



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JULIO DE MESQUITA FILHO"
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS



Trabalho de Conclusão de Curso
Curso de Graduação em Física

ESTUDO DE SISTEMAS COM DINÂMICA POUCO SUAVE: BRINQUEDOS
ENVOLVENDO ESTE TIPO DE MODELO

Cristiane Sommer Leme

Prof(a).Dr(a). Alzira Cristina de Mello Stein-Barana

Rio Claro (SP)

2012

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Campus de Rio Claro

CRISTIANE SOMMER LEME

ESTUDO DE SISTEMAS COM DINÂMICA POUCO SUAVE:
BRINQUEDOS ENVOLVENDO ESTE TIPO DE MODELO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas -
Câmpus de Rio Claro, da Universidade
Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, para
obtenção do grau de Licenciado em Física.

Rio Claro - SP

2012

CRISTIANE SOMMER LEME

ESTUDO DE SISTEMAS COM DINÂMICA POUCO SUAVE: BRINQUEDOS ENVOLVENDO ESTE TIPO DE MODELO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas -
Câmpus de Rio Claro, da Universidade
Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, para
obtenção do grau de Licenciado em Física.

Comissão Examinadora

Prof^a. Dr^a. Alzira C. de Mello Stein-Barana (orientadora)

Prof^a. Dr^a. Deisy Piedade Munhoz

Prof. Dr. Giovanni F. Gozzi

Rio Claro, 14 de novembro de 2012.

Assinatura do(a) aluno(a)

assinatura do(a) orientador(a)

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Ana Cristina e Luiz Carlos, e ao meu irmão, Cris, por me apoiarem e me amarem incondicionalmente há 24 anos e estarem ao meu lado até mesmo quando não deveriam.

Ao Emygdio por ser mais do que um namorado, por estar sempre ao meu lado, por me ajudar tanto, e pela incrível convivência diária que me proporciona.

Aos meus professores da graduação, por todo o conhecimento que me proporcionaram.

Especialmente a Profa. Alzira, por me aturar durante os últimos 5 anos e me ensinar mais do que qualquer graduação seria capaz.

RESUMO

O trabalho aqui apresentado tem como objetivo estudar o movimento interrompido periodicamente, executado por quatro brinquedos artesanais. Este tipo de movimento pode ser estudado pela dinâmica não linear, porém, este não é um tópico abordado nos cursos de graduação em Física. O estudo apresentado busca observar, identificar e medir grandezas físicas características dos brinquedos segundo os elementos fornecidos pela dinâmica, neste caso, o formalismo de momento de forças e energia. Permite também uma abordagem sobre o ensino não formal de Física uma vez que as medidas e instrumentos diferem da abordagem formal dos laboratórios convencionais. Estes brinquedos são exemplos pouco conhecidos das máquinas simples estudadas em Mecânica e também se prestam para ilustrar caminhantes passivos em Robótica.

Palavras chave: ensino de física; brinquedos; dinâmica.

ABSTRACT

This work aims to study the movement periodically interrupted realized by four handmade toys. Such movement can be studied by nonlinear dynamics, but this topic is not covered in the general undergraduate courses in Physics. The study presented aim to observe, search, identify and measure physical quantities characteristic of toys according to the information provided by the dynamic, in this case, the formalism of moment of forces and energy. It also allows an approach to non-formal education in physics, since the measures and instruments differ from formal laboratory approach. These toys are unknown examples of simple machines studied in Mechanics and allow to illustrate passive walkers in Robotics.

Keywords: physics education; toys; dynamics.

SUMÁRIO

1.INTRODUÇÃO.....	6
1.1.Ensino de física: algumas considerações.....	6
1.2.Ensino de física: algumas observações.....	6
1.3 Ensino de Física : nossos materiais e métodos.....	7
2.ESTUDO SOBRE MOVIMENTO.....	9
2.1.Movimento.....	9
2.2.Movimentos sob a ação da gravidade.....	18
3.MOVIMENTO NÃO-SUAVE.....	21
3.1.Mecânica não suave.....	21
3.2.Brinquedos com movimento interrompido periodicamente.....	21
3.3.Audacity-recurso para medida de tempo.....	26
4.APLICAÇÕES DA FÍSICA NA ANÁLISE DO MOVIMENTO DOS BRINQUEDOS.....	28
4.1-Brinquedo 1 - boneco na rampa vertical.....	28
4.1.1.Objeto qualquer em queda livre.....	28
4.1.2.O brinquedo.....	28
4.2- Brinquedo 2 - Ouriço (e pato) que desce a rampa.....	34
4.2.1 Plano inclinado/objeto qualquer.....	34
4.2.2. O brinquedo.....	36
4.3-Brinquedo 3 - Pássaro na haste vertical.....	42
4.3.1 Objeto qualquer em queda livre.....	42
4.3.2 Movimento de uma conta em uma haste vertical.....	42
4.3.3. O brinquedo.....	43
4.4.Brinquedo 4- Boneco desce a rampa dentada.....	47
4.4.1.Plano inclinado/objeto qualquer.....	47
4.4.2. O brinquedo.....	47
5.CONCLUSÕES.....	52
6.REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	54

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Ensino de Física : algumas considerações

Um dos grandes desafios no ensino de Física é tornar a aprendizagem significativa para a maioria dos estudantes, independentemente se eles dependerão ou não deste aprendizado no exercício futuro de sua profissão. Entre as diversas concepções de aprendizagem encontra-se aquela que valoriza a interação social, a parceria entre indivíduos, o meio sócio-cultural e a contextualização do ensino segundo estas questões. Os Parâmetros Curriculares Nacionais têm este mesmo entendimento e o sintetiza em um parágrafo da página 72(BRASIL,1998) enquanto em outros momentos destaca o papel da escola na transformação da sociedade por meio do estudante instrumentalizado com ferramentas científicas, conceituais, lógicas ,verbais e sociais.

Buscando a aprendizagem significativa corre-se o risco de evitar o ensino conteudista e firmar-se no ensino que seja apenas prazeroso. De acordo com Vygotsky nem mesmo brincadeiras e jogos são motivados apenas pelo prazer ou são plenamente prazerosos, neles também pode haver frustração e desprazer. Aprender as técnicas do jogo e ter o domínio do brinquedo são premissas para os posteriores momentos de prazer. Nas questões relativas ao ensino de Física, se ele for apresentado com suas ferramentas matemáticas e conceituais como um desafio a ser vencido, o uso de brinquedos na complementação da aprendizagem poderá se processar sem frustrações e com novas aquisições quanto a contextualização. Deste modo , o saber sistematizado (conteúdo) pode ser mais eficaz quando for aplicado em situações, fatos e objetos do cotidiano.

1.2 Ensino de Física : algumas observações

Muitas são as dificuldades comumente associadas ao ensino/aprendizagem de ciências, em especial ao ensino de ciências exatas, a matematização e a descontextualização dos temas parecem ser as principais reclamações dos estudantes de diferentes níveis de escolaridade sobre tais assuntos. Muitas vezes os próprios estudantes sugerem o uso de experimentos como forma de ilustrar os conceitos apresentados, porém os mesmo alunos que fazem esta sugestão de modo geral nunca tiveram contato com aulas experimentais, embasando suas opiniões em algo que simplesmente nunca vivenciaram.

A realidade é que laboratórios didáticos são ambientes caros e que nem sempre estão presentes nas escolas públicas ou privadas. Para a utilização dos laboratórios também é necessário que haja uma pessoa dedicada àquele ambiente e com habilidade/preparo para o

manuseio dos equipamentos. Para os alunos este nem sempre é um ambiente motivador, pois o manuseio dos instrumentos não costuma fazer parte do cotidiano deles e isso poder inibir a curiosidade por aulas ou atividades experimentais.

A análise da literatura sobre ensino de Física nos diferentes níveis mostra que os brinquedos têm sido usados para ilustrar e discutir vários temas/conceitos de Física e até mesmo como sistema para o cálculo/estimativa de grandezas físicas associadas a ele ou ao seu funcionamento. Não se trata de uma panacéia pedagógica, pois nem sempre os conceitos físicos envolvidos no funcionamento de um brinquedo são simples ou de fácil entendimento ou identificação. Em alguns deles, a Física envolvida não faz parte sequer das disciplinas da grade curricular do curso de graduação em Física, quiçá possa ser vista em uma disciplina optativa. No entanto, esta constatação não invalida a observação do brinquedo, pois ele e/ou seu funcionamento podem ser fonte para busca do conhecimento de subáreas mais avançadas da Física e de suas especificidades. Geralmente estas subáreas fazem parte do ensino/pesquisa dos cursos de pós-graduação. Foi neste cenário que em 2005 surgiu a Brinquedoteca Científica junto ao departamento de Física da UNESP – campus de Rio Claro, um projeto de extensão para o ensino de Física através de jogos e brinquedos e que abrange tanto a comunidade externa a universidade como também os próprios alunos dos cursos de graduação. Dentro deste espaço de divulgação científica e ensino não formal, foi desenvolvido este trabalho de conclusão de curso tratando do estudo de brinquedos cujo movimento se aplica à dinâmica não linear (tópico que não faz parte da grade curricular do curso de graduação em Física) mas que também pode ser analisado no contexto da conservação de energia, das forças atuando no sistema e dos momentos ou torques associados a elas.

1.3 Ensino de Física : materiais e métodos utilizados neste trabalho

Para trabalhar o método não formal de ensino de Física, neste trabalho de conclusão de curso, utilizamos quatro brinquedos já explorados como fonte de dados para estudos e modelos dentro da Dinâmica não-linear. Embora este tópico da Física esteja presente somente em cursos avançados de Física, isto não inviabiliza o uso de tais brinquedos tanto para o ensino de graduação como para o nível médio. Eles podem e são aqui explorados segundo as leis, conceitos e formalismos básicos da mecânica.

Os recursos utilizados para medidas e observações dos brinquedos foram os mais básicos possíveis de forma que este material possa ser reproduzido em qualquer sala de aula. O único recurso pouco presente ou distante da realidade escolar (nível médio) aqui utilizado foi o software livre Audacity: tal software grava intensidades sonoras e nos

problemas/brinquedos onde foi utilizado, permitiu uma precisão muito maior na medida de alguns intervalos de tempo que eram impossíveis de serem medidos por cronômetros.

Neste trabalho, no capítulo 2, faz-se uma revisão das diversas formas de movimento, as leis que as regem e as grandezas físicas envolvidas segundo a Mecânica Clássica de Newton. Os brinquedos escolhidos para estudo e análise são apresentados no capítulo 3 bem como uma breve introdução à Dinâmica não-linear e a apresentação do software Audacity. No capítulo 4 faz-se a discussão da Física presente no comportamento/movimento desses brinquedos, partindo de situações/exemplos fisicamente mais simples, de modo a construir o conhecimento num crescente de dificuldades. Finaliza-se com o capítulo 5 relativo às conclusões.

CAPÍTULO 2

ESTUDO SOBRE O MOVIMENTO

2.1 Movimento

Denomina-se movimento a variação da posição espacial de um objeto ou ponto material em um dado intervalo de tempo. Na Física sempre que se fala em movimento, trata-se de um conceito relativo, pois só faz sentido falar em movimento de um corpo em relação a um outro corpo ou sistema de referência. O ramo da Física que estuda o movimento é a Mecânica e nela duas subáreas se preocupam com o movimento de maneiras distintas: a Cinemática estuda o movimento sem se preocupar com sua causa e a Dinâmica leva em conta os agentes que causam o movimento.

O conceito de movimento descrito por Aristóteles (século IV ac) que atribuía o movimento dos corpos celestes a alma que possuíam e que os guiavam pelo universo, Galileu (século XVI) estudou com experimentação e metodologia científica o movimento dos corpos na Terra e Newton (século XVII) com base nos estudos de Galileu criou as leis gerais que descrevem o movimento.

Muitos conceitos são necessários para estudar e descrever matematicamente o movimento. O ponto material e o sistema de referências acima mencionado são os pontos de partida. Assim:

- **ponto material:** é um corpo cujas dimensões são desprezíveis em relação a um determinado referencial.
- **referencial:** é o sistema de coordenadas rígido e em relação ao qual se especifica as coordenadas do ponto material.

Como o movimento real de um corpo é bastante complicado, algumas simplificações são realizadas de modo a descrevê-los por meio de recursos físicos e matemáticos disponíveis. Diferentes tipos de movimento foram estabelecidos de acordo com suas características, são eles: movimento retilíneo (uniforme e uniformemente variado), circular (uniforme e uniformemente variado) e periódico.

- **movimento retilíneo uniforme:** Quando um ponto material percorre um trajeto retilíneo com velocidade uniforme; isso significa um movimento sem aceleração onde distâncias iguais são percorridas em tempos iguais. Podemos descrever tal movimento por meio de equações que mostrem a variação da posição com o tempo:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (2.1.1)$$

v = velocidade

Sendo que: Δs = variação da posição
 Δt = variação do tempo

Para um referencial onde a origem é 0, se s_0 for a posição em relação à origem no tempo inicial t_0 e s a posição em relação a origem no instante t : então $\Delta s = s - s_0$ e podemos transformar a equação acima em:

$$s = s_0 + vt \quad (2.1.2)$$

Caso $t_0 \neq 0$, basta utilizar Δt no lugar de t .

