

unesp  **UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

TATIANA UEDA PEREIRA

**OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIO UTILIZANDO COMO MÉTRICAS DE RETORNO
MEDIDAS DE POSIÇÃO CENTRAL**

Guaratinguetá

2014

“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

TATIANA UEDA PEREIRA

**OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIO UTILIZANDO COMO MÉTRICAS DE RETORNO
MEDIDAS DE POSIÇÃO CENTRAL**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Alexandre de Oliveira

Guaratinguetá

2014

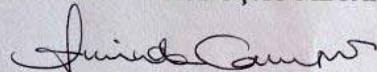
P436o	<p>Pereira, Tatiana Ueda</p> <p>Otimização de portfólio utilizando como métricas de retorno medidas de posição central / Tatiana Ueda Pereira – Guaratinguetá, 2014. 36 f : il. Bibliografia: f. 35-36</p> <p>Trabalho de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2014. Orientador: Prof. Dr. Francisco Alexandre de Oliveira</p> <p>1. Investimentos - Administração 2. Risco (Economia) I. Título</p> <p>CDU 330.322</p>
-------	---

**OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIO UTILIZANDO COMO MÉTRICAS DE RETORNO
MEDIDAS DE POSIÇÃO CENTRAL**

TATIANA UEDA PEREIRA

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE
DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE "GRADUADO EM
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO MECÂNICA"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO MECÂNICA



Profª. Dra. Arminda Eugenia Marques Campos

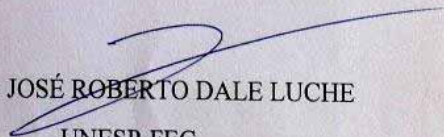
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:



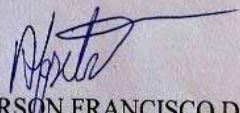
Prof. Dr. FRANCISCO ALEXANDRE DE OLIVEIRA

Orientador/UNESP-FEG



Prof. Dr. JOSÉ ROBERTO DALE LUCHE

UNESP-FEG



Prof. Dr. ANEIRSON FRANCISCO DA SILVA

UNESP-FEG

Fevereiro de 2015

Aos meus pais, Nadir e Hipolito,
por me ensinarem
o valor da educação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, minha mãe, Nadir, pelo carinho, paciência e amor em todas as situações de minha vida, o que foi fundamental para que eu pudesse me tornar quem sou. Obrigada, também, por ter me ensinado a ter fé e a acreditar que tudo era possível. Foi com sua fé inabalável e suas incontáveis velas que tive o foco necessário para chegar onde me encontro agora. Sou grata, igualmente, ao meu pai que me forneceu toda a base de minha formação. Isso tudo é fruto de todas as noites nas quais você “não voltou para casa”. Todo seu esforço e suor pode agora ser visto nos frutos que nós, o Leonardo e eu, estamos colhendo. Léo, obrigada por ser o melhor irmão mais velho do mundo, o mais chato também. Obrigada pelos inúmeros conselhos, foram extremamente úteis, e por toda a ajuda em trabalhos e estudos, foi essencial.

Obrigada, também, à Juliana por todos os favores prestados e, principalmente, ao companheirismo e à amizade, espero que continue assim sempre. Obrigada à Sabrina por ter caminhado ao meu lado durante todo o curso, e ter me ajudado sempre que podia e não podia.

Por último, agradeço à todos que tiveram qualquer participação que tenha agregado à minha formação, tanto como pessoa, como profissional.

“Se a sua vida é isenta de fracassos,
então você não está assumindo os riscos necessários.”

(H. Brown)

PEREIRA, T. U. **Otimização de portfólio utilizando como métricas de retorno medidas de posição central**. 2014. 36f. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia de Produção Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2014.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo principal aplicar a Moderna Teoria do Portfólio (MPT), utilizando medidas de posição central para a modelagem do retorno em fundos de investimentos de uma instituição financeira renomada e comparar com o modelo Média-CVaR, já pronto. A mensuração dos riscos e dos retornos torna-se cada vez mais importante para que investidores possam minimizar suas perdas para maximizar, assim, suas possibilidades de ganhos, mesmo levando em consideração alterações repentinas de cenários. Apresentam-se conceitos sobre os fundos de investimento utilizados como dados, bem como pesquisa sobre medidas de posição central para determinação de qual medida era viável. Para a montagem da Fronteira Eficiente dos ativos considerando o método proposto medida de posição central-CVaR é utilizado o MatLab. Em seguida, com a obtenção da fronteira, foi possível a comparação com a do modelo média-CVaR, já comprovadamente eficiente. Finalmente, analisamos a viabilidade do modelo proposto na gestão de portfólio.

PALAVRAS-CHAVE: CVaR, Métricas de retorno, Markowitz, fronteira eficiente.

PEREIRA, T. U. **Portfolio Optimization using central position as return metrics**. 2014. 361. Graduate Work (Graduate in Industrial Engineering) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2014.

ABSTRACT

This paper consists in applying the Modern Theory of Portfolio (MPT) using central position measurements for modeling the return on investment fund of a renowned financial institution and compare with the Medium- CVaR model. The measurement of risks and returns becomes increasingly important for investors to minimize their losses to maximize thus their possibilities of earnings, taking into account sudden change scenarios. We present concepts of investment funds used as data and research on central position measurements to determine which measure was more suitable. To assemble the Efficient Frontier of assets considering the method proposed measure of central position-CVaR position is used MatLab. Then, after getting the Frontier, it was possible to compare it with the Medium-CVaR model, already proven effective. Finally, we analyze the viability of the proposed model in portfolio management.

KEYWORDS: CVaR, Return Metrics, Markowitz, Efficient Frontier.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	10
1.2	OBJETIVOS	11
1.2.1	Geral	11
1.2.2	Específicos	11
1.3	MÉTODOS	11
1.4	ESTRUTURA	12
2	PROBLEMA DO PORTFÓLIO	12
2.1	MODERNA TEORIA DO PORTFÓLIO	12
2.2	MÉTRICAS DE RISCO	13
2.3	MÉTRICAS DE RETORNO – MEDIDA DE POSIÇÃO	13
2.3.1	Mediana	13
2.3.2	Moda	14
3	COLETA DE DADOS	14
3.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	14
3.2	COTISTAS	16
3.3	GESTÃO DE FUNDOS	17
3.4	TIPOS DE FUNDOS	17
3.4.1	Fundo Aberto	17
3.4.2	Fundo Fechado	17
3.4.3	Fundo sem Carência	18
3.4.4	Fundo com Carência	18
3.4.5	Fundo Exclusivo	18
3.5	CLASSIFICAÇÃO DE FUNDOS DE INVESTIMENTOS PELA CVM	18
3.5.1	Fundos de Curto Prazo	19
3.5.2	Fundos Referenciados	19
3.5.3	Fundos de Renda Fixa	19
3.5.4	Fundos Cambiais	20
3.5.5	Fundos de Ações	20
3.5.6	Fundos de Dívida Externa	20
3.5.7	Fundos Multimercados	20
3.6	FUNDOS DE INVESTIMENTOS DO BANCO DO BRASIL	21

4	 APLICAÇÃO E COMPARAÇÃO DOS MODELOS MÉDIA-CVAR E MEDIANA-CVAR EM FUNDOS DE INVESTIMENTOS.....	27
4.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	27
4.2	COLETA DE DADOS	27
4.3	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE MINIMIZAÇÃO	29
4.3.1	Modelo Média-CVaR	29
4.3.2	Utilização da mediana como métrica de retorno	30
5	 CONSIDERAÇÕES FINAIS	33
6	 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	33
	REFERÊNCIAS	35

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os modelos de otimização de portfólio têm se tornado importante e vem crescendo cada vez mais na área financeira. Isso ocorre, segundo Santos e Tessari (2012), devido à sua aplicabilidade prática nos processos de alocação e gestão de carteiras de investimento.

