

UNESP  UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

WELLINGTON RABELLO DE ARAUJO

**O CASO DOS QUATRO QUATROS COMO UMA POSSIBILIDADE PEDAGÓGICA  
PARA O DESENVOLVIMENTO DE COMPETÊNCIAS E HABILIDADES  
MATEMÁTICAS**

Guaratinguetá-SP

2015

**WELLINGTON RABELLO DE ARAUJO**

O CASO DOS QUATRO QUATROS como uma possibilidade pedagógica para o desenvolvimento de competências e habilidades Matemáticas.

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Fabiane Mondini

Guaratinguetá

2015

A663c	<p>Araujo, Wellington Rabello de  O caso dos quatro quatros como uma possibilidade pedagógica para o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas / Wellington Rabello de Araujo – Guaratinguetá : [s.n], 2014.  86 f. : il.  Bibliografia: f. 75-79</p> <p>Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2014.  Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Fabiane Mondini</p> <p>1. Matemática – Estudo e ensino 2. Fenomenologia 3. Arte de contar histórias I. Título</p> <p style="text-align: right;">CDU 51: 371.3</p>
-------	--

**WELLINGTON RABELLO DE ARAUJO**

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO  
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE  
"GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE  
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA



Prof. Dr. Vivian Martins Gomes

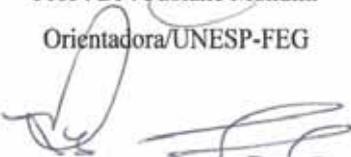
Coordenadora

**BANCA EXAMINADORA:**



Prof. Dr. Fabiane Mondini

Orientadora/UNESP-FEG



Prof. Dr. Rosa Monteiro Paulo

UNESP-FEG



Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza

UNESP-FEG

Fevereiro de 2015

Dedico este trabalho aos meus pais, todos meus familiares, amigos e professores que me ajudaram e acreditaram na realização dos meus sonhos.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por tudo, pela minha vida, família, amigos e professores. A Nossa Senhora por me guiar nos caminhos com fé e sabedoria.

Agradeço muito aos meus pais por toda a dedicação e carinho, na minha formação de caráter e índole. E a minha tia Isolete (Nica) que gentilmente cedeu sua casa, abrindo as portas para me hospedar e se preocupando comigo.

À minha orientadora Profa. Dra. Fabiane Mondini por ter dedicado seu tempo, seus conhecimentos, sua paciência e suas palavras de confiança e motivação neste trabalho.

À professora Rosária Rodrigues que permitiu a realização deste projeto, cedendo espontaneamente suas aulas e turma, além das palavras de ensinamento e comprometimento.

À minha parceira e amiga de PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência) Gisele Monteiro pelo apoio e por ter embarcado nesta aventura.

Aos alunos da 8<sup>a</sup>-9<sup>o</sup> série/ano A da Escola Estadual Profa. Clotilde Ayello Rocha, assim como a direção, coordenação e funcionários da escola.

À todos os professores que tive, em especial as professoras Áurea e Marli que se empenharam e dedicaram, realizando o real papel do ser professor. À professora Milena que de certa forma é uma das principais responsável por este trabalho. À professora Valéria que sempre acreditou em meu potencial e me encorajou. E aos Professores Doutores José Ricardo de Resende Zeni e Rosa Monteiro Paulo pela oportunidade de participar do PIBID e empenho na minha formação como professor.

Aos meus amigos do curso de licenciatura em especial, Eduardo, Dayana, Luis Henrique e Mariane. Além dos meus amigos da Escola Estadual Prof. Ernesto Quissak. E aos amigos de outras caminhadas.

“Ainda mais espantoso é aquele mundo de fantasias minuciosas  
o qual chamamos de Matemática.”

Gregory Bateson

ARAUJO, W. R. O CASO DOS QUATRO QUATROS como uma possibilidade pedagógica para o desenvolvimento de competências e habilidades Matemáticas. 2015. 84f. Trabalho de Graduação (Graduação em Licenciatura em Matemática)- Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá. Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

## RESUMO

O ensino e a aprendizagem da Matemática por meio de métodos alternativos podem tornar a Matemática mais agradável, acessível e significativa. Por meio do recurso didático contação de história o aluno torna-se o protagonista da construção de seu conhecimento. Com o uso dos livros e escritos de Malba Tahan é possível trabalhar com a Matemática, enquanto componente curricular, promovendo o desenvolvimento das competências e habilidades Matemáticas nos estudantes. Desse modo, esse trabalho tem por objetivo compreender quais competências e habilidades Matemáticas podem ser desenvolvidas com a contação de história sobre “O Caso dos Quatro Quatros na Educação Básica”. Por meio da contação dessa história, os estudantes desenvolvem as capacidades relacionadas ao bloco/eixo Números e Operações, presentes nos documentos oficiais, além de outras competências e habilidades Matemáticas.

**PALAVRAS-CHAVE:** Contação de História. Malba Tahan. Ensino e Aprendizagem Matemática. Fenomenologia.

ARAUJO, W. R. THE FOUR FOUR OF CASE as an educational opportunity for the development of skills and Mathematics skills. 2015. 84f. Work Degree (Undergraduate Degree in Mathematics) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá. Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

## ABSTRACT

The teaching and learning of mathematics through alternative methods make Mathematics more enjoyable, accessible and meaningful. Through teaching resource storytelling the student becomes the protagonist of the construction of their knowledge. With the use of books and writings of Malba Tahan is possible to work with mathematics, as a curriculum component, fostering the development of skills and Mathematics skills in students. Thus, this study aims to understand which skills and Mathematics skills can be developed with the storytelling of "The Case of the Four Fours in Basic Education". Through the telling of this story, students develop the skills related to the block / shaft Numbers and Operations, present in official documents, and other skills and mathematics skills.

**KEYWORDS:** The storytelling. MalbaTahan. Teaching and Learning Mathematics. Phenomenology.

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO .....	12
<b>CAPÍTULO 1 A CONTAÇÃO DE HISTÓRIA COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA .....</b>	<b>14</b>
1.1 JÚLIO CÉSAR DE MELLO E SOUZA .....	15
<b>1.1.1 Quem é Malba Tahan?.....</b>	<b>18</b>
1.2 MALBA TAHAN E SUAS OBRAS.....	19
<b>1.2.1 Didática de Malba Tahan .....</b>	<b>19</b>
<b>1.2.2 O Homem que Calculava: Conteúdo e Didática .....</b>	<b>20</b>
<b>CAPÍTULO 2 COMPETÊNCIAS E HABILIDADES NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA .....</b>	<b>22</b>
2.1 COMPETÊNCIAS E HABILIDADES .....	22
2.2 COMPETÊNCIAS E HABILIDADES MATEMÁTICAS PARA O ENSINO FUNDAMENTAL.....	25
<b>2.2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).....</b>	<b>25</b>
<b>2.2.2 Matrizes de Referência para o Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) .....</b>	<b>26</b>
<b>2.2.3 Matrizes Curriculares de Referência do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) .....</b>	<b>32</b>
<b>2.2.4 Currículo do Estado de São Paulo .....</b>	<b>34</b>
<b>CAPÍTULO 3 METODOLOGIA DE PESQUISA .....</b>	<b>37</b>
3.1 A AÇÃO DE PESQUISAR QUALITATIVAMENTE.....	37
3.2 PESQUISA QUALITATIVA NA ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA E SEUS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....	38
<b>CAPÍTULO 4 OS ENCONTROS .....</b>	<b>42</b>
4.1 O PRIMEIRO ENCONTRO .....	42
<b>4.1.1 Atividade 01- Apresentando Malba Tahan e o livro “O Homem que Calculava” ..</b>	<b>42</b>
<b>4.1.2 Atividade 02- Era uma Vez... da História a Matemática .....</b>	<b>42</b>
4.2 O SEGUNDO ENCONTRO .....	51
4.3 CATEGORIAS ABERTAS DO FENÔMENO INVESTIGADO .....	64
4.4 METACOMPREENSÃO DAS CATEGORIAS ABERTAS .....	69
<b>4.4.1 Saber realizar de modo significativo as operações Matemáticas usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. ....</b>	<b>69</b>
<b>4.4.2 Calcular o resultado de operações Matemáticas com números naturais .....</b>	<b>70</b>

<b>4.4.3 Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas</b> .....	70
<b>4.4.4 Desenvolver a Linguagem Matemática</b> .....	71
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	73
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS</b> .....	75
<i>ANEXO I -Plano de Ensino</i> .....	80

## INTRODUÇÃO

Este trabalho surge em dois momentos distintos em minha vida, quando aluno do Ensino Fundamental e como estudante do curso de Licenciatura em Matemática. Quando aluno do Ensino Fundamental, minha professora de Matemática propõe algumas atividades diferenciadas em suas aulas. Em uma dessas atividades, poderia utilizar somente o algarismo quatro por quatro vezes consecutivas para escrever os números de zero a cem, me lembro de ficar horas e horas tentando resolver, focado em descobrir as soluções, intrigado e espantado com o meu conhecimento em Matemática, contudo não consegui calcular todos os números.

Como bolsista PIBID-UNESP (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência) em contato com a educação básica e pública, deparo-me com as dificuldades apresentadas pelos alunos em desenvolver as competências e habilidades na disciplina de Matemática e com o desafio de propor atividades que proporcionem aos estudantes aprendizagem Matemática.

Surge a ideia de trabalhar com esses estudantes *o caso dos quatro quattros* e abordar esse tema na elaboração do trabalho de conclusão de Curso (TCC). Através de pesquisas e estudos descubro que aquela atividade apresentada pela minha professora de Ensino Fundamental, trata-se de uma história (o caso dos quatro quattros) entre muitas, encontradas no livro “O Homem que Calculava”, do escritor Malba Tahan (pseudônimo do professor Júlio César de Mello e Souza), um visionário ao trabalhar com a contação de história como recurso didático e diferenciado na aula de Matemática.

Portanto através da interrogação norteadora “quais competências e habilidades Matemáticas podem ser desenvolvidas com a contação de história sobre o caso dos quatro quattros?” desenvolvo uma atividade de contação de história com estudantes do nono ano do Ensino Fundamental. A análise dessa atividade compõe esse trabalho, constituído de quatro capítulos:

- No primeiro capítulo apresento um estudo sobre a contação de história e as contribuições do escritor Malba Tahan para o ensino de Matemática.
- No segundo capítulo realizo um estudo sobre as competências e habilidades Matemáticas do Ensino Fundamental presentes nos documentos oficiais.
- No terceiro capítulo trago a metodologia de pesquisa para a elaboração desse trabalho.

- No quarto capítulo apresento as análises dos dados da contação de história sobre o caso dos quatro quatros, desenvolvida com os estudantes do 9ºano/8ªsérie do Ensino Fundamental.

## **CAPÍTULO 1 A CONTAÇÃO DE HISTÓRIA COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA**

Desde os primórdios das sociedades e das mais remotas civilizações o emprego da contação de história é de grande valia cultural. Da antiguidade até os nossos dias, todos os povos têm usado a história como veículo de verdades eternas, como meio de conservação de suas tradições, ou da difusão de ideias novas. (TAHAN, 1966, p.24).

As histórias utilizam recursos simples e criativos. O narrador inicia a contação na qual ele consegue, de forma inesperada, que todos os ouvintes prestem atenção no que ele está lendo, os ouvintes começam a imaginar mundos, formas, figuras, personagens e suas aventuras, entre outras coisas que a imaginação pode criar ao ouvir uma história.

A criança e o adulto, o rico e o pobre, o sábio e o ignorante, todos, enfim, ouvem com prazer às histórias – uma vez que essas histórias sejam interessantes, tenham vida e possam cativar a atenção. A história narrada lida, filmada ou dramatizada, circula em todos os meridianos, vive em todos os climas, não existe povo algum que não se orgulhe de suas histórias, de suas lendas e seus contos característicos. (TAHAN, 1966, p.16).

Segundo D'Ambrosio (1985, p.15-19) a aula de Matemática é uma aula expositiva, onde o professor é quem determina e propõe o que é importante ou não para ser passado aos alunos no quadro negro, já os alunos transcrevem as informações do quadro para o caderno e iniciam atividades e exercícios de aplicação do conceito proposto pelo professor. Assim este aluno que fica em sua carteira copiando, depois inicia a realização de exercício pelo método de repetição (mecanização), sua aprendizagem parte pelo processo de transmissão de conhecimento. A didática e a metodologia tradicional, segundo a mesma autora, encontram-se desatualizadas, sendo necessário, portanto pensar em novas metodologias que possibilitem uma aprendizagem significativa respeitando as características individuais de cada um, desenvolvendo a autoconfiança e aproximando a Matemática do cotidiano em que o aluno vive, dando condições para este participar ativamente dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática e das demais disciplinas do contexto escolar, formando, desse modo, um cidadão crítico, criativo e transformador de sua realidade. (D'AMBROSIO, 1998).

Neste sentido a contação de história pode ser de grande ajuda no atual sistema escolar, pois ela tem a potencialidade para favorecer a imaginação e a criatividade dos alunos, já que utiliza recursos simples e de fácil acesso para o professor e até mesmo para os alunos.

Contudo para alguns docentes esse recurso didático, é apenas vinculado a alfabetização e não sendo utilizado em outras disciplinas escolares.

Desta forma, a contação de história pode contribuir para uma aprendizagem significativa, de caráter motivador, onde o aluno possa tornar-se protagonista do seu conhecimento, desenvolvendo competências e habilidades significativas ao raciocínio matemático (ou às tarefas investigativas exigidas pelo pensar matemático). Para Gasperi e Pacheco (2007, p.3-4) a história como forma de metodologia torna o aluno um sujeito pensante onde ele possa desenvolver seu próprio conhecimento sendo de vital importância, pois desta forma motiva o estudo e a aprendizagem Matemática com significados e qualidade.

Para Dalcin (2002, p.60) assim como Castro e Souza (2011, p.2-6) as narrativas de ficção à quais chamamos e conhecemos como histórias servem como um fio condutor e formador de estruturas cognitivas, afetivas e sociais dos alunos, pois permitem o desenvolvimento da imaginação, da criatividade e do conhecimento próprio.

Segundo D'Ambrosio (1996, p.7-17), no ensino de Matemática, a história pode despertar a curiosidades e o interesse pela Matemática, motivando dessa maneira, o estudo dessa ciência e sendo, desse modo, um recurso de grande ajuda e importância para os professores dessa área, pois o fato de contar histórias no ensino da Matemática faz com que a aprendizagem dos alunos assumam aspectos críticos e reflexivos, na medida em que a interpretação e análise pode tornar mais atrativa a disciplina, apresentando desafios e novidades em relação ao ensino e aprendizagem de Matemática.

## 1.1 JÚLIO CÉSAR DE MELLO E SOUZA

Júlio César de Mello e Souza nascido em 6 de maio de 1895, no Rio do Janeiro e falecido em 18 de junho de 1974 em Recife, devido a um ataque cardíaco.

Segundo Lacaz e Oliveira (2003, p.424-425), Júlio Mello e Souza tem origem pobre e é o quádruplo filho de nove irmãos. Seus pais João de Deus de Mello e Souza e Carolina Carlos de Mello e Souza se conhecem e se casam na pequena cidade de Queluz (Vale do Paraíba) – SP. Ambos atuam como docentes no Colégio João de Deus, sendo criado em 1882 por João de Deus de Mello e Souza e seu irmão Irineu, com a ajuda financeira de um rico fazendeiro da

região Antonio Cirino. Contudo devido à crise financeira do café (Encilhamento 1891<sup>1</sup>), o colégio é fechado e a família Mello e Souza se muda para o Rio de Janeiro. Por causa de dificuldades financeiras retornam para Queluz em 1897, agora com seis filhos dentre eles Júlio Mello e Souza. Na cidade o casal teve mais três filhos, totalizando uma família de nove filhos, mas João de Deus fica doente e sua esposa passa a manter a família.

Júlio Mello e Souza estuda em casa, com a ajuda de seu irmão mais velho João Batista de Mello e Souza, para ingressar no Colégio Militar do Rio de Janeiro. Segundo Lacaz e Oliveira (2003, p.424-426), nessas instruções João Batista Mello e Souza analisa que seu irmão é um excelente contador de histórias, mas escreve mal e não tem domínio dos conhecimentos matemáticos. Contudo em 1906, contrariando os relatos de seu irmão, ele ingressa no Colégio Militar onde permanece até 1909. Nessa mesma época transfere-se para o Colégio Pedro II, onde cursa o ensino secundário. Durante o curso vende redações para os colegas, critica a didática da época, não se destaca no estudo da Matemática, mas demonstra “seu amor pela escrita de histórias, ao fundar, durante as férias escolares, um pequeno jornal chamado ERRE, onde assina como Salomão IV. No único exemplar com contos, opiniões sobre a didática das disciplinas escolares”. (FARIA, 2004, p.30-32).

Na Escola Nacional do Rio de Janeiro Mello e Souza forma-se professor primário. Posteriormente diploma-se em Engenharia Civil pela escola Politécnica do Rio de Janeiro em 1913, sem nunca exercer a profissão.

Júlio Mello e Souza atua como professor na capital brasileira da época, atua nas seguintes instituições: no Colégio Pedro II, na Escola Nacional, no Instituto de Educação, na Universidade do Brasil e na Faculdade Nacional de Educação, onde recebe o título de Professor Emérito. No Colégio Pedro II começa a lecionar História, Geografia e Física, posteriormente Matemática. Nas demais instituições, trabalha com a disciplina de Matemática.

Já em 1918, Júlio Mello e Souza trabalha como secretário no jornal “O Imparcial” onde apresenta alguns contos ao diretor, esse com descaso, pega os contos e coloca no canto da mesa e sobre eles um pedaço de chumbo, ao ver isso Júlio Mello e Souza conclui que nada seria feito com seu trabalho, pois seus textos não são lidos e muito menos publicados, então decide pegar seus contos e trocar sua assinatura de J.C. Mello e Souza por de R. S. Slady, um norte americano, e reencaminha os textos para o jornal. No dia seguinte seus contos são

---

<sup>1</sup>Encilhamento passou a designar tanto a política econômica como a crise financeira do período de 1890 à 1891.

publicados, criando então uma mistificação literária<sup>2</sup>. Em uma entrevista dada a Neusa Fernandes do Museu da Imagem e do Som do Rio de Janeiro, em 25 de Abril de 1973, Júlio Mello e Souza relata sua reação ao ver sua obra publicada no jornal, com a assinatura de um pseudônimo: “– Que diabo! Então, quando é J.C. Mello e Souza, chumbo em cima! Quando é R. S. Slady, primeira página, duas colunas! Então Resolvi fazer uma mistificação literária”. (FARIA, 2004, p.200).