- **movimento retilíneo uniformemente variado:** Neste movimento o ponto material sofre aceleração constante. Se a aceleração tiver o mesmo sentido da velocidade esse movimento será conhecido como movimento retilíneo uniformemente acelerado, caso contrário será o movimento retilíneo uniformemente retardado. Para descrevermos a aceleração temos:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (2.1.3)$$

a = aceleração

Sendo: Δv = variação de velocidade

Δt = variação do tempo

Como no caso do MRU, quando $t_0 \neq 0$, basta utilizar Δt no lugar de t , obtendo a equação:

$$v = v_0 + at \quad (2.1.4)$$

Traçando um gráfico de MRUV, teremos uma reta característica:

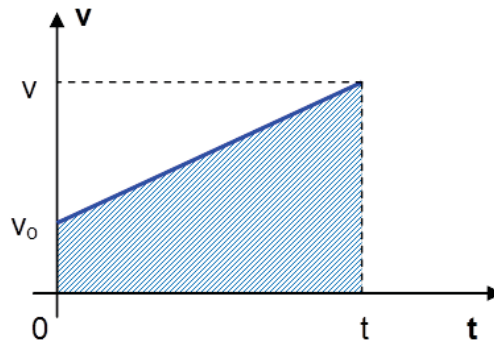


Gráfico 1 - movimento retilíneo uniformemente variado

Através do método de integração, sabemos que a área azul é aproximadamente a área percorrida pelo ponto material, portanto:

$$\Delta s \cong \text{área}$$

$$s - s_0 = \frac{(v + v_0).t}{2} \quad (2.1.5)$$

Substituindo na equação anterior:

$$s - s_0 = \frac{((v_0 + a.t) + v_0).t}{2} \quad (2.1.6)$$

$$s = s_0 + v_0.t + \frac{a.t^2}{2} \quad (2.1.7)$$

- **movimento circular uniforme:** consiste em um movimento em que a velocidade é constante (em módulo), mas em cada ponto da trajetória circular ela é tangencial e varia de direção e sentido. Para calcularmos a velocidade linear utilizamos pensamento análogo ao MRU:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (2.1.8)$$

v = velocidade

Sendo que: Δs = variação da distância

Δt = variação do tempo

Para calcular a velocidade angular, apareceram novas grandezas:

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \quad (2.1.9)$$

ω = velocidade angular

Sendo que: $\Delta \theta$ = variação angular

Δt = variação do tempo

Outro pensamento análogo ao MRU, é o fato de que o objeto percorrerá deslocamento angulares iguais em tempos iguais, permitindo então que escrevamos a equação horária para o MCU:

$$\theta = \theta_0 + \omega t \quad (2.1.10)$$

Sendo que: θ = ângulo final
 θ_0 = ângulo inicial

- **movimento circular uniformemente variado:** no movimento uniformemente variado temos a variação da velocidade através da aceleração ou da desaceleração. Para este movimento temos três equações fundamentais em semelhança com o MRUV.

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad (2.1.11)$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2} \quad (2.1.12)$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta \quad (2.1.13)$$

ω = velocidade angular

ω_0 = velocidade angular inicial

Sendo que: α = aceleração angular

$\Delta\theta$ = variação angular

- **movimento periódico:** é aquele que se repete em intervalos de tempos iguais. O intervalo de tempo correspondente a um movimento completo é chamado de período T , enquanto o número de vezes que o movimento se completará no período é chamado de frequência.

Quando a velocidade é constante, podemos considerar que o objeto realizará o percurso mais de uma vez e então podemos calcular o período T e a frequência f do objeto .

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.1.14)$$

Sendo que: T = período
 ω = velocidade angular

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} \quad (2.1.15)$$

f = frequência

Sendo que: T = período
 ω = velocidade angular

Leis de Newton

Em 1686 Sir Isaac Newton publicou o trabalho intitulado *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* e este trabalho fundamentou toda a Mecânica, hoje conhecida como Mecânica Newtoniana. Ele formulou três princípios básicos para solucionar os problemas relacionados ao movimento que ficaram conhecidos como as três leis de Newton. Estas leis e seus enunciados são apresentados a seguir.

Primeira lei de Newton: “Todo corpo permanece em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme, se nenhuma força atuar sobre ele.”

Esta lei também é conhecida como Lei da Inércia e quando ela fala em nenhuma força não significa ausência ou inexistência de forças, mas sim em uma resultante nula. O significado físico de inércia é “*ficar como está*” e esta propriedade do corpo depende da sua massa.

- **Segunda lei de Newton:** “A aceleração de um objeto é diretamente proporcional à força resultante atuando sobre ele; tem o mesmo sentido que esta força e é inversamente proporcional à massa do objeto.”

A Segunda lei é conhecida como o princípio fundamental da Dinâmica, desta forma a lei nos diz que se uma força for aplicada no mesmo sentido que o movimento do objeto, isso causará um aumento na sua velocidade, caso a força seja aplicada no sentido contrário ao movimento, isto fará com que sua velocidade diminua.

A relação entre força, massa e aceleração do enunciado da lei pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m} \quad (2.1.16)$$

\vec{a} = aceleração

Sendo que: \vec{F}_R = força resultante

m = massa

- **Terceira lei de Newton:** “Sempre que um corpo A exerce uma força sobre um outro corpo B, este exerce sobre A uma força igual em intensidade e direção mas de sentido contrário.”

Esta lei é conhecida como lei da ação e reação, pois nos fala que em qualquer interação há sempre um par de forças de ação e reação, que são iguais em valor e de sentidos opostos. Nenhuma força existe sem a outra, elas aparecem em pares de ação e reação, constituindo uma interação entre duas corpos.

$$\vec{F}_A = -\vec{F}_B \quad (2.1.17)$$

Sendo que: \vec{F}_A = força resultante corpo A
 \vec{F}_B = força resultante corpo B

Momento e sua Conservação

O momento ou quantidade de movimento de um corpo é definido como o produto de sua massa pela velocidade que ele desenvolve. Caso não haja movimento, o momento do objeto é zero.

$$\vec{P} = m \cdot \vec{v} \quad (2.1.18)$$

\vec{P} = quantidade de movimento ou momento;

Sendo: m = massa;

\vec{v} = velocidade.

A segunda lei de Newton permite afirmar que se a força externa resultante que atua sobre o corpo ou sistema for nula, a quantidade de movimento linear total do sistema não pode variar. Esta afirmação exprime o princípio da conservação do momento

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \quad (2.1.19)$$

Sendo: \vec{P}_i = quantidade de movimento inicial;
 \vec{P}_f = quantidade de movimento final.

Impulso e quantidade de movimento

As relações entre força, tempo e o efeito deles sobre um corpo de massa m se movendo com velocidade v, são apresentados a seguir:

Uma força F aplicada por um longo período de tempo Δt produz uma alteração maior no momento de um objeto do que a mesma força aplicada por um breve período de tempo. O produto da força pelo tempo de aplicação da mesma é definido como impulso I da força resultante.

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t \quad (2.1.20)$$

\vec{I} = impulso

Sendo que: \vec{F} = força

Δt = variação do tempo

A partir da segunda lei de Newton, pode-se dizer que para acelerar um objeto é preciso aplicar uma força, com relação ao momento tem-se um pensamento análogo: para alterar o momento deve-se aplicar um impulso sobre o objeto. Assim:

$$I = \Delta P \quad (2.1.21)$$

$$F \cdot \Delta t = P - P_0 \quad (2.1.22)$$

$$F \cdot \Delta t = mv - mv_0 \quad (2.1.23)$$

Sendo que: ΔP = variação do momento

Conservação de energia

A energia total E de um sistema (a soma da sua energia mecânica com as suas energias térmicas e internas) pode variar apenas por meio de quantidades de energia que são transferidas ou retiradas do sistema, esta é a lei de conservação da energia. Se for um sistema isolado, temos:

$$\Delta E_{mec} + \Delta E_{ter} + \Delta E_{int} = 0 \quad (2.1.24)$$

ΔE_{mec} = variação da energia mecânica;

Sendo: ΔE_{ter} = variação da energia termica;

ΔE_{int} = variação da energia interna.

Para a energia mecânica, há um princípio de conservação equivalente. Para um corpo em movimento, num ponto A de sua trajetória, suas energias podem ser cinética E_{CA} , potencial gravitacional E_{PGA} e potencial elástica E_{PEA} . Se não houver força dissipativa, ao passar por um dado ponto B, o corpo terá cinética E_{CB} , potencial gravitacional E_{PGB} e potencial elástica E_{PEB} . O princípio de conservação de energia mecânica garante:

$$E_{MA} = E_{MB} \quad (2.1.25)$$

$$E_{CA} + E_{PGA} + E_{PEA} = E_{CB} + E_{PGB} + E_{PEB} \quad (2.1.26)$$

E_{MA} = energia mecânica no ponto A

E_{MB} = energia mecânica no ponto B

E_{CA} = energia cinética no ponto A

Sendo que: E_{PGA} = energia potencial gravitacional no ponto A

E_{PEA} = energia potencial elástica no ponto A

E_{CB} = energia cinética no ponto B

E_{PGB} = energia potencial gravitacional no ponto B

E_{PEB} = energia potencial elástica no ponto B

Centro de massa

O centro de massa de um corpo extenso é um ponto real ou imaginário definido matematicamente, onde toda a massa poderia estar concentrada. Em um objeto simétrico como uma bola, o centro de massa coincide com o centro geométrico, já no caso de um bastão de beisebol, o centro de massa fica situado mais próximo a uma das extremidades, neste caso, a extremidade com a maior massa.

Se a força externa aplicada for o Peso, força exercida pela terra no corpo, o ponto denomina-se centro de gravidade. Como o campo gravitacional nem sempre é uniforme e constante em toda a extensão do corpo para corpos de grandes alturas, por exemplo edifícios extremamente altos, estes dois pontos nem sempre coincidem.

Momento de Inércia

Da mesma forma que um corpo em movimento tende a manter seu movimento, um corpo rígido que está girando em torno de um eixo tende a manter sua rotação caso nenhuma força perturbe seu movimento. Do mesmo modo, um corpo que não tem rotação não terá rotação caso nenhuma força comece a agir sobre ele. A propriedade de um corpo rígido resistir a alterações no seu movimento de rotação é conhecido como momento de inércia.

Quanto mais massivo for o corpo, maior será o esforço para acelerar um corpo, alterando sua velocidade angular de rotação em torno de seu eixo. A distribuição de massa em torno do eixo de rotação também influenciará na dificuldade de se rotar o corpo. Quanto mais massa na mesma direção do eixo de rotação, mais fácil será rotar o corpo, porém quanto mais distante a massa está do eixo, mais difícil será para rotar o corpo.

Um corpo rígido girando pode ser considerado composto de uma somatória de massas m_i em movimento. Pode-se associar essas massas m_i a partículas i , situadas a distâncias r_i do eixo de rotação do corpo. Por definição, uma partícula m que gira a certa distancia r do eixo tem seu momento de inércia dado por:

$$J = m.r^2 \quad (2.1.27)$$

J = momento de inércia

Sendo: m = massa

r = distância do objeto ao eixo

Para o corpo rígido como um todo, seu momento de inércia em relação a este eixo de rotação é:

$$J = \sum_i m_i r_i^2 \quad (2.1.28)$$

A energia cinética de rotação deste corpo rígido se expressa em termos de sua velocidade angular ω e de seu momento de inércia.

$$E_{CR} = \frac{J\omega^2}{2} \quad (2.1.29)$$

Sendo que: E_{CR} = energia cinética de rotação
 ω = velocidade angular

Torque

Torque ζ pode ser definido como a força rotacional de um corpo. Assim como é necessário que uma força seja aplicada a um corpo para que ele se movimente, é necessário que um torque seja aplicado em um corpo para que ele rotacione. Apesar do pensamento análogo, o torque difere da força pois, em sua definição há que se considerar a distância mais curta do ponto de aplicação da força até o eixo de rotação do corpo. Esta distancia é chamada de braço de alavanca.

$$\tau = d.F \quad (2.1.30)$$

$$\vec{\tau} = \vec{d} \times \vec{F} \quad (2.1.31)$$

τ = torque

Sendo: d = braço de alavanca

F = Força

Movimento e força de atrito

Toda vez que puxamos ou empurramos um corpo, aparece uma força que é contrária ao movimento. Chama-se Força de Atrito Estático, à força que se opõe ao deslocamento de um corpo quando ele está em repouso. Uma vez iniciado o movimento surge a Força de Atrito Cinético que se opõe ao movimento. As forças de atrito são predominantemente originárias da interação eletromagnética em razão das rugosidades existentes nas superfícies dos corpos. Nos pontos de contato entre os corpos, a proximidade entre as moléculas de ambas as superfícies favorece as forças de adesão e o arraste entre superfícies leva a sucessivas soldas e rupturas que dá origem á força de atrito. O atrito depende da força normal entre o objeto e a superfície de apoio; quanto maior for a força normal, maior será a força de atrito.

$$F_{at} = \mu.N \quad (2.1.32)$$

F_{at} = força de atrito;

Sendo que: μ = Coeficiente de atrito;

N = força normal.

