação da pressão e vazão medidas; (iii) por controle manual com sinal constante, conforme ilustrado no esquema da Figura 117.

Figura 117 Esquema de controle para pressão do Riser.



Fonte: Próprio autor

O esquema da Figura 117 permite visualizar os casos simulados. Em todos os casos o sistema foi controlado por controle manual por alguns minutos, e depois o controle automático foi acionado, uma vez que o controle manual, com sinal de controle constante sempre resulta em instabilidade devido aos pólos da função de transferência. Assim a partir do instante em que o sistema passa a ser controlado de forma automática, os controladores devem restabelecer a estabilidade. A partir deste instante, as chaves seletoras permitiram simular as seguintes situações:

- (i) Controle CEV/MD com sistema sem perturbação (nominal);
- (ii) Controle PID com sistema sem perturbação (nominal);
- (iii) Controle CEV/MD com sistema com perturbação (onda quadrada, de amplitude 2,0, com período de 16,7 minutos);
- (iv) Controle PID com sistema com perturbação (onda quadrada, com período de 16,7 minutos).

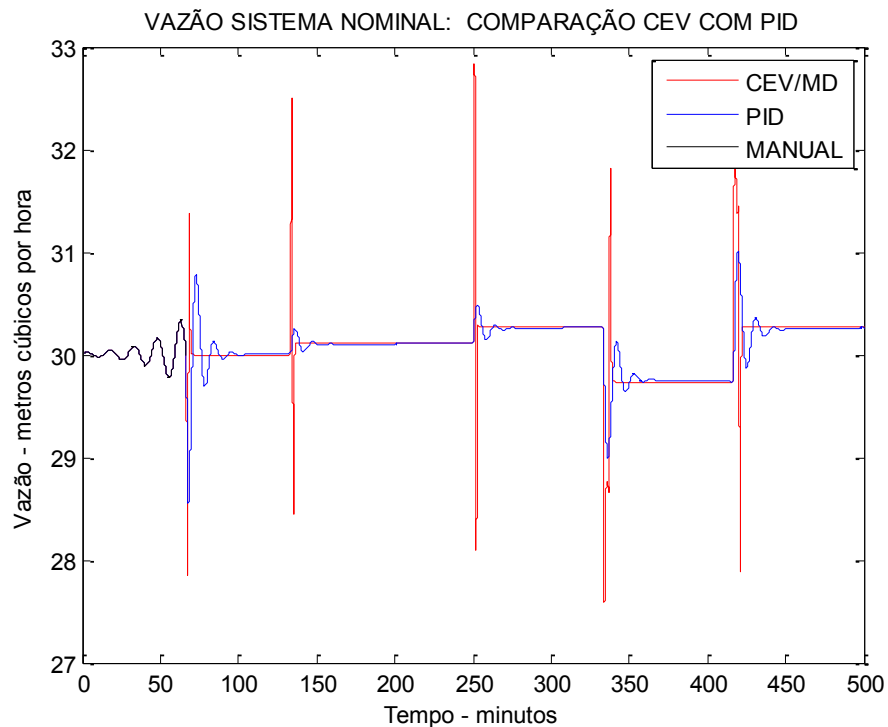
Em todos os casos simulados, o objetivo principal é o controle da pressão $p(t)$ no topo do riser. No caso do controle manual a pressão no riser deve seguir uma referência fixa (52 Bar). A partir da entrada dos controladores automáticos, após a estabilização, a referência de pressão varia no decorrer de longos períodos.

As simulações computacionais foram realizadas no Matlab/Simulink.

5.3.5 Controle CEV/MD e PID com sistema sem perturbação (nominal)

Os resultados obtidos nas simulações são apresentados nas figuras 118 a 121. Na Figura 118, tem-se uma comparação entre o método de controle PID e CEV/MD em relação a vazão do líquido. Nos primeiros 80 minutos, não tem nenhum método de controle sendo utilizado, ou seja, o controle é manual com sinal constante e, neste caso, observa-se que o sistema é instável. A partir daí, entra os métodos PID e CEV/MD separadamente, mas colocados no mesmo gráfico para melhor serem analisados. Pode-se perceber que utilizando o controle CEV/MD a vazão atingiu, em um menor tempo, o regime permanente se comparado com o gráfico da vazão utilizando o método PID.

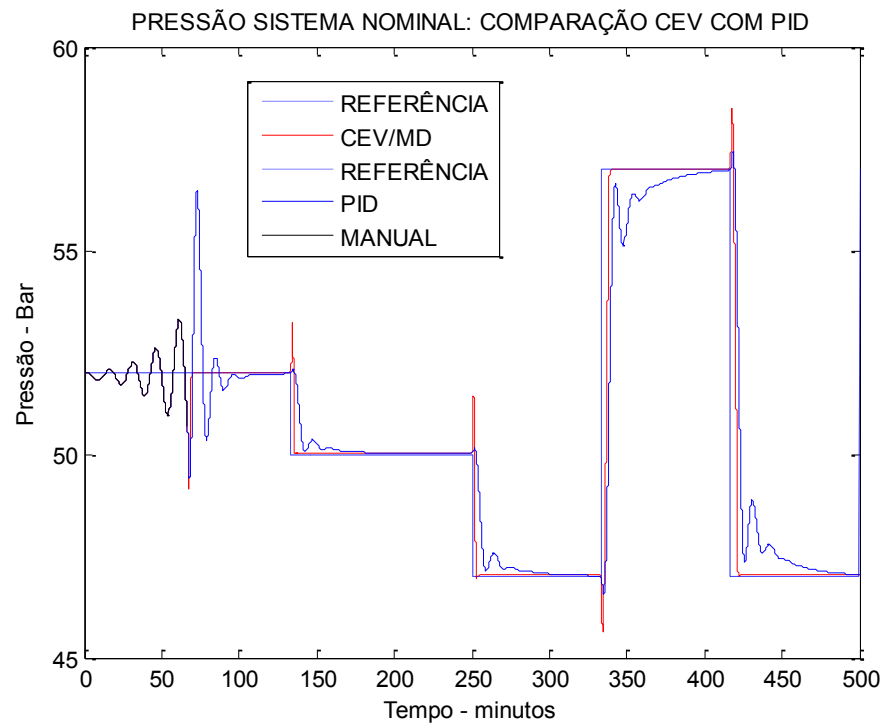
Figura 118 Vazão do líquido, controladores CEV/MD e PID.



Fonte: Próprio autor

Na Figura 119, tem-se novamente uma comparação entre o método de controle PID com o CEV/MD, só que agora com relação a pressão. Nos primeiros 80 minutos, novamente, não tem nenhum método de controle sendo utilizado, a partir daí entra os métodos PID e CEV/MD separadamente, e, novamente, colocados no mesmo gráfico para melhor serem analisados. Observa-se que utilizando o método CEV/MD a pressão na válvula atinge o valor da referência mais rapidamente, em relação ao PID, quando esta muda de valor.

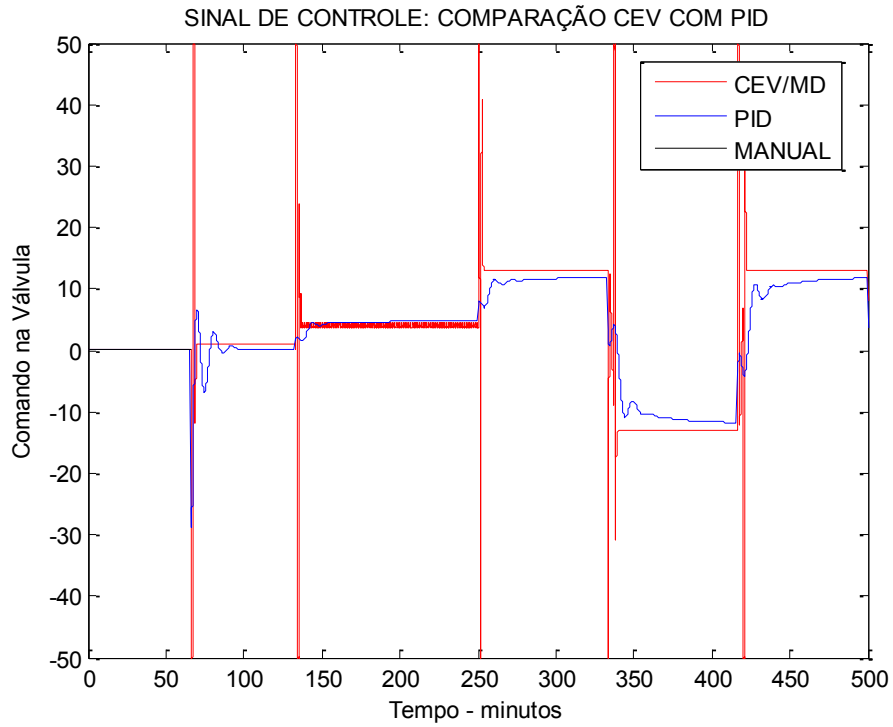
Figura 119 Pressão na válvula, controladores CEV/MD e PID.



Fonte: Próprio autor

Na Figura 120 têm-se os valores dos esforços de controle exigidos nos métodos de controle PID e CEV/MD. Observa-se que o esforço de controle exigido quando se utiliza a técnica de controle CEV/MD é maior do que quando utiliza-se a técnica de controle PID, contudo os resultados obtidos, principalmente no controle da pressão, são mais satisfatórios.

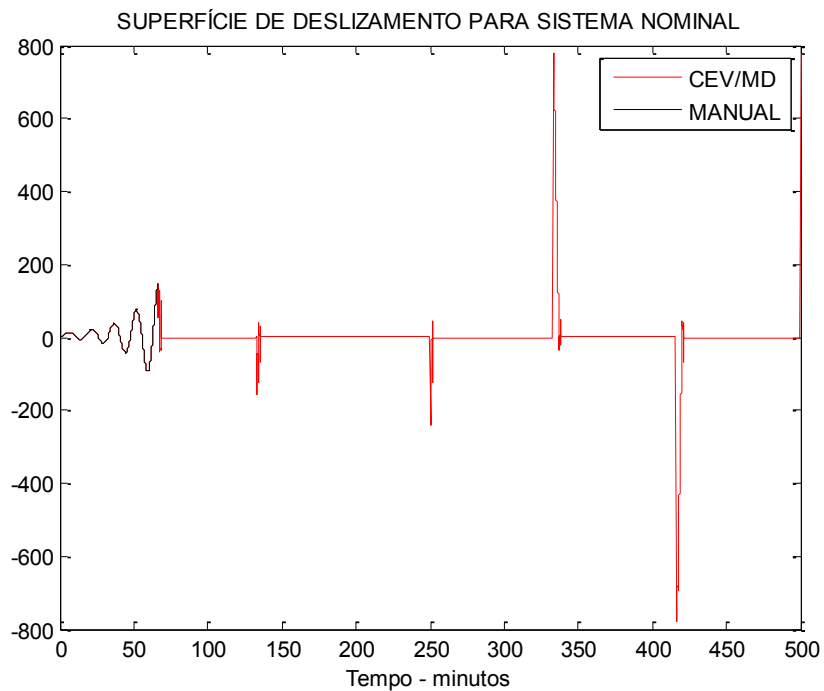
Figura 120 Sinais de controle do CEV/MD e PID.



Fonte: Próprio autor

Na Figura 121, observa-se a superfície deslizante do método de controle CEV/MD, a qual é sempre alcançada, após as mudanças de referências .

Figura 121 Superfície de deslizamento, controlador CEV/MD.



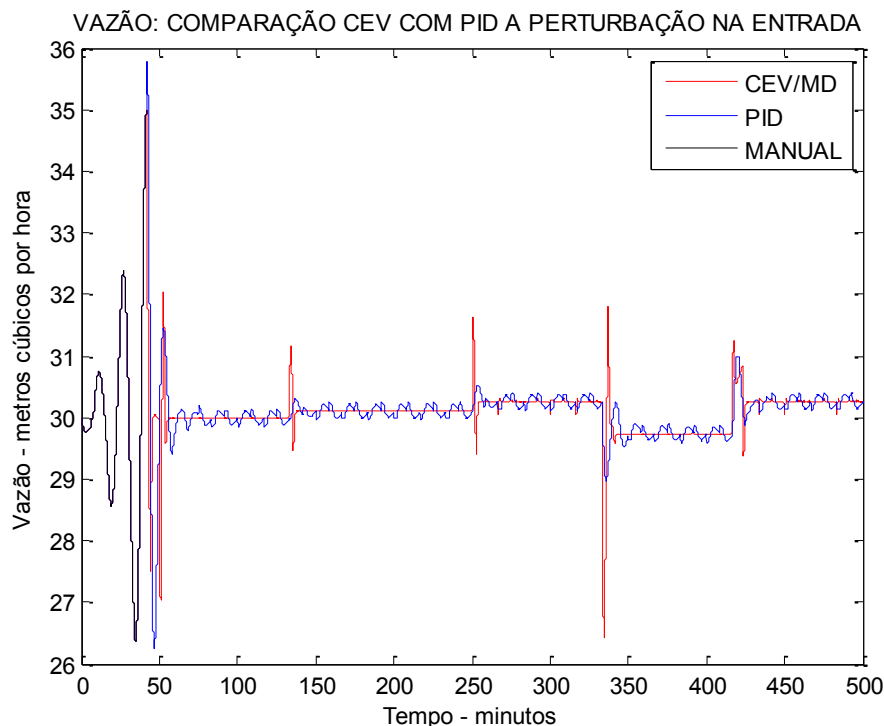
Fonte: Próprio autor

5.3.6 Controle CEV/MD e PID com o sistema com perturbação na entrada (onda quadrada, com período de 16,7 minutos)

Nas Figuras 122 a 125, são mostrados os resultados obtidos para simulações do sistema da Figura 116 para o caso em que existe uma perturbação na entrada. Nos primeiros 40 minutos de simulação não tem nenhum método de controle sendo utilizado, ou seja, o controle é manual e, neste caso, observa-se que o sistema é instável. A partir daí entra o método de controle CEV/MD e PID separadamente, mas colocados em uma mesma figura para que se possa melhor analisar a diferença entre os dois métodos.

Observa-se, na Figura 122, a variação da vazão. Esta, quando controlada pelo método CEV/MD, teve um desempenho satisfatório, pois entrou em regime permanente seguindo a referência sem erro. Enquanto que, quando controlada pelo método PID, ela ficou oscilando, sob a influência da perturbação.

Figura 122 Vazão: Comparação CEV/MD com PID a perturbação na entrada.

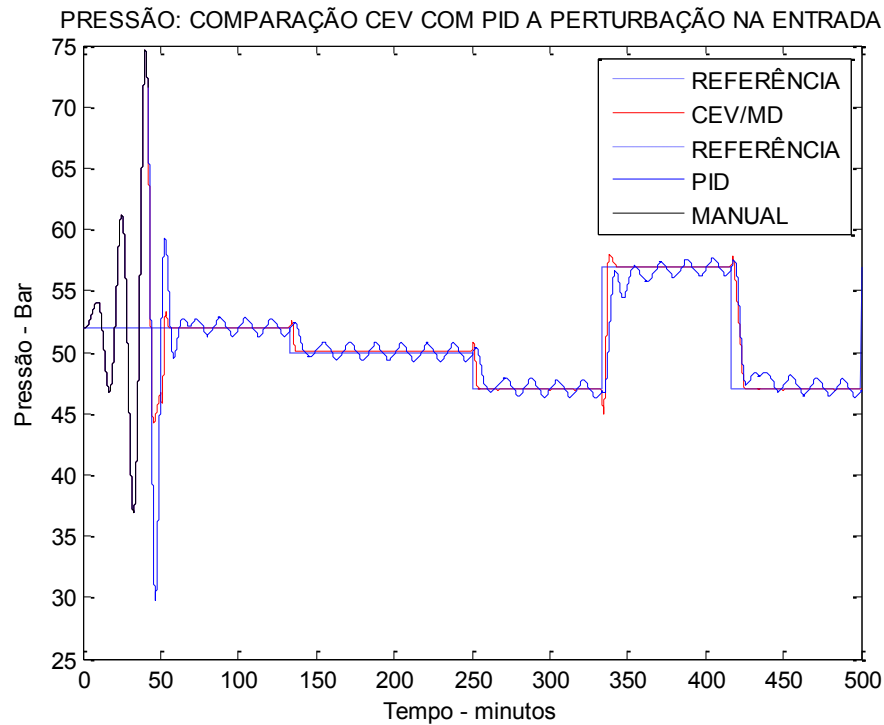


Fonte: Próprio autor

Na Figura 123, observa-se que o método CEV/MD teve um melhor desempenho, pois a pressão entrou em regime permanente rapidamente e seguindo de modo satisfatório o sinal de referência, enquanto que, utilizando-se o método PID, a pressão ficou oscilando em torno da referência, sob influência da perturbação.

Portanto, fica evidente que o método de controle CEV/MD teve um desempenho muito superior ao PID, principalmente, neste caso em que há perturbações na entrada.

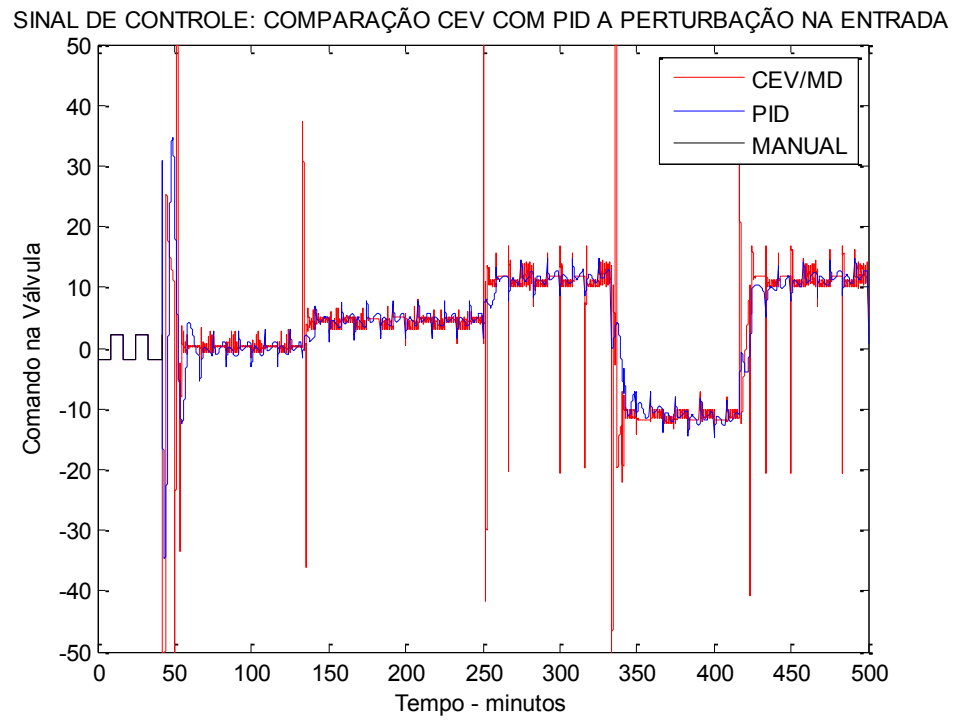
Figura 123 Pressão na válvula, controladores CEV/MD e PID.



