



UNESP

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CURSO DE GRADUAÇÃO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

A UTILIZAÇÃO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS COM ALUNOS DO
ENSINO FUNDAMENTAL

LARISSA COUTO LUIZ

2010

LARISSA COUTO LUIZ

A UTILIZAÇÃO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS COM ALUNOS DO
ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Graduação
apresentado ao Conselho de Curso
de Graduação em Licenciatura em
Matemática da Faculdade de
Engenharia do Campus de
Guaratinguetá, Universidade
Estadual Paulista, como parte dos
requisitos para obtenção do diploma
de Graduação em Licenciatura em
Matemática.

Orientador: Prof^a. Dr^a. Alice Assis

Guaratinguetá
2010

Luiz, Larissa Couto
L953u A utilização de sólidos geométricos com alunos do ensino fundamental
/ Larissa Couto Luiz – Guaratinguetá : [s.n], 2010.
107f.
Bibliografia: f. 103-107

Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática –
Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de
Guaratinguetá, 2010.

Orientadora: Prof^a Dr^a Alice Assis

1. Matemática – Estudo e ensino 2. Ensino Fundamental I. Título

CDU 51

A UTILIZAÇÃO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS COM ALUNOS DO
ENSINO FUNDAMENTAL

LARISSA COUTO LUIZ

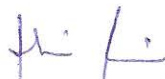
ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO
COMO PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO
DE GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA



Prof.^a. Dr.^a. Ana Paula Marins Chiaradia
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:



Prof.^a. Dr.^a. ALICE ASSIS
Orientador/ UNESP-FEG



Prof. Dr. JOSÉ RICARDO DE REZENDE ZENI
UNESP/FEG



Prof.^a. Dr.^a. TANIA MARIA VILELA SALGADO LACAZ
UNESP/FEG

Novembro de 2010

Aos meus pais, Denise e José André, que estiveram ao meu lado nos momentos mais importantes da minha vida, sempre me dando o apoio necessário para continuar.

“...nada é maior que o meu amor nem mais bonito.” (Roberto Carlos)

AGRADECIMENTOS

À Deus, essência de nossa vida, que me deu saúde e, principalmente, paciência para enfrentar as dificuldades. Agradeço por ter me dado força para não desistir, vontade para continuar e perseverança para desenvolver esse trabalho.

À minha família, que sempre fez questão de estar presente nos momentos mais importantes e marcantes da minha vida. Meus pais, Denise e José André, meu irmão André; meus avós, Virgínia e José Luiz; meus tios e tias, Silvana, Ester e Messias; meus primos, Pedro, Lucas, Thiago e Tamiris. Ao meu companheiro, melhor amigo, psicólogo, incentivador e namorado, Talis, que esteve e se fez presente em minha vida nesses anos de amizade.

À minha orientadora e amiga, Prof^a Dr^a Alice Assis, que me ajudou a concluir essa etapa tão importante, sempre me orientando com carinho, dedicação e amizade. À todos os professores da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, que me deram a base para concluir a graduação. Ao nosso eterno paraninfo, Geraldo Pompeu Junior, pela dedicação e amizade nos dada todos esses anos.

Aos amigos, que foram essenciais para enfrentar esses quatro anos de alegrias, choros, desesperos, notas altas e baixas, cervejadas, churrascos, dias de estudo, trabalhos, seminários. Às amizades verdadeiras construídas na faculdade. Agradeço à 5^a turma de Licenciatura em Matemática, especialmente aos amigos: Natalia, Stella, Evandro (Moreno), Bianca, Thelma e Renata.

Aos amigos e colegas de trabalho, que sempre me deram apoio e que participaram dos mais diversos modos para que esse trabalho fosse concluído. Às conversas furadas, aos ombros amigos, aos desabafos, aos divertimentos diários, me ajudando sempre no que foi preciso. Aos amigos do colégio Drummond, do cursinho e do CEDSerelepe.

LUIZ, L. C. A utilização de sólidos geométricos com alunos do Ensino Fundamental. 2010.107f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2010.

RESUMO

Esta pesquisa analisou se as interações ocorridas entre professor e aluno, e entre os alunos, mediante o uso de materiais manipulativos, em aulas de Matemática, para uma turma de sexto ano do Ensino Fundamental e propiciou a compreensão dos conhecimentos trabalhados. A análise dos resultados se fundamentou na teoria sócio-histórica de Vygotsky, que prioriza as interações no processo de ensino-aprendizagem. Os resultados desta pesquisa mostraram que essas interações, mediadas pelo uso dos referidos materiais, propiciaram aos alunos a motivação necessária para participar das aulas de matemática como sujeito ativo no seu processo de desenvolvimento, bem como a compreensão dos conceitos trabalhados.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática. Materiais manipulativos. Ensino-aprendizagem. Motivação. Geometria Espacial. Sólidos Geométricos.

LUIZ, L. C. The utilization of solid geometry with middle school class. 2010. 107f. Course work's conclusion (Degree in Mathematics) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2010.

ABSTRACT

This research analyzed if the interactions between teacher and student, and among students, with the use of manipulative materials in the Mathematics teaching in a middle school class and provided the comprehension of the subjects worked. The analysis of the results was based in Vygotsky's socio-historical theory, that prioritizes the interactions in learning-teaching process. The results of this research showed that these interactions mediated by the use of such materials provide the student with the motivation needed to take part in the math classes as an active actor in his development process, as well as understanding the concepts.

KEYWORDS: Mathematics. Manipulative materials. Teaching-learning. Motivation. Space Geometry. Solid Geometry.

*Toda a arte de ensinar é
apenas a arte de acordar a
curiosidade natural nas mentes
jovens, com o propósito de serem
satisfeitas mais tarde.*

(Anatole France)

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Cilindros oblíquo e reto.....	23
Figura 2: Rotação de um retângulo que forma o cilindro de revolução.....	23
Figura 3: Cones oblíquo e reto.....	24
Figura 4: Rotação de um triângulo retângulo que forma o cone de revolução....	24
Figura 5: Rotação de um semicírculo para formar uma esfera.....	25
Figura 6: Exemplos de não poliedros.....	25
Figura 7: Exemplo de superfície poliédrica convexa.....	26
Figura 8: Dois tipos diferentes de hexaedros.....	28
Figura 9: Poliedros de Platão.....	29
Figura 10: Poliedros regulares e suas respectivas planificações.....	30
Figura 11: Prisma.....	31
Figura 12: Prisma regular reto.....	32
Figura 13: Superfície total de um prisma regular hexagonal reto.....	33
Figura 14: Cubo.....	34
Figura 15: Pirâmide.....	34
Figura 16: Pirâmide quadrada regular com seus elementos.....	35
Figura 17: Planificação de uma pirâmide regular hexagonal.....	36
Figura 18: Tetraedro regular.....	37
Figura 19: Planificação de um cilindro de revolução.....	38
Figura 20: Planificação de um cone de revolução.....	39
Figura 21: Sólidos geométricos que os alunos deveriam pintar: os prismas de vermelho, as pirâmides de verde e os corpos redondos de azul.....	53
Figura 22: Sólidos geométricos: os alunos deveriam pintar somente os chamados Poliedros de Platão.....	54

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Discussão acerca da caracterização dos sólidos.....	67
Quadro 2: Discussão sobre a divisão dos sólidos geométricos em corpos redondos e poliedros.....	72
Quadro 3: Discussão sobre a nomenclatura dos corpos redondos.....	74
Quadro 4: Discussão acerca dos elementos dos prismas e das pirâmides.....	76
Quadro 5: Discussão sobre grupos de poliedros conforme suas características.	79
Quadro 6: Discussão sobre poliedros de Platão.....	86
Quadro 7: Discussão acerca das nomenclaturas de prismas e pirâmides.....	89
Quadro 8: Discussão acerca da nomenclatura dos poliedros de Platão.....	90
Quadro 9: Discussão sobre relação de Euler.....	93
Quadro 10: Discussão sobre planificações.....	95

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Nomenclatura dos polígonos.....	21
Tabela 2: Nomenclatura e número de faces de alguns poliedros.....	27
Tabela 3: Relação entre os números de vértices, faces e arestas de alguns poliedros.....	28

SUMÁRIO

Introdução.....	14
1 História do ensino da Geometria.....	17
2 Sólidos Geométricos.....	21
2.1 Não poliedros.....	22
2.2 Poliedros.....	25
2.2.1 Superfície Poliédrica Convexa.....	25
2.2.2 Poliedro Convexo.....	26
2.2.2.1 Elementos.....	27
2.2.2.2 Relação de Euler.....	28
2.2.2.3 Poliedros de Platão.....	28
2.2.2.4 Poliedros Regulares.....	29
2.3 Prismas.....	31
2.3.1 Elementos e nomenclaturas.....	31
2.3.2 Classificação.....	32
2.3.3 Superfície.....	33
2.3.4 Prisma Notável.....	33
2.4 Pirâmides.....	34
2.4.1 Elementos e nomenclaturas.....	34
2.4.2 Classificação.....	35
2.4.3 Superfície.....	36
2.4.4 Pirâmide Notável.....	36
2.5 Cilindro de Revolução.....	37
2.5.1 Elementos e notações.....	37
2.5.2 Classificação.....	37
2.5.3 Superfície.....	38
2.6 Cone de Revolução.....	38
2.6.1 Elementos e notações.....	38
2.6.2 Classificação.....	39
2.6.3 Superfície.....	39

3 Utilização de materiais manipulativos em aulas de Matemática.....	41
4 A teoria de Vygotsky.....	45
5 Pré avaliação.....	51
6 A Pesquisa.....	56
6.1 Atividades.....	58
6.1.1 Atividade 1.....	58
6.1.2 Atividade 2.....	59
6.1.3 Atividade 3.....	60
6.1.4 Atividade 4.....	61
6.2 Metodologia de análise de dados.....	62
6.3 Sujeitos da pesquisa.....	62
6.4 Instrumentos para a coleta de dados.....	63
7 Análise de dados.....	65
8 Discussão dos resultados.....	99
9 Considerações finais.....	101
Referências.....	103

INTRODUÇÃO

Muitos alunos já perguntaram o porquê de estudar Matemática. Neste trabalho, pretendemos mostrar que, mediante a utilização de estratégias metodológicas diferenciadas, é possível tornar os conteúdos matemáticos mais significativos e viabilizar a sua compreensão por parte dos alunos. Isso pode fazer com que a resposta a essa pergunta se torne mais clara.

Os alunos não gostam de Matemática porque não entendem o seu sentido. Só nos interessamos pelos assuntos que fazem sentido em nossas vidas. Nós, professores, temos o dever de auxiliar os alunos para tornar a Matemática significativa para eles.

Quando se fala em Matemática, a maioria das pessoas lembra logo da Álgebra, aquelas contas enormes que faziam (ou fazem) no colégio, que na maior parte das vezes não tinham sentido algum. O professor tem o dever de se atualizar e procurar meios de ensinar os alunos no decorrer de sua licenciatura. No caso da Geometria Espacial, tornar real o que parece abstrato é muito importante. Ou seja, deixar que o aluno toque, compare e tire as suas próprias conclusões sobre os sólidos é mais eficaz do que fazer com que ele decifre desenhos e decore características.

Neste trabalho, nosso desígnio é associar a Geometria Espacial ao cotidiano do aluno. Assim, comparando os sólidos com figuras tridimensionais do seu dia-a-dia, ele poderá compreender melhor o assunto tratado, o que pode despertar o seu interesse.

A Geometria é uma parte da Matemática tão importante para o ensino-aprendizagem quanto a Álgebra. Ela desenvolve a percepção e visualização do espaço, o reconhecimento e a abstração das formas, e a capacidade de representá-las. A Geometria aproxima o aluno da realidade, pois trabalha com materiais concretos e, com isso, desperta a atenção dos alunos para o ensino geral da matéria.

Desenvolvemos este trabalho tendo em vista a dificuldade encontrada pelos alunos nas aulas de Geometria. Durante a graduação universitária, na disciplina de “Prática de Ensino”, tivemos a oportunidade de entrar numa sala de aula e ver com outros olhos a realidade dos alunos. Sempre tivemos um grande interesse pela Geometria, em virtude das dificuldades dos alunos. O conteúdo da Geometria Espacial

requer muita percepção de espaço e visualização em três dimensões. No entanto, muitos alunos têm dificuldades em perceber essas características.

Atualmente, o ensino da Geometria tem sofrido um abandono. Mas esse problema tem um histórico com fatos interessantes, o que não justifica a situação atual, mas ajuda na sua compreensão.

Esta pesquisa tem o objetivo de verificar se a atividade usando materiais manipulativos, com a mediação do professor, propicia a aprendizagem dos conhecimentos trabalhados, além de mostrar aos professores que a utilização de métodos diferenciados em sala de aula pode motivar os alunos com o auxílio de diferentes formas de pensamento e expressão, importantes no ensino-aprendizagem. Neste trabalho, propomos aos alunos a identificação de problemas e estratégias de resoluções, bem como a análise de elementos, relações, princípios e generalizações. Os métodos utilizados são simples, de fácil aplicação e baixo custo e, se bem explorados, podem ajudar no entendimento dos conteúdos. O nosso trabalho visa propiciar aos alunos a compreensão de tópicos da Geometria tentando fazer com que eles descubram as características dos poliedros, diferenciando-os, além de tratar de conceitos de arestas, faces e vértices. Há também um estudo sobre Platão e seus poliedros e o manuseio de planificações. Com isso, esperamos desenvolver nos alunos a percepção e a visualização em três dimensões.

Para tanto, no capítulo 1 fazemos um breve resumo sobre a história do ensino da Geometria. A Geometria tem sido tratada com certo descaso por parte dos professores, mas esse fato faz parte de um contexto histórico. Com o auxílio de fatos passados relatados, pudemos compreender porque o ensino da Geometria anda defasado.

O capítulo 2 trata da parte teórica que foi trabalhada nas atividades desenvolvidas no presente trabalho, apresentando diferenças e semelhanças entre os sólidos geométricos, bem como suas características particulares. Nesse capítulo demos ênfase somente aos assuntos que foram abordados nas atividades aplicadas, como características dos poliedros convexos (prisma e pirâmide) e dos corpos redondos (cilindro e cone), bem como os poliedros de Platão e a relação de Euler.

No capítulo 3 comentamos sobre outros trabalhos que tratam sobre o uso de materiais manipulativos em sala de aula, destacando alguns comentários dos autores e as conclusões obtidas a partir da realização desses trabalhos.

O capítulo 4 aborda a teoria de Vygotsky, que fundamenta a aplicação e a análise dos dados do presente trabalho. Trabalhamos partindo de pré-concepções dos alunos, mediante a interação social entre os alunos e o auxílio do professor.

No capítulo 5 comentamos a pré-avaliação aplicada aos alunos, em que desenvolvemos algumas atividades para identificarmos as suas dificuldades relativas aos assuntos trabalhados anteriormente e aos assuntos ainda não trabalhados em sala de aula.

No capítulo 6, apresentamos a metodologia de análise e de aplicação das atividades, que são explicadas passo a passo. A pesquisa foi dividida em quatro atividades. Para cada uma delas explicitamos os conteúdos explorados, os objetivos, os materiais utilizados e a metodologia programada para cada atividade. Apresentamos ainda os sujeitos e os instrumentos que constituíram os dados da presente pesquisa.

No capítulo 7 desenvolvemos a análise dos dados, que se constituíram a partir da aplicação das atividades, que foram divididas em quatro partes. Nesse capítulo transcrevemos os diálogos ocorridos nas aplicações das atividades, que foram gravadas em áudio, e analisamos os resultados obtidos.

No Capítulo 8, analisamos os resultados obtidos e discutimos se o objetivo da pesquisa foi alcançado.

Por fim, no Capítulo 9, elaboramos as considerações finais, com comentários de como se desenvolveu a atividade.

1. HISTÓRIA DO ENSINO DA GEOMETRIA

Segundo Déchen (2006), há um abandono do ensino da Matemática nas escolas públicas e privadas, e podemos perceber que no caso da Geometria é maior. Muitos professores não gostam, não acham importante ou não estão capacitados para ministrar essa parte da Matemática tão importante quanto à Álgebra, mas que não tem tido o mesmo valor. Isso acontece por fatos que ocorreram nos últimos anos em relação ao currículo proposto pelo governo. Tal constatação fundamentou-se em pesquisas que abordam a problemática do ensino da Geometria (PEREZ, 1995; PAVANELLO, 1993). Esse problema se agrava no Ensino Fundamental I (1º ao 5º ano), pois, em pesquisa feita com alunos do Magistério, Passos (2005, p.31) constatou que “a grande maioria dos alunos [...] não gostava de Matemática e expressava uma aversão tão grande que chegava a afirmar que jamais ensinaria essa disciplina”.

Neste capítulo mostraremos, através da história do ensino da Geometria no século XX, fatos importantes que marcaram e fizeram com que essa parte da Matemática fosse ministrada com tanto descaso por alguns profissionais da área. Esse descaso pode gerar problemas como queda de rendimento e reprovação dos alunos, fatores esses responsáveis pelo mito sobre a dificuldade em relação à Matemática.

A Matemática surgiu dos problemas do cotidiano do homem, como a contagem e a medida de comprimentos e áreas. Já a Geometria surgiu da necessidade de melhorar o sistema de arrecadação de impostos de áreas rurais, e foram os antigos egípcios que desenvolveram pela primeira vez essa disciplina.

A Matemática só entrou nas escolas ao final do século XVIII com a Revolução Industrial, mas o currículo e os livros didáticos eram baseados no raciocínio dedutivo de Euclides (séc. III a.C.), que foi crucial para compreender a Matemática, mas inadequado para as aulas no ensino básico e para a sua formalização. Só durante as guerras mundiais, no século XX, a Matemática evoluiu e adquiriu importância na escola, mas mesmo assim continuou distante da vida e do cotidiano do aluno.

Até a metade do século XX, nos anos 50, as escolas eram extremamente elitizadas. A Matemática ensinada nos colégios tinha como base os cálculos aritméticos, as identidades trigonométricas, os problemas de enunciados grandes e

complicados, as demonstrações de teoremas de Geometria e a resolução de problemas sem utilidade prática.

O Movimento veio para aproximar a Matemática trabalhada na escola básica com a produzida por pesquisadores. Apoiando-se na teoria dos conjuntos, manteve o foco nos procedimentos e isolou a Geometria, o que corresponde a muita abstração para um estudante da educação básica.

Costa (1981) destaca que

a falta da Geometria repercute seriamente em todo o estudo das ciências exatas, da arte e da tecnologia. Mas o desenho geométrico foi afetado na sua própria razão de ser, já que em si é uma forma gráfica de estudo de Geometria e de suas aplicações. Muito antes de desaparecer, como matéria obrigatória no ensino do 1º grau, o desenho geométrico já havia sido transformado numa coleção de receitas memorizadas, onde muito mal se aproveitava o mérito da prática no manejo dos instrumentos do desenho, pois geralmente estes se reduziam à régua e compasso (COSTA, 1981, p.89-90).

Foram incluídos no currículo temas como estruturas algébricas, teoria dos conjuntos, topologia e transformações geométricas. “As disciplinas eram equivalentes as de uma Graduação Matemática, não somente nos títulos, mas nos conteúdos ministrado” (LIMA, 2006, p. 31).

A Geometria começou a ser ensinada nas escolas básicas na disciplina de Desenho e assim permaneceu de 1931 à 1971.

Com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1961 foi proposto que a disciplina de Desenho fosse matéria optativa no currículo escolar, mas mesmo assim essa disciplina se manteve obrigatória.

O currículo escolar só foi sofrer efetivas mudanças em 1971 com a promulgação da Lei n. 5692 – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, com essa lei as escolas tinham liberdade de escolher a sua própria grade escolar conforme os interesses dela e de sua clientela, visando primordialmente às dificuldades e a realidade dos alunos. Assim, segundo Pavanello (1993), alguns professores, de 1ª a 4ª séries, passaram a focar somente os conteúdos aritméticos e as noções de conjuntos. Contudo, as escolas deveriam seguir as determinações da legislação escolar que impunha a Educação Artística como matéria obrigatória.

Com a inclusão da Educação Artística na grade curricular, o Desenho foi abolido das escolas fazendo com que o ensino das construções geométricas ensinadas nessa

disciplina fossem abolidas também. Além disso, outro fato importante foi que na década de 70 as construções geométricas passaram a não ser mais obrigatórias nos vestibulares de Arquitetura e Engenharia. Com a junção desses fatos, começou o abandono do Desenho Geométrico nas escolas do ensino básico.

Embora alguns autores dissessem o contrário (NASCIMENTO, 1994; VITTI, 1995), algumas escolas ainda mantiveram o estudo das construções geométricas na disciplina de Educação Artística usando como material de apoio livros didáticos editados nessa área com o programa voltado para a Geometria (ZUIN, 2001a; ZUIN, 2002). A maioria das escolas que permaneceram com o estudo das construções geométricas foram as que tinham finalidades profissionalizantes. Elas contavam com material didático próprio, pois os voltados para a Geometria já estavam com o conteúdo reduzido.

Só em meados da década de 80 começaram as manifestações de preocupação por parte dos matemáticos em relação ao ensino da Geometria. Algumas editoras voltaram a publicar coleções de Desenho Geométrico voltadas para alunos de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental. Isso mostra uma nova valorização do estudo da Geometria nas salas de aula, no entanto as construções geométricas continuaram ausentes dos currículos escolares, pois, oficialmente, o Desenho Geométrico deixava de ser uma disciplina obrigatória. Também nessa época, a resolução de problemas começou a ser destacada pela primeira vez como foco do ensino da Matemática.

Nos anos 90, surge a proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (BRASIL, 1998) com a finalidade de orientar as práticas escolares do ensino brasileiro. Assim eles estabelecem:

uma meta educacional para a qual devem convergir as ações políticas do Ministério da Educação e do Desporto, tais como os projetos ligados a sua competência na formação inicial e continuada de professores, à análise e compra de livros e outros materiais didáticos e à avaliação nacional. Têm como função subsidiar a elaboração ou a revisão curricular dos Estados e Municípios, dialogando com as propostas e experiências já existentes, incentivando a discussão pedagógica interna das escolas e a elaboração de projetos educativos, assim como servir de material de reflexão para a prática de professores. (BRASIL, 1998, p.36).

Mas muitas metas dessa nova proposta curricular não chegaram a ser executadas. Na Geometria, só em 1998 com a publicação dos PCNs para 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental que houve uma efetiva mudança no ensino da Geometria e uma demonstração da real preocupação.

Para Lorenzato (1995), a partir dos anos 90, há uma defasagem no ensino da Geometria. Com isso tem sido deixado para ser ensinado no último bimestre, quando alunos e professores já estão esgotados. Isso ocorre porque há um despreparo dos professores em relação a esse conteúdo, que ficam inseguros em ministrar essa matéria. Os livros didáticos estão sendo desenvolvidos a partir de orientações dos PCNs sobre o conteúdo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - Ciclo II (BRASIL, 1998), que trata das séries finais do Ensino Fundamental – 5ª à 8ª série (6º ao 9º ano) são claros quanto aos objetivos relativos ao estudo da Geometria. A partir desses objetivos desenvolveremos este trabalho. São eles: reconhecimento de semelhanças e diferenças entre corpos redondos e poliedros, identificação de elementos como faces, vértices e arestas; e exploração das planificações de algumas figuras tridimensionais.