A força de atrito estático ocorre quando a força aplicada não é suficiente para mover o objeto. Isso ocorre porque a força aplicada é igualada pela força de atrito. Por esse motivo, a força de atrito estático tem a sua intensidade variável, apresentando um valor máximo que, se for ultrapassado, acarretará no movimento do objeto.

Quando a força aplicada for maior que a força de atrito estático, o corpo entrará em movimento. A partir desse momento, o atrito deixa de ser estático para se tornar cinético, ou seja, o atrito cinético é o atrito que ocorre quando os corpos estão em movimento. Esse atrito, ao contrário do atrito estático, tem valor constante e é menor que o atrito de estático. Isso é

um dos motivos pelo qual fica mais fácil empurrar um objeto depois que ele entra em movimento.

2.2 Movimentos sob a ação da gravidade

Para movimento de corpos abandonados a uma dada altura em relação a superfície da Terra, caso não houvesse resistência do ar, todos os corpos gastariam o mesmo tempo para chegar ao solo. A aceleração do corpo é constante e igual a aceleração da gravidade g . Este é o movimento chamado queda livre. Tal movimento é uma simplificação da realidade, pois a resistência do ar se opõe ao movimento e reduz a aceleração até que ela se anule.

- **Queda Livre:** Seja um corpo verticalmente abandonado de uma altura próxima a superfície terrestre. Desconsiderando a ação retardadora da resistência do ar, o movimento deste corpo é um movimento retilíneo uniformemente variado, com velocidade aumentando sempre de uma mesma quantidade com o incremento do tempo. A velocidade está sendo alterada pela aceleração da gravidade g , de valor numérico igual a $9,81 \text{ m/s}^2$.

Como visto anteriormente, no movimento retilíneo uniformemente variado as equações de movimento permitem expressar a dependência da velocidade com o tempo, a posição em relação ao tempo e a velocidade em relação a posição. No movimento de queda livre, a variável y representa a posição associada ao eixo vertical das ordenadas, a aceleração gravitacional g sempre é orientada verticalmente para baixo e é uma aceleração negativa. Tais equações do movimento são:

$$v = v_0 - g \cdot t \quad (2.2.1)$$

$$y = y_0 + v_0 \cdot t - \frac{g t^2}{2} \quad (2.2.2)$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0) \quad (2.2.3)$$

v = velocidade

v_0 = velocidade inicial

Sendo: g = aceleração gravitacional

t = tempo

y = posição

y_0 = posição inicial

Partindo do repouso, o tempo de queda livre pode ser obtido através da equação (2.2.2):

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta y}{g}} \quad (2.2.4)$$

- **Plano inclinado:** O plano inclinado é uma superfície cujo início e fim possuem diferentes alturas em relação ao solo. Do ponto de vista prático o plano inclinado é interessante, pois a força aplicada para mover um corpo sobre ele é menor do que a necessária para mover o mesmo corpo por um caminho completamente vertical.

Para exemplificar vamos considerar duas trajetórias ilustradas a seguir:

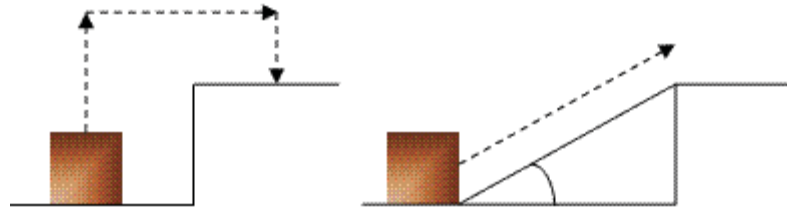


Figura 1- Comparação entre duas formas de deslocamento do bloco

No primeiro caso (figura da esquerda), é necessário realizar uma força maior do que o peso do objeto para conseguir levá-lo ao patamar de cima. No segundo caso (figura da direita) basta realizar uma força maior do que a componente horizontal do peso do objeto. O movimento em um plano inclinado é descrito a seguir, explicitando por meio do desenho na figura 2 as forças que atuam no corpo em movimento.

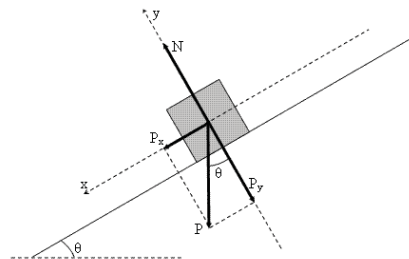


Figura 2 - Diagrama de forças em bloco sob um plano inclinado

Estabelecido o sistema de eixos e sua origem, como o bloco não se desloca na direção y , o módulo da normal se iguala ao módulo componente y da força peso. Portanto:

$$P_y = N \quad (2.2.5)$$

$$mg \cos \theta = N \quad (2.2.6)$$

$$N - mg \cos \theta = 0 \quad (2.2.7)$$

Sendo que:
 P_y = componente y da força peso
 N = componente normal da força

Ao se deslocar sobre o plano (sentido x) o corpo experimenta uma força resultante que será igual a componente x da força peso, então:

$$\vec{F}_x = \vec{P}_x \quad (2.2.8)$$

$$m\vec{a} = mg\text{sen}\theta \quad (2.2.9)$$

$$a = g\text{sen}\theta \quad (2.2.10)$$

Sendo que: \vec{F}_x = componente x da força resultante
 P_x = componente x da força peso

A aceleração do corpo é função apenas da aceleração da gravidade e do ângulo de inclinação do plano, não dependendo da massa do corpo. Diferentes massas têm a mesma aceleração para um mesmo plano inclinado. Como o movimento vertical unidimensional é uma particularidade do plano inclinado, quando $\theta=90^\circ$ recuperamos para a aceleração do corpo o valor g, isto é, a aceleração da gravidade .

- **Movimento parabólico:** é caracterizado por dois movimentos simultâneos em direções perpendiculares. Em uma direção tem-se um Movimento Retilíneo Uniforme e na outra um Movimento Retilíneo Uniformemente Variado. Isto leva o corpo a se mover segundo uma parábola. Isto acontece no lançamento oblíquo onde, desprezando o atrito do ar e demais efeitos, o corpo se desloca verticalmente acelerado pela ação da gravidade local e horizontalmente se desloca com velocidade constante. Os dois movimentos são independentes entre si.

CAPÍTULO 3

MOVIMENTO NÃO- SUAVE

3.1 Mecânica não-suave

Existem sistemas nos quais a dinâmica está diretamente relacionada com a existência de atrito e impacto. Diferentemente dos movimentos descritos no capítulo I, a presença destes dois “elementos” gera movimentos descontínuos ou periodicamente interrompidos ao invés de movimentos suaves, contínuos ou não interrompidos. O estudo deste movimento é tratado pela Dinâmica não linear (*Nonlinear Mechanics*) combinada com a Mecânica não-suave (*Nonsmooth Mechanics*). As leis de Newton são aplicadas relacionando o coeficiente de restituição com as velocidades pós e pré - impacto. Simultaneamente, as leis de Poisson tratam o impacto como uma fase de compressão e expansão e relacionam o coeficiente de restituição com o impulso armazenado na compressão e o impulso liberado na expansão.

A Dinâmica não linear não faz parte da grade curricular dos cursos de graduação em Física, podendo eventualmente ser oferecida como disciplina optativa para o bacharelado ou em cursos de pós-graduação. Também a mecânica não suave, por ser uma abordagem particular da mecânica, não faz parte dos conteúdos programáticos. As abordagens estão associadas à teoria clássica das equações diferenciais e em geral exigem trabalho numérico computacional bastante grande.

Alguns brinquedos de madeira apresentam este tipo de dinâmica o que os torna muito atraentes não só do ponto de vista da diversão mas também como sistemas dinâmicos complexos a serem descritos e compreendidos pela Física. A análise do funcionamento de alguns destes brinquedos será feita neste trabalho, observando as características de seu movimento e considerando os conceitos físicos e os princípios de conservação da mecânica estudados no curso de licenciatura.

3.2 Brinquedos com movimento interrompido periodicamente

- **Boneco desce escada vertical:** O brinquedo é todo de madeira e consta de uma “pista” vertical com degraus, tipo escada (Figura 3) e um boneco também de madeira que efetua um movimento interrompido ao descer a “pista” executando cambalhotas. O brinquedo descrito a seguir e utilizado neste trabalho tem 51 cm de altura entre o degrau superior e a base. A distância entre cada degrau é 5,3 cm.



Figura 3 - Escada

O boneco de madeira maciça tem 7 cm de altura e dois orifícios, cada um localizado a mesma distancia das extremidades do boneco (ver figura 4) . Esses orifícios tornam possível a rotação do boneco em torno dos degraus (cambalhota).

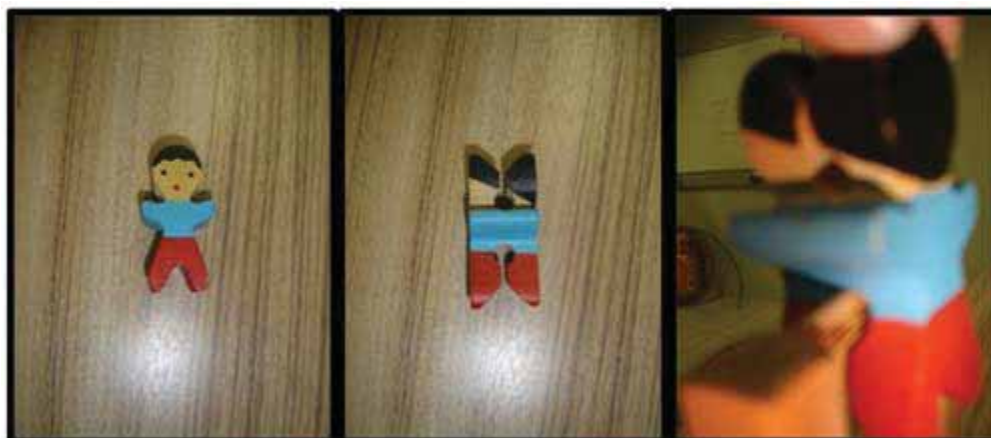


Figura 4 – (a) visto de frente (b) visto lateralmente (c) visto com aproximação.

Quando deixado no primeiro degrau da rampa, o boneco fica apoiado no orifício inferior(entre as pernas). Na sequencia ele gira 180 graus em torno do eixo transversal ao seu corpo e paralelo ao degrau (imaginado na parte azul do corpo); nesta posição ele fica apoiado no orifício da cabeça e com as pernas para cima, desprendendo –se. Inicia-se então um movimento de queda livre caindo até o próximo degrau onde o movimento de rotação acontece novamente e assim sucessivamente até o final da pista..

- **Ouriço (e pato) desce a rampa:** O plano inclinado é um dos exemplos mais comuns em Física, exercícios sobre um bloco que desce o plano inclinado estão presentes em todos os livros didáticos desde o ensino médio até o ensino superior. Movimentos contínuos como deslizamento ou rolamento sobre rampas são os mais estudados, mas existem movimentos interrompidos que podem ser gerados utilizando-se objetos têm movimento em si mesmo além do executado no percurso da rampa.

O plano inclinado do brinquedo a ser estudado neste trabalho é uma rampa de madeira (Figura 5) com 48,5 cm de comprimento e 12° graus de inclinação.



Figura 5- o plano inclinado

Constam ainda do brinquedo duas peças de madeira com formato de animais, um pato e um ouriço (Figura 6), ambos têm uma característica em sua montagem que permite um movimento interrompido no percurso de descida da rampa: a perna dianteira de cada um deles é fixa, sendo apenas um apoio, diferente da perna traseira que é móvel, podendo variar sua posição em relação ao corpo.

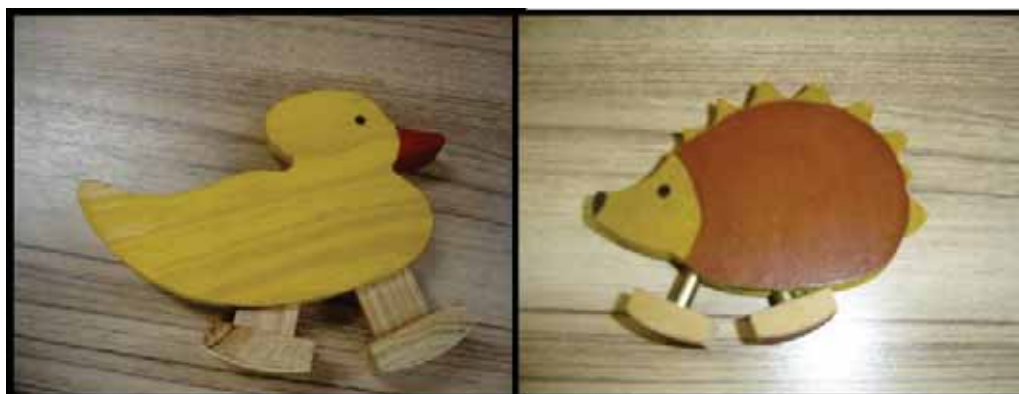


Figura 6 - Pato e ouriço de madeira

Quando colocados sobre a rampa, os animaizinhos se apoiam sobre o pé fixo e oscilam o corpo para a frente até o momento em que o pé móvel oscila e bate no pé fixo. A partir deste instante o apoio fica sobre o pé móvel, novamente ocorre uma oscilação para frente até o pé fixo encostar na rampa, e assim sucessivamente, até completar a descida no plano inclinado.