Fonte: Próprio autor

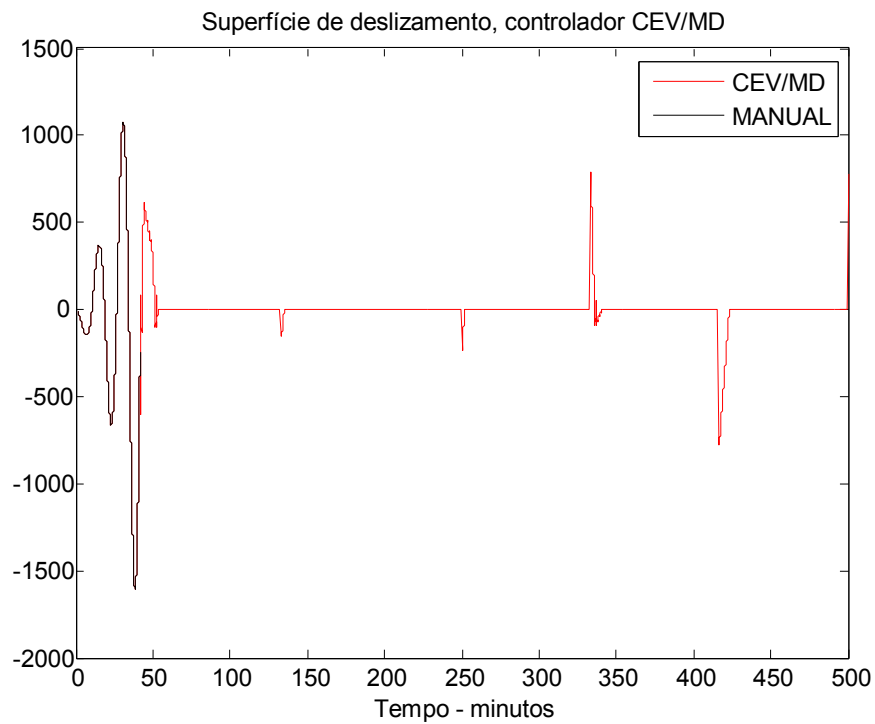
Na Figura 124, nota-se que o esforço de controle para o método CEV/MD teve alguns valores elevados, enquanto que no controlador PID esse valores não foram tão altos, contudo o método CEV/MD mostrou-se muito mais vantajoso em relação à robustez, conseguindo rejeitar perturbações casadas na entrada, enquanto o método PID não conseguiu.

Figura 124 Sinais de controle, controladores CEV/MD e PID.



Fonte: Próprio autor

Figura 125 Superfície de deslizamento, controlador CEV/MD.



Fonte: Próprio autor

Na Figura 125 observa-se a superfície deslizante do método de controle CEV/MD, este sempre consegue levar o sistema para superfície de deslizamento, de modo a deixar o sistema livre das perturbações casadas.

No próximo item será considerado o projeto de controle contínuo porém emulado através de controle executado por dispositivos digitais, uma vez que é mais comumente aplicado em sistemas práticos.

5.3.7 Controle CEV/MD e PID contínuo com o sistema com perturbação na entrada (onda quadrada, com período de 16,7 minutos) e considerando o sistema controlado por computador (emulação) com período de amostragem igual a 6 ms

Novamente, foram utilizadas as seguintes equações para a lei de controle CEV/MD:

$$\begin{aligned} u(t) &= u_{eq} + u_N \\ u_{eq} &= F_{eq} \hat{x}(t); \\ u_N(x) &= -5 \frac{\sigma(x)}{\|\sigma(x)\| + 0,05} \\ \sigma(x) &= S\hat{x}(t) \end{aligned}$$

No presente projeto usou-se a técnica de alocação de pólos no deslizamento, com autovalores iguais a $[-0,04 \ -0,07 \ -0,09]$. Os valores numéricos para a matriz de ganhos S são

$$S = [1,0000 \ 0,2000 \ 0,0127 \ 0,0003].$$

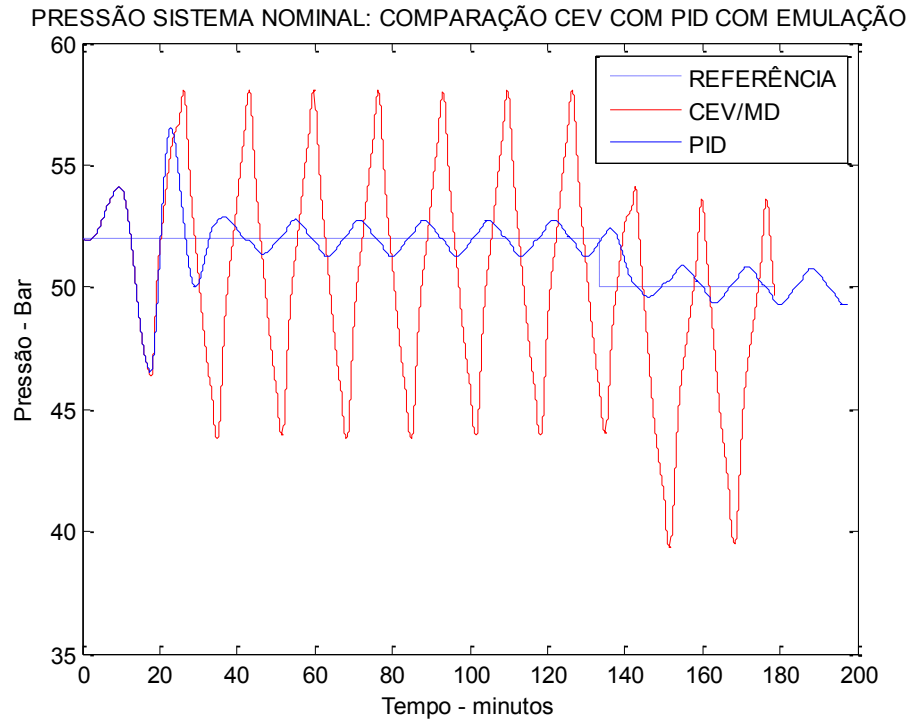
Para o controle equivalente u_{eq} , obteve-se

$$F_{eq} = [-5,9354 \ -130,33 \times 10^{-3} \ 18,96 \times 10^{-5} \ -7,64 \times 10^{-6}].$$

Os resultados para este caso são apresentados na Figura 126, sendo mostrada apenas a pressão na válvula, sobrepondo-se os resultados obtidos com o sistema controlado pelo CEV/MD e PID atuando separadamente. Observa-se claramente que o desempenho do controlador CEV/MD foi insatisfatório, pois a influência da perturbação foi amplificada devido ao fato do sistema ser emulado. E analisando o controlador PID nota-se que ele não conseguiu rejeitar as perturbações casadas, mas a emulação não influenciou neste sentido, tendo sua performance semelhante ao caso em que não houve emulação mas há perturbação no sistema.

Portanto necessita-se de um projeto, para o controlador CEV/MD, considerando o período de amostragem. No item a seguir apresenta-se um projeto discreto para o CEV/MD.

Figura 126 Pressão na válvula, controladores CEV/MD e PID com emulação, $T_a=6$ ms.



Fonte: Próprio autor

5.3.8 Projeto do Controlador CEV/MD DISCRETO

Neste item foi considerado período de amostragem de 6 ms, desta forma o modelo discreto no espaço de estados obtido é:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma u_k, \\ y_k &= C x_k \end{aligned} \quad (149)$$

sendo $\Phi \in \mathfrak{R}^{4 \times 4}$, $\Gamma \in \mathfrak{R}^{4 \times 1}$ e $C \in \mathfrak{R}^{1 \times 4}$ matrizes constantes, dadas por:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 9,6385e-001 & -8,4258e-004 & -3,6755e-007 & -4,5006e-008 \\ 5,8909e-003 & 1,0000e+000 & -1,1093e-009 & -1,3585e-010 \\ 1,7781e-005 & 6,0000e-003 & 1,0000e+000 & -2,7253e-013 \\ 3,5671e-008 & 1,8000e-005 & 6,0000e-003 & 1,0000e+000 \end{bmatrix}, \quad (150)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 5,8909e-003 \\ 1,7781e-005 \\ 3,5671e-008 \\ 5,3605e-011 \end{bmatrix}, \quad C^T = \begin{bmatrix} 0 \\ -7,0000e-005 \\ 2,2842e-004 \\ -3,2295e-006 \end{bmatrix}.$$

É possível estimar todos os estados através de um observador discreto convencional (OGATA, 2010), dado por:

$$x_{k+1}^e = \Phi x_k^e + \Gamma u_k + L \left[y_k - C x_k^e \right], \quad (151)$$

sendo que x_k^e são os estados estimados e a matriz de ganhos $L \in \mathfrak{R}^{1 \times 4}$ projetada de tal forma que o erro dado por:

$$e_{k+1} = x_k - x_k^e = [\Phi - LC] e_k, \quad (152)$$

tenha a dinâmica desejada.

Com estas matrizes, foi projetado um observador discreto com autovalores equivalentes ao contínuo alocados em $[-10; -12; -20; -15]$, ou seja, $[0,9418; 0,9305; 0,8869; 0,9139]$. Foram utilizadas as seguintes equações para a lei de controle chaveada CEV/MD:

$$\begin{aligned} u_k &= u_k^e + u_k^n \\ u_k^e &= F_{eq} x_k^e; \\ u_N(x) &= -5,0 \frac{S(x)}{\|S(x)\| + 0,05}, \\ S(x) &= G x_k^e \end{aligned}$$

No presente projeto usou-se a técnica de alocação de pólos no deslizamento, com autovalores equivalentes ao caso contínuo alocados em $[-0,04 -0,07 -0,09]$, ou seja, $[0,9998; 0,9996; 0,9995]$. Os valores numéricos para a matriz de ganhos são:

$$\begin{aligned} G &= [169,6509 \quad 33,9303 \quad 2,1546 \quad 0,0428]; \\ F_{eq} &= [5,9322 \quad 0,1301 \quad -0,0002 \quad 0,0000]. \end{aligned}$$

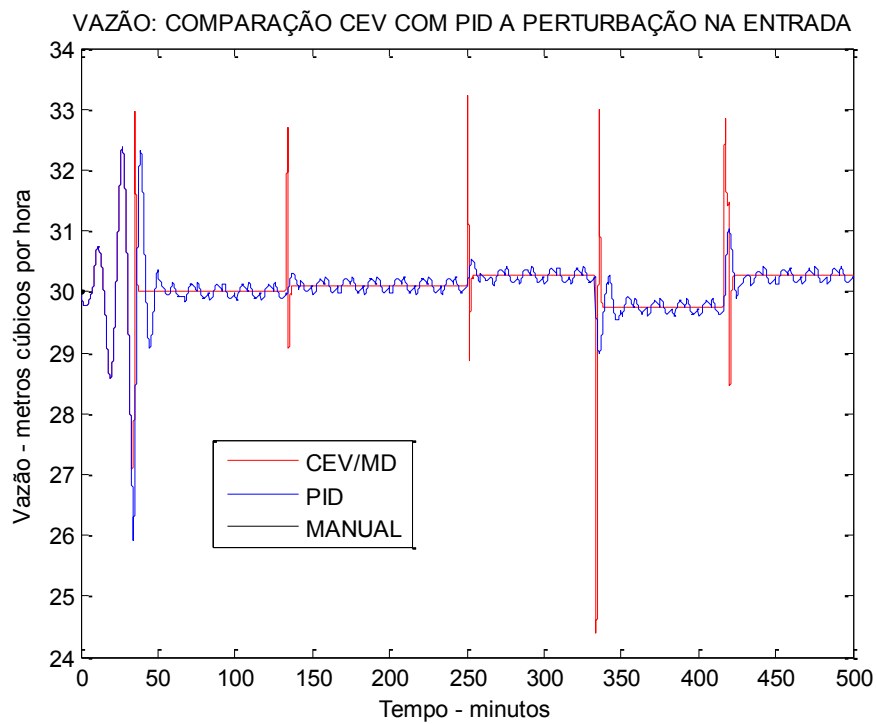
Ainda, os resultados foram comparados com o controle por PID discretizado.

5.3.9 Controles CEV/MD e PID discretos com o sistema com perturbação na entrada (onda quadrada, com período de 16,7 minutos)

Nas Figuras 127 a 130 são mostrados os resultados obtidos para simulações do sistema da Figura 116 para o caso em que existe uma perturbação na entrada, com período de amostragem igual a 6ms. Nos primeiros 40 minutos de simulação não tem nenhum método de controle sendo utilizado, ou seja, o controle é manual e, neste caso, observa-se que o sistema é instável, a partir daí entra o método de controle CEV/MD discreto e PID separadamente, mas

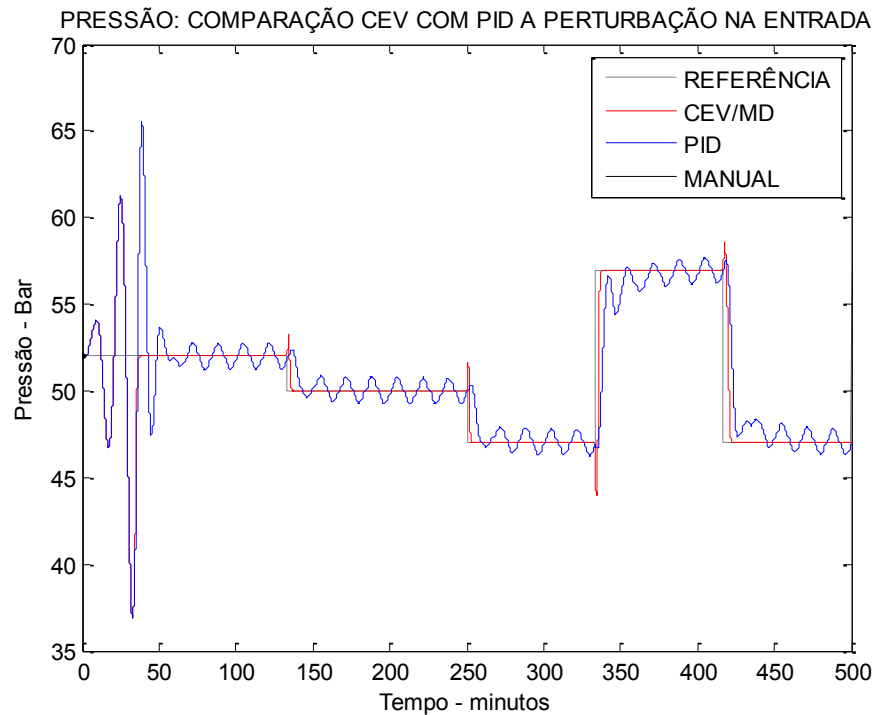
colocados em uma mesma figura para que se possa melhor analisar a diferença entre os dois métodos.

Figura 127 Vazão do líquido, controles CEV/MD e PID discretos.



Fonte: Próprio autor

Figura 128 Pressão na válvula, controladores CEV/MD e PID discretos.



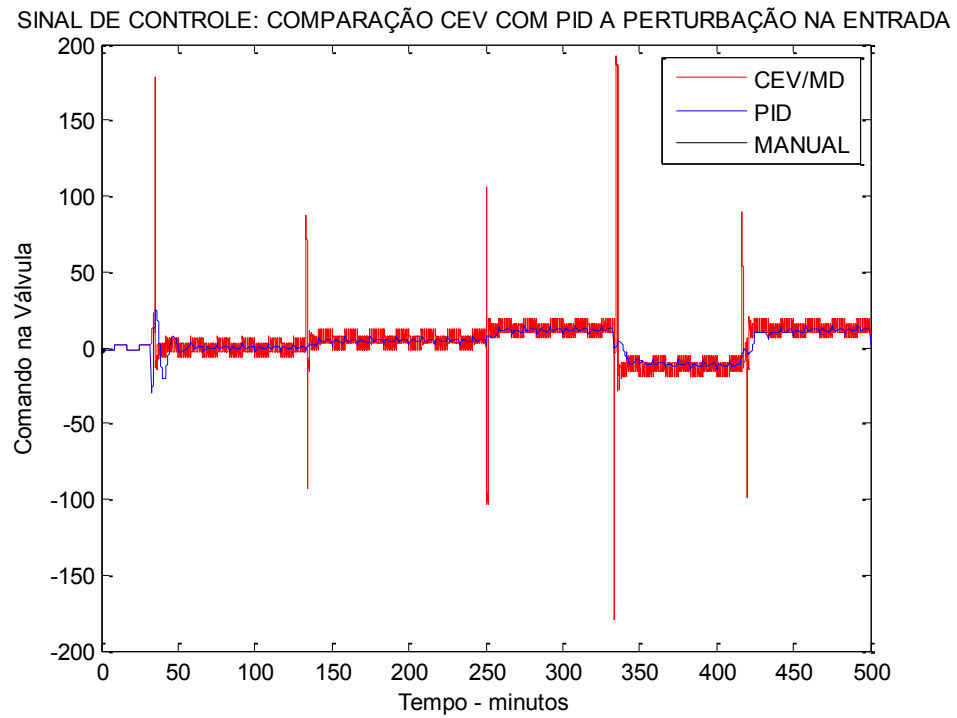
Fonte: Próprio autor

Considerando o período de amostragem, ou seja, realizando o projeto discreto para o controle CEV/MD, nota-se nas Figuras 127 e 128 que o sistema apresentou bom desempenho mantendo vazão e pressão nas referências sem oscilações, rejeitando as perturbações. Tal fato não ocorreu para o sistema operando com o controle PID, mesmo sendo o projeto deste discretizado.

Nota-se que os esforços de controle do CEV/MD, apresentados na Figura 129, são aceitáveis mantendo-se na maior parte do tempo em valores reduzidos.

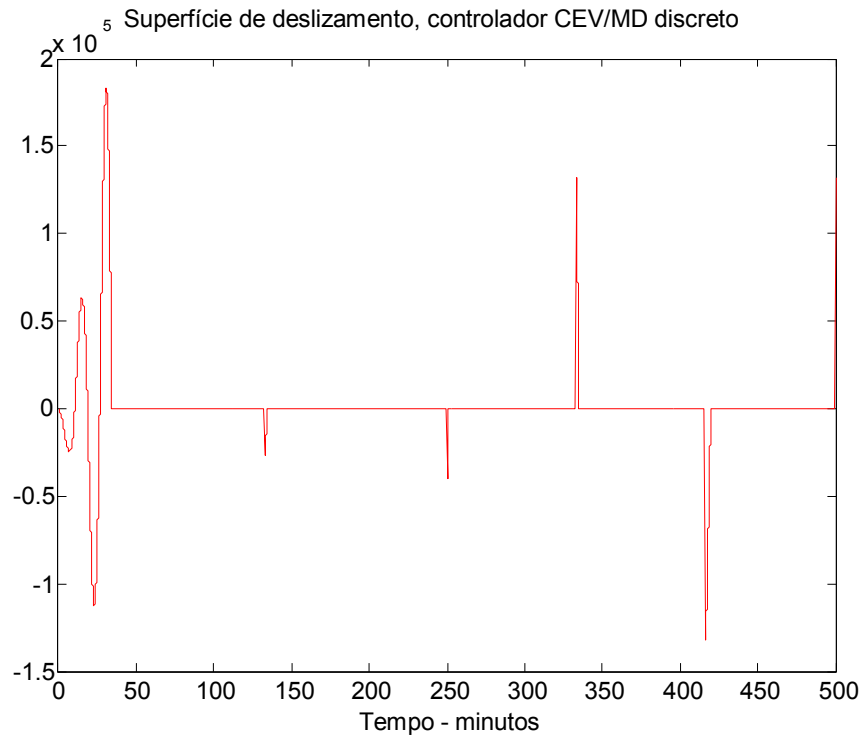
Na Figura 130 percebe-se que a trajetória de estados manteve-se, em regime permanente, na condição de deslizamento ideal mesmo com as perturbações.

Figura 129 Sinais de controle, controladores CEV/MD e PID discretos.



Fonte: Próprio autor

Figura 130 ROBUSTEZ A PERTURBAÇÃO DA SUPERFÍCIE DE DESLIZAMENTO.



Fonte: Próprio autor

No próximo item será analisada a influência do atraso para este processo, o qual tem constante de tempo elevada.

5.3.10 Projeto Do Controlador CEV/MD discreto com atraso na entrada, com Perturbação na entrada (Onda Quadrada, Com Período De 16,7 Minutos), sem informação do atraso no controle para o observador.

Neste item foi considerado período de amostragem de 6 ms, com atraso de 60 amostragens. O modelo discreto no espaço de estados é:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma u_{k-60}, \\ p_k &= y_k = C x_k \end{aligned} \quad (153)$$

com $\Phi \in \mathfrak{R}^{4 \times 4}$, $\Gamma \in \mathfrak{R}^{4 \times 1}$, $C \in \mathfrak{R}^{1 \times 4}$, matrizes constantes com valores numéricos iguais a do item 5.3.7. O atraso é de $60 \times 0,006 = 0,36$ segundos.

É possível estimar todos os estados através de um observador discreto convencional, porém, neste caso, sem computar o atraso, portanto, o observador é dado por:

$$x_{k+1}^e = \Phi x_k^e + \Gamma u_k + L [y_k - C x_k^e], \quad (154)$$

ou seja, a informação do atraso no sinal de controle não é utilizada no projeto do observador, sendo que x_k^e são os estados estimados e a matriz de ganhos $L \in \mathfrak{R}^{1 \times 4}$ projetada de tal forma que o erro dado por:

$$e_{k+1} = x_k - x_k^e = [\Phi - LC] e_k, \quad (155)$$

tenha a dinâmica desejada.

