

UNESP  **UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

REBECA LIMA MARTINS VILLA NOVA

**O PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO DE
MEDIDA NUMA ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA**

Guaratinguetá
2011

REBECA LIMA MARTINS VILLA NOVA

**O PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO DE
MEDIDA NUMA ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Rosa Monteiro Paulo

Guaratinguetá
2011

V712p	<p>Villa Nova, Rebeca Lima Martins O processo de construção do conhecimento de medida numa abordagem fenomenológica / Rebeca Lima Martins Villa Nova – Guaratinguetá : [s.n], 2011. 62 f. Bibliografia: f. 61-62</p> <p>Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2011. Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Rosa Monteiro Paulo</p> <p>1. Matemática – Estudo e ensino 2. Fenomenologia I. Título</p>
-------	--

**O PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO DE MEDIDA
NUMA ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA**

REBECA LIMA MARTINS VILLA NOVA

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
“GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA”

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.

Prof.^a. Dr.^a. ANA PAULA MARINS CHIARADIA
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:



Prof.^a. Dr.^a. ROSA MONTEIRO PAULO
Orientadora/UNESP-FEG



Prof.^a. Dr.^a. TÂNIA MARIA VILELA SALGADO LACAZ
UNESP-FEG



Prof.^a. Dr.^a. VERA LIA MARCONDES CRISCUOLO DE ALMEIDA
UNESP-FEG

Dezembro de 2011

De modo especial, à minha família, que sempre me apoiou.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, fonte da vida, pela bondade em me conceder a oportunidade de cursar esta faculdade.

À minha orientadora, *Profª. Drª. Rosa Monteiro Paulo*, que jamais deixou de me incentivar. Devido a sua orientação, dedicação e auxílio, foi possível a realização e apresentação deste estudo.

À diretora e a professora da escola que permitiram a realização desta intervenção.

Aos meus pais, *Nathanael e Raquel*, que sempre me apoiaram e incentivaram meus estudos.

Aos meus irmãos, em especial minha irmã Elizabeth e seu esposo Welinton, que muito me ajudaram nesta reta final do curso.

Aos meus avôs, *Raimundo e Glaciete*, que sempre estiveram orando por mim.

Ao meu esposo, *Eliel*, que me apoiou e ajudou em meus estudos.

A todos os professores que contribuíram para a minha formação.

Aos meus colegas, pela amizade e companheirismo durante esses quatro anos.

Que a sua felicidade esteja no SENHOR! Ele lhe dará o que deseja o seu coração. Ponha a sua vida nas mãos do SENHOR, confie nele, e ele o ajudará.

Salmos 37. 4 e 5
Bíblia Sagrada

VILLA NOVA, R. L. M. O processo de construção do conhecimento de medidas numa abordagem fenomenológica. 2011. 61 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

RESUMO

Esta pesquisa apresenta uma investigação realizada a respeito do tema: Grandezas e Medidas. A pesquisa se dedica a esse tema devido a sua importância no currículo escolar, e adota como recurso a história da matemática e tarefas investigativas de maneira que venham a possibilitar a produção do conhecimento pelo aluno. Seguindo uma orientação fenomenológica, realizamos o trabalho de campo na cidade de Guaratinguetá em uma Escola Estadual, com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental II. Procuramos, na análise dos dados da pesquisa, empreendida de acordo com a compreensão dos textos de FINI (1994), MACHADO (1994) e BICUDO (1993, 2000, 2011), compreender como o aluno constrói o conhecimento de medidas. Os dados do trabalho de campo foram obtidos através de imagens gravadas em vídeo, do diário de campo da pesquisadora e de anotações dos alunos. Das descrições dos dados, transformados em texto, foram destacados os trechos mais reveladores para o que se busca compreender. No processo de interpretação e análise desses dados chegamos a duas categorias abertas: “*medir é expressar valores*” e “*medir é comparar grandezas*”. Ao interpretar as categorias abertas entendemos que o aluno constrói o conhecimento de medida estabelecendo comparações.

Palavras-chave: Educação Matemática, Fenomenologia, Grandezas e Medidas, História da Matemática.

VILLA NOVA, R. L. M. The process of knowledge construction measures in a phenomenological approach. 2011. 61 f. Completion of Course Work (Degree in Mathematics) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

ABSTRACT

This research presents an investigation on the subject: Quantities and Measurements. The research is dedicated to this subject due to its importance in the school curriculum, and adopts the use of history of mathematics and investigative duties in a manner that will enable the production of knowledge by the student. Following a phenomenological orientation, we conducted field work in a public school in Guaratinguetá, with students from the 6th grade. The analyze of data of the research, undertaken in accordance with the understanding of the texts FINI (1994), MACHADO (1994), BICUDO (1993, 2000, 2011), understanding how students construct knowledge measures. The data from field work were obtained from images recorded on video, the researcher's field diary and notes of the students. The descriptions of the data, transformed into text, had been detached the stretches most revealing for what it searches to understand. The understood meaning through the analysis, indicates two categories: "measure is to express values" and "measure is to compare quantities." When interpreting the open categories we understand that the student builds knowledge of measurement making comparisons.

Keywords: Mathematics Education, Phenomenology, Quantities and Measurements, History of Mathematics.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Medida dos objetos.....	30
Tabela 2 – Múltiplos e submúltiplos do metro	33

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – As antigas medidas	29
Quadro 2 – A confusão	31
Quadro 3 – A unificação	32
Quadro 4 – Folha-Tipo I-8	33
Quadro 5 – Folha-Tipo II-8	35
Quadro 6 – Unidades de significados	52
Quadro 7 – Convergências e Categorias abertas	54

SUMÁRIO

1. Introdução.....	11
2. Fundamentação Teórica.....	13
2.1. Nota Histórica.....	13
2.2. Aspectos Curriculares.....	14
2.2.1. Evolução do currículo de matemática	14
2.2.2. Ideia de medida nos PCN	19
2.2.2.1. O bloco “Grandezas e Medidas”: o sentido atribuído	19
2.2.2.2. Os Objetivos do trabalho com o bloco “grandezas e medidas”	21
2.2.3. Estudo do tema medidas nas propostas curriculares de São Paulo.....	22
2.2.3.1. Experiências matemáticas	22
2.2.3.2. Proposta Atual (caderno do professor)	22
3. Metodologia da Pesquisa	24
3.1. Pesquisa Qualitativa de abordagem fenomenológica	24
3.2. Descrição dos sujeitos da pesquisa.....	27
3.3. As situações de intervenção na sala de aula	28
4. A Pesquisa em Fenomenologia.....	37
4.1. Os procedimentos de análise na pesquisa fenomenológica.....	37
4.1.1. A Descrição	38
4.1.2. A Análise Ideográfica.....	39
4.1.3 A Análise Nomotética	40
4.2. Os dados da pesquisa de campo	40
5. Análise dos dados da pesquisa.....	52
5.1. Análise Ideográfica na pesquisa de campo.....	52
5.2. Análise Nomotética	53
5.3. Interpretações das Categorias Abertas.....	55
6. Considerações Finais	58
Referências	61

1. INTRODUÇÃO

Ensinar, segundo Rogers (1985), é mais que transmitir conhecimento é despertar a curiosidade, é instigar o desejo de ir além do conhecido, é desafiar a pessoa a confiar em si mesmo e dar um novo passo em busca de mais.

A função do ser professor é ser um organizador e facilitador da aprendizagem, isto é, auxiliar o aluno a buscar o seu próprio conhecimento, para tornar-se independente e produtor de seu próprio processo cognitivo, tornando assim a aprendizagem significativa.

Hoje existem muitas propostas, métodos de ensino e recursos que auxiliam o professor, e particularmente o professor de matemática, a levar o aluno a uma aprendizagem significativa. Dentre tais recursos destacam-se, por exemplo, a História da Matemática, os jogos, as tecnologias de informação e comunicação, a resolução de problemas, a modelagem, a etnomatemática que podem ser utilizados pelo professor durante o trabalho docente, ou seja, durante o processo de ensino.

Nesta pesquisa usamos como recurso metodológico a História da Matemática, considerando, que tal recurso possa nos auxiliar a esclarecer ideias matemáticas especialmente para esclarecer alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para que o aluno venha a constituir um olhar mais crítico sobre o assunto abordado.

O tema abordado na pesquisa é ‘grandezas e medidas’, pois se pode perceber que em quase todas as atividades realizadas na vida cotidiana, as grandezas e medidas estão presentes; revelando a importância deste assunto no currículo de matemática. Para abordar o tema fizemos uma revisão teórica sobre o assunto buscando entender como se desenvolveu a padronização das unidades de medidas de comprimento, como o assunto foi tratado no currículo de matemática e quais acontecimentos influenciaram as mudanças curriculares sobre o tema. Procuramos, analisando os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Proposta Curricular do Estado de São Paulo, compreender os objetivos de ensino do tema. Ainda, na Proposta Curricular do Estado, em seus cadernos Experiências Matemáticas – da proposta anterior (1997) - e no Caderno do Professor - da proposta atual (2009) – buscamos conhecer as tarefas que são propostas. Tal discussão é apresentada no capítulo de fundamentação teórica.

No capítulo de metodologia procuramos trazer nossa compreensão acerca da pesquisa qualitativa com abordagem fenomenológica. Apresentamos os sujeitos envolvidos em nossa pesquisa de campo, bem como, o modo pelo qual o tema ‘medidas’ será abordado nas tarefas de intervenção realizada junto aos alunos do 6º ano do ensino fundamental.

No capítulo pesquisa em fenomenologia apresentamos os procedimentos que o pesquisador fenomenólogo realiza em sua pesquisa enfatizando o cuidado que deve ser tomado ao fazer as descrições da experiência vivida. Discutimos a relevância da análise ideográfica e a da nomotética descrevendo seus procedimentos bem como apresentamos os dados coletados em nossa pesquisa de campo.

No capítulo análise de dados da pesquisa realizamos a análise ideográfica e a nomotética, seguindo os preceitos da pesquisa fenomenológica, procurando explicitar o modo pelo qual entendemos o que está sendo investigado: “*Como o aluno contrói o conhecimento de medida?*”.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Nota histórica

Perde-se na história, segundo Rozenberg (2002), a preocupação do homem com a medição e a construção dos instrumentos de medida que, em número crescente e aos poucos, foram se tornando objeto de interesse e curiosidade. -É razoável admitir que as primeiras grandezas cujas medições foram realizadas tenham sido o comprimento, o volume e a massa. As unidades de comprimentos utilizadas no passado quase sempre se baseavam em dimensões de partes do corpo humano.

Um das unidades mais antigas de medida de comprimento, é o “cúbito” ou “côvado” utilizado no Egito há cerca de 50 séculos, definido pelo comprimento do braço medido do cotovelo à extremidade do dedo médio. Essa unidade era materializada por um padrão – o “cúbito real”- gravado numa placa de granito, em relação ao qual eram aferidas as numerosas réguas ou barras representativas dos cúbitos espalhados pelo reino. O cúbito real equivale a 52,4 cm, e tinha vários submúltiplos, subdividido em 28 “dedos”, cada um deles representando a largura de um dedo da mão de um homem.

Na história dos povos antigos registra-se o uso de centenas, se não milhares, de unidades diferentes utilizadas pelos babilônios, fenícios, hebreus, gregos e romanos; algumas delas emprestadas ou baseadas nas adotadas pelos egípcios. Numerosas outras, de emprego muito regionalizado, tiveram seu uso registrado, às vezes mui vagamente, ao longo dos quase 20 séculos de era cristã. Entre as que chegaram ao conhecimento do homem atual, particularmente no Ocidente, são a “jarda”, o “pé”, a “polegada”, a “libra”, o “palmo” etc., unidades cujas definições são as mesmas, mas as magnitudes variavam de uma região para outra.

Segundo Machado (2000), com o desenvolvimento do comércio e das cidades e o consequente aumento de intercâmbio entre os povos, tornou-se cada vez mais necessário estabelecer padrões que fossem usados em todos os países. Além disso, com as Grandes Navegações, nos séculos XV e XVI, e os avanços nos estudos de Astronomia, surgiu a necessidade de medir distâncias muito superiores ao tamanho do homem. Nesses casos, os padrões originários do corpo humano não eram os mais adequados. Seria preciso criar padrões muito maiores. Nas medidas de tempo, por exemplo, já eram utilizados padrões relacionados com a Terra e seus movimentos.

Em meados do século XVII surgiu uma das primeiras tentativas de se estabelecer um sistema universal de unidades, quando o Padre Gabriel Mouton, vigário da igreja de S. Paulo, de Lyon, França, sugeriu a adoção como unidade de comprimento o comprimento do arco de um meridiano terrestre subtendido, no centro da Terra, por um ângulo de 1' (um minuto), a ser subdividido de forma decimal. Mas, a sugestão de Mouton não frutificou e uma proposta semelhante só foi consagrada a cerca de 150 anos mais tarde, em 1790, em pleno período da Revolução Francesa.

No período de transição do século XVIII e XIX, a França passava por profundas transformações sociais, a Revolução Francesa, momento em que surgiu novamente a proposta de criação de um sistema universal de unidades, por Charles Maurice Talleyrand. Assim, o rei Luiz XVI fez um decreto que entregou o estudo do assunto à Academia de Ciências de Paris a qual, por sua vez, incumbiu uma Comissão Especial constituída por matemáticos, físicos, geômetras, cientistas enfim, visando à elaboração de um sistema geral e uniforme de unidades. Essa Comissão, da qual fizeram parte grandes expoentes da ciência francesa, como Borda, Lagrange, Condorcet, Monge e Laplace, decidiu que o sistema em questão deveria seguir a lei decimal a ter como unidade básica uma unidade de comprimento a ser definida como fração de comprimento do meridiano terrestre. Essa unidade que, por sugestão de Borda, recebeu o nome “metro” (do latim “metru”) foi então, definida como o comprimento de um décimo de milionésimo do comprimento de um quarto do meridiano terrestre (medido entre o pólo e o equador terrestre). Em seguida, foi medido o arco desse meridiano que vai de Dunquerque, na França, até Barcelona, na Espanha.