Figura 7- Os animais descendo o plano

- **Pica-pau:** Este brinquedo consta de um passarinho que desce por um arame vertical de 29,5 cm de altura fixado em uma base (Figura 8) . O corpo do passaro está preso a uma das extremidades de uma mola enquanto na outra extremidade há uma esfera plástica furada no centro (Figura 9). É pelo furo central desta esfera que o pássaro percorre o arame.



Figura 8 - Brinquedo do pássaro

Partindo da extremidade superior do arame (na figura 8, onde se vê uma esfera azul fixa), um leve toque na cabeça do passarinho possibilita seu movimento de descida pelo arame. No percurso, a oscilação de seu corpo leva a cabeça em direção ao arame até que o bico chegue a tocá-lo. Essa característica de “pica-pau” é propiciada pela mola que também induz o movimento interrompido do pássaro na descida pelo arame. A figura 9 mostra o pássaro fotografado durante seu movimento de oscilação em um plano (y,z) e translação unidimensional em z (vertical).



Figura 9 - Pássaro em repouso no topo da haste

- **Boneco na rampa dentada:** Este brinquedo de madeira consta de uma rampa dentada de 56,5 cm de comprimento e 35° de inclinação em relação a horizontal e um boneco de madeira maciça (Figura 11) tem dois pinos de apoio adequadamente dispostos no seu corpo retangular, de modo que o boneco consiga executar seu movimento de descida pela rampa dentada. A rampa dentada é mostrada na Figura 10 assim como o boneco que está posicionado no topo da rampa.



Figura 10 - Boneco no topo da rampa dentada

A Figura 11 mostra o boneco de madeira maciça em duas posições. O boneco tem a forma de um paralelepípedo retângular e os pinos atravessando seu corpo ficam fora do seu centro geométrico mas igualmente distanciados dele (marca azul na foto da esquerda). A foto da direita mostra a lateral do corpo do boneco e os dois pinos equidistantes mas dispostos em diagonal em relação ao centro geométrico. Esta disposição dos pinos permite que eles se encaixem de forma correta nos dentes da rampa pela qual o boneco se movimentará, ou seja, a diagonal entre pinos dep (linha preta na figura da direita) é igual separação entre degraus.

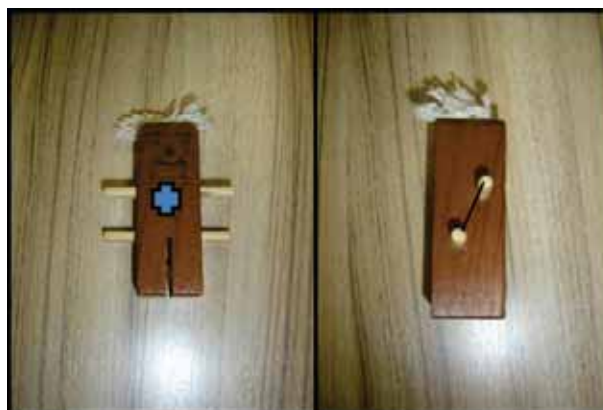


Figura 11 - Visão frontal e lateral do boneco

Inicialmente o boneco é encaixado no dente da extremidade superior da rampa pelo pino inferior e com apenas um toque em sua cabeça, o movimento se inicia. Com o toque, a parte superior do corpo tomba para frente fazendo com que o pino superior se encaixe no dente imediatamente abaixo.



Figura 12 - Encaixe do boneco entre os dentes da rampa

A parte inferior do corpo que antes estava encaixada através de seu pino, se soltará e fará o movimento de giro que a parte superior fez anteriormente. O movimento se repete sobre toda a extensão da rampa dentada até que o percurso se complete.

3.3 Audacity – recurso para medida de tempo

Audacity é um software livre de edição digital de áudio, disponível principalmente nas plataformas: Windows, Linux e Mac. O código fonte do Audacity está sob a licença GNU General Public License e a sua interface gráfica foi produzida utilizando-se de bibliotecas do wxWidgets. O Audacity é muito popular pelos seus recursos de edição, sua grande disponibilidade em múltiplas plataformas, suporte e licença aberta que permite ao programa ser gratuito.

Com ele é possível gravar sons e ver todo o mapa de ondas sonoras em linha e fazer alterações, aplicação de efeitos e cortes nos pontos que se desejar. Em toda gravação exibida no Audacity, uma figura com as intensidades sonoras vai sendo formada durante a execução do áudio. Neste trabalho utilizamos estas figuras para medir intervalos de tempo e a periodicidade de picos de intensidade sonora na gravação do som gerado durante o movimento de alguns brinquedos. Tal uso se justifica pela dificuldade de obtenção destes dados por meio de um cronometro, pois os intervalos de tempo que precisamos utilizar eram muito curtos.

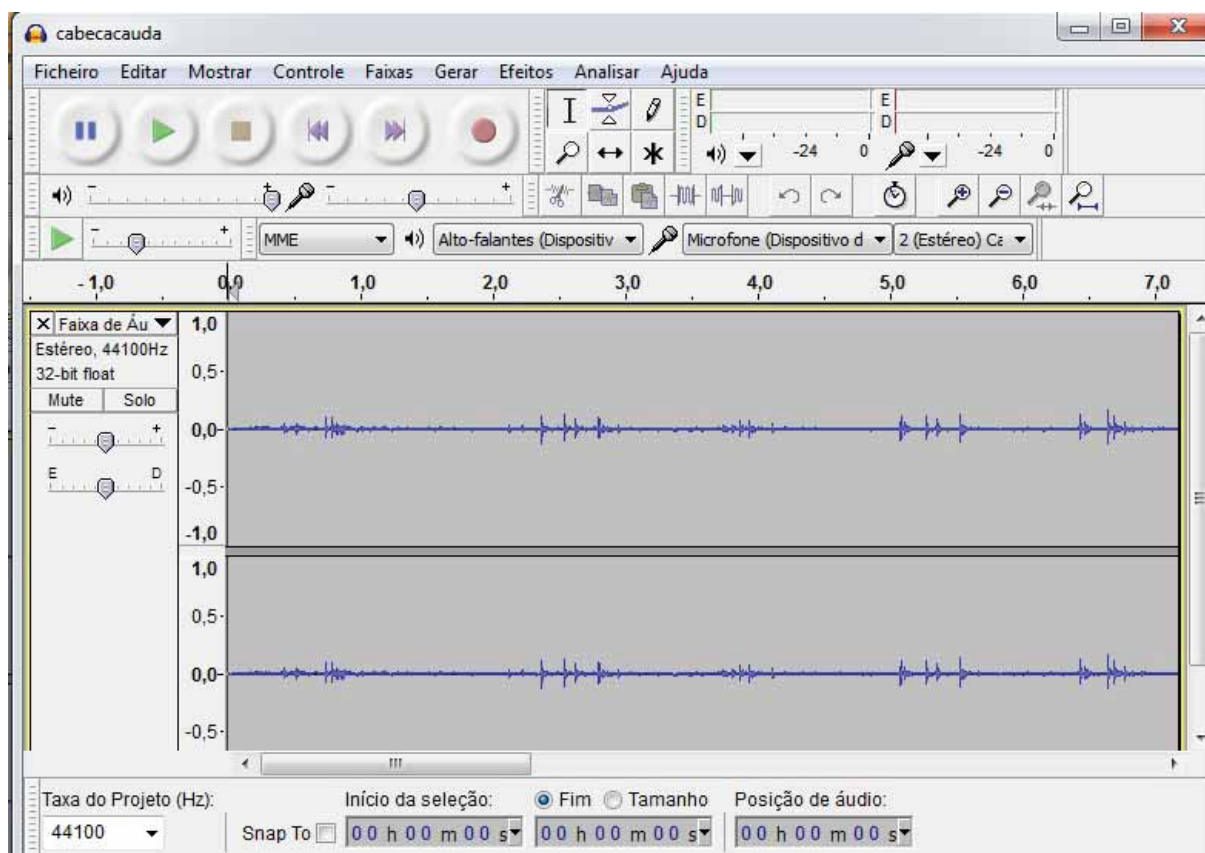


Figura 13 - Interface do Audacity

CAPÍTULO 4

APLICAÇÕES DA FÍSICA NA ANÁLISE DO MOVIMENTO DOS BRINQUEDOS

4.1-BRINQUEDO 1 - Boneco na rampa vertical:

4.1.1 Objeto qualquer em queda livre

Um corpo abandonado em queda livre de uma altura H , gasta um tempo t_H , para atingir o solo, não importando a massa desse corpo. Como visto no capítulo 2 ,

$$t_H = \sqrt{\frac{2.H}{g}} \quad (4.1.1.1)$$

Para uma altura H (igual a da escada do brinquedo) de 51 cm, o tempo assim calculado será de 0,32 segundos. Se imaginarmos um objeto em queda livre no mesmo percurso H , agora “subdividido” em 8 percursos sequenciais idênticos de 6,37 cm cada, em cada desses percursos o tempo t_i gasto pelo objeto será diferente dos demais, ou seja $t_1 < t_2 < t_3 < t_4 < t_5 < t_6 < t_7 < t_8$, pois o objeto está acelerado com aceleração g .

$$\text{Portanto, } \sum_{i=1}^8 t_i = t_H = 0,32 \text{ s}$$

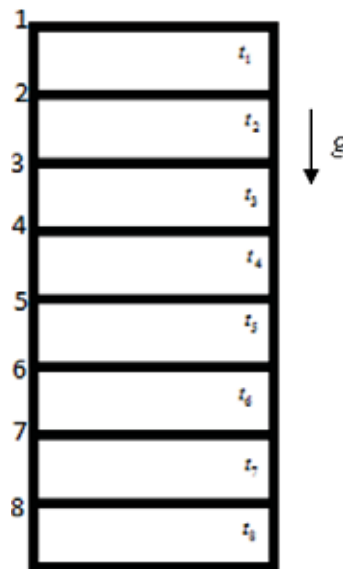


Figura 14 - Intervalos de tempo entre cada degrau da escada

4.1.2 O brinquedo

A escada que compõe o brinquedo tem altura ou comprimento $H = 51$ cm e oito degraus separados por 5,3 cm . Cada degrau tem largura de 8 mm e espessura de 2mm. A separação

entre o ultimo degrau e a base é de 7,5 cm. O desenho abaixo mostra as dimensões dos degraus e da escada .

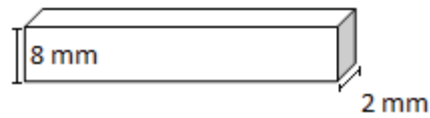


Figura 15 - Desenho de um degrau da escada

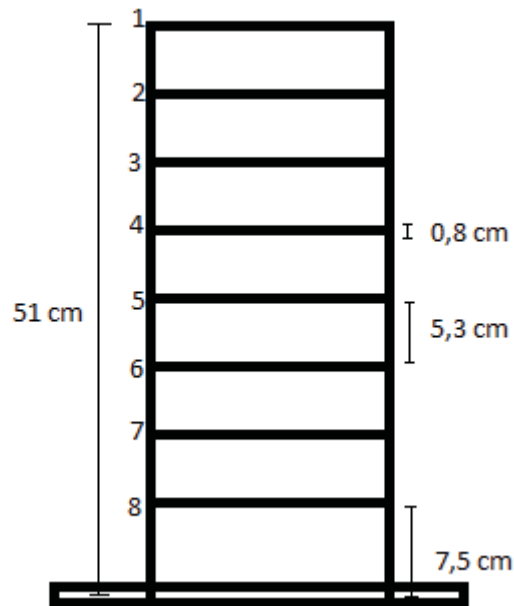


Figura 16 - Desenho com as dimensões da escada

Tempo de queda : Para percorrer a distancia entre os degraus, ed , o boneco (ou seu centro de massa CM) executa um movimento de queda livre e portanto o tempo gasto para percorrer cada ed é igual aos demais.

$$t_{ed} = \sqrt{\frac{2 \cdot ed}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,053}{9,8}} = 0,10s \quad (4.1.2.1)$$

Levando em conta que o espaçamento entre o último degrau e a base do brinquedo é $ed=7,5$ cm , o tempo gasto neste ultimo percurso é :

$$t_f = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,075}{9,8}} = 0,12s \quad (4.1.2.2)$$

Portanto , o tempo total t_H será

$$t_H = \sum_{i=1}^7 t_{ed} + t_f = 0,70 + 0,12 = 0,82s \quad (4.1.2.3)$$

A figura 17 foi obtida através do software livre audacity mostra o registro sonoro do impacto do boneco com o degrau da escada, tal como mostrado na figura 13 , há uma escala de tempo que nos permitiu medir o tempo de queda t_H do boneco, marcando os intervalos ed

de cada queda. Foram realizadas 15 medidas do tempo de queda do boneco, ou seja, ele foi colocado para descer toda extensão da escada 15 vezes, gerando no Audacity 15 figuras semelhantes à figura 17. Calculou-se então o valor médio do tempo total de queda resultando, $t_H = 3,43$ segundos.