Outro documento importante, fundamentado nos Parâmetros Curriculares Nacionais, lançado para ajudar os professores no ensino da Matemática foi a Proposta Curricular do Estado de São Paulo (BRASIL, 2008) que tem como objetivo principal mapear informações relevantes e organizá-las em um documento único. Sobre o ensino da Geometria no Ensino Fundamental, a Proposta diz que o professor deve se ocupar do reconhecimento, da representação e das classificações das formas planas e espaciais trabalhando com contextos concretos com alunos da 5ª e 6ª séries (6º e 7º anos). É justamente isso que o nosso trabalho propõe: levar o concreto à sala de aula.

No próximo capítulo abordamos as diferenças e semelhanças entre os sólidos geométricos, bem como as suas características particulares. Demos ênfase somente aos assuntos que foram abordados nas atividades aplicadas, tais como as características dos poliedros convexos (prisma e pirâmide) e dos corpos redondos (cilindro e cone), bem como os poliedros de Platão e a relação de Euler.

2. SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Neste capítulo falaremos sobre as características dos sólidos geométricos. Daremos ênfase aos assuntos abordados nas atividades aplicadas em sala de aula como: definição de sólido geométrico; características dos poliedros convexos (prismas e pirâmides) e corpos redondos (cone, cilindro e esfera); semelhanças e diferenças entre eles; uma breve biografia de Platão e as particularidades de seus poliedros; além da relação de Euler e as planificações dos sólidos apresentados.

Essas características são importantes para que os alunos consigam diferenciar os sólidos e perceber as suas particularidades para que, nas séries posteriores, alguns conceitos como área, secções, volume, entre outros, possam ser trabalhados com mais facilidade.

As formas geométricas estão presentes em nosso cotidiano constantemente. Em alguns lugares que observamos há objetos que lembram formas planas, ou bidimensionais, como fotos e pinturas. Essas formas podem ser de vários tipos como triangulares, quadrangulares, retangulares, circulares, entre outras. Algumas delas são chamadas de polígonos e, dependendo do número de arestas (lados) e vértices, recebem uma nomenclatura. Algumas delas são bastante conhecidas, como mostra a Tabela 1, a seguir. A linha fechada circular é chamada de circunferência.

Números de lados	Nomenclatura
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Noneágono
10	Decágono

Tabela 1: Nomenclaturas dos polígonos

Além de figuras planas, encontramos, no nosso dia-a-dia, formas geométricas espaciais. O nome dado a essas figuras são sólidos geométricos. É importante lembrar que se trata de figuras tridimensionais, ou seja, os sólidos têm necessariamente três dimensões que são chamadas comprimento, largura e altura. Alguns exemplos de sólidos presentes no nosso cotidiano são: embalagens, prédios, geladeiras, bolas, brinquedos.

São muitos os tipos de sólidos geométricos e são divididos em duas categorias: os poliedros e os não poliedros.

2.1 Não Poliedros

São chamados de não poliedros os sólidos que têm ao menos uma face que não seja um polígono, ou seja, que tenha uma face curva; estes sólidos são também chamados de corpos redondos. Os corpos redondos que iremos dar ênfase no nosso trabalho são três: o cilindro, o cone e a esfera.

A forma cilíndrica é bastante conhecida por sua aplicação na arquitetura, nas embalagens de produtos domésticos, nos fios elétricos, entre outros. O cilindro é um não poliedro que, além de ter uma superfície lateral curva, tem duas bases iguais e paralelas circulares. Existem dois tipos de cilindro, o reto e o oblíquo (Figura 1). Dizemos que um cilindro é reto quando sua superfície lateral é perpendicular às bases, caso contrário são chamados de oblíquos. Os cilindros retos são conhecidos como cilindros de revolução, pois, os estudados nos Ensinos Fundamental e Médio são gerados pela rotação completa de um retângulo em torno de um de seus lados. Esse lado que sofre a rotação é chamado de geratriz (Figura 2).

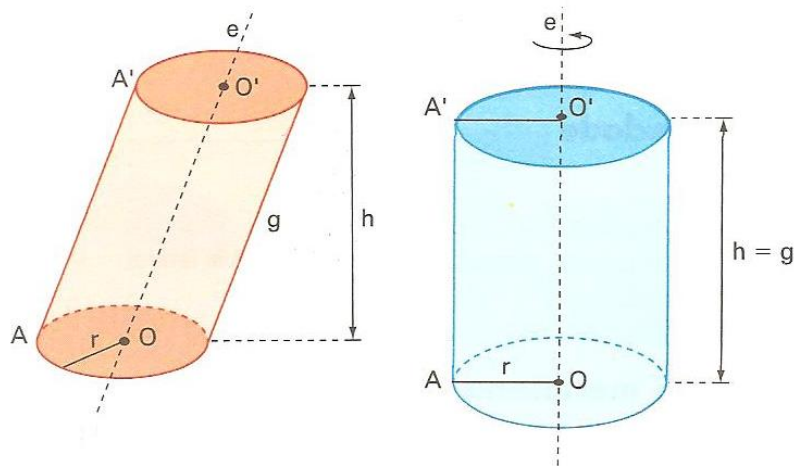


Figura 1: Cilindro oblíquo e reto

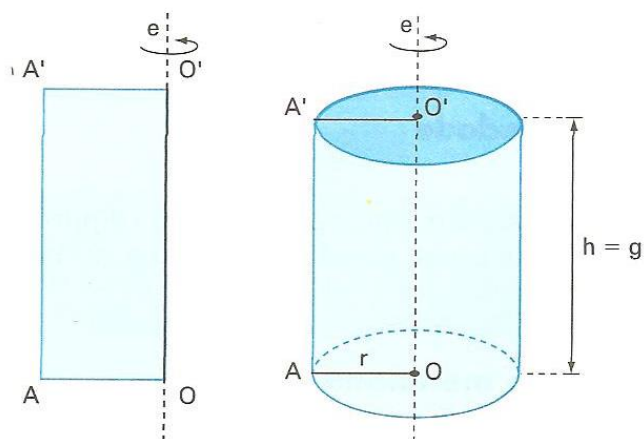


Figura 2: Rotação de um retângulo que forma o cilindro de revolução

O cone também é bastante encontrado no nosso dia-a-dia, em casquinha de sorvete, sinalizador de trânsito, chapéu de festa infantil, entre outros. O cone, estudado nos Ensinos Fundamental e Médio, é um corpo redondo que, além de uma superfície curva, tem uma só base que é um círculo. O cone também pode ser de dois tipos, o reto e o oblíquo; e segue a mesma condição do cilindro: os cones que tem o eixo perpendicular à base são os retos, caso contrário são chamados de oblíquos (Figura 3). Os cones retos também são conhecidos como cones de revolução (Figura 4).

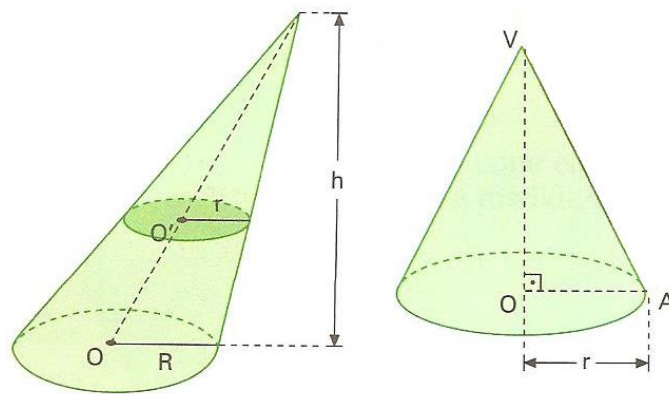


Figura 3: Cones oblíquo e reto

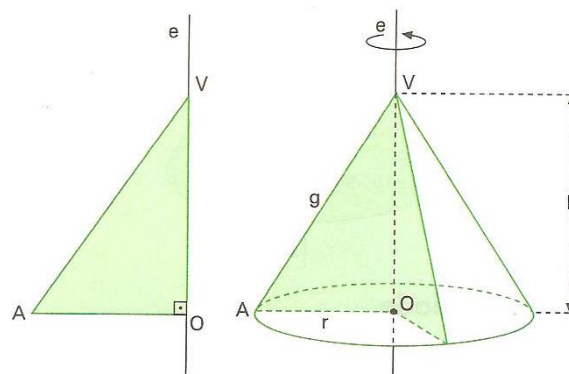


Figura 4: Rotação de um triângulo retângulo que forma o cone de revolução

Outro não poliedro que trabalharemos é a esfera. Trata-se de um sólido que conhecemos desde o início da infância, mais conhecida como bola, desenvolvendo a partir desse contato nosso conhecimento intuitivo sobre essa forma.

A esfera é o corpo redondo que tem toda a superfície curva. A superfície esférica é a gerada pela rotação completa de um semicírculo em torno de um eixo que contenha o seu diâmetro (Figura 5).

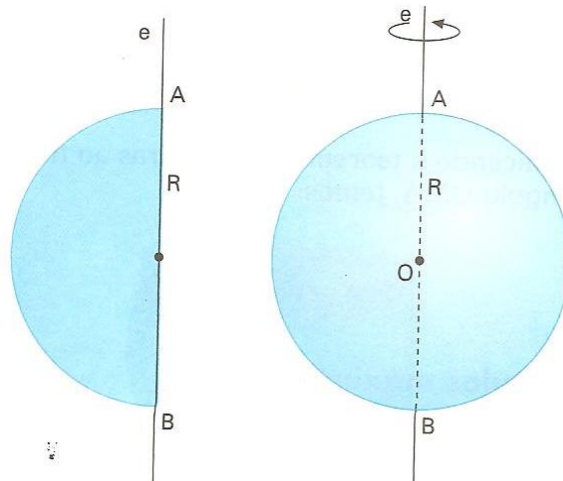


Figura 5: Rotação de um semicírculo para formar uma esfera

Além desses não poliedros, existem outros que não estão presentes no conteúdo que será trabalhado em sala de aula, conforme representados na Figura 6. Um deles é o elipsóide de revolução, que se trata de um sólido que resulta da rotação de uma elipse em torno de seu eixo menor. Já o toro é um sólido resultado da rotação de uma circunferência em torno de um eixo que não está contido nessa, com o formato parecido com um pneu.

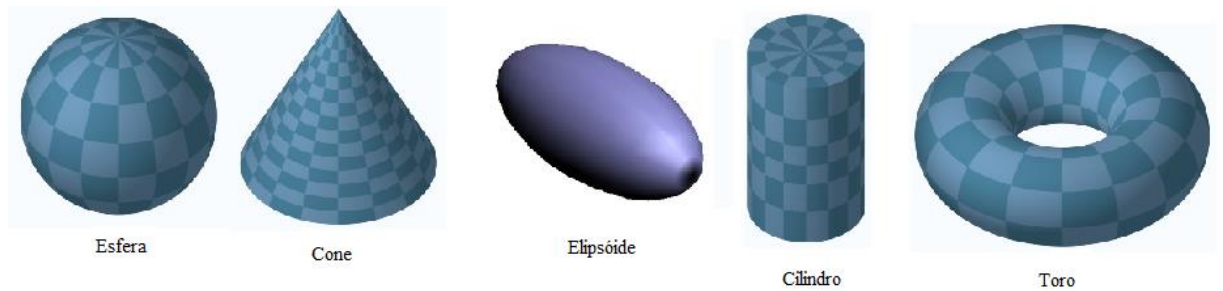


Figura 6: Exemplos de não poliedros

2.2 Poliedros

2.2.1 Superfície Poliédrica Convexa

Considerando um conjunto de n regiões poligonais convexas P_1, P_2, \dots, P_n , $n \geq 4$, tais que:

- 1) duas regiões poligonais quaisquer estão contidas em planos distintos,
- 2) cada lado de uma região poligonal é comum a duas, e somente duas, regiões poligonais, e
- 3) o plano de cada região deixa todas as demais regiões poligonais num só dos semi-espacos determinados por esse plano.

Chama-se superfície poliédrica convexa limitada fechada, ou simplesmente superfície poliédrica convexa, a união dessas regiões poligonais.

A ilustração abaixo (Figura 7) mostra um exemplo de superfície poliédrica convexa.

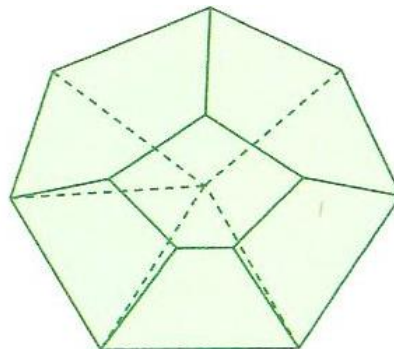


Figura 7: Exemplo de superfície poliédrica convexa

2.2.2 Poliedro Convexo

Dada uma superfície poliédrica convexa, de acordo com a definição, cada região poligonal determina um só semi-espaco que contém as demais regiões. A união de uma superfície poliédrica convexa com o seu interior é chamada poliedro convexo.

A palavra poliedro vem do latim e significa muitos (poli) lados (edro). Os poliedros recebem nomes conforme o número de faces que apresentam. Essa nomenclatura é especificada na Tabela 2, a seguir.

Nome	Número de faces
Tetraedro	4
Pentaedro	5
Hexaedro	6
Heptaedro	7
Octaedro	8
Decaedro	10
Dodecaedro	12
Icosaedro	20

Tabela 2: Nomenclatura e número de faces de alguns poliedros

2.2.2.1 Elementos

As regiões poligonais que limitam os sólidos são chamadas de faces.

Os lados, os vértices e os ângulos desses polígonos são chamados, respectivamente, arestas, vértices e ângulos das faces da superfície poliédrica convexa, ou somente ângulos da face.

Chama-se de interior da superfície poliédrica convexa o conjunto de pontos comuns nos p semi-espaços determinados pelas três condições que definem superfície poliédrica convexa.

Observações:

- 1) Duas faces quaisquer sempre estarão em planos distintos;
- 2) Toda aresta é comum a apenas duas faces;
- 3) Cada aresta contém somente dois vértices;
- 4) Poliedros convexos não são necessariamente iguais, só por terem o mesmo número de faces. A ilustração abaixo (Figura 8) mostra dois hexaedros.

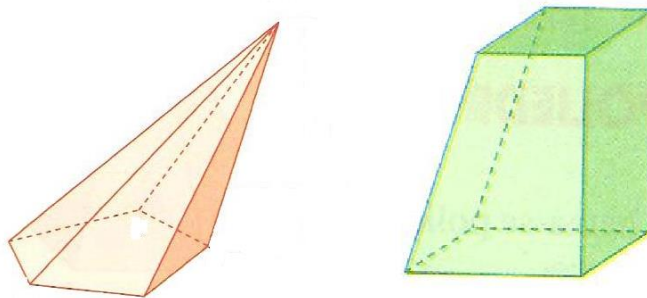


Figura 8: Dois tipos diferentes de hexaedros

2.2.2.2 Relação de Euler

A relação de Euler diz que em todo poliedro convexo, ou em toda superfície poliédrica convexa fechada, é válida a relação $V + F = A + 2$, ou seja, que o número de vértices mais o número de faces é igual ao de arestas mais dois.

Podemos constatar facilmente essa relação se analisarmos alguns poliedros convexos, como mostra a Tabela 3, a seguir.

Poliedro	V	F	A	$V+F=A+2$
Tetraedro	4	4	6	$8=8$
Pentaedro	6	5	9	$11=11$
Hexaedro	8	6	12	$14=14$

Tabela 3: Relação entre os números de vértices, faces e arestas de alguns poliedros

2.2.2.3 Poliedros de Platão

Platão (428-348 a.C.) foi um filósofo grego nascido em Atenas, que era o centro de atividade matemática da época, guiando o conhecimento dessa ciência. Sobre as portas de sua escola lia-se: “Que ninguém que ignore a Geometria entre aqui”. Seu entusiasmo pelo assunto fez com que se tornasse conhecido não como matemático, mas como “o criador dos matemáticos”.

Estudou os poliedros e, em particular, alguns tipos de poliedros que apresentavam determinadas características e que são conhecidos como poliedros de Platão.

Assim, esses poliedros devem satisfazer as seguintes condições:

- 1) Todas as faces têm o mesmo número de arestas;
- 2) Em todos os vértices chegam o mesmo número de arestas;
- 3) Obedecem à relação de Euler.

Um poliedro convexo que apresenta todas as faces e vértices com o mesmo número de arestas recebe o nome de poliedros de Platão.

Com base nessa definição, pode-se demonstrar que existem cinco, e somente cinco, tipos de poliedros de Platão (Figura 9). Esses cinco tipos são:

- Tetraedros: quatro faces triangulares
- Hexaedros: seis faces quadrangulares
- Octaedros: oito faces triangulares
- Dodecaedros: doze faces pentagonais
- Icosaedros: vinte faces triangulares

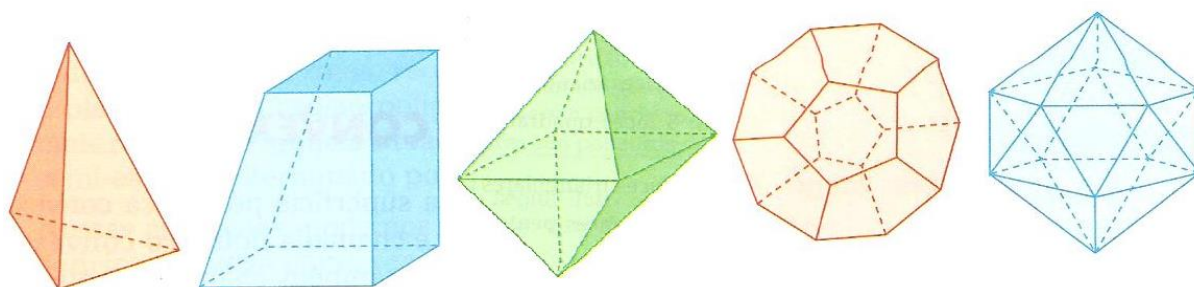


Figura 9: Poliedros de Platão

2.2.2.4 Poliedros Regulares

Chamam-se poliedros regulares os poliedros convexos, tal que:

- a) suas faces são polígonos regulares congruentes entre si;
- b) seus vértices são ângulos poliédricos entre si.

Assim, existem cinco, e somente cinco, tipos de poliedros regulares.

De fato, como as faces são polígonos regulares congruentes entre si, segue-se que todas as faces têm o mesmo número de arestas. Por outro lado, como todos os vértices são ângulos poliédricos regulares congruentes entre si, então todos os vértices têm o

mesmo número de arestas. Por essas conclusões, e por serem convexos, resulta que os poliedros regulares são poliedros de Platão.

Os desenhos ilustrados na Figura 10, a seguir, mostram os cinco tipos de poliedros regulares, bem como suas respectivas formas planificadas.

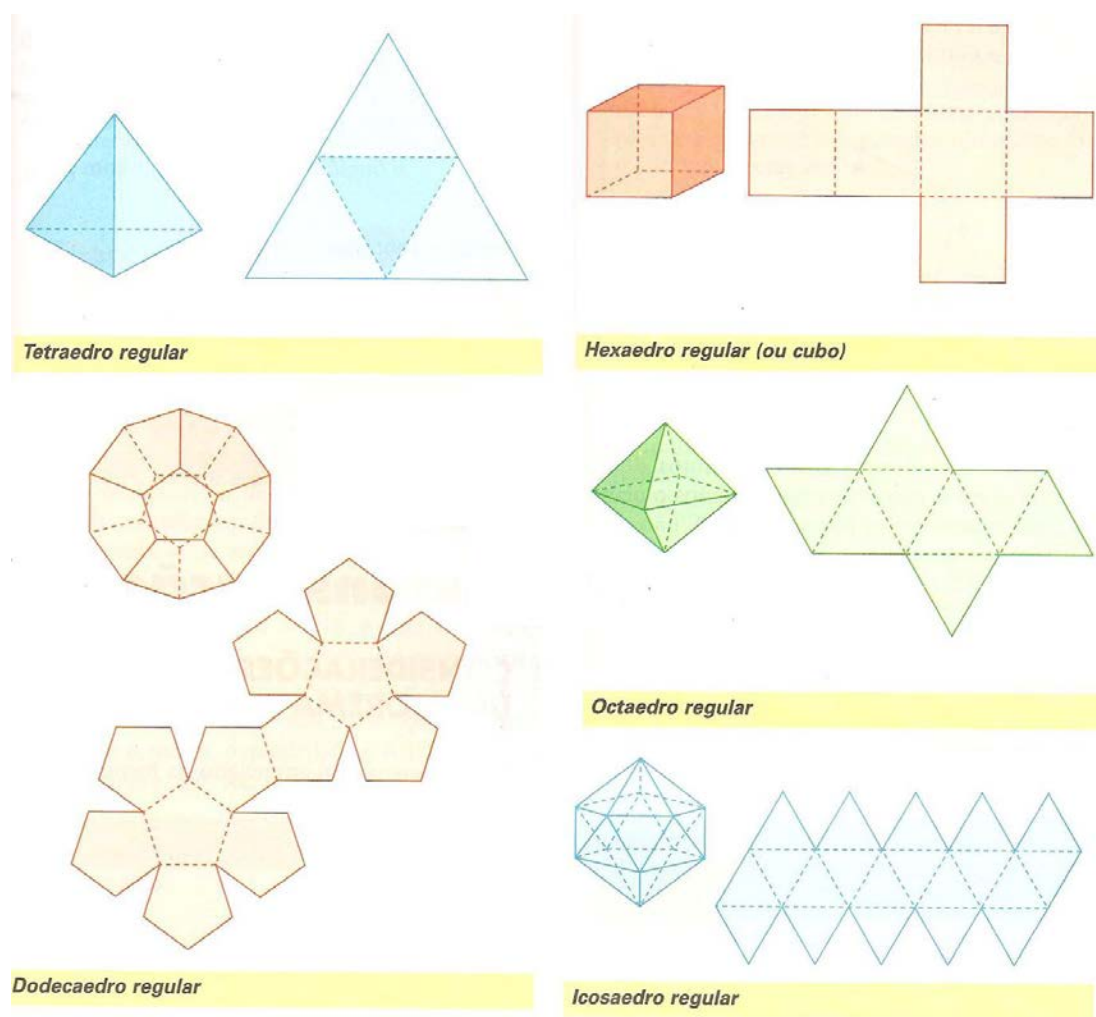


Figura 10: Poliedros regulares e suas respectivas planificações

Os poliedros regulares são conhecidos por serem encontrados na natureza. Alguns exemplos disso citamos a seguir. Os cristais de sal (de cozinha) que quando vistos em uma chapa de raio X apresentam uma estrutura cúbica, e que nos seus vértices são encontrados íons de cloro e íons de sódio, alternadamente. Existe um grupo de microorganismos unicelulares, os radiolárias, cuja forma geométrica, em geral, é a de um poliedro regular e que tem alguns componentes com forma

aproximadamente semelhante à de tetraedros. Uma recente análise de vírus, por meio de raios X, revelou que sua forma é de poliedros regulares e não forma esférica como se pensava antes.

2.3 Prismas

Quando duas das faces opostas de um poliedro são polígonos congruentes, situados em planos paralelos e as demais faces são paralelogramos, ele é chamado de prisma, como mostra a Figura 11.

