

**PROPOSTA DE MODELO PARA OBTENÇÃO DE MOMENTOS
FLETORES DE LAJES NERVURADAS**

DANILO YOSHIAKI TESHIMA

**PROPOSTA DE MODELO PARA OBTENÇÃO DE MOMENTOS
FLETORES DE LAJES NERVURADAS**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Civil.

Orientador: Prof^o. Dr. Antonio Wanderley Terni.

Guaratinguetá

2012

T337p Teshima, Danilo Yoshiaki
Proposta de modelo para obtenção de momentos fletores de lajes nervuradas/ Danilo Yoshiaki Teshima – Guaratinguetá : [s.n], 2012.
117 f. : il.
Bibliografia : f. 115-117

Trabalho de Graduação em Engenharia Civil – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2012.
Orientador: Prof. Dr. Antonio Wanderley Terni

1. Lajes I. Título

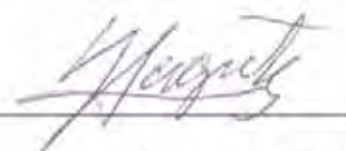
CDU 624.073.6

**PROPOSTA DE MODELO PARA OBTENÇÃO DE MOMENTOS
FLETORES DE LAJES NERVURADAS**

DANILO YOSHIAKI TESHIMA

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DE REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
"GRADUADO EM ENGENHARIA CIVIL"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



Prof. YZUMI TAGUTI

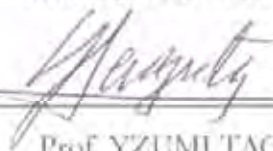
Coordenador de curso

BANCA EXAMINADORA:



Prof. ANTONIO WANDERELY TERNI

Orientador/UNESP-FEG



Prof. YZUMI TAGUTI

UNESP-FEG

ALEX THAUMATURGO DIAS

Membro Externo

DADOS CURRICULARES

DANILO YOSHIKI TESHIMA

NASCIMENTO 06.12.1988 – SÃO BERNARDO DO CAMPO/SP

FILIAÇÃO Tetsuo Teshima

Liria Harumi Nakayama Teshima

DEDICATÓRIA

à todos que direta ou indiretamente, ou estiveram envolvidos, que contribuíram para que eu conseguisse alcançar meus objetivos, desde as metas mais insignificantes até os maiores sonhos, desde os que menos conheço (talvez por falta de oportunidade) até minha família e melhores amigos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais *Tetsuo e Harumi* que sempre me incentivaram, ensinaram e me apoiaram à sempre correr atrás de meus sonhos, por mais que estes sejam não sejam os deles, por mais que meus sonhos não fossem os mais eficazes e inteligentes.

à minha avó *Tomoko* e minha tia *Minako* que sempre me ajudou quando necessário desde a pré-escola até hoje na faculdade.

à minha tia *Fusako (in memoriam)* que desde a pré-escola também sempre incentivou e ajudou e quando estava viva sempre esteve preocupada comigo.

aos meus primos que sempre estiveram torcendo por mim.

ao meu primo engenheiro civil *Flávio Katsumi Nakaoka*, que sempre me auxiliou, aconselhou e principalmente torceu por mim.

à meu orientador *Prof. Antonio Wanderley Terni* pela amizade, que me ajudou, orientou, ensinou bastante tanto no ensino da carreira que pretendo seguir, princípios profissionais, e morais, quanto ao trabalho de conclusão de curso.

à meu *Prof. Yzumi Taguti* pela amizade que também me ensinou bastante e auxiliou à escolha da carreira, e também me ensinou princípios profissionais e morais.

aos meus amigos *Allan, André, Aluizio e Nélío* pela amizade e tempo compartilhado, que sempre estiveram dispostos à me ajudar e me aconselhar quando necessário.

aos meus amigos *Tiago, Michel e Simone* também pela amizade e tempo compartilhado, que além de ajudar, estes que me tranquilizaram quando achei que seria um dos poucos que seguiria a área de cálculo estrutural

aos engenheiros civis *Eduardo Barros Millen, José Carlos do Amaral e Mateus Fram Zoboli*, engenheiros da *Zamarion E Millen Consultores* que me ajudaram muito, me aconselhando durante o tempo de estágio, além de me permitir estar em Guaratinguetá para o trabalho de conclusão de curso.

EPÍGRAFE

"Se um dia tudo lhe parecer perdido, lembre-se de que você nasceu sem nada, e que tudo que conseguiu foi através de esforços e esforços nunca se perdem, somente dignificam as pessoas."

Charlie Chaplin

TESHIMA, D.Y. **Proposta de modelo para obtenção de momentos fletores de lajes nervuradas**. 2012. 117f. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia do campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

RESUMO

Numa edificação a peça estrutural que, primeiramente, suporta as cargas, que depois se faz a transferência de esforço para as demais é a laje, que logo repassa o esforço para as vigas e depois para os pilares. Conforme se necessita plantas arquitetônicas mais complexas, maiores serão os vãos, casos, por exemplo, de lajes de garagens de edifícios, uma vez que não é muito útil quando se colocam muitos pilares, em detrimento ao número de vagas. Maiores vãos em se tratando de lajes maciças significam maiores espessuras (pois mais espessas as lajes são mais resistentes), porém o concreto armado tem como desvantagem o seu alto peso específico. Logo uma laje maciça de vão muito grande é antieconômica, pois a maior parte da sua armadura seria destinada à suportar seu peso próprio. Esse trabalho de graduação tem como objetivo pesquisar e apresentar os conceitos relativos à lajes maciças e nervuradas, com relação à histórico, normas, execução, tipos existentes, e na parte de desenvolvimento foi calculado uma laje nervurada pelos vários métodos, e foi estudada e discutida possíveis diferenças de valores encontradas de momento.

PALAVRAS CHAVE: lajes maciças, lajes nervuradas, tabelas de CZERNY, STRAP, ELPLA

TESHIMA, D.Y. **Proposal for a model for obtaining bending moments of ribbed slabs.**
2012. 117f. Graduate Work (Graduate in Civil Engineering) - Faculdade de Engenharia do
Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

ABSTRACT

In building the structural part that primarily supports loads, which then makes the effort to transfer the remaining is the slab, which then forwards the effort to the beams and then to the pillars. As architectural plans require more complex, the greater the spans, eg cases of slabs garages buildings, since it is not very useful when you put many pillars, over the number of vacancies. Major spans in dealing with solid slabs mean greater thicknesses (thick slabs will be stronger), but the concrete has the disadvantage your high specific weight. Soon a solid slab of going too big is uneconomical, since most of your armor would be designed to support its own weight. This end-of-courses paper aims to research and present the concepts relating to solid slabs and ribbed, with respect to historical standards, implementation, existing types, and on the development ribbed slab was calculated by several methods, and has been studied and discussed possible differences in values found for the moment.

KEYWORDS: solid slabs, ribbed slabs, tables Czerny, STRAP, ELPLA

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação de placas e chapas segundo BASTOS (2005).....	17
Figura 2 – Laje, viga e pilar num edifício.	17
Figura 3 – Modelo de deformação numa laje nervurada.....	23
Figura 4 - Diagrama momento - curvatura de seção submetida à flexão simples segundo GUARDA (2005).....	24
Figura 5 – Representação do comportamento do concreto durante o Estádio I.....	25
Figura 6 - Representação do comportamento do concreto durante o Estádio II.....	26
Figura 7 - Representação do comportamento do concreto durante o Estádio III.....	27
Figura 8 – Diagrama de Tensão do Estádio III.....	27
Figura 9 - Primeiro modelo de laje nervurada.....	29
Figura 10 – Cálculo do vão efetivo segundo a NBR6118/2003.....	31
Figura 11 – Representação das vinculações.....	32
Figura 12 – Área de envolvimento do concreto.....	39
Figura 13 – Placa sofrendo flexão segundo TIMOSHENKO (1959).....	45
Figura 14 – Representação da regra da mão direita.....	45
Figura 15 – Corte paralelo aos planos xz e yz.....	46
Figura 16 – Esquema do processo executivo de lajes maciças – (MILITO 2004).....	49
Figura 17 – Consideração de cálculo de aberturas segundo NBR6118/2003.....	51
Figura 18 – Representação de cálculo por meio das tabelas de CZERNY.....	54
Figura 19 – Disposição de armaduras numa laje maciça (http://www.geradordeprecos.info).....	54
Figura 20 - Laje nervurada (www.ulma-c.fr).....	57
Figura 21 - Laje nervurada em execução na UNESP – Guaratinguetá (FONTE: Autor).....	58

Figura 22 – Modelo de laje nervurada dupla (FONTE: Autor).....	59
Figura 23 – Modelo de laje nervurada invertida (FONTE: Autor)	59
Figura 24 – Modelo de laje nervurada normal (FONTE: Autor).....	60
Figura 25 – Representação de laje nervurada em uma direção (FONTE: Autor).....	60
Figura 26 - Representação de laje nervurada em duas direções (FONTE: Autor)	61
Figura 27 – Escoramento posicionado (www.ulma-c.fr).....	62
Figura 28 - Execução de laje nervurada com fôrmas de polipropileno (www.ulma-c.fr).....	62
Figura 29 – Modelo de laje nervurada contígua (BOCCHI JÚNIOR-1995).....	63
Figura 30 - Esquema estático de uma laje nervurada apoiada (BOCCHI JÚNIOR-1995)	63
Figura 31 - Laje nervurada em balanço (BOCCHI JÚNIOR-1995).....	64
Figura 32 - Esquema estático (BOCCHI JÚNIOR-1995).....	64
Figura 33 – Laje nervurada (amcsantorini.blogspot.com.br)	65
Figura 34 – Fôrma de EPS (www.artelaje.com.br)	66
Figura 35 – Fôrma de concreto celular (www.precon.com.br)	67
Figura 36 – Laje nervurada em uma direção com preenchimentocerâmico MILITO (2004). 68	
Figura 37 - Preenchimento Cerâmico (www.ceramicasantamaria.com.br)	68
Figura 38 – Esquema de laje nervurada com material de enchimento cerâmico	69
Figura 39 - Esquema de execução usando fôrmas de polipropileno	70
Figura 40 – Laje nervurada sendo executada (www.atex.com.br).....	70
Figura 41 - Armaduras na laje segundo www.ufrgs.br.....	71
Figura 42 – Apostila de cálculo do Profº Lauro Modesto dos Santos (1983).....	77
Figura 43 – Equivalência laje nervurada – laje maciça	77

Figura 44 - Somatório das rigidezes à torção em relação à espessura das faixas segundo COELHO (2002)	82
Figura 45- Modelo de pórtico espacial	86
Figura 46 – Divisão da mesa.....	91
Figura 47 – sistema de referência usado no STRAP	91
Figura 48 - Detalhe dos apoios colocados no modelo de pórtico espacial	91
Figura 49 – lista de propriedades do STRAP	92
Figura 50 – Aproximação visual do modelo de nervura de uma barra (barras em cian)	93
Figura 51 – aproximação do canto esquerdo para ilustrar o apoio considerado	94
Figura 52 – Planta arquitetônica.....	95
Figura 53 – Corte da nervura.....	96
Figura 54 – Seção da viga de borda.	97
Figura 55 – vista superior de um módulo de nervura com unidades em centímetros	98
Figura 56 – vista espacial do volume ocupado por concreto	98
Figura 57 – Modo de exibição dos resultados.....	101
Figura 58 – detalhe das funções de remoção de resultado	101
Figura 59 - Representação da laje no modelo de pórtico	102
Figura 60 - Tela de definição de propriedades	102
Figura 61 - Detalhe das propriedades.....	103
Figura 62 - Tela de resultados pelo modelo de pórtico.....	103
Figura 63 - Maior resultado de momento	104
Figura 64 - Corte no meio da laje.....	104
Figura 65 - Representação da laje no modelo de grelha.....	105

Figura 66 - Propriedades do modelo de grelha	106
Figura 67 - Descrição da viga "T"	106
Figura 68 - Tela de resultados	107
Figura 69 - Maior momento atuante.....	107
Figura 70 - Corte no meio da laje pelo modelo de grelha	108

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Combinação de serviço	36
Tabela 2 - TABELA DE Ψ_s (NBR6118 - tabela 11.2).....	35
Tabela 3 – Limites para deslocamentos – aceitabilidade sensorial	41
Tabela 4 – Limites para deslocamentos – efeitos estruturais em serviço	42
Tabela 5 – Limites para deslocamentos – efeitos em elementos não estruturais	43
Tabela 6 – Agressividade ambiental segundo item 6.4.2 da NBR6118/2003.....	52
Tabela 7 – Valores de cobrimento de acordo com a NBR6118/2003.....	52
Tabela 8 – Casos de vinculação de Czerny segundo PINHEIRO (2010)	54
Tabela 9 - Fórmulas de correção segundo HAHN (1972)	79
Tabela 10 - Coeficiente de correção segundo HAHN	79
Tabela 11 - Resultados	112

SUMÁRIO

1. Introdução	16
2. Objetivos.....	20
3. Descrição sucinta.....	21
4. Apresentação.....	22
4.1 Conceitos gerais	22
4.1.1 Ações	22
4.1.2 Estádios do Concreto	24
4.1.3 Teoria de Kirchhoff-Love	28
4.1.4 Histórico do Concreto e das Lajes Nervuradas	28
4.2 Definição de Lajes	30
4.2.1 Lajes armadas em uma direção	30
4.2.2 Lajes armadas nas duas direções	30
4.3 Conceitos Necessários para o Cálculo de Lajes	30
4.3.1 Vão Livre	30
4.3.2 Vãos efetivos (ou teóricos).....	30
4.3.3 Vinculações.....	31
4.3.4 Estados Limites.....	32
4.4 Tipo de laje segundo a armadura	44
4.4.1 Lajes armada em uma direção.....	44
4.4.2 Lajes armada em duas direções	44
4.5 Tipo de Laje segundo a execução.....	49

4.5.1	Lajes maciças	49
4.5.1.1	Procedimento de Cálculo de Lajes Maciças	53
4.5.2	Lajes Nervuradas	56
4.5.2.1	Procedimento de cálculo	76
4.6	Pórtico Espacial	85
5.	Desenvolvimento.....	87
5.1	Revisão de literatura	87
5.2	Proposição	88
5.3	Metodologia.....	88
5.3.1	STRAP	89
5.3.2	Modelo de pórtico	90
5.3.3	Modelo de grelha	93
5.3.4	Cargas	94
5.3.5	Elementos finitos.....	95
5.4	Resultados.....	95
5.4.1	Laje maciça equivalente.....	97
5.4.2	Modelo de pórtico espacial	100
5.4.3	Modelo de grelha	105
5.4.4	ELPLA.....	108
6.	Discussão	112
7.	Conclusão	114
8.	Referências.....	115

1. Introdução

Segundo PINHEIRO (2007) o lançamento da estrutura, também chamada concepção estrutural, tem como objetivo adotar um sistema estrutural que resista as cargas dos edifícios constituindo a parte resistente do edifício.

São etapas importantíssimas do projeto: criar um sistema estrutural eficaz que absorva as solicitações, escolher os elementos corretos, posicionando-os corretamente, atendendo a segurança e repassando as cargas para as fundações.

A solução estrutural adotada no projeto deve atender aos requisitos de qualidade estabelecidos nas normas técnicas, relativos à capacidade resistente, ao desempenho em serviço e à durabilidade da estrutura.

A engenharia estrutural existe para tentar satisfazer simultaneamente as exigências de um tripé de fatores:

- Segurança;
- Economia e
- Método.

Aliada à escolha correta de sistemas estruturais deve-se fazer o levantamento correto de cargas, fiscalização rigorosa de execução e normalização de procedimentos e dimensões adotadas. Respeitando e tomando perícia e ciência de segui-los pode-se garantir uma estrutura durável, segura e econômica por muitos anos.

De acordo com BASTOS (2006), três são os elementos mais comuns nas construções de concreto armado sejam de grande ou pequeno porte: vigas, pilares e as lajes, e esta última por ser comum são as mais importantes.

A Norma NBR6118/2003 no seu item 14.4.2.1 define laje como elementos de superfície plana, sujeitos principalmente a ações normais, permanentes e variáveis, a seu plano submetidas essencialmente à esforços solicitantes à flexão, conseqüentemente momento fletor e esforços cortantes.

São elementos com duas dimensões muito maiores que a terceira, no caso a espessura, e que tem pelo menos uma face plana, têm duas funções: isolamento e/ou resistência como na Figura 1.

Na prática as lajes se traduzem em pavimentos, coberturas e nas fundações do tipo radier, se diferenciando apenas pelo comportamento e solicitação.

Segundo PINHEIRO (2003) é por meio das lajes que os pilares contraventados se apoiam, assim assegurando estabilidade contra ações laterais.

As lajes, na maioria das vezes, destinam-se a receber as cargas verticais que atuam nas estruturas de um modo geral, transmitindo-as para os respectivos apoios, que comumente são vigas localizadas em seus bordos, podendo ocorrer também à presença de apoios pontuais (pilares).

A sequência de transmissão de carga consiste em: uma vez as lajes carregadas transferem a carga para as vigas e estas por sua vez repassam-na para pilares, ou então diretamente para pilares sem fazer uso de vigas assim com está diferenciado na Figura 2. (PINHEIRO 2010-alterado)

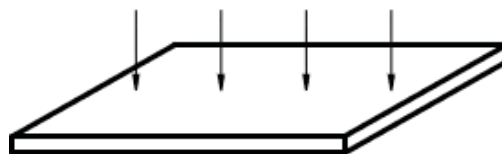


Figura 1 – Representação de placas e chapas segundo BASTOS (2005)

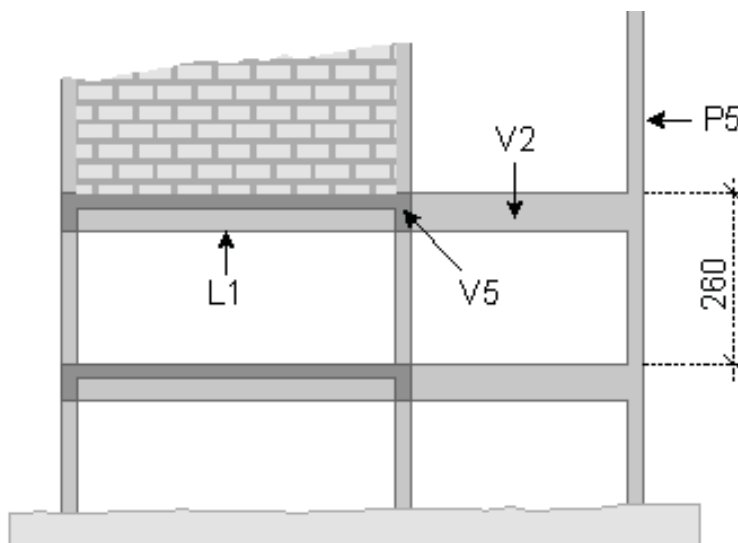


Figura 2 – Laje, viga e pilar num edifício.

A escolha correta do modelo estrutural de laje e dimensões percorre na maioria das vezes a seguinte lista de fatores (SILVA alterado– 2005)

- i. Natureza da construção;
- ii. Planta e necessidades arquitetônicas;
- iii. Solução estrutural utilizada;
- iv. Ações de utilização: solicitações permanentes e acidentais;
- v. Vãos de projeto;
- vi. Qualidade requerida para a obra;
- vii. Tempo/Prazo de execução;
- viii. Exigências de técnicas especiais de construção;
- ix. Rigidez suficiente para que não se ultrapasse os Estados Limites de Serviço
- x. Possibilidade de racionalização;
- xi. Oferta de equipamentos e mão de obra capacitada;
- xii. Custos;
- xiii. Interação com os demais sistemas construtivos da edificação;
- xiv. Adequação à norma;
- xv. Adequação estética;

Classificam-se os diferentes tipos de lajes de modo geral de acordo com:

- i. Quanto a sua composição e forma;
- ii. Quanto ao tipo de apoio;
- iii. Quanto ao esquema de cálculo.

Além de listar em termos de execução dois tipos de lajes:

- i. Moldadas no local (“in-loco”) e
- ii. Pré-fabricadas.

Obs.: Caso necessário vencer vãos maiores pode-se usar lajes, pré-moldadas ou pré – fabricadas, protendidas.

Estruturalmente tem-se:

- i. Lajes Maciças e
- ii. Lajes Nervuradas;

2. Objetivos

A análise e o dimensionamento de lajes nervuradas normalmente são feitos usando o método da laje maciça equivalente, que basicamente é uma transformação da laje nervurada numa laje maciça considerando um peso próprio, analisando depois essa laje como viga “T” e encontrando uma área de armadura necessária e coloca-se na laje nervurada.

Essa aproximação é válida, pois considera uma rigidez equivalente, pois transforma a laje nervurada numa laje maciça equivalente, com área de concreto igual.

Porém esse cálculo não considera, inclusive no de laje maciça a contribuição da resistência da placa (laje) maciça à torção e conseqüentemente não considera no dimensionamento da laje nervurada, pelo fato destas serem calculadas de modo parecido. Devido ao fato de haverem nervuras a resistência à torção na laje nervurada é maior, e logo necessita menos armadura.

3. Descrição sucinta

O trabalho consiste na apresentação de, inicialmente, conceitos necessários para o entendimento do funcionamento, execução, dimensionamento, antes das lajes maciças e depois das lajes nervuradas.

No capítulo seguinte se faz a descrição dos conceitos necessários para a compreensão do conceito de lajes de concreto armado, comportamento das lajes unidirecionais e bidirecionais. Nesse capítulo também é feita a diferenciação de lajes maciças e nervuradas, listando as suas vantagens e desvantagens.

Os resultados são apresentados no capítulo posterior, aonde se faz uma comparação entre as modelagens testadas.

Estes resultados são comparados e discutidos no capítulo 5.4.4 fazendo a correlação entre possíveis erros e diferenças.

Por fim conclui-se e depois é colocado as referências bibliográficas logo em seguida.

4. Apresentação

COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DAS LAJES EM GERAL

As lajes pela sua própria função de suportar esforços normais à sua superfície surgem na sua parte inferior esforços de tração e de compressão na parte superior, por isso se posicionam armaduras para combatê-los, os esforços de tração, essas armaduras podem ser em uma apenas ou duas direções, dependendo da geometria da laje ou concentrados em nervuras fora da espessura da laje e longe da parte superior.

Além da função de receber as cargas normais à sua superfície, a laje atua como diafragmas horizontais rígidos, distribuindo as ações horizontais entre os diversos pilares da estrutura. Portanto a laje recebe ações ao longo de seu plano num comportamento de chapa, por isso que se fala que a laje possui dois tipos de comportamento estrutural, como já foi citado, o de placa e de chapa.

4.1 Conceitos gerais

4.1.1 Ações

A definição de ações segundo a norma NBR8681/2003 é a seguinte: “Causas que provocam esforços ou deformações (conforme o modelo descrito na Figura 3) nas estruturas. Do ponto de vista prático, as forças e as deformações impostas pelas ações são consideradas como se fossem as próprias ações. As deformações impostas são por vezes designadas por ações indiretas e as forças, por ações diretas.”

Em se tratando no estudo de lajes deve se considerar e definir os seguintes conceitos de ações.

- i. Ações permanentes;
- ii. Ações variáveis e;
- iii. Ações excepcionais.

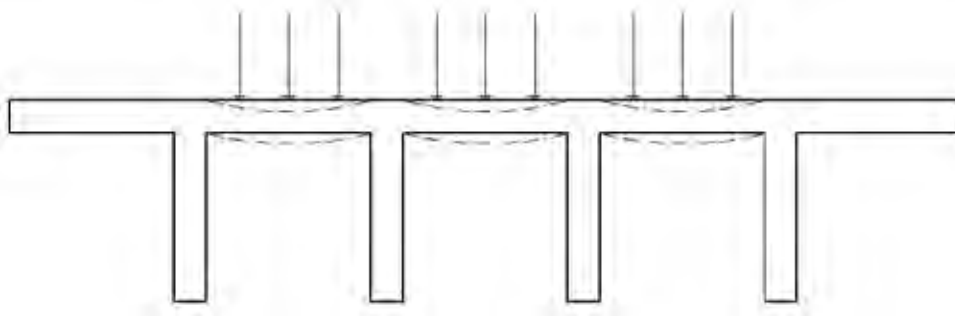


Figura 3 – Modelo de deformação numa laje nervurada

Ações Permanentes

As ações permanentes se dividem em duas categorias de acordo com a NBR8681/2004: entre diretas e indiretas, que basicamente varia no fato da aplicação da mesma.

- i. Ações permanentes diretas: ações de peso próprio dos elementos, tais como o peso próprio da estrutura propriamente dita, peso do revestimento, forros falsos, placas de gesso ou madeira, enchimento, peso do contra-piso, revestimento, empuxos devido ao peso próprios de terras não removíveis.
- ii. Ações permanentes indiretas: são as ações consequentes da protensão, recalques de apoio e a retração do material.

Ações Variáveis

São as cargas acidentais, cargas que atuam na estrutura durante a vida útil num intervalo diferente de toda vida útil da estrutura. Assim como no conceito de ações permanentes as ações variáveis também se dividem em duas categorias agora divididas pela sua ocorrência:

- i. Ações variáveis normais: ações que têm uma grande ocorrência porém não o suficiente para se considerá-las permanentes. Por exemplo: vento e variações de temperatura.
- ii. Ações variáveis especiais: ações cuja probabilidade de ocorrência é muito pequena, porém com magnitude grande suficiente para não se causar dano. Para isso deve ser feito a combinação de ação adequada. Por exemplo: ações sísmicas.

Ações Excepcionais

Ações que possuem probabilidade muito pequena para acontecer como, por exemplo: incêndio, explosões, enchentes, que podem levar rapidamente ao colapso.