Com estas matrizes, foi projetado um observador discreto com autovalores equivalentes ao contínuo alocados em $[-10; -12; -20; -15]$, ou seja, $[0,9418; 0,9305; 0,8869; 0,9139]$. Foram utilizadas as seguintes equações para a lei de controle CEV/MD, sem a utilização de preditor:

$$\begin{aligned} u_k &= u_k^e + u_k^n \\ u_k^e &= F_{eq} x_k^e; \\ u_N(x) &= -5,0 \frac{S(x)}{\|S(x)\| + 0,05}, \\ S(x) &= G x_k^e \end{aligned}$$

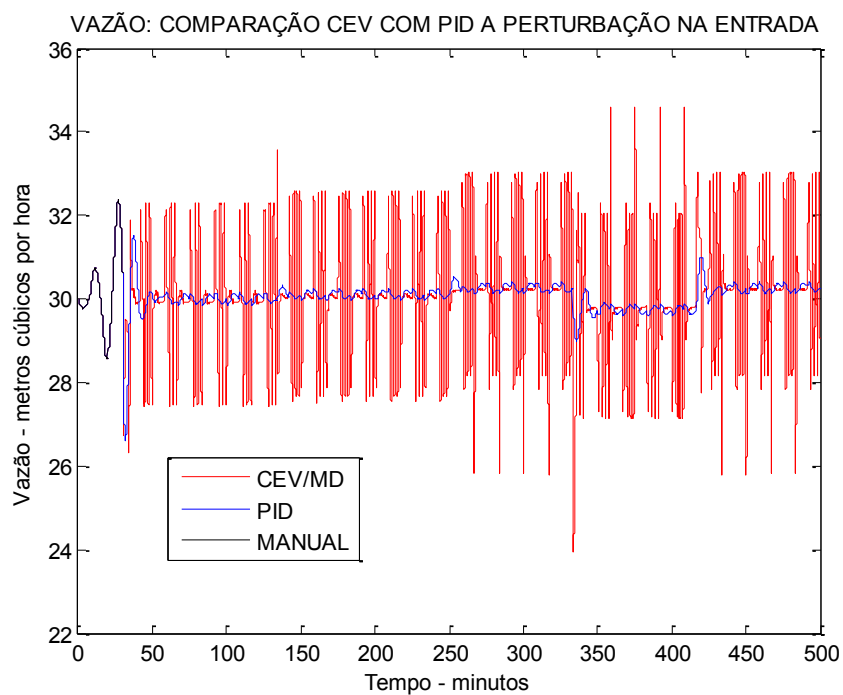
No presente projeto usou-se a técnica de alocação de pólos no deslizamento, com pólos equivalentes ao caso contínuo alocado sem $[-0,04 -0,07 -0,09]$, ou seja, $[0,9998; 0,9996; 0,9995]$. Os valores numéricos para a matriz de ganhos são:

$$G = [169,6509 \quad 33,9303 \quad 2,1546 \quad 0,0428];$$

$$F_{eq} = [5,9322 \quad 0,1301 \quad -0,0002 \quad 0,0000].$$

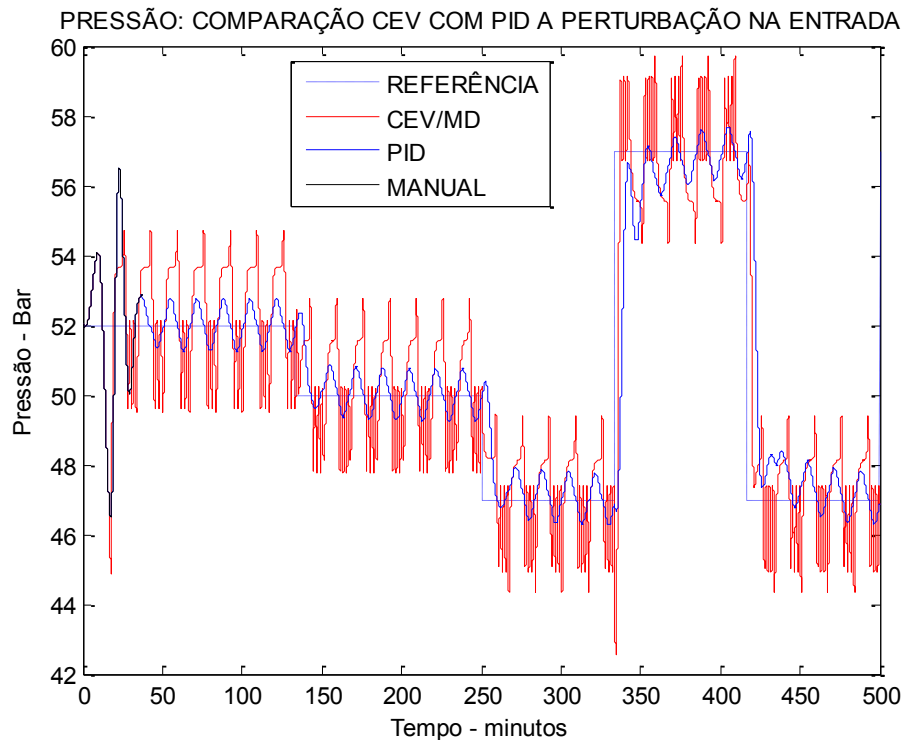
Os resultados foram comparados com o controle por PID.

Figura 131 Vazão do líquido, controles CEV/MD e PID discretos e o sistema com atraso, observador não possui o valor do atraso.



Fonte: Próprio autor

Figura 132 Pressão na válvula, controladores CEV/MD e PID discretos e o sistema com atraso, observador não possui o valor do atraso.



Fonte: Próprio autor

Nas Figuras 135 e 136, são mostrados, respectivamente, os resultados da vazão e da pressão no riser, onde nota-se que o desempenho do controlador CEV/MD foi prejudicado pelo fato de o atraso não ser considerado no projeto do observador. O fato de ser necessário considerar o atraso no projeto do observador não inviabiliza a implementação prática uma vez que o sinal de controle na entrada da planta é acessível para ser utilizado como dado de entrada do observador, contendo informações a respeito do atraso e das perturbações casadas, tal como foi feito no próximo item.

5.3.11 Projeto do Controlador CEV/MD DISCRETO com atraso na entrada, com perturbação na entrada (onda quadrada, com período de 16,7 minutos), com informação do atraso no controle para o observador.

Neste item o observador é dado por:

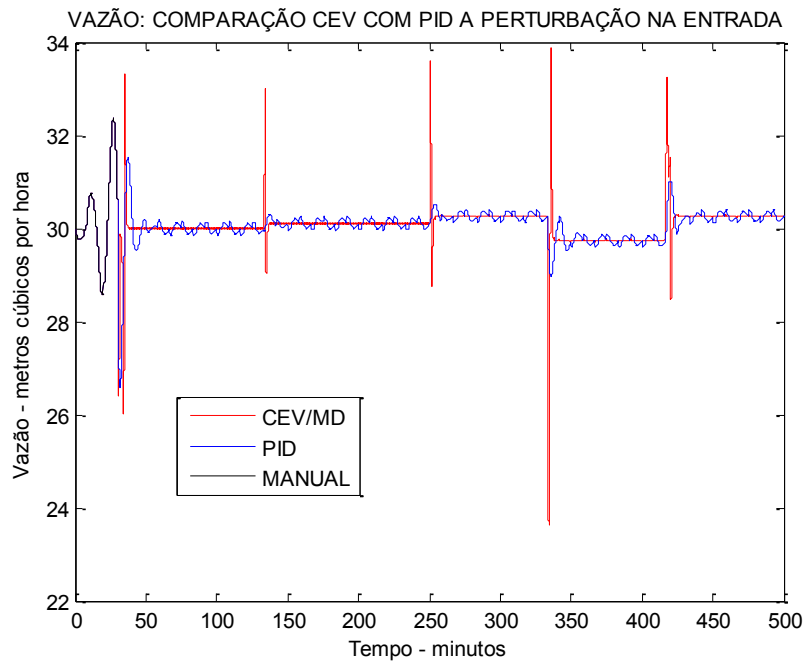
$$x_{k+1}^e = \Phi x_k^e + \Gamma u_{k-60} + L \left[y_k - C x_k^e \right], \quad (156)$$

ou seja, a informação do atraso no sinal de controle é utilizada no projeto do observador. Os controladores, o sistema, o atraso e a perturbação são os mesmos descritos no item anterior.

Nas Figuras 131 a 134 são mostrados os resultados obtidos para simulações do sistema da Figura 116 para o caso em que existe uma perturbação na entrada e atraso no controle. Nos primeiros 30 minutos de simulação não tem nenhum método de controle sendo utilizado, ou seja, o controle é manual e, neste caso, observa-se que o sistema é instável, a partir daí entra o método de controle CEV/MD discreto e PID discreto separadamente, mas colocados em uma mesma figura para que se possa melhor analisar a diferença entre os dois métodos.

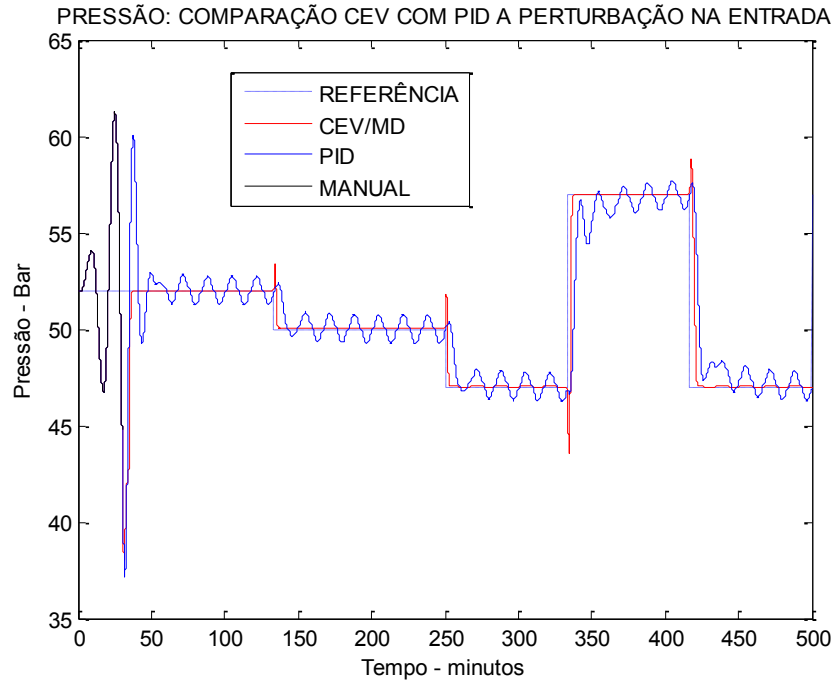
Percebe-se que os resultados deste item apresentados nas Figuras 131 e 132, são semelhantes, respectivamente, aos das Figuras 127 e 128, portanto o atraso não influencia, neste caso, o desempenho do controlador CEV/MD, de modo que não necessita-se de preditor no sistema.

Figura 133 Vazão do líquido, controles CEV/MD e PID discretos e o sistema com atraso.



Fonte: Próprio autor

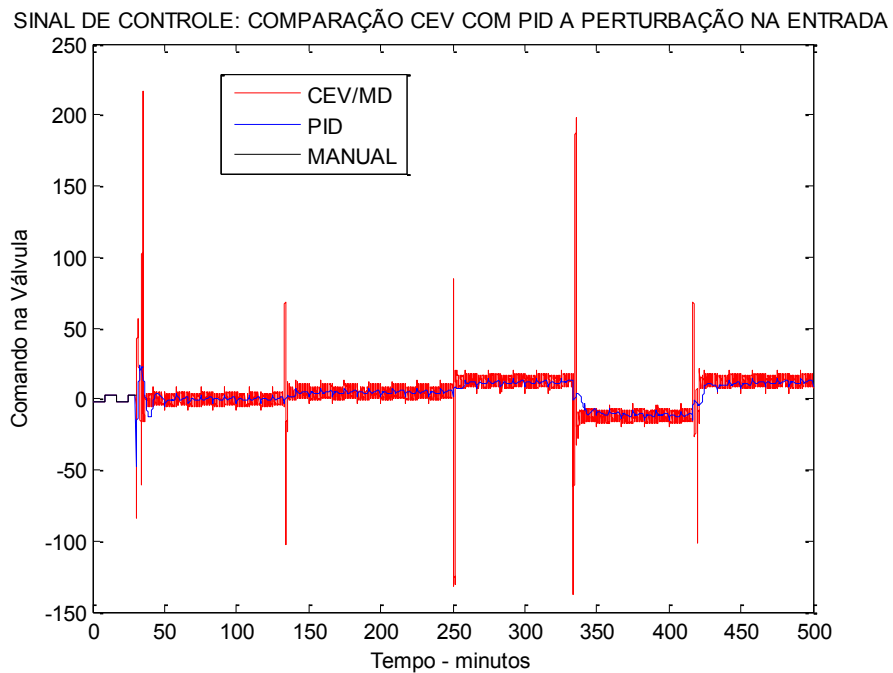
Figura 134 Pressão na válvula, controladores CEV/MD e PID discretos e o sistema com atraso.



Fonte: Próprio autor

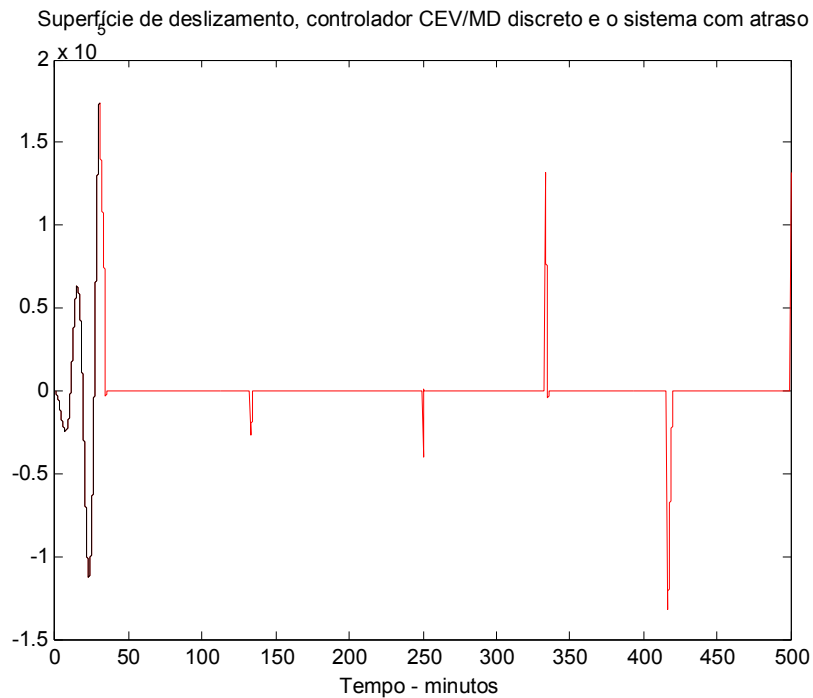
Na Figura 133 tem-se que o sinal de controle apresentou resultados aceitáveis, e que levou o sistema para a superfície de deslizamento ideal mesmo com perturbações e atraso, tal como observa-se na Figura 134.

Figura 135 Sinais de controle, controladores CEV/MD e PID discretos e o sistema com atraso.



Fonte: Próprio autor

Figura 136 ROBUSTEZ A PERTURBAÇÃO DA SUPERFÍCIE DE DESLIZAMENTO.



Fonte: Próprio autor

O observador necessita do sinal de controle com o atraso real do sistema, caso contrário o desempenho do controlador CEV/MD será prejudicado, tal como mostrado no próximo item.

5.3.12 Conclusões Relacionadas ao Processo Riser

No caso em que não há perturbação na entrada e nem variações nos parâmetros da planta do sistema, pode-se observar que o método CEV/MD apresentou grande vantagem em relação ao método PID, pois fez com que os valores de vazão e pressão chegassem mais rapidamente ao valor da referência do que quando foi utilizado o método PID.

As vantagens do método CEV/MD ficaram ainda mais evidente no caso em que tem-se perturbação na entrada, neste caso o controle PID não consegue rejeitar as perturbações no sistema tanto para a vazão quanto para a pressão, enquanto que o método CEV/MD leva a pressão e a vazão rapidamente para a referência.

Outra vantagem do controlador CEV/MD é que há necessidade de apenas um sensor, no caso este sensor é o de pressão, enquanto que o controlador PID necessita de dois sensores,

um para a pressão e outro para a vazão, fazendo com que a implementação física do sistema tenha maiores custos.

No caso em que utiliza-se o controle digital, através de emulação, o controlador CEV/MD teve o desempenho deteriorado apresentando maior sensibilidade ao período de amostragem do que o PID. Com o projeto discreto o CEV/MD mostrou bom desempenho com total rejeição da perturbação.

Utilizando-se o projeto discreto no caso em que há atraso no sinal de controle, os resultados das simulações mostraram que, desde que a informação do atraso no sinal de controle esteja contida na entrada do observador, o sistema permaneceu com bom desempenho rejeitando as perturbações, de modo que, devido a constante de tempo do sistema ser elevada, não foi necessário a inclusão de preditores.

5.4 SEPARADOR BIFÁSICO

Escolheu-se este processo para aplicar o controle CEV/MD devido à sua importância em toda a cadeia de extração e tratamento do petróleo bruto. Todas as informações de sua modelagem foram extraídas do trabalho de Nunes et al. (2010).

5.4.1 Introdução Separador Bifásico

O separador bifásico é utilizado para retirar o gás presente nas correntes oleosas. Encontra-se em praticamente todas as unidades de produção de petróleo. É projetado para um tempo de residência da fase líquida entre 3 e 5 minutos e para valores limites de velocidade do gás a partir da qual pode ocorrer arraste de líquido. Diversos dispositivos internos ao vaso auxiliam na retenção de líquido disperso na fase gasosa. Para óleos com tendência a formação de espuma adotam-se valores menores de velocidade máxima do gás. As plantas de processamento podem ser classificadas em dois tipos. Aquelas que efetuam apenas a separação bifásica (gás-líquido) e aquelas que efetuam separação trifásica (água, óleo e gás).

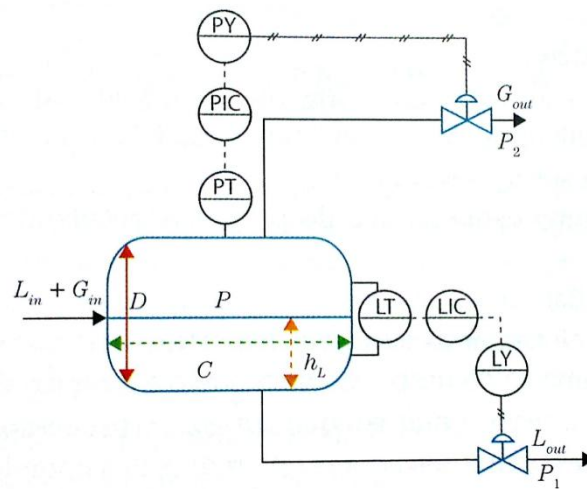
Neste separador, a fase gás é retirada pelo topo e a fase líquida (que alimenta o segundo estágio de separação) pelo fundo, com vazões definidas pelas aberturas de válvulas pneumáticas de controle de gás e de líquido), esquema similar é instalado no segundo estágio, em ambos os casos, as variáveis controladas são medidas. Os valores medidos são comparados aos valores de referência, e o desvio registrado é processado pelos controladores,

para definir a abertura das respectivas válvulas, o valor de referências para o controlador de pressão do segundo estágio é definido em patamar inferior ao do primeiro estágio visando à separação de gás dissolvido no líquido proveniente do primeiro estágio.

5.4.2 Modelo Linearizado de um Separador Bifásico

Na referência Nunes et al. (2010), são dadas as equações linearizadas do esquema simplificado de um separador bifásico específico, representado na Figura 137. Nesta Figura a seguinte simbologia é utilizada: PT é o sensor de pressão no tanque que envia o sinal para o PIC, o qual é o controlador que envia o sinal de controle para PY que é o atuador de abertura/fechamento da respectiva válvula P2; LT é o sensor de altura do líquido no tanque que envia o sinal para o LIC, o qual é o controlador que envia o sinal de controle para LY que é o atuador de abertura/fechamento da respectiva válvula P1.