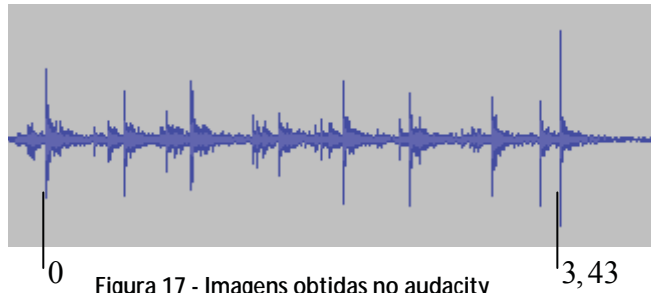


Figura 17 - Imagens obtidas no Audacity

Os tempos parciais entre degraus também foi registrado e a média de 15 medidas resultou um tempo parcial médio de 0,49 segundos: este valor é respectivamente o tempo de queda livre entre dois degraus mais o tempo de giro do boneco em torno de um degrau, portanto estima-se que o tempo de giro em cada parada (8 degraus) é de aproximadamente 0,39 segundos.

Centro de massa (CM) do boneco: O centro de massa do boneco está localizado na base da cabeça/início do pescoço, acima do ponto de apoio que é o orifício inferior na linha da cintura. A figura 18 mostra a posição do centro de massa, do ponto de apoio (quando o boneco se encontra nos degraus ímpares da figura 16 e distância entre eles, para o boneco visto de lado e de frente.

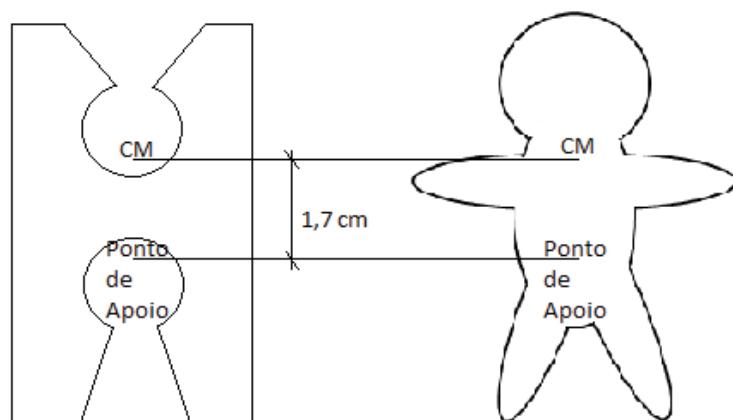


Figura 18 - Esquema do boneco em contato com os degraus ímpares

A distância entre o ponto de apoio PA e o CM é de 1,7 cm no topo da escada e nos demais degraus ímpares. Nos degraus pares o PA coincide com o CM. Quando se inicia o movimento, a posição do boneco é vista como:

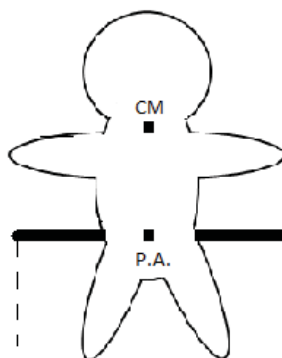


Figura 19 - Boneco no primeiro degrau

O boneco em queda tem seu movimento interrompido pelos degraus, cuja espessura é de 2 mm, não permitindo grande área de contato com a cavidade dos orifícios.

Forças atuando no boneco: É possível fazer um diagrama de forças que agem sobre o boneco visto na lateral e quando está parado no primeiro degrau. A força peso age sobre o centro de massa, e a normal no ponto de apoio (Figura 20).

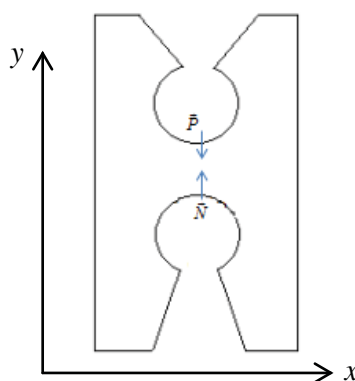


Figura 20 - Forças atuando no boneco e seu referencial

Toda a massa do boneco “está concentrada” no seu centro de massa e nele atua a força peso. Se o boneco ficasse bem apoiado, a normal N estaria na mesma direção da força peso P e a resultante das forças nesta direção (y) seria nula.

Início do movimento: Como o apoio é insuficiente, um leve toque na cabeça do boneco desloca seu CM na direção z (perpendicular ao plano da escada) desalinhando a força peso P da normal N , dando início ao movimento do boneco. A posição do centro de massa abaixa em relação ao degrau e o boneco não volta a posição inicial: tem-se um equilíbrio instável (Figura 21).

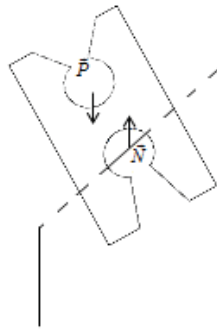


Figura 21 - Forças atuantes desalinhadas – vista lateral

Surge então um momento entre as forças peso e normal, na direção perpendicular ao plano da escada e de trás para a frente. Ele leva ao tombamento do boneco que gira 180° sobre o ponto de apoio (PA) e em torno do degrau. Nesta situação o boneco de cabeça para baixo perde o apoio e cai em queda livre em direção ao degrau imediatamente abaixo.

Continuidade do movimento: Quando cai no segundo degrau, o boneco fica de cabeça para baixo e apoiado nos braços e no CM, ou seja o ponto de apoio PA coincide com o CM. Em princípio é de se esperar que se o boneco for colocado nesta posição ele permaneça assim, em repouso. Mas na queda o corpo impacta com o degrau e isto é suficiente para oscilar a parte do corpo acima do degrau, deslocando a força peso da direção em que se encontra a normal e um novo momento de forças é originado.

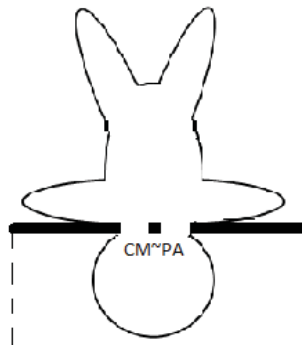


Figura 22 - Boneco no segundo degrau, quando o CM coincide com o PA

O boneco gira 180° em torno do segundo degrau, sobre seu CM e cai em queda livre até o próximo degrau. Assim se sucede a sequência do movimento até o boneco atingir a base do brinquedo. A figura abaixo ilustra o movimento do CM do boneco na direção y, durante o percurso interrompido.

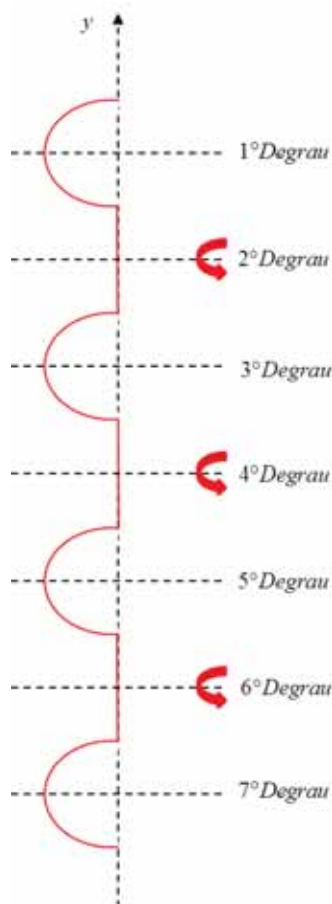


Figura 23 - Movimento do centro de massa visto pela lateral da escada, a seta indica que o CM rotaciona em cima de si mesmo quando coincide com o PA

Energias envolvidas no brinquedo: A energia potencial gravitacional entre dois degraus é transformada em energia cinética de rotação em cada degrau e de translação entre degraus. A cada degrau, uma nova queda livre se inicia ao longo do percurso todo tem-se 8 sequencias de transformações de energia potencial e cinética.

O impacto periódico do corpo ou da cabeça do boneco, o torque produzido pelo desalinhamento das forças P e N , o equilíbrio instável em cada degrau permitem criar um objeto em movimento e sem uso de motor, ou seja, uma “máquina simples” energeticamente eficiente.

4.2- BRINQUEDO 2 - Ouriço (e pato) que desce a rampa:

4.2.1 Plano inclinado/objeto qualquer

Na caracterização de um plano inclinado acabamos imaginando que qualquer objeto colocado no topo do plano deslizará por ele até sua base sem problemas, porém é necessário um ângulo de mínimo de inclinação para que esse objeto deslize. É possível determinar esse valor de ângulo mínimo a partir de um diagrama de forças.

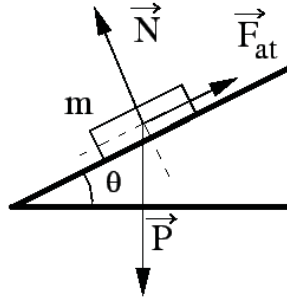


Figura 24 - Diagrama de forças de um bloco no plano inclinado

$$\vec{F}_{atr} = \mu_{est} \cdot N \quad (4.2.1.1)$$

$$\vec{P}_x = P \cdot \text{sen}\theta = m \cdot g \cdot \text{sen}\theta \quad (4.2.1.2)$$

$$\vec{P}_y = P \cdot \text{cos}\theta = m \cdot g \cdot \text{cos}\theta \quad (4.2.1.3)$$

\vec{F}_{atr} = força de atrito;

μ_{est} = coeficiente de atrito estático;

\vec{N} = força normal;

Sendo que : \vec{P}_x = força peso na direção x;

\vec{P}_y = força peso na direção y;

m = massa do objeto;

g = aceleração gravitacional;

θ = ângulo formado entre a rampa e a superfície;

A força peso que atua na direção x é a força responsável pelo deslocamento do bloco ao longo da rampa, porém este movimento só terá início se esta força for maior do que a força de atrito estático, caso P_x seja igual ou menor que F_{atr} , o bloco permanecerá em repouso no topo da rampa. Igualando a força de atrito estático com a força peso na direção x, encontramos o maior ângulo de inclinação para que o bloco fique em repouso no topo da rampa:

$$\vec{F}_{est} = \vec{P}_x \quad (4.2.1.4)$$

$$\vec{F}_{est} = \mu_{est} \cdot \vec{N} = \mu_{est} \cdot m \cdot g \cdot \cos \theta \quad (4.2.1.5)$$

$$\vec{P}_x = m \cdot g \cdot \text{sen} \theta \quad (4.2.1.6)$$

$$\mu_{est} \cdot m \cdot g \cdot \cos \theta = m \cdot g \cdot \text{sen} \theta \quad (4.2.1.7)$$

$$\mu_{est} = \text{tg} \theta \quad (4.2.1.8)$$

Caso o ângulo da rampa seja maior do que o mínimo, o movimento do bloco se iniciará e o atrito estático será substituído pelo atrito cinético. Tem-se então um novo coeficiente chamado coeficiente de atrito cinético. A aceleração do bloco nesta situação pode ser obtida pela igualdade:

$$\vec{F}_{res} = \vec{P}_x - \vec{F}_{cin} \quad (4.2.1.9)$$

$$m \cdot \vec{a} = m \cdot g \cdot \text{sen} \theta - \mu_{cin} \cdot m \cdot g \cdot \cos \theta \quad (4.2.1.10)$$

$$\vec{a} = g \cdot \text{sen} \theta - \mu_{cin} \cdot g \cdot \cos \theta \quad (4.2.1.11)$$

Onde F_{res} é a força resultante.

Como a velocidade do bloco não é constante, se trata de um movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV). Sabendo-se o valor da aceleração é possível encontrar o tempo que o objeto gasta para descer a rampa e este tempo é descrito por uma das equações básicas do movimento, ou seja:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \quad (4.2.1.12)$$

Como consideramos que no instante inicial $t=0$ o objeto está em repouso, a velocidade inicial será zero e então:

$$\Delta x = \frac{a \cdot t^2}{2} \quad (4.2.1.13)$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta x}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta x}{g(\text{sen} \theta - \mu_{cin} \cdot \cos \theta)}} \quad (4.2.1.14)$$

Na literatura encontra-se que para deslizamento entre madeira-madeira o coeficiente de atrito cinético tem valor $\mu_{cin} = 0,2$ e o coeficiente de atrito estático μ_{est} pode variar entre 0,3 e 0,5: isto significa que diferentes valores do ângulo mínimo θ formado entre a rampa e a base. A tabela abaixo mostra valores do ângulo θ e do tempo t (em segundos) gasto pelo bloco para percorrer uma rampa de 48cm de comprimento (igual a do brinquedo a ser estudado).