Nos sete anos seguintes Júlio Mello e Souza dedica-se a estudar a cultura Árabe, que o fascinava desde criança. Estuda profundamente seu livro favorito “As Mil e Uma Noites<sup>3</sup>”, e passa a escrever contos inspirado nesse livro.

O professor Júlio Mello e Souza constitui família após se casar com uma ex-aluna sua Nair Marques da Costa de Melo e Souza com quem tem três filhos: Rubens Sérgio, Sônia Maria e Ivan Gil.

Ganha o título de Professor Catedrático na escola Nacional de Belas Artes, Catedrático na Faculdade Nacional de Arquitetura e Catedrático no Instituto de Educação do RJ /ex-Escola Normal do RJ. (FARIA, 2004, p.218).

Júlio Mello e Souza atua também como palestrante, levando suas ideias e trabalho por diferentes regiões do Brasil. Durante sua participação num evento científico, na cidade de Recife, passa mal e falece por conta de um ataque cardíaco no dia 18 de junho de 1974.

Seu legado e suas contribuições no ensino de Matemática, faz com que no dia de seu nascimento, 6 de maio, comemore o Dia Nacional da Matemática<sup>4</sup>.

No âmbito da Educação Matemática, as ideias de Júlio Mello e Souza revolucionam e modificam a Educação, desta forma uma educação significativa, modeladora e flexível, pois para ele não é necessário que o professor complique, ou utilize numerosas e cansativas fórmulas matemáticas, mas sim que através de simples situações problemas ou pela contação de histórias ocorra investigações e manipulações das informações e dados obtidos e adquiridos. Segundo Lorenzato (2004, p.2) Júlio Mello e Souza, afirma que a Geometria de sua época é um amontoado de demonstrações e de inúteis medições, a Álgebra confundida com algebrismo e a Aritmética com imensos cálculos numéricos, não falando em ensino de

---

<sup>2</sup>Mistificação literária é quando um escritor faz uma obra e a atribui a outro escritor, vivo real ou imaginário. (OLIVEIRA, 2001, p. 161)

<sup>3</sup>É o título de uma das mais famosas obras da literatura árabe, é composta por uma coleção de contos escritos entre os séculos XIII e XVI.

<sup>4</sup>De acordo com a lei 3482/2004 aprovada pelo Congresso Nacional no ano de 2004, no intuito de divulgar a ciência como uma importante ferramenta de trabalho humano.

Matemática. Ainda conforme o autor o Professor Júlio Mello e Souza recomenda o uso dos jogos como situação de aprendizagem, o uso de paradoxos, falácias e recreações nas salas de aula, apresentação de situações problemas de caráter investigativo, motivador e interessante, a contação de histórias e a integração da língua materna com a linguagem matemática, possibilitando se não o ensino atual de Matemática, algo diferente do que no tempo do professor Júlio Mello e Souza.

### 1.1.1 Quem é Malba Tahan?

Malba Tahan é o pseudônimo do professor Júlio César de Mello e Souza, um nome criado por ele para assinar e vender seus contos e escritos, já que na época contos de brasileiros não eram bem vistos e nem publicados no Brasil. A inspiração do pseudônimo Malba Tahan vem do nome de uma ex-aluna do professor Júlio Mello e Souza, que se chama Maria Zechsuk Tahan (SCOPEL, 2010, p.22). O significado de Malba Tahan, para Faria (2004, p.34) Malba é nome de um oásis<sup>5</sup>, e Tahan significa moleiro<sup>6</sup>, aquele que prepara o trigo.

De acordo com Scopel (2010, p.22) os escritos assinados por Malba Tahan são publicados pela primeira vez em 1925, em uma série de contos chamados “Contos de Mil e Uma Noites”, no Jornal *A Noite* no Rio de Janeiro.

Malba Tahan recebe do professor Júlio Mello e Souza uma bibliografia própria:

Ali Yezid Izz-Eddin Ibn-Salin Hank Malba Tahan, famoso escritor árabe, descendente de tradicional família mulçumana, nasce em 6 de maio de 1885, na aldeia de Muzalit, nas proximidades da antiga cidade de Meca.

Seus primeiros estudos no Cairo, e, mais tarde, transporta-se para Constantinopla, onde conclui oficialmente seu curso de ciências sociais. Datam dessa época seus primeiros trabalhos literários, que são publicados, em idioma turco, em diversos jornais e revistas.

A convite de seu amigo, o Emir Abdel-Azziz bem Ibrahim, exerce Malba Tahan, durante vários anos, o cargo de queimaçã<sup>7</sup> na cidade de El-Medina, tendo desempenhado as suas funções administrativas com rara inteligência e habilidade consegue, mais de uma vez evitar graves incidentes entres peregrinos e as autoridades locais; e procura sempre dispensar valiosa e desinteressada proteção aos estrangeiros ilustres que visitam os lugares sagrados do Islã.

---

<sup>5</sup>Nos desertos, pequena região em que a presença da água permite a cultura e onde as caravanas descansam e se orientam. Todo recanto que oferece calma, repouso.

<sup>6</sup>Dono de moinho. Aquele que trabalha em moinho.

<sup>7</sup>Prefeito

Pela morte de seu pai, em 1912, recebe Malba Tahan valiosa herança; abandona, então, o cargo que exerce em El-Medina e inicia uma longa viagem através de várias partes do mundo. Atravessa a China, visita o Japão, percorre a Rússia e grande parte da Índia, observando os costumes e estudando as tradições dos diferentes povos. Entre as suas obras mais notáveis, citam-se as seguintes: Roba-el-Khali, Al-Samir, Sama Ullah, Maktub, Lendas do Deserto, Mártires da Armênia e muitas outras. (TAHAN, 1963, p.5-6).

O aventureiro e estudioso Malba Tahan morre ao lutar pela libertação de uma tribo na Arábia Central no ano de 1921. (VILLAMEA, 1995, p.9).

O sucesso dos contos é tanto que após Júlio Mello e Souza se apresentar como Malba Tahan, o Presidente da República da época, Getúlio Vargas<sup>8</sup>, autoriza que na cédula de identidade do professor Júlio César de Mello e Souza esteja também o nome Malba Tahan.

## 1.2 MALBA TAHAN E SUAS OBRAS

Malba Tahan publica mais de 120 livros, dentre os quais se destacam os livros de caráter Matemático como, Geometria, Geometria Analítica, Trigonometria Hiperbólica. Livros para formação e capacitação de professores e ingressantes a Docência e Magistérios como Didática da Matemática, A Arte de Ser Um Perfeito Mau Professor, Livros e escritos didáticos Matemáticos: Matemática Divertida e Curiosa, O Homem Que Sabia Contar. E por término livros de contos e histórias sobre os árabes: O livro de Aladim, Novas Lendas Orientais, Mil Histórias sem Fim, além do seu livro mais famoso: O Homem que Calculava. (LACAZ e OLIVEIRA, 2003, p.425).

### 1.2.1 Didática de Malba Tahan

De acordo com Lorenzato (2004, p.1-3) e Valente (2005, p.174-178) a Matemática ensinada nas escolas, na época de Malba Tahan no Brasil, não conseguia despertar a atenção e o interesse dos alunos, por usar excessivamente definições e fórmulas, se pautar em exercícios rigorosos e de proporções imensas, caracterizando-se pela memorização e mecanização do

---

<sup>8</sup>Presidente da República Federativa do Brasil de 1930 a 1945 e de 1951 a 1954.

processo do ensino e da aprendizagem. Além disso, segundo os mesmos autores, também se caracteriza por ser a disciplina que mais reprova os estudantes e por esse motivo, é temida pelos jovens. Não há livros, artigos e conteúdos didáticos para o ensino.

**Malba Tahan** é um crítico severo da didática usual de Matemática da primeira metade do século XX (contam-se episódios de violentas discussões que trava em congressos e conferências). “O professor de Matemática em geral é um sádico”, acusa, “Ele tem o prazer de complicar tudo”. É um pioneiro no uso didático da História da Matemática, na defesa de um ensino baseado na resolução de problemas não mecânicos, na exploração didática das atividades recreativas e no uso de material concreto no ensino da Matemática. (LACAZ e OLIVEIRA, 2003, p.426).

As ideias de Malba Tahan sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática são mais avançadas do que sua época, pois para os professores o ensino é através da memorização e a aprendizagem pelas práticas repetitivas. Já para Malba Tahan, o objetivo do ensino de Matemática é,

desenvolver o conhecimento e compreensão de certas definições e relações da Matemática;  
Fazer com que os alunos saibam aplicar os conhecimentos obtidos através do estudo da Matemática, nos trabalhos de oficina e nos conhecimentos correntes da vida em geral;  
Desenvolver a habilidade de calcular, generalizar, analisar, induzir, deduzir, sistematizar gráficos, usar a linguagem algébrica e familiarizar-se com a mensuração;  
Desenvolver a habilidade de empregar o pensamento lógico e a visão de conjunto;  
Despertar o interesse pela resolução de problemas, leitura de revistas e livros de Matemática, formarem coleções, etc. (TAHAN, 1961, p. 154).

Segundo Oliveira (2007, p.18) na didática de MalbaTahan, a formação do professor de Matemática deve seguir os métodos de ensino da História da Matemática e da Resolução de Problemas, desenvolver a capacidade de refletir, criticar e modificar o ensino, se necessário, além de ser capaz de revisar programas e currículos, trabalhar de maneira interdisciplinar promovendo ambientes de aprendizagem significativos para os estudantes.

### **1.2.2 O Homem que Calculava: Conteúdo e Didática**

O livro de maior sucesso do escritor Malba Tahan, é *O Homem que Calculava*. Com sua primeira edição em 1932, pela editora Record no Rio de Janeiro. Com esse livro Malba Tahan recebe inúmeras premiações, como da Academia Nacional de Letras e de Academias

Estaduais de Letras e de Universidades. Além disso, o livro também é traduzido para mais de 20 línguas e conta com cerca de 40 edições.

A história encontrada no livro trata das aventuras e proezas Matemáticas do calculista persa Beremiz Samir narradas por Hank-Tade-Maiá, que fica fascinado com a facilidade e esperteza de seu amigo ao realizar os cálculos e resolver problemas considerados impossíveis.

O livro tem como característica uma abordagem Matemática menos formal (não algébrica) e significativa, ou seja, ele é capaz de despertar e provocar nos leitores sua imaginação e criatividade, já que se trata de uma história em que relata a importância e a presença da Matemática no cotidiano dos personagens árabes.

O objetivo do livro não é a formalização dos modelos matemáticos que resolvam cada uma das inusitadas situações com que se deparam seus divertidos personagens, embora o autor teça, no final, alguns comentários acerca dos problemas. (LACAZ e OLIVEIRA, 2003, p.428).

O *Homem que Calculava* pode ser utilizado no ensino e na aprendizagem Matemática, pois o conteúdo nele apresentado pode ser transformado em um material didático e pedagógico para os professores. O livro apresenta problemas matemáticos mesclados com a cultura e os escritos árabes por meio de histórias que ocorrem na Arábia. Um exemplo é o tema deste trabalho *o caso dos quatro quatros*, que acontece em um mercado de Bagdá, e possibilita o estudo da regra ou convenção para a resolução de expressões Aritméticas, das operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação, divisão e radiciação), além do estudo do Fatorial, Terminal, Logaritmo.

Em relação aos alunos pode se destacar algumas vantagens na utilização do livro, como por exemplo, o desenvolvimento de competências e habilidades, a imaginação e a criatividade, conhecimento matemático (as operações, situações, problemas existentes, o uso da lógica, da linguagem materna e da matemática).

Desta forma opto por trabalhar com o caso dos quatro quatros<sup>9</sup> com o objetivo de desenvolver um ambiente de aprendizagem que promova a discussão da linguagem matemática com os estudantes, que, segundo a professora da turma, apresentam dificuldades na escrita e na leitura em Matemática.

---

<sup>9</sup>Ver em Anexo I- Plano de Ensino

## CAPÍTULO 2 COMPETÊNCIAS E HABILIDADES NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Este capítulo tem por objetivo apresentar uma síntese sobre o que são competências e habilidades no Ensino de Matemática. Para tanto, apresento um estudo sobre o significado das palavras competência e habilidade no léxico, nos documentos oficiais, mais especificamente, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e no Currículo do Estado de São Paulo e, também, em pesquisas que tratam do assunto.

Por último, específico as competências e habilidades presentes nos documentos oficiais, que em minha compreensão dizem respeito ao trabalho com Números e Operações Matemáticas no Ensino Fundamental.

### 2.1 COMPETÊNCIAS E HABILIDADES

Ao estudar esse assunto no cenário da pesquisa em educação encontro divergências entre os autores sobre o que são competências e habilidades e que para alguns autores existe uma ligação ou semelhança entre esses temas enquanto para outros não.

Segundo Valente (2011, p.2) a noção de competência, inicia-se com o movimento Escola Nova<sup>10</sup>, se fortalece na década de 70 com o ensino tecnicista e, atualmente, está presente nos discursos sociais e científicos contemporâneos que tematizam a Educação.

As competências são citadas nos documentos oficiais, nas ações governamentais voltadas para a Educação, nas discussões e formações pedagógicas e no ambiente escolar como um todo. Desse modo, a escola teria como papel formar pessoas competentes.

Pessoas competentes são aquelas capazes de resolver situações problema de maneira satisfatória, que sabem como agir perante o inesperado, que são capazes de sentir-se bem consigo mesmas e de integrar-se nos diferentes sistemas sociais: família, trabalho, comunidade. São pessoas que procuram melhorar o ambiente em que

---

<sup>10</sup>Escola Nova ou Renovada ocorre por volta do fim do século XIX, caracteriza-se por práticas educacionais, fundamentadas em Dewey. Seu propósito era inverter a ação pedagógica tradicional, enfatizando mais a ação do que a teoria (VALENTE, 2011, p. 2).

vivem, lutando para transformá-lo. (BRASLAVSKY, 1999, apud VALENTE<sup>11</sup>, 2011, p.3).

De acordo com os dicionários Michaelis (2009) e Houaiss (2012) da Língua Portuguesa, a palavra competência diz

1) da capacidade legal, de um funcionário ou um tribunal, de apreciar ou julgar um pleito ou questão. 2) da faculdade para apreciar e resolver qualquer assunto. 3) da aptidão, idoneidade. 4) da presunção de igualdade [...]. (MICHAELIS, 2009).

1) da atribuição, jurídica ou consuetudinária<sup>12</sup>, de desempenhar certos encargos ou de apreciar ou julgar determinados assuntos: competência de um tribunal. 2) Capacidade decorrente de profundo conhecimento que alguém tem sobre um assunto: recorrer à competência de um especialista. 3) Conhecimento. (HOUAISS, 2012).

Desse modo, uma competência dá ao sujeito a capacidade de desenvolver habilidades. Habilidade é

1) Para a teoria gerativa, capacidade que tem o falante nativo de uma língua para entender e produzir um número infinito de orações. 2) Qualidade de hábil. 3) Capacidade, inteligência. 4) Aptidão, engenho, destreza, astúcia, manha. (MICHAELIS, 2009).

1) Característica ou particularidade daquele que é hábil; capacidade, destreza, agilidade aptidão, capacidade, inclinação, jeito, orientação, predisposição, propensão, qualidade, tendência e vocação. (HOUAISS, 2012).

Ainda, de acordo com Valente (2011, p. 5), que estuda o significado e a relação das palavras competência e habilidade em textos que abordam esse tema, não há um consenso entre os autores sobre o que é competência, como nos exemplos a seguir:

Uma capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiada em conhecimentos, mas sem limitar-se a eles. (PERRENOUD<sup>13</sup> apud VALENTE, 2011, p.5).

---

<sup>11</sup>BRASLAVSKY, C. **Re-haciendo escuelas:** hacia un nuevo paradigma em la educación latino americana. Buenos Aires: Santillna, 1999 apud VALENTE, S. M. P. **Ensino e Avaliação em uma proposta para a formação de competências.** São Paulo, 2011, 18.p.

<sup>12</sup>Sistema normativo que se fundamenta no costume e cujas disposições vão conformando, de acordo com a prática constante do comportamento e condutas de um grupo social determinado, no pleito normativo. (HOUAISS, 2012).

<sup>13</sup>PERRENOUD, P. **Construir as competências desde a escola.** Porto Alegre: Ates Médicas Sul, 1999 apud VALENTE, S. M. P. **Ensino e Avaliação em uma proposta para a formação de competências.** São Paulo, 2011, 18 p.

Competências são conhecimentos, habilidades, atitudes e apreciações, exigidos para o desempenho bem sucedido de uma tarefa num determinado nível de proficiência. (RAMOS<sup>14</sup> apud VALENTE, 2011, p.5).

Competências são habilidades que podem ser desenvolvidas, não necessariamente, inatas, e que se manifestam no desempenho. (RAMOS<sup>15</sup> apud VALENTE, 2011, p.5).

Para Perrenoud (1999) competência é uma capacidade. Já para Ramos (1980) competência é um conhecimento, uma habilidade ou uma atitude. Ainda para Ramos (1980), competência são habilidades a serem desenvolvidas.

Nos documentos oficiais que tratam da avaliação em larga escala, como por exemplo: o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) competências e habilidades são diferenciadas.

“As Diretrizes de ensino fazem menção às competências básicas, como competências e habilidades relacionadas às áreas de conhecimento sem, contudo, conceituá-las. [...]” (VALENTE, 2011, p.6).

As Matrizes Curriculares de Referência do SAEB, segundo Pestana (1999) referem-se às competências cognitivas, que são as modalidades estruturais da inteligência, ações e operações que o sujeito utiliza para estabelecer relações com e entre os objetos, situações, fenômenos e pessoas que deseja conhecer. Já as habilidades instrumentais referem-se, especificamente, ao plano do “saber fazer” e decorrem, diretamente, do nível estrutural das competências adquiridas e que se transformam em habilidades. (VALENTE, 2011, p.10).

Já a Matriz de Referência do SARESP, que também fala em competências cognitivas, diz que essas

são modalidades estruturais da inteligência. Modalidades, pois expressam o que é necessário para compreender ou resolver um problema. Ou seja, valem por aquilo que integram, articulam ou configuram como resposta a uma pergunta. Ao mesmo tempo, são modalidades porque representam diferentes formas ou caminhos de se conhecer. Um mesmo problema pode ser resolvido de diversos modos. (SÃO PAULO, 2009, p.14).