Após as unidades serem definidas, a Comissão Especial determinou a construção de padrões representativos do “metro”, uma barra de platina cujo comprimento, medido entre suas extremidades, deveria reproduzir o metro. Ao findar o século XVIII, com a apresentação feita por Laplace dos padrões do “metro” e a listagem de seus múltiplos e submúltiplos decimais, o Sistema Métrico Decimal foi definitivamente adotado pela França em 2 de novembro de 1799. No Brasil, por decreto, o sistema métrico só foi adotado entre 1938 e 1939.

2.2. Aspectos curriculares

2.2.1. Evolução do currículo de matemática

Segundo PIRES (2007), a organização e desenvolvimento curricular são impulsionados, de modo geral, por projetos desencadeados pelas políticas públicas de âmbito nacional e regional e, muitas vezes, por influência de movimentos internacionais, ou ainda o poder de alguns grupos ou mesmo de pessoas que, de certa forma têm inserção no âmbito educacional.

Na primeira metade do século XX, a história das reformas curriculares no Brasil evidencia dois importantes marcos: a chamada reforma Francisco Campos, em 1931 e a reforma Gustavo Capanema, em 1942. Na primeira reforma, o educador brasileiro Euclides Roxo teve papel importante. Ele propôs a unificação dos campos matemáticos que à época eram a Álgebra, a Aritmética e a Geometria em uma única disciplina, hoje conhecida como “Matemática”. A finalidade era tratar os conteúdos da álgebra, da aritmética e da geometria de forma articulada ou mesmo inter-relacionada. Roxo defendeu ainda a ideia de que o ensino da geometria dedutiva deveria ser antecedido de uma abordagem prática das ideias geométricas e, nessa mesma época, já havia uma discussão acerca das orientações didáticas. PIRES (2007) informa-nos que, na segunda reforma, a Reforma Gustavo Capanema, ocorrida em 1942, essas inovações sugeridas não se mantiveram.

Na história mais recente da Educação, podemos identificar três períodos marcantes: o primeiro, caracterizado pela influência do Movimento Matemática Moderna (ocorrido no período de 1965 a 1980); o segundo, caracterizado por reformas que buscavam se contrapor as ideias do Movimento da Matemática Moderna (de 1980 a 1994) e lideradas por Secretarias Estaduais e Municipais de Ensino; o terceiro, organizado em nível nacional e expresso em documento dirigido as escolas brasileiras, conhecidos na atualidade como os Parâmetros Curriculares Nacionais (a partir de 1995).

Buscamos, pela leitura do texto, compreender o objetivo de cada um desses movimentos e sua influência no cenário da escola brasileira.

PIRES (2007) nos mostra que o Movimento da Matemática Moderna foi um dos principais marcos das reformas curriculares, provocando alterações curriculares em diversos países que possuíam sistemas educacionais e realidades diversas. No Brasil, tal Movimento da Matemática Moderna foi incorporado inicialmente, por meio de livros didáticos, que traziam mudanças significativas na abordagem dos conteúdos sem adequada preparação dos educadores nem suficiente discussão de seus propósitos.

As primeiras manifestações oficiais da introdução de novos programas, bem como a introdução da linguagem da Matemática Moderna, destinada aos alunos da escola secundária, foram feitas nos Congressos Brasileiros do Ensino de Matemática, realizados em Salvador

(1955), Porto Alegre (1957), Rio de Janeiro (1962) e Belém (1967), com a participação de grupos restritos de professores.

No sistema de ensino público do Estado de São Paulo, por exemplo, a presença da Matemática Moderna ficou especialmente registrada na elaboração dos chamados Guias Curriculares, organizados para orientar as escolas que, na época, eram de 1º grau, estruturando o curso em oito séries, por força da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (L.F. nº 5692/71).

Os Guias Curriculares apresentavam um agrupamento de assuntos para o programa de Matemática a ser desenvolvido nesse nível da escolaridade. A divisão era realizada em quatro temas: relações e funções, campos numéricos, equações e inequações e geometria. Para cada tema, foram explicitados os objetivos e a distribuição do conteúdo ao longo das diferentes séries. Os Guias revelavam a preocupação da Secretaria da Educação em oferecer sugestões de caráter metodológico, definir objetivos, além de apresentar os conteúdos a serem trabalhados. No entanto, as motivações da reforma, sua dimensão internacional e seus propósitos não foram discutidos com a profundidade que sua complexidade exigia.

Na prática, o que se consolidou foi o trabalho com os conjuntos no início de todas as séries numa abordagem que, a partir de exemplos repetitivos, tinham a intenção de “concretizar” ideias bastante abstratas. A resolução de problemas, nas séries iniciais, foi relegada a segundo plano e o recurso da linguagem algébrica foi recomendado. A geometria era apenas um tema ilustrativo que visava dar apoio ‘visual’ a teoria dos conjuntos ou a álgebra e o estudo das medidas foi completamente abandonado.

Continuando o percurso histórico, PIRES (2007) nos mostra que, no Brasil, os anos 80 foram marcados politicamente pelo processo chamado de abertura democrática que colocava fim ao longo período de ditadura militar que se implantou em 1964. O novo contexto político e social era favorável para a apresentação de propostas para a construção de uma escola inspirada em valores democráticos, grande aspiração da sociedade brasileira na época.

Em particular, para os currículos de Matemática, os debates travados em torno do Movimento da Matemática Moderna, as discussões motivadas por concepções e distorções que ficavam cada vez mais evidentes, impulsionaram as Secretarias Estaduais e Municipais de Educação a elaborarem novas propostas curriculares para o ensino de Matemática.

Na rede pública estadual de São Paulo, teve início em 1985, o processo de elaboração da chamada Proposta Curricular para o ensino de 1º grau. Nesta proposta eram apresentados os principais problemas que foram diagnosticados, a partir de pesquisas do ‘reflexo’ do Movimento da Matemática Moderna, bem como uma nova recomendação. Nessa proposta

defendia-se a ideia de apresentar o conteúdo de Matemática em diferentes graus de complexidade procurando respeitar a integração dos temas a serem trabalhados nas diferentes séries, bem como seu desenvolvimento "em espiral". Ou seja, defendia-se que era necessário avaliar o processo de aprendizagem do aluno levantando elementos que permitissem, ao professor, corrigir distorções observadas nesse processo voltando a discutir conteúdos que não tivessem sido compreendidos, a partir de estratégias diferenciadas.

Esta proposta também apresentava quadros de conteúdo por série. Três grandes temas foram tomados como eixos norteadores do programa curricular: Números (indicando-se como fio condutor a história da matemática, em lugar das propriedades estruturais); Geometria (explorando-se a manipulação dos objetos, o reconhecimento das formas, as suas características e propriedades, até chegar a uma sistematização); e Medidas (apontando-se como o fio que tece a junção entre Números e Geometria). Nota-se, portanto, uma valorização do tema que anteriormente havia sido desprezado.

A participação dos professores de Matemática da rede pública estadual de São Paulo na construção dessa proposta foi bastante significativa havendo debates por toda a rede de ensino. No entanto, nesse período, um princípio da reforma confrontou-se com algumas crenças manifestadas por grupos bastante numerosos de professores. Os documentos oficiais preconizavam uma educação democrática, que incluísse cada vez mais as camadas menos favorecidas da sociedade brasileira.

PIRES (2007) nos permite entender que, no caso da Matemática, defendia-se que todos os alunos pudessem aprender e fazer matemática em sala de aula, o que significa construí-la, fabricá-la, produzi-la. Pretendia-se enfrentar um problema evidenciado em estudos oficiais, de que a Matemática era uma das disciplinas que mais reprovavam alunos, sendo em grande parte responsável pela evasão de estudantes.

Nesse ponto, sem dúvida, um conflito nem sempre explicitado estava estabelecido: podia-se ver que, muitos professores, “revelavam crenças arraigadas de que “Matemática é algo para quem tem dom”, para quem é “geneticamente dotado de certas qualidades” ou de que “é preciso ter um certo capital cultural para atingir o universo matemático”.” (PIRES, 2007, p.18).

Tais debates deram origem a um projeto, da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo, denominado “Movimento de Reorientação Curricular”. Via-se surgir a interdisciplinaridade como eixo do projeto curricular para a ação pedagógica da escola.

De modo geral, nas décadas de 80 e 90, os debates que envolviam os professores traziam a compreensão de suas crenças e concepções acerca do ensino e da aprendizagem da

Matemática que revelavam, por exemplo, que a Matemática a ser ensinada tem que estar de acordo com a realidade dos alunos e deve enfatizar as suas aplicações no cotidiano. Isso ia apontando para uma visão pragmática em que a Matemática ensinada deveria ser ‘útil’.

O cenário político do país leva de 1995 a 2002, o Ministério da Educação a elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN, para diferentes níveis e modalidades de ensino. Também nesse período, o Conselho Nacional de Educação apresenta as Diretrizes Curriculares Nacionais, com força de lei. Nesse processo, envolto em muita polêmica, volta à discussão a centralização ou descentralização das decisões acerca do currículo.

PIRES (2007) mostra-nos que a descentralização tinha aspectos positivos, em termos da flexibilização curricular e da possibilidade de incluir aspectos regionais, mas enfatiza que, por outro lado, acarretaria problemas bastante graves. Tal descentralização poderia vir a refletir às desigualdades regionais nos currículos, ou seja, regiões mais desenvolvidas economicamente e socialmente, com maior acesso à produção de conhecimentos científicos, reuniam melhores condições de elaborar projetos curriculares inovadores ou contemporâneos; as regiões que não tinham essa característica, por outro lado, continuariam a reproduzir listas de conteúdos, sem maior reflexão sobre a relevância destes, e sem discutir questões referentes à sua abordagem.

A Lei Federal n. ° 9.394, em 20/12/96, estabelece a competência da União, em colaboração com estados, Distrito Federal e municípios, para definir diretrizes que norteariam os currículos, de modo a assegurar uma formação básica; comum em todo o território Nacional. Isso levou à elaboração, em nível Nacional, das Diretrizes gerais e de Parâmetros Curriculares para as diferentes disciplinas escolares. Equipes foram constituídas para a formulação de um texto preliminar que foi analisado e discutido por professores e especialistas, por intermédio das secretarias de educação e das universidades.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais da área de Matemática para o Ensino Fundamental buscaram expressar a contribuição das investigações e das experiências na área de Educação Matemática. Os Parâmetros indicaram a Resolução de Problemas como ponto de partida da atividade Matemática e discutiram caminhos para ‘fazer Matemática’ na sala de aula, destacando a importância da História da Matemática e das Tecnologias da Comunicação. Os aspectos sociais e culturais também foram contemplados nos documentos, quando estes

indicam a Modelagem¹ e a Etnomatemática², como modalidades de pesquisa na área de Educação Matemática que podem subsidiar o trabalho docente na sala de aula.

Os PCN apontam a importância de estabelecer conexões entre os blocos de conteúdos, entre a Matemática e as outras áreas do conhecimento e suas relações com o cotidiano e com os chamados Temas Sociais Urgentes. Indicaram conteúdos não apenas na dimensão de conceitos, mas também na dimensão de procedimentos e de atitudes. Enfatizaram a importância de superar a organização linear dos conteúdos e a necessidade de explicitar as conexões entre eles, inspirando-se na metáfora de construção do conhecimento como ‘rede’.

Os Parâmetros incorporaram, já no ensino fundamental, o estudo da probabilidade e da estatística e evidenciaram a importância da geometria e das medidas para desenvolver as capacidades cognitivas fundamentais. Nota-se, então, mais uma vez, que o tema ‘medidas’ é tratado com relevância. Os blocos de conteúdos para o ensino fundamental constituem-se de: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; e Tratamento da Informação.

Os Parâmetros discutiram orientações didáticas relativas a conceitos e procedimentos matemáticos, analisando obstáculos que podem surgir na aprendizagem de certos conteúdos e sugerindo alternativas que possam favorecer sua superação.

PIRES (2007) enfatiza que, de modo geral, as propostas curriculares apresentadas nos PCN não significaram um rompimento radical com as propostas dos anos 80, em termos de seus princípios mais amplos. No entanto, trouxeram alguns aspectos novos, incorporando as mais recentes contribuições das investigações em Educação Matemática.

2.2.2. Ideia de medida nos PCN

Apresentamos a seguir nossa compreensão acerca do tema medida, tal qual ele é abordado nos Parâmetros Curriculares Nacionais.

2.2.2.1. O bloco ‘Grandezas e Medidas’: o sentido atribuído

¹ A Modelagem Matemática, segundo o que nos mostra Barbosa (2003) pode ser entendida, na perspectiva da Educação Matemática como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e investigar, através da matemática, situações com referência na realidade.

² Segundo D’Ambrosio (2000) a Etnomatemática se enquadra numa visão holística de Educação. A proposta pedagógica da etnomatemática é fazer da matemática algo vivo que lida com situações reais no tempo [agora] e no espaço [aqui]. Por meio da crítica deve-se questionar esse ‘aqui’ e ‘agora’, estando imerso nas raízes culturais e levam a compreensão da dinâmica cultural.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998), a inserção do bloco ‘Grandezas e Medidas’ justifica-se por sua forte relevância social devido a seu caráter prático e pela possibilidade que o tema oferece para as conexões da Matemática com outras áreas do conhecimento. Pode-se, pela própria história da Matemática, perceber que em quase todas as atividades realizadas, na sociedade, as grandezas e medidas estão presentes, declarando a importância deste bloco no currículo. Assim, o aluno poderá perceber a presença dos aspectos matemáticos no seu cotidiano.