Carteira ou portfólio são constituídos por um conjunto de ativos que, por sua vez, são alternativas de investimento.

Markowitz (DiTraglia e Gerlach, 2013), em seu modelo de seleção de portfólio, propõe como investidores podem maximizar o retorno esperado para um dado nível de risco, ou ainda, minimizar o risco para um retorno esperado pré-determinado. O risco, aqui, é medido pela variância dos retornos da carteira do investidor, enquanto que o retorno utiliza valores dos retornos históricos. A simulação deste modelo, conhecido como análise média-variância de carteiras de investimentos, tem como resultado a Fronteira Eficiente que, por sua vez, é o gráfico composto pelo risco e pelo retorno. Santos e Tessari (2012) acreditam que o modelo, dentro da Teoria Moderna do Portfólio, transformou o processo de alocação de ativos em um processo de otimização.

Existem, porém, outros meios de se calcular o risco e o retorno de um investimento. Segundo Markowitz (1952), o portfólio ótimo era aquele que possuía a menor variância dos retornos, utilizadas como medida de risco, para um dado retorno pré-determinado. Devido às dispersões nos valores do retorno esperado de um investimento, que podem ser tanto valores positivos como negativos foi desenvolvido o *Value at Risk* (VaR) que, diferentemente da variância, considera os quartis negativos da distribuição dos retornos, onde se localizam as perdas (SZEGO, 2005). Contudo, mais recentemente, o VaR foi considerado uma medida de risco inconsistente, assim, surgiu o *Conditional Value at Risk* (CVaR), criado por Rockafellar e Uryasev (2002) que é uma medida mais robusta que o VaR.

Por outro lado, o retorno esperado de uma carteira de ativos, abordado primeiramente por Markowitz (1952), é calculado pela média ponderada dos retornos históricos de cada ativo que o compõe, levando em consideração sua participação na carteira. Este trabalho, portanto, tem por objetivo utilizar outras medidas de posição, diferentes da média para a modelagem do retorno e utilizar o CVaR como métrica de risco e comparar as fronteiras eficientes obtidas com as dos modelos tradicional de Markowitz (Média-Variância) e Média-CVaR.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Geral

Aplicar a Moderna Teoria do Portfólio (MPT), utilizando medidas de posição central para a modelagem do retorno em fundos de investimentos do Banco do Brasil e comparar com o modelo de Média-CVaR, já pronto.

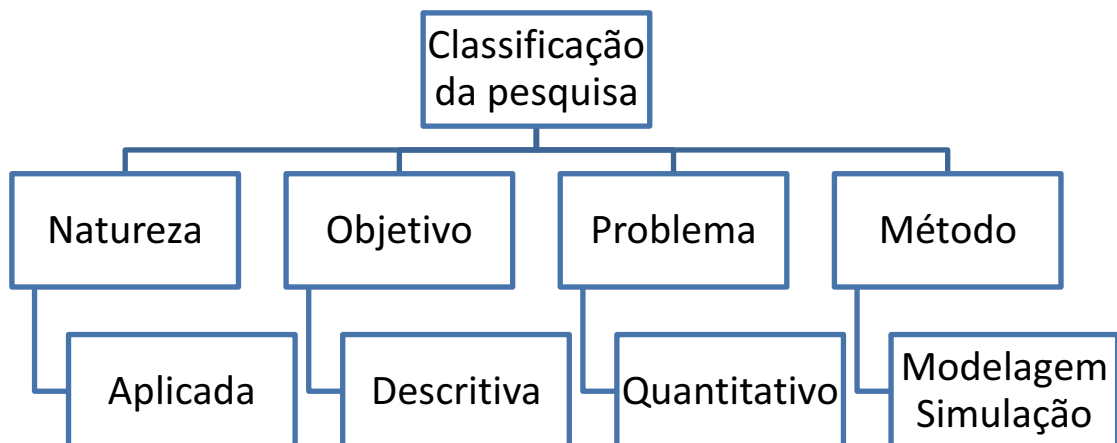
1.2.2 Específicos

- Definir medidas de posição central, diferentes da média, para modelar o retorno dos ativos dos fundos de investimento do Banco do Brasil;
- Aplicar a MPT utilizando as medidas de posição central escolhidas anteriormente;
- Comparar as Fronteiras Eficientes obtidas com a do modelo Média-CVaR;
- Analisar a viabilidade de outras medidas de posição central, diferentes da média, como medidas de retorno, para que o investidor possa definir sua estratégia.

1.3 MÉTODOS

A pesquisa é de natureza aplicada. Pode ser classificada como descritiva quanto ao objetivo e como quantitativa em relação ao problema encontrado. O método de pesquisa utilizado foi modelagem e simulação. A Figura 1-1 exemplifica a classificação da pesquisa.

Figura 1-1 Classificação da pesquisa



A primeira etapa da pesquisa foi a revisão bibliográfica sobre métricas de risco e de retorno para otimização de portfólio, bem como a Moderna Teoria do Portfólio e a Fronteira Eficiente. Em seguida, foram estabelecidas as medidas de tendência central como métricas de retorno para a posterior comparação com os modelos retirados da tese de Souza (2012). Foi feita a pesquisa sobre os dados utilizados nos modelos já prontos, para que pudessem ser utilizados nos novos modelos. Foi feita, então, a modelagem para a obtenção dos resultados. Por fim, foram comparados os resultados e retiradas as conclusões.

1.4 ESTRUTURA

O trabalho está dividido em cinco capítulos. O primeiro capítulo contém a introdução, os objetivos e os métodos da pesquisa. As métricas de risco e de retorno bem como os modelos utilizados e a Moderna Teoria do Portfólio (MPT) são estudadas no segundo capítulo. O terceiro capítulo abrange os dados obtidos de fundos de investimentos do Banco do Brasil e explicações sobre eles. A aplicação de medidas de posição central como métrica de retorno é abordada no quarto capítulo. Por fim, no quinto e último capítulo, os resultados são comparados, e é feita uma análise da viabilidade para o investidor.

2 PROBLEMA DO PORTFÓLIO

2.1 MODERNA TEORIA DO PORTFÓLIO

Na teoria clássica de portfólio, de Markowitz, o objetivo principal se resume na obtenção do máximo retorno esperado para um nível de risco ou para um dado retorno, o menor risco possível. É necessário considerar três dimensões, são elas: o retorno esperado de cada ativo que compõe o portfólio, o risco que cada ativo traz ao portfólio e a quantidade investida em cada ativo. Assim, pode-se simplificar Otimização de Portfólio como a busca por um vetor de quantidades a serem investidas em um conjunto de ativos candidatos que satisfaz um número de restrições a um mínimo risco. Ao se construir um gráfico cujo eixo das ordenadas representa o retorno e o eixo das abscissas o risco, o espaço geométrico formado pelo conjunto retorno/risco mínimo é denominado fronteira eficiente (ZANG, 2007).

2.2 MÉTRICAS DE RISCO

Segundo Ming Bin Feng (2012) se considerarmos que $\rho(x)$ é uma função que mede o risco de um portfólio x , então, em geral, o problema da seleção de portfólio procura a solução para:

$$\min \rho(x), \text{ sendo } x = 1, 2, 3, \dots, S.$$

Onde a minimização é tomada por todos os portfólios viáveis S .