4.1.2 Estádios do Concreto

Segundo PINHEIRO (2008) quando se aplica um carregamento numa seção de concreto iniciando de um carregamento zero até a sua ruptura, pode ser verificadas os chamados Estádios do Concreto, são as diversas fases de comportamento que o concreto sofre ao longo do carregamento, são basicamente:

- i. Estádio I;
- ii. Estádio II;
- iii. Estádio III;

Pode-se colocá-los num gráfico descrito na Figura 4:

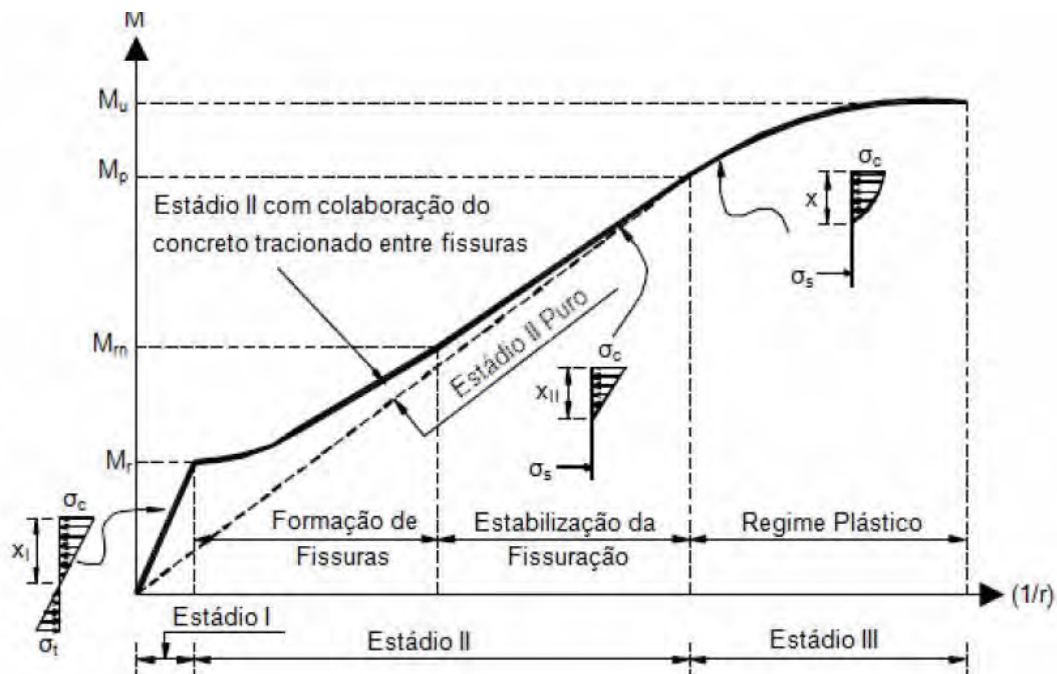


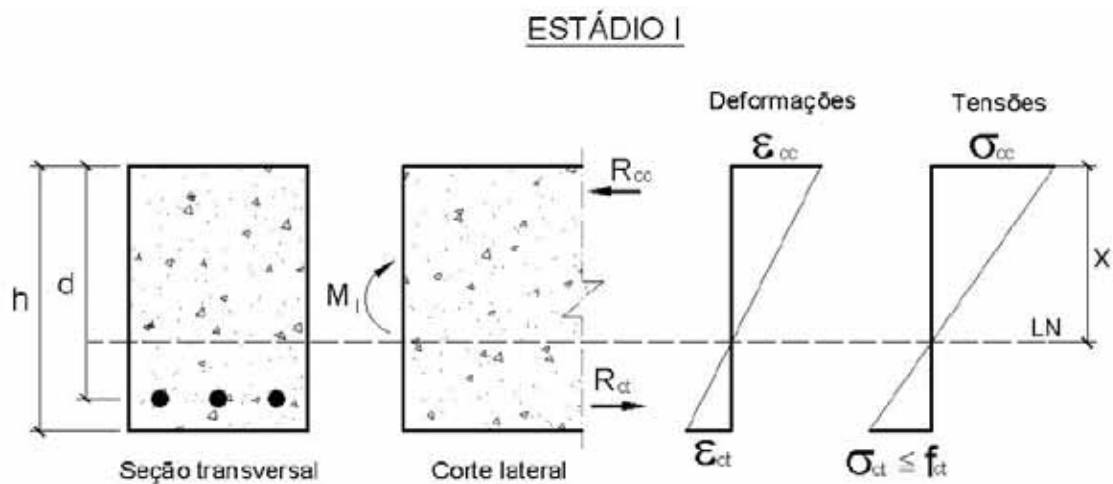
Figura 4 - Diagrama momento - curvatura de seção submetida à flexão simples segundo GUARDA (2005)

Estádio I

Estágio aonde o concreto comporta-se de acordo com a Lei de Hooke, ou seja, ele comporta-se ainda dentro da teoria da elasticidade, pois o carregamento ainda é baixo, e o concreto consegue por si só suportar estes esforços.

É nesse estágio que se faz a determinação do cálculo de momento de fissuração, que separa o Estádio I do Estádio II, depois de determinado o momento de fissuração logo se dimensiona a armadura mínima, esta por sua vez capaz de suportar momentos fletores de mesma intensidade.

Figura 5 – Representação do comportamento do concreto durante o Estádio I



Ou seja, o Estádio I se encerra quando a seção fissura e o diagrama encontra-se descrito na Figura 5.

Estádio II

Agora o concreto não mais suporta à tração e onde essa sollicitação é maior a seção se encontra fissurada. Concreto resistente à tração, nesse momento não se pode mais contar com esse benefício físico. Mas a parcela contribuinte do concreto à compressão ainda comporta-se de acordo com a lei de Hooke:

O Estádio II utiliza-se basicamente para verificar a peça no estado de serviço, por exemplo o estado limite de aberturas e o estado limite de deformações excessivas.

Conforme o carregamento aumenta as fissuras progridem no sentido da borda comprimida, a linha neutra e a tensão também crescem, tendo a possibilidade de atingir o escoamento ou não de acordo com a Figura 6.

O estágio II tem fim com o início da plastificação do concreto comprimido.

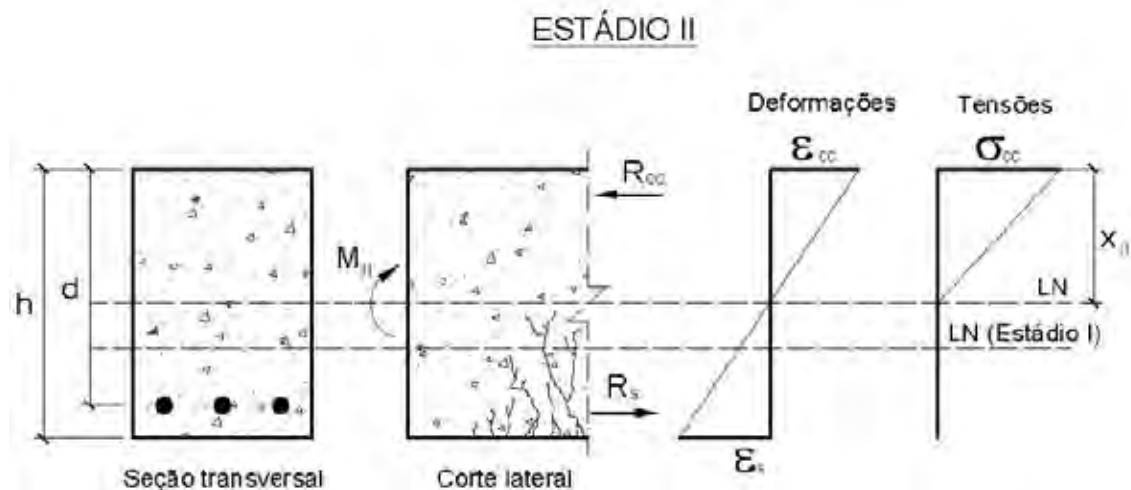


Figura 6 - Representação do comportamento do concreto durante o Estádio II

Estádio III

Com a zona comprimida encontrando-se plastificada e o concreto numa iminência de ruptura, pode-se admitir o diagrama de tensões na forma parabólico-retangular, ou diagrama parábola-retângulo conforme a Figura 7.

Um artifício que a norma brasileira permite é trabalhar com um diagrama retangular equivalente contanto que a resultante de compressão e o braço em relação à linha neutra devem ser aproximadamente os mesmos.

É nesse estágio que se faz dimensiona o chamado “cálculo na ruptura” ou “cálculo no estágio III”.

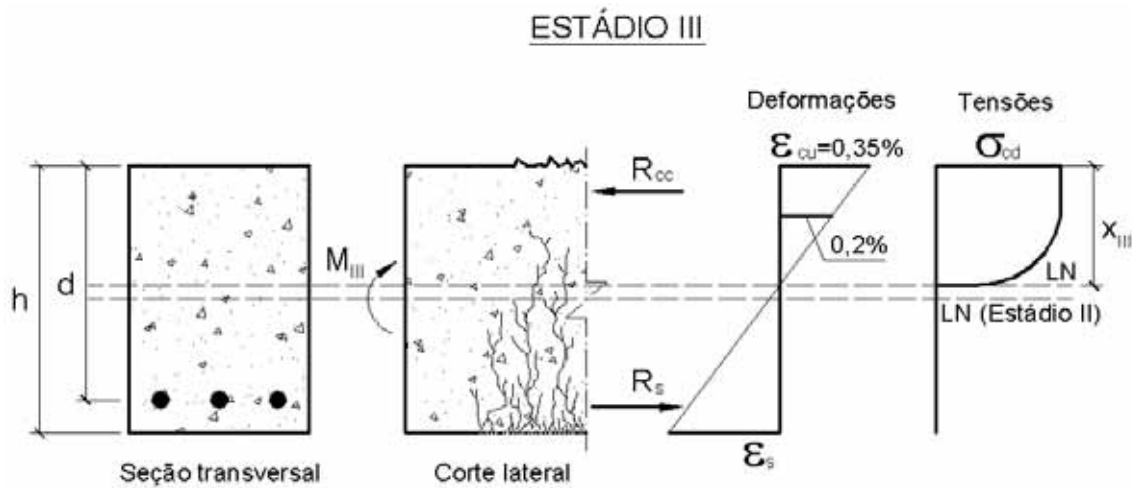


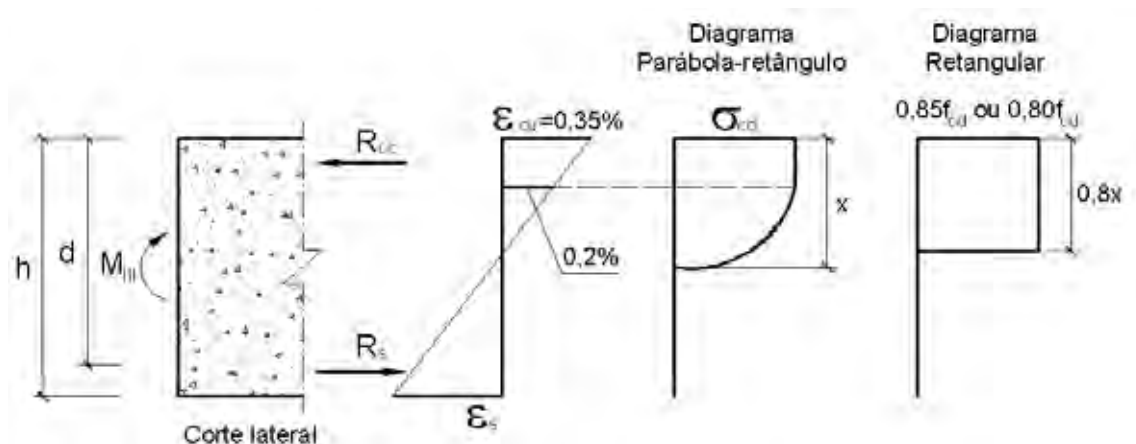
Figura 7 - Representação do comportamento do concreto durante o Estádio III

Diagramas de Tensão

O diagrama parábola-retângulo na Figura 8 consiste num trecho retangular, com deformação que varia entre 0,2% até 0,35% e tensão de compressão de valor igual à $0,85f_{cd}$, além de um trecho que varia de acordo com uma parábola do segundo grau.

A NBR6118 permite assumir os valores de $0,85f_{cd}$ para a tensão quando a altura do diagrama for igual à $0,8x$, se a largura da seção estiver posicionada na direção paralela à linha neutra e não houver diminuição de seção, caso a largura diminuir a tensão assumida é igual à $0,8f_{cd}$.

Figura 8 – Diagrama de Tensão do Estádio III



4.1.3 Teoria de Kirchhoff-Love

É uma teoria para determinar tensões e deformações em placas finas submetidas às forças e momentos:

Segundo PARENTE JUNIOR (UFC), DE MELO (UFC) e STRAMANDINOLI (UFSC) as hipóteses são as seguintes:

- a) O material deve ser homogêneo, isotrópico e elástico linear e obedece à lei Hooke;
- b) Os deslocamentos são pequenos, comparados com a espessura h ;
- c) A placa é fina, ou seja, a divisão menor vão pela espessura resulta num valor maior que 20;
- d) A placa indeformada é plana;
- e) Consideram-se desprezíveis as tensões normais na superfície média em relação às tensões no mesmo plano da mesma.
- f) Os pontos movem-se numa linha perpendicular à superfície média;
- g) Deslocamentos de dimensões muito pequenas em relação à espessura sendo possível não considerar a influência dos mesmos no estudo das condições de equilíbrio;

4.1.4 Histórico do Concreto e das Lajes Nervuradas

Inicialmente as construções antigas eram compostas apenas por pedra natural e madeira, pela sua simples disponibilidade e facilidade de manuseio da natureza.

Habitações, fortificações, aquedutos, barragens, obras sanitárias, pontes e escolas são exemplos de construções que foram feitas dessa união de materiais, os romanos se destacam por terem feitos muitas destas, tal como o Coliseu e o Panteão.

Na França, em 1855 Lambot apresenta à humanidade o primeiro objeto de concreto armado, um barco com telas de fios finos de ferro preenchido com argamassa. Na França também, Mounier, um paisagista no ano de 1861 fabricou um grande número de vasos de flores com argamassa com arame, além de reservatórios e uma ponte de vão igual a 16,5 m.

O uso do aço possibilitou um avanço, pois assim vãos maiores foram vencidos, elementos estruturais ficaram mais leves.

O concreto armado nasceu da necessidade de aliar a durabilidade, resistência e posteriormente disponibilidade, da pedra e resistência à tração do aço, que em contrapartida possui problemas de corrosão.

A primeira teoria de dimensionamento foi feita na Alemanha, em 1920, por E. Mörsch, que deu origem a normas de cálculo, o modelo da treliça clássica proposto por ele ainda é usado e aceito, mesmo tendo quase 100 anos esta teoria.

Em se tratando de lajes nervuradas segundo KAEFER (1998) a primeira laje nervurada que se tem notícia e representada pela Figura 9, foi executada por William Boutland Wilkinson em 1854, que patenteou um sistema em concreto armado composto de pequenas vigas espaçadas regularmente, dispoendo barras de aço nas regiões tracionadas e preenchendo os vazios entre as nervuras com moldes de gesso.

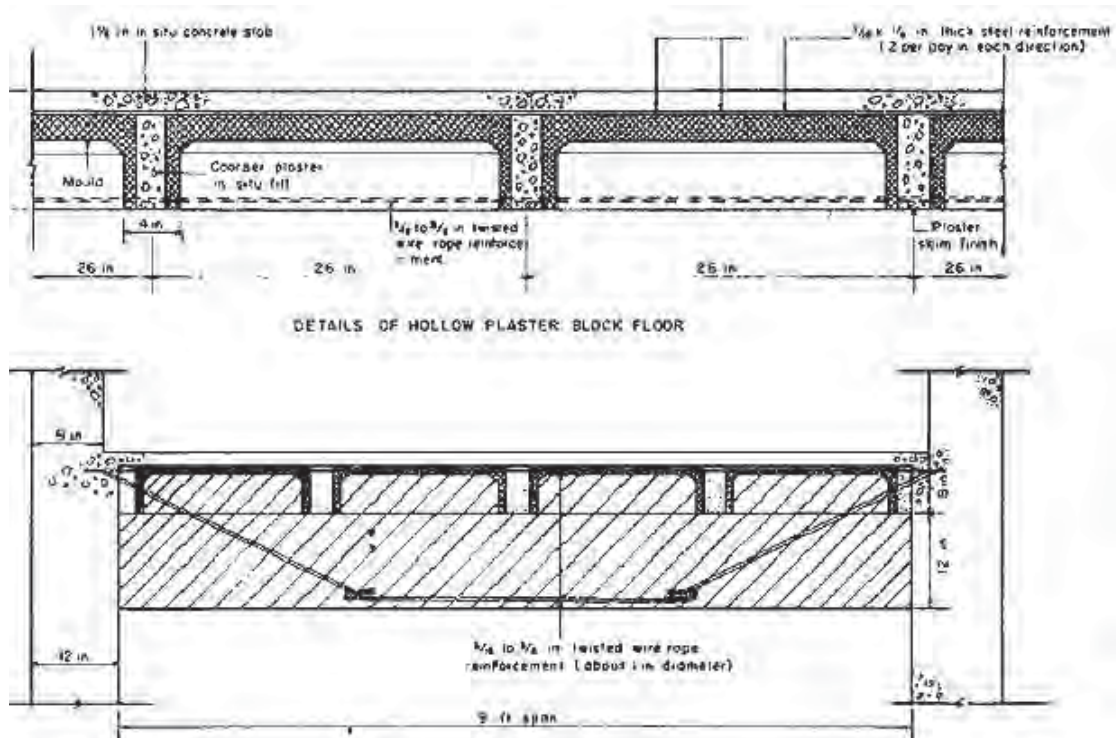


Figura 9 - Primeiro modelo de laje nervurada

4.2 Definição de Lajes

As lajes de concreto armado são estruturas planas, bidimensionais e na maioria dos casos apresentam bordas retas, quando tratando de lajes de edifícios na maioria são da forma retangular (são raros os casos de lajes não retangulares), considerando uma laje retangular com as dimensões l_y e l_x , convencionando l_y como a maior dimensão e l_x a menor dimensão, pode-se classificá-las da seguinte forma:

4.2.1 Lajes armadas em uma direção

São as lajes que a relação l_y/l_x é maior que 2 independentemente da vinculação dos bordos.

Assim como vigas as armaduras nas lajes também são posicionadas nas regiões de tração. Inicialmente se deve quantificar os momentos de modo à combater à tração. Esse dimensionamento é determinado à partir da teoria das placas finas.

A armadura é posicionada na direção de menor vão.

4.2.2 Lajes armadas nas duas direções

Baseando-se na teoria de placas pode-se provar que se a divisão l_y/l_x for menor que 2 existe flexão preponderante nas duas direções paralelas, e conseqüentemente haverá a necessidade de armaduras para combater a flexão, nessas duas direções.

4.3 Conceitos Necessários para o Cálculo de Lajes

4.3.1 Vão Livre

É a distância física livre entre as faces dos apoios, quando estes existirem.

4.3.2 Vãos efetivos (ou teóricos)

Consideram-se vãos efetivos os valores de vão livre descontados, conforme a vinculação e apoios, estes serão usados para a análise estrutural para cada direção da laje, respeitando os valores da norma NBR6118/2003 item 14.7.2.2 como descrito na Figura 10.

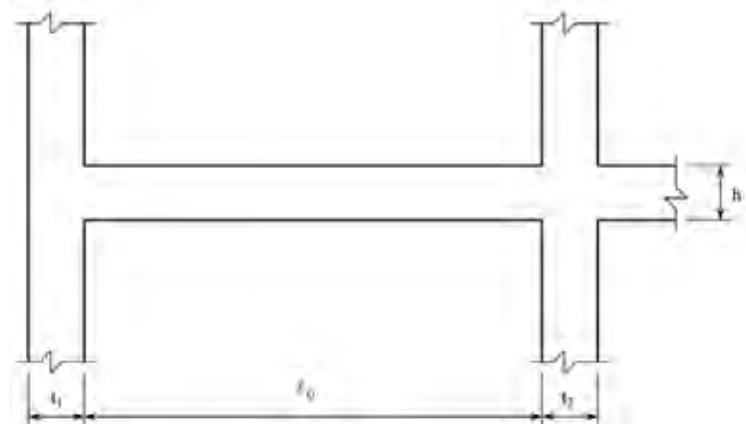


Figura 10 – Cálculo do vão efetivo segundo a NBR6118/2003

De acordo com a equação:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \quad (1)$$

Onde

l_0 : vão livre geométrico;

a_1 : metade da largura do pilar da esquerda (t_1) ou 30% do valor de h , o que for menor;

a_2 : metade da largura do pilar da direita (t_2) ou 30% do valor de h , o que for menor;

4.3.3 Vinculações

Segundo BASTOS (2005) e PINHEIRO (...) fisicamente através das ligações das lajes pode-se entender o comportamento estrutural dos apoios (sejam eles pontuais como pilares, ou lineares como as vigas de bordas), se estes existirem (no caso de laje em balanço), se permite ou restringe o deslocamento, transferem o momento ou dissipam-no. Para simplificação de cálculo se fez necessária a classificação para possibilitar facilitar o cálculo manual de acordo também com a Figura 11:

- i. Borda livre: caracterizado na prática como a lado da laje em balanço, nesse caso a laje não transmite momento para essa borda pelo simples fato de não haver ligação. Apresenta apenas deslocamento vertical, algo que as outras vinculações não apresentam.

- ii. Borda engastada: quando a borda tem dispositivos estruturais que impedem o deslocamento vertical e horizontal, além de transmitirem momento para as lajes vizinhas.
- i. Borda simplesmente apoiada: quando nas bordas não existe ou não se admite a continuidade com outras lajes vizinhas, às vezes uma parede de alvenaria ou viga de concreto. Em se tratando em vigas de concreto de dimensões correntes, a concepção teórica se mantém pois a rigidez à torção é pequena e viga deforma-se junto com a laje acompanhando as pequenas rotações de acordo com a figura. Porém se na estrutura houver a ocorrência de vigas com alta rigidez à torção esta deve ser considerada no dimensionamento da laje, sendo adequada a consideração de momentos negativos na borda.

Borda livre	Borda simplesmente apoiada	Borda engastada
-----	—————	// // // // //

Figura 11 – Representação das vinculações

4.3.4 Estados Limites

Condição que uma estrutura se encontra que determina o fim do uso da estrutura por motivos impostos pela norma NBR6118/2003 ou para preservar a integridade física dos usuários (segurança). Isso se dá o nome de estados limites.

Temos dois estados limites:

- i. Estados limites de Utilização (ELUt);
- ii. Estados limites de Serviço (ELS);

Estados Limites Últimos

São os estados relacionados ao colapso ou ruína estrutural, que determinem a paralisação do uso da estrutura que necessariamente obriguem os usuários à abandonar o uso

desta. E o mais importante: garantindo uma boa ductilidade, de forma que os usuário sejam alertados a tempo de uma iminência de ruína.

A segurança das estruturas de concreto deve sempre ser verificada em relação aos seguintes estados limites últimos:

- i. Estado limite último da perda do equilíbrio da estrutura, admitida como corpo rígido;
- ii. Estado limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, devido às solicitações normais e tangenciais;
- iii. Estado limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, em seu todo ou em apenas em parte, considerando os efeitos de segunda ordem;
- iv. Estado limite último provocado por solicitações dinâmicas;

Estados Limites de Serviço (ELS)

Garantindo assim a segurança contra o colapso e qualquer forma de ruína estrutural, respeitando os Estados Limites de Utilização, que seja decisiva para causar a paralisação do uso da estrutura também é necessário dimensionar a estrutura atendendo aos limites de serviço indicados pela NBR6118/2003.

Os Estados Limites de Serviço são os padrões estabelecidos pela norma que limitam as deformações, fissurações e boa utilização funcional, seja em relação ao conforto térmico, funcional ou visual em relação aos usuários da estrutura. São valores que limitam valores relacionados à durabilidade, aparência, conforto do usuário e funcionalidade da obra em questão.

É fundamental o cálculo na ruína para garantir adequada segurança estrutural resistindo a todos os esforços previstos na vida útil da obra, porém o cálculo em serviço também é necessário pois caso essa parte seja negligenciada a obra pode ficar numa condição inutilizável na visão dos usuários.

Devem ser respeitados os seguintes estados limites de serviço:

- i. Estado limite de formação de fissuras (ELS-F);

- ii. Estado limite de abertura de fissuras (ELS-W): estado aonde fissuras atingem valores máximos especificados (w_k);
- iii. Estado limite de deformações excessivas (ELS-DEF): estado em que os valores da deformação ultrapassam os valores aceitáveis, tendo como consequência danos inaceitáveis ou aparência indesejável à estrutura (desconforto visual);
- iv. Estado limite de vibrações excessivas (ELS-VE): estado caracterizado quando a intensidade da vibração atinge valores inaceitáveis causando consequentemente desconforto e inutilização da estrutura.;

Nas verificações dos Estados Limites Últimos, de acordo as ações devem ser calculadas pelos seus esforços de cálculo, ou seja, majorados por um coeficiente, chamado de coeficiente de ponderação, porém quando se verifica no Estado Limite de Serviço esse coeficiente assume valor igual a 1,0.

De acordo SILVA (2005) antes o cálculo da verificação da segurança era feita considerando a atuação de todas as ações (permanentes, variáveis e excepcionais) com seus valores característicos máximos, em se tratando de edifícios considerava-se uma redução de 30% no valor da ação variável e era desprezada a ação excepcional.

Porém em se tratando do cálculo da abertura de fissuras, avaliação de deformações transversais, etc., o a carga a ser considerada é dada pela ação permanente acrescida de uma parcela da ação variável, que atua em grande parte do tempo.

Combinações de Serviço

Para a verificação de Estados Limites de Serviço, devem ser apresentados os conceitos de combinação uma vez que certas ações devem ser majoradas, pela sua repetição e permanência e outras devem ser minoradas, também considerando que a probabilidade de ocorrência muito pequena, além da possibilidade de ocorrê-las simultaneamente ser pequena também.

A norma NBR6118/2003 no seu item 11.8.3.1 descreve e classifica as combinações de serviço e divididas nos itens seguintes como:

- i. Combinação Quase Permanente (CQP): podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura.