---

<sup>14</sup>RAMOS, C. L. C. **Supervisor educacional de recursos humanos: competências básicas para sua formação e desempenho**, 1980. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1980 apud VALENTE, S. M. P. **Ensino e Avaliação em uma proposta para a formação de competências**. São Paulo, 2011, 18 p.

<sup>15</sup>RAMOS, C. L. C. **Supervisor educacional de recursos humanos: competências básicas para sua formação e desempenho**, 1980. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1980 apud VALENTE, S. M. P. **Ensino e Avaliação em uma proposta para a formação de competências**. São Paulo, 2011, 18 p.

Por essa razão, as habilidades devem ser caracterizadas de modo objetivo, mensurável e observável. Elas possibilitam saber o que é necessário que o aluno faça para dar conta e bem do que foi solicitado em cada questão ou tarefa. (SÃO PAULO, 2009, p.13).

De acordo com o documento base do ENEM,

competências são as modalidades estruturais da inteligência, ou melhor, ações e operações que utilizamos para estabelecer relações com e entre objetos, situações, fenômenos e pessoas que desejamos conhecer. As habilidades decorrem das competências adquiridas e referem-se ao plano imediato do “saber fazer”. Através das ações e operações, as habilidades aperfeiçoam-se e articulam se, possibilitando nova reorganização das competências. (BRASIL, 1999, p.99).

Desse modo, com a clareza de que não há uma única definição de competência e de habilidade no contexto educacional e de que ao desenvolver uma competência trabalha-se com várias habilidades e que habilidade é a competência de “fazer o que deve ser feito, sem se quer pensar porque já o fez”. (PERRENOUD<sup>16</sup> apud VALENTE, 2011, p.5), concordo com esse autor, que afirma que há um paradoxo, envolvendo competências e habilidades, pois a “competência aparentemente desaparece no momento exato em que alcança sua máxima eficácia”. (PERRENOUD<sup>17</sup> apud VALENTE, 2011, p.5).

## 2.2 COMPETÊNCIAS E HABILIDADES MATEMÁTICAS PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

### 2.2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

Ao estudar os PCN concluo que eles não descrevem as competências e habilidades que devem ser desenvolvidas especificamente para a disciplina de Matemática. Eles listam objetivos gerais para o Ensino Fundamental ou capacidades que o estudante deve possuir ao término desse ciclo. Tais capacidades são apresentadas no quadro I<sup>18</sup>.

---

<sup>16</sup>PERRENOUD, P. **Construir as competências desde a escola**. Porto Alegre: Ates Médicas Sul, 1999 apud VALENTE, S. M. P. **Ensino e Avaliação em uma proposta para a formação de competências**. São Paulo, 2011, 18 p.

<sup>17</sup>PERRENOUD, P. **Construir as competências desde a escola**. Porto Alegre: Ates Médicas Sul, 1999 apud VALENTE, S. M. P. **Ensino e Avaliação em uma proposta para a formação de competências**. São Paulo, 2011, 18 p.

<sup>18</sup>(BRASIL, 1997, p.7-8)

QUADRO I - OBJETIVOS GERAIS SEGUNDO PCN

<b>OBJETIVOS</b>
<p>Compreender a cidadania como participação social e política, assim como exercício de direitos e deveres políticos, civis e sociais, adotando, no dia-a-dia, atitudes de solidariedade, cooperação e repúdio às injustiças, respeitando o outro e exigindo para si o mesmo respeito;</p>
<p>Posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas;</p>
<p>Conhecer características fundamentais do Brasil nas dimensões sociais, materiais e culturais como meio para construir progressivamente a noção de identidade nacional e pessoal e o sentimento de pertinência ao país;</p>
<p>Conhecer e valorizar a pluralidade do patrimônio sociocultural brasileiro, bem como aspectos socioculturais de outros povos e nações, posicionando-se contra qualquer discriminação baseada em diferenças culturais, de classe social, de crenças, de sexo, de etnia ou outras características individuais e sociais;</p>
<p>Perceber-se integrante, dependente e agente transformador do ambiente, identificando seus elementos e as interações entre eles, contribuindo ativamente para a melhoria do meio ambiente;</p>
<p>Desenvolver o conhecimento ajustado de si mesmo e o sentimento de confiança em suas capacidades afetiva, física, cognitiva, ética, estética, de inter-relação pessoal e de inserção social, para agir com perseverança na busca de conhecimento e no exercício da cidadania;</p>
<p>Conhecer o próprio corpo e dele cuidar, valorizando e adotando hábitos saudáveis como um dos aspectos básicos da qualidade de vida e agindo com responsabilidade em relação à sua saúde e à saúde coletiva;</p>
<p>Utilizar as diferentes linguagens verbal, musical, matemática, gráfica, plástica e corporal como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação;</p>
<p>Saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos;</p>
<p>Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação.</p>

**2.2.2 Matrizes de Referência para o Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP)**

O SARESP, diferentemente dos PCN, expõe as competências, habilidades e conteúdos que devem ser desenvolvidas na disciplina de Matemática ao longo do Ensino Fundamental.

O SARESP divide as competências em três grupos, Grupo I, Grupo II e Grupo III para todas as disciplinas que a avaliação engloba.

O Grupo I é nomeado como Competências para Observar - segundo características de Jean Piaget, no que diz respeito aos “presentativos ou representativos”, ou seja, o aluno pode ao ler a avaliação, registrar as informações e decidir a resposta mais coerente. (SÃO PAULO, 2009, p.16).

As habilidades associadas ao Grupo I são

identificar, reconhecer, indicar, apontar semelhanças e diferenças, definir posições ou relações entre as coisas, envolvê-las entre si, isto é, definir suas diversas possibilidades de relação, fazer constatações, enfim, estabelecer correspondências entre aquilo que está escrito ou proposto como problema no objeto (questões da prova) e aquilo que o aluno que vai decidir por uma resposta pôde assimilar (isto é, ler, interpretar). (SÃO PAULO, 2009, p.16).

O Grupo II contempla as Competências para Realizar - o estudante é capaz de realizar procedimentos em suas decisões. “Os procedimentos são modos de estabelecer relações que transformam os conteúdos relacionados, dando a eles uma configuração diferente de acordo com essas relações”. (SÃO PAULO, 2009, p.18).

As habilidades são

saber observar, identificar, diferenciar e, portanto, considerar todas as habilidades relativas às competências para representar que, na prática, implicam traduzir estas ações em procedimentos relativos ao conteúdo e ao contexto de cada questão em sua singularidade. (SÃO PAULO, 2009, p.18).

O Grupo III - Competências para Compreender - são esquematizações para resolução de uma situação problema, através das “competências cognitivas ou nas operações mentais”. (SÃO PAULO, 2009, p.18).

Já as habilidades presentes neste grupo são

analisar fatos, acontecimentos ou possibilidades na perspectiva de seus princípios, padrões e valores; aplicar relações conhecidas em situações novas, que requerem tomadas de decisão, prognósticos ou antecipações hipotéticas; formular julgamentos de valor sobre proposições; criticar, analisar e julgar em situações relativas a temas não redutíveis à experiência estrito senso; formular ou compreender explicações causais que envolvem relações e situações complexas; apresentar conclusões, fazer proposições ou compartilhar projetos em grande escala ou domínio abrangente; argumentar ou fazer suposições que envolvem grande número de relações ou perspectivas; fazer prognósticos que implicam interpretações não redutíveis a casos conhecidos; fazer generalizações ou deduções que implicam bom domínio da lógica;

apresentar justificativas ou explicações sobre acontecimentos, experiências ou proposições. (SÃO PAULO, 2009, p.19).

Apresento as competências e habilidades da disciplina Matemática nos quadros II<sup>19</sup>, III<sup>20</sup> e IV<sup>21</sup>.

---

<sup>19</sup> (SÃO PAULO, 2009, p.66)

<sup>20</sup> (SÃO PAULO, 2009, p.76)

<sup>21</sup> (SÃO PAULO, 2009, p.78)

QUADRO II - COMPETÊNCIAS DO SUJEITO NO 5º ANO/4ª SÉRIE

<b>COMPETÊNCIAS DO SUJEITO NO 5º ANO/4ª SÉRIE</b>			
<b>Objetos do conhecimento (conteúdos)</b>	<b>GRUPO I Competências para observar</b>	<b>GRUPO II Competências para realizar</b>	<b>GRUPO III Competências para compreender</b>
Tema 1 – Números, Operações, Funções.	Identificar a localização de números naturais na reta numérica.	Relacionar a escrita numérica às regras do sistema posicional de numeração.	Resolver problemas que envolvam a adição ou a subtração, em situações relacionadas aos seus diversos significados.
	Escrever um número natural pela sua decomposição em forma polinomial.	Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.	Resolver problemas que envolvam a multiplicação e a divisão, especialmente em situações relacionadas à comparação entre razões e à configuração retangular.
	Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.	Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.	Resolver problemas que utilizam a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.
	Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.		Resolver problemas com números racionais expressos na forma decimal que envolvam diferentes significados da adição ou subtração.
	Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados (parte/todo, quociente, razão).		Resolver problema que envolvam noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).
	Identificar a fração decimal correspondente a um número decimal dado e vice-versa.		
	Identificar sequências numéricas.		
	Identificar e localizar na reta números naturais escritos com 3 e 4 dígitos.		

QUADRO III - COMPETÊNCIAS DO SUJEITO NO 7º ANO/6ª SÉRIE

<b>COMPETÊNCIAS DO SUJEITO NO 7º ANO/6ª SÉRIE</b>			
<b>Objetos do conhecimento (conteúdos)</b>	<b>GRUPO I Competências para observar</b>	<b>GRUPO II Competências para realizar</b>	<b>GRUPO III Competências para compreender</b>
Tema 1 – Números, Operações, Funções, Iniciação à Álgebra.	Reconhecer as principais características do sistema decimal: contagem, base, valor posicional.	Fazer cálculos que envolvam adições e subtrações de frações.	Estabelecer relações entre números naturais tais como “ser múltiplo de”, “ser divisor de” e reconhecer números primos e números compostos.
	Representar medidas não inteiras utilizando frações.	Fazer cálculos que envolvam adições e subtrações de números decimais.	Resolver problemas que envolvam as quatro operações básicas entre números inteiros (adição, subtração, multiplicação e divisão).
	Representar quantidades não inteiras utilizando notação decimal.	Efetuar cálculos com potências.	Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, multiplicação, divisão, adição e subtração).
	Compreender a relação entre as representações fracionária e decimal de um número.	Efetuar cálculos com multiplicação e divisão de números decimais.	Expressar e resolver problemas por meio de equações.
		Efetuar cálculos com adição, subtração, multiplicação e divisão com negativos.	
		Ler e escrever expressões algébricas correspondentes a textos matemáticos escritos em linguagem corrente e, vice-versa.	
		Resolver equações do 1º grau.	

QUADRO IV - COMPETÊNCIAS DO SUJEITO NO 9º ANO/8ª SÉRIE

<b>COMPETÊNCIAS DO SUJEITO NO 9º ANO/8ª SÉRIE</b>			
<b>Objetos do conhecimento (conteúdos)</b>	<b>GRUPO I Competências para observar</b>	<b>GRUPO II Competências para realizar</b>	<b>GRUPO III Competências para compreender</b>
Tema 1 – Números, Operações, Funções, (Racionais potenciação, Números reais, Expressões algébricas, Equações, Gráficos cartesianos, Equações do 2º grau, funções).	Reconhecer as diferentes representações de um número racional.	Utilizar a notação científica como forma de representação adequada para números muito grandes ou muitos pequenos.	Resolver problemas com números racionais que envolvam as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação).
	Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.	Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação – expoentes inteiros e radiciação).	Resolver problemas que envolvam porcentagem.
	Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal identificando a existência de “ordens” como décimos centésimos e milésimos.	Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.	Resolver problemas que envolvam equações com coeficientes racionais.
	Representar os números reais geometricamente na reta numerada.	Realizar operações simples com polinômios.	Resolver sistemas lineares (métodos da adição e da substituição).
	Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões).	Simplificar expressões algébricas que envolvam produtos notáveis e fatoração.	Resolver problemas que envolvam equações do 2º grau.
	Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.	Expressar as relações de proporcionalidade	Resolver problemas envolvendo relações de proporcionalidade direta

		direta entre uma grandeza e o quadrado de outra por meio de uma função do 2º grau.	entre duas grandezas por meio de funções do 1º grau.
	Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.		
	Reconhecer a representação geométrica dos produtos notáveis.		

### 2.2.3 Matrizes Curriculares de Referência do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB)

Cada matriz de referência apresenta tópicos ou temas com descritores que indicam as habilidades em Matemática a serem avaliadas.

O Descritor é uma associação entre conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelo, que traduzem certas competências e habilidades, desde modo eles: 1) Indicam habilidades gerais que se esperam dos alunos; 2) Constituem a referência para seleção dos itens que devem compor uma prova de avaliação. (BRASIL, 2009, p.18).

O quadro V<sup>22</sup> apresenta os descritores para cada ano do Ensino Fundamental.

#### QUADRO V - NÚMEROS E OPERAÇÕES/ÁLGEBRA E FUNÇÕES E SEUS DESCRITORES.

ANO/SÉRIE	DESCRITORES
5º/4ª	Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.
5º/4ª	Identificar a localização de números naturais na reta numérica.
5º/4ª	Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens.
5º/4ª	Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial.
5º/4ª	Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.
5º/4ª	Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.
5º/4ª	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da

<sup>22</sup>(BRASIL, 2009, p. 108 e153)

	adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).
5º/4ª	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.
5º/4ª	Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.
5º/4ª	Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.
5º/4ª	Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro.
5º/4ª	Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.
5º/4ª	Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal, envolvendo diferentes significados de adição ou subtração.
5º/4ª	Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).
9º/8ª	Identificar a localização de números inteiros na reta numérica.
9º/8ª	Identificar a localização de números racionais na reta numérica.
9º/8ª	Efetuar cálculos com números inteiros, envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
9º/8ª	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
9º/8ª	Resolver problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
9º/8ª	Reconhecer as diferentes representações de um número racional.
9º/8ª	Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.
9º/8ª	Identificar frações equivalentes.
9º/8ª	Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de “ordens” como décimos, centésimos e milésimos.
9º/8ª	Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
9º/8ª	Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
9º/8ª	Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.
9º/8ª	Resolver problema que envolva porcentagem.
9º/8ª	Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
9º/8ª	Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.
9º/8ª	Resolver problema que envolva equação do 2º grau.
9º/8ª	Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em seqüências de números ou figuras (padrões).
9º/8ª	Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema.
9º/8ª	Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.
9º/8ª	Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.

## 2.2.4 Currículo do Estado de São Paulo

O Currículo do Estado de São Paulo não apresenta as competências específicas da Matemática para o Ensino Fundamental. Esse documento traz como competência geral o desenvolvimento da linguagem (escrita e leitura).

Nos quadros VI<sup>23</sup>, VII<sup>24</sup>, VIII<sup>25</sup> e IX<sup>26</sup>, apresento as habilidades específicas para cada ano.

QUADRO VI - CONTEÚDOS E HABILIDADES NO 6º ANO/5ª SÉRIE.

<b>6º ANO/5ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL</b>	
<b>Conteúdos</b>	<b>Habilidades</b>
Números naturais: Múltiplos e divisores, Números primos, Operações básicas (+, -, ., ÷), Introdução as potências. Frações: Representação, Comparação e ordenação, Operações.	Compreender as principais características do sistema decimal: significado da base e do valor posicional.  Conhecer as características e propriedades dos números naturais: significado dos números primos, de múltiplos e de divisores.  Saber realizar operações com números naturais de modo significativo (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).  Compreender o significado das frações na representação de medidas não inteiras e da equivalência de frações.  Saber realizar as operações de adição e subtração de frações de modo significativo.

<sup>23</sup> (SÃO PAULO, 2010, p.57)

<sup>24</sup> (SÃO PAULO, 2010, p.59)

<sup>25</sup> (SÃO PAULO, 2010, p.61)

<sup>26</sup> (SÃO PAULO, 2010, p.63)

QUADRO VII - CONTEÚDOS E HABILIDADES NO 7º ANO/6ª SÉRIE.

<b>7º ANO/6ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL</b>	
<b>Conteúdos</b>	<b>Habilidades</b>
<p>Sistemas de numeração:</p> <p>Sistemas de numeração na Antiguidade,</p> <p>O sistema posicional decimal.</p> <p>Números negativos:</p> <p>Representação,</p> <p>Operações,</p> <p>Números racionais:</p> <p>Representação fracionária e decimal,</p> <p>Operações com decimais e frações (complementos).</p>	<p>Compreender o funcionamento de sistemas decimais e não decimais de numeração e realizar cálculos simples com potências.</p> <p>Compreender a relação entre uma fração e a representação decimal de um número, sabendo realizar de modo significativo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com decimais.</p> <p>Saber realizar operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações, compreendendo o significado das operações realizadas.</p> <p>Compreender o significado dos números negativos em situações concretas, bem como das operações com negativos.</p> <p>Saber realizar de modo significativo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números negativos.</p>

QUADRO VIII - CONTEÚDOS E HABILIDADES NO 8º ANO/7ª SÉRIE.

<b>8º ANO/7ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL</b>	
<b>Conteúdos</b>	<b>Habilidades</b>
<p>Números racionais:</p> <p>Transformação de decimais finitos em fração,</p> <p>Dízimas periódicas e fração geratriz.</p> <p>Potenciação:</p> <p>Propriedades para expoentes inteiros,</p> <p>Problemas de contagem.</p>	<p>Compreender a ideia de número racional em sua relação com as frações e as razões.</p> <p>Conhecer as condições que fazem com que uma razão entre inteiros possa se expressar por meio de dízimas periódicas; saber calcular a geratriz de uma dízima.</p> <p>Compreender a utilidade do uso da linguagem das potências para representar números muito grandes e muito pequenos.</p> <p>Conhecer as propriedades das potências e saber realizar de modo significativo as operações com potências (expoentes inteiros).</p>

QUADRO IX - CONTEÚDOS E HABILIDADES NO 9º ANO/8ª SÉRIE.

9º ANO/8ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL	
Conteúdos	Habilidades
Números reais:  Conjuntos numéricos,  Números irracionais,  Potenciação e radiciação em R,  Notação científica.	Compreender a necessidade das sucessivas ampliações dos conjuntos numéricos, culminando com os números irracionais.  Saber representar os números reais na reta numerada.  Incorporar a ideia básica de que os números irracionais somente podem ser utilizados em contextos práticos por meio de suas aproximações racionais, sabendo calcular a aproximação racional de um número irracional.  Saber realizar de modo significativo as operações de radiciação e de potenciação com números reais.  Compreender o significado e saber utilizar a notação científica na representação de números muito grandes ou muitos pequenos.