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998), as atividades em que as grandezas e medidas são exploradas proporcionam melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço e às formas, aos números e operações, a ideia de proporcionalidade e é um campo fértil para uma abordagem histórica. Tal abordagem, não deve ser entendida simplesmente como a necessidade do professor situar no tempo e no espaço cada item do programa de Matemática ou contar sempre em suas aulas trechos da história da Matemática, mas que a encare como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados. No caso específico das medidas, tema que nos interessa, a conexão com a História da Matemática permite, por exemplo, que os alunos compreendam que a ampliação dos campos numéricos historicamente está associada à resolução de situações-problema que envolve medidas.

Neste bloco são tratadas diferentes grandezas como comprimento, massa, tempo, capacidade, temperatura, etc., incluindo as que são determinadas pela razão ou produto de duas outras; é explorada a utilização de instrumentos adequados para medi-las, iniciando também uma discussão a respeito de modo pelo qual os valores obtidos numa certa ‘medição’ serão expressos usando certa quantidade de algarismo significativo, usando arredondamentos, etc. Outro conteúdo, que os documentos destacam como relevante, no bloco ‘Grandezas e Medidas’, é a obtenção de algumas medidas não diretamente acessíveis que envolvem, por exemplo, conceitos e procedimentos da Geometria e da Física, tais como, largura de um rio, altura de uma árvore. Isso já indica o estabelecimento de certa relação entre os conteúdos dentro da própria área.

Além disso, os conteúdos referentes a grandezas e medidas, segundo os PCN, proporcionarão, ao professor, oportunidades para levar os alunos a analisar a interdependência entre grandezas e expressá-la algebricamente valorizando, desse modo, a linguagem matemática que vai sendo constituída, pelo aluno, como forma de expressão.

2.2.2.2. Os objetivos do trabalho com o bloco ‘Grandezas e Medidas’

Segundo os PCN, os objetivos do trabalho com os conteúdos do bloco ‘Grandezas e Medidas’ estão relacionados ao desenvolvimento da competência métrica, a ser explorada por meio de situações de aprendizagem que levem o aluno a ampliar e construir a ideia de medida. Para tanto, se recomenda o estudo de diferentes grandezas, de modo que, os alunos sejam levados a selecionar unidades de medida e instrumentos adequados à precisão requerida.

Os PCN recomendam que o trabalho com medidas deva centrar-se na análise de situações práticas que levem o aluno a aprimorar o sentido real das medidas. Entende-se que o estudo de diferentes grandezas, de sua utilização no contexto social e de problemas históricos ligados a elas, geralmente despertam o interesse dos alunos e, desse modo, a exploração do tema grandeza e medidas, já iniciada nos anos anteriores, pode ir sendo ampliada de modo que a competência métrica seja desenvolvida.

Os documentos defendem que, através de situações-problema, extraídas dos contextos práticos em que essas grandezas se encontram como na arquitetura, nas artes, nos esportes, na culinária, nas atividades comerciais e na leitura de mapas, plantas e croquis, evidenciam-se para os alunos as aplicações práticas da Matemática e a necessidade de contar com unidades padronizadas e com sistemas comuns de medida, bem como a necessidade de encontrar estimativas plausíveis.

Assim, no primeiro ciclo do ensino fundamental II, os PCN enfatizam que o trabalho com medidas deverá privilegiar as atividades de resolução de problemas e a prática de estimativas em lugar da memorização sem compreensão de fórmulas e de conversões entre diferentes unidades de medidas, muitas vezes pouco usuais.

De modo geral, entende-se que os PCN propõem como *conceitos e procedimentos* para o tratamento do tema ‘Grandezas e Medidas’ a identificação de unidades adequadas (padronizadas ou não) para efetuar medições, fazendo uso de terminologia própria; a obtenção de medidas por meio de estimativas e aproximações e decisão quanto a resultados razoáveis; a utilização de instrumentos de medida, selecionando os instrumentos e unidades de medida adequadas à precisão; o estabelecimento de conversões entre algumas unidades de medida mais usuais.

2.2.3. Estudo do tema medidas nas propostas curriculares de São Paulo

Apresentamos a seguir nossa compreensão a respeito do tema medida, tal como ele é abordado nas propostas curriculares do Estado de São Paulo em diferentes épocas.

2.2.3.1. Experiências matemáticas

De acordo com a publicação da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, “Experiências Matemáticas” (1997), 5ª série, o trabalho com medidas é rico para que o professor possa explorar, em sala de aula, sua ligação com situações reais, ou seja, do cotidiano, tal qual recomendam os PCN. Esse trabalho é enriquecido pelas possibilidades que os temas tratados neste ano da escolaridade, favorecem em termos das noções de número e da interpretação de grandezas de mundo físico que podem ser quantificadas.

Estimativas estão relacionadas, não só a cálculos como também ao conceito de medida. Estimativas, vinculadas ao aspecto de medidas, precisam ser desenvolvidas realizando, antes e paralelamente, medições de objetos reais. Um bom início, segundo tal documento, é habituar os alunos a considerarem o palmo, o pé, o passo, como unidades de medida aproximada, provocando discussões que os possibilitem a pensar, dialogar e insistir na comparação dos dados obtidos por estimativas e aqueles obtidos por medidas diretas. Tal procedimento, além de favorecer o ato de medir, leva a reflexão sobre os resultados obtidos.

2.2.3.2. Proposta atual (caderno do professor)

A Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, com o objetivo de organizar melhor o sistema educacional desenvolveu uma base curricular de forma integrada e articulada comum a toda a rede de ensino estadual. Esta Proposta Atual foi idealizada em 2007, a partir dos resultados da Prova Brasil, Enem e de outras avaliações e colocada em prática em 2008. A Proposta é estruturada em duas apostilas, Caderno do Professor e o Caderno do Aluno, divididas em 4 volumes, um para cada bimestre do ano.

Para trabalhar com os alunos em relação ao tema ‘unidade de medida de comprimento não convencional’, a Proposta atual, da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, no caderno do professor, aponta como competências e habilidades a serem desenvolvidas; que o

aluno compreenda os processos de medida como uma comparação entre grandezas de mesma natureza, sendo capaz de realizar medidas usando unidades não padronizadas.

Para tanto, as estratégias sugeridas levam a atividade experimental que envolve medições, tomando como unidade padrão partes do corpo humano ou objetos do cotidiano.

Para o tema ‘unidade de medida de comprimento convencional’, a proposta sugere como competências e habilidades, que o aluno compreenda a necessidade de adoção de uma unidade padronizada de medida que o possibilite encontrar valores precisos que expressem o ‘comprimento’ de modo universal, ou seja, comum a todos que medirem um mesmo objeto; conheça os múltiplos e submúltiplos do metro; realize estimativas sobre as dimensões de um objeto com base na escolha de uma unidade adequada; efetue transformações de unidades.

Assim, a proposta tem como estratégias a resolução de atividades e exercícios envolvendo estimativas e transformações de unidades de medida.

3. METODOLOGIA DA PESQUISA

3.1. Pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica

A Pesquisa Qualitativa surgiu inicialmente no âmbito da Antropologia e da Sociologia. No entanto, nos últimos anos ela tem ganhado espaço em várias áreas. Esta metodologia de pesquisa hoje é utilizada pelas ciências humanas e sociais, assumindo concepções ou paradigmas de análise, adotando multimétodos de coleta de dados para a investigação, procurando encontrar o sentido do fenômeno que pretende compreender e explicitar a interpretação dos significados que o pesquisador conseguiu construir a partir do que os dados da pesquisa lhe revela.

Segundo Chizzotti (2003), na pesquisa qualitativa, pessoas, fatos e locais podem vir a constituir-se em objetos de pesquisa, ou de investigação. Para extrair do convívio os significados explícitos e implícitos que somente são perceptíveis, a uma atenção sensível; o pesquisador interpreta e traduz em um texto, zelosamente escrito com seriedade e competência científica, os significados atribuídos ao seu objeto de pesquisa.

Nesse sentido, o pesquisar visa compreender um determinado fenômeno e explicitar o que é compreendido sempre buscando o rigor que a pesquisa qualitativa exige. O pesquisador é impulsionado por uma dúvida ou um desejo de conhecer, formula uma interrogação (ou um problema) e volta-se a ele atentivamente. Fini (1994) nos esclarece que, segundo as palavras do prof. Joel Martins, pesquisar quer dizer “ter uma interrogação e andar em torno dela, em todos os sentidos, sempre buscando todas as suas dimensões e, andar outra vez e outra ainda, buscando mais sentido, mais dimensões, e outra vez”³. Tal afirmação permite-nos compreender que pesquisar é investigar com diligência e presteza, sempre buscando de forma minuciosa e cada vez mais profunda o sentido da interrogação formulada.

De acordo com Bicudo,

Pesquisar configura-se como buscar compreensões e interpretações significativas do ponto de vista da interrogação formulada. Configura-se, também, como buscar explicações cada vez mais convincentes e claras sobre a pergunta feita. (BICUDO, 1993, p. 18)

Em algumas modalidades de pesquisa qualitativa não existem hipóteses pré-concebidas, pois tais hipóteses são construídas após a observação, ou seja, não existe nessas pesquisas a

³ Segundo Fini (1994) esta é uma explicação dada pelo prof. Joel Martins em aula que ela traz no texto ‘*Sobre a pesquisa qualitativa em Educação que tem a fenomenologia como suporte*’. A autora menciona que são “anotações de aulas do Prof. Joel Martins ministradas nos cursos de Pós-Graduação da Faculdade de Educação/UNICAMP”, p 24.

suposta certeza do método experimental. Neste sentido, o que se observa ou interpreta influencia e é influenciado pelo fenômeno pesquisado.

Um exemplo de tal modalidade de pesquisa qualitativa é a de abordagem fenomenológica que assumiremos neste trabalho.

A fenomenologia é uma escola filosófica cujo pai e mestre fundador é Edmund Husserl. Em fins do século XIX e na primeira metade do século XX iniciou-se a fenomenologia na Alemanha como um movimento de pesquisa que buscava compreender os fenômenos sem que se colocassem *a priori* as certezas da ciência.

A palavra fenomenologia é composta por duas partes, ambas originadas do grego. Segundo Bello (2006) “fenômeno” significa *aquilo* que se mostra; não somente o que *aparece* ou *parece*; “logia” deriva da palavra *logos*, que para os gregos tinha muitos significados, como por exemplo, palavra ou pensamento. Bello (2006) nos convida a assumir *logos* como pensamento, como capacidade de refletir. Então podemos dizer que fenomenologia é uma reflexão sobre o fenômeno ou sobre aquilo que se mostra. No âmbito da pesquisa, dizer que se assume a abordagem fenomenológica, portanto, significa dizer que se busca aquilo que nos dados irão se mostrar para o pesquisador sem que ele faça interpretações com bases em suas crenças ou concepções, sem que sejam levantadas hipóteses prévias acerca do investigado. O pesquisador fenomenólogo estará atento ao que nos dados se mostram.

Quando dizemos que alguma coisa se mostra, dizemos que ela se mostra a nós, à pessoa humana do pesquisador. Nós, enquanto pesquisador, enquanto sujeito envolvido no ato de investigar, intencionado, é que buscamos o significado, o sentido daquilo que, nos dados, se mostra. Todas as coisas que se mostram a nós, a fenomenologia, trata como *fenômeno*, o qual pretende-se compreender o sentido. Mas nem sempre compreendemos tudo imediatamente, por isso devemos fazer uma série de idas e vindas, como diz a citação de Joel Martins, em torno da interrogação. Tal movimento que visa à compreensão consiste em identificar o sentido, expor os fenômenos de tudo aquilo que se manifesta para nós pesquisadores.

No que diz respeito ao rigor, na pesquisa qualitativa fenomenológica, as investigações são conduzidas com critérios rigorosos, como em qualquer outra modalidade de pesquisa qualitativa. Ou seja, em fenomenologia, o pesquisador procura buscar com olhos atentos aquilo que está pesquisando e que se mostra em seus dados.

Segundo Bicudo, “a Fenomenologia tem por meta *ir-à-coisa-mesma* tal como ela se manifesta, prescindindo de pressupostos teóricos e de um método de investigação que por si conduza à verdade” (BICUDO, 2000, p.71). Isso, porém, não significa que na pesquisa fenomenológica não haja compreensões teóricas. Apenas a teoria não pode ser subsídio para a

descrição do que nos dados se mostra ao pesquisador. A descrição do vivido na pesquisa é fiel ao que a ele se mostra e o aporte teórico auxilia o pesquisador a conhecer o tema de investigação.

A abordagem Fenomenológica é uma das maneiras de conduzir a pesquisa em Educação, pois ela se reveste de um encantamento especial que representa o envolvimento do pesquisador com o ato de pesquisar. Ou seja, o pesquisador não é observador. Ele é sujeito presente, participante e ativo no âmbito em que o fenômeno será investigado.

Quando adotamos o modo fenomenológico de conduzir pesquisas em Educação é preciso ter como preocupação central o ato de *compreender e descrever* fenômenos e não de *explicá-los* não se preocupando em buscar relações causais, mas tomar o fenômeno na sua intenção total, pois é através da descrição do que nos dados se mostra que o pesquisador chega à *essência* do fenômeno ou a interpretação do que é interrogado.