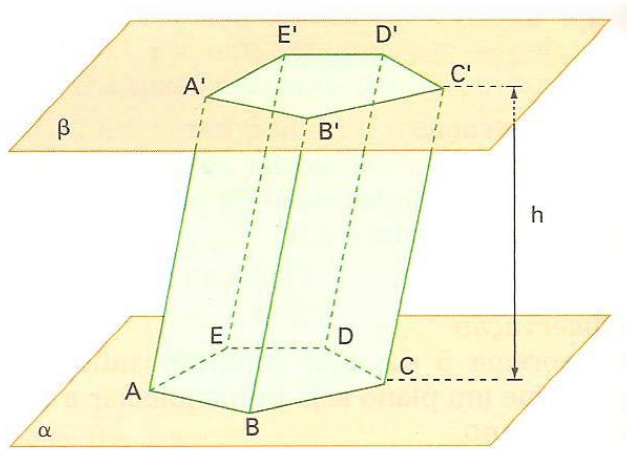


Figura 11: Prisma

Nessa figura, os pentágonos convexos ABCDE e A'B'C'D'E' são congruentes e estão situados em planos paralelos. As faces ABB'A', BCC'B', CDD'C', DEE'D' e EAA'E' são paralelogramos.

2.3.1 Elementos e nomenclaturas

Considerando o prisma representado na Figura 11:

- Os polígonos ABCDE e A'B'C'D'E' são chamados bases do prisma.
- Os paralelogramos ABB'A', BCC'B', CDD'C', DEE'D' e EAA'E' são chamados faces laterais do prisma.

- Os segmentos AB, BC, CD, DE, EA, A'B'', B'C'', C'D'', D'E'' e E'A'' são as arestas da base.
- Os segmentos AA'', BB'', CC'', DD'' e EE'' são as arestas laterais.
- A distância h entre os planos α e β , que contém as bases ABCDE e A'B'C'D'E'', é a altura do prisma

Conforme o número de lados dos polígonos das bases, os prismas são chamados triangulares, quadrangulares, pentagonais, hexagonais e assim por diante. Assim, o prisma da Figura 11 é um prisma pentagonal.

2.3.2 Classificação

Os prismas são classificados em dois tipos: prismas oblíquos e prismas retos.

Prisma oblíquo é aquele cujas arestas laterais são oblíquos a base, ou seja, não perpendiculares.

Prisma reto é aquele cujas arestas laterais são perpendiculares à base. Em um prisma reto as faces laterais são retângulos.

A Figura 12, a seguir, mostra um Prisma regular que é reto e cujas bases são polígonos regulares, assim as faces laterais são retângulos congruentes entre si.

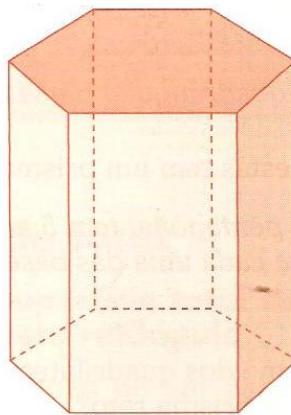


Figura 12: Prisma regular reto

Prisma regular é um prisma reto cujas bases são polígonos regulares, assim as faces laterais são retângulos congruentes entre si.

2.3.3 Superfície

Chamamos de superfície lateral de um prisma a união das faces laterais.

Superfície total é a união da superfície lateral com as bases.

A Figura 13 representa a superfície total de um prisma regular hexagonal reto, desenvolvida em duas dimensões. Esse tipo de representação recebe o nome de planificação.

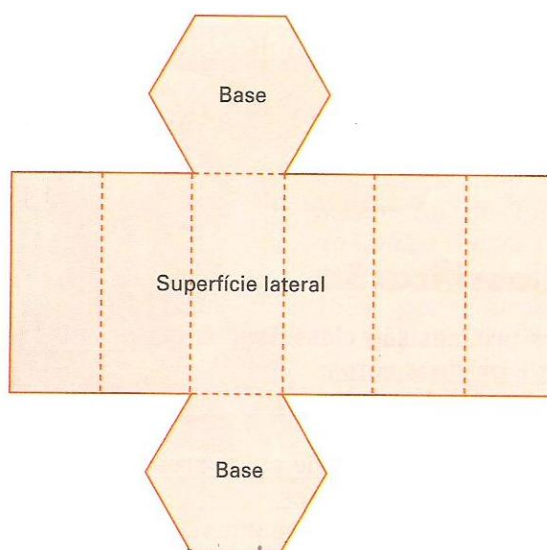


Figura 13: Superfície total de um prisma regular hexagonal reto

2.3.4 Prisma Notável

O prisma mais conhecido é o cubo, que é um paralelepípedo reto retângulo que tem todas as arestas congruentes entre si e suas seis faces são quadrados congruentes entre si. Nota-se que o cubo é um hexaedro regular, um dos cinco tipos de poliedros regulares, conforme mostra a Figura 14.

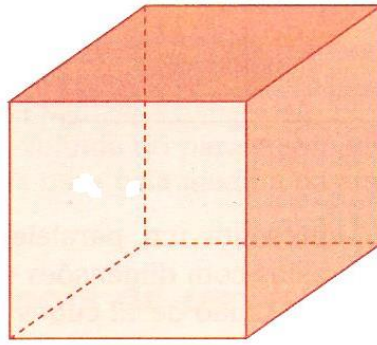


Figura 14: Cubo

2.4 Pirâmides

Pirâmide é um poliedro convexo em que uma face é um polígono convexo qualquer, chamado de base, e as demais faces são triângulos que têm um vértice em comum, conforme mostra a Figura 15.

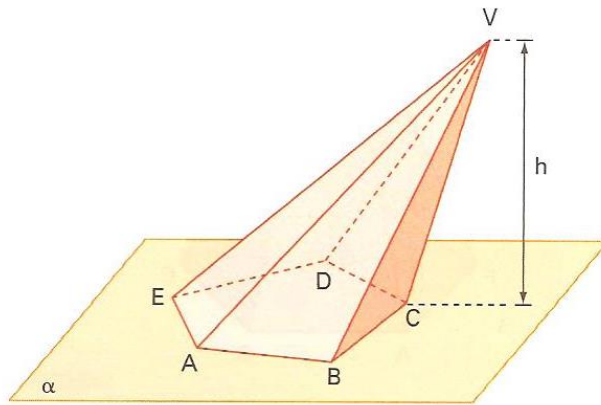


Figura 15: Pirâmide

O polígono convexo ABCDE é a base dessa pirâmide, e os triângulos VAB, VBC, VCD, VDE e VEA são suas faces laterais.

Indicamos a pirâmide como $V(ABCDE)$.

2.4.1 Elementos e nomenclaturas

Considerando a pirâmide representada na Figura 15:

- O ponto V, comum às faces laterais, é o vértice da pirâmide.
- Os segmentos AB, BC, CD, DE e EA são as arestas da base.
- Os segmentos VA, VB, VC, VD e VE são as arestas laterais.
- A distância h do vértice da pirâmide ao plano α que contém a base é a altura da pirâmide.

O nome de uma pirâmide é dado pelo número de lados do polígono da base (triangulares, quadrangulares, pentagonais, hexagonais e assim por diante). Assim, a pirâmide da figura acima é uma pirâmide pentagonal.

2.4.2 Classificação

Assim como os prismas, as pirâmides também são classificadas como oblíquas e retas, seguindo as mesmas definições.

Existem também as pirâmides regulares que correspondem a uma pirâmide cuja base é um polígono regular, assim como nos prismas, e a projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base é o centro do polígono da base, conforme mostra a Figura 16.

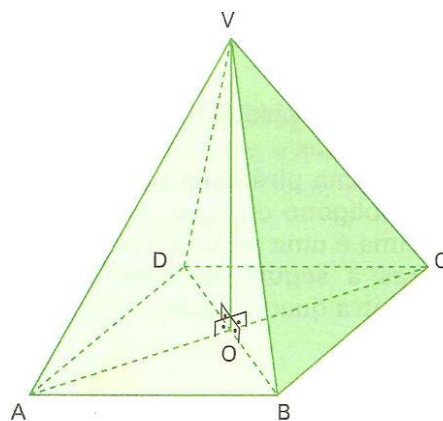


Figura 16: Pirâmide quadrada regular com seus elementos

A projeção ortogonal do vértice V sobre a base é o centro O do quadrado ABCD.

Assim, temos a seguinte propriedade: em uma pirâmide regular, as suas faces laterais são triângulos isósceles congruentes entre si, conforme mostra a Figura 16.

De fato, considerando a pirâmide quadrada $V(ABCD)$, por exemplo, e sendo “O” o centro da base, temos os seguintes triângulos VOA , VOB , VOC e VOD , que são congruentes pelo caso LAL (lado-ângulo-lado) e, então, $VA=VB=VC=VD$. Portanto, os triângulos VAB , VBC , VCD e VDA são isósceles e congruentes entre si.

2.4.3 Superfície

Chamamos de superfície lateral de um prisma a união das faces laterais. Superfície total é a união da superfície lateral com as bases.

A Figura 17 representa a superfície total de uma pirâmide regular hexagonal regular, desenvolvida em duas dimensões. Esse tipo de representação é chamado de planificação.

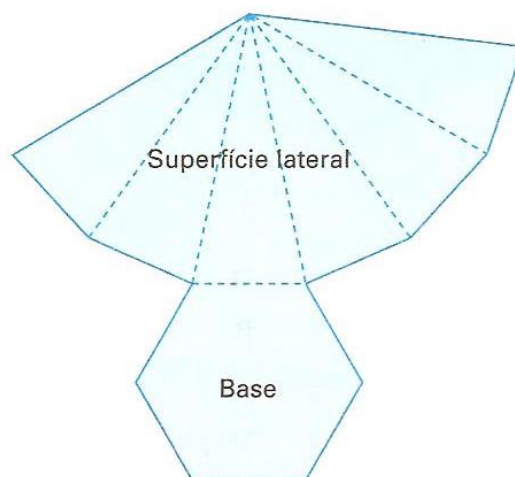


Figura 17: Planificação de uma pirâmide regular hexagonal

2.4.4 Pirâmides Notáveis

O tetraedro regular é um tetraedro que tem as seis arestas congruentes entre si. Em um tetraedro regular, as quatro faces são triângulos equiláteros. Nota-se que o tetraedro regular é um dos cinco tipos de poliedros regulares, conforme mostra a Figura 18.

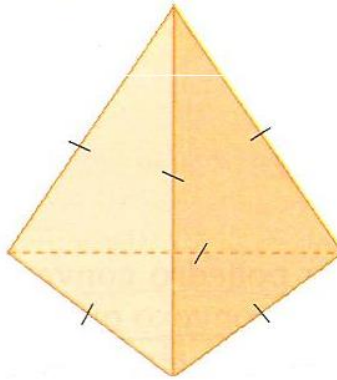


Figura 18: Tetraedro regular

2.5 Cilindro de revolução

Cilindro de revolução é um sólido gerado pela rotação completa de um retângulo em torno de um de seus lados, como mostra a Figura 2. É também chamado de cilindro circular reto.

2.5.1 Elementos e notações

O cilindro é gerado pela rotação completa de um retângulo em torno de seu lado, esse lado é chamado de eixo de rotação (OO'').

Temos também o raio das bases (r); a geratriz (g) que no caso do cilindro circular reto coincide com a altura (h).

E o lado do retângulo paralelo ao lado do eixo se chama geratriz da superfície lateral.

2.5.2 Classificação

O cilindro de revolução é sempre reto, ou seja, o eixo de rotação é sempre perpendicular à base. Mas está dividido em duas categorias: os equiláteros e ou não equiláteros.

Um cilindro é equilátero se, e somente se, for um cilindro de revolução e a medida de sua altura for igual à medida de um diâmetro da base. Assim, toda secção meridiana é um quadrado. Já o cilindro não equilátero não possui esta característica.

2.5.3 Superfície

A superfície lateral de um cilindro de revolução (Figura 19) é a união de suas geratrizes, que é equivalente a um retângulo cujas dimensões são a altura do cilindro e o comprimento da circunferência da base.

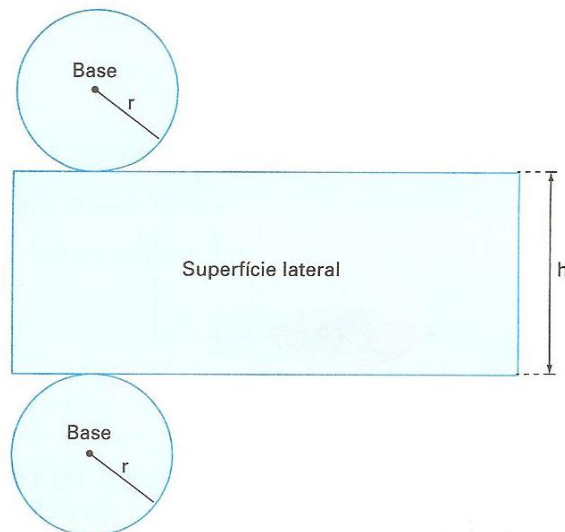


Figura 19: Planificação de um cilindro de revolução

2.6 Cone de Revolução

O sólido gerado pela rotação completa de um triângulo retângulo em torno de um de seus catetos recebe o nome de cone de revolução, que também é chamado de cone circular reto, como mostra a Figura 4.

2.6.1 Elementos e notações

O cone é gerado pela rotação completa de um triângulo retângulo em torno de um de seus catetos, esse lado é chamado de eixo de rotação (VO).

Temos também o raio das bases (r); altura (h); e o ponto V que é chamado de vértice do cone.

Chama-se a hipotenusa (VA) do triângulo que gera o cone se de geratriz da superfície lateral.

2.6.2 Classificação

Assim como no cilindro, o cone de revolução é sempre reto, mas também é dividido em equiláteros ou não.

O cone equilátero é um cone de revolução cuja geratriz é congruente a um diâmetro da base. Assim, toda secção meridiana de um cone equilátero é um triângulo retângulo.

2.6.3 Superfície

Superfície lateral de um cone de revolução é a união de suas geratrizes. Planificando a superfície lateral de um cone de revolução obtemos um setor circular. A Figura 20 representa a planificação de um cone de revolução.

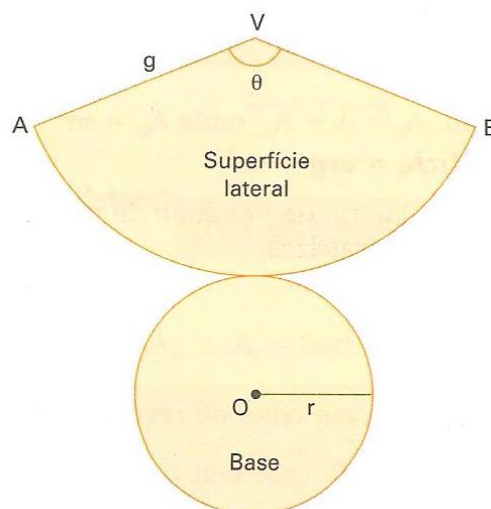


Figura 20: Planificação de um cone de revolução

No próximo capítulo, apresentamos outros trabalhos que abordam o uso de materiais manipulativos em sala de aula, destacando alguns comentários dos autores e as conclusões obtidas a partir da realização desses trabalhos.

3. UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS MANIPULATIVOS EM AULAS DE MATEMÁTICA

No artigo “Eu trabalho primeiro no concreto”, Adair Mendes Nacarato conta suas experiências com o uso de material concreto no ensino da Geometria. O texto mostra que é cada vez mais comum ouvir professores, tanto do Ensino Fundamental quanto do Médio, dizendo que o uso de materiais concretos no ensino da Matemática é um facilitador. Por outro lado, mostra também que a maioria dos professores especialistas não concorda com essa afirmação alegando que tal uso é perda de tempo.

As perguntas para objetivar a pesquisa são as feitas por todo professor, não só de matemática: “Qual posição assumir? É importante utilizar materiais manipuláveis em sala de aula? De que tipo? Em quais conteúdos?” (NACARATO, 1993, p.1). Essas perguntas são difíceis de responder, pois não há muitos trabalhos sobre esse assunto, o que mostra a falta de preocupação de alguns profissionais em relação a isso.

Serrazina (1990) observa que o uso de materiais manipulativos em sala de aula depende de um cuidado especial por parte do professor para orientar

A discussão sobre o uso de materiais manipuláveis começou em 1990 com Schliemann, Santos e Costa (1992) com a crença de que “a manipulação de material concreto garantiria a aprendizagem da Matemática” (p.99). Mas em seu artigo “Novas Contribuições da Psicologia aos Processos de Ensino Aprendizagem” (1992), as autoras apontaram que esses materiais não ajudavam em nada no ensino de Matemática. Essa discussão ocorre há mais de uma década, mas mesmo assim alguns professores continuaram acreditando no “milagre” que esses materiais podem fazer, ou seja, acreditam que exista um modo de trabalho que possa ser utilizado em qualquer situação. É importante destacar que, para que o uso desses materiais remeta à aprendizagem, é fundamental que o professor promova a interação em sala de aula, atuando na sua Zona de Desenvolvimento Proximal (VYGOTSKY, 1981) dos alunos.

Um dos primeiros a incentivar o uso de materiais concretos, foi Pestalozzi, no século XIX, ao dizer que a Matemática deveria ser ensinada a partir de realizações de ações concretas e experimentações, embutindo assim o uso desses materiais. Mas só em 1920 que no Brasil esse discurso começou a mudar a educação. Essa tendência

ficou conhecida como “empírico-ativista, decorrente dos ideais escolanovistas que se contrapunham ao modelo tradicional de ensino no qual o professor era tido como elemento central do processo de ensino” (NACARATO, 1993, p.2).

Pestalozzi, no século XIX, foi o primeiro a defender o uso de recursos didáticos nas salas de aula, principalmente nas aulas de Matemática. Assim surgiu uma nova tendência chamada de empírico-ativista em que o aluno mantém o papel principal do ensino, antes preenchido pelo professor. Esse método tinha como lema o princípio de que “aprende-se a fazer fazendo” valorizando assim a visualização, a ação e a manipulação, a partir da utilização de jogos, situações lúdicas e experimentais.

Em 1970, essa idéia de ensino empírico-ativista volta com força por meio do Movimento da Matemática Moderna. Em São Paulo, por exemplo, houve um grande investimento na confecção de materiais didáticos.

Segundo Pais (2000, p.3), os materiais manipulativos “são criações pedagógicas desenvolvidas para facilitar o processo de aquisição do conhecimento”, mas que os professores devem estar preparados para conduzir as aulas ao utilizarem esses tipos de materiais. Ao citar Fiorentini (1990), que analisou essa mesma tática, Pais enfatiza que a escolha do material a ser levado em sala de aula deve ser bem feita porque nem sempre é realizada com a devida clareza quanto a sua fundamentação teórica.

A psicologia também teve um papel muito importante nessa discussão. Segundo Nacarato (1993, p.2) “a proposição mais importante que o professor pode tirar do trabalho de Piaget e seu uso na classe é que as crianças, especialmente as mais novas, aprendem melhor com atividade concreta”. Além de Piaget, Dienes também foi um pesquisador que dedicou seu tempo, nos anos 70, para estudar e propor atividades e materiais didáticos para ensinar Matemática.

Muitos livros didáticos vêm com desenhos de materiais manipuláveis e atividades propostas que cabe ao professor organizar, confeccionar e aplicar. Mas a maioria não sabe como lidar com eles, ou as condições de trabalho não favorecem, como salas superlotadas ou falta de material pra a confecção. Um erro comum cometido pelos professores é a má utilização de materiais o que acaba tornando ainda mais abstrato o ensino da Geometria. Os materiais ajudam no ensino-aprendizagem quando manipulados com orientação, mas podem prejudicar o trabalho quando não são

contextualizados corretamente. Outra dificuldade encontrada é a falta de interesse dos alunos.

No caso da Geometria, há materiais milenares, como o Tangram, e outros foram desenvolvidos ao longo dos anos como o Geoplano e o conjunto de sólidos geométricos. Estudos sobre essa área apontam que o que importam são os processos de visualização. “O significado léxico atribuído à visualização é o de transformar conceitos abstratos em imagens reais ou mentalmente visíveis” (NACARATO e PASSOS, 2003, p. 78). Os materiais desenvolvidos devem visar à construção de imagens mentais por parte dos alunos, assim depende da exploração dos materiais para desenvolver a visualização. Os estudos de Pais (2000) e Andrade (2004) mostram que a Geometria deve ser trabalhada de forma mais exploratória, baseada em experimentações e conceitualização/abstração. Antes disso, em 1996, Pais destaca quatro elementos essenciais no ensino da Geometria: objeto real, desenhos, imagens mentais e conceitos de natureza real e abstrata.

Em seu artigo “Eu trabalho primeiro no concreto” (2005), Nacarato fez uma reflexão, visando o objetivo central que é mostrar a importância da utilização de materiais concretos no ensino da Matemática. Ela fez críticas e mostrou alguns equívocos que podem ocorrer, pois o uso de material didático não é a salvação para o ensino da Matemática. E termina ressaltando que depende do professor o bom andamento da aula, “ele deve refletir sobre o uso de materiais didáticos nas aulas e discutir alguns significados do que seja „trabalhar no concreto“” (NACARATO, 1993, p. 7).

Em seu artigo “Caleidoscópio para o ensino da Geometria”, Batistela faz uma análise do uso de materiais manipulativos em sala de aula enfatizando a mediação do professor no direcionamento das atividades propostas.

É possível através desses instrumentos provocar situações de aprendizagem que propiciam ao estudante e professor visão e noção de uma maneira diferente de se estudar alguns conceitos e temas de natureza geométrica, porém alertamos para a necessidade da mediação do professor no direcionamento das atividades propostas para que a relação em termos de ensino-aprendizagem por meio desses instrumentos seja profícua. (BATISTELA, s.d., p. 8)

No artigo “O abandono do ensino da Geometria e suas implicações no ensino fundamental” (NASCIMENTO, s.d.) foi feita uma pesquisa com alunos da última série

do ensino fundamental, ou seja, em uma classe em que os alunos deveriam estar aptos a entrar no ensino médio. No entanto, muitos deles apresentavam grande dificuldade com a Matemática. Eles concluíram que algumas atividades podem ser desenvolvidas utilizando materiais manipulativos e situações do cotidiano, e que esses recursos ajudam no ensino-aprendizagem da Geometria.

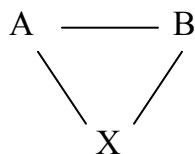
Nesta pesquisa, verificamos se o uso de materiais manipulativos viabiliza o ensino-aprendizagem do conteúdo de Geometria escolhido: sólidos geométricos. Apresentamos uma atividade e aplicamos em uma sala de Ensino Fundamental, que enfrentava dificuldades comuns entre os alunos a respeito dos conceitos relativos a esse tema.

O próximo capítulo aborda a teoria de Vygotsky, que fundamenta a aplicação e a análise dos dados do presente trabalho. Trabalhamos partindo das pré-concepções dos alunos, promovendo a interação social na sala de aula.

4. A TEORIA DE VYGOTSKY

Vygotsky e seus colaboradores, Luria e Leontiev, a partir da década de 1920, desenvolveram na União Soviética uma teoria baseada na construção sócio-histórica ou histórico-cultural da mente. E hoje, a psicologia, em várias partes do mundo, está dando muita ênfase a essas idéias. Os traços mais importantes da teoria são: mediação, internalização, desenvolvimento proximal, formação de conceito, afetividade e criatividade.

Mediação – O fator sócio-cultural gera a divisão social, o que provoca uma crescente modificação das atividades psíquicas no ser humano. Outro fator que intervém no pensamento humano é o uso de signos, como a linguagem, os sistemas de contagem, diagramas, mapas, memorizações, símbolos algébricos, cujo uso modifica as funções psíquicas superiores, desde que possuam um significado. E como exemplo do estímulo resposta acrescenta uma relação triangular em que



A – estímulo

B – estímulo relacionado ao A (reflexo condicionado)

X – instrumento psicológico

Essa relação mostra que a linguagem supera a importância dos símbolos.