Portanto não existe um consenso sobre a definição e a relação entre competências e habilidades seja na literatura ou nos documentos oficiais. Para esta pesquisa assumo que competência é uma capacidade, ou seja, é um conjunto de determinadas habilidades.

## CAPÍTULO 3 METODOLOGIA DE PESQUISA

Nesse capítulo, tenho por objetivo apresentar minha compreensão sobre a modalidade de pesquisa escolhida para o desenvolvimento desse trabalho, bem como, os procedimentos executados no desenrolar da pesquisa. Segundo Bicudo (1993, p.18) “pesquisar é buscar as compreensões e interpretações significativas de uma determinada interrogação criada”.

Nessa pesquisa busco pela resposta à seguinte interrogação: “quais competências e habilidades Matemáticas podem ser desenvolvidas com a contação de história sobre o caso dos quatro quattros?” Trata-se de uma pesquisa de cunho qualitativo, desenvolvida em uma abordagem fenomenológica.

A opção pela pesquisa qualitativa da- se, pois entende- se que ela é

um modo de proceder que permite colocar em relevo o sujeito do processo, não olhado de modo isolado, mas contextualizado social e culturalmente; mais do que isso e principalmente, de trabalhar concebendo-o como já sendo sempre junto ao mundo e, portanto, aos outros e aos respectivos utensílios dispostos na circunvizinhança existencial, constituindo-se, ao outro e ao mundo em sua historicidade. (BICUDO, 2012, p.17).

### 3.1 A AÇÃO DE PESQUISAR QUALITATIVAMENTE

A ação de pesquisar qualitativamente pode ser desenvolvida com duas posturas diferentes: aquele que assume o par objeto/observado e a que assume o par fenômeno/percebido. A primeira indica uma relação separatista entre o objeto (observado) e o sujeito (observador), ou seja, a qualidade está presente ao objeto. Deste modo, parte-se do pressuposto que essa qualidade é passível de observação. Desse modo, nesse tipo de pesquisa criam-se categorizações pela qualidade e pela observação. Assim pesquisas dessa modalidade estão fortemente presentes nas ciências humanas, pautadas nas concepções positivistas, onde há uma relação de separação entre sujeito e objeto. (BICUDO, 2011, p.18-19).

Já as pesquisas qualitativas pautadas na concepção de fenômeno/percebido buscam pela qualidade percebida, assumindo que algo é percebido pelo sujeito. Neste caso não ocorre a separação entre o percebido e a percepção. “O percebido se torna organizado e expressado em linguagem, essa linguagem pode ser escrita, falada, artística, etc. A partir do ponto em que o expressado é comunicado, o percebido já não é mais do sujeito, tornando-se apresentado em

forma de dados à comunidade, que solicita procedimentos de análise e interpretação”. (BICUDO, 2011, p.19).

### 3.2 PESQUISA QUALITATIVA NA ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA E SEUS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A palavra Fenomenologia é composta pelos termos fenômeno e logos. “*Fenômeno* está associado ao que se mostra na intuição ou percepção e *logos* é o que reúne, através das articulações conscientes e organizadas sendo geradas ou criadas pela linguagem.” (BICUDO, 2011, p.29).

Desenvolver uma pesquisa que assuma a concepção fenomenológica de realidade e conhecimento é

efetuar o movimento de trabalhar com sentidos e significados que não se dão em si, mas que vão se constituindo e se mostrando em diferentes modos, de acordo com a perspectiva do olhar na temporalidade histórica de suas durações e respectivas expressões mediadas pela linguagem e por ela transportada. (BICUDO, 2011, p.41).

Desenvolver uma pesquisa na abordagem fenomenológica é

perseguir uma interrogação em diferentes perspectivas, de maneira que a ela podemos voltar uma vez e outra ainda e mais outra[...]. A interrogação se comporta como se fosse um pano de fundo onde as perguntas do pesquisador encontram seu solo, fazendo sentido. (BICUDO, 2011, p.22-23).

Nesse sentido, a Pesquisa Fenomenológica é sempre iniciada por uma interrogação. (FINI, 1994, p.23-33), que em nosso caso é “quais competências e habilidades Matemáticas podem ser desenvolvidas com a contação de história sobre o caso dos quatro quatos?”.

Afirmo que o movimento dessa pesquisa teve início em minha vivência como bolsita do PIBID<sup>27</sup>. Enquanto bolsita desse programa tenho a obrigação de elaborar atividades para desenvolver, junto a Escola Estadual Profa. Clotilde Ayello Rocha (escola parceira do PIBID-Unesp/ Guaratinguetá). Ao ingressar na escola parceira e conversar com a professora de

---

<sup>27</sup> PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID/UNESP – Guaratinguetá, 2014), coordenado pela Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo.

Matemática<sup>28</sup>, relata que os alunos possuem dificuldades em ler e escrever matematicamente e que poderia como, aluno do PIBID, elaborar atividades para auxiliar os estudantes com a linguagem matemática.

Nesse momento, retomo um antigo trabalho de uma disciplina do curso de graduação sobre o caso dos quatro quattros, um conto do livro Malba Tahan (2008) e elaboro um plano de ensino (Anexo I), com o objetivo de “promover um ambiente de ensino e aprendizagem Matemática para uma turma da 8ª Série/9º Ano do Ensino Fundamental por meio do estudo do o caso dos quatro quattros”.

Com o plano de ensino elaborado, início a execução do mesmo junto a turma de 9º ano A, conforme sugestão da professora de Matemática da escola. As aulas são regidas pela profa. Rosária Rodrigues e pelos professores Wellington Rabello e Gisele Monteiro (bolsistas PIBID). Ao término da execução do plano de ensino os alunos fazem também uma avaliação das atividades envolvendo o caso dos quatro quattros. Para a análise de dados considero duas aulas, das quatro presentes no plano de ensino (Anexo I): a primeira e a segunda aula, onde os estudantes discutem a construção dos números de 0 a 30 por meio de operações matemáticas com os quatro quattros. As aulas são filmadas<sup>29</sup> e a análise das mesmas constituem os sentidos e significados expostos nesse trabalho, ou seja, os dados da pesquisa.

Esses dados são analisados segundo os procedimentos da pesquisa fenomenológica: primeiro a ideográfica e, posteriormente, a nomotética. Na análise ideográfica o pesquisador busca no discurso e expressões dos sujeitos, individualmente, o que é significativo para sua pesquisa, depois analisa e interpreta o percebido. A finalidade dessa etapa da análise é "produzir a inteligibilidade do fenômeno através do desocultamento das ideias". (MACHADO, 1994, p.40).

Já a análise nomotética indica o movimento de passagem do nível individual para o geral, ou seja, mostra as convergências e as categorias do fenômeno estudado. (MACHADO, 1994, p.42).

No início da análise, o primeiro passo dado é assistir novamente aos vídeos das aulas orientados pela interrogação norteadora desse trabalho. Esse momento é importante para o pesquisador, pois permite a familiarização com os dados.

---

<sup>28</sup>Profa. Rosária Rodrigues supervisora do PIBID na escola parceira e profa. de Matemática na mesma.

<sup>29</sup>Filmar uma aula é um recurso que viabiliza a captação das vivências, da fala e das expressões do sujeito durante a atividade, ou seja, “nos dá o registro, embora não pleno, do acontecido na aula”. (PAULO, 2001, p.62)

Após a familiaridade com os dados, destaco dos vídeos as *cenias significativas*, que são trechos que relatam os atos do sujeito, que permitem ao pesquisador compreender, o significado do todo ou, segundo Paulo (2001, p.65-68), são pequenos fragmentos das atividades/aulas ou recortes no discurso do sujeito

não para resumir os dados, recortá-los ou selecionar partes deles, mas para captar o todo das significações atribuídas pelos sujeitos, [...] suas falas, seus gestos, suas atitudes, enfim, sua vivência em sala de aula, que eles procuram expressar com grande diversidade e que não limitam a frases ou palavras. (PAULO, 2001, p.68-69).

Com as *cenias significativas* prontas continuo com a análise dos dados por meio da contextualização da *cena*, ou seja, os comentários do pesquisador sobre a sua percepção no momento em que a *cena* acontece. Tais comentários ajudam o leitor a entender o movimento de análise.

Dando continuidade a análise, elaboro as unidades significativas, que representam as interpretações e são os pontos de partida das análises. (BICUDO, 2011, p.50).

unidades significativas são entendidas como constituintes e não como elementos, o que quer dizer que têm significado em relação ao todo analisado. [...] “O significado do todo de cada depoimento (fala do sujeito) se revela nas unidades significativas e estas, por sua vez, só têm significado em relação ao sentido do todo”. (FINI, 1994, p.51-60).

Por fim interpreto novamente as unidades significativas perguntando o que elas dizem, mediante a interrogação norteadora desse trabalho, ou seja, quais competências e habilidades Matemáticas estão presentes em cada unidade significativa. Com esse movimento de análise elaboro as ideias nucleares ou os núcleos de significações. Conforme Detoni e Paulo (2001)

ao compormos os dados de pesquisa em *cenias*, tomando-as como *núcleos de significações*, visamos abarcar um momento da atividade que se constitui como um *tudo significativo* cujo núcleo nem sempre tem a nitidez de uma expressão oral ou de uma gestualidade simbólica. (DETONI e PAULO, 2011, p.112).

Assim, ideias nucleares ou núcleos de significações são as ações e fatos realizados pelos sujeitos da pesquisa para a compreensão do todo. O pesquisador qualitativo-fenomenólogo retoma as experiências vividas com o sujeito, onde esse movimento realiza uma síntese de identificação. As interpretações do pesquisador implicam para a compreensão do todo, ou seja, quando o pesquisador busca compreender e interpretar os dados ele utiliza os *núcleos de significado*. (DETONI e PAULO, 2011, p. 101-102).

*O núcleo de significação* estava sendo revelado no movimento da *compreensão* do pesquisador, do seu dispor-se para a sua pesquisa, projetar-se para as possibilidades que nela se abriram, olhando-a no contexto de onde seus dados emergiram, isentando-se de explicações, teorias ou crenças sobre aquilo que desejávamos investigar. (PAULO, 2001, p. 68).

Por meio da análise das ideias nucleares, elaboro as categorias abertas ou grandes zonas de generalidades do fenômeno investigado.

As categorias abertas são as compreensões, interpretações e articulações do pesquisador por meio dos dados obtidos pelo fenômeno da pesquisa. Deste modo o pesquisador retorna a sua interrogação norteadora, agora sendo capaz de desenvolver uma análise mais crítica. Bicudo (2011).

Em um trabalho de reflexão, efetuando uma metacompreensão de toda a trajetória e do que foi se clareando para o pesquisador em termos de interrogado, olhado nas preocupações da região de inquérito em que a pesquisa se insere, intencionamos transcender as convergências maiores – também denominadas por nós de categorias abertas, grandes convergências, estruturantes do fenômeno investigado. (BICUDO, 2011, p.66).

Para expor o movimento de análise elaboro os quadros X, XI e XII. Os quadros X e XI trazem as cenas significativas dos encontros realizados com os estudantes na primeira coluna, os comentários no contexto da sala de aula na segunda coluna, as unidades de significativas na terceira coluna e as ideias nucleares na quarta coluna. O quadro XII expõe as ideias nucleares na primeira coluna e as categorias abertas nas demais colunas. Tal movimento de análise é exposto no próximo capítulo desse trabalho.

## **CAPÍTULO 4 OS ENCONTROS**

Neste capítulo apresento as atividades desenvolvidas nos dois encontros com os alunos, bem como, a interpretação e a análise das mesmas (quadros X e XI) que resultam na elaboração das ideias nucleares a respeito de quais competências e habilidades Matemáticas podem ser desenvolvidas em uma contação de história sobre O Caso dos Quatro Quatros. Na continuidade da análise, apresento o movimento de elaboração das categorias abertas do fenômeno estudado (Quadro XII) e a metacompreensão dessas categorias.

### **4.1 O PRIMEIRO ENCONTRO**

#### **4.1.1 Atividade 01- Apresentando Malba Tahan e o livro “O Homem que Calculava”**

Após uma fala inicial do professor sobre os objetivos da aula, os alunos presentes neste primeiro encontro, mencionam que gostam de histórias, mas que nunca ouviram histórias envolvendo Matemática.

Ao iniciar a aula, o professor Wellington apresenta Malba Tahan para a turma. Revela que seu verdadeiro nome é Júlio César de Mello e Souza, e explicita os motivos do uso do nome fictício para publicar seus escritos no Brasil. Comenta também que no dia 6 de maio se comemora o Dia Nacional da Matemática no Brasil, em homenagem ao professor Júlio Mello e Souza, que nasceu nesse dia, em 1895 na cidade do Rio de Janeiro. Posteriormente os alunos conhecem a obra mais famosa do autor, “O Homem que Calculava”, que contém a história que será contada para a turma no decorrer das próximas aulas.

#### **4.1.2 Atividade 02- Era uma Vez... da História a Matemática**

Com o início da contação da história sobre o caso dos quatro quatros (Anexo I) algumas dúvidas surgem, tais como, o uso exclusivo e único do algarismo 4, quatro vezes com

qualquer operação matemática conhecida pelos alunos para representar os valores de zero à dez.

As aulas são ministradas através do auxílio tecnológico do projetor e do PowerPoint de maneira que ao ler a história pausadamente e detalhadamente os alunos possam imaginar os acontecimentos presente nela. Os números zero e um são apresentados pelo professor Wellington para exemplificar a atividade proposta. Na continuidade da história, os estudantes escrevem os demais números (2-10) por meio de operações matemáticas envolvendo quatro quatros. Após a escrita de cada número, apresento o trecho da história referente a aquele número, para que solução escrita pelo autor seja conhecida dos estudantes.

Na execução dessa tarefa, os grupos se destacam, pois eles discutiam as soluções entre si e com os professores, questionam, argumentam, investigam as possibilidades e as soluções.

A seguir, no quadro X, apresento cenas significativas do primeiro encontro com os alunos, de acordo com a questão norteadora desse trabalho, a saber, “quais competências e habilidades Matemáticas podem ser desenvolvidas com a contação de história sobre o caso dos quatro quatros?”

Quadro X: O caso dos quatro quatros e os números de 1 a 10

	<b>Cenas significativas</b>	<b>Comentários no Contexto da sala de aula</b>	<b>Unidades de Significativas</b>	<b>Habilidades</b>
0	O professor Wellington inicia atividade e apresenta o zero por meio de operações envolvendo quatro quatros: $0 = 44 - 44$ .	O professor inicia a atividade representando o zero por meio de operações com quatro quatros. $0 = 44 - 44$ .	O professor apresenta a expressão para calcular o número zero. $0 = 44 - 44$ .	(I.1) Saber realizar a operação de subtração, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p.135). (I.2) Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais. (BRASIL, 2009, p.108). (I.3) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (subtração). (SÃO PAULO, 2009, p.72). (I.4) Desenvolver a Linguagem Matemática.
1	Ao continuar a história o professor Wellington apresenta o número um: $1 = \frac{44}{44}$ .	A fração apresentada é uma possibilidade de escrever o número um por meio de operações matemáticas envolvendo os quatro quatros.	O professor representa o número um através de uma fração que utiliza os quatro quatros. $1 = \frac{44}{44}$ .	(I.5) Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados. (BRASIL, 2009, p.153). (I.6) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (divisão). (SÃO PAULO, 2009, p.72). (I.7) Desenvolver a Linguagem Matemática.

2	<p>O Aluno A encontra o número dois por meio das seguintes operações Matemáticas:</p> $2 = \frac{4}{4} + \frac{4}{4}$ <p>Ao expor seu raciocínio o Aluno A diz: “ao dividir quatro por quatro e somar o resultado da divisão de quatro por quatro, o valor encontrado é dois”.</p>	<p>O aluno usa uma soma de frações, ou seja, ele soma os numeradores (quatro mais quatro) obtendo a fração oito quartos e ao dividir oito por quatro temos um número inteiro igual a dois.</p>	<p>Para obter o número dois o aluno utiliza a ideia de frações, no qual ele usa a soma de frações com denominadores iguais.</p> $2 = \frac{4}{4} + \frac{4}{4}$ <p>Quando o aluno comenta seu raciocínio, ele afirma que divide quatro por quatro tendo o quociente igual a um e depois soma a esse quociente o resultado da divisão de quatro por quatro, que também resulta em um, ao somar e esses quocientes encontra o número dois</p> $2 = 4 \div 4 + 4 \div 4.$	<p>(I.8) Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados. (BRASIL, 2009, p.153).</p> <p>(I.9) Saber realizar operações de adição de frações, compreendendo o significado das operações realizadas. (SÃO PAULO, 2010, p.59).</p> <p>(I.10) Calcular o resultado de uma divisão e adição de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p.135).</p> <p>(I.11) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (divisão). (SÃO PAULO, 2009, p.72).</p> <p>(I.12) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>
3	<p>A aluna M escreve a seguinte expressão para representar o número <math>3 = (4 + 4 + 4) \div 4</math>.</p> <p>Ao expor o que pensou, a aluna faz a seguinte afirmação: “que ao somar quatro mais quatro mais quatro e dividir por quatro</p>	<p>A aluna inicia com a soma de três quattros, ou seja, quatro mais quatro mais quatro e divide por quatro tendo o valor de três.</p>	<p>Na expressão numérica que aluna encontra, ela utiliza o recurso dos parênteses, para destacar que primeiramente realiza a soma dos números quattros para em seguida a esse valor dividir por quatro.</p> $3 = (4 + 4 + 4) \div 4.$	<p>(I.13) Calcular o resultado de uma divisão e adição, de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos.</p>