Figura 137 Representação do Separador Bifásico.



Fonte: Nunes et al. (2010).

Linearizou-se o sistema nas condições de estado estacionário correspondentes a:

$$\begin{aligned} \bar{L}_m &= 0,165 m^3 / s & \bar{h}_L &= 2 m \\ \bar{G}_{out} &= 0,1 m^3 / s & \bar{x}_G &= 0,5 \\ \bar{V}_L &= 40,05 m^3 & \bar{L}_{out} &= 0,165 m^3 / s \\ \bar{G}_i &= 0,100 m^3 / s & \bar{x}_L &= 0,5 \\ \bar{P} &= 8 bar & \bar{T} &= 303,15 K \end{aligned}$$

Os resultados da linearização são apresentados a seguir para um caso particular retirado de Nunes et al. (2010), em torno do seguinte ponto de operação:

$$\begin{aligned} C &= 8,00 m & C_{VG} &= 120,00 \\ P_1 &= 6,00 bar & \rho_L &= 850,00 kg/l \\ g &= 9,81 m/s^2 & MM_{AR} &= 0,029 kg/mol \\ D &= 3,00 m & C_{VL} &= 1025,00 \\ P_2 &= 6,00 bar & \rho_{H_2O,15.50C} &= 999,20 kg/l \\ V &= \frac{\pi D^2}{4} C = 56,6 m^3 & MM_G &= 0,021 kg/mol \end{aligned}$$

Assim:

$$\frac{H_L(s)}{L_m(s)} = \frac{K_{p1}}{\tau_{p1}s + 1} = \frac{264,7}{5983,5s + 1}, \quad (157)$$

$$\frac{H_L(s)}{x_L(s)} = \frac{K_{p2}}{\tau_{p2}s + 1} = \frac{-103,9}{5983,5s + 1}, \quad (158)$$

$$\frac{H_L(s)}{P(s)} = \frac{K_{p3}}{\tau_{p3}s + 1} = \frac{-12,0}{5983,5s + 1}, \quad (159)$$

$$\frac{P(s)}{L_m(s)} = \frac{K_{p4}}{\tau_{p4}s + 1} = \frac{12,1}{24,9s + 1}, \quad (160)$$

$$\frac{P(s)}{G_{in}(s)} = \frac{K_{p5}}{\tau_{p5}s+1} = \frac{12,1}{24,9s+1}, \quad (161)$$

$$\frac{P(s)}{x_{in}(s)} = \frac{K_{p6}}{\tau_{p6}s+1} = \frac{-4,7}{24,9s+1}, \quad (162)$$

$$\frac{P(s)}{H_L(s)} = \frac{K_{p7}}{\tau_{p7}s+1} = \frac{-0,1}{24,9s+1}, \quad (163)$$

$$\frac{P(s)}{x_G(s)} = \frac{K_{p8}}{\tau_{p8}s+1} = \frac{-5,6}{24,9s+1}, \quad (164)$$

$$\frac{P(s)}{T(s)} = \frac{K_{p9}}{\tau_{p9}s+1} = \frac{-0,005}{24,9s+1}. \quad (165)$$

sendo $h_L(t) \rightarrow$ Altura do líquido [m]; $L_{in}(t) \rightarrow$ Vazão de entra de líquido [m^3/s]; $x_L(t) \rightarrow$ Abertura da válvula de óleo; $p(t) \rightarrow$ Pressão no tanque [bar]; $G_{in}(t) \rightarrow$ Vazão de entrada de gás [m^3/s]; $x_{in}(t) \rightarrow$ Abertura da válvula de entrada; $x_G(t) \rightarrow$ Abertura da válvula de gás; e $T \rightarrow$ Temperatura [K]

5.4.3 Projeto CEV/MD para o Separador Bifásico

A estratégia de controle CEV/MD utiliza os estados do sistema para compor a superfície de deslizamento. A partir das Eqs. (157) a (23), pode-se obter representações no espaço de estados da forma.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ p(t) &= y(t) = Cx(t), \end{aligned} \quad (166)$$

É possível estimar todos os estados através de um observador convencional (OGATA, 2010), dado por

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L[y(t) - C\hat{x}(t)], \quad (167)$$

sendo que $\hat{x}(t)$ são os estados estimados e a matriz de ganhos $L \in \mathfrak{R}^{2 \times 9}$ projetada de tal forma que a dinâmica do erro

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) = [A - LC]e(t), \quad (168)$$

tenha a dinâmica desejada.

Foram realizados dois projetos com o controle por modos deslizantes. No primeiro projeto, CEV1/MD, considerou-se a planta não controlada do separador bifásico; no segundo projeto, CEV2/MD, considerou-se o a planta controlada por PID.

5.4.4 Projeto para o Controlador CEV1/MD com o Sistema sem PID

Uma realização para as Eq. (157) à (23), sem incorporar os controladores PID, foi obtida através do comando “linmod” do software Matlab/Simulink, é dada a seguir:

$$A = \begin{bmatrix} -0,0002 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,0002 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0002 & -0,4848 & -0,4848 & -0,1906 & -0,0018 & 0,2267 & -0,0002 \\ 0 & 0 & 0 & -0,0402 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,0402 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,0402 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0442 & -0,0174 & -0,0020 & 0 & 0 & 0 & -0,0402 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,0402 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,0402 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,0442 & -0,0174 & -0,0020 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,4848 & 0,4848 & -0,1906 & -0,0018 & -0,2267 & -0,0002 \end{bmatrix}. \quad (169)$$

com $A \in \mathfrak{R}^{9 \times 9}$, $B \in \mathfrak{R}^{9 \times 2}$, $C \in \mathfrak{R}^{2 \times 9}$, matrizes constantes.

Com estas matrizes, foi projetado um observador através do comando “lqr” software Matlab/Simulink, a qual resultou nos seguintes ganhos:

$$L = \begin{bmatrix} 29,4059 & 0,0002 \\ -11,5453 & -0,0001 \\ -1,3334 & 0,9983 \\ -0,0002 & 20,4924 \\ -0,0002 & 20,4924 \\ 0,0001 & -8,0549 \\ 0,9739 & -0,0776 \\ 0,0001 & -9,5830 \\ 0,0000 & -,00079 \end{bmatrix}.$$

Foram utilizadas as seguintes equações para a lei de controle CEV/MD:

$$\begin{aligned} u(t)_1 &= u_{eq} + u_N \\ u_{eq} &= F_{eq} \hat{x}(t); \\ u_N(x) &= \frac{\sigma(x)}{\|\sigma(x)\| + \delta} \rho, \quad \rho < 0; \delta \text{ pequeno.} \\ \sigma(x) &= S\hat{x}(t) \end{aligned}$$

No presente projeto usou-se a técnica de alocação de pólos no deslizamento, utilizando alocação por otimização através do comando “lqr” software Matlab/Simulink, resultando nos polos em

$$[-0,2984; -0,0440; -0,0391; -0,0002; -0,0402; -0,0402; -0,0402].$$

Os valores numéricos para a matriz de ganhos S são

$$S = \begin{bmatrix} 0,7636 & -0,1284 & -0,5605 & -0,3928 & -0,3928 & 0,2364 & 0,3708 & 0 & 0,0002 \\ -0,5560 & 0,0969 & -0,8255 & -1,5336 & -1,5336 & 0,5560 & -0,1799 & 1,0000 & 0,0006 \end{bmatrix}.$$

Para o controle equivalente u_{eq} , obteve-se

$$F_{eq} = \begin{bmatrix} -0,0163 & 0,0064 & 0,0006 & 0,2560 & 0,2560 & -0,0973 & 0,0139 & -0,1271 & -0,0001 \\ 0,0079 & -0,0031 & -0,0005 & 0,3386 & 0,3386 & -0,1350 & -0,0087 & -0,1469 & -0,0001 \end{bmatrix}.$$

Para o controle chaveado u_N ,

$$\rho = 3,0; \delta = 0,05.$$

5.4.5 Projeto para o Controlador CEV2/MD com o Sistema Controlado Por PID

Neste caso, além das equações de (157) à (23), foi incorporada a dinâmica dos controladores PIDs, acrescentando dois estados ao sistema. Foram obtidas através do comando “linmod” do software Matlab/Simulink, as seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} -0,0276 & 0,0108 & 0,0012 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,0000 & 0 \\ 0 & -0,0002 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0002 & 0,4848 & 0,4848 & -0,1906 & -0,0018 & -0,2267 & -0,0002 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,0402 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,0402 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0274 & 0,0108 & 0,0012 & 0 & 0 & -0,0402 & 0 & 0 & 0 & 1,0000 & 0 \\ 0,0442 & -0,0174 & -0,0020 & 0 & 0 & 0 & -0,0402 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5,0084 & 5,0084 & -1,9686 & -0,0189 & -2,3823 & -0,0019 & 0 & 1,0000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,0402 & 0 & 0 \\ -0,0022 & 0,0009 & 0,0001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,4065 & 0,4065 & -0,1598 & -0,0015 & -0,1901 & -0,0002 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,0442 & -0,0174 & -0,0020 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,4848 & 0,4848 & -0,1906 & -0,0018 & -0,2267 & -0,0002 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(170)

com $A \in \mathfrak{R}^{11 \times 11}$, $B \in \mathfrak{R}^{11 \times 2}$, $C \in \mathfrak{R}^{2 \times 11}$, matrizes constantes.

Com estas matrizes, foi projetado um observador através do comando “lqr” software Matlab/Simulink, resultando em:

$$L = \begin{bmatrix} 22,4357 & -2,5305 \\ -0,0008 & -0,0003 \\ -0,0289 & 0,9214 \\ 0,2406 & 0,7026 \\ 0,2406 & 0,7026 \\ 20,9402 & -2,9731 \\ 0,9888 & -0,0015 \\ -16,0784 & -19,9901 \\ -0,0001 & -0,0003 \\ 9,3397 & -3,4428 \\ -3,4548 & -8,5832 \end{bmatrix}.$$

Foram utilizadas as seguintes equações para a lei de controle CEV2/MD:

$$\begin{aligned} u(t)_2 &= u_{eq} + u_N \\ u_{eq} &= F_{eq} \hat{x}(t); \\ u_N(x) &= \frac{\sigma(x)}{\|\sigma(x)\| + \delta} \rho, \quad \rho < 0; \delta \text{ pequeno.} \\ \sigma(x) &= S\hat{x}(t) \end{aligned}$$

No presente projeto usou-se a técnica de alocação de pólos no deslizamento, utilizando alocação por otimização através do comando “lqr” software Matlab/Simulink, resultando nos polos em

$$[-0,3882; -0,0437; -0,0395; -0,0016; -0,0001; -0,0002; -0,0402; -0,0402; -0,0402]$$

Os valores numéricos para a matriz de ganhos S são

$$S = \begin{bmatrix} 0,7667 & -0,2874 & -0,2904 & -0,3975 & -0,3975 & 0,2333 & 0,3471 & 0 & 0,0002 & -0,8351 & -0,5500 \\ -0,5761 & 0,2098 & -0,3646 & -1,5865 & -1,5865 & 0,5761 & -0,1869 & 1,0000 & 0,0006 & 0,5500 & -0,8351 \end{bmatrix}.$$

Para o controle equivalente u_{eq} , obteve-se

$$F_{eq} = \begin{bmatrix} 0,0104 & -0,0041 & -0,0005 & 0,3484 & 0,3484 & -0,1338 & 0,0126 & -0,1704 & -0,0001 & -1,0000 & 0 \\ 0,0094 & -0,0037 & -0,0005 & -4,5559 & -4,5559 & 1,7889 & 0,0095 & 2,1409 & 0,0018 & 0 & -1,0000 \end{bmatrix}.$$

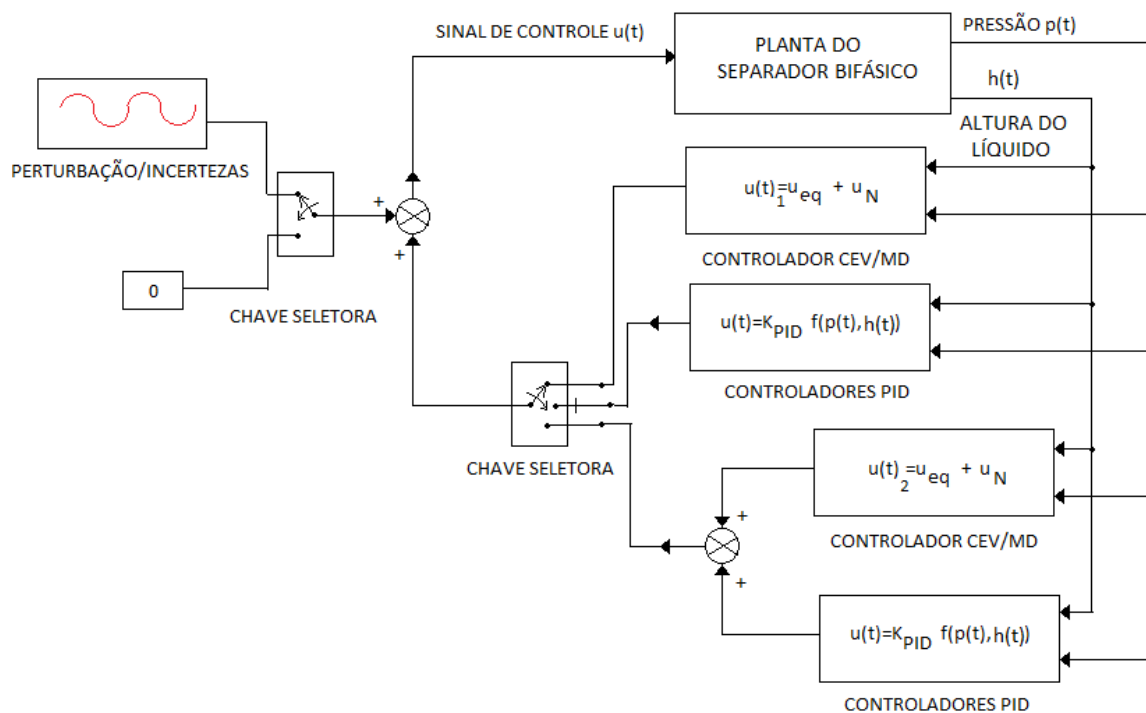
Para o controle chaveado u_N ,

$$\rho = 3,0; \delta = 0,05.$$

5.4.6 Simulações Realizadas e Resultados Obtidos

Foram realizadas diversas simulações, sendo o sistema controlado de três formas: (i) apenas por CEV/MD através de realimentação de estados estimados por observador convencional a partir da medida da pressão na válvula e na altura do líquido do tanque; (ii) apenas por PID com realimentação da medida da pressão na válvula e na altura do líquido do tanque; (iii) por CEV/MD + PID. O esquema realizado para efetuar estas simulações está ilustrado na Figura 138.

Figura 138 Esquema de controle para pressão na válvula e altura do líquido no separador bifásico.



Fonte: Próprio autor

O esquema da Figura 138 permite visualizar os casos simulados, sendo que as chaves seletoras permitiram simular as seguintes situações:

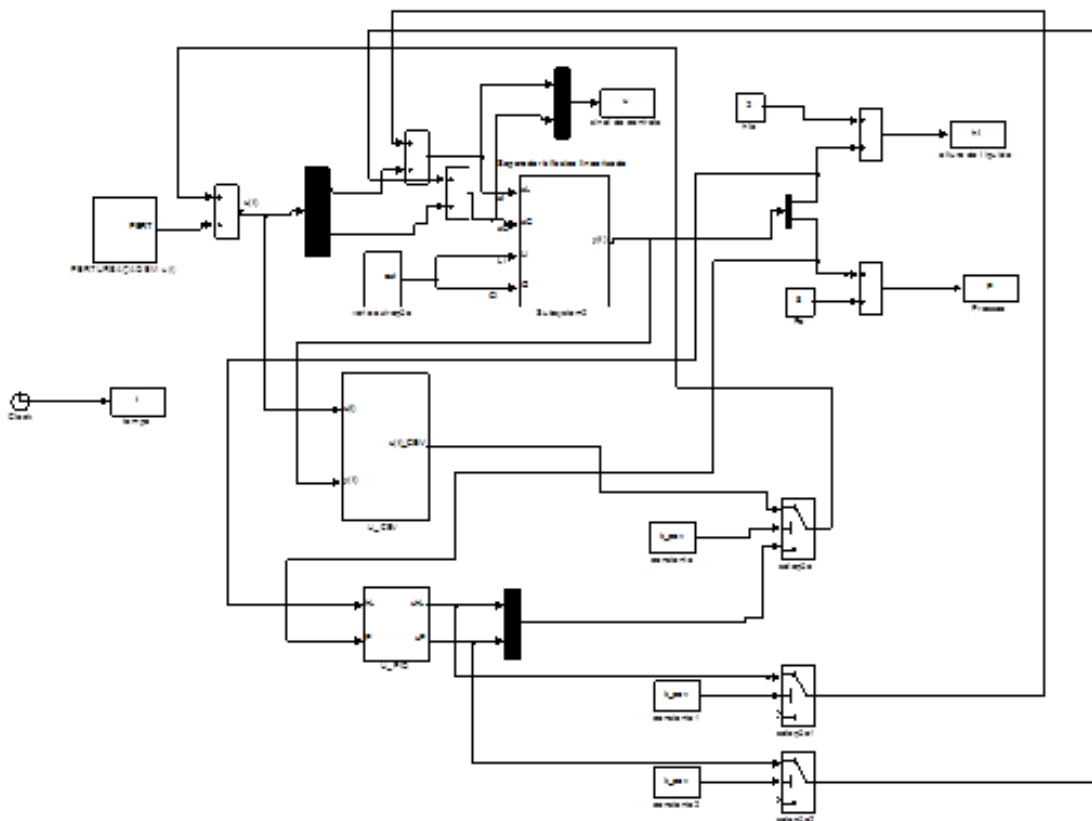
- (i) Controle CEV/MD com sistema sem perturbação (nominal);
- (ii) Controle CEV/MD com sistema com perturbação (onda senoidal, com período de 60 segundos);
- (iii) Controle PID com sistema sem perturbação (nominal);
- (iv) Controle PID com sistema com perturbação (onda senoidal, com período de 60 segundos);
- (v) Controle CEV/MD+PID com sistema sem perturbação (nominal);

- (vi) Controle CEV/MD+PID com sistema com perturbação (onda senoidal, com período de 60 segundos);

Em todos os casos simulados, o objetivo principal é o controle da pressão $p(t)$ e da altura do líquido no tanque $h(t)$.

As simulações computacionais foram realizadas no Matlab/Simulink, sendo o programa do Simulink visto na Figura 139.

Figura 139 Programação utilizada no Matlab/Simulink para simulação no separador bifásico.