Internalização – A interação social se dá por meio dos significados, proporcionando o desenvolvimento das funções psíquicas superiores. A criança desenvolve seu pensamento partindo do social para o individual, tendo por base sua vivência histórico-cultural por meio das pessoas mais próximas que, ao interpretar suas atitudes atribuem a elas seus significados. Na medida em que a criança incorpora esses significados, somam-se a eles outros já existentes.

Desenvolvimento proximal – Existe no processo ensino-aprendizagem uma relação entre o que o aluno já sabe e sua capacidade potencial de aprender. Vygotsky sugere meios e materiais diferenciados como ajuda externa para auxiliar os alunos que

têm dificuldades em aprender, com perguntas-guia, exemplos e demonstrações, assim como construção de novas ações inspiradas em modelos.

Para Vygotsky (1981), Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) é um conceito que define a distância entre o nível de desenvolvimento real, que é a capacidade do aluno resolver um problema sem ajuda, e o nível de desenvolvimento potencial, que é determinado através da resolução de problemas sob orientação de um adulto (no caso do ensino, de um professor) ou colaboração de um companheiro (colega de classe). Vygotsky chamou de ZDP a série de informações que uma pessoa tem a potencialidade de aprender mas ainda não completou o processo, ou seja, conhecimentos fora de seu alcance atual, mas potencialmente atingíveis.

Formação de conceitos – Se apresenta sob dois aspectos. Os aspectos espontâneos são os aprendidos naturalmente; já os sistemáticos são os aprendidos por meio de metodologia própria, sistematizada e específica. O aluno deve aprender não só a construir conceitos científicos e suas relações com um conhecimento mais amplo, mas também há necessidade de que os conceitos espontâneos sejam inseridos numa sistematização.

As relações entre significado (linguagem) e sentido (pensamento) mostram que o sentido está ligado ao contexto, porém o significado sofre variações ao longo do tempo.

Criatividade – A criatividade se apresenta como um processo complexo. Vygotsky (1990) cita várias etapas para sua efetivação:

- 1) reorganização do material existente no cérebro, com conseqüente dissociação e associação das impressões sensoriais. (Lembra que toda impressão é experiência da com um todo complexo, composto por numerosas partes);
- 2) divisão das impressões em diferentes partes, das quais umas serão retidas na mente e outras deixadas de lado;
- 3) alteração ou distorção das partes retidas (Este processo baseia-se nas dinâmicas das nossas excitações nervosas internas e coordenação de imagens);
- 4) união ou associação dos elementos que foram dissociados e alterados. (Isto pode se dar sob diferentes formas, como, por exemplo, a união de imagens subjetivas com objetivas proveniente do conhecimento científico);
- 5) combinação de diferentes formas em um sistema, constituindo um quadro complexo. (MOYSÉS, 2009, p. 42 e 43)

A criatividade também se desenvolve a partir da atividade criativa na fantasia amadurecida do adulto.

Embora Vygotsky tenha tratado superficialmente o estudo das relações entre conteúdo e desenvolvimento cognitivo, seus seguidores aprofundaram esses estudos.

Petrovsky (1980) se voltou para o ensino da Matemática. Os métodos que mais favorecem o desenvolvimento mental são os que levam o aluno a pensar. O ponto de partida é o aspecto sensorial, mais abstrato, mais geral. O uso de material figurativo-concreto deve ser usado como forma de construir o pensamento lógico-conceitual. A interação entre imagem e palavra tem por base investigar qual a estratégia mais adequada a essas duas variedades de estímulo.

Para Leontiev (1978), o material visual precisa desempenhar uma função psicológica no sentido de ajudar o aluno a captar a essência do fenômeno estudado. A importância do material figurativo-concreto está na dependência do significado que esse material tem para o aluno. Leontiev destaca a relação entre atividade e consciência, presentes no processo de aprendizagem. Elas devem andar juntas. Esse estudo o levou à elaboração da chamada teoria da atividade (Leontiev 1978, 1989; Wertsch 1981).

A constatação dessa afirmação foi comprovada no seguinte experimento que consistiu em comparar o resultado de dois grupos de pessoas submetidos a duas tarefas, aparentemente idênticas do ponto de vista externo, mas diferentes do ponto de vista psicológico. O grupo que teve um resultado positivo foi o que associou a atividade à consciência, isto é, esteve mais atento ao realizar a tarefa.

A atividade compartilhada ou grupal na aprendizagem dos conteúdos foi estudada por muitos pesquisadores, porém seguem dois princípios: como contribui para o desenvolvimento das funções mentais superiores e de que forma favorece a aquisição do conhecimento. Com relação ao primeiro, as americanas Forman e Cazden (1988) constataram que expressar seu pensamento a outras pessoas, ajuda o aluno a organizá-lo e a atividade sendo compartilhada desenvolve o conceito de colaboração mútua. Isso ocorre porque muitas vezes o professor acha que o conteúdo está explícito e que os alunos terão um bom nível de compreensão; porém alguns alunos não têm conhecimento anterior do que está sendo mostrado e o processo de aprendizagem é comprometido.

Dentre os diversos trabalhos de Rubtsov, vale destacar três.

O primeiro, em (1989), destaca que o fator social e a atividade compartilhada é uma excelente forma de transmissão cultural. O aluno tem oportunidade de expressar com lógica as ideias que traz de seu meio sócio-cultural. Com esse estudo, ele pôde concluir que existem alguns níveis de participação do grupo; o primeiro é um objetivo comum que é o de realizar a sua parte na atividade; já um segundo nível se caracteriza pela ajuda aos outros integrantes; e por fim, quando a colaboração passa a ser o objetivo principal.

Em um segundo estudo, Rubtsov e Guzman (1984; 1985) identificaram os mecanismos psicológicos que auxiliam a aprendizagem. Ao organizar o trabalho em duplas, concluiu que a troca de informações incentiva a busca de respostas satisfatórias, pois quando o resultado não é satisfatório, aumenta o jogo de culpa entre eles. Caso contrário, eles se envolvem na procura da solução.

Já em um terceiro estudo, Rubtsov (1991) procurou comparar as escolas soviética e ocidental. Nesse estudo, voltado para a aprendizagem dos conteúdos com alunos de 12 e 13 anos com base no pensamento de Vygotsky e Piaget, ficou evidente que o resultado essencial de uma aprendizagem acontece quando alunos com visões diferentes conseguem elaborar um modo comum de resolução de novos problemas.

Rubtsov (*apud* Rivina, 1991, p. 165-166) destaca quatro fatores para o bom desempenho das atividades compartilhadas: 1) um modelo que esteja à disposição das ações individuais do grupo; 2) divisão e rodízio das atividades de base entre os participantes conforme o conteúdo estudado; 3) aparecimento de uma situação de conflito, provocando a necessidade de mudança da interação habitual; 4) apresentação do trabalho sob a forma de uma atividade lúdica.

Baseado nas ideias de Vygotsky, o conhecimento matemático numa visão sócio-histórica, deveria ser ensinado de acordo com as práticas sociais e nesse sentido a educação matemática criou a Etnomatemática, que se preocupa com os fatores culturais: língua, hábitos, costumes e modos de vida. D'Ambrósio (1990), com base nas idéias de Vygotsky, explica esse movimento como uma força que interage no processo de criação, organização e transmissão de conhecimento em vários sistemas culturais. Ele defende uma nova postura para o educador: docente/pesquisador, uma vez que novas terminologias como matemática oral, matemática da vida cotidiana e

matemática não padronizada passam a fazer parte do ensino-aprendizagem. Já Terezinha Nunes, Analúcia Schliemann e David Carraher (1988) se voltaram para a importância da contextualização na aprendizagem da Matemática fundamentada nas teorias de Vygotsky e de Piaget. É dever da escola dar sentido e significado à simbologia para que não perca a seqüência do raciocínio ao utilizá-la.

Esses pesquisadores concluíram que para melhorar a qualidade de ensino da Matemática nas escolas é necessário: 1) contextualizar o ensino para que o aluno perceba o significado de cada operação mental que ele faz; 2) levar o aluno a relacionar significados particulares com o geral da situação envolvida; 3) viabilizar a compreensão dos algoritmos envolvidos; 4) que o aluno perceba, na prática, possibilidades de aplicações desses algoritmos.

Se o ensino da Matemática se faz principalmente baseado em fórmulas, equações e simbologias, Janvier (1991) conclui que a falta de contextualização dificulta a clareza para a realização de problemas. Cazden (1988) foi além e introduziu o conceito denominado recontextualização em que os conceitos já conhecidos são ampliados, baseados em novos significados.

Claude Janvier (1991) contribuiu para a compreensão do raciocínio matemático. Destaca dois tipos de representação: internas e externas. As internas são ligadas ao contexto e têm a função de envolver os elementos próprios da atividade; as externas são os acréscimos que se somam ao raciocínio contextualizado de acordo com as diferenças individuais. A teoria de Vygotsky também nos mostra que as mudanças históricas na sociedade e a vida material produzem mudanças na natureza humana. Ele acreditava que a aprendizagem na criança podia ocorrer por meio de jogos, de brincadeiras, da instrução formal ou do trabalho entre um aprendiz e um aprendiz mais experiente.

Krutetsky (1991) inclui um novo componente no ensino da Álgebra e Geometria, o conceito lógico-verbal, pois o aluno que tem predominância nesse componente teria dificuldade com imagens gráficas. Para Vygotsky, o processo básico pelo qual isso ocorre é a mediação que se trata da ligação entre duas estruturas, uma social e uma pessoalmente construída, por meio de instrumentos ou sinais. Assim, o aluno consegue relacionar os objetos do cotidiano com o assunto tratado em sala. Ao contrário da

imagem de Piaget em que o indivíduo constrói a compreensão do mundo e o conhecimento sozinho, Vygotsky via o desenvolvimento cognitivo como dependendo mais das interações com as pessoas e com os instrumentos do mundo da criança.

A aprendizagem Matemática está cada vez mais voltada para o enfoque sócio-histórico da psicologia, na aprendizagem dos conteúdos, principalmente a Matemática. Os estudos citados neste capítulo facilitam a compreensão das dificuldades encontradas pelos alunos em sala de aula, e o mais importante, ajuda o professor a lidar com essas dificuldades. Com alguns detalhes, o professor pode promover uma aula mais interessante, o que pode motivar os alunos. Por isso a Psicologia da Educação é tão fundamental na formação de professores e tão estudada.

Nesta pesquisa, trabalhamos uma atividade aplicada com uma abordagem fundamentada na teoria de Vygotsky. Essa atividade consiste em apresentar os sólidos geométricos aos alunos, nas aulas de Matemática, para que eles possam compará-los com objetos presentes no seu dia-a-dia e, através da visualização e do tato, possam perceber as suas características. Levar o concreto para ilustrar o assunto trabalhado é proposto na teoria de Vygotsky, e esperamos que, com essa abordagem diferente e ilustrativa, os alunos possam visualizar as figuras em três dimensões, e compreender as características específicas de cada figura, o que pode ajudá-los futuramente na aprendizagem dos conteúdos trabalhados ao longo dos Ensinos Fundamental e Médio.

No próximo capítulo comentamos a pré-avaliação aplicada aos alunos, em que desenvolvemos algumas atividades para identificarmos as suas dificuldades relativas aos assuntos trabalhados anteriormente e aos assuntos ainda não trabalhados.

5. PRÉ-AVALIAÇÃO

Uma pré-avaliação foi aplicada antes da realização da atividade proposta no presente trabalho, para os alunos do 6º ano de um colégio particular do município de Cachoeira Paulista. Essa atividade tem como finalidade ter uma noção prévia dos conhecimentos dos alunos sobre a Geometria Espacial. Ela foi composta por seis exercícios que englobam todo o conhecimento trabalhado nas atividades posteriores. Cada exercício tem a finalidade de investigar alguma dificuldade de compreensão do conteúdo ou mostrar algum conceito não trabalhado até então. Essa atividade não foi gravada. As perguntas dos alunos referentes à atividade foram anotadas e vão ser relatadas aqui, assim como serão tecidos comentários sobre o desenrolar da aplicação.

O nosso primeiro contato com esses alunos ocorreu durante a aplicação dessa pré-avaliação mas a dificuldade em relação ao conteúdo já havia sido explicitada pela professora. Nesse contato, explicamos aos alunos o objetivo dessas atividades e o que iria acontecer nas próximas aulas.

Ao iniciar a atividade, um dos alunos perguntou se valeria nota ao final da aplicação da atividade. Nós respondemos que não e que gostaríamos que eles fossem verdadeiros ao responderem às perguntas. Portanto, se não soubessem a resposta de alguma pergunta, que respondessem claramente “não sei”, “não”, “já ouvi falar, mas não me lembro”. No decorrer da atividade os alunos foram estimulados todo o tempo a darem as suas opiniões e fazerem as suas perguntas por mais simples que fossem. Deixamos claro que, apesar de não valer nota, queríamos que a atividade fosse feita individualmente, pois, alguns alunos vieram de várias escolas e cada um tem a sua particularidade. Assim preferimos fazer uma avaliação individual. A atividade também deveria ser feita sem comentários altos sobre as respostas dos exercícios ou respostas de dúvidas, uma vez que gostaríamos de saber as dificuldades de cada um. As atividades serão aplicadas em grupo, mas como essa primeira parte é uma avaliação preferimos fazê-la individualmente para ter uma noção maior das dificuldades específica. Os alunos foram orientados a guardarem a apostila e o caderno embaixo da carteira, deixando à vista somente lápis, borracha e lápis de cor. Após entregar a todos

os alunos as atividades, lemos cada exercício juntamente com os alunos, a fim de que pudessem tirar as possíveis dúvidas.

O primeiro exercício se trata de quatro perguntas conceituais, mas foi aberto para muitas respostas diferentes. Trata-se de um “Você sabe o que são...” que deveria ser respondido com não ou sim, e com essa última deveria haver uma justificativa. Esse exercício foi dividido em quatro partes (letras de *a* à *d*). Os conceitos trabalhados foram os seguintes: a) sólidos geométricos, b) poliedros, c) prismas e d) pirâmides; assim, os alunos deveriam citar em cada uma das letras as características principais que eles sabiam sobre esses conceitos. Perguntas como “Não sei o que é isso, o que eu escrevo?” foram comuns e como era importante a clareza e a verdade das respostas, os alunos foram orientados a responderem “não sei o que é isso”, visando conhecer as suas concepções iniciais, o seu jeito de se expressar; um comentário interessante de um aluno foi: “Não sei explicar, posso desenhar?” e foi respondido que poderia sim, pois o que vale é mostrar o conhecimento, não importa como. Sobre as respostas efetivas do exercício, eles nos chamavam em suas carteiras, como combinado no começo da aula. A primeira pergunta referente aos exercícios foi sobre poliedros. Como o nome sugere, um aluno perguntou se poliedros são figuras com mais de quatro pólos. Como essa dúvida não era específica sobre a nossa atividade, respondemos que não, mas que se ele pensasse com mais calma encontraria a resposta. Sobre prisma surgiu um questionamento a respeito da segunda pergunta. Um aluno perguntou se prisma é “o” que tem uma base em cima e outra embaixo. Como essa resposta sugere uma das características do prisma, esse aluno foi orientado a escrever essa resposta se fosse a que ele achou melhor. Os comentários sobre as pirâmides foram muitos. Ninguém teve alguma dúvida já que pirâmide é conhecida mundialmente pelas famosas pirâmides do Egito, que, por sinal, estavam desenhadas na lousa visto que a aula anterior havia sido de História e justamente sobre esse assunto. Mas vale lembrar que as pirâmides são conhecidas visualmente pelos alunos e o nosso propósito é inserir as características específicas.

O segundo exercício pedia que os alunos pintassem as figuras desenhadas logo a seguir da seguinte maneira: os prismas de vermelho, as pirâmides de verde e os corpos redondos de azul (Figura 1). A primeira pergunta relacionada a esse exercício foi se

eles deveriam pintar todos os desenhos. Vendo que essa pergunta seria como uma dica para a distribuição da pintura, respondemos que eles deveriam pintar da maneira que achassem conveniente e foi isso que ocorreu. Alguns alunos pintaram todas as figuras, organizando as cores nas figuras que tinham alguma relação, mesmo não sabendo porque; outros deixaram algumas figuras em branco, por não encontrarem relação nenhuma com as outras. A maioria dos alunos foi pintando as figuras por eliminação: primeiro os corpos redondos, visto que são redondos; depois as pirâmides, conhecidas por eles; e por último, os prismas. Duas dúvidas foram muito comuns na realização desse exercício. A primeira foi sobre os corpos redondos. Por exemplo, alguns perguntaram se o cone seria uma pirâmide de base redonda, outros perguntaram se o cilindro seria um prisma de base redonda. Como o número dessas perguntas foi grande, esclarecemos a todos, inclusive os que não tinham perguntado que o que tinha círculo compunha a classe dos corpos redondos, independente de outra característica. A outra dificuldade foi em relação aos sólidos oblíquos. Como o desenho é diferente, eles ficaram em dúvida e a maioria deixou sem pintar, pois não acharam relação com nenhuma figura já pintada. Depois de pintados, eles deveriam justificar as escolhas e não houve perguntas.

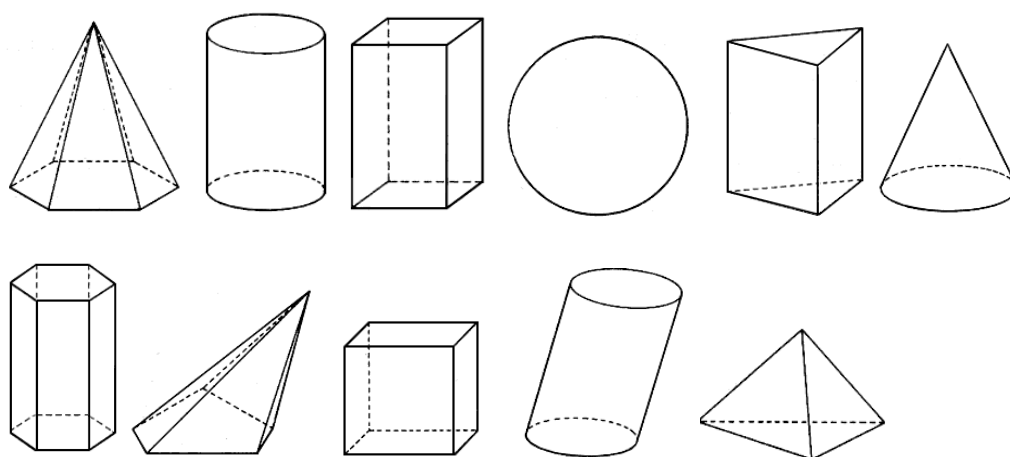


Figura 21: Sólidos geométricos que os alunos deveriam pintar: os prismas de vermelho, as pirâmides de verde e os corpos redondos de azul.

O terceiro exercício era conceitual, perguntava sobre Platão. Quatro eram as perguntas: Você sabe quem foi Platão? Já ouviu falar o nome dele? Onde? Por quê? A

respeito dessa primeira questão, a maioria das respostas foi não e somente dois comentários avulsos foram feitos. Um perguntou se Platão teria sido um Matemático Filósofo ou um Filósofo Matemático e respondemos que nas próximas atividades veríamos isso; e o outro comentou que já havia visto um desenho dele.

O quarto exercício também se tratava de Platão. Havia algumas figuras desenhadas e pedia que pintassem as de Platão (Figura 2). Alguns alegaram que não conheciam Platão e nem os poliedros dele então não iriam pintar. Alguns pintaram eliminando os que eles achavam que não eram.

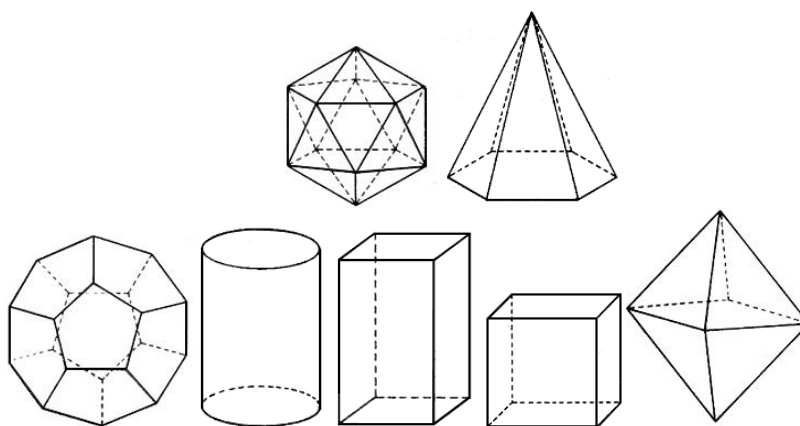


Figura 22: Sólidos geométricos: os alunos deveriam pintar somente os chamados Poliedros de Platão

Já no quinto exercício, a resposta definiria o que são sólidos geométricos. A pergunta era a seguinte: Observando as figuras acima, responda: o quadrado, o triângulo e o círculo são sólidos geométricos? Por quê? E assim eles deveriam perceber a diferença entre figuras planas e espaciais. O único comentário feito sobre esse exercício foi por um aluno que perguntou se quadrado era pirâmide, o que levou outro aluno a comentar que o colega deveria prestar mais atenção, pois era claro que quadrado era prisma. Não fizemos nenhum comentário sobre essa discussão.

E finalmente o último exercício, pedia para os alunos desenharem um cubo dentro do retângulo que estava abaixo. Como o cubo é um sólido conhecido por todos, não houve problemas em relação a esse exercício.

No próximo capítulo, apresentamos a metodologia de análise e de aplicação das atividades, que são explicadas passo a passo. A pesquisa foi dividida em quatro atividades. Para cada uma delas explicitamos os conteúdos explorados, os objetivos, os materiais utilizados e a metodologia programada para cada atividade. Apresentamos ainda os sujeitos e os instrumentos que constituíram os dados da presente pesquisa.

6. A PESQUISA

Desde que começamos o estágio no Ensino Fundamental, pudemos ver a dificuldade dos alunos quando se tratava de visualização das formas geométricas de três dimensões, o que nos chamou a atenção. Muitos professores, ao ensinar esse conteúdo, prendem-se ao livro didático e às figuras planas, o que confunde os alunos que têm dificuldade em visualizá-las como algo espacial. Com essa pesquisa, pretendemos apresentar uma aula diferenciada, em que unimos o conteúdo a ser ensinado com um modo diferente de ensinar, que atraia a atenção dos alunos.

Acreditamos que o uso de materiais manipulativos favorece a visualização dos alunos e a aprendizagem no ensino da Geometria Espacial, além de viabilizar a motivação do aluno em aprender.

Com isso, nesta pesquisa procuramos investigar se o uso de materiais manipulativos, com a mediação do professor, promoveu a motivação, por parte dos alunos, em participarem das aulas de Matemática, bem como a compreensão dos conhecimentos trabalhados.

Para fundamentar a análise dos dados obtidos, usamos a teoria sócio-histórica de Vygotsky, devido à ênfase que ele dá aos processos de interação social, por meio dos quais o aluno constrói o seu conhecimento.