De acordo com Fini,

O *fenômeno* é aquilo que surge para a consciência e se manifesta para esta consciência como resultado de uma interrogação. Isto quer dizer que só existirá um fenômeno educacional se existir um sujeito no qual ele se situa ou que o vivencia. (FINI, 1994, p. 25)

Assim, o pesquisador fenomenólogo tem como tarefa colocar o fenômeno a ser pesquisado em suspensão ou evidência, ou seja, reduzir toda e qualquer crença, explicações *a priori*, de modo que o fenômeno se mostre tal como ele acontece. Mas o pesquisador não parte de um vazio conceitual; ele parte de um nível pré-reflexivo que é o primeiro momento na pesquisa fenomenológica, que é a compreensão dada na vivência, a saber, essa compreensão adquirida na primeira experiência vivida, torna-se reflexiva à medida que o pesquisador vai chegando a uma compreensão mais elaborada ou completa do fenômeno, por meio do ‘questionar os seus dados’.

A obtenção dos dados na pesquisa qualitativa se dá através das descrições dos sujeitos que a vivenciam. Na fenomenologia, esses dados também não são descobertos ou não existem *a priori*, mas se constituem no registro da experiência do sujeito que vivencia uma determinada situação. Desse modo, os dados dizem de situações vivenciadas pelos sujeitos e tematizadas pelo pesquisador. As situações são relatadas de maneiras diferentes, pois os significados das experiências variam de sujeito para sujeito e isso coloca o pesquisador diante de diferentes significados expressos. Para a análise do que busca compreender, o pesquisador abandona a maneira comum de olhar, e procura, através de uma leitura cuidadosa das descrições, as convergências ou a invariante, “aspecto comum”, que aparece nessas descrições. Isso exige um modo peculiar de o pesquisador construir a análise de seus dados.

Segundo Fini (1994), podemos destacar quatro diferentes momentos da análise das descrições. Primeiro, o pesquisador faz a leitura das descrições a fim de captar o sentido mais geral do que está sendo descrito; após a compreensão do sentido geral, o pesquisador lê cuidadosamente suas descrições a fim de detectar as *unidades de significado*; seguido a obtenção das unidades de significado o pesquisador procura expressar o significado contido nelas por meio de asserções articuladas e por fim, o pesquisador sintetiza as unidades de significados para explicitar sua compreensão acerca da *estrutura de fenômeno*.

Após esses quatro momentos, o pesquisador parte para o momento da interpretação que é a busca das generalizações, a partir das convergências das unidades de significados. Tais convergências permitem a construção de categorias. Entretanto, as categorias permanecem abertas à novas interpretações. Desse modo a interpretação na pesquisa fenomenológica não é conclusiva, ou seja, não tem caráter universal, de modo que nessa modalidade de pesquisa não se tiram ‘conclusões’ uma vez que o fenômeno é perspectival. Isto é, mostra-se por perfis e abre-se sempre à novas interpretações dependentes dos sujeitos e do contexto. No entanto, o pesquisador fenomenólogo pode construir resultados a partir da interpretação de situações vivenciadas, isto é, realizar uma reflexão sobre a própria reflexão, mas não se pode afirmar que tais considerações sirvam a um contexto diferenciado.

Nesta pesquisa, em particular, nosso intuito é investigar a produção do conhecimento dos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental II de uma escola da rede pública estadual, acerca do tema *Medidas*. Interessa-nos o modo como, na expressão dos alunos, a construção do conhecimento pode ser compreendida. Isso levou-nos a optar pela pesquisa fenomenológica na busca de descrever o vivido na sala de aula e procurar, nas descrições, a manifestação do fenômeno “produção do conhecimento sobre medidas”. Sendo assim, realizamos situações de intervenção, que foram gravadas em vídeo e transcritas para, ao se tornarem texto, serem passíveis de análise. Portanto, realizamos a coleta de dados e, usando os procedimentos da pesquisa fenomenológica, efetuamos as análises.

3.2. Descrição dos sujeitos da pesquisa

A Escola Estadual escolhida para a intervenção – trabalho de campo - é uma escola antiga, com mais de 100 anos, e tem uma estrutura física de grande porte. Recebe alunos oriundos de diversos bairros de Guaratinguetá e de várias classes sociais.

No primeiro contato junto à direção expusemos nosso objetivo e prontamente fomos atendidos. O segundo contato foi com a professora da disciplina de matemática que nos deu total apoio para a intervenção junto aos alunos, sempre se dispondo a auxiliar nas atividades desenvolvidas e acompanhando as ações durante as aulas.

A professora nos apresentou a turma, e fomos recebidos com grande aceitação e curiosidade pelos alunos. Esses alunos, do 6º ano do ensino fundamental, vieram a ser nossos sujeitos de pesquisa. Foram 24 alunos com os quais trabalhamos pela coleta de dados durante 03 (três) aulas, cada uma com duração de 100 (cem) minutos.

3.3. As situações de intervenção na sala de aula

Conforme mencionado, trabalhamos com a turma do 6º ano durante 3 (três) aulas duplas, ou seja, de 100 minutos de duração, cada uma. As atividades foram desenvolvidas com a presença da professora da disciplina, em sala de aula. Elaboramos um plano de aula que será descrito a seguir. No entanto, nem tudo ocorreu como planejado, pois em algumas atividades os alunos demoraram mais do que prevíamos, mas em outras, realizaram as tarefas mais rapidamente.

A primeira aula previa duas tarefas, a primeira que explorasse a ideia de medida no contexto da vida diária e a segunda que explorasse a ideia de unidades de medida não padronizadas, que apresentasse um pouco do contexto histórico. A segunda aula previa o desenvolvimento da tarefa que trabalha as estimativas e a ideia de medir usando comparação. A terceira aula previa uma tarefa que envolvesse o uso da régua e a transformação de unidades de medida. A seguir, apresentamos as tarefas desenvolvidas com os alunos.

1ª Aula: Introdução às medidas

Tarefa 1: Medidas no dia a dia

Os alunos receberam uma folha em branco para escrever o que eles pensam sobre o questionado. A intenção é entender o conhecimento prévio da turma acerca do tema: medida. Para tanto, levantamos questões como: O que vocês já mediram no dia de hoje? Como vocês mediram?

A partir das ideias expressas, propusemos que os alunos elaborassem frases do seu dia a dia que envolviam a palavra ‘medida’ e escrevessem no papel que lhes foi entregue. Tal proposta tem como intenção obter um registro escrito do que foi dito pelos alunos para que se tornem dados de análise na pesquisa.

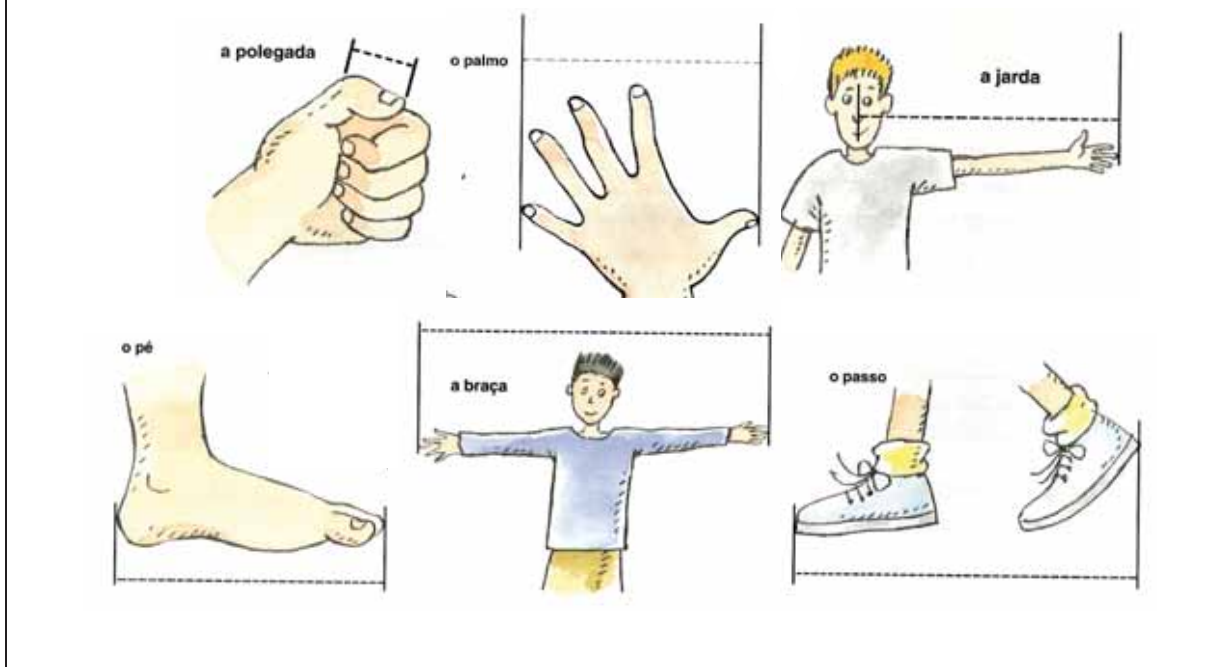
Após essa tarefa focamos as medidas de comprimento, adentrando as questões históricas. Então narramos alguns fatos da História da Matemática juntamente com projeções de figuras, usando recurso multimídia disponível na escola. Os textos apresentados, inicialmente, foram curtos, como o que segue:

Quadro 1 – As antigas medidas - Medindo Comprimento de Nilson Machado (Scipione, 2000, p.8 e 14)

O homem antigo e as medidas

A necessidade de medir é quase tão antiga quanto a necessidade de contar. Quando o homem começou a construir as suas habitações e a desenvolver a agricultura, precisou criar meios de efetuar medições.

Atualmente, dispomos de vários instrumentos, mas há 4000 anos atrás, quando não existiam esses instrumentos para medir, o homem tomava a si próprio como referência, ou seja, usava determinadas partes de seu corpo, como a polegada, o palmo, o pé, a jarda, a braça, o passo, o côvado, etc., para fazer suas medições.



Após a apresentação do texto voltamos a envolver os alunos nas discussões. Assim, questionamos: quem sabe quais partes do corpo são essas que os antigos usavam para medir?

Ainda hoje usamos essas unidades de medida? Quais são as mais comuns? Em quais situações elas aparecem?

Tarefa 2: Medindo com unidades não convencionais

Para a 2ª tarefa dividimos a sala em duplas. Propusemos aos alunos que escolhessem uma unidade de medida tomando como referência o seu próprio corpo, para medir alguns objetos. Alertamos sobre a coerência entre a ‘escolha da unidade’ e o objeto a ser medido. Por exemplo, para se medir um lápis a unidade de medida mais adequada seria o palmo? Seria o pé? Seria o polegar? Enfim, os alunos deveriam decidir sobre tal escolha e procurar pela adequação.

Para a realização da tarefa distribuimos folhas com a Tabela 1 impressa para que as duplas registrassem os valores obtidos nas medidas.

Tabela 1 – Medida dos objetos

Objeto	Parte do corpo	Quantidade
Mesa		
Carteira		
Lápis		
Corredor		
...		

Após a realização da tarefa, questionamos os alunos: por que vocês escolheram essas partes do corpo como unidade de medida? A quantidade encontrada por todas as duplas, para a medida do mesmo objeto, foi igual? Por quê? Quais medidas encontradas podem ser consideradas corretas?

Com tais questões incentivamos os alunos a levantarem hipóteses a respeito das diferenças obtidas ao realizarem a tarefa. A partir das hipóteses levantadas, e das discussões que surgiram, apresentamos um pouco mais da História da Matemática.

Quadro 2 – A confusão - Medindo Comprimento de Nilson Machado (Scipione, 2000, p. 19-21)

A confusão das medidas

Os antigos também tinham essas dificuldades, existiam várias medidas para o mesmo objeto. Há cerca de 4 000 anos, por exemplo, os egípcios usavam, como padrão de medida de comprimento, o cúbito (côvado): distância do cotovelo à ponta do dedo médio.

Como as pessoas têm tamanhos diferentes, o cúbito variava de uma pessoa para outra, ocasionando as maiores confusões nos resultados das medidas. Para serem úteis, seria necessário que as unidades de medida fossem iguais para todos. Assim, os egípcios resolveram fixar um padrão único: em lugar do próprio corpo passaram a usar em suas medições barras de pedra com o mesmo comprimento. Foi assim que surgiu o cúbito-padrão.

Com o tempo, essas barras passaram a ser construídas em madeira, para facilitar o transporte. Como a madeira logo se gastava, foram gravados comprimentos equivalentes a um cúbito-padrão nas paredes dos templos. Desse modo, cada um podia periodicamente conferir as dimensões de suas barras, ou mesmo fazer outras, quando necessário.



Mas, como não era cômodo medir grandes extensões usando bastões de comprimento igual a um cúbito, os agrimensores de faraó utilizavam cordas. Estas cordas continham nós igualmente espaçados. O intervalo entre dois nós podia corresponder, por exemplo, a 5 cúbitos. Esticando essas cordas, era possível medir facilmente grandes distâncias.



O uso de padrões de pedras ou madeira facilitou a comparação de grandezas. Permitiu maior intercâmbio entre indivíduos de um mesmo povo, favorecendo o desenvolvimento do comércio. Mas cada povo tinha seus próprios padrões, algumas dificuldades ainda persistiam para que os povos de regiões distintas pudessem se comunicar, já que havia cúbitos de vários tamanhos. O cúbito padronizado pelos sumérios, por exemplo, era diferente do cúbito egípcio, e ambos diferentes do cúbito assírio.

Com isso passamos a explorar as unidades de medida convencionais e envolvemos novamente os alunos na discussão questionando: como vocês acham que os antigos resolveram esta confusão? Diante das discussões e da curiosidade que se mostrava nas expressões dos alunos, continuamos com mais um pouco da História.

Quadro 3 – A unificação - Medindo Comprimento de Nilson Machado (Scipione, 2000, p. 34-37)

A unificação das medidas de comprimento

Foi durante a Revolução Francesa que se tomou a iniciativa de unificar mundialmente os padrões de medida. Havia, nessa época, uma grande confusão entre os vários padrões empregados. Tornava-se necessário um projeto que unificasse as medidas e escolhesse um sistema simples de unidades, baseado em padrões fixos, imutáveis.