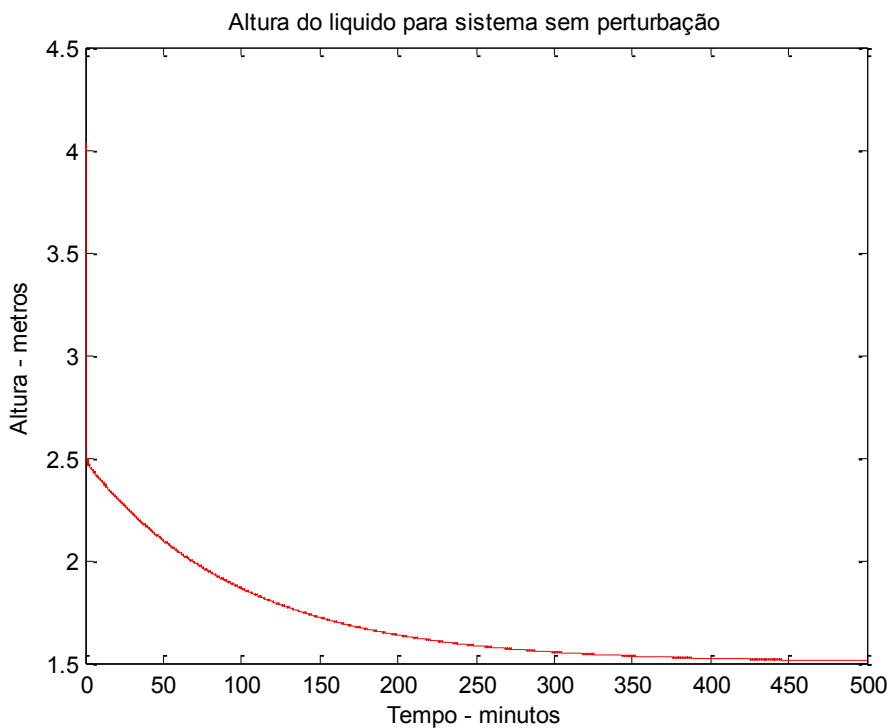


Fonte: Próprio autor

5.4.7 Controle CEV/MD com o Sistema sem Perturbação na Entrada

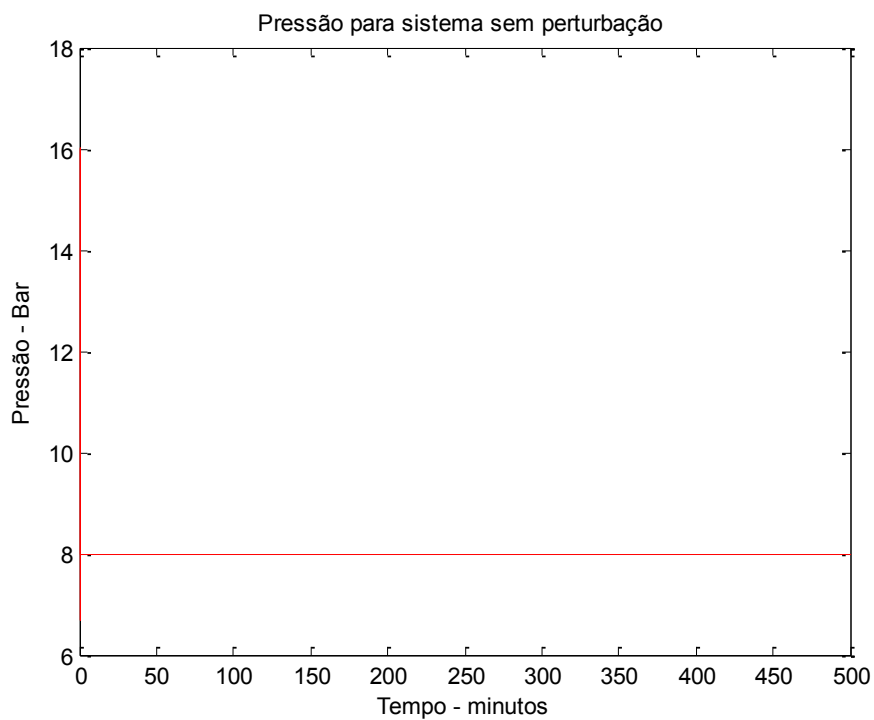
Na Figura 140, é mostrada a altura do líquido para o sistema sem perturbação. Pode-se observar que o controlador conseguiu deixar o sistema estável e assim fazer com que a altura do líquido atinja o regime permanente (1,5 metros). No entanto, o tempo de estabilização foi muito longo, aproximadamente 400 minutos.

Figura 140 Altura do líquido para o sistema sem perturbação na entrada, controlador CEV/MD.



Fonte: Próprio autor

Figura 141 Pressão na válvula para o sistema sem perturbação na entrada, controlador CEV/MD.

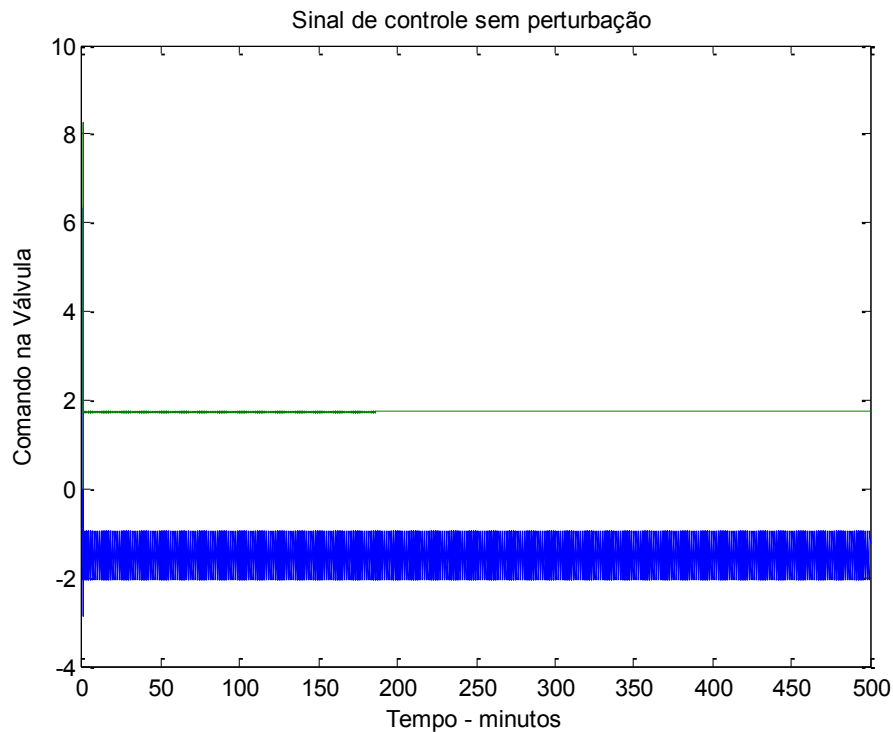


Fonte: Próprio autor

Na Figura 141, tem-se a pressão na válvula, novamente não há perturbação na entrada do sistema. O controlador CEV/MD fez com que a pressão na válvula atingisse rapidamente o valor desejado (8 bar).

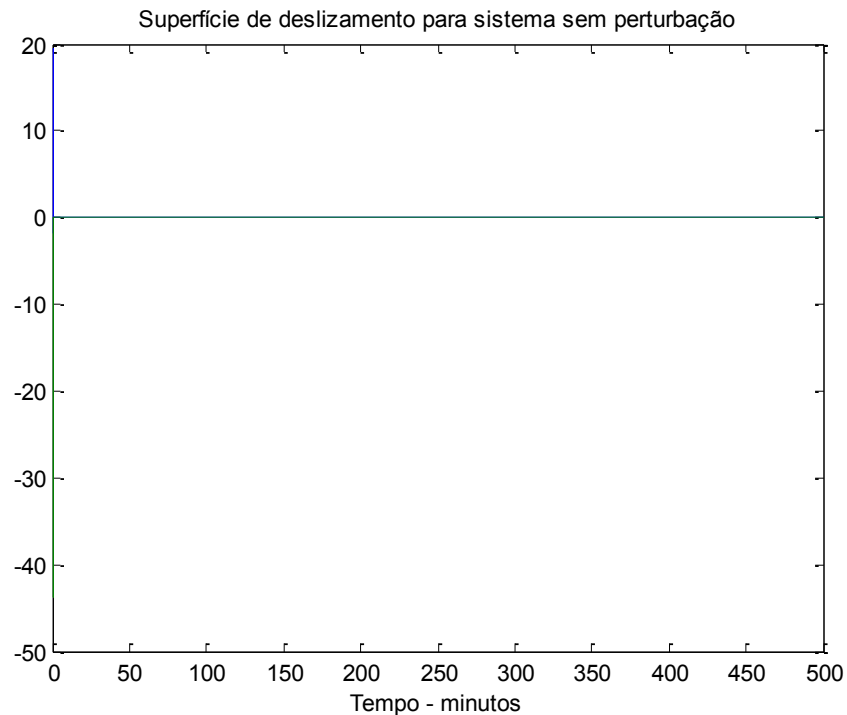
No gráfico da Figura 142 mostra-se o sinal de controle para o sistema sem perturbação na entrada. Em verde está representado o sinal para controlar a pressão na válvula, sendo que este não atinge valores elevados. Em azul observa-se o esforço para controlar a altura do líquido, este não possui valores elevados e, mesmo ficando oscilando constantemente, demonstra que o controlador CEV/MD conseguiu estabilizar o sistema.

Figura 142 Sinais de controle para o sistema sem perturbação na entrada, controlador CEV/MD.



Fonte: Próprio autor

Figura 143 Superfície de deslizamento para o sistema sem perturbação na entrada, controlador CEV/MD.



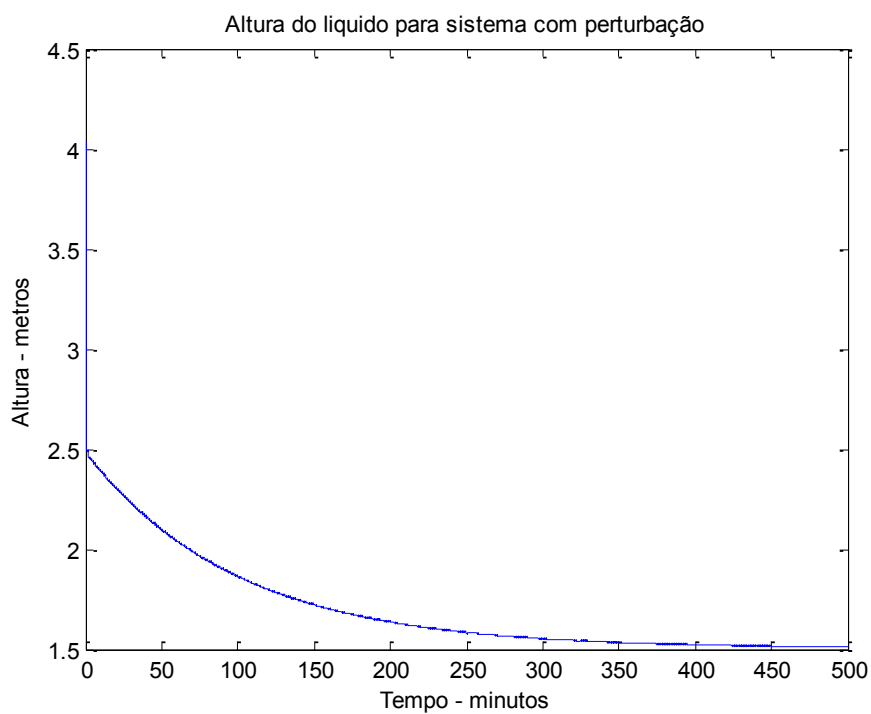
Fonte: Próprio autor

Na Figura 143 observam-se duas superfícies de deslizamento, uma para o controle de pressão na válvula (cor verde) e a outra para o controle da altura do líquido (cor azul). As duas vão para as superfícies deslizantes ideais e nelas permanecem, provando que o controlador CEV/MD conseguiu entrar na condição de deslizamento rapidamente.

5.4.8 Controle CEV/MD com o Sistema com Perturbação na Entrada

Na Figura 144 é mostrado que, mesmo com uma perturbação na entrada do sistema, sendo esta uma onda senoidal de amplitude 1,0 com período de 60 segundos, o método de controle utilizado conseguiu fazer com que a altura do líquido chegasse ao regime permanente seguindo a referência.

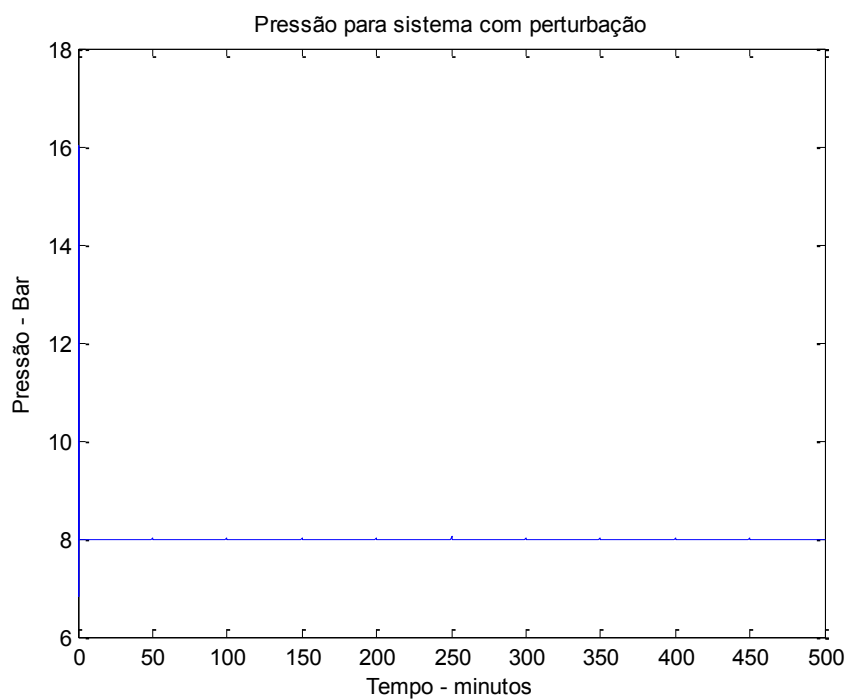
Figura 144 Altura do líquido para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD.



Fonte: Próprio autor

Observa-se na Figura 145 que, mesmo tendo esta também uma perturbação na entrada, a pressão na válvula entrou em regime permanente rapidamente.

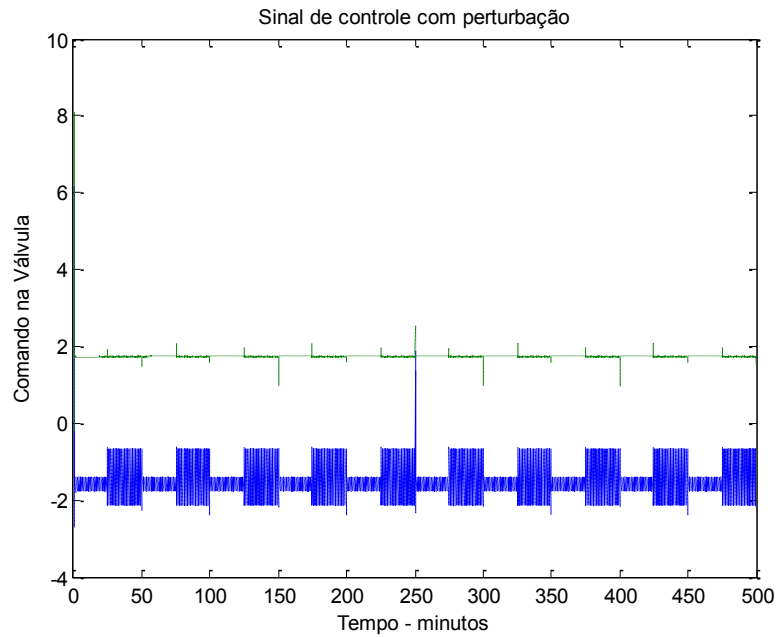
Figura 145 Pressão na válvula para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD.



Fonte: Próprio autor

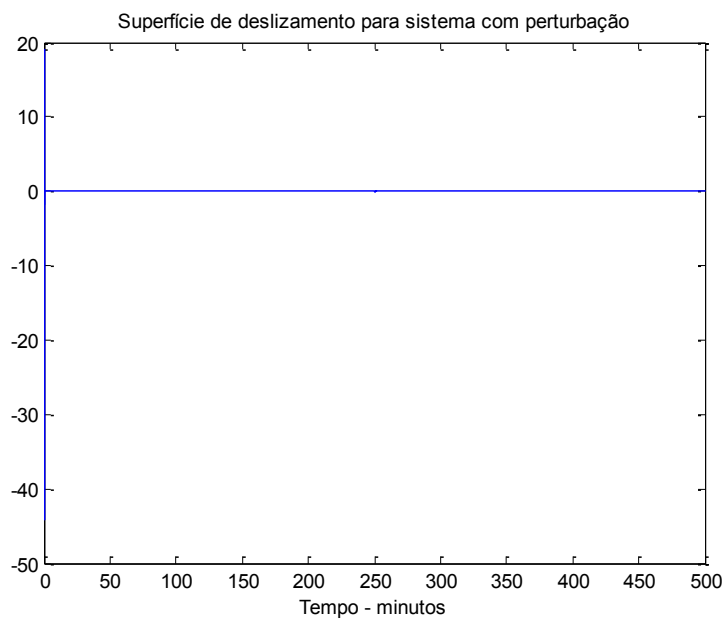
É observado que o esforço de controle, em azul para a altura do líquido e em verde para a pressão na válvula, mostrado na Figura 146, varia constantemente e tem pico de valores, mas nota-se que os valores, tanto para o esforço do controle da altura do líquido quanto para o da pressão, não são valores elevados.

Figura 146 Sinais de controle para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD.



Fonte: Próprio autor

Figura 147 Superfície de deslizamento para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD.



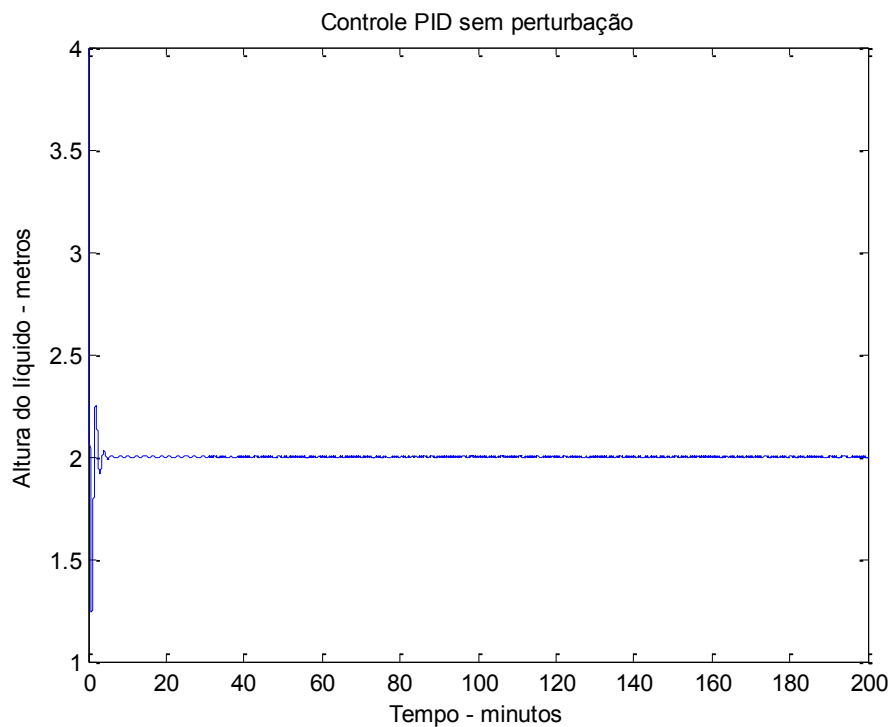
Fonte: Próprio autor

Na Figura 147 são apresentadas as superfícies deslizantes, onde observa-se que o controle sempre consegue levar o sistema para as superfícies de deslizamento ideal, de modo a deixar o sistema livre das perturbações casadas.

5.4.9 Controle PID sem Perturbação na Entrada do Sistema

Na Figura 148 é mostrada a altura do líquido quando é utilizado o método PID para controlar o sistema, observa-se que ela atinge o sinal de referência rapidamente, mais rápido do que quando utilizado o controlador CEV/MD.

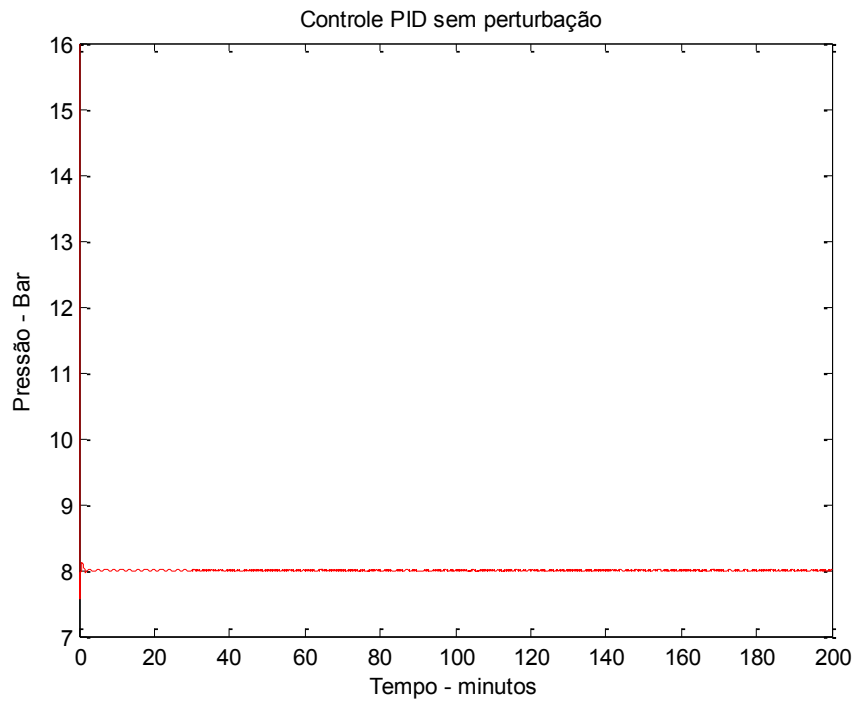
Figura 148 Altura do líquido para o sistema sem perturbação na entrada, controlador PID.