	<p><i>resulta em três”.</i></p>		<p>A aluna escreve a expressão matemática de maneira correta, o que mostra sua compreensão da regra/convenção de primeiro resolver operações de natureza multiplicativas (multiplicação e divisão) para em seguida as de natureza aditiva (adição e subtração), de dentro para fora, ou seja, eliminando primeiros os parênteses, depois os colchetes e por fim as chaves.</p>	<p>(BRASIL, 2009, p.135). (I.14) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, adição e divisão). (SÃO PAULO, 2009, p.72). (I.15) Saber realizar operações de adição e divisão, compreendendo o significado das operações realizadas. (SÃO PAULO, 2010, p.59). (I.16) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>
4	<p>O aluno D, para obter o número 4, escrito por quatro quatros apresenta a seguinte expressão: <math>4 \times 4 - 4 + 4</math>.</p> <p><i>“Quatro menos quatro resulta em zero e que ao multiplicar por quatro continua sendo zero logo ao somar quatro com zero temos o quatro”.</i></p>	<p>Para encontrar o número 4 o aluno D procede da seguinte maneira: primeiro faz <math>4 - 4 = 0</math>, posteriormente faz <math>0 \times 4 = 0</math> e para finalizar, soma <math>0 + 4</math> e encontra o número 4 por meio de operações matemática com quatro quatros.</p> <p>O estudante apresenta o raciocínio correto para encontrar o número quatro por meio de operações com quatro quatros, porém não apresenta a escrita do que fez de maneira formal, ou seja, <math>[4 \times (4 - 4)] + 4</math>.</p>	<p>O estudante representa o número quatro com uma expressão numérica onde ele não utiliza a escrita formal da matemática, ou seja, não segue o rigor matemático, pois ele não realiza as operações de multiplicação para depois as de natureza aditiva, <math>4 \times 4 - 4 + 4</math>.</p> <p>Contudo ao comentar sua atividade ele descreve de maneira certa como calcular o número quatro, o que resulta na seguinte expressão, <math>4 = [4 \times (4 - 4)] + 4</math>.</p> <p>O estudante apresenta o raciocínio correto para encontrar o número quatro, porém tem dificuldade com a escrita da expressão.</p>	<p>(I.17) Calcular o resultado de uma multiplicação, adição e subtração, de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p.135). (I.18) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (divisão). (SÃO PAULO, 2009, p.72). (I.19) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>

5	<p>O aluno N determina a seguinte expressão <math>5=(4 \times 4 + 4) \div (4)</math>.</p> <p>O Aluno realiza uma modificação na expressão que calcula o número três, deste modo ele obtém: “<i>que ao em vez de somar quatro, multiplicar quatro por quatro e depois somar com quatro a este resultado dividir por quatro</i>”.</p>	<p>O aluno realiza a multiplicação de quatro por quatro posteriormente soma quatro eliminando assim os parênteses e obtendo o resultado vinte, e por fim, divide vinte por quatro resultando em cinco.</p>	<p>O aluno encontra o número cinco através de uma modificação da expressão do número três, <math>3 = (4 + 4 + 4) \div 4</math>, ou seja, o aluno atentou-se em substituir uma operação, neste caso ao em vez de somar ele multiplica. <math>5 = (4 \times 4 + 4) \div (4)</math>.</p> <p>Sua expressão utiliza os parênteses e a regra/convenção corretamente, o que implica na resolução da multiplicação em seguida a adição eliminando os parênteses e por fim a divisão.</p>	<p>(I.20) Calcular o resultado de uma multiplicação, divisão, adição, de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p.135).</p> <p>(I.21) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, multiplicação, divisão e adição). (SÃO PAULO, 2009, p.72).</p> <p>(I.22) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>
6	<p>A aluna L apresenta uma expressão que resulta em seis, <math>(4 - 4 + 4 + \sqrt{4})</math>.</p> <p>A aluna expressa seu raciocínio da seguinte maneira: “<i>Utilizando uma expressão numérica para obter o número seis, somar quatro menos quatro mais quatro mais a raiz quadrada de quatro</i>”.</p>	<p>A aluna usa raiz quadrada com as operações de natureza aditiva (adição e subtração) para calcular o número seis.</p> <p>A diferença de quatro com quatro é nula (zero), assim ao somar quatro com a raiz quadrada de quatro, temos seis.</p>	<p>Pela primeira vez um estudante apresenta a operação de radiciação que neste caso pede-se para calcular a raiz quadrada de quatro, apresentam conhecimento sobre a radiciação.</p> <p>A aluna também utiliza parênteses com as operações de natureza aditiva (adição e subtração) de maneira correta. <math>6 = (4 - 4 + 4 + \sqrt{4})</math>.</p>	<p>(I.23) Saber realizar as operações com números naturais de modo significativo (radiciação, adição e subtração). (SÃO PAULO, 2010, p. 57).</p> <p>(I.24) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, radiciação, adição e subtração). (SÃO PAULO, 2009, p.72).</p> <p>(I.25) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>
7	<p>O aluno L representa o número</p>	<p>Os alunos somam quatro mais</p>	<p>Dois alunos em locais distintos da</p>	<p>(I.26) Calcular o resultado</p>

	<p>sete: <math>4 + 4 - 4 \div 4</math>.</p> <p>O aluno D representa o número sete: <math>4 + 4 - 4 \div 4</math>.</p> <p>Os alunos apresentam a mesma expressão para o número sete: “<i>ao somar quatro com quatro resulta em oito menos o quatro dividido por quatro que dá um, oito menos um é igual a sete</i>”.</p>	<p>quatro, resultando em oito e em seguida encontram o quociente da divisão de quatro por quatro. Por último retiram o número um de oito tendo o número sete.</p>	<p>sala de aula representam o número sete com a mesma expressão numérica, onde eles não necessitam do uso de parênteses, <math>7 = 4 + 4 - 4 \div 4</math>.</p> <p>Ao relatar a expressão do número sete, ele não utiliza a convenção.</p>	<p>de uma divisão, adição e subtração, de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos (BRASIL, 2009, p.135).</p> <p>(I.27) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (divisão, adição e subtração). (SÃO PAULO, 2009, p.72).</p> <p>(I.28) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>
8	<p>A aluna L encontra uma expressão numérica que utiliza os quatro quatros para calcular o número oito: <math>4 \times 4 - 4 - 4</math>.</p> <p>A aluna relata a sua expressão: “<i>quatro vezes quatro que dá dezesseis, menos quatro resultando em doze menos quatro dando em oito</i>”.</p>	<p>Em sua linha de raciocínio a aluna utiliza a multiplicação de dois fatores idênticos (quatro vezes quatro), a esse produto ela subtrai quatro, deste resultado novamente ela subtrai quatro obtendo o número oito.</p>	<p>A aluna utiliza de maneira correta a regra/convenção, pois inicia com a operação de multiplicação e segue com a subtração.</p> <p><math>8 = 4 \times 4 - 4 - 4</math>.</p> <p>Ao expor oralmente sua expressão fica bem claro que ela conhece a regra/convenção, já que ela inicia com as operações de natureza multiplicativa (divisão e multiplicação) para depois as de natureza aditiva (adição e subtração).</p>	<p>(I.29) Calcular o resultado de uma multiplicação e subtração, de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p. 135).</p> <p>(I.30) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (multiplicação, e subtração). (SÃO PAULO, 2009, p.72).</p> <p>(I.31) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>
9	<p>O aluno B encontra uma expressão para o número <math>9 = 4 \div 4 + 4 + 4</math>.</p>	<p>O estudante determina uma expressão numérica que representa o número nove: o quociente da</p>	<p>O aluno não utiliza os parênteses na expressão, ele escreve de maneira rigorosa em relação à</p>	<p>(I.32) Calcular o resultado de uma divisão e adição de números inteiros, usando</p>

	<p>O aluno descreve a seguinte expressão: “<i>quatro dividido por quatro, resulta em um, somando 4, dá cinco com mais quatro temos nove</i>”.</p>	<p>divisão de quatro por quatro resulta em um, logo ao somar quatro mais quatro ao quociente, ou seja, <math>4 + 4 + 1</math> obtemos o número nove.</p>	<p>regra/convenção, pois inicia com a operação de divisão, depois com a adição para calcular o número nove.</p> <p>Desta forma ele mostra ter um conhecimento da regra, porque até mesmo em seu relato ele começa pela operação de divisão para a adição, <math>9 = 4 \div 4 + 4 + 4</math>. Esta expressão é semelhante à calculada para o número sete, onde a diferença é que possui uma subtração ao em vez de uma soma:</p> $7 = 4 + 4 - 4 \div 4.$ $9 = 4 \div 4 + 4 + 4.$	<p>estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos (BRASIL 2009, p.135).</p> <p>(I.33) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (divisão e adição). (SÃO PAULO, 2009, p.72).</p> <p>(I.34) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>
10	<p>Para representar o número dez, possui dois modelos diferentes.</p> <p>A aluna L utiliza a seguinte expressão: <math>4 + \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{4}</math>.</p> <p>Para representar o número dez, a aluna usa somente a operação de adição e radiciação: “<i>quatro mais raiz de quatro mais raiz de quatro mais raiz de quatro tendo dez</i>”.</p> <p>O aluno C determina outra expressão cujo resultado vale dez: <math>4 + 4 + 4 - \sqrt{4}</math>.</p> <p>Já o aluno apresenta com o uso das operações de adição, subtração e a raiz quadrada, como</p>	<p>Os alunos encontram duas maneiras diferentes de representar o número dez por meio de operações matemáticas envolvendo os quatro quattros.</p> <p>A aluna calcula a soma do número quatro com a raiz quadrada de quatro, obtendo seis. Somando a esse número novamente a raiz quadrada de quatro e encontra-se o número oito e, por último, adiciona novamente a raiz quadrada de quatro, totalizando dez.</p> <p>Outro aluno soma quatro mais quatro mais quatro, obtendo doze, posteriormente, subtrai de doze a raiz quadrada de quatro encontrando o número dez.</p>	<p>Ao calcular uma expressão matemática para o número dez, os alunos apresentam duas soluções, neste momento eles observam que há mais de uma solução para cada número, ou seja, do zero a dez existem outras expressões matemáticas que satisfazem os valores.</p> <p>Na primeira expressão apresentada pela aluna encontra-se o uso das operações de adição e radiciação, <math>10 = 4 + \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{4}</math>.</p> <p>Ao comentar a expressão, a aluna mostra ter conhecimento da regra/convenção.</p> <p>Já a expressão apresentada pelo aluno utiliza as operações de</p>	<p>(I.35) Saber realizar as operações com números naturais de modo significativo (radiciação, adição e subtração). (SÃO PAULO, 2010, p. 57).</p> <p>(I.36) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (radiciação, adição e subtração). (SÃO PAULO, 2009, p.72)</p> <p>(I.37) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>

	expressado por ele: “ <i>quatro mais quatro mais quatro e menos a raiz quadrada de quatro têm-se dez</i> ”.		adição, subtração e radiciação, onde são somados três vezes o número quatro e subtraído a raiz quadrada do número quatro, $10 = 4 + 4 + 4 - \sqrt{4}$ . Também em seu comentário mostra possuir conhecimento da regra/convenção. Como a atividade exige que os alunos utilizem apenas o algarismo quatro por quatro vezes, eles optam pelas operações de natureza aditiva (adição e subtração), como podem ser exemplificadas nas expressões para determinar o número dez.	
Final da aula	Os alunos inicialmente acham que não é possível representar os números de zero a cem utilizando apenas o algarismo quatro por quatro vezes com as operações Matemáticas. O interesse, motivação torna-se maior com o início da contação da história.	Os alunos se surpreendem com a possibilidade de representar os números de zero a cem por meio de operações com os quatro quattros.	Os alunos se surpreendem com a possibilidade de representar os números de zero a cem por meio de operações com os quatro quattros.	

## 4.2 O SEGUNDO ENCONTRO

Neste encontro, uma leitura rápida da história do caso dos quatro quatros, para que os alunos lembrem-se da situação problema da aula anterior, ou seja, escrever qualquer número do zero ao cem utilizando somente o algarismo quatro por quatro vezes com qualquer operação matemática.

Para retomar a atividade da aula anterior o professor Wellington escreve os números de onze a quatorze, com a ajuda dos estudantes, conforme apresentado no quadro XI, que apresenta as cenas significativas do segundo encontro. Na sequência do quadro, estão expostas as cenas significativas referentes a escrita dos números de 15 a 30, conforme elaborado pelos alunos, de acordo com a interrogação norteadora desse trabalho: “quais competências e habilidades Matemáticas podem ser desenvolvidas com a contação de história sobre o caso dos quatro quatros?”

Quadro XI: O caso dos quatro quattros e os números de 11 ao 30.

	Cenas significativas	Comentários no Contexto da sala de aula	Unidades de Significativa	Habilidades
11	Para retomar a atividade da aula anterior o professor Wellington escreve o número 11 com, $[(44 \div \sqrt{4}) \div (\sqrt{4})]$ .	O número 11 é escrito como a divisão de 44 por raiz quadrada de 4. O quociente obtido é dividido novamente pela raiz quadrada de 4 e, dessa maneira, encontramos o 11 por meio de operações matemáticas envolvendo quatro quattros.	O professor apresenta a expressão para calcular o número onze utilizando os parênteses e colchetes para determinar qual operação iniciar, $11 = [(44 \div \sqrt{4}) \div (\sqrt{4})]$ .	(II.1) Saber realizar as operações com números naturais de modo significativo (radiciação e divisão). (SÃO PAULO, 2010, p. 57). (II.2) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (colchetes, parênteses, radiciação e divisão). (SÃO PAULO, 2009, p.72). (II.3) Desenvolver a Linguagem Matemática.
12	A maioria dos alunos encontra o número 12 por meio da expressão $4 + 4 + \sqrt{4} + \sqrt{4}$ . Os estudantes explicitam que encontram o número 12 realizando as seguintes operações: “ <i>quatro mais quatro mais raiz quadrada de quatro mais raiz quadrada de quatro</i> ”. Os alunos relatam que os números pares são mais fáceis de serem calculados.	Os alunos encontram o número 12 com facilidade, pois ele já está calculado. Deste modo ao somar quatro mais quatro, resulta em oito e a este somar mais a raiz quadrada de quatro mais a raiz quadrada de quadro, dando doze. Os alunos comentam que os números pares são mais fáceis de serem calculados, pois o número 4 é um número par.	Os alunos utilizam as operações de adição e radiciação para obterem o número doze, $12 = 4 + 4 + \sqrt{4} + \sqrt{4}$ . Em seus comentários sobre a expressão, os alunos utilizam corretamente a matemática formal. Como o caso dos quatro quattros obrigatoriamente só permite o uso do algarismo 4 (número par) por quatro vezes implicando que os números pares sejam mais fáceis de serem descobertos.	(II.4) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (divisão, adição e radiciação). (SÃO PAULO, 2009, p.72). (II.5) Compreender o significado de expressões envolvendo números naturais por meio de números pares ( $2n$ ) e ( $2n + 1$ ) para os números ímpares. (SÃO PAULO, 2010, p.61). (II.6) Desenvolver a Linguagem Matemática.
13	O aluno D resolve aplicando a seguinte forma: $44 \div 4 + \sqrt{4}$ .	O aluno usa seu raciocínio para calcular o número treze. Ele utiliza o número quarenta e quatro	O estudante D representa o número treze, por meio das operações de divisão, adição e	(II.7) Calcular o resultado de uma divisão, adição e radiciação, de números naturais, usando

	<p>O aluno descreve sua expressão: <i>“ao dividir quarenta e quatro por quatro, o quociente é onze e somando com a raiz quadrada de quatro, chegamos à resposta”</i>.</p>	<p>dividido por quatro obtendo assim o número 12, depois soma a esse valor a raiz quadrada de quatro, encontrando o número treze.</p>	<p>radiciação, onde ele inicia com a divisão de quarenta e quatro por quatro, o quociente obtido (onze) é somado com a raiz quadrada de quatro, resultando em treze, o aluno utiliza corretamente a regra/convenção, <math>13 = 44 \div 4 + \sqrt{4}</math>. Em seu relato o aluno descreve de maneira formal a expressão matemática.</p>	<p>estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p. 135). (II.8) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (divisão, adição e radiciação). (SÃO PAULO, 2009, p.72). (II.9) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>
14	<p>O aluno D encontra o 14: <math>4 + \sqrt{4} + 4 + 4</math>. Com as seguintes operações <i>“quatro mais quatro mais raiz quadrada de quatro mais quatro”</i>.</p>	<p>Neste número o aluno realiza uma modificação na expressão do número doze, onde ele faz quatro mais raiz quadrada de quatro mais quatro e mais quatro obtendo o número quatorze.</p>	<p>O aluno D encontra o número quatorze, usando as operações de adição e radiciação, <math>14 = 4 + \sqrt{4} + 4 + 4</math>. O aluno inicia com a soma de todos os termos extraindo a raiz quadrada onde necessário de forma coerente.</p>	<p>(II.10) Calcular o resultado de uma adição e radiciação, de números naturais, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p. 135). (II.11) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (adição e radiciação). (SÃO PAULO, 2009, p.72). (II.12) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>
15	<p>O aluno R apresenta a seguinte expressão para calcular o quinze: <math>4 \times 4 - 4 \div 4</math>. Ao calcular o número quinze seu relato é que <i>“multiplica quatro por quatro e subtrai o quociente da divisão de 4</i></p>	<p>O estudante R apresenta uma expressão numérica para calcular o número quinze, assim ele calcula a multiplicação de quatro por quatro, obtendo o produto igual a dezesseis em contra partida ele calcula o quociente da divisão de quatro por quatro,</p>	<p>Para representar o número quinze o aluno R usa as operações de multiplicação, divisão e subtração, respeitando a regra/convenção, onde o aluno multiplica os dois primeiros termos e subtrai pelos dois últimos termos que são divididos,</p>	<p>(II.13) Calcular o resultado de uma multiplicação, divisão, adição e subtração números naturais, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p. 135).</p>