Tabela 1- Coeficiente de atrito estático, ângulo e tempo

μ_{est}	0,3	0,4	0,5
θ	16,7°	21,8°	26,5°
t	1,016s	0,730s	0,608s

Nota-se que o mínimo angulo de inclinação de uma rampa de madeira para que um objeto também de madeira sofra deslizamento é 16,7°. Porém, é possível que algum objeto de madeira com características próprias consiga descer uma rampa com inclinação menor que esta utilizando a oscilação de seu corpo e um consequente “caminhar” com movimento diferenciado.

4.2.2 O brinquedo

Foi analisado o movimento de um objeto de madeira (forma aproximada de um ouriço) que desce uma rampa de madeira, por meio de passadas. O brinquedo foi apresentado/descrito no capítulo 3 e a seguir são apresentados cálculos, observações e medidas de grandezas físicas associadas a ele. Foi medido o tempo de descida da rampa pelo ouriço, no movimento com interrupções e calculado o tempo gasto em um movimento de deslizamento contínuo. Discutiui-se a relação entre inclinação da rampa, o coeficiente de atrito e a geração de movimento. As medidas de tempo foram realizadas usando o software livre Audacity, que grava o som emitido em cada impacto do brinquedo. Uma figura com as intensidades sonoras é gerada permitindo medir os intervalos de tempo entre impactos e o tempo total do movimento. Também foi determinado experimentalmente o Centro de Massa (CM) e analisada a trajetória do mesmo. Os cálculos utilizados para o ouriço são análogos ao para o brinquedo utilizando ao pato.

No brinquedo em questão o problema do movimento foi estudado usando um objeto na forma de um animal de modo a fazer uso do movimento de suas pernas para deslocar o centro de massa e induzir o movimento rampa abaixo.

Diferentemente do caso estudado na rampa inclinada, no deslocamento do animal pela rampa o movimento não é contínuo, mas interrompido periodicamente. A rampa tem as seguintes dimensões: comprimento $\Delta x = 48\text{cm}$, inclinação $\theta = 12^\circ$, altura $h = 9,5\text{cm}$. O ângulo máximo (β) entre perna articulada e a perna fixa é $\beta = 48^\circ$, angulo (α) entre patas 78° (Figura 25).

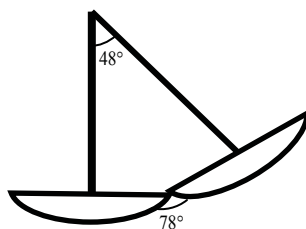


Figura 25 - Esquema das patas e ângulos formado entre elas

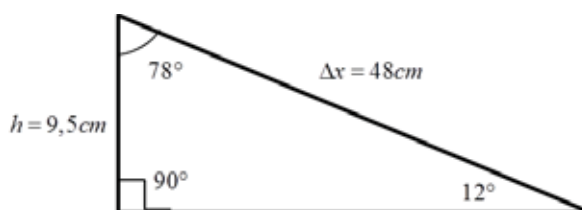


Figura 26 - Dimensões do plano inclinado

Algumas considerações sobre a física do movimento do “animal”:

- ✓ O movimento do animal é descrito pelo movimento do seu centro de massa.
- ✓ Existem quatro graus de liberdade que podem modelar o brinquedo do ponto de vista da dinâmica não linear. LEINE (2003) usa estes quatro graus de liberdade no modelo por ele sugerido e trabalhado. São eles:
 - I. O deslocamento do centro de massa “descendo” a rampa.
 - II. O deslocamento do centro de massa no plano perpendicular a rampa.
 - III. Movimento de rotação da perna articulada.
 - IV. Movimento de rotação do centro de massa.
- ✓ No impacto das pernas com a rampa, não há restituição e portanto será tratado como completamente inelástico.

No que diz respeito ao tratamento via dinâmica tradicional, utilizado neste trabalho de conclusão de curso, estes graus de liberdade são observados e considerados de modo mais simples, ou seja, levando em consideração a influência deles na geração de torques ou momentos e o consequente movimento do objeto.

Centro de massa CM: A localização do centro de massa foi estimada suspendendo o animal por tres pontos distintos em seu corpo. A reta vertical passando pelo ponto de suspensão é traçada em cada caso e a intersecção delas resulta na localização do CM. A figura abaixo mostra o resultado obtido por este método.

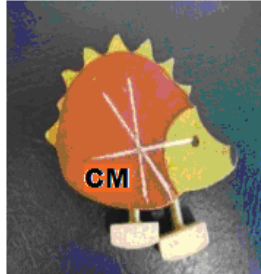


Figura 27 - CM do ouriço

Forças atuando no animal sobre a rampa: a figura 28 mostra as forças Peso P , a Normal N , atrito F_{atr} que agem no animal sobre a rampa.

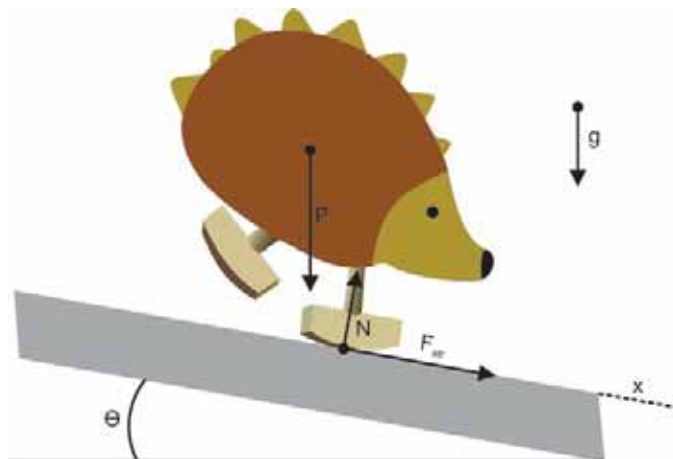


Figura 28 - Ouriço descendo a rampa

A força peso P atua no centro de massa do ouriço CM , a normal N no ponto de apoio da pata em contato com a rampa, força de atrito F_{atr} entre a pata e a rampa. A força de atrito na pata dianteira (fixa) contribui para o movimento pois tem a mesma direção deste, sendo uma reação da rampa sobre a pata que “empurra” a rampa para trás. Nesta situação o atrito age como uma força motora, já na pata traseira a força de atrito tem sentido contrário ao movimento.

Dinâmica do brinquedo : No topo do plano inclinado, a gravidade atua no CM do ouriço com uma componente x paralela a rampa ($P_x = mg \sin\theta$) e ouriço apoiado na perna traseira inclina o corpo para a frente, apoiando-se agora na perna dianteira fixa e liberando a traseira que impacta com ela. Nesta situação a força normal N atuando no ponto de apoio fica desalinhada da força peso P atuando no CM . Deste modo passa a existir um torque destas

forças que age no sentido anti-horário opondo-se ao tombamento do animal. A perna traseira articulada volta, se deslocando para trás (sentido anti-horário) até impactar com o corpo do ouriço. Nesta situação o CM também se desloca para trás, mas fica outra vez desalinhado do ponto de apoio, surge outro momento de forças, mas no sentido horário. Repete-se este movimento periódico até o final da rampa.

A componente y da força peso ($P_y = mg\cos\theta$) atua na direção perpendicular ao solo ou a mesa que suporta a rampa. Como a inclinação da rampa é de 12° , podemos calcular as componentes x e y da força em termos do produto mg (massa pela aceleração da gravidade):

$$P_x = 0,20 \text{ mg} \qquad P_y = 0,97 \text{ mg}$$

A máxima inclinação da rampa obtida experimentalmente para que o animal realize a descida sem “capotar” ou rolar é 19° . Neste caso $P_x=0,32.mg$ e $P_y=0,94.mg$, observa-se que enquanto P_y varia pouco em relação ao seu valor anterior, a componente P_x , cresce quase que 50% de seu valor. Isto explica o capotamento do ouriço e a construção da rampa com angulo de 12° .

Registro do movimento descontínuo : A figura 29 abaixo mostra as marcas da pata dianteira fixa, sobre a rampa. Estas marcas foram obtidas colocando um “caminho” de papel branco sobre a rampa e colando um pequeno pedaço de perflex na parte inferior da pata dianteira. A pata foi molhada com a tinta de uma almofada de carimbo para que cada passo ficasse marcado no papel. A separação entre passadas (final de uma marca e começo da outra) é em média 1,7 a 1,8cm.

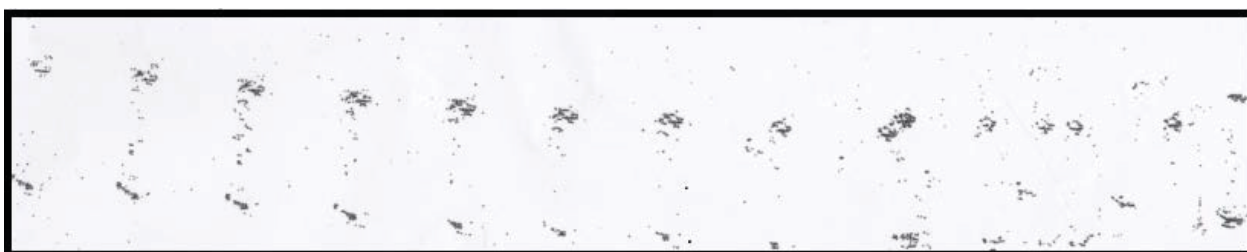


Figura 29 - Marcas da pata do ouriço durante o trajeto

Registro do movimento de centro de massa: No plano xy (ver figura 30) o CM do ouriço descreve um movimento periódico na forma aproximada de dente de serra com amplitude de deslocamento na direção x em torno de 1,7cm. O traçado do movimento foi obtido colando um pedaço da ponta de uma caneta hidrocor perpendicularmente ao corpo do ouriço e na posição estimada para o CM. Um papel seguindo a inclinação do plano registra o movimento enquanto o animal desce a rampa. O deslocamento do ouriço não é perfeitamente

linear e algumas vezes não se dá um bom contato da ponta hidrocor com o papel, também é preciso cuidado para que o contato não perturbe significativamente o movimento. A figura 30 abaixo mostra a trajetória do centro de massa quando o animal se desloca no eixo x . Em cada período AB do movimento, o CM descreve uma curva no plano xy indo de A até O , volta pelo mesmo caminho no sentido OA e à partir daí se desloca com o corpo do ouriço na direção x até o ponto B . E assim se repete até o final da rampa.

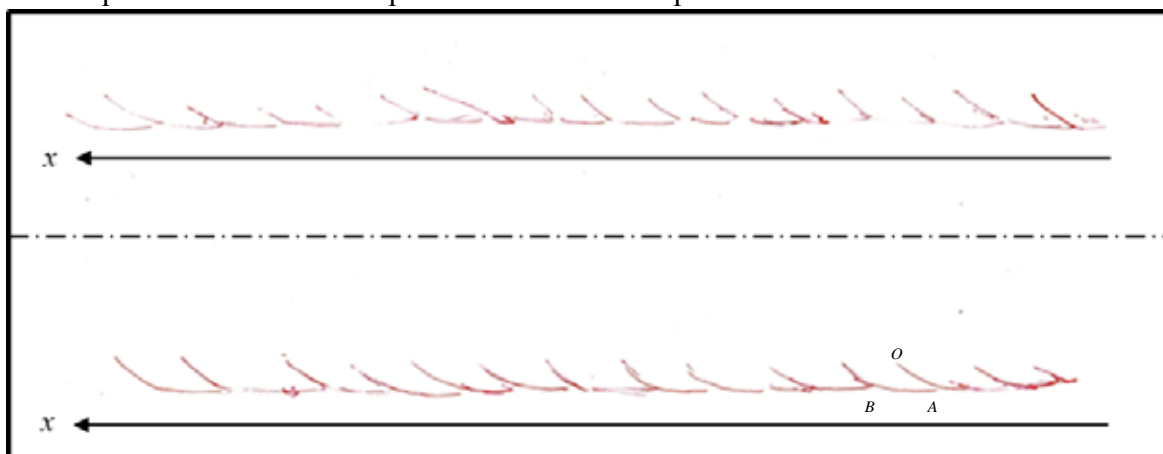


Figura 30 - Marcas do CM durante o trajeto

Neste vai e volta entre OA , a oscilação do corpo do animal libera a pata fixa que está em contato com a rampa (ponto A) e a nova marca da passada ocorrerá no contato com a rampa no ponto B . A amplitude do deslocamento na direção x é a mesma que ficou registrada na separação entre passadas.

Medidas de tempo: A figura abaixo mostra o registro sonoro do impacto das patas do animal com a rampa obtido através dos recursos do software livre Audacity. Como na figura 13, o software tem uma escala de tempo e por ela conseguimos chegar ao tempo médio de descida da rampa como sendo 14 segundos .



Figura 31 - Imagem obtida da gravação pelo audacity

Balço das energias envolvidas no brinquedo: Como a colisão pata-rampa é inelástica há perda de energia que é compensada pela conversão gradual da energia potencial gravitacional do animal em energia cinética.