Fonte: Próprio autor

É apresentada na Figura 149 a pressão na válvula, neste caso foi utilizado o controlador PID, este levou muito rapidamente o valor da pressão para a referência, obtendo o mesmo desempenho que o controlador CEV/MD obteve anteriormente para este mesmo sistema.

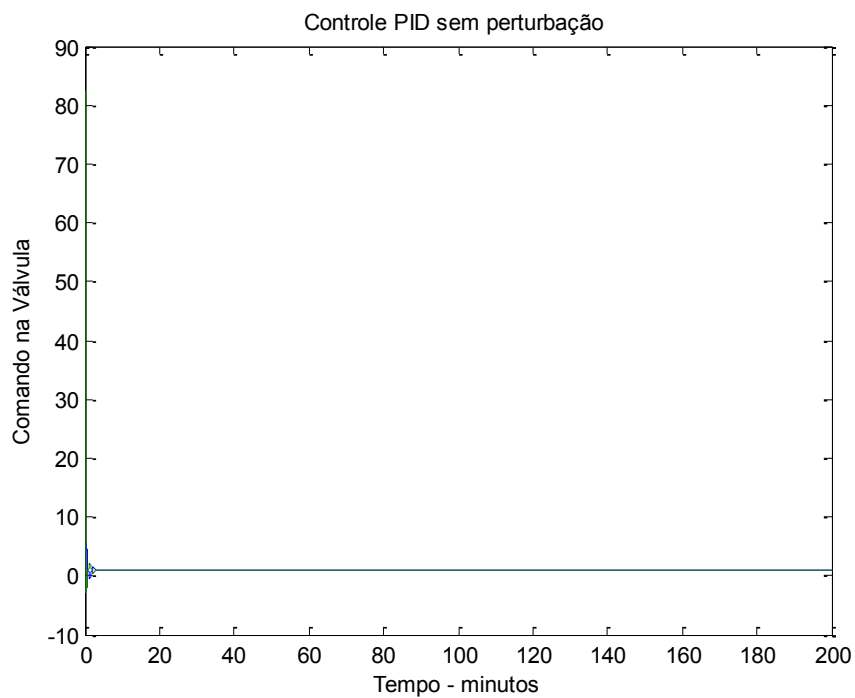
Figura 149 Pressão na válvula para o sistema sem perturbação na entrada, controlador PID.



Fonte: Próprio autor

Pode-se observar na Figura 150 que os esforços de controle foram muito baixos, portando o controle PID pode ser considerado muito eficiente para este caso em particular.

Figura 150 Sinais de controle para o sistema sem perturbação na entrada, controlador PID.

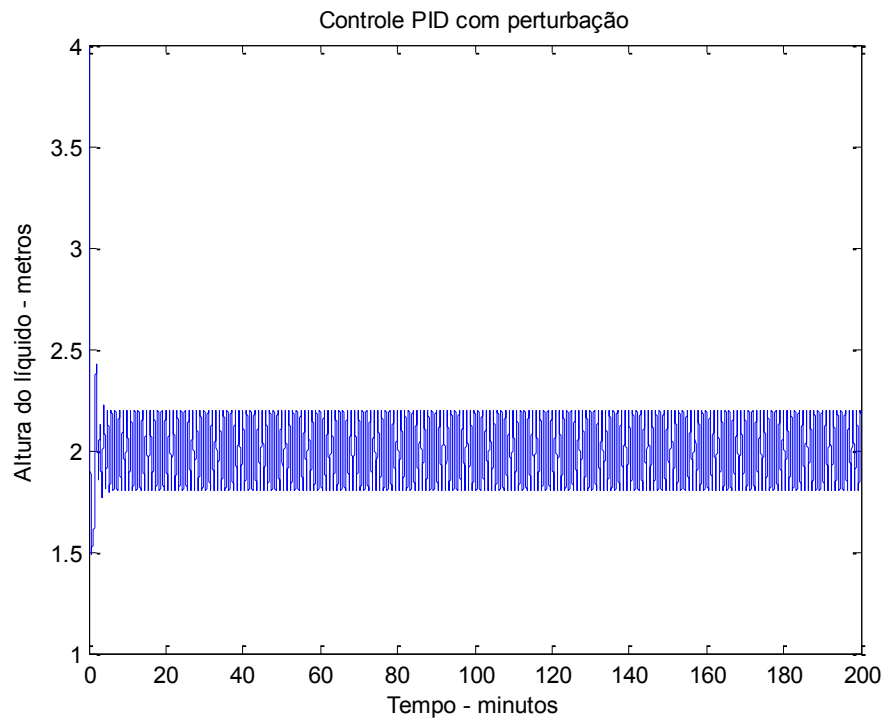


Fonte: Próprio autor

5.4.10 Controle PID com Perturbação na Entrada do Sistema

Nos gráficos seguintes foi utilizado o controlador PID, mas agora o sistema tem uma perturbação senoidal em sua entrada de amplitude 1,0 com período de 60 segundos.

Figura 151 Altura do líquido para o sistema com perturbação na entrada, controlador PID.

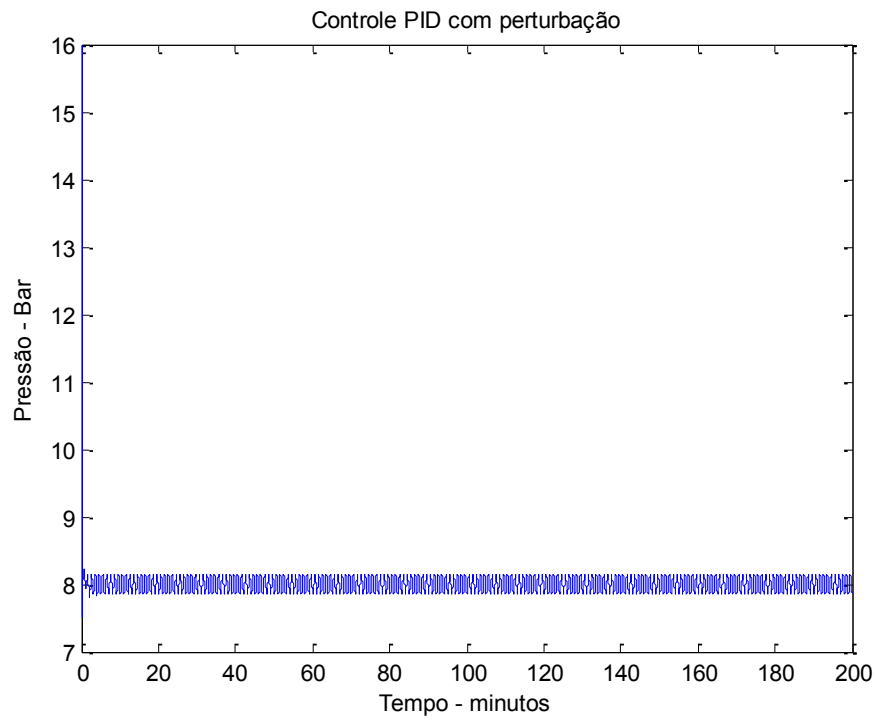


Fonte: Próprio autor

Na Figura 151 observa-se que o controlador PID não conseguiu rejeitar a perturbação e, portanto, a altura do líquido ficou variando e não conseguiu seguir o sinal de referência.

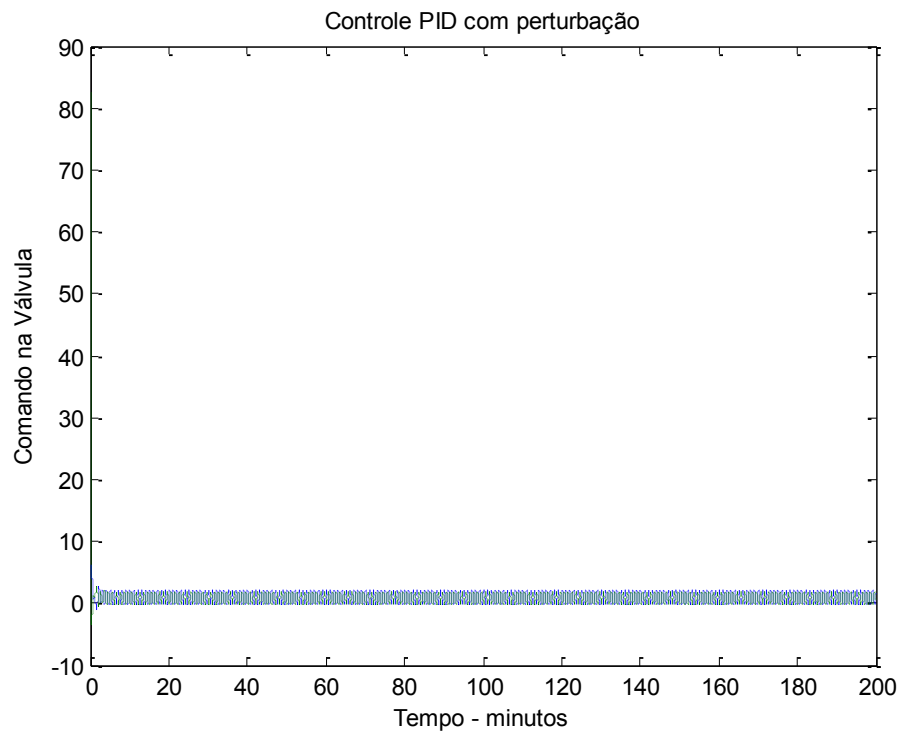
Para a pressão na válvula, vista na Figura 152, o controlador apresentou o mesmo problema para este sistema que tem uma perturbação na entrada, o PID não conseguiu rejeitar a perturbação.

Figura 152 Pressão na válvula para o sistema com perturbação na entrada, controlador PID.



Fonte: Próprio autor

Figura 153 Sinais de controle para o sistema com perturbação na entrada, controlador PID.



Fonte: Próprio autor

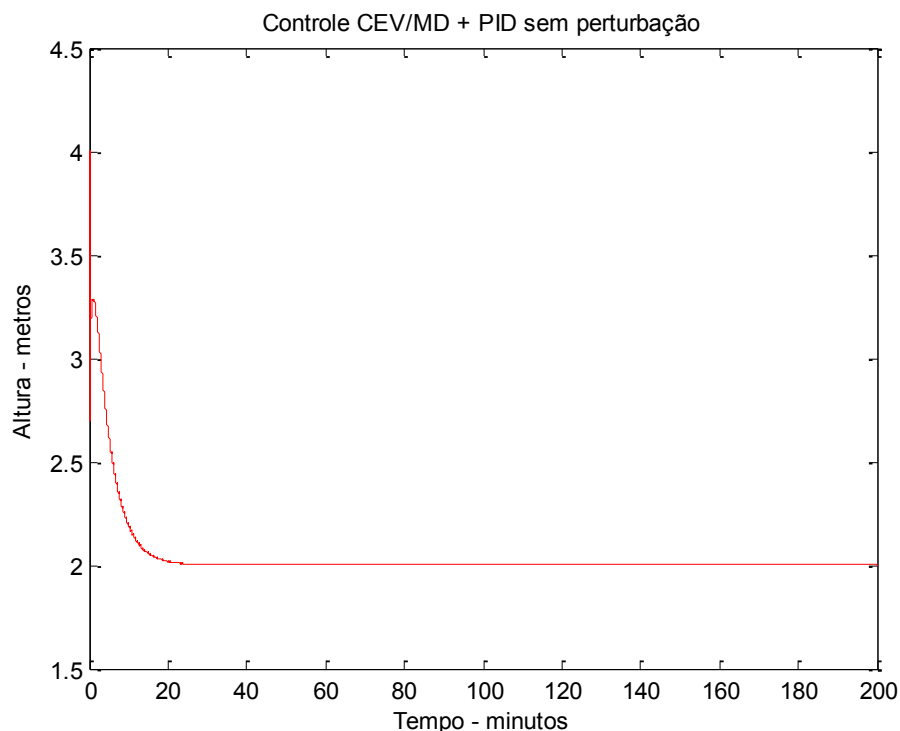
Os esforços de controle, observados na Figura 153, não foram elevados, contudo o PID não conseguiu rejeitar a perturbação na entrada. E, portanto, neste caso, ele demonstrou ser eficiente.

5.4.11 Controle CEV/MD + PID sem Perturbação na Entrada do Sistema

Neste item será utilizado um controlador que engloba os controladores CEV/MD e PID. O objetivo é que, com este tipo de controle, o sistema consiga rejeitar perturbações na entrada e que ele alcance o sinal de referência mais rapidamente, ou seja, juntar as vantagens dos dois controladores.

Na Figura 154 observa-se que, em comparação com a Figura 140, o sistema entrou em regime mais rapidamente, isto deve-se ao fato de este controlador ter o PID integrado ao CEV/MD, visto que somente com o CEV/MD o tempo para que a altura do líquido atingisse a referência era muito maior.

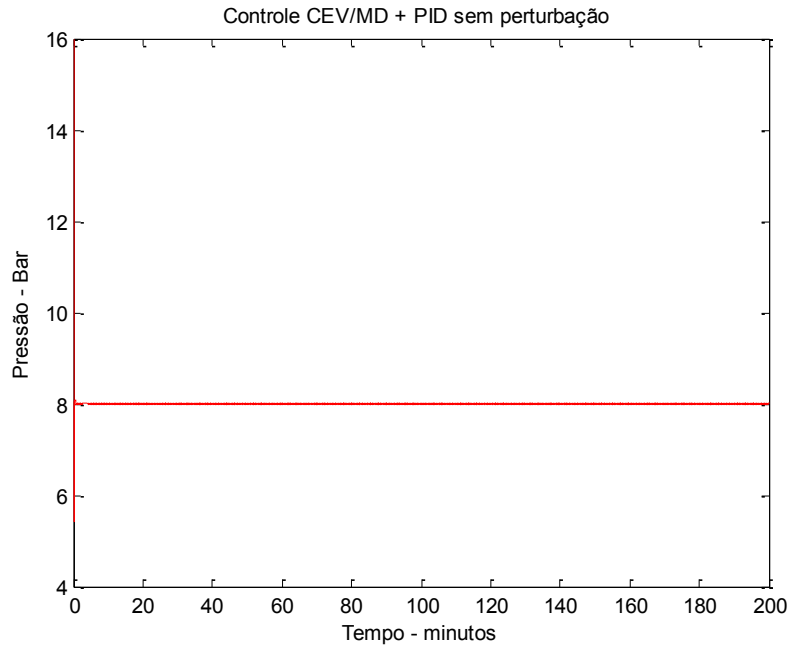
Figura 154 Altura do líquido para o sistema sem perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID.



Fonte: Próprio autor

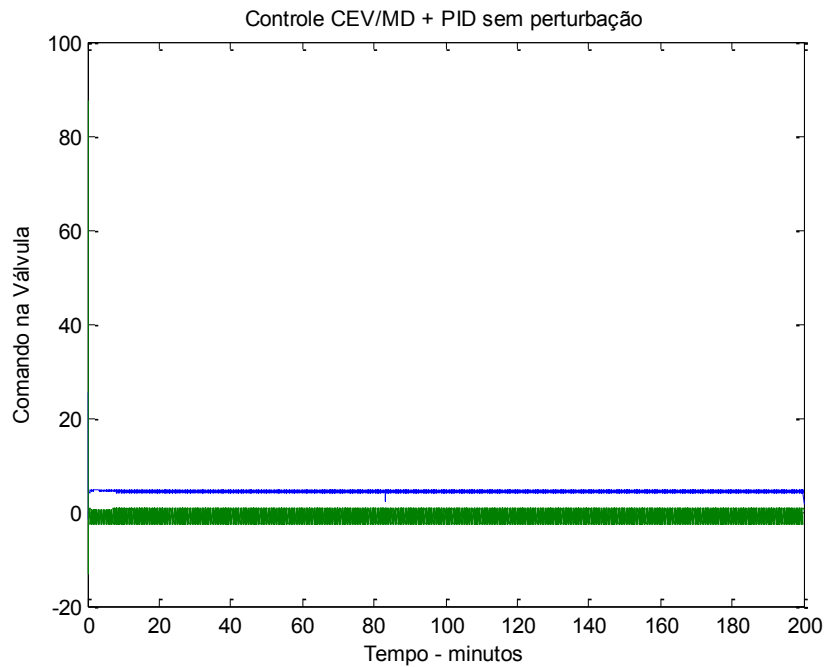
Na Figura 155, observa-se que o sistema tende rapidamente para a referência, igual ao caso em que se utilizou somente o controlador CEV/MD e somente o PID.

Figura 155 Pressão na válvula para o sistema sem perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID.



Fonte: Próprio autor

Figura 156 Sinais de controle para o sistema sem perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID.

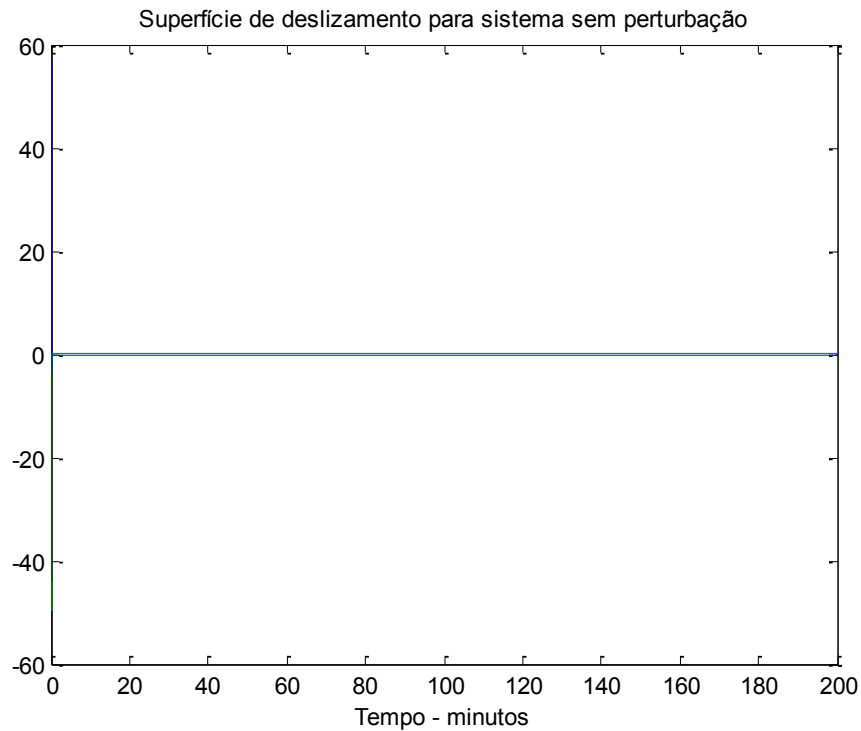


Fonte: Próprio autor

Na Figura 156, nota-se que os esforços de controle foram aceitáveis, uma vez que o sistema funcionou adequadamente.

Na Figura 157, é mostrado que o controle consegue levar o sistema para as superfícies de deslizamento ideal.

Figura 157 Superfície de deslizamento para o sistema sem perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID.