	<p><i>por 4</i>”.</p> <p>O aluno D calcula do seguinte modo: <math>44 \div 4 + 4</math>.</p> <p>Para o aluno basta “<i>dividir quarenta e quatro por quatro e ao resultado, que é onze somar quatro</i>”.</p>	<p>resultando em um. Portanto dezesseis menos um resulta em quinze.</p> <p>O aluno D calcula o número quinze dividindo 44 por 4, obtendo como quociente 11 e depois soma quatro a esse resultado</p>	<p><math>15 = 4 \times 4 - 4 \div 4</math>.</p> <p>Já o aluno D utiliza as operações de divisão e adição onde ele também respeita a regra/convenção, dividindo e somando.</p> <p><math>15 = 44 \div 4 + 4</math>.</p>	<p>(II.14) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (multiplicação, divisão, adição e subtração). (SÃO PAULO, 2009, p.72).</p> <p>(II.15) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>
16	<p>O aluno R calcula o número dezesseis: <math>4 \times 4 - (4 - 4)</math>.</p> <p>O aluno utiliza as operações de multiplicação e divisão, assim expressadas:</p> <p><i>“Quatro vezes quatro com a subtração de quatro por quatro (que é igual a zero), temos o dezesseis”</i>.</p> <p>Demais alunos utilizam a mesma expressão, mas sem os parênteses e sem aplicar a propriedade distributiva para o sinal de menos: <math>4 \times 4 + 4 - 4</math>.</p> <p>Já os outros alunos apenas calculam a “<i>multiplicação de quatro com quatro e depois somam quatro e tiram outros quatro</i>”.</p>	<p>O aluno R usa uma expressão matemática com rigor na escrita onde ele utiliza os parênteses para determinar o dezesseis, já que ao tirar quatro de quatro temos zero, e o produto de quatro por quatro é igual a dezesseis.</p> <p>Os demais estudantes utilizam a mesma expressão numérica, mas sem o uso dos parênteses para anular quatro menos quatro. O que resulta em 16, contudo sem o rigor matemático apresentado pelo aluno R ao descrever sua expressão.</p>	<p>Ao representar o número dezesseis, o estudante apresenta as operações de multiplicação e subtração, com o auxílio de parênteses: <math>16 = 4 \times 4 - (4 - 4)</math>.</p> <p>Os outros alunos utilizam a mesma expressão, mas sem o auxílio dos parênteses, <math>16 = 4 \times 4 + 4 - 4</math>.</p> <p>Ao analisar ambas as expressões numéricas, pode se notar que a primeira expressão apresentada é mais formal, ou seja, segue um rigor matemático, onde mostra que o aluno conhece a regra/convenção.</p>	<p>(II.16) Calcular o resultado de uma multiplicação e subtração números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p. 135).</p> <p>(II.17) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, multiplicação e subtração). (SÃO PAULO, 2009, p.72).</p> <p>(II.18) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>
17	<p>O aluno R representa o dezesseis: <math>4 \times 4 + 4 \div 4</math>.</p> <p>Depois de o aluno ter calculado o número quinze, ele afirma: “<i>basta mudar o</i></p>	<p>Após a observação da expressão que resulta no número quinze o aluno realiza a mesma expressão alterando o sinal de menos para mais, pois ele percebe que para encontrar o número dezesseis era</p>	<p>O estudante mostra que está atento na atividade, pois a expressão por ele apresentado é a mesma do número quinze, <math>15 = 4 \times 4 - 4 \div 4</math>, com uma diferença pois no lugar de subtrair</p>	<p>(II.19) Calcular o resultado de uma multiplicação, divisão e adição, de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão</p>

	<i>sinal de menos para mais, deste modo passar a ser – o produto de quatro por quatro somando a divisão de quatro por quatro”.</i>	preciso apenas modificar a expressão do quinze. Deste modo o aluno encontra o número dezesete, $4 \times 4 + 4 \div 4$ .	ele soma. $17 = 4 \times 4 + 4 \div 4$ . O aluno usa as operações de multiplicação, divisão e adição.	dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p. 135). (II.20) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (multiplicação, divisão e adição). (SÃO PAULO, 2009, p.72). (II.21) Desenvolver a Linguagem Matemática.
18	Todos os alunos utilizam a mesma expressão para o número dezoito: $4 \times 4 + 4 - \sqrt{4}$ . “A multiplicação de quatro com quatro mais quatro menos a raiz quadrada de quatro”.	Todos os alunos utilizam a mesma expressão matemática para calcular o dezoito, ou seja, quatro vezes quatro resultando em dezesseis mais quatro, temos vinte menos a raiz quadrada de quatro. Portanto o resultado é dezoito.	Todos os estudantes apresentam a mesma expressão numérica com as operações de multiplicação, adição, subtração e radiciação usando a regra/convenção matemática. $18 = 4 \times 4 + 4 - \sqrt{4}$ .	(II.22) Calcular o resultado de uma multiplicação, subtração e adição, de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos.(BRASIL, 2009, p. 135). (II.23) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (multiplicação, subtração e adição). (SÃO PAULO, 2009, p.72). (II.24) Desenvolver a Linguagem Matemática.
19 <sup>30</sup>	O aluno R resolve desde modo: $4? + 4? - (4 \div 4)$ . O aluno expressa da seguinte	O estudante usa as novas operações matemáticas apresentadas, como neste caso em	O aluno utiliza as novas operações, terminal e fatorial, passadas pelo professor	(II.25) Calcular o resultado de uma divisão, adição, subtração e terminal, de números inteiros,

<sup>30</sup>Neste momento foi explicado o conceito das operações matemáticas, o Fatorial (!) e o Terminal (?) para a continuidade da atividade, pois sem esses conceitos não é possível escrever os próximos números.

	<p>maneira: “<i>quatro terminal mais quatro terminal menos o quociente de quatro por quatro</i>”.</p>	<p>que o aluno utiliza o terminal, adição, subtração e divisão. A expressão por ele apresentado também possui o uso de parênteses. Deste modo quatro fatorial é igual a dez mais quatro fatorial (dez) menos o quociente da divisão de quatro por quatro, obtendo assim o resultado de dezenove.</p>	<p>Wellington para dar continuidade na atividade. Assim o aluno usa as operações de terminal, adição, subtração e divisão com o auxílio dos parênteses, <math>19 = 4? + 4? - (4 \div 4)</math>. O aluno também de forma correta emprega a regra/convenção matemática.</p>	<p>usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p. 135). (II.26) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, terminal, divisão, subtração e adição). (SÃO PAULO, 2009, p.72). (II.27) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>
20	<p>Um grupo usa: <math>[(4 \div 4) + 4] \times 4</math>. Ao expressarem o que pensam, os alunos dizem que “<i>quatro dividido por quatro mais quatro, este resultado multiplicado com quatro</i>”. Outro grupo utiliza: <math>\sqrt{4} + \sqrt{4} + 4 \times 4</math> Este grupo expressa da seguinte maneira “<i>raiz quadrada de quatro mais raiz quadrada de quatro mais o produto de quatro vezes quatro</i>”. Um terceiro grupo escreve o vinte como: <math>4? + 4 + 4 + \sqrt{4}</math>. Explicita seu raciocínio como “<i>terminal de quatro mais quatro mais quatro</i></p>	<p>Cada grupo utiliza uma expressão diferenciada para calcular o número vinte. O primeiro grupo apresenta uma expressão que utiliza parênteses, colchetes, adição, multiplicação e divisão. Deste modo o grupo calcula o quociente um da divisão de quatro por quatro, ao quociente um adiciona quatro e a este resultado (cinco) multiplica por quatro, obtendo o número vinte. Outro grupo utiliza as operações de radiação com adição e multiplicação, assim ao multiplicar quatro com quatro e somar a raiz quadrada de quatro mais a raiz quadrada de quatro, obtemos o valor de vinte. O último grupo utiliza as operações de fatorial, adição e a radiação, como o fatorial de</p>	<p>O primeiro grupo de estudantes utiliza colchetes, parênteses e as operações de divisão, adição e multiplicação nesta ordem, pois utilizam de maneira correta a regra/convenção matemática para representar o número vinte: <math>20 = \sqrt{4} + \sqrt{4} + 4 \times 4</math>. Já o outro grupo não utiliza os colchetes e parênteses, usam as operações de multiplicação, radiação e adição nesta ordem, mas respeitam a regra/convenção matemática obtendo uma outra expressão numérica para o vinte: <math>20 = \sqrt{4} + \sqrt{4} + 4 \times 4</math>. O último grupo também não fez uso dos colchetes e parênteses, mas também respeitam a regra/convenção matemática e empregam as operações de terminal, adição e radiação.</p>	<p>(II.28) Calcular o resultado de uma divisão, multiplicação, adição, números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p. 135). (II.29) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (colchetes, parênteses, divisão, multiplicação e adição). (SÃO PAULO, 2009, p.72). (II.30) Calcular o resultado de uma multiplicação, adição e radiação de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p. 135). (II.31) Calcular o resultado de um</p>

	<i>mais raiz quadrada de quatro</i> .	quatro resulta em dez, logo dez mais quatro mais quatro, temos dezoito. Portanto dezoito mais a raiz quadrada de quatro, o resultado é vinte.	$20 = 4? + 4 + 4 + \sqrt{4}$	terminal, adição e radiação de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p. 135). (II.32) Desenvolver a Linguagem Matemática.
21	O aluno R apresenta a seguinte solução: $4? + 4? + (4 \div 4)$ . O aluno modifica a expressão do dezenove: “ <i>ao em vez de subtrair somar o quociente um, ao terminal de quatro duas vezes</i> ” O aluno AI calcula através: $4! - 4 + (4 \div 4)$ O outro aluno usa fatorial: “ <i>quatro fatorial menos quatro mais o quociente de um</i> ”	O aluno só modifica a expressão do número dezenove, ao trocar o sinal de menos por mais, ou seja, o terminal de quatro (dez) somando com o terminal de quatro (dez), temos vinte que somado ao quociente um da divisão de quatro por quatro resulta em vinte e um. Outro estudante usa a operação de fatorial, assim o fatorial de quatro é vinte e quatro menos quatro mais o quociente um (quatro dividido por quatro), temos o número vinte e um.	Novamente o estudante R mostra estar atento, pois basta modificar a expressão do número $19 = 4? + 4? - (4 \div 4)$ . Onde o aluno substitui a operação de subtração pela adição, desde modo o estudante utiliza as operações de terminal, divisão e adição com o auxílio de parênteses: $21 = 4? + 4? + (4 \div 4)$ . Para a outra expressão encontrada, o estudante AI, usa operações distintas em relação ao aluno R. As operações utilizadas são fatorial, divisão, subtração e adição também com o auxílio de parênteses. $21 = 4! - 4 + (4 \div 4)$ .	(II.33) Calcular o resultado de uma divisão, adição, subtração e fatorial, de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p. 135). (II.34) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, fatorial, divisão, subtração e adição). (SÃO PAULO, 2009, p.72). (II.35) Desenvolver a Linguagem Matemática.
22	Um grupo de alunos determina da seguinte maneira: $4 \times 4 + 4 + \sqrt{4}$ . Neste relato temos: “ <i>quatro vezes quatro mais quatro mais raiz quadrada de</i>	O primeiro grupo utiliza uma expressão onde os estudantes empregam as operações de multiplicação, adição e radiação, deste modo ao multiplicarmos quatro por quatro, temos vinte mais a raiz quadrada	O primeiro grupo utiliza apenas as operações de multiplicação, adição e radiação para obter o número vinte e dois, deve-se destacar que eles usam corretamente a regra/convenção matemática,	(II.36) Calcular o resultado de uma multiplicação, adição e radiação números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos.

	<p><i>quatro</i>”.</p> <p>O outro grupo: <math>(44 \div 4) \times \sqrt{4}</math>.</p> <p>Basta calcular “<i>quarenta e quatro dividido por quatro vezes a raiz quadrada de quatro</i>”.</p>	<p>de quatro. Portanto temos vinte e dois.</p> <p>O outro grupo usa as operações de multiplicação, divisão e radiciação, logo temos que ao dividir quarenta e quatro por quatro, o quociente é igual a onze multiplicado pela raiz quadrada de quatro resulta em vinte e dois.</p>	<p><math>22 = 4 \times 4 + 4 + \sqrt{4}</math>.</p> <p>Já o outro grupo emprega parênteses para identificar que primeiro realiza-se a divisão, para depois a multiplicação e a radiciação. <math>22 = (44 \div 4) \times \sqrt{4}</math></p>	<p>(BRASIL, 2009, p. 135).</p> <p>(II.37) Calcular o resultado de uma divisão, multiplicação, e radiciação números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p. 135).</p> <p>(II.38) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, divisão, multiplicação e radiciação). (SÃO PAULO, 2009, p.72).</p> <p>(II.39) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>
23	<p>Os alunos R e S resolvem: <math>4! - 4^{4-4}</math>.</p> <p>Estes alunos utilizam fatorial e potência: “<i>quatro fatorial menos quatro elevado a quatro que é subtraído por quatro</i>”.</p>	<p>Os alunos utilizam uma escrita formal da matemática com o uso das operações de potência, do fatorial e subtração.</p> <p>Assim o fatorial de quatro (vinte e quatro) menos quatro elevado a quatro menos quatro (quatro menos quatro é zero, logo quatro elevado a zero é um, por definição de potência) resulta em vinte e três.</p>	<p>É a primeira vez que os estudantes utilizam a operação de potência, com suas propriedades (divisão de potência de bases iguais, conserva a base e subtraí os expoentes), em conjunto com o fatorial e a subtração, <math>23 = 4! - 4^{4-4}</math>.</p>	<p>(II.40) Conhecer as propriedades das potências e saber realizar de modo significativo as operações com potências com expoentes inteiros. (SÃO PAULO, 2018, p.61).</p> <p>(II.41) Calcular o resultado de uma divisão, subtração e fatorial, de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p. 135).</p> <p>(II.42) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (fatorial divisão e subtração).</p>

24	<p>Todos os alunos empregam a seguinte maneira para calcular: <math>4 \times 4 + 4 + 4</math>.</p> <p>Os alunos relatam que “<i>multiplicar quatro por quatro e somaram com quatro mais quatro</i>”.</p>	<p>A expressão matemática apresentada pelos alunos possui multiplicação e adição, deste modo ao multiplicar quatro por quatro temos o produto igual a dezesseis, somando quatro mais quatro ao produto temos o número vinte e quatro.</p>	<p>Nesta expressão numérica os alunos utilizam duas operações multiplicação e adição respeitando a regra/convenção, desde modo iniciando pela multiplicação e posteriormente pela adição, <math>24 = 4 \times 4 + 4 + 4</math></p>	<p>(SÃO PAULO, 2009, p.72). (II.43) Desenvolver a Linguagem Matemática. (II.44) Saber realizar operações de multiplicação e adição, compreendendo o significado das operações realizadas. (SÃO PAULO, 2010, p.59). (II.45) Calcular o resultado de uma multiplicação e adição de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p. 135). (II.46) Desenvolver a Linguagem Matemática. (II.47) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (multiplicação e adição). (SÃO PAULO, 2009, p.72).</p>
25	<p>O aluno R calcula através: <math>4! + 4^{4-4}</math>.</p> <p>Ao calcular o número vinte e três, basta modificar a expressão, deste modo: “<i>quatro fatorial mais quatro elevado a quatro que é subtraído por quatro</i>”.</p>	<p>Para este número os alunos modificam a expressão do número vinte e três, ficando assim o fatorial de quatro (vinte e quatro) mais quatro elevado quatro menos quatro (quatro menos quatro é zero, logo quatro elevado a zero é um, por definição de potência) resulta em vinte e cinco.</p>	<p>O estudante R atento a atividade utiliza a mesma expressão do número vinte e três, <math>23 = 4! - 4^{4-4}</math>, mas com uma alteração no sinal de menos passando para mais, assim o aluno usa a operação de potência, com suas propriedades (divisão de potência de bases iguais, conserva a base e subtrai os expoentes), em conjunto com o fatorial e a</p>	<p>(II.48) Conhecer as propriedades das potências e saber realizar de modo significativo as operações com potências com expoentes inteiros. (SÃO PAULO, 2010, p.61). (II.49) Calcular o resultado de uma divisão, adição e fatorial, de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com</p>

26	<p>Os alunos utilizam: <math>(44 \div \sqrt{4}) + 4</math>.</p> <p>Os alunos “<i>dividir o quarenta e quatro pela raiz quadrada de quatro mais quatro</i>”</p>	<p>O uso de parênteses para calcular quarenta e quatro dividido pela raiz quadrada de quatro mais quatro resulta em vinte e seis.</p>	<p>Os estudantes apresentam uma expressão numérica formal, ou seja, com todo o rigor matemático respeitando a regra/convenção onde usam parênteses com as operações de radiciação, divisão e adição para ter o número vinte e seis. <math>26 = (44 \div \sqrt{4}) + 4</math>.</p>	<p>adição, para obter o número vinte e cinco. <math>25 = 4! + 4^{4-4}</math>.</p> <p>compreensão dos processos nas envolvidas. (BRASIL, 2009, p. 135).</p> <p>(II.50) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (fatorial divisão e adição). (SÃO PAULO, 2009, p.72).</p> <p>(II.51) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>
27	<p>Realizado pelo professor Wellington: <math>4! + 4 - (4 \div 4)</math>.</p>	<p>O uso das operações de fatorial, da adição, da subtração e da divisão; quatro fatorial mais quatro menos o quociente um resultando em vinte e sete.</p>	<p>O professor apresenta a expressão para calcular o número vinte e sete utilizando os parênteses, as operações de fatorial, divisão, adição e subtração, <math>27 = 4! + 4 - (4 \div 4)</math>.</p>	<p>(II.52) Calcular o resultado de uma divisão, adição, radiciação de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nas envolvidas. (BRASIL, 2009, p. 135).</p> <p>(II.53) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, radiciação, divisão e adição). (SÃO PAULO, 2009, p.72).</p> <p>(II.54) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p> <p>(II.55) Calcular o resultado de uma divisão, subtração, adição e fatorial, de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nas envolvidas. (BRASIL, 2009, p.135).</p> <p>(II.56) Aplicar uma ordem de</p>

				<p>operações ao resolver problemas (parênteses, fatorial, divisão, subtração e adição). (SÃO PAULO, 2009, p.72).</p> <p>(II.57) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>
28	<p>O aluno Al escreve a seguinte sentença matemática: <math>(4 + 4) \times 4 - 4</math>.</p> <p>Os demais alunos utilizam a mesma expressão, contudo sem o uso dos parênteses: <math>4 + 4 \times 4 - 4</math>.</p> <p>O relato dos alunos: “<i>somar quatro com quatro, resulta em oito vezes quatro é igual a trinta e dois menos quatro, temos o número vinte e oito.</i>”</p>	<p>O aluno Al apresenta a escrita formal da matemática, ou seja, ele utiliza parênteses para calcular o número vinte e oito, deste modo além de seu raciocínio correto a escrita também esta coerente.</p> <p>Outros alunos raciocinam corretamente, contudo usam a escrita informal, assim primeiramente eles teriam de resolver a multiplicação para depois a adição e subtração.</p> <p>Quatro mais quatro (oito eliminando o parênteses) oito multiplicado por quatro, produto igual a trinta e dois menos quatro, resulta no número vinte e oito.</p>	<p>O estudante Al representa o número vinte oito empregando de forma correta a regra/convenção matemática, onde ele utiliza os parênteses para representar qual a primeira operação a efetuar, neste caso adição, depois multiplicação e subtração, <math>28 = (4 + 4) \times 4 - 4</math>.</p> <p>Já os outros estudantes apresentam o mesmo raciocínio, que fica claro em seus relatos, contudo em sua escrita não respeitam a regra /convenção matemática, pois não utilizam os parênteses para representação de qual operação iniciar, neste caso inicia-se pela regra/convenção, com a multiplicação posteriormente a adição e subtração o que resulta em dezesseis. Não em vinte e oito.</p> <p><math>28 \neq 4 + 4 \times 4 - 4</math>.</p>	<p>(II.58) Calcular o resultado de uma multiplicação adição e subtração, de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p. 135).</p> <p>(II.59) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, multiplicação, adição e subtração). (SÃO PAULO, 2009, p.72).</p> <p>(II.60) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>
29	<p>Realizado pelo professor Wellington: <math>4! + 4 + (4 \div 4)</math></p>	<p>Basta realizar uma mudança na expressão que calcula o número vinte e sete no lugar de subtrair o quociente passa a somar o quociente tendo, quatro fatorial (vinte e quatro) mais quatro mais</p>	<p>O professor apresenta a expressão para calcular o número vinte e nove utilizando os parênteses, as operações de fatorial, divisão e adição, <math>29 = 4! + 4 + (4 \div 4)</math></p>	<p>(II.61) Calcular o resultado de uma divisão, adição e fatorial, de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas</p>