Em 1790, a academia de Ciências de Paris criou uma comissão, que incluía matemáticos, para resolver o problema.

Dos trabalhos dessa comissão resultou o *metro*, um padrão único para medir comprimentos, que deveria ser utilizado universalmente a partir do ano seguinte. A palavra “metro” vem do grego métron, que significa “medida”.

Na prática, a alteração de padrões de medida não é uma tarefa simples. No Brasil, o sistema métrico foi adotado efetivamente em 1938.



Seguida a história perguntamos: será que existe apenas o metro como unidade de medida padrão para medir comprimento? E quando precisamos medir grandes ou pequenos comprimentos, o metro é adequado?

A partir do que os alunos discutiram fizemos uma síntese das possibilidades levantadas e apresentamos a tabela abaixo com os múltiplos e submúltiplos do metro.

Tabela 2 – Múltiplos e submúltiplos do metro

Múltiplos do metro				Submúltiplos do metro		
Quilometro	Hectômetro	Decâmetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
km	Hm	Dam	m	dm	m	Mm
1000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

2ª aula: Estimar e Medir

Para entender o que os alunos compreenderam acerca *do que é medir* e ver como eles procederiam numa situação de estimativa, utilizamos uma atividade intitulada “Estimando medidas de segmentos de reta” proposta no “Experiências Matemáticas”, publicação da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, (1997), 5ª série.

Quadro 4 – FOLHA-TIPO I-8 de Experiências Matemáticas (1997, p.87-89)

FOLHA-TIPO I-8

Estimando medidas de segmentos de reta

Parte a:

Usando pedaços de barbante ou tiras de papel para representar as unidades, como você faria para medir o segmento AB, o segmento CD e o segmento EF?

Faça as estimativas das medidas de comprimento e registre-as na tabela 1

Segmento	Estimativa (unidade A)	Medida (unidade A)	Estimativa (unidade B)	Medida (unidade B)	Estimativa (unidade C)	Medida (unidade C)
AB						
CD						
EF						

Parte b:

Usando a abertura do compasso, como você faria para medir o segmento AB, o segmento CD e o segmento EF?

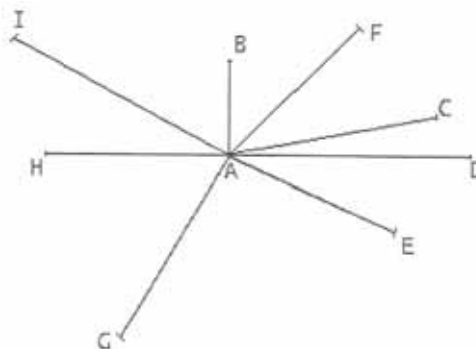
Registre as medidas que você obteve na tabela 2.

Segmento	Estimativa (unidade A)	Medida (unidade A)	Estimativa (unidade B)	Medida (unidade B)	Estimativa (unidade C)	Medida (unidade C)
AB						
CD						
EF						

Agora, responda as questões:

- 1) Quantas vezes a unidade C cabe na unidade A?
- 2) Quantas vezes a unidade C cabe na unidade B?
- 3) Quantas vezes a unidade A cabe na unidade B?
- 4) Quantas unidades C mede um segmento de 12 unidades A?
- 5) Qual é a medida de um segmento na unidade A se, na unidade B, esse segmento mede 5?
- 6) Quando medimos um mesmo segmento com unidades diferentes, a medida será maior quando for medida com a unidade maior ou menor?
- 7) Quando medimos um mesmo segmento com unidades diferentes, a medida será menor quando for medida com a unidade maior ou menor?
- 8) O que você usaria, barbante ou compasso, para encontrar, de maneira mais rápida:

Quais são os segmentos de medida iguais?



Qual é a linha mais comprida?



3ª Aula: Medindo Segmentos

Para a realização desta tarefa dividimos novamente a turma em grupos. O objetivo da tarefa é ver se há, por parte dos alunos, o uso correto da régua e se eles associam o comprimento expresso em centímetros com os expressos em milímetros. Assim então, lhes entregamos uma folha de tarefa do Tipo II_8, também da Proposta Curricular do Estado de São Paulo (1997), 5ª série.

Quadro 5 – FOLHA-TIPO- II-8 de Experiências Matemáticas (1997, p. 90-91)

FOLHA-TIPO- II-8

Medindo Segmentos de reta

- 1) Usando uma régua, meça os segmentos assinalados, expressando as medidas em cm. Em seguida, complete a tabela com as medidas obtidas.

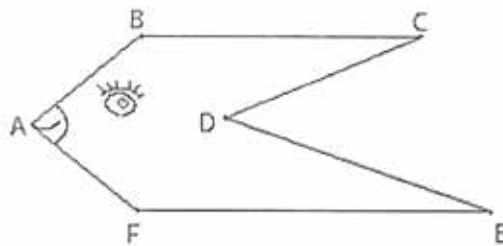


Figura 1

Segmento	AB	BC	CD	DE	EF
Medida em cm					

Agora, meça os mesmos segmentos expressando as medidas em mm.
Em seguida, complete a tabela com as medidas obtidas.

Segmento	AB	BC	CD	DE	EF
Medida em mm					

O que você observou em relação às duas tabelas?

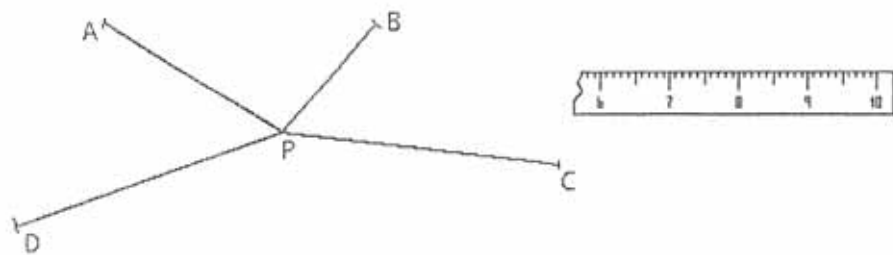
2) Escolha uma das tabelas e duplique as medidas dos segmentos.

Tente, com essas novas medidas, fazer uma figura parecida com a figura 1.

O que aconteceu com a sua figura?

3) A régua quebrada.

Flávia quebrou sua régua como mostra a figura. Ela precisa medir os segmentos seguintes



E você, como mediria os segmentos?

Ao término da tarefa voltamos a questionar os alunos sobre: o que é medir? Pedimos, novamente, que eles registrassem suas respostas para que suas expressões constituíssem em dados de análise em nossa pesquisa.

4. A PESQUISA EM FENOMENOLOGIA

Neste capítulo trazemos uma descrição do modo de proceder à pesquisa em fenomenologia. Iniciamos com os procedimentos destacando a relevância da descrição, dos momentos da análise ideográfica e nomotética. Finalizamos com a descrição dos dados da pesquisa de campo, e na sequência, no capítulo seguinte, valemo-nos de tais procedimentos para a análise dos dados de nossa pesquisa.

4.1. Os procedimentos de análise na pesquisa fenomenológica

No momento em que o pesquisador vai em direção a explicitação dos procedimentos, é necessário tomar um cuidado prévio: o de ficar atento às concepções concernentes à realidade do investigado. Ou seja, o que se apresenta como significativo ou relevante no contexto no qual a percepção e a manifestação ocorrem, deve ser foco da atenção do pesquisador. Isso porque, como dissemos anteriormente, toda investigação fenomenológica busca o que faz sentido para o sujeito. Com o fenômeno posto em suspensão, o percebido é manifesto pela linguagem, abre caminho para a compreensão do investigado pondo-se em execução na análise os procedimentos do quadro metodológico assumido.

Segundo Bicudo (2011), há duas possibilidades de posturas que podem ser assumidas em relação ao modo como o pesquisador toma o objeto investigado. Tais possibilidades consideram o par objeto/observado ou o par fenômeno/percebido. O par objeto/observado indica uma postura de separação entre o sujeito que efetua a observação e o objeto observado; e o par fenômeno/percebido indica a não separação entre o percebido e a percepção ou quem percebe.

Nesta pesquisa, ao assumirmos a postura fenomenológica tomamos o par fenômeno/percebido onde a qualidade do que é investigado é percebido pelo sujeito da percepção, no caso o pesquisador, que estando atento aos seus dados percebe o sentido do que, nos dados, se mostra. O fenômeno pode se manifestar de diferentes perspectivas, desse modo é necessário que haja uma sintonia entre o percebido e a percepção, ou seja, haja uma aproximação entre ambos, pois nesta perspectiva não se assume uma definição prévia do que será observado na percepção, ou seja, não há categorias de análise prévia. As categorias vão sendo constituídas no movimento de percepção, compreensão e interpretação dos dados. Nesse sentido, é importante que o pesquisador fique atento ao que se mostra.

De acordo com Bicudo (2011), o par fenômeno/percebido caracteriza a concepção fenomenológica de realidade e de conhecimento e solicita que a descrição do percebido, ponto que colocamos em destaque, pois expressa a obtenção dos dados, seja analisada e interpretada pelo pesquisador à medida que ele vai construindo uma teia de sentidos do que é expresso pelos sujeitos. Esta análise envolve dois grandes momentos já mencionados: o da Análise Ideográfica e o da Análise Nomotética. Vamos então, neste sentido, explicitar o modo pelo qual o pesquisador adentra nesses momentos da análise partindo da descrição dos dados que obtém na pesquisa.

4.1.1. A Descrição

Para o pesquisador fenomenólogo, a descrição é um ato que se limita a descrever o visto, o sentido e a experiência vivida pelos sujeitos de sua pesquisa, não admitindo julgamentos ou avaliações. Ele apenas relata o percebido na percepção, sendo assim, onde esta se dá, apontando sempre para o sentido do que está percebendo.

Assim, o pesquisador expõe a descrição por meio da linguagem; linguagem esta que se considera como intermediadora, uma vez que esta é compartilhada por outros sujeitos também situados.

A totalidade da descrição é muito importante, pois estas são lidas, relidas, tantas vezes quanto o pesquisador achar necessário para que o descrito comece a fazer sentido, à luz da interrogação formulada.

Segundo Bicudo (2000), a interrogação é o ponto de maior importância na pesquisa, pois ela indica a trajetória a ser percorrida pela investigação, levando o pesquisador a definir procedimentos e sujeitos, apontando a direção da análise e respectiva interpretação.

A autora nos diz que a própria descrição assume a forma de um texto à espera de interpretação, pois ao ler as descrições o pesquisador busca, com o olhar atento, direcionado pela interrogação, destacar as *Unidades de Significado*, isto é, aquilo que, nos dizeres do sujeito, é significativo para que ele possa compreender a sua interrogação.

A análise dos dados obtidos na descrição quer seja esta descrição oriunda do relato do que é explícito pelo sujeito ao vivenciar uma experiência ou um relato do percebido apresentado mediante linguagem oral do sujeito que é gravada e transcrita pelo pesquisador, leva-nos a análise ideográfica e à elaboração da análise nomotética, em que se é capaz de construir as *categorias abertas*. De modo geral pode-se dizer que são as descrições da

experiência vivida, aliada ao olhar atento do pesquisador, que revelam o sentido daquilo que ele procura compreender. Percebido esse sentido a interpretação se abre.

4.1.2. A Análise Ideográfica

Na análise ideográfica, o pesquisador busca atribuir significados as descrições individualmente, isto é, ele procura analisar e interpretar individualmente o discurso dos sujeitos através da ideologia que permeia essas descrições ingênuas ou espontâneas.

Segundo Machado,

Este *insight* psicológico é ao mesmo tempo uma descoberta e uma criação porque requer uma atitude de múltiplos modos de compreender. Este momento se dá dentro de uma imersão empática no mundo da descrição, onde o pesquisador procede em direção à intersubjetividade ou ao momento em que os mundos pesquisador/pesquisado se interpõem em áreas que se tocam e se interpenetram. O pesquisador busca acesso ao mundo-vida e ao pensar do sujeito. (MACHADO, 1994, p.40-41)

De fato, é importante que o pesquisador e o sujeito estabeleçam uma relação de proximidade, para que o pesquisador possa compreender as ideias contidas nas descrições e através da leitura cuidadosa e minuciosa encontrar as “unidades de significado” para chegar à evidência das experiências vividas na pesquisa.

Após obter as “unidades de significados”, a saber, aquilo que é significativo para o pesquisador compreender o que investiga, faz-se então, através da redução, as asserções articuladas, indicando, o mais fielmente possível, as ideias expressas no discurso. Nesse movimento de busca da compreensão do que no discurso individual é expresso, procuram-se agrupar essas unidades por tema que passam a ser as *categorias abertas*. Nesse sentido, as categorias abertas podem ser compreendidas como núcleos de sentido percebido pelo pesquisador na interpretação dos discursos dos sujeitos e são constituídas a partir das convergências dos individuais. São, portanto, construídas a *posteriori*. Este movimento, na análise fenomenológica, caracteriza-se pela busca da essência ou da estrutura do fenômeno.

A essência ou a estrutura do fenômeno, segundo Machado (1994), não é o fim da análise, mas o meio através do qual se pode trazer à luz o que as relações vividas apresentam de ordem geral, isto é, as convergências e divergências, que se manifestam na análise nomotética.

4.1.3 A Análise Nomotética

A análise Nomotética é justamente o movimento que permite ao pesquisador passar do nível individual para o geral. A estrutura geral do percebido é resultante da compreensão, das convergências e divergências dos aspectos que se mostram na análise ideográfica. A direção que o pesquisador deve obter para chegar à generalidade é articular as relações das estruturas individuais entre si, isto é, caminhar em direção aos grandes invariantes construindo núcleos cada vez mais abrangentes de sentido.