Ao número real obtido, denomina-se medida escalar de risco, que permite comparar investimentos de acordo com seu respectivo valor de risco. Atualmente, as principais abordagens para mensuração do risco são: o Value-at-Risk (VaR) e o Conditional Value at Risk (CVaR) (HUANG, 2008).

2.3 MÉTRICAS DE RETORNO – MEDIDA DE POSIÇÃO

As medidas de posição ou tendência central são valores que tem por objetivo identificar as características de concentração dos elementos de uma amostra. São chamados de tendência central, pois, geralmente, os dados agrupados se concentram em torno da posição central da distribuição (Assaf Neto, 2005). As medidas de posição estudadas neste trabalho são a mediana e a moda.

2.3.1 Mediana

A mediana corresponde ao valor que divide um conjunto de valores em duas partes iguais. Esta medida de posição é utilizada quando os valores extremos da amostra são de pouca relevância (Assaf Neto, 2005).

Para o cálculo da mediana de um conjunto de valores é preciso, primeiramente, dispô-los em ordem de grandeza. Para um conjunto de valores cuja somatória é ímpar, tem-se:

$$\text{Mediana (Md)} = \frac{n+1}{2}$$

que representa o valor central da série.

Se a somatória for par, a mediana é calculada pela média aritmética dos dois valores centrais.

Exemplificando, para o conjunto de dados abaixo:

$$0,68 - 0,89 - 1,09 - 1,31 - 1,33 - 1,37$$

Como o número total de valores do conjunto é par, obtém-se a mediana pela média aritmética entre 1,09 e 1,31, que são os dois números centrais, portanto, $Md = (1,09+1,31)/2 = 1,2$. É possível constatar, pelo resultado obtido, que existem três números maiores e menores que a mediana.

Suponha que o conjunto fosse somente representado pelos cinco primeiros valores:

$$0,68 - 0,89 - 1,09 - 1,31 - 1,33$$

A mediana seria, simplesmente, o número central, no caso, 1,09. Assim, a série de números é dividida igualmente em duas partes, levando em consideração a quantidade de valores da amostra.

Comparando-se com a média, a mediana é mais bem empregada quando a distribuição dos valores for assimétrica, pois não sofre influência dos valores extremos da série, tanto no caso de serem muito pronunciados ou quando ocorre carência de informações sobre eles.

2.3.2 Moda

A moda representa o número que aparece com maior frequência num conjunto de dados. O seu uso se faz necessário quando existe interesse em determinar sobre qual valor encontra-se uma maior concentração de frequência.

Porém, o uso da moda limita-se ao fato de que essa medida não refletir mais efetivamente a tendência central de um conjunto de números. Afinal, a moda pode ser localizada em qualquer posição ou parte do conjunto e, mesmo, não existir.

3 COLETA DE DADOS

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Fundos de investimentos são uma comunhão ou agregação de recursos de vários indivíduos para aplicação coletiva em carteiras de ativos no mercado financeiro e de capitais com o fim de se obter ganhos.

Ainda, de acordo com a Instrução CVM (Comissão de Valores Imobiliários) nº 409 de 18 de agosto de 2004, os fundos de investimento:

“constituem-se num mecanismo organizado com a finalidade de captar e investir recursos no mercado financeiro, transformando-se numa forma coletiva de investimento”.

Os fundos são organizados no formato de condomínio, sendo que o valor total é denominado patrimônio, rateado em cotas, na qual cada investidor tem a sua disposição certa quantidade de cotas. Calcula-se o valor do patrimônio líquido somando-se o valor dos títulos comprados com o valor em caixa e subtraindo-se as obrigações do fundo. O valor de cada cota é a divisão do patrimônio líquido pelo número de cotas em circulação.

Exemplificando, se um investidor comprar R\$ 1.000,00 de um fundo que, no dia da compra possuía R\$ 100.000,00 de patrimônio líquido e 50.000 de cotas em circulação, os valores são calculados da seguinte maneira:

- Valor da cota na compra = $R\$ 100.000,00/50.000 = R\$ 2,00$;
- Cotas adquiridas = $R\$ 1.000,00/R\$ 2,00 = 500$ cotas.

Supondo que, após um ano, o patrimônio líquido subiu 15% (R\$ 115.000,00) e o número de cotas subiu 10% (55.000), o novo valor da cota será $R\$ 115.000,00/55.000 = R\$ 2,09$. O valor total para resgate é calculado como 500 (número de cotas compradas) * $R\$ 2,09 = R\$ 1.045,00$. Assim, o investidor obteve 4,5% de rentabilidade sobre o fundo (Souza, 2012).

Existem muitas vantagens ao se investir em fundos, por isso que estes foram escolhidos para serem tratados neste trabalho. A administração da carteira é feita por pessoas capacitadas para o cargo, portanto, não é necessária que a pessoa investidora seja especializada no assunto. Não é preciso ter uma quantidade de dinheiro alta para se beneficiar das oportunidades disponíveis no mercado. Acesso a modalidades de investimento e retornos financeiros que não alcançaria individualmente. Assim, a quantidade de alternativas para se investir aumenta consideravelmente. Há, também, uma diversificação da carteira de ações e outros ativos, pois estes requerem um volume de recursos que, em sua maioria, é maior que os disponíveis ao pequeno investidor. Essa diversificação faz com que se reduza o risco de perdas, pois o desempenho bom de um título compensa o mal desempenho de outros.

Outras vantagens que podem ser citadas são a liquidez imediata, considerando que o mercado brasileiro possui liquidez diária e a transparência, pois a divulgação dos valores das cotas é feito diariamente (Souza, 2012).

Os fundos, para o banco, são vantajosos pois são uma prestação de serviço, onde as partes envolvidas fazem os melhores esforços para que ocorra o alcance do objetivo e da estratégia da fundo ou atingir seu benchmark.

Para que não ocorra um conflito de interesses, a CVM, pelo “chinese wall”, determina que as instituições responsáveis pela administração dos recursos de terceiros sejam diferentes das responsáveis pelos recursos próprios.

Assim, ou o Administrador contrata os “Asset Management”, empresa especializada em gestão de recursos de terceiros ou cria um setor autônomo para fazer essa gestão.

Os bancos vendem aos clientes os FICs, Fundos de Investimento em Cotas, que são as composições comprando cotas de FI. Os FICs devem ter, no mínimo, 95% de seu patrimônio líquido alocado em cotas de outros fundos de investimento de uma mesma classe, excluindo os Fundos Multimercado, que podem alocar seus recursos em fundos de classes distintas.

Um FIC oferece ao gestor maior flexibilidade ao movimentar os recursos do fundo, o que facilita as operações de compra e de venda de cotas quando o cliente faz uma aplicação ou solicita um resgate.

3.2 COTISTAS

Cotista é o investidor que aplica seus recursos no fundo. Ao adquirir cotas de determinado fundo, o investidor estará concordando com as regras e passará a ter os mesmos direitos dos outros cotistas, não importando a quantidade de cotas que cada um deles possui.

Ao aplicar num fundo, o cotista está comprando certa quantidade de cotas e concordando no pagamento de uma taxa de administração a um terceiro, chamado administrador do fundo, que coordena as tarefas do fundo e gerencia os recursos no mercado.

Os principais agentes envolvidos neste processo e suas definições são:

- Administrador: responsável pelos serviços relacionados ao funcionamento e à manutenção do fundo;
- Gestor: responsável pela compra e pela venda dos ativos dos fundos, ou seja, pela gestão dos recursos aplicados, de acordo com os objetivos e a política de investimento contidos em seu regulamento;
- Custodiante: responsável pelo registro e pela guarda dos ativos dos fundos;
- Distribuidor: responsável pela venda das cotas, podendo ser o administrador ou terceiros contratados por ele.