Uma justificativa para o ensino de Geometria no Ensino Fundamental consiste no fato de que sem o estudo da Geometria as pessoas não desenvolvem o pensamento geométrico ou o raciocínio visual e, sem essas habilidades, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão utilizar a Geometria como fator facilitador para a compreensão e resolução de problemas de outras áreas do conhecimento humano. “Sem conhecer Geometria, a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida” (LORENZATO, 1995, p.5)

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, o pensamento geométrico se desenvolve, inicialmente, pela visualização, em que as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao seu redor. Por meio da observação e experimentação elas

começam a discernir as características de uma figura e a usar as propriedades para conceituar classes de formas.

Inicialmente a criança constrói suas primeiras noções espaciais por meio dos sentidos e dos movimentos, espaço perceptivo, o qual resulta de um contato direto com os objetos e que, ao mesmo tempo, a leva a construir um espaço representativo, isto é, perceber os objetos que estão ao seu redor. O incentivo à exploração desses objetos levará o aluno a perceber semelhanças e diferenças entre eles e reconhecer figuras tridimensionais, como: pirâmides, prismas e corpos redondos.

O presente trabalho tem como objetivo principal levar a criança a desenvolver habilidades, tais como, identificar regularidades nos sólidos, reconhecer a existência de invariantes e semelhanças nos poliedros, perceber as relações e identidades entre diferentes formas de representação das figuras tridimensionais, incluindo a sua planificação.

Para tanto serão usadas algumas atividades práticas, a fim de despertar o interesse dos alunos e viabilizem o desenvolvimento de tais habilidades. Cada uma das três atividades tem um objetivo específico e foram desenvolvidas com uma ordem de entendimento, ou seja, elas vão se complementando ao longo das aplicações. A primeira objetiva o reconhecimento dos sólidos geométricos e a identificação dos poliedros, que são o foco dessas atividades; já a segunda trabalha a montagem dos sólidos e o desenho em três dimensões; a terceira utiliza a História da Geometria para despertar o interesse dos alunos pela matéria; e a quarta faz um resumo das atividades trabalhadas com a montagem de planificações dos poliedros estudados.

Para a análise das atividades, utilizaremos a teoria sociocultural de Vygotsky (1978), que considera que “o professor é o condutor do processo de aprendizagem, atuando na zona de conhecimento proximal” do estudante. Para Vygotsky (1978), o aprendizado começa muito antes de a criança entrar na escola, assim qualquer situação de aprendizado que a criança encontra na escola tem sempre um conhecimento prévio.

Com isso, para que o este trabalho tenha resultados efetivos, é muito importante a participação do professor. Ele tem o papel de orientar e dirigir as perguntas e comentários dos alunos, sempre partindo de conhecimentos já vistos pelos alunos.

6.1 Atividades

6.1.1 Atividade 1

Conteúdos explorados: Geometria Espacial

Sólidos Geométricos

Objetivos: Reconhecimento dos sólidos geométricos

Material: Sólidos geométricos

Metodologia: A atividade deve ser realizada individualmente para que cada aluno possa tirar as suas próprias conclusões sobre o que são sólidos geométricos a partir do que já viu ou já estudou anteriormente. Essa atividade consiste no reconhecimento dos sólidos geométricos, a partir de suas características e diferenças. Essas características serão trabalhadas de forma intuitiva, ou seja, os alunos vão percebê-las observando e comparando os sólidos levados em sala, por meio da manipulação desses sólidos, o que proporciona que seja trabalhado mais um sentido, o tato, o que pode propiciar a percepção das semelhanças e diferenças entre os poliedros apresentados.

1ª parte: O professor deve promover uma breve discussão para saber quais são os conceitos de Geometria que os alunos já possuem em sua estrutura cognitiva. O objetivo é fazer com que os alunos debatam o máximo para que, a partir de suas colocações e dúvidas, possam ser introduzidos os conceitos que serão trabalhados. Para tanto, o professor pode utilizar perguntas sobre o que são sólidos geométricos, porque são chamados de sólidos e, principalmente, quais sólidos são conhecidos pelos alunos. Paralelamente a essa discussão, o professor deve inserir conceitos e nomenclaturas que serão utilizados posteriormente, visando os conhecimentos prévios dos alunos sobre Geometria Plana e Espacial, trabalhados durante as séries iniciais do Ensino Fundamental, bem como adquiridos intuitivamente durante a vida, enfatizando, necessariamente, as três dimensões. Nessa primeira etapa, o professor também deve ostentar em suas discussões alguns conceitos da Geometria Plana que serão utilizados. Os mais importantes e indispensáveis são aresta, vértice e polígono. A quantidade de arestas e os vértices serão necessários para diferenciar os poliedros de mesma classe, já

os polígonos serão utilizados nas nomenclaturas de cada pirâmide ou prisma, pois são eles que determinam a base.

2ª parte: Agora trabalhando com a sala inteira como um grupo só, o professor deve pedir aos alunos que dividam os sólidos geométricos apresentados em 3 grupos distintos. Essa divisão deverá ser da forma que desejarem, mas usando certa regularidade. A seguir, deve questionar os alunos acerca dos critérios utilizados para a separação desses sólidos. Espera-se que os alunos dividam os sólidos em corpos redondos (esfera, cone e cilindro), prismas, que são os poliedros de bases paralelas e iguais, e pirâmides, que tem como característica uma base paralela a um vértice. Com a orientação do professor sobre quais são os tipos de sólidos, esperamos que os alunos possam relacionar os nomes aos grupos. O professor deve enfatizar também a diferença entre sólidos e poliedros, o primeiro é o nome dado a todas as figuras tridimensionais, já o segundo é uma subclasse contendo sólidos com faces planas.

Resultado esperado: Espera-se que após essa primeira atividade os alunos relembrem e associem os conhecimentos básicos de Geometria Espacial e Plana já vistos em séries anteriores ou conceitos que foram aprendidos naturalmente no cotidiano, sem a finalidade do estudo da Geometria. As nomenclaturas, o nome dos elementos, as características, as semelhanças e diferenças devem ser bem enfatizadas para que os alunos possam entender que cada sólido tem as suas próprias características que os diferenciam dos outros. Com isso os alunos podem entender o assunto trabalhado visando um melhor aprendizado.

6.1.2 Atividade 2

Conteúdos explorados: Geometria Espacial

Sólidos Geométricos

Objetivos: Montagem dos sólidos e desenho em 3 dimensões

Material: Palitos de churrasco (com 10 cm de comprimento)

Tripa de mico ou garrote (com 3 cm de comprimento e incisões de 1 cm no meio)

Papel sulfite, lápis, borracha e régua.

Metodologia: Para a realização da atividade, a sala deve ser dividida em 4 grupos. Para cada grupo, o professor deve distribuir 10 palitos e 10 pedaços de tripas. Os sólidos devem ser distribuídos variando o grau de dificuldade de montagem, ou seja, um grupo deve montar uma pirâmide triangular e um prisma hexagonal; o segundo, uma pirâmide quadrangular e um prisma pentagonal; já o terceiro, uma pirâmide pentagonal e um prisma quadrangular; e por fim, o quarto grupo montará uma pirâmide hexagonal e um prisma triangular. Com o auxílio dos sólidos, os alunos deverão montar cada um desses sólidos utilizando as varetas e a tripa de mico como vértice e desenhar os sólidos propostos.

Utilizando o esqueleto dos sólidos montados com varetas, os alunos devem fazer um desenho tridimensional que os represente. Como as varetas são as arestas dos polígonos que formam esses sólidos, a visualização dos desenhos mais simplificada, propiciando que o aluno tenha maior facilidade em compreender o desenho.

Resultado esperado: Essa atividade tem como objetivo aperfeiçoar a visão tridimensional dos alunos. Espera-se que eles consigam, usando os palitos, montar os sólidos e, com a ajuda desses, fazer um desenho em 3 dimensões, o que é uma das maiores dificuldades enfrentadas pelos alunos em séries posteriores. Essa compreensão é fundamental para ajudá-los na construção de gráficos.

6.1.3 Atividade 3

Conteúdos explorados: Geometria Espacial

Sólidos Geométricos

Objetivos: Reconhecimento dos Poliedros de Platão e suas características

Material: Poliedros de Platão montados

Palitos de churrasco (5 e 10 cm de comprimento)

Tripa de mico ou garrote (com 3 cm de comprimento e incisões de 1 cm no meio)

Metodologia: Para a realização da atividade, a sala deve ser dividida em 5 grupos. O professor deve fazer uma breve discussão com os alunos sobre a biografia de Platão, contando um pouco da sua história e de sua importância para a Geometria.

Nessa etapa, é importante levar algumas curiosidades sobre a história desse matemático com o intuito de prender ou despertar a atenção dos alunos para esse assunto. O professor deve levar os sólidos de Platão para os alunos conhecerem. O fundamental é fazer com que eles descubram as propriedades desses poliedros, para que percebam porque eles se diferenciam dos outros. Observando os sólidos construídos, os alunos devem, com os palitos, montá-los. O professor deve fazer um estudo do número de arestas, vértices e faces para que os alunos percebam as características que diferenciam os Poliedros de Platão dos outros poliedros, comparando com os já vistos nas atividades anteriores.

Resultado esperado: Espera-se que os alunos conheçam mais sobre a história da Geometria a partir da biografia de Platão e que esse seja mais um recurso para despertar o interesse dos alunos pela matéria que está sendo ministrada. Com a ajuda dos sólidos possam também conhecer as particularidades desses poliedros e consigam visualizá-los em 3 dimensões.

6.1.4 Atividade 4

Conteúdos explorados: Geometria Espacial

Sólidos Geométricos

Objetivos: Montagem das planificações

Material: Sólidos geométricos

Planificações em cartolinas

Lápis, borracha, régua e material para colorir (lápis de cor, giz de cera, tinta guache ou canetinha)

Metodologia: A atividade deve ser realizada em 5 grupos. O professor deverá distribuir para cada grupo os materiais descritos acima. Depois de organizada a sala, os nomes dos sólidos a serem trabalhados devem ser distribuídos a cada grupo visando, novamente, o grau de dificuldade da montagem. Um exemplo de distribuição seria: 1) pirâmide triangular, prisma hexágono e octaedro; 2) pirâmide quadrangular, prisma pentagonal e tetraedro; 3) pirâmide pentagonal, prisma quadrangular e hexaedro; 4) pirâmide hexagonal, prisma triangular e dodecaedro; 5) icosaedro, cone e cilindro.

Assim os alunos deverão, olhando as planificações, identificar qual poliedro está desenhado, bem como identificar as quantidades de seus elementos, relacionar essas quantidades vendo as suas particularidades, verificar se a planificação está correta, pintar para exposição e montá-los.

Resultado esperado: Nessa atividade, os alunos perceberão que as planificações são muito importantes no ensino da Geometria. Espera-se que eles consigam identificar e relacionar planificações com sólidos (figuras bidimensionais com tridimensionais).

6.2 Metodologia de análise de dados

Nesta pesquisa analisamos a utilização de materiais manipulativos em três aulas de Matemática com duração de cinquenta minutos cada aula. As aulas foram ministradas pelo próprio pesquisador, em uma sala de sexto ano de Ensino Fundamental.

A presente pesquisa tem caráter qualitativo. Para Bogdan e Biklen (1982), a investigação qualitativa é descritiva, os dados são recolhidos em forma de texto e imagens, o que inclui a transcrição de entrevistas, notas de campo, fotografias, vídeos, documentos pessoais, memorandos e outros registros oficiais. Eles devem ser analisados em toda a sua riqueza, respeitando-se a forma em que foram registrados e transcritos. Nesse tipo de pesquisa, é importante a participação dos alunos com seus questionamentos. “O processo de condução da investigação qualitativa reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos sujeitos, dado estes não serem abordados de forma neutra” (BOGDAN & BIKLEN, 1982).

6.3 Sujeitos da Pesquisa

Esta pesquisa foi realizada em uma sala, como 22 alunos do sexto ano (quinta série) do Ensino Fundamental, de uma escola da rede privada de ensino de Cachoeira

Paulista. Essa escola oferece cursos de Ensino Infantil e Ensino Fundamental I e II, funcionando nos períodos matutino e diurno.

As atividades foram realizadas no mês de maio de 2010. Foi escolhida essa turma pelo fato do pesquisador estar lecionando nessa classe e perceber a dificuldade dos alunos com a visualização dos sólidos geométricos, assunto trabalhado anteriormente por outro professor de Matemática que se limitava em dar aulas expositivas, usando, excessivamente, a estratégia de memorização das características dos sólidos por parte dos alunos, que apresentavam dificuldades relacionadas à disciplina e, conseqüentemente, à aprendizagem, o que causava a desmotivação desses alunos para com as aulas.

6.4 Instrumentos para a coleta de dados

O pesquisador percebeu a dificuldade apresentada pelos alunos com o conteúdo de geometria já trabalhado quando solicitou que fosse feita, em sala de aula, uma atividade, que incluía a identificação e caracterização dos sólidos estudados anteriormente, proposta pelo material didático.

Assim, desenvolvemos um pré-teste para confirmar essa dificuldade por parte dos alunos. Esse pré-teste nos mostrou que alguns alunos não conseguiam ainda diferenciar os sólidos, bem como identificar suas características. Mas a principal dificuldade apresentada era compreender que aquelas figuras mostradas no material didático eram figuras espaciais e faziam parte do nosso cotidiano.

A aplicação das atividades foi gravada em áudio, o que possibilitou a transcrição dos diálogos ocorridos em sala de aula e também a identificação dos alunos envolvidos nesses diálogos.

O pós-teste foi aplicado após dois meses do término das atividades propostas. Os alunos responderam a perguntas que englobava os assuntos de Geometria Espacial trabalhados na pesquisa. Essas perguntas incluíram diferenças entre poliedros e corpos redondos, caracterização de prismas e pirâmides, poliedros de Platão, relação de Euler

e planificação. Além disso, os alunos deveriam relacionar os conteúdos trabalhados com o cotidiano, identificando os sólidos em fotos de cidades.

No próximo capítulo desenvolvemos a análise dos dados, que se constituíram a partir da aplicação das atividades, que foram divididas em quatro partes. Nesse capítulo transcrevemos os diálogos ocorridos nas aplicações das atividades, que foram gravadas em áudio, e analisamos os resultados obtidos.

7. ANÁLISE DOS DADOS

Ao iniciarmos a aula, solicitamos que os alunos afastassem as carteiras das fileiras do meio para que pudéssemos sentar no chão, em um círculo, onde todos pudessem ver os materiais manipulativos levados e que, também, conseguissem manuseá-los.

Na organização da sala pudemos perceber que os alunos não estavam acostumados com a aplicação de aulas diferenciadas, pois demoraram a se organizar e se agitaram mais do que o normal.

Quando a sala estava arrumada e os alunos já sentados em círculo no chão, apresentamos os sólidos geométricos aos alunos, o que causou grande curiosidade por parte deles. Os alunos demonstraram interesse em manusear os sólidos, em saber como usaríamos esse material em aula e alguns alunos já começaram a identificar os sólidos já conhecidos por eles.

A análise da atividade foi dividida em episódios, destacados em quadros (1 a 10), a fim de verificarmos a evolução dos alunos no que se refere à caracterização e diferenciação dos diferentes tipos de sólidos. Cada quadro mostra uma característica específica de estudo dos sólidos, tais como:

Quadro 1: este quadro mostra a caracterização dos sólidos feita pelos alunos. Primeiramente os alunos foram levados a perceber que os materiais manipulativos levados pelo professor eram sólidos geométricos, ou figuras espaciais. Essa etapa foi fundamental para que os alunos identificassem que os sólidos geométricos são figuras com três dimensões, característica essa diferente da dos polígonos, que têm somente duas dimensões.

Quadro 2: neste quadro, os sólidos foram subdivididos em corpos redondos e poliedros. Esse quadro mostra a importância do uso de materiais manipulativos no estudo da Geometria, no sentido de levar os alunos à identificação dos sólidos que rolam (corpos redondos) e dos sólidos que não rolam (poliedros). Como os sólidos poderiam ser manuseados, ficou fácil essa identificação.

Quadro 3: neste quadro foi trabalhada a nomenclatura dos corpos redondos. Esses não são sólidos estudados no Ensino Fundamental, mas optamos por fazer uma

breve discussão sobre esse assunto, em virtude de esses sólidos estarem presentes no cotidiano dos alunos.

Quadro 4: neste quadro foi trabalhado um subclassificação dos poliedros. Eles são divididos em prismas e pirâmides. Os alunos foram levados a perceber outras características específicas de grupo. Além das diferenças já vistas, de que os prismas têm duas bases paralelas e iguais, e as pirâmides, apenas uma base. Viram também que os prismas possuem retângulos como área lateral, e que as pirâmides possuem um vértice que liga os polígonos de sua área lateral e que esses polígonos correspondem a triângulos.

Quadro 5: sabendo das características dos poliedros (quadro 4), foi solicitado aos alunos que, em grupos, separassem os sólidos a eles apresentados. Essa divisão deveria ser feita conforme características observadas anteriormente pelos alunos (prismas: possuem duas bases paralelas e iguais e possuem retângulos como área lateral; pirâmides: possuem somente uma base, um vértice que liga os polígonos de sua área lateral que são triângulo), que fossem comuns em objetos do mesmo grupo. Depois de algumas discussões, os alunos decidiram dividir os sólidos em três grupos (em um grupo foram colocadas as pirâmides, em outro os prismas e os poliedros de Platão, mesmo ainda não identificados com essa nomenclatura, foram colocados em um terceiro grupo). Após essa separação, houve uma discussão entre alunos e professor sobre a divisão dos grupos e alguns sólidos foram trocados de grupo, pois os alunos achavam que se encaixariam melhor em outro grupo. Por exemplo, o octaedro que em primeiro lugar foi colocado no grupo das pirâmides por possuir triângulos como face, após essa conversa os alunos perceberam que esse sólido não se encaixava nesse grupo, pois não possuía uma base, então o colocaram no grupo em que não se encontravam pirâmides e nem prismas.

Quadro 6: na divisão dos sólidos em três grupos (quadro 5), os alunos perceberam que além dos prismas e das pirâmides, haviam alguns sólidos que não se encaixavam em nenhum dos dois grupos. Esses sólidos foram colocados em um terceiro grupo. Nesse quadro, o professor identificou as características comuns desses sólidos, tal como o fato de serem construídos somente por polígonos regulares (arestas e ângulos congruentes), e, assim, apresentou aos alunos os Poliedros de Platão.

Quadro 7: os prismas e as pirâmides são nomeados conforme o polígono de sua base: se um prisma tem como bases dois pentágonos, é chamado de Prisma de Base Pentagonal; se uma pirâmide tem como base um triângulo, é chamada de Pirâmide de Base Triangular. Esse foi o assunto discutido nesse sétimo quadro. O professor levou os alunos a associarem a nomenclatura que eles já sabiam de alguns sólidos com os outros sólidos levados pelo professor.

Quadro 8: os Poliedros de Platão são nomeados conforme o número de faces, por exemplo, o cubo que tem seis faces é chamado de hexaedro. Nesse quadro, buscamos referências do cotidiano dos alunos, como o futebol, para fazê-los relacionar as nomenclaturas com os sólidos apresentados.

Quadro 9: neste quadro, com a ajuda do professor e do material usado nas atividades anteriores, os alunos validaram a chamada relação de Euler, ou seja, verificaram que o número de vértices somado ao número de faces é igual ao número de arestas mais dois.

Quadro 10: as planificações são importantes no ensino da geometria espacial, pois, com elas, o aluno pode associar uma figura espacial com uma figura plana e identificar suas faces (faces laterais e base(s)), e, ainda, associar o sólido a sua planificação a partir de suas características apresentadas nos quadros anteriores.

No Quadro 1 (momentos 1 ao 48), a seguir, destacamos a discussão sobre o que iremos trabalhar com os materiais que foram apresentados aos alunos. No decorrer desse episódio, os alunos demonstraram dificuldades em diferenciar sólidos de polígonos e identificar os objetos apresentados.

QUADRO 1 – Discussão acerca da caracterização dos sólidos

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none">1. Professor: Primeiro: vocês sabem o que são isso? (Mostrando os sólidos geométricos). O nome disso.2. Aluno 1: Polígono.3. Aluno 2: Prisma.4. Professor: Prisma é igual aquele ali. Mas e o nome de todos?5. Aluno 3: Pirâmide.6. Aluno 1: Triângulo. |
|--|

7. **Aluno 4:** Pirâmide triangular.
8. **Professor:** É um outro nome. Lembra?
9. **Aluno 1:** Eu já falei polígono.
10. **Aluno 1:** Eu falei polígono.
11. **Aluno 4:** Mas não é polígono porque tem 3 lados e ela já falou isso.
12. **Professor:** Então vamos pensar. Lembram do dia da atividade? O que eu falei que a gente ia estudar?
13. **Professor:** Presta a atenção. O que eu falei que a gente ia estudar?
14. **Aluno 1:** Polígono.
15. **Professor:** Polígono? O que é um polígono?
16. **Aluno 6:** Polígono é uma forma geométrica.
17. **Professor:** É uma forma geométrica. Mas lembra o que a gente já conversou? Polígono tem três dimensões?
18. **Aluno 5:** Não.
19. **Professor:** Tipo, um quadrado é um polígono?
20. **Aluno 2:** É.
21. **Professor:** Mas o quadrado só tem duas dimensões. Você pode desenhar ele no chão. Dá pra desenhar isso daqui no chão? (mostrando um prisma)
22. **Aluno 3:** Não.
23. **Aluno 6:** Dá.
24. **Professor:** Então, o que é isso? O que é isso? O que é isso?
25. **Aluno 2:** Prisma.
26. **Professor:** Mais ou menos.
27. **Aluno 1:** Polígono?
28. **Professor:** Polígono? Mas polígono só tem duas dimensões, o nosso tem três. Como é o nome disso? (Mostrando todos os sólidos)
29. **Aluno 4:** Prisma de base quadrada?
30. **Aluno 2:** Prisma de base triangular?
31. **Professor:** Quase lá.
32. **Professor:** Alguém acabou de falar. O que são isso?

- 33. Aluno 7:** Sólidos geométricos.
- 34. Professor:** Sólidos geométricos!
- 35. Professor:** Isso. Esses são os sólidos geométricos. Aí vocês lembram que a gente tinha três tipos de sólidos?
- 36. Aluno 7:** Eu lembro.
- 37. Professor:** Isto daqui é o que? (Mostrando uma pirâmide)
- 38. Aluno 1:** Triângulo.
- 39. Aluno 3:** Pirâmide.
- 40. Aluno 4:** Pirâmide de base...
- 41. Professor:** Pirâmide.
- 42. Professor:** E esse? (Mostrando o prisma)
- 43. Aluno 7:** Prisma.
- 44. Professor:** Prisma!
- 45. Professor:** Vamos pensar, quadrado é uma forma com duas dimensões. Então, prisma.
- 46. Professor:** Agora fala pra mim: qual é a diferença desse prisma pra esses? (Mostrando um prisma de base triangular e outro de base hexagonal)
- 47. Aluno 2:** Um tem base triangular.
- 48. Aluno 7:** A base.

No momento 1, o professor procurou levantar os conhecimentos prévios dos alunos, pedindo para que eles identificassem o conjunto de materiais que se encontravam no centro do círculo, para, a partir desses conhecimentos, trabalhar na ZDP desses alunos. Para isso, primeiramente, o professor levou os alunos a definirem, como um todo, aquele conjunto de sólidos como figuras espaciais para, em seguida, separá-los conforme suas características individuais.