- ii. Combinação Frequente (CF): repetem-se durante muitas vezes;
- iii. Combinação Rara (CR): podem ocorrer algumas vezes;

E no item 11.8.3.2 da NBR6118/2003 define o cálculo das solicitações para cada combinação conforme a

Tabela 2 e a Tabela 1:

Tabela 1 - TABELA DE Ψ_s (NBR6118 - tabela 11.2)

Ações		Ψ_{Σ}		
		Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentração de pessoas. Tais como edifícios residenciais.	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há a predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo ou de elevada concentração de pessoas. Tais como edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens.	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral.	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local.	0,6	0,5	0,3

Tabela 2 – Combinação de serviço

Combinação de Serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das Solicitações
Combinações Quase Permanente de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanente de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\Psi_2 F_{qk}$.	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Sigma \Psi_2 F_{qj,k}$
Combinações frequentes de serviço (CF)	Nas combinações frequentes de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor frequente $\Psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\Psi_2 F_{qk}$.	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + \Psi_1 F_{q1k} + \Sigma \Psi_2 F_{qj,k}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor característico F_{q1k} e todas as demais ações são tomadas com valores frequentes $\Psi_1 F_{qk}$.	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + F_{q1k} + \Sigma \Psi_1 F_{qj,k}$
<p>Onde:</p> <p>$F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;</p> <p>$F_{qj,k}$ é o valor característico das ações variáveis principais diretas;</p> <p>Ψ_1 é o fator de redução de combinação frequente para ELS;</p> <p>Ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS;</p>		

Fissuração – Estados Limites de Serviço

Dois os estados limites que são referentes à fissuração: Estado limite de formação de fissuras (ELS-F) e Estado limite de abertura de fissuras (ELS-W), em se tratando de estruturas de concreto armado este último possui um interesse maior.

Segundo BITTENCOURT (2008) a formação de fissuras em elementos estruturais é inevitável devido à, de acordo com SILVA (2005), grande variabilidade de ações e da pequena resistência do concreto à tração quando comparada à compressão.

Se a abertura da fissura for de grande dimensão esta pode causar desconforto visual comprometendo a funcionalidade, a utilidade conseqüentemente além da durabilidade da peça.

A durabilidade pode ser colocada em risco uma vez que com a abertura de fissuras pode haver a infiltração de água e esta pode atingir a armadura iniciando o fenômeno de possível corrosão seguida pelo comprometimento físico-químico da armadura e perda das características funcionais do aço. Casos como: concreto muito poroso, cobrimento insuficiente da armadura ou vestígios de produtos químicos são fatores que contribuem para comprometer a durabilidade da estrutura e favorecem a ocorrência e a aberturas de fissuras. Tais erros poderiam ser solucionados com a escolha correta da mão de obra, no controle mais rigoroso na fabricação do concreto controlando melhor o fator água/cimento, além do controle das operações de lançamento e adensamento do concreto e da cura, escolhendo o concreto mais adequado para o ambiente ou utilizando ou não de aditivos no concreto. Também no detalhamento do projeto deveria ser feito um levantamento correto com relação ao tipo de ambiente em que a estrutura estará sujeita.

Estruturalmente esta fissura pode num momento ocorrer numa seção muito solicitada à flexão onde a peça depende da seção, e fissurada, pode haver a diminuição da seção e posterior colapso, ou seja, se o engenheiro calculista souber quantificar a fissuração que ocorrerá ainda no estado limite de serviço, ainda haverá um tempo hábil de interromper o

uso da estrutura, em outras palavras: limitar o aparecimento de fissuras antes de a estrutura entrar em colapso.

Então, as fissuras são causadas por diversos motivos e fatores, existem as fissuras relativas aos carregamentos: ações diretas de tração, flexão ou cisalhamento que aparecem nas regiões tracionadas ou as fissuras que não são produzidas por carregamentos como, por exemplo, retração do concreto e variação de temperatura e recalques.

Estado Limite de Formação de Fissuras (ELS-F)

Inicialmente para conceituar este estado limite de serviço deve-se primeiro entender a separação e teoria de estádios I e II. Agora dando uma idéia mais clara destes.

No Estádio I não há fissuras visíveis e a seção comporta-se de acordo com o trecho linear do diagrama tensão-deformação do concreto: diagrama de tensão normal ao longo da seção é linear, tensões nas fibras mais comprimidas proporcionais às deformações. Enquanto no Estádio II começam a surgir fissuras nas zonas de tração, nestas zonas a tensão, aonde o concreto deve ser desprezado de tração atinge valores superiores ao da resistência do concreto à tração na flexão ($f_{ct,f}$), e as fissuras aparecem.

O que separa estas duas condições, ou estádios, no caso I e II, é o chamado momento de fissuração, que é definido como momento fletor capaz de causar a primeira fissura, ou seja, se o momento fletor na peça for menor que o momento de fissuração a peça não estará fissurada, então no estádio I ainda, mas se o momento da peça for maior que o momento de fissuração a seção encontra-se fissurada, logo no estádio II.

De acordo com a NBR6118/2003 o momento de fissuração é dado pela seguinte expressão:

$$M_r = \frac{\alpha * f_{ct} * I_c}{y_t} \quad (2)$$

Onde:

α : fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta;

α : 1,5 para seções retangulares;

α : 1,2 para seções em forma de “T” ou duplo “T”;

y_t : distância do centro de gravidade da seção transversal a sua fibra mais tracionada;

I_c : momento de inércia da seção bruta de concreto (no estágio I);

f_{ct} : resistência à tração direta do concreto, em particular na determinação do momento de fissuração $f_{ct} = 0,21 * f_{ck}^{2/3}$.

Nesse caso se usa a combinação frequente de serviço (CF).

Estado Limite de Abertura de Fissuras (ELS-W)

- Quantifica as dimensões das fissuras, para evitar problemas relacionados à:
- Funcionalidade;
- Durabilidade;
- Problemas relacionados à corrosão de armaduras, aberturas excessivas favorecem a entrada e penetração de agentes corrosivos e
- Desconforto visual, estético e conseqüentemente psicológico em grandes fissuras;

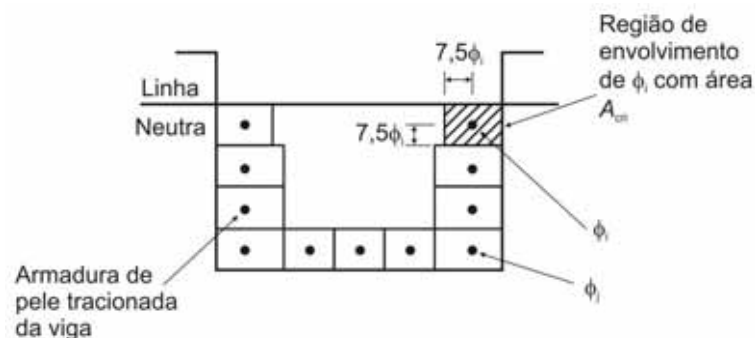


Figura 12 – Área de envolvimento do concreto

Conforme escrito na NBR6118/2003 no item 17.3.3.2 “Para cada elemento ou grupo de elementos das armaduras, que controlam a fissuração do elemento estrutural, deve ser considerada uma área A_{cr} do concreto de envolvimento, constituída por um retângulo cujos lados não distam mais de 7ϕ do contorno do elemento da armadura.

A norma NBR6118/2003 limita valores para aberturas características w .

O menor valor entre:

$$w_k = \frac{\Phi_i}{12,5 \eta_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}} \quad (3)$$

$$w_k = \frac{\Phi_i}{12,5 \eta_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right)$$

Onde:

- σ_{si} , φ_i , E_{si} , ρ_{ri} são definidos para cada área de envolvimento em exame;
- A_{cri} é a área da região de envolvimento protegida pela barra φ_i ;
- E_{si} é o módulo de elasticidade do aço da barra considerada, de diâmetro φ_i ;
- φ_i é o diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;
- ρ_{ri} é a taxa de armadura passiva ou ativa aderente (que não esteja dentro de bainha) em relação à área da região de envolvimento (A_{cri});
- σ_{si} é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no estágio II.

Estado Limite de Deformações Excessivas (ELS-DEF)

Limita flechas (deslocamentos transversais) estabelecendo valores e realizando a manutenção das boas condições de uso da estrutura, sem contar o aspecto visual desagradável e desconforto que flechas excessivas causam. Como consequência pode-se ocorrer danos em elementos estruturais, vibrações, assim inutilizando a estrutura.

Destacam-se os danos provocados por deformações excessivas de acordo com SILVA (2005):

- a) Fissuras muito grandes, afetando estética e durabilidade;
- b) Vibrações no piso, uma vez que fissurada a peça pode ter a sua rigidez reduzida;
- c) Necessidade de correções futuras, acarretando problemas de cargas não previstas; flechas inesperadas, trazendo problemas de nivelamento;

- d) Fissuras causadas por erros de previsão de comportamento;
- e) Problemas decorrentes de flechas podem afetar bom funcionamento de portas e janelas.

A norma NBR6118/2003 classifica em quatro grupos básicos:

- a) Aceitabilidade sensorial: relacionado à limite de vibrações indesejáveis e deformações desagradáveis. Descrita pela Tabela 3.
- b) Efeitos específicos: limita deslocamentos que podem impedir a utilização adequada da construção. Descrito na tabela.
- c) Efeitos em elementos não estruturais: estabelece valores limites de deslocamento de elementos que podem afetar o funcionamento de elementos não estruturais, como por exemplo, deslocamento de alvenarias, revestimentos, divisórias internas.
- d) Efeitos em elementos estruturais:

Tabela 3 – Limites para deslocamentos – aceitabilidade sensorial

Efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento à considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$\frac{\lambda}{250}$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido à cargas acidentais	$\frac{\lambda}{350}$

Tabela 4 – Limites para deslocamentos – efeitos estruturais em serviço

Efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento à considerar	Deslocamento limite
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$\frac{\lambda}{250}$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$\frac{\lambda}{250} + \text{contraflecha}^2$
			Ocorrido após a construção do piso	$\frac{\lambda}{600}$
	Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após o nivelamento do piso	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento
<p>1) As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contra flechas, de modo a não se ter acúmulo de água.</p> <p>2) Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contra flechas. Entretanto, a atuação isolada da contra flecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que $\frac{\lambda}{350}$.</p>				

Tabela 5 – Limites para deslocamentos – efeitos em elementos não estruturais

Efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento à considerar	Deslocamento limite
Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos.	Após a construção da parede	$\frac{\lambda}{500}$ ou 10 mm $\theta=0,0017$ ou
		Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória	$\frac{\lambda}{250}$ ou 25 mm
		Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação frequente ($\psi_1 = 0,30$)	$\frac{H}{1700}$ ou $\frac{H_i}{850}$ entre pavimento
		Movimentos térmicos verticais	Provocado pela diferença de temperatura	$\frac{\lambda}{400}$ ou 15 mm
	Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado pela diferença de temperatura	$\frac{H_i}{500}$
		Revestimentos colados	Ocorrido após construção do forro	$\frac{\lambda}{350}$
		Revestimentos pendurados ou com juntas	Deslocamento ocorrido após construção do forro	$\frac{\lambda}{175}$
	Pontes rolantes	Desalinhamento de trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da	$\frac{H}{400}$

Ainda segundo a NBR 6118/2003 para as tabelas apresentadas são necessárias as seguintes considerações:

- a) Os deslocamentos limites acima descritos supõem elementos de vão λ suportados por apoios indeslocáveis. Em se tratando de balanços o vão equivalente a ser considerado deve ser o dobro do comprimento de balanço.
- b) Em se tratando em elementos de superfície os limites considerados λ são referentes ao menor vão, exceto nos casos de verificação de paredes e divisórias, onde se interessa a direção na qual a parede ou divisória se desenvolve, limitando-se esse desenvolvimento a duas vezes o vão menor.

4.4 Tipo de laje segundo a armadura

4.4.1 Lajes armada em uma direção

Quando a relação l_y/l_x for igual a um valor maior que 2. Deve-se proceder normalmente dividindo o carregamento em faixas de um metro de largura dimensionando em faixas também de um metro de largura e dimensionando como se fosse viga de um metro de largura.

4.4.2 Lajes armada em duas direções

Se a relação l_y/l_x for igual a um valor menor que 2 deve-se entender alguns conceitos:

Da Teoria de placas finas e das hipóteses de KIRCHOFF, a equação diferencial que rege o comportamento da placa é dada por:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \quad (4)$$

De TIMOSHENKO (1959) capítulo 2, item 10: em se tratando de flexão em duas direções perpendiculares numa flexão pura de barra prismática pode-se chegar numa solução correta admitindo as seguintes hipóteses:

- Seções transversais da barra permanecem planas durante a flexão;
- Sofrem rotação apenas no seu plano médio e;
- Rotações normais em relação à curva de deflexão.

Considerando a flexão pura num plano retangular onde os momentos estão distribuídos uniformemente de acordo com a Figura 13:

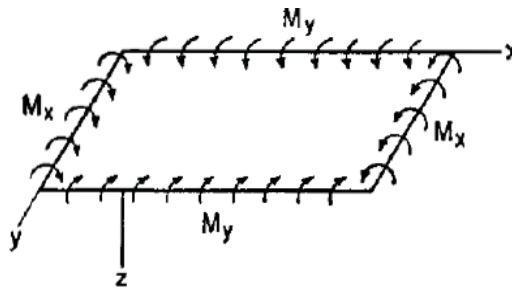


Figura 13 – Placa sofrendo flexão segundo TIMOSHENKO (1959)

Considerações:

- Fazendo com que o plano xy coincida com o plano médio da placa antes da deflexão e os eixos x e y nas bordas da placa;
- O eixo z considera-se positivo para baixo;
- Os momentos M_x e M_y são convencionados de acordo com a regra da mão direita (Figura 14) e são positivos em relação seguindo as direções dos eixos;

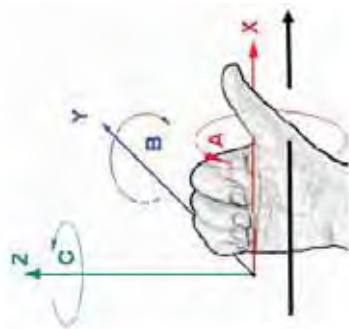


Figura 14 – Representação da regra da mão direita

A espessura da placa é chamada de h ;

Agora se considera um corte do elemento paralelo aos planos xz e yz como na Figura

15.

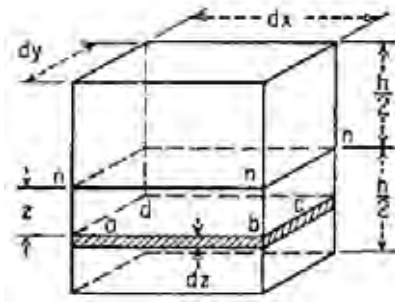


Figura 15 – Corte paralelo aos planos xz e yz

Assumindo que durante a flexão as bordas permanecem planas e rotacionam em torno do eixo nn de modo a permanecerem perpendicularmente fletidas em relação ao plano médio da placa. Pode-se concluir que então o plano médio da placa não sofre qualquer extensão durante a flexão. Então o plano médio pode ser chamado de superfície neutra, que este por sua vez sofre deformações pequenas em comparação à h, a espessura.

Sendo $1/r_x$ e $1/r_y$ os raios de curvatura das superfícies neutras paralelas aos planos xz e yz respectivamente.

$$\varepsilon_x = \frac{z}{r_x} \quad (5)$$

$$\varepsilon_y = \frac{z}{r_y}$$

De acordo com a Lei de Hooke na lâmina abcd:

$$\sigma_x = \frac{E_z}{1-\nu^2} \left(\frac{1}{r_x} + \nu \frac{1}{r_y} \right) \quad (6)$$

$$\sigma_y = \frac{E_z}{1-\nu^2} \left(\frac{1}{r_y} + \nu \frac{1}{r_x} \right)$$

Os esforços são proporcionais à distância z da lâmina abcd a partir da superfície média e dependem da magnitude das curvaturas da placa fletida.

Os esforços normais distribuídos pelas faces laterais do elemento da figura acima podem ser reduzidos em placas finas com espessura infinitesimal, aonde se encontra os momentos por unidade de comprimento. Desse modo se obtém as equações.

$$M_x dy = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dy dz \quad (7)$$

$$M_y dx = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dx dz$$

Rigidez à flexão em lajes isotrópicas

É quando numa laje as propriedades da nervura são constantes nos dois sentidos de acordo com TIMOSHENKO (1959).

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (8)$$

Onde:

E: é o módulo de Elasticidade;

h: é a espessura;

ν : é o coeficiente de Poisson;

Substituindo nessas equações os valores de s_x e s_y se obtém:

$$M_x = D \left(\frac{1}{r_x} + \nu \frac{1}{r_y} \right) = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (9)$$

$$M_y = D \left(\frac{1}{r_y} + \nu \frac{1}{r_x} \right) = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

Onde:

w: função que denota pequenas deformações num plano z.

Na prática o carregamento $p(x,y)$ é distribuído igualmente com valor constante ao longo da superfície da placa para obter os momentos e assim dimensionar as armaduras.

Escrevendo as curvaturas em função dos deslocamentos obtém-se a Equação de Lagrange (1811):

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p(x,y)}{D} \quad (10)$$

Rigidez à flexão em lajes ortotrópicas

Quando as propriedades da nervura, em se tratando também de lajes nervuradas, nos dois sentidos não são constantes.

$$D_x = \frac{El_x}{c_x(1-\nu^2)} \qquad D_y = \frac{El_y}{c_y(1-\nu^2)} \qquad (11)$$

Rigidez à torção em lajes ortotrópicas

$$B = \sqrt{D_x \times D_y} \qquad (12)$$

No caso de lajes nervuradas ortotrópicas a equação de Lagrange fica:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2B \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \qquad (13)$$

A solução da equação fornece a função $w(x,y)$, de acordo com TIMOSHENKO (1959) que devida aproximações e condições de contorno representa no cálculo os deslocamentos.

Essa solução da equação de forma analítica, dependendo da forma geométrica da laje, fáceis no caso de retangulares lajes ou circulares. A solução plástica de NAVIER para lajes retangulares se faz uso de uma dupla série de FOURIER essas lajes possuíam quatro bordos articulados.

Para casos de geometria irregular, se faz uso de métodos numéricos para se chegar numa solução, que se aproxima da realidade: Método dos Elementos Finitos, Método das Diferenças Finitas, Método das Faixas Finitas e o Método dos Elementos de Contorno.

Existem tabelas que foram criadas a partir das soluções anteriores e que permitem determinar os momentos fletores que as lajes estão sendo solicitadas, para conseqüentemente dimensionar as armaduras necessárias, as tabelas consideram que o carregamento é distribuído igualmente em toda a laje, os valores l_x e l_y e suas condições de contorno.

Na prática uma laje armada em uma direção apesar do nome também possui armadura nas duas direções, mas o que diferencia é a área de aço e o comportamento estrutural pois numa laje armada numa direção existe uma área de aço que fica na direção do

menor vão, ou às vezes peças de laje pré-fabricada, porém existe também uma armadura na direção do menor vão para fazer a solidarização da capa de concreto.

4.5 Tipo de Laje segundo a execução

4.5.1 Lajes maciças

São elementos constituídos por placas compostas de concreto e aço necessário, onde toda a sua espessura é feita de concreto e o aço trabalhando como armadura longitudinal de flexão, como telas e/ou armadura para combater os esforços cortantes.

Por facilidade, popularidade de tecnologia, e conseqüentemente mais mão de obra disponível, é o tipo mais utilizado nos edifícios e obras em geral.

Processo de Execução

Para executar um pavimento utilizando a laje maciça são necessárias estruturas que sirvam de formas, representadas na Figura 16, normalmente um tablado horizontal, que comercialmente muitas vezes é de madeira, devido ao seu preço baixo em relação ao uso de formas de outros materiais, à sua versatilidade de forma e reutilização. É necessário também a utilização de sistemas de cimbramento, podendo ser também de madeira ou metálico, este último mais comum pela disponibilidade comercial, além da colocação e posicionamento correto de armadura de flexão, armadura contra retração, armadura contra esforços cortantes, dito estribo.

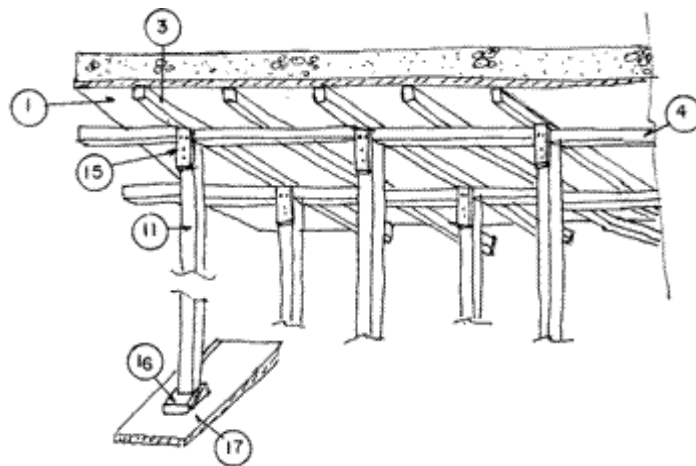


Figura 16 – Esquema do processo executivo de lajes maciças – (MILITO 2004)

Prescrições Normativas de Acordo com a NBR 6118/2003.

Espessura

Nas lajes maciças devem ser respeitados os seguintes limites mínimos para a espessura, segundo o item 13.2.4.1:

- i. cm para lajes de cobertura não em balanço;
- ii. cm para lajes de piso ou de cobertura em balanço;
- iii. 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- iv. 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN;
- v. 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes-cogumelo (lajes apoiadas diretamente em pilares com capitéis).

Aberturas

De acordo com SILVA (2005) e BASTOS (2005): furando ou abrindo qualquer elemento estrutural surge concentração de tensões em torno das mesmas, que podem ser prejudiciais, furos segundo a norma têm dimensões muito pequenas em comparação ao elemento estrutural ao contrário de aberturas, furos próximos são interpretados como aberturas.

Por necessidade elétrica, hidráulica ou arquitetônica esses furos existem e a norma limita as dimensões do mesmo seguindo as seguintes exigências:

- a) As dimensões da abertura devem corresponder no máximo a 1/10 do vão menor (l_x);
- b) A distância entre a face de uma abertura e uma borda livre da laje deve ser igual ou maior que 1/4 do vão, na direção considerada; e
- c) A distância entre faces de aberturas adjacentes deve ser maior que a metade do menor vão.

Ainda sobre lajes a NBR6118/2003 exige que deve ser respeitadas as seguintes prescrições conforme o esquema da Figura 17:

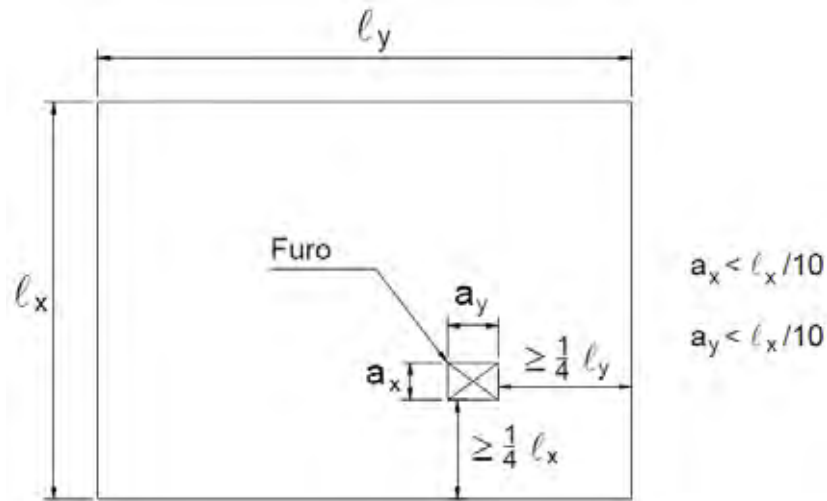


Figura 17 – Consideração de cálculo de aberturas segundo NBR6118/2003

A seção do concreto remanescente da parte central ou sobre o apoio da laje deve ser capaz de equilibrar os esforços no estado limite último, correspondente a essa seção sem aberturas.

Áreas de armaduras devem ser substituídas por áreas equivalentes de armaduras de reforço, corretamente ancoradas.

Cobrimento

Considerando as ações físicas e químicas que vão atuar sobre a peça deve-se quantificar o desgaste da peça devido a essas ações.

O aço tem como fragilidade a sua susceptibilidade a ações corrosivas da água principalmente.

Para resolver e proteger o aço contra esse ataque da água coloca-se uma camada de concreto para servir como uma capa protetora.

Cobrimento mínimo é a menor distância livre entre uma face da peça e a camada de barras mais próximas dessa face e essa distância deve ser respeitada e mantida ao longo de toda extensão da peça. Além de proteger as barras de aço da ação corrosiva da água também para mantê-las protegidas do fogo.

Esse valor varia de acordo com uma série de fatores: tais desde do ambiente que estará a peça (agressividade ambiental), ação dinâmica de água, controle de fabricação.

Tabela 6 – Agressividade ambiental segundo item 6.4.2 da NBR6118/2003

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana	Pequeno
III	Forte	Marinha	Grande
		Industrial	
IV	Muito Forte	Industrial	Elevado
		Respingos de Maré	

Assim relacionadas às classes de agressividade tem-se os cobrimentos:

Tabela 7 – Valores de cobrimento de acordo com a NBR6118/2003

Tipo de estrutura	Classe de agressividade			
	I	II	III	IV
	Cobrimento nominal (mm)			
Laje de concreto	20	25	35	45

Detalhamento de Armaduras

É uma das partes mais importantes do dimensionamento dos elementos de concreto armado, é a etapa aonde se posiciona corretamente e quantitativamente se insere as armaduras.

Armadura Mínima de Flexão

Armadura posicionada para combater fissuração, pois, uma vez carregada a peça de concreto, o diagrama tensão-deformação se movimenta em direção à ruptura, esta por sua vez causa a primeira fissura, momento em que a peça de concreto sai do estágio I para II.