3.3 GESTÃO DE FUNDOS

Dependendo da estratégia adotada para a gestão da carteira de um fundo de investimento ele poderá ser classificado como fundo de gestão passiva ou de gestão ativa.

O gestor que possui estratégia passiva aplica em ativos procurando replicar um índice de referência (*benchmark*), ou seja, objetiva fazer com que a rentabilidade do fundo seja próxima à variação de seu benchmark. Os benchmarks mais usuais são:

- CDI, para fundos de renda fixa;
- Ibovespa, para fundos de ações.

Por sua vez, os gestores com estratégia ativa buscam obter rentabilidade dos fundos superior à de determinado índice de referência, ou seja, procura as melhores alternativas de investimento no mercado a fim de atingir o objetivo desse fundo, de acordo com as políticas de investimento.

3.4 TIPOS DE FUNDOS

Alguns fundos são classificados quanto ao seu funcionamento, sendo eles:

- Fundo Aberto;
- Fundo Fechado;
- Fundo sem Carência;
- Fundo com Carência;
- Fundo Exclusivo.

3.4.1 FUNDO ABERTO

Os fundos abertos são condomínios constituídos por prazo indeterminado, ou seja, não possuem vencimentos definidos, as aplicações e os resgates podem ser feitos a qualquer momento, sendo que não é necessária a renovação de sua aplicação.

3.4.2 Fundo Fechado

Nos fundos fechados as cotas somente podem ser resgatadas ao término do prazo de duração do fundo, ou por que ocorreu o vencimento do fundo, ou em caso de liquidação do fundo ou ao vender, no mercado secundário, suas cotas para outro investidor.

No fundo fechado, então, é necessária a venda dos recursos para outro investidor.

3.4.3 Fundo sem Carência

O cotista pode resgatar a qualquer momento seus recursos, sem a necessidade de um período pré-determinado. A rentabilidade é proporcional ao tempo em que os recursos ficaram investidos.

3.4.4 Fundo com Carência

O regulamento sobre este fundo prevê um prazo mínimo a ser respeitado pelos cotistas para o recebimento de suas rentabilidades. Como há o pagamento da taxa de administração do fundo, independentemente do recebimento dos rendimentos, o investidor, caso resgate antes do prazo, perderá dinheiro.

3.4.5 Fundo Exclusivo

São fundos constituídos para receber aplicações de um único cotista ou de um grupo fechado de cotistas.

3.5 CLASSIFICAÇÃO DE FUNDOS DE INVESTIMENTOS PELA CVM

Os fundos de investimento classificados conforme as composições de suas carteiras são:

1. Fundos de Curto Prazo;
2. Fundos Referenciados;
3. Fundos de Renda Fixa;
4. Fundos Cambiais;
5. Fundos de Ações;
6. Fundos de Dívida Externa;
7. Fundos Multimercado.

Todos eles são previstos na Instrução CVM nº 409, de 18/08/2004, usada como referência para a abordagem dos fundos nos próximos itens, bem como a Deliberação 44, de 24/11/2010 da Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (Anbima).

3.5.1 Fundos de Curto Prazo

Os fundos de investimento de curto prazo são classificados de tal maneira pois seus recursos são aplicados exclusivamente em títulos públicos federais ou privados de baixo risco de crédito, com prazo máximo a decorrer de 375 dias, considerando que o prazo médio da carteira do fundo não ultrapasse 60 dias. São apropriados para investidores que pretendem resgatar os recursos num período inferior a um ano.

3.5.2 Fundos Referenciados

Esses fundos têm de identificar em sua denominação o seu indicador de desempenho (*benchmark*) em função da estrutura dos ativos financeiros integrantes das respectivas carteiras, sendo que três condições explicadas a seguir devem ser atendidas obrigatoriamente. Primeiramente, tenham, no mínimo, 80% de seu patrimônio líquido representados por títulos públicos federais ou papéis de empresas privadas de baixo risco de crédito. Segundo, 95% da carteira deve ser composta por ativos financeiros atrelados à variação de seu benchmark. E, por último, utilizam-se os instrumentos de derivativos apenas com o intuito de proteção (*hedge*).

3.5.3 Fundos de Renda Fixa

São fundos cujos fatores de risco estão atrelados à variação da taxa de juros doméstica ou a variação do índice de preços, ou ambos. Devem aplicar, no mínimo, 80% de seu patrimônio líquido em ativos de renda fixa, pré ou pós-fixados. O primeiro rende uma taxa de juro previamente estabelecida e o segundo acompanha a variação da taxa de juros ou um índice de preço.

3.5.4 Fundos Cambiais

Devem manter, no mínimo 80% de seu patrimônio relacionados direta ou indiretamente, através de derivativos, ao fator de risco do fundo que é a variação de preços de uma moeda estrangeira (como dólar ou euro) ou à variação do cupom cambial.

3.5.5 Fundos de Ações

São fundos que investem, no mínimo, 67% de seu patrimônio em ações admitidas à negociação no mercado à vista de bolsa de valores ou entidade do mercado de balcão organizado ou em outros ativos autorizados na legislação negociadas em bolsa. Dessa forma, estão sujeitos às oscilações de preços das ações que compõem sua carteira. Alguns fundos desta classe têm por objetivo de investimento acompanhar a variação de um índice do mercado acionário, tal como o Ibovespa ou o IBX.

3.5.6 Fundos de Dívida Externa

Devem possuir, no mínimo, 80% de seu patrimônio líquido aplicado em títulos da dívida externa de responsabilidade da União, negociados no mercado internacional. Sendo que os outros 20% podem ser compostos de títulos de créditos transacionados no exterior, podendo ser de empresas nacionais ou estrangeiras.

3.5.7 Fundos Multimercados

São fundos que possuem políticas de investimento que envolvem vários fatores de risco, combinando investimentos nos mercados de renda fixa, câmbio e ações, entre outros. Podem utilizar instrumentos de derivativos para alavancagem ou para proteção de suas carteiras (*hedge*). São fundos com alta flexibilidade de gestão, assim, dependem do talento do gestor na escolha do melhor momento de alocar os recursos (*market timing*) na seleção dos ativos da carteira e no percentual do patrimônio que será investido em cada um dos mercados (*asset mix*). Os fundos multimercado são fundos que normalmente possuem gestão ativa, não tendo o compromisso de acompanhar nenhum indexador específico e podendo, com isso, assumir mais riscos visando rentabilidades maiores.

3.6 FUNDOS DE INVESTIMENTOS DO BANCO DO BRASIL

Este item contém informações sobre os fundos de investimento do Banco do Brasil utilizados para a realização do trabalho.

Todos os ativos financeiros a serem analisados foram retirados do trabalho “Análise de Carteiras”, que por sua vez retirou do site <http://www37.bb.com.br/portalbb/tabelaRentabilidade/>. Os fundos de investimento, todos coletados e fornecidos pelo Banco do Brasil, dizem respeito ao período com início em setembro de 2005 e com término em setembro de 2011, resultando num conjunto de dados com três mil cento e noventa e oito valores, sendo que cada um desses valores corresponde ao retorno do ativo financeiro em dada data.

Os fundos utilizados são somente os chamados varejo, que são fundos cujos clientes possuem acesso e podem investir desde que respeitem os limites mínimos de aplicação de cada um.