O aluno 1 associou os sólidos que foram levados pelo professor com figuras planas, polígonos (momento 2), o que sugere que ele tinha em sua estrutura cognitiva uma noção de figuras planas. Porém, ele não conseguiu diferenciá-las das figuras espaciais que se encontravam na sua frente. Mesmo após o professor ter mostrado a ele qual objeto correspondia ao prisma e que nem todos os sólidos ali presentes eram

prismas (momento 4), mostrando-lhe uma pirâmide, esse aluno ainda insistiu com a ideia de que os sólidos geométricos eram polígonos, como podemos ver nos momentos 9, 14, 27 e 38.

No momento 38, o aluno 1 associou as pirâmides que possuem área lateral formadas por triângulo com o polígono triângulo. Isso evidencia que ele não conseguiu diferenciar figuras planas de espaciais, de modo que triângulos são figuras planas. O professor esperava que o aluno associasse o sólido apresentado com a nomenclatura pirâmide.

Quando o professor solicitou que os alunos definissem como um todo os materiais manipulativos levados por ele (momento 1), alguns alunos mostraram que conheciam por nome uma parte desses materiais. No momento 3, por exemplo, o aluno 2 referiu-se aos sólidos como prismas, que é uma subclassificação. No momento 5 o aluno 3 denominou esses sólidos de pirâmides. Isso mostra que esses alunos tinham em sua estrutura cognitiva esses conhecimentos, mas apresentavam dificuldade em relacionar o todo (sólidos geométrico) com as partes (pirâmides ou prismas).

O aluno 2, por sua vez, com as respostas dadas, mostrou que consegue diferenciar figuras planas de sólidos. No momento 4, quando o professor perguntou para a classe o que seriam os objetos levados por ele, o aluno 2 não conseguiu identificá-los como um todo, que era o intuito do professor, mas identificou o todo (sólidos geométricos) pela parte (prisma). Podemos observar que esse aluno não associou prisma com retângulo ou quadrado, o que sugere que ele conseguiu fazer essa distinção. Isso ocorreu também no momento 40, em que o aluno 2 ainda associou o todo com a parte ao dizer que os sólidos são prismas de base triangular. No momento 47, esse aluno mostrou que consegue diferenciar um prisma de outro conforme a base, familiarizando-se com esse grupo de sólidos.

No momento 16, o aluno 6, ao responder com clareza a pergunta feita pelo professor, mostrou que possui em sua estrutura cognitiva a ideia de polígono, mas não mostrou se consegue diferenciar figuras planas de espaciais por não responder as outras perguntas feitas pelo professor. Somente no momento 23 que esse aluno voltou a participar da discussão respondendo à pergunta do professor. Ao responder que os sólidos podem ser desenhados no chão, interpretamos essa resposta de duas maneiras:

a primeira seria de que figuras espaciais podem ser desenhadas em duas dimensões, imaginando uma foto ou pintura que retrata figuras com três dimensões, o que seria uma afirmação correta; por outro lado, o aluno pode ter respondido no intuito de relacionar figura plana com espacial, ou seja, ter confundido prisma com retângulo ou quadrado. Nesse momento, o professor deveria ter procurado saber qual a resposta do aluno para que pudesse corrigi-la caso estivesse errada ou ajudar o aluno a fixar a ideia se estivesse correta.

Quem mostrou maior facilidade em diferenciar figuras planas de espaciais, e a parte do todo (prisma e pirâmide), foi o aluno 7, que, no momento 33, afirmou que todos os objetos trazidos pelo professor eram sólidos geométricos, que correspondia a resposta por ele esperada. Ainda, no momento 43, relacionou a figura apresentada com o seu nome correto (prisma) e no momento 48, ao responder à pergunta sobre como diferenciamos diferentes tipos de prismas, conseguiu diferenciar um tipo de pirâmide de outro pela base, que corresponde ao assunto discutido no quadro 7.

O professor tentou ajudar na compreensão dos alunos em todas as vezes que foi solicitado. No momento 4, é possível perceber essa interação entre professor e aluno. Nesse momento, o professor perguntou se os alunos sabiam o que eram os materiais apresentados a eles e um dos alunos respondeu que eram prismas. Mediante essa resposta inadequada (a resposta correta seria sólidos geométricos), o professor mostrou ao aluno porque ele não estava correto, pois as pirâmides não são prismas.

Dos momentos 17 ao 34, o professor instigou os alunos por meio de perguntas, a fim de dirigir o seu raciocínio para levá-los a discernir polígonos de sólidos geométricos. O aluno 7 (momento 33) demonstrou essa compreensão. No entanto, o aluno 1 manteve a sua concepção inicial apresentada no momento 14.

Nessa primeira parte, em todo o tempo o professor procurou levantar os conhecimentos prévios dos alunos sobre sólidos geométricos, fazendo várias perguntas sobre o assunto. A participação dos alunos foi essencial para o desenvolvimento dessa primeira atividade e para que o professor pudesse avaliar a compreensão dos alunos sobre sólidos geométricos e as dificuldades que teriam que ser trabalhadas ao longo da aplicação da presente atividade.

No Quadro 2, a seguir, trabalhamos a primeira subclassificação dos sólidos geométricos: corpos redondos e poliedros. O professor levou os alunos a distinguirem corpos redondos de poliedros a partir de uma característica simples e que foi importante a manipulação de sólidos: corpos redondos rolam e poliedros não rolam.

QUADRO 2 – Discussão sobre a divisão dos sólidos geométricos em corpos redondos e poliedros

49. Professor: Bom, um passo a gente já deu, nós já sabemos o que são sólidos geométricos. O que são sólidos geométricos?

50. Aluno 4: Formas geométricas.

51. Professor: Formas geométricas de?

52. Aluno 1: De terceira dimensão.

53. Professor: De três dimensões. Certo?

54. Professor: Bom, primeiro vamos dividir em dois grupos, ta? Os que rolam e os que não rolam.

55. Aluno 3: Mas porque?

56. Professor: Por que essa será a nossa primeira subclassificação.

Os alunos, aproveitando para manipular e brincar com o material, separam os sólidos em dois grupos como pedido.

57. Professor: Bom, como eu disse, essa vai ser a nossa primeira subclassificação. Alguém tem uma idéia de como chamamos os sólidos que rolam?

58. Aluno 1: Sólidos que rolam?

59. Professor: Não

60. Aluno 3: Eu sei o nome de cada um deles, mas não sei de todo mundo.

61. Aluno 4: A bola é esfera.

62. Professor: Alguém tem mais algum palpite?

63. Aluno 2: Não.

64. Professor: Os sólidos que rolam são chamados de corpos redondos.

65. Aluno 7: Faz sentido.

66. Professor: E os sólidos que não rolam?

67. Aluno 2: Prisma.

68. Professor: Esse aqui é prisma? (Mostrando uma pirâmide de base quadrada)

69. Aluno 2: Não, né?

70. Aluno 7: Poliedros.

71. Professor: Muito bem. Os sólidos que não rolam são chamados poliedros.

No quadro 1, o professor mostrou para os alunos que os materiais levados por ele são chamados sólidos geométricos e fez questão de enfatizar que esses sólidos são figuras espaciais e têm necessariamente três dimensões. Nessa segunda atividade o professor trabalhou a diferença entre corpos redondos e poliedros.

No momento 49, o professor perguntou aos alunos o que são poliedros para saber se eles haviam compreendido a atividade anterior e, com isso, elevado o seu nível de desenvolvimento. No momento 50, o aluno 4 mostrou que entendeu que os materiais são formas geométricas, mas não mencionou a característica mais importante dos sólidos (os sólidos geométricos são figuras de três dimensões), que o aluno 1 teve a intenção de dizer (momento 52). O professor o corrigiu (momento 53) porque os sólidos possuem três dimensões, eles não pertencem a terceira dimensão, que foi o que o aluno 1 disse.

Ao responder que os sólidos possuem três dimensões (momento 52), o aluno 1 mostrou ter compreendido a atividade anterior (caracterização dos sólidos), pois quando era perguntado pelo professor sobre o que eram os materiais manipulativos a ele apresentados, o aluno insistia em dizer que eram polígonos mostrando que não conseguia diferenciar figuras planas (polígonos) de figuras espaciais (sólidos geométricos).

O professor, no momento 54, propôs aos alunos que separassem os sólidos em dois grupos: os que rolavam e os que não rolavam, pois essa é a primeira subclassificação dos sólidos geométricos. Essa atividade foi aplicada para mostrar que o uso de materiais manipulativos é importante no aprendizado dos alunos. O professor então pediu a eles que manuseassem os objetos e descobrissem os que rolam e os que não rolam, e os dividissem em dois grupos.

Após essa divisão, o professor focou na nomenclatura dos dois grupos de sólidos montados pelos alunos. Ao perguntar a eles sobre o nome desses grupos (momento 57) queria investigar se eles já sabiam os seus nomes. O aluno 1 demonstrou não lembrar o nome do grupo dos poliedros, mas tentou improvisar dizendo que eram sólidos que não rolavam.

Já os alunos 3 e 4, nos momentos 60 e 61, mostraram que não sabiam o nome do grupo dos corpos redondos, mas sabiam os nomes de alguns deles. O aluno 4 explicou que a bola é chamada, na matemática, de esfera. Esse erro é muito comum entre alunos, principalmente do Ensino Fundamental, que conhecem a bola desde crianças e estão começando a identificá-las como esfera.

Como nenhum dos alunos demonstrou saber o nome dos sólidos que rolavam, o professor esclareceu que se chamavam corpos redondos (momento 64), o que levou o aluno 7, logo após (momento 65), a declarar que esse nome fazia sentido.

No momento 67, ao responder à pergunta do professor, o aluno 2 mostrou não ter conseguido diferenciar o todo (poliedros) da parte (prismas). Isso levou o professor a indicar uma pirâmide que fazia parte do grupo dos poliedros, mas não é prisma, perguntou se aquele sólido poderia ser classificado como prisma, o que levou esse aluno a responder que não (momento 69). O aluno 4, que no quadro 1 já havia demonstrado um alto nível de entendimento sobre sólidos geométricos, respondeu corretamente à pergunta, dizendo que os sólidos são poliedros (momento 70).

No momento 71, o professor repetiu a resposta dada pelo aluno 4 (momento 70) para enfatizar o conhecimento aprendido pelos alunos, já que todos haviam demonstrado não saber a nomenclatura dos sólidos em questão.

No Quadro 3, a seguir, trabalhamos com as nomenclaturas dos corpos redondos. Nos corpos redondos não há uma regularidade para as nomenclaturas, ou seja, cada sólido tem um nome sem obedecer a uma lógica. Os alunos, na maioria das vezes, conhecem os sólidos, mas não se lembram de seus nomes, ou ainda, confundem com objetos do dia-a-dia, como é o caso da esfera e da bola.

QUADRO 3 – Discussão sobre a nomenclatura dos corpos redondos

72. Professor: Os corpos redondos não possuem outra subclassificação. Esse grupo já
--

está certo. Mas só por curiosidade, alguém sabe os nomes de cada um deles? Esse, por exemplo. (Mostrando um cone)

73. Aluno 5: Eu sei, é um cone.

74. Professor: Muito bem. E esse? (Mostrando o cilindro)

75. Aluno 3: Esse é o único que eu não sei.

76. Aluno 2: Eu acho que a tia tinha chamado de cilindro.

77. Professor: Ótimo. É um cilindro mesmo. E por último esse. (Mostrando uma esfera)

78. Aluno 5: Esse é fácil, bola.

79. Professor: No dia-a-dia, chamamos de bola, mas nós já sabemos que tem um nome diferente na Matemática.

80. Aluno 1: Circular.

81. Professor: Não, essa é a esfera. Lembra?

82. Aluno 5: Ah, é mesmo.

Nesse quadro, o professor deu ênfase à diferença entre corpos redondos e poliedros, já que o uso do material manipulativo nessa subclassificação é muito importante, pois os corpos redondos são os sólidos que rolam e os poliedros não rolam. Com a manipulação, os alunos puderam separar os grupos facilmente e entender a caracterização envolvida nesse passo, como pode ser observado no quadro 2, onde os alunos, depois de manusearem os sólidos, não tiveram dificuldade em separá-los em dois grupos (corpos redondos e poliedros), conforme solicitado pelo professor.

O professor começou essa aula dizendo aos alunos que os corpos redondos não possuem subclassificação (momento 72) como acontecerá com os poliedros que são divididos em três grupos: pirâmides, prismas e poliedros de Platão.

Ao perguntar aos alunos se eles sabiam a nomenclatura dos corpos redondos (momento 72), o professor estava investigando quais os conceitos que os alunos já possuíam, para poder atuar em suas ZDPs, partindo de conceitos corretos e errôneos dos alunos.

O aluno 5, no momento 73, evidenciou que conhecia o sólido apresentado (cone), mas, no momento 78, cometeu um erro muito comum entre alunos de sua idade.

Quando o professor perguntou a nomenclatura do sólido, no momento 77, esperava que os alunos respondessem esfera, que corresponde à nomenclatura correta do sólido, mas o aluno 5 respondeu bola, por associar esse brinquedo com o sólido geométrico que possui a mesma forma (esfera). No momento 79, o professor explicou ao aluno que ele não estava totalmente errado, pois a forma dos objetos é a mesma, mas os nomes, do sólido e do brinquedo, são diferentes. O aluno 1 também associou o sólido à sua forma ao responder que ele se chama circular (momento 80).

No final desta atividade, vendo que os alunos não lembravam o nome atribuído à esfera, o professor disse a eles a sua nomenclatura (momento 81), o que levou o aluno 5 a mostrar que conhecia esse nome, embora não tenha se lembrado dele (momento 81).

No quadro 3, partimos para a subclassificação dos poliedros. Os poliedros são mais trabalhados em sala de aula no Ensino Fundamental. Os alunos têm contato com esses sólidos no 3º bimestre do 6º ano, 2º e 4º bimestres do 7º ano, de acordo com a Proposta Curricular do Estado de São Paulo. Assim, como o trabalho foi aplicado no 4º bimestre do 6º ano, os alunos já haviam tido contato com os poliedros. Por isso houve uma maior facilidade por parte deles. Nesse quadro também apresentamos as características principais que diferenciam prismas e pirâmides, deixando para outro momento os poliedros de Platão.

No Quadro 4, a seguir, trabalhamos somente com prismas e pirâmides, para que as suas semelhanças e diferenças ficassem evidentes para os alunos. Demos maior ênfase aos poliedros, pois os alunos apresentam dificuldades em diferenciá-los, como foi possível observar nos quadros anteriores.

QUADRO 4 – Discussão acerca dos elementos dos prismas e das pirâmides

83. Professor: A gente já sabe o que são poliedros. Certo? Agora a gente já sabe o que são prismas. O que são prismas?

84. Aluno 7: São formados de várias faces.

85. Professor: Meninas, alguém tem um chute? O que é um prisma?

86. Professor: Então vamos ver as diferenças. Quer ver? (Mostrando um prisma e uma pirâmide, ambos de base pentagonal)

- 87. Aluno 6:** É um polígono de várias faces.
- 88. Professor:** Os dois tem base pentagonal, não tem? Então a base não é a diferença deles.
- 89. Aluno 1:** Como é o nome desses?
- 90. Professor:** Pirâmide e prisma.
- 91. Professor:** Conversa comigo. Qual a diferença disso pra isso? (Mostrando um prisma e uma pirâmide, ambos de base pentagonal)
- 92. Aluno 4:** Um é pirâmide e o outro é prisma.
- 93. Professor:** Ta, um é pirâmide e o outro é prisma.
- 94. Aluno 2:** Um tem uma ponta lá em cima.
- 95. Aluno 5:** Cada um tem cinco lados.
- 96. Professor:** Então, vamos pensar. Essa parte aqui, nós vamos chamar de base. Qual é a nossa base? Que polígono é?
- 97. Aluno 7:** Base pentagonal.
- 98. Professor:** Pentagonal.
- 99. Professor:** Então esse é um prisma de base pentagonal e essa é uma pirâmide de base pentagonal. (Mostrando-os em ordem)
- 100. Professor:** Bom, todo mundo consegue ver isso? Então vamos ver. Ele falou que esse sólido tem um vértice.
- 101. Aluno 8:** Só tem um vértice?
- 102. Professor:** Mais ou menos. O que não for base, nós vamos chamar de área lateral. Tudo bem? Então olha a diferença dessa área lateral pra essa área lateral.
- 103. Aluno 1:** Uma é triângulo e a outra é retângulo.
- 104. Professor:** Todo mundo concorda?
- 105. Aluno 8:** Mas pode ser um quadrado.
- 106. Professor:** Isso. Do prisma são retângulos e da pirâmide são triângulos. Todo mundo concorda? Já há uma diferença. Só da gente olhar, já dá pra saber. Se a área lateral for um retângulo é prisma, se for triângulo é pirâmide. Que mais?
- 107. Professor:** Então, tudo que tiver duas bases paralelas são prismas. Certo? E o que tiver vértice são pirâmides.

Como nos quadros anteriores, o professor começou a atividade relembrando o conteúdo já explorado pelos alunos em outras atividades. Ele fez essa sondagem para saber em quais pontos os alunos ainda apresentavam dificuldade e que deveriam ser trabalhados de outra forma ou reforçados.

Ao perguntar o que são prismas (momento 83), o professor esperava obter dos alunos uma resposta que caracterizasse as diferenças desses sólidos dos demais. O aluno 7 respondeu corretamente ao dizer que são sólidos com muitas faces (momento 84), mas isso não é uma característica essencial dos prismas já que todos os poliedros possuem muitas faces. Como o professor pretendia diferenciar os tipos de poliedros, continuou instigando os alunos a darem outras respostas. Com isso, o aluno 6, no momento 87, mostrou que ainda não havia conseguido diferenciar os nomes das figuras planas e das figuras espaciais, pois respondeu que são polígonos (figura plana) de várias faces (somente figuras espaciais têm faces, as figuras planas possuem lados).

A seguir, o professor procurou induzir os alunos aos erros e acertos mostrando dois poliedros de base pentagonal, para que eles dessem algumas características desses sólidos (momento 86).

O aluno 4 demonstrou não saber a nomenclatura dos sólidos mostrados pelo professor (momento 92), mas não apresentou nenhuma diferença entre eles. Entretanto, os alunos 2, 5 e 8 apresentaram as características solicitadas pelo professor nos momentos 94, 95 e 101, respectivamente. O aluno 2 e o aluno 8 destacaram a principal característica das pirâmides (momento 94 e 101), que corresponde ao vértice que une todas as faces laterais.

O professor apresentou a base e as outras faces, chamadas de área lateral dos sólidos (momentos 96 e 102). Esses momentos foram mais explicativos, pois os alunos demonstraram que não conheciam essas nomenclaturas. No momento 96, o professor apresentou aos alunos a face que é chamada de base e que dará nome aos diferentes tipos de pirâmides e prismas. Já no momento 102, ele induziu os alunos a perceberem que pirâmides possuem triângulos em sua área lateral, enquanto os prismas possuem retângulos. O aluno 1 percebeu essa diferença e fez essa comparação entre prismas e pirâmides (momento 103). Com isso, o aluno 8 colocou-se dizendo que poderiam ser quadrados, pois entre os sólidos levados pelo professor havia um cubo que se

encaixava nas características dos prismas; com essa resposta o aluno 8 (momento 105) também demonstrou conhecimento em geometria plana, já que quadrados são retângulo.

Nos momentos 106 e 107, o professor fez um resumo do assunto estudado no quadro 4, a fim de sistematizar os conceitos trabalhados, para que os alunos pudessem comparar as características dos sólidos a partir das semelhanças e das diferenças entre eles.

No Quadro 5, os alunos, conhecendo as características específicas de cada sólido, deveriam separar os poliedros que o professor levou em três grupos, conforme suas semelhanças. O professor esperava que um grupo fosse constituído somente de pirâmides, o outro de prismas e o terceiro de sólidos que não se encaixam em nenhuma das duas categorias anteriores e que posteriormente serão chamados de poliedros de Platão.

QUADRO 5 – Discussão sobre grupos de poliedros conforme suas características

108. Professor: Então vamos lá! Eu quero que vocês separem os sólidos em o que é prisma e o que é pirâmide. Separe em grupos, o que é prisma e o que é pirâmide.

109. Aluno 2: Esse é prisma? (Mostrando o icosaedro)

110. Professor: É prisma? Todas as faces laterais se encontram em um único vértice?

111. Aluno 2: Não, né?

112. Professor: Eu quero que separe assim: um montinho de prisma e um montinho de pirâmide.

113. Aluno 4: Mas tem uns sobrando.

114. Professor: Então separe em outro.

115. Aluno 4: E os que a gente não sabe?

116. Professor: Separa em outro então.

Com algumas orientações do professor de como deveriam ser separados os grupos, os alunos decidiram dividi-los em três grupos conformes características que serão discutidas abaixo.

- 117. Professor:** E ai, separaram? Todo mundo acha que tá tudo certo?
- 118. Aluno 8:** Não, esse é prisma. (Mostrando o octaedro)
- 119. Professor:** Separaram?
- 120. Professor:** Todo mundo concorda com a separação?
- 121. Professor:** Pronto? Então vamos lá. Aqui é prisma e aí é pirâmide.
- 122. Aluno 7:** O verdinho não é. (Mostrando o icosaedro na pilha de pirâmides)
- 123. Professor:** Esse não é? E esses daqui? (Mostrando uns sólidos que não estavam em nenhuma pilha)
- 124. Aluno 4:** Esse a gente acha que é quadrado e...
- 125. Professor:** Quadrado não é figura de três dimensões. Lembra disso.
- 126. Professor:** Esse? (Mostrando o cubo)
- 127. Professor:** Prisma, pirâmide ou nenhum dos dois?
- 128. Aluno 2:** Prisma?
- 129. Professor:** Então, to perguntando. Prisma, pirâmide ou não é nada?
- 130. Aluno 2:** É prisma.
- 131. Professor:** Prisma? Então põe aqui.
- 132. Professor:** E esse? Prisma, pirâmide ou não é nada? (Mostrando o dodecaedro)
- 133. Aluno 4:** Prisma.
- 134. Aluno 7:** Não é nada.
- 135. Professor:** Esse? (Mostrando o octaedro)
- 136. Aluno 6:** Pirâmide.
- 137. Professor:** Esse? (Mostrando o icosaedro)
- 138. Aluno 1:** É o cubo!
- 139. Aluno 4:** Não, o outro.
- 140. Professor:** Prisma ou pirâmide? Prisma, pirâmide ou não é nada?
- 141. Aluno 7:** Não é nada.
- 142. Professor:** Então nessa pilha são os prismas e as pirâmides estão ali.
- 143. Aluno 8:** Essa são as pirâmides, organiza ai.
- 144. Professor:** Então vamos pensar. Vamos pensar! O que a gente falou que era prisma? Não tinha que ter duas bases? Paralelas? Iguais ou diferentes?