4.5.1.1 Procedimento de Cálculo de Lajes Maciças

O cálculo consiste em dividir a laje e o carregamento em faixas de um metro para assim encontrarmos a armadura necessária para cada metro de laje, procedendo normalmente assim como uma viga com base de 100 cm, para se encontrar valores de armadura por metro. Cuidados especiais na borda, colocando armaduras negativas.

Altura útil da laje

Conforme PINHEIRO (2007) para lajes com bordas apoiadas ou engastadas, a altura útil pode ser estimada por meio da seguinte expressão:

$$d_{est} = (2,5 - 0,1 \times n) \times l^* / 100 \quad (14)$$

Sendo:

$$l^* \leq \begin{cases} l_x & l_x \rightarrow \text{menor vão;} \\ 0,7 \times l_y & l_y \rightarrow \text{maior vão;} \end{cases}$$

$n \rightarrow$ número de bordas engastadas;

Vinculação das lajes

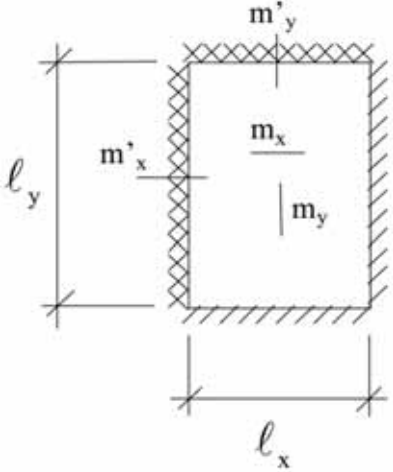
A vinculação da laje também influencia nesse cálculo, lados engastados absorvem mais os esforços, economizando assim a armadura necessária, usando as Tabelas de CZERNY que foi adaptado por BURKE obtêm-se para momentos positivos os coeficientes α_x e α_y e para momentos negativos (na borda) β_x e β_y (para as direções x e y).

Tabelas de Czerny

São valores tabelados que relacionam o caso de vinculação com o vão à ser vencido resultando nos coeficientes α_x ou α_y (momentos positivos) e β_x e β_y (momentos negativos) (para as direções x e y).

Momentos Fletores em X e Y

Depois de relacionados os casos de vinculações, os coeficientes e o carregamento, cruzando estas informações se pode quantificar o valor de momento fletor de acordo com a Figura 18:

$M_x = \frac{p \times l_x^2}{\alpha_x}$	$M_y = \frac{p \times l_x^2}{\alpha_y}$	(15)
$M_{bx} = \frac{p \times l_x^2}{\beta_x}$	$M_{by} = \frac{p \times l_x^2}{\beta_y}$	
		<p>Figura 18 – Representação de cálculo por meio das tabelas de CZERNY</p>

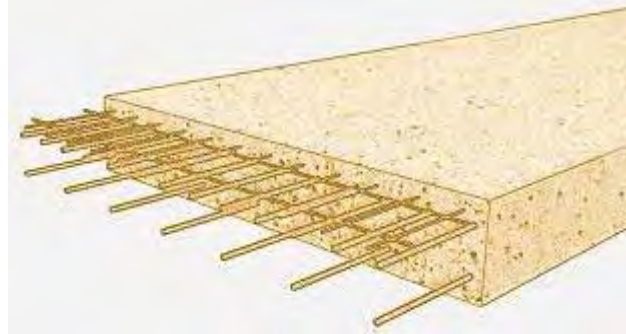







Figura 19 – Disposição de armaduras numa laje maciça (<http://www.geradordeprecos.info>)

Tabela 8 – Casos de vinculação de Czerny segundo PINHEIRO (2010)

Caso	Vinculação	Caso	Vinculação	Caso	Vinculação
1		2A		2B	
Quatro bordas simplesmente apoiadas		Uma borda menor engastada		Uma borda maior engastada	
3		4A		4B	
Duas bordas adjacentes engastadas		Duas bordas menores engastadas		Duas bordas maiores engastadas	
5A		5B		6	
Uma borda maior apoiada		Uma borda menor apoiada		Quatro bordas engastadas	

Vantagens e Desvantagens do Uso da Laje Maciça

Vantagens

- i. Solução construtiva historicamente mais usada, logo se tem mais mão de obra disponível e conseqüentemente mais barata;
- ii. Versatilidade geométrica;
- iii. Facilidade e simplificação no serviço de instalações;
- iv. Armadura simplificada, ou seja, basta apenas posicioná-las e concretar a laje, sem necessidade de corte, dobra e outros tipos de montagens;
- v. Maior altura útil do edifício: se houver por imposição do código de obras a limitação da altura de um edifício. Uma vez que a é um tipo de laje que pode ser bem fina;
- vi. Possibilidade de modificações futuras.

Desvantagens

Porém de acordo com STRAMANDINOLI (2003) baseando-se nos critérios dos Estados Limites de Utilização se determina a espessura, assim evitam-se grandes deformações ou vibrações desnecessárias, e conseqüentemente desconforto ao usuário.

Isto quer dizer que a espessura está ligada ao vão a ser vencido pela laje de concreto armado por meio de sua inércia resistente, logo grandes vãos exigem grandes espessuras. Em contrapartida quando a espessura cresce muito o peso próprio também cresce bastante, o que torna a laje antieconômica.

Torna-se necessário, então, reduzir o peso próprio da laje. Isto pode ser obtido através da eliminação de parte do concreto que se encontra abaixo da linha neutra, ou seja, que está sendo tracionado. Pois como em estruturas de concreto armado costuma-se desprezar a resistência à tração do concreto, suas principais finalidades na zona tracionada seriam de proteger a armadura tracionada e fazer com que a estrutura trabalhe monoliticamente e, como o custo da laje maciça depende exclusivamente do volume de concreto usado fica inviável se necessário vãos muito extensos a sua resistência/rigidez/funcionalidade fica quase toda destinada a suportar seu peso próprio.

4.5.2 Lajes Nervuradas

Como resposta e solução às lajes maciças que para satisfazer a arquitetura ou apenas simplesmente necessitam de grandes vãos, pelo fato das maciças consumirem uma grande quantidade de concreto serão antieconômicas, é tirada a parte de concreto tracionado, deixando apenas algumas faixas onde estarão agrupadas as armaduras, garantindo o cumprimento das finalidades citadas anteriormente, surge o conceito de nervura e conseqüentemente laje nervurada.

Visualmente é uma placa apoiada acima de um conjunto de vigas, esse esquema estrutural possui comportamento intermediário ao de laje maciça e de grelha de acordo com PINHEIRO (2007). De acordo com a Figura 20 e a Figura 21.

Segundo a NBR 6118:2003, lajes nervuradas são "lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração é constituída por nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte".

Essa solução estrutural se deve um pouco às evoluções arquitetônicas, que forçaram o aumento dos vãos, e o alto custo das formas tornaram as lajes maciças desfavoráveis economicamente, na maioria dos casos.

De acordo com SOUZA (2004) nessa classe de laje que se incluem as lajes pré-moldadas e lajes treliçadas, o comércio consagrou esse nome e muitos pensam que são categorias de lajes distintas, pois nada mais são peças estruturais que se cruzam em uma direção ou duas aliadas à um elemento de solidarização e recebimento de cargas, além da colocação de material inerte.

Quanto à execução as lajes nervuradas podem ser moldadas no local, com o auxílio de formas de preenchimento ou podem ser executadas com nervuras pré-fabricadas (como já foi citado).

De acordo com SILVA (2005) as lajes nervuradas podem ser unidirecionais, bidirecionais, podem ter nervuras acima ou abaixo da mesa (caso mais comum).

O material inerte (podem ser tijolos cerâmicos vazados, blocos de concreto celular ou de poliestireno expandido ou blocos comerciais) vai depender da disponibilidade do lugar e de preço do mesmo além do uso ou não de desmoldantes, fatores que envolvem tempo de execução e verba disponível. Assim como a escolha dos equipamentos de cimbramento (madeira ou metálico) e a mão de obra também dependerão da disponibilidade do local.

Um problema comum à execução de lajes maciças é o alto consumo de formas algo que é facilmente contornado no caso da execução de lajes nervuradas devido à possibilidade de reaproveitamento de formas.



Figura 20 - Laje nervurada (www.ulma-c.fr)



Figura 21 - Laje nervurada em execução na UNESP – Guaratinguetá (FONTE: Autor)

Segundo PINHEIRO (2003) no caso de lajes pré-fabricadas, esta se dispensa o uso de tabuleiros da forma horizontal, estas vigotas já foram projetadas para suportar o peso próprio e as ações de construção, apenas necessitam de um cimbramento intermediário, além disso, faz-se uso de elementos de enchimento.

Em se tratando de lajes moldadas no local são necessárias formas e cimbramentos, além do material de enchimento.

Classificação das Lajes Nervuradas

A classificação varia de acordo com a posição e direção das nervuras nas lajes, na seção transversal e em planta segundo SILVA (2005).

Com relação à posição das nervuras da seção transversal na laje e a posição da mesa, podem-se dividir estas em três tipos:

- a) Dupla;
- b) Invertida e;
- c) Normal.

E com relação à direção das nervuras:

- a) Unidirecional e;

b) Bidirecional

Laje nervurada Dupla

Trata-se de uma laje que possui duas mesas de concreto uma acima das nervuras e outra abaixo das nervuras, (Figura 22) nesse vazio que fica entre as nervuras se pode colocar material de enchimento, no caso podem ser usadas fôrmas, as quais serão perdidas, devido ao sua dificuldade de execução esse tipo de laje está em desuso (SILVA 2005).

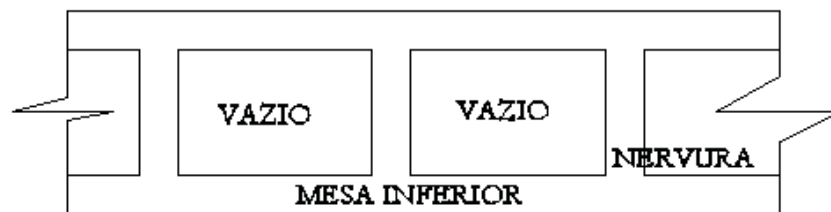


Figura 22 – Modelo de laje nervurada dupla (FONTE: Autor)

Laje nervurada Invertida

É uma laje que possui a mesa posicionada abaixo das nervuras (Figura 23), assim como a laje nervurada dupla também necessita de fôrmas, porém estas podem ser reaproveitadas, uma vez que só existe apenas uma mesa. É uma solução usada apenas para casos de lajes em balanço, em que momentos fletores têm valores negativos, assim como a laje nervurada dupla também está em desuso por ser uma laje de difícil execução.

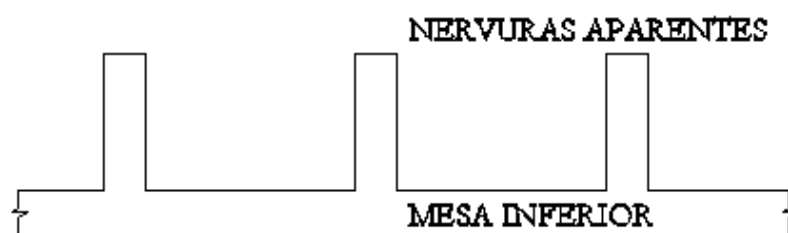


Figura 23 – Modelo de laje nervurada invertida (FONTE: Autor)

Laje nervurada Normal

Também chamada de laje nervura do tipo direta (Figura 24) é uma laje em que as nervuras são inferiores possuindo uma mesa de concreto acima e os espaços entre nervuras são preenchidos por material inerte sem função estrutural, ou até não se coloca material algum nesse espaço. Esse tipo de laje moldada “in-loco” é o mais usado.

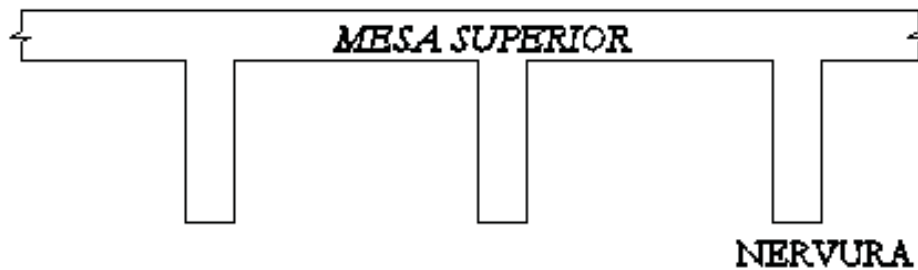


Figura 24 – Modelo de laje nervurada normal (FONTE: Autor)

Lajes Nervuradas Unidirecionais

Nas lajes nervuradas unidirecionais (Figura 25) as nervuras se posicionam normalmente no menor vão teórico, alguns casos são necessárias algumas nervuras auxiliares na direção do maior vão teórico, assim admitem que se comporte como vigas simplesmente apoiadas.

As lajes nervuradas armadas em uma direção são necessárias quando a relação de maior vão teórico e menor vão teórico resulta num valor maior que dois.



Figura 25 – Representação de laje nervurada em uma direção (FONTE: Autor)

Para dimensionar os momentos e forças cortantes dessa laje estas vigas paralelas é feito um modelo que supõe que as nervuras comportam-se como vigas de seção T e suas respectivas mesas colaborantes trabalhando individualmente e não se considera a continuidade de lajes vizinhas.

Lajes Nervuradas Bidirecionais

Se a relação maior vão teórico dividido pelo menor vão teórico for menor que dois, então esta laje possui dimensões na ordem de grandeza aproximada (Figura 26). Assim os

esforços são semelhantes, as deformações também são semelhantes assim pode-se fazer uso de nervuras de dimensões parecidas.

Disposição das nervuras:

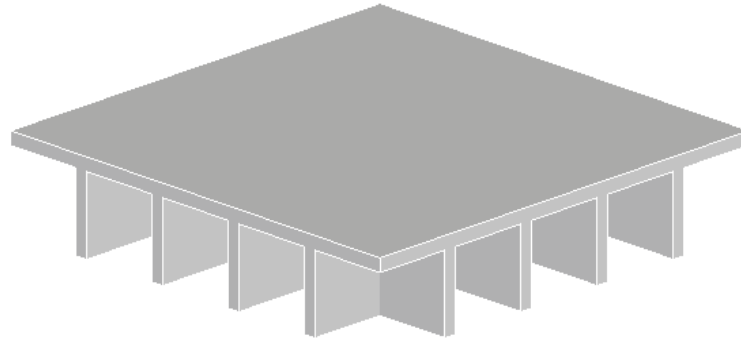


Figura 26 - Representação de laje nervurada em duas direções (FONTE: Autor)

A laje nervurada, conforme FRANÇA & FUSCO (1997), é uma evolução natural da laje maciça, resultando da eliminação da maior parte do concreto abaixo da linha neutra, o que permite o aumento econômico da espessura total das lajes pela criação de vazios em um padrão rítmico de arranjo, ou com a utilização de material inerte que não colabore com a resistência da laje.

Processo de execução

Conforme SILVA (2005) para a execução de lajes nervuradas moldadas no local é exigido o desenvolvimento de várias etapas de trabalho. Tomando cuidado de posicionar corretamente os escoramentos (Figura 27), montagem das formas, elementos de enchimento (Figura 28), caso necessárias reservar passagem para instalações elétricas ou hidráulicas, preparação das formas antes da concretagem, tomando cuidado com o lançamento.



Figura 27 – Escoramento posicionado (www.ulma-c.fr)



Figura 28 - Execução de laje nervurada com fôrmas de polipropileno (www.ulma-c.fr)

Vinculações das Lajes Nervuradas

Segundo BOCCHI JUNIOR (1995), SILVA (2005) e VANDERLEI (2004), assim como as lajes maciças, as lajes nervuradas também podem ter as suas bordas apoiadas (apoiadas em paredes de concreto, alvenaria estrutural ou vigas, como na Figura 30), engastadas (também em vigas) ou em balanço (Figura 31).

Porém evita-se a execução de lajes nervuradas engastadas, representadas na Figura 29, pois estas pelo simples fato de haver uma concentração de tensões nas bordas causam efeitos de tração e compressão em regiões desfavoráveis à aplicação das mesmas, ou seja, compressão aonde existe pouca área de concreto (que resiste bem à compressão) e tração

aonde há pouca área de aço (material que é colocado para resistir esforços de tração). Uma solução é executá-las como lajes nervuradas invertidas.

Laje nervurada contínua ou engastada

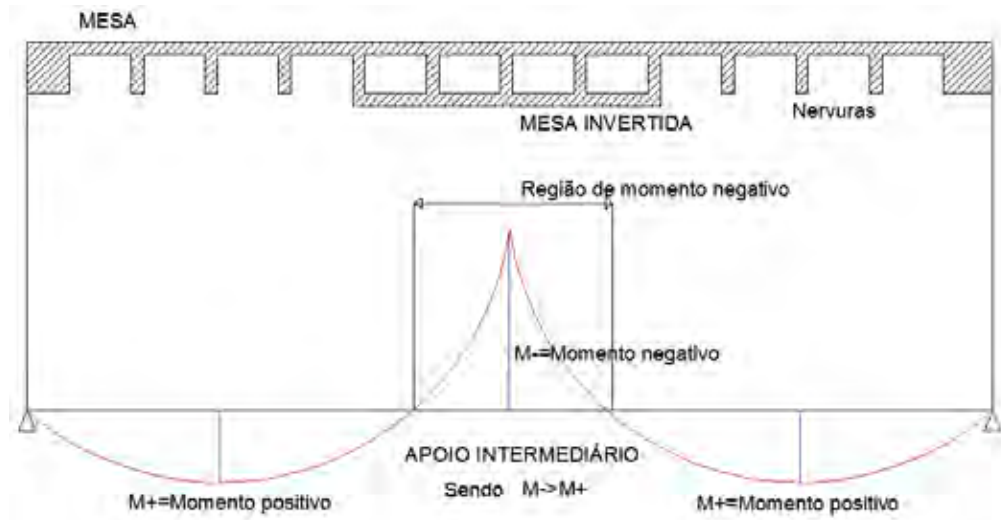


Figura 29 – Modelo de laje nervurada contígua (BOCCHI JÚNIOR-1995)

Laje nervurada apoiada

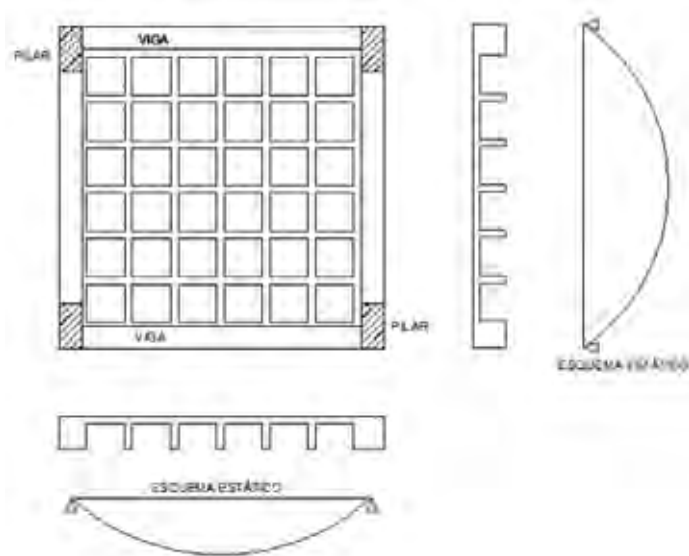


Figura 30 - Esquema estático de uma laje nervurada apoiada (BOCCHI JÚNIOR-1995)

Laje nervurada em balanço

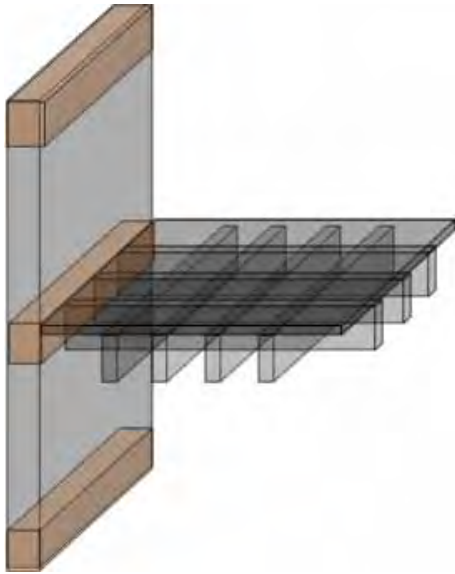


Figura 31 - Laje nervurada em balanço (BOCCHI JÚNIOR-1995)

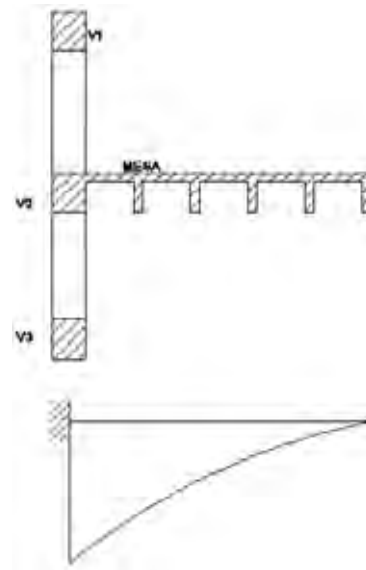


Figura 32 - Esquema estático (BOCCHI JÚNIOR-1995)

Material de enchimento

Uma das maiores vantagens do uso da laje nervurada é a diminuição do peso de concreto, para isso se faz uso de um material que preencha o espaço vazio que seria ocupado pelo concreto.

Suas dimensões (comprimento, largura e altura) estão intimamente ligadas à execução e características estruturais da laje nervurada.

Tem que cumprir os seguintes requisitos, além de apresentar baixo peso:

- a) Suportar a carga de trabalho durante a montagem da laje, uma vez que o concreto com baixas idades não possui resistência razoável e resistir ações dinâmicas de lançamento de concreto fresco;
- b) Deve aderir bem às argamassas de revestimento, certos casos deve-se fazer uso de resinas que auxiliarão a aderência;
- c) Deve garantir bom isolamento acústico e isolamento térmico.

Esse material, sem função estrutural, pode ser:

- a) EPS;
- b) Concreto celular;
- c) Blocos cerâmicos;

EPS

Sigla internacional de Poliestireno Expandido. O EPS (Figura 34) é um plástico celular rígido, derivado do petróleo, usado além da construção civil em embalagens industriais. Conhecido comercialmente com o nome de “isopor”. No Brasil esse nome pertence à empresa Knauf Isopor Ltda

Foi descoberto pelos químicos Fritz Stastny e Karl Buchholz, quando trabalhavam nos laboratórios da BASF, na Alemanha em 1949, na Alemanha. Tem como principal qualidade o seu baixo peso.



Figura 33 – Laje nervurada (amcsantorini.blogspot.com.br)

Tem como vantagens segundo GASPAR (1997):

- a) Numa eventual ou acidental combustão, este material não libera produtos tóxicos;
- b) Absorve pouca água, pela sua própria característica isolante, propriedade que exige o uso de resina acrílica para auxiliar na aderência do bloco de EPS e argamassa, não apresenta problemas relacionadas à microrganismos, além da possibilidade de ser estocado;

- c) Estruturalmente apresenta boa resistência à compressão (Figura 33);
- d) Podem ser reaproveitadas eventuais sobras, e estas podem ser utilizadas como brita no lugar de agregado graúdo, fazendo assim o concreto leve;
- e) EPS pode ser feito na obra, por ser um material de fácil manuseio, o que permite a variação geométrica das formas, logo perde-se menos material, facilitando a junção;
- f) Devido ao baixo peso é de fácil transporte;
- g) Preço acessível;



Figura 34 – Fôrma de EPS (www.artelaje.com.br)

Concreto Celular

De acordo com a NBR13438/1995, trata-se de um concreto leve (Figura 35) com valores de pesos específicos aparente variando entre 5kN/m^2 a 12kN/m^2 , concebido através de um processo industrial, constituído por areia média, cimento Portland, fibras de polipropileno, água e pequenas bolhas de ar incorporadas na massa (SILVA (2005)). Por meio de produtos formadores de gases, água e aditivos essa mistura de materiais se fabrica o concreto celular.



Figura 35 – Fôrma de concreto celular (www.precon.com.br)

Apresenta vantagens de acordo DA SILVA & DA SILVA (2010):

- a) Fácil manuseio e transporte e logo menos uso de mão de obra;
- b) Possui aderência com revestimento;
- c) Forma geométrica variável;
- d) Homogêneo;
- e) Baixa condutividade térmica;

Porém apresenta certas desvantagens:

- a) Incrementa carga permanente;
- b) Apresenta problemas relacionados à conservação uma vez que não deixa de ser um material poroso.

De acordo com SILVA (2005) é o material de enchimento mais usado na construção dessas lajes.

Blocos Cerâmicos

Trata-se de tijolos cerâmicos furados (Figura 36 e Figura 37) que mais leves que tijolos convencionais, que são colocados de em uma ou duas direções. Durante a execução se deve tomar cuidado durante a execução para que dentro dos tijolos não penetre concreto, para que não se aumente o peso, é usado segundo SILVA (2005) papelão para tapar evitar que isso ocorra.

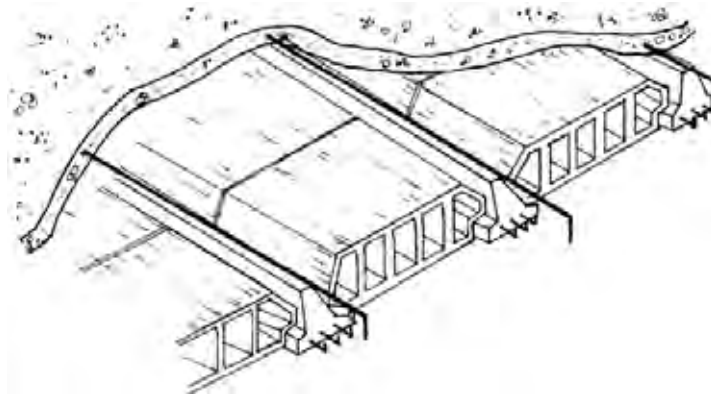


Figura 36 – Laje nervurada em uma direção com preenchimento cerâmico MILITO (2004)



Figura 37 - Preenchimento Cerâmico (www.ceramicasantamaria.com.br)

Tem como pontos positivos:

- a) Baixo custo;
- b) Facilidade de execução;
- c) São os melhores isolantes térmicos;
- d) Tem aderência boa com a água, o que dispensa cuidados especiais com a cura do concreto e aderência do concreto.