30	<p>Os alunos L e Al expressam o número trinta: <math>(4 + 4) \times 4 - \sqrt{4}</math>.</p> <p>Outros alunos utilizam a mesma expressão, mas não utilizam os parênteses: <math>4 + 4 \times 4 - \sqrt{4}</math>.</p> <p>O relato é “<i>ao somar quatro mais quatro, dá oito que vezes quatro, é trinta e dois menos a raiz quadrada de quatro, temos o número trinta</i>”.</p>	<p>Os alunos Al e L apresentam a escrita formal da matemática, ou seja, eles utilizam parênteses para calcular o número trinta, deste modo além de seu raciocínio correto a escrita também esta coerente.</p> <p>Outros alunos raciocinam corretamente, contudo usam a escrita informal, assim primeiramente eles teriam de resolver a multiplicação para depois a adição, subtração e radiciação.</p> <p>Quatro mais quatro, oito multiplicado por quatro, produto igual a trinta e dois menos a raiz quadrada de quatro, resulta no número trinta.</p>	<p>o quociente um (quatro dividido por quatro) resultando em vinte e nove.</p>	<p>Novamente o estudante Al representa o número trinta empregando de forma correta a regra/convenção matemática, onde ele utiliza os parênteses para representar qual a primeira operação a efetuar, neste caso adição, depois multiplicação e subtração da radiação, <math>30 = (4 + 4) \times 4 - \sqrt{4}</math>.</p> <p>Já os outros estudantes apresentam o mesmo raciocínio, que fica claro em seus relatos, contudo em sua escrita não respeitam a regra /convenção matemática, pois não utilizam os parênteses para representação de qual operação iniciar, neste caso inicia-se pela regra/convenção, com a multiplicação posteriormente a adição e subtração da radiação o que resulta dezoito. Não em trinta, <math>30 \neq 4 + 4 \times 4 - \sqrt{4}</math>.</p>	<p>envolvidos. (BRASIL, 2009, p. 135).</p> <p>(II.62) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, fatorial, divisão e adição). (SÃO PAULO, 2009, p.72).</p> <p>(II.63) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p> <p>(II.64) Calcular o resultado de uma multiplicação, radiciação, adição e subtração, de números inteiros, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos. (BRASIL, 2009, p. 135).</p> <p>(II.65) Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, multiplicação, adição, radiciação e subtração). (SÃO PAULO, 2009, p.72).</p> <p>(II.66) Desenvolver a Linguagem Matemática.</p>
----	---	--	--	--	--

Final da aula	<p>Aos alunos relatam o que acham da atividade: A aluna He descreve a atividade como “[...] <i>uma experiência pra lá de boa, uma aula totalmente diferente de todas que já tive, [...] pude testar meus conhecimentos através de contas que eu não conhecia [...]. Descobri que Matemática junto com história é igual a conhecimento</i>”. Um grupo de aluno registra a atividade “[...] <i>aprendemos coisas diferentes em aulas diferenciadas. Além da aula ser bem divertida, interessante e educativa [...]. Foi legal pois tivemos a participação de todos os alunos</i>”. Mais um grupo de estudantes em seu relato “[...] <i>os números ímpares são mais difíceis para achar, mas utilizando novas operações Matemáticas e parênteses, os números ímpares torna-se mais fáceis de ser encontrado</i>”.</p>	Cada aluno ou grupo de estudante manifesta sua opinião sobre atividade.	Os estudantes se empenham no desenvolvimento da atividade, eles gostam da história, participam, prestam atenção, socializam suas ideias para a resolução do problema.	
---------------	--	---	---	--

### 4.3 CATEGORIAS ABERTAS DO FENÔMENO INVESTIGADO

No quadro XII são apresentadas as Categorias Abertas, construídas mediante o processo de análise das ideias nucleares expostas nos quadros X e XI. Após a construção das ideias nucleares, percebo que algumas delas relatam da mesma característica do fenômeno investigado. Por exemplo: I.1, I.9, I.15, I.23, I.35 e II.1 dizem sobre a capacidade do aluno de “Saber realizar de modo significativo as operações Matemáticas usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos”. Desse modo, no encontro de I.1, I.9, I.15, I.23, I.35 e II.1 com a categoria citada no exemplo, marco um X, que significa que em nossa interpretação, tais ideias nucleares convergem para a categoria “Saber realizar de modo significativo as operações Matemáticas usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos”.

Quadro XII: Categorias Abertas.

Habilidades Matemáticas	Categorias Abertas				Desenvolver Linguagem Matemática.
	Saber realizar de modo significativo as operações Matemáticas usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos.	Calcular o resultado de operações Matemáticas com números naturais.	Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas.	a	
(I.1)	X				
(I.2)		X			
(I.3)			X		
(I.4)				X	
(I.5)	X				
(I.6)			X		
(I.7)					X
(I.8)	X				
(I.9)	X				
(I.10)		X			
(I.11)				X	
(I.12)					X
(I.13)		X			
(I.14)			X		
(I.15)	X				
(I.16)					X
(I.17)		X			
(I.18)			X		
(I.19)				X	
(I.20)		X			
(I.21)			X		
(I.22)					X
(I.23)	X				
(I.24)			X		
(I.25)					X

(I.26)			X			
(I.27)				X		
(I.28)					X	
(I.29)			X			
(I.30)				X		
(I.31)					X	
(I.32)			X			
(I.33)				X		
(I.34)					X	
(I.35)	X					
(I.36)				X		
(I.37)					X	
(II.1)	X					
(II.2)				X		
(II.3)					X	
(II.4)				X		
(II.5)			X			
(II.6)					X	
(II.7)			X			
(II.8)				X		
(II.9)					X	
(II.10)			X			
(II.11)				X		
(II.12)					X	
(II.13)			X			
(II.14)				X		
(II.15)					X	
(II.16)			X			
(II.17)				X		
(II.18)					X	
(II.19)			X			
(II.20)				X		
(II.21)					X	
(II.22)			X			



(II.57)						X
(II.58)			X			
(II.59)					X	
(II.60)						X
(II.61)			X			
(II.62)					X	
(II.63)						X
(II.64)			X			
(II.65)					X	
(II.66)						X

#### 4.4 METACOMPREENSÃO DAS CATEGORIAS ABERTAS

##### **4.4.1 Saber realizar de modo significativo as operações Matemáticas usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos**

Ao propor como objetivo da Matemática para o Ensino Fundamental que o estudante desenvolva a capacidade de saber realizar, de modo significativo, as operações Matemáticas, usando estratégias pessoais e técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos, espera que o estudante seja capaz de compreender as operações básicas da Matemática, que segundo a Matriz de Referência do SARESP são “esquematisações para resolução de uma situação problema” (SÃO PAULO, 2009, p.18), partindo das necessidades cotidianas.

Desse modo, é possível que

os alunos desenvolvam uma inteligência essencialmente prática, que permita reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões e, portanto, desenvolver uma ampla capacidade para lidar com a atividade Matemática. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado. (BRASIL, 1997, p.29).

Quando o aluno é capaz de compreender os processos envolvidos nas operações Matemáticas, pode explorar novos conhecimentos e técnicas de resolução, possibilitando uma aprendizagem significativa. Como exemplo, temos a definição de Terminal e Fatorial, conceitos desconhecidos dos estudantes do Ensino Fundamental, mas que são trabalhados, com o caso dos quatro quattos, ao escrever as expressões  $19 = 4? + 4? - (4 \div 4)$  e nas explicações dadas pelos estudantes “quatro terminal mais quatro terminal menos o quociente de quatro por quatro, para dizer do número 19” e “quatro fatorial mais quatro elevado a quatro que é subtraído por quatro, para falar do número 25”. Esses são alguns exemplos, onde os estudantes expressam sua compreensão sobre os novos conceitos: o terminal e o fatorial, construída a partir da necessidade de escrever os números naturais por meio de operações envolvendo os quatro quattos.

#### 4.4.2 Calcular o resultado de operações Matemáticas com números naturais

Ao trabalhar com o bloco de conteúdos “números naturais e suas operações”, espera-se que o estudante, por meio de um processo dialético, seja capaz de aprender os conhecimentos numéricos, que são “instrumentos eficazes para resolver determinados problemas” (BRASIL, 1997, p. 39).

Nesse sentido, o caso dos quatro quatos possibilita trabalhar com as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, radiciação e potenciação dos números naturais, como no exemplo em que os alunos escrevem o número  $26 = (44 \div \sqrt{4}) + 4$ , ou  $25 = 4! + 4^{4-4}$ .

Por meio da história o caso dos quatro quatos, a aprendizagem das operações não ocorre “pela simples memorização de fatos de uma dada operação, mas sim, pela realização de um trabalho que envolve a construção e a organização dos conceitos matemáticos” (BRASIL, 1997, p.74). Desse modo, ao *Calcular o resultado de operações Matemáticas com números naturais*

o trabalho a ser realizado se concentra na compreensão dos diferentes significados de cada uma das operações, nas relações existentes entre elas e no estudo reflexivo do cálculo, contemplando diferentes tipos de raciocínio: exato, aproximado, mental e escrito. (BRASIL, 1997, p. 39).

#### 4.4.3 Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas

Ao estudar expressões Matemáticas, o aluno deve ser capaz de reconhecer a regra ou convenção usual da Matemática envolvida na resolução da expressão. Por usual, compreende-se

Primeiro resolver as operações de natureza multiplicativa (multiplicações e divisões) para só depois efetuar as operações de natureza aditiva (adições e subtrações), de dentro para fora, ou seja, primeiro o que está dentro dos parênteses, depois dos colchetes e em seguida das chaves. (LOPES, 2014, p.1).

Faz parte também da convenção usual, “se existirem operações de mesma natureza dentro de uma zona efetua-se na ordem em que aparecem” (Lopes, 2014, p.1), da esquerda para a direita, ou seja, ao resolver uma expressão de natureza aditiva como  $(5+2-3)$ , primeiro

resolver a adição  $(5+2)$ , para em seguida, executar a subtração,  $(7-3)$ , obtendo como resultado 4.

Segundo Lopes (2014), essa convenção surge, pela primeira vez

no século XVI nos livros que usa, a álgebra simbólica que esta no seu início na Europa. Em 1898 no livro texto Álgebra por G. E. Fischer e I. J. Schwatt,  $a \div b \times b$  é interpretado como  $(a \div b) \times b$ . Vários livros publicados entre 1907 e 1917 fazem recomendações sobre a ordem em que as operações devem ser efetuadas, em um livro de 1917 há uma recomendação de uso de parênteses para evitar ambiguidades. No clássico de Florian Cajori "*A History of Mathematical Notations*", há uma passagem em que ele afirma que não há consenso sobre que ordem deve ser adotada, como Cajori foi um historiador provavelmente estava se referindo aos textos Matemáticos até o final do século XIX. (LOPES, 2014, p.1).

Com a necessidade de usar a convenção usual para resolver as expressões aritméticas desencadeadas pelo caso dos quatro quattos, constato que os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental possuem dificuldades na escrita da norma usual, como no exemplo em que o aluno, para representar o número 30, escreve a expressão,  $4 + 4 \times 4 - \sqrt{4}$ , e fala que “ao somar quatro mais quatro, dá oito que vezes quatro, é trinta e dois menos a raiz quadrada de quatro, temos o número trinta”. O estudante expõe o raciocínio correto em sua fala, contudo, ao representar o que pensa, não usa a convenção matemática correta para expressar seu pensamento.

Desse modo, o caso dos quatro quattos se apresenta como uma possibilidade para a discussão da escrita formal das expressões Matemática, auxiliando o estudante a desenvolver a linguagem matemática.

#### 4.4.4 Desenvolver a Linguagem Matemática

Por linguagem matemática compreendo todas as formas de comunicação (escrita, fala, gestual ...), específicas da Matemática.

A Linguagem Matemática é codificada por meio de símbolos, gráficos, expressões algébricas, palavras herméticas que quando utilizada na Matemática tem um significado e fora dela tem outro, tal é caso de volume, área, diferença, produto etc. O conjunto dessas características pode criar obstáculos para que os alunos leiam e compreendam enunciados de problemas Matemáticos. (FEIO e SILVEIRAS, 2011, 6-7).

O desenvolvimento da linguagem matemática é destacado também nos documentos legais que organizam o ensino brasileiro, tornando-se desse modo, papel da escola, desenvolver a linguagem matemática com seus estudantes, ao longo da Educação Básica.

A linguagem matemática, segundo os PCN, deve ser desenvolvida aos poucos, a partir da língua materna, de modo que o estudante possa compreender os símbolos e significados que lhe são específicos.

Se para a aprendizagem da escrita o suporte natural é a fala, que como um elemento de mediação na passagem do pensamento para a escrita, na aprendizagem da Matemática a expressão oral também desempenha um papel fundamental. Falar sobre Matemática, escrever textos sobre conclusões, comunicar resultados, usando ao mesmo tempo elementos da língua materna e alguns símbolos Matemáticos, são atividades importantes para que a linguagem Matemática não funcione como um código indecifrável para os alunos. (BRASIL, 1997, p. 45-46).

Neste trabalho os alunos desenvolvem a linguagem matemática, ao ouvirem, lerem, falarem e escreverem expressões matemáticas, desafiados pela possibilidade de escreverem os números de 0 a 100, usando apenas quatro vezes o algarismo quatro com as diferentes operações matemáticas. Por exemplo, ao discutir a possibilidade de representar o número 20 por meio operações matemáticas entre quatro quatuos, os alunos escrevem as seguintes expressões:

- Grupo 01 escreve  $[(4 \div 4) + 4] \times 4$  e ao explicar a escrita diz: “quatro dividido por quatro mais quatro, este resultado multiplicado com quatro”.
- Grupo 02 escreve  $\sqrt{4} + \sqrt{4} + 4 \times 4$  e ao explicar a escrita diz: “raiz quadrada de quatro mais raiz quadrada de quatro mais o produto de quatro vezes quatro”.
- Grupo 03 escreve  $4? + 4 + 4 + \sqrt{4}$  e ao explicar a escrita diz: “terminal de quatro mais quatro mais quatro mais raiz quadrada de quatro”.

Nessas três representações do número 20, tem se as possibilidades do desenvolvimento da linguagem matemática, pois cada grupo de estudantes, escreve e explicita o feito de maneira diferente, mas, ao mesmo tempo, compreende o comunicado pelo outro. O mesmo se repete na construção dos demais números, mostrando as potencialidades da contação dessa história no desenvolvimento da linguagem matemática.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse momento apresento uma síntese compreensiva do estudo realizado com o objetivo de investigar quais competências e habilidades Matemáticas podem ser desenvolvidas com a contação de história sobre o caso dos quatro quattros.

Início expondo minha compreensão sobre o que são as competências e as habilidades no ensino de Matemática. Ao estudar os autores que tratam desse estudo, verifico que há divergência entre as definições propostas para esses termos. O mesmo ocorre nos documentos oficiais.

Apesar de não existir um consenso sobre o que são as competências e as habilidades propostas para o ensino de Matemática, a contação de história como recurso didático, pode trabalhar com as mesmas, conforme as exigências dos documentos oficiais. No caso da história do caso dos quatro quattros trabalha-se com as competências e habilidades referentes a números e operações, propostas para a Matemática, pelos documentos: PCN, SARESP, SAEB e Currículo do estado de São Paulo.

Para os PCN competências e habilidades são capacidades, que são desenvolvidas pelos estudantes através do estudo e da aprendizagem Matemática. Desse modo, ao trabalhar com a contação de história sobre o caso dos quatro quattros, há a possibilidade do desenvolvimento da capacidade de ler e escrever matematicamente, ou seja, permite o estudo da Linguagem Matemática.

Já o Currículo do Estado de São Paulo e as Matrizes de Referências do SARESP, definem competências como, conjunto de determinadas habilidades presentes em três grupos sendo o primeiro a habilidade *observar*, o segundo a habilidade de *realizar* e o terceiro a habilidade de *compreender*. Ao desenvolver com os estudantes a atividade do caso dos quatro quattros, as competências exigidas pelo documento são trabalhadas, na medida em que os estudantes realizam as operações matemáticas, compreendem as expressões numéricas e expõem o compreendido para o professor e demais colegas de turma.

Para as Matrizes de Referências do SAEB, competências e habilidades são descritores, desenvolvidos por assunto ou conteúdo. Nessa perspectiva, o caso dos quatro quattros, possibilita o desenvolvimento das competências e habilidades relacionadas ao estudo de número e operações, um dos descritores propostos para o Ensino Fundamental.

A contação de história, por se tratar de um recurso de fácil acesso e flexível, que não necessita de grandes intervenções e material, pode ser utilizado nas aulas de Matemática,

como uma possibilidade de apresentar aos estudantes uma aula diferenciada. Nas palavras dos estudantes, a contação de história é “[...] uma experiência pra lá de boa, uma aula totalmente diferente de todas que já tive, [...] pude testar meus conhecimentos através de contas que eu não conhecia [...] Descobri que Matemática junto com história é igual a conhecimento”, e possibilita a aprendizagem de “coisas diferentes em aulas diferenciadas”.