145. Aluno 2: Iguais.

146. Professor: Olhe os sólidos aí como exemplo.

147. Aluno 1: Prisma.

148. Professor: E se a gente falasse que isso daqui era uma base. (Mostrando uma face lateral)

149. Professor: Ela teria outra base igual? Teria, mas sabemos que não é.

150. Professor: A lateral teria que ser o que?

151. Aluno 1: Essa forma.

152. Professor: Mas que forma é essa?

153. Aluno 2: Retângulo.

154. Professor: Então, mas não tinha que ser um retângulo?

155. Professor: Esse lado é retângulo (mostrando uma face lateral). Esse aqui não é retângulo (mostrando uma base).

156. Aluno 3: E esse? (Mostrando uma pirâmide)

157. Professor: Mas esse aqui não é prisma.

158. Professor: É só olhar o que vocês separaram. Vocês separaram isso.

159. Professor: Agora olhem esse sólido. É o que?

160. Aluno 1: Pirâmide!

161. Professor: O que é uma pirâmide pra gente?

(Separando os sólidos novamente conforme as características vistas pelos alunos)

162. Aluno 1: Mas isso não é prisma?

163. Professor: Olha de novo. A gente acabou ver todos. Isso é prisma? (Tetraedro)

164. Aluno 1: Não.

165. Professor: Por quê?

166. Professor: Esses vocês não cansaram de dizer que é prisma?

167. Aluno 4: Sim.

168. Aluno 3: Não.

169. Professor: Esse é prisma? Por quê?

- 170. Aluno 7:** Porque tem face de triângulo.
- 171. Aluno 8:** É uma pirâmide.
- 172. Professor:** Pra ser prisma tem que ter a face lateral retangular, olha!
- 173. Professor:** A lateral dele não é um retângulo e não tem duas faces paralelas.
- 174. Aluno 5:** Ele não é nada.
- 175. Professor:** E esse é prisma? (Mostrando um dodecaedro)
- 176. Aluno 5:** É.
- 177. Professor:** Meninos, prisma?
- 178. Professor:** Mas o lado não é retangular.
- 179. Aluno 3:** Mas aqui parece.
- 180. Professor:** É parece, mas não é retângulo.
- 181. Professor:** Esse? Prisma? (Mostrando o hexaedro)
- 182. Aluno 5:** Não.
- 183. Aluno 4:** As faces são quadrados
- 184. Professor:** Mas vamos pensar. O que é um retângulo?
- 185. Aluno 7:** Retângulo tem lados paralelos iguais.
- 186. Professor:** Ta, você tem dois lados paralelos e iguais, que formam ângulos de noventa graus. Um quadrado não é um retângulo?
- 187. Aluno 4:** Não, porque o retângulo é assim (apontando um retângulo). A altura é menor que o comprimento.
- 188. Professor:** E se a altura for igual ao comprimento? Não pode ser retângulo ainda?
- 189. Aluno 4:** Não. Ai teria que ser um quadrado.
- 190. Professor:** Então, mas isso daqui não pode ser um prisma? (Mostrando o hexaedro)
- 191. Professor:** Pelo o que a gente viu? Têm duas bases paralelas e iguais, um lado é um quadrilátero, é um retângulo, então isso daqui pode ser um prisma. Agora vamos ver. Esses sólidos estão separados por quê? (Mostrando os sólidos que pela definição não eram nem prismas e nem pirâmides)
- 192. Aluno 2:** Porque não são pirâmides.

- 193. Professor:** Relembrando. Pra gente, o que são pirâmides?
- 194. Aluno 8:** Lados triangulares.
- 195. Professor:** Tem os lados triangulares e?
- 196. Aluno 1:** Um vértice.
- 197. Professor:** Os lados são unidos por um vértice.
- 198. Aluno 4:** E tem que ter uma base.
- 199. Professor:** Isso, e tem que ter uma base.
- 200. Aluno 1:** As duas são pirâmides? (Mostrando duas pirâmides na pilha)
- 201. Professor:** São. Ele acabou de perguntar. Quais as diferenças?
- 202. Aluno 4:** Uma ter base triangular e a outra pentagonal.
- 203. Professor:** Uma ter a base hexagonal e essa triangular. Então vamos lá, essas são as pirâmides.
- 204. Professor:** Isso são todas pirâmides
- 205. Aluno 1:** Pirâmide normal.

O quadro 5 representa uma discussão entre professor e alunos sobre as características dos poliedros apresentadas no quadro anterior para reforçar o aprendizado e para que haja uma interação entre imagem e palavra. Quando o assunto é discutido, o aluno tem maior capacidade de organizá-lo e a atividade, sendo compartilhada, desenvolve o conceito de colaboração mútua (FORMAN e CADZEN, 1988).

O professor solicitou que os alunos separassem os materiais em dois grupos (montinhos): um de prismas e outro de pirâmides (momento 112). O aluno 4 logo percebeu que alguns sólidos não se encaixavam em nenhum dos dois grupos, o que implica que ele entendeu as características dos poliedros já estudados e que haviam alguns sólidos que foram levados pelo professor que não possuía nenhuma característica apresentada anteriormente nos quadros 2 e 3 (momento 113 e 115).

Os alunos demonstraram muita dificuldade em trabalhar com os poliedros de Platão, pois tentavam achar uma característica que os encaixassem no grupo das pirâmides ou dos prismas. Como exemplo, citamos o aluno 2 que perguntou ao professor se o icosaedro (poliedro de vinte faces) é uma pirâmide, já que possui faces

triangulares (momento 109). O professor tentou conduzir o raciocínio do aluno usando outra característica da pirâmide (momento 110), o que levou o aluno a perceber que esse sólido não pode ser classificado como pirâmide (momentos 111).

O professor deu um tempo aos alunos para que pudessem separar os sólidos conforme as características vistas no quadro anterior. Nesse momento, foi possível perceber que alguns alunos que não estavam participando da atividade começaram a se interessar por ela e juntaram-se ao grupo que estava separando os sólidos, dando suas opiniões.

Os alunos não apresentaram dificuldades ao separarem as pirâmides e os prismas, já que suas características haviam sido estudadas no quadro anterior, mas apresentaram muitas dúvidas ao separarem os sólidos que não se encaixavam em todas as características dos prismas nem das pirâmides. Esses sólidos eram os poliedros de Platão, que ainda não tinham sido trabalhados com os alunos (serão apresentados somente no próximo quadro). Com isso, o professor interveio na discussão dos alunos para orientá-los na separação dos sólidos que tinham dúvidas. No momento 122, ocorreu um exemplo dessa dúvida. Na separação dos sólidos, os alunos haviam colocado o icosaedro no monte das pirâmides, pois esse apresenta faces triangulares e o aluno 7 observou que ele não se encaixava nesse monte. Percebendo essa dificuldade, o professor perguntou por que alguns sólidos não haviam se encaixado no grupo das pirâmides nem dos prismas, o que induziu os alunos a discutirem sobre eles (momento 123). O aluno 4 ainda apresentou uma confusão entre figuras planas e espaciais, pois, ao mostrar o cubo, chamou-o de quadrado (momento 124). O professor insistiu em lembrar que não poderia ser quadrado, pois apresentava três dimensões e o quadrado apresenta duas dimensões (momento 125). O aluno 2, nos momentos 128 e 130, demonstrou ter percebido que o cubo apresentava as características do prisma. O professor perguntou sobre o dodecaedro, octaedro e icosaedro (momentos 132, 135 e 137) e os alunos os definiram com sendo prismas ou pirâmides, erroneamente. Então, dos momentos 144 ao 150, o professor tentou conduzir o raciocínio dos alunos para levá-los à compreensão de que alguns sólidos, como o dodecaedro, não poderiam ser prismas, pois não apresentavam duas bases paralelas e iguais, e as faces não eram retângulos.

Depois dessa explicação, os alunos separaram os sólidos que não pertenciam ao grupo das pirâmides nem dos prismas. O aluno 1 apresentou dificuldade com a nomenclatura de prismas e pirâmides, pois chamou o tetraedro, que é uma pirâmide com todas as faces iguais, de prisma. Com isso, o professor questionou os alunos se o sólido era mesmo um prisma e porque (momento 169), o que levou o aluno 7 a responder, corretamente, que o sólido apresenta faces triangulares (momento 170), o que pode ser um indício de sua compreensão. No entanto, o aluno 8 respondeu que tratava-se de uma pirâmide (momento 171), o que levou o professor a direcionar o raciocínio dos alunos, destacando as características do retângulo (momento 173).

A seguir, o professor questionou os alunos o fato de o dodecaedro encontrar-se entre os prismas (momento 175). Mediante esse questionamento, o aluno 5 declarou que o dodecaedro é um prisma (momento 176). Com isso, o professor insistiu que para ser prisma o sólido precisa apresentar faces retangulares (momento 178). O aluno 3 disse que a face do dodecaedro parecia um retângulo (momento 179), confundindo o retângulo com pentágonos, mostrando que a confusão era sobre geometria plana e não espacial.

No momento 181, o professor questionou os alunos se o hexaedro (cubo) se encaixa entre os prismas. O aluno 5 respondeu que não (momento 182) e o aluno 4 concordou com ele, justificando que as faces são quadradas (momento 183), o que sugere que esses alunos compreenderam esse conceito. O aluno 7 mostrou um conhecimento em geometria plana pois apresentou uma característica dos retângulos, que são seus lados paralelos e iguais (momento 185), mas esqueceu que, necessariamente, eles devem possuir quatro ângulos retos. Assim, o professor explicou aos alunos que os quadrados são retângulos, pois, para serem retângulos, os quadriláteros precisam possuir lados paralelos iguais e quatro ângulos retos (momento 186).

O aluno 4 mostrou que não se convenceu de que quadrados são retângulos e justificou que os retângulos possuem altura menor que o comprimento (momento 187), o que levou o professor a argumentar que, independente do tamanho dos lados, eles ainda seriam paralelos e iguais e possuiriam ângulos retos. O professor percebeu que, apesar da explicação, não conseguiu convencer o aluno 4 de que os quadrados são

retângulos. Isso mostrou a dificuldade desse aluno relativa à geometria plana; então o professor tentou convencê-lo de que o cubo poderia ser um prisma apresentando as características do prisma (momento 191). Nesse momento, o professor não conseguiu saber se havia convencido o aluno 4 de que o cubo era um prisma, mas o aluno mostrou esse entendimento na avaliação dada após a aplicação dessa atividade.

Ao final da separação, o professor reviu com os alunos os conceitos trabalhados nessa atividade. Com a ajuda dos alunos 8, 4 e 1, relembrou que as pirâmides possuem faces laterais triangulares, um vértice que liga essas faces e somente uma base (momentos 194, 196 e 198). No momento 201, o professor questionou os alunos acerca da diferença entre as duas pirâmides, o que levou o aluno 4 a mostrar que compreendeu os conceitos trabalhados nesta atividade. Além de ter percebido que os dois sólidos são pirâmides, respondeu que a diferença estava na base: uma era triangular e a outra hexagonal. Errou ao responder que era hexagonal, pois era pentagonal, mas esse foi um erro de contagem dos lados do polígono.

No quadro 6, a seguir, abordamos somente os sólidos que haviam sido separados no quadro 5 e que não se encaixavam como prismas e nem como pirâmides. Neste quadro, os alunos viram que os sólidos são chamados poliedros de Platão e suas características.

QUADRO 6 – Discussão sobre poliedros de Platão

206. Professor: Diz pra mim. Isso é pirâmide? (Mostrando a pilha de sólidos que não se encaixavam na pilha de prisma nem de pirâmide)

207. Aluno 1: Não.

208. Professor: É prisma?

209. Aluno 3: Não.

210. Professor: Vocês sabem como a gente chama isso?

211. Aluno 2: Não.

212. Professor: Então primeiro vamos pensar. Vocês olhando pra esses aqui, quais são características deles?

213. Aluno 4: Essa é bem triangular. (Mostrando o octaedro)

214. Professor: Ok. Todas as faces triangulares. Os triângulos são iguais?

- 215. Aluno 8:** Parecem que são dois triângulos embutido.
- 216. Professor:** Duas pirâmides.
- 217. Aluno 8:** É.
- 218. Professor:** Agora olha esse aqui. (Mostrando o dodecaedro). O lado é o que?
- 219. Aluno 7:** Pentagonal.
- 220. Professor:** Todos os pentágonos são iguais?
- 221. Aluno 7:** Acho que são.
- 222. Professor:** E esse daqui? (Mostrando um tetraedro)
- 223. Aluno 5:** Também é uma pirâmide.
- 224. Professor:** É uma pirâmide?
- 225. Aluno 5:** É.
- 226. Professor:** Todos os lados são iguais?
- 227. Professor:** Como se chama esse poliedro aqui?
- 228. Professor:** Esse tem pentágonos iguais (Dodecaedro). Esses são triângulos iguais e triângulos iguais (icosaedro e octaedro). Esse daqui também não tem triângulos iguais? (tetraedro)
- 229. Aluno 3:** Tem.
- 230. Professor:** E esses quadrados iguais? (hexaedro).
- 231. Aluno 3:** Tem.
- 232. Professor:** Então, além disso ser uma pirâmide (mostrando o hexaedro), ele é igual a esses daqui que são chamados de poliedros regulares. Conhecem?
- 233. Aluno 1:** Não.
- 234. Professor:** Então estamos aprendendo uma coisa nova. Poliedros regulares. Aqui tem quantos poliedros regulares?
- 235. Aluno 1:** Esse é?
- 236. Professor:** Então, isso daqui é um prisma. Só que aqui é um quadrilátero, tem quatro lados, e aqui é um hexágono. Não tem todos os lados iguais.
- 237. Professor:** Todos os poliedros que tem todos os lados iguais vocês sabem como são chamados também?
- 238. Aluno 5:** Não.

239. Professor: Poliedros de Platão.

240. Professor: Lembra daquela vez, da atividade...

241. Professor: Esses daqui são os poliedros de Platão. Olha. Tem todas as faces iguais.

242. Aluno 1: Como é o nome mesmo?

243. Professor: Platão. Já ouviu falar?

244. Professor: Olha que engraçado. O cara estudou tanto que ele descobriu que na face da Terra inteira só existem esses cinco poliedros que são de Platão. São os poliedros com todas as faces iguais e regulares, eles fecham certinho. Legal, né? Imagina você estudar isso, descobrir isso.

O professor partiu das características dos poliedros de Platão para mostrar porque esses sólidos são especiais e porque Platão gastou tanto tempo estudando-os.

Primeiramente, apresentou aos alunos o octaedro e perguntou suas características (momento 212), o que levou o aluno 4 a responder que esse sólido era “bem triangular” para mostrar que todos os seus lados correspondiam a triângulos (momento 213). O professor levou os alunos a perceberem outra característica dos poliedros de Platão, induzindo o seu raciocínio, ao perguntar se os triângulos eram todos iguais (momento 214). Embora o aluno 8 tenha respondido que sim, no momento 217, demonstrou ter confundido geometria plana e espacial ao dizer que o octaedro parecia dois triângulos embutidos ao invés de dizer pirâmides embutidas (momento 215).

A seguir, o professor apresentou o dodecaedro e insistiu nas suas características (momentos 218 ao 221): perguntou qual o polígono que constituía suas faces e se eles eram iguais. Apresentou também o tetraedro, que é uma pirâmide regular. Os alunos demonstraram certa dificuldade em perceberem que, além de ser pirâmide, o tetraedro também apresenta todas as características dos poliedros de Platão, pois possui faces triangulares e iguais (momentos 222 ao 226). O aluno 5 mostrou que entendeu o que são pirâmides e que não conhecia os poliedros de Platão e suas características (momento 223 e 225).

Mediante a dificuldade dos alunos em perceberem as características dos poliedros de Platão, o professor procurou dirigir o raciocínio dos alunos para essa

percepção. No momento 228, o professor comparou todos os poliedros de Platão separados pelos alunos e mostrou que os sólidos possuíam faces iguais, ou seja, mostrou que o dodecaedro possuía faces pentagonais e iguais, o icosaedro e o octaedro possuíam faces triangulares e iguais, e o tetraedro também possuía faces triangulares e iguais. A seguir, mostrou que o hexaedro (cubo) também possuía faces iguais, só que quadradas (momento 230).

No momento 232, o professor mostrou que os sólidos apresentados que possuíam faces iguais eram chamados poliedros regulares. Os alunos demonstram que não conheciam essa nomenclatura. No momento 239, o professor enfatizou que esses sólidos são poliedros de Platão.

O professor ainda mostrou curiosidades em torno dos poliedros de Platão: que Platão descobriu que no universo existem somente cinco poliedros que apresentam essas características.

No quadro 7, a seguir, trabalhamos as nomenclaturas dos prismas e das pirâmides. Esses poliedros são nomeados conforme suas bases, ou seja, uma pirâmide que possua uma base pentagonal é chamada de pirâmide de base pentagonal, o que também ocorre com os prismas.

QUADRO 7 – Discussão acerca das nomenclaturas de prismas e pirâmides

245. Professor: Agora vamos aos nomes. O nome das pirâmides vocês lembram?

246. Aluno 4: Hexagonal.

247. Professor: Isso, pirâmide de base hexagonal. Certo?

248. Aluno 6: Pentagonal.

249. Professor: E o prisma? O prisma é a mesma coisa.

250. Aluno 5: Pentagonal.

251. Professor: Prisma de base pentagonal.

252. Professor: Agora vamos ver. Vocês sabem o nome disso?

253. Aluno 7: Pirâmide de base triangular.

No quadro 7, o professor reviu com os alunos alguns conceitos já vistos em aula e na aplicação da presente atividade: a nomenclatura dos prismas e das pirâmides. Esses poliedros são nomeados da mesma forma, conforme a sua base.

Os prismas e as pirâmides são poliedros conhecidos pelos alunos, por isso nesse quadro foi feita uma revisão dos conceitos já estudados por eles. Os alunos têm contato com esses sólidos no 3º bimestre do 6º ano, e no 2º e 4º bimestres do 7º ano, de acordo com a Proposta Curricular do Estado de São Paulo.

Nesse quadro, o professor interagiu com os alunos, para levá-los a relembrem o nome dos poliedros. Isso levou os alunos 4, 6, 5 e 7 (momentos 246, 248, 250 e 253) a demonstrarem que tinham em suas estruturas cognitivas o conceito de que os prismas e as pirâmides eram nomeadas conforme sua base e, ao serem perguntados sobre sua nomenclatura, logo responderam sobre o polígono que constituía sua base. Esses alunos demonstraram que têm conhecimento sobre a geometria plana, pois identificaram os polígonos das bases dos poliedros e demonstraram também um entendimento sobre a geometria espacial, pois identificaram os prismas e as pirâmides. Os alunos 4, 5, 6 e 7 demonstraram que já tinham esse conhecimento em sua estrutura cognitiva antes da atividade, pois o conteúdo já havia sido trabalhado em séries anteriores, mas outros (alunos 1, 2, 3 e 8) desenvolveram esse conhecimento a partir da interação entre alunos e professor mediados pela presente atividade.

No quadro 8, o professor apresentou aos alunos a nomenclatura dos poliedros de Platão. Esses poliedros são nomeados conforme o número de faces, ou seja, o tetraedro possui quatro faces iguais, já o hexaedro possui seis faces iguais, o octaedro oito faces iguais, o dodecaedro, doze faces iguais e o icosaedro, vinte faces iguais.

QUADRO 8 – Discussão acerca da nomenclatura dos poliedros de Platão

254. Professor: Ta, mas a gente não chegou a conclusão que é um poliedro de Platão? Poliedro regular? Ta, poliedro regular vocês sabem como chama? Vocês sabem como chamam os poliedros regulares? É pelo número de face. As faces não são todas iguais?

255. Aluno 8: São.

256. Professor: Quantas faces eu tenho aqui?

- 257. Professor:** Um, dois, três, quatro. Quatro faces. Vocês lembram o nome? Meu time foi quatro vezes campeão, ele é?
- 258. Aluno 1:** Tetra.
- 259. Professor:** Isso, e como edro são faces. Chamamos de tetraedro.
- 260. Professor:** Agora o cubo. Chama-se cubo ou prisma de base quadrangular ou? Quantas faces?
- 261. Aluno 5:** Seis.
- 262. Professor:** Então?
- 263. Aluno 1:** Hexaedro.
- 264. Professor:** Hexaedro. Isso, edro, face.
- 265. Professor:** Agora e esse? Quantas faces?
- 266. Aluno 8:** Oito.
- 267. Professor:** Oito. É um?
- 268. Aluno 8:** Octagonal.
- 269. Professor:** Quase. Octaedro. Tem que ter edro por causa das faces. Oito faces, octaedro.
- 270. Professor:** Esse daqui. Quantas faces têm? Contem ai.
- 271. Aluno 8:** Sete?
- 272. Professor:** Não, tem mais.
- 273. Aluno 4:** Oito?
- 274. Professor:** Tem mais.
- 275. Aluno 7:** Doze.
- 276. Professor:** Isso, então é o que? Doze.
- 277. Aluno 7:** É decágono ou algo parecido.
- 278. Professor:** Então, decágono são dez. Doze? Dodecaedro.
- 279. Professor:** Agora o ultimo. Quantas faces têm esse?
- 280. Aluno 4:** Dezoito faces.
- 281. Aluno 8:** Vinte.
- 282. Professor:** Isso, então é um?
- 283. Aluno 1:** Vintezimo.

284. Professor: Não. Acho que vocês já ouviram falar esse nome.

285. Professor: Icosaedro.

286. Aluno 7: Não era icoságono?

287. Professor: Icoságono é polígono, polígono que é plano. Edro é face, então vinte faces icoesaedro.

288. Professor: Agora a gente vai aprender... vocês conhecem o Euler?

289. Aluno 3: Acho que não.

290. Professor: Já ouviram falar?

291. Aluno 1: Não.

Nesse quadro, o professor apresentou aos alunos a nomenclatura dos poliedros de Platão e, como esses poliedros são nomeados conforme o número de faces, o professor comparou com títulos de times de futebol, que também são nomeados conforme a sua quantidade.

No momento 254, o professor fez uma breve explicação aos alunos sobre como os poliedros são nomeados. Ao perguntar se em todos os sólidos ali separados as faces eram iguais, o aluno 8 fez questão de conferir e depois de observar todos os sólidos, concluindo que em todos esses cinco sólidos, as faces eram realmente iguais.

A seguir, o professor exemplificou a nomenclatura com o tetraedro. Ele contou as quatro faces e comparou com os títulos que um time possui, para que os alunos pudessem associar mais facilmente o prefixo que seria usado para nomear os cinco poliedros. O aluno 1 demonstrou ter compreendido a relação usada pelo professor, ao responder que o time seria tetra (momento 258).

No momento 260, o professor levantou um questionamento sobre as faces do cubo, que também é chamado de prisma de base quadrada, o que levou o aluno 5 a declarar que o poliedro possuía seis faces (momento 261). O aluno 1 mostrou que havia compreendido como se nomeavam os poliedros, pois respondeu que o cubo poderia se chamar hexaedro (momento 263). O aluno 8 demonstrou que também entendeu o conteúdo pois contou as oito faces do poliedro (momento 266) e, ao responder que o sólido se chamaria octogonal, mostrou que entendeu o prefixo usado nesses poliedros, mas errou no sufixo que deveria ser edro (momento 268).

Ao perguntar sobre o polígono de doze lados (momento 276), o professor se surpreendeu com a resposta do aluno 7, pois o prefixo que relaciona doze quantidades não é muito utilizado no cotidiano, apesar de ser conhecido dos alunos através da geometria plana. O aluno 7 mostrou que possuía em sua estrutura cognitiva um conhecimento sobre prefixos matemáticos, mas errou ao dizer que era um decágono (momento 277).

O último poliedro apresentado pelo professor foi o de vinte faces, propositalmente, pois é a nomenclatura mais diferenciada e menos usada pelos alunos. Depois de contar as vinte faces do poliedro (momento 281), o aluno 1 tentou relacionar a quantidade com algum conceito já estudado ao responder “vintezimo” (momento 283). O professor ao dizer aos alunos que o nome correto seria icosaedro (momento 285), foi indagado pelo aluno 7 se o correto não seria icoságono. Isso demonstrou que o aluno 7 possuía conhecimentos de geometria plana, mas não conseguiu relacionar esses conhecimentos com a geometria espacial.