Segundo Souza (2012), a política utilizada pelo Banco da Brasil S.A. fala que o risco total de um investimento é composto por risco de crédito e por risco de mercado.

O Quadro 1, mostrado a seguir, retirada do trabalho de Souza (2012), mostra os dados utilizados na pesquisa.

Quadro 1 – Fundos de Investimentos BB e suas características.

(continua)

Fundo de Investimento	Aplicação Inicial (R\$)	Aplicações Posteriores (R\$)	Resgate (R\$)	Saldo Mínimo (R\$)	Cota Aplicação	Cota Resgate	Crédito em Conta	Risco	Taxa de Admin. (% a.a.)	Taxa de Saída (% a.a.)
BB Curto Prazo 200	200,00	50,00	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Muito Baixo	3,00	-
BB Curto Prazo 50 Mil	50000,00	100,00	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Muito Baixo	1,00	-
BB Ref DI Social 50	50,00	50,00	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Baixo	3,50	-
BB Ref DI 200	200,00	50,00	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Baixo	3,00	-
BB Ref DI LP Mil	200,00	50,00	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Baixo	3,00	-
BB Ref DI 5 Mil	5000,00	50,00	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Baixo	2,50	-
BB Ref DI LP 50 Mil	50000,00	100,00	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Baixo	1,00	-
BB Ref DI LP 90 Mil	90000,00	100,00	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Baixo	0,80	-
BB RF 50	50,00	50,00	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Baixo	3,50	-
BB RF LP 100	100,00	50,00	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Baixo	4,00	-
BB RF LP Parceria 200	200,00	-	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Médio	2,00	1,50*
BB RF Bônus 200	200,00	50,00	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Baixo	3,00	-
BB RF 200	200,00	50,00	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Baixo	3,00	-
BB RF LP Parceria 5 Mil	5000,00	-	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Médio	1,80	1,20*

Quadro 1 – Fundos de Investimentos BB e suas características.

(continua)

Fundo de Investimento	Aplicação Inicial (R\$)	Aplicações Posteriores (R\$)	Resgate (R\$)	Saldo Mínimo (R\$)	Cota Aplicação	Cota Resgate	Crédito em Conta	Risco	Taxa de Admin. (% a.a.)	Taxa de Saída (% a.a.)
BB RF Bônus LP	5000,00	-	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Baixo	2,00	0,38*
BB RF 5 Mil	5000,00	-	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Baixo	2,00	-
BB RF LP 5 Mil	5000,00	50,00	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Baixo	2,50	-
BB RF LP Ind. Preço 20 Mil	20000,00	-	50,00	50,00	D+1	D+3	D+3	Alto	1,30	-
BB RF LP Parceria 30 Mil	30000,00	-	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Médio	0,80	1,20*
BB RF LP 50 Mil	50000,00	100,00	1000,00	2000,00	D+0	D+0	D+0	Médio	1,00	-
BB RF LP Premium 50 Mil	50000,00	100,00	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Médio	1,00	-
BB RF LP 90 Mil	90000,00	100,00	50,00	50,00	D+0	D+0	D+0	Médio	0,80	-
BB Multimerc. Balanceado LP Jovem	15,00	15,00	15,00	15,00	D+1	D+1	D+4	Alto	1,80	-
BB Multimerc. Conserv. LP Mil	1000,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+1	Alto	2,00	-
BB Multimerc. Moderado LP 10 Mil	10000,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+1	Muito Alto	1,00	-

Quadro 1 – Fundos de Investimentos BB e suas características.

(continua)

Fundo de Investimento	Aplicação Inicial (R\$)	Aplicações Posteriores (R\$)	Resgate (R\$)	Saldo Mínimo (R\$)	Cota Aplicação	Cota Resgate	Crédito em Conta	Risco	Taxa de Admin. (% a.a.)	Taxa de Saída (% a.a.)
BB Multimerc. Arrojado LP 10 Mil	10000,00	1000,00	1000,00	2000,00	D+1	D+1	D+1	Muito Alto	1,00	-
BB Ações Índice Sustent. Empresarial Jovem	15,00	15,00	15,00	15,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	2,50	-
BB Ações BB	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	1,50	-
BB Ações PIBB	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	1,50	-
BB Ações Petrobrás	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+1	Muito Alto	2,00	-
BB Ações Infraestrutura	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	2,00	-
BB Ações Energia	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	2,00	-
BB Ações Tecnologia	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	2,00	-
BB Ações Transporte e Logística	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	2,00	-
BB Ações Vale do Rio Doce	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	2,00	-

Quadro 1 – Fundos de Investimentos BB e suas características.

(continua)

Fundo de Investimento	Aplicação Inicial (R\$)	Aplicações Posteriores (R\$)	Resgate (R\$)	Saldo Mínimo (R\$)	Cota Aplicação	Cota Resgate	Crédito em Conta	Risco	Taxa de Admin. (% a.a.)	Taxa de Saída (% a.a.)
BB Ações Dividendos	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	2,00	-
BB Ações Consumo	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	2,00	-
BB Ações Siderurgia	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	2,00	-
BB Ações Setor Financeiro	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	2,00	-
BB Ações Construção Civil	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	2,00	-
BB Ações Exportação	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	3,00	-
BB Ações Small Caps	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	3,00	-
BB Ações Ibovespa Indexado	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	4,00	-
BB Ações Ibovespa Ativo	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	4,00	-
BB Ações IbrX Indexado	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	4,00	-
BB Ações Multi Setorial Ativo	200,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	4,00	-

Quadro 1 – Fundos de Investimentos BB e suas características.

Fundo de Investimento	Aplicação Inicial (R\$)	Aplicações Posteriores (R\$)	Resgate (R\$)	Saldo Mínimo (R\$)	Cota Aplicação	Cota Resgate	Crédito em Conta	Risco	Taxa de Admin. (% a.a.)	Taxa de Saída (% a.a.)
BB Ações Cielo	300,00	300,00	300,00	300,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	1,50	-
BB Cambial Euro LP Mil	1000,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+1	Muito Alto	1,50	-
BB Cambial Dolar LP Mil	1000,00	200,00	200,00	200,00	D+0	D+0	D+0	Muito Alto	3,00	-
BB Cambial Dolar LP 20 Mil	20000,00	1000,00	1000,00	2000,00	D+0	D+0	D+0	Muito Alto	1,00	-
BB Cambial Dolar LP 100 Mil	100000,00	2000,00	1000,00	5000,00	D+0	D+0	D+0	Muito Alto	0,80	-
BB Dívida Externa Mil	1000,00	200,00	200,00	200,00	D+1	D+1	D+4	Muito Alto	1,50	-

Fonte: Adaptado de Otimização de Carteira (Souza, 2012).