Porém como desvantagem:

- a) Não possuem flexibilidade geométrica;
- b) Problemas de armazenamento/estocagem pois absorvem água e assim favorece a proliferação de microrganismos;



Figura 38 – Esquema de laje nervurada com material de enchimento cerâmico

Segundo SILVA (2005) o tijolo mais empregado usando como material de enchimento na execução de lajes nervuradas “in-loco” é o tijolo de oito furos (Figura 38).

Formas de Polipropileno

Quando se faz a opção de deixar vazias as nervuras, nas faces inferiores à mesa, é necessário o uso de fôrmas (Figura 39), que podem ser de plástico, muitas vezes reutilizáveis disponíveis comercialmente em formas definidas (Figura 40) ou de madeira, logo geometria flexível, porém a sua durabilidade é menor.

Ao contrário de quando se utiliza algum material de enchimento quando se usa fôrmas de polipropileno essa fôrma não acresce carga à laje uma vez que esta fôrma não fica incorporada à laje.

A sua desforma é simples e manual, resultando ótimo acabamento, ou seja menos revestimento, menos pinturas necessárias. Se necessário esconder estas nervuras basta apenas fazer uso de placas de gesso, ou seja, material leve, arquitetonicamente chamado de forro falso.

As fôrmas têm proteção contra raios ultravioleta de acordo com DA SILVA & DA SILVA (2010), assim protegendo a estrutura.

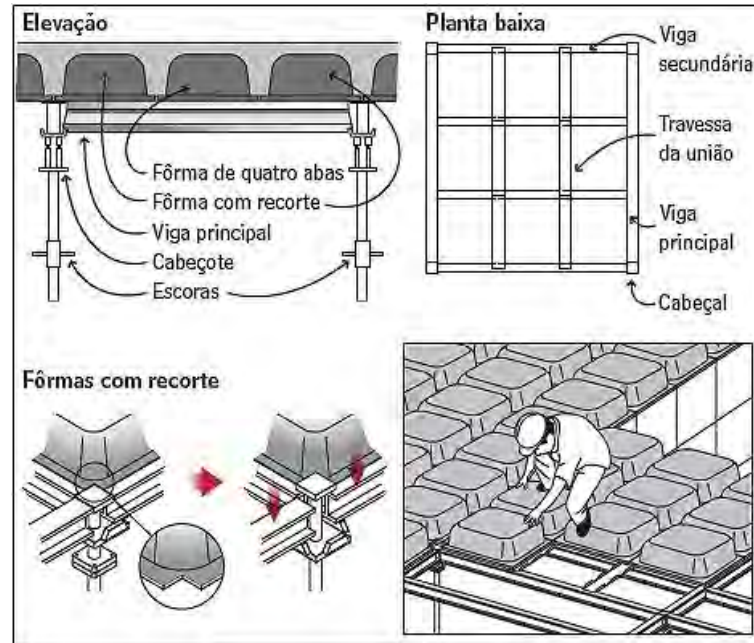


Figura 39 - Esquema de execução usando fôrmas de polipropileno



Figura 40 – Laje nervurada sendo executada (www.atex.com.br)

Entre outras vantagens:

- a) Não adicionam peso à laje;
- b) Dispensa o uso de compensado;
- c) Leves, pois não são sólidas como os blocos de concreto celular;

Como desvantagem pode-se destacar que:

- a) Existe o gasto causado pelo aluguel dessas fôrmas;
- b) Necessário o uso de desmoldantes.

Armaduras necessárias

São necessárias as seguintes armaduras nas lajes nervuradas representadas na Figura 41:

- a) Armadura longitudinal: é a armadura destinada para resistir esforços de momentos positivos, posicionada de modo retilíneo;
- b) Armadura transversal: destinada para combater esforços cortantes, normalmente constituídos por estribos, assim como vigas, posicionados mantendo um espaçamento previsto em projeto, também precisam de porta-estribos, para não se movimentarem durante a concretagem do mesmo modo no dimensionamento de vigas.
- c) Armadura de distribuição: colocada para resistir esforços de fissuração e distribuir as tensões originárias de esforços pontuais aplicados na laje, armadura colocada nas direções transversal e longitudinal se for usada barras, ou pode-se fazer uso de telas soldadas.
- d) Armadura superior: colocada na mesa das lajes, usada para resistir efeitos causados por momentos negativos e também para evitar fissuração com aberturas exageradas, também usada para manter a continuidade entre lajes vizinhas.

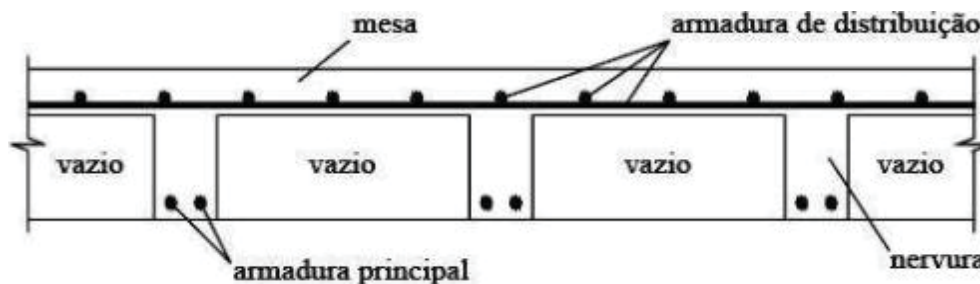


Figura 41 - Armaduras na laje segundo www.ufrgs.br

Prescrições Normativas de Acordo com a NBR 6118/2003.

Prescrições normativas de acordo com a NBR 6118/2003, segundo o item 13.2.4.2.

- a) A espessura da mesa, quando não houver tubulações horizontais embutidas, deve ser maior ou igual a $1/15$ da distância entre nervuras e não menor que 3 cm.
- b) O valor mínimo absoluto deve ser de 4 cm, quando existirem tubulações embutidas de diâmetro máximo 12,5 mm.
- c) A espessura das nervuras não deve ser inferior a 5 cm.
- d) Nervuras com espessura menor que 8 cm não devem conter armadura de compressão.
- e) Para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 65 cm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa, e para a verificação do cisalhamento da região das nervuras, permite-se a consideração dos critérios de laje;
- f) Para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 65 cm e 110 cm, exige-se a verificação da flexão da mesa e as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas; permite-se essa verificação como lajes se o espaçamento entre eixos de nervuras for até 90 cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm;
- g) Para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervuras maior que 110 cm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas, respeitando-se os seus limites mínimos de espessura.
- h) Não é permitido o emprego de armaduras de compressão do lado oposto à mesa;
- i) Nas lajes armadas em uma só direção, são necessárias nervuras transversais sempre que existam cargas concentradas a distribuir ou quando o vão teórico for superior a 4,0 m, exigindo-se duas nervuras no mínimo se esse vão ultrapassar 6,0m.

De modo geral, quando a distância entre nervuras superar 50 cm, será preferível tratar as nervuras como vigas, respeitando-se as espessuras mínimas e as armaduras mínimas da alma das vigas.

Atenção especial deve ser dada às lajes nervuradas contínuas devido ao aparecimento de momentos negativos. Nos apoios intermediários, a seção resistente é formada apenas pelas nervuras da laje, as quais aí funciona como vigas de seção retangular, pois a mesa neste caso está na zona tracionada. Nesse caso, o apoio da laje deve ser feito ao longo de uma nervura transversal.

Análise estrutural

De acordo com SILVA (2005) todas as prescrições relativas às estruturas de elementos de placa (laje) são válidas desde que sejam respeitadas as condições descritas em norma, segundo a NBR 6118/2003, se estas condições não forem verificadas se faz necessário a análise da laje nervurada considerando como a mesa apoiada em uma grelha de vigas.

Ou seja, a norma permite que se transforme a laje nervurada em maciça para o cálculo da mesma.

Verificação ao Cisalhamento

A norma NBR 6118/2003 descreve que para lajes nervuradas com espaçamento maior que 65 cm e lajes maciças são necessárias a utilização de armadura transversal para resistir esforços de tração causados pela força cortante se:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1};$$

Onde:

V_{Sd} é a força cortante de cálculo e;

V_{Rd1} é a resistência de cálculo ao cisalhamento.

E para elementos sem armadura transversal:

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \times k \times (1,2 + 40 \times \rho_1)] \times b_w \times d;$$

Onde:

$$\tau_{Rd} = \frac{0,25 \cdot f_{ctd} = 0,25 \cdot f_{ctk,inf}}{\gamma_c};$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \times d} \leq 0,02;$$

$k = (1,6 - d) \geq 1$, com d em metros.

Onde:

- τ_{Rd} : é a tensão de cisalhamento resistente de cálculo limite, para que uma laje possa prescindir de armadura transversal para resistir à força cortante;
- f_{ctd} : é a resistência de cálculo do concreto à tração;
- $f_{ctk,inf}$: é a resistência característica à tração do concreto com o valor inferior, medido por ensaios de prismas à flexão (na falta de ensaios pode-se adotar $f_{ctk,inf} = 0,21 \times f_{ck}^{2/3}$, com f_{ck} em MPa.
- A_{s1} é a área da armadura de tração que se estende até não menos que $d + \lambda_{b,nec}$ além da seção considerada, onde $\lambda_{b,nec}$ é o comprimento de ancoragem necessário.
- b_w é a largura mínima da seção ao longo da altura útil d .

Segundo a NBR 6118/2003 as bielas comprimidas do concreto devem ser verificadas comparando a força solicitante de cálculo V_{Sd} com a resistência de cálculo V_{Rd2} :

$$V_{Rd2} = 0,5 \cdot \alpha_{v1} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9 \cdot d;$$

Aonde:

V_{Rd2} é a força constante de cálculo relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto, em elementos sem armadura de cisalhamento;

$$\alpha_{v1} = (0,7 - f_{ck}/200) \leq 0,5, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa};$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}, \text{ com } \gamma_c = 1,4 \text{ normalmente};$$

Também é necessário verificar ao estado último de cisalhamento em elementos lineares com $b_w < 5 \cdot d$ aplicados para o caso de vigas, logo deve se satisfazer também as seguintes condições:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2};$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw};$$

Onde:

- V_{sd} corresponde à força cortante solicitante de cálculo, na seção;
- V_{Rd2} corresponde à força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das bielas de concreto (diagonais comprimidas de concreto);
- $V_{Rd3} = V_C + V_{sw}$, é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal, onde V_C é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça e V_{sw} a parcela resistida pela armadura transversal e determinado por norma;

A resistência dos estribos é estabelecida de acordo com a NBR 6118/2003 com os seguintes valores máximos:

- 250 MPa, para lajes com espessura de até 15 cm;
- 435 MPa (f_{ywk}), para lajes com espessura maior que 35 cm.

Espaçamento máximo entre estribos

A norma estabelece que no caso de lajes nervuradas os estribos devem ter espaçamento máximo de 20 cm.

Cálculo de d (altura útil)

Segundo BOCCHI JÚNIOR (1995) o “ d ” é fisicamente a distância entre a fibra mais acima da mesa até o centro de massa da barra de aço destinada a suportar momentos positivos, para se calculá-lo existe uma equação que relaciona o número de bordas engastadas e os vãos efetivos.

$$d_{est} = 1,5 \times (2,5 - 0,1 \times n) \times l^* \quad (16)$$

Sendo:

$l_x \rightarrow$ menor vão;

$n \rightarrow$ número de
bordas engastadas;

$$l^* \leq \begin{cases} l_x \\ 0,7 \times l_y \end{cases}$$

$l_y \rightarrow$ maior vão;

4.5.2.1 Procedimento de cálculo

Segundo KLEIN & SELISTRE (1997), os esforços em uma laje nervurada ocorrem de maneira relativamente complexa e não existem métodos simples de cálculo que levem em consideração a atuação de cada esforço, nem é totalmente conhecida a maneira como eles atuam nas lajes.

Existem alguns recursos de cálculo de lajes nervuradas:

- Laje maciça equivalente ou teoria das placas, segundo DOS SANTOS (1983) e STRAMANDIONOLI (2003);
- Analogia de grelha e placa e método dos elementos finitos, segundo STRAMANDIONOLI (2003) e COELHO (2002);
- Processo de Marcus, segundo SOUZA (2004) e KIRST (2010);

Laje Maciça Equivalente / Teoria das Placas

O processo mais difundido onde a laje nervurada pode ser calculada facilmente (Figura 42). Tendo determinadas as dimensões, as cargas atuantes e as fôrmas de preenchimento.

Calcula-se o volume de elemento de preenchimento, supondo ele de concreto, quantificando o peso e determinando a espessura equivalente pela divisão de volume ocupado pelo elemento, pela área ocupada pelo mesmo;

Com os volumes equivalentes de concreto supõe-se a laje maciça e se calcula a altura equivalente (Figura 43);

Logo se determina o peso por metro quadrado da laje nervurada uma vez que se tem o peso de concreto que na verdade está ocupado pelo elemento de enchimento, este peso é o peso próprio por metro quadrado;

A partir daí proceder do mesmo modo do dimensionamento de viga “T”, com mesa igual à largura do elemento de preenchimento + espessura da nervura.

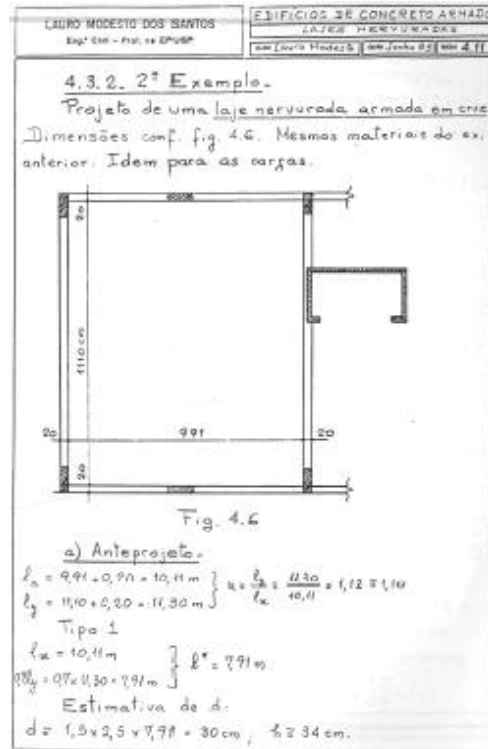


Figura 42 – Apostila de cálculo do Profº Lauro Modesto dos Santos (1983)

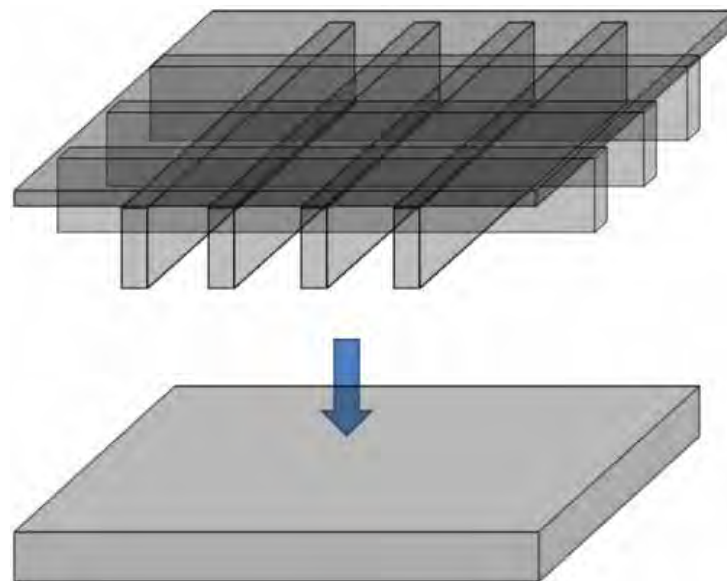


Figura 43 – Equivalência laje nervurada – laje maciça

Tendo o lado menor, no caso l_x , e com o auxílio da tabela de CZERNY, pode-se calcular os momentos;

Porém algumas metodologias de cálculo não consideram a resistência à torção nessa equivalência de laje nervurada para laje maciça, torção esta considerada zero tanto no cálculo de laje maciça quanto na laje nervurada.

Devido ao fato das nervuras apresentarem pequena rigidez à torção, existe um coeficiente δ (HANN, 1972) para corrigir os esforços obtidos para placas elásticas, quando se considera nula sua rigidez à torção. Para uma laje quadrada, simplesmente apoiada e solicitada por uma carga uniformemente distribuída, este coeficiente δ é igual a 1,71. Isto quer dizer que os esforços máximos na laje nervurada são 71% superiores aos esforços obtidos pela teoria das placas elásticas. (STRAMANDINOLI (2003)).

Considerando:

ϵ : como a relação entre os lados;

E as condições de apoios

1 = laje apoiada nos quatro lados;

2a = lado maior engastado;

2b = lado menor engastado;

3a = os dois lados maiores engastados;

3b = os dois lados menores engastados;

4 = dois lados adjacentes engastados;

5a = os dois lados maiores e um menor engastado;

5b = os dois lados menores e um maior engastado;

6 = os quatro lados engastados;

As fórmulas usadas para se calcular o coeficiente δ são as seguintes:

Tabela 9 - Fórmulas de correção segundo HAHN (1972)

Apoio tipo 1:	$\delta_x = \delta_y = \frac{1}{\left(1 - \frac{5}{6} \times \frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^4}\right)};$	Apoio tipo 4:	$\delta = \frac{1}{\left(1 - \frac{15}{32} \times \frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^4}\right)};$
Apoio tipo 2:	$\delta_x = \frac{1}{\left(1 - \frac{75}{32} \times \frac{\varepsilon^2}{5 + 2\varepsilon^4}\right)};$	Apoio tipo 5:	$\delta_x = \frac{1}{\left(1 - \frac{5}{9} \times \frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^4}\right)};$
	$\delta_y = \frac{1}{\left(1 - \frac{5}{6} \times \frac{\varepsilon^2}{5 + 2\varepsilon^4}\right)};$		$\delta_y = \frac{1}{\left(1 - \frac{15}{32} \times \frac{\varepsilon^2}{2 + \varepsilon^4}\right)};$
Apoio tipo 3:	$\delta_x = \frac{1}{\left(1 - \frac{25}{18} \times \frac{\varepsilon^2}{5 + \varepsilon^4}\right)};$	Apoio tipo 6:	$\delta_x = \delta_y = \frac{1}{\left(1 - \frac{5}{18} \times \frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^4}\right)}$
	$\delta_y = \frac{1}{\left(1 - \frac{5}{6} \times \frac{\varepsilon^2}{5 + \varepsilon^4}\right)};$		

Numa tabela:

Tabela 10 - Coeficiente de correção segundo HAHN

Apoio	$\varepsilon =$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50	1,55	1,60
1	δ	1,71	1,70	1,68	1,66	1,63	1,60	1,56	1,53	1,50	1,47	1,44	1,41	1,38
2^a	δ_x	1,32	1,29	1,27	1,25	1,23	1,21	1,20	1,19	1,18	1,17	1,16	1,15	1,14
	δ_y	1,51	1,47	1,44	1,41	1,38	1,35	1,32	1,29	1,27	1,25	1,24	1,23	1,22
2b	δ_x	1,51	1,54	1,56	1,58	1,58	1,59	1,59	1,58	1,56	1,54	1,52	1,50	1,47
	δ_y	1,32	1,32	1,33	1,34	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	1,34	1,33	1,32	1,30
3^a	δ_x	1,16	1,15	1,14	1,13	1,12	1,11	1,10	1,09	1,08	1,08	1,07	1,07	1,07
	δ_y	1,30	1,27	1,25	1,23	1,21	1,19	1,18	1,17	1,16	1,15	1,14	1,13	1,12
3b	δ_x	1,30	1,33	1,35	1,37	1,39	1,40	1,41	1,42	1,42	1,42	1,43	1,43	1,43
	δ_y	1,16	1,17	1,18	1,19	1,20	1,21	1,21	1,21	1,22	1,22	1,23	1,23	1,23
4	δ_x	1,30	1,30	1,29	1,29	1,28	1,27	1,26	1,24	1,22	1,21	1,20	1,20	1,19
5a	δ_x	1,18	1,18	1,17	1,16	1,15	1,14	1,13	1,13	1,12	1,12	1,11	1,10	1,10
	δ_y	1,23	1,22	1,21	1,20	1,19	1,18	1,17	1,16	1,15	1,14	1,13	1,12	1,11
5b	δ_x	1,23	1,23	1,24	1,24	1,24	1,24	1,24	1,23	1,22	1,22	1,21	1,20	1,19
	δ_y	1,18	1,19	1,19	1,20	1,20	1,20	1,20	1,19	1,18	1,17	1,17	1,16	1,15
6	δ	1,16	1,16	1,16	1,15	1,15	1,14	1,14	1,13	1,13	1,12	1,11	1,11	1,10

Analogia de Grelha

Inicialmente no caso de lajes parece que é a simples aplicação do programa de análise de grelha plana com o painel discretizado e depois disso apenas com os resultados dos esforços e deslocamentos se faz o dimensionamento, porém se faz necessário uma análise da influência dos diversos parâmetros nos resultados tais como número de faixas, rigidez à flexão, torção entre outras.

Conforme HAMBLY (1976): “Um painel de laje é estruturalmente contínuo nas duas dimensões do plano da laje de tal modo que as cargas aplicadas são equilibradas por uma distribuição bidimensional de esforços cortantes, momentos fletores e momentos de torção. Como a solução rigorosa das equações diferenciais raramente é possível, um procedimento aproximado pode ser usado, a Analogia de Grelha, na qual o painel de lajes é representado para fins de análise por uma grelha bidimensional de vigas, através dos avanços significativos feitos nos programas de Analogia de Grelha nos últimos anos tornam esse procedimento mais versátil, mais rápido, e mais simples de compreender do que os demais”.

Conforme PARK & GAMBLE (1980): “A substituição de uma laje por uma série de vigas ortogonais que se cruzam, é provavelmente o mais antigo dos procedimentos. Os momentos fletores assim calculados podem diferir consideravelmente da distribuição verdadeira da teoria elástica devido à omissão dos momentos de torção atuantes em cada elemento da laje, que é comparável a omissão do termo cruzado da equação diferencial de equilíbrio das lajes.

$$\frac{\partial^2 mx}{\partial x^2} + \frac{2 \cdot \partial^2 myx}{\partial x \cdot \partial y} + \frac{\partial^2 my}{\partial y^2} = p(x, y) \quad (17)$$

Este procedimento é, de fato, um método de projeto baseado na teoria de análise limite inferior”.

A resistência à torção não pode ser desprezada, pois tanto HAMBLY (1976) quanto MONTROYA (1973) afirma que a inércia à torção de uma viga é duas vezes maior do que a inércia à flexão de uma viga, pois:

Sendo o momento de inércia à flexão:

$$I_{yy} = \frac{bh^3}{12} \quad (18)$$

E o momento de inércia à torção por unidade de placa isotrópica para uma barra de grelha que representa uma largura b de laje:

$$J_p = \frac{bh^3}{6} \quad (19)$$

Logo no caso de vigas isoladas:

$$J_p = 2I_{yy} \quad (20)$$

Porém quando se trata de uma grelha GERE e WEAVER (1980) calcula o momento de inércia à torção numa laje quadrada:

$$J_p = \beta \cdot h \cdot b^3 \cdot \frac{400}{e} \quad (21)$$

$$\beta = \frac{1}{3} - \left(0,21 \frac{b}{h}\right) \cdot \left(1 - \frac{b^4}{12h^4}\right) \quad (22)$$

E COELHO (2002) fixou os valores de h e b variando e , e fazendo a divisão entre o valor da rigidez à flexão para uma mesma largura de faixa se obtém o gráfico seguinte (Figura 44):

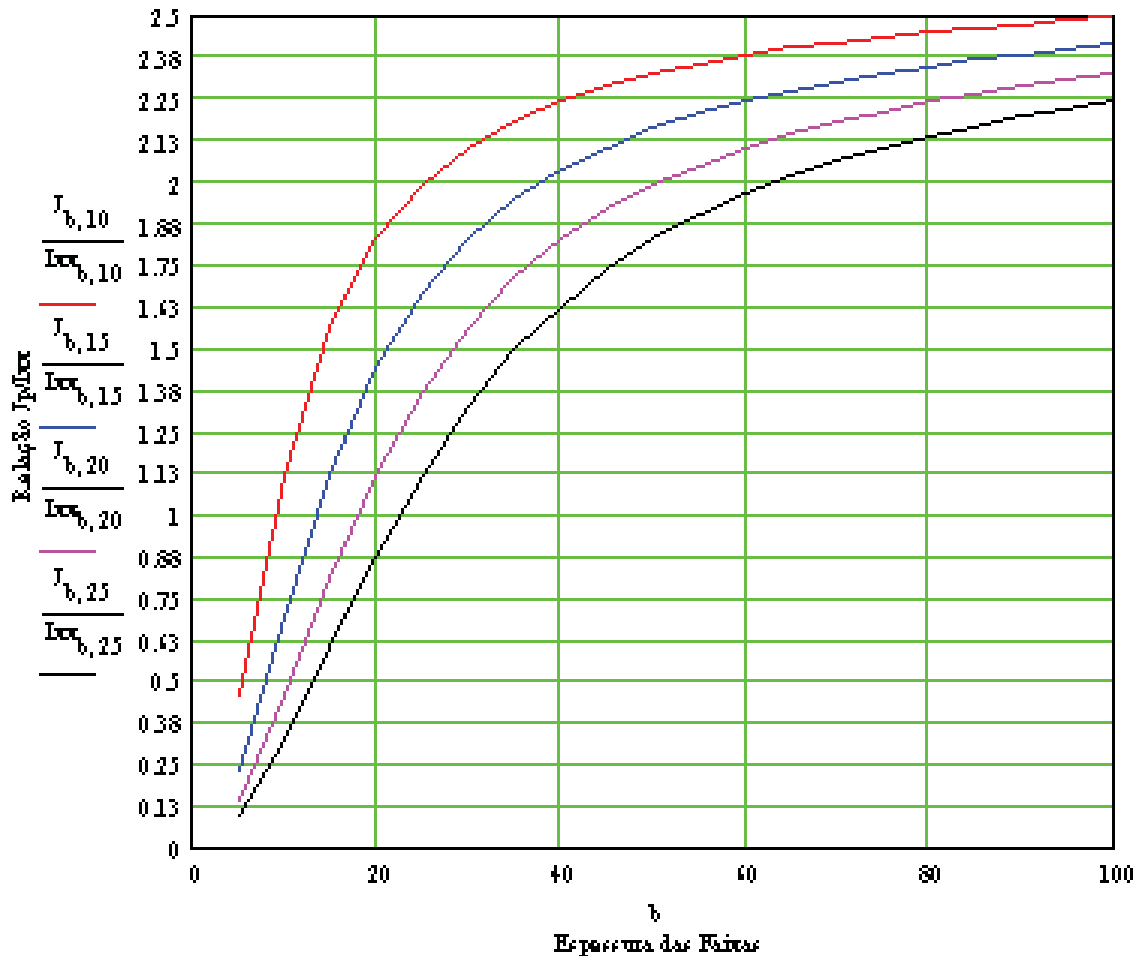


Figura 44 - Somatório das rigidezes à torção em relação à espessura das faixas segundo COELHO (2002)

O gráfico mostra que a rigidez total à torção não é linear e varia quando diminui o espaçamento das malhas diminuindo a rigidez.