QUADRO 9 – Discussão sobre a relação de Euler

292. Professor: Mais uma coisa. Olhem os prismas. Vou pegar um prisma como exemplo (prisma de base triangular). Quantos vértices têm?

293. Alunos: Seis.

294. Professor: Seis vértices. Quantas arestas eu vou ter?

295. Alunos: Nove.

296. Professor: Então, seis vértices e nove arestas. Agora quantas faces?

297. Alunos: Cinco.

298. Professor: Pensem comigo assim. O número de vértices era quanto?

299. Alunos: Seis.

300. Professor: Mais, o número de faces é quanto?

301. Alunos: Cinco.

302. Professor: Seis mais cinco dá quanto?

303. Alunos: Onze.

304. Professor: O número de arestas é quanto?

305. Aluno 4: Oito.

306. Alunos: Nove.

307. Professor: Onze menos nove dá quanto?

308. Alunos: Dois.

309. Professor: Então, em todos os poliedros que eu trouxe, as pirâmides, os prismas e os poliedros de Platão, essa relação vai ocorrer. Então, em todos os poliedros o número de vértices mais o número de faces é igual ao número de arestas mais dois.

310. Professor: Contem aí nos poliedros e vejam se isso é realmente verdade.

O professor deixou os alunos manipularem os poliedros montados com palitos para que a contagem fosse mais fácil e eles concluíram que essa relação era válida.

311. Professor: Bom, essa relação é chamada Relação de Euler.

312. Aluno 1: “Óiler”?

313. Professor: Isso, mas se escreve Euler.

Nesse quadro, o professor dirigiu o raciocínio dos alunos para que esses compreendessem que o número de vértices somado ao número de faces é igual ao número de arestas mais dois, a chamada relação de Euler. Embora os alunos tenham acompanhado esse raciocínio, eles não demonstraram essa compreensão, pois o professor concluiu a relação que ocorre nos poliedros convexos, não viabilizando que os alunos o fizessem.

Após ter mostrado um exemplo, o professor solicitou aos alunos que, com os outros sólidos montados por eles com palitos e tripas de mico, eles confirmassem que a relação de Euler é válida para todos os poliedros levados pelo professor. A contagem e a afirmação dos alunos não foram gravadas.

No quadro a seguir (Quadro 10), o professor encerrou o bloco de atividades com o estudo das planificações. Nesse estudo, professor e alunos relembrou as características dos sólidos apresentados (poliedros e corpos redondos) e identificaram suas planificações, associando figuras espaciais com figuras planas. Para fazer essa relação (entre figuras planas e espaciais), os alunos deveriam ter uma visão clara sobre os sólidos e suas características.

QUADRO 10 – Discussão sobre planificações

314. Professor: E por último vamos trabalhar com as planificações.

315. Professor: Eu vou apresentar as planificações e quero que vocês me respondam de qual sólido é e por que.

Nesse momento, o professor perguntou individualmente para que não houvesse confusão.

316. Professor: Aluno 5, a qual sólido pertence essa planificação e porque?

317. Aluno 5: É um pirâmide triangular, porque todas as faces são triângulos.

318. Professor: Muito bem, só lembrando: pirâmide de base triangular.

319. Professor: Aluno 8, e esse?

320. Aluno 8: Pirâmide de base quadrada. Porque tem triângulos e um quadrado que pode ser a base.

321. Professor: Na verdade, é a base. Aluno 2, e esse?

322. Aluno 2: Pirâmide de base pentagonal. Triângulos e um pentágono.

323. Professor: Aluno 1?

324. Aluno 1: Pirâmide de base hexagonal. Triângulos e um hexágono.

325. Professor: Muito bem. Vamos agora esses. Aluno 3?

326. Aluno 3: Prisma de base triangular. Porque tem vários retângulos e dois triângulos que são as bases.

327. Professor: Quem falta?

328. Aluno 4: Eu, tia.

329. Professor: E esse?

330. Aluno 4: Prisma de base quadrangular. Retângulos e dois quadrados.

331. Professor: Aluno 7?

332. Aluno 7: Prisma de base pentagonal. Retângulos e dois pentágonos.

333. Professor: Aluno 6?

334. Aluno 6: Prisma de base hexagonal. Retângulos e dois hexágonos.

335. Professor: E por último esses dois. Quais são e por quê?

336. Aluno 1: Tia, são os corpos redondos, né?

- 337. Professor:** Mas por quê?
- 338. Aluno 1:** Porque tem círculo, olha aí.
- 339. Professor:** Muito bem. Mas nós vimos dois tipos de corpos redondos. Tinham dois nomes. Qual é qual?
- 340. Aluno 4:** Esse é do cone, porque tem um círculo só.
- 341. Professor:** Isso. E o outro?
- 342. Aluno 8:** Só pode ser do cilindro, né?
- 343. Professor:** Muito bem, mas também poderíamos pensar que tem dois círculos, duas bases.
- 343. Professor:** Bom, tenho mais cinco planificações aqui e serão um pouco diferente. Quem lembrar o nome delas pode falar ok?
- 344. Aluno 1:** Ah, deve ser dos poliedros de Platão.
- 345. Professor:** Vamos com calma. Qual é essa planificação?
- 346. Aluno 5:** Eu sei, é do que é igual a pirâmide triangular.
- 347. Professor:** Isso mesmo. Alguém lembra o nome? Lembrem de como nós nomeamos os poliedros de Platão.
- 348. Aluno 8:** Ah, era o de quatro, né? Eu acho que é tetraedro, ou alguma coisa assim.
- 349. Professor:** Muito bem. Era isso mesmo, tetraedro. Ele lembrou o nome do primeiro, tentem fazer essa relação com o outro. E esse?
- 350. Aluno 2:** Cubo.
- 351. Professor:** Isso mesmo, mas como era o outro nome?
- 352. Aluno 1:** É o de seis, né? Hexaedro?
- 353. Professor:** Hexaedro. Vocês já sabem tudo, nem precisam mais de mim assim. Esse?
- 354. Aluno 5:** Octogonal.
- 355. Professor:** Relaciona com os nomes anteriores. Mais uma chance.
- 356. Aluno 5:** Octaedro.
- 357. Professor:** Isso. E esse?
- 358. Aluno 8:** Eu sei que é o de doze, mas não lembro o nome. Nem do outro de

vinte.

359. Professor: Alguém pode nos ajudar? Eu também não lembro muito.

360. Aluno 2: Dodecaedro.

361. Professor: Aí, isso mesmo. E por último?

362. Aluno 1: Esse ninguém lembra, tia.

363. Professor: Não mesmo?

364. Alunos: Não.

365. Professor: Guardem aí então, escreve na mão: icosaedro.

Nesse quadro o professor trabalhou as planificações. Como os alunos haviam demonstrado entendimento da geometria espacial ao serem solicitados pelo professor que montassem os poliedros com palitos, o professor optou em trabalhar individualmente essa atividade. Embora as perguntas tenham sido feitas individualmente, o professor esclareceu que todos os alunos poderiam se colocar em qualquer momento, caso houvesse alguma dúvida ou discordância. Foram trabalhadas somente as planificações dos sólidos levados pelo professor, ou seja, os prismas e pirâmides de base triangular, quadrangular, pentagonal e hexagonal, e também do cone, cilindro e dos poliedros de Platão.

Ao perguntar aos alunos sobre as planificações das pirâmides e dos prismas apresentadas, os alunos 5, 8, 2, 1, 3, 4, 7 e 6 demonstraram que entenderam as características desses sólidos pois identificaram as planificações mostradas (momentos 317, 320, 322, 324, 326, 330, 332 e 334), ao dizerem que as pirâmides possuíam triângulos em suas faces laterais e somente uma base. Já os prismas possuíam retângulos em suas faces laterais e duas bases.

O aluno 1, no momento 336, identificou os corpos redondos por meio de uma característica não citada nos quadros anteriores, que a base desses sólidos são círculos (momento 338), demonstrando que conseguiu relacionar a geometria plana com a espacial. Os alunos 4 e 8 associaram a nomenclatura dos sólidos com a quantidade de base apresentada, ou seja, cone possui uma base, já o cilindro possui duas (momentos 340 e 342).

Sobre as planificações dos poliedros de Platão, o aluno 8 identificou rapidamente que a planificação continha quatro faces iguais e relacionou com o seu nome, tetraedro (momento 348). O aluno 2 identificou a planificação do cubo (momento 350), mas não conseguiu relacionar o número de faces com o nome dado ao poliedro. O aluno 1 conseguiu fazer essa associação, demonstrando entendimento do conceito em questão (momento 352). O aluno 5 conseguiu relacionar parte da nomenclatura do octaedro associando o número de faces do poliedro com o nome, mas errou o sufixo usado nessa nomenclatura (momento 354). No entanto, após ser solicitado pelo professor que relacionasse sua resposta às anteriores, dadas pelos alunos, nomeou o sólido corretamente (momento 356). No momento 358, o aluno 8 mostrou uma compreensão parcial sobre o assunto, pois demonstrou que havia compreendido que os poliedros de Platão eram nomeados conforme o número de faces, mas não conseguiu relacionar esses conceitos (números de faces e nomenclaturas). Por outro lado, o aluno 2 (momento 360) demonstrou entendimento e memória ao responder o nome do poliedro de doze faces, pois não é um nome comum nem muito usado nas séries do Ensino Fundamental. O único poliedro de Platão que não foi nomeado por nenhum aluno foi o de vinte lados, que também não é trivial.

No próximo capítulo, analisamos os resultados obtidos e discutimos se o objetivo da pesquisa foi alcançado.

8. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Segundo a teoria de Vygotsky, no processo de ensino, ao se realizar uma atividade o professor deve atuar na ZDP do aluno. Para tanto, é imprescindível que o professor procure saber os seus conhecimentos prévios dos alunos. Na presente atividade, procuramos levantar os conhecimentos prévios dos alunos relativos a cada conceito trabalhado, para que, a partir desses conhecimentos, pudéssemos atuar na ZDP dos alunos, viabilizando, assim, a aprendizagem dos referidos conceitos.

Foi aplicado um pré-teste e um pós-teste, com perguntas semelhantes. A partir desses testes, pudemos verificar a evolução dos alunos. No pré-teste, os alunos apresentaram grandes dificuldades em caracterizar os sólidos geométricos, identificar suas individualidades e relacionar esses sólidos com suas planificações. Já no pós-teste, a maioria dos alunos mostrou grande evolução em pelo menos uma dessas dificuldades.

No decorrer da atividade, foi possível perceber a evolução do aluno 1 que, em princípio, demonstrava confusão na diferenciação entre a geometria plana e a espacial. Ele demonstrou compreensão dos conceitos trabalhados à medida que foram sendo apresentados durante as atividades. Ao compararmos o pré e o pós-teste, foi possível verificar que houve evolução desse aluno, o que tornou evidente sua compreensão.

Os alunos 4, 5 e 7, que não mostraram tanta dificuldade com a geometria plana como o aluno 1, aperfeiçoaram seus conhecimentos e demonstraram que adquiriram novos conhecimentos, como as Relações de Euler e os assuntos relacionados aos poliedros de Platão.

Os alunos 8 e 9 mudaram de postura no decorrer da atividade. No começo, estavam desinteressados e não participaram da atividade. Depois, ao ver seus colegas se divertindo e aprendendo ao mesmo tempo, mostraram interesse e motivação nas aulas e começaram a participar das atividades propostas, assim como demonstrando compreensão.

Os alunos 2, 3 e 6 ainda demonstraram muita dificuldade com a diferenciação da geometria plana da espacial, mesmo depois da aplicação da atividade. Um dos indícios

desse resultado é que esses alunos diminuíram a sua participação no decorrer da atividade.

Os outros alunos que participaram das atividades propostas mas não interagiram com o professor na aplicação dessa, encaixam-se em um dos quatro grupos apresentados. Assim como o aluno 1 que demonstrou grande evolução, outros dois alunos também

Os resultados apresentados acima foram evidenciados nas colocações feitas pelos alunos em sala de aula e na comparação do pré-teste com o pós-teste. A comparação desses testes viabilizou a percepção do nível de compreensão que cada aluno teve ao final da aplicação das atividades.

No próximo capítulo, elaboramos as considerações finais, com comentários pessoais de como se desenvolveu a atividade.

9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados da presente pesquisa mostraram que o uso de material manipulativo no ensino da Geometria favoreceu a aprendizagem dos conceitos trabalhados.

Alguns aspectos poderiam ser diferentes. O professor poderia ter levado mais curiosidades sobre a Geometria, o que tornaria o trabalho mais interessante do ponto de vista dos alunos. A sala deveria ter sido melhor organizada, o professor deveria ter controlado melhor os alunos e os estimulado, a fim de viabilizar que mais alunos participassem das atividades, o que teria proporcionado melhor compreensão do conteúdo. Outra possível melhoria seria a aplicação da atividade pelo próprio professor da sala, já que esse conhecia melhor as dificuldades dos alunos.

Consideramos que a presente pesquisa contribuiu para o ensino da Geometria, não só na classe em que foi aplicada a atividade, mas também em outras salas em que o professor aplicou partes da atividade ou adaptou para a série correspondente. Essa atividade foi trabalhada com outros alunos que estavam estudando pela primeira vez a Geometria Espacial, alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, e com alunos do curso pré-vestibular que ainda apresentavam dificuldades em trabalhar com figuras em três dimensões. Nas duas aplicações, o professor avaliou que a atividade ajudou os alunos na compreensão da Geometria e proporcionou que outros professores conhecessem e se interessassem pelo uso de materiais manipulativos em suas aulas.

Outras pesquisas mostraram que o uso de materiais manipulativos pode ser benéfico, se orientado adequadamente pelo professor, ou seja, se o professor trabalhar os conceitos de modo a promover a interação e atuar na Zona de Desenvolvimento Proximal dos alunos. Isso não ocorrendo, a aula pode se tornar abstrata e dificultar a compreensão desses conceitos por parte deles.

Sugerimos que os professores, na medida do possível, façam uso desses materiais, especialmente no Ensino Fundamental, onde é viável essa utilização, pois os professores têm mais tempo disponível para trabalhar com aulas diferenciadas. Essa estratégia pode motivar os alunos a aprenderem Matemática, o que é um fator

determinante para a compreensão dos seus conceitos. Assim, os alunos podem mudar a ideia de que a Matemática é uma matéria difícil e cansativa. Nós, professores, devemos e podemos mudar esse conceito, a partir de pesquisas e aperfeiçoamentos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, José Antonio Araújo. **O ensino de Geometria: uma análise das atuais tendências, tomando como referência as publicações nos anais dos ENEM's**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Francisco, 2004, 252p. Itatiba, SP.

BATISTELA, Rosemeire de Fátima. **Caleidoscópio para o ensino da Geometria: possibilidades e limites**. Disponível em: http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Comunicacoes_Orais%5Cco0086.doc. Acesso em: 18/08/2009.

BRASIL. **Experiências matemáticas: 5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries**. Versão preliminar. São Paulo: SE/CENP, 1998.

BRASIL. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática – Ensino Fundamental II**. SEE, 2008.

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

BOGDAN, R. BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto Editora, 337 p., 1982.

CAZDEN, Courtney B. **Classroom discourse: The language of teaching and learning**. Portsmouth: Heinemann, 1988.

COSTA, Mário Duarte da. **O desenho básico na área tecnológica**. In: CONGRESSO NACIONAL DE DESENHO, 2, Florianópolis: UFSC, 1982. p. 89-93.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**. São Paulo: Ática, 1990.

DÉCHEN, Tatiane; CARNEIRO, Reginaldo Fernando. **Tendências no Ensino da Geometria: Um olhar para os anais dos encontros paulistas de educação matemática**, 2006. Artigo – Universidade Federal de São Carlos, 2006.

FILLOS, Leoni Malinoski. **O ensino da Geometria: depoimentos de professores que fizeram história**. Disponível em: www.fae.ufmg.br/ebapem/completos/05-11.pdf. Acesso em: 20/08/2009.

FIorentini, D. et Al. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática**. Boletim da SBEM-SP. 1990.

FOMAN, Ellice e CAZDEN, Courtney. **“Exploring Vygotskian perspectives in education: The cognitive value of peer interaction”**. In: WERTSCH, James V. Culture, communication and cognition: Vygotskian perspectives. Cambridge: Cambridge University Press, 1988, pp. 323-347.

JANVIER, Claude. **“contextualization et representation dans l’utilization des mathématique”**. In: GARNIER, Catherine et al. Après Vygotsky et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Écoles russe et occidentale. Bruxelas: De Boek Université, 1991, pp. 129-148.

KRUTETSKY, V. A. **“Algumas características do desenvolvimento do pensamento nos estudantes com pouca capacidade para as matemáticas”**. In: VYGOTSKY, L. et al. Psicologia e pedagogia II. Investigações experimentais sobre problemas didáticos específicos. Lisboa: Estampa, 1991.

LEONTIEV, A. N. **Activity consciousness, and personality**. Nova Jersey: Prentice-Hall, 1978.

LEONTIEV, A. N. **“The problem of the activity in the history of soviet psychology”**. Soviet Psychology nº 1. Jan./ fev. 1989, vol.27, pp. 22-39.

LIMA, Lauro de Oliveira. **Estória da educação no Brasil: de Pombal a Passarinho**. 2 ed. Rio de Janeiro: Ed. Brasília, [19--].

LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar Geometria?** A Educação Matemática em Revista, SBEM, n.4, p. 3-13. set/1995.

NACARATO, Adair Mendes. **Eu trabalho primeiro no concreto**. Disponível em: <http://www.anped.org.br/reunioes/25/excedentes25/elenicezuint19.rtf>. Acesso em: 24/08/2009.

NACARATO, Adair M.; PASSOS, Cármen Lucia B. **A geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: EdUSFCar, 2003, 151p.

NASCIMENTO, Roberto A. **O ensino do desenho na educação brasileira: apogeu e decadência de uma disciplina escolar**. 1994. 75f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília.

NASCIMENTO, Hugo Leandro et al. **O abandono do ensino da Geometria e suas implicações no Ensino Fundamental**. Disponível em: http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Comunicacoes_Orais%5Cco0023.doc. Acesso em: 20/08/2009.

NUNES, Terezinha (Carraher). **“Systèmes alternatifs de connaissances solendifférents environnements”**. In: GARNIER, Catherine et al. Après Vygotsky et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Écoles russe et occidentale. Bruxelles: De Boek Université, 1991, pp. 117-128.

PAIS, Luis Carlos. **Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da Geometria**. Org. Silvia Machado. EDUC. São Paulo. 2000.

PASSOS, Cármen Lúcia B. **Que Geometria acontece na sala de aula?** In: MIZUKAMI, Maria da Graça N., REALI, Aline Maria M. R. Processos formativos da docência: conteúdos e práticas. São Carlos: EDUFSCar, 2005, pp. 16-44.

PASSOS, Carmen Lúcia B. **Representações, Interpretações e Prática Pedagógica: a Geometria na Sala de Aula**. Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Campinas, 2000.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e conseqüências**. Revista Zetetiké. Campinas: UNICAMP, Ano 1, n. 1, 1993.

PAVANELO, Regina Maria; FRANCO, Valdeni Soliani. **A construção co conhecimento geométrico no Ensino Fundamental: análise de um episódio de ensino**. Disponível em: http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicacao_Cientifica/Resumos/CC032723_62800aR.doc. Acesso em: 18/08/2009

PEREZ, G. **A realidade sobre o ensino da geometria de 1º e 2º graus, no Estado de São Paulo**. A Educação Matemática em Revista, n.4, p.54-62, 1995.

PETROVSKY, A. (org.). **Psicologia evolutiva y pedagógica**. Moscou: Progresso, 1980.

PRADO, Marlene Aparecida do. **O ensino-aprendizagem de Geometria através de resolução de problemas**.

RIVED – Rede Internacional Virtual de Educação. Disponível em: <http://www.rived.mec.gov.br>. Acesso em: 15/03/2009.

RIVINA, Irene. **“L’organization dès activités en commun et le développement cognitive des jeunes élèves”**. In GARNIER, Catherine et al. Après Vygotsky et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Écoles russe et occidentale. Bruxelles: De Boek Université, 1991, pp. 163-178.

RUBTSOV, Vitaly. **“Organization of joint actions as a factor of child psychological development”**. International Journal of Educational Research. 1989, vol.13, pp. 623-636.

RUBTSOV, Vitaly. **“Activité d’apprentissage et problèmes de formation de la pensée”**. In: GARNIER, Catherine et al. Après Vygotsky et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Écoles russe et occidentale. Bruxelles: De Boek Université, 1991a, pp. 151-161.

RUBTSOV, Vitaly. **“Activité en commun et acquisition de concepts théoriques pas les écoliers sur le materiel de physique”**. In: GARNIER, Catherine et al. Après Vygotsky et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Écoles russe et occidentale. Bruxelles: De Boek Université, 1991b, pp. 223-236.

RUBTSOV, Vitaly e GUZMAN, R. Ya. **“Psychological characteristics of the methods pupils use to organize joint activity in dealing wjth a school task”**. Soviet Psychology n° 2. Mar./ abr. 1984/1985, vol.23, pp. 65-83.

SCHLIEMANN, A. D. e CARRAHER, T. **“Everyday experience as a source of mathematical learning: Knowledge complexity and transfer”**. Trabalho apresentado no Annual Meeting of the American Educational Research Association. S/I, 1988 (mimeo).

SCHLIEMANN, Analúcia D. et al. **“Da compreensão do sistema decimal à construção de algoritmos”**. In: ALENCAR, Eunice S. de (org.). Novas contribuições da psicologia aos processos de ensino e aprendizagem, São Paulo: Cortez, 1992, pp. 97-118.

SILVA, Maria Célia Leme da; OLIVEIRA, Maria Cristina Araújo de. **O ensino de Geometria durante o Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil: análise do arquivo pessoal de Sylvio Nepomuceno**. Disponível em: http://www.faced.ufu.br/colubhe06/anais/arquivos/472MariaCeliaLeme_e_MariaCristina.pdf. Acesso em 20/08/2009.

VITTI, Maria Catarina. **Matemática com prazer**. Piracicaba: Ed UNIMEP, 1996.

VYGOTSKY, L. S. **“The instrumental method in psychology”**. In: WERTSCH, James V. (org.). The concept of activity in soviet psychology. Nova York: M.E. Sharpe, 1981a, pp. 134-143.

VYGOTSKY, L. S. **“The genesis of higher mental functions”**. In: WERTSCH, James V. (org.). The concept of activity in soviet psychology. Nova York: M.E. Sharpe, 1981b, pp. 144-188.

VYGOTSKY, L. S. **“The development of higher forms os attention in childhood”**. In: WERTSCH, James V. (org.). The concept of activity in soviet psychology. Nova York: M.E. Sharpe, 1981c, pp. 189-240.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Livros didáticos de Educação Artística, conteúdo: construções geométricas. Livros didáticos para atender ou burlar a legislação?** In: ENCONTRO DE PESQUISA DA FACULDADE DE EDUCAÇÃO (FAE/UFMG), 7, 2001, Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 2001a.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental e o ensino das construções geométricas, entre outras considerações.** Disponível em: <http://www.anped.org.br/reunioes/25/excedentes25/elenicezuint19.rtf>. Acesso em: 18/08/2009.

WERTSCH, James V. (org.). **The concept of activity in soviet psychology.** Nova York: M. E. Sharpe, 1981.