4 APLICAÇÃO E COMPARAÇÃO DOS MODELOS MÉDIA-CVaR E MEDIANA-CVaR EM FUNDOS DE INVESTIMENTOS

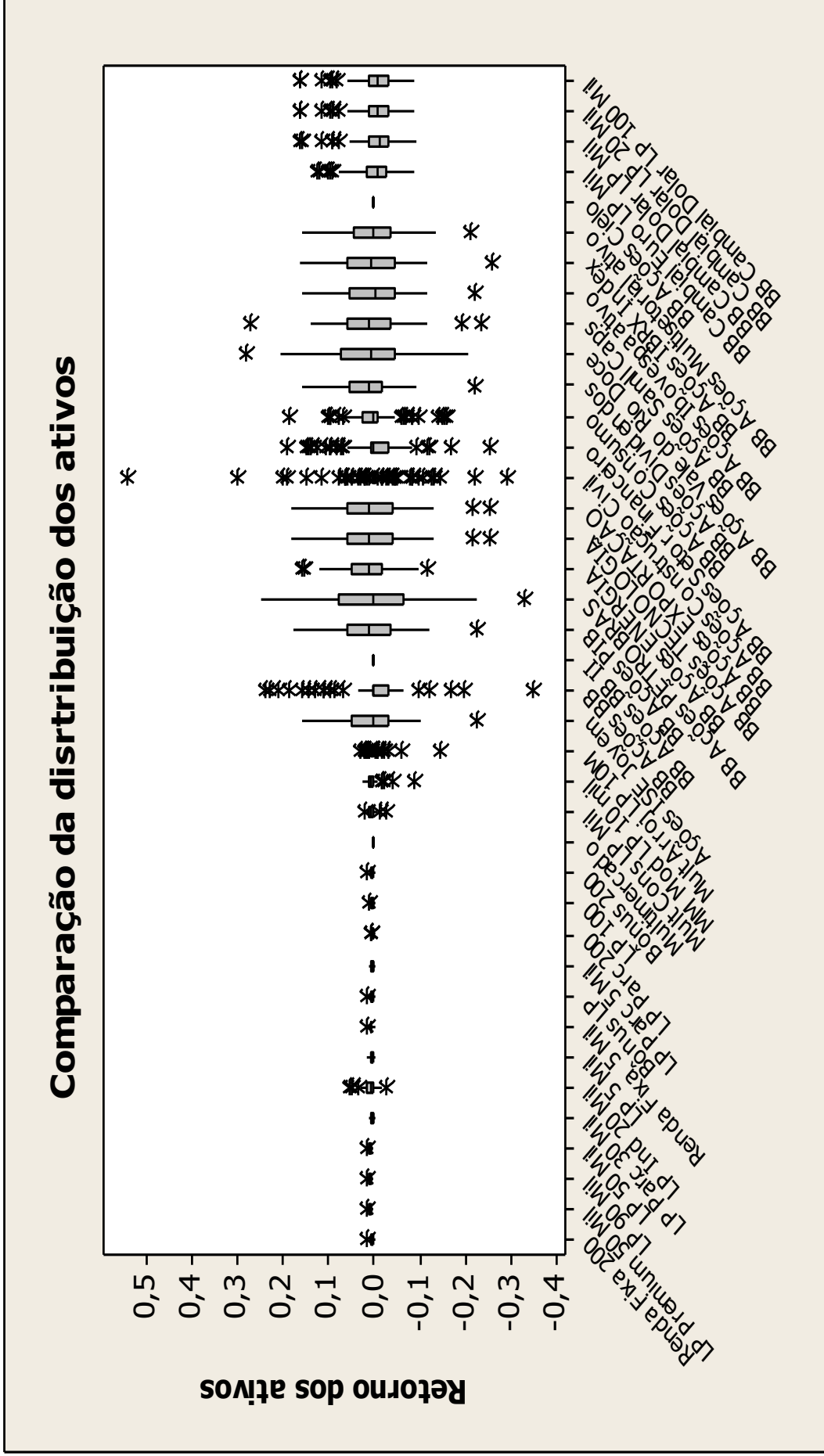
4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo é realizada a comparação dos modelos Média-CVaR e Mediana-CVaR ao conjunto de ativos financeiros do Banco do Brasil. Ao final, é possível comparar o desempenho dos métodos, considerando a formação da Fronteira Eficiente nos dois casos.

4.2 COLETA DE DADOS

Os ativos financeiros utilizados nesta aplicação foram obtidos da pesquisa desenvolvida por Souza (2012). Na verdade, o conjunto de dados consiste nos retornos de três diferentes aplicações: fundos de renda fixa, fundos de longo prazo e fundo de ações. Além disso, os dados podem ser obtidos diretamente no site <http://www37.bb.com.br/portalbb/tabelaRentabilidade/>. O resultado foi um conjunto de dados de três mil cento e noventa e oito valores. Cada valor representa o retorno do ativo financeiro em determinada data. Os dados foram corrigidos, descontando-se a inflação, ou seja, são ganhos reais. A figura 4.1 apresenta o bloxplot dos retornos de cada ativo, sendo possível comparar e verificar que os fundos Longo Prazo possuem a menor dispersão e os fundos BB Ações maior dispersão. Deste modo, os fundos Longo Prazo possuem menor volatilidade em relação aos fundos BB Ações.

Figura 4-1 Bloxplot dos retornos dos fundos para um período de oitenta meses.



Fonte: (Pereira, 2014)

4.3 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE MINIMIZAÇÃO

4.3.1 Modelo Média-CVaR

O problema de otimização de portfólio cuja função objetivo seja a minimização do CVaR a um dado grau de confiança c %, sujeito ao atendimento a um dado valor esperado mínimo, pode ser escrito da seguinte forma (KROKHMAL et al., 2002; HUANG, 2008; QUARANTA e ZAFFARONI, 2008):

$$\begin{aligned}
 & \underset{x, \alpha, u}{\text{Minimizar}} && v + \frac{1}{(1-c)S} \sum_{s=1}^S u_s \\
 & \text{s.a.} && \\
 & && u_s \geq 0 \\
 & && u_s \geq -\sum_{i=1}^{N_a} x_i r_{is} - v \\
 & && \sum_{i=1}^N x_i \mu_i = \phi \\
 & && \sum_{i=1}^N x_i = 1 \\
 & && x_i \geq 0
 \end{aligned}$$

Com: $s=1, 2, \dots, S$ e $n=1, 2, \dots, N$.

Sendo:

v - Variável que fornece o *VaR* do portfólio a grau de confiança c %;

c - Grau de confiança para o cálculo do *VaR* e do *CVaR*;

S - Número de cenários utilizados na representação das incertezas com relação aos retornos dos ativos candidatos a compor o portfólio;

u_s - Variável auxiliar para o cálculo do *CVaR*;

N_a - Número de ativos candidatos a compor o portfólio;

x_i - Fração do capital a ser aplicado no ativo candidato i ;

r_{is} - Retorno do i -ésimo ativo candidato a compor o portfólio no cenário s ;

μ_i - Valor esperado dos retornos do i -ésimo ativo candidato a compor o portfólio;

Φ -Valor esperado dos retornos do portfólio (valor requerido pelo investidor).