De acordo com Bicudo (2000), os invariantes dão origem as categorias abertas que são interpretadas efetuando um movimento transcendental que considera a descrição, análise fenomenológica-hermenêutica, a ideográfica, o entendimento dos pesquisadores e interlocutores, à luz da reflexão efetuada pelo pesquisador e seus pares sobre o sentido que esses dados e respectivas análises fazem para si.

Assim, pode-se dizer que, “a análise nomotética não é apenas uma verificação cruzada da correspondência de afirmações reais, mas uma profunda reflexão sobre a estrutura do fenômeno” (MACHADO, 1994, p. 42), que permite ao pesquisador expor a sua compreensão da pesquisa.

Lembremos que as generalidades obtidas nesta análise são consideradas inesgotáveis, pois a abrangência do seu caráter é perspectival, ela apenas indica a iluminação de uma perspectiva do fenômeno que pode ser percebida pelo pesquisador, orientado por sua interrogação. Isso mostra o sentido da expressão *categoria aberta*. Ou seja, as categorias de análise construídas na pesquisa são abertas à interpretação do pesquisador, mas não esgotam as possibilidades de percepção dos dados, são abertas a novos olhares, a outras interpretações.

4.2. Os dados da pesquisa de campo

Passamos a seguir, a descrição dos dados da pesquisa, procurando, para cada uma das aulas, fazer uma introdução à tarefa proposta.

1ª Aula: Introdução às medidas

Tarefa1: Medidas no dia a dia

Com o objetivo de ver quais os conhecimentos prévios dos alunos acerca do tema “medidas” pedimos que eles falassem e depois colocassem no papel a resposta à pergunta: “em seu dia a dia em que você usa medidas?”

Segue algumas respostas extraídas do material entregue pelos alunos que, a luz da interrogação que orienta esta pesquisa, nos dá sentido para compreender o que é questionado, “como o aluno contrói o conhecimento de medida”.

Respostas dos alunos:

“A distância da minha casa a padaria é mais ou menos 15 minutos.”

“Eu corri 4 metros”

“Eu ando 4,3 metros”

“Eu usei a régua para fazer o quadrado ela tem 5 cm”

“Eu fiz a pirâmide que foi rápida foi 10 cm”⁴

“Eu fiz o retângulo e foi pouco demorado 15 cm”

“Meu tamanho é 1 mt e 52 cm”

“Minha altura é 1 mt e 37 cm”

“Minha altura 1,56”

“Medir carteira”

“Hoje eu medi uma pirâmide na aula de história”

“Eu pesquisei 5 escalas no mapa”

“Eu uso a régua sempre de 30 cm”

“Toda segunda-feira tem artes a gente usa régua para medir o retângulo”

“Eu vou beber 10 ml de xarope”

“Meu lápis tem 15 cm”

“A porta da escola tem 10 metros”

Tarefa 2: Medindo com unidades não convencionais

Conforme apresentamos anteriormente, nesta aula trouxemos para os alunos alguns fatos da História da Matemática, narrados pela pesquisadora, sobre a origem das medidas e como elas foram se desenvolvendo, conforme detalhes expostos no Quadro 1. Com os alunos organizados em grupos pedimos que eles medissem os objetos aos seus redores como os antigos faziam, usando braços, passos, palmo, polegada, etc.

⁴ Entendemos que, nesta frase, a intenção do aluno foi dizer que havia construído uma pirâmide com 10 cm de aresta, usando a régua, e que havia sido um trabalho rápido.

Os alunos gostaram da ideia e fizeram as medições registrando os dados obtidos na tabela que lhes foi fornecida. Após o preenchimento da tabela questionamos os grupos acerca dos valores obtidos para expressar a medida do mesmo objeto. Questionamos se os valores eram iguais, e eles observaram que não, embora disseram que haviam escolhido a mesma parte do corpo para fazer a medida. A partir disso continuamos a história das medidas, isto é, passamos a explicar o porquê das medidas usadas na atualidade.

Em seguida, questionamos: Quais unidades de medida de comprimento vocês conhecem? Citem alguns exemplos. As respostas dadas eram registradas na lousa e no papel de registro deles. Seguem algumas respostas obtidas.

Respostas dos alunos para a construção coletiva do quadro que relaciona a unidade de medida e o objeto a ser medido:

Metro: pau, corda, lousa, sala, aluno, porta, janela, etc.

Centímetro: lápis, régua, caneta, dedo, polegar, minguinho, estojo, cabeça, garrafa, etc.

Quilômetro: estrada, quarteirão, bairro, distância percorrida do carro, trilho do trem, metrô, etc.

Milímetro: inseto, formiga, espessura do fio, parafuso, bactéria, etc.

Após estes exemplos, apresentamos outras unidades de medidas de comprimento menos conhecidas como hectômetro, decâmetro e decímetro e fizemos junto com os alunos uma tabela de múltiplos e submúltiplos do metro, atendendo uma solicitação da professora da classe.

Primeiras interpretações:

Entendemos, que para os alunos, as medidas fazem parte do seu dia a dia, seja na utilização de instrumentos de medida como a régua que estava sendo usada em outras disciplinas como História e Artes, seja no uso da medicação (o xarope que estava tomando), seja na determinação de sua altura, ou para medir o tamanho de objetos em sua volta. Algumas frases construídas levam-nos a perceber que há alunos que utilizam a nomenclatura correta para expressar as unidades de medida.

2ª Aula: Estimar e Medir

O objetivo nesta aula foi compreender se os alunos tinham a noção de medida com a ideia de “quantos cabem”. Para tanto lhes entregamos uma folha de tarefa do Tipo I – 8 (Quadro 4) retirada da Proposta Curricular do Estado de São Paulo (1997). Os alunos foram orientados, pela pesquisadora, a realizarem a tarefa em grupo. Na turma havia, para esta tarefa, um total de 08 grupos com 03 alunos em cada grupo (em média). Procuramos gravar em vídeo o diálogo entre os grupos e solicitamos que eles anotassem na folha de tarefa o encontrado. Segue-se a descrição do observado após a execução da tarefa. Para tal descrição foram extraídas informações do vídeo gravado, das anotações do diário de campo da pesquisadora e das tarefas entregues pelos grupos. Optamos por descrever esta aula da seguinte forma: Parte a e Parte b. Porém, na parte b, por envolver na questão 8 (oito) dois itens de natureza distinta, vamos discuti-los separadamente. Em seguida, trazemos a interpretação do todo, já que as tarefas se complementam.

Parte a: Para o desenvolvimento desta tarefa os grupos utilizaram o barbante e o compasso.

Grupo1:

Os valores expressos pelos alunos usam, predominantemente, números inteiros.

Os valores que expressam a medida encontrada, usando o barbante e o compasso, são praticamente iguais.

Grupo2:

Os valores usados para expressar as medidas encontradas possuem valores inteiros e decimais usados de forma equilibrada.

Os valores usados para expressar a medida encontrada com o barbante e o compasso são diferentes. Destaca-se que, os valores usados para expressar a medida encontrada com o barbante foram maiores que aqueles usados para expressar a medida com o compasso.

Grupo3:

Não entregaram a folha de tarefa, embora se tenha percebido pela gravação que eles a realizaram.

Grupo4:

Os valores encontrados são expressos usando números inteiros e decimais.

Todos os valores encontrados usando o barbante e o compasso são diferentes.

Grupo5:

Os valores encontrados foram números inteiros e decimais.

Quase todos os números encontrados foram diferentes.

Grupo6:

Os valores encontrados foram apenas inteiros.

Os valores encontrados são, de modo geral, iguais, exceto quando o grupo utiliza a unidade C como medida. Neste caso os valores obtidos a partir da utilização do compasso deram várias unidades, a mais que o barbante.

Grupo7:

Os valores encontrados são expressos usando números inteiros e decimais.

Quase todas as medidas encontradas são expressas usando valores iguais.

Grupo8:

Os valores que expressam as medidas encontradas são, predominantemente, números inteiros.

Quase todos os valores usados para expressar as medidas são iguais

Parte b: Obter as relações entre as unidades utilizadas na parte a.

Nesta tarefa o objetivo era que os grupos estabelecessem uma relação entre as medidas das unidades A, B e C, comparando-as com um recurso escolhido por eles (barbante ou compasso).

Grupo1:

Nas questões 1, 2 e 3 as comparações entre as unidades de medida A, B e C foram expressas usando números inteiros e decimais..

Na questão 4 os alunos responderam corretamente. “24” unidades.

Na questão 5 os alunos responderam “2”, mas, não fizeram a associação com a questão 3.

Nas questões 6 e 7 responderam corretamente, mas tiveram grande dificuldade de entender a questão.

Grupo2:

Nas questões 1, 2 e 3 as comparações entre as unidades de medida A, B e C foram expressas usando números inteiros e decimais.

Na questão 4, embora os alunos tenham acertado os itens anteriores, responderam que o segmento pedido mede “18” unidades. No entanto, a resposta usa apenas o algarismo e não nos permite entender se houve erro de cálculo ou de interpretação.

Na questão 5, os alunos responderam “3,5”, não fizeram a associação com a questão 3.

Nas questões 6 e 7 os alunos responderam corretamente, mas tiveram grande dificuldade de entender a questão.

Grupo3:

Nas questões 1, 2 e 3 as comparações entre as unidades de medida A, B e C foram expressas usando números inteiros e decimais.

Na questão 4 os alunos responderam corretamente “24” unidades.

Na questão 5 os alunos responderam corretamente “2,5” unidades.

Nas questões 6 e 7 os alunos inverteram a resposta e não esclareceram o realizado.

Grupo4:

Nas questões 1, 2 e 3 as comparações entre as unidades de medida A, B e C foram expressas usando números inteiros e decimais.

Na questão 4 os alunos responderam corretamente “24” unidades.

Na questão 5 os alunos responderam corretamente “2,5” unidades.

Na questão 6, os alunos responderam que “*A unidade menor cabe mais dentro da unidade maior do que a unidade maior cabe na unidade maior*” numa tentativa de justificar a resposta pedida na questão. Na questão 7 responderam corretamente “*maior*”.

Grupo5:

Nas questões 1, 2 e 3 as comparações entre as unidades de medida A, B e C foram expressas usando números inteiros e decimais.

Na questão 4 os alunos responderam corretamente “24” unidades.

Na questão 5 os alunos responderam corretamente “2,5” unidades.

Nas questões 6 e 7 os alunos responderam corretamente.

Grupo6:

Nas questões 1, 2 e 3 as comparações entre as unidades de medida A, B e C foram expressas usando apenas números inteiros.

Na questão 4 os alunos responderam incorretamente “11” unidades.

Na questão 5 os alunos responderam “3 *segmento*”.

Nas questões 6 e 7 os alunos responderam corretamente.

Grupo7:

Nas questões 1, 2 e 3 as comparações entre as unidades de medida A, B e C foram expressas usando números inteiros e decimais.

O grupo não respondeu as questões 4 e 5.

As questões 6 e 7 não foram compreendidas uma vez que a resposta dada pelo grupo é “sim” e “não”, respectivamente.

Grupo8:

Nas questões 1, 2 e 3 as comparações entre as unidades de medida A, B e C foram expressas usando números inteiros e decimais.

Na questão 4 os alunos responderam “23” unidades, por falta de anotações dos alunos não nos permite identificar qual foi o erro.

Na questão 5 os alunos responderam “10” unidades, pelo resultado expresso acredita-se que os alunos inverteram a unidade base de medida.

Nas questões 6 e 7 os alunos responderam corretamente.

Questão 8: Esta tarefa envolve dois itens. No primeiro o objetivo era que os grupos estabelecessem uma comparação entre segmentos de reta. Assim, eles poderiam recorrer ao barbante ou ao compasso. No segundo item eles deveriam comparar linhas retas formadas por segmentos dispostos, de tal modo que dão ideia de uma figura – último item apresentado no quadro 4.

Grupo1:

Na questão 8 os alunos optaram pelo barbante como unidade de medida.

Para indicar segmentos o grupo usa “ I e D , E e H , G e C , F e E , F e H ”.

No segundo item o grupo diz que “*A linha mais comprida é o quadrado*”

Grupo2:

Na questão 8 os alunos optaram pelo barbante como unidade de medida.

Indicam segmento sem uso correto de notação e responde: “ $A, D / E, I$ ”

No segundo item o grupo diz que é o “*Quadrado*”

Grupo3:

Na questão 8 os alunos optaram pelo compasso como unidades de medida.

O grupo respondeu que o segmento mais comprido era “ $H=E$ ”. No diálogo entende-se que eles consideram iguais os segmentos AH e AE .

No segundo item o grupo diz que “*A linha mais comprida é o Quadrado*”

Grupo4:

Na questão 8 os alunos optaram pelo compasso como unidades de medida.

Neste caso, para expressar quais os segmentos de mesma medida o grupo diz: “*A unidade D é igual a unidade I , H igual a F , G igual C* ”, procurando expressar quais segmentos entendem como do mesmo comprimento.

No segundo item o grupo diz que é o “*Quadrado*”

Grupo5:

Na questão 8 os alunos optaram pelo compasso como unidades de medida.

O grupo diz que há dois segmentos de mesma medida e responde: “ H e $a E$ ”

No segundo item o grupo diz que é o “*Quadrado*”

Grupo6:

Na questão 8 os alunos optaram pelo compasso como unidades de medida.

O grupo encontrou três pares de segmentos iguais e respondeu: “ *A e F é igual a E , A é igual H e F , A é igual D e I* ”

No segundo item o grupo diz que é o “*Quadrado*”

Grupo7:

Na questão 8 os alunos optaram pelo compasso como unidades de medida.

O grupo encontra três segmentos iguais e expressa quais são, apenas indicando o ponto de uma de suas extremidades: “*F, E e H*”

O grupo responde no segundo item, de forma incorreta, que a linha mais comprida é “*a segunda*” – triângulo. Mas não justifica a opção.