Portanto segundo COELHO (2002) não se pode analisar corretamente uma laje nervurada usando a analogia de altura equivalente reduzida para considerar o fato das nervuras serem seções “T”.

Segundo STRAMANDINOLI (2003) a utilização da analogia de grelha para lajes nervuradas parece ser o modelo mais indicado para análise e projeto desse tipo de laje, quando comparado com a aplicação simples da teoria da elasticidade, calculando lajes nervuradas como lajes maciças, que pode levar a erros consideráveis na avaliação dos esforços e deslocamentos. O modelo de grelha apresenta resultados mais preciso, é um modelo simples de ser utilizado, e os resultados são interpretados facilmente pelos engenheiros, pois como no caso da laje nervurada os esforços mais importantes são os momentos fletores e torsões, os mesmos são obtidos diretamente na saída dos resultados e em muitos programas

podem ser visualizados graficamente. Além disso, como o modelo de analogia de grelha trabalha com elementos de barra, os engenheiros têm mais facilidade de interpretar fisicamente esse tipo de elemento estrutural.

Método dos Elementos Finitos

Segundo ARAÚJO (2010) é um método numérico bastante utilizado para resolver diversos problemas de Engenharia, como análise estrutural (método de cálculo de alguns programas comerciais de cálculo estrutural), fluxo de fluidos, condução de calor, dispersão de poluentes. Tem como principal característica a generalização da formulação, que permite gerar uma rotina de cálculo para resolução de problemas.

Em programas de análise estrutural podem ser usado tanto o método dos deslocamentos quanto o método das forças, no entanto têm sido feita a preferência em fazer uso dos métodos dos deslocamentos devido à facilidade de implementação computacional.

O método dos elementos finitos consiste na subdivisão do problema em um número finito de pequenos problemas que são analisados separadamente. O domínio discretizado forma uma malha de elementos finitos, cada elemento é definido pela sua geometria, número de nós e rigidez.

A precisão de resultado está diretamente ligada ao aumento progressivo do número de nós, uma vez que assim a estrutura será dividida em mais partes. STRAMANDINOLI (2003) afirma que deste modo têm-se problemas mais simples, ou seja, polinômios com grau mais baixo. É mais vantajoso calcular muitos elementos com polinômios de grau baixo, depois somá-los, do que poucos elementos com polinômios de grau alto, o que demandaria processos de cálculo mais complexos.

Processo de Marcus

Segundo KIRST (2010) esse método é usado quando não se possui no momento do cálculo de recursos computacionais durante a análise de implantação e para se chegar à um valor de espessura de laje.

O método considera em duas largas faixas uma em cada direção onde se a laje trabalha em duas direções. A carga fica dividida nessas duas faixas de modo que a deformação nas duas direções seja igual.

No cálculo de lajes maciças o processo apresentou resultados conservadores uma vez que a contribuição à torção nesse caso é desprezada, e o efeito da união dessas faixas. Para isso Marcus propôs coeficientes correções:

$$\mu_x = 1 - \frac{20K_x}{3M_x \lambda^2}; \quad \mu_y = 1 - \frac{20K_y}{3M_y \lambda^2}; \quad (23)$$

Onde:

M_x, M_y = coeficientes dos momentos positivos para as faixas isoladas;

K_x, K_y = obtidos pela teoria das grelhas;

De acordo com Silva e Horowitz (2008, p. 201) o método se baseia no princípio de que a carga pode ser equilibrada apenas por flexão.

E o método se limita apenas às lajes retangulares.

Logo os momento são obtidos à partir da seguinte equação:

$$m = \mu \frac{p \times l_x}{100} \quad (24)$$

Onde:

m = momento na direção desejada;

μ = coeficiente de correção;

p = carga superficial atuante na laje;

l_x = menor vão da laje;

Vantagens e desvantagens

Segundo SILVA (2005) decorrente do uso da laje nervurada têm-se as:

Vantagens:

- a) Permite vãos maiores em comparação à laje maciça;

- b) Podem ser utilizada em vários tipos de obras, edifícios residenciais ou comerciais de múltiplos pavimentos, residências, escolas, galpões, etc;
- c) Economia de formas;
- d) Distribuição direta das tubulações, evitando lajes rebaixadas, forros falsos, porém executadas antes da conclusão da laje;
- e) Menos armaduras, também se pode usar telas;
- f) Melhor distribuição de esforços entre vigas e lajes;
- g) Menos desperdício de material, obra enxuta;

Desvantagens

- a) Na laje nervurada não se tem a liberdade de recortes como na laje maciça;
- b) Custos adicionais, quando não previstos em comparação à laje maciça, referentes ao aluguel de formas de polipropileno, que envolve gasto com desmoldantes ou formas perdidas como concreto celular;
- c) Esquema de escoramento mais sofisticado, na laje maciça pode se usar um material mais barato para cumprir esta função;
- d) Deve ser feita a compatibilização das instalações, para estas não interferirem nas nervuras;
- e) Aumento significativo da altura final do edifício.

4.6 Pórtico Espacial

Trata-se de um modelo estrutural mais completo representando fielmente a estrutura real, representado na Figura 45. Por meio dele se determina os momentos de flexão e de torção, além de esforços cortantes e normais para todos os elementos. Considerando a solidariedade e interação entre vigas, pilares e lajes, através de coeficientes de engastamento. Lajes estas que podem ser representadas discretizando-as em barras.

São realizados cálculos complexos uma vez que são necessários para se processar este método considerando para cada nó seis graus de liberdade, translação paralela aos três eixos

principais e rotação em torno destes, logo é de suma necessidade a utilização de programas de análise matricial para se chegar à solução do problema.

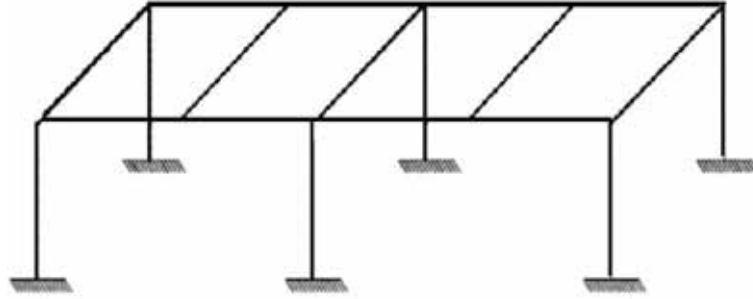


Figura 45- Modelo de pórtico espacial

5. Desenvolvimento

Nesse trabalho de graduação serão estudadas especialmente as lajes nervuradas e como podemos fazer um cálculo mais preciso

Levando em conta que as exigências acima descritas são necessários estudos na engenharia de estruturas e nas suas possíveis soluções e saídas em benefício da segurança.

5.1 Revisão de literatura

Foram consultadas como principais fontes de conhecimento técnico as seguintes publicações:

Dissertações de Mestrado

Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado de Marcos Alberto Ferreira da Silva, apresentada em 2005 pela UFSCar: dissertação que apresenta desde a concepção de placa, passando pela execução até os conceitos mais avançados de cálculo.

Contribuições à análise de lajes nervuradas por analogia de grelhas de Juliana Sá Brito Stramandinoli, apresentada em 2003 pela UFSC: dissertação que não detalha a execução e foca principalmente o cálculo pelo modelo de grelha, e os outros modelos de cálculo, colocando em foco seus pontos positivos e negativos.

Norma Técnica

Norma Brasileira NBR6118 - Projeto de estrutura de concreto armado publicada em 2003, que especifica as exigências para execução e cálculo de lajes maciças, nervuradas e outros elementos de concreto armado e protendido.

Livros

Theory of plates and shells, escrito por Stephen P. Timoshenko e S. Woinowsky-Krieger em 1959, livro onde se faz a discretização e cálculo de momento em placas conforme as vinculações.

Apostilas e Notas de Aula

Caderno de aula do curso de Estruturas – II de 2011, disciplina esta ministrada pelo Profº Antonio Wanderley Terni na Universidade Estadual Paulista – campus de Guaratinguetá, que apresentou todos os conceitos de concreto armado necessários.

Apostila de Fundamentos do Concreto e Projeto de Edifícios, feita pelo professor da EESC/USP Libanio Miranda Pinheiro em 2011, que ajudou a complementar os conceitos de concreto armado e lajes.

Apostila de Lajes Nervuradas feita pelo Profº Lauro Modesto dos Santos, professor da POLI/USP em 1983, que apresentou o modelo de cálculo de laje nervurada pelo método da laje maciça equivalente.

5.2 Proposição

Considerando todos os conceitos de placa, laje, ações atuantes, conceitos que envolvem o comportamento do concreto, posicionamento de armadura, prescrições normativas, comportamento distinto de cada tipo de laje e processos de cálculo.

5.3 Metodologia

De acordo com o exemplo 3, item 6.4, feito na dissertação de mestrado “**Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado**” de Marcos Alberto Ferreira da Silva, apresentada em 2005 pela UFSCar, usou-se os mesmos dados de cargas e dimensões da laje, logo do mesmo modelamento proposto pelo autor.

Calculou-se a mesma laje, ou seja, com o mesmo vão e mesma carga, de dois modos diferentes:

- Laje maciça equivalente;
- Modelo de pórtico espacial;
- Modelo de grelha;
- Modelo por elementos finitos

Calculou-se a laje equivalente de acordo com o método apresentado por SANTOS (1983) apresentado anteriormente.

O modelo de pórtico espacial e o modelo de grelha foram calculados com o auxílio do programa de análise estrutural STRAP - (Structural Analysis Programs), em sua versão 12.5 usando o modelo de elemento de barra. Porém para a modelagem foram feitas algumas considerações:

- Conceituação do STRAP e seus modelos de cálculo;
- Mesa da laje nervurada;
- Vigas de bordos;
- Apoios;
- Barras verticais;
- Cargas;

5.3.1 STRAP

O programa STRAP é um software de análise estrutural desenvolvido em 1983 pela ATIR Engineering Software Development Ltd. É um software que oferece recursos avançados para a criação de inúmeros modelos estruturais (em duas ou três dimensões, permite a separação por estágios, variação de geometria, perfis laminados, apoios com restrição diferenciada, molas). Além de oferecer módulos especiais para o cálculo de estruturas metálicas, concreto armado, análise dinâmica, análise de deformações e análise de pontes. Seu modo de cálculo baseia-se no Método dos Elementos Finitos.

O programa calcula por dois modos diferentes:

- a) Elemento de barra;
- b) Elemento finito;

Elemento de barra

Barras são elementos unidirecionais que representam membros estruturais modelados por uma linha (modelo unifilar) como vigas, colunas barras, etc.

Estes elementos sempre nos fornecem resultados precisos, ou seja, se calculados manualmente os resultados serão idênticos aos valores apresentados, por isso o modelo de geração do STRAP para a representação de vigas e barras é uma única barra.

Elementos finitos:

Para o modelamento de placas, cascas, muros, etc, podem serem feitos como elementos bidimensionais, estes por sua vez pode ser quadriláteros ou triangulares.

Em contrapartida usando os elementos finitos pode fornecer valores imprecisos (porém a diferença é aceitável pela maioria dos problemas de engenharia). Apresentando problemas de continuidade, pois estes elementos apenas estão conectados pelos seus nós comuns. A precisão pode ser aumentada se adicionado o número de elementos, ou seja, refinando os problemas, os resultados se aproximam cada vez mais da realidade, porém novamente existe o problema de otimização computacional (que significa tempo de processamento e memória) quando se adicionam cada vez mais elementos.

5.3.2 Modelo de pórtico

Mesa

A mesa da laje nervurada será, no modelo de pórtico considerada dividindo em três barras horizontais a cada nervura conforme a Figura 46

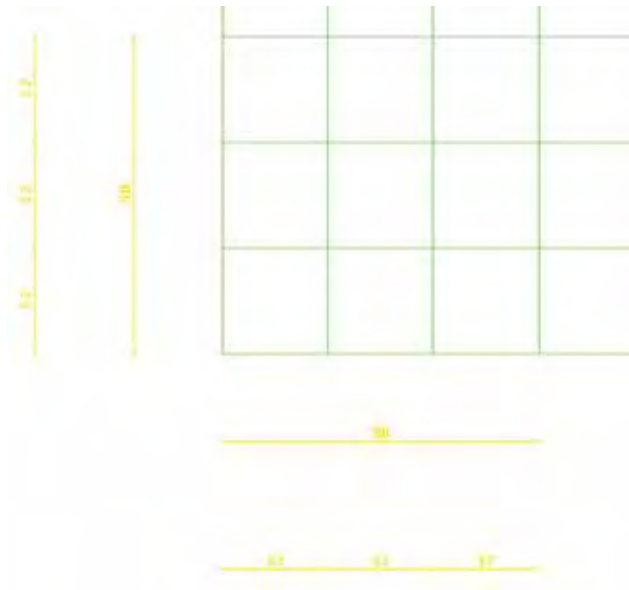


Figura 46 – Divisão da mesa

Apoios considerados

Foram colocados no modelo de pórtico espacial apoios que restringem o deslocamento na direção contrária à aplicação do esforço, ou seja, se a solicitação está na direção dita $-X3$ o apoio impede deslocamentos apenas na direção $X3$ (Figura 48), porém permite deslocamento em $X2$ e $X3$ de acordo com o esquema de eixos de referência descrito na Figura 47.

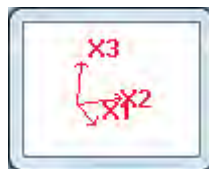


Figura 47 – sistema de referência usado no STRAP

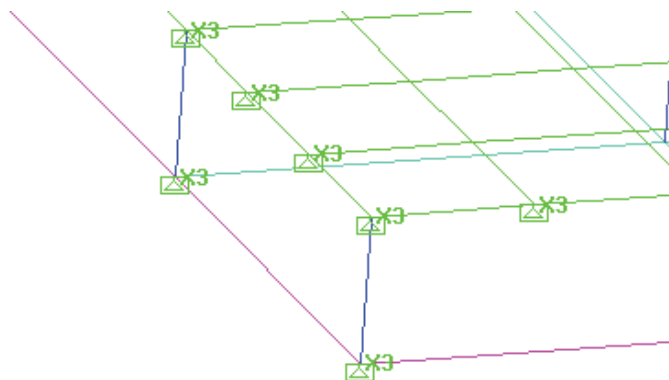


Figura 48 - Detalhe dos apoios colocados no modelo de pórtico espacial

Barras verticais

Para a ligação entre as nervuras e vigas de bordo se fez necessário o uso de barras verticais para, fisicamente, não ocorrer o fenômeno de escorregamento, caso contrário o esforço aplicado na mesa não será transmitido.

Para isso colocou-se na definição de propriedades:

Inércia infinita, pois assim todo o esforço aplicado na mesa poderia ser transferido integralmente para a nervura discretizada.

Usaram-se valores de inércia na ordem de grandeza igualà, em relação ao eixo X2, de $0,1 \times 10^{14}$ m e X3 também, como na Figura 49

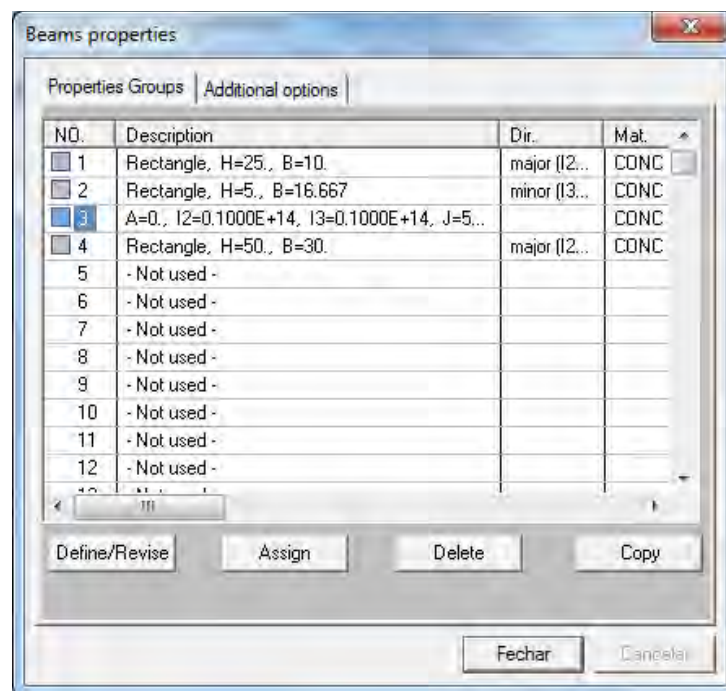


Figura 49 – lista de propriedades do STRAP

Discretização da nervura

Foi feita uma discretização dividindo a nervura em: uma única barra como na Figura 50;

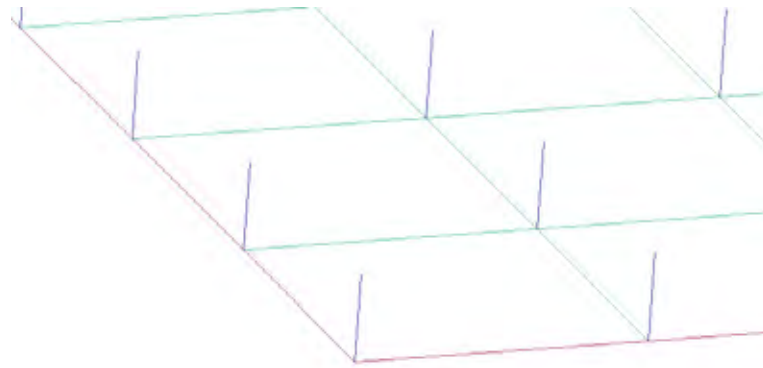


Figura 50 – Aproximação visual do modelo de nervura de uma barra (barras em cian)

5.3.3 Modelo de grelha

Mesa

Para o cálculo deste modelo se fez necessário a transformação da laje e suas nervuras em vigas “T” que se cruzam numa grelha compensando a mesa da laje nervurada nas mesas da viga “T”.

Apoios

Os apoios são fixos, que permitem o momento nas direções x , y e z mas restringem o deslocamento nesses eixos. Além de que, as nervuras têm as suas extremidades vinculadas conforme o detalhe da Figura 51.

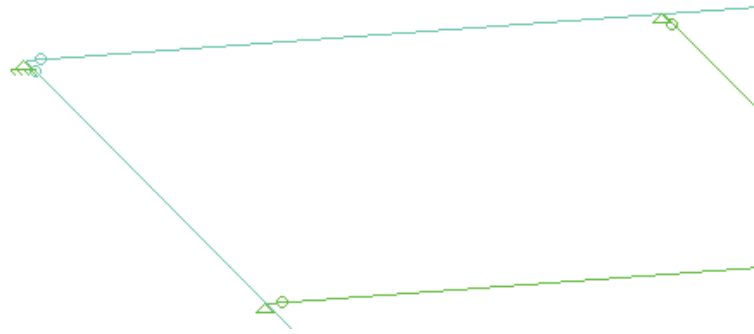


Figura 51 – aproximação do canto esquerdo para ilustrar o apoio considerado

Nervura

Como já foi citado na conceituação de mesa, a nervura foi considerada como uma única viga na forma de “T”.

5.3.4 Cargas

Para o exemplo modelado no STRAP foi usado a mesma carga encontrada no processo da Laje maciça equivalente, porém dividido nas barras de acordo com o seguinte processo.

- Modelo de pórtico espacial

$$\begin{aligned}
 C \text{ arg a unitária} &= C \text{ arg a por } m^2 \times \text{Área de 1 discretização da mesa} \\
 C \text{ arg a divididas nas barras} &= \frac{C \text{ arg a unitária}}{n^\circ \text{ de barras}} \\
 C \text{ arg a linear} &= C \text{ arg a linear} \times \text{discretização da barra (m)}
 \end{aligned} \tag{25}$$

- Modelo de grelha

$$\begin{aligned}
 C \text{ arg a unitária} &= C \text{ arg a por } m^2 \times \text{Área de módulo de grelha} \\
 C \text{ arg a divididas nas barras} &= \frac{C \text{ arg a unitária}}{n^\circ \text{ de barras}} \\
 C \text{ arg a linear} &= C \text{ arg a linear} \times \text{discretização da grelha (m)}
 \end{aligned} \tag{26}$$

5.3.5 Elementos finitos

Este modelo foi feito pelo programa ELPLA que realiza cálculos pelo método dos elementos finitos, esse programa também é usado para calcular fundações, e que pode considerar a geometria irregular.

Também considera o peso próprio do concreto, apenas é necessário colocar a sobrecarga. E assim como nos exemplos modelados com o STRAP foi usada a mesma sobrecarga recomendada no cálculo por laje maciça equivalente.

5.4 Resultados

LAJE NERVURADA 6m x 6m

Planta arquitetônica do exemplo:

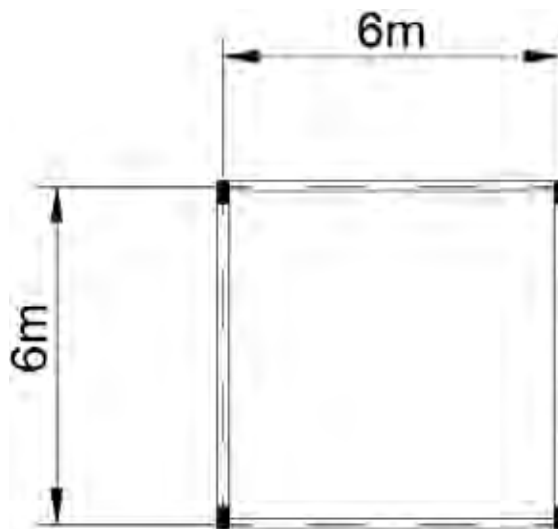


Figura 52 – Planta arquitetônica

Dados:

- $f_{ck}=20\text{MPa}$
- Aço usado: CA-50
- Enchimento: EPS ($\gamma=0,13\text{kN/m}^3$)

- Revestimento inferior: 1,5 cm de gesso ($\gamma=12,5\text{kN/m}^3$)
- Revestimento superior: 2,0 cm de argamassa ($\gamma=21\text{kN/m}^3$) + piso plástico (0,1 kN/m^2)
- Carga Acidental = 2,0 kN/m^2

Nervura com as seguintes dimensões:

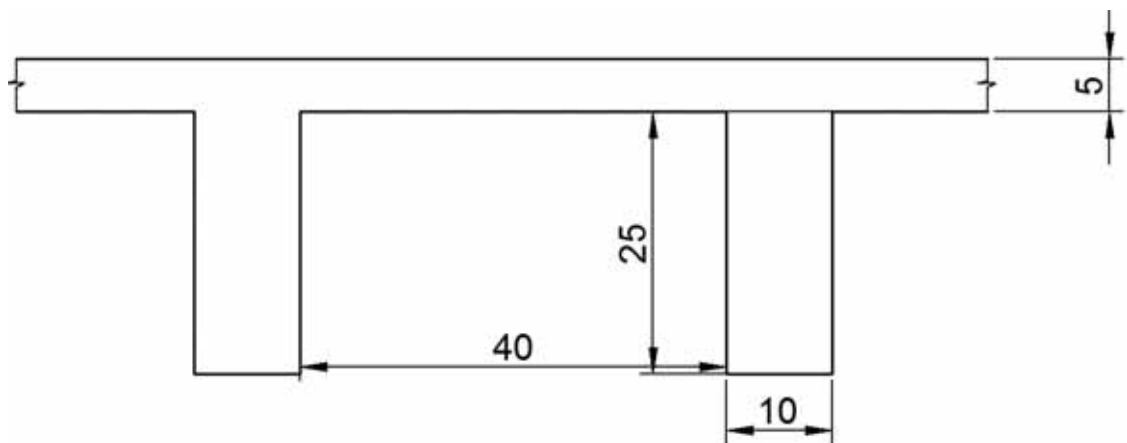


Figura 53 – Corte da nervura

- Mesa com 5 cm de espessura;
- Nervura com 10 cm de espessura e 25 cm de altura;
- Bloco de EPS de 40 cm x 40 cm;
- Foram consideradas as vigas de bordos com seção igual a 20 cm de largura e 50 cm de altura conforme o esquema da Figura 54.

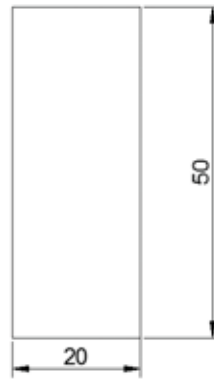


Figura 54 – Seção da viga de borda.