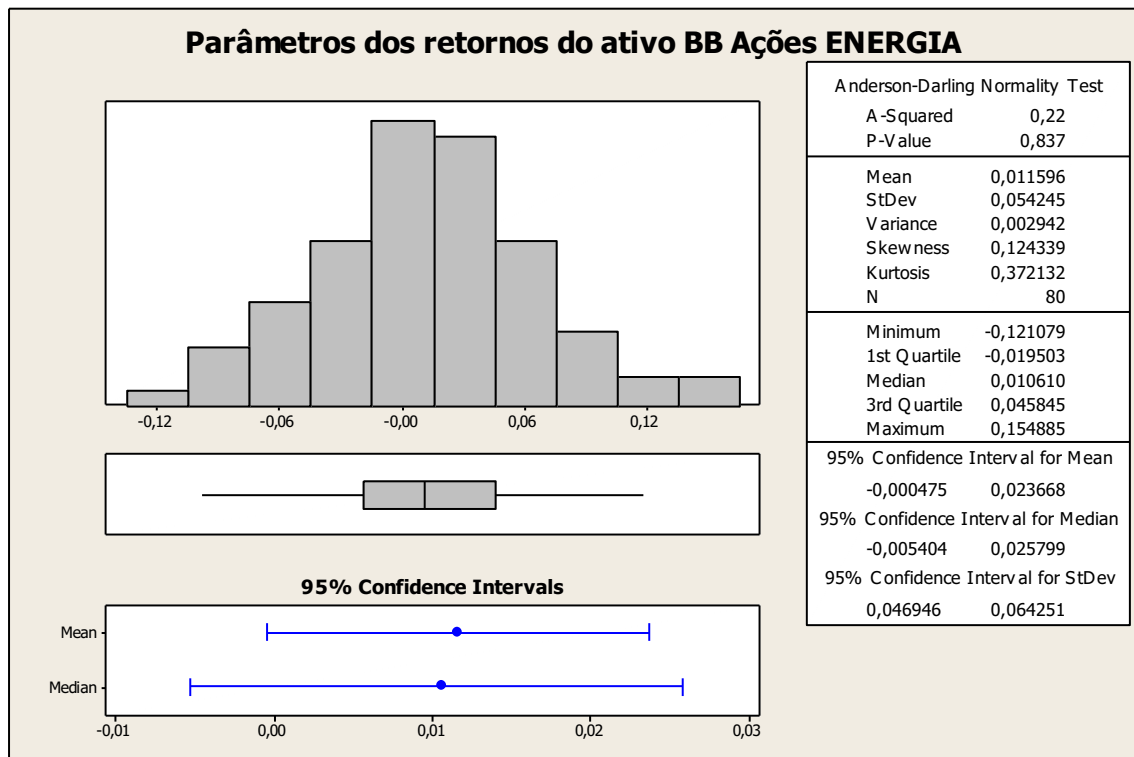
A função objetivo e os dois primeiros conjuntos de restrições modelam o CVaR do portfólio a grau de confiança c %. A terceira restrição garante a obtenção do valor esperado requerido pelo investidor, a quarta garante o investimento total, e a quinta garante que não haja investimento negativo.

Verifica-se então que o CVaR pode ser eficientemente minimizado via técnicas de programação linear, o que permite o tratamento de portfólios com grande número de ativos financeiros, assim como incertezas representadas por um grande número de cenários.

4.3.2 Utilização da mediana como métrica de retorno.

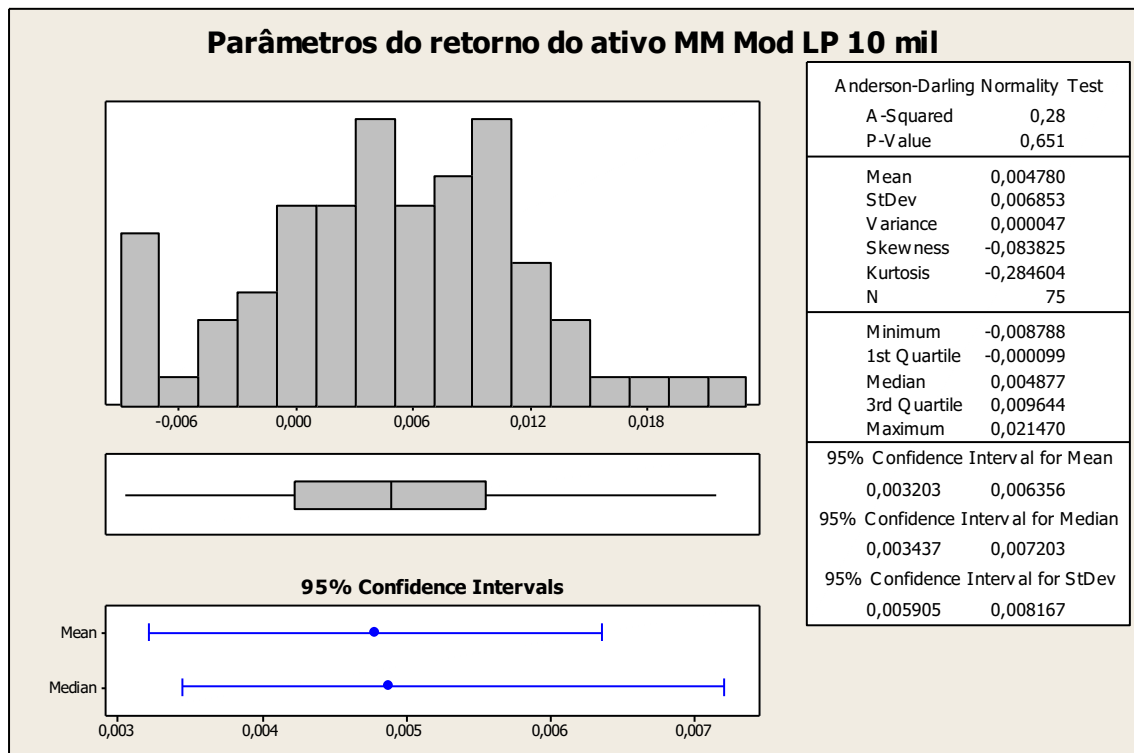
Para o conjunto de ativos de investimentos definidos, é necessário analisar o comportamento da distribuição dos retornos, comparando-se a média com a mediana. Deste modo, conforme se pode observar no gráfico no gráfico 4.1, a distribuição dos retornos para o ativo BB Ações ENERGIA, quando a distribuição dos retornos é Normal, a mediana e a média se coincidem, sendo indiferente utilizar no modelo de programação linear mediana ou média. No entanto, se a distribuição dos retornos do ativo segue uma distribuição não normal ou assimétrica, surgem diferenças significativas entre a mediana e a média, tal como se pode observar no gráfico 4.2. Na prática, dificilmente os retornos dos ativos seguem uma distribuição Normal, em sua maioria apresentam caudas pesadas, sendo influenciado pelos valores extremos (mínimo e máximo). A dispersão dos valores em relação à medida de tendência central pode ser determinada, utilizando-se o coeficiente de variação (CV) obtido, dividindo-se o desvio padrão pela média. Deste modo, o CV para BB Ações Energia é 4,678 e para MMMod LP 10 mil é 1,434.

Gráfico 4-1 Comparação entre a Mediana e Média para o ativo BB Ações ENERGIA.



Fonte: (Pereira, 2014)

Gráfico 4-2 Comparação entre a Mediana e Média para o ativo MM Mod LP 10mil.



Fonte: (Pereira, 2014)

Para a utilização da mediana como métrica de retorno, tal como apresentado nesta pesquisa, o problema de minimização precisa de um ajuste, ficando de outra forma (Wan MOHD et al.; 2013):

$$\begin{aligned}
 & \underset{x, \alpha, u}{\text{Minimizar}} && v + \frac{1}{(1-c)S} \sum_{s=1}^S u_s \\
 & \text{s.a.} && \\
 & && u_s \geq 0 \\
 & && u_s \geq -\sum_{i=1}^{N_a} x_i r_{is} - v \\
 & && \sum_{i=1}^N x_i \tilde{r}_i = \tilde{R} \\
 & && \sum_{i=1}^N x_i = 1 \\
 & && x_i \geq 0
 \end{aligned}$$

Com: $s=1, 2, \dots, S$ e $n=1, 2, \dots, N$.