Grupo8:

Na questão 8 os alunos optaram pelo compasso como unidades de medida

O grupo encontra três pares de segmentos iguais e responde: “*A até H=A até E, A até D=A até I, A até C=A até G*”

No segundo item o grupo responde o “*primeiro*”.

Primeiras Interpretações:

Notamos, na execução da tarefa, muita dificuldade dos alunos em compreender o que estava sendo pedido. Em quase todos os itens tivemos que auxiliar os grupos na interpretação do enunciado da questão, procurando esclarecer o que era solicitado na tarefa.

Nota-se que, na parte b, embora se pretendesse que os alunos estabelecessem uma relação entre os comprimentos dos segmentos A, B e C, isso não ocorreu. As medidas foram feitas uma a uma não estabelecendo relação entre o comprimento dos segmentos. Por exemplo, C cabe em A e C cabe em B, logo A em B pode ser obtido pela comparação, mas os alunos não estabeleceram tal relação e mediram novamente o tamanho de B usando cada uma das unidades A e C.

Observou-se, tanto pelo vídeo quanto pelas ações em sala de aula, que os alunos usam corretamente o barbante e o compasso para comparar as dimensões.

Na questão 8 vimos que não há, por parte dos alunos, domínio de notação para indicar um segmento. Há distintos modos de se referir ao segmento. Isso, porém, não lhes impediu de realizar a tarefa. Eles buscaram ‘alternativas’ de linguagem para escrever as medidas encontradas.

3ª Aula: Medindo Segmentos

O objetivo nesta aula foi compreender se os alunos eram capazes de reconhecer os segmentos a serem medidos associando a notação AB com o comprimento AB; se sabiam utilizar a régua, e se associavam o comprimento expresso em centímetros com os expressos em milímetros. Para tanto lhes entregamos uma folha de tarefa do Tipo II_8 (Quadro 5) retirada da Proposta Curricular do Estado de São Paulo (1997). Os alunos, em grupo, foram orientados a realizarem a tarefa pela pesquisadora.

Grupo1:

No que diz respeito ao observado nas duas tabelas, o grupo afirma que ela traz valores diferentes entre si. Frase do grupo: “*Observamos que nem todas as respostas são iguais*”.

Ao compararem as figuras o grupo afirma que “*A figura ficou maior*”

O grupo, ao ser questionado sobre como fariam para medir o segmento usando a régua quebrada, não compreendem a questão e respondem: “*É uma distância*”.

Grupo2:

O preenchimento das tabelas mostra valores diferentes. Nota-se que o grupo não soube identificar a unidade de medida ‘milímetro’ na régua, mesmo depois da explicação da pesquisadora.

Ao compararem as figuras o grupo afirma que “*Ela ficou maior*”

O grupo não responde como mediria. Ao invés disso dá valores numa tentativa de expressar a medida dos segmentos. Escrevem “*a)5; b)4; c)8; d)9*”. Nota-se que os valores não expressam corretamente as medidas.

Grupo3:

Após a orientação da pesquisadora, realizaram as medições corretamente. No que diz respeito ao observado nas duas tabelas, o grupo afirma que “*A medida mm é maior que a cm*”.

O grupo afirma que “*A figura ficou duas vezes maior que a primeira*”

O grupo diz que mediria “*Com qualquer tipo de régua*” e ainda escreve os valores que seriam encontrados se o segmento fosse medido a partir do ‘um’ escrevendo: “*A-P=4,4; B-P=3; C-P=5; D-P=5*”.

Grupo4:

As tabelas estão com os valores corretos. No que diz respeito ao observado nas duas tabelas, o grupo não fez o comentário.

Ao compararem as figuras o grupo afirma que “*Ela ficou maior*”

O grupo diz que mediria “*Contando como se cada número estivesse na sequência*”.

Grupo5:

Os valores expressos nas tabelas em centímetros e em milímetros mostram que, provavelmente, o grupo iniciou a medida do segmento a partir do número 1 da régua o que os levou a expressar as medidas não corretas. Eles afirmam, em sua resposta, que: “*As tabelas são diferentes*”.

Ao analisarem as figuras o grupo afirma que “*Ela vai ficar maior*”

O grupo não responde como mediria. Ao invés disso dá valores como pretendendo expressar a medida dos segmentos. Escrevem “*A)4,1 B)2,2 C)4,8 D)5cm*”.

Grupo 6:

Nota-se que os valores das tabelas estão corretos. Após a intervenção da pesquisadora, em relação à forma de medir e a reflexão a respeito das características ou relações entre os valores expressos em cada uma das tabelas, o grupo chegou a conclusão de que $1\text{cm}=10\text{mm}$, o que não ocorreu com os demais.

O grupo responde que: “*Se duplicarmos ficará maior*”.

Para a realização desta tarefa, o grupo realmente usou uma régua quebrada e registrou os valores “*PC=4cm, PA=3cm, PB=2cm, PD=4cm*”.

Grupo7:

As tabelas não deram valores corretos, exceto um valor corresponde ao valor correto.

Não finalizaram as atividades.

Grupo8:

A tabela foi corretamente preenchida, mas os alunos não foram capazes de explicar a relação entre as duas tabelas.

Ao compararem as figuras o grupo respondeu que “*O desenho ficou maior*”.

O grupo respondeu “*Contando cada centímetro. P até B=2cm, P até C=4cm, P até A=3cm, P até D=4cm.*”

Primeiras Interpretações:

Para a realização desta tarefa os grupos demonstraram muita dificuldade com o uso da régua sendo necessárias várias intervenções da pesquisadora. Essas intervenções buscaram auxiliar, desde a forma como eles deveriam posicionar corretamente a sua régua para medir o comprimento dos segmentos quanto o modo pelo qual deveriam fazer a leitura do comprimento usando a régua quebrada, já que a medição se iniciaria pelo número 6 (seis) da régua.

Os grupos não conseguiam compreender, também, o sentido da unidade de medida milímetro, não sendo capaz de ‘ler na régua’ e nem fazer associação entre as medidas expressas em centímetro e milímetro. Vimos, na execução da tarefa, que as dificuldades com o uso da régua para medir, eram acentuadas. No entanto, algumas expressões pareciam indicar que os alunos estavam sendo capazes de medir. Ou seja, a ideia de medir parecia estar sendo compreendida por eles, apesar da falta de habilidade com o uso do instrumento. Então questionamo-los: “**O que é medir?**”. Seguem-se as respostas dadas pelos grupos.

Grupo1: Não respondeu.

Grupo2: “*É um comprimento com a régua ou jarda, palmo, passo várias coisas em fim.*”

Grupo3: “*Medir é ver o comprimento de qualquer coisa.*”

Grupo4: “*Medir é medir alguma coisa com a régua, barbante e compasso.*”

Grupo5: “*Eu acho que medir é ver o tamanho de coisas que não sabemos o tamanho.*”

Grupo6: “*Medir é ver o tamanho de móveis, e de metros quadrados de um tamanho de uma cidade até a outra etc..*”.

Primeiras Interpretações:

As respostas dadas pelos alunos nos mostram que, para eles, medir “é ver o tamanho” e que para isso “precisamos de instrumentos”. Ou seja, há uma concepção de que para medir um comprimento, uma distância, uma área, etc. é preciso ter algo com o que medir, algo com o qual se possa estabelecer uma relação.

5. ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA

Neste capítulo analisaremos os dados obtidos a partir da descrição das atividades proposta tomando o cuidado de ficar atento às concepções concernentes à realidade do investigado. Ou seja, buscamos o que se apresenta como significativo ou relevante no contexto no qual a percepção e a manifestação ocorrem, possibilitando a compreensão de nossa interrogação.

5.1. Análise Ideográfica na pesquisa de campo

O primeiro passo para a compreensão do que é investigado é a análise ideográfica, já discutida no capítulo anterior. Ao proceder essa análise, identificamos as unidades de significado, que são os trechos mais reveladores do discurso dos sujeitos que nos permite chegar à compreensão do que se interroga. Para destacar esses trechos, precisamos voltar a nossa interrogação orientadora: *Como o aluno constrói o conhecimento de medida?*

Com base na interrogação orientadora destacamos nas descrições as Unidades de Significado trazidas no quadro 6. Na primeira coluna da tabela construímos um código numérico que nos permite identificar a unidade de significado e a aula em que ela aparece. Desse modo o código 1.1 refere-se à primeira unidade de significado da aula 1. Já o código 1.9 refere-se à nona unidade de significado da aula 1 e assim por diante.

Quadro 6 – Unidades de significado

Unidades de Significado (U.S.)	
1.1	A distância é 15 minutos.
1.2	Meu tamanho é 1 e 52.
1.3	Minha altura é 1 metro e 37 cm.
1.4	Minha altura 1,56.
1.5	A porta tem 10 metros.
1.6	Usei régua para medir o retângulo.
1.7	Usei a régua para fazer o quadrado.
1.8	Eu uso a régua sempre de 30 cm.
1.9	Um lápis tem 15 cm.
1.10	Usa o metro para medir lousa, sala, aluno, porta, janela, etc.

1.11	Usa o centímetro para medir lápis, régua, caneta, estojo, garrafa, etc.
1.12	Usa quilômetro para medir estrada, quarteirão, distância percorrida pelo carro, trilho do trem, etc.
1.13	Usa milímetro para medir insetos, formiga, espessura do fio, parafuso, etc.
1.14	Usaram partes do corpo para medir objetos.
2.1	Usam números inteiros para expressar medidas.
2.2	Usam barbante para medir.
2.3	Usam o compasso para medir.
2.4	Usam números decimais para expressar medidas.
2.5	Comparam corretamente unidades de medida
2.6	<i>“a unidade menor cabe mais dentro da unidade maior do que a unidade maior”</i>
2.7	Não usam notação específica para segmento.
2.8	Estimam que o fio que forma o quadrado tem medida de comprimento maior.
2.9	Comparam segmentos a partir do seu comprimento.
3.1	<i>“A medida mm é maior que a cm”</i> (buscando indicar que o número que as expressam tem diferença).
3.2	Comparam figuras a partir do tamanho dos segmentos.
3.3	Descrevem como utilizar uma régua quebrada: <i>“Contando como se cada número tivesse na sequência”</i> .
3.4	<i>“As medidas mm e cm são diferentes”</i>
3.5	Descrevem como utilizar uma régua quebrada: <i>“Contando cada centímetro”</i> .
3.6	Medir é um comprimento.
3.7	Medir é ver um comprimento.
3.8	Medir é usar a régua, barbante e compasso.
3.9	Medir é ver o tamanho.

5.2. Análise Nomotética

De posse das unidades de significado passamos a análise nomotética com a intenção de ir do nível individual para o geral. Ou seja, buscamos convergências do dito pelos sujeitos que nos possa explicitar uma compreensão do interrogado. O quadro a seguir traz a construção das convergências a partir das unidades de significado, segundo a interpretação do pesquisador. Ressaltamos que há unidades de significado que vimos convergir para mais de

um invariante, o que pode ser notado no quadro 7. Esses invariantes levaram-nos a construção de categorias abertas que procuram expressar uma compreensão mais geral do que, no discurso dos sujeitos, pôde ser compreendido em relação ao interrogado na pesquisa.

Quadro 7 – Convergências e Categorias Abertas

Unidades de Significado	Convergências / Invariantes		Categoria Aberta
1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.9	Identifica o que é medido	Mede expressando valores obtidos em instrumentos	Medir é expressar valores
2.1, 2.4	Expressa a medida usando algarismos (atribui valor)		
1.10, 1.11, 1.12, 1.13	Associa a unidade de medida adequada ao objeto medido		
1.6, 1.7, 1.8	Identifica instrumentos de medida		
3.3, 3.5	Identifica como usar a régua		
3.6, 3.7, 3.8, 3.9	Identifica o que é medir	Identifica que medir é comparar tamanho	Medir é comparar grandezas
2.5, 2.6, 2.8, 2.9, 3.1, 3.2, 3.4	Compara grandezas		
2.2, 2.3, 1.14	Mede comprimentos com barbante, compasso ou partes do corpo	Identifica que para medir necessita-se estabelecer relações entre objetos	
2.7	Não usa a notação específica para segmento	Idiossincrasia	

Durante a redução fenomenológica pudemos perceber a convergência dos aspectos individuais das unidades de significado para aspectos gerais, conforme mostramos no quadro acima, que nos permitirão chegar à essência daquilo que procuramos compreender: *Como o aluno constrói o conhecimento de medidas?* A análise das convergências nos permitiu chegar à construção de duas categorias abertas:

1. *Medir é expressar valores;*
2. *Medir é comparar grandezas.*

Pode-se perceber, na descrição, uma unidade de significado que não apresenta relação com a nossa interrogação orientadora, isto é, a unidade de significado não é significativa para a situação discutida. Tais aspectos ou Unidades de Significado são classificados como idiossincrasias revelando aspectos particulares da descrição. Desse modo, a Unidade de Significado 2.7 foi classificada como idiossincrasia.

5.3. Interpretações das Categorias Abertas

Quando iniciamos a interpretação da categoria aberta, trilhamos um caminho em direção à compreensão de como o fenômeno se manifesta em sua essência. Não é uma interpretação que busca uma resposta definitiva para a questão inicialmente formulada, pois a interpretação é sempre aberta a novos olhares, ou seja, ela é inesgotável.

Iniciamos nossa interpretação analisando a primeira categoria aberta, “*Medir é expressar valores*”, e voltamos a refletir acerca da interrogação orientadora, “*Como o aluno constrói o conhecimento de medidas*”, e nos questionamos qual a trajetória percorrida pelo aluno para que ele chegasse a compreender a essência do que é medir.