5.4.1 Laje maciça equivalente

PROCESSO DE CÁLCULO: LAJE MACIÇA EQUIVALENTE DE ACORDO COM LAURO MODESTO DOS SANTOS (1983)

Anteprojeto

$$l_x = 6\text{m};$$

$$l_y = 6\text{m};$$

$$\kappa = \frac{l_y}{l_x} = 1; \rightarrow \text{valor menor que 2, ou seja a laje será armada nas duas direções};$$

Volume de concreto de 1 bloco de EPS

Calculou-se o volume ocupado por uma nervura somado à um bloco de preenchimento, de acordo com o modelo descrito nas Figura 55 e Figura 56.

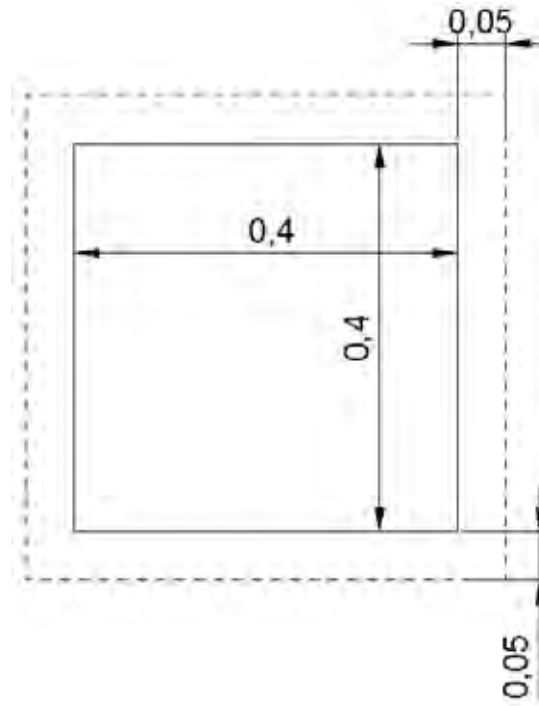


Figura 55 – vista superior de um módulo de nervura com unidades em centímetros

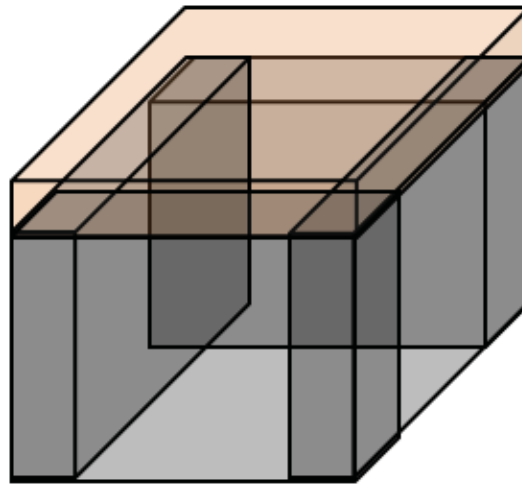


Figura 56 – vista espacial do volume ocupado por concreto

$$V = \text{parte cinza} + \text{parte clara}$$

$$V = (0,05 \times 0,4 + 0,05 \times 0,5) \cdot 2 \times 0,25 + 0,5 \times 0,5 \times 0,05$$

$$V = 0,035 \text{ m}^3$$

(27)

Peso correspondente de concreto

$$\text{Peso correspondente} = 0,035 \text{ m}^3 \times pp_{\text{concreto}}$$

$$\text{Peso correspondente} = 0,035 \text{ m}^3 \times 25 \text{ kN/m}^3 = 0,875 \text{ kN}$$

(28)

Altura Equivalente

O cálculo de altura equivalente se faz necessário para a verificação de flecha e peso próprio por metro quadrado.

$$h_{equivalente} = \frac{V_{concreto\ correspondente}}{V_{EPS}}$$

$$h_{equivalente} = \frac{0,035m^3}{0,5m \times 0,5m} \quad (29)$$

$$h_{equivalente} = 0,14m$$

Peso de concreto por m² de laje nervurada

Pode ser feito este cálculo fazendo a divisão de peso correspondente pelo peso de um módulo de nervura ou multiplicando o peso de concreto pela altura equivalente.

$$\frac{\text{Peso de um módulo}}{V_{1\text{módulo}}}; \quad PP_{concreto} \times h_{equivalente} \quad (30) \quad (31)$$

$$\frac{0,875kN}{0,25m^2} = 3,5kN/m^2 \quad 25kN/m^3 \times 0,14m = 3,5kN/m^2$$

Cargas atuantes

- Peso próprio = $3,5kN/m^2$;
- Revestimento inferior = $0,015m \times 12,5kN/m^3 = 0,1875kN/m^2$;
- Revestimento superior = $0,02m \times 0,21kN/m^3 = 0,42kN/m^2$;
- EPS = $\frac{0,40m \times 0,40m \times 0,25m \times 0,13kN/m^3}{0,50m \times 0,50m} = 0,04kN/m^2$
- Piso plástico = $0,1kN/m^2$;

$$\text{Carga permanente} = 4,25kN/m^2$$

$$\text{Carga acidental} = 2,0kN/m^2$$

$$g+q = 6,25kN/m^2 \quad (32)$$

Cálculo dos momentos fletores

$$m_x = \frac{c \arg a \times (\text{menor v\~{a}o})^2}{\alpha_x} \qquad m_y = \frac{c \arg a \times (\text{menor v\~{a}o})^2}{\alpha_y} \qquad (33)$$

Sendo alfa x ou alfa y coeficientes dados pela tabela de CZERNY

$$\begin{aligned} m_x &= \frac{6,25(6)^2}{22,7} = 9,91kN \cdot m / m & m_y &= \frac{6,25(6)^2}{22,7} = 9,91kN \cdot m / m \\ m_x &= 991kN \cdot cm / m & m_y &= 991kN \cdot cm / m \end{aligned} \qquad (34)$$

$M_x = m_x$ multiplicado pela dimens\~{a}o x da nervura, no caso 40 cm + 5cm de cada lado;

$M_y =$ an\~{a}logo ao anterior;

$$M_x = M_y = 9,848kN \cdot m / m \times 0,50m$$

$$M_x = M_y = 4,924kN \cdot m \qquad (35)$$

5.4.2 Modelo de p\~{o}rtico espacial

Para facilitar a leitura dos resultados deve-se entender que o STRAP dentro da sua programac\~{a}o lista todos os resultados e permite a leitura de um valor percentual dos resultados, ou seja, permite que na sua tela seja exibida os, por exemplo, 50% maiores resultados conforme o detalhe na Figura 57 no campo “Display only values greater than”.

Al\~{e}m de o programa permitir a remo\~{c}o\~{a}o dos resultados da tela para facilitar a leitura na fun\~{c}o\~{a}o localizada na barra de ferramentas chamada “Remove” escolhendo a op\~{c}o\~{a}o “Remove Selected Beams”, “Remove beams parallel To a beam” ou “Display selected levels” conforme a Figura 58.

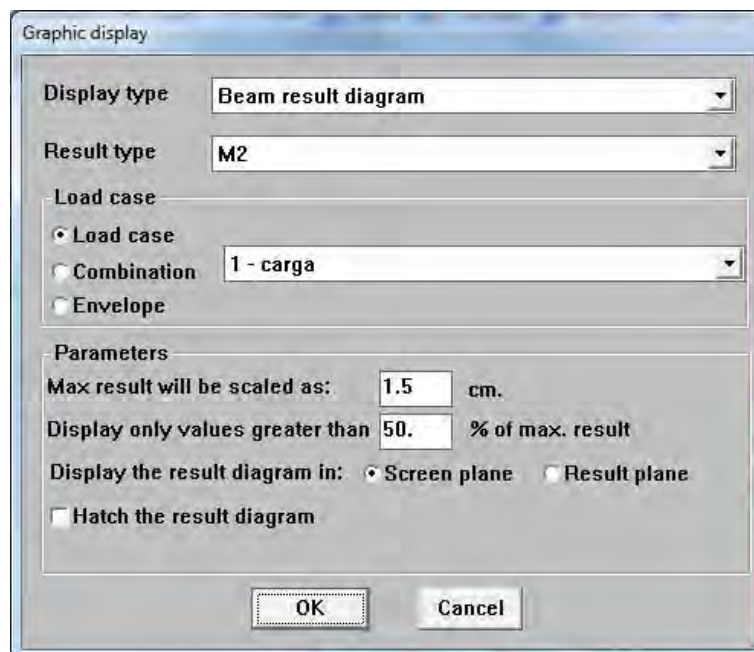


Figura 57 – Modo de exibição dos resultados

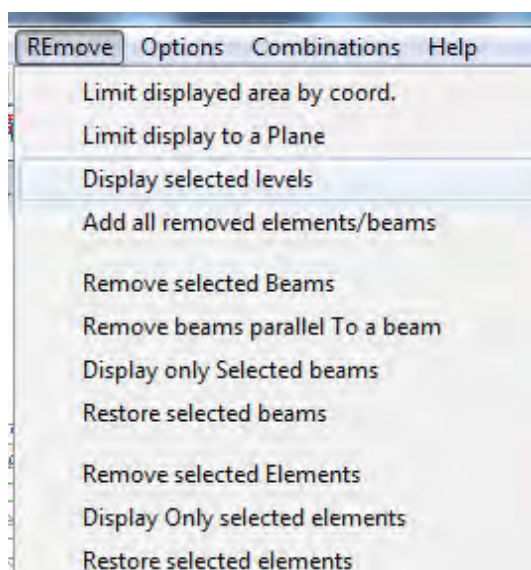


Figura 58 – detalhe das funções de remoção de resultado

Laje 6m x 6m discretizando a nervura em 1 barra

Geometria do pórtico

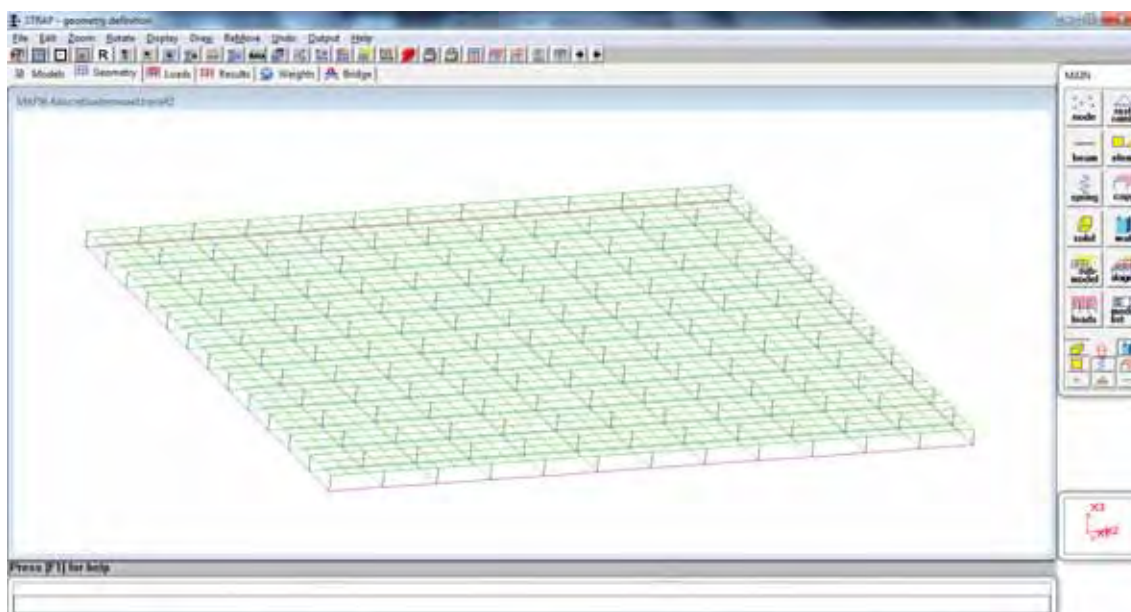


Figura 59 - Representação da laje no modelo de pórtico

Seções das barras com medidas em centímetros:

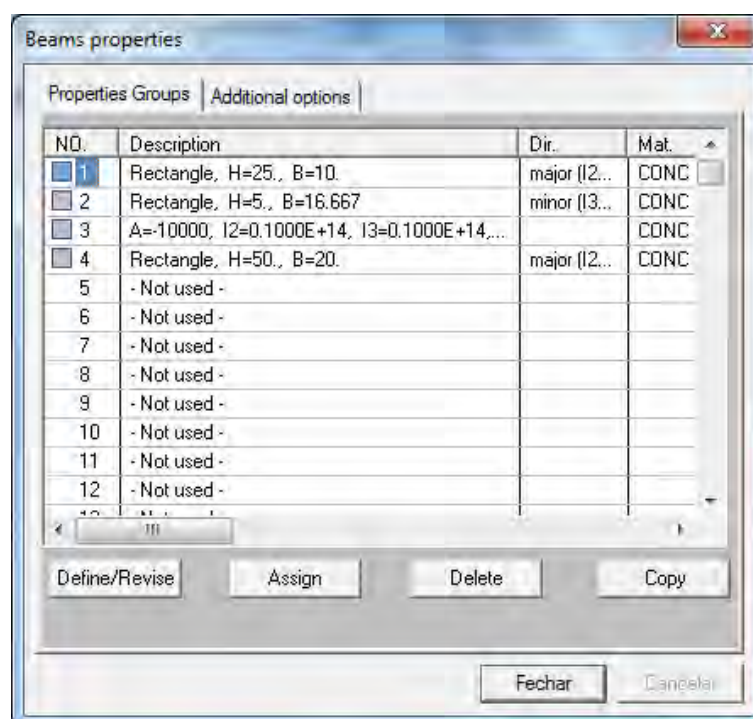


Figura 60 - Tela de definição de propriedades

Sendo:

Propriedade 1: barras das nervuras;

Propriedade 2: barras da mesa;

Propriedade 3: barras verticais

Propriedade 4: barras de vigas de bordos

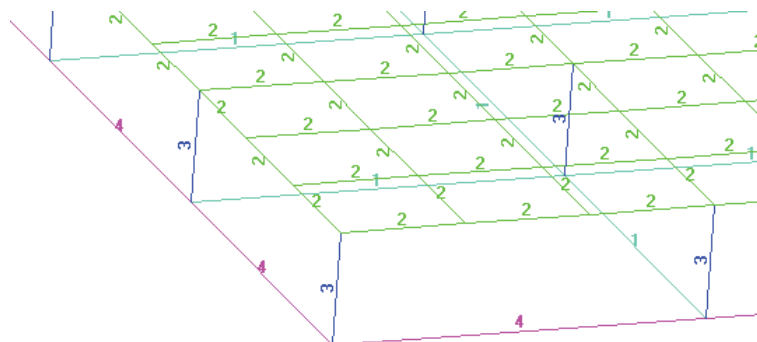


Figura 61 - Detalhe das propriedades

Cargas:

Igual ao cálculo pela laje maciça equivalente: $6,25 \text{ kN/m}^2$

Tela de resultados retirando a visualização dos apoios:

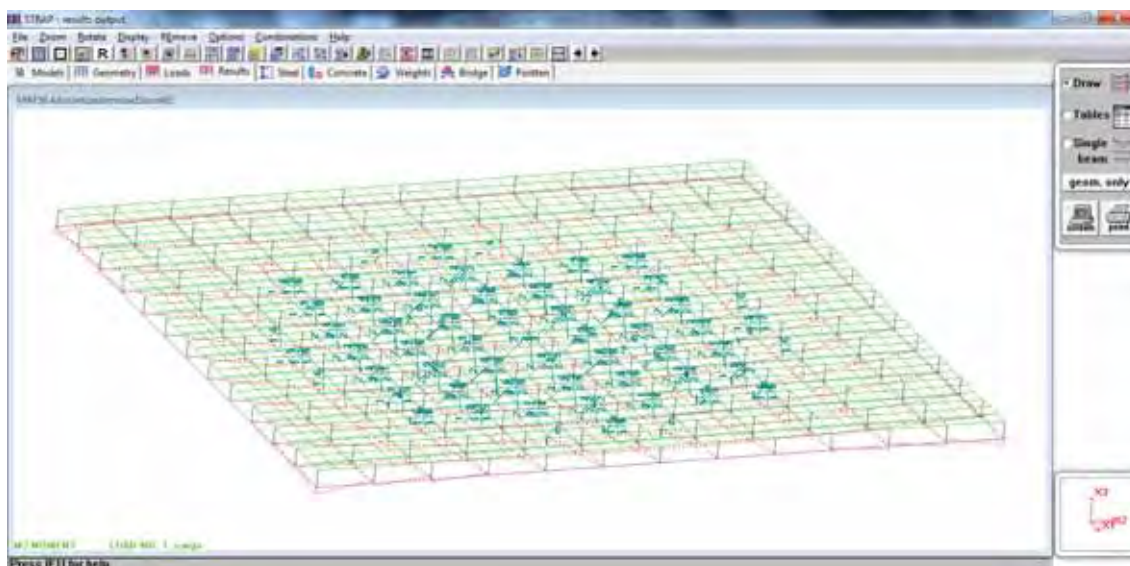


Figura 62 - Tela de resultados pelo modelo de pórtico

Se mudar o campo de exibição de resultados para 99, ou seja, retirar da exibição, entre todos os resultados, de uma lista 99% deles.

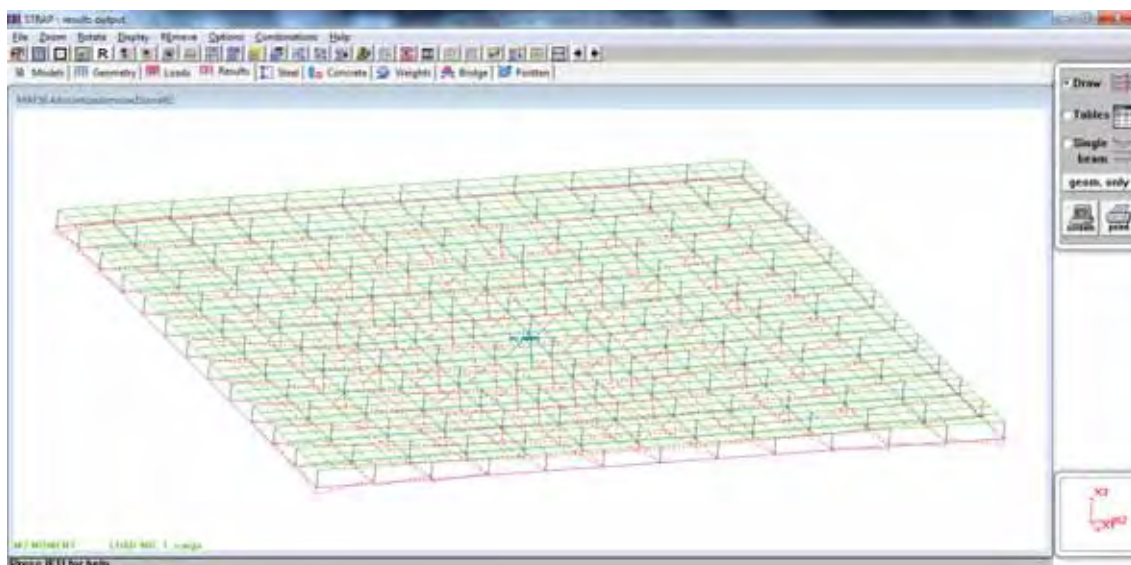


Figura 63 - Maior resultado de momento

Logo o maior resultado de momento encontra-se no meio.

Aproximando na seção central, em $X2 = 3$ m pois a laje tem 6 m:

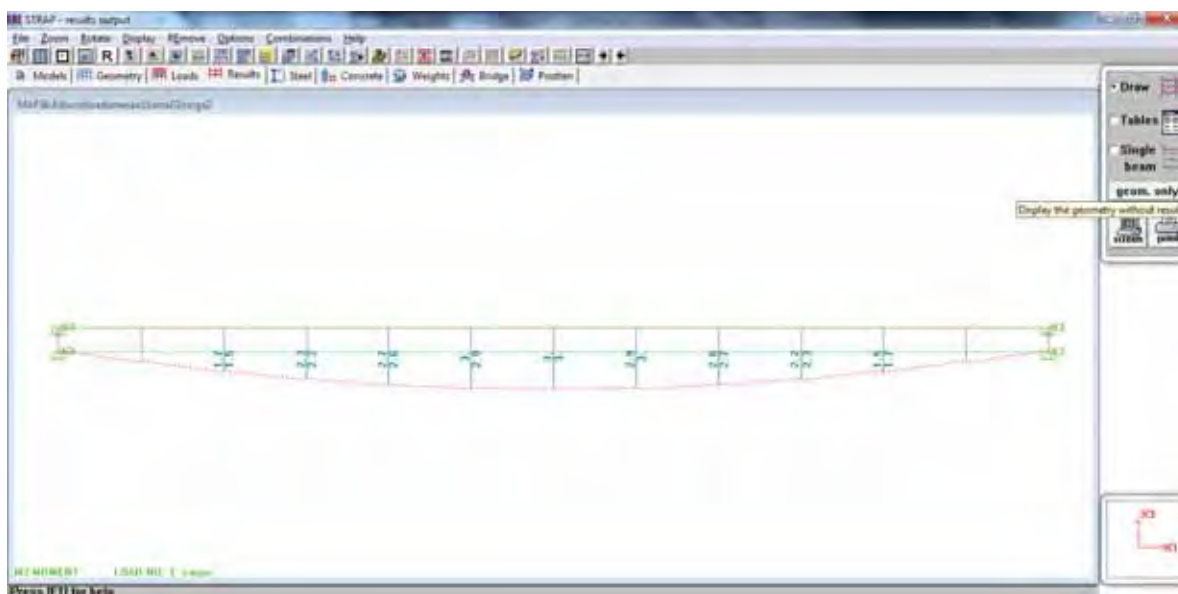


Figura 64 - Corte no meio da laje

Logo como resultado final tem-se momentos fletores máximos em $X2$ de:

$$M_{\text{máx}X2} = 3\text{kN.m} \quad (36)$$

Devido à simetria do modelo:

$$M_{máxX1} = 3kN.m \quad (37)$$

5.4.3 Modelo de grelha

Utilizando as mesmas ferramentas de visualização do modelo anterior e considerando:

Laje 6m x 6m calculada pelo método de grelha

Geometria da laje.