Ao desenvolver este trabalho com os alunos e com a professora do 9º ano do Ensino Fundamental, destaco a importância da contação de história em uma aula de Matemática, pela possibilidade de promover a aprendizagem e, pela potencialidade que boas histórias têm de

estimular a criatividade, a imaginação, a oralidade, facilitar o aprendizado, desenvolver as linguagens oral, escrita e visual, incentivar o prazer pela leitura, promover o movimento global e fino, trabalhar o senso crítico, as brincadeiras de faz de conta, valores e conceitos, colaborar na formação da personalidade da criança, propiciar o envolvimento social e afetivo e explorar a cultura e a diversidade [...] (SOUZA e BERNARDINO, 2011, p. 236-238).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BICUDO, M. A. V. **A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa.** Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia. R. B. E. C. T., V.5, nº. 2, Mai-Ago. 2012 ISSN – 1982-873X. Disponível em: <http://revistas.utfpr.edu.br/pg/index.php/rbect/article/view/1185/840>.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa qualitativa olhada para além dos seus procedimentos. (Org). **Pesquisa Qualitativa Segundo a Visão Fenomenológica.** 1.ed. São Paulo: Cortês,2011. p. 11-74.

BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática.** Pro-Posições. Campinas: V.4. Mar. 1993.p.18-23,

BRASIL. MEC. PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação. Prova Brasil, Ensino Fundamental.: **Matrizes de Referência, Tópicos e Descritores.** Brasília: MEC/SEB; INEP, 2009. 193.p.

BRASIL. MEC. INEP: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais – **Exame Nacional do Ensino Médio-ENEM:** documento básico. Brasília: INEP, 1999.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <[portal.mec.gov.br](http://portal.mec.gov.br)>. Acesso em: 20 out. 2014.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais 5ª a 8ª séries:** Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF, 1997.

CASTRO, A. S.; SOUZA, G. M. C. **Contos e encantos na literatura de Malba Tahan no Ensino Fundamental.** Revista. Aleph Infâncias. Rio de Janeiro: UFRRJ, ano 5, nº 16. Nov. 2011.p. 111-123.

DALCIN, A. **Um olhar sobre o paradidático de matemática,** 2002. 162.f. Tese (Mestrado em Educação: Educação Matemática - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002. Disponível em: <http://www.fae.unicamp.br/zetetike/include/getdoc.php?id=121&article=25&mode=pdf>.

D'AMBROSIO, U. **História da Matemática e Educação**. In: Cadernos CEDES 40. História e Educação Matemática. 1. Ed. Campinas, SP: Papirus, 1996.

D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. Revista. SBEM: Brasil, ano 2, nº 2. Jun. 1985.p.15-19.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer**, 5. Ed. São Paulo / SP. Ática, 1998.

DETONI, A. R.; PAULO, R. M. A organização dos dados da pesquisa em cena: um movimento possível de análise. In: BICUDO, M. A. V. (Org). **Pesquisa Qualitativa Segundo a Visão Fenomenológica**. 1.ed. São Paulo: Cortês,2011. p.99-120.

FARIA, J. C. **A Prática Educativa de Júlio César de Mello e Souza Malba Tahan**: um olhar a partir da concepção de Interdisciplinaridade de Ivani Fazenda, 2004. 275.p.Tese (Mestrado). Universidade Metodista de São Paulo, São Bernardo do Campo. 2004.

FEIO, E. S. P.; SILVEIRA, M. R. A. **A conversão da língua natural para a linguagem matemática a luz da teoria dos registros de representação semiótica**. Disponível em:<[www.ufpa.br/npadc/gelim/trabalhos/Evandro%20Feio.pdf](http://www.ufpa.br/npadc/gelim/trabalhos/Evandro%20Feio.pdf)>. Acesso em: 05 Nov. 2014.

FINI, M. I. Sobre a Pesquisa Qualitativa em Educação, que Tem a Fenomenologia como Suporte. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Org) **Pesquisa Qualitativa em Educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: Editora UNIMEP, 1994. p. 23-33.

FINI, L. D. T. A Situacionalidade de Psicologia Educacional – Adolescência nos Cursos de Licenciatura na Unicamp. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Org) **Pesquisa Qualitativa em Educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: Editora UNIMEP, 1994. p.51-60.

GASPERI, W. N. H.; PACHECO, E. R. **A história da matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na educação básica**. Revista e PDE: Programa de Desenvolvimento Educacional da Secretária da Educação do Estado do Paraná. Paraná, ano 3, nº 5. Agos. 2007.p. 10- 23.

HOUAISS, A.; VILLAR, M. S. **Dicionário eletrônico Houaiss da Língua Portuguesa**. São Paulo: Objetiva, 2012.

LACAZ, T. M. V. S.; OLIVEIRA, J. C. F. **Pesquisa e uso de Metodologias Propostas por Malba Tahan para a Melhoria do Ensino**. Projeto de Educação Continuada de Professores

da Rede Municipal de Queluz: pesquisa e uso de metodologias propostas por Malba Tahan para a melhoria do Ensino de Matemática. Disponível em: <<http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2003/Pesquisa%20e%20uso%20de%20metodologias.pdf>>. Acesso em: 05 Nov. 2014.

LOPES, A. J. Sobre a ordem das operações aritméticas. Lista Sbem. Disponível em <[sbem-1@listas.rc.unesp.br](mailto:sbem-1@listas.rc.unesp.br)>. Acesso em: 11 Mar. 2014.

LORENZATO, S. **Malba Tahan, um precursor**. Revista em Educação Matemática. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, ano 11, nº16. Mai. 2004. p.63-66.

MACHADO, O. V. M. Pesquisa Qualitativa: Modalidade Fenômeno Situado. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Org) **Pesquisa Qualitativa em Educação**: um enfoque fenomenológico: Editora UNIMEP, 1994. p. 35-46.

MICHAELIS. **Dicionário eletrônico moderno da Língua Portuguesa**. São Paulo, 2009.

OLIVEIRA, C. C. **A sombra do arco-íris**: um estudo histórico/mito crítico do discurso pedagógico do discurso de Malba Tahan, 2007. 171.p. Tese (Doutorado em ensino de Ciências e Matemática). Faculdade de Educação, USP, São Paulo. 2007.

OLIVEIRA, C. C. **Do menino “Julinho a Malba Tahan”**: uma viagem pelo oásis do ensino da matemática, 2001. Tese (Mestrado). Universidade Estadual Paulista, UNESP, Rio Claro. 2001.

PAULO, R. M.; AMARAL, C. L. C.; SANTIAGO, R. A. **A pesquisa na perspectiva fenomenológica**: explicitando uma possibilidade de compreensão do ser professor de matemática. Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências V. 10 nº 3, 2010.

PAULO, R. M. **A compreensão geométrica da criança**: um estudo fenomenológico, 2001. 309.p. Tese (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, UNESP, Rio Claro. 2001.

PERRENOUD, P. **Construir as competências desde a escola**. Porto Alegre: Ates Médicas Sul, 1999.

PESTANA, M. I. G. S et al.. Matrizes curriculares de referência para o SAEB. 2 ed. ver. Ampl. Brasília: INEP, 1999.

RAMOS, C. L. C. **Supervisor educacional de recursos humanos: competências básicas para sua formação e desempenho**, 1980. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1980.

SÃO PAULO (ESTADO). **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias**. Coordenação de Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. São Paulo: SEE, 2010. 152.p.

SÃO PAULO (ESTADO). Secretária da Educação. **Matrizes de referência para a avaliação Saresp: documento básico/Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini**. São Paulo: SEE, 2009. V. 1. 174.p.

SÃO PAULO (ESTADO). Secretária da Educação. **Proposta curricular do Estado de São Paulo: Matemática**. Coordenação de Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2008.

SCOPEL, A. J. C. **Contribuições Didáticas de Malba Tahan para o ensino de matemática**, 2010. 116.p. Dissertação (de Mestrado apresentado no Programa de Pós - Graduação em Ensino de Ciências e Matemática Mestrado Profissional). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, PUC – MINAS, Belo Horizonte, 2010.

SOUZA, L. O.; BERNARDINO, A. D. **A contação de histórias como estratégia pedagógica na educação infantil e ensino fundamental**. Revista de Educação. Educere ET Educare. Cascavel: Unioeste Campus de Cascavel, ano 6, nº 12, p.235 – 249, Dez. 2011.

TAHAN, M.O **Homem que Calculava**. 72 ed. Rio de Janeiro: Record, 2008. 300.p.

TAHAN, M. **A arte de ler e contar histórias**. 5 ed. Rio de Janeiro:Conquista. 1966. 250.p.

TAHAN, M. **A sombra do Arco - íris**. Rio de Janeiro: Conquista. 1963. V.1. 240.p.

TAHAN, M. **Didática da Matemática**. 3 ed. São Paulo: Saraiva, 1962. V.2. 251.p.

TAHAN, M. **Didática da Matemática**. 3 ed. São Paulo: Saraiva, 1961. V.1. 275.p.

VALENTE, S. M. P. **Ensino e Avaliação em uma proposta para a formação de competências**. São Paulo, 2011, 18.p.

VALENTE, W. R. **Mello e Souza e a crítica aos livros didáticos de matemática: demolindo concorrentes, construindo Malba Tahan.** Revista Brasileira de História da Matemática. São Paulo: Sociedade Brasileira de História da Matemática, ano 4, nº 8. Mar. 2005. p. 171-187.

VILLAMEA, L. **Malba Tahan: o genial ator da sala de aula.** Revista Nova Escola, nº. 87. Set. 1995. p. 8-13.

## ANEXO I - Plano de Ensino

### Plano de Aula



### Plano de Aula

#### Identificação da Instituição:

EE. Profª Clotilde Ayello Rocha

#### Título: ‘O Caso dos Quatro Quatros’

#### Introdução

As atividades propostas são retiradas do livro “O Homem que Calculava<sup>31</sup>” de Malba Tahan (2008, p. 46-49), que é mundialmente conhecido por tratar de situações problemas da Matemática.

A Situação Problema escolhida é *O Caso dos Quatro Quatros*, que engloba as seguintes histórias:

- Nossa visita ao Suque dos mercados. Beremiz e o turbante azul.
- O Caso dos Quatro Quatros.
- O problema dos cinquenta dinares Beremiz resolve o problema e recebe um belíssimo presente.

#### Professores Responsáveis:

Professor Wellington Araujo,

Professora Gisele Monteiro e

Professora Rosária Rodrigues.

#### Disciplina:

Matemática.

#### Série/Ano:

8ª Série /9º Ano.

#### Período:

Diurno.

<sup>31</sup> Este livro já está na sua 76ª edição pela editora Record.



### **Número de Aulas:**

Duas aulas semanais.

### **Duração:**

- 05 minutos para arrumar a sala (início e o término);
- 20 minutos para o professor iniciar a atividade
- 40 minutos para o professor intervir, quando necessário;
- 40 a 60 minutos para as atividades dos alunos.

### **Recursos:**

- Lousa/quadro negro, giz;
- Computador, programa Power Point, projetor.
- Papel (folha), lápis, borracha, caneta,
- Espaço físico da escola pode ser na sala de aula, na biblioteca ou no pátio;
- Filmagem e fotos; Autorização dos pais ou responsáveis e da escola;
- Posteriormente entrega de certificados para os alunos participantes.

### **Estratégias/Metodologia:**

História da Matemática,  
Resolução de Problemas,  
Contação de História.

### **Objetivos:**

Promover um ambiente de ensino e aprendizagem matemática para uma turma da 8ª Série/9º Ano do Ensino Fundamental por meio do estudo do “O Caso dos Quatro Quatros”.

### **Conteúdos Abordados**

Leitura, Escrita e Interpretação de Texto;  
As Operações Aritméticas;  
Expressões Numéricas.

### **Desenvolvimento**

Primeiro Encontro: Apresentação da Situação Problema.

Atividade 01:

Um breve resumo sobre Malba Tahan:



Malba Tahan é o pseudônimo do professor Júlio César de Mello e Souza, nascido no dia 6 de maio de 1895 na cidade do Rio de Janeiro e falecido no dia 18 de junho de 1974 na cidade do Recife devido a um ataque cardíaco.

O professor Júlio Mello e Souza usa o pseudônimo de Malba Tahan para publicados livros e textos no Brasil. Ele é um professor diferenciado, pois o ensino de matemática tem que ser agradável e significativo para os alunos, desta forma ele escreve diversos livros com intuito de ensinar matemática e de levar o aluno a pensar.

Escreve textos vinculando a cultura árabe com a matemática. O seu livro mais famoso e conhecido internacionalmente é “O Homem Que Calculava” publicado pela primeira vez em 1932 pela editora Record no Rio de Janeiro.

A história encontrada no livro trata das aventuras e proezas Matemáticas do calculista persa Beremiz Samir narrada por Hank-Tade-Maiá, que fica fascinado com a facilidade e esperteza de seu amigo ao realizar os cálculos e resolver problemas considerados impossíveis.

Atividade 02: Contação da História do Caso Dos Quatro Quatros e resolução do problema de 0 ao 10,

### *O Caso dos Quatro Quatros*

“Ao ver Beremiz interessado em adquirir o turbante azul, objetei:

- Julgo loucura comprar esse luxo. Estamos com pouco dinheiro e ainda não pagamos a hospedaria.

- Não é o turbante que me interessa – retorquiu Beremiz. – Repare que a tenda desse mercador é intitulada “Os Quatro Quatros”. Há nisso tudo espantosa coincidência digna de atenção.

- Coincidência? Por quê?

- Ora Bagdali – retornou Beremiz -, a legenda que figura nesse quadro recorda uma das maravilhas do Cálculo: podemos formar um número qualquer empregando quatro quatros!

E antes que eu o interrogasse sobre aquele enigma, Beremiz explicou, riscando na areia fina que cobria o chão:



- Quer formar o zero? Nada mais simples. Basta escrever:

$$44 - 44$$

Estão aí quatro quatros formando uma expressão que é igual a zero.

Passemos ao número 1. Eis a forma mais cômoda:

$$\frac{44}{44}$$

Representa essa fração, o quociente da divisão de 44 por 44. E esse quociente é 1.

Quer ver agora, o número 2? Podem-se aproveitar facilmente os quatro quatros e escrever:

$$\left[ \left( \frac{4}{4} \right) + \left( \frac{4}{4} \right) \right]$$

A soma das duas frações é, exatamente, igual a 2. O três é mais fácil. Basta escrever a expressão:

$$\left[ \frac{(4 + 4 + 4)}{4} \right]$$

Repare que a soma 12, dividida por quatro, dá um quociente 3. Eis, portanto, o 3 formado por quatro quatros.

- E como vai formar o próprio número 4? – perguntei

- Nada mais simples – explicou Beremiz – o 4 pode ser formado de várias maneiras diferentes. Eis uma expressão equivalente a 4:

$$\left[ 4 + \frac{4 - 4}{4} \right]$$



Observe que a segunda parcela  $(4 - 4)/4$  é nula, e que a soma fica igual a quatro. A expressão escrita equivale a  $4 + 0$ , ou 4.

Notei que o mercador sírio acompanhava atento, sem perder palavra, a explicação de Beremiz, como se muito lhe interessassem aquelas expressões aritméticas formadas por quatro quatros.

Beremiz prosseguiu:

Quero formar, por exemplo, o número 5. Não há dificuldade. Escreveremos:

$$\frac{4 \times 4 + 4}{4}$$

Exprime esse arranjo numérico a divisão de 20 por 4. E o quociente é 5. Temos desse modo o 5 escrito como quatro quatros.

A seguir passemos ao 6, que apresenta uma forma muito elegante:

$$\left[ \frac{4 + 4}{4} \right] + 4$$

Uma pequena alteração nesse interessante conjunto conduz ao resultado 7:

$$\left( \frac{44}{4} \right) - 4$$

É muito simples a forma que pode ser adotada para o número 8, escrito com quatro quatros:

$$4 + 4 + 4 - 4$$

O número 9 não deixa de ser também interessante:

$$4 + 4 + \left( \frac{4}{4} \right)$$

Eis agora uma expressão muito elegante, igual a 10, formada com quatro quatros:

$$\frac{44 - 4}{4}$$

- Pelo que acabo de ouvir, o senhor é exímio nas contas e nos cálculos.”

### Segundo Encontro: Mais Ação.

Iniciaremos o desenvolvimento da aula com a leitura novamente do Caso dos Quatro Quatros e propor as duplas já formuladas que resolvam as atividades:

11- 14 com o professor Wellington.



Atividade 01: Do 15- 30

Atividade 02: Novos conceitos e novas operações matemáticas.

Definição de Fatorial:

Seja  $n$  um número natural. O fatorial de  $n$ , representado por  $n!$ , é o produto de  $n$  por seus antecessores até 1. Ou seja:

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 2 \times 1$$

Definição de Terminal:

Terminal, representado pelo símbolo  $n?$ , é uma notação Matemática que significa a soma dos números inteiros de  $n$  até 1.

$$n? = n + (n - 1) + (n - 2) + \dots + 2 + 1$$

Terceiro Encontro: Debate e Estudo.

Atividade 01: Debates das soluções e análises.

As diferentes resoluções encontradas pelos alunos até aquele momento. Resolução na lousa pelos alunos das diferentes soluções encontradas.

Atividade 02: Discussão sobre a resolução de expressões numéricas:

As Expressões Numéricas devem ser resolvidas conforme as ordens das operações:

Potenciação ou Radiação; Multiplicação ou Divisão e Soma ou Subtração.

Para os sinais de pontuação, devem ser eliminados na seguinte ordem:

Parênteses; Colchetes e Chaves.

Prioridades para resolver Expressões Numéricas:

1. Calcular as expressões entre parênteses;

Eliminar os parênteses e calcular as expressões de acordo com a ordem de prioridade das operações:

2. Calcular as expressões entre colchetes;

Eliminar os colchetes;

3. Calcular as expressões entre chaves;

Eliminar as chaves.

Atividade 03: Alguns números específicos, como desafio:



E o 50?

E o 99?

E o 100?

E o 4444?

#### Quarto Encontro: Fechamento

Visita a Universidade Estadual Paulista, “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP) campus de Guaratinguetá, para receber os certificados de participação na atividade do Caso dos Quatro Quatros.

#### **Referências Bibliográficas:**

TAHAN, M.O **Homem que Calculava**. 72 ed. Rio de Janeiro: Record, 2008. 300.p.

DEGENSZAIJ, D.; DOLCE, O.; IEZZI, G. **Matemática Ciência e Aplicações** - Ensino Médio. 5ª ed. Vol.2. São Paulo: Atual, 2010. 350.p.