Primeiramente observamos que o aluno expressa um conhecimento prévio do que é medir, visto na primeira aula, pelo convívio que ele tem com a sociedade, isto é, no dia a dia as pessoas falam de medidas, efetuam medidas, sejam elas através de unidades específicas ou através de comparações.

Esse conhecimento prévio de medida demonstrado pelos alunos é expresso através de valores, como pode ser visto, por exemplo, nas unidades de significados 1.2 a 1.9. Mas, eles ainda não desenvolveram a ideia do ‘medir’, ou seja, não refletiram o sentido da ação de medir. Entendemos que os alunos apenas se detêm aos resultados obtidos pela *medição*.

Medição, segundo o Instituto de Pesos e Medidas do Estado de São Paulo, é o conjunto de operações que tem por objetivo determinar o valor de uma grandeza. O que notamos acima é que os alunos, dado o seu conhecimento prévio, revelam nas tarefas iniciais que são capazes de expressar – ou dizer – o valor da grandeza altura, tamanho do lápis ou do retângulo, aresta da pirâmide, entre outros exemplos citados. Mas será que eles têm clareza da ‘grandeza’? Para que a medição faça sentido aos alunos é necessário compreender o que ela é, bem como, o seu sentido.

Grandeza, segundo o Instituto de Pesos e Medidas do Estado de São Paulo, pode ser definida como sendo o atributo físico de um corpo que pode ser qualitativamente distinguido

e quantitativamente determinado. Desse modo, a grandeza pode ser qualitativamente distinguida, por exemplo, pela grandeza comprimento e quantitativamente expressada por um número que expressa o ‘tamanho’ obtido do lápis, por exemplo. Com isso para que a medição faça sentido ao aluno a relação que envolve a grandeza a ser medida com o que é usado para medi-la precisa estar clara. Nesse sentido, medir é comparar uma grandeza com outra, de mesma natureza, tomada como padrão.

Para auxiliar o aluno na compreensão do sentido de grandeza, recorremos a História da Matemática, um valioso recurso, segundo Godoi e Guirado (2009), pois reconstrói historicamente o processo de medição. Para tanto, propusemos aos alunos as tarefas de medir os objetos a sua volta usando partes do próprio corpo como os antigos faziam, levando o aluno a refletir sobre o ato de medir.

A partir das atividades realizadas por eles e do modo como eles expressaram o que estavam compreendendo, chegamos a nossa segunda categoria aberta, “*Medir é comparar grandezas*”. As unidades de significado destacadas nessa categoria, mostram que o aluno pôde perceber que para expressar numericamente uma grandeza, é necessário que se disponha de outra grandeza de mesma natureza, tomada como padrão, para estabelecer a comparação. Nas tarefas propostas os alunos utilizaram como instrumentos de comparação o barbante, o compasso e a régua, para determinar o ‘tamanho’ da grandeza requerida, qual seja, a determinação de um comprimento. É importante notar que, no caso do uso do barbante, bem como do compasso o foco é a compreensão do comprimento. Não se busca a expressão do valor numérico, mas antes o próprio ato de medir, de exercer uma comparação que permita dizer se é maior ou menor, se é razoável a escolha da unidade de medida, se a natureza é condizente. A régua, por outro lado, já possibilita expressar numericamente o ‘tamanho’ do medido.

Entendemos, pela pesquisa, que a compreensão do que é medir se desenvolve a partir das experiências que o aluno vivencia, ou seja, através da realização da experiência que a ele é proposta, procurando torná-lo o agente do seu próprio conhecimento, conforme recomenda Rogers (1985).

Com a análise e a interpretação das categorias abertas percebemos que o aluno constrói o conhecimento de medida estabelecendo comparações, como pode ser visto nas expressões dos alunos nas Unidades de Significado 3.7, 3.8 e 3.9.

Se voltarmos para as recomendações curriculares e procurarmos entendê-las, nota-se que os PCN trazem como objetivo para o terceiro ciclo, “ampliar e construir noções de medidas, a partir de contexto social e da análise de alguns problemas históricos que

motivaram sua construção” (PCN, 1998, p. 65). Refletindo sobre o dito nos PCN e o obtido em nossa pesquisa pode-se dizer que as tarefas propostas contribuíram para que o aluno passe do fazer mecânico que expressa um valor numérico como querendo significar uma medida, para o sentido que fez o ato de realizar a medição. Isso nos leva a interpretar que o conhecimento acerca do tema medidas é construído pelos alunos quando eles são colocados diante de tarefas que os levem a estabelecer comparações, a decidir por unidades, a fazer opções, conjecturar e validar resultados.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme já destacado anteriormente, o objetivo da pesquisa fenomenológica não é a obtenção de dados conclusivos que possam levar a universalidade. Nesse sentido, o que se expressa, nestas palavras finais, são considerações sobre o fenômeno investigado, qual seja, a produção do conhecimento de medida pelos alunos.

Para tanto voltamos nosso olhar para o caminho percorrido na tentativa de trazer o modo pelo qual fomos entendendo o interrogado. Como reduzimos nossa atenção ao espaço da sala de aula, os referenciais curriculares foram nosso ponto de partida. De acordo com os PCN, o estudo das medidas desempenha um papel importante no currículo escolar, mas ao analisarmos a evolução do currículo de matemática podemos perceber que o estudo das medidas foi completamente abandonado, durante o período do Movimento da Matemática Moderna. No decorrer dos anos 80 o estudo das medidas foi, novamente, sendo valorizado e a partir das novas propostas o tema “Medidas” tornou-se um dos eixos norteadores do currículo, pois era considerado como o fio que tece a junção entre Números e Geometria.

Desse modo, nos dedicamos a estudar como os alunos compreendem o tema medidas, utilizamos como recurso metodológico a história da matemática com intuito de despertar a curiosidade e o interesse do aluno. Refletindo sobre a experiência vivida em sala de aula notamos que tal intuito foi atingindo; pois os alunos gostaram de saber como os antigos faziam para obter as medidas e participaram efetivamente das tarefas que lhes foram propostas medindo os objetos a sua volta com as partes do corpo.

A partir da história da matemática os alunos foram construindo o conhecimento de como se desenvolveu as unidades de medidas de comprimento, de modo que, compreenderam que isso não surgiu “do nada”, mas surgiu da necessidade da sociedade se comunicar. As tarefas propostas permitiram que eles vivenciassem ações para realizar medidas e o trabalho em grupo favoreceu a cooperação e a expressão do que, nas tarefas, estava sendo compreendido. Apesar de termos visto grande participação por parte da maioria dos alunos, a novidade do feito em aula, levou parte deles a dispersão. Notamos que alguns deles não participaram das atividades com entusiasmo. Vimos, nas tarefas em grupo, por exemplo, que em alguns grupos um aluno tomava para si a tarefa e os outros conversavam a respeito de outros assuntos não concernentes a aula. Por várias vezes precisei chamar a atenção para envolvê-los nas atividades da aula. Isso, segundo nossa compreensão, também foi elemento significativo de nossa formação, senão de pesquisador, de professor, que no dia a dia da sala

de aula é confrontado com tal situação e deve ter habilidade para que o grupo possa ser produtivo.

Embora não tenhamos possibilidade de afirmar que fomos capazes de envolver todos os alunos nas tarefas, percebemos, a partir de uma análise geral das atividades desenvolvidas ao longo da pesquisa, que a maioria dos grupos se envolveu. No entanto, apenas o envolvimento não foi suficiente para que eles fossem capazes de perceber algumas relações presentes no conteúdo ‘medidas’. Por exemplo, as tarefas que solicitavam o estabelecimento de relações entre as unidades de medida expressa em centímetro com a unidade expressa em milímetro, não era de domínio dos alunos. Considerando o pouco tempo que tivemos para discutir os resultados obtidos com os alunos, entendemos que o trabalho realizado não foi suficiente para suprir essa dificuldade apresentada. Nos depoimentos obtidos nota-se que apenas um grupo declarou ter entendido tal relação. Esse grupo, que tinha uma dinâmica de trabalho mais integrada conseguiu realizar as tarefas no tempo previsto, dando-nos condições de junto a eles, discutir o efetuado. Interpretamos que tal discussão levou-os a pensar sobre o feito, investigar possibilidades e chegar a conclusões mais significativas acerca das conversões de unidades de medida, o que não foi possível com os demais grupos que não conseguiam terminar a tarefa.

Como já dissemos nas primeiras interpretações, os alunos tiveram muita dificuldade em compreender o que estava sendo pedido nas questões da proposta Folha-Tipo I-8 (2ª aula). Em quase todos os itens tivemos que auxiliar os grupos na interpretação do enunciado, procurando esclarecer o que era solicitado na tarefa. Esta dificuldade talvez tenha surgido devido ao abuso de linguagem utilizada pela tarefa, pois ela utiliza a mesma letra para especificar segmento e a unidade de medida, trazendo assim uma dificuldade de entendimento por parte dos alunos.

Vimos também que alguns alunos revelaram dificuldades em utilizar a régua como instrumento de medida. Essas dificuldades vão desde o uso da régua – eles não sabiam como posicionar o instrumento para realizar a medida - até a identificação da unidade ‘ milímetro’. Embora não fosse o foco do nosso olhar, tais dificuldades não poderiam ser desprezadas e, portanto, conversamos com a professora da turma, que o tempo todo nos acompanhava, na possibilidade de, durante suas aulas, ser realizado um trabalho na tentativa de superação dessas dificuldades.

Segundo a Proposta Atual da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (2009), o professor da disciplina de matemática tem 1 (uma) semana para trabalhar com os alunos o

conteúdo de unidades de medida não convencionais e 2 (duas) semanas para trabalhar sistema métrico decimal; unidades de comprimento, massa e capacidade.

As interpretações acerca do investigado na pesquisa, como já dito anteriormente, não são conclusivas. O processo de construção do conhecimento é dinâmico. Os próprios dados que obtivemos estão abertas a novos olhares ou a novas interpretações. O mesmo trabalho desenvolvido com outras turmas ou com outras abordagens podem revelar outras maneiras de o aluno construir o conhecimento de medida, pois o fenômeno é perspectival, ou seja, dá-se segundo as possibilidades de compreensão e interpretação do pesquisador a partir do foco eleito. No entanto entendemos que nossa pesquisa nos permite compreender que a produção do conhecimento pelo aluno, acerca do tema medidas, passa pela medição que o leva a compreender a ideia de grandeza e quebrar o paradigma da expressão do valor obtido. O trabalho em grupo auxiliou o diálogo e favoreceu o desenvolvimento das tarefas propostas. Embora tenha havido as dificuldades comentadas acima, consideramos que a colaboração entre os alunos e professora e pesquisadora, permitiu ações que favoreceram a compreensão dos alunos acerca do sentido do 'medir'. Os dados revelam-nos que ainda deveria ser feito um trabalho mais intenso com tais alunos para que eles relacionassem o 'medir é expressar valores' com o 'medir é comparar grandezas' que, segundo nossa compreensão, não são ações dicotômicas, mas antes complementares.

REFERÊNCIAS

- BARBOSA, J. C. What is Mathematical Modelling? In: LAMON, S. J. et al. (eds.) **Mathematical Modelling: a way of life**. Chichester: Ellis Horwood, 2003. p. 227-234.
- BELLO, A. A. **Introdução à fenomenologia**. Bauru, SP: Edusc, 2006. 108p.
- BICUDO, M. A. V. **Fenomenologia: confrontos e avanços**. São Paulo: Cortez, 2000. 168p.
- _____. Pesquisa em Educação Matemática. **Pro-Posições**. v. 4, n. 1[10], mar. 1993.
- _____. A Pesquisa Qualitativa olhada para além dos procedimentos. In:____ (Org.). **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez, 2011.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.
- CHIZZOTTI, A. A pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais: evolução e desafios. **Revista Portuguesa em educação**. Braga-Portugal, v. 16, n. 2, p 221-236, 2003.
- D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: uma proposta pedagógica para a civilização em mudança**. Palestra de encerramento do Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática, Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 1-4 de novembro de 2000. Disponível em: <http://vello.sites.uol.com.br/proposta.htm>. Acesso em 06 de dezembro de 2011.
- FINI, M. I. Sobre a Pesquisa Qualitativa em Educação, que tem a fenomenologia como suporte. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Unimep, 1994. p. 23-33.
- GODOI, A. M.S; GUIRADO, J. C. **Grandezas e medidas do cotidiano no contexto escolar**. Disponível em: www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2170-8.pdf. Acesso em 10 nov. 2011.
- MACHADO, N. J. **Medindo cumprimentos**. (Coleção Vivendo Matemática). 2 ed. São Paulo: Scipione, 2000. 16p.

MACHADO, O. V. M. Pesquisa Qualitativa: modalidade fenômeno situado. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Unimep, 1994. p. 35-46.

PIRES, C. M. C. Implementação de inovações curriculares em matemática e embates com concepções, crenças e saberes de professores: breve retrospectiva histórica de um problema a ser enfrentado. **Revista Iberoamericana de Educacion Matemática**. n. 12, [S.l.], dec. 2007, p. 5-26.

ROGERS, Calrs R. **Liberdade de aprender em nossa década**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1985.

ROZENBERG, I. M. **O sistema internacional de unidades**. 2 ed. São Paulo: Instituto Mauá de Tecnologia, 2002. 112p.

SÃO PAULO (Estado) . Instituto de Pesos e Medidas. **Conceitos Básicos sobre medição**. Disponível em: <<http://www.ipem.sp.gov.br/5mt/medir.asp?vpro=abe>>. Acesso em 10 nov. 2011

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências matemáticas: 5ª série. 2ª versão preliminar**. São Paulo: SE/CENP, 1997, 409p.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Caderno do professor: matemática, ensino fundamental – 5ª série, volume 2**. São Paulo: SE, 2009, 56p.