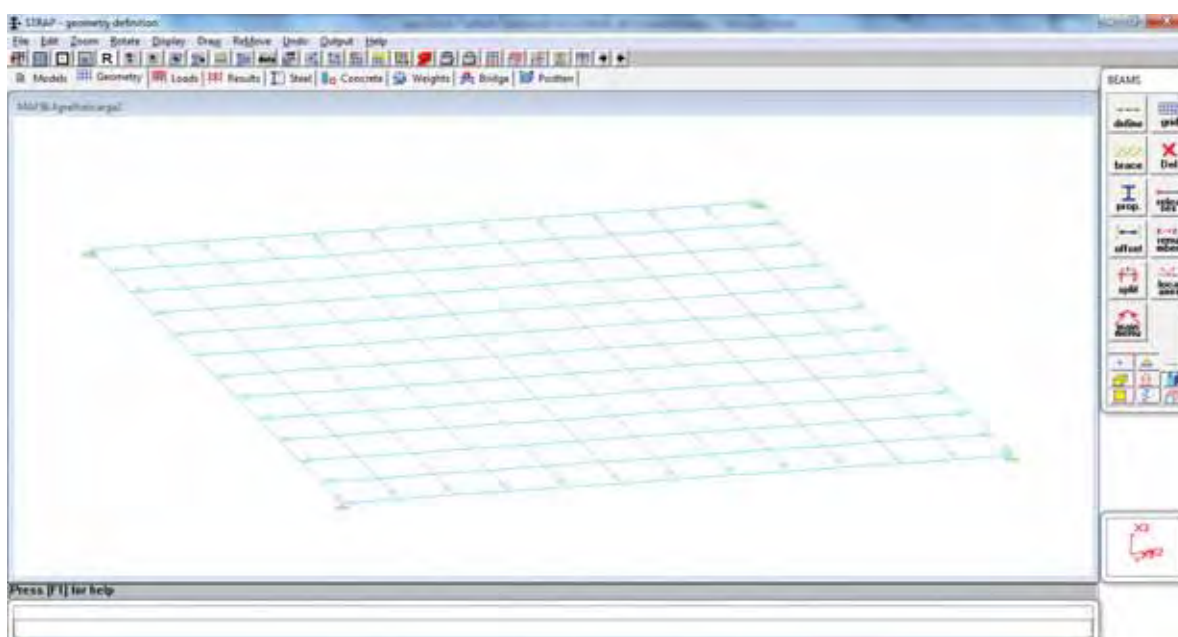


Figura 65 - Representação da laje no modelo de grelha

Seção das barras:

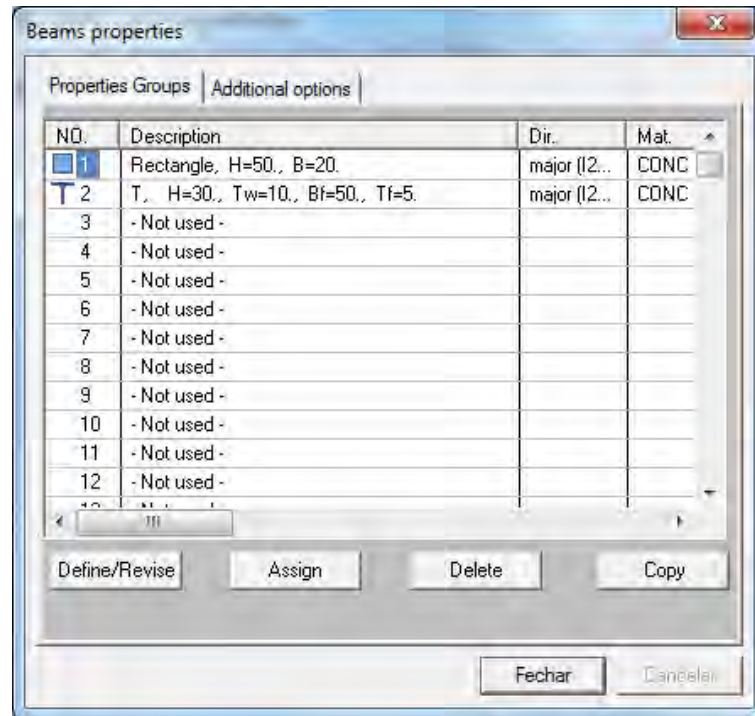


Figura 66 - Propriedades do modelo de grelha

Sendo:

Propriedade 1: barras de vigas de bordos

Propriedade 2: nervuras como vigas "T"

Detalhe da propriedade 2:

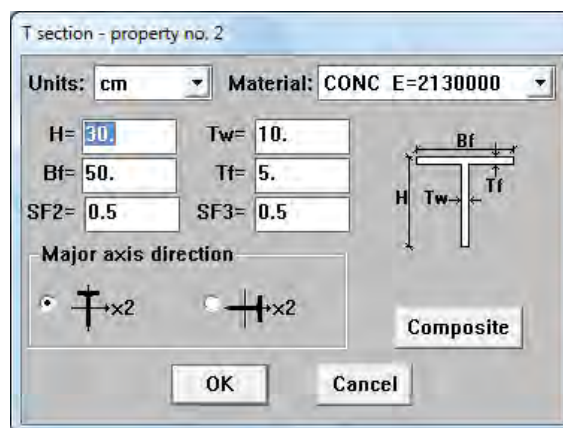


Figura 67 - Descrição da viga "T"

Cargas:

Igual ao cálculo pela laje maciça equivalente: $6,25\text{kN/m}^2$

Resultados:

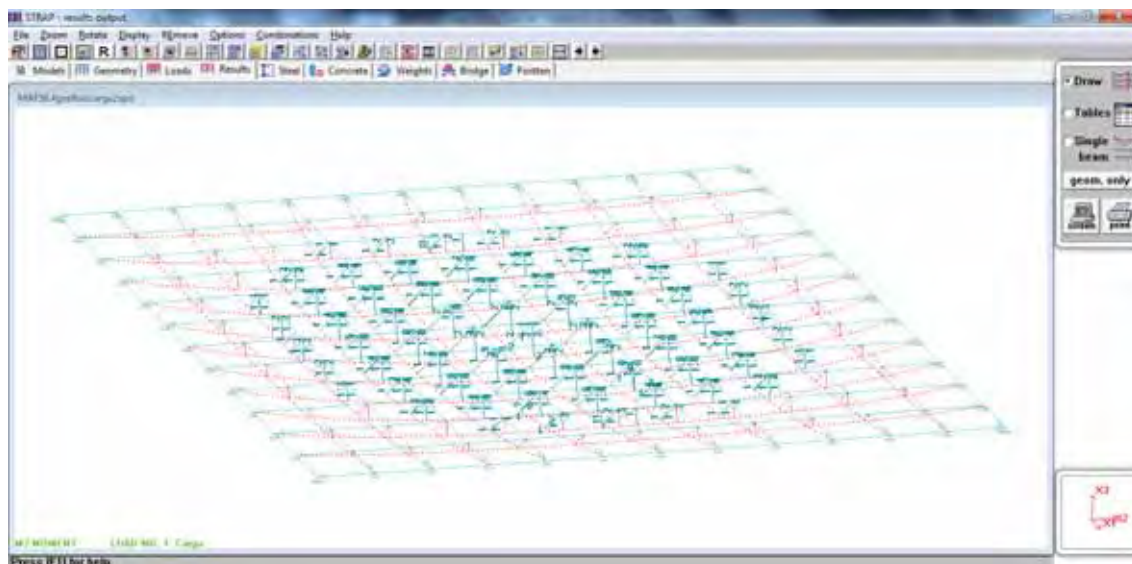


Figura 68 - Tela de resultados

Procedendo do mesmo modo ao modelo de pórtico espacial:

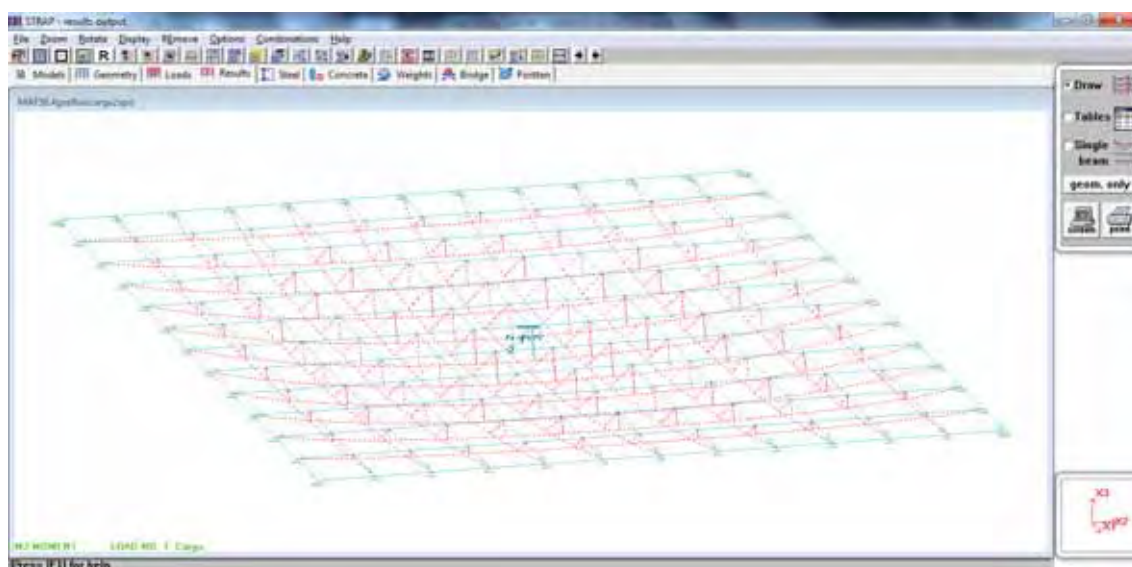


Figura 69 - Maior momento atuante

Logo o maior resultado de momento encontra-se no meio.

Aproximando na seção central, em $X_2 = 3$ m pois a laje tem 6 m:

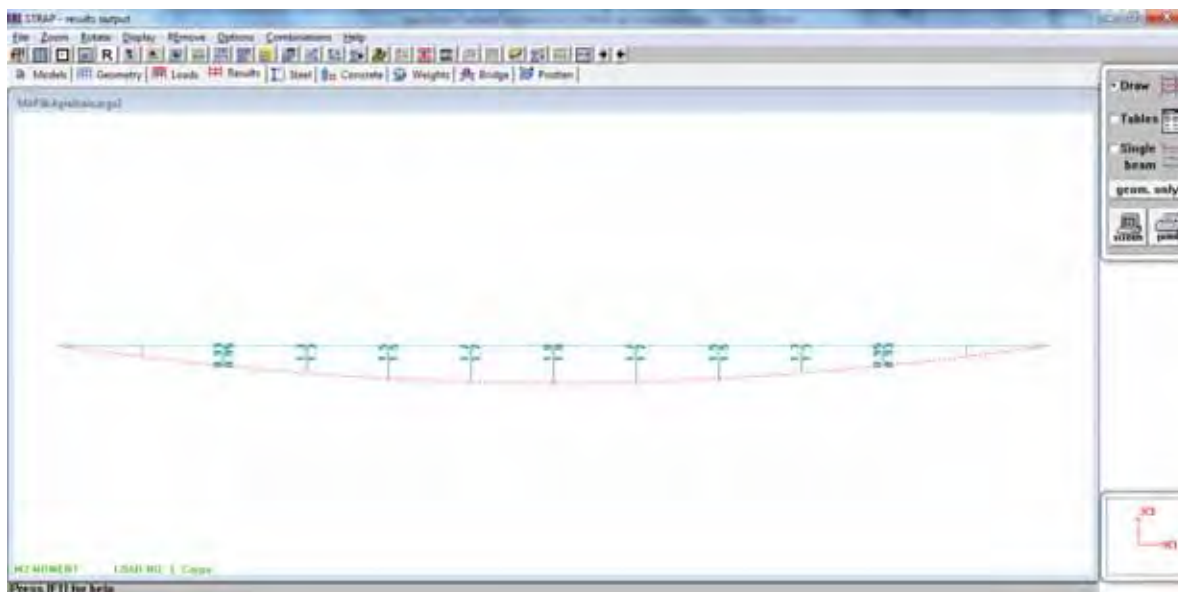


Figura 70 - Corte no meio da laje pelo modelo de grelha

Logo:

$$M_{máxX_2} = 1,8 \text{ kN.m} \quad (38)$$

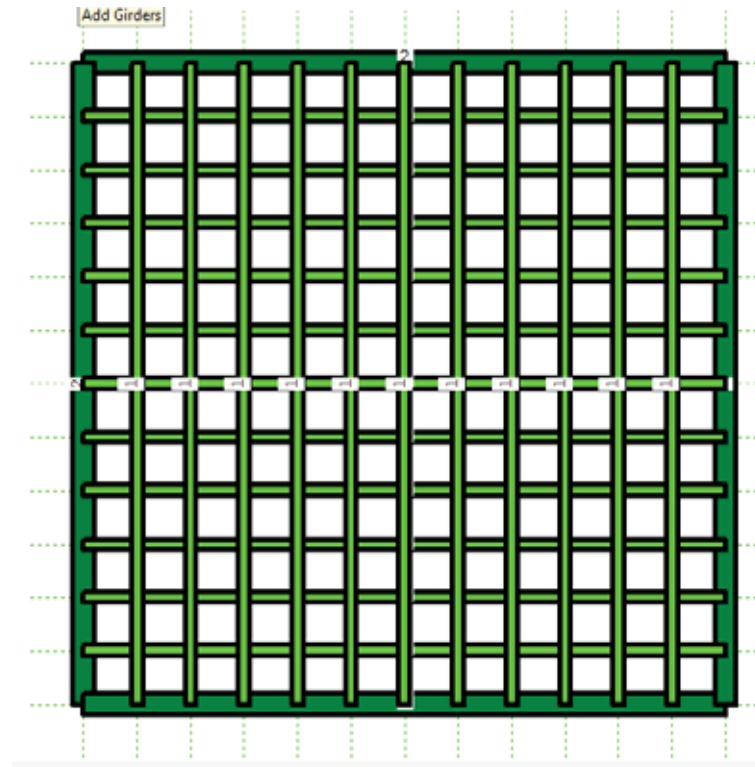
Devido à simetria do modelo:

$$M_{máxX_1} = 1,8 \text{ kN.m} \quad (39)$$

5.4.4 ELPLA

Colocando os mesmos dados de seção, características do concreto, sobrecarga indicadas nos exemplos executados acima.

Propriedades da laje:

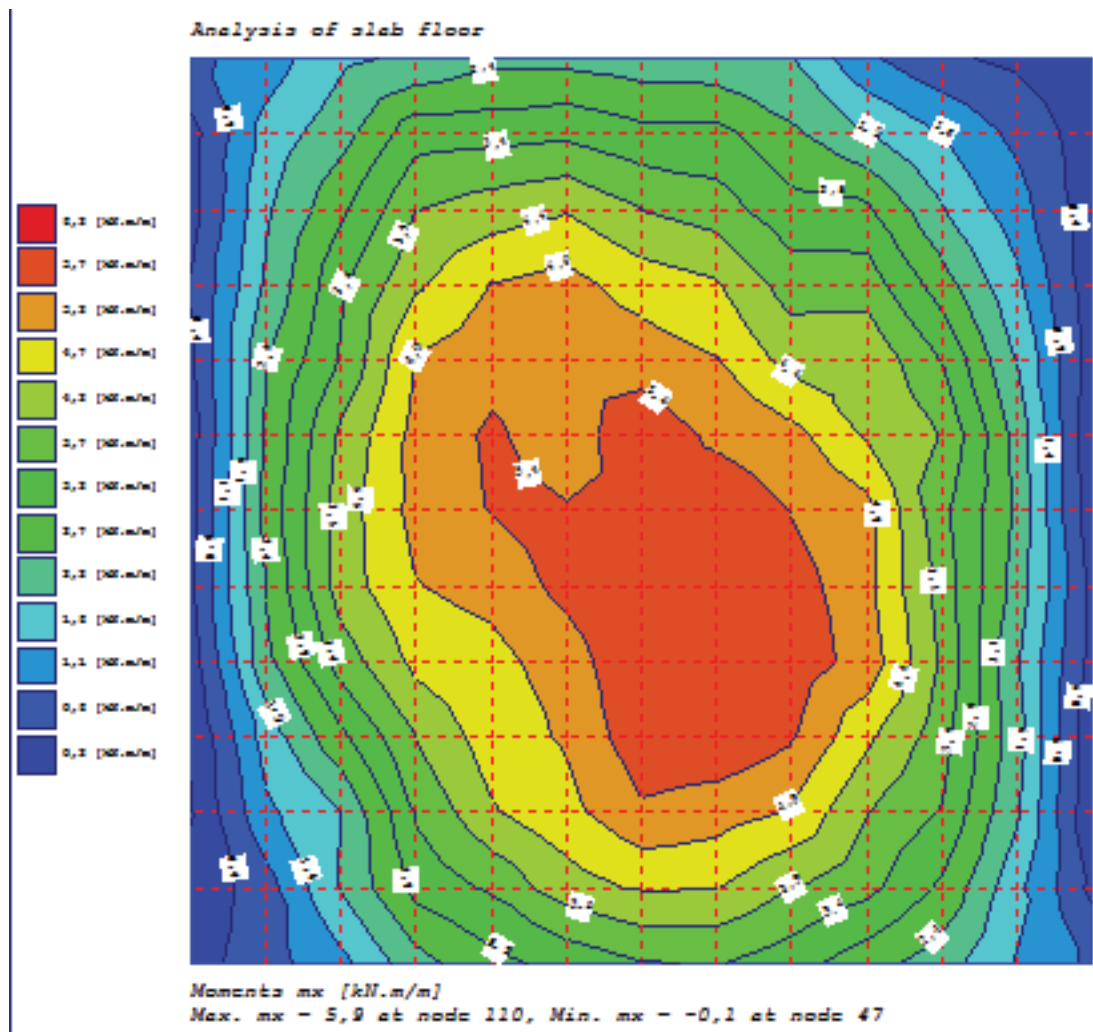


Sendo:

Propriedade 1: vigas T

Propriedade 2: vigas de bordos

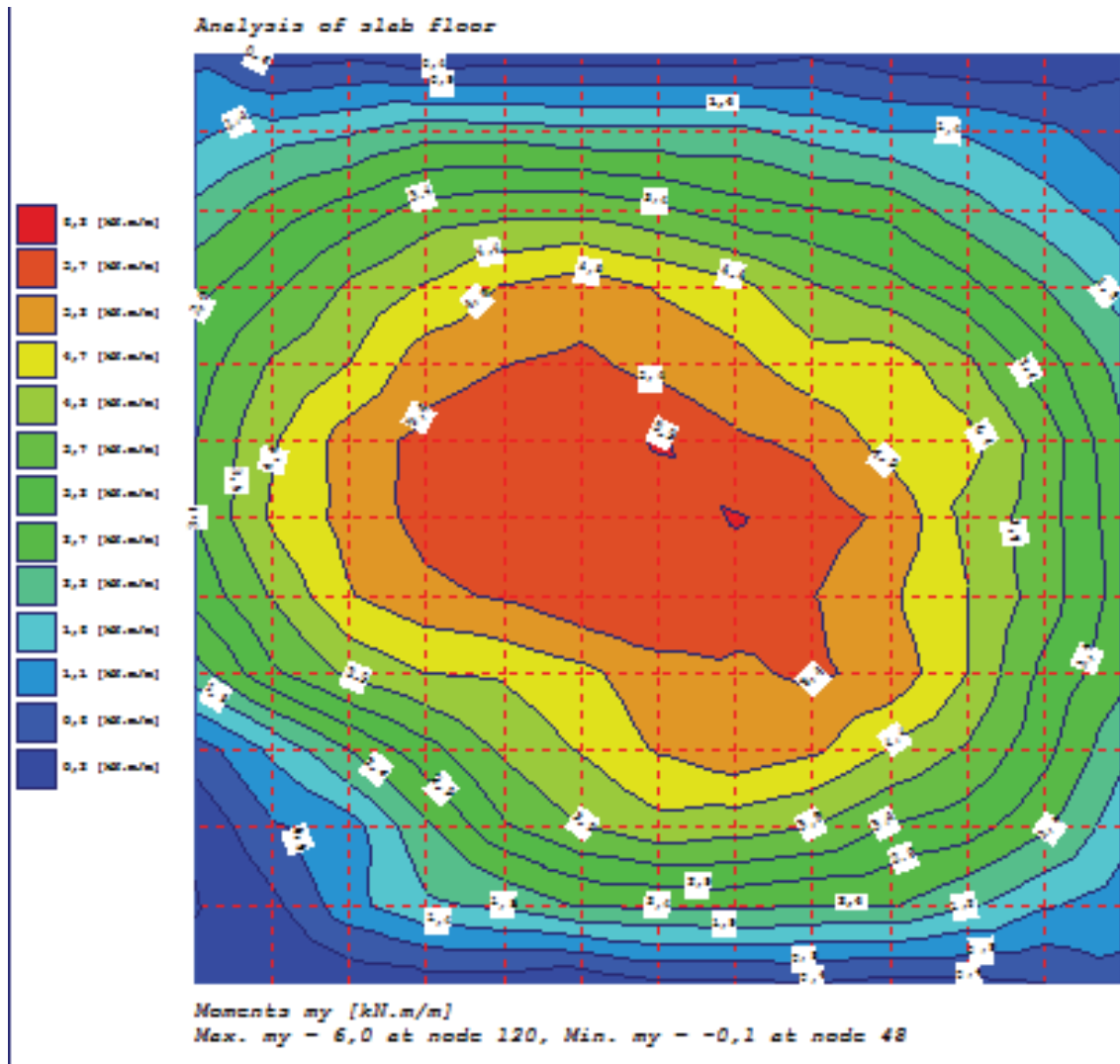
Momentos na direção x



$$m_x = 5,9 \text{ kN.m/m}$$

(40)

Momentos na direção y



$$m_y = 6,0 \text{ kN.m/m}$$

(41)

6. Discussão

O cálculo da laje nervurada pelo modelo de laje maciça equivalente encontrou resultados maiores em comparação com o modelo de cálculo de pórtico, momentos superiores à laje modelada no programa ELPLA e valores muito maiores em comparação à analogia de grelha. Como será listado na Tabela 11:

Tabela 11 - Resultados

Modelo de cálculo / Programa utilizado	Momento fletor / metro	Momento fletor
Laje Maciça Equivalente	$m = 9,848 kN.m/m$	$M = 4,92 kN.m$
Modelo de pórtico espacial/STRAP		$M = 3,2 kN.m$
Modelo de grelha/STRAP		$M = 1,8 kN.m$
Laje nervurada/ELPLA	$m = 6,0 kN.m/m$	$M = 3,0 kN.m$

Os resultados semelhantes pelo cálculo de pórtico espacial e pelo ELPLA são devidos pelo fato de os dois modelos terem sido feitos por programas que se utilizam de métodos de cálculos iguais, como estão descritos nos seus respectivos manuais de utilização e sites referentes aos mesmos.

No caso do modelo de laje nervurada pelo modelo de grelha os baixos resultado podem ser justificados pela interação da grelha entre nervuras devida à rigidez da mesma.

Em se tratando do modelo de laje maciça equivalente é provável que devido ao fato de no cálculo não se considerar a rigidez à torção da laje nervurada (conforme prescreve a NBR6118/2003 em seu item 14.7.7) nesse modelo de cálculo os momento são obtidos usando tabelas prontas criadas para, inicialmente, o cálculo de laje maciça. Além de que HAHN (1976) propõe uma adição de um coeficiente para a correção dos momentos conforme descrito no item 0. Sem contar que a verificação conforme à norma, estados

limites de serviços, é feita de acordo com uma viga “T” equivalente, o que pode provavelmente não condizem com a realidade. Ou seja trata-se de uma aproximação.

7. Conclusão

Por fim conclui-se que calculando lajes nervuradas pelo modelo de laje maciça equivalente é muito conservador, porém útil quando não se dispõe, no momento que o engenheiro realiza o cálculo, de recursos computacionais. Uma vez que considera a rigidez equivalente. Mesmo porque não se aplicou o coeficiente de HAHN descrito na discussão e na apresentação dos métodos de cálculo, o que poderia aumentar em praticamente 70% o valor de momento.

O cálculo de lajes armadas nas duas direções, devido à sua geometria, ter como resultado, da divisão do maior lado pelo menor lado, um valor menor que dois, fisicamente é um processo que pode ser muito estudado para num momento futuro criar tabelas que corrijam estas diferenças de valores encontrados e diminuam estas diferenças.

Como sugestão pode ser feita uma análise mais aprofundada sobre o método de confecção de tabelas prontas de cálculo de lajes, equações usadas, suas aproximações e parâmetros usados e desprezados, pois como foi descrito na discussão dos resultados o cálculo de laje nervurada calculada pelo método de laje maciça equivalente usa tabelas prontas, porém calibradas para dimensionar lajes maciças, não nervuradas.

8. Referências

- 1) ASSIS, W. S.; BITTENCOURT, T. N. – **Verificação da fissuração em vigas de concreto armado: Investigação de novas metodologias para o ensino de Engenharia de Estruturas utilizando recursos de multimídia interativa. Projeto Integrado de Pesquisa FAPESP.** POLI/USP. São Paulo. 2008, disponível em: <www.lmc.ep.usp.br/pesquisas/TecEdu/>, acessível em 21/10/12
- 2) ARAÚJO, J. M. – **Curso de Concreto Armado**, v.2, 3.ed. Ed. Dunas, Rio Grande, 2010
- 3) ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR– 6118:2003.** Projeto de estrutura de concreto armado. Rio de Janeiro, 2003.
- 4) ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DO POLIESTIRENO EXPANDIDO. **O que é EPS.** São Paulo, disponível em: <<http://www.abrapex.com.br/01OqueeEPS.html>>. Acesso em: 06/10/12.
- 5) BASTOS, P. S. S. **Notas de Aula – Lajes de Concreto.** Bauru: FEB/UNESP, 2005. 132p.
- 6) BASTOS, P. S. S. **Notas de Aula – HISTÓRICO E PRINCIPAIS ELEMENTOS ESTRUTURAIS DE CONCRETO ARMADO.** Bauru: FEB/UNESP, 2006. 16p.
- 7) CARVALHO, R.C.; PINHEIRO, L. M.; - **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado - Volume 2. Aplicação prática dos conceitos teóricos para cálculo e especificação.** São Carlos, EdUFSCar, 2007. 368p.
- 8) CORRÊA, M. R. S.; PARSEKIAN, G.A. - **CADERNOS DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS - Cálculo e armação de lajes de concreto armado com a consideração do momento volvente.** São Carlos, EESC/USP, 1998, 26p.
- 9) COELHO, J.A. (2002). **Análise de lajes nervuradas por analogia de grelha.** Artigo publicado em <faq.altoqi.com.br>, acessível em 08/11/12. Florianópolis.
- 10) COELHO, J.A. (2002). **Modelagem de lajes de concreto armado por analogia de grelha – Conceitos iniciais.** Artigo publicado em <faq.altoqi.com.br>, acessível em 08/11/12. Florianópolis.

- 11) COELHO, J.A. (2002). **Modelagem de lajes de concreto armado por analogia de grelha – Influência dos parâmetros de rigidez.** Artigo publicado em <faq.altoqi.com.br>, acessível em 08/11/12. Florianópolis.
- 12) DA SILVA, H.V.; DA SILVA, S.T.; **Soluções alternativas para blocos de enchimento para lajes nervuradas.** Belém 2010, 92p Trabalho de conclusão de curso – Universidade da Amazônia.
- 13) GASPAR, R.; **Análise da segurança estrutural das lajes pré-fabricadas na fase de construção.** São Paulo 1997, 112p Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo.
- 14) GUARDA, M. C. C. da - **Cálculo de deslocamentos em pavimentos de edifícios de concreto armado.** Tese de Doutorado. EESC/USP. São Carlos, 2005. 266p.
- 15) GUIMARÃES, L.A.C.; **Notas de aula do Módulo 4 - Dimensionamento de lajes maciças em concreto armado.** Instituto Superior Tupy
- 16) HENNRICH, C. A. **Estudos sobre a Modelagem de Lajes Planas de Concreto Armado.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2003.
- 17) LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de concreto.** Rio de Janeiro, 1977.
- 18) MILITO, J. A. de; **Técnicas de construção civil e construção de edifícios.** Apostila do curso de Técnicas das Construções Cíveis e Construções de Edifícios da Faculdade de Ciências Tecnológicas da PUC-Campinas e Faculdade de Engenharia de Sorocaba. São Paulo, 2004. 296p.
- 19) PINHEIRO, L. M. **Fundamentos do Concreto e Projeto de Edifícios.** São Carlos: EESC - USP, 2011. 53p.
- 20) SANTOS, L. M. dos. **Lajes Nervuradas.** São Paulo: POLI/USP, 1983. 15p.
- 21) SILVA, M. A. F. da. **Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)– Universidade Federal de São Carlos, 2005. São Carlos: UFScar, 2005. 239 p.
- 22) SOUZA, R. A. de. **Lajes Nervuradas em Concreto Armado Conforme as Recomendações da NBR6118(2003).** Maringá: UEM, 2004. 32p.

- 23) STRAMANDINOLI, J. S. B. **Contribuições à análise de lajes nervuradas por analogia de grelhas**. Dissertação (mestrado em Engenharia Civil)– Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2003.
- 24) TERNI, A. W. **Notas de Aula de Estruturas – II**. Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.
- 25) TIMOSHENKO, S. P.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. **“Theory of plates and shells”**. New York: McGraw Hill, 1959.
- 26) VANDERLEI, R. D. **Capítulo 4 – Lajes Nervuradas**. Maringá: UEM, 2004. 47p.