O impacto periódico das patas com a rampa, o torque produzido pelo desalinhamento das forças P e N bem como o atrito entre as superfícies permite criar um caminhante passivo em declive e sem uso de motor, ou seja, uma “máquina” potencialmente estável e energeticamente eficiente.

4.3-BRINQUEDO 3 - Pássaro na haste vertical:

4.3.1 Objeto qualquer em queda livre

Um corpo abandonado em queda livre de uma altura H chega a base com uma velocidade $v = \sqrt{2gH}$ e gasta um tempo $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ no percurso. Para uma altura H (igual a da haste do brinquedo) de 29,5 cm o tempo será de 0,24 segundos . Neste movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV), a resistência do ar é desprezada e deste modo as grandezas como velocidade, tempo e posição independem da massa do corpo.

4.3.2 Movimento de uma conta em uma haste vertical

Se a conta for uma esfera (vazada no diâmetro) de plexiglass ou plástico, deslizando em uma haste metálica, tem-se o diagrama de forças mostrado na figura 32, onde P é a força peso, F_{atr} a força de atrito , N a normal. O balanço das forças na direção do movimento é expresso pelas relações abaixo, onde m é a massa da conta , μ o coeficiente de atrito , g a aceleração da gravidade. A aceleração da conta ao descer a haste independe de sua massa sendo função de g e μ , apenas.

$$\vec{P} - \vec{F}_{atr} = m \cdot \vec{a} \quad (4.3.2.1)$$

$$m \cdot g - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot \vec{a} \quad (4.3.2.2)$$

$$\vec{a} = g(1 - \mu) \quad (4.3.2.3)$$

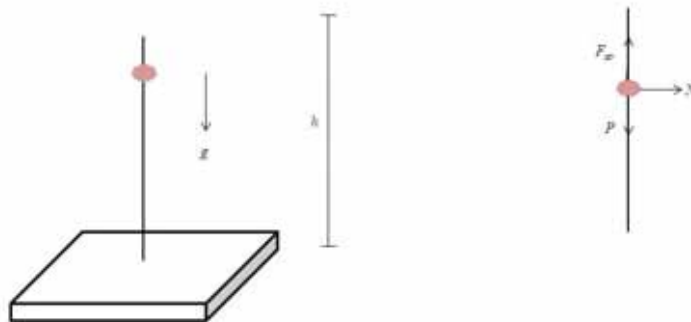


Figura 32 - A conta na haste e o diagrama das forças que agem sobre ela

No percurso unidimensional pela haste, a distância Δy percorrida pela conta em função do tempo gasto neste trajeto, vem das relações do MRUV , sendo

$$\Delta y = h = \frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{g(1 - \mu)t^2}{2} \quad (4.3.2.4)$$

O valor de coeficiente estático entre aço e plexiglass fornecido pela literatura pode assumir dois valores: calculamos o respectivo tempo, em segundos, para cada valor e eles compõem a tabela abaixo.

Tabela 2- Coeficiente de atrito estático e o tempo

μ	0,4	0,5
t(s)	0,31	0,34

4.3.3 O brinquedo

O deslizamento pouco atraente (do ponto de vista didático) de uma conta em uma haste vertical foi substituído pelo movimento de um pássaro pica-pau unido a conta deslizante na haste. No brinquedo em questão , um pássaro composto de duas esferas de volumes diferentes (cabeça e corpo) tem seu corpo preso a conta por uma mola. O orifício da conta, tal como no caso anterior é um pouco maior do que o diâmetro da haste. O pica-pau inicia seu movimento de descida da haste (direção y do movimento) quando aplica-se uma pequena força vertical em sua cabeça. A figura 33 ilustra o pássaro, a haste e a força aplicada na direção da haste; os eixos x e y correspondem respectivamente às direções perpendicular e paralela à haste.

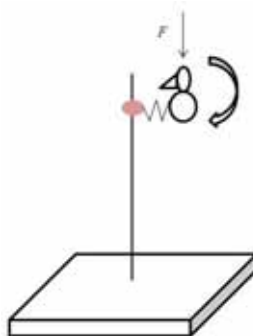


Figura 33 - Ilustração do pássaro na haste

O mecanismo de auto excitação que dá continuidade ao movimento tem duas contribuições: a gravidade g e a elasticidade k da mola.

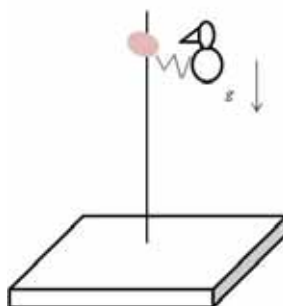


Figura 34 - Influência da deformação da mola e da gravidade no pássaro

O bicar a haste é apenas um elemento lúdico que pode ou não estar presente, fisicamente ele não tem contribuição para o movimento. O movimento retilíneo interrompido do pica-pau se deve ao impacto da conta com a haste e o atrito entre elas.

Existem quatro três de liberdade que podem modelar o brinquedo do ponto de vista da dinâmica não linear. LEINE (2003) usa estes três graus de liberdade no modelo por ele sugerido e trabalhado. São eles:

- O deslocamento na direção y ;
- O ângulo de oscilação α do corpo do pássaro em relação a normal a haste;
- O ângulo de oscilação β da conta com a normal a haste.

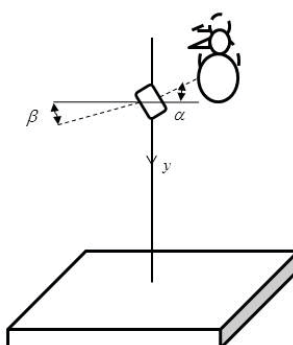


Figura 35 - ângulo formado durante a oscilação

No que diz respeito ao tratamento via dinâmica tradicional, utilizado neste trabalho de conclusão de curso, estes graus de liberdade são observados e considerados de modo mais simples, ou seja, levando em consideração a influência deles na geração de torques ou momentos e o conseqüente movimento do objeto.

Detalhando a ação das forças e momento no brinquedo No mecanismo de alongação da mola, o pica-pau oscila no plano xy . A força inicialmente aplicada na cabeça do pássaro empurra seu corpo para baixo (direção $-y$) e distende a mola (figura 36)

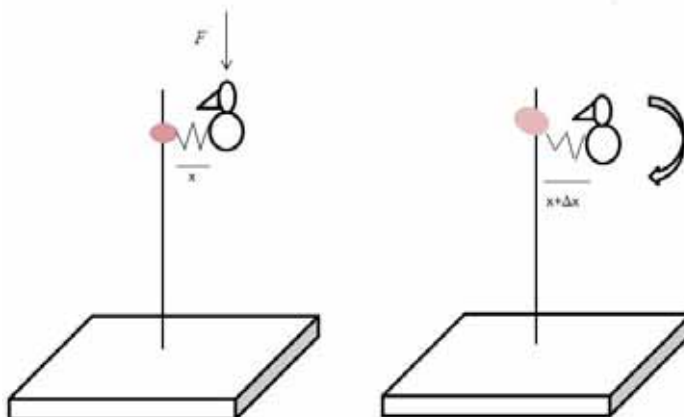


Figura 36 - Alongação da mola durante oscilação

Ao restituir sua alongação x , a mola imprime ao pássaro um movimento de oscilação no plano xy . Na alongação $(x+\Delta x)$, o ângulo entre a conta e a haste muda e ocorrem pontos onde o contato é acentuado, a força normal muda de direção e portanto a força de atrito é intensificada. A figura 37a, abaixo, mostra estes pontos de contato, a força peso atuando no pássaro e o torque produzido por ela no sentido horário. A alongação da mola é o braço da alavanca, nesta situação o movimento retilíneo vertical é interrompido.

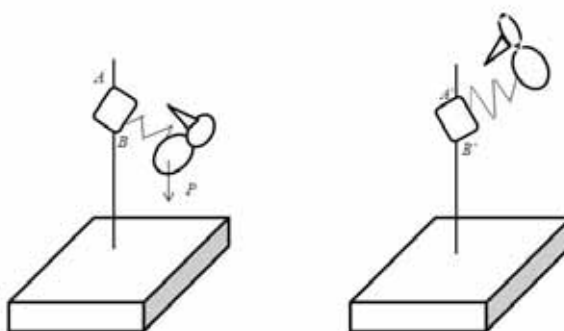


Figura 37a 37b - Pontos de contato durante a oscilação

Quando na oscilação o pássaro completa seu período, a posição da conta na haste é novamente modificada. Os pontos A' e B' (figura 37b) de contato são diametralmente opostos ao da situação anterior, um novo torque é produzido pela força peso (anti-horário). A nova direção da força normal na conta intensifica o atrito e o movimento é interrompido.

Estes são dois extremos do movimento oscilatório, mas durante o movimento há uma situação intermediária em que a conta fica livre, ou seja, alinhada com a haste. Nesta posição força peso desloca a conta verticalmente o que é ilustrado na figura 38.

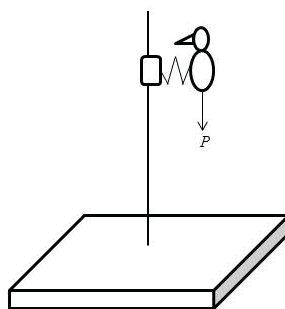


Figura 38 - Conta sem pontos de contato

Movimento no plano XY: A figura 39 abaixo mostra os dois movimentos do bico do pássaro, ou seja, o movimento unidimensional descontínuo na direção y (haste), segmento A do desenho, e também o movimento no plano XY, segmento B do desenho.

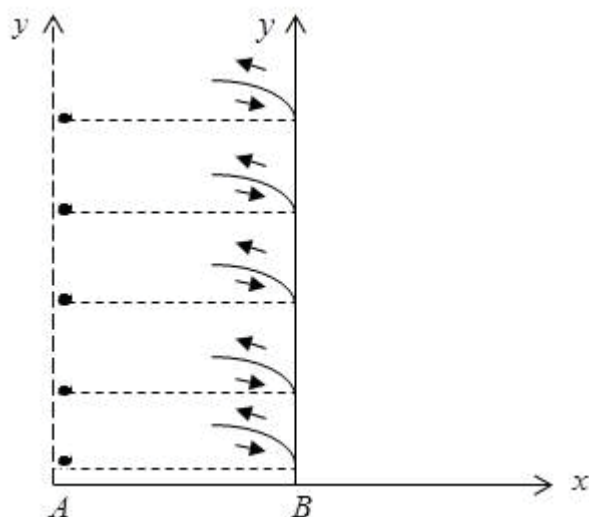


Figura 39 - Movimento unidimensional e bidimensional do bico

Energia e sua conservação: Durante o percurso pela haste vertical, a energia potencial gravitacional e a energia potencial elástica da mola vão se transformando em energia cinética de translação conta/pássaro. Nas posições onde o contato haste/conta se acentua, o atrito aumenta e há dissipação de energia na forma de calor.

4.4-BRINQUEDO 4- Boneco desce a rampa dentada

4.4.1-Plano inclinado/objeto qualquer

Na caracterização de um plano inclinado vimos anteriormente que para que um objeto colocado no topo do plano deslize por ele é necessário um ângulo mínimo de inclinação desta rampa. É possível encontrar esse valor de ângulo mínimo a partir de um diagrama de forças. Para uma rampa de madeira com comprimento 56,5cm e ângulo de inclinação 35° como mostrado na Figura 40.

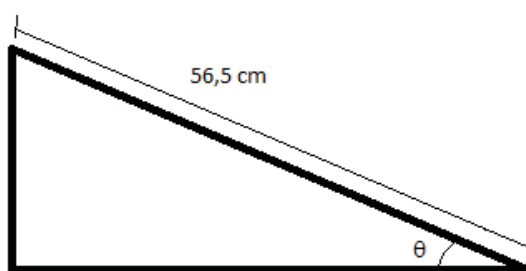


Figura 40 - Representação do plano inclinado

Um objeto também de madeira (coeficiente de atrito cinético de madeira-madeira é 0,2), em deslizamento, gastaria para descer esta rampa um tempo:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta x}{g(\sin 35 - \mu_{cin} \cdot \cos 35)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,56}{9,8(0,57 - 0,2 \cdot 0,82)}} = \sqrt{\frac{1,12}{3,98}} = 0,53s \quad (4.4.1.1)$$

O tempo médio medido com cronometro no deslizamento madeira-madeira com a rampa inclinada á 35° foi de 0,75s.

Esta mesma rampa pode se tornar um brinquedo interessante tanto do ponto de vista do tempo gasto na descida de um objeto como no movimento executado por ele, se o plano inclinado for trocado por uma rampa dentada de mesma inclinação.

4.4.2- O brinquedo

O deslizamento rápido e didaticamente pouco atraente de um corpo sobre a rampa foi substituído pelo movimento mais lento e descontínuo na rampa dentada e o deslizamento pelo movimento de rotação de um boneco em torno de pinos que atravessam seu corpo. Nesta situação o tempo de queda médio medido com o Audacity foi de 3,40 segundos. O movimento é interrompido a cada 2,5 cm que é a separação entre os dentes da rampa. A figura 41 mostra as dimensões (em cm) destes dentes que no brinquedo são triângulos escalenos com arestas “arredondadas”.