Sendo:

v - Variável que fornece o VaR do portfólio a grau de confiança c %;

c - Grau de confiança para o cálculo do VaR e do $CVaR$;

S - Número de cenários utilizados na representação das incertezas com relação aos retornos dos ativos candidatos a compor o portfólio;

u_s - Variável auxiliar para o cálculo do $CVaR$;

N_a - Número de ativos candidatos a compor o portfólio;

x_i - Fração do capital a ser aplicado no ativo candidato i ;

r_{is} - Retorno do i -ésimo ativo candidato a compor o portfólio no cenário s ;

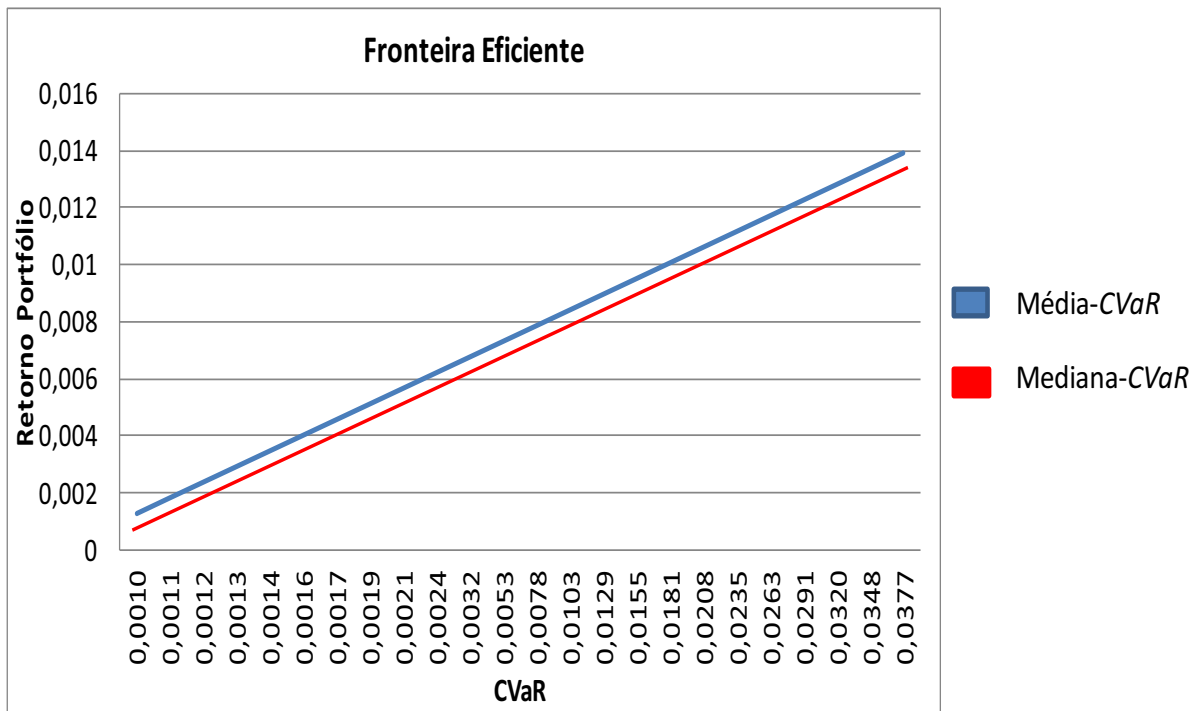
\tilde{r}_i - Valor médio da distribuição de retornos do i -ésimo ativo candidato a compor o portfólio;

\tilde{R} -Retorno esperado do portfólio baseado na Mediana.

Ao realizar a otimização e obtendo a fronteira eficiente, utilizando o MatLab® , é possível comparar os resultados da abordagem Média-CVaR e Mediana-CVaR, apresentados

no gráfico 4.3, sendo possível notar que o desempenho da abordagem Mediana-CVaR foi pior. De fato se a mediana fornece um retorno do portfólio 176% abaixo do retorno médio, para um mesmo nível de risco, medido pelo CVaR não é interessante para o investidor tal portfólio.

Gráfico 4-2 Comparação entre as Fronteira Eficiente obtida através da abordagem Média-CVaR e Mediana-CVaR.



Fonte: (Pereira, 2014)

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização da mediana como métrica de retorno mostrou que a distribuição dos retornos influencia bastante na escolha da métrica e que para situações em que a distribuição é bem assimétrica, a mediana fornece retornos abaixo do retorno médio. Deste modo, na manipulação do binômio risco/retorno, o investidor vai preferir o modelo Média-CVaR em relação ao Mediana-CVaR, pois fornece o maior retorno a um dado risco mínimo.

6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Os objetivos desta pesquisa foram atingidos, porém, um trabalho futuro pode ser desenvolvido. Utilização de Simulação de Monte Carlo, fazendo-se uso do software Crystal

Ball, ao invés do MatLab, para encontrar a probabilidade do investimento gerar um retorno positivo.

REFERÊNCIAS

- ARTZNER, P., DELBAEN, F., EBER, J., HAETH, D., *Coherent Measures of Risk*. Mathematical Finance, vol. 9, no. 3, pp. 203-228, 1999.
- ASSAF NETO, A. *Mercado Financeiro*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2005.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS ENTIDADES DOS MERCADOS FINANCEIROS E DE CAPITAIS. Deliberação 44. Rio de Janeiro, 2010.
- CHIARAWONGSE, A., KIATSUPAIBUL, S., TIRAPAT, S., Van ROY, B., *Portfolio selection with qualitative input*. Journal of Banking and Finance, vol.36, pp.489-496, 2012.
- COMISSÃO DE VALORES IMOBILIÁRIOS. CVM no 409. Rio de Janeiro, 2004.
- DITRAGLIA, F.J., GERLACH, J.R., *Portfolio Selection: An Extreme Value Approach*. Journal of Banking & Finance, vol. 37, pp. 305-323, 2013.
- FENG, M.B., TAN, K.S., *Coherent Distortion Risk Measures in Portfolio Selection*. Systems Engineering Procedia, vol. 4, pp. 25-34, 2012.
- HUANG X., *Portfolio selection with a new definition of Risk*, European Journal of Operational Research, no. 186, pp.351-357, 2008.
- KROKHMAL, P., PALMQUIST, J. and URYASEV, S., *Portfolio Optimization with Conditional Value-at-Risk objective and constraints spot prices*. The Journal of Risk, vol. 4, no. 2, 2002.
- MOHD, W.R., MOHAMAD, D., MOHAMED, Z., *Portfolio Optimization Using Median-Variance Approach*. Proceedings of the 20th National Symposium on Mathematical Sciences. AIP Conf.Proc.1522, 1086-1091(2013).
- OLIVEIRA, F. A., *Estratégia de comercialização de energia elétrica através da otimização de portfólios de contratos utilizando projetos de experimentos de misturas*. Tese. UNIFEI - Universidade Federal de Itajubá. Itajubá/MG. 2009.
- QUARANTA, A.G., ZAFFARONI, A., *Robust Optimization of Conditional Value at Risk and portfolio selection*. The Journal Bank Finance (2008), doi:10.1016/j.jbankfin.2007.12.025.
- ROCKAFELLAR, R.T., URYASEV, S., *Conditional Value at Risk for general loss distributions*. Journal of Banking and Finance, no. 26, pp.1443-1471, 2002.
- SANTOS, A.A.P., TESSARI, C., *Técnicas Quantitativas de Otimização de carteiras ao Mercado de Ações Brasileiro*. Revista Brasileira de Finanças, vol. 10, no 3, pp. 369-394, 2012.

SOUZA, R. R., *Análise de Risco em Carteira*. Tese. UNESP - Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”. Guaratinguetá/SP. 2012.

SZEGŐ G., *Measures of Risk*, European Journal of Operations Research, no. 163, pp.05-19, 2005.

ZANG, W.C., WANG, Y.L., CHEN, Z. P., NIE, Z.K., *Possibilistic mean variance models and efficient frontiers for portfolio selection problems*. Information Sciences, vol.177, pp. 2787-2801, 2007.