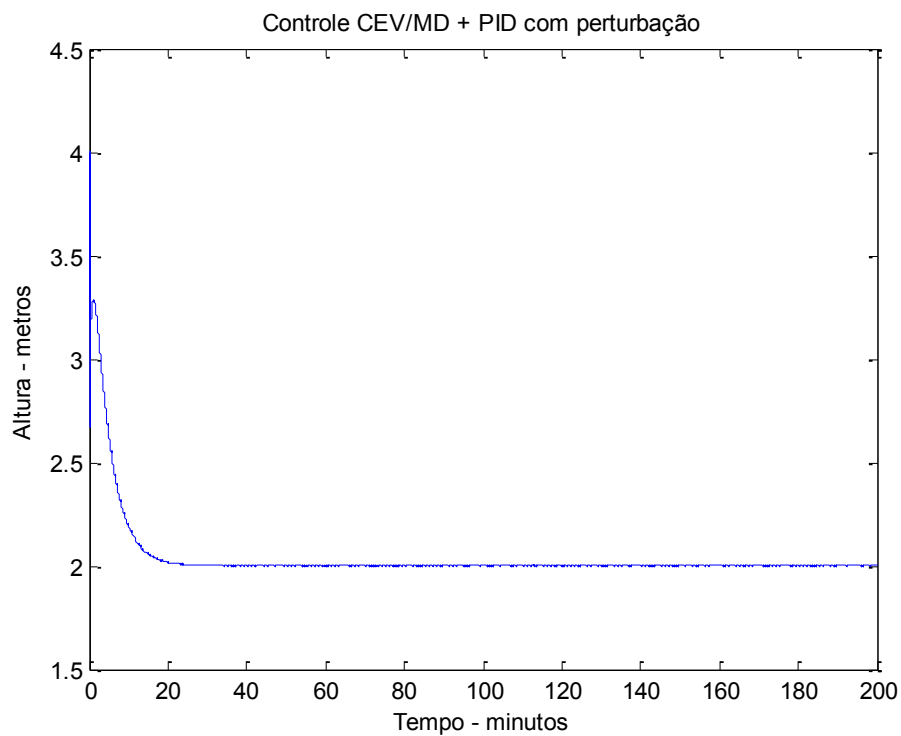
Fonte: Próprio autor

5.4.12 Controle CEV/MD + PID com Perturbação na Entrada do Sistema

Neste caso haverá perturbações casadas na entrada do sistema. Será novamente utilizado um controlador que engloba os controladores CEV/MD e PID, tendo o mesmo objetivo do item anterior, que é fazer com que o sistema alcance o sinal de referência mais rapidamente, e ainda consiga rejeitar as perturbações na entrada de controle.

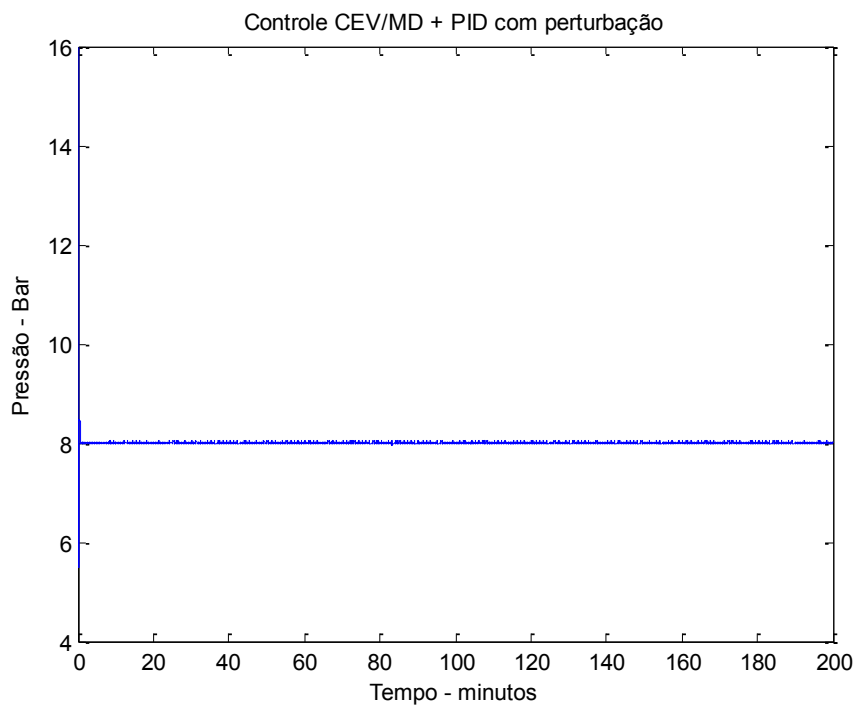
Na Figura 158, o sistema possui uma perturbação casada na entrada, mas nota-se que o sistema teve o mesmo desempenho que no caso mostrado na Figura 154, isto deve-se ao fato da atuação do controlador CEV/MD, pois ele é quem consegue rejeitar perturbações casadas na entrada.

Figura 158 Altura do líquido para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID.



Fonte: Próprio autor

Figura 159 Pressão na válvula para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD+PID.

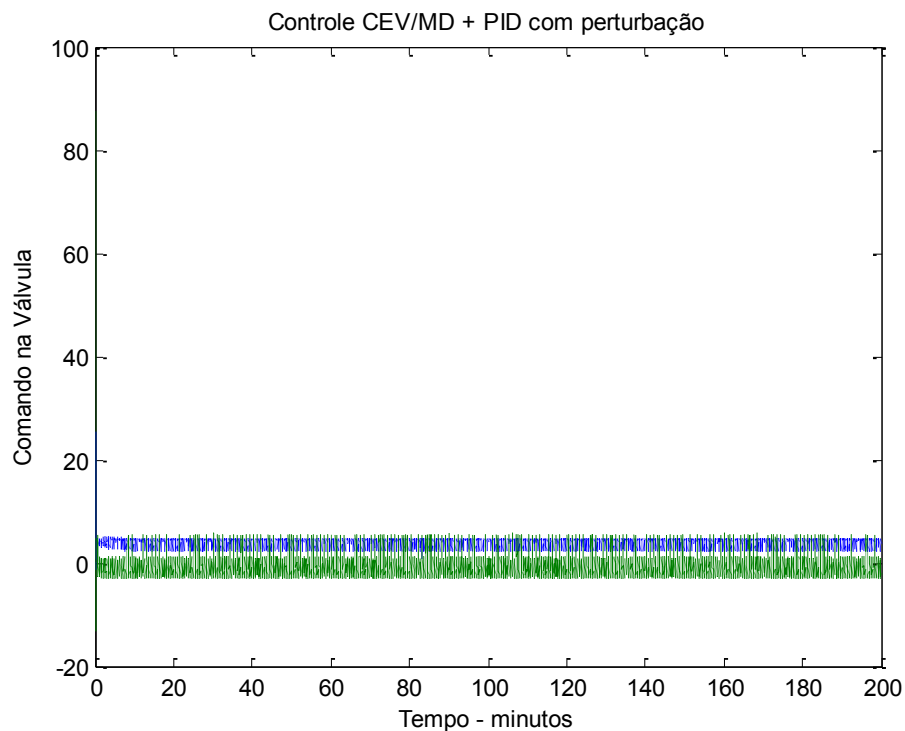


Fonte: Próprio autor

Na Figura 159, é mostrado que os controladores conseguiram fazer com que a pressão na válvula seguisse a referência.

Novamente os esforços de controle, utilizando-se os controladores CEV/MD e PID juntos são aceitáveis tal como pode ser visto na Figura 160. Então pode-se dizer que este método trará para o sistema as vantagens dos métodos CEV/MD e PID ao mesmo tempo, e portanto este será um sistema mais eficiente.

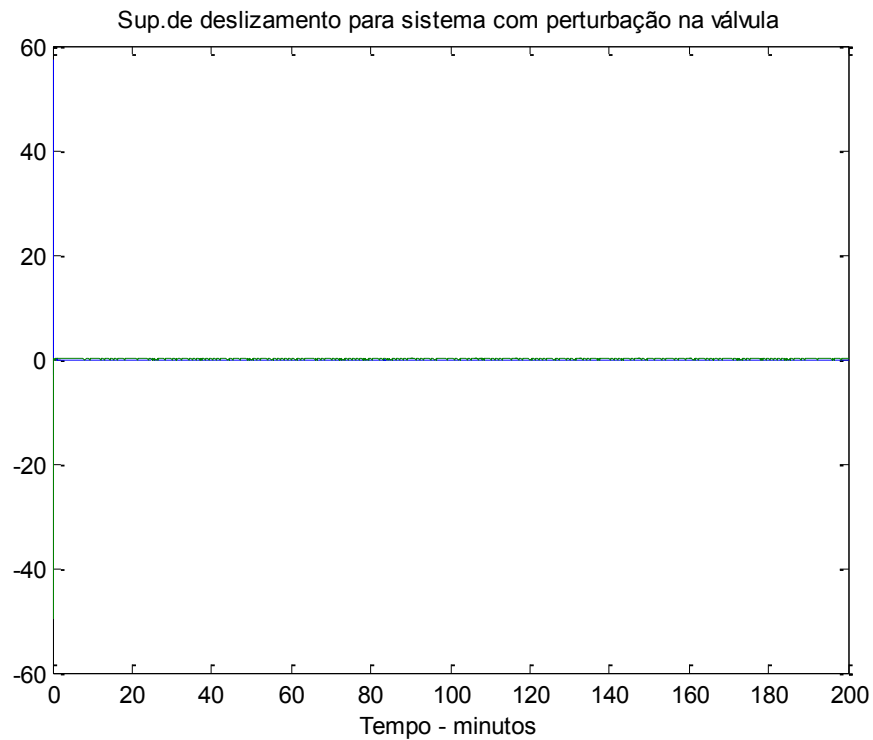
Figura 160 Sinais de controle para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD+PID.



Fonte: Próprio autor

Na Figura 161, é mostrado que o controle sempre consegue levar o sistema para a superfície de deslizamento ideal, provando que este controlador consegue rejeitar as perturbações casadas no sistema.

Figura 161 Superfície de deslizamento para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID.

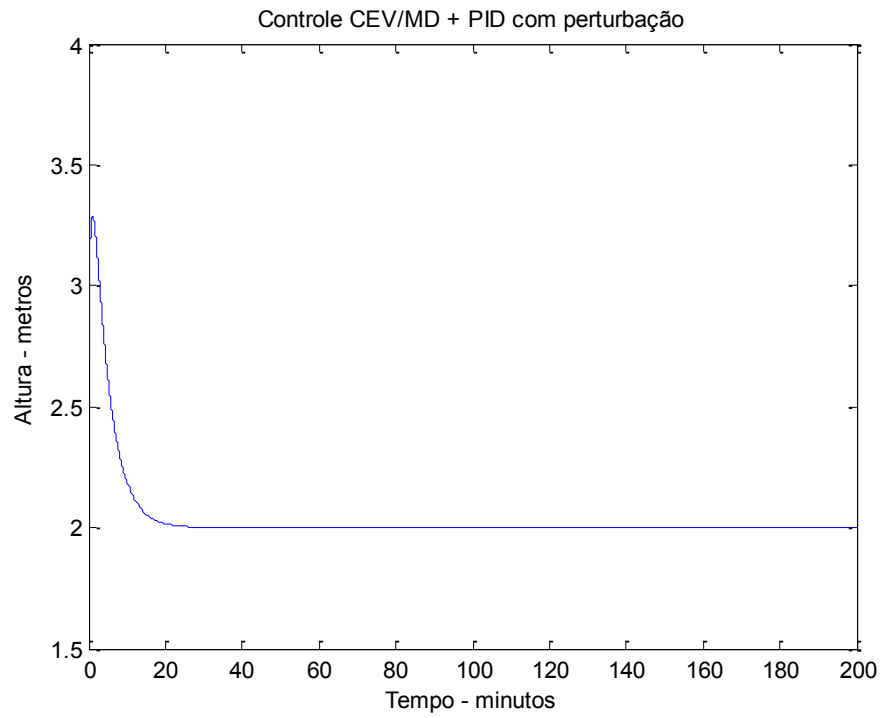


Fonte: Próprio autor

5.4.13 Emulação do Controle CEV/MD + PID com Perturbação na Entrada do Sistema

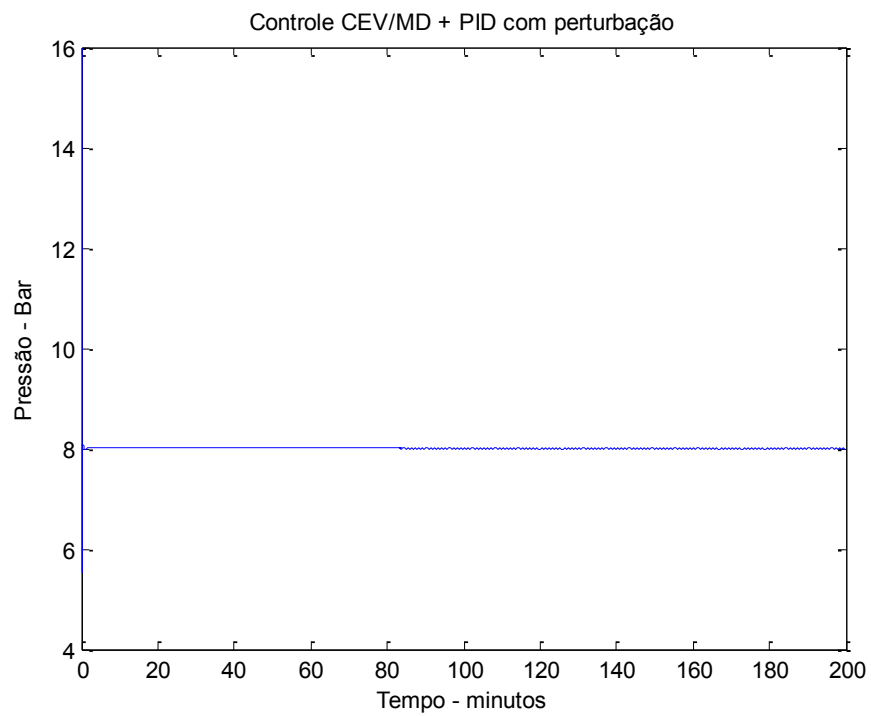
Neste item serão utilizados os controladores CEV/MD e PID em conjunto novamente, mas o sistema será emulado com período de amostragem de 20ms e a perturbação no sistema estará presente somente a partir do instante 83,3 minutos. O objetivo da emulação é verificar a sensibilidade que o controlador CEV/MD analógico, em conjunto com o PID analógico, têm em relação ao processamento digital da lei de controle. Os resultados são mostrados nas Figuras de 162 a 165.

Figura 162 Altura do líquido para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID emulado.



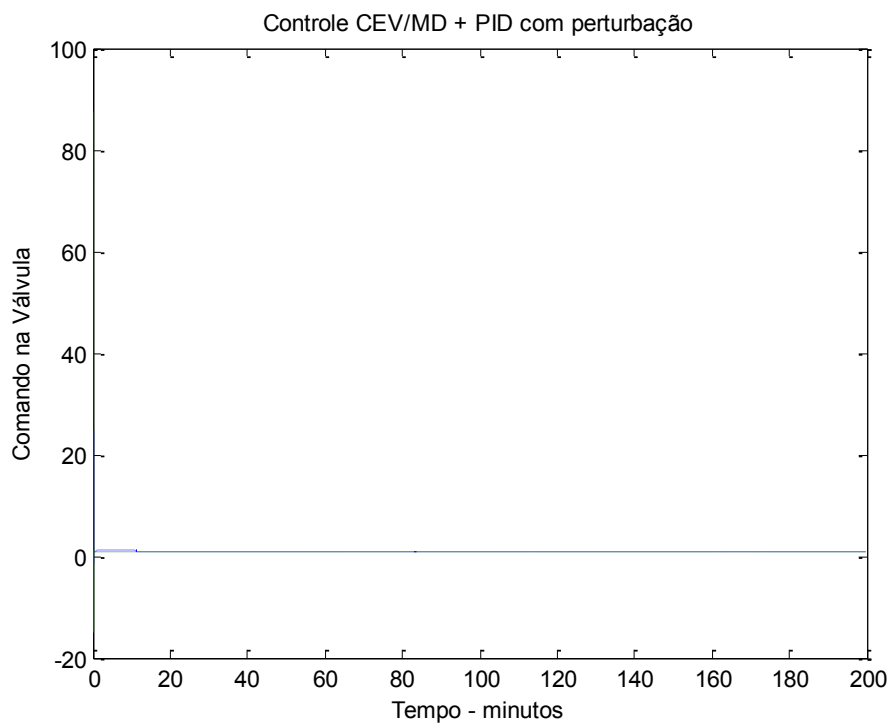
Fonte: Próprio autor

Figura 163 Pressão na válvula para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID emulado.



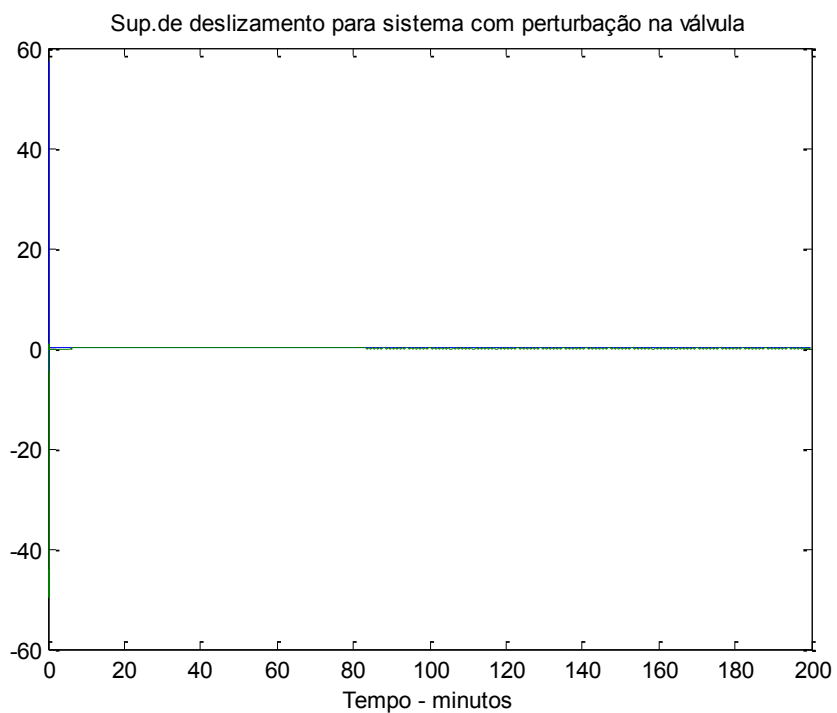
Fonte: Próprio autor

Figura 164 Sinais de controle para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID emulado.



Fonte: Próprio autor

Figura 165 Superfície de deslizamento para o sistema com perturbação na entrada, controlador CEV/MD+ PID emulado.



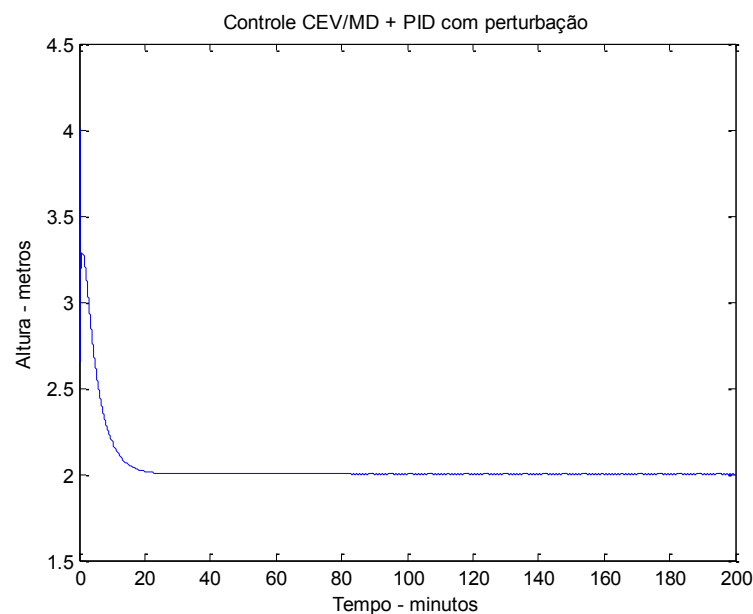
Fonte: Próprio autor

Comparando as Figuras 162 a 165 com as Figuras 158 a 161 respectivamente, nota-se que os resultados são muito semelhantes, rejeitando também as perturbações presentes a partir do instante 83,33 minutos, portanto os controladores analógicos não deterioraram sua performance com a emulação. Isto mostra que o CEV/MD atuando em conjunto com o PID apresenta robustez em relação a emulação, dado que o controlador CEV/MD atuando sem o PID em sistemas emulados, tal como no item 5.3.7, não consegue apresentar bom desempenho. Sendo assim, esta é mais uma vantagem de o CEV/MD operar em conjunto com o PID.