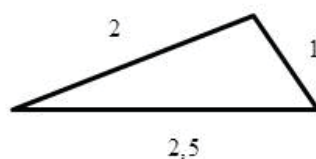


Figura 41 - Dimensões dos dentes da rampa

Como descrito acima, a rampa dentada tem 56,5 cm de comprimento e 35° de inclinação, seus dentes estão espaçados de 2,5 cm entre vales. Os pinos cilíndricos (0,5cm de diâmetro) em diagonal no corpo do boneco se encaixam nos vales também arredondados e com “diâmetro” (a meia altura) entre 1,0 e 1,2cm . A figura 42a abaixo mostra o desenho de um vale e seu espaçamento, figura 42b mostra foto dos dentes e realça a separação de 2,5cm entre eles.

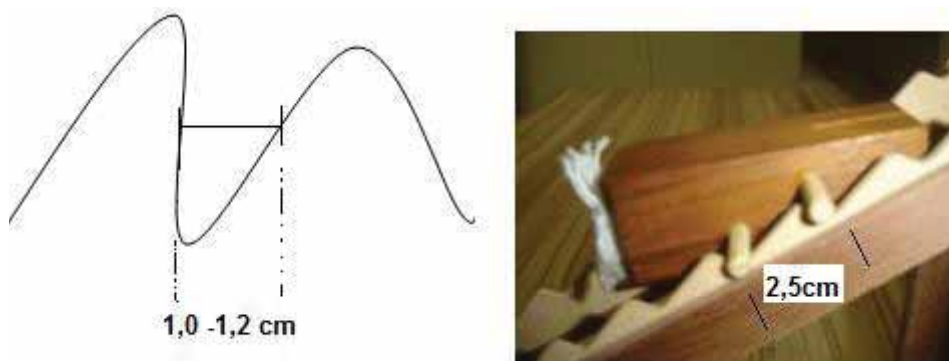


Figura 42a e 42b - Esquema dos dentes da rampa e encaixe do boneco

O boneco tem dimensões: 9 cm x 3 cm x 3 cm e a figura 43 mostra sua geometria e a localização do centro de massa CM. Os pontos negros representam os dois pinos.

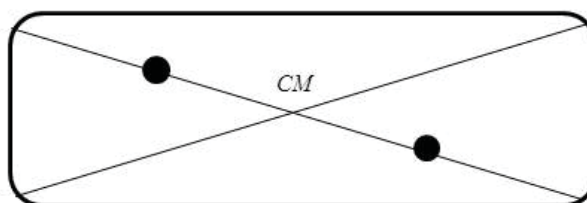


Figura 43 - Geometria e CM do boneco

Três graus de liberdade podem modelar o movimento do boneco:

- O deslocamento do centro de massa paralelo ao plano de inclinação da rampa;
- O deslocamento do centro de massa perpendicular ao plano da rampa;
- O ângulo que diagonal qualquer, D, faz com o plano da rampa

Forças agindo sobre o boneco em repouso apoiado nos dentes da rampa: A condição de equilíbrio do corpo, portanto do boneco, é que a soma dos momentos seja nula, $\sum \vec{F} = 0$ e $\sum \vec{\tau} = 0$. Calculando os momentos em relação ao ponto de apoio 1 (marcado na foto pela normal N_1), consideramos a ação das forças P , N_1 e N_2 .

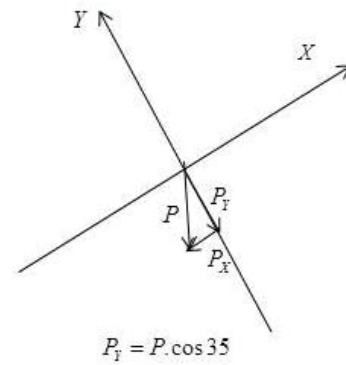
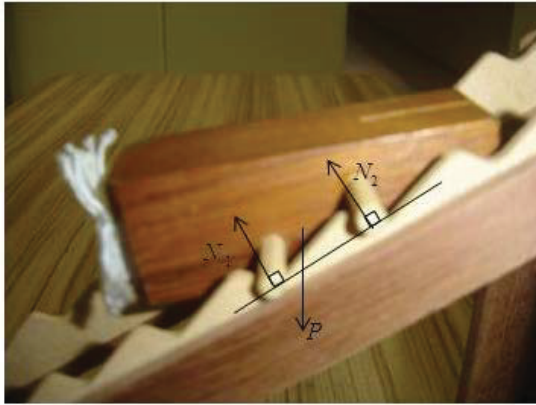


Figura 44- Diagrama de forças do boneco

Condição de equilíbrio:

$$\sum M = M_1^{N_1} + M_1^{P_Y} = M_1^{N_2} = 0 \quad (4.4.2.1)$$

$$N_1 \cdot 0 + P \cdot \cos 35 \cdot d - N_2 (2d) = 0 \quad (4.4.2.2)$$

$$P \cdot \cos 35 = 2N_2 \quad (4.4.2.3)$$

Quando se aplica uma força na cabeça do boneco (no sentido mesa-rampa), tal que a cabeça se eleva, o pino 2 se eleva ($N_2 = 0$) e o CM também se eleva, temos uma condição de equilíbrio estável. A figura 45, abaixo ilustra esta situação.

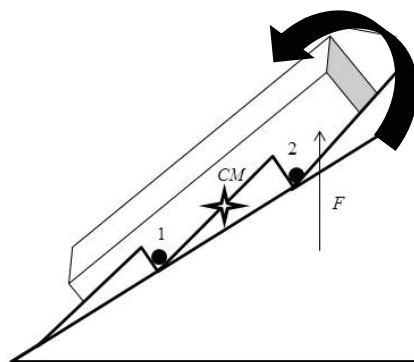


Figura 45- Boneco em equilíbrio estável

Quando se retira a força, o CM quer voltar à sua posição original. Como o plano é inclinado o CM volta sempre a mesma altura em relação a rampa, mas abaixa em relação a mesa. Na figura 46, esta situação está ilustrada, sendo que os pontos negros descrevem a

trajetória do pino 2 e portanto do corpo do boneco (rotação da direita para a esquerda) e as estrelas descrevem a trajetória do centro de massa.

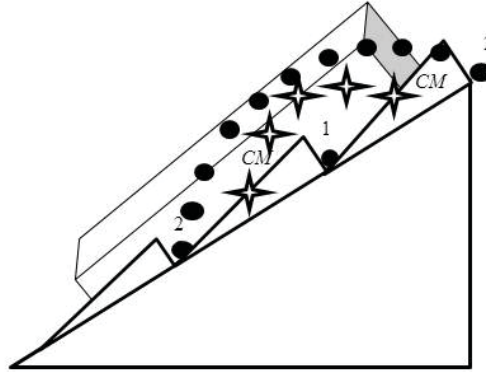


Figura 46 - Trajetória do CM e do pino

O movimento subsequente é governado pelo choque entre o pino 2 e o dente da rampa. No impacto do pino 2 com o dente, o pino “desliza” sobre o dente oscilando nos vales, para trás e para frente, para cima e para baixo, durante um intervalo de tempo muito pequeno, quase imperceptível. A figura 47 ilustra este movimento.



Figura 47 - Movimento oscilatório do pino

Neste movimento oscilatório quando o pino 2 está apoiado o pino 1 fica livre (sem apoio) e isso desequilibra o boneco tal como na situação inicial, quando a força F foi aplicada pelo aluno. Assim o movimento se repete, desloca-se o CM e o boneco desce a rampa.

Movimento do centro de massa

- No plano paralelo a rampa temos um movimento unidimensional descontínuo, com separação de 3 cm a cada toque com a rampa.

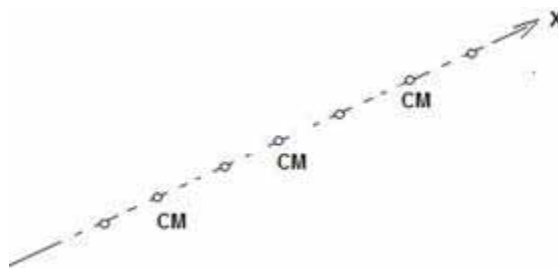


Figura 48 - Movimento do centro de massa unidimensional

- No plano xy perpendicular a rampa o CM descreve um movimento periódico bidimensional.



Figura 49 - Movimento do centro de massa bidimensional

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES

Embora rejeitada por boa parte dos estudantes a Física é uma área do conhecimento bastante privilegiada do ponto de vista dos recursos disponíveis para seu ensino. Ela se faz presente no cotidiano das pessoas através dos elementos naturais e até das máquinas e objetos advindos da criatividade e tecnologia desenvolvidas pelo homem. O ensino/aprendizado de Física à partir de elementos do cotidiano se apresenta como um dos caminhos para se chegar à abstração dos conceitos dos físicos. Brinquedos populares ou não cumprem este papel pois trazem em seu funcionamento leis, conceitos e grandezas físicas sem os quais o encantamento a eles inerente não seria possível.

A análise do funcionamento de brinquedos é uma iniciação à metodologia científica pois implica em observar, levantar hipóteses e testá-las quando for possível. Assim como na elaboração de modelos que descrevem os sistemas físicos em sua complexidade, na análise de um brinquedo exercita-se a identificação das grandezas e efeitos que são mais importantes contribuições secundárias ou menos significativas. Um mesmo brinquedo pode ser analisado sob diferentes níveis de aprofundamento quanto à Física envolvida.

Neste trabalho de conclusão de curso, buscou-se analisar e discutir o funcionamento de brinquedos cujo movimento envolve a dinâmica não linear por meio de grandezas físicas e conceitos básicos presentes na mecânica clássica introdutória. O movimento executado por esses brinquedos, sem necessidade de motores ou outra fonte de energia, nos permite tratá-los como máquinas simples segundo a interpretação da mecânica ou como caminhantes passivos, um termo mais atual e empregado na área de robótica. Do ponto de vista da interdisciplinaridade é possível usar estes brinquedos como ponto de partida para ilustrar e discutir em temas sobre sustentabilidade e meio ambiente a importância e a possibilidade de se desenvolver máquinas que independam das fontes convencionais de energia. Estes brinquedos se comportam como “máquinas” potencialmente estáveis e energeticamente eficientes apenas pela sua construção e design que exploram conceitos físicos como centro de gravidade, forças e momento de forças.

Durante a elaboração deste trabalho foi possível compreender e viver parte das dificuldades que um professor de Física em exercício pode encontrar na busca por inovar sua prática didática. O grande número de brinquedos disponíveis no mercado não significa que todos são úteis para esta finalidade e entre os selecionados nem sempre os conceitos físicos envolvidos são simples ou de fácil entendimento. O próprio critério de escolha e seleção dos

brinquedos é um momento inicial de reconhecimento e/ou aplicação dos conhecimentos físicos conhecidos e que se estende até a total compreensão da Física envolvida no brinquedo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

ALVARENGA,B.;MÁXIMO,A. **Curso de Física**. São Paulo: Scipione, 2008, vol.2, 1 ed.

AREF, H.;HUTZLER, S.; WEAIRE, D. **Toying with physics**.Euro Physics News, v.38, n.3, 2007. <<http://dx.doi.org/10.1051/EPN:2007010>>. Acesso em : Outubro 2012.

ARRIGONE, G. M.; MUTTI, C. N. **O uso de experimentos de cátedra no ensino de Física**.Cad. Bras. Ens. Fís., v. 28, n. 1: p. 60-70 90, abr. 2011.

BRASIL, **Secretaria da Educação Fundamental: Parâmetros Curriculares Nacionais,terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais** - Brasilia – MEC/SEF,1998

BROGLIATO,B. **Nonsmooth Mechanics**, Springer, London,1999.

FEATONBY, D. **Toys and physics**. Physics education, v.40, n.6, p.537, 2005.

GUÉMEZ, J.; FIOLEAIS, C; FIOLEAIS, M. **Toys in physics lectures and demonstrations – a brief review**. Physics education, v.44, n.1, p.53-63, 2009.

HALLIDAY, D; RESNICK, R; WALKER, J. **Fundamentos de Física: mecânica**. Rio de Janeiro: LTC, 2006. v.1, 7. ed.

LEINE, R. I. ; VAN CAMPEN, D. H. **Nonlinear dynamics and modeling various wooden toys with impact and friction**. Journal of vibration and control, v. 9 , p. 25-78, 2003.

TIPLER, P. A. **Física: Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica**. Rio de Janeiro: LTC, 2000, vol.1 , 4.ed.

VYGOTSKY, L.S. **A formação social da mente**. 5ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 1994.

<<http://www.zfm.ethz.ch/~leine/toys.htm>>. Acesso em Julho 2012

<<http://www.youtube.com/watch?v=huOoqu6O-Yo>>. Acesso em Agosto 2012.

<<http://www.youtube.com/watch?v=Zxwp0Q-yS7Y>>. Acesso em Agosto 2012

<<http://www.youtube.com/watch?v=s3YSnNAIHDg>>. Acesso em Agosto 2012