5.4.14 Emulação do Controle CEV/MD + PID com Perturbação na Entrada do Sistema e Atraso de 0,2 Segundos

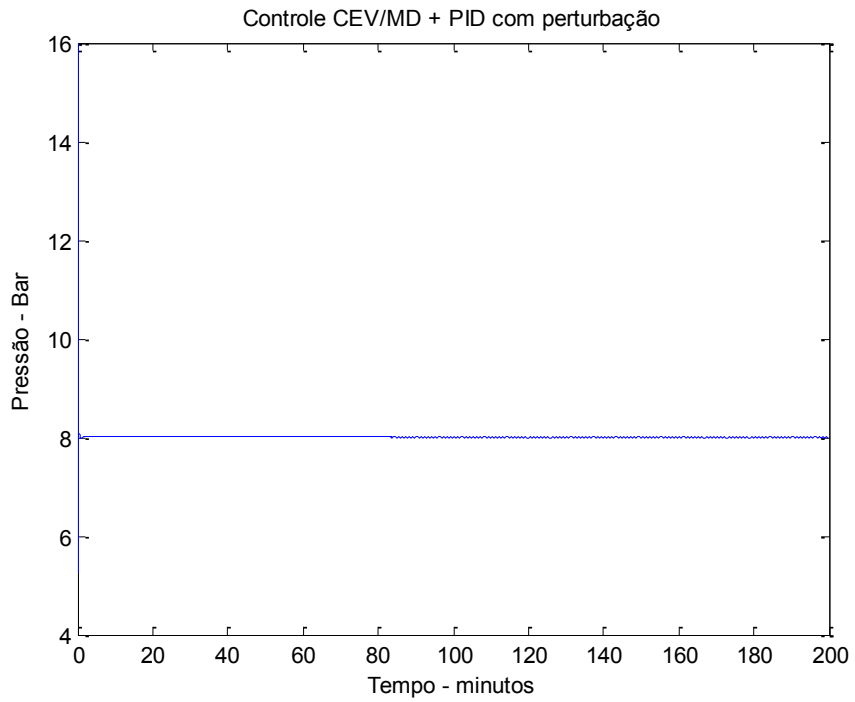
Neste item serão utilizados os controladores CEV/MD e PID em conjunto novamente. O sistema será emulado com período de amostragem de 20ms e a perturbação no sistema estará presente somente a partir do instante 83,3 minutos. A diferença neste caso em relação ao item anterior é que o sinal de controle tem um atraso de 200 ms, ou seja, 10 períodos de amostragens. O objetivo neste caso é verificar a influência do atraso no sistema emulado com os controladores analógicos CEV/MD e PID atuando em conjunto. Os resultados são mostrados nas Figuras 166 a 169.

Figura 166 Altura do líquido para o sistema com perturbação na entrada e atraso, controlador CEV/MD+ PID emulado.



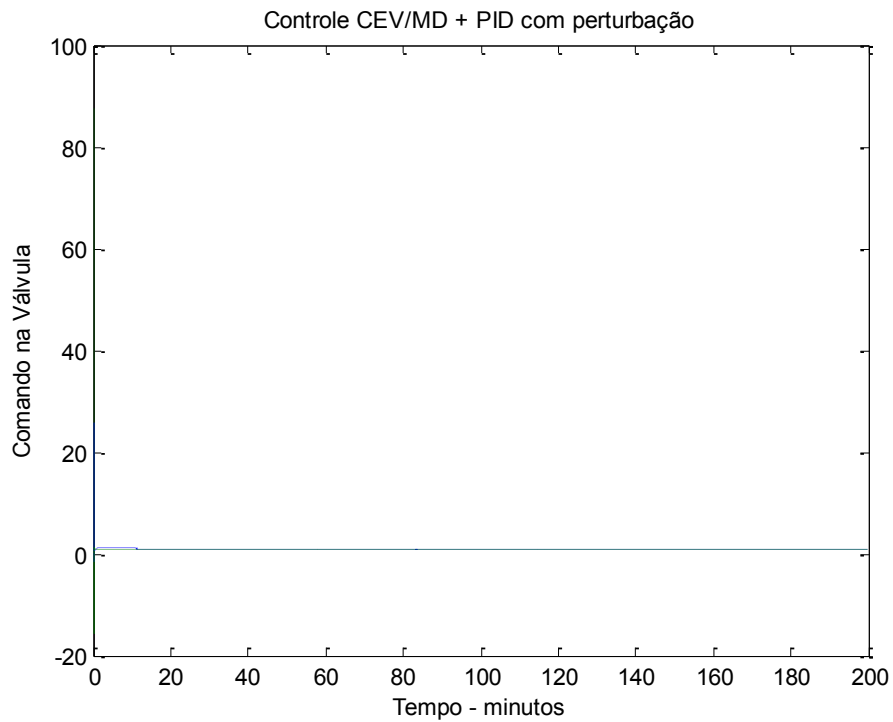
Fonte: Próprio autor

Figura 167 Pressão na válvula para o sistema com perturbação na entrada e atraso, controlador CEV/MD+ PID emulado.



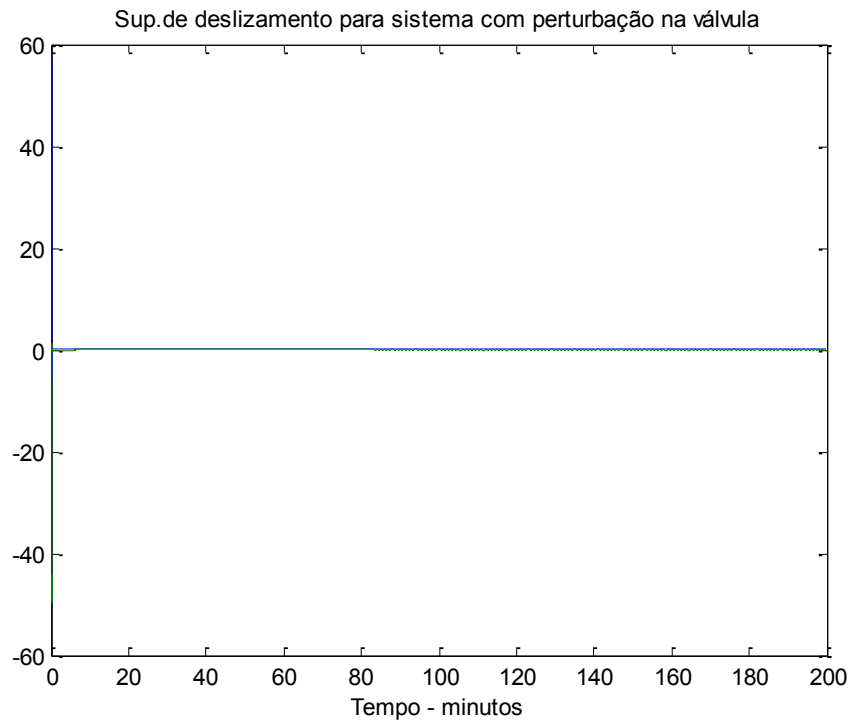
Fonte: Próprio autor

Figura 168 Sinais de controle para o sistema com perturbação na entrada e atraso, controlador CEV/MD+ PID emulado.



Fonte: Próprio autor

Figura 169 Superfície de deslizamento para o sistema com perturbação na entrada e atraso, controlador CEV/MD+ PID emulado.



Fonte: Próprio autor

Comparando as Figuras 166 a 169 com as Figuras 162 a 165 respectivamente, nota-se que os resultados são muito semelhantes, rejeitando também as perturbações presentes a partir do instante 83,33 minutos. Portanto os controladores analógicos não deterioraram sua performance com a emulação, mesmo com atraso presente. Isto mostra que o CEV/MD atuando em conjunto com o PID apresenta robustez em relação a emulação e ao atraso. Desta forma não houve a necessidade de preditores, mesmo havendo atraso no sistema. Sendo assim, esta é mais uma vantagem de o CEV/MD operar em conjunto com o PID, pois o sistema agregou uma característica favorável do controlador PID, que é a robustez em relação ao atraso.

5.4.15 Conclusões Referentes ao Caso do Separador Bifásico

O controlador CEV/MD mostrou-se satisfatório para controlar o sistema do separador bifásico. Ele conseguiu fazer com que a altura do líquido e a pressão seguissem a referência tanto no caso em que não há perturbações na entrada do sistema quanto no caso em que há

perturbações. Os esforços de controle são aceitáveis e o controlador sempre consegue levar o sistema para a superfície deslizante ideal.

No caso do controlador PID, este conseguiu controlar o sistema, sem perturbações na entrada, com esforços de controle pequenos e ainda conseguiu com que o sistema fosse rapidamente para a referência. Mas para o caso em que houve perturbações na entrada do sistema, o controlador PID se mostrou inadequado, pois não conseguiu rejeitar as perturbações do sistema.

Por fim, utilizou-se um controlador que soma os métodos de controle CEV/MD e PID, com a proposta de obter para o sistema as vantagens de cada método. Neste caso o sistema foi mais rapidamente para a referência do que no caso que só utilizava-se somente o controlador CEV/MD, e ainda conseguiu rejeitar perturbações casadas na entrada do sistema. Outras duas vantagens para essa combinação de controladores são a insensibilidade a emulação e ao atraso no sinal de controle.

5.5 CONCLUSÕES PARCIAIS

Como apresentado neste trabalho, várias são as etapas para o processo de tratamento primário de petróleo, para que este possa ser separado da água e do gás. Durante esse processo, constata-se que variações do sistema na pressão, temperatura, vazão, tempo de residência e dosagem de produtos químicos interferem na qualidade final do produto, tem-se então que vários métodos de controle são estudados para reduzir as oscilações ao longo da planta e sua influência negativa na qualidade do produto.

Neste capítulo foi implementado o método de controle CEV/MD em determinadas etapas do processo de tratamento primário do petróleo, tendo este método a proposta de deixar o sistema mais robusto. Como demonstrado através de simulações, este método consegue rejeitar perturbações casadas na entrada do sistema.

Após serem escolhidas as etapas do processo, sendo elas o Escoamento em Riser e o Separador Bifásico, implementou-se o método de controle CEV/MD nestes sistemas. Em seguida implementou-se, também, o método de controle PID, para que este fosse comparado com o do método CEV/MD, lembrando que a implementação do método de controle PID foi proposto por Nunes et al. (2010), e que este é o método mais tradicional nas indústrias em geral.

Sendo feitas as simulações no software Matlab/Simulink, constataram-se os resultados de cada método e as vantagens de cada um deles. Observou-se que o método CEV/MD tem uma enorme vantagem com relação à robustez a incertezas quando comparado com o outro método.

No caso do sistema do Escoamento em Riser, o controlador CEV/MD conseguiu rejeitar perturbações casadas na entrada do sistema, enquanto o método PID foi ineficaz tanto para controlar a vazão do líquido quanto para controlar a pressão na válvula. Outra vantagem apresentada, neste caso específico, pelo controlador CEV/MD foi que ao contrário do controlador PID que necessita de dois sensores, o método CEV/MD precisa de apenas um, isto faz com que sua implementação tenha menores custos.

Para o sistema do Separador Bifásico, utilizou-se novamente os dois métodos de controle, e foi possível concluir que, quando há uma perturbação casada na entrada do sistema, o controlador PID foi novamente ineficaz, enquanto o controlador CEV/MD consegue rejeitar as perturbações. Contudo é observado que o método de controle CEV/MD demorou consideravelmente para que o sistema atingisse a referência. Então foi implementado, no sistema do Separador Bifásico, o método de controle PID + CEV/MD com a proposta de unir as vantagens de cada um. Os resultados foram os esperados, constatando-se que o tempo para que o sistema chegasse a referência diminuiu e o sistema continuou robusto com relação a perturbações casadas na entrada, além disso, o desempenho do sistema não foi prejudicado para o caso em que foi feita a emulação do controle e para o caso em houve atraso no controle.

Apesar de todas essas vantagens apresentadas, o método CEV/MD apresenta algumas desvantagens, sendo elas a necessidade de um observador de estados e um esforço de controle maior que, por exemplo, o do método PID.

Contudo, em relação ao observador necessário para o método CEV/MD, aquele pode ser implementado com técnicas mais avançadas, tais como o observador com estrutura variável. Este tem uma eficiência melhor que o observador convencional, assim conseguindo estimar com maior precisão os estados. Sendo este um tópico para estudos futuros.

Portando, apesar do método de controle CEV/MD ter uma teoria complexa, sua implementação é de dificuldade razoável, sendo então um método de controle apropriado para implementações em vários campos da engenharia, principalmente na indústria de petróleo.

Enfim, pode-se afirmar que o método de controle CEV/MD é muito eficaz e satisfatório, inclusive quando atuando junto com controladores convencionais do tipo PID, pois conseguiu concluir com êxito a proposta inicial de deixar o sistema mais robusto, para assim diminuir as perdas no processo de tratamento primário de petróleo, melhorar a qualidade e diminuir os custos do produto final.

6 CONCLUSÃO

O enfoque principal deste trabalho foi a análise da robustez da estabilidade e a análise da influência de incertezas e perturbações em sistemas com atraso no controle, utilizando preditores de estado e estratégia de controle com modos deslizantes discreto (CMD). Os preditores utilizados não demandam aquisição de amostragens passadas do sinal de controle e cálculos complexos a cada iteração. Quando utilizados em conjunto com a estratégia CMD, as análises e os resultados obtidos nas simulações mostraram sua eficiência no que diz respeito à estabilização do sistema e minimização da influência das perturbações, mesmo na presença de grandes atrasos e não linearidades.

Para corroborar os resultados apresentados nas análises, foram realizadas simulações em um modelo matemático de um sistema de ordem dois, em um modelo linear do sistema de suspensão ativa e em um modelo não linear do sistema pêndulo invertido. Neste último, o atraso foi tratado como uma falha e apresentou-se uma estratégia para detectar e adaptar os controladores a este tipo de falha. Também foram investigados, através de simulações, aplicações do controle com modos deslizantes em dois processos integrantes do tratamento primário de petróleo.

Desta forma pode-se concluir que a estratégia de controle proposta, utilizando preditores de estado e controle com modos deslizantes, foi eficaz no sentido de estabilização de sistemas incertos controlados via rede de comunicação com problemas de atraso, sendo que os resultados de simulações comprovaram as análises apresentadas.

Para trabalhos futuros pode-se sugerir implementações laboratoriais nos sistemas de suspensão ativa, pêndulo invertido, escoamento em riser e separador bifásico. Pode-se também utilizar o CMD em outras etapas do tratamento primário de petróleo.

Este trabalho originou as seguintes publicações:

CRNKOWISE, S.; TEIXEIRA, M. C. M.; J. P. F. GARCIA. Controle robusto de separadores bifásicos no tratamento primário de petróleo. In: XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (XISBAI), 2013, Fortaleza - CE. Anais do XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (XI SBAI), 2013.

CRNKOWISE, S.; TEIXEIRA, M. C. M.; J. P. F. GARCIA. ;ALVES, U. N. L. T.; RODRIGUES, F. B.. Controle robusto de sistemas incertos via redes sujeitas a atrasos. In:

XX Congresso Brasileiro de Automática - CBA 2014, BELO HORIZONTE - MG. Anais do XX Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2014), 2014 – ARTIGO ACEITO.

CRNKOWISE, S.; TEIXEIRA, M. C. M.; J. P. F. GARCIA. ; ALVES, U. N. L. T.; RODRIGUES, F. B.. Controle digital robusto de pressão e vazão de escoamento em riser. In: XX Congresso Brasileiro de Automática - CBA 2014, BELO HORIZONTE - MG. Anais do XX Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2014), 2014 – ARTIGO ACEITO.

CRNKOWISE, S.; TEIXEIRA, M. C. M.; GARCIA, J. P. F.; ALVES, U. N. L. T.; RIBEIRO, J. M. Discrete-Time Sliding Mode Control For Uncertain Networked System Subject to Time Delay. Mathematical Problems in Engineering, 2014 - ARTIGO ACEITO.

REFERÊNCIAS

- DECARLO, R. A.; ZAK, S. H.; MATTHEWS, G. P. Variable structure control of nonlinear and multivariable systems: a tutorial. PROCEEDINGS OF THE IEEE, 1988, New York. **Proceedings of the...** New York: IEEE, v. 76, n. 3, p. 212-232, 1988. Disponível em: <
<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4400>>. Acesso em: 18 set. 2014.
- DRAZENOVIC, B. The invariance conditions in variable structure systems, **Automatica**, Elmsford, v. 5, n. 3, p. 287-295, 1969.
- EDWARDS, C.; SPURGEON, S.K. **Sliding mode control: theory and application**. London: Taylor & Francis, 1998. 237 p.
- FONTES, A. B.; SOUZA, R. A. R.; ACHY, A. R. A. Um controlador PI não linear adaptativo aplicado ao controle de golfadas em processo de exploração e produção de petróleo. In: ANAIS DO CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO, 18, 2010, Bonito. **Anais...** Bonito: SBA, 2010. p. 2982-2987. Disponível em: <
http://www.eletrica.ufpr.br/anais/cba/2010/Artigos/65583_1.pdf>. Acesso em: 18 set. 2014.
- GARCIA, J. P. F.; GARCIA, L. M. C. F.; APOLINÁRIO, G. C. ; RODRIGUES, F. B. Sliding mode for detection and accommodation of computation time delay fault, **Mathematics and Computers in Simulation**, Amsterdam, v. 80, n. 2, p. 449–465, 2009.
- HESPANHA, J. P.; NAGHSHTABRIZI, P.; XU, Y. A survey of recent results in networked control systems. In: PROCEEDINGS OF THE IEEE, 2007. **Proceedings of the...** New York: IEEE, 2007. v. 95, n. 1 , p. 138-162, 2007. Disponível em: <
<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4118465&tag=1>>. Acesso em: 18 set. 2014.
- LEMOS, F. **Tratamento primário de petróleo**. Disponível em: <
<http://filipeengpetroleo.blogspot.com.br/>>. Acesso em: 24 abr. 2014.
- NUNES, G. C.; MEDEIROS, J. L. ;ARAÚJO, O. Q. F. **Modelagem e controle da produção de petróleo**. São Paulo: Edgard Blucher, 2010. 495 p.
- OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. Rio de Janeiro: Pearson, Prentice-Hall, 2010. 809 p.
- QUANSER. **Inverted pendulum**: user's manual. Ontario: Quanser Innovate Educate, 1998.

QUANSER INNOVATE EDUCATE. **Active suspension LQG control using Quarc: instructor manual**. Ontario: Quanser, 2010. 48 p.

SAUSSEN, A.; SAUSSEN, P. S. Aplicação de uma metodologia de controle de nível PI para reduzir os efeitos do fluxo com golfadas na produção do petróleo. Tema : **Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, São Carlos, v. 12, n. 1, p. 31-42, 2011.

SILVA, E. R. P. da. **Controle de sistemas lineares incertos via realimentação derivativa utilizando funções de Lyapunov dependentes de parâmetros**. 2012. 126 f. Tese (Doutorado em Automação) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2012. Disponível em:

<<http://www.feis.unesp.br/#!/departamentos/engenharia-eletrica/posgraduacao/teses/2012/>>. Acesso em: 10 mar. 2014.

STORKAAS, E. **Stabilizing control and controllability: control solutions to avoid slug flow in pipeline-riser systems**. 2005. 147 f. Thesis. (Doctor) -Department of Chemical Engineering Norwegian University of Science and Technology. Norway, 2005.

TARBOURIECH, S.; QUEINNEC, I.; ALAMO, T.; FIACCHINI, M. ; CAMACHO, E. F. Ultimate bounded stability and stabilization of linear systems interconnected with generalized saturated functions, **Automatica**, Elmsford, v. 47, n. 7, 2011, p. 1473–1481, 2011.

UTKIN, V. I. **Sliding modes and their applications in variable structure systems**. Moscow: Mir Publishers, 1978. 257 p.

XIA, Y.; LIU, G. P.; SHI, P.; CHEN, J.; REES, D.; LIANG, J. Sliding mode control of uncertain linear discrete time systems with input delay. **IET - Control Theory & Applications**, Stevenage, v. 1, n. 4, p. 1169–1175, 2007.

WANG , B. On discretized sliding mode control systems. In: IFAC WORLD CONGRESS, 18, 2011, Milano. **Proceedings of the...** Milano: [S.n.], 2011. p.